Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3

Christine Choquet

▶ **To cite this version:**

Christine Choquet. Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3. Education. Université de Nantes, 2014. Français. NNT : . tel-01185671

HAL Id: tel-01185671

https://theses.hal.science/tel-01185671

Submitted on 21 Aug 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

l'université nantes angers le mans
PÔLE DE RECHERCHE ET D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

UNIVERSITÉ DE NANTES

Thèse de Doctorat

Christine PINEAU - CHOQUET

Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université de Nantes
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans

École doctorale : *Cognition, Education et Interactions (CEI)*
Discipline : *Sciences de l'Education*
Spécialité : *Didactique des Mathématiques*
Unité de recherche : *Centre de Recherche en Education de Nantes (EA 2661 CREN)*

Soutenue *le 20 octobre 2014*

Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3

Jury

Rapporteurs : Lalina COULANGE, Professeur des Universités, Université de Bordeaux
Eric RODITI, Professeur des Universités, Université de Paris Descartes

Membres : Catherine HOUDEMENT, Maître de Conférences, HDR, ESPE de l'Académie de Rouen, Université de Rouen
Denise ORANGE-RAVACHOL, Professeur des Universités, Université de Lille 3
Cécile OUVRIER-BUFFET, Professeur des Universités, ESPE de l'Académie de Reims
Aline ROBERT, Professeur des Universités émérite, ESPE de l'Académie de Versailles, Université de Cergy-Pontoise

Directeurs : Magali HERSANT, Professeur des Universités, ESPE de l'Académie de Nantes
Denis BUTLEN, Professeur des Universités, ESPE de l'Académie de Versailles, Université de Cergy-Pontoise

RESUMÉ et MOTS CLÉS

Résumé : Cette thèse présente une analyse des pratiques de cinq professeurs des écoles lorsqu'ils étudient avec leurs élèves de cycle 3, pendant les cours de mathématiques, des problèmes ouverts. Les pratiques sont ordinaires au sens où nous ne sommes intervenus ni dans le choix des problèmes, ni dans la mise en œuvre des séances. Nous effectuons une analyse à visée compréhensive, nous cherchons à comprendre les motivations des enseignants quant à l'étude de ces problèmes en classe, la mise en œuvre des séances et les savoirs en jeu. Pour cela, nous avons observé les professeurs sur une année scolaire et avons placé cette recherche dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert, Rogalski, 2002) tout en utilisant les notions de gestes et de routines professionnels (Butlen, 2004). Ce travail s'articule autour de trois parties. Dans la première, utilisant des éléments du cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet, Trouche, 2008), nous proposons des explications des choix effectués par les enseignants en termes de ressources utilisées. La deuxième partie est une analyse *a priori* des énoncés choisis où nous étudions notamment les raisonnements envisageables pour les élèves et la nature de la solution attendue. La troisième partie est une analyse *a posteriori* des séances observées. Elle permet d'abord de montrer que la pratique de chacun des enseignants est stable (Robert, 2008) lors de l'étude en classe de problèmes ouverts. Puis en repérant les gestes et routines professionnels de chaque professeur, nous caractérisons leurs pratiques et en dégageons deux profils d'enseignants associés à l'étude de ces problèmes en classe.
Mots clés : pratiques enseignantes, mathématiques, problèmes ouverts, cycle 3, double approche didactique et ergonomique

Titre en anglais : **a characterization of primary school teachers' practices during mathematics sessions focusing on the study of opened problems**

Abstract : This thesis presents an analysis of the practices of five primary school teachers when they propose opened problems during mathematics lessons. The practices are ordinary because we intervened neither in the choice of the problems, nor in the implementation of the sessions. Our analysis allows to answer questions concerning the motivations of teachers who study these problems in classroom, the implementation of sessions and knowledge which could be teach. We observed teachers during a year and organized this research within the framework of the didactic and ergonomic approach (Robert, Rogalski, 2002) while using the notions of professional gestures and routines (Butlen, 2004). This work is articulated around three parts. First, with reference to the theoretical framework of a documentational approach of didactics (Gueudet, Trouche, 2008), we propose explanations of choices made by the teachers in terms of used resources. The second part is an *a priori* analysis of the chosen problems, especially to determine pupils' possible reasoning and the nature of the expected solution. The third part is an a *posteriori* analysis of observed sessions. She allows showing the stability (Robert, 2008) of the teachers' practices studying opened problems in classroom. Then by identifying professional gestures and routines of the five teachers, we characterize their practices and determine two teachers' profiles associated to study of opened problems in class.
Keywords : teachers' practices, mathematics, opened problems, primary school, didactic and ergonomic approach

CHOQUET – PINEAU Christine
Les Pelardes
72270 Malicorne Sur Sarthe

Visa du Directeur de thèse

Remerciements

La rédaction de cette thèse, après plusieurs années de doctorat, tient à plusieurs personnes que je souhaite vivement remercier ici.

En premier lieu, je tiens à remercier mes directeurs de thèse, Mme Magali Hersant et M. Denis Butlen, pour avoir accepté de diriger mon travail. Mme Magali Hersant a su se rendre disponible, nos échanges et ses nombreux conseils ont été précieux et toujours très utiles tout au long de mon travail. M. Denis Butlen a su faire part de son expertise afin d'orienter et faire avancer mes réflexions. Tous les deux m'ont encouragée dans les moments les plus difficiles et leur exigence a permis de mener à bien cette recherche.

Mes remerciements s'adressent également à Mme Lalina Coulange et M. Eric Roditi pour avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse. L'attention qu'ils portent ainsi à mon travail et les remarques formulées me seront importantes pour prendre du recul par rapport aux recherches que j'ai effectuées.

Je remercie vivement Mme Catherine Houdement, Mme Denise Orange-Ravachol, Mme Cécile Ouvrier-Buffet et Mme Aline Robert de participer au jury de soutenance. Leurs questions, leurs critiques et leurs suggestions me seront utiles pour envisager la suite de mon travail.

Mes remerciements vont également à toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont participé à ce travail :
merci au CREN, le Centre de Recherche en Education de Nantes et plus particulièrement aux chercheurs du groupe *Problématisation* pour m'avoir accueillie et aidée dans ma formation de chercheur,
merci à Mme Monique Charles-Pézard et à M. Christian Orange d'avoir consacré de leur temps pour participer au comité de suivi de cette thèse,
merci à l'ESPE, l'Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education de l'Académie de Nantes de m'avoir permis de bénéficier d'une décharge d'enseignement afin de mener dans de bonnes conditions mes observations dans les classes,

merci aux professeurs des écoles pour m'avoir ouvert la porte de leur classe et ainsi permis d'avoir accès de manière privilégiée à leurs pratiques,

merci aux chercheurs experts, jeunes chercheurs et doctorants que j'ai pu côtoyer tout au long de ces années de travail lors de différents séminaires et colloques, en France et à l'étranger. Ils m'ont toujours écoutée, conseillée et encouragée. L'intérêt qu'ils ont porté à mes recherches lors de nos rencontres a contribué à leur enrichissement,

merci à la direction et aux différents collègues du site du Mans de l'ESPE de l'Académie de Nantes de m'accorder leur confiance et de m'avoir soutenue tout au long de ce travail,

merci, enfin, à tous mes amis et à ma famille qui, sans bien comprendre mon travail, ont toujours été présents et ont su m'encourager pour le mener à son terme,
merci en particulier à Philippe, Camille, Arthur et Rémi.

Sommaire

REMERCIEMENTS **5**

SOMMAIRE **7**

INTRODUCTION **11**

I LES ORIGINES DE CETTE RECHERCHE 11
I-1 Un premier constat de formateur d'enseignants *11*
I-2 Un flou dans les injonctions officielles *12*
I-3 Des rapports officiels qui interrogent *13*
II PRESENTATION DE NOTRE SUJET 14
II-1 Inscription dans des travaux de recherche déjà réalisés *14*
II-2 Premiers choix méthodologiques *15*
II-3 Plan de la thèse *15*

CHAPITRE 1 D'UN QUESTIONNEMENT GENERAL A LA PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE **19**

I GENESE DU PROBLEME OUVERT® 21
I-1 Pourquoi ce nouveau type de problèmes apparaît-il dans les années quatre-vingts ? *21*
I-2 Une caractérisation pérenne *23*
I-3 Etude des objectifs visés par cette caractérisation *31*
I-4 Les pratiques du problème ouvert® *40*
I-5 Premières questions issues de l'analyse de la définition *51*
II- ETUDE DES DOCUMENTS OFFICIELS 53
II-1 Une première période de 1887 à 1970 ..... *53*
II-2 Une rupture en 1970 ..... *54*
II-3 Le rejet des mathématiques modernes : des années 1977 à 1980 ..... *55*
II-4 Une certaine continuité de 1985 à 2002 ..... *56*
II-5 Les textes officiels de l'année 2002 ..... *57*
II-6 Un document d'accompagnement en 2003 ..... *58*
II-7 Le socle commun de connaissances et de compétences en 2007 ..... *63*
II-8 Les textes officiels de l'année 2008 ..... *64*
II-9 Questions issues de l'analyse des instructions officielles *67*
III UN BILAN DE CE QUI S'EST FAIT DANS LES CLASSES DE CYCLE 3 EN TERMES DE PROBLEMES OUVERTS® DEPUIS LES ANNEES QUATRE-VINGT DIX 68
III-1 Evaluation des compétences des élèves français en résolution de problèmes *69*
III-2 Evaluation des contenus mathématiques enseignés dans les classes de cycle 3 en France *83*
III-3 Evaluation de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 en France *85*
III-4 Questions issues de l'analyse des différents rapports *87*
IV- DES RESULTATS DE LA RECHERCHE 88
IV-1 En France *88*
IV-2 Des travaux de recherche à l'étranger *94*
IV-3 Questions issues de l'analyse des travaux de recherche existants *99*
V- SYNTHESE DES QUESTIONS ET ENONCE DE NOTRE PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE 100

CHAPITRE 2 CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIE **105**

I- CHOIX D'UN CADRE THEORIQUE 105
I-1 Nécessité d'une double approche *105*
I-2 Une approche didactique … *109*
I-3 … et une approche ergonomique *111*
I-4 Une analyse selon cinq composantes *112*
II- CHOIX D'UNE METHODOLOGIE DE RECHERCHE 115
II-1 Le choix des enseignants *116*

II-2 La constitution du corpus *119*
II-3 L'analyse du corpus selon trois niveaux de granularité *122*
III- CONCLUSION 134

CHAPITRE 3 QUELLES RESSOURCES POUR DES PROBLEMES OUVERTS® EN CLASSE ? EXISTANTS ET CHOIX DES CINQ ENSEIGNANTS 137

I- OU TROUVER DES ENONCES DE PROBLEMES OUVERTS® ? 138
I-1 Les ressources raisonnablement disponibles *138*
I-2 Les manuels scolaires proposent-ils des énoncés de problèmes ouverts® ? *142*
I-3 Les autres ressources disponibles proposent-elles des énoncés de problèmes ouverts® ? *180*
I-4 Conclusion sur les ressources disponibles *191*
II- QUELS CHOIX LES PROFESSEURS DES ECOLES FONT-ILS PARMI CES RESSOURCES AFIN DE TROUVER DES ENONCES DE PROBLEMES OUVERTS ? 192
II-1 Où les cinq enseignants observés choisissent-ils des énoncés ? *192*
II-2 Comment expliquer ces choix en termes de ressources ? *196*
III-CONCLUSION 198

CHAPITRE 4 ANALYSE *A PRIORI* DES PROBLEMES CHOISIS ET PARCOURS MATHEMATIQUES PROPOSES 202

I- ANALYSE *A PRIORI* DES PROBLEMES CHOISIS 203
I-1 Quelques caractéristiques des énoncés *203*
I-2 Un lien fort avec la vie courante *204*
I-3 Le domaine mathématique et la nature de la réponse attendue *213*
I-4 Les raisonnements attendus des élèves et la validation des résultats obtenus *219*
I-5 Les problèmes choisis sont-ils des problèmes ouverts® ? *227*
I-6 Conclusion : certains types de problèmes privilégiés, d'autres non *228*
II- LES PARCOURS MATHEMATIQUES PROPOSES DANS CHACUNE DES CLASSES 230
II-1 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E1 ..... *230*
II-2 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E2 ..... *232*
II-3 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E3 ..... *233*
II-4 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E4 ..... *235*
II-5 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E5 ..... *236*
III- COMPARAISON INTERINDIVIDUELLE DES PARCOURS MATHEMATIQUES PROPOSES 237
III-1 Comparaison en termes de contenus *237*
III-2 Comparaison en termes de nombre de problèmes ouverts pendant l'année *239*
III-3 Comparaison en termes de temps consacré aux problèmes ouverts pendant l'année *240*
III-4 Comparaison en termes de répartition sur l'année *241*
IV- CONCLUSION 245

CHAPITRE 5 PREMIER ZOOM : ANALYSE DE L'ORGANISATION DES SEANCES 246

I- LES SCENARII REALISES PAR LES CINQ ENSEIGNANTS 248
I-1 Les scénarii réalisés dans la classe de E1 ..... *249*
I-2 Les scénarii réalisés dans la classe de E2 ..... *253*
I-3 Les scénarii réalisés dans la classe de E3 ..... *259*
I-4 Les scénarii réalisés dans la classe de E4 ..... *264*
I-5 Les scénarii réalisés dans la classe de E5 ..... *268*
I-6 Conclusion : stabilité des scénarii proposés par E1, E2, E3 et E5 ..... *272*
II COMPARAISON INTERINDIVIDUELLE DES SCENARII REALISES PAR LES CINQ ENSEIGNANTS 273
II-1 Des points communs *274*
II-2 Des différences *276*
II-3 Conclusion *278*
III- LES SCENARII PROPOSES DANS LES RESSOURCES DISPONIBLES 279
III-1 Des scénarii proposés par les instructions officielles. *279*
III-2 Des scénarii proposés par les ouvrages Ermel *282*
III-3 Les propositions des livres du maître *286*
III-4 Les propositions de la revue Grand N *288*
III-5 Des informations sur la mise en œuvre des séances en consultant les sites Internet *290*
III-6 Quelle influence de ces ressources sur les mises en œuvre observées ? *291*

IV Conclusion 294
IV-1 Une influence de la composante institutionnelle chez E2, E3 et E4 294
IV-2 Une influence de la composante personnelle chez E1 et E5 296

CHAPITRE 6 SECOND ZOOM : GESTES ET ROUTINES PROFESSIONNELS POUR EXPLICITER CERTAINS CHOIX DES CINQ ENSEIGNANTS 298

I- L'enseignant E1 299
I-1 Routine A(E1) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 299
I-2 Routine B(E1) : maintenir tous les élèves dans la recherche 304
I-3 Routine C(E1) : expliciter les procédures et performances des élèves 310
I-4 Conclusion en termes de routines et de composantes 318
II- L'enseignant E2 319
II-1 Routine A(E2) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 319
II-2 Routine B(E2) : maintenir tous les élèves dans la recherche 326
II-3 Routine C(E2) : expliciter les procédures et performances des élèves 330
II-4 Conclusion en termes de routines et de composantes 337
III- L'enseignant E3 338
III-1 Routine A(E3) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 338
III-2 Routine B(E3) : maintenir tous les élèves dans la recherche 343
III-3 Routine C(E3) : expliciter les procédures et performances des élèves 345
III-4 Conclusion en termes de routines et de composantes 350
IV- L'enseignant E4 351
IV-1 Routine A(E4) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 351
IV-2 Routine B(E4) : maintenir tous les élèves dans la recherche 356
IV-3 Routine C(E4) : expliciter les procédures et performances des élèves 359
IV-4 Conclusion en termes de routines et de composantes 364
V- L'enseignant E5 365
V-1 Routine A(E5) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 365
V-2 Routine B(E5) : maintenir tous les élèves dans la recherche 368
V-3 Routine C(E5) : expliciter les procédures et performances des élèves 371
V-4 Conclusion en termes de routines et de composantes 376
VI – Comparaison interindividuelle 377
VI-1 Routine A : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves 377
VI-2 Routine B : maintenir tous les élèves dans la recherche 379
VI-3 Routine C : expliciter les procédures et performances des élèves 381
VII- Conclusion 383

CONCLUSION 386

I- Le profil 1 390
II- Les profils 2a et 2b 392
III- Des questions 393
III-1 Concernant l'intérêt des problèmes ouverts® en cycle 3 393
III-2 Concernant l'exercice d'une vigilance didactique lors de ces séances 396
III-3 Concernant le processus d'institutionnalisation des savoirs 396

BIBLIOGRAPHIE 400

ANNEXES 410

INTRODUCTION

Notre travail de thèse s'inscrit dans le champ de la didactique des mathématiques et prend en compte la théorie de l'activité (Vygotski, 1933, Léontiev, 1984). Il s'agit d'une analyse qualitative qui vise à étudier, pour les comprendre, les pratiques de professeurs des écoles lorsqu'ils proposent en classe, dans leur enseignement des mathématiques, des problèmes ouverts (Arsac, Germain et Mante, 1988, Arsac et Mante, 2007).

Nous précisons d'abord dans cette introduction les origines de notre recherche puis présentons notre sujet avant de détailler le plan de notre thèse.

I Les origines de cette recherche

I-1 Un premier constat de formateur d'enseignants

Cette recherche trouve son origine d'une part dans notre travail de professeur de mathématiques du secondaire puis de formateurs d'enseignants du primaire et du secondaire. Nous constatons que, même si les problèmes ouverts sont définis par l'équipe de l'IREM de Lyon (Arsac, Germain, Mante, Pichod, 1983 puis Arsac, Germain et Mante, 1988) au début des années quatre-vingts pour le second degré, des enseignants du primaire en proposent aujourd'hui à leurs élèves. Ces problèmes peuvent être étudiés parfois ponctuellement afin de préparer les élèves à un rallye mathématique. Ils peuvent également être utilisés par les enseignants dans le but de proposer aux élèves des séances de mathématiques différentes de celles qu'ils proposent habituellement, des séances plus ludiques, juste avant des congés scolaires par exemple. Certains enseignants les utilisent également plus régulièrement, les intégrant à la progression annuelle qu'ils établissent pour l'enseignement des mathématiques dans leurs classes. Cependant même s'ils sont persuadés que leurs élèves peuvent apprendre de la recherche et résolution de ces problèmes, la grande majorité des enseignants que nous rencontrons et qui les utilisent, soit ponctuellement soit plus régulièrement, ne sait pas réellement définir les savoirs pouvant être en jeu ni expliciter les apprentissages possibles pour les élèves.

I-2 Un flou dans les injonctions officielles

La question des problèmes ouverts nous interroge d'autre part suite à la lecture des textes officiels. En 2002 puis en 2003 par l'intermédiaire d'un document d'accompagnement des programmes, il est demandé aux enseignants du primaire, de proposer à leurs élèves, dans le cadre de leurs cours de mathématiques, un nouveau type de problèmes : des « problèmes pour chercher ». Il s'agit de problèmes pour lesquels les élèves ne possèdent pas de solution dite « experte » (MEN, 2002) et ils ne concernent pas directement l'apprentissage d'une nouvelle notion mathématique, ils se distinguent en cela des « situations problèmes » (Douady, 1986). Ces nouveaux problèmes, en 2003, ont pour objectif annoncé d'apprendre aux élèves à chercher, ils se rapprochent en cela des problèmes ouverts définis par Arsac, Germain et Mante (1988). En 2007, le socle commun de connaissances et de compétences devant être atteint par tous les élèves d'une même tranche d'âge, renforce l'idée d'un travail sur des « *attitudes* » à développer « *à travers la pratique des mathématiques* » telles que « *le goût du raisonnement* », « *l'ouverture à la communication, au dialogue, au débat* » et « *la curiosité et la créativité* » (MEN, 2007). Les nouvelles instructions officielles de l'année 2008 mettent toujours l'accent sur la résolution de problèmes, qui doit donner du sens aux apprentissages en mathématiques. La catégorie « problèmes pour chercher » n'est plus citée, cependant dans le préambule aux nouveaux programmes, il est stipulé qu' « *il est indispensable que tous les élèves soient [. . .], dans toutes les disciplines [...] entraînés à mobiliser leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes.* » (MEN, 2008). Autrement dit, une volonté d'encourager l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes est clairement affichée, afin notamment de « *développer chez tous les élèves de réelles capacités de recherche et de raisonnement* » (MEN, 2008). Malgré tout, dans les instructions officielles de l'année 2008, un flou entoure l'utilisation de problèmes tels que des problèmes ouverts en classe, en particulier sur les savoirs qui pourraient être en jeu et sur les apprentissages attendus chez des élèves de l'école primaire.

I-3 Des rapports officiels qui interrogent

Divers rapports récents concernant le niveau des élèves français en mathématiques établissent que celui-ci est faible (PISA de 2000 à 2013, MEN, 2006). Le programme PISA[1] s'adressant à des élèves (autour de 15 ans) de l'OCDE[2] en fin de scolarité obligatoire montre que les élèves français possèdent certes des connaissances en mathématiques mais qu'ils ne savent pas les mobiliser lorsqu'ils sont face à un problème inédit pour eux. Il apparaît que même si « *depuis trente ans, priorité est donnée à un enseignement des mathématiques qui privilégie la résolution de problèmes* » (MEN, 2003) pour autant, « *la phase d'investigation, de recherche et de formulation d'hypothèses dans une démarche scientifique pose problème aux élèves français* » (MEN, 2003). Les rapports analysant les résultats des évaluations nationales des élèves (autour de 10 ans) entrant en sixième, donc très peu de temps après leur fin de scolarité en cycle 3, aboutissent au même constat (MEN, 2006). Les élèves en fin de scolarité dans le premier degré ne réussissent pas toujours à résoudre des problèmes inédits pour eux. Ces constats interrogent sur ce qu'ils ont étudié dans ce domaine à l'école primaire, aux cycles 2 et 3, et sur ce qu'ils ont retenu.

Notre travail de recherche trouve donc son origine dans ce flou qui persiste quant aux objectifs des problèmes ouverts en classe, en particulier sur les enjeux de savoirs pour les élèves, sur les apprentissages possibles ainsi qu'au doute que soulèvent les rapports officiels quant à l'utilité pour des élèves du primaire d'étudier de tels problèmes pendant les cours de mathématiques.

[1] Program for International Student Assessment.
[2] Organisation de Coopération et de Développement Economique.

II Présentation de notre sujet

II-1 Inscription dans des travaux de recherche déjà réalisés

Notre travail s'inscrit dans le champ des travaux de recherche déjà réalisés sur les problèmes ouverts et leur utilisation en classe. Un retour sur les travaux existants nous apparaît important. En effet, une controverse a existé entre des didacticiens des mathématiques français sur les possibilités d'apprentissages dans le domaine de la recherche et résolution de problèmes (Robert, Robinet, 1996 ; Sarrazy, 1997). Robert et Robinet (1996) proposent d'organiser en classe des activités spécifiques dédiées au développement chez les élèves de compétences liées à la résolution de problèmes. Cependant Sarrazy (1997) montre que même si ces compétences sont travaillées et semblent acquises, rien ne garantit que les élèves sachent les réutiliser afin de résoudre d'autres problèmes dans des contextes différents. (Nous y reviendrons dans le chapitre 1).

De plus, alors que des recherches autour des problèmes ouverts sont menées, il reste néanmoins difficile de cerner précisément les savoirs en jeu pour des élèves de cycle 3. L'étude de certains de ces problèmes peut permettre aux élèves d'aborder la notion de preuve (Douaire, Hubert, 1999). Des problèmes visent l'apprentissage de *savoirs transversaux* en mathématiques tels que l'expérimentation, la conjecture, l'argumentation (Grenier, Payan, 2003 ; Godot, 2005). Des apprentissages en termes de raisonnement et de validation seraient possibles à condition de réfléchir au choix des problèmes ouverts à proposer aux élèves de l'école primaire, de définir et de leur proposer des classes de problèmes (Houdement, 2009). Ils sont également l'occasion de remobiliser des savoirs anciens et de travailler à l'école primaire des savoirs qui relèveraient d'un *curriculum caché* autrement dit de savoirs non clairement explicités dans les instructions officielles mais qui néanmoins s'avèreraient importants au collège, en particulier pour faire entrer les élèves dans la rationalité et aborder l'apprentissage de raisonnements en mathématiques (Hersant, Thomas, 2008 ; Hersant, 2010).

Notre contribution aux travaux dans ce domaine de la didactique des mathématiques concerne l'étude des pratiques de professeurs des écoles lorsqu'ils proposent régulièrement des séances dédiées à des problèmes ouverts. Il s'agit donc d'étudier, sur un temps long, les pratiques ordinaires de professeurs. Cette perspective est nouvelle dans le champ des travaux sur les

problèmes ouverts. Nous cherchons en effet à comprendre les pratiques de ces enseignants afin de répondre à trois types de question :

- des questions sur les motivations des enseignants pour proposer des problèmes ouverts à leurs élèves en mathématiques alors que les instructions officielles ne les y encouragent plus explicitement ;
- des questions sur les choix qu'ils font pour mettre en œuvre les séances dédiées à l'étude de ces problèmes, sur les difficultés qu'ils rencontrent ;
- des questions concernant les savoirs en jeu et les apprentissages possibles pour des élèves de primaire lors de telles séances.

II-2 Premiers choix méthodologiques

Un enjeu de notre étude étant de comprendre les pratiques enseignantes « telles qu'elles sont dans la réalité », nous choisissons d'observer toutes les séances dédiées à des problèmes ouverts, organisées par cinq professeurs des écoles de cycle 3, tout au long d'une année scolaire. Les pratiques observées sont ordinaires en ce sens où nous n'intervenons ni dans le choix des problèmes, ni dans l'organisation des séances. Nous pensons ainsi nous approcher le plus possible de la réalité de la classe, tout en ayant conscience des limites de ces observations.

II-3 Plan de la thèse

Dans le premier chapitre, après avoir présenté notre analyse de la caractérisation d'un problème ouvert et de la pratique du problème ouvert proposées par Arsac, Germain et Mante (1988), nous étudions l'évolution des textes officiels des années 1887 à 2008, en termes de résolution de problèmes. Nous étudions également les différents rapports officiels récents concernant d'une part les évaluations des résultats en mathématiques des élèves français et d'autre part des évaluations de l'enseignement des mathématiques au cycle 3. Nous faisons le point sur les recherches réalisées sur la question de l'utilisation de problèmes ouverts dans l'enseignement des mathématiques en France et à l'étranger. L'ensemble de ces analyses nous amène à préciser notre problématique de recherche.

Afin de répondre à nos questions, nous présentons dans le chapitre 2, le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert, J. Rogalski, 2002) que nous choisissons

d'utiliser ainsi que notre méthodologie de recueil et d'analyse de données. Nos analyses et résultats d'analyse se présentent selon trois niveaux de granularité.

Les chapitres 3 et 4 rendent compte de l'analyse au niveau d'une année scolaire. Nous étudions, dans le chapitre 3, les ressources dont les enseignants du primaire disposent afin de comprendre les choix qu'ils font. Puis, dans le chapitre 4, à partir d'une analyse *a priori* des énoncés choisis par les enseignants, nous cherchons à établir une classification de ces problèmes selon les types de solutions attendues ainsi que les raisonnements pouvant être convoqués. Nous étudions la répartition sur l'année des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts et précisons ainsi le parcours mathématique que chaque enseignant organise dans ce domaine pour ses élèves.

Dans le chapitre 5, nous nous plaçons au niveau des séances et étudions leur organisation, leur mise en œuvre. Nous les découpons en différentes phases afin de préciser comment chacun des enseignants organise le temps passé en classe à étudier des problèmes ouverts. Des comparaisons intra-individuelles nous amènent à repérer si les pratiques de ces enseignants, dans le cas des séances dédiées aux problèmes ouverts, sont stables ou non (Robert, 2002). A partir de comparaisons interindividuelles, nous faisons apparaître des similitudes entre les enseignants observés, qui pourraient être assimilées à des contraintes auxquelles les enseignants doivent se soumettre. Nous repérons également des variabilités que nous identifions comme des marges de manœuvre dont les enseignants s'emparent lors de l'étude de tels problèmes. Ces résultats nous apportent des renseignements sur les pratiques de chacun des cinq enseignants et nous permettent d'expliciter les choix qu'ils font pour leur classe et les séances qu'ils organisent.

Dans le chapitre 6, en étudiant plus particulièrement certains moments des séances observées, nous tentons de comprendre comment les enseignants mettent en œuvre l'ensemble des choix qu'ils font. Ces moments ont à voir avec les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation (Butlen 2004), ils sont définis en référence à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1996). Leur analyse nous amène à repérer les gestes et routines professionnels (Butlen, 2004) associés à la pratique de chacun des cinq enseignants, à caractériser ces pratiques et à les comparer afin d'en dégager des similitudes et des différences.

Dans la dernière partie réservée à la conclusion, nous pointons les résultats obtenus notamment concernant la compréhension des pratiques des cinq enseignants lorsqu'ils demandent à leurs élèves d'étudier en classe des problèmes ouverts et en dégageons des

profils d'enseignants dans le cas de la proposition de ces problèmes. Nous envisageons également un prolongement possible à donner à ce travail en termes de recherche ainsi qu'en termes de formation continue des enseignants et de rédaction de ressources.

Chapitre 1 D'un questionnement général à la problématique de recherche

L'expression « problèmes ouverts » est utilisée dans l'enseignement des mathématiques en France, à l'école primaire, au collège et au lycée. Elle fait partie du discours des enseignants du primaire et du secondaire ; les formateurs d'enseignants, les conseillers pédagogiques ainsi que les inspecteurs des premier et second degrés y font référence. Cependant en les écoutant, nous constatons que chacun utilise des expressions différentes pour qualifier des problèmes ouverts : *problèmes pour chercher*, *problèmes de recherche*, *problèmes ouverts* du fait de la mise en œuvre de différentes méthodes de résolution, *problèmes ouverts* car permettant d'envisager plusieurs solutions etc. Nous retrouvons également ces différentes déclinaisons dans les manuels scolaires du primaire et du collège. Ces expressions ne semblent pas contradictoires mais ne sont pas pour autant équivalentes. Chaque professionnel utilisant des problèmes ouverts semble s'être fait une idée de ce qu'est un problème ouvert, sans forcément utiliser une définition de référence. D'ailleurs en interrogeant quelques professionnels des premier et second degrés, nous constatons que le plus grand nombre d'entre eux n'ont pas connaissance des publications dans lesquels les problèmes ouverts ont été définis, dans les années quatre-vingts et de la caractérisation établie à cette époque par l'équipe[3] de l'IREM[4] de Lyon (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 7) :

*« nous appelons **problème ouvert** un problème qui possède les caractéristiques suivantes :*

- *l'énoncé est court ;*
- *l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;*

[3] Equipe d'enseignants que nous présentons plus loin dans ce chapitre.
[4] Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques.

- *le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples ».*

Par ailleurs, nous savons que bon nombre de chercheurs français, tout en s'intéressant à des problèmes proches des problèmes ouverts définis par Arsac, Germain et Mante, ont choisi des expressions différentes pour parler des problèmes qu'ils étudient : problèmes longs (Aldon, 1995), débat scientifique (Legrand, 1988), narration de recherche (Bonafé, 1993), situations de recherche en classe –SRC- (Grenier et Payan, 2003, Godot, 2005), problèmes pour chercher –PPC- (Charnay, 2003, Hersant et Thomas, 2008), situations de recherche et de preuve entre pairs –Situations RPP- (Georget, 2009), correspondances mathématiques (Hersant, 2011, 2012). Il est clair que chaque chercheur a voulu, par ces différentes dénominations, préciser le type de problèmes qu'il propose pour la classe et le dispositif pédagogique qui l'accompagne. Cependant comment, pour un enseignant, pour un formateur d'enseignants, réellement s'y retrouver parmi ces nombreuses expressions ? Nous nous demandons comment un enseignant peut les utiliser en classe tout en ayant en tête une définition claire et des objectifs d'apprentissage précis pour les élèves. La définition n'étant pas précise, nous pouvons même penser que les objectifs ne sont pas dans tous les cas les mêmes et cette hétérogénéité peut mettre en difficulté les enseignants qui mettent en place ces dispositifs.

De ce fait, dans notre travail afin de clarifier notre propos, nous introduisons des notations différentes : nous utilisons la notation *problèmes ouverts*® lorsque nous nous référons à la caractérisation établie par Arsac, Germain et Mante (1988) et nous réservons l'expression *problèmes ouverts* pour parler des problèmes choisis par les enseignants pour leur classe. Nous faisons cette distinction notamment parce que des problèmes considérés comme ouverts par des professeurs des écoles pour leur classe peuvent ne pas l'être au sens d'Arsac, Germain et Mante.

Dans ce premier chapitre, nous analysons comment Arsac, Germain et Mante caractérisent les problèmes ouverts® et la pratique du problème ouvert®. Nous pensons qu'un « retour aux sources » en quelque sorte concernant cette caractérisation, du problème ouvert® et de sa pratique, est nécessaire. Nous étudions l'évolution des instructions officielles pour l'école primaire depuis les années 1880 jusqu'à nos jours en termes de résolution de problèmes et de

problèmes de type ouvert. Il s'agit de mieux comprendre comment le problème ouvert® s'inscrit dans l'enseignement des mathématiques par rapport aux autres problèmes. Nous analysons ensuite différents rapports récents sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 en France et sur les évaluations nationales et internationales des élèves français en mathématiques. Nous faisons également le point sur les recherches existantes en France et à l'étranger sur ce sujet des années quatre-vingt-dix à nos jours. Tout cela afin de formuler notre problématique et de préciser notre questionnement.

I Genèse du problème ouvert®

Dans cette partie, nous retraçons la genèse du problème ouvert® depuis les années quatre-vingts. Nous établissons que la définition établie par Arsac, Germain et Mante est pérenne depuis le début de leurs travaux et analysons chacune des caractéristiques sur lesquelles elle repose. Ces caractéristiques ont à voir avec la forme de l'énoncé de ces problèmes, la fonction spécifique du point de vue de l'enseignement des mathématiques que les auteurs lui confèrent. Elles ont à voir également avec les pratiques des enseignants de mathématiques.

I-1 Pourquoi ce nouveau type de problèmes apparaît-il dans les années quatre-vingts ?

Dès le début des années quatre-vingts, une équipe de l'IREM de Lyon élabore et expérimente une pratique pédagogique -la pratique du problème ouvert®- qui se veut différente de la pratique habituelle rencontrée dans les cours de mathématiques du secondaire. Cette équipe est à l'époque constituée d'universitaires -Gilbert Arsac, Gilles Germain (Mathématiques, université Lyon 1), Dominique Pichod (Psychologie, université de Lyon 1)- et de deux enseignants du secondaire -Michel Gonnard (Lycée Colbert, Lyon 8) et Michel Mante (Collège Jean Villar, Villeurbanne). Ils présentent leur travail lors du colloque national intitulé « *le problème dans l'enseignement* » (Lyon, 1982). Puis en s'appuyant sur les échanges ayant eu lieu lors de ce colloque, ils définissent dans un article de la revue *Petit x* (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983) et dans une première brochure (Arsac, Germain et Mante, 1984) ce qu'ils entendent par problème ouvert® et décrivent longuement ce qu'ils nomment *pratique du problème ouvert*®. Ce travail est suivi d'un fascicule (Arsac, Germain et Mante, 1985) puis d'un ouvrage (Arsac, Germain et Mante, 1988) qui fait encore

aujourd'hui référence. Cette caractérisation est reprise dans un ouvrage plus récent (Arsac et Mante, 2007) qui, tout en reprenant les idées défendues en 1988, fait le point, vingt ans après, sur l'impact de la *pratique du problème ouvert*® dans les classes en France.

D'après les auteurs, ces problèmes répondent à un besoin exprimé par l'équipe de l'IREM de Lyon dans les années quatre-vingts : faire évoluer les pratiques des enseignants de mathématiques, au collège comme au lycée.

Le choix des problèmes qu'un enseignant propose à ses élèves (en mathématiques) et le rôle qu'il leur fait jouer dans l'enseignement sont liés aux conceptions, souvent non explicites, qu'il a des mathématiques, de la relation au savoir en général et de la relation entre enseignant et enseigné (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983). Après avoir analysé *a priori* ce que pourrait être l'enseignement des mathématiques par les problèmes, les auteurs font apparaître trois « *points de vue* » qui le caractérisent (Arsac, Germain et Mante, 1984, p. 5) :

- « *[…] les mathématiques sont une science constituée, à laquelle on s'initie sous la conduite d'un maître (ou d'un livre)* ». Dans ce cas, enseigner les mathématiques revient à faire étudier des problèmes de découverte d'une nouvelle notion, d'une nouvelle méthode et à faire résoudre des problèmes d'application et des problèmes d'évaluation, cet enseignement étant dirigé par le professeur ;
- « *[…] les mathématiques sont un outil pour résoudre des problèmes pas nécessairement mathématiques (mathématiques au service de la physique, de la biologie, de l'économie, etc*.) ». Les problèmes étudiés sont en lien avec les autres disciplines, avec la vie quotidienne et les élèves apprennent à les transformer en problèmes mathématiques. Le travail relève de l'initiation à la modélisation. Enseigner les mathématiques consiste en partie à mettre en avant leur utilité ;
- « *[…] les mathématiques* » sont considérées comme étant « *une science vivante qui a son développement propre et sa logique propre* ». Les problèmes étudiés doivent permettre aux élèves de découvrir ce que peut être l'activité « *chercher en mathématiques* » et donc permettre de développer des capacités de recherche.

Arsac, Germain et Mante (1984) n'opposent pas ces différentes fonctions des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Ils soulignent que « *ces trois points de vue ont leur part de vérité et il nous semble souhaitable qu'ils coexistent dans l'enseignement […]* » (p. 5). Malgré tout, ils déplorent que les deux premiers « *points de vue* » dominent dans le milieu

enseignant. « *Si l'on examine les problèmes posés dans nos classes, il semble que ce sont essentiellement des problèmes dont l'objectif est d'apprendre à l'élève à utiliser des outils mathématiques que le professeur lui a donnés. Sans négliger leur intérêt, il nous semble dommage de réduire l'enseignement des mathématiques à ce seul aspect.* » (*Ibid*., p. 9). Ils souhaitent donc proposer aux enseignants une façon de promouvoir le troisième et la pratique du problème ouvert® a alors sa place dans la classe afin de montrer aux élèves ce que sont les mathématiques.

L'équipe de recherche de l'IREM de Lyon (1988) énonce ainsi ses objectifs de travail : « *on dit souvent que, faire des mathématiques c'est résoudre des problèmes. C'est bien là effectivement l'activité quotidienne du mathématicien. Et cela pose tout de suite des questions à l'enseignant : est-ce une activité que mon enseignement suscite chez les élèves ? Qu'est-ce qu'un problème ? Est-ce que je cherche moi-même des problèmes ?* » (p. 1). Et après quelques lignes concernant l'histoire du rôle du problème dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans le premier et le second degré, les auteurs font part de leur conception de l'activité mathématique dans la classe : d'une part « *résoudre des problèmes « un par un » »*, d'autre part, *« découvrir et systématiser des méthodes de recherche de problèmes* ». De cette dernière conception est née la notion de problème ouvert®. Avec ce nouveau type de problèmes, il s'agit d'amener les élèves à rencontrer différentes procédures de recherche et à développer des capacités de recherche. Il va leur permettre de découvrir qu'eux aussi, comme les mathématiciens, sont capables ou deviennent capables de chercher, de résoudre des problèmes mathématiques, quelles que soient leurs connaissances en mathématiques.

I-2 Une caractérisation pérenne

Dans les années quatre-vingts, plusieurs articles présentent l'évolution du travail de l'équipe de l'IREM de Lyon et précisent ce que sont les problèmes ouverts®. Nous constatons que la caractérisation de ces problèmes n'a que peu changé depuis le début des années quatre-vingts, elle est pérenne et cette pérennité montre la pertinence de chacun des critères de la définition.

I-2.1 Les définitions en 1983, 1984 et 1985

Dans un article de 1983, l'équipe de l'IREM de Lyon citée précédemment présente à la communauté éducative, une définition (que nous noterons D_1) d'un type de problèmes différent de ceux proposés dans les classes de cette époque (p. 8) :

« venons-en maintenant à une tentative de définition du « problème ouvert » que le lecteur attend. La version que nous en donnons ci-dessous tient compte des remarques faites par certains participants au « colloque sur le problème » et des réflexions ultérieures de l'équipe. Nous appelons ***problème ouvert*** *un problème qui possède les caractéristiques suivantes :*

- *énoncé court ;*
- *l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de problème du genre « montrer que »). En aucun cas cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;*
- *le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution.»*

Elle est reprise à l'identique par les auteurs en 1984 puis simplifiée dans un fascicule de 1985 (p.16) :

« *Qu'est-ce qu'un problème ouvert ? C'est un problème :*

-d'énoncé court et compréhensible,

-ne contenant ni la méthode, ni la solution,

-permettant à chacun qui le cherche de faire des essais. »

Nous noterons D_2 cette deuxième définition, écourtée par rapport à la définition D_1 des termes « *conjectures* » et « *projets de résolution* ». Les problèmes ouverts® répondant à la définition D_2 amènent à faire des essais sans avoir ni à forcément énoncer une conjecture quant à la solution cherchée ni à élaborer explicitement un projet, une procédure de résolution.

Les auteurs, à travers les différentes publications, s'adressent directement aux professeurs de mathématiques de collège et de lycée : « *nous souhaitons que la lecture de cet article* ***vous*** *incite à pratiquer « le problème ouvert » dans* ***vos*** *classes, et à nous faire part de* ***vos*** *expériences.* ». L'enjeu d'apprentissage est présenté dès 1983 afin de justifier, auprès des

enseignants, de l'intérêt pour leurs élèves de ces problèmes : « *nous pensons qu'un […] aspect des mathématiques est trop souvent absent de notre enseignement, c'est l'aspect expérimental et inductif. La pratique de problèmes ouverts peut permettre de retrouver cet aspect des mathématiques en permettant à l'élève de mettre en route ce que nous appelons une démarche scientifique c'est à dire en lui permettant d'essayer, de conjecturer, de tester, de prouver* » (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 9). L'équipe de recherche désire ainsi promouvoir un nouveau type de problèmes et une nouvelle façon d'aborder les mathématiques dans les classes. Elle souhaite réellement inciter les professeurs de mathématiques à les utiliser dans leurs classes, cette incitation prend deux formes différentes :

- la publication d'un fascicule en 1985, simple d'accès, illustré voire même humoristique (Cf. Figures 1 et 2),
- la proposition aux enseignants de participer réellement à la recherche, en réalisant eux-mêmes des expérimentations qui seront prises en compte dans le travail de l'équipe de chercheurs.

Avec le fascicule de 1985, les auteurs déclarent vouloir présenter une forme « *plus agréable qu'un simple texte* » et décident de mettre en image leurs propositions. Ce texte illustré[5] qui ressemble plus à une bande dessinée qu'à un texte pédagogique a pour objectif d'interpeller les enseignants sur les problèmes ouverts® et de les convaincre de les utiliser en classe (tout en leur conseillant tout de même de consulter la brochure de 1984 afin d'obtenir, s'ils le souhaitent, des renseignements complémentaires et notamment des énoncés de problèmes ouverts®).

Arsac, Germain, Mante et Pichod (1983) appellent également les enseignants à participer à leur recherche, en leur demandant de leur faire partager des expérimentations éventuelles. A la fin de l'article de 1983 et de la brochure de 1984, un document (Cf. Figure 3) est prévu à cet effet. Il est présenté comme une « *grille de rapport d'expérimentation de problèmes ouverts* » que l'enseignant peut compléter et envoyer à l'IREM de Lyon afin de montrer ce qu'il a fait en classe.

Cette proposition de l'équipe de l'IREM de Lyon nous interroge. Les auteurs souhaitent vraisemblablement recueillir des éléments d'expériences vécues dans des classes ordinaires afin de faire avancer leur travail. Mais cette demande n'est-elle pas également une façon de motiver un enseignant, isolé dans sa classe, dans son établissement, à s'essayer plus facilement à la pratique du problème ouvert® tout en sachant qu'il pourra ensuite confier à

[5] Illustrations réalisées par Claude Tisseron.

l'équipe ses réussites ainsi que ses difficultés et les questions qu'il se pose après la séance. Combien d'enseignants ont-ils effectivement envoyé un rapport d'expérimentation à l'IREM de Lyon ? Nous ne pouvons pas répondre à cette question. Peu d'enseignants lisent les brochures pédagogiques, dans les années quatre-vingts comme de nos jours (Artigue, 1990, Bolon, 1996, Roditi, 2011). De ce fait, nous pourrions penser que les réponses n'ont pas été nombreuses. Cependant, la nouveauté du procédé a pu mobiliser des enseignants intéressés par le fait de partager leur propre expérience.

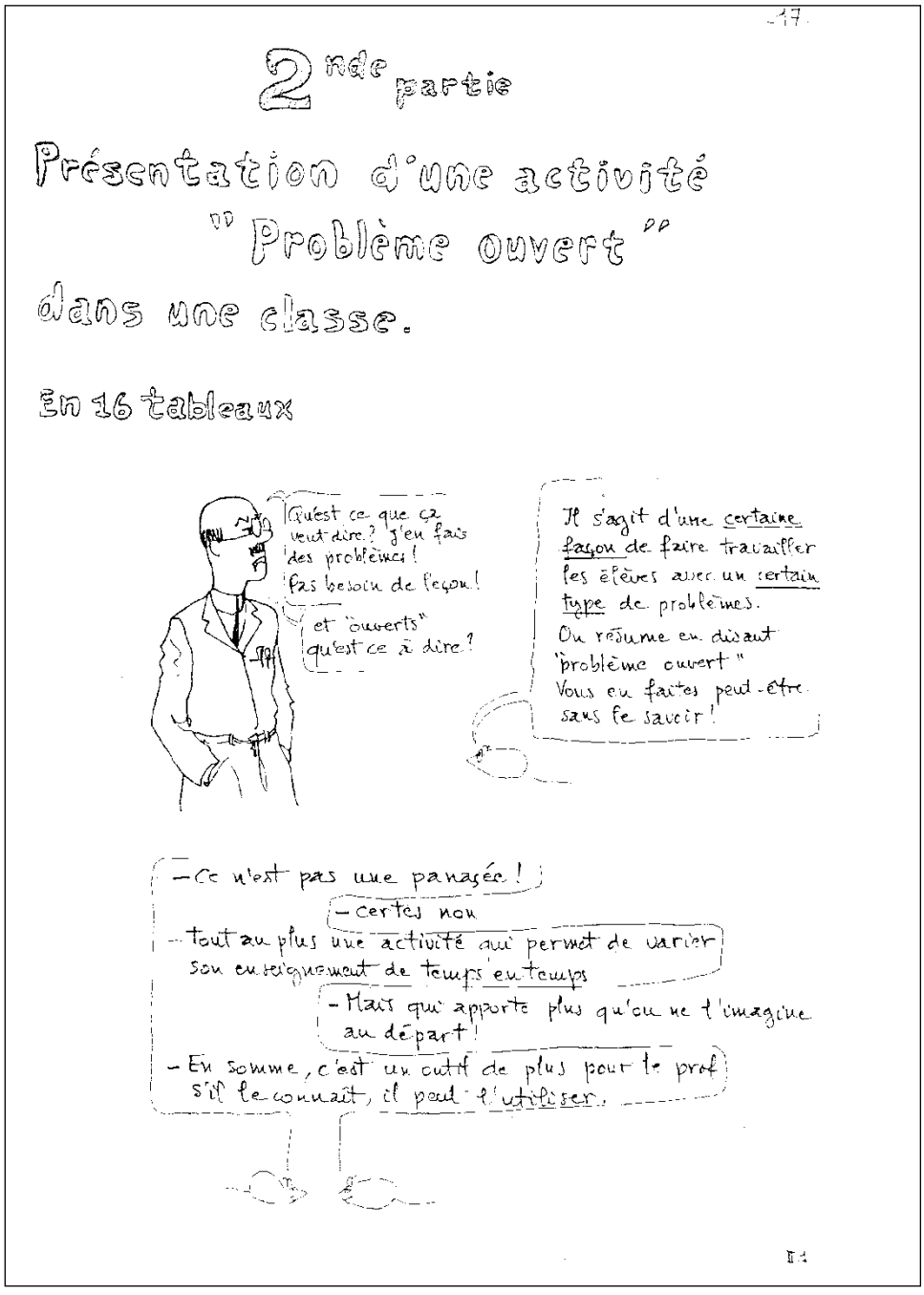


Figure 1 ***Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts*****, 1985, p. 17**

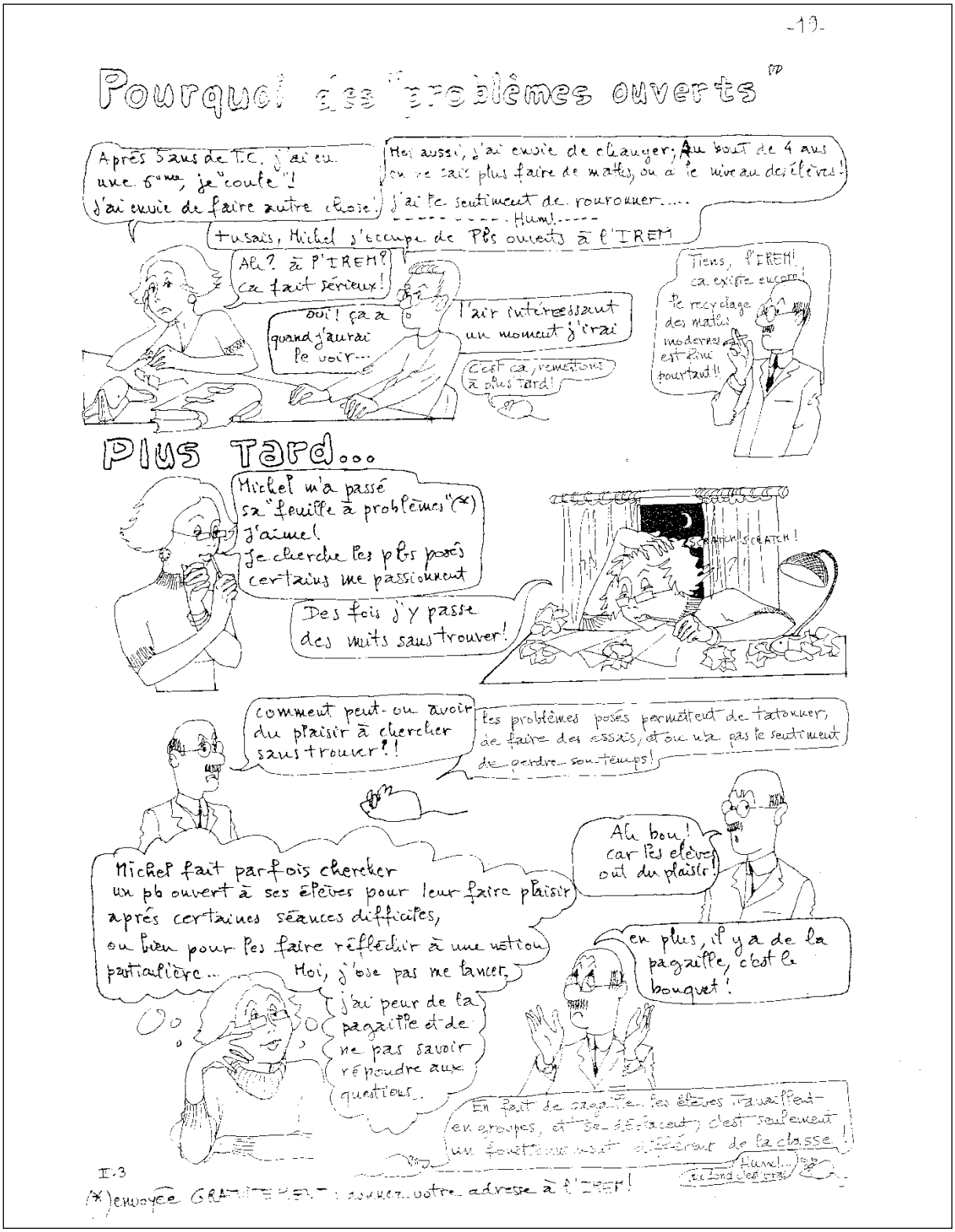
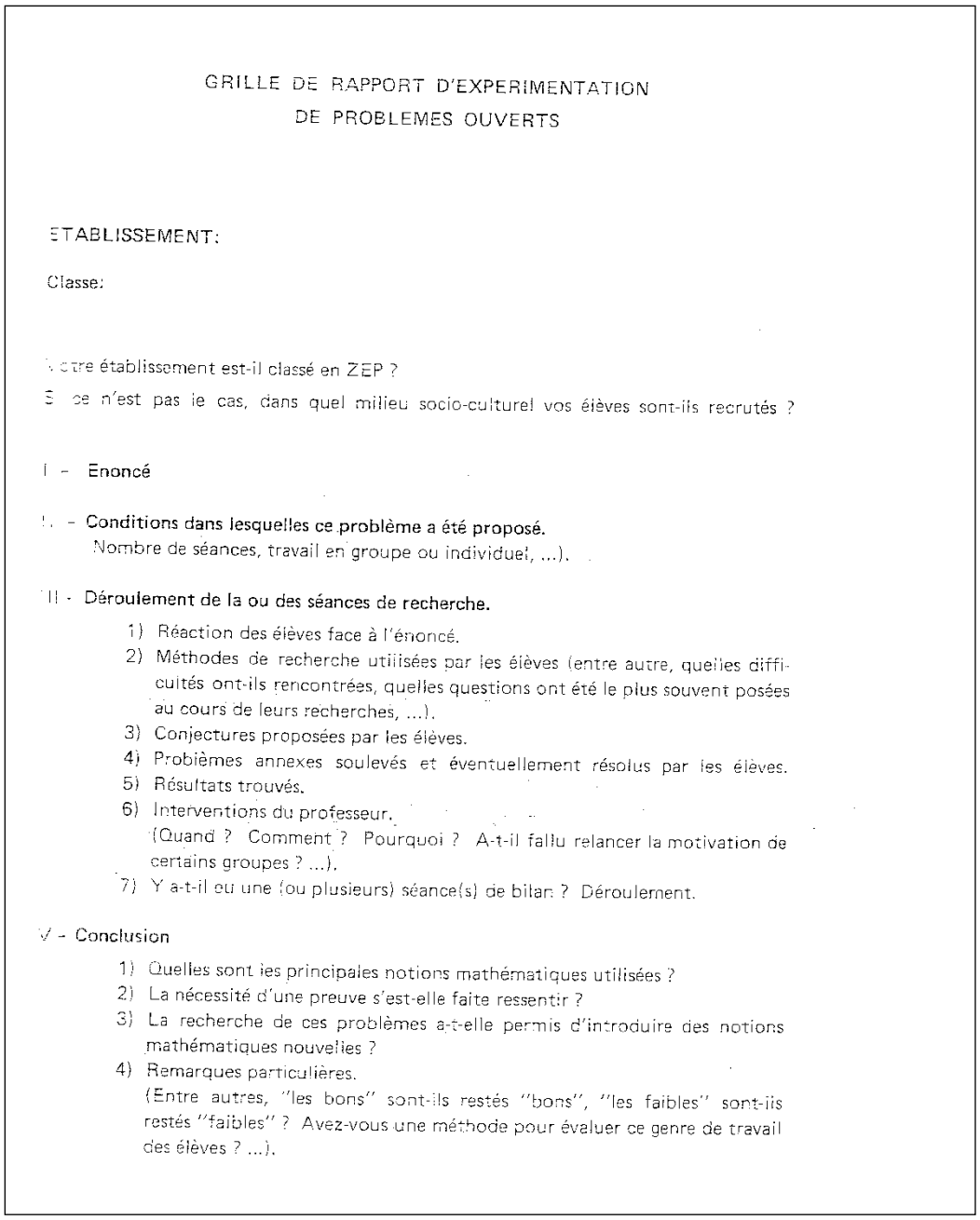


Figure 2 ***Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts*****, 1985, p. 19**



GRILLE DE RAPPORT D'EXPERIMENTATION
DE PROBLEMES OUVERTS

ETABLISSEMENT:

Classe:

Votre établissement est-il classé en ZEP ?

Si ce n'est pas le cas, dans quel milieu socio-culturel vos élèves sont-ils recrutés ?

I - Enoncé

II - Conditions dans lesquelles ce problème a été proposé.
Nombre de séances, travail en groupe ou individuel, ...).

III - Déroulement de la ou des séances de recherche.

1) Réaction des élèves face à l'énoncé.
2) Méthodes de recherche utilisées par les élèves (entre autre, quelles difficultés ont-ils rencontrées, quelles questions ont été le plus souvent posées au cours de leurs recherches, ...).
3) Conjectures proposées par les élèves.
4) Problèmes annexes soulevés et éventuellement résolus par les élèves.
5) Résultats trouvés.
6) Interventions du professeur.
(Quand ? Comment ? Pourquoi ? A-t-il fallu relancer la motivation de certains groupes ? ...).
7) Y a-t-il eu une (ou plusieurs) séance(s) de bilan ? Déroulement.

V - Conclusion

1) Quelles sont les principales notions mathématiques utilisées ?
2) La nécessité d'une preuve s'est-elle faite ressentir ?
3) La recherche de ces problèmes a-t-elle permis d'introduire des notions mathématiques nouvelles ?
4) Remarques particulières.
(Entre autres, "les bons" sont-ils restés "bons", "les faibles" sont-ils restés "faibles" ? Avez-vous une méthode pour évaluer ce genre de travail des élèves ? ...).

Figure 3 ***La pratique du problème ouvert*****, 1984, p. 67**

I-2.2 La définition en 1988

L'ouvrage « *problème ouvert et situation-problème* » est présenté par les auteurs (Arsac, Germain et Mante) comme un approfondissement du travail commencé plusieurs années avant, ils précisent que « *[…] même la partie problème ouvert de la présente brochure a fait l'objet d'une rédaction entièrement nouvelle […]*» (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 2).

Le « *problème ouvert* » et la « *situation-problème* » y sont présentés et définis comme « *deux techniques d'enseignement* ». Une grande partie de l'ouvrage est en fait ensuite consacrée à la

mise en œuvre dans la classe, de ces deux techniques. Nous nous intéressons dans cette partie au chapitre concernant les problèmes ouverts®.

Le problème ouvert® est caractérisé par trois critères (*Ibid.*, p. 7) :

- *L'énoncé est court.*
- *L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.*
- *Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution,* ***des contre-exemples.*** » (C'est nous qui surlignons).

Nous notons D_3 cette définition. Les auteurs annoncent qu'ils ont retravaillé la rédaction de la partie problème ouvert® de leur brochure cependant nous constatons que la caractérisation proposée en 1983 et 1984 afin d'identifier ces problèmes reste globalement la même en 1988.

Dans la caractérisation de 1988, les auteurs ajoutent dans le troisième critère définissant un problème ouvert®, la notion de *contre-exemples*. Les élèves pourront « *s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution,* ***des contre-exemples*** » (*Ibid.*, p.7). Cet ajout de la notion de contre-exemples peut provenir de l'importance en mathématiques de ce moyen de validation pour des élèves de 11-12 ans comme tend à le montrer le travail d'Arsac et Mante (1997) sur l'initiation au raisonnement déductif au début du collège. Il est également à mettre en relation avec le travail de Balacheff de cette époque sur les difficultés liées à l'apprentissage de la notion de preuve par les élèves. Il apparaît notamment que la notion de contre-exemples constitue un obstacle pour beaucoup d'élèves, que cette notion doit être étudiée en classe puisque « *la gamme des réactions possibles des élèves face à un contre-exemple est effectivement très étendue* » (Balacheff, 1987). La pratique du problème ouvert® proposée par l'équipe de L'IREM de Lyon peut constituer un élément de réponses aux questions posées par Balacheff (1987) ainsi que par Arsac (1987) sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation : « *comment éviter que le débat porte finalement sur la légitimité du contre-exemple […], comment éviter que face à un contre-exemple que lui produit l'enseignant, l'élève ne déclare qu'il s'agit là d'un cas particulier ? […] Ce problème garde toute son importance à des niveaux plus avancés de la scolarité où*

l'étudiant discutera la légitimité d'un contre-exemple alors que, pour nous, ce qui est en question est la conception qu'il a de la connaissance en jeu » (Balacheff, 1987, p. 167).

I-2.3 La définition en 2007

L'ouvrage de 1988 étant épuisé, celui de 2007 vient répondre à « *une demande constante du public des enseignants de mathématiques* ». Les auteurs -Gilbert Arsac et Michel Mante- constatent, dans les propos liminaires, l'intérêt que suscite leur travail alors que généralement « *la littérature pédagogique est vouée à un oubli rapide* ». Les auteurs précisent que, vingt ans après la première brochure, les réflexions sur la manière d'enseigner les mathématiques sont encore à l'ordre du jour, que, finalement, penser cet enseignement par la résolution de problèmes est toujours d'actualité : « *[…] jamais, nous semble-t-il, l'enseignement des mathématiques n'a eu autant besoin […] d'échapper à la réduction de la discipline à un ensemble de formules et d'automatismes* » (Arsac et Mante, 2007, p. 9). La caractérisation des problèmes ouverts® reste identique et la pratique du problème ouvert® semble toujours intéresser, séduire, vingt ans après, bon nombre d'enseignants. En premier lieu, Arsac et Mante expliquent cette réussite par la proximité de leur travail avec la classe ordinaire, de tous les jours. Le fait de proposer au lecteur avant tout des rapports d'expérimentation de situations vécues dans des classes ordinaires au lieu de présenter leur recherche sous forme d'une théorie donnant l'impression d'être coupée de la réalité semble donc intéresser les enseignants qui sont dans leurs classes chaque jour. Des récits concrets d'expérience, issus directement du « terrain » seraient plus abordables par les lecteurs que l'explicitation dans un texte d'un concept, considéré comme trop abstrait. « *La pratique du problème ouvert s'est toujours présentée comme une technique pédagogique à la disposition des enseignants, non comme une pédagogie fondée sur un corps de doctrine, un choix global, comme pourrait l'être en mathématiques un 'enseignement par les problèmes'* » (*Ibid*., p. 9).

Ensuite, les auteurs signalent que ce succès peut être dû également à l'objectif prioritaire annoncé qui est de « *faire entrer l'élève dans une démarche scientifique* ». (Les auteurs, dès 1983, définissent en quatre verbes ce qu'ils entendent par *démarche scientifique* : « *essayer – conjecturer – tester – prouver* », nous y reviendrons plus loin). En cherchant à résoudre un problème ouvert®, l'élève va accéder à ce qu'est la recherche en mathématiques, va avoir ainsi une idée de ce que sont réellement les mathématiques en opposition avec une pratique habituelle qui serait plus basée sur la mémorisation puis l'application de notions et de

méthodes. Les enseignants trouveraient donc dans la pratique ainsi proposée, une façon de faire faire réellement des mathématiques dans leur classe.

I-2.4 Conclusion sur la pérennité de la définition

La définition du problème ouvert® établie par Arsac, Germain et Mante a peu changé depuis les années quatre-vingts. Il apparaît, de notre analyse des différentes publications des auteurs sur le sujet, que chacun des critères liés à la caractérisation de ces problèmes est indispensable pour bien les définir et les différencier des autres problèmes utilisés dans la classe de mathématiques. C'est pourquoi nous nous attardons dans la suite du chapitre sur chacun d'eux.

Cette pérennité vient aussi en appui pour interroger ce que les enseignants, aujourd'hui, considèrent comme étant des problèmes ouverts. En effet, la pérennité de la caractérisation montre que les différentes acceptions que nous évoquons au début de ce chapitre ne sont pas liées à une évolution de la forme du problème ouvert®. Nous pouvons supposer qu'elles concernent plus particulièrement différents objectifs visés par les auteurs à travers ces problèmes, objectifs d'apprentissage pour les élèves et objectifs en termes d'évolution des pratiques enseignantes.

I-3 Etude des objectifs visés par cette caractérisation

L'analyse plus fine des caractéristiques des problèmes ouverts®, que nous proposons dans cette partie, permet de préciser les objectifs visés par les auteurs en proposant ces problèmes. En effet, la définition proposée concerne la formulation des énoncés, la forme qu'ils peuvent prendre, elle précise également des objectifs en termes d'apprentissages pour les élèves (apprentissage d'une démarche scientifique). L'équipe de l'IREM de Lyon (1983, 1988, 2007) propose dès les premières pages de leurs différentes brochures, des exemples de problèmes ouverts® (Cf. Figure 4). Ils sont régulièrement repris afin d'aider le lecteur à mieux comprendre la définition. L'idée est d'illustrer, par des énoncés « *prêts à l'emploi* », une caractérisation nouvelle qui peut sembler, au premier abord, difficile à appréhender.

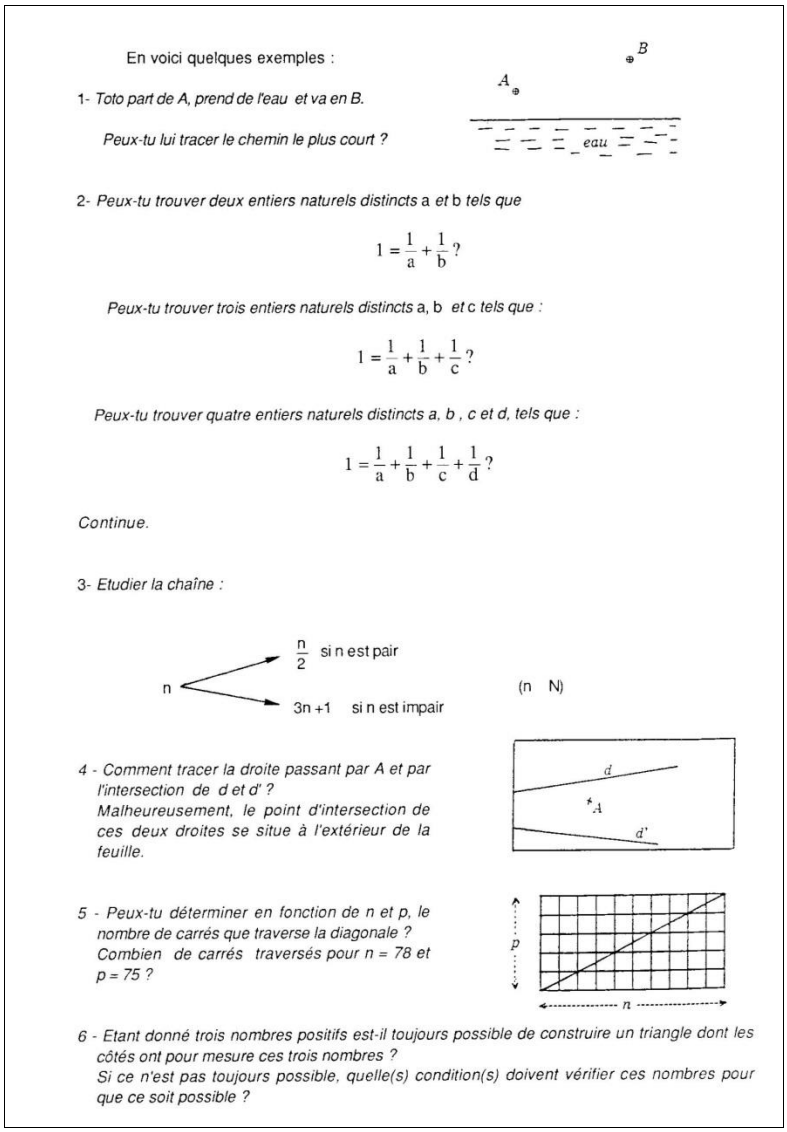


Figure 4 ***Problème ouvert et situation-problème*****, 1988, p. 8**

I-3.1 Ce qu'est un problème ouvert®

a) L'énoncé est court

Arsac, Germain, Mante et Pichod (1983) rédigent quelques commentaires afin d'expliciter les termes utilisés dans leur définition. Les auteurs insistent sur le choix d'un énoncé qui doit être court cependant ils n'explicitent pas plus cette contrainte, ils notent seulement que « *certaines des contraintes imposées dans la définition sont visiblement liées à la situation d'enseignement : il en est ainsi de la brièveté de l'énoncé et du choix du domaine conceptuel* » (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 9).

Ils soulignent que « *l'énoncé court permet à l'élève d'avoir une première compréhension « instantanée » et lui donne souvent l'impression que c'est facile, que la solution est à sa*

portée. Cela lui donne donc l'envie de chercher. » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 9). La brièveté de l'énoncé doit aider l'élève à comprendre rapidement le but du problème et ainsi l'inciter tout de suite à faire quelques essais, à commencer à réfléchir à une stratégie de recherche. Un énoncé court répond donc à une contrainte de motivation des élèves.

Que doit-on comprendre par énoncé court ? Comment cette longueur est-elle déterminée ? Est-ce un nombre de mots, un nombre de phrases à ne pas dépasser ? L'énoncé doit-il comporter une question ou peut-il être proposé sous la forme d'un schéma ?

En étudiant les six premiers exemples (Cf. Figure 4) proposés par Arsac, Germain et Mante nous constatons que les énoncés sont constitués d'une ou deux phrases.

Dans l'énoncé 1, la phrase est affirmative. Pour tous les autres énoncés, la phrase ou les deux phrases sont interrogatives. Le problème est donc à poser aux élèves, d'après les auteurs, sous forme d'une ou de deux questions. En lisant les exemples donnés, nous constatons que la phrase ou les deux phrases interrogatives contiennent toutes les données nécessaires pour comprendre le problème mais de façon brève : l'énoncé 2 possède la question la plus longue avec 21 mots. Le problème doit donc être énoncé, selon les auteurs, avec une vingtaine de mots maximum qui doivent être suffisants pour le comprendre.

Certains énoncés proposés sont accompagnés d'un schéma qui permet d'alléger le texte et de présenter plus facilement certaines données. C'est le cas des énoncés 3, 4 et 6 où le schéma permet rapidement de comprendre de quoi il s'agit, l'explication du problème posé par une phrase aurait été très complexe et sans doute impossible à comprendre pour certains élèves. L'énoncé d'un problème ouvert peut donc être illustré d'un schéma lorsque celui-ci facilite sa compréhension.

b) Le problème se trouve dans un domaine conceptuel assez familier de l'élève

En 1983, aucune justification n'est donnée concernant le domaine conceptuel dans lequel le problème est choisi. Il faut attendre la brochure de 1988 pour que cette idée soit explicitée : l'enseignant choisit un problème se trouvant dans un champ de connaissances proche de celui des élèves. *« La troisième caractéristique de l'énoncé permet à tout élève qui s'engage dans la recherche de produire des résultats partiels dans un temps raisonnable »* (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 9).

Le domaine concerné par le problème doit être « *familier* » autrement dit rapidement reconnu des élèves afin que les essais qu'ils font, aboutissent rapidement à quelques résultats ou des

idées de résultats, pour qu'ils énoncent rapidement des conjectures cohérentes avec le sujet traité par le problème. *« Le temps pour réaliser un essai est assez bref, compte tenu des connaissances et du matériel à utiliser pour le faire […] »* (*Ibid.*, p. 9).

L'idée est bien de permettre à tous les élèves de faire rapidement quelques essais et d'émettre une conjecture dans un temps assez court. Pourquoi cela ? Essentiellement parce que les auteurs prévoient de faire faire l'intégralité de la recherche pendant la séance de mathématiques et non sur le temps de travail personnel de l'élève. *« […] le temps supposé de l'apparition d'une première conjecture est compatible avec la durée d'une séance de classe ordinaire. En effet, si le problème est ouvert de par son énoncé, le temps de recherche, lui, reste fermé. Cette restriction à l'ouverture du problème est liée à notre choix de faire faire la recherche en classe. »* (*Ibid.*, p. 9). Les élèves doivent tous être capables, pendant la séance dédiée à la résolution du problème, de résoudre au moins partiellement le problème, et ceci même si cette résolution est difficile pour certains d'entre eux.

I-3.2 Ce que n'est pas un problème ouvert®

Les auteurs annoncent pour décrire la *forme* de l'énoncé qu'il « *n'induit ni la méthode, ni la solution* […] ». Et à partir d'un exemple que nous reprenons ici, ils précisent que cette *forme* de l'énoncé joue un rôle important dans la réussite de la pratique du problème ouvert®. « *Un même problème peut, suivant son énoncé, et suivant le moment où on le pose, conduire à un problème « ouvert » ou « fermé » ou donner lieu à un problème de modélisation préalable* » (Arsac et Mante, 1984, p. 8). En fonction du moment dans l'année où un énoncé est proposé, le problème peut être ouvert® pour une classe et ne plus l'être pour une autre parce qu'un travail aura été fait dessus auparavant. Les auteurs précisent qu'à partir d'un même problème, il semble donc possible, en réécrivant l'énoncé ou en modifiant le moment où on le pose, de construire un problème ouvert®, un problème *« de découverte »*, un problème lié à la modélisation et un problème « *fermé* ». L'exemple présenté ci-dessous (Cf. Figure 5) nous permet de préciser ce que les auteurs entendent par les expressions « *problème fermé* » et « *problème de découverte* » et de préciser ce que peut être une réécriture de l'énoncé. Le problème formulé comme ci-après (Fig. 5) est, d'après les auteurs, *ouvert*® pour des élèves français en classes de quatrième ou troisième du collège :

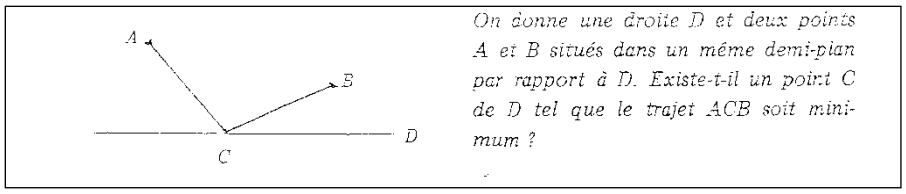


Figure 5 ***La pratique du problème ouvert,*** **1984, p. 8**

a) Le problème ouvert® n'est pas un problème fermé

Si l'enseignant précise dans l'énoncé « *penser à la symétrie* », ce problème devient fermé : il s'apparente alors à un problème d'application de la leçon sur la symétrie étudiée précédemment. Les élèves doivent répondre à une question pour laquelle la méthode de résolution du problème est annoncée, ils n'ont pas à faire preuve d'initiative au niveau du choix de la démarche. De la même façon si l'enseignant, au lieu de questionner les élèves sur l'existence du point C, précise où ce point C se trouve et demande aux élèves de le prouver, en écrivant par exemple : « *montrer que le trajet ACB est minimum quand C est à l'intersection de (D) avec la droite joignant B au symétrique de A par rapport à D* », le problème est également fermé, il devient un problème d'entraînement à la démonstration. En effet, la solution étant donnée dans l'énoncé, la représentation et la modélisation du problème ne sont plus du ressort des élèves mais sont déjà traitées et explicitées par l'énoncé. Le problème est fermé du fait du non-respect du troisième critère de la caractérisation d'Arsac, Germain et Mante (1988) : une seule position pour le point C est à envisager, elle est imposée comme donnée dans le texte du problème. Les élèves n'ont donc aucune conjecture à énoncer, n'ont aucune question à se poser sur d'autres positions possibles pour ce point C et aucun essai à faire. Tous les élèves étudient le même cas, l'énoncé n'ouvre pas sur des solutions éventuellement différentes, il n'incite pas à considérer et à étudier d'autres possibilités.

b) Le problème ouvert® n'est pas un problème de découverte

Par ailleurs, les auteurs précisent que si l'énoncé est proposé de cette façon : « *étant donné trois nombres positifs, existe-t-il un triangle dont les côtés aient pour mesure ces trois nombres ?* », il devient un problème de découverte. Il ne s'agit plus pour les élèves d'appliquer une méthode déjà étudiée en classe ou de réfléchir à une démarche de résolution, il s'agit pour eux de découvrir, d'apprendre une nouvelle notion, ils sont alors face à une situation-problème traitant de l'inégalité triangulaire.

Le problème ouvert® est ici défini par Arsac et Mante en opposition à d'autres formes de problèmes et notamment en opposition à la notion de situation-problème. De la même façon Fabre en 1999 précise que « *le problème ouvert se situe entre le problème d'application et le problème de découverte. […] Entre application et découverte, le problème ouvert ne vise donc pas de nouvelles acquisitions conceptuelles, mais plutôt l'appréhension d'une démarche dans un domaine connu* » (Fabre, 1999, p. 87). Cette opposition, abordée par Arsac, Germain et Mante dans l'ouvrage de 1988, permet de préciser encore mieux ce qu'est un problème ouvert® dans une classe. Elle permet de montrer qu'un même problème à certains moments de la scolarité des élèves peut être un problème ouvert® alors qu'à d'autres moments de sa scolarité, ce même problème est une situation problème ou un problème d'application.

c) Le problème ouvert® n'est pas trop difficile à résoudre pour les élèves

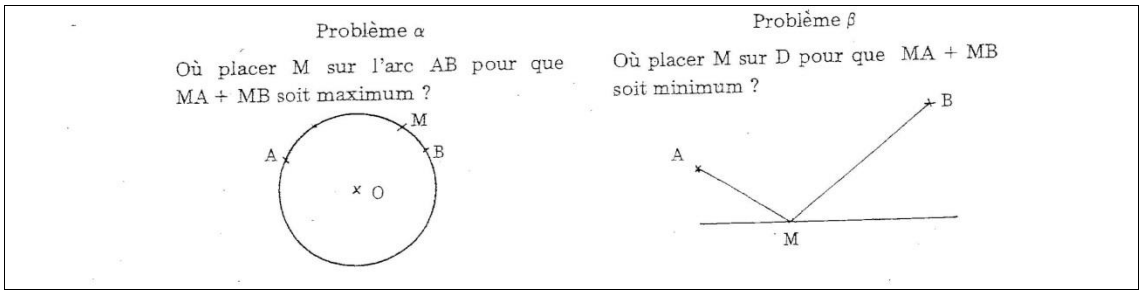
Les auteurs soulignent que les élèves doivent disposer des connaissances nécessaires pour résoudre le problème proposé : « *le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 7). Certains problèmes même s'ils sont ouverts® ne doivent pas être proposés aux élèves. En effet, les auteurs précisent qu' « *il semble qu'**IL NE FAUT PAS POSER N'IMPORTE QUEL PROBLEME** aux élèves* […] » (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 18) (en gras et majuscules dans le texte). Il y aurait donc des « *dangers à éviter* ». Dès 1983, deux de ces dangers sont présentés. Les auteurs proposent d'éviter (p. 19) :

- « *de proposer des problèmes dont les solutions sont trop élaborées*. », un élève doit pouvoir résoudre seul, au moins en partie le problème, la résolution doit rester à sa portée.
- « *de proposer des problèmes dont les essais nécessitent un important travail* », les élèves sont amenés à faire des essais mais ces essais ne doivent pas être trop longs à traiter et pouvoir les mener à une conjecture dans un temps raisonnable c'est à dire compatible avec le temps réservé à une séance de mathématiques.

d) Le problème ouvert® n'est pas un problème dont la solution apparaît facilement aux élèves

Les auteurs précisent que la solution ne doit pas paraître trop « *évidente aux élèves* », elle doit mener à un débat et à la nécessité d'une preuve. Il s'agit de faire attention à ne pas « *proposer*

un problème pour lequel les conjectures immédiates émises par les élèves correspondent à la solution » (Arsac et Mante, 1984, p. 19). Afin d'illustrer ce dernier point, Arsac, Germain et Mante (1988) s'appuient sur un exemple d'expérimentation (Cf. Figure 6). La solution du premier problème (Problème α) semble évidente pour tous les élèves ou presque, l'enseignant aura de ce fait du mal à mobiliser ses élèves autour de la recherche d'une preuve. Dans le deuxième cas (Problème β), la question peut aiguiser la curiosité de certains élèves et rendre la démonstration nécessaire afin de convaincre des résultats envisagés.



La réponse au problème α est: placer M au milieu de AB. La réponse au problème β est: placer M au point d'intersection de D avec la droite joignant B au symétrique A' de A par rapport à D.

Le problème α risque d'être très peu fructueux car les enfants conjecturent tout de suite que le milieu est solution et n'ont nullement besoin de preuve pour être convaincus de l'exactitude de cette conjecture. Dans le problème β, au contraire, la conjecture du milieu (des projections de A et B sur D) apparaît et est réfutable. Ceci pique la curiosité, et rend méfiant même vis-à-vis de la conjecture exacte. La nécessité d'une démonstration peut alors se faire sentir (cf. page 45, sixième partie, rapport d'expérimentation numéro 2).

Figure 6 ***Problème ouvert et situation-problème*****, 1988, p. 22-23**

Cet exemple renvoie aux travaux de Balacheff (1987) qui montre que l'*incertitude* des élèves est un *moteur de la preuve*. Les résultats de son étude insistent sur la nécessité pour l'enseignant de mettre les élèves dans une situation de doute face à une solution exposée, de les confronter à des questionnements sur la validité des solutions proposées afin de les contraindre à chercher à prouver leur résultat.

Les auteurs souhaitent alerter les enseignants sur l'idée que lorsqu'un élève lit l'énoncé d'un problème ouvert®, il ne doit pas immédiatement reconnaître une notion ou utiliser une méthode vue en classe lors des séances précédentes. En cela, le problème ouvert® n'est pas un problème d'application. L'énoncé doit le conduire à réfléchir et l'inciter à chercher, la solution ne doit pas lui apparaître de manière évidente dès la première lecture. *« L'élève a à choisir lui-même un cheminement, à y renoncer éventuellement pour en prendre un autre, à produire une proposition de solution (conjecture). En somme, dans un premier temps, il doit faire preuve d'imagination et de créativité »*. Ils précisent que *« la recherche d'un problème*

se résume trop souvent à deviner les intentions du professeur » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 3). Cette précision apportée par les auteurs concerne la pratique des enseignants. L'enseignant doit donc faire attention au moment de l'année où il propose tel ou tel problème qu'il pense ouvert. Si le problème porte sur un sujet abordé précédemment en classe et dans un temps trop proche de la leçon étudiée, l'élève va assez vite reconnaître la notion en jeu et appliquer la méthode dont il est question. Les auteurs visent qu'une connaissance soit mobilisée pour résoudre un problème parce qu'elle semble pertinente et non en réponse à une habitude d'appliquer systématiquement la dernière notion étudiée en classe.

e) Le problème ouvert® ne conduit pas à une évaluation sommative

Dans leurs ouvrages, les auteurs interrogent le bien-fondé d'une évaluation sommative d'un travail de recherche et résolution d'un problème ouvert®. Deux manières de noter seraient envisageables : noter l'obtention ou non du bon résultat et/ou noter la méthode utilisée pour résoudre le problème. Cependant comment répartir les points ? A qui attribuer une note correcte, à « *[…] celui qui résout le problème au bout de 30 minutes ou celui qui, au bout de deux heures de recherche n'a pas trouvé la solution mais a résolu un certain nombre de problèmes annexes* » ? (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 19). Les auteurs veulent convaincre du fait que noter un tel travail de recherche n'a pas réellement de sens. L'étude de problèmes ouverts® en classe peut tout au plus permettre à l'enseignement de savoir où en sont ses élèves en termes de connaissances curriculaires ainsi qu'en termes de capacités à chercher et à résoudre des problèmes. Le problème ouvert® ne peut pas être un outil d'évaluation sommative.

f) Le problème ouvert® n'est ni une compétition mathématique, ni une récréation mathématique

De nombreux enseignants inscrivent leurs classes à des rallyes mathématiques (Arsac et Mante, 2007). Les problèmes proposés lors de ces rallyes peuvent être assimilés, d'après les auteurs, à des problèmes ouverts® puisqu'ils sont destinés à favoriser la recherche des élèves. Ils font référence par exemple aux objectifs des organisateurs du rallye mathématique Math-Essonne : « *confronter les élèves à des problèmes de recherche pour lesquels différents types de démarches sont possibles, qui favorisent l'initiative, l'imagination et l'autonomie* » (Arsac et Mante, 2007, p. 15).

Cependant, même si des problèmes ouverts® sont proposés aux élèves, les auteurs tiennent à montrer que la pratique du problème ouvert® n'est pas celle mobilisée lors des rallyes mathématiques. Ils se distinguent de ces dispositifs en invoquant quatre raisons : tout d'abord parce que les épreuves de rallye ont lieu seulement deux ou trois fois par an alors que la pratique du problème ouvert® implique une habitude de travail plus régulière sur l'année. Ensuite parce que les épreuves impliquent un esprit de compétition, le but étant de gagner un concours et non, comme dans la pratique du problème ouvert® en classe, de chercher à développer progressivement des capacités de recherche. De plus, lors d'un rallye mathématique, les élèves sont pendant une même séance face à une liste de problèmes (six à dix énoncés) alors que dans la pratique du problème ouvert®, un seul énoncé est proposé afin d'éviter de papillonner de l'un à l'autre pour finalement ne pas s'investir réellement dans un problème particulier. Enfin, lorsque les élèves participent à un rallye, l'enseignant est observateur de la recherche des élèves et n'organise pas après les recherches des élèves, de mise en commun des résultats ni de débat sur leur validation alors que c'est un des aspects essentiels de la pratique du problème ouvert®.

I-3.3 Conclusion

L'ensemble des contraintes pesant sur la caractérisation d'un problème ouvert® permet de préciser quels énoncés peuvent être des problèmes ouverts® : des énoncés courts, dans un domaine conceptuel familier des élèves. Pour définir ce que ne sont pas des problèmes ouverts®, les auteurs renvoient à des contraintes liées à la pratique des enseignants. Ils attirent l'attention sur le fait qu'un énoncé peut, à certains moments de l'année dans une même classe ou à certains moments de la scolarité d'un même élève, être ou non un problème ouvert® en précisant que « *la frontière entre problème ouvert et problème de découverte n'est pas toujours nette* » (Arsac et Mante, 1984, p. 8). Puis les contraintes renvoient à l'utilisation qu'en font les enseignants en classe : un énoncé par séance et le problème ouvert® pouvant être partiellement résolu lors d'une séance de mathématiques. A travers cette définition, une façon différente de faire des mathématiques est, en fait, mise en avant, ce que les auteurs exposent à travers ce qu'ils nomment la pratique du problème ouvert® et que nous présentons dans le paragraphe suivant.

I-4 Les pratiques du problème ouvert®

Au début des années quatre-vingts, dix professeurs de mathématiques du second degré, volontaires, testent les six problèmes (Cf. Figure 4) proposés par les auteurs et font part de questions posées par cette activité. Les différents comptes rendus de séances rédigés par ces enseignants sont étudiés par l'équipe de l'IREM de Lyon. Ils permettent de faire des constats sur une grande variété dans la manière de proposer ces problèmes en classe et sur les difficultés rencontrées par les enseignants. Cette lecture des comptes rendus permet à l'équipe de l'IREM de Lyon d'envisager une mise en œuvre efficace (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983) et de proposer *la pratique du problème ouvert*®. Dans cette partie, nous étudions ce que les auteurs entendent par *pratique du problème ouvert*®. Nous analysons notamment pourquoi ils préconisent de proposer des problèmes ouverts® pendant les cours de mathématiques et non « à la maison ».

I-4.1 Un scénario *a priori* prévu par les auteurs

a) Une première phase de recherche en classe

Les auteurs insistent pour que les recherches individuelles et/ou collectives des élèves se déroulent en classe : « *tous les élèves concernés, même ceux qui se considèrent comme faibles en maths, ou peu intéressés, ne travailleraient peut-être pas chez eux sur un énoncé* » (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 10).

En proposant le problème ouvert® en classe, le professeur peut alors s'assurer que tous les élèves y participent quel que soit leur niveau en mathématiques et leur intérêt pour cette discipline. Le professeur veille à ce que tous les élèves cherchent, fassent quelques essais même si tous ne vont pas résoudre totalement le problème proposé. L'enseignant doit donner « *[…] la possibilité pour chacun de trouver quelque chose […]* » (*Ibid*., 1983, p. 11), la recherche en classe permet, avec le soutien de l'enseignant, de montrer aux élèves qu'ils sont tous capables de chercher et de trouver quelques résultats, même modestes.

Il semble important pour les auteurs de montrer aux enseignants (puis ensuite aux élèves qui vont vivre ces situations de classe) que cette recherche fait partie intégrante du travail de résolution de ce genre de problèmes. Ils souhaitent les convaincre que la recherche est un moment à part entière d'enseignement et donc d'apprentissage pour les élèves. « *[…] Le professeur, s'il sait ne pas être trop directif, peut observer la progression de la recherche,*

depuis la compréhension de l'énoncé jusqu'à la formation des conjectures et la démonstration des résultats. C'est l'occasion pour lui de préciser des notions tellement fondamentales en mathématiques qu'elles sont paradoxalement souvent implicites. » (*Ibid*., 1983, p. 11). Pendant la recherche, les élèves sont face à des difficultés, face à des questionnements. Le fait de faire faire la recherche en classe donne au professeur l'occasion d'y répondre à un moment où les élèves sont prêts à entendre la réponse donnée puis à l'utiliser pour poursuivre leur recherche. Lors de la phase de recherche, les élèves travaillent d'abord individuellement et rédigent leurs conjectures ou tout au moins ce qu'ils pensent avoir trouvé. Cela gêne beaucoup d'élèves habitués le plus souvent à rédiger des réponses seulement lorsqu'elles sont correctes et complètes.

Il ressort également des expérimentations menées dans les classes des professeurs volontaires que les recherches des élèves sont effectuées plus sérieusement et approfondies lorsqu'un seul problème leur est proposé, il est constaté que « *proposer, même en classe, tous les exercices simultanément n'incite pas l'élève à une recherche approfondie (il papillonne d'un problème à l'autre)* » (*Ibid*., 1988, p. 18).

Par ailleurs, pendant que les élèves cherchent en classe, l'enseignant en les observant va pouvoir se rendre réellement compte de ce que ses élèves sont capables de faire seuls face à un problème (c'est à dire sans son aide par un questionnement intermédiaire, par exemple). La situation va en quelque sorte lui permettre d'évaluer l'autonomie qu'ils ont face à un problème nouveau : « *cela permet en premier lieu au professeur de voir comment ses élèves utilisent les concepts mathématiques étudiés antérieurement, de savoir quelles connaissances ils sont capables de mobiliser correctement, quelles erreurs ils commettent. Tout ce qu'il apprend ainsi sur ses élèves l'aidera à concevoir des situations d'apprentissage mieux adaptées. Il apprend tout cela grâce à l'observation de l'activité des élèves pendant la recherche.* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 9).

b) Un travail en petits groupes à privilégier

Afin de s'assurer que tous les élèves cherchent quel que soit leur niveau en mathématiques et quelle que soit leur envie de faire des mathématiques, les auteurs préconisent de les faire travailler en groupes (Arsac, Germain et Mante, 1988). Les rapports d'expérimentation étudiés depuis le début des années quatre-vingts précisent cet intérêt pour le travail en groupes. Il apparaît qu'« *au début de cette expérimentation, les élèves sont désorientés* » par plusieurs éléments (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 19). La forme de l'énoncé

gêne certains élèves qui ne voient pas immédiatement ce qu'ils ont à faire. La méthode n'étant pas indiquée, certains élèves ont du mal à démarrer une recherche et se bloquent face au problème. Dans certains cas, les élèves ne voient pas l'intérêt de persévérer : ils trouvent quelques résultats partiels et ne vont pas plus loin, ils font une conjecture sans chercher à la justifier. D'autres élèves ont un sentiment d'échec du fait de trouver seulement un résultat partiel et de ne pas résoudre complètement le problème, sans aide. Le travail de groupe permet de palier à une grande partie de ces difficultés. Les élèves sont moins seuls face au problème : « *cela évite un découragement éventuel, diminue la peur de ne rien trouver, augmente les chances de production de conjectures dans un délai raisonnable* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 9). Les solutions trouvées dans la classe se trouvent enrichies, elles ont déjà été discutées dans certains groupes et permettent d'approfondir les moments de correction : « *cela favorise les premières formulations et les premiers débats de validation entre les membres de chaque groupe* » (*Ibid*., p. 9).

Les rapports d'expérimentation pointent la difficulté pour un enseignant de suivre les recherches faites par tous les élèves de la classe (de 25 à 30 élèves). Le travail en groupes permet également de simplifier l'observation du travail des élèves par l'enseignant pendant la recherche puisqu'il circule entre les groupes et non d'élève en élève. Surtout il permet de simplifier la mise en commun des résultats qui se réduisent alors à un résultat par groupe donc à six ou sept productions par classe.

c) Une mise en commun des résultats à élaborer

Une mise en commun des résultats et des procédures des élèves est nécessaire après un temps réservé à la recherche. Elle permet, surtout quand tous les élèves n'ont pas réussi à résoudre complètement le problème, de poursuivre la réflexion de manière collective, de continuer à chercher la solution au problème posé. Les auteurs annoncent que « *la séance consacrée au bilan des recherches sur un problème donné joue un rôle fondamental* » (*Ibid*., 1988, p. 23). Lors de ce bilan, face aux demandes d'explication et aux critiques de leurs camarades, les élèves cherchent à valider ou invalider certains résultats annoncés. « *Les élèves comprennent rapidement que ce n'est pas celui qui crie le plus fort qui a raison, mais que si l'on veut contester une conjecture, il faut apporter un contre-exemple et si l'on veut convaincre les autres qu'une conjecture est vraie il faut apporter une preuve* » (*Ibid*., 1988, p. 23). Ils apprennent alors à « *reconnaître qu'un énoncé est vrai ou faux* » et étudient ce qu'est « *un contre-exemple* ». Après la recherche, une phase de mise en commun permet donc de

poursuivre le travail de résolution en demandant aux élèves de défendre leurs résultats, de justifier leur conjecture pour convaincre les autres. En effet, cette mise en commun ne se réduit en aucun cas à une correction de ce que les élèves ont trouvé et à un exposé d'une solution type. Il s'agit réellement d'apprendre à débattre autour de solutions qui feraient controverse et d'apprendre à justifier ses propres résultats. « *Après la séance de recherche suit une séance de mise en commun des résultats et de débats de validation des solutions proposées par chaque groupe. Cette séance a pour objectif de faire sentir aux élèves la nécessité d'une preuve pour convaincre les autres, donc de leur faire prendre conscience des problèmes de vérité d'un énoncé. Au cours de ce débat, la responsabilité du vrai et du faux est laissée à la classe* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 19). La mise en commun des résultats donne l'occasion au professeur de travailler des notions telles que la preuve, la rigueur mathématique. Apprendre à justifier sa démarche et son résultat devient alors naturel pour les élèves de la classe et tend à faire partie intégrante de ce qu'ils doivent être capables de faire en mathématiques s'ils veulent convaincre ou s'ils veulent contredire leurs camarades.

I-4.2 Un rôle inhabituel pour l'enseignant

Les auteurs insistent sur l'attitude que l'enseignant doit adopter et sur le fait que cette attitude est un élément important dans la réussite des séances dédiées à des problèmes ouverts. Ils signalent que « *[…] dans une classe, c'est l'enseignant qui fixe les règles du jeu, son attitude est déterminante. Elle s'exprime par les consignes explicites qu'il donne aux élèves à différents stades de la recherche et du débat sur le problème […]* » (*Ibid*., 1988, p. 12).

a) L'annonce au préalable d'une séance inhabituelle

Les auteurs expliquent que l'enseignant doit présenter, lors d'une séance au préalable, ce que vont être les séances dédiées aux problèmes ouverts® : qu'est-ce qu'un problème ouvert®, quel va être leur travail, quels vont être les objectifs pour eux, en quoi cela peut être différent des séances habituelles. Ils insistent pour que les professeurs explicitent « *[…] antérieurement aux élèves quel va être en gros le déroulement des séances, leurs objectifs* » (*Ibid*., 1988, p.13). Ils demandent que « *le professeur présente aux élèves l'activité, un ou deux jours avant la séance d'expérimentation, en précisant quel type de problème il va leur proposer et pourquoi* » (*Ibid*., 1988, p. 29).

Les auteurs avancent deux raisons pour justifier cette présentation à l'avance. D'une part, elle est utile pour l'enseignant lui-même. Il va présenter en quelques phrases à ses élèves ce qu'il

attend d'eux, cela l'oblige donc à clarifier ses objectifs d'abord pour lui, avant de les exposer aux élèves. Les élèves comprennent ainsi que l'activité problème ouvert® est importante pour l'enseignant, que ce n'est pas une « récréation » et que leur professeur y accorde une place particulière dans l'ensemble des séances de mathématiques sans préciser laquelle. D'autre part, il s'agit également d'aiguiser la curiosité des élèves. En leur promettant un problème différent, une façon différente de travailler, l'enseignant peut lancer un défi à la classe : les élèves auront par exemple, à « *jouer au chercheur en mathématiques* » (*Ibid.*, 1988, p. 29).

b) Des consignes claires

Les auteurs proposent des consignes-types concernant l'organisation de la séance :

« *-pendant 5 à 10 minutes, le travail sera individuel.*

-Puis le travail s'effectuera par groupes de 4. Les groupes devront produire une affiche sur laquelle ils préciseront les résultats trouvés ou les idées qu'ils ont.

-Ensuite, il y aura un débat sur les différentes affiches produites » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 29).

Ils précisent que ces consignes doivent être données à l'oral mais également par écrit, au tableau ou sur une feuille à chaque élève (les auteurs privilégiant le tableau afin d'éviter ensuite le surplus de documents sur les tables des élèves). L'écrit est important car il va rester visible tout au long de la séance. Un élève ne sachant plus trop ce qu'il a à faire pourra y revenir seul ou sur conseil de l'enseignant ; un groupe en désaccord pourra également consulter ces consignes écrites pour avancer. Le but pour l'enseignant est de ne pas revenir sur des questions d'organisation même pour quelques élèves mais de privilégier, pour tous les élèves, le maximum de temps lors de la séance pour la recherche et que chacun consacre son attention sur la résolution du problème. « *En cas d'oubli d'une consigne essentielle par un groupe, il suffira à l'enseignant de renvoyer les élèves à ce qui est marqué au tableau* » (*Ibid.*, 1988, p. 14). Par exemple, lorsque l'enseignant distribue des affiches vierges aux différents groupes, ces consignes écrites évitent de revenir sur l'utilité de la production des affiches. Les consignes de départ doivent permettre d'éviter de perdre du temps dans la recherche de la solution.

c) Un rôle à jouer pendant le temps de recherche

L'équipe de l'IREM de Lyon insiste sur le fait que « *l'attitude et le rôle du professeur pendant la recherche du problème sont essentiels pour que celui-ci reste ouvert du point de*

vue des élèves » sans pour autant définir concrètement quel est ce rôle et quelle doit être cette attitude (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983, p. 9). Seulement quelques informations pratiques sont données, des informations qui s'appuient là encore sur les expérimentations menées par les enseignants ordinaires dans leurs classes de collège. Il est annoncé que, lors de la recherche d'un problème ouvert®, le rôle du professeur ne peut pas être le même que lors d'une séance de mathématiques plus classique. Habituellement, « *le professeur est celui qui sait, celui qui tranche s'il y a débat, celui qui évalue et même celui qui juge* » (*Ibid*., 1983, p.25). Dans le cas de la pratique du problème ouvert®, l'enseignant va se tenir en retrait lors de la recherche, ce n'est pas lui qui va faire avancer cette recherche en questionnant les élèves ou en expliquant différentes méthodes. Cette tâche liée à la recherche incombe seulement aux élèves dans les différents groupes, qui doivent faire appel à leurs propres connaissances. Le professeur va donc, dans un premier temps, laisser les élèves chercher et se contente d'observer leur travail. Cependant les auteurs précisent aussi que cette observation ne doit pas rester passive. « *Il va de groupe en groupe pour s'informer de l'état des recherches […] »* (*Ibid*., 1983, p. 21). Il peut prendre connaissance de l'avancée des groupes en les observant silencieusement, en écoutant les élèves échanger dans les groupes. Il peut également, en demandant aux élèves où ils en sont de leurs recherches, leur permettre de faire le point et également de continuer à avancer sans pour autant donner son avis sur les résultats obtenus. L'enseignant « […] *incite les élèves à faire le bilan de leur recherche* » mais « *plutôt que de juger le travail produit il aide les élèves à évoluer, à se dépasser* » (*Ibid*., 1983, p. 21). Plusieurs pistes sont proposées afin de permettre aux élèves d'avancer dans leur travail de recherche.

D'une part, lorsqu'un groupe est dans une impasse, que les élèves ne voient plus comment avancer, l'enseignant ne peut pas les laisser seuls mais doit leur permettre de continuer. Malgré cela, il ne doit apporter ni la solution ni la méthode qui permettrait d'aboutir, il permet aux élèves de poursuivre dans la voie qu'ils ont choisie même si elle n'est pas correcte, en leur laissant le soin de le découvrir par eux-mêmes. « *Aux groupes bloqués, il propose une piste de recherche en fonction des recherches effectuées par le groupe. Ces pistes proposées ne conduisent pas forcément à la solution, elles peuvent inciter les élèves à aller plus loin dans la voie originale dans laquelle ils se sont engagés même si le professeur pense qu'elle ne conduira pas à la solution* » (*Ibid*., 1983, p. 21). L'enseignant à cette occasion montre aux élèves que le plus important dans la pratique du problème ouvert®, n'est pas forcément de trouver la solution mais d'apprendre à conjecturer, à valider ou invalider ces conjectures même s'ils n'aboutissent pas à la solution du problème.

Des « *astuces* » sont données aux enseignants en ce sens : répondre à une question par une autre question, poser des questions qui vont faire avancer la recherche, ne pas répondre par vrai ou faux et quand c'est faux, leur montrer que cette erreur leur permet d'avancer, les convaincre qu'on ne trouve pas du premier coup, que les tâtonnements ont une valeur.

Lors des différentes expérimentations, l'équipe de l'IREM de Lyon s'est attachée à observer les réactions des élèves dans les groupes après certaines interventions de leur professeur. Ils ont distingué les interventions sollicitées par les élèves de celles non sollicitées et ont analysé dans les deux cas, leurs effets sur les élèves. D'après les auteurs, un groupe demande la présence de l'enseignant pour valider ou non un résultat, pour savoir s'ils ont le droit ou pas de tel ou tel essai et également lorsque dans le groupe, ils ne sont pas d'accord ou encore parce qu'ils sont « bloqués ». Dans les deux premiers cas, il est conseillé à l'enseignant de renvoyer la question aux élèves du groupe, à eux de décider, de vérifier si la solution trouvée est correcte ou pas, à eux de revenir aux consignes et de décider quelle démarche choisir.

Si dans un petit groupe, les élèves ne sont pas d'accord entre eux, ils peuvent solliciter l'intervention du professeur : « *on n'est pas d'accord, on demande au prof !* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 16). Dans ce cas, l'enseignant ne doit pas donner son avis mais les aider à étudier ce désaccord, « *le renvoi au débat du groupe s'impose ici, éventuellement ce peut être l'occasion de suggérer certaines méthodes de débat* » (*Ibid.*, p. 16). L'enseignant ne laisse pas les élèves seuls sous prétexte qu'ils doivent trouver seuls la réponse mais il leur apporte une aide quand c'est nécessaire. La brochure de l'année 1988 apporte d'ailleurs des réponses concrètes concernant les interventions souhaitables et celles qu'il faut éviter : l'enseignant fait le point avec le groupe, valorise les essais déjà faits, qu'ils soient corrects ou pas et montre ainsi aux élèves que les résultats faux comme les résultats partiels permettent d'avancer vers la solution. Il peut aussi suggérer des pistes de recherche lorsque les élèves ont beaucoup cherché et qu'ils sont à court d'idée.

D'autre part, pour les groupes ayant établi assez rapidement une ou plusieurs conjectures, l'enseignant doit les encourager à approfondir leurs recherches : il est là pour leur rappeler qu'ils ne peuvent pas se satisfaire d'un ou deux essais, qu'ils doivent prouver leur résultat ou trouver des contre-exemples pour invalider une conjecture. Il incite les élèves satisfaits de leurs conjectures à les tester par de nouveaux essais ou encore à essayer de produire une preuve, il propose d'essayer des contre-exemples pour les conjectures fausses, surtout il encourage les pistes de recherche originales (auxquelles il n'avait peut-être pas pensé), il valorise les résultats trouvés et les conjectures déjà élaborées.

Il est clair que pendant la recherche des élèves, l'enseignant est loin d'être un simple observateur. C'est une des conditions pour amener les élèves pendant cette phase à un réel travail de recherche. Les laisser chercher seuls n'aboutira pas à un travail assez enrichissant : les groupes ayant trouvé des conjectures ne chercheront pas forcément à les prouver et les groupes ne trouvant pas grand-chose se décourageront et arrêteront de chercher. L'enseignant se doit d'être un « *animateur de la recherche* » ou encore un « *facilitateur* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 12). Il accompagne, suit le travail en cours de chacun des groupes et les aide en *facilitant* l'avancée des recherches. « *L'attitude de l'enseignant est alors commandée par le but à atteindre : mettre les élèves en situation d'« essayer, conjecturer, tester, prouver »* (*Ibid*., p. 12). L'objectif de la pratique du problème ouvert® justifie les conseils donnés à l'enseignant et définit un « *état d'esprit* » que l'enseignant doit avoir pour mener à bien les séances dédiées aux problèmes ouverts®. « *Il est tout d'abord essentiel de se retirer de l'esprit (ce n'est pas facile) l'idée que le but de la séance est qu'ils trouvent la bonne solution. Bien sûr, il est normal de souhaiter en arriver là, mais ce n'est qu'un but second, le but premier est bien de susciter chez tous les élèves le type d'activité résumé par la phrase citée plus haut* » (*Ibid*., 1988, p. 12) à savoir « *essayer, conjecturer, tester, prouver* ». Les auteurs s'adressant à des professeurs de mathématiques prennent le risque, avec cette phrase, de les déstabiliser. En effet, habituellement, en cours de mathématiques, le professeur propose des exercices, des problèmes et attend des élèves le bon résultat, la bonne méthode. Il est donc nécessaire pour les auteurs de bien se faire comprendre des enseignants : ils rappellent que dans le cas de la pratique du problème ouvert®, l'objectif est réellement différent. La solution correcte n'est pas forcément attendue, ce qui contredit les attentes du cours de mathématiques quotidien, attentes de l'enseignant mais également des élèves. Le rôle à tenir par l'enseignant est présenté comme « *délicat* » puisque la pratique du problème ouvert® « *rompt par certains côtés avec la pratique habituelle, ce qui surprend les élèves et, surtout, peut troubler l'enseignant* » (Arsac et Mante, 2007, p. 25).

L'équipe de l'IREM de Lyon a également étudié les interventions des enseignants, non sollicitées par les élèves, en se demandant ce qui pousse alors un enseignant à intervenir dans la recherche des élèves. Les auteurs repèrent trois types d'interventions non sollicitées par les élèves : une consiste à regarder où en sont les différents groupes, silencieusement ou en leur posant la question, une autre consiste à vérifier que tout le monde travaille et une dernière consiste seulement à se donner une « *bonne conscience* » et à ne pas rester « *à rien faire* ». Sans plus détailler ces comportements, ils tentent d'alerter les enseignants souhaitant proposer des problèmes ouverts® en classe sur le fait que toutes ces interventions sont inutiles. Elles

peuvent gêner le travail de recherche des élèves et les empêcher de mettre en œuvre la démarche scientifique attendue.

d) La consigne et le travail préparatoire à la mise en commun des résultats

Arsac, Germain et Mante proposent aux enseignants des consignes-types pour présenter aux élèves la phase consacrée à la mise en commun des résultats. Ils veulent ainsi éviter certaines consignes qu'ils considèrent comme des erreurs et qui ne mèneraient pas les élèves vers un débat. Comme dans toutes corrections, il va s'agir de dire quelles solutions sont correctes et quelles solutions sont incomplètes ou fausses. Les auteurs demandent à l'enseignant d'insister ici sur qui va décider du vrai et du faux : « *[…] c'est la classe, et non lui, qui, jusqu'à un certain moment, aura la responsabilité des choix* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 24). Pour que tous les élèves comprennent cette idée, ils proposent de commencer les phrases de la consigne par *« la classe va décider laquelle de ces solutions … ou vous allez décider …*» (*Ibid*., p. 24). Le point de vue de l'enseignant doit être explicitement mis de côté pendant le débat. En évitant des phrases du genre « *nous allons décider…* », les auteurs pensent alors que les élèves comprendront mieux le rôle qu'ils ont à jouer lors de la mise en commun des résultats et qu'ils s'investiront ainsi dans un débat. Il est clair que les auteurs souhaitent prendre toutes les précautions pour que l'enseignant présente au mieux aux élèves cette phase de débat, en proposant ce qu'il doit dire et éviter de dire. Même si les auteurs se défendent de vouloir imposer quoi que soit à l'enseignant, qu'ils le laissent libre de ses choix, ils font remarquer que ce moment de dévolution du débat -qui doit faire que les élèves vont s'approprier la responsabilité du débat, vont chercher eux-mêmes à valider et invalider des résultats- est difficile à gérer. C'est sa réussite ou non qui entraîne la réussite ou non de toute la séance. Tous les conseils formulés le sont dans ce sens. « *[…] nous prenons le risque de vous proposer un déroulement de débat dont nous savons qu'il marche, pour l'avoir expérimenté. C'est un modèle possible, ce n'est pas une norme. Nous avons essayé d'indiquer clairement chacun des choix que nous avons faits, ses motivations et les conséquences que l'on peut en attendre. Ceci devrait nous permettre de faire éventuellement d'autres choix et surtout d'en mesurer les conséquences* » (*Ibid*., p. 23).

L'organisation de la mise en commun est également détaillée : afin de préciser aux élèves comment ils peuvent procéder pour valider ou non un résultat, il faut prévoir un nouveau travail en groupe à propos de chaque affiche, prise une par une. Chaque groupe va avoir à

échanger sur les affiches puis va devoir « *rédiger son opinion* » (*Ibid*., p. 23) : « *vous allez tous travailler sur l'affiche n°1, sauf ceux qui l'ont faite, pour voir si la solution proposée convient. Vous rédigerez par écrit votre opinion sur cette solution en disant si vous pensez que la solution est exacte, ou fausse, ou encore si vous pensez qu'il faut la modifier pour qu'elle devienne exacte. Le groupe n°1 fera le même travail pour l'affiche 6* ». Pour être sûr que chaque élève comprenne bien ce qui lui est demandé, il est nécessaire de préciser comment les groupes doivent rédiger cette opinion : *« de toutes façons, il vous faudra donner les raisons de votre opinion. Vous devrez donc la présenter sous l'une des trois formes suivantes : nous acceptons la solution car …, nous refusons la solution car …, nous proposons la modification suivante …»* (*Ibid.*, p. 23).

Enfin, l'enseignant doit également expliquer ce qu'il compte faire de ce travail de groupe. Il sera présenté à la classe et permettra de débattre en classe entière sur la validité ou non des réponses proposées dans les affiches en utilisant les arguments proposés par les différents groupes lors de l'étude de ces affiches : *« -vous devrez désigner dans chaque groupe un porte-parole. Quand l'étude et la rédaction des critiques sur l'affiche seront terminées, le porte-parole les lira pour les communiquer à la classe. Il devra dire si tous les élèves du groupe sont d'accord sur ce qu'il a lu, ou si c'est seulement 2 ou 3 sur 4 qui sont d'accord* » (*Ibid*., p. 24-25). Ce travail dans les petits groupes sur les affiches est considéré comme un premier temps de débat entre les élèves sans intervention du professeur (Arsac, Germain et Mante, p. 24). Il permet aux élèves de s'approprier les affiches de leurs camarades, de les lire et de chercher à les comprendre dans chaque petit groupe.

e) La gestion de la mise en commun des résultats

Suite au premier temps de débat dans les petits groupes, l'enseignant organise, en classe entière, la suite de la mise en commun des résultats. Il a alors un rôle précis à tenir : Arsac, Germain, Mante et Pichod (1983) puis Arsac, Germain et Mante (1988) lui proposent de mener un débat dont l'un des objectifs prioritaires est l'apprentissage de l'argumentation. Ils proposent en effet d'étudier avec la classe chacun des « *arguments* » des petits groupes à propos des affiches et « *pour chaque argument la question est posée : cet argument est-il valable ? Suivant la position de la classe, l'argument est conservé ou barré* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 25).

Pendant ce temps de mise en commun, il devient président de séance. Il organise la présentation des résultats et la discussion. Il fait débattre argument par argument, dans un

ordre qu'il choisit lui-même. Un élève porte-parole présente un argument, l'enseignant demande des précisions, reformule si besoin puis écrit l'argument au tableau (sur l'affiche correspondante, par exemple). Il demande seulement à la classe : « *cet argument est-il valable ?* ». La classe décide, après discussion, de valider ou non l'argument. L'enseignant matérialise la décision en conservant ou en barrant l'argument au tableau. L'enseignant ne donne pas son avis, il ne filtre pas les arguments même s'ils lui paraissent inutiles pour faire avancer le débat, même si les arguments n'ont pas de caractère mathématique. L'enseignant tout au long de la discussion, a en charge la mémoire des échanges. Les arguments sont écrits au tableau, s'ils sont validés par la classe, ils sont conservés, s'ils sont rejetés par la classe, ils sont barrés. Tous les élèves ont ainsi sous les yeux l'avancement du débat.

Il est clair que la durée d'une séance de mathématiques ne permet pas toujours d'exploiter tous les arguments, l'enseignant intervient alors en faisant un choix, « *en amputant* », en fonction des priorités qu'il s'est fixées au départ.

f) Une conclusion à exposer aux élèves en fin de séance

Dans la présentation de la pratique du problème ouvert® faite par l'équipe de l'IREM de Lyon, l'enseignant a en charge de conclure la phase de mises en commun des résultats, de débat et de terminer la séance. Plusieurs possibilités lui sont proposées : il peut faire le point sur l'avancée du travail des élèves pendant la séance, sur ce qui reste comme arguments valables, par exemple, après le débat en classe entière ; il peut donner la solution du problème si les élèves ne l'ont pas complètement résolu. Arsac, Germain et Mante (1988) proposent de revenir sur des éléments observés par l'enseignant pendant la phase de recherche des élèves : « *[…] travail sur certaines erreurs […], reprise de certaines notions du cours utilisées pendant la recherche […]* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 28). Ils envisagent également la possibilité d'« *exploiter certains des phénomènes apparus […] surtout pendant le débat* » (*Ibid.*, p. 28) : commenter l'efficacité des méthodes de recherche des élèves, revenir sur certaines règles du débat nécessaires à son bon déroulement ou travailler sur « *la notion de vrai et de faux en mathématiques […], sur le rôle du contre-exemple* » (*Ibid.*, 1988, p. 28).

I-4.3 Conclusion

Les auteurs proposent un scénario possible pour une séance dédiée à l'étude d'un problème ouvert® et précisent le rôle que doit tenir l'enseignant dans chacune des phases de travail du

scénario. Ils insistent sur le caractère inhabituel de ce rôle, donnent des éléments afin d'éviter certaines erreurs sans pour autant être trop directifs et en laissant une certaine marge de manœuvre aux enseignants.

I-5 Premières questions issues de l'analyse de la définition

Comme nous venons de le voir, la caractérisation des problèmes ouverts® proposée par Arsac, Germain et Mante (1988) puis Arsac et Mante (2007) repose sur plusieurs éléments essentiels : des éléments sur la forme et la formulation des énoncés, des éléments sur les objectifs d'apprentissage visés pour les élèves, en particulier l'apprentissage de la démarche scientifique (essayer, conjecturer, tester, prouver) et des éléments sur les pratiques.

Deux types de questions émergent alors : des questions concernant les apprentissages visés pour les élèves par leurs enseignants et des questions concernant les pratiques enseignantes lors des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts®.

L'apprentissage de la démarche scientifique (essayer, conjecturer, tester, prouver) est un des objectifs de la pratique du problème ouvert® (Arsac, Germain et Mante, 1988) cependant nous remarquons que les auteurs ne reviennent pas explicitement sur cette démarche lorsqu'ils expliquent aux enseignants comment conclure une séance. Autrement dit, la démarche scientifique est absente des phases de conclusion, elle ne semble pas être mise en avant par les auteurs dans les moments d'institutionnalisation des séances dédiées aux problèmes ouverts® alors que l'est par exemple un travail sur le rôle du contre-exemple en mathématiques (*Ibid*., p. 28). Les objectifs de la pratique du problème ouvert® relèvent-ils finalement de l'apprentissage de la démarche scientifique ? Ou sont-ils plutôt en lien avec l'initiation des élèves au raisonnement en mathématiques ?

Les problèmes ouverts®, prévus à l'origine pour le second degré, sont finalement utilisés dans des classes de l'école primaire ainsi qu'à l'université et en formation initiale des maîtres. Des rapports d'expérimentation font état de l'évolution des pratiques des enseignants ayant recours à ce type de problèmes (Arsac et Mante, 2007). Concernant leur usage à l'école primaire, R. Charnay propose, dans un des chapitres de l'ouvrage de l'année 2007, des extraits du document d'accompagnement des programmes (MEN, 2003). Le lien est clairement établi entre les *problèmes pour chercher* présentés dans les instructions officielles des années 2002 puis 2003 et les problèmes ouverts® définis par Arsac, Germain et Mante

(1988) puis Arsac et Mante (2007). Il apparaît donc que, peut-être sous l'influence du document d'accompagnement des programmes « *le problème pour chercher* » de l'année 2003, des enseignants du primaire étudient pendant les cours de mathématiques des problèmes qui s'approchent des problèmes ouverts® prévus initialement par Arsac, Germain et Mante pour le second degré. Ce qui nous amène à nous poser des premières questions sur la façon dont ils s'approprient la définition du problème ouvert® ainsi que sur la manière dont ils pensent pouvoir les utiliser dans leurs classes.

Les problèmes ouverts® sont élaborés à l'origine pour des enseignants du secondaire, donc considérés comme des spécialistes de leur discipline. Arsac et Mante (2007) constatent que des enseignants du primaire s'en emparent. Or les professeurs des écoles ne sont généralement pas des spécialistes des mathématiques, ils ont parfois « *eux-mêmes connu des difficultés dans leurs apprentissages mathématiques* » (Artigue, 2011, p. 28). Donc comment comprennent-ils l'intérêt de ces problèmes dans leurs classes ? Autrement dit, pourquoi les utilisent-ils dans leurs classes ? Quels objectifs d'apprentissage souhaitent-ils atteindre avec des élèves de l'école primaire ? De plus, les professeurs des écoles ont face à eux de jeunes élèves, ayant moins de connaissances mathématiques que des élèves du collège ou du lycée. De ce fait, la question des savoirs en jeu dans les problèmes ouverts® à destination de ces élèves de primaire se pose. Quels savoirs sont en jeu dans les problèmes ouverts® destinés à l'école primaire ? Quels types de problèmes ouverts les professeurs des écoles vont-ils proposer ? Etant donné le jeune âge des élèves, les enseignants du primaire vont-ils pouvoir leur permettre d'accéder à la démarche scientifique décrite par Arsac et Mante ?

La proposition des auteurs met en avant également des éléments sur les pratiques enseignantes (l'ouvrage publié en 2007 est d'ailleurs intitulé « *les pratiques du problème ouvert* »). Pour atteindre les objectifs d'apprentissage visés, les enseignants doivent adopter des pratiques particulières différentes de celles qu'ils adoptent habituellement dans leur classe. Nous nous demandons alors comment les enseignants, et notamment les professeurs des écoles, se saisissent de ces nouvelles propositions pour enseigner les mathématiques. Comment les enseignants du premier degré ont-ils compris la définition du problème ouvert® ? Quelles pratiques mettent-ils en œuvre dans leurs classes quand ils décident de les étudier ?

L'étude du contexte de mise en œuvre -les instructions officielles pour le cycle 3, les différents rapports sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 en France- doivent nous

permettre d'obtenir des premiers éléments de réponse et nous conduire également à affiner notre questionnement.

II- Etude des documents officiels

En nous intéressant aux instructions officielles françaises de l'école primaire, nous notons que la notion, en mathématiques, de problèmes à proposer aux élèves n'a pas toujours été la même depuis la fin du XIXe siècle jusqu'en 2008 (publication des dernières instructions officielles encore en vigueur aujourd'hui). Les activités de résolution de problèmes ont évolué dans leur forme, leur contenu et nous étudions, dans la suite de cette partie, cette évolution.

II-1 Une première période de 1887 à 1970

Tout au long de cette première période, l'enseignement des *mathématiques* (le terme n'est pas encore utilisé) insiste sur des *règles* à faire acquérir aux élèves : règles de divisibilité, règle de trois, règle de la preuve par neuf, règle de déplacement de la virgule dans la multiplication d'un décimal par une puissance de dix etc. Les instructions officielles de 1887, puis ensuite celles de 1923, insistent également sur la résolution de problèmes issus de la vie courante, l'enseignement des mathématiques doit être « *concret, simple, progressif : c'est sur les faits qu'il faut appuyer les calculs, les idées* » (Sarrazy, 2003, p. 88). Il s'avère que les problèmes sont surtout utilisés en fin d'apprentissage comme évaluation des connaissances étudiées auparavant dans la classe, leur « *rôle est de permettre le contrôle des acquisitions* » (*Ermel*, 1997, p. 45). Les élèves s'entraînent à la résolution de problèmes à partir d'annales, en vue de réussir l'entrée en sixième et/ou le certificat d'études. Ils mémorisent en fait des problèmes-types, « *l'étude et la répétition de « problèmes-types » jouent un grand rôle* » (*Ibid.*, p. 45).

Dans les instructions officielles de 1945, il est mentionné que l'enseignant doit proposer « *des problèmes de la vie courante* » qui sont « *des problèmes vraisemblables dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui. Avant de faire traiter un exercice dans la classe, ou de le donner en devoir écrit, le maître se demandera si cet exercice peut se présenter raisonnablement dans la pratique* » (MEN, 1945, p. 18). Ces problèmes « *marquent la volonté d'une relation étroite entre les mathématiques de l'école et les nécessités de la vie* » (*Ibid*.). Les méthodes préconisées visent un enseignement dédié à une application pratique voire domestique des mathématiques. Les exemples de problèmes donnés dans les

instructions officielles concernent la détermination du diamètre d'un tronc d'arbre, le calcul de la masse d'un pot de confiture ou encore la répartition d'un héritage. L'ensemble est « *destiné à la formation de commerçants, d'artisans, de paysans confrontés à des problèmes quotidiens de comptabilité* » (Durpaire, 2006, p. 9), et vise *« en particulier une certaine initiation des élèves à la vie courante de leur époque […] »* (MEN, 1945, p. 29).

Du point de vue de la mise en œuvre des situations, les auteurs de ces programmes insistent sur un entraînement systématique à l'application des notions étudiées en classe. Un enseignant ne doit proposer des problèmes que lorsque ses élèves ont étudié et acquis auparavant les savoirs mathématiques en jeu. Les problèmes sont presque essentiellement posés dans un cadre numérique, sont des problèmes d'application de leçons étudiées récemment et montrent aux élèves l'utilité des mathématiques dans leur future vie quotidienne et professionnelle (Artigue, Houdement, 2007).

II-2 Une rupture en 1970

Les instructions de 1970 constituent une rupture avec la vision utilitaire des mathématiques étudiées jusqu'à présent. Elles correspondent à la volonté d'un changement d'orientation de l'enseignement des mathématiques (le terme *mathématiques* est désormais utilisé). Une volonté de privilégier une activité de réflexion chez les élèves apparaît. Elle marque une certaine opposition à la période précédente, une opposition à un entraînement à l'application de notions mémorisées pour résoudre des problèmes-types. « *Il s'agit dès lors de faire en sorte que cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès. L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués par la « vie courante », mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques* » (MEN, 1970, p. 4). L'introduction des mathématiques dites « modernes » amène à faire évoluer la résolution de problèmes. *« Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés »* (MEN 1970, p. 30). Les élèves, afin de résoudre certains problèmes mathématiques simples, se

voient proposer l'étude de leurs représentations ensemblistes, comme dans l'exemple ci-après (Such, Hervé, 1979, p. 16) :

Dominique a rangé sa bibliothèque et elle présente à sa maman le tableau suivant :

Nombre de livres reliés à la Bibliothèque Rose	*40*
Nombres de livres reliés qui ne sont pas de la Bibliothèque Rose	*15*
Autres livres non reliés	*25*

Maman, demande Dominique, combien ai-je de livres reliés ? De combien de livres, ma bibliothèque est-elle constituée ? Saurais-tu dessiner le diagramme de Venn ?

Figure 7 ***Mathématique CM1, Livre de l'élève,*** **Such, Hervé, 1979, p. 16**

II-3 Le rejet des mathématiques modernes : des années 1977 à 1980

Les années soixante-dix voient la naissance de la didactique des mathématiques et les recherches effectuées laissent entrevoir que les élèves ont des difficultés à mettre du sens sur les connaissances étudiées lorsqu'ils sont confrontés à de tels exercices (Cf. Figure 7).

De ce fait, les programmes de 1977, 1978, 1980 prennent des distances avec les mathématiques modernes et annoncent une nouvelle forme de pédagogie : l'activité de l'élève doit être mise en valeur, prise en compte et la notion même de problème est redéfinie. Il s'agit de proposer aux élèves des *situations-problèmes* définies selon trois catégories : les situations-problèmes utilisées pour l'approche et la construction de nouvelles connaissances mathématiques, les situations-problèmes permettant le réinvestissement et/ou le contrôle des acquis et les situations-problèmes plus complexes dans lesquelles les élèves devront faire preuve de création et de raisonnement.

L'activité de résolution de problèmes dans la classe évolue elle aussi dans les instructions officielles, les élèves ne vont plus seulement s'entraîner à résoudre des problèmes, ils vont apprendre des méthodes visant à résoudre des problèmes. Pour cela, les programmes proposent de s'appuyer sur des activités de traitement de l'information. Il est par exemple demandé aux élèves d'accomplir un travail spécifique sur l'énoncé du problème. Ils doivent

être capables « *de trier parmi les données celles qui sont pertinentes, de compléter éventuellement celles-ci et de s'assurer de la possibilité de répondre à l'ensemble des questions que l'on s'est posées, d'organiser et de traiter ces données pour obtenir les réponses, etc*.» (MEN, 1978, p. 12).

Les élèves doivent donc d'après ces nouveaux programmes développer des capacités à analyser un énoncé, à extraire les informations qui leur semblent utiles pour ensuite formuler des hypothèses et les vérifier. L'ensemble de ces capacités d'ordre méthodologique, leur est présenté comme nécessaire afin de mener à bien la résolution d'un problème. Cependant nous remarquons que, dans ces instructions, les phrases liées à cette partie du programme sont rédigées au conditionnel : « *l'enfant devrait pouvoir* […] » ou encore « *travailler sur un problème pourrait être l'occasion pour les enfants de* […] » (*Ibid*., p. 11). Les incitations officielles à développer ces capacités restent donc floues voire ont un caractère facultatif du fait de ce conditionnel.

Dès le début des années quatre-vingts l'équipe de l'IREM de Lyon commence à réfléchir à l'emploi de problèmes ouverts® dans les classes, ils font leurs premières propositions à la communauté éducative en 1982 (lors du colloque national intitulé « *Le problème dans l'enseignement* »). Nous pouvons penser que cette étude vient en réaction à ce qui est prescrit par les instructions officielles et sans doute également en réaction à ce qu'ils observent dans les cours de mathématiques du secondaire. L'introduction de nouveaux problèmes tels que les problèmes ouverts® peut être considérée comme une réponse de l'équipe de l'IREM de Lyon au rejet des mathématiques modernes des années 1977-1980 et comme un moyen de faire évoluer les pratiques des enseignants de mathématiques.

II-4 Une certaine continuité de 1985 à 2002

Les différents programmes pour l'école primaire qui se succèdent de 1985 à 2002 font preuve de continuité dans la priorité donnée à la notion de problèmes.

Cependant, en 1985, l'expression *situation-problème* adoptée par les précédents programmes de la fin des années soixante-dix disparaît dans le but de réguler leur utilisation en classe (Artigue, Houdement, 2007). Il semble que certaines de ces situations mettent les élèves face à des difficultés du fait qu'elles sont trop ouvertes. Elles ne permettent pas un apprentissage des notions mathématiques assez approfondi. En 1991 puis en 1995, les instructions officielles orientent les activités de résolution de problèmes vers un apprentissage de

compétences méthodologiques. Le but est d'apprendre aux élèves à reconnaître des données, à savoir les organiser, à communiquer ses résultats, à justifier sa démarche etc. (MEN, 1995). Les compétences relatives à la résolution de problèmes, (déjà en partie citées dans les instructions de 1978 et redonnées plus haut), sont listées dans un paragraphe spécifique. L'objectif fondamental pour les élèves est de développer des compétences méthodologiques et l'enseignant est encouragé à mettre en place des situations pour le lui permettre.

Plusieurs didacticiens à cette époque regrettent que la résolution de problèmes se résument surtout à un apprentissage dédié à des compétences de lecture et des compétences méthodologiques plutôt qu'à des compétences mathématiques et tendent à penser que « *les activités proposées ne semblent pas toujours constituer des aides appropriées pour apprendre à résoudre des problèmes de mathématiques* » (Houdement, 1998, p. 59).

II-5 Les textes officiels de l'année 2002

Ces textes présentent aux enseignants des objectifs en termes de savoirs curriculaires mais également d'autres objectifs d'apprentissage pour les élèves de cycle 3 : devenir un « *futur citoyen* » et « *se préparer au collège* ».

En 2002, les instructions officielles sont constituées des programmes et d'un document d'application de ces programmes. Outre les savoirs mathématiques à acquérir, ce document d'application présente dans la partie dédiée aux mathématiques, des objectifs concernant « *la formation générale des élèves* » et « *la formation du futur citoyen et son insertion dans la vie courante* ». Il est souligné que « *comme dans d'autres domaines de savoir, la confrontation à de véritables situations de recherche (à la mesure des élèves) pour lesquelles différents types de démarches sont possibles favorise l'initiative, l'imagination et l'autonomie des élèves »* (MEN, 2002, p. 5).

Il nous semble que les instructions officielles insistent sur une formation à des compétences de raisonnement utiles en mathématiques et également dans d'autres disciplines. Il est même proposé une définition de ce qu'est « *faire des mathématiques* » : ce serait présenter aux élèves autre chose que des savoirs curriculaires, leur montrer qu'on attend d'eux plus que l'application d'un savoir, de notions mathématiques, qu'on attend d'eux qu'ils montrent des capacités à raisonner, à réfléchir, qu'ils prouvent des résultats, qu'ils débattent sur des désaccords qui pourraient apparaître entre eux lors de l'étude de certaines situations en classe. Les mathématiques seraient l'« *occasion de la preuve et non de l'autorité* » (*Ibid*., p. 5). La

résolution de problèmes occupe une « *place centrale* » dans le cours de mathématiques. Des précisions sont données sur différents types de problèmes qui doivent être proposés en classe et sur leurs objectifs : construction de connaissances, réinvestissement de connaissances, problèmes de recherche. Il est demandé aux enseignants de proposer des séances pendant lesquelles ils doivent « *créer les conditions d'une réelle activité intellectuelle des élèves* » (MEN, 2002, p. 8).

De plus, le document d'application des programmes de 2002 insiste sur le fait que les enseignements du cycle 3 doivent préparer les élèves à bénéficier au mieux des enseignements du collège. « *Cet impératif concerne aussi bien les compétences que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ou que leur aptitude à abstraire, à raisonner ou encore à travailler de façon autonome, à s'organiser, à exprimer un résultat ou une démarche. Sans anticiper sur les compétences développées au collège, il s'agit de construire les bases de leur acquisition* » (*Ibid.*, p. 5).

Les enseignants du premier degré ont donc en charge l'acquisition d'un certain nombre de savoirs, de savoir-faire déterminés par les instructions officielles, avant l'entrée au collège. Il leur est demandé toutefois de ne pas « *anticiper sur les compétences développées au collège* » (*Ibid.*, p. 5).

II-6 Un document d'accompagnement en 2003

En 2003 apparaît un document d'accompagnement des programmes intitulé « *les problèmes pour chercher* ». Ce document constitue une aide pédagogique pour les professeurs des écoles et est consacré à une nouvelle forme de problèmes apparue dans les programmes pour l'école primaire de 2002. La caractérisation des *problèmes pour chercher* y est précisée ainsi que la manière de les utiliser en classe.

II-6.1 Les problèmes pour chercher

Les auteurs précisent que le problème doit être facilement compréhensible par tous les élèves, ce qui induit des conditions sur la formulation de l'énoncé. Il est dans un premier temps précisé que « *les élèves doivent pouvoir s'approprier facilement la situation et se représenter la tâche pour s'y engager avec leurs connaissances antérieures* » (MEN, 2003, p. 4). L'étude de ces problèmes est l'occasion de faire travailler ensemble, élèves faibles comme élèves plus à l'aise en mathématiques. Elle est annoncée comme un éventuel moyen de gérer

l'hétérogénéité de la classe, chaque élève s'engageant dans le travail de recherche, à son rythme, avec ses propres prérequis. Ce qui induit que, même si les élèves montrant des difficultés en mathématiques doivent pouvoir entrer facilement dans la résolution du problème, les élèves les plus à l'aise doivent y trouver également leur compte et être mis, eux aussi, en situation de recherche. Les auteurs précisent alors dans un deuxième temps que « *le problème doit être consistant, c'est à dire présenter une certaine résistance. Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu* » (MEN, 2003, p. 5).

Quant au rôle de l'enseignant, il apparaît qu'il doit être différent de celui adopté habituellement. Les élèves doivent être amenés à décider eux-mêmes de la validité ou non de leur solution et donc de l'arrêt ou non de leurs recherches. En présentant les problèmes pour chercher, les auteurs insistent sur le fait que « *la validation de la solution doit être le plus possible à la charge de l'élève. Ils doivent pouvoir se rendre compte par eux-mêmes du bien-fondé ou non de leur réponse* » (MEN, 2003, p. 5).

II-6.2 Un lien avec les problèmes ouverts®

Nous l'avons déjà abordé dans notre étude de la définition du problème ouvert®, la caractérisation des *problèmes pour chercher* rappelle celle du problème ouvert® proposée par l'IREM de Lyon (1988). Les problèmes pour chercher « *sont des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas d'un modèle de résolution qui lui aurait été enseigné auparavant. Ces problèmes sont en général décontextualisés. […] Toutes les informations nécessaires à la compréhension du problème sont présentes dans l'énoncé et directement utilisables. L'énoncé est relativement court* » (*Ermel*, 2005, p. 44-45).

Concernant les objectifs d'apprentissages visés par l'introduction de ces problèmes dans l'enseignement primaire, le document d'application des programmes du cycle 3 précise que l'élève doit apprendre à « *émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter.* » (MEN, 2002, p. 7). Là encore, des similitudes avec les objectifs visés par l'équipe de l'IREM de Lyon apparaissent puisque, dans le cas des problèmes ouverts®, il s'agit de permettre à l'élève de « *faire des essais pour produire une conjecture, tester sa conjecture en faisant d'autres essais, prouver la validité de sa conjecture* » (Arsac, Germain et Mante, 1988, p. 9).

II-6.3 La pratique du problème pour chercher

Le document d'accompagnement (MEN, 2003) rappelle d'abord l'objectif principal visé par les problèmes pour chercher, à savoir développer « *la capacité de l'élève à faire face à des situations inédites* » puis plusieurs pages sont consacrées à leur mise en place dans la classe.

Concernant la mise en œuvre des séances, l'enseignant se doit, à travers ces activités de résolution de problèmes, de « *[…] valoriser des comportements et des méthodes essentiels pour la construction de savoirs* » (MEN, 2003, p. 5).

a) Du point de vue des élèves

Les objectifs d'apprentissage visés pour un élève de l'école primaire sont détaillés à l'aide de quelques exemples (MEN, 2003). Ces problèmes les amènent à prendre « […] *conscience de la puissance de ses connaissances, même si celles-ci sont modestes* ». Ils vont lui permettre d'apprendre à « *être critique vis-à-vis de son travail […]* » c'est à dire à « *[…] contrôler, analyser ses erreurs* », à « *prendre des initiatives* » c'est à dire à *« […] tenter, faire des essais »*, à *« s'organiser, être méthodique »* c'est à dire à *« […] réduire le hasard, le nombre de cas à envisager »*. Le tâtonnement ainsi provoqué ne doit néanmoins pas laisser une part trop grande au hasard et devra être (de mieux en mieux) organisé par l'élève. Les problèmes pour chercher sont proposés afin de permettre une évolution chez tous les élèves de leurs méthodes et un développement de leurs capacités d'organisation. En demandant à une classe : « *trouve tous les mélanges possibles de glaces à trois boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme*», tous les élèves pourront aboutir à un résultat et ceci dans un temps raisonnable à condition seulement d'organiser leur recherche, d'être méthodiques.

L'étude de problèmes pour chercher leur permet également d'apprendre à « *communiquer (par oral, dans le groupe et face à la classe, par écrit pour rendre compte de sa recherche)* » puisqu'ils auront à rendre compte à la classe des recherches qu'ils ont entreprises et des pistes de solutions qu'ils ont trouvées. Il leur est demandé ici de confronter leurs idées à celles des autres (par oral ou par écrit, sur un transparent, sur une affiche par exemple). La reformulation est nécessaire, l'explication de la démarche choisie doit être détaillée si un élève veut que ses camarades adhèrent à ses choix, s'il veut convaincre. De ce fait, « *les phases d'échanges et de débat développent les capacités argumentatives de l'élève* ». Finalement, les objectifs d'apprentissage dépassent les savoirs curriculaires et les savoirs liés à la résolution de problèmes en mathématiques. Ils tendent également vers un développement de l'enfant en tant

que citoyen (MEN, 2002). « *Ce type d'activité contribue à l'éducation civique des élèves. Les moments de recherche sont plus efficaces si on s'entraide : les idées proposées par les uns, même erronées, alimentent celles des autres. Les moments de débats offrent également l'occasion de travailler l'écoute, la prise en compte et le respect de l'autre* » (MEN, 2003, p. 5).

b) Du point de vue des enseignants

Le document d'application signale que la mise en place d'une séance consacrée à un problème pour chercher ne s'improvise pas. Il propose une mise au point précise sur le rôle du maître avant et pendant la séance. Afin d'atteindre l'ensemble ou une partie de ces objectifs, les enseignants ont dans un premier temps à faire un choix d'énoncés à proposer à leurs élèves et doivent mettre en œuvre une pratique adaptée. Quelques critères de choix sont proposés par le document d'accompagnement. Il s'agit de choisir ceux pour lesquels les élèves ne possèdent pas de solution immédiate, évidente, ceux pour lesquels ils doivent faire preuve d'imagination et qui poussent à faire des suppositions et à avancer par tâtonnement. Il est d'ailleurs précisé pour justifier l'intérêt de ce choix qu'avec ces énoncés, « *la possibilité offerte aux élèves d'élaborer de telles solutions personnelles originales constitue […] une avancée dans le développement de l'autonomie […]* » (MEN, 2002, p. 7). Avant la séance, les enseignants doivent être attentifs au choix du problème. En effet, celui-ci selon la classe et selon la période de l'année pendant laquelle il est étudié, n'est pas toujours un véritable problème pour chercher pour les élèves. Nous retrouvons ici l'idée, que nous avons abordée avant, de relativité du problème ouvert® qui peut avoir un caractère ouvert pour certains élèves mais pas pour d'autres (Arsac, Germain et Mante, 1988). Par exemple, le problème suivant - *Anaïs a 28 bonbons. Elle veut les partager équitablement entre ses 7 camarades. Comment faire ?* - est un problème pour chercher en cours préparatoire mais devient un simple exercice utilisant les tables de multiplication en deuxième année de cours moyen. Au cours préparatoire, les élèves vont avoir tendance à faire des dessins, des schémas afin d'effectuer une répartition des 28 bonbons, en cherchant à faire des paquets équitables par exemple ou ils vont procéder en distribuant les 28 bonbons aux 7 camarades d'Anaïs en donnant les bonbons par exemple un par un ou deux par deux, jusqu'à avoir donné la totalité des 28 bonbons en leur possession au départ. Au CM2, nous pouvons raisonnablement penser que les élèves vont repérer que 28 s'écrit 7 x 4 et conclure très rapidement.

La présentation à la classe du problème choisi n'est pas à laisser au hasard et doit être réfléchie. L'énoncé est donné par écrit ou par oral, avec ou sans matériel mais l'essentiel est dans l'attitude que l'enseignant doit adopter lors de cette présentation. En effet, il est précisé que proposer un problème de recherche, c'est lancer un défi, c'est proposer une énigme. Il est important que les élèves fassent leur ce problème et relèvent ce défi. Une présentation ne suscitant pas de curiosité, manquant de « piquant » peut faire échouer la mise en activité des élèves. Une mise en scène est à imaginer à l'avance, elle aura alors un pouvoir d'implication des élèves dans la recherche. Autrement dit, l'enseignant doit mettre tout en œuvre afin de dévoluer la recherche aux élèves.

Il est précisé ensuite aux enseignants de laisser les élèves chercher seuls, de faire qu'ils ne puissent que compter sur eux-mêmes pour vérifier un résultat ou encore valider ou invalider une réponse. Cette démarche ne va pas forcément de soi dans la classe, elle nécessite une explicitation pendant la séance auprès des élèves. Ceux-ci sont en effet surtout habitués à demander à leur enseignant de valider leur résultat « c'est bon ou c'est faux ? » et à en attendre une correction.

Concernant les solutions que les élèves vont apporter, vont imaginer, les auteurs insistent sur le fait que les solutions dites *expertes* ne doivent pas être les seules reconnues au sein de la classe. En réalisant une analyse *a priori* du problème, les enseignants essaient au préalable, de déterminer toutes les procédures mobilisables par leurs élèves. Ceux qui n'accèdent pas à cette solution experte peuvent être encouragés à produire une solution avec les connaissances dont ils disposent. Le problème et la séance sont présentés de sorte que les élèves n'abandonnent pas mais aient conscience qu'ils peuvent essayer de le résoudre en utilisant ce qu'ils savent déjà, même si leurs connaissances en mathématiques sont modestes.

Enfin, le document d'accompagnement propose aux enseignants de faire chercher les élèves en petits groupes. Or ce travail en groupes n'est pas forcément d'usage lors des cours de mathématiques. La plupart du temps, les élèves travaillent individuellement : c'est le cas dans des problèmes d'application où l'objectif premier est l'acquisition d'une notion étudiée avant en cours. Il nécessite donc d'être organisé par l'enseignant et explicité aux élèves. De la même façon que nous l'avons noté dans notre analyse de la pratique du problème ouvert®, pendant tout le temps réservé à la recherche des élèves, les enseignants doivent adopter une attitude garantissant l'efficacité de l'activité. En effet, « *pendant une séance de problème pour chercher, le maître n'apporte aucune aide sur la résolution du problème »* (*Ibid.*, p. 11). C'est au sein des groupes que les élèves peuvent s'entraider, l'enseignant étant en retrait. Les élèves

doivent l'oublier pendant le temps de leur recherche et ne compter que sur eux. Et seulement, « *au bout d'un moment, il circule, observe, note des éléments intéressants* » (*Ibid.*, p. 11). Chaque séance concernant un problème pour chercher va donner lieu à une mise en commun des solutions, des procédures. Les solutions vont être discutées, les procédures vont être comparées au sein de la classe. Un véritable débat entre les élèves doit pouvoir s'instaurer : « *en mathématiques, l'accord du plus grand nombre sur une proposition ne constitue pas un critère de validité, la valeur de l'argument va l'emporter* ». Le document d'application rappelle, pour justifier de l'intérêt de ce temps d'échanges, que « *le débat permet de faire fructifier, en les exprimant publiquement, les richesses accumulées « en privé » dans les groupes pendant la phase de recherche* » (*Ibid.*, p. 28).

Pour conclure cette séance, les enseignants organisent une synthèse, qui ne porte ni sur l'institutionnalisation d'une nouvelle notion ni sur le simple exposé d'une solution correcte au problème posé. Il s'agit, en revanche, de faire le point sur les procédures rencontrées, sur leur efficacité. Ils demandent aux élèves de les comparer afin d'évaluer leur rapidité. Les élèves prennent conscience grâce cette comparaison que c'est la diversité des démarches rencontrées qui enrichira leur savoir-faire. Les démarches ainsi découvertes et explicitées pourront être utilisées dans de futures recherches. Cette synthèse est différente de celle proposée par Arsac, Germain et Mante (1988). En effet, ceux-ci, nous l'avons vu précédemment, même s'ils n'excluent pas de revenir sur l'efficacité des différentes procédures de recherche préconisent plutôt d'attirer l'attention des élèves sur les règles du débat et sur des éléments liés au raisonnement mathématique. Cette différence nous interroge : les auteurs du document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » pensent-ils qu'un travail sur les règles du débat ou sur l'argumentation en mathématiques ne s'adresse pas à des élèves de l'école primaire ?

II-7 Le socle commun de connaissances et de compétences en 2007

En 2007, l'introduction officielle d'un socle commun de connaissances et de compétences devant être atteint par tous les élèves d'une même tranche d'âge renforce l'idée d'un travail sur des « *attitudes* » à développer à travers l'étude des mathématiques telles que le « *goût du raisonnement », l'* « *ouverture à la communication, au dialogue, au débat* » ou encore « *la curiosité et la créativité* ». Il est précisé que « *les enseignants disposent de trois années pour*

permettre à chaque élève, sans exception, de s'approprier des instruments intellectuels plus assurés, d'acquérir un appétit de savoir et des savoir-faire intellectuels, de trouver les attitudes à l'égard d'autrui qui lui permettront de bénéficier de l'enseignement proposé au collège » (MEN, 2007, p. 69).

II-8 Les textes officiels de l'année 2008

Les dernières instructions officielles (MEN, 2008) pour l'école primaire sont constituées pour le cycle 3 des programmes et d'une progression à suivre pour l'enseignement des mathématiques. Nous les comparons avec les précédentes instructions officielles parues en 2002 constituées des programmes et d'un document d'application de ces programmes. Nous prenons en compte également dans nos comparaisons, le document d'accompagnement de l'année 2003.

II-8.1 Des objectifs liés aux savoirs curriculaires mais pas seulement

Dans les instructions officielles de l'année 2008, des attentes en termes de savoirs mathématiques à faire acquérir aux élèves sont présentées comme habituellement dans les instructions officielles mais une progression permettant de répartir l'enseignement de ces savoirs sur l'année scolaire accompagne les programmes de mathématiques. Le texte fait part également d'autres objectifs qui devront être atteints par tous les élèves dans le cadre de l'enseignement de toutes les disciplines donc en mathématiques également. Il est écrit par exemple que « *l'école primaire doit avoir des exigences élevées qui mettent en œuvre à la fois mémoire et faculté d'invention, raisonnement et imagination, attention et esprit d'initiative* » et qu'« *il est également indispensable que tous les élèves soient invités à réfléchir sur des textes et des documents, à interpréter, à construire une argumentation, non seulement en français mais dans toutes les disciplines, qu'ils soient entraînés à mobiliser leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes »* (MEN, 2008, p. 10). Il est par ailleurs signalé que, pour toutes les disciplines donc pour les mathématiques également, « *chacun s'accorde aujourd'hui sur l'utilité d'un apprentissage structuré des automatismes et des savoir-faire instrumentaux comme sur celle du recours à des situations d'exploration, de découverte, ou de réflexion sur des problèmes à résoudre* » (*Ibid*., p. 10). Nous comprenons

que l'institution demande deux choses à tous les élèves de cycle 3. Elle leur demande, d'une part, d'acquérir des savoirs mathématiques de base, qui sont listés dans les programmes puis organisés dans la progression pour le cycle 3. Elle leur demande d'autre part, d'apprendre à faire preuve de réflexion, d'autonomie dans la résolution de problèmes mathématiques autrement dit d'apprendre à être capables de faire preuve d'initiative et à raisonner par eux-mêmes. Il est également demandé aux élèves, en plus d'acquérir des capacités de raisonnement, d'« *aimer réfléchir* » et d'« *avoir envie de le faire par eux-mêmes* ». Il est attendu qu'en primaire, « *la pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision* » (MEN, 2008, p. 22) ou encore que la résolution de problèmes doit « *également permettre de développer la rigueur et le goût de la recherche* ». La répétition de cette expression « *développer le goût de la recherche* » nous interroge. Si l'expression est reprise deux fois dans la partie dédiée aux mathématiques, c'est qu'elle est considérée comme importante pour cette discipline. Que signifie-t-elle exactement ? Quelle définition donner au *goût* quand il s'agit de la recherche de problèmes en mathématiques ?

II-8.2 Permettre une réussite au collège

Les instructions officielles de l'année 2008 pour le cycle 3 insistent, comme celles de l'année 2002, sur un enseignement en primaire qui doit permettre aux élèves de réussir au collège. « *l'école primaire doit transmettre et faire acquérir à chaque élève les connaissances et compétences fondamentales qui seront nécessaires à la poursuite de sa scolarité au collège et, au-delà, dans les voies de formation choisies par l'élève* » (MEN, 2008, p. 10). Il est attendu des professeurs des écoles qu'ils préparent les élèves au collège en leur permettant d'acquérir au moins les connaissances et les compétences du socle commun. Concernant les mathématiques, une liste de savoirs, considérés comme incontournables à maîtriser par les élèves pour la poursuite de leurs études au collège, est proposée. Sont également détaillées des capacités transversales pouvant être travaillées dans le cours de mathématiques telles que « *pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner ; manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter ; mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions* » ou encore « *montrer une certaine persévérance dans toutes les activités ; commencer à savoir s'auto évaluer dans des situations simples* » (*Ibid*., p. 27-28).

II-8.3 La pratique des enseignants

La pratique des enseignants du primaire est également quelque peu abordée dans les instructions officielles de l'année 2008 à plusieurs reprises. Il est signalé que les professeurs des écoles disposent d'une certaine liberté dans leur pratique quotidienne de la classe, « *si les programmes s'imposent à toute la communauté éducative, le choix des méthodes et des démarches relève intégralement de la responsabilité des enseignants* » (MEN, 2008, p. 3). En 2003, le document d'accompagnement explicitait en détail une façon de gérer une séance dédiée à un problème pour chercher. Il assurait un cadre sécurisant afin de permettre aux enseignants de mettre en œuvre des séances dédiées à des *problèmes pour chercher*, afin, en quelque sorte, qu'ils osent en étudier en classe. Les programmes de l'année 2008 quant à eux laissent le champ libre aux enseignants. C'est à eux de faire preuve d'initiative quant à la gestion des séances. « *A partir des objectifs nationaux,* (l'enseignant) *doit inventer et mettre en œuvre les situations pédagogiques qui permettront à ses élèves de réussir dans les meilleures conditions* » (MEN, 2008, p. 11). Il est seulement rappelé qu'il est souhaitable de « *varier les approches et les méthodes* » (*Ibid*., p. 11). Les instructions officielles de l'année 2008 sans vouloir imposer une façon de faire visent à montrer aux enseignants qu'il y en a plusieurs et qu'ils ont des choix à faire.

II-8.4 Un enseignement des mathématiques en primaire à rapprocher de celui des sciences

Depuis l'année 2008, les instructions officielles pour l'école primaire demandent aux enseignants de rapprocher l'enseignement des mathématiques de celui des sciences. Il s'agit de confronter les élèves, dans le cours de mathématiques comme dans celui des sciences, à la *démarche d'investigation*. « *Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulations d'arguments cohérents* » (Linn, Davis, Bell 2004, cité par Rocard, 2007, p. 13). Cette explicitation de la démarche d'investigation, proposée pour l'étude des sciences et pour l'étude des mathématiques à l'école primaire (ainsi que pour le collège) rappelle la démarche scientifique préconisée par Arsac, Germain et Mante (1988) à savoir *essayer, conjecturer, tester, prouver*. Il est d'ailleurs précisé que pour ce qui concerne les mathématiques, « *plutôt*

que de rechercher une réponse unique, les enfants interprètent le problème, recueillent les informations nécessaires, identifient les solutions possibles, évaluent les différentes options disponibles et formulent des conclusions » (Rocard, 2007, p. 10).

II-9 Questions issues de l'analyse des instructions officielles

L'analyse de l'évolution des instructions officielles pour l'école primaire, en termes de résolution de problèmes, nous amène à nous poser quelques questions. Les programmes officiels de l'année 2008, en vigueur actuellement, ainsi que l'introduction en 2007 d'un socle commun de connaissances et de compétences pour tous les élèves, placent la résolution de problèmes au centre des apprentissages. En 2003, un document d'accompagnement propose aux enseignants une classification des problèmes pouvant être étudiés par les élèves. Ce document est-il toujours utilisé par les professeurs des écoles étant donné que rien d'autre n'est proposé par l'institution depuis l'année 2008 ?

Les programmes de l'année 2008 préconisent de développer chez les élèves des capacités de recherche et même de développer le goût de la recherche, sans toutefois parler de problèmes ouverts®. Comment les enseignants du premier degré vont-ils répondre à cette injonction ? Vont-ils choisir d'utiliser des problèmes ouverts® dans le but d'atteindre ces objectifs ?

Concernant les pratiques des enseignants, le document d'accompagnement de l'année 2003 explique comment organiser une séance dédiée à un problème de type ouvert. Il assure en quelque sorte un cadre sécurisant pour les enseignants du primaire dans la pratique des « *problèmes pour chercher* » de l'époque. Malgré cela, les enseignants ont-ils, à cette époque, tenu compte des recommandations de ce document et fait évoluer leurs pratiques afin de répondre aux instructions officielles ? Ces évolutions perdurent-elles actuellement ? Les instructions officielles de l'année 2008 précisent aux enseignants qu'ils disposent d'une « *liberté pédagogique* ». Il semble que les rédacteurs des instructions officielles ne veuillent pas imposer une façon de faire, une manière de proposer des problèmes pour chercher (donc des problèmes ouverts®), ils laissent ainsi supposer qu'il y aurait peut-être plusieurs façons de mettre en œuvre les séances dédiées aux problèmes ouverts® à l'école primaire. Comment les enseignants du cycle 3 prennent-ils alors possession de cette marge de manœuvre, de cette « *liberté* » qui leur est offerte ? En particulier, proposent-ils encore des problèmes ouverts® dans leur classe même si ceux-ci semblent abandonnés par l'injonction officielle de l'année

2008 ? Et si des professeurs des écoles continuent d'utiliser des problèmes ouverts® dans leurs classes, comment organisent-ils leur enseignement ? Quelles pratiques choisissent-ils de mettre en œuvre étant donné que les instructions officielles actuellement en vigueur ne précisent plus rien à ce sujet ?

III Un bilan de ce qui s'est fait dans les classes de cycle 3[6] en termes de problèmes ouverts® depuis les années quatre-vingt dix

Dans cette partie, nous faisons le point sur le niveau de compétence des élèves français en résolution de problèmes ainsi que sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (en France, élèves âgés de 8-10 ans).

Nous étudions dans un premier temps des rapports concernant l'évaluation des élèves dans le domaine des mathématiques, plus particulièrement en liaison avec la résolution de problèmes de type ouvert. Pour cela, nous étudions les évaluations internationales PISA (2000, 2003, 2006, 2009, 2012) et des évaluations nationales françaises de ces dernières années. Nous analysons dans un deuxième temps des rapports officiels concernant l'enseignement des mathématiques en France dans les classes de primaire, rapports émanant de différents acteurs du système éducatif français. Les rédacteurs de ces rapports viennent d'horizons différents. Il s'agit de chercheurs, de professeurs, d'inspecteurs de l'éducation nationale. Il nous semble en effet intéressant de tenir compte de tous les résultats, de chacun des points de vue proposés afin d'aborder la question qui nous intéresse selon plusieurs entrées. Cette étude nous amène ensuite à formuler bon nombre de questions auxquelles nous répondrons tout au long de notre travail de thèse, des questions concernant les apprentissages des élèves dans le domaine des problèmes ouverts® et des questions concernant les pratiques des enseignants du primaire lorsqu'ils proposent ces problèmes à leur classes.

Afin de pouvoir étudier ces différents rapports, nous choisissons un même mode de lecture et d'analyse : nous présentons les auteurs en repérant leurs fonctions au sein de la communauté

[6] Dans le contexte français, élèves âgés de 8-10 ans.

éducative, nous identifions les objectifs annoncés par chaque rapport ainsi que les données qui ont permis la rédaction du rapport et les résultats annoncés par les auteurs. Après chaque analyse, nous nous interrogeons sur ces résultats au regard du sujet qui nous intéresse dans cette étude, nous faisons part de toutes les questions que cela pose concernant les problèmes ouverts® et la pratique des enseignants du primaire lorsqu'ils proposent à leur classe des problèmes de ce type.

III-1 Evaluation des compétences des élèves français en résolution de problèmes

Dans cette partie, afin d'approfondir notre questionnement, nous nous appuyons sur le travail de divers professionnels : des membres des groupes d'analyse des résultats des évaluations PISA, des membres des groupes d'analyse des évaluations nationales françaises.

III-1.1 Au niveau international

Le 3 décembre 2013 sont publiés les résultats des évaluations internationales PISA de l'année 2012. Le niveau de réussite des élèves français interroge le monde politique français, le monde de la presse française et inquiète certaines associations de parents d'élèves. Comme l'indique Baumard[7] « *toutes les évaluations qui mesurent le niveau des élèves français dans le temps, qu'elles soient nationales ou internationales, montrent que sur ces dix dernières années au moins le niveau a baissé* »[8]. Les élèves français de quinze/seize ans éprouvent des difficultés en mathématiques par rapport à certains de nos voisins européens, il semble même que le niveau d'ensemble en mathématiques, déjà considéré comme faible en France, régresse. Le monde de la presse faisait déjà le même constat en décembre 2010 suite à la publication des résultats des élèves français aux évaluations de l'année 2009. Baumard indiquait que « *[…] rendue publique mardi 7 décembre, l'évaluation du niveau des élèves de 15 ans laisse apparaître une France très largement devancée. […] Pour la France, les résultats de PISA 2009 sont mauvais à plusieurs titres. D'abord parce que les résultats bruts sont justes à la moyenne des pays de l'OCDE, ensuite parce que la courbe depuis la première session, en 2000, est à la baisse, et aussi parce qu'ils montrent un système de plus en plus*

[7] Journaliste, responsable du service éducation du journal *Le Monde*.

[8] « Résultats PISA : notre élite est toujours excellente, c'est le reste de la classe qui ne suit pas », *Le Monde*, 3 décembre 2013.

injuste. […] En mathématiques, […], impossible de masquer la chute. La France descend de la 13e à la 16e place, et surtout perd 14 points depuis 2003 »[9].

De nombreux documents traitent des résultats du « *PISA* », le « *Program for International Student Assessment* » traduit en français par « *programme international pour le suivi des acquis des élèves* ». Ce programme piloté par l'OCDE propose aux pays membres ainsi qu'à des pays dits partenaires, à travers l'évaluation des élèves d'environ 15 ans, d'obtenir des indicateurs permettant de comparer leur système d'éducation, leur programme d'enseignement et leur curriculum à ceux des autres pays membres. Afin de nous faire notre propre opinion sur ces résultats et le niveau en mathématiques des élèves, nous revenons sur ce qu'est le PISA. Quels pays et quels élèves sont-ils concernés ? Quels objectifs sont-ils fixés et sur quel genre d'activités les élèves sont-ils évalués ? Nous analysons ensuite l'évolution des résultats des élèves français de 2000 à 2012, des tentatives d'explications de ces résultats (Bodin, 2006, Olivier, Dupé, 2005) et des commentaires que cela amènent sur les pratiques en mathématiques des enseignants français du premier degré (Bodin, 2007, Olivier, Dupé, 2005, Durpaire, 2006). Nous interrogeons enfin ces résultats pour ce qui concerne notre travail.

a) Les objectifs du programme PISA

Ce programme concerne les trente pays membres de l'OCDE ainsi que des pays dits partenaires, soit au total 40 pays en 2000, 43 pays en 2003, 58 pays en 2006, 65 pays en 2009 et en 2012 (MEN, 2013). Depuis plus de dix ans, le programme a été maintenu dans tous les pays de l'OCDE et nous constatons que de plus en plus de pays y participent. Ce qui montre un intérêt réel des différents états pour cette évaluation internationale, l'outil a en quelque sorte fait ses preuves. Il nous semble pour cela intéressant de regarder pourquoi cet outil est reconnu, d'en déterminer les objectifs et l'utilisation qui en est faite.

Il s'agit d'une enquête réalisée auprès d'élèves, entre 4500 et 5000 dans chaque pays, issus d'écoles publiques ou privées, sélectionnées de manière aléatoire. Ces élèves sont choisis principalement sur un critère d'âge et non en fonction de leur niveau de classe, ils sont âgés précisément de quinze ans et trois mois à seize ans et deux mois au début de l'évaluation. Cet âge est un critère important du programme puisqu'il correspond, dans la majorité des pays concernés, à l'âge de fin de scolarité obligatoire. En France, cet âge coïncide également avec l'obligation de la maîtrise du socle commun de connaissances et de compétences pour obtenir le diplôme national du brevet (MEN, 2011). Il est directement lié à un des objectifs

[9] « L'école française mal classée et jugée injuste », *Le Monde*, 7 décembre 2010.

prioritaires du programme à savoir une comparaison internationale du « *rendement cumulé des systèmes d'éducation à un âge auquel la scolarité est encore obligatoire […]* » (OCDE, 2006, p. 10).

Le PISA, en proposant des exercices analogues tous les trois ans, à un nombre important d'élèves de différents pays, a pour ambition d'être un outil de comparaison incontournable entre les états participants et de montrer également l'évolution dans le temps des résultats d'un même pays. L'objectif annoncé est d'évaluer dans quelle mesure les enfants, en fin de scolarité obligatoire, ont acquis les savoirs et savoir-faire considérés comme indispensables pour entrer dans la société active. « *L'enquête PISA vise à évaluer dans quelle mesure les jeunes adultes de 15 ans, c'est-à-dire des élèves en fin d'obligation scolaire, sont préparés à relever les défis de la société de la connaissance. L'évaluation est prospective, dans le sens où elle porte sur l'aptitude des jeunes à exploiter leurs savoirs et savoir-faire pour faire face aux défis de la vie réelle et qu'elle ne cherche pas à déterminer dans quelle mesure les élèves ont assimilé une matière spécifique du programme d'enseignement. Cette orientation reflète l'évolution des finalités et des objectifs des programmes scolaires : l'important est d'amener les élèves à utiliser ce qu'ils ont appris à l'école, et pas seulement à le reproduire* » (OCDE, 2004, p.19).

Il ne s'agit donc pas de faire un bilan des connaissances acquises par ces élèves, tout au long de leur scolarité mais de déterminer la capacité qu'ils auront à les mobiliser dans la vie réelle, dans leur future vie de citoyen. Le PISA propose de déterminer dans quelle mesure les élèves sont capables de jouer leur rôle dans la société actuelle.

Les résultats d'une telle enquête s'adressent en fait plus aux décideurs politiques qu'aux enseignants directement. L'OCDE en introduisant la notion de « *rendement cumulé de l'éducation* », précise bien qu'à travers l'évaluation des élèves sélectionnés et des différents questionnaires, elle cherche à obtenir une photographie des systèmes d'éducation des différents pays. Le PISA propose ainsi de déterminer « *dans quelle mesure les élèves possèdent le large bagage de savoirs et de savoir-faire en lecture, en mathématiques et en sciences dont ils auront besoin dans leur vie d'adulte* » (OCDE, 2006, p. 10). L'étude annonce permettre, toujours à l'appui des différents questionnaires auxquels ont répondu les élèves sélectionnés et leur chef d'établissement, d'identifier « *les facteurs personnels, institutionnels et contextuels qui contribuent à cette réussite* ». L'OCDE propose donc un outil permettant de faire évoluer les systèmes d'éducation dans les pays considérés à l'issue de ces évaluations comme les moins performants.

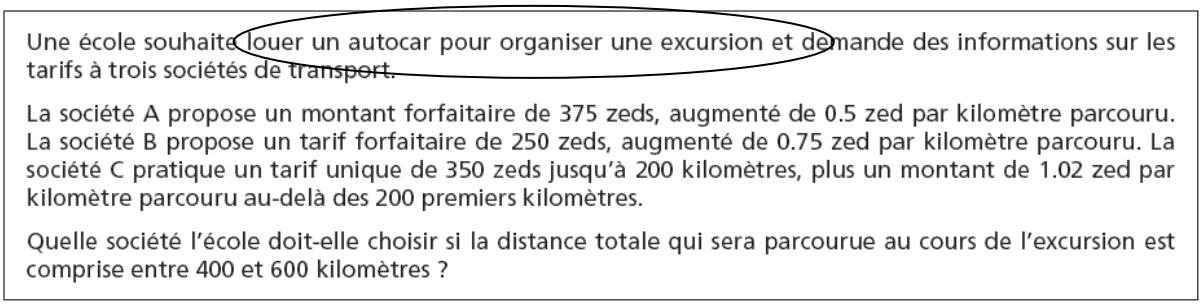
Cependant, ajoutons que l'OCDE s'intéresse à l'éducation sous un angle essentiellement économique (Bodin, 2008). L'éducation des élèves tout au long de leur scolarité est considérée par l'OCDE comme un moyen de contribuer au développement économique d'un pays. Le PISA questionne les élèves sur leurs capacités à entrer dans la vie de tous les jours, dans la vie économique, il interroge les systèmes éducatifs pour évaluer dans quelle mesure, en fait, ils parviennent à intégrer les jeunes en fin de scolarité obligatoire dans la société économique. Il ne s'agit pas pour nous ici de discuter de cette représentation de l'éducation scolaire plutôt réductrice. Nous pensons qu'en connaissant clairement les objectifs des organisateurs, nous pouvons utiliser certains de leurs résultats afin d'énoncer quelques hypothèses dans le cadre de notre recherche, concernant l'enseignement des mathématiques, et plus particulièrement le type de problèmes, auxquels ont été confrontés les élèves évalués.

b) Le contenu du PISA

Pour répondre à leurs objectifs, les organisateurs du PISA récoltent plusieurs sortes de données. Les élèves sont soumis à une évaluation écrite de deux heures, qui porte sur trois domaines : la « *compréhension de l'écrit* », la « *culture mathématique* » et la « *culture scientifique* ». Lors de chaque session, un domaine est privilégié : en 2000, la compréhension de l'écrit est plus particulièrement évaluée ; en 2003, ce sont les mathématiques et la résolution de problèmes ; en 2006, les sciences ; en 2009, de nouveau la compréhension de l'écrit et en 2012, de nouveau les mathématiques et la résolution de problèmes. Les élèves ont également, pendant trente minutes, à remplir un questionnaire au sujet de leur propre représentation de l'enseignement et de l'apprentissage. Il s'agit pour les organisateurs par exemple en 2003, d'une « *auto-évaluation des élèves sur les approches à l'égard de l'apprentissage et sur les attitudes en mathématiques* ». Le programme se propose aussi d'avoir un regard sur les stratégies d'apprentissage des élèves, leur motivation à apprendre et, par certaines questions, les perceptions qu'ils ont d'eux-mêmes. Les chefs des établissements dans lesquels sont scolarisés les élèves évalués remplissent également un questionnaire concernant la vie de leur établissement.

Dans les évaluations, le domaine « *mathematical litteracy* » est interrogé. Les organisateurs proposent de le définir comme étant « *la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des problèmes qui s'inscrivent dans divers contextes* » (OCDE, 2003, p. 15) et plus précisément, pour ce qui concerne les mathématiques, « *la*

littéracie mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi » (*Ibid.*, p. 15). La traduction officielle en français de l'expression « *mathematical litteracy* » proposée par la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) est « *culture mathématique* ». Elle est reprise dans la plupart des documents du ministère de l'éducation nationale français (MEN, 2009) cependant elle peut prêter à confusion. La notion de culture, renvoie l'idée de connaissances approfondies, accumulées tout au long d'un travail de compréhension et ensuite de mémorisation. Dans le programme PISA, nous l'avons déjà abordé, il ne s'agit pas de faire état de cette « culture » mathématique au sens d'une maîtrise de connaissances, de savoirs. Il est question d'utiliser les connaissances, les savoirs accumulés pour résoudre des problèmes directement en lien avec la vie courante. Le programme propose, par exemple, aux élèves de résoudre des problèmes liés à une excursion scolaire (Cf. Figure 8) ou à un itinéraire de vacances (Cf. Figure 9) :



Une école souhaite louer un autocar pour organiser une excursion et demande des informations sur les tarifs à trois sociétés de transport.

La société A propose un montant forfaitaire de 375 zeds, augmenté de 0.5 zed par kilomètre parcouru. La société B propose un tarif forfaitaire de 250 zeds, augmenté de 0.75 zed par kilomètre parcouru. La société C pratique un tarif unique de 350 zeds jusqu'à 200 kilomètres, plus un montant de 1.02 zed par kilomètre parcouru au-delà des 200 premiers kilomètres.

Quelle société l'école doit-elle choisir si la distance totale qui sera parcourue au cours de l'excursion est comprise entre 400 et 600 kilomètres ?

Figure 8 Excursion scolaire, PISA 2009

Dans ce problème, il s'agit de déterminer le meilleur itinéraire de vacances.

Les figures A et B présentent une carte de la région et les distances entre les villes.

Figure A. Carte des routes d'une ville à l'autre

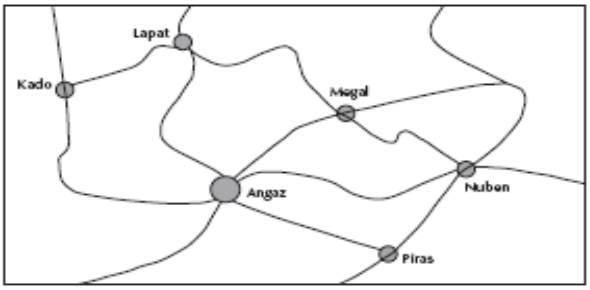


Figure B. Distances routières les plus courtes entre les villes, exprimées en kilomètres

Angaz					
Kado	550				
Lapat	500	300			
Megal	300	850	550		
Nuben	500		1000	450	
Piras	300	850	800	600	250
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben

VACANCES – *QUESTION 1*

Calculez la plus courte distance par route entre Nuben et Kado.

Distance : ..... kilomètres.

VACANCES – *QUESTION 2*

Zoé habite à Angaz. Elle veut visiter Kado et Lapat. Elle ne peut pas faire plus de 300 kilomètres par jour, mais elle peut couper ses trajets en campant, pour la nuit, n'importe où entre les deux villes.

Zoé restera deux nuits dans chaque ville, de manière à pouvoir passer chaque fois une journée entière à les visiter.

Donnez l'itinéraire de Zoé en remplissant le tableau ci-dessous pour indiquer où elle passera chacune des nuits.

.....

Jour	Logement pour la nuit
1	Camping entre Angaz et Kado
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

Figure 9 Vacances, PISA 2003

Le terme « culture » mathématique est donc de plus en plus laissé de côté et remplacé par « littéracie » (ou « littératie »). Bodin (2004, 2008) utilise ce dernier terme pour bien montrer la différence avec ce qu'on entend par culture et explique que la littéracie correspond mieux

aux compétences que l'on veut évaluer, à savoir « *la façon dont les jeunes sont prêts, vers la fin des scolarités obligatoires, à affronter les défis du monde dans lequel ils sont appelés à vivre* » (Bodin, 2008, p. 55). Appliquée aux mathématiques, la littéracie ne prend pas seulement en compte les savoirs mathématiques mais correspond également à l'utilisation qui en est faite dans des situations problématiques issues de la vie courante. Elle est assimilée dans un compte rendu de l'évaluation 2003 (DEPP, MEN, 2007), à des « *mathématiques du citoyen* », elle renvoie à une connaissance d'outils mathématiques pour leur caractère utile, dans la société et dans la vie de tous les jours. De la même façon, Artigue (2011) précise qu' « *assurer cette littéracie, c'est permettre le développement des connaissances et des compétences mathématiques nécessaires à l'intégration et à la participation active dans une société donnée ainsi que l'adaptation aux évolutions prévisibles de celle-ci* » (p. 13).

Arsac et Mante (2007) n'envisagent pas dans l'étude de problèmes ouverts® le développement de la littératie définie par Artigue (2011), cependant nous faisons un lien entre la caractérisation des problèmes ouverts® et des problèmes proposés dans le cadre du programme PISA. En effet, dans certains des problèmes du programme PISA, « *il n'y a pas unicité de la démarche ni de la solution et la résolution nécessite la prise en compte d'une multiplicité de contraintes. Les questions, majoritairement ouvertes, et la nature même de ces exercices favorisent également les expérimentations du type 'essais/erreurs'* » (MEN, 2007, p. 93).

c) Analyse des résultats des élèves français

Chaque année, le ministère de l'éducation nationale français publie les résultats de l'évaluation dans une note officielle. Nous ne détaillons pas ici le calcul des scores de chacun des pays.[10] Nous analysons les scores des élèves français par rapport à leur évolution depuis l'année 2000.

Le tableau 1 présente les scores de la France concernant le domaine de la littéracie mathématique. La moyenne de ces scores est fixée autour de 500 points et l'écart type entre pays à 100 points. Les deux tiers des pays se situent entre 357 et 555 points.

Un premier constat est que le score de la France est à la baisse depuis l'année 2000 : ce score est en 2012 de 16 points inférieur à celui de l'année 2003 et de 22 points inférieur à celui de 2000. Il se situe au-dessus de la moyenne des scores des pays de l'OCDE en 2000 et 2003

[10] Nous renvoyons pour cela au site de l'OCDE, www.ocde.org, ainsi qu'à Bodin (2009), *La Gazette*, 120.

puis sensiblement en dessous en 2006 et en 2009, enfin est quasiment égal à cette moyenne en 2012.

Année d'évaluation	2000	2003	2006	2009	2012
Meilleur score	555 Japon	548 Hong Kong	546 Hong Kong	555 Hong Kong	554 Corée du Sud
Moins bon score	445 Grèce	357 Brésil	360 Argentine	365 Brésil	368 Pérou
Meilleur score au sein de l'OCDE	536 Finlande	544 Finlande	548 Finlande	540 Finlande	531 Suisse
Moyenne OCDE	500	500	498	497	494
Score France	**517**	**511**	**496**	**497**	**495**

Tableau 1

Ces résultats interrogent, ils ont en particulier amené plusieurs groupes d'enseignants et d'experts en France à identifier, à partir du PISA, les points forts et les points faibles des élèves français atteignant l'âge de fin de scolarité obligatoire. Des hypothèses sont également formulées par ces différents experts afin d'expliquer les scores des élèves français depuis l'année 2000.

Une forme d'évaluation mal connue des élèves français

L'organisation même du programme est quelquefois contestée concernant la détermination de l'échantillon d'élèves, la passation de l'épreuve, le codage des réponses. Cependant il est reconnu qu'ils ont « *peu d'incidence sur les conclusions que l'on peut raisonnablement tirer de cette étude* » (Bodin, 2009). Ils n'en ont pas plus que dans d'autres évaluations nationales en France. En revanche, toutes les personnes ayant étudié ce programme, qu'il s'agisse d'experts (Bodin, 2009), d'inspecteurs de mathématiques (Olivier, 2007) ou de professeurs de mathématiques (Dupé, 2007) s'accordent pour dire que le contenu et la forme des exercices d'évaluation est à prendre en compte dans l'analyse des scores.

Nous étudions donc pourquoi ce contenu et cette forme ont un impact sur les scores des élèves français.

Concernant la forme des évaluations proposées, il apparaît que les élèves français ne sont pas forcément habitués à résoudre des tels problèmes. En effet, en parcourant les énoncés des problèmes proposés au diplôme national du brevet (diplôme sanctionnant la fin du collège en France et auxquels des élèves de 15-16 ans en France se sont majoritairement présentés), nous constatons que beaucoup de questions posées restent fermées et que les réponses attendues

sont le plus souvent une application directe de notions acquises en classe. Nous pouvons alors supposer que pour les évaluations faites en classe tout au long de l'année, les enseignants de mathématiques reprennent en partie, ce genre d'exercices d'application. Il est sans doute plus rare que des élèves soient évalués en classe à l'aide d'un questionnaire à choix multiples ou d'un problème dont la question est ouverte même si ces pratiques en classe existent. Or, dans PISA, nous constatons qu'un tiers des questions correspond à des questions à choix multiples (Cf. Figures 10 et 11) et un quart à des questions ouvertes (Cf. Figure 12) :

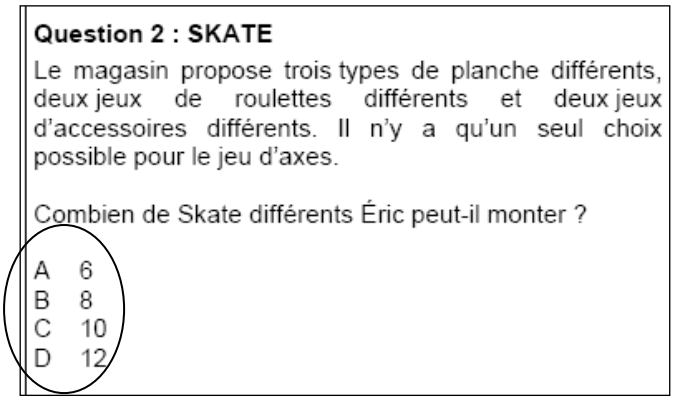


Figure 10 Skate, PISA 2009

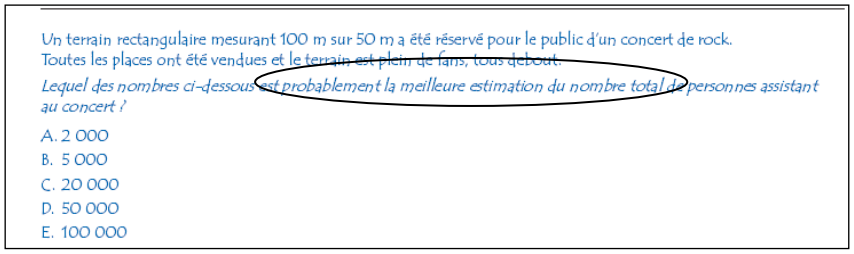


Figure 11 Concert Rock, PISA 2012

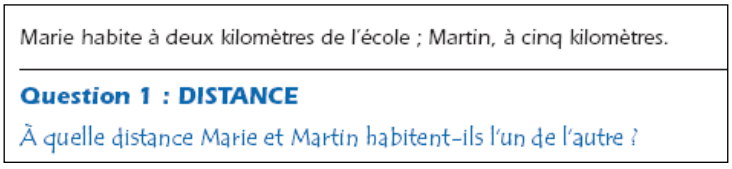


Figure 12 Distance, PISA 2006

Les élèves français se retrouvent donc face à un mode d'évaluation qu'ils ne connaissent pas bien. Les analyses des travaux d'élèves montrent que les élèves traitent la quasi-totalité des QCM mais ne répondent pas à toutes les questions ouvertes (MEN, 2007). Finalement, le fait de sélectionner une seule réponse parmi plusieurs propositions, semblent être considéré comme n'étant pas trop difficile par les élèves alors que le fait d'expliquer sa démarche, de justifier une réponse après une recherche personnelle leur semble plus difficile et donc est laissé de côté.

Or, les analyses des résultats du PISA (OCDE, 2010 et 2012) montrent que le comportement est le même pour tous les élèves de l'OCDE, ce qui aurait tendance à montrer que, finalement, le format des questions, ne peut pas à lui seul expliquer pourquoi les scores de la France sont relativement inférieurs à certains des autres pays de l'OCDE ni même le taux de non-réponse. Des suppositions sont faites. Il reste, à notre avis, à les vérifier directement auprès des élèves concernés.

Dans certains cas, les élèves ne répondent pas à certaines questions de peur de faire des erreurs, ils préfèrent ne rien écrire plutôt que d'écrire des choses fausses ou absurdes. Plus généralement, les élèves français semblent manquer de « *motivation pour un travail à faible enjeu dans un environnement scolaire où la note est prépondérante* » (MEN, 2010). Le travail demandé n'étant pas noté, les élèves ne s'y investissent pas complètement et abandonnent dès la première difficulté rencontrée ou dès qu'un effort plus important de réflexion est nécessaire. Evidemment, là encore, il convient de vérifier auprès des élèves concernés.

Des problèmes traduits de l'anglais

Pour ce qui concerne le contenu des évaluations, un obstacle est également soulevé : les exercices proposés sont initialement rédigés en anglais, les élèves français ont alors devant eux des énoncés traduits et non écrits dans leur langue d'origine. Ce qui peut parfois engendrer des difficultés de compréhension à la lecture des textes fournis (MEN, 2003). Il est vrai que quel que soit l'objectif d'évaluation des problèmes proposés (compréhension de lecture, culture mathématique ou culture scientifique), la première tâche demandée aux élèves est la lecture des documents fournis et leur compréhension avant même de parler de leur analyse. « *Dans PISA, il y a souvent peu de mathématiques à mobiliser, mais beaucoup à faire avant de les utiliser* » (Bodin, 2009, p. 63). Cette idée est vérifiée lorsque pour chaque pays, les résultats dans les trois domaines évalués, sont comparés. Il semble en effet que « *la connaissance du score d'un pays dans l'un des domaines permet d'avoir, directement, une bonne approximation du score de ce pays dans les autres domaines* » (Bodin, 2009, p. 63). La forme retenue par l'ensemble des problèmes, avec du texte et des documents à analyser pour en retirer les informations utiles ou non à l'élaboration d'une réponse fait que la bonne ou mauvaise compréhension des énoncés influe réellement sur les résultats des élèves. Nous retenons cette information qui peut avoir, d'après nous, une grande importance lors du choix ou lors de l'élaboration d'énoncés de problèmes à proposer aux élèves.

Comparaison du contenu avec les instructions officielles françaises

Pour ce qui concerne le contenu mathématique évalué, des réflexions ont été menées après la session de 2003 par un groupe d'experts[11] français réunissant des professionnels de l'enseignement des mathématiques (MEN, 2007). Elles s'appuient sur des comparaisons entre les contenus des exercices de l'évaluation et les contenus des programmes officiels français du collège à la seconde (puisque le PISA concerne les élèves de quinze/seize ans). Nous ne donnerons pas le détail de ces comparaisons mais seulement les constats qu'il est alors possible de faire. Dans le PISA, un nombre important de compétences qui sont considérées comme importantes dans les instructions officielles françaises, ne sont pas évaluées. Il s'agit par exemple de tout ce qui concerne le calcul algébrique ou encore la démonstration dans des problèmes de géométrie (l'utilisation de théorèmes, de propriétés ou des transformations). Cela représente près de 40 % de ce que les élèves étudient en classe en France et qui n'est pas présent dans le PISA. Par contre, quelques notions telles que les probabilités sont évaluées alors qu'elles n'étaient pas, pour les élèves évalués au début des années 2000, aux programmes de mathématiques de l'école élémentaire et du collège. Les choses changent et les résultats vont certainement évoluer puisque désormais, depuis les dernières instructions officielles pour le collège, les probabilités sont au programme de la classe de troisième. Par ailleurs, le groupe d'experts attire notre attention sur quelques compétences évaluées par PISA, considérées par le groupe comme étant travaillées en France en mathématiques mais très rarement évaluées. Il s'agit par exemple de « dénombrer » (Cf. Figure 13), de « faire des essais » (Cf. Figure 14).

Cette remarque nous semble importante, ces compétences ont aux yeux des organisateurs du PISA la même importance que d'autres compétences plus liées aux savoirs mathématiques de base comme savoir déterminer un pourcentage ou savoir diviser un nombre par un entier. En France, par contre, « dénombrer » de manière exhaustive pour conclure ou obtenir une réponse par des essais et ajustements ne sont pas des compétences évaluées donc elles semblent avoir moins d'importance que les autres aux yeux des instructions officielles donc des enseignants et sans doute aussi des élèves. En revanche, comme nous l'avons évoqué avant, ces procédures sont envisagées dans les problèmes ouverts®, la recherche par essais et ajustements étant encouragée par Arsac, Germain et Mante (1988).

[11] Il s'agit pour le groupe « *Conception et analyses PISA-Mathématiques* » de : Monnier, A.L. (coordinatrice, consultante PISA 2003 France) ; Cens, I. et Duppé, C. (Professeurs de mathématiques en collège) ; Obert, M.C., Talamoni, C. (professeurs de mathématiques en lycée) ; Peylet, D. (professeur, DEP) ; Jost, R. (IGEN) ; Olivier, Y. (IA-IPR).

Dans une pizzeria, la pizza de base comporte deux garnitures : du fromage et des tomates. Vous pouvez y ajouter des garnitures **supplémentaires**, à choisir parmi les quatre garnitures suivantes : olives, jambon, champignons et salami.

Thierry veut commander une pizza avec deux garnitures **supplémentaires différentes**.

Entre combien de combinaisons différentes Thierry peut-il choisir ?

Réponse : . . . . . combinaisons.

Figure 13 Pizza, PISA 2009

COLONIE DE VACANCES

Les services de la ville de Zedish organisent une colonie de vacances qui durera cinq jours. Il y a 46 enfants (26 filles et 20 garçons) qui se sont inscrits à la colonie de vacances et 8 adultes (4 hommes et 4 femmes) se sont portés volontaires pour les accompagner et pour organiser la colonie.

Tableau 1 : Adultes

Mme Mariette
Mme Chantal
Mlle Greta
Mlle Lorraine
M. Simon
M. Noël
M. William
M. Pascal

Tableau 2 : Dortoirs

Nom	Nombre de lits
Rouge	12
Bleu	8
Vert	8
Violet	8
Orange	8
Jaune	6
Blanc	6

Règlement du dortoir :

1. Les garçons et les filles doivent dormir dans des dortoirs séparés.
2. Il faut qu'au moins un adulte dorme dans chaque dortoir.
3. L'adulte ou les adultes qui dorment dans un dortoir doivent être du même sexe que les enfants.

Affectation des dortoirs.

Complétez le tableau pour répartir les 46 enfants et les 8 adultes dans les dortoirs, en veillant à ce que toutes les règles soient respectées.

Nom	Nombre de garçons	Nombre de filles	Nom(s) de l'adulte ou des adultes
Rouge			
Bleu			
Vert			
Violet			
Orange			
Jaune			
Blanc			

Figure 14 Colonie de vacances, PISA 2003

d) Conclusion pour ce qui concerne notre étude

Finalement lorsque nous étudions les différents problèmes proposés lors de l'évaluation internationale PISA, nous constatons que les calculs demandés sont simples, les situations de géométrie concernent l'utilisation de formules permettant le calcul d'aires de rectangles, de disques, que la lecture de tableaux, de graphiques, de cartes a une grande place et que les moments de déduction sont demandés dans des situations proches de la vie quotidienne des élèves. Les compétences évaluées par PISA concernent en partie celles travaillées à l'école élémentaire, elles se situent « *[…] dans le champ des connaissances et compétences de l'école primaire, sans appel à des opérations compliquées* » (Durpaire, 2006, p. 26).

C'est pourquoi l'étude de ces évaluations d'élèves de quinze ans a, à notre avis, sa place dans notre travail, même si celui-ci concerne l'enseignement des mathématiques au cycle 3, avec des élèves de 8 à 10 ans. Certains résultats des élèves français, tout en tenant compte des biais de cette évaluation, nous permettent de constater leurs points forts et les points faibles. Ils peuvent ainsi nous amener à faire des hypothèses sur ce qui est travaillé dans les cours de mathématiques en France, y compris lorsque des problèmes ouverts® sont étudiés en classe. Les résultats laissent penser que les élèves sont plus habiles lorsqu'il leur est demandé explicitement d'utiliser une de leurs connaissances mathématiques que lorsqu'ils doivent, comme pour les questions ouvertes, faire preuve d'un peu plus de réflexion et choisir seuls parmi ces connaissances (mathématiques ou autres) pour répondre. « *Les élèves français éprouvent des difficultés lorsqu'ils doivent faire preuve d'initiative, d'imagination* » (Dupé et Olivier, 2005). Il semble donc raisonnable de penser que les cours de mathématiques à l'école élémentaire puis au collège, laissent peu de place à un travail mobilisant cette prise d'initiative dans les problèmes à résoudre. Ils ne permettent sans doute pas assez aux élèves de développer des capacités de recherche. En tout cas, pas suffisamment pour que les élèves sachent faire face, seuls, à des activités autres que des exercices d'application et de réinvestissement de connaissances.

III-1.2 Au niveau national

Les évaluations diagnostiques à l'entrée en sixième ainsi que les évaluations en fin de cycle 3 confirment le déficit des élèves français constaté précédemment (MEN, 2003) : les élèves français éprouvent des difficultés à développer des démarches personnelles dans des situations nouvelles, à prendre des initiatives lorsqu'il s'agit de résoudre un problème inédit pour eux. Cette prise d'initiative est essentielle pour réussir à résoudre un problème ouvert® qui, par

définition, ne propose pas ni démarche, ni question intermédiaire permettant d'orienter les recherches des élèves. C'est pourquoi nous étudions les résultats des élèves français aux évaluations nationales, même si celles-ci ne proposent pas de problèmes ouverts® à résoudre.

Nous revenons sur une note d'information (MEN, 2002) de la DEEP[12] de l'année 2002 rendant compte des résultats d'une évaluation des élèves à l'entrée en sixième, réalisée cette année-là. Ces évaluations sont présentées comme un outil apportant une aide aux professeurs de collège afin de mieux cerner les compétences de leurs élèves et d'adapter en conséquence leur enseignement. C'est également une occasion de réfléchir à partir des résultats, avec éventuellement des professeurs des écoles sur ce qui a pu se faire à l'école, en mathématiques, avant l'entrée en sixième.

L'évaluation est répartie en cinq « *champs* » d'étude : espace et géométrie, exploitation de données numériques, grandeurs et mesures, connaissance des nombres, calcul. Les auteurs de la note d'information concluent, face aux résultats dans le champ « *exploitation de données numériques* », sur des difficultés à traiter correctement des informations dans le cadre de la résolution d'un problème chez les élèves entrant en classe de sixième. Les erreurs sont identifiées comme étant dues à « *une difficulté à sélectionner et/ou à interpréter les données présentées dans l'énoncé, puis à organiser une démarche* » (MEN, 2002, p. 9).

Il apparaît également que la capacité la moins bien développée par ces élèves soit celle qui consiste à produire une réponse en la justifiant. Seulement 57,7 % des élèves évalués (donc à peine plus de la moitié des élèves entrant en sixième) réussissent à donner une réponse argumentée alors que 78 % de ces mêmes élèves réussissent, dans le même domaine, quand il suffit d'appliquer une technique. Autrement dit, chez 22 % des élèves évalués, un déficit des acquis des savoirs mathématiques est constaté, ce qui représente un peu moins d'un quart des élèves alors que 42,3 % de ces élèves ne réussissent pas à utiliser ces connaissances dans des problèmes ce qui correspond à plus de la moitié des élèves évalués. Trois quarts des élèves ont acquis des savoirs mathématiques, des techniques mathématiques et savent les utiliser quand on leur demande de le faire, mais un bon nombre d'entre eux, plus de la moitié, sont démunis quand ils doivent eux-mêmes choisir la démarche, la technique à utiliser et justifier leur choix.

Lors de l'évaluation à l'entrée en sixième, par exemple, le problème suivant a été proposé en 2005, 2006 et 2007[13] (MEN) :

[12] Direction de l'évaluation et de la prospective.

[13] MEN, Archives de la DEPP. Ces archives sont disponibles en ligne : http://educ-eval.education.fr/diag.htm

Un enfant veut acheter des CD. Il possède 1 billet de 20 €, 4 billets de 5 € et 8 pièces de 2 €. Combien de CD à 9 € l'un peut-il acheter ?

Ce problème témoigne du manque d'initiative des élèves face à une situation non guidée par l'enseignant. En effet chaque année, les résultats, au niveau national, sont sensiblement les mêmes : 58,10 % de réussite en 2005, 60 % de réussite en 2006 et 2007. Ce que nous pouvons traduire par : 4 élèves sur 10 ou encore 10 élèves dans une classe de 25 ne savent pas répondre alors que la résolution du problème est à la portée des enfants de cet âge, en schématisant la situation et/ou en faisant appel à des calculs élémentaires qu'ils maîtrisent.

En 2010, la DEEP publie dans une autre note d'information, les résultats de l'évaluation en fin de cycle 3, d'un échantillon d'élèves français. L'objectif annoncé est d'évaluer cinq compétences de ces élèves : « *identifier, exécuter, traiter, produire en autonomie et contrôler, valider.* » Les résultats prouvent que 41,4 % des élèves possèdent les connaissances mathématiques requises pour résoudre les problèmes et qu'ils savent les utiliser de façon mécanique. Cependant ces mêmes élèves éprouvent des difficultés à utiliser leurs connaissances dans des situations nouvelles puisque finalement seulement 10 % des élèves évalués montrent « *des compétences leur permettant d'adapter leurs stratégies, quelles que soient les situations rencontrées* » (MEN, DEPP, 2010). Nous en concluons que face à un problème ouvert®, ces mêmes élèves risquent d'avoir des difficultés à se lancer seuls dans des essais et à émettre des conjectures puisqu'ils ont certes des connaissances mais qu'ils ne réussissent pas à les mobiliser dans des situations inédites.

III-2 Evaluation des contenus mathématiques enseignés dans les classes de cycle 3 en France

En 2002, la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (CREM) pilotée par J.P. Kahane, fait part de ses résultats concernant l'enseignement des mathématiques en France. Cette commission est composée de chercheurs et d'enseignants français et a été créée par le ministère à la demande d'associations de mathématiciens telles que l'APMEP[14], le SMAI[15], la SMF[16] et l'UPS[17].

[14] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
[15] Société des Mathématiques Appliquées et Industrielles.
[16] Société Mathématique de France.
[17] Union des Professeurs de Spéciales.

L'objectif pour les autorités est d'engager une réflexion sur l'enseignement des mathématiques, de la maternelle à l'université avant de rédiger de nouveaux programmes pour l'enseignement secondaire. La commission a d'abord cherché à préciser ce qui justifie l'enseignement des mathématiques dans les classes de primaire puis, après avoir décelé des manques voire des dysfonctionnements, elle a proposé des alternatives, des pistes de changements possibles en termes de contenus mathématiques et également en termes de pratiques enseignantes. Quatre thèmes –la géométrie, l'informatique, le calcul, les probabilités et statistiques- ont fait l'objet de quatre rapports différents (Kahane, 2002). La commission balaie ainsi la totalité des domaines mathématiques abordés de la maternelle à la fin du lycée. Un dernier rapport (Kahane, 2003) est consacré à une réflexion sur la formation des enseignants du primaire et du secondaire. L'enseignement des mathématiques y est étudié en lien avec les contenus, les savoirs mathématiques présentés dans les programmes officiels. Il est également étudié selon les pratiques préconisées par ces mêmes programmes pour enseigner au mieux cette discipline.

Nous avons relevé, à la lecture des différents rapports, des éléments précisant en quoi peut constituer l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Par exemple, dans la partie réservée à l'enseignement du calcul, les auteurs insistent sur la nécessité de faire des liens entre des exercices consacrés à la mémorisation des algorithmes et des problèmes « *plus complexes* » demandant chez les élèves une réflexion personnelle ainsi que l'élaboration de procédures personnelles. D'autres constats concernent plus précisément les pratiques enseignantes. Les auteurs souhaitent définir « *une culture mathématique du citoyen* » qui serait à construire chez chaque élève de l'école primaire. Le fait que « *les mathématiques développent l'aptitude à structurer sa pensée est un fait reconnu par tous […], encore faut-il que ces mathématiques soient raisonnablement maîtrisées par l'individu, qu'il se les soit appropriées positivement afin de les réinvestir consciemment* » (Kahane, 2003, p. 12). Les auteurs retiennent que la détermination d'un niveau de conceptualisation raisonnablement abordable pour des élèves de cycle 3 est essentielle. C'est la connaissance de ce niveau de conceptualisation pouvant être atteint par les élèves de fin de primaire qui permet alors de préciser aux professeurs des écoles jusqu'où ils peuvent aller avec leurs élèves.

Le niveau en mathématiques des enseignants et futurs enseignants est également d'après cette commission un élément à prendre en compte. « *On s'accorde sur le point qu'enseigner des mathématiques ne peut se régler uniquement par la mise en œuvre de connaissances de pédagogie générale, de même enseigner des mathématiques ne peut pas non plus se régler*

par des connaissances uniquement mathématiques » (*Ibid*., p. 20). Il apparaît nécessaire d'encourager les enseignants à se former en mathématiques et en didactique des mathématiques autrement dit d'accéder à une bonne maîtrise des savoirs mathématiques qu'ils enseignent dans les classes tout autant que de bien connaître comment ces notions s'enseignent.

La commission explique que l'enseignant du premier degré doit avoir non seulement des connaissances mathématiques de base mais surtout il doit les compléter par un nouveau regard sur les savoirs mathématiques. Ils doivent avoir une autre perception de la place des mathématiques dans l'école. « *Ces savoirs doivent s'insérer dans la perception de la place des mathématiques dans l'école : les mathématiques sont un ensemble de techniques et d'outils au service des autres disciplines ; mais aussi une incitation à la recherche et au raisonnement (essai, imagination, formulation, contrôle ...) et une aide à la compréhension du monde (prévision, anticipation, raisonnement, déduction ...) ; il s'agit aussi de reconnaître la pensée mathématique dans des « objets » usuels (les nombres entiers, par exemple, conceptualisent une première abstraction de la quantité ou du rang) ou des situations qui ne le sont pas nécessairement (stratégie au cours d'un jeu, modélisation d'une expérience ...)*» (*Ibid*., p. 9).

III-3 Evaluation de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 en France

Le rapport piloté par J.-L. Durpaire (2006), inspecteur général de l'éducation nationale, est le fruit du travail d'un groupe d'inspecteurs du premier degré et de conseillers pédagogiques. Un des objectifs annoncés par ce rapport est « *de cerner la réalité de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire* » (Durpaire, 2006, p. 5). Sa lecture et son analyse constituent pour nous, une autre approche par rapport aux précédentes, de ce qui se passe dans les classes du primaire particulièrement dans le domaine de la résolution de problèmes qui nous intéresse.

Afin d'obtenir des réponses, les auteurs du rapport font référence à des observations « *concrètes* » et à des « *entretiens avec des maîtres exerçant à ce niveau* », ces observations et entretiens correspondent à des visites effectuées par des inspecteurs dans cent vingt classes de cycle 3 réparties dans toute la France. Tout au long du document, des exemples de rapports de visite, rédigés par ces inspecteurs, viennent illustrer les résultats annoncés. Les auteurs

apportent des résultats sur les pratiques des professeurs des écoles qu'ils ont observés, résultats que nous étudions du point de vue de la résolution de problèmes. Les enseignants connaissent les programmes « *dans leurs grandes lignes* » (*Ibid*., p.38), les enseignants les plus jeunes les connaissant mieux que leurs collègues plus âgés. La majorité des enseignants a retenu de la lecture des instructions officielles que « *la résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques* » (*Ibid*., p. 41). En effet, 90 % des enseignants déclarent réserver des temps spécifiques à la résolution de problèmes : presque la moitié des enseignants réserve une séance par semaine, un tiers réserve deux séances ; les autres ne réservent pas de séances particulières mais déclarent que « *tout est problème* ». Il est donc noté que « *majoritairement, une distinction est effectuée entre un temps de mathématiques où l'on cherche et d'autres temps pour des activités autres* » (*Ibid*., p. 41). Il semble que les enseignants de cycle 3 observés fassent une différence entre des moments dans la classe dédiés à l'entraînement, à l'application de notions étudiées précédemment pendant lesquels les élèves ne cherchent pas beaucoup par eux-mêmes et des moments qu'ils identifient comme réservés à des activités de recherche. Dans presque toutes les classes observées, des temps dédiés à ces activités sont prévus. En général un énoncé est distribué, un moment est consacré à un travail individuel des élèves puis à des interactions entre l'enseignant et sa classe pour aboutir à une solution collective. Les rapports d'inspection précisent que les apprentissages prennent appui sur « *un travail de recherche dans le cahier d'essai* » ou encore que « *les situations proposées par les enseignants permettent aux élèves de devenir chercheur* ». Ils soulignent également l' « *enthousiasme des élèves* » lors de ces séances, il semble qu'elles soient bien vécues dans les classes, que les élèves apprécient ces moments de recherche individuelle et de confrontation ensuite avec le reste de la classe à propos d'un problème de mathématiques. Cependant les auteurs constatent des signes inquiétants quant à la résolution de problèmes dans les classes. En effet, priorité est donnée dans les instructions officielles à un enseignement des mathématiques qui privilégie la résolution de problèmes. Cette tendance est conforme, rappellent-ils, aux orientations internationales notamment au programme PISA. Toutefois, même si les enseignants proposent à leurs élèves des problèmes à résoudre, ils constatent que la mise en œuvre reste difficile pour beaucoup d'enseignants.

Les auteurs du rapport soulignent que le document d'accompagnement des programmes de l'année 2003, intitulé *Le problème pour chercher*, est à l'origine de réelles difficultés. Trois raisons sont évoquées afin d'expliquer ces difficultés : une caractérisation des différents types de problèmes qui n'est pas bien comprise des enseignants du primaire, une mise en œuvre des séances maladroite, mal adaptée et, concernant les travaux de recherche des élèves, une

incompréhension des notions « *procédure personnelle* » et « *procédure experte* » (*Ibid.*, p. 42). Il apparaît donc que malgré la volonté institutionnelle d'accompagner les enseignants du primaire dans la mise en œuvre de *problèmes pour chercher* donc de problèmes ouverts®, celle-ci reste pour la plupart d'entre eux difficile.

III-4 Questions issues de l'analyse des différents rapports

Des experts nous invitent à la vigilance concernant l'interprétation des résultats des élèves français aux évaluations internationales et nationales ainsi qu'aux résultats publiés, et à ne pas donner de conclusions trop générales leur niveau de connaissances et de compétences en mathématiques (Bodin, 2011). Cependant, nous ne pouvons ignorer que les différents rapports considèrent que les résultats des élèves français en résolution de problèmes sont faibles. Même s'il est reconnu qu'ils ont acquis des connaissances mathématiques de base, il est clair que la plupart d'entre eux ne sait pas les utiliser pour résoudre les problèmes proposés dans PISA. Certains de ces problèmes (Cf. Figures 10 à 14) peuvent être assimilés à des problèmes ouverts® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988) : ils demandent aux élèves de faire preuve d'initiative, les démarches pouvant être utilisées ne sont pas suggérées par des questions intermédiaires, les problèmes posés incitent à mettre en œuvre une procédure d'essais et ajustements et les situations sont dans des *domaines conceptuels* familiers des élèves.

Les analyses du programme PISA montrent que, depuis l'année 2000, aucune réelle évolution, dans les résultats des élèves de quinze ans, n'est constatée alors que les programmes scolaires français ont changé et incitent les enseignants à centrer leur enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes, notamment à l'école primaire depuis l'année 2002. Ces résultats interpellent sur les compétences acquises par les élèves à l'école primaire en termes de résolution de problèmes ainsi que, pour ce qui concerne notre travail, sur leurs réelles capacités à résoudre des problèmes ouverts®. Pourquoi bon nombre d'élèves sont-ils ainsi démunis face à un problème inédit pour eux alors que des élèves de pays voisins semblent mieux réussir ? Nous pouvons nous demander si les élèves français sont confrontés à des problèmes de ce type dans leur scolarité, en primaire et au collège. Et si c'est le cas, que retiennent-ils de l'étude de tels problèmes en classe ?

Nous pensons que les enseignants du primaire ont connaissance de ces résultats faibles des élèves français de par leurs inspecteurs, leurs conseillers pédagogiques et également de par les médias. Ces constats sur les élèves peuvent-ils influer leurs pratiques ? Peuvent-ils les amener à étudier des problèmes ouverts® dans leur classe ?

Par ailleurs, les spécialistes parlent de « *littéracie mathématique* » (OCDE, 2003, 2006, Bodin, 2008, Artigue, 2011) : les élèves devraient acquérir des connaissances mathématiques mais également des compétences à les utiliser dans des situations nouvelles pour eux, dans des situations issues de la vie courante. Qu'en est-il à l'école primaire ? Les enseignants du premier degré ont-ils cette conception de l'enseignement des mathématiques ? Proposent-ils de telles situations d'étude à leurs élèves ?

L'étude des rapports concernant les pratiques des enseignants du primaire montre que les professeurs des écoles proposent à leurs élèves des problèmes cependant la mise en œuvre des séances n'est pas considérée comme efficace en termes d'apprentissages chez les élèves. Comment ces séances sont-elles mises en œuvre ? Que manque-t-il pour qu'elles soient propices à de réels apprentissages ? Diverses propositions directement utilisables dans les classes existent (Borel, 1994, Douaire et *al*., 1999, Godot, 2005, Hersant et Thomas, 2008 etc.). Cependant les enseignants du primaire ont-ils réellement connaissance de ces propositions ? Ce qui pose la question des ressources utilisées et de leur contenu. De quelles ressources les enseignants du premier degré disposent-ils ? Dans celles qu'ils utilisent quotidiennement, peuvent-ils réellement trouver des problèmes ouverts® et lesquels ? Peuvent-ils y trouver des informations quant à la mise en œuvre de séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts® ?

IV- Des résultats de la recherche

IV-1 En France

Un état des lieux de la recherche en France sur l'intérêt d'enseigner à des élèves des méthodes leur permettant de résoudre au mieux des problèmes mathématiques que nous avons réalisé nous permet d'établir que les résultats des travaux de Polya (1945) sont remis en cause, après un constat des limites de la méthode-type de résolution de problèmes qu'il propose : *« les tentatives faites pour mettre en œuvre un apprentissage de la résolution de problèmes tel que*

le préconise Polya n'ont pas conduit à des résultats bien encourageants » (Julo, 1995, p. 3). Et ceci pour deux raisons principales.

La première raison est liée au fait que Polya centre sa réflexion sur les méthodes de résolution et non sur les contenus mathématiques. L'enseignement des mathématiques de l'époque s'appuie sur le fait que l'élève – quel que soit le niveau d'enseignement auquel il se situe (école primaire, collège, lycée, enseignement supérieur) - étudie et apprend diverses notions mathématiques afin d'être capable, ensuite, de les appliquer et de les utiliser pour résoudre des problèmes. Les méthodes-types de Polya ont alors leur raison d'être. Mais actuellement, les objectifs visés par les résolutions de problèmes ont évolué ainsi que les préoccupations quant aux difficultés des élèves. Cette manière de procéder ne suffit donc plus.

La seconde raison dépend des connaissances psychologiques et les travaux en didactique des mathématiques qui ont permis de réfuter l'idée que l'élève pourrait apprendre à résoudre tous les problèmes seulement en appliquant un plan de travail précis, défini auparavant par l'enseignant, *« l'idée d'une compétence générale que l'on pourrait développer à partir d'un apprentissage de règles […] est apparue peu plausible »* (Julo, 1995, p. 3).

Ces travaux vont orienter les réflexions vers les différentes activités mentales mises en jeu dans les apprentissages. Ils vont concerner l'analyse, « *la description aussi précise que possible de ce qui se passe « dans la tête » de l'individu ou, plus exactement, de l'activité mentale qui le conduit à se comporter de telle ou telle manière.* » (*Ibid*., p. 6).

Certains didacticiens des mathématiques vont chercher à étudier ces différentes activités mentales mises en jeu par les élèves pour apprendre et ceci afin d'améliorer leurs compétences en ce qui concerne la résolution de problèmes en mathématiques. Robert et Robinet (1996) définissent alors le terme « *méta mathématique* […] *pour désigner des éléments d'information ou de connaissances SUR*[18] *les mathématiques, sur leur fonctionnement, sur leur utilisation, sur leur apprentissage, qu'ils soient généraux ou tout à fait liés à un domaine particulier* ». Et elles élaborent « *une hypothèse sur la manière d'intégrer des éléments méta dans l'enseignement : […] de tels éléments peuvent contribuer à l'apprentissage à la condition sine qua non que des activités adéquates soient proposées aux élèves, leur permettant de les utiliser »* (*Ibid.*, p. 166).

Le méta peut donc être considéré comme un moyen, un outil pour aider aux apprentissages : l'enseignant travaille en classe, par exemple, sur le sens d'une nouvelle notion pour mieux la faire acquérir. Le méta peut également être considéré comme un enjeu, un objectif

[18] En majuscules dans le texte.

d'apprentissage : l'enseignant met en relief, par exemple, que chaque nouvelle notion est étudiée avec la même méthode, en répondant à un même questionnement. Il propose ainsi aux élèves des stratégies d'apprentissages.

C'est lors d'un travail de résolution d'un problème (bien choisi) que l'enseignant mettra en relief les compétences *méta mathématiques* alors en œuvre et, pour apprendre à résoudre des problèmes, les élèves vont résoudre des problèmes. Robert et M. Rogalski (2002) en ont conscience, « *la première fois, ils risquent de ne pas réussir à donner une solution […] sans doute seront-ils arrêtés* » (Robert et M. Rogalski, 2002, p. 11). Malgré tout, Robert et Robinet (1996) affirment vouloir « […] *garder la richesse de la situation de résolution de problèmes mais la rendre effectivement accessible à plus d'élèves* » (p. 170). L'idée n'est pas de donner des problèmes plus simples ou trop simples. L'activité des élèves ne relèverait plus justement de la résolution de problèmes s'il n'y a pas de difficultés à surmonter. L'idée est plutôt de réfléchir à une progression dans le choix des problèmes à proposer afin d'atteindre l'objectif que la résolution soit alors « *accessible à plus d'élèves* ».

Et c'est grâce à la répétition d'activités de résolution de problèmes bien choisis et grâce à des aides bien choisies elles aussi, que les élèves vont acquérir des connaissances relatives à cette résolution puis les enrichir, ces « *enrichissements […] sont l'accès à des démarches mathématiques pas uniquement algorithmiques, à une certaine généralité des outils et à une certaine organisation des connaissances* » (Robert et M. Rogalski, 2002, p. 11).

La résolution des problèmes par les élèves est accompagnée de mises au point métacognitives : Robert et Robinet font « *le choix d'indiquer aux élèves, pour les leur faire mettre en pratique des mécanismes de recherche en mathématiques, de plus en plus précis et diversifiés* » (Robert et Robinet, 1996, p. 170). Les mécanismes dont elles parlent sont inspirés de ceux employés par les chercheurs, inspirés seulement et non copiés. Il ne s'agit pas de faire des élèves des experts mais ces mécanismes doivent être « *adaptés à leurs connaissances du moment* » et « *être explicités complètement* ».

L'activité ne peut donc pas s'improviser et le didacticien a alors un rôle à jouer. Il doit faire le tri dans toutes les méthodes disponibles chez les experts et expliciter celles qui pourront être transmises aux élèves. « *Un autre travail du didacticien est de mettre en place les scénarios correspondants, […] et de les évaluer* » (*Ibid.*, p. 171).

Robert et M. Rogalski, dans le cadre de leur réflexion sur l'activité des élèves en fonction des énoncés et de la gestion de la classe, ont analysé des éléments de mise en pratique liés à la résolution de problèmes ouverts®. Ils font d'ailleurs référence aux travaux d'Arsac, Germain

et Mante (1988) sur le sujet. Ils sont d'avis « *d'obliger les élèves à chercher en classe, à être confrontés à des démarches qui ne conduisent pas immédiatement au résultat* » (Robert et M. Rogalski, 2002, p. 15). Il ne faut pas réserver les problèmes de recherche à un travail à la maison.

Ce type d'activités s'inscrit dans le temps et doit permettre aux élèves d'acquérir une autre attitude face aux énoncés de mathématiques proposés : « *il s'agit d'habituer les élèves à chercher, à gérer une certaine incertitude* […] » (*Ibid*., p. 11). Afin que ce travail soit efficace, ils insistent sur deux conditions de mise en œuvre indispensables : le temps de recherche des élèves doit être respecté (il ne faut pas l'arrêter trop vite) et l'enseignant doit proposer régulièrement des problèmes mettant les élèves en activité de recherche afin d'instaurer des habitudes chez les élèves (chercher même s'ils ne trouvent pas immédiatement le résultat, ne pas attendre une réponse de l'enseignant, par exemple). Ils énoncent ensuite trois conditions nécessaires : le travail en petits groupes, « *des aides adaptées au travail précis des élèves en phase de recherche* » (p. 16) et un discours explicite avec les élèves, par exemple des valorisations orales concernant le plaisir de chercher et de trouver seul, la prise en compte des démarches personnelles et des progrès…). Ils précisent : « […] *pour nous, le succès de l'entreprise dépend de la gestion de la classe pendant le travail des élèves* » (*Ibid*., p. 15) cependant le rôle de l'enseignant va bien au-delà de cette gestion.

Il doit dans un premier temps, accepter de modifier ses pratiques et les pratiques des élèves face aux énoncés mathématiques. Ce n'est pas simple, il faut souvent du temps à l'enseignant puis ensuite aux élèves, pour faire évoluer efficacement les habitudes de travail mises en place dans la classe. Ensuite, l'enseignant doit apprendre à « *résister à la pression de répondre* » rapidement aux élèves. Il écoute sans corriger immédiatement les éventuelles erreurs, il « *improvise des aides intermédiaires entre la solution et les démarches des élèves* ». Lors de la synthèse finale, il apporte des compléments, y compris méthodologiques, il dégage les éléments essentiels et les complète si besoin.

Cette place différente proposée à l'enseignant, est difficile à adopter, elle remet en cause des habitudes de travail en classe et peut déstabiliser. Cependant Robert et M. Rogalski (2002) le soulignent, « *un intérêt essentiel tient à la perspective d'une amélioration à court ou moyen terme des apprentissages : en faisant fonctionner les élèves « plus près » de l'activité mathématique réelle* » (p. 18).

Parallèlement à cette étude, une autre vision de la situation se dégage. Sarrazy (1997), quant à lui, oriente sa recherche vers les classes de l'école primaire. Il remet en cause l'hypothèse que

« la production d'une réponse à un problème atypique est indépendante du contexte de résolution » (Sarrazy, 1997, p. 136). Pour cela, il reprend une partie de l'introduction des programmes officiels de 1981 où il est mentionné que des compétences d'ordre méthodologique doivent être développées chez les élèves notamment dans le cadre du traitement de l'information. Il est d'accord pour affirmer qu'il existe des démarches métacognitives que les élèves ont besoin de connaître pour mener à bien les résolutions de problèmes. Il ajoute que l'enseignement de méthodes, de stratégies, réalisé lors de l'étude de problèmes donnés, devrait viser surtout à permettre aux élèves de pouvoir utiliser ces mêmes stratégies dans des situations nouvelles. Mais, il pense qu'on ne peut pas garantir que, face à un problème donné et dans une situation de classe particulière, ces élèves vont faire appel à ces connaissances métacognitives acquises au préalable. Il réfute l'idée que les élèves disposent « *d'un « réservoir » de connaissances et un mystérieux « mécanisme » mental qui viendraient régler leur application* » (Sarrazy, 1997, p. 140).

L'hypothèse de travail de Sarrazy est de dire qu'« *un même problème recevra des réponses, radicalement différentes selon les situations dans lesquelles il sera proposé et ce, quel que soit le niveau scolaire des élèves en mathématiques »* (*Ibid.*, p. 150). L'expérience qu'il a menée dans 14 classes de cours moyen tend à le prouver.

Dans un premier temps, il demande aux élèves de « *dissocier les énoncés défectueux »* (ceux du type « âge du capitaine », appelés dans cette recherche *problèmes absurdes*) *« des énoncés classiques »* (ceux pour lesquels, une réponse est possible). Il a ainsi vérifié que dans leur ensemble, les élèves quel que soit leur niveau de réussite en mathématiques, savent reconnaître un problème « *absurde »* lorsqu'on leur demande explicitement de le faire.

Dans un deuxième temps, il propose dans une situation d'évaluation, plusieurs problèmes : des problèmes absurdes, des problèmes impossibles à résoudre par manque de données et des problèmes qu'ils peuvent résoudre et ceci sans leur indiquer le type de problème. Il a comparé les réponses des élèves en fonction de leur niveau de réussite en mathématiques. Il a constaté que « *quel que soit le type de problème […], le type de réponse est lié au niveau scolaire des élèves »* (*Ibid.*, p. 155).

Dans le cas des problèmes absurdes cités juste avant, « *plus le niveau scolaire est faible, moins les élèves contestent la validité de la question ».* Donnons l'exemple d'un problème dont l'énoncé contient des données numériques superflues : *Elodie collectionne les images de football. Elle a rangé ses images dans 3 albums. Le premier a 15 pages de 10 images, le second a 10 pages de 12 images et le troisième 9 pages de 6 images. Combien y a-t-il de*

pages dans ces trois albums ? (*Ibid.*, p. 151). Un élève d'un niveau faible en mathématiques va, beaucoup plus souvent qu'un élève d'un meilleur niveau, utiliser les éléments inutiles de l'énoncé pour résoudre le problème.

Suite à d'autres problèmes posés, Sarrazy note également que les élèves d'un niveau faible vont souvent chercher à faire des calculs même si la réponse au problème est déjà donnée dans l'énoncé.

Ces premières remarques auraient pu « *conduire à admettre la pertinence d'un enseignement méta* » (*Ibid.*, p. 154). Mais dans la suite de sa recherche, Sarrazy fait varier le type de situation dans laquelle le problème est proposé aux élèves. Il joue sur le statut de la personne proposant le problème : il annonce aux élèves que les problèmes sont proposés soit par lui, le chercheur, soit par leur professeur, soit par d'autres élèves dans le cadre d'un rallye mathématique. Suite aux analyses, il annonce que les résultats « […] *permettent d'attester de la prépondérance de la situation sur les décisions des élèves* » (p. 158). Le niveau scolaire des élèves n'est pas à ignorer mais il n'explique pas tout. Les compétences métacognitives ne sont pas seules en cause non plus. Les résultats de la recherche de Sarrazy montrent que des élèves d'un même niveau de réussite en mathématiques, ne font pas appel aux méthodes qu'ils connaissent, toujours de la même manière.

En effet, en fonction de la personne qui propose l'énoncé (le chercheur, le professeur ou d'autres élèves), le problème n'est pas traité de la même façon. Dans une situation d'évaluation proposée par l'enseignant ou par le chercheur, beaucoup d'élèves quel que soit leur niveau de réussite en mathématiques, produisent des réponses numériques aux problèmes impossibles et aux problèmes absurdes. Alors que dans une situation de rallye (proposée par d'autres enfants), les élèves faibles réussissent à déceler lesquels des problèmes proposés sont absurdes et décident dans ce cas, le plus souvent, de s'abstenir d'y répondre.

La comparaison des résultats entre l'évaluation faite par l'enseignant et celle effectuée par le chercheur, montre que les bons élèves rejettent plus facilement le problème impossible, en justifiant le rejet, quand ils sont face à leur maître. Ces recherches de Sarrazy (1997) conduisent à « *remettre en cause l'idée selon laquelle le sens d'une tâche peut être établi indépendamment de toute situation* ». L'essentiel se situe donc plus au niveau « *des conditions d'émergence des significations* » qu'au niveau de l'utilisation de méthodes ou de stratégies de résolution de problèmes.

Des recherches (Douaire, 1999, 2006 ; Grenier et Payan, 2003 ; Godot, 2005 ; Hersant et Thomas, 2008 ; Hersant, 2011) concernant plus précisément des situations s'apparentant aux

problèmes ouverts® ont permis de dégager des résultats quant aux savoirs pouvant être en jeu lors de l'étude de ces problèmes. Douaire (2006) précise qu'il est possible lors de l'étude de problèmes ouverts avec des élèves de 9-10 ans (dans des classes de fin de cycle 3 en France) de proposer des « *situations de preuve* » et d'aborder, en classe, la notion de preuve en mathématiques (par exemple, la notion de contre-exemple). Grenier et Payan (2003) puis Godot (2005) par l'étude de « *situations de recherche en classe* » (SRC) précisent qu'il est possible d'atteindre des « *savoirs transversaux* » autrement dit des savoirs « *intervenants dans de nombreux domaines mathématiques* » et plus particulièrement, des savoirs « *constitutifs de toute activité de recherche mathématique : l'argumentation, l'activité de conjecturer, […] la preuve, la modélisation* ». Les apprentissages concernent, en fonction des SRC proposées, différents types de preuve, par exemple la preuve utilisant le principe de l'exhaustivité des cas, accessibles dès le cycle 3 de l'école primaire, l'existence ou non de solutions, la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante (Godot, 2005).

Plus récemment, Hersant (2011) a réinterrogé ces résultats et a étudié « *les enjeux de savoirs associés à la démarche scientifique* » (p. 38), démarche présentée par Arsac, Germain et Mante comme un objectif d'apprentissage des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts®. Elle fait apparaître pour le cycle 3 des « *savoirs essentiels pour la résolution de problèmes en mathématiques* » étant donné que « *leur apprentissage […] pourrait constituer une sorte de propédeutique à l'enseignement de la démonstration […]* ». Hersant montre que, lors de l'étude de problèmes ouverts® au cycle 3 de l'école primaire « *le passage de l'empirisme naïf à l'apodictique […] est un enjeu fort d'apprentissage* ». Plus précisément, il s'agit de permettre aux élèves de ce niveau, d' « *envisager l'impossible* » (p. 95), de « *dépasser l'empirisme* » (p. 96) et d' « *accéder à l'apodicticité* », c'est-à-dire « *aux nécessités qui expliquent l'impossible* ».

Tous ces résultats montrent qu'étudier les propositions de problèmes ouverts® à des élèves de cycle 3 permet de préciser les apprentissages possibles pour des élèves de cet âge, ces apprentissages n'étant pas restreints aux savoirs curriculaires mais touchant également des savoirs en lien avec la notion de preuve en mathématiques.

IV-2 Des travaux de recherche à l'étranger

Après avoir étudié le point de vue de didacticiens français, nous portons notre attention sur ce qui se fait à l'étranger dans ce domaine afin de préciser notre questionnement.

Pour cela, nous nous référons au numéro 39 de la revue *ZDM*[19] proposant un état des lieux de la question de la résolution de problèmes dans une douzaine de pays. Les auteurs de chacun des articles donnent des précisions sur la recherche dans le domaine de la résolution de problèmes, sur les prescriptions officielles ainsi que sur ce qui se passe réellement dans les classes de leur pays.

Dans cette partie, nous analysons ces présentations. Notre but est de repérer si elles font référence à des problèmes ouverts®. Quand c'est le cas, nous étudions la définition donnée par les auteurs des articles concernés, nous interrogeons le point de vue de la recherche dans chaque état représenté, les prescriptions officielles ainsi que la place qui est réservée à ces problèmes dans les classes. Nous pointons ensuite les questions que cela pose par rapport à ce qui se passe en France et les questions que cela amène dans le cadre de notre travail.

Dans tous les pays représentés, il apparaît que la recherche s'intéresse de près au domaine de la résolution de problèmes depuis les années soixante-dix et que cet intérêt semble perdurer. Ce domaine reste dans de nombreux pays un champ à explorer surtout du point de vue des apprentissages des élèves et des pratiques enseignantes (Boero, 2007).

En premier lieu, il est important de noter que l'expression *résolution de problèmes* ou *problem solving* n'est pas définie de la même façon dans tous les pays concernés. Il est même difficile parfois de croiser les différentes caractérisations puisque « *the very term problem solving has very different meanings in different countries* » (Törner, Shoenfeld, Reiss, 2007, p.353). Les mathématiques sont les mêmes pour tous, elles sont universelles. Une propriété mathématique, un théorème, une fois établie, le sont pour tous et n'évoluent pas avec le temps. Il apparaît que ce n'est pas la même chose pour leur enseignement. Cet enseignement, la façon donc de faire apprendre des mathématiques à des élèves, semble être une affaire sociale, définie à un moment donné, qui évolue dans le temps, parfois différemment selon les pays concernés (Törner, Shoenfeld, Reiss, 2007). Néanmoins, à travers les précisions données par les experts sollicités pour écrire chacun des articles étudiés ici, nous pouvons étudier la question de la résolution de problèmes à l'étranger de nos jours et déterminer si la résolution de problèmes ouverts® est envisagée. Nous tentons également de faire des comparaisons voire des rapprochements entre les pratiques des enseignants des différents pays.

[19] Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (publiée depuis 2007 sous le nom de ZDM-The International Journal on Mathematics Education)

Par ailleurs, les résultats de ces recherches ne sont pas entendus et pris en compte de la même façon dans tous les pays, que ce soit dans l'écriture des instructions officielles fournies aux enseignants ou dans la réalité des classes.

Pour ce qui concerne la rédaction des instructions officielles, certains pays prennent en compte ces résultats et incitent les enseignants à mettre en place des situations dédiées à la résolution de problèmes : en Italie, les auteurs notent qu'ils trouvent « *[…] a larger extension for problem solving, with more detailed prescriptions, in the National Programs for elementary school (grade I-V) […]* » (Boero, Dapueto, 2007, p. 385). Au Mexique, également « *for instance, for each grade, the official curriculum that frames the mathematics syllabus, identifies problem-solving activities as key aspects in the pupil's mathematics learning* » (Santos-Trigo, 2007, p. 528). Certaines pratiques qualifiées d'innovantes par les rédacteurs des instructions officielles de certains états sont proposées dans les programmes scolaires, les enseignants étant alors invités à les mettre en place. Au Brésil, les enseignants sont incités à installer des « *open classrooms* » (D'umbrosio, 2007), en Angleterre, les programmes officiels demandent d'utiliser dans les cours de mathématiques des « *non routine problems* » (Burkhard, Bell, 2007), au Japon, une « *opened approach* » est également conseillée (Hino, 2007).

Plus précisément encore, au Portugal, les programmes officiels incitent les enseignants à étudier en classe des activités, issues de la recherche en didactique, permettant de développer chez les élèves des capacités de recherche : « *the most recent Portugese official document, the national curriculum of basic education, refers several aspects of the mathematical competence that students must develop, including reasoning mathematically, searching for regularities, making and testing conjectures and formulating generalizations. (Ministério da Educaçao, 2002)* » (Da Ponte, 2007, p. 427).

Par contre d'autres auteurs regrettent que le travail des chercheurs dans leurs pays n'ait que peu d'impact sur la rédaction des programmes scolaires. Des considérations souvent politiques (que nous ne développerons pas ici) semblent l'emporter sur les résultats de recherche. Aux Etats-Unis par exemple, après avoir officiellement basé l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes, les autorités ont décidé de s'en éloigner et de revenir à un enseignement plus classique basé sur la mémorisation et l'entraînement à l'application de notions dans des exercices répétitifs, qualifié de « *back to the basics* » (Schoenfeld, 2007).

Après avoir étudié ce qui concerne les différents curriculums, nous recueillons des informations à travers ces articles sur ce qui se passe réellement dans les classes.

Aux Pays-bas, dans l'enseignement des mathématiques en primaire, « *[…] problem solving has only a marginal position* » et que dans les pratiques enseignantes « *[…] less and less attention was given to really opended problems that adress higher order thinking goals, problem solving and modelling* » (Doorman et *al.*, 2007, p. 411). Les auteurs italiens parlent même de rêves et de réalité dans le but d'opposer les résultats des chercheurs et ce qui se passe réellement dans les classes, « *the dreams concern mathematics educators who, in the last 30 years, have tried to offer (through the connection with international research and their own contributions) tools and results to improve teaching and learning in this area. The reality concerns what happened and happens in the school system : a reality that is very far from dreams* » (Boero, Dapueto, 2007, p. 384).

En cherchant ensuite les raisons évoquées par les auteurs pour expliquer le décalage observé entre le pôle recherche et le travail observé dans les classes, nous identifions trois axes d'explications : la communication des résultats de recherche, les pratiques et la formation des enseignants.

Le premier axe concerne la vulgarisation des résultats de la recherche dans certains états, le décalage peut être dû à un défaut de communication de la part des chercheurs eux-mêmes.

Le deuxième concerne les pratiques des enseignants : ils utilisent le plus souvent des manuels scolaires pour préparer leurs séances, pour travailler avec les élèves en classe et ces manuels ne leur donnent pas l'opportunité d'utiliser des problèmes. Ces manuels peuvent constituer un obstacle dans certains pays au développement de pratiques pédagogiques basées sur la résolution de problèmes. En Italie, les chercheurs constatent que ces manuels s'éloignent bien souvent des recommandations officielles, les transforment voire même les dénaturent (Boero, Dapueto, 2007). Aux Pays-Bas, les manuels ne contribuent pas non plus à un enseignement par résolution de problèmes, un « *obstacle is formed by the textbook series, which are not very open to problem solving and do not adress its learning* » (Doorman et *al*., 2007, p. 417). D'autre part, il est noté que le type d'évaluation proposé et la forme des examens nationaux influent également sur les pratiques des enseignants, sur leurs choix. Aux Pays-Bas, il n'est pas tenu compte dans les évaluations nationales des élèves de leurs éventuelles capacités à résoudre des problèmes ce qui fait que les activités de recherche, de résolution de problèmes ouverts® sont moins présentes dans les classes voire pas du tout, « faute de temps » disent les enseignants (D'Umbrosio, 2007).

Le troisième axe d'explications concerne la formation des enseignants du primaire. Ceux-ci n'étant pas des spécialistes des mathématiques ne semblent pas toujours assez formés pour mettre en place des séances centrées sur la résolution de problèmes. Ce constat est fait par bon nombre de chercheurs dans différents pays. En Italie, ce manque de formation est, par exemple, constaté et sert même aux auteurs de certains manuels scolaires pour justifier leurs choix : « *Teachers would have not been able to manage such an open situation and deal with their students' failure in solving the problem* » (*Ibid*., p. 387).

Malgré ces contraintes identifiées et expliquant un décalage entre les résultats de recherche et les pratiques dans les classes en termes de résolution de problèmes, des tentatives de pratique innovantes sont évoquées. Les cas présentés au Japon et au Portugal retiennent notre attention et nous semblent pertinents à étudier dans le cadre de notre travail. Les chercheurs réussissent à influencer les instructions officielles, les manuels scolaires et les pratiques en classe. A l'école élémentaire au Japon, les enseignants sont invités à enseigner les mathématiques selon une « *openended approach* » (Hino, 2007). Le but est de proposer des problèmes que les élèves vont résoudre en mobilisant toutes leurs connaissances mathématiques, selon des procédures qui leur sont personnelles, ce qui n'est pas sans rappeler une partie de la caractérisation des problèmes ouverts® (Arsac, Germain et Mante, 1988). Les recherches dans ces classes, en réelle collaboration avec les enseignants, montrent qu'ils avaient besoin que leur soient proposées des situations pertinentes et des outils pour bien gérer les séances. Elles montrent également que certains manuels scolaires proposent des problèmes différents des exercices habituels de mathématiques, « *we can find open-ended problems in textbooks that are used in elementary and lower secondary school. […] Their aims are to arouse the students' interest and to foster their mathematical views and thinking* » (Hino, 2007, p. 508). L'auteur termine en précisant que les recherches dans ce domaine continuent puisqu'elles reconnaissent dans cette approche des mathématiques, un réel intérêt pour les élèves et un « *powerful way of learning mathematics* » (*Ibid.*, p. 508).

Au Portugal, les auteurs présentent une forme de résolution de problèmes qui investit les dernières instructions officielles, les évaluations nationales et qui est donc présente dans les classes : « *the mathematics investigations as a special form of problem solving* ». Les problèmes choisis laissent aux élèves le soin de mener seuls des investigations, des explorations. C'est une nouvelle façon, non habituelle, de travailler les mathématiques dans les classes portugaises. Le problème est défini par les chercheurs qui étudient cette question comme « *a question in which the students do not have a ready-made routine process to solve*

it, but that simulates their curiosity and their will to work on it » (Da Ponte, 2007, p. 420). Cette définition se rapproche également de la caractérisation des problèmes ouverts® définis par Arsac, Germain et Mante (1988).

IV-3 Questions issues de l'analyse des travaux de recherche existants

L'analyse de ces travaux nous interroge sur d'éventuelles limites de la réalisation de problèmes ouverts® en classe de primaire.

Robert et Robinet (1996) saisissent l'occasion de l'étude d'un problème en classe pour introduire une démarche de résolution dans l'idée que les élèves vont ensuite la réutiliser, par eux-mêmes, lors d'un nouveau problème. Sarrazy (1997), quant à lui, montre que même si cette démarche est explicitée aux élèves, rien ne prouve qu'ils sachent la réutiliser seuls lors de la résolution d'un nouveau problème. Cette ambiguïté nous interroge sur l'intérêt de proposer une démarche de résolution aux élèves lors de l'étude de problèmes ouverts® en classe. Que vont-ils en retirer ? Si des démarches sont explicitées en classe, vont-elles ensuite être réutilisées par les élèves ou est-ce « peine perdue » comme le laisse supposer Sarrazy ?

Les recherches effectuées par Douaire (2006), Grenier et Payan (2003), Godot (2005) et Hersant (2011) permettent d'expliciter certains savoirs en jeu lorsque des problèmes ouverts® sont étudiés en classe notamment en classe de primaire. Cependant, les professeurs des écoles, même s'ils peuvent avoir connaissance de ces résultats, peuvent-ils identifier clairement ces savoirs afin de permettre leur apprentissage dans leur propre classe ?

Du point de vue des pratiques des enseignants, y aurait-il des façons de faire plus efficaces que d'autres, pour que les élèves apprennent de ces problèmes des méthodes, des démarches et puissent les réutiliser ensuite dans d'autres situations ?

Certains enseignants dans des pays étrangers semblent avoir mis en place des situations d'enseignement afin d'apprendre aux élèves à résoudre des problèmes de type ouvert. Les résultats sont présentés comme encourageants par certains états mais également insatisfaisants pour d'autres. Les pratiques de ces enseignants lorsqu'ils proposent des problèmes ouverts® sont remises en cause. Des raisons sont avancées : il apparaît que l'orientation des instructions officielles n'incite pas les enseignants à utiliser de tels problèmes dans leur classe (Schoenfeld, 2007) ; le manque de problèmes ouverts® dans les classes peut être également dû à un manque de ressources facilement exploitables par les enseignants (Boero, Da Pueto,

2007) ou encore, un manque de formation initiale ou continue des enseignants dans ce domaine est relevé (D'Umbrosio, 2007). Qu'en est-il en France ? Les pratiques des enseignants du cycle 3 lorsqu'ils proposent des problèmes ouverts ne semblent pas assez efficaces (Durpaire, 2006). A quoi est-ce dû ? Les instructions officielles en vigueur sont-elles trop ambiguës en demandant aux enseignants de développer chez les élèves des capacités de recherche, de raisonnement chez tous les élèves tout en restant flou sur l'usage de *problèmes pour chercher* donc de problèmes ouverts® en mathématiques ? D'autre part, les ressources raisonnablement disponibles pour des enseignants du premier degré proposent-elles des problèmes ouverts® ? Enfin, les enseignants du primaire ont-ils bénéficié de formations initiale et/ou continue leur permettant de mettre en œuvre efficacement ce type de problèmes ?

V- Synthèse des questions et énoncé de notre problématique de recherche

Par notre travail, nous souhaitons participer aux recherches déjà effectuées sur les pratiques enseignantes au cycle 3 de l'école primaire lorsque les enseignants proposent d'étudier des problèmes ouverts® (Douaire, 1999 ; Georget, 2009 ; Hersant, 2008 ; Hersant et Morin, 2013). Nous cherchons également à contribuer à celles réalisées sur les savoirs visés par l'introduction de problèmes ouverts® dans les cours de mathématiques du cycle 3 (Douaire, 2006 ; Houdement, 2009 ; Hersant, 2010).

Des analyses menées dans ce premier chapitre émergent des questions concernant les pratiques enseignantes lors de l'étude en classe de problèmes ouverts® et des questions concernant les savoirs en jeu ou tout au moins les apprentissages possibles, visés par les enseignants.

Dans les instructions officielles en vigueur (MEN, 2008), l'utilisation de problèmes ouverts® dans les classes de primaire ne répond pas directement à une commande explicite. Néanmoins, force est de constater que des enseignants de cycle 3 continuent d'en proposer à leurs élèves pendant les cours de mathématiques. Dans notre recherche, nous cherchons à comprendre pourquoi et dans quelles conditions ces problèmes sont proposés par les professeurs des écoles.

Nous supposons que les problèmes ouverts® peuvent être pour certains enseignants une réponse à l'injonction de développer chez les élèves des capacités de recherche, de développer chez chacun d'eux le goût de la recherche (MEN, 2008). Cependant rien n'est dit, dans les instructions officielles, sur le choix des énoncés, sur la mise en œuvre de tels problèmes dans la classe. De plus, les objectifs d'apprentissage restent flous également (Hersant, 2010). Les enseignants sont de ce fait libres de leurs choix. Mais cette *liberté pédagogique* contribue à rendre ces enseignants seuls face à de nombreuses questions : Quelles ressources utiliser ? Quels problèmes choisir pour leur classe ? Quelles pratiques adopter dans la classe ? Et quels apprentissages viser ?

Le flou constaté dans les instructions officielles nous amène à penser que chaque enseignant va devoir s'approprier personnellement la construction puis la réalisation en classe des séances dédiées aux problèmes ouverts. L'élaboration des séances et leur réalisation dans la classe sont en grande partie à leur charge puisqu'ils ne trouvent que peu d'appui dans les instructions officielles.

De plus, lorsqu'une notion mathématique est étudiée en classe, les enseignants disposent de ressources pédagogiques (le plus souvent de manuels scolaires accompagnés d'un ouvrage réservé à l'enseignant) dans lesquelles cette notion est clairement identifiée et pour lesquelles des propositions d'enseignement sont faîtes. Dans le cas des problèmes ouverts®, les ressources habituellement utilisées par les enseignants semblent aussi floues, aussi peu précises que les instructions officielles. Ces enseignants vont-ils alors se tourner vers d'autres ressources ? Lesquelles et pourquoi ? Comment vont-ils utiliser ce qu'elles proposent concernant les séances dédiées à des problèmes ouverts® ?

Du fait de ce flou dans les instructions officielles et dans les manuels scolaires, des différences de pratiques risquent d'apparaître lorsque les professeurs des écoles proposent des problèmes ouverts. Nous pouvons penser que des variations interindividuelles dans les pratiques vont alors être identifiables et nous cherchons dans cette étude à les repérer et à les expliquer.

Nous faisons l'hypothèse que l'*épistémologie* de l'enseignant (Brousseau, 2006) marque fortement sa pratique du problème ouvert® dans la classe. En effet, un enseignant a « *des connaissances, des savoirs et des croyances sur la façon de s'en servir et de les apprendre. Ces connaissances personnelles forment son épistémologie* » (Brouseau, 2006, p. 2). Nous supposons que les pratiques associées à l'introduction de problèmes ouverts® en cycle 3, du choix du problème et de la préparation de la séance jusqu'à sa mise œuvre dans la classe, sont

très liées au rapport que chaque professeur des écoles entretient avec les mathématiques et avec l'enseignement des mathématiques. Elles dépendent en grande partie de la représentation de chaque enseignant des mathématiques qu'il doit enseigner au cycle 3, de la représentation de la manière dont il doit les enseigner tout en tenant compte des contraintes externes qui pèsent sur lui, comme les instructions officielles ou le regard de ses collègues, des parents d'élèves sur son travail.

Face à des savoirs mal identifiés, face à des ressources variées, face finalement à une pratique du problème ouvert® *a priori* floue pour bon nombre d'entre eux, les enseignants de cycle 3 montrent en quelque sorte de quoi ils sont capables. Ils montrent comment ils prennent possession des libertés qui s'offrent à eux, tout en tenant compte de contraintes externes qui peuvent exister.

Dans cette étude, nous cherchons donc à répondre aux questions suivantes :

Q1 : Pourquoi les enseignants du primaire proposent-ils des problèmes ouverts dans leur classe ? Est-ce en réponse aux instructions officielles ? Est-ce en réponse aux résultats faibles des élèves lors d'évaluations telles que celles du programme *PISA* ? Est-ce pour d'autres raisons ? Comment ces contraintes externes influent-elles sur les choix des enseignants en termes de problèmes ouverts ?

Q2 : Comment les enseignants qui décident de proposer ces problèmes à leurs élèves organisent-ils leur enseignement sur une année scolaire ? Quelles ressources utilisent-ils et quels énoncés choisissent-ils ? Comment gèrent-ils les moments de recherche des élèves ? Comment tiennent-ils compte des activités et des résultats de recherche des élèves pour faire avancer la séance vers une solution au problème et aboutir aux objectifs d'apprentissage qu'ils se sont fixés ?

Q3 : Que souhaitent faire apprendre les enseignants aux élèves, en utilisant des problèmes ouverts en classe ? Autrement dit, quels savoirs en jeu pouvons-nous repérer dans les problèmes que les enseignants choisissent et proposent ? Que peuvent raisonnablement apprendre leurs élèves de séances dédiées à des problèmes ouverts ? Autour de quels objets les enseignants organisent-ils les moments d'institutionnalisation ?

Afin de répondre à ces trois groupes de questions, nous choisissons d'observer et d'analyser les pratiques de cinq enseignants du cycle 3 lorsqu'ils proposent, dans les cours de mathématiques, des problèmes ouverts. Nous choisissons d'utiliser principalement pour nos analyses le cadre théorique de *la double approche didactique et ergonomique* (Robert, Rogalski, 2002, 2008). Ce cadre théorique et notre méthodologie de recherche sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 2 Cadre théorique et méthodologie

Dans ce chapitre, nous présentons le cadre théorique choisi pour notre étude puis la méthodologie de recherche élaborée en cohérence avec ce cadre théorique afin de répondre à notre problématique de recherche.

I- Choix d'un cadre théorique

I-1 Nécessité d'une *double approche*

Notre recherche concerne les pratiques d'enseignants du primaire lorsqu'ils proposent, en cours de mathématiques, des problèmes ouverts. Nous étudions les pratiques enseignantes afin de les comprendre. Le chapitre précédent montre que le problème ouvert® existe depuis les années quatre-vingts cependant les objets de savoirs visés restent flous (Hersant, 2010). Par ailleurs, l'injonction officielle qui depuis l'année 2008 vise le développement chez tous les élèves de cycle 3 de capacités de recherche et de raisonnements n'est pas explicite sur la question de l'utilisation ou non de problèmes ouverts® en classe. Notre recherche ne se limite donc pas au fonctionnement en classe mais doit tenir compte également de facteurs extérieurs comme les représentations personnelles des professeurs des écoles concernant l'enseignement des mathématiques. C'est pourquoi un travail dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique nous semble nécessaire. Notre étude s'apparente en cela à des recherches menées depuis les années quatre-vingt-dix sur les pratiques des professeurs de mathématiques et la formation (Robert, 2001), dans une approche ergonomique de la pratique des enseignants (J. Rogalski, 2000), sur les pratiques de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième (Roditi, 2001), sur les pratiques de professeurs des écoles débutants en zone d'éducation prioritaire (Butlen, Peltier-Barbier, Charles-Pézard, Masselot, 2004). Toutes ces recherches s'intéressent particulièrement à l'enseignant et portent sur les pratiques *ordinaires* de professeurs de mathématiques ou de professeurs des écoles qui ne sont pas eux-mêmes investis dans des recherches en didactique des mathématiques. Elles prennent en compte ce que les enseignants donnent à voir

simplement en ouvrant la porte de leurs classes, en dehors de toute ingénierie proposée par des chercheurs. Le but est de déterminer les « *raisons pour lesquelles les professeurs font comme ils font* » (Roditi, 2011).

Nous cherchons à décrire la (ou les) manière(s) dont des professeurs des écoles organisent leur enseignement des mathématiques lors de séances qu'ils dédient à l'étude de problèmes ouverts et à comprendre les raisons qui les poussent à adopter ces pratiques.

Il est clair que tous les enseignants développent des pratiques afin de permettre des apprentissages chez leurs élèves. L'enjeu des choix qu'ils font est avant tout de faire apprendre des mathématiques à leurs élèves et cet enseignement qu'ils dispensent « *intervient largement, et de manière différenciée, sur l'apprentissage des élèves* » (Robert, 2001, p. 59). Le cas des problèmes ouverts® où se situe notre étude se distingue des recherches existantes. En effet, ces recherches visent ou visaient l'apprentissage d'un contenu mathématique bien défini, clairement identifiable, l'apprentissage d'un contenu curriculaire. Roditi (2001) étudie, par exemple, des professeurs de mathématiques lorsqu'ils enseignent la multiplication de deux nombres décimaux. Contrairement à ces recherches, nous ne nous intéressons pas à l'enseignement et à l'apprentissage de savoirs curriculaires précis. En effet, les savoirs en jeu (mathématiques, métamathématiques, autres) lors de l'étude de problèmes ouverts® ne sont pas clairement préciser dans les programmes. Donc même si nous cherchons à « *saisir ce qui est proposé par l'enseignant et qui peut avoir un effet sur les activités des élèves sur un contenu donné* » (Robert, 2004), nous pensons que le fait d'étudier les pratiques lorsque des enseignants utilisent de tels problèmes peut apporter un éclairage nouveau sur les pratiques en général. Comment des enseignants réagissent-ils lorsqu'ils ont à faire des choix aussi larges que ceux qui concernent les séances dédiées à des problèmes ouverts ? Puisque la place des problèmes ouverts® n'est pas clairement définie par les instructions officielles en vigueur et que rien n'est dit (ou presque) sur leur utilisation en classe, ces enseignants dont nous étudions les pratiques sont quasiment seuls face à de nombreux choix, en particulier le choix des énoncés et le choix des mises en œuvre. Un espace de liberté semble s'ouvrir devant eux, les marges de manœuvre semblent *a priori* plus importantes que lorsque l'enjeu d'apprentissage est un contenu mathématique précis. Nous cherchons donc à déterminer comment des enseignants du primaire s'en emparent pour comprendre les parcours proposés aux élèves.

Dans le cas de notre étude, il est difficile d'évaluer les apprentissages réels des élèves. Même si nous sommes attentifs à ce que vont apprendre les élèves lors des séances dédiées aux

problèmes ouverts, tout au long d'une année scolaire, nous ne pouvons pas réellement vérifier les effets de ce que proposent les enseignants sur les apprentissages en mathématiques de tous les élèves. Nous baserons notre réflexion sur des *apprentissages potentiels* (Robert, 2004) c'est-à-dire des apprentissages que pourraient réaliser les élèves et nous étudierons plus précisément pendant les séances, les *activités potentielles* des élèves provoquées par ce que proposent les enseignants en classe. Il s'agira de reconstituer à partir de l'observation des séances, ce que les élèves font et, également, auraient pu faire en réponse aux sollicitations des enseignants. L'observation des activités réelles des élèves, des activités *perceptibles* et de leur mise en fonctionnement dans la classe permet de déterminer « *leurs fréquentations des mathématiques telles qu'elles sont organisées* » par les enseignants (Robert, 2004). L'étude de ce point de vue est didactique et utilise un schéma habituel en didactique des mathématiques : une analyse *a priori* des énoncés et une analyse *a posteriori* des séances. Elles nous permettent de préciser deux choses : les apprentissages potentiels des problèmes proposés et l'enjeu des séances observées en termes de savoirs. Nous pouvons ainsi définir les mathématiques que les enseignants font fréquenter à leurs élèves et déterminer *in fine*, quels sont et/ou quels peuvent être les apprentissages des élèves.

En sus de ces analyses et de cette approche didactique, du fait que les enseignants sont relativement seuls face à l'utilisation de tels problèmes en classe, nous pensons que, dans l'étude des pratiques enseignantes, l'enjeu d'apprentissage pour les élèves ne suffit pas pour expliquer les choix que vont être amenés à faire les enseignants. Nous devons également tenir compte d'éléments liés aux enseignants eux-mêmes, d'éléments dépendant de l'épistémologie de chacun d'eux ainsi que de contraintes externes telles que leurs collègues dans l'école, leurs conseillers pédagogiques et leurs inspecteurs.

Du fait d'un flou dans les instructions officielles, les manières de mettre en œuvre des séances dédiées à des problèmes ouverts vont certainement dépendre de leur rapport au savoir mathématique mais également, et peut-être surtout, vont être liées à la représentation qu'ils se font de l'enseignement des mathématiques ainsi qu'à la représentation qu'ils se font de ce que des élèves du primaire doivent apprendre en cours de mathématiques en étudiant des problèmes ouverts. Une analyse des pratiques enseignantes d'un point de vue essentiellement didactique, donc avant tout en lien avec les activités possibles des élèves et leurs apprentissages potentiels, ne va pas permettre d'atteindre ces éléments qui nous semblent déterminants. Les pratiques enseignantes sont considérées comme étant *complexes*, elles « *[…] sont le reflet d'un travail, en partie implicite sans doute, qui a sa propre cohérence et*

ne peut se réduire, pour être analysé, à des études en terme d'apprentissage des élèves » (Robert, 2001, p. 62). Notre étude nécessite en cela une approche ergonomique. Les enseignants sont à considérer comme exerçant un métier avec des buts professionnels ainsi que des contraintes externes à la classe. Notre recherche consiste à étudier les pratiques des enseignants en classe comme l'expression d'un travail et donc à comprendre les activités des enseignants (J. Rogalski, 2008).

Autrement dit, les pratiques enseignantes dépendent de nombreux facteurs, externes pour certains à la classe comme les instructions officielles, les ressources disponibles, le niveau des élèves ou encore les habitudes de l'école. Elles dépendent également de la personnalité même de chaque enseignant, de ses connaissances en mathématiques, de ses compétences à enseigner cette discipline et de sa représentation des mathématiques et de leur enseignement.

C'est pourquoi l'emploi de l'expression « pratiques enseignantes » ne peut se réduire à ce que les enseignants font dans leur classe. Nous admettons que cette expression « *indique la prise en compte globale du travail de l'enseignant avant, pendant ou après la classe* » (Robert, 2008, p. 17). Le terme ne qualifie pas seulement ce qui se passe en classe. Il permet d'englober *« […] tout ce qui se rapporte à ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, que ce soit avant, pendant, après les séances de classe »* (Robert, 2008, p. 59).

Ces pratiques enseignantes peuvent être représentées par le schéma (Robert, 2008, p. 16), présenté Figure 15, qui permet de rassembler tous les éléments dont elles dépendent et qui influent sur leur développement.

Du fait de la complexité même de ces pratiques, nous avons donc besoin dans notre travail, pour les analyser et les interpréter, de la combinaison des deux approches, didactique et ergonomique. Nous choisissons de faire appel au cadre théorique de « *la double approche didactique et ergonomique* », développé par A. Robert et J. Rogalski (2002, 2008), conçu pour analyser des pratiques ordinaires. Nous analyserons les pratiques enseignantes selon ces deux points de vue : le didactique « *à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves* » et l'ergonomique « *à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier* » (Robert, 2002).

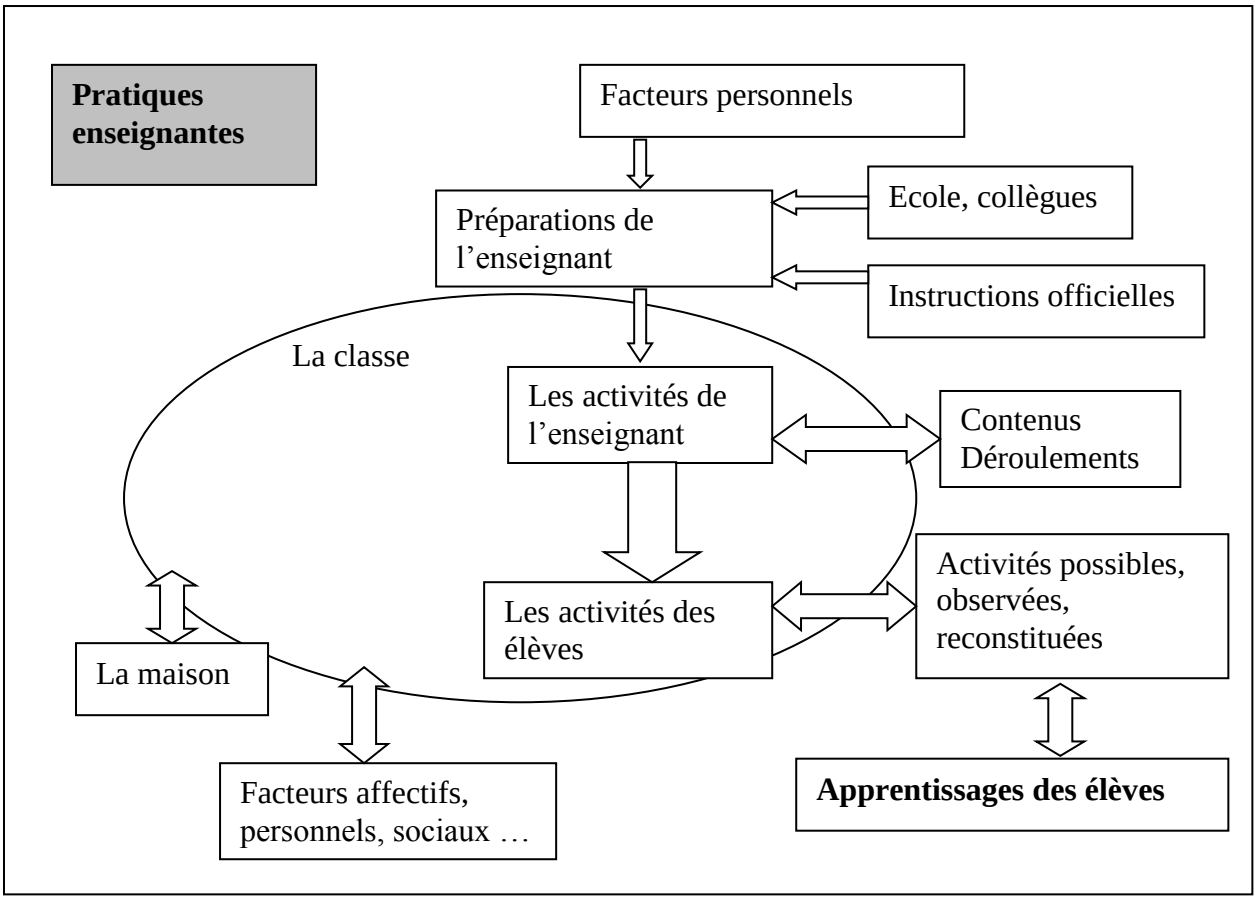


Figure 15 Schéma représentant les pratiques enseignantes (Robert, 2008, p. 16)

I-2 Une approche didactique …

Dans ce cadre théorique, l'approche est d'une part didactique : les pratiques des enseignants sont analysées en termes de savoirs (mathématiques, méta mathématiques) en jeu et d'apprentissages potentiels des élèves.

Les enseignants élaborent en amont de la séance, un projet d'enseignement pour leur classe. Ils présentent alors aux élèves un contenu sous forme de problèmes à étudier, d'exercices à résoudre, à corriger et de leçons à écrire. Il s'agit d'effectuer une analyse *a priori* de ces contenus proposés afin de déterminer quels savoirs sont en jeu et afin de repérer ce que les élèves concernés sont susceptibles de faire et d'apprendre. Autrement dit, il s'agit de déterminer, à partir de ce que les enseignants proposent aux élèves, les apprentissages possibles. Cette analyse permet d'obtenir un aperçu de ce que les enseignants souhaitent faire rencontrer à leurs élèves, ou tout au moins de ce qu'ils pourraient leur faire rencontrer, et donc des objectifs qu'ils se sont fixés en termes d'apprentissages pour les élèves.

Après avoir élaboré une séance, les enseignants la mettent en œuvre. Une analyse *a posteriori* de cette mise en œuvre permet de repérer la façon de faire des enseignants autrement dit elle permet de repérer ce qu'ils donnent réellement à faire aux élèves et la manière dont ils gèrent cette activité lors de la séance. Elle conduit à reconstituer les environnements mathématiques dans lesquels les enseignants placent leurs élèves ainsi que la manière dont les séances se déroulent. Cette analyse a pour « *[…] ambition de contribuer à mieux faire comprendre ce que les élèves ont à faire en classe de mathématiques* » (Robert, 2004).

Afin de préciser l'activité des enseignants, nous nous intéressons également à l'activité des élèves, autrement dit « *aussi bien ce que fait et dit l'élève que ce qu'il pense, va penser après l'action ou a pensé pour le faire* » (Robert, J. Rogalski, 2002, p. 507). Pour avoir accès à l'activité des enseignants, nous étudions l'activité qui est provoquée chez les élèves. En effet, cette dernière n'est pas toujours observable, il s'agit de la reconstituer, de la mettre à jour au moins en partie, à travers des observations faites en classe, des échanges verbaux entre les élèves et entre les élèves et les enseignants mais également en utilisant les traces écrites réalisées, personnelles et/ou collectives (Robert et J. Rogalski, 2002).

La comparaison et la combinaison des résultats des deux analyses, *a priori* et *a posteriori*, nous permet d'avoir accès à ce que nous appelons les *parcours mathématiques* proposés par les enseignants aux élèves. Robert et J. Rogalski (2002) introduisent l'idée de cheminement cognitif de l'élève pour distinguer le chemin que l'élève emprunte pour accéder à un concept ; ce chemin comporte à la fois les rencontres qu'il fait avec les différentes situations qui font sens pour lui et les différents niveaux de conceptualisation qu'il atteint. Les itinéraires cognitifs sont alors définis par ce que prévoient et proposent les enseignants pour que l'élève parcourt ce cheminement : « *les analyses des contenus en jeu dans une séance, des tâches prescrites aux élèves, du déroulement (avec notamment les tâches demandées effectivement aux élèves, compte tenu des modalités de travail adoptées et des discours de l'enseignant) nous permettent de reconstituer les activités proposées aux élèves, ce que nous résumons par « itinéraires cognitifs »* » (Robert, J. Rogalski, 2002, p. 507). Les itinéraires cognitifs sont constitués des problèmes, des activités choisis, des scénarii que les enseignants élaborent et proposent à la fréquentation des élèves et également des modifications apportées à ces scénarii pendant les séances. Dans notre étude, nous avons accès aux problèmes choisis par les professeurs des écoles sur l'ensemble de la séquence. Cela nous permet d'envisager des itinéraires cognitifs possibles. Mais comme nous ne disposons pas des scénarii prévus par les enseignants, nous ne pouvons donc pas définir les choix des professeurs parmi les possibles.

C'est pourquoi nous ne parlons pas d'itinéraires cognitifs mais de parcours mathématiques proposés aux élèves par les enseignants observés. Ces parcours sont constitués des énoncés de problèmes choisis, de leur analyse *a priori* en termes de savoirs en jeu, de procédures de résolution possibles pour les élèves de la classe. Nous y incluons également les domaines mathématiques dans lesquels se situent ces problèmes, la nature des réponses attendues ainsi que les raisonnements permettant d'atteindre ces réponses et pouvant être convoqués par les élèves.

I-3 … et une approche ergonomique

Notre approche est également ergonomique. Nous nous appuyons sur des éléments de la psychologie ergonomique qui considère les enseignants comme des « *acteurs engagés dans une situation de travail particulière : celle d'enseigner à des élèves dans un contexte institutionnel particulier : le système éducatif* » (J. Rogalski, 2000, p. 46). Il s'agit donc pour nous d'étudier ces acteurs, les *sujets* et la *situation* de travail, en nous appuyant sur les définitions données par J. Rogalski (2000, p. 46) :

- chaque sujet est « *une personne, individualisée ; avec des intentions, dont l'activité est finalisée ; avec des compétences qui constituent le potentiel qui lui est propre pour réaliser ses buts ; avec une insertion sociale marquée par l'existence du langage et la prise de conscience ;*
- *le sujet n'est pas seul maître de ses buts ni de ses moyens ; il agit dans une situation qui comporte son propre système de contraintes et de ressources ; il a une tâche à accomplir (ou un ensemble de tâches, ou plus largement une mission) qui le lie à un prescripteur par un contrat partiellement implicite.* »

Cette approche ergonomique est issue du cadre de la théorie de l'activité, élaborée par Galpérine (1966) puis Léontiev (1984) et quelques autres chercheurs russes poursuivant les travaux de Vygotsky (1934). Cette « *théorie vise l'analyse des processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe* » (J. Rogalski, 2008, p. 23).

Ce cadre fait notamment une différence entre tâche et activité. Léontiev (1984, cité par J. Rogalski, 2008, p. 24) défini la tâche comme le « *but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions* » et l'activité comme « *ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche* […] ». Notre travail s'intéresse au sujet qu'est l'enseignant. L'enseignant a une tâche à

accomplir, il se fixe alors des buts à atteindre. Pour cela, il développe une activité, que nous pourrons observer, lui permettant de viser les buts fixés, tout en faisant face aux contraintes rencontrées. Il s'agit pour nous de considérer « […] *non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire* […] » (J. Rogalski, 2008, p. 24). De ce fait, nous choisissons comme Robert et J. Rogalski (2002) de mener des analyses « *du point de vue de l'enseignant ou de l'enseignante exerçant son métier dans une institution, parmi des collègues, et en faisant jouer sa personnalité* » (p. 505).

I-4 Une analyse selon cinq composantes

Afin d'analyser les pratiques enseignantes en tenant compte de toute leur complexité, Robert et J. Rogalski (2002) définissent cinq composantes : deux des composantes -cognitive et médiative- sont liées aux séances menées par l'enseignant et considèrent le point de vue didactique des pratiques en lien avec les apprentissages potentiels des élèves. Les trois autres -sociale, institutionnelle et personnelle- sont liées à l'exercice du métier d'enseignant et aux contraintes (certaines externes à la classe) qui en découlent.

Il est important de souligner que cette analyse selon cinq composantes n'est pas un découpage figé des pratiques enseignantes qui amènerait des résultats indépendants les uns des autres. Tout au contraire, les éléments obtenus lors de l'analyse organisée selon les cinq composantes vont devoir être recomposés et mis en relation afin d'obtenir des résultats significatifs prenant en compte toute la complexité des pratiques enseignantes.

I-4.1 La composante cognitive

Dans le but de mettre en place des apprentissages chez les élèves, un enseignant détermine des objectifs à atteindre en termes de savoirs et fait des choix quant au contenu de la séance afin d'atteindre au mieux ces objectifs. Ce contenu va s'inscrire dans une progression, l'enseignant prévoit le déroulement, il planifie les tâches qu'il va confier aux élèves, ainsi que celles qu'il se réserve. Ces choix renseignent la première composante appelée « *composante cognitive*, […] *elle renseigne donc sur l'itinéraire cognitif de l'enseignant* » (Robert, 2008, p.60). Avec cette composante, il s'agit pour le chercheur de déterminer les objectifs en termes d'apprentissages pour les élèves que l'enseignant s'est fixés et de reconstituer le déroulement prévu pour atteindre ces objectifs. Cette composante « *est liée aux contenus travaillés en*

classe et à la répartition des activités prévue entre enseignant et élèves (scénario prévu) » (Robert et J. Rogalski, 2002, p. 510).

I-4.2 La composante médiative

Robert et J. Rogalski notent en 2002 (p. 523) que « *le mot « médiative » est utilisé pour référer aux activités de l'enseignant ou de l'enseignante ayant un rapport avec sa position de médiateur entre le savoir et les élèves* ». Il s'agit avec cette composante de repérer les différentes modes d'interaction en classe entre l'enseignant et ses élèves et également les différentes formes d'interaction des élèves entre eux. Le but est de repérer « *les choix correspondants aux déroulements, les improvisations, les discours, l'enrôlement des élèves, la dévolution des consignes, l'accompagnement des élèves dans la réalisation de la tâche, les validations, les expositions de connaissances* » (Robert, 2008, p. 60). En effet, lors de la mise en œuvre dans la classe, l'enseignant respecte une partie des choix qu'il a faits tout au long de la préparation de sa séance mais il improvise également en fonction des réactions des élèves face aux tâches qu'il leur propose, en fonction de leurs réussites et de leurs difficultés. Il accompagne les élèves pour les mettre au travail, il les aide à certains moments de la séance alors que ce n'était pas prévu. Il questionne la classe ou un élève en particulier ; il demande à un élève d'aller au tableau, il installe ainsi un dialogue avec la classe pour faire avancer la séance. Ces choix lors du déroulement de la séance concernent la deuxième composante, la *composante médiative* : « *[…] elle renseigne sur les cheminements organisés pour les différents élèves* » (Robert, 2008, p. 60).

I-4.3 Une combinaison des deux composantes

Robert et J. Rogalski (2002) proposent de combiner les composantes cognitive et médiative afin de déterminer le type de mathématiques fréquenté par la classe, afin de « *reconstituer la fréquentation des mathématiques qui est installée, ce qui est valorisé par les scénarios et leur accompagnement et ce qui pourrait manquer* » (p. 514). Comme annoncé précédemment, les deux composantes sont réellement complémentaires et ne sont pas indépendantes dans les analyses. Nous obtenons des éléments de résultats sur les mathématiques enseignées dans les classes à condition de tenir compte des deux composantes et de les mettre en tension : « […] *la combinaison des deux composantes précédentes »* permet de dégager *« plus globalement des logiques d'action de l'enseignant qui prennent en compte ses activités* » (p. 514).

I-4.4 La composante sociale

Bien évidemment l'enseignant n'est pas seul dans sa classe et dans son école. C'est pourquoi Robert et J. Rogalski considèrent une « *composante sociale* ». Celle-ci tient compte des élèves comme un groupe social pouvant exercer des pressions et influer sur les choix de l'enseignant (il peut s'agir du niveau scolaire des élèves mais pas seulement). Elle tient compte des exigences ainsi que des attentes de l'école, de l'équipe éducative avec laquelle il travaille, mais également du type d'établissement (centre-ville ou école rurale), des exigences et des attentes des parents d'élèves. « *L'existence d'habitudes dans un métier, la nécessité d'apparaître légitime aux yeux de tous les acteurs impliqués, même les parents, une certaine obligation de conformité ont des conséquences non seulement sur les pratiques à un niveau global mais aussi sur les apprentissages* » (Robert et J. Rogalski, 2002, p. 516).

I-4.5 La composante institutionnelle

L'enseignant doit répondre à des exigences professionnelles. La composante « *institutionnelle* » représente les contraintes externes qui s'exercent sur l'enseignant telles que les injonctions officielles, les contenus imposés par les programmes, les horaires réservés à l'enseignement des mathématiques, la place des inspections, le discours des inspecteurs et conseillers pédagogiques ainsi que les ressources disponibles, ressources officielles sous forme de documents d'accompagnement des programmes et ressources constituées de tous les ouvrages scolaires édités.

I-4.6 La composante personnelle

La « *composante personnelle* » correspond aux représentations de l'enseignant concernant l'enseignement, les mathématiques et l'enseignement des mathématiques.

Beaucoup de recherches s'appuyant sur le cadre théorique de la double approche, proposent des études concernant des enseignants du collège ou du lycée (Vandebrouck, 2008) ; dans notre étude, les enseignants travaillent dans des écoles primaires. Ces enseignants ne sont pas toujours des spécialistes des mathématiques voire ont des souvenirs personnels « *douloureux* » des cours de mathématiques qu'ils ont suivis (Artigue, 2011). L'enseignement des mathématiques qu'ils proposent à leurs classes, dépend de tous ces éléments. La composante personnelle permet de prendre en compte dans les analyses ces éléments liés à l'histoire personnelle de l'enseignant, à son épistémologie. Elle permet de compléter des

explications et de mieux comprendre certains choix qui, si l'analyse reste au niveau des apprentissages visés pour les élèves donc à un niveau didactique, peuvent s'avérer difficiles à interpréter voire incohérents.

I-4.7 Retour sur notre problématique

Dans notre travail, nous faisons l'hypothèse que la réalisation de problèmes ouverts dans les classes de cycle 3 est en grande partie fondée sur les représentations personnelles de l'enseignant des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques au cycle 3. Autrement dit, nous pensons que la composante personnelle des enseignants du primaire joue un rôle important, parfois prédominant dans l'organisation de leurs pratiques lors des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts. Afin de vérifier cette hypothèse, nous cherchons à déterminer des relations entre cette composante personnelle et les composantes cognitive, médiative et institutionnelle dans leurs pratiques du problème ouvert. Pour cela nous choisissons de minimiser le rôle joué par la composante sociale en ciblant notre recherche sur des enseignants du même âge, ayant autant d'ancienneté dans le métier et exerçant dans des écoles socialement identiques.

II- Choix d'une méthodologie de recherche

Après avoir présenté le cadre théorique dans lequel nous plaçons notre recherche, nous présentons notre méthodologie d'étude. Dans un premier temps, nous expliquons la sélection des cinq enseignants de cycle 3 dont nous observons et étudions les pratiques. Dans un deuxième temps, nous présentons notre méthodologie de recueil de données et la constitution de notre corpus d'étude. Enfin dans un troisième temps, nous détaillons l'organisation de l'étude de ce corpus, selon trois niveaux d'analyse afin de répondre aux questions que nous nous posons sur les pratiques enseignantes.

II-1 Le choix des enseignants

Nous faisons le choix d'étudier les pratiques de cinq enseignants de cycle 3 (deux en 2008-2009 et trois autres en 2009-2010), qui proposent régulièrement à leur classe des problèmes ouverts.

II-1.1 Le choix du cycle 3

Parmi les trois cycles de l'école primaire, nous nous intéressons au cycle 3. Même si nous sommes persuadés (de par notre connaissance de l'Ecole primaire) qu'il est possible de proposer des problèmes ouverts au cycle 1 comme au cycle 2, l'analyse des programmes officiels (MEN, 2008) montre que l'éventail des savoirs mathématiques abordés au cycle 3 est plus étendu. Nous pensons alors que l'ensemble des problèmes ouverts® proposés au cycle 3 peut être d'autant plus riche que les domaines mathématiques abordés sont plus nombreux. De plus, les élèves de cycle 3 possèdent davantage de connaissances mathématiques mais également plus de capacités de langage et de raisonnement que des élèves des cycles 1 et 2, ils sont censés être plus avancés également dans l'apprentissage de la résolution de problèmes. Nous pensons donc que les problèmes ouverts® proposés au cycle 3 peuvent être plus riches du point de vue des mathématiques à utiliser pour les résoudre. Autrement dit les élèves du niveau cycle 3, afin de résoudre les problèmes ouverts étudiés, pourront proposer des démarches personnelles plus riches du point de vue des connaissances mathématiques mobilisées. Enfin, le cycle 3 précède l'entrée au collège[20], nous faisons l'hypothèse que cette entrée en sixième[21] représente un enjeu particulier pour les professeurs des écoles. Ils peuvent penser qu'il est temps, par exemple, de proposer à leurs élèves un type de problèmes différents de ce qu'ils étudient habituellement à l'école afin de les préparer au collège et que l'étude de problèmes ouverts en classe est une manière d'aborder, pour les mathématiques, la transition école-collège.

II-1.2 Le choix de cinq enseignants

Afin d'étudier notre hypothèse et d'explorer raisonnablement les questions posées sur les pratiques du problème ouvert®, nous choisissons cinq enseignants, parmi tous ceux que nous

[20] En France.

[21] Première année du collège en France, élèves de 10-11 ans.

avons contactés[22], selon trois critères : leur cursus personnel, la localisation de l'école où ils travaillent et surtout parce qu'ils nous précisent proposer régulièrement des problèmes ouverts tout au long de l'année scolaire.

a) Selon leur cursus personnel

Il a été montré que les enseignants du primaire ne sont pas souvent des spécialistes des mathématiques (Artigue, 2011). Ils n'ont généralement pas étudié les mathématiques à l'université, certains d'entre eux ont même choisi des filières avec peu de mathématiques dès la classe de première au lycée (des filières littéraires, artistiques par exemple). De ce fait, nous pensons que des différences dues à leurs connaissances et compétences personnelles en mathématiques peuvent peser sur les pratiques. Pour les mêmes raisons, nous pensons que leur connaissance sur l'enseignement des mathématiques, leur propre représentation de ce qu'il faut enseigner, de ce que les élèves doivent apprendre en mathématiques au cycle 3 puis ensuite au collège ne sont sans doute pas les mêmes. Cette variété de parcours va nous permettre d'atteindre une certaine variété des composantes personnelles des pratiques et, nous faisons l'hypothèse qu'elle va nous amener à observer des pratiques différentes lorsque ces enseignants étudient des problèmes ouverts en classe. Ces différences nous semblent intéressantes à repérer et à étudier afin de définir les marges de manœuvre des enseignants dans la mise en œuvre de telles séances.

De ce fait, nous avons choisis trois enseignants qui ont obtenu un baccalauréat scientifique et n'ont pas ensuite étudié les mathématiques à l'université et deux enseignants qui ont obtenu un baccalauréat non scientifique et poursuivi leurs études dans des filières non scientifiques. Ce choix est quasiment représentatif de l'ensemble des enseignants du premier degré en France. En effet, presque la moitié d'entre eux ont obtenu un baccalauréat scientifique mais seulement 16 % d'entre eux ont poursuivi des études scientifiques (MEN, 2006). Nous précisons par ailleurs que ces cinq enseignants ont suivis une formation initiale professionnelle en IUFM[23] et que nous n'avons pas fait partie de leurs formateurs.

b) Selon leur ancienneté dans le métier et le niveau

Les cinq enseignants ont entre 35 et 45 ans, ils sont enseignants depuis plus de dix ans. Il nous est apparu incontournable d'étudier des enseignants non débutants. En effet, nous pensons que

[22] Environ vingt enseignants.

[23] Institut Universitaire de Formation des Maîtres (remplacé en France depuis 2013 par les *ESPE*, Ecoles Supérieures du Professorat et de l'Education).

des enseignants débutants pourraient proposer des problèmes ouverts simplement pour s'essayer à un type de problèmes différents ou simplement pour voir ce que cela donne dans leur classe sans avoir défini de réels objectifs d'apprentissage pour les élèves. C'est pourquoi, afin de rendre compte de pratiques représentatives dans la pratique du problème ouvert® chez les enseignants du cycle 3, nous choisissons des professeurs des écoles non débutants et qui ont plusieurs années d'expérience dans le cycle 3. Par ailleurs, les pratiques des enseignants sont stabilisées à partir de quelques années d'enseignement (Robert, 2001). Les années d'expérience ont fait que ces enseignants adoptent des habitudes, qu'ils s'approprient une manière de faire la classe, manière que nous cherchons à déterminer et à interpréter lorsqu'ils proposent à leurs élèves d'étudier des problèmes ouverts.

c) Selon la localisation de l'école

Nous choisissons d'observer des classes dans des écoles non socialement défavorisées. Nous pensons qu'il est tout à fait possible de proposer des problèmes ouverts dans des classes difficiles, quel que soit le niveau scolaire et l'implication dans le travail scolaire des élèves de ces classes. D'une part, nous avons pu l'observer dans nos propres classes lorsque nous étions professeur de mathématiques en collège. D'autre part, des enseignants ont relaté trois années riches d'expérience liée à l'étude de problèmes ouverts® en ZEP[24], associée à un travail de narration de recherche (Bérélovitch, Brin, Bourgeois, 2002). Cependant, l'étude des pratiques des problèmes ouverts® dans ces classes constitue, d'après nous, une autre recherche avec un questionnement différent sans doute plus axé sur l'installation et le maintien de la *paix scolaire* (Charles-Pézard, 2010) dans la classe et dans laquelle nous pensons avoir plus des difficultés à déterminer quels savoirs sont en jeu dans l'introduction de problèmes ouverts® au cycle 3. Dans notre recherche, afin d'obtenir des réponses concernant les pratiques des problèmes ouverts des enseignants du cycle 3, nous choisissons donc de mettre de côté les écoles situées dans des zones socialement défavorisées. Nous voulons ainsi modérer l'impact de la composante sociale liée à la localisation de l'école et à l'origine sociale des élèves.

Nous choisissons donc de travailler à partir de l'observation de cinq professeurs des écoles enseignant dans des écoles ni très favorisées ni défavorisées : deux professeurs des écoles enseignent dans deux écoles de centre-ville (une ville de 200 000 habitants) ; un professeur des écoles enseigne en périphérie de cette même ville et deux professeurs des écoles enseignent dans deux communes plutôt rurales sans être non plus de niveau défavorisé. Nous

[24] Zone d'Education Prioritaire.

pensons avec ce choix pouvoir atteindre des enseignants travaillant certes dans des écoles différentes mais ayant des contraintes sociales sensiblement équivalentes.

d) Finalisation du choix de cinq enseignants

Un premier entretien nous permet de conforter notre choix et de mettre au point, avec les enseignants que nous souhaitons observer, l'organisation des observations avec l'objectif de nous rapprocher le plus possible de la réalité de la classe.

Lors de cet entretien, nous revenons sur leur cursus, sur la gestion de leur classe et le niveau scolaire de leurs élèves. Les cinq enseignants confirment qu'ils ne rencontrent pas de difficultés liées au maintien d'une bonne ambiance de travail dans leur classe, et nous expliquent que leurs élèves sont d'un niveau correct voire bon et que seulement quelques élèves (un, deux ou trois par classe) rencontrent de réelles difficultés en mathématiques.

Nous vérifions ensuite qu'ils proposent des problèmes ouverts régulièrement, tout au long de l'année scolaire, avec de réels objectifs d'apprentissage pour leurs élèves. Nous voulons lors de cet échange nous assurer auprès de chaque enseignant qu'il ne propose pas des problèmes ouverts seulement comme une sorte de récréation mathématique, que ces problèmes font réellement partie de son cours de mathématiques, qu'ils ne servent pas à occuper quelques moments juste avant des vacances scolaires par exemple, comme nous avons pu le rencontrer dans notre travail d'enseignant en collège et dans notre travail de formateur.

Nous exposons ensuite notre projet aux cinq enseignants, celui d'observer des pratiques ordinaires dans le cadre de la proposition de problèmes ouverts tout au long d'une année scolaire, afin de mettre en place, en accord avec eux, un processus d'observation des classes que nous voulons au plus près de la réalité.

II-2 La constitution du corpus

II-2.1 Une observation de pratiques *ordinaires*

Nous cherchons à observer les professeurs des écoles tels qu'ils enseignent quotidiennement. Pour cela, nous étudions des pratiques *ordinaires*. Comme Roditi (2011), nous entendons ce caractère comme n'étant pas du tout dévalorisant. Il signifie avant tout que nous n'intervenons pas, en tant que chercheur, dans leurs pratiques. Nous n'aidons les enseignants ni dans le choix des énoncés de problèmes qu'ils proposent en classe, ni dans la préparation des séances et encore moins dans leur mise en œuvre dans la classe. Nous sommes présents dans la classe

seulement en qualité de témoin, n'agissant en aucune façon sur la réalisation de la séance. Ce terme nous permet de faire une distinction entre des séances mises en œuvre par un enseignant, seul, et des séances élaborées par ou avec des chercheurs. En effet, dans le cas d'une recherche collaborative, les séances sont construites à partir d'échanges entre des enseignants et le chercheur, en réelle collaboration (Georget, 2009). Dans le cas d'une ingénierie didactique (Artigue, 1990 ; Douaire, 1999), le chercheur propose à l'enseignant une séance déjà conçue, autrement dit une séance « clé en main » qui peut s'apparenter à un modèle et qui s'appuie sur des éléments théoriques (en particulier sur une analyse *a priori* réalisée par le chercheur et un choix de variables didactiques qui lui semblent cohérentes). Enfin dans le cas de séances dites *forcées,* elles sont conçues en collaboration avec l'enseignant de la classe (celui-ci participe notamment à l'analyse *a priori*) et elles n'ont pas vocation à être reproduites, il ne s'agit pas d'élaborer un modèle utilisable ensuite en l'état par d'autres enseignants (Orange, 2010).

II-2.2 Une observation longue

Malgré tout, nous avons conscience que les séances que nous observons sont « *celles que les enseignants donnent à voir et qui se réalisent en présence de l'observateur* » (Roditi, 2011). Les observations que nous effectuons se rapprochent de la réalité mais peuvent être quelque peu modifiées du fait de notre présence et de celle de la caméra. L'observation d'une ou deux séances ne nous semble pas suffisante pour rendre compte au mieux des pratiques ordinaires dans le cas de séances dédiées à des problèmes ouverts. Nous pensons qu'un enseignant peut concevoir, volontairement ou non, une séance en pensant à ce qu'attend le chercheur, en transformant plus ou moins ce qu'il fait habituellement quand le chercheur et sa caméra ne sont pas présents. Nous faisons l'hypothèse que l'observation sur une année scolaire va permettre d'atténuer cette perturbation. Ainsi nous obtenons une image de leurs pratiques la plus proche de la réalité. Robert (2008) a montré qu'en entrant dans une classe, il est possible de reconnaître un enseignant à sa façon de faire, nous faisons l'hypothèse que ce n'est peut-être pas aussi vrai dans le cas des problèmes ouverts.

Cette observation sur une année scolaire nous permet également de mettre à jour une programmation, une éventuelle progression prévue dans ce domaine par l'enseignant. Nous considérons cette utilisation de problèmes ouverts comme une grande séquence, un module comportant plusieurs séances réparties sur l'année entière. Nous pouvons par exemple observer si, en début d'année, il se préoccupe plus de la présentation des affiches résumant les

résultats des élèves que du résultat lui-même ou si, en fin d'année, il insiste plutôt sur un raisonnement mathématique à utiliser ou si des évaluations en cours d'année sont prévues, etc.

II-2.3 Organisation de l'observation

Concernant l'organisation de l'observation des séances, chaque enseignant nous contacte par courriel un peu avant chacune des séances qu'il décide de consacrer aux problèmes ouverts. Nous lui demandons de nous exposer plus ou moins brièvement ses objectifs, de nous faire parvenir le (ou les) énoncé(s), le type de ressources utilisées ainsi que quelques mots sur la mise en œuvre prévue. Nous obtenons ces informations soit par courriel, soit oralement juste avant chaque séance, elles sont disponibles en Annexes D.

Nous assistons à chacune des séances que les enseignants disent consacrer à des problèmes ouverts et nous les filmons. Nous sommes installés avec une caméra au fond de la classe, celle-ci étant orientée vers le tableau. Les élèves ne la voient pas (sauf s'ils se retournent) et peuvent ainsi rapidement l'oublier. L'enseignant, en revanche, l'a dans son champ de vision lorsqu'il se trouve devant le tableau et fait face aux élèves. De plus, lorsque les élèves travaillent en petits groupes, nous enregistrons leurs échanges au sein de deux ou trois groupes.

En fin de séance, les enseignants nous livrent « à chaud » quelques commentaires sur le travail accompli par les élèves, l'atteinte ou non des objectifs fixés. Ils nous font part de leur ressenti juste après la séance. Nous relevons également, à ce moment-là, les travaux écrits des élèves (feuilles de brouillon, feuilles de recherche, affiches) et photographions quelques pages de leur cahier de brouillon afin de garder des traces de leurs activités.

II-2.4 Constitution du corpus

Afin d'organiser les données recueillies, avant de les analyser, nous constituons un corpus. Il est composé des ressources que nous identifions comme raisonnablement disponibles par des enseignants de cycle 3. Notre choix de ces ressources est explicité dans le chapitre 3. Il est composé également de la liste des problèmes choisis par les cinq enseignants observés et des différentes transcriptions : des séances dédiées à l'étude des problèmes ouverts, des échanges entre les élèves lors de travaux de groupes, des échanges que nous avons avec les enseignants avant et après les séances ainsi que des travaux écrits des élèves.

II-3 L'analyse du corpus selon trois niveaux de granularité

Etant donnée la taille de notre corpus, nous procédons par zooms successifs. Nous effectuons des analyses selon trois niveaux successifs qui s'imbriquent les uns dans les autres : un premier niveau que nous nommons panoramique qui englobe l'année scolaire, donc qui se situe au niveau de la séquence, un deuxième niveau que nous nommons premier zoom qui se situe à l'échelle d'une séance et un dernier niveau que nous nommons second zoom qui se focalise sur des moments précis issus des séances, moments que nous préciserons par la suite.

II-3.1 Un niveau panoramique d'analyse

Ce niveau d'analyse se situe à l'échelle de l'année scolaire. Nous repérons les ressources raisonnablement disponibles pour les professeurs des écoles et qu'ils seraient donc susceptibles d'utiliser puis étudions les choix effectués par les enseignants en termes de ressources pour trouver des problèmes ouverts. Nous déterminons également comment la proposition de problèmes ouverts se répartit sur l'année scolaire dans chacune des classes, ce qui nous permet d'accéder au parcours mathématique que chaque professeur propose à ses élèves concernant l'étude de problèmes ouverts.

a) Choix des ressources raisonnablement disponibles

Afin de déterminer ce qu'il est possible de proposer à des élèves de cycle 3 en termes de problèmes ouverts®, de faire des hypothèses sur les choix que font les enseignants que nous observons, nous étudions les ressources dont ils peuvent disposer. Il s'agit des manuels scolaires les plus souvent utilisés, de quelques numéros de la revue professionnelle *Grand N*, de contenus de formation initiales auxquels nous avons pu avoir accès pour un des enseignants observés. Etant donné l'âge des cinq enseignants sélectionnés, nous analysons des manuels scolaires édités suite aux changements de programmes des années 1995, 2002 et 2008. Nous y ajoutons un document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » des programmes de l'année 2002 qui, même s'il n'est plus d'actualité depuis les changements de programmes de l'année 2008, constitue une ressource que certains enseignants consultent peut-être encore et, étant donné leur ancienneté dans le métier, ont eu la possibilité de consulter quelques années auparavant. Nous nous intéressons également à quelques sites Internet, mentionnés dans ce document d'accompagnement. Il s'agit de sites dédiés à des

rallyes mathématiques, le site du rallye mathématique transalpin (*ARMT*) auquel nous ajoutons le site du rallye mathématique de La Sarthe. Nous choisissons le rallye mathématique de La Sarthe parce que notre étude se situe dans ce département et les enseignants observés sont susceptibles de le connaître. Ce rallye s'adresse principalement à des élèves de collège cependant depuis l'année 2012, quelques classes de cycle 3 y participent également. De ce fait, nous pouvons penser que la consultation du site ainsi que l'étude de problèmes issus de ce rallye peuvent être encouragées par des inspecteurs. D'autres sites dédiés à des rallyes mathématiques sont susceptibles d'être utilisés par les enseignants observés, par exemple le site du rallye de la Haute-Loire ainsi que le site du Puy de Dôme. En effet, ces sites, au moment de nos observations, apparaissent le plus souvent en tête des listes des moteurs de recherche, en utilisant les mots clés « problèmes de recherche, cycle 3 », « rallye mathématique » ou « résolution de problèmes cycle 3 » et la probabilité est grande pour que les enseignants observés les rencontrent lors de recherches d'énoncés sur Internet.

Nous repérons, pour chacune de ces ressources, la fonction de leurs auteurs dans le monde éducatif qui, d'après nous, peut influencer les enseignants dans leurs choix. Par exemple, un enseignant peut choisir d'utiliser des ressources rédigées par un groupe d'inspecteurs (donc possédant d'après lui une certaine caution institutionnelle) alors qu'un autre enseignant peut choisir des ressources conçues par un groupe de professeurs de mathématiques (en pensant qu'ils ont, eux, une bonne connaissance de ce qui est attendu des élèves en mathématiques lors de leur entrée au collège). Nous cherchons à déterminer comment ils caractérisent les problèmes ouverts® et quels objectifs ils visent à travers leur utilisation en classe. Nous étudions également les scénarii des séances dédiées à des problèmes ouverts® qu'ils proposent éventuellement aux enseignants.

b) Analyse du choix des ressources par les enseignants observés

Nous repérons les ressources que les enseignants utilisent lors de nos observations en classe et lors nos échanges : s'agit-il du manuel habituel de la classe ? Sinon, vers quelles autres ressources les enseignants s'orientent-ils et pourquoi ? Nous étudions la sélection qu'ils opèrent parmi les ressources disponibles en faisant appel à des éléments du cadre théorique de *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet, Trouche, 2008). Nous cherchons à déterminer une éventuelle stabilité dans le choix des ressources utilisées pour trouver des problèmes ouverts.

Les enseignants fournissent, principalement hors de la classe, un réel « *travail de documentation* » qui consiste à « *collecter des ressources, les sélectionner, les transformer, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les réviser…* » (Gueudet et Trouche, 2009). Ils disposent d'un certain nombre de ressources, ressources que nous avons identifiées dans le paragraphe précédent. Ces ressources sont à considérer comme un *artefact* (Rabardel, 1995, Gueudet et Trouche, 2009) c'est à dire « *un produit de l'activité humaine élaboré pour s'inscrire dans une activité finalisée* » (Rabardel, 1995) qui va être transformé par l'enseignant qui choisit de les utiliser afin d'atteindre un but qu'il a défini au préalable. De plus, cette « *[…] notion de ressources est utilisée au sens de ressource pour construire des documents […]* » (Crozat, 2007). Et c'est donc à partir de ces *ressources-artefacts* que les enseignants vont produire *un document*. Ce *document* étant *« porteur d'une intention spécifique à un contexte d'usage* » (*Ibid*.). Gueudet et Trouche précisent que les enseignants disposent alors « *d'un ensemble de ressources-artefacts (manuels, logiciels, sites), qui vont donc donner naissance, pour une tâche donnée, au cours d'une genèse documentaire, à un document-instrument* » (2009, p. 75).

Afin de comprendre cette *genèse documentaire* autrement dit ce travail réalisé par l'enseignant sur les ressources pour les transformer en un *document*, il convient de tenir compte de deux processus : les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation. Le premier renvoie à la construction des *schèmes d'utilisation* (Vergnaud, 1996, Gueudet et Trouche, 2009), le second renvoie à l'appropriation des ressources. Le *document* produit par l'enseignant à partir de *ressources-artefacts* dans un but qu'il a lui-même défini –proposer un problème ouvert à sa classe, par exemple- « *[…] est ainsi une entité mixte, avec une composante matérielle et une composante psychologique (un schème d'utilisation de ces ressources, pour la réalisation d'une tâche donnée)* ». Gueudet et Trouche proposent d'ailleurs une modélisation afin de le définir : « *document = ressources + schème d'utilisation* » (2009). En nous inspirant de leur travail, nous proposons le schéma suivant (Cf. Figure 16) afin de retracer l'élaboration d'un document dans le cas de notre étude, par les cinq enseignants observés.

La construction du *document*, dépendante du but prédéfini par l'enseignant, est liée à un *schème d'utilisation* des ressources disponibles défini comme « *une organisation invariante de l'activité, structurée par des invariants opératoires qui se forgent à travers une variété de contextes d'usage.* ». Les *invariants opératoires* d'un *schème d'utilisation*, dans le cas du travail documentaire de l'enseignant, comprennent les « *connaissances professionnelles de*

l'enseignant » à savoir « *l'ensemble des connaissances susceptibles d'intervenir dans l'activité professionnelle des enseignants. Ces connaissances peuvent être mathématiques, elles peuvent concerner les types de tâches à proposer aux élèves, les difficultés à anticiper etc.* » (Gueudet, Trouche, 2010, p. 59).

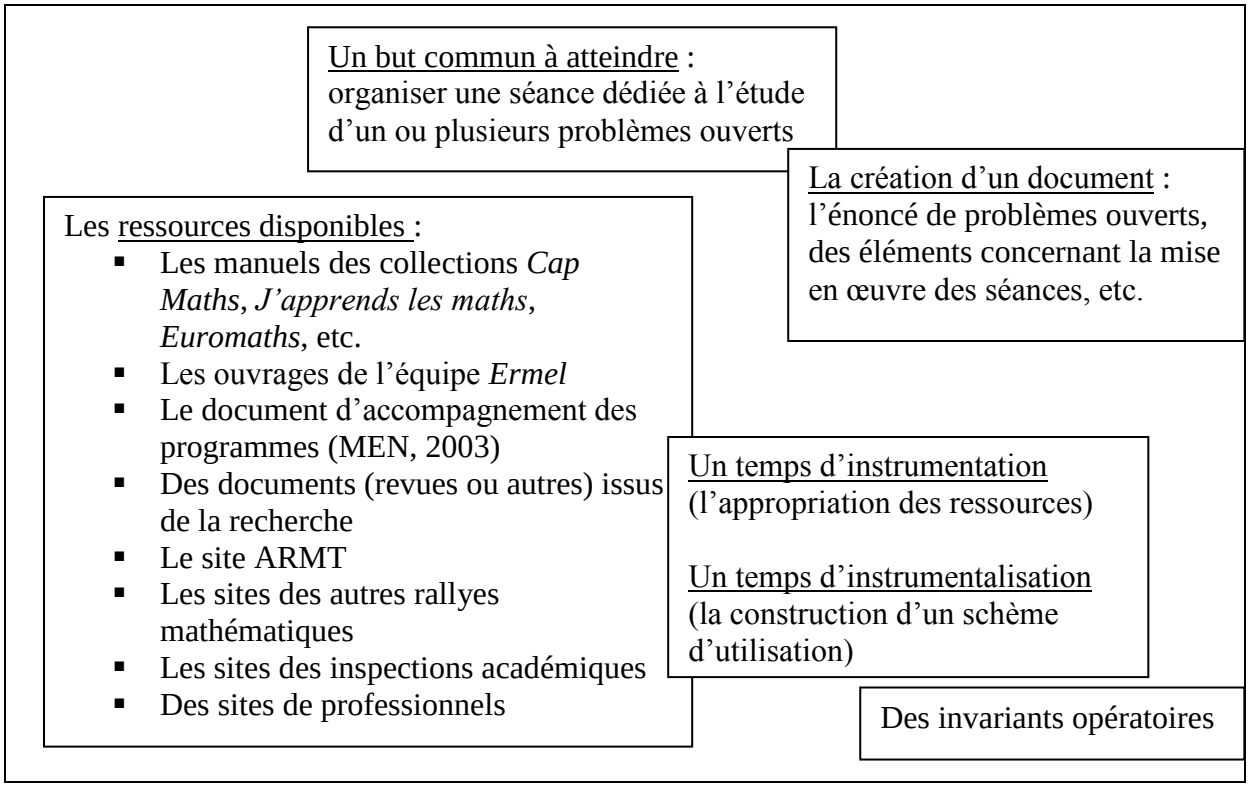


Figure 16 Elaboration d'un document par un enseignant (Schéma inspiré de Gueudet, Trouche, 2010)

Il apparaît donc que le travail documentaire de l'enseignant, conduisant à la production d'un *document*, dépend des différentes *ressources-artefacts* disponibles et d'un *schème d'utilisation* basé sur des *invariants opératoires.* Ainsi dans notre étude, le repérage de ces *invariants opératoires* peut permettre d'expliquer en partie les choix faits par l'enseignant en termes de ressources, il semble constituer « *une clef de compréhension essentielle du travail enseignant, en particulier pour une étude de travail documentaire* » (Gueudet, Trouche, 2008, p. 11).

c) Analyse *a priori* des problèmes choisis par les enseignants observés

Les cinq enseignants de notre étude choisissent seuls des problèmes ouverts pour leur classe. Nous effectuons une analyse *a priori* de ces énoncés qu'ils choisissent afin de repérer les savoirs en jeu dans chacun d'eux. Nous déterminons également des démarches de résolution possibles pour résoudre le problème et repérons les démarches pouvant être mobilisées par

des élèves de cycle 3. Cette analyse nous permet de déterminer les possibles avec les énoncés choisis, de repérer quelles mathématiques peuvent être abordées dans chacune des classes en les étudiant.

Notre étude fait suite aux travaux de recherche déjà existants sur les savoirs en jeu dans les problèmes ouverts® de l'école primaire (Douaire, 1999 ; Hersant, 2008, 2010 ; Houdement, 2009), elle nous permet de déterminer le parcours mathématique envisagé par chacun des enseignants pour leurs élèves lors de l'étude de problèmes ouverts, étude répartie sur l'année. Nous classons tous ces énoncés. Nous considérons les énoncés selon leur lien avec la « vie courante », nous discutons l'intérêt de ce lien pour les élèves à travers la comparaison de quelques énoncés, en termes de littératie mathématique (Artigue, 2011), de représentation des problèmes (Julo, 1995) et en termes de modélisation (Houdement, 2009). Nous les classons ensuite selon le domaine mathématique dans lequel ils sont posés. Nous utilisons pour cela, la répartition proposée par les instructions officielles (MEN, 2008), en quatre grands domaines des mathématiques enseignées à l'école primaire puis au collège (Nombres et calcul, Géométrie, Grandeurs et Mesures, Organisation et Gestion de données). Nous étudions également les énoncés selon la nature des solutions à produire et la nature de la réponse attendue : y a-t-il une, aucune ou plusieurs solutions au problème ? S'agit-il d'un nombre, d'une mesure, d'un ensemble de nombres, d'une forme géométrique ou d'un autre type de solutions (une liste de noms, une proposition mathématique, etc.) ? Faut-il trouver toutes les solutions possibles ? Nous classons enfin les énoncés selon les raisonnements pouvant être convoqués par les élèves et selon le type de validation attendue (Douaire, 1999 ; Houdement, 2009 ; MEN, 2008).

d) Détermination du parcours mathématique de chaque enseignant

Concernant les pratiques des cinq enseignants observés, nous repérons aussi à ce niveau panoramique la répartition sur l'année des séances dédiées à l'étude des problèmes ouverts en croisant cette répartition avec les énoncés proposés. Nous cherchons à déceler une progression dans les propositions faites par chacun des enseignants tout au long de l'année. Les différentes analyses effectuées à ce niveau panoramique permettent donc de déterminer le parcours mathématique proposé par chacun des cinq enseignants à sa classe, en termes de problèmes ouverts. Nous effectuons ensuite des comparaisons afin de déterminer des invariants dans ce qui est proposé aux élèves de chacune des cinq classes. Nous considérons ces invariants

comme des « passages obligés » pour les enseignants lorsqu'ils proposent l'étude de problèmes ouverts en classe. Autrement dit, étudier des problèmes ouverts en cycle 3 entrainerait de ne pas se démarquer de ces invariants. Nous cherchons à les expliquer en termes de composantes cognitive, médiative, institutionnelle et personnelle. Nous dégageons également des variabilités entre les parcours mathématiques proposés aux élèves que nous identifions comme des marges de manœuvre possibles lors de l'organisation de séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts.

II-3.2 Un premier zoom à l'échelle des séances

Au niveau du premier zoom, nous plaçons nos analyses à l'échelle d'une séance, autrement dit à l'échelle d'un cours de mathématiques, et nous nous intéressons aux scénarii proposés lors de chacune des séances organisées par chacun des cinq enseignants observés. Nous employons alors les expressions proposées par A. Robert (2008) qui distingue deux scénarii : le scénario prévu et le scénario réalisé. Le scénario prévu correspond à l'organisation des séances, à leur déroulement prévu *a priori* par le professeur. Le scénario réalisé coïncide avec le déroulement effectif de la séance dans la classe.

A partir des séances observées dans les classes des enseignants puis transcrites, nous étudions les scénarii réalisés par chacun d'eux et cherchons ensuite à les comparer. Les séances sont étudiées chronologiquement, elles sont découpées en différentes phases, liées à l'organisation dans la classe de l'activité des élèves : il peut s'agir d'une phase de démarrage de la séance, d'une phase de recherche (individuelle et/ou collective), d'une phase de mise en commun des résultats et d'une phase de synthèse. Nous notons la durée de chacune des phases (à une minute près). Nous pensons que cette durée permet d'expliquer certains choix faits par chacun des enseignants et peut nous éclairer sur les objectifs d'apprentissage qu'ils se sont fixés. Par exemple, un enseignant laissant chercher ses élèves pendant plus de trente minutes sans intervenir n'a, nous semble-t-il, pas les mêmes objectifs d'apprentissage qu'un enseignant laissant dix minutes à la phase de recherche et réservant plus de temps aux phases de mise en commun et de synthèse.

Afin de comprendre l'élaboration de ces scénarii par les cinq enseignants et d'expliquer les choix qu'ils font pour leur classe, nous étudions ensuite ceux proposés dans les ressources à disposition de ces enseignants. Nous étudions si les ressources repérées (les documents officiels (MEN, 2002, 2008) ; les ouvrages *Ermel* CE2, CM1 et CM2 (Douaire et *al*., 1997, 1999, 1999) ; la revue *Grand N* ; des « *livres du maître* » des collections *Euromaths*, *Cap*

Maths, J'apprends les maths ; des sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques) proposent ou non des pistes pour élaborer des scénarii puis, si c'est le cas, nous étudions les scénarii que les auteurs proposent.

Etant donné que nous pouvons obtenir des renseignements sur l'activité des enseignants en étudiant l'activité des élèves en classe (Orange, 2005 ; Robert et J. Rogalski, 2002, 2008) et puisque « *les productions sont considérées comme des traces de l'activité intellectuelle des élèves* » (Orange, 2005), nous étudions également les traces écrites récupérées lors de chacune des séances, traces écrites de l'enseignant (au tableau par exemple) et traces écrites des élèves (feuilles de brouillons, affiches, etc.). Nous cherchons à reconstruire l'activité intellectuelle des élèves, grâce à toutes leurs productions. Ces productions peuvent également être orales, constituées d'échanges entre les élèves d'un petit groupe (que nous avons enregistrés) ou d'échanges entre le professeur et la classe (qui apparaissent sur l'enregistrement vidéo). Par exemple, à partir de l'analyse de toutes les données recueillies lors d'une phase de recherche d'un groupe d'élèves (c'est à dire les feuilles de brouillons individuelles, l'affiche rédigée par le groupe ainsi que les échanges verbaux enregistrés dans le groupe entre les élèves sans oublier d'éventuelles interventions de l'enseignant) nous pouvons retracer l'historique d'une affiche et retrouver les démarches, les raisonnements utilisés par le groupe pour atteindre la solution qu'il propose.

Afin d'analyser, au niveau du premier zoom, les pratiques de chacun des cinq enseignants, nous cherchons, de la même façon qu'au niveau panoramique, à repérer les similitudes intra individuelles puis interindividuelles, dans le but d'obtenir les éléments qui semblent incontournables pour mener à bien ce type de séances ainsi que les variabilités pouvant exister entre les cinq enseignants. Ces différences peuvent au niveau du premier zoom, comme au niveau panoramique, être considérées comme des choix possibles pour les enseignants lors de la mise en œuvre de séances dédiées à des problèmes ouverts en cycle 3.

II-3.3 Un second zoom sur des moments choisis des séances

Au niveau du second zoom, nous souhaitons cibler notre attention sur des moments dans la séance qui, suite aux analyses réalisées aux deux niveaux précédents, nous semblent révélateurs et qui permettent d'affiner les réponses à nos questions de recherche. Cette analyse consiste à repérer des routines professionnelles (Butlen, Masselot, Ngono, Peltier-Barbier, Pézard, Robert, Vergnès, 2004) participant à l'organisation dans la classe de ces moments ainsi que les gestes professionnels contribuant à ces routines.

Pour cela, à la manière de Butlen et *al*. (2004, 2012), afin d'organiser un découpage de l'activité de l'enseignant, nous considérons *« trois niveaux de composants de l'activité du professeur : des grands moments de l'activité du professeur (dévolution, régulation, institutionnalisation), des routines participant de la réalisation de ces moments, organisations finalisées de gestes professionnels et enfin de gestes professionnels qui contribuent au fonctionnement des routines* » (Butlen et *al*., 2004, p. 41). Nous considérons que l'activité du professeur des écoles enseignant les mathématiques s'articule autour de trois processus : les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation (Brousseau, 1998, Butlen et *al*., 2004).

L'analyse, en termes de gestes professionnels et de routines, de ces trois grands moments de l'activité de chacun des cinq enseignants observés nous permet de décrire comment ils mettent effectivement en œuvre les séances qu'ils décident de dédier à l'étude de problèmes ouverts et d'expliquer les choix qu'ils font lors de cette mise en œuvre.

Les gestes professionnels sont définis comme des « *activités élémentaires participant de l'activité du professeur* » (Butlen et *al*., 2004, p. 36). Il est clair que du fait de la polyvalence des professeurs des écoles, des gestes professionnels en lien par exemple avec l'organisation de la journée ou la gestion des transitions entre les différentes disciplines peuvent être repérés.

Dans le cadre de notre travail, nous choisissons de nous intéresser aux seuls gestes professionnels relatifs à l'enseignement des mathématiques.

Les routines sont « *des ensembles organisés de gestes professionnels* » (Butlen et *al*., 2004, p. 37) qui se répètent lorsque les situations d'enseignement sont semblables. Elles sont répertoriées par Butlen et *al*. selon trois catégories : une première catégorie de routines (routines de type 1) est relative au fonctionnement de la classe : celles-ci sont « *plutôt liées à l'installation et au respect d'attitudes de travail ou de postures générales (vie, règles et normes de la classe) pouvant dépasser le cadre des seules mathématiques* » (Butlen et *al*, 2004, p. 37). Une deuxième catégorie (routines de type 2) est relative aux différents matériels proposés aux élèves. « *Leur fonction est d'installer des habitudes de travail chez les élèves, un environnement, qui influent sur l'activité de l'enseignant.* » (*Ibid*., p. 38). Une troisième catégorie de routines (routines de type 3) est plus spécifiquement relative à l'enseignement des mathématiques.

Ce découpage peut être schématisé comme suit (Butlen et *al*., 2004, p. 42) :

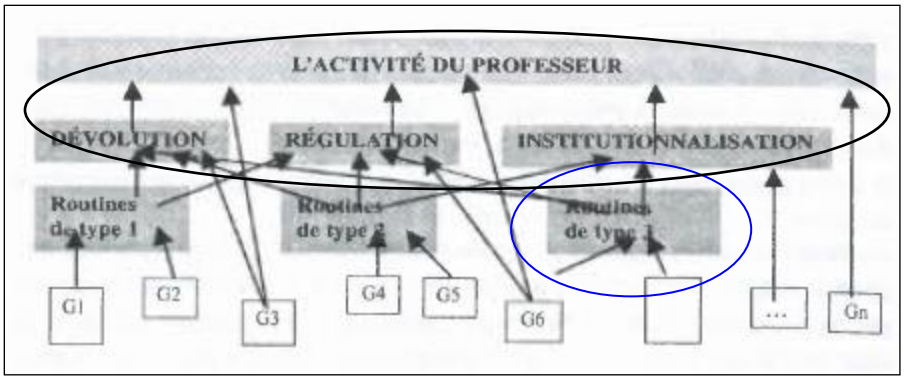


Figure 17 Découpage de l'activité de l'enseignant (Butlen et *al.*, 2004, p. 42)

Dans notre travail, afin de décrire l'activité du professeur lors de séances dédiées à des problèmes ouverts, nous repérons des gestes professionnels permettant de déterminer des routines de type 3, liées à l'enseignement des mathématiques et associées au processus de dévolution, régulation et institutionnalisation (éléments que nous avons entourés sur le schéma).

Nous étudions des épisodes relevant du processus de dévolution de la recherche de solutions aux élèves, de régulation et d'institutionnalisation.

Ces épisodes sont choisis dans notre corpus suite aux analyses effectuées aux niveaux panoramique et du premier zoom. Ils correspondent, pour chacune des séances observées et transcrites, au temps réservé à la prescription de la tâche, aux phases de recherche des élèves ainsi qu'aux phases de mise en commun des résultats et synthèses.

En particulier, nous étudions les différentes interventions de l'enseignant. Pour cela, nous repérons dans le découpage des séances en phases, à quels moments, il intervient et étudions la nature de ces interventions en nous appuyant sur des outils d'analyse des interactions élèves-enseignant proposés par Paries, Robert et J. Rogalski (2008). S'agit-il d'enrôler les élèves dans le travail de recherche proposé ? S'agit-il de les aider à chercher et/ou à trouver des réponses ? Les fonctions du discours de l'enseignant définies par Paries, Robert, J. Rogalski « *[…] nous précisent la manière dont l'enseignant pense accompagner et aider les élèves […]* » (Paries, Robert et J. Rogalski, 2008, p. 112). Elles sont réparties en deux groupes : les *fonctions cognitives* et les *fonctions d'enrôlement*. Les fonctions cognitives « *ont un rapport avec la tâche à résoudre et le savoir mathématique* » (*Ibid.*, p. 112). Ces interventions correspondent, par exemple, à une volonté de l'enseignant de structurer le travail des élèves, d'évaluer, de justifier des résultats intermédiaires. Les fonctions d'enrôlement « *permettent au professeur de maintenir la communication* », par exemple, de mobiliser l'attention ou d'encourager les élèves (*Ibid.*, p. 112).

Nous étudions également finement le déroulement des phases de mise en commun des résultats notamment afin de repérer si des débats se mettent en place dans la classe à partir des problèmes choisis par les enseignants autour de la validité, de la justification des solutions trouvées ainsi qu'autour de la recherche et la construction de solutions.

Arsac, Germain et Mante (1988) énoncent que « *le but général du débat est d'amener les élèves […] à éliminer les solutions fausses, à se convaincre de l'exactitude des autres* » (1988, p. 20). Ils précisent ensuite six règles du *débat mathématique*[25] les élèves doivent s'approprier (Arsac, Chapiron, Colonna, Germain, Guichard et Mante, 1992, p. 14) :

« - un énoncé mathématique est soit vrai soit faux,

- *un contre-exemple suffit pour invalider un énoncé,*
- *en mathématiques pour débattre on s'appuie sur un certain nombre de propriétés ou définitions clairement énoncées sur lesquels on s'est mis d'accord,*
- *en mathématiques, on ne peut pas décider de la validité d'un énoncé en s'appuyant sur le fait que la majorité des personnes présentes sont persuadés que cet énoncé est vrai,*
- *en mathématiques, des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas à prouver qu'il est vrai,*
- *en mathématiques une constatation sur un dessin ne suffit pas pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai* ».

Ces règles sont centrées sur l'argumentation en mathématiques, elles sont à la fois des moyens pour l'enseignant de faire fonctionner le débat, des moyens de valider ou d'invalider avec la classe des solutions et des objectifs d'apprentissage à atteindre par les élèves à travers ce débat, des objectifs d'apprentissage dans le cadre d'une initiation au raisonnement déductif (*Ibid*., 1992). Même si ces règles rendent compte de ce que peut être un débat mathématique, il nous semble que les professeurs des écoles que nous observons, du fait du l'âge des élèves en cycle 3[26], peuvent débattre avec leurs élèves autour de leurs productions, du résultat de leurs recherches sans pour autant avoir pour objectif de les atteindre. De plus, les règles ainsi fixées ne nous permettent pas de rendre compte des pratiques des enseignants pendant ce débat. Elles ne nous permettent pas de repérer précisément comment l'enseignant organise et fait avancer ce débat dans la classe. C'est pourquoi, afin de déterminer si des débats s'installent dans les classes observées et d'étudier la pratique de l'enseignant lors des débats,

[25] En s'appuyant sur les travaux de l'IREM de Grenoble, 1985.
[26] Elèves de 8-10 ans.

nous faisons appel à des éléments du cadre théorique de *la problématisation* (Fabre et Orange, 1997, Fabre, 1999) et nous inspirons du travail de Chalak (2012) en élaborant des *macrostructures* qui nous aident à déterminer comment les enseignants réalisent ces moments de débats. Orange et Chalak s'interrogent sur l'enseignement des Sciences de la Vie et de la Terre au cycle 3 et dans le secondaire, sur les pratiques des professeurs et sur les conditions d'apprentissage des élèves. Afin de préciser le cadre théorique de la problématisation et de l'apprentissage par problématisation, Orange (2007) explique que « *problématiser consiste à explorer et délimiter le champ des possibles, en posant des questions du type : comment est-ce possible ? Peut-il en être autrement ? Cela se fait par un travail critique sur les possibles qui débouche sur l'établissement de possibilités* » (Orange, 2007, p. 92). Il s'agit de tenir compte des représentations des élèves, de leurs conceptions lors de la résolution d'un problème posé par l'enseignant. Cependant l'accès aux savoirs scientifiques et à leur compréhension ne peut pas se faire seulement en validant ou invalidant les propositions, « *en effet, ce n'est pas en termes de vrai et de faux que se comprennent ces savoirs : ils ont un caractère apodictique (de nécessité) que les élèves doivent construire* » (*Ibid*., p. 87). Dans le cas de séances organisées autour de la recherche et résolution de problèmes, Orange précise donc que, lors des mises en commun des résultats, « *les questions pertinentes ne sont pas : est-ce exact ? Mais : comment est-ce possible ? Peut-il en être autrement ? D'où l'intérêt de débats scientifiques dans la classe où les affiches sont critiquées en ces termes* » (*Ibid*., p. 87).

Nous adhérons, dans notre travail, à la définition qu'Orange (2002) puis Chalak (2012) donnent du débat scientifique : « *le débat ne se réduit pas à une confrontation entre conceptions différentes mais […] à une coopération vers la solution* » (Orange, 2002, p. 3). Il s'agit d'« *éviter de penser le débat scientifique comme une opposition. Celui-ci renvoie en fait à toutes situations où des élèves peuvent développer des idées et s'engager intellectuellement, sous le contrôle critique des pairs, en référence ou non à des observations ou des expériences* » (*Ibid*., 2002, p. 4). Orange attire également l'attention sur le fait que « *tout échange oral dans la classe n'est pas débat »* (Orange, 2003, p. 3). Il insiste pour faire une différence entre le débat en lien avec la problématisation et des échanges entre un enseignant et ses élèves dans le seul but d'exposer la solution au problème posé, la solution qu'il attendait. Le débat scientifique *« au cours duquel les élèves développent leurs idées et s'engagent intellectuellement, ne peut pas être confondu avec les pratiques de cours dialogué qui voient le maître se contenter de susciter des réactions multiples parmi lesquelles il choisira celles qui font le mieux 'avancer son cours'. Dans ce dernier cas, on reste dans une épistémologie du vrai du faux, sans entrer dans le problématique […]»* (Orange, 2003, p. 3).

Chalak précise cette idée dans sa thèse en indiquant que « *dans une optique de problématisation, l'enjeu essentiel des débats n'est pas de changer la conception des élèves d'une conception initiale […] à une conception finale proche des savoirs […] ni de dire que telle solution est exacte et que telle est erronée. Il s'agit de les faire passer d'une problématique à une autre et de les emmener à construire le problème, à repérer les nécessités et, plus largement, les raisons qui sous-tendent les solutions* » (Chalak, 2012, p. 40).

Nous nous inspirons dans notre analyse du travail d'Orange (2003) puis Chalak (2012) en adhérant au fait qu'« *étudier les raisons en jeu dans ce débat, c'est repérer, dans les interactions langagières, les contraintes et les nécessités (conditions de possibilités) construites par les élèves* » (Orange, 2003, p. 3). Pour cela, nous étudions des moments d'échanges autour de résultats présentés par des élèves afin de repérer comment ils sont organisés. Nous les analysons afin de « *distinguer dans la discussion […], les éléments relevant du registre empirique –celui des faits et des phénomènes que l'on cherche à expliquer- des éléments appartenant au registre des modèles –celui des élaborations explicatives construites comme tentative de solution. Les raisons se construisent dans la mise en tension de ces deux registres* » (*Ibid*., 2003, p. 3). Dans l'organisation de cette mise en tension intervient un troisième registre, le *registre explicatif* (Orange, 2000) que constituent « *les éléments techniques, heuristiques et d'intelligibilité avec lesquels sont construits de nombreux modèles d'une tradition de science normale donnée* » (Orange, 2000, p. 25). En utilisant ces éléments du cadre de la problématisation, nous choisissons de conduire l'analyse des échanges observés lors des mises en commun des résultats chez les professeurs observés en nous inspirant des macrostructures d'un débat (Fabre, 1999, Orange, 2000) utilisées par Chalak (2012). Les macrostructures du débat s'élaborent en repérant les questions et réponses des élèves et du professeur à partir des transcriptions des séances observées. Elles permettent d'obtenir un aperçu général du moment de débat dans la séance et donnent des indications sur l'activité de problématisation pendant ce débat. L'étude des échanges, en termes de registres empirique et des modèles dont la mise en tension est organisée par le registre explicatif (Orange, 2000), permet de rendre compte de la dynamique du débat engagé dans la classe notamment de déterminer si la discussion engagée dans la classe tend vers la problématisation définie plus haut.

Quand ils ne parviennent pas à organiser de débats tels que nous l'entendons ici, nous repérons si les difficultés rencontrées viennent du problème choisi qui ne le permet pas, ou si

la difficulté à instaurer un débat provient de la façon de procéder de l'enseignant lors des phases de mise en commun des résultats, reste-t-il dans un questionnement sur le vrai et le faux ? Organise-t-il le questionnement de manière à faire avancer le cours plutôt que de manière à permettre aux élèves de tendre vers la problématisation ?

A ce niveau de second zoom, nous analysons aussi les phases de synthèse et de conclusion des séances. En repérant les contenus des interventions des enseignants lors des fins de séances, nous étudions le processus d'institutionnalisation : nous cherchons à déterminer quels savoirs et/ou savoir-faire sont objet d'institutionnalisation dans chacune des classes observées et quelles difficultés les enseignants rencontrent pour mener à bien ce processus.

III- Conclusion

Après avoir précisé dans le premier chapitre notre problématique de recherche, nous avons exposé, dans ce chapitre 2, le cadre théorique de *la double approche didactique et ergonomique* (Robert et J. Rogalski, 2002, 2008) dans lequel se situe notre étude. Nous avons détaillé le choix de cinq professeurs des écoles, enseignant au cycle 3, proposant régulièrement des problèmes ouverts pendant les séances de mathématiques puis notre méthodologie de recueil de données qui se déroule sur une année. Notre corpus est alors constitué de données recueillies dans les cinq classes et des ressources raisonnablement disponibles pour les cinq enseignants. Nous avons explicité l'analyse de ce corpus qui s'appuie en particulier sur les notions de *gestes et de routines professionnels* (Butlen, 2004) ainsi que sur des éléments que nous empruntons aux cadres théoriques de *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet, Trouche, 2009) et de la *problématisation* (Fabre et Orange, 1997 ; Orange, 1999). Dans la suite de notre travail, nous présentons, dans le chapitre 3, le choix et l'analyse des ressources raisonnablement disponibles et y étudions également les choix des cinq professeurs des écoles observés en termes de ressources. Nous proposons, dans le chapitre 4, une analyse et le classement que nous effectuons des problèmes choisis par les professeurs afin de déterminer le parcours mathématique proposé dans chaque classe. Ces deux chapitres correspondent au niveau panoramique de notre analyse à l'échelle de l'année scolaire. Les chapitres 5 et 6 sont consacrés à l'étude des séances aux niveaux d'un premier et d'un second zoom. Le premier zoom est effectué sur les séances afin de les décrire et d'analyser leur organisation. Le second zoom est centré sur des moments des séances en lien

avec les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation afin de repérer les gestes et routines professionnels des pratiques de chaque enseignant.

L'ensemble de ces analyses nous permet de décrire et de comprendre les pratiques des cinq professeurs des écoles lorsqu'ils proposent des problèmes ouverts en classe pendant les séances de mathématiques. Cette étude nous conduit à caractériser leurs pratiques du problème ouvert.

Chapitre 3 Quelles ressources pour des problèmes ouverts® en classe ? Existants et choix des cinq enseignants

Les professeurs des écoles E1, E2, E3, E4 et E5 que nous observons et dont nous étudions les pratiques proposent des problèmes ouverts tout au long de l'année. Ils choisissent seuls, sans notre intervention, les problèmes ouverts qu'ils étudient en classe avec leurs élèves. Dans ce chapitre, nous situons nos analyses à l'échelle de l'année scolaire. Nous considérons toutes les séances dédiées à des problèmes ouverts et réparties sur l'année scolaire comme appartenant à une même séquence, un même module. Le déroulement de ce module au lieu d'être ciblé sur quelques jours ou semaines se déploie sur toute l'année. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 2, afin de répondre à nos questions sur les pratiques enseignantes, nous étudions, dans ce chapitre 3, les ressources dont les enseignants peuvent disposer lorsqu'ils décident de proposer des problèmes ouverts dans leur classe et les choix qu'ils font parmi ces ressources. Après avoir répertorié les différentes ressources que nous estimons possibles d'être utilisées par les enseignants du cycle 3 observés, nous les analysons afin de déterminer s'ils peuvent y trouver des énoncés de problèmes ouverts® (Arsac, Germain et Mante, 1988). Nous étudions ici la question de la visibilité pour des professeurs des écoles ordinaires des énoncés de problèmes ouverts® dans les ressources disponibles. Pour cela, nous faisons l'hypothèse que si les problèmes ouverts® ne sont pas clairement annoncés dans le sommaire d'une ressource, les enseignants de primaire n'iront pas plus loin dans l'utilisation de cette ressource pour trouver des énoncés de ce type. Autrement dit, nous faisons l'hypothèse que lorsqu'ils préparent leurs séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts® et cherchent des énoncés, les professeurs des écoles choisissent des ressources proposant explicitement de tels problèmes.

En nous appuyant sur cette hypothèse, nous cherchons à repérer dans les ressources l'existence ou non des problèmes ouverts®. Nous cherchons également à déterminer si elles sont assez explicites pour des professeurs des écoles afin qu'ils puissent y repérer, seuls, les énoncés qu'ils cherchent et qui pourraient convenir à la préparation de séances dédiées à

l'étude de ces problèmes. Autrement dit, lorsque d'après notre analyse certaines ressources proposent des problèmes ouverts® même non identifiés comme tels, les enseignants du cycle 3 vont-ils eux, seuls, identifier ces problèmes comme tels et donc les retenir pour leur classe ?

Nous présentons ensuite les ressources que E1, E2, E3, E4 et E5 choisissent et étudions comment ces enseignants du primaire les utilisent lorsqu'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts, en utilisant des éléments du cadre de *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet, Trouche, 2008). Nous terminons ce chapitre en concluant sur des résultats concernant les composantes institutionnelle, cognitive et personnelle des pratiques de chacun des enseignants observés.

I- Où trouver des énoncés de problèmes ouverts® ?

I-1 Les ressources raisonnablement disponibles

I-1.1 Des manuels scolaires et des livres du maître

La plupart des enseignants de cycle 3, afin de préparer leurs cours de mathématiques mais aussi pour travailler avec leurs élèves en classe, utilisent des manuels scolaires[27] : « *la très grande majorité des maîtres se réfèrent à un ou plusieurs manuels pour « faire la classe », […] Trois quarts des élèves possèdent un manuel* (de mathématiques) » (Durpaire, 2006, p.56).

L'analyse des instructions officielles du chapitre 1 montre que depuis l'année 1985, l'accent est mis explicitement sur l'étude en classe de situations problèmes et de problèmes ouverts®. En 2002, les problèmes ouverts® occupent même une place particulière avec une réelle incitation à proposer en classe des *problèmes pour chercher*. En 2008, même si les problèmes pour chercher n'apparaissent plus, une incitation à proposer des problèmes permettant de développer des capacités de recherche demeure, comme indiqué dans le chapitre 1. Nous supposons donc que tout au long de cette période, les différentes ressources mises à disposition des enseignants de cycle 3 ont évolué et proposent ce type de problèmes. Etant donné que les manuels scolaires sont « *globalement conformes aux programmes* » (IGEN,

[27] Par manuels scolaires, nous entendons les manuels destinés aux élèves.

2008), nous organisons notre analyse des manuels scolaires et des livres du maître qui les accompagnent en fonction de l'évolution des instructions officielles et des changements de programmes scolaires. De plus, notre recherche débute en 2008/2009 et concerne des professeurs des écoles non débutants, enseignant depuis une quinzaine d'années. Nous pouvons supposer que ces enseignants utilisent des manuels édités suite aux dernières instructions officielles de l'année 2008 cependant nous savons également qu'ils peuvent continuer à utiliser des manuels et des ouvrages plus anciens (Margolinas, Wozniak, 2010). De ce fait, afin de balayer une grande partie de l'offre faite aux enseignants de cycle 3, nous proposons une analyse de manuels scolaires proposés suite aux changements d'instructions officielles de l'année 2008 et nous faisons également le point sur des recherches effectuées à propos de la présence ou non de problèmes ouverts® dans les manuels scolaires édités suite aux changements des textes officiels des années 1995 puis 2002 (Balmes et Coppé, 1999 ; Houdement, 1999, 2002 ; Godot, 2005 ; Hersant, 2006).

En 2008, les instructions officielles demandent aux professeurs des écoles de centrer l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes ; cependant les « *problèmes pour chercher* » (MEN, 2003) ne sont plus explicitement plébiscités comme ils l'étaient dans les documents officiels des années 2002 et 2003. Ce changement dans les programmes de mathématiques peut laisser supposer une adaptation des ressources proposées aux enseignants et notamment une adaptation des manuels scolaires édités suite à ces nouvelles instructions officielles. D'ailleurs, les auteurs du rapport sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (IGEN, 2008) expliquent que les pratiques, en mathématiques, des professeurs des écoles changent. Il ne s'agit plus pour eux de proposer aux élèves seulement des cours magistraux, de faire uniquement des exposés de savoirs. Les professeurs des écoles souhaitent au contraire « *mettre leurs élèves en activité* ». Par ailleurs, le rapport signale qu' « *à des fins commerciales, les éditeurs recherchent naturellement, en priorité, l'adhésion des enseignants prescripteurs ; les manuels sont donc conçus en fonction des vœux des professeurs plus qu'en fonction des souhaits de l'institution ou des besoins des élèves* » (IGEN, 2008, p. 10). Nous pouvons donc raisonnablement penser que les manuels scolaires vont répondre à la demande des enseignants en termes de mise en activité pour les élèves et ils pourraient pour cela, par exemple, proposer des énoncés de problèmes ouverts® permettant aux enseignants de mettre les élèves en activité de recherche.

En 2009 et 2010, les maisons d'éditions envoient dans les écoles primaires de nouveaux spécimens pour le cycle 3. Notre étude des ressources disponibles porte donc en premier lieu

sur le contenu de manuels scolaires en matière de proposition de problèmes ouverts®. Nous complétons cette analyse par celle des livres du maître qui accompagnent les manuels destinés aux élèves et qui s'adressent plus particulièrement aux enseignants.

Le rapport sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (IGEN, 2006), précise, à propos des manuels scolaires proposés par les maisons d'édition, que « *les choix sont diversifiés* » et que l'offre existante est « *très abondante* ». Nous avons recensé, grâce à l'aide du centre de ressources et de documentation avec lequel nous travaillons, douze spécimens, reçus suite au changement de programmes de l'année 2008. Nous en concluons que les enseignants de cycle 3 de notre étude ne peuvent pas tout utiliser, qu'ils sont face à un réel choix dans cet ensemble de manuels lors de la préparation de leurs cours.

Nous ne proposons pas une analyse exhaustive des manuels scolaires diffusés par les maisons d'édition, nous choisissons de nous centrer sur les deux collections les plus utilisées dans notre département (IA 72, 2010) : *J'apprends les maths*, CE2, CM1 et CM2 (éditions Retz, 2010) et *Cap Maths*, CE2, CM1 et CM2 (éditions Hatier, 2008, 2010, 2010). Par ailleurs, nous savons de par nos contacts avec des inspecteurs du premier degré et des conseillers pédagogiques que chaque école de notre département a reçu un spécimen du manuel *Euromaths* (éditions Hatier) d'abord pour le niveau CM2, lors de sa parution en 2009 puis pour les niveaux CM1 et CE2, en 2010. Nous décidons donc de l'analyser également puisque chaque enseignant de cycle 3 est susceptible de l'avoir reçu dans sa classe. De plus, ce manuel étant écrit par des didacticiens (Briand, Peltier et *al.*), il nous semble intéressant de l'intégrer à notre étude afin de comparer le type de problèmes présents et ceux des manuels des deux autres collections. En effet, le manuel *Euromaths* peut être considéré comme « *didactiquement fiable* » (Briand et Peltier, 2008 ; Arditi, 2011) : les auteurs ont fait en sorte que « *chaque étape a une place bien précise et en suivant ce qu'on trouve dans le manuel, il serait possible de proposer aux élèves des activités constituant des situations d'apprentissage, de faire le lien entre les différentes connaissances et de décontextualiser les connaissances* » (Arditi, 2011, p. 143). De ce fait, chaque enseignant, quelle que soit sa pratique, doit pouvoir mettre en œuvre les situations proposées. L'étude d'Arditi (2011) porte sur l'enseignement et apprentissage des fractions, donc sur des savoirs curriculaires et non sur des savoirs moins explicites comme ceux liés à l'étude de problèmes ouverts®. Nous pouvons néanmoins raisonnablement penser que des activités consacrées à l'étude de problèmes permettant de développer des capacités de recherche, utilisant des énoncés de problèmes ouverts®, peuvent être proposées par les auteurs et identifiées de telle façon dans le manuel que les professeurs

des écoles les repèrent facilement. De plus, du fait de la fiabilité didactique du manuel, nous pouvons également supposer que les situations faisant appel à des problèmes ouverts® sont organisées, tout au long de l'année, selon une progression également repérable par un enseignant de l'école élémentaire.

D'autre part, même si nous pouvons penser que les différents éditeurs, depuis 1985, ont réfléchi à l'introduction de *véritables problèmes de recherche* dans les classes de cycle 3, comme le préconisent les instructions officielles depuis cette date, il est à noter que le manuel scolaire se situe « *à l'interface entre plusieurs institutions : ministère comme donneur d'ordre de programmes, éditeurs comme vendeurs, enseignants décideurs d'achat, IUFM et circonscriptions comme institutions d'analyse, et enfin parents souvent lecteurs* » (Briand, Peltier, 2009). De ce fait, les auteurs de ces manuels étant soumis à de nombreuses contraintes *souvent contradictoires*, entre les instructions officielles, le monde de l'édition et les différents acteurs du monde éducatif, réussissent-ils à fournir aux enseignants des ouvrages leur permettant de répondre à l'injonction de développer des capacités de recherche chez tous leurs élèves, en proposant par exemple des énoncés de problèmes ouverts® ?

I-1.2 D'autres ressources disponibles

En plus des manuels scolaires, nous choisissons d'étudier également d'autres ressources que nous pensons être raisonnablement disponibles pour des enseignants de cycle 3.

Nous décidons d'analyser les ouvrages de la collection *Ermel* destinés aux niveaux CE2, CM1 et CM2 ainsi que le numéro spécial intitulé « *Points de départ* » de la revue professionnelle *Grand N* (*IREM* de Grenoble, 2003). Nous nous intéressons également à différents sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques s'adressant à des élèves de primaire et de collège. Nous choisissons d'étudier le site dédié au rallye mathématique transalpin (ARMT) qui cherche à promouvoir, depuis l'année 1995, un rallye commun à plusieurs pays (Suisse, France, Belgique, Italie) ainsi que des sites dédiés à des rallyes mathématiques, en particulier les rallyes mathématiques de la Haute-Loire, du Puy de Dôme (niveau cycle 3) et de La Sarthe (niveau collège).

Nous considérons toutes ces ressources comme effectivement connues et disponibles pour les professeurs des écoles de notre étude notamment parce que les auteurs du document d'accompagnement des programmes « *Le problème pour chercher* » (MEN, 2003) proposent

une liste de ressources, autres que les manuels scolaires, dans lesquelles il est possible, d'après eux, de trouver des énoncés de problèmes ouverts® :

« *où trouver de tels problèmes ?*

La pratique du problème pour chercher commence à se développer sous plusieurs formes.

- *Certains manuels intègrent de tels problèmes à leur progression.*

- *Des travaux de recherches (comme ceux de l'équipe ERMEL de l'INRP) fournissent également des exemples de mise en œuvre.*

- *Certaines productions de la COPIRELEM ou des revues pour les enseignants (comme la revue Grand N, éditée par l'IREM de Grenoble), par exemple un numéro spécial de la revue Grand N « Points de départ » (édité en 2003) propose des Activités et problèmes mathématiques pour les élèves du cycle 3.*

- *Les concours et les rallyes mathématiques organisés dans plusieurs régions de France ou dans d'autres pays sont une autre source d'inspiration pour l'enseignant : ces problèmes sont souvent disponibles en ligne sur le réseau Internet et peuvent être trouvés en utilisant un moteur de recherche. La revue suisse Math-école publie également les épreuves du rallye mathématique transalpin* » (MEN, 2003, p. 8).

I-2 Les manuels scolaires proposent-ils des énoncés de problèmes ouverts® ?

Dans cette partie, nous questionnons l'existence d'énoncés de problèmes ouverts® dans des manuels scolaires que nous avons choisis. Notre objectif est de repérer la présence de problèmes ouverts® et également de déterminer si des enseignants ordinaires de cycle 3 peuvent facilement, lorsqu'ils consultent ces ouvrages, les identifier comme tels.

Pour ces manuels, nous étudions les livres du maître afin de comprendre les intentions des auteurs en termes de résolution de problèmes et plus particulièrement de problèmes ouverts®. L'étude des manuels scolaires des élèves s'effectue en deux étapes : elle consiste dans un premier temps, en une analyse de leur sommaire puis, dans un deuxième temps, nous étudions les énoncés de problèmes proposés afin de déterminer s'il s'agit ou non de problèmes ouverts® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988).

Pour étudier les sommaires, nous repérons l'utilisation faite par leurs auteurs d'expressions autour du mot-clé « problème ». Par exemple, les auteurs annoncent-ils des pages intitulées

« *problèmes ouverts* » ou « *problèmes pour chercher* » qui peuvent laisser penser aux professeurs des écoles que les pages en question contiennent des énoncés de problèmes ouverts® ? Puis, lorsque sont repérées de telles pages, nous y étudions les énoncés proposés selon les critères énoncés dans la caractérisation des problèmes ouverts® proposée par Arsac et Mante (1988) : les énoncés sont-ils courts ? Des questions intermédiaires sont-elles proposées ? Le domaine dans lequel est proposé le problème est-il bien connu des élèves ? Les élèves sont-ils amenés à faire des essais, énoncer des conjectures, autrement dit la démarche de résolution attendue est-elle en lien avec la démarche scientifique proposée par Arsac, Germain et Mante (1988) ? Des tableaux rassemblant les résultats de nos analyses sont présentés en Annexes A. Nous présentons ici nos conclusions sur chacun des manuels et des livres du maître analysés parmi les trois collections *Cap Maths*, *J'apprends les maths*, *Euromaths*.

Nous pensons que les enseignants n'utiliseront pas la caractérisation d'Arsac et Mante afin de vérifier si les problèmes sont ouverts ou non, notamment puisque, comme nous l'avons déjà évoqué dans le chapitre 1, ils ne la connaissent pas forcément. Nous faisons l'hypothèse qu'ils utiliseront des mots-clés pour repérer ces problèmes (problèmes *pour chercher*, *de recherche*, etc.), qu'ils prendront en compte très certainement les intitulés utilisés par les auteurs des manuels et qu'ils se décideront en fonction de leur propre représentation d'un problème ouvert, de ce qu'ils en attendent pour leurs élèves. Par exemple, si un problème est annoncé par les auteurs d'un manuel comme étant proposé pour « *chercher* », des enseignants peuvent très bien le choisir comme problème ouvert pour leur classe sans confronter l'énoncé à la caractérisation d'Arsac, Germain et Mante (1988) ; ils font en cela confiance à la ressource et à ses auteurs.

I-2.1 La collection *Cap Maths*

a) Les intentions des auteurs d'après le *guide de l'enseignant*[28]

Les auteurs, R. Charnay, professeur de mathématiques en IUFM et chercheur associé à L'INRP[29], G. Combier, M.P. Dussuc, professeurs de mathématiques en IUFM et D. Madier, professeur des écoles, participent depuis les années quatre-vingts à des recherches sur l'enseignement des mathématiques en primaire.

[28] Le *guide pédagogique de l'enseignant* correspond au livre du maître dans la collection *Cap Maths.*
[29] Institut National de Recherche Pédagogique.

Dans les manuels destinés aux élèves de CE2, CM1 et CM2, les auteurs réservent les quatre premières pages à la présentation globale du manuel et à de brèves précisions concernant l'orientation pédagogique choisie. Ils y précisent que la collection *Cap Maths* établit « *un équilibre entre résolution de problèmes et entraînement* » (Manuels de CM1 et CM2). Elle répond « *aux orientations des programmes de l'Education Nationale* » en rappelant quelques extraits des instructions officielles de l'année 2008 : « […] *il est nécessaire de prendre en compte les démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs, leurs méthodes de travail et de les exploiter dans des moments de débat* » (MEN, 2008, cité dans le manuel de CE2) ; « *la résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique […]* » (MEN, 2008, cité dans les manuels de CM1 et de CM2).

Via le guide de l'enseignant de chacun des niveaux CE2, CM1 et CM2, les auteurs précisent, dans un paragraphe consacré à la résolution de problèmes, qu'une place est réservée à « *développer les capacités à chercher : exploiter des informations, explorer une piste et la remettre en cause, s'aider d'un dessin ou d'un schéma, faire des déductions, planifier une résolution en en déterminant les étapes, expliquer pourquoi une réponse convient ou ne convient pas … Autant de compétences que l'enfant doit commencer à développer très tôt.* » (CE2, p. IX, CM1, p. IX et CM2, p. VIII, 2010). Ces indications nous laissent entrevoir la présence de problèmes ouverts® dans les manuels des élèves.

Dans le guide de l'enseignant, ils justifient également la présence d'« *une banque de problèmes* » en fin des manuels. Une page réservée à « *Comment utiliser la banque de problèmes ?* » (CE2, p. XII, CM1 et CM2, p. XI) donne des indications sur le contenu de la *banque*, son intérêt et sur la manière dont un professeur des écoles peut l'utiliser tout au long de l'année.

Par exemple, à propos des leçons intitulées « *problèmes : recherche de plusieurs possibilités* », « *problèmes : recherche de la meilleure solution* » en CM1 et « *problèmes* » en CM2, les auteurs annoncent que ce type de « *[…] séance place, dès le début de l'année, les élèves en situation de recherche. Il s'agit en particulier de faire comprendre « les règles du jeu » : ce que c'est que chercher, ce qu'on a le droit de faire […], de préciser les rôles respectifs des élèves et de l'enseignant* » (CM1). A la fin de chaque « *unité* », la ou les pages de la banque de problèmes associées à la leçon sont présentées. Pour chacun des problèmes, des éléments de correction sont proposés ainsi que des indications sur les « *modes de raisonnement* » attendus des élèves. Les auteurs présentent certains problèmes (par exemple,

Guide de l'enseignant CM2, p.169) comme de « *véritables problèmes de recherche* ». Ces précisions nous laissent supposer que certains problèmes peuvent être assimilés à des problèmes ouverts® mais certainement pas tous puisqu'il s'agit surtout, d'après les auteurs, d'entraîner les élèves à utiliser les connaissances acquises dans la leçon de mathématiques à laquelle sont associées, dans le sommaire, les différentes pages de la banque de problèmes. « *[…] il est intéressant d'observer quelles connaissances les élèves mobilisent pour chaque problème : c'est un bon indicateur à la fois de la maîtrise qu'ils ont de ces connaissances et, surtout, du sens qu'ils leur donnent* » (CE2, p. XII).

b) Analyse de la *table des contenus* dans le manuel de l'élève

La collection *Cap Maths* propose aux professeurs des écoles, à travers la « *table des contenus* » des manuels destinés aux élèves de cycle 3, de répartir leur enseignement des mathématiques sur cinq « *périodes* », chaque période étant elle-même partagée en trois « *unités* » (Annexes A). L'ensemble des notions à aborder durant l'année scolaire est classé selon quatre thèmes d'étude pour le niveau CE2 : « *problèmes / organisation et gestion de données, nombres et numération, calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesure* » et cinq thèmes pour les niveaux CM1 et CM2 : « *problèmes / organisation et gestion de données, nombres entiers / fractions / nombres décimaux, calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesure* ».

Dans la colonne annonçant des problèmes, quelques indications sont données sur le type de problèmes proposés. Les auteurs y précisent qu'en classe de CE2, des problèmes mènent à la « *recherche de toutes les possibilités* » ; qu'en classe de CM1, certains mènent à la « *recherche de plusieurs possibilités* » et permettent d'envisager « *plusieurs procédures* » ou d'« *optimiser une solution* » et qu'en classe de CM2, des problèmes visent également à « *apprendre à chercher* ». Les expressions utilisées nous laissent entrevoir la possibilité de trouver, parmi ces problèmes, des énoncés de problèmes ouverts®. En revanche, d'autres brèves indications sont données sur les sujets abordés par certains énoncés : « *somme de plusieurs nombres* », « *rendre la monnaie* », « *proportionnalité* », par exemple. Ces indications nous laissent penser que les problèmes en question ne sont pas ouverts, qu'ils sont plutôt liés à des apprentissages en cours et à des exercices d'entraînement.

La « *table des contenus* » renvoie également à la « *banque de problèmes* » située en fin de chacun des trois manuels de CE2, CM1 et CM2. A chaque période sont associées trois pages

de la banque de problèmes, précisant en quelques mots, le contexte lié à la vie courante, abordé par ces problèmes : « *Les euros* », « *Fleurs et bouquets* », par exemple. Cependant le domaine mathématique n'étant pas précisé et ces problèmes étant présentés par les auteurs, dans le guide de l'enseignant, comme permettant de « *favoriser la réflexion quant aux choix de procédures de résolution* » (CE2, p. XII), nous pensons alors pouvoir y trouver des énoncés de problèmes ouverts®.

c) Analyse des énoncés repérés dans la *table des contenus*

D'après l'analyse de la table des contenus, nous repérons des pages susceptibles de proposer des énoncés de problèmes ouverts®. Nous étudions ces énoncés en les soumettant aux caractéristiques définissant un problème ouvert® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988). Notre analyse montre que les manuels de CE2, CM1 et CM2 contiennent bien des problèmes dont l'objectif est d'apprendre aux élèves à chercher cependant ce ne sont pas pour autant des problèmes ouverts®. En effet, les problèmes repérés, du fait de questions intermédiaires dans les énoncés, ne permettent pas aux élèves de mettre en œuvre la démarche scientifique préconisée par Arsac, Germain et Mante (1988). Nous proposons ci-après quelques exemples de problèmes ouverts® et de problèmes qui ne sont pas ouverts, l'ensemble des résultats d'analyse étant proposé en annexe.

En CE2

En page 7 du manuel (Cf. Figure 18), le problème demande de trouver toutes les façons d'obtenir 10 et en page 8 (Cf. Figure 19), toutes les façons d'obtenir 25 à partir de multiples de 5, de 2 et de 1.

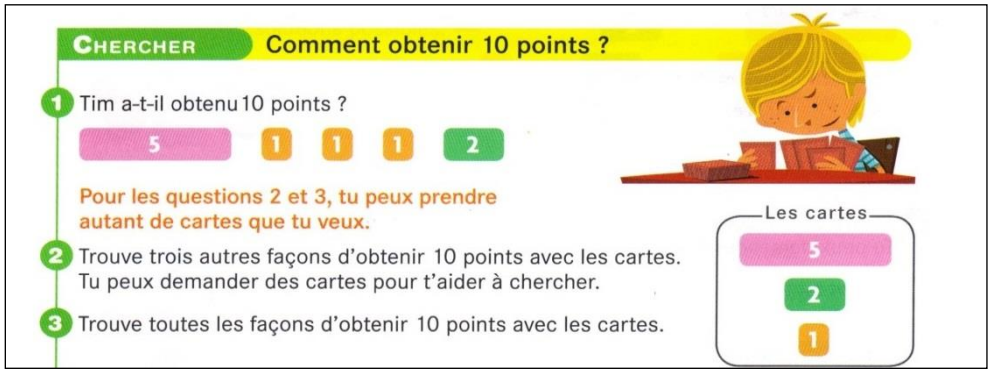


Figure 18 Unité 1, Recherche de toutes les possibilités, Hatier CE2, p. 7, 2011

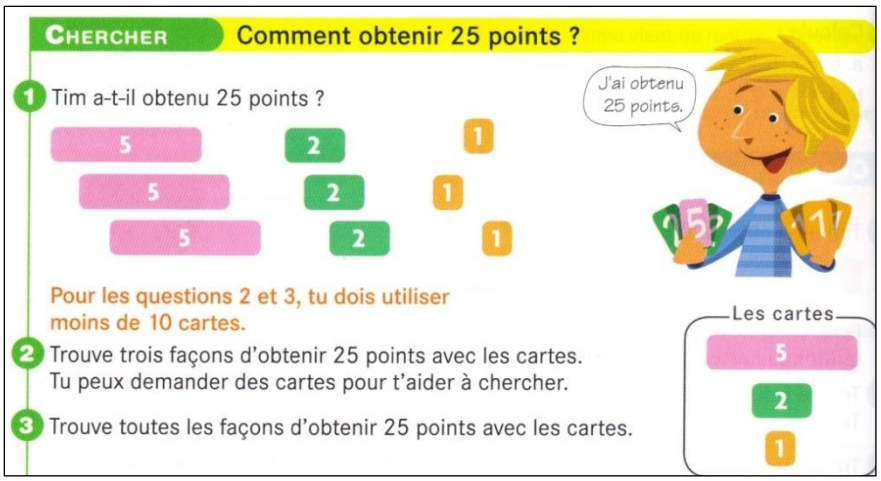


Figure 19 Unité 1, Recherche de toutes les possibilités, Hatier CE2, p. 8, 2011

D'un point de vue mathématique, résoudre le problème proposé Figure 18 revient à résoudre une équation diophantienne à trois inconnues : l'équation s'écrit $5x + 2y + z = 10$ où x, y et z sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de cartes à 5 points, le nombre de cartes à 2 points et le nombre de cartes à 1 point. Résoudre le problème présenté Figure 19 revient à résoudre l'équation diophantienne de la forme $5x + 2y + z = 25$ où x, y et z sont des nombres entiers tels que $x + y + z < 10$, représentant respectivement le nombre de cartes à 5 points, le nombre de cartes à 2 points et le nombre de cartes à 1 point.

Pour des élèves de cycle 3, la résolution de ces problèmes demande de mobiliser des connaissances en calcul, l'ensemble de ces problèmes ayant pour but annoncé d'apprendre aux élèves de CE2 à apprendre à organiser des essais et à tenir compte de contraintes imposées par l'énoncé. Notre analyse montre néanmoins que ce ne sont pas des problèmes ouverts® : il nous semble que pour les deux problèmes présentés Figures 18 et 19, les premières questions des énoncés guident les essais que vont faire les élèves pour résoudre la question 3 et font qu'ils ne sont pas amenés à mettre réellement en œuvre la démarche scientifique visée par Arsac, Germain et Mante. Ces deux premières questions peuvent être assimilées à des questions intermédiaires proposées aux élèves avant la question 3, ce qui contredit la caractérisation des problèmes ouverts®. En effet, la représentation dans les deux énoncés des cartes de 5, 2 et 1 points, dont les dimensions sont proportionnelles à leur nombre de points (deux cartes de 1 point accolées ont la taille d'une carte valant 2 points), orientent les élèves. La présence des cartes fait que les élèves vont chercher à ajouter des cartes donc des multiples de 5, de 2 et de 1 pour chercher à atteindre 10 puis 25 alors qu'une autre procédure possible consisterait à chercher une décomposition de 10 ou de 25.

Nous mettons ces problèmes en relation avec un de ceux proposés par le revue *Grand N*, présenté plus loin Figure 42. La résolution de ce dernier problème nommé *La cible* revient également à la résolution d'équations diophantiennes. Néanmoins, alors que nous pensons que les problèmes de la collection *Cap Maths* (Cf. Figures 18, 19) présentés ainsi aux élèves ne sont pas ouverts, nous qualifions le problème *La cible* de problème ouvert® pour des élèves de cycle 3. En effet, aucune indication ne leur est fournie. Ils peuvent alors élaborer plusieurs démarches de recherche et de résolution : chercher à décomposer 34 en un nombre de fois 11, 7 et 5 ou additionner des multiples de 7, de 5 et de 11 pour atteindre 34.

En page 9 du manuel (Cf. Figure 20), il s'agit de réaliser la somme d'un Euro avec des pièces de cinquante, vingt et dix centimes :

Figure 20 Unité 1, Recherche de toutes les possibilités, Hatier CE2, p. 9, 2011

Comme dans les problèmes précédents, les élèves doivent mobiliser des connaissances de calculs et l'objectif est de leur apprendre à organiser leurs calculs, leurs essais afin de trouver toutes les possibilités sans en oublier. La question 1 qui peut être assimilée à une question intermédiaire et l'aide apportée par le dessin font que ce n'est pas un problème ouvert®. Un problème ouvert® consisterait dans ce cas à ne poser aux élèves que la question 2 de ce même problème.

En page 79 du manuel (Cf. Figure 21), le problème consiste à déterminer un nombre de points obtenus en lançant trois fléchettes :

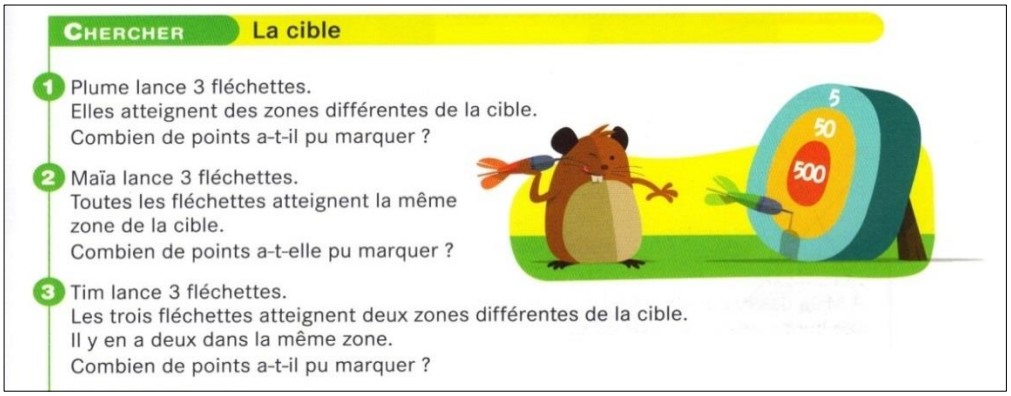


Figure 21 Unité 8, Calculs avec 5, 50, 500, Hatier CE2, p. 79, 2011

D'un point de vue mathématique, quelques multiplications permettent de résoudre le problème. Les élèves utilisent donc leurs connaissances en calcul, en particulier sur les multiples de 5, 50 et 500. Ils sont amenés à faire des essais afin d'explorer tous les possibles cependant peu d'essais sont nécessaires et quelques calculs permettent d'obtenir toutes les possibilités demandées. Contrairement aux problèmes précédents (Figures 18 et 19), il n'y a pas d'inconnue puisque l'énoncé indique le nombre de fléchettes et les points pouvant être obtenus dans chacune des zones. Ce n'est donc pas un problème ouvert® mettant en œuvre la démarche scientifique d'Arsac, Germain et Mante puisque aucune conjecture n'est à élaborer et à tester, contrairement au problème de la revue *Grand N* déjà cité, *La cible* (Cf. Figure 42). Il s'agit en fait ici d'organiser les calculs afin de n'oublier aucune possibilité.

Finalement, aucun des problèmes que nous pouvions penser être des problèmes ouverts® suite à la lecture du sommaire du manuel de CE2 ne l'est, les élèves étant guidés dans leur démarche de résolution par les indications données dans l'énoncé et les premières questions de chacun des énoncés.

En CM1

En pages 7 et 8 du manuel (Cf. Figure 22), les élèves cherchent à obtenir une somme d'argent donnée de différentes façons. Etant données les questions posées, les problèmes ne sont pas des problèmes ouverts®. En effet, les questions posées nous apparaissent comme des questions intermédiaires guidant les élèves dans leur recherche et résolution d'un problème plus large qui serait de poser aux élèves seulement la dernière question : « *rédige une méthode pour réaliser une somme d'argent avec le moins possible de billets et de pièces.* ». Les élèves auraient à faire des essais sur des sommes qu'ils choisiraient eux-mêmes, à énoncer une (ou des) conjecture(s) et à la (ou les) tester afin de résoudre le problème.

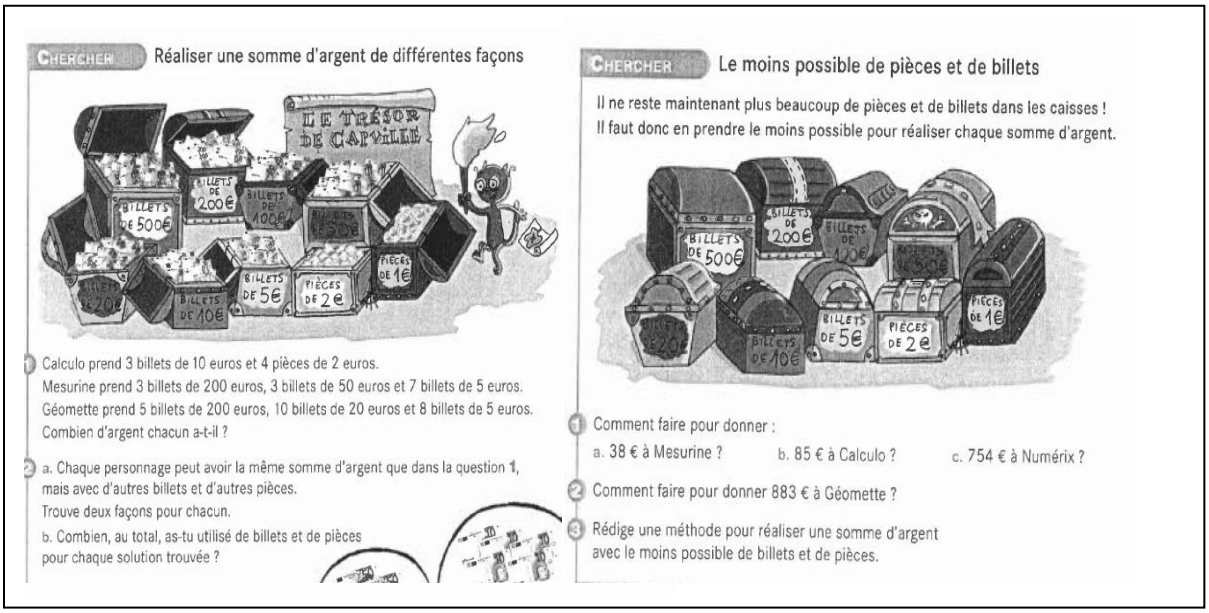


Figure 22 Unité Problèmes : recherche de plusieurs possibilités et recherche de la meilleure solution, Hatier CM1, p. 7-8, 2010

En page 137 du manuel (Cf. Figure 23), les élèves sont également face à un problème qui, du fait de l'intitulé *chercher*, peut faire penser qu'il est un problème ouvert®.

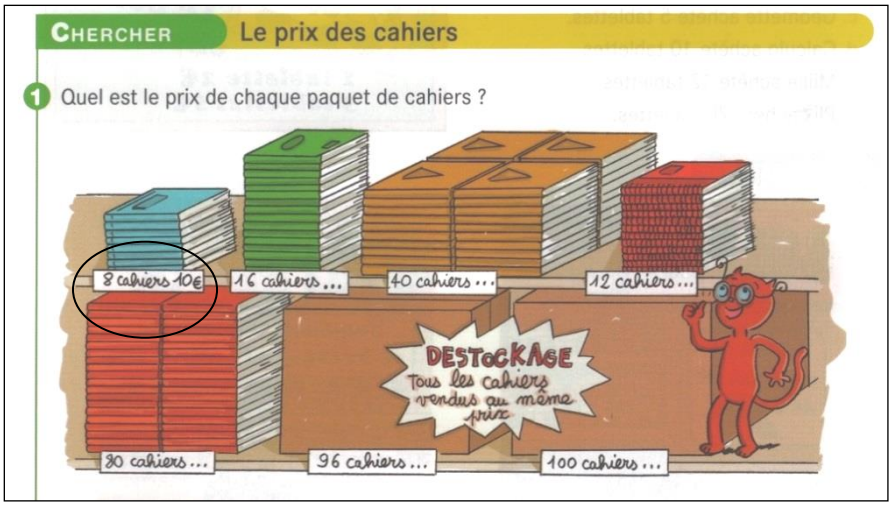


Figure 23 Unité 13, Proportionnalité, Hatier CM1, p. 137, 2010

Aucune indication n'est fournie dans l'énoncé du problème pour déterminer le prix de chaque paquet de cahiers. Pour le résoudre, les élèves doivent partir des données fournies sur le dessin, 8 cahiers valent 10 €, pour retrouver la valeur de 16 cahiers, 80 cahiers, 96 cahiers, 40 cahiers, 12 cahiers et 100 cahiers. Plusieurs procédures sont envisageables en classe de CM1 et laissées au choix des élèves. Afin d'obtenir le prix de 16 cahiers, les élèves peuvent ajouter le prix de 8 cahiers ou multiplier par deux ce même prix ; afin d'obtenir le prix de 96 cahiers, ils peuvent ajouter les prix de 80 et de 16 cahiers ou décider de multiplier par 12 le prix de 8 cahiers. Cependant ce problème est proposé dans une unité dédiée à un travail sur la

proportionnalité et vise donc l'apprentissage pour des élèves de CM1 de connaissances concernant la résolution des problèmes liés à la proportionnalité, domaine d'étude qui a déjà été abordé dans ce manuel, dans les unités précédentes (unités 8, 10, 11 et 12). De ce fait, le problème ne peut pas être considéré, pour des élèves de CM1, comme un problème ouvert®.

Finalement, les problèmes repérés dans les différentes « unités » après la lecture du sommaire ne sont pas des problèmes ouverts® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988).

En CM2

En page 7 du manuel (Cf. Figure 24), les auteurs proposent de « *planter des choux en carré* ».

CHERCHER Savez-vous planter les choux en carré ?

Un jardinier a décidé de toujours planter ses choux « en carré ».
Il a réussi à planter 25 choux « en carré » en faisant 5 rangées de 5 choux.

1. Il achète 16 choux. Peut-il les planter « en carré » ?
2. Quelles autres quantités de choux, comprises entre 0 et 25, peut-il aussi planter en carré ?
3. Un catalogue propose différents paquets de choux.

100 choux 50 choux 225 choux

Quels paquets peut-on choisir pour planter tous les choux qu'il contient en carré ?

Un carré avec 25 choux

Figure 24 Unité 1, Problèmes, Hatier CM2, p. 7, 2010

D'un point de vue mathématique, il s'agit de repérer quels nombres sont des « carrés » (25, 16, 100, 225). Pour des élèves de CM2, les questions 1 et 2 permettent d'avancer pas à pas afin de construire que le principe fonctionne avec des nombres représentant des « carrés » et pas avec les autres nombres. Nous assimilons ces deux premières questions à des problèmes de réinvestissement simples en CM2 permettant aux élèves d'utiliser leurs connaissances de l'addition, la multiplication de nombres entiers inférieurs à 10. Si nous considérons le problème composé des trois questions, 1, 2 et 3, ce problème n'est pas un problème ouvert® du fait des premières questions. En effet, les questions 1 et 2 guident les élèves dans leurs essais en leur demandant d'étudier la question pour 16 choux puis pour des quantités de choux comprises entre 0 à 25. En leur posant seulement la question 3, accompagnée du dessin mais sans les questions 1 et 2, le problème devient un problème ouvert®. Les élèves pour le résoudre doivent faire des essais, émettre une conjecture et la tester pour savoir quels paquets choisir pour planter tous les choux en carré.

En page 8 du manuel (Cf. Figure 25), le problème intitulé *Chercher* continue sur le même thème. Il peut être une application du problème *Chercher* de la page 7 (Cf. Figure 24) mais il peut également être un problème ouvert® si celui de la page 7 n'a pas été étudié. De même, les problèmes 5, 6 et 7 proposés dans la partie *Exercices* de la page 8 (et entourés Figure 25)

sont des problèmes ouverts® s'ils sont posés seuls, de manière isolés. Présentés ainsi, les uns après les autres sur la même page de manuel, ils s'apparentent plus à des applications des problèmes résolus précédemment sur le même thème.

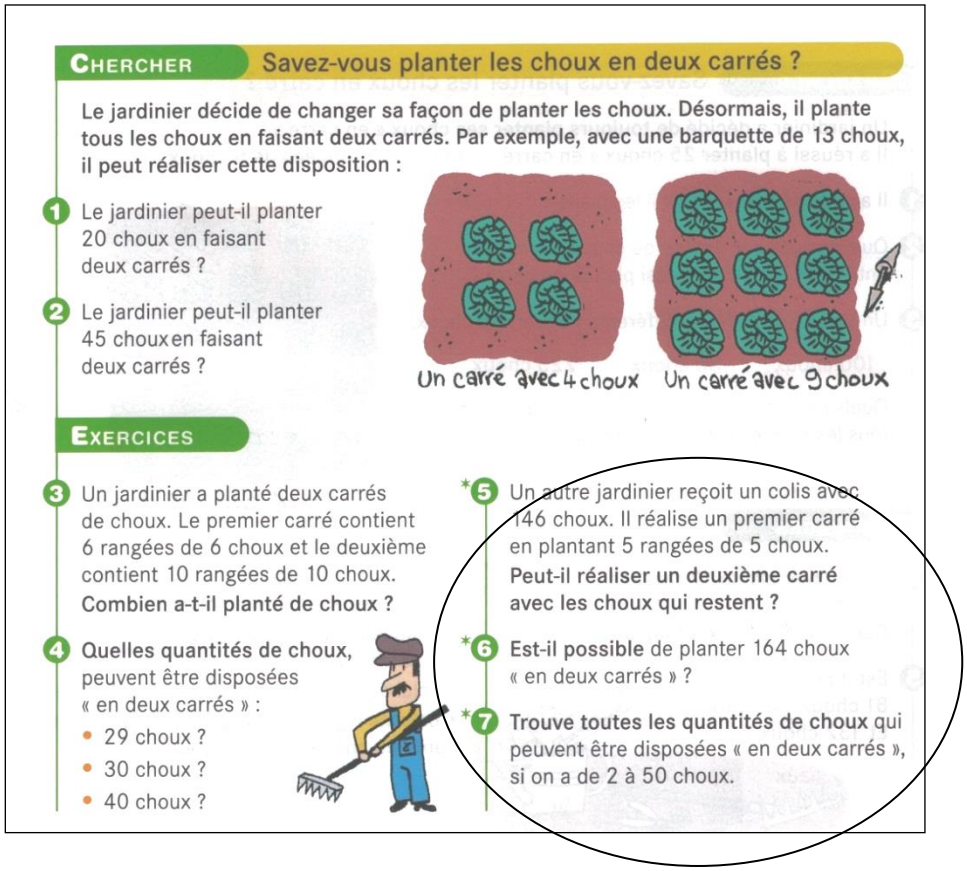


Figure 25 Unité 1, Problèmes, Hatier CM2, p. 8, 2010

En page 75 du manuel (Cf. Figure 26), le problème relève du domaine de la proportionnalité, il concerne des conversions d'Euros en Francs suisses. Les questions 1 et 2 orientent les calculs des élèves et ne laissent pas de place à des essais personnels.

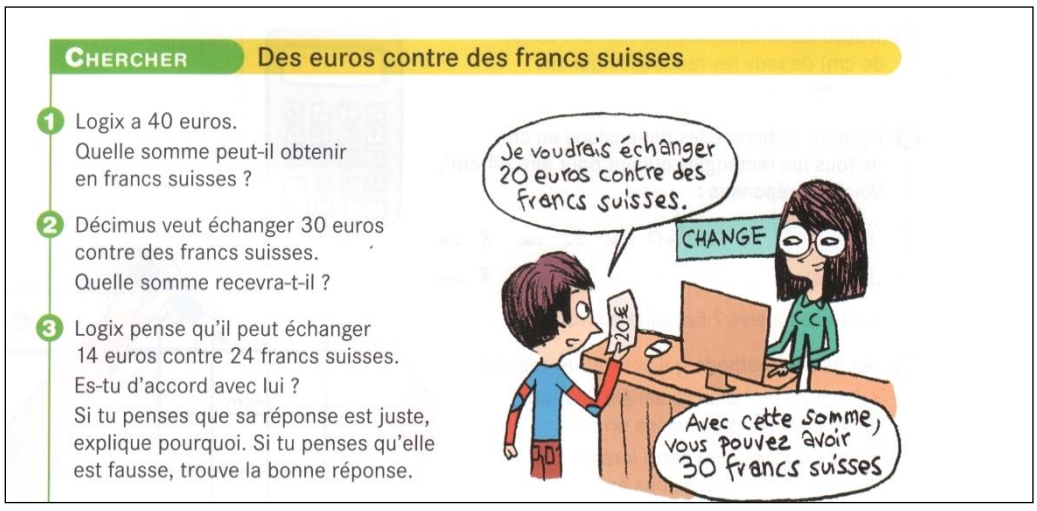


Figure 26 Unité 7, Proportionnalité, Hatier CM2, p. 75, 2010

En ne posant que la question 3 « *Logix pense qu'il peut échanger 14 euros contre 24 francs suisses. Es-tu d'accord avec lui ?* » et en l'accompagnant du dessin, ce problème est un problème ouvert®. Les élèves devront prendre position et faire des essais sans être guidés, afin de valider ou d'invalider leur réponse.

Finalement, concernant le manuel destiné aux élèves de CM2 quatre problèmes peuvent être des problèmes ouverts® s'ils sont proposés de manière isolée et non lors de la même séance comme le laisse suggérer la présentation de la page 8 (Cf. Figure 25) où ils sont rassemblés.

Conclusion

De notre analyse des énoncés repérés dans la *table des contenus* comme pouvant être ouverts, nous obtenons que :

en CE2 et en CM1, aucun problème n'est un problème ouvert® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988),

en CM2, quatre problèmes peuvent être considérés comme des problèmes ouverts® (Cf. Figure 25) à condition de les étudier de manière isolée et pas les uns après les autres.

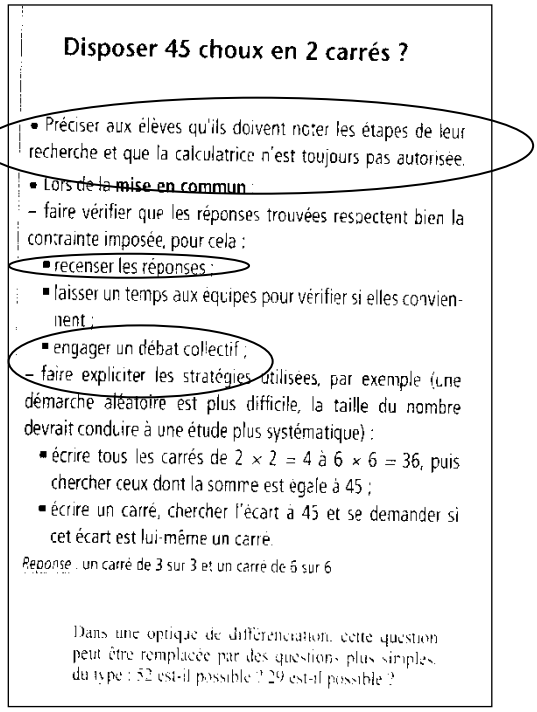
Les auteurs des *guides de l'enseignant* des trois niveaux CE2, CM1 et CM2 annoncent que les problèmes que nous avions repérés ont pour objectif principal d'« *apprendre à chercher* » aux élèves mais ils ne les présentent pas comme des problèmes ouverts®. Par exemple, ils précisent pour le niveau CM2 que ces problèmes se situent dans le domaine de la numération, dans le cadre de l'apprentissage de la multiplication : il s'agit « *d'utiliser la multiplication pour dénombrer des objets organisés en disposition rectangulaire* » (*Guide de l'enseignant* CM2, p. 3).

Il nous semble cependant que les auteurs proposent, à travers l'étude de ces problèmes, un travail sur des savoirs méthodologiques, un travail réparti sur l'année qui viserait l'apprentissage de l'organisation des calculs afin de chercher plusieurs solutions possibles puis de trouver toutes les possibilités sans en oublier.

Par ailleurs, les auteurs proposent pour les trois niveaux, une mise en œuvre possible en classe : une recherche individuelle puis régulièrement prolongée par une recherche en binômes avant une mise en commun des résultats pendant laquelle les différentes solutions, correctes et erronées sont exploitées. Pour chaque problème, ils donnent des éléments leur permettant d'organiser les activités des élèves, comme dans l'exemple suivant :

Finalement, étant donnée la présentation qui en est faite dans les *tables des contenus* des manuels de l'élève ainsi que dans les *guides de l'enseignant*, du fait qu'il s'agit d'après les

auteurs d'apprendre aux élèves ce que signifie « *chercher* » en mathématiques, les enseignants du primaire peuvent, eux, décider d'utiliser les problèmes tels qu'ils sont proposés dans les manuels, dans le but d'étudier des problèmes ouverts® en classe.



Disposer 45 choux en 2 carrés ?

- Préciser aux élèves qu'ils doivent noter les étapes de leur recherche et que la calculatrice n'est toujours pas autorisée.
- Lors de la **mise en commun** :

– faire vérifier que les réponses trouvées respectent bien la contrainte imposée, pour cela :

- recenser les réponses ;
- laisser un temps aux équipes pour vérifier si elles conviennent ;
- engager un débat collectif ;

– faire expliciter les stratégies utilisées, par exemple (une démarche aléatoire est plus difficile, la taille du nombre devrait conduire à une étude plus systématique) :

- écrire tous les carrés de $2 \times 2 = 4$ à $6 \times 6 = 36$, puis chercher ceux dont la somme est égale à 45 ;
- écrire un carré, chercher l'écart à 45 et se demander si cet écart est lui-même un carré.

Réponse : un carré de 3 sur 3 et un carré de 6 sur 6

Dans une optique de différenciation, cette question peut être remplacée par des questions plus simples, du type : 52 est-il possible ? 29 est-il possible ?

Figure 27 ***Guide de l'enseignant*** **CM2, p. 7.**

d) Analyse des énoncés de *la banque de problèmes*

Quinze « *séries* » composées de quatre à seize énoncés de problèmes sont proposées dans la *banque de problèmes* des manuels de CE2 (2011), CM1 (2010) et CM2 (2010). Notre analyse montre que les problèmes proposés correspondent plus à des applications de notions étudiées en classe qu'à des problèmes ouverts® (Cf. Annexes A). Néanmoins, quelques énoncés répondent aux critères d'un problème ouvert®. Dans le manuel de CE2, nous repérons que 9 unités sur 15 proposent de 1 à 3 problèmes ouverts®, pour un total de 19 problèmes ouverts® sur 114 énoncés au total (soit 17 % des énoncés). Dans le manuel de CM1, dans sept unités sur quinze, nous repérons des problèmes ouverts® soient 14 problèmes ouverts® sur 127 énoncés au total (soit 11 % des énoncés). Dans le manuel de CM2, quatre sur quinze unités proposent des problèmes ouverts® soient au total 37 problèmes ouverts® sur 133 énoncés (soit 28 % des énoncés). Nous pouvons en déduire que les auteurs la collection *Cap Maths*, à travers la banque de problèmes de chacun des trois manuels, proposent un nombre significatif de problèmes ouverts® et qu'une proportion plus importante de problèmes ouverts® par

rapport aux autres types de problèmes est proposée dans la banque de problèmes du manuel destiné aux élèves de CM2.

Afin d'illustrer les résultats concernant la banque de problèmes de chacun des trois manuels, nous présentons ici deux *séries* d'énoncés pour chacun des niveaux CE2, CM1 et CM2. Les séries sont choisies du fait de leur représentativité des autres séries proposées par les auteurs. Les énoncés des deux séries choisies sont disponibles en Annexes A ainsi qu'une synthèse des résultats d'analyse des autres séries.

En CE2

L'unité 2 (page 158 du manuel de l'élève) propose 6 énoncés. Les problèmes 1 à 5 sont des problèmes pouvant être résolus en utilisant des additions et soustractions de nombres entiers, sans avoir besoin ni de faire des essais ni de tester d'éventuelles conjectures. Le problème 6 d'un point de vue mathématique conduit à résoudre le système d'équations diophantiennes suivant $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+4y=14 \end{cases}$ où x représente le nombre d'images d'oiseaux et y, le nombre d'images de chats. Il est l'occasion pour des élèves de CM2 de mettre en œuvre la *démarche scientifique* (Arsac, Germain et Mante, 1988) : afin de résoudre ce problème, les élèves doivent faire des essais, en considérant que les chats ont quatre pattes et les oiseaux deux, avant de déterminer le nombre d'images de chats et d'oiseaux. C'est donc un problème ouvert®.

L'unité 9 (page 167) propose 9 énoncés parmi lesquels 3 sont des problèmes ouverts®, les problèmes 7, 8 et 9. Il s'agit de trouver des nombres à partir d'informations données dans l'énoncé. D'un point de vue mathématique, ces problèmes peuvent être résolus algébriquement. Le problème 7, par exemple, revient à résoudre l'équation diophantienne suivante : $x \times y + 2 = 30$ où x et y représentent les nombres entiers cherchés. Trois couples de solutions sont possibles : (1 ; 28), (2 ; 14) et (4 ; 7). Et afin de résoudre les problèmes 7, 8 et 9 les élèves de CM2 ne sont pas guidés par des questions intermédiaires, ils doivent énoncer des conjectures puis les tester en faisant des essais et ajustements.

En CM1

L'unité 4 (page 169) propose 7 problèmes dont un peut être considéré comme un problème ouvert® : le problème 7 est le seul à répondre à la caractérisation d'un problème ouvert® en amenant les élèves à faire des suppositions sur le nombre de papillotes mangées par chacun des enfants et à tester ces hypothèses en tenant compte des contraintes de l'énoncé. Ce

problème peut se traduire par la système d'équation suivant $\begin{cases} a+b+c=44 \\ a=3c \\ b=2a \end{cases}$ où a, b et c sont respectivement les nombres de papillotes mangées par Alex, Brice et Céline.

L'unité 12 (pages 184 et 185) est composée de 12 énoncés se rapportant à des assemblages de cubes. Dans les problèmes 1 à 11, les élèves appliquent des notions étudiées dans la leçon concernant les cubes et les parallélépipèdes rectangles. Le problème 12 est le seul étant un problème ouvert® puisqu'il demande aux élèves de déterminer le nombre de cubes nécessaires pour réaliser une pyramide, sans question intermédiaire pouvant orienter leurs essais et en leur laissant le choix de la démarche. Pour une pyramide de 10 étages, les élèves de CM2 peuvent dénombrer les cubes nécessaires pour des pyramides de 3, 4, 5, etc. jusqu'à 9 puis 10 étages, en ajoutant mentalement des cubes par le dessus de la pyramide ou en dessous de la pyramide. Ce problème peut se résoudre en écrivant la propriété déterminant le nombre de cubes en fonction du nombre d'étages (pour *n* étages, le nombre de cubes est $1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (n-1)^2 + n^2$. Des élèves de CM2 peuvent également essayer d'émettre une conjecture concernant cette propriété aux rangs 4 puis 10 afin de résoudre le problème posé.

En CM2

L'unité 1 (page 166) propose 8 énoncés. Les problèmes 1 à 6 peuvent être résolus en utilisant des multiplications de nombres entiers et/ou de nombres décimaux. Ils ne sont pas des problèmes ouverts®. Les problèmes 7 et 8 nécessitent de faire des essais et ajustements ; la consigne précise qu' « *on peut souvent utiliser des stratégies différentes* » sans donner, par des questions intermédiaires par exemple, plus de détails : ce sont donc des problèmes ouverts®. D'un point de vue mathématique, ils peuvent être résolus de manière algébrique. Le problème 7 conduit à la résolution du système de deux équations diophantiennes à deux inconnues suivant $\begin{cases} x+y=36 \\ x=2y \end{cases}$ où x et y sont deux nombres entiers représentant respectivement le nombre de fleurs rouges et de fleurs jaunes. Le problème 8 conduit à la résolution de plusieurs équations diophantiennes : $79 + 3x = 100$ (Question a) ;

$2 \times (10 + x) = 36 + x$ (Question b) ; $2 \times (10 + x) = 33 + x$ (Question c) ;

$3 \times (10 + x) = 36 + x$ (Question d).

L'unité 8 (pages 176 et 177) contient 16 problèmes. Il s'agit de répondre par vrai ou faux à des affirmations et d'expliquer la réponse. Le problème 1 permet avant tout de s'approprier cette notion de vrai ou faux, les problèmes 11 et 12 amènent à faire des calculs respectivement

de durées et de longueurs, sans à avoir à élaborer seul une démarche de résolution possible. Les autres problèmes de 2 à 10 et de 13 à 16 sont des problèmes ouverts®. La résolution de ces problèmes s'appuie sur la notion de contre-exemples afin de prouver qu'un résultat est faux ou sur l'idée que quelques essais ne pourront pas prouver qu'une affirmation est vraie. Il est seulement précisé aux élèves, dans l'introduction, qu'ils doivent « *faire des expériences* ». Rien n'est dit sur les démarches à utiliser.

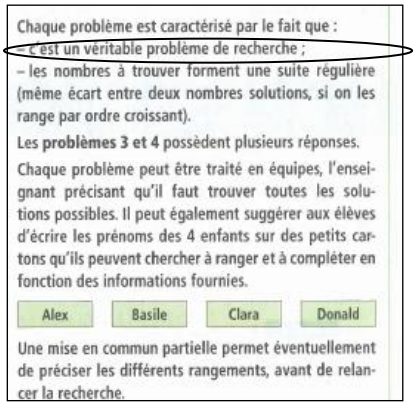
e) Conclusion sur la collection *Cap Maths*

Suite à notre analyse, il apparaît que le manuel de CE2 ne propose pas réellement de problèmes ouverts® dans les *unités* mais en propose 19 dans la *banque de problèmes*, en fin de manuel. Le manuel de CM1 ne propose pas de problèmes ouverts® dans les *unités* mais 14 dans la *banque de problèmes*. Le manuel destiné aux élèves de CM2 proposent 4 problèmes ouverts® dans les *unités* à condition de les isoler les uns des autres puis 37 dans la *banque de problèmes*. Si nous considérons la *banque de problèmes* des trois manuels comme ressource possible de problèmes ouverts®, il apparaît également que la proportion de problèmes ouverts® par rapport aux autres types de problèmes n'est pas constante dans les trois manuels : 17 % en CE2, 11 % en CM1 et 28 % en CM2, cette proportion étant plus importante dans le manuel du niveau CM2, surtout par rapport à celui du niveau CM1.

Concernant le type de problèmes ouverts® proposés dans la *banque de problèmes* de chacun des trois manuels, les problèmes que nous identifions comme des problèmes ouverts® sont en majorité liés au calcul algébrique, plus particulièrement à la résolution d'équations diophantiennes. Seulement deux « unités » de la banque de problèmes proposent d'autres types de problèmes : dans l'unité 12 du manuel de CM1, la résolution du problème 12 peut mener à établir une relation mathématique entre le nombre de cubes et le nombre d'étages et dans l'unité 8 du manuel de CM2, les problèmes permettent d'envisager plus particulièrement la notion de preuve en mathématiques, par exemple utiliser un contre-exemple afin de prouver qu'un résultat est faux.

Finalement, il apparaît que les professeurs des écoles consultant la banque de problèmes des trois niveaux CE2, CM1 et CM2 peuvent y trouver des énoncés de problèmes ouverts mais que cette recherche peut s'avérer difficile. En effet, ces énoncés ne sont pas explicitement repérés comme tels, les guides de l'enseignant n'apportant pas d'aide significative pour faire un choix, c'est donc aux enseignants de décider seuls si un problème peut convenir ou pas,. Lorsqu'un professeur des écoles consulte le *guide de l'enseignant* des niveaux CE2 et CM1, il

obtient des informations sur une ou des procédures possibles des élèves et les solutions attendues. Des éléments sur une mise en œuvre possible sont également donnés : par exemple, faire travailler par binômes, en petits groupes. Lorsqu'il consulte celui du niveau CM2, à propos des unités 4 et 8 par exemple, il obtient le même type de renseignements. Néanmoins, le *guide de l'enseignant* du niveau CM2 insiste un peu plus sur le type de problèmes : à propos de l'unité 4, les auteurs précisent que les problèmes proposés sont de « *véritables problèmes de recherche* » et à propos de l'unité 8, que les problèmes sont « *centrés sur le thème de l'argumentation* » (Cf. Figures 28 et 29 ci-après). Des pistes pour les étudier puis les corriger en classe sont proposées (Cf. Figure 30), notamment dans le problème 3 de l'unité 8, les auteurs abordent brièvement la notion de contre-exemple et de preuve en mathématiques. De ce fait, nous pouvons penser qu'un professeur des écoles peut s'orienter vers ces énoncés afin d'y trouver des problèmes ouverts et sans doute pas vers les autres pages de la banque de problèmes du manuel de niveau CM2.



Chaque problème est caractérisé par le fait que :
– c'est un véritable problème de recherche ;
– les nombres à trouver forment une suite régulière (même écart entre deux nombres solutions, si on les range par ordre croissant).

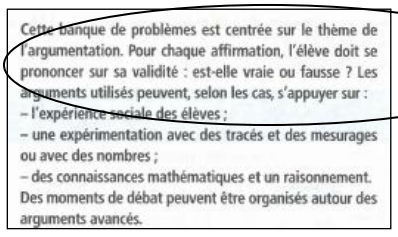
Les **problèmes 3 et 4** possèdent plusieurs réponses.

Chaque problème peut être traité en équipes, l'enseignant précisant qu'il faut trouver toutes les solutions possibles. Il peut également suggérer aux élèves d'écrire les prénoms des 4 enfants sur des petits cartons qu'ils peuvent chercher à ranger et à compléter en fonction des informations fournies.

Alex	Basile	Clara	Donald

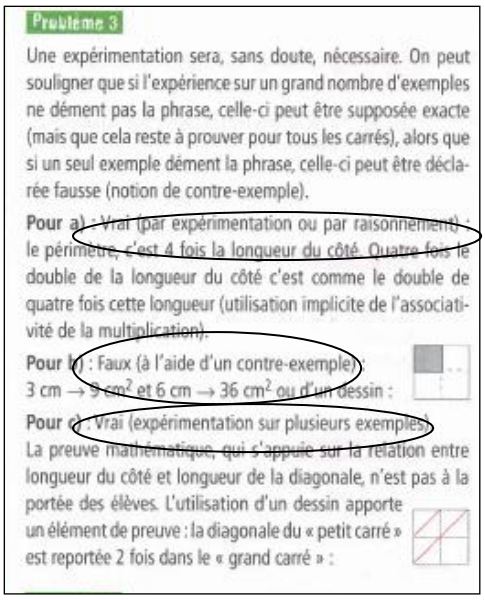
Une mise en commun partielle permet éventuellement de préciser les différents rangements, avant de relancer la recherche.

Figure 28 Introduction, banque de problèmes, unité 4, CM2, 2010



Cette banque de problèmes est centrée sur le thème de l'argumentation. Pour chaque affirmation, l'élève doit se prononcer sur sa validité : est-elle vraie ou fausse ? Les arguments utilisés peuvent, selon les cas, s'appuyer sur :
– l'expérience sociale des élèves ;
– une expérimentation avec des tracés et des mesurages ou avec des nombres ;
– des connaissances mathématiques et un raisonnement.
Des moments de débat peuvent être organisés autour des arguments avancés.

Figure 29 Introduction, banque de problèmes, unité 8, CM2, 2010



Problème 3

Une expérimentation sera, sans doute, nécessaire. On peut souligner que si l'expérience sur un grand nombre d'exemples ne dément pas la phrase, celle-ci peut être supposée exacte (mais que cela reste à prouver pour tous les carrés), alors que si un seul exemple dément la phrase, celle-ci peut être déclarée fausse (notion de contre-exemple).

Pour a) : Vrai (par expérimentation ou par raisonnement) : le périmètre, c'est 4 fois la longueur du côté. Quatre fois le double de la longueur du côté c'est comme le double de quatre fois cette longueur (utilisation implicite de l'associativité de la multiplication).

Pour b) : Faux (à l'aide d'un contre-exemple) : 3 cm → 9 cm^2 et 6 cm → 36 cm^2 ou d'un dessin :

Pour c) : Vrai (expérimentation sur plusieurs exemples). La preuve mathématique, qui s'appuie sur la relation entre longueur du côté et longueur de la diagonale, n'est pas à la portée des élèves. L'utilisation d'un dessin apporte un élément de preuve : la diagonale du « petit carré » est reportée 2 fois dans le « grand carré » :

Figure 30 Eléments de correction, problème 3, banque de problèmes, unité 8, CM2, 2010

I-2.2 La collection *J'apprends les maths*

a) Les intentions des auteurs d'après le *livre du maître*

La collection *J'apprends les maths*, sous la direction de R. Brissiaud, Maître de conférences à l'Université de Cergy-Pontoise (IUFM de Versailles) est proposée depuis les années quatre-vingt-dix. Pour le cycle 3, elle se compose pour le CE2 d'un *fichier de l'élève* (dans lequel les élèves vont pouvoir écrire), de deux *manuels* de CM1 et CM2. Le fichier de l'élève et les deux manuels sont accompagnés chacun d'eux d'un *livre du maître*.

Dans les premières pages du fichier de l'élève et des deux manuels, les auteurs présentent leurs intentions. Ils annoncent la présence de pages dédiées à des ateliers de résolution de problèmes (des *ARP*). Cependant, rien n'est dit sur la présence de problèmes ouverts® et leur utilisation à un moment ou à un autre de l'année scolaire.

Dans les livres du maître de CE2, CM1 et CM2, les auteurs, après avoir rappelé leurs choix pédagogiques consacrent une double page aux ateliers de résolution de problèmes. Ils précisent qu'il s'agit de *séquences différentes des autres* qui ont deux « *grandes fonctions :*

-permettre aux élèves de rencontrer une grande diversité de problèmes […]

-donner l'occasion de réinvestir, dans la résolution de ces problèmes, les connaissances acquises […]» (CM2, 2010, p. 62-63).

Trois catégories d'activités y sont proposées : « *évaluer trois résolutions différentes d'un même problème, rechercher dans une image ou un document les informations pertinentes pour résoudre un problème, résoudre des problèmes variés* ». Des conseils sont également donnés quant à l'organisation des séances.

Dans la catégorie « *résoudre des problèmes variés* », pour chacun des ateliers de résolution de problèmes, le domaine mathématique abordé dans chaque problème est indiqué en quelques mots : « *construction géométrique* », « *problème à plusieurs contraintes* », « *problème à étapes sur un prix à l'unité* », etc. Pour certains problèmes, les auteurs rappellent que « *les élèves peuvent raisonner de diverses façons* » et des précisions quant aux procédures possibles des élèves sont apportées ainsi que des informations afin d'aider l'enseignant à corriger le problème : « […] *on peut faciliter la compréhension du problème en faisant chercher différentes façons de* […] » ou « *lors de la mise en commun, l'enseignant pourra présenter la méthode des* […] » (*Ibid*., p. 62-63).

Les auteurs n'affichent pas une volonté explicite de proposer des problèmes ouvert®, ils insistent seulement sur l'idée d'autoriser différentes procédures chez les élèves et d'étudier lors de corrections ces différentes procédures. Le descriptif des activités proposées dans les doubles pages dédiées aux ateliers de résolutions de problèmes nous laisse penser que, parmi les trois catégories d'activités proposées, seulement la troisième –*résoudre des problèmes variés*- est susceptible de proposer d'étudier un problème ouvert®. L'organisation préconisée par les auteurs d'une mise en commun des résultats, d'une comparaison des « *différentes stratégies utilisées pour chaque problème* » laisse penser que les élèves sont face à des problèmes pour lesquels plusieurs procédures de résolution sont possibles donc peut être face à des problèmes ouverts®, ce que nous étudions lors de l'analyse du sommaire et des doubles-pages dédiées aux ateliers de résolution de problèmes du *fichier de l'élève* de CE2 et des deux *manuels* de CM1 et CM2.

b) Analyse du sommaire du manuel de l'élève

L'analyse de la page réservée au *sommaire* dans le fichier destiné aux élèves de CE2 et les manuels destinés aux élèves de CM1 et CM2 montre que les auteurs répartissent l'année scolaire des élèves de CE2 en cinq périodes et des élèves de CM1 et CM2 en quatre périodes. Les notions à aborder sont présentées selon quatre thèmes d'étude : « *nombres et calcul ; géométrie ; grandeurs et mesures ; résolution de problèmes et gestion de données* » (Manuel de CE2, CM1 et CM2, p. 6-7). Chaque période comprend entre quinze et vingt-huit leçons,

ces leçons correspondent chacune à une page du manuel de l'élève. Toutes les huit leçons, en moyenne, un « *atelier de résolution de problèmes* » (*ARP*) est proposé. Ces *ARP* se présentent à chaque fois sous la forme d'une double page du manuel présentant entre cinq et quatorze énoncés de problèmes. Dans le manuel destiné aux élèves de CE2, lors de chacune des quatre périodes de l'année scolaire, trois *ARP* sont proposés. Le manuel destiné aux élèves de CM1 propose pour la période 1, quatre *ARP*, pour la période 2, deux *ARP*, pour les périodes 3 et 4, trois *ARP*. Le manuel destiné aux élèves de CM2, pour les périodes 1, 2 et 4 propose trois *ARP* et pour la période 3, quatre *ARP*. Cependant, le *sommaire* ne laisse pas apparaître explicitement la possibilité de trouver des problèmes ouverts® dans le fichier et les manuels des élèves. La résolution de problèmes étant mises en avant avec les doubles pages réservées aux ARP, nous choisissons de les étudier afin de repérer la présence ou non de problèmes ouverts®.

c) Analyse des doubles pages dédiées aux *ARP*

La synthèse des résultats de l'analyse des doubles pages est présentée en Annexes A.

L'étude des douze doubles-pages dédiées aux *ateliers de résolution de problèmes*, aux *ARP* dans les manuels destinés aux élèves de CE2 et de CM1 et des treize doubles-pages dans le manuel destiné aux élèves de CM2 montre que les problèmes proposés dans le premier type d'activité, étant déjà résolus, ne peuvent pas être considérés comme des problèmes ouverts®. Dans le deuxième type d'activités, il s'agit de rechercher des informations dans des supports variés (tableaux, graphiques, …). Lorsque des questions intermédiaires guident les élèves, les problèmes ne sont pas ouverts. En revanche, quelques-uns laissent aux élèves le choix de la méthode de résolution et peuvent être considérés comme des problèmes ouverts®.

Finalement, dans les activités du type 3, notre analyse des énoncés, en considérant les critères de la caractérisation d'Arsac, Germain et Mante (1988), montre que les problèmes ne sont généralement pas des problèmes ouverts®, ce sont avant tout des applications des notions étudiées dans les leçons précédentes. Seulement quelques-uns peuvent être assimilés à des problèmes ouverts®. Nous présentons ci-après les quelques problèmes ouverts® que nous repérons.

En CE2

Parmi les activités de type 2 des *ARP*, nous identifions un problème ouvert® (n° 6 p. 66) et parmi les soixante-et-onze énoncés proposés dans les activités de type 3, un également (n° 2

p. 105) donc au total, nous repérons deux problèmes ouverts® parmi les problèmes proposés dans les *ARP* du manuel destiné aux élèves de CE2 (Cf. Figure 31).

Les deux problèmes sont courts, dans des domaines familiers des élèves et aucune question intermédiaire n'est posée qui pourrait orienter les recherches des élèves de CE2.

D'un point de vue mathématique, résoudre le problème 6 page 66 (entouré sur la Figure 31) revient à résoudre le système de deux équations à deux inconnues $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x + y = 7 \end{cases}$ où x et y sont des nombres entiers, x et y représentant respectivement le nombre de pièces de 2 euros et de pièces d'un euro. Les élèves de CE2, afin de résoudre ce problème, doivent faire des essais sur le nombre de pièces de 2 euros et le nombre de pièces de 1 euro afin d'atteindre la somme de 11 euros et vérifier que leurs essais sont en cohérence avec la contrainte imposant un total de 7 pièces.

Dans le problème 2 page 105 (Cf. Figure 31), il s'agit de déterminer le nombre de carreaux d'un mur de salle de bain. D'un point de vue mathématique, le dénombrement revient à multiplier le nombre de carreaux disposés sur la longueur par le nombre de carreaux de la largeur. Pour les élèves, aucune démarche n'est imposée ni même suggérée par l'énoncé, les élèves peuvent choisir de les compter ou décider de faire des regroupements : par exemple, de compter les carreaux un à un, de trouver le nombre de carreaux d'une colonne (neuf), de compter le nombre de colonnes et de multiplier ensuite ce nombre par neuf, de regrouper les carreaux par quatre, par dix etc. et de compter le nombre de regroupement, etc.

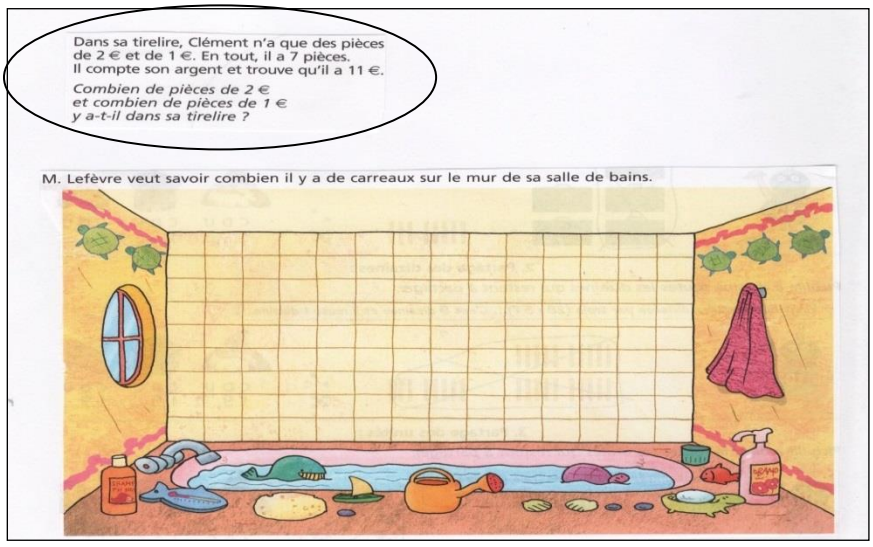


Figure 31 Problèmes n°6 p. 66 et n°2 p. 105, 2010

Il est clair que le deuxième problème est un problème ouvert® du fait du niveau CE2 dans lequel il est proposé. Pour des élèves plus âgés, voire pour des élèves de CE2 plus avancés en

mathématiques et ayant acquis la notion de multiplication, il n'est plus un problème ouvert® alors que le premier problème le reste sans doute en CE2 voire également pour certains élèves de CM1.

En CM1

Parmi les 118 énoncés proposés, seulement cinq sont des problèmes ouverts®. Les énoncés sont présentés ci-après dans les figures 32, 33 et 34 :

5 *Range ces quatre enfants du plus petit au plus grand :*

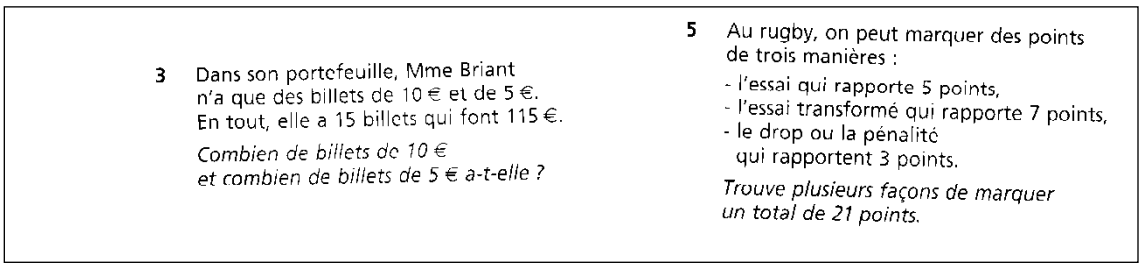
Pierre est plus petit que Sophie.
Sophie est plus grande que Julie.
Julie est plus grande que Pierre.
Thomas est plus petit que Pierre.

4 *Range ces quatre enfants du plus jeune au plus âgé :*

Anna est plus âgée que Caroline.
Frédéric est plus jeune qu'Anna.
Tristan est plus âgé que Caroline et plus jeune que Frédéric.

Figure 32 Problèmes n°5 p. 24 et n°4 p. 25, 2010

Ces problèmes font appel à la relation d'ordre et particulièrement à la propriété de transitivité. Afin de résoudre les problèmes 5 page 24 et 4 page 25, les élèves de CM1 peuvent procéder par essais, faire des hypothèses sur le classement des enfants selon leur taille et selon leur âge puis les valider ou invalider en vérifiant la cohérence ou non avec les données de l'énoncé.



3 Dans son portefeuille, Mme Briant n'a que des billets de 10 € et de 5 €. En tout, elle a 15 billets qui font 115 €.

Combien de billets de 10 € et combien de billets de 5 € a-t-elle ?

5 Au rugby, on peut marquer des points de trois manières :

- l'essai qui rapporte 5 points,
- l'essai transformé qui rapporte 7 points,
- le drop ou la pénalité qui rapportent 3 points.

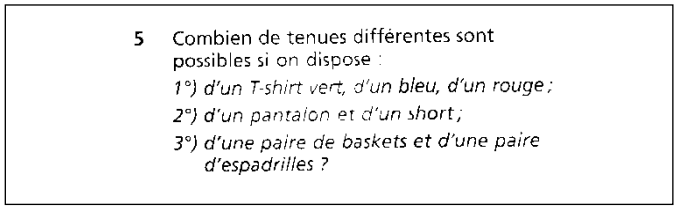
Trouve plusieurs façons de marquer un total de 21 points.

Figure 33 Problèmes n°3 p. 46 et n° 5 p. 54, 2010

Le problème 3 page 46 (Cf. Figure 33) relève de la résolution du système de deux équations diophantiennes à deux inconnues $\begin{cases} 10x + 5y = 115 \\ x + y = 15 \end{cases}$ où x et y sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de billets de 10 euros et de 5 euros. Il revient pour les élèves de CM1, comme le problème 6 page 66 (Cf. Figure 31) rencontré dans le manuel de CE2, à faire des essais sur le nombre de billets de 10 euros et de 5 euros pour atteindre la somme de 115 euros tout en vérifiant la cohérence avec la contrainte imposée par l'énoncé sur le nombre total de billets (15).

Dans le problème 5 page 54 (Cf. Figure 33), il s'agit de trouver comment faire 21 avec des multiples de 5, 7 et/ou 3. Résoudre ce problème revient à résoudre l'équation diophantienne $5x + 7y + 3z = 21$ où *x*, *y* et *z* sont des nombres entiers, *x* représentant le nombre d'essais à 5

points, *y* le nombre d'essais à 7 points et *z* le nombre de drop ou pénalités à 3 points. Pour des élèves de CM1, la démarche n'étant pas imposée, les élèves sont amenés à faire des essais, des calculs par addition et/ou multiplication afin de trouver plusieurs façons d'obtenir 21.



5 Combien de tenues différentes sont possibles si on dispose :
1°) d'un T-shirt vert, d'un bleu, d'un rouge ;
2°) d'un pantalon et d'un short ;
3°) d'une paire de baskets et d'une paire d'espadrilles ?

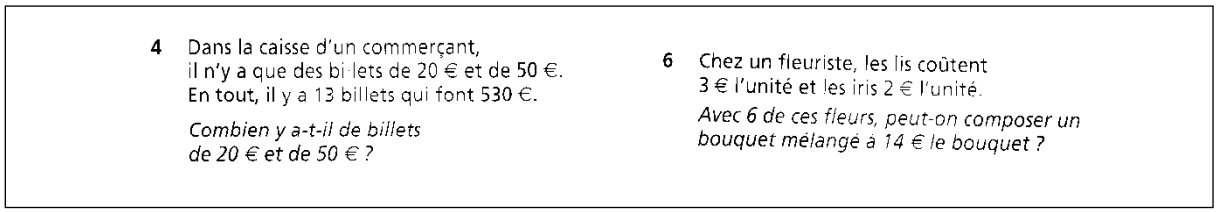
Figure 34 Problème n° 5 p. 95, 2010

D'un point de vue mathématique, le problème 5 page 95 (Cf. Figure 34) relève du produit cartésien de trois ensembles : E_1 est l'ensemble $\{$ T-shirt vert, T-shirt bleu, T-shirt rouge $\}$, E_2 l'ensemble $\{$ pantalon, short $\}$ et E_3 l'ensemble $\{$ baskets, espadrilles $\}$. Le nombre de tenues différentes est obtenu en calculant le produit du nombre d'éléments de chacun des ensembles : card E_1 x card E_2 x card E_3 qui vaut ici 12. Pour résoudre ce problème, les élèves composent plusieurs tenues. Ils doivent organiser leurs essais de manière à ne pas en oublier et trouver combien de tenues différentes sont envisageables. Ils peuvent pour cela organiser par écrit une liste avec des flèches et compter ensuite les combinaisons possibles. Ils peuvent également, même si la méthode peut paraître difficile pour certains élèves de CM1, construire un arbre rassemblant toutes les possibilités.

Les *ARP* du manuel destiné aux élèves de CM1 proposent donc 5 problèmes ouverts® dont quatre relèvent de la résolution d'équations du premier degré (n°5 page 24, n°4 page 25, n°3 page 46 et n°5 page 54) et un (n°5 page 95) est lié au produit cartésien.

En CM2

Nous avons identifiés trois problèmes ouverts® parmi les 129 énoncés proposés dans les doubles-pages des ateliers de résolution de problèmes.



4 Dans la caisse d'un commerçant, il n'y a que des billets de 20 € et de 50 €. En tout, il y a 13 billets qui font 530 €.
Combien y a-t-il de billets de 20 € et de 50 € ?

6 Chez un fleuriste, les lis coûtent 3 € l'unité et les iris 2 € l'unité.
Avec 6 de ces fleurs, peut-on composer un bouquet mélangé à 14 € le bouquet ?

Figure 35 Problèmes n°4 p. 22 et n°6 p. 128, 2010

Résoudre le problème 4 page 22 (Cf. Figure 35) revient à résoudre le système d'équations suivant $\begin{cases} x+y=13 \\ 20x+50y=530 \end{cases}$ où x et y sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de billets de 20 euros et de 50 euros. Pour des élèves de CM2, dans ce problème, il s'agit d'atteindre la somme de 530 euros, avec des billets de 20 et de 50 euros, le nombre de billets au total étant fixé à 13. Les élèves de CM2 retrouvent ici le même problème qu'en CE2, le problème 6 page 66 (Cf. Figure 31), et en CM1, le problème 3 page 46 (Cf. Figure 33), les nombres en jeu dans les énoncés étant choisis de manière croissante, du CE2 au CM2.

De même, résoudre le problème 6 page 128 (Cf. Figure 35) revient à résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x+2y=14 \end{cases}$ où x et y sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de lis coûtant 3 euros et d'iris coûtant 2 euros. Les élèves doivent, quant à eux, vérifier si, avec la somme de multiples de 3 et de 2, le nombre 14 peut être atteint. Ils doivent penser à tester toutes les possibilités et veiller à organiser leurs essais afin de ne pas oublier de cas. L'organisation des essais est laissée à leur libre choix.

6 Lucie veut faire un cadeau à son père et un cadeau à sa mère. Pour son père, ce sera une écharpe ou une cravate. Pour sa mère, elle hésite entre une bague, un bracelet ou un parfum.
Quelles sont toutes les combinaisons possibles de deux cadeaux ?

Figure 36 Problème n°6 p. 142, 2010

Le problème 6 page 142 (Cf. Figure 36) relève du produit cartésien de deux ensembles, E1 l'ensemble des cadeaux pour le père (E_1) et l'ensemble des cadeaux pour la mère (E_2). Le nombre de combinaisons (6) est obtenu par le produit suivant : card E_1 x card E_2. Du point de vue des élèves de CM2, rien n'est imposé sur la démarche à utiliser afin de déterminer le nombre de combinaisons, il s'agit de les organiser afin de ne pas en oublier.

Cet énoncé ne comporte aucun nombre et s'apparente en cela au problème 5 page 95 (Cf. Figure 34), proposé dans le manuel destiné aux élèves de CM1. Afin de trouver les combinaisons possibles et ne pas en oublier, les élèves peuvent organiser une liste avec des flèches pour envisager tous les cas, ils peuvent également faire un tableau (les cadeaux possibles pour le père en ligne et les cadeaux possibles pour la mère en colonne, par exemple). Ils peuvent également constituer un arbre rassemblant toutes les possibilités.

Finalement, dans les *ARP* du manuel destiné aux élèves de CM2, trois problèmes ouverts® sont proposés : un problème relevant de la résolution d'un système d'équations diophantiennes et deux problèmes liés au produit cartésien.

d) Conclusion sur la collection *J'apprends les maths*

L'analyse des doubles-pages dédiées aux ateliers de résolution de problèmes nous permet de repérer 2 problèmes ouverts® en CE2, 5 problèmes ouverts® en CM1 et 3 problèmes ouverts® en CM2. Ces problèmes ouverts® représentent 2,8 % des problèmes proposés dans les ARP du manuel destiné aux élèves de CE2, 4,2 % en CM1 et 2,3 % en CM2. La proportion de problèmes ouverts® par rapport aux autres problèmes proposés est plus élevée pour le niveau CM1 mais reste néanmoins très faible. Elle montre que les problèmes ouverts® sont quasiment absents des manuels de cycle 3 de cette collection.

Ces problèmes sont de trois types : dénombrement utilisant le produit cartésien puis recherche de toutes les possibilités utilisant le principe de l'exhaustivité des cas dans des ensembles discrets (un problème en CM1 et deux en CM2), recherche d'une solution unique utilisant le calcul algébrique (un problème en CE2, 4 en CM1 et 1 en CM2).

Il apparaît également que les quelques problèmes que nous repérons comme des problèmes ouverts® ne sont identifiés comme tels ni dans les ateliers de résolution de problèmes du manuel de l'élève, ni dans le livre du maître. De ce fait, les enseignants vont avoir de réelles difficultés à les repérer. De plus, même si des enseignants choisissent d'utiliser le manuel de la collection *J'apprends les maths* afin de trouver des énoncés de problèmes ouverts®, la quantité très peu élevée de ce type de problèmes dans les manuels de cycle 3 semble insuffisante pour un travail sur une année scolaire.

I-2.3 La collection *Euromaths*

a) Les intentions des auteurs d'après le *livre du professeur*

Les auteurs M.L. Peltier, J. Briand, B. Ngono, maîtres de conférences en didactique des mathématiques et D. Vergnes, professeur de mathématiques en IUFM et docteur en didactique des mathématiques, proposent la collection *Euromaths*. Ils répartissent l'année scolaire en cinq périodes et les notions à étudier selon six thèmes d'étude : « *Connaissance des nombres entiers, décimaux, fractionnaires ; espace et géométrie ; problèmes et calculs ; grandeurs et*

mesures ; organisation et gestion de données » pour lesquels trois « *étapes* » de travail sont prévus : « *constructions et structuration de connaissances nouvelles ; consolidation de connaissances déjà travaillées ; entraînement* ». Toutes les pages du manuel de l'élève sont organisées selon le même modèle : une phase de « *découverte* », une phase d' « *exercices* » et enfin des « *remue-méninges* ». Les auteurs précisent dans le *livre du professeur*[30] que ce *remue-méninge* « *nécessite une réflexion plus poussée ou la mise en œuvre de stratégies originales et variées* ». Les problèmes proposés dans les phases de *découverte* et d'*exercices* semblent être réservés à la découverte de méthodes, de notions nouvelles et à l'application de celles-ci alors que le *remue-méninge* est présenté comme un lieu où les procédures personnelles des élèves vont être plus particulièrement encouragées.

Les auteurs dans les premières pages des livres du professeur de CM1 et de CM2 reviennent sur la définition du terme « problème » qu'ils retiennent : « *il y a problème dès lors que les élèves ont à développer une réelle activité cognitive :*

- *anticiper le résultat d'une action réelle, évoquée ou symbolique, sans mener effectivement cette action (si elle est réelle ou évoquée) ;*
- *construire une stratégie de résolution en faisant des hypothèses, en développant des raisonnements qui utilisent des outils mathématiques (schémas, écritures symboliques) ;*
- *mobiliser des moyens de contrôle de la stratégie et des résultats produits* » (CE2, p. 9, CM1, p. 12, CM2, p. 12).

Puis ils expliquent que, « *les 'problèmes pour apprendre à chercher' sont des problèmes non familiers, pour lesquels* les *élèves ne disposent pas généralement de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent* » (CM1, p. 12, CM2, p. 13). Il s'agit en proposant de tels problèmes de « *développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux* » (CM1, p. 12, CM2, p. 13).

b) Analyse du sommaire du manuel de l'élève

L'analyse du *sommaire* des trois manuels destinés aux élèves de CE2, CM1 et CM2 nous laisse penser que nous pouvons trouver des problèmes ouverts® dans les leçons intitulées « *problèmes pour apprendre à chercher* » (Cf. Annexes A). Plus précisément, il s'agit dans le manuel de CE2, des leçons 58 et 79 des périodes 4 et 6 ; dans le manuel de CM1, des leçons

[30] Le *livre du professeur* correspond au livre du maître dans la collection *Euromaths*.

48 et 85 des périodes 3 et 5 et dans le manuel de CM2, des leçons 49 et 64 des périodes 4 et 5. Dans le manuel de CM2, des leçons intitulées « *problèmes pour débattre en mathématiques* » laissent supposer également la présence de problèmes ouverts®. Il s'agit des leçons 56 et 76 des périodes 4 et 5.

Les auteurs précisent d'ailleurs, en haut de chacune de ces pages des manuels, l'*objectif* de la leçon. Concernant les leçons « *problèmes pour apprendre à chercher* » en CE2, les auteurs précisent que l'objectif est de « *s'entraîner à résoudre des problèmes en respectant plusieurs contraintes* » (CE2, p. 121). En CM1, pour les deux leçons, il s'agit de s'« *entraîner à développer des procédures personnelles en mettant en œuvre une attitude de recherche : faire des hypothèses et les tester, tenir compte de ses essais successifs, élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité, argumenter* » (Manuel de l'élève CM1, p. 124) et d' « *entraîner les élèves à développer une attitude de recherche :*

- *faire des hypothèses et les tester ;*
- *gérer des essais successifs ;*
- *élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;*
- *argumenter* » (Livre du professeur CM1, p. 221).

En CM2, l'objectif annoncé pour les *« problèmes pour apprendre à chercher* » dans le domaine numérique est de « *faire des essais en les contrôlant pour résoudre des problèmes non familiers »* (CM2, p. 22). Dans le domaine géométrique, les leçons « *problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure* » ont pour objectif d' « *identifier des propriétés d'alignement, d'égalité de longueurs, de perpendicularité ou de parallélisme pour reproduire des figures* » ou de « *chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire. Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence* ». Les deux leçons du domaine géométrique sont orientées vers la reconnaissance de propriétés et la construction de figures.

Après l'analyse des sommaires des manuels de CE2, CM1 et CM2 ainsi que des *livres du professeur* associés, nous obtenons que les précisions apportées par les auteurs concernant les « *problèmes pour apprendre à chercher* » rappellent la caractérisation des problèmes ouverts selon Arsac et Mante (1988) et laisse donc penser à la présence de tels problèmes dans les manuels de cette collection.

c) Analyse des énoncés repérés dans le *sommaire*

Les pages repérées dans les sommaires des trois manuels sont disponibles en Annexes A.

En CE2

La leçon 58 (p. 121 du manuel de l'élève) propose, dans la phase découverte, quatre énoncés. D'un point de vue mathématique, la résolution de ce problème revient à trouver des solutions aux quatre équations diophantiennes suivantes où *x*, *y* et *z* sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de boîtes de 6 œufs, de 10 œufs et de 12 œufs :

(1) $6x+10y+12z=48$; (2) $6x+10y+12z=60$; (3) $6x+10y+12z=80$, *z* devant être le plus grand possible ; (4) $6x+10y+12z=100$, la somme *x* + *y* + *z* devant être la plus petite possible. Il s'agit en fait pour des élèves de CE2, en ajoutant des multiples de 6, 10 et/ou 12, de trouver 48 de trois manières au moins puis de trouver 60 de quatre manières au moins. Plus loin, les élèves doivent trouver 80 yaourts en prenant le plus possible de paquets de12 et trouver 100 yaourts en prenant le moins de paquets possible. Pour chacun de ces énoncés, la démarche n'est pas imposée, les élèves doivent faire des essais en respectant les contraintes imposées. De ce fait, les problèmes sont des problèmes ouverts®.

Les trois exercices E1, E2 et E3 imposent également aux élèves de faire des essais, sans que des questions intermédiaires n'imposent la démarche à suivre. Nous obtenons que les problèmes de la leçon 58 sont des problèmes ouverts®.

De même, afin de résoudre les problèmes de la leçon 79 (p. 167), les élèves doivent faire des essais, en tenant compte des contraintes des énoncés sans que les démarches ne soient imposées. Ces essais s'appuient d'un point de vue mathématique sur la décomposition de nombres entiers en sommes et en produits : comment trouver un nombre inférieur à 30 et multiple commun de 4, 6 et 8 (*Exercice 1*), comment faire 48 en multipliant deux nombres entiers (*Exercice 2*), comment faire 15 puis 10 avec des sommes de nombres entiers de 1 à 6 (*Exercice 3*), trouver deux nombres entiers pour faire 10 et raisonner sur leur produit (dans le *Remue-méninges*). Ils peuvent être nombreux et nécessitent de la part d'élèves de CE2 de mettre en œuvre des capacités d'organisation des calculs et de ne pas oublier de tenir compte des contraintes données afin d'aboutir. Ils sont donc des problèmes ouverts® pour des élèves de CE2.

En CM1

Les leçons 48 (p. 124) et 85 (p. 200) proposent aux élèves de CM1 des « *problèmes pour apprendre à chercher* ».

D'un point de vue mathématique, le problème *Découverte* (p. 124) revient à résoudre le système de deux équations à deux inconnues $\begin{cases} 4x + 7y = 78 \\ x + y = 15 \end{cases}$ où *x* et *y* sont des nombres entiers, *x* représentant le nombre de cartes à 4 pétales et *y* le nombre de cartes à 7 pétales. Dans l'*Exercice 1* (p. 124), il s'agit de trouver quatre solutions (parmi les 36) de l'équation diophantienne $200x + 100y + 50z = 1000$ où *x*, *y* et *z* sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de pièces de 2 euros donc de 200 centimes, le nombre de pièces de 1 euro donc de 100 centimes et de 50 centimes.

L'*Exercice 2* (p. 124) est quasiment le même que celui de la phase de *Découverte* de la leçon 58 (p.121) du manuel de CE2 étudié plus haut. Il s'agit de trouver des solutions des équations : (1) $6x + 10y + 12z = 50$ et (2) $6x + 10y + 12z = 90$ où *x*, *y* et *z* sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de paquets de 6 yaourts, de 10 yaourts et de 12 yaourts. Puis de trouver la solution de l'équation (3) $6x + 10y + 12z = 100$ où *z* est le plus grand possible et de l'équation (4) $6x + 10y + 12z = 180$ où la somme *x* + *y* + *z* est la plus petite possible. Pour des élèves de CM1, il s'agit de trouver 50 et 90 avec des multiples de 6, 10 et 12 (en CE2, ils doivent trouver 48 et 60 avec les mêmes multiples) puis trouver 100 yaourts avec le plus possible de paquets de 12 (en CE2, la question est également posée) et trouver 180 en prenant le moins possible de paquets (en CE2, les élèves doivent trouver 100 en prenant le moins possible de paquets).

Le problème proposé dans le *Remue-méninges* (p. 124) relève des probabilités. Des élèves de CM1 pourront le résoudre en imaginant les tirages ou en manipulant un sac de billes vertes et rouges et en effectuant réellement les tirages.

Résoudre le problème *Découverte* (p. 200) revient à déterminer des solutions de l'équation diophantienne $2x + 3y = 50$ où *x* et *y* sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de jetons dans une boîte verte et dans une boîte rouge. Les élèves de CM1 seront amenés à faire des essais pour répartir 50 jetons dans les différentes boîtes et vérifier que les contraintes de l'énoncé sont respectées.

De même, l'*Exercice 1* (p.200) relève de la résolution de l'équation diophantienne $11x + 7y = 100$ où *x* et *y* sont des nombres entiers, représentant respectivement le nombre de fléchettes atteignant la zone valant 11 points et de fléchettes atteignant la zone valant 7 points ; l'*Exercice 2* (p.200) se traduit par le système de deux équations à deux

inconnues $\begin{cases} 2x + y = 22 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$ où *x* et *y* sont des nombres entiers, désignant respectivement la valeur de la zone centrale et la valeur de la couronne ; l'*Exercice 3* (p. 200) se traduit par le système de deux équations diophantiennes $\begin{cases} 5x - 1 = 3y \\ 5x + 1 = 4z \end{cases}$ où *x*, *y*, *z* sont des entiers représentant respectivement le nombre de multiples de 5, de 3 et de 4. Les élèves de CM1 sont amenés à faire des conjectures, sur les valeurs des zones de la cible, sur l'âge du grand père et à les tester en tenant compte des contraintes posées. La démarche n'étant pas imposée, les élèves doivent faire des essais et vérifier que leurs résultats sont en cohérence avec les données de chacun des énoncés. Nous en concluons que ces problèmes sont des problèmes ouverts® pour des élèves de CM1.

En CM2

Les leçons 4 (p. 22 du manuel de l'élève) et 20 (p. 65) sont intitulées « *problèmes pour apprendre à chercher* ». Dans la leçon 4, les problèmes propose des problèmes ouverts®. D'un point de vue mathématique, ils peuvent être résolus algébriquement. Par exemple, le problème *Découverte* revient à la résolution (pour la question 2)) de l'équation diophantienne $7x + 9y = 76$ où *x* et *y* représentent le nombre de fois où la caisse jaune est atteinte et où la caisse verte est atteinte puis à la résolution (pour la question 3)) de l'équation $16x = 112$ où *x* représente le nombre de fois où chacune des deux caisses est atteinte. Les élèves de CM2 sont amenés à faire des essais et ajustements afin de résoudre les problèmes de cette leçon.

La leçon 20 (p. 65), en revanche, ne propose pas de problème ouvert dans la partie *Découverte* : le premier énoncé est long et les questions intermédiaires guident le travail des élèves. Un énoncé de problème ouvert® pourrait être réécrit en isolant la question c : « *quelle est la plus grande mosaïque de la série réalisable avec 49 carreaux jaunes ? Combien faut-il de carreaux bleus ?* » ou la question d : « *on dispose de 230 carreaux jaunes. Quelle est la plus grande mosaïque de la série réalisable ? Combien faut-il de carreaux bleus ?* » tout en l'accompagnant du dessin. Cependant, les problèmes 1 et 2 de la phase *Exercices* sont des problèmes ouverts. Ils peuvent être résolus algébriquement en résolvant l'équation, pour le problème 1, $7x = 84$ où *x* représente le nombre de pièces ou de billets et le système d'équations diophantiennes, pour le problème 2, $\begin{cases} x + y = 27 \\ 2x + 5y = 84 \end{cases}$ où *x* et *y* sont des entiers, représentant respectivement le nombre de pièces de 2 euros et le nombre de billets de 5 euros.

Les élèves de CM2 pourront les résoudre en faisant des essais et ajustements.

Les leçons 56 (p. 149) et 76 (p. 194) s'intitulent « *problèmes pour débattre en mathématiques* ». Dans ces deux leçons, tous les problèmes sont ouverts. Dans la leçon 56, les problèmes peuvent être résolus algébriquement. Les élèves de CM2 ont à faire des essais et ajustements afin de trouver la solution. Dans la leçon 76, les problèmes font appel à des capacités de raisonnement puisqu'il s'agit de réfléchir sur des propositions d'élèves imaginaires (comme nous en avons rencontrés dans la collection *J'apprends les Maths*) puis d'annoncer son propre résultat et de le justifier pour réussir à généraliser des résultats ou à trouver des contre-exemples pour invalider une proposition.

Les problèmes des leçons 49 (p. 135) et 64 (p. 168) se rapportent au domaine géométrique. Dans la leçon 49, le problème de la partie *Découverte* n'est pas ouvert, il s'agit de repérer des propriétés géométriques dans une figure complexe. La partie *Exercices* propose deux problèmes ouverts. Ils peuvent être résolus en utilisant les propriétés géométriques du rectangle, du carré (liées aux diagonales, aux axes de symétrie). Ces problèmes n'induisent pas les démarches à utiliser, les élèves ont à observer et à faire des tentatives, des essais afin de trouver une solution. Dans la leçon 64, la partie *Découverte* ne correspond pas à un problème ouvert®, la démarche est en effet explicitée cependant le problème de la partie *Exercices* est un problème ouvert®. Ce problème peut être résolu en faisant appel aux propriétés géométriques du disque. Les élèves de CM2 ont à faire des essais, émettre des conjectures à partir des figures données afin de les reproduire et justifier leur reproduction.

d) Conclusion sur la collection *Euromaths*

Les auteurs de la collection *Euromaths* proposent dans les trois manuels destinés aux élèves de cycle 3, des pages réservées aux *problèmes pour apprendre à chercher*.

Notre analyse fait apparaître la présence de 9 problèmes ouverts® dans le manuel destiné aux élèves de CE2, 9 en CM1 et 12 en CM2. En fait, dans les pages que nous avons identifiées dans les manuels destinés aux élèves de CE2 et de CM1 comme pouvant contenir des problèmes ouverts®, les neuf problèmes proposés sont effectivement des problèmes ouverts® (soit 100 %). En revanche, dans les pages repérées dans le manuel destiné aux élèves de CM2, douze problèmes sur les seize proposés (soit 75 %) sont des problèmes ouverts®.

Les auteurs proposent donc 9 problèmes ouverts® en CE2 et CM1 et 12 en CM2 donc un peu plus. Tout se passe comme si une évolution pendant l'année de CM2, par rapport au CE2 et au CM1, du point de vue du nombre était nécessaire.

Concernant le type de problèmes proposés, il apparaît qu'en CE2 et CM1, les problèmes soient essentiellement des problèmes relevant de la résolution d'équations diophantiennes. En CM2, nous repérons 5 problèmes relevant de la résolution d'équations diophantiennes donc des problèmes à contraintes (Douaire, 2006), 2 problèmes dans le domaine géométrique et 5 problèmes permettant d'aborder plus particulièrement la notion de preuve en mathématique (de contre-exemples plus précisément).

Dans les *livres du professeur* des niveaux CE2, CM1 et CM2, pour chacun des problèmes des pages dédiées à des « *problèmes pour apprendre à chercher* », la « *procédure experte* » est donnée à l'enseignant, et il est rappelé que cette procédure « *n'est pas à la portée des élèves* » :

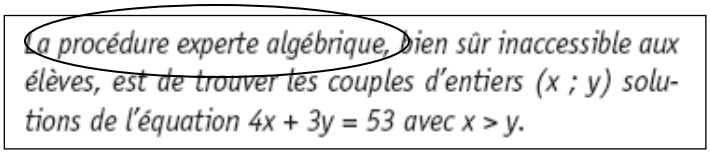
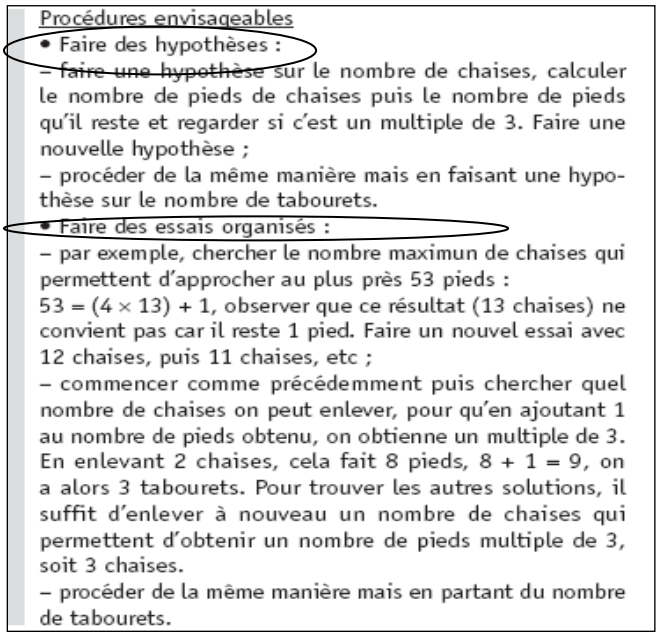

La procédure experte algébrique, bien sûr inaccessible aux élèves, est de trouver les couples d'entiers (x ; y) solutions de l'équation 4x + 3y = 53 avec x > y.

Figure 37 Livre du professeur, p. 68, 2010

Les auteurs y proposent également des procédures *envisageables* pour des élèves de fin de primaire. Par exemple, à propos du problème suivant : « […] *chez Qwang, il y a plus de chaises que de tabourets. En tout, il y a 53 pieds. Combien y a-t-il de chaises ? Combien y a-t-il de tabourets ?* » (Manuel de l'élève CM2, p. 22), les auteurs notent que les procédures envisageables sont les suivantes :


Procédures envisageables

• Faire des hypothèses :

– faire une hypothèse sur le nombre de chaises, calculer le nombre de pieds de chaises puis le nombre de pieds qu'il reste et regarder si c'est un multiple de 3. Faire une nouvelle hypothèse ;

– procéder de la même manière mais en faisant une hypothèse sur le nombre de tabourets.

• Faire des essais organisés :

– par exemple, chercher le nombre maximun de chaises qui permettent d'approcher au plus près 53 pieds :
53 = (4 × 13) + 1, observer que ce résultat (13 chaises) ne convient pas car il reste 1 pied. Faire un nouvel essai avec 12 chaises, puis 11 chaises, etc ;

– commencer comme précédemment puis chercher quel nombre de chaises on peut enlever, pour qu'en ajoutant 1 au nombre de pieds obtenu, on obtienne un multiple de 3. En enlevant 2 chaises, cela fait 8 pieds, 8 + 1 = 9, on a alors 3 tabourets. Pour trouver les autres solutions, il suffit d'enlever à nouveau un nombre de chaises qui permettent d'obtenir un nombre de pieds multiple de 3, soit 3 chaises.

– procéder de la même manière mais en partant du nombre de tabourets.

Figure 38 Livre du professeur, p. 68, 2010

Les professeurs des écoles utilisant les manuels de la collection *Euromaths* peuvent donc y trouver des énoncés de problèmes ouverts®. De plus, ils disposent d'une aide concernant la mise en œuvre en classe et les procédures possibles des élèves par l'intermédiaire du *livre du professeur*. La quantité d'énoncés semble suffisante pour étudier des problèmes ouverts® tout au long d'une année. Cependant, en CE2 et CM1, les problèmes sont tous des problèmes du même type, ce qui peut ensuite laisser penser, aux enseignants et aux élèves, que seulement ces problèmes sont des problèmes ouverts®. En revanche, dans le manuel destiné aux élèves de CM2, la proposition est plus variée et permet d'étendre le choix des énoncés de problèmes ouverts®.

I-2.4 Conclusion sur les trois collections étudiées

a) Les sommaires des neuf manuels étudiés

Les sommaires des manuels des trois collections annoncent des pages réservées à la résolution de problèmes. L'expression *problèmes ouverts*® n'est jamais utilisée. Pour deux des collections étudiées, nous pensons néanmoins trouver des problèmes ouverts® puisque les auteurs du manuel *Cap Maths* parlent de *problème pour chercher* et ceux du manuel *Euromaths* parlent de *problèmes pour apprendre à chercher* identifiés comme des problèmes ouverts® dans Arsac et Mante (2007). Pour ce qui concerne la troisième collection *J'apprends les maths* étudiée, l'intitulé *atelier de résolution de problèmes* ne laisse rien supposer quant à la présence ou non de problèmes ouverts®.

Nous pensons donc que des enseignants de cycle 3, suite à la lecture des sommaires, peuvent imaginer que des problèmes ouverts® sont effectivement disponibles dans les manuels *Cap Maths* et *Euromaths*. En revanche, la proposition des auteurs des manuels *J'apprends les maths* concernant les ateliers de résolution de problèmes n'est sans doute pas assez explicite pour les inciter à y chercher des énoncés de ce type. De ce fait, des enseignants de cycle 3 n'iront sans doute pas vers les ateliers de résolution de problèmes de la collection *J'apprends les maths,* quand ils souhaitent trouver des énoncés de problèmes ouverts®.

b) Les manuels étudiés

Nous cherchons à déterminer si un enseignant de cycle 3 peut raisonnablement trouver des énoncés de problèmes ouverts® dans les manuels des collections *Cap Maths* CE2, CM1 et CM2, *J'apprends les maths,* CE2, CM1 et CM2, *Euromaths*, CE2, CM1 et CM2. Notre analyse montre que les propositions des trois éditeurs sont différentes.

La collection *J'apprends les maths* même si quelques problèmes sont des problèmes ouverts® ou pourraient après quelques aménagements des énoncés devenir des problèmes ouverts®, propose trop peu de ces problèmes pour une étude sur l'année avec des élèves. Ces quelques problèmes sont de trois types : problèmes de dénombrement, problèmes relevant du calcul algébrique et problèmes relevant du principe de l'exhaustivité des cas. De plus, il semble difficile pour un enseignant ordinaire de cycle 3 de faire seul un tri parmi les énoncés proposés et de les transformer pour en faire des problèmes ouverts®.

Dans la collection *Cap Maths*, les auteurs annoncent dans certaines leçons, des *problèmes pour chercher* qui peuvent être facilement identifiés par un enseignant de cycle 3 et donc choisis alors qu'ils ne sont pas, d'après notre analyse, tous des problèmes ouverts®. *La banque de problèmes* n'est certainement pas simple à utiliser pour un enseignant ordinaire quand il cherche des énoncés de problèmes ouverts®, nous pensons même que ces listes de problèmes, peu explicites finalement quant au caractère ouvert ou non des énoncés, peut décourager un enseignant dans sa recherche. Finalement, même si un nombre suffisant de problèmes ouverts®, pour une étude avec des élèves sur une année, est proposé, nous en concluons que les enseignants ne peuvent pas réellement les repérer comme tels. De plus, les problèmes proposés sont presque tous des problèmes relevant de la résolution d'équations diophantiennes : les élèves sont amenés à faire une conjecture et à tester sa cohérence avec les données de l'énoncé (par exemple, en CE2, dans les unités 2 et 9 ; en CM1, dans l'unité 4 et en CM2, dans l'unité 1). Et la proposition limitée du point de vue de la variété peut également faire que les enseignants ne trouvent pas dans ces manuels les énoncés de problèmes ouverts® qu'ils cherchent pour leur classe.

Dans la collection *Euromaths*, les pages intitulées dans le sommaire *problèmes pour apprendre à chercher* permettent à un enseignant de trouver facilement des énoncés de problèmes ouverts®. En CE2 et CM1, les problèmes ouverts® sont tous du même type, le choix est donc limité si un enseignant souhaite étudier des problèmes ouverts® tout au long d'une année. En CM2, la proposition est plus diversifiée : des problèmes sont proposés dans deux domaines différents, la numération et la géométrie et des problèmes traitant plus particulièrement de la notion de contre-exemples peuvent permettre d'aborder la notion de preuve en mathématique. Le manuel destiné aux élèves de CM2 peut permettre à des enseignants de trouver les énoncés de problèmes ouverts® qu'il cherche pour un travail avec des élèves de fin de cycle 3 réparti sur une année.

I-2.5 Comparaison de notre analyse avec celles de manuels plus anciens (1995 – 2002)

Nous comparons les résultats de notre analyse des manuels en vigueur lors de notre recherche avec des analyses effectuées par Balmes et Coppé (1999) et Houdement (1999) suite aux changements de textes officiels en 1995 et des analyses effectuées par Godot (2005) et Hersant (2006). Les résultats de ces analyses nous intéressent puisque du fait de leur âge, les enseignants que nous observons ont eu en main ces anciens manuels et sont susceptibles d'encore les utiliser lors de notre étude (Margolinas, Wozniak, 2010).

a) Les manuels suite aux changements de textes officiels en 1995

Les instructions officielles de 1995, dans le prolongement de celles de 1985 et 1991, demandent aux enseignants du cycle 3 de développer chez leurs élèves un certain nombre de compétences afin de leur apprendre à résoudre des problèmes : il s'agit de leur apprendre à repérer des données utiles, inutiles ou manquantes, à repérer des questions dans un énoncé, à poser des questions à partir d'un énoncé, à construire un énoncé de problèmes à partir d'un résultat ou d'une opération, à vérifier un résultat ou encore à rédiger la solution d'un problème.

Balmes et Coppé (1999) ainsi que Houdement (1999) proposent une analyse des manuels afin de comprendre comment y est abordée la résolution de problèmes. Pour cela, elles repèrent les tâches qu'ont à accomplir les élèves dans les parties des manuels associées à la résolution de problèmes. Il apparaît que les manuels scolaires de cette époque répondent fidèlement aux injonctions officielles. Ils proposent des leçons dont les titres reprennent textuellement les compétences précisées dans les programmes. Cependant, la juxtaposition de cet ensemble de leçons ne permet pas aux élèves d'apprendre de manière approfondie à résoudre des problèmes et ne permet pas le développement de capacités de recherche et de raisonnement (Houdement, 1999). Par exemple, dans les leçons intitulées « *vérifier* » son résultat ou « *valider* » sa réponse (*Nouvel Objectif Calcul CM1*, *Diagonale CM1* et *CM2*), il s'agit en fait pour les élèves de corriger des solutions rédigées par des élèves imaginaires, sans volonté annoncée de montrer aux élèves l'utilité du contrôle de leurs résultats quand, à leur tour, ils résolvent seuls un problème. Les manuels de l'époque sont même considérés comme risquant « *d'engendrer certaines dérives dans les activités proposées en classe par les maîtres* »,

activités qui peuvent aller jusqu'à « *induire des conceptions erronées sur la notion de problèmes chez les élèves* » (Houdement, 2002). En partant de l'idée que pour enseigner des mathématiques et apprendre aux élèves à résoudre des problèmes, les enseignants doivent faire étudier en classe des problèmes de recherche, Coppé et Houdement proposent aux professeurs d'utiliser d'autres ressources disponibles (telles que la revue *Grand N*, la rubrique « *Points de départ* » que nous étudions plus loin) en remplacement des manuels, elles sous-entendent ainsi qu'ils ne trouveront pas d'énoncés de problèmes satisfaisants dans les manuels scolaires usuels dont ils disposent en 1995.

En 2001, suite au passage du Franc à l'Euro en France, la plupart des manuels de mathématiques du cycle 3 sont réédités. Godot (2005) propose une analyse de ces nouvelles éditions dans sa thèse en cherchant à repérer les problèmes qui sont des *situations recherche* autrement dit des problèmes qui s'apparentent aux problèmes ouverts®, pour lesquels l'accent est mis sur la démarche de recherche et non sur la solution elle-même, et ceux qui n'en sont pas. Elle constate que ces manuels organisent « *les activités relatives à la résolution de problèmes autour de la forme des problèmes et non de leur résolution* » (Godot, 2005, p.93). Finalement très peu de ces manuels amènent les élèves à résoudre effectivement des problèmes et le peu de problèmes qui sont proposés ne sont pas « *de véritables problèmes de recherche* ». Elle conclut comme Balmes, Coppé et Houdement que les problèmes proposés dans ces manuels ne sont en fait que des exercices d'application de notions étudiées auparavant dans l'année par les élèves et que les leçons s'attardent surtout sur le développement de compétences citées dans les instructions officielles, sans chercher à les relier entre elles.

b) Les manuels suite aux changements de textes officiels en 2002

Les instructions officielles de l'année 2002 centrent l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes et incitent les enseignants du cycle 3 à proposer des « *problèmes de recherche* ». Par ailleurs, un document d'accompagnement de ces programmes insiste sur des « *problèmes pour chercher* » (MEN, 2003). Les auteurs de manuels scolaires annoncent alors vouloir proposer aux enseignants des manuels conçus « *selon des méthodes différentes* », une réelle évolution dans le sens des programmes de 2002 est relevée (Godot, 2005).

Les manuels de la collection *Cap Maths* (2003) contiennent effectivement des problèmes à résoudre dans des pages intitulées « *problèmes* », insérées dans la progression annuelle établie

par les auteurs. Ils proposent également une *banque de problèmes* située en fin de manuel, un ensemble de plus de cent problèmes mis à la disposition des enseignants, isolés des autres chapitres du manuel. Ces énoncés de problèmes peuvent être utilisés à tout moment de l'année par l'enseignant et en font ainsi des problèmes ouverts® potentiels (Godot, 2005, Hersant et *al*., 2006). Reste à l'initiative de l'enseignant de décider à quel moment dans l'année scolaire les proposer à sa classe.

Leur analyse en termes de *situations recherche* montre que les énoncés de la collection *Cap Maths* ne permettent pas de faire rencontrer aux élèves des problèmes très variés puisque la plupart du temps, ces problèmes ont une unique solution, ils « *n'amènent jamais à généraliser ou à trouver des méthodes de résolution générales et surtout […], les élèves ne sont donc là aussi jamais confrontés à l'impossibilité mathématique* » (Hersant et *al*., 2006). Finalement, l'offre de problèmes de type ouvert, tout au moins dans ce manuel, ne semble pas assez riche pour permettre aux enseignants de bénéficier d'un réel choix.

Plus généralement, il apparaît que les éditeurs n'ont pas tous interprété les instructions officielles de la même façon (Godot, 2005). Hersant et *al*. (2006), en étudiant les énoncés de la même collection *Cap Maths* ainsi que ceux de la collection *J'apprends les maths* afin de déterminer s'ils répondent aux critères définissant les *problèmes pour chercher* (MEN, 2003), mettent en évidence des différences entre les deux collections. Il apparaît que : « *les auteurs de ces deux collections ne semblent pas avoir les mêmes démarches pour ce qui concerne le travail sur les problèmes pour chercher. Il s'avère en effet difficile de trouver des problèmes pour chercher dans la collection 'J'apprends les maths' tandis que le travail sur ces problèmes est présent dans la collection 'Cap Maths'* » (Hersant et *al*., 2006, p. 32).

Les auteurs de la collection *J'apprends les maths* proposent aux enseignants à travers les pages intitulées « *ateliers de résolution de problèmes* », des énoncés de problèmes variés. Cependant, comme le conclut le groupe IREM, « *ces séquences ne sont pas des problèmes pour chercher et leurs caractéristiques en sont assez éloignées. En particulier dans la mise en œuvre proposée, on ne retrouve pas l'esprit des problèmes pour chercher. En effet, […] il apparaît que les points suivants ne sont clairement pas des objectifs des auteurs : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, mettre en débat ses méthodes, argumenter* » (*Ibid*., p. 22). Il semble donc que dans ce manuel, les enseignants ne puissent pas trouver de problèmes ouverts®. Il apparaît même que, pour un enseignant qui voudrait à partir d'un énoncé du manuel construire un énoncé de problème ouvert® au sens d'Arsac, Germain et Mante, « *la modification d'un problème proposé en ARP pour en faire un*

problème pour chercher […] semble demander de nombreuses adaptations » (*Ibid.*, p. 22). Ces adaptations et modifications semblent difficiles à apporter par un enseignant de cycle 3.

Dans le manuel de la collection *Cap Maths*, « *la résolution de problèmes est un domaine systématiquement travaillé tout au long de l'année, du CP au CM2. Les activités intégrées aux séances permettent, le plus souvent, de travailler des compétences relatives aux problèmes pour chercher. Avec l'avancée dans la scolarité, on observe un affinement des objectifs, les compétences des problèmes pour chercher sont ainsi travaillées de façon de plus en plus précise et isolée.* » (*Ibid*., p. 31). De plus, l'équipe de l'IREM des Pays de La Loire signale également, comme l'a fait Godot dans sa thèse (2005), que même si les auteurs du manuel *Cap Maths* proposent certes des problèmes pouvant être assimilés à des problèmes ouverts®, il semble difficile d'y trouver des problèmes répondant à toutes les caractéristiques d'un problème ouvert®.

Finalement, suite aux nouvelles instructions officielles en 2002, des énoncés de problèmes de type ouvert sont effectivement proposés aux enseignants du primaire. Cependant l'offre reste très inégale suivant les manuels et le nombre de problèmes ouverts® proposés est peu élevé. Un enseignant de cycle 3 souhaitant proposer à ses élèves des problèmes ouverts® doit donc trouver seul le manuel qui en propose réellement puis choisir seul les énoncés qui conviennent.

c) Conclusion

En comparant avec les résultats du paragraphe précédent, un plus grand nombre de problèmes ouverts® sont proposés dans les manuels après l'année 2008 qu'entre 2002 et 2007. Plusieurs questions se posent afin d'expliquer ce résultat : les auteurs de manuels après l'année 2002 ont-ils éprouvé des difficultés à comprendre ce que pouvaient être ces problèmes pour l'école primaire, pour le cycle 3 ? Ou alors, est-ce signe d'une difficulté à rédiger et à mettre en page des problèmes de ce type pour le cycle 3 ? Ou pouvons-nous imaginer une certaine réticence à les insérer dans les manuels scolaires destinés à des élèves de primaire ? Peut-on également penser que le rapport de l'année 2006 (Durpaire, 2006), cité plus haut, a eu un effet sur les propositions faites par les auteurs dans les manuels destinés aux élèves en termes de problèmes ouverts®.

I-3 Les autres ressources disponibles proposent-elles des énoncés de problèmes ouverts® ?

I-3.1 Les ouvrages *ERMEL*

Une équipe de recherche en didactique des mathématiques, l'équipe *Ermel,* publie dès les années quatre-vingts des ouvrages dans le cadre d'une réflexion sur les « *apprentissages mathématiques et argumentation au cycle 3* ». Une dizaine de professeurs, enseignants dans des IUFM (dont R. Charnay, J. Douaire, D. Valentin) ainsi qu'une soixantaine d'enseignants du primaire participent à ces recherches et à l'élaboration des ouvrages. Ces ouvrages ne sont pas des manuels scolaires à destination des élèves mais peuvent être considérés comme des *livres du maître*. L'équipe *Ermel* s'est attachée à expérimenter dans des classes de primaire un certain nombre d'activités basées sur la résolution de problèmes. Les enseignants participant à cette étude ont cherché à déterminer « *des savoirs et des capacités de raisonnement des élèves* » dans l'objectif d'aider les enseignants du primaire dans leur enseignement des mathématiques (Douaire, 2008).

Un sommaire dans les ouvrages destinés aux classes de CE2, de CM1 et de CM2, répertorie des « *activités pour la classe* » selon six *thèmes* dont le *thème 1* intitulé « *des problèmes pour apprendre à chercher* ». Ces sommaires sont disponibles en Annexes A.

Deux modules sont proposés : les auteurs précisent que l'objectif du *module 1* est de développer chez les élèves des « *stratégies de recherche* » alors que l'objectif du *module 2* est de leur apprendre à « *sélectionner des informations et résoudre des problèmes complexes* ». Nous nous intéressons au *module 1*. Trente-cinq pages sont réservées à ce *module 1* dans l'ouvrage de CE2, quarante pages dans les ouvrages de CM1 et CM2. Afin d'atteindre l'objectif fixé, les auteurs proposent : sept énoncés dans l'ouvrage de CE2 (*Le manège, Somme des chiffres, Bateaux et monte-charge, La carte routière, Faire 23, Somme et différence, Egalisation de sommes*), cinq énoncés dans l'ouvrage de CM1 (*Les CD, Les trois nombres qui se suivent, Les billets, Le plus grand produit*) et quatre énoncés dans l'ouvrage de CM2 (*Golf, Sommes et différences, Tirelire, Cordes*).

Les sous-objectifs de ces problèmes sont explicités dans chaque ouvrage. Il s'agit d'apprendre à « *gérer des essais* » (*Ermel* CE2, p. 52), à « *développer les capacités à améliorer la gestion des procédures par essais de calculs successifs […], s'organiser pour produire les solutions dans des problèmes de recherche de tous les possibles […], formuler des conjectures […],*

établir la preuve d'une proposition » (*Ermel* CM1, p. 52), à « *formuler des conjectures […], améliorer la gestion des procédures par essais de calculs successifs […], d'établir la preuve de proposition* » (*Ermel* CM2, p. 56).

La répartition sur l'année est justifiée par les auteurs (Cf. Figures 39, 40 et 41 ci-après) qui soulignent qu'« *afin de permettre un travail plus approfondi, une meilleure continuité des apprentissages et de pouvoir en mesurer les effets, les situations de chacun des modules […] ne sont pas dispersées tout au long de l'année, mais regroupées par période* » (*Ermel* CM2, p. 47). Ils préconisent de proposer ces problèmes à « *deux moments de l'année* » : trois problèmes en période 1 et trois autres problèmes en fin de période 3 et début de période 4 pour la classe de CE2, deux problèmes lors de la période 1 et trois autres problèmes en période 4 pour la classe de CM1, deux problèmes lors de la période 1 et deux problèmes en période 4 pour la classe de CM2.

PLANNING THÈME 1 : DES PROBLÈMES POUR APPRENDRE À CHERCHER

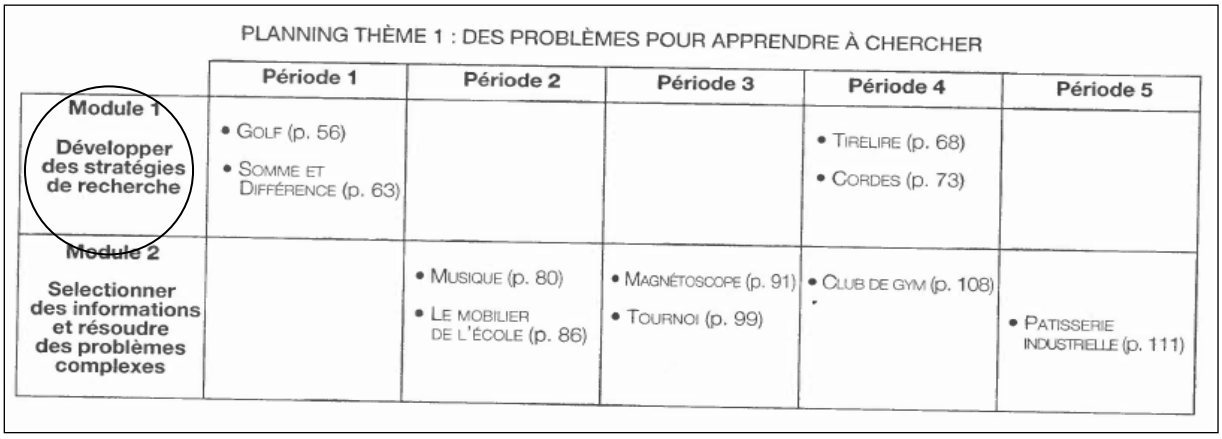
	PÉRIODE 1	PÉRIODE 2	PÉRIODE 3	PÉRIODE 4	PÉRIODE 5
MODULE 1 Développer des stratégies de recherche	• Le manège (p. 53) • Somme des chiffres (p. 57) • Bateaux et monte-charge (p. 61)		• La carte routière (p. 64)	• Faire 23 (p. 67) • Somme et différence (p. 69) • Égalisation de sommes (p. 72)	
MODULE 2 Sélectionner des informations et comprendre des énoncés. Résoudre des problèmes complexes	• L'école de Carole (p. 77)	• Production libre d'énoncés (p. 80) • Les photos (p. 88) • La sortie au musée (p. 90)	• Qui suis-je ? (p. 85)		• Production d'énoncés avec contraintes (p. 83) • Le magasinier (p. 91) • Le goûter (p. 93)

Figure 39 *Ermel* CE2, p. 51, 2000

PLANNING THÈME 1 : DES PROBLÈMES POUR APPRENDRE À CHERCHER

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Module 1 Développer des stratégies de recherche	• Les CD (p. 60) • Les trois nombres qui se suivent (p. 62)			• Les billets (p. 67) • La piscine (p. 70) • Le plus grand produit (p. 73)	
Module 2 Sélectionner des informations et résoudre des problèmes complexes	• Du CE2 au CM1 : production d'énoncés avec contraintes (p. 79) • Du CE2 au CM1 : les photos (p. 81)	• Alerte en Guyane ! (p. 82) • Problèmes liés à la vie de la classe (p. 85)	• Bibliothécaire (p. 89) • Vélos et VTT (p. 93) • Cassettes (p. 95) • Problèmes liés à la vie de la classe (p. 85)		• Royal Ciné (p. 99) • Problèmes liés à la vie de la classe (p. 85) • Tarifs postaux (p. 100) • La population de Grenoble (p. 102)

Figure 40 *Ermel* CM1, p. 59, 1999



PLANNING THÈME 1 : DES PROBLÈMES POUR APPRENDRE À CHERCHER

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Module 1 **Développer des stratégies de recherche**	• GOLF (p. 56) • SOMME ET DIFFÉRENCE (p. 63)			• TIRELIRE (p. 68) • CORDES (p. 73)	
Module 2 **Selectionner des informations et résoudre des problèmes complexes**		• MUSIQUE (p. 80) • LE MOBILIER DE L'ÉCOLE (p. 86)	• MAGNÉTOSCOPE (p. 91) • TOURNOI (p. 99)	• CLUB DE GYM (p. 108)	• PATISSERIE INDUSTRIELLE (p. 111)

Figure 41 *Ermel* CM2, p. 55, 1999

Finalement, l'analyse des ouvrages de cycle 3 de cette collection nous montre que les auteurs proposent des énoncés de problèmes ouverts® : 7 énoncés pour le niveau CE2, 5 pour le niveau CM1 et 4 pour le niveau CM2. De plus, en étudiant les sommaires des trois ouvrages, il nous semble assez simple pour un professeur des écoles de repérer ces énoncés.

I-3.2 Le numéro spécial de la revue *Grand N* « *Points de départ* »

La revue *Grand N* est une revue professionnelle, éditée par l'*IREM* de Grenoble, s'adressant plus particulièrement aux enseignants du premier degré. Les rédacteurs de la revue proposent régulièrement des énoncés de problèmes qu'ils présentent comme étant des problèmes ouverts®, dans des pages intitulées « *points de départ* ». Ces pages sont rassemblées dans un numéro spécial de la revue (*IREM* de Grenoble, 2003). Une cinquantaine de problèmes y sont proposés. Etant donné que le document d'accompagnement « *problème pour chercher* » (MEN, 2003) cite ces pages comme une ressource possible pour trouver des énoncés de *problèmes pour chercher*, nous pensons que les professeurs des écoles peuvent les utiliser quand ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts®.

Chaque double page du numéro spécial présente d'un côté, un (ou des) énoncé(s) de problème et, de l'autre côté, quelques indications sur les objectifs d'apprentissage des problèmes, sur la réponse attendue et sur des procédures d'élèves possibles (Cf. Figures 42, 43 et 44). Cependant ces indications restent d'après nous relativement succinctes. Les auteurs de ces pages « *Points de départ* » justifient cette présentation par le fait qu'ils souhaitent ainsi inciter

les enseignants, intéressés par un énoncé, à résoudre eux-mêmes le problème avant de le proposer à ses élèves.

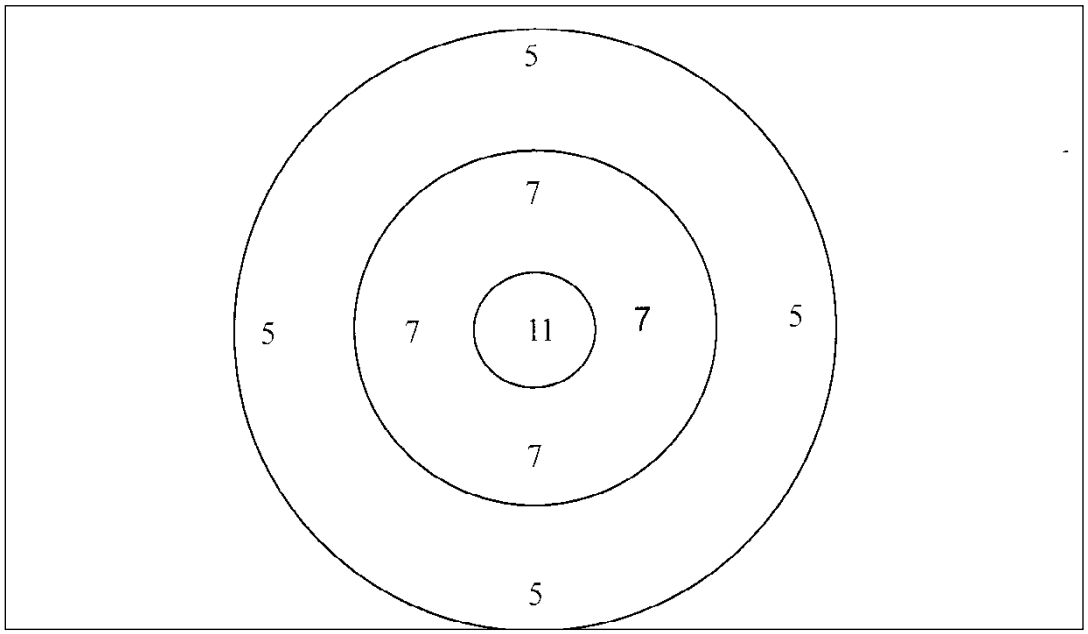


Figure 42 Points de départ, *Grand N*, p. 46, 2000

Guillaume :
Toutes mes fléchettes ont atteint la cible.
J'ai 34 points.

Jeanne :
J'ai raté deux fois la cible, mais j'ai aussi 34 points.

Dans quelles zones de la cible Guillaume et Jeanne ont-ils mis leurs fléchettes ?

Camille :
J'ai 9 points de moins que vous !

Combien de fois Camille a-t-elle atteint la cible ?

Figure 43 Points de départ, *Grand N*, p. 46, 2003

LA CIBLE… **pour l'enseignant**

Mots clés : ***logique, essais***, *calcul (addition, multiplication)*

Intérêt

- C'est un problème "ouvert". Les élèves doivent trouver des décompositions de 34 de la forme ? x 11 + ? x 7 + ? x 5. Une certaine organisation est indispensable.
- Aide possible : donner le nombre de fléchettes de Guillaume.

Choix opérés

Les nombres ont été choisis afin que la recherche exhaustive des décompositions soit possible : la place de 34 (et ensuite des nombres plus petits) se repère bien dans les tables de 5 et 7.

Voici par exemple une ébauche du raisonnement.

Si je prends trois fois 11 il reste 1 : pas possible.
Si je prends deux fois 11 il reste 12 et 12 = 7 + 5 : possible.
Si je prends une fois 11 il reste 23 qui n'est pni un multiple de 5, ni de 7.
Si je prends 3 x 7 il reste 2, pas possible.
Si je prends 2 x 7 il reste 9, pas possible.
Si je prends 1 x 7 il reste 16, pas possible.
etc. …

Pour Camille, il est intéressant qu'à la question posée il y ait deux réponses possibles. Des élèves s'arrêteront sans doute à la première trouvée ; à l'enseignant de montrer que la recherche exhaustive est nécessaire. La situation idéale étant que les deux solutions apparaissent parmi les élèves de la classe !

Figure 44 Points de départ, *Grand N*, p. 47, 2003

Le problème *La cible* nous semble représentatif des problèmes proposés dans la revue. Résoudre ce problème, nous l'avons déjà évoqué plus haut, revient à résoudre le système d'équations diophantiennes suivant : (1) $11x + 7y + 5z = 34$ et (2) $11x + 7y + 5z = 25$ où *x*, *y* et *z* sont des nombres entiers, *x* représentant le nombre de fléchettes ayant atteint le centre de la cible valant 11 points, *y* le nombre de fléchettes ayant atteint la zone valant 7 points et *z* le nombre de fléchettes ayant atteint la zone valant 5 points. L'équation (1) a pour solutions les triplets (0, 2, 4) et (2, 1, 1). L'équation (2) a pour solutions les triplets (0, 0, 5) et (1, 2, 0). La condition sur Jeanne indique qu'elle a placé deux fléchettes de moins que Guillaume sur la cible donc Guillaume a placé 6 fléchettes sur la cible, 2 dans la zone valant 7 points et 4 dans la zone valant 5 points, et Jeanne a placé 4 fléchettes sur la cible, 2 fléchettes dans la zone valant 11 points et une fléchette dans chacune des deux autres zones, valant 7 et 5 points. Camille, ayant marqué 25 points a placé soit 5 fléchettes dans la zone à 5 points, soit 2 fléchettes dans la zone valant 7 points et 1 dans la zone valant 11 points.

Pour des élèves de cycle 3, il s'agit de faire des essais tout en tenant compte des contraintes de l'énoncé (Jeanne a réussi à placer sur la cible deux fléchettes de moins que Guillaume). Ce

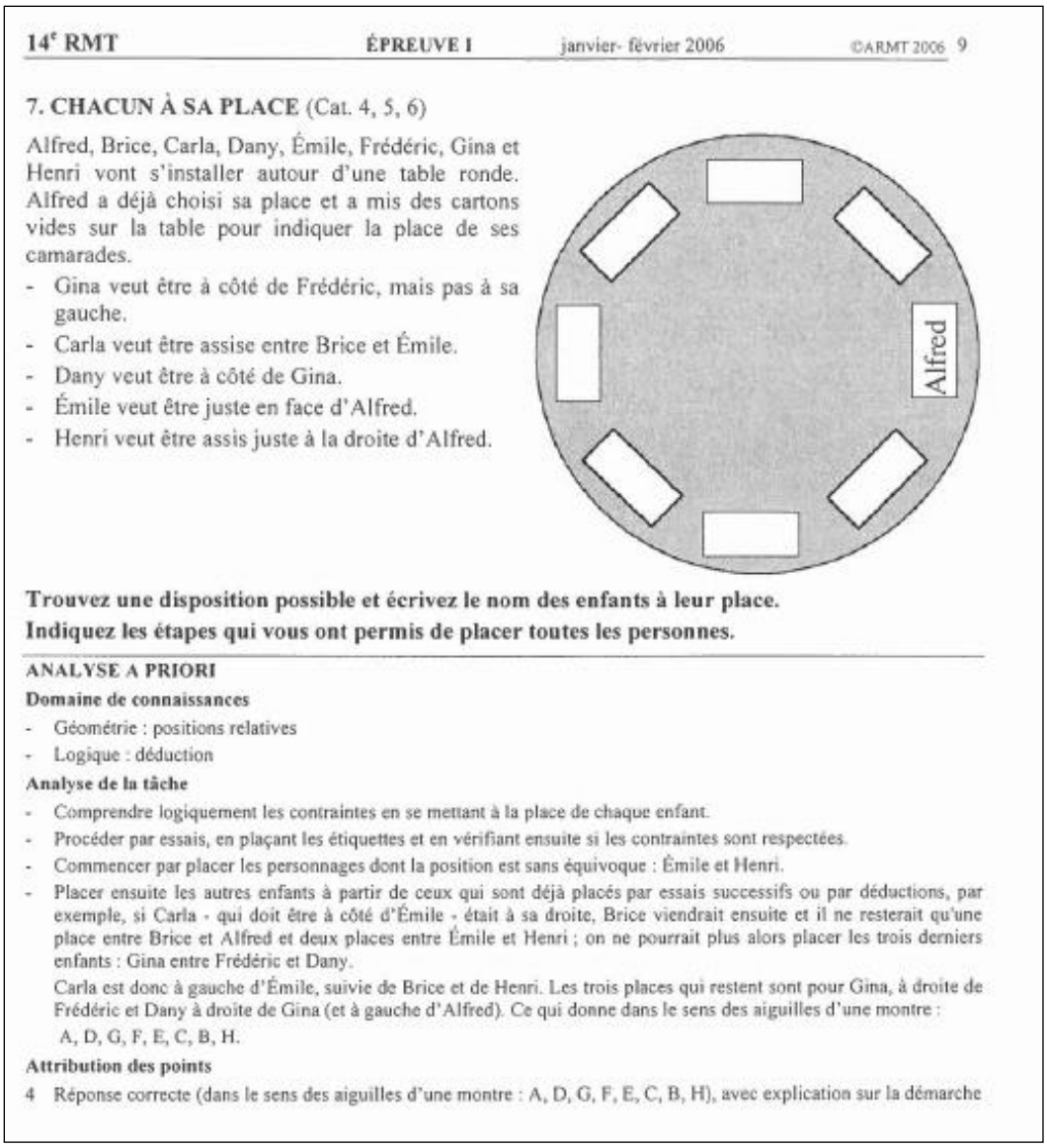
problème est donc ouvert pour des élèves de ce niveau à l'image de tous ceux proposés dans la revue. De ce fait et éventuellement en s'aidant des indications fournies par les auteurs, des enseignants de cycle 3 peuvent facilement repérer des énoncés de problèmes ouverts® dans ce numéro spécial de la revue *Grand N*. Ils n'auront à leur disposition, en revanche, que peu d'indications sur la mise en œuvre de tels problèmes en classe.

I-3.3 Des sites Internet

a) Le site de l'Association du Rallye Mathématique Transalpin (ARMT)

Les organisateurs du rallye mathématique transalpin (RMT), piloté par F. Jaquet, collaborateur scientifique de l'Institut Romand de Recherche et de Documentation Pédagogique de Neuchâtel (IRDP), annoncent qu'il s'agit de proposer aux élèves de « *faire des mathématiques en résolvant des problèmes, d'apprendre les règles élémentaires du débat scientifique en discutant et défendant les diverses solutions proposées, de développer leurs capacités, aujourd'hui essentielles, à travailler en équipe en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve, de se confronter avec d'autres camarades, d'autres classes* » (page d'accueil du site, consulté le 18 avril 2011). Les épreuves sont publiées sur le site depuis l'année 2001 et constituent une banque de problèmes disponibles importante. Chaque problème est présenté sous forme d'une fiche incluant l'énoncé, une analyse *a priori* présentant le *domaine de connaissances* abordé ainsi qu'une *analyse de la tâche* présentant des éléments de solutions ainsi que des procédures possibles pour le résoudre (Cf. Figure 45). A l'image de celui proposé Figure 42, chacun des problèmes peut être considéré comme étant un problème ouvert® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988) puisqu'aucune indication sur la démarche à utiliser n'est fournie aux élèves et que les énoncés proposés ne sont pas des applications directes de leçons étudiées en classe.

Les enseignants de cycle 3 disposent donc facilement, dans les archives du rallye RMT, d'une grande quantité d'énoncés de problèmes ouverts®. Pour chacun d'eux, ils ont accès à une brève analyse de la solution attendue et des procédures possibles des élèves. Cependant très peu d'informations sont fournies sur la mise en œuvre de tels problèmes en classe.



14e RMT ÉPREUVE I janvier- février 2006 ©ARMT 2006 9

7. CHACUN À SA PLACE (Cat. 4, 5, 6)

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.
- Carla veut être assise entre Brice et Émile.
- Dany veut être à côté de Gina.
- Émile veut être juste en face d'Alfred.
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.

Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.
Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : positions relatives
- Logique : déduction

Analyse de la tâche

- Comprendre logiquement les contraintes en se mettant à la place de chaque enfant.
- Procéder par essais, en plaçant les étiquettes et en vérifiant ensuite si les contraintes sont respectées.
- Commencer par placer les personnages dont la position est sans équivoque : Émile et Henri.
- Placer ensuite les autres enfants à partir de ceux qui sont déjà placés par essais successifs ou par déductions, par exemple, si Carla - qui doit être à côté d'Émile - était à sa droite, Brice viendrait ensuite et il ne resterait qu'une place entre Brice et Alfred et deux places entre Émile et Henri ; on ne pourrait plus alors placer les trois derniers enfants : Gina entre Frédéric et Dany.
  Carla est donc à gauche d'Émile, suivie de Brice et de Henri. Les trois places qui restent sont pour Gina, à droite de Frédéric et Dany à droite de Gina (et à gauche d'Alfred). Ce qui donne dans le sens des aiguilles d'une montre :
  A, D, G, F, E, C, B, H.

Attribution des points

4 Réponse correcte (dans le sens des aiguilles d'une montre : A, D, G, F, E, C, B, H), avec explication sur la démarche

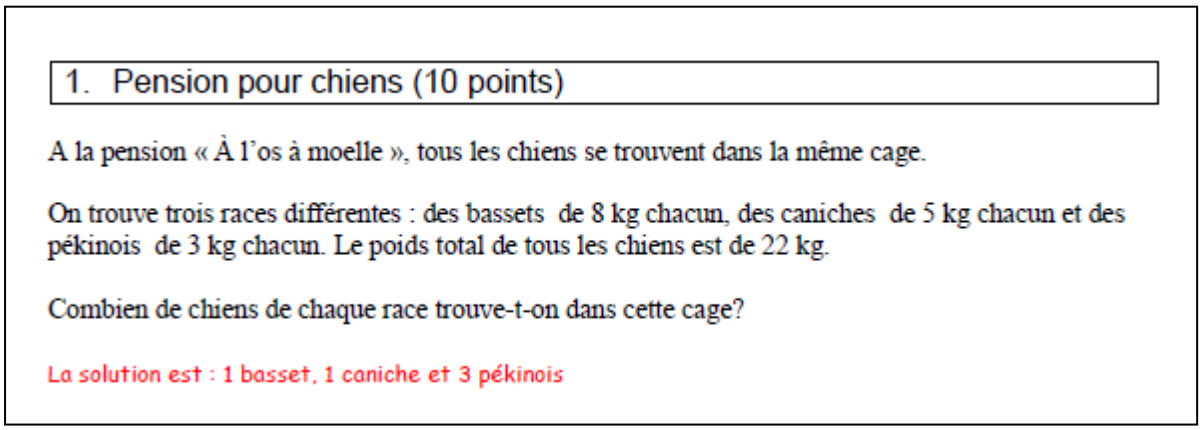
Figure 45 Fiche présentant un problème proposé lors de la première épreuve du 14ème rallye RMT, 2006

b) Des sites dédiés à des rallyes mathématiques

En utilisant un moteur de recherche et des mots clé ou expressions tels que « *problèmes de recherche* », « *problèmes ouverts, cycle 3* », « *résolution de problèmes au cycle 3* », les propositions sont nombreuses. Nous remarquons néanmoins que le moteur de recherche renvoie très souvent à des sites de rallyes mathématiques. L'offre étant assez importante, nous choisissons de consulter des sites dédiés à des rallyes mathématiques s'adressant à des élèves du cycle 3 tels que les sites des rallyes mathématiques de la Haute-Loire et du Puy de Dôme qui, lors de nos observations (2010), apparaissent régulièrement dans les premiers lors des recherches faites sur Internet à l'aide des moteurs de recherche.

Nous constatons que l'organisation de ces rallyes est toujours sensiblement la même : la participation à un rallye mathématique est essentiellement décidée par les professeurs de mathématiques de collège ou les professeurs des écoles. Ils ont le choix d'inscrire ou non leur(s) classe(s), aucune injonction officielle n'insiste sur ces manifestations. A une date fixée par les organisateurs du rallye, les élèves ont à résoudre une liste de problèmes (une dizaine) et doivent renvoyer une seule fiche-réponse par classe. Ces réponses sont ensuite corrigées par une équipe constituée par les organisateurs et un classement des participants peut être établi.

Les problèmes des années précédentes étant disponibles en ligne, les enseignants peuvent également se servir du site comme d'une banque d'énoncés. Les énoncés de problèmes sont accompagnés de solutions généralement brèves comme, par exemple, sur la Figure 46 et quelques fois plus détaillées comme sur la Figure 47 :



1. Pension pour chiens (10 points)

A la pension « À l'os à moelle », tous les chiens se trouvent dans la même cage.

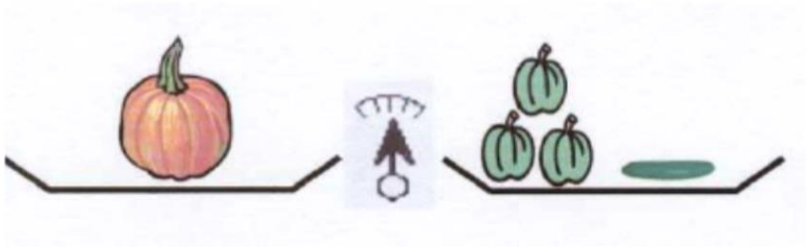
On trouve trois races différentes : des bassets de 8 kg chacun, des caniches de 5 kg chacun et des pékinois de 3 kg chacun. Le poids total de tous les chiens est de 22 kg.

Combien de chiens de chaque race trouve-t-on dans cette cage?

La solution est : 1 basset, 1 caniche et 3 pékinois

Figure 46 Extrait du rallye du Puy de Dôme 2009/2010.

2. Les potirons (15 points)



1 potiron pèse autant que 3 melons et 1 concombre.

2 potirons pèsent autant que 5 melons et 7 concombres.

Combien faut-il poser de concombres sur l'autre plateau pour équilibrer 1 potiron ?

Si un potiron pèse autant que 3 melons et 1 concombre, c'est que 2 potirons pèsent autant que 6 melons et 2 concombres.
D'autre part, on sait que 2 potirons pèsent autant que 5 melons et 7 concombres.
On en déduit que 5 melons et 7 concombres pèsent autant que 6 melons et 2 concombres. Pour passer de la première configuration à la seconde, on a ajouté un melon et on a enlevé 5 concombres.
Par conséquent, un melon pèse autant que 5 concombres.
Puisque sur la première balance on voit qu'un potiron pèse comme 3 melons et un concombre, cela équivaut à 16 concombres.
Un potiron fait le poids de 16 concombres.

Figure 47 Extrait du rallye du Puy de Dôme 2007/2008.

Dans le cas du rallye *RMT*, une analyse *a priori* des énoncés est proposée. En revanche, dans tous les autres rallyes, aucune analyse *a priori* des problèmes n'est proposée, les objectifs d'apprentissage de chacun des problèmes ne sont pas précisés, rien n'est dit non plus sur les procédures possibles des élèves ou sur les difficultés qu'ils pourraient rencontrer. Les organisateurs détaillent néanmoins les objectifs des rallyes : ceux du rallye de La Haute-Loire

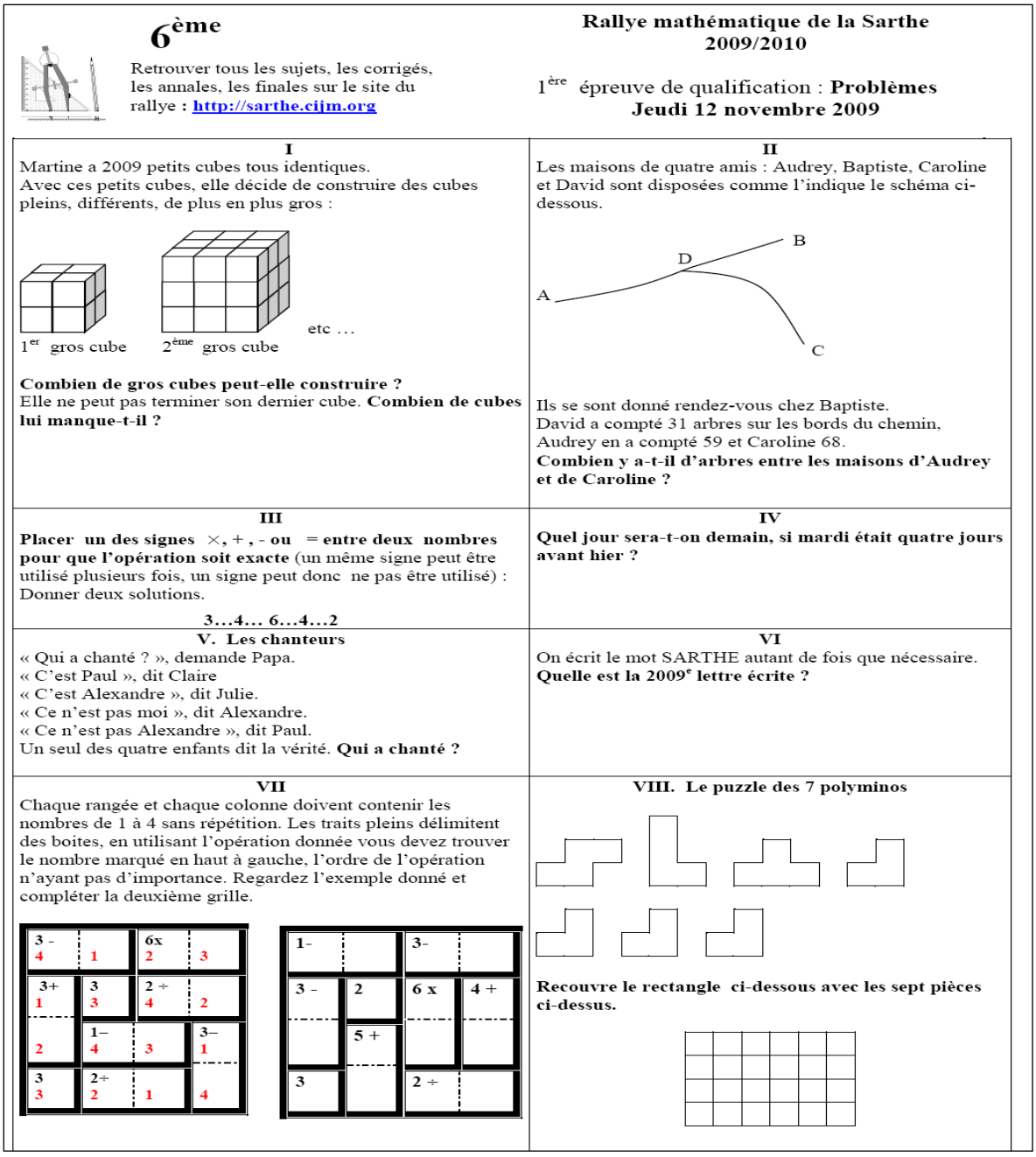
invitent les enseignants à y participer « *pour faire faire des maths autrement, pour que les élèves s'écoutent, s'organisent, cherchent, échangent, confrontent leurs points de vue, pour qu'ils argument, développent des compétences pour convaincre, décider* » (page d'accueil du site[31] du rallye) ; ceux du rallye du Puy de Dôme précisent que « *pour les élèves, il s'agit de faire des mathématiques en résolvant des problèmes sur les nombres, la géométrie ou la logique, dans un contexte inhabituel. Ces problèmes ne sont pas conçus dans un but d'apprentissage ou d'évaluation. Ce sont des problèmes 'pour chercher'*» (p. 4 du document de présentation du rallye, en ligne[32]).

c) Le site du rallye mathématique de la Sarthe

Nous étudions également le site du rallye mathématique de La Sarthe. Notre recherche se situant dans ce département, le site est susceptible d'être connu des enseignants concernés par notre étude voire encouragé par des inspecteurs. Ce rallye mathématique s'adresse surtout à des élèves du collège même si, depuis l'année 2012, des classes de cycle 3 sont invitées à y participer. Les organisateurs précisent que « *son objectif est de fournir un projet stimulant et de donner une image dynamique des mathématiques* ». Pour cela, les énoncés de problèmes proposés se situent dans des domaines variés comme le montre l'exemple ci-après (Cf. Figure 48) que nous analysons. Les huit problèmes proposés sont des problèmes ouverts® : aucune démarche n'est proposée, les élèves doivent faire preuve d'initiative pour les résoudre. Sur les huit problèmes proposés, deux (les I et VIII) se situent dans le domaine géométrique, cinq (les II, III, IV, VI et VII) dans le domaine numérique et un dernier (le V) dans le domaine de l'organisation et de la gestion de données, de la logique. Et parmi eux, quatre sont en lien avec la vie quotidienne des élèves, les quatre autres sont posés en termes essentiellement mathématiques.

[31] Le site http://www3.ac-clermont.fr/rallye-maths-43 est inaccessible aujourd'hui [consulté le 7 juillet 2014], il est cité à l'adresse http://www.ia43.ac-clermont.fr/site_intercirconscription/spip.php?article463.

[32] http://rallyemath63.free.fr/ [consulté le 7 juillet 2014].



6ème

Retrouver tous les sujets, les corrigés, les annales, les finales sur le site du rallye : http://sarthe.cijm.org

Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

1ère épreuve de qualification : **Problèmes**
Jeudi 12 novembre 2009

I

Martine a 2009 petits cubes tous identiques.
Avec ces petits cubes, elle décide de construire des cubes pleins, différents, de plus en plus gros :

1er gros cube 2ème gros cube etc …

Combien de gros cubes peut-elle construire ?
Elle ne peut pas terminer son dernier cube. **Combien de cubes lui manque-t-il ?**

II

Les maisons de quatre amis : Audrey, Baptiste, Caroline et David sont disposées comme l'indique le schéma ci-dessous.

A B C D

Ils se sont donné rendez-vous chez Baptiste.
David a compté 31 arbres sur les bords du chemin,
Audrey en a compté 59 et Caroline 68.
Combien y a-t-il d'arbres entre les maisons d'Audrey et de Caroline ?

III

Placer un des signes ×, + , - ou = entre deux nombres pour que l'opération soit exacte (un même signe peut être utilisé plusieurs fois, un signe peut donc ne pas être utilisé) :
Donner deux solutions.

3…4… 6…4…2

IV

Quel jour sera-t-on demain, si mardi était quatre jours avant hier ?

V. Les chanteurs

« Qui a chanté ? », demande Papa.
« C'est Paul », dit Claire
« C'est Alexandre », dit Julie.
« Ce n'est pas moi », dit Alexandre.
« Ce n'est pas Alexandre », dit Paul.
Un seul des quatre enfants dit la vérité. **Qui a chanté ?**

VI

On écrit le mot SARTHE autant de fois que nécessaire.
Quelle est la 2009e lettre écrite ?

VII

Chaque rangée et chaque colonne doivent contenir les nombres de 1 à 4 sans répétition. Les traits pleins délimitent des boites, en utilisant l'opération donnée vous devez trouver le nombre marqué en haut à gauche, l'ordre de l'opération n'ayant pas d'importance. Regardez l'exemple donné et compléter la deuxième grille.

3 - 4	1	6x 2	3
3+ 1	3 3	2 ÷ 4	2
2	1– 4	3	3– 1
3 3	2÷ 2	1	4

1-		3-	
3 -	2	6 x	4 +
	5 +		
3		2 ÷	

VIII. Le puzzle des 7 polyminos

Recouvre le rectangle ci-dessous avec les sept pièces ci-dessus.

Figure 48 Epreuve destinée aux élèves de sixième, 2009

Nous ne prétendons pas, à partir de la brève analyse de cette fiche issue du rallye mathématique de la Sarthe, conclure sur le type de problèmes proposés dans toutes les autres fiches et dans les fiches des autres rallyes. Cependant, elle laisse supposer que les sites dédiés à des rallyes mathématiques proposent un bon nombre de problèmes ouverts, dans des domaines variés comme l'indique le document « *Le problème pour chercher* » (MEN, 2003). Nous estimons donc que si des enseignants de cycle 3 utilisent ces sites, ils peuvent trouver les énoncés de problèmes ouverts® qu'ils cherchent. La difficulté, pour eux, réside dans le choix à faire pour leur classe, devant un nombre important d'énoncés proposés.

I-4 Conclusion sur les ressources disponibles

Notre analyse des ressources disponibles permet dans un premier temps de déterminer dans lesquelles figurent effectivement des problèmes ouverts®. Il s'agit des manuels scolaires des collections *Cap Maths* et *Euromaths*, des ouvrages de la collection *Ermel* ainsi que du numéro spécial de la revue *Grand N* et de sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques tels que le rallye *RMT*, les rallyes mathématiques de la Haute-Loire, du Puy de Dôme et de La Sarthe. Nous avons dans un deuxième temps étudié ces ressources en termes de visibilité pour des enseignants ordinaires de l'école élémentaire.

Dans les manuels des collections *Cap Maths* et *Euromaths*, la proportion de problèmes ouverts® n'est pas majoritaire parmi l'ensemble des problèmes proposés dans les manuels mais n'est pas non plus négligeable. Un enseignant de cycle 3 pourrait très bien s'appuyer sur ces manuels et trouver assez d'énoncés de problèmes ouverts® pour sa classe, pour une année scolaire. Finalement, nous en concluons que des enseignants du cycle 3 peuvent seuls trouver des énoncés de problèmes ouverts® dans ceux de la collection *Euromaths*. Cependant, dans les manuels de la collection *Cap Maths*, les problèmes que nous avons repérés comme étant des problèmes ouverts® ne sont pas clairement identifiés, ils sont donc difficiles à identifier par des professeurs des écoles et de plus, ne sont pas très diversifiés.

De même, il apparaît difficile qu'ils puissent trouver des énoncés dans les manuels de la collection *J'apprends les maths*, puisque dans cette collection, les problèmes doivent le plus souvent être modifiés pour correspondre à des problèmes ouverts® pour le cycle 3.

Concernant les autres ressources disponibles, il nous semble d'une part assez facile de repérer dans les ouvrages *Ermel* des énoncés de problèmes ouverts® ainsi que dans le numéro spécial de la revue *Grand N*. D'autre part, les sites dédiés à des rallyes mathématiques qui proposent une grande quantité de problèmes ouverts® sont, de ce fait, plus difficiles d'accès pour les professeurs des écoles : en effet, même s'ils peuvent y trouver des énoncés, la difficulté réside dans le nombre important de problèmes publiés et donc dans le choix à faire d'énoncés adaptés à sa classe.

II- Quels choix les professeurs des écoles font-ils parmi ces ressources afin de trouver des énoncés de problèmes ouverts ?

Après avoir étudié les ressources raisonnablement disponibles pour des enseignants ordinaires de cycle 3, nous interrogeons leur utilisation par les enseignants observés dans notre étude. Quelles ressources ces enseignants de cycle 3 utilisent-ils quand ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts ? Où trouvent-ils les énoncés qu'ils proposent en classe ? En faisant référence à des éléments du cadre théorique de « *l'approche documentaire du didactique* » (Gueudet et Trouche, 2008), nous cherchons également à comprendre ces choix en définissant des critères sur lesquels ils reposent.

II-1 Où les cinq enseignants observés choisissent-ils des énoncés ?

	Cap maths	J'apprends les maths	Euromaths	Ermel	Revue *Grand N*	Autres revues professionnelles	Site ARMT	Autres sites	Formation initiale et/ou continue
E1								Sites : rallye mathématique	
E2				CM1/CM2					
E3			CM2					Site IA 21	
E4									Formation initiale
E5						Brochure IREM			

Tableau 2 Les ressources choisies par les cinq enseignants

Dans ce tableau (Cf. Tableau 2), nous avons grisé les cases correspondantes aux ressources utilisées par chacun des cinq enseignants participant à notre étude.

Tout au long de nos observations en classe, lors de nos échanges avec les enseignants, avant et après les séances, les informations recueillies nous permettent soit de justifier ces choix soit de faire des hypothèses sur ces choix.

II-1.1 L'enseignant E1

L'enseignant E1 (Cf. Annexes D) dit avoir lu le document d'accompagnement « *problèmes pour chercher* » (MEN, 2003) lors de sa diffusion dans les écoles sous forme papier (courant 2005) mais ne l'utilise plus au moment de notre recherche. Il précise qu'il n'utilise « *surtout pas* » les manuels habituels de la classe car il veut trouver des énoncés en rupture avec ce qu'il propose habituellement dans sa classe. Il ne choisit pas les ouvrages *Ermel* (qu'il dit avoir étudié lors de sa formation initiale), le nombre de séances dédiées à chaque énoncé lui semblant beaucoup trop important. Il ne cherche pas non plus à utiliser des ressources proposant soit la (ou les) solution(s) des problèmes, soit des indications sur la mise en œuvre en classe. L'enseignant E1 fait quelques recherches sur l'Internet en utilisant des mots clés tels que « problèmes pour chercher, cycle 3 » ou « résolution de problèmes pour chercher ». Il trouve ainsi des sites dédiés à des rallyes mathématiques qui répertorient les énoncés des problèmes ayant été proposés aux élèves les années précédentes. Il s'agit de rallyes mathématiques destinés à des élèves de début de collège ou à des élèves de cycle 3.

Il s'appuie sur des sites dédiés à des rallyes mathématiques pour lesquels les problèmes proposés sont élaborés le plus souvent par les professeurs de mathématiques organisant les rallyes ou parfois par des professeurs des écoles et des formateurs des IUFM. Ces problèmes sont repérés comme étant ouverts par des enseignants habitués à ces rallyes donc, d'après E1, par des enseignants « *qualifiés* ». Pour faire un choix parmi les propositions faites par les auteurs des rallyes mathématiques, E1 s'attarde sur des énoncés qui « *vont être amusants pour les élèves* », qui vont les « *intriguer* » et ainsi « *leur donner envie de chercher* ». Pour faire le choix d'un énoncé, E1 consulte les listes de problèmes répertoriés, choisit des énoncés « *pas trop longs* », d'un niveau de vocabulaire adapté à des élèves de cycle 3, qui semblent avoir un caractère « *ludique* » et il s'assure (en le résolvant au brouillon) qu'il est capable d'obtenir une solution assez rapidement.

II-1.2 L'enseignant E2

Nous observons que l'enseignant E2 consulte les ouvrages *Ermel* destinés aux classes de CM1 et de CM2. Il choisit, dans chacun des deux ouvrages, le premier problème de recherche

proposé par les auteurs. Plus tard dans l'année scolaire, il choisit deux énoncés proposés par les organisateurs du rallye mathématique transalpin (*RMT*).

E2 (Cf. Annexes D) précise qu'il utilise les ouvrages *Ermel* non seulement parce qu'il est sûr ainsi de proposer à ses élèves de véritables problèmes ouverts mais également afin d'avoir des indications précises lui permettant d'organiser les séances. De la même façon, il choisit des problèmes proposés par les auteurs du *RMT* car ceux-ci proposent des indications détaillées sur les problèmes (les objectifs visés, les « *tâches* » des élèves, la (les) solution(s) attendues) et le site met en ligne également des articles sur l'étude de ces problèmes dans les classes.

Le choix de l'usage des deux ressources principales de E2 provient pour la collection *Ermel* de sa formation initiale pendant laquelle les ouvrages ont été largement étudiés et des instructions officielles, par le document d'accompagnement de l'année 2003 « *le problème pour chercher* ». Dans les deux cas, l'organisation des séances est largement détaillée par les auteurs. Le site *ARMT* n'est pas choisi au hasard des résultats d'un moteur de recherche sur l'Internet mais est choisi car il est cité dans le document d'accompagnement. C'est pourquoi nous pouvons dire que l'enseignant E2 s'appuie sur des ressources reconnues par l'institution : par la formation initiale et par les instructions officielles. Les énoncés proposés sont repérés comme étant ouverts et la mise en œuvre des séances est explicitée, tout cela par les auteurs des ressources en question.

II-1.3 L'enseignant E3

L'enseignant E3 nous dit (Cf. Annexes D) avoir effectué quelques recherches sur la toile en utilisant les mots clés « problèmes pour chercher, cycle 3 » ou « problèmes pour apprendre à chercher » décide d'utiliser le document[33] publié par l'inspection académique de La Côte d'Or intitulé « *La résolution de problèmes au cycle 3* » et sous-titré « *Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher -Groupe départemental Mathématiques - I.A.21* ». E3 précise qu'il s'intéresse surtout aux énoncés de problèmes et qu'il ne s'est pas attardé sur le compte-rendu de l'expérimentation menée par le groupe départemental. Ce document est imprimé et rangé dans un classeur que E3 réserve aux documents concernant les séances dédiées à des problèmes ouverts. Le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » (MEN, 2003) est également présent dans ce classeur.

[33] Ce document est disponible, sur le site de l'IA 21, à l'adresse suivante : http://mathematiques21.ac-dijon.fr/sites/mathematiques21.ac-dijon.fr/IMG/pdf/Exp_Problemes_et_calcul.pdf

Afin de trouver des énoncés de problèmes ouverts, E3 utilise également un spécimen reçu dans son école -le manuel de la collection *Euromaths* destiné aux élèves de CM2 (2009)-. Il utilise uniquement dans ce manuel les pages intitulées « *problèmes pour apprendre à chercher* » du domaine numérique, des pages qu'il a photocopiées et stockées dans son classeur. Il n'utilise pas ce manuel à d'autres moments de l'année et n'a pas en sa possession le *livre du professeur* qui l'accompagne.

II-1.4 L'enseignant E4

L'enseignant E4 utilise essentiellement une banque de problèmes constituée lors de sa formation initiale dans un IUFM. Lors de cette formation (à laquelle nous le rappelons, nous n'avons pas contribuée), un travail a permis de répertorier une trentaine d'énoncés, caractérisés comme étant des problèmes ouverts lors de la formation, avec donc, le formateur. A partir de cette liste, deux rallyes mathématiques ont été élaborés cette année-là et proposés dans des classes. Depuis sa formation initiale, E4 (Cf. Annexes D) utilise cette liste de problèmes ainsi que deux « fiches-élèves » rédigées pour les deux rallyes mathématiques organisés. E4 ne fait mention d'aucune autre ressource utilisée pour choisir des énoncés ou préparer les séances. Il a en main lors des séances observées, les seuls documents rédigés lors de sa formation.

II-1.5 L'enseignant E5

L'enseignant E5 découvre au fond de sa classe des revues éditées quelques années auparavant par l'IREM des Pays de La Loire telles que : « *Enseigner les maths autrement en sixième* » (Gilg, Letourneux, Massot, Pons, 1999). Il choisit des énoncés de problèmes dans ces publications. E5 explique que, lors de leur entrée au collège, les élèves vont rencontrer en mathématiques, de nombreux énoncés de problèmes de type ouvert et que la plupart du temps, le professeur de mathématiques va leur demander de chercher seul, sans trop les aider.

E5 (Cf. Annexe D) ne cherche donc pas des énoncés de problèmes ouverts dans le manuel habituel de la classe mais préfère s'inspirer de la revue rédigée principalement par des professeurs de mathématiques de collège.

II-2 Comment expliquer ces choix en termes de ressources ?

Parmi les ressources à leur disposition, le manuel scolaire reste l' « *outil de base de l'élève et du maître* » puisque seulement 15 % des enseignants du primaire n'utilisent jamais de manuels scolaires (IGEN, 2006). Leroyer, dans sa thèse (2011), fait le même constat. A partir d'un questionnaire proposé à 261 enseignants du premier degré de l'académie de Caen, elle relève que 98 % de ces enseignants déclarent utiliser un ou plusieurs manuels dans la préparation de leurs cours. La moitié d'entre eux déclarent utiliser « *toujours et souvent* » le manuel destiné aux élèves et le livre du maître pendant que l'autre moitié déclare n'utiliser « *toujours et souvent* » que le manuel destiné aux élèves. Il semble donc que les manuels scolaires proposés par les éditeurs soient plébiscités par les enseignants du primaire. Matheron et Noirfalise (2008) expliquent cette tendance à utiliser surtout des manuels scolaires, par la polyvalence des enseignants du primaire. Ces derniers les utilisent afin d'alléger leur charge de travail et le temps consacré à la préparation de leurs cours. « *La grande majorité des professeurs des écoles conduisent les études mathématiques dans leur classe en ayant essentiellement recours aux éléments d'organisation didactique données dans un ouvrage scolaire (livret-élève et quelquefois livre du maître correspondant)* » (Matheron, Noirfalise, 2008). Le tableau 42 montre que les cinq enseignants de notre étude utilisent d'autres ressources que les manuels scolaires. Pourquoi ? Est-ce seulement une question de lisibilité des manuels en termes de problèmes ouverts ? Comment le choix des autres ressources est-il fait? Sur quels éléments ce choix repose-t-il ?

Afin de répondre à ces questions concernant le choix et l'utilisation des ressources disponibles et d'organiser notre analyse, nous retenons, comme indiqué dans le chapitre 2, quelques éléments du cadre théorique de *l'approche documentaire du didactique* développé par Gueudet et Trouche (2008).

Afin de déterminer les invariants opératoires dans le cas du travail documentaire des enseignants que nous observons, nous avons tenu compte notamment des connaissances des enseignants en termes de problèmes ouverts®. E1, E2, E3, E4 et E5 décident de proposer des problèmes ouverts en classe pendant les cours de mathématiques. Les problèmes ouverts sont caractérisés par le fait qu'ils incitent les élèves à faire des essais, à chercher, seuls, pour les résoudre. Un premier invariant opératoire, que nous notons IO1, apparaît : un problème ouvert doit amener les élèves à chercher sans l'aide du professeur. Les enseignants observés

signalent tous dans nos échanges qu'ils souhaitent, en utilisant des problèmes ouverts, proposer des problèmes différents de ceux étudiés habituellement, qu'ils souhaitent grâce à ces problèmes rompre avec une certaine routine voire une certaine monotonie dans le cours de mathématiques. Deux invariants opératoires apparaissent alors : un énoncé de problème ouvert est différent d'un énoncé de problème traité habituellement en classe (IO2) et un problème ouvert a un caractère ludique (IO3). Les problèmes ouverts sont caractérisés par le fait qu'ils obligent les élèves à énoncer des conjectures puis à argumenter afin de les valider ou non. Un quatrième invariant opératoire est donc à considérer : un problème ouvert mène à l'étude de preuves (IO4). Les problèmes ouverts étaient prévus initialement pour le second degré, ils peuvent être une opportunité pour des enseignants du primaire de faire fréquenter à leurs élèves des problèmes qu'ils pourront rencontrer dans la suite de leur scolarité au collège. Un dernier invariant opératoire est ainsi repéré : un problème ouvert se rapproche des problèmes proposés en classe de sixième au collège (IO5).

Nous avons donc ainsi déterminé cinq invariants opératoires qui peuvent sous-tendre le choix et l'utilisation des ressources par chacun des enseignants dont nous étudions les pratiques :

IO1 : un problème ouvert amène les élèves à chercher sans l'aide de l'enseignant,

IO2 : un énoncé de problème ouvert est différent d'un énoncé de problème traité habituellement en classe,

IO3 : un problème ouvert a un caractère ludique,

IO4 : un problème ouvert mène à l'étude de preuves en mathématiques,

IO5 : un problème ouvert se rapproche des problèmes proposés en mathématiques en classe de sixième.

Ces cinq invariants même s'ils participent à l'explication des choix faits par les cinq enseignants en terme de ressources, n'interviennent pas tous en même temps et en suivant la même hiérarchie pour les cinq enseignants. Afin de comparer le travail de documentation des enseignants observés lorsqu'ils cherchent à mettre en place des séances dédiées à des problèmes ouverts, nous regroupons, dans le tableau 3, les invariants opératoires sur lesquels reposent en partie les choix de E1, E2, E3, E4 et E5.

	IO1 : un problème ouvert amène les élèves à chercher sans l'aide de l'enseignant	IO2 : un énoncé de problème ouvert est différent d'un problème traité habituellement en classe	IO3 : un problème ouvert a un caractère ludique	IO4 : un problème ouvert mène à l'étude de preuves en mathématiques	IO5 : un problème ouvert se rapproche des problèmes proposés en mathématiques en classe de sixième
E1	x	x	x		x
E2	x	x		x	
E3	x	x	x		
E4	x	x	x		
E5	x	x			x

Tableau 3

Pour établir ce tableau, nous nous appuyons sur des éléments que nous retenons des échanges que nous avons eu, au début de notre recherche, avec chacun des cinq enseignants puis tout au long des séances au cours de l'année (Cf. Annexes D).

Nous avons identifié cinq invariants opératoires. Quand les enseignants observés cherchent des problèmes ouverts, cette recherche renvoie à ces invariants opératoires identifiés et de ces cinq invariants opératoires, nous pouvons extraire une représentation des problèmes ouverts pour les enseignants. Les invariants opératoires IO1 et IO2 sont partagés par les cinq enseignants. L'IO1 concerne la fonction du problème ouvert c'est-à-dire apprendre à chercher seul. L'IO2 concerne plutôt la forme de l'énoncé : le problème ouvert se distingue des problèmes arithmétiques et géométriques habituels. Ces deux invariants opératoires expliquent que les cinq enseignants ont pour objectif d'apprendre à chercher aux élèves.

Le tableau 2 révèle également des différences entre les cinq enseignants dans les stratégies de choix de ressources. Les IO3, IO4 et IO5 concernent la fonction du problème ouvert. Par exemple, E2 oriente son choix vers des problèmes qui mènent à la preuve, E1 et E5 visent la préparation au collège. Le caractère ludique, invoqué dans les choix d'E1, E3 et E4, nous amène à des hypothèses : l'IO3 renvoie-t-il au caractère « récréatif » que peuvent avoir parfois les problèmes ouverts dans des classes et/ou est-il à mettre en relation avec le processus de dévolution de la recherche de solutions à un problème ? Nous répondrons plus loin à cette question.

III-Conclusion

En utilisant des éléments du cadre théorique de *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet, Trouche, 2008), nous avons précisé le travail documentaire des cinq enseignants observés pour les problèmes ouverts. En mettant ces éléments en lien avec les composantes du

cadre de *la double approche didactique et ergonomique* (Robert, J.Rogalski, 2008), nous obtenons des éléments de réponse aux questions concernant le choix et l'utilisation des ressources dont les cinq enseignants disposent, lorsqu'ils sont à la recherche d'énoncés de problèmes ouverts pour leur classe de cycle 3.

Nous renseignons d'une part, la composante *cognitive* de la pratique de chacun des cinq enseignants, en référence au choix des ressources utilisées lors de la préparation des séances. Les choix qu'ils font en termes de ressources nous indiquent plus particulièrement les fonctions qu'ils attribuent aux problèmes ouverts en termes d'apprentissage lors de ces séances : les cinq enseignants observés choisissent des ressources afin d'y trouver des énoncés de problèmes différents de ceux qu'ils proposent habituellement en classe et qui vont mettre les élèves en activité de recherche.

Par ailleurs, nous notons que lorsque des ressources sont choisies par un enseignant, celui-ci les conserve tout au long de l'année. Une stabilité dans le choix des ressources est repérée. De ce fait, en étudiant ce choix, en regardant la fonction dans la communauté éducative des auteurs des ressources choisies, nous renseignons la composante *institutionnelle* de leur pratique

E1 et E5 cherchent et trouvent des énoncés respectivement sur l'Internet –des sites dédiés à des rallyes mathématiques- et dans une brochure publiée par l'*IREM* des Pays de La Loire. Le choix des énoncés se fait donc dans des ressources toutes les deux rédigées par des professeurs des écoles et des professeurs de mathématiques de collège. Nous en concluons que ces deux professeurs des écoles, quand ils ont à choisir des énoncés de problèmes ouverts préfèrent s'en remettre à des enseignants plus spécialisés en mathématiques, des enseignants qu'ils estiment vraisemblablement plus aptes qu'eux à faire ces choix. Ce choix confirme un des objectifs annoncés par les deux enseignants : ils visent à travers la recherche et résolution de ces problèmes ouverts, en particulier en s'intéressant à des problèmes proposés par des professeurs de mathématiques, à préparer leurs élèves de fin de cycle 3 à leur entrée au collège. Deux aspects différents se révèlent donc dans leurs choix : la confiance en la ressource choisie et l'enjeu de préparer les élèves au collège.

E2 utilise les ouvrages de CM1 et CM2 de l'équipe *Ermel* ainsi que le site du rallye mathématique transalpin (*ARMT*). E2 fait confiance à des chercheurs et choisit des énoncés qui ont déjà été largement utilisés et testés dans d'autres classes de cycle 3 afin d'éprouver les capacités des élèves à chercher et à prouver.

E3 utilise, pour le choix des énoncés, un document publié par l'Inspection Académique de La Côte d'Or pour le cycle 3 et des pages du manuel de la collection *Euromaths* destiné aux élèves de CM2 –pages intitulées « *problèmes pour apprendre à chercher* »-. Il semble raisonnable de penser qu'un manuel destiné aux élèves et un dossier validé par une inspection ne s'éloigne pas, ou pas trop, des instructions officielles. Ce choix montre que E3, tout en proposant des problèmes ouverts, souhaite vouloir rester dans les limites du programme de mathématiques pour la classe de cycle 3.

E4 reprend une liste d'énoncés élaborée pendant sa formation initiale lors de la mise en place d'un rallye mathématique. Il ne cherche pas, seul, d'autres énoncés, il préfère se reposer sur le travail accompli avec un formateur d'enseignants.

Finalement, en utilisant toutes ces ressources, les cinq enseignants semblent montrer qu'ils ne veulent prendre aucun risque en termes d'énoncés à proposer aux élèves. Les problèmes choisis sont déjà clairement identifiés comme étant des problèmes ouverts par les auteurs de chacune des ressources utilisées, les enseignants montrent qu'ils veulent ainsi être quasiment sûrs que les problèmes vont être ouverts et adaptés aux objectifs fixés pour leur classe. Aucun des enseignants n'invente d'énoncés ou même ne transforme des énoncés trouvés.

De plus, de cette analyse nous pouvons conclure que la composante *personnelle* de la pratique de chacun des enseignants s'exprime également lors du choix des ressources. En effet, rien n'est dit dans les instructions officielles (MEN, 2008) sur des ressources à utiliser afin de trouver des problèmes permettant de développer chez tous les élèves des capacités de recherche et de raisonnement. Les enseignants sont seuls face à ce choix et seule leur propre représentation de ces problèmes et de l'enseignement des mathématiques en fin de cycle 3 leur permet de prendre une décision quant aux énoncés qu'ils vont proposer en classe.

Afin de préciser ces premiers résultats sur les pratiques de chacun des cinq enseignants, nous consacrons le chapitre suivant à l'étude des énoncés qu'ils choisissent pour leur classe.

Chapitre 4 Analyse *a priori* des problèmes choisis et parcours mathématiques proposés

Après avoir étudié les ressources dont les professeurs des écoles observés peuvent disposer et repérer celles qu'ils utilisent tout au long de l'année pour trouver des énoncés de problèmes ouverts, nous étudions les problèmes qu'ils choisissent. Nous l'avons précisé dans notre méthodologie d'analyse : il s'agit pour nous, dans ce chapitre, de déterminer les parcours mathématiques proposés par les cinq enseignants à leurs élèves. Le tableau suivant présente la liste des titres de ces problèmes (Cf. Tableau 4) :

E1	E2	E3	E4	E5
A Les balances B Les tonneaux C Zinette D Les menteurs E L'horloge F La course	A Trois nombres qui se suivent B Golf C La plaque de voiture D Chacun sa place	A Le jeu vidéo B La monnaie C La cible olympique D L'hémicycle E Les tartelettes F Les triangles	A Le plus petit B L'anniversaire C La bûche D Le cirque E La marmite de confiture F Les cubes	A Le chien B Le cours de chimie
Internet : rallyes mathématiques.	*Ouvrage : Ermel, Internet : ARMT*	*Euromaths (2009)* *Internet : dossier de l'IA21*	*Formation initiale IUFM*	*Revue pédagogique : Brochure IREM des Pays de La Loire*

Tableau 4 Liste des problèmes choisis par les cinq enseignants

Les énoncés et leur analyse *a priori* sont disponibles en Annexes B. Cette analyse comprend la (ou les) solution(s) attendue(s), les procédures possibles pour des élèves de cycle 3 ainsi que les savoirs pouvant être mobilisés pour ces mêmes élèves.

I- Analyse *a priori* des problèmes choisis

Dans cette partie, en nous appuyant sur l'analyse *a priori* réalisée, après avoir repéré quelques caractéristiques des énoncés et étudié le lien fort de la plupart de ces problèmes avec la vie courante, la vie quotidienne des élèves, nous étudions plus précisément les domaines mathématiques abordés, la nature de la réponse ainsi que les modes de raisonnement et les types de validation attendus des élèves de fin de cycle 3. Ces éléments nous permettent également de dire si les problèmes choisis par chacun des cinq enseignants sont des problèmes ouverts® au sens d'Arsac, Germain et Mante (1988).

I-1 Quelques caractéristiques des énoncés

Les énoncés choisis sont dans l'ensemble plutôt courts (moins d'une centaine de mots pour la plupart soit quelques lignes, seuls deux énoncés atteignent 150 mots) comme le résume le tableau 5 suivant :

E1	E2	E3	E4	E5
E1A *Les balances* : 22 E1B *Les tonneaux* : 48 E1C *Zinette* : 66 E1D *Les menteurs* : 39 E1E *L'horloge* : 76 E1F *La course* : 151	E2A *Tois nombres qui se suivent* : 25 E2B *Golf* : 17 E2C *La plaque de voiture* : 96 E2D *Chacun sa place* : 109	E3A *Le jeu vidéo* : 47 E3B *La monnaie* : 47 E3C *La cible olympique* : 44 E3D *L'hémicycle* : 31 E3E *Les tartelettes* : 42 E3F *Les triangles* : 44	E4A *Le plus petit* : 45 E4B *L'anniversaire* : 50 E4C *La bûche* : 16 E4D *Le cirque*: 60 E4E *La marmite de confiture* : 28 E4F *Les cubes*: 10	E5A *Le chien* : 35 E5B *La leçon de chimie* : 144

Tableau 5 Nombre de mots par énoncé

Le vocabulaire employé dans les énoncés des problèmes choisis par les cinq enseignants est assez proche de celui utilisé par les élèves habituellement, dans la classe et dans la vie

quotidienne. Nous constatons que les énoncés sont d'un point de vue lexical à la portée des élèves de cycle 3. Ils nous semblent tous assez faciles à lire et à comprendre pour des élèves de cycle 3. Seuls quelques mots peuvent nécessiter une explicitation en classe : « *transvaser* » (E1B), « *hémicycle* » (E3D), « *récipients* » (E5B). Les élèves devraient donc pouvoir les lire seuls et être tout à fait capables de comprendre les situations proposées.

Les enseignants observés choisissent donc des énoncés plutôt courts avec un vocabulaire adapté à leurs élèves de cycle 3. Nous pensons que leur objectif rejoint en cela un de ceux annoncés par Arsac, Germain et Mante (1988) concernant la pratique du problème ouvert® : tous les élèves même les plus faibles peuvent s'approprier facilement l'énoncé et se lancer assez vite dans une recherche personnelle. Les problèmes semblent choisis en réponse à une volonté des enseignants d'engager rapidement tous les élèves lors de ce type de séances dans une activité de recherche. Le choix d'un énoncé apparaît important dans le processus de dévolution de la recherche aux élèves de la classe puisque après une première lecture d'un énoncé facile à comprendre, les élèves ont l'impression que le problème va être simple à résoudre (Arsac, Germain et Mante, 1988). Il s'agit de leur montrer qu'ils sont tous capables d'entreprendre seuls une recherche et ceci quel que soit leur niveau en mathématiques. Un des premiers enjeux de ces problèmes et des séances qui leur sont dédiées peut donc être une reprise de confiance des élèves dans leurs propres capacités, il peut s'agir de leur montrer qu'ils peuvent oser faire des propositions de résolutions, qu'ils peuvent oser mettre en place des procédures personnelles. Il semble que ces problèmes motivent ici de « façon externe » aux mathématiques (Da Ponte, 2007, Houdement, 2009) et ce dès la première lecture de l'énoncé et les premiers essais faits par chacun des élèves.

I-2 Un lien fort avec la vie courante

Les cinq enseignants observés choisissent le plus souvent des énoncés ayant un lien avec la vie courante des élèves. Nous nommons dans la suite de notre travail *énoncés purement mathématiques* des énoncés ne faisant aucune allusion à la vie courante des élèves, des énoncés leur posant un problème dans des termes essentiellement mathématiques. Par exemple, E2A *Trois nombres qui se suivent* est pour nous un énoncé purement mathématique alors que E2C *La plaque de voiture* est un problème en lien avec la vie courante.

La répartition suivante (Cf. Tableau 6) montre que très peu d'énoncés purement mathématiques sont choisis, seulement quatre sur vingt-quatre :

Des énoncés purement mathématiques	E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2B *Golf*, E3F *Les triangles*, E4F *Les cubes*
Des situations en lien avec la vie courante	E1A *Les balances*, E1B *Les tonneaux*, E1C *Zinette*, E1D *Les menteurs*, E1E *L'horloge*, E1F *La course* E2C *La plaque de voiture*, E2D *Chacun sa place* E3A *Le jeu vidéo*, E3B *La monnaie*, E3C *La cible olympique*, E3D *L'hémicycle*, E3E *Les tartelettes* E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4C *La bûche*, E4D *Le cirque*, E4E *La marmite de confiture* E5A *Le chien*, E5B *Le cours de chimie*

Tableau 6

E2 choisit deux problèmes sur 4 dont l'énoncé est purement mathématique (E2A *trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*). E3 et E4 en choisissent un seul sur la totalité des problèmes qu'ils proposent. E1 et E5 ne choisissent pas d'énoncés purement mathématiques. Les élèves se trouvent donc le plus souvent face à un texte relatant une « petite histoire », plus ou moins liée à leur quotidien (organiser une table d'anniversaire E4B, retrouver la plaque d'immatriculation d'un véhicule E2C, etc.) et non face à un énoncé évoquant des notions purement mathématiques. Nous nous posons des questions relatives à cette forme des énoncés, des questions concernant l'entrée dans la recherche des élèves et des questions sur les objectifs d'apprentissages visés avec ce type d'énoncés. Est-ce une aide pour des élèves de cycle 3 ? Entrent-ils plus facilement dans une phase de recherche lorsque l'énoncé évoque des faits issus de la vie courante ? Un énoncé purement mathématique est-il un obstacle pour se lancer dans une recherche personnelle ? En d'autres termes, un énoncé en lien avec la vie courante garantie-t-il un processus de dévolution de la recherche aux élèves réussi ? D'autre part, que peuvent-ils apprendre de la résolution de problèmes en lien avec la vie courante ?

I-2.1 Un problème en lien avec la vie courante est-il plus facile à résoudre ?

Lave (1988, dans Weil-Barais, 1993) étudie les résultats d'un groupe d'adultes lors de la résolution de deux types problèmes faisant appel aux mêmes notions mathématiques, les premiers issus de la vie réelle, les autres purement arithmétiques. Les problèmes ayant un lien directe avec la vie courante sont très bien réussis (90% des participants) alors que les problèmes purement mathématiques le sont moins bien (entre 57 % et 85 %). Les personnes

interrogées ne voient pas à la lecture des énoncés qu'il s'agit des mêmes notions mathématiques. Il semble donc que pour ce groupe d'individus la résolution soit plus efficace et aboutisse à une réponse correcte lorsque le problème fait référence à une situation réelle. De plus, lorsque des analogies entre les problèmes en lien avec la vie courante et les problèmes purement mathématiques sont identifiées, c'est seulement après la résolution de tous les problèmes. Les participants ont besoin de résoudre les problèmes pour se rendre finalement compte qu'ils sont quasiment similaires. Pouvons-nous attendre le même résultat chez des élèves de cycle 3 ? Vont-ils plus facilement résoudre des problèmes en lien avec la vie courante que des problèmes purement mathématiques ? De ce fait, un énoncé en lien avec la vie réelle serait une réponse à une dévolution de la recherche aux élèves. Cependant même si Arsac, Germain et Mante (1988) précisent que le premier travail de l'enseignant est de choisir des énoncés permettant à tous les élèves de rapidement chercher individuellement une solution, ils ne conseillent pas aux enseignants de choisir de tels énoncés. Au contraire, nos analyses des articles d'Arsac, Germain et Mante du chapitre 1 montrent que la grande majorité des énoncés de problèmes ouverts® qu'ils proposent d'étudier en classe sont purement mathématiques. Les énoncés en lien avec la vie courante seraient-ils alors des choix relatifs à l'école primaire, des choix faits par des professeurs des écoles pour des élèves de 8 à 10 ans ?

Concernant les apprentissages possibles avec des problèmes ouverts®, le point le plus intéressant pour nous dans l'étude de Lave (1988) concerne les analogies à déceler entre les problèmes. Des élèves de cycle 3 vont-ils faire des liens entre des énoncés en lien avec la vie courante et des énoncés purement mathématiques ? Il est très vraisemblable que non et si ce n'est pas le cas, cette recherche d'analogie ne peut-elle pas être un objectif de certains problèmes ouverts ? L'étude de certains problèmes ouverts® ne peut-elle pas de ce fait permettre de rendre capables les élèves de reconnaître dans une situation en lien avec la vie courante un problème mathématique ? Ou tout au moins permettre de leur montrer que des analogies existent entre des problèmes en lien avec la vie courante et des problèmes purement mathématiques ?

I-2.2 Une façon de développer la littératie mathématique

Dans le premier chapitre, nous abordons la notion de littératie mathématique définie comme « *[…] l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques*

jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi. » (OCDE, 2003, p. 17). Un des enjeux de l'école primaire est d'amener les élèves à développer des aptitudes à utiliser des outils mathématiques dans des situations variées. C'est même un des « *premiers défis pour l'éducation mathématique de base* » (Artigue, 2011, p. 13). Les instructions officielles des années 2002 et 2008 précisent que les mathématiques fournissent des outils pour agir, pour choisir, pour décider dans la « *vie courante* ». L'objectif annoncé est de former les élèves dès l'école primaire à devenir des citoyens et de contribuer à leur insertion dans la vie sociale. Cet objectif est relayé par les études menées plus généralement par l'Unesco (2011). En effet, ces recherches tendent à montrer qu'« *assurer la littératie mathématique de tous les jeunes n'est pas la seule ambition de l'éducation mathématique dans la scolarité de base, mais c'en est l'ambition fondamentale et prioritaire* » (Artigue, 2011, p. 13). La littératie mathématique revient en particulier à assurer le « *développement des connaissances et compétences mathématiques nécessaires à l'intégration et à la participation active dans une société donnée* » (*Ibid*., p. 13). Etudier des problèmes ouverts® en lien avec la vie courante peut-il alors permettre à des élèves de cycle 3 de développer ces connaissances et compétences ?

I-2.3 Comparaison de deux problèmes (choisis par E2 et E3)

Afin d'étudier plus précisément les différences pour des élèves de cycle 3 entre des énoncés purement mathématiques et des problèmes en lien avec la vie courante abordant les mêmes savoirs mathématiques, nous comparons deux énoncés choisis respectivement par les enseignants E2 et E3 :

E3A *Le jeu vidéo* : « *En jouant avec sa console de jeu, Théo attrape 7 pommes s'il atteint la caisse jaune et 9 pommes s'il atteint la caisse verte.* […] *En jouant au même jeu, Leïla a attrapé 76 pommes. Comment a-t-elle pu réaliser ce score ?* ».

E2B *Golf* : « *Vous allez chercher à obtenir 41 en additionnant plusieurs fois des 8 et des 3* ».

D'un point de vue mathématique, résoudre le problème E3A *Le jeu vidéo* revient à résoudre l'équation diophantienne $7x + 9y = 76$, *x* et *y* représentant respectivement le nombre de fois où sont atteintes la caisse jaune et la caisse verte et résoudre le problème E2B *Golf* revient à résoudre l'équation diophantienne $8x + 3y = 41$ (*x* et *y* représentant le nombre de 8 et le nombre de 3). Pour des élèves de cycle 3, dans ces deux problèmes, le but est de décomposer un nombre entier en ajoutant des multiples de deux autres entiers donnés : dans le problème

E3A *Le jeu vidéo* il s'agit d'ajouter des multiples de 7 et de 9 et dans le problème E2B *Golf,* il s'agit d'ajouter des multiples de 8 et de 3. Les savoirs mathématiques en jeu sont donc les mêmes alors que la présentation des deux énoncés est très différente. E2B *Golf* est un problème d'arithmétique, mettant directement en jeu des additions d'entiers et de multiples d'entiers. E3A *Le jeu vidéo* se rapproche de la vie courante, l'énoncé évoque une situation réelle, une situation qui peut en quelque sorte être réellement vécue. Les contextes sémantiques de ces deux problèmes sont tout à fait différents. Nous cherchons à comprendre si le contexte dans lequel est proposé le problème a un rôle dans l'interprétation du problème, dans l'identification par les élèves de la tâche à réaliser. Nous nous appuyons pour cela sur le travail de J. Julo (1995) précisant que « *le contexte sémantique n'est […] pas quelque chose d'annexe, de surajouté par rapport au problème. Un énoncé de problème, quel qu'il soit, est un texte caractérisé par une certaine forme mais aussi par un ensemble d'éléments qui lui donne son sens et qui nous permet d'accéder aux informations dont nous avons besoin pour construire le contenu de notre représentation* » (Julo, 1995, p. 31).

Comprendre un énoncé ne se réduit pas à savoir lire un texte puis à donner une signification à chacun des mots et expressions employés dans le texte. « *Les situations de résolution de problèmes ne se ramènent pas à un simple énoncé et la compréhension d'un problème ne se ramène pas à la compréhension de cet énoncé* » (Julo, 1995). Il s'agit bien pour être capable de se lancer dans la résolution d'accéder à une étape supplémentaire après la lecture, il s'agit de se représenter la situation, de se « *représenter le problème* » comme l'affirme Julo en notant que « *comprendre quelque chose ce serait d'une manière ou d'une autre, construire une représentation de cette chose* » (*Ibid.*, p. 11). Cependant Julo ne s'intéresse pas dans son étude qu'à des problèmes ouverts® mais également à des problèmes visant la construction d'un savoir mathématique curriculaire bien identifié. Nous cherchons pour notre travail à définir ce que peut être cette représentation dans le cas particulier des problèmes que les enseignants participant à notre étude ont choisis, afin d'y repérer certains savoirs en jeu. Julo (1995, p. 11) précise que « *la représentation […] n'est pas une simple reproduction ou une photographie d'une partie de notre environnement. Elle est le résultat d'une véritable activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations issues de cet environnement* ». Appliquée aux situations proposées aux élèves dans le cadre de notre étude, il semble que la représentation des problèmes ne s'arrête pas pour les élèves à imaginer la situation proposée dans l'énoncé ou encore à comprendre la « petite histoire » en

jeu dans le problème quand l'énoncé est proche de la vie courante. Il s'agit d'interpréter les informations apportées par la lecture de l'énoncé, de commencer mentalement à les organiser, de se représenter la tâche, de comprendre en tant qu'élève ce que l'enseignant attend en proposant ce problème. « *Se représenter le problème c'est d'abord se représenter un objet particulier défini par un ensemble d'informations qui nous est fourni à son propos. Cet objet peut être aussi bien […] un échange de billes entre deux enfants, une figure géométrique particulière ou encore une structure arithmétique complexe* » (*Ibid*., p. 24).

Julo décrit trois processus qui caractérisent cette construction : le processus d'interprétation et de sélection, le processus de structuration et le processus d'opérationnalisation en précisant que « *ni la construction de la représentation, ni la résolution d'un problème en général, ne sont des processus linéaires. Il est admis, au contraire, que plusieurs processus interviennent simultanément et interagissent pour faire avancer notre compréhension et notre démarche de résolution* » (*Ibid*., p. 29). Nous reprenons l'idée de ces trois processus pour l'appliquer à l'analyse des énoncés des deux problèmes E3A *Le jeu vidéo* et E2B *Golf*. Nous montrons qu'en étudiant ces deux problèmes selon les trois processus qui constitueraient la représentation des problèmes, nous pouvons approcher certains savoirs non mathématiques mais néanmoins essentiels pour les résoudre.

En lisant l'énoncé E3A *Le jeu vidéo*, nous pouvons raisonnablement supposer que les élèves de cycle 3 vont se représenter assez rapidement la situation dans laquelle sont placés Théo et Leïla. Ils vont très vraisemblablement repérer qu'ils doivent trouver le nombre de fois où sont atteints les deux caisses. Ils vont très vraisemblablement encore raisonner par essais et ajustements en imaginant qu'ils ont en main la console de jeu. Toute la recherche des élèves peut rester contextualisée autour de cette représentation liée à la vie courante et les mener ainsi sans difficulté à une solution. Nous pouvons penser que le jeu vidéo proche de la vie courante des élèves va faciliter le recours aux essais.

Dans l'énoncé E2B *Golf*, par contre, les élèves vont sans doute raisonner en utilisant des nombres entiers, calculer avec des nombres entiers sans se demander ce qu'ils pourraient représenter (des euros, des masses, etc.). Les recherches vont rester dans le domaine de la numération.

La *représentation* du problème (au sens de Julo) dans les deux cas n'est pas la même, elle ne porte pas sur les mêmes objets : la première reste centrée sur la manière d'atteindre un score dans un jeu vidéo et l'autre ne mobilise que des connaissances sur les nombres entiers.

Le problème E3A *Le jeu vidéo* étant lié à la vie courante et le problème E2B *Golf* étant situé dans le domaine numérique, l'interprétation et la sélection des informations ne se font pas dans les mêmes conditions pour les deux problèmes. Et nous pensons alors que les élèves ne vont pas convoquer les mêmes outils pour les résoudre. Julo (1995) précise en effet que « *des informations peuvent être prises en compte dans la représentation ou au contraire des informations essentielles sont ignorées et ne sont pas intégrées au contenu de la représentation* ». Un élève se représente d'abord le problème avec l'idée de le résoudre donc d'agir, de se mettre en action pour avancer vers une solution. C'est ce qui définit le processus d'opérationnalisation, il imagine une procédure puis la met en œuvre en fonction de ce qu'il a interprété et sélectionné. Il est donc clair que dans le cas des deux énoncés E3A *Le jeu vidéo* et E2B *Golf*, cette opérationnalisation ne va pas être la même. En particulier, la notion de multiples ne va pas forcément être convoquée de la même façon ; pour ce qui concerne le problème du jeu vidéo, cette notion ne va peut-être même pas être utilisée.

Dans les deux cas, les élèves peuvent résoudre le problème et aboutir à une solution correcte. Suivant l'habillage concret ou non du problème, alors qu'au premier abord, ces problèmes semblent avoir les mêmes objectifs (l'utilisation de sommes d'entiers et de la notion de multiples), les savoirs convoqués par les élèves dans leurs procédures ne vont pas être forcément les mêmes et ne permettront pas de travailler les mêmes outils mathématiques.

En résolvant ces deux problèmes, les élèves peuvent apprendre que la situation en lien avec la vie courante présentée dans l'énoncé peut constituer pour eux une aide afin de se représenter le problème et entrer dans une première phase d'essais. Il est tout à fait possible d'imaginer une solution issue de leur propre réalité et de vérifier si elle s'applique au problème posée : par exemple, dans le problème E1A *Les balances*, un élève peut penser qu'une personne de forte corpulence pèse environ cent kilogrammes et qu'il est donc possible de commencer les essais avec une masse de cent kilogrammes pour Dédé.

En revanche, ils peuvent également avoir du mal à s'extraire de la situation réelle et cette situation issue de la vie courante peut induire en erreur. Dans le problème E1A *Les balances*, par exemple, il s'agit d'un problème de pesée mais personne dans la vie quotidienne n'organise de pesée de cette façon, la situation est imaginée pour la classe, elle est un prétexte à se poser des questions lors du cours de mathématiques. L'étude de telles situations peut-elle viser un objectif tel que rendre les élèves capables de différencier les véritables problèmes issus de leur vie courante (un problème directement lié par exemple à une sortie scolaire qu'ils envisagent d'organiser) et les « faux » problèmes « habillés » pour être en lien avec la

vie courante ? Peut-elle avoir comme objectif de leur apprendre à repérer ceux dont l'habillage concret n'est là que pour les faire se questionner et les aider à se lancer dans des premiers essais ?

I-2.4 Apprendre à modéliser

La comparaison des deux énoncés E2B *Golf* et E3A *Le jeu vidéo* nous permet de dégager l'idée selon laquelle un énoncé issu de la vie courante peut aider les élèves à se le représenter et à se lancer dans des premiers essais et ajustements mais peut aussi être une difficulté lorsque les élèves ne réussissent pas à repérer, dans le problème, les savoirs mathématiques en jeu. Un autre exemple, une autre comparaison permet de préciser cette idée.

Le problème E5A *Le chien* demande aux élèves de déterminer la zone « gardée » par un chien attaché à un poteau puis à une barre. Le processus d'interprétation et de sélection s'engage autour d'un chien que les élèves imaginent se déplaçant autour d'un poteau puis le long d'une barre donc autour d'une situation en lien avec la réalité. Nous comparons E5A *Le chien* à l'énoncé suivant que nous avons rédigé et que nous notons E5Abis : *déterminer puis colorier l'ensemble des points situés à 2 cm au plus du segment [BC] sachant que BC = 8 cm.* Il est clair que suite à la lecture de ce deuxième énoncé, des élèves de cycle 3 ne vont pas se représenter la situation de la même façon que pour E5A *Le chien* alors que c'est finalement le même problème mathématique. L'interprétation et la sélection des informations données dans E5A ne vont pas mener, dans un premier temps tout au moins, à la convocation des mêmes savoirs que nous identifions en annexe B, dans l'analyse *a priori*. Dans E5A *Le chien*, l'image du déplacement du chien va prédominer et engager vers une réflexion sur la zone gardée, sur les déplacements possibles du chien alors que dans E5Abis, la réflexion est purement mathématique, les élèves vont faire appel à des notions de distance, de point et de segment. Les processus de structuration et d'opérationnalisation ne sont pas les mêmes. Dans le cas du problème E5A *Le chien*, la recherche des élèves se fait sous un aspect discret, point après point alors que dans le problème E5bis la recherche s'envisage en termes de lignes et de surfaces.

Nous pouvons imaginer que dans le cas de l'énoncé E5A *Le chien*, les élèves vont dans un deuxième temps chercher à faire évoluer l'énoncé E5A vers l'énoncé E5Abis, qu'ils vont se rendre compte que pour résoudre le premier, il faut redéfinir le problème pour aboutir à un énoncé du type E5Abis. Nous voyons donc encore avec cette deuxième comparaison que les deux énoncés, l'un issu de la vie courante et l'autre purement mathématique, issu de la

géométrie plane, abordent des savoirs mathématiques très proches mais que le contenu des deux énoncés oriente différemment les élèves. Pour résoudre le problème E5A *Le chien*, il est vraisemblable que les élèves ne convoquent pas forcément, dans un premier temps, des connaissances géométriques et rencontrent ainsi des difficultés pour trouver une solution. Les élèves peuvent alors apprendre que pour résoudre un problème issu de la vie courante, il est possible voire souhaitable dans certains cas comme celui-ci de transformer l'énoncé en un problème purement mathématique. Les élèves apprennent à modéliser la situation afin de résoudre le problème posé au lieu de se limiter à faire des essais issus de la vie courante, surtout si ceux-ci n'aboutissent pas à une solution : dans le problème E5A *Le chien*, le problème consiste pour déterminer l'espace gardé par un chien dans la cour d'une ferme en la recherche de tous les points d'un ensemble défini par les contraintes de l'énoncé.

Ce type de problèmes peut donc permettre aux enseignants d'apprendre aux élèves à modéliser. Il s'agit de « *mettre les élèves en face de raisonnements potentiellement liés à des démarches modélisantes* » (Houdement, 2009, p. 48). D'après Houdement (2009), l'objectif de la « *petite modélisation* » est de permettre aux élèves de passer d'un dessin naïf illustrant la situation proposée à un dessin épuré, un schéma permettant de résoudre le problème. Il est possible également d'imaginer une « *grande modélisation* » conduisant les élèves à construire des sous-problèmes et d'élaborer un modèle mathématique afin de résoudre un problème plus large. Par exemple, le problème E5A *Le chien* peut être résolu en s'éloignant d'un dessin naïf d'un chien et d'un poteau pour réaliser un schéma représentant géométriquement la situation autrement dit en utilisant une « *petite modélisation* ». Nous voyons donc que dans un premier temps, les élèves peuvent imaginer le déplacement d'un chien et faire davantage appel à leur connaissance de la réalité qu'à des considérations géométriques. Dans un deuxième temps, nous pensons que les élèves peuvent réaliser un schéma c'est-à-dire un « *objet graphique dont la fonction est la représentation d'une idée à propos d'un objet de l'espace ou d'un objet dans l'espace* » (Mercier, Tonelle, 1992). Ce schéma aide ensuite les élèves à avancer vers une solution au problème. « *Certaines opérations (raisonnements ou manipulations) exécutables sur le schéma en tenant compte uniquement de sa nature propre ou des propriétés qu'on lui a conventionnellement conférée […] sont en correspondance directe avec certaines opérations exécutables dans la réalité visée par la schématisation, de façon que les unes puissent être prises pour les autres, comme le symbole peut être pris pour le symbolisé* » (Gonseth, 1953). Les élèves apprennent à utiliser ce schéma pour trouver une solution tout en sachant que cette schématisation a également des limites. « *Rien ne nous assure que tout opération, tout raisonnement, toute connaissance dont le schéma peut être l'objet* doive

inévitablement trouver une interprétation valable, doive posséder une signification extérieure. Un raisonnement fait sur le schéma n'engage le schématisé que si chacune des démarches qu'il comporte peut être adéquatement transposée » (*Ibid.*). La schématisation conduit donc les élèves à simplifier la réalité et à se représenter plus facilement le déplacement du chien afin de déterminer la zone dans laquelle il évolue. Le schéma joue le rôle d'une sorte de maquette de la situation réelle et les savoirs en jeu concernent alors la modélisation géométrique. Le problème est transposé de la réalité à une situation de géométrie plane. L'élève apprend ensuite à réfléchir non plus en imaginant la réalité mais en raisonnant sur le schéma et en utilisant les caractéristiques pertinentes des objets géométriques qu'il a représentés, le chien est oublié de façon temporaire afin de résoudre le problème géométrique. Il réapparaît dans la rédaction de la solution finale. Ce problème se situe dans le champ de la littératie mathématique (Artigue, 2011) et permet de montrer à des élèves de cycle 3 comment des outils mathématiques peuvent permettre de résoudre un problème dont l'énoncé se situe dans la vie courante.

I-3 Le domaine mathématique et la nature de la réponse attendue

I-3.1 Le domaine mathématique dans lequel sont posés les problèmes

Dans notre étude, nous cherchons à comprendre les choix effectués par les enseignants et dans ce chapitre, les choix effectués en termes d'énoncés de problèmes. De ce fait, en nous plaçant donc du côté de l'enseignant, nous choisissons de classer les énoncés choisis selon les quatre grands domaines mathématiques proposés par les instructions officielles de l'école primaire et du collège (MEN, 2008). Il s'agit des domaines des *nombres et calcul*, de la *géométrie*, de l'*organisation et gestion de données* ainsi que des *grandeurs et mesures*. Nous pensons en effet que les cinq enseignants observés peuvent choisir des énoncés de problèmes en s'appuyant sur les domaines mathématiques proposés par les instructions officielles. De plus, les quatre domaines étant communs aux cinq enseignants sont un moyen de rendre compte des choix de chacun d'eux. Les séances dédiées à des problèmes ouverts étant réparties sur l'année, il nous paraît intéressant de repérer si ces problèmes se situent toujours dans le même domaine mathématique ou si, au contraire, les enseignants cherchent à varier ces domaines.

Les enseignants pourraient avoir pour objectif de diversifier les propositions qu'ils font aux élèves tout au long de l'année, en proposant des études de problèmes ouverts différentes du point de vue des domaines mathématiques abordés et vouloir leur montrer ainsi en quelque sorte tout un éventail de problèmes ouverts possibles.

Parmi les énoncés de problèmes choisis par les cinq enseignants, certains d'entre eux peuvent aisément être classés selon les domaines mathématiques établis par les instructions officielles alors que ce classement est plus difficile pour d'autres. En effet, il paraît évident de classer des problèmes comme E2A *Trois nombres qui se suivent* et E3A *Le jeu vidéo* dans le domaine des nombres et calcul ou E1E *L'horloge* dans le domaine des grandeurs et mesures.

Les problèmes E1A *Les balances*, E1C *Zinette* font intervenir dans les énoncés des grandeurs et des unités de mesure (masse en kilogrammes, volume en litres) qui pourraient faire penser qu'ils se situent dans le domaine des grandeurs et mesures. Cependant, il est aisé de remarquer, et nous pensons que les enseignants le repèrent facilement également, que la résolution de ces deux problèmes ne fait pas intervenir de connaissances sur les grandeurs ni sur les mesures, la résolution se situe essentiellement dans le domaine des nombres et calcul. Nous pouvons donc classer ces deux problèmes dans ce domaine et non dans celui des grandeurs et mesures.

L'énoncé du problème E1F *La course* fait intervenir des longueurs et des durées en minutes et secondes et notre analyse *a priori* (Cf. Annexes B) montre qu'il est nécessaire pour le résoudre d'utiliser des connaissances sur les durées en minutes et secondes. Ce problème se situe donc bien dans le domaine des grandeurs et mesures.

Les problèmes E3F *Les triangles* et E4F *Les cubes* sont plus difficiles à classer. Dans les deux cas, il s'agit d'effectuer un dénombrement : trouver le nombre de triangles dont un des sommets est le point A et trouver le nombre de cubes empilés. Nous les classons donc dans le domaine numérique malgré un énoncé faisant intervenir le domaine géométrique puisqu'il s'agit de dénombrement. Cependant nous pensons que ce classement n'est pas, pour ces deux problèmes, forcément le même pour les enseignants qui les choisissent. En effet, le problème E3F *Les triangles* est résolu en dénombrant mais encore faut-il que les élèves reconnaissent, dans une figure complexe pour le niveau cycle 3, les triangles dont il est question. De même, il s'agit dans le problème E4F *Les cubes* de dénombrer des cubes, encore faut-il que les élèves reconnaissent, dans le dessin proposé, un empilement et distinguent chacun des cubes cachés.

Nous classons dans le domaine de l'organisation et de la gestion de données des énoncés qui ne relèvent ni du numérique, ni du géométrique, ni des grandeurs et mesures mais qui font

intervenir des capacités à mettre en relation entre elles les données de l'énoncé. Par exemple, pour résoudre le problème E2D *Chacun sa place*, aucun calcul n'est demandé, il s'agit pour le résoudre de mettre en relation entre elles toutes les données de l'énoncé, de les organiser afin d'en déduire la place de chacun des enfants autour de la table. Nous pourrions également associer ces énoncés au domaine de la « *logique* », désignation choisie par les auteurs du site *ARMT* (Jaquet et *al*., 1996), afin de caractériser les problèmes nécessitent une réflexion sur les données des énoncés et une mise en cohérence de toutes ces données afin de répondre à la question posée. Les auteurs des problèmes de ce rallye considèrent quatre domaines mathématiques : arithmétique, algèbre, géométrie et logique.

Nous pensons que les enseignants que nous observons considèrent également ces problèmes sans données numériques comme des problèmes en lien avec le domaine de l'organisation et la gestion de données et faisant appel, pour les résoudre, à une certaine logique de la part des élèves. Finalement, suite à l'analyse *a priori* de chacun des énoncés, faisant apparaître les savoirs curriculaires en jeu dans chacun des problèmes, nous établissons alors le classement suivant (Cf. Tableau 7) :

Domaine des nombres et calcul (14 problèmes)	E1A *Les balances*, E1B *Les tonneaux*, E1C *Zinette*, E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture* E3A *Le jeu vidéo*, E3C *La cible olympique*, E3D *L'hémicycle*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles*, E4E *La marmite de confiture*, E4F *Les cubes*, E5B *Le cours de chimie*
Domaine de la géométrie (1 problème)	E5A *Le chien*
Domaine des grandeurs et mesures (3 problèmes)	E1E *L'horloge*, E1F *La course*, E3B *La monnaie.*
Domaine de l'organisation et la gestion de données (6 problèmes)	E1D *Les menteurs*, E2D *Chacun sa place* E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4C *La bûche*, E4D *Le cirque*

Tableau 7 Classement des problèmes selon les quatre domaines mathématiques

Il apparaît que les domaines de la géométrie et des grandeurs et mesures sont très peu représentés. Le problème E5A *Le chien* est le seul nécessitant une résolution faisant appel à des notions issues du domaine géométrique et quatre problèmes sur vingt-quatre relèvent du domaine des grandeurs et mesures.

Les enseignants que nous observons privilégient donc les énoncés associés au domaine des nombres et calcul (14 problèmes sur 24). Tous les problèmes choisis dans ce domaine numérique visent à utiliser des savoirs curriculaires déjà construits depuis quelques années par les élèves de cycle 3, notamment des additions, soustractions et multiplications de nombres

entiers, dans des environnements plus complexes que ceux rencontrés au cycle 2. Par exemple, les problèmes E3D *L'hémicycle* et E4E *La marmite de confiture* font appel au dénombrement (il s'agit de déterminer le nombre de rangées de députés, le nombre de pois) et permettent de réinvestir l'addition, la multiplication de nombres entiers dans des situations inédites, plus complexes, adaptées au niveau d'élèves de cycle 3. Quelques autres notions liées à la numération et étudiées plus récemment, du « *répertoire de la classe* » de fin de cycle 3 (Houdement, 2009) sont également mobilisées : le problème E1B *Les tonneaux* peut permettre d'utiliser les notions de fractions et/ou de nombres décimaux, le problème E1C *Zinette* peut être l'occasion de faire des divisions et des multiplications de nombres entiers, le problème E2C *La plaque de voiture* utilise la notion de multiple (de trois), le problème E5B *Le cours de chimie* fait appel à la notion de proportionnalité.

I-3.2 La nature de la solution du problème et la réponse attendue

Lorsque les élèves de cycle 3 lisent l'énoncé du problème, il ne s'agit pas pour eux de seulement comprendre le texte, la « petite histoire », ils doivent également repérer ce qu'ils ont à faire. « *Ce qui fait la spécificité des représentations particularisées dans le cas d'un énoncé de problème, c'est […] l'existence d'une tâche associée à l'objet que l'on doit se représenter mais aussi le fait que cette tâche définit un contrat particulier entre deux personnes : l'auteur de l'énoncé et celui à qui il est destiné* » (Julo, 1995, p. 16). Après la lecture de l'énoncé et la compréhension du texte, les élèves doivent être en mesure d'identifier ce « *contrat* » qui est alors en jeu et qui va donner à cet énoncé un réel enjeu mathématique.

Pour annoncer cette tâche qui incombe aux élèves, dans seize des problèmes que nous étudions ici sur vingt-quatre, une question est posée : « *Comment peut-il faire ?* » (E1B *Les tonneaux*), « *Quel peut-être le numéro de la plaque* […] ? » (E2C *La plaque de voiture*), etc. Dans les sept autres énoncés qui sont donc sans question, une forme impérative oriente les élèves et leur permet de comprendre ce qui est attendu : « *Détermine combien pèsent* […]» (E1A *Les balances*), « *Cherche toutes les solutions possibles* » (E3E *Les tartelettes*), etc. Globalement, dans chacun des énoncés choisis par les enseignants, nous constatons que la tâche proposée est facilement identifiable par des élèves de cycle 3.

Les élèves, en plus d'identifier ce qu'ils ont à chercher, doivent également comprendre quel type de réponse est attendu. Or habituellement, dans le cours de mathématiques, les élèves ont à résoudre des problèmes qui possèdent une solution unique et cette solution est le plus

souvent un nombre. Dans le cas des problèmes ouverts choisis par les cinq enseignants, notre analyse *a priori* fait apparaître un changement : en effet, les problèmes choisis n'ont pas tous une solution unique, parfois, il n'existe pas de solution ou alors il existe plusieurs solutions possibles. De ce fait la réponse attendue des élèves peut être soit une solution, soit plusieurs solutions, soit toutes les solutions. De plus, la réponse attendue n'est pas toujours un nombre. Afin de comparer les problèmes selon cette réponse attendue, nous les répartissons tout d'abord selon trois catégories : des problèmes ayant une solution unique, n'ayant pas de solution et des problèmes ayant plusieurs solutions possibles. Nous obtenons une première répartition (Cf. Tableau 8) :

Le problème a une solution unique (19 problèmes)	E1A *Les balances*, E1B *Les tonneaux*, E1C *Zinette*, E1D *Les menteurs*, E1E *L'horloge*, E1F *La course*, E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2D *Chacun sa place*, E3A *Le jeu vidéo*, E3B *La monnaie*, E3D *L'hémicycle*, E3F *Les triangles*, E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4D *Le cirque*, E4E *La marmite de confiture*, E4F *Les cubes*, E5A *Le chien*, E5B *La leçon de chimie*
Le problème n'a pas de solution (une question d'un problème)	E2A *Trois nombres qui se suivent (cas 25)*
Le problème a plusieurs solutions possibles (5 problèmes)	E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture*, E3C *La cible olympique*, E3E *Les tartelettes*, E4C *La bûche*

Tableau 8 Classement des problèmes selon les solutions attendues

Même si les problèmes conduisant à une solution unique sont plus nombreux, nous constatons que des énoncés de problèmes pour lesquels plusieurs solutions sont possibles sont choisis. Nous constatons également que très peu de problèmes n'ayant pas de solution, donc de problèmes menant à une impossibilité, sont choisis : seulement dans le problème E2A *Trois nombres qui se suivent,* ce cas apparaît.

A l'intérieur des deux catégories pour lesquelles une solution, au moins, existe, nous regardons quelle réponse est attendue. En effet, un problème tel que E2B *Golf* amène à une procédure experte de résolution, une équation diophantienne, pour laquelle la réponse attendue est un couple de nombres entiers. D'autres problèmes rencontrés au cycle 3 tels que E4B *L'anniversaire*, ne font intervenir aucun nombre. Il convient donc de s'interroger sur le type de réponse(s) possible(s) qui va être lié au contexte du problème proposé. Ces différents types de réponses pouvant être des critères de choix pour un enseignant de cycle 3 lorsqu'il

propose des énoncés de problèmes ouverts. Il peut souhaiter montrer à ses élèves qu'un problème en mathématiques peut avoir une solution unique mais également qu'il peut avoir plusieurs solutions ou ne pas avoir de solution et parmi les solutions à un problème, un enseignant peut également avoir pour objectif de faire apparaître que ces solutions ne sont pas forcément des nombres.

Pour les problèmes à une solution, nous repérons la nature de cette solution et obtenons la répartition présentée ci-après (Cf. Tableau 9). Nous constatons que, la réponse attendue pour trois problèmes seulement sur les vingt-quatre choisis est un nombre alors que tous les autres énoncés conduisent à chercher une réponse différente d'un nombre (plusieurs nombres ou autre chose qu'un nombre) donc différente de ce qui habituellement demandé en classe de cycle 3. Il semblerait donc que le type de la réponse attendue, quand la solution est unique, puisse être un des critères de choix des problèmes pour les cinq enseignants.

La réponse attendue est	Problèmes
un nombre entier	E1C *Zinette*, E3D *L'hémicycle*, E4C *Les cubes*
un doublet de nombres entiers	E3A *Le jeu vidéo*, E3B *La monnaie*,
un triplet de nombres entiers	E1A *Les balances*, E2A *Trois nombres qui se suivent*
trois triplets de nombres entiers	E1B *Les tonneaux*
un quadruplet	E3F *Les triangles*
un quintuplet de nombres entiers	E2C *La plaque de voiture*
une mesure	E1E *L'horloge*
une forme géométrique	E5A *Le chien*
un classement (d'enfants, durée et distance)	E1F *La course*
un prénom	E1D *Les menteurs*
deux prénoms	E4A *Le plus petit*
une répartition	E2D *Chacun sa place* et E4B *L'anniversaire* (répartition des places autour d'une table), E4D *Le cirque* (répartition des spécialités)
vrai ou faux	E5B *La leçon de chimie*
une propriété mathématique	E2A *Trois nombres qui se suivent*

Tableau 9 Classement des problèmes à une solution selon la nature de la réponse attendue

Le tableau 9 révèle une grande variété des réponses attendues : la réponse attendue n'est pas toujours un nombre entier ou une mesure comme cela peut être le cas le plus souvent dans les problèmes rencontrés habituellement par les élèves de cycle 3 mais elle peut être constituée de plusieurs nombres (doublet, triplet de nombres entiers, etc.) et peut être également autre chose qu'un nombre à savoir une forme géométrique, un classement d'élèves, une répartition autour d'une table etc. Parmi les choix des cinq enseignants, seulement 4 problèmes sur 24 mènent à un nombre ou une mesure. Nous pouvons alors penser que les professeurs E1, E2, E3, E4 et

E5 choisissent des problèmes afin de montrer aux élèves que la solution d'un problème n'est pas toujours un nombre unique mais peut prendre des natures relativement variées.

Pour les problèmes ayant plusieurs solutions, il est attendu des élèves qu'ils trouvent une solution, plusieurs solutions ou toutes les solutions, ce qui amène la répartition suivante (Cf. Tableau 10) :

La réponse attendue est	Problèmes
une solution parmi les possibles (un partage, un schéma)	E4C *La bûche*
plusieurs solutions parmi les possibles (un ensemble de nombres)	E3C *La cible olympique*
toutes les solutions (des doublets, des quintuplets)	E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture*, E3E *Les tartelettes*

Tableau 10 Classement des problèmes à plusieurs solutions selon la nature de la réponse attendue

Là encore, la variété de ce qui est attendu des élèves montre que, lorsque plusieurs solutions sont possibles, les enseignants souhaitent faire découvrir à leurs élèves des manières de répondre à un problème, différentes de celles attendues habituellement dans le cours de mathématiques. L'objectif visé pourrait alors être de montrer aux élèves deux choses : tout d'abord lorsqu'ils résolvent un problème mathématique, la solution n'est pas unique. Ensuite, l'énoncé peut les amener à chercher soit la solution, soit une solution parmi les solutions possibles, soit toutes les solutions possibles.

De ce fait, en raison de la variété des réponses attendues parmi les problèmes choisis par les enseignants, nous pouvons penser que ces différentes réponses attendues peuvent être un de leurs critères de choix des énoncés proposés tout au long de l'année.

I-4 Les raisonnements attendus des élèves et la validation des résultats obtenus

En plus d'une occasion de réinvestir des savoirs curriculaires étudiés précédemment par les élèves, deux autres objectifs sont envisageables lors de l'étude des problèmes ouverts® en classe : l'apprentissage de raisonnements mathématiques ainsi que l'apprentissage de la validation de résultats (Houdement, 2009). Nous analysons les problèmes choisis par les cinq enseignants observés afin de déterminer quels modes de raisonnement et de validation peuvent être convoqués par les élèves de cycle 3 pour les résoudre et pour justifier leurs résultats.

I-4.1 Les modes de raisonnements attendus des élèves

« *L'étude du raisonnement chez l'homme permet de comprendre comment il utilise les informations à sa disposition, comment il les transforme, les organise et comment il peut former des connaissances nouvelles à partir de celles-ci* » (Weil-Barais, 1993, p. 485). Afin de résoudre chacun des problèmes ouverts proposés, les élèves produisent divers modes de raisonnements et cette production de raisonnements pourrait être un des enjeux principaux de l'utilisation de tels problèmes en classe. Plusieurs recherches (Douaire, 1999, 2006 ; Georget, 2005 ; Hersant, 2008, 2010 ; Houdement, 2009) ont permis d'éclairer cette question. Avec l'analyse des énoncés de problèmes dont nous disposons, nous cherchons à poursuivre ces travaux en repérant de quels modes de raisonnement il peut s'agir dans les classes que nous observons. Notre but est de déterminer plus précisément à quels types d'activité mathématique les professeurs souhaitent confronter leurs élèves. L'enseignant leur demande-t-il seulement de chercher, leur demande-t-il d'expliquer leurs démarches et donc leurs raisonnements ou insiste-t-il pour que les élèves prouvent leurs résultats ?

Une équipe[34] de l'IREM de Lyon en 1992 étudiant l'initiation au raisonnement déductif pour des élèves du collège expliquent que « *le but du raisonnement est de découvrir par l'examen de ce que l'on sait déjà quelque autre chose que l'on ne sait pas encore* » (Arsac et *al*., 1992, p. 9). Nous nous appuyons sur cette caractérisation du raisonnement dans la suite de notre travail. Le travail de l'équipe de l'IREM de Lyon concerne le raisonnement déductif au collège et un autre mode de raisonnement est à considérer, pour l'école primaire comme pour le collège : le raisonnement expérimental (Houdement, 2009). En effet, même si « *un des objectifs de l'école est d'augmenter la faculté des élèves à traiter déductivement le maximum de problèmes […], il semble intéressant de conserver, dans les mathématiques, des problèmes qui resteront à raisonnement expérimental pour tous les élèves* » (Houdement, 2009, p. 42). Nous tenons donc compte, dans nos analyses, de ce mode de raisonnement puisque les problèmes choisis par les enseignants sont susceptibles d'amener à faire des conjectures et à les tester pour les résoudre.

Du point de vue des instructions officielles, les élèves de cycle 3 doivent acquérir des aptitudes à raisonner, afin de se préparer au mieux à l'enseignement des mathématiques proposé au collège. Concernant la résolution de problèmes, il est précisé que les élèves doivent apprendre à « *organiser par un raisonnement différentes étapes d'une résolution* »

[34] Arsac, Chapiron, Colonna, Germain, Guichard et Mante.

(MEN, 2008). Au collège, « *la résolution de problèmes, en mathématiques, recouvre plusieurs activités qui, toutes, s'appuient sur le raisonnement de l'élève* » (MEN, 2008). Il s'agit pour nous de repérer si les professeurs des écoles utilisent les problèmes ouverts®, pour cela. Dans les programmes de mathématiques, plusieurs types de raisonnements sont à distinguer et parmi eux, le raisonnement par l'absurde, par contraposée, par récurrence, par disjonction de cas. Au collège et à l'école primaire, les instructions officielles notamment dans un document d'accompagnement des programmes du collège « *Raisonnement et démonstration* » (MEN 2008, 2009) insistent sur le raisonnement par induction et présomption et le raisonnement par déduction. Concernant le raisonnement inductif, les auteurs de ce document notent qu'il « *prend toute sa place en mathématiques dans la phase de recherche* » (MEN, 2009). Il permet à partir de l'étude de quelques exemples, à partir de quelques essais de formuler une conjecture, une propriété générique. Ce raisonnement fonctionne selon un schéma présomptif qui peut se résumer dans les instructions officielles (MEN, 2009) par l'affirmation suivante : « *constatant que dans les exemples où (A est vrai) alors (B est vrai) je présume que (A implique B) est vraie* » (MEN, 2009, p. 2). Le raisonnement déductif, quant à lui, est présenté comme l'établissement d'une preuve. Il s'agit à partir des données reconnues comme vraies, par un enchaînement logique, de déduire une propriété. « *Sachant que (A est vraie) et que (A implique B), je déduis que (B est vraie)* » (*Ibid*., p. 2). Le raisonnement inductif permet de mener les élèves à l'élaboration d'une conjecture. Le raisonnement déductif leur permet de prouver cette conjecture. La réflexion proposée autour de ces deux types de raisonnement, par induction et par déduction, en précisant que « *raisonner en mathématiques, ce n'est pas seulement pratiquer le raisonnement déductif* » (*Ibid*., p. 2) rappelle le travail de G. Polya (1958) concernant « *les mathématiques et le 'raisonnement plausible'* ». En effet, Polya explique que « *le résultat du travail créateur du mathématicien est un raisonnement démonstratif, une preuve, mais cette preuve est découverte par un raisonnement plausible, en essayant de deviner* ». De plus, il précise qu'il « *devrait y avoir place dans l'enseignement des mathématiques pour l'art de deviner. L'enseignement devrait préparer à l'invention, ou du moins en donner un avant-goût* » (Polya, 1958, p. 271). En allant dans le même sens, le document d'accompagnement consacré à l'étude des raisonnements et démonstrations insiste sur le fait que les enseignants doivent amener les élèves à apprendre à « *s'engager au préalable dans une phase d'investigation pendant laquelle la démarche est essentiellement inductive* » tout en soulignant qu'« *une des difficultés majeures pour le professeur va donc consister à faire vivre dans la classe des moments où il va faire pratiquer à ses élèves des raisonnements inductifs*

(notamment pour expliquer comment on trouve des résultats), tout en devant les leur refuser et leur apprendre à les remplacer par des raisonnements déductifs dans les démonstrations. […] Pour l'élève, la difficulté est double » (MEN, 2009, p. 3). Afin de préciser ce qu'elles entendent par raisonnement déductif, les instructions officielles du collège envisagent également que les élèves, face à une démarche de recherche, sont susceptibles d'utiliser un raisonnement utilisant un contre-exemple, le raisonnement par l'absurde et le raisonnement par le principe de l'exhaustivité des cas.

Dans notre étude, nous faisons le choix de considérer différents types de raisonnements pouvant être convoqués par des élèves de cycle 3 : le raisonnement par induction et le raisonnement déductif, en particulier l'implication logique, le principe de l'exhaustivité des cas, le raisonnement par l'absurde et par disjonction des cas. De plus, nous considérons que le passage par la modélisation d'un énoncé est un raisonnement accessible pour des élèves de cycle 3. Il consiste pour eux à utiliser une modélisation de la réalité (de transformer un énoncé en lien avec la vie courante en un énoncé utilisant des outils mathématiques). En effet nous pensons, comme Houdement (2009), que l'apprentissage de la modélisation peut également être un objectif lors de l'étude de ces problèmes, dans les classes des cinq enseignants observés. A ces raisonnements, nous pouvons également ajouter le raisonnement par essais et ajustements (MEN, 2002, 2003). Ce procédé est utilisé par de nombreux élèves lors de la résolution de problèmes inédits pour eux, il relève du raisonnement expérimental (Houdement, 2009) et constitue une étape pour des élèves de ce niveau dans l'apprentissage du raisonnement mathématique, en étant capables par exemple de repérer qu'un essai aboutit à une solution fausse pour l'ajuster afin de se rapprocher de plus en plus de la réponse exacte.

Il ressort finalement de notre analyse *a priori* des énoncés que plusieurs de ces raisonnements peuvent être convoqués dans la résolution d'un même problème. Nous retrouvons, lors de cette analyse, les difficultés que Douaire pointe dans sa thèse : « […] *les différentes formes d'inférence entretiennent des relations très étroites, à tel point qu'il est parfois difficile d'identifier une pure induction ou une pure déduction* » (Douaire, 2006, p.16). C'est pourquoi un même problème peut faire intervenir plusieurs raisonnements et de ce fait, dans le tableau suivant, un énoncé peut apparaître dans plusieurs cases différentes (Cf. Tableau 11).

Raisonnement par induction et présomption 9 problèmes		E1A *Les balances*, E1B *Les tonneaux*, E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2B *Golf*, E3A *Le jeu vidéo*, E3B *La monnaie*, E3C *La cible olympique*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles*
Raisonnement par déduction	Implication logique 14 problèmes	E1A *Les balances*, E1C *Zinette*, E1D *Le menteur*, E1E *L'horloge*, E1F *La course*, E2C *La plaque de voiture*, E2D *Chacun sa place*, E3B *La monnaie*, E3D *L'hémicycle*, E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4D *Le cirque*, E4E *La marmite de confiture*, E4F *Les cubes*
	Exhaustivité des cas 4 problèmes	E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles*
	Par l'absurde 7 problèmes	E1D *Le menteur*, E1F *La course* E2D *Chacun sa place*, E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4D *Le cirque*, E5B *La leçon de chimie*
	Disjonction de cas 1 problème	E1B *Les tonneaux*
Modélisation 8 problèmes		E1B *Les tonneaux*, E2D *Chacun sa place*, E3D *L'hémicycle*, E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4C *La bûche*, E4D *Le cirque*, E5A *Le chien*

Tableau 11 Classement des problèmes selon les raisonnements attendus des élèves

L'équipe de l'IREM de Lyon (1992) considèrent que « *le mot raisonnement est susceptible de multiples définitions, il présente […] une ambiguïté (qui est aussi une commodité) : il désigne à la fois l'activité intellectuelle qui aboutit au but visé et le résultat écrit ou oral de cette activité* » (*Ibid*., 1992, p. 10). De ce fait, le classement du tableau 11 selon divers raisonnement ne nous semble pas être suffisant pour établir avec précision quelles mathématiques les enseignants peuvent faire fréquenter à leurs élèves. Afin de préciser la proposition des enseignants, une analyse en termes de validation des résultats et de preuves envisageables au cycle 3 s'avère nécessaire.

I-4.2 La validation des résultats obtenus

Houdement (2009) précise que résoudre des problèmes ouverts® à l'école primaire « *est l'occasion d'engager les élèves dans un rapport à la vérité* » (Houdement, 2009, p. 42). Il s'agit d'amener l'élève à « *prendre en charge lui-même la validation de sa réponse ou du moins à en contrôler certains éléments* » (*Ibid*., p. 43). Nous analysons donc également les problèmes choisis par les enseignants afin de déterminer en quoi ils permettent d'initier les élèves de cycle 3 à la validation de leur réponse et par extension, à la preuve en

mathématiques. Nous considérons la preuve au sens de Balacheff (1987) à savoir l'idée de produire « *une explication acceptée par une communauté donnée à un moment donné* » (Balacheff, 1987, p.148). Celui-ci considère que lorsque des élèves sont face à la nécessité de valider un résultat, deux types de preuves différentes apparaissent : des *preuves pragmatiques* et de *preuves intellectuelles*. Les preuves pragmatiques sont « *intimement liées à l'action et à l'expérience* » (Arsac et *al*., 1992, p. 12), les élèves justifiant un résultat en se basant seulement sur quelques exemples ou encore, en géométrie, en mesurant sur une figure qu'ils ont tracée. Les preuves intellectuelles quant à elles, nécessitent de prendre du recul par rapport à l'expérience. Elles consistent à donner des *explications* qui permettent d'être sûr et qui permettent de convaincre la classe que la réponse au problème est atteinte.

Nous nous intéressons aux raisonnements que vont mener les élèves afin d'établir une preuve intellectuelle de leurs résultats. En revanche, l'apprentissage de la démonstration étant un des objectifs du collège et non du cycle 3, nous ne cherchons pas à étudier une mise en forme structurée de ces raisonnements autrement dit nous n'attendons pas des élèves la rédaction formalisée d'une démonstration.

Douaire (2006) montre que les élèves de cycle 3 sont capables de donner des preuves, qu'ils ont la possibilité de s'y initier malgré leur jeune âge et leurs connaissances mathématiques encore limitées à condition qu'on leur propose des situations adaptées. Deux de ces situations, développées avec l'équipe *Ermel* -E2A *Les trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*- figurent parmi les choix de E2. Ces deux problèmes sont construits de manière à amener les élèves à mettre de côté les « *vérifications pratiques* » et à les inciter à « *avoir recours à des raisonnements mathématiques* ». Douaire (2006), étant donné que son objectif est de repérer les différentes preuves susceptibles d'être utilisées par des élèves du niveau cycle 3, choisit une caractérisation amenant à considérer les différents problèmes selon les « *procédures de preuve qu'ils sollicitent* ». Nous reprenons cette caractérisation dans notre étude afin d'étudier les énoncés dont nous disposons et afin de repérer si, comme avec les problèmes E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*, la notion de preuve mathématique peut être réellement approchée.

Nous constatons que certains des problèmes choisis par les enseignants amènent les élèves à prouver leur résultat du fait de la réponse attendue : il s'agit outre les problèmes E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*, des problèmes E2C *La plaque de voiture*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles* et E4F *Les cubes* pour lesquels les élèves doivent trouver toutes les solutions et, de ce fait, prouver qu'ils les ont toutes trouvées. La preuve d'avoir obtenu le

résultat qui convient nécessite alors d'exhiber à quel moment leur recherche s'arrête. Les problèmes proposés faisant intervenir des nombres entiers se situent dans un ensemble discret et une recherche exhaustive des solutions possibles est alors une preuve.

D'autres problèmes pourraient mener à plusieurs solutions mais du fait des contraintes de l'énoncé, la solution est unique : il s'agit des problèmes E1B *Les tonneaux*, E2A *Trois nombres qui se suivent* et E3B *La monnaie*. En effet, la répartition des tonneaux dans le problème E1B *Les tonneaux* pourrait se concevoir de plusieurs manières, par exemple en effectuant des transvasements pour compléter les tonneaux à moitié pleins. La répartition attendue est unique du fait de trois contraintes imposées par l'énoncé : chacun des fils doit obtenir le même nombre de tonneaux, la même quantité de vin et aucun transvasement ne peut être effectué. Une manière de prouver que le résultat trouvé est correct est de vérifier s'il remplit ces contraintes. Une manière de l'invalider est de montrer qu'une des contraintes n'est pas remplie. Dans le problème E2A *Trois nombres qui se suivent*, les sommes proposées peuvent être atteintes de plusieurs manières cependant la seule réponse considérée comme correcte est celle pour laquelle les trois nombres trouvés sont consécutifs. Dans le problème E3B *La monnaie*, de la même façon, il existe plusieurs possibilités pour atteindre la somme de 84 euros avec des billets et des pièces mais la contrainte qui impose que le nombre de billets est le même que le nombre de pièces, fait que la solution est unique et si une solution proposée ne vérifie pas cette contrainte alors elle n'est pas correcte.

Nous retrouvons ici deux types de problèmes étudiés par Douaire (2006) et pouvant mener à la preuve mathématique : les problèmes de recherche de toutes les possibilités et les problèmes à contraintes.

Cependant, dans notre étude, d'autres problèmes apparaissent, notamment ceux liés à la vie courante. Ils nécessitent de considérer d'autres catégories que celles proposées par Douaire (2006), catégories qui s'éloignent de la preuve en mathématique mais qui sont plus liées à la validation du résultat obtenu, à son contrôle. Par exemple, afin de valider ou d'invalider une solution proposée au problème E1A *Les balances*, les élèves peuvent, dans un premier temps se référer à leur connaissance de la réalité. Si les masses des personnages dépassent une certaine plausibilité, les résultats obtenus sont faux (les élèves peuvent raisonnablement penser qu'un adulte peut peser au-delà de 100 kilogrammes mais sans doute ni un enfant, ni un chien). Cependant, le fait qu'un résultat soit plausible par référence à la réalité ne permet pas d'attester que ce résultat est correct. En reprenant le problème E1A *Les balances*, des masses de 120 kilogrammes pour Dédé, 25 pour Francis et 10 pour le chien, sont tout à fait

plausibles mais ne sont pas des réponses correctes pour le problème proposé. De ce fait, les élèves s'ils veulent valider leur résultat doivent revenir à l'énoncé d'un point de vue mathématique et vérifier la cohérence de ce qu'ils ont trouvé avec les données numériques de l'énoncé. Toujours à partir de l'exemple précédent, il suffit d'ajouter 120 et 10 pour constater que cette solution n'est pas cohérente avec la donnée de la pesée de Dédé et du chien (qui est 140 kilogrammes et non 130) et en déduire que cette solution est incorrecte. Il s'agit en quelque sorte pour l'élève de contrôler ses calculs, ses résultats en faisant ou refaisant certaines opérations à partir des données numériques présentes dans l'énoncé.

Pour ce qui concerne les problèmes sans données numériques, la vérification de la cohérence des solutions trouvées avec les données de l'énoncé est également possible et aboutit à des contradictions lorsque celles-ci sont incorrectes. Par exemple, l'énoncé du problème E4B *L'anniversaire* indique que Matthieu est entre deux filles et fait face à Alexandre, il est alors possible d'envisager Audrey à la gauche de Matthieu. Cependant, ce choix pour Audrey entre en contradiction avec le fait qu'Alexandre se situe à la gauche de Margaux et que Charles se trouve entre Audrey et Alexandre. Cette validation, ce contrôle du résultat trouvé s'appuie sur un raisonnement par l'absurde.

Ces analyses nous amènent à répartir les énoncés de problèmes selon le tableau 12 :

Modes de validation	Problèmes
Par une preuve : problèmes de recherche de toutes les possibilités 6 problèmes	E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture*, E3A *Le jeu vidéo*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles*, E4F *Les cubes*
Par une preuve : problèmes à contraintes 3 problèmes	E1B *Les tonneaux* (ne pas transvaser, la même quantité de vin, de tonneaux), E2A *Trois nombres qui se suivent* (les trois nombres cherchés sont consécutifs), E3B *La monnaie* (le même nombre de billets et de pièces)
Par un premier type de contrôle : la plausibilité en référence à une connaissance de la réalité 5 problèmes	E1A *Les balances*, E1E *L'horloge,* E4C *La bûche*, E4F *Les cubes*, E5A *Le chien*
Par un deuxième type de contrôle : la cohérence avec les données de l'énoncé 14 problèmes	E1A *Les balances*, E1C *Zinette*, E1D *Les menteurs*, E1E *L'horloge*, E1F *La course*, E2D *Chacun sa place*, E3C *La cible olympique*, E3D *L'hémicycle*, E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4D *Le cirque*, E4E *La marmite de confiture*, E5A *Le chien*, E5B *La leçon de chimie*

Tableau 12 Classement des problèmes selon le mode de validation possible

I-5 Les problèmes choisis sont-ils des problèmes ouverts® ?

Lorsque nous étudions, au regard de la caractérisation des problèmes ouverts® par Arsac, Germain et Mante (1988) chacun des énoncés, nous obtenons qu'un petit nombre de problèmes choisis par les enseignants ne peut pas être qualifié de problème ouvert® pour les classes de cycle 3. Il s'agit des énoncés E1C *Zinette*, E3F *Les triangles*, E4A *le plus petit* et E4C *La bûche*. Ces problèmes permettent bien de mettre des élèves de cycle 3 en activité de recherche, les énoncés sont relativement courts, proches des *domaines conceptuels des élèves* (Arsac, Germain et Mante, 1988). Ils nous semblent justement trop proches de ce que les élèves étudient en classe. Le problème E1C *Zinette* fait appel à des soustractions successives et au concept de division euclidienne et pourrait être proposé, avec des élèves de CM1, CM2, en application d'une leçon sur la division. Le problème E3F *Les triangles* est un recensement de tous les triangles contenus dans une figure géométrique complexe et peut être utilisé en cycle 3 pour évaluer des élèves sur leurs connaissances concernant les triangles particuliers et leurs compétences à les repérer dans une figure complexe. Le problème E4A *Le plus petit* propose de ranger par ordre croissant des enfants, ce problème nous semble trop simple pour permettre aux élèves de réellement développer en cycle 3 des capacités de recherche et de raisonnement ; de même, pour le problème E4C *La bûche* dans lequel il est demandé de partager une bûche équitablement.

Par ailleurs, nous constatons que les problèmes choisis par E1, amènent les élèves à réellement chercher, la solution n'étant pas immédiate et les élèves de cycle 3 ne disposant pas non plus immédiatement d'une procédure efficace pour les résoudre. Cependant la solution est unique et ne nécessite pas d'être discutée en classe. Ces problèmes ne semblent pas riches au point de pouvoir mener la classe à des phases de débat et contraindre les élèves à prouver aux autres les résultats qu'ils obtiennent. Cette phase est pourtant considérée comme un des objectifs des problèmes ouverts®. Nous considérons donc que ces problèmes sont des problèmes ouverts® pour les élèves de la classe de E1 mais les énoncés choisis ne permettent pas d'atteindre tous les objectifs liés aux problèmes ouverts® définis par Arsac, Germain et Mante (1988).

L'enseignant E2 propose à ses élèves d'étudier des problèmes ouverts®, en effet chacun des énoncés qu'il choisit permettent d'atteindre, avec des élèves de cycle 3, les objectifs fixés par Arsac, Germain et Mante (1988), notamment ceux en lien avec le développement de capacité

de raisonnement. Cinq des six problèmes choisis par l'enseignant E » sont des problèmes ouverts®, ils permettent notamment de mettre en œuvre la démarche scientifique préconisée par Arsac, Germain et Mante (1988). Nous l'avons vu plus haut, deux parmi les six problèmes choisis par E4 ne sont pas des problèmes ouverts®. L'enseignant E5 choisit des problèmes proches des notions étudiées en cycle 3 (la notion de cercle, de disque et la proportionnalité). Cependant les deux problèmes E5A *Le chien* et E5B *La leçon de chimie* sont des problèmes ouverts® pour des élèves de cycle 3 au moment dans l'année où E5 les proposent du fait notamment du choix de procédures de résolution qui est laissé aux élèves, aucune question intermédiaire n'indiquant aux élèves ni quelle(s) notion(s), ni quelle démarche ils ont à utiliser pour les résoudre.

I-6 Conclusion : certains types de problèmes privilégiés, d'autres non

Il ressort de nos analyses des énoncés que certains types de problèmes ne sont jamais choisis ou le sont très peu par les cinq enseignants de notre étude.

I-6.1 En considérant les domaines mathématiques des instructions officielles

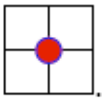
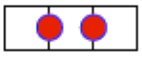
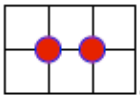
Les instructions officielles demandent aux professeurs des écoles de travailler les mathématiques selon quatre domaines d'étude : *les nombres et calcul*, *la géométrie*, *les grandeurs et mesures* ainsi que *l'organisation et la gestion de données*. Dans notre étude, seulement un énoncé peut être relié au domaine de la géométrie (E5A *Le chien*) même si deux autres problèmes y font référence tout en étant liés au domaine de la numération du fait du dénombrement des figures (E3F *les triangles*, E4F *Les cubes*). Ainsi les cinq enseignants choisissent surtout des problèmes liés au domaine numérique et/ou à l'organisation et gestion de données. Il semble donc que, pour les cinq enseignants, les problèmes ouverts soient à traiter surtout dans ces deux derniers domaines.

I-6.2 En considérant les types de problèmes proposés par la recherche

Des chercheurs (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983 ; Arsac, Germain et Mante, 1988 ; Douaire, 2006 ; Hersant et Thomas, 2008, Hersant, 2010) ont étudié différents types de problèmes ouverts. Certains de ces types d'énoncés ne sont jamais choisis par les enseignants de notre propre étude. Il s'agit de problèmes d'optimisation (Arsac, Germain, Mante et Pichod, 1983 ; Arsac, Germain et Mante, 1988 ; Hersant et Thomas, 2008, Hersant, 2010).

Les problèmes d'optimisation demandent aux élèves de rechercher un optimum. Par exemple, dans le problème intitulé *Les étiquettes* (Thomas, 2007), il est demandé aux élèves de « *découper le plus possible d'étiquettes* » ou encore dans *Les gommettes* (Thomas, 2007), les élèves doivent « *essayer d'assembler le plus possible de carrés avec six gommettes* ». Les énoncés sont les suivants :

Les gommettes

On assemble des carrés de carton tous identiques à l'aide de gommettes.
Avec une gommette, on peut assembler deux carrés comme ceci : .
On peut aussi en assembler quatre comme ceci :  .
Avec deux gommettes, on peut assembler trois carrés comme ceci : 
On peut aussi en assembler six de la façon suivante :  .
Essayez d'assembler le plus possible de carrés avec 6 gommettes.

Les étiquettes

On dispose d'un rectangle dessiné sur papier quadrillé.
Sa longueur est de 24 carreaux, sa largeur de 17 carreaux.
On veut découper dans ce rectangle des étiquettes rectangulaires de 7 carreaux sur 5.
Essayez de découper le plus possible d'étiquettes.

L'approche est dans un premier temps empirique puis nécessite la construction de nécessités puisque les élèves, afin de convaincre les autres élèves qu'ils ont trouvé ce maximum, doivent prouver l'impossibilité de faire mieux (Hersant, 2010).

Les cinq enseignants de notre étude ne choisissent pas ce type de problèmes pour leurs élèves. Comment pouvons-nous expliquer ce choix ? Nous pouvons à ce stade de notre étude faire quelques hypothèses. Ce choix peut être lié aux objectifs d'apprentissage de ces problèmes qui ne correspondraient pas aux attentes des enseignants ou qui ne seraient pas clairement

identifiés par ces enseignants. Ce choix peut également être lié au fait que les cinq enseignants observés considèrent ces problèmes comme étant trop difficiles à résoudre par leurs élèves.

II- Les parcours mathématiques proposés dans chacune des classes

Afin de déterminer quelles mathématiques chacune des classes observées est amenée à fréquenter à partir de problèmes ouverts, nous reprenons l'inventaire pour chacun des enseignants des problèmes qu'il choisit et nous étudions ces choix. Rappelons que les énoncés et leur analyse *a priori* sont disponibles en Annexes B. L'analyse des problèmes, réalisée dans les sections précédentes, nous permet d'établir pour chacun des cinq enseignants observés un tableau de synthèse indiquant les domaines mathématiques dans lesquels sont répertoriés les problèmes, la nature des solutions du problème, la réponse attendue, les raisonnements permettant d'atteindre la réponse ainsi que la validation des résultats. L'ensemble de ces éléments participent à la détermination du *parcours mathématique* proposé à chaque classe. Dans le tableau de synthèse (Cf. Tableau 18), étant donné que notre travail se situe au niveau de l'école primaire, nous considérons dans une même colonne des raisonnements qui permettent de trouver des solutions et d'autres qui permettent de valider une réponse au problème posé.

II-1 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E1

L'enseignant E1 choisit les six énoncés de problèmes suivants : E1A *Les balances,* E1B *Les tonneaux*, E1C *Zinette*, E1D *Les menteurs*, E1E *L'horloge* et E1F *La course*.

Les problèmes ne se situent pas dans le domaine de la géométrie. Trois problèmes sur les six choisis se situent dans le domaine des *nombres et calcul*, deux sont dans le domaine des *grandeurs et mesures,* un dans le domaine de *l'organisation et la gestion de données*.

Problèmes	Domaine mathématique				Nature des solutions	Réponse attendue	Mode de raisonnement attendu
	Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			
E1A *Les balances*	X				Un triplet d'entiers	L'unique triplet	Induction/Implication logique/Essais-ajustements
E1B *Les tonneaux*	X				Trois triplets de nombres entiers	L'unique répartition rédigée ou présentée sous la forme d'un schéma	Modélisation/Induction/ Disjonction de cas/ Essais-ajustements
E1C *Zinette*	X				Un doublet de nombres entiers	L'unique doublet	Implication logique
E1D *Les menteurs*				X	Un prénom	L'unique prénom	Implication logique/ Par l'absurde/Essais-ajustements
E1E *L'horloge*			X		Une mesure (en heures et minutes)	L'unique mesure	Implication logique/ Essais-ajustements
E1F *La course*			X		Un classement	L'unique classement	Implication logique/ Raisonnement par l'absurde

Tableau 13 Parcours mathématique proposé par E1

La réponse attendue est toujours unique cependant les solutions ne sont jamais du même type : il peut s'agir d'un triplet, d'un doublet de nombres entiers, de trois triplets de nombre entiers (correspondant à la répartition des tonneaux entre les trois fils qui peut être rédigée ou présentée sous la forme d'un schéma, d'une mesure (en heures et minutes ou minutes, secondes et mètres) ou d'un prénom.

Il apparaît que quatre problèmes sur les six peuvent être résolus par des essais et ajustements, en tenant compte des données et contraintes de l'énoncé. Néanmoins, ces essais peuvent être réalisés suite à des implications logiques : par exemple, dans le problème E1A *Les balances*, les élèves constatent un écart de 5 kilogrammes entre le chien et l'enfant. Ils sont ajustés en raisonnant également par l'absurde : pour résoudre le problème E1D *Le menteur*, les élèves raisonnent en utilisant le fait qu'un élève ne peut pas mentir et dire la vérité en même temps, ce qui leur permet d'aboutir à des contradictions lorsqu'ils font des essais.

Finalement, les élèves de cette classe peuvent être confrontés à plusieurs modes de raisonnement : le raisonnement par essais et ajustements leur permettant d'atteindre des solutions, les raisonnements par implication et par l'absurde qui permettent d'atteindre et de

valider la réponse. Cette réponse étant toujours unique, les élèves ne sont jamais confrontés au raisonnement par le principe de l'exhaustivité des cas.

II-2 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E2

L'enseignant E2 choisit les quatre problèmes suivants : E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture* et E2D *Chacun sa place*.

Problèmes	Domaine mathématique				Nature des solutions	Réponse attendue	Type de raisonnement attendu
	Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			
E2A *Trois nombres qui se suivent*	X				Un triplet de nombres entiers Une impossibilité Une relation mathématique	L'unique triplet Preuve de l'impossibilité Preuve de la relation	Induction et présomption / Implication logique/Essais-ajustements
E2B *Golf*	X				Un doublet de nombres entiers	Toutes les solutions	Induction/ Essais-ajustements/ Exhaustivité
E2C *La plaque de voiture*	X				Un quintuplet de nombres entiers	Toutes les solutions	Implication logique/ Essais-ajustements/ Exhaustivité
E2D *Chacun sa place*				X	Une répartition	La solution unique sous forme d'un schéma	Modélisation/ Par l'absurde/ Essais-ajustements

Tableau 14 Parcours mathématique proposé par E2

Trois des problèmes sur les quatre se situent dans le domaine des *nombres et calcul* et un problème dans le domaine de *l'organisation et de la gestion de données*. Aucun problème n'est choisi dans les domaines de la *géométrie* et des *grandeurs et mesures.*

Concernant le problème E2A *Trois nombres qui se suivent,* E2 choisit de demander aux élèves de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est 96, 462, 25 et 45 puis leur demande d'expliquer comment savoir quand un nombre peut s'écrire sous la forme de la somme de trois nombres « qui se suivent ». Dans le cas du problème E2B *Golf*, E2 demande aux élèves d'obtenir 41 puis 97 en faisant la somme de multiples de 8 et de multiples de 3 (et de chercher

le plus de solutions possibles), 92 avec des multiples de 5 et des multiples de 3 (de chercher toutes les solutions et d'expliquer pourquoi elles sont toutes trouvées).

L'étude des quatre énoncés montre que, pour trouver des éléments de réponse, les élèves peuvent procéder par essais et ajustements. Suivant les questions posées, les élèves ont à proposer soit la solution au problème quand elle est unique, soit toutes les solutions possibles. Cependant la recherche de solutions par essais et ajustements leur permettra de trouver la solution au problème quand elle est unique mais ne leur permettra pas d'être sûr de les avoir toutes lorsque toutes les solutions sont attendues. Dans le premier problème E2A *Trois nombres qui se suivent*, ils sont également amenés à constater et prouver une impossibilité puis à énoncer et prouver une propriété mathématique. Le dernier problème, E2D *Chacun sa place*, est différent : aucun nombre n'est utilisé, la solution attendue est une répartition des enfants, repérés par leur prénom autour d'une table. Les élèves peuvent expliquer par des phrases leur répartition ou faire un schéma représentant la table et y inscrire les prénoms.

Les raisonnements attendus sont basés sur le principe de l'exhaustivité des cas afin de prouver qu'ils ont trouvé toutes les solutions possibles ou s'effectuent par implication logique quand ils doivent prouver la propriété mathématique conjecturée ou encore par l'absurde quand, par exemple, ils testent les places autour de la table des enfants.

II-3 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E3

L'enseignant E3 choisit de proposer à sa classe les six problèmes suivants : E3A *Le jeu vidéo*, E3B *La monnaie*, E3C *La cible olympique*, E3D *L'hémicycle*, E3E *Les tartelettes*, E3F *Les triangles*.

E3 choisit cinq problèmes sur six dans le domaine des nombres et calcul et un problème (E3B *La monnaie*) dans le domaine des grandeurs et mesures. Pour résoudre ce dernier problème, les élèves doivent trouver deux sommes en euros. Dans les cinq autres problèmes, E3A *Le jeu vidéo*, E3C *La cible olympique*, E3D *L'hémicycle*, E3E *Les tartelettes* et E3F *Les triangles*, les solutions attendues sont des ensembles de nombres entiers : un seul nombre, un doublet ou un quadruplet.

Problèmes	Domaine mathématique				Nature des solutions	Réponse attendue	Type de raisonnement attendu
	Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			
E3A *Le jeu vidéo*	X				Un doublet de nombres entiers	L'unique solution	Induction/ Essais-ajustements
E3B *La monnaie*			X		Un doublet (en euros)	L'unique solution	Induction / Essais-ajustements/ Implication logique
E3C *La cible olympique*	X				Un ensemble de nombres	Des solutions	Induction / Essais-ajustements
E3D *L'hémicycle*	X				Un nombre entier	L'unique solution	Modélisation / Implication logique
E3E *Les tartelettes*	X				Un doublet de nombres entiers	Toutes les solutions	Induction / Essais-ajustements/ Exhaustivité
E3F *Les triangles*	X				Un quadruplet de nombres entiers	La solution unique	Induction / Exhaustivité

Tableau 15 Parcours mathématique proposé par l'enseignant E3

Les procédures de résolution peuvent être basées sur un raisonnement par essais et ajustements en lien avec les données et les contraintes des énoncés. Les élèves sont amenés également à raisonner par implication logique. L'énoncé du problème E3C *La cible olympique* n'indique pas le nombre de solutions attendues, il ne dit pas non plus de trouver toutes les solutions, les élèves sont donc libres de proposer autant de solutions qu'ils veulent. Alors que dans les problèmes E3E *Les tartelettes* et E3F *Les triangles*, les élèves doivent trouver toutes les solutions donc raisonner par exhaustivité. Pour résoudre le problème E3D *L'hémicycle*, les élèves peuvent être amenés à raisonner par modélisation afin d'établir une relation entre deux rangées de députés.

E3, à travers le parcours mathématique choisi, confronte sa classe à plusieurs raisonnements et une progression semble se dégager : les deux premiers problèmes et le quatrième proposés dans l'année mènent à une solution unique en raisonnant par essais et ajustements, par induction et par implication logique. Le troisième problème possède plusieurs solutions, les élèves doivent en trouver plusieurs mais pas toutes. Le quatrième problème mène à une solution unique mais propose un raisonnement nouveau pour la classe, par modélisation peut être convoqué. Et dans le cinquième problème, toutes les solutions doivent être trouvées ce qui permet d'évoquer le raisonnement utilisant le principe d'exhaustivité des cas.

II-4 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E4

E4 choisit essentiellement des énoncés en lien avec la vie courante. Même dans le cas du problème E4F *Les cubes*, les élèves sont rapidement amenés à imaginer un empilement de cubes de bois qu'ils ont déjà eu l'occasion de manipuler, dans leur scolarité. Le problème E4C *La bûche* propose de partager équitablement une bûche, aucun calcul n'est nécessaire, un schéma peut permettre d'expliciter une solution. Trois des énoncés choisis (E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4D *Le cirque*) sont des problèmes sans nombre. En fait, la résolution des problèmes E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*, E4C *La bûche* et E4D *Le cirque* ne suppose pas d'utiliser des opérations mais implique de la part des élèves une analyse et une organisation logique des données et contraintes des énoncés. L'ensemble des problèmes proposés par E4 peut être résolu par des essais et ajustements et par implication logique. Les deux derniers problèmes E4E *La marmite de confiture* et E4F *Les cubes* amènent à effectuer un dénombrement soit en comptant les pois ou les cubes, soit en déterminant une relation entre les pois ou les cubes disposés selon les schémas proposés dans les énoncés.

Problèmes	Domaine mathématique				Nature des solutions	Réponse attendue	Type de raisonnement attendu
	Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			
E4A *Le plus petit*				X	Deux prénoms	Les deux prénoms	Implication logique/ par l'absurde
E4B *L'anniversaire*				X	Une répartition	L'unique répartition (sous forme d'un schéma)	Modélisation/ Implication logique/ Par l'absurde
E4C *La bûche*				X	Un partage	Un partage parmi toutes les possibilités (sous forme d'un schéma)	Modélisation
E4D *Le cirque*				X	Une répartition	L'unique répartition (sous forme d'une liste ou d'un tableau)	Implication logique/ Par l'absurde
E4E *La marmite de confiture*	X				Un nombre entier	L'unique solution	Implication logique
E4F *Les cubes*	X				Un nombre entier	L'unique solution	Implication logique

Tableau 16 Parcours mathématique proposé par l'enseignant E4

Le parcours mathématique proposé par E4 est construit autour de problèmes en lien avec la vie courante. La solution des problèmes étant unique, le raisonnement par le principe de l'exhaustivité des cas n'est pas convoqué dans la résolution des problèmes choisis.

II-5 Le parcours mathématique proposé par l'enseignant E5

E5 choisit deux problèmes dans des domaines différents : le premier dans le domaine de la *géométrie*, le deuxième dans celui des *grandeurs et mesures*. Afin de résoudre le problème E5A *Le chien*, les élèves sont amenés à modéliser la situation en lien avec la réalité, à faire appel à la notion d'aire puis à donner une solution sous la forme d'un schéma pour, afin de répondre au problème posé, refaire ensuite le lien avec la réalité. Dans le cas du problème E5B *La leçon de chimie*, les élèves sont amenés à utiliser un raisonnement par l'absurde afin de répondre par vrai ou faux à la question posée, des connaissances liées à la proportionnalité peuvent être utilisées.

Problèmes	Domaine mathématique				Nature des solutions	Réponse attendue	Type de raisonnement attendu
	Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			
E5A *Le chien*		X	X		Une forme géométrique Une mesure	Une forme géométrique Une mesure	Modélisation/ Implication logique
E5B *La leçon de chimie*	X				La possibilité ou l'impossibilité de la situation	La possibilité ou l'impossibilité (vrai ou faux)	Par l'absurde/ Implication logique

Tableau 17 Parcours mathématique proposé par l'enseignant E5

Le parcours mathématique proposé par E5, construit autour de problèmes en lien avec la vie courante, permet d'étudier des modes de raisonnement différents, la modélisation et le raisonnement par l'absurde mais ne permet pas de travailler le raisonnement par le principe de l'exhaustivité des cas.

III- Comparaison interindividuelle des parcours mathématiques proposés

III-1 Comparaison en termes de contenus

Afin de comparer les parcours mathématiques proposés par chacun des cinq enseignants, nous recensons nos résultats dans le tableau suivant (Cf. Tableau 18). A partir de ce tableau, nous souhaitons repérer si une idée se dégage de ce que sont les problèmes ouverts en mathématiques au cycle 3 pour les cinq enseignants observés. Nous regardons pour cela ce qui semble partagé et ce qui ne l'est pas.

Les cinq professeurs semblent penser qu'un problème ouvert pour le cycle 3 est en lien avec la vie courante. Le domaine privilégié est celui des nombres et calcul ce qui, pour ce qui concerne le domaine mathématique abordé, ne différencie pas beaucoup le problème ouvert du problème habituel de la classe.

Le tableau 18 montre que 18 problèmes sur 24 mènent à une solution unique. Seulement trois problèmes sur 24 demandent de trouver toutes les solutions. De ce fait, pour les cinq enseignants observés, un problème ouvert n'est pas choisi afin d'aborder le raisonnement par le principe de l'exhaustivité des cas.

D'autre part, du point de vue des raisonnements attendus, 17 problèmes sur 24 amènent les élèves à raisonner par implication logique ce qui n'est pas nouveau pour les élèves habitués à utiliser ce mode de raisonnement lors des problèmes habituels. En revanche, 12 problèmes sur 24 incitent les élèves à raisonner par essais et ajustements ce qui diffère des problèmes habituellement étudiés en cours de mathématiques et pourrait être un critère de choix pour les professeurs des écoles observés. Enfin 8 problèmes sur 24 (donc un tiers des problèmes choisis) permettent d'envisager des modes de raisonnement et de validation non utilisés dans les problèmes habituels étudiés en cours de mathématiques et qui peuvent être également des critères de choix des problèmes ouverts : la modélisation et le raisonnement par l'absurde. Ce choix permet de faire fréquenter aux élèves des problèmes nouveaux qui les initient à la preuve en mathématiques.

Problèmes	Lien avec la vie courante	Domaines mathématiques				Nature des solutions	Réponse attendue	Raisonnements attendus						
		Nombres et calcul	Géométrie	Grandeurs et mesures	Gestion de données			Induction	Implication logique	Exhaustivité des cas	Par l'absurde	Disjonction de cas	Modélisation	Essais-ajustements
E1A *Les balances*	X	X				Un triplet	L'unique solution	X	X					X
E1B *Les tonneaux*	X	X				Trois triplets	L'unique solution		X			X	X	X
E1C *Zinette*	X	X				Un doublet	L'unique solution		X					
E1D *Les menteurs*	X				X	Un prénom	L'unique solution		X		X			X
E1E *L'horloge*	X			X		Une mesure	L'unique solution		X					X
E1F *La course*	X			X		Un classement	L'unique solution		X		X			
E2A *Trois nombres …*		X				Un triplet, une impossibilité, une propriété mathématique	L'unique triplet, la preuve de l'imp. et de la propriété	X	X					X
E2B *Golf*		X				Un doublet	Toutes les solutions	X		X				X
E2C *La plaque de voi.*	X	X				Un quintuplet	Toutes les solutions		X	X				X
E2D *Chacun sa place*	X				X	Une répartition	L'unique solution				X		X	X
E3A *Le jeu vidéo*	X	X				Un doublet	L'unique solution	X						X
E3B *La monnaie*	X			X		Un doublet	L'unique solution	X	X					X
E3C *La cible olymp.*	X	X				Un ensemble de nbres	Des solutions	X						X
E3D *L'hémicycle*	X	X				Un nombre	L'unique solution		X				X	
E3E *Les tartelettes*	X	X				Un doublet	Toutes les solutions	X		X				X
E3F *Les triangles*		X				Un quadruplet	L'unique solution	X						
E4A *Le plus petit*	X				X	Deux prénoms	L'unique solution		X		X			
E4B *L'anniversaire*	X				X	Une répartition	L'unique solution		X		X		X	
E4C *La bûche*	X				X	Un partage	Une solution						X	
E4D *Le cirque*	X				X	Une répartition	L'unique solution		X		X			
E4E *La marmite de …*	X	X				Un nombre	L'unique solution		X					
E4F *Les cubes*		X				Un nombre	L'unique solution		X					
E5A *Le chien*	X		X	X		Une forme géom, une mesure	L'unique solution		X				X	
E5B *La leçon de chim.*	X	X				Une validation ou invalid.	L'unique solution		X		X			

Tableau 18 Tableau récapitulatif des parcours mathématiques proposés par les 5 enseignants observés.

Les parcours mathématiques proposés par chacun des cinq enseignants permettent donc de mettre en avant ce que chacun d'eux entend par problèmes ouverts : un problème ouvert est en lien avec la vie courante, il peut se résoudre par essais et ajustements, il permet d'envisager des types de raisonnements et de validation non utilisés dans les problèmes habituels tels que la modélisation et le raisonnement par l'absurde.

Ces résultats rappellent, dans une certaine mesure, ceux établis par Houdement (2009) qui « *entrevoit tout l'intérêt de tels problèmes, notamment ceux dont il est possible de modifier les variables pour conduire à des nombres de solutions différentes (une solution, aucune ou plusieurs) visant le passage d'une validation de la réponse à la construction d'un processus de preuve, un des enjeux du passage école-collège* » (Houdement, 2009, p. 44).

III-2 Comparaison en termes de nombre de problèmes ouverts pendant l'année

Afin de bien identifier les similitudes et les différences entre les parcours mathématiques proposés par les cinq enseignants observés et afin de les comprendre, nous revenons sur le nombre d'énoncés de problèmes étudiés par chaque classe et étudions aussi le temps qui leur est consacré pendant l'année par rapport à l'ensemble des heures consacrées à l'étude des mathématiques (Cf. Tableau 19) :

	E1	E2	E3	E4	E5
Nombre d'énoncés	6	4	6	6	2

Tableau 19

E5 ne consacre que deux séances à des problèmes ouverts, un seul problème étant proposé lors de chacune des deux séances. (Nous étudions plus loin le cas de cet enseignant et les raisons qui l'ont poussé à y consacrer si peu de temps dans l'année.)

Les quatre autres enseignants proposent 4 à 6 énoncés de problèmes. Ce nombre semble assez restreint. Pourquoi pas plus ? Plusieurs hypothèses peuvent expliquer ce nombre de problèmes :

d'une part, en France, l'année scolaire est partagée en six périodes d'enseignement (qui vont d'une période de vacances scolaires à une autre). Le nombre de problèmes proposés semble correspondre au nombre de périodes, ce qui laisserait penser que chaque enseignant propose au moins un problème ouvert® à ses élèves par période. Ce qui laisserait penser que les cinq

enseignants estiment que rencontrer un ou deux problèmes ouverts par période suffit aux élèves.

D'autre part, les programmes n'encourageant pas explicitement l'étude de problèmes ouverts® en cycle 3, les enseignants peuvent penser que un ou deux problèmes de ce type par période permet de les faire rencontrer aux élèves sans perdre trop de temps par rapport aux autres apprentissages clairement prévus par les instructions officielles.

Le seul fait de compter le nombre d'énoncés ne suffit pas pour conclure, il faut aussi repérer les moments dans l'année pendant lesquels ils sont proposés, est-ce qu'un problème est réellement proposé par période ou est-ce que la répartition sur l'année est différente ? Nous devons également considérer le temps consacré à l'étude de ces problèmes par rapport aux heures réservées à l'enseignement des mathématiques dans la classe.

III-3 Comparaison en termes de temps consacré aux problèmes ouverts pendant l'année

Une année scolaire comporte trente-six semaines. A raison de cinq heures réservées aux cours de mathématiques par semaine, les élèves de CM2 assistent donc à 180 heures de mathématiques pendant l'année scolaire. Les séances consacrées à l'étude de problèmes ouverts représentent entre trois et dix heures dans les classes observées (Cf. Tableau 20), autrement dit, entre 1,6 et 5,5 % du temps réservé aux mathématiques. Nous constatons que peu de temps leur est en fait consacré par rapport aux autres enseignements de mathématiques.

	E1	E2	E3	E4	E5
Temps consacré aux problèmes ouverts sur l'ensemble de l'année	8 h 5 %	10 h 5,5 %	6 h 3,3 %	6 h 3,3 %	3 h 1,6 %

Tableau 20

Plusieurs hypothèses peuvent être énoncées pour expliquer cela. D'une part, ces problèmes ne correspondent pas à un enseignement explicitement prescrit par les instructions officielles, il ne faut donc pas y consacrer trop de temps sous peine d'en manquer pour les autres domaines d'étude qui sont eux explicitement prescrits. D'autre part, du fait que les savoirs en jeu dans

ce type de problèmes ne sont pas clairement identifiés, nous pouvons supposer que les enseignants de cycle 3 ont du mal à cerner les objectifs d'apprentissage et à envisager un enseignement riche et approfondi des mathématiques avec ces problèmes ouverts. Il y aurait finalement peu à enseigner avec ce genre de problèmes donc ils y consacrent seulement quelques heures dans l'année.

Les enseignants ne proposent pas le même nombre d'énoncés et ils n'y consacrent pas autant de temps. E1 et E2 y consacrent entre huit et dix heures, E3 et E4 environ six heures, E6 seulement trois heures. De plus, la durée des séances consacrées à l'étude dans la classe de ces problèmes n'est pas la même non plus entre les cinq enseignants observés : E1, E3 et E4 proposent six énoncés et pourtant E3 et E4 consacrent moins de temps à leur étude en classe que E1.

Qu'est-ce qui prend plus de temps chez les uns et moins de temps chez les autres ? Une première hypothèse concerne les pratiques des enseignants, leur façon de faire la classe. Comment expliquer que certains enseignants prennent plus de temps pour étudier les problèmes ? L'analyse des déroulements des séances observées nous permettra de déterminer en quoi l'organisation de ces séances par chacun des enseignants a un impact sur la durée qui est consacrée à l'étude des problèmes.

Une deuxième hypothèse est en lien avec les problèmes choisis par les uns et les autres. Les enseignants observés choisissent eux-mêmes les problèmes et ils ne choisissent pas les mêmes énoncés. Certains problèmes sont sans doute plus rapidement résolus par les élèves de cycle 3 que d'autres, le temps qui leur est consacré est donc moins long. Là encore l'analyse *a posteriori* des séances observées, associée à l'analyse *a priori* des problèmes, nous permettra d'obtenir des réponses.

III-4 Comparaison en termes de répartition sur l'année

Afin de préciser les différences qui semblent apparaître entre les enseignants observés, nous étudions à quels moments de l'année, les séances dédiées aux problèmes ouverts ont lieu. Nous repérons les différences qui apparaissent concernant la répartition sur l'année, différences qui permettent d'obtenir d'autres éléments de réponse sur les parcours mathématiques proposés par chacun des enseignants. Le tableau suivant permet de repérer

dans quelles périodes de l'année, les séances sont réalisées et combien de problèmes ouverts y sont étudiés par séance (Cf. Tableau 21) :

	Période 1 Septembre/octobre	Période 2 Novembre/décembre	Période 3 Janvier/février	Période 4 Mars/avril	Période 5 Mai/juin
E1	0	1 séance, 1 problème	1 séance, 1 problème	1 séance, 1 problème	2 séances 2 problèmes
E2	3 séances 1 problème	3 séances 1 problème	0	1 séance 1 problème	1 séance 1 problème
E3	0	2 séances 2 problèmes	0	2 séances 4 problèmes	0
E4	1 séance 2 problèmes	1 séance 2 problèmes	1 séance 7 problèmes	1 séance 6 problèmes	1 séance 2 problèmes
E5	0	1 séance 1 problème	1 séance 1 problème	0	0

Tableau 21 Nombre de séances et de problèmes par période et par enseignant

III-4.1 Pas dès le début de l'année scolaire

Il faut noter tout d'abord que, pour les cinq enseignants, les séances ne commencent pas dès le début de l'année : elles commencent en octobre pour E2, fin novembre ou début décembre pour les autres. Il semble donc que tous les cinq attendent pour commencer ce type de séances. Cela correspond pour E2 à la fin de la première période et pour les autres enseignants à la deuxième période de l'année.

Nous formulons deux hypothèses pour l'expliquer, pour justifier ce début différé par rapport à la rentrée scolaire. Nous supposons dans un premier temps, que les professeurs attendent de bien connaître leurs élèves avant de leur proposer un premier problème ouvert de l'année. Les enseignants veulent avoir installé un climat de travail dans leur classe, ils souhaitent avoir « *fabriquer la classe* » (Diamant, 2005). Il semble alors qu'il soit difficile d'organiser une séance autour d'un problème ouvert dans une classe que l'on connaît mal ou pas assez. Il y aurait donc une différence dans l'organisation des séances dédiées aux problèmes ouverts par rapport aux séances habituelles. Les enseignants ressentiraient la nécessité d'avoir créé un groupe classe qui fonctionne avant de se lancer dans ce type de séances. Proposer ce type de séances ne serait donc possible que dans des classes où l'enseignant se sent bien, en confiance, et pense ne pas avoir trop de difficultés à gérer le travail de la classe et l'organisation matérielle de la séance.

Nous supposons dans un deuxième temps que les enseignants décident d'attendre d'avoir abordé certaines notions mathématiques, certains savoirs disciplinaires avant d'aborder des problèmes ouverts. Les problèmes ouverts n'ont pas pour but d'introduire de nouvelles

notions, ils vont plutôt être l'occasion de réutiliser des connaissances mathématiques déjà étudiées auparavant. Ce qui fait que nous supposons que les enseignants ressentent le besoin de faire réviser les élèves en début d'année, de revoir certaines notions qui seraient considérées comme essentielles avant de proposer à la classe l'étude d'un problème ouvert. La répartition est donc supposée ici en lien avec les objectifs d'apprentissage définis par chaque enseignant. L'analyse *a priori* des problèmes puis *a posteriori* des séances et surtout ce que font les enseignants de ces problèmes en classe, ce qu'ils concluent lors des séances dédiées aux problèmes ouverts pourront nous éclairer sur ce point, sur les objectifs d'apprentissage qu'ils ont préalablement définis.

III-4.2 Une répartition sur l'année assez différente selon les enseignants

Afin de mieux percevoir cette répartition pour chacun des enseignants, nous reprenons le découpage habituel en cinq périodes de l'année scolaire et repérons quand les cinq enseignants proposent les séances. La répartition semble assez différente d'un enseignant à l'autre comme le montre le tableau 21 :

E1, E4 et E5 semblent répartir les séances de la même façon, à raison d'une par période, sauf en période 1. E1 commence ces séances à partir de la 2ème période de l'année, E4 commence dès la fin de la première période et E5 arrête ces séances après la période 3. E3 propose deux séances en période 2 et deux autres en période 4. E2, quant à lui, propose d'octobre à début décembre, une séance par semaine puis deux autres séances beaucoup plus loin dans l'année, en périodes 4 et 5.

E5 propose deux séances et lors de chacune d'elles, il propose un seul énoncé, lors des périodes 2 et 3 puis décide de ne plus en proposer. Un échange avec E5 à ce sujet (Cf. Annexes D) nous permet de comprendre ce choix. Il est, en fait, déstabilisé par les difficultés rencontrées par sa classe lors de l'étude des deux problèmes, il estime que trop peu d'élèves réussissent à les résoudre. Il nous confie alors qu'avec cette classe, trop faible en mathématiques, ce type de problèmes n'est pas à leur portée. Chercher à résoudre des problèmes ouverts nécessite, d'après lui, plus des connaissances en mathématiques que n'en possèdent pour lui ses élèves. Il conclut en ajoutant : « *ils verront tout cela quand ils seront au collège ; pour l'instant, ils ne sont pas capables d'en retirer quelque chose* » (Cf. Annexe D).

Nous constatons que deux enseignants E1 et E4 répartissent très régulièrement sur l'année les séances dédiées aux problèmes ouverts alors que E2 et E3 regroupent ces séances sur certaines périodes : en début d'année, périodes 1 et 2 pour E2 ; en périodes 2 et 4 pour E3.

Aucune indication n'est donnée dans les instructions officielles concernant le nombre de problèmes de type ouvert qu'un enseignant devrait proposer à sa classe et la répartition sur l'année alors qu'une répartition des notions mathématiques à aborder en classe, par cycle et par niveau de cycle, est proposée depuis les dernières instructions officielles (MEN, 2008). Les enseignants ont alors à décider seuls. Les enseignants observés semblent avoir réfléchi à la répartition des séances consacrées aux problèmes sur l'année scolaire et ne pas être arrivé aux mêmes conclusions, aux mêmes choix comme le montrent les différents tableaux que nous présentons et notamment le dernier.

Nous interrogeons la répartition proposée par chaque enseignant en fonction des différentes périodes de l'année scolaire et faisons des hypothèses sur ce qui peut justifier leurs choix. Un certain bon sens personnel pourrait pousser à se dire que proposer un problème ouvert par période est un minimum pour sa classe, ce qui expliquerait les répartitions de E1, E3, E4 mais cela n'explique pas pourquoi E2 propose autant de séances consacrées à des problèmes ouverts en début d'année et beaucoup moins ensuite. Nous supposons qu'E2 a un réel objectif d'apprentissage pour le début de l'année, des apprentissages qui seraient ensuite utilisés dans la suite de l'année. L'analyse *a priori* des problèmes et *a posteriori* des séances pourront nous éclairer sur ce point, sur le contenu de ces apprentissages possibles avec des problèmes ouverts en début d'année.

III-4.3 Un nombre d'énoncés par séance différent selon les enseignants

Nous l'avons abordé plus haut, le nombre de problèmes proposés par séances diffère selon les enseignants. E1 et E5 propose aux élèves d'étudier par séance un seul problème ouvert. Ils se rapprochent en cela de la pratique du problème ouvert® explicitée par Arsac, Germain et Mante (1988). Cependant, alors que E1 commence la séance avec le problème ouvert, E5 propose de résoudre avant deux autres problèmes (qui ne sont pas des problèmes ouverts). E2 choisit de répartir l'étude d'un premier problème sur trois séances puis d'un deuxième sur trois séances également pour enfin étudier un seul problème lors des séances 7 et 8. E3 décide de faire étudier soit un problème, soit deux problèmes par séance. Et le nombre de problèmes proposés par E4 est soit deux (lors des séances 1, 2 et 5) soit 6 (lors de la séance 3), soit 7

(lors de la séance 4). Une variabilité quant au nombre de problèmes proposés par se révèle. Nous pensons qu'elle renseigne la composante personnelle de la pratique des cinq professeurs des écoles, elle est étudiée plus précisément dans le chapitre 5, notamment en regardant le contenu de chacun des problèmes.

IV- Conclusion

L'analyse *a priori* des énoncés disponible en Annexes B et les analyses présentées dans ce chapitre considérant la nature des solutions et les raisonnements attendus des élèves, nous permet d'accéder au parcours mathématique que chaque enseignant propose à sa classe lorsqu'il décide d'étudier des problèmes ouverts. Le tableau 18 permet d'avoir une vue d'ensemble de ce qui est proposé dans les cinq classes. Et en nous attardons également sur la répartition sur l'année des séances dédiées à l'étude de ces problèmes afin de repérer des enjeux d'apprentissages des cinq enseignants, nous renseignons la composante cognitive de la pratique de chacun d'eux. Les comparaisons interindividuelles des résultats montrent des différences entre les cinq enseignants concernant la répartition sur l'année, le nombre de problèmes étudiés par séance, les thèmes mathématiques abordés dans les problèmes ainsi que les types de solutions et les raisonnements attendus des élèves. Ces différences renseignent la composante personnelle de chacun des cinq enseignants : en effet, comme les programmes du cycle 3 ne précisent rien sur l'enseignement de ces problèmes, sur leurs enjeux, ils font des choix en s'appuyant essentiellement sur leur représentation personnelle de ce que peut être un problème ouvert® pour des élèves de cycle 3 en termes d'objectifs d'apprentissage. Ils s'appuient également sur leur représentation personnelle de ce que peut être un enseignement des mathématiques en utilisant ces problèmes en termes de nombres de séances à y consacrer et de répartition sur l'année. Finalement, ce travail d'analyse des choix des cinq enseignants en termes d'énoncés de problèmes ouverts nous conduit à définir ce que peut être un problème ouvert pour ces professeurs. Un problème ouvert est plutôt en lien avec la vie courante, il peut généralement se résoudre par essais et ajustements, il peut également amener à mobiliser un raisonnement par l'absurde ou à utiliser une modélisation.

Le chapitre suivant en effectuant un premier zoom sur chacune des séances observées nous amène à étudier comment les parcours mathématiques sont effectivement proposés dans les classes.

Chapitre 5 Premier zoom : analyse de l'organisation des séances

Dans les chapitres 3 et 4, nous avons effectué une analyse panoramique de l'année c'est-à-dire nous étudions les choix faits par cinq enseignants du cycle 3 au niveau de l'année scolaire, en termes de ressources et d'énoncés de problèmes et nous analysons les énoncés de problèmes qu'ils choisissent afin d'identifier les parcours mathématiques proposés dans chacune des cinq classes. Dans ce chapitre 5, nous nous intéressons à la pratique de chacun des cinq enseignants en nous plaçant au niveau de chacune des séances et analysons les scénarii observés dans les classes de chacun des cinq enseignants.

Les instructions officielles de l'année 2008 demandent aux professeurs des écoles de centrer leur enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes. Cet enseignement doit notamment permettre de développer chez les élèves des capacités de recherche et de raisonnement. Cependant rien n'est dit sur la mise en œuvre des séances qui permettraient d'atteindre cet objectif, l'élaboration et la réalisation des scénarii sont laissées à la charge de chaque enseignant. Nous reprenons ici le vocabulaire utilisé par A. Robert (2008) qui distingue deux types de scénarii : les scénarii prévus et les scénarii réalisés. Le scénario prévu correspond au déroulement des séances prévu à l'avance par l'enseignant, avant sa mise en œuvre dans la classe. Le scénario réalisé correspond au déroulement effectif de la séance lors de sa mise en œuvre dans la classe. Dans ce chapitre, nous étudions les scénarii réalisés, nous avons peu de renseignements sur les scénarii prévus étant donné que les enseignants ne rédigent pas pour ces séances de fiche de préparation. Nous obtenons simplement quelques renseignements sur les scénarii prévus lors des entretiens avec les enseignants, avant et après les séances que nous observons (Cf. Annexes D).

Compte tenu des ressources utilisées par les cinq enseignants et, en particulier, du document d'accompagnement de l'année 2003 à propos des *problèmes pour chercher*, nous pouvons *a priori* faire quelques hypothèses concernant les scénarii proposés aux élèves par chacun d'eux. Nous faisons l'hypothèse que lors d'une séance dédiée à des problèmes ouverts, un

temps est réservé en début de séance à la présentation aux élèves de ce que l'enseignant attend d'eux. Nous pouvons penser également que des temps de recherche en petits groupes sont organisés, qu'ils sont suivis de temps de mise en commun permettant de discuter voire de débattre autour des résultats obtenus et des procédures utilisées par les élèves. Une phase de synthèse peut être organisée en fin de séance et réservée à un bilan de la séance voire à une institutionnalisation de quelques résultats. Ces hypothèses nous permettent d'établir une grille pour décrire *a posteriori* chacune des séances observées : nous repérons différentes phases qui correspondent aux changements de tâches des élèves dans la classe, nous considérons une phase de démarrage qui permet de lancer la séance dédiée au problème ouvert, une phase de recherche des élèves, une phase de mise en commun des résultats et une phase de synthèse. Nous déterminons la durée de chacune des phases. Cette grille nous permet d'analyser les scénarii réalisés par chacun des enseignants tout au long de l'année et de faire des comparaisons entre les séances proposées par un même enseignant puis de faire des comparaisons interindividuelles entre les cinq enseignants. Nous précisons également combien de problèmes ouverts sont proposés lors de chacune des séances et si des traces écrites sont proposés aux élèves. Ces éléments nous renseignent sur les enjeux des séances proposées par les enseignants. Nous pensons par exemple qu'un enseignant qui propose un seul problème lors d'une séance est susceptible de laisser plus de temps aux recherches des élèves qu'un autre qui proposera deux ou trois énoncés. Et un enseignant qui proposerait aux élèves de rédiger et de conserver une trace écrite de la séance nous semble avoir des objectifs d'apprentissage à plus long terme qu'un professeur qui n'en propose pas.

L'étude des scénarii réalisés dans chaque classe lors de chacune des séances, en lien avec ce que nous disent les enseignants sur les scénarii qu'ils avaient prévus, nous permet de renseigner la composante cognitive de leur pratique ainsi que la composante médiative. En effet, les différences repérables, entre le scénario prévu (même s'il est seulement décrit très succinctement par l'enseignant lors de nos échanges) et le scénario observé permettent de renseigner la composante médiative, qui est liée à ce que l'enseignant improvise dans sa classe, lors de la mise en œuvre de la séance, afin de la faire avancer au-delà de ce qu'il avait prévu. De plus, l'analyse des choix d'organisation des séances faits par chacun d'entre eux nous permet d'obtenir des éléments concernant la composante personnelle de leur pratique. Et l'analyse de ces choix en lien avec les ressources que les enseignants utilisent nous donne des informations sur l'influence de la composante institutionnelle sur les pratiques de chacun d'eux. En effet, un enseignant s'en remet-il à des ressources proposées par des chercheurs ou par des inspecteurs pour organiser leurs séances, s'en remet-il au document

d'accompagnement de l'année 2003 (concernant « le problème pour chercher ») ou semble-t-il faire ces choix seuls en s'appuyant sur ses propres représentations ?

Nous comparons ensuite les résultats obtenus pour chaque enseignant afin de dégager des invariants et de faire apparaître les différences les plus significatives.

Après avoir étudié les scénarii proposés par chacun des cinq enseignants, nous présentons ce que les ressources à leur disposition (dont nous établissons la liste dans le chapitre 3) proposent à propos de la mise en œuvre des séances et nous mettons en relation les scénarii des enseignants observés avec ceux proposés dans les ressources qu'ils utilisent afin d'expliquer les choix qu'ils font, en lien avec les composantes du cadre théorique de la double approche. Les comparaisons interindividuelles des scénarii réalisés nous permettent ensuite de comparer ce qui est proposé aux élèves et de préciser les résultats obtenus dans le chapitre 4 concernant les parcours mathématiques dans chacune des cinq classes de cycle 3 observées.

I- Les scénarii réalisés par les cinq enseignants

Dans cette partie, nous présentons et étudions les scénarii réalisés par chacun des enseignants lors de chacune des séances observées. Pour cela, nous récapitulons dans un tableau pour chacun des enseignants les durées de chacune des phases et reprenons ces éléments dans un graphique permettant de les comparer. Dans chacun des graphiques, les nombres apparaissant dans les diagrammes représentent la durée en minutes de chacune des phases. Par exemple, dans le graphique 1, lors de la séance 1, 38 minutes sont consacrées à la recherche en groupes. Dans cette analyse des scénarii, nous étudions à la fois des éléments quantitatifs (durées des séances, nombre de problèmes réalisés, part relative des différents types de phases dans la séquence) et des éléments qualitatifs (répartition des séances au cours de l'année, organisation des différentes phases au cours des séances et récurrence des types de phases dans les séances, existence ou non de traces écrite). Notre objectif est de donner accès aux scenarii proposés par les enseignants et de commencer à identifier des régularités intra-personnelles.

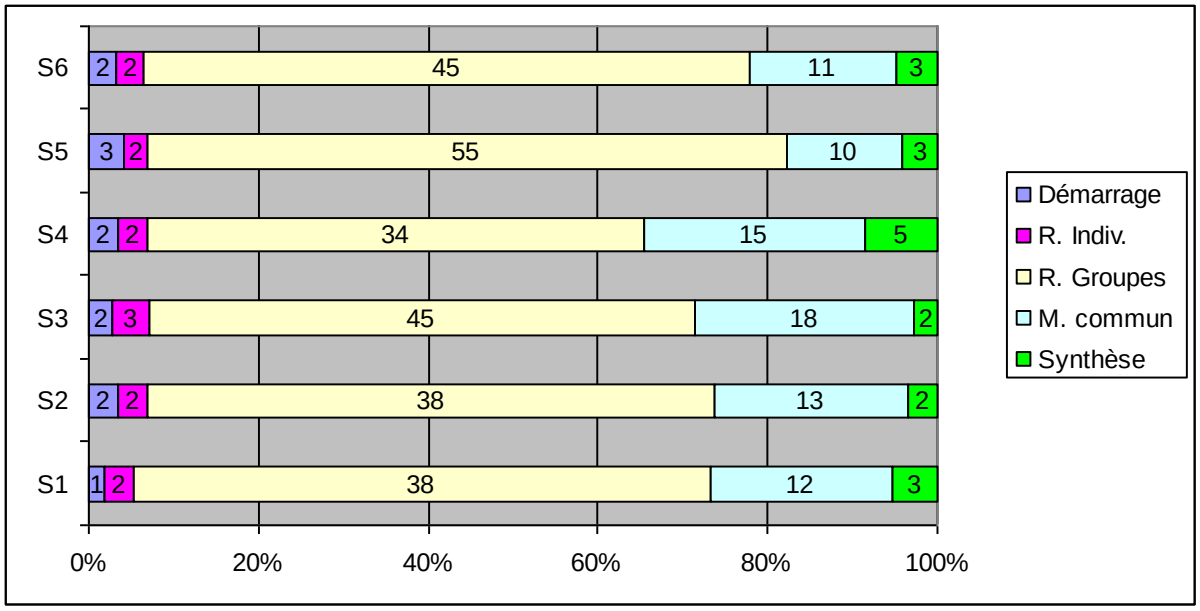
I-1 Les scénarii réalisés dans la classe de E1

I-1.1 Organisation générale des séances

L'enseignant E1 choisit d'étudier un seul énoncé lors de chacune des séances. Les scénarii réalisés de chaque séance sont identiques et ressemblent à ce que propose le document d'accompagnement « le problème pour chercher » (MEN, 2003). Les différentes phases ainsi que l'ordre dans lequel elles sont proposées sont les mêmes lors des six séances.

Durée (en minutes)	Séance 1 E1A *Les balances* 05/12	Séance 2 E1B *Les tonneaux* 23/01	Séance 3 E1C *Zinette* 06/03	Séance 4 E1D *Les menteurs* 27/03	Séance 5 E1E *L'horloge* 15/05	Séance 6 E1F *La course* 22/06
Séance	56	59	70	58	73	59
Phase de démarrage	1	2	2	2	3	2
Phase de recherche individuelle	2	2	3	2	2	2
En groupe (dont rédaction de l'affiche)	38	38	45	34	55	45
Phase de mise en commun des résultats	12	13	18	15	10	11
Phase de synthèse	3	2	2	5	3	3

Tableau 22 Durée des différentes phases en minutes lors des six séances



Graphique 1 Répartition des différentes phases par séance

I-1.2 Présentation chronologique des séances

a) Une phase de démarrage

Lors de chacune des six séances observées, un énoncé écrit est distribué à chaque élève. A chaque fois, E1 répartit en quelques minutes les élèves dans des groupes de trois ou quatre élèves, par proximité. Il ne prend pas le temps de lire l'énoncé avec les élèves et leur demande de se lancer aussitôt la recherche individuelle. Il prévoit lors de chaque séance la rédaction d'une affiche par groupes. Le graphique 1 fait apparaître que la durée des phases de démarrage est relativement brève (de 1 à 3 minutes) et identique lors de chacune des séances observées.

b) Une phase de recherche

E1 demande aux élèves de commencer individuellement la recherche d'une solution puis au bout de quelques minutes, il les invite à échanger dans chacun des groupes. Après quelques minutes de recherche en groupes, E1 distribue les affiches et rappelle aux élèves qu'ils doivent la rédiger afin de la présenter aux autres groupes. La répartition des élèves dans les groupes est prévue à l'avance mais aucun rôle précis n'est donné à chaque membre du groupe. Cette phase de recherche et de rédaction d'une affiche dure de 34 à 55 minutes. Elle varie d'une séance à l'autre. La différence tend à montrer que E1 ne décide pas d'une durée précise de la recherche en groupes et rédaction des affiches, il attend, il laisse le temps nécessaire aux

élèves afin que tous trouvent un résultat et rédigent une affiche. Lors de ce travail de recherche et de rédaction des affiches, E1 n'intervient pas oralement ni pour aider les élèves, ni pour les encourager à avancer dans leurs recherches comme dans la rédaction des affiches. Il intervient seulement lorsque des élèves semblent avoir terminé la rédaction des affiches afin de leur annoncer la fin du travail en groupes et le début de la phase de mise en commun des résultats.

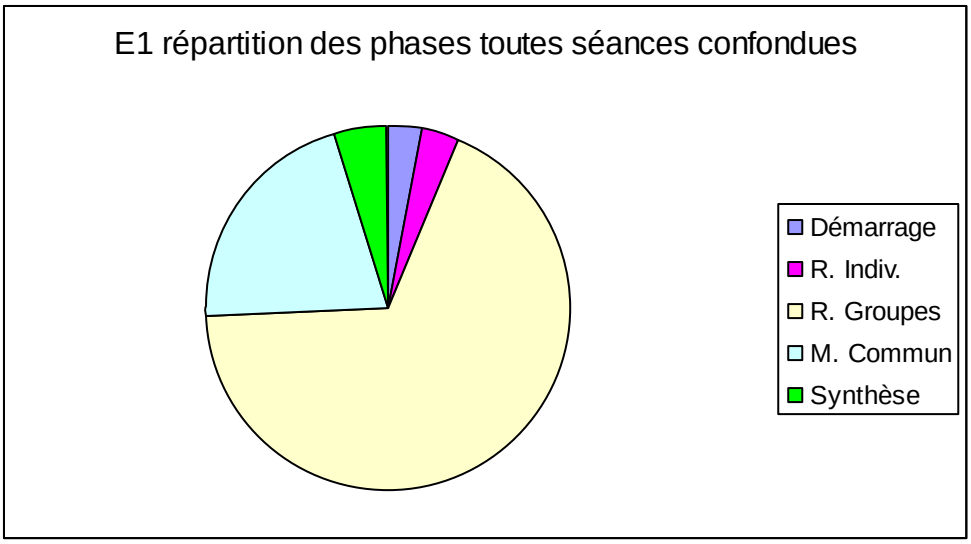
c) Une phase de mise en commun des résultats

Après chaque phase de recherche, lorsque E1 se rend compte que tous les groupes ont trouvé une solution et rédigé des résultats sur leur affiche, il leur demande de présenter leur affiche les uns après les autres. Toutes les affiches sont présentées et l'ordre de la présentation n'est pas défini à l'avance par E1. Cet ordre est choisi par les groupes qui décident les uns après les autres de venir devant la classe exposer leur travail. Ces mises en commun sont d'une durée différente lors des six séances (de 10 à 18 minutes) : nous pourrions penser que lorsque le temps de recherche est plus long (séance 5 et 6), la phase de mise en commun des résultats est plus courte (séance 5 et 6). Cependant lors de la séance 3, pendant laquelle la recherche dure 45 minutes et la mise en commun est de 18 minutes donc le temps de mise en commun ne dépend donc pas seulement du temps laissé à la recherche des élèves. E1 semble également laisser le temps qu'il faut aux élèves lorsqu'ils exposent leurs résultats.

d) Une phase de synthèse en fin de séance

E1 réserve quelques minutes à la fin de chaque séance pour faire le point sur la présentation des affiches. Cette phase est à chaque fois brève et, même si E1 y évoque les différentes procédures proposées par les élèves, elle sert avant tout à clôturer la séance de mathématiques.

e) Part relative des différentes phases dans la séquence



Graphique 2 Répartition des phases toutes séances confondues

Le graphique 2 présente la répartition globale, toutes séances confondues, des différentes phases. Il montre clairement que E1 consacre la plus grande partie de ces séances à la recherche en groupes des élèves et rédaction des affiches alors que les phases de démarrage sont très courtes. Il apparaît également qu'une partie non négligeable des séances est réservée aux mises en commun des résultats alors que les phases de synthèse sont très brèves. Il semble que E1 souhaite réserver du temps à la classe pour que tous les élèves prennent connaissance des travaux réalisés pendant la phase de recherche en groupes, il semble également qu'après cette mise en commun des résultats, peu d'éléments de synthèse soit, pour E1, nécessaire à présenter.

I-1.3 Les traces écrites

Lors de chacune des séances observées, les élèves cherchent à résoudre le problème au brouillon. Au bout de quelques minutes de recherche en groupes, E1 distribue à chaque groupe une affiche. Chaque groupe rédige une réponse sur cette affiche, les élèves savent que toutes les affiches sont ensuite présentées à la classe. Par ailleurs, aucune correction n'est rédigée au tableau, les élèves ne gardent donc, après chacune des séances, aucune trace écrite de la séance dédiée à la recherche et résolution du problème ouvert dans leur cahier de mathématiques.

I-1.4 Conclusion sur E1

Nous concluons de l'analyse des séances dédiées à des problèmes ouverts, que E1 met toujours en œuvre le même scénario en respectant donc quatre phases (de démarrage, de recherche individuelle puis en petits groupes, de mise en commun des résultats et de synthèse). Nous remarquons, lors de nos analyses, que la durée des phases de recherche des élèves, sans intervention de l'enseignant, est conséquente (jusqu'à 55 minutes) et ceci lors de chacune des séances observées. Ce choix permet de repérer l'un des enjeux essentiels de E1 lorsqu'il propose ces problèmes à ses élèves : son enjeu prioritaire semble être de « *faire chercher les élèves* ». De plus, le fait de proposer une synthèse très brève qui, de par sa durée s'apparente à une clôture de la séance, sans trace écrite conforte cette idée : E1 demande aux élèves de chercher, seuls et en groupes, mais ne demande pas de retenir des éléments de ces moments de recherche (des procédures, des manières d'organiser des essais, par exemple). Le fait de ne pas demander en fin de séance de trace écrite montre que tout se joue pour les élèves lors de la séance, pendant l'activité de recherche des élèves et les mises en commun des résultats, et que rien de plus n'est pour eux à retenir. Il semble que pour E1, les élèves apprennent à chercher en cherchant. Il ajoute d'ailleurs lors des entretiens après les séances observées qu'il souhaite également que tous les élèves « *prennent du plaisir à chercher* » (Cf. Annexes D).

I-2 Les scénarii réalisés dans la classe de E2

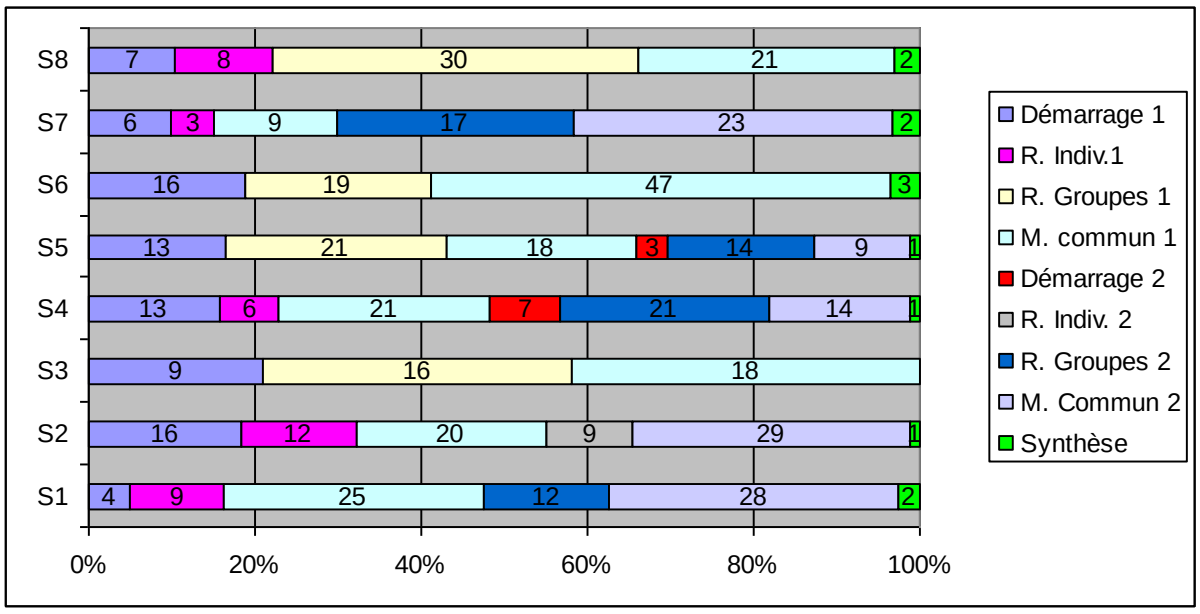
I-2.1 Organisation générale des séances

Comme l'indique le tableau 23, l'enseignant E2 propose d'abord un premier énoncé (E2A *Trois nombres qui se suivent*), qui est étudié tout au long de trois séances puis un deuxième énoncé (E2B *Golf*) étudié également lors de trois séances non consécutives. La séance 1 est consacrée d'abord à la recherche de trois nombres consécutifs dont la somme est 96 (recherche individuelle 1) puis 462. La séance 2 se partage entre l'impossibilité de trouver ces trois nombres pour 25 puis à la recherche de trois nombres pour 45. La séance 3 permet d'étudier le cas général associé au problème E2A *Trois nombres qui se suivent*. Lors de la séance 4, E2 propose aux élèves d'étudier les cas 41 puis 97. Lors de la séance 5, les élèves terminent l'étude du cas 97 puis recherchent des solutions pour le cas 92. La séance 6 est consacrée à la recherche de toutes les solutions pour le cas 97. Les deux dernières séances (7

et 8), en revanche, sont consacrées chacune à un seul énoncé (E2C *La plaque de voiture*, E2D *Chacun sa place*).

Durée (en minutes)	E2A *Trois nombres qui se suivent* 08/10, 15/10, 19/10					E2B *Golf* 19/11, 26/11, 03/12					E2C *La plaque de voiture* 11/03	E2D *Chacun sa place* 28/05
	Séance 1		Séance 2		Séance 3	Séance 4		Séance 5		Séance 6	Séance 7	Séance 8
	Etude de 96	*462*	*25*	*45*	*Cas général*	*41*	*97*	*97*	*92*	*Toutes les solutions*		
Durée totale	80		87		43	83		79		85	60	72
Phase de démarrage	4		16		9	13	7	13	3	16	6	7
Recherche individuelle	9	0	12	9	0	6	0	0	0	0	3	8 à 12 suivant les élèves
Recherche en groupes (dont rédaction d'une affiche)	0	12	0	0	16	0	21	21	14	19	(9 : mise en commun intermédiaire) 17	30 à 34 suivant les groupes
Phase de mise en commun	25	28	20	29	18	21	14	18	9	47	23	21
Phase de synthèse	2		1		0	1		1		3	2	2

Tableau 23 Durée des différentes phases en minutes lors des huit séances



Graphique 3 Répartition des différentes phases par séance

Nous détaillons, dans le tableau 23, les durées de chacune des phases des 8 séances et, afin de faciliter la compréhension du déroulement des six premières séances, nous repérons dans le graphique 3 associé les différentes étapes suivantes : recherche individuelle 1, recherche en groupes 1, mise en commun 1 puis recherche individuelle 2, recherche en groupes 2, mise en commun 2 et synthèse 2. L'organisation générale des six premières séances, similaire à celle proposée par les auteurs des ouvrages *Ermel* proposant les énoncés E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*, rappelle les problèmes longs proposés par Aldon (1995) alors que l'organisation des deux dernières séances est plutôt similaire à ce qui est proposé dans le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » (2003).

I-2.2 Présentation chronologique des scénarii réalisés

a) Une phase de démarrage

Lors des six premières séances consacrées aux deux problèmes E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*, la phase de démarrage des séances dure de 4 à 16 minutes. Les énoncés sont écrits au tableau et présentés par l'enseignant. E2 s'assure en les questionnant que tous les élèves ont compris l'énoncé et ce qu'il attend d'eux, ce qui permet d'expliquer la différence de durée.

Lors des deux dernières séances, ce démarrage est quelque peu différent : les énoncés des problèmes E2C *La plaque de voiture* et E2D *Chacun sa place* sont distribués à chaque élève et lus collectivement. E2 s'assure là aussi que chaque élève a compris le travail qu'il attend d'eux. La durée de cette phase lors des deux dernière séances est la même, elle dure 6 à 7 minutes. Il s'agit pour E2 de présenter le problème et de lancer les recherches des élèves. Cette présentation se fait donc plus rapidement lors des deux dernières séances que lors des six précédentes. Une évolution apparaît et montre que E2 accorde aux élèves une autonomie croissante tout au long des séances proposées sur l'année.

b) Une phase de recherche

Lors de l'étude des deux premiers problèmes donc lors des six premières séances, E2 alterne la recherche individuelle et la recherche en groupes, il ne propose jamais les deux modes de recherche lors de la résolution d'une même question. Ce n'est pas le cas lors des deux dernières séances pendant lesquelles E2 propose aux élèves de chercher d'abord individuellement puis en groupes. Les phases de recherche individuelle durent de 3 à 12 minutes. Lorsque E2 propose de chercher en petits groupes, la répartition des élèves dans les

groupes se fait rapidement lors de chacune des séances, par proximité. E2 ne prévoit pas à l'avance de réorganiser la classe en petits groupes. Et il faut noter qu'étant donnée la répartition des élèves dans la classe (Cf. Annexes C), la composition des groupes par proximité fait que, dans chaque groupe, il n'y a finalement que des élèves de CM1 ou que des élèves de CM2. Les phases de recherche en petits groupes durent entre 12 et 34 minutes. Finalement, il apparaît que la durée consacrée aux recherches individuelles et en groupes soit assez variable d'un problème à l'autre. Tout se passe comme si E2 ne prévoyait pas à l'avance les durées consacrées à ces deux types de recherches mais laissait le temps nécessaire aux élèves pour leur recherche de solutions. Cependant nous notons que lors des trois premières séances, les recherches individuelles durent de 9 à 12 minutes et que cette durée est beaucoup moins important lors des autres séances (6 minutes lors de la séance 4, 3 minutes lors de la séance 7 et de 8 à 12 minutes, suivant les élèves, lors de la dernière séance). Tout au long de l'année, le travail de recherche en petits groupes tend à prendre de plus en plus de place dans les séances par rapport aux recherches individuelles.

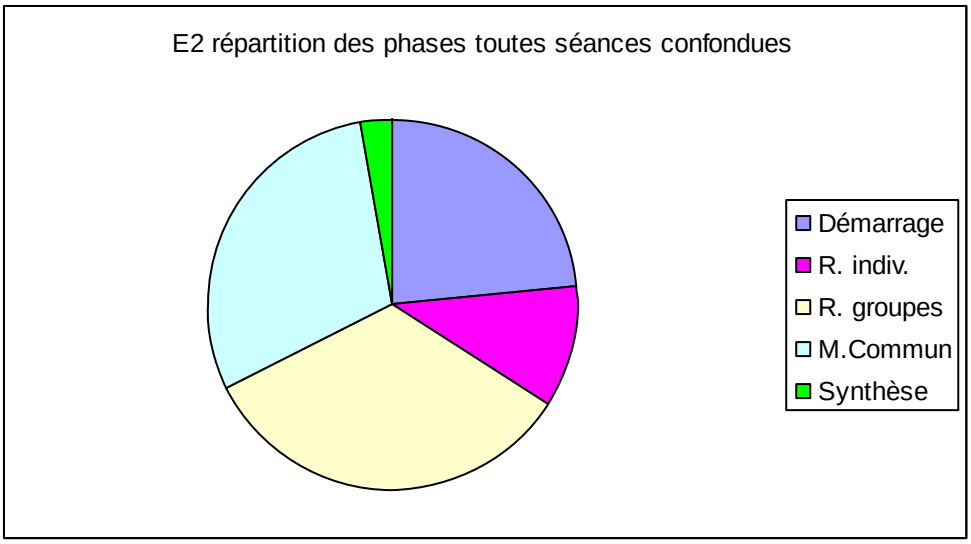
c) Une phase de mise en commun des résultats

Après chaque phase de recherches, individuelle ou en groupes, E2 organise une mise en commun des résultats : les affiches ne sont pas toutes présentées les unes après les autres, lors de chaque séance, E2 fait un choix parmi les travaux des élèves. E2 demande aux élèves de tous se regrouper devant le tableau. E2 ne fait pas de distinction lors de cette mise en commun entre les élèves des deux niveaux : lors de ce regroupement, les élèves de CM1 et ceux de CM2 s'installent ensembles alors que pendant la recherche, ils étaient séparés (Cf. Annexe C) ; ils sont amenés à participer à la présentation des solutions sans que E2 ne fasse de différence entre les deux niveaux. La durée cumulée des phases de mise en commun est très irrégulière, entre 14 et 47 minutes. Nous pouvons penser qu'elle est liée aux résultats de chacun des groupes que les élèves ont à présenter ainsi qu'à leur participation à l'élaboration collective des solutions et à la résolution du problème posé.

d) Une phase de synthèse en fin de séance

Lors de chacune des séances, quelques minutes suffisent à E2 pour conclure. Le point est fait par E2, très brièvement, sur les travaux accomplis lors de la séance et sur les démarches utilisées qui pourraient être réinvesties lors d'autres séances dédiées à un problème du même type.

e) Part relative des différentes phases dans la séquence



Graphique 4 Répartition des phases toutes séances confondues

Le graphique 4, présentant la répartition des différentes phases toutes séances confondues, montre que E2 n'hésite pas à réserver du temps à la présentation des problèmes. Les phases de démarrage occupent une place importante par rapport aux autres phases. Nous pouvons penser que les énoncés des premières séances lui semblent complexes pour sa classe et il veut ainsi s'assurer que tous les élèves comprennent ses attentes. La durée des phases de recherche individuelle est plus courte que celle des phases de recherche en groupes puis de mise en commun. Et autant de temps est réservé aux recherches en groupes qu'aux mises en commun des résultats. E2 montre donc qu'il souhaite que les élèves cherchent à résoudre les problèmes cependant les temps collectifs sont également importants afin de mutualiser les résultats et d'en discuter, tous ensembles.

Par contre, les synthèses sont brèves et montrent que le plus important pour E2 est l'activité des élèves pendant la séance, chercher des solutions et échanger ensuite collectivement sur ces solutions. Il semble que rien de plus ne soit à retenir qui ferait l'objet d'une synthèse.

I-2.3 Les traces écrites

E2 demande aux élèves, en début de séance, de prendre une feuille à carreaux jaune, qui servira de feuille individuelle de recherche. Chaque élève garde ensuite cette feuille en fin de séance dans son classeur de mathématiques. Lorsque les élèves travaillent en groupes, E2 leur distribue une affiche par groupe et leur demande de rédiger une réponse. Les élèves savent

que cette affiche peut être présentée à leur camarade lors des mises en commun des résultats. En fin de séance, aucune correction n'est rédigée, les élèves ne gardent donc pas de trace écrite des solutions et des démarches présentées, ils gardent seulement, dans leur classeur, leur feuille de recherche. E2 montre alors que le temps de recherche et les écrits produits lors de ces recherches sont plus importants à garder donc à retenir que la réponse au problème qui, elle, peut être quasiment oubliée. Il montre en cela que le plus important pour les élèves, même s'ils n'ont pas trouvé la réponse attendue, est de retenir qu'ils ont cherché.

I-2.4 Conclusions sur E2

Il apparaît que l'organisation en phases de chacune des séances n'est pas la même selon les problèmes proposés. Lors des six premières séances, plusieurs phases de recherche, individuelle ou en groupes, et de mise en commun sont proposées alternativement. L'organisation des séances est différente également en considérant la durée de chacune des phases. E2 prévoit du temps, au début de chacune des séances, pour présenter les problèmes afin de s'assurer que tous les élèves ont compris les situations en jeu et ce qu'il attend d'eux.

Les phases de recherche individuelle et/ou en groupes prennent la plus grande place dans la séance. De par ces choix d'organisation au sein des séances observées, E2 montre qu'il souhaite laisser du temps à tous les élèves pour chercher individuellement ou en groupes une solution ou des éléments de solution. Un de ses enjeux semble être de faire chercher les élèves. Par ailleurs, E2, sans intervenir dans les recherches des élèves, n'hésite pas à les encourager à expliquer leurs résultats. De plus, lors des phases de mises en commun, il demande aux élèves de se regrouper devant le tableau. Chaque élève a ainsi sous les yeux les affiches que E2 présente. Cette organisation matérielle de la mise en commun tend à montrer qu'E2 veut faire comprendre à chacun des élèves qu'il doit s'investir dans cette mise en commun. Le regroupement devant le tableau montre également qu'à partir de ce moment la recherche de solutions aux problèmes devient collective, que les pistes trouvées par chacun d'entre eux ne sont plus privées mais deviennent publiques et, de ce fait, peuvent être discutées devant tous les élèves. Il nous semble que par cette organisation, E2 montre sa volonté de former une sorte de petite communauté mathématique dans sa classe, d'y débattre sur des résultats proposés par chacun des élèves, ce qui n'est pas sans rappeler un des objectifs d'Arsac, Germain et Mante (1988). Un deuxième de ses enjeux semble être d'entraîner ses élèves à expliquer voire à prouver les résultats obtenus.

I-3 Les scénarii réalisés dans la classe de E3

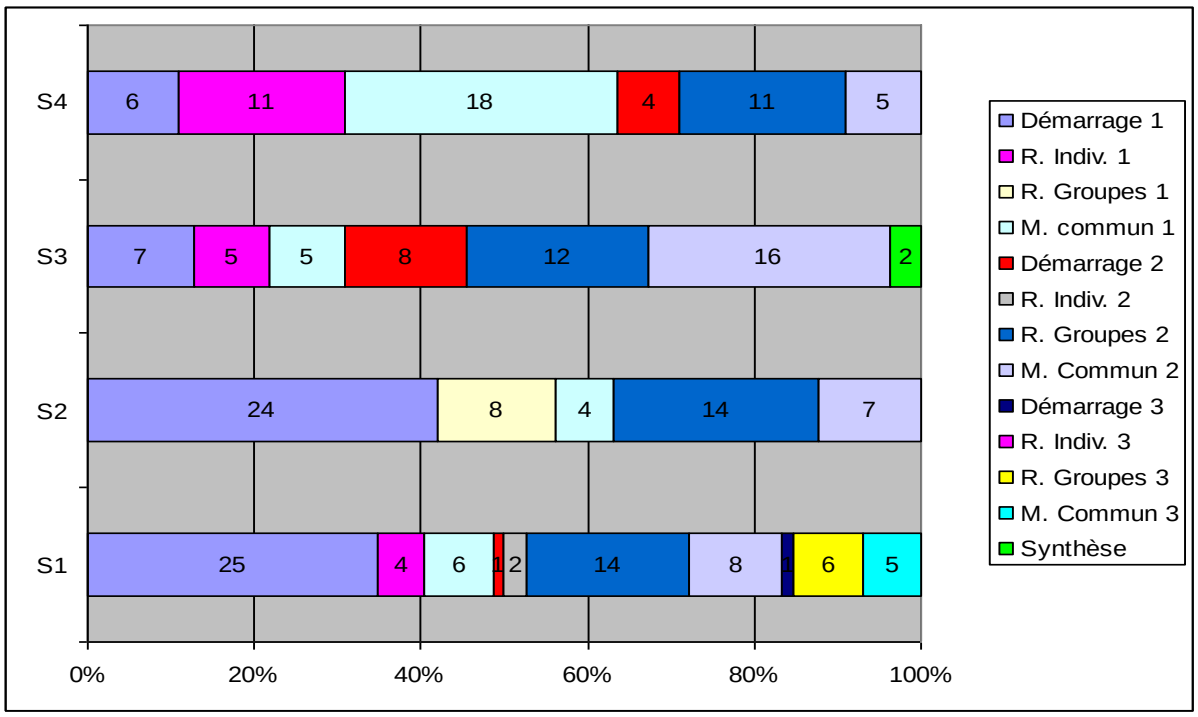
I-3.1 Organisation générale des séances

E3 organise au cours de l'année scolaire quatre séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts. Lors des deux premières séances, E3 propose un seul énoncé puis lors de chacune des deux dernières séances, il propose deux énoncés. Les durées de chacune des phases sont présentées dans le tableau suivant :

Durée (en minutes)	Séance 1			Séance 2	Séance 3		Séance 4	
	E3A *Le jeu vidéo* 30/11			E3B *La cible olympique* 14/12	E3C *La monnaie* E3D *L'hémicycle* 08/03		E3E *Les tartelettes* E3F *Les triangles* 02/04	
	Q1	Q2	Q3		E3C	E3D	E3E	E3F
Séance	72			57	55		55	
Phase de démarrage	25	1	1	24	7	8	6	4
Recherche individuelle	4	2	0	0	5	0	11	0
Recherche en binômes ou en petits groupes	0	14	6	D'abord 8 puis 14 (après une mise en commun intermédiaire de 4) donc total : 26	0	12	0	11
Phase de mise en commun des résultats	6	8	5	7	5	16	18	5
Phase de synthèse	0			0	2		0	

Tableau 24 Durée des différentes phases en minutes lors des quatre séances

Le graphique 5 permet de visualiser l'organisation générale de chacune des séances et révèle des variations entre les quatre séances.



Graphique 5 Répartition des différentes phases par séance

Lors de la séance 1, le problème E3A *Le jeu vidéo* est étudié. Les trois questions (Q1, Q2 et Q3) sont proposées séparément aux élèves, ce qui constitue trois temps de travail : une première phase de démarrage, de recherche individuelle et de mise en commun puis une phase de démarrage 2, de recherche individuelle 2, de recherche en groupes 2 et de mise en commun 2 pour finir par une phase de démarrage 3, de recherche en groupes 3 et de mise en commun 3. E3 n'organise pas de synthèse en fin de cette première séance. Lors de la séance 2, E3 propose d'étudier le problème E3B *La cible olympique* et organise une phase de démarrage, de recherche en groupes puis une première mise en commun (mise en commun 1) avant de redemander aux élèves de reprendre la recherche en groupes (recherche en groupes 2) et de mettre en commun les résultats (mise en commun 2). Lors des deux autres séances, deux énoncés sont étudiés, l'un après l'autre, selon les phases notées 1 dans les graphiques puis notées 2. Finalement, pour chaque question posée aux élèves, l'organisation est la même, elle s'articule autour d'une phase de démarrage, de recherche individuelle et/ou en groupes et d'une mise en commun des résultats sans phase de synthèse.

I-3.2 Présentation chronologique des scénarii

a) Une phase de démarrage

Les quatre séances dédiées aux problèmes ouverts durent de 43 minutes à 55 minutes. E3 débute les deux premières séances par la recherche et résolution de deux problèmes de réinvestissement de notions de calculs simples avec des nombres entiers (Cf. Annexe B) que nous incluons dans la phase de démarrage qui de ce fait est longue, 25 et 24 minutes. Nous incluons ce premier travail dans la phase de démarrage car nous pensons que la recherche et résolution de ces problèmes participent à la dévolution aux élèves de la recherche et résolution des problèmes E3A *Le jeu vidéo* et E3B *La cible olympique*. Ils permettent en effet aux élèves de remobiliser des notions simples de calcul mais il nous semble qu'E3 souhaite également les préparer, en quelque sorte les mettre en condition, avant de chercher à résoudre ensuite un problème ouvert. E3 annonce, après ces premiers problèmes, le problème ouvert aux élèves, il prend le temps de lire et de faire lire par des élèves les énoncés. E3 s'assure, en les questionnant, que tous les élèves comprennent de quoi il s'agit en demandant à quelques-uns d'entre eux de reformuler ces énoncés, un seul mot nécessite réellement une explicitation (« hémicycle » dans E3D *L'hémicycle*). Lors des deux autres séances, E3 propose deux problèmes ouverts. La phase de démarrage qui consiste en la lecture et reformulation des énoncés prend pour chacun d'eux de 4 à 8 minutes.

b) Une phase de recherche

Sauf pour la question 2 (Q2) du premier problème E3A *Le jeu vidéo*, E3 choisit d'organiser pour l'étude d'un même problème soit une recherche individuelle, soit une recherche en binômes ou en groupes. En effet, lorsque E3 demande de chercher à résoudre le problème individuellement, il ne prévoit pas de recherche en groupes. En revanche lorsqu'il propose aux élèves un travail de groupes, il ne réserve pas de temps au préalable pour une recherche individuelle. La répartition des élèves dans les petits groupes se fait rapidement par proximité. Il apparaît donc que E3 semble vouloir laisser du temps aux élèves pour chercher cependant, en alternant recherche individuelle et recherche en groupes, E3 montre également qu'il souhaite avancer dans la séance, en ne cumulant pas ces deux formes de recherche. Tout se passe comme si E3 poursuivait deux enjeux : faire chercher les élèves seuls ou en petits groupes et avancer dans la séance, ne pas perdre de temps et respecter pour la durée de la séance dédiée aux problèmes ouverts celle d'environ une heure d'une séance de mathématiques habituelle.

Lors de la séance 2, la phase de recherche par binômes se déroule en deux temps. Les élèves cherchent par deux pendant 8 minutes puis E3 fait le point avec toute la classe, il organise une

mise en commun intermédiaire sur les premiers résultats trouvés et la manière dont ils ont été obtenus. La recherche en binômes est ensuite relancée et dure 14 minutes.

c) Une phase de mise en commun des résultats

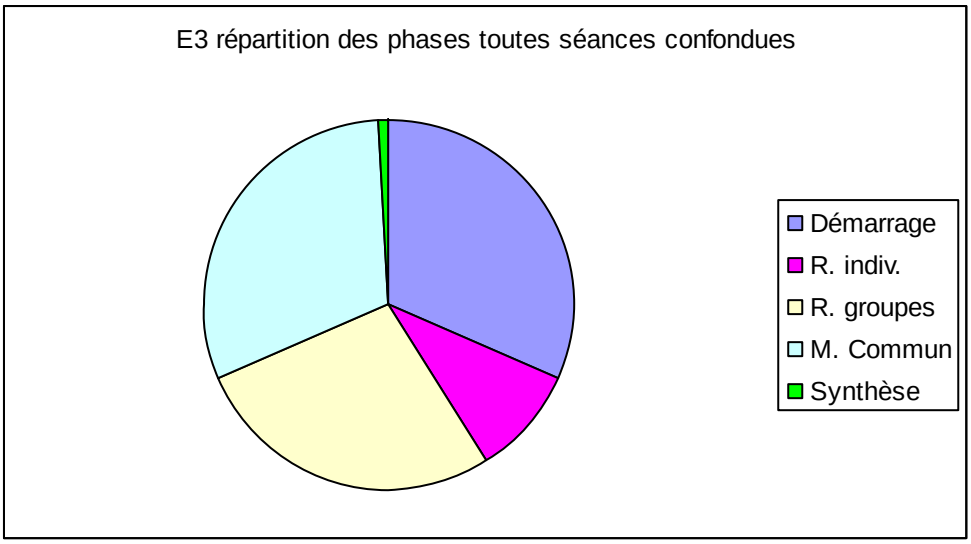
E3 après chaque phase de recherche organise une mise en commun des résultats. Il choisit pendant la phase de recherche 3 à 6 élèves et leur demande d'écrire au tableau leurs résultats. Même si les élèves ont rédigé une solution sur une feuille (comme dans la séance 3, pour la résolution de E3D *L'hémicycle*), ces feuilles ne sont pas présentées aux autres élèves, les rédacteurs des feuilles doivent expliquer oralement ce qu'ils ont fait et trouvé. Afin d'organiser la présentation des résultats au tableau sans leur dire si les solutions présentées sont incorrectes, incomplètes ou correctes, E3 demande aux élèves ayant des réponses incomplètes ou incorrectes de les écrire sur la gauche du tableau et demande aux élèves ayant une réponse correcte de l'écrire sur la droite. Les résultats sont commentés par la classe sous le questionnement de E3. Celui-ci laisse quelques élèves s'exprimer mais dans un temps limité. Cette phase dure de 5 à 18 minutes. Il montre, là encore, qu'il souhaite prendre le temps de tenir compte des réponses erronées ou incomplètes mais qu'il désire également avancer dans la séance.

d) Une phase de synthèse en fin de séance

La séance se termine, juste après l'exposé au tableau des résultats des élèves, avec quelques remarques de E3 sur les erreurs parmi les résultats notés au tableau. Il ne réserve pas de moment pour faire le point sur les méthodes employées ni sur ce qui peut être retenu pour une prochaine séance dédiée à un problème du même type.

e) Part relative des différentes phases dans la séquence

Le graphique 6 montre que les phases de synthèse sont quasi inexistantes. Les séances sont en fait divisées en trois phases ayant des durées globalement équivalentes : une phase de démarrage puis une phase réservée aux activités de recherche des élèves, individuelles ou en groupes et une phase de mise en commun. Autrement dit, le travail individuel ou en groupes, donc sans l'enseignant, représente un tiers du travail des élèves lors des séances. E3 ne montre pas, de par la durée consacrée à ces phases de recherche, qu'il y attache plus d'importance qu'aux phases de démarrage et de mise en commun qui sont des temps de travail collectif.



Graphique 6 Répartition des phases toutes séances confondues

I-3.3 Les traces écrites

Les élèves qu'ils cherchent seul, en binômes ou en groupes, lors de chacune des séances observées travaillent au brouillon ou sur la feuille comportant l'énoncé distribué par E3. Aucune affiche, dans le but de rédiger sa réponse et de la proposer à la classe ensuite, n'est distribuée. Après la mise en commun des résultats, aucune correction n'est rédigée, les élèves ne gardent aucune trace écrite de la recherche, de la solution et des démarches utilisées dans leur cahier de mathématiques.

I-3.4 Conclusions sur E3

Après avoir observé et analysé les séances proposées par E3, il apparaît que les deux premières séances s'organisent sensiblement de la même manière puis les deux dernières également. Cet enseignant souhaite maintenir un certain rythme lors des séances, il ne veut pas perdre de temps, les différentes phases s'enchaînent assez rapidement. Il dit ne pas vouloir lasser les élèves et les inciter à des bavardages (Cf. Annexes D).

Il nous explique également plusieurs fois lors de nos échanges après les séances qu'il souhaite apprendre à ses élèves à chercher seul, sans son aide. E3 confie qu'il pense ainsi les préparer à l'entrée au collège : « *les élèves devront bien au collège, en classe de sixième, se « débrouiller seuls » quand ils seront mis face à un problème, l'enseignant ne sera pas toujours derrière eux pour les guider et presque commencer la recherche à leur place* ». Un des enjeux de ces

séances semble donc être de leur permettre de développer des capacités de recherche cependant, lors de nos observations, une certaine ambiguïté semble demeurer chez E3 dans l'organisation des séances et les enjeux qu'il semble s'être fixés : il hésite entre laisser réellement du temps aux élèves pour chercher et proposer un travail collectif, tout cela en respectant la limite de temps réservée à une séance de mathématiques. De plus, l'absence de synthèse en fin de séances montre qu'il ne cherche pas non plus à exposer aux élèves des raisonnements qu'ils pourraient réutiliser pour résoudre d'autres problèmes. E3 semble se fixer des objectifs d'apprentissage pour ses élèves mais ne semble pas réellement organiser les séances en conséquence.

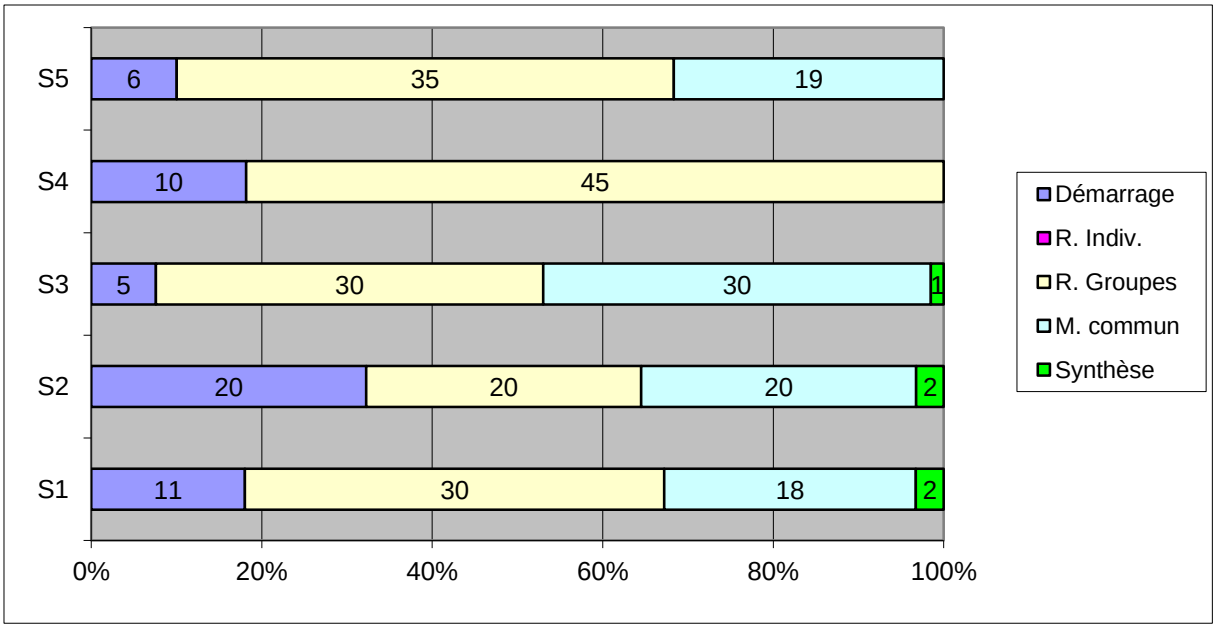
I-4 Les scénarii réalisés dans la classe de E4

I-4.1 Organisation générale des séances

Lors des séances 1 et 2, E4 choisit de proposer aux élèves deux énoncés de problèmes. Lors des séances 3 et 4, il propose aux élèves plusieurs énoncés sous la forme d'un rallye mathématique qu'il organise dans sa classe. Lors de la dernière séance, E4 propose aux élèves de reprendre la recherche de deux problèmes parmi ceux proposés lors du rallye 2 de la séance 4. Les cinq séances ont des durées totales similaires.

Durée (en minutes)	Séance 1 E4A *Le plus petit* E4B *L'anniversaire* 20/10	Séance 2 E4C *La bûche* E4D *Le cirque* 27/11	Séance 3 Rallye 1 7 énoncés 21/01	Séance 4 Rallye 2 8 énoncés 09/04	Séance 5 E4 E *La marmite de confiture* E4F *Les cubes* 03/05
Séance	61	62	66	55	60
Phase de démarrage	11	20	5	10	6
Phase de recherche Individuelle En groupe	 0 30 (par deux)	 0 20	 0 30	 0 45	 0 35
Phase de mise en commun des résultats	18	20	30	0	19
Phase de synthèse	2	2	1	0	0

Tableau 25 Durée des différentes phases en minutes lors des cinq séances



Graphique 7 Répartition des différentes phases par séance

I-4.2 Présentation chronologique des scénarii

Lors de chacune des 5 séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts, E4, après avoir présenté la séance, réserve toujours un temps de recherche mais ne prévoit pas toujours une phase de mise en commun des résultats des élèves. Le graphique 7 révèle néanmoins une certaine régularité dans l'organisation des cinq séances : il montre qu'E4 prévoit toujours une phase de démarrage, une phase de recherche en groupes, ne propose pas de phase de recherche individuelle et n'organise pas de synthèse (ou alors de une à deux minutes seulement).

a) Une phase de démarrage

Les énoncés sont toujours tous distribués en même temps aux élèves, au début de chaque séance. E4 prend le temps de présenter le déroulement prévu pour la séance aux élèves : recherche en binômes, recherche en groupes de quatre ou recherche collective (lors des deux « rallyes mathématiques »). Il insiste sur l'organisation des séances et sur ce qu'il attend des élèves. Lors des deux premières séances, les énoncés sont lus collectivement et reformulés : E4 montre qu'il souhaite ainsi s'assurer que chaque élève comprend le texte et ce qu'il attend de lui lors de cette séance. Lors des séances que E4 dit dédier à des rallyes mathématiques comme lors de la dernière séance, en revanche, les énoncés ne sont pas lus collectivement, E4 laisse les élèves s'organiser seuls. Ce qui explique des durées différentes entre les phases de

démarrage des séances, de 5 à 20 minutes. Il semble qu'E4 accorde au fur et à mesure de l'année de plus en plus d'autonomie aux élèves lors de ces phases de démarrage des séances.

b) Une phase de recherche

Les élèves lisent individuellement l'énoncé (ou les énoncés lors des deux « rallyes ») et une recherche collective est tout de suite proposée par E4. Lors de la séance 1, cette recherche s'effectue par binômes, lors des séances 2 et 5, elle a lieu par groupes de quatre élèves (groupes formés par proximité). Lors de la séance 3, chaque groupe doit résoudre tous les problèmes du rallye mais chaque élève ne cherche pas tous les problèmes. La répartition dans les binômes ou dans les groupes n'est pas prévue à l'avance et se fait par proximité. Lors de la séance 4, les élèves ont le choix du mode de recherche : ils peuvent rester seuls ou travailler à deux ou se rassembler par petits groupes d'affinité, en se déplaçant.

Les recherches des élèves, en binômes ou en groupes, se font sur les feuilles distribuées par E4. Il ne demande jamais de rédiger des affiches qui seraient ensuite présentées à la classe. Lors des séances 3 et 4, E4 leur demande cependant de rédiger une feuille-réponse pour toute la classe, feuille-réponse qu'il garde en fin de séance mais qui ne réapparaît pas en classe lors des séances suivantes. En fait, l'organisation de la dernière séance lors de laquelle E4 reprend la recherche de deux des problèmes du rallye de la séance précédente, montre qu'il prend connaissance de la feuille-réponse : il vérifie si les élèves ont trouvé des réponses aux différents problèmes posés et semble se servir de cette feuille-réponse afin de choisir les énoncés qu'il propose à nouveau lors de la séance 5.

c) Une phase de mise en commun des résultats

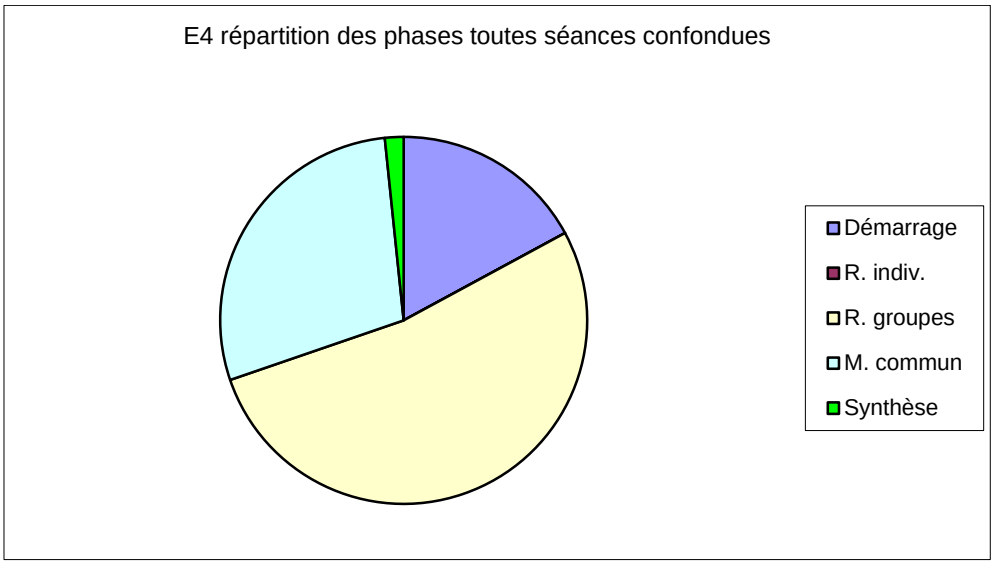
Une mise en commun des résultats est organisée lors des séances 1, 2 puis 5. Lors de ces trois séances, E4 désigne quelques élèves qui ont trouvé la réponse attendue et leur demande de venir au tableau écrire leurs résultats. E4 demande aux élèves d'expliquer à la classe leur démarche, les autres élèves regardent, lisent et écoutent leurs camarades. Quelques questions sur les démarches exposées sont posées. Lors des séances 3 et 4, E4 ne propose pas de réelle mise en commun des résultats.

d) Une phase de synthèse en fin de séance

Lors des séances 1, 2 et 5, E4 se réserve très peu de temps, quelques minutes à peine, afin de conclure sur le travail effectué pendant la séance. Lors de la séance 3, E4 donne rapidement

oralement les réponses de chaque problème, sans autre détail, sans faire de synthèse. De même, la séance 4 se termine après les recherches des élèves, sans intervention de E4.

e) Part relative des différentes phases dans la séquence



Graphique 8 Répartition des phases toutes séances confondues

E4, en organisant ainsi les séances, montre qu'il réserve du temps en début de séance, pendant les phases de démarrage, afin d'expliquer aux élèves ses attentes et leur présenter les problèmes. Le graphique 8 permet de constater qu'il ne laisse pas les élèves chercher individuellement et que, de ce fait, la durée des recherches en groupes est conséquente, plus de la moitié de la durée des séances. Des phases de mise en commun des résultats sont organisées mais pas à chaque séance, puisqu'elles sont inexistantes lors des séances 3 et 4. De plus, E4 ne réserve que très peu de temps aux synthèses en fin de séances.

I-4.3 Les traces écrites

Lors des séances 1, 2 et 5, E4 distribue une feuille de dimension A4 ou A3 à chaque élève. Les énoncés y sont écrits et une place est laissée en dessous de chaque énoncé pour les recherches des élèves. Ils n'utilisent alors pas de brouillon et écrivent leurs recherches sur ces feuilles. Aucune affiche n'est distribuée lors des travaux de groupes. En fin de séance, aucune correction n'est rédigée et les élèves ne gardent comme trace écrite de ces séances que leur feuille de recherche. Lors des séances 3 et 4, chaque élève a une feuille avec les énoncés à résoudre, il écrit ses recherches également sur cette feuille qu'il peut garder en fin de séance. La classe redonne à E4 une feuille-réponse comportant la synthèse des réponses de la classe.

Cette feuille n'est pas présentée ensuite à la classe, E4 la garde et ne le reprend pas lors de la séance suivante. Finalement les élèves ne gardent dans leur cahier de mathématiques que leur recherche sans aucune correction.

I-4.4 Conclusions sur E4

Les séances proposées par E4 durent toujours à peu près une heure cependant les propositions faîtes aux élèves ne sont pas toujours les mêmes tout au long de l'année : lors des séances 1, 2 et 5, deux problèmes sont étudiés, les élèves cherchent en groupes et une mise en commun est ensuite organisée pour les deux problèmes en même temps. Les séances 3 et 4 se déroulent à la manière d'un rallye mathématique, les élèves travaillant en petits groupes afin de résoudre plusieurs problèmes, une seule réponse étant attendue pour toute la classe.

Nous pensons que ces quelques différences de mise en œuvre choisies par E4, montrent l'enjeu principal de E4 quand il propose ces problèmes en classe. En effet, E4 (Cf. Annexes D) nous explique qu'il met ces séances en place afin de « *remotiver les élèves en mathématiques* ». L'enjeu principal semble être pour lui que ses élèves trouvent ou retrouvent du « *plaisir à chercher* » pendant le cours de mathématiques. L'utilisation de problèmes ouverts dans le cours de mathématiques est pour lui, un moyen d'atteindre cet enjeu. Il nous semble qu'il ne demande pas aux élèves de recherche individuelle pour cette raison également : il ne veut pas prendre le risque en début de séance que des élèves bloquent seuls sur un énoncé et se découragent. Il estime certainement qu'en les mettant tout de suite à chercher à plusieurs, en binômes et en groupes, les élèves vont pouvoir s'entre aider et, de ce fait, ne pas se décourager.

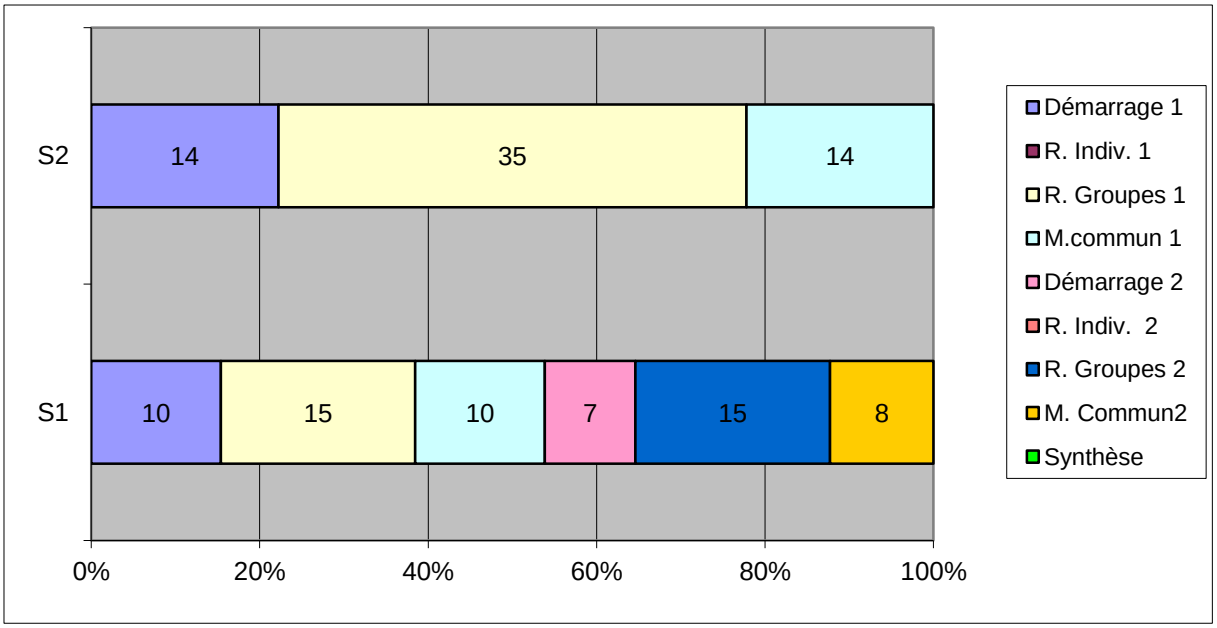
I-5 Les scénarii réalisés dans la classe de E5

I-5.1 Organisation générale des séances

L'enseignant E5 met en œuvre dans sa classe de CM2, deux séances dédiées à l'étude de problèmes de type ouvert. Lors de chacune des deux séances, E5 propose dans un premier temps à ses élèves deux exercices de réinvestissement liés à une notion déjà étudiée en classe (sur la notion de cercle lors de la première séance et sur la notion de proportionnalité lors de la deuxième séance) puis dans un deuxième temps, un problème ouvert (E5A *Le chien* et E5B *La leçon de chimie*). Les deux séances durent une heure et sont organisées de la même façon.

Durée (en minutes)	Séance 1 E5A *Le chien* 19/12 Q1 Q2		Séance 2 E5B *Le cours de chimie* 21/01
Séance	65		63
Phase de démarrage	10	7	14
Phase de recherche Individuelle En groupe	 0 15	 0 15	 0 35
Phase de mise en commun des résultats	10	8	14
Phase de synthèse	0		0

Tableau 26 Durée des différentes phases en minutes lors des deux séances



Graphique 9 Répartition des différentes phases par séance

I-5.2 Présentation chronologique des séances

a) Une phase de démarrage

Nous considérons que les deux exercices proposés dans le premier temps de chacune des deux séances font partie de la phase de démarrage. En effet, il s'agit clairement pour E4, étant donnés les contenus des exercices (Cf. Annexes B), de permettre aux élèves de remobiliser des connaissances déjà étudiées l'année précédente et qui sont utiles pour résoudre les problèmes ouverts qu'il a choisis. Pour ce travail, les élèves sont dès le début de la séance installés en petits groupes, ils travaillent dans leur cahier de mathématiques habituel.

L'enseignant passe dans les rangs pour suivre le travail fait, il aide les élèves les plus en difficulté puis les exercices sont corrigés collectivement au tableau.

Lors des deux séances, E5 annonce ensuite l'étude d'un problème en distribuant une feuille blanche à chaque élève (le cahier de mathématiques est rangé). Il lit l'énoncé, s'assure que tous les élèves comprennent de quoi il s'agit (un chien attaché dans la cour d'une ferme, des mélanges de sucre et d'eau) en expliquant quelques mots et en faisant reformuler l'énoncé par quelques élèves qu'il interroge. Cette phase de démarrage dure entre 7 et 14 minutes.

b) Une phase de recherche

Les élèves ne prennent pas réellement le temps d'une recherche individuelle, qui n'est d'ailleurs pas explicitement demandée par E5, des échanges verbaux ont lieu dès le début des recherches, dans chacun des groupes. Les recherches sont donc effectuées collectivement, E5 circule entre les groupes et n'intervient pas auprès d'eux. Aucune consigne n'est donnée concernant une éventuelle mise en commun des résultats. Aucune rédaction d'affiches n'est demandée. Il est seulement demandé aux élèves de chercher, de trouver des éléments de réponse. Rien n'est dit sur une communication éventuelle à la classe des solutions trouvées dans les groupes. Lors de la séance 1, le problème est scindé en deux parties par E4, les élèves cherchent à résoudre les deux questions séparément, l'une après l'autre. Les recherches durent à chaque fois 15 minutes. Lors de la séance 2, une seule question est posée, la recherche dure 35 minutes. Le temps de recherche des élèves lors de chacune des deux séances est donc le même.

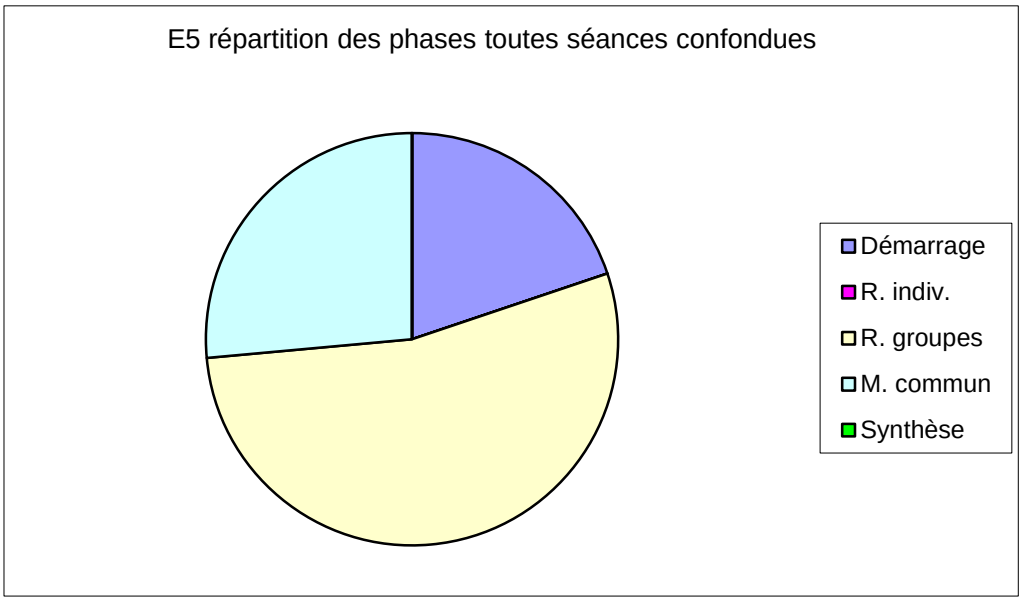
c) Une phase de mise en commun des résultats

Lors des deux séances, l'enseignant annonce une mise en commun des résultats et choisit de présenter les travaux de quelques groupes qui ont des pistes de solutions : un élève d'un premier groupe, désigné, présente son résultat aux autres élèves. Une discussion s'engage, des questions lui sont posées par des élèves et par l'enseignant afin de comprendre le résultat exposé. Les élèves ainsi désignés pour présenter leur travail à la classe, ont obtenu des réponses incomplètes ou inexactes. Après ces premières présentations, E5 demande à un groupe ayant obtenu un résultat qui lui semble correct de donner sa réponse et de venir au tableau expliquer ce qu'il a fait.

d) Une phase de synthèse en fin de séance

La séance se termine après la fin des présentations des quelques élèves qui étaient au tableau. Aucune synthèse n'est réellement proposée par E5.

e) Part relative des différentes phases dans la séquence



Graphique 10 Répartition des phases toutes séances confondues

Nous constatons que les séances se divisent finalement en trois phases : plus de la moitié des séances sont consacrées à la recherche des élèves s'effectue essentiellement en groupes. Le reste des séances se divise entre une phase de démarrage et une phase de mise en commun des résultats de durée quasiment identique. Aucune synthèse n'est organisée.

I-5.3 Les traces écrites

Pendant la phase de recherche, E5 ne demande pas aux élèves de rédiger une affiche ou tout autre document afin de les présenter ensuite à la classe. E5 leur demande seulement de chercher et de trouver une réponse ou des éléments de réponse. Les élèves utilisent, dans chacun des groupes, la feuille blanche distribuée au début : les travaux des élèves (Cf. Annexes C) que nous avons récoltés montrent que chacune des feuilles est et reste individuelle, aucun écrit en commun n'est en fait élaboré dans les groupes.

En fin de séance, la réponse attendue est présentée aux élèves par E5. Il s'appuie sur ce que les élèves ont déjà proposés lors de la mise en commun. Cependant les élèves ne gardent

aucune trace écrite de ce travail et des résultats obtenus. La feuille blanche individuelle, sur laquelle les élèves ont écrit pendant la phase de recherche, n'est pas gardée dans le cahier de mathématiques.

I-5.4 Conclusions sur E5

Lors des séances dédiées à des problèmes ouverts, E5 précise qu'il propose aux élèves des énoncés différents de ce qu'il propose habituellement cependant la mise en œuvre n'est pas très éloignée de ce qu'il organise habituellement. Les élèves ne sont pas répartis différemment, ils restent installés comme lors des séances habituelles, les problèmes sont lus et longuement reformulés afin que chacun d'eux comprennent de quoi il s'agit. Cependant cette présentation des problèmes nous semblent enlever aux élèves une part de découverte qu'ils sont capables de faire seuls : lorsque E5 les met en phase de recherche, certains éléments de solutions sont déjà apparues. Nous pensons donc que les difficultés éprouvées par E5 lors de ces séances peuvent provenir en partie du choix de son organisation : il passe beaucoup de temps à expliquer le problème aux élèves en début de séance et ne les laisse pas se l'approprier réellement, en organisant une brève recherche individuelle, par exemple. E5 ne leur demande pas non plus de rédiger une réponse pour le groupe susceptible d'être montrée à la classe. De ce fait, les élèves peuvent rester au stade du brouillon individuel et ne pas faire l'effort de structurer leur démarche afin d'être capable ensuite éventuellement de l'expliciter à leurs camarades. Enfin, même si E5 fait l'effort de présenter quelques réponses erronées, les mises en commun des résultats sont surtout basées sur les réponses correctes de quelques élèves. Les résultats incomplets, les essais ne sont pas valorisés lors de ces mises en commun. L'accent n'étant pas mis sur les recherches des élèves, sur les procédures utilisées, les séances ne semblent pas répondre aux enjeux de séances dédiées à des problèmes ouverts® définis par Arsac, Germain et Mante (1988).

I-6 Conclusion : stabilité des scénarii proposés par E1, E2, E3 et E5

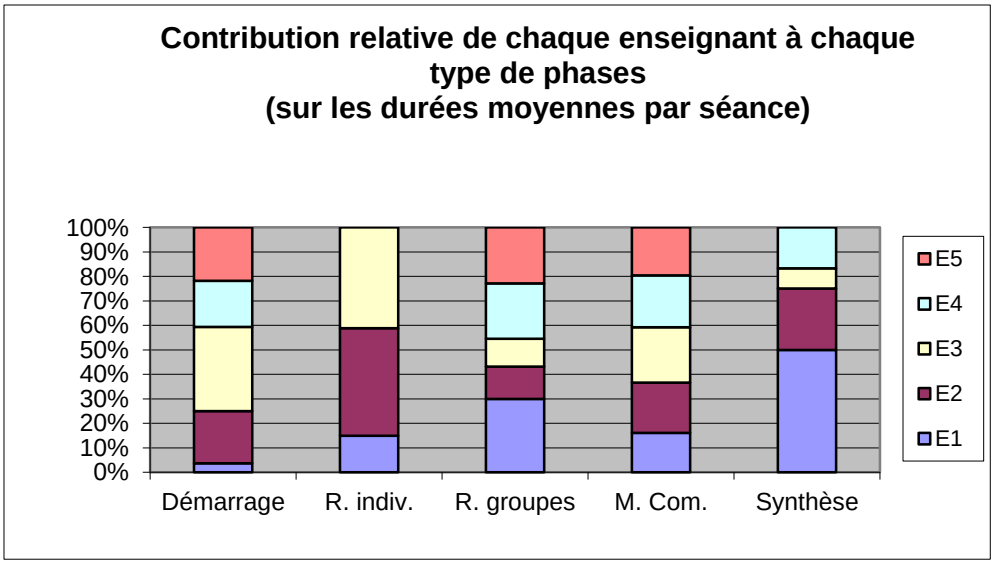
De nombreuses recherches montrent que les pratiques de professeurs de mathématiques non débutants sont « *stables au niveau individuel : l'enseignant prend des décisions analogues dans des situations analogues* » (Robert, 2005, p. 79). Vandebrouck (2002) montre dans une étude sur l'utilisation du tableau dans la classe de mathématiques que la gestion de la classe

est la même quel que soit le contenu mathématique enseigné et quels que soient les élèves présents. Dans notre étude, l'objectif des séances n'est pas l'étude de savoirs curriculaires et les enseignants ne sont pas des spécialistes des mathématiques comme peuvent l'être les professeurs du second degré. Néanmoins l'analyse de chacune des séances proposées par les enseignants E1, E2, E3 et E5 montre que les scénarii de chaque enseignant sont le plus souvent construits de la même façon tout au long de la séquence donc qu'une certaine stabilité intra-individuelle des pratiques existe également lors de ces séances dédiées à des problèmes ouverts. Seul E4 varie quelque peu l'organisation des séances : il organise deux séances à la manière des rallyes mathématiques (une dizaine d'énoncés, une seule fiche-réponse pour la classe, pas de mise en commun des résultats) et trois séances pendant lesquels les élèves ont à étudier un ou deux problèmes par petits groupes avant de mettre en commun les résultats. Autrement dit lorsque nous entrons dans la salle de l'un des quatre enseignants E1, E2, E3 et E5 lorsqu'il propose un problème ouvert, nous sommes quasiment sûrs d'observer le même déroulement : une succession identique de différentes phases et une durée pratiquement identique des séances et des différentes phases. Nous pouvons donc penser que cette stabilité intra-individuelle dans la pratique se révèle également chez la plupart des enseignants du primaire lors de séances dédiées à des problèmes ouverts.

II Comparaison interindividuelle des scénarii réalisés par les cinq enseignants

Après avoir proposé une comparaison intra-individuelle des scénarii réalisés par les enseignants E1, E2, E3, E4 et E5, nous effectuons dans cette partie, une comparaison interindividuelle. Nous comparons les scénarii réalisés de manière quantitative, selon les durées réservées à chacune des différentes phases, le nombre de problèmes par séances et de manière qualitative, selon la présence ou non de traces écrites et de synthèses, la posture de l'enseignant lors des séances et la place laissée aux recherches individuelles et en groupes des élèves.

Le graphique 11 permet d'illustrer la comparaison des scénarii réalisés par les cinq enseignants :



Graphique 11 Comparaison des scénarii réalisés par les cinq enseignants

II-1 Des points communs

II-1.1 Trois phases toujours proposées

Lors de toutes les séances observées dans les classes de E1, E2, E3 et E5 ainsi que lors de trois séances sur les cinq observées dans la classe de E4, les enseignants respectent globalement le même scénario construit autour d'une phase de démarrage de la séance, une phase de recherche des élèves et une phase de mise en commun des résultats.

II-1.2 La même place réservée aux mises en commun des résultats

Il apparaît de notre analyse que les cinq enseignants réservent tous la même place aux phases de mises en commun des résultats. Il semble quel que soit l'enjeu principal des enseignants quand ils proposent des problèmes ouverts, qu'il soit incontournable de ne pas négliger cette phase, pendant laquelle les élèves vont présenter leurs résultats et éventuellement en discuter avec l'enseignant voire en débattre entre eux.

II-1.3 Aucune trace écrite et peu de temps pour une synthèse

Les élèves utilisent tous des feuilles, de brouillon, de recherche, pour effectuer leurs recherches. L'usage du brouillon semble évident et nécessaire pour chacun des élèves, les enseignants ne demandent jamais aux élèves de rédiger individuellement leurs résultats et

dans seulement deux classes (celle de E1 et celle de E2), ils rédigent et présentent leurs résultats sur des affiches. Il apparaît surtout de l'analyse de toutes les séances qu'aucune trace écrite n'est rédigée en fin de séance. Lors des mises en commun, les problèmes sont résolus, des démarches sont exposées, des pistes de preuve sont parfois proposées. Cependant tout ce travail reste fait au tableau et oralement, aucun enseignant ne rédige une synthèse que les élèves pourraient garder et réutiliser lors d'autres séances dédiées à des problèmes ouverts. Plusieurs hypothèses peuvent être énoncées. D'une part, nous pouvons penser que les enseignants ne savent pas ce sur quoi ils pourraient réellement conclure et ce que les élèves pourraient avoir à retenir de ces séances. Ils ne voient pas quelle « leçon » ils pourraient rédiger. D'autre part, il semble que pour ces enseignants, le plus important soit l'activité de recherche des élèves, individuellement ou en groupes. Il n'y aurait donc pas de « leçon » à écrire et à apprendre puisque les élèves vont développer des capacités de recherche essentiellement en résolvant des problèmes, en cherchant. Les enseignants du fait qu'ils proposent des énoncés de problèmes ouverts semblent penser qu'il n'y a rien à retenir de la résolution d'un des problèmes qui pourrait être utile pour en résoudre un autre.

L'absence de trace écrite est à mettre en lien avec une quasi absence de synthèse de la part des cinq enseignants. Même si parfois ils tentent de revenir sur les réponses aux problèmes et sur quelques procédures utilisées par les élèves, aucun d'entre eux ne propose de synthèse pouvant mettre en avant des démarches à mémoriser ou des savoirs mathématiques à retenir.

II-1.4 La posture des enseignants lors des séances

Les cinq enseignants, lors de toutes les séances observées, après avoir présenté le travail attendu des élèves, se mettent en retrait pour les laisser chercher. Ils dévoluent tous les cinq la recherche aux élèves et s'efforcent de ne pas les aider dans ces recherches. En témoignent les déplacements des enseignants que nous observons pendant cette phase de recherche. Tous, même s'ils circulent autour des groupes, ne s'approchent que très peu des élèves pour les interroger dans leur travail, ils surveillent ce travail de loin. Après ces temps réservés aux recherches des élèves, tous les enseignants reprennent ensuite la main sur l'avancée de la séance afin de mettre en commun les résultats trouvés. Pendant les phases de mise en commun des résultats, ce sont eux qui dirigent la séance, les élèves ne posent que très peu de questions quand leurs camarades exposent des éléments de solutions. Les élèves sont attentifs mais ce sont les enseignants qui interrogent et alimentent les discussions pour aboutir aux solutions attendues.

II-2 Des différences

II-2.1 Le nombre de problèmes par séance

E1 et E5 proposent un seul énoncé par séance, E3 et E4 en proposent plusieurs, de deux à six. En revanche, E2 propose, à deux reprises, un énoncé étudié lors de trois séances puis un seul problème lors des deux dernières séances. Il apparaît donc que le travail proposé aux élèves dans chacune des classes soit du point de vue du nombre de problèmes à résoudre relativement différent. Afin de comprendre cette différence, nous interrogeons le niveau scolaire des élèves de chacune des classes observées ainsi que les contenus des énoncés proposés.

Les écoles dans lesquelles nous étudions les pratiques des cinq enseignants ont été choisies pour leur niveau social équivalent, nous avons fait attention à choisir des écoles où les élèves ne sont pas en grandes difficultés sociales et/ou scolaires. Nous ne pouvons donc pas dire qu'une des classes a plus de facilité pour résoudre ces problèmes, ce qui pourraient justifier le fait d'en proposer plusieurs lors d'une même séance, comme chez E4 par exemple. La différence du nombre d'énoncés proposés par séance ne se justifie donc pas par une différence du niveau des élèves.

La différence se joue-t-elle alors du côté des énoncés ? Les problèmes proposés par E1 et E5 sont-ils plus difficiles, plus long à résoudre pour des élèves de cycle 3 que ceux de E3 et E4 ? Après notre analyse *a priori* des énoncés choisis par les enseignants, il apparaît que ce ne soit pas le cas. En effet, le problème E1D *Les menteurs* est proposé, seul, lors d'une séance proposée par E1 alors qu'un problème de contenu et de difficulté équivalente pour des élèves du cycle 3 comme E4C *Le cirque* dans la classe de E4 n'est pas proposé seul. De même, le problème E2D *Chacun sa place* est proposé seul dans la classe de E2 alors que le problème similaire E4B *L'anniversaire* ne l'est pas. Il semble donc que cette différence ne soit pas directement liée au choix des énoncés.

Nous supposons donc que cette différence dépend plutôt de la façon dont les enseignants organisent les séances. Les scénarii réalisés sont globalement assez similaires, répartis en différentes phases qui organisent le travail des élèves. La différence observée nécessite d'étudier au plus près ces phases, d'effectuer un second zoom afin d'analyser les pratiques à un niveau de granularité plus fin. Nous proposons donc, dans le chapitre suivant, d'effectuer

des analyses plus fines de certains moments des séances afin d'étudier les différences entre les enseignants en termes de nombre de problèmes proposés lors d'une même séance.

II-2.2 L'existence ou non de recherche individuelle

Tous les enseignants organisent des temps de recherche en groupes dans leur classe cependant certains d'entre eux n'organisent pas toujours ou pas du tout de recherche individuelle. E1 demande systématiquement à ses élèves de chercher individuellement avant de discuter dans les groupes, même si cette recherche individuelle est brève. E2 et E3 alternent les deux organisations : à certains moments les élèves cherchent seuls, à d'autres, ils cherchent tout de suite en groupes. Finalement, E1 réserve globalement moins de temps aux recherches individuelles que E2 et E3. Les élèves de E1 sont donc moins souvent confrontés seuls, à un énoncé de problème ouvert et face à une recherche de procédure sans l'aide de camarades.

E4 et E5 n'organisent jamais de recherche individuelle, les élèves sont tout de suite mis en groupes pour chercher à trouver des solutions. Nous pensons que ces deux enseignants souhaitent ainsi ne pas prendre le risque que des élèves se découragent seuls face à un énoncé et de ce fait, ne se mobilisent pas pour le résoudre ensuite dans les petits groupes, en pensant que ce travail est trop difficile pour eux.

II-2.3 La place réservée à la phase de démarrage

E1 réserve peu de temps aux phases de démarrage, il demande aux élèves très rapidement de se mettre à chercher. Deux autres enseignants, E2 et E4, y consacrent plus de temps, en lisant les énoncés avec les élèves, en explicitant ce qu'ils attendent des élèves. E3 et E5 y consacrent le plus de temps, ils proposent aux élèves avant de résoudre le problème ouvert de remobiliser certaines notions en résolvant deux exercices de réinvestissement.

II-2.4 La place réservée aux recherches en groupes et aux affiches

Les cinq enseignants proposent aux élèves de travailler en groupes cependant la place laissée à ces recherches varient d'un enseignant à l'autre. E1 y consacre le plus de temps. E4 et E5 laissent une place importante également aux recherches en groupes lors des deux séances observées cependant aucune affiche n'est rédigée, les élèves cherchent et écrivent leurs solutions sur une feuille que l'enseignant a distribuée mais sans que ce travail ne soit

forcément présenté à la classe. E2 et E3 consacrent moins de temps aux travaux de groupes, cette différence peut s'expliquer par le fait qu'ils alternent recherches individuelles (qui prennent donc plus de place que dans la classe de E1) et recherches en groupes.

E1 et E2 demande à chaque fois, lors des travaux de groupes, de rédiger une affiche dans le but ensuite de les présenter à la classe. E1 les présente toutes à chaque fois alors que E2 effectue un tri et se réserve le droit de ne montrer qu'une seule affiche lorsque plusieurs sont similaires. E3, E4 et E5 ne demandent pas de rédiger des affiches, les élèves font leur recherche sur un cahier de brouillon (pour E3), sur les feuilles comportant les énoncés (pour E4) ou sur une feuille blanche (pour E5). Des élèves sont désignés pour écrire et présenter leurs résultats au tableau : dans la classe de E3, ces élèves peuvent avoir des réponses incorrects. Dans celle de E4, les élèves désignés ont trouvé le résultat attendu et dans celle de E5, un élève ou deux présentent des résultats incomplets et un élève propose le résultat attendu.

II-3 Conclusion

D'une part, les résultats concernant chacun des cinq enseignants renseignent les composantes cognitive et médiative de leur pratique. L'étude de l'organisation des séances dédiées à des problèmes ouverts montre que les cinq enseignants (mis à part E4 lors des séances 3 et 4) proposent globalement la même organisation des séances à leurs élèves une phase de démarrage, une phase de recherche des élèves, une phase de mise en commun des résultats et une phase de synthèse. D'autre part, les similitudes observées renseignent la composante institutionnelle de la pratique de chacun des cinq enseignants. En effet, elles laissent penser que l'organisation des séances, telle qu'elle est établie par les cinq enseignants, est incontournable et elle fait penser à l'organisation proposée dans le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » de l'année 2003. Cependant des différences apparaissent notamment concernant le nombre de problèmes par séance mais surtout concernant la durée réservée à chacune des phases. Chaque enseignant semble avoir sa propre représentation du type de recherche, individuelle ou en groupes, à proposer, sa propre représentation du temps à laisser aux élèves pour chercher, sa propre représentation du temps à réserver aux mises en commun des résultats et aux synthèses. Ces différences nous renseignent sur la composante personnelle de la pratique de chacun des cinq enseignants.

Cependant comment expliquer ces similitudes et ces différences ? Cette façon de faire provient-elle des ressources choisies par les enseignants lorsqu'ils préparent des séances dédiées à des problèmes ouverts ou repose-t-elle sur les représentations personnelles des enseignants de séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts ?

Afin de poursuivre cette réflexion et de répondre à cette question, nous étudions dans la suite de ce chapitre, les ressources que les enseignants ont choisies du point de vue des scénarii qu'elles proposent pour ces séances.

III- Les scénarii proposés dans les ressources disponibles

III-1 Des scénarii proposés par les instructions officielles.

En étudiant les instructions officielles de 1995 à nos jours, nous constatons que la mise en œuvre dans la classe n'est que très peu abordée. Les injonctions officielles concernent avant tout les savoirs mathématiques à travailler en classe et rien n'est réellement dit sur l'organisation des séances permettant de les travailler avec les élèves. En 2002, en revanche, des conseils sont donnés aux enseignants à travers le document d'application des programmes. Celui-ci précise que « *dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à* ***de véritables problèmes de recherche*** […] » et que « *les séances d'enseignement comportent en général différentes phases, avec des modes d'organisation diversifiés. Les phases de* ***recherche*** *sont souvent plus efficaces et plus riches si elles sont conduites en* ***petits groupes****, facilitant la confrontation des idées entre pairs et favorisant l'intérêt de tous les élèves pour la tâche proposée.* » (MEN, 2002). Dans la même optique, en 2003, le document accompagnant les programmes de l'année 2002, aborde cette question des scénarios, pour ainsi dire pour la première fois de manière aussi détaillée, en réservant un tiers de son contenu à la mise en œuvre d'une séance autour d'un « *problème pour chercher* ». Deux paragraphes du document y sont consacrés : un paragraphe présente « *les modalités de mise en œuvre du problème pour chercher* », et un autre intitulé « *un épisode de recherche, en actes* » rend compte d'une séance dédiée à l'étude d'un problème pour chercher, menée par un professeur des écoles dans sa classe de CM1-CM2.

La séance est présentée chronologiquement en six *actes* : présentation du problème par l'enseignant, recherche personnelle des élèves, travail en groupe, mise en commun intermédiaire, relance du travail en groupe, mise en commun des résultats puis synthèse.

Les auteurs de ce document (Charnay et *al*., 2003) expliquent donc comment un professeur des écoles ordinaire organise son enseignement autour d'un problème de type ouvert. Ils insistent par exemple sur des difficultés rencontrées par l'enseignant observé. Au début de la séance, il est précisé que tous les élèves ne cherchent pas, « *certains réfléchissent, d'autres soupirent, d'autres enfin semblent attendre que le travail en groupe commence !* » (MEN, 2003, p.3). Lors de la mise en commun intermédiaire, il est précisé que l'enseignant a du mal à faire taire les élèves pour intervenir, que « *non sans difficulté, la maîtresse demande une pause à tous les groupes* » (*Ibid*.). Toutes ces précisions laissent penser que cette mise en œuvre des séances n'est pas simple à adopter cependant chaque enseignant, ayant conscience des difficultés qu'il va rencontrer, peut s'y essayer.

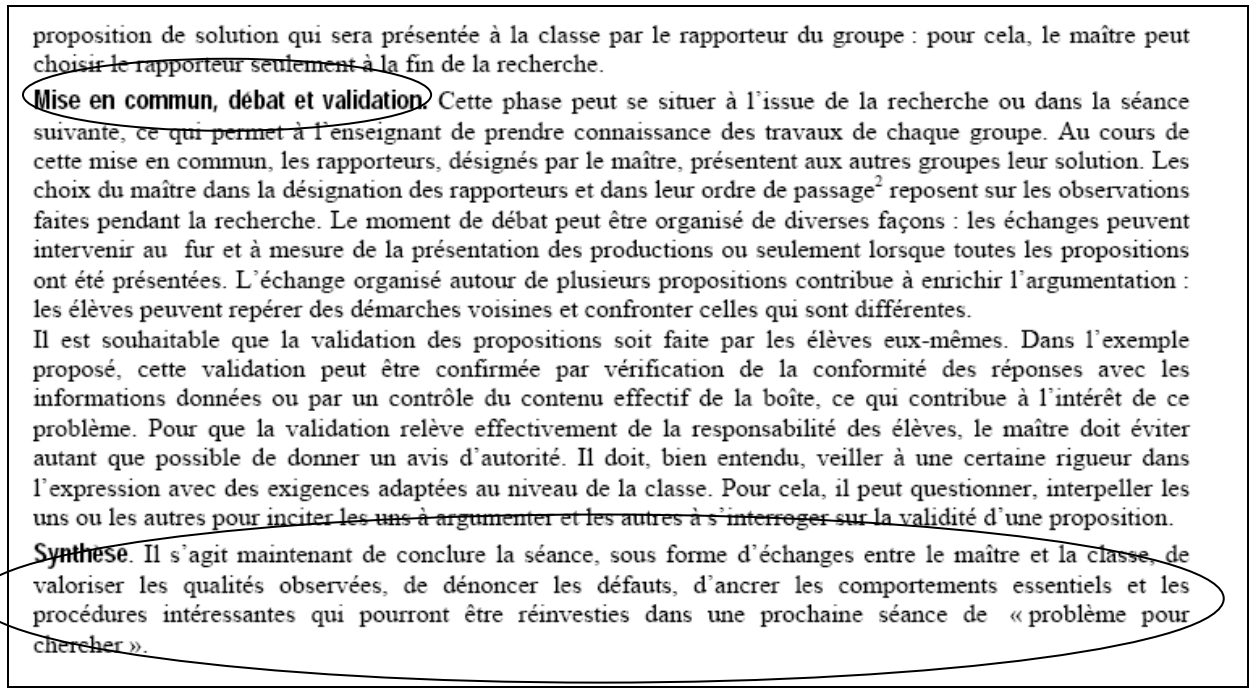
La mise en œuvre est explicitée dans la suite du document, quatre phases qu'il semble incontournable de respecter sont proposées : « *présentation du problème* », « *temps de recherche personnelle puis en groupe* », « *mise en commun, débat et validation* », « *synthèse* » :

Les modalités de mise en œuvre du « problème pour chercher »

Plusieurs phases ponctuent, en général, une séance de « problème pour chercher ».

Présentation du problème. Comme cela a été signalé précédemment, le problème peut être communiqué oralement (avec l'aide d'un écrit) ou seulement par écrit (texte, schémas, tableaux, illustrations), avec ou sans matériel. Les élèves ne doivent pas pouvoir résoudre le problème uniquement en manipulant le matériel. Par contre, sa présence peut les aider à se représenter le problème et, à la fin, permettre une vérification pratique de la solution. Il faut en effet veiller à ce que les élèves comprennent la situation et ce qu'il faut chercher pour qu'ils se sentent personnellement engagés pour relever le défi qui leur est lancé.

Temps de recherche personnelle, puis en groupe. Une confrontation personnelle de chaque élève avec le problème est souvent nécessaire (environ 5 minutes). Même si, en apparence, elle est peu productive pour certains, cette phase individuelle initialise le travail de groupe dont l'objectif est de produire une proposition de solution (procédure et réponse) commune. Les échanges à l'intérieur du groupe sont un élément essentiel de cette phase, les propositions des uns alimentant celles des autres. Il faut que chacun se sente responsable de la



proposition de solution qui sera présentée à la classe par le rapporteur du groupe : pour cela, le maître peut choisir le rapporteur seulement à la fin de la recherche.

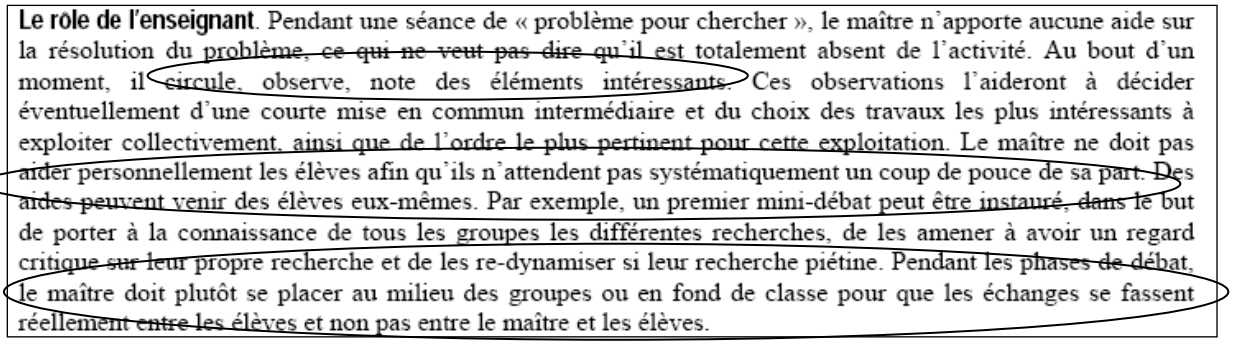
Mise en commun, débat et validation. Cette phase peut se situer à l'issue de la recherche ou dans la séance suivante, ce qui permet à l'enseignant de prendre connaissance des travaux de chaque groupe. Au cours de cette mise en commun, les rapporteurs, désignés par le maître, présentent aux autres groupes leur solution. Les choix du maître dans la désignation des rapporteurs et dans leur ordre de passage[2] reposent sur les observations faites pendant la recherche. Le moment de débat peut être organisé de diverses façons : les échanges peuvent intervenir au fur et à mesure de la présentation des productions ou seulement lorsque toutes les propositions ont été présentées. L'échange organisé autour de plusieurs propositions contribue à enrichir l'argumentation : les élèves peuvent repérer des démarches voisines et confronter celles qui sont différentes.

Il est souhaitable que la validation des propositions soit faite par les élèves eux-mêmes. Dans l'exemple proposé, cette validation peut être confirmée par vérification de la conformité des réponses avec les informations données ou par un contrôle du contenu effectif de la boîte, ce qui contribue à l'intérêt de ce problème. Pour que la validation relève effectivement de la responsabilité des élèves, le maître doit éviter autant que possible de donner un avis d'autorité. Il doit, bien entendu, veiller à une certaine rigueur dans l'expression avec des exigences adaptées au niveau de la classe. Pour cela, il peut questionner, interpeller les uns ou les autres pour inciter les uns à argumenter et les autres à s'interroger sur la validité d'une proposition.

Synthèse. Il s'agit maintenant de conclure la séance, sous forme d'échanges entre le maître et la classe, de valoriser les qualités observées, de dénoncer les défauts, d'ancrer les comportements essentiels et les procédures intéressantes qui pourront être réinvesties dans une prochaine séance de « problème pour chercher ».

Figure 49 ***Le problème pour chercher*****, MEN, 2003 (1)**

Les auteurs précisent par ailleurs que l'enseignant doit adopter une attitude différente de celle qu'il a habituellement. Son rôle s'adapte à ce type de séance, il accompagne les élèves sans les aider pendant leurs recherches, il observe les travaux des élèves puis il facilite les échanges entre les élèves lors de « *phases de débat* » :



Le rôle de l'enseignant. Pendant une séance de « problème pour chercher », le maître n'apporte aucune aide sur la résolution du problème, ce qui ne veut pas dire qu'il est totalement absent de l'activité. Au bout d'un moment, il circule, observe, note des éléments intéressants. Ces observations l'aideront à décider éventuellement d'une courte mise en commun intermédiaire et du choix des travaux les plus intéressants à exploiter collectivement, ainsi que de l'ordre le plus pertinent pour cette exploitation. Le maître ne doit pas aider personnellement les élèves afin qu'ils n'attendent pas systématiquement un coup de pouce de sa part. Des aides peuvent venir des élèves eux-mêmes. Par exemple, un premier mini-débat peut être instauré, dans le but de porter à la connaissance de tous les groupes les différentes recherches, de les amener à avoir un regard critique sur leur propre recherche et de les re-dynamiser si leur recherche piétine. Pendant les phases de débat, le maître doit plutôt se placer au milieu des groupes ou en fond de classe pour que les échanges se fassent réellement entre les élèves et non pas entre le maître et les élèves.

Figure 50 ***Le problème pour chercher*****, MEN, 2003 (2)**

L'objet de ce document d'accompagnement est nouveau dans les instructions officielles françaises puisque, auparavant, aucun document officiel n'abordait la question de la mise en œuvre en classe. Dans notre étude, étant donné l'âge des enseignants que nous observons, nous nous demandons si ce document a eu un impact sur leurs pratiques des enseignants du primaire que nous observons et s'il les a influencés, s'il les influence encore au moment de nos observations dans l'organisation des séances dédiées à des problèmes ouverts qu'ils mènent dans leur classe.

Concernant l'influence de ce document sur les enseignants de notre étude, étant donné qu'il est reconnu que les enseignants du primaire ne consultent pas beaucoup les documents officiels, et du fait que nous mettons en place notre étude en 2009/2010, nous pourrions penser que le document de l'année 2003 est tombé dans l'oubli. D'autre part, dans les instructions officielles de l'année 2008, la question de la mise en œuvre des séances n'est plus abordée. Il est seulement demandé aux enseignants du primaire de « *varier les approches* ». Il est rappelé qu'ils disposent d'une « *liberté pédagogique* » et qu' « *il ne peut en être autrement : si les programmes s'imposent à toute la communauté éducative, le choix des méthodes et des démarches relève intégralement de la responsabilité des enseignants.* » (MEN, 2008, p. 3). Les choix concernant la mise en œuvre des séances reviennent, d'après les instructions officielles en vigueur, aux enseignants.

Malgré cela, nous constatons que les séances, dans les classes de chacun des cinq enseignants observés, s'organisent autour de différentes phases proposées dans le document d'accompagnement de l'année 2003. Cependant seulement un enseignant, E3, y fait avec nous explicitement référence (Cf. Annexes D).

III-2 Des scénarii proposés par les ouvrages *Ermel*

Dès leur parution dans la fin des années quatre-vingts, les ouvrages publiés par l'équipe *Ermel* sont reconnus par les formateurs et les enseignants du primaire comme un réel outil permettant de mettre en œuvre des séances de mathématiques dédiées à des problèmes ouverts (Artigue, Houdement, 2007). Pour notre recherche, nous choisissons d'étudier comment les auteurs proposent d'organiser les séances dédiées à l'étude des problèmes qu'ils nomment *problèmes de recherche*. Il s'agit dans l'ouvrage réservé à la classe de CE2, de sept problèmes (« *Le manège* », « *Somme des chiffres* », « *La carte routière* », « *Bateaux et monte-charge* », « *Faire 23* », « *Somme et différence* », « *Egalisation de sommes* »), dans l'ouvrage réservé à la classe de CM1, de cinq problèmes (« *Les CD* », « *Les trois nombres qui se suivent* », « *Les billets* », « *La piscine* », « *Le plus grand produit* ») et dans l'ouvrage réservé à la classe de CM2, de deux problèmes (« *Golf* », « *Somme et différence* »).

III-2.1 Les scénarii dans l'ouvrage de CE2

Les scénarii proposés par les auteurs sont résumés dans le tableau 27 :

Nom du problème	Phase 1	Phase 2	Phase 3
Le manège	Recherche de solutions : Recherche individuelle Mise en commun des résultats	Reprise avec d'autres nombres : Recherche individuelle Mise en commun des résultats	Réinvestissement : avec d'autres nombres
Somme des chiffres	Recherche de solutions : Alternance de recherches individuelles et de mises en commun	Reprise avec d'autres nombres : Recherche individuelle Mise en commun des résultats	
Bateaux et Monte-charge	Appropriation du problème, premières recherches Mise en commun	Reprise avec d'autres nombres :	Réinvestissement ou évaluation : Recherche individuelle Mise en commun
La carte routière	Familiarisation avec une carte	Recherche d'un parcours : Travail individuel Mise en commun Reprise éventuelle	Détermination d'un parcours : Recherche individuelle Mise en commun Par binômes : invention d'un parcours
Faire 23	Trouver une solution : Travail individuel Mise en commun	Recherche de plusieurs solutions Travail individuel puis à deux Mise en commun	Réinvestissement : Travail individuel Confrontation des résultats en binômes
Somme et différence	Appropriation et recherche de solutions : Recherche individuelle Mise en commun	Réinvestissement : Reprise avec d'autres nombres Travail individuel	Réinvestissement : Reprise avec d'autres nombres Travail individuel
Egalisation de sommes	Recherche individuelle Mise en commun Reprise éventuelle	Recherche par groupes de deux Mise en commun	

Tableau 27

Les auteurs proposent d'étudier les problèmes sur deux ou trois séances et, lors des différentes phases décrites dans le tableau 27, d'alterner des temps de recherche, individuelle ou en binômes, des élèves avec des mises en commun. Dans cinq problèmes sur sept des réinvestissements sont prévus lors d'un travail individuel. Les auteurs précisent qu'il peut également s'agir de temps d'évaluation comme dans le problème « *Bateaux et monte-charge* » ou d'un prolongement du travail comme la détermination d'un parcours dans le problème « *Carte routière* ».

III-2.2 Les scénarii dans l'ouvrage de CM1

Les scénarii proposés par les auteurs sont résumés dans le tableau 28 :

Nom du problème	Phase 1	Phase 2	Phase 3
CD	Recherche de solutions : Recherche individuelle Mise en commun des résultats	Réinvestissement : avec d'autres nombres	
Les trois nombres qui se suivent	Recherche de solutions : Alternance de recherches individuelles et de mises en commun	Formulation d'une propriété et preuve : Travail individuel Mise en commun	Synthèse : Travail individuel ou en groupes Mise en commun
Les billets	Recherche de solutions : Travail individuel Mise en commun	Recherche de toutes les solutions : Travail individuel	Recherche des méthodes d'organisation : Mise en commun à partir des résultats de la phase 2 Travail individuel
La piscine	Trouver une solution : Travail individuel Mise en commun	Réinvestissement : Travail individuel Mise en commun	Réinvestissement : Travail individuel Confrontation des résultats en binômes
Le plus grand produit	Recherche de solutions : Alternance de recherches individuelles et de mises en commun	Recherche d'une méthode générale : Travail par groupes Débat intermédiaire sur des premières propositions Mise en commun finale	Réinvestissement : Reprise avec d'autres nombres

Tableau 28

Les auteurs proposent d'étudier chacun des problèmes ouverts® lors de soit deux (pour le problème *CD*), soit trois séances. Le travail est réparti en phases, ces phases correspondent à différentes tâches demandées aux élèves lors de l'étude du problème. Des temps sont réservés à des recherches individuelles et/ou en petits groupes de deux à quatre élèves. Ils alternent avec des temps collectifs de mises en commun des résultats et de débat autour des propositions des élèves et des procédures qu'ils utilisent. La dernière phase consiste pour trois énoncés (*CD, La piscine, Le plus grand produit*) en un réinvestissement du travail fait dans les deux premières phases. Elle peut amener les élèves à énoncer une proposition à caractère mathématique ou encore à une synthèse des méthodes de résolution d'un problème rencontré.

III-2.3 Les scénarii dans l'ouvrage de CM2

Nom du problème	Phase 1	Phase 2	Phase 3
Golf	Appropriation : Recherche individuelle Mise en commun	Chercher le plus de solutions possibles : Recherche individuelle Mise en commun	Apporter la preuve que l'on a toutes les solutions : Recherche en binômes Mise en commun et synthèse
Somme et différence	Résolution du problème : Alternance de recherches individuelle et mises en commun	Etude de l'impossibilité : Exemple d'une impossibilité Recherche de cas d'impossibilité Formulation de preuve : recherche individuelle	

Tableau 29

Le tableau 29 montre que les auteurs proposent de traiter ces deux problèmes, lors de deux séances, en deux ou trois phases. Chacune des phases se présentent plus ou moins de la même façon : les auteurs recommandent d'alterner des temps de recherches, le plus souvent individuelles, et des temps de mises en commun collectives des résultats. Dans les deux cas, la dernière phase doit mener à la formulation d'une preuve.

III-2.4 Conclusion

Lors de l'analyse des déroulements proposés par l'équipe *Ermel* afin d'étudier en classe de CE2, CM1 et de CM2 des problèmes de recherche, nous constatons qu'il est suggéré par les auteurs d'alterner des phases de recherche avec des phases de mise en commun des résultats et de discussion collective sur ces résultats. Nous constatons que les recherches des élèves ne se font pas forcément toujours en groupes, ces recherches peuvent se faire individuellement. Nous notons également qu'un même énoncé est étudié pendant deux ou trois séances.

III-3 Les propositions des livres du maître

III-3.1 … de la collection *Cap Maths*

Dans le *guide de l'enseignant* des niveaux CE2, CM1 et CM2, les auteurs de la collection *Cap Maths* proposent des pistes sur l'organisation des séances dédiées aux problèmes de type ouvert. Ils demandent d'alterner des phases de recherche avec des phases de mise en commun. Au début de chaque *unité*, ils précisent si la recherche des élèves est individuelle, par « *équipes de deux* » ou « *collective* » et si la rédaction d'une « *feuille de recherche* » et/ou d'une affiche est recommandée. Les temps de mise en commun sont également détaillés et des éléments de synthèse sont conseillés. Il est expliqué que les enseignants peuvent y « *faire recenser et vérifier les réponses, exploiter les erreurs [..], expliciter les procédures utilisées […]. En synthèse, dessiner la solution […]* » ou encore qu'ils peuvent « *recenser les réponses […], laisser un temps aux équipes pour vérifier […], engager un débat collectif, faire expliciter les stratégies utilisées […]* » (Hatier CM1 et CM2, 2010). Ces indications concernant le contenu des synthèses que l'enseignant pourrait organiser sont en réalité assez faibles et peu explicites en termes de savoirs et de savoir-faire réellement abordés lors de la recherche et résolution de tels problèmes.

III-3.2 … de la collection *J'apprends les maths*

Nous l'avons écrit précédemment, nous estimons que les auteurs ne proposent pas de problèmes ouverts® dans les manuels destinés aux élèves. Dans les ouvrages s'adressant aux professeurs, ils ne font pas mention non plus de l'utilisation de tels problèmes dans les classes de primaire. Néanmoins, en étudiant plus particulièrement dans les *livres du maître* des niveaux CE2, CM1 et CM2, l'organisation prévue des ateliers de résolution de problèmes (des *ARP*), nous constatons que les auteurs décrivent, dans un paragraphe de quelques lignes, les manières d'« *animer les ateliers* ». Ils préconisent de faire travailler les élèves individuellement, dans un cahier personnel dédié aux travaux des *ARP* et de mettre en place, en fin d'atelier, des mises en commun afin de comparer les stratégies et de donner les solutions des problèmes. Aucune indication supplémentaire n'est donnée quant à l'organisation de ces mises en commun.

III-3.3 … de la collection *Euromaths*

Les auteurs des *livres du professeur* de la collection *Euromaths* accompagnant les manuels des élèves de CE2, CM1 et CM2 expliquent comment ils prévoient l'organisation des séances dédiées aux problèmes qu'ils nomment « *problèmes pour apprendre à chercher* ».

Faire lire silencieusement le problème et reformuler le fonctionnement de la console de jeu : gain de 7 pommes si on atteint la caisse jaune et de 9 pommes si on atteint la caisse verte.

Répartir les élèves en groupes de 3 ou 4, leur demander de présenter leurs démarches et leurs solutions sur une grande feuille qui sera ensuite affichée.

Après un temps de travail, reprendre chaque question et procéder à une correction collective de la question 1 et à une mise en commun pour les questions 2 et 3.

La mise en commun peut être organisée de la manière suivante : un rapporteur dans chaque groupe présente son affiche avec la démarche de recherche et la solution de son groupe. Les autres élèves valident ou non les propositions. À l'issue des différentes présentations, le professeur pourra faire le point sur les différentes démarches de recherche proposées : essais sans organisation, essais organisés, etc.

Figure 51 *Euromaths CM2* Livre du professeur, p. 67

■ **Lecture et reformulation**

La lecture silencieuse et la reformulation du texte introductif seront suivies par la lecture et la reformulation de chaque question.

■ **Travail individuel puis par groupes, question après question**

Temps de recherche personnelle (les élèves peuvent utiliser le papier quadrillé pour faire leurs essais), puis confrontation des résultats par groupes de 2 ou 3 élèves.

Avant le travail de mise en forme d'une solution commune dans les groupes, le professeur fera rappeler les contraintes du problème :

– la mosaïque est de forme carrée, comme un quadrillage ;

– il y a un rang de carreaux bleus sur le pourtour ;

– il y a des carreaux jaunes au centre.

Distribuer la grande feuille et les feutres. Demander aux groupes de présenter leurs démarches et leurs solutions sur la grande feuille qui sera ensuite affichée.

■ **Mise en commun, débat et validation**

La mise en commun pourra porter sur les procédures de résolution (erronées, incomplètes, ou abouties), sur les résultats et sur la nature des erreurs.

Un rapporteur dans chaque groupe présente la solution de son groupe. La validation des solutions proposées se fera par l'examen des schémas des mosaïques proposées.

Figure 52 *Euromaths CM2* Livre du professeur, p. 110

Dans les ouvrages, le déroulement conseillé est le même : une lecture silencieuse de l'énoncé, un travail de recherche par groupes de trois ou quatre élèves, la rédaction d'une affiche présentant les démarches et les solutions puis une mise en commun des résultats. Cette mise en commun peut être une simple correction des résultats présentés par les élèves ou peut mener à une discussion autour de ces résultats et de ces démarches avant de réaliser une synthèse.

III-4 Les propositions de la revue *Grand N*

Lors de l'étude du numéro spécial de la revue *Grand N* (2003), proposant une trentaine de problèmes ouverts®, nous constatons qu'aucune information n'est donnée sur la mise en œuvre dans les classes.

Néanmoins, quelques articles, publiés dans la revue et s'intéressant à des séances dédiées à des problèmes ouverts®, permettent d'obtenir des précisions. Sans réaliser une étude exhaustive des articles parus dans la revue ayant trait à la mise en œuvre en classe de problèmes ouverts®, nous en présentons ici quelques-uns nous semblant donner des informations sur l'organisation des séances.

Dans le numéro 51, Charnay (1992) propose un article « *problème ouvert, problème pour chercher* » dans lequel il donne quelques pistes, « *quelques recommandations* » permettant d'organiser une séance dédiée à ces problèmes. Il s'agit de présenter la situation aux élèves sans leur donner d'indications quant à la résolution attendue, de laisser les élèves chercher seuls ou en petits groupes sans les aider car « *les interventions de l'enseignant doivent se limiter à des encouragements* », de permettre aux élèves d'échanger, de débattre sur leurs résultats lors d'une mise en commun. Il précise néanmoins qu' « *il est difficile de fournir des indications précises de mise en œuvre, qui seraient valables quel que soit le problème et quel que soit le niveau de classe*.» (Charnay, 1992, p. 80). Etant donné que Charnay participe ensuite à la rédaction du document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » paru en 2003, nous pouvons raisonnablement penser que les mêmes *recommandations*, présentées dans cet article, ont été reprises.

Dans le numéro 75, Combes (2005) analyse l'étude d'un problème ouvert® dans le cadre d'une rencontre entre des élèves de fin de cycle 3 et des élèves de sixième, lors d'une *liaison CM2-6ème*. Il présente très brièvement l'organisation de la séance. Peu d'informations concernant la mise en œuvre sont données. En revanche, le travail des élèves est présenté : ils

cherchent individuellement une réponse pendant dix minutes puis ils travaillent en binôme et rédigent une affiche quand ils pensent avoir résolu le problème, une « *affiche présentant la recherche menée, la solution trouvée et sa justification* » (Combes, 2005, p. 9).

Dans le numéro 76, le groupe élémentaire de l'IREM de Besançon (2005) présente l'étude du problème « *Trois nombres qui se suivent* » *(Ermel,* CM1) dans deux classes de CM1-CM2. Le déroulement de la séance est détaillé dans la fiche de préparation fournie aux deux enseignants observés :

Déroulement :

Phase 1 : (Collective)

Le maître rappelle (ou demande) ce que sont des nombres consécutifs. Avec les élèves, il illustre à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Il propose alors d'effectuer sur plusieurs exemples le calcul de la somme de trois nombres consécutifs.

Phase 2 : (Par groupe de quatre élèves)

On peut alors se poser le problème de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale au nombre écrit sur la carte bristol. Chaque groupe tire une (ou plusieurs) carte du premier paquet.

Procédure attendue : des essais qui conduisent au résultat.

Aide envisagée : proposer l'utilisation d'une calculatrice et/ou fournir un encadrement des entiers cherchés.

Phase 3 : (Collective)

Mise en commun au tableau. Le maître peut demander une explication orale de la démarche utilisée par les élèves.

Phase 4 : (Par groupe de 4 élèves)

On recommence l'activité de la phase 2 mais en mélangeant le premier paquet de cartes avec le deuxième paquet de cartes. Chaque groupe va être confronté, après un certain nombre de décompositions, au problème de l'existence d'une solution. Les élèves sont donc conduits à chercher une explication…

Phase 5 : (Collective)

Mise en commun des résultats. Elle dépendra des recherches des élèves mais, on peut envisager une classification des nombres en deux catégories : ceux qui possèdent une décomposition comme somme de trois entiers consécutifs et ceux que l'on n'a pas pu décomposer.

On pourra demander pourquoi la décomposition n'est pas possible ?

Réponse attendue : par exemple pour x=61 « J'ai essayé 19+20+21=60 c'est trop petit, et 20+21+22=63 c'est trop grand ! »

On pourra demander également aux enfants de proposer des nombres et de les placer dans l'une ou l'autre des colonnes correspondant aux deux catégories…

Figure 53 Grand N, n°76, p. 66-67

L'analyse *a posteriori* et la comparaison du déroulement effectif des deux séances amènent les auteurs de l'article à mettre en garde les enseignants face à cette gestion des séances dédiées à des problèmes ouverts®. Ils concluent leur analyse en qualifiant la conduite d'une telle séance d'« *exercice de haute voltige, qui réclame une préparation très lourde et une grande discipline. L'enseignant y apparaît comme un metteur en scène qui doit savoir en dire juste assez pour motiver les élèves sans en dire trop au risque de court-circuiter le problème.* » (Groupe IREM Besançon, 2005, p. 73).

Dans le numéro 77, Bonnet et Clément-Martin (2006) étudient quelques séances dédiées à des *problèmes pour chercher* donc des problèmes ouverts® dans une classe de CM2. Elles présentent, notamment à travers une fiche de préparation de l'enseignant de CM2, le déroulement de la séance, calqué sur la proposition du document d'accompagnement de l'année 2003.

Finalement, dans chacun des articles concernant des problèmes de type ouvert, nous trouvons des indications sur la mise en œuvre des séances mais ces indications ne sont pas très précises et restent sur une organisation générale de la séance, sans entrer dans une description détaillée de la pratique de l'enseignant lors de chacune des phases à organiser. De plus, il nous semble même difficile, pour un professeur des écoles ordinaire, de mettre en œuvre des séances riches en apprentissages pour les élèves à partir des seuls commentaires de ces articles puisque ces apprentissages visés ne sont que très peu explicités.

III-5 Des informations sur la mise en œuvre des séances en consultant les sites Internet

III-5.1 Le site du rallye mathématique transalpin

En consultant le site dédié au rallye mathématique transalpin, nous trouvons, en libre accès, les énoncés des problèmes proposés lors des rallyes des années précédentes. Une fiche présente chacun des problèmes mais rien n'est dit sur la mise en œuvre dans la classe. Nous trouvons également quelques articles rédigés par des groupes de réflexion (constitués de professeurs de mathématiques, d'enseignants-chercheurs originaires des pays participant à ce rallye). Ces articles, centrés la plupart du temps sur une analyse didactique des problèmes proposés lors des épreuves du rallye, donnent également quelques pistes sur l'utilisation qui peut en être faite en classe. Notamment un des articles propose des modalités d'utilisation des

énoncés dans la classe selon quatre variantes (Jaquet, 2007) que nous résumons ici : faire librement manipuler les élèves en atelier, individuellement ou en groupes ; faire manipuler individuellement tout en conservant une « *trace écrite de sa démarche et de ses résultats en vue d'une validation ou d'un approfondissement* » ; faire travailler en groupes et organiser des mises en commun des résultats et des démarches ; insérer les énoncés dans le déroulement quotidien de la classe, sans les isoler du travail habituel en mathématiques des élèves.

Les auteurs du site donnent des indications permettant d'utiliser des problèmes avec les élèves mais ne proposent pas réellement de scénarios détaillés pour la classe. Ils ne donnent pas (ou très peu), par exemple, d'indications sur la durée des recherches des élèves ou sur la durée et la mise en place des mises en commun des résultats. De ce fait, le choix de l'organisation des séances autour des problèmes de type ouvert, issus du rallye *RMT*, est laissé aux enseignants.

III-5.2 Les sites dédiés aux autres rallyes mathématiques

Les auteurs des sites dédiés à des rallyes mathématiques tels que les rallyes mathématiques de la Haute-Loire, du Puy de Dôme et de La Sarthe que nous avons évoqués dans le chapitre 3 ne parlent pas de l'utilisation en classe, dans le cours de mathématiques, des problèmes ouverts®. Ils explicitent seulement l'organisation des épreuves de rallyes. Lors de quelques séances réparties sur l'année scolaire dont les dates sont fixées par les organisateurs des rallyes, les enseignants proposent la liste de problèmes choisis par les organisateurs à la classe et demande de tous les résoudre en temps limité, le plus souvent lors d'une séance de mathématiques (de 1 à 1,5 heures). Les élèves doivent s'organiser entre eux, sans aucune aide de l'enseignant, pour effectuer les recherches et résoudre tous les problèmes. Ils complètent une seule « *feuille-réponse* » rassemblant tous les résultats de la classe. Rien n'est précisé, par exemple, sur les résultats attendus ou sur le retour à faire en classe des recherches faites par les élèves et des résultats qu'ils trouvent.

III-6 Quelle influence de ces ressources sur les mises en œuvre observées ?

Nous retenons de cette analyse que les instructions officielles, mis à part le document d'accompagnement de l'année 2003 « *le problème pour chercher* », ne proposent pas beaucoup d'informations sur la mise en œuvre des séances dédiées à un problème ouvert®. Cependant les enseignants que nous observons ont eu en main ce document, l'un d'entre eux,

E3, l'a encore sous forme papier dans ses documents de travail. De ce fait, nous pouvons raisonnablement penser que le découpage en phases des séances qu'ils organisent, comme nous l'avons présenté avant, provient en partie de ce document officiel, la phase de mise en commun intermédiaire proposée par le document (2003) étant la seule à ne jamais apparaître dans les scénarii réalisés par E1, E4 et E5 et à n'apparaître qu'une seule fois dans les classes de E2 et E3.

Mais sans doute pas seulement. En effet, des pistes d'organisation des séances sont évoquées dans des articles publiés par les sites dédiés aux rallyes mathématiques, sur des sites construits par des groupes mathématiques des inspections académiques et dans quelques articles de la revue *Grand N*. Et des informations plus précises sur des scénarios possibles sont également proposées par les livres du maître des collections « *Euromaths* » et « *Cap maths* » et par les ouvrages de la collection *Ermel*. En nous appuyant sur les analyses des séances observées ainsi que sur nos échanges avec les enseignants (Cf. Annexes D), nous obtenons des résultats sur l'influence des ressources sur les scénarii réalisés :

E1 utilise des sites dédiés aux rallyes mathématiques afin de trouver des énoncés de problèmes ouverts. Etant donné que ces sites ne donnent aucune réelle indication permettant d'utiliser les énoncés en classe, nous pouvons penser que les choix faits par E1 pour l'organisation des séances ont pour origine ses lectures passées. Nous pouvons penser qu'il garde en mémoire des documents lus et étudiés quelques années auparavant notamment le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » et les ouvrages *Ermel*. Cependant E1 ne fait jamais référence à ces documents lorsqu'il échange avec nous sur la préparation de chacune des séances.

Il apparaît clairement que pour mettre en place des séances autour de problèmes ouverts, E2 reprend les ouvrages *Ermel* des niveaux CM1 et CM2. En effet, la mise en œuvre de chacune des séances utilisant les problèmes issus des ouvrages *Ermel* est calquée sur celle conseillée par les auteurs. Les deux ouvrages restent d'ailleurs à disposition sur son bureau. Il utilise également le site du rallye mathématique transalpin découvert quelques années auparavant lors de la lecture du document d'accompagnement de l'année 2003. Dans nos échanges lors de la séance dédiée au problème « *La plaque de voiture* », E2 fait référence à la fiche dédiée à l'analyse *a priori* du problème, rédigée par les auteurs ainsi qu'à un des articles publiés sur le site, « *Ateliers de résolution de problèmes avec matériel* » (Jaquet, 2007). Cependant, ces documents ne donnent que peu d'indications quant à l'organisation de la séance. Par ailleurs, E2 ne fait jamais référence au document d'accompagnement « *Le problème pour chercher* »

lors de nos échanges. Nous pouvons donc supposer qu'E2 organise les deux dernières séances de sa progression dédiées à des problèmes ouverts en s'inspirant de ce que proposent les auteurs des ouvrages *Ermel* et reproduit ce qu'il a mis en œuvre lors des six premières séances.

Lors des observations faites dans les classes, nous constatons qu'E3 a réservé un classeur aux séances concernant les problèmes ouverts. Ce classeur contient le document d'accompagnement « *Le problème pour chercher* » (MEN, 2003), des copies des pages « *Problèmes pour apprendre à chercher* » du manuel *Euromaths* ainsi que le dossier « *Résolution de problèmes* » rédigé par le groupe mathématiques de l'inspection académique de la Côte d'Or (IA 21). E3 ne consulte pas le guide de l'enseignant de la collection *Euromaths*, nous pouvons supposer qu'il met ces séances en œuvre en s'inspirant du document d'accompagnement de l'année 2003 et du dossier de l'IA21 qui accompagne les énoncés de problèmes qu'il a choisis.

E4 utilise des documents construits lorsqu'il était en formation initiale dans un *IUFM*. Ce moment de formation initiale dédiée à l'organisation d'un rallye mathématique à destination d'élèves de cycle 3 a abouti à l'établissement d'une liste de problèmes de type ouvert pouvant être proposés en classe de cycle 3 et sur la rédaction de deux fiches destinées à être proposées lors d'un rallye mathématique. E4 utilise ces deux fiches lors des séances 3 et 4 en reproduisant dans sa classe une organisation de type rallye mathématique. Dans nos échanges, E4 ne fait ni référence au document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » et ni aux ouvrages *Ermel*. L'organisation non stabilisée des séances laisse penser qu'il n'a pas en tête de séance « modèle » pour l'étude de problèmes ouverts comme nous pouvons en trouver dans le document d'accompagnement de l'année 2003 et dans les ouvrages *Ermel*. Nous pensons alors que E4 organise son enseignement autour des problèmes ouverts surtout en lien avec ce qu'il a étudié en formation initiale sur les rallyes mathématiques.

E5 déclare organiser les séances dédiées à des problèmes ouverts sans consulter aucune ressource quant à la mise en œuvre des séances. L'organisation s'éloigne très peu de ce qu'il organise habituellement en classe puisque les élèves sont toujours assis par groupes dans la classe et sont amenés régulièrement à travailler en petits groupes.

IV Conclusion

Nous obtenons des résultats concernant l'organisation des séances dédiées à des problèmes ouverts par les cinq enseignants. Nous concluons que les pratiques des professeurs E1, E2, E3 et E5 sont stables (Robert, 2008) au sens où lorsque nous entrons dans la salle d'un de ces quatre enseignants, nous savons quelle organisation il a privilégiée. Seul l'enseignant E4 varie l'organisation des séances en décidant par exemple de ne pas organiser de mise en commun des résultats en fin de séances 3 et 4, de ne demander qu'une seule fiche-réponse pour la classe et en réservant une mise au point sur deux des problèmes (parmi six) étudiés lors de la séance 4 seulement lors de la séance 5.

Les comparaisons interindividuelles laissent penser que l'organisation en différentes phases de ces séances, calquée sur le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » de l'année 2003, est quasiment incontournable lors de l'étude de problèmes ouverts et constitue un invariant des pratiques des cinq enseignants, même si E4 s'en éloigne lors de certaines séances. Des différences apparaissent au niveau du nombre de problèmes étudiées par séances et la durée réservée aux phases de recherches (individuelle ou en groupes) des élèves.

Ces résultats sur l'organisation des séances pour chacun des enseignants peuvent être associés à ceux du chapitre 3 sur les ressources pour renseigner plus précisément les composantes institutionnelle et personnelle des enseignants.

D'autre part, peu de temps est réservé aux synthèses en fin de séances et une absence de traces écrites qui restent dans le classeur ou le cahier de l'élève est observée chez les cinq enseignants. Est-ce dû à des difficultés éprouvées par les cinq enseignants à conclure ces séances et notamment à institutionnaliser des savoirs, des savoir-faire que les élèves pourraient réutiliser lors d'autres séances (du même type ou non) ? Nous étudierons plus précisément cette question dans le chapitre 6.

IV-1 Une influence de la composante institutionnelle chez E2, E3 et E4

Les trois enseignants E2, E3 et E4 utilisent des ressources différentes afin de mettre en œuvre des séances dédiées aux problèmes ouverts.

E2 s'en remet aux ouvrages de l'équipe *Ermel* et il s'appuie également sur les lectures d'articles publiés sur le site *ARMT*. Il se laisse guider par les instructions des auteurs tout au long des six premières séances, lors de la recherche des problèmes E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf*. Les deux dernières séances sont dédiées à l'étude d'un seul énoncé et leur mise en œuvre est largement calquée sur les six premières.

E3 nous montre lors de nos échanges qu'il utilise le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » ainsi que le dossier « *résolution de problèmes au cycle 3* » publié par l'Inspection Académique de la Côte d'Or. Il s'en remet, pour le choix des énoncés comme pour la mise en œuvre des séances, à des documents qui ont un statut institutionnel (puisque publiés par le Ministère de l'Education Nationale et l'Inspection Académique de la Côte d'Or).

E4 utilise essentiellement des outils construits lors de sa formation initiale en IUFM notamment une liste de problèmes ouverts prête à être utilisée en classe. Et, même si E4 en parle peu, les ouvrages de l'équipe *Ermel* ont été également étudiés pendant cette formation initiale[35]. Le découpage en différentes phases de trois séances sur cinq (des phases de recherches en groupes suivies de phases de mise en commun des résultats) permet en effet de penser que l'étude de ces ouvrages a pu avoir une influence que les scénarii qu'E4 réalise. Il apparaît donc qu'il s'en remet à des spécialistes, des formateurs en IUFM et des chercheurs en didactique des mathématiques.

Ces trois enseignants utilisent donc tous des ressources différentes du manuel de mathématiques de la classe pour choisir les énoncés et afin de préparer les séances dédiées à l'étude des problèmes ouverts. L'analyse nous amène à penser que la composante institutionnelle de leur pratique influe de façon différenciée sur les composantes cognitive et médiative.

D'autant plus que E2 et E4 ne transforment pas, ou très peu, ce qui est proposé dans les ressources qu'ils utilisent et appliquent en grande partie les indications fournies par les auteurs.

Seul l'enseignant E3 prend quelques libertés avec les ressources qu'il utilise et transforme le déroulement proposé par les auteurs. Les phases de mise en commun par exemple, sont moins longues et vont assez rapidement vers une présentation de la solution attendue alors que le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » préconise une discussion sur les

[35] Il est possible aussi que le formateur se soit appuyé sur ces ouvrages afin d'organiser la formation, mais cela ne relève pas de la composante institutionnelle pour l'enseignant E4 si le formateur ne l'a pas explicité.

procédures des élèves. Nous ne retrouvons pas chez E3 l'idée de débat dont parlent les auteurs du document. De la même façon, E3 ne suit pas dans le détail les instructions rédigées par les auteurs du dossier publié par l'inspection académique de la Côte d'Or : il n'organise pas, par exemple, de mises en commun intermédiaires pendant les recherches des élèves. Il s'autorise des changements par rapports aux ressources qu'il utilise. Il apparaît donc que pour l'enseignant E3, la composante personnelle de sa pratique joue un rôle important dans l'organisation des séances, rôle qui contrebalance la composante institutionnelle.

IV-2 Une influence de la composante personnelle chez E1 et E5

Les ressources utilisées par les deux enseignants E1 et E5 ne proposent pas de pistes pour mettre en œuvre les séances dédiées à l'étude des problèmes choisis. De plus les deux enseignants ne semblent pas utiliser de ressources supplémentaires pour préparer et organiser leurs séances. Ils ne font jamais référence au document d'accompagnement « *le problème pour chercher* », aux ouvrages de l'équipe *Ermel*, qu'ils ont selon toute vraisemblance pourtant rencontrés lors de leur formation initiale. Ils proposent une organisation en se basant sur leur propre représentation de ce type de séances et en lien avec les objectifs d'apprentissage qu'ils visent. E1 répète souvent (Cf. Annexes D) qu'il souhaite « *faire chercher les élèves* », il décide de ce fait de leur laisser un temps assez long de recherche, sans venir les aider. E5 souhaite surtout (Cf. Annexes D) « *faire découvrir aux élèves des problèmes différents, des problèmes qui sont proposés au collège* », le plus important pour lui est de leur présenter des problèmes différents de ceux qu'ils rencontrent habituellement dans le cours de mathématiques. En revanche, il ne vise pas forcément des objectifs en lien avec le développement des capacités de recherche et de ce fait, il se limite à une organisation des séances, très proche de ce qu'il propose habituellement, sans chercher à mettre en place un scénario spécifique, réservé aux séances visant l'étude d'un problème ouvert.

Pour ces deux enseignants, la composante institutionnelle influe sur le choix des problèmes, ils ne construisent pas seuls des énoncés et s'en remettent à des ressources bien spécifiques. Cependant l'analyse des séances nous amène à penser que la composante personnelle de leur pratique a une influence prépondérante sur l'organisation des séances. En effet, les séances sont conçues par les enseignants eux-mêmes sans utilisation de ressources supplémentaires (institutionnelles ou issues de la recherche), seule leur représentation personnelle de ce que

doivent être ces séances et les objectifs qu'ils se sont personnellement fixés les guident dans leur mise en œuvre.

Chapitre 6 Second zoom : gestes et routines professionnels pour expliciter certains choix des cinq enseignants

Des analyses menées dans les chapitres 3, 4 et 5, nous obtenons des résultats sur les pratiques des cinq enseignants observés en termes de grands choix de la profession. Nous en dégageons des régularités intra-personnelles permettant de décrire l'activité de chacun d'eux lorsqu'ils proposent des problèmes ouverts en classe. Ces régularités ont à voir avec les ressources utilisées, les types d'énoncés de problèmes choisis, l'organisation des séances dédiées aux problèmes ouverts.

Dans ce chapitre 6, il s'agit pour nous de préciser et d'approfondir les résultats obtenus précédemment afin d'expliciter les choix effectués par les enseignants, de rendre plus précisément compte des régularités intra-personnelles, de comprendre comment ces choix sont mis en œuvre et de dégager les cohérences des pratiques. Pour cela, comme nous l'avons détaillé dans le chapitre 2, nous effectuons une analyse des pratiques de chacun des cinq enseignants observés en termes de gestes et de routines professionnels (Butlen, 2004 ; Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012).

Les gestes et routines professionnels sont identifiés en étudiant différents épisodes de chacune des séances observées. Nous privilégions des épisodes qui ont à voir avec les phases de démarrage des séances, les phases de recherche des élèves ainsi qu'avec les phases réservées aux mises en commun des résultats et synthèses. Pour chacune des trois phases, nous identifions des types de tâches pour l'enseignant et étudions en termes de gestes professionnels comment ces tâches sont réalisées dans la classe.

Nous repérons chez les cinq enseignants trois types de routines : les routines A, B et C, associées respectivement à la passation de la consigne et la dévolution du problème aux

élèves, au maintien dans l'activité et à la mise en commun des résultats et au traitement des productions des élèves. Pour chacune de ces trois routines, nous repérons les gestes professionnels qui permettent aux professeurs de réaliser les tâches qu'ils se sont fixées et auxquelles elles sont associées. Les gestes professionnels composant la routine A amènent à préciser comment chaque professeur organise la passation des consignes et les recherches des élèves, notamment en considérant le temps alloué à la présentation du problème. Les gestes professionnels organisant la routine B conduisent à déterminer comment chaque professeur régule la recherche des élèves dans le but de tous les maintenir dans la recherche de solutions. Les gestes professionnels organisant la routine C permettent notamment de repérer comment sont présentées les performances des élèves, quels résultats sont présentés à la classe et comment chaque professeur tente d'institutionnaliser des savoirs, des savoir-faire à partir de ces résultats ce qui nous permet également d'identifier d'éventuelles difficultés qu'ils peuvent rencontrer.

I- L'enseignant E1

I-1 Routine A(E1) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

L'analyse des six séances observées dans la classe de cycle 3 de l'enseignant E1 permet d'identifier une première routine associée au processus de dévolution aux élèves de la recherche de solutions.

Cette routine comprend quatre gestes professionnels : un choix d'énoncés en lien fort avec le quotidien des élèves, une passation rapide des consignes, une recherche individuelle brève et une recherche en petits groupes comportant la rédaction d'une affiche par groupe beaucoup plus longue.

I-1.1 Geste 1 : des problèmes issus de sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques

E1 a pour habitude, lors de chacune des six séances, de proposer aux élèves un seul énoncé par séance. Les énoncés sont choisis par E1 parmi une liste de problèmes proposés par des

sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques (choix que nous avons étudié dans le chapitre 3).

I-1.2 Geste 2 : un choix d'énoncés simples, en lien avec la vie courante

Les problèmes sont choisis par E1 selon des caractéristiques précises. D'abord, E1 choisit systématiquement des problèmes dont les énoncés sont en lien avec la vie courante des élèves (des balances et des masses, une course d'endurance, etc. voir chapitre 3). Ainsi, les situations proposées se situent dans des contextes familiers des élèves, tout au moins faciles à se représenter par chacun d'entre eux. Ensuite, le vocabulaire utilisé est tout à fait compréhensible d'enfants de cet âge. E1 explique en effet choisir des énoncés dont il pense que tous les élèves pourront les comprendre seuls, sans son aide, dès la première lecture individuelle (Cf. Annexes C.1). Nous pensons qu'à travers ce choix d'énoncés simples et la nature des situations abordées E1 vise à mettre les élèves en confiance et les aident à se persuader qu'ils peuvent rapidement répondre aux questions posées. Ils comprennent seuls et rapidement les énoncés donc ils se sentent capables de trouver seuls des réponses. Par ailleurs, E1 explique également choisir des énoncés à caractère ludique, qui vont d'après lui plaire aux élèves, les faire sourire et ainsi leur donner envie de chercher. Toutes ces considérations sur le choix des énoncés renvoient aux caractéristiques mêmes du problème ouvert défini par Arsac et *al.* : un énoncé relativement court, dans un contexte familier des élèves permet de leur dévoluer rapidement la recherche de solutions en leur permettant de faire rapidement quelques essais.

I-1.3 Geste 3 : une passation rapide des consignes

Dans la classe de E1, la durée de la passation des consignes est courte, elle se limite au temps consacré aux phrases prononcées. E1 distribue au début de chacune des séances dédiées à un problème ouvert, un énoncé photocopié. Le tableau 30 reprend les premières consignes données par E1, nous y repérons, en gras dans le texte, les verbes utilisés par E1 afin de présenter les tâches aux élèves. Lors de chacune des six séances, le professeur précise aux élèves les conditions de réalisation de la tâche qu'il leur confie. Il leur demande de lire individuellement l'énoncé du problème, aucune lecture collective n'est organisée. L'énoncé n'est jamais expliqué ni par E1 ni par des élèves. E1 ne revient pas sur le vocabulaire utilisé, il ne pose aux élèves aucune question à ce sujet. Il les oriente, rapidement, en une phrase, vers

une recherche individuelle puis une recherche en petits groupes. Il apparaît que lors de cinq séances sur les six observées, les attentes de E1 en début de séances restent les mêmes.

	Premières consignes
Séance 1	*Ligne 1 : aujourd'hui, on fait un problème… Le voilà . Vous avez quelques minutes pour* ***le lire*** *[…],* ***pour réfléchir****… G.* ***tais-toi*** *et* ***réfléchis*** *!*
Séance 2	*Ligne 1 : vous vous souvenez comment ça se passe ? Je vous donne la petite feuille… Dans un premier temps,* ***vous lisez tout seul, vous essayez de réfléchir*** *à comment résoudre le problème, et* ***après vous discutez ensemble.***
Séance 3	*Ligne 1 : vous* ***lisez silencieusement*** *ce texte et vous* ***essayez de réfléchir*** *à comment faire.*
Séance 4	*Ligne 1 : bon, comme d'habitude, je vous distribue la petite feuille… avec l'énoncé, avec le petit problème.* ***Je vous laisse chercher un peu tout seul et après, vous réfléchissez en groupe****.*
Séance 5	*Ligne 1 : bon, allez… vite… Je vous distribue le nouveau problème … Vous* ***lisez*** *puis vous* ***travaillez au brouillon****, avant de* ***répondre sur la feuille*** *… Enfin, l'affiche …*
Séance 6	*Lignes 1 à 3 :* *E1 : alors, comme la dernière fois, je vous distribue l'énoncé écrit sur une petite feuille… Oui, il y a beaucoup de texte aujourd'hui…* ***je vous donnerai l'affiche juste après, quand vous aurez cherché un peu.*** *Al : ça va être plus compliqué ?* *E1 : non, c'est pas parce que c'est plus long, que ça va être plus compliqué. Allez,* ***vous lisez et vous cherchez un peu tout seul.***

Tableau 30

Seulement lors de la séance 5 (Cf. Figure 54, lignes 1 à 14), E1 apporte une précision à propos du contenu des affiches à rédiger :

1. E1 : […] Qu'est-ce qu'on doit trouver… ***Sur la feuille, là… Qu'est-ce qu'on doit trouver ? Qu'est-ce qui est important*** *?*
2. F1 : les indications.
3. E1 : les indications de quoi ?
4. F1 : ben… les phrases qu'il y a sur la feuille.
5. G1 : ben … On peut utiliser des couleurs et mettre des schémas.
6. E1 : mettre des couleurs si c'est possible, oui
7. G2 : des couleurs foncées
8. E1 : des couleurs foncées, ce sera plus facile à lire…
9. G3 : il faut pas trop écrire
10. E1 : oui, pas trop écrire
11. G3 : écrire assez gros
12. E1 : écrire assez gros… mais surtout, ***ce sont les explications qui doivent apparaître sur la feuille… et*** *bien sûr, comment vous avez fait et également …*
13. F2 : la réponse
14. E1 : *ben, oui,* ***la réponse****…* ***l'autre fois****, il en manquait, je crois que vous n'aviez pas répondu à toutes les questions. (E1 distribue l'énoncé à chaque élève et une affiche à chaque groupe)*

Figure 54

Cet ajout dans les premières consignes de la séance 5 est justifié par E1 et explicité aux élèves en faisant le lien avec une séance précédente –*l'autre fois*- (Figure 53, ligne 14). Sans plus de précision, E1 renvoie les élèves à la séance 4 lors de laquelle des élèves n'ont pas noté leurs réponses sur leur affiche alors qu'ils avaient trouvé une solution au problème posé ce jour-là. (Séance 4, problème E1D *Zinette*). Les élèves ne posent pas de question à ce sujet, ils semblent comprendre l'allusion faite par E1 à la séance 4. Pourtant, cette séance a eu lieu plusieurs semaines avant la séance 5, nous pensons alors que les élèves gardent en mémoire les remarques faites par leur enseignant lors des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts, qu'ils restent en quelque sorte marqués par ce qui s'est fait et ce qui s'est dit.

I-1.4 Geste 4 : une recherche individuelle courte avant un travail en groupes

L'analyse de chacune des séances observées montre, dans le chapitre 5, qu'un temps très court, de deux à trois minutes, est réservé aux recherches individuelles des élèves. Il est clair que les élèves n'ont pas le temps de résoudre le problème proposé mais seulement celui de s'approprier l'énoncé et d'amorcer éventuellement quelques essais. Nous pensons que ce temps court participe également à la dévolution de la recherche à tous les élèves de la classe. E1 semble ne pas vouloir décourager certains élèves en les laissant plus longtemps seuls face au problème. Il leur propose après quelques minutes de recherche individuelle de poursuivre la réflexion en petits groupes.

Nous pouvons penser également que E1 ne pense pas que ses élèves soient capables, pour la plupart, de résoudre seuls les problèmes choisis et qu'un travail de recherche en groupe s'impose pour trouver la solution qu'il attend. E1 ne veut pas que les élèves se découragent face à un problème qu'ils ne sauraient pas résoudre et, de ce fait, ne se sentent plus autant investis dans sa recherche et résolution. Il montre qu'il reste convaincu du fait que les échanges dans les groupes peuvent mener à une solution. Le temps court de recherche individuelle et l'incitation explicite à échanger dans les groupes apparaît comme une des conditions de réussite du processus de dévolution de la recherche à tous les élèves. Tout se passe comme si une appropriation rapide du problème par tous et une mise en recherche en petits groupes au bout de deux ou trois minutes, donc quasi immédiate, était pour E1 deux conditions de réussite de la dévolution de la recherche aux élèves.

I-1.5 Conclusion sur la routine A(E1)

E1 intervient très peu auprès des élèves, les consignes sont très brèves, peu détaillées. Néanmoins, tous les élèves s'investissent dans la recherche de solutions. Nous constatons dans les échanges entre les élèves des petits groupes que nous avons enregistrés qu'ils se mettent tous, dès les premières minutes, à chercher individuellement puis à réfléchir dans les petits groupes, comme le montrent les exemples suivants :

Séance 1, début des échanges dans le groupe 1 :
Lucie : alors… On réfléchit.
Gu : j'ai trouvé… Attendez, j'ai un indice là … Taisez-vous, j'ai un indice… Là, le gros Dédé fait 140 avec le chien et 140 avec le…
Ho : 145 !
Gu : oui, 145 donc le bonhomme, le petit, il fait 5 kilos de plus que le chien.

Séance 1, début des échanges dans le groupe 3 :
G5 : ben, alors 130 …
G6 : l'enfant, il fait 25 kilos
G5 : ouais, mais le mec il fait 130 kilos
G6 : comment tu le sais ?
G5 : Ben parce que. Et après pour le chien, il faut faire 140, 140 kilos après… Tu marques 25 kilos, ça fait 150 […]

Séance 2, début des échanges dans le groupe 2 :
G1 : Alexandra…Alexandra…Alexis
Al : oui
G1 : y a pas cinq tonneaux chacun …
G2 : ben, non
G1 : Paul … Y a pas cinq tonneaux chacun…
P : réfléchissez un peu.

Séance 5, début des échanges dans le groupe 2 :
J : Bon, attends, je n'ai rien écrit encore…
L : Al, t'as trouvé quelque chose toi ?
Al : Ben, je sais pas encore… Comme elle retarde de quatre minutes et celui-là retarde de une minute…

Lors des six séances proposées par E1, le processus de dévolution de la recherche aux élèves est réussi, très rapidement, dès le début de chacune des séances et cette dévolution est maintenue par E1 tout au long des séances par l'ensemble des quatre gestes professionnels que nous repérons.

I-2 Routine B(E1) : maintenir tous les élèves dans la recherche

Cette deuxième routine est associée aux interactions entre E1 et les élèves tout au long de leur travail de recherche et participe au processus de régulation de la séance. Lors de chacune des séances observées, E1 adopte une position de retrait pendant les recherches des élèves en groupes, il se tient à l'écart et n'intervient que très peu. Cependant lors de la séance 5, les élèves ne trouvent pas de solution, les groupes sont dans des impasses. E1 décide alors, après 35 minutes de recherche des élèves sans son aide, d'intervenir au tableau, face à la classe. Il nous confie, juste avant de parler à toute la classe : « *bon, là, il faut que j'intervienne, sinon, ils ne vont pas s'en sortir…* » (Cf. Annexes D.1) ce qui révèle que cette intervention est faite à regret. Cet épisode lors de la séance 5, vécu par E1 comme un disfonctionnement dans le scénario qu'il a prévu, peut alors être considéré comme un épisode révélateur de la pratique de cet enseignant : E1 ne souhaite pas orienter les élèves par des explications longues et détaillées. Il montre d'autant plus la volonté de E1 de ne pas intervenir auprès des élèves lors de ces séances dédiées aux problèmes ouverts et de rester sur un discours ayant essentiellement une fonction d'enrôlement (Chappet-Paries, Robert, J. Rogalski, 2008).

Les analyses des interactions lors de chacune des six séances, et notamment du fait de l'épisode critique lors de la séance 5, nous permettent d'identifier une deuxième routine liée à ces interactions, la routine B(E1) qui caractérise la pratique de E1 lors des séances dédiées aux problèmes ouverts. Cette routine s'organise autour de deux gestes professionnels : une intervention au minima pendant les recherches des élèves et une intervention seulement en cas de blocage des groupes.

I-2.1 Geste 1 : intervenir le moins possible et jamais sur le contenu de la recherche

Dès que les énoncés sont distribués aux élèves, et pendant toutes les phases de recherche des élèves, les interventions de E1 sont rares et toujours très brèves, comme le montre le tableau suivant :

	Pendant les recherches des élèves
Séance 1	aucune intervention
Séance 2	**A toute la classe**, dès le début de la recherche en groupes : *Ligne 8 : les tonneaux doivent rester comme ça.* *Ligne 12: ah oui, sur le dessin, il y a un problème. Il y a cinq tonneaux vides, cinq tonneaux pleins et cinq tonneaux à moitié pleins. Il manque une rangée là, qui ne s'est pas photocopiée. Faut la dessiner là, la cinquième rangée… ça fait un petit peu plus à chaque fois.* **Dans le groupe 2**, dès le début de la recherche en groupe, au bout de 5 minutes de séance : *Al : E1 ? Transvaser, c'est euh… pas verser dans un autre ?* *E1 : oui, tu n'as pas le droit de verser d'un tonneau dans un autre.*
Séance 3	aucune intervention
Séance 4	aucune intervention
Séance 5	**A la classe** après 35 min de recherche en groupes *(Annexes C.1, lignes 21 à 60, cités ci-après en I-2.2).*
Séance 6	*(Annexes C.1, lignes 5 à 8)* **A la classe,** après 8 minutes de recherche en groupes : *E1: c'est un travail de groupe ... je vous le rappelle, vous devez travailler entre vous.* *E1: un petit rappel pour tout le monde, vous devez trouver quel temps, chaque élève a couru donc le temps couru et quelle distance il a parcourue.* *Quelques élèves : Ah oui, il faut les deux.* *E1 : oui, faut trouver deux choses.*

Tableau 31

Il apparaît que lors de cinq séances sur les six observées, E1 montre ainsi une réelle volonté de laisser les élèves entre eux, lors de leurs recherches. Il répond à des questions seulement s'il y en a, comme lors de la séance 2. Il peut revenir sur ses attentes quant à la solution, comme lors de la séance 6, où *deux choses sont à trouver*. Nous remarquons que ces interventions ont toujours lieu au début des recherches en groupe. Tout se passe comme si, après quelques minutes, lorsque E1 s'est assuré que tous les élèves sont sur la bonne voie, il ne souhaite plus intervenir et se met en retrait. Nous observons d'ailleurs que E1 reste le plus souvent en retrait de la classe lors des recherches en groupes, occupé à son bureau sans observer les productions des élèves. Cette mise en retrait est d'autant plus simple pour E1 qu'aucun élève, dès que la recherche en groupe est lancée, n'intervient par des remarques à son attention ou par des questions. Nous pouvons penser que les élèves ont pris l'habitude de ne pas questionner E1 et de ne pas lui demander de valider leurs résultats.

L'analyse de ces interventions montrent que, lors des séances 2 et 6, elles sont liées aux énoncés, afin d'éviter que les élèves n'orientent leurs recherches dans de mauvaises directions.

Lors de la séance 2, E1 intervient auprès de toute la classe à propos d'un problème d'impression de l'énoncé : le dessin accompagnant le texte est incomplet, il manque trois tonneaux, seulement douze tonneaux sur les quinze annoncés dans le texte sont représentés. De plus, E1 n'avait pas anticipé le fait que le verbe *transvaser* puisse poser problème à certains élèves.

Lors de la séance 6, E1 insiste sur le fait que deux éléments de réponse sont à déterminer : le temps de course ainsi que la distance parcourue par chaque enfant. Les élèves, étant habitués lors des cinq autres séances à ne chercher qu'une réponse, pourraient ne pas repérer que dans le problème E1F *La course*, deux réponses sont à fournir.

Dans les deux cas, il s'agit d'interventions permettant aux élèves déjà en phase de recherche de poursuivre le travail engagé. Ces interventions brèves participent à la dévolution de la recherche de solutions aux élèves. Elles sont toujours liées à des explications de l'énoncé (séance 2) ou au but à atteindre dans le problème (séance 6). Elles ne portent jamais sur le fond, sur le contenu des recherches des élèves. A aucun moment, E1 ne cherche à valider ou invalider ce que font les élèves. Nous en concluons que le discours de E1 pendant les phases de recherche a essentiellement une fonction d'enrôlement (Chappet-Paries, Robert, J. Rogalski, 2008).

I-2.2 Geste 2 : un temps long réservé à la recherche en groupes et à la rédaction d'une affiche

Lors des six séances observées, E1 demande aux élèves de chercher à résoudre le problème et de rédiger une affiche par groupe. L'analyse des séances montre que ce temps réservé au travail de groupes est long : de 34 à 55 minutes sur des séances d'une durée moyenne de 62 minutes. Cette organisation du travail de recherche et le temps que E1 y réserve montre que ce travail a une grande importance pour E1, qu'il constitue réellement un des temps forts, sans doute essentiel, des séances dédiées aux problèmes ouverts. Le travail de recherche en petits groupes et la rédaction d'une affiche, dans le but de présenter son travail au professeur et à la classe, sont au cœur des séances dédiées à des problèmes ouverts.

Le tableau suivant montre l'importance de la durée des recherches en groupes par rapport à la durée de chacune des six séances :

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4	Séance 5	Séance 6
68 %	65 %	64 %	59 %	75 %	76 %

Tableau 32 Proportion en % de la durée de recherche des élèves lors des six séances

I-2.3 Geste 3 : n'intervenir qu'en cas de blocage

Cette décision de rester en retrait, de ne pas intervenir auprès des groupes lors des recherches est, nous semble-t-il, poussée à son maximum : en effet, E1 laisse les élèves seuls, entre eux dans les petits groupes, sur des temps relativement longs, jusqu'à 45 minutes, afin qu'ils trouvent des éléments de réponse et qu'ils rédigent une affiche.

Il intervient seulement lors de la séance 5, lorsqu'il constate, au bout d'un temps long (35 minutes) laissé aux recherches en groupe, alors que les groupes sont tous plus ou moins bloqués lors de la résolution du problème E1E *L'horloge*. Aucune question n'est posée par les élèves qui essaient réellement de trouver seuls. Lors de cette séance, s'apercevant que les groupes, après 35 minutes de recherche sont dans des impasses, E1 décide d'aider les élèves, il intervient alors afin de mettre en place avec toute la classe, une procédure de résolution possible :

Ligne 21 : E1 : regardez tous, écoutez tous. On vous dit : l'horloge (*elle écrit horloge)*, l'horloge, elle fait quoi pendant une heure ?
Tous les élèves écoutent et essaient de répondre aux questions.
F1 : elle avance.
E1 : elle avance d'une minute, ça veut dire que quand il se passe une heure réelle, en fait, elle, elle va indiquer quoi ?
F2 : une heure et une minute.
E1 : une heure et une minute, on est d'accord. Pour l'horloge, il passe une heure et une minute quand dans la réalité, il ne se passe en fait (*elle écrit 1hO1min)* qu'une seule heure. D'accord. Pour le réveil, il retarde (*elle écrit réveil)* il retarde de quoi ?
G1 : de trois minutes.
E1 : de trois minutes. Donc quand il se passe une heure complète dans la réalité, pour lui, il va se passer quoi ?
Am : cinquante-sept minutes.
E1 : cinquante-sept minutes. Est-ce que vous comprenez tous ces cinquante-sept minutes ? ça va ? Oui. (*Elle écrit 57 min)* 57 minutes, c'est l'heure complète moins le retard de trois minutes. On vous dit maintenant que, qu'il a remonté l'horloge et le réveil, la veille. Quand on remonte un réveil ou une horloge, qu'est-ce qu'on pense à faire en même temps ?
G2 : on les met à la bonne heure.
E1 : oui, on les met à la bonne heure. Donc l'horloge et le réveil, à ce moment-là ? ils sont ?
G2 : à l'heure
E1 : oui, à l'heure, la même. Ils sont à la même heure. Là quand il les regarde le matin, l'horloge affiche 7 heures et le réveil affiche 6 heures du matin. La veille quand il les a remontés, ils étaient tous les deux à une même heure, qu'on ne connaît pas. *(E1 écrit deux « ? » au bas du tableau)*. L'horloge marque 7 heures du matin, une heure plus tôt elle marquait quoi ?
F3 : six heures une.
E1 : six heures une, elle indiquait pas six heures une, elle indiquait quoi ?
F4 : cinq heures cinquante-neuf.

E1 : 5 heures 59, tout simplement. Une heure c'est une heure et une minute pour l'horloge donc elle indique une minute de trop. Oui ou non ? Qui ne comprend pas ?
Pas de réponse.
E1 : ça va. Pour le réveil, lui, il va indiquer quoi une heure plus tôt ?
G3 : sept heures
E1 : est-ce qu'il va indiquer sept heures ?
G4 : non
E1 : non, parce que pour lui, il s'est passé combien de temps ?
G4 : moins de l'heure.
E1 : trois minutes de moins, c'est ça. Donc il va marquer ?
G4 : cinq heures trois
E1 : si tu écris cinq heures trois, ça veut dire que c'est cinquante-sept minutes pour lui, qu'il s'est passé. Bon. Maintenant, une heure plus tôt ? L'horloge va indiquer quoi ? A cinq heures cinquante-neuf, une heure plus tôt, l'horloge va marquer quoi ?
F4 : quatre heures cinquante-huit.
E1 *écrit 4h58min* : et le réveil va indiquer quoi ?
F5 : six heures six euh… cinq heures six
E1 : on recule hein ?
F5 : ah, quatre heures six.
E1 : on enlève toujours, on enlève cinquante-sept minutes à chaque fois. Oui ? donc il faut continuer comme ça mais…pendant combien de temps ?
Plusieurs élèves : jusqu'à ce qu'ils s'arrêtent, jusqu'à la même.
E1 : jusqu'à ce que ?
Am : jusqu'à ce que ça devienne pareil.
E1 : oui. Jusqu'à ce que ce soit pareil. Il va y avoir là (*E1 montre le tableau, les deux « ? »)* la même heure pour les deux.
L : mais nous, on n'a pas, on a trouvé mais…
E1 : non mais vous, vous n'avez pas fait la même chose, Faudra nous expliquer votre façon de faire justement. Bon, au travail ! *(E1 s'éloigne du tableau et observe le travail des groupes).*

Figure 55

Il apparaît que E1 questionne les élèves, leur donne des indications sur une procédure possible et laisse une trace de cette procédure au tableau, présentée ci-dessous en Figure 56 :

Horloge :	*Réveil :*
(1h01Min)	*(57 min)*
7h	*6h*
5h59	*5h03*
4h58	*4h06*
?	?

Figure 56

Cette intervention de E1 permet à la classe de se remettre au travail alors que tous les groupes, dans une impasse, risquaient de se décourager et d'arrêter de chercher. Lors de la séance 5 seulement, l'intervention de E1 est différente des autres séances, son discours a une fonction cognitive (Chappet-Paries, Robert, J. Rogalski, 2008). La solution au problème n'est pas donnée, cependant E1 met à jour clairement et valide une procédure possible pour l'atteindre. Nous pensons que cette intervention est, pour E1, un moyen d'éviter qu'ils abandonnent la recherche du problème.

I-2.3 Incidence sur les élèves de ces trois gestes

Lors des séances 1, 2, 3, 4 et 6, les interventions de E1, après la phase rapide de démarrage et au cours des phases de recherche de solutions au problème, sont inexistantes ou très brèves. D'une part, nous observons que les élèves cherchent. En effet, dans tous les groupes (que nous avons enregistrés), ils échangent et essaient réellement de résoudre le problème. D'autre part, comme le prouvent les affiches qu'ils proposent lors de la mise en commun des résultats, tous les groupes trouvent des solutions et, le plus souvent, la réponse attendue.

Séance 1 E1A	Tous les groupes trouvent le bon résultat (le groupe 1 ne conclut pas sur la masse du chien).
Séance 2 E1B	Tous les groupes trouvent le bon résultat.
Séance 3 E1C	Tous les groupes trouvent 17 vaches et Zinette. 4 groupes sur 5 trouvent le nombre de jours.
Séance 4 E1D	Tous les groupes trouvent la bonne réponse.
Séance 5 E1E	Tous les groupes trouvent la bonne réponse.
Séance 6 E1F	5 groupes sur 6 trouvent les bons résultats.

Tableau 33

Lors de la séance 2, face au dessin incomplet, les élèves ne réagissent pas, le fait qu'une rangée de tonneaux n'a pas été imprimée ne semble pas les avoir dérangés. Ils auraient pu, nous semble-t-il, compter les tonneaux dessinés et se rendre compte qu'il en manquait par rapport à l'énoncé rédigé du problème. D'autre part, seule l'élève ayant demandée une précision à propos du verbe transvaser réagit à la réponse de E1 et semble réconfortée dans ses réflexions.

Lors de la séance 6, seulement cinq élèves réagissent, il semble que cette intervention les oriente vers la recherche des deux éléments de solution, temps de course et distance parcourue.

Finalement, lors de chacune de ces séances (séances 1, 2, 3, 4 et 6), les interventions de E1 n'ont qu'un effet limité à quelques élèves et n'ont pas d'incidence sur les recherches des groupes et sur les procédures de résolution qu'ils mettent en place. Elles ne portent pas sur la démarche cognitive mais sur des questions de surfaces (Butlen, 2004).

C'est uniquement lors de la séance 5 que l'intervention de E1 a une incidence sur les démarches des élèves, qu'elle porte sur la démarche cognitive et non sur des questions de surface. Les élèves écoutent tous l'intervention de E1, ils participent à l'échange en répondant aux questions posées par l'enseignant. Jusqu'à cette intervention, après trois quarts d'heure de recherche en petits groupes, ils sont bloqués et n'avancent plus dans la résolution du problème. Les explications de E1 et la trace laissée au tableau les orientent dans leur propre recherche. Tous les groupes trouvent la solution. L'étude des affiches des élèves (Cf. Annexes C.1) montre que cinq groupes sur six reprennent la démarche proposée par E1. Ils listent les horaires affichés par le réveil d'une part et par l'horloge d'autre part, jusqu'à trouver le même. Ils en déduisent alors tous que cet horaire commun correspond à l'heure à laquelle le réveil et l'horloge ont été remontés. La procédure suivie n'est pas réellement explicitée et justifiée. Seul un groupe a opté pour une autre procédure, en déterminant l'écart entre le réveil et l'horloge après une heure, après 15 heures avant d'en déduire l'heure à laquelle l'un et l'autre ont été remontés. Il apparaît clairement que, lors de cette séance, l'intervention de E1 a permis à tous les groupes de résoudre le problème cependant, les explications fournies sur les affiches montrent que peu d'élèves ont réellement compris la démarche utilisée. L'intervention de E1 a donc « écrasé » la recherche et la compréhension au bénéfice d'une réussite immédiate.

I-3 Routine C(E1) : expliciter les procédures et performances des élèves

E1 demande, lors de chacune des six séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts, aux élèves de rédiger une affiche puis organise en fin de séance, une présentation des résultats. Lors de chaque séance, les affiches de chacun des groupes sont, les unes après les autres, présentées au tableau et commentées. Cette routine s'organise autour de trois gestes professionnels qui nous semblent expliquer les difficultés rencontrées par E1 pour institutionnaliser des résultats suite à l'étude des problèmes ouverts par les élèves.

I-3.1 Geste 1 : la rédaction d'une affiche par groupe

Lors de chacune des six séances, les élèves ont à rédiger une affiche présentant leur(s) solution(s). Un temps long, de 35 à 45 minutes, est réservé à la recherche et rédaction des solutions. De ce fait, seulement lors de la séance 3, un groupe n'a pas le temps de finir la rédaction de son affiche.

I-3.2 Geste 2 : une observation peu importante des travaux de groupes

Lors de ces six séances, E1 se met en retrait pendant les temps de recherche de solutions et rédaction des affiches. Et même s'il circule de temps en temps entre les groupes, il n'observe pas beaucoup les travaux des élèves, il nous semble qu'il ne prend pas le temps de comprendre les procédures des élèves lorsqu'ils rédigent leur affiche.

I-3.3 Geste 3 : une présentation de toutes les affiches pour exposer les performances de la classe

E1 prévoit, en fin de chacune des six séances, une présentation de toutes les affiches afin d'exposer les performances de la classe en termes de procédures et de résultats. Les affiches sont présentées au tableau, les unes après les autres et un élève de chaque groupe explique en quelques mots l'affiche. Cette présentation n'est pas hiérarchisée par E1. Les élèves, en étant volontaires les uns après les autres, décident eux-mêmes de l'ordre dans lequel les affiches sont présentées.

Afin d'étudier la mise en commun des résultats, nous choisissons d'analyser un extrait de la séance 2 (problème E1B *Les tonneaux*) et un extrait de la séance 3 (problème E1C *Zinette*) qui nous semblent représentatifs de l'ensemble des autres mises en commun observées lors des autres séances. Nous présentons ces deux extraits puis repérons si un climat de débat s'instaure dans la classe ou, au contraire, s'il s'agit seulement, lors de cette présentation des résultats, d'une correction collective des travaux effectués dans les groupes.

a) Exemple de la séance 2

E1 propose, lors de la séance 2 comme lors de chacune des six séances observées, après les recherches des élèves, une présentation au tableau de toutes les affiches afin de mettre en commun les résultats trouvés. L'ordre de présentation des affiches n'est pas imposé par E1 et un (ou parfois des) élève(s) de chacun des groupes, volontaire(s), vient (viennent) présenter l'affiche du groupe.

L'extrait suivant en Figure 57 montre que cette présentation est relativement rapide, faite en quelques phrases de chacun des élèves. Lors de la présentation de toutes les affiches, E1 intervient peu : il demande dans un premier temps, à l'élève présent au tableau de préciser

quelques formulations puis, dans un deuxième temps, en s'adressant à toute la classe, demande si la présentation est comprise avant de passer rapidement à une autre affiche.

Ligne 21 : E1 : ***alors tout le monde écoute****.*
Alexandra (groupe 2) : ben, on a fait… déjà pour savoir le même nombre de tonneaux, il fallait savoir que chaque enfant, chaque fils devait avoir le même nombre de tonneaux. On a cherché dans la table de cinq, et on a 3 fois 5, quinze. Donc chaque personne aura cinq tonneaux. Et euh… Faut que… au début, on a déjà pris trois tonneaux, de chaque truc,
E1 : de chaque truc ?
A : euh de chaque … quantité. Donc un tonneau vide, un tonneau à moitié plein et un tonneau plein. Ensuite on a rajouté pour les deux fils, donc ils auront comme ça un autre tonneau vide et un autre tonneau plein. Comme ça ils en ont cinq chacun. Et après eux, on a rajouté deux demi tonneaux, ça leur fait le même nombre que … ça fait deux demi tonneaux, c'est pareil que un tonneau. Et voilà.
E1 : ***vous avez tous bien compris le raisonnement ?***
Un élève : oui.
E1 : merci, Alexandra. ***Un autre groupe****… Allez-y.*
E1 installe l'affiche: on écoute
Quentin (Groupe 4) : au début, on a donné un tonneau plein à chacun. Après on a donné deux tonneaux à deux des fils…donc on a donné deux demis pour que tout le monde ait le même … le même vin. Et puis après, on a donné à chacun, à chaque enfant un tonneau, un demi tonneau plein. Et après on a donné deux tonneaux vides à un des enfants et deux tonneaux vides à un autre enfant et comme celui-là, à un moment il avait deux tonneaux, on lui en donne que un pour pas que, pour que ça fasse le même nombre de tonneaux à chacun.
E1 : ***tout le monde a compris ?***
Une élève : oui.
E1 : ***le troisième groupe*** *[…]*

Figure 57

Lorsque toutes les affiches sont exposées, E1 tente une comparaison des démarches présentées par les élèves :

Ligne 51 : E1 *s'adresse à la classe* : ***donc là ça se rapproche de quel raisonnement des autres feuilles ?***
G : c'est la même façon de raisonner qu'un autre groupe…
E1 : ***oui le groupe à vous, ils ont fait la même chose.*** *Ils ont réparti un plein, un vide et un à moitié plein à chacun des trois et après ils ont regardé ce qui restait en mettant après les deux moitiés … c'est exactement la même chose.*
G : sauf ils ont mis des noms là.
E1: ***oui*** *ils ont mis des noms, c'est la seule différence,* ***le raisonnement est le même*** *[…]*

Figure 58

Cependant, comme le montre l'extrait précédent, E1 ne permet pas aux élèves de s'interroger sur cette comparaison. Il ne leur laisse pas de temps pour relire les affiches et réfléchir aux méthodes exposées. Il répond finalement lui-même et assez rapidement à la question qu'il a posée.

Lors de cette mise en commun des résultats, E1 insiste également sur la forme des affiches, leur lisibilité (la couleur et la taille des caractères) et sur leur contenu comme le montre les interventions suivantes :

Ligne 61 : *E1 : laquelle est la plus facile à relire ?*
Ligne 73 : *E1 : donc là, est-ce que c'est clair, est-ce qu'on peut lire toutes les informations qu'il y a dessus ?*
Ligne 76 : *E1 :* ***maintenant est-ce que toutes les explications sont marquées ?***
Ligne 82 : *(E1 montre la dernière affiche) là c'est écrit petit, mais il y pourtant de l'idée. Il y a des schémas, il y a une opération. C'est visuel, on voit tout de suite ce qui est fait. Par contre, ça, c'est écrit trop petit, il y a un essai d'explications pour chaque remplissage … c'est une bonne idée ça… Non il n'y a pas de perdants, pas de gagnants.* ***Il y a des idées dans tous. Ça veut dire qu'il faut essayer de récupérer les bonnes idées de tout le monde, la prochaine fois, donc vous avez encore l'affichage à améliorer.***
Ligne 84 : *[…]* ***L'objectif c'est qu'en regardant votre affiche, on arrive à comprendre votre raisonnement même si vous ne l'expliquez pas. C'est un vrai travail de… d'écriture de l'affiche. C'est important.***

Figure 59

Il interroge les élèves cependant, là encore, il ne leur laisse pas de temps de relire les affiches afin de leur permettre de réellement répondre à sa question.

b) Exemple de la séance 3

Dans cet extrait, Caroline présente les résultats de son groupe. La réponse qu'elle apporte à la question « *combien de jours Zinette a-t-elle produit du lait ?* » est fausse. Cet extrait est représentatif de la manière avec laquelle, lors de chacune des séances observées, E1 gère les erreurs qu'il repère sur les affiches.

Ligne 35 : Caroline *(groupe 4) : donc tout au début, on a calculé 10 fois 31, donc ça fait 310. Après on a fait 5350 divisé par 310. Comme le mois de janvier en tout ça fait 5350, on a divisé par 310 parce que 310 c'est le nombre que fait une vache… euh, qu'elle a donné de lait par jour. Donc, euh…ça…5350 divisé par 310 ça fait 17 donc ça fait 17 vaches, et* ***Zinette elle a donné 80 litres de lait par jour.***
So : non, dix.
Caroline et E1 ne l'ont pas entendu.
E1 ***(à Car)*** *: 80 litres de lait par jour ?*
G : non, sur huit jours
E1 ***(à Car)*** *: la question à ton problème, c'était quoi ?*
F : c'était euh… combien de litres, de jours elle a produit …
E1 ***(au groupe de Car)*** *: alors est-ce que votre groupe a répondu à la question : combien de jours Zinette a produit du lait ?*
G (qui n'est pas élève du groupe) : non
E1 ***(au groupe de Ca)*** *: vous avez répondu à quelle question-là ?*
Q, qui n'est pas du groupe, veut répondre.
E1 : ***Q, chut s'il te plaît…*** *vous avez répondu à quelle question ?*
G (du groupe) : à la première.

E1 : vous avez répondu à la première question. Et en répondant, Zinette donne 80 litres de lait par jour, vous êtes sûrs que c'est par jour ?
Les autres : non … huit jours par mois…
Le groupe de Ca reste silencieux.
E1 : mais là, ils n'ont pas écrit huit jours. 80 litres c'est quoi exactement ?
G (du groupe) : les litres de … la semaine.
E1 : la semaine ?
Quelques élèves : non.
Le groupe reste silencieux.
E1 ***(toujours s'adressant au élèves du groupe)*** *: vous êtes d'accord que c'est Zinette qui les produit les 80 litres.*
Les quatre élèves du groupe : oui.
E1 : mais elle les produit en combien de temps ?
F (du groupe) : en huit jours
E1 : en huit jours, sur quelle période ?
F : euh…sur…le mois de janvier.
E1 : là, vous n'avez pas donné le nombre de jours où elle a produit en fait. Vous avez donné la quantité de litres de lait sur le mois de janvier.

Figure 60

Caroline présente une solution erronée. E1 la questionne, interroge les élèves du groupe qui a rédigé l'affiche mais jamais les autres élèves de la classe. Il interdit explicitement à un élève d'un autre groupe (Q) d'intervenir en lui demandant de se taire.

c) Y a-t-il instauration d'un débat ?

Exemple de la séance 2 :

Lors de la présentation des affiches de chacun des groupes, E1 écoute les explications de l'élève qui présente, il intervient ensuite seulement pour demander aux autres élèves s'ils ont compris. Il demande éventuellement à un élève de répéter son explication mais ne cherche pas à engager une discussion entre tous les élèves de la classe. Lorsque E1 questionne les élèves sur une comparaison des raisonnements utilisés par les groupes, l'organisation de la mise en commun ne permet pas de réflexion sur ces raisonnements : E1 ne laisse pas de temps aux élèves pour relire les affiches en question et s'engager dans une réflexion et une comparaison approfondie des démarches de chacun des groupes. E1 répond rapidement lui-même à la question qu'il a posée et, de par cette réponse rapide, ferme toute possibilité de débat entre les élèves.

Exemple de la séance 3 :

Suite à la présentation des affiches de la séance 3, les unes après les autres, il apparaît que certains groupes ne répondent pas correctement aux deux questions posées dans l'énoncé. E1, afin de préciser les réponses, dirige ses interventions vers l'élève qui présente l'affiche au

tableau et vers le groupe qui l'a rédigée. Il ne pose pas de questions à la classe. Il n'engage pas de discussion entre les élèves comme le montre l'extrait présenté dans lequel E1 demande à un élève Q, n'appartenant pas au groupe présentant l'affiche en question, de se taire. E1 ne cherche pas à faire échanger les élèves sur les difficultés rencontrées par certains groupes et sur les erreurs observées. Il ferme, comme lors de la séance 2, toute possibilité de débat.

d) Conclusion

E1 organise donc une présentation non hiérarchisée de toutes les affiches afin d'exposer toutes les procédures et les résultats des élèves. E1 n'organise pas de débat autour de la validité des résultats présentés ou à propos de l'efficacité des différentes procédures. Quelques minutes seulement sont consacrées à l'exposé de chacune des affiches, nous pouvons penser que le temps long déjà consacré aux recherches des élèves fait que la présentation des procédures est d'autant plus courte ceci afin de ne pas dépasser la durée d'environ une heure d'une séance de mathématiques.

I-3.4 Geste 4 : une synthèse très brève sur la forme ou sur le contenu des affiches

Les phases de synthèse sont très brèves, de l'ordre de quelques minutes.

a) Les contenus des synthèses

Nous rassemblons le contenu de ces synthèses dans le tableau 34. Il apparaît que E1 centre les synthèses des 3 premières séances essentiellement sur la présentation des solutions dans les affiches. Lors des séances 1, 2 et 3, E1 insiste sur la forme des affiches : les élèves doivent apprendre à les rédiger (écrire en utilisant des gros caractères, éviter d'écrire avec des couleurs claires). Lors des séances 2 et 3 E1 demande aux élèves de présenter leur travail sur ces affiches en insérant par exemple des schémas, des opérations, un tableau et précise, lors des séances 3 et 4, que les solutions doivent être clairement indiquées.

Lors des séances 4, 5 et 6, E1, semblant satisfait des affiches rédigées par les élèves, ne fait plus autant de commentaires sur la rédaction des affiches et oriente les synthèses sur ce qu'il nomme des *explications*. Il insiste un peu plus sur le fond, sur la formulation des explications dans les affiches. Cependant même s'il regrette le manque d'explications ou les explications peu claires des élèves, il ne présente pas aux élèves d'explications possibles. Seulement lors

de la séance 4, E1 revient brièvement sur deux démarches différentes employées par deux groupes ayant résolu le problème.

	concernant l'affiche	concernant le travail de recherche/résolution	concernant les démarches utilisées
Séance 1	*écrire avec des couleurs claires, écrire « gros ». ajouter des petits commentaires sur les opérations.*	*noter au brouillon au fur et à mesure de la réflexion, les idées trouvées*	Aucune intervention
Séance 2	*ajouter des schémas, une opération, un tableau, un texte.*		Aucune intervention
Séance 3	*ajouter des opérations, écrire clairement la réponse aux questions posées.*	*expliquer à chaque fois, les différentes opérations, les nombres qui ont servis.*	Aucune intervention
Séance 4			*deux procédures utilisées pour déterminer quel enfant siffle :* *-éliminer des possibilités au fur et à mesure de la lecture,* *-faire une hypothèse et la valider ou l'invalider avec chaque phrase de l'énoncé.*
Séance 5			*«vous avez fait les mêmes opérations, bon, de toutes façons, à part ce raisonnement-là, celui d'Al et son groupe, tous les autres ont fait les mêmes… mais je vous avais un peu guidé tout à l'heure… Il reste qu'au niveau des explications, c'est plus ou moins claire…*
Séance 6			*C'est vrai que sur les explications, il manque des choses. Vous avez du mal à dire toujours comment vous avez trouvé en fait. Même si certains ont essayé, on le voit sur les affiches, on voit que c'est dur à expliquer.*

Tableau 34

L'analyse des interventions de E1 en fin de séances montre que celles-ci se font avant tout en réaction aux affiches exposées par les élèves. Ces interventions ne sont pas préparées à l'avance et dépendent essentiellement de ce que les élèves proposent. Elles évoluent au cours de l'année de la forme de l'affiche à son contenu. Mis à part lors de la séance 4 où deux

procédures utilisées sont identifiées (Cf. Colonne 3 de notre tableau précédent), les démarches des élèves pour résoudre les problèmes proposés ne sont pas commentées lors des synthèses. E1 précise brièvement, lors des synthèses, quelques éléments susceptibles d'aider les élèves à organiser leur travail de recherche (Cf. Colonne 2 de notre tableau précédent) : noter au fur et à mesure les essais (séance 1) ou expliquer à chaque fois son calcul (séance 3). Cependant, E1 n'intervient pas dans les synthèses sur la ou les bonnes procédures, sur les erreurs à éviter. Il ne distingue pas ce qui est valide pour un problème et ce qui ne l'est pas.

b) Des contenus peu décontextualisés

Lors de chacune des séances, E1 prend connaissance de ce qu'ont rédigé et donc fait les élèves afin de résoudre les problèmes. Lors des premières séances, les synthèses portent sur la rédaction des affiches. Les remarques faites par E1 sur la manière de présenter son résultat par écrit, à toute la classe, sont décontextualisées. Les élèves sont vivement encouragés à améliorer la rédaction des affiches lors des séances à venir, en se servant des conseils donnés.

Concernant les résultats exposés par les élèves, lors des séances 1, 2, 3, 5 et 6, les différentes procédures utilisées ne sont pas reprises. E1 fait un constat sur ce que les élèves sont capables de faire, d'expliquer, sur ce qui manque : « *il reste qu'au niveau des explications, c'est plus ou moins claires* » (séance 5) « *c'est vrai que sur les explications, il manque des choses. Vous avez du mal à dire toujours comment vous avez trouvé en fait* » (séance 6). Cependant E1 ne leur propose pas d'explications complémentaires, ne leur propose pas d'exemples de ce qu'ils auraient pu écrire.

Seulement lors de la séance 4, E1 met en avant deux procédures mais reprend ces procédures essentiellement en reprenant l'exemple du problème, sans chercher à montrer comment, dans un autre problème, ces démarches pourraient être réutilisées. Il apparaît clairement que E1 ne cherche pas à faire retenir des résultats à ses élèves pouvant les aider lors de la résolution d'autres problèmes. Aucun résultat, aucune connaissance s'appuyant sur des démarches utilisées par les élèves ne sont décontextualisés.

I-3.5 Conclusion concernant la routine C(E1)

Cette routine organisée autour de quatre gestes professionnels révèle un défaut d'observation des élèves pendant leur recherche en groupes et lors de la rédaction des affiches, une absence de hiérarchisation des procédures, et une absence de débat autour des procédures utilisées par les élèves. Elle peut expliquer les difficultés rencontrées par E1 pour organiser de synthèses

menant à l'institutionnalisation de savoirs ou savoir-faire en jeu dans les problèmes qu'il choisit.

I-4 Conclusion en termes de routines et de composantes

Les analyses en termes de routines professionnelles nous renseignent sur la composante cognitive de la pratique de E1 : il apparaît qu'il mise sur le choix des énoncés de problèmes afin de dévoluer rapidement la recherche de solutions aux élèves et lui permettre de ne pas intervenir, ces problèmes étant d'abord choisis avec l'objectif d'être résolus par les élèves sans son aide. Nous obtenons également des éléments de la composante personnelle de sa pratique et la façon dont E1 se représente ces séances dédiées à des problèmes ouverts : E1 montre, tout au long des séances 1, 2, 3, 4 et 6, qu'il est convaincu qu'une condition pour que les élèves cherchent est qu'il n'intervienne pas. L'expérience de la séance 5 le conforte dans cette idée puisque son intervention va certes débloquer la situation mais va surtout faire que presque tous les groupes ne cherchent plus et appliquent la démarche proposée par E1 au tableau. L'intervention de E1 a, en quelque sorte, « tué » la recherche, les élèves s'étant mis (sauf un groupe de quatre) à appliquer la procédure exposée sous forme de tableau.

A propos des objectifs d'apprentissage visés par E1, nous remarquons qu'il s'attarde surtout, lors des synthèses de chacune des six séances, sur la rédaction des affiches et non sur des savoirs et/ou savoir-faire en jeu dans la résolution du problème choisi. Une évolution dans ses attentes semble apparaître : tout d'abord centré sur la forme de l'affiche, E1 conclut, lors des deux dernières séances, sur le fond des affiches, en commentant les explications apportées par les élèves et en insistant sur les manques et les difficultés rencontrées pour rédiger des explications. E1 souligne des améliorations dans la rédaction de ces affiches, tout au long des séances cependant il ne dit jamais clairement ce qu'il attend des élèves, il semble reporter ce travail à la classe de sixième. Il le sous-entend lors de la séance 4 : « *c'est le genre de problème que vous risquez d'avoir au collège, des choses comme ça avec un peu plus de mathématiques, avec des calculs mais il faut apprendre à réfléchir* ».

II- L'enseignant E2

II-1 Routine A(E2) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

II-1.1 Geste 1 : des problèmes issus de la collection *Ermel* et du rallye *RMT*

E2 choisit quatre problèmes ouverts (E2A *Trois nombres qui se suivent*, E2B *Golf*, E2C *La plaque de voiture* et E2D *Chacun sa place*) qu'il propose lors de huit séances dédiées à leur étude et résolution. Ces problèmes sont issus des ouvrages *Ermel* ces classes de CM1 et CM2 ainsi que des listes de problèmes proposés par le site du rallye mathématique *RMT* (choix que nous avons étudié dans le chapitre 3).

II-1.2 Geste 2 : un choix d'énoncés pas toujours en lien avec la vie courante et qui amènent les élèves à prouver leur résultat

Les problèmes E2A *Trois nombres qui se suivent* et E2B *Golf* sont énoncés essentiellement en termes mathématiques alors que les problèmes E2C *La plaque de voiture* et E2D *Chacun sa place* sont en lien avec la vie courante. L'étude des quatre énoncés montre qu'il est explicitement demandé aux élèves d'expliquer comment ils ont trouvé, d'apporter la preuve de leur résultat, comme l'indique le tableau suivant :

E2A *Trois nombres qui se suivent* : « […] ***il faudra ensuite expliquer comment*** *vous avez trouvé.* »
E2B *Golf* : « *Vous allez chercher toutes les solutions et* ***expliquer pourquoi vous êtes sûrs de les avoir toutes.*** »
E2C *La plaque de voiture* : « *Ecrivez toutes les possibilités et* ***expliquez comment vous les avez trouvées.*** »
E2D *Chacun sa place* : « ***Indiquez les étapes qui vous ont permis*** *de placer toutes les personnes.* »

Tableau 35

II-1.3 Geste 3 : une passation détaillée des consignes

a) Une mise en relation des séances

Comme le montre le tableau suivant, les séances 2, 3 puis 5 et 6 sont introduites de la même façon, par un rappel de la séance précédente.

Séance 2 E2A *3 nombres qui se suivent*	*Ligne 1 : ça y est, vous êtes prêts. Dépêchez-vous. (E3 reprend les affiches de la séance précédente) Vous vous souvenez,* ***la dernière fois****, on avait commencé un problème… un problème où* ***il était question de quoi*** *?*	Annexes C.2, lignes 1 à 35
Séance 3 E2A *3 nombres qui se suivent*	*Ligne 1 : vous êtes prêts ?* ***Vous vous souvenez*** *de notre problème qui était de … trouver trois nombres qui se suivent et dont la somme est un nombre que je vous ai donné. J'ai déjà donné comme somme 96, 354 et le dernier 462. (E2 écrit au tableau les nombres) Voilà pour ces trois-là,* ***on avait trouvé des solutions à chaque fois****. Ensuite, je vous avais proposé 25 et 45.* ***Qu'est-ce qui c'était passé pour ces deux nombres-là ?***	Annexes C.2, lignes 1 à 16
Séance 5 E2B *Golf*	*Ligne 1 : j'aimerais bien savoir ce dont* ***vous vous rappelez sur ce qu'on a fait la dernière fois*** *qu'on a fait des problèmes.* ***De quoi s'agissait-il ?*** *Est-ce que vous vous rappelez un petit peu ?*	Annexes C.2, lignes 1 à 23
Séance 6 E2B *Golf*	*Ligne 1 : est-ce que* ***vous vous souvenez*** *de ce qu'on faisait la semaine dernière, quel était le problème qui nous intéressait.* ***Qu'est-ce qu'il fallait qu'on fasse*** *? Qu'est-ce que c'était ?...*	Annexes C.2, lignes 1 à 28

Tableau 36

Ces rappels concernent les questions traitées lors de la séance précédente, le travail accompli par les élèves ainsi que les résultats trouvés. E2, après ces rappels, introduit une nouvelle question et le travail que les élèves auront à accomplir dans la séance.

b) Une présentation précise du problème

Lors des séances de 1 à 6, E2 présente au tableau le problème à résoudre. Lors des séances 7 et 8, une petite feuille comportant l'énoncé est distribuée.

Séance 1	Ligne 1 : *je vais en fait, présenter un problème qui est très court, j'aurais juste besoin de l'écrire au tableau…*
Séance 2	*Ligne 31 : alors, moi, ce que je vais vous proposer aujourd'hui c'est de repartir sur un exemple […]* *Ligne 35 : moi, j'aimerais bien que vous fassiez […] trois nombres qui se suivent qui seront égaux à la somme […] 462.*
Séance 3	*Ligne 17 : […] moi, je voudrais savoir comment on sait qu'un nombre est la somme de trois nombres qui se suivent […]*

	Ligne 25 : […] comment savoir d'avance quelles sont les caractéristiques des nombres pour lesquels il est possible de trouver trois nombres qui se suivent et dont ils sont la somme ?
Séance 4	*Ligne 1 : bon, aujourd'hui, on va se poser un nouveau petit problème… En fait, une nouvelle série de petits problèmes. […] Comment obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2 ?* *Ligne 23 : alors maintenant puisque ça c'est facile, on va passer à plus difficile. Ce que je vous propose maintenant est de chercher à obtenir 49… en additionnant des 8 et des 3. […] des solutions pour obtenir 49 avec des 8 et des 3.*
Séance 5	*Ligne 11 : […] on avait cherché à obtenir 97 avec toujours des 8 et des 3.* *Ligne 24 : […] j'aimerais, quand vous cherchez des solutions, que vous pensiez à essayer de voir si vous les aviez toutes. […] j'aimerais, quand vous cherchez des solutions, que vous pensiez à essayer de voir si vous ne pouvez pas vous organiser pour en trouver le maximum […]*
Séance 6	*Ligne 20 : moi, j'aimerais que pour 92, vous vous assuriez que vous avez bien toutes les solutions possibles.*
Séance 7	*Ligne 1 : bon, je vais vous distribuer à chacun un énoncé de problème.*
Séance 8	*Ligne 1 : alors, on va faire un problème un peu différent aujourd'hui, […] Je vais vous le distribuer.*

Tableau 37

c) Des indications sur le travail attendu des élèves

Le tableau suivant reprend les verbes employés par E2 pour présenter le travail qu'il attend de ses élèves. E2 souhaite que les élèves, lors de chacune des séances s'investissent dans la recherche de solutions, il leur demande de *chercher*. Lors des séances 2, 3, 4 et 5, E2 leur demande de *trouver* des solutions voire toutes les solutions. Lors des séances 6, 7 et 8 d'*expliquer* leurs résultats.

Une certaine évolution apparaît dans les attentes de E2. Il demande aux élèves dès la deuxième séance que, certes, ils cherchent mais également qu'ils *trouvent* (des méthodes, des solutions puis toutes les solutions lors des dernières séances). Les *explications* sur les procédures utilisées, sur les solutions trouvées ne sont pas demandées dès la première séance, elles sont plutôt demandées lors des dernières séances, les séances 6, 7 et 8.

Séance 1	***Résoudre** un problème… **Chercher**.*
Séance 2	*Chercher. **Essayer de trouver une technique**.*
Séance 3	*Vous aviez commencé à chercher des nombres pour lesquels c'était pas possible. Maintenant, il **faut trouver des nombres.***
Séance 4	***Trouver** assez rapidement. **Chercher** des solutions.*
Séance 5	***Essayer d'aller jusqu'au bout**.*
Séance 6	***Chercher** des solutions. **Essayer d'expliquer**.*
Séance 7	***Chercher. Comparer les solutions** que vous avez trouvées**. Ecrire toutes les possibilités et comment** vous les avez trouvées.*
Séance 8	***Chercher**. **Vérifier** que vous êtes d'accord entre vous et commencer à **expliquer**.*

Tableau 38

d) Des consignes concernant l'organisation de ce travail

E2 insiste également lors de la présentation du travail aux élèves, sur les supports qu'ils doivent utiliser : cahier de brouillon, feuille de recherche, affiche.

Séance 1	*Ligne 1 : vous n'allez pas avoir besoin de votre manuel.* *Ligne 19 : je vais vous distribuer des feuilles de recherche pour que vous cherchiez sur votre propre feuille.*
Séance 2	*Ligne 31 : […] vous allez pour ça, quand j'aurai fini de parler reprendre votre feuille de recherche, votre feuille de classeur jaune […]*
Séance 3	*Ligne 23 : […] alors, je vous redonne vos feuilles, vos affiches de la dernière fois. Peut-être qu'en fonction de… de ce que vous avez fait les uns et les autres, vous aurez peut-être pas assez de place, dans ce cas-là, je vous redonne une autre, pas de souci […]*
Séance 4	*Ligne 5 : Vous essayez un petit peu de voir sur vos **cahiers de brouillon** […] assez rapidement.* *Ligne 29 : […] alors cette fois, on ne va plus le faire sur le cahier de brouillon, vous allez faire ça sur une **feuille de recherche jaune** […]. Bon, je veux que tous les calculs que vous faites dans votre tête soient marqués, tout ce que vous essayez, vous le marquez […]. La recherche se fait sur la feuille jaune. Tout ce que vous faîtes comme calculs, tout ce que vous pensez comme solution, vous devez l'écrire et pourquoi vous l'avez fait comme ça. […] **Le cahier de brouillon, vous n'en avez pas besoin, tout doit être sur votre feuille.** Bon, allez-y.*
Séance 5	*Ligne 24 : […] ce qu'on va faire maintenant, c'est que je vais vous redonner **les***

	feuilles de recherche de la dernière fois, *vous allez vous remettre en groupe. […] on ne va pas chercher trop longtemps et je vous donne un autre petit problème dans le même genre juste après.*
Séance 6	*Ligne 28 : […] là, je vais vous redonner* ***vos feuilles à chacun, à chacun des groupes.*** *Je vais demander à chacun des groupes de continuer à […].*
Séance 7	*Ligne 1 : […] Vous allez* ***chercher individuellement*** *et puis, quand vous aurez avancé suffisamment tout seul, je vais vous demander de* ***vous regrouper****, je vous dirais comment vous regrouper. Je vais vous demander de* ***comparer les solutions que vous avez déjà trouvées****, même si elles ne sont pas complètement terminer, c'est pas grave, je vais vous demander de comparer et ensuite, je vais vous demander de m'****écrire sur l'affiche une solution pour tout le groupe****.* *Ligne 3 : […] Il faudra évidemment que ce soit bien expliqué et bien présenté pour pouvoir ensuite, à la fin, la présenter à tout le monde.* […] *les enfants de service donnent* ***une feuille jaune à chacun****, moi, je vous distribue l'énoncé.*
Séance 8	*Ligne 1 : vous allez le lire silencieusement, et vous allez me poser des questions si vous en avez à en poser d'ailleurs. Ensuite vous allez* ***commencer par chercher tout seul.*** *Quand vous l'avez cherché un peu tout seul, vous commencerez à avoir au moins le début d'une petite idée pour le résoudre,* ***on travaillera par groupes de 3 ou 4*** *Ligne 14 : je vous distribue* ***une feuille jaune de recherche***

Tableau 39

e) Incidence sur l'activité des élèves

Lors de l'introduction des séances 1 et 4, E2 dit aux élèves vouloir proposer un nouveau problème et engage un échange avec eux. Cet échange porte sur l'explication de l'énoncé et les solutions à chercher à apporter au problème.

Lors de ces échanges entre E2 et les élèves (Cf. Annexes C.2, séance 1, lignes 1 à 18 et séance 4, lignes 1 à 28), dès le début de ces séances, tous les élèves participent et cherchent à répondre aux questions posées par l'enseignant.

Lors de la séance 1, par exemple, à la question : « *si je prends trois nombres qui se suivent… par exemple, (E2 écrit au tableau) 5, 6, 7. Je peux les additionner. Combien ça fait ?* » (Ligne 1), cinq à six mains se lèvent, à la question suivante : « *vous pouvez m'en proposer d'autres nombres qui se suivent ?* » (Ligne 2), une douzaine de mains se lève, à la question, ligne 6, cinq à six mains se lèvent, à la question, ligne 10, la plupart des élèves répondent spontanément etc.

De même, lors de la séance 4, à la question : « *comment obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2 ? […] Est-ce que vous voyez ce que je veux dire ?* » (Lignes 1 et 2), quatre élèves lèvent la main puis à la demande de E2 : « *on va commencer par vérifier déjà. Alors, on compte ensemble : 5 plus 5 …* » (ligne 8), la plupart des élèves participent. Nous observons également que tous les élèves participent à la première recherche individuelle et font des premiers

calculs au brouillon. Il apparaît donc que les élèves s'investissent dès le début des deux séances, dans la recherche de réponse aux questions posées. Lorsque le problème leur est proposé -chercher trois nombres consécutifs dont la somme est 96 (séance 1) et obtenir 49 en additionnant des 8 et des 3 (séance 4)- aucun élève ne pose de question, tous s'engagent aussitôt dans une phase de recherche individuelle.

Lors de l'introduction des séances 2, 3, 5 et 6, E2 demande aux élèves de rappeler le travail réalisé lors de la séance précédemment consacrée à un problème ouvert.

Ces échanges (Cf. Annexes C.2, séance 2, lignes 1 à 35 ; séance 3, lignes 1 à 22 ; séance 5, lignes 1 à 24 et séance 6, lignes 1 à 28) montrent que les élèves se souviennent très bien de ce qui a été étudié la semaine précédente. Ce qui tend à prouver leur investissement personnel dans les différentes séances. Nous avons tendance à penser que des élèves n'ayant pas réellement participé aux recherches de solutions, ne seraient pas capables de présenter le travail accompli lors des séances précédentes.

Lors des séances 7 et 8 (Cf. Annexes C.2, séance 7, lignes 1 à 10 et séance 8, lignes 1 à 15), le premier temps d'échange introduisant le travail de la séance est bref : l'énoncé est distribué et lu individuellement. Seulement lors de la séance 8, il est lu par un élève devant la classe. Les élèves posent très peu de question sur ce qu'ils ont à chercher -une question lors de la séance 7 (Ligne 7), aucune question lors de la séance 8-, la recherche individuelle se met en place rapidement, en quelques minutes. Les feuilles de recherche individuelle des élèves, que nous avons récoltées ou que nous avons consultées lors de l'observation des séances, montrent que chacun des élèves cherche réellement à résoudre le problème et s'efforce de trouver des solutions ou des pistes de solutions.

II-1.4 Geste 4 : une place laissée aux recherches des élèves individuelles et/ou en groupes

Lors des six premières séances, E2 propose aux élèves soit de chercher seuls soit de chercher en petits groupes. Les deux recherches - recherche individuelle et recherche en groupes - ne se succèdent jamais mais sont proposées en alternance. Le tableau suivant résume ces propositions (en notant RI : recherche individuelle, RG : recherche en groupes, MC : mise en commun) :

Séance 1	RI / MC puis RG / MC
Séance 2	RI / MC puis RI / MC
Séance 3	RG/MC
Séance 4	RI/MC puis RG/MC
Séance 5	RG/MC puis RG/MC
Séance 6	RG/MC

Tableau 40

Lors des deux dernières séances, séance 7 et 8, des temps de recherche individuelle sont proposés avant le travail de recherche en groupes.

Séance 7	RI/RG/MC
Séance 8	RI/RG/MC

Tableau 41

II-1.5 Conclusion concernant la routine A(E2)

Il apparaît que la recherche d'une solution au problème est réellement dévolue à chacun des élèves lors de chacune des séances observées. Pour cela, E2 prend le temps soit de présenter et d'expliquer le problème au tableau, soit de faire lire individuellement et d'expliquer collectivement l'énoncé, afin de s'assurer que chacun des élèves prend connaissance de ce qui est à chercher. E2 présente clairement les modalités de travail : au brouillon, sur une feuille de recherche ou une affiche, individuellement ou en groupes. Il explicite également ses attentes en termes de réponses, suivant le problème posé : trouver des solutions, trouver toutes les solutions ou chercher, essayer de trouver. Le travail attendu et l'organisation de ce travail sont longuement explicités aux élèves. E2 s'assure ainsi que tous les élèves ont compris ce qui est demandé, ce qu'il attend d'eux et vont être capables d'envisager rapidement comment répondre à cette demande. Il veut s'assurer qu'il n'y aura pas de recherche dans de mauvaises directions, que les élèves pourront chercher seuls, sans poser de questions sur ses attentes.

II-2 Routine B(E2) : maintenir tous les élèves dans la recherche

II-2.1 Geste 1 : ne pas aider les élèves lors de leurs recherches

Pendant les phases de recherche individuelle comme pendant les phases de recherche en petits groupes, E2 circule dans la classe et prend connaissance de ce que font les élèves en lisant le plus souvent silencieusement ce qu'ils écrivent. Il est ainsi capable, lors des mises en commun des résultats, de citer les élèves n'ayant pas trouvé la solution au problème et de préciser parmi ceux qui ont trouvé, les démarches qu'ils ont suivies.

a) Les interventions de E2

Pendant les recherches, E2 intervient peu auprès des groupes, il laisse réellement les élèves chercher entre eux.

Lors de la séance 1, par exemple, E2 intervient, à son initiative, auprès du groupe d'Antoine (Lignes 29 à 35) :

E2 s'approche : vous avez commencé là ? Vous avez essayé ça puis ceux-là ?
E : on était trop grand donc on les a rabaissés.
E2 : vous les avez rabaissés ?
E : oui puis j'ai fait comme ça donc… plus ça, ça faisait 354.
E2 : d'accord, donc vous avez rabaissé là, là et là, cette fois, c'était trop petit…
E : et j'ai fait plus.
E2 s'éloigne : *d'accord.*

Figure 61

Il ne cherche pas à les aider mais à s'informer sur le travail réalisé dans le groupe.

Lors de la séance 3, E2 s'adresse au groupe 1 dès le début de la recherche en groupe (Lignes 1 à 15) :

E2 vient vers eux dès le début : ***vous, je crois que vous aviez trouvé des nombres. Bon maintenant, il faudrait trouver une stratégie.***
AF : mais on l'a mis
E2 : *alors on met les 2 premiers nombres… et on a le troisième alors qu'est-ce que c'est la caractéristique du troisième ?*
AF : parce que là, le 1, le 2..
E2 : alors, les possibles, c'est les deux premiers nombres
AF : oui
E2 : et le 3ème n'est pas possible
AF : oui

E2 : ***à chaque fois, qu'est-ce que c'est la caractéristique du troisième pour que ce soit possible et que les autres n'ont pas pour que ce soit possible.***
AF : déjà, on sait que 0 plus 1 plus 2 ça fait 3
E2 : ah d'accord, 3 ça marche… ensuite pour faire 5 non, 4 est-ce que ça marche ?
AF : ben, non
E2 : d'accord. Et 5, et 6 ?
AF : 1 plus 2 plus 3… Ah, je sais. Ça fait le nombre et c'est le double.
E2 (s'éloigne) ***: bon, réfléchissez aux caractéristiques de ceux qui marchent finalement…***

Figure 62

Puis questionne également le groupe 2 (Lignes 8 à 12) :

E2 : alors ici ?
F : oui
E2 : comment sont les nombres possibles ?
G : ils sont là.
E2 (s'éloigne) : *oui mais comment ils sont ? Vous ne l'avez toujours pas dit.*

Figure 63

Ces interventions montrent que E2 cherchent à repérer dans le groupe 1 les solutions que les élèves ont déjà trouvées concernant les « caractéristiques » des nombres qui conviennent. Il insiste également auprès du groupe 2 sur le fait que ce sont ces caractéristiques qu'ils doivent expliciter et non seulement repérer des nombres répondant à la question. Il recentre les élèves sur l'énoncé du problème et sur la question posée.

b) La nature de ces interventions

Les questions posées au groupe d'Antoine et les réponses des élèves renseignent E2 sur ce que ce groupe a trouvé sans pour autant mettre les élèves du groupe sur une piste ou leur laisser supposer qu'ils ont raison ou au contraire qu'ils font fausse route.

Les interventions de E2 pendant les recherches des élèves, comme le montrent les exemples précédents, lui permettent avant tout de bien comprendre ce que les élèves ont déjà trouvé et de repérer la voie qu'ils ont choisie d'emprunter. E2 montre ainsi qu'il ne souhaite pas aider les groupes en leur donnant des pistes de solutions. Les interventions par exemple, lors de la séance 3, dans les groupes 1 et 2, présentées précédemment, réorientent les élèves du groupe vers la question à traiter, E2 estimant que les élèves ne cherchent pas à répondre à la question posée. Le discours de E2 a lors de ces phases de recherche une fonction cognitive, liée à la justification de la démarche utilisée sans validation de sa part (Chappet-Paries, Robert, J. Rogalski, 2008).

II-2.2 Geste 2 : un temps de recherche des élèves tout au long de l'année de plus en plus important par rapport au temps collectif

Le tableau suivant présente la proportion en termes de durées des phases de recherche des élèves par rapport aux temps collectifs lors de chacune des séances :

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4	Séance 5	Séance 6	Séance 7	Séance 8
26 %	24 %	37 %	33 %	44 %	22 %	43 %	58 %

Tableau 42

Il apparaît de nos observations que E2 laisse de plus en plus de temps aux recherches des élèves, individuelles ou en groupes. Lors des quatre premières séances, le temps réservé aux recherches personnelles des élèves évolue d'un quart de la séance au tiers de la séance. Lors de la séance 6, ce temps représente seulement 22 % de la durée totale de la séance, il s'agit de la dernière séance consacrée à la résolution du problème E2B *Golf*. Nous pouvons penser que E2 fait le choix de terminer la résolution de ce problème en s'appuyant sur des temps collectifs, sans doute du fait de la difficulté liée à la résolution du problème. Une évolution est surtout repérable lors des séances 5 et 7 puisque les recherches des élèves représentent presque la moitié de la séance pour dépasser la moitié de la séance lors de la séance 8.

Tout au long de l'année, E2 laisse de plus en plus la main aux élèves pour ce qui concerne les recherches de solutions. Nous pouvons penser que tout se passe comme si E2 leur faisait de plus en plus confiance quant à la résolution des problèmes et les estimait de plus en plus capables de trouver sans son aide des solutions.

II-2.3 Incidence de ces deux gestes sur les élèves

E2, après avoir longuement présenté les problèmes aux élèves, n'intervient pas ou très peu dans les recherches individuelles puis des groupes. Tous les élèves cherchent et chaque petit groupe propose des solutions sur une affiche. Les affiches (Annexe C) montrent que, lorsque la réponse attendue est proche de la présentation de début de séance, les élèves réussissent à trouver cette réponse. Par exemple, lors de la séance 1 pour la somme valant 354, 12 groupes sur 13 trouvent les trois nombres consécutifs cherchés.

En revanche, quand la réponse attendue s'éloigne de la présentation du début de séance, quand E2 donne moins de détails quant à la résolution du problème, les élèves ont plus de mal

à répondre à la question posée. Par exemple, seulement 3 groupes sur 12 réussissent à caractériser les sommes en question dans le problème E2A *Trois nombres qui se suivent* et un groupe sur 7 donne toutes les solutions attendues dans le problème E2C *La plaque de voiture*.

Il est clair que les questions posées dans ces problèmes sont difficiles pour des élèves de cycle 3. Et malgré les difficultés rencontrées pour trouver la réponse attendue, les affiches proposées par les élèves montrent bien que E2 n'est pas intervenu dans les groupes pendant la recherche. Au contraire, E2 les a laissés chercher dans les petits groupes sans les aider au risque d'obtenir dans les affiches que très peu de réponses justes.

Séance 1 E2A *Trois nombres qui se suivent*	(354) 12 groupes sur 13 trouvent la réponse.
Séance 2 E2A	(25) 2 groupes sur 12 réussissent à expliquer l'impossibilité pour 25 (Laïla/Maxime et Emilie/Brice/Waren).
Séance 3 E2A	(propriété : les sommes sont des multiples de trois) 3 binômes sur les 12 réussissent à exprimer cette relation (Emilie/Brice/Waren, Chloé/Alexis et Anne Flore/Thomas).
Séance 4 E2B *Golf*	(23 avec des 5 et des 2) : 11 élèves sur 25 trouvent la solution attendue (49 avec des 8 et des 3) : 19 élèves sur 25 ont trouvé la solution attendue
Séance 5 E2B *Golf*	(97 avec des 8 et des 3) : un groupe (Mathilde/Emilie, CM2) a trouvé deux solutions, deux groupes ont trouvé une solution, les quatre autres groupes n'ont pas de solutions.
Séance 6 E2B *Golf*	(92 avec des 5 et des 3) : un groupe (Brice/Maxime) a trouvé deux solutions, trois groupes (Thomas/Laïla, Mathilde/Emilie, Chloé/Ellyas) ont trouvé six solutions, les trois autres groupes ont trouvé une solution.
Séance 7 E2C *La plaque de voiture*	Tous les groupes donnent des solutions correctes. 1 groupe sur 7 donne la réponse complète attendue (les 12 solutions).
Séance 8 E2D *Chacun sa place*	6 groupes sur 7 donnent la réponse attendue.

Tableau 43

II-2.4 Conclusion concernant la routine B(E2)

Lors des phases de recherche, E2 observe les élèves, circule entre les groupes afin de repérer leurs démarches de résolution et les solutions trouvées. Cependant il n'intervient pas pour donner des pistes de résultats aux élèves, il les laisse faire tout en s'assurant qu'ils ne s'éloignent pas du problème posé, qu'ils ne s'égarent pas. Les interventions de E2 font apparaître que, tout au long de ces phases de recherche, il continue à dévoluer totalement la recherche de solutions aux élèves, ceci même si les élèves semblent en difficultés comme le prouvent les solutions erronées ou incomplètes des affiches des séances 3 et 7.

II-3 Routine C(E2) : expliciter les procédures et performances des élèves

Cette troisième routine associée au processus d'institutionnalisation met en évidence que E2 propose aux élèves une mise en commun des résultats hiérarchisée et demande aux élèves de continuer à réfléchir tous ensembles, à chercher les solutions attendues.

II-3.1 Geste 1 : rédiger une affiche pendant les recherches en groupes, qui peut être présentée à la classe

E2 demande aux élèves lors des travaux de groupes de rédiger leur réponse sur une affiche qu'elle leur distribue. Au début de chacune des séances, E2 explique aux élèves que l'affiche permet de rédiger une solution par groupe donc implique de se mettre d'accord sur cette solution. Il prévient également que les affiches sont destinées à être présentées à la classe donc nécessite d'écrire clairement les résultats trouvés ainsi que des explications sur les méthodes de résolution employées dans le groupe.

II-3.2 Geste 2 : une observation du travail de recherche des élèves

E2 lors des recherches des élèves circule entre les élèves, entre les groupes sans intervenir pour les aider. Cependant E2 observe le travail fait par les élèves, prend connaissance du contenu des affiches pendant leur rédaction.

II-3.3 Geste 3 : une présentation hiérarchisée des affiches

a) Les élèves rassemblés devant le tableau

Afin de comprendre comment E2 intervient lors des mises en commun des résultats, nous choisissons d'analyser un extrait, caractéristique de la façon de procéder de E2 tout au long des séances observées.

Il s'agit de la septième séance organisée par E2, dédiée à l'étude du problème E2 *La plaque de voiture*. Les élèves sont rassemblés et assis devant le tableau comme le montre la photo suivante :

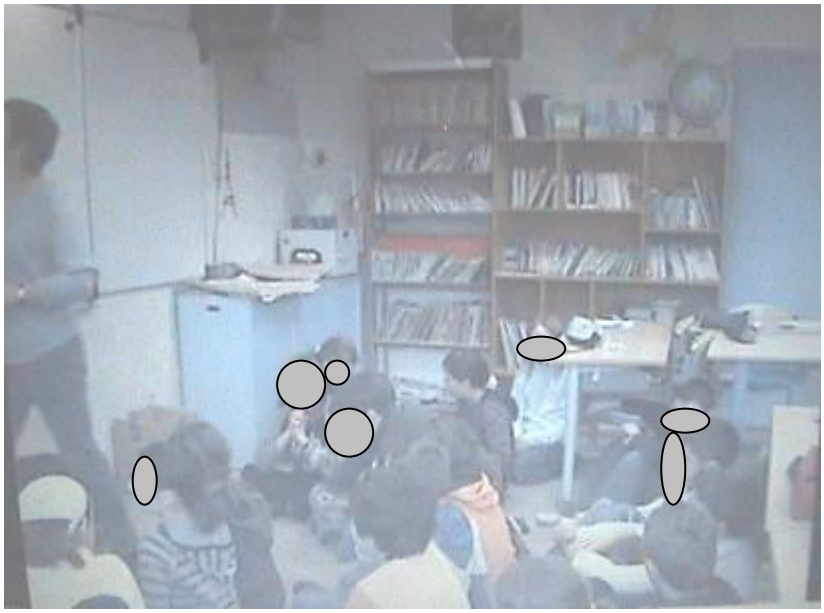


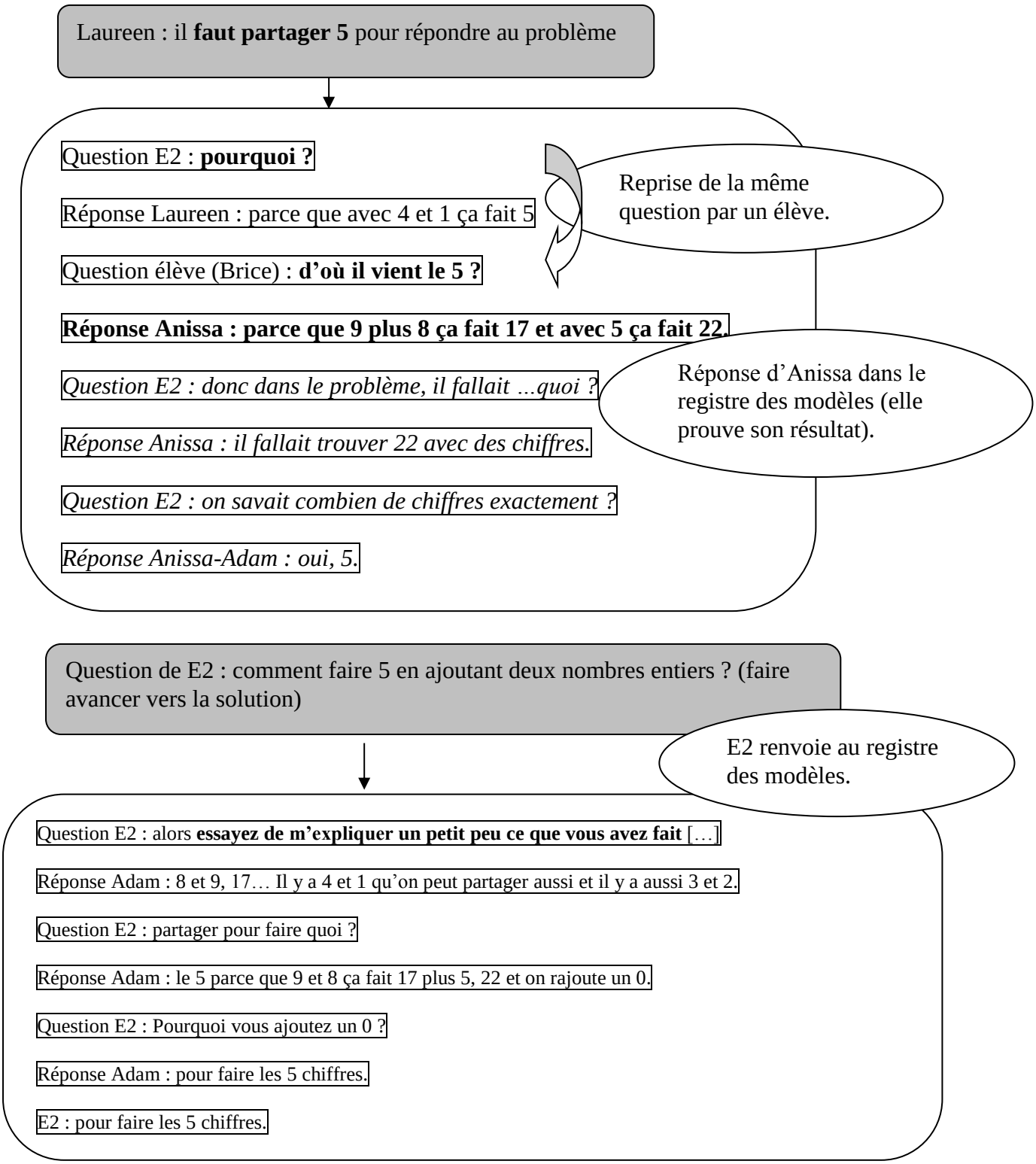
Figure 64

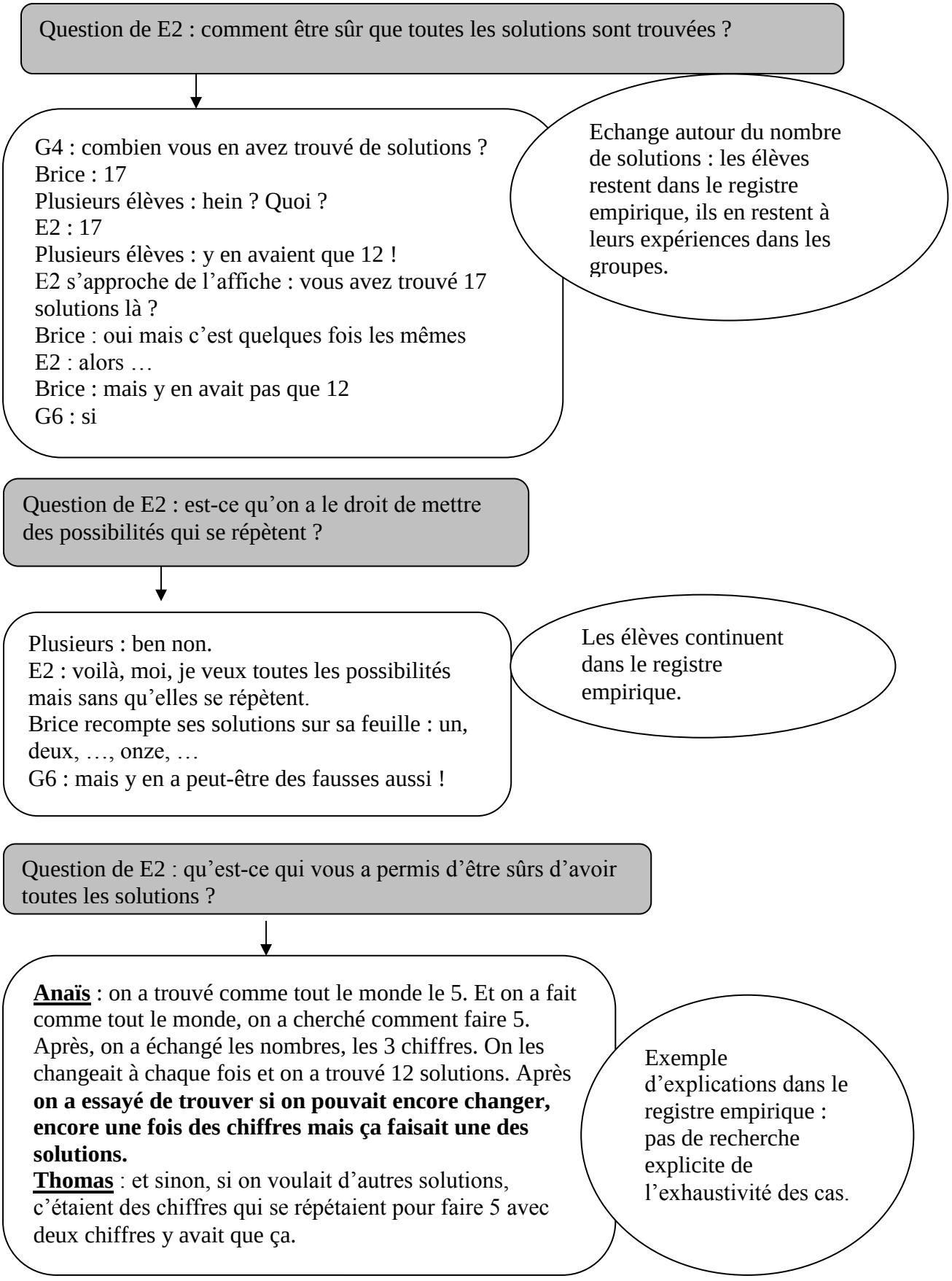
Cet extrait correspond au début des échanges entre E2 et la classe, lors de la mise en commun des résultats. L'affiche du groupe 3 (Laureen, Anissa et Adam) est présentée :

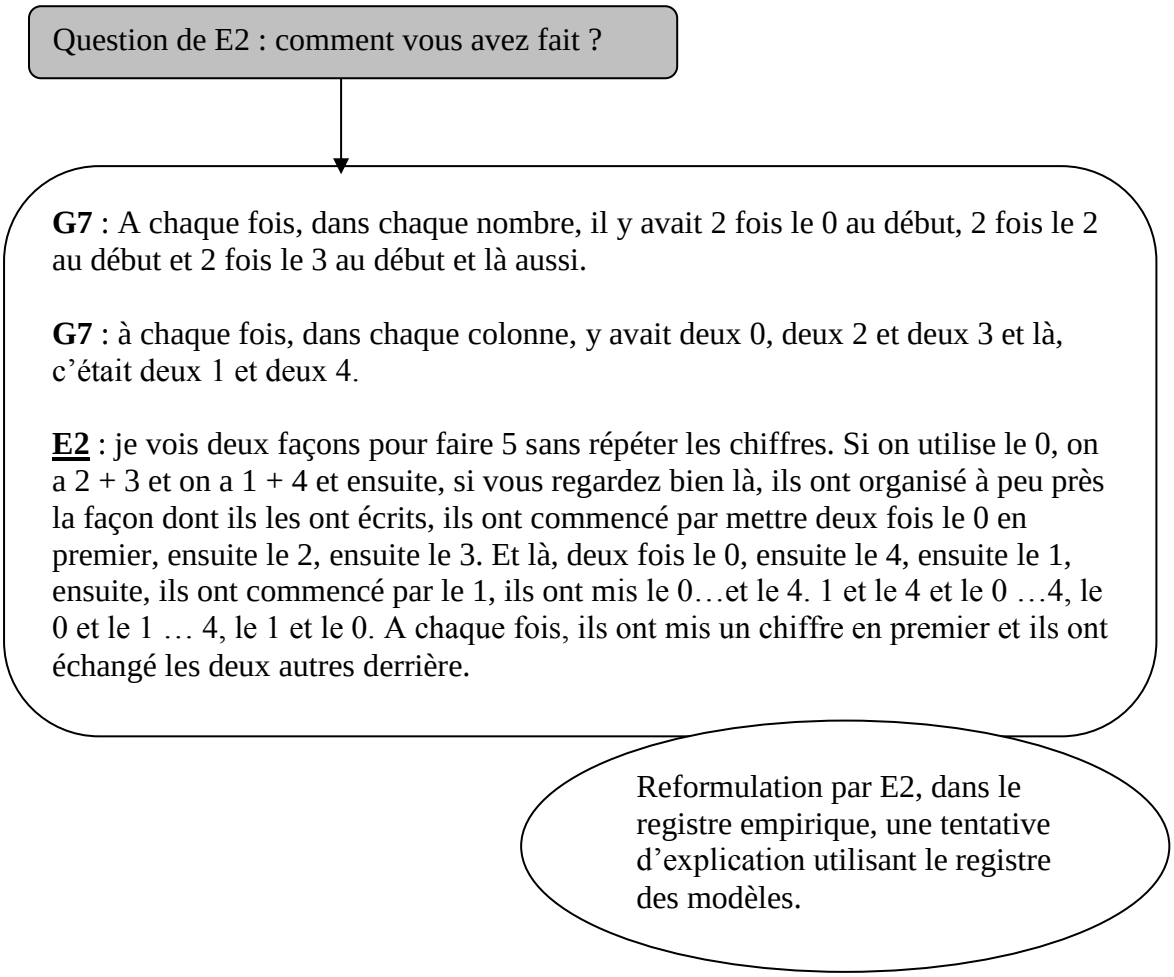
1. 92308 = 9 + 8 + 5 = 22 et il faut partager 5 **Affiche 3**
2. 90238 =
3. 93208
4. 90238
5. 92038
6. 93028
7. 94108 = 9 + 1 + 4 + 8 = 22
8. 91408
9. 90418 qu'on a partagé 5 avec 4 et 1 = 5 et 3 et 2 = 5

Figure 65

Des échanges ont lieu entre l'enseignant et les élèves (Cf. Annexes C.2). Nous organisons les interventions de l'enseignant et des élèves afin de repérer si l'enseignant réussit à installer un débat autour de la validité et de la justification des solutions trouvées (Orange, 2000). Le schéma suivant reprend l'avancée des échanges, nous repérons les questions posées par l'enseignant E2, par les élèves et les réponses apportées.




Question de E2 : comment être sûr que toutes les solutions sont trouvées ?
G4 : combien vous en avez trouvé de solutions ?
Brice : 17
Plusieurs élèves : hein ? Quoi ?
E2 : 17
Plusieurs élèves : y en avaient que 12 !
E2 s'approche de l'affiche : vous avez trouvé 17 solutions là ?
Brice : oui mais c'est quelques fois les mêmes
E2 : alors …
Brice : mais y en avait pas que 12
G6 : si
Echange autour du nombre de solutions : les élèves restent dans le registre empirique, ils en restent à leurs expériences dans les groupes.
Question de E2 : est-ce qu'on a le droit de mettre des possibilités qui se répètent ?
Plusieurs : ben non.
E2 : voilà, moi, je veux toutes les possibilités mais sans qu'elles se répètent.
Brice recompte ses solutions sur sa feuille : un, deux, …, onze, …
G6 : mais y en a peut-être des fausses aussi !
Les élèves continuent dans le registre empirique.
Question de E2 : qu'est-ce qui vous a permis d'être sûrs d'avoir toutes les solutions ?
Anaïs : on a trouvé comme tout le monde le 5. Et on a fait comme tout le monde, on a cherché comment faire 5. Après, on a échangé les nombres, les 3 chiffres. On les changeait à chaque fois et on a trouvé 12 solutions. Après on a essayé de trouver si on pouvait encore changer, encore une fois des chiffres mais ça faisait une des solutions.
Thomas : et sinon, si on voulait d'autres solutions, c'étaient des chiffres qui se répétaient pour faire 5 avec deux chiffres y avait que ça.
Exemple d'explications dans le registre empirique : pas de recherche explicite de l'exhaustivité des cas.



Anaïs, dans sa réponse à E2, explique qu'elle constate qu'à partir du moment où elle a trouvé 12 solutions possibles, elle retombe ensuite toujours sur une de ces solutions déjà trouvées. Cependant, elle n'est pas sûre d'avoir parcourue tous les possibles. C'est pourquoi nous notons qu'elle reste dans un registre empirique. Se placer dans le registre explicatif reviendrait ici à mentionner le principe d'exhaustivité des cas en jeu dans ce problème.

E2 cherche à montrer aux élèves comment expliquer qu'ils soient sûrs d'avoir trouvé toutes les solutions. Il insiste alors sur une présentation écrite organisée des différentes possibilités, ce qui nous fait dire qu'il reste dans le registre empirique. Mais puisqu'il indique que d'autres solutions ne sont pas possibles : « *comme ils ont toutes les possibilités et qu'ils sont sûrs de les avoir puisqu'ils les ont faites systématiquement* », il se place donc néanmoins de côté des nécessités (en lien ici avec le principe de l'exhaustivité des cas).

b) Y a-t-il instauration d'un débat ?

Nous retraçons l'avancée des échanges en repérant les questions-clés de E2, les questions de E2 qui font avancer l'échange avec les élèves vers la résolution du problème. E2 leur demande d'expliciter leur démarche « *essayez de m'expliquer un petit peu ce que vous avez fait […]* ». Des élèves présentent dans un premier temps leurs différents calculs puis exposent leur démarche. E2 valide la démarche à la fin des échanges.

Nous repérons dans ces échanges, une première intervention qui relève du registre explicatif et des interventions qui relèvent principalement du registre empirique (Orange, 2000). Certains élèves (le groupe de Laureen) réussissent à construire une nécessité (il faut écrire 5 sous la somme de deux entiers).

Finalement E2 réussit à organiser un réel débat lors de cette mise en commun des résultats. Il accompagne les élèves en les questionnant afin qu'ils passent, dans leurs explications, du registre empirique au registre des nécessités. Cependant, même si une nécessité a été reconstruite par les élèves, le discours menant à la solution reste dans un registre majoritairement empirique.

II-3.4 Geste 4 : une synthèse très brève sur la recherche/résolution du problème proposé

Les contenus des synthèses

Le tableau 44 reprend les interventions de E2 en fin de séance lorsqu'il propose une synthèse de la séance :

	concernant l'affiche	concernant le travail de recherche/résolution	concernant les démarches utilisées
Séance 1		« *-noter tous ses essais, les écrire au fur et à mesure […]* *- essayer de faire des essais qui soient pas trop loin de notre résultat […] Et nous ce qu'on visait c'était 96* ».	
Séance 2	Aucune		

Séance 3			Reformulation du résultat trouvé : « *on a trouvé que pour tous nombres qu'étaient la somme de trois nombres qui se suivent, on pouvait les repérer facilement parce qu'ils étaient dans la table de 3* ».
Séance 4		« *-marquer tous les essais, tous les nombres […] (pour la prochaine fois) s'organiser pour ne pas oublier de solutions* ».	
Séance 5	Aucune		
Séance 6		*« -si vous avez un jour, un autre problème comme ça […] s'organiser […] (ici) trouver des étapes utiles, trier dans les étapes celles qui étaient utiles pour avancer* ».	
Séance 7		« *- (ici) ceux qui ont trouvé toutes les solutions ont organisés systématiquement leurs essais* ».	
Séance 8		« *- (ici) lire plusieurs fois l'énoncé […] Réfléchir sur ce qui est écrit* ».	

Tableau 44

b) Des contenus peu décontextualisés

E2, lors de six séances sur les huit observées, réserve du temps pour une synthèse. Le contenu de ces synthèses concerne le plus souvent l'organisation de la recherche et résolution des problèmes. Il s'agit de noter tous les essais réalisés, d'organiser ces essais, de lire plusieurs fois, si besoin, l'énoncé, etc. Cependant ces contenus que E2 met en avant lors des synthèses ne sont que très peu décontextualisés. En effet, lors des séances 1, 4, 6 et 7, E2 insiste sur la nécessité d'organiser les essais qui sont faits. Lors de la séance 4, E2 le souligne « *pour la prochaine fois, il va falloir vous organiser pour pas en oublier des solutions* » (Cf. Annexes C.2, séance 4, ligne 207), il nous semble donc que le principe d'exhaustivité des cas est sous-jacent dans le discours de E2 : lors de la séance 4, il faut pour les élèves s'organiser pour étudier tous les cas et ne pas en oublier. Cependant lors des mises en commun comme lors des synthèses, les organisations des essais présentées s'appuient sur ce que des élèves ont rédigé et les remarques de E2 restent liées aux problèmes posés. E2 ne présente pas d'une manière

générale, sans se référer aux problèmes posés, d'exemples d'organisations d'essais pouvant être mises en œuvre par les élèves lors de la recherche/résolution d'autres problèmes, il ne fait pas référence explicitement au principe d'exhaustivité des cas à mobiliser pour résoudre le problème.

II-3.5 Conclusion concernant la routine C(E2)

La routine C(E2) organisée autour de quatre gestes professionnels permet de repérer que l'observation attentive du travail des élèves pendant les recherches permet à E2 de proposer une mise en commun hiérarchisée et d'organiser des débats autour des solutions attendues et de leur validation et de leur preuve. Cependant aucun savoir relatif à la validation des résultats, relatifs à la preuve n'est institutionnalisé, E2 ne réussissant pas à décontextualiser les contenus.

II-4 Conclusion en termes de routines et de composantes

Les analyses en termes de routines professionnelles nous renseignent sur les composantes cognitive et institutionnelle de la pratique de E2 : il organise les six premières séances en s'appuyant sur les ouvrages *Ermel CM1* et *Ermel CM2*. Il tient compte, dans ces interventions, des indications données par les auteurs de ces ouvrages notamment lorsqu'il dévolue la recherche de solutions aux élèves (en début de séance puis lors des recherches en groupes) et les interactions avec les élèves sont guidées par ces ouvrages.

Par ailleurs, concernant la composante médiative de sa pratique, il semble que E2 montre des difficultés à repérer des savoirs pouvant faire l'objet d'une institutionnalisation ainsi qu'à décontextualiser les quelques résultats, en lien avec la recherche/résolution d'un problème, élaborés avec la classe lors de l'étude des problèmes choisis. Ces éléments ne sont pas ou très peu précisés dans les ressources qu'ils utilisent.

III- L'enseignant E3

III-1 Routine A(E3) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

III-1.1 Geste 1 : des problèmes issus de la collection *Euromaths* et du site de l'IA21

Les problèmes choisis sont issus soit du manuel de l'élève de la collection *Euromaths* de la classe de CM2), soit d'un dossier publié par l'inspection académique de la Côte D'Or (IA21) et consacré à une expérimentation liée à des problèmes ouverts dans des classes de cycle 3 (choix que nous avons étudié dans le chapitre 3).

III-1.2 Geste 2 : des énoncés simples surtout en lien avec la vie courante et utilisant des savoirs anciens

E3 choisit des énoncés le plus souvent en lien avec la vie courante : un jeu vidéo, une cible olympique, un hémicycle. Ces énoncés, relativement simples de par leur vocabulaire et tout à fait compréhensibles des élèves de fin de cycle 3, permettent à E3 de rapidement dévoluer la recherche à toute la classe.

Les savoirs en jeu dans les problèmes choisis sont des savoirs connus des élèves de cycle 3, des savoirs anciens étudiés lors des années précédentes : tous les problèmes font intervenir des calculs avec des nombres entiers et le problème E3F *Les triangles*, proposé en avril donc lors de la période 4 de l'année scolaire, utilise l'identification de triangles particuliers pour les dénombrer.

III-1.3 Geste 3 : une passation détaillée des consignes

a) Une introduction des séances par d'autres problèmes

Lors des deux premières séances consacrées aux problèmes ouverts, E3 choisit de commencer par l'étude de deux problèmes de réinvestissement (MEN, 2005) dont les énoncés suivent :

Séance 1 :

Enoncé 1 : *un jardinier achète 9 plants de rosiers à 2,48 € et 3 sapins à 24 € pièce. Quel est le montant de sa dépense ?*

Enoncé 2 : *d'une citerne contenant 1200 litres d'eau, on a soutiré 45 litres puis 169 litres et enfin 237 litres. Quelle quantité d'eau reste-t-il dans la citerne ?*

Séance 2 :

Enoncé 1 : *Laëtitia veut s'acheter un CD valant 10 euros 50 mais il lui manque de l'argent. Angélique lui prête 5 euros mais elle a maintenant 2 euros 30 de trop. Combien possède-t-elle ?*

Enoncé 2 : *un client donne un billet de 100 euros pour régler un achat. Le vendeur lui réclame 4 euros et lui en rend 30. Quel est le montant de l'achat ?*

Figure 66

Les énoncés sont pour chacun des problèmes, lus par un élève puis E3 laisse quelques minutes pour une recherche individuelle. Il désigne ensuite quelques élèves et leur demande d'exposer leur résultat. Lors de la séance 1, *E3* demande (ligne 22) : « *toi, tu vas au tableau écrire ta solution … toi aussi, Maud aussi et … Alice.* ». De la même façon, lors de la séance 2, il demande (ligne 2) : « *E, tu vas mettre ta solution au tableau, Agathe aussi … Ophélie, tu vas la mettre aussi, à côté d'Agathe. Célia, c'est ce qu'il y avait sur ton cahier ? …Lucas, non, non, non, tu me mets ce qu'il y avait sur ton cahier, c'est pour ça que je t'ai envoyé au tableau.* » (Cf. Annexes C.3). Après l'étude de ces deux problèmes de réinvestissement, E3 propose un problème ouvert. Les contenus mathématiques de ces problèmes de réinvestissement ne sont pas directement en lien avec ceux des problèmes ouverts étudiés ensuite, dans la même séance. Lors des séances 3 et 4, en revanche, deux problèmes ouverts sont directement proposés, dès le début des séances.

b) Une annonce de problèmes différents

Lors de chacune des quatre séances observées, E3 annonce un type de problèmes différents de ceux étudiés habituellement. Les expressions employées montrent que E3 souhaite alerter les élèves sur le caractère différent des problèmes qu'ils proposent d'étudier, différents par exemple, des problèmes de réinvestissement résolus avant.

Séance 1	dès le début de la séance, Ligne 1 : *alors j'ai remarqué que vous, un des problèmes que vous avez, c'est quand on fait un problème, on explique trop.* ***Là, aujourd'hui, on va essayer d'aller au-delà de ça… avec les petits problèmes … que je vais vous présenter…***
Séance 2	après la résolution des deux premiers problèmes de réinvestissement, Ligne 35 : ***maintenant, on passe aux choses sérieuses****… Je vous ai distribués une petite feuille et je vous le projette aussi* […]
Séance 3	après la résolution des deux premiers problèmes de réinvestissement, Ligne 37 : ***maintenant, je vous montre quelque chose d'un peu différent*** […]
Séance 4	Ligne 1 : *bon, vous gardez votre cahier de brouillon,* ***on va s'attaquer à quelques petits problèmes maintenant*** *[…]*

Tableau 45

De plus, il s'agit *d'aller au-delà* des difficultés habituelles : les élèves doivent s'attendre à moins d'explication et à être seuls face à la résolution du problème. Il s'agit également de *passer aux choses sérieuses* : ce qui laisse penser qu'habituellement, les situations proposées ne le sont pas. Grâce à ces deux expressions E3 montre aux élèves qu'un nouveau cap reste à franchir en termes de résolution de problèmes. Il va falloir *s'attaquer* à des problèmes : par ce verbe, E3 prévient ainsi les élèves du fait que les problèmes à venir seront peut-être plus difficiles à résoudre que ceux étudiés habituellement.

c) Des indications concernant le travail attendu des élèves

Nous relevons dans le tableau suivant, les interventions de E3 par lesquelles il précise ce qu'il attend des élèves :

Séance 1	*Ligne 52 : je vous laisse […]* *Ligne 84 : alors maintenant, vous* ***lisez silencieusement*** *le 2°)* ***[…] qu'on voit les différentes étapes de ce que vous avez voulu faire****.* *A vous de* ***nous faire comprendre comment vous trouvez une solution***
Séance 2	*Ligne 35* ***: je vous laisse chercher****.*
Séance 3	*Ligne 13 :* ***je vous laisse chercher tout seul****.*
Séance 4	*Ligne 13 :* ***chercher****… tout* ***seul****, […] Ah, oui, important… n'oubliez pas de* ***marquer ce que vous faîtes*** *…. Comme* ***calculs ou*** *comme* ***essais par exemple****.* *Ligne 100 à 102 : E3 : […] Bon … on peut* ***chercher tous les triangles possibles***

Tableau 46

E3 propose aux élèves, lors de chacune des séances, de lire l'énoncé, silencieusement dans un premier temps puis cette lecture est reprise et l'énoncé est explicité en fonction des réactions des élèves. Il précise lors des 4 séances qu'il attend des élèves qu'ils *cherchent* et qu'il n'interviendra pas lors des recherches –« *je vous laisse* », « *je vous laisse chercher* »- Il leur

demande également, lors des séances 1 et 4, de « *faire comprendre* » la démarche utilisée et de « *marquer* » ce qu'ils font.

d) Des consignes concernant l'organisation de ce travail

Séance 1	*Ligne 85 : Vous allez* ***travailler par trois****. Je vais mettre à votre disposition des* ***grandes feuilles****. Vous allez sortir* ***un feutre par groupe****. Vous allez faire tous* ***vos calculs, toute votre démarche sur la grande feuille*** *[…]* *Ligne 86 : un crayon foncé comme d'habitude et vous* ***écrivez gros comme d'habitude****.*
Séance 2	*Ligne 35 : Vous allez coller la feuille dans votre cahier de mathématiques et ensuite,* ***on s'y met sérieusement […]*** *vous allez* ***travailler par deux****,*
Séance 3	*Ligne 40 :* ***écrire directement sur la feuille****…* ***en groupe****, par trois ou quatre avec vos voisins.*
Séance 4	*Ligne 102 : reprenez la petite feuille, vous pouvez la* ***relire en silence...*** ***Sur vos feuilles,*** *vous avez* ***le droit de tracer.***

Tableau 47

E3 précise aux élèves lors de chacune des 4 séances comment le travail de recherche s'organise : individuellement, par binômes ou par groupes de trois ou quatre. Les supports utilisés sont également précisés : la feuille qu'il distribue et le cahier de mathématiques.

e) Une incidence sur l'activité des élèves

Les travaux individuels des élèves que nous collectons, les cahiers de mathématiques et de brouillon que nous avons consultés en classe montrent que chacun des élèves commence à faire des recherches, dès lors que E3 le leur demande. Dès que E3 précise qu'ils peuvent commencer à chercher, tous les élèves se lancent dans des recherches sans poser de questions sur ses attentes ce qui montre qu'ils ont compris ses attentes.

III-1.4 Geste 4 : une alternance recherche individuelle / recherche en groupes

L'analyse des séances observées montre que E3 ne propose généralement pas aux élèves deux temps de recherche différents. Pour un problème posé (sauf pour la question Q2 de la séance 1), il choisit de demander aux élèves soit des recherches individuelles soit des recherches en groupes, comme le montre le tableau suivant (en notant RI : recherche individuelle, RG : recherche en groupes et MC : mise en commun des résultats) :

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4
Q1 : RI/MC Q2 : RI/RG/MC Q3 : RG/MC	RG/MC	E3C *La monnaie* : RI/MC E3D *L'hémicycle* : RG/MC	E3E *Les tartelettes* : RI/MC E3F *Les triangles* : RG/MC

Tableau 48

Il semble que E3, en proposant soit un temps de recherche individuelle, soit un temps de recherche en groupes, ne considère pas qu'un temps réservé à une recherche individuelle de chaque élève avant un travail en groupes soit nécessaire. Il semble penser que ces deux temps de recherche sont indépendants l'un de l'autre et non complémentaires.

Nous pouvons penser également qu'en proposant soit un travail individuel, soit un travail en groupes et jamais les deux types de recherche l'une à la suite de l'autre, il gagne ainsi du temps sur les séances. L'alternance des deux types d'organisation de la recherche lui permet sans doute d'avancer plus vite et de se réserver le temps de proposer la résolution de deux problèmes ouverts lors d'une même séance, comme lors des séances 3 et 4.

III-1.5 Conclusion sur la routine A(E3)

Tous les élèves se lancent dans des essais, sans poser de questions. E3 réussit à dévoluer la recherche de solutions aux élèves. E3 organise pour cela une lecture individuelle des énoncés puis une reformulation de ces énoncés. Il précise ses attentes en termes d'activité des élèves – chercher, garder une trace de sa démarche pour la *faire comprendre* aux autres- et en termes d'organisation du travail –la recherche s'effectue seul ou petits groupes-. Lors des phases de recherche, il intervient très peu et quand il le fait, son discours a une fonction d'enrôlement (Chappet-Pariès, Robert, J. Rogalski, 2008) afin de maintenir la dévolution de la recherche de solutions auprès de tous les élèves.

III-2 Routine B(E3) : maintenir tous les élèves dans la recherche

III-2.1 Geste 1 : ne pas aider les élèves lors de leurs recherches

Le tableau suivant retrace toutes les interventions pendant les différentes phases de recherche lors des 4 séances observées :

Séance 1	Aucune intervention
Séance 2	*Ligne 36 : E3 s'adresse* ***à toute la classe*** *: attention… écoutez-moi… Je vois ce que vous faites mais…* ***mettez-moi aussi, à chaque fois, pour chaque solution, à combien de fléchettes cela correspond****…* *Ligne 37 : E3 s'adresse à un binôme : vous pouvez me dire ce que vous avez écrit là ?… Ah, d'accord.* *Ligne 38 : E3 intervient auprès d'un binôme : oui… mais essayez de marquer ça sur une seule ligne.*
Séance 3	Aucune intervention
Séance 4 E3E *les tartelettes*	E3 *à toute la classe, après 6 minutes de recherche individuelle : bon, je vous laisse encore deux ou trois minutes.*
Séance 4 E3F *Les triangles*	*00H45 (après 10 min de recherche en groupes)* *E3 à toute la classe : c'est ensemble, c'est pas un par un !* *00H47* *E3* ***à toute la classe*** *: euh…* ***est-ce qu'il y a besoin de mesurer les côtés ?*** *On a dit que, on a lu que …enfin vous avez des renseignements sur … des carrés … ça donne donc certaines mesures, Axel… Allez, je vous laisse… à peu près 10 minutes.* *00H49* *E3 : écoutez un peu là…* ***Dans le tableau*** *… On écoute un peu …* ***Vous me mettez le nombre****… Parfois je vois… Mais j'en vois qui mettent des lettres* *00H53* *E3 : il reste deux minutes* *00H55* *E3 :* ***vous n'utilisez que les points qui existent.*** *Les sommets sont forcément les points A, B etc.* ***N'allez pas me mettre des sommets partout*** *ailleurs* *00H56* *E3 : mettez vos réponses, on va arrêter.*

Tableau 49

E3 observe le travail des élèves et n'intervient que très peu lors des phases de recherche comme il le précise régulièrement aux élèves -« *je vous laisse chercher* » (séances 1, 2 et 3)-

Ses quelques interventions auprès d'un élève ou d'un groupe ont pour but de comprendre la démarche choisie par les élèves. Lors des trois premières séances, le discours de E3 a une fonction cognitive et essentiellement un caractère de justification (Chappet-Paries, Robert, J. Rogalski, 2008). Lors de la dernière séance, pendant la phase de recherche du problème E3F *les triangles*, E3 intervient plusieurs fois et son discours, contrairement aux autres séances, a en plus un caractère de redistribution de la tâche puisqu'il rappelle qu'il faut travailler en groupes.

III-2.2 Geste 2 : un temps de recherche des élèves important par rapport au temps collectif

Le tableau suivant montre la proportion des recherches des élèves, individuelles ou en groupes, par rapport à la durée totale de chacune des séances :

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4
55 %	46 %	30 %	40 %

Tableau 50

Il apparaît que le temps laissé aux élèves pour chercher, qui représente presque la moitié de la séance, est plus important lors des deux premières séances. Il nous semble que le fait de proposer deux problèmes ouverts lors des séances 3 et 4, au lieu d'un seul lors des séances 1 et 2, oblige E3 à restreindre les temps de recherche des élèves afin, sans doute, de faire avancer la séance et d'avoir le temps d'étudier les deux problèmes.

III-2.3 Une incidence sur l'activité des élèves de ces deux gestes

Lors des 4 séances, les élèves sont réellement en activité de recherche soit individuellement soit en petits groupes. Lors de la séance 4, pendant la recherche et résolution du problème E3F *les triangles,* les élèves cherchent en petits groupes et ne répondent pas aux interventions de E3. Lors de la mise en commun des résultats, E3 explique qu'il souhaitait que dans chaque groupe, les quatre petites feuilles comportant la figure de l'énoncé soient utilisées l'une après l'autre, pour étudier d'une part les triangles isocèles, ensuite les triangles rectangles, etc.

Aucun groupe n'a travaillé de cette façon-là. Cependant E3 n'ayant pas précisé cette organisation possible de la recherche dans les groupes, les élèves ont tous cherché les différents triangles sur leur propre feuille, rendant, à partir de quelques tracés, les réponses quasiment illisibles :

Séance 1 E3A *Le jeu vidéo*	Tous les élèves proposent des solutions mais aucune feuille ne comporte la réponse attendue.
Séance 2 E3B *La cible olympique*	Tous les élèves trouvent des solutions.
Séance 3 E3C *La monnaie* E3D *L'hémicycle*	E3C *La monnaie* : 17 élèves sur 26 trouvent la réponse attendue. E3D *L'hémicycle* : 4 groupes sur les 8 trouvent la réponse attendue.
Séance 4 E3E *Les tartelettes* E3F *Les triangles*	E3E *Les tartelettes* : 6 élèves sur 27 trouvent la réponse attendue pour 20 puis pour 30 tartelettes. E3F *Les triangles* : 10 élèves sur 27 trouvent la réponse attendue.

Tableau 51

III-3 Routine C(E3) : expliciter les procédures et performances des élèves

III-3.1 Geste 1 : tous les résultats trouvés peuvent être présentés à la classe

Les élèves de cette classe cherchent tous des réponses aux problèmes posés, soit individuellement sur une petite feuille ou dans leur cahier de brouillon, soit en petits groupes sur une affiche. Ils savent que tous leurs travaux écrits peuvent être présentés à la classe, lors des mises en commun des résultats de chacune des séances, que ces travaux aboutissent ou non au résultat correct attendu par E3.

III-3.2 Geste 2 : une observation du travail de recherche des élèves

E3 tout au long des recherches des élèves, individuelles ou en groupes, circule dans la classe. Il observe silencieusement les écrits, brouillons, feuilles ou affiches, de chacun des élèves.

III-3.3 Geste 3 : une présentation hiérarchisée des résultats

a) Une présentation organisée du tableau

Nous choisissons d'analyser un extrait de la mise en commun des résultats de la séance 3, elle nous semble en effet être représentative des autres mises en commun organisées par E3 : E3 présente des résultats des élèves au tableau soit en leur demandant d'écrire au tableau, soit en fixant leur feuille avec des aimants. Cette présentation n'est pas faite de manière aléatoire, E3 présente sur la gauche du tableau, les résultats incorrects, au milieu, les résultats incomplets et sur la droite, les résultats corrects attendus :

Figure 67

Résultats incorrects

Résultats incomplets, s'approchant de la solution attendue

Résultats corrects

Ces résultats sont tous présentés en une seule fois. E3 les commentent en partant de la gauche et en allant vers la droite -« *voilà, alors on regarde d'abord ici* »- en montrant le côté gauche quand les élèves regardent le tableau (ligne 42).

E3 passe en revue tous les résultats. Il fait quelques commentaires sur les démarches n'ayant pas abouties, les élèves concernés interviennent brièvement en apportant quelques précisions :

Ligne 42 : E3 : […] Ils ont écrit deux lignes de calculs, 50 fois 2 font 100 et 50 divisé par 2 font 25. **Bon, je ne sais pas trop ce que cela apporte…**
Ligne 43 : F (feuille 1) : ben, on savait pas, alors on a essayé mais bon…
Ligne 44 : E3 : et **vous avez complété sur le dessin aussi mais sans aller jusqu'au bout**
Ligne 45 : F : oui… on n'a pas fini…
Ligne 46 : E3 : d'accord. Alors ici, ils ont écrit 100 moins 34, c'est quoi ce 34 ?
Ligne 47 : G (feuille 2) : ben, en fait, on a complété le dessin et on arrive à 34
Ligne 48 : E3 : oui, mais 34 quoi ?
Ligne 49 : G : ben 34… sièges. Et il en faut 100 donc on a calculé 100 moins 34, ça donne... 66.
Ligne 50 : E3 : oui, et après ?
Ligne 51 : F (feuille 2) : ben comme les autres avant, on n'a pas fini…
Ligne 52 : E3 : **ah oui, vous avez continuez le dessin, là…**
Ligne 53 : F : oui mais… on n'a pas fini.
Ligne 54 : E3 : d'accord. Alors **ici, c'est un peu pareil.** On retrouve le 36… Et 36 fois 5, ça donne quoi ?
Ligne 55 : F (feuille 3) : ça donne 180
Ligne 56 : E3 : oui, mais 180 quoi ?
Ligne 57 : F (feuille 3) : 180… sièges et c'est trop en fait… donc on a essayé plus petit, 36 fois 4, 36 fois 3…
Ligne 58 : E3 : **et est-ce que ça vous donne le nombre de rangées qu'on cherche ?**
Ligne 59 : F : ben, non… c'est encore trop et… on voulait essayer le dessin mais bon…

Figure 68

E3 se rapproche des feuilles présentant des démarches correctes, il pose alors des questions afin de faire préciser la démarche et expliquer pourquoi la démarche est adaptée :

Ligne 60 : E3 : d'accord. **Alors dans ce groupe-là, ils ont fait une division. On peut savoir pourquoi ?**
Ligne 61 : G (feuille 4) : ben nous, on a compté sur le dessin et on a vu que… que **à chaque rangée on rajoute 3.**
Ligne 62 : E3 : **ah, c'est intéressant ça, on rajoute 3 à chaque fois ?**
Ligne 63 : G : oui, alors on s'est dit on va diviser 100, les 100 députés par 3 pour vois si ça donnerait pas le nombre de rangées.
Ligne 64 : E3 : **et alors ?**
Ligne 65 : G : ben… ça ne doit pas aller parce que …
Ligne 66 : F d'un autre groupe : ah, ben ça fait une virgule donc…
Ligne 67 : G : ben, oui, il reste 1 mais on sait pas si ça peut faire 34 rangées…
Ligne 68 : E3 : **pourquoi ?**
Ligne 69 : G d'un autre groupe : ça paraît beaucoup surtout si on regarde les autres affiches.
Ligne 70 : E3 : oui, ça paraît beaucoup. **Mais bon, je retiens le 3 qui se rajoute à chaque rangée**, ça, ça peut servir… Bon, et ici ? Enfin, regardons les 4 feuilles qui restent (*feuilles 5, 6, 7 et 8*)… **La méthode est un peu la même, qu'est-ce que vous en pensez ?**
Ligne 71 : F : ben, ils ont tous fait le dessin… jusqu'au bout.
Ligne 72 : E3 : oui, ils ont fait le dessin, ils ont complété le schéma assez longtemps pour atteindre les 100 places… Alors, on va vérifier ça ensemble. Sur cette feuille (feuille 5), ils ont complété et trouvé 7 rangées complètes et une de 6 places… Là, ils ont compté 8 rangées et 7 places libres… et là, 8 rangées… Sur la dernière, 8 rangées et il reste 6 places. **Alors, qu'en pensez-vous ? Quelle est la bonne réponse finalement ?**

Figure 69

Arrivant sur la droite du tableau, E3 se sert des derniers résultats d'élèves pour présenter la réponse attendue au problème :

Ligne 79 : E3 : **est-ce que vous voyez ce qu'ils ont fait** ?
Ligne 80 : La plupart des élèves : oui
Ligne 81 : E3 : ils ont commencé par le schéma…jusqu'à 16 sièges… et comme ils ont vu que ça marchait de 3 en 3, ils ont ensuite seulement écrit les calculs. Ils avaient trouvé… l'astuce donc plus besoin de faire le dessin. Et tout ça jusqu'à 100.
Ligne 82 : G (feuille 4) : ah, ben nous, on avait presque trouvé alors…
Ligne 83 : E3 : oui, c'est vrai…et pour ceux qui ont fait les dessins, ils auraient dû voir cette histoire de 3 pour mieux s'en sortir… Bon, on s'arrête là pour aujourd'hui.

Figure 70

b) Y a-t-il instauration d'un débat ?

E3 gère la mise en commun des résultats sans laisser de place aux élèves : il trie les résultats corrects des autres et présente l'ensemble déjà organisés au tableau (du « faux » vers le « correct »). Il présente lui-même ces résultats, en demandant seulement quelques compléments aux élèves concernés, il ne laisse pas de temps aux élèves pour qu'ils les lisent, seuls, et essayent de les comprendre et de repérer d'éventuelles erreurs. Il s'attarde en fin de présentation sur les résultats corrects et explique alors quelle réponse était attendue. Deux hypothèses peuvent expliquer cette manière de faire : les élèves ont cherché, E3 souhaite organiser une correction. Il semble considérer que, la phase de recherche des élèves étant terminée, il doit apporter aux élèves, lui-même, la réponse attendue. Il nous semble également que E3 en organisant ces corrections des problèmes, souhaite gagner du temps ou ne pas en perdre en laissant les élèves réfléchir sur les résultats présentés. Finalement aucun débat autour des solutions ou des démarches pouvant être utilisées n'est organisé.

III-3.4 Geste 4 : une synthèse très brève sur les résultats affichés et sur les procédures utilisées

a) Les contenus des synthèses

Le tableau 52 montre ce sur quoi E3 intervient lors des phases de synthèse des quatre séances. Lors de la séance 1, le relevé d'informations dans l'énoncé, par une lecture attentive est mise en avant. Lors des séances 3 et 4, E3 revient sur les méthodes menant à une solution correcte. Lors de la séance 3, il insiste sur l'idée qu'un schéma est une démarche possible pour résoudre le problème cependant, ce schéma peut être remplacé efficacement par des calculs (qui permettent alors de vérifier le résultat final plus facilement). Lors de la séance 4, E3

valide également une démarche basée sur des *dessins* cependant il insiste sur le fait de d'une organisation nécessaire afin de *ne pas oublier* de solutions possibles.

	concernant l'affiche	concernant le travail de recherche / résolution	concernant les démarches proposées
Séance 1		Ligne 83 : *donc c'est deux problèmes-là, ce sont* ***des problèmes de lecture de l'énoncé, de prise de nombres****… faites attention à ça quand vous lisez …* ***ne pas vous tromper dans les nombres que vous utilisez.***	
Séance 2	Aucune intervention		
Séance 3			Ligne 81 *: -Parce que* ***c'était une solution, le schéma,*** *une solution longue, dangereuse.* *- Mais bon, vous parliez de vérifier…* ***sur laquelle on peut vérifier plus facilement ?*** *-ils ont commencé par* ***le schéma****…jusqu'à 16 sièges… et comme ils ont vu que ça marchait de 3 en 3, ils ont* ***ensuite seulement*** *écrit* ***les calculs.*** *Ils avaient* ***trouvé… l'astuce*** *donc plus besoin de faire le dessin.*
Séance 4		Ligne 168 : *bon, voilà, on a fait le tour de tous les triangles.* ***Pas facile de pas en oublier****… Il faut être bien concentré et…* ***bien s'organiser, avec plusieurs dessins comme je vous l'ai dit au début…sur plusieurs feuilles.***	

Tableau 52

b) Des contenus peu décontextualisés

Lorsque E3 organise une synthèse à la fin des 4 séances observées, il tente de revenir sur des méthodes. Lors de la séance 1, cette synthèse s'éloigne des problèmes posés, tend vers une décontextualisation. En effet, les conseils sur la lecture des énoncés sont présentés comme pouvant s'appliquer à tous les problèmes « *comportant des nombres* ». Lors des autres séances, la synthèse ne débouche pas sur une décontextualisation d'éléments de connaissance et restent ciblée sur le(ou les) problème(s) résolu(s) pendant la séance.

III-3.5 Conclusion concernant la routine C(E3)

La routine C(E3) organisée autour de quatre gestes professionnels montre que chez E3 l'observation des élèves pendant leur travail de recherche lui permet de proposer une mise en commun hiérarchisée des résultats. En revanche, l'organisation de la présentation au tableau des résultats l'empêche de mener à bien un débat avec les élèves autour des solutions attendues et de leur validation. Et lorsque la solution attendue est exhibée, E3 ne réussit pas à extraire de l'étude du problème des savoirs qui pourrait être l'objet d'une institutionnalisation.

III-4 Conclusion en termes de routines et de composantes

Des analyses en termes de routines professionnelles, nous retenons que les composantes médiative et personnelle de la pratique de E3 influent sur la composante cognitive. En effet, E3 intervient lors des phases de recherche, de mise en commun directement en réaction aux résultats trouvés par les élèves et aux interactions avec les élèves pendant les mises en commun. Il n'a pas anticipé les productions possibles des élèves et organise une mise en commun en fonction de ce qu'il obtient dans la classe. De plus, E3 dispose de ressources (livre du professeur *Euromaths*, Dossier concernant la résolution de problèmes ouverts publié sur le site de l'IA21) qui pourraient le guider dans ses interventions lors des quatre séances. Néanmoins, il apparaît qu'il ne mobilise pas ces ressources et semble s'en remettre à sa propre représentation de la gestion de telles séances. E3 s'appuie avant tout sur les résultats des élèves. Nos analyses montrent également que, même s'il tente de décontextualiser un résultat lors de la séance 1, il ne vise pas de décontextualisation lors des autres séances et n'a pas anticipé l'institutionnalisation de savoirs et/ou savoir-faire en lien avec les problèmes étudiés.

IV- L'enseignant E4

IV-1 Routine A(E4) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

IV-1.1 Geste 1 : des problèmes issus d'un rallye mathématique élaboré en formation initiale

Les problèmes choisis par E4 sont issus de sa formation initiale pendant laquelle, avec l'aide d'un formateur de l'IUFM, il avait été amené à préparer un rallye mathématique pour des classes de cycle 3 (choix que nous avons étudié dans le chapitre 3).

IV-1.2 Geste 2 : des énoncés pas toujours en lien avec la vie courante

Les énoncés choisis ne sont pas tous en lien avec la vie courante et s'appuient sur des savoirs anciens, connus des élèves de fin de cycle 3.

IV-1.3 Geste 3 : une passation détaillée des consignes

a) Une annonce de problèmes différents

E4, lors de l'introduction de chacune des séances dédiées à des problèmes ouverts, prend le temps de présenter les énoncés et précise le travail qu'il attend des élèves ainsi que l'organisation prévue.

E4 annonce avant tout, lorsqu'il distribue et présente les énoncés lors des trois premières séances, que les problèmes à étudier sont différents de ceux sur lesquels les élèves ont déjà travaillés.

Séance 1	Lignes 7 à 9 : *[…] Donc* ***aujourd'hui on travaille sur les énoncés qui n'ont plus […] de nombres.*** Lignes 13 à 33 : E4 : *qu'en pensez-vous ?* *F1 : c'est différent des autres* *E4 : qu'est-ce qui est* ***différent des autres problèmes*** *? De ceux qu'on a vus avant.*
Séance 2	Ligne 24 : *eh oui, et* ***là aujourd'hui,*** *c'est un problème de logique,* ***c'est un peu différent.***

Séance 3	Ligne 1 : *bon, alors **aujourd'hui, on va faire des problèmes mais un peu différemment des autres fois.** Alors, regardez.*
Séance 4	Ligne 3 : *on va faire un **rallye mathématique.***
Séance 5	Ligne 1 : *alors, ce matin, on **revient sur deux situations, deux problèmes** qui m'ont intéressée.*

Tableau 53

b) Des indications concernant le travail attendu des élèves

Lors des deux premières séances, les énoncés sont lus, oralement, par des élèves. E4 questionne la classe sur des points de vocabulaire et sur les situations en jeu. En revanche, lors des séances 3, 4 et 5, E4 n'intervient pas dans la lecture des énoncés, celle-ci est laissée aux élèves et aucune indication sur le vocabulaire n'est apportée.

Séance 1	Ligne 24 : *[...] **Qui me lit le premier énoncé** ? … Va- y.* *[…] alors, au niveau vocabulaire … Est-ce que ça va ?* *[…] vois-tu la question ?*
Séance 2	Lignes 26 et 28 : *[…] On va **lire ensemble les énoncés** et après, je vous laisserai chercher […] Lenny, allez, on écoute … s'il y a des questions de vocabulaire, c'est à ce moment-là qu'il faut les poser, c'est pas après […]*
Séance 3	Aucune indication concernant la lecture de l'énoncé
Séance 4	*Ligne 11 : […] Vous **prenez le temps de lire la feuille, tranquillement** et voir ce qu'on vous demande. Et ensuite vous vous lancez.*
Séance 5	Pas de relecture des énoncés

Tableau 54

E4 précise ensuite comment les élèves peuvent s'organiser dans leur travail afin d'obtenir des résultats :

Séance 1	*Ligne 24 : E4 : comme le **détective**, vous allez être obligé de **réfléchir et** de **déduire** des choses…* *Ligne 34 : E4 : avez-vous regardé quand même le titre ?* *Ligne 35 : G : les problèmes, **s'aider d'un croquis*** *Ligne 36 : E4 : **comment va-t-il falloir résoudre les problèmes** ?* *Ligne 37 : F : en faisant des dessins* *Ligne 38 : E4 : oui, **en faisant des dessins** … alors moi, j'utilise un autre mot mais c'est la même chose qu'un dessin, je dis **un croquis**…* *Ligne 47 : E4 : des croquis, des dessins… **pour déduire petit à petit ce que vous cherchez**…*
Séance 2	*Ligne 5 : E4 : ah oui, il faut **se décider quand on travaille en équipe, si il y en a qui pense différemment, on voit si ça peut fonctionner ou pas**. Mais à quoi ça va servir ça ?* *Ligne 7 : E4 : **pour résoudre un problème […]*** *Ligne 12 : E4 : […] On peut **s'aider de croquis et puis on en déduit des choses***

	[…] *Ligne 16 : vous pouvez prendre une autre feuille* ***pour tâtonner, pour chercher tranquillement****.*
Séance 3	*Ligne 5 : E4 : oui, mais là, vous allez tous* ***chercher les problèmes****, puis vous allez* ***vous mettre d'accord*** *sur les solutions,* ***discutez*** *pour choisir la bonne solution. Quand vous l'aurez* ***trouvée****, vous écrirez la solution sur la feuille réponse. Ligne 7 : […] Je vous laisse 30 minutes pour* ***tout chercher et tout faire*** *[…]*
Séance 4	*Ligne 17 : E4 : […] L'objectif étant de* ***résoudre un maximum de problèmes*** *mais aussi d'****apporter des solutions*** *qui sont* ***exactes****.*
Séance 5	*Ligne 7 : E4 : […] pour les cubes, dans un premier temps, vous verrez pour votre recherche, il y a un travail purement sur dessin et ensuite seulement, vous manipulez les cubes et vous vérifiez si vous avez la bonne réponse.* *Ligne 11 : […] Ah, oui et pensez pour ça à* ***noter comment vous avez fait sur la feuille****. Moi, j'en ai besoin, je ne veux* ***pas que la réponse****.*

Tableau 55

Une évolution dans les attentes de E4 en termes de résultats semblent apparaître : E4 attend lors des premières séances des élèves qu'ils développent un moyen de trouver des solutions puis à partir de la séance 3, il attend des élèves qu'ils échangent entre eux sur les solutions trouvées, qu'ils expliquent leurs résultats. Plus précisément, lors des séances 1 et 2, il s'agit de s'aider de *schémas* (et *non des dessins*) pour *tâtonner*, *chercher* et *déduire petit à petit ce qu'on cherche*. Lors des séances 3, 4 et 5, les élèves ont à discuter avec leurs camarades des résultats qu'ils trouvent : pour se mettre d'accord lors de la séance 3, pour résoudre et apporter des solutions exactes lors de la séance 4. Lors de la séance 5, il s'agit pour les élèves de donner une réponse et de rédiger une explication.

c) Des consignes concernant l'organisation des séances

E4, lors de chacune des séances, insiste auprès des élèves sur l'organisation de la séance. E4 donne beaucoup de détails sur cette organisation et précise s'ils doivent travailler individuellement, en binômes ou en petits groupes désignés par l'enseignant ou en petits groupes libres, organisés par affinités.

Lors des séances 1, 2 et 5, E4 décide des groupes. Lors des séances 4 et 5, il laisse les élèves organiser eux-mêmes les groupes. Lors des séances 1, 2 et 5, il conseille d'utiliser une feuille pour les essais, les recherches avant de reporter la réponse, sur la feuille comportant les énoncés, ainsi que le croquis qui a permis de trouver cette solution. Lors des séances 3 et 4, il insiste surtout sur le fait qu'un nombre important de problèmes (sept et neuf) est à résoudre et que les élèves doivent s'organiser, entre eux, pour en résoudre le maximum. Lors de la

séance5, E4 annonce que du matériel est disponible et précise à quel moment les élèves pourront l'utiliser. Lors des séances 1, 3 et 5, la durée du temps de recherche laissé aux élèves est clairement précisée.

Séance 1	*Ligne 49 : E4 : alors* ***dans l'organisation, vous vous mettez par trois, les autres par deux [...] Pour faire votre travail, je donne une feuille pour le groupe […]*** *vous faites* ***vos recherches sur le feuille et quand vous l'avez, vous recopiez ce que vous avez trouvé sur la … feuille réponse****…* *Ligne 50 : G : eh ben… il faut mettre les illustrations* *Ligne 51 : E4 : ben oui… très bien,* ***l'illustration qui vous a permis de trouver*** *… et puis ?* *Ligne 52 : G : la réponse.* *Ligne 53 : E4 :* ***la réponse,*** *Oui […] Je vous laisse* ***20 minutes de recherche à peu près.***
Séance 2	*Lignes 1 à 16 :* *E4 : […]* ***des groupes de trois.*** *E4 : ah oui,* ***il faut se décider quand on travaille en équipe, si il y en a qui pense différemment, on voit si ça peut fonctionner ou pas. Mais à quoi ça va servir ça ?*** *C'est pour discuter entre nous ? C'est pour faire quoi ?* *Lignes 16 à 26 :* *E4 : alors, on y va… donc,* ***je vous donne une feuille*** *qui va prendre les trois prénoms…* ***pour donner votre réponse*** *… à côté,* ***vous pouvez prendre une autre feuille pour tâtonner*** *[…]*
Séance 3	*Ligne 3 : E4 : Oui, 7 problèmes. Vous allez les faire* ***tous ensemble****.* *Lignes 7 : E4 : eh bien, je vais vous distribuer les feuilles,* ***vous allez vous installer… seul, par deux ou en petits groupes, comme vous voulez*** *et après on dire que* ***je vous laisse 30 minutes pour tout chercher et tout faire****… c'est pour ça que je dis que* ***vous devez vous organiser.*** *Ligne 8 : E4 : Bon, je vous donne* ***les problèmes, à vous de vous les répartir peut-être dans les petits groupes*** *[…]*
Séance 4	*Lignes 11 à 21 :* *E4 : oui faire le tour* ***des … problèmes. Aujourd'hui, vous en avez … neuf****.* ***[…] Vous vous organisez […] Si un groupe fait le numéro un, un autre groupe peut en faire un autre.*** *L'objectif étant de résoudre un maximum de problèmes mais aussi d'apporter des solutions qui sont exactes* *Leila : Mais pourquoi* ***on fait pas tout de suite les groupes*** *?* *E4 : Non, c'est vous qui allez voir[…]* ***On peut très bien commencer à résoudre un problème à trois…*** *G2 : et finir à deux.* *E4 : oui* ***et après changer de problème, de groupe. C'est vraiment libre […]*** *Pour finir,* ***notre feuille-réponse, j'en ai qu'une pour toute la classe. […] Vous pouvez mettre au début plusieurs réponses mais vous … à la fin, il faudra choisir.***
Séance 5	Lignes 2 à 7 : *E4 : […] Alors,* ***on est regroupé ce matin par quatre, vous allez travailler à l'intérieur des groupes.*** *Pour le travail si vous avez* ***besoin de vous déplacer […] Pour commencer, deux groupes travaillent sur l'énoncé des cubes, vous et vous. Je vous laisse 20 minutes de recherche*** *[…] Pour la recherche,* ***avant de commencer, vous avez une fiche à me remplir pour l'ensemble du groupe***

	[…] *Donc une feuille.* ***Vous la regardez bien, vous la lisez entièrement avant de vous lancer dans le travail****… D'accord ?* ***Pour les cubes, dans un premier temps, vous verrez pour votre recherche, il y a un travail purement sur dessin et ensuite seulement, vous manipulez les cubes et vous vérifiez si vous avez la bonne réponse.*** *[…] D'accord ?* ***Et pendant que ces deux groupes travaillent sur les cubes, les autres travaillent sur les pois, sur la marmite de confiture.***

Tableau 56

d) Incidence sur l'activité des élèves

L'observation des séances montre que les élèves respectent les consignes données par E4 et travaillent comme il leur a indiqué, soit en binômes, soit en petits groupes. Ils s'investissent tous, lors de chacune des séances, dans la recherche de solutions aux problèmes posés. Les documents relevés auprès des élèves montrent que, lors des quatre séances observées, tous ont tenté de trouver des solutions. Une différence avec les quatre autres enseignants apparaît chez E4 : les précisions qu'il apporte montrent que l'activité problèmes ouverts ne se limite pas, pour lui, à une activité mathématique. Les séances dédiées à des problèmes ouverts sont également des lieux d'apprentissage concernant l'organisation du travail (la répartition des tâches dans un groupe, la gestion du temps), vers une préparation à ce qui peut attendre les élèves en classe de sixième.

IV-1.4 Geste 4 : une recherche individuelle quasi inexistante par rapport à la recherche en groupes

Lors des cinq séances observées, après la présentation du problème, E4 n'incite pas les élèves à chercher individuellement une solution. Il les pousse plutôt à travailler en binômes, en petits groupes de trois ou quatre élèves ou à s'organiser dans la classe pour fournir une seule feuille-réponse (séances 3 et 4).

IV-1.5 Conclusion sur la routine A(E4)

E4 varie l'organisation lors de chacune des séances qu'il choisit de dédier à l'étude de problèmes ouverts : recherche en binômes, en petits groupes, une feuille-réponse pour la classe. De ce fait, les élèves ne peuvent pas se référer à des habitudes qui seraient liées aux séances précédentes dédiées à ces problèmes. E4 se sent donc obligé de préciser, dans le détail, lors de l'introduction de chacune des séances, ce qu'il attend des élèves en terme d'organisation du travail. E4 précise (Cf. Annexes D.4) qu'il souhaite ainsi que les élèves ne se lassent pas et restent motivés par ce qu'il leur propose lors de chacune des séances.

L'absence de temps réservé à une recherche individuelle, après la présentation des problèmes, laisse penser que E4 souhaite que les élèves échangent tout de suite entre eux. Nous pouvons supposer qu'il veut ainsi éviter des blocages, des découragements de la part de certains élèves qui ne verraient pas, seuls, comment commencer à résoudre les problèmes. Il n'intervient plus ou très peu lors des phases de recherche. L'activité des élèves, dès le début et pendant toute la durée des phases de recherche, montrent que le processus de dévolution de la recherche de solutions est réussi.

IV-2 Routine B(E4) : maintenir tous les élèves dans la recherche

IV-2.1 Geste 1 : ne pas intervenir lors des recherches des élèves

Les interventions de E4 lors des phases de recherche sont résumées dans le tableau suivant :

Séance 1	*Lignes 55 à 60 :* *00H24* *E4 : à mon avis, je vais* ***vous laisser plus de temps****. (E4 circule dans la classe et regarde ce qu'ont fait les élèves)* *00H27* *E4 : est-ce que vous avez fait au moins le premier ? Cela m'a l'air plus casse-tête que prévu ! Faites des croquis, on n'est pas en dessin artistique. Il faut aller plus vite,* ***les personnages par exemple, n'ont pas besoin de cheveux****.* *00H30* *E4 : je vous laisse encore 10 minutes ou pas ?* *Plusieurs élèves : oui.* *E4 :* ***ne perdez pas de temps dans les détails jolis du dessin, c'est une aide, le dessin****. Allez, au maximum jusqu'à 50 et après on regarde ce qu'on a trouvé.* *00H35 E4 : il vous reste 5 minutes. Pour la plupart, ça a l'air d'avancer, ça va aller. Oui recopiez votre schéma, on va bientôt s'arrêter.*
Séance 2	aucune intervention
Séance 3	aucune intervention
Séance 4	*00H50 Ligne 22 : E4 :* ***Bon, il faut compléter la feuille-réponse maintenant****.*
Séance 5	*00H26* *Lignes 15 à 21 :* *E4 : alors, on arrête. Je ne veux plus entendre de bruit, on est bien assis, chut… (E4 ramasse une feuille pour chaque groupe, en distribue une autre) Allez, arrêtez de bouger. Je vous conseille encore de lire la feuille en entier et de réfléchir après.*

	G3 : c'est les mêmes groupes ? *E4 : oui, donc vous, vous avez des cubes… les petits pois… On a frôlé les réponses, je crois dans certains groupes…* ***Qui me donne la nouvelle heure de recherche ?… 20 minutes en plus****… Hugo ? Chut.* *Hugo : il est 28* *E4 : plus vingt minutes ?* *Hugo : 48* *E4 : bon, allez, jusqu'à 45, on décale un peu.*

Tableau 57

E4 intervient peu pendant les phases de recherche des élèves et ses interventions concernent la gestion du temps. Lors des séances 1, 4 et 5, E4 précise le temps qu'il reste aux élèves pour effectuer leur travail de recherche. Lors de la première séance, il leur donne une indication pour aller plus vite en rappelant (ligne 59) : « *ne perdez pas de temps dans les détails jolis du dessin, c'est une aide, le dessin* ». Ce discours a une fonction d'enrôlement : il ne s'agit pas pour E4 de mobiliser ou remobiliser l'attention des élèves puisqu'ils cherchent tous mais, tout au long de la phase de recherche, de continuer à les engager dans leur recherche personnelle voire de les encourager à terminer. Ce discours permet également de préciser le rôle des dessins : ces derniers constituent une *aide* et ils ont donc en quelque sorte un caractère mathématique.

IV-2.2 Geste 2 : un temps de recherche laissé aux élèves très variable selon les séances

Le tableau suivant montre que la proportion du temps de recherche des élèves par rapport au temps collectif n'est pas toujours le même, il varie entre un tiers de la séance (séance 2) et plus des trois quarts de la séance (séance 4).

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4	Séance 5
50 %	32 %	45 %	82 %	58 %

Tableau 58

Nous remarquons qu'il ne dépend pas du nombre de problèmes proposés aux élèves : lors de la séance 1, deux énoncés sont proposés et lors des séances 3, sept énoncés sont à étudier alors que le temps laissé aux élèves pour leurs recherches est le même (la moitié de la séance). En fait, lors de la première séance, E4 annonce, par deux fois, la fin des recherches. Mais, les élèves réagissant vivement et demandant du temps pour poursuivre et finir, il leur accorde, à chaque fois, plus de temps. Finalement, tant que les élèves sont actifs et cherchent des solutions, E4 les laisse continuer.

IV-2.3 Incidence sur les élèves de ces deux gestes

La réaction des élèves continuant à chercher, qui réclament plus de temps pour finir, montre qu'ils sont réellement investit dans ces recherches, qu'ils souhaitent réellement aller au bout des problèmes proposés et trouver des solutions.

Séance 1 E4A *Le plus petit*	14 élèves sur 18 ont obtenu la réponse attendue. 4 élèves sur 18 n'ont pas la réponse attendue. 9 élèves sur 18 font des schémas.
Séance 1 E4B *L'anniversaire*	6 élèves sur 18 ont obtenu la réponse attendue. 12 élèves sur 18 n'ont pas la réponse attendue. 15 élèves sur 18 font un schéma.
Séance 2 E4C *La bûche*	13 élèves sur 14 ont trouvé quatre parts. 1 élève n'a pas de réponse. Tous ont fait un schéma.
Séance 2 E4D *Le cirque*	13 élèves sur 18 ont trouvé la réponse attendue. 5 élèves sur 18 n'ont pas la réponse attendue.
Séance 5 E4E *Les cubes*	4 groupes sur 8 trouvent la réponse attendue. 4 groupes sur 8 n'ont pas trouvé la réponse attendue.
Séance 5 E4F *La marmite de confiture*	4 groupes sur 9 trouvent un nombre incorrect. 4 groupes sur 9 font des essais (sur le schéma) mais ne donnent pas la quantité de pois recouverts. 1 groupe sur 9 trouve la réponse attendue

Tableau 59

IV-3 Routine C(E4) : expliciter les procédures et performances des élèves

IV-3.1 Geste 1 : rédiger une réponse qui peut être présentée à la classe

E4 ne demande pas aux élèves de rédiger une feuille de recherche ou une affiche. Cependant, étant donné les mises en commun qu'il organise, tout élève doit s'attendre à présenter un résultat au tableau donc s'efforce de rédiger une solution, sur la feuille comportant l'énoncé ou au brouillon.

IV-3.2 Geste 2 : une observation du travail des élèves, des groupes

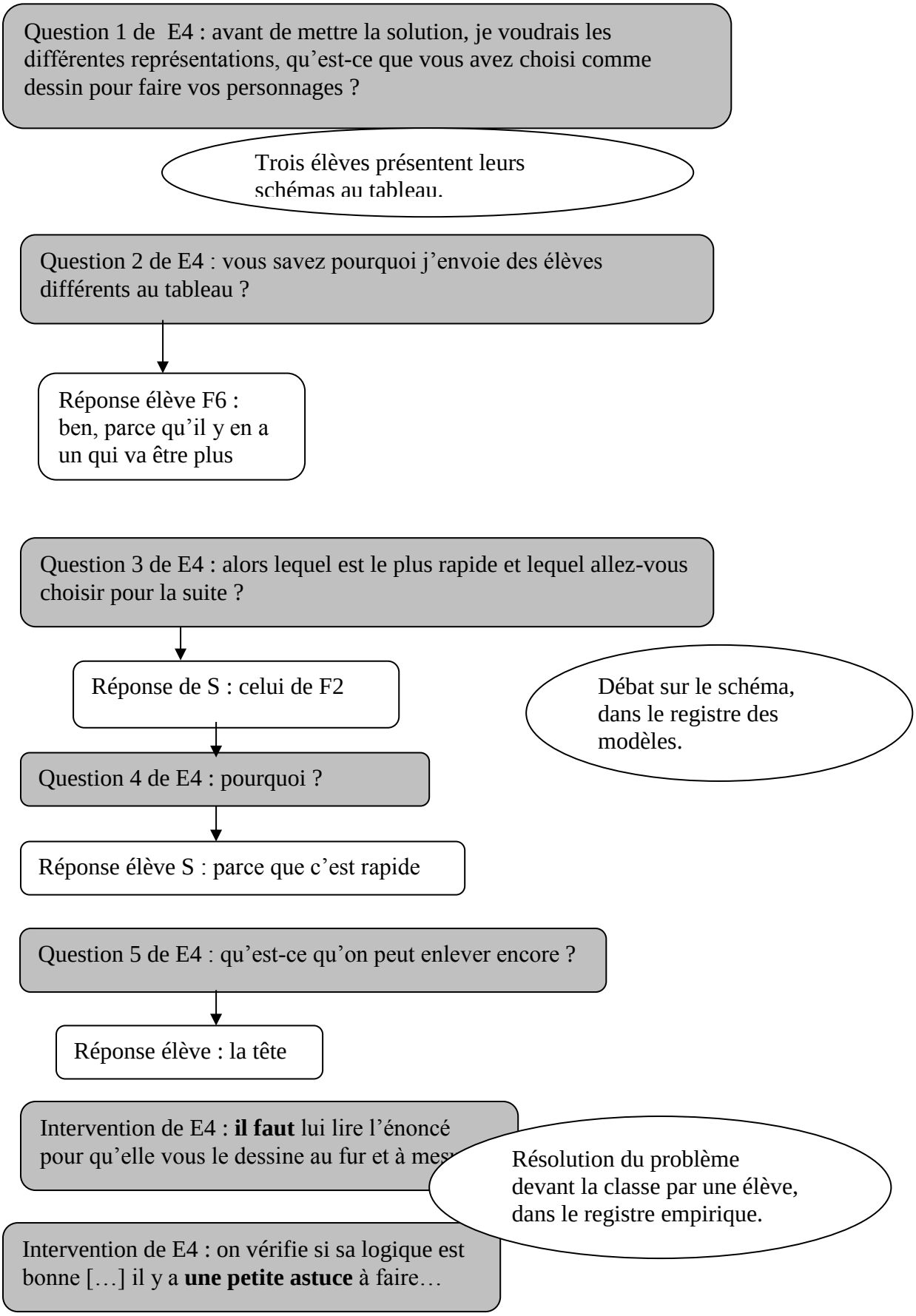
E4, lors des mises en commun des séances 1, 2, 3 et 5, choisit quelques élèves afin qu'ils présentent leurs réponses au tableau, afin qu'ils proposent leur procédure de résolution. Cette organisation montre qu'il observe le travail de recherche des élèves, qu'il repère les différentes procédures qu'ils utilisent.

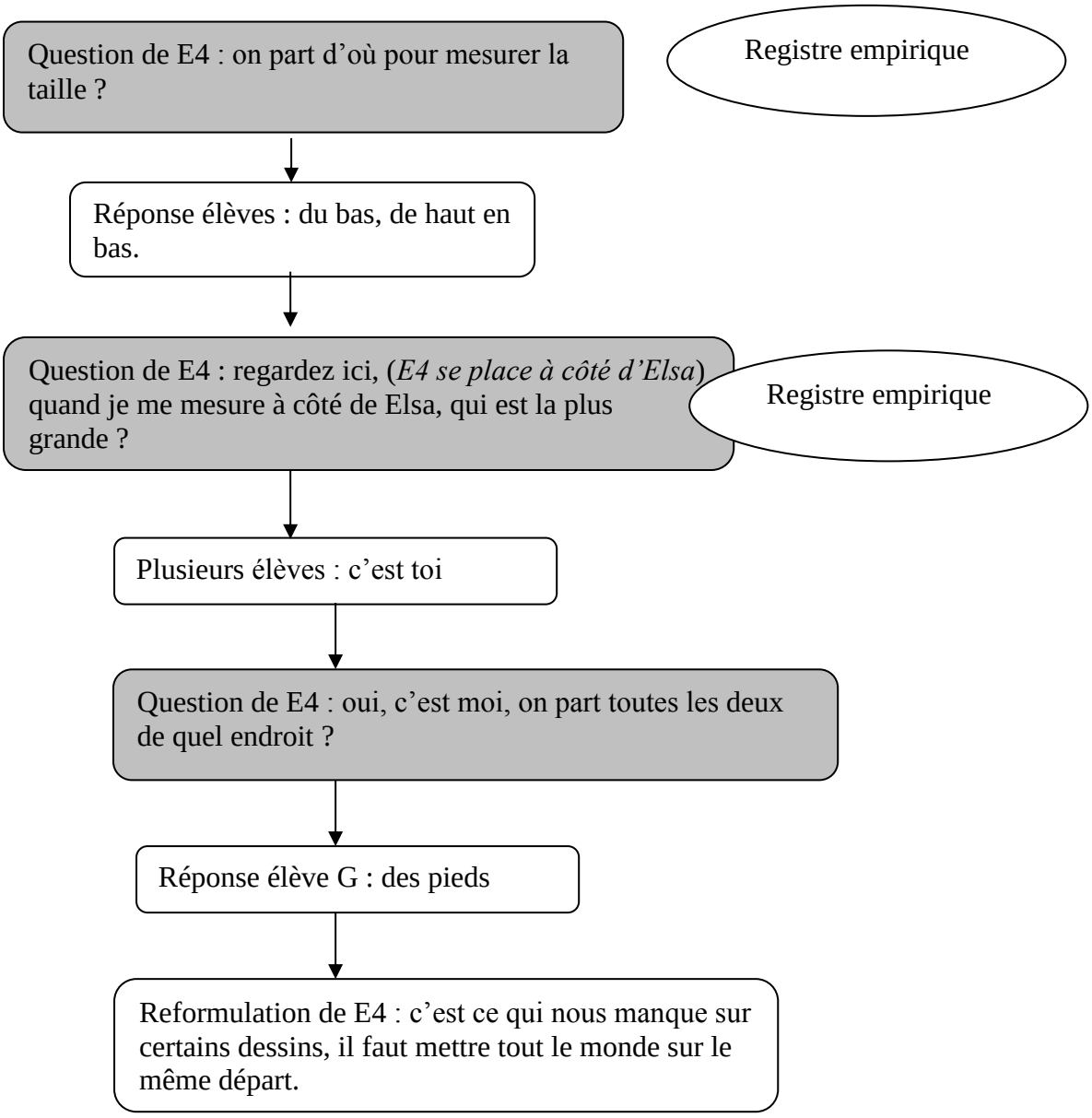
IV-3.3 Geste 3 : une présentation hiérarchisée des résultats

Ayant repéré les procédures de résolution des élèves, E4 organise une présentation des résultats de quelques élèves et non de tous, il fait un choix et, de plus, hiérarchise cette présentation.

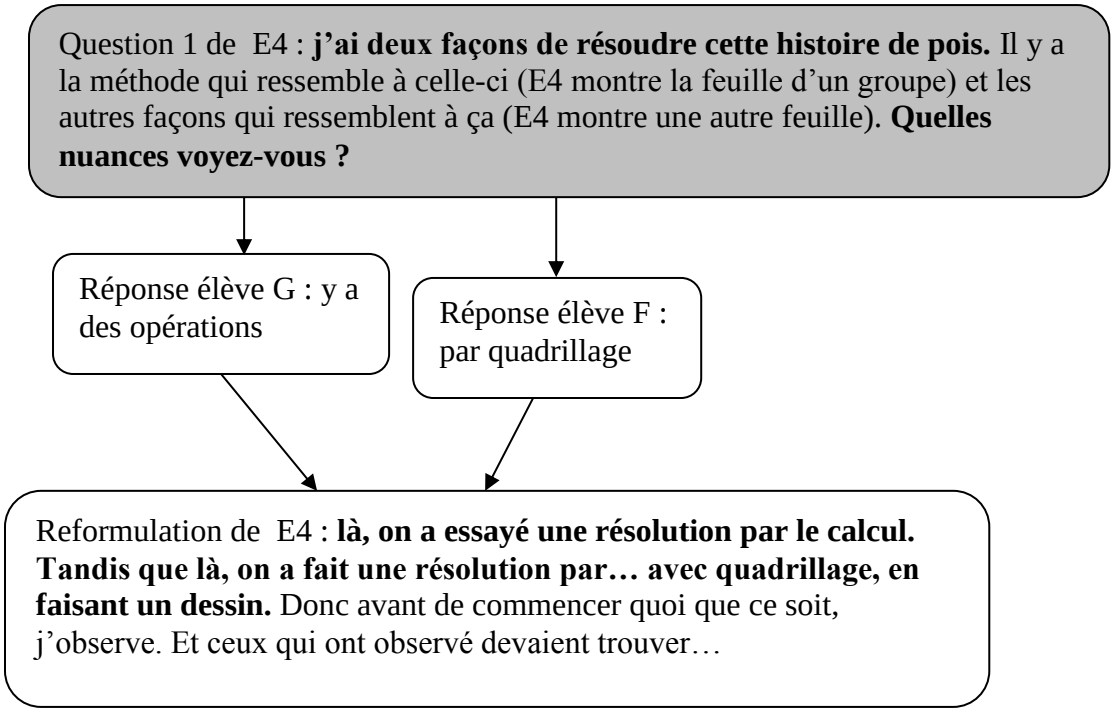
Afin d'analyser ces présentation, nous choisissons deux extraits des mises en commun des résultats, le premier issu de la séance 1, le second issu de la séance 5.

Exemple de la séance 1




Question de E4 : on part d'où pour mesurer la taille ?
Registre empirique
Réponse élèves : du bas, de haut en bas.
Question de E4 : regardez ici, (*E4 se place à côté d'Elsa*) quand je me mesure à côté de Elsa, qui est la plus grande ?
Registre empirique
Plusieurs élèves : c'est toi
Question de E4 : oui, c'est moi, on part toutes les deux de quel endroit ?
Réponse élève G : des pieds
Reformulation de E4 : c'est ce qui nous manque sur certains dessins, il faut mettre tout le monde sur le même départ.

Exemple de la séance 5



b) Y a-t-il instauration d'un débat ?

Lors de chacune des séances, E4 tente, lors de la mise en commun des résultats, de faire échanger les élèves sur les procédures possibles pour résoudre les problèmes proposés. En particulier lors des séances 1 et 5.

Lors de la séance 1, E4, de par son questionnement, s'efforce de faire participer tous les élèves à la mise en commun. Cependant, il ne réussit pas à ouvrir un débat avec la classe. En effet, il apporte rapidement lui-même des réponses aux questions posées. Il cherche à imposer une façon de faire, une façon de résoudre le problème : *on fait pas, on est dans, il faut…*

Lors de la séance 5, E4 observe le travail des élèves pendant leurs recherches en groupes et constate que deux démarches sont utilisées par les élèves pour résoudre le problème de la marmite de confiture : une méthode « *par le calcul* » et une méthode « *par le dessin et le comptage* ». E4 propose aux élèves, dès le début de la mise en commun concernant ce problème, de repérer ces deux méthodes. Cependant, au lieu de laisser les élèves découvrir par eux-mêmes les différentes démarches et éventuellement en discuter entre eux, E4 leur montre deux affiches exposant les deux démarches : « *il y a la méthode qui ressemble à celle-ci (E4 montre la feuille d'un groupe) et les autres façons qui ressemblent à ça (E4 montre une autre feuille)* ». E4 ferme, dès le début des échanges, le débat sur les procédures possibles même s'il demande ensuite de repérer ce qui les différencie : « *quelles nuances voyez-vous ?* ».

IV-3.4 Geste 4 : une synthèse très brève parfois inexistante sur des moyens possibles pour trouver des solutions

a) Les contenus des synthèses

Le tableau suivant présente le contenu des phases de synthèse organisées par E4 :

	Concernant le travail de recherche/résolution	Concernant les démarches utilisées
Séance 1	*Ligne 159 : -quand tu lis, il y a des indications et on les fait tout de suite […] faire un dessin, faire tout de suite les indications … en mathématiques, il faut aller au plus rapide.*	*Ligne 105 : -des dessins qui sont de plus en plus simples, simplifiés qui ressemblent plus à des croquis.* *Ligne 161 : -n'oubliez pas,* ***votre dessin doit vous aider … à résoudre le problème****.*
Séance 2	*Ligne 126 : -il faut bien* ***s'organiser*** *et se concentrer.* *-on n'est* ***pas obligé là de faire des dessins****, il faut surtout bien s'organiser… peut-être* ***lire et écrire ce que cela veut dire… pas à pas****, vous voyez. Mais* ***la liste là****, que j'ai vu chez un ou deux groupes, c'est bien, c'est pratique … ça peut être* ***une astuce pour ce genre de problèmes, pour tout le monde****.*	
Séance 3	*Ligne 75 : -comment* ***s'organiser*** *pour avoir le temps…Bon, c'est bien … vous avez bien cherché…* ***même si vous n'avez pas trouvé, c'est très bien.*** *Il faudra quand même vous organiser.*	
Séance 4	Aucune intervention	
Séance 5	Aucune intervention	

Tableau 60

Ces synthèses sont organisées autour de méthodes pour résoudre les problèmes proposés et ceux à venir. Il s'agit de faire des dessins, des croquis lors des séances 1 et 2. E4 conseille également de lire et d' « *écrire ce que cela veut dire pas à pas* », de s'organiser. Il insiste également lors de la synthèse de la séance 3, sur le fait que trouver une solution n'est pas une fin en soi, l'enjeu principal étant de *chercher* –« *vous avez bien cherché… même si vous n'avez pas trouvé, c'est très bien* »-.

b) Des contenus peu décontextualisés

Lors des trois premières séances, il apparaît que E4 tente de décontextualiser des méthodes, des démarches de résolution des problèmes résolus. Il parle de faire des *dessins*, des *croquis* pour résoudre ce type de problème même si ce n'est pas complètement explicité aux élèves, comme, par exemple, lors de la séance 1 : « *n'oubliez pas,* ***votre dessin doit vous aider … à résoudre le problème****. […]* ***des dessins qui sont de plus en plus simples, simplifiés qui ressemblent plus à des croquis*** ».

E4 précise également que s'organiser est une condition pour résoudre « *ce genre de problèmes* ». Par exemple, une lecture et un relevé par écrit de données, *pas à pas*, peut aider à les résoudre, comme il le précise en fin de séance 2 : « *-il faut surtout bien s'organiser… peut-être* ***lire et écrire ce que cela veut dire… pas à pas****, vous voyez. Mais* ***la liste là****, que j'ai vu chez un ou deux groupes, c'est bien, c'est pratique … ça* ***peut être une astuce pour ce genre de problèmes, pour tout le monde*** ».

Finalement la présentation par E4 de ces démarches concernant l'utilisation de schémas et le relevé des données au fur et à mesure de la lecture d'un énoncé de problème nous semble décontextualisée.

IV-3.5 Conclusion concernant la routine C(E4)

La routine C(E4) organisée autour de quatre gestes professionnels permet de repérer que E4, grâce à une réelle observation du travail de recherche des élèves, réussit à identifier les méthodes qu'ils utilisent et à hiérarchiser les présentations lors des mises en commun des résultats. Il tente également de décontextualiser ces méthodes en insistant sur l'utilité que peuvent avoir des dessins, des schémas dans la résolution d'un problème.

IV-4 Conclusion en termes de routines et de composantes

L'analyse en termes de routines professionnelles de la pratique de E4 renseigne sur les composantes cognitive et médiative de sa pratique : des objectifs d'apprentissage pour l'ensemble des séances sont visés (en lien avec l'utilisation de schémas), E4 laisse du temps aux élèves pour chercher (autant de temps que nécessaire, à la demande des élèves) et

organise des mises en commun en s'appuyant sur le travail des élèves pendant la séance (sauf pour la séance 4).

V- L'enseignant E5

V-1 Routine A(E5) : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

V-1.1 Geste 1 : des problèmes issus de brochures IREM

Les problèmes choisis par E5 sont issus de brochures IREM présentes dans la classe de E5 (choix que nous avons étudié dans le chapitre 3).

V-1.2 Geste 2 : des énoncés en lien avec la vie courante et abordant des notions mathématiques du cycle 3

Les problèmes choisis par E5 mettent en jeu des savoirs relevant du cycle 3 : les notions de cercle, de disque et de proportionnalité.

V-1.3 Geste 3 : une passation très détaillée des consignes

a) Une introduction des séances par des exercices simples

Les deux séances observées sont introduites par deux problèmes de réinvestissement dont les énoncés suivent :

Séance 1 :
Enoncé 1 : *on trace un cercle de 3 cm de rayon, 3 cm de rayon.*
Enoncé 2 : *on trace un cercle de 4 cm de diamètre, de 4 cm de diamètre.*
Séance 2 :
Enoncé 1 : *pour un de ses clients, un jardinier a travaillé 8 heures qu'il a facturées 90 euros. Quel serait le montant de la facture pour 4 heures de travail ?*

Enoncé 2 : *une fromagerie utilise 4,8 hl de lait de chèvre pour fabriquer 100 kg de fromage de chèvre frais. Quelle quantité de lait de chèvre lui faut-il pour obtenir 25 kg de fromage de chèvre frais ?*

Figure 71

Les exercices choisis sont en termes de savoirs mathématiques, en lien direct avec le problème ouvert proposé ensuite : le vocabulaire lié au cercle et le tracé de cercle lors de la première séance et la notion de proportionnalité lors de la séance 2. Les exercices sont cherchés individuellement, la correction est organisée collectivement, E5 questionnant les élèves. En terminant la correction des exercices, E5 ne prévient pas les élèves sur le fait que le problème ouvert proposé ensuite en termes de savoirs mathématiques, est en lien avec les exercices qu'ils viennent de corriger. Lors de la séance 1, il a même tendance à laisser croire aux élèves qu'ils n'auront sans doute plus besoin de leur compas : « *tout le monde pose son compas, d'accord. Loin des yeux, pour l'instant, comme ça on n'est moins tenté d'y toucher… oublie ton compas* » (Ligne 46).

b) Une présentation détaillée du problème à résoudre

Lors des deux séances observées, après la correction des exercices, E5 présente dans le détail le problème ouvert qu'il a choisi (Cf. Annexes C.5, lignes 47 à 68 lors de la séance 1 et lignes 23 à 49 lors de la séance 2) : il propose aux élèves de lire collectivement les énoncés, il questionne les élèves sur le vocabulaire utilisé et chacune des phrases est reformulée, sans indication de solution. Il souhaite ainsi s'assurer que chaque élève comprend les énoncés et les situations en jeu.

Séance 1	*Ligne 46 : (E5 retourne le tableau où est écrit l'énoncé) Alors qui veut bien lire ? C'est un petit problème, on va* ***essayer de s'amuser à le résoudre****.*
Séance 2	*Ligne 23 : alors je vais vous présenter un nouveau problème (E5 distribue un énoncé à chaque élève). Ah, il est long celui-ci […]*

Tableau 61

c) Des indications sur le travail attendu des élèves

Comme le montre le tableau suivant (Cf. Tableau 61) lors des deux séances, E5 propose aux élèves de faire des schémas, des dessins et souhaite avant tout que les élèves *essaient* seuls. Lors de la séance 1, il n'attend pas d'eux qu'ils résolvent tous le problème mais s'attend à ce qu'ils cherchent tous des pistes de solutions. Les élèves doivent en effet « *essayer de faire un schéma* », « *essayer de résoudre l'exercice* ». En revanche, il annonce que lors de la séance 2, il attend que les élèves trouvent (« *Je vais attendre que vous trouviez* »).

Séance 1	*Ligne 69 : […] Comment ?… et vous allez* ***essayer de faire un schéma.*** *Comme on a essayé d'en faire pour la proportionnalité, la dernière fois. Vous allez travailler ensemble.* ***Le meilleur dessinateur va dessiner.*** *Je vous laisse* ***essayer de résoudre l'exercice en faisant bien le dessin, en représentant et en coloriant.***
Séance 2	*Ligne 48 : […] Finalement, c'est un peu* ***à vous de vous débrouiller****. Parce que vous, qu'est-ce que* ***vous devez vérifier ?*** *Ligne 52 : […] Vous allez* ***dessiner*** *les récipients du plus petit au plus grand, vous écrivez en centilitres.* *Ligne 57 : E5 : Euh …* ***vous vous appliquez pas*** *… vous faites ça très vite,* ***c'est juste pour faire un schéma****. Je vous laisse une minute.* *Ligne 87 : […]* ***Je vais attendre que vous trouviez****.*

Tableau 62

d) Des consignes sur l'organisation des séances

E5 insiste lors de la séance 1 sur un travail en petits groupes, dans lesquels il incite réellement les élèves à s'entre-aider.

Séance 1	*Ligne 44 : si Elodie a du mal, elle peut me le dire elle-même. Elodie, t'hésites pas à regarder… t'es pas en contrôle,* ***tu t'aides de tout ce que tu peux****. De toute façon, on va essayer de … de résoudre les problèmes* ***par table****, d'accord. Donc* ***si Elodie a un peu de mal, Tovsha va l'aider. Si Elise a du mal, Isham et Zineb vont l'aider et pareil pour les autres tables.*** *Ligne 69 : alors vous allez vous mettre* ***par deux ou par trois****, je vais vous donner* ***une feuille … blanche*** *[…] Vous allez* ***travailler ensemble*** *[…]*
Séance 2	*Ligne 23 : […] Alors … vous* ***lisez tout seul****, on va le* ***lire ensemble après****.* *Ligne 52 : bon, je vous distribue une feuille blanche […]* *Ligne 87 : […] C'est un professeur qui donne cette expérience, il a pas la réponse, il attend que ses élèves la trouvent et tu vas faire la même chose. […] Par contre,* ***je vais vous laisser travailler par deux.*** *.. D'accord ? Et vous travaillez* ***sur la feuille blanche.***

Tableau 63

Lors de la séance 2, E5 présente ce qu'il attend des élèves, une lecture d'abord individuelle puis avec toute la classe, une recherche sur feuille blanche. Il attend d'eux qu'ils cherchent sans son aide, -« *je vais vous laisser travailler […]* »- (ligne 84).

V-1.4 Geste 4 : une recherche individuelle inexistante avant la recherche en groupes

Lors des deux séances observées, après la présentation des problèmes, E5 ne demande pas aux élèves de chercher individuellement une solution au problème mais les incite à travailler en petits groupes ou en binômes.

V-1.5 Incidence sur l'activité des élèves

Les observations des deux séances montrent que les élèves participent aux échanges avec E5 lors de la lecture et l'explicitation des énoncés. Les feuilles de recherche des élèves montrent ensuite que tous les élèves se sont investis dans la recherche de solutions, lors des deux séances. Le processus de dévolution de la recherche aux élèves est réussi. Il apparaît donc que la recherche soit véritablement dévolue aux élèves lors des deux séances observées.

V-1.6 Conclusion concernant la routine A(E5)

Lors des deux séances observées, E5 après avoir demandé aux élèves de résoudre un ou deux exercices de réinvestissement, propose un énoncé de problème ouvert. L'énoncé est longuement étudié avec les élèves, des consignes sur l'organisation des recherches sont données. Nous constatons que cette étude en classe entière, assez longue, fait que même si les élèves cherchent des solutions, ils ne font pas preuve de beaucoup d'initiatives personnelles et restent centrés sur les schémas proposés au tableau par l'enseignant. La recherche de solutions est dévoluée aux élèves cependant l'enjeu du problème ouvert n'est pas perçu par la grande majorité des élèves, ceux-ci continuent comme lors de la résolution des problèmes de réinvestissement en début de séance par exemple, d'appliquer les méthodes proposées par l'enseignant sans essayer d'en inventer d'autres.

V-2 Routine B(E5) : maintenir tous les élèves dans la recherche

V-2.1 Geste 1 : des interventions surtout auprès d'un seul groupe d'élèves

Pendant les phases de recherche des élèves, E5 circule entre les élèves sans intervenir dans les groupes. Il reste, en fait, présent auprès du groupe 6, qu'il présente comme des élèves en difficultés en mathématiques. Dès le début de la recherche en groupe, il intervient en leur proposant d'utiliser du matériel : une ficelle et une paille, la ficelle représentant la laisse du chien et la paille représentant la barrière.

Séance 1 : auprès du groupe 6
Ligne 1 : *[…] Vous allez pouvoir essayer de toucher tout cela, vous amuser avec pour trouver la réponse […]*
Lignes 30 à 40 :
E5 : alors qu'est-ce qu'il peut parcourir comme zone ? ***Alors est-ce qu'elle a cette forme la barrière, qu'est-ce qu'on a expliqué ? Regarde.***
Romain : elle a 8 m la barrière
E5 : ***d'accord mais est-ce qu'elle est en hauteur ou*** *en …*
Romain : en largeur
E5 : ***exactement, donc est-ce que tu dois la mettre comme ça ?***
Killian : non… comme ça (il montre son dessin)
E5 : ***donc à partir de là, qu'est-ce qu'il peut*** *faire comme trajet ton chien ?*
Romain : là devant
E5 : oui sauf qu'on a dit qu'il peut faire tout ça, c'est accroché par un anneau on a dit,
Rizlène : faut pas que ça dépasse la largeur de 8 pour la barrière…
Romain : ah, je comprends pas…

Figure 72

Lors de la même séance, E5 intervient également auprès d'un autre groupe, le groupe 1 :

Séance 1 : auprès du groupe 1
Lignes 14 à 19 :
Z : donc il peut passer en dessus et en dessous.
I : d'accord.
E5 : oui il peut passer au-dessus et en dessous, on est d'accord et n'oublie pas, elle mesure combien la laisse ?
I : 2 centimètres
Z : 2 mètres
E5 : oui, 2 cm enfin 2 m, sur notre feuille 2 cm et en vrai 2 m.

Figure 73

Dans le groupe 1, E5 intervient auprès des élèves à propos de la compréhension de l'énoncé. Il les questionne sur ce qu'ils ont compris et donne quelques précisions (sur la barrière, sur la longueur de la laisse) sans leur donner des pistes de résolution. Le discours vise à aider les élèves à se représenter le problème afin de leur permettre de commencer à le résoudre, il a une fonction d'enrôlement. Alors que dans le groupe 6, E5 propose du matériel. Il donne ainsi une piste de résolution à ce groupe, pensant certainement qu'ils ne sont pas capables de trouver seuls une démarche de résolution. Son discours, face à ce groupe qu'il considère comme étant en difficulté en mathématiques, a une fonction cognitive avec un enjeu de structuration ; ce discours « *explicite la séquentialité de l'action* » et permet ainsi aux élèves de « *se repérer dans le déroulement de la séance, du raisonnement* » (Chappet-Pariès, Robert et J. Rogalski, 2008, p.112) avec des questions qui se succèdent et qui permettent aux élèves d'avancer dans leur recherche, de la structurer : « *-alors est-ce qu'elle a cette forme la barrière, qu'est-ce qu'on a expliqué ?[…] -D'accord mais est-ce qu'elle est en hauteur ou […] - donc à partir de là, qu'est-ce qu'il peut […] ».*

E5 n'intervient pas auprès des élèves lors de la séance 2, il les laisse chercher en binômes et reste en retrait.

V-2.2 Geste 2 : un temps de recherche laissé aux élèves équivalent au temps collectif

Le tableau suivant montre que la proportion de temps laissé aux élèves pour chercher et de temps collectif est la même. E5 réserve la moitié de la séance aux recherches des élèves et le reste aux échanges en classe entière.

Séance 1	Séance 2
46 %	55 %

Tableau 64

V-2.3 Incidence sur les élèves de ces deux gestes

Lors de la première séance dédiée à l'étude d'un problème ouvert, E5 intervient auprès du groupe 1. Cette brève intervention conforte les élèves dans leur compréhension de l'énoncé cependant aucune procédure de résolution n'est réellement évoquée.

E5 intervient également, dans le groupe 6. Il ne les laisse par réellement chercher entre eux et leur propose du matériel. Cependant, ce groupe ne va pas réussir à résoudre le problème. Il semble même, d'après les échanges dans le groupe 6, qu'ils aient du mal à se représenter la situation, notamment la barrière à laquelle est attaché le chien :

Séance 1	Le chien 1 : 7 élèves sur 16 : dessin naïf 2 élèves : une première schématisation 7 élèves sur 16 : le cercle qui convient est tracé et colorié	Le chien 2 : 6 élèves sur 16 : un dessin naïf 2 élèves sur 16 : un segment et un cercle de centre le milieu de ce segment 1 élève : un segment (8cm) et un cercle de centre le milieu de ce segment et de rayon 8 cm. 4 élèves : un segment de 8 cm, deux segments perpendiculaires au premier en ses extrémités ; 1 élève sur les 4 a colorié la zone rectangulaire obtenue 1 élève trace la figure qui convient.
Séance 2	Tous les élèves reprennent le schéma des différents récipients. 4 élèves (Tovsha, Rizlène, Ophélia, Imane) sur font des essais sans aller jusqu'à une solution. 2 élèves (Zakaria, Thibaud) sur 16 trouvent le résultat qui convient. 10 élèves ont seulement dessiné les récipients en indiquant les prénoms des élèves cités dans l'énoncé.	

Tableau 65

V-3 Routine C(E5) : expliciter les procédures et performances des élèves

V-3.1 Geste 1 : rédiger une réponse sur une feuille-recherche

Lors des deux séances, E5 distribue à chacun des élèves une feuille blanche sur laquelle ils doivent faire leurs recherches. Aucune affiche n'est distribuée dans les groupes. La feuille blanche n'a pas pour vocation d'être présentée à la classe, elle sert de feuille de recherche et est censée rester personnelle.

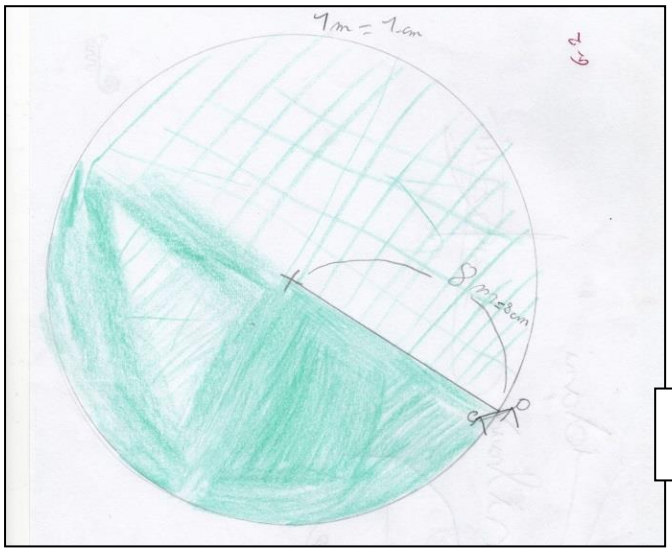
V-3.2 Geste 2 : une observation peu approfondie du travail des élèves

Lors de la séance 1, E5 circule dans la classe afin de s'assurer que tous les élèves sont au travail. Cependant, E5 ne regarde pas en détail les essais des élèves, il ne cherche pas à comprendre pendant la recherche ce que les élèves écrivent. Nous le constatons lors de la mise en commun des résultats. En effet, E5 repère la solution attendue sur la ou les feuilles de quelques élèves mais ne montre pas qu'il a repéré d'autres solutions et les erreurs faîtes par d'autres élèves. Lors de la séance 2, E5 se place en retrait et regarde peu ce que les élèves écrivent.

V-3.3 Geste 3 : une présentation de la solution attendue

a) Une présentation des solutions correctes

Alors que E5 n'avait pas présenté à la classe l'idée d'un affichage des résultats auparavant, E5 décide, lors de la séance 1, de fixer au tableau la feuille de Zidani et Thibault et demande aux deux garçons de la commenter :



Affiche de Zidani et Thibault

Question1 de E5 : **pourquoi** cela a **cette forme**-là où **il** peut aller ?

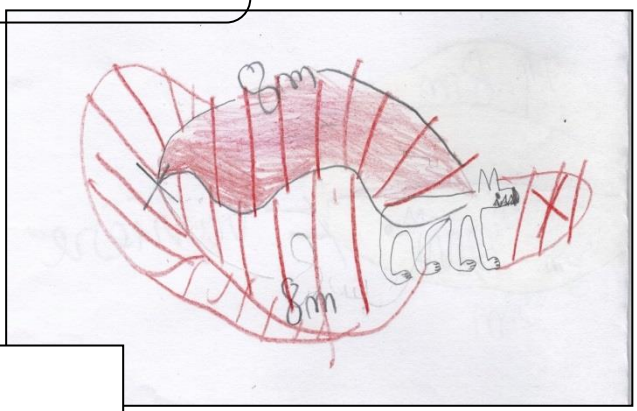
Question à la fois dans le registre explicatif et empirique

Réponse de Zidani : parce que là le chien, il peut faire le tour.

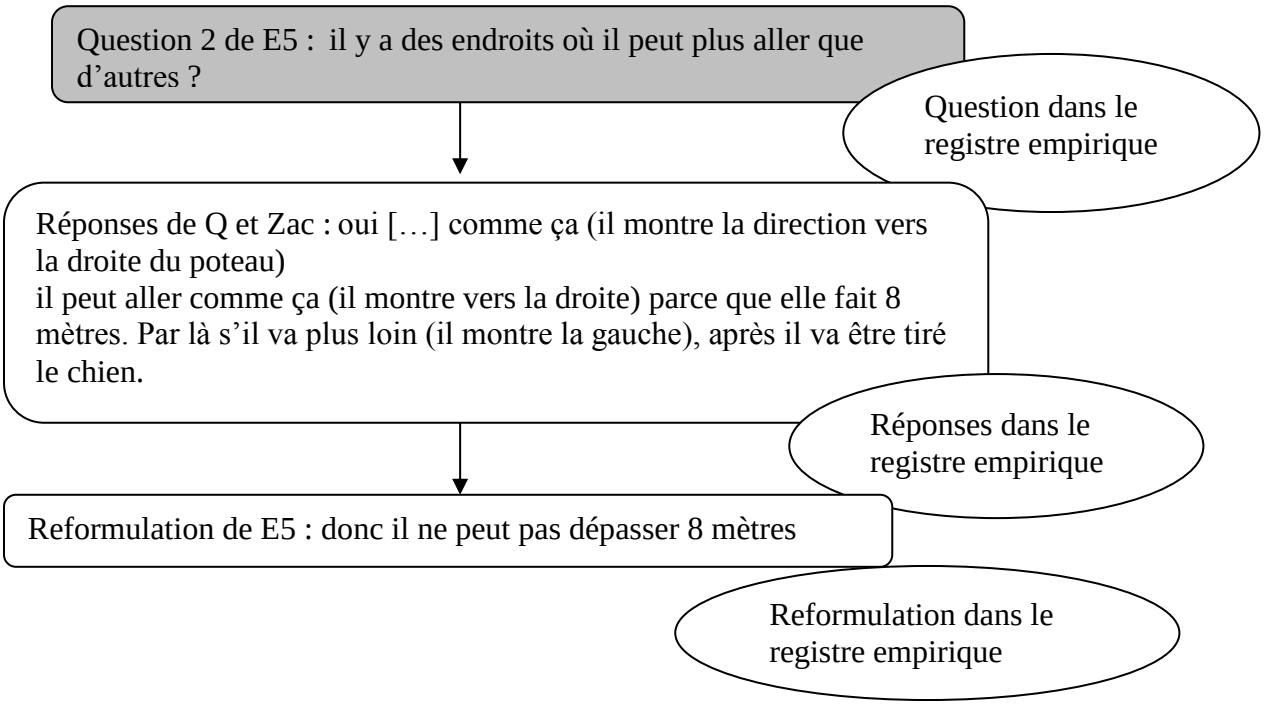
Réponse dans le registre empirique

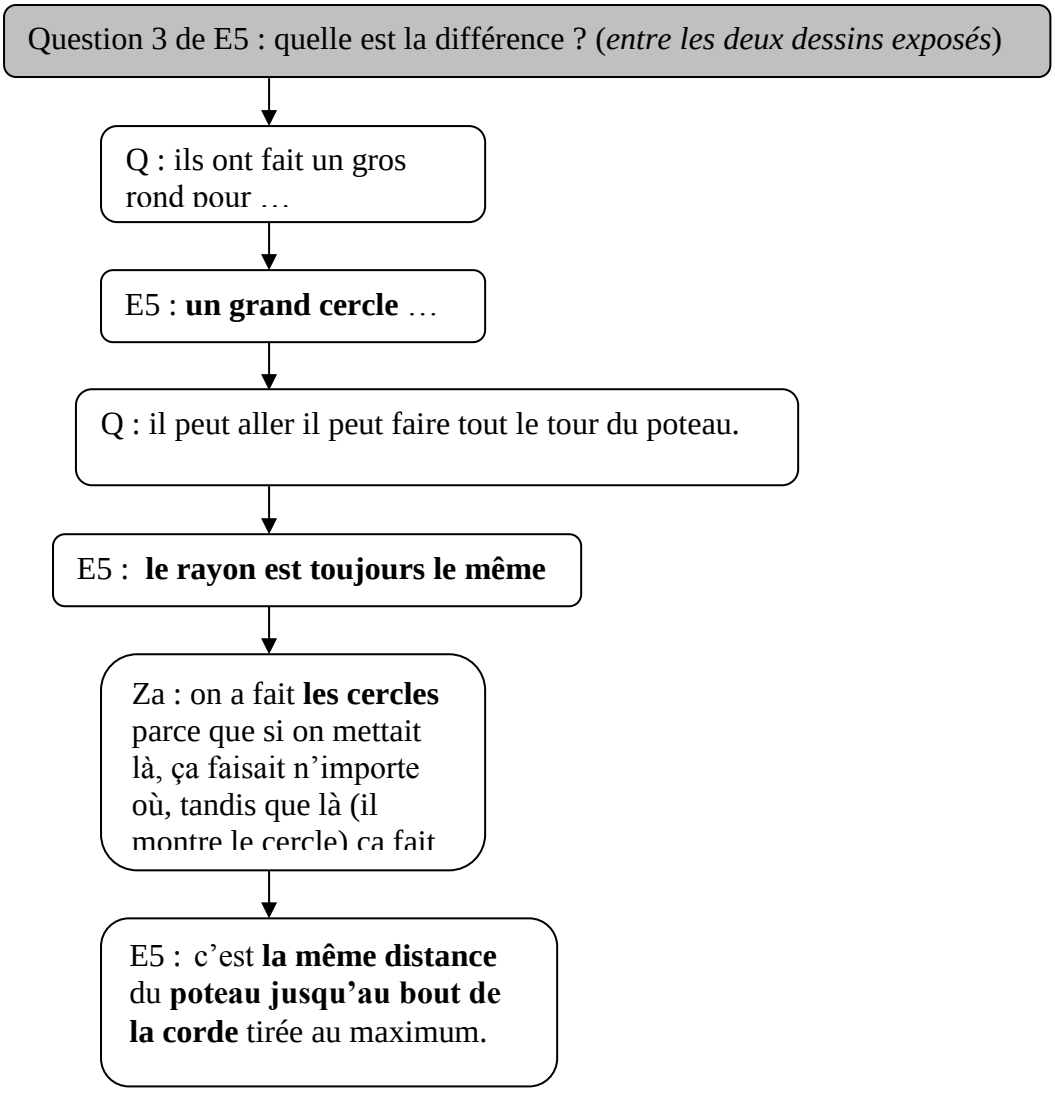
Intervention de Quentin (*E5 fixe son affiche au tableau*) : mais nous, on n'a pas fait le même… les endroits où il pourrait aller vu que … on sait que la laisse mesure 8 mètres, après on a fait différents endroits où il pouvait aller. On sait qu'il peut aller là et il peut faire le tour du poteau, il peut aller derrière aussi et euh …

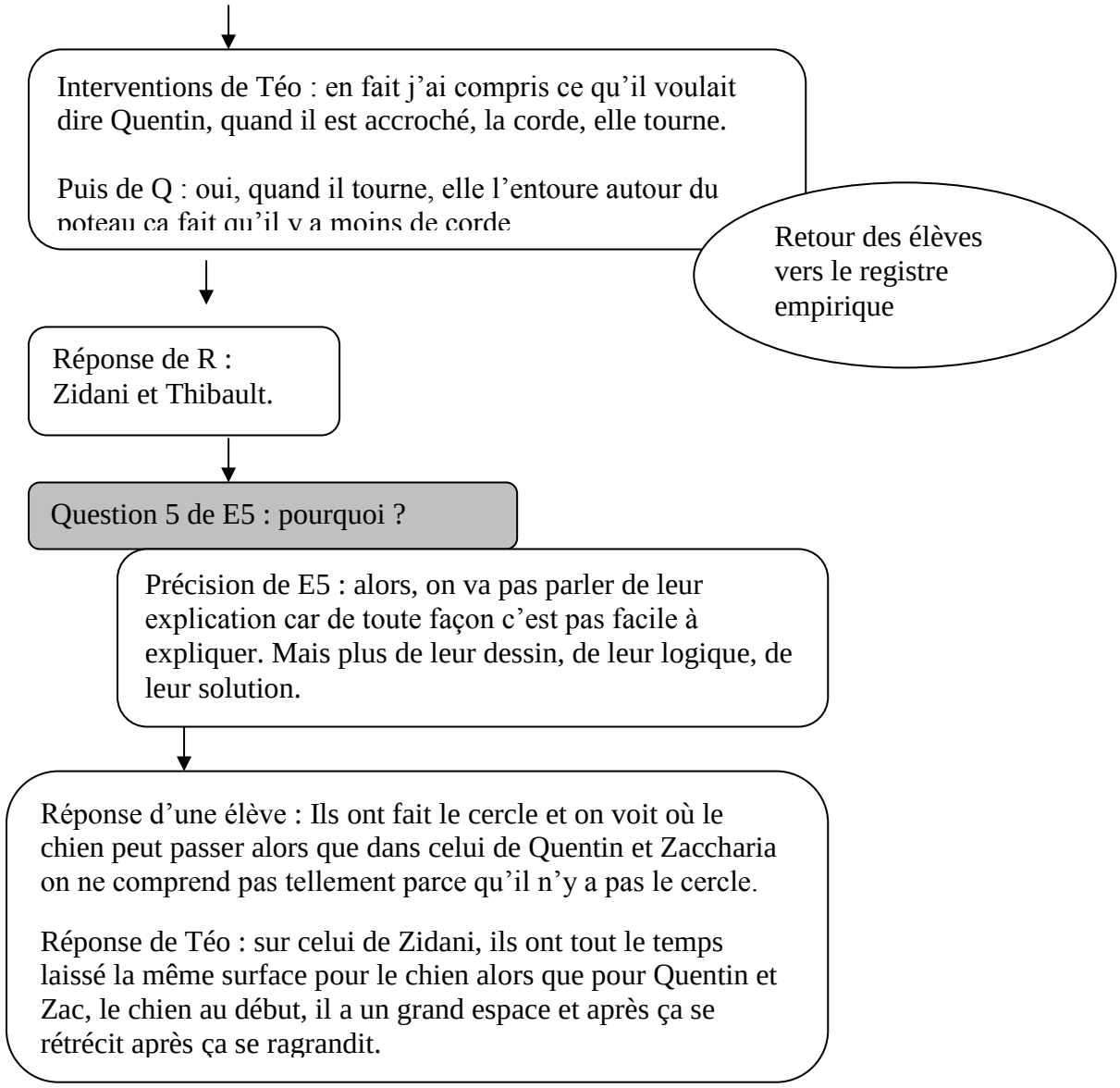
E5 : vous n'avez pas fait le même ? Alors allez-y. […]
Q : on fait…



Affiche de Quentin et Zac


Question 2 de E5 : il y a des endroits où il peut plus aller que d'autres ?
Question dans le registre empirique
Réponses de Q et Zac : oui […] comme ça (il montre la direction vers la droite du poteau)
il peut aller comme ça (il montre vers la droite) parce que elle fait 8 mètres. Par là s'il va plus loin (il montre la gauche), après il va être tiré le chien.
Réponses dans le registre empirique
Reformulation de E5 : donc il ne peut pas dépasser 8 mètres
Reformulation dans le registre empirique


Question 3 de E5 : quelle est la différence ? (*entre les deux dessins exposés*)
Q : ils ont fait un gros rond pour …
E5 : **un grand cercle** …
Q : il peut aller il peut faire tout le tour du poteau.
E5 : **le rayon est toujours le même**
Za : on a fait **les cercles** parce que si on mettait là, ça faisait n'importe où, tandis que là (il montre le cercle) ça fait
E5 : c'est **la même distance** du **poteau jusqu'au bout de la corde** tirée au maximum.



b) Y a-t-il instauration d'un débat ?

Lors de cette séance, E2 choisit de présenter aux élèves une affiche sur laquelle est rédigée une réponse correcte au problème. Dans l'extrait analysé, concernant la mise en commun des résultats à la première question du problème E5A *Le chien*, l'enseignant demande des précisions au groupe qui a rédigé l'affiche en question et s'adresse d'abord à eux deux et non à toute la classe. Nous constatons que l'intervention de Q, s'interrogeant sur son propre résultat va amorcer un réel échange entre les élèves, ceux concernés par les affiches mais également quelques autres élèves, et l'enseignant. De ce point de vue, nous pensons que E5 réussit à instaurer un climat de débat dans sa classe.

En analysant le discours de E5, nous obtenons que les questions qu'il pose se situent le plus souvent à la charnière entre deux registres, le registre empirique et le registre des modèles. La

première question concerne une demande de justification sur la forme obtenue donc en lien avec la définition du disque, le modèle qu'il souhaite atteindre cependant en parlant du chien (*il* dans la première question), E5 reste dans le registre empirique, en pensant au déplacement du chien.

Dans l'avancement des échanges avec les élèves, E5 essaie à plusieurs reprises de passer du registre empirique au registre des modèles : quand Q parle de rond, E5 reformule en parlant de *cercle*, quand il parle de faire le tour du poteau, E5 reprend en parlant de *rayon*. Plus loin dans les échanges, E5 parle de *même distance* cependant elle la relie, non pas au modèle du disque avec un centre et un rayon mais au *poteau* et à la *corde tirée au maximum*. Une hésitation entre les deux registres persiste tout au long du débat avec les élèves. A travers le discours de E5, nous identifions une difficulté de sa part pour transformer le problème du chien en un problème mathématique significatif d'une difficulté à amener les élèves vers la modélisation de la situation. De ce fait, les élèves restent et continuent dans le registre empirique, imaginant le chien, la corde, mesurant 8 mètres, à laquelle il est attaché et la zone dans laquelle il peut se déplacer. Cette difficulté pour modéliser la situation fait qu'ils ne réussissent pas, pour la plupart, à déterminer la zone attendue mais restent centrés sur la réalité d'une telle situation, à la manière de Quentin et Zac qui imaginent que la corde s'enroule autour du poteau.

V-3.4 Geste 4 : une synthèse très brève voire inexistante sur la solution attendue

a) Les contenus des synthèses

Séance 1 E5A *Le chien 1* *Le chien 2*	Ligne 116 : *alors on est plus d'accord avec quel dessin ?* Ligne 120 : *[…] Alors, on va pas parler de leur explication car de toute façon c'est pas facile à expliquer. Mais plus de leur dessin, de leur logique, de leur solution […]* Ligne 122 : *est-ce qu'il était difficile ce problème ?* Ligne 124 : *non, ça va, alors.* Ligne 262 : *c'est très bien, c'est ça, très très bien*
Séance 2	Ligne 168 *: d'accord. Bon, très bien. Vous pouvez noter la réponse. Il fallait mettre 48 avec 16 cl. Et avec 20 cl, on mettait 60 g. Vous notez cette correction, oui tout ça.*

Tableau 66

Lors des deux séances, même si E4 tente de faire un point de synthèse suite à la mise en commun des résultats, cette synthèse ne concerne en fait que la solution correcte attendue. En effet, à la fin de la première séance après la mise en commun des résultats à la deuxième partie du problème (E5A *Le chien2*), les échanges entre E5 et les élèves s'arrêtent alors que la sonnerie retentit. Et lors de la séance 2, la séance se termine sur la ligne 80, demandant aux élèves de prendre en note les réponses écrites au tableau.

Finalement, E5 n'organise pas de réelle synthèse, il ne fait pas le point sur les savoirs mathématiques en jeu dans les deux problèmes.

b) Des contenus non décontextualisés

E5 montre dans ses échanges avec les élèves autour du déplacement possible du chien puis autour de l'expérience de chimie que les conclusions sur la résolution des deux problèmes obtenus restent contextualisées. E5 ne réussit pas à isoler de la recherche et résolution de ces problèmes des éléments qui pourrait être réutilisés dans la recherche et résolution d'autres problèmes, ouverts ou non.

V-3.5 Conclusion concernant la routine C(E5)

E5 cherche à mettre en commun les résultats des élèves mais ne semble pas réussir à en organiser la présentation. Il se limite finalement à exposer la réponse attendue, trouvée par très peu d'élèves. Il ne montre ensuite que très peu de résultats incomplets ou faux, il ne s'attarde pas sur les procédures incomplètes des élèves. Le manque d'observation des élèves pendant la phase de recherche fait qu'il n'a pas réellement en tête ce qu'ont produit les élèves et les difficultés qu'ils ont rencontrées. Seuls quelques élèves présentent leur solution. De ce fait la phase de mise en commun s'apparente plus à une correction collective du problème qu'à un échange sur les résultats obtenus par les élèves.

V-4 Conclusion en termes de routines et de composantes

L'analyse en termes de routines de la pratique de E5 nous renseigne sur la composante cognitive de sa pratique : E5, proposant un problème ouvert à ses élèves prévoit de les laisser chercher pendant la moitié de la séance. Cette analyse nous renseigne également sur la

composante médiative de sa pratique : E5 décide lors des deux séances de présenter les résultats de très peu d'élèves puisque très peu d'élèves ont abouti à la solution qu'il attendait.

La composante médiative de E5 prédomine sur la composante cognitive de sa pratique : en effet, alors que E5 prévoyait de proposer des problèmes ouverts tout au long de l'année, il décide, après ces deux séances, d'arrêter de proposer des problèmes ouverts à cette classe. Du fait du peu de résultats corrects observés, il considère que les élèves ne sont pas capables de résoudre de tels problèmes. Tout se passe comme si dans le choix que décide de faire E5 de proposer ou non des séances dédiées à des problèmes ouverts, il se base avant tout sur ce qu'il observe en classe et non sur des objectifs d'apprentissage qu'il se serait fixé.

VI – Comparaison interindividuelle

Dans cette partie, nous comparons, pour chaque routine, les gestes mobilisés par les cinq enseignants afin de repérer des gestes communs ainsi que des gestes différents dans la réalisation des trois routines A, B et C. Si des gestes sont communs aux cinq enseignants, ils nous amènent à penser que tout professeur des écoles étudiant en classe un problème ouvert les mobilise, qu'il ne fait pas autrement. Le repérage de gestes différents nous permet de révéler ce qui distingue chacun des enseignants dans la réalisation des problèmes ouverts en classe et nous permet de découvrir ce qui est significatif de sa propre pratique.

VI-1 Routine A : s'assurer de la dévolution de la recherche à tous les élèves

Le tableau 67 résume les gestes professionnels mobilisés pour mettre en œuvre la routine A :

E1	Geste 1 : des problèmes issus de sites Internet dédiés à des rallyes mathématiques Geste 2 : un choix d'énoncés simples en lien avec la vie courante Geste 3 : une passation rapide des consignes Geste 4 : une recherche individuelle courte avant un travail en groupes
E2	Geste 1 : des problèmes issus de la collection *Ermel* et du rallye *RMT* Geste 2 : un choix d'énoncés pas toujours en lien avec la vie courante et qui amènent les élèves à prouver leur résultat

	Geste 3 : une passation détaillée des consignes Geste 4 : une place laissée aux recherches des élèves individuelles et/ou en groupes
E3	Geste 1 : des problèmes issus de la collection *Euromaths* et du site de l'IA21 Geste 2 : des énoncés simples surtout en lien avec la vie courante et utilisant des savoirs anciens Geste 3 : une passation détaillée des consignes Geste 4 : une alternance recherche individuelle / recherche en groupes
E4	Geste 1 : des problèmes issus d'un rallye mathématique élaboré en formation initiale Geste 2 : des énoncés pas toujours en lien avec la vie courante Geste 3 : une passation détaillée des consignes Geste 4 : une recherche individuelle quasi inexistante par rapport à la recherche en groupes
E5	Geste 1 : des problèmes issus de brochures IREM Geste 2 : des énoncés en lien avec la vie courante et abordant des notions mathématiques du cycle 3 Geste 3 : une passation très détaillée des consignes Geste 4 : une recherche individuelle inexistante avant la recherche en groupes

Tableau 67

VI-1.1 Deux gestes communs

Le geste 1 concernant le choix des énoncés proposés aux élèves est commun aux cinq enseignants : les problèmes sont choisis par les cinq enseignants dans des ressources différentes du manuel habituel de la classe, dans des ressources pour eux spécifiquement réservées à cet effet. Ce geste commun révèle que, pour les cinq enseignants, les problèmes choisis ne s'apparentent pas à des problèmes que les élèves rencontrent habituellement dans le cours de mathématiques afin d'amener les élèves à chercher et qu'ils sont consistants en ce sens que ni la solution, ni la démarche de résolution n'apparaissent aux élèves de manière évidente, en application d'une leçon précédemment étudiée par exemple.

Le geste 4 mobilisé par E1, E2, E3, E4 et E5 révèle qu'une place importante est laissée dans chacune des classes par les enseignants aux recherches des élèves en petits groupes par rapport aux recherches individuelles et au temps collectif. Tout se passe comme si lors de

l'étude en classe de problèmes ouverts, les professeurs apportent tous une importance aux recherches des élèves en petits groupes, que cette forme d'organisation du travail des élèves est incontournable.

VI-1.2 Deux gestes qui distinguent les professeurs

Le geste 2, concernant le type de problèmes choisis, distingue les cinq enseignants : E1, E3 et E5 choisissent avant tout des problèmes en lien avec la vie courante alors que E2 et E4, quant à eux, peuvent choisir également des énoncés écrits essentiellement en termes mathématiques. Cette distinction nous semble significative puisque les conditions pour la dévolution, crées d'une part par E1, E3 et E5 et d'autre part par E2 et E4 sont ainsi différentes d'un point de vue didactique.

Nous repérons également des gestes différents lors de la passation des consignes mais les distinctions nous semblent moins significatives : le geste 3 révèle, en effet, que la passation de la consigne n'est pas organisée chez les cinq enseignants de la même façon. E1 dévolue très rapidement la recherche aux élèves sans leur donner d'indications sur les conditions de réalisation de cette recherche. E3 et E5 s'assurent, en début de séances, en proposant un ou deux exercices de réinvestissement que les connaissances utiles ensuite dans la résolution des problèmes ouverts qu'ils ont choisis, sont disponibles pour tous les élèves. E2 et E4 effectuent une présentation des problèmes assez longue en explicitant en détails ce qu'ils attendent des élèves quant au travail à accomplir et à l'organisation prévue. Cette présentation longue peut être reliée aux problèmes choisis, notamment pour E2 qui propose d'étudier lors des six premières séances deux problèmes dont l'énoncé est purement mathématique et qui pourraient sembler plus complexes aux élèves sans une passation de consignes détaillée.

VI-2 Routine B : maintenir tous les élèves dans la recherche

Le tableau 68 reprend les gestes professionnels associés à la routine B :

E1	Geste 1 : intervenir le moins possible et jamais sur le contenu de la recherche Geste 2 : un temps long réservé à la recherche en groupes et à la rédaction d'une affiche Geste 3 : n'intervenir qu'en cas de blocage

E2	Geste 1 : ne pas aider les élèves lors de leurs recherches Geste 2 : un temps de recherche des élèves tout au long de l'année de plus en plus important par rapport au temps collectif
E3	Geste 1 : ne pas aider les élèves lors de leurs recherches Geste 2 : un temps de recherche des élèves important par rapport au temps collectif
E4	Geste 1 : ne pas intervenir lors des recherches des élèves Geste 2 : un temps de recherche laissé aux élèves très variable selon les séances
E5	Geste 1 : des interventions surtout auprès d'un seul groupe d'élèves Geste 2 : un temps de recherche laissé aux élèves équivalent au temps collectif

Tableau 68

VI-2.1 Deux gestes communs

Le repérage du geste 1 commun aux cinq enseignants montre que, pendant les recherches des élèves, les cinq professeurs tiennent avant tout à ne pas les aider et qu'ils interviennent la plupart du temps uniquement pour les maintenir dans l'activité, dans la recherche de solutions.

D'autre part, le geste 2 de E5 révèle que la durée des recherches des élèves dans la classe de E5 est quasiment équivalente à la durée des temps collectifs. Le geste 2, chez les enseignants E1 et E3, montre que la durée des recherches des élèves est plus importante que celle des temps collectifs. Dans la classe de E2, la durée des phases de recherche des élèves évolue, elle augmente régulièrement tout au long de l'année (de 24% à 58% de la durée de la séance). Cette durée est variable selon les séances dans la classe de E4 (de 32% à 82% de la durée totale de la séance), elle dépend surtout des élèves puisque tant qu'ils cherchent, E4 les laisse continuer à chercher. Il semble donc que pour les cinq enseignants, la recherche des élèves sans aide de l'enseignant est une phase incontournable, voire prépondérante par rapport au temps collectif, des séances dédiées à des problèmes ouverts.

VI-2.2 Un geste qui distingue les professeurs

Le geste 3 de E1 révèle une différence entre lui et les quatre autres enseignants qui nous semble significative de sa pratique. En effet, E1 lors de la séance 5, dédiée à l'étude du problème E1E *L'horloge*, interrompt le travail de groupes et intervient devant toute la classe

pour donner une aide sous la forme d'une procédure possible de résolution. Il montre ainsi qu'il ne souhaite pas relever des affiches sans solution mais des affiches montrant tout au moins des pistes de résultats. E2 en revanche, comme E3, E4 et E5, semblent accepter le risque de n'obtenir que très peu de solutions correctes après les phases de recherche des élèves. E2, lors de la séance 2 par exemple, n'intervient pas pendant la recherche de l'impossibilité de décomposer 25 en la somme de trois entiers consécutifs alors que seulement deux groupes semblent s'orienter vers une solution correcte. E5, lors de la séance 1 (problème E5A *Le chien*), ne guide pas les élèves afin qu'ils déterminent tous la zone pouvant être parcourue par le chien.

VI-3 Routine C : expliciter les procédures et performances des élèves

Le tableau 69 permet de résumer les gestes professionnels caractérisant la routine C :

E1	Geste 1 : la rédaction d'une affiche par groupe Geste 2 : une observation peu importante des travaux de groupes Geste 3 : une présentation de toutes les affiches pour exposer les performances de la classe Geste 4 : une synthèse très brève sur la forme ou sur le contenu des affiches
E2	Geste 1 : rédiger une affiche pendant les recherches en groupes, qui peut être présentée à la classe Geste 2 : une observation du travail de recherche des élèves Geste 3 : une présentation hiérarchisée des affiches pour amener à expliquer la solution attendue Geste 4 : une synthèse très brève sur la recherche/résolution
E3	Geste 1 : tous les résultats trouvés peuvent être présentés à la classe Geste 2 : une observation du travail de recherche des élèves Geste 3 : une présentation hiérarchisée de résultats des élèves pour exhiber la solution attendue Geste 4 : une synthèse très brève sur les résultats affichés et sur les procédures utilisées

E4	Geste 1 : rédiger une réponse qui peut être présentée à la classe Geste 2 : une observation du travail des élèves, des groupes Geste 3 : une présentation hiérarchisée de résultats des élèves pour exhiber plusieurs procédures utilisées Geste 4 : une synthèse très brève (parfois inexistante) sur des moyens possibles pour trouver des solutions
E5	Geste 1 : rédiger une réponse sur une feuille-recherche Geste 2 : une observation peu approfondie du travail des élèves Geste 3 : une présentation de la solution attendue Geste 4 : une synthèse très brève voire inexistante sur la solution attendue

Tableau 69

VI-3.1 Un geste commun

Le geste 1 est commun aux cinq enseignants : tous demandent aux élèves d'écrire leurs recherches, de rédiger une réponse ou des éléments de réponse et tous les écrits des élèves sont susceptibles d'être présentés à la classe. Ces écrits prennent certes des formes différentes, ce sont des affiches, des feuilles-recherche distribuées par le professeur, des feuilles personnelles mais le geste 1 révèle que, pour chaque enseignant, les écrits des élèves, même s'ils n'aboutissent pas à la solution attendue, ne restent pas privés mais peuvent avoir, s'il le décide, un caractère public au sein de la classe.

VI-3.2 Trois gestes qui distinguent les professeurs

Les gestes 2, 3 et 4 montrent que les cinq enseignants organisent une mise en commun des résultats selon des gestes différents qui nous semblent significatifs de leur pratique.

Le geste 3 révèle que E1 présente tous les travaux effectués dans la classe, sans les hiérarchiser. Il semble vouloir montrer aux élèves toutes les procédures possibles sans pour autant s'attarder dessus. Les autres enseignants font un tri et ne présentent qu'une partie des travaux des élèves. E3 expose la réponse attendue en classant rapidement au tableau les travaux de quelques élèves qui ont trouvé cette réponse et ceux qui s'en approchent. E5 exhibe tout d'abord le travail d'élèves ayant abouti à la solution attendue et montre ensuite quelques autres travaux. Pour ces deux enseignants, cette mise en commun s'apparente

souvent à une correction du problème comme organisée habituellement dans les cours de mathématiques. E4 choisit de montrer des résultats de quelques élèves ayant utilisé des procédures différentes tout en exhibant la solution attendue. E2 hiérarchise les résultats et présente au tableau les affiches les unes après les autres tout en continuant à faire réfléchir les élèves collectivement sur la résolution du problème et sur la justification de la solution attendue.

Le geste 2 permet de confirmer les choix faits par les cinq enseignants pour la mise en commun des résultats. En effet, E1 et E5 n'observant pas les élèves pendant leurs recherches n'ont pas obtenus assez d'éléments sur le travail effectué par les élèves pour mener autrement la mise en commun : E1 présente tous les travaux puisqu'il ne sait pas forcément où en sont tous les groupes et E5 présente surtout la solution attendue repérée dans les travaux de quelques élèves sans s'attarder sur les procédures ou difficultés d'autres élèves. E3, E4 et E2 observant le travail de recherche des élèves se révèlent être capables de hiérarchiser les travaux : E3 les hiérarchise en visant l'exhibition de la solution attendue, E4 les hiérarchise en cherchant à présenter des procédures de résolution différentes et E2 les hiérarchise afin de continuer à résoudre collectivement le problème afin de justifier, de prouver les résultats trouvés par les élèves.

Le geste 4 montre que cette mise en commun des résultats ne débouche pas dans les classes de E1, E3 et E5 sur une institutionnalisation de savoirs et/ou savoir-faire. Les synthèses sont très brèves voire quasi inexistantes. E4 quant à lui, malgré des synthèses très brèves, tente, tout au long des séances, d'institutionnaliser une méthode de résolution de ce genre de problèmes : raisonner à partir de dessins, de schémas. E2, sans réussir réellement à décontextualiser des contenus, permet aux élèves, en organisant des débats autour des solutions attendues et de leur validation, d'approcher la notion de preuve en mathématique.

VII- Conclusion

Dans un premier temps, nos analyses des chapitres précédents, en révélant les grands choix didactiques et pédagogiques des professeurs lorsqu'ils proposent en classe des problèmes ouverts qu'ils ont choisis, permettent d'identifier des routines professionnelles développées par chacun d'eux pour mettre en œuvre ces choix. Dans un deuxième temps, dans ce chapitre, les routines que nous étudions et précisons en termes de gestes professionnels permettent de revenir sur les grands choix des enseignants, de les expliciter afin de mettre en évidence, dans

le cas des séances dédiées à des problèmes ouverts, les enjeux principaux des professeurs lorsqu'ils organisent ces séances. Une dialectique entre les routines professionnelles et les grands choix des enseignants permet à partir de la mise en œuvre de ces choix, caractérisée ici par l'étude des gestes professionnels, de les redéfinir en quelque sorte dans l'action.

Finalement, nous identifions trois routines professionnelles associées à trois types de tâches. Ces routines sont définies par une tâche, un but et les conditions de la réalisation de la tâche. Il s'agit de la routine A liée à la passation de la consigne aux élèves, de la routine B associée au maintien des élèves dans la recherche et de la routine C relevant de la mise en commun des résultats et du traitement des performances des élèves. La comparaison interindividuelle des gestes professionnels déterminant ces trois routines nous amène à repérer des similitudes et des variabilités dans la réalisation de ces trois routines et nous conduit à catégoriser les pratiques des cinq enseignants observés. Pour cela, nous utilisons les *cinq niveaux des pratiques* qu'établissent Butlen, Charles-Pézard et Masselot (2012) pour qualifier les pratiques en mathématiques des professeurs en référence au i-genre 3.

Pour réaliser les routines A et B, les cinq enseignants mobilisent des gestes communs : il s'agit du choix de problèmes consistants (Routine A, gestes 1 et 2) et de l'aménagement de phases de recherches des élèves, individuelles et en groupes sur des temps longs par rapport au temps collectif des séances (Routine A, geste 4 et routine B, geste 2), sans intervenir pour les aider (Routine B, geste 1). Ces gestes communs montrent que les cinq professeurs atteignent le niveau 2 des pratiques (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2012).

Lors de la réalisation de la routine C, les gestes 1 et 3 sont communs aux cinq enseignants, ils révèlent que tous organisent des mises en commun lors de toutes les séances dédiées à des problèmes ouverts (seul E4 ne les organise pas lors de deux séances dédiées à des rallyes mathématiques) et que ces mises en commun s'appuient sur les travaux de recherche des élèves. De ce fait, les gestes communs révèlent que les **cinq enseignants atteignent le niveau 3 des pratiques**.

Par ailleurs, les différences significatives repérées dans les autres gestes mobilisés par les cinq enseignants montrent des différences dans l'atteinte des niveaux suivants. Les gestes 2 et 3 associés à la routine C(E1) et C(E5) révèlent que **E1 et E5 n'atteignent pas le niveau 4 des pratiques**. En effet, ils ne cherchent pas à hiérarchiser les productions des élèves et se limitent soit, pour E1, à présenter à la classe tous les travaux les uns après les autres, soit, pour E5, à exhiber avant tout la solution attendue. En revanche, les gestes 2 et 3 associés à la routine C(E3) montrent que E3 tend vers le niveau 4 des pratiques, en hiérarchisant certains

travaux des élèves avant d'exhiber la solution attendue mais le geste 4 de la routine C(E3) en montrant qu'il n'organise pas de synthèse décontextualisée suite à la résolution des problèmes, révèle que **E3 n'atteint que partiellement le niveau 4 des pratiques**.

Les gestes associés à la routine A ainsi que ceux associés à la routine B révèlent l'enjeu principal des séances dédiées à des problèmes ouverts dans les classes de E1, E3 et E5 : en effet, E1 en dévoluant rapidement la recherche aux élèves et en réservant un temps long aux recherches des élèves de même que E3 et E5 en vérifiant que les savoirs utiles dans la résolution des problèmes ouverts proposés sont disponibles et en réservant également un temps long aux recherches des élèves montrent que l'ensemble de ces séances ont pour enjeu principal la recherche des élèves sans aide de l'enseignant.

Par ailleurs, les gestes associés à la routine C révèlent le peu d'intérêt chez ces trois enseignants pour l'identification des savoirs et savoir-faire susceptibles d'être institutionnalisés lors de l'étude de ces problèmes. Finalement, l'enjeu des séances pour E1, E3 et E5 est de faire chercher les élèves sans aide et, pour eux trois, ce sont les recherches sur des temps suffisamment longs qui vont permettre d'apprendre à résoudre de tels problèmes. Nous déterminons ainsi **un premier profil** d'enseignants lorsqu'ils proposent des problèmes ouverts en classe : **des enseignants pour qui ces séances trouvent leur enjeu avant tout dans les recherches des élèves, sans aide de l'enseignant,** et que grâce à cela, ceux-ci vont apprendre à résoudre des problèmes ouverts.

Par suite, les gestes 2, 3 et 4 associés aux routines C(E2) et C(E4) montrent que l'enjeu principal des séances organisées par E2 et E4 ne sont pas les mêmes. En effet, les gestes 3 et 4 mobilisés par E4 montrent qu'il tente de décontextualiser des moyens de résolution de tels problèmes : faire des schémas, par exemple. Par ailleurs, les gestes 3 et 4 mobilisés par E2 révèlent qu'il organise, lors de l'explicitation des procédures des élèves, des temps collectifs pendant lesquels il demande aux élèves de valider les résultats obtenus et les confronte ainsi à la notion de preuve en mathématiques. Ces gestes montrent que **E2 et E4 atteignent le niveau 4 des pratiques** cependant le geste 4 associé aux routines C(E2) et C(E4) montre qu'**ils n'atteignent pas le niveau 5.** Ils nous permettent également de définir un **second profil** d'enseignants **considérant que les séances dédiées à des problèmes ouverts sont l'occasion de faire chercher les élèves sans aide et surtout que des savoirs peuvent être construits à travers l'étude de tels problèmes** -des moyens de les résoudre ou la notion de preuve d'un résultat en mathématiques-.

Conclusion

Le but de cette recherche était d'étudier pour les comprendre les pratiques de professeurs des écoles lorsqu'ils proposent à leurs élèves de cycle 3 de chercher à résoudre, pendant les séances de mathématiques, des problèmes ouverts.

Nos questions étaient de trois types : des questions sur les motivations des enseignants, des questions sur les choix qu'ils sont amenés à faire pour préparer et mettre en œuvre des séances dédiées à des problèmes ouverts et des questions sur les savoirs alors en jeu pour leurs élèves.

Afin d'y répondre, nous avons d'abord, dans le chapitre 1, préciser les contours du problème ouvert® en reprenant la caractérisation d'abord proposée par Arsac, Germain, Mante et Pichod en 1983, puis par Arsac, Germain et Mante en 1988 et enfin par Arsac et Mante en 2007 ainsi que la pratique qui leur est associée. Nous avons montré que cette caractérisation était pérenne depuis l'introduction des problèmes ouverts® par l'équipe de l'IREM de Lyon, pour l'enseignement secondaire, dans les années quatre-vingts. Nous avons aussi étudié l'évolution des instructions officielles pour le premier degré, depuis les années 1880 jusqu'à nos jours, en termes de résolution de problèmes et notamment de problèmes de type ouvert. Cette étude nous a permis de mieux comprendre comment le problème ouvert® s'inscrit dans l'enseignement des mathématiques par rapport aux autres problèmes, en particulier pour le premier degré. Elle montre que les instructions officielles de l'année 2008 ne préconisent pas explicitement d'utiliser des problèmes ouverts® dans les classes de primaire cependant il est demandé aux professeurs des écoles de permettre à tous les élèves d'atteindre le socle commun de compétences et de connaissances (MEN, 2007) et donc, par exemple, de développer chez tous les élèves des capacités de recherche et de raisonnement. Nous avons également analysé différents rapports concernant l'enseignement des mathématiques au cycle 3 en France et l'évaluation des élèves français en mathématiques avant de faire le point sur les recherches existantes en France et à l'étranger à propos des problèmes ouverts® en cycle 3 et des savoirs qu'ils pourraient permettre de travailler avec des élèves de ce niveau.

Nous avons observé, pendant une année, les pratiques ordinaires de cinq enseignants de cycle 3 lors des séances qu'ils dédiaient à l'étude de problèmes ouverts en mathématiques. Les cinq enseignants choisis pour notre étude n'étaient pas débutants, chacun d'eux enseignait depuis plus de cinq ans en cycle 3 dans la même école et les pratiques étaient ordinaires en ce sens où

nous ne sommes intervenus ni dans le choix des problèmes, ni dans la préparation des séances. Nous nous distinguons en cela des ingénieries didactiques et des recherches collaboratives à propos des problèmes ouverts® à l'école élémentaire réalisées respectivement par Douaire (1999) ou Hersant (2010) et Georget (2009). Cette recherche ne correspond pas non plus à un travail sur des séances forcées (Orange, 2010).

Afin d'étudier les pratiques de ces cinq professeurs des écoles, nous nous sommes placée dans le cadre théorique de *la double approche ergonomique et didactique* (Robert, J. Rogalski, 2002, 2008). Nous nous inscrivons ainsi dans ce courant de la didactique des mathématiques reposant sur l'hypothèse que pour comprendre les pratiques enseignantes, les analyses ne peuvent « *se réduire […] à des études en termes d'apprentissage des élèves* » mais doivent également considérer « *le point de vue de l'exercice du métier* » (Robert, 2001). Le cadre théorique de la double approche ergonomique et didactique prend en compte, le caractère professionnel du métier d'enseignant avec ses contraintes et ses spécificités ainsi que le point de vue didactique. Il nous permet en cela « *[…] une entrée dans la complexité des pratiques individuelles : sont ainsi pris en compte, de manière imbriquée, les apprentissages visés pour les élèves et le métier de l'enseignant* » (J. Rogalski, 2008).

Etant donné la taille de notre corpus, nous avons procédé par zooms successifs, selon trois niveaux de granularité : dans un premier temps, nous avons réalisé des analyses à l'échelle d'une année scolaire, afin d'obtenir un panorama de la pratique des problèmes ouverts dans chaque classe observée. Pour cela, nous avons d'abord, dans le chapitre 3, analysé les ressources qu'ils choisissent parmi toutes celles disponibles en utilisant pour cela des éléments du cadre théorique de l'approche documentaire du didactique (Gueudet, Trouche, 2008). Cette analyse nous a permis de renseigner les composantes institutionnelle et cognitive des pratiques des cinq enseignants. Nous avons ensuite repéré, dans le chapitre 4, les choix des enseignants en termes d'énoncés de problèmes ouverts afin de déterminer le parcours mathématique que chaque professeur propose à sa classe. L'étude de ces choix a permis de renseigner les composantes cognitive, institutionnelle et personnelle des pratiques des professeurs des écoles observés.

Dans un deuxième temps, nous avons réalisé un premier zoom sur les différentes séances proposées tout au long de l'année. Nous avons notamment présenté et analysé, dans le chapitre 5, l'organisation de chacune d'elles par chacun des cinq enseignants. L'étude des scénarii réalisés lors de chacune des séances a montré que les pratiques des enseignants quand ils proposent des problèmes ouverts sont stables. Nous retrouvons ainsi un résultat de Robert

(2008). Cette étude nous a permis de renseigner les composantes cognitive, médiative et personnelle des pratiques des enseignants.

Le niveau panoramique d'analyse ainsi que le premier zoom ont permis de réaliser une approche globale (Butlen et *al*., 2008) de la pratique des cinq enseignants observés et les analyses ont conduit à dégager les choix effectués par ces cinq enseignants.

Dans un troisième temps, nous avons effectué un second zoom sur des moments de chacune des séances observées. Ces moments étaient en lien avec les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation (Brousseau, 1986, Butlen, 2004). Nous les avons analysés, dans le chapitre 6, en termes de gestes et routines professionnels afin de montrer comment les cinq enseignants mettent en œuvre les choix qu'ils font et afin de les expliquer. Cette analyse nous a permis de préciser les composantes cognitive, médiative et personnelle des pratiques. A partir de l'ensemble des résultats de nos analyses, nous avons reconstruit les pratiques des cinq enseignants au regard des cinq composantes de la double approche.

Une comparaison interindividuelle des pratiques ainsi reconstruites à l'aide des cinq composantes de la double approche et de la détermination des gestes et routines professionnels mobilisés par chaque professeur, nous a amenés à rapprocher certains enseignants et à les catégoriser selon **cinq niveaux des pratiques** établis par Butlen, Charles-Pézard et Masselot (2012) pour qualifier les pratiques en mathématiques des enseignants en référence au i-genre 3, « *c'est-à-dire qu'un professeur relevant du i-genre 3 atteint ces cinq niveaux* » (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2012, p. 75).

Les cinq professeurs des écoles observés proposent en classe des **problèmes consistants** et aménagent pour les élèves **des phases de recherche (individuelle et/ou collective) conséquentes**. En cela, ils atteignent tous le niveau 2 des pratiques.

Le **niveau 3 est atteint** lorsqu'une place est laissée aux élèves lors des mises en commun des résultats. Nos analyses montrent que ce niveau est également atteint par les cinq enseignants observés, même si, lors de deux séances qu'il dédie à des rallyes mathématiques, E4 n'organise pas de mise en commun. Les cinq enseignants tiennent compte des productions des élèves pendant les mises en commun et proposent à certains d'entre eux d'expliciter à la classe leur propre procédure et leurs résultats. Le niveau 4 est atteint lorsqu'un enseignant réussit à hiérarchiser les productions des élèves et lorsqu'il organise des synthèses contextualisées (Butlen, Charles-Pézard, Masselot, 2012). **E1 et E5 n'atteignent pas le niveau 4** : ils présentent les productions des élèves à la classe sans les hiérarchiser, en

repérant les solutions qu'ils attendaient. Ils n'organisent pas de synthèses des situations. **E3 atteint partiellement le niveau 4** : il hiérarchise les productions des élèves dans sa présentation lors des mises en commun des résultats selon la validité des résultats et des procédures des élèves. Cependant il n'organise pas de synthèses suite aux problèmes étudiés. **E4** montre, lors des séances 1, 2 et 5, qu'il **atteint le niveau 4** : il hiérarchise les productions des élèves selon leur validité et leur efficacité. Il organise de brèves synthèses concernant les moyens utilisés par certains élèves pour résoudre ce type de problèmes. De même, **E2 atteint le niveau 4** : il hiérarchise les productions selon la validité et l'efficacité des procédures. De plus, il insiste lors des mises en commun et lors de brèves synthèses sur **la nécessité d'une preuve**, mais tout en restant dans le contexte du problème étudié lors de la séance.

Ces deux derniers enseignants, **E2 et E4, n'atteignent pas le niveau 5.** En effet, ils ne réussissent pas à institutionnaliser des savoirs ou des méthodes en jeu dans les problèmes étudiés. E4 tente de décontextualiser un moyen de résoudre des problèmes de ce type (faire des schémas) mais en reste avec les élèves à une communication orale brève, sans trace écrite. E2 insiste lors des mises en commun observées sur la nécessité d'expliquer, de prouver ses résultats en mathématiques. Cependant il ne va pas plus loin avec ses élèves et ne leur laisse pas penser que la preuve est, en mathématiques, un savoir qu'ils devront (à l'avenir) maîtriser. Nous comprenons suite à l'analyse des pratiques de chacun des professeurs que la tentative de décontextualisation à partir de l'étude de ce type de problèmes reste difficile à opérer et peut leur sembler dangereuse du fait qu'ils n'ont pas d'informations précises sur les savoirs en jeu pouvant être institutionnalisés.

Finalement, nous en concluons que **les cinq professeurs des écoles observés sont proches du i-genre 3** (Butlen et *al.*, 2004) à différents stades de maîtrise : E1, E5 sont au niveau 3 ; E3 s'approche du niveau 4 et E2, E4 atteignent le niveau 4. **Nous avons ainsi mis en évidence deux profils d'enseignants** pour ce qui concerne l'utilisation de ces problèmes dans le cours de mathématiques, les Profils 1 et 2. Les enseignants relevant du profil 1 (E1, E3 et E5) proposent aux élèves des problèmes ouverts avec pour enjeu principal de faire chercher les élèves pendant le cours de mathématiques et d'exhiber la solution attendue. Les enseignants relevant du profil 2 (E2 et E4) proposent ce type de problèmes en ayant l'enjeu de faire apprendre des mathématiques aux élèves en cherchant. Dans le profil 2, nous avons repéré deux sous profils, les profils 2a et 2b dépendant de ce que les enseignants ont pour enjeu de faire apprendre à leurs élèves : un enseignant relevant du profil 2a souhaite apprendre à chercher à ses élèves en leur proposant un moyen de résolution (par exemple, faire des

schémas, aller vers la modélisation des situations), un enseignant relevant du profil 2b a pour enjeu d'amener ses élèves vers la notion de preuve.

I- Le profil 1

Le profil 1 caractérise des enseignants ayant pour enjeu principal, la mise en recherche de tous les élèves pendant le cours de mathématiques. Cette caractérisation apparaît dans le choix des énoncés, l'utilisation des ressources et l'organisation des séances.

Concernant le choix des énoncés, le lien avec la vie courante semble être un critère important, tout se passe comme si c'était une condition nécessaire pour proposer des problèmes ouverts dans sa classe pour les enseignants de ce profil. Tous les domaines mathématiques peuvent être abordés, même si le domaine géométrique apparaît peu choisi alors que les ressources utilisées en proposent (les rallyes mathématiques, le manuel *Euromaths* CM2). De plus, les problèmes choisis par les enseignants de ce profil amènent les élèves le plus souvent à chercher une solution unique (dans douze problèmes sur les quatorze choisis par les trois enseignants). Quatre problèmes sur les six choisis par E1 et quatre problèmes sur les six choisis par E3 peuvent être résolus par essais et ajustements. De même, les problèmes choisis par E5 nécessitent pour des élèves de cycle 3 de faire également des essais (des schémas pour E5A *Le chien* et des calculs pour E5B *La leçon de chimie*). Ce choix renforce l'idée que ces enseignants choisissent des problèmes pour lesquels les élèves, même s'ils ne pensent pas rapidement à des procédures de résolution efficaces, vont pouvoir chercher une solution (en faisant des essais et ajustements).

Du point de vue de l'utilisation des ressources qu'ils ont choisies : les enseignants relevant de ce profil, à la manière de E1, E3 et E5 repèrent et choisissent d'utiliser seulement les énoncés de problèmes. Ils ne se réfèrent pas à l'organisation pédagogique qui les accompagne : E1 choisit des énoncés dans des rallyes mathématiques sans organiser de rallye dans sa classe, E3 utilise le manuel *Euromaths* sans se préoccuper du livre de l'enseignant et les énoncés d'un dossier de l'inspection académique de la Côte D'Or (IA 21) sans suivre le scénario qui est proposé, E5 isole des énoncés d'articles d'une brochure IREM. Les enseignants relevant du profil 1 semblent organiser des séances en s'inspirant de celle proposée dans le document d'accompagnement « *le problème pour chercher* » (2005) mais tout en l'ayant cependant adapté : E1, E3 et E5 n'organisent pas de mises en commun intermédiaires, E3 ne prévoit pas à chaque fois une phase de recherche individuelle et fait travailler tout de suite les élèves en

groupes et E5 n'organise pas de recherche individuelle. Cependant le temps laissé aux recherches des élèves (individuelle et/ou en groupes) est le plus souvent équivalent au temps collectif voire supérieur. Une différence apparaît cependant : E1 dévolue très rapidement le recherche de solutions aux élèves alors que E3 (lors des deux premières séances sur les quatre réalisées) et E5 (lors des deux séances organisées) proposent avant le problème ouvert, deux exercices de réinvestissement sur des notions utilisées ensuite dans le problème ouvert (sans pour autant l'annoncer aux élèves). E1 semble vouloir réserver le plus de temps possible dans la séance aux recherches des élèves. E3 et E5 vérifient la disponibilité de connaissances mathématiques afin d'être sûrs que les élèves vont pouvoir ensuite chercher seuls des solutions au problème ouvert. Enfin, ces enseignants se caractérisent surtout par le fait qu'ils n'effectuent pas de véritables synthèses : les savoirs mathématiques abordés ne sont pas identifiés en fin de séance. Les procédures des élèves ne sont pas toujours hiérarchisées, les savoirs et savoir-faire rencontrés ne sont pas décontextualisés afin d'en dégager des possibles pour la résolution d'un prochain problème du même type. Aucune trace écrite permettant aux élèves de repérer ce qu'ils doivent retenir d'une telle séance n'est prévue et proposée. Tout se passe comme si finalement rien n'était à retenir : les enseignants montrent ainsi aux élèves que le fait de chercher pendant la séance était bien le seul objectif visé.

Nous en concluons concernant les enseignants relevant du profil 1 que d'une part, leur pratique est en cohérence avec l'enjeu principal qu'ils se sont fixé et d'autre part, que leur composante personnelle a une influence prépondérante sur leurs composantes cognitive et institutionnelle.

Trois des cinq enseignants observés dans notre étude relèvent du profil 1 : l'enjeu est de faire chercher les élèves et d'exposer une solution. Il semble que les conceptions qu'ils ont des problèmes ouverts leur interdisent d'aller plus loin. Or l'exposé de la solution des problèmes ouverts étudiés n'a en soi aucun intérêt et les enseignants en se contentant d'exposer le vrai et le faux ne confrontent pas leurs élèves à un processus de problématisation (Orange, 2003). Comme nous l'avons montré dans le chapitre 4, les élèves peuvent apprendre des mathématiques en étudiant les problèmes choisis par les enseignants E1, E3 et E5. Mais cet apprentissage n'est possible qu'à condition d'orienter les élèves vers un questionnement dans le but de repérer non pas quelles sont les bonnes solutions parmi celles exposées mais de déterminer pourquoi telle solution est correcte et pourquoi telle autre ne convient pas (Orange, 2003). Autrement dit, en s'arrêtant à l'exposé de la solution qu'ils attendaient, leur mise en œuvre de la vigilance didactique ne va pas jusqu'à expliciter des apprentissages. Ce profil 1

correspond donc à des enseignants atteignant le niveau 3 des pratiques et tendant vers le niveau 4.

II- Les profils 2a et 2b

En revanche, le projet des enseignants relevant du profil 2 est plus riche : il s'agit de faire apprendre aux élèves des mathématiques lors de l'étude de problèmes ouverts soit en leur proposant explicitement des moyens de trouver une solution (profil 2a), soit en les initiant à la preuve en mathématiques (profil 2b). Ces deux sous-profils se définissent ainsi par des projets différents.

Les enseignants relevant du profil 2a ont pour projet d'exposer aux élèves un (ou des) moyen(s) de trouver des solutions. E4 choisit de montrer aux élèves qu'un schéma peut les aider à résoudre ce type de problèmes. Les énoncés sont choisis en conséquence et les mises en commun des résultats et brèves synthèses sont orientées dans ce sens. Il apparaît qu'un itinéraire, un parcours mathématique est prévu pour les élèves pour aboutir à l'utilisation de cet outil de résolution sans pour autant travailler sur des justifications.

Les enseignants relevant du profil 2b ont comme projet d'apprentissage de faire fréquenter la preuve aux élèves : les problèmes choisis peuvent permettre d'initier les élèves au raisonnement mathématique, de les initier à la preuve (problèmes issus des ouvrages *Ermel* CM1 et CM2, du rallye mathématique transalpin *RMT*) et cette preuve est identifiée par l'enseignant lors des mises en commun et des synthèses. Cependant ce sont des rencontres seulement furtives, peu de séances et peu de problèmes de ce type sont, en effet, rencontrés pendant l'année (par exemple : quatre problèmes dans la classe de E2). Nous pouvons donc penser que la notion de preuve est effleurée et non réinvestit tout au long de l'année.

Deux hypothèses peuvent permettre d'expliquer cela : les instructions officielles et le niveau des élèves. Les programmes de mathématiques du cycle 3 n'insistent pas sur la notion de preuve en mathématiques, ce point d'étude est renvoyé aux classes de collège. De plus, le texte du savoir en lien avec la notion de preuve (suite à la résolution des quatre problèmes choisis par E2, par exemple) est complexe pour des élèves de cycle 3 et sans doute trop difficile à expliciter en classe par l'enseignant. Nous en concluons que, pour les professeurs relevant du Profil 2, la composante institutionnelle prend le pas sur les composantes cognitive, médiative mais également sur la composante personnelle de leur pratique.

Les cinq professeurs des écoles proposent à leurs élèves d'étudier des problèmes ouverts en classe en étant convaincus du bien-fondé de ces problèmes pour des élèves de cycle 3. Du point de vue des mathématiques fréquentées lors de ces séances, les deux profils d'enseignants proposent en fait à leurs élèves surtout des rencontres : un enseignant relevant du profil 1 offre à ses élèves une rencontre avec la recherche et résolution de problèmes ouverts en mathématiques en les confrontant à la recherche sans son aide et un enseignant relevant des profils 2a et 2b propose à ses élèves de découvrir des moyens de résolution ou la notion de preuve en mathématiques.

Une analyse en termes de niveaux relevant du i-genre 3 montrent que les enseignants du profil 1 sont tous du niveau 3 et que ceux du profil 2 sont du niveau 4. Ils éprouvent tous, à différents niveaux, des difficultés, dans le cas de séances dédiées à des problèmes ouverts, pour atteindre le niveau 5 correspondant à l'institutionnalisation de savoirs et/ou de savoir-faire issus de l'étude des problèmes.

III- Des questions

Notre recherche a consisté à étudier pour les comprendre les pratiques de cinq professeurs des écoles lorsqu'ils proposent de résoudre des problèmes ouverts en classe, avec des élèves de cycle 3. Les résultats obtenus de notre travail soulèvent plusieurs questions sur l'utilité d'étudier des problèmes ouverts® en classe de cycle 3, sur l'exercice d'une vigilance didactique (Charles-Pézard, 2010) dans le cas des problèmes ouverts® et sur les difficultés observées dans la réalisation du processus d'institutionnalisation lors de séances dédiées à ces problèmes.

III-1 Concernant l'intérêt des problèmes ouverts® en cycle 3

Nous pouvons raisonnablement nous demander si nos résultats permettent de justifier l'intérêt des problèmes ouverts® en classe. Nos analyses dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert, J. Rogalski, 2002, 2008), s'appuyant sur l'identification de gestes et de routines professionnels (Butlen, Charles-Pézard, Masselot, 2004, 2012) nous permettent d'identifier à travers les profils 2a et 2b deux enjeux possibles d'apprentissage.

Il nous semble que E4 et E2, en proposant un parcours mathématique aux élèves visant l'exhibition d'un moyen de résolution (le schéma) ou la découverte de la preuve en mathématiques, ont finalement défini un enjeu d'apprentissage à travers ces problèmes qui justifie leur utilisation en classe.

Dans les classes de E1, E3 et E5 pour lesquels l'enjeu est avant tout de chercher et d'apprendre à chercher en cherchant sans l'aide de l'enseignant, cette utilisation semble plus contestable du point de vue des apprentissages mathématiques. Cependant, il nous semble que cette fréquentation des problèmes ouverts® dans les classes de ces trois enseignants puisse concerner d'autres apprentissages : dans un premier temps, les élèves ne travaillent-ils pas tout au long de l'année, dans les classes de E1, E3 et E5 sur la mémoire d'un type de problèmes ? Ils ont, lors de séances bien identifiées par l'enseignant et par les élèves, rencontré un type de problème : le problème ouvert®. Or, comme l'a montré Julo (2002), « *la mémoire que nous avons des problèmes déjà rencontrés a certainement un rôle décisif dans la manière dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre* » (Julo, 2002, p. 107). De ce fait, les élèves, gardant en mémoire l'étude de ces problèmes, pourraient à l'avenir mieux les appréhender, mieux se les représenter et donc plus aisément les résoudre.

Ensuite, les élèves n'abordent-ils pas une fréquentation des mathématiques différente de la fréquentation habituelle ? Ils pourraient alors changer, faire évoluer leur représentation de la discipline : faire des mathématiques ne limiterait pas à une application de savoirs mémorisés mais serait également l'occasion de chercher et d'être amené à faire preuve d'initiative voire d'imagination.

Enfin, les élèves n'apprennent-ils pas, en cherchant à résoudre seuls ces problèmes à devenir autonomes dans leur travail ? Autrement dit, nos résultats permettent d'envisager des possibilités d'émancipation chez les élèves, l'étude des problèmes ouverts étant l'occasion d'« *oser penser par soi-même, oser se prendre en charge* » (Fabre, 2011). Ils permettent également de repérer des conditions de cette émancipation. En effet, l'analyse des séances observées chez les cinq enseignants montre que tous les élèves cherchent, qu'ils n'attendent pas LA réponse du professeur. Elle montre également que les élèves ne se bornent pas à appliquer les leçons apprises lors de séances précédentes mais qu'ils développent des procédures personnelles. Elle montre enfin que les élèves s'autorisent à écrire des résultats faux sans craindre le regard de leur enseignant, son jugement, son autorité. L'étude de problèmes ouverts® dans une classe de cycle 3 peut donc être l'occasion d'une émancipation des élèves. De ce fait, la pratique de chacun des cinq enseignants observés, dans le cas des

problèmes ouverts, pourrait participer à l'éducation de l'élève comme futur citoyen, autrement dit, relève du e-genre défini par Butlen et *al.* (2004) comme traduisant « *les parts respectives accordées par le professeur des écoles aux apprentissages disciplinaires et à l'éducation du citoyen* » (Butlen, 2004, p. 34). Cette question en termes de e-genres nous semble intéressante à approfondir d'autant plus que les profils que nous avons établis, dans le cas de l'étude de problèmes ouverts® en classe, sont dans une certaine mesure des e-genres qui pourraient contribuer à « *[…] cerner la place attribuée aux mathématiques dans la formation du futur citoyen* » (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012, p. 27).

En effet, les professeurs des écoles observés montrent à leurs élèves, par les séances qu'ils organisent autour de l'étude de problèmes ouverts, ce que peuvent être les mathématiques au collège mais également ce que les mathématiques peuvent être de manière générale. Ils contribuent avec ces séances à donner un sens aux yeux des élèves à l'enseignement des mathématiques. Les professeurs montrent ainsi qu'il y aurait trois façons de penser les mathématiques à l'avenir : la première, connue et habituelle des élèves de cycle 3, qui concerne l'apprentissage de savoirs curriculaires et nécessite un entraînement quasi-quotidien ; la deuxième qui relie les mathématiques à la vie courante, les mathématiques seraient alors un outil pour répondre à des questions de la vie courante, en lien avec la modélisation et la troisième qui assimile les mathématiques à une discipline dont la caractéristique majeure est la résolution de problèmes nécessitant de prouver les résultats obtenus.

Les résultats obtenus de l'analyse des pratiques des cinq enseignants nous ramènent finalement à la représentation des mathématiques énoncée par Arsac, Germain et Mante en 1988 puis Arsac et Mante en 2007 : « *au lieu de considérer que les mathématiques sont une science achevée à laquelle on s'initie sous la conduite d'un maître (ou d'un livre) ou seulement un outil pour résoudre des problèmes pas forcément mathématiques, les pratiques que nous proposons considèrent les mathématiques d'un troisième point de vue : comme une science vivante, qui a son développement propre et sa logique propre* » (Arsac, Mante, 2007, p. 13). Les auteurs déploraient en 1988 (p. 3) comme en 2007 (p. 13) que le *troisième point de vue* soit négligé par certains professeurs de mathématiques. Les professeurs des écoles que nous avons observés, sans avoir une connaissance approfondie du travail de l'équipe de l'IREM de Lyon, montrent en fait que l'étude de problèmes ouverts dans leur classe de cycle 3 peut contribuer à développer une représentation des mathématiques en accord avec celle

d'Arsac, Germain et Mante et qu'ils contribuent en cela, avant l'entrée au collège, à l'éducation des élèves pour la suite de leur scolarité.

III-2 Concernant l'exercice d'une vigilance didactique lors de ces séances

Notre étude permet de mettre à jour également une autre question : quelle vigilance didactique l'enseignant doit-il exercer dans l'étude de problèmes ouverts ? Il s'agit de mettre en jeu « *des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour enseigner* » (Charles-Pézard, 2013). Cependant, les enseignants observés semblent, chacun à leur niveau, éprouver des difficultés pour identifier les savoirs mathématiques en jeu dans chacun des problèmes qu'ils proposent. Notre analyse des séances montre qu'ils ont également du mal à mettre en œuvre un processus d'institutionnalisation des savoirs rencontrés lors de l'étude des problèmes choisis. De ce fait, l'exercice de la vigilance didactique est plus ou moins grand selon les cinq enseignants. Il nous semble important de se questionner sur des manières de l'améliorer chez les enseignants utilisant des problèmes ouverts en classe. L'entraînement à des analyses *a priori* et à l'identification des enjeux de savoirs de ces problèmes, par exemple, pourrait faire l'objet de recherches collaboratives entre chercheurs et professeurs des écoles. Mais, l'identification de ces enjeux, seule, n'est certainement pas suffisante. En effet, comme l'a montré Hersant (2010), même lorsque les savoirs sont identifiés, leur mise en scène en classe et leur formulation aux élèves ne sont pas évidentes pour les enseignants.

III-3 Concernant le processus d'institutionnalisation des savoirs

Les cinq enseignants observés, relevant du i-genre 3, n'atteignent pas le niveau 5 des pratiques (Butlen et *al*., 2012). Il semble qu'une confusion se soit installée entre synthèse (dans le contexte du problème étudié) et processus d'institutionnalisation (qui nécessite de décontextualiser les savoirs et méthodes rencontrées lors de l'étude du problème). Le processus d'institutionnalisation avec des élèves de cycle 3 semble difficile pour ces enseignants, il reste à travailler par exemple ce que peut différencier une synthèse, une correction et une institutionnalisation, notamment dans le cas de l'étude de problèmes ouverts®. De plus, étant donné que l'identification des savoirs en jeu dans les problèmes

ouverts® n'est pas toujours facile, il semble d'autant plus difficile pour des professeurs des écoles d'organiser une institutionnalisation mettant en avant ce que les élèves ont à retenir de la séance.

Ces sujets repérés comme source de difficultés chez les cinq enseignants observés pourraient faire l'objet de formations continues, avec des enseignants proposant déjà des problèmes ouverts en classe et convaincus du bien-fondé de l'utilisation de ce type de problèmes.

Nous envisageons donc plusieurs prolongements possibles de ce travail. D'une part, afin de compléter les résultats obtenus sur les pratiques des enseignants, nous pourrions poursuivre cette étude des pratiques ordinaires avec des professeurs de mathématiques de collège et de lycée. Nous pourrions également, afin de confirmer et d'approfondir nos résultats concernant le premier degré, envisager une recherche collaborative avec des professeurs des écoles. Dans les deux cas, certains contacts ont déjà été pris.

D'autre part, des pistes pour la formation des professeurs des écoles pourraient être envisagées afin d'améliorer l'exercice de la vigilance didactique dans le cas de l'étude de problèmes ouverts en classe, afin de mieux comprendre et envisager d'améliorer le processus d'institutionnalisation avec l'objectif de permettre à tous les élèves d'apprendre le plus possible de ces séances.

Enfin, toujours afin d'aider les professeurs des écoles à mettre en œuvre des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts dans leur classe, nous pourrions envisager la rédaction de ressources concernant par exemple le choix d'énoncés pour le cycle 3, l'analyse *a priori* de ces énoncés afin d'y déterminer les savoirs et savoir-faire en jeu et les mises en œuvre envisageables dans les classes en fonction des objectifs d'apprentissage visés.

Bibliographie

Aldon, G. (1995). Une voiture à la dérive. *Repères, 21*, 27-44.

APMEP (1970). *Première étape... vers une réforme de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires. Programme 1945 modifié 1969.* Paris : APMEP, collection bibliothèque d'information sur l'enseignement mathématique, 3, 2ème éd., 47 p.

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y., & Mante, M. (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège: une suite de situations permettant l'appropriation des règles du débat mathématique*. Lyon : Presses universitaires de Lyon : IREM de Lyon édition.

Arsac, G., Germain, G., Mante, M. (1984). Problème ouvert et situation-problème. Lyon : IREM de Lyon édition.

Arsac, G., Germain, G., Mante, M. (1985). Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts. Lyon : IREM de Lyon édition.

Arsac, G., Germain, G., Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon : IREM de Lyon édition.

Arsac, G., Mante, M., Germain, G., Pichod, D. (1983). Des problèmes ouverts dans nos classes de premier cycle. *Petit x*, 2, 5-33.

Arsac, G., Germain, G., Mante, M., Pichod, D. (1984). La pratique du problème ouvert. Lyon : IREM de Lyon édition.

Arsac, G., Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon: Scéren édition.

Arsac, G., Mante, M. (1997). Situations d'initiation au raisonnement déductif. *Educational Studies in Mathematics*, 33 (1), 21-43.

Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), 281-308.

Artigue, M. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Paris : Unesco édition. 116 p.

Artigue, M., Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39 (5-6), 365-382.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.

Bérélovitch, M.-R. et *al.* (2002). *Expériences de narration de recherche en mathématiques : les petites ZEP qui montent… qui montent… et qui démontrent*. Paris : ACL - Les éditions du Kangourou. 96 p.

Bodin, A. (1997). L'évaluation du savoir mathématique. Questions et méthodes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17 (1), 49-96.

Bodin, A. (2006). Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue Français. *Bulletin de l'APMEP*, 463, 240-265.

Bodin, A. (2006). Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA… en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication Séminaire de l'EHESS. *Repères IREM*, 65, 55-89.

Bodin, A. (2008). Dissonances et convergences évaluatives. De l'évaluation dans la classe aux évaluations internationales : quelle cohérence ? *Bulletin de l'APMEP*, 474, 47-79.
Bodin, A. (2008). Lecture et utilisation de PISA par les enseignants. *Petit x*, 78, 53-78.
Bodin, A. (2009). L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions. *La Gazette des Mathématiciens*, 120, 53-67.
Boero, P., Dapueto, C. (2007). Problem solving in mathematics education in Italy: dreams and reality. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 383-393.
Bolon, J. (1996). *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège*. Thèse de doctorat, Paris 5, Paris.
Bonnet, A., Clément-Martin, S. (2006). L'évolution d'un problème pour chercher en CM2. *Grand N*, 77, 55-72.
Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.
Brousseau, G. (2006). Epistémologie et formation des professeurs. [Ressource électronique]. Disponible sur http://guy-brousseau.com/1463/epistemologie-et-formation-des-professeurs-2006/. [Consulté le 30 juin 2014].
Burklard, H., Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 395-403.
Butlen, D., Masselot, P., Pézard, M. (2002). Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques des professeurs des écoles enseignants les mathématiques en REP : cohérence et contradictions, *Revue Française de Pédagogie*, 140, 41-52.
Butlen, D., Peltier-Barbier, M.L., Pézard, M. (2002). Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en REP : contradictions et cohérence, une première catégorisation, rapport INRP-centre A.Savary, *Cahier de DIDIREM*, 44, Paris : IREM Paris 7.
Butlen, D., Masselot, P., Pézard, M. (2003). De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation. *Recherche et Formation*, 44, 45-61.
Butlen, D.(2004) Deux points de vue pour analyser les pratiques observées. In Peltier, M.L. *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage. 33-42.
Butlen, D. (2004). Des exemples de difficultés liées à l'appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement de mathématiques en formation initiale de professeurs des écoles. In Peltier, M.L. *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage. 119-129.
Butlen, D., Peltier-Barbier, M.L. (2004) Retour au cadre théorique et à la méthodologie présentés dans la première partie. In Peltier, M.L. *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage. 63-68.
Butlen, D., Pézard,M. (2004) Quelques exemples de routines et de gestes professionnels efficaces. In Peltier, M.L. *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage. 103-118.
Butlen, D., Charles-Pézard, M., (2009). *Gestes et routines professionnels : un enjeu pour analyser et intervenir sur les pratiques enseignantes*, EMF 2009, Dakar (Sénégal).
Butlen, D., Charles-Pézard, M., Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques, quelle formation ?* Grenoble : La pensée sauvage. 282 p.
Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30 (2), 197-261.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51, 77-83.
Charnay, R. (2004). L'école primaire, première étape de la culture mathématique des élèves. *Cahiers pédagogiques*, 427, 28-31.
Combès, M. (2005). Un « problème ouvert » en 6ème pour lancer un défi à des classes de cycle 3. *Grand N*, 75, 7-18.
Coppé, S., Balmes, R.-M. (1999). Les activités d'aide à la résolution de problèmes dans les manuels de cycle III. *Grand N*, 63, 39-57.
Coppé, S., Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69, 53-62.
D'Ambrosio, U. (2007). Problem solving: a personal perspective from Brazil. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 515-521.
Da Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 419-430.
Doorman,, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 405-418.
Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 7 (2), 5-31.
Douaire, J., Hubert, C. (1999). *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*. ERMEL, INRP. 208 p.
Douaire, J., Charnay, R. et *al.* (2000). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2*, ERMEL, Paris : Hatier.
Douaire, J., Charnay, R. et *al.* (1999). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*, ERMEL, Paris : Hatier.
Douaire, J., Charnay, R. et *al.* (1999). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*, ERMEL, Paris : Hatier.
Douaire, J., Charnay, R. et *al.* (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. ERMEL, Paris: Hatier.
Douaire, J. (2006). Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 de l'école primaire. Thèse de doctorat, Paris 7, Paris.
Dupé, C., Olivier, Y. (2005). Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre. *Le bulletin vert de l'APMEP*, 460.
Durpaire, J.-L. et *al.* (2006). *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*, rapport n° 2006-034, IGEN. MEN. 70 p.
Fabre, M. (1999). *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : Presses universitaires de France. Education et Formation. 256 p.
Fabre, M. (2011). *Eduquer pour un monde problématique*. *La carte et la boussole*. Paris : Presses universitaires de France. L'interrogation philosophique. 232 p.
Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat, Paris 7, Paris.
Gilg, C., Letourneux, A.-M., Massot, A., Pons, G. (1999). Enseigner les maths autrement en sixième. Nantes : Irem des Pays de La Loire éditions. 117 p.

Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de La roue aux couleurs*. Thèse de doctorat, Grenoble 1.

Gueudet, G., Trouche, L. (2008). La documentation des professeurs de mathématiques. In *Actes du séminaire national de didactiques des mathématiques 2007*, 249-269, IREM Paris 7.

Gueudet, G., Trouche, L. (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes, INRP. 371 p.

Hersant, M. (2006). Des problèmes pour chercher à l'école primaire. Nantes : IREM de Nantes.

Hersant, M. (2008a). Problèmes pour chercher : des conduites de classes spécifiques. *Grand N*, 81, 57-75.

Hersant, M. (2008b). *'Problèmes pour chercher': Experience, Possible and Necessity in Pupils Reasonings*. Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of International Commission of Mathematics Instruction, Rome.

Hersant, M. (2010a). 'Des problèmes pour chercher' à l'école élémentaire : des difficultés pour les enseignants aux apprentissages des élèves. Contrat didactique et processus d'institutionnalisation. In *Actes du 37è colloque Copirelem*, La Grande Motte.

Hersant, M. (2010b). *Empirisme et rationalité au cycle 3, vers la preuve en mathématiques,* Mémoire de recherche, Habilitation à Diriger des recherches. Nantes.

Hersant, M. (2011). Correspondance entre élèves : conditions d'une activité mathématique créative et problématisée à la fin du lycée. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 343-370.

Hersant, M., Morin, C. (2013). *Pratiques enseignantes en mathématiques : expérience, savoir et normes*. Bordeaux : Presses Universitaires de Bordeaux.

Hersant, M., Thomas, Y. (2008). Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas de problèmes d'optimisation au cycle 3. *Actes du 35è colloque Copirelem, Bombannes 2008*. ARPEME.

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 503-514.

Houdement, C. (1998). Le choix des problèmes pour "la resolution de problèmes". *Grand N*, 63, 59-76.

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 14, 31-59.

IREM de Besançon (2005). La conduite en classe d'une situation de recherche : un exercice périlleux. *Grand N*, 76, 65-74.

IREM de Grenoble (2003). *Spécial Grand N Points de départ, Activités et problèmes mathématiques pour les élèves de l'école primaire et du collège.* IREM de Grenoble. 143 p.

Jaquet, F. (2007). Ateliers de résolution de problèmes avec matériel. *ARMT*. [Ressource électronique]. Disponible sur : http://www.armtint.org/. [Consulté le 8 mai 2013].

Julo, J. (1995). *Représentations des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52.

Kahane, J. P. (2002). *Enseignement des sciences mathématiques, Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques : Rapport au ministre de l'éducation nationale*. Paris: CNDP, Odile Jacob. 284 p.

Kahane, J.-P. (2003). *Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, Formations des maîtres et recommandations associées*. Paris: CNDP, Odile Jacob. 90 p.

Leroyer, L. (2011). *Le rapport au support d'enseignement dans le travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré*. Thèse de doctorat, Caen.

Leterrier, L. (1956). *Enseignement du premier degré, Programmes, Instructions, Répartitions mensuelles et hebdomadaires.* Librairie Hachette.

Linn, M. C., Davis, E. A., De Bell, P. (2004). *Internet Environments for Science Education.* Lawrence Erlbaum Associates. 412 p.

Margolinas, C., Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59-82.

Masselot, P., Robert, A. (2007). Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de pratiques de professeurs enseignant les mathématiques. *Recherche et formation*, 56, 15-32.

MEN (1945). *Instructions officielles de 1945. Enseignement primaire*. [Ressource électronique]. Disponible sur http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Programmes.htm. [Consulté le 9 mai 2014].

MEN (1970). *Programme de mathématiques de l'enseignement élémentaire*. [Ressource électronique]. Arrêté et circulaire du 2 janvier 1970. 38 p. Disponible sur http://www.formapex.com/repertoires/550-programmes-textes-officiels. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (1978). *Horaires, Objectifs et Programmes, Cycle élémentaire*. [Ressource électronique]. Disponible sur http://www.formapex.com/repertoires/550-programmes-textes-officiels. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (1980). *Horaires, Objectifs et Programmes, Cycle moyen.* [Ressource électronique]. Disponible sur http://www.formapex.com/repertoires/550-programmes-textes-officiels. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (1991). *Les cycles à l'école primaire*. [Ressource électronique]. Disponible sur http://www.formapex.com/repertoires/550-programmes-textes-officiels. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (1995). *Les programmes de l'école primaire.* [Ressource électronique]. Disponible sur http://www.formapex.com/repertoires/550-programmes-textes-officiels. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (2002). *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. Bulletin Officiel (Arrêté du 14 février 2002), Hors-Série n°1.

MEN (2002). *Documents d'application des programmes, Mathématiques, cycle 3.* Scéren, CNDP.

MEN (2003). *Document d'accompagnement, Mathématiques, Les problèmes pour chercher*. Disponible sur http://www.eduscol.education.fr/. [Consulté le 31 octobre 2012].

MEN (2006). *Evaluations de rentrée. Classe de sixième*. [Ressource électronique]. Disponible sur http://cisad.pleiade.education.fr/eval/. [Consulté le 31/10/2012].

MEN (2006). *Socle commun de connaissances et de compétences*. Bulletin Officiel n°29.

MEN (2007). *Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences. Programmes d'enseignement de l'école primaire*. Bulletin Officiel n°5.

MEN (2008). *Horaires et Programmes d'enseignement de l'école primaire*. Bulletin officiel, Hors-Série n°3.

MEN (2008). *Programmes des enseignements de mathématiques, de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre, de technologie pour les classes de sixième, de cinquième, de quatrième et de troisième du collège*. Bulletin Officiel Spécial n°6.

MEN (2009). *Ressources pour les classes de 6ème, 5ème, 4ème et 3ème du collège. Raisonnement et démonstration.* Disponible sur http://eduscol.education.fr/. [Consulté le 31/10/2012].

Mercier, A., Tonnelle, J. (1992). Autour de l'enseignement de la géométrie (2ème partie). *Petit x*, 29, 15-56.

OCDE (2003). *Cadre d'évaluation de PISA 2003, connaissances et compétences en mathématiques, lecture, sciences et résolution de problèmes*, OECD éditions. 226 p.

OCDE (2005). *Résoudre des problèmes, un atout pour réussir – Premières évaluations des compétences transdisciplinaires issues de PISA 2003*. OECD éditions. 167 p.

OCDE (2006). *Compétences en sciences, lecture et mathématiques, Le cadre d'évaluation de PISA 2006*. OCDE éditions. 203 p.

OCDE (2011). *Résultats du PISA 2009 : Savoirs et savoir-faire des élèves*. OCDE éditions. 284 p.

OCDE. (2013). *Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012*, OCDE éditions. 280 p.

Orange, C. (2000). *Idées et raison : construction de problèmes, débats et apprentissages scientifiques en sciences de la Vie et de la Terre*. Mémoire de recherche, Habilitation à Diriger des recherches. Nantes.

Orange, C. (2002). Apprentissage scientifique et problématisation. *Les sciences de l'Education, pour l'Ere nouvelle*, 33 (1), 25-42.

Orange, C. (2003). Débat scientifique dans la classe, problématisation et argumentation : le cas d'un débat sur la nutrition au cours moyen. *Aster*, 37, 83-107.

Orange, C. (2005a). Problème et problématisation dans l'enseignement scientifique. *Aster*, 40, 4-11.

Orange, C. (2005b). Une forme d'analyse des pratiques didactiques : l'analyse centrée sur les productions des élèves dans leur diversité in L'analyse de pratiques en questions. *Collection ressources IUFM Pays de La Loire*, 8, 43-49.

Orange, C., Lhoste, Y., Peterfalvi, B. (2007). Problématisation et construction de savoir en SVT : quelques questions théoriques et méthodologiques. In *Actes du congrès international AREF 2007*, Strasbourg. Disponible sur http://www.congresintaref.org/index.php?lang=fr. [Consulté le 20 juillet 2014].

Orange, C. (2010). Situations forcées, recherches didactiques et développement du métier enseignant. *Recherches en Education*. Hors-Série 2, 73-85.

Polya, G. (1957). *Comment poser et résoudre un problème : mathématiques, physique, jeux, philosophie*. Paris : Dunod. 216 p.

Polya, G. (1958). *Les Mathématiques et le raisonnement « plausible »*. Paris : Gauthier-Villars, 299 p.

Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(2), 57-80.

Robert, A. (2004). Une analyse de séance de mathématiques au collège à partir d'une vidéo filmée en classe. *Petit x*, 65, 52-80.

Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré, *Recherche et Formation*, 50, 75-89.

Robert, A. (2008). Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. In Vandebrouck F. (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès, 11-22.

Robert, A., Robinet, J. (1996). Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(2), 145-176.

Robert, A., Rogalski, J. (2002a). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education (Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies)*, 2(4), 505-528.

Robert, A., Rogalski, M. (2002b). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? *Petit x*, 60, 6-25.

Robert, A., Rogalski, J. (2005). A Cross-Analysis of the Mathematics Teacher's Activity. An Example in a French 10th-Grade Class. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 269-298.

Rocard, M. (2007). *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe.* Commission européenne/Bruxelles. [Rapport en ligne] Disponible sur *http://ec.europa.eu*. 28 p. [Consulté le 30/06/2014].

Roditi, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'Harmattan, Savoir et Formation. 196 p.

Roditi, E. (2011). *Recherches sur les pratiques enseignantes en mathématiques : apports d'une intégration de diverses approches et perspectives.* Note de synthèse, Habilitation à diriger des recherches. Paris 5.

Rogalski, J. (2000). Approche de psychologie ergonomique de l'activité enseignante. *Actes du 26è colloque Copirelem Limoges 1999*, IREM de Paris 7, 45-66.

Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de la psychologie ergonomique. In Vandebrouck F. (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès, 23-30.

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, 523-536.

Sarrazy, B. (1997). Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 135-166.

Sarrazy, B. (2003). Le problème arithmétique dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire de 1887 à 1990. *Carrefours de l'éducation*, 15, 82-101.

Thomas, Y. (2007). Gommettes et étiquettes, des problèmes pour chercher. *Grand N*, 80, 29-41.

Törner, G., Schoenfeld, A., Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39, p. 353.

Vygotsky, L.S. (1997). *Pensée et langage*. (Réédition de la traduction française). Paris : La Dispute. 540 p.

Weil-Barais, A. (1993). *L'Homme cognitif*. Paris : PUF. 570 p.

Manuels scolaires et livres du professeur

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2010). *Euromaths CE2*. Paris : Hatier.

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2009). *Euromaths CM1*. Paris : Hatier.

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2009). *Euromaths CM2*. Paris : Hatier.

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2010). *Euromaths CE2, Livre du professeur*. Paris : Hatier.

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2009). *Euromaths CM1, Livre du professeur*. Paris : Hatier.

Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.L., Vergnes, D. (2009). *Euromaths CM2, Livre du professeur*. Paris : Hatier.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CE2*. Paris : Retz.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CM1*. Paris : Retz.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CM2*. Paris : Retz.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CE2, Livre du maître*. Paris : Retz.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CM1, Livre du maître*. Paris : Retz.

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F.,Ouzoulias, A. (2010). *J'apprends les maths CM2, Livre du maître*. Paris : Retz.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2011). *Cap Maths CE2, Manuel de l'élève*. Paris : Hatier.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2010). *Cap Maths CM1, Manuel de l'élève*. Paris : Hatier.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2010). *Cap Maths CM2, Manuel de l'élève*. Paris : Hatier.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2012). *Cap Maths CE2, Guide de l'enseignant.* Paris : Hatier.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2010). *Cap Maths CM1, Guide de l'enseignant.* Paris : Hatier.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. (2010). *Cap Maths CM2, Guide de l'enseignant.* Paris : Hatier.

Such, S., Hervé, A. (1978). *Mathématiques CM1. Livre de l'élève.* Paris: Technique et vulgarisation.

ANNEXES

ANNEXES A LES MANUELS 413

ANNEXE A.1 : LA COLLECTION *CAP MATHS* 413
A.1.1 La table des contenus CE2 ..... *413*
A.1.2 La table des contenus CM1 ..... *415*
A.1.3 La table des contenus CM2 ..... *417*
A.1.4 Extraits de la banque de problèmes CE2 ..... *419*
A.1.5 Extraits de la banque de problèmes CM1 ..... *421*
A.1.6 Extraits de la banque de problèmes CM2 ..... *423*
A.1.7 Grille d'analyse du manuel de CE2 ..... *425*
A.1.8 Grille d'analyse du manuel de CM1 ..... *427*
A.1.9 Grille d'analyse du manuel de CM2 ..... *430*
ANNEXE A.2 : LA COLLECTION *J'APPRENDS LES MATHS* 432
A.2.1 Le sommaire du manuel de CE2 ..... *432*
A.2.2 Le sommaire du manuel de CM1 ..... *434*
A.2.3 Le sommaire du manuel de CM2 ..... *436*
A.2.4 Grille d'analyse du manuel de CE2 ..... *438*
A.2.5 Grille d'analyse du manuel de CM1 ..... *440*
A.2.6 Grille d'analyse du manuel de CM2 ..... *442*
ANNEXE A.3 : LA COLLECTION *EUROMATHS* 444
A.3.1 Le sommaire CE2 ..... *444*
A.3.2 Le sommaire CM1 ..... *446*
A.3.3 Le sommaire CM2 ..... *448*
A.3.4 Problèmes pour apprendre à chercher (CE2) *450*
A.3.5 Problèmes pour apprendre à chercher (CM1) *452*
A.3.6 Problèmes pour apprendre à chercher (CM2) *454*
A.3.7 Grille d'analyse du manuel de CE2 ..... *460*
A.3.8 Grille d'analyse du manuel de CM1 ..... *461*
A.3.9 Grille d'analyse du manuel de CM2 ..... *462*
ANNEXE A.4 : LA COLLECTION *ERMEL* 464
A.4.1 Le sommaire CE2 (pages 7 à 11) *464*
A.4.2 Le sommaire CM1 (pages 4 à 8) *466*
A.4.3 Le sommaire CM2 (pages 3 à 6) *469*

ANNEXES B LES PROBLEMES 471

ANNEXE B.1 : PROBLEMES CHOISIS PAR E1 472
Problème E1A Les balances *472*
Problème E1B Les tonneaux *474*
Problème E1C Zinette *479*
Problème E1D Les menteurs *481*
Problème E1E L'horloge *482*
Problème E1F La course *483*
ANNEXE B.2 : PROBLEMES CHOISIS PAR E2 485
Problème E2A Les trois nombres qui se suivent *485*
Problème E2B Golf *487*
Problème E2C La plaque de voiture *489*
Problème E2D Chacun sa place *490*
ANNEXE B.3 : PROBLEMES CHOISIS PAR E3 492
Problème E3A Le jeu vidéo *492*
Problème E3B La monnaie *494*

Problème E3C La cible olympique *495*
Problème E3D L'hémicycle *498*
Problème E3E Les tartelettes *500*
Problème E3F Les triangles *502*
ANNEXE B.4 : PROBLEMES CHOISIS PAR E4 504
Problème E4A Le plus petit *504*
Problème E4B L'anniversaire *505*
Problème E4C La bûche *506*
Problème E4D Le cirque *507*
Problème E4E La marmite de confiture *508*
Problème E4F Les cubes *510*
Epreuve rallye mathématique 1 ..... *511*
Epreuve rallye mathématique 2 ..... *512*
ANNEXE B.5 : PROBLEMES CHOISIS PAR E5 514
Problème E5A Le chien *514*
Problème E5B La leçon de chimie *516*

ANNEXES C : LES SEANCES OBSERVEES 519

ANNEXE C.1 ENSEIGNANT E1 519
Plan de la classe *519*
Séance 1 (E1A Les balances) *520*
Séance 2 (E1B Les tonneaux) *540*
Séance 3 (E1C Zinette) *556*
Séance 4 (E1D Les menteurs) *568*
Séance 5 (E1E L' horloge) *577*
Séance 6 (E1F La course d'endurance) *587*
ANNEXE C.2 ENSEIGNANT E2 595
Plan de la classe *595*
Séance 1 (E2A Trois nombres qui se suivent) *596*
Séance 2 (E2A Trois nombres qui se suivent) *606*
Séance 3 (E2A Trois nombres qui se suivent) *615*
Séance 4 (E2B Golf) *626*
Séance 5 (E2B Golf) *635*
Séance 6 (E2B Golf) *641*
Séance 7 (E2C La plaque de voiture) *650*
Séance 8 (E2D Chacun sa place) *659*
ANNEXES C.3 ENSEIGNANT E3 665
Plan de la classe *665*
Séance 1 (E3A Le jeu vidéo) *666*
Séance 2 (E3B La cible olympique) *673*
Séance 3 (E3C La monnaie et E3D L'hémicycle) *678*
Séance 4 (E3E Les tartelettes et E3F Les triangles) *686*
ANNEXES C.4 ENSEIGNANT E4 699
Plan de la classe *699*
Séance 1 (E4A Le plus petit et E4B L'anniversaire) *700*
Séance 2 (E4C La bûche, E4D Le cirque) *706*
Séance 3 (Rallye 1) *715*
Séance 4 (Rallye 2) *718*
Séance 5 (E4E La marmite de confiture, E4F Les cubes) *719*
ANNEXES C.5 ENSEIGNANT E5 727
Plan de la classe *727*
Séance 1 (E5A Le chien) *727*
Séance 2 (E5B La leçon de chimie) *743*

ANNEXES D LES ECHANGES AVEC LES ENSEIGNANTS 755

ANNEXES D.1 Avec l'enseignant E1 ..... *755*
ANNEXES D.2 Avec l'enseignant E2 ..... *760*

ANNEXES D.3 Avec l'enseignant E3 764
ANNEXES D.4 Avec l'enseignant E4 767
ANNEXES D.5 Avec l'enseignant E5 769

ANNEXES A Les manuels

ANNEXE A.1 : la collection *Cap Maths*

A.1.1 La table des contenus CE2

Table des contenus

Les nouveaux apprentissages sont référencés en rouge

	Problèmes, organisation et gestion de données		Nombres entiers et numération
Période 1 Unités 1 à 3	Recherche de toutes les possibilités 7, 8, 9 Problèmes à énoncés écrits • Monnaie 20, 29	Banque de problèmes 1. Le Parc des Oiseaux 156 2. Les images d'animaux 158 3. La classe de Julien 159	Nombres < 1 000 • Lecture, écriture 8, 29, 30, 31 • Groupements de 10 et de 100 11, 12 • Valeur positionnelle des chiffres 16, 17, 18, 19
Période 2 Unités 4 à 6	Problèmes à énoncés écrits • Multiplication et addition itérée 41, 46 • Complément et soustraction 50 • Monnaie 59 Complément et soustraction 46 Multiplication et disposition rectangulaire 56, 57, 58	Banque de problèmes 4. Isidore fait les courses 160 5. La bibliothèque 162 6. Avec une feuille de papier 163	Nombres < 1 000 • Comparaison 40, 41, 49, 60 • Suites de nombres 40 • Lecture, écriture 61
Période 3 Unités 7 à 9	Problèmes à énoncés écrits • Monnaie 67, 76 • Partages (valeur de chaque part) 71 • Numération décimale 79 • Compléments 89 Augmentation et diminution (état initial, valeur du changement) 76, 86 Recherche de diverses possibilités 79 Distances 87	Banque de problèmes 7. Capciné 164 8. Le goûter d'anniversaire 166 9. Je pense à des nombres 167	Nombres > 1 000 • Mille 67 • Valeur positionnelle des chiffres, décomposition 68, 69 • Lecture, écriture, suite 69 • Comparaison 70
Période 4 Unités 10 à 12	Problèmes à énoncés écrits • Diverses opérations 97 • Division : groupements et partages 106, 110, 119 • Distances 116 Division • groupements 106, 107 • partages 116, 117 Égalisation de quantités 119	Banque de problèmes 10. L'emploi du temps 168 11. On partage ? 169 12. Carrés et demi-cercles 170	Nombres > 1 000 • Lecture, écriture en lettres 100, 101 • Comparaison, rangement 108, 109 • Ligne graduée 115
Période 5 Unités 13 à 15	Problèmes à énoncés écrits • Multiplication et division 127, 133, 141, 150 • Monnaie 137 Multiplication et division (aspect ordinal) 127, 128 Division • groupements 138 • division et problèmes 139 Diagrammes 141 Comparaison et différence 146, 147 Proportionnalité (approche) 148, 149	Banque de problèmes 13. Problèmes de pesées 171 14. La croissance de Manon 172 15. Les éléphants 174	

Math magazine

1. Numérations égyptienne, grecque et mayas 34
2. Anciennes mesures de longueur, naissance du mètre et petite histoire de la mesure du temps 64
3. Multiplication avec les doigts et le jeu de la mourre 94
4. Poésie, peinture et géométrie 124
5. Des animaux qui comptent et des jeux avec des allumettes 154

Les activités de révision sont référencées **en bleu**

Calcul	Espace et géométrie	Grandeurs et mesure	
Addition, soustraction • Addition de plusieurs nombres 7, 9 • Calcul réfléchi 10 • Sommes et compléments 19, 21 • Addition : calcul posé ou en ligne 20, 25 • Calcul sur les dizaines et les centaines 26 **Multiplication** • Addition itérée et multiplication 26, 27, 28	**Tracer à la règle** 12 **Compas et cercle** 18, 21 **Formes et orientation** 25 **Carrés et rectangles** 30	**Horaires et durées** • Lecture de l'heure en heures, demi-heures et quarts d'heure 27, 28 **Longueurs** • Mesure en m et cm 10, 17 • Estimation et mesure 11 • Règle graduée 31 **Monnaie** • Euros et centimes 16	Période 1 Unités 1 à 3
Addition, soustraction • Soustraction : vers le calcul posé 37, 38 • Soustraction : calcul posé ou en ligne 39, 42 • Calculs autour de 100 39 • Complément et soustraction 46, 47, 51, 52, 56 **Multiplication** • Multiplication par 2, 5, 10 48, 49 • Table de Pythagore 59	**Angle droit, carré, rectangle, triangle rectangle** • Carré et rectangle 38 • Angle droit et figures 50, 51 • Angle droit et équerre 58 • Carré, rectangle, triangle rectangle : construction 61 **Quadrillage** • Reproduction sur quadrillage 47	**Horaires et durées** • Calendrier 37 • Dates et durées en mois, semaines et jours 42, 48 **Longueurs** • Mesure en cm et mm 52, 57 • Longueur de lignes brisées, périmètre 60	Période 2 Unités 4 à 6
Addition, soustraction • Calcul posé ou en ligne 72, 90 • Complément et soustraction 81 **Multiplication** • Décomposition en produits 68 • Multiplication par 10, 20, 100, 500... 70, 85, 86 • Calcul réfléchi 71, 77, 80, 88, 89, 91 • Calcul posé (par un nombre < 10) 78	**Carré, rectangle, triangle rectangle, losange** • Reconnaissance 77, 88 **Perpendicularité** • Droites perpendiculaires 80, 87 **Polyèdres** • Description 91	**Horaires et durées** • Lecture de l'heure en h, min et s 72, 78, 81, 85 • Durées en heures et minutes 90 **Longueurs** • Longueur de lignes brisées, périmètre 69	Période 3 Unités 7 à 9
Multiplication • Calcul posé 97, 98, 99, 108, 121 **Calcul avec parenthèses** 98, 99, 111, 120 **Doubles et moitiés** 102 **Division** • Combien de fois... dans... 109 • Calcul réfléchi 118	**Polyèdres** • Description 100 • Reproduction 102 • Représentation 111 **Figures** • Reproduction 117 • Figures superposables 118	**Horaires et durées** • Durées en heures et minutes 101 **Longueurs** • Mesures en m, cm, mm 107 **Contenances** • Mesures en l et cl 110, 115 **Masses** • Comparaison et mesures en kg et g 120, 121 • Calculs en kg et g 121	Période 4 Unités 10 à 12
Division • Calcul posé 129, 130 **Multiplication** • Calcul réfléchi 131 **Calculatrice** • Calcul et problèmes 132 **Division et «combien de fois... ?»** 140 **Multiplication et division** • Calcul posé 140, 147 **4 opérations** • Vocabulaire 150 **Calcul avec parenthèses** 128, 129, 142, 151	**Symétrie** • Symétrique d'une figure 131, 132 • Axes de symétrie 133, 139 **Plan** • Lire un plan 146, 149 **Figures** • Reproduction 148	**Durées** • Durées en jours et heures 142 **Longueurs** • Distances en km et m 137 • Unités 138 **Masses** • Calcul en kg et g 130 **Grandeurs et unités de mesure** 151	Période 5 Unités 13 à 15

Attention : chaque unité comporte une séance d'activités qui ne figure pas dans le manuel mais seulement dans le guide de l'enseignant. Les objectifs de ces séances ne sont donc pas référencés ici.

SOCLE COMMUN 5 évaluations de période sont proposées avec des exercices se référant au socle → Matériel photocopiable

A.1.2 La table des contenus CM1

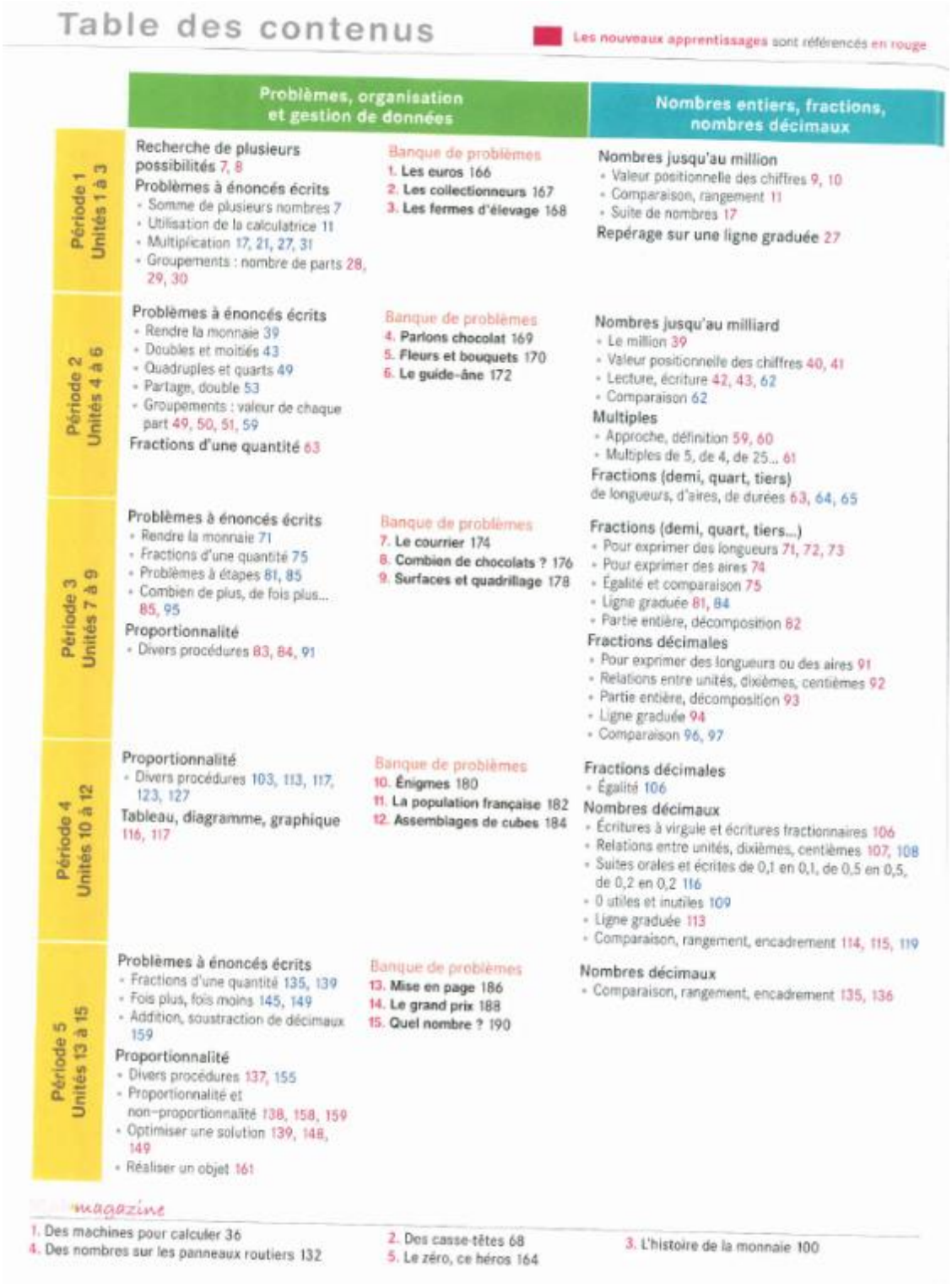


Table des contenus

Les nouveaux apprentissages sont référencés en rouge

	Problèmes, organisation et gestion de données		Nombres entiers, fractions, nombres décimaux
Période 1 Unités 1 à 3	Recherche de plusieurs possibilités 7, 8 Problèmes à énoncés écrits • Somme de plusieurs nombres 7 • Utilisation de la calculatrice 11 • Multiplication 17, 21, 27, 31 • Groupements : nombre de parts 28, 29, 30	Banque de problèmes 1. Les euros 166 2. Les collectionneurs 167 3. Les fermes d'élevage 168	Nombres jusqu'au million • Valeur positionnelle des chiffres 9, 10 • Comparaison, rangement 11 • Suite de nombres 17 Repérage sur une ligne graduée 27
Période 2 Unités 4 à 6	Problèmes à énoncés écrits • Rendre la monnaie 39 • Doubles et moitiés 43 • Quadruples et quarts 49 • Partage, double 53 • Groupements : valeur de chaque part 49, 50, 51, 59 Fractions d'une quantité 63	Banque de problèmes 4. Parlons chocolat 169 5. Fleurs et bouquets 170 6. Le guide-âne 172	Nombres jusqu'au milliard • Le million 39 • Valeur positionnelle des chiffres 40, 41 • Lecture, écriture 42, 43, 62 • Comparaison 62 Multiples • Approche, définition 59, 60 • Multiples de 5, de 4, de 25... 61 Fractions (demi, quart, tiers) de longueurs, d'aires, de durées 63, 64, 65
Période 3 Unités 7 à 9	Problèmes à énoncés écrits • Rendre la monnaie 71 • Fractions d'une quantité 75 • Problèmes à étapes 81, 85 • Combien de plus, de fois plus... 85, 95 Proportionnalité • Divers procédures 83, 84, 91	Banque de problèmes 7. Le courrier 174 8. Combien de chocolats ? 176 9. Surfaces et quadrillage 178	Fractions (demi, quart, tiers...) • Pour exprimer des longueurs 71, 72, 73 • Pour exprimer des aires 74 • Égalité et comparaison 75 • Ligne graduée 81, 84 • Partie entière, décomposition 82 Fractions décimales • Pour exprimer des longueurs ou des aires 91 • Relations entre unités, dixièmes, centièmes 92 • Partie entière, décomposition 93 • Ligne graduée 94 • Comparaison 96, 97
Période 4 Unités 10 à 12	Proportionnalité • Divers procédures 103, 113, 117, 123, 127 Tableau, diagramme, graphique 116, 117	Banque de problèmes 10. Énigmes 180 11. La population française 182 12. Assemblages de cubes 184	Fractions décimales • Égalité 106 Nombres décimaux • Écritures à virgule et écritures fractionnaires 106 • Relations entre unités, dixièmes, centièmes 107, 108 • Suites orales et écrites de 0,1 en 0,1, de 0,5 en 0,5, de 0,2 en 0,2 116 • 0 utiles et inutiles 109 • Ligne graduée 113 • Comparaison, rangement, encadrement 114, 115, 119
Période 5 Unités 13 à 15	Problèmes à énoncés écrits • Fractions d'une quantité 135, 139 • Fois plus, fois moins 145, 149 • Addition, soustraction de décimaux 159 Proportionnalité • Divers procédures 137, 155 • Proportionnalité et non-proportionnalité 138, 158, 159 • Optimiser une solution 139, 148, 149 • Réaliser un objet 161	Banque de problèmes 13. Mise en page 186 14. Le grand prix 188 15. Quel nombre ? 190	Nombres décimaux • Comparaison, rangement, encadrement 135, 136

magazine

1. Des machines pour calculer 36
2. Des casse-têtes 68
3. L'histoire de la monnaie 100
4. Des nombres sur les panneaux routiers 132
5. Le zéro, ce héros 164

Les activités de révision sont référencées en bleu

Calcul	Espace et géométrie	Grandeurs et mesure	
Multiplication d'un entier par 10, 100..., 20...18 Calcul réfléchi • Somme de plusieurs nombres 8 • Appui sur des produits connus 19, 20, 28 • Division (quotient, reste) 30 • Décomposition sous forme de produits 32, 33 Calcul posé ou en ligne • Addition 12 • Soustraction 13, 18 • Multiplication 21, 23	Figures planes : reproduction • sur calque 9 • avec équerre et règle graduée (triangle) 10 • figure complexe 31 Polygones • Reconnaissance, description 13 • Carré, rectangle, triangle rectangle 22 Angle 23, 29, 30, 32 (angle droit) Droites perpendiculaires 32	Lecture de l'heure • En heures et minutes 12 Longueurs • Règle graduée 19 • Mesure en cm et mm 20 • Unités usuelles (m, cm, mm, dam) 22 Contenances • Unités usuelles (l, cl, ml, dal) 33	Période 1 Unités 1 à 3
Calcul réfléchi • Calcul avec parenthèses 44, 45, 52, 63 • Multiplication 50 • Division (quotient, reste) 51, 52, 55 Calcul posé ou en ligne • Addition, soustraction, multiplication d'entiers 40 • Division : approche 53	Droites perpendiculaires • Reconnaissance, tracé 41, 42 Cercle 51 Droites parallèles • Reconnaissance, tracé 54, 55, 60 • Côtés parallèles d'un quadrilatère 61 Alignement 65	Heures et durées • Lecture en heures, minutes et secondes 54 Aires • Comparaison 44, 45 • Aire double, moitié... 62 • Mesure avec une unité 64 Contenances • Unités usuelles (l, cl, ml, dal) 52	Période 2 Unités 4 à 6
Calcul réfléchi • Multiplication par 9, par 11, par 12 76, 77 • Calcul avec parenthèses 74, 87, 94	Polygones • Reproduction 73 • Reconnaissance d'après une description 83 Solides, polyèdres • Description, reconnaissance 86, 87, 95 Pavé droit, cube • Patron 96	Horaires et durées • En heures et minutes 72, 77, 82, 92 • En années 93 Longueurs • Ligne brisée, périmètre (m, cm, mm) 76, 86 • Distances (km, hm, dam) 97	Période 3 Unités 7 à 9
Calcul automatisé • Multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 125, 126 Calcul réfléchi • Estimation de sommes 107, 129 • Division par un nombre inférieur à 10 128 Calcul posé ou en ligne • Division 103, 104, 105 • Addition, soustraction de nombres décimaux 123, 124, 126	Pavé droit, cube • Patron 104, 105 Cercle 109, 115, 118 Programme de construction 125 Schéma à main levée et description de figures 127	Heures et durées • En minutes et secondes 108, 114 Longueurs • Multiples et sous-multiples du mètre 128 Masses • Mesure en kg, hg, dag, g 118, 119, 124 Mesure et nombre décimal : 129	Période 4 Unités 10 à 12
Calcul réfléchi • Calcul de produits 140, 141 • Trouver la règle 148, 151, 161 Calcul posé ou en ligne • Division 138 • Multiplication d'un décimal par un entier 145, 146, 147, 158 • Quotient décimal de 2 entiers 156, 157, 160	Programme de construction 137 Description de figures 140, 150 Symétrie • Axe de symétrie d'une figure 151, 156 Solides • Construction 161 Repérage sur un plan 160	Horaires et durées • Avances et retards 147, 150 Longueurs • Report et comparaison avec le compas 141 • Calcul de distances et de longueurs 136 • Périmètres du carré et du rectangle (formules) 141 Masses • Multiples du g 146 • Multiples et sous-multiples du g 155, 157	Période 5 Unités 13 à 15

A.1.3 La table des contenus CM2

Table des contenus

Les nouveaux apprentissages sont référencés en rouge

	Problèmes, organisation et gestion de données		Nombres entiers, fractions, Nombres décimaux
Période 1 Unités 1 à 3	Apprendre à chercher 7, 8 Problèmes à énoncés écrits • 4 opérations 7 • Division 17, 27, 31 Partages et groupements 28 Proportionnalité • Diverses procédures 31	Banque de problèmes 1. **Plusieurs stratégies** 166 2. **Intervalles** 167 3. **Avec la calculatrice** 168	Nombres jusqu'au milliard • Valeur positionnelle des chiffres 8, 10 • Comparaison, rangement 10 • Repérage sur une ligne graduée 11 Nombres au-delà du milliard • Valeur positionnelle des chiffres 11 • Lecture, écriture 11, 12 Fractions (en demis, quarts, tiers...) • Pour exprimer des longueurs, des aires 19 • Fractions égales, comparaison, avec 1 20 • Ligne graduée 21, 33 • Partie entière, décomposition 27, 32, 33
Période 2 Unités 4 à 6	Problèmes à énoncés écrits • Division 39 • Ligne graduée 43 • Décennie, siècle, millénaire 51, 55 Proportionnalité • Passage par l'unité (« règle de trois ») 43 • Diverses procédures 59 Tableau, diagramme, graphique 62	Banque de problèmes 4. **La bande des quatre** 169 5. **Le chat** 170 6. **Journaux** 172	Nombres décimaux • Écritures à virgule et fractions décimales 49 • Comparaison, rangement, intercalation 50, 51 • Décomposition avec 0,1 ; 0,01.... 52, 53 • Ligne graduée 59, 60, 61 • Suites orales et écrites de 0,1 en 0,1, de 0,5 en 0,5, de 0,2 en 0,2 60 • Nombres décimaux et système international de mesure 63
Période 3 Unités 7 à 9	Problèmes à énoncés écrits • Nombres décimaux 81, 91, 95 • Déduction 85 Proportionnalité • Diverses procédures 75, 95 • Comparaison 81, 82 Tableau, diagramme, graphique 71	Banque de problèmes 7. **L'horaire de bus** 174 8. **Vrai ou faux ?** 176 9. **La petite reine** 178	Nombres décimaux • Nombres décimaux et système international de mesure 72 • Comparaison, rangement, intercalation 72, 73, 74 • Lecture, écriture 77 • Écritures à virgule et écritures fractionnaires 83, 84 • Encadrement et arrondi 91, 92, 97
Période 4 Unités 10 à 12	Problèmes à énoncés écrits • Produit de plusieurs nombres 103 • Déduction 117, 123, 127, 128 • Multiples 124 Proportionnalité • Pourcentages 103, 104, 105 • Proportionnalité et non proportionnalité 107, 113 • Échelles 118, 119 Division euclidienne et division décimale 113 Tableau, diagramme, graphique 126	Banque de problèmes 10. **Dans le métro** 180 11. **Est-ce prévisible ?** 182 12. **Chasse aux nombres** 184	Nombres décimaux • Écritures à virgule, rangement 106, 108, 109 Multiples d'un nombre entier • Multiples de 2, 5 et 10 106 • Autres multiples 107, 124, 125
Période 5 Unités 13 à 15	Problèmes à énoncés écrits • Multiplication avec les décimaux 135, 145 • Multiples 139 • Soustraction 145, 149 • Nombres décimaux 155 • Calculatrice 155, 156 • Moyenne 159 Proportionnalité • Échelles 135, 136, 137 • Vitesse 147, 148 Division euclidienne ou décimale 139 Diagramme, graphiques 149	Banque de problèmes 13. **La mission Apollo 11** 186 14. **Que d'eau ! Que d'eau !** 188 15. **Travaux d'été** 190	Nombres décimaux • Égalités du type $0,5 = \frac{1}{2}$, $0,25 = \frac{1}{4}$,... 138 • Nombres décimaux et système international de mesure 146 • Suites écrites 158, 160

magazine

1. Le soroban (boulier japonais) 36
2. Calculer avec le soroban 68
3. Le jardin à la française 100
4. Le système métrique 132
5. Messages secrets 164

Les activités de révision sont référencées en bleu

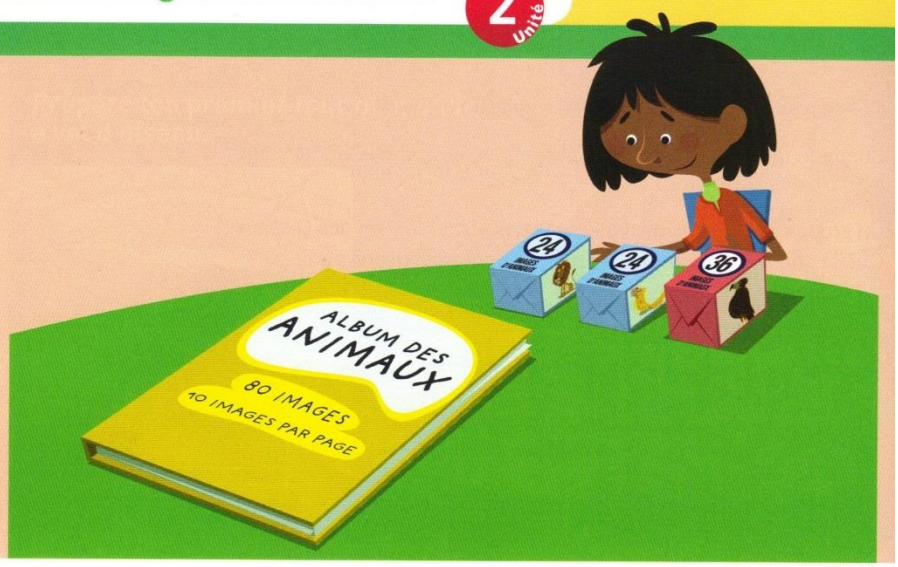
Calcul	Espace et géométrie	Grandeurs et mesure	
Calcul réfléchi • Multiplication 9, 17 • Division (quotient, reste) 29, 30 Calcul posé ou en ligne • Addition 13 • Multiplication 18, 23, 28 • Soustraction 21 Vocabulaire (somme, différence, produit) 18	Construction de figures 10 Droites perpendiculaires et parallèles • Reconnaissance, tracé 20, 22 Angle 23, 29 Agrandissement de figures 23 Reproduction de figures 31	Horaires et durées • Lecture en heures, minutes, secondes 9 • Calcul 19 Longueurs • Multiples et sous multiples du mètre 22 • Changement d'unité 32 Aires • Comparaison et mesure 12, 13, 30 Contenances • Unités usuelles (ml cl, l, dal) 33	Période 1 Unités 1 à 3
Calcul réfléchi • Calcul avec parenthèses 40, 45 Calcul posé ou en ligne • Division 39,40, 41, 42, 44, 49, 52 • Addition de nombres décimaux 63, 64, 65	Cercle 44, 50 Reproduction de figures 53, 62 Distance d'un point à une droite 54 Droites parallèles (tracé) 55 Quadrilatères particuliers 64, 65	Horaires et durées • Calcul en h et min 41 • Calcul en h, min, s 54 • Avance et retard 61 Longueurs • Report au compas, périmètre 42 Système international de mesure 45 Mesure et nombres décimaux 63	Période 2 Unités 4 à 6
Multiplication, division d'un décimal par 10, 100... 84, 85, 87 Calcul réfléchi • Estimation de sommes et de différences 93, 94 Calcul posé ou en ligne • Soustraction de nombres décimaux 71 • Division 74 • Addition, soustraction de nombres décimaux 76 • Multiplication d'un décimal par un entier 93, 94	Triangle • Hauteurs 73 • Construction 86 • Triangles particuliers 87, 92 Cercles (intersection) 83 Solides • Pavé droit (patron) 96 • Prismes droits (perspective) 97	Dates et durées • Calcul en années, mois et jours 82, 86 • Calcul en j, h, min 95, 96 Aires • Aire du rectangle en cm^2 76 • Aire et périmètre de figures complexes 77 Mesure et nombres décimaux 72	Période 3 Unités 7 à 9
Calcul réfléchi • Quotient décimal exact ou approché 113, 114, 115 • Doubles, moitiés, quarts... fractions de quantités (entiers et décimaux) 116, 119, 129 • Estimation de produits 128 Calcul posé ou en ligne • Quotient décimal exact ou approché 123, 126 Calculatrice • Quotient décimal exact ou approché 113	Polyèdres (dont cube et prisme droit) • Patron 104, 105 Reproduction de figures 108 Report de longueurs avec le compas 114 Construction et périmètre 118 Programme de construction 125 Schéma à main levée • Construction de figures 127, 128	Aires • Aire du triangle rectangle en cm^2 109 • mm^2 et dm^2 116 • m^2 et km^2 117 • Aires et périmètres 124 • Aire du triangle 129 Masses • Tonnes et quintaux 115	Période 4 Unités 10 à 12
Calcul réfléchi • Division 138, 151 • Estimation de produits 140 • Trouver la règle 141, 148 • Sommes et différences de décimaux 161 Calcul posé ou en ligne • Multiplication de 2 nombres décimaux 145, 146 • Division 151 Calculatrice • Division 138, 151, 155, 156, 157	Programme de construction 137 Description de figures 150 Symétrie axiale 151, 156 Schéma et raisonnement 147 Cylindre 158, 159	Durées (conversion) 140, 157 Longueur du cercle 159 Aire d'un polyèdre 150 Volumes • Notion de volume 141 • Approche du volume d'un pavé droit 160 Contenances et masses 136, 161	Période 5 Unités 13 à 15

A.1.4 Extraits de la banque de problèmes CE2

Unité 2 (page 158)

Les images d'animaux

2 Unité



BANQUE DE PROBLÈMES

1 Observe bien l'illustration.
Maïa a reçu 3 paquets d'images et un nouvel album.
Peut-elle coller dans cet album toutes les images qu'elle a reçues ?

2 Sur chaque page de l'album de Maïa, on peut mettre 10 images.
Combien de pages y a-t-il dans cet album ?

3 Arthur a reçu 72 images. Elles sont dans des paquets de 36 images.
Combien a-t-il reçu de paquets d'images ?

4 Tim collectionne lui aussi les images d'animaux depuis trois ans.
Il a trois albums comme celui de Maïa.
Il en a déjà fini deux. Dans le troisième, il a rempli 6 pages.
Invente des questions auxquelles tu peux répondre à l'aide de ces informations et cherche les réponses.

5 Dans l'énoncé de ce problème, il y avait les nombres 2, 14 et 36.

Céline commence aujourd'hui sa collection d'images d'animaux.
Son grand frère lui a donné ... paquets de ... images.
Il n'y a que des images de chiens et de chats. Il y a ... images de chats.
Combien y a-t-il d'images de chiens ?

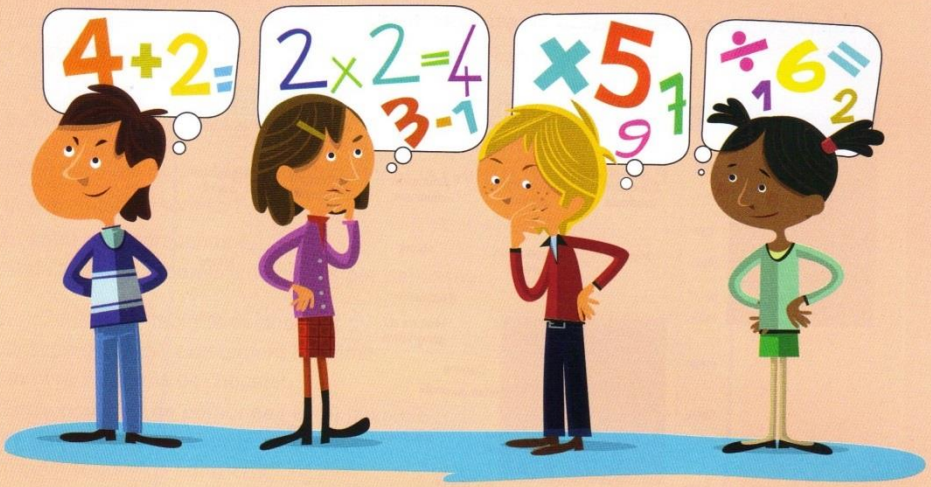
Replace les nombres et réponds à la question.

6 Maïa pose une devinette à Tim :
« J'ai 5 images d'animaux. Ce sont des images de chats et des images d'oiseaux.
J'ai compté toutes les pattes. Il y en a 14.
Trouve combien j'ai d'images de chats et combien j'ai d'images d'oiseaux. »
Aide Tim à répondre.

Unité 9 (page 167)

Je pense à des nombres

9 Unité



1 Je pense à un nombre. Je lui ajoute 7.
Je trouve 15.
Quel est ce nombre ?

2 Je pense à un nombre. Je le multiplie par 7.
Je trouve 77.
Quel est ce nombre ?

3 Je pense à un nombre. Je lui ajoute 5.
Je multiplie le résultat obtenu par 2.
Je trouve 24.
Quel est ce nombre ?

4 Je pense à deux nombres différents.
Je les multiplie et je trouve 27.
Quels peuvent être ces deux nombres ?

* 5 Je pense à un nombre de 3 chiffres.
Le chiffre des centaines est le double de celui des unités.
Le produit du chiffre des dizaines par celui des unités est égal à 20.
Quel est ce nombre ?

* 6 Je pense à deux nombres.
Le deuxième est le double du premier.
Je les additionne et je trouve 36.
Quels sont ces deux nombres ?

* 7 Je pense à deux nombres différents.
Je multiplie le premier par le deuxième.
J'ajoute 2 au résultat et je trouve 30.
Quels peuvent être ces deux nombres ?

* 8 Je pense à deux nombres.
Je calcule leur somme et je trouve 30.
Je calcule ensuite leur différence et je trouve 6.
Quels sont ces deux nombres ?

* 9 Trouve à chaque fois le plus de solutions possibles.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

a. Je pense à trois de ces nombres.
Leur somme est égale à 17.
Quels peuvent être ces trois nombres ?

b. Je pense à cinq de ces nombres.
Leur somme est égale à 20.
Quels peuvent être ces cinq nombres ?

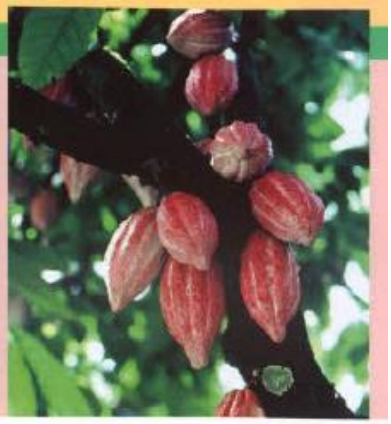
c. Je pense à cinq de ces nombres.
Leur somme est égale à 25.
Quels peuvent être ces cinq nombres ?

A.1.5 Extraits de la banque de problèmes CM1

Unité 4 (page 169)

Parlons chocolat

4 Unité



Le chocolat est fabriqué à partir d'un mélange de pâte de cacao et de sucre.

Le cacao est apparu en Europe vers 1520, apporté en Espagne après la conquête du Mexique. Il est arrivé en France vers 1615, mais la première fabrication de barres de chocolat n'a eu lieu qu'en 1819, en Suisse, et le chocolat en poudre a commencé à être fabriqué en 1828 aux Pays-Bas.

Le cacao est obtenu à partir des fèves qui sont contenues dans les cabosses. Les cabosses sont les fruits du cacaoyer.

Cet arbre peut mesurer de 4 m à 10 m de haut.

1 **De combien de mètres le cacaoyer le plus grand dépasse-t-il le cacaoyer le plus petit ?**

2 **Combien de temps s'est écoulé entre l'apparition du cacao en Europe et la première fabrication de barres de chocolat ?**

3 Le premier chocolat en poudre a été fabriqué 84 ans avant la mise en fabrication de la poudre de Banania.

En quelle année la poudre de Banania a-t-elle été fabriquée pour la première fois ?

4* Une cabosse pèse de 200 g à 800 g et contient de 10 à 50 fèves.

Un producteur a récolté 250 cabosses.

a. **Que peux-tu dire du nombre de fèves qu'il a pu récolter ?**

b. **Que peux-tu dire de la masse totale de sa récolte ?**

5* En moyenne, un Allemand consomme 10 kg de chocolat par an.

Un Français en consomme 3 kg et demi de moins.

Un Espagnol consomme seulement la moitié de ce que consomme un Allemand.

Un Irlandais consomme 4 kg de plus qu'un Espagnol.

La consommation d'un Grec est trois fois moins élevée que celle d'un Irlandais.

Quelle est la consommation en kilogrammes de chocolat pour chacun ?

6* Un confiseur prépare des paquets de chocolats en mettant dans chacun 8 chocolats blancs et 5 chocolats noirs.

Il y a 90 chocolats blancs et 60 chocolats noirs.

a. **Combien de paquets peut-il préparer ?**

b. **Combien lui restera-t-il de chocolats de chaque sorte ?**

7* **Combien chaque enfant a-t-il mangé de papillotes ?**

- Alex en a mangé trois fois plus que Céline.
- Brice en a mangé deux de plus qu'Alex.
- Au total, ils en ont mangé 44.

Unité 12 (pages 184, 185)

Assemblages de cubes 12

Dans les exercices, les cubes ont tous 2 cm d'arête.

1. **Assemble 12 cubes de façon à obtenir un pavé droit.**
   Note le nombre de cubes qu'il y a sur la longueur, sur la largeur et sur la hauteur de ce pavé droit.

2. **Assemble 36 cubes de façon à obtenir un pavé droit.**
   Note le nombre de cubes qu'il y a sur la longueur, sur la largeur et sur la hauteur de ce pavé droit.

3. **Assemble les 36 cubes de façon à obtenir un autre pavé droit, différent du premier.**
   Note le nombre de cubes qu'il y a sur la longueur, sur la largeur et sur la hauteur de ce pavé droit.

4. **Quelle est la plus grande longueur possible pour un pavé droit réalisé avec 36 cubes ?**
   La longueur, la largeur et la hauteur doivent être toutes les trois différentes.

5. **Combien faut-il de cubes pour réaliser un pavé droit avec 8 cubes sur la longueur, 3 cubes sur la largeur et 7 cubes sur la hauteur ?**

6. Ce rectangle est le fond d'une boîte avec couvercle dans laquelle on peut placer exactement un pavé droit constitué de 18 cubes.
   Quelle est la hauteur de la boîte ?
   Reproduis ce rectangle sur une feuille de papier quadrillé 5 mm x 5 mm puis complète la figure de façon à obtenir un patron de cette boîte.

7. Trace, sur une feuille A4 quadrillée 5 mm x 5 mm, un patron d'une boîte avec couvercle dans laquelle il est possible de placer exactement un pavé droit formé de 27 cubes.

8. • Si tu as entre 50 et 100 cubes, peux-tu en assembler une partie de façon à obtenir un cube ?
   • Si c'est possible, combien utiliseras-tu de cubes ?

9. **Quel est le plus petit nombre de cubes qu'il faut ajouter à cet assemblage pour obtenir un pavé droit ?**

10* **Combien de pavés droits différents peut-on obtenir en assemblant 72 cubes ?**
Indique le nombre de cubes qu'il y a sur la longueur, sur la largeur et sur la hauteur de chaque pavé droit.

11* **Trace, sur une feuille A4 quadrillée 5 mm x 5 mm, un patron d'une boîte avec couvercle dans laquelle il est possible de ranger exactement 48 cubes.**

12*

5 cubes sont nécessaires pour réaliser une pyramide de 2 étages.
14 cubes sont nécessaires pour réaliser une pyramide de 3 étages.
Combien faut-il de cubes pour réaliser sur le même modèle :
a. une pyramide de 4 étages ?
b. une pyramide de 10 étages ?

A.1.6 Extraits de la banque de problèmes CM2

Unité 1 (page 166)

Plusieurs stratégies

1 Unité

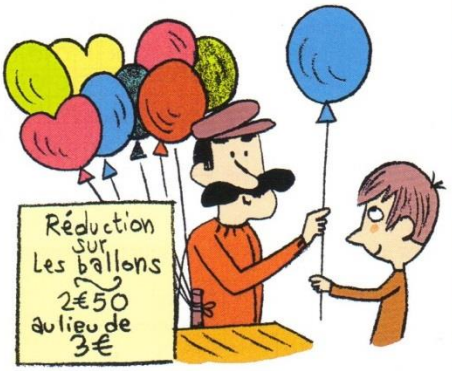
Pour résoudre un problème, on peut souvent utiliser des stratégies différentes.
Pour chaque problème, trouve d'abord une stratégie pour répondre, puis essaie d'en trouver une autre.

1 Dans une pâtisserie, Jules a acheté deux croissants à 50 centimes l'un, quatre éclairs à 75 centimes l'un et une brioche.
Il a payé au total 5 €.
Quel est le prix de la brioche ?

2 Pour les 200 élèves de l'école, le responsable du restaurant scolaire a acheté 18 barquettes de 6 pommes et 22 barquettes de 6 poires.
Pourra-t-il donner un fruit à chaque élève ?

3 Un chêne a 8 grosses branches. Chaque grosse branche donne naissance à 8 petites branches et sur chaque petite branche il y a 10 glands.
Combien y a-t-il de glands sur ce chêne ?

4 Un marchand de ballons a écrit cette affiche :



Le directeur de l'école décide d'acheter 12 ballons.
Quelle économie réalise-t-il ?

5 Le périmètre d'un terrain rectangulaire mesure 100 m.
Le plus petit côté de ce terrain mesure 15 m.
Quelle est la longueur de l'autre côté du terrain ?

6* En moyenne, chaque membre d'une famille consomme 120 l d'eau par jour.
La famille est composée de 5 personnes.
Quelle quantité d'eau consomme-t-elle en une année ?

7* Dans un vase, on a mis 36 fleurs, des rouges et des jaunes.
Il y a deux fois plus de fleurs rouges que de fleurs jaunes.
Combien y a-t-il de fleurs de chaque couleur ?

8*

a. Dans combien d'années la somme de nos âges sera-t-elle égale à 100 ?
b. Est-il possible que, dans quelques années, l'âge de mon papa soit le double du mien ?
c. Est-il possible que, dans quelques années, l'âge de ma maman soit le double du mien ?
d. Est-il possible que, dans quelques années, l'âge de mon papa soit le triple du mien ?

BANQUE DE PROBLÈMES

Vrai ou faux ?

8 Unité

Tu dois dire si les phrases écrites en vert sont vraies ou fausses.
Pour expliquer ta réponse tu peux avoir besoin de faire des expériences mais il se peut aussi que tu ne puisses pas répondre. Explique alors pourquoi.

BANQUE DE PROBLÈMES

1. Plus une personne vieillit, plus elle grandit.

2. Dans un sac, il y a 60 billes : 30 billes noires, 30 billes blanches.
   a. Sans regarder, Loïc prend 20 billes dans le sac.
   b. Sans regarder, Lisa prend 31 billes.

3. Zoé a construit deux carrés. Le côté du carré rouge a une longueur double de celle du côté du carré bleu.
   a. Le périmètre du carré rouge est le double du périmètre du carré bleu.
   b. L'aire du carré rouge est le double de l'aire du carré bleu.
   c. La diagonale du carré rouge a une longueur double de celle de la diagonale du carré bleu.

4. Arthur a construit deux carrés. Le côté du carré rouge mesure 6 cm de plus que le côté du carré bleu.
   a. Le périmètre du carré rouge mesure 6 cm de plus que le périmètre du carré bleu.
   b. L'aire du carré rouge mesure 6 cm² de plus que celle du carré bleu.
   c. La diagonale du carré rouge mesure 6 cm de plus que celle de la diagonale du carré bleu.

5. La somme de deux nombres entiers consécutifs est toujours un nombre impair.

6. Le produit de deux nombres entiers consécutifs est toujours un nombre pair.

7. La somme de deux nombres impairs est toujours un nombre impair.

8. La différence de deux nombres impairs est toujours un nombre pair.

9. Le produit de deux nombres impairs est toujours un nombre impair.

10. Il est impossible de trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 85.

11. Un homme dort en moyenne 8 heures par jour.
    Lorsqu'il aura 60 ans, il aura dormi pendant une durée équivalente à 20 ans.

12. Nos cheveux poussent chaque mois de 0,7 cm pour certaines personnes à 2 cm pour d'autres personnes.
    Si on ne se coupe pas les cheveux pendant 5 ans, ils auront poussé de plus d'un mètre.

13. Un robot qui avance régulièrement parcourt 3 mètres en 3 secondes. Un deuxième robot avance aussi régulièrement et parcourt 4 mètres en 4 secondes.
    Le deuxième robot avance plus rapidement que le premier.

14* Un robot qui avance régulièrement parcourt 5 mètres en 3 secondes. Un deuxième robot avance aussi régulièrement et parcourt 6 mètres en 4 secondes.
    Le deuxième robot avance plus rapidement que le premier.

15* Dans une usine de papier, il y a deux sortes de machines, des vertes et des rouges.
    Les 3 machines vertes produisent ensemble 300 cahiers en 3 minutes.
    Les 2 machines rouges produisent ensemble 200 cahiers en 2 minutes.
    En une minute, une machine verte produit plus de cahiers qu'une machine rouge.

16* **a.** Lorsqu'on additionne deux nombres entiers autres que 0, le résultat est toujours plus grand que chacun des deux nombres.
    b. Lorsqu'on additionne deux nombres décimaux autres que 0, le résultat est toujours plus grand que chacun des deux nombres.
    c. Lorsqu'on multiplie deux nombres entiers autres que 0 et 1, le résultat est toujours plus grand que chacun des deux nombres.
    d. Lorsqu'on multiplie un nombre décimal par un nombre entier autre que 0 et 1, le résultat est toujours plus grand que chacun des deux nombres.

A.1.7 Grille d'analyse du manuel de CE2

Table des contenus et guide de l'enseignant

<table>
<tr><td colspan="2">Présentation générale des leçons du manuel de l'élève</td><td>Chacune des leçons est proposée sur une page. La présentation des pages est identique, en trois parties : « Réviser » R, « Chercher » C, « Exercices » E. La partie chercher de chacune des leçons peut laisser penser que des problèmes ouverts peuvent être proposés.</td></tr>
<tr><td colspan="2">La table des contenus
(pages 3 et 4)

<u>Les pages pouvant contenir des problèmes ouverts</u> :</td><td>Présentation de l'année répartie sur 5 périodes, selon 4 thèmes d'étude :
« Problèmes-Organisation et gestion de données, nombres entiers et numération, calcul, espace et géométrie- grandeurs et mesure »
Dans la colonne « Problèmes » :
Période 1 : unité 1 p.7, 8, 9 : « recherche de toutes les possibilités »
Période 3 : unité 8 p.79 : « recherche de diverses possibilités »

Périodes 1 à 15 : banque de problèmes p.156 à 175

Rien n'est précisé sur les parties chercher de chacune des leçons.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Que disent les auteurs …</td><td>…dans le manuel de l'élève ?</td><td>Le titre de la leçon
Les intitulés des différentes parties de la leçon : réviser, chercher ou exercices</td></tr>
<tr><td>…dans le guide de l'enseignant ?</td><td>Période 1, unité 1 (p. 4) : « il s'agit de les confronter à un véritable problème de recherche pour leur faire comprendre ce qui est attendu d'eux en mathématiques : dans les phases de recherche, ils doivent s'organiser, se débrouiller, chercher ensemble et, dans les phases d'échanges collectifs, ils doivent expliquer, justifier, chercher les erreurs […] Il faut respecter les contraintes de la situation. Il y a plusieurs façons d'exprimer une même solution […] Il existe plusieurs stratégies pour trouver le plus de solution s possibles ».

Période 3, unité 8 (p. 185) :
Q1 et Q2 : « après une mise en commun où quelques productions significatives (erronées ou correctes) sont successivement examinées, mettre en évidence les différentes procédures et les stratégies de recherche. »
Q3 : « c'est la question de recherche, une organisation est nécessaire pour ne pas oublier de possibilités, à l'aide d'un tableau […] ou en écrivant de manière ordonnée toutes les possibilités (insister sur cette nécessité de s'organiser) ».
Ex 5 : « […] peut déboucher sur une situation d'argumentation, 62 est impossible à atteindre avec des 5 […] ».
Ex10 : « cette question se rapproche de Q3, mais le nombre de possibilités devient très important et nécessite une organisation précise (ex. à réserver aux élèves les plus habiles) ».

La banque de problèmes de chaque unité est présentée sur une page où l'enseignant trouve les solutions des problèmes et quelques commentaires sur le problème.</td></tr>
</table>

Analyse des problèmes repérés dans la table des contenus (CE2)

Analyse des problèmes proposés dans les leçons R : Réviser C : Chercher E : Exercices Oui : O Non : N	Page	7 C			8 C			9 C			79 C					
	Enoncé court	O			O			O			C					
	Questions intermédiaires	O			O			O			O					
	Domaine familier	O			O			O			O					
	Démarche scientifique possible	C1 : N C2 et C3 : O			C1 : N C2 et C3 : O			C1 : N C2 : O			N					
	Est-ce un PO (Arsac, 1988) ?	N			N			N			N					
Analyse des problèmes de la *banque de problèmes*	unités, pages, n° des problèmes	U1 **157** **7**	U2 **158** **6**	U3 159 Tous	U4 160 161 **7,8**	U5 162 Tous	U6 163 Tous	U7 164,165 **9,10,11**	U8 **166** **6, 7**	U9 **167** **7, 8, 9**	U10 168 Tous	U11 **169** **3**	U12 170 Tous	U13 171 Tous	U14 **172** **173** **7 à 9**	U15 174 **175** **8,11,12**
	Enoncé court	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Questions intermédiaires	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	O	N	N	N
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique	O	O	N	O	N	N	O	O	O	N	O	N	N	O	O
	Est-ce un PO (Arsac, 1988) ?	O	O	N	O	N	N	O	O	O	N	O	N	N	O	O

A.1.8 Grille d'analyse du manuel de CM1

Table des contenus et guide de l'enseignant

Présentation générale des leçons du manuel de l'élève		Chacune des leçons est proposée sur une page. La présentation des pages est identique, en **trois parties** : « Réviser » **R**, « **Chercher** » **C**, « Exercices » **E**. La partie ***chercher*** de chacune des leçons peut laisser penser que des problèmes ouverts peuvent être proposés.
La table des contenus (pages 2 et 3) Les pages pouvant contenir des problèmes ouverts :		Présentation de l'année répartie sur **5 périodes**, selon 6 thèmes d'étude : « *Problèmes-organisation et gestion de données, nombres entiers-fractions-nombres décimaux, calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesure* » Dans la colonne « ***Problèmes […]*** » : **Période 1 : unité 1** p.7 : « *recherche de plusieurs possibilités* » et p.8 : « *recherche de la meilleure solution* » **Période 4 : unités 10 à 12** p.103, 113, 117, 123, 127 : « *divers procédures* » **Période 5 : unités 13 à 15** p.137, 155 : « *divers procédures* » et p.139, 148, 149 : « *optimiser une solution* » Périodes 1 à 15 : banque de problèmes **p.166 à 191** Rien n'est précisé sur les parties ***chercher*** de chacune des leçons.
Que disent les auteurs …	…dans le manuel de l'élève ?	Le titre de la leçon Les intitulés des différentes parties de la leçon : *réviser*, *chercher* ou *exercices*

	…dans *le guide de l'enseignant* ?	**Période 1, unité 1** : « *Problème pour chercher et mise en place d'un contrat de travail avec les élèves* » : *cette séance place, dès le début de l'année, les élèves en situation de recherche. Il s'agit en particulier :* *-de faire comprendre « les règles du jeu » : ce que c'est que chercher, ce qu'on a le droit de faire (échanger avec les autres, se débrouiller, essayer, barrer, répondre par des phrases …)* *-de préciser les rôles respectifs des élèves et de l'enseignant.* *Dans les phases de recherche, il appartient aux élèves de trouver seuls les solutions. L'enseignant ne donnera pas d'indication sur les procédures à mettre en œuvre mais il peut aider certains élèves en mettant à leur disposition de la monnaie fictive ou en reformulant ce qui est attendu, en précisant comment prendre de l'information dans le texte et sur l'illustration […]* », p.4. **Période 4**, **unité 10** : « *parmi les différentes méthodes exposées, mettre en évidence l'intérêt de celle qui consiste à effectuer le partage en partant des jetons de plus grande valeur […]* », p.215. **unité 11** : « *mettre l'accent sur quelques exemples de raisonnements possibles qui peuvent être conduits sur les nombres ou 'concrétisés' avec du matériel », « insister sur les erreurs de raisonnements […]* », p.239. « *Pour cette activité, les élèves ont à argumenter par écrit (ce qui nécessite des capacités d'organisation des calculs intermédiaires et de rédaction des explications.* », p.249. **unité 12** : « *résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité* », p.261, p.272. **Période 5, unité 13** : « *un temps de recherche suffisant doit être laissé aux élèves* », « *on ne vise pas ici l'utilisation du tableau de proportionnalité […], il est préférable de travailler sur les écrits proposés par les élèves, en visant à en améliorer l'organisation si nécessaire* », p.291, « *insister sur les trois contraintes, […], inviter les élèves à déterminer rapidement les solutions qui ne respectent pas les contraintes […]* », « *la résolution nécessite un raisonnement : choisir par exemple, […]», p.295,* **Unité 14 :** « *chercher une solution optimale et procéder par essais et ajustements* », p.314, « *présenter la solution […] en insistant sur la nécessité de présenter les étapes de la résolution* […] », « *quelques propositions de rédaction pourront être exploitées et comparées […]* », p.315, « *l'exploitation* (collective) *porte essentiellement sur les stratégies adoptées pour répondre : […]* », « *en synthèse, deux procédures sont particulièrement efficaces : la procédure pas à pas […], la procédure par essais (hypothèses) et ajustements […]* », « *les questions 1 et 2 sont de véritables problèmes de recherche, où l'organisation du travail par les élèves constitue un aspect important* », p.317. **Unité 15** : il s'agit de « *connaître les relations liant les unité du Système International de mesure pour les masses* », p.330. La **banque de problèmes** de chaque unité est présentée sur une page où l'enseignant trouve les solutions des problèmes et quelques indications sur le type de problèmes : « *problème multiplicatif, problème de recherche, problème délicat d'intervalles*, … ».

Analyse des problèmes repérés dans la table des contenus (CM1)

Analyse des problèmes proposés dans les leçons R : Réviser C : Chercher E : Exercices Oui : O **Non : N**	Page	7 C	8 C	103 R	113 R	117 R	123 R	127 R	137 C	139 N	148 C	149 C	155 R
	Enoncé court	N	N	O	O	O	O	N	O	N	N	O	N
	Questions intermédiaires	O	O	O	N	N	O	O	N	O	O	N	O
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique possible	N	O	N	N	N	N	N	N	O	N	N	N
	Est-ce un PO (Arsac, 1988) ?	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N

Analyse des problèmes de la *banque de problèmes*	unités, pages, n° des problèmes	U1 166 tous	U2 **167** **3,4**	U3 168 tous	U4 **169** **7**	U5 170, **171** **10,11**	U6 172, **173** **8**	U7 174 175 Tous	U8 **176,** **177** **6,9,** **11,12**	U9 178, 179 Tous	U10 180 181 Tous	U11 182 183 Tous	U12 184 **185** **12**	U13 186 187 Tous	U14 188 189 Tous	U15 190 **191** **7,8,9**
	Enoncé court	O	O	N	O	O	O	N	O	O	O	O/N	O	O	O	O
	Questions intermédiaires	N	N	N	N	N	N	O	N	O	N	O	N	N	O	N
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique	N	O	N	O	O	O	N	O	N	N	N	O	N	N	O
	Est-ce un PO (Arsac, 1988) ?	N	O	N	O	O	O	N	O	N	N	N	O	N	N	O

A.1.9 Grille d'analyse du manuel de CM2

Table des contenus et guide de l'enseignant

<table>
<tr><td colspan="2">Présentation générale des leçons du manuel de l'élève</td><td>Chacune des leçons est proposée sur une page. La présentation des pages est identique, en trois parties : « Réviser » R, « Chercher » C, « Exercices » E. La partie chercher de chacune des leçons peut laisser penser que des problèmes ouverts peuvent être proposés.</td></tr>
<tr><td colspan="2">La table des contenus (pages 2 et 3)

Les pages pouvant contenir des problèmes ouverts :</td><td>Présentation de l'année répartie sur 5 périodes, selon 6 thèmes d'étude :
« Problèmes-organisation et gestion de données, nombres entiers-fractions-nombres décimaux, calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesure »
Dans la colonne « Problèmes […] » :

Période 1 : Unité 1 p. 7, 8 : « apprendre à chercher » et p.31 : « diverses procédures »
Période 2 : Unité 6 p.59 : « diverses procédures »
Période 3 : Unité 7 p.75 et unité 9 p. 95: « diverses procédures »

Périodes 1 à 15 : Banque de problèmes p.166 à 191

Rien n'est précisé sur les parties chercher de chacune des leçons.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Que disent les auteurs …</td><td>…dans le manuel de l'élève ?</td><td>Le titre de la leçon
Les intitulés des différentes parties de la leçon : réviser, chercher ou exercices</td></tr>
<tr><td>…dans le guide de l'enseignant ?</td><td>Une double page reprend la répartition des « principaux apprentissages » sur les 5 périodes de l'année scolaire, p. XII, XIII :
Une colonne est réservée aux « problèmes/organisation et gestion de données », les types de problèmes proposés y sont précisés pour chaque période :
Période 1, unité 1 : « après une recherche rapide, organiser une brève mise en commun […] : les erreurs […], les procédures utilisées : recours à un dessin ou un schéma […] », p.3, « dans les phases de recherche, il appartient aux élèves de trouver seuls les solutions ; l'enseignant ne les aide pas directement […], l'échange a lieu principalement entre les élèves […]. C'est un contrat de travail qu'il s'agit progressivement de mettre en place », p.4.
Période 2, unité 6 : « les raisonnements utilisés peuvent se baser sur […], plusieurs raisonnement sont possibles : […], « la solution la plus simple est […] mais d'autres procédures sont possibles. », « il est important de s'attacher aux erreurs liées au choix d'une procédure erronée […] », p.119
Période 3, unité 7 : « mise en commun en deux temps : recenser les réponses et rechercher celles dont on est sûr qu'elles sont erronées […], expliciter les procédures utilisées et engager le débat sur leur validité. », p.154,
unité 9 : « la résolution nécessite le recours à la multiplication […], (exercice B) il faut multiplier […], p.200

La banque de problèmes de chaque unité est présentée sur une page où l'enseignant trouve les solutions des problèmes et quelques indications sur le type de problème.</td></tr>
</table>

Analyse des problèmes repérés dans la table des contenus (CM2)

Analyse des problèmes proposés dans les leçons R : Réviser C : Chercher E : Exercices Oui : O Non : N	Page	7 C			8 C E5, E6 et E7			59 R			75 C			95 R		
	Enoncé court	O			O		O			O			O			O
	Questions intermédiaires	N			N		N			N			O			N
	Domaine familier	O			O		O			O			O			O
	Démarche scientifique possible	N			O		O			N			O			N
	Est-ce un PO (Arsac, 1988) ?	**N**			O		O			N			**N**			N

Analyse des problèmes de la *banque de problèmes*	unités, pages, n° des problèmes	U1 166 Tous	U2 167 Tous	U3 168 Tous	U4 **169** **3 et 4**	U5 170, 171 Tous	U6 172, **173** **7**	U7 174 175 Tous	U8 **176, 177** **2à10** **13à16**	U9 178, 179 Tous	U10 180 181 Tous	U11 182 183 Tous	U12 **184/185** **2 à 22**	U13 186 187 Tous	U14 188 189 Tous	U15 190 191 Tous
	Enoncé court	O	O	N	O	O	O	N	O	O/N	O	N	O	O	O	O
	Questions intermédiaires	N	N	N	N	O	N	O	N	N	N	O	N	N	N	N
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique	N	N	N	O	N	O	N	O	N	N	N	O	N	N	N
	Est-ce un PO (Arsac et *al.*, 1988) ?	N	N	N	O	N	O	N	O	N	N	N	O	N	N	N

ANNEXE A.2 : la collection

J'apprends les maths

A.2.1 Le sommaire du manuel de CE2

Sommaire (voir aussi l'index thématique page 168)

Pages où sont introduites les notions* en : Nombres et calcul Géométrie

1re période

page

- Les repères 5 et 10 pour structurer les dix premiers nombres et les écritures littérales jusqu'à « cinquante » 8
- Mesures de longueurs (1) : le pouce et le cm 10
- Les soustractions élémentaires : retirer un petit nombre 11
- Numération décimale (1) : les nombres jusqu'à 69 12
- Somme d'un nombre à 2 chiffres et d'un nombre à 1 chiffre 14
- Les signes exprimant l'inégalité (> et <) 15
- Numération décimale (2) : les nombres jusqu'à 100 16
- Les soustractions élémentaires : retirer un grand nombre 17
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 18, 19
- Numération décimale (3) : les nombres au-delà de 100 (230 c'est 23 groupes de 10) 20
- Additions mentales : somme de dizaines 22
- Additions mentales : « cent trente-cinq + vingt-six » 23
- Groupement par 5, 10, 15 et 25 (unités variées, cm et euros) 24
- Les compléments à 100 26
- L'euro : 47 pièces de 10 centimes, c'est 470 centimes ou 4,70 € 27
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 28, 29
- Soustractions du type 32 – 8 et 32 – 10 : calcul « en reculant » 30
- Soustractions du type 42 – 38 : calcul « en avançant » 31
- Mesures de longueur (2) : le millimètre 32
- Soustraction et situations de comparaison 34
- Les groupements de 10 et de 100 quand l'unité est le mm 36
- Réfléchir l'addition en colonnes 38
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 40, 41
- La multiplication (1) : le signe x (« multiplié par ») .. 42
- La multiplication (2) : *a* x *b*, c'est *a* fois *b* ou *b* fois *a* 44
- De l'addition répétée à la multiplication 45
- Les tables de multiplication de 5, 3 et 4 46
- Vers la soustraction en colonnes 48
- Bilan terminal de la première période 49

2e période

page

- La soustraction en colonnes 50
- Distinguer les soustractions avec et sans retenue .. 52
- Le cercle et le compas 53
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 54, 55
- La preuve de la soustraction 56
- Les tables de multiplication de 6 à 10 (1re partie des tables) 57
- Calcul réfléchi : multiplications du type 200 x 3 et 70 x 5 58
- Multiple d'un nombre donné (vers la division-quotition) 59
- Les multiples de 25 (vers la division-quotition) 60
- Calculer pour approcher et atteindre un nombre .. 62
- Lecture de l'heure 63
- Utiliser les tables de multiplication pour partager en 2 (3, 4…) un multiple de 2 (3, 4…) 64
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 66, 67
- La multiplication en ligne par un nombre à 1 chiffre 68
- Reporter une longueur avec une bande de papier ou le compas 70
- Partages successifs des dizaines et unités : moitiés de 70, de 130… 72
- Calculer mentalement le double de tout nombre < 100 73
- Réversibilité de l'addition et de la soustraction 74
- ARP Atelier de Résolution de Problèmes 76, 77
- Bilan terminal de la deuxième période 78

3e période

page

- La multiplication en colonnes par un nombre à 1 chiffre 80
- Les angles : angles quelconques 82
- Milieu d'un trait droit 84
- Vers la division-quotition : « en *L* combien de fois *l* ? » 86
- Chercher les figures qui ont des propriétés données 87

* *Chaque séquence propose également des activités de réinvestissement des notions précédemment découvertes.*

Grandeurs et mesure Résolution de problèmes et gestion de données

La division-quotition (1) : « en 163 combien de fois 25 ? » 88
La division-quotition (2) : autres diviseurs (10, 15, 50…) 90
ARP Atelier de Résolution de Problèmes..... 92, 93
La division pour résoudre des problèmes de partage (division-partition) 94
L'angle droit et le rectangle 96
Calculer les divisions élémentaires par 2, 3, 4 et 5 .. 98
Construction de rectangles 100
Le carré est aussi un losange particulier 102
ARP Atelier de Résolution de Problèmes 104, 105
Calcul réfléchi de la division : partager centaines, dizaines et unités avec un matériel de numération (vers la technique écrite) 106
Heure et durée (1) : ajouter une durée à une heure donnée 108
Les axes de symétrie d'une figure 110
Heure et durée (2) : calculer la durée entre deux horaires 112
Bilan terminal de la troisième période 114

4e période

page

Technique écrite de la division (diviseur ≤ 5)..... 116
Les tables de multiplication de 6 à 10 (2e partie des tables) 118
Construire, lire et interpréter des histogrammes (1) 120
ARP Atelier de Résolution de Problèmes 122, 123
La numération jusqu'à deux mille : comprendre que 1000, c'est 10 fois 100, que 1100, c'est 11 fois 100 (ou *onze cents*)… 124
Le mètre : favoriser l'intuition de longueurs de 1 m, 2 m, 3 m… 126
Les compléments à 1000 127
La numération jusqu'à dix mille : comprendre que 4300, c'est 43 fois 100 ou 43 centaines 128
Les opérations en colonnes avec les nombres à 4 chiffres 130
Le gramme et le kilogramme 132
Multiplier par 10 des nombres à 3 chiffres 133
ARP Atelier de Résolution de Problèmes 134, 135
Multiplier par 20, 30, 40, 50… des nombres à 2 et 3 chiffres 136
Multiplication par un nombre à 2 chiffres : technique « développée » 137
Le mètre, le décimètre et le millimètre 138
Ordre sur les nombres jusqu'à 10000 140
Bilan terminal de la quatrième période 142

5e période

page

La multiplication en colonnes par un nombre à 2 chiffres 144
Calculer les divisions élémentaires par 6, 7, 8 et 9 . 146
Lire une balance graduée 147
Les contenances : litre et centilitre (l et cl) ; analogie avec le mètre et le centimètre (m et cm) 148
ARP Atelier de Résolution de Problèmes 150, 151
Les solides (1) : les cylindres 152
Les multiples de 250 ; la division par 250 153
Construire, lire et interpréter des histogrammes (2) 154
Les solides (2) : les prismes triangulaires 155
Les solides (3) : les pavés, les pavés droits et le cube 156
Chercher la valeur de l'unité 158
La calculatrice 159
ARP Atelier de Résolution de Problèmes 160, 161
Les solides (4) : construction de polyèdres réguliers 162
Les nombres jusqu'à 1000000 164
Bilan terminal de la cinquième période 166

Index thématique 168

A.2.2 Le sommaire du manuel de CM1

Sommaire

Pages où sont introduites les notions* en : ■ Nombres et calcul ■ Géométrie

1re période

- Calculs simples (+, –, x) 14
- Segments et points 15
- Mesure de longueurs : le pouce, le cm, le mm 16
- Groupements de 10 et de 100 : le mm, le cm, le dm 18
- La multiplication 20
- Dizaines, centaines, milliers : un matériel de numération 22
- ARP Atelier de résolution de problèmes... 24, 25
- Groupement de 1 000 : le mètre 26
- La notion de multiple d'un nombre 27
- Calcul mental : *Le compte est bon* 28
- Numération décimale : 430 = 43 x 10 ; 2 700 = 27 x 100 ; 3 650 = 365 x 10 ; etc. 30
- Compléments à 100 et à 1 000 34
- Droites et points 35
- ARP Atelier de résolution de problèmes... 36, 37
- Droites et segments parallèles 38
- Multiples de 25 et 250 40
- Vers la multiplication en colonnes 41
- Les polygones 42
- Calcul réfléchi de soustractions 43
- Multiplier par 20, 30, 40... ; multiplier par 200, 300, 400... 44
- Vers la division : combien de fois *l* dans *L* 45
- ARP Atelier de résolution de problèmes 46, 47
- Cercle, rayon et diamètre 48
- Somme ou différence de deux nombres 49
- Lecture de l'heure : « 9 heures moins 10 min » 50
- Ajouter un même nombre ne change pas la différence 51
- Technique(s) de la soustraction en colonnes 52
- ARP Atelier de résolution de problèmes... 54, 55

Bilan terminal de la première période 56

2e période

- La division-quotition (1) 58
- Les quadrilatères 59
- Multiplication par un nombre à deux chiffres ... 60
- La multiplication pour effectuer des conversions 62
- Unités de masse, capacité et longueur (kilo, hecto, déca) 64
- La division-quotition (2) : calcul par estimation 65
- ARP Atelier de résolution de problèmes... 66, 67
- La division pour effectuer des conversions 68
- La division-partition : situation de partage 70
- Numération : les nombres au-delà de 10 000 (1) 71
- Vers la technique écrite de la division 72
- Numération : les nombres au-delà de 10 000 (2) 74
- Les angles 76
- Calculer sur les grands nombres 77
- Division : technique écrite (par un nombre de 1 chiffre) 78
- ARP Atelier de résolution de problèmes... 80, 81
- Symétrie par rapport à une droite 82
- Calcul de *a* : *b* ? par partition dans des cas simples 83

Bilan terminal de la deuxième période 84

3e période

- Une nouvelle division et de nouveaux nombres 86
- Fractionnement de l'unité en parts égales 88
- Construction de triangles avec des gabarits d'angle 89
- « 2 divisé par 3 », c'est aussi « 2 tiers » 90
- Les parallélogrammes 91
- Les lignes graduées 92

* *Chaque séquence propose également des activités de réinvestissement des notions précédemment découvertes.*

■ **Grandeurs et mesures** ■ **Résolution de problèmes et gestion de données**

■ Construire des parallélogrammes 93
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 94, 95
■ Comparer des fractions inférieures à l'unité (1) 96
■ Un parallélogramme particulier : le losange .. 98
■ Un parallélogramme particulier : le rectangle 99
■ Comparer des fractions inférieures à l'unité (2) 100
■ « Cent trente-cinq quarts », c'est aussi « 135 divisé par 4 102
■ Fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 103
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 104, 105
■ Somme de fractions décimales : 1/2 et dixième (1) 106
■ Somme de fractions décimales : 1/2 et dixième (2) 107
■ Somme de fractions décimales : 1/2, *n*/4 et *n*/100 (1) 108
■ Somme de fractions décimales : 1/2, *n*/4 et *n*/100 (2) 109
■ Technique de la division : diviseur à deux chiffres (1) 110
■ Étendue ou aire d'une figure 114
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 116, 117
■ Somme de fractions décimales : 1/2, *n*/4, *n*/10, *n*/100 (1) 118
■ Somme de fractions décimales : 1/2, *n*/4, *n*/10, *n*/100 (2) 119
■ Technique de la division : diviseur à deux chiffres (2) 120
■ Le carré : un losange et un rectangle particuliers 121
■ La proportionnalité (1) : situations de comparaison 122
■ Mesures d'aires : le cm² 124
■ Des nombres affichés par la calculette 125
Bilan terminal de la troisième période 126

4e période

■ Écritures décimales : les dixièmes 128
■ Écritures décimales : dixièmes et centièmes 130
■ Mesures d'aires : le dm² 132
■ La proportionnalité (2) : deux modes de calcul 133
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 134, 135
■ Mesures d'aires : mm², cm², dm² et m² 136
■ Fractions décimales du m, du dm et du cm 138
■ Fractions décimales du dm² exprimées en cm² 139
■ Les écritures décimales pour exprimer des mesures 140
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 142, 143
■ Somme de nombres décimaux 144
■ Proportionnalité et non-proportionnalité 145
■ Produit d'un nombre décimal par un entier 146
■ Soustraction de nombres décimaux 148
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 150, 151
■ Construire, lire et interpréter des graphiques cartésiens (1) 152
■ Construire, lire et interpréter des graphiques cartésiens (2) 153
■ Classer des figures géométriques 154
Bilan terminal de la quatrième période 156

La calculatrice : comprendre le fonctionnement de la mémoire 158

(voir aussi l'index thématique sur www.editions-retz.com)

A.2.3 Le sommaire du manuel de CM2

Sommaire

Pages où sont introduites les notions* en : ■ Nombres et calcul ■ Géométrie

1re période

- La numération des grands nombres : unités simples, milliers, millions, milliards 14
- Les mesures de longueur : du mm au dm 16
- Écrire les grands nombres 17
- Décomposer les grands nombres 18
- Addition de grands nombres : les retenues ... 19
- La soustraction : calcul mental et résolution de problèmes 20
- Calcul mental de la multiplication 21
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 22, 23
- Compléments à cent, à cent mille 24
- Multiplier par 10, 100, 1 000... ; par 11, 101, 1 001... 26
- La soustraction en colonnes : comprendre les retenues 28
- La multiplication en colonnes 29
- Les angles 30
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 32, 33
- Vers les conversions : les rapports entre unités 34
- Division avec reste et résolution de problèmes 36
- La division avec reste : calculs par partition .. 38
- La division avec reste : calculs par quotition ... 40
- Multiplier pour convertir (cas simples) 42
- Division avec reste par 10, par 100, par 1 000... 44
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 46, 47
- Diviser pour convertir (pouces et pieds) 48
- Diviser pour convertir (m et km) 49
- Situer des nombres sur une droite graduée .. 50
- L'angle droit et les droites perpendiculaires ... 51
- Addition et soustraction, multiplication et division 52

Bilan terminal de la première période 54

2e période

- « 5 divisé par 6 », c'est aussi « 5 sixièmes » 56
- Fractions équivalentes < 1 57
- « 11 divisé par 4 », c'est aussi « 11 quarts » ... 58
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 60, 61
- Fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 62
- Droites et segments parallèles 63
- Sommes de fractions décimales (1) : 1/2, 1/4, 1/10, 1/100 64
- Sommes de fractions décimales (2) : 1/2, 1/4, 1/10, 1/100 66
- Fractions décimales (les millièmes) : équivalences 68
- Comparaison et mesures d'aires (1) : le cm² .. 69
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 70, 71
- Somme de fractions décimales : les millièmes (1) 72

Bilan intermédiaire de la deuxième période 73

- Somme de fractions décimales : les millièmes (2) 74
- Situer un décimal par des encadrements successifs 76
- La division avec reste : estimer un quotient (Q < 10) 80
- Le mm² ; aire d'un rectangle 81
- ARP Atelier de résolution de problèmes .. 82, 83
- Multiplier et diviser pour convertir des mesures d'aires 84
- Construire des triangles ; le triangle équilatéral 86

Bilan terminal de la deuxième période 88

3e période

- Les écritures décimales : les dixièmes et les centièmes 90
- Le jeu du nombre-cible avec les écritures décimales 92
- Les écritures décimales : les millièmes 93

* *Chaque séquence propose également des activités de réinvestissement des notions précédemment découvertes.*

■ Grandeurs et mesures ■ Résolution de problèmes et gestion de données

■ ARP Atelier de résolution de problèmes .. 94, 95
■ Technique de la division : diviseur à 2 chiffres (1) 96
■ Rédiger un plan de construction géométrique (1) 98
■ Mesures décimales de longueurs : sens des chiffres 100
■ Mesures décimales d'aires : sens des chiffres 101
■ Somme et différence de nombres décimaux 102
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 104, 105
■ Produit d'un nombre décimal par un entier < 10 106
■ Rédiger un plan de construction géométrique (2) 107
■ Technique de la division : diviseur à 2 chiffres (2) 108
■ Multiplication et division d'un nombre décimal par 10 110
■ Multiplication et division d'un décimal par 10, 100, 1 000... 111
■ Produit d'un décimal par un entier quelconque 112
Bilan intermédiaire de la troisième période ... 113
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 114, 115
■ Approximations par défaut et par excès 116
■ Quotient décimal d'une division (1) 118
■ Quotient décimal d'une division (2) 120
■ La moyenne (1) 122
■ Division par 2 et 4 : calcul mental du quotient décimal 124
■ Les solides (1) 125
■ Division décimale : quotient approché 126
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 128, 129
■ Multiplier/diviser pour convertir : cas des mesures décimales 130
■ Les solides (2) 131
Bilan terminal de la troisième période 132

4e période

■ Proportionnalité (1) 134
■ Symétrie par rapport à une droite (1) 135
■ Proportionnalité (2) : situations de comparaison 136
■ Multiplier/diviser pour convertir des unités de capacité 138
■ Symétrie par rapport à une droite (2) 140
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 142, 143
■ Proportionnalité (3) 144
■ Multiplier/diviser pour convertir des mesures de masse 145
■ Évaluer l'ordre de grandeur du résultat d'un calcul 146
■ La moyenne (2) 147
■ Construire, lire et interpréter des graphiques (1) 148
■ Proportionnalité (4) 149
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 150, 151
■ Construire, lire et interpréter des graphiques (2) 152
■ Vers la multiplication d'un entier par un décimal 153
■ Agrandissements, réductions de figures 154
■ Périmètre et aire du rectangle 155
■ Le tableau de conversion pour changer d'unités 156
■ ARP Atelier de résolution de problèmes 158, 159
■ Prendre la fraction d'un nombre (1) 160
■ Prendre la fraction d'un nombre (2) 161
■ Prendre la fraction d'un nombre (3) 162
■ Les échelles 163
Bilan terminal de la quatrième période 164

La calculatrice : comprendre le fonctionnement de la mémoire 166

(voir aussi l'index thématique sur www.editions-retz.com)

A.2.4 Grille d'analyse du manuel de CE2

<table>
<tr><td colspan="2">Présentation générale des leçons du manuel de l'élève</td><td>Les leçons sont proposées sur une page ou une double-page.
La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : je découvre, j'ai appris, je deviens performant</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Toutes les 8 leçons en moyenne, une double-page propose 2 leçons intitulées « ARP », atelier de résolution de problèmes.
Dans chacune de ces doubles-pages d'ARP, trois types d'activités sont proposés :
-étudier trois résolutions différentes d'un même problème
-rechercher dans une image, un document, un graphique, un tableau les informations pertinentes pour résoudre un problème</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>-résoudre des problèmes</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le Sommaire
(pages 6 et 7)</td><td>Présentation de l'année scolaire répartie sur 4 périodes, selon 4 thèmes d'étude : nombres et calcul, géométrie, grandeurs et mesures, résolution de problèmes et gestion de données.

Proposition d' « atelier de résolution de problèmes » (ARP) :

Période 1 : 3 ateliers de résolution de problèmes, p.18-19, p.28-29, p.40-41
Période 2 : 3 ARP, p.54-55, p.66-67, p.76-77
Période 3 : 3 ARP, p.93-93, p.104-105, p.122-123
Période 4 : 3 ARP, p.134-135, p.150-151, p.160-161</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Que disent les auteurs …</td><td>…dans le manuel de l'élève ?</td><td>Des informations sur les compétences à acquérir en calcul mental, sur la division, rien sur les ateliers de résolution de problèmes.

En fin de fichier, un Index thématique présente rapidement les thèmes abordés dans les ARP : « problèmes de soustraction, de multiplication, de division, divers. » (p.168)</td></tr>
<tr><td>…dans le livre du maître ?</td><td>Concernant les ARP, les auteurs précisent que : « les élèves ont l'occasion de réinvestir les connaissances acquises dans la première sorte de séquences. La principale propriété des problèmes proposés […] est leur variété, dans chaque ARP, quatre sortes d'activités sont proposées : comparer trois résolution d'un même problème, résolution de problèmes variés énoncés de façon classique, inventer et rédiger plusieurs questions cohérentes avec le début de l'énoncé, rechercher dans une image ou un document les informations pertinentes pour résoudre des problèmes » (2011, p.52-53)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5">Analyse des ateliers ARP repérés dans le sommaire</td><td colspan="13">Dans les activités de type 1, il s’agit d’analyser et si besoin de corriger les réponses de trois élèves à un problème posé.
Pas de démarche scientifique en jeu, du fait des réponses données des trois élèves, l’énoncé est long donc pas de problèmes ouverts.</td></tr>
<tr><td colspan="13">Dans les activités de type 2, il s’agit de résoudre un problème en utilisant des données fournies dans différents supports : un tableau, un dessin, un graphique. L’énoncé est long et pas de démarche scientifique en jeu mais une lecture de différents supports pour recueillir des données donc pas de problèmes ouverts</td></tr>
<tr><td colspan="13">Dans les activités de type 3, la plupart des problèmes sont des problèmes d’application de notions étudiées dans les séquences précédentes ou des programmes de construction :</td></tr>
<tr><td colspan="13"><table>
<tr><td>Séquence
Problèmes</td><td>9/10
Tous</td><td>17/18
Tous</td><td>25/26
Tous</td><td>36/37
Tous</td><td>46/47
6p.66</td><td>53/54
Tous</td><td>63/64
Tous</td><td>70/71
2p.105</td><td>80/81
Tous</td><td>89/90
Tous</td><td>100/101
Tous</td><td>109/110
Tous</td></tr>
<tr><td>Enoncé court</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Questions intermédiaires</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Domaine familier</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Démarche scientifique</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Est-ce un PO (Arsac et al., 1988) ?</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

A.2.5 Grille d'analyse du manuel de CM1

Présentation générale des leçons du manuel de l'élève		Les leçons sont proposées sur une page ou une double-page. La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : « *Je découvre, j'ai appris, je deviens performant* »
		Toutes les 8 leçons en moyenne, une double page propose 2 leçons intitulées « *ARP* ». Dans chaque double-page, trois types d'activités sont proposés à chaque fois : -étudier trois résolutions différentes d'un même problème -rechercher dans une image, un document, les informations pertinentes pour résoudre un problème
		-résoudre des problèmes
Le *Sommaire* (pages 6 et 7)		Présentation de l'année répartie sur 4 périodes, selon 4 thèmes d'étude (*Nombres et calcul, Géométrie, Grandeurs et mesures, Résolution de problèmes et gestion de données*).
		Proposition d' « *atelier de résolution de problèmes* » (*ARP*) : Période 1 : 4 ARP (p.24-25, p.36-37, p.46-47, p.54-55) Période 2 : 2 ARP (p.66-67, p.80-81) Période 3 : 3 ARP (p.94-95, p.104-105, p.116-117) Période 4 : 3 ARP (p.134-135, p.142-143, p.150-151)
Que disent les auteurs …	…dans le manuel de l'élève ?	« 5 conseils pour bien utiliser *J'apprends les maths CM1* » :
		Concernant les ARP, « *Il s'agit là d'un type de séquences très différentes des autres (même si les activités qui y sont proposées s'inscrivent elles-mêmes dans la progression d'ensemble. Dans les activités numérotées 2, on vise surtout à ce que l'élève comprenne l'énoncé et résolve chaque problème en recourant à la procédure qui lui est accessible sur le moment [...] »* (p.12-13)
	…dans ***le livre du maître*** ?	A propos des ARP : « *Pourquoi des ARP ? […] deux grandes fonctions :*
		-permettre aux élèves de rencontrer une grande diversité de problèmes […](les élèves) se donneront ainsi une connaissance plus riche des mathématiques du quotidien. *- donner l'occasion de réinvestir, dans la résolution de ces problèmes, les connaissances acquises précédemment […]* ». L'objectif annoncé est le développement de l'autonomie des élèves face à la résolution d'un problème de mathématiques. Les élèves travaillent individuellement, l'enseignant les aide individuellement. A la fin des ateliers, une mise en commun est organisée autour de 2 ou 3 problèmes que l'enseignant « *choisit en fonction de ce qu'il a observé dans l'atelier* ». La mise en commun « *permet de comparer les différentes stratégies utiliser pour chaque problème et de valider les solutions* » (2010)

<table>
<tr><td rowspan="5">Analyse des ateliers de résolution de problèmes (ARP) repérés dans le sommaire

Trois types d’activités sont proposés dans chacune des double-pages.</td><td colspan="13">Dans les activités de type 1, il s’agit d’analyser et si besoin de corriger les réponses de trois élèves à un problème posé. Pas de démarche scientifique en jeu, du fait des réponses données des trois élèves, l’énoncé est long donc pas de problèmes ouverts.</td></tr>
<tr><td colspan="13">Dans les activités de type 2, il s’agit de résoudre un problème en utilisant des données fournies dans différents supports : un tableau, un dessin, un graphique. L’énoncé est long et pas de démarche scientifique en jeu mais une lecture de différents supports pour recueillir des données donc pas de problèmes ouverts</td></tr>
<tr><td colspan="13">Dans les activités de type 3, la plupart des problèmes sont des problèmes d’application de notions étudiées dans les séquences précédentes ou des programmes de construction :</td></tr>
<tr><td>Séquence
Problèmes</td><td>7/8
5p.24
4p.25</td><td>16/17
Tous</td><td>25/26
3p.46</td><td>32/33
5p.54</td><td>42/43
Tous</td><td>52/53
Tous</td><td>65/66
5p.95</td><td>73/74
Tous</td><td>81/82
Tous</td><td>99/100
Tous</td><td>106/107
Tous</td><td>114/115
Tous</td></tr>
<tr><td>Enoncé court</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Questions intermédiaires</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Domaine familier</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Démarche scientifique</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Est-ce un PO ? (Arsac et al., 1988)</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
</table>

A.2.6 Grille d'analyse du manuel de CM2

<table>
<tr><td colspan="2">Présentation générale des leçons du manuel de l'élève</td><td>Les leçons sont proposées sur une page ou une double-page.
La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : « Je découvre, j'ai appris, je deviens performant »</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Toutes les 8 leçons en moyenne, une double page propose 2 leçons intitulées « ARP ».
Dans chaque double-page, trois types d'activités sont proposés à chaque fois :
-étudier trois résolutions différentes d'un même problème
-rechercher dans une image, un document, les informations pertinentes pour résoudre un problème</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>-résoudre des problèmes</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le Sommaire
(pages 6 et 7)</td><td>Présentation de l'année répartie sur 4 périodes, selon 4 thèmes d'étude (Nombres et calcul, Géométrie, Grandeurs et mesures, Résolution de problèmes et gestion de données).

Proposition d' « atelier de résolution de problèmes » (ARP) :
Période 1 : 3ARP, p.22-23, p.32-33, p.46-47
Période 2 : 3 ARP, p.60-61, p.70-71, p.82-83
Période 3 : 4 ARP, p.94-95, p.104-105, p.114-115, p.128-129
Période 4 : 3 ARP, p.142-143, p.150-151, p.158-159</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Que disent les auteurs …</td><td rowspan="2">…dans le manuel de l'élève ?</td><td>Un paragraphe propose « 5 conseils pour bien utiliser J'apprends les maths CM2 »</td></tr>
<tr><td>Notamment comment « animer les ARP de manière individualisée » :
« […] Il s'agit là d'un type de séquences très différentes des autres (même si les activités qui y sont proposées s'inscrivent elles-mêmes dans la progression d'ensemble. Dans les activités numérotées 2, on vise surtout à ce que l'élève comprenne l'énoncé et résolve chaque problème en recourant à la procédure qui lui est accessible sur le moment […] » (p.12-13)</td></tr>
<tr><td>…dans le livre du maître ?</td><td>A propos des ARP : « Il s'agit là d'un type de séquences très différentes des autres » qui ont « deux grandes fonctions :
-permettre aux élèves de rencontrer une grande diversité de problèmes […]
-donner l'occasion de réinvestir, dans la résolution de ces problèmes, les connaissances acquises précédemment […] » .

L'objectif annoncé est le développement de l'autonomie des élèves face à la résolution d'un problème de mathématiques.
Les élèves travaillent individuellement, l'enseignant les aide individuellement.
A la fin des ateliers, une mise en commun est organisée autour de 2 ou 3 problèmes que l'enseignant « choisit en fonction de ce qu'il a observé dans l'atelier ».
La mise en commun « permet de comparer les différentes stratégies utiliser pour chaque problème et de valider les solutions » (2010, p.62-63).</td></tr>
</table>

Analyse des ateliers *ARP* repérés dans le sommaire

Dans les activités de type 1, il s'agit d'analyser et si besoin de corriger les réponses de trois élèves à un problème posé. Pas de démarche scientifique en jeu, du fait des réponses données des trois élèves, l'énoncé est long donc pas de problèmes ouverts.

Dans les activités de type 2, il s'agit de résoudre un problème en utilisant des données fournies dans différents supports : un tableau, un dessin, un graphique. L'énoncé est long et pas de démarche scientifique en jeu mais une lecture de différents supports pour recueillir des données donc pas de problèmes ouverts

Dans les activités de type 3, la plupart des problèmes sont des problèmes d'application de notions étudiées dans les séquences précédentes ou des programmes de construction :

Séquences Problèmes	8/9 **4p.22**	15/16 Tous	23/24 Tous	35/36 Tous	43/44 Tous	51/52 Tous	60/61 Tous	68/69 Tous	77/78 Tous	86/87 **6p.128**	97/98 **6p.142**	105/106 Tous	112/113 Tous
Enoncé court	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Questions intermédiaires	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Démarche scientifique	O	N	N	N	N	N	N	N	N	O	O	N	N
Est-ce un PO ? (Arsac et *al*., 1988)	O	N	N	N	N	N	N	N	N	O	O	N	N

ANNEXE A.3 : la collection *Euromaths*

A.3.1 Le sommaire CE2

Sommaire

Connaissance des nombres
Espace et géométrie
Problèmes et calculs
Grandeurs et mesures
Organisation et gestion de données
C étape de consolidation
E étape d'entraînement

Période 1

1 Les nombres dans notre environnement 7
C1 Dénombrer une collection 8
2 Addition et soustraction : se déplacer sur la suite numérique 10
3 Addition et soustraction : se déplacer sur la suite numérique 12
E1 Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction 13
4 Reproduire des figures sur un quadrillage 14
5 Numération écrite : les nombres jusqu'à 1 000 16
6 Calculatrice et numération 18
C2 Addition et soustraction : dénombrer des collections 19
7 Addition et soustraction : modifier des quantités 20
8 Addition : différentes méthodes de calcul 22
Ce que je suis capable de faire 24
9 Ranger des nombres sur la file numérique 25
10 Reproduire des figures : repérer des alignements 26
11 Les noms de nombres jusqu'à mille 28
12 Cercles 30
13 Comparer des nombres 32
14 Comparer des longueurs 33
15 Mesurer des longueurs 34
16 Repérer le milieu d'un segment 36
E2 Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction 37
17 Repérage sur quadrillage 38
Ce que je suis capable de faire 40

Période 2

18 Numération écrite : les nombres jusqu'à 10 000 42
19 Représenter les nombres sur la droite numérique 44
20 Soustraction : conservation des écarts 45
21 Addition, soustraction : différentes méthodes de calcul 46
22 Angles droits 48
23 Comparer, ranger, encadrer 50
24 Calculatrice et numération 52
E3 Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction 53
25 Soustraction : technique usuelle 54
26 Droites perpendiculaires, angles droits 56
Ce que je suis capable de faire 58
C3 Multiplication et division : comprendre un énoncé de problème 59
C4 Multiplication et division : problèmes 60
C5 Multiplication : calculs 61
27 Numération orale 62
28 La numération romaine 64
C6 La monnaie 65
29 Évaluer et mesurer des longueurs 66
30 Figures planes et polygones 68
31 Heures et durées 70
32 Lecture de graphiques 72
Ce que je suis capable de faire 74

Période 3

33 Les multiples 76
34 La table de multiplication 78
35 Reconnaître des triangles et des quadrilatères 80

E4 Calculer avec des nombres sympathiques .. 82
36 Calcul : le rôle des parenthèses 83
37 Numération écrite : les nombres au-delà de 10 000 84
38 Construire des carrés, des rectangles 85
39 Comparer, ranger, encadrer 86
40 Multiplier par 10, 100, 1 000 88
41 Multiplier par des multiples de10, de 100, de 1 000 89
42 La monnaie 90
Ce que je suis capable de faire 92
43 Mesures de longueurs, de distances 93
44 Multiplication : vers la technique usuelle .. 94
45 Multiplication : vers la technique usuelle .. 96
46 Construire les figures usuelles sur divers supports 98
47 Problèmes numériques : aide à la résolution 100
48 Multiplication : la technique usuelle 101
49 Multiplication : la technique usuelle 102
50 Périmètre des figures planes 104
51 Distances 106
Ce que je suis capable de faire 108

Période 4

52 La suite des nombres au-delà de 10 000 110
E5 Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction, multiplication 112
53 Polygones usuels et figures complexes 113
54 Numération orale : décompositions auditives 114
55 Problèmes relevant des quatre opérations 116
56 Axes de symétrie d'une figure 118
57 Lire un graphique 120
58 Problèmes pour apprendre à chercher 121
59 Mesures de masses 122
60 Gestion de données 124
61 Axes de symétrie de figures usuelles 125
Ce que je suis capable de faire 126
E6 Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction, multiplication 127
62 Multiplication et division : comprendre un énoncé de problème 128
63 Construire par symétrie 130
64 La monnaie 132
65 Solides : de l'espace au plan 134
66 Les nombres au-delà de 100 000 136
67 Cubes et pavés droits 138
68 Durées 140
Ce que je suis capable de faire 142

Période 5

69 Encadrer un nombre entre des multiples d'un autre nombre 144
70 Multiplication et division : nombre de parts 146
71 Multiplication et division : valeur d'une part 148
72 Mesures de contenances 150
73 Graphiques 152
74 Division : la technique 153
75 Division : la technique 154
76 Décrire et reproduire des figures complexes 156
E7 Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations 158
Ce que je suis capable de faire 160
77 Problèmes numériques : aide à la résolution 161
E8 Numération : entretien 162
78 Construire des figures à partir de messages 164
E9 Problèmes relevant des quatre opérations 166
79 Problèmes pour apprendre à chercher 167
80 Les grands nombres 168
E10 Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations 170
81 Construire des figures à partir de schémas 171
82 Les grands nombres 172
Ce que je suis capable de faire 174

A.3.2 Le sommaire CM1

Sommaire

Les activités mathématiques proposées aux élèves sont réparties en six thèmes.
- Connaissance des nombres entiers
- Espace et géométrie
- Problèmes et calculs (entiers et décimaux)
- Connaissance des fractions et décimaux
- Grandeurs et mesures
- Organisation et gestion de données

Les compétences travaillées dans chaque étape sont répertoriées page 6.

Les trois types d'étapes :
- 9 Construction et structuration de connaissances nouvelles
- C Consolidation de connaissances déjà travaillées
- E Entraînement

Période 1

Présentation 7
C Addition et soustraction : problèmes 8
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction (1) 9
C Dénombrer une collection organisée 10
1 Reproduire en décalquant 11
2 Numération : décomposition additive 12
3 Alignements 14
4 Alignements : restauration de figures 16
5 Numération orale 17
C Numération orale 18
6 Numération écrite : décomposition canonique (1) 20
7 Numération écrite : position et valeur des chiffres 22
8 Numération écrite : comparer des nombres entiers 24
Ce que je suis capable de faire 26
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction (2) 27
C Addition : techniques 28
9 Addition et soustraction : problèmes 30
10 Addition et soustraction : calcul 32
11 Soustraction : technique usuelle 34
12 Distance de deux points, milieu d'un segment 36
13 Distance de deux points, cercle 38
14 Cercles 40
15 Numération orale : lire, écrire et comparer 42
16 Repérage sur quadrillage, tableaux, graphiques (Europe) 44
Ce que je suis capable de faire 46
Mathématiques et patrimoine : Condorcet 48

Période 2

Présentation 49
C Multiplication et division : problèmes 50
C Calcul réfléchi : le répertoire multiplicatif 52
17 Calcul réfléchi : les multiples 54
18 Comparer des angles 56
19 Reproduire des angles 57
20 Distance d'un point à une droite, droites perpendiculaires 58
C Calcul réfléchi : multiplier par 10, 100, 1 000 60
C Calcul réfléchi : multiplier par des multiples de 10, de 100, de 1 000 61
21 Calcul réfléchi : le rôle des parenthèses 62
C Multiplication : technique usuelle 63
22 Multiplication : technique usuelle 64
23 Numération orale : ses règles 66
Ce que je suis capable de faire 68
24 Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (1) 69
25 Numération écrite : décomposition canonique (2) 70
26 Droites parallèles, droites perpendiculaires 72
27 Propriétés des polygones 74
28 Estimer des longueurs, des distances 76
29 Mesurer des longueurs, des distances 78
30 Périmètre des figures planes 80
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction, multiplication 82
31 Représentation de données : graphiques et tableaux 83
32 Interpréter des données numériques (Europe) 84
Ce que je suis capable de faire 86
Mathématiques et patrimoine : Neper 88

Période 3

Présentation 89
33 Multiplication et division : problèmes (quantités) 90
34 Division : nombre de parts 92
35 Division : valeur d'une part 94
36 Division : soustraire des multiples du diviseur 96

C Décrire des figures 98
37 Reproduire des figures 100
38 Multiplication et division : problèmes (grandeurs) 102
39 Division : l'écriture en ligne 104
40 Utiliser la calculatrice (1) 106
Ce que je suis capable de faire 108
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1) 109
41 Calcul de durées 110
42 Figures : analyse et reproduction 112
43 Formes et aires 114
44 Mesure des aires 116
45 Division : combien de chiffres au quotient ? 118
46 Division : technique usuelle 120
47 Figures : programmes de construction 122
48 Problèmes pour apprendre à chercher (1) 124
E Calcul réfléchi : récréation (1) 125
49 Mesurer des durées (Europe) 126
Ce que je suis capable de faire 128
Mathématiques et patrimoine : Huyghens 130

Période 4

Présentation 131
50 Multiplication et division : la proportionnalité au quotidien 132
51 Proportionnalité : graduations et échelles 134
52 Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (2) 135
53 Fractions au quotidien 136
54 Fractions et partages de longueurs 138
55 Fractions : la machine à partager les segments 140
56 Fractions et graduations (1) 142
57 Fractions et graduations (2) 144
58 Mesure des contenances 145
59 Symétrie par rapport à un axe 146
60 Axes de symétrie des figures usuelles 148
Ce que je suis capable de faire 150
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (2) 151
61 Fractions et partage d'aires (1) 152
62 Fractions et partage d'aires (2) 154
63 Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (1) 156
64 Placer des fractions sur la droite numérique 158
65 Fractions décimales (1) 160
66 Fractions décimales (2) 162
67 Fractions décimales et nombres décimaux 163
68 Représentation de données : graphiques 164
C Numération 165
69 Utiliser la proportionnalité (Europe) 166
Ce que je suis capable de faire 168
Mathématiques et patrimoine : Les Égyptiens 170

Période 5

Présentation 171
70 Comparer des nombres décimaux 172
71 Nombres décimaux et mesure des longueurs 174
72 Addition et soustraction des nombres décimaux : vers la technique 176
73 Lecture de plans et de cartes : échelles 178
74 Nombres décimaux au quotidien 180
75 Utiliser la calculatrice (2) 181
76 Solides : de l'espace au plan 182
77 Parallélépipèdes rectangles et cubes 184
E Multiplication et division : problèmes et calcul 186
78 Le million et au-delà 188
Ce que je suis capable de faire 190
79 Multiplication d'un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000 191
80 Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier 192
81 Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (2) 194
E Problèmes à une ou plusieurs étapes 195
82 Division décimale de deux nombres entiers : quand peut-on partager le reste ? 196
83 Division décimale de deux nombres entiers : approche de la technique 197
84 Mesure des masses 198
85 Problèmes pour apprendre à chercher (2) 200
E Calcul réfléchi : récréation (2) 201
86 Les grands nombres : découvrir le milliard (Europe) 202
Ce que je suis capable de faire 204
Mathématiques et patrimoine : Le système métrique 206

A.3.3 Le sommaire CM2

Sommaire

Les activités mathématiques proposées aux élèves sont réparties en six thèmes.
- Connaissance des nombres entiers, décimaux, fractionnaires
- Espace et géométrie
- Problèmes et calculs (entiers et décimaux)
- Grandeurs et mesures
- Organisation et gestion de données

Les compétences travaillées dans chaque étape sont répertoriées page 6.

Les trois types d'étapes :
- 4 Construction et structuration de connaissances nouvelles
- C Consolidation de connaissances déjà travaillées
- E Entraînement

Période 1

	Présentation	7
1	Numération : écriture chiffrée des nombres entiers	8-9
2	Numération orale	10-11
3	Analyser une figure pour la reproduire	12
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction	13
C	Addition et soustraction : problèmes	14
C	Addition et soustraction : calcul	15
C	Soustraction : technique usuelle	16-17
C	Décrire des figures pour les identifier ou les construire	18-19
C	Numération : comparer des nombres	20
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : multiplication et division	21
4	Problèmes pour apprendre à chercher (1)	22
C	Multiplication et division : problèmes	23
C	Multiplication et division : technique usuelle	24-25
	Ce que je suis capable de faire	26
5	Distance de deux points : cercle	27
6	Triangles	28-29
C	Fractions au quotidien	30
7	Fractions : partages de longueurs	31
8	Fractions : partages et graduations	32-33
9	Quadrilatères	34-35
10	Périmètre des polygones	36-37
11	Encadrer une fraction par des entiers, fractions décimales	38-39
12	Fractions décimales et nombres décimaux (les écritures à virgule)	40-41
13	Comparer des altitudes (Europe)	42-43
	Ce que je suis capable de faire	44-45
	Mathématiques et patrimoine : La Disme	46

Période 2

	Présentation	47
14	Relations arithmétiques entre les nombres entiers : les multiples (1)	48-49
E	Problèmes à une ou plusieurs étapes (1)	50
C	Division : nombre de parts	51
C	Division : valeur d'une part	52
15	Division des nombres entiers : technique (1)	53
16	Division des nombres entiers : technique (2)	54-55
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1)	56
C	Numération : encadrer des nombres	57
17	Angles	58-59
18	Droites perpendiculaires et droites parallèles	60-61
19	Représentation de données : graphiques et tableaux	62-63
	Ce que je suis capable de faire	64
20	Problèmes pour apprendre à chercher (2)	65
21	Addition et soustraction de nombres entiers et décimaux	66-67
22	Soustraction des nombres décimaux : technique	68
23	Utiliser la calculatrice (1)	69
24	Comparer des nombres décimaux	70-71
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi sur les nombres entiers	72
25	Reproduction, restauration de figures	73
26	Distance, milieu, cercle	74-75
27	Reproduire et construire des figures	76-77
28	Numération : dépasser le million	78-79
E	Utiliser la calculatrice (2)	80
29	Problèmes pour s'entraîner : aide méthodologique	81
30	Se repérer sur une carte, lire un tableau (Europe)	82-83
	Ce que je suis capable de faire	84-85
	Mathématiques et patrimoine : L'art contemporain	86

Période 3

	Présentation	87
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction de nombres décimaux	88
31	Multiplication d'un nombre décimal par 10 ou 100 ou 1 000	89

32 Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier 90-91
C Symétrie par rapport à un axe 92-93
33 Axes de symétrie des figures usuelles (1) 94-95
34 Relations entre les grandeurs : proportionnalité ? 96-97
35 Proportionnalité dans la vie quotidienne 98-99
36 Relations arithmétiques entre les nombres entiers : les multiples (2) 100-101
Ce que je suis capable de faire 102
E Problèmes à une ou plusieurs étapes (2) 103
37 Axes de symétrie des figures usuelles (2) 104-105
38 Transformer une figure par symétrie 106-107
39 Nombres décimaux et mesure de longueurs 108-109
40 Aire des surfaces planes et fractions 110-111
41 Mesure des aires, aires du rectangle et du carré 112-113
42 Mesure des aires : hauteur du triangle, aire du triangle 114-115
E Décimaux et fractions 116-117
43 Mesure des masses 118-119
44 Numération : lire, écrire les grands nombres 120-121
45 Lire des tableaux, calculer et comparer des longueurs (Europe) 122-123
Ce que je suis capable de faire 124-125
Mathématiques et patrimoine : Les fractales 126

Période 4

Présentation 127
46 Division avec quotient décimal : l'art d'utiliser les restes 128-129
47 Mesure des durées 130-131
48 Propriétés des triangles et des quadrilatères 132-133
E Multiplication d'un décimal par un entier 134
49 Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (1) 135
50 Comparaison relative entre grandeurs : proportionnalité outil 136-137
51 Agrandissement et réduction de figures planes (1) 138-139
52 Agrandissement et réduction de figures planes (2) 140-141
53 Représentation de données : diagrammes circulaires et tableaux 142-143
Ce que je suis capable de faire 144
E Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (2) 145
54 Calculer des moyennes : vitesses, distances, prix, effectifs 146-147
55 Utiliser des schémas pour élaborer un raisonnement 148
56 Problèmes pour débattre en mathématiques (1) 149
57 Fractions d'angle droit et figures planes 150-151
58 Nombres décimaux et mesure d'aires 152-153
59 Nombres décimaux et mesure de contenances 154-155
60 Relation entre des grandeurs : proportionnalité 156
61 Proportionnalité : la règle de trois 157
62 Utiliser la calculatrice (3) 158-159
E Décimaux et fractions 160-161
63 Les grands nombres (Europe) 162-163
Ce que je suis capable de faire 164-165
Mathématiques et patrimoine : Le pantographe 166

Période 5

Présentation 167
64 Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2) 168
C La proportionnalité : problèmes 169
65 Utiliser la calculatrice, le rôle des parenthèses 170-171
66 Les pourcentages 172-173
67 Décrire des solides 174-175
68 Construire des cubes et des parallélépipèdes rectangles 176-177
69 Représentation de données : phénomènes statistiques 178-179
70 D'autres polyèdres : prismes et pyramides 180-181
71 Volume du pavé 182-183
Ce que je suis capable de faire 184
E Calcul automatisé, calcul réfléchi 185
72 Les différents quotients : entier ou décimal, exact ou approché 186-187
73 Division d'un nombre décimal par un nombre entier 188-189
74 Les échelles : réduction, agrandissement 190-191
75 Les échelles : plans et cartes 192-193
76 Problèmes pour débattre en mathématiques (2) 194
77 Produit de dixièmes par des dixièmes 195
78 Produit de deux nombres décimaux 196-197
79 Périmètre du cercle 198-199
80 Aire et périmètre 200-201
81 Reproduction de figures (Europe) 202-203
Ce que je suis capable de faire 204-205
Mathématiques et patrimoine : Les solides de Platon 206-207

A.3.4 Problèmes pour apprendre à chercher (CE2)

Leçon 58 p. 121

58

CALCUL MENTAL. Jeu de mémoire : le professeur dit 4 nombres inférieurs à 1 000 ; après dix secondes, les élèves les écrivent en chiffres dans l'ordre croissant ou décroissant.

Problèmes pour apprendre à chercher

Objectif : s'entraîner à résoudre des problèmes en respectant plusieurs contraintes.

DÉCOUVERTE

Les yaourts sont vendus en paquets de 6, de 10 ou de 12.

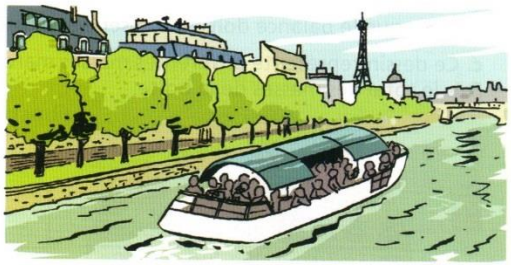
1. Sophie veut acheter 48 yaourts. Indique les paquets qu'elle peut choisir. Trouve au moins trois solutions.

2. Paul veut acheter 60 yaourts. Indique les paquets qu'il peut choisir. Trouve au moins quatre solutions.

3. Anaïs veut acheter 80 yaourts en prenant le plus possible de paquets de 12 yaourts. Indique les paquets qu'elle doit choisir.

4. Claude veut acheter 100 yaourts en prenant le moins de paquets possible. Indique les paquets qu'il doit choisir.

EXERCICES



1. Des groupes de touristes vont faire un tour en bateau sur la Seine. Les personnes d'un même groupe ne veulent pas se séparer. Chacun des trois bateaux de la compagnie peut transporter au maximum 150 personnes.

a. Sept groupes arrivent. Voici le nombre de personnes dans chaque groupe :

30 45 50 65 70 80 100

Comment faut-il s'organiser pour faire monter tous les touristes dans les trois bateaux ?

b. Plus tard, huit groupes arrivent. Voici le nombre de personnes dans chaque groupe :

20 35 50 55 60 65 75 85

Comment faut-il s'organiser pour faire monter tous les touristes dans les trois bateaux ?

2. Comment faire 50 € avec des billets de 20 €, 10 €, 5 € ? Trouve au moins quatre solutions.

3. Comment faire 2 € avec des pièces de 50 c, 20 c, 10 c, 5 c en n'utilisant qu'une sorte de pièces ?

cent vingt et un • 121

Leçon 79 p. 167

79

CALCUL MENTAL. Jeu du compte est bon.

Problèmes pour apprendre à chercher

Objectif : s'entraîner à résoudre des problèmes en respectant des contraintes.

DÉCOUVERTE

Pour les offrir, Alice doit mettre 5 kg de bonbons en sachets. Elle a des sachets de 500 g et des sachets de 200 g.
Par exemple, elle peut utiliser 8 sachets de 500 g et 5 sachets de 200 g.

Trouve d'autres répartitions possibles.

EXERCICES

1 Le professeur de sports de la classe de CE2 cherche à faire des équipes pour un jeu.
Tous les élèves doivent participer au jeu.
Le professeur s'aperçoit qu'il peut former des équipes de 4 ou des équipes de 6 ou des équipes de 8.
Il y a moins de 30 élèves dans la classe.

Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?

2 Monsieur Picture a 48 images. Il peut les donner toutes à un seul enfant.
Il peut aussi les partager équitablement entre plusieurs enfants.
Par exemple, il peut donner 24 images à 2 enfants.

Cherche tous les autres cas possibles.

3 Trouve toutes les manières d'obtenir 15 points en lançant trois dés, puis toutes les manières d'obtenir 10 points en lançant trois dés.

Remue-méninges

La somme de deux nombres est 10.

a. Leur produit peut-il se terminer par 1 ?

b. Leur produit peut-il se terminer par 2 ?

c. Et pour deux nombres dont la somme est 100, que réponds-tu aux deux questions précédentes ?

A.3.5 Problèmes pour apprendre à chercher (CM1)

Leçon 48 p. 124

48

CALCUL MENTAL
Le professeur écrit au tableau deux produits déjà effectués (ex. 4 x 13 = 52 ; 7 x 13 = 91). À partir de ces égalités, les élèves doivent trouver : 40 x 13 ; 70 x 13 ; 47 x 13 ; 74 x 13 ; etc.

Problèmes pour apprendre à chercher (1)

Objectif : s'entraîner à résoudre des problèmes en émettant des hypothèses, en faisant des essais et en vérifiant que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

DÉCOUVERTE

Les élèves de l'école maternelle fabriquent des cartes de vœux avec des fleurs à 4 pétales et des cartes avec des fleurs à 7 pétales. Les élèves doivent coller des gommettes en forme de pétales dans les espaces réservés.

Dans un atelier, la maîtresse distribue 3 cartes à chacun des 5 élèves. Elle a calculé qu'il fallait 78 gommettes pour l'atelier.

Combien y a-t-il de cartes à 4 pétales et combien y a-t-il de cartes à 7 pétales ?

EXERCICES

1 À La Poste, tu peux utiliser un « distributeur de monnaie ».

Les pièces disponibles dans le distributeur sont des pièces de 2 €, 1 € et 50 c.

Quelles pièces peux-tu obtenir en échange d'un billet de 10 € ? Trouve au moins quatre possibilités.

2 Les yaourts sont vendus en paquets de 6, de 10 et de 12.

a. Pauline veut acheter 50 yaourts. Indique les paquets qu'elle peut choisir. Trouve au moins trois solutions.

b. Cyrille veut acheter 90 yaourts. Indique les paquets qu'il peut choisir. Trouve au moins quatre solutions.

c. Lucie veut acheter 100 yaourts en prenant le plus possible de paquets de 12 yaourts. Indique les paquets qu'elle doit choisir.

d. Hervé veut acheter 180 yaourts en prenant le moins de paquets possible. Indique les paquets qu'il doit choisir.

Remue-méninges

Dans un sac sont mélangées 5 billes vertes et 5 billes rouges. On plonge la main dans le sac, sans regarder, pour prendre des billes.

Combien doit-on prendre de billes pour être certain d'avoir au moins 2 billes de la même couleur ? Et si on avait 30 billes vertes, 18 rouges et 24 jaunes ?

Leçon 85 p. 200

85

CALCUL MENTAL
Le défi à 100 (suite) : cette fois, le professeur choisit les nombres à atteindre parmi ceux qui ne sont pas encore trouvés.

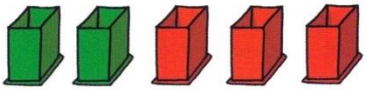
Problèmes pour apprendre à chercher (2)

Objectif : s'entraîner à résoudre des problèmes nécessitant de mettre en œuvre des procédures nouvelles : émettre des hypothèses, faire des essais, vérifier que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

DÉCOUVERTE

Tu disposes de deux boîtes vertes, trois boîtes rouges et de 50 jetons.

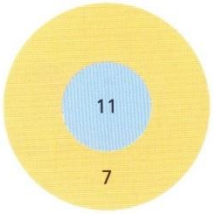
Il faut mettre les 50 jetons dans les boîtes : aucune boîte ne doit être vide et il doit y avoir le même nombre de jetons dans les boîtes de même couleur.



Trouve au moins deux façons possibles de répartir les jetons dans les boîtes.

EXERCICES

1 Quand on lance des flèches dans la cible, on marque 11 points au centre et 7 points dans la couronne.



Hervé a marqué 100 points.

Combien de flèches Hervé a-t-il lancées dans chaque zone de la cible ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?

2 Luc et Martin lancent chacun trois fléchettes dans cette nouvelle cible.

Luc met deux fléchettes au centre et une dans la couronne, il obtient 22 points.

Martin obtient 17 points avec une fléchette au centre et deux dans la couronne.

Quelles sont les valeurs des zones ?

3 Cette année, l'âge du grand-père d'Hervé est un multiple de 5.
L'année dernière, il était multiple de 3 et l'année prochaine il sera un multiple de 4.

Quel est son âge ?

Remue-méninges

Au carrefour de la Croix Rousse, le feu reste 30 s au rouge, 15 s au vert, 5 s à l'orange.

Si le feu passe au vert à 9 h, de quelle couleur sera-t-il à 9 h 08 précises ?

A.3.6 Problèmes pour apprendre à chercher (CM2)

Leçon 4 p. 22

4

CALCUL MENTAL
Jeu du furet : compter de 6 en 6 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 6. Demander de temps en temps de quel multiple de 6 il s'agit (ex. : 66, c'est 6 fois 11).

Problèmes pour apprendre à chercher (1)

Objectif : faire des essais en les contrôlant pour résoudre des problèmes non familiers.

DÉCOUVERTE

❶ En jouant avec sa console de jeu, Théo attrape 7 pommes s'il atteint la caisse jaune et 9 pommes s'il atteint la caisse verte. Théo a atteint 12 fois la caisse jaune et 8 fois la verte.
Combien de pommes a-t-il obtenues ?

❷ En jouant au même jeu, Leïla a attrapé 76 pommes.
Comment a-t-elle pu réaliser ce score ?

❸ Qwang a attrapé 112 pommes. Il a atteint autant de fois la caisse jaune que la caisse verte.
Combien de fois a-t-il atteint chacune de ces caisses ?

EXERCICE

Théo, Qwang, Alice et Leïla ont chez eux des chaises et des tabourets. Chaque chaise a 4 pieds et chaque tabouret a 3 pieds.

a. Chez Théo, il y a 14 chaises et 7 tabourets. Combien y a-t-il de pieds en tout ?

b. Chez Qwang, il y a plus de chaises que de tabourets. En tout, il y a 53 pieds. Combien y a-t-il de chaises ? Combien y a-t-il de tabourets ?

c. Chez Alice, il y a autant de chaises que de tabourets. En tout, il y a 98 pieds. Combien y a-t-il de chaises ? Combien y a-t-il de tabourets ?

d. Chez Leïla, il y a en tout 23 sièges (chaises et tabourets) et 79 pieds. Combien y a-t-il de chaises ? Combien y a-t-il de tabourets ?

Remue-méninges

Condillac proposait le défi suivant :
« Ayant des jetons dans les deux mains, si je faisais passer un jeton de la main gauche dans la main droite, j'en aurais autant dans chaque main.
Si je faisais passer un jeton de la main droite dans la main gauche, j'en aurais deux fois plus dans la main gauche.
Combien ai-je de jetons dans chaque main ? »

Condillac avait moins de 10 jetons dans chaque main.

Relève ce défi.

Étienne Bonnot de Condillac, homme de lettres français (1715-1780).

problèmes relevant des quatre opérations
4
E
20
29
E
56
76

Leçon 20 p. 65

20

CALCUL MENTAL
Jeu de recto verso des nombres décimaux : avec des cartes portant au recto une fraction décimale, au verso son écriture à virgule. Il s'agit de prévoir le verso lorsque l'on voit le recto (et inversement).

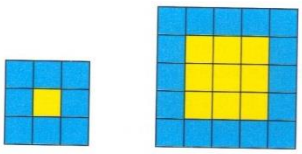
Problèmes pour apprendre à chercher (2)

Objectifs : résoudre des problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas, le plus souvent, de la procédure experte. Émettre et tester des hypothèses, gérer des essais, vérifier que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

DÉCOUVERTE

Pour résoudre ce problème, tu peux utiliser ta calculatrice.

1 On réalise une série de mosaïques de forme carrée.
Dans cette série, le pourtour est constitué de carreaux bleus sur une seule rangée et l'intérieur de carreaux jaunes.
Voici deux mosaïques qui remplissent ces conditions.



a. Dans cette série, est-il possible de réaliser une mosaïque avec plus de carreaux jaunes que de carreaux bleus ?

b. Combien de carreaux bleus et de carreaux jaunes faut-il pour réaliser une mosaïque de la série ayant 12 carreaux de côté ?

c. Quelle est la plus grande mosaïque de la série, réalisable avec 49 carreaux jaunes ? Combien faut-il de carreaux bleus ?

d. On dispose de 230 carreaux jaunes.
Quelle est la plus grande mosaïque de la série réalisable ?
Combien faut-il de carreaux bleus ?

2 On réalise, cette fois, une nouvelle série de mosaïques carrées avec uniquement des carreaux jaunes.

a. Parmi les nombres de carreaux jaunes ci-dessous, quels sont ceux qui conviennent ?
4 8 10 16 20 25 30 32 40 49 50 60 64

b. Trouve trois autres nombres qui conviendraient.

EXERCICES

1 Dans sa poche gauche, Madame Morin a des pièces de 2 € et, dans sa poche droite, des billets de 5 €.
Elle a le même nombre de pièces et de billets. En tout, elle a 84 €.
Quelle somme a-t-elle dans chaque poche ?

2 Dans sa poche gauche, Monsieur Daumas a des pièces de 2 € et, dans sa poche droite, des billets de 5 €. Il a en tout 27 pièces et billets. Avec ces 27 pièces et billets, il a 84 €.
Quelle somme a-t-il dans chaque poche ?

Leçon 49 p. 135

49

CALCUL MENTAL
Le professeur donne cinq mots-nombres, les élèves cherchent le maximum de nombres pouvant se dire avec ces mots et les écrivent en chiffres.

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (1)

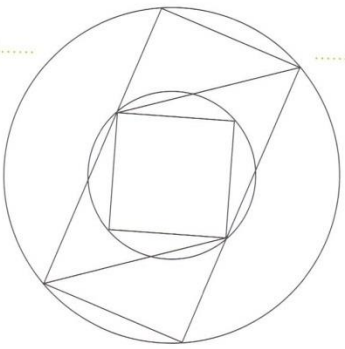
Objectif : identifier des propriétés d'alignement, d'égalité de longueurs, de perpendicularité ou de parallélisme pour reproduire des figures.

DÉCOUVERTE

Cette figure est composée d'un carré, d'un losange, d'un rectangle et de deux cercles concentriques.

Observe attentivement comment elle est construite et reproduis-la sur du papier uni en l'agrandissant : pour le petit cercle, prends un rayon de 3 cm.

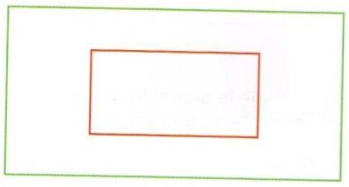
Quelles propriétés as-tu repérées et utilisées pour la reproduire ?



EXERCICES

1 **a.** Cherche quelles propriétés utiliser pour construire le rectangle vert à partir du rectangle rouge. Reproduis d'abord le rectangle rouge (3 cm × 1,5 cm), puis construis le rectangle vert.

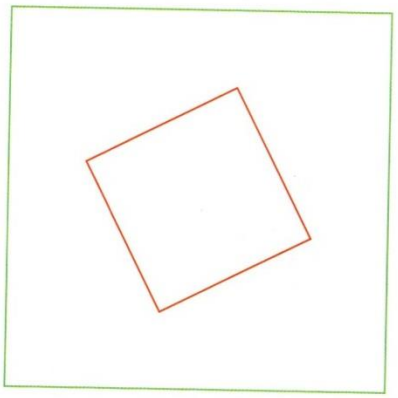
b. Avec le même procédé, construis maintenant un rectangle bleu plus grand que le rectangle vert.



2 **a.** Cherche quelles propriétés utiliser pour construire le carré vert à partir du carré rouge. Reproduis d'abord le carré rouge (de côté 3 cm), puis construis le carré vert. Avec le même procédé, construis un carré bleu plus grand que le carré vert.

b. Cherche quelles propriétés utiliser pour construire le carré rouge à partir du carré vert. Construis un carré vert agrandi, de 8 cm de côté. Avec le même procédé, construis le carré rouge correspondant.

c. Construis un carré de 6 cm de côté. Avec les procédés que tu as trouvés en a et b, construis un carré plus petit, puis un carré plus grand.



Leçon 56 p. 149

56

MISE EN ROUTE
Jeu de portrait sur les figures planes (voir livre du professeur).

Problèmes pour débattre en mathématiques (1)

Objectif : apprendre à argumenter : chercher à généraliser à partir d'exemples, trouver des contre-exemples, prendre en compte les propositions des autres.

DÉCOUVERTE

1

Es-tu d'accord avec Théo ? Justifie ta réponse.

2

Qui a raison ?
Justifie ta réponse.

3 Peux-tu prévoir ce que l'on obtient quand on fait la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair ? Justifie ta réponse.

EXERCICE

Qwang : « Avec les chiffres 4 et 8, dont la somme est 12, je peux écrire les nombres 48 et 84 ; et si je fais maintenant la somme de 48 et 84, je trouve 132. »
Alice : « Avec les chiffres 3 et 9, dont la somme est aussi 12, si je fais comme toi, je trouve aussi 132. »
Leïla : « Pour toutes les sommes de deux nombres construits de cette manière, on trouve toujours 132. »
Théo : « Comment le sais-tu ? »

a. Vérifie ce que dit Alice.

b. Que penses-tu de l'affirmation de Leïla ? Explique ta réponse.

c. Et si on fait la même chose avec 2 chiffres dont la somme est 9, que se passe-t-il ?

Leçon 64 p. 168

64

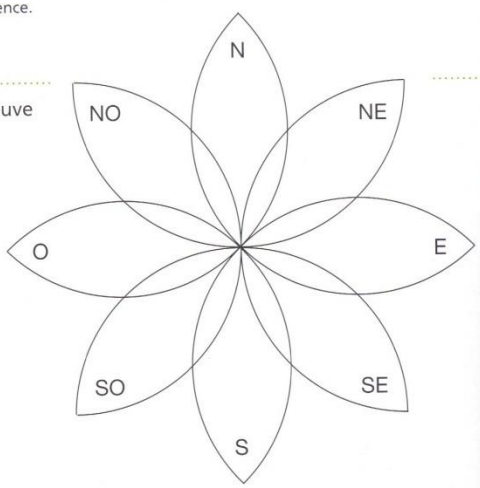
MISE EN ROUTE
Dictée géométrique (à main levée). Ex. : Construis un rectangle ABCD. Trace la diagonale [AC], puis le carré ACEF qui contient B.

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2)

Objectifs : chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire.
Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence.

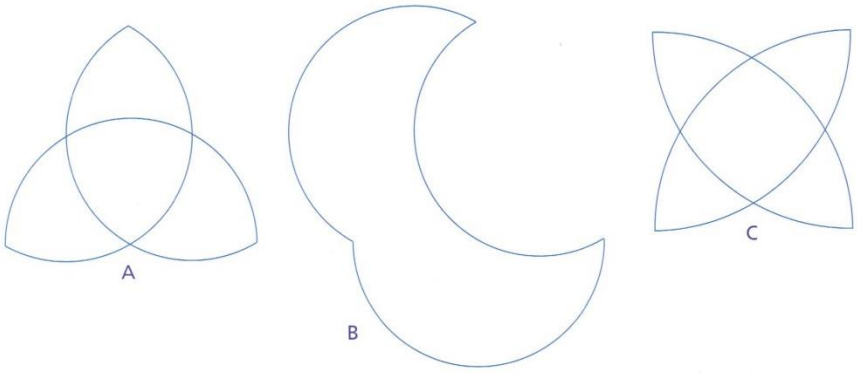
DÉCOUVERTE

- Observe cette rose des vents que l'on trouve sur certaines boussoles.
- Cherche les propriétés de cette figure qui vont te permettre de la reproduire sans la décalquer.
- Reproduis-la sur du papier quadrillé, puis sur du papier uni.
Explique comment tu as fait.
- Quelles propriétés as-tu repérées et utilisées pour reproduire cette figure ?



EXERCICE

Cherche les propriétés de chacune des figures qui vont te permettre de les reproduire sans les décalquer, puis reproduis-les.



Quelles propriétés as-tu repérées et utilisées pour reproduire chacune des figures ?

relations et propriétés géométriques
3 5 18 25 26 C 33 37 38 49 51 52 57 64

Leçon 76 p. 194

76

CALCUL MENTAL
Calcul réfléchi : le professeur propose plusieurs opérations avec les nombres entiers ou décimaux à calculer mentalement (ex. : 21 × 6 ; 39 × 4 ; 17 × 0,5 ; 65 × 0,2).

Problèmes pour débattre en mathématiques (2)

Objectif : apprendre à argumenter en mathématiques : chercher à généraliser à partir d'exemples, trouver des contre-exemples, prendre en compte les propositions des autres élèves.

DÉCOUVERTE

1

Quels sont les deux nombres d'Alice ? et ceux de Théo ?

2

Es-tu d'accord avec Qwang ? Explique ta réponse.

3 Cherche deux nombres tels que leur somme soit égale à 36 et leur différence soit égale à 5.

EXERCICES

1 Théo : « Avec trois nombres, je peux toujours construire un triangle dont les mesures des côtés sont, en centimètres, ces trois nombres. »
Leïla : « Je ne suis pas d'accord, j'ai trouvé trois nombres pour lesquels ce n'est pas possible. »
Qui a raison ? Justifie ta réponse.

2
a. Cherche trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 99.
b. Cherche trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 3 429.
c. Cherche trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 56.
d. Donne des nombres qui sont la somme de trois nombres entiers consécutifs et des nombres qui ne peuvent pas être la somme de trois nombres entiers consécutifs. Justifie ta réponse.

problèmes relevant des quatre opérations
4 E 20 29 E 56 76

A.3.7 Grille d'analyse du manuel de CE2

Présentation générale des leçons du manuel de l'élève		Les leçons sont proposées sur une page ou une double page. La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : « Découverte » **(D),** « Exercices » **(E)** et « remue-méninges » **(RM)**										
Le *Sommaire* (pages 2 et 3) *Les progressions dans chaque domaine de compétences* (page 4)		Présentation de l'année répartie sur 5 périodes, selon 5 thèmes d'étude « *connaissances des nombres, espace et géométrie, problèmes et calculs, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données* » -période 4, leçon **58**, « *Problèmes pour apprendre à chercher (1)* », p.121 -période 5, leçon **79**, « *Problèmes pour apprendre à chercher (2)* », p.167 Les leçons **58** et **79** sont situées dans le domaine nommé « *problèmes*». Devant le numéro de la leçon **85**, un E qui signifie « entraînement ».										
Que disent les auteurs …	…dans le manuel de l'élève ?	Leçon **58** p.121 : Objectif annoncé : « *S'entraîner à résoudre des problèmes en respectant plusieurs contraintes*» *Découverte, Exercices 1 et 2 ,3.* Leçon **79** p.167 : Objectif : «*S'entraîner à résoudre des problèmes en respectant des contraintes*. » *Découverte, Exercices 1, 2 et 3, Remue-méninges.* Le remue-méninges « *nécessite une réflexion plus pousser ou la mise en œuvre de stratégies originales et variées* » (p.5)										
	…dans ***le livre du professeur*** ?	« *Les « **problèmes pour apprendre à chercher** » sont des problèmes pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent. Confronter les élèves à de tels problèmes a pour but de développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux. Cela leur permet aussi d'utiliser leurs connaissances en découvrant de nouvelles formes de raisonnement, par exemple l'étude exhaustive de cas, la recherche de contre-exemples, etc.* » (p.9) ***Pourquoi cette étape ?*** *Les problèmes proposés dans cette page ont pour particularité d'avoir plusieurs contraintes à respecter. Plusieurs procédures de résolution sont envisageables et plusieurs réponses sont possibles. Ces problèmes sont souvent appelés problèmes « ouverts ». Ils ont pour but, comme toute activité mathématique, de développer les capacités des élèves à « chercher », mais aussi de les entraîner à **mobiliser leurs connaissances pour élaborer des solutions originales**, c'est-à-dire des solutions qu'ils n'ont pas déjà rencontrées.* (p.155, p.196)										
Analyse des problèmes repérés dans le sommaire	Leçon, problèmes (*Découverte* D ou *Exercice* E ou *Remue-méninges* RM)	**58** **D1**	**D2**	**D3**	**58** **E1**	**E2**	**E3**	**79** D	**79** **E1**	**E2**	**E3**	**79** **RM**
	Enoncé court	O	O	O	N	O	O	O	O	O	O	O
	Questions intermédiaires	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Est-ce un PO (Arsac et *al*., 1988) ?	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O

A.3.8 Grille d'analyse du manuel de CM1

Présentation générale des leçons du manuel de l'élève		Les leçons sont proposées sur une page ou une double page. La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : « Découverte » **(D),** « Exercices » **(E)** et « remue-méninges » **(RM)**								
Le *Sommaire* (pages 4 et 5) *Domaines et échelles de compétences* (page 6)		Présentation de l'année répartie sur 5 périodes, selon 6 thèmes d'étude « *connaissances des n ombres entiers, espace et géométrie, problèmes et calculs (entiers et décimaux), connaissance des fractions et décimaux, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données* » -période 3, leçon **48**, « *Problèmes pour apprendre à chercher (1)* », p.124 -période 5, leçon **85**, « *Problèmes pour apprendre à chercher (2)* », p.200 Les leçons **48** et **85** sont situées dans le domaine nommé « *problèmes relevant des autres opérations* ». Devant le numéro de la leçon **85**, un E signifie « entraînement ».								
Que disent les auteurs …	…dans le manuel de l'élève ?	Leçon **48** p.124 : Objectif annoncé : « *S'entraîner à résoudre des problèmes en émettant des hypothèses, en faisant des essais et en vérifiant que la solution produite tient compte de toutes les contraintes* » *Découverte, Exercices 1 et 2, Remue-méninges.* Leçon **85** p.200 : Objectif : «*S'entraîner à résoudre des problèmes nécessitant de mettre en œuvre des procédures nouvelles : émettre des hypothèses, faire des essais, vérifier que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.* » *Découverte, Exercices 1, 2 et 3, Remue-méninges.* Le remue-méninges « *nécessite une réflexion plus pousser où la mise en œuvre de stratégies originales et variées* »								
	…dans ***le livre du professeur*** ?	« Les « problèmes pour apprendre à chercher » sont des problèmes non familiers, pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour *lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent.* *Confronter les élèves à de tels problèmes a pour but de développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux. Cela leur permet aussi d'utiliser leurs connaissances en découvrant de nouvelles formes de raisonnement, par exemple l'étude exhaustive de cas, la recherche de contre-exemples, etc.* » (p.12) « *Dans cette étape, nous proposons des problèmes pour lesquels les élèves auront la possibilité d'élaborer des solutions personnelles. Le but n'est pas de mettre en évidence des procédures expertes, celles-ci ne sont pas, dans la plupart des cas, au niveau des élèves de l'école élémentaire, mais d'entraîner les élèves à développer une attitude de recherche : faire des hypothèses et les tester ; prendre en compte des essais successifs ; élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ; l'argumenter.* » (p.154, p.221)								
Analyse des problèmes repérés dans le sommaire	Leçon, problèmes (*Découverte* D ou *Exercice* E ou *Remue-méninges* RM)	48 D	48 E1	E2:abcd	48 RM	85 D	85 E1	E2	E3	85 RM
	Enoncé court	O	O	N	O	O	O	O	O	O
	Questions intermédiaires	N	N	N	N	N	N	N	N	N
	Domaine familier	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Démarche scientifique	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	Est-ce un PO (Arsac et *al*., 1988) ?	O	O	O	O	O	O	O	O	O

A.3.9 Grille d'analyse du manuel de CM2

Présentation générale des leçons du manuel de l'élève		Les leçons sont proposées sur une page ou une double page. La présentation de ces pages est identique, selon trois parties : « Découverte » **(D),** « Exercices » **(E)** et « remue-méninges » **(RM)**
Le *Sommaire* (pages 4 et 5) Domaines et échelles de compétences (page 6)		Présentation de l'année répartie sur 5 périodes, selon 6 thèmes d'étude « *connaissances des nombres entiers, espace et géométrie, problèmes et calculs (entiers et décimaux), connaissance des fractions et décimaux, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données* » -période 1, leçon **4**, *problèmes pour apprendre à chercher (1*), p.22 -période 2, leçon **20**, *problèmes pour apprendre à chercher (2*), p. 65 -période 4, leçon **49**, *problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (1*), p.135 -période 4, leçon **56**, *problèmes pour apprendre à débattre en mathématiques (1),* p.149 -période 5, leçon **64**, *problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2),* p.168 -période 5, leçon **76**, *problèmes pour apprendre à débattre en mathématiques* (2), p.194 les leçons **4, 20, 56** et **76** sont situées dans le domaine « *problèmes relevant des quatre opérations* », les leçons **49** et **64** sont situées dans « *relations et propriétés géométriques* »
Que disent les auteurs …	…dans le manuel de l'élève ?	Leçon **4** : « *Faire des essais en les contrôlant pour résoudre des problèmes non familiers* » Leçon **20** : « *Résoudre des problèmes de la procédure experte. Emettre des hypothèses* » Leçon **49** : « *Identifier des propriétés d'alignement* » Leçon **56** : « *apprendre à argumenter : chercher à généraliser à partir d'exemples, trouver des contre-exemples, prendre en compte les propositions des autres*» Leçon **64** : « *Chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire. Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence* » Leçon **76** : *idem* à la leçon 56 Le remue-méninges « *nécessite une réflexion plus pousser où la mise en œuvre de stratégies originales et variées* »

<table>
<tr><td></td><td>…dans le livre du professeur ?</td><td colspan="14">« Les « problèmes pour apprendre à chercher » sont des problèmes non familiers, pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent. Confronter les élèves à de tels problèmes a pour but de développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux. Cela leur permet aussi d'utiliser leurs connaissances en découvrant de nouvelles formes de raisonnement, par exemple l'étude exhaustive de cas, la recherche de contre-exemples, etc. » (p.13)
« Pourquoi cette étape ?
En observant le travail produit par ses élèves, le professeur fera le point sur leurs compétences à résoudre des problèmes pour lesquels ils ne disposent pas de la procédure experte. Le but n'est pas de mettre en évidence ces procédures expertes (celles-ci ne sont pas, dans la plupart des cas, du niveau des élèves de l'école élémentaire), il est de les entraîner à développer des procédures personnelles en mettant en œuvre une attitude de recherche : faire des hypothèses et les tester ; tenir compte de ses essais successifs ; élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ; argumenter » (p.67)
« Il s'agit de proposer des problèmes pour lesquels les élèves auront la possibilité d'élaborer des solutions personnelles. Le but n'est pas de mettre en évidence des procédures expertes qui ne sont pas, dans la plupart des cas, au niveau des élèves de l'école élémentaire, mais d'entraîner les élèves à développer une attitude de recherche. Ce travail a déjà été abordé à l'étape 4 » (p.110)
« […] les élèves sont amenés à développer une attitude de recherche en géométrie. Ici, nous sommes dans la situation déjà connue de reproduction (à échelle différente) de figures complexes, composées de figures connues des élèves » (p.171)
« Les élèves sont mis en situation de trouver des arguments pour valider des propositions. C'est une étape importante avant d'aborder la classe de 6e où on leur demandera de bâtir une argumentation. Nous avons commencé à aborder ce sujet au cours des exercices 9 et 10 de l'étape 36 : les élèves ont vu que, pour pouvoir dire qu'une proposition est fausse, il suffisait de trouver un nombre ne vérifiant pas la proposition (un « contre-exemple »). Pour pouvoir dire que la proposition est vraie, il faut faire référence à des connaissances générales sur les nombres » (p.186)
« Les problèmes pour chercher ne sont pas réservés au domaine numérique. Comme dans l'étape 49, il s'agit d'entraîner les élèves à développer une attitude de recherche dans le domaine de la géométrie : faire des hypothèses et les tester ; élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ; argumenter pour convaincre de la validité de sa construction. Pour faire apparaître certaines propriétés des figures permettant leur reproduction, les élèves doivent faire des tracés supplémentaires qui n'apparaissent pas sur le modèle. Nous proposons des reproductions à même échelle sur papier quadrillé pour faciliter la construction, puis sur papier uni pour apprendre à maîtriser les instruments. Ensuite, les élèves doivent mettre en mots les propriétés qu'ils ont repérées et utilisées. » (p.203)
« Le travail des élèves consiste à trouver des nombres vérifiant certaines propriétés ou à trouver des arguments pour justifier quand il n'en existe pas. Pour trouver les nombres, les élèves font généralement une recherche par essais successifs. Les arguments peuvent reposer sur l'incompatibilité de certaines propriétés ou sur une recherche exhaustive ou sur un contre-exemple » p.228</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Analyse des problèmes repérés dans le sommaire</td><td>Leçon, problèmes (Découverte D ou Exercice E ou Remue-méninges RM) et n°</td><td colspan="3">4
D E RM</td><td colspan="2">20
D E
1,2 1,2</td><td colspan="2">49
D E
1,2</td><td colspan="2">56
D E</td><td colspan="2">64
D E</td><td colspan="2">76
D E
1,2,3 1,2</td></tr>
<tr><td>Enoncé court</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Questions intermédiaires</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Domaine familier</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Démarche scientifique</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
<tr><td>Est-ce un PO (Arsac et al., 1988) ?</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td></tr>
</table>

ANNEXE A.4 : la collection *Ermel*

A.4.1 Le sommaire CE2 (pages 7 à 11)

Sommaire

Préface 13
Introduction 15

Partie I Nos conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement 18

■ Les fondements théoriques 20
Le rôle de la résolution de problèmes dans la construction des connaissances 20
Le rôle de l'entraînement et la nécessité des prises de conscience 22

■ Les choix didactiques 25
Les différents supports de l'activité mathématique 25
Le rôle de l'écrit 26
Les débats, les mises en commun 27
Une gestion différenciée des apprentissages 31
Les évaluations 36

Partie II Activités pour la classe 38

THÈME 1 Des problèmes pour apprendre à chercher 40

■ Aspects théoriques 41
Introduction 41
Historique des programmes 42
Les perspectives actuelles 43
Nos choix pour le CE2 45
Planning 51

Module 1
Développer des stratégies de recherche 52
Présentation et objectifs du module 52
Activités 53
1. Le manège 53
2. Somme des chiffres 57
3. Bateaux et monte-charge 61
4. La carte routière 64
5. Faire 23 67
6. Somme et différence 69
7. Égalisation de sommes 72

7

Module 2
Sélectionner des informations et comprendre des énoncés.
Résoudre des problèmes complexes 76
Objectifs du module 76
Activités 76
- Compléments, du CE1 au CE2 : l'école de Carole 77
- Produire des énoncés 79
1. Production libre d'énoncés 80
2. Production d'énoncés avec contraintes 83
- Rechercher des informations : Qui suis-je ? 85
- Résoudre des problèmes complexes 88
1. Les photos 88
2. La sortie au musée 90
3. Le magasinier 91
4. Le goûter 93

THÈME 2 Calculs additifs et soustractifs

■ Aspects théoriques 95
Introduction 96
Historique des programmes 96
Un nouveau cadre d'analyse 96
Conclusion 98
Planning 111

Module 1
Résoudre des problèmes 112
Objectifs du module 113
Activités 113
- Premiers problèmes additifs et soustractifs 114
1. La boîte 114
2. Le nombre pensé 114
- Vers la technique opératoire de la soustraction 121
1. Équivalence entre les calculs de « a pour aller à b » et « b - a » 123
2. Problèmes de combinaison et de comparaison de deux états. Procédures personnelles 123
3. Problèmes de recherche de la transformation. Procédure standard 130
4. Problèmes de combinaison d'états avec recherche d'une des composantes. Procédure standard 133
5. Problèmes pour lesquels un état subit plusieurs transformations 138

Module 2
Savoir calculer 143
Présentation et objectifs du module 151
Activités 151
156

8

- Mémoriser et reconstruire rapidement des résultats de « base » 156
  1. Jeux destinés à assurer la maîtrise des répertoires (les cartes recto verso, le loto, les dominos, la bataille, le labynombre, la table de Pythagore, le furet, la fusée) 157
  2. Les mariages : réaliser des multiples de 10 et de 100 163
  3. Faire 50, 100, 500 ou 1 000 165
  4. Exercices rapides de calcul mental. Procédé Lamartinière 167
  5. Les compléments à 100 168
  6. Les tournois de calculs 169
- S'approprier des procédures de calcul réfléchi 169
  1. Utilisation d'un catalogue de résultats 169
  2. Le nombre pensé 171
  3. L'autobus 171
  4. Écarts sur la droite numérique 172
  5. Calcul rapide 175
  6. Le golf 176
  7. Balance version « jetons » 177
  8. Les envahisseurs 177
  9. Les calculs que l'on peut faire mentalement 178
  10. Les gabarits 179
  11. La règle pensée 181
  12. Le jeu des erreurs 181
  13. Le compte est bon 183
- Vers la technique opératoire de la soustraction 184

THÈME 3 Calculs multiplicatifs et de division 187

■ Aspects théoriques 188

Introduction 188
Historique des programmes 189
Quel cadre d'analyse ? 194
Nos choix pour le CE2 202
Conclusion 208
Planning 209

Module 1
Résoudre des problèmes 210

Objectifs du module 210
Activités 210
1. Le jeu de la puce 210
2. Les factures 216
3. Les rectangles 219
4. D'autres problèmes de « division » 223
5. Les pochettes d'images 232

Module 2
Savoir calculer 237

Objectifs du module 237
Activités 237
- Apprendre à calculer 237
  1. Huit billes par jour 237
  2. Six fois la mise 241
  3. Les billets : vers la technique opératoire de la multiplication 245
- S'entraîner aux calculs 250
  1. Calculs élémentaires (le loto, les dominos, la bataille, les « six coups », les cartes recto verso, le multiplicateur à un chiffre, les cartes par paires, le jeu de Pythagore) 250
  2. Calculs réfléchis et calculs complexes 255
  3. Entraînement à la technique 257

THÈME 4 Connaître les nombres 264

■ Aspects théoriques 265

Introduction 265
Les connaissances des élèves à l'entrée au CE2 266
Historique des programmes 274
Nos choix pour le CE2 278
Planning 286

Module 1
Désignations écrites et orales des nombres 287

Objectifs du module 287
Activités 287
1. Les craies 288
2. Les stocks 298
3. Les bandes de dix fleurs 299
4. Activités d'accompagnement 301
5. Des chiffres pour écrire des nombres 304
6. Les mots-nombres 311
7. Le bowling 314
8. Le jeu des palets 316
9. Les étiquettes 319
10. La rançon du chien de Lucky Luke 321
11. Activités rituelles 331

Évaluations 333

Module 2
Situer les nombres les uns par rapport aux autres 337

Objectifs du module 337
Activités 337

A.4.2 Le sommaire CM1 (pages 4 à 8)

Sommaire

Préface 9
Introduction 11

Partie I Nos conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement 14

1. Les fondements théoriques 16
1.1. Le rôle de la résolution de problèmes dans la construction des connaissances 16
1.2. Des connaissances aux savoirs 18
1.3. L'émergence de la rationalité mathématique 20
2. Nos choix : l'élaboration didactique 21
2.1. Les différents supports de l'activité mathématique 21
2.2. Le rôle de l'entraînement 23
2.3. Les fonctions de l'écrit 25
3. Nos propositions : les interventions didactiques 27
3.1. Les mises en commun 27
3.2. L'argumentation, les débats 31
3.3. Une gestion différenciée des apprentissages 35
3.4. Les évaluations 39

Partie II Activités pour la classe 40

THÈME 1 Des problèmes pour apprendre à chercher 42

■ Aspects théoriques 43
Introduction 43
Bref historique de l'enseignement 44
Les perspectives depuis 1995 45
Nos choix pour le CM1 47
Les axes de travail 52
Planning 59

Module 1 60
Développer des stratégies de recherche 60
Objectifs du module 60
Activités 60
1. Les CD 62
2. Les trois nombres qui se suivent 67
3. Les billets

4

1. La droite numérique 337
2. Comparaison de nombres : Qui a le plus grand nombre ? 341
3. Comparaison et ordre 344
4. Ordre de grandeur, arrondis 346

Module 3 348
Structurer les nombres d'un point de vue arithmétique
Objectifs du module 348
Activités 348
- Situation d'apprentissage : le jeu du 25 348
- Cibler quelques nombres remarquables : 100, 1 000, 10 000 et 60 (Mémory 100, 1 000, 10 000 et 60) 354
- Problème à énoncé, de réinvestissement : la coopérative laitière 360
- Moitié, quart, double, quadruple : le jeu des 6 cartes 362
- Les nombres entre eux 364
  1. Les suites de nombres 364
  2. La règle pensée 365
  3. Le labynombre 368

Module 4 369
Mesures et autres nombres
Objectifs du module 369
Activités 369
- Mesurer des longueurs 369
  1. Activités environnantes 369
  2. Les règles bizarres 370
  3. La règle effacée 376
  4. Graduer une règle 378
  5. Mise bout à bout 379
  6. Le serpent 384
  7. Autour du kilomètre 388
- À propos des masses 392
  1. Kilo de plumes et kilo de plomb 392
  2. Les masses marquées 397
- Connaître la monnaie 399
  1. Les sommes d'argent 399
  2. Achetez des glaces ! 406
- Temps/Durée 410
  1. Savoir lire l'heure 410
  2. L'emploi du temps 413
- Activités d'entraînement ou d'accompagnement sur les mesures 417

Et après... un regard sur le CM1 425
Bibliographie 427
Planning général 432

11

4. La piscine 70
5. Le plus grand produit 73

Module 2
Sélectionner des informations et résoudre des problèmes complexes 79
Objectifs du module 79
Activités 79
1. Du CE2 au CM1 : productions d'énoncés avec contraintes 79
2. Du CE2 au CM1 : les photos 81
3. Alerte en Guyane ! 82
4. Problèmes liés à la vie de la classe 85
5. Bibliothécaire 89
6. Vélos et VTT 93
7. Cassettes 95
8. Royal Ciné 99
9. Tarifs postaux 100
10. La population de Grenoble 102

THÈME 2 Champ additif 105

■ Aspects théoriques 106
Introduction 106
Notre cadre d'analyse 106
Nos choix pour le CM1 111
Planning 112
Activités 112
1. Premiers problèmes additifs et soustractifs 112
2. Problèmes de comparaison 117
3. Problèmes relevant de différentes structures 120

THÈME 3 Connaître les nombres entiers naturels et les calculs 124

■ Aspects théoriques 125
Introduction 125
Les nombres entiers dans l'histoire des mathématiques 125
L'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire 126
Nos choix pour le CM1 128
Planning 131

Module 1
Désignations orales et écrites des nombres 132
Objectifs du module 132
Activités 132
1. Les trombones 132
2. Les fils numériques 140

3. Les grands nombres (1) 145
4. Les grands nombres (2) 148
5. Les mots-nombres 149
6. La numération égyptienne 153

Module 2
Connaissances arithmétiques 158
Objectifs du module 158
Activités 158
1. Tables de Pythagore 158
2. Jeu des six cartes 164
3. Divisibilité 166
4. Combien de produits ? 176
5. L'album de Martine 180
6. Boîte noire 181
7. Bilan sur les multiples 185
8. Portraits de multiples 185

Module 3
Techniques opératoires 187
Objectifs du module 187
Activités 187
1. Soustraction, à chacun sa technique 187
2. Additions trouées 189
3. Deux nombres pour faire 10 000 193
4. Multiplication : choisir sa stratégie 194

THÈME 4 Champ multiplicatif 198

■ Aspects théoriques 199
Introduction 199
L'enseignement du champ multiplicatif depuis 50 ans 200
Un cadre d'analyse : la théorie des champs conceptuels 205
Nos choix pour le CM1 216
Planning 231

Module 1
Problèmes de multiplication et de division 232
Objectifs du module 232
Activités 233
1. La boîte de sucres 233
2. Calculs sur les produits 235
3. Fabriquer des produits 239
4. Multiplication égyptienne 242
5. Le jeu de la cible 243
6. La touche ⊡ de la calculatrice 246

7. Partage du trésor 249
8. Vers l'algorithme de la division 253
9. Problèmes complexes 255

Module 2
Problèmes de proportionnalité 260

Objectifs du module 260
Activités 260
1. Graduations 260
2. Bandes colorées 265
3. Les prix des morilles 275
4. Les fromages 277
5. Recettes 280
6. Sirop 284

THÈME 5 Mesures, fractions et décimaux 288

■ Aspects théoriques 289

Mesures 289
Nombres rationnels, fractions et décimaux 300
Planning 321

Module 1
Mesurer des grandeurs 322

Objectifs du module 322
Activités 323
1. Comparer des masses 323
2. Utiliser les masses marquées 324
3. Estimer des masses 327
4. Les horloges 331
5. Emploi du temps 337
6. Autour des périmètres 341
7. Ces rectangles ne manquent pas d'aire ! 348
8. Les deux (périmètre et aire) font la p'aire ! 370
9. Surfaces à ranger 380
10. Chercher l'unité 390

Module 2
Fractions et décimaux 403

Objectifs du module 403
Activités 404
1. Bande unité 404
2. Droite graduée (1) 416
3. Droite graduée (2) 420
4. Comparaison de décimaux 427
5. Somme et différence de nombres décimaux 433

6. Les fournitures 439
7. Place point 445

THÈME 6 Activités d'entraînement 452

Introduction 453
Objectifs 453
Mode d'emploi 454
Liste des activités 456

Module 1
Calculs standardisés, résultats mémorisés 457

- Mémorisations de résultats numériques 457
- Lire, écrire, ordonner des nombres 458
- Ordre de grandeur, encadrement 459
Ordre sur les nombres 461
- Ajouter, retrancher 2, 5, 10 ou un multiple de 10, 100, 1 000 463
- Répertoires multiplicatifs 465
- Approche mentale de quotients 467
- Technique opératoire de la multiplication 469
- Calculs additifs et soustractifs 471
- Répertoires additifs et soustractifs 472
- Technique de l'addition 474

Module 2
Calculs réfléchis, résultats reconstruits 475

- Encadrement par des multiples d'un nombre 475
- Doubles, moitiés 476
- Quadruples et quarts 478
- Ajouter ou retrancher 9 ou 11 480
- Utilisation d'un produit pour en calculer d'autres 482
- Approche mentale de quotients 485
- Calculs rapides 487
- Boîtes noires 489
- Multiples : Laby-multi 490
- Multiples : le loto des multiples 493

Et après... un regard sur le CM2 496
Bibliographie 498
Planning général 502

SOMMAIRE

Préface 7
Introduction 9

NOS CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE ET DE L'ENSEIGNEMENT 12

1. LES FONDEMENTS THÉORIQUES 12
1.1. Le rôle de la résolution de problèmes dans la construction des connaissances 12
1.2. Des connaissances aux savoirs 15
1.3. L'émergence de la rationalité mathématique 16

2. NOS CHOIX : L'ÉLABORATION DIDACTIQUE 18
2.1. Les différents supports de l'activité mathématique 18
2.2. Le rôle de l'entraînement 20
2.3. Les fonctions de l'écrit 22

3. NOS PROPOSITIONS : LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES 25
3.1. Les mises en commun 25
3.2. L'argumentation, les débats 30
3.3. Une gestion différenciée des apprentissages 33
3.4. Les évaluations 37

ACTIVITÉS POUR LA CLASSE 39

THÈME 1 DES PROBLEMES POUR APPRENDRE À CHERCHER 41

Aspects théoriques 42
1. PRÉSENTATION 42
2. LES PERSPECTIVES ACTUELLES 42
3. NOS CHOIX POUR LE CM2 44
4. LES AXES DE TRAVAIL 49
PLANNING 55

Module 1 : Développer des stratégies de recherche 56
OBJECTIFS DU MODULE 56
ACTIVITÉS 56
1. Golf ou comment faire N avec deux nombres 56
2. Somme et différence 63
3. Tirelire 68
4. Cordes 73

Module 2 : Sélectionner des informations et résoudre des problèmes complexes 80
OBJECTIFS DU MODULE 80
ACTIVITÉS 80
1. Musique 80
2. Le mobilier de l'école 86
3. Magnétoscope 91
4. Tournoi 99
5. Club de gym 108
6. Pâtisserie industrielle 111

THÈME 2 CONNAITRE LES NOMBRES ET LES CALCULS 119

Aspects théoriques 120
1. INTRODUCTION 120
2. QUELQUES CONSTATS 120
3. NOS CHOIX POUR LE CM2 124
PLANNING 128

Module 1 : Ordre et désignation des nombres 129
OBJECTIFS DU MODULE 129
ACTIVITÉS 129
1. Histoire de comptes... 129
2. Fils numériques 138
3. Les très grands nombres 144
4. Le livre du million 150
5. Un million, c'est quoi ? 154
6. L'imprimeur 158

Module 2 : Structuration arithmétique des nombres 162
OBJECTIFS DU MODULE 162
ACTIVITÉS 162
1. Combien de produits ? 163
2. Jeu des diviseurs 166
3. Boîtes noires 171
4. Morpion des multiples 175
5. Pénélope 179

Module 3 : Différents procédés de calculs 189
OBJECTIFS DU MODULE 189
ACTIVITÉS 189
1. Cryptarithmétiques 189
2. Tickets de caisse 194
3. Choisir vite 202
4. Concours de division 206
5. Entre parenthèses 210
6. Rien que des trous 216

THÈME 3 CHAMP MULTIPLICATIF 221

Aspects théoriques 222
1. L'ENSEIGNEMENT DE LA MULTIPLICATION ET DE LA DIVISION AU CM2 222
2. L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ AU CM2 235
3. NOS PROPOSITIONS POUR LE CM2 241
PLANNING 243

Module 1 : Multiplication - division 244
OBJECTIFS DU MODULE 244
ACTIVITÉS 245
1. Petits problèmes 245
2. Calcul réfléchi de produits et de quotients 248
3. Problèmes de multiplication et de division 257
4. Multiple ou non ? 260
5. Algorithme de la division euclidienne 261

A.4.3 Le sommaire CM2 (pages 3 à 6)

6. Tonneau de cervoise 268
7. Extensions de la technique opératoire de la division 271
8. Quelle division ? 274
9. Rectangles et carreaux 277
10. Problèmes complexes 280

Module 2 : Proportionnalité 287
OBJECTIFS DU MODULE 287
ACTIVITÉS 287
1. Recettes 287
2. Profil de la Loire 291
3. Verres gradués 295
4. Change 303
5. Puzzle 310
6. Les trains (1) 317
7. Les trains (2) 321
8. La monnaie européenne : l'euro 324
9. Petits problèmes de proportionnalité (1) 328
10. Soldes 329
11. Les piles de livres 333
12. Petits problèmes de proportionnalité (2) 336
13. Cartes 337
14. Freinage d'une voiture : distance d'arrêt 345
15. Prix réduits 349

THÈME 4 MESURES, FRACTIONS ET DÉCIMAUX 355

Aspects théoriques 356

INTRODUCTION 356

1. MESURER DES GRANDEURS 357
Connaissances des élèves sur les grandeurs 357
Quelques aspects théoriques généraux 360
Types de problèmes sur les grandeurs et leur mesure 362
Notre choix de problèmes au CM2 365
Quelles connaissances à la fin du cycle 3 ? 369

2. DÉCIMAUX FRACTIONS 372
Les difficultés du côté des élèves dans l'apprentissage des décimaux 373
Les décimaux de l'école au collège 383
Les grandes lignes de la progression au CM2 389

Module 1 : Mesure 393
OBJECTIFS DU MODULE 393
ACTIVITÉS 394
1. Aire et périmètre 394
2. Ca n'a pas l'aire juste ! 404
3. Aire du rectangle 412
4. Calculs d'aires complexes 426
5. Estimer des longueurs, des aires, des périmètres 435
6. Combien de.... 441
7. Estimer des capacités 448

Module 2 : Fractions et décimaux 452
OBJECTIFS DU MODULE 452
ACTIVITÉS 453
1. Bandes 453
2. Graduations 460
3. Écritures à virgule 463
4. Comparaison (1) 467
5. Feuille A3 470
6. Combien faut-il de... ? 473
7. Prenez vos distances 476
8. Écriture décimale - Écriture complexe 479
9. Que devient l'unité ? 484
10. Comparaison (2) 492
11. Drôle de système (métrique) 500
12. Multiplier un décimal par un entier 509
13. Les devises 511
14. Enquête à Moulinsart 514

THÈME 5 ACTIVITÉS D'ENTRAINEMENT 519

INTRODUCTION 520
OBJECTIFS 520
MODE D'EMPLOI 521

Module 1 : Résultats mémorisés. Calculs strandardisés 524
- Numération : Lecture-écriture de nombres 524
- Numération : Encadrement par des nombres ronds 525
- Autour de la technique de l'addition : Cryptarithmétiques à une seule inconnue 527
- Autour de la technique de l'addition : Cryptarithmétiques à plusieurs inconnues 530
- Autour de la technique de l'addition : Rien que des trous 532
- Entraînement classique à la technique opératoire de la multiplication 533
- Multiplications - techniques et tables : Multiplications trouées 534
- Calculs approchés : Sommes approchées 536
- Calculs approchés : Proximités 539
- Calculs parenthésés 542
- Décimaux-fractions 543
- Divisions 545
- Mesures 547

Module 2 : Calculs réfléchis. Résultats reconstruits 549
- Encadrement par des multiples d'un nombre 549
- Doubles et moitiés et quarts 550
- Quadruples et quarts et triples et tiers ! 551
- Ajouter et retrancher 9 ou 11 553
- Utilisation d'un produit pour en calculer d'autres 554
- Approche mentale de quotients 556
- Calculs rapides : furets 558
- Trouver une relation entre deux listes de nombres (boîtes noires) 560
- Jeux de portraits 561
- Nombres croisés 562
- Décimaux fractions 563
- Mesures 567

Et après....un regard sur la 6° 571
Bibliographie 573
Planning général 578

ANNEXES B Les problèmes

Les problèmes proposés aux élèves sont choisis par leurs enseignants.

Nous proposons ici une analyse *a priori* de tous les problèmes. L'analyse de chaque problème est présentée sous la même forme : nous donnons l'énoncé tel qu'il a été proposé aux élèves par l'enseignant, la (ou les) réponse(s) attendue(s), nous proposons les procédures possibles pour résoudre le problème en repérant les savoirs en jeu et nous concluons sur les procédures raisonnablement envisageables par des élèves de cycle 3.

Les problèmes sont repérés par un titre (le plus souvent un titre que l'enseignant a donné aux élèves ou un titre que nous avons attribué), le numéro de l'enseignant qui l'a choisi (de E1 à E5) ainsi qu'une lettre attribuée chronologiquement (A est le premier problème proposé par l'enseignant dans l'année, B le deuxième, etc.)

ANNEXE B.1 : problèmes choisis par E1

Problème E1A *Les balances*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

140 kg

145 kg

En utilisant les informations données par ces trois dessins, détermine combien pèsent le gros Dédé, le petit Francis et le chien Boudin.

But du problème et solution :

Le but est de déterminer les masses de chacun des trois personnages.

Dédé pèse 125 kg, le petit Francis pèse 20 kg et le chien Boudin pèse 15 kg.

Procédures possibles :

Procédure A : mettre le problème en équations. En posant d pour le poids de Dédé, f pour le poids de Francis et b pour le poids de Boudin, on peut traduire l'énoncé par un système de trois équations à trois inconnues :

$$\begin{cases} d+b=140 \\ d+f=145 \\ b+f=35 \end{cases}$$

Plusieurs possibilités existent ensuite pour le résoudre. Par exemple :

Si b = 35 – f avec la dernière ligne alors d + 35 – f = 140 avec la première ligne soit d – f = 105.

Alors $\begin{cases} d + f = 145 \\ d - f = 105 \end{cases}$

Et, par addition des deux lignes, 2 d = 250 soit finalement d = 125.

Ensuite, par soustraction des deux lignes, 2f = 145 – 105 soit f = 40 : 2 = 20 et avec la dernière ligne du premier système, b = 35 – 20 = 15.

Les savoirs en jeu sont liés à l'algèbre (mise en équations du problème et résolution d'un système de trois équations à trois inconnues).

Procédure B : sans passer par une mise en équation, ajouter les poids indiqués par deux balances et soustraire le poids indiqué par la troisième pour conclure.

Par exemple : en ajoutant les poids des deux première balances (140 + 145), on obtient 285 kilogrammes qui correspondent à deux fois le poids de Dédé ajoutée à la masse de Francis et à celle de Boudin.

Et en utilisant la troisième balance, par soustraction, on obtient 285 – 35 = 250 qui correspondent à deux fois la masse de Dédé. Par suite, Dédé pèse 125 kilogrammes.

Puis avec la première balance (140 – 125), on trouve que Boudin pèse 15 kilogrammes et avec la seconde balance (145 – 125), Francis pèse 20 kilogrammes.

Les savoirs en jeu sont ici liés à la soustraction et l'addition de nombres entiers.

Procédure C : utiliser la somme des poids des trois balances. 140 + 145 + 35 = 320 puis en divisant par deux (320 : 2 = 160), obtenir la somme des poids des trois personnages.

Puis le calcul 160 – 140 = 20 donne le poids de Francis ; 160 – 145 = 15 donne le poids de Boudin.

Et avec la première balance le poids de Dédé est : 140 – 15 = 125. (Il est possible également d'utiliser la seconde balance : 145 – 20 = 125).

Les savoirs en jeu sont ici liés à la soustraction et l'addition de nombres entiers.

Procédure D : repérer un écart de 5 kg entre les deux premières balances. La seconde balance indique 5 kilogrammes de plus que la deuxième donc Francis pèse 5 kilogrammes de plus que le chien Boudin. Au poids indiqué par la troisième balance, enlever 5 puis partager en 2 (35 – 5 = 30 et 30 : 2 = 15 ou 15 + 15 = 30). Donc le chien Boudin pèse 15 kilogrammes et Francis pèse 20 kilogrammes (15 + 5).

Avec la première balance, calculer 140 – 15 = 125 ce qui donne le poids de Dédé. Il est possible également d'utiliser la seconde balance et calculer 145 – 20 = 125.

Les savoirs en jeu sont ici liés à la soustraction, à l'addition de nombres entiers.

Procédure E : se baser sur des essais et ajustements.

Quelques exemples de poids sont estimés par vraisemblance, en lien avec des représentations de la vie courante (par exemple : « Gros Dédé pèse au moins 100 kilogrammes »). Puis des vérifications avec les données de l'énoncé permettent de rejeter les essais ou de les confirmer.

Comme Dédé et Boudin pèsent ensemble 140 kilogrammes, alors Dédé peut peser 100 kilogrammes et Boudin peut peser 40 kilogrammes mais c'est trop pour le chien Boudin si on considère la troisième balance.

On suppose alors que Dédé pèse 110 kilogrammes, Boudin en pèse alors 30, par suite Francis en pèse 5. D'après la seconde balance, Dédé et Francis pèsent 145 kilogrammes donc cela contredit le poids de 5 kilogrammes trouvé pour Francis.

Si Dédé pèse 120 kilogrammes : de même une contradiction apparaît pour le poids de Francis.

Si Dédé pèse 130 kilogrammes : avec la première balance, on obtient que Boudin pèse 10 kilogrammes (140 – 10) puis, avec la troisième balance, on obtient que Francis pèse 25 kilogrammes. Mais d'après la seconde balance, c'est trop, 130 + 25 = 155.

Si Dédé pèse 125 kilogrammes : on reprend le même procédé et les poids trouvés (15 kilogrammes pour le chien et 20 kilogrammes pour Francis) coïncident avec les données de l'énoncé.

Les savoirs en jeu sont en lien avec l'addition et la soustraction de nombres entiers.

Conclusion sur E1A : la procédure A utilisant des notions liées à l'algèbre n'est pas envisageable pour des élèves de cycle 3. Les autres procédures sont envisageables et mettent en jeu des savoirs en lien avec l'addition et la soustraction de nombres entiers.

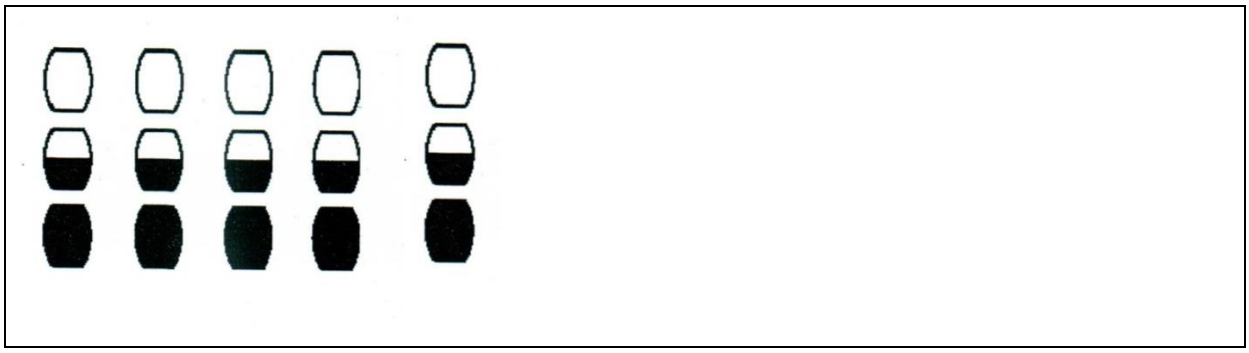
Problème E1B *Les tonneaux*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé proposé aux élèves :

Un vigneron possède 15 tonneaux : 5 tonneaux vides, 5 tonneaux à moitié plein et 5 tonneaux pleins. Il veut les partager entre ses trois fils sans effectuer de transvasement de façon que chacun reçoive le même nombre de tonneaux et la même quantité de vin.

Comment peut-il faire ?



But du problème et solution :

Répartir équitablement, sans transvasement, les tonneaux entre les trois fils.

La solution peut être donnée sous forme d'un schéma représentant la répartition des tonneaux ou sous forme d'une phrase expliquant cette répartition :

Fils 1 : 2 tonneaux pleins, 1 à moitié plein et 2 vides.

Fils 2 : idem

Fils 3 : 1 tonneau plein, 2 à moitié plein, 1 vide.

Procédures possibles :

Procédure A : en utilisant un système de trois équations à trois inconnues.

En considérant les variables suivantes :

a^i : nombre de tonneaux vides du fils i

b^i : nombre de tonneaux pleins du fils i

c^i : nombre de tonneaux à moitié pleins du fils i

« Chaque fils a le même nombre de tonneaux (5) » se traduit par :

$$\begin{cases} a^1 + b^1 + c^i = 5 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 5 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 5 \end{cases}$$

« Il y a 5 tonneaux de chaque type » se traduit par :

$$\begin{cases} a^1 + a^2 + a^3 = 5 \\ b^1 + b^2 + b^3 = 5 \\ c^1 + c^2 + c^3 = 5 \end{cases}$$

« Chaque fils a la même quantité de vin (2,5 V) » se traduit par :

$$\begin{cases} a^1 \times 0 + b^1 \times V + c^1 \times \dfrac{V}{2} = 2{,}5V \\ a^2 \times 0 + b^2 \times V + c^2 \times \dfrac{V}{2} = 2{,}5V \\ a^3 \times 0 + b^3 \times V + c^3 \times \dfrac{V}{2} = 2{,}5V \end{cases}$$ On simplifie par V.

On obtient donc un système de 9 équations à 9 inconnues, présenté ici sous forme de matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a^1 \\ a^2 \\ a^3 \\ b^1 \\ b^2 \\ b^3 \\ c^1 \\ c^2 \\ c^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5/2 \\ 5/2 \\ 5/2 \end{pmatrix}$$

La matrice est inversible, il n'y a donc qu'une solution.

Cette procédure met en jeu des savoirs en lien avec l'algèbre. Elle permet, quand on a trouvé une solution, de prouver que celle-ci est unique.

Procédure B : à partir de la représentation de tous les tonneaux (le schéma fourni dans l'énoncé par exemple ou refait au brouillon), transvaser mentalement la moitié de chaque tonneau plein dans chaque tonneau vide. Ce qui permet d'obtenir 15 tonneaux à moitié pleins. Chaque fils reçoit alors cinq tonneaux à moitié pleins (15 = 5 x 3 ou 15 = 5 + 5 + 5). En revenant aux données de l'énoncé :

pour le premier fils, deux tonneaux à moitié pleins donnent un tonneau plein et un tonneau vide. Il possède donc trois tonneaux à moitié pleins, un plein et un vide.

Pour le second fils, la même chose est impossible. Donc quatre tonneaux à moitié pleins deviennent deux tonneaux pleins et deux tonneaux vides. Ce second fils possède alors deux tonneaux pleins, deux vides et un à moitié plein. Pour le troisième fils, on est obligé de faire la même chose que pour le second fils.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la schématisation d'une situation issue de la vie courante et aux nombres entiers.

Procédure C : il s'agit de calculer le volume total de vin correspondant à 5 tonneaux pleins

(donc 5 x 1) et 5 à moitié pleins (donc 5 x $\frac{1}{2}$) donc au total 5 + $\frac{5}{2}$ = $\frac{10}{2}$ + $\frac{5}{2}$ = $\frac{15}{2}$ puis de partager ce volume en trois. Comme 15 = 3 x 5 alors $\frac{15}{2}$ = 3 x $\frac{5}{2}$. Chaque fils doit alors posséder un volume de vin correspondant à $\frac{5}{2}$ du volume d'un tonneau, volume réparti dans cinq tonneaux sous la forme de tonneaux pleins, de tonneaux à moitié pleins et de tonneaux vides. Il faut donc décomposer $\frac{5}{2}$ en une somme dont les termes sont 1, $\frac{1}{2}$ et 0 :

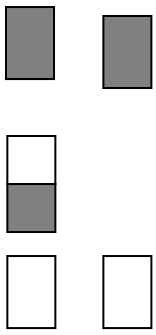
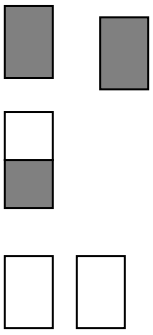
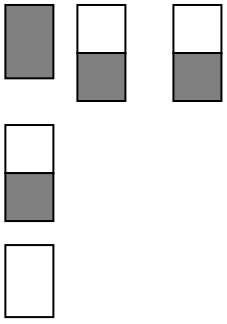
$\frac{5}{2}$ = 5 x $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ or en tenant compte des données initiales, cette solution est impossible car $\frac{5}{2}$ ne peut pas se décomposer une nouvelle fois avec seulement des 1 et des 0. Donc $\frac{5}{2}$ = 1 + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + 0 est une solution et $\frac{5}{2}$ = 1 + 1 + $\frac{1}{2}$ + 0 + 0 est également une solution. Pour obtenir une troisième décomposition, en tenant compte des données initiales, la seule possibilité est $\frac{5}{2}$ = 1 + 1 + $\frac{1}{2}$ + 0 + 0.

Cette décomposition peut se faire également avec un schéma (des représentations des tonneaux par des rectangles par exemple) au lieu de passer par le calcul.

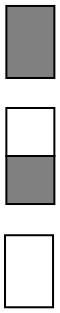
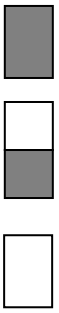
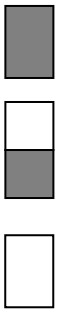
Cette procédure met en jeu des savoirs liés à l'addition de nombres entiers et de fractions simples.

Procédure D : la même que la précédente C mais au lieu d'utiliser les fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{2}$, utiliser le nombre décimal 0,5 pour représenter le volume d'un tonneau à moitié plein. Le nombre décimal 2,5 correspond alors à la quantité de vin à partager entre les trois fils. Les solutions sont alors 2,5 = 1 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0 et 2,5 = 1 + 1 + 0,5 + 0 + 0.

Procédure E : partir d'une représentation des 15 tonneaux et les distribuer les uns après les autres, à chacun des fils, répartis selon trois colonnes. Lors de la distribution des cinq tonneaux pleins, le fils 3 n'en a qu'un. A la place, il obtient deux tonneaux à moitié pleins. Il est possible de donner ensuite un tonneau à moitié plein à chaque fils puis de donner les tonneaux vides de sorte que chaque fils possède cinq tonneaux, comme l'indique le tableau suivant :

Fils 1	Fils 2	Fils 3
		

De la même manière, il est possible de partir d'une représentation des 15 tonneaux. On donne d'abord un tonneau de chaque sorte à chacun des fils, comme l'indique le tableau suivant :

Fils 1	Fils 2	Fils 3
		

Puis en observant ce qui reste : deux pleins, deux vides et deux à moitié pleins, il s'agit de considérer que deux tonneaux à moitié pleins représentent la même quantité de vin qu'un tonneau plein donc de donner deux tonneaux à moitié pleins au fils 1, un tonneau plein au fils 2 et un tonneau plein au fils 3. Il reste enfin trois tonneaux vides. En tenant compte du fait que chaque fils doit avoir cinq tonneaux, donner un tonneau vide et un tonneau plein au fils 2 et au fils 3.

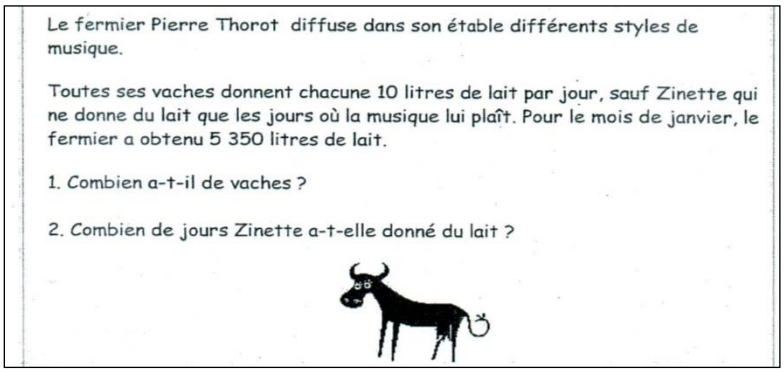
Les savoirs en jeu sont ici liés à la schématisation de la situation issue de la vie courante et aux nombres entiers.

Conclusion sur E1B : étant données les savoirs en jeu, la procédure A n'est pas envisageable d'élèves de cycle 3, les autres procédures de résolution sont toutes envisageables pour des élèves de ce niveau.

Problème E1C *Zinette*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé proposé aux élèves :


Le fermier Pierre Thorot diffuse dans son étable différents styles de musique.

Toutes ses vaches donnent chacune 10 litres de lait par jour, sauf Zinette qui ne donne du lait que les jours où la musique lui plaît. Pour le mois de janvier, le fermier a obtenu 5 350 litres de lait.

1. Combien a-t-il de vaches ?

2. Combien de jours Zinette a-t-elle donné du lait ?

But du problème et solution :

Déterminer le nombre de vaches puis le nombre de jours de production de lait de Zinette.

1. 18 vaches

2. 8 jours

Procédures possibles :

Procédure A : en une journée, une vache produit 10 litres de lait, le mois de janvier comportant 31 jours et comme 31 x 10 = 310, chaque vache produit 310 litres de lait pendant le mois de janvier. La production totale étant de 5350 litres pour un mois, en divisant 5350 par 310, le quotient obtenu est 17 et le reste est 80. On en déduit que 17 vaches produisent chaque jour 10 litres de lait. Donc avec Zinette, le fermier possède 18 vaches.

Le reste 80 correspond à la quantité de lait produite par Zinette, qui comme les autres vaches, en produit 10 chaque jour. Comme 80 = 8 x 10, Zinette produit du lait pendant huit jours.

Les savoirs en jeu ici sont la multiplication d'un nombre entier par 10 et la division euclidienne, notamment les notions de quotient et de reste.

Procédure B : commencer comme au A et obtenir qu'en un mois, une vache produit 310 litres. Puis procéder par additions successives afin de se rapprocher de 5350 litres : deux vaches produisent 310 + 310 soit 620 litres, quatre vaches produisent 620 + 620 soit 1240 litres, huit vaches produisent 1240 + 1240 soit 2480 litres, seize vaches produisent 2480 + 2480 soit 4960 litres. (Remarque : au lieu d'ajouter, il est possible également de multiplier par deux). Ici, le résultat s'approche de 5350 et doubler donnera un résultat trop grand, on ajoute alors seulement 310 (la production d'une vache). 17 vaches produisent 4960 + 310 soit 5270

litres et 18 vaches produisent 5270 + 310 soit 5580 litres ce qui dépasse la production mensuelle donnée dans l 'énoncé.

On en conclut que 17 vaches produisent tous les jours 10 litres. Avec Zinette, le fermier possède 18 vaches. Les 17 vaches produisent 5270 litres. Le total est de 5350 litres et

5350 – 5270 = 80 (ou 5270 + …= 5350). La différence est de 80 litres, c'est donc la production de Zinette pour le mois de janvier et comme elle produit 10 litres de lait par jour comme les autres vaches, elle a produit du lait pendant huit jours.

Les savoirs en jeu sont l'addition de nombres entiers et la multiplication d'un entier par 10.

Procédure C : méthode algébrique 1

Le mois de janvier comporte 31 jours. Les vaches produisent 10 litres par jour. La production mensuelle est de 5350 litres. En notant *x* le nombre de vaches qui produit chaque jour et *y* le nombre de jours de production de Zinette, écrire $31 \times 10 \times x + 10 \times y = 5350$

soit 310 *x* + 10 *y* = 5350. En simplifiant par 10, on obtient 31 *x* + *y* = 535.

x correspond alors au quotient et *y* au reste de la division euclidienne de 535 par 31

donc *x* = 17 et *y* = 8.

Conclure qu'avec Zinette, le fermier possède 18 vaches et que Zinette produit pendant 8 jours.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la division euclidienne et à l'algèbre.

Procédure D : méthode algébrique 2

Le total de la production est 5350 litres. En notant *x* le nombre de vaches produisant du lait chaque jour et *y* la production mensuelle de Zinette, écrire $31 \times 10 \times x + y = 5350$

soit 310 *x* + *y* = 5350.

x correspond au quotient et *y* au reste de la division euclidienne de 5350 par 310

donc *x* = 17 et *y* = 80. Avec Zinette, le fermier possède donc 18 vaches et comme 80 = 8 x 10, Zinette produit pendant huit jours.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la division euclidienne et à l'algèbre (à la mise en équation d'un problème et à la résolution d'une équation).

Conclusion sur E1C : les procédures A et B sont envisageables pour des élèves de cycle 3 mais les procédures C et D, mettant en jeu des savoirs liés à l'algèbre, ne le sont pas.

Problème E1D *Les menteurs*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé proposé aux élèves:

« Qui a sifflé ? », demande le maître.

« C'est Louise », dit Noémie.

« C'est Etienne », dit Julie.

« Ce n'est pas moi », dit Etienne.

« Ce n'est pas Etienne », dit Louise.

Un seul des quatre enfants dit la vérité. Qui a sifflé ?

But du problème et solution :

Déterminer le prénom de l'enfant qui a sifflé. Etienne a sifflé.

Procédure possible :

Procéder par hypothèses successives et vérification de ces hypothèses avec les contraintes de l'énoncé. Par exemple :

Si Noémie dit vrai alors Louise siffle, Julie dit faux et Etienne dit faux. Par conséquent Etienne siffle. Absurde. Donc Noémie dit faux.

Si Julie dit vrai alors Etienne siffle, Noémie dit faix (donc ce n'est pas Louise), Etienne dit faux (c'est donc lui) et Louise dit faux (donc c'est Etienne). L'ensemble est cohérent : Julie dit la vérité et Etienne a sifflé.

Les savoirs en jeu sont liés au raisonnement par l'absurde : il s'agit dans ce problème d'utiliser le fait qu'un enfant ne peut pas mentir et dire la vérité en même temps, autrement dit, dans un cas plus général, de se baser sur le fait qu'une proposition (en mathématiques) est soit vraie soit fausse et pas les deux en même temps.

Conclusion sur E1D : étant donnés les savoirs en jeu, cette procédure est envisageable pour des élèves de cycle 3.

Problème E1E *L'horloge*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé proposé aux élèves :

Hier, Mathias a mis à l'heure et remonté la vieille horloge et le vieux réveil de son grand-père.

Ce matin, en se réveillant, il constate que le réveil indique 6 h et l'horloge 7 h. Or, Mathias se souvient, d'après son grand père, que le réveil retarde de 3 minutes par heure, tandis que l'horloge, elle, avance d'une minute par heure.

A quelle heure Mathias les a-t-il remontés ?

But du problème et solution : déterminer l'heure à laquelle le réveil et l'horloge ont été remontés. Les deux ont été remontés la veille à 15 h 45.

Procédures possibles :

Procédure A : une démarche pas à pas

Le réveil retarde de 3 minutes par heure donc une heure dans la réalité représente 57 minutes pour le réveil. L'horloge avance d'une minute par heure donc une heure pour l'horloge représente 61 minutes en réalité.

Heure réellement indiquée par le réveil	Heure réellement indiquée par l'horloge
6h	7h
5h03	5h59
4h06	4h58
3h51	3h57
…	…
14h42	14h46
15h45	15h45

Les savoirs en jeu sont liés à la mesure du temps : il s'agit d'additions utilisant des heures et minutes.

Procédures B : constater que, d'après l'énoncé, l'écart entre le réveil et l'horloge est de 4 min par heure. Le réveil indique 6h et l'horloge indique 7h donc une heure de décalage (soit 60

minutes). Comme 60 = 4 x 15, ce décalage de 60 minutes intervient 15 heures après avoir remonté le réveil et l'horloge.

L'horloge en 15h avance de 15 minutes, elle indique au matin 7h donc 15h avant elle indiquait théoriquement, la veille, 16h tout en avançant de 15 minutes donc elle a été remontée à 15h45.

Il est possible de vérifier ce résultat avec le réveil. Le matin, il indique 6h donc 15h avant, il indique théoriquement 15h tout en retardant de 3 x 15 donc 45 minutes, donc il a été remonté à 15h45.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la mesure du temps : des calculs en heures et minutes ainsi que la différence entre l'heure indiquée et la durée écoulée entre une heure initiale et une heure finale.

Procédure C : mettre le problème en équation.

En considérant que 6 heures correspondent à 360 minutes après minuit et 7 heures à 420 minutes, en posant *x* le nombre d'heures qui se sont écoulées depuis la mise à l'heure du réveil et de l'horloge et *y* les minutes qui se sont écoulées par rapport à minuit. Le problème peut être traduit par le système d'équations suivant : $\begin{cases} 360 - 57x = y \\ 420 - 61x = y \end{cases}$.

La solution est (15 ; - 495) donc la mise à l'heure a eu lieu 495 minutes avant minuit, soit 8h15 avant minuit, donc à 15h45.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à l'algèbre.

<u>Conclusion sur E1E</u> : étant donnés les savoirs en jeu, les deux procédures A et B peuvent être mobilisées par des élèves de fin de cycle 3, la procédure C ne l'est pas.

Problème E1F *La course*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Jean, Solène et Pierre font de l'endurance sur une piste. Ils courent le maximum de temps.

La fille n'a pas couru le plus longtemps mais a fait le plus de distance et c'est l'élève qui a couru le moins longtemps qui a fait la plus courte distance.

L'élève qui a fait le moins de distance a fait 3 tours et celui qui a couru le plus longtemps a tenu 7 minutes et 21 secondes. Jean n'a pas couru le plus longtemps.

Il y a 51 secondes d'écart entre la plus grande et la moins grande durée.

Pierre a fait un tour de plus que Jean mais 200 mètres de moins que l'élève qui a couru 7 minutes et 10 secondes. Le tour de piste fait 400 m.

Trouver quel temps chaque élève a couru et quelle distance il a parcourue.

But du problème et solution :

Déterminer la durée de course et la distance parcourue pour chacun des trois enfants :

Jean	Solène	Pierre
6'30	7'10	7'21
1200 m	1800 m	1600 m

Procédure possible : il s'agit de lire l'énoncé et de considérer les unes après les autres les données concernant chacun des trois enfants.

« *La fille n'a pas couru le plus longtemps mais a fait le plus de distance* » nous permet d'affirmer que Solène a couru la plus grande distance et que Jean et Pierre peuvent avoir couru le plus longtemps. Plus loin, « *Jean n'a pas couru le plus longtemps* » nous permet d'affirmer que Pierre a couru le plus longtemps.

« *C'est l'élève qui a couru le moins longtemps qui a fait la plus courte distance* », ici il n'est question ni de Solène (qui a couru la plus grande distance), ni de Pierre (qui a couru le plus longtemps), il s'agit donc de Jean qui a couru le moins longtemps et fait la plus courte distance.

« *L'élève qui a fait le moins de distance a fait 3 tours* » et « *le tour de piste fait 400* m » permet d'affirmer que Jean a fait 3 tours donc 1200 mètres. « *Celui qui a couru le plus longtemps a tenu 7 minutes et 21 secondes* » donc Pierre a couru pendant 7 minutes et 21 secondes. Un écart de 51 secondes entre « *la plus grande et la moins grande durée* » donc entre la durée de Pierre et celle de Jean donne que Jean a couru 6 minutes et 30 secondes.

« *Pierre a fait un tour de plus que Jean* » donc Pierre a parcouru 4 tours autrement dit 4 x 400 donc 1600 mètres. De plus Pierre a couru « *200 mètres de moins que l'élève qui a couru 7 minutes et 10 secondes* » donc Solène a couru pendant 7 minutes et 10 secondes et a fait 200 mètres de plus que Pierre soit 1800 mètres.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la soustraction de nombres entiers, au calcul de durées en minutes et secondes.

Conclusion sur E1F : étant donnés les savoirs en jeu, la procédure est envisageable pour des élèves de cycle 3.

ANNEXE B.2 : problèmes choisis par E2

Problème E2A *Les trois nombres qui se suivent*

(Titre issu de l'ouvrage *Ermel CM1*)

Enoncé :

Séance 1 : « *Vous allez chercher trois nombres qui se suivent dont la somme est 96 (S = 96). Ecrivez tous les calculs que vous faîtes, il faudra ensuite expliquer comment vous avez trouvé.* ». Puis la somme donnée est S = 462.

Séance 2 : la somme donnée est S = 25 puis S = 45.

Séance 3 : « *On a vu qu'il était impossible de trouver trois nombres qui se suivent dont la somme est 25. Comment savoir si un nombre peut s'écrire sous la forme de la somme de trois nombres qui se suivent ?* »

Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage *Ermel CM1*, Hatier, 1999, pages 62 à 67.

But du problème et solutions :

Lors des séances 1 et 2, il s'agit de trouver trois nombres consécutifs (« qui se suivent »), dont la somme est donnée. Cette somme vaut 96 puis 462 (séance 1) puis 25 et 45 (séance 2).

96 = 31 + 32 + 33

462 = 153 + 154 + 155

25 : justifier de l'impossibilité de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est 25.

45 = 14 + 15 + 16

Lors de la séance 3, il s'agit de trouver une propriété caractérisant la somme de ces trois nombres. Il faut comprendre et prouver que cette somme doit être multiple de trois.

Procédures possibles :

Procédure A : pour trouver 96, par exemple, décomposer la dizaine du nombre donné en la somme de trois entiers. Par exemple : 30 + 30 + 30 = 90 puis chercher à trouver ce qui manque : 6 c'est 2 + 2 + 2 donc 1 + 2 + 3, donc 96 = 31 + 32 + 33.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition de nombres entiers.

Procédure B : pour trouver 96, 45 et 462, approcher le nombre donné par la somme de trois entiers et se rapprocher (par essais et ajustements). Par exemple : 30 + 30 + 30 est trop petit, 35 + 35 +35 est trop grand donc essayer 32 + 32 + 32 et en déduire 31 + 32 + 33. Pour trouver 45, essayer 20 + 20 + 20, le résultat est trop grand. Puis essayer 10 + 10 + 10, le résultat est trop petit. Obtenir alors 15 + 15 + 15 qui convient donc 14 + 15 + 16 donne 45. Pour trouver 462, le résultat de 150 + 150 + 150 est trop petit, 200 + 200 + 200 est trop grand, etc.

Les savoirs en jeu sont liés à la décomposition et à l'addition de nombres entiers.

Procédure C : diviser le nombre donné par trois et ajuster. Par exemple : 462 : 3 = 154 donc la solution est 153 + 154 + 155.

Les savoirs en jeu sont liés à la division euclidienne.

Procédure D : pour justifier de l'impossibilité, remarquer que 7 + 8 + 9 = 24 et que

8 + 9 + 10 = 27 ; 25 étant compris entre 24 et 27, il apparaît impossible de l'atteindre.

Le savoir en jeu est en lien avec la notion d'encadrement de nombres entiers.

Puis pour conjecturer une propriété en jeu : lister toutes les sommes de trois nombres consécutifs trouvées, en écrire d'autres jusqu'à remarquer que ces sommes sont multiples de trois. Essayer avec un autre nombre que 25, non multiple de trois afin d'établir une conjecture.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de multiple et/ou de diviseur de trois.

Procédure E pour justifier : expliquer qu'on passe d'une somme à l'autre en ajoutant 1 à chacun des trois termes de la somme donc en ajoutant 3.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de multiple et/ou de diviseur de trois.

Procédure F pour justifier : écrire sous forme algébrique la somme de trois entiers consécutifs et établir qu'elle est multiple de 3 : n + (n + 1) + (n + 2) = 3 n + 3 = 3 (n + 1)

Les savoirs en jeu sont liés au calcul algébrique.

<u>Conclusion sur E2A</u> :

Etant donnés les savoirs en jeu, les trois procédures, A, B et C sont à la portée d'élèves de cycle 3. Les procédures D et E visant à expliciter l'impossibilité de 25 et à émettre une conjecture semble également à la portée d'élèves de cycle 3. Afin de justifier la propriété, la procédure E est à la portée d'élèves de cycle 3 mais la procédure F, étant donné le lien avec le calcul algébrique, ne l'est pas.

Problème E2B *Golf*

(Titre issu de l'ouvrage *Ermel CM2*)

Enoncé :

Séance 1 : « *vous allez chercher à obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2* », puis « *vous allez chercher à obtenir 41 en additionnant plusieurs fois des 8 et des 3.* » puis « *vous allez chercher à obtenir 97 toujours avec des 8 et des 3, vous allez chercher le plus de solutions possibles.* »

Séance 2 : retour sur « *vous allez chercher à obtenir 97 en ajoutant des 8 et des 3* » puis « *vous allez chercher à obtenir 92 en additionnant plusieurs fois des 5 et des 3. Vous allez chercher toutes les solutions* ».

Séance 3 : « *vous allez essayer de trouver toutes les solutions pour 92 et essayer d'expliquer pourquoi vous êtes sûrs de les avoir toutes* ».

Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage *Ermel CM2*, Hatier, 1999, pages 56 à 62.

But du problème et solutions :

Séance 1 : il s'agit d'atteindre un nombre N (23, 41 ou 97) en ajoutant des multiples de deux nombres entiers donnés (pour 23, des multiples de 5 et de 2, pour 41 et 97, des multiples de 8 et de 3). Pour 97, il est demandé de trouver le plus de solutions possibles.

23 = 5 x 3 + 4 x 2 = 5 + 2 x 9 (2 solutions)

41 = 8 + 3 x 11 = 4 x 8 + 3 x 3 (2 solutions)

Séance 2 : la même chose pour 97, en ajoutant des multiples de 8 et de 3. Il s'agit de trouver toutes les solutions et d'expliquer pourquoi il n'y en a pas d'autre.

97 = 11 x 8 +3 x 3 = 8 x 8 + 11 x 3 = 5 x 8 + 19 x 3 = 2 x 8 + 27 x 3 (4 solutions).

Séance 3 : la même chose pour 92, en ajoutant des multiples de 5 et des 3. Il s'agit de trouver toutes les solutions et d'expliquer pourquoi il n'y en a pas d'autre.

92 = 16 x 5 + 4 x 3 = 13 x 5 + 9 x 3 = 10 x 5 + 14 x 3 = 7 x 5 + 19 x 3 = 4 x 5 + 24 x 3

92 = 1 x 5 + 29 x 3 (6 solutions).

Procédures possibles :

Procédure A : il s'agit de déterminer les nombres entiers a et b tels que $41 = 8a + 3b$ puis les nombres entiers c et d tels que $97 = 8c + 3d$ et de déterminer les nombres entiers e et f tels que $92 = 5e + 3f$ (équations diophantiennes du premier degré).

Pour 41 : 3*b* est un nombre positif donc $8a \leq 41$ soit $a \leq 5$. Donc *a* peut être égal à 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 ; de plus 41 - 8*a* est divisible par 3 ce qui conduit au tableau suivant :

a	0	1	2	3	4	5
41-8*a*	41	33	25	17	9	1
b	X	11	X	X	3	X

Finalement, deux couples conviennent pour obtenir 41 : (1 ; 11) et (4 ; 3).

Même procédure pour 23, 92 et 97.

Les savoirs en jeu sont liés à l'algèbre, à la résolution d'équations diophantiennes du premier degré.

Procédure B : faire des essais et ajustements « en ajoutant des 5 et des 2 » jusqu'à atteindre 23, « en ajoutant des 8 et des 3 » jusqu'à atteindre 41 puis 97 et « en ajoutant des 5 et des 3 » jusqu'à atteindre 92.

Exemple : 8 + 8 + 8 + 3 + 3 = 30 est trop petit. 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48 est trop grand.

8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40 est trop petit. 8 + 8 + 8 + 8 + 3 + 3 + 3 = 41 donc il faut quatre 8 et trois 3 pour faire 41.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition de nombres entiers.

Procédure C : faire des essais et ajustements en ajoutant des multiples de 5 et des multiples de 2 jusqu'à atteindre 23, en ajoutant des multiples de 8 et de 3 jusqu'à atteindre 41 puis 97 et en ajoutant des multiples de 5 et de 3 jusqu'à atteindre 92.

Exemple : $3\times8+2\times3=30$ est trop petit. $6\times8=48$ est trop grand.

$5\times8=40$ est trop petit et $4\times8+3\times3=41$ convient.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure D : partir des sommes et enlever des multiples soit de 5 et de 2, soit de 8 et de 3, soit de 5 et de 3 (en ajoutant ou en multipliant).

Exemple : 41 – 8 = 33 ; 33 – 8 = 25 ; 25 – 8 = 17 ; 17 – 8 = 9 ; 9 – 8 = 1 ne convient pas mais 9 – 3 = 6 ; 6 – 3 = 3 et 3 – 3 = 0 donc il faut quatre 8 et trois 3 pour faire 41.

Les savoirs en jeu sont liés à la soustraction ainsi qu'à l'addition et à la multiplication par un entier de nombres entiers.

Conclusion sur E2B : étant donnés les savoirs en jeu, les procédures B, C et D sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Problème E2C *La plaque de voiture*

(Titre issu du rallye *RMT*)

Enoncé :

La police recherche la voiture d'un voleur.

Un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents

Un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9

Un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8

Un quatrième témoin, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est égale à son âge.

Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche.

Ecrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

But du problème et solutions : il s'agit de déterminer le numéro de la plaque d'une voiture et d'expliquer comment toutes les possibilités ont été trouvées. 12 numéros de plaque sont possibles :

9 014 8	9 041 8	9 104 8	9 140 8	9 401 8	9 410 8
9 023 8	9 032 8	9 203 8	9 230 8	9 302 8	9 320 8

Procédures possibles :

La somme de cinq chiffres tous différents est égale à 22. Parmi ces cinq chiffres : 9, 8.

Or 22 – 9 – 8 = 5. Il s'agit donc de trouver trois chiffres distincts dont la somme est 5.

Seules possibilités : 5 = 0 + 2 + 3 et 5 = 0 + 1 + 4.

Le 9 est placé en premier sur la plaque, le 8 est placé en dernier, il s'agit alors de déterminer les organisations possibles des trois autres chiffres 0, 2 et 3 puis 0, 4 et 1.

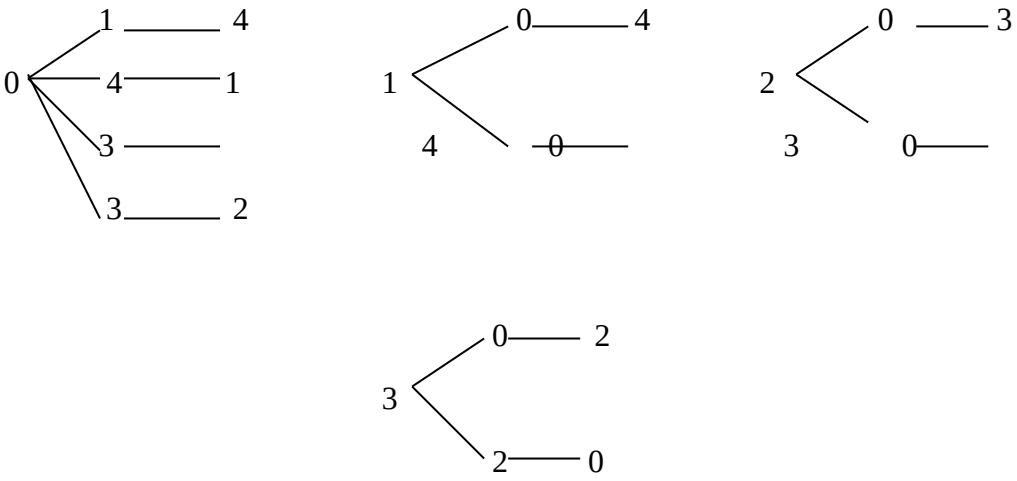
Deux procédures possibles pour s'assurer d'avoir toutes les possibilités : un raisonnement par l'exhaustivité des cas (sous forme de listes ou d'arbres) ou un calcul du nombre de ces possibilités :

Procédure A : disposer méthodiquement, sous forme de liste, les trois chiffres 0, 1, 4 puis 0, 2, 3.

9 014 8	9 041 8	9 104 8	9 140 8	9 401 8	9 410 8
9 023 8	9 032 8	9 203 8	9 230 8	9 302 8	9 320 8

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition, à la soustraction de nombres entiers et à un raisonnement utilisant le principe d'exhaustivité des cas.

Procédure B : disposer méthodiquement, sous forme d'arbres, les possibilités



Les savoirs en jeu sont liés à l'addition, à la soustraction de nombres entiers et à un raisonnement utilisant le principe d'exhaustivité des cas.

Procédure C : calculer le nombre de cas possibles en appliquant la formule liée à un arrangement. $A_3^3 + A_3^3 = 3! + 3!$ = 3 x 2 + 3 x 2 = 12 et lister les 12 cas possibles.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition, à la soustraction de nombres entiers et à une situation d'arrangements.

Conclusion sur E2C : étant donnés les savoirs en jeu, la procédure C n'est pas envisageable pour des élèves de cycle 3 alors que les procédures A et B le sont.

Problème E2D *Chacun sa place*

(Titre issu du rallye *RMT*)

Enoncé :

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde.

Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.

- Carla veut être assise entre Brice et Émile.

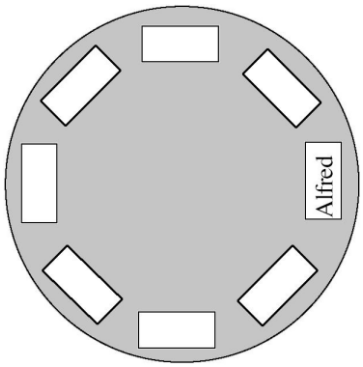
- Dany veut être à côté de Gina.

- Émile veut être juste en face d'Alfred.

- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.

Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.

Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.



But du problème et solution :

Déterminer la place de chaque enfant autour de la table en tenant compte des contraintes de l'énoncé. Expliciter sa démarche.

En partant d'Alfred, dans le sens des aiguilles d'une montre, sont assis Dany, Gina, Frédéric, Emile, Carla, Brice et Henri.

Procédure possible : après lecture de l'énoncé, il s'agit de prendre en compte, les unes après les autres, les contraintes de l'énoncé.

Il est possible dans un premier temps de placer les enfants dont une seule place est possible d'après les contraintes de l'énoncé, dont la place est exactement déterminée facilement, sans plusieurs choix possibles : Emile (« *juste en face d'Alfred* ») et Henri (« *juste à la droite d'Alfred* »).

Pour la suite, il est possible de faire des essais en plaçant et déplaçant des personnages (soit avec des étiquettes qui pourront être déplacées, soit au crayon de papier, traces qui pourront ensuite être gommées). La vérification se fait au fur et à mesure par relecture des autres données de l'énoncé, en se demandant si la place choisie entre en cohérence avec toutes les contraintes. Une vérification finale peut être faîte en relisant tout l'énoncé et en vérifiant la bonne cohérence de l'ensemble des places choisies. Afin de rédiger une explication, il s'agit de faire part en quelques phrases de la logique de la démarche suivie, en utilisant des mots de liaison, par exemple « si …alors… », « donc ».

La résolution met en jeu des savoirs liés à l'organisation logique des données de l'énoncé, en utilisant un raisonnement par l'absurde afin d'éliminer certains essais (tout en sachant qu'un enfant ne peut pas être à deux places en même temps).

Conclusion sur E2D : étant donnés les savoirs en jeu, la procédure est envisageable pour des élèves de cycle 3.

ANNEXE B.3 : problèmes choisis par E3

Problème E3A *Le jeu vidéo*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

1- En jouant avec sa console de jeu, Théo attrape 7 pommes s'il atteint la caisse jaune et 9 pommes s'il atteint la caisse verte.

Théo a atteint 12 fois la caisse jaune et 8 fois la caisse verte.

Combien de pommes a-t-il obtenu ?

2- En jouant au même jeu, Leïla a attrapé 76 pommes. Comment a-t-elle pu réaliser ce score ?

3- Qwang a attrapé 112 pommes. Il a atteint autant de fois la caisse jaune que la caisse verte. Combien de fois a-t-il atteint chacune de ces caisses ?

But du problème et solutions :

1- Il s'agit de calculer le score atteint par Théo : 12 x 7 + 8 x 9 soit 156 pommes.

2- Il s'agit de déterminer les deux nombres entiers n et p tels que 7 x n + 9 x p = 76

soit n = 7 et p = 3.

3- C'est le même but que la question 2- avec une condition supplémentaire à savoir ici n = p (112 = 7 x n + 9 x n). Le résultat est unique : n = p = 7.

Procédures possibles :

1- Théo atteint 12 fois la caisse jaune qui contient 7 pommes donc obtient 12 x 7 soit 84 pommes. Puis il atteint 8 fois la verte qui contient 9 pommes donc obtient 8 x 9 soit 72 pommes. Il obtient donc au total 84 + 72 donc 156 pommes.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

2- **Procédure A :** trouver, par essais et ajustements, les nombres entiers tels que

7 x □ + 9 x □ = 76.

Il est possible d'essayer 12, comme à la question 1. Or 7 x 12 = 84 donc c'est trop grand et il est nécessaire d'essayer avec un multiple de 7 plus petit par exemple, 7 x 11, 7 x 10, etc. jusqu'à trouver le nombre qui convient.

7 x 7 = 49 et 76 – 49 = 27 est bien multiple de 9. Donc 76 = 7 x 7 + 9 x 3.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure B : trouver, en organisant les essais, les nombres entiers tels que

7 x □ + 9 x □ = 76. Avec 1, 7 x 1 = 7 et 76 – 7 = 69 qui n'est pas multiple de 9.

Avec 2, 7 x 2 = 14 et 76 – 14 = 62 qui n'est pas multiple de 9, etc. Et trouver qu'avec 7, on obtient 7 x 7 + 9 x 3 = 76.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure C : il s'agit de traduire le problème par l'équation diophantienne $7n + 9p = 76$ et de la résoudre. $9p \leq 76$ soit $p \leq 8$ et $76 - 9p$ est divisible par 7 d'où le tableau suivant :

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$76 - 9p$	76	67	58	49	40	31	22	13	4
n	X	X	X	7	X	X	X	X	X

Finalement, une solution apparaît : le couple (7 ; 3).

Les savoirs en jeu sont liés à l'algèbre, à la mise en équation d'un problème et à la résolution d'une équation diophantienne du premier degré.

3- **Procédure A** : trouver par essais et ajustements le nombre tel que 7 x □ + 9 x □ = 112.

En essayant 12 de la question 1, 7 x 12 + 9 x 12 = 192 donc 12 est trop grand.

En essayant 7 de la question 2, 7 x 7 + 9 x 7 = 112 donc 7 convient.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure B : trouver, en organisant les essais, le nombre entier tel que 7 x □+ 9 x □= 112.

Essayer 1 puis 2, etc. jusqu'à trouver que 7 convient.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure C : voir que Qwang atteint autant de fois les deux caisses donc qu'il s'agit en fait de trouver le nombre tel que (7 + 9) x □= 112 c'est-à-dire tel que 16 x □ = 112.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure D : traduire l'énoncé par une équation du premier degré à une inconnue. Il s'agit de trouver le nombre entier n tel que 16 x n = 112.

Les savoirs en jeu sont liés à l'algèbre, à la mise en équation d'un problème et à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.

Conclusion sur E3A : la question 1 peut être résolue par un calcul envisageable pour des élèves de cycle 3. Pour la question 2, les procédures A et B sont envisageables pour des élèves de cycle 3. La procédure C, étant donnés les savoirs en jeu liés à l'algèbre, ne l'est pas. Pour la question 3, les procédures A, B et C sont envisageables pour des élèves de cycle 3. La procédure D, étant donnés les savoirs en jeu, ne l'est pas.

Problème E3B *La monnaie*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Dans sa poche gauche, Madame Morin a des pièces de 2 € et, dans sa poche droite, des billets de 5 €. Elle a le même nombre de pièces et de billets. En tout, elle a 84 €.

Quelle somme a-t-elle dans chaque poche ?

But du problème et solution :

La somme totale est 84 €, il s'agit de décomposer cette somme en pièces de 2 € et en billets de 5 €, avec la condition que le nombre de pièces et le nombre de billets sont les mêmes.

Le nombre cherché est 12.

Procédures possibles :

Procédure A : faire des essais afin d'atteindre 84. Essayer, par exemple, 5 pièces de 2 € et 5 billets de 5 € alors 5 x 2 + 5 x 5 = 35 € ce qui est trop petit. Essayer 10 pièces de 2 € et 10 billets de 5 €, 10 x 2 + 10 x 5 = 70 € ce qui est encore trop petit, etc. pour atteindre le nombre cherché : 12.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure B : voir que le nombre de billets et le nombre de pièces sont les mêmes. Donc pour trouver le nombre tel que 2 x □+ 5 x □= 84, il s'agit de trouver le nombre

tel que 7 x □ = 84.

Il suffit ensuite de faire des essais : 7 x 10 est trop petit, 7 x 11 également, 7 x 12 convient.

Les savoirs en jeu sont à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure C : comme pour la procédure B, voir que le nombre de billets et le nombre de pièces sont les mêmes. Donc pour trouver le nombre tel que 2 x □+ 5 x □= 84, il s'agit de trouver le nombre tel que 7 x □ = 84. Puis calculer 84 : 7 = 12 (en posant la division par exemple).

Les savoirs en jeu sont à l'addition et à la division de nombres entiers.

Procédure D : il s'agit de mettre le problème en équation : trouver le nombre n (de pièces et de billets) tel que 2 x n + 5 x n = 84 c'est-à-dire tel que 7 x n = 84 donc n = 12.

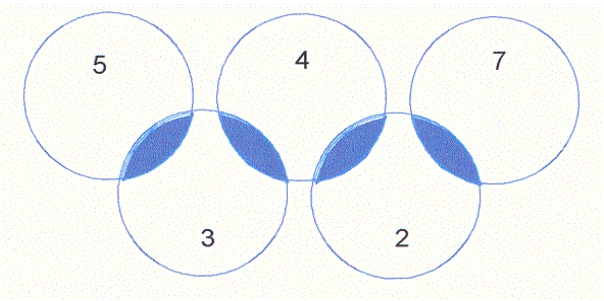
Les savoirs en jeu sont liés à la mise en équation d'un problème et à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.

Conclusion sur E3B : Les procédures A, B et C sont envisageables pour des élèves de cycle 3. La procédure D ne l'est pas, étant donnés les savoirs en jeu liés à l'algèbre.

Problème E3C *La cible olympique*

(Titre attribué par les auteurs du document ressource de l'IA21)

Enoncé :



Quand on plante une fléchette dans une zone, on marque le nombre de points qui y est inscrit. Si on plante une fléchette dans une zone commune à deux disques, on multiplie les points sur ces disques. De quelle(s) façon(s) peut-on obtenir 50 ?

But du problème et solutions :

Il s'agit de trouver 50 en ajoutant des multiples des chiffres affichés (zones blanches du dessin) et des multiples du produit des nombres affichés (zones grisées du dessin).

Le nombre maximal de fléchettes possibles est 25 (25 fléchettes à 2 points donnent 50 points). Nous proposons un ensemble de solutions sans les écrire toutes, en notant à chaque fois, le nombre de fléchettes correspondant, 50 peut donc s'écrire sous la forme :

4 x 15 (4 fléchettes à 15 points ou 15 fléchettes à 4 points)

5 x 10 (5 fléchettes à 10 points ou 10 fléchettes à 5 points)

4 x 12 + 1 x 2 (5 fléchettes dont 4 à 12 points et une à 2 points ou 13 fléchettes dont 12 à 4 points et une à 2 points)

1 x 15 + 5 x 7 (6 fléchettes dont 1 à 15 points et 5 à 7 points ou 8 fléchettes dont 1 à 15 points et 7 à 5 points)

2 x 15 + 4 x 5 (6 fléchettes dont 2 à 15 points et 4 à 5 points ou 19 fléchettes dont 15 à 2 points et 4 à 5 points ou 20 fléchettes dont 15 à 2 points et 5 à 4 points ou 7 fléchettes dont 2 à 15 points et 5 à 4 points)

2 x 7 + 9 x 4 (11 fléchettes dont 2 à 7 points et 9 à 4 points ou 16 fléchettes dont 7 à 2 points et 9 à 4 points)

2 x 3 + 4 x 11 (13 fléchettes dont 2 à 3 points et 11 à 4 points ou 14 fléchettes dont 3 à 2 points et 11 à 4 points)

2 x 5 + 4 x 10 (12 fléchettes dont 2 à 5 points et 10 à 4 points ou 15 fléchettes dont 5 à 2 points et 10 à 4 points)

1 x 2 + 6 x 8 (7 fléchettes dont une à 2 points et 6 à 8 points)

2 x 5 + 5 x 8 (7 fléchettes dont 2 à 5 points et 5 à 8 points ou 10 fléchettes dont 5 à 2 points et 8 à 5 points ou 13 fléchettes dont 5 à 2 points et 8 à 5 points)

4 x 2 + 3 x 14 (7 fléchettes dont 4 à 2 points et 3 à 14 points ou 5 fléchettes dont 2 à 4 points et 3 à 14 points ou 16 fléchettes dont 2 à 4 points et 14 à 3 points ou 28 fléchettes dont 4 à 2 points et 14 à 3 points)

1 x 8 + 6 x 7 (7 fléchettes dont 1 à 8 points et 6 à 7 points)

2 x 4 + 6 x 7 (8 fléchettes dont 2 à 4 points et 6 à 7 points ou 10 fléchettes dont 4 à 2 points et 6 à 7 points)

3 x 5 + 5 x 7 (8 fléchettes dont 3 à 5 points et 5 à 7 points ou 12 fléchettes dont 5 à 3 points et 7 à 5 points)

3 x 15 + 1 x 5 (16 fléchettes dont 15 à 3 points et une à 5 points ou 4 fléchettes dont 3 à 15 points et 1 à 5 points)

4 x 5 + 5 x 6 (11 fléchettes dont 6 à 5 points et 5 à 4 points)

9 x 4 + 1 x 14 (10 fléchettes dont 9 à 4 points et une à 14 points)

7 x 2 + 3 x 12 (10 fléchettes dont 7 à 2 points et 3 à 12 points ou 5 fléchettes dont 2 à 7 points et 3 à 12 points ou 19 fléchettes dont 7 à 2 points et 12 à 3 points ou 14 fléchettes dont 2 à 7 points et 12 à 3 points)

6 x 3 + 4 x 8 (10 fléchettes dont 6 à 3 points et 4 à 8 points ou 14 fléchettes dont 6 à 3 points et 8 à 4 points)

9 x 4 + 2 x 7 (11 fléchettes dont 9 à 4 points et 2 à 7 points ou 16 fléchettes dont 9 à 4 points et 7 à 2 points)

…

25 x 2 (25 fléchettes à 2 points)

Procédures possibles :

Procédure A : considérer un nombre de fléchettes et chercher comment obtenir les 50 points.

C'est impossible avec 1, 2 et 3 fléchettes. A partir de 4 fléchettes, il est possible de faire 50 points. Puis continuer avec 5 fléchettes, 6 fléchettes, etc.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure B : décomposer 50 en sommes de multiples des nombres affichés sur la cible.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers.

Procédure C : le problème peut se traduire par l'égalité suivante :

$50 = 5a + 4b + 7c + 3d + 2e + 15f + 12g + 8h + 14i$; a, b, c, d, e, f, g, h, i étant des nombres entiers. Il s'agit de trouver les valeurs entières possibles pour a, b, c, d, e, f, g, h, i tels que

$a + b + c + d + e + f + g + h + i \leq 25$.

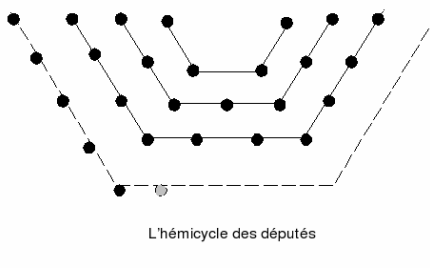
Cette procédure met en jeu des savoirs liés à l'algèbre.

Conclusion sur E3C : étant donnés les savoirs en jeu, les deux procédures A et B sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Problème E3D *L'hémicycle*

(Titre attribué par les auteurs du document ressource IA21)

Enoncé :



L'hémicycle des députés

Un architecte a un hémicycle à construire. Dans cet hémicycle, il y a 100 députés à installer.

Combien doit-il prévoir de rangées pour que tous les députés puissent s'installer ?

But du problème et solution :

Déterminer le nombre de rangées pouvant accueillir 100 députés. Il faut 8 rangées.

Procédures possibles :

Procédure A : continuer le schéma proposé, dessiner et compter les sièges jusqu'à 100.

Première rangée : 4

Deuxième rangée : 7

Troisième rangée : 10

Quatrième rangée : 13

Cinquième rangée : 16

Sixième rangée : 19

Septième rangée : 22

Donc au total : 91 sièges d'où la nécessité d'une huitième rangée.

Les savoirs en jeu sont liés au dénombrement et à l'addition de nombres entiers.

Procédure B : commencer à compléter le schéma fourni et se rendre compte d'une relation entre les nombres de sièges de chaque rangée.

Première rangée : 4

Deuxième rangée : 7

Troisième rangée : 10

Quatrième rangée : 13

Cinquième rangée : 16 etc.

Par exemple, pour passer de la troisième rangée à la quatrième, il faut ajouter trois. De même pour passer de la quatrième à la cinquième rangée, il faut ajouter 3, etc.

A la sixième rangée : 16 + 3 donc 19 sièges.

A la septième rangée : 19 + 3 donc 22 sièges.

Soit au total 91 sièges. Donc il est nécessaire d'utiliser huit rangées.

Les savoirs en jeu sont liés au dénombrement et à l'addition de nombres entiers.

Procédure C : établir une relation de récurrence.

Au rang 1 : 4 sièges

Au rang 2 : 4 + 1 x 3 sièges

Au rang 3 : 4 + 2 x 3

Au rang 4 : 4 + 3 x 3

Etc.

Donc au rang n : $4 + 3(n-1)$ sièges.

Au total :

$$S = 4 + 4 + 1\times 3 + 4 + 2\times 3 + 4 + 3\times 3 + ... + 4 + 3\times(n-1)$$
$$S = 4n + 3\times(1 + 2 + 3 + 4 + ... + (n-1))$$
$$S = 4n + 3\times\frac{n(n-1)}{2}$$

Il s'agit de trouver n, entier, tel que $S \geq 100$:

$$S \geq 100 \Leftrightarrow 4n + 3\times\frac{n(n-1)}{2} \geq 100$$

$S \geq 100 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n \geq 200$ or $3\times 7^2 + 5\times 7 = 182$ et $3\times 8^2 + 5\times 8 = 232$ donc

$S \geq 100 \Leftrightarrow n \geq 8$

Avec 8 rangées, il est possible de placer 100 députés.

Les savoirs en jeu dans cette procédure sont liés à la notion de suite (dont la somme des n premiers entiers) et de résolution d'une inéquation.

Conclusion sur E3D : étant donnés les savoirs en jeu, A les procédures A et B sont envisageables pour des élèves de cycle 3, la procédure C ne l'est pas.

Problème E3E *Les tartelettes*

(Titre attribué par les auteurs du document ressource, IA21)

Enoncé :

On a deux boîtes jaunes, trois boîtes rouges, et vingt tartelettes. Il faut répartir les tartelettes en respectant ces règles :

- on utilise toutes les boîtes ;

- les boîtes d'une même couleur contiennent le même nombre de tartelettes ;

Cherche toutes les solutions possibles.

But du problème et solution : il s'agit de répartir 20 tartelettes dans deux boîtes jaunes et trois boîtes rouges. Les boîtes de même couleur devant en contenir autant, cela revient à trouver les entiers J et R tels que 2 x J + 3 x R = 20.

Les couples suivants sont solutions : (1 ; 6) ; (4 ; 4) ; (7 ; 2).

Procédures possibles :

Procédure A : partir de J = 1 jusqu'à J = 10 (J = 11 c'est-à-dire disposer 11 tartelettes dans trois boîtes est impossible puisque, le total de tartelettes disponibles (20) serait alors dépassé) et trouver le nombre entier R qui convient :

J = 1	J = 2	J = 3	J = 4	J = 5	J = 6	J = 7	J = 8	J = 9	J = 10
3 R = 18 R = 6	3 R = 16 impossible	3 R = 14 imp	3 R = 12 R = 4	3 R = 10 imp	3 R = 8 imp	3 R = 6 R = 2	3 R = 4 imp	3 R = 2 imp	3 R = 0 R = 0

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et à la multiplication de nombres entiers simples ainsi qu'à l'organisation des données (par exemple, dans un tableau ou dans une liste).

Procédure B : décomposer 20 en la somme de deux entiers et repérer les multiples de 3 et de 2.

20 = 19 + 1 impossible

20 = 18 + 2 = 6x3 +1x2 convient

20 = 17 + 3 = 16 + 4 = 15 + 5 impossible

20 = 14 + 6 = 7x2 + 2x3 convient

20 = 13 + 7 impossible

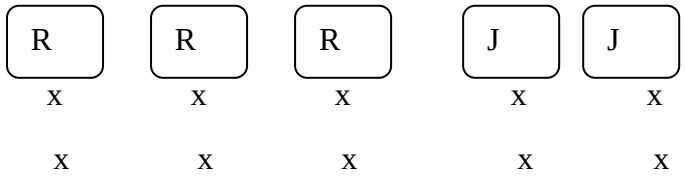
20 = 12 + 8 = 4x3 + 4x2 convient

20 = 11 + 9 = 10 + 10 impossible

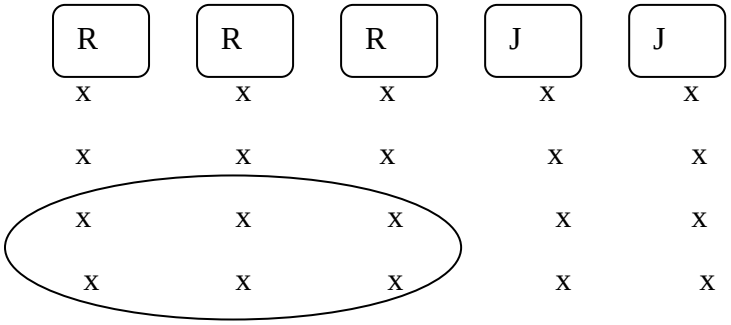
donc les solutions sont les couples : (1 ; 6) ; (7 ; 2) et (4 ; 4).

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition et multiplication de nombres entiers simples.

Procédure C : représenter trois boîtes rouges et deux jaunes puis attribuer une à une les tartelettes dans chacune des cinq boîtes

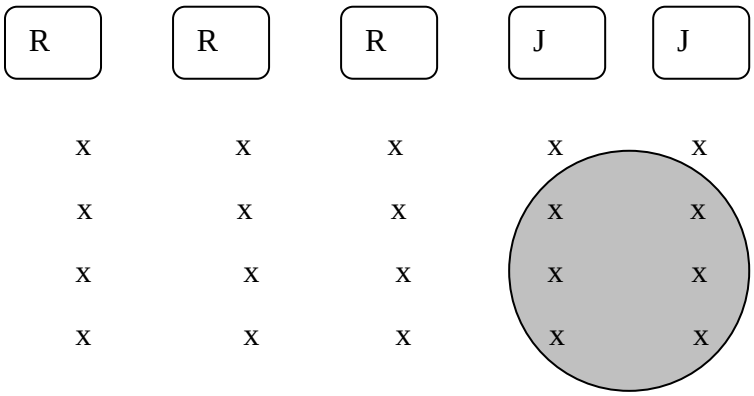


10 tartelettes ont été réparties. En continuant ainsi, on obtient 4 tartelettes dans chaque boîte rouge et 4 tartelettes dans chaque boîte jaune :



Pour obtenir une autre répartition, il est possible ensuite d'enlever des tartelettes pour les changer de boîtes :

Enlever des boîtes rouges, un multiple de 2 et les répartir dans les deux boîtes jaunes (Cf. Schéma précédent). On obtient alors 2 tartelettes dans les boîtes rouges et 7 tartelettes dans les jaunes.



Pour obtenir une autre répartition, enlever des boîtes jaunes, un multiple de 3 et répartir les tartelettes dans les boîtes rouges (Cf. Schéma précédent). Il reste alors 1 tartelette dans chaque boîte jaune et 6 tartelettes dans les boîtes rouges.

Les savoirs en jeu sont liés à l'addition de nombres entiers simples et à la schématisation.

Procédure D : il s'agit de résoudre l'équation diophantienne $3x + 2y = 20$, x et y étant des nombres entiers positifs.

Il est possible d'écrire $3x = 20 - 2y$ autrement dit $3x < 20$ donc $x < 7$. Il est possible d'écrire également $y = \frac{20-3x}{2}$. Ce qui permet de compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
20-3x	20	17	14	11	8	5	2
y	10	X	7	X	4	X	1

Toutes les boîtes devant être utilisées, les solutions sont (2 ; 7), (4 ; 4), (6 ; 1).

Les savoirs en jeu sont liés au calcul algébrique.

Conclusion sur E3E :

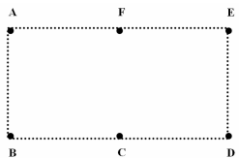
Etant donnés les savoirs en jeu, seules les procédures A, B et C sont envisageables pour des élèves de cycle 3, la procédure D ne l'est pas.

Problème E3F *Les triangles*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure. ABCF et CDEF sont des carrés. Ecris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets. Combien de triangles as-tu trouvé ?



Classe ces triangles.

Isocèles : *Rectangles :* *Iso rectangles :* *Quelconques :*

But du problème et solutions :

Il s'agit de trouver le nombre de triangles dont A est un des sommets et de donner la nature de chacun des triangles. Neuf triangles ont pour sommet A.

Isocèles : aucun Rectangles : ABD, ABE, ADE

Iso rectangles : ABC, ABF, ACE, ACF Quelconques : ACD, ADF

Procédures possibles :

Lister tous les triangles pouvant être tracés à partir du point A :

ABC, ABD, ABE, ABF

ACB (déjà cité), ACD, ACE, ACF

ADB (déjà cité), ADC (déjà cité), ADE, ADF

AEB (déjà cité), AEC (déjà cité), AED (déjà cité), AEF (les trois points sont alignés)

AFB (déjà cité), AFC (déjà cité), AFD (déjà cité), AFE (les trois points sont alignés)

Neuf triangles ont un sommet A : ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF

Procédure A : conclure sur la nature des triangles, par une reconnaissance visuelle.

Les savoirs en jeu sont liés au dénombrement de toutes les possibilités et à la reconnaissance visuelle des triangles particuliers dans une figure complexe.

Procédure B : conclure sur la nature des triangles en justifiant.

ABDE étant un rectangle, les triangles ABD, ABC sont rectangles en B, les triangles ABE et ABF sont rectangles en A, le triangle ACF est rectangle en F et le triangle ADE est rectangle en E. De plus, ABCF et CDEF sont des carrés donc les triangles ABC et ACF sont isocèles respectivement en B et en F. Les triangles ABC et ACF sont iso-rectangles en B et en F.

Dans le triangle ACE, les deux côtés [AC] et [CE] sont des diagonales de deux carrés ayant les mêmes dimensions donc sont de même longueur. Le triangle ACE est donc isocèle en C.

De plus, d'après la disposition des points donnés dans l'énoncé, F est le milieu du segment [AE], le triangle ACE est inscrit dans le cercle de centre F et de rayon AF et le côté [AE] est un diamètre du cercle. De ce fait le triangle ACE est rectangle en C. Le triangle ACE est iso rectangle en C.

Le triangle ADF est quelconque.

Les savoirs en jeu sont liés au dénombrement de toutes les possibilités et à la connaissance des propriétés du carré, du rectangle afin de les utiliser dans un raisonnement déductif.

Conclusion sur E3F : la procédure A de résolution est envisageable pour des élèves de cycle 3. La procédure B est envisageable en fin de cycle 3 (tout en restant difficile, de plus une justification n'étant pas explicitement demandée par l'énoncé, les élèves ne sont pas encouragés à prouver leurs conjectures quant à la nature de chacun des triangles).

ANNEXE B.4 : problèmes choisis par E4

Problème E4A *Le plus petit*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Cinq enfants se sont mesurés. Marion est moins grande que Vincent, que Fiona et qu'Arthur. Vincent est moins grand que Fiona. Théo est moins grand que Marion. Arthur est moins grand que Vincent et Fiona.

Qui est le plus grand ? Qui est le plus petit ?

But du problème et solution :

Il s'agit de classer les enfants, par ordre croissant de leur taille. Fiona est la plus grande et Théo est le plus petit.

Procédures possibles :

Procédure A : Marion, Vincent, Fiona, Arthur et Théo sont notés respectivement M, V, F, A et T.

« *Marion est moins grande que Vincent, que Fiona et qu'Arthur* » peut se traduire par **M < V**, M < F et M < A.

« *Vincent est moins grand que Fiona* » se traduit par **V < F.**

Par suite, (par transitivité des relations d'ordre) on peut écrire **M < V < F**. « *Théo est moins grand que Marion* » se traduit par T < M donc on peut écrire **T < M < V < F**.

« *Arthur est moins grand que Vincent et Fiona* » se traduit par A < V et A < F.

Avec les relations M < A et A < V, on peut écrire **T < M < A < V < F** (et A < F est ainsi également vérifiée). Fiona est donc la plus grande et Théo est le plus petit.

Les savoirs en jeu sont liés à la transitivité dans la relation d'ordre.

Procédure B :

Chacune des phrases peut être traduite par un schéma représentant chacun des enfants, sans utiliser le signe « < ». La taille sur les schémas est ensuite comparée.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de transitivité (appliquée aux tailles) : si Marion est plus petite que Vincent et Vincent est plus petit que Fiona alors Marion est plus petite que Fiona.

Conclusion sur E4A : étant donnés les savoirs en jeu, les deux procédures sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Problème E4B *L'anniversaire*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Pour l'anniversaire de Mathieu, 6 enfants sont assis autour d'une table ronde (Alexandre, Mathieu, Charles, Wendy, Margaux et Audrey).

Mathieu est entre deux filles et en face d'Alexandre.

Alexandre est à gauche de Margaux.

Charles est entre Alexandre et Audrey.

Dispose les six enfants autour de la table.

But du problème et solution :

Il s'agit de placer chaque personnage autour d'une table : dans le sens des aiguilles d'une montre, se trouvent Mathieu, Wendy, Margaux, Alexandre, Charles et Audrey.

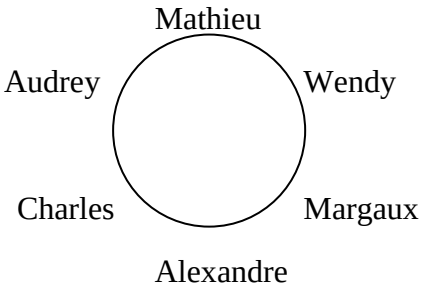
Procédure possible :

Il est possible de placer les enfants dont la place est bien définie : par exemple, Mathieu et Alexandre sont face à face.

Puis « *Alexandre est à gauche de Margaux* » précise la place de Margaux, donc sur la droite d'Alexandre, et dans la phrase, « *Mathieu est entre deux filles* », les deux filles de part et d'autre de Mathieu sont donc soit Wendy, soit Audrey.

Charles est entre Alexandre et Audrey. De ce fait, Charles est forcément sur la gauche d'Alexandre, avec Audrey car, à la droite d'Alexandre, il y a déjà Margaux et il ne reste plus qu'une place.

Finalement, Audrey étant sur la gauche d'Alexandre, se trouve sur la droite de Mathieu. Par suite, Wendy est sur la droite de Mathieu. D'où la représentation suivante :



La résolution met en jeu des savoirs liés à l'organisation logique des données de l'énoncé, en utilisant un raisonnement par l'absurde afin d'éliminer certains essais (tout en sachant qu'un enfant ne peut pas occuper deux places simultanément).

Conclusion sur E4B : étant donnés les savoirs en jeu, la procédure est envisageable pour des élèves de cycle 3.

Problème E4C *La bûche*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Un pâtissier coupe une bûche glacée en 3 coups de couteau. Combien de parts obtient-il ?

But du problème et solutions :

Il s'agit de partager une bûche en trois coups de couteau. Trois solutions nous semblent envisageables : 4 parts (trois coupes verticales), 6 parts (2 coupes verticales, parallèles et une horizontale) ou 8 parts (2 coupes verticales, perpendiculaires et une coupe horizontale).

Procédure possible :

Procédure A : faire un dessin ou un schéma représentant la bûche en perspective et faire des essais de coupes possibles. Compter les parts obtenues : 4, 6 ou 8 parts selon les coupes effectuées.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la représentation dans l'espace d'un objet et à sa schématisation dans le plan.

Procédure B : représenter la bûche vue de dessus par un rectangle et imaginer trois coupes verticales partageant ce rectangle en 4 parties ou deux coupes verticales parallèles et une coupe horizontale ou deux coupes verticales perpendiculaires et une coupe horizontale.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la représentation dans l'espace d'un objet et à sa schématisation dans le plan.

Conclusion sur E4C : étant les savoirs mis en jeu, les deux procédures sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Problème E4D *Le cirque*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Louis, Pedro, Juan, Gina et Anna sont artistes au cirque : jongleur, trapéziste, clown, dompteur et acrobate.

C'est un garçon qui est clown, une fille trapéziste ;

Pedro est le mari de l'acrobate, Anna est sa sœur. Louis est le cousin du dompteur.

Le jongleur a sa caravane entre celle de Louis et celle de Juan.

Retrouve la spécialité de chacun.

But du problème et solution :

Il s'agit de retrouver la profession de chacun des personnages.

Louis	Pedro	Juan	Gina	Anna
clown	jongleur	dompteur	acrobate	trapéziste

Procédures possibles :

Procédure A : traduire en termes de spécialité chacune des phrases. Un garçon est clown donc il peut s'agir de Louis, Pedro ou Juan.

Une fille est trapéziste donc il peut s'agir de Gina ou Anna. « [..] le mari de l'acrobate » donc une des deux filles est acrobate. Anna est sa sœur donc Anna n'est pas acrobate, et, par suite est trapéziste et, de plus, l'acrobate se nomme Gina.

Pour les garçons, il reste comme spécialité : clown, jongleur et dompteur. « *Louis est le cousin du dompteur* » donc Louis n'est pas dompteur et « *le jongleur a sa caravane entre celle de Louis et celle de Juan* » donc le jongleur n'est ni Louis, ni Juan, c'est donc Pedro. Finalement, Pedro est jongleur, Louis qui n'est pas dompteur est donc clown et il reste Juan qui est dompteur.

Les savoirs en jeu sont liés au traitement logique des informations, au raisonnement par l'absurde (considérant qu'un personnage ne peut avoir deux spécialités simultanément).

Procédure B : procéder par élimination, au fur et à mesure de la lecture de l'énoncé. Les informations peuvent être résumées dans un tableau, par exemple :

	Louis	Pedro	Juan	Gina	Anna
Jongleur	impossible	X	impossible		
Trapéziste	impossible	impossible	impossible		X
Clown	X			impossible	impossible
Dompteur	impossible		X		
Acrobate	impossible	impossible	impossible	X	

Les savoirs en jeu sont liés au traitement logique des informations et à l'organisation de données dans un tableau.

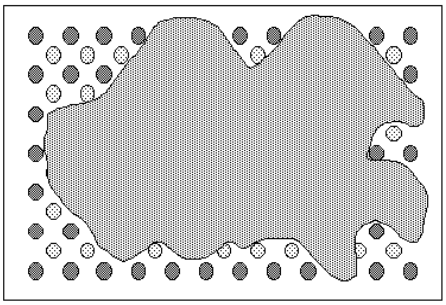
Conclusion E4D : les deux procédures sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Problème E4E *La marmite de confiture*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Toto a renversé la marmite de confiture sur la belle nappe à pois de la cuisine. Combien y a-t-il de pois entièrement recouverts par la confiture ?



But du problème et solution :

Déterminer le nombre de pois cachés par la zone grisée. 102 pois sont recouverts.

Procédures possibles :

Procédure A : calculer le nombre total de pois après avoir remarqué des alignements, une régularité dans la disposition des pois blancs et noirs. Considérant la largeur, il y a 7 pois noirs et considérant la longueur, 12 pois noirs donc au total : 7 x 12 pois noirs soit 84 pois noirs. De même, sur la largeur, il y a 6 pois blancs (plus difficile à dénombrer car certains sont recouverts, il faut bien avoir compris la disposition régulièrement espacée des pois) et sur la longueur, il y a 11 pois blancs donc au total : 6 x 11 pois blancs soit 66 pois blancs.

Il y a au total 84 + 66 soit 150 pois.

Il s'agit ensuite de compter sur le dessin, les pois visibles (il y en a 48). Le dénombrement peut être plus ou moins organisé afin d'éviter les erreurs (oublier des pois, en compter certains deux fois …). Les pois sont rayés au fur et à mesure du dénombrement ou relier afin de mieux percevoir les alignements. Pour finir, il suffit de soustraire ce dernier résultat du total de pois obtenu précédemment : 150 – 48 soit 102 pois recouverts.

Il est également possible de penser à des lignes et des colonnes de pois (c'est à dire une répartition des pois comparée à une disposition dans un tableau).

Les savoirs en jeu dans cette procédure sont liés au dénombrement ainsi qu'à l'addition et la soustraction de nombres entiers.

Procédure B : par comptage un à un essentiellement.

Avec l'aide du dessin, une fois que la disposition régulière est repérée, il est possible de faire apparaître chaque pois sur la zone grisée, point par point, ou en traçant des lignes parallèles, sur lesquelles les points représentant les pois seront placés. Il suffit ensuite de compter les points qui ont été ajoutés sur le dessin (sans avoir à déterminer le nombre total de pois).

Les savoirs en jeu dans cette procédure sont liés à la connaissance de la suite numérique et à l'énumération.

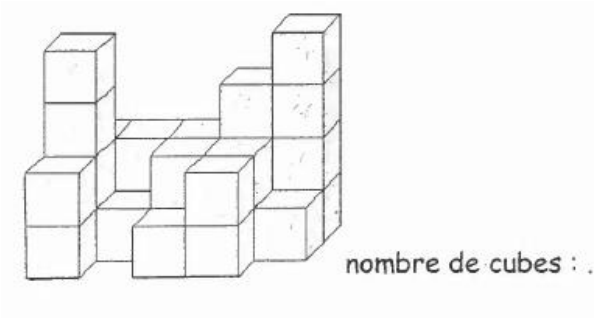
Conclusion sur E4E : étant donnés les savoirs en jeu, les deux procédures A et B sont envisageables pour le cycle 3.

Problème E4F *Les cubes*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Quel est le nombre de cubes pour cette construction ?



But du problème et solution :

Dénombrer les cubes. Il y a 28 cubes.

Procédures possibles :

Procédure A : compter un à un les cubes sans oublier ceux qui sont cachés.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la connaissance de la suite numérique, de l'énumération et à la représentation dans l'espace d'un objet.

Procédure B : compter les cubes situés dans le rang du bas (13) puis ceux situés au-dessus, au deuxième rang (10) puis ceux situés au troisième rang (3) et ceux situés tout en haut (2). Ajouter les résultats obtenus (13 + 10 + 3 + 2 = 28).

La procédure met en jeu des savoirs liés au dénombrement et à la représentation dans l'espace d'un objet.

Procédure C : procéder comme en B mais par colonnes.

4 + 1 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 4 + 2 = 28.

La procédure met en jeu des savoirs liés au dénombrement et à la représentation dans l'espace d'un objet.

Procédure D : fabriquer avec des cubes l'objet représenté et compter le nombre de cubes empilés (un à un, par rang ou par colonne). Cette procédure nécessite d'être capable de construire une « tour » avec des cubes et met en jeu des savoirs en lien avec le dénombrement.

Conclusion sur E4F : étant donnés les savoirs en jeu, les quatre procédures sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

Epreuve rallye mathématique 1

Épreuve 1

Problème 1

Dans ce labyrinthe, on additionne les points de toutes les cases sur lesquelles on passe. On peut passer d'une case à l'autre si les deux cases ont un côté commun. On n'a pas le droit de passer deux fois dans la même case.

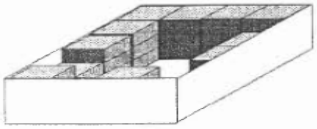
entrée →

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

→ sortie

Tracez un parcours qui permette d'obtenir exactement 79 points.

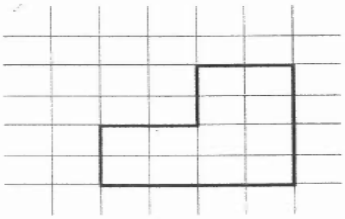
Problème 2



Combien y a-t-il de morceaux dans cette boîte de sucre lorsqu'elle est pleine ?

Problème 3

En utilisant le quadrillage, partagez la figure suivante en 4 figures identiques superposables.



Problème 4

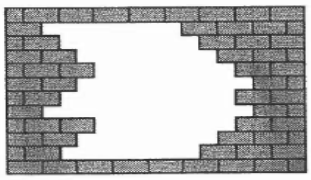
Il y a 36 cadeaux placés dans 3 boîtes A, B et C. Dans la boîte A, il y a 6 cadeaux de plus que dans la case B. Dans la boîte C, il y en a 2 fois moins que dans la boîte B.
Combien y a-t-il de cadeaux dans chaque boîte ?

Problème 5

Nous sommes 21 dans ma classe. Il y a 10 garçons. Je suis brune et j'ai les yeux noirs, 8 enfants de la classe sont plus grands que moi, mais parmi eux il y n'y a que 2 filles.
Combien de filles de la classe sont-elles plus petites que moi ?

Problème 6

Combien manque-t-il de briques dans ce mur ?



Problème 7

A la foire à la brocante, Tintin, le capitaine Haddock, le professeur Tournesol, Milou et les frères Dupondt ont réalisé chacun un achat différent : tableau, sculpture, lot de livres, meuble et timbres de collection. Il s'agit de trouver ce que chacun a acheté sachant que :

→ Le professeur Tournesol a en horreur la peinture et la lecture.
→ Les timbres ont été choisis par 2 personnes portant le même nom.
→ Ce n'est pas un homme qui s'est offert la sculpture.
→ La capitaine Haddock n'a pas hésité à la vue du portrait de son ancêtre.

Problèmes	Savoirs en jeu
1	Somme de nombres entiers
2	Vision dans l'espace, perspective
3	Vision dans le plan
4	Somme et différence de nombres entiers
5	Somme et différence de nombres entiers
6	Vision dans le plan, dénombrement
7	Traitement logique des informations données sous forme d'un tableau.

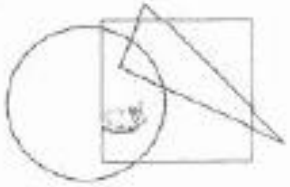
Epreuve rallye mathématique 2

Épreuve 2

Problème 1

Où se trouve le lapin ?

a) À l'intérieur du cercle et du triangle mais hors du carré.
b) À l'intérieur du cercle et du carré mais hors du triangle.
c) À l'intérieur du triangle et du carré mais hors du cercle.
d) À l'intérieur du cercle mais hors du carré et du triangle.
e) À l'intérieur du carré mais hors du cercle et du triangle.

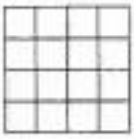


Problème 2

Un fermier possède 30 vaches et des poulets.
Le nombre total de pattes de poulets est égal au nombre total de pattes de vaches.
Combien de poulets le fermier a-t-il ?

Problème 3

Il y a beaucoup de carrés dans cette figure, de plusieurs grandeurs.
Combien y en-a-t-il ?



Problème 4

Dans la marelle suivante, placer les nombres de 1 à 7 pour que la somme sur chaque ligne soit toujours la même. Chaque nombre ne peut être utilisé qu'une seule fois.

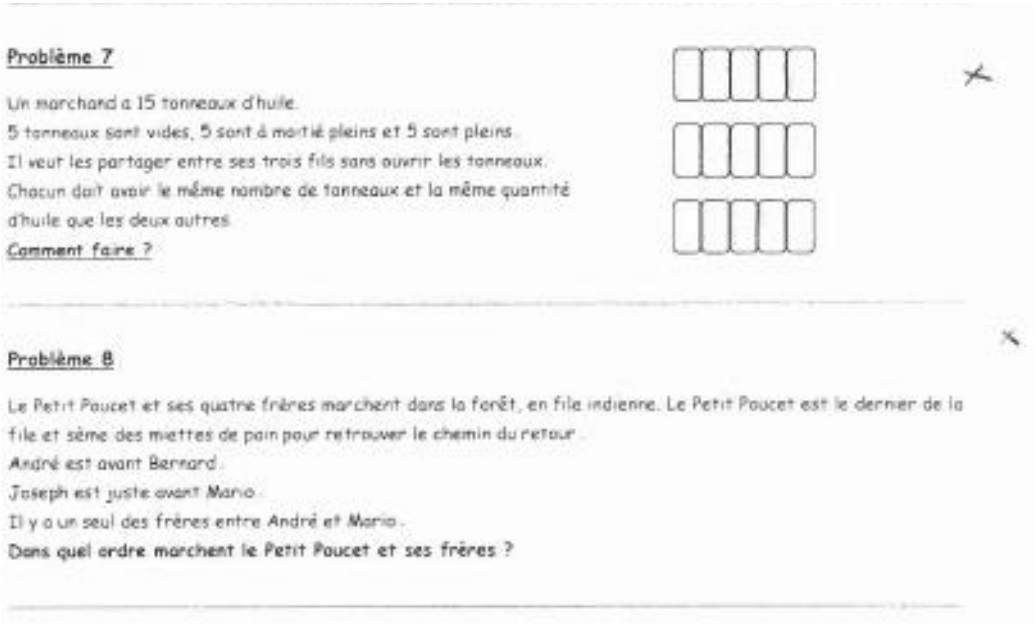
Erreur ! Source du renvoi introuvable.

Problème 5

Quel est le nombre de cubes utilisés pour cette construction ?

Problème 6

Toto a renversé la marmite de confiture sur la belle nappe à pois de la cuisine. **Combien y a-t-il de pois entièrement recouverts par la confiture?**



Problème 7

Un marchand a 15 tonneaux d'huile.
5 tonneaux sont vides, 5 sont à moitié pleins et 5 sont pleins.
Il veut les partager entre ses trois fils sans ouvrir les tonneaux.
Chacun doit avoir le même nombre de tonneaux et la même quantité d'huile que les deux autres.
Comment faire ?

Problème 8

Le Petit Poucet et ses quatre frères marchent dans la forêt, en file indienne. Le Petit Poucet est le dernier de la file et sème des miettes de pain pour retrouver le chemin du retour.
André est avant Bernard.
Joseph est juste avant Mario.
Il y a un seul des frères entre André et Mario.
Dans quel ordre marchent le Petit Poucet et ses frères ?

Problèmes	Savoirs en jeu
1	Figures géométriques dans le plan
2	Somme de nombres entiers
3	Vision dans le plan, dénombrement
4	Somme de nombres entiers
5	Vision dans l'espace, dénombrement
6	Somme et différence de nombres entiers, dénombrement
7	Somme, division euclidienne de nombres entiers (voir E1B *Les tonneaux*)
8	Traitement logique des informations données sous forme d'un énoncé écrit

ANNEXE B.5 : problèmes choisis par E5

Problème E5A *Le chien*

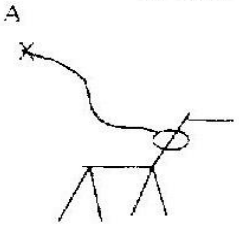
(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

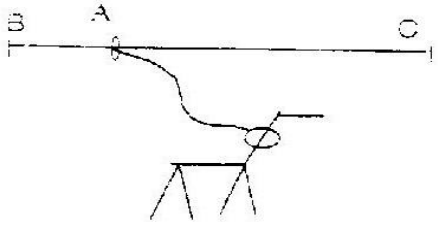
Dans chacun des cas suivants :

"Représente et colorie la surface gardée par le chien.
Puis calcule le périmètre de cette surface." (1 m est représenté par 1 cm).

a) Le chien est attaché avec une chaîne de 8 m à un poteau A.



b) La chaîne du chien mesure 2 m.
L'extrémité A peut coulisser le long de [BC] et BC = 8 m.



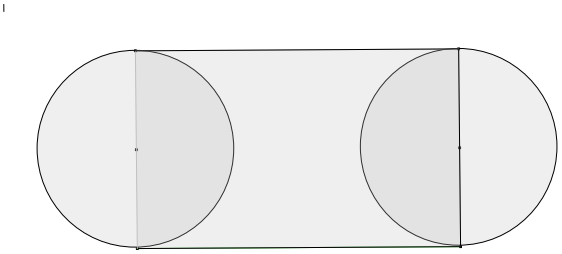
But du problème et solution :

Dans les deux situations proposées, il s'agit de représenter géométriquement la zone dans laquelle le chien peut se déplacer.

a) la zone correspond au disque de centre A et de rayon 8 m ou sur un dessin, au disque de centre A, de rayon 8 cm.

Le périmètre de ce disque est p = 2 x π x 8 = 16 π (en mètres dans la réalité, en centimètres sur le dessin).

b) la zone se compose d'un rectangle de longueur 8 m (ou cm) et de largeur 4 m (ou cm) et de deux demi disques, de centres B et C, de rayon 2 m (ou cm).



Le périmètre de cette zone est p = 2 x 8 + 2 x π x 2 =16 + 4 π (en m ou en cm).

Procédures possibles :

a) Après s'être représenté la situation issue de la réalité, il s'agit de la modéliser :

le chien tourne autour d'un poteau donc le poteau A se traduit par un point A. La chaîne du chien mesure 8 mètres donc le chien peut s'éloigner au maximum de 8 mètres du poteau A. La chaîne tirée au maximum se traduit par un rayon de longueur 8 centimètres (l'échelle étant donnée dans l'énoncé, un mètre est représenté par un centimètre).

Afin de représenter la zone parcourue par le chien, il s'agit de déterminer l'ensemble des points situés au maximum à 8 centimètres du point A.

Procédure A : en tâtonnant, en plaçant un nombre suffisant de points satisfaisant aux contraintes, il est possible de faire apparaître la zone représentée par un disque de centre A, de rayon 8 cm.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de distance entre deux points.

Procédure B : en utilisant la définition du disque comme l'ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné.

Les savoirs en jeu sont liés à la définition du disque en tant qu'ensemble de points.

b) De même, après s'être représenté la situation issue de la réalité, il s'agit de la modéliser :

la chaîne glisse le long d'une barre (d'extrémités B et C, de longueur 8 mètres), elle mesure 2 mètres.

Afin de représenter la zone parcourue par le chien, il s'agit de déterminer l'ensemble des points situés au maximum à 2 mètres de la barre.

Procédure C : en tâtonnant, il est possible de placer un nombre suffisant de points vérifiant les contraintes données afin de faire apparaître les formes géométriques en jeu (les demi disques et le rectangle). D'où la figure suivante :

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de distance d'un point à un autre et d'un point à un segment.

Procédure D : en utilisant la définition d'un disque comme un ensemble de points et le fait que l'ensemble des points situés à une distance donnée (2 cm) d'un segment [BC] sont situés sur les segments parallèles à ce segment [BC] et situés à 2 cm de chaque côté de [BC]. Cet ensemble est délimité par les deux demi cercles de centres B et C, de rayon 2 centimètres et par les deux segments parallèles au segment [BC], situés à 2 centimètres de [BC].

Les savoirs en jeu sont liés aux définitions d'un cercle, d'un disque en tant qu'ensembles de points ainsi qu'à la notion de distance d'un point à un segment.

Conclusion sur E5A : les procédures de résolution A et C sont envisageables pour des élèves de cycle 3. Les procédures B et D ne sont pas envisageables pour des élèves de cycle 3 étant donnés les savoirs en jeu liés aux définitions d'un cercle, d'un disque en tant qu'ensembles de points (qui seront étudiés en sixième, au collège).

Problème E5B *La leçon de chimie*

(Titre que nous avons attribué)

Enoncé :

Pour faire une expérience de chimie, le professeur demande à des élèves de préparer de l'eau sucrée dans plusieurs récipients qui contiennent de l'eau :

Il donne à Jacques un récipient qui contient 6 cl d'eau, à Pierre un récipient qui contient 10 cl d'eau, à Didier un récipient qui contient 20 cl d'eau, à Benoît un récipient qui contient 16 cl d'eau et à Laurence un récipient qui contient 6 cl d'eau.

*Le professeur donne alors le sucre aux élèves et leur dit de s'arranger entre eux pour que l'eau soit **aussi sucrée** dans tous les récipients.*

Les élèves décident alors quelle quantité de sucre ils doivent mettre dans leur récipient : Jacques met 18 g de sucre, Pierre met 30 g de sucre, Didier met 24 g de sucre, Benoît met 42 g de sucre et Laurence met 18 g de sucre.

A ton avis, l'expérience va-t-elle marcher ?

But du problème et solution :

L'expérience va « marcher » si les mélanges sont *aussi sucrés dans tous les récipients*. Donc, afin de vérifier si l'expérience peut fonctionner, il s'agit de vérifier si, pour chacun des élèves, la quantité de sucre est proportionnelle au volume d'eau contenue dans le récipient.

Du fait des mélanges de deux des élèves (Didier et Benoît), il n'y a pas de proportionnalité entre la quantité de sucre et le volume d'eau donc l'expérience ne peut pas marcher.

Procédures possibles :

Jacques	Pierre	Didier	Benoît	Laurence
6 cl	10 cl	20 cl	16 cl	6 cl
18 g	30 g	24 g	42 g	18 g

Procédure A : un coefficient multiplicateur (3) semble apparaître entre les deux lignes :

6 x 3 = 18, 10 x 3 = 30 mais 20 x 3 = 60 et non 24 donc il n'y a pas de proportionnalité entre la quantité de sucre et le volume d'eau, de ce fait l'expérience ne peut pas marcher.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de proportionnalité notamment à l'utilisation d'un coefficient de proportionnalité.

Procédure B : de même, 6 x 3 = 18, 10 x 3 = 30 mais 16 x 3 = 48 et non 42 donc il n'y a pas de proportionnalité entre la quantité de sucre et le volume d'eau, de ce fait l'expérience ne peut pas marcher.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de proportionnalité notamment à l'utilisation d'un coefficient de proportionnalité.

Procédure C : en ajoutant les volumes d'eau des récipients de Jacques et de Pierre, on obtient 16 cl, le volume d'eau du récipient de Benoît. Et en ajoutant les quantités de sucre de Jacques et de Pierre, on obtient 48 g et non 42 g donc il n'y a pas de proportionnalité entre la quantité de sucre et le volume d'eau, de ce fait l'expérience ne peut pas marcher.

Les savoirs en jeu sont liés à la notion de proportionnalité notamment à la propriété de linéarité additive.

Procédure D : en multipliant par deux le volume d'eau du récipient de Pierre (10 cl), on obtient le volume d'eau du récipient de Didier (20 cl). Et en multipliant la quantité de sucre de Pierre (30 g), on obtient 60 g ce qui n'est pas la quantité de sucre de Didier (24 g) donc il n'y

a pas de proportionnalité entre la quantité de sucre et le volume d'eau, de ce fait l'expérience ne peut pas marcher.

Cette procédure met en jeu des savoirs liés à la notion de proportionnalité notamment à la propriété de linéarité multiplicative.

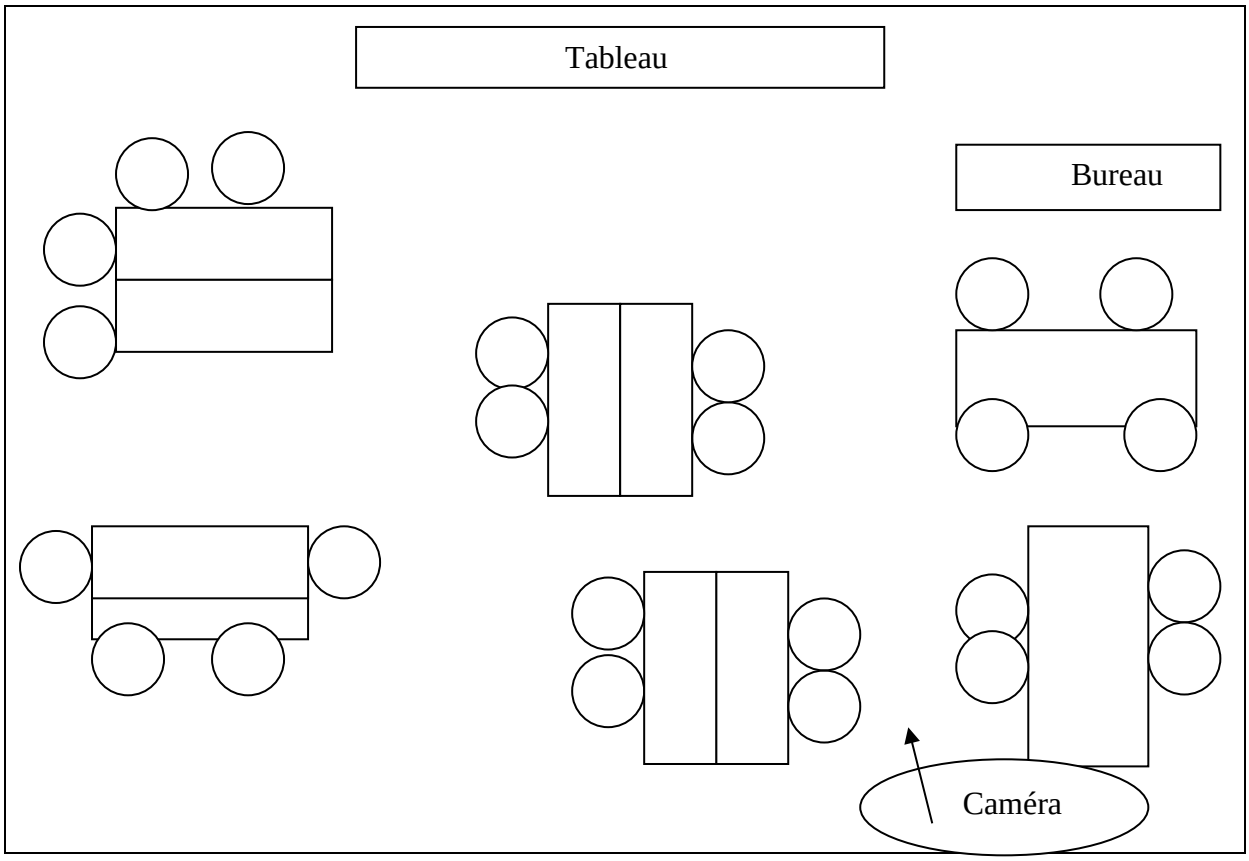
Conclusion sur E5B : les quatre procédures A, B, C et D sont envisageables pour des élèves de cycle 3.

ANNEXES C : les séances observées

ANNEXE C.1 Enseignant E1

Plan de la classe

Le schéma ci-dessous décrit la classe telle que nous l'observons lors de chacune des six séances dans la classe de E1 :



Séance 1 (E1A *Les balances*)

Transcription de la séance

00H00

E1 distribue l'énoncé. Les élèves sont installés par avance en petits groupes de trois ou quatre élèves.

1. E1 : aujourd'hui, on fait un problème… Le voilà…Vous avez quelques minutes pour le lire déjà tout seul, pour réfléchir… G. tais-toi et réfléchis !

Recherche individuelle

00H03

2. E1 : vous pouvez réfléchir ensemble maintenant.

Recherche en groupes

00H40

3. E1 *à la classe* : terminez votre raisonnement là, on va finir.

00H41

4. E1 *à la classe* : bon on arrête, qui est-ce qui veut passer en premier ?

La classe devient silencieuse et chaque élève se tourne vers le tableau.

Un élève de chaque groupe va au tableau et commente l'affiche de son groupe.

5. Alexandra (*groupe 2*) : on a fait un tableau. Là il y a gros Dédé, dans l'autre il y a Francis, dans l'autre, il y a Boudin, le chien. Et euh en fait, par rapport aux images, Francis il pèserait plus que Boudin. Donc après avec celle-là, le gros Dédé et Francis, ça faisait 145 kilos, donc en fait le poids de Francis se terminerait par un 5, enfin on sait pas ça pourrait être Dédé qui pourrait terminer son poids par un 5 donc en fait c'est pour ça, dans le tableau, on a toujours terminé par un 5. Après on a trouvé que c'était 20, et on a cherché Boudin, donc euh…donc euh …voilà, …et pour justifier la réponse, on a additionné deux poids euh non, on a soustrait le poids de Francis à celui-là … et on a trouvé que ça faisait 125. Donc pour être sûr que c'était bien les bons poids, on a fait pareil avec Boudin, donc euh… on a fait 140 moins 125 et voilà.
6. E1 : deuxième groupe ?
7. Caroline (*groupe 5*) : au départ, pour le chien, on a mis 15 parce que le chien avec Dédé, il fait 140 et Dédé avec le garçon, il fait 145, il y a 5 kg entre le chien et le garçon, le garçon, il fait plus que le chien. Euh…on a essayé de faire 15 pour le chien. Et donc on soustrait avec Dédé, et ça va parce que ça fait 125 et que avec le petit garçon qui fait 20, ça fait encore 125.
8. E1 : et pourquoi vous êtes partis de … qu'est-ce qui vous a dit que Boudin pèse 15 kilos ?
9. C : ben parce qu'au départ on avait vu les 140, du gros, avec Dédé, et avec le garçon donc le chien était un peu moins gros que le garçon ;
10. E1 : d'accord… bon, merci. Alors qui vient maintenant ? Tous les groupes vont passer de toute façon… oui, viens.
11. Amaury (*groupe 4*) : on vu que boudin et Dédé faisaient 5 kilos de moins que Francis et Dédé. Ça veut dire que …que… ça veut dire que Francis … que Francis faisait 5 kilos de plus que Boudin. Donc on a divisé 30 par deux, ça faisait 15 kilos pour les deux, on a rajouté les 5 kilos à Francis donc après on a enlevé pour euh … pour euh … pour le gros Dédé, le premier Dédé là (*il monte la première balance sur l'énoncé)* on a enlevé 15 kilos pour le poids du chien, on a trouvé 125. Et voilà c'est tout. Gros Dédé faisait 125, Francis 20 et Boudin 15 kilos.

12. E1 : oui… Au suivant.
13. Tiffanie (groupe 6) : ben nous, on a fait euh… 125 plus 15 pour le premier (*elle montre la première balance de l'énoncé*). Ça nous fait 140.
14. E1 : parle plus fort, Tif.
15. Tif : pour le premier, pour celui-là, on a vu que Dédé il faisait 125 et le chien 15 et ça faisait 140. Pour le deuxième, (*elle montre la deuxième balance*), ben ça faisait 125 pour Dédé et puis 20 pour le petit garçon et ça faisait 145 et puis là, c'est le dernier, avec le chien et l'enfant ça faisait 35.
16. E1 : et pourquoi est-ce que vous avez fait 125 ?

…

17. E1 : mais pourquoi vous avez pris ce chiffre-là ?
18. Florian2 : au début, on avait pris 130 ça faisait euh… on avait dit c'est pas bon et on a essayé avec 125.
19. E1 : d'accord, vous aviez essayé d'abord avec d'autres nombres… avant de trouver qu'avec 125 ça marche.
20. Tif : oui.
21. E1 : d'accord merci. Alors ensuite…
22. Guillaume (*groupe 1*): on part pour additionner 140 plus 145. Ben 140 est égal au gros Dédé plus le chien Boudin. 145 est égal à gros Dédé plus le petit Francis. Est égal à 145 kilos plus 140 est égal à 285. Après on sait que le chien Boudin plus le petit Francis font 35 kilos ensemble alors on fait 35 moins 285 kilos est égal à 250. Après, on …
23. E1 : ça ferait plutôt 285 moins 35 ?
24. Gu : ah oui…après …on prend la moitié de 250 parce que 250 c'est les deux gros Dédé alors ça fait 125 alors maintenant on sait que le gros Dédé, il fait 125. Alors le gros Dédé fait 125. Le chien fait 325 plus 140 est égal à … je sais pas parce qu'on a pas finit
25. E1 : tu termines l'explication.
26. Gu : après on fait 125 …après on fait l'autre, le deuxième, 125 pour aller jusqu'à 145 et l'écart ce sera le poids de
27. E1 : est-ce que ça marche ?
28. Gu : oui
29. E1 : tu as trouvé combien… vous avez trouvé combien pour l'enfant ?…20 kilos. Pour le chien ? …15 kilos (les deux filles du groupe répondent) et pour gros Dédé ? 125. Le dernier groupe.
30. Benjamin (*groupe 3*) : ben l'enfant il pèse 20 kilos. Le chien 15 kilos et le gros Dédé 125 parce que on a fait 140 kilos moins 15 kilos, le résultat était de 125 kilos. Pour vérifier si le résultat était bon, on a fait 125 kilos plus 15 kilos et ça a fait 140 kilos après on a fait pareil avec le gros Dédé, il faisait 125 kilos et on rajouté 20 kilos parce que l'enfant faisait 20 kilos. Après pour voir si ça faisait bien 145 kilos, on a calculé 125 plus 20 et ça faisait 145.
31. E1 : mais là, sur l'explication, tu pars du principe que le garçon il fait déjà 20 kilos et le chien déjà 15 kilos. Comment vous aviez trouvé ça ?
32. Be : mais on l'a trouvé après sauf que je l'avais marqué avant.
33. E1 : mais là tu dis, on a fait 140 moins 15 kilos et le résultat était 125. Pourquoi t'as fait 140 moins 15 kilos
34. Be : ben pour voir si euh… si ça faisait bien … 140 parce que le chien et le gros Dédé, ben ça fait 140 en tout donc on a calculé les deux et partant de 125 plus 15 ça nous a donné 140.
35. E1 : mais alors le groupe là, pourquoi est-ce que vous avez fait 140 moins 15 ?

36. Honoré : ben parce que le chien il pesait 15 kilos
37. E1 : mais ça vous l'avez deviné par quoi ? En fait il vous en manque un bout là d'après ce que j'ai vu à la table, sur votre table là-bas, là il manque une explication avant. Qu'est-ce qui manque ? Qu'est-ce que vous avez fait avant pour trouver ?
38. Hon : on les a … on les a …
39. Be : on a fait plusieurs nombres avant de trouver avant de trouver ce résultat-là 125 à 140
40. E1 : vous avez fait plusieurs essais ?
41. Be : oui et on a trouvé 125 plus 15 ça faisait 140
42. E1 : attend, attend, c'est leur groupe, c'est pas toi, assieds-toi Q. Parce que là moi ce qui me dérange un petit peu c'est qu'on a 15 kilos tout de suite … et puis 20 kilos. On trouve tout de suite, vous avez tout de suite les 20 et les 15 kilos… mais vous m'avez montré en plus sur votre feuille, vous avez fait quelque chose avant de trouver les 15 et les 20 kilos.
43. Hon : ah on les a, on les a mis ensemble, ben on les a séparés en fait pour voir si c'était bon.
44. E1 : par rapport à quel dessin ? Quel dessin vous a servi là ?
45. Hon : ben parce que c'est le gros il faisait 140 euh 145 avec l'enfant et donc vu que le gros il faisait 125 tout seul et ben, on a mis 20 à l'enfant.
46. E1: là tu pars du principe qu'il faisait 125 et que c'était déjà bon … vous vous souvenez plus de ce que vous avez fait avant avec la petit balance.
47. Be : ah si !
48. Lucie : si, on a fait le poids de l'enfant et après on a fait … on a essayé de faire plusieurs nombres avec un poids… pour faire les kilos. On a … après on a trouvé 20. On a fait 145 moins 20, ça faisait 125 après on recalculé 125 plus 20 , ça faisait euh, 145 après on a fait pareil avec le chien. On a fait euh…euh…
49. E1 : vous vous souvenez pas que vous avez cherché déjà le résultat du chien et du garçon sur la petite balance avant.
50. Lucie : ben si
51. E1 : avant même de chercher avec le gros Dédé.
52. Be : parce que le chien, il fait 15 kilos et …
53. E1 : c'est dommage on le voit pas sur votre affiche ça.
54. Hon : fallait marquer tout, tout ce qu'on avait fait ?
55. E1 : oui, vous aviez trouvé déjà deux résultats avant.
56. Hon : mais en plus je l'ai pas fait sur mon cahier de brouillon
57. E1 : ben oui … merci Benjamin.
58. E1 : tous les groupes ont trouvé le résultat quand même. C'est bien. Laquelle des affiches vous paraît la plus claire ?
59. F : Celle d'Alexandra
60. G : la nôtre !
61. E1 : celle d'Al, vous êtes d'accord ?
62. Plusieurs : OUI… NON…
63. E1 : celle d'Al, enfin celle du groupe d'Al. Celle-là vous paraît la plus claire ?
64. F : oui
65. Plusieurs : Non… ben si
66. Amaury : celle de Benjamin… C'est la dernière
67. E1 : celle-là ? Au niveau des explications, c'est celle-là qui vous paraît la plus claire ?
68. Plusieurs : ben oui…ben non…

69. E1 : au niveau visuel, vous remarquerez bien que les couleurs claires déjà, on n'arrive pas à vous relire … là, le jaune… au niveau de l'écriture, écrivez un peu plus gros aussi .
70. Alexandra : Nous, on a écrit gros …
71. E1 : maintenant sur laquelle des affiches chut… sur laquelle des affiches est-ce qu'on voit au premier coup d'œil, très rapidement le, les résultats ? Laquelle est la plus claire ?
72. Al : la nôtre…non ?
73. E1 : c'est à dire ? C'est celle-ci où on voit le plus facilement ?
74. Plusieurs : NON… non, la nôtre …
75. E1 : celle-ci si on regarde celle-ci
76. Al : mais on voit pas du fond…
77. E1 : ben voilà ! Là, c'est un problème de couleur car sinon la présentation, elle serait assez claire … là ? Pareil problème de couleur… là, c'est tout petit, on ne voit pas l'affiche. Y a rien, y a pas de schéma qui explique… Là, c'est juste des phrases, oui tout à fait. De loin qu'est-ce qui se lit le plus facilement,
78. Al : un tableau.
79. E1 : plein de lignes écrites ? Ou un schéma ?
80. Al : un schéma, un gros tableau.
81. E1 : un schéma… Là, est-ce qu'on voit très facilement…
82. Al : ben non, il est trop petit
83. E1 : ici, y a pas de schéma, maintenant,
84. E1 : on voit écrit 20 kilos, 15 kilos… Ici est-ce que c'est visuel ?
85. Plusieurs : OUI
86. G : ben non, les couleurs, elles sont pas très… Ben, le orange…
87. E1 : enfin, au niveau des résultats est-ce qu'on les voit bien ?
88. Quelques : ben, oui
89. Guillaume : ben ça dépend
90. E1 : maintenant au niveau des explications, est-ce que c'est très clair ?
91. Al : NON… on voit pas du fond…
92. E1 : il y a beaucoup de phrases écrites, euh ce qui peut être parlant c'est ce genre de chose … avec des petits commentaires sur les opérations. Là vous avez dit c'est Dédé et Francis etc. Vous auriez pu aller un petit peu plus loin dans la façon de présenter pour euh… justement ça c'est une opération, ça peut être ou un schéma.
93. Benjamin : mais non, on voit très bien sur notre affiche
94. Al : c'est normal, c'est toi qui l'as écrite !
95. E1 : mais au niveau des explications ? …Ben non c'est que du texte écrit.
96. benjamin: ben oui.
97. E1 : donc la prochaine fois, on essaiera d'améliorer la présentation du résultat, d'accord ?

E1 enlève les affiches et la discussion se poursuit.

98. E1 : il faut pas faire quelque chose comme dans le groupe, là-bas, ils ont commencé à réfléchir, ils se souvenaient plus de tout ce qu'ils avaient fait donc il y a tout un morceau d'explications sur l'affiche qui manque, parce qu'ils se souvenaient plus comment ils avaient fait pour trouver la solution ; donc noter sur votre brouillon au fur et à mesure que vous réfléchissez et que vous trouvez des idées. Le brouillon, il est là pour ça… Bon, on arrête là.

00H56

Transcription du groupe 1

(Guillaume (Gu), Honoré (Ho), Lucie, Camille(Ca))

1. 00H02
2. *Ils sont silencieux et lisent, cherchent individuellement.*
3. 00h04
4. Lucie : alors … on réfléchit.
5. Gu : j'ai trouvé… attendez, j'ai un indice là … taisez-vous, j'ai un indice…là, le gros Dédé fait 140 avec le chien et 140 avec le…
6. Ho : 145 !
7. Gu : oui, 145 donc le bonhomme, le petit, il fait 5 kilos de plus que le chien.
8. Ca : attention ça enregistre ce qu'on dit.
9. Lucie (*note au brouillon*) : donc, … conclusion… le… bonhomme, l'enfant fait 5 kilos de plus que le chien.
10. Gu : Déjà il faut savoir combien ils font ces deux-là
11. …
12. Lucie : Tous les deux ils font 35. On va enlever 35 à 145
13. Ca : c'est 145 et pas 35, il a pas encore pigé celui-là
14. Gu : moi je dirais à 140 … bon, je vais le faire
15. Mar : mais ça va pas marcher
16. Lucie : ah …si…. et déjà on peut faire un tableau
17. Gu : mais moi j'ai trouvé mais vous m'écoutez pas
18. Lucie : on t'écoute mais tu dis n'importe quoi, alors …
19. Gu : mais non ! Le petit et le chien font 35 donc …donc … le chien…
20. Lucie : le chien il fait 5 kilos de moins que lui, après …
21. Mar : mais on s'en fiche,… lui avec le chien, il fait 140 et le même bonhomme, avec le petit, il fait 145
22. Ho : mais je sais pas du tout ce que tu vas faire là
23. Gu : mais justement, faut partir par là
24. Lucie : le gros Dédé déjà, c'est lequel là ?
25. Mar : ben, c'est le plus gros, c'est lui, là
26. Ho : oui, le petit Francis, on l'a vu, là,
27. Mar : et le chien ? Ah oui. Mais le gros Dédé là …
28. Gu : mais moi j'ai trouvé …je m'en fiche j'ai trouvé
29. Mar : mais arrête d'en faire qu'à ta tête alors que t'as faux à chaque fois alors …
30. Gu : vous allez bien voir vos calculs
31. …
32. Mar : mais il y a trois bonhommes !
33. Lucie : oui il y a lui le gros, le gros Dédé
34. Mar : le chien et regardes, lui, il est plus gros que lui là
35. Ho : ah ouais …
36. …
37. Lucie : les deux ils font 35 kilogrammes, avec le chien il fait 140
38. Mar : on veut savoir déjà…
39. Ho : le chien il est moins lourd que le petit Francis
40. Lucie : lui, il fait bien 5 kilos … mais oui parce que regardes …mais là avec lui, il fait 140
41. Mar : moi je pense que lui fait 40
42. Ho : mais comment on peut savoir qu'il fait 40 kilos
43. Mar : ben… Mais j'ai jamais dit que le gros Dédé il pesait 40 kilos

44. Gu : mais moi j'essaye hein…
45. Lucie : ah arrête, ça va donner …
46. Ho : tu vas te ridiculiser alors …
47. …
48. Ho : vous avez trouvé ? (Ho *demande aux filles*)
49. Lucie: hein ?
50. Ho : vous avez trouvé ?
51. Gu : j'ai trouvé… je vous pari que j'ai trouvé…eh, je vous pari que j'ai trouvé
52. Lucie : alors là !
53. Gu : j'ai additionné les 140 plus 145…
54. Lucie : mais NON ! On ne peut pas
55. Gu : attends, écoutes moi, j'ai additionné 140 plus 145 et j'ai fait moins 35, le poids des deux
56. Mar : ouais
57. Gu : attend je finis attend. J'ai additionné ces deux là
58. Lucie : d'accord
59. Gu : comme ça j'ai fait moins 35 et, et donc …
60. Ho : ah j'ai trouvé qu'il fait moins lourd …
61. Gu : vous comprenez pas
62. Ho : oui mais toi, tu fais 140 plus 145 et alors qu'est-ce que ça va donner ?
63. Gu : mais, c'est normal, pour voir le poids …je pari que j'ai trouvé mais bon…
64. Lucie : arrête, arrête…
65. Lucie : tu as trouvé Ho ?
66. Ho : ça y est j'ai trouvé.
67. Les deux filles se tournent vers Ho *et Gu continue seul.*
68. Ho : regarde, celui-là le bonhomme, il fait 110, ben oui lui c'est 35
69. Gu : mais pas moins 35 parce que…
70. Ho : mais j'ai jamais dit moins 35 !
71. Lucie : chut
72. Ho : regarde celui-là fait 105, celui-là fait 110. Regardes, tu fais 35 moins 145, ça fait …ben ça fait…
73. Lucie : 110
74. Ho : oui 110
75. Gu : regarde lui, il fait 140 avec le chien
76. Lucie : donc lui, il ferait 110 ?
77. Ho : non, attends, on n'est pas encore sûr
78. Mar : lui, il fait 35 kilos et lui il fait …c'est ça ? Donc ?
79. Gu : on a trouvé !
80. Ho : moi aussi ! Regarde si il trouve la même chose que nous. Regarde le gros Dédé là celui-là, il fait 105 et lui il fait 110
81. Mar : t'as trouvé ça toi ?
82. Gu : mais moi j'ai pas fait ça
83. Lucie : t'as pas fait ça toi ?
84. Gu : non j'ai pas fait ça …Attend j'ai pas tout à fait fini
85. …
86. Mar : mais là, ils font le poids qui est écrit.
87. Lucie : il faut trouver le poids de ces deux là
88. Gu : mais c'est simple …mais tais-toi, j'ai trouvé… on fait 140 plus 145 moins 35 parce qu'il y a le chien et le p'tit bonhomme
89. Ho : mais c'est pas les deux qui font 145.

90. Lucie : mais non tu t'es trompé trois fois
91. Mar : ben oui parce que t'as faux à chaque fois.
92. Gu : j'additionne et après regarde, j'ai fait …mais tais-toi, mais tais-toi !
93. Lucie : mais ça va pas
94. Gu : mais tais-toi ! Je sais que ces deux- là font 35 donc le chien plus le bonhomme fait 140… L'enfant plus le bonhomme, 145
95. Ho : mais non c'est que le gros bonhomme qui fait 140, après faut trouver le poids de celui-là
96. Gu : plus le chien !
97. Ho : mais non, faut trouver le poids de lui, 140 plus 145, faut trouver le poids des deux-là !
98. Gu : mais c'est ensemble ;
99. Ho : mais non, pas ensemble, il a pas encore compris celui là
100. Gu : mais si hein.
101. Ho : et encore si il y avait qu'une balance, bon d'accord mais là …
102. Lucie : j'ai trouvé, moi
103. Gu : je finis
104. …
105. Ho : oh là, là …je crois qu'il y en a un, qu'il y en a un des trois qui fait 10 kilos
106. Mar : ben oui un chien ça fait 10 kilos
107. Lucie : je connais quelqu'un …
108. Mar : si on met que le chien …
109. Lucie : faut les mesurer ensemble autrement … ben non, faut donner des exemples de chien
110. Mar : oui puis ça dépend des races
111. Lucie : ah là, là…
112. …
113. Ho (*reprend l'énoncé*) : bon, gros Dédé c'est lui …le petit Francis c'est lui … et le chien boudin c'est lui.
114. Lucie : alors, déjà on sait que Francis, il est plus gros que le chien
115. Mar : ben oui, c'est normal, hein ?
116. Ho : ben oui lui, de ces deux-là, il fait 5 kilos de plus
117. Lucie : lui là avec le chien, il fait 140 avec ben lui, avec le gros Dédé, il fait 145 kilos lui…ben alors il peut pas faire 30 kilos
118. Ho : non 5 kilos parce que lui plus lui et ça va faire 30 kilos
119. Mar : mais comment tu sais qu'il va faire 5 kilos ?
120. Ho : ben regarde …
121. Gu : écoute je suis pas du tout sûr, mais tu me dis pas que c'est des bêtises d'accord ?
122. Ho : si ça te fait plaisir
123. Gu : mais tu dis rien et tu dis pas de bêtises hein ?
124. Ho : ouais, ouais
125. Gu : j'ai additionné 140 plus 145 le poids du bonhomme avec le chien plus là, j'ai fait moins 35, parce que ensemble ils font 35
126. Ho : mais ils sont pas ensembles !
127. Gu : SI ! Ben écoutes, ils sont ensemble là, ils font 35 … tu vois tu m'écoutes pas.
128. Ho : on va demander à E1 parce que là …
129. Lucie : ah mais on n'a pas le droit de demander ;
130. Ho : mais juste s'ils sont ensembles ou pas.

131. Mar : ben non puisqu'on nous demande le poids de ces trois-là, ils sont forcément pas ensembles
132. Ho (*à E1 qui passe à côté de la table*) : on nous demande le poids de ces trois-là, donc ils sont ensemble ou pas sur les balances ?
133. E1 : ensemble
134. Mar, Al: tu vois ! Tu vois !
135. Gu : Ben justement, ceux-là, ils font 140 avec le chien.
136. Ho, Lucie : oui
137. Gu : 145 avec l'enfant. Donc j'ai additionné les deux et j'ai fait moins 35.
138. Mar : mais je sais pas …
139. Gu : mais justement j'ai fait une soustraction, si justement lui et lui ça fait 35
140. Mar : c'est beaucoup trop compliqué
141. Gu : si parce que ces deux- là, ils font 35
142. Lucie : mais comment on peut trouver ?
143. Ho : il faut qu'on trouve le poids des deux autres là
144. Mar : attend, attend … vous deux vous additionnez et nous …
145. Gu : non, nous deux et on verra si on a le même résultat
146. …
147. E1 : alors ?
148. Lucie : on travaille … c'est sûr qu'on travaille. En fait il faut trouver le poids du garçon, de lui
149. E1 : et ?
150. Mar : ben rien, ben 20 kilos par exemple
151. E1 : oui
152. Mar: ouais mais après …enfin faut savoir quoi, qu'est-ce que t'en sait
153. Lucie: bon avec ça …
154. Gu : donc on a trouvé ?
155. Lucie : non, pour l'instant on n'a que le poids de l'ensemble…
156. Gu : j'ai trouvé.
157. Personne ne lui répond…
158. Lucie (*se remet à son brouillon*) : allez, travaillez… chut… restes assis…
159. …
160. Lucie : il a raison Florian, si tu additionnes les deux -là, tu fais 140 plus 145, tu fais moins 35 …
161. Ho : on va bloquer
162. Gu : mais tais-toi, si avec ces deux- là, là c'est le bonhomme avec le chien, et là c'est le bonhomme avec l'enfant
163. Lucie : oui
164. Gu : et ensuite c'est ces deux- là qui font 35
165. Lucie : on a …
166. Gu : ça nous fait moins 35, parce qu'on additionne les deux moins 35.
167. Lucie : regarde
168. Ho : bon, on va voir
169. Lucie (*montre son brouillon*): tu fais 145 plus 140, …déjà ça fait 285.
170. Mar : oui c'est bon
171. Lucie : ah ben non
172. Mar : pourquoi tu additionnes les deux ?
173. Gu : ben parce que on sait que c'est 35, puisque le bonhomme plus le chien …
174. E1 : et tu crois vraiment qu'en faisant … après ça va te donner quoi le résultat ? là tu enlèves 35 et ça va te donner quoi après ? Tu vois ?

175. Lucie: 250
176. Mar: 250, en fait le chien il va faire 250 comme poids, c'est ça ?
177. Ho : ben non.
178. E1: ça représente quoi les 250 kilos ?
179. Ho : ben justement, il sait pas alors…faut qu'il le sache si c'est bon…
180. Lucie : en fait, il veut pas nous écouter
181. Gu : ben si je vous écoutes
182. E1 : est-ce que c'est bon ?
183. Lucie : au départ... En fait, ça marche pas, ça donne 250 kilos
184. Ho : ça va faire un chien qui va peser 250 kilos !
185. Gu : déjà lui avec le chien, lui avec le bonhomme, ils font 35
186. E1 : bon, on repart sur l'idée de G3. Il a ajouté les deux poids de balance là
187. Lucie : oui
188. E1 : ça veut dire qu'en fait c'est comme si il y avait une grosse balance sur laquelle il y avait ça plus ça.
189. Gu : lui, le chien plus le bonhomme plus le gros Dédé
190. E1 : un gros ?
191. F3 : deux
192. E1 : deux … deux Dédé, d'accord ? La grosse balance c'est en fait deux Dédé, plus le chien plus le petit garçon. Est-ce que vous êtes d'accord ?
193. Lucie : oui
194. E1 : et qu'est-ce que tu as fait après ?
195. Gu : j'ai mis moins 35
196. E1 : et qu'est-ce que tu as fait ?
197. Gu : j'ai …
198. E1 : de la grosse balance, tu as enlevé ?
199. Gu : le chien et le garçon.
200. E1 : ça veut dire qu'il reste quoi sur la grosse balance ?
201. Gu : euh je sais plus.
202. E1 : c'était 250, mais ça correspondait à quoi ?
203. Gu : hm …à deux Dédé
204. E1 : à deux gros Dédé
205. Lucie : ah ben tu fais la moitié, ça fait …
206. Gu : 125 … t'as vu…cassé ! J'ai gagné le pari
207. Ho : mais tu pouvais pas savoir si c'est ça
208. E1 : mais là du coup, il vous reste à trouver le chien et le petit garçon.
209. Gu : mais c'est simple.
210. E1 : vous avez le poids du Dédé maintenant faut trouver le chien et le petit garçon.
211. Gu : faut réfléchir…donc ça fait gros Dédé …
212. Lucie : mais j'avais bon pour mon idée aussi, si t'enlèves 35 aux deux et après tu additionnais ça fait 250 …ça fait 115.
213. Gu : 115 ?
214. Mar : mais lui, il a fait moins 35
215. Ho : ah, laisse tomber.
216. Lucie : mais j'enlève 35 là et là et après j'additionne les deux, donc dans ce cas-là ça fait 115, donc j'avais bon.
217. Mar : c'est combien ?
218. Lucie : mais c'est deux- là c'est 275, c'est ce qu'elle a dit donc j'avais raison.
219. Ho : ouais…

220. E1 revient vers le groupe.

221. E1 : alors regardez de nouveau les balances. Maintenant vous savez que gros Dédé fait 125. Et… il y a un gros Dédé qui fait 125 et la grosse balance fait 140. Qu'est-ce que… est-ce que vous pouvez en déduire quelque chose ?

222. Lucie : ben oui …le chien fait 15

223. E1 : deuxième balance, …

224. Lucie : …euh,

225. Gu : elle fait 145

226. E1 : donc ça veut dire que …

227. Mar : il fait 20.

228. E1 : voilà, qu'est-ce qui fait 20 ?

229. Mar : le petit garçon.

230. E1: voilà donc sur la première balance vous avez trouvé que le chien fait ?

231. Lucie : 15 kilos.

232. E1 : sur la deuxième balance vous avez trouvé que le petit garçon fait ?

233. Lucie : 20 kilos.

234. E1 : qu'est-ce que ça vous permet de faire la troisième ? à quoi elle sert la troisième ?

235. Lucie : on voit le chien …

236. Gu : ben c'est bon on a trouvé.

237. Lucie : ouais ?

238. Gu : bon maintenant vous m'écoutez. C'est bon on a trouvé.

239. Lucie : oui on a trouvé là, lui il fait 15 et lui il fait 20.

240. Gu : on a trouvé.

241. Mar : bon euh je peux écrire ?

242. (Rédaction de l'affiche)

243. Discussion sur le choix des couleurs, le titre « le problème » : faut bien présenter la feuille ; fais des lignes…

244. Mar écrit, Lucie et Gu dictent, Ho répète ce qui est dit (en chahutant un peu). Gu a du mal à imposer ses phrases.

245. (42ème minute) Ils ont écrit jusqu'à « - 285 kg = 250. »

246. Lucie demande à E1 : on doit faire un tableau ?

247. E1 : pas forcément, si tu as envie de faire un tableau, t'en fais un.

248. Gu continue la rédaction : après, après

249. Lucie : allez vite, vite

250. Gu : après, on a fait quoi déjà ? Après, … vite

251. Lucie : on sait que le gros Dédé tout seul fait 125 kg

252. écrit : …donc on fera 125 …on fera 125 euh non, ….si, jusqu'à 140…si et là

253. Lucie : et là ?

254. Gu : 140

255. E1 : vous avez fini ?

256. Ho : oui

257. Gu : non presque

258. Ho : aaah !

259. Gu : on peut dire que ça fait …

260. Ho : on a terminé, allez.

261. Gu : euh …

262. Lucie (*relit l'affiche*) : le gros Dédé, il fait …

263. Gu : après comment on va dire l'écart ?

264. Lucie : ben l'écart

265. Gu : ben l'écart sera ...
266. …
267. E1 *à la classe* : terminez votre raisonnement là, on va finir.
268. Gu : alors l'écart, vite, l'écart sera …
269. E1 *à la classe* : bon on arrête, qui est-ce qui veut passer en premier ?
270. Gu *termine d'écrire sa phrase sans la prononcer* « …le poids du chien. »
271. E1 : allez on y va. Pour ceux qu'ont pas fini tant pis…
272. Lucie (*s'adresse à* Gu) : ben toi tu iras, comme ça.
273. Gu : MOI ? Ah, non !

(47ème minute)

Transcription du groupe 2

(Alexandra (Al), Florian1 (Flo1), Tanguy (Ta), Marion (Mar))
Recherche individuelle silencieuse : 2'

1. Al : bon, alors…
2. Flo1 : bon je suis sûr que c'est ça. (*En montrant sur la feuille d'énoncé*) J'te dis que c'est 105 parce que là 35 kilos, là 140 et regarde là 145, là il y a 5 de plus donc il fait 5 kilos, le chien, il fait 5 kilos.
3. Al : alors le chien, attends, le chien, il pèse … y a un nombre 5 kilos, donc 140 et 145 …
4. Mar : lui, le petit, il pèse 30 kilos
5. Al : chut,
6. Mar : allez tu fais la division, moi, j'y arrive pas.
7. Flo1 : pourquoi une division ?
8. Mar : ben, tu as dit euh.
9. Flo1 : non, …euh trop cool, le truc c'est quoi ?
10. Al : c'est un taille crayon.
11. Mar : j'ai trouvé ! Je pense qu'il faut faire … le chien alors 35 kilos, je pense que le chien il doit peser, lui il doit peser 25 kilos (elle montre le dessin du garçon « Francis »)
12. Al, Flo1 : non, non 20 pas 25
13. Mar : oui mais non, il peut pas peser 35 kilos lui, Francis.
14. Al, Flo1 : non, 30…
15. Flo1 : mais non, le chien 5 kilos
16. Mar: chut, écoutes… regardes avec le gars, ça finit par un 5 donc c'est pas possible,
17. Al : c'est lui qui finit par un 5, c'est le petit garçon Donc je pense que le chien y fait hm…
18. Flo1 : il pèse 10
19. Mar : ouais
20. Al : il doit peser 10 et lui (*en montrant « Francis »)* 25
21. Flo1 : mais il fait 5 kilos de plus le …petit …
22. Al : mais alors Dédé, il pèse combien ?
23. Mar : ben Dédé, on soustrait après …
24. Ta : il reste 105…
25. Flo1 : Dédé ? C'est qui ?
26. Al : Dédé c'est le gros
27. Flo1 : donc on a dit que le chien il faisait…attendez, on a dit que le chien il faisait 10
28. Al : 10 kilos
29. Mar : 15 kilos ?

30. Al : non, 10, on a dit parce que …
31. Ta : 25 ?
32. Al : c'est le petit qui fait 25
33. Flo1 : oui il fait 10, donc lui il ferait 130…
34. Mar : non 15
35. Flo1 : attends je sais plus… lui il ferait 130… attends, on a dit que le chien il pesait 10 kilos
36. Ta : un chien ça pèse pas ça, 10 kilos
37. Flo1 : mais chut, écoutes, si on a dit que le chien il pesait 5 euh 10 kilos, on enlève 140, on enlève 10 à 140 ça fait 130 et ensuite 145, il pèse 25 kilos lui…eh ben c'est pas possible parce que là ça fait dans les 130 et ça doit faire 140 et 145, tu comprends ?
38. Al, Ta : ouais
39. Flo1 : donc faut faire un autre nombre, donc on va peser, on va dire qu'il fait 10, on va dire qu'il fait 20 et lui 15. OK ? Donc là ça fait 130 …mais c'est pas possible ça va pas marcher.
40. Ta : non 115
41. Al : ben alors il pèse plus …
42. Flo1 : attends,
43. Ta : 10…25…alors on essaie avec 30... Regarde, 30 et lui 5 kilos
44. Al : c'est compliqué, faut expliquer comment on a fait aussi après.
45. Flo1 : faut expliquer, alors15 kilos à lui, le petit garçon, il fait 15 kilos
46. Al : ah non moi, je dirais 25
47. Flo1 : attends… chut, 145… (*Il pose un calcul*) moins 15
48. Ta : moi au début je croyais que c'était des ampoules…
49. Al : où ça ?
50. Ta : là
51. Al : ah oui.
52. …
53. Flo1 : c'est un peu dur là, oui il est dur euh ……

Un moment de découragement du groupe (1 minute)

54. …
55. Al : mais non c'est trop dur là …
56. Mar : on est obligé de trouver
57. Flo1 : mais non c'est pas trop dur
58. Mar : à mon avis, il pèse 25 le petit et lui que 10
59. Flo1 : normalement, de toute façon, si on soustrait… pour soustraire…attend on va enlever 5 kilos du garçon
60. Al : lui, il fait pas beaucoup (*montre le chien et se ressaisit de la feuille d'énoncé et de son cahier de brouillon*). Je t'explique comment je vais faire.
61. Flo1 : les Dédé, ils font le même poids… Dédé, ils font les mêmes poids.
62. Al : oui mais déjà, déjà, lui (*montre le chien*) il pèse pas beaucoup, lui (*montre Francis*) il pèse plus que lui
63. Flo1 : mais…faut que ça fasse le même nombre
64. Al : le garçon …si on donne 15 au petit et 20 au garçon au …au chien ben ça va pas parce que lui, il faut … (et elle pose un calcul)
65. Mar : attends, on va faire un tableau…
66. Flo1 : je dis un truc avant, je dis un truc avant.
67. Al : alors qu'est-ce que tu as à dire ?

68. Flo1 : là, comme là c'est 140 avec le chien, Dédé et le chien ça fait 140, et Dédé avec l'enfant ça fait 145 …

(*Pendant cette phrase, Al efface son calcul et se met à écouter G1*)

69. Al : il faut que ça fasse pareil…
70. Mar : ben oui, il pèse 5 kilos de plus,
71. Flo1 : le chien, il pèse 5 kilos de moins
72. Ta : et l'autre c'est… il s'appelle comment ?
73. Al, Flo1 : Boudin !
74. Mar : j'en ai déjà fait un tableau, bon ben tant pis, alors, donc Dédé ...Francis ...
75. Flo1 : donc on dit qu'il a 25 kilos lui...donc on dit qu'il fait 25 kilos Francis
76. Ta : non 30… Je dirai 30
77. Mar : Non, 25
78. Flo1: et lui, il fait 10 kilos du coup, Boudin 10
79. Ta : ben non parce que là, il pèse plus …
80. Al, Flo1 : chut,
81. Flo1 : il faut pas parler trop fort après les autres vont entendre notre technique ! Donc, ça fait 35 kilos
82. Ta : Ben non, là c'est pas bon parce que 10, là c'est 15 kilos de plus alors qu'il doit avoir que 5 kilos en plus.
83. Al : mais après combien il a Dédé ? Déjà, regarde combien il a après dédé.
84. Ta : Regarde, là 140, là 145 donc il pèse 5 kilos de plus
85. Al : ah ouais si, il a raison !il doit peser 5…le garçon doit peser 5 kilos de plus que le chien
86. Flo1 : ben oui…
87. Ta : donc ça fait 30 et l'autre 5
88. Al : attend, moins 15, là tu fais moins 15.
89. Flo1 : bon attend, on va recommencer. Donc, le garçon il peut peser 20 kilos
90. Al : fais déjà 25 moins 15
91. Flo1 : non il doit faire 15 kilos le gars, donc on reste …non il doit faire …
92. Mar : 10 kilos, il fait 10 kilos
93. Flo1 : 20… 25 donc lui il fait 10 kilos, non c'est pas bon… c'est impossible
94. Ta : ben si 30 kilos et 5 kilos
95. Al : en tout cas, le petit lui, on sait que ça se termine par un 5
96. Ta : hm ...ben 25
97. Al : on peut dire qu'il fait 15 kilos
98. Ta : ben non
99. Al : ben si, et Boudin, il fait 20 kilos du coup
100. Flo1 : ben oui... C'est pas normal …ah ben non.

Puisque là, on voit qu'il y en a moins et là on voit qu'il y en a plus (en montrant l'énoncé), donc on sait que c'est lui qu'en a le plus

101. Mar : on fait le contraire, lui Boudin 15 puis lui 20
102. Ta : Ben non 5, il termine obligé par un 5
103. Al : si à mon avis moi, c'est 25 et 10
104. Ta : mais oui 25 et 10
105. Al : 25 et 10 donc…
106. Flo1 : alors on enlève 25 …on fait 145 moins 10 ça fait … ça fait 130. Maintenant, on fait 140 moins …20, non, c'est Boudin, oui moins 20, ça fait, ça va pas (*ne pose pas de calcul*) hm…
107. Al : il est dur
108. Flo1 : oui faut faire 15,…15

109. Al : ben non, parce qu'on voit que lui ça se termine par un 5 !
110. Mar : mais c'est pas grave, on peut faire.
111. Ta : 15 et 20
112. Mar : ouais, on peut dire que …
113. Ta : ou 25 et 10 ?
114. Al : mais chut
115. Ta : moi j'aurais dit 25
116. Mar: ça y est j'ai trouvé ! Alors on dit que le petit garçon … le chien Boudin il fait 15 et donc on fait 35 moins 15 égal (*elle pose*) …
117. Al : 35 !
118. Mar : ça fait 20 donc lui, il ferait 20
119. Al : ben de toute façon c'est ce qu'il reste
120. Mar : voilà, donc ensuite on fait 145 moins.
121. Al : attend chut
122. Mar : 145, 145 moins 20 (*elle pose*)… c'est égal …5…4 et 2, ça fait 125 donc lui il ferait 125 (*écrit le résultat sur la feuille dénoncé*)
123. Ta : le petit garçon ?!
124. Mar : non, le gros Dédé
125. Ta : ouf
126. Flo1 : le chien on a dit qu'il faisait 15 kilos là
127. Al : après, il nous reste combien là ? Il nous reste combien ?
128. Mar : attends, 140 moins 15 (*elle pose*)…
129. Al : ben, 130…il resterait…
130. Flo1 : ça y est on a trouvé !
131. Mar : non
132. Flo1 : si
133. Al : il nous reste quoi ?
134. Mar : 5 pour aller à 10… ça fait 5. 4 moins 2, ça fait 2…125 alors ça y est Dédé il fait 125, le chien il fait v…euh...le petit garçon il fait 20 et le chien15.
135. Ta : ben non, comme ça doit terminer par un 5
136. Al : maîtresse…
137. Mar : non parce que Dédé peut terminer par un 5 c'est bon. En fait …
138. Al : chut mais cachez
139. Flo1 : attend, …
140. Al : maîtresse est-ce que tu peux regarder si c'est bon.
141. Mar : Dédé, il fait 125 kilos, le petit garçon, il fait 20 kilos et le chien 15.
142. E1 : hm
143. Al : YES ! Allez, on écrit tout maintenant !
144. Mar : bon, y a plus qu'à trouver la technique

Ils se saisissent de l'affiche

145. Mar : on écrit le titre
146. Al : le titre c'est : le poids…
147. Mar : non le poids de chaque personne
148. Flo1 : le poids de chaque personne
149. Mar (*écrit*) : le poids…je crois qu'il y a un « s » à poids ? Oui
150. Flo1 *et* Mar *discutent des couleurs de feutres, de la façon d'écrire…*

(4 minutes sur la présentation de l'affiche, qui écrit quoi…

151. Flo1 : les couleurs, les couleurs, tu crois que ça va t'apprendre les maths ça !
152. Mar : alors … on a fait un tableau, on a fait ce tableau-ci
153. Al : Bon, E1 a dit qu'il fallait expliquer mot pour mot

Al *complète leur tableau.*

Transcription du groupe 3

(3 garçons, Benjamin (Be), Jules (Ju) et Alexis2 (Al2), plus turbulents et en difficulté d'après E1) :
Ils ont cherché au brouillon, un tout petit peu

1. Be : ben, alors 130 …
2. Ju : l'enfant, il fait 25 kilos
3. Be : ouais, mais le mec il fait 130 kilos
4. Ju : comment tu le sais ?
5. Be : Ben parce que. Et après pour le chien, il faut faire 140, 140 kilos après…tu marques 25 kilos, ça fait 150 …, arrêtes de rigoler ! ça fait 150 moins..
6. Al2 : 150 ?
7. Be : moins 10 égal, égal euh 5 moins 1 ça fait 4
8. Ju : oui, oui mais là tu parlais du, du …
9. Be : du garçon ouais du garçon et du gros … voilà, du garçon. Maintenant on va faire le chien
10. Ju : ben vas-y fais-le.
11. Be : 130…
12. Ju : pourquoi tu fais tout le temps 130 ?
13. Be : parce que.
14. Ju : mais après ça donne quoi ? ça va tout le temps te donner ça (*montre sur le brouillon*)
15. Al2 : ça va te donner 125
16. Be : moins 10.
17. Ju : pourquoi tu veux faire moins ? Déjà lui, le garçon, il fait pas 10, il fait 25 … on avait dit, on avait dit qu'il faisait 25.
18. Be : mais moins 10 kilos.
19. Ju : pourquoi moins 10 kilos ?
20. Be : je sais pas moi…euh…parce qu'il a, parce qu'il a maigri… il a trop couru, il a maigri.

…

21. Al2 : ah c'est trop dur
22. Ju : c'est clair

…

23. Ju : 20… non c'est 25
24. Al2 : ouais
25. Be : allez, le p'tit, il va avoir 20. (*Il écrit sur l'énoncé*) maintenant, on va lui mettre 20. Et lui maintenant …maintenant lui on va lui mettre 15 (*écrit à côté du chien sur l'énoncé*)… regardes, maintenant, BON allez… ben regardes maintenant…
26. Al2 : mais pourquoi t'as mis 20 kilos ? Mais après …
27. Be : mais parce que …
28. E1: alors ?
29. Ju : on trouve pas le gros bonhomme
30. Be : les deux gros bonhommes, on trouve.
31. E1 : qu'est-ce que tu as écrits là ?
32. Be : ben c'est les réponses mais lui…
33. Ju : c'est normal, lui il a mis 10 alors qu'en fait on avait dit …25
34. Al2 : on a dit 20.

35. Ju : 20 aux enfants ; après, il a écrit …
36. E1 : alors comment on peut s'en sortir avec tout ça ? Vous avez trouvé des choses … là c'est peut-être utile (*montre le brouillon de* Be) et puis ça c'est peut-être utile aussi (*montre le cahier de* Al2)
37. Ju *se déplace, prend le brouillon de Be, le lit attentivement* : attend.
38. Be : fais voir le tien. (*Il lit le brouillon de* Ju) … euh … on a dit combien ? 120 ou 130 ?
39. Ju : mais les bonhommes t'avais dit qu'ils faisaient 130 kilos… moins 25. Mais là t'aurais dû faire moins 25 !

Be a écrit :

Garçons : 130	130		
+ 25	+ 25		
155	155	~~145~~	
+ 10	- 10		
145	145		

Ju a écrit :

Problème ?	35 Kg	145	
		- 25	
		120	
	25	120 +	

Al2 a écrit :

10
+ 15
25
-enfant 25 kg
-chien 10 kg
-gros 120 kg

40. Be : après on a dit qu'on changeait de poids. On met 120 ou 130 kilos ?
41. Ju : passe mon cahier.
42. Be : on met 120 ou 130 kilos ? oh, oh G2 ?
43. Ju se met à écrire dans son cahier.
44. Be : 120 ou 130 kilos pour le … le … 120,
45. Al2 : 120 kilos pour le gros ?
46. Be : ben oui…120 kilos (*Ils écrivent sur leur énoncé*)
47. Ju : E1… j'ai mis 120 kilos à l'enfant !
48. Be : l'enfant il faisait 20 kilos… en fait il fait 20 kilos.
49. Al2 : et l'enfant, il fait 25 kilos.
50. Ju : il fait 27 ?
51. Al2 : 25.
52. Ju : 25 kilos, ben non
53. Al2 : ben on l'a dit tout à l'heure.
54. Be : ben non, il fait 20… 20 kilos pour être précis.
55. Ju (*écrit*) : alors tu as dit 145 moins 20, on a dit que l'enfant il faisait 20 kilos ?
56. Be : plus 20 kilos égalent…

Les deux calculent de leur côté, Al2 *regarde. (Ils discutent aussi de billes)*

57. Ju : moi, il me dit qu'il fait 125 kilos le mec.
58. Be : NON, 140
59. …
60. Be : non mais j'ai trouvé. Si le mec, il fait 125 kilos.
61. Al2 : ouais ?

62. Be : ben après, tu mets 25 kilos euh… ou euh…OU … non mais regarde, 125 kilos et 20 kilos égal 100…145, eh ben voilà. Et maintenant faut faire le chien. Là, il fait 125 kilos plus 15 kilos…
63. Ju : 145 tu fais moins 20 et après tu fais 125 plus 20 pour voir si c'est bon.
64. Be : ben ouais, j'ai raison.
65. Ju : non c'est moi qu'a dit
66. Be : non c'est moi.
67. Al2 : il fait combien alors le gros Dédé
68. Be : 125 kilos
69. Ju : ben oui, alors, c'est ce que j'ai dit !
70. Al2 : et avec le chien …ça marchait ou pas ?
71. Be : ben oui ça fait 140 kilos.

Be *ajoute sur son cahier :*

Garçons : 130	130		125	125
+ 25	+ 25		+ 20	+ 15
155	155	~~145~~	145	140
+ 10	- 10			
145	145			

72. Be : ben 125 kilos plus euh…15 kilos ça fait ….
73. Al2 : 125 alors ?
74. Be : ouais, 125 kilos. (*Be corrige sur son cahier de brouillon, il barre 120 et écrit à la place 125.)*
75. Ju *lui calcule encore* : 140…ça fait… moins 15
76. Be : mais pourquoi tu dis moins 15 toi ?… il a rien compris lui !
77. Ju : 5 … 4 ET 1.
78. Be : mais regarde
79. Be *se déplace et va écrire sur le cahier de* Ju : 125 kilos, 125 plus …euh 15 kilos égal 0 …et 4 … et 1
80. Ju : et 4 ça fait 144.
81. Al2 : mais il peut pas faire 140 sinon …
82. Be : mais non, mais lui, il fait 115 plus 25 ça fait 140
83. Ju : lui il fait 145, et lui il fait 140
84. Be : mais c'est les deux mêmes bonhommes !
85. Ju : mais oui, mais ils font pas le même kilo
86. Al2 : ben si
87. Ju : ben non parce que regarde (*il reprend son calcul*)
88. Be : c'est les deux mêmes donc ils doivent faire le même poids.
89. Ju : c'est les deux mêmes mais avec le chien et l'enfant … vu que l'enfant il pèse pas pareil que le chien. Eh ben lui il fait 145 et lui il fait 140
90. Al2 : et les deux gros, ils font, et les deux gros ils font …125 kilos
91. Ju reprend son calcul : 140 moins 15, on va voir si c'est bon, égal à 5…
92. Be : maintenant faut écrire sur la feuille et c'est qui qu'écrit sur la feuille
93. Al2 : moi
94. Ju : oui mais regarde là ça fait 135 (*il montre son résultat*)
95. Be : hein… t'as rien compris toi…
96. Al2 : mais alors le gros bonhomme il fait combien ?
97. Be : mais 125 !
98. Ju : 140
99. Be : avec le chien et sans le chien, il fait 125.

100. Al2 : il fait 125 alors ?
101. Ju : mais regarde là j'ai mis plus 15 …ah, la, la dommage, vous êtes filmés… … (*Ils jouent une minute avec la caméra*)
102. Be : t'as tout compris, c'est bon ? On écrit ?
103. E1 : qu'est-ce que vous en pensez ?
104. Ju : ben 125 kilos plus celui-là, déjà on prend, on dit qu'il fait 20 kilos.
105. Al2 : non 25.
106. Be, Ju : non 20 kilos
107. Ju : l'autre, il fait 15. Donc on a calculé 25 euh 145 moins, moins 20, donc le gars, ça fait 125.
108. E1 : oui.
109. Ju : et puis … ben après pour voir si c'était bon, on a fait euh… 125 plus 15,… plus 20, on a vu que ça faisait 145 et après on a fait pareil avec lui.
110. E1 : c'est à dire ? Explique-moi.
111. Ju : ben on a refait… ben là je sais pas si c'est bon…. On a refait bah …on a fait 140 moins 15
112. E1 : oui.
113. Be : ça faisait 125
114. E1 : donc ?
115. Ju : donc après lui, il fait 125 et après, il a calculé pour voir si c'était bon,
116. Al2 : et ça faisait 140,…
117. Ju : 140.moi, j'ai calculé ça faisait 135.
118. Be: mais non t'as mis moins toi, c'est plus. (*En montrant le brouillon de Ju*)
119. E1 : ben là, 125 plus 20 donne 145, ça correspond à quoi ?
120. Ju : ça correspond à …là. (*Il fait une croix sur l'énoncé*)
121. E1 : …voilà, 140 moins 15, il y a une retenue !
122. Ju : ah oui, mince
123. Be : ben oui.
124. E1 : donc ça donne quoi comme résultat ?
125. Ju : ça fait 140
126. E1 : 100 ?
127. Ju : 145
128. E1 : la retenue, elle se trouve là, d'accord ?
129. Ju : oui
130. E1 : donc ça fait quoi ?
131. Ju : ah oui, ça fait 140 …
132. Al2 : 125 !
133. E1: ça fait 125… alors est-ce que ça marche ?
134. Ju : oui, donc ça veut dire que le gros bonhomme, il fait 125… alors on a raison on a réussi, le bonhomme il fait 125… bon je peux écrire ?
135. Al2 : non, c'est moi …mais c'est pas moi qui vais au tableau.

…

Ils ont trouvé au bout de 41 minutes.

Transcription des affiches

Groupe 1 (Guillaume, Honoré, Lucie, Camille) :

Problème

On commence par additionner 140 kg + 145 kg
140 = le gros Dédé + le chien Boudin
145 = gros Dédé + le petit Francis
145 + 140 kg = à 285 kg, on c'est que le chien Boudin + le petit Francis font 35 kg ensemble
On fait 35 kg – 285 kg = 250 après on prend la moitié de 250 sa fait 125 après, on c'est que le gros Dédé tout seul fait 125 kg donc on fera 125 jusqu'à 140 l'écart sera le poids du chien.

Groupe 2 (Alexandra, Tanguy, Marion, Florian1) :

Le poids de chaque personne

On a fait ce tableau-ci :

Dédé	Francis	Boudin
125 Vrai	25 faux 15 faux 20 vrai	10 faux 20 faux 15 vrai

On se disait que Francis faisait plus que boudin. Sur la 2è personne vu que c'était 145 kg (Le petit garçon + Dédé). On pensait que Francis son poids terminait par 5, mais on s'est trompé. C'est Dédé qui terminait par un 5. On a donné un nombre à Boudin (10) et le reste à Francis (25)
Ensuite, on a recommencé jusqu'à temps de trouver.
Au dernier nombre pour justifier notre réponse, on a fait : on a soustrait le poids de Francis à la 2è image (125) et le poids du chien à 140 – 125.

Groupe 3 (Benjamin, Jules, Alexis2) :

L'enfant 20 kg
Le chien 15 kg
Le gros Dédé 125 kg

On a fait 140 kg moins 15 kg et le résultat était de 125 kg

Pour vérifier si le résultat était bien on a fait 125 kg plus 15 kg et sa a fait 140 kg.
Après on a fait pareil avec le gros Dédé et faisait 125 kg et on a rajouté 20 kg parce que l'enfant pèse 20 kg.
Après pour voir si ça faisait bien 145 kg, on a calculé 125 kg plus 20 kg et sa faisait 145 kg.

Groupe 4 (Sidonie, Alexis1, Solène, Amaury) :

Explications :
ON a vus que Boudin et Dédé faisaient 5 kg de moins que Francis et Dédé ça veut dire que Francis fait 5 kg de plus que le chien, et on a vus que Francis et boudin faisaient 35 kg. Alors 30 divisée par 2 ça fait 15 kg + les 5 kg de Francis. Donc si on enlève les 15 kg de Boudin au gros Dédé, le gros Dédé fait 125 kg, ça correspond très bien aux deux garçons petits.

Le gros Dédé	Francis	Le chien
125 kg	20 kg	15 kg

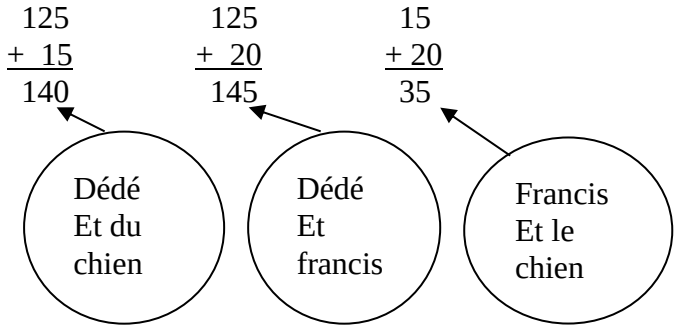
Groupe 5 (Quentin, Paul, Anne-Lise, Caroline) :

Le garçon fait 20 kg
Le chien fait quinze kg
Dédé fait 125 kg

Si le chien avec Dédé fait 140 kg et Dédé avec le garçon fait 145 kg il y a 5 kg entre le chien et le garçon. Donc le garçon a cinq kilos de plus que le chien. On essaie 15 pour le chien et le garçon 20. On fait pour le chien et le garçon on soustrait avec Dédé et ça marche.

Groupe 6 (Tiffanie, Yvonne, Florian2, Antonin) :

Dédé fait 125 Kg. Le chien fait 15 kg. L'enfant fait 20 Kg.
On n'a fait 130 + 10 = 140 mes pas bon.
On a fait 125 + 15 = 140
On a fait 125 + 20 = 145 pour le chien et l'enfant on à fait 15 + 20 = 35.
On a vu que c'était bon parce que on voit que le poids de l'enfant et du chien fait 35.



Dédé	Francis	Boudin
Il fait 125 kg	Il fait 20 kg	Il fait 15 kg

Séance 2 (E1B *Les tonneaux*)

Transcription de la séance

00H00

1. E1 : vous vous souvenez comment ça se passe ? Je vous donne la petite feuille… Dans un premier temps, vous lisez tout seul, vous essayez de réfléchir à comment résoudre le problème, et après vous discutez ensemble.
2. *00H02*
3. *Silence, recherche individuelle*
4. *00H04*
5. E1 : allez, vous pouvez réfléchir ensemble.
6. 00H05
7. *Recherche en groupe*
8. E1 *à toute la classe* : les tonneaux doivent rester comme ça.
9. Un élève : ah bon !
10. Un autre élève : c'est impossible alors …
11. 00h07
12. E1 *à toute la classe* : ah oui, sur le dessin, il y a un problème. Il y a cinq tonneaux vides, cinq tonneaux pleins et cinq tonneaux à moitié pleins. Il manque une rangée là, qui ne s'est pas photocopiée. Faut la dessiner là, la cinquième rangée… ça fait un petit peu plus à chaque fois.
13. 00H35
14. E1 *à toute la classe* : on relit sa fiche… on vérifie qu 'elle est compréhensible par tout le monde…
15. 00H37
16. E1 *à toute la classe* : on regarde ensemble les résultats dans cinq minutes.
17. *00H42*
18. E1 : le groupe-là, vous vouliez absolument passer en premier…
19. *E1 fixe l'affiche au tableau, une élève est au tableau.*
20. E1 : Alors tout le monde écoute.
21. Alexandra (Groupe 2) : ben, on a fait… déjà pour savoir le même nombre de tonneaux, il fallait savoir que chaque enfant, chaque fils devait avoir le même nombre de tonneaux. On a cherché dans la table de cinq, et on a 3 fois 5 , quinze. Donc chaque personne aura cinq tonneaux. Et euh… Faut que… au début, on a déjà pris trois tonneaux, de chaque truc,
22. E1 : de chaque truc ?
23. A : euh de chaque … quantité. Donc un tonneau vide, un tonneau à moitié plein et un tonneau plein. Ensuite on a rajouté pour les deux fils, donc ils auront comme ça un autre tonneau vide et un autre tonneau plein. Comme ça ils en ont cinq chacun. Et après eux, on a rajouté deux demi tonneaux, ça leur fait le même nombre que … ça fait deux demi tonneaux, c'est pareil que un tonneau. Et voilà.
24. E1 : vous avez tous bien compris le raisonnement ?
25. Un élève : oui.
26. E1 : merci, Alexandra. Un autre groupe… Allez-y.
27. E1 *installe l'affiche*: on écoute
28. Quentin (Groupe 4) : au début, on a donné un tonneau plein à chacun. Après on a donné deux tonneaux à deux des fils…donc on a donné deux demis pour que tout le

monde ait le même … le même vin. Et puis après, on a donné à chacun, à chaque enfant un tonneau, un demi tonneau plein. Et après on a donné deux tonneaux vides à un des enfants et deux tonneaux vides à un autre enfant et comme celui-là, à un moment il avait deux tonneaux, on lui en donne que un pour pas que, pour que ça fasse le même nombre de tonneaux à chacun.

29. E1 : tout le monde a compris ?
30. Une élève : oui.
31. E1 : le troisième groupe. Le groupe de Tanguy, qui est-ce qui vient ?
32. E1 *installe l'affiche*: alors vas-y.
33. Tiffanie (Groupe 1) : Ben pour le tonneau, on a mis à chacun un plein, après, à chaque fois, on a mis un tonneau vide. A chaque fois, on a remis un tonneau à moitié. Donc il nous restait des tonneaux à moitié, alors on a mis deux demis, ça fait un tonneau entier. Ici on a mis un entier et un vide, et là aussi.
34. E1 : est-ce que tout le monde a compris ?
35. Un élève : elle a parlé trop vite
36. E1 : elle a parlé trop vite à quel moment ?
37. G : ben dans son raisonnement, on n'a pas entendu.
38. E1 : ben réexplique.
39. Tif : on a mis à chacun, un tonneau plein et on a mis un vide aussi. Et la moitié pour les trois.
40. E1 : arrête-toi. Tu as compris là ?
41. G : oui.
42. E1: vas-y
43. Tif : après il en restait deux, deux moitié alors on les a mis au premier, ça fait un entier en tout. Après on a mis un entier et un vide. Et un entier, un vide.
44. E1 : ça va ?
45. G : ouais.
46. E1 : merci Tiffanie. L'autre groupe, allez-y
47. E1 *installe l'affiche.*
48. G (Groupe 5) : en fait, on fait une division. Chacun des fils doit avoir cinq tonneaux, on a fait une division. Euh…trois divisé par quinze c'est égal à cinq.
49. E1 : trois divisé par quinze ?
50. G : euh…quinze divisé par trois. On n'a pas encore appris, trois divisé par quinze. Donc ça fait cinq tonneaux. Puis après ben…donc on sait qu'il y a cinq tonneaux mais trois, on met un tonneau comme ça, un tonneau plein, un tonneau vide, et un tonneau à moitié plein pour chacun des fils. Après on rajoute pour euh…pour le fils, un tonneau … deux tonneaux, deux tonneaux à moitié pleins. Parce que c'est égal à … un plein. Donc après on rajoute un tonneau vide et un tonneau plein, et après pour Honoré, ben, on fait la même chose que pour Guillaume.
51. E1 *s'adresse à la classe* : donc là ça se rapproche de quel raisonnement des autres feuilles ?
52. G : c'est la même façon de raisonner qu'un autre groupe…
53. E1 : oui le groupe à vous, ils ont fait la même chose. Ils ont réparti un plein, un vide et un à moitié plein à chacun des trois et après ils ont regardé ce qui restait en mettant après les deux moitiés … c'est exactement la même chose.
54. G : sauf ils ont mis des noms là.
55. E1: oui ils ont mis des noms, c'est la seule différence ; le raisonnement est le même. Le dernier groupe.
56. E1 *installe l'affiche.*

57. G (Groupe 3) : ben, en fait, on a … pour le premier, on a pris un tonneau plein, on l'a mis là. Après, un autre pour le deuxième, et le troisième. Donc ceux-là, les trois sont pris. Après on recommence, ça fait un pour le premier et un pour le deuxième. Là on en prend deux pour le troisième (il montre deux tonneaux à moitié pleins), ça fait un plein. Et que là après, on fait un et demi pour le premier, un et demi pour le deuxième et un et demi pour le troisième. Et puisque là le troisième il en a quatre, alors que les autres ils en ont trois, on en prend deux (*il montre deux tonneaux vides*) pour le premier, deux pour le deuxième et un pour le troisième.
58. E1 : vous avez compris ?
59. Plusieurs élèves : oui
60. E1 : c'est clair ? D'accord merci.
61. E1 : au niveau affiche, laquelle vous paraît la plus facile à voir, à comprendre ? On en a parlé au début. On a dit qu'il y avait certaines choses qu'il fallait faire pour être plus facile à comprendre. Laquelle est la plus facile à relire ?
62. G : celle d'Alexandra.
63. E1 montre l'affiche : celle-là ?
64. Quelque : ah non. La nôtre.
65. E1 : celle-là, c'est quoi le …
66. G : ben c'est trop petit.
67. E1: c'est trop petit ? Qu'est-ce qu'est trop petit ?
68. G : ben les gens, les tonnages
69. F : les tonneaux, on voit quand même.
70. E1 : l'écriture je pense qu'au fond vous arrivez pas à lire. (E1 *passe à la deuxième affiche*) Là ?
71. G : c'est l'écriture…la couleur
72. E1 : la couleur, le vert…on n'arrive pas à relire.
73. (E1 *montre la troisième affiche*) : donc là, est-ce que c'est clair, est-ce qu'on peut lire toutes les informations qu'il y a dessus,
74. G : ben on a du mal à lire
75. F : t'exagères …
76. E1 : je pense que là, on arrive quand même à lire … maintenant est-ce que toutes les explications sont marquées ?
77. Quelques oui…non
78. E1 : non. Tout n'est pas marqué, on ne sait pas comment tu répartissais les tonneaux.
79. (E1 *change d'affiche*) ici ?
80. F : c'est trop petit
81. E1 : c'est trop petit.
82. (E1 *montre la dernière affiche*) là c'est écrit petit, mais il y pourtant de l'idée. Il y a des schémas, il y a une opération. C'est visuel, on voit tout de suite ce qui est fait. Par contre, ça, c'est écrit trop petit, il y a un essai d'explications pour chaque remplissage … c'est une bonne idée ça… Non il n'y a pas de perdants, pas de gagnants. Il y a des idées dans tous. Ça veut dire qu'il faut essayer de récupérer les bonnes idées de tout le monde, la prochaine fois, donc vous avez encore l'affichage à améliorer.
83. G : on va en refaire d'autres des trucs comme ça ?
84. E1 : oui, plusieurs fois dans l'année. L'objectif c'est qu'en regardant votre affiche, on arrive à comprendre votre raisonnement même si vous ne l'expliquez pas. C'est un vrai travail de… d'écriture de l'affiche. C'est important.
85. A : la verte c'est la mieux ?

86. E1 : je vous ai dit, chacune a des défauts, chacune a des qualités. Maintenant il faudrait qu'il y en ai une qui regroupe toutes les qualités. Voilà la prochaine fois, on essaiera d'améliorer encore l'affiche. E1 *commence à enlever les affiches.*
87. G : il faudrait le texte d'Alexandra avec le tableau de…
88. E1 : voilà, essayez vraiment d'accumuler les qualités de chacun.
89. F : et faut écrire gros.
90. E1 : et faut écrire assez grand… voilà, vous pouvez retourner à vos places.

00H59

Transcription du groupe 2

(*Alexandra (Al), Paul (P), Alexis (G1) et Alexis (G2)*)

00h04

1. G1 : Alexandra…Alexandra…Alexis
2. Al : oui
3. G1 : y a pas cinq tonneaux chacun …
4. G2 : ben, non
5. G1 : Paul ….y a pas cinq tonneaux chacun…
6. P : réfléchissez un peu.
7. G1 : ah je capte rien.
8. Al : E1 ? Transvaser, c'est euh… pas verser dans un autre
9. E1 : oui, tu n'as pas le droit de verser d'un tonneau dans un autre.
10. Al : oui.
11. …
12. Al et G1 : si…si elle nous l'a donné c'est que c'est possible.
13. 00h06
14. E1 : bon maintenant vous pouvez réfléchir en groupe.
15. Al : bon pour l'instant ça va leur faire un tonneau chacun.
16. G1 : oui mais faut faire trois tonneaux de plus.
17. Al *commence un tableau au brouillon* : bon ensuite … on n'a pas le droit de transvaser…bon là ce sera pour un fils… un autre fils….
18. G1 : alors on peut faire …tu as trouvé ?
19. P : je crois … on mélange là …
20. Al : On n'a pas le droit, ceux-là, ils sont vides, là ils sont à moitié et là ils sont pleins.
21. …
22. Al : ça change tout
23. G1 : bon on fait le dessin sur la feuille.
24. Al : bon alors, un pour chaque fils.
25. G1 : ah je fais comme ça, direct
26. Al : non un seul, deux tonneaux, ça fait deux tonneaux chacun.
27. G1 : oui, dessine les tonneaux là
28. G2 : j'ai pas d'crayon.
29. Al: ah c'est dur, comment il faut faire ?
30. P : oui, on remplit un tonneau…
31. Al : on n'a pas le droit de transvaser.
32. P : ah oui
33. Al : attend on va faire un tableau, ce sera peut-être plus facile.
34. P : on a le droit de prendre plusieurs tonneaux pour une personne ?
35. G1 : ben oui, tu as un certain nombre de tonneaux par personne
36. P : tu en prends deux pour un …

37. Al (*construit le tableau, trois colonnes*) : alors un deux trois. Déjà on va mettre un tonneau chacun. Voilà.
38. G1 : et une moitié
39. Al : je vais le rajouter, toc celui-là non celui-là non, on va rajouter une moitié
40. G1 : qu'est-ce qu'il fait Paul ?
41. Al : je sais pas
42. G1 : il fait un tableau.
43. Al : toc, toc, toc, et là une moitié… voilà donc, on barre trois moitiés …
44. (*Al barre sur l'énoncé les tonneaux qu'elle distribue aux fils sur son brouillon*)
45. Al : il y a trois fils c'est ça ?
46. G1 : oui…
47. Al : ensuite qu'est-ce qu'on peut faire ?
48. G1 : ben la moitié, on refait la moitié
49. Al : non, on peut pas. Alors on va reprendre un tonneau plein pour…
50. G1 : ben non. Regarde la moitié d'un tonneau pour un fils, l'autre moitié pour un autre, …
51. Al : comment faire ?
52. G2 : là, il y a deux tonneaux, on en met un chacun ça va faire deux entiers et après un pour lui.
53. Al : ben c'est facile parce que …
54. G1 : mais ce tonneau-là, on ne l'a pas encore …
55. Al : on dit qu'il y a cinq adultes
56. G1 : ah oui ça y est. Ensuite là on rajoute un tonneau plein, donc celui-là, là on rajoute deux tonneaux là
57. G1 : là on fait la moitié.
58. Al : et là on prend les deux moitiés ?
59. G1 : non une moitié.
60. Al : ben non, parce qu'après, deux moitiés égales un plein.
61. G1 : ouais, mais là il y en a déjà une moitié,
62. Al : et comme ça, il y a pareil
63. G1 : et ça fait et tonneaux chacun
64. Al : voilà
65. G2 : ben non, regarde il y a trois tonneaux chacun …
66. Al : c'est bon, c'est bon, t'inquiètes…
67. G2 : mais pourquoi tu mets encore une demi ?
68. G1 : parce que regardes, là, on a pris ça, ça c'est un fils, un autre, ça c'en est un troisième. Ensuite, ça c'est pour le premier fils,
69. G2 : mais il y a plus de tonneaux.
70. Al : je t'explique. Ça c'est d'autres tonneaux, ces tonneaux-là, ils existent pas. Alors, ça c'est pour un fils, ça c'est pour un fils …toc….
71. G2 : j'ai tout compris
72. Al : ça c'en est pour un autre.
73. G1 : oui mais là ça dépasse… après ils sont obligés d'aller là
74. Al : mais non regardes ; là, ils peuvent pas là, ils sont vides.
75. G1 : regarde, un tonneau
76. Al : ensuite ils ont rajouté un tonneau plein, donc un des fils a deux tonneaux et demi. Il rajoute celui-là, un demi de tonneau, et les deux derniers ça fait, un seul, un entier.
77. G1 : deux demi-tonneaux est égal à un entier. On est d'accord ?
78. G2 : oui mais, il en a déjà un tonneau. Là c'est un demi-tonneau
79. Al : là on a mis un tonneau chacun… chut…. On a mis un tonneau chacun.

80. G2 : ouais
81. Al : là, on a mis un demi-tonneau par personne, ils sont égaux. Après on a mis deux tonneaux pleins,
82. G2 : mais non, il n 'y en a plus de tonneau …ah si et deux moitié, ah si c'est ça.
83. Al : Il y a deux tonneaux et demi par personne
84. G2 : oui, je comprends.
85. Al : attends, je vais demander… (Al *se déplace* et va voir E1) …
86. … 7ème minute de recherche en groupe
87. Al *revient* : …bon on n'a plus qu'à tout recommencer, même les tonneaux vides, il faut les enlever. On va reprendre la feuille de Paul.
88. G1 : ah non…
89. Al : alors comment on va faire maintenant ?
90. P refait un tableau : bon ça c'est pour un fils, deux fils, trois fils. C'est pareil
91. Al : quatre fils, cinq fils …
92. P : il n'y a pas cinq fils.
93. Al : il y a combien de fils ?
94. P : il en a trois.
95. Al : comment on peut faire ?
96. P : regardes, tu fais comme ça. Un fils deux fils…six fils.
97. G1 : arrêtes !
98. Al : alors regardes,
99. G1 (*compte sur sa feuille d'énoncé*) : un deux trois… il a quinze tonneaux.
100. Al : donc il y a cinq tonneaux chacun…oui il y a cinq tonneaux chacun, il y a trois rangées.
101. Ah oui mais il faut qu'ils aient la même quantité de vin.
102. G1 : ah … ça c'est plus dur.
103. G2 : mais on fait des jaloux, c'est plus marrant …
104. Al : attend, je vais demander si c'est cinq tonneaux chacun.
105. G1 : bon c'est trop dur, on va faire au pif !
106. …
107. Al revient : alors comment on peut faire maintenant, c'est malin. Attend si on réfléchit bien, eh ben là, on compte. Il y en a … vides, là ils sont vides
108. G1 : alors attends
109. Al : attends
110. G1 : mais non.
111. Al : laisse-moi expliquer. Donc mais tais-toi, tais-toi…
112. G1 : si j'ai trouvé ! Alors ça c'est pour un fils ...
113. Al : non, mais tu comprends pas.
114. G1 reprend le tableau : ça c'est pour un fils, ensuite … ça c'est pour un fils…
115. Al : oui mais sinon ça fait déjà lourd, regardes, ils ont déjà …
116. G1 : voilà donc celui-là, …
117. Al : attends, moi je sais. Tu regardes, là, si tu regardes bien, il y a cinq …
118. G1 : laisse…
119. Al : alors là, la moitié, la moitié… on la met là-dedans.
120. G1 : on n'a pas le droit !
121. Al : on s'en fout, on triche.
122. G1 : non, y a pas le droit, de transvaser … c'est trop dur
123. Al : bon, tu prends ça …
124. P : oui je t'écoute.
125. Al : alors tu prends ça, trois fils, tu prends …

126. G1 (il montre les tonneaux vides) : Maîtresse, les tonneaux comme ça, ça sert à rien ?
127. E1 : si faut les distribuer quand même.
128. G1 : ben oui mais …
129. E1 : ben ils servent.
130. G1 : mais ils servent à rien, on les met à n'importe qui. Voilà ça fait ça.
131. Pour le premier il y a un rien, un demi, un entier…
132. Al : moi je sais.
133. G1 : deux demis et un zéro.
134. P : mais non mais faut les mettre égaux !
135. G1 : mais c'est impossible ! il en faut seize.
136. Al : mais non.
137. P : il faut qu'ils aient la même quantité de vin chacun, et le même nombre de tonneaux
138. Al : attends, ils ont …
139. G1 : non pas obligé, pas le même nombre.
140. P : si obligé. Regardes, lis la consigne.
141. C'est ce que G1 fait.
142. Al : bon là c'est la moitié… divisée par trois… là, on en prend trois,
143. G1 : maintenant si ça se trouve il y a un piège et ils en ont pas trois comme ça, ah oui pour qu'il aient… Pff, c'est trop dur.
144. Al : mais non c'est pas trop dur.
145. G1 : là, il faudrait qu'ils aient 5 tonneaux chacun
146. Al : attend, attend.
147. G1 : c'est logique il faut qu'ils aient 5 tonneaux chacun.
148. P : là, il nous reste …
149. G1 redessine cinq tonneaux pour chaque fils : un deux trois quatre cinq, un deux trois quatre cinq …
150. Voilà, maintenant il faut répartir les quantités de vin.
151. P : ben si c'est facile. Regardes, un … là ça fait un tonneau entier pour ces deux-là, plus ça, ça en fait deux, un deux trois, on en remet deux, ici, il nous en reste deux et ça on les met aux deux.
152. G1 : mais oui mais faut qu'ils aient des tonneaux, faut qu'ils aient tous des tonneaux.
153. P : alors … c'est bon ça ?
154. Al : ben …
155. P : hein ?
156. G1 : faut qu'ils aient le même nombre de tonneaux, le même nombre de tonneaux.
157. Al : alors déjà, un tonneau de vin à chacun.
158. P : non, non, non…
159. E1 *passe à côté du groupe*
160. G2 : c'est ça ?
161. E1 : je ne sais pas.
162. G1 : un tonneau, un demi
163. P : ça c'est un demi.
164. Al : un vide à chacun…
165. G1 : ensuite il faut répartir les…
166. Al : attend, regardes…
167. G2 : ah c'est trop dur !

168. Al : et maintenant ? …
169. P : ah ouais, j'ai compris. Je vais voir la maîtresse.
170. G1 : ben attend, montre-nous ce que tu as fait.
171. P : ben voilà, regardes…tu as compris ?
172. G1 : tu as fait pareil que moi
173. Al : mais ça c'est pas bon. Faut faire un, deux trois. Alors au début ils ont tous un tonneau vide…après ils ont tous un tonneau à moitié
174. G1 : hm
175. P : eh tu as fait pareil que moi.
176. Al : après, ils ont tous un entier.
177. P : ben c'est pareil que moi.
178. Al : après, ils ont…y en a …en fait ils ont un entier plus un vide. Après l'autre il en a un …non, non, l'autre il a deux moitiés, comme ça, ça fait égaux en vin.
179. P : ben t 'as fait pareil que moi !
180. G1 : allez, c'est ça !
181. P : ben t'as vu t'as fait pareil que moi.
182. E1: à vous d'expliquer comment vous avez fait.
183. P : je t'avais dit que c'était bon.
184. G2 : on va écrire en noir
185. Al : non noir, j'aime pas…
186. 15ème minute de recherche en groupe
187. Discussion ensuite sur les couleurs à utiliser, la présentation de l'affiche
188. 18ème minute.
189. G2 : c'est quoi le titre ?
190. G1 : le titre c'est … les tonneaux.
191. P : partage de tonneaux.
192. Al : partager des tonneaux pour les fils… Il faut que tu écrives bien gros
193. P : partage de … tonneaux… donc c'est moi qui avait la bonne réponse.
194. Al : mais on s'en fout, du moment qu'on a trouvé. Bon on fait mon tableau, je fais bien les tableaux.
195. G2 : mais on s'en fiche. On n'en a pas besoin.
196. Al : mais si on en a besoin du tableau. Comment …
197. P : bon on va faire un petit tableau dans un coin.
198. Discussion sur les couleurs, il faut que ce soit « beau ». « Les tonneaux en marron, le vin en rouge… le vide en blanc. » C'est Paul qui écrit.
199. Al : attend faut que ce soit un tonneau vide là,
200. G1 : alors il y a combien de tonneaux ? Un, deux, trois..
201. Al: trois tonneaux vides. Et cinq chacun. Attend celui-là est à moitié… tu prends du rouge pour le vin rouge…
202. G1 : alors un vide,
203. G2 : mais non celui-là, c'est du vin blanc.
204. P : mais on s'en fout de ton vin blanc, il y a que tu vin rouge
205. Al : après les remplis … c'est moi qui explique.
206. G1 : ah non, on explique tous.
207. Al : et je dis que c'est la technique à Paul.
208. G1 : non à nous deux
209. Al : à Paul.
210. G2 : c'est qui, qui va aller au tableau ? Pas moi.
211. Al : moi j'y vais et je dis que c'est la technique à Paul.
212. G1 : mais pourquoi c'est toi qui irais ?

213. Al : parce que j'explique bien. … à chaque fois que j'ai été la maîtresse a toujours dit que j'expliquais bien.
214. G2 : qui veut que ce soit Paul ?
215. G1 et P : moi.
216. Al : ah mais je dis que c'est la technique à Paul pour mesurer…
217. P : d'accord… alors encore un rempli, et le dernier est vide.
218. G2 : c'est grâce à Paul.
219. G1 : alors là, il est entier. Là il est plein,
220. G2 : mais celui-là, il en a six tonneaux !
221. Al : mais, non cinq
222. G2 : six, (*il recompte sur l'affiche*) un deux trois quatre cinq, six
223. Tu en as mis un de trop.
224. P : mais non c'est parce qu'il a deux moitiés.
225. G2 : ben oui mais ils ont plus le même nombre… Mais non…
226. G1 : mais il a faux. Parce que regarde, la mienne, il y a cinq, cinq et cinq.
227. G2 : mais c'est bien cinq tonneaux chacun ?
228. G1 : oui, cinq tonneaux chacun. Regarde la mienne
229. P : ah oui j'en ai mis un en trop. Blanc, et demi, entier.
230. Al : encore une fois entier … ah non, non
231. P : là c'est blanc. Là c'est rien, et demi oui,
232. Al : après c'est entier
233. P : entier, entier, blanc…entier et demi et demi…
234. G1 : bon c'est ma technique…
235. Al : regarde, là tu comptes pas le blanc…
236. P : ah oui, c'est une demie parce que là … parce que là je l'ai fait à l'envers moi. J'ai mis les demis et entier ici.
237. Al : on va mettre une petite phrase quand même
238. P : oui.
239. Al : j'écris … on va réfléchir à ce qu'on écrit… nous avons calculé …
240. Alors, on a fait 5 fois 5 est égale 15 et… car on avait 15 tonneaux d'accord… je vais faire l'opération…
241. P : on a fait un tableau… et le … les demis seraient égaux. Et le troisième il lui en resterait deux et demi… mais comme deux et demi font un entier …ça marche.
242. Al : mais non mais regardes, pour savoir … pour savoir le nombre … pour avoir le même nombre de … le même nombre de …
243. Les trois autres parlent d'un film…
244. G2 : bon t'écris quoi ? …
245. Al : il y a 15 tonneaux, pour savoir le nombre de …
246. P : pour savoir combien … on a rajouté …
247. Al : deux fils sont égaux,
248. G2 : on comprend rien à ce que tu as écris !
249. Les trois parlent d'instruments de musique…
250. …
251. Al : deux demies égalent …un tonneau
252. G2 : c'est grâce à Paul qu'on a réussi
253. Al : non et à moi… tu écris deux sur deux égalent à zéro sur deux…
254. P : deux sur deux … égale à un tonneau…
255. E1 : c'est bon là ?
256. Al et P : oui, on a bientôt terminé
257. G2 : euh tonneau la faute que tu as fait !

258. G1 : ah oui la grosse faute.
259. Al : allez on a fini… je vais l'enrouler
260. E1 : on a fait 5 fois 5 égalent ?
261. Al et P : euh 25 !
262. E1 : 25 ? … ça sort d'où ça 25 ?
263. P : mais non c'est fois trois, je suis bête moi,
264. Discussion sur la couleur des vins…
265. Al *relit l'affiche* : partage de tonneaux et de vin… alors on a fait un tableau… attendez je vais lire le feuille et je vais expliquer : partage de tonneaux et de vin, pour avoir le même nombre de tonneaux, on a fait … 5 fois 3 est égale 15… deux demi tonneaux c'est … est égale à un tonneau …
266. P : deux demi tonneaux …
267. 00H35
268. A : et nous, on a fini ? C'est la technique de Paul… c'est aussi la technique de…
269. G1. Allez, on l'enroule …

Fin du travail de groupe, début de la mise en commun.
00H38

Transcription du groupe 1

Lecture silencieuse dans le groupe.
1. A : ah j'ai trouvé ! …mais non j'ai pas trouvé.
2. S : il est faux le dessin. Regarde, un, deux, trois, quatre. Et il y a cinq tonneaux…

00H05 et 00H07
Lorsque E1 intervient pour toute la classe. Les élèves de ce groupe n'y prêtent pas attention, n'écoutent pas.
3. S : il y a cinq tonneaux pleins et là, ils en mettent que quatre.
4. B : oui c'est pas grave c'est que le dessin
5. S : quoi ?
6. B : oui c'est que le dessin.
7. S : on partage en deux, cela fait moitié, moitié.
8. B : mais …

Une minute de silence, réflexion chacun de son côté.
9. A: bon … faut réfléchir en groupe.
10. B : bon alors, t'es prêt ?
11. S : ah oui, il en manque.
12. A : oui.
13. B : ah ben, faut la faire.
14. S : prend du noir.
15. J : sinon avec quatre, c'était trop facile.

Chaque élève du groupe complète son énoncé.
16. S : bon ça y est.
17. A : Bon alors, fut qu'on travaille en groupe.
18. J : déjà, en remplissant bien, ça fait sept tonneaux. Donc déjà, il y en a deux chacun. Et il en reste …
19. A : eh, j'ai tout calculé, ça fait sept et un demi.
20. B : bon ça y est, on a fini.

21. A : ça fait sept tonneaux et demi, maintenant, il faut diviser par trois… j'enlève un entier, un noir …

Une minute de silence, en fait A réfléchit seul, les autres n'interviennent pas, se taisent.

22. B : oui, moi, il manque une rangée, sinon on aurait fait boum, boum, boum… Mais on peut pas le couper le tonneau !
23. A : …donc là, un tonneau et demi…
24. B : ah punaise… pourquoi on peut pas couper les tonneaux ?!
25. A : eh ben c'est simple, j'ai trouvé.
26. S : il a trouvé, il a été cherché…
27. A : regarde. Là, on met un à lui, un à lui, on donne un comme ça à l'autre, ça fait un deux, et puis après le dernier, … ah ben non, il en reste un.
28. G1 : ils ont trouvé… bon ben, on continue.
29. S : pourquoi ils ont pas que deux fils.
30. B : on le met là, il en reste trois demis, on enlève un demi pour chaque, et ça fait plus rien… c'est bon.
31. S : il a trouvé.
32. B : alors déjà, on en donne un à chacun… tout au début, il faut en donner un à chacun. Et puis après, on en donne un à un autre, un à un autre. On en donne… deux demis ça fait … on en donne deux demis, à l'autre, ça en fait un. Ils en ont tous deux et puis il reste trois demis. Ça fait, on doit un demi à chacun. Et puis ça fait deux et demi.
33. A : faut dire à E1 qu'on a trouvé.
34. B : oui ça fait 2 virgule cinq…tout au début on en donne un à chacun.
35. E1 *s'approche* : Oui ?
36. B : Là, on en donne un et un autre. On en donne, deux demis ça fait …chacun a deux et puis il reste trois demis, on donne un demi à chacun.
37. E1 : Et les vides ?
38. A : ben on les donne.
39. B : ah parce qu'il faut aussi donner …
40. E1 : ils doivent avoir le même nombre de tonneaux et le même nombre de vin, toi tu as la même quantité de vin, je suis d'accord, il faut maintenant le même nombre de tonneaux. Votre raisonnement est bon, il faut aller jusqu'au bout. Il faut continuer.
41. B : il peut rester du reste ? Il peut y avoir des restes ?
42. E1 : non mais regardes… il faut essayer de répartir les tonneaux qui restent, que tu as. Tu n'as pas réparti.
43. B : ben, oui, c'est…
44. A : ben y en a un. Il y en a un qu'en a deux, l'autre qu'en a un et l'autre qu'en a un.
45. E1 : réfléchissez, il faut que chaque fils ait le même nombre de tonneaux.
46. B : alors lui, il en a … alors … plutôt, là il y en a un chacun.
47. A : il y en a un, on va l'appeler William.
48. S : Thierry Henri et Benzema !
49. J : là on va l'appeler Jean Luc
50. A : donc il y en a un…
51. S : donc il y en a combien ?
52. A : il y en a un, un autre qui en a un et un autre qui en a un… et un qui en a deux. Voilà.
53. B : un qui en a deux, maintenant il en reste trois… un chacun. Donc encore un. Déjà, ils en ont deux. Ça fait deux, deux, trois.
54. S : deux, deux, trois.
55. A : après, il y en a un qui en a trois,
56. S : tu vas aller au tableau pour expliquer ?

57. B : ben non tu y vas toi.
58. A : un…un…deux…un donc voilà. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Donc lui en a quatre, trois, trois donc on en ajoute deux, deux. Et un … voilà, c'est bon. C'est bon. maîtresse, on a tout réussi à répartir.
59. E1 *s'approche* : alors ?
60. A : donc, alors déjà on en donne un à chacun. Un plein à chacun. Ça fait un tonneau chacun. Après on en donne un autre à un autre. Alors ces deux-là. Après on en donne deux à lui,
61. S : et ça fait des pleins…
62. A : alors déjà on a… après il en reste trois alors on en rajoute encore un à chacun. Et comme lui il en a eu deux, on lui rajoute que un. Et aux deux qui en ont eu que des uns, on en rajoute deux. Et ça fait cinq.
63. E1 : d'accord. C'est ça…c'est pas très clair ton explication mais…on verra comment vous allez expliquer sur la feuille.
64. S : ouf, on a trouvé.
65. B : faut écrire maintenant. En rouge
66. J : en noir
67. S : bon, qu'est-ce qu'il faut écrire ?
68. J : on a déjà le résultat…

Rédaction de l'affiche
Discussion sur la couleur à utiliser pour l'affiche
00H38
Fin de la recherche en groupe. Début de la mise en commun.

Transcription du groupe 4

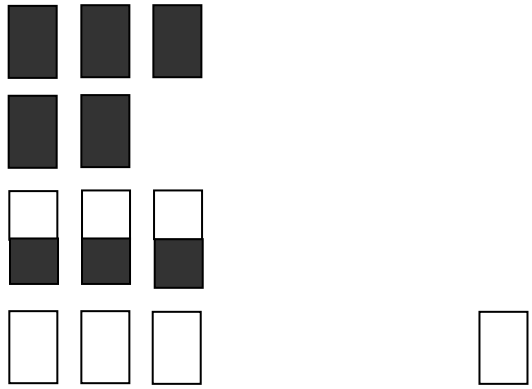
00H02
La lecture individuelle est silencieuse.
La recherche individuelle est silencieuse.

1. E1 : oui, tu n'as pas le droit de verser d'un tonneau dans un autre. Les tonneaux doivent rester comme ça.

00H04
Les élèves arrêtent leur lecture, écoutent les interventions de l'enseignante.
Ils n'y réagissent pas oralement, ils n'écrivent rien. Ils restent silencieux et continuent à lire leur énoncé, à réfléchir.

2. Anne-lise *montre son brouillon* : Voilà, regardez, on peut déjà leur donner ça…
3. Caroline : oui et …

Chaque élève du groupe lit silencieusement le brouillon suivant :



Aucun ne réagit, un blocage s'installe. Ils sont silencieux, Quentin et Yvonne colorient l'énoncé.

4. E1 *regarde le brouillon d'Anne-Lise* : qu'est-ce qui pose problème ici ?
5. Caroline : ben, on n'arrive pas…
6. E1 : on n'arrive pas à quoi ?
7. Anne-lise : à partager… il n'y en a pas assez.
8. E1 : il n'y a pas assez de quoi ?
9. Anne-lise : ben, de tonneaux.
10. E1 : si on regarde ce que vous avez fait, qu'est-ce que vous avez déjà réparti ?
11. Anne-lise : ben d'abord j'ai donné, un plein à chacun, un, un , un. Ensuite j'ai donné un et un mais il en manque un.
12. E1: il manque un quoi ?
13. Quentin : un tonneau plein.
14. E1 : oui. Et ensuite ?
15. Anne-lise : ben j'ai donné un à moitié plein à chaque fils et c'est tout car il en manquait aussi un. Et j'ai donné un vide… à chaque…fils. Un, un et un. J'ai donné encore un vide et …il en manquait encore…
16. E1 : il en manquait d'accord mais que vous reste-t-il à partager en fait ici ?

Silence

17. E1 : Regardez le dessin. On peut déjà barrer ceux qu'on a donnés…
18. Quentin : ah oui… (*il le fait sur son énoncé, les autres regardent*)
19. E1 : Bon maintenant qu'est-ce qu'il reste à partager ?
20. Anne-lise : et ben … un vide et deux à moitié.
21. E1 : Demandez-vous ce qu'on peut faire avec deux tonneaux à moitié pleins.

E1 *va vers d'autres groupes.*

22. Caroline : deux à moitié pleins ?
23. Quentin : ben on peut pas les partager en trois…
24. Caroline : non.

Le silence s'installe à nouveau.

25. E1 revient : alors, vous avez trouvé ?
26. Quentin : non… c'est impossible.
27. Anne-lise : ah ben, non, mais …
28. E1 : qu'est-ce qu'on peut faire avec deux tonneaux à moitié ?
29. *Silence.*
30. E1 : si on met tout le vin dans le même tonneau, ça donne quoi ?
31. Anne-lise : ben … ça remplit le tonneau.
32. E1 : donc ? qu'est-ce qu'il nous reste ?

Quentin reprend son dessin, colorie un demi tonneau pour le remplir et barre l'autre demi tonneau.

33. E1 : il faut que tu gardes le tonneau vide.
34. Q : ah oui.
35. Anne-lise : ah d'accord… donc les deux demi tonneaux cela fait un plein, qu'on peut mettre ici. Oui mais ….
36. E1 : explique-moi ce que cela donne alors.
37. Anne-lise : En fait, on prend les tonneaux qui sont là, on fait un deux trois, ça fait un à chacun. Après, un deux ça fait pour deux personnes, et là, on prend les deux, (*elle montre deux tonneaux à moitié pleins sur la feuille d'énoncé*) ; on prend les deux ça, pour une personne, ça fait un. Et là, on fait un pour le , pour un fils, un autre pour le deuxième fils, et un autre pour le troisième fils. Donc là ça fait la même quantité. Sauf

qu'après, on fait … là, ça fera deux pour euh… (*elle montre deux tonneaux vides*) celui-là ça fera deux pour un seul fils, et un pour un fils, pour le deuxième fils, un autre pour le troisième fils et l'autre, je sais pas.

38. Yvonne : ben voilà, tu as trouvé !
39. Caroline : ben non, c'est pas la même quantité.
40. E1 : la même quantité de quoi ?
41. Caroline : de tonneaux.
42. Anne-lise : le dernier vide on sait pas où le mettre.
43. E1 : mais si, recomptez tout.

E1 s'éloigne

44. Quentin : ben pour celui-là, le premier, ça fait un deux trois quatre cinq tonneaux. Pour le deuxième fils, ça fait… un deux trois quatre… ah ben oui, on lui donne le vide, ça fait cinq. Et pour l'autre, ça fait un … deux trois quatre cinq tonneaux. Voilà c'est bon.
45. Anne-lise : ah oui ça y est.

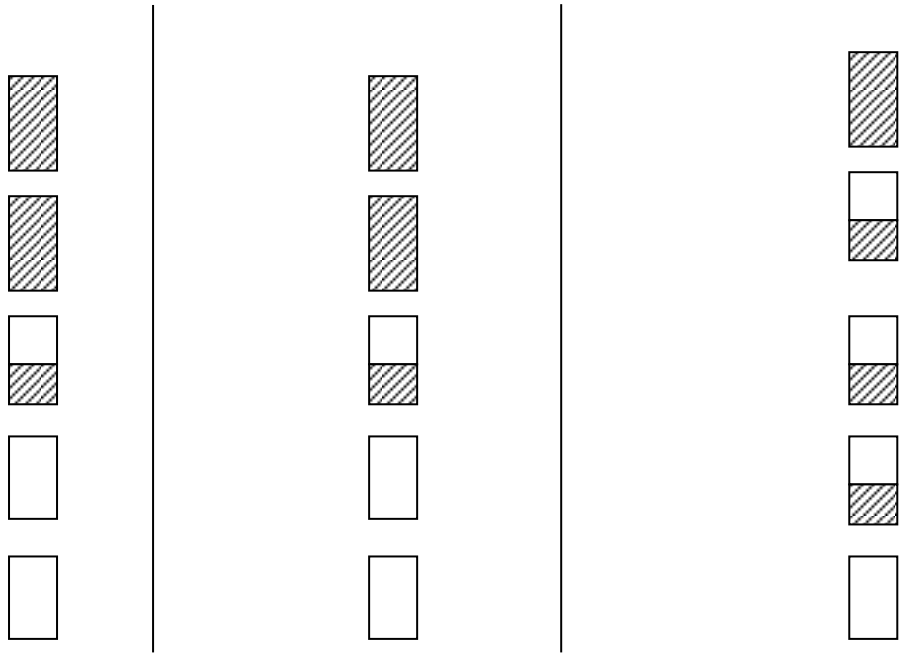
Ils commencent à dessiner les tonneaux sur l'affiche.

46. E1 *à toute la classe* : on regarde ensemble les résultats dans cinq minutes.
47. Caroline : Ouh la, la, vite, on va pas avoir fini..
48. Quentin : oui allez, il faut bien qu'on dessine.

Les élèves terminent leur affiche, les autres groupes attendent et se dissipent un peu.

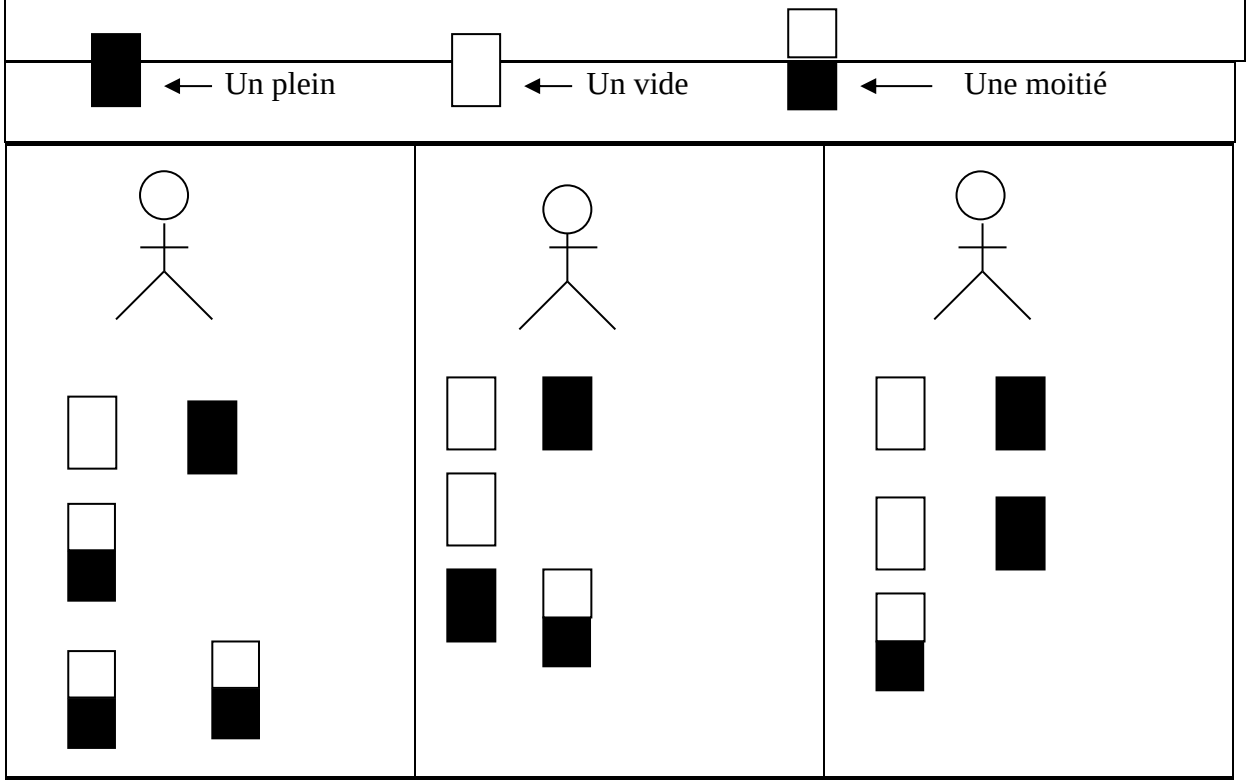
Transcription des affiches

Groupe 4 (Quentin, Anne-Lise, Caroline) :



Tout au début, nous avons donné un tonneau plein à chacun et 2 pleins à 2 des frères et 2 à moitié pleins à celui qui en a pas eu.
Nous avons donné 1 à moitié pleins à chacun et nous avons donné 1 vide à chacun et 1 à ceux qui ont eu que un à moitié pleins.

Groupe 1 :
La distribution des tonneaux
Au début, on a mis un tonneau plein à chaque fils, un tonneau vide à chaque fils, et un tonneau à moitié à chaque fils.
A un fils on lui a donné deux tonneaux à moitié, et au deux autre fils, on leur a donné un tonneau plein et un tonneau vide.
Donc ils ont cinq tonneaux chacun, et on obtient le tableau suivant :



Groupe 5 :

La distribution des tonneaux

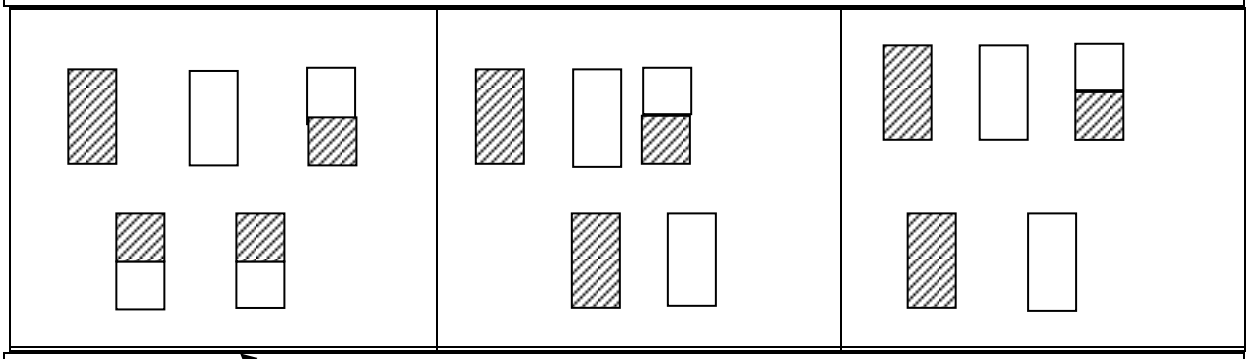
On a distribué les tonneaux pleins 1 pour le 1er, 1 pour le 2ème, 1 pour le 3ème puis on donne un vide chacun. Après on fait 1 à moitié plein pour le premier, un autre pour le deuxième et le 3ème un aussi.
On en donne 1 tonneau vide pour le 1er et pour le 2ème, et alors, 1 plein pour le premier et 1 seul pour le 2ème et 2 tonneaux à moitié plein pour le 3ème pour que ça soit pareil.

Groupe 2 :
Chacun des fils doit 5 tonneaux. On fait une division
3 : 15 = 5

15	3
- 15	5
0	

15 = (3X5) + 0

PAUL GUILLAUME HONORE



On a mis 3 tonneaux pour chacun des fils.
On ajoute 2 tonneaux à moitié pleins

On rajoute 1 tonneau plein, 1 tonneau vide
On rajoute la même quantité que pour Guillaume

Groupe 3 :

Partage de tonneaux et de vin

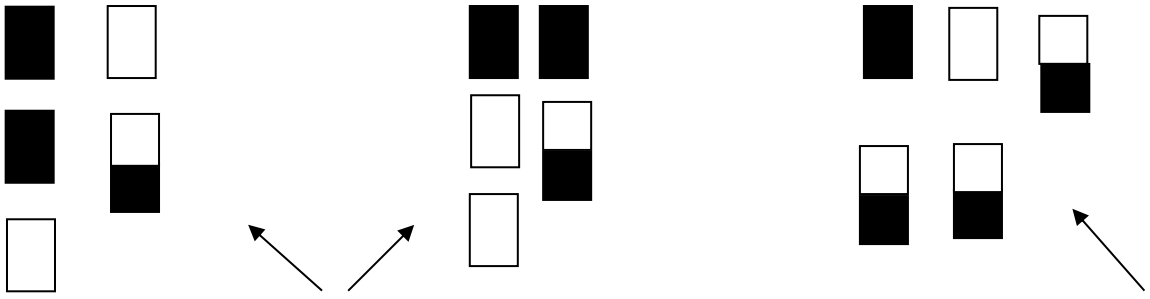
Pour avoir le même nombre de tonneaux on a fait :

5 X 3 = 15 et il y a 15 tonneaux.

1 fils
5

2è fils
5

3è fils
5



Pareils

2 demi-tonneaux = un tonneau entier

Séance 3 (E1C *Zinette*)

Transcription de la séance

00H00

1. E1 : vous lisez silencieusement ce texte et vous essayez de réfléchir à comment faire.

00H02

Recherche individuelle

00H05

2. E1 : si dans votre groupe, vous avez une idée, vous pouvez commencer à discuter, pas trop fort.

00H50

3. E1: bon… Quel groupe veut passer en premier ?

Al du groupe 1, F et P du groupe 3 lèvent la main.

4. E1 : euh…on va faire passer le groupe de …Al et après ce sera le groupe de P.

Al se déplace au tableau avec son affiche, E1 fixe l'affiche au centre du tableau.

La classe est un peu bruyante, les groupes 2 et 6 n'ont pas fini leur affiche.

5. E1 (*hausse le ton*) : vous écoutez tous… chut, vous arrêtez, vous écoutez…S…B…

La classe se calme et est à l'écoute.

6. E1 (*calmement*) : vous écoutez.
7. Al (groupe 1) : au début on a fait 31 fois 10. parce que 31 c'est le nombre de jours du mois de janvier et 10 c'est euh…le lait donné par chaque…donné par chaque vache par euh… c'est le litre de lait donné chaque jour par les vaches… donc ça fait 310. Ensuite on a fait une division, 5350 divisé par 310. c'était pour connaître le nombre de vaches donc c'était les litres de lait du mois de janvier … enfin ça fait 17 donc il y a 17 vaches. Comme ça on avait la réponse de la première question. C'est 17. Et euh… 80 c'est le reste euh… c'est Zinette, c'est ce qu'a fait Zinette. Donc par déduction, à partir de là, le reste de ça de la division, elle fait 10 litres de lait par jour, pendant huit jours sur le mois de janvier.

Silence dans la classe

8. E1 (*à la classe*) : est-ce que c'est clair pour tout le monde ?
9. Plusieurs élèves : oui.
10. E1 : P, tu prends ta feuille.

P va seul au tableau, E1 fixe l'affiche sur le tableau, à droite de la précédente.

11. P (groupe 3) : alors, nous on a fait 31 fois 10, car il y a 31 jours dans le mois de janvier, et nous on a, nous avons fait, une vache qui … et nous avons fait … chaque vache fait 10 litres, donc on a fait 31 fois 10. Après, on a vu que ça fait 310 litres. Alors comme … alors on a dit que c'était une vache qui faisait 310 litres, par mois, deux vaches ça fait 620 litres, quatre vaches, 1240 litres, huit vaches, 2480 litres, 16 vaches, 4960 litres, et 17 vaches, 5270.
12. Alors après, pour aller à, pour arriver à 5350 et ben on a, on a mis 80 et …on a fait plus 80 et comme on avait 17 vaches qui font 310 et ben on a pris Zinette qui fait 80.
13. G : et c'est quoi qui est écrit… j'ai fait…
14. G : c'est la vache qu'ils ont fait …
15. E1 : oui c'est parce qu'il a dessiné au crayon de papier une petit vache qui dit j'ai fait 80 litres de lait. Donc elle a fait combien de jours Zinette ?
16. P : euh ben… elle en a fait 80.
17. E1 (*à P*) : pourquoi ? Enfin, elle a fait 80 litres, elle a fait combien de jours ?

18. P : euh un…un mois.
19. S (*du même groupe intervient)* : mais c'est sur un mois.
20. F (*du même groupe*) : huit, huit jours.
21. E1 (*au groupe de P*) : pourquoi huit jours ?
22. P : on a fait … si on fait 80 divisé par euh…par euh…
23. Un élève de la classe : 10 !
24. P : 10 ... ben non.
25. E1 (*à P*) : est-ce que c'était expliqué ça sur votre affiche ?
26. P : non.
27. S : sur un mois, elle a fait du lait huit jours, donc ça fait 80 litres.
28. E1 : oui. Va t'asseoir, merci. Le groupe de Q.

Q se déplace avec son affiche, E1 la fixe à gauche de la première affiche.

29. E1 : chut, écoutez.
30. Q (groupe 2) : On savait que dans le mois de janvier, il y avait 31 jours. On a fait 31 fois 10, c'est euh… parce que 10 c'est le nombre de litres de lait qu'elle fait pendant euh…par jour. Donc ça fait 310. Et ça fait le résultat pour une seule vache. Après on a fait euh… 5350 divisé par 310. ça nous fait 17 vaches, et euh il reste 80… Il y a 17 vaches en tout et Zinette fait du lait huit jours car elle produit 10 litres de lait par jour.
31. E1 (*à la classe*) : vous avez besoin d'explication ?

Silence.

32. E1 : merci. Solène

Solène se déplace avec son affiche, E1 fixe l'affiche à droite de toutes celles déjà affichées.

33. So (groupe 5) : euh… on a d'abord calculé le nombre de litres de lait dans chaque mois pour une seule vache. Il y a 31 jours au mois de janvier donc 31 fois 10 égal 310. Il y a 310 litres de lait par vache le mois passé. Ensuite, on a divisé le total du lait pour le mois donc euh par vache donc par 310, 5350 par euh, divisé par 310 c'est égal à 17 et il reste 80… litres. Il y a 17 vaches et Zinette en produit huit jours.
34. E1 : oui, merci. Caroline.

Caroline se déplace avec son affiche et E1 la fixe sur la droite.

35. Car (groupe 4) : donc tout au début, on a calculé 10 fois 31, donc ça fait 310. Après on a fait 5350 divisé par 310. Comme le mois de janvier en tout ça fait 5350, on a divisé par 310 parce que 310 c'est le nombre que fait une vache… euh, qu'elle a donné de lait par jour. Donc, euh…ça…5350 divisé par 310 ça fait 17 donc ça fait 17 vaches, et Zinette elle a donné 80 litres de lait par jour.
36. So : non, dix.

Car et E1 ne l'ont pas entendu.

37. E1 (*à C*a) : 80 litres de lait par jour ?
38. G : non, sur huit jours
39. E1 : (*à C*a) : la question à ton problème, c'était quoi ?
40. F : c'était euh… combien de litres, de jours elle a produit …
41. E1 : (*au groupe de C*a) : alors est-ce que votre groupe a répondu à la question : combien de jours Zinette a produit du lait ?
42. G (*qui n'est pas élève du groupe*) : non
43. E1 (*au groupe de Ca*) : vous avez répondu à quelle question-là ?
44. Q, qui n'est pas du groupe, veut répondre.
45. E1 : Q, chut s'il te plaît… vous avez répondu à quelle question ?
46. G *(du groupe*) : à la première.
47. E1 : vous avez répondu à la première question. Et en répondant, Zinette donne 80 litres de lait par jour, vous êtes sûrs que c'est par jour ?
48. Les autres : non … huit jours par mois…

Le groupe de Ca reste silencieux.

49. E1 : mais là, ils n'ont pas écrit huit jours. 80 litres c'est quoi exactement ?
50. G (*du groupe*) : les litres de … la semaine.
51. E1 : la semaine ?
52. Quelques élèves : non.

Le groupe est silencieux.

53. E1 (*toujours s'adressant au élèves du groupe)* : vous êtes d'accord que c'est zinette qui les produit les 80 litres.
54. Les quatre élèves du groupe : oui.
55. E1 : mais elle les produit en combien de temps ?
56. F (*du groupe*) : en huit jours
57. E1 : en huit jours, sur quelle période ?
58. F : euh…sur…le mois de janvier.
59. E1 : là, vous n'avez pas donné le nombre de jours où elle a produit en fait. Vous avez donné la quantité de litres de lait sur le mois de janvier.
60. E1 (*regarde le groupe 6*) : vous n'avez pas fini votre affiche ?
61. T : mais lui …
62. E1 : T. tu n'accuses personne, c'est l'ensemble du groupe qui travaille, bon ben c'est pas grave, vous n'allez pas aller au tableau.
63. G (*du groupe 4*) : mais pourquoi ils ont mis 31 dès le début parce que…
64. Un autre G : ben 31 jours dans le mois.
65. E1 : alors justement, au niveau de la présentation des affiches, c'est de ça dont tu nous parles …
66. G : oui parce que dès le début, ils nous dit que ils ont trouvé 31 alors …
67. E1 (*à la classe*) : quel est le premier calcul qu'il fallait faire ? Al.
68. Al : c'était 31 fois 10.
69. E1 : alors 31 fois 10… alors on va regarder chacun, chacune des affiches. 31 fois 10. Alors 31 ça correspond à quoi ?
70. Plusieurs élèves : le nombre de jours…par mois…
71. E1 : le nombre de jours pour ?
72. Plusieurs élèves : pour le mois de janvier.
73. E1: pour le mois de janvier. 10, ça correspond à quoi ?
74. G (*groupe 4*) : le nombre de litres qu'ils font chaque jour.
75. E1 : le nombre de litres que… chaque vache fait par jour. Donc on a fait 31 fois 10. Alors dans quelle affiche est-ce qu'on explique avant de poser l'opération, ce que c'est que 31 et ce que c'est que 10 ?
76. E1 (*se déplace et passe en revue chaque affiche de gauche à droite*) : est-ce que là on explique ce que c'est que 31 et ce que c'est que 10 ? Ma ?
77. Ma : que 31, on explique juste ce que c'est que 31.
78. E1 : dans cette affiche-là ?
79. Plusieurs élèves : oui.
80. E1 : oui là, c'est écrit en dessous, c'est le nombre de jours du mois de janvier et 10 c'est le nombre de litres de lait obtenus chaque jour alors sauf Zinette, c'est pas vrai (*en se tournant vers le groupe 4 qui a écrit cette affiche)* Zinette elle fait 10 litres dans les jours où elle produit.
81. Al : oui.
82. E1 : on est d'accord. Donc les 10 litres c'est valable aussi pour Zinette. Là, alors si je vous lis, on a d'abord calculé le nombre de litres de lait dans un mois pour une seule vache, il y a 31 jours dans le mois de janvier ; est-ce qu'on a toutes les informations ?
83. Plusieurs élèves : oui

E1 attend en regardant toute la classe.

84. So : ben non il manque les 10 litres
85. E1 : hm, on ne sait pas que les vaches font 10 litres par jour.
86. Dans celle-ci ?
87. F : on a bien le 10.
88. E1 : 10 c'est le nombre de litres oui mais c'est le nombre de litres d'une vache, est-ce que c'est assez précis ?
89. E1 (*se tourne vers le groupe qui a écrit cette affiche*) : c'est le nombre de litres de lait par vache …pour une journée.
90. G : donc c'est laquelle qui serait la mieux ?
91. E1 : ensuite, le résultat 310, sur quelle affiche, on explique ce que c'est ?
92. E1 (*reprend chaque affiche de gauche à droite*) : est-ce que là on explique ce qu'est le résultat ? 310 c'est quoi ? est-ce que c'est écrit là-dessus ?
93. Plusieurs élèves : non.
94. E1 : là, est-ce que c'est écrit 310
95. Plusieurs élèves : non

E1 passe à la troisième affiche.

96. Plusieurs élèves : non

E1 passe à la quatrième affiche.

97. Plusieurs élèves : non.
98. G : ah si !
99. E1 : si, il y a 310 litres de lait par vache le mois passé, c'est à dire pendant le mois il y a 310 litres de lait par vache. Ici ?
100. Plusieurs élèves : non.
101. E1 : non… Vous vous souvenez on a travaillé sur les problèmes, je vous ai expliqués : avant l'opération, on explique ce qu'on fait, on fait l'opération, après on explique le résultat qu'on a trouvé. Quand il y a plusieurs calculs à faire dans un problème. Ensuite quelle est l'opération qu'il fallait faire ?

Plusieurs mains se lèvent.

102. Am : ben 5350 divisé par 310.
103. E1 : d'accord (*E1 revient à la première affiche),* 310 normalement, sur cette affiche, vous auriez dû expliquer ce que c'était. Mais 5350 ?…sur quelle affiche … est-ce que sur une affiche, on a expliqué ce que c'était que 5350 ?
104. Un élève : non.
105. E1 : si moi j'en voit une… moi j'en vois une qui a remis ce que c'était que 5350.
106. G : c'est…elle la rouge et la vert…
107. F : la dernière…

E1 montre la dernière affiche.

108. Plusieurs élèves : ah oui
109. E1 : c'est pas très clair la phrase mais bon c'est un essai d'explication. Mais là c'est vrai aussi … le total du lait dans le mois, autrement dit 5350. D'accord. Ensuite dans votre problème, il y avait combien de question ?
110. Plusieurs élèves : deux !
111. E1 : deux. Est-ce qu'on voit de façon très claire les deux réponses ?
112. G : non, elles sont mélangées.
113. E1 : vous aviez une question une et une question deux. Est-ce qu'on voit quelque part, de façon très clair qu'il y a une réponse une, une réponse deux ?
114. Plusieurs élèves : ben non.

115. E1 (*reprend chaque affiche*) : donc la division, c'était 17 vaches en tout il y a bien une réponse. Deuxième affiche, est-ce qu'on a bien la réponse ? Oui… Troisième affiche ?
116. Al : non !

E1 *regarde la classe.*

117. G : si
118. E1 : là il y a bien 17 vaches, la division n'a pas été posée, c'était un autre système mais qui marche tout pareil, ensuite là, est-ce qu'il y a …écrit 17 vaches ? Oui d'accord. Et la dernière, il y a 17 vaches. Vous avez au moins répondu à la première question de façon claire.
119. Deuxième question. Est-ce qu'on avait directement la réponse pour … la deuxième question ?
120. J : non, fallait faire la division…
121. E1 : oui mais une fois qu'on avait fait la division ? Au niveau du reste on obtenait ?
122. Plusieurs élèves : 80
123. E1 : 80 quoi ?
124. Plusieurs élèves : litres.
125. E1 : litres. Donc est-ce que c'était la réponse de la question ?
126. J : oui
127. E1 (*attend un peu*) : la deuxième question, c'était quoi la … ?
128. Plusieurs élèves en même temps : combien de litres Zinette …
129. E1 : non, pas combien de litres.
130. Plusieurs élèves : de jours !
131. E1 : combien de jours, donc on avait 80 litres de lait et le résultat c'est le nombre de jours. Fallait faire un petit calcul…
132. F : 80 divisé par euh…
133. E1 : fallait expliquer comment on trouve le résultat.
134. E1 (*reprend chaque affiche*) : est-ce qu'il y a l'explication là ?
135. Plusieurs élèves : non
136. F : si il y a huit jours.
137. E1: si il y a l'explication. Zinette va donner du lait huit jours, car les vaches font dix litres de lait par jour. C'est bien, il y a la réponse… Deuxième affiche : par déduction, Zinette fait 10 litres de lait pendant huit jours, c'est bon aussi puisqu'on remet l'information sur les 10 litres de lait. Celle-là, (*E1 s'adresse au groupe qui a rédigé cette affiche*) est-ce que vous avez remis qu'il y avait les dix litres de lait par jour ?
138. S : ben …non
139. E1 : ben non. Là, il y a l'information ? Est-ce qu'il y a l'information là ?
140. G : oui.
141. E1 : on a la réponse là ?
142. Plusieurs élèves : non.
143. E1 : il y a carrément pas la réponse du tout. Parce que là c'est les 80 litres. Donc on a … la prochaine fois, on retravaillera sur… pas perdre de vue les questions, et bien faire des phrases de réponse, euh il faut au moins donner correctement la réponse aux questions qui sont posées. Et puis expliquer à chaque fois, les différentes opérations, les nombres qui vous ont servis à faire le calcul. Il faut qu'en regardant l'affiche, on arrive à tout comprendre. Alors c'est vrai que là, en mélangeant un peu toutes les affiches, on arriverait à quelque chose de très bien. Parce qu'il manque des petites choses dans chacune.

144. F : c'est laquelle la mieux ?
145. E1 : moi, je trouve déjà, qu'elles sont mieux que la dernière fois,
146. Al : c'est laquelle la mieux ?
147. E1 : vous avez déjà écrit plus gros, vous avez fait un peu plus de … vous avez mis en avant un peu plus les opérations, c'est déjà plus clair qu'avant. … donc la prochaine fois, on essaiera de retravailler ça.
148. Am : c'est quand ?
149. E1 : la prochaine fois, je ne sais pas. On verra ça.

E1 enlève les affiches.

01H10

Transcription du groupe 1

(Alexandra (Al), Lucie (L), Jules (J), Amaury (Am))

1. J : Faut faire une division (*il pose et effectue au brouillon, silencieusement*)
2. L : ah ben, j'ai faux ... oui, ben c'est pas possible.
3. Am : pff…c'est quoi la réponse ?
4. Al : si on savait …eh ben le nombre de vaches c'est … 535
5. Am : 535 vaches ? C'est beaucoup.
6. Al : ah ben oui.
7. J : ça donne zéro mon calcul
8. Al : y en a 31 ! attend je vais demander à la maîtresse si c'est ça, si y en a bien 31.
9. Am : y en a une qui fait zéro litre
10. Al : ouais mais…
11. Am : ou sinon y en a un qui fait un quart de litre…
12. Al : oh, je crois pas.
13. …
14. Am : ah ben, on fait 5350 litres de lait, divisé par 31.
15. J : ben pourquoi 31 ?
16. L : j'ai entendu là qu'il y avait 31 vaches !
17. Al : attend, faut y regarder, si ça se trouve, c'est ça. Allez faut la faire.
18. J : c'est quoi qui faut faire ?
19. Al : 5350 divisé par 31.
20. (*les quatre posent au brouillon*)
21. …
22. Al : ah si j'ai trouvé ce qu'il faut faire en fait. Faut faire 10 fois quelque chose,
23. J : c'est quoi quelque chose ?
24. Al : ben justement c'est quelque chose, c'est…
25. Am : si ça se trouve c'est 31.
26. Al : ben je ne sais pas.
27. …
28. Am : huit, neuf dix onze douze treize quatorze…quinze, ben peut-être…ah non.
29. J : ben pourquoi on n'a pas une calculette franchement.
30. Am : oui ce serait trop bien. Ça irait plus vite.
31. Al : mais non c'est pas ça c'est pas bon. Il faut déjà trouver le nombre de vaches.
32. Am : ben le nombre de vaches …faut faire 10 fois …quelque chose qui y arrive à cinq mille trois cents euh …
33. J : lui il veut faire une multiplication …
34. Am : ben c'est ce qu'il faut faire… mais non je sais pas…ça m'énerve…

35. Al : on trouve pas.
36. Am : E1, on comprend rien.
37. E1 : réfléchissez, essayez plusieurs fois comme ça.
38. Am : moi je sais pas…
39. E1 : c'est un problème donc forcément un problème, ça veut dire qu'il faut réfléchir.
40. Am : ben oui mais j'arrive pas à réfléchir.
41. E1 : donc là, si sur votre première idée, l'opération n'est pas la bonne, essayez de réfléchir à ce que vous pouvez calculer d'autre. … il n'y a pas qu'une histoire d'opération à faire…dans ce problème-là, il y a plusieurs opérations.
42. J : déjà, on sait pas combien il y a de vaches…
43. Am : ben oui…
44. Al ; ben faut le trouver
45. E1 : justement, il faut le trouver.
46. Am : tout à l'heure on a fait, 5350 divisé par 10, pour euh…
47. Al : pour voir …
48. E1 : ça donnait quoi de diviser 5350 par 10 ?
49. Am : ça nous a donné zéro.
50. Al : pour voir si … pour connaître le nombre de vaches et on a trouvé 535.
51. Am : ben parce que chaque vache, elle donnait 10 litres de… en tout , il a obtenu 5350 litres de lait.
52. E1 : par jour !
53. Am : ben oui
54. J : ah ben alors faut faire... ah ben non.
55. E1 : lisez bien la consigne. Les vaches donnent 10 litres par jour
56. Am : mais c'est Zinette qui pose un problème.
57. E1 : réfléchissez.
58. Al : c'est dur.
59. Am : c'est Zinette là…bon j'essaie, je vais faire au hasard.
60. Non mais pas au hasard mais, au hasard avec par exemple 4 vaches et …
61. Al : mais arrête il y a 31 quelque part dans les opérations.
62. Am : ben oui mais faut trouver alors…
63. Al : ben si : 31 fois 10.
64. L : 31 fois 10 ?
65. Al : oui puis après on fait 5350 divisé par 10… ou par le nombre qu'on aura trouvé à 31 fois 10.
66. Am : hmm..
67. Al : ben si c'est ça.
68. L : ça fait une vache …
69. Al : ben non y a pas qu'une vache vu qu'il y a Zinette et plein d'autre vaches… surtout qu'elles donnent du lait que dès que la musique lui plait alors…
70. Am : bon alors faut diviser le nombre de lait par …
71. Al : attend, on essaie ce que j'ai fait.
72. Am : …par le nombre de litres qui est égal à 5350.
73. J : non 535 d'abord.
74. Am : 535 vaches… ben oui mais il y a Zinette et on sait pas combien elle fait.
75. Al : mais non en fait, c'est …10 fois … 31 fois 10, ça donne combien ?
76. L : 310
77. J : 310
78. Al : 310 divisé par …euh 5350 divisé par 310.
79. J : je vais essayer.

80. Am : ça fait 310 litres de lait par mois … pour une vache ben oui.
81. J : c'était quoi ta division Al ?
82. Am : 5350 litres … mais pour Zinette ?
83. Al : ben on le sait après.
84. Am : ben non.
85. J : ben si quand on a le total des litres … euh des vaches.
86. Al : oui, on le connaît.
87. L : bon ben on va trouver la réponse… c'était un peu dur.
88. Am : ben c'était quoi ton opération ?
89. Al : 5350 divisé par 310.
90. Am : c'est possible mais ça peut aussi servir à rien.
91. (*chaque élève pose la division au brouillon*)
92. J : c'est divisé par combien ?
93. Al : par 310.
94. Am : et si ça sert à rien,
95. Al : non mais peut-être que c'est ça, qui sait ?
96. J : en tout cas, pas moi, je ne sais pas.
97. …
98. Am : Sachant qu'en un mois, une vache fait 310 litres de lait alors … ben normalement, on aura le nombre de vaches.
99. Al : ben voilà.
100. …
101. Al : E1… a priori, il y aurait 17 vaches.
102. E1 ne répond pas.
103. Am : 17 vaches ?
104. J : ça m'étonnerait !
105. Al : mais le problème c'est qu'après, il y a un reste de 80.
106. J : ah oui..
107. Am : mais Zinette fait plus que 80.
108. J : oui si ça se trouve, elle est plus grosse.
109. Al : mais sauf que ça … on avait dit que ça nous donnerait le … le nombre de jours et dans un mois y a pas 8 jours !
110. L : ah ben non pas du tout, y en a que 30 ou 31.
111. Am : donc on sait qu'il y a 31 jours au mois de janvier.
112. Al : ça serait bien 81 jours.
113. J : t'as trouvé toi ?
114. Al : ben je pense avoir trouvé le nombre de vaches.
115. Am : oui voilà. Mais moi j'ai un reste de 30.
116. J : ben c'est possible 30 vaches.
117. Am : euh de 30 litres.
118. Al : euh oui mais là c'est plus possible. Mais attend tu as fait…fais voir ton cahier.
119. Am : ben regarde.
120. Al : tu t'es gouré en fait parce que …regardes, là c'est un 10, c'est un zéro … faut pas faire moins 315, faut faire que moins 310.
121. Am (*reprend son cahier et corrige*) : ah oui mince,
122. J (*refait aussi un calcul*) : là moi ça me donne 100 vaches.
123. Al : non c'est pas ça.
124. J : bon d'accord.
125. Am : est-ce que ça peut faire 800 ?

126. J : 800 vaches ?
127. Am : mais non 17 vaches … 310 kilos…oh par mois c'est possible…
128. Al : mais si ça se trouve c'est même pas ça. Allez on appelle la maîtresse. E1 ? (E1 *s'approche*). On pense avoir trouvé le nombre de vaches. Il y en a 17 ou pas ?
129. E1 : oui
130. Al : on a trouvé le nombre de vaches, c'est déjà ça.
131. L : ouf.
132. E1 : maintenant, euh…Zinette…Vous avez trouvé …regardez bien votre division…vous avez trouvé que c'est 17 vaches…Alors ?
133. Am : alors le reste..
134. Am : ben il reste …390…
135. Al : il y a un reste de 80.
136. E1 : 80 c'est 80 quoi ?
137. Am : ou alors 80 jours ?
138. J : elle fait 80 kilos…
139. Am : ou 80 litres
140. E1 : 80 litres, alors…Réfléchissez.
141. J : ben si ça se trouve, Zinette, elle fait…
142. Al : en combien de jours, Zinette fait 80 litres de lait ? Donc on a le nombre de lait mais on n'a pas …
143. J : 24
144. Am : 30
145. E1 : je vous laisse réfléchir.
146. Al : ben oui mais il n'y a pas …
147. Am : ben si, elle donne du lait chaque jour.
148. Al : ben pas forcément.
149. Am : si tous les jours la musique lui plait et qu'elle en fait à chaque fois…
150. Al : ben on a que le nombre de vaches.
151. E1 : vous n'êtes pas loin…
152. J : mais pourquoi on met pas le même musique à chaque fois aussi ? elle donnerait tous les jours du lait.
153. Am : moi je dis qu'elle fait…
154. Al : au pire, on essaie un jour …
155. Am : moi je dirais qu'elle fait trois cent dix euh 90 euh…
156. Al : elle fait 80 litres de lait !
157. Am : moi je dirais 310 litres de lait euh 390 on prend 80 pour elle et on redivise par 10.
158. Al : on peut essayer
159. Am : ouais… ben non.
160. …
161. J : pourquoi Zinette elle est pas comme toutes les autres ?
162. Am : alors on redivise par 80… euh par 310. et il reste encore 80 alors faut faire des virgules.
163. Al : mais c'est des demi jours après…
164. J : eh ben c'est pas grave… elle fait la sieste…
165. Am : une vache peut faire 10 litres, 10 litres virgule 5 euh…10 litres virgule 510… elle peut faire ça hein ? en un jour.
166. Al : c'est quoi ta division ? je ne comprends rien là… redis, redis, j'ai rien compris.
167. Am : 310 divisé par 80 euh 390 divisé par 310…

168. Al : alors euh….
169. E1 : en fait vous avez la solution sous les yeux…réfléchissez, tu l'as dit c'est le reste qui est intéressant.
170. Al : ben 80.
171. Am : si on rajoute le reste à Zinette…
172. Al : ah si 80 divisé par 30 !
173. Am : elle peut …
174. J : ben non 31.
175. E1 : alors maintenant, vous allez bien relire votre texte, relisez tout depuis le début.
176. ...
177. J : ben je sais on doit mettre 10 litres. 10 …
178. Al : j'ai relu ça y est et j'ai toujours pas compris.
179. Am : il nous donne pas combien y a de style de musique.
180. E1 : c'est pas ça le problème…
181. Am : ben si.
182. E1 : non.
183. Am : faut le relire, allez…donc il y a 17 vaches…
184. …
185. Am : en tout cas, 80…il faut pas l'enlever…
186. Chaque élève est face à son texte et ne dis rien.
187. Am : elle fait 12 litres virgule 22222
188. J : pourquoi ? jusqu'à l'infini.
189. Am : parce que avec la division, on doit toujours enlever 2.
190. Al : alors, je comprends rien…
191. Am : déjà … si à chaque fois on mettait 222
192. J : oui mais là après, t'as plus de zéro…
193. Am : eh ben on peut mettre une infini de zéro après la virgule…
194. J : c'est compliqué…
195. Al : ouais.
196. Am : c'est l'infini de deux
197. J : ben on va pas marquer infini de deux alors…
198. Al : l'infini de l'infini…
199. Am : ça s'écrit comme ça.
200. Al : même Solène, ils ont pas trouvé
201. J : ah non…mais nous, on a trouvé un peu.
202. Al on peut commencer l'affiche.
203. L : mais on n'a pas trouvé.
204. J : si tous les jours il change de musique…
205. …
206. Al : bon ben, on sait pas alors…
207. J : qu'est-ce qu'on va marquer ? on va marquer … on ne sait pas.
208. L : il y a 17 vaches pais on ne sait pas le reste.
209. Al : 18 avec Zinette.
210. Am : bon ben on demande à la maîtresse… ça fait 12 litres virgule 222
211. AL : maîtresse ?
212. Am : ils ont trouvé
213. Al : ça m'étonnerait…
214. Am : Zinette…
215. Al : ils ont trouvé 12,2222

216. E1 *s'approche* : vous avez…vous avez 80 litres qui restent… Relisez votre problème…Et il reste 80 litres…
217. Al et Am : oui.
218. Am : on a déjà relu… 10 litres par jour…
219. Al : eh ben … on doit donner… ben non….
220. L : c'est Zinette alors qui …
221. E1 : c'est Zinette qui produit le reste effectivement. Donc elle produit… combien de jours ?
222. J : 80
223. Am : 10 litres par jour.
224. E1 : donc ça fait combien de jours ?
225. Al : 8 jours.
226. E1 : Voilà.
227. Am : ah oui… marques le sinon on va l'oublier ! on avait dit quoi,
228. Al : euh… elle donne 10 litres tous les jours,
229. Am : 10 litres ?
230. Al : alors il y a 17 vaches, elle donne 10 litres par jour et pendant 8 jours. La musique ne lui plait que 8 jours… du mois.
231. Am : 10 litres par jour et après t'as dit quoi ?
232. Al : euh… sur 8 jours…
233. Am : sur 8 jours.
234. L : une semaine…
235. Al : bon ben maintenant faut écrire là-dessus…

Transcription des affiches

Groupe 1 (Alexandra, Lucie, Jules, Amaury) :
Zinette
On a fait 31 x 10 = 310

C'est le nombre de jours du mois de janvier
C'est les litres de lait obtenus chaque jour sauf Zinette.

```
 5350 | 310
-310  |----
 2250 | 17
-2170 |
   80 |
```

C'est pour connaître le nombre de vaches : 17

Par déduction (à partir du reste), Zinette fait 10 litres de lait par jour pendant 8 jours sur le mois de janvier.

Groupe 5 (Solène, …) :
On a d'abord calculé le nombre de litre de lait dans un mois pour une seule vache.
Et il y a 31 jours dans le mois de janvier
31 x 10 = 310
Il y a 310 litres de lait par vache le mois passé.
Ensuite on a divisé le total du lait eu dans le mois par 310.

```
5350 | 310
     |
```

= 17 vaches et il reste 80 litres.

Donc il y a 17 vaches et Zinette a produit 8 jours.

Groupe 2 (Quentin, …) :
Dans le mois de janvier, il y a 31 jours.

```
  31
x 10
  00
+ 310
 310 résultat pour une seule vache.
```

```
5350 | 10
-310 |
2250 | 17
-2170|
  80 |
```

Il y a 17 vaches en tout. Et Zinette a donné du lait 8 jours car les vaches font 10 litres de lait par jour.
80 = 8 jours.

Groupe 3 (Paul, Solène, …) :
Drôle de vache : Nous avons fait 31 x 10 car il y a 31 jours dans le mois de janvier. Et nous avons 10 car une vache fait 10 litres par jour sauf Zinette.

```
  31
x 10
  00
+310
 310
```

1 v = 310 L
2 v = 620 L
4 v = 1240 L
8 v = 2480 L
16 v = 4960 L
17 v = 5270 L donc il y a 17 vaches + Zinette qui fait le reste.

```
 5270
+ 0080
 5350
```

Zinette a fait 80 L pour 8 jours

Groupe 4 (Caroline, …) :
Au début nous avons calculé.

```
  10
x 31
  10
 300
 310
```

Après nous avons fait : comme le mois de janvier, ça fait 5350 litres,

```
5350 | 310
-310 |
2250 | 17
-2170|
  80 |
```

on a divisé 5350 par 310 car 310 est le nombre de toutes les vaches qui donne du lait par jour.
Il y a 17 vaches. Zinette donne 80 litres par jour.

Séance 4 (E1D *Les menteurs*)

Transcription de la séance

00H00

1. E1 : bon, comme d'habitude, je vous distribue la petite feuille… avec l'énoncé, avec le petit problème. Je vous laisse chercher un peu tout seul et après, vous réfléchissez en groupe.

00H02

Recherche individuelle

00H04

2. E1 : allez, maintenant, vous pouvez discuter dans les groupes… pour réfléchir…

00h38

3. E1 *fixe au tableau l'affiche qu'un élève lui propose* : allez Tanguy.
4. T (groupe 6) *vient au tableau, il est volontaire pour présenter, les autres élèves écoutent* : ben euh, moi j'ai…nous, on a dit que Julie… parce que Louise … ça veut dire que ce n'est pas Etienne. Après, « ce n'est pas moi » dit Etienne donc déjà, ça fait deux qui disent la même chose donc déjà, ça … ben ils mentent. Et ça peut être soit Etienne, soit Noémie. Donc après, « ce n'est pas Etienne » dit Louise donc encore une fois… donc d'après Louise, elle ment aussi et ça peut être celle qui … celle qui a sifflé. Donc comme Julie est la seule qui a dit que ce n'était pas Etienne, euh…c'est la seule qui a pas dit que ce n'était pas Etienne donc ça veut dire que c'est elle qui a pas menti. Et comme elle a dit que c'est Etienne, eh ben, ça veut dire que c'est Etienne.
5. Un temps de silence dans la classe.
6. Un élève G : hein ? c'est Etienne… par rapport que c'est Etienne ?
7. E1 : c'est Etienne qui a fait quoi alors ?
8. T : ben qui a sifflé.
9. E1 : alors qui dit la vérité ?
10. T : ben, Julie.
11. E1 : ce n'est pas évident d'après tout ce que tu as dit.
12. Une élève : ouais.
13. E1 : un autre groupe peut l'expliquer ? Tiens, Alexandra ? E1 *fixe l'affiche à gauche de la première.*
14. Al (groupe 5) *se déplace vers le tableau* : alors euh… Louise et Etienne disent la même chose donc c'est pas eux, parce qu'il n'y a qu'un seul qui dit la vérité. Donc pour Noémie, comme Noémie, elle dit que c'est Louise, ben Louise elle aurait dit ben, non c'est pas moi. Mais là, elle dit c'est pas Etienne alors, ça peut pas être… ça peut pas être Noémie. Donc c'est Julie qui dit la vérité et comme Julie dit c'est Etienne qui a sifflé, ben c'est elle qui a raison. Donc Etienne, il ment, Julie a raison. Noémie ment et Louise ment.
15. E1 (*regarde la classe*) : vous avez compris ?… Tu peux nous refaire l'explication, lentement ?
16. Al : alors, dans le texte, Louise dit « ce n'est pas Etienne » et Etienne dit « ce n'est pas moi » alors ça peut pas être …euh…ils mentent, Louise et Etienne, car ils disent la même chose et il n'y en a qu'un qui dit la vérité. Pour Noémie, on a fait, elle dit que c'est Louise mais Louise, elle aurait dit, non c'est pas moi, mais là, elle dit ce n'est pas Etienne alors, elle ment… Noémie. Et puis c'est Julie qui dit la vérité.
17. E1 : d'accord. Guillaume. (E1 *fixe l'affiche à droite de la première*).

18. Gu (groupe 3) : alors, au début, on tournait en rond pour trouver la réponse. Et on s'est dit que trois enfants avaient tort et un seul raison. On s'est dit que c'était peut-être Etienne. Donc Noémie avait tort, Etienne était coupable, Louise avait tort aussi et ça marchait, on trouvait les réponses dans les phrases.
19. E1 : vous avez fait une hypothèse sur une personne et après vous avez vérifié avec les phrases.
20. Gu : oui.
21. E1 : vous êtes partis du principe que c'était Etienne et vous avez vérifié. D'accord. Alors l'autre groupe ? Caroline, qui présente, c'est ça ? (E1 *fixe l'affiche à droite de la précédente*)
22. Ca (groupe 1) : donc on a dit que c'est Etienne et que Julie dit la vérité parce que tous les camarades à Etienne disent que c'est lui, sauf que c'est Noémie qui dit c'est Louise et en même temps, Louise elle dit que c'est pas Etienne.
23. E1 (*regarde la classe*) : vous avez compris ?
24. Beaucoup d'élèves : non
25. E1 : explique … plus fort pour que tout le monde entende.
26. Ca : le menteur c'est Etienne et Julie dit la vérité parce que tous les camarades à Etienne disent que c'est lui sauf…
27. E1 (*reprend un énoncé et regarde la classe*) : tous les camarades disent que c'est lui ? Dans les phrases …qu'est-ce qu'on dit ?
28. Ca : non, Louise dit « ce n'est pas Etienne »
29. E1 : mais Louise, elle dit « ce n'est pas Etienne » ?
30. Ca : elle le défend.
31. E1 : ben, non… ah oui, d'accord mais euh… car tous ses camarades disent que c'est Etienne, sauf euh…sauf Noémie. Ben non, Noémie, elle dit pas que ce n'est pas Etienne.
32. Ca : mais Noémie, elle dit que c'est Louise
33. E1 : ah oui, alors… dans ce sens-là, oui… mis elle est pas la seule…
34. Ca : non, il y a Louise qui défend Etienne. Et Noémie, elle dit que c'est Louise, donc elle défend Etienne.
35. E1 : et d'après toi, elle dit la vérité ou elle ment Noémie ?
36. Ca : ben non, Noémie accuse Louise et pourtant Louise elle défend Etienne…
37. E1 : d'accord. Et Louise alors, elle euh… elle dit la vérité ou elle ment ?
38. Ca : ben elle ment mais en même temps, elle défend Etienne.
39. E1 : d'accord.
40. Ca : c'est pas elle qui dit la vérité, c'est Julie. Mais en même temps, elle défend Etienne.
41. S : mais on n'a pas la réponse, là…
42. E1 : S ?
43. S : on trouve pas trop la réponse, là. Car tous les camarades disent que c'est Etienne mais Louise défend Etienne mais on ne sait pas pourquoi.
44. E1 : on ne sait pas pourquoi, oui.
45. H : y a pas que Noémie qui dit que c'est pas Etienne, Il y a aussi …il y a aussi Julie qui dit que c'est …
46. E1 (*reprend l'énoncé*) : Julie, elle dit quoi ? Regarde ta feuille.
47. F1 : c'est Etienne.
48. E1 : voilà, elle dit que c'est Etienne donc elle ne défend pas Etienne.

Allez, le groupe à H, qui présente la solution ? (E1 *fixe l'affiche à gauche des autres*) Ecoutez, écoutez tous.

49. H (groupe 4) *avec son énoncé à la main* : alors qui a sifflé ? c'est Etienne. Et il y a trois menteurs. Ben c'est Louise, Noémie et Etienne. Ben qui dit la vérité ? C'est Julie. Ben, on sait que Louise ment parce que c'est une menteuse et parce que Louise, elle dit que c'est Noémie. Etienne dit que c'est Julie et que Etienne, il dit que c'est pas lui et Louise, elle dit que c'est pas Etienne.
50. G : hein ? J'ai pas trop compris.
51. E1 (*regarde la classe puis H*) : est-ce que c'est un argument ça : on sait qu'elle ment car c'est une menteuse ?
52. G1 : tu la connais même pas !
53. E1 : les autres, la démonstration vous a convaincu, là ?
54. Plusieurs élèves : non
55. E1 : allez le dernier groupe, vous êtes quatre, qui vient ? Allez, Quentin. (E1 *fixe l'affiche à droite de toutes les autres*)
56. Q (groupe 2) : à chaque fois, on a vu que Noémie, elle avait dit que c'était Louise, la coupable. Louise, elle avait dit que c'était Etienne. Etienne avait dit que c'était « pas moi ». et euh … on n'a jamais entendu Julie dans les coupables donc Julie dit la vérité et c'est Etienne le coupable, c'est un menteur, Noémie c'est une menteuse et Louise aussi.
57. E1 : Julie dit la vérité parce qu'elle n'est pas dans les coupables ?
58. Q : puisqu'elle n'a jamais été dit par les autres, elle a pas été accusée, c'est Julie qui dit que c'est Etienne.
59. E1 : et ça prouve qu'elle est innocente, ça ?
60. Q : hum…
61. E1 : pas forcément.
62. T : mais Noémie, elle euh… elle….dit que c'est Louise mais ça veut pas dire que c'est pas Etienne. Ben, si…. Mais aussi elle peut dire que ce n'est pas Julie et c'est …
63. E1 : oui, Noémie, elle aurait pu dire, ce n'est pas euh…pas Julie. Et cela ne veut pas dire forcément que Julie n'est pas coupable… et elle aurait dit c'est Julie.
64. T : d'un autre côté, elle ne ment pas non plus quand elle dit que c'est Louise, elle veut dire que c'est pas Etienne, ce n'est pas Julie non plus. Et si elle dit, ce n'est pas Julie, c'est la vérité.
65. E1 *rit* : bon, elle n'a pas dit ce n'est pas Julie, elle a dit c'est Louise.
66. T : oui mais elle en dit qu'un seul.
67. E1 : oui, ça innocente la personne qu'elle a accusée mais ça ne rend pas coupable les trois autres. Il n'y en a qu'un seul qui a sifflé. Merci Q… Au niveau des arguments des différents groupes, lequel vous paraissait le plus facile à comprendre ?
68. *T lève la main, n'est pas interrogé.*
69. Un autre garçon : celui-là.
70. E1 : celui de Q qui est passé en dernier là ? Vous trouvez que c'est convainquant tout ce qu'il a raconté ?
71. Plusieurs élèves : non, c'est long…
72. E1 : celui d'Alexandra ?
73. Plusieurs élèves : non, il n'y a pas de schéma…
74. E1 : lequel vous a convaincu le plus ?
75. G2 : celui en rouge.
76. E1 : celui qui est tout rouge, c'est le groupe à Solène et Guillaume….
77. G2 : ils ont beaucoup écrit, par contre. Ils ont beaucoup écrit.
78. E1 : oui, ils ont beaucoup écrit.
79. Guillaume : mais on peut pas faire de schéma de toute façon !

80. E1: on a du mal à lire, c'est écrit petit. Mais au niveau du raisonnement… le raisonnement du groupe à Alexandra ? Le début du raisonnement : « comme Louise et Etienne disent la même chose, ils mentent car une seule personne parmi les quatre dit la vérité » vous êtes tous d'accord ?
81. Plusieurs élèves : oui
82. E1 : oui, c'est le seul groupe qui a pensé ça… déjà, à éliminer, à se dire il y a deux élèves qui mentent forcément. Ils sont partis des deux phrases de la fin, en se disant, forcément, cela rend ces deux-là menteurs donc il ne restait plus la possibilité de deux qui disent la vérité Julie et Noémie. Et après, ils ont continué à éliminer, c'est un bon début de raisonnement, ça. Maintenant le groupe de Solène, celui qui est tout en rouge, c'est pareil, c'est un bon principe aussi. Ils sont partis en se disant c'est telle personne qui a sifflé et on va vérifier avec chaque phrase. Si ça marche ou si ça marche pas… Donc là, ils ont montré, ils sont partis sur l'idée d'Etienne. Ils auraient pu partir sur le, un autre prénom et se rendre compte que ça ne marchait pas. De tout façon, vous avez écrit au début, on tournait en rond, donc je suppose que… vous avez essayé les différents groupes … hein ? C'était de toute façon, un problème où il fallait beaucoup réfléchir et on tournait un petit peu en rond. Mais c'est le genre de problème que vous risquez d'avoir au collège, des choses comme ça, avec un peu plus de mathématiques, avec des calculs mais il faut apprendre à réfléchir.
83. Al : c'est lequel groupe quoi a fait le meilleur résultat ?
84. E1 : c'est pas une course, c'est pas une compétition.
85. Al : non, mais euh…
86. E1 : chacun essaie de faire au mieux… Bon, on va replacer les tables.

00H58

Transcription du groupe 3

(Solène (So), Guillaume (Gu), Benjamin (Be), Sidonie (Si))

1. E1 : réfléchissez bien si jamais vous avez … la solution.
2. So : Noémie elle a …
3. Gu : mais déjà… Moi je dirais que c'est Noémie
4. Si : oui ben moi je dirais que c'est … Louise… Parce que Etienne il est pas dans le coup
5. So : tu iras au tableau après
6. Gu : non.
7. Si : c'est pas Louise … des quatre enfants qu'il y a
8. Gu : donc déjà on peut barrer Etienne.
9. Be : attends, barre pas, on n'est pas sûr.
10. Gu : c'est pas lui, c'est peut-être lui…
11. Si : Noémie elle a fait …
12. Gu : il y en a deux qui accusent…
13. *Silence*
14. Gu : je dirais c'est pas Julie puisque personne dit que c'est lui. Ben moi j'hésite entre Noémie et Etienne
15. So : peut-être que
16. Be : entre Noémie et Etienne
17. So : ben c'est pas compatible , elle dit que c'est pas Etienne.
18. Gu : ben oui donc elle peut pas être coupable.
19. Be : oui mais moi par exemple…
20. Si : ben Etienne il aurait pu dire que c'est pas moi.

21. Gu : Etienne lui, il justifie. Il dit que c'est pas lui.
22. Be : mais moi je peux siffler et dire que c'est pas Guillaume hein … vu que c'est qu'a sifflé.
23. So : ben oui… c'est pas logique.
24. Si : c'est pas logique.
25. So : pourquoi tu dis c'est pas Guillaume pour dire … regardez je suis gentil, c'est pas lui … ça fait un peu ça. Donc ça peut être lui.
26. Gu : il y en a plein, regardes, c'est lui qui dit ce n'est pas Etienne, c'est lui qui dit ce n'est pas moi. Et lui il dit c'est Etienne… regardez, en plus, il dit que c'est Etienne …
27. So : Noémie, elle dit c'est pas Etienne, parce que , pour croire qu'elle est gentille.
28. Si : Noémie, elle dit que c'est lui donc ça nous fait …
29. Gu : ouais, ouais…
30. Si : Noémie … bon, on enlève Etienne déjà.
31. Gu : je le barre.
32. So : et Julie aussi.
33. Si : moi je dirais que c'est Noémie.
34. Silence
35. Si : Solène ?
36. So : hm…
37. Si : Benjamin ?
38. Gu : … t'as dit quoi déjà ?
39. Be : je barre Etienne car ça peut pas être lui,
40. Gu : mais si c'est pas lui … moi je dis que c'est lui.
41. Be : … c'est Noémie, c'est sûr.
42. Si : bon, moi je dirais que ce n'est pas Etienne.
43. Be : oui… après je barre Julie moi. Ça peut pas être elle , impossible. Il nous reste Noémie et Louise.
44. Gu : hm.
45. Si : ben Noémie…
46. Be : bon c'est sûr... c'est impossible que c'est Noémie, c'est Louise.
47. So: ben euh…
48. Be : vous avez pas d'opinion ? Toi tu dis c'est qui ?
49. So : ben Noémie.
50. Be : et toi ?
51. Si : ben…
52. Be : et toi ?
53. Gu : quoi ?
54. Be : c'est qui ?
55. Gu : je dirais que c'est … c'est louise.
56. Be : Louise ?
57. Si : moi pareil Louise.
58. Gu : et toi ?
59. So : Noémie (*Rires*)
60. Be : mais ça peut pas être Louise !
61. Gu : ben si.
62. Be : Pourquoi ?
63. Gu : ben regardes, Louise c'est une gentille …
64. Be : ben non, regardes,
65. Si : elle dit pas regardez, je suis gentille, elle dit, c'est pas lui,… elle dit pas le coupable.

66. Gu : mais on demande qui dit la vérité ?
67. Si : Noémie.
68. Be : oui. On est d'accord.
69. Gu : mais non, c'est pas Noémie qui donne la vérité …
70. So : nous on disait que c'était Louise qui dit la vérité.
71. Gu : oui, oui.
72. So : là, on est d'accord.
73. Gu : c'est qui alors ?
74. Si : c'est Louise qui dit la vérité …
75. E1 *s'approche* : alors ?
76. Be : ben on a celui qui dit la vérité, c'est Noémie…
77. Gu : ben non, moi je dirais… je croyais que c'était Louise.
78. E1 : alors c'est qui en fait ? Un seul des enfants dit la vérité.
79. Gu : ben ouais.
80. Be : ben avec moi, il reste que Noémie … ou Louise…
81. Gu : ben j'ai barré.
82. Si : si ça se trouve c'est Noémie...
83. Gu : ah on en revient toujours au même point, au point de départ.
84. So : non parce qu'en fait c'est pas Noémie…
85. Gu : donc là, on peut barrer Noémie.
86. Si : Noémie et Louise tu barres.
87. Gu : donc il reste Julie et …
88. Be : donc ce n'est pas Louise.
89. Gu : ben ouais.
90. Be : donc il nous reste ... personne !
91. F1 : ben … c'est le maître qui a sifflé.
92. Be : bon moi je mets un des quatre enfants… ah oui, moi je dis c'est entre Julie et Etienne… moi je dis que c'est Etienne.
93. Si : Etienne il dit la vérité…
94. So : non c'est Louise.
95. Si : moi je dis qu'Etienne dit la vérité.
96. Be : ben euh…oui. Etienne dit la vérité et …c'est qui qu'a sifflé ?
97. So : ben faut savoir ! après …
98. Be : ah ça y est j'ai trouvé. C'est Julie qui a sifflé et c'est Etienne qui dit la vérité.
99. Gu : c'est qui qu'a sifflé ?
100. Si : c'est … Julie qui a sifflé et Etienne qui a dit la vérité.
101. So : ouais.
102. Gu : bon, on demande.
103. Si : nous on a trouvé, on pense que c'est Etienne qui dit la vérité et que c'est Julie qui a sifflé.
104. E1 : …Non !
105. Be : ah …
106. So : si ça se trouve c'est Etienne qui a sifflé.
107. Be : ben oui… on est revenu au point de départ ;
108. Gu *relit l'énoncé* : un seule des quatre enfants dit la vérité.
109. Be : donc on a dit que déjà, que c'était Noémie ou Etienne qui disent la vérité. Donc il nous reste Julie et Louise.
110. Gu : oui… donc on va y aller comme ça. Si ça se trouve c'est Julie qui dit la vérité et c'est Etienne qui a sifflé.

111. Si : tout à l'heure elle nous a dit que Julie ne disait pas la vérité et que … c'est ça ?
112. So : oui.
113. Si : elle nous a dit que Louise ne disait pas la vérité, … donc il nous reste Etienne …
114. Be : non Etienne elle nous a dit que c'était pas bon …
115. …
116. Gu : est-ce qu'elle nous a dit la maîtresse que Etienne ne dit pas la vérité.
117. Be : non elle nous a rien dit.
118. So : si, si elle a dit que c'était pas bon.
119. Gu : donc c'est le contraire.
120. So : donc il dit peut-être la vérité.
121. Gu : non, non …
122. Be : c'est soit Etienne, soit Julie.
123. Si : mais pourquoi vous disez toujours Etienne ou Julie ? Pourquoi vous disez pas Noémie ou je sais pas …
124. So : ben Noémie… on l'a déjà dit, elle a dit que c'était pas bon.
125. Be : mais c'est peut-être l'inverse, je sais pas …
126. Gu : c'est Noémie…
127. Be : moi je dirais que c'est … que c'est Julie qui dit la vérité et que c'est Etienne qui a sifflé.
128. Gu : ça on l'avait déjà dit, je crois.
129. Si : non, non, on avait dit…
130. So : non, attend on n'est pas sûr et en plus …
131. Be : toi tu dirais quoi toi ?
132. Gu : mais c'est logique et il y a aucune logique à notre truc !
133. Si : ben si, tu échanges à chaque fois et puis voilà.
134. So : Noémie a menti…
135. Be : ouais.
136. So : elle dit que c'est Etienne.
137. Be : ouais
138. So : et Louise …ce n'est pas Etienne… alors, c'est Etienne…
139. Be : ce n'est pas Etienne… et c'est Julie qui siffle.
140. Gu : impossible. C'est Etienne.
141. Be : chut…
142. *Silence*
143. 00H13
144. Be : et si ça se trouve, c'est Louise qui dit la vérité… c'est Julie qu'a sifflé.
145. So : ça se peut ouais…
146. Gu : hm…et pas…
147. So *relit à haute voix l'énoncé.*
148. Be : … ce n'est pas Etienne…
149. So : Louise, elle dit ce n'est pas Etienne…et Etienne il dit que c'est pas lui.
150. Gu : mais non, on revient au même point.
151. So : Il y a personne qui accuse Julie.
152. Gu : ben oui, c'est normal, c'est ça que je vous dis, si ça se trouve.
153. So : donc elle dit la vérité.
154. Gu : non. si ça se trouve c'est Julie qui a sifflé … c'est Louise qui dit la vérité.
155. Be : oui, oui.
156. Gu : moi je dirais que c'est Julie parce que personne ne l'accuse.

157. So : mais Noémie aussi, mais Noémie, on l'a déjà demandé …
158. et la maîtresse nous a dit non. Alors c'est peut-être Julie…
159. Be : non, donc c'est Julie.
160. Si : ouais.
161. Gu : c'est ce que je dis. Et c'est Louise qui dit la vérité.
162. Be : ouais donc on teste.
163. Si : bon Julie a dit la vérité…
164. Gu : non mais non c'est…
165. Be : non, non…
166. Si : ah oui, c'est …qui est-ce qui a menti ?
167. Gu : c'est Louise qui dit la vérité et c'est Etienne qui a sifflé.
168. Si : ah oui.
169. So : non, non moi, je disais l'inverse. Il y a personne qui…
170. Be : mais pourquoi ça se joue pas entre … peut-être que Louise dit la vérité et Etienne a sifflé.
171. Gu : non, on a demandé déjà.
172. So : c'est Julie qui dit la vérité et c'est …
173. Be : attend, ils disent pas que ça se joue entre les quatre enfants. Qui a sifflé ? le maître.
174. So reprend l'énoncé : un des quatre enfants…
175. Be : …dit la vérité. Mais qui a sifflé ? entre tous…j'aurais dit que c'était le maître moi.
176. Gu : ouais, c'est clair, c'aurait pu ouais.
177. Si : si ça se trouve c'est lui !
178. So : oui mais c'est un seul des quatre enfants qui dit la vérité…
179. Gu : ah non, regardes, ils disent pas qui a sifflé entre ces quatre là
180. Be : ben oui.
181. Gu *relit l'énoncé* : un seul des quatre enfants a dit la vérité, mais qui a sifflé ?
182. Be : ben oui
183. Gu : Etienne dit la vérité et c'est le maître qui a sifflé.
184. So : ben non.
185. Be : mais si on a trouvé : c'est Etienne qui dit la vérité et c'est le maître qui a sifflé.
186. E1 : le maître ne siffle pas dans la classe !
187. Be : ben oui mais en fait, ils disaient …
188. E1 : c'est le maître qui dit la vérité ?
189. Be : non, on avait dit, un seul de ces quatre enfants dit la vérité donc c'est entre les quatre.
190. E1 : parce que le maître dit la vérité ? mais il y a un des enfants qui ment … qui dit la vérité aussi.
191. Gu : ben moi j'aurais dit que c'était Louise qui dit la vérité et que c'est Julie qui aurait sifflée.
192. So : et moi j'avais dit l'inverse.
193. Silence
194. E1 : c'est pas bon.
195. So : de nous deux c'est bon ? ah bon. Bon ben alors c'est pas eux
196. E1 : il faut faire des hypothèses…
197. Be : pourquoi c'est pas Louise et Etienne ?
198. So : Louise elle est coupable. Julie aussi.
199. Si : mais ça marche pas…

200. So : on repart de là, Louise et Julie parlent… Tu vois. Mais Louise, on a demandé…
201. Be : alors c'est Etienne ;
202. Si : ou c'est euh…, c'est euh… Noémie qui …
203. Be : si c'est Etienne qui dit la vérité mais que par contre, il y a quelqu'un qui a sifflé et je sais pas qui.

Transcription des affiches

Groupe 1 : Anne-Lise, Caroline, Florian B, Florian P.

Le menteur est Etienne. Et c'est Julie qui dit la vérité.
Car les camarades disent tous que c'est Etienne sauf Noémie qui dit que c'est Louise.
Mais Louise défend Etienne.

Groupe 2 : Quentin, Tiffanie, Alexis, Marion.

Les menteurs

Noémie, Etienne et Louise sont des menteurs
Julie dit la vérité parce qu'elle n'a pas été dans les coupables

Julie	Etienne	Noémie	Louise
Dit la vérité	Coupable Qui a sifflé Menteur	Menteuse	Menteuse

Groupe 3 : Les menteurs

Au début, on tournait en rond pour trouver la bonne réponse.
Après on c'est dit que 3 enfants avaient tord et 1 seule raison.
On c'est dit que c'était peut-être Etienne donc Noémie avait tord, Julie raison.
Etienne coupable,
Et Louise avait tord aussi. Et ça marchait.
On a trouvé les réponses grâce aux phrases des enfants.

Groupe 4 : Camille, Honoré et Demet.

Les menteurs

Qui a sifflé ? Etienne !
Les 3 menteurs sont Louise, Noémie et Etienne.
Qui a dit la vérité : c'est Julie.

On c'est que Louise ment car c'est une menteuse
Pourquoi ?

Groupe 5 : Jules C, Alexandra, Amaury, Lucie.

Les menteurs

Comme Louise et Etienne disent la même chose, ils mentent.

Car il y a une seule personne sur 4 qui dit la vérité.
Pour Noémie : comme Noémie dit que c'est Louise, Louise serait innocente.
Donc c'est Julie qui dit la vérité et c'est Etienne qui a sifflé.

Etienne ment. Noémie ment. Louise ment. Julie a raison.

Groupe 6 : Tanguy, Alexis, Yvonne, Antonin.

Qui a sifflé ?
« C'est louise » dit Noémie
« c'est Etienne » dit Julie.
« ce n'est pas moi » dit Etienne.
« ce n'est pas Etienne » dit Louise
Un seul des quatre enfants dit la vérité. Qui a sifflé ?
Ce n'est pas Julie qui ment. Parce qu'elle est la seule qui dit que c'est Etienne.
Donc c'est Etienne.

Séance 5 (E1E *L'horloge*)

Transcription de la séance

00H00

1. E1 : bon, allez… vite… Je vous distribue le nouveau problème … Vous lisez puis vous travaillez au brouillon, avant de répondre sur la feuille … Enfin, l'affiche … je vous la distribue… donc vous réfléchissez et sur la feuille à la fin… qu'est-ce qu'on doit trouver… Sur la feuille, là… Qu'est-ce qu'on doit trouver ? Qu'est-ce qui est important ?
2. Car : les indications
3. E1 les indications de quoi ?
4. Car : ben… les phrases qu'il y a sur la feuille.
5. Gu : ben … On peut utiliser des couleurs et mettre des schémas.
6. E1 : mettre des couleurs si c'est possible, oui
7. Ben : des couleurs foncées
8. E1 : des couleurs foncées, ce sera plus facile à lire…
9. Tan : il faut pas trop écrire
10. E1 : oui, pas trop écrire
11. Tan : écrire assez gros
12. E1 : écrire assez gros… mais surtout, ce sont les explications qui doivent apparaître sur la feuille… et bien sûr, comment vous avez fait et également …
13. Mar : la réponse
14. E1 : ben, oui, la réponse… l'autre fois, il en manquait je crois que vous n'aviez pas répondu à toutes les questions. (*E1 distribue l'énoncé à chaque élève et une affiche à chaque groupe*)
15. 00H03
16. *Recherche individuelle, silencieuse*
17. 00H02
18. E1 : vous pouvez maintenant discuter entre vous, allez… (*E1 s'installe à son bureau*)

19. 00H35
20. *E1 fait le tour de la classe en regardant ce que font les élèves.*
21. E1 : regardez tous, écoutez tous. On vous dit : l'horloge (*E1 écrit horloge)*, l'horloge, elle fait quoi pendant une heure ?
22. *Tous les élèves écoutent et essaient de répondre aux questions.*
23. Car : elle avance.
24. E1 : elle avance d'une minute, ça veut dire que quand il se passe une heure réelle, en fait, elle, elle va indiquer quoi ?
25. Mar : une heure et une minute.
26. E1 : une heure et une minute, on est d'accord. Pour l'horloge, il passe une heure et une minute quand dans la réalité, il ne se passe en fait (*elle écrit 1hO1min)* qu'une seule heure. D'accord. Pour le réveil, il retarde (*elle écrit réveil)* il retarde de quoi ?
27. Gu : de trois minutes.
28. E1 : de trois minutes. Donc quand il se passe une heure complète dans la réalité, pour lui, il va se passer quoi ?
29. Am : cinquante-sept minutes.
30. E1 : cinquante-sept minutes. Est-ce que vous comprenez tous ces cinquante-sept minutes ? ça va ? Oui. (*E1 écrit 57 min)* 57 minutes, c'est l'heure complète moins le retard de trois minutes. On vous dit maintenant que, qu'il a remonté l'horloge et le réveil, la veille. Quand on remonte un réveil ou une horloge, qu'est-ce qu'on pense à faire en même temps ?
31. Ben : on les met à la bonne heure.
32. E1 : oui, on les met à la bonne heure. Donc l'horloge et le réveil, à ce moment-là ? ils sont ?
33. Ben : à l'heure
34. E1 : oui, à l'heure, la même. Ils sont à la même heure. Là quand il les regarde le matin, l'horloge affiche 7 heures et le réveil affiche 6 heures du matin. La veille quand il les a remontés, ils étaient tous les deux à une même heure, qu'on ne connaît pas. *(E1 écrit deux « ? » au bas du tableau)*. L'horloge marque 7 heures du matin, une heure plus tôt elle marquait quoi ?
35. Tif : Six heures une.
36. E1 : Six heures une, elle indiquait pas six heures une, elle indiquait quoi ?
37. Cam : Cinq heures cinquante-neuf.
38. E1 : 5 heures 59, tout simplement. Une heure c'est une heure et une minute pour l'horloge donc elle indique une minute de trop. Oui ou non ? Qui ne comprend pas ?
39. *Pas de réponse.*
40. E1 : ça va. Pour le réveil, lui, il va indiquer quoi une heure plus tôt ?
41. Tan : sept heures
42. E1 : Est-ce qu'il va indiquer sept heures ?
43. P : Non
44. E1 : Non, parce que pour lui, il s'est passé combien de temps ?
45. P : moins de l'heure.
46. E1 : Trois minutes de moins, c'est ça. Donc il va marquer ?
47. P : cinq heures trois
48. E1 : Si tu écris cinq heures trois, ça veut dire que c'est cinquante-sept minutes pour lui, qu'il s'est passé. Bon. Maintenant, une heure plus tôt ? L'horloge va indiquer quoi ? A cinq heures cinquante-neuf, une heure plus tôt, l'horloge va marquer quoi ?
49. Cam : quatre heures cinquante-huit.
50. E1 *écrit 4h58min* : et le réveil va indiquer quoi ?
51. So : six heures six euh… cinq heures six

52. E1 : on recule hein ?
53. So : ah, quatre heures six.
54. E1 : on enlève toujours, on enlève cinquante-sept minutes à chaque fois. Oui ? donc il faut continuer comme ça mais…pendant combien de temps ?
55. Plusieurs élèves : jusqu'à ce qu'ils s'arrêtent, jusqu'à la même.
56. E1 : jusqu'à ce que ?
57. Am : jusqu'à ce que ça devienne pareil.
58. E1 : oui. Jusqu'à ce que ce soit pareil. Il va y avoir là (*E1 montre le tableau)* la même heure pour les deux.
59. P : mais nous, on n'a pas, on a trouvé mais…
60. E1 : non mais vous, vous n'avez pas fait la même chose, Faudra nous expliquer votre façon de faire justement. Bon, au travail ! *(E1 s'éloigne du tableau et observe le travail des groupes).*

Au tableau :

Horloge :		Réveil :
(1h01Min)		(57 min)
7h		6h
5h59	5h03	
4h58	4h06	
?		?

00H38

61. *Reprise de la recherche en groupes. E1 circule entre les groupes.*
62. 00H40 : *le groupe 6 trouve une réponse*
63. 00H45 : *les groupes 5 et 2 trouvent une réponse*
64. 00H47 : *le groupe 4 trouve une réponse*
65. E1 : […] non
66. P : hein ?
67. E1 : c'est faux, là… il faut recompter
68. *Les deux élèves reprennent les calculs.*
69. 00H51
70. E1 : non, il y a encore une erreur de calcul, là, dans les minutes… Bon, encore cinq minutes et on va s'arrêter et faire le point. Alors finissez vos affiches.
71. 00H59
72. E1 : tu viens nous expliquer pour ton groupe. (*E1 fixe l'affiche au tableau*)
73. Al : la vieille horloge. Pour chaque heure il y a 4 minutes de décalage entre les deux. On a fait un tableau. Donc on voit ici 4 minutes est égale à 1 heure, 8 minutes est égale à 2 heures, douze minutes etc., et 60 minutes est égale à quinze heures. Donc l'horloge avance d'une minute par heure et… et il s'est écoulé quinze heures. Donc ça fait sept heures moins 15 minutes. 7 heures, c'est l'heure indiquée par l'horloge et 15 minutes, c'est le nombre de minutes en trop indiquées par l'horloge. Et 6 heures 45 c'est la vraie heure. Donc on a fait une soustraction. Pour euh… savoir l'heure où il remonte le réveil et … l'horloge. En fait un jour … 45 minutes moins ça … ensuite quinze heures 45, c'est l'heure à laquelle il l'a remontée.
74. E1 : oui bien. Bon … Tu vas nous réexpliquer tout ça tranquillement.
75. Al : pour chaque heure, il y a 4 minutes de décalage.
76. E1 : est-ce que vous comprenez ça, à chaque heure, il y a 4 minutes de décalage entre l'horloge et le réveil ?
77. Un élève : pourquoi 4 ?
78. E1 : alors Al, pour quoi est-ce qu'il y a 4 minutes ?

79. Al : ben, je vais reprendre l'énoncé. c'est une minute d'avance pour l'horloge et trois minutes pour le réveil, et un lus trois cela fait quatre.
80. E1 : donc c'est compris un et trois, il y a 4 minutes d'écart entre l'heure indiquée par l'horloge et l'heure indiquée par le réveil. Toutes les heures, il y a 4 minutes de décalage. Continue Al.
81. Al : 4 minutes c'est pour une heure et … ainsi de suite (*Al montre son affiche*)
82. E1 *se rapproche du tableau, montre également l'affiche* : voilà, il y a 4 minutes de décalage pour une heure donc …
83. Al : 8 pour deux heures etc. Et 60 minutes pour 15 heures.
84. E1 : alors pourquoi vous vous êtes arrêtés à 60 minutes ?
85. Al : parce qu'il y a une heure de …de décalage entre le réveil et l'horloge.
86. E1 : oui, quand on regarde les heures, là, le matin il est quelle heure sur l'horloge et quelle heure sur le réveil ?
87. *Al reprend l'énoncé.*
88. Un autre élève répond : il est 6 heures sur le réveil et 7 heures sur l'horloge.
89. E1 : donc ça fait une heure de décalage donc ils ont cherché au bout de combien de temps il y avait une heure de décalage. Et oui, ça fait 15 heures.
90. Al : alors, l'horloge avance d'une minute par heure et il s'est écoulé 15 heures donc ça fait 15 minutes d'avance ;
91. E1 : Arrêtes-toi. Alors il s'est passé 15 heures donc pendant ce temps-là, l'horloge ?
92. Al : l'horloge a avancé
93. E1 : elle a avancé, elle a 15 minutes de trop… vous êtes d'accord ? Si elle indique sept heures du matin c'est qu'il est en fait ?
94. Al : 6 heures 45, et c'est l'heure réelle.
95. E1 : c'est l'heure réelle, d'accord, continue
96. Al : alors, on fait un jour, car il a remonté la veille, donc un jour et 6 heures 45 moins 15 heures alors un jour, c'est la veille, 6 heures 45 c'est l'heure réelle, et 15 heures 45 c'est l'heure où il a remonté.
97. E1 : donc on récapitule, l'heure réelle, 6 heures 45, c'est l'heure qui l'est le matin même si le réveil indique 6 heures et l'horloge indique 7 heures. Donc il est 6 heures 45 et on sait qu'il s'est passé 15 heures donc il faut qu'elle trouve 15 heures plus tôt quelle heure il était. 15 heures plus tôt, ben ça veut dire le jour d'avant, la veille, c'était écrit la veille, donc un jour plus tôt, après on fait un calcul d'heures et on trouve 15 heures 45.
98. Un élève : mais nous, on n'a pas fait comme ça
99. E1 : non mais eux, ils ont cherché avec l'écart qu'il peut y avoir entre le réveil et l'horloge pour savoir quelle était la durée et après ils ont cherché l'heure qu'il était… Bien… Guillaume, Benjamin, à vous.
100. Gu *lit le début de l'affiche*
101. Ben *lit le reste de l'affiche*
102. E1 : est-ce que c'est clair ?
103. F : c'est bien de lire à deux
104. E1 : et par rapport à ce qui est écrit, c'est clair ?
105. Plusieurs élèves : oui
106. E1 : le groupe de Caroline
107. Car : on n'a pas fini d'écrire
108. E1 : c'est pas grave, tu présentes quand même ; allez.
109. Car : on a commencé par faire un tableau. Donc l'horloge, comme elle avance d'une minute euh…
110. E1 : bon quelqu'un d'autre peut expliquer dans le groupe ? T ?

111. T : le réveil retarde de 3 minutes donc on a fait moins trois minutes, encore moins trois, moins trois.
112. E1 : oui
113. T : et ça donne 5 heures 3 minutes, 4 heures 6 minutes, etc. jusqu'à 20 heures 30.
114. E1 : oui, c'est pas la peine de tout lire
115. Car : et puis là, c'est pareil donc on s'est arrêté et on voit que l'horloge et le réveil ont été remontés à 15 heures 45 minutes.
116. E1 : d'accord… Paul tu veux ajouter quelque chose, c'est la même façon de faire… Vas-y.
117. P : Matthias les a remontés à 15 heures 45, on a fait une minute en moins pour l'horloge et pour le réveil, trois minutes en moins.
118. E1 : vous avez fait moins une minute pour l'horloge et moins trois minutes pour le réveil ?
119. Honoré : ben c'est l'inverse !
120. P : oh oui, (*P avec un feutre ajoute une flèche sur son affiche*)
121. E1 : Tanguy, tu viens expliquer… Allez, écoutez encore un petit peu.
122. Tanguy : ben, on a fait pour euh… pour l'horloge, on enlève une minute et pour le réveil on rajoute 3 minutes.
123. E1 : donc là, au niveau de cette explication-là, il vient de dire que pour l'horloge, on enlève une heure et une minute et pour le réveil, on enlève une heure et on rajoute trois minutes. (*E2 revient vers l'affiche de Paul et Honoré*) Là, on enlève, on fait moins une minute et pour le réveil, moins trois minutes ?
124. Tanguy : non c'est plus
125. E1 (*regarde le groupe de Paul et Honoré*) : vous êtes d'accord ? vous avez mal compris là, Bon, sinon, vous avez fait les mêmes opérations, bon, de toutes façons, à part ce raisonnement-là, celui d'Al et son groupe, tous les autres ont fait les mêmes… mais je vous avais un peu guidé tout à l'heure… Il reste qu'au niveau des explications, c'est plus ou moins claire …
126. Al : c'est laquelle la plus claire ?
127. E1 (*montre l'affiche de Tanguy*) : là, ça a le mérite d'être clair.
128. Marion : mais la nôtre ?
129. E1 : alors la vôtre, je l'ai oubliée…ah, oui, mais c'est à peu près la même…(*E2 fixe l'affiche à droite des autres*)… Oui, on arrive toujours au tableau avec les heures et là, on dit en faisant pleins de soustractions, on savait qu'il y avait trois minutes de retard au réveil mais on ne précise pas pour l'horloge. Il faut faire en parallèle, l'horloge et le réveil, car sinon tu peux continuer… tu peux aller jusqu'à trois jours avant… quand est-ce que tu vas t'arrêter ?
130. Marion : euh … jamais …
131. E1 : oui, jamais …. Allez, on s'arrête… allez, en récréation.

01H13

Transcription du groupe 2

(Alexandra, Amaury, Jules, Lucie)

1. J : bon, attends, je n'ai rien écrit encore…
2. L : Al, t'as trouvé quelque chose toi ?
3. Al : ben, je sais pas encore … comme elle retarde de quatre minutes et celui-là retarde de une minute…
4. Am : non trois minutes

5. Al : euh, oui… mais en tout, ça fait quatre minutes donc quatre minutes par heures…alors, combien de temps…
6. J : pourquoi quatre minutes par heure ?
7. Al : parce que c'est …
8. Am : bon, on peut pas, on peut pas dire comme ça… y en a une qui retarde et une qui avance… ça peut pas, c'est pas possible
9. Al : mais si, les quatre minutes, c'est l'écart entre les deux.
10. Am : mais on peut pas additionner des choses qui avancent et d'autres qui retardent !
11. J : ben, non
12. Al : mais on peut… additionner l'écart… mais… on ne sait pas à quelle heure, il l'a remonté… enfin, c'est ça qu'il faut trouver…
13. *Recherche individuelle*
14. J : si t'as raison
15. Am : alors, il l'aurait remonté à quelle heure ?
16. Al : il y a vingt-cinq heures… sauf qu'une journée, ça met vingt-quatre heures.
17. Am : ben, oui, c'est pour ça que je te dis que c'est pas possible
18. J : ça m'étonnerait qu'il l'ai remonté à minuit… parce que minuit, c'est …
19. Al : ben, si, peut-être qu'il l'a remonté à minuit…
20. *Recherche individuelle*
21. J : c'est trop dur, c'est impossible… qu'est-ce que tu fais ?
22. Am : je suis en train de chercher.
23. Al : mais…
24. J : oui, c'est trop dur
25. Al : on sait déjà que c'est pas la même heure donc après…
26. L : ça c'est clair
27. Am : ben, si, on les a remontés à la même heure
28. Al : oui, mais euh… allez, J, cherche… (*Al relit à voix haute l'énoncé*) Bon, une heure, c'est soixante minutes.
29. L : oui, ça on le sait.
30. Al : donc… déjà vingt-cinq, c'est pas possible… parce que c'est plus qu'une heure enfin une journée.
31. J : alors à chaque heure, il y a quatre minutes d'écart… attends, laisse-moi réfléchir
32. Al : à chaque heure qui passe, il y a quatre minutes d'écart supplémentaires.
33. L : ah, là, là
34. … retour à des recherches individuelles
35. 00H08 *E1 fait le tour de la salle, observe sans intervenir dans le travail des groupes*
36. J : ben, c'est peut-être vingt-quatre heures alors…
37. Am : ben, essayes avec toutes les heures.
38. Al : oui, tu vas t'amuser mais… c'est pas grave.
39. Am : ah oui, il faut que tu fasses comme un compte à rebours
40. Al : ben, oui, c'est la seule solution
41. Am : bon, allons-y alors… on fait comme une table…
42. *Recherche individuelle*
43. 00H10
44. Al : alors, j'arrive moi à quinze heures. Quinze fois quatre c'est soixante et là, j'ai trouvé dix de moins.
45. J : en faisant quoi ? Ah mais, quinze heures, ça fait soixante minutes.
46. Al : attends, quinze heures avant six heures… Ben non… ça fait neuf heures…
47. Am : ah oui, on compte de quatre en quatre… il l'a remonté à neuf heures et ça c'est possible de les remonter à neuf heures.

48. J : ben non, si tu remontes de quatre en quatre, tu n'a pas pu trouver ça.
49. Al reprend le brouillon de AM : Mais pourquoi quinze heures ? … Ah si, tu as mis dix heures et quinze … d'accord, si, tu as raison… mais…
50. Am : ben oui, ça, ça fait quinze heures. Tu penses que c'est bon ?
51. J : ça peut-être aussi dans l'après -midi qu'il l'a remonté
52. L : ben c'est plutôt hier soir
53. J relit l'énoncé : non, hier Matthias a mis à l'heure… Oui, mais pourquoi c'est pas marqué hier soir … sinon… ils auraient pris par exemple dix-neuf heures à la place de sept heures… ils auraient mis dix-neuf heures.
54. Am : tu as raison, c'est le matin. C'est pas marqué hier soir.
55. … recherche individuelle
56. Am : j'ai trouvé trois heures de l'après midi
57. J : hum
58. Al : non
59. Am : j'ai trouvé trois heures de l'après-midi.
60. L : montre
61. Al : on va demander … parce que là…
62. 0H15
63. …*rires, ne cherchent plus*
64. 0H17
65. Am : Il nous manque un autre résultat … et les vingt-cinq heures trouvées au début, se sont transformées en quinze heures.
66. L : dix heures d'écart
67. Am : oui
68. Al : on demande à la maîtresse ?
69. J : mais ça fait quinze heures alors ?
70. 0H18 (*E1 refait le tour de la classe*)
71. Al : alors maîtresse, est-ce que c'est ça ?
72. E1 : non… comment tu avais trouvé tes trois heures ?
73. Am : ben, à chaque heure, il y a quatre minutes de différence entre les deux horloges. Donc au bout, ça fait une heure. J'ai calculé… j'ai calculé… quatre minutes ça fait une heure, huit minutes ça fait deux heures, et puis après, c'était… ah oui, mince… on sait pas en fait…
74. E1 : mais là, tu as voulu faire un peu rapide… en regroupant les deux… réfléchis comment tu peux faire… ton idée en elle-même est pas mauvaise… mais, il y a juste un petit détail qui coince…
75. Am : ah… faudrait faire le tableau avec les deux différentes horloges … trois minutes, une heure… six minutes, deux heures, … trente minutes, dix heures… bon, vous m'aidez-là… y a que moi qui travaille.
76. J : bon, on essaye
77. Am : trente et trente, soixante… quarante heures…
78. L : ça existe pas ça.
79. J : quarante heures ?
80. …recherche individuelle
81. J : alors, ça marche ou pas ?
82. Al : bon, on va mettre sur l'affiche : on n'a pas trouvé !
83. Am : attends… l'horloge indique sept heures et le réveil six heures, alors… trois pour aller à soixante… il y a cinquante… sept…
84. 0H22
85. E1 : alors explique-moi.

86. Am : j'ai fait un tableau… c'est plus rapide
87. Al : on essaie de trouver en faisant des essais.
88. J : mais… il a remonté l'horloge avant puisque l'horloge indique sept heures et le réveil six heures… c'est l'horloge qu'il a remontée avant.
89. Am : mais non
90. E1 : ben, elle va plus vite l'horloge… elle va plus vite… cela veut dire que l'heure probable, réelle, c'est quoi ?... à peu près… Est-ce que vous croyez qu'il est sept heures quand il regarde l'horloge ?
91. Am : non… il est … pas six heures
92. E1 : voilà, il est entre les deux.
93. Am et Al : oui
94. E1 : puisque l'horloge avance et le réveil retarde… mais bon, cela ne nous donne pas la solution sur l'heure de départ ça.
95. J : ah, c'est trop dur
96. Al : faut se creuser la tête
97. E1 : alors essayez, relisez le texte et réfléchissez. Amaury a des idées, alors…
98. Am : euh, je sais pas…
99. L : mais moi, je comprends pas ce qu'il a fait mais…
100. E1 *s'éloigne*
101. Am : il vaudrait mieux cherche l'heure qu'il est
102. Al : mais non, ça, ça ne donnera pas la réponse
103. J : mais… on s'en fiche de l'heure qu'il est
104. Am : ben, oui, mais après on sait à partir de quoi partir. Savoir quelle heure il est et ensuite retrouver l'autre, je vais essayer…
105. … recherche individuelle
106. Am : cinquante-sept…douze…là moi, je trouve vingt et un.
107. Al : en faisant quoi ?
108. Am : en faisant un truc bizarre… avec son horloge, au bout de vingt heures, cela fait une minute… non une heure
109. J : mais c'est pas possible ton truc
110. Am : euh… c'est au bout de vingt heures, ça fait une heure entière
111. Al : là, c'est… trois heures
112. Am : là, c'est trois minutes, ça retarde de trois minutes
113. Al : ah, oui, t'as fait ça… moi, j'ai fait avec quatre minutes.
114. Am : oui, mais E1 a dit qu'il fallait pas mélanger les deux trucs
115. J : … c'est ce que je t'ai dit !
116. … recherche individuelle
117. Am : bon, … pour le réveil…
118. Al : vingt et un plus trois… vingt-quatre… ça fait huit… vingt-sept, ça fait neuf… tente, ça fait dix… donc soixante… ça fait vingt, je trouve vingt heures, moi aussi. Oui mais après il faudrait regarder par rapport au …
119. Am : au deuxième
120. Al : par rapport à une minute
121. Am : pour faire soixante minutes, ça fait soixante heures.
122. Al : ah, oui… une minute par heure… disons qu'il l'a remonté à vingt heures, on doit trouver six heures.
123. Am : attends…
124. Al : vingt heures… vingt-trois heures… vingt-quatre heures… Ah je trouve plus pareil…
125. Am : c'est bizarre ça… bon, on a du mal… 00H35

Transcription des affiches

Groupe 1 :
(Caroline, …)

La vielle horloge

Mathias a remonté le réveil et l'horloge à 15 h 45 min.
Pour l'horloge, on enlève 1H et 1 minute. Pour le réveil, on enlève 1H et on rajoute 3 min.

7H	6H
6H59	5H03
4H58	4H06
3H57	3H09
2H56	
1H55	

Groupe 2 :
(Alexandra, …)
La vielle horloge
Pour chaque h, il y a 4 min de décalage entre les 2. On a fait un tableau :

4min ⟶	1h
8 min	2h
12 min	3h
16 min	4h
20 min	5h
40 min	10h
60 min	15h

L'horloge avance d'une min par h et qui s'est écoulé 15 h = 15 min d'avance pour l'horloge.
Donc ça fait 7h00 – 15 min = 6h45
7h00 : c'est l'heure indiquée par l'horloge
15 min : le nombre de minutes indiqué de trop par l'horloge
6h45 : la vraie heure

```
  0 h  30 h
  1 j   6 h   45 min
- 0 j  15 h   00 min
  0 j  15 h   45 min
```

1 j 6 h 45 min – 15 h + 15 h 45 min
1j : c'est pour trouver la veille
6 h 45 min : c'est l'heure réelle
15 h 45 : l'heure où il a remonté les horloges.

Groupe 3 :
(Tanguy, …)
La vielle horloge
On a fait un tableau

Horloge	Réveil
7H	6H
5H59	5H03
4H58	4H06
3H57	3H09
2H56	2H12
1H55	1H15
0H54	0H18
23H53	23H21
22H52	22H24
21H51	21H27
20H50	20H30
19H49	19H33
18H48	18H36
17H47	17H39
16H46	16H42
15H45	15H45

On aperçoit que l'horloge et le réveil sont pareils

Groupe 4 :
(Marion, Tiffanie, …)
La vielle horloge

Nous avons trouvé le résultat en faisant pleins de soustractions, on savait que il y a avait trois minutes de retard au réveil

Horloge	Réveil
17H	6H
5H58	5H03
.	
.	
21H51	21H27
20H50	20H30
19H49	19H33
18H48	18H36
17H47	17H39
16H46	16H42
15H45	15H45

donc le résultat est 15H45

Groupe 5 :
(Solène, Guillaume, Sidonie, Benjamin)
D'abord, il faut savoir que l'on enlève 1h01 à l'horloge et que l'on enlève 1h00 et on rajoute 3 min au réveil ; Alors on a commencé à enlever une heure une minute à 7 heures.
Donc 7 h 00 – 1h1 etc. Alors on fait 1h01 minute + 3 min à 6 heures.
Donc 6 heures – 1 heure et on rajoute 3 min. etc. Et la réponse est : 15 h 45 minutes.
Pour mieux trouver, on a aligné des colonnes :
Ex : 6h00
5H03
4h06
3h09 etc.

Groupe 6 :
(Demet, Honoré, Paul, Camille)
La vielle horloge
Mathias les a remontés à 15h45,
car nous avons fait pour l'horloge - 1 min et pour le réveil - 3 min.

Horloge	Réveil
7H	6H
5H59	5H03
4H58	4H06
3H57	3H09
2H56	2H12
1H55	1H15
0H54	0H18
23H53	23H21
22H52	22H24
21H51	21H27
20H50	20H30
19H49	19H33
18H48	18H36
17H47	17H39
16H46	16H42
15H45	15H45

Séance 6 (E1F La course d'endurance)

Transcription de la séance

00H00

1. E1 : alors, comme la dernière fois, je vous distribue l'énoncé écrit sur une petite feuille… Oui, il y a beaucoup de texte aujourd'hui… je vous donnerai l'affiche juste après, quand vous aurez cherché un peu.
2. Al : ça va être plus compliqué ?

3. E1 : non, c'est pas parce que c'est plus long, que ça va être plus compliqué. Allez, vous lisez et vous cherchez un peu tout seul.

00h02

Lecture et recherche individuelle

00H04

4. E1 : quand vous avez lu et que vous avez commencé à réfléchir, vous pouvez discuter entre vous.

Recherche en groupes

00H08

5. E1 *à la classe* : c'est un travail de groupe ... je vous le rappelle, vous devez travailler entre vous.
6. E1 *à la classe* : un petit rappel pour tout le monde, vous devez trouver quel temps, chaque élève a couru donc le temps couru et quelle distance il a parcouru...
7. Cinq élèves : Ah oui, il faut les deux.
8. E1 : oui, faut trouver deux choses.

00H49

Mise en commun

9. E1 : alors, il est temps de faire le point… Qui veut passer, qui veut présenter en premier ? Oui, vas-y.
10. Gu (groupe 5) : on a fait deux parties parce qu'il y avait… Tu as dit, deux choses à chercher, à trouver. Pour le temps, Solène, on a lu elle a couru le moins longtemps mais le plus de distance donc on a trouvé 7 minutes 10 et on sait que Pierre a fait un tour de plus que Jean mais 200 mètres de moins que l'élève qui a couru 7 minutes 10 donc c'était Solène qui faisait 7 minutes 10 secondes. Ensuite avec le calcul, on avait 51 secondes d'écart entre celui qui a couru le plus longtemps et le moins longtemps donc on a trouvé 6 minutes 30 secondes et donc c'était Jean.
11. E1 : d'accord… vous avez compris les autres ? Alors ensuite ?
12. Gu : pour les distances, on a lu l'élève qui a fait le moins de distance a fait trois tours. Donc on a dit c'est Jean qui a fait le moins de distance car il a couru le moins de temps et donc il a couru 1200 mètres. Pierre a fait un tour de plus que Jean donc comme c'était 400 mètres… cela fait… ah, on s'est trompé… Là, c'est 1600. Et c'est Solène qui a fait 1800 mètres car elle a fait le plus de distance.
13. E1 : Ah oui, d'accord… C'est mieux comme ça… Alors, un autre groupe.
14. Caroline (groupe 1) : Ben, nous… on a fait aussi d'abord le temps… On a trouvé Solène qui fait 7 minutes 10 secondes, Jean a fait 6 minutes 30 secondes et Pierre a fait 7 minutes 21 secondes. Tout ça avec ce qu'il y a de marqué.
15. E1 : de marqué ?
16. Car : ben, dans l'énoncé.
17. E1 : oui.
18. Car : après on a fait … On a lu que Pierre a fait un tour de plus que Jean et Jean a fait 200 mètres de moins que l'élève qui a couru 7 minutes 10 secondes. On a donc dit que c'était Solène car … Il n'y a que trois élèves qui courent ensemble.
19. E1 : oui, d'accord, on peut dire que c'est une course avec trois élèves… d'accord.
20. Car : Jean a fait trois tours car l'élève qui a fait le moins de distance a fait trois tours et c'est Jean. Donc on a fait 400 fois 3 égal 1200 mètres. Et Pierre… Ben, on fait 1200 plus un tour de 400 mètres et ça fait 1600 mètres.
21. E1 : hum… Tout cela n'est pas toujours très clair…
22. G : ils ont oublié une distance
23. E1 : ils ont oublié ?
24. Plusieurs élèves : pour Solène

25. E1 : ah oui, vous avez oublié la distance parcourue par Solène. Bon, ce n'est pas grave… On va revoir cela avec les autres groupes… Alors… Quentin.
26. Quentin (groupe 4): nous, on a fait un tableau. On a d'abord regardé les distances, le moins de distance, c'était trois tours donc 1200 mètres. Et on serait aussi que celui qui a couru le plus longtemps a couru 7 minutes 21 secondes et si Jean n'a pas couru longtemps, c'est parce que c'est Pierre et Solène.
27. E1 : attends, tu peux expliquer là
28. Q reprend l'énoncé : Jean n'a pas couru longtemps donc c'est Pierre ou Solène mais Solène n'a pas couru le plus longtemps donc finalement c'est Pierre.
29. E1 : et Solène, pourquoi elle n'a pas couru le plus longtemps ?
30. Q : ben, Solène …
31. Sidonie : c'est une fille et ils ont écrit la fille n'a pas couru le plus longtemps.
32. E1 : d'accord pour tout le monde ? Bien et après vous avec trouvé les temps et les distances. Tout n'a pas l'air expliqué là… Bon, alors, un autre groupe … Amaury.
33. Am (groupe 6) : nous on a d'abord trouvé les temps et après les distances c'était facile. Donc pour calculer les temps, on a repéré le plus long, c'était è minutes 21 secondes et il y a 51 secondes d'écart avec le plus lent donc on a calculé et on a trouvé 6 minutes 30 secondes. Et le plus lent était 6 minutes et trente secondes. Pour l'autre, c'était écrit… 7 minutes 10 secondes. Le plus lent a fait aussi la plus courte distance. Donc c'était Pierre et Solène n'a pas couru le plus longtemps donc elle a fait 7 minutes 10,
34. E1 : euh, oui, oui, continue
35. Am : pour les distances, d'abord c'était écrit pour Solène, la fille qui a fait le plus de distance. Celui qui a fait le moins de distance a fait 3 tours donc 3 fois 400 donc 1200 mètres. Et Pierre a fait un tour de plus que Jean donc c'est Jean qui a fait 1200 mètres et Pierre a fait 1600 mètres. Pour finir, c'est Solène qui a fait 200m de plus donc 1600 plus 200 égalent 1800. Donc on a trouvé Solène : 1800 mètres, pierre : 1600 mètres et Jean : 1200 mètres.
36. E1 : c'est bien ; ça va pour tout le monde ? Marion ?
37. Mar : nous on n'a pas tout fait ça.
38. E1 : ah oui, vous n'avez pas tout fait; Montrez-nous.
39. Mar (groupe 2) : ben, en fait, on a calculé les temps. On a fait 7 minutes 21 secondes moins 51 secondes. Et c'est égal à 6 minutes 30 secondes. On avait tous les temps et on a lu et on a trouvé Pierre est arrivé en premier, il a fait 7 minutes 21 secondes, Solène est arrivée en deuxième, elle a fait 7 minutes 10 secondes et Jean est le dernier, il a fait 6 minutes 30 secondes.
40. E1 : alors, qu'est-ce qui vous manque ?
41. Mar : …
42. E1 : je vous avais dit pourtant il y a deux choses à trouver.
43. Al : on a l'impression qu'ils ont fait comme pour une course, le premier, le deuxième et le dernier.
44. Am : oui mais alors, c'est bizarre. Le dernier, il devrait mettre plus de temps à faire la course…
45. Mar : ah ben, oui...
46. E1 : oui, je crois qu'il y a eu un problème-là de ... de lecture, vous n'avez pas tout compris de l'énoncé… Les trois courent … Mais ce n'est pas une course … Enfin, une course de vitesse…
47. Honoré : c'était marqué course d'endurance
48. E1 : oui… ça veut dire… On court le plus longtemps possible… On ne va pas le plus vite possible… Enfin, il manquait surtout les distances car les 3 n'ont pas couru le

même distance… Pour les temps, par contre c'est bon… Alors, est-ce qu'il reste un groupe ? Allez-y.

49. Benjamin (groupe 3) : alors, nous, on a fait aussi un tableau
50. Q : c'est un peu comme nous
51. B : oui… pour trouver, on a fait 7 minutes 21 secondes moins 51 secondes et on a posé, on a trouvé 6 minutes trente.
52. E1 : mais… comment vous avez fait ce calcul-là, tu peux nous dire,
53. B : ben…
54. E1 : dis-nous ton calcul à voix haute.
55. B : là ? eh ben, 7 minutes 21 secondes, si on enlève 51 secondes, on enlève… par exemple 21 secondes… puis il reste à enlever 30 secondes… et il reste 6 minutes et 30 secondes.
56. E1 : ah, d'accord… j'avais un peu peur… avec vos virgules, là
57. B : ah là, c'était… Pour séparer on a écrit 7 virgule 21
58. E1 : oui, enfin ça marche mais… Ce n'est pas très bien écrit… C'est mieux de laisser l'écriture minutes ou min si tu veux parce que… La virgule, on dirait des nombres décimaux…et pas des heures… et comment vous avez fini alors ?
59. B : ben, on a lu… On a relu et on a trouvé Solène 1800 mètres, Pierre 1600 mètres et Jean 1200 mètres.
60. E1 : oui, c'est ça, mais là aussi, il manque des explications… Bon, je vois que vous avez eu un peu de mal certains à tout trouver. Mais je vois aussi que vous avez bien cherché et c'est très bien. C'est vrai que sur les explications, il manque des choses. Vous avez du mal à dire toujours comment vous avez trouvé en fait. Même si certains ont essayé, on le voit sur les affiches, on voit que c'est dur à expliquer. Bon, on va s'arrêter là.

00H59

Transcription du groupe 6

(Alexandra (Al), Jules (J), Amaury (Am), Lucie (Lu))

00H03

1. Ju : t'as trouvé une solution, toi ?
2. Al : moi je pense que c'est Jean…
3. silence
4. Lu : ah… c'est dur, ou alors y'a pas de solution
5. Am : si E1 nous l'a donné c'est qu'il y a une solution…
6. Al : oui, encore heureux.
7. Ju : on a des indices… cinq solution possibles… tu as une idée toi Amaury ?
8. Am : ben…
9. Silence puis Lucie relit à voix haute l'énoncé.
10. Al : ben, j'ai peut-être une idée moi, mais je suis pas sûre...
11. Ju : alors c'est quoi ?
12. Al : attends... écoute, je crois que Jean il a fait 6 minutes 20 secondes parce que ... tu fais euh... celui qui a couru le plus longtemps, il a tenu 7 minutes 20 secondes et jean n'a pas couru le plus longtemps... il y a 51 secondes d'écart ... et il y a quelqu'un, son temps c'est 6 minutes 20 secondes.
13. Ju : ben oui, donc faut trouver aussi qui a couru le plus
14. Am : attends, j'ai une idée... j'ai peut-être trouvé... j'ai trouvé le temps de Jean, il a fait 7 minutes 10

15. Al : mais je croyais... mais et les 6 minutes 20 ?
16. Lu : c'est dur ce truc.

00h008 *E1 parle à la classe*

17. Lu : ben oui, mais c'est parce qu'on chuchote ... en fait on a le temps mais pas les personnes qui vont avec...
18. Am : Pierre a fait un tour de plus que Jean... donc l'élève qui a fait 7 minutes 10... cela peut pas être Pierre
19. Lu : alors c'est qui ? Entre Pierre et ...

00H09

silence

00H11

20. Am : bon ... on a trouvé des choses...

00h12 *E1 parle à la classe*

21. Ju : ah c'est pas évident... ce serait plus facile si ils nous avaient dit ...
22. Am : ah mais nous on a trouvé.
23. Ju : ben oui, mais ils sont bêtes, ils auraient dû nous marquer combien de temps... combien de minutes ils font pour les tours.
24. Am : ben non, Bon, Pierre... En fait, Jean c'est celui qui a fait le moins de tours donc trois tours.
25. Al : et trois tours, ça fait 3 fois 4 donc 1200
26. Am : oui donc 1200 pour l'instant.
27. Lu : quoi, il fait 1200 tours ?
28. Am : non
29. Al : c'est 1200 mètres
30. Am : attends... ensuite 3400 ... Ah non. *Am relit l'énoncé.*
31. Lu : alors 1200
32. Ju : c'est quoi 1200 ?
33. Am : ça fait trois tours donc 1200 mètres.
34. Ju : mais comment t'as trouvé 1200 ?
35. Am : Pierre fait un tour de plus que Jean... eh oui... donc maintenant 1200 plus 200 ça fait 1400.
36. Al : ben oui, maintenant il nous faut Solène... ça ferait 1800
37. Ju : tu peux expliquer comment tu as trouvé ?
38. Al : OK ; t'as 1800 plus 400 donnent 1600
39. Ju : elle a couru Solène, 1400 c'est ça ?
40. Am : non, Solène elle a fait 1800 mètres, Pierre...
41. Al : Solène est deuxième temps.
42. Ju *reprend l'énoncé* : la fille n'a pas couru le plus longtemps
43. Al : mais Solène est deuxième
44. Am : c'est marqué, regarde
45. Al : ah oui, elle a fait le plus de distance
46. Am : et Pierre il en a fait 1600, Solène, 1800 et ensuite... Et Jean, 1200. Bon on en a trouvé la moitié... il faut trouver maintenant l'autre moitié

00H16

47. Ju : je peux écrire ?
48. Lu : non, c'est moi.
49. Ju : non mais tu attends
50. Am : mais ça va être difficile à expliquer ça
51. Al : mais non, allez vas-y.
52. Ju : on écrit en bleu... en rouge et en bleu.

53. Lu : oui les calculs on les fait...
54. Al : en vert
55. Lu : non, ça va faire trop clair... L'autre... Orange
56. Lu : non, le vert foncé est plus beau
57. Al : mais on s'en fiche de ça, c'est pas la beauté qui compte
58. Lu : ben si
59. Am : allez, on écrit... on a tout trouvé de toute façon
60. Ju *prend le brouillon de Am et recopie* : regardez

00H14

Les quatre élèves relisent ensemble et apportent quelques corrections.

Transcription des affiches

Groupe 1 :
(Tanguy, Paul, Caroline, Alexis)
Course d'endurance

Solène	Jean	Pierre
7min10s	6min30s	7min21s

Pierre fait un tour de plus que Jean Jean a fait 200 m de moins que l'élève qui a couru 7 min 10s (Solène parce qu'il y a trois élèves)
Jean a fait 1200m car un tour fait 400m et l'élève qui a fait 3 tours
donc on fait 400 X 3=1200m
Pour Pierre, on a dit qu'il a fait un tour de plus que Jean donc on fait 1200 + 1 tour (400m) = 1600m.

Groupe 2 :
(Yvonne, Alexis C., Anthonin, Marion)
Course d'endurance
On a fait 7 minutes 21 secondes – 51 secondes est égale à 6 min 30 secondes.
Donc on avait 6m30s, 7m10s et 7m21s.
Pierre est premier, il a fait 7 min 21 s.
Solène est deuxième, elle a fait 7 min 10s.
Jean est dernier il a fait 6 m 30s.
Sur la feuille, il y avait 7 min 21s, ça veut dire que celui qui avait ce temps, il était premier, et on a trouvé que c'était Pierre.
Pierre a fait un tour de plus que Jean et la fille n'a pas couru le plus longtemps.

Groupe 3 :
(Benjamin, Démet, Camille, Honoré)
Course d'endurance

Solène	Pierre	Jean
mi-temps (7,10 min) 1800m	- temps (7,21min) 1600m	+ temps (6,30min) 1200m

Nous avons trouvé ces résultats.
Comment nous avons fait ?

$$\begin{array}{r} 7{,}21 \\ -\ \underline{51} \\ 6{,}30 \end{array}$$

Pourquoi nous avons fait 7,21-51 car on a dit qu'il y a 51 secondes d'écart entre les deux.

Groupe 4 :
(Solène, Sidonie, Quentin, Anne-Lise)
Course d'endurance
Pour trouver la solution, on a fait

Solène	Jean	Pierre
1800m	1200m	1600m
7min10s	6min30s	7min21s

On sait que celui qui a fait la plus petite distance a fait 3 tours (=1200m) car 1 tour = 400m et un autre qui a tenu plus longtemps 7 min 21s. Si Jean ne court pas longtemps c'est car Pierre et Solène ont soit couru plus longtemps soit ont fait plus de tours.
Alors il a fait 6 min 30s (on l'a calculé comme ça : 7min21s – 51s (qui était marqué sur la feuille et c'était le retard de la grande et de la moins grande durée) = 6min30s. On a vu que Pierre avait couru longtemps alors on lui a mis 7min21s.

Groupe 5 :
(Guillaume, Florian, Benjamin et Paul)
Course d'endurance

1- temps
Solène a couru le moins longtemps mais le plus de distance. Elle a couru 7 minutes 10 secondes car Pierre a fait un tour de plus que Jean mais 200 mètres de moins que l'élève qui a couru 7 minutes 10 secondes. Pierre a couru 7 minutes 21 secondes. Jean a couru 6 minutes 30 secondes car dans le texte, ils disaient qu'il fallait 51 secondes de moins que celui qui a couru le plus longtemps.

$$\begin{array}{rr} 6 & 81 \\ -\ \cancel{7}\text{minutes} & \cancel{21}\text{secondes} \\ & \underline{51\text{secondes}} \\ 6\text{minutes} & 30\text{secondes} \end{array}$$

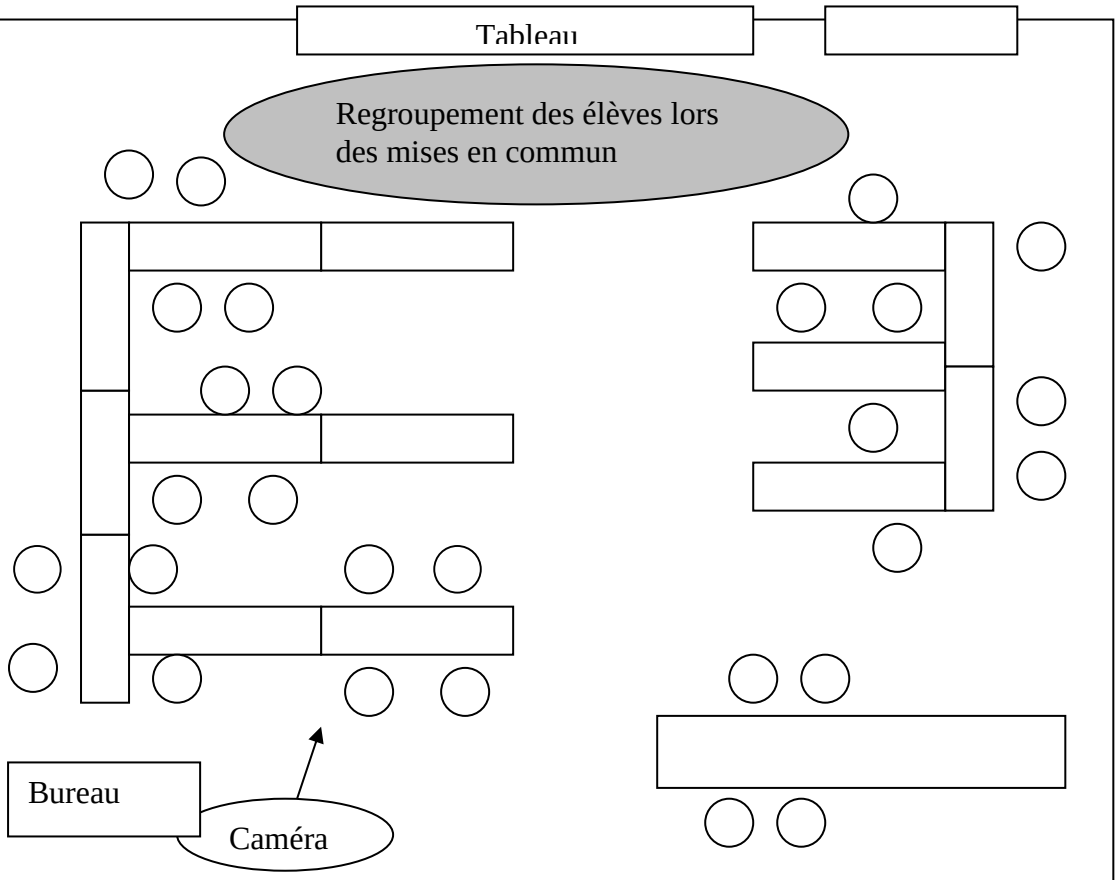
2- distance
L'élève qui a fait le moins de distance a fait 3 tours. Jean a fait le moins de distance (1200) car il a couru le moins de temps. Pierre a fait un tour de plus que Jean 400m = 1800m.
Solène a fait 1800m car elle a fait moins de temps mais plus de distance, mais Pierre a fait 200m de moins.

Groupe 6 :
(Lucie, Amaury, Alexandra, Jules)
Course d'endurance
1) pour les temps
On a fait : on connaît la distance la plus longue : 7min21s et comme il y a 51s d'écart entre le plus rapide et le plus lent donc on a fait 7 min 21s – 51s = 6min 30s
7 min 21s : le temps de celui qui a couru le plus longtemps
51s : la distance entre le plus lent et le plus rapide
6min30s : la distance de celui qui a couru le moins longtemps
Alors celui qui a couru le ~~plus~~ moins longtemps : Pierre : 6min30s
Et Solène : le temps est écrit : Solène : 7min10s
Celui qui court ~~le moins~~ le plus longtemps : Jean : 7min21s
2) pour les distances
Comme la fille a fait le plus de distance et qu'il y a qu 'une fille, c'est Solène qui en a fait le plus. Pierre a fait un tour de plus que Jean et 200m de moins que Solène. L'élève qui a fait le moins de tour en a fait 3 tours et comme un tour fait 400m : 3 X 400 = 1200
Pierre a fait un tour que Jean. Jean a fait le moins de distance donc il a fait 1200m. Comme Pierre a fait un tour de plus que Jean : 1200 + 400 = 1600
1200 : distance parcourue par Jean
400 = un tour de piste
1600 = distance parcourue par Pierre
Solène a fait 200m de plus que ~~Jean~~ Pierre : 1600 + 200 = 1800
1600 : distance de Pierre
200 : distance d'écart
1800 : distance de Solène
Solène : 1800m
Pierre : 1600m
Jean : 1200m

ANNEXE C.2 Enseignant E2

Plan de la classe

Le schéma suivant décrit la classe telle que nous l'observons lors de chacune des huit séances dédiées aux problèmes ouverts.



Le plus souvent : à gauche de la caméra, les élèves de CM1 et à droite, les élèves de CM2.

Séance 1 (E2A *Trois nombres qui se suivent*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 (*debout devant le tableau, face à la classe*) : Ce matin, on va résoudre un problème. Vous n'allez pas avoir besoin de votre manuel. Parce que je vais … je vais en fait, présenter un problème qui est très court, j'aurais juste besoin de l'écrire au tableau… Alors, voilà le problème : si je prends trois nombres qui se suivent… par exemple, (*E2 écrit au tableau*) 5, 6 , 7. Je peux les additionner, (*E2 ajoute des + et =*) Combien ça fait ?
2. Cinq à six élèves : 18
3. E2 : j'ai pris trois nombres qui se suivent, leur somme fait 18. (*écrit somme 18*)
4. Vous pouvez m'en proposer d'autres nombres qui se suivent.
5. Une douzaine de mains se lève.
6. E2 : vas- y Axel
7. Axel : 1, 2 , 3
8. E2 (*sourit et écrit 1 + 2 + 3 =*): d'accord la somme ?
9. Cinq à six élèves : 6
10. E2 écrit 6 somme 6 : allez, un autre exemple, vas-y Alan
11. Alan : 6, 1, 9
12. E2 : 6, 1, 9, est-ce que ce sont des nombres qui se suivent ?
13. La plupart des élèves : non
14. E2 : non, c'est pas ça qui m'intéresse pour le moment. Waren
15. W : 12, 13, 14
16. E2 (*écrit 12 + 13 + 14 =*) : et la somme c'est ?
17. La plupart des mains se lèvent, toute la classe compte.
18. E2 (*écrit 42 somme 42*) :

    Au tableau :

5 + 6 + 7 = 18	somme 18
1 + 2 + 3 = 6	somme 6
13 + 14 + 15 = 42	somme 42

19. eh bien ce que j'aimerais que vous fassiez, de façon individuelle, je vais vous distribuer des feuilles de recherche pour que vous cherchiez sur votre propre feuille. Ce que j'aimerai que vous cherchiez, c'est trois nombres … qui se suivent … et dont la somme est … (*écrit au tableau somme 96)* 96. D'accord. Trois nombres qui se suivent et dont la somme est 96. Allez-y.
20. *Recherche individuelle silencieuse*

    00H07
21. *Première mise en commun*
22. E2 : Bien, (*un élève en retard arrive dans la classe*) ah ben Samuel, pose tes affaires. .. Qui est-ce qui lui explique un peu le problème de ce matin ?
23. Cinq, six mains se lèvent.
24. E2 : tu commences.
25. F5 : en fait il faut écrire trois chiffres qui se suivent, pour trouver la somme de 96 par exemple euh…

26. E2 : ben par exemple là, on a trouvé la solution. Qui est-ce qui peut expliquer encore un peu ? vas-y Alexie.
27. Al : en fait E2, nous a montré trois qui chiffres qui se suivaient, et ça faisait un résultat et après, E2 nous a demandé de trouver trois chiffres qui se suivaient pour faire 96.
28. E2 : oui, j'ai demandé trois nombres qui se suivent et la somme de ces trois nombres c'est 96.C'est à dire quand on les additionne on trouve 96. amis attention il faut faire bien attention, ils doivent se suivre… Alors maintenant on va se reposer le même problème, mais avec un autre nombre. On va se reposer le même problème amis vous n'allez pas chercher tout seul. Je vais vous répartir par deux ou par trois. Et le travail, vous allez le faire sur des affichettes que j'ai prévues là. Des petites affiches de brouillon un peu … c'est pour que vous puissiez écrire grand, et pour qu'on puisse les mettre au tableau. Pour que vous puissiez les regarder… Donc vous allez travailler par deux, sur une affiche par groupes, il faut écrire suffisamment gros et je veux avoir comme tout à l'heure, tous les calculs que vous allez faire, je veux les voir sur votre feuille. Je veux aussi que vous pensiez bien à être capable de, comme vous venez de le faire là, comment vous avez trouvé. Il faut que vous vous mettiez d'accord entre vous deux bien sûr. Entre vous trois éventuellement, vous prendrez aussi une calculatrice… je sais pas si vous en aurez besoin ou pas mais comme c'est un nombre un peu plus grand, vous prendrez aussi une calculatrice par groupe. Si vous faîtes un calcul sur la calculatrice, il faut le mettre sur la feuille. Bon, alors cette fois, vous allez chercher trois nombres qui se suivent et dont la somme est …est 354 (*écrit au tableau « somme est 354 »)*… Allez, vous prenez juste avec vous un feutre foncé et je vous répartie dans les groupes.
29. *Les élèves s'installent en bougeant quelques chaises*
    00H13min
30. *Recherche en binômes*
    00H25
31. *Fin de la recherche en binôme*
32. E2 (*frappe une fois dans ces mains*) : je crois qu'il est temps même si vous n'avez pas tout à fait terminé, je crois qu'il est temps qu'on regarde un petit peu comment vous vous y êtes pris.
33. *Plusieurs mains se lèvent.*
34. E2 : j'attends… qu'on se pose un petit peu.
35. *Le silence se fait rapidement*
36. E2 : ça y est.
37. *Des mains sont toujours levées.*
38. E2 prend une affiche (deux élèves du premier rang) je n'ai pas eu le temps de venir vous voir, vous allez venir expliquer comment vous avez fait.
39. Les deux garçons vont au tableau.
40. E2 : je crois qu'on va avoir besoin de se rapprocher un petit peu… du tableau parce que sinon, on va rien voir du tout. Chut… ah, vous venez de trouver c'est ça, alors écrivez le vite. Je crois qu'il va falloir qu'on se rapproche un peu du tableau, sinon les affiches, vous allez pas les voir. Donc vite et bien et sans bruit, vous allez venir vous asseoir là, devant, avec vos affiches.
    00H29
41. *Début de la mise en commun des résultats*
42. *Les élèves sont rassemblés devant le tableau, assis par terre.*
43. *Tous les élèves ont trouvé la réponse. L'enseignant a fait le tour de la classe plusieurs fois, elle a vu que seuls Alan et Théo n'ont pas écrit de réponse mais en leur posant la question, elle a compris qu'ils venaient de trouver les trois nombres qui conviennent.*

44. E2 (*fixe leur affiche au tableau*) : alors, Alan et Théo, j'aimerais bien qu'ils viennent expliquer ce qu'ils ont fait.
45. T : on a fait un plus deux égal trois.
46. E2 : moi, ce qui m'intéresserait de savoir, c'est pourquoi vous avez fait un plus deux égal trois, trois plus deux égal cinq.
47. T : c'était pour avoir les unités.
48. E2 : ah, vous vouliez chercher d'abord les unités, les dizaines, d'accord… et alors, est-ce que ça fonctionnait ?
49. Alan : non.
50. E2 : non, pas trop, alors qu'est-ce que vous vous êtes décidés à faire ?
51. A : euh, ben ...on sait plus trop.
52. E2 : mais on n'avait pas dit qu'on notait tous ses essais.
53. A : oui mais on n'a pas eu le temps. Là, on avait fait cette méthode-là, après on a essayé 107, 108 jusqu'à 119. On voulait marquer les solutions qu'on avait fait avant et euh … on n'a pas eu le temps.
54. E2 : oui, il faut les écrire au fur et à mesure parce que … est-ce que vous allez vous rappeler tout ce que vous avez essayé ?
55. A : ben oui, enfin… non.
56. E2 : non, moi, je vous avais demandés de les écrire au fur et à mesure, d'accord ? Et cent plus deux cents égal trois cents, c'est quoi ? pourquoi, vous avez écrit ça ?
57. A : ben là, on avait mis un plus deux égal trois.
58. T : et là, c'était pour les centaines.
59. E2 : ah oui, d'accord, vous avez essayé de trouver des nombres qui se suivent pour faire les unités, c'est ça ?
60. T : oui
61. E2 : des nombres qui se suivent pour faire les dizaines et des nombres qui se suivent pour faire les centaines. Et alors ça ne marchait pas ?
62. T : non.
63. E2 : alors du coup, vous êtes passés à d'autres essais, vous avez commencé par ?
64. A : on a commencé par 106, 107, 108 après 109, 110, 111.

    E2 *prend une craie et écrit au tableau* :

106 + 107 + 108 109 + 110 + 111 112 + 113 + 114 115 + 116 + 117

65. A : et 117 + 118 + 119… on s'est arrêté là.
66. E2 : d'accord. (*E2 regarde les autres élèves*) Et les autres alors ? Oui, Maxime, Qu'est-ce que tu en penses ?
67. M : c'est une bonne idée.
68. E2 : allez, vas-y. C'est une bonne idée, c'est-à-dire ? Qu'est-ce qu'est une bonne idée là-dedans ?
69. M : j'ai commencé par 106,
70. E2 : oui … pourquoi c'est une bonne idée de commencer par 106 ?
71. M : …
72. E2 : tu sais pas … Brice ?
73. B : moi je trouve que c'est très, très bien leur idée parce que personne n'aurait vraiment pensé à faire ça ;
74. E2 : c'est-à-dire ? Qu'est-ce qu'ils ont fait exactement ?

75. B : ils ont fait des calculs, 106, 107, 108. Après, ils ont fait 109, 110, 111. ils ont fait tous les calculs et après, ils ont cherché et trouvé euh …
76. E2 : est-ce que vous comprenez ce que veut dire Brice ? Quelqu'un peut expliquer autrement ou pas ?... non.
77. F1 : ben, en fait ils ont commencé par les unités, ils ont fait les dizaines et après les unités.
78. E2 : tu crois qu'ils ont fait ça ? Parce qu'ils ont dit, ils ont essayé et ils ont trouvé que ça marchait pas bien, ils s'en sortaient pas, du coup, ils sont partis sur … sur quoi alors ?
79. G1 : ils ont calculé.
80. E2 : oui, mais c'est un peu court ça. Il va falloir m'expliquer quoi.
81. G2 : ils ont fait comme les calculs de tout à l'heure… du tableau
82. E2 : c'est vrai, il y a quelque chose qui ressemble à ça. Tout à l'heure, on a écrit 26, 27, 28 ensuite 28, 29 30 ensuite 31, 32, 33… qu'est-ce qu'ils ont fait alors ?
83. … bon, ils ont essayé de prendre à chaque fois, des nombres qui se suivent sans en oublier… 106, 107, 108, qu'est-ce que c'était ?
84. T : trop petit
85. E2 : oui, trop petit. 109, 110, 111 toujours trop petit. Bref, ils les ont tous essayé, à partir de 106. Euh, ils en ont oubliés quand même… D'accord. Alors, un autre groupe. (E2 fixe l'affiche au tableau) On écoute.
86. F3 : euh, nous, on a fait 97, 98 plus 99 et puis…
87. E2 : alors qu'est-ce que vous avez fait après ?
88. F3 : on a fait 101 plus 102 plus 103 mais ça marchait pas.
89. E2 : hum.
90. F3 : après, on a fait 120 plus 121 plus 122 et c'était trop grand.
91. E2 : c'est trop grand, oui.
92. F3 : après on a essayé entre les deux et on a trouvé 117, 118 plus 119 qui fait 354
93. E2 : d'accord, donc vous avez fait des essais… le premier en partant de 97 était trop petit, en partant de 100, c'était toujours trop petit, et en partant de 120, c'était trop grand. Donc vous avez été obligé de chercher entre les deux… Qui s'est trouvé dans cette situation aussi ? Qui a été obligé de chercher entre les deux ?
94. Plusieurs mains se lèvent.
95. E2 : c'était votre cas aussi, Samuel et Adam, (*E2 lit leur affiche sans ma montrer à la classe*) Vous avez fait trois essais vous. Bon, vous expliquez ça finalement (*E2 fixe l'affiche au tableau)* Samuel et Adam ont fait trois essais. Comment ils sont partis ?
96. Une main se lève
97. E2 : oui ?
98. G4 : de 115
99. E2 : pourquoi êtes-vous partis de 115 ?
100. Samuel : ben, on a fait 5 plus 6 plus 7 égalent 18… on a cherché à partir de 115 et on a vu que c'était trop petit et on a pris …
101. E2 : bon, vous avez fait cet essai et le deuxième, c'était lequel alors ?
102. S : celui-là. A partir de 112.
103. E2 : 112 plus 113 plus 114 et c'était trop petit. Ah oui, vous les avez pas mis dans l'ordre alors … c'est pour ça que je ne m'y retrouve pas. Donc 105, 106, 107 trop petit, 110, 11, 112 et à la fin 117, 118, 119 et voilà, c'est bon. Moi, j'aimerais savoir puisque que pas mal d'enfants ont pris cette méthode-là, j'aimerais savoir pourquoi vous avez commencé là, pourquoi vous avez pas essayé autre chose. Tout à l'heure, par exemple, on avait commencé à 97. Pourquoi vous avez commencé là ?
104. Cinq mains se lèvent.

105. G5 : parce que trois fois cent ça fait trois cents.
106. E2 : ah, trois fois cent ça fait trois cents… (*E2 écrit 3 X 100*) Vous nous montrez votre affiche.
107. F6 : on a essayé 127 plus 128 plus 129 et ça faisait 384, c'était trop… Alors on a essayé avec des nombres en dessous et on a trouvé 117, 118 et 119 et on a trouvé 354.
108. G6 : en fait, on a fait moins trente à 384, ça fait 354… On a enlevé ensuite une dizaine à chacun et ça fait ceux-là. (*G6 montre son affiche*)
109. E2 : vous avez compris ?
110. Plusieurs élèves : non
111. E2 prend la craie et écrit 127 + 128 + 129 = 384 : ils ont pris 127 plus 128 plus 129 et ça faisait 384… comment vous avez pensé pour trouver ?
112. G6 : ben, il faut enlever trente pour aller à 354 et donc enlever une dizaine à chacun.
113. E2 : oui, on enlève une dizaine au premier nombre, une dizaine au deuxième, une dizaine au troisième. On a alors enlevé trois dizaines donc ça fait moins trente… Et c'est comme ça que vous avez trouvé le résultat.
114. F6 : oui
115. Pauline : ben, nous on a fait un peu pareil
116. E2 : oui, pauline… Viens.
117. Pauline : ben nous, on a vu que 7 plus 8 plus 9 ça fait 24. Et pour 300, trois fois cent ça fait trois cents. Donc 300 plus 24 ça fait 384. Il manque 30 pour fair 354 donc 10 plus 10 plus 10 ça fait 30. Donc on a fait, on a trouvé 117 plus 118 plus 119.
118. E2 : vous pouvez me redonner l'explication…vous cherchiez quelque chose donc qui se termine par ?
119. Pauline : par 4
120. E2 : et vous avez fait, 7 plus 8 plus 9 et ça fait 24 ? Ah oui . Et là du coup, ça convenait. Après il a fallu chercher le reste alors expliquez-moi le reste parce que j'ai un peu décroché…
121. G8 : ça fait 3 fois cent, trois cents…
122. Pauline : et ensuite 24 plus 300 ça fait 324. Donc il manquait trente pour faire 354. Et il nous fallait trois nombres qui se suivent donc on a pris 117, 118 119.
123. E2 : d'accord… je vais essayer de voir si j'ai bien compris… et les autres, vous allez me dire si j'ai bien compris… 3 fois cent, trois cents… Donc ces nombres sont dans les 100. Qu'est-ce qu'elle a expliqué ensuite ?
124. Une main se lève : elle a ajouté une dizaine
125. E2 : c'est-ce qu'elle a dit ? Je crois pas qu'elle ait dit, il faut ajouter une dizaine aux nombres cent.
126. Une autre main se lève : elle cherchait que ça finisse par un 4
127. E2 : elle cherchait quelque chose qui se termine par 4… Ils ont pris combien exactement ?
128. Un élève : 24
129. E2 (*écrit 24*) : et comment ils ont fait 24 ?
130. *Plusieurs mains se lèvent* : huit plus huit plus huit.
131. E2 : ah oui, ils auraient pu fait 8 plus 8 plus 8… mais c'est pas ça qu'ils ont choisi
132. …
133. E2 : ensuite il a fait 3 fois 3 ,9 et 3 fois 30… Puis ensuite il a dit , j'ai pris les unités, un plus deux plus trois, six… Donc tu as fait ?
134. G1 : euh…

135. E2 : 31 plus
136. G : plus 32
137. E2 : plus 32 plus
138. G : plus 33.
139. E2 : plus 33, égal 96
140. Une élève lève le doigt
141. E2 : oui
142. F1 : moi j'ai pas …j'ai pas fait …
143. E2 : euh attend, avant de me dire comment tu as fait, est-ce que vous remarquez quelque chose… A propos de ce qu'il vient de dire.
144. F : c'est un peu comme Brice
145. E2 c'est un peu comme Brice oui, effectivement
146. G : c'est bizarre parce que là, quand on regarde ça, on dirait qu'il a fait 99
147. E2 : ben non… il a cherché, il a cherché à une petit peu comme toi, tu as fait 3 plus 3 plus 3, il y a 9 mais c'était 3 dizaines pas trois unités. OK merci. (*se retourne vers F*) Qu'est-ce que tu voulais expliquer ?
148. F : ben c'est bon, j'ai trouvé 31, 32 33 mais j'ai pas fait pareil
149. E2 : alors comment t'as fait ?
150. F : ben d'abord j'ai … dans ma tête je savais que 3 plus 2 plus 1 ça faisait 6. et après je l'ai marqué et après je savais que 3 fois 3 ça faisait 9 donc j'ai trouvé 96.
151. E2 : et c'est ça ne ressemble pas à ce qu'il vient d'expliquer là ?
152. Plusieurs si
153. F : ben si sauf que j'ai pas fait 3 fois 30
154. E2 ah oui mais ça ressemble quand même
155. F : oui
156. E2 : 3 fois 3 ça fait neuf mais attention, c'était pas neuf unités. Est-ce que quelqu'un s'y est pris, pour arriver au même résultat, s'y est pris, a pensé les choses de façon différente ?
157. F2 : ben moi j'ai fait pareil mais en plus petit
158. E2 : pourquoi en plus petit ?
159. F2 : ben j'ai fait deux fois et j'ai trouvé 31, 32…
160. E2 : ah oui, tu as fait moins d'essais, tu es tombée plus prêt … mais peut-être parce que tu avais déjà fait …24 plus 24 plus24, c'est peut-être pour ça
161. F2 : oui.
162. G2 : moi je suis sûre qu'on aurait pu trouver plus facilement en s'aidant du résultat.
163. E2 : en s'aidant du résultat, c'est-à-dire ?
164. G2 : ben c'est par exemple, le 9, on aurait pu multiplier par quelque chose et on aurait trouvé la réponse plus facilement.
165. E2 : je vois pas bien ce que tu veux faire
166. G2 : ben par exemple le 93, on multiplie par euh par euh 31, ben après c'est sûr qu'on va trouver 31, 32 et 33.
167. E2 : oui mais … je sais pas si vous avez compris ce qu'il veut dire Brice, mais...
168. G3 : moi j'ai compris
169. E2 : tu as compris
170. G3 : oui en fait, il veut s'approcher du résultat avec une multiplication
171. E2 : il veut se rapprocher du résultat avec une multiplication, c'est ça … et quelle multiplication permettrait de se rapprocher du résultat alors ?
172. G3 : ben euh, on multiplie les trois nombres là

173. E2 mais si je les multiplie entre eux, je ne pense pas … enfin Brice est-ce que tu peux expliquer un peu plus ou tu n'arrives pas à l'expliquer ?
174. G2 : non
175. E2 non tu n'arrives pas à l'expliquer… mais il y a une histoire de multiplication
176. G2 : oui
177. E2 : bon, on va voir. On va … enfin j'en sais rien. Euh …est-ce qu'il y a des enfants qui n'avaient pas réussi du tout ?
178. Personne ne lève la main
179. E2 vers F3 : oui toi tu avais trouvé une solution, tu avais fait deux essais, c'est ça ? et est-ce que quelqu'un a réussi à trouver avec les essais, la somme de 96 ? Et toi pourquoi tu n'y est pas arrivé ? C'était quoi tes nombres que tu avais essayés ?
180. F3 : ben j'avais fait 13… 11 et 14 enfin, ils sont pas dans l'ordre.
181. E2 : oui mais on voit qu'ils se suivent. Et t'avais trouvé ?
182. F3 euh… 36
183. E2 (*écrit au tableau les nombres cités*) : et alors ?
184. F3 ben j'ai continué : j'ai fait 11 plus 13 plus 14
185. E2 : Où est le problème ?
186. Plusieurs : ça se suit pas.
187. E2 : ça se suit pas. Euh … est-ce qu'on est prêt de notre somme de 96 ?
188. Plusieurs élèves : non
189. E2 voilà, tu as fait des essais qui étaient un petit peu trop loin aussi. Et il faut faire attention, il faut bien que ça se suive. Et toi Anaïs ?
190. F4 : 93, 94 , 95.
191. E2 : 93, 94 et 95. et alors ?
192. F4 ça fait 282
193. E2 et donc, est-ce que ça convient pour la somme de 96 ?
194. F4 : non pas du tout.
195. E2 : est-ce qu'on aurait pu s'en douter que cela n'allait pas le faire ?
196. Plusieurs élèves : ben oui
197. F5 : ben le résultat, à 95, il manquait plus qu'un. Plus qu'un chiffre et c'était 96
198. E2 : oui, 95, tu n'as plus qu'à ajouter un et c'est 96 alors si tu additionnes 93 plus 94 plus 95, t'es sûre que c'est trop grand. Donc il faut quand même essayer de faire des essais qui ne soient pas trop loin de notre résultat, d'accord ? Et nous ce qu'on visait, c'était 96.
01H20

Transcription d'un groupe (recherche pour 354 et rédaction de l'affiche)

(**Antoine,** Syfdine, Emilie)

1. S : allez, on doit le faire.
2. E : ah, on a une calculatrice…
3. A : bon, on s'y met …
4. E : alors 37 plus 38… Ah, non… 64 plus 65 plus 66 est égal à 195
5. A : faut faire plus
6. S : essaie 99 plus … euh non, 97 plus 98
7. E : 99… Ah, non… 97 plus 98 plus 99… est égal à 294
8. A : oh !

9. E : euh… 100 plus 101 plus 102 est égal à 204… 120 plus 121 plus 123 est égal à 364
10. S : ah !
11. E : attends, 121… qu'est-ce qu'on fait alors ?
12. S : on aurait dû les écrire au fur et à mesure
13. E : oui vas-y … 97 plus 98 plus 99 égal… je ne m'en rappelle plus… (reprend la calculatrice) 294
14. S *prend un feutre et écrit* 97 + *98 + 99 = 294* : après, on a fait quoi ?
15. *A : 100 ?*
16. E : 100 plus 101 plus 102 égalent (*reprend la calculatrice*) 303
17. *S écrit 100 + 101 + 102 = 303*
18. A : après, 121 plus 122 plus …
19. E : attends… 120 plus 121 plus 123 égalent 364
20. A : mais 120 plus 120 plus 120, ça fait 360 … essaie 122
21. E : attends non, 99 + … ah, non… 114 plus 115 plus 116 est égal à 345
22. S : attends, j'écris … (*S écrit 114 + 115 + 116 = 345*)
23. E : oui… Ah, je sais… Donc, (*avec la calculatrice*) 117 plus 118 plus 119 égalent 354… j'ai trouvé !
24. A : c'est quoi ?
25. *S écrit : 117 + 118 + 119 = 354*
26. E : on a trouvé.
27. S : oui, 117 plus 118 plus 119 égalent 354
28. A : ah, chouette
29. E2 *s'approche* : vous avez commencé là ? vous avez essayé ça puis ceux-là ?
30. E : on était trop grand donc on les a rabaissés.
31. E2 : vous les avez rabaissés ?
32. E : oui puis j'ai fait comme ça donc… plus ça, ça faisait 354
33. E2 : d'accord, donc vous avez rabaissé là, là et là, cette fois, c'était trop petit…
34. E : et j'ai fait plus
35. E2 *s'éloigne* : d'accord
36. S écrit : on a fait des + et on a trouvé 354
37. A : ah, oui, comme ça c'est bien… allez, on a fini.

00h08 de recherche

Transcription des affiches de la séance 1

Ellyas, Mathilde :

100 ; 115 + 116 + 117 = 368, il nous faut ~~moins~~ plus
~~113 + 114 + 115 =~~ 117 + 118 + 119 = 354
354 est égal à 117 + 118 +119

On s'est dabor situé, ensuite ce n'était pas bon car il nous fallait plus et on a cherché puis on est tombé pile sur le résultat.

Alexie, Axel :
117 118 119

122 + 123 + 124 = 369
120 + 121 + 122 =363
116 +117 + 118 = 351
117 + 118 + 119 = 354

On a commencé à 122-123-124 et puis on a continuer à calculer et on a trouver 354.

Chloé, Alexis :

	~~2~~			~~2~~	
	127			117	
+	128		+	118	
+	129		+	119	
	384			354	

On a cherché 127 + 128 + 129 et on a trouvé que c'était trop grand
Après on a fait 117 + 118 + 119 = 354.
On a cherché en raison du 4 donc 7 + 8 + 9 ça fait 24
et aussi on a cherché 300 et on a trouvé 100 + 100 + 100 et ça fait 300.

Arthur, Emilie :
120 + 121 + 122 = 363
110 + 111 + 112 = 333
113 + 114 + 115 = 342

117 + 118 + 119 = 354

Manon, Laurine :

50 + 51 + 52 = 153
71 + 72 + 73 = 216
153 + 154 + 155 = 462
125 + 126 + 127 = 378

	378		124 + 125 + 126 = 375
-	24		130 + 131 + 132 = 393
	354		393 + 3 = 396

Théau, Allan, Gaubert :

1	+	2 = 3	100	+ 200	= 300
3	+	2 = 5	30	+ 20	= 50
2	+	2 = 4	2	+ 2	= 4

117 + 118 + 119 = 354

Anaïs, Nelson :

51 + 52 + 53 = 156
151 + 152 + 153 = ~~306~~ 456

71 + 72 + 73 = 216
91 + 92 + 93 = 191
141 + 142 + 143 = 426
131 + 132 + 133 = 396

112 + 122 + 123 =

117 + 118 + 119 = 354

Joséphine, Camille :

90 + 91 + 92 = 273
100 + 101 + 102 = 303
124 + 125 + 126 = 375
114 + 115 + 116 = 145
115 + 116 + 117 = 348
117 + 118 + 119 = 354

Samuel, Adam :

115 + 116 + 117 = 348
117 + 118 + 119 = 354
~~12~~ 112 + 113 + 114 = 339

Warren, Brice :
100 + 100 + 100 = 300

300 ~~127 + 128 + 129 = 354~~
+

100 + 100 + 100 +
117 + 118 + 119 = 354

117 + 118 + 119 = 354

Emilie, Antoine, Sybdine :

97 + 98 + 99 = 294
100 + 101 + 102 = 303
120 + 121 + 123 = 364
114 + 115 + 116 = 345
117 + 118 + 119 = 354

(On a fait des + et on a trouver 354)

Thomas, Anne-Flore :

127 + 128 + 129 = 384
- 30
117 + 118 + 119 = 354

On a essayé 127 + 128 + 129 = 384, après on a
en trouvent 384, on a enlever ~~3~~ 1 dizaines sur les ~~trouvé~~ 3 nombre et on a fait
après on a fait 117 + 118 + 119 = 354 et on a trouvé.

Maxime, Laïla :

	121		2 117
+	122	+	118
+	123	+	119
	366		354

La 1ère fois montre le calcul était trop haut alors
On a fait 117 + 118 + 119 = 354.

Séance 2 (E2A *Trois nombres qui se suivent*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 (*debout devant le tableau, face aux élèves*) : ça y est, vous êtes prêts. Dépêchez-vous. (E3 *reprend les affiches de la séance précédente*) Vous vous souvenez, la dernière fois, on avait commencé un problème… un problème où il était question de quoi ?
2. F1 : de maths
3. E2 : oui, de maths, tout va bien ! Et puis ?

4 mains se lèvent

4. Maël : il était question de nombres qui se suivent.
5. E2 : ah, de nombres qui se suivent et qu'est-ce qu'on faisait avec ces nombres qui se suivent ?
6. Adam : tu nous a donnés un nombre et on devait le trouver avec les nombres qui se suivent.
7. E2 prend une craie : oui, je vous ai donné un nombre et vous deviez le trouver avec des nombres qui se suivent, quel nombre j'avais donné ?
8. Quelques élèves : 354
9. E2 : oui, il y avait 354. Il y a eu aussi 96 et on devait trouver trois nombres qui se suivent … pour faire quoi en fait ?
10. G1 : un calcul
11. E2 : un calcul, un calcul, ça veut dire beaucoup de choses… Quel calcul ?

4 mains se lèvent

12. Maël : une addition
13. E2 : une addition… et pour 96, qu'est-ce qu'on avait trouvé ? Vous vous en rappelez ?
14. F2 : 31, 32 et 33
15. E2 : on avait trouvé que 96 était la somme de 31, 32 et 33 (*E2 écrit 31 + 32 + 33 = 96*) Comme vous avez une sacrée mémoire, vous allez sans doute me rappeler l'autre nombre sur lequel on a travaillé.
16. Plusieurs élèves : 354
17. E2 : oui, 354. Et on avait essayé de trouver de quels nombres qui se suivent, il était la somme. Est-ce que vous vous rappeler ? Alors pas les nombres, car ça ce n'est pas ce qui m'intéresse le plus, mais plutôt comment vous vous y étiez pris. Et ce qu'on avait fait un petit peu ensemble… non, plus trop… Mathilde ?
18. Ma : on avait fait d'abord une première addition et après d'autres, pour trouver juste 354.
19. E2 : alors, on avait fait une première addition de trois nombres et puis, on avait essayé d'approcher 354. Alors, moi j'ai ressorti vos affiches de la dernière fois, j'en ai choisi trois, les autres sont là-bas et par exemple, celle-ci, celle de Mathilde et Elias… Est-ce que vous vous souvenez comment vous avait fait ?
20. Ma : on avait fait… un essai et on avait vu que c'était pas bon alors… on a changé.
21. E2 : tu vas me redire ça et je vais essayer d'écrire ce que tu dis.
22. Ma : on s'est d'abord situé…
23. E2 : situés … c'est à dire
24. Ma : on a pris trois nombres au hasard, trois nombres dans les 100 au hasard et pour se situer, pour voir où est-ce qu'il était
25. E2 (*écrit et dit*) : trois nombres dans les 100.
26. Ma : après, on a fait plus
27. E2 : voilà, vous avez essayé 313, 314, 315 euh, non, 113, 114 et 115 (E2 *écrit 113 + 114 + 115*) ça marchait pas
28. Ma : non
29. E2 : j'ai vu que vous avez essayé plus grand après (*E2 écrit 115 + 116 + 117 = 348*)
30. Ma : il nous fallait un tout petit peu plus
31. E2 : donc vous avez écrit les nombres suivants (*E2 écrit 117 + 118 + 119 = 354*) et vous aviez trouvé le résultat… Est-ce que cela vous rappelle quelque chose ?… Alors, moi, ce que je vais vous proposer aujourd'hui c'est de repartir sur un exemple… Mais cette fois, vous allez chercher un petit peu tout seul… vous allez pour ça, quand j'aurai fini de parler reprendre votre feuille de recherche, votre feuille de classeur jaune, vous allez essayer de trouver une technique pour approcher le plus vite possible, vous … par exemple, là, vous vous êtes approché assez rapidement…
32. Ma : oui
33. E2 : vous avez eu l'idée de chercher trois nombres dans les 100, pourquoi ?
34. Ma : parce que 100 plus 100 plus 100, ça fait 300
35. E2 : oui d'accord, 100 plus 100 plus 100, ça fait 300, donc vous pensiez que vous alliez dans la bonne direction (E2 écrit 100 + 100 + 100 = 300) Moi, j'aimerais bien que vous fassiez, que vous repreniez la même situation et que vous essayiez d'arriver le plus rapidement possible à trouver la solution, c'est à dire trois nombres qui se suivent qui seront égaux à la somme que je vais vous donner. D'accord, le nombre en question est 462.

E2 *retourne un côté du tableau où est écrit* :

Cherchez trois nombres qui se suivent dont la somme est 462

36. E2 : ça marche, prenez vos feuilles de classeur qui est dans la partie maths

00H09

37. E2 : vous travaillez un peu tout seul

00H11

38. E2 : ça y est, au travail, tout le monde a sa feuille.
39. E2 reste debout devant le tableau, observe les élèves : avant de vous lancer, là, est-ce que quelqu'un peut me redire ce qu'il y a à faire ?
40. 7 mains se lèvent.
41. E2 : Saïd ?
42. S : on doit chercher 462 avec des nombres qui se suivent.
43. E2 : oui, en faisant la somme de trois nombres qui se suivent, d'accord. Mais, j'ai pas ajouté quelque chose ?
44. 2 mains se lèvent
45. G3 : qu'il fallait la somme le plus vite possible
46. E2 : c'est pas tout à fait ça que j'ai dit
47. Elias : il fait trouver une manière de faire qui va super vite
48. E2 : oui, moi, j'aimerais y arriver rapidement au résultat. La dernière fois, vous avez fait des essais. Mathilde nous a dit qu'elle avait commencé par 100 car 100 plus 100 plus 100 donnent 300. et qu'ensuite vous aviez fait plusieurs essais pour que vous arriviez à trouver le résultat. Moi, je veux que vous essayiez de trouver un truc pour y arriver le plus vite possible au résultat. Vous allez sans doute être obligés de faire des essais, ça c'est normal, donc trouver un truc et essayer de me l'expliquer… Allez au travail.

00H14

49. E2 : ah… j'ai des calculatrices… mais pas une par personne… (*E2 les répartit sur les tables*)

00H15

E2 reste devant le tableau, n'intervient pas, observe de loin les élèves

00H21

50. E2 : je crois que quelques-uns ont trouvé…
51. Plusieurs élèves : oui
52. E2 fait le tour de la classe, observe sans intervenir

00H23

53. E2 : bon, encore une minute et on regarde ce que vous avez fait ensemble.

00H24

54. E2 : bon, allez, on regarde ensemble, chut… Tu as encore des choses à écrire Mathilde ? Ah tu n'as pas trouvé ? … Bien.

00H25

55. E2 : j'aimerais bien qu'on réfléchisse ensemble à ce que vous avez cherché là, j'ai fait de la place au tableau pour écrire. Comme la dernière, on va se rassembler devant le tableau pour … Regardez comment vous vous y êtes pris. Vous allez venir avec votre feuille de classeur.

Les élèves se lèvent, se regroupent et s'assoient devant le tableau.

56. E2 : bien. Du coup, j'ai vu … de loin, que vous avez tous commencé quelque chose. Il y a des enfants qui y sont arrivés… certains très vite… et d'autres ont eu besoin de plus de temps, d'un petit peu plus d'essais pour y arriver. Donc notre problème aujourd'hui est bien de trouver un truc qui nous permette de trouver vite. Alors, on va peut-être pouvoir s'aider les uns les autres à trouver justement. Euh… par quoi tu as commencé Samuel par exemple ? Notre somme, c'est 462 et… On cherche trois nombres qui se suivent.
57. Sam : j'ai fait 120 plus 121 plus 121 mais…
58. E2 : alors 120 plus 121 plus 121 … Le problème, c'était ?

59. Sam : que ça se suivait pas
60. E2 : le problème c'est que ça se suivait pas, ces deux-là se suivent… Mais ici, c'est le même donc… ça ne convient pas et ça fait 362… donc il est
61. Anaïs : trop petit
62. E2 : par quoi tu as commencé toi, Anaïs ?
63. An : j'ai pris 201, 202, 203
64. E2 (*écrit au tableau 201 + 202 + 203*) : ça fait combien ?
65. An : 606
66. E2 : est-ce que c'est bien trois nombres qui se suivent ?
67. Plusieurs élèves : oui
68. E2 : ce sont bien trois nombres qui se suivent… Pourquoi ils ne conviennent pas ? Antoine ?
69. Ant : ben, parce que c'est trop grand
70. E2 : d'accord… Alors, Antoine, à toi
71. Ant : moi, j'ai fait 100 plus 100 plus 100 plus 100
72. E2 (*écrit 100+100 +100 +100*) : il a essayé ça… mais pourquoi ?
73. Ant : pour avoir 400
74. E2 : parce que tu voulais voir comment faire 400, c'est ça ?
75. G3 : mais c'est pas des nombres qui se suivent
76. E2 : non, c'est vrai, après qu'est-ce que tu as fait ?
77. Ant : j'ai fait tout de suite 154 plus 155 plus 156
78. E2 : après, il est passé directement, je vois ça sur sa feuille, à 154 plus 155 plus 156… alors j'aimerais bien savoir comment t'es passé déjà à ça ? qu'est-ce que tu as fait ?
79. Ant : des calculs que j'ai pas marqués
80. E2 : mais est-ce que tu peux nous expliquer un peu ton idée ?
81. Ant : j'ai fait aussi 130 plus 131 plus 132
82. E2 : tu as calculé 130 plus 131 plus 132, ça fait combien ? les autres ? (E2 écrit 130 + 131 + 132 = 393) ça nous convient ?
83. F4 : non
84. E2 : non, pourquoi ?
85. F4 : c'est pas assez
86. E2 : et celui-là ? ça faisait combien, 465. Ah, on n'était pas loin.
87. Mathilde : moi, j'ai pas trouvé comme ça… après 154, 155, 156… moi, j'ai… en fait, il fallait enlever 1 à chaque nombre
88. E2 : il fallait enlever un à chaque nombre qu'on additionne
89. Mat : et ça faisait 153, 154, 155.
90. E2 : à partir de là, tu t'es dit, il suffit que j'enlève un à chaque et je vais avoir le bon résultat (*E2 écrit 153 + 154 + 155 = 462*) mais pourquoi tu t'es dit qu'il fallait enlever un à chaque ?
91. Mat : parce que 465, il y en a 3 de trop pour faire 462
92. E2 : alors, 462 c'est 465 moins 3 donc il suffisait d'enlever un à chaque nombre. D'accord. Bon… Antoine n'a toujours pas expliqué pourquoi il a fait 100+100+100+100… ça reste mystérieux pour moi… Qu'est-ce que ça pouvait te donner comme indication ça ?
93. Ant : pour voir si c'était dans les 100
94. E2 : ah oui, mais… Attention, tu as ajouté 4 nombres… mais j'ai vu là des enfants qui s'y prenaient autrement pour savoir…. A peu près.. quelle grandeur de nombres il fallait qu'ils cherchent. Je vois des enfants qui s'y sont pris … un peu différemment. *Six mains se lèvent.* Maxime ?
95. Max : j'ai fait 150 plus 150 plus 150.

96. F5 : mais ce sont pas des nombres qui se suivent !
97. Max : oui, mais…
98. E2 (*écrit 150+150+150 = 450*) : pourquoi ça t'as intéressé de faire ça ?
99. Max : ben, parce que 450 c'est près de 462
100. E2 : eh oui, c'est près de 462
101. Max : dans mon autre essai, j'ai mis 5 à la place de 0 et après au premier 0, j'ai mis 5, au 2ème 0, j'ai mis 6 et puis, un 7 et ça fait 468.
E2 écrit 155+156+157
102. Max : après du coup, j'ai baissé
103. E2 : 468, c'était trop grand, du coup, tu as ajouté
104. Max : oui, j'ai pris 154 plus 155 plus 156.
105. E2 : Alexie ? Tu as une question ?
106. Al : pourquoi tu as fait 150 plus 150 plus 150 ?
107. Max : pour avoir un repère pour démarrer
108. E2 : pour avoir un repère oui
109. G5 : moi, j'ai fait ça aussi, pour savoir si les centaines et les dizaines étaient bonnes
110. E2 : quand on fait 150 plus 150 plus 150, on a 450 et il manque ?
111. G5 : 12 et faut ajuster
112. E2 : oui, et pour ajuster il faut chercher quoi ? Il faut chercher à faire 12 avec trois nombres qui se suivent… ça va… et comment faire 12 avec trois nombres qui se suivent ?
113. Mat : 3, 4, 5
114. E2 : comment vous trouvez ça, 3, 4, 5 ?
115. Mat : ben parce que 4 plus 4 plus 4, ça fait 12
E2 *écrit 4+4+4 = 12*
116. Alexie : ah oui, si on en ajoutes un et on en enlève un à un autre, ça fait pareil.
117. E2 : alors, si on enlève un à un des nombres là et qu'on le rajoute à l'autre, ça va pas changer le total… Vous êtes d'accord ?
118. Alexie : et ça va faire trois nombres qui se suivent
119. E2 : oui, ça va faire trois nombres qui se suivent, donc il s'est dit 4 plus 4 plus 4, ça fait 12. Il suffit que j'en enlève un au premier et que je le mette au dernier 4 et je trouve trois nombres qui se suivent. Vous êtes d'accord avec ça ?
120. Un oui général.
121. E2 : mais d'où il est parti ? il a pris quoi ? Ah oui, peut-être dans sa tête.. 150 plus 150 plus 150, c'est le même nombre finalement, c'est pas trois nombres qui se suivent. Après quand il a voulu être encore plus prêt, il fallait 12 pour obtenir le résultat qu'on voulait. Il a repris la même solution, 4 plus 4 plus 4, alors maintenant… si je donne un autre nombre… Comment allez-vous faire ?
122. G5 : pareil
123. E2 oui, c'est à dire ? Ce sera à nouveau 150 plus 150 plus 150.
124. G5 : non
125. F5 : on fera par exemple là, c'était 4 plus 4 plus 4, on fera …
126. E2 : oui, mais c'est quoi votre technique pour approcher ? Là, il a fait 150 plus 150 plus 150 ce qui donne 450, après on regarde combien il faut pour avoir 462 donc 12.
127. Alexie : là, on voit que c'est pas 100, il a pris alors 150.

00H39

128. E2 : bon, est-ce que vous avez d'autres explications alors vous allez vous réinstaller et je vous donne un autre nombre.

00H41

129. E2 : je vais vous en redonner deux. J'attends que vous soyez prêts à écouter… ça y est ? Alors vous allez chercher trois nombres qui se suivent dont la somme est… 25 et aussi trois nombres qui se suivent dont la somme est 45.

(*E2 écrit S = 25 S=45*)

00H43

E2 reste devant le tableau, n'intervient pas dans les groupes.

00H49

Mise en commun

130. E2 : est-ce que j'ai bien entendu ? Des enfants protestent pour dire que pour un des nombres, c'est pas possible ? Pour lequel ?

5 mains se lèvent

131. Emilie : 25
132. E2 : pour 25
133. Em : ben déjà, j'ai trouvé 24
134. E2 : ah 24, et comment ?
135. Em : 24 c'est 7 plus 8 plus 9
136. E2 : mais est-ce que c'est 24 qu'on visait ?
137. Em : non, après j'ai fait 8 plus 9 plus 10
138. E2 : et là ? ça fait combien ?
139. Em : 27
140. E2 : oui, 27, on n'est pas à 25 (*E2 écrit 7 + 8 + 9 = 24 et 8 + 9 +10 = 27*)
141. F4 : mais on doit faire avec trois chiffres et pas deux ?
142. E2 : oui, pour reprendre notre problème, il faut faire avec trois et pas deux. Anne Flore, tu as une solution ?
143. AF : oui, mais je crois que c'est pas bon
144. E2 : alors tu avais trouvé quoi comme nombre ?
145. AF : 7, 8 10.
146. E2 (*écrit 7+8+10 = 25*) : là ça fait bien 25. mais manque de pot, ça marche pas là… ça ne se suit pas… Du coup, ça ne marche pas.
147. G5 : avec deux nombres, on y arrive
148. E2 : oui, avec deux nombres, on y arrive, par exemple ?
149. G5 : 12 et 13
150. E2 : du coup, là, vous me dîtes qu'avec trois nombres, 25 ça ne marche pas, ça ne va pas être possible
151. F5 : ben, comment ? Enfin moi pour trouver 25, je savais que 3 et 2 ça faisait 5, après, il fallait mettre 0 mais après… dans les chiffres ça faisait 2 donc un et un et ça faisait 25. Donc il faut deux nombres et pas trois.
152. E2 : donc avec deux nombres vous y arrivez mais avec trois nombres vous n'y arrivez pas. Bon, pour le cas du 45 ?
153. 5 mains se lèvent.
154. G6 : 14, 15, 16
155. E2 : 14, 15, 16. Comment tu as trouvé ça ?
156. G6 : en calculant
157. E2 : ah… Merci… Alors 14 plus 15 plus 16, ça fait 45, c'est ça. Moi, j'aimerais bien savoir comment il a trouvé ça. J'ai vu des enfants là, qui avaient une technique pour trouver ça.
158. Mat : en cherchant pour 25, j'ai fait 4, 5, 6, ça faisait 15. Du coup, j'ai fait 14, 15, 16.

159. E2 : d'accord alors toi, tu as fait, en cherchant pour 25, ça faisait 4, 5, 6 et 15 et pour aller à 45, tu t'es dit qu'il faut que je rajoute 30, c'est bien.

160. Mat : oui, il faut ajouter une dizaine à chaque fois

161. E2 : oui, il faut ajouter 10 à chaque et ça fait 14, 15 et 16 égalent 45. En ajoutant 10, là, 10 là et 10 là, d'accord…

162. E2 écrit au tableau :

4 + 5 + 6 = 15 +10 +10 +10 + 30 14 + 15 + 16 = 45

163. E2 : moi, j'ai vu des enfants qui faisaient différemment.

164. AF : j'ai fait un peu comme tout à l'heure avec le 150, sauf que j'ai fait 15, 15, 15 et ça fait 45 et après, j'en ai retiré un à un et je l'ai mis à … je l'ai mis à l'autre.

165. E2 (écrit 15 + 15 + = 45) : ça, ça fait 45 mais pour avoir trois nombres qui se suivent, tu as repris la technique de tout à l'heure. Tu as dit, je prends un dans 15, ça fait 14 et je le rajoute au dernier, ça fait 16 et ça fait bien trois nombres qui se suivent… technique rapide !

15 +15 +15 = 45 14 + 15 + 16 = 45

166. AF : moi, j'ai fait autrement

167. E2 : ah… Alors comment ?

168. AF : au début, j'ai fait 24, 25, 26. Après, j'ai enlevé 10 à chaque nombre et comme je savais que 4, 5, 6 ça faisait 15, j'ai mis 14, 15, 16.

E2 écrit :

24 + 25 + 26 = 75 -10 -10 -10 -30 14 + 15 + 16 = 45

169. E2 : tu as enlevé 10 à chaque, c'est ça. Alors elle a trouvé quelque chose qui l'intéressait mais au lieu d'être 30 en dessous, elle était 30 au-dessus. D'accord… Alors moi, j'ai une nouvelle question à vous poser, vous m'avez dit avec 25, trois nombres qui se suivent c'est pas possible. J'aimerais que vous vérifiez que c'est impossible… enfin, j'aimerai que vous essayiez de me dire s'il y a d'autres nombres pour lesquels c'est pas possible. Jusqu'à présent 25, c'est le seul pour lequel, vous m'avez dit, 25, ce n'est pas possible… Bien sûr, je reprends… vous m'avez dit 25, c'est pas possible, ce que je voudrais que vous fassiez, c'est que vous essayiez de montrer que c'est vraiment pas possible. Pour 25, Ok et vous essayez de trouver s'il y a d'autres nombres pour lesquels on ne peut pas trouver trois nombres qui se suivent et qui donnent ces nombres-là. D'accord.

170. Trois élèves : moi, je pense avoir trouvé car j'ai fait des calculs déjà.

171. E2 : bon, vous avez trouvé des choses et vous allez m'expliquer ça… vous allez vous mettre rapidement par deux. Alors attention, je vais vous dire avec qui… Il ne faut pas perdre de temps.

01H15

172. E2 : je vous donne une grande feuille par groupes et… la calculette mais je ne sais pas si on en a besoin, je suis pas sûre… Alors qu'est-ce qu'il faut trouver ?

173. G7 : tous les nombres où c'est pas possible

174. E2 : tous les nombres où c'est pas possible de faire quoi ?

175. G7 : qui se suivent et qu'on fasse la somme mais… entre quel nombre et quel nombre ?

176. E2 : ah oui, tu penses qu'il va y en avoir beaucoup, c'est ça ? Vous allez me dire si vous trouvez un truc pour repérer les nombres pour lesquels c'est pas possible et les nombres pour lesquels c'est possible.

177. E2 : alors, je vois que vous avez trouvé des choses, on fera le point la prochaine fois… Oui, en plus la prochaine fois, on essaiera de savoir d'avance.

Fin de la séance.

01H27

Travaux individuels des élèves lors des séances 1 et 2

Anne-Flore : Mathématique problèmes

1ère Séance : 31 + 32 + 33 = 96 parce que 1+2 +3 = 6 et 3+3+3 = 9

149	150	153
+ 150	+ 151	+ 154
+ 151	+ 152	+ 155
= 450	= 453	= 462

J'ai commencé avec 149 + 150 + 151 = 450 et c'était trop petit
Après j'ai fait 150 + 151 + 152 = 453 c'était un petit peu trop petit
Après j'ai fait 153 + 154 + 155 et c'était le nombre.

2ème Séance :

5 + 6 + 7 = 18
7 + 8 + 9 = 24
~~7 + 8 + 10 = 25~~ C'est impossible
8 + 9 +10 = 27
11 + 12 + 13 = 36
24 + 25 + 26 = 75
14 + 15 + 16 = 456

Axel : Problèmes

1ère Séance :

31	26
+ 32	+ 27
+ 33	+ 28
96	79

J'ai cherché combien faisait 31 + 32 + 33 et j'ai trouvé 96
Après j'ai cherché combien faisait 26 + 27 + 28 et j'ai trouvé 79

2ème Séance :

La somme est 462
144 + 145 + 146 = 435
150 + 151 + 152 = 453
152 + 153 + 154 = 468
153 + 154 + 155 = 462

La somme est 25 et 45
25 : 8 + 9 + 10 = 27
6 + 7 + 8 = 21
7 + 8 + 9 = 24
c'est impossible
45 : 13 + 14 + 15 = 42
14 + 15 + 16 = 45

Alexie : Problème

1ère Séance :

24 30 + 31 + 32 = 93 La somme est 93
\+ 24
\+ 24 31 + 32 + 33 = 96 La somme est 96
72

J'ai commencé par 30 - 31 – 32 parce que j'aime bien ces chiffres mais sa faisait que 93 alors j'ai fait avec les nombres d'après 31 – 32 – 33.

2ème Séance :

462 : 144 + 145 + 146 = 453

144
\+ 145
\+ 146
435

152 + 153 + 154 = 459
153 + 154 + 155 = 462

25 : 8 + 9 + 10 = 27
5 + 6 + 7 = 18
6 + 7 + 8 = 21
7 + 8 + 9 = 24
8

Chloé :

1ère Séance :

Cherchez 3 nombres qui se suivent et dont la somme est 96.
21 + 22 + 23 = 66
31 + 32 + 33 = 96

j'ai fait 21 + 22 + 23 = 66 c'est trop petit donc
ensuite, j'ai fait 31 + 32 + 33 et sa fait 96.

2ème Séance :

462
185 + 186 + 187 = 558
157 + 158 + 159 = 474
154 + 155 + 156 = 465
153 + 154 + 155 = 462

25
4 + 5 + 6 = 15
7 + 8 + 9 = 24

45
14 + 15 + 16 = 45

Transcription d'un groupe

(Chloé, Alexi)

1. Ch : Donc on avait 24 et 27, après on peut faire quoi ?
2. Al : eh ben, tu mets 28… on ne peut pas.
3. Ch : ben oui, c'est…on peut pas et… ils le savent qu'on peut pas… Oui, il faut écrire que ceux qu'on peut pas… On peut pas pour 31, tu sais 30, 31…regarde parce que 9, 10…
4. Al : mais non
5. Ch : 9 plus 10 plus 11 ça fait 30
6. Al : oui et 10 plus 11 plus 12, ça fait 32…
7. Ch : ça fait 33
8. Al : euh, je me suis trompé
9. Ch : 10 plus 11 plus 12, ça fait…
10. Al : 33
11. Ch : oui, je sais. Donc pour 34, on peut pas… Ah mais…J'ai oublié plein de trucs… Ah là là.
12. Al : 33, on peut… 32, on peut pas
13. Ch : ah, je sais… On a oublié 29, on peut pas et 32, on peut pas.
14. Al : ah, là, là
15. Ch : parce que… 9 plus 10 plus 11, ça fait 30, et 10 plus 11 plus 12, ça fait 33 et on peut pas pour 29, 8 plus 9 plus 10, ça fait 27 et 9 plus 10 plus 11 ça fait 30. Bon, ben y'en a plein
16. Pour 34 :10 plus 11 plus 12 ça fait 33 et 11 plus 12 plus 13 ça fait 36
17. Pareil pour 35…
18. Al : on va pas pouvoir tout écrire… y en a plein.
19. Ch : oui… on va mettre seulement les nombres donc… 37, 38, 40 etc. (Ch écrit les nombres trouvés sur l'affiche)
20. Al : faut qu'on explique un peu
21. Ch : ben… on a vu que…
22. Al : on a vu que les nombres possibles
23. Ch : que les nombres qui sont possibles, on rajoute 3 à chaque fois… Voilà.
24. Al : et on a plein d'exemples
25. Ch : oui, c'est vrai.

00H34

Séance 3 (E2A *Trois nombres qui se suivent*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 : vous êtes prêts ? Vous vous souvenez de notre problème qui était de … trouver trois nombres qui se suivent et dont la somme est un nombre que je vous ai donné. J'ai

déjà donné comme somme 96, 354 et le dernier 462. (*E2 écrit au tableau les nombres*) Voilà pour ces trois-là, on avait trouvé des solutions à chaque fois. Ensuite, je vous avais proposé 25 et 45. Qu'est-ce qui c'était passé pour ces deux nombres-là ?

2. G1 : le 25 c'est impossible et le 45 c'est possible.
3. E2 : est-ce qu'on peut redonner rapidement les solutions pour 45, si vous me dîtes que c'est possible ?
4. F1 : 14, 15, 16
5. E2 : d'accord (*E2 écrit* S = 25 S= 45 et 45 = 14 + 15 + 16) et pour 25, on n'avait pas trouvé de solution, on n'avait pas trouvé des nombres tels que la somme est 25. Comment on était sûr ?
6. Plusieurs mains se lèvent
7. F2 : parce que 7 plus 8 plus 9, ça fait 24
8. E2 : oui, 7 plus 8 plus 9, ça fait 24 et c'est trop petit, on avait un plus grand ?
9. G2 : 8 plus 9 plus 10
10. E2 : on avait ajouté un à chaque nombre et 8 plus 9 plus 10 donnent 27. Donc pour 25, c'était pas possible, 24 est trop petit et 27 est trop grand. On n'arrivait pas à se mettre juste sur 25. Bien. Qu'est-ce que je vous avais posés ensuite comme question pour commencer à chercher et qu'on va continuer aujourd'hui ?
11. Plusieurs mains se lèvent
12. Samuel : chercher des nombres qui ne sont pas la somme de trois nombres qui se suivent.
13. E2 : chercher des nombres qui ne sont pas la somme de trois nombres qui se suivent, c'est ça que je vous avais demandé. Est-ce que c'est seulement ça ?
14. F3 : de trouver des résultats où la somme est pas possible.
15. E2 : oui, c'est ce que dit Samuel.
16. G4 : il fallait trouver si vraiment 25 était impossible.
17. E2 : oui, il fallait trouver si vraiment 25 était impossible. D'accord. Alors, je vais vous redonner votre travail de la dernière fois et je vais vous repréciser ce que je vous avais demandé de faire… La dernière fois, on a vu que ce n'était pas possible de trouver trois nombres qui se suivent dont la somme est 25. Et vous avez trouvé d'autres nombres dont ce n'est pas possible, qui ne sont pas la somme de trois nombres qui se suivent. Moi, je voudrais savoir comment on sait qu'un nombre est la somme de trois nombres qui se suivent. Quand j'ai n'importe quel nombre, comment je peux savoir que, qu'il y a une solution et qu'on va trouver les trois nombres qui se suivent ou si je vais pas trouver, je saurais d'avance que c'est possible. Est-ce que vous comprenez ce que je veux dire.
18. Quelques élèves : oui
19. E2 : Alexie, essaie de tout redire ça.
20. Al : on va expliquer comment on peut reconnaître des chiffres… ceux qui n'ont pas de solution et ceux pour qui il y a une solution.
21. E2 : voilà, comment on peut reconnaître des nombres et savoir qu'on sera sûr qu'il y a une solution et des nombres dont on sera sûr qu'il n'y a pas de solution. Quelle est la caractéristique des nombres qui permettent de savoir s'il y aura une solution c'est à dire trois nombres qui se suivent dont la somme est ce nombre-là. Ou si on sera sûr d'avance qu'il n'y aura pas trois nombres qui se suivent dont la somme sera ce nombre-là. Est-ce que ça va aller ? Oui.
22. 00h08
23. E2 : alors, je vous redonne vos feuilles, vos affiches de la dernière fois. Peut-être qu'en fonction de… de ce que vous avez fait les uns et les autres, vous aurez peut-être

pas assez de place, dans ce cas-là, je vous redonne une autre, pas de souci… vous allez vous remettre par groupe.

24. 00h09
25. E2 : alors, vous allez regarder ce que vous aviez fait déjà, si je me rappelle bien, j'avais regardé sur vos feuilles rapidement, vous aviez commencé à chercher des nombres pour lesquels c'était pas possible. Maintenant, il faut trouver des nombres … comment savoir d'avance quelles sont les caractéristiques des nombres pour lesquels il est possible de trouver trois nombres qui se suivent et dont ils sont la somme.
26. 00H12
27. E2 *à la classe* : est-ce que je peux avoir votre attention ? Posez vos stylos. Je vais reposer la question différemment parce que je pense que je l'ai mal posé, en regardant un peu ce que vous faîtes, je me rends compte … Bon, je voudrais que vous trouviez maintenant … puisque vous avez trouvé plein de nombres, plein d'exemples qui ne marchent pas…
28. G : une stratégie
29. E2 : ce que j'aimerais que vous trouviez, c'est la caractéristique des nombres pour lesquels ça marche, vous avez trouvé des nombres pour lesquels ça marche ?
30. G : oui
31. E2 : eh bien, ils ont une caractéristique particulière et c'est ça que j'aimerai bien que vous essayiez de trouver et les nombres, qui n'ont pas cette caractéristique-là, eh bien, ça ne marche pas. D'accord… vous essayez de trouver ça.
32. 00H20
33. E2 : bien, est-ce qu'on va pouvoir faire le point bientôt ? Je vous laisse encore une minute et après, on échange… je fais le tour pour regarder ce que vous avez marqué.
34. 00H23
35. E2 : bon allez, on va réfléchir ensemble maintenant. Alors on s'arrête. Je vais avoir besoin de certaines feuilles… (*E2 fait le tour des groupes, prend connaissance du contenu des affiches et les ramasse toutes. Le silence revient dans la classe, les élèves attendent la suite*)
36. 00H25
37. E2 : alors comme la dernière fois, tout le monde s'installe devant le tableau.
38. 00H26
39. E2 (*fixe une affiche*) : moi je voudrais d'abord que Marion et Tao expliquent. Qu'est-ce que vous avez commencé à faire ? Même si vous n'êtes pas allé tout à fait jusqu'au bout…
40. Mar : ben… on a commencé déjà à chercher… à chercher des petits nombres pour essayer de voir si c'était bon après on agrandit de plus en plus.
41. E2 : vous essayez sur des petits nombres voir un peu ceux qui marchent et ceux qui marchaient pas. Et qu'est-ce que vous avez trouvé pour le moment ?
42. Mar : 2… 5
43. E2 : pour 2, est-ce que ça marche ?
44. Tao : non
45. E2 : ensuite
46. Mar : 5
47. E2 : ça marche pas
48. Mar : 4 aussi
49. E2 : je vais essayer de les mettre dans l'ordre au tableau
50. Mar : 7 et 8
51. E2 : 7 ça ne fonctionne pas, 8 non plus. J'en conclus que le trou là, ça fonctionne, Tao ?

52. Tao : 3 oui
53. E2 qu'est-ce que tu avais trouvé pour 3 ?
54. Tao : à, 1, 2
55. E2 : tu avais trouvé 0+1+2 = 3 et 6 fonctionne Tao ?
56. Tao : oui
57. E2 : 6 égal 1 plus 2 plus 3, est-ce que vous avez essayé 9 ?
58. Tao : non
59. G2 : si 9 ça marche…c'est 2 plus 3 plus 4
60. E2 : donc c'est là où vous en êtes toutes les deux ? c'est ça.
61. Tao : on voulait faire 20 on savait que ça marchait pas et on n'a pas eu le temps.
62. E2 : ah… mais pourquoi vous saviez que ça marchait pas ?
63. Tao : déjà on peut faire 18 alors euh…
64. E2 : 18 ça fonctionne, on est d'accord, qu'est-ce qu'on va trouver ? Ah tu ne te rappelle plus… est-ce que vous pouvez l'aider ? 18 c'est… oui 5, 6 et 7 (*E2 écrit 18 = 5+6+7*) Ah vous l'aviez trouvé aussi vous… alors tu me dis si pour 18, ça fonctionne, tu sais que pour 20, ça ne fonctionne pas. Alors comment tu le sais ?
65. Tao : parce que… 19 ça marche pas. Et 20 encore moins.
66. E2 : pourquoi ?
67. F3 : parce qu'il n'est pas dans la table de trois
68. E2 : parce qu'il n'est pas dans la table de trois. Il y avait donc une histoire de table de trois.
69. Plusieurs élèves : oui
70. Plusieurs mains se lèvent.
71. E2 : allez du calme, vous allez vous compléter.
72. F4 : en fait on met le premier, le deuxième, le troisième qui marche mais après les nombres qui sont après, ils marchent pas. Euh… on a essayé 1 fois 3, ça fait 3. après une fois euh… deux fois 3 ça fait 6… et c'est tout le temps les nombres qui marchent.
73. E2 : alors ça c'est dans la table de 3, ça aussi et etc.
74. G4 : 1 on peut pas
75. E2 : 1… non, 0 on pourrait pas non plus d'ailleurs.
76. Plusieurs élèves : ben si, 0 fois 3
77. E2 : ah là, ça va être compliqué… je sens que ça va être compliqué. Alors les autres, ici, ils ont fait plein d'essais, (affiche de Thomas et Anne Flore) ils ont trouvé plein de nombres qui fonctionnaient, plein de nombres qui fonctionnaient pas et puis au bout d'un moment… ils ont mis : 'on met les deux premiers nombres et on met pas le troisième' c'est un petit peu ce que vous étiez en train de faire Marion et Tao, eux ils se sont rendus compte à chaque fois, le troisième, il appartenait justement à la table de trois donc il était … Est-ce que vous connaissez ce mot, là ? Les nombres dans la table de trois, s'appellent des… multiples de trois.
78. Plusieurs élèves : ah oui.
79. E2 : donc les nombres qu'on cherche sont des multiples de trois.
80. G4 : ils finissent par trois.
81. E2 : non, ils ne finissent pas par 3, regarde 3, 6, 9, 18, 12 etc. Est-ce que vous seriez capables de me dire pourquoi tous les nombres qui fonctionnent dans notre problème, qui sont la somme, pourquoi ils appartiennent à la table de 3 ?
82. Plusieurs mains se lèvent
83. F4 : parce que c'est trois nombres qui se suivent
84. E2 : oui, alors qu'est-ce que ça donne, comment ça se fait qu'ils appartiennent à la table de trois ? qu'est-ce qui se passe pour qu'ils appartiennent systématiquement à la table de trois ?

85. Plusieurs mains se lèvent
86. F5 : si c'était les nombres qui se suivent, ça appartiendrait à la table de 4
87. E2 : si c'était la somme de 4 nombres qui se suivent, ça appartiendrait à la table de 4, 5 nombres qui se suivent, à la table de 5. Ah mais qu'est-ce qui se passe pour que ce soit la table de 3 ?
88. F5 : c'est tout le temps 3 chiffres. On a vu euh… comme c'est 3 nombres qui se suivent, c'est la table de trois car dans la table de trois, c'est 3 nombres qui se suivent et c'est les nombres qui se suivent qui arrivent dans la table de trois.
89. Plusieurs mains se lèvent
90. E2 : on tourne en rond là, j'arrive pas à trouver une explication dans ce que tu me dis
91. F6 : par exemple, si tu nous demandais de trouver avec 6 nombres, une somme, eh ben, ce serait dans la table de 6
92. E2 : oui, mais pourquoi, j'aimerais savoir pourquoi moi
93. G4 : parce que les chiffres 1, 2, 3 donc vu que il y a trois chiffres, c'est donc la table de trois, parce que quand on fait une table de 3, on fait 3, 6, 9
94. E2 : je vais peut-être vous demander d'expliquer un peu vos travaux, là, ça va peut-être nous permettre de comprendre… Vous allez essayer… tu m'as expliqué certaines chose Alexis, vous allez essayer de m'expliquer un petit peu votre travail, à tous les deux-là, et ça peut peut-être nous permettre de comprendre pourquoi chaque fois, c'est dans la table de 3. Allez, au tableau, Alexis et Chloé.
    00H35
95. Ch : pour 24, on savait que c'était possible.
96. E2 : vous avez trouvé une solution.
97. Ch : vu que c'est trois nombres qui se suivent, ça fait plus trois
98. E2 : pourquoi plus trois ? explique… Qu'est-ce que vous avez écrit là ?
99. Ch : on a fait des calculs… 24 c'est 7 plus 8 plus 9. et aussi pour la prochaine suite, on ajoute 3 donc c'est 8, 9 10 et ça fait 27. Donc c'est plus 3 à chaque fois.
100. E2 : est-ce que vous avez compris ce qu'a dit Ch ? Un petit peu… alors vas-y, peux-tu réexpliquer … Leila si tu as compris un petit peu…
101. Le : elle a parlé de la table de 3, elle a expliqué que 24 c'est 7 plus 8 plus 9, et après… j'ai pas compris
102. E2 : alors Alexis, est-ce que tu peux compléter ?
103. Al : après on ajoute, 1 à 7, à 8 et à 9. et ça faisait 27.
104. E2 : bon, pour comprendre ici, il faut bien écouter… ce qu'ils sont en train de dire, je vais le reprendre. Ils sont partis de 24 car 24, ils savaient que c'était 7 plus 8 plus 9. Est-ce que 24 est un multiple de 3 ?
105. Plusieurs élèves : oui
106. E2 : c'est quoi alors ?
107. Plusieurs élèves : 3 fois 8
108. G2 : c'est trois fois le nombre qui est au milieu
109. E2 : c'est le nombre qui est au milieu… tiens !
110. F1 : ah, oui, comme 8 plus 8 plus 8 donc 3 fois 8, car 9 et 7, c'est 16, parce que c'est … 8 pour faire 7, tu enlèves 1
111. E2 : oui
112. F1 : et pour faire 9, le 1 qu'on a enlevé, tu le mets au 8
113. E2 : donc cela revient à faire 3 fois 8, c'est ça ? et la prochaine suite, c'est ça qu'ils vous disent, ce sera forcément quoi ?
114. Plusieurs mains se lèvent
115. E2 : qu'est-ce qu'on fait pour trouver la prochaine suite ?
116. G3 : on fait plus 3

117. G2 : on ajoute 1 à chacun.
118. E2 : on rajoute 1 à chacun, donc 7 devient 8, 8 devient 9 et 9 devient 10… Donc G3 dit, on a ajouté plus trois.
119. G3 : oui
120. E2 : et ça fait 27, et 27, c'est 3 fois quoi ? si on a ajouté 3.
121. Plusieurs élèves : c'est 3 fois 9
122. E2 : bien et bien voilà

00H39

123. E2 : je crois qu'on est arrivé au bout de notre problème, nos nombres qui se suivent
124. F2 : mais, mais on n'a pas fait comme ça.
125. E2 : alors… explique un petit peu.
126. F2 : nous, on a commencé à 5… 5, 10, 15, 20… Tout ça… On a trouvé que à chaque fois, qu'il y avait 2 chiffres impossibles et un qui était possible
127. E2 : oui, c'est ce que vous avez tous plus ou moins trouvé, c'est ce que disait Tao et Marion tout à l'heure, il y a deux chiffres pas possibles et le 3ème possible et pourquoi,
128. G3 : parce qu'on compte par 3
129. E2 : oui, parce qu'on compte par 3, on est dans la table de trois… voilà, la raison… On fait un furet de trois en trois mais on est dans les multiples de 3.
130. F3 : et 0… 0 fois 3 ?
131. E2 : Ah… trois fois 0, tu me poses un problème-là… on va avoir un petit peu de mal.
132. G5 : mais tu fais –1 plus 0 plus 1
133. E2 : oh là, là, -1, vous connaissez des nombres qui s'appellent –1 ?
134. Plusieurs élèves : non
135. Plusieurs élèves : oui
136. E2 : ah, d'accord… donc conclusion…conclusion de notre problème. On a trouvé que pour tous nombres qu'étaient la somme de trois nombres qui se suivent, on pouvait les repérer facilement parce qu'ils étaient dans la table de 3. Et pour 462 qu'on avait l'autre jour, on va trouver que c'est 3 fois combien ?
137. F4 : trois fois euh…
138. E2 : vous m'avez dit que c'était 150 plus 150 plus 150 c'était 450 et que 4+4+4 c'était 12 alors 462 c'est trois fois 154… d'accord… tiens Alan, pour finir tu vas nous redire tout.
139. Alan : les nombres sont dans la table de trois.
140. E2 : pourquoi la table de trois ?
141. Plusieurs élèves : c'est facile
142. Alan : parce qu'il y a trois nombres
143. E2 : et comment, on fait pour passer d'une suite à l'autre,
144. F2 : on rajoute 1
145. E2 : on rajoute 1 à chacun
146. F2 : du coup, ça fait plus 3
147. E2 : oui et au total, on a ajouté 3. Bon, ça y est, vous pouvez retourner à votre place. On n'ira pas plus loin avec ce problème-là.

00H43

Transcription du groupe 1

(Anne Flore, Thomas)
00H09

1. E2 *vient vers eux dès le début* : vous, je crois que vous aviez trouvé des nombres. Bon maintenant, il faudrait trouver une stratégie.
2. AF : mais on l'a mis
3. E2 : alors on met les 2 premiers nombres… et on a le troisième alors qu'est-ce que c'est la caractéristique du troisième ?
4. AF : parce que là, le 1, le 2…
5. E2 : alors, les possibles, c'est les deux premiers nombres
6. AF : oui
7. E2 : et le 3ème n'est pas possible
8. AF : oui
9. E2 : à chaque fois, qu'est-ce que c'est la caractéristique du troisième pour que ce soit possible et que les autres n'ont pas pour que ce soit possible.
10. AF : déjà, on sait que 0 plus 1 plus 2 ça fait 3
11. E2 : ah d'accord, 3 ça marche… ensuite pour faire 5 non, 4 est-ce que ça marche ?
12. AF : ben, non
13. E2 : d'accord. Et 5, et 6 ?
14. AF : 1 plus 2 plus 3… Ah, je sais. Ça fait le nombre et c'est le double.
15. E2 (*s'éloigne*) : bon, réfléchissez aux caractéristiques de ceux qui marchent finalement…
16. AF : oui, mais c'est le double… peut-être… parce que 0 et 1… et ça s'arrête après, et ça fait un deux, trois, six…
17. Th : après tu fais 2, 3, 4, 5
18. AF : ben, 3, 4, 5 ça fait 13
19. Th : oui
20. AF : c'est impossible… on a mis c'est impossible, 3, 4, 5 alors 3, 9 12
21. Th : oui, 12 aussi c'est bon.
22. AF : oui, c'est possible
23. Th : mais c'est quoi alors la caractéristique ?
24. AF : hum…
25. Th : ah, il nous faut une stratégie.

00H12 *intervention de E2*

26. AF : je mets parce que …
27. Th : comme tu veux, si tu as trouvé, explique-moi d'abord
28. AF : parce qu'en fait 0, 2, 3 c'est… triple, on a multiplié par triple… parce que…
29. Th : Ah oui, c'est la table de trois en fait
30. AF : ah c'est ça, la table de trois
31. Th : trois fois un, trois, trois fois deux six… voilà
32. AF : Ah oui, c'est vrai en plus.
33. Th : eh ben, on a trouvé notre stratégie, de 3 en 3
34. AF : trois fois six dix huit
35. Th : Ah, on n'a pas marqué 18
36. AF : essaie 30
37. Th : ben oui, trois fois dix trente donc on a gagné

00H16

Fin du travail de ce groupe

Transcription du groupe 2

00H09

1. F : alors-là, on a les nombres qui ne sont pas possibles. Parce que… en fait 24, on rajoute 3. car à 7 on ajoute 1, à 8 on ajoute 1 et à 9 on ajoute aussi 1. donc à chaque fois, on ajoute 3.
2. G : tu sais qu'entre 24 et 27, il y a 3 d'écart.
3. F : donc, entre 24 et 27, c'est les nombres pas possibles… donc c'est 25 et 26. parce que sinon, c'est pas une suite de nombres et… les nombres entre 27 et 30 ne sont pas possibles non plus… donc c'est 28 et 29. Donc 27 et 30, parce que 27 plus trois donne 30, ça fait 30.
4. G : oui, mais là pourquoi ?
5. F : 37 et 38, c'est entre 36…
6. G : 37 et 39, c'est entre 36 et 39.
7. F : oui… c'est ça que j'allais dire
8. E2 : alors ici ?
9. F : oui
10. E2 : comment sont les nombres possibles ?
11. G : ils sont là.
12. E2 (*s'éloigne*) : oui mais comment ils sont ? Vous ne l'avez toujours pas dit.
13. F : ils sont impairs
14. G : non, il y a des pairs aussi, regarde
15. F : ah oui, il y a des pairs et des impairs, 24 est un nombre pair, tu ajoutes 3, c'est un nombre impair et après encore pair… donc pair, impair, pair
16. G : ah oui, c'est ça
17. F : bon, c'est quoi en fait notre idée ? regarde, on rajoute 3 à chaque fois, par exemple, pour les nombres qui sont possibles, on rajoute 3… 33 pour aller à 36, c'est plus 3.
18. G : ah oui, on peut mettre ça… on a vu que…
19. F : oui, qu'est-ce qu'on écrit ?
20. G : on a vu que les nombres qu'on pouvait … alors… à chaque fois, il y a 3 d'écart… entre 30 et 33…
21. F : ben, c'est 31 et 32, mais on n'a pas dit que les pairs étaient possibles et les impairs impossibles ?
22. G : mais non, on n'a pas dit ça justement 33 est impairs et on peut, alors…
23. F : oui, oui, c'est ce que je dis et 30, c'est un nombre pair et on peut …
24. G : allez, on écrit le reste… ça se termine déjà
25. 00h23

Transcription des affiches de la séance 2, complétées lors de la séance 3

Nous avons transcrit ***en gras*** ce que les élèves ont ajouté lors de la séance 3.

Mathilde, Ellyas, Emilie :
9-10-11 =
10-11-12 =
25

9 6 1 1 1

	1	2	3	4	5	6	7
10							
20	~~21~~				~~25~~	~~26~~	
30	~~31~~						
40	~~41~~			45			
50							
60							
70							
80							

17 +18 +19 =
15 + 16 + 17 =
16 + 17 + 18 = **les nombres paires et impaires, c'est possible avec presque**

Axel, Alexie :
55 : 17 + 18 + 19 = 54
18 + 19 + 20 = 57
C'est impossible.

100 : 48 + 49 + 50 = 147
47 + 48 + 49 = 144
30 + 31 + 32 = 93
32 + 33 + 34 = 99
33 + 34 + 35 = 102
C'est impossible
85 : 28 + 29 + 30 = 87
27 + 28 + 29 = 84
C'est impossible

5 : 1-2-3 = 6
0-1-2 = 3
C'est impossible.

10 : 3-4-5 = 12
2-3-4 = 9
C'est impossible.

15 = 4 – 5 – 6 = 15 c'est possible

20 = 6-7-8 = 21
5-6-7 = 18 c'est impossible
30 = 12 –13 – 14 = 39
10 – 11 – 12 = 33
9- 10 – 11 = 30 c'est possible.

Joséphine, Camille :

15 : 5 + 6 + 7 = 18
6 + 7 + 8 = 21
1 : 0 + 1 + 2 = 3
55 : 17 + 18 + 19 = 54
18 + 19 + 20 = 57
17 : 5 + 6 + 7 = 18
4 + 5 + 6 = 15

12 : 3 + 4 + 5 = 12 **12**

24 : 7 + 8 + 9 = 24

~~**45 : 10 + 15 + 25 = 45**~~

On met 3 nombres pareille à la ~~suite et on met~~
Exemple : 4 + 4 + 4 = 12
Et on enlève 1 au premier 4 et on le met au 3ème
Exemple : 3 + 4 + 5 = 12.

Chloé, Alexis :

26

7 + 8 + 9 = 24
8 + 9 + 10 = 27

28

8 + 9 +10 = 27
9 + 10 +11 = 30

31

9 + 10 + 11 = 30
10 + 11 + 12 = 33

32

9 + 10 +11 = 30
10 +11 +12 = 33

29

8 + 9 + 10 = 27
9 + 10 + 11 = 30

34

10 + 11 + 12 = 33
11 + 12 + 13 = 36

35

10 + 11+ 12 = 33
11 + 12 + 13 = 36

37 38 40 41 43 44
46 47 49 50 52 53
55 56 58 59 61 62
64 65 67 68 70 71 73

On a relu et on a vu que pour les nombres qui sont possible, on rajoute 3 à chaque fois.

Manon, Théau :

~~999 + 1000 + 1001 = 3000~~
~~25 + 26 + 27 = 78~~
~~11997 + 11998 + 11999 = 35 993~~
~~785 + 786 + 787 = 2358~~
~~99999 + 100000 + 100001 = 300000~~
~~1 + 2 + 3 = 6~~

1 + 2 + 3 = 6
0 + 1 + 2 = 3 et 1 + 2 + 3 = 6
2 + 3 + 4 = 9
1+ 2 + 3 = 6

Allan, Gaubert, Adam :
35 : 11 + 12 + 13 = 36
10 + 11 + 12 = 33
1 : 0 + 1 + 2 = 3 / 1 + 2 + 3 = 6
0 : 0 + 1 + 2 = 3 / 1 + 2 + 3 = 6
12 : 0 + 1 + 2 = 3 / 3 + 4 + 5 = 12 / 1 + 2 + 3 = 6
20 : 5 + 6 + 7 = 18 / 6 + 7 + 8 = 21

Anaïs, Nelson :

11 + 12 + 13 = 36
4 + 5 + 6 = 15
12 + 13 + 14 = 39
↓
- 13

11 + 12 + 13 = 36
~~**10 + 15 + 20 =**~~

Samuel, Claire :

17 dix sept
195 cent quatre-vingt quinze
107 cent sept

195 : 50 + 50 = 100
30 + 20 + 30 + 20 = 100

17 8 + 9 = 17 il faut huit + neuf = 17
123 : 40 + 41 + 42 = 123 la réponse est 123
263 : 90 + 91 + 92 = 263 la réponse est 263
28 + 29 + 30 = 87 la réponse est 87
100 + 101 + 102 = 303 la réponse 303.

Emilie, Brice, Warren :

4 + 5 + 6 = 15
5 + 5 + 5 = 15
6 + 7 + 8 = 21
7 + 8 + 9 = 24
8 + 9 + 10 = 27
10 + 11 + 12 = 33

On ne peut pas faire 25 parce que on a fait 7 + 8 + 9 et on a fait 8 + 9 + 10 = 27 donc 25 est impossible.

ESSAI : 26 55 36 85 ~~115~~ 145 105 205 235 265 275 285 295 305 365
26 – 25 – 55 - 85
Les nombres pères marche très raresmen, 11 onze avec une seul unité donc c'est impossible mais pour qu'im marche, il faut qui soit dans la table de 3
Sauf 0 X 3 3 X 1.

Antoine, Sybline :

10 + 11 + 13 = 33
11 + 12 + 13 = 34
12 + 13 + 14 = 39
13 + 14 +15 = 42
14 + 15 +16 = 45
16 + 17 + 18 = 51
17 + 18 + 19 = 54
18 + 19 + 20 = 87

25 = on peut pas
50 = on peut pas
100 = on peut pas

10 = on peut pas
15 = on peut pas
60 = on peut pas

Anne-Flore, Thomas :

25 ; 55 ; 85 ; 115 ; 145 ; 175 ; 205 ; 235 ; 265 ; 43 ; 22 ; 29 ;
1 ; 2 ; 5 ; 4 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 13 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20 ; 22 ; 23 ; 25 ; 26 ; 28 ; 29 ;
31 ; 32 ; 34 ; 35 ; 37 ; 38 ; 40 ; 41 ; 43 ; 44
On met les deux premiers nombres, on ne met pas le troisième.

Parce que c'est la table de trois

Exemple : 3X1 = 3 ; 3X2 = 6 ; ….. ; 3X16 = 48

Exemple : 0 + 1 + 2 = 3
1 + 2 +3 = 6
2 + 3 + 4 = 9
3 + 4 + 5 = 12
4 + 5 + 6 = 15
5 + 6 + 7 = 18
6 + 7 + 8 = 21
7 + 8 + 9 = 24
8 + 9 + 10 = 27
9 + 10 + 11 = 30
10 + 11 + 12 = 33
11 + 12 + 13 = 36
12 + 13 + 14 = 39
13 + 14 + 15 = 42
14 + 15 + 16 = 45

Laïla, Maxime :
18 + 19 + 20 = 57
17 + 18 + 19 = 54 55, on ne peut pas !

on va essayer de faire 26 :
8 + 9 + 10 = 27 ; 7 + 8 + 9 = 24 on ne peut pas faire 26 et 25.

0 / 2 / 4 / 6 / 8/ 10 / 12 / 14 / 16 / 18 / 20 / 22 / 24 / 26 / 28 / 30 / 32 / 34 / 36 / 38 / 40 / 42 / 44 / 46 … en comptant de 2 en 2, les nombres sont bons.
1 / 3 / 5 / 7 / 9 / 11 / 13 / 15 / 17 / 19 /

Séance 4 (E2B *Golf*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 : bon, aujourd'hui, on va se poser un nouveau petit problème… En fait, une nouvelle série de petits problèmes. Le premier, vous allez bien réfléchir… J'aimerais que vous trouviez comment obtenir 23… Comment obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2 ?

2. E2 *écrit au tableau* : obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2
3. E2 : est-ce que vous voyez ce que je veux dire ?
4. Quatre élèves : oui
5. E2 : oui… Vous essayez un petit peu de voir sur vos cahiers de brouillon si vous pouvez trouver… assez rapidement.
6. 00H02
7. *Recherche individuelle, E2 fait le tour de la salle, silencieusement.*
8. 00H04
9. E2 : bon, quelqu'un me propose … quelque chose ? Samuel… Ah, pas encore… Adam, qu'est-ce que tu proposes ?
10. Adam : on fait 3 fois 5, quinze et …
11. E2 : je l'écrit comme ça (3 x 5 = 15) … Ah, non… Ce n'est pas comme ça qu'il l'a écrit sur son cahier…Il a écrit comme ça : 5 plus 5 plus 5 plus 2 plus 2 plus 2 plus 2…
12. (5 + 5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2) Et il a trouvé 23. On va commencer par vérifier déjà. Alors, on compte ensemble : 5 plus 5 …
13. Sept élèves : 10
14. E2 : plus 5 … plus 2… plus 2… plus 2… plus 2…
15. Huit élèves : 23
16. E2 : oui, 23. C'est juste. Quand il l'a dit, il a dit 3 fois 5. Comment on va écrire ça autrement ?
17. mains se lèvent.
18. Lorie : 3 fois 5 et 4 fois 2.
19. E2 écrit : (3 x 5) + (4 x 2) = 23 : comme ça tu veux dire ?
20. Lo : oui.
21. E2 : c'est bien la même chose, vous êtes d'accord. Bien
22. Lo : mais il y en a une autre… 5 et que des 2.
23. E2 : alors 5 plus 2 plus 2 plus 2 plus 2, tu m'arrêtes… là, ça fait, 7, 9, 11, 13… plus 2 plus 2… ça fait combien ? Il y en a ?
24. Lo : 9
25. E2 écrit 23 = 5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 : euh… tu peux essayer de me l'écrire comme il avait essayé de me le dire euh… Adam, tout à l'heure… Oui ?
26. Lo : 5 plus 2 fois 9.
27. E2 écrit : 23 = 5 + (2 x 9)
28. 00H08
29. E2 : alors maintenant puisque ça c'est facile, on va passer à plus difficile. Ce que je vous propose maintenant est de chercher à obtenir 41… en additionnant des 8 et des 3. Alors cette fois, on ne va plus le faire sur le cahier de brouillon, vous allez faire ça sur une feuille de recherche jaune… Oui, tu les distribues… (*Une élève se lève et distribue une feuille de classeur jaune à chacun de ses camarades*) Vous vous dépêchez, s'il vous plaît, il y en a qui ne sont pas encore prêts… Allez, vous écrivez… Mathématiques… problèmes… Pensez à mettre la date d'aujourd'hui… On est le … 19. Bon, je veux que tous les calculs que vous faîtes dans votre tête soient marqués, tout ce que vous essayez, vous le marquez, on est bien d'accord. Ecoutez-moi encore un peu… Alors je vous rappelle ce que j'aimerais que vous fassiez : j'aimerais que vous cherchiez des solutions pour obtenir 41 avec des 8 et des 3. La recherche se fait sur la feuille jaune. Tout ce que vous faîtes comme calculs, tout ce que vous pensez comme solution, vous devez l'écrire et pourquoi vous l'avez fait comme ça. On a vu dans le premier problème, qu'il n'y avait pas qu'une solution donc vous pouvez essayer de trouver plusieurs solutions. Le cahier de brouillon, vous n'en avez pas besoin, tout doit être sur votre feuille. Bon, allez-y.

30. 00H15
31. *Recherche individuelle, E2 circule silencieusement et regarde ce que font les élèves.*
32. 00H22
33. E2 : bon, on va pouvoir regarder ensemble ce que vous avez fait.
34. Quelques élèves : non.
35. *Les recherches individuelles continuent.*
36. 00H24
37. E2 : bon, allez, on pose les stylos. Alors… Par exemple, Anne Flore, est-ce que tu veux bien expliquer ce que tu as fait pour trouver.
38. AF : j'ai fait 8 fois 4 et 3 fois 3.
39. E2 : tu as fait 8 fois 4 et 3 fois 3.
40. AF : j'ai vu que 3 fois 3, c'est 9 et…
41. E2 : tu avais écrit (E2 *écrit au tableau*) 3 x 3 = 9 8 + 8 + 8 =24
42. AF : oui, mais ça, ça va pas.
43. E2 : pourquoi ça ne va pas ?
44. AF : ben, il en manque un
45. E2 : oui, 9 et 24, ça fait 33 donc toi, tu as ajouté un 8 et 33 plus 8 ça fait bien 41. Donc d'un côté, elle a fait des 3 et d'un autre côté, elle a fait des 8. Bon et tout ça, si je veux l'écrire en une seule ligne, ça va donner quoi ?
46. Quelques mains se lèvent.
47. Maureen : 3 fois 3 plus 4 fois 8
48. E2 écrit : (3 x 3) + (4 x 8)
49. E2 : est-ce que vous êtes d'accord avec Maureen ?
50. Plusieurs élèves : oui
51. E2 : on a 3 fois 3 et 8 plus 8 plus 8 plus 8 ; Alors Maureen, tu n'as pas la seule à avoir trouvé cette solution, levez la main, vous êtes combien à avoir trouvé ?
52. 19 mains se lèvent.
53. E2 : vous avez peut-être pas écrit ça comme ça, bien, alors… Est-ce que… Qu'est-ce que tu as fait AF ?
54. AF : ben, moi, j'ai fait… J'ai écrit 32 plus 9
55. E2 : ah oui, 32 plus 9 et c'est quoi le 32 ?
56. AF : c'est… 4 fois 8.
57. E2 : d'accord. Donc c'est la même chose que là.
58. AF : oui.
59. E2 : alors, est-ce qu'il y a d'autres solutions pour faire 41 ? Moi, je crois qu'il y a d'autres possibilités. Cybille, par exemple.
60. Cy : 8 plus 8 plus 3 plus 8 plus 3 plus 8 plus 3
61. E2 : et ça, ça fait faisait bien 41… Oui.
62. F : c'est pareil ce qu'il a fait
63. E2 pourquoi c'est pareil ?
64. F : parce qu'il a mis 4 fois 8 et 3 fois 3.
65. E2 : oui, regardez, un, deux, trois, quatre fois 8 et un, deux, trois fois 3.
66. E2 *écrit* :

67. 41 = 8 + 8 +3 + 8 + 3 + 8 + 3
68. 41 = 8 + 8 + 8 + 8 + 3 + 3 + 3

69. E2 : est-ce que c'est la même chose si je l'écris dans un sens ou dans l'autre ?
70. Plusieurs élèves : oui.
71. E2 : oui, vous êtes d'accord, c'est aussi 4 fois 8 et 3 fois 3 alors… Est-ce que vous avez trouvé d'autres possibilités ?
72. Samuel : j'ai fait une fois 3 plus une fois 3 plus une fois 3 plus quatre fois 8

73. E2 *écrit* :
74. 41 = (1 x 3) + (1 x 3) + (1 x 3) + (4 x 8)
75. Plusieurs élèves : c'est exactement pareil !
76. E2 : ben oui, c'est pareil. Est-ce que t'es d'accord avec ça, Samuel ? Que ça revient au même ?
77. E2 *écrit* :
78. 41 = (3 + 3 + 3) + (4 x 8)
79. E2 : est-ce que ça je peux l'écrire autrement ? 3, 3, 3, comment je peux l'écrire autrement ?
80. F : trois fois trois.
81. E2 : oui, Bon, mais moi, je veux quelque chose de vraiment différent alors… qui est-ce qui propose quelque chose de vraiment différent ?
82. 7 mains se lèvent.
83. Emilie : 11 fois 3 et une fois 8
84. E2 : Ah, voilà… Emilie, je l'écris comment le 11 fois 3 ?
85. Em : ben… 11 trois.
86. E2 : d'accord. Alors 3 plus 3 plus 3 plus 3 plus 3 plus 3 plus 3 plus 3…Chut… parce que je me perds dans les onze fois 3… et au bout une fois 8.
87. E2 *écrit* :
88. 41 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 8
89. E2 : et ça fait bien 41, on vérifie quand même. Tiens, Chloé, tu vas vérifier, allez.
90. Chl : 3 plus 3 plus 3 ça fait 9, plus 3, 12… plus 3, 33 plus 3, 36… Ah, non…
91. E2 : recommences.
92. Chl : 3, 6, 9, … et 8… 41.
93. E2 : 41, on est d'accord. Seulement, quand on les compte, on s'y perd. Alors, comment on peut l'écrire plus simplement, plus facile à calculer.
94. Plusieurs mains se lèvent.
95. Emilie : 3 fois 11.
96. E2 *écrit* :
97. 41 = (11 x 3) + (1 x 8)
98. E2 : ah, je l'ai écrit dans le sens inverse de ce que tu m'as dit.
99. E2 *écrit* :
100. 41 = (3 x 11) + (8 x 1)
101. E2 : d'accord ? Est-ce que quelqu'un a trouvé autre chose que ça ? Oui, vas-y, Max.
102. Max : 8 plus 8 plus 8
103. E2 : alors 3 fois 8… On veut bien 41 donc tu me dis, 8 plus 8 plus 8, et combien de 3, tu dis ?
104. M : ah, ben… non… le 8, on l'enlève.
105. E2 : alors, deux huit seulement, 8 plus 8 et… Combien de 3 ?
106. M : euh… 8
107. E2 écrit :
108. 8 + 8 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3
109. E2 : alors, vas-y, dis-moi, ça fait combien ?
110. M : 16
111. E2 : 16 plus tous les 3, là, donc 16 plus 3 … plus 3… plus 3 …
112. M : donc 25, 28, 31, 34, 37, 40.
113. E2 : ah ! est-ce que c'est possible ?
114. M : non.

115. E2 : non, ça fait pas 41. Bon, moi, je pense que pour celui-là, on va s'arrêter là., on vérifiera plus tard si on en retrouve d'autres. Mais pour celui-là, on a trouvé tout ça et… on va s'arrêter là, et…

116. E2 *montre le tableau* :

117.	Obtenir 41 en additionnant des 8 et des 3
118.	41 = 8 + 8 +3 + 8 + 3 + 8 + 3
119.	41 = 8 + 8 + 8 + 8 + 3 + 3 + 3
120.	41 = (4 x 8) + (3 x 3)
121.	41 = (1 x 3) + (1 x 3) + (1 x 3) + (4 x 8)
122.	= (3 + 3 + 3) + (4 x 8)
123.	41 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 8
124.	= (11 x 3) + (1 x 8)
125.	= (3 x 11) + (8 x 1)
126.	40 = 8 + 8 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3

127. 00H40

128. E2 : je vais vous en proposer un nouveau.

129. Plusieurs élèves : ouais.

130. E2 : dans le même genre, dans le même genre mais avec d'autres nombres… chut… attention… arrêtes avec ton stylo, ta règle… Cette fois-ci, il va s'agir de trouver, d'obtenir 97 en additionnant des 8 et des 3 toujours… et donc pour obtenir 97. Pour faire ce travail-là, je vais vous répartir en petits groupes, par 2 ou 3, d'accord. Vous travaillerez sur une grande feuille, vous travaillerez à deux ou trois sur une grande feuille. Votre travail, vous avez vu à chaque fois qu'on avait plusieurs solutions, là j'aimerais que vous essayiez de vous organiser pour trouver toutes les solutions. J'aimerais que vous essayiez de vous organiser pour trouver toutes les solutions. Attention, il faut que vous vous organisiez bien car après, il faudra être capable d'expliquer plus tard aux autres. Je vous laisse combien de temps ? Euh… une dizaine de minutes, d'accord ?

131. F : on aura des calculatrices ?

132. E2 : je verrais si vous en avez besoin ou pas. Alors, je vais demander à Claire, Marion, Anaïs de travailler ensemble, je vais demander à … toi, Manon et Laureen ensemble. Je vais demander à Adam et Théo de travailler ensemble, je vais demander à Waren et Samuel de travailler ensemble, Je vais demander à … Brice et à Maxime de travailler ensemble, à Leila, thomas, les deux filles ensemble. Euh… Camille et Joséphine ensemble, ensuite, Emilie, je voudrais que tu travailles avec Axel s'il te plaît et Arthur, il va travailler avec Joséphine et Camille, Mathilde, tu vas travailler avec Axelle, et Chloé et Elias, vous allez travailler ensemble. Tous les trois, là, ensemble, vous irez sur la table du fond… Et Arthur, tu vas aller à côté de Joséphine, cela va laisser de la place à Axel et Manon tu vas aller te mettre à côté de Samuel et toi, tu te rapproches par là. Bon, vous vous rapprocher tous les deux.

133. Les élèves s'installent, E2 distribue une affiche par groupe.

134. 00H47

135. Recherche en groupes.

136. 00H50

137. E2 *intervient devant toute la classe* : pour le moment, vous travaillez en groupe ou par deux. Vous vous souvenez que vous devez vous organiser pour les trouver les solutions.
138. 00H58
139. E2 *frappe dans ses mains* : je voudrais avoir votre attention : je regarde ce que vous êtes en train de faire et je me rend compte que beaucoup n'écrivent que les solutions et pas du tout ce qu'ils ont fait. Est-ce qu'on n'a pas dit déjà qu'on marquait tous ses essais ? Même ceux qui ne marchent pas. Allez, tout le monde écoute, j'aimerais que vous marquiez tous les essais et que vous essayiez de vous organiser en regardant ceux qui fonctionnent, ceux qui ne fonctionnent pas, pour trouver le plus possible de solutions. C'est ça que je vous ai demandés alors, si vous, si vous en oubliez, vous allez les recommencer plusieurs fois, allez finissez vos essais.
140. 01H05
141. E2 : bon, allez, on s'arrête… On s'arrête et…Vous allez poser vos stylos, je prends les affiches et vous allez tranquillement venir vous asseoir devant le tableau… Bon, moi, j'ai vu des groupes qui trouvaient une solution, d'autres en ont trouvé plusieurs ; est-ce qu'il y a des groupes qui n'en n'ont pas trouvé ?
142. Deux mains se lèvent.
143. E2 : oui, il me semblait bien qu'il y avait un ou deux groupes qui… n'avaient pas trouvé. Alors, moi j'aimerais bien… Medhi et Axel, vous n'en avez pas trouvé par exemple ? Ah, si… (E2 relit les affiches rapidement) Joséphine, Camille et F, vous êtes restés bloquées, c'est ça ? Vous avez pas trouvé de… de solutions. (E2 fixe leur affiche) Alors, j'aimerais bien savoir comment vous vous y êtes prises pour chercher… Allez, toutes les trois, comment vous vous y êtes prises ?
144. Jos : pour arriver à 97… On a cherché dans la table de 8 et la table de 3, pour les additionner et trouver 97.
145. E2 : ah, oui, dans les tables de 8 et de 3, pour atteindre 97. Moi, je crois que j'ai vu d'autres enfants faire comme ça. Chercher dans la table de 8 d'une part, dans la table de 3, d'autre part, pour combiner ça ensemble et voir ce que ça pourrait donner.
146. 8 mains se lèvent.
147. E2 : oui, il me semblait bien… Mais alors vous, vous n'avez pas réussi à trouver quelque chose. Je vois que vous avez essayé 3 fois 9, 27 et vous essayez ensuite en suite de les mettre… avec 6 fois 8, 48, c'est ça ?
148. Jos : oui.
149. E2 : mais pourquoi tu as 48 x 2 là, pourquoi vous avez fait ça ? Pourquoi vous avez fait 48 x 2 ?
150. Jos : pour se rapprocher de 97.
151. E2 : d'accord, pour se rapprocher de 97. Mais est-ce que avec 96, vous allez arriver à faire 97 ?
152. Jos : ben non, c'est trop.
153. E2 : alors… Votre problème c'est que vous avez pas réussi à les associer, c'est ça ? Vous vous êtes dit euh… On va chercher dans la table de 3.Il y a eu des enfants qui étaient plus systématiques que ça dans leur recherche… Euh, c'était Mathilde et Alexis (E2 cherche parmi les affiches) Mathilde et Alexis, ça se voit pas trop sur leur feuille mais Mathilde, tu avais fait quoi… Sur ta feuille de recherche avant ?
154. Mat : la table de 3 jusqu'à 20 et la table de 8 jusqu'à 12.
155. E2 : oui, et elle avait tout écrit sur sa feuille, tu peux aller la chercher ?
156. E2 fixe la feuille de recherche au tableau : alors, on a sur cette feuille toutes les tables. Bon, il y a des résultats qui sont déjà trop, par exemple, 12 x 8 ça fait 96, elles l'avaient les filles, sur leur feuille là et 12 x 8, ça fait 96, et c'est déjà trop grand, elles

l'ont dit, alors… Moi, si je regarde un peu ces tables, est-ce que cela vous a été utile ? Chloé et Alexie par exemple, pour trouver une solution ?

157. Chl : on en a trouvé une avec ça.
158. E2 : ah, oui, laquelle ?
159. Chl : avec 11 fois 8
160. E2 : vous avez trouvé 11 fois 8 plus 3 fois 3 et je crois que vous êtes plusieurs à avoir trouvé ça. *E2 écrit* : (11 x 8) + (3 x 3) = 97
161. Plusieurs élèves : oui.
162. E2 : euh, je crois que j'ai vu cette solution-là, Antoine et donc Sybile… et vous aussi, oui…
163. F1 : c'est un peu la principale
164. E2 : pourquoi tu dis ça, c'est un peu la principale ?
165. F1 : ben, parce que 11 fois 8, c'est… 88 et on rajoute des 3.
166. E2 : 11 fois 8, c'est facile à calculer en plus, ça fait 88 et il faut aller de 88 à 97, il suffit de rajouter des 3 et il suffit d'en mettre… 3 fois 3, 9.
167. F2 : il y a aussi 11 fois 3 et 8 fois… euh…
168. E2 : 11 fois 3 et… c'est une autre solution que tu as trouvé toi ?
169. F2 : 11 fois 3 et… 8 fois 3
170. E2 : 11 fois 3 et… 8 fois 3… ça fait combien ça ? *E2 écrit* : (11 x 3) + (3 x 8)
171. F2 : 33… Ah, mais, c'est pas bon.
172. E2 : ah, oui, il me semble bien que c'est pas bon… alors on barre celle-ci, elle n'est pas bonne. Bon, dans les différentes affiches, j'ai vu la première solution et vous Mathilde, vous avez pris toute la table de 8, toute la table de 3 et vous avez essayé de combiner les nombres pour arriver à 97. Est-ce que vous avez bien marqué tous les essais, tous les nombres que vous avez essayés ? Parce que moi, je ne vois pas tant que ça d'essais, vous n'avez pas tout écrit ?
173. Chl : mais, on n'a pas eu le temps.
174. E2 : ah, si… le temps, vous avez eu le temps. Vous avez fait bien plus d'essais que ça.
175. Chl : oui
176. E2 : oui, alors pourquoi vous les avez pas tous écrits ?
177. Chl : parce qu'il y en avait plein, plein.
178. E2 : ben justement, il y en avait plein, plein alors comment on peut essayer, comment on peut s'organiser pour faire ces essais et trouver ces solutions ?
179. 6 mains se lèvent
180. E2 : ah… J'aimerais bien savoir qui a trouvé d'autres solutions que ça. Il y en a alors qui ont trouvé d'autres solutions que ça.
181. AF : moi, je crois mais je ne suis plus sûre… faudrait regarder sur notre feuille.
182. E2 *fixe son affiche* : ici, vous avez trouvé la première : 11 fois 8 plus 3 fois 3 mais vous en avez trouvé une autre.
183. AF : 8 fois 8, 64 et 11 fois 3, 33.
184. E2 : justement, avec 11 x 3, elles ont trouvé quelque chose… 33 plus 8 fois 8, 64 et 33 plus 64, est-ce que cela fait bien 97 ?
185. Plusieurs élèves : oui.
186. E2 : voilà une autre solution, une deuxième solution.
187. E2 *écrit* :

188. (11 x 3) + (8 x 8) = 97
189. 33 + 64

190. E2 : est-ce qu'il y en a qui ont trouvé plus de solution que ça ?
191. G : nous

192. E2 : oui, vous en avez trouvé une autre ? Je retrouve votre affiche (E2 la fixe au tableau) Alors, on voit : 11 fois 3 plus 8 fois 8, on voit 11 fois 8 plus 3 fois 3… C'est quoi la troisième solution ?
193. G : 27 fois 3 et 2 fois 8
194. E2 : alors, 27 fois 3 plus 2 fois 8, comment vous avez trouvé ça ?
195. G : avec… ben c'est encore avec des 8 et des 3… et on a essayé… on a fait 41 fois 2 et ça fait 82.
196. E2 : ah, oui, et à 82, tu as ajouté 15 et ça fait ?
197. G : 97
198. E2 : oui, bien et à partir de quelle solution pour 41vous êtes partis ?
199. G : euh… je sais plus… celle-là, là-haut.
200. E2 : alors, avec celle-là, 11 fois 3 plus une fois 8 alors j'essaie de l'écrire…Ils sont partis de 41 égal 11 fois 3 plus 1 fois 8, en prenant le double de 41, ça fait 82 donc je l'écrit comme ça.
201. *E2 écrit* :

202. $41 = (11 \times 3) + (1 \times 8)$
203. $82 = (11 \times 3) + (11 \times 3) + (1 \times 8) + (1 \times 8)$
204. $97 = (11 \times 3) + (11 \times 3) + (5 \times 3) + 2 \times 8$

205. E2 : alors, ça fait combien de 3, tout ça ?
206. G : 11 et 11, ça fait 22 et 3… Non, 5, ça fait 27.
207. E2 : oui, 27 fois 3 et donc 2 fois 8, tout ça pour faire 97. C'est très bien. Bon, on s'arrêter là pour ce problème-là. Moi, ce que je vois c'est que vous trouvez des solutions mais la prochaine fois, pour la prochaine fois, il va falloir vous organiser pour pas en oublier des solutions. Je vous le dit, il y a plus que ça, vous n'êtes pas allés jusqu'au bout de votre organisation. Il y a ces 3 solutions-là mais il y en a d'autres… donc la prochaine fois, il faudra surtout mieux vous organiser. Allez, on s'arrête là.

01H23

Transcription du groupe 1

(Anne Flore (AF), Alexie (Al))
00H47

1. AF : alors qu'est-ce qu'on va faire ?
2. Al : 11 fois 8
3. AF : hein, 10 fois 8 ?
4. Al : non, 11 fois 8, 88
5. AF : ah… écris alors… 88 plus 3… ça fait combien ?
6. Al : euh…, 88, 89, 90, 91… 91.
7. AF : 91… et plus 3… ça fait… 94… plus 3… 97
8. Al : oui, 97… ça fait une solution ça.
9. AF : une, c'est déjà bien… Après ?
10. Al : euh,… si on essaye avec 72
11. AF : c'est 8 fois combien déjà ?
12. Al : 8 fois 9

00H50 *Intervention de E2 devant la classe*

13. Al : 72 plus 3 plus 3, 8 plus 3, 81, 81 plus 3, 85, 85 plus 3, 88…
14. AF : ben, c'est bon… 97

15. Al : 88 plus 3, 91, et... 94, 97. Oui, 97, alors faut combien de 3 ? Oui, de 3 ?
16. AF : on en a trouvé une deuxième !
17. Al : mais faut combien de 3 ?
18. AF : on va l'écrire : 72 plus 3, 75 plus 3, 78 plus 3, 81 plus 3, 84, plus 3, 87, euh… attends, plus 3, euh… ça marche plus…
19. Al : ben, si, attends… 72, 75, 78, 81, 84 plus 3, 87… ah, ça marche pas.
20. AF : 87, 88, 89
21. Al : 89 ?
22. AF : euh, non, 89, 90, euh, on était à combien déjà ? Attends, je reprends, 72
23. Al : plus 9, 72 plus 9…
24. AF : oui, 72 plus 18… ben…
25. Al : 91, 98…
26. AF : 72 plus 18... ça fait 90 !
27. Al : 90 plus 3, 93
28. AF : si on avait des 1… Non, elle est pas bonne… on le marque.
29. Al : bon, on essaye avec quoi si ça marche pas ?
30. AF : euh, avec que des 3
31. Al : non… je crois pas.
32. AF : il faudrait une calculette… tiens prends-là.
33. Al : alors, 8 fois 7 … plus… plus… Ah… on est à 5- là
34. AF : plus 7 fois 3… est égal à …oh, là, là, 192 ! (rires)
35. Al : alors, cette fois-ci, euh… 56 plus 9… non ça va pas… Eh puis, la calculette, ça nous aide pas finalement…
36. AF : non, c'est vrai.
37. Al : bon alors… 7 fois 8
38. AF : c'est 56… et alors ?
39. Al : ah, là, là
40. AF : et 10 fois 8… c'est 80
41. Al : 10 fois 8 ?
42. AF : pff… On trouve rien.
43. Al : ben si, on en a une déjà… et 8 fois 8 ?
44. AF : 8 fois 8, 72
45. Al : ben, non… 64 !

00H58 *Intervention de E2 devant la classe*

46. Al : ah... on doit marquer tous les essais… et tout à l'heure…
47. AF : ben, oui mais…
48. Al : 67 plus 3, 70, plus 3, 73, plus 3, 76, plus 3, 79
49. AF : 79 et alors ?
50. Al : 88 plus 3, 91, plus 3, 94 et 97 !
51. AF : ah oui, faut faire 11 fois 3, 11 fois 3 c'est ça.
52. Al : 11 fois 3 égal 33
53. AF : oui, 33 et 33 plus 64, ça fait… 97 Bon ça nous fait finalement deux solutions. Là, c'est bon.
54. Al : alors, est-ce qu'il y en a encore une autre ?… Si on fait 80 ?
55. AF : ben, non, ça va pas marcher, euh… on fait quoi avec ?
56. Al : 9 fois 10… non, ça va pas, faut que des 8… Mince… 11 fois 8 peut-être…
57. AF : 11 fois 8, on l'a fait là… Et si on rajoute un 8, qu'est-ce que ça fait ? Allez, on recalcule ! Passez nous la calculette…
58. Al : alors j'essaie quand même… 10 fois 8 plus 3 plus 3 plus 3 … Ah, 95 et 3… Ah, non 98.

59. AF : ah, non… ça marche pas… et si on retire un 3 ?
60. Al : OK… Mais, non… On met un 8… Ben, non.
61. AF : attends… j'ai peut-être une solution… 88 plus… Attends… 12 fois 8 c'est 96… Ah,non, ça marche pas non plus.

Fin des recherches en petits groupes.
01H05

Séance 5 (E2B *Golf*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 : j'aimerais bien savoir ce dont vous vous rappelez sur ce qu'on a fait la dernière fois qu'on a fait des problèmes. De quoi s'agissait-il ? Est-ce que vous vous rappelez un petit peu ?
2. G1 : on avait un nombre et on avait … On devait calculer avec deux autres nombres. Par exemple, on avait un nombre 47 et, et on avait deux nombres, 8 et 4 et on devait trouver euh… On devait trouver combien faisait 47.
3. E2 : alors … Le nombre qu'on avait, ce n'était pas tout à fait 47, c'était 41. Et on devait faire 41 avec en additionnant des 8 et des 3.
4. E2 *écrit au tableau* : 41 en additionnant des 8 et des 3
5. D'accord, on avait trouvé deux solutions. Je vais vous les remettre au tableau. Les deux solutions … E2 *écrit au tableau* :

   41 = 8 + 8 + 8 + 8 + 3 + 3 + 3
   41 = 8 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3

6. Vous vous rappelez de ça ?
7. Plusieurs élèves : oui.
8. E2 : est-ce qu'on avait laissé ça comme ça ? C'est pas super pratique comme écriture d'une part.
9. 5 mains se lèvent.
10. E2 : bien, on avait écrit 41 = (1 x 8) + (11 x 3) et 41 = (3 x 3) + (4 x 8)
11. D'accord ? ça c'était le premier nombre sur lequel on avait cherché. Ensuite, on avait cherché sur un autre nombre, un autre nombre qui, si je me rappelle bien, était 97. On avait cherché à obtenir 97 avec toujours des 8 et des 3.
12. E2 écrit au tableau : 97 avec des 8 et des 3
13. A ce moment, vous aviez cherché en groupe. Si je me souviens bien aussi, vous aviez trouvé plusieurs solutions, vous aviez trouvé plusieurs solutions. Un groupe avait trouvé une solution, un autre groupe en avait trouvé une autre et un groupe en avait trouvé une troisième. Et moi, la question que je me posais, que je vous avais posés c'est non seulement de trouver des solutions mais de trouver toutes les solutions.
14. F1 : et il y en avait beaucoup plus ?
15. E2 : j'avais dit qu'il y en avait plus, pas beaucoup plus, que vous ne les aviez pas toutes trouvées. J'aimerais bien justement qu'on continue et qu'on essaie de les trouver toutes. Et j'aimerais savoir qu'on est sûr de les avoir trouvées toutes. Alors si je me rappelle bien, on avait travaillé ensemble au tableau et on avait trouvé qu'il y avait des gens qui s'étaient organisés d'une certaine façon pour chercher. Est-ce que dans les CM2, Mathilde et Ellyas, vous pouvez me rappeler ce que vous aviez mis au

point comme organisation ? Pour essayer de trouver toutes les solutions. Vous aviez écrit toute la table de 8, enfin non, pas toute la table car sinon on n'a jamais fini, mais vous aviez écrit la table de huit jusqu'à un certain point, au-delà de 10. Si je me rappelle bien, vous étiez allé plus loin que 10. Vous aviez écrit la table de multiplication de 3 au-delà de 10, presque jusqu'à 20. Est-ce que vous voyez pourquoi cela les intéressait d'écrire les deux tables de multiplication ?

16. Une main se lève.
17. G2 : on pourrait additionner les deux tables, par exemple, 3x3 + 4x8 pour faire 41.
18. E2 : est-ce que tout ce qu'il y a dans la table de 8 avec tout ce qu'il y a dans la table de 3, ça va forcément faire 41 ou 97 ?
19. G2 : non, pas tous les résultats.
20. E2 : non, y en a certain qui vont convenir et d'autres, non. Il y a d'autres enfants qui avaient pensé à une autre chose pour s'aider. C'était Leila et Thomas.
21. Thomas : ah oui, on s'était aidés de 41
22. E2 : alors, vous vous étiez aidé de 41 pour trouver une solution pour 97. La solution pour 97 que …
23. Th : on en avait deux.
24. E2 : oui, deux effectivement, mais la solution pour 97 en partant de 41, vous aviez trouvé grâce à ça : 97 = (11 x 3) + (…x 8) Vous aviez trouvé une solution comme ça, je pense. Ce qu'on va faire maintenant, c'est que je vais vous redonner les feuilles de recherche de la dernière fois, vous allez vous remettre en groupe. Je vais vous mettre au tableau les solutions que vous avez déjà trouvées, trois solutions, vous allez essayer d'aller jusqu'au bout, vous allez essayer… Il doit manquer une solution ou plusieurs solutions, vous allez essayer d'en trouver d'autres que celle-là. Pour ceux qui n'avaient pas encore eu le temps d'en trouver une, vous allez essayer. On ne va pas chercher trop longtemps sur celui-là car on en a un petit dernier à faire après. J'aimerais, quand vous cherchez des solutions, que vous pensiez à essayer de voir si vous les aviez toutes. D'accord ? J'aimerais quand vous cherchez des solutions, que vous pensiez à essayer de voir si vous ne pouvez pas vous organiser pour en trouver le maximum… On a des pistes… La piste des groupes de CM2 qui parlaient de prendre la table de 8 et la table de 3. Il y a aussi la piste du groupe de CM1 qui pensait réutiliser ce qu'on a déjà trouvé pour essayer d'en trouver d'autres. Donc … Vous allez essayer de trouver une ou plusieurs autres solutions, on ne va pas chercher trop longtemps et je vous donne un autre petit problème dans le même genre juste après. D'accord ?
25. 00H11
26. G3 : on aura une calculette ?
27. E2 : oui, oui, une par groupe.
28. *E2 distribue les affiches de la séance précédente à chaque groupe, les groupes s'installent.*
29. 00H13
30. *Début de la recherche en groupe.*
31. 00H32
32. E2 : alors, on s'arrête là… ça y est ? J'aimerais euh… On va essayer de faire ça de la place où on est … J'aimerais que tu sois assis… j'aimerais qu'on regarde un petit peu… D'accord ? Est-ce que vous avez trouvé une solution ou des solutions ?
33. Des mains se lèvent.
34. E2 : ensuite, vous allez me dire comment vous vous y êtes pris pour trouver ces solutions-là. Samuel, vas-y.
35. Sam : on a écrit les tables.

36. E2 : alors je les écrit aussi mais … pas tous… jusqu'à 8x16. Et à un moment, vous aviez trouvé 96. C'est 8 fois combien, 96 ?
37. Sam : c'est 8 fois 12.
38. E2 : d'accord, alors qu'est-ce que ça vous donne ?
39. Sam : alors, on a fait ça et comme on a vu que si on rajoute 3, ça fait 97… Donc on a vu après 11 fois 8, ça fait 88 et on a ajouté 3 fois 3.
40. E2 : alors vous avez vu juste que 88 c'est pas loin de notre 97, par contre, 12 fois 8, c'est… Enfin, si on rajoutait 3, c'était trop grand. Donc vous aviez fait 8 fois 11, ça fait 88 et pour aller à 97, on peut faire 3 fois 3 qui font 9.
41. E2 écrit :

8 x 11 = 88 3 x 3 = 9 (11 x 8) + (3 x 3) = 97

42. G5 : on l'avait la dernière fois, celui-là.
43. E2 : ah, oui, je ne les ai pas rappelés donc peut-être qu'on est tombé dessus la dernière fois, c'est possible. Il a utilisé la table de 3. Est-ce que tu as fait la table de 3 ?
44. Sam : non, enfin, si, on l'a fait mais on n'avait pas assez de place.
45. E2 : ah mais tu sais que j'en avais encore des feuilles là-bas.
46. G5 : nous, on a écrit la table de 8 et de 3 jusqu'à 20.
47. E2 : jusqu'à 20.
48. G5 : et on a trouvé 20 fois 3 égal 60 et 5 fois 8 égale 40
49. E2 : mais les deux ensemble, ça fait combien ?
50. G5 : 100
51. E2 : 100
52. G5 : et on a enlevé 8.
53. E2 : ah, et 100 moins 8, ça fait combien ?
54. G5 : 92.
55. E2 : mais c'est pas 92 qu'on veut nous !
56. G5 : non… mais…
57. E2 : mais vous êtes pas loin d'une solution là
58. Quelques élèves : oui
59. E2 : vas-y
60. F2 : il faut enlever un 3.
61. E2 : il faut un trois en moins, oui, c'est ça, on en a 20 et si j'en enlève un, c'est bon.
62. E2 écrit :

(19 x 3) = 57 (19 x 3) + (5 x 8) = 97

63. E2 : bon, on en a une autre, je crois pas qu'on l'avait la dernière fois. Est-ce qu'il y a des enfants qui en ont trouvé une autre ? Oui, allez-y.
64. G5 : on a fait 8 fois 2, ça fait 16.
65. E2 : vous avez fait un petit peu comme le groupe de Samuel et Brice, vous avez fait les deux tables, c'est ça ?
66. G5 : oui, et 3 fois 27, ça fait 81
67. E2 écrit :

(8 x 2) = 16 (3 x 27) = 81 97 = (8 x 2) + (3 x 27)

68. E2 : d'accord, troisième solution. Est-ce qu'il y a quelqu'un qui a une autre solution ?
69. Une main se lève.
70. G4 : 94 plus 3.
71. E2 : oui, mais… 94, c'est quoi ? Je vois bien que 94 plus 3, ça fait 97, je vois bien où est le trois mais j'ai dit que je voulais avec des 8 et des 3, comment tu as fait ?

72. G4 : je sais pas… On avait pas fini.
73. E2 : mais comment tu l'as fabriqué le 94 ? Moi, j'aimerais bien savoir d'où il sort le 94. C'est à ça que vous n'aviez pas réfléchi.
74. G6 : mais, 12 fois 8 ça fait 96 et donc après…
75. E2 : donc le 94, tu ne sais pas comment le faire, et moi, il faut que je sache comment le faire sinon cela ne répond pas à mon problème. Le 94, il faut que j'arrive à le faire avec des 8 et des 3.
76. F4 : c'est impossible.
77. Plusieurs élèves : si, c'est possible.
78. E2 : mais alors, dites-moi.
79. Alexi : on fait par exemple 11 fois 8, ça fait 88 et après, il suffit de rajouter 9. Sauf que ça fait, la même solution.
80. E2 : ah, oui, ça c'est une solution qu'on a déjà. Mais 94, c'est possible de la faire avec des 8 et des 3 ?
81. F6 : 10 fois 3 plus 8 fois 8.
82. E2 : 10 fois 3, 30, 8 fois 8, 64, 30 et 64, ça fait 94. Et il y a encore le plus 3 pour faire 97.
83. E2 écrit :

94 + 3 = 97 (8 x 8) + (10 x 3) + 3 = 97

84. E2 : est-ce qu'on l'a déjà ? ça donne quoi au bout du compte cette solution ?
85. F6 : 97
86. E2 : oui, mais il y a combien de 8 et combien de 3 ?
87. F6 : il y a … 8, huit et 10, trois.
88. E2 : non
89. F6 : euh, 11
90. E2 : est-ce que c'est une solution qu'on a déjà trouvée ? Non. Bon, bien. A partir de 94, on pourrait trouver quelque chose. Est-ce qu'il y a des enfants qui ont d'autres solutions ? Moi, je vois : 8 fois 8 et 3 fois 3, 5 fois 8 et 19 fois 3, 2 fois 8 et 27 fois 3, 8 fois 8 et 11 fois 3. est-ce qu'il en a d'autres ?
91. G5 : non, mais on peut peut-être en trouver d'autres, on prend les résultats qu'on a et on en trouve d'autres.
92. E2 : ah, mais comment on pourrait savoir qu'il y en a d'autres ?
93. F6 : t'en prend un, t'accorde avec les autres et tu regardes, tu les reprends et tu vois si ça fait 97.
94. E2 : si je comprends bien, vous voulez les ranger ces nombres-là mais par quoi, si vous voulez qu'on les range un peu ?
95. F6 : ben, une fois 97
96. E2 : mais 97, on veut le faire avec des 8 et des 3, d'accord.
97. F6 : sinon, on n'a qu'à faire 2 fois 8 et …
98. E2 : tu commencerais par ?
99. F6 : 8 fois 2, ça fait 16 et pas 97.
100. F7 : sinon, on fait… on marque tous les nombres jusqu'à 20 comme Alexis et Mathilde et la table de 3, pareil et après, on voit, on les marque, après on regarde, on essaie des plus 8 et des plus 3 et on les marque.
101. E2 : vous comprenez ce qu'elle vous a dit ?
102. Plusieurs élèves : oui… non…
103. G7 : tu fais une fois 3 avec tous les nombres jusqu'à…
104. E2 : tu pars de… Tu écris toute la table de 3 jusqu'à 20. Tu pars de 1 fois 3 avec toute la table de 8, tu vois si ça marche ou si ça marche pas, c'est ça ? J'ai bien

compris-là ? Et ensuite, si ça marche tant mieux, tu l'écris et si ça marche pas, tu passes au deuxième, tu fais 2 fois 3, tu l'essayes avec tous, c'est ça ? Alors maintenant, moi, ce que je voudrais qu'on fasse, en cherchant ces solutions-là, à plusieurs, et je sais pas si on les a trouvées toutes pour le moment mais en tous cas, entre vous tous, on en a trouvé 4, je ne sais pas si on les a toutes. Vous allez trouver une idée pour savoir si on les a toutes. Je vous en donne un autre à chercher.

105. 00H51

106. E2 : il va s'agir d'atteindre non plus 97 mais 92. Mais non plus avec des 8 et des 3 mais avec des 5 et des 3.

107. Plusieurs élèves : ah, oui…

108. E2 : attention, je voudrais donc qu'on cherche à atteindre, je voudrais que vous vous organisiez pour chercher toutes les solutions, pour qu'on soit sûr à la fin qu'on a toutes les solutions. Peut-être qu'il va y en avoir un petit peu plus. Je vous donne une nouvelle feuille.

109. 00H53

110. Début de la recherche en groupe, sur une nouvelle affiche.

111. 01H03

112. E2 : on va s'arrêter-là. *E2 ramasse les affiches, en fixe une au tableau.* Bien, alors du coup, il y a un certain nombre d'entre vous, comme ici Maureen et Marion, qui ont commencé par écrire les tables de 5 et de 3 jusqu'à 20 fois 5 et jusqu'à 20 fois 3. Et puis, à partir de là, elles sont un peu restées coincées. Moi, j'aimerais bien que les uns et les autres, on s'aide un petit peu pour avancer. Qu'est-ce que vous avez fait vous, par exemple, vous avez trouvé des solutions ?

113. F7 : oui, 5 fois 10, ça fait 50

114. E2 : tu as essayé avec 5 fois 10 et ça fait ?

115. F7 : 50.

116. E2 : oui, 50. Tu as essayé, je vois ici, avec 14 fois 3 et quand on additionne les deux, donc voilà, la solution

117. E2 écrit :

118.

5 x 10 = 50 14 x 3 = 42 92 = (5 x 10) + (14 x 3)

119. E2 : Est-ce que vous en avez trouvé d'autres ?

120. Plusieurs mains se lèvent.

121. E2 : Emilie.

122. Emi : 28 fois 3 plus 5 plus 3.

123. E2 écrit :

(28 x 3) + 5 + 3 84 + 5 + 5

124. E2 : et 28 fois 3, ça faisait combien ?

125. Emi : 84.

126. E2 : 84 plus 5 et plus 3 ça fait bien 92. mais moi, je l'aurais écrit 28 fois 3

127. Des mains se lèvent.

128. F8 : 29 fois 3.

129. E2 : ben, oui, il y en a une autre, donc tu en as pas 28 mais 29.

130. E2 écrit : (29 x 3) + (1 x 5) = 92

131. E2 : bon, en voilà donc une autre. Allez, vas-y.

132. G9 : 4 fois 3, ça fait 12. et 16 fois 5, 80.

133. E2 écrit : (4 x 3) + (16 x 5) = 92

134. E2 : encore une autre solution. Bien. Il y en a encore d'autres ? Maxime.

135. Max : 16 fois 5 et 4 fois 3, on l'a déjà.
136. E2 : ah, oui, mince…
137. F8 : 17 fois 5, on a trouvé 95
138. G9 : ben, ça marche pas !
139. F8 : et on a fait 95 – 3
140. E2 : ah, est-ce qu'on a le droit d'enlever ? Regardez, je veux obtenir 92 en additionnant des 5 et des 3. D'accord ou non ? Donnez-moi une autre solution.
141. G10 : 19 fois 3 et 5 fois 7.
142. E2 : ça fait combien ? 57 et 35 donc 92.
143. E2 écrit : (19 x 3) + (5 x 7) = 92
144. F12 : 3 fois 24 plus 5 fois 4
145. E2 écrit : (3 x 24) + (5 x 4)
146. E2 : ça fait combien, ça ?
147. F12 : 72
148. E2 : oui, 72 et 20 donc 92. Et tu en as encore une à proposer ?
149. F12 : oui, 3 fois 9 plus 5 fois 9.
150. E2 : et ça fait ? 27 plus 45 donc 92. Bon, c'est bien merci, on va être obligé d'arrêter-là.
151. Fin de la séance (sonnerie)

01H19

Transcription d'affiches (Séances 4 et 5)

Groupe 1 : Anne Flore (AF), Alexie (Al)

11 x 8 = 88
88 + 3 + 3 + 3 = 97
8 x 8 = 64
11 x 3 = 33

8 x 9 = 72
72 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 NON
33 + 64 = 97

Groupe 2 : Joseph, Camille

3 x 9 = 27
6 x 8 = 48
48 x 2 = 96

12 x 8 = 56
3 x 13 = 39
8 x 7 = ~~48~~ 56
39 + ~~48~~ 56 = 95

89 + 39 = 98
5

3 x 9 = 27
3 x 13 = 39
39 + 27 = 66
6 x 8 = 48
9 x 13 = 87

Groupe 3 : Mathilde, Emilie

11 x 8 = 88 + (11 x 8) + (3 x 3) = 97 on a trouvé grâce aux tables de multiples de 3 et 8.
(8 x 9) + (3 x 3) + (3 x 2) = ~~97~~
72 + 9 + 6 = 81 + 6 = 87 c'est pas possible.

Groupe 4 : Chloé, Ellyas

(22 x 3) + (2 x 8) = 82
(29 x 3) + (3 x 8) = 121
(25 x 3) + (3 x 8) = 99
(29 x 3) + (2 x 8) = 91
(27 x 3) + (2 x 8) = 97
(3 x 6) + (8 x 8) = 82
(3 x 11) + (8 x 8) = 97

8 x 10 = 80
17 – 8 = 9
9 – 3 – 3 – 3 = 0
(11 x 8) + (3 x 3) = 97

Séance 6 (E2B *Golf*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 : est-ce que vous vous souvenez de ce qu'on faisait la semaine dernière, quel était le problème qui nous intéressait. Qu'est-ce qu'il fallait qu'on fasse ? Qu'est-ce que c'était ?...
2. Plusieurs oui
3. E2 : allez, Samuel.
4. Samuel (CM1) : on avait un nombre et on devait trouver plusieurs solutions pour faire le nombre.
5. E2 : on devait trouver plusieurs solutions pour le trouver mais pas avec n'importe quoi.
6. Plusieurs : avec des 8, des 3 et on additionne
7. E2 : et on l'avait fait pour plusieurs nombres. 41… il fallait obtenir 41 en additionnant des ?
8. Plusieurs : des 8 et des 3
9. E2 : des 8 et des 3 (écrit au tableau : 41 en additionnant des 8 et des 3) On l'avait fait avec 97. (97 avec des 8 et des 3) Même chose, il fallait obtenir 97 avec … des 8 et des 3 et le dernier qui nous intéressait et qu'on avait pas terminé était 92. On demandait d'obtenir 92 non pas avec des 8 et des 3 cette fois mais avec ?
10. Plusieurs mains se lèvent : des 5 et des 3
11. E2 : non c'était des 5 et des 8. (E2 écrit 92 avec des 5 et des 8). Si je me souviens bien, vous aviez pensé à utiliser certaines stratégies pour arriver au résultat. Est-ce que vous pouvez rappeler les stratégies auxquelles vous aviez pensées pour arrive à trouver des solutions à ce problème. Est-ce que vous pouvez me rappeler un peu ça ?
12. Trois mains se lèvent.
13. E2 : Brice ?
14. Brice : on écrivait la multiplication et on additionnait des résultats.
15. E2 : alors, on écrivait la multiplication et on additionnait des résultats, il faut que tu sois un peu plus précis, cela ne va pas nous suffire.
16. Quatre mains se lèvent.
17. G3 (CM1): par exemple, on écrivait la table de cinq, on écrivait la table de trois et on additionnait les résultats pour que ça fasse 92.
18. E2 : vous aviez écrit la table de 5, la table de 3 et à partir des résultats des deux tables, par exemple, on va dire 3 fois 5 et là 7 fois 3 (E2 écrit 3 X 5 = 15 et 7 X 3 = 21). Vous essayez à partir des résultats de la table, comment vous pouviez obtenir 92, c'est bien ça. Moi, j'avais rajouté quelque chose au moment du problème pour 92, comment obtenir 92 avec des 5 et des 3, j'avais rajouté que je voulais qu'on s'assure d'avoir obtenu toutes les solutions.
19. Plusieurs oui.
20. E2 : parce qu'on avait vu dans les exemples précédents qu'il y avait plusieurs solutions possibles. Vous en aviez trouvé un certain nombre de solutions pour 41, pour 92. Si ça se trouve vous les aviez trouvées toutes d'ailleurs, j'en sais rien. Moi

j'aimerais que pour 92, vous vous assuriez que vous avez bien toutes les solutions possibles. Il y en a aussi plusieurs évidemment.

Une main se lève.

21. F1 (CM2) : est-ce que tu pourrais nous les remettre les résultats pour 92 ? Comme ça …
22. E2 : je... ceux qu'on avait écrits ensemble.
23. F2 (CM2) : parce que Elias les avait toutes trouvées.
24. E2 : je vais vous les remettre, je vais regarder sur vos feuilles parce que je les ai pas notées moi.
25. Elias (CM2) : On en avait trouvé 6.
26. E2 : toi tu travaillais avec Chloé, si je me rappelle bien. Ah oui, Chloé et Elias pensait avoir tout trouvé
27. Elias : peut-être pas.
28. E2 : …et en avait trouvé 6, ce qui peut peut-être vous donner une indication si vous vous en avez trouvé 3, peut-être que vous pouvez en chercher d'autres déjà. Moi ce que je vais vous demander de faire, là, je vais vous redonner vos feuilles à chacun, à chacun des groupes. Je vais demander à chacun des groupes de continuer à chercher des solutions, parce que certains d'entre vous en avaient trouvé une, d'autres en avaient trouvé peut-être deux ou trois. Chloé et Elias en avaient trouvé 6 et pensaient les avoir toutes trouvées. D'accord ? Je vais vous demander d'aller regarder les solutions que vous avez déjà trouvées vous, et essayer d'en trouver d'autres et essayer de les avoir trouvées toutes. A Chloé et Elias, je vais demander de se repencher sur leur feuille et de trouver les moyens d'expliquer pourquoi vous êtes sûrs de les avoir trouvées toutes. Je ne sais pas si vous y arriverez mais vous allez essayer de l'expliquer. Sur le moment, je crois que vous aviez une idée sur la façon de s'organiser pour les trouver, pour en trouver le plus possible. Mais, si vous me dîtes que vous les avez trouvées toutes, j'aimerais que vous me disiez pourquoi vous êtes sûrs.

00h08

29. E2 : je vous distribue vos feuilles.

Les groupes se reforment (quelques absents nécessitent de réorganiser quelques groupes)

00h09

Début de la recherche en groupe.

00h20

30. E2 : bon, fin de la recherche… (les enfants se réinstallent, à leur place assise, face au tableau) j'aimerai savoir, dans les différents groupes, combien de solutions vous avez trouvées.

Une dizaine de mains se lèvent.

31. E2 : alors combien tu en as trouvé ? 4…4 …6…6…3…2…2…4…6…6…1 plus celle qu'on avait déjà, ça fait 2. Alors, si j'entends bien ce que vous me dîtes, ceux qui en ont trouvé plus, en ont trouvé 6
32. Plusieurs élèves : oui.
33. E2 : ce que j'aimerai qu'on fasse maintenant c'est qu'on essaie de travailler ensemble, qu'on cherche ensemble pur voir un peu les solutions que vous avez trouvées et si, par hasard, on est capable d'en trouver d'autres ou si, par hasard, on est capable d'expliquer pourquoi y en a que 6. D'accord ? Vous allez me faire passer vos feuilles et on va s'installer comme d'habitude devant le tableau.

00h24

Pendant la recherche des groupes, E2 a écrit au tableau la table de 5 et la table de 3. Tous les enfants sont assis par terre devant le tableau. E2 est face au tableau.

34. E2 : je me souviens, la dernière fois, celle qu'on avait trouvé la dernière fois, 5 fois 16 plus 3 fois 4 égal 92.
35. (E2 écrit au tableau : 92= (5 X 16) + (3 X 4)). Ça c'est celle dont je suis sûre. Qu'est-ce que ça veut dire d'écrire 5 fois 16 et 3 fois 4, qu'est-ce ça veut dire ?
36. Quelques mains se lèvent : ça veut dire 5 plus 5 plus 5 seize fois.
37. E2 : oui ça veut dire que j'ai 5 plus 5 pus 5 comme ça et que le 5, je l'ai écrit 16 fois. Si je dis que j'ai 3 fois 4, les trois, je les ai écrits 4 fois. Il ne faut pas oublier ça, si on oublie ça, après on se perd dans le problème… (*Intervention pour un changement de place d'un élève pour bavardage)* Donc, il ne faut pas qu'on perde cela de vue, d'accord ? J'ai vu quelques enfants qui l'oubliaient en cours de route et du coup, à la fin, ils savaient plus trop où ils en étaient. Moi, j'ai envie de demander à Manon, à Anaïs et à Nelson qui était avec eux… Qu'est-ce qu'on pourrait faire maintenant pour trouver une nouvelle solution ? Je voudrais trouver une nouvelle solution, on a celle-là, je voudrais en trouver une nouvelle solution. Comment je pourrais m'y prendre, où je devrais chercher.. s'il vous plaît, tous les trois, il est où Nelson, il est là, comment je pourrais m'y prendre pour trouver une nouvelle solution, qu'est-ce que vous , comment vous pensez vous y prendre pour trouver une nouvelle solution ?... Allez Manon, lance-toi !
38. Manon (CM1) : ben j'en ai pas.
39. E2 : t'en as pas mais comment tu penses t'y prendre ?
40. Man : ben, prendre des choses de la table, des résultats de la table de 5 et des résultats de la table de 3.
41. E2 : alors, tu penses prendre des résultats de la table de 5 et des résultats de la table de 3. Alors si vous voyez bien, pendant que vous travailliez, moi, j'ai écrit une bonne partie de la table de 5, j'ai écrit un grand morceau de la table de 3, est-ce que je peux me servir de ça pour trouver une nouvelle solution ?
42. Des Oui
43. E2 : oui, je peux me servir de ça , je crois que son problème … je vais y aller comment dans cette table de 5 et cette table de 3, est-ce que je les prends tous et je les mets tous les uns avec les autres ?
44. Quelques NON
45. E2 : …. est-ce que c'est ça que je vais faire … Anaïs, qu'est-ce que tu en penses ?
46. Anaïs (CM1) : Non.
47. E2 : non, ce n'est pas ça que je vais faire, alors qu'est-ce que je vais faire d'après toi ?
48. Anaïs : … (silence)
49. E2 : tu sais pas trop, c'est ça le problème, c'est ça. Nelson, est-ce que tu as une idée ?
50. Nelson (CM1) : hum…
51. E2 : parce que j'en ai écrit beaucoup là, de la table de 5 et de la table de 3, cela devrait pouvoir nous aider … mais malgré tout, si je vois ce que tu me dis Manon … mais c'est vrai, vous avez changé de groupe, vous aviez peut-être plus de difficultés à travailler mais, si je vis bien malgré tout, vous avez eu du mal avec ça. Alors, st-ce que je prends n'importe quel nombre dans la table de 5 puis j'essaie de les ajouter à tous les nombres de la table de trois ? Qu'est-ce que je fais ?
52. F5 (CM2) : moi, je prenais au hasard des nombres de la table de 5 et j'essayais de trouver ce qui faisait 92 avec les résultats de la table de trois.
53. E2 : avec les résultats de la table de 3. Tu en prenais un au hasard de la table de 5 et tu essayais de faire 92 avec un de la table de 3. Et après qu'est-ce que tu faisais ?
54. F5 : eh bien, si ça marchait pas, je recommençais avec un autre.
55. E2 : tu recommençais avec un autre… plusieurs fois.

56. Alexie : moi dans la table de 3, j'en prenais qui se finissaient par 2, comme 42 et après, avec un de la table de 5, par exemple, 50, je les assemblais pour voir si ça faisait 92.
57. E2 : Ah toi, tu t'es dit, je vais essayer de garder les unités déjà, 2, et dans la table de 5 comme il y a des multiples de 5 qui se terminent par 0, je vais voir si je peux les associer, c'est ça ?
58. Alexie : oui.
59. E2 : alors par exemple, qu'est-ce qu'on pourrait prendre, si ça marche comme ça ?
60. Al : eh bien, 42 et 50.
61. E2 : par exemple, je peux prendre 42 et 50 et ça, ça va marcher ça va faire 92, alors … (*E2 écrit au tableau : 92 = 42 + 50 puis 3 X 14 + 5 X 10*) 42 ça fait 3 fois 14 et 50 … d'accord. Et ça, ça fait bien 92. T'en as trouvé d'autres comme ça, Alexie ?
62. Al : oui, 72
63. E2 : t'as trouvé 72 … je peux le combiner avec quoi ?
64. Al : 20
65. E2 : 72, je peux le combiner avec 20…. Et ça, ça fait bien 92.
66. Al : et y a le 12
67. Maxime : mais on l'avait déjà trouvé … c'est la même chose
68. E2 : après, il y avait le 12, mais on l'avait déjà trouvé. Le 12, on l'avait avec le 80. Bon, Anaïs, Nelson et Manon, est-ce que vous voyez qu'ils n'y sont pas allés complètement au hasard ? Parce que y aller au hasard tu vois, vous avez fait des essais …j'ai vu sur votre feuille, vous avez fait des essais.
69. G5 : on trouvait 93.
70. E2 : vous trouviez 93, vous trouviez 91, vous tourniez autour mais vous n'arriviez pas dessus. Est-ce que tu vois qu'ils n'y sont pas allés totalement au hasard. Ils ont quand même essayé de trouver un truc qui puisse leur permettre de … gagner du temps. D'accord ? Donc, elle, son truc c'est de se dire, si je prends des multiples de 3 qui terminent par 2, si je les combine avec des multiples de 5 qui se terminent par 0, je vais peut-être pouvoir arriver à faire 92.
71. F7 : après il faut faire tous les 2
72. E2 : elle a …elle a passé en revue les multiples de 3, un certain nombre qui se terminait par 2.
73. Bon, seulement, ça, ça fait trois solutions. Ça fait trois solutions et, et il me semble qu'il y en avait plus que ça, il me semble qu'il y en avait plus que ça. Alors …chut… est-ce que vous reconnaissez des solutions que vous aviez trouvées ? Toutes celles que vous aviez trouvées … Maxime, par exemple, dans les deux que vous aviez trouvées, est-ce qu'elles y sont ?
74. Maxime (CM1) : 3 fois 14 et 5 fois, je crois pas.
75. E2 : tu crois pas qu'elle y était celle-là ? celle-ci, elle y était, vous aviez celle-là déjà, d'accord, OK. Ceux qui ont trouvé d'autres solutions que celles-là, est-ce que vous voulez bien lever la main ?

5 mains se lèvent.

76. E2 : d'accord. Alors par exemple, le groupe de Joséphine et de Camille ? Vous avez trouvé d'autres solutions que celles-là. Est-ce que vous pouvez nous expliquer à quoi vous avez pensé pour essayer de trouver d'autres solutions que celles-là. Est-ce que vous pouvez essayer de nous dire comment vous avez fait ?
77. Silence
78. E2 : comment vous vous y êtes pris vous. Elle nous a expliqué Alexie qu'elle avait essayé de combiner ceux qui se terminent par des 2 dans la table de 3. Est-ce que vous avez essayé comme ça ou est-ce que vous avez essayé autrement ?

79. Joséphine (CM1) : comme Alexie
80. E2 : comme Alexie, vous les avez trouvées ces trois-là ?
81. Jo : oui.
82. E2 : oui et vous en avez trouvé d'autres. Et alors comment vous avez trouvé les autres ? à quoi vous avez pensé pour chercher les autres ? … est-ce que vous voulez votre feuille les filles ?
83. Jo, Camille (CM1) : Oui
84. E2 retrouve l'affiche de Jo et Cam et la colle au tableau : Allez, vous venez, nous raconter ce que vous avez trouvé.
85. Cam : du coup on a essayé de faire 12 avec 5 et 7.
86. E2 : vous avez essayé de faire 12 avec 5 et 7.
87. Cam : oui, 5 et 7 ça fait 12. Et après, on a cherché dans la table de 5, on a 13 fois 5, ça fait 65 et après on a fait 3 fois 9 ça fait 27, et ça fait 92.
88. E2 : d'accord, vous vous êtes dit, maintenant, tous les multiples de 3 qui se terminent par 2 avec tous les multiples de 5 qui se terminent par 0, ça y est on a fait le tour. Alors, vous vous êtes dit, que pour avoir un 2 à la fin, il faut que le multiple de 5, il se termine par …5 et il faut que le multiple de 34, il se termine par 7. Pourquoi ?
89. Jo : parce que 5 plus 7 ça fait 12.
90. E2 : parce que 5 plus 7 ça fait 12. On va avoir un multiple de 5, on sait pas comment il va s'écrie là, on sait pas comment là, le multiple de 3, on sait pas comment il va s'écrire là. Mais en tous cas, le 5 et le 7 ça va faire 12, et comme ça, on a une petite chance d'arriver à 92. D'accord. Warren, est-ce que tu as compris ce qu'elles ont dit les filles… oui ou non, si tu n'as pas compris, on réexplique.
91. Waren : ben….
92. E2 : exemple, ici, elles ont trouvé un multiple de 5 qui se termine par 5, 65. Elles ont trouvé un multiple de 3 qui se termine par 7, 27. 65 c'est 5 multiplié par 13 et 27 c'est 9 fois 3, d'accord, tu y es Waren ? Elles savent que c'est intéressant car, elles se disent, si on additionne des deux côtés, 5 plus 7 ça va faire 12 et j'ai une chance d'arriver à 92 avec ça, car j'ai déjà le bon chiffre des unités.
93. G8 : oui.
94. E2 : bon, est-ce que ça marche ? Ben oui, 5 et 7 ça fait 12, je retiens 1 ; 6 et 2 et 1 ça fait 9.
95. G8 : mais moi j'en ai un
96. E2 : ah, est-ce qu'il y en aurait d'autres de multiples de 5 et des multiples de 3, qui se termineraient par 5 et par 7, et qui nous permettraient de trouver d'autres solutions ?
97. F10 : ben c'est tout bête mais…
98. E2 : c'est tout bête, ben, vas-y !
99. F10 : 87 et 5
100. E2 : 87, il y est ? Voilà. Dans la table de 5 euh, dans la table de trois.
101. (E2 écrit 65 + 27 = 92 …)

35'

102. E2 : et le 87 ? on a fait le 65 et le 27 … il est là. Est-ce qu'on aurait un autre nombre qui se terminerait par 5 dans la table de 5, un autre nombre qui se terminerait par 7 dans la table de 3 et qui permettrait de trouver 92 ?
103. F10 : il y a 57
104. E2 : tu le vois 57…ça serait, c'est quoi dans la table de 3 ?
105. F10 : 19
106. E2 : 3 fois 19, alors avec 57, il faut qu'on fasse 92 … de quelle table, il doit être le multiple de 5 qu'on veut ?
107. G : 15

108. G : 35
109. E2 : si c'est 15, est-ce que ça marche ?
110. G : oui
111. Plusieurs élèves : non, 35
112. E2 : 35
113. Plusieurs élèves : oui
114. E2 : 57 plus 35 ça va faire 92
115. Plusieurs élèves : oui
116. E2 : bon
117. G : oui, mais il y a les 12 aussi des unités.
118. E2 : il y a les …les unités, oui… Tu veux la faire l'addition. 57 plus 35 , 7 et 5 douze et je retiens 1, 5 et 3 et 1
119. G 9 : oui.
120. E2 : oui donc 92 ça marche. 35 c'est combien de fois 5 ?
121. G : 7 fois 5
122. E2 : 57, c'est combien de fois 3 ?
123. G : 3 fois 19

E2 écrit :

57 + 35 = 92 (3 X 19) + (5 X 7) = 92

124. E2 : on a trouvé donc une autre solution, nous voilà à 6 , non voilà à 6, est-ce qu'on a trouvé toutes les solutions.
125. Plusieurs élèves : oui
126. E2 : voilà la question alors, c'est toutes les solutions, est-ce que toutes les solutions que vous avez trouvées sont là ?
127. Plusieurs élèves : oui, toutes.
128. E2 : toi, tu penses par exemple que toutes les solutions sont là, t'en es sûr. Alors comment on peut faire pour en être sûr et certain ? Est-ce qu'il y avait un autre moyen de faire 92 là, avec des multiples de 5 et des multiples de 3,
129. Plusieurs élèves : non ;
130. E2 : il faudra être capable d'expliquer … Chloé et Elias sont sûrs… on doit être sûr normalement qu'il n'y a pas d'autres solutions. Il faudrait m'expliquer pourquoi vous êtes sûrs.
131. Elias : à chaque fois que tu ajoutes trois 5, tu enlèves cinq 3 comme ça, tu trouves d'autres résultats et …
132. E2 : à chaque fois … tu vas me redire ça, alors on repart de là, vous me dîtes si j'écris bien ce qu'il est en train de dire … des 3, il y en avait quatre
133. Elias : t'enlèves trois 5
134. E2 : j'enlève trois 5, ces trois-là, ça faisait qu'il m'en reste combien ?
135. El : ben 1
136. E2 : ah, non, j'en avais écrit 16, je vous ai pas tout écrit …
137. El : 13
138. E2 : il en reste 13, treize 5.
139. Chloé : Ah, oui 5 fois 3 et 3 fois 5, ça fait 15, t'enlèves 15.
140. E2 écrit : (13 X 5) + (3+3+3+3+3+3+3+3+3+3)
141. E2 : j'ai bien fait ?
142. Chl : oui
143. E2 : un, deux, trois, quatre, cinq, les cinq que tu m'as dit de rajouter là et les 4 qu'il y avait déjà. Bon est-ce que ça change le nombre ?
144. Elias : non, tu enlèves des 5 et tu remets des 3

145. E2 : ben justement, ça pourrait changer quelque chose, on a enlevé combien des 5, là,
146. Elias : 4
147. E2 : il a enlevé trois 5, il a enlevé trois fois 5 et il a ajouté 5, il a ajouté 5 fois 3. Est-ce que cela change quelque chose ? Est-ce que cela change quelque chose Anaïs ? si j'enlève trois fois 5 ici et si j'ajoute 5 fois 3 ici…
148. Anaïs : oui
149. E2 : tu penses que oui ? j'ai enlevé trois 5 et j'ai ajouté cinq 3. est-ce que j'ai changé quelque chose au niveau du résultat ?
150. Anaïs : non
151. E2 : j'ai enlevé combien là au niveau du résultat ?
152. An : 15
153. E2 : j'ai ajouté combien là au niveau du résultat ?
154. An : 15 sauf que c'est pas dans le même sens.
155. E2 : c'est pas écrit pareil.
156. Elias : le résultat est pareil
157. E2 : oui. Et 5 fois 13 et 9 fois 3, ça va bien faire 92. Est-ce que je pourrais faire autrement ?
158. Chl : ben, oui.
159. E2 : est-ce que je peux enlever deux 5 ?
160. Elias : non
161. E2 : pourquoi ?
162. Plusieurs élèves : dans la table de 3
163. Chloé : dans la table de 3, y a pas 10.
164. E2 : alors donc, si je comprends bien avec ta technique, on peut les trouver tous, on part d'un et on les trouve tous. Duquel on pourrait partir et les trouver tous ? On part de ?
165. El : le plus grand
166. E2 : le plus grand ?
167. El : ben si
168. E2 : allez, on part de celui-là : cinq fois 1 et trois fois 29. Et là, j'utilise la façon de faire et pour être sûre de les trouver tous, que G (Thomas) nous a expliquée, qu'est-ce qu'il faut que je fasse ? Qu'est-ce qu'il faut que je fasse pour expliquer le résultat après ?
169. Quelques mains se lèvent : il faut ajouter des 5 et enlever des 3.
170. E2 : il faut que j'ajoute des 5 et que j'enlève des 3, combien de 5 il faut que j'ajoute ?
171. Chl : 3 …Il faut rajouter un, un seul 3 et il faut enlever un 5
172. G : non
173. Chl : non, je rajoute 3 à à 5 fois 1, là.
174. E2 : alors, trois, trois 5 donc 5 fois 3, vous êtes d'accord, je rajoute 3 fois 5.
175. Chl : hum donc 5 fois 4
176. E2 : là, je vais ajouter 3 fois 5 donc ça va faire 5 multiplié par 4
177. Chl : 5 fois 3 et ça va faire 23
178. E2 : du coup, au lieu d'avoir 29 trois, j'en ai plus que ?
179. El : 24… on l'a trouvé celui là
180. E2 : on l'a trouvé celui-ci … oui, il est là.
181. E2 écrit (5 X 4) + (3 X 24) = 92
182. E2 : ensuite, qu'est-ce que je fais ? On continue, je rajoute trois 5 et ça fait 7… ça fait sept 5, vous êtes d'accord ? trois 5 plus quatre 5, ça fait sept 5, il y a sept 5.

183. Plusieurs oui.
184. E2 : et j'enlève cinq fois …
185. E2 écrit : (5 X 7) + (3 X 19) = 92
186. G : on l'a trouvé, là-bas.
187. E2 : il est là… je continue.
188. F : et là, on va tomber sur celle qui est là.
189. E2 : je rajoute encore trois 5, ça fait combien si je rajoute trois 5 ?
190. F : 5 fois 10
191. E2 : 5 fois 10 et cinq 3 ?
192. F : ça fait trois fois 14
193. E2 écrit : (5 X 10) + (3 X 14) = 92
194. E2 : Alors 3 fois 14. Bien, elle est là.
195. F : on a tout trouvé.
196. E2 : on continue. Si là, je rajoute trois 5 ça fait... et là ?
197. E2 écrit : (5 X 13) + (3 X 9)
198. F : trois fois 9
199. E2 : tiens, elle est là.
200. F : à chaque fois, on rajoute trois
201. E2 : à chaque fois, on rajoute trois, ça vous fait seize 3, j'enlève encore cinq 3
202. F : trois fois 4
203. E2 : trois fois quatre
204. E2 écrit : (5 X 16) + (3 X 4)
205. E2 : alors … on les a toutes, une, deux, trois quatre, cinq, six.
206. F : ben, oui parce qu'après là, si on retire 5, on peut pas.
207. E2 : ah ben là oui, si on retire 5
208. Plusieurs on peut pas
209. E2 : on peut pas donc …
210. G : on est sûr
211. E2 : donc on est sûr d'avoir tout trouvé, est-ce que vous êtes d'accord, les autres ? … Est-ce que vous êtes satisfait par cette explication ?
212. Plusieurs Oui
213. E2 : est-ce que quelqu'un peut me la récapituler avant …
214. Plusieurs mains se lèvent.
215. E2 : ben alors, attendez, au départ, c'est ça que vous m'avez expliquée Chloé, j'aimerai que tu nous explique pourquoi on est sûr, on récapitule ce qu'on a vu... Brice se concentre … Mathilde aussi…
216. F Chloé : ben, à chaque fois, on a enlevé, on a ajouté dans les deux sens…
217. E2 : dans les deux sens, on a deux parties pour faire 92 là.
218. F Chloé : on aurait très bien pu ajouter … à partir de 3.
219. E2 : on aurait pu partir des 3, si tu veux…Une partie qui est faite, une partie qui est faite avec des 5 et une partie qui est faite avec …
220. Plusieurs : des trois
221. E2 : des trois. Pour les trouver toutes les solutions et pour être sûr de les avoirs toutes trouvées, qu'est-ce que vous avez fait ?
222. G : on enlève des 5
223. E2 : oui, mais si j'enlève des 5, qu'est-ce qu'il faut que je fasse ?
224. G : que tu rajoutes des 3
225. E2 : que je rajoute des trois parce qu'il faut toujours que ça fasse le … 92, vous êtes d'accord ?
226. F Chloé : t'en enlèves d'un côté, t'en rajoute de l'autre.

227. E2 : si je change le nombre de 5, je suis obligée de changer le nombre de 3
228. Plusieurs Oui
229. E2 : le problème, c'est …
230. F : faut que ça fasse exactement le chiffre qu'on a enlevé
231. E2 : il faut que ce qu'on enlève de côté des 5…
232. Plusieurs : ce soit le même chiffre, pareil…
233. E2 : ce soit exactement ce qu'on trouve, ce qu'on ajoute du côté des 3, sinon on va changer là.
234. F : là mais, on est à 3 fois 29, en fait, on retire 5 fois 3 et le 5 en fait, il est de l'autre côté.
235. E2 : oui, quel est le premier nombre que l'on trouve en commun dans la table de 3 et dans la table de 5 ?
236. G : 30
237. E2 : le premier …avant
238. G : 3 ou 5 …Ah, 15
239. E2 : oui, 15… c'est pas par hasard… le premier qu'on trouve dans la table de 3 et qui est dans la table de 5, c'est celui-là
240. E2 dans la table de 3 entoure 5 X 3 = 15
241. F : après c'est lequel ?
242. F Chloé : après c'est 30 … et 45.
243. E2 : je crois qu'on n'ira pas beaucoup plus loin sur ce problème-là. Moi j'aimerais bien savoir et là, je vais poser la question : si vous avez un jour, un autre problème comme ça, qu'est-ce ça vous a appris de faire ce problème ? Hein …vas-y Elias, dis ce que tu viens de dire … bon, alors, je répète ce que disait Elias, il ne veut pas le répéter plus haut… Il a dit, ça nous sert à trouver toutes les solutions, alors est-ce que vous trouvez …
244. G : à trouver des chiffres en commun
245. E2 : à trouver des chiffres en commun
246. F : à faire le contraire des chiffres des tables de multiplication
247. E2 : à essayer d'organiser 3 fois 5, l'écrire dans, l'écrire dans l'autre sens, ça fait, ça peut parfois aider oui, d'accord.
248. F : à voir si y en pas d'autres
249. E2 : ah oui, maintenant mais justement, comment…qu'est-ce que ça vous a appris … est-ce que quand vous avez … euh
250. F : à trouver les solutions…
251. E2 : est-ce que vous avez… quand vous deviez obtenir avec des 8 et des 3 ? est-ce que vous imaginiez que vous alliez faire tout ça derrière ?
252. Plusieurs non
253. E2 : alors, qu'est-ce que ça vous a appris de faire tout ça ?
254. F Chloé : ben de découvrir
255. E2 : oui mais soyez plus précis
256. G : de s'organiser
257. E2 : il a fallu travailler en équipe c'est vrai et il a fallu s'organiser. Alors quelles ont été les étapes pour vous organiser ?
258. F Chloé : ben, trouver les solutions
259. E2 : quelle a été la première étape par exemple pour toi, Mathilde pour t'organiser ?
260. F Mathilde: ben…
261. E2 : toi, ta première étape, ça a été de te dire ?...
262. F Mathilde : de faire les tables de multiplication pour les additionner ensemble.

263. E2 : de faire les tables de multiplication pour les additionner ensemble. Pourquoi t'as pensé à faire les tables de multiplication ?
264. F M : ben parce que t'as la table de 3 et la table de 5, après ça t'évite de faire 3 + 3 + 3 + 3
265. E2 : oui parce que tu t'es dit, faire 3 + 3 + 3 + 3, ça va me perdre du temps, ça va être long, je fais tout de suite la table de 3 comme ça, je pourrais aller piocher les résultats qui m'intéressent.
266. F : comme ça …
267. F : c'est pour trouver … des étapes utiles.
268. E2 : des étapes utiles, c'est ça que tu dis, toi, quand on est en train de chercher un problème, il faut trouver des étapes qui sont utiles.
269. G : s'aider des résultats pour trouver d'autres résultats ;
270. E2 : s'aider des résultats pour en trouver d'autres.
271. G : il fallait juste un premier résultat
272. E2 : là, il fallait juste que tu trouves un premier résultat.
273. G : ben, tu trouves un premier résultat et après tu trouves tous les autres.
274. F : on avait juste calculé les deux chiffres et après, on avait juste à les inverser et après, on trouve les résultats.
275. E2 : une fois qu'on a remarqué qu'on a, qu'on a trouvé les autres résultats.
276. F : on peut s'aider de tout …par exemple, on nous donne un chiffre et pour en trouver un autre, on écrit les tables et après, on trouve tout
277. G : on cherche le plus grand nombre et après on trouve
278. E2 : en gros, il a fallu trier dans les étapes celles qui étaient utiles pour avancer.
279. F : calculer les étapes
280. E2 : et les calculer oui, bien sûr… on va s'arrêter là.

01H25

Séance 7 (E2C *La plaque de voiture*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 *assise devant le tableau, face à la classe* : bon, je vais vous distribuer à chacun un énoncé de problème. Vous allez chercher individuellement et puis, quand vous aurez avancé suffisamment tout seul, je vais vous demander de vous regrouper, je vous dirais comment vous regrouper. Je vais vous demander de comparer les solutions que vous avez déjà trouvées, même si elles ne sont pas complètement terminées, c'est pas grave, je vais vous demander de comparer et ensuite, je vais vous demander de m'écrire sur l'affiche une solution pour tout le groupe. D'accord ?
2. Brice : on sera par groupes de combien ?
3. E2 : trois, quatre ou cinq… Donc il y aura une solution pour tout le groupe mais pour faire cette solution, il faudra que vous soyez bien tous d'accord. Il faudra évidemment que ce soit bien expliqué et bien présenté pour pouvoir ensuite, à la fin, la présenter à tout le monde. Ça va ? Alors les enfants de service donnent une feuille jaune à chacun, moi, je vous distribue l'énoncé. Pour le moment, vous lisez silencieusement, vous ne faites aucun commentaire, rien du tout.

00H03
Lecture silencieuse
00H05
4. E2 : ça y est, vous avez eu le temps de lire le problème ?
5. Plusieurs oui
6. E2 : est-ce que quelqu'un a des questions à poser ?
7. (Chloé CM2) : mais on écrit toutes les possibilités ou on en écrit qu'une ?
8. E2 : alors… Lis-moi la dernière phrase s'il te plaît.
9. Chloé : écrivez toutes les possibilités …
10. E2 : écrivez toutes les possibilités et comment vous les avez trouvées. D'accord ? Vous n'avez pas d'autre question ? Non, c'est bon ? Il n'y a rien qui vous chagrine ? Alors vous vous y mettez tout de suite, vous laissez la place sur le feuille jaune pour coller l'énoncé. Allez, au travail.

00H06
Tous les élèves cherchent, E2 vient s'installer au fond de la salle, à son bureau, derrière les élèves.
00H08
E2 circule, regarde ce que fait chaque élève.
11. Chloé : c'est possible ?
12. E2 : comme tu l'as fait remarquer tout à l'heure, il y a plusieurs solutions et il faut les trouver…
13. Chloé : oui.

00h09
14. E2 : alors, vous allez poser vos stylos parce que … Ellyas, peux-tu répéter à tous ce que tu viens de me dire.
15. Ellyas : on met des nombres au pif ?
16. E2 : est-ce qu'on peut mettre des nombres au pif comme il dit ?
17. Brice : non justement.
18. E2 : justement pourquoi ? Qu'est-ce qui nous en empêche ?
19. Brice : il faut les chiffres exacts. Si tu mets les chiffres au hasard, tu ne peux pas les trouver.
20. E2 : mais pourquoi tu ne vas jamais trouver si tu vas au hasard ?
21. Brice : ben…
22. E2 : est-ce qu'il y a, qu'est-ce qui nous empêche, il y a peut-être des indications ?
23. F1 CM1 : ils disent que le premier chiffre est neuf.
24. E2 : le deuxième témoin dit que le premier chiffre est neuf, et le premier témoin, qu'est-ce qu'il vous dit ?
25. AlexieCM1 : le numéro de la plaque, il a cinq chiffres.
26. E2 : le numéro de la plaque a cinq chiffres tous différents et aussi le premier chiffre est neuf. On a d'autres indications, comme ça ?
27. G1 CM1 : le dernier chiffre est huit.
28. E2 : le dernier chiffre est huit. Bon, cinq chiffres tous différents, le premier neuf, le dernier huit. Est-ce qu'on a d'autres indications ?
29. Plusieurs oui.
30. G2 CM1 : le quatrième témoin, il dit qu'il a 22 ans et en tout que la plaque, ça fait son âge.
31. E2 : en tout la plaque, ça fait ?
32. G3 : je comprends pas ce que ça veut dire ça.
33. E2 : ah, alors, est-ce que quelqu'un veut lui expliquer ce que ça veut dire ?

34. AlexieCM1 : ben ça veut dire que la plaque… Tous les chiffres, quand tu les additionneras, ça fera 22.
35. E2 : les chiffres de la plaque, il faut qu'il y en ait cinq.
36. G4 : un 9 et un 8.
37. E2 : quand tu les additionnes, ça fait 22. Il y a un 9 au début et un huit à la fin. D'accord. Du coup, (*s'adressant à Ellyas*) est-ce que tu peux aller complètement au hasard ? Peut-être pas complètement au hasard. Allez, au travail on continue. Chut, on travaille tout seul pour le moment.

00H11

E2 *circule entre les élèves, regarde ce qu'ils écrivent sans intervenir.*

00H15

38. F2 CM2 : E2 ? Je crois avoir tout trouvé.
39. E2 *lit ce qu'elle a écrit puis s'éloigne :* ah, je sais pas.
40. E2 : je pense qu'il va être temps que vous vous mettiez ensemble même si vous n'avez pas trouvé. Attention, une seule solution pour tout le monde enfin, une seule solution, une seule affiche pour chaque groupe. Parce qu'on a dit qu'on écrivait toutes les possibilités, d'accord ? Bon, je commence par vous, vous allez vous installer là, vous quatre. Vous trois, là. Toi, tu tournes ta table… Ensuite ici, vous tournez juste la table, pour vous quatre… Tous les quatre plus Adam, sur la table du fond. Samuel, oui et Maxime ensemble, tous les quatre là. Et vous aussi, là, voilà.
41. E2 : bon, je vous rappelle que… vous écrivez comment vous avez trouvé, cela doit être bien expliqué et… Vous marquez toutes les solutions que vous avez trouvées, toutes les possibilités. E2 *distribue les affiches et circule sans intervenir ensuite entre les groupes.*

00H18

Travail en groupes.

42. E2 : donc c'est une feuille pour tout le monde, il y en a pas dix qui vont écrire, vous allez vous mettre d'accord et y en a un qui va écrire. Vous pouvez écrire à tour de rôle mais pas tous les quatre en même temps !

00H35

43. E2 : bon, on va s'arrêter là. Pourquoi tu dis que t'as pas trouvé ? T'es sûre ?
44. G3 : ben parce que les autres, je vois qu'ils en ont plus.
45. E2 : ah, parce que le groupe d'à côté en a trouvé plus, c'est ça ?
46. G3 : ben, oui.
47. E2 : alors, on va regarder ça ensemble. E2 *ramasse les affiches* : on va avoir besoin d'une minute pour remettre les tables en place… sans faire trop de bruit… On va s'installer et regarder les affiches.

00H40

Mise en commun des résultats

48. *E2 met toutes les affiches au tableau, les élèves regardent, lisent les affiches silencieusement. Quelques élèves échangent avec leur voisin* : « ah … il y a douze… » « c'est normal … » « regarde ce qu'ils ont écrit là… »
49. E2 : chut… Qui commence ? Qui commence pour expliquer un peu ?
50. Quelques mains se lèvent.
51. E2 : vous allez commencer l'équipe de Laureen et Anissa, Adam (affiche3), allez !

Les 5 élèves vont au tableau.

52. E2 : si vous vous mettez devant, on va rien voir.
53. Laureen : euh, mon équipe euh, on a partagé 5 euh, le nombre 5.
54. E2 : vous avez essayé de partager le nombre 5. Pourquoi ? Qu'est-ce qu'il a le nombre 5 ?

55. Laureen : parce que avec 4 et 1 ça fait 5 et du coup on a partagé en plusieurs chiffres.
56. E2 : oui, les autres … (E2 regarde la classe) Est-ce que vous avez des questions à poser ?
57. Une main se lève
58. E2 : oui, Brice ?
59. Brice : ben, d'où il vient le 5 ?
60. E2 : d'où il vient le 5 ? (E2 regarde le groupe qui est au tableau)
61. Laureen regarde ses camarades du groupe
62. Anissa : parce que 9 plus 8 ça fait 17 et avec 5 ça fait 22.
63. E2 : donc dans le problème, il fallait …quoi ?
64. Anissa : il fallait trouver 22 avec des chiffres.
65. E2 : on savait combien de chiffres exactement ?
66. Anissa-Adam : Oui, 5.
67. E2 : alors essayez de m'expliquer un petit peu ce que vous avez fait, vous pouvez aider Laureen à expliquer… Tiens mets-toi devant Adam et essais de te concentrer un peu… alors Laureen a dit, on a essayé de partager 5, on avait besoin de 5 car il fallait que ça fasse … avec 8 et 9, ça faisait déjà 17 et il fallait que ça fasse 22. Alors est-ce que vous pouvez essayer de m'expliquer un petit peu plus ce que vous avez écrit … allez !
68. Laureen : à chaque fois, on a écrit les solutions.
69. E2 : qui peut l'aider dans le groupe ? Vas-y Adam.
70. Adam : 8 et 9, 17… Il y a 4 et 1 qu'on peut partager aussi et il y a aussi 3 et 2.
71. E2 : on peut partager pour faire quoi ?
72. Adam : le 5 parce que 9 et 8 ça fait 17 plus 5, 22 et on rajoute un 0.
73. E2 : un 0. Pourquoi vous ajoutez un 0 ?
74. Adam : pour faire les 5 chiffres.
75. E2 : pour faire les 5 chiffres. Alors est-ce que vous pouvez repartir depuis le début déjà, qu'on sache exactement ce qu'on veut ?
76. Laureen : eh ben, on avait 8 et 9.
77. E2 : non, non, non … les autres dans le groupe aussi ont le droit d'expliquer… Leila, Nelson et Anaïs… Est-ce que vous pouvez repartir depuis le début déjà, qu'on sache exactement ce qu'on veut et pourquoi vous avez écrit ça et qu'est-ce que vous avez écrit ?
78. Leila : comme on voulait 22 en nombre, avec 5 chiffres sur la plaque, on s'est dit que 9 et 8 ça faisait 17, vu que le 9 était en premier et le 8 en dernier. Il fallait trois autres nombres, il fallait trouver les chiffres qui pouvaient faire 5. Et Adam a trouvé 4 et 1, il a mis 9, 4, 1, 8 et moi, j'ai trouvé les autres et après on les a mis ensemble.
79. E2 : vous les avez mis ensemble. Du coup, combien de possibilités, vous avez trouvé ?
80. Nelson-Anaïs : 9.
81. E2 : 9… La question c'est, est-ce que vous pensez que vous avez trouvé toutes les possibilités ?
82. Nelson-Anaïs : non.
83. E2 : pourquoi tu penses que tu ne les as pas toutes trouvées, Nelson ?
84. Nelson : ben, quand je vois les autres affiches, là …
85. E2 : parce que tu vois que les autres en ont trouvé d'autres… Alors comment on peut savoir si tu les as trouvées toutes ou si c'est les autres qui en ont trouvé plus ? Comment on peut savoir ?
86. Nelson : ben, c'est parce que y a que Leila et moi qu'avait fait des chiffres. Anaïs, y avait rien sur sa feuille et …

87. E2 : oui mais c'est pas ça que je te demande. Comment on peut faire pour savoir qui a raison puisque tu as vu que sur d'autres, il y avait plus de possibilités que sur ta feuille. Comment on peut savoir ?
88. Nelson : ben, c'est peut-être les autres.
89. E2 : ah bon, on va voir avec les autres alors. Est-ce que dans les différentes affiches, on retrouve des choses qui se ressemblent.
90. Plusieurs Oui.
91. E2 : oui, qu'est-ce qu'on retrouve qui se ressemble ?
92. F7 (CM2) : les nombres et la façon.
93. E2 : les nombres et la façon aussi, alors est-ce que tu peux expliquer un peu plus ?
94. F4 : ben les nombres qu'on a trouvés et la façon avec laquelle on a trouvé.
95. E2 : par exemple ?
96. F4 : ben …
97. E2 : bon, regagnez votre place et vous, venez vous expliquer puisque vous avez trouvé une autre possibilité. Allez, qui commence ? Ellyas.

(F4, F5, Ellyas et G4 sont devant le tableau)

98. Ellyas : on a trouvé des solutions. Ben, à chaque fois le premier chiffre est 9
99. E2 : chaque fois, le premier chiffre est 9, d'accord.
100. Ellyas : et le dernier chiffre, c'est 8.
101. E2 : d'accord.
102. Ellyas : et puis après …à chaque fois, c'était égal à 22.
103. E2 : la somme.
104. Ellyas : est égale à 22.
105. E2 : la somme de tous les chiffres est égale à 22 et puis ?… Vas-y Chloé si tu veux ajouter quelque chose…
106. Chloé : 9 et 8 … vu qu'on a déjà le premier et le dernier chiffre de la plaque, 9 et 8, ça fait 17 donc euh…17 et 5, ça fait 22… donc il faut essayer de partager 5 entre 3 nombres différents.
107. E2 : est-ce que c'est ce qu'ils ont expliqué le groupe précédent ?
108. Chloé : oui.
109. E2 : oui, c'est peut-être pas très bien organisé sur leur feuille mais ils l'ont expliqué ; d'accord et…
110. Chloé : et notre nombre qui manquait, les trois nombres allaient avec le 17 et étaient égal à 5. Ben, les trois nombres, y en avait deux fois trois nombres différents et on pouvait les mettre à plusieurs places.
111. E2 : alors deux fois trois nombres différents…
112. Mathilde : oui, il y a avait 0, 1 et 4 et 3, 2 et 0 et il fallait tout mélanger pour faire plusieurs solutions.
113. E2 : oui, Brice (qui lève la main)
114. Brice : ben, en fait, ce qui se ressemble surtout sur chaque feuille, c'est la technique, on a tous trouvé 5, avec 9 plus 8 ça 17 et 17 plus 5 ça fait 22. Et après, on est parti du nombre 5, on a fait des calculs sur le nombre 5.
115. E2 : et après, vous êtes partis sur le nombre 5 et vous avez fait ce qu'expliquait Mathilde tout de suite, c'est que vous avez fait 5 avec 3 chiffres. Mathilde disait, vous avez trouvé 2 possibilités pour faire 5 avec 3 chiffres alors c'est quoi les deux possibilités déjà ? Vous les avez trouvées dans le groupe…
116. Chloé : eh ben aussi… les 3 nombres qui étaient au milieu, qui étaient pas écrits dans la plaque, ça devait faire 5 mais au début, on n'arrivait pas à trouver et alors du coup, on s'est souvenu que sur les plaques, il y avait aussi des 0 alors c'est grâce au 0 qu'on a les solutions.

117. E2 : d'accord, dans les 3 nombres … euh dans les trois chiffres pardon, il y a forcément 0. Pourquoi, il y a forcément 0 ?
118. Plusieurs mains se lèvent.
119. F7 : ben par exemple, si on fait 1 + 2 + 3 eh ben, ça va faire 23.
120. E2 : alors si tu fais 1 + 2 + 3, est-ce que ça fait 5 ?
121. F7 : non.
122. E2 : non donc ça ne marche pas, ça, ça nous intéresse pas.
123. F8 : eh ben après si tu fais par exemple, 2 + 2 + 1 … On peut pas avoir le même chiffre.
124. E2 : ah, si on fait 2 + 2 + 1, est-ce que ça fait 5 ?
125. Plusieurs élèves : Oui, mais il faut des chiffres différents !
126. E2 : ah oui, mais il faut des chiffres différents, d'accord. Vous retournez à votre place. Le groupe de Brice, allez expliquer un petit peu. Est-ce que vous avez commencé de la même façon.
127. Brice : oui, on a fait 9 plus 8 …
128. E2 : alors, est-ce que vous pouvez nous expliquer la fin ?
129. Brice : on est parti de la même solution et après, on a pris comme l'exemple (montre son affiche) 3 + 2 + 0 égal 5 et on a trouvé une plaque. Et après, on a tout fait ces solutions.
130. E2 : vous avez fait toutes les solutions à partir des deux calculs qui faisaient 5. Moi, si je regarde un petit peu la solution de Nelson, Adam etc. ; est-ce qu'on retrouve les mêmes chiffres que dans vos solutions à vous ?
131. Brice : oui, tout le monde a trouvé des solutions.
132. G5 : moi, je pense, je suis pas sûr mais quand j'ai écouté le groupe de Mathilde et le groupe d'Adam, eh ben, ils sont tous partis du 5.
133. E2 : est-ce que c'est vrai ? Vous êtes partis du 5, du fait qu'il y avait 9 au début, 8 à la fin, ça faisait 17 et que donc les 3 chiffres du milieu, il fallait que ça fasse 5. Vous êtes bien tous partis de ça ?
134. Plusieurs élèves : oui
135. E2 : bon d'accord, qu'est-ce qui fait la différence entre certains qui ont trouvé si je compte bien jusqu'à 12 solutions et d'autres qui en ont trouvé 9 par exemple… Qu'est-ce qui fait la différence alors ?
136. G4 : combien vous en avez trouvé de solutions ?
137. Brice : 17
138. Plusieurs élèves : hein ? Quoi ?
139. E2 : 17
140. Plusieurs élèves : y en avaient que 12 !
141. E2 s'approche de l'affiche : vous avez trouvé 17 solutions là ?
142. Brice : oui mais c'est quelques fois les mêmes
143. E2 : alors …
144. Brice : mais y en avait pas que 12
145. G6 : si
146. E2 : maintenant moi, j'aimerai bien un groupe qui est sûr d'avoir trouvé toutes les solutions, mais j'aimerai que vous soyez sûr, absolument sûr. Brice G5 disait mais y en a qui se répètent. Est-ce qu'on a le droit de mettre des possibilités qui se répètent ?
147. Plusieurs : ben non.
148. E2 : voilà, moi, je veux toutes les possibilités mais sans qu'elles se répètent.
149. Brice recompte ses solutions sur sa feuille : Un, deux, …, Onze, …
150. G6 : mais y en a peut-être des fausses aussi !

151. E2 : alors Anaïs, est-ce que vous êtes sûrs ? …Oui…Alors allez expliquer.
152. Anaïs : ben on a trouvé comme tout le monde le 5. Et on a fait comme tout le monde, on a cherché comment faire 5. Après, on a échangé les nombres, les 3 chiffres. On les changeait à chaque fois et on a trouvé 12 solutions. Après on a essayé de trouver si on pouvait encore changer, encore une fois des chiffres amis ça faisait une des solutions.
153. Thomas : et sinon, si on voulait d'autres solutions, c'étaient des chiffres qui se répétaient pour faire 5 avec deux chiffres y avait que ça.
154. E2 : y avait que ces possibilités-là : 0, 2 et 3 ou 0, 1 et 4. Alors, qu'est-ce qui vous a permis d'être sûrs d'avoir toutes les solutions ? Comment vous avez fait ? Parce qu'il y a des enfants qui ne les ont pas trouvé toutes, comment vous avez fait ?
155. Anaïs montre son affiche : ben à chaque fois, quand on en trouve une, …ah, vas-y…
156. Thomas : à chaque fois, dans chaque nombre, il y avait 2 fois le 0 au début, 2 fois le 2 au début et 2 fois le 3 au début et là aussi.
157. E2 : Adam, Nelson, etc. Est-ce que vous voyez pourquoi il vous en manquait ?
158. Adam : non
159. E2 : non … Est-ce que tu peux lui redire comment tu as organisé ça pour que …
160. Thomas : à chaque fois, dans chaque colonne, y avait deux 0, deux 2 et deux 3 et là, c'était deux 1 et deux 4.
161. E2 : à chaque fois, dans chaque colonne, le 0, il se retrouve où ?
162. Brice : Thomas a raison. Il y a 4 solutions et après on les déplace, comment il dit ... c'est le 0 qui s'échange ?
163. G8 : ça peut pas faire 17.
164. E2 : moi, je vois deux façons pour faire 5 sans répéter les chiffres. Si on utilise le 0, on a 2 + 3 et on a 1 + 4 et ensuite, si vous regardez bien là, ils ont organisé à peu près la façon dont ils les ont écrits, ils ont commencé par mettre deux fois le 0 en premier, ensuite le 2, ensuite le 3. Et là, deux fois le 0, ensuite le 4, ensuite le 1, ensuite, ils ont commencé par le 1, ils ont mis le 0…et le 4. 1 et le 4 et le 0 …4, le 0 et le 1 … 4, le 1 et le 0. A chaque fois, ils ont mis un chiffre en premier et ils ont échangé les deux autres derrière. Comme ils ont toutes les possibilités et qu'ils sont sûrs de les avoir puisqu'ils les ont faites systématiquement. Ben là, ils sont sûrs d'avoir trouvé toutes les solutions. Alors que certains d'entre vous, là, vous les avez commencées mais vous ne les avez pas … vous n'êtes pas aller jusqu'au bout, vous n'avez pas échangé les chiffres, les positions à chaque fois. Et du coup, vous en avez trouvé pas mal mais vous n'êtes pas sûrs de les avoir toutes trouvées et vous n'êtes pas sûrs non plus de pas en avoir répété. Là, par exemple (affiche3), avec le 1, le 4 et le 0 ? Vous ne les avez pas mis dans toutes les positions possibles, c'est pour ça que vous ne les avez pas toutes. Mais sinon vous avez fait exactement de la même façon, vous avez raisonné tous à peu près de la même façon. Simplement si vous regardez bien ceux qui ont trouvé toutes les possibilités, si vous regardez bien leur feuille, les autres, ils ont organisé pour que schématiquement quand ils ont mis un chiffre en première position, ils échangent les deux autres dernières. D'accord ? Est-ce que c'est bon ?
165. Maureen : ils ont fait une colonne où il y a 0, 2, 3 et une colonne où il y a 0, 1, 4.
166. E2 : oui, c'est ça : ils ont fait une colonne où il y a 0, 2, 3 et une colonne où il y a 0, 1, 4.
167. Brice : en fait, c'était simple. Tu faisais 9 plus 8 égal 17. Après tu faisais 17 plus 5 et après tu trouvais deux solutions et puis après tu faisais deux colonnes.

168. E2 : voilà … et comme ça, on trouvait toutes les possibilités.

01H00

Transcription des affiches des élèves

9 + 8 = 17 Brice

17
+ 5
22

On a fait ça pour trouver combien faisait 9 plus 8 = 17.
On a fait des calculs pour trouver 22. De 17 pour aller à 22, ça fait 5.
Maintenant faux faire des calculs = 5. Ce sont 3 + 2 = 5.
3 + 2 + 0 = 5
93208 ou 92308 ou 90238
4 + 1 + 0 = 5
94108 = 91408 = 90148 = 90418
92308, 92038, 93028, 90238, 94108, 91048,90418,
93 92138, 92038
Voilà les possibilités qu'on a fait avec notre technique.

Solutions : 90238 = 22 / 92038 = 22
92308 = 22 / 90928 ≠ 22 / 9328 = 22 / 94018 = 22
91048 = 22 / 90148 = 22 / 94108 ≠ 22 / 90148 = 22
91408 = 22
à chaque fois, le premier chiffre est 9
9 _ _ _ _
Le dernier chiffre est 8
9 _ _ _ 8
La somme de tous les chiffres est égale à 22
_ _ _ _ _ = 22
Il y a plusieurs solutions (les solutions sont en haut)
On ne trouvait aucune solution si on n'avait pas de 0, si on ne mélangeait pas les 3 nombres du milieu.
Exemple :

9 2 0 3 8
9 3 0 2 8

93208 = 22
94108 = 22
90328 = 22
92038 = 22
~~914~~ 90148 = 22
91408 = 22
91048 = 22
91328 = 22
0

La plus convaincante est 91048 = 22

Maxime, Joséphine

Alex, Thomas, Camille

9 + 8 +17
1. 9 + 8 + 0 + 2 + 3 = 22
2. 9 + 8 + 0 + 1 + 4 = 22

1.	2.
90238	90148
92038	90418
93208	91048
92308	94018
90328	94108
93028	91408

On a calculé combien faisait 9 + 8 = 17.

Comment faire 5 avec 3 chiffres, mais pas les mêmes.
Nous avons trouvés 2 solutions ; 0 + 1 + 4 = 5
0 + 2 + 3 = 5.
En échangeant ces trois chiffres nous avons trouvé 12 solutions.

La plaque est 90238

90238

9 + 8 = 17
17 + 5 = 22
ont n'a trouver en faisant 9 + 8 = 17 ; 17 + 5 = 22

3 + 2 + 0 = 5 et on a trouvé

90238	90148
93208	91048
92308	94018
90238	91408
92028	90418
90238	
90238	
90418	

1. 92308 = 9 + 8 + 5 = 22 et il faut partager 5 **Affiche 3**
2. 90238 =
3. 93208
4. 90238
5. 92038
6. 93028
7. 94108 = 9 + 1 + 4 + 8 = 22
8. 91408
9. 90418 qu'on a partagé 5 avec 4 et 1 = 5 et 3 et 2 = 5

Séance 8 (E2D *Chacun sa place*)

Transcription de la séance

00H00

1. E2 : alors, on va faire un problème un peu différent aujourd'hui, un peu différent de ce que vous faîtes habituellement. Je vais vous le distribuer, vous allez le lire silencieusement, Je vais vous le distribuer et vous allez me poser des questions si vous en avez à en poser d'ailleurs. Ensuite vous allez commencer par chercher tout seul. Quand vous l'avez cherché un peu tout seul, vous commencerez à avoir au moins le début d'une petite idée pour le résoudre, on travaillera par groupes de 3 ou 4 et… Et c'est moi qui ferai les groupes.

E2 distribue les énoncés. Silence et lecture individuelle.

00h03

2. E2 : ça y est, vous avez lu.
3. Plusieurs élèves : oui.
4. E2 : alors, est-ce que vous avez compris … ce qu'on vous demande ?
5. Un oui collectif.
6. E2 : oui, c'est pas trop compliqué de comprendre le texte. Après pour le résoudre, on va voir si ça va être difficile.
7. G1 : oui.
8. E2 : ah, oui, tu penses que ça va être difficile ?
9. G1 : peut-être oui.
10. E2 : bien, alors, si vous avez à peu près compris ce qu'il fallait chercher… Est-ce que tu peux me le lire bien fort en entier s'il te plait ?
11. G1 lit l'énoncé à voix haute.
12. E2 : bon, vous avez bien compris tout ce que vous deviez faire ?
13. F1 : il faudra dire comment on fait ?
14. E2 : oui et il faudra dire comment vous avez placé de façon sûre sur la table. D'accord ? Alors si vous êtes prêts, je vous distribue une feuille jaune de recherche et vous commencez à chercher.

00h06

Recherche individuelle sur feuille de recherche

E2 circule silencieusement.

00h15

15. E2 : est-ce que parmi vous, il y en a qui pense avoir trouvé une solution ?

6 mains se lèvent.

16. E2 : est-ce qu'il y en a qui ont commencé à placer les enfants et qui n'ont pas complètement fini ?

6 autres mains se lèvent.

17. E2 : d'accord. Alors levez les mains, ceux qui pensent avoir terminé. Alors, Camille, Thomas, Alexis, Brice, Mégane et Brice pensent avoir terminé. Ah, toi aussi. Alors, vous trois, vous travaillerez ensemble. Ensuite, Brice avec Camille, Alexie et Thomas et vous allez commencer à me… Vous allez d'abord vérifier que vous êtes d'accord entre vous et vous allez commencer à expliquer. Les autres continuent à chercher.

00h17

Recherche en groupe pour ceux qui ont trouvé et individuelle pour les autres.

00h20

18. E2 : bon, les autres aussi, vous allez réfléchir ensemble. Vous êtes prêts ? Non, je voudrais d'abord que vous écoutiez, que vous posiez vos crayons. Chut. Alors, vous avez tous commencé à chercher, j'ai vu qu'il y a des enfants qui ont bien commencé, qui ont presque terminé. Vous allez vous mettre ensemble. J'aimerai que Emilie, Antoine et Sybile travaillent ensemble. Là, tous les trois ensemble. Là, tous les quatre, de Waren à Emilie. Et puis toi, tu vas venir t'installer avec eux et vous, vous vous mettez ensemble. Vous pouvez bouger un peu vos tables et je vous distribue une affiche.

00h21

Installation des élèves, distribution des affiches.

00H24

19. E2 : les chaises et les tables sont installées, c'est bon. Alors maintenant, on baisse d'un ton et on s'y met.

Recherche en groupes. E2 circule silencieusement dans la classe.

00H45

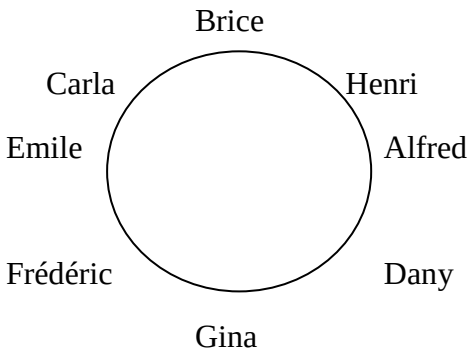
20. E2 : bon, on va s'arrêter là et on va remettre les tables en place pour mettre en commun les solutions. Ouh là, là, doucement… Allez, rangez tout ça… Alors maintenant, on va regarder vos affiches, vos solutions pour voir si vous êtes d'accord sur une solution. Je vais commencer par … par cette affiche là (groupe 5). Je vous laisse regarder et vous allez pouvoir nous dire…
21. F : comme on l'a écrit on a mis Alfred en face d'Emile…
22. E2 : oui, c'est d'accord.
23. F : et on a mis Henri à côté d'Alfred.
24. E2 : à côté ? de quel côté ?
25. F : ben, …
26. E2 : dans l'énoncé, qu'est-ce qui est dit ? à droite d'Alfred.
27. F : ah, oui, on l'a mis à la droite d'Alfred.
28. E2 : oui, d'accord, jusque-là, je vous suis. Ensuite…
29. F : ben après, on a mis… on a fait plusieurs essais… on s'était trompé… et après on a vu que Dany était à côté de Gina. Puis Frédéric à côté de Dany.
30. E2 : alors, c'est là que j'ai du mal à vous suivre…
31. G1 : on a du mal à voir, c'est pas pareil.
32. E2 : c'est pas pareil ? Ah, oui, il faut imaginer la table tourner pour voir mieux… Mais Gina, je ne suis pas sûre… est-ce que d'autre ont vu la même chose ? On regarde cette solution-là (groupe 3). Là aussi vous avez fait des essais.
33. Brice : oui et on a barré pour changer.
34. E2 : alors est-ce que ce sont les mêmes solutions ? est-ce que vous arrivez à voir ?

35. G1 : moi, j'ai du mal à voir.
36. F : il faut tourner… comme ça (F penche la tête)
37. E2 : il faut imaginer en prenant… en prenant un repère… Alfred par exemple… Alors, est-ce que c'est les mêmes solutions ?
38. B : non, nous on a mis Gina ici et eux à côté d'Alfred.
39. G2 : ah, oui, maintenant que tu le dis.
40. E2 : voilà, est-ce que tout le monde voit ? Alors qui a raison ?
41. B : Gina veut être à côté de Frédéric et eux, ils l'ont pas mise à côté. Enfin, c'est barré.
42. E2 : oui, voilà. En relisant la phrase de l'énoncé, on voit bien que Gina veut être à côté de Frédéric donc on voit que cette affiche-là a une faute, la solution n'est pas correcte. D'accord ?
43. Plusieurs élèves : oui
44. E2 : alors maintenant, je vais vous mettre les autres affiches et on va essayer de voir si les solutions sont correctes ou pas. Alors comment on va procéder ? Qui peut me le rappeler ?
45. Mathilde : ben d'abord on fait tourner… On fait tourner la table… Dans sa tête.
46. G3 : mais on pourrait faire tourner l'affiche aussi
47. E2 : oui, c'est vrai mais on essaie de tête… Et après ?
48. Brice : on vérifie avec le texte si c'est les bonnes places.
49. E2 : voilà donc on peut comparer les tables entre elles et vois si on trouve pareil s'il y a un problème, une différence ou alors on prend chaque solution et on reprend l'énoncé pour vérifier si tout est correct… Si tout est cohérent. D'accord.
    Alors celle-là (groupe 1) ?
50. Thomas : ben, c'est bon. Ça correspond.
51. E2 : et celle-là (groupe 2) ?
52. Brice : ben là, il y a un problème… Avec Frédéric, il est pas où il faut.
53. E2 : oui et pourquoi ?
54. Thomas : ben c'est comme tout à l'heure, ils ont écrit que Gina veut être à côté de Frédéric et là, ben, il y est pas alors ça ne va pas.
55. E2 : oui, très bien. Et celle-là (groupe 4) ?
56. F2 : c'est bon pour celle-là.
57. E2 : oui, c'est la solution. Et pour celle-là alors (groupe 6) ?
58. Plusieurs élèves : c'est bon.
59. E2 : oui. Et pour la dernière affiche (groupe 7) ?
60. F3 : ils ont fait des ratures.
61. F4 : oui mais c'est bon quand même.
62. E2 : oui, on voit qu'ils ont fait des essais mais qu'ils ont pu corriger et ils ont finalement trouvé la solution. Bon, voilà, on a fait le tour. C'était un problème un peu différent de d'habitude… mais… est-ce que c'était plus difficile ?
63. Plusieurs élèves : non.
64. E2 : qu'est-ce qui était différent ? est-ce que vous êtes capables de le dire ?
65. F7 : ben… d'habitude, on fait plein de calculs.
66. Plusieurs élèves : ah, oui.
67. E2 : voilà, ici, on a lu l'énoncé, lu et relu, et on a trouvé des solutions sans faire de calculs seulement… seulement en réfléchissant sur ce qui est écrit… dans l'énoncé. Voilà pourquoi c'est un peu différent de d'habitude. Bon, on a fait le tour… on va s'arrêter là aujourd'hui.

Fin de la séance
01H12

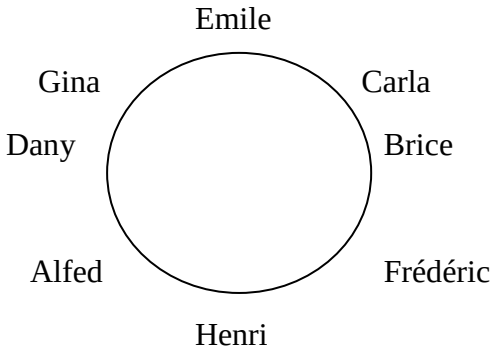
Transcription des affiches

Groupe 1 :



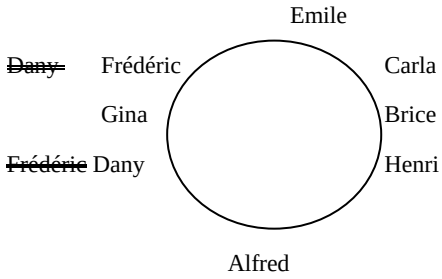
Explication : On s'est aidé de la phrase : Emile veut être juste en face d'Alfred. Puis de Henri qui veut être assis à droite d'Alfred. C'est grâce à ces deux phrases qu'on a rempli la table. On a placé Henri à la droite d'Alfred, Brice à la droite d'Henri.

Groupe 2 : (Antoine, Syfdine, Emilie)



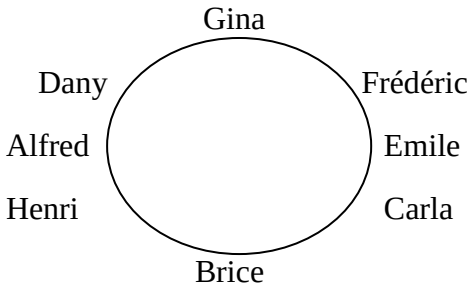
Grâce aux explications du texte, on a trouvé la place de chacun.

Groupe 3 : (Alexie, Camille, Thomas, Brice)



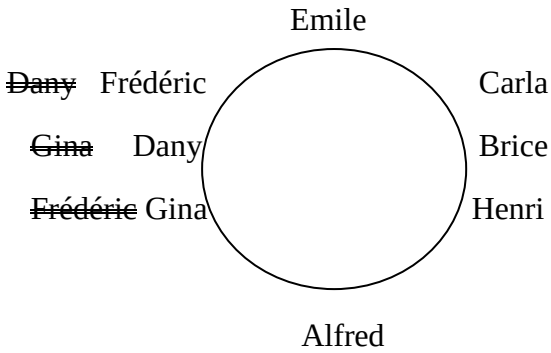
Pour les premiers prénoms, on s'est servi du prénom Alfred. On a commencé par mettre le prénom Emile et Henri. Ensuite nous avons mis Frédéric, Gina et Dany parce qu'il n'y a que trois places d'un seul côté qui sont côte à côte. Nous avons mis Frédéric à la gauche de Gina et Dany de l'autre côté parce qu'il voulait être à côté de Gina. Nous avons mis Carla à la gauche de Emile et Brice entre Carla et Henri.

Groupe 4 :



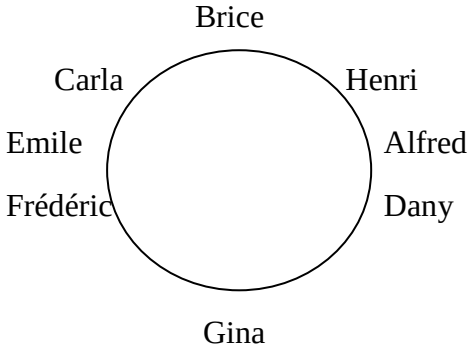
Emile voulait être en face de Alfred. Carla voulait être entre Brice et Emile. Gina voulait être à côté de Frédéric mais pas à sa gauche. Henri veut être à la droite d'Alfred. Dany veut être à côté de Gina. Voilà pourquoi on a placé ça comma ça.

Groupe 5 :



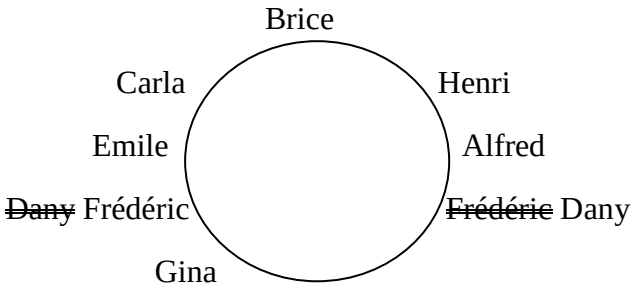
On a mis Alfred en face d'Emile et on a mis Henri à côté d'Alfred et on a mis Dany à côté d'~~Emile~~ Gina et Gina à côté de Dany et Frédéric à côté de ~~Gina~~ Dany et Brice à côté de Henri et Clara à côté de Brice.

Groupe 6 :



Avec Alfred, on a trouvé Emile. Carla grâce à Emile. Grâce à Alfred, on a su que Henri était à sa droite. Brice est entre Carla et Emile. Gina veut être à côté de Frédéric mais à sa gauche.

Groupe 7 : (Samuel, Mathilde, Arthur, Joséphine)

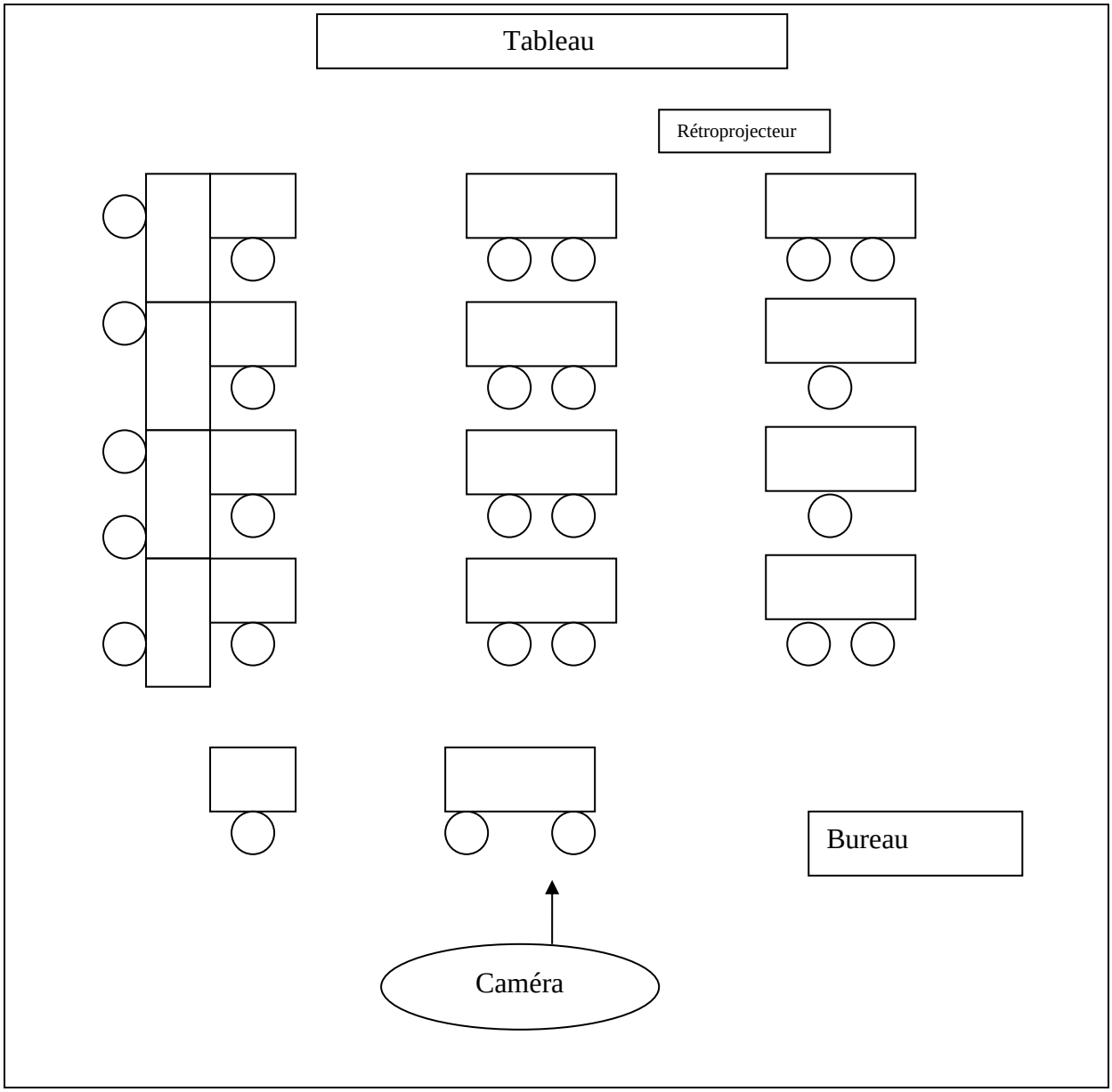


Henri veut être à la droite d'Alfred et Emile veut être en face d'Alfred. Sur un côté il y avait que deux places vu que Carla veut être à côté de Brice on les a mis à côté. Comme il restait 3 places de l'autre côté, on a mis Gina entre les deux garçons, on a mis Frédéric à droite de Gina et on a mis Dany à côté de Gina à sa gauche.

ANNEXES C.3 Enseignant E3

Plan de la classe

Le schéma suivant décrit la classe telle que nous l'observons lors de chacune des six séances :



Séance 1 (E3A *Le jeu vidéo*)

Transcription de la séance

00H00

1. E3 : alors, j'ai remarqué que vous, un des problèmes que vous avez, c'est quand on fait un problème, on explique trop. Là, aujourd'hui, on va essayer d'aller au-delà de ça… avec les petits problèmes … que je vais vous présenter… Alors premier petit problème (*l'énoncé est projeté au tableau avec un rétro projecteur*) : simplement une lecture …
2. Océane *lit* : un jardinier achète 9 plants de rosiers à 2,48 € et 3 sapins à 24 € pièce. Quel est le montant de sa dépense ?
3. E3 : alors au niveau vocabulaire, un plant de rosier, tout le monde voit ce que c'est ? …tout simplement un rosier. D'accord ? Je n'en explique pas davantage. Je répète : Un jardinier achète 9 plants de rosiers à 2,48 € et 3 sapins à 24 € pièce. Quel est le montant de sa dépense ? Vous travaillez seuls, sur le cahier de brouillon et je veux voir apparaître tous vos calculs.

00H03

E3 circule silencieusement, regarde ce qu'écrivent les élèves.

00H07

E3 demande à Kilian de mettre sa solution au tableau, les autres continuent à chercher.

Au tableau :

4 7 2, 4 8 x 9 2 2, 3 2	2 4 x 3 7 2	2 2, 3 2 + 7 2 9 4, 3 2

00H07

4. *E3* : bon, en circulant, je vois que vous avez tous à peu près fait cette démarche-là.

La plupart des élèves : OUI

5. *E3* : par contre, plutôt que de les marquer comme ça, les opérations.
6. Elève : on peut les mettre en ligne
7. *E3* : oui, ces opérations, surtout celle à un chiffre, je préfère qu'on les mette en ligne. Autre chose, Océane, je te rappelle que quand on multiplie comme là par 9, on n'est pas obligé d'aligne les unités sous les unités. Par contre ici, (il montre l'addition) on est obligé d'aligner … dans une addition… Toi, tu m'as fait 9 X 2, 48 et tu t'es retrouvé avec trois lignes … il y a plus simple, alors fais attention à ça… Après les seules erreurs que j'ai vu ce sont des erreurs de calcul. Alors, ça marche ? La difficulté ici c'est la multiplication … mais quand même, on aurait pu faire une erreur… dans l'énoncé quel était le mot … le mot qui était important dans l'énoncé ? Vous avez déjà fait des erreurs de temps en temps…
8. Un élève : pièce
9. *E3* : oui, pièce, cela signifie bien que chaque plant valait 2,48 € (*E3 souligne 'pièce' au tableau, l'énoncé étant toujours projeté*) … ça marche, bien… deuxième petit problème.

00H10

10. *E3* (*l'énoncé est projeté*) : vous lisez tranquillement…Est-ce qu'il y a un mot qui pose problème ?

11. Trois mains se lèvent : soutirer
12. *E3* : soutirer, qui connaît un synonyme ? Non, il n'y est pas dans notre affiche…dans notre vocabulaire… par contre il y a un mot qui peut vous aider à comprendre ce que veut dire soutirer… *Cinq mains se lèvent* … Maud ?
13. Maud : ben, tirer ou enlever
14. *E3* : qu'est-ce qui dans l'énoncé pourrait vous faire penser que c'est enlever ?
15. Un élève : ben, dans la question
16. *E3* : dans la question ? Qu'est-ce qu'il y a ?
17. Le même élève : c'est… La quantité reste-t-il…
18. *E3* : voilà, on cherche la quantité qu'il reste. Reste-t-il cela veut dire qu'on en a enlevé. Bon, on le lit une fois … Célia, très fort.
19. Célia : d'une citerne contenant 1200 litres d'eau, on a soutiré 45 litres puis 169 litres et enfin 237 litres. Quelle quantité d'eau reste-t-il dans la citerne ?
20. *E3* : d'accord, même chose, je vous laisse chercher.

E3 circule en silence, regarde ce qu'écrivent les élèves.

00H13

21. *E3* : attention, je vois une erreur : ce n'est pas un 1 ça, c'est un L, pour litre !

00H16

22. *E3* : toi, tu vas au tableau écrire ta solution … toi aussi, Maud aussi et … Alice.

Pendant que les quatre élèves écrivent au tableau, E3 continue à circuler et distribue une nouvelle petite feuille.

23. *E3* : ne touchez pas à la feuille.

Au tableau :

1200	1155	986		1200 L	
45	- 169	- 237		- 45 L	
1155	986	749	(Alice)	1155 L	
				- 169 L	
				986 L	
				- 237 L	
				749 L	(Maud)
45					
+ 169	1200			1200	
+ 237	- 451			- 45	
451	749	(Jovani)		- 169	
				- 237	
				749	(Grégoire)

00H19

24. *E3* : alors les deux solutions de Alice et Maud vont bien ensemble … pourquoi à votre avis ?

Plusieurs mains se lèvent.

25. Baptiste : elles ont pris un nombre et elles ont fait moins le nombre et encore après …
26. *E3* : alors qu'est-ce qu'elles ont fait ?
27. Agathe : elles ont fait des soustractions
28. *E3* : elles ont fait trois soustractions successives … la seule différence, c'est ?

Silence

29. *E3* : ben, c'est seulement une différence de pré …présentation. Elles ont fait pareil mais présenté différemment. C'est posé différemment mais c'est strictement la même chose… notre ami Grégoire, alors …
30. Un élève : il a tout fait d'un coup

31. *E3* : alors-là… c'est pas évident ! Retomber sur tes pattes, là c'est pas évident. Tu as réussi mais bon …
32. Grégoire : mais en fait j'ai calculé avant tout ce qu'on devait soustraire.
33. *E3* : ah oui, tu as additionné ça (45 + 169 + 237) … après il a soustrait à 1200… et Jovani, qu'est-ce qu'il a fait… il y en a pas beaucoup qui ont fait ça…alors, Camille ?
34. Camille : il a ajouté les nombres et après il a soustrait à 1200.
35. *E3* : oui, il a fait une soustraction globale à la fin… chacun trouve son compte dans ces méthodes mais bon …si on devait choisir celle où il y a le moins de risque …quelle serait la solution où on risque le moins de se tromper ? La première, ah oui ? … celle de Jovani ? Pourquoi ?
36. Un élève : car il y a que deux calculs.
37. *E3* : ben oui, deux calculs dont une addition, qui est quand même la moins risquée. Tout est bon mais … celle-ci présente le moins de risque.

00H23

38. *E3*: maintenant, vous regardez la feuille que j'ai mise devant vous. Vous lisez silencieusement l'énoncé mais uniquement le 1°)

00H25

39. *E3* : on retourne la feuille… Alors, de quoi ça parle ?
40. Un élève : c'est Théo
41. *E3* : qu'est-ce qu'il fait ?
42. Un élève : il joue avec sa console
43. *E3* : d'accord et qu'est-ce qu'il gagne ?
44. Alice : des pommes
45. *E3* : est-ce qu'il gagne toujours le même nombre de pommes ?
46. Plusieurs élèves : NON
47. Ophélie : mais il y a des caisses vertes et … jaunes
48. *E3* : oui et pourquoi est-ce que c'est important la couleur ?
49. *0p* : ben, à chaque fois, il gagne plus de pommes dans la caisse verte que dans la caisse jaune.
50. *E3* : alors, qu'est-ce qu'il faut chercher ?
51. Un élève : combien il a attrapé de pommes.
52. *E3* : je n'en dis pas plus. Vous savez qu'il gagne des pommes, qu'il n'y pas le même nombre de pommes suivant les caisses et on vous demande combien de pommes il gagne grâce aux renseignements donnés… je vous laisse chercher individuellement… tout le monde a compris ? … Isaac, tu dois chercher quoi ?
53. I : le nombre de pommes
54. *E3* : oui, allez au travail.

E3 circule silencieusement et regarde ce font les élèves.

00H29

55. *E3* : Sébastien, tu vas mettre ta solution au tableau, toi aussi … toi aussi, au tableau.

Au tableau :

12 + 8 20	12 x 9 108	9 x 8 = 72 108 + 72 180	12 x 7 84
(Sébastien)	(Kilian)		84 + 56 = 140

00H31

56. *E3* : bien, on regarde au tableau. Sébastien, tu peux me relire la … l'énoncé s'il te plait.

57. S lit l'énoncé.
58. *E3* : qu'est-ce que 12, Sébastien ? qu'est-ce qu'on cherche d'abord ? qu'est-ce qu'il était demandé ?
59. S : combien de pommes a-t-il obtenu ?
60. *E3*: d'accord. Qu'est-ce que 12 dans l'énoncé ?
61. S : 12 c'est euh …c'est les pommes qu'il a obtenu dans la caisse ...
62. *E3* : relis la phrase.
63. S : 12 fois la caisse jaune…
64. *E3* : stop ! Théo a atteint 12 fois la caisse jaune. Qu'est-ce que 12 ?
65. S : …
66. *E3* : est-ce que c'est un nombre de pommes, Sébastien ?
67. S : ben, non.
68. *E3* : alors c'est quoi 12, ...Charlène ?
69. C : c'est les fois qu'il a la caisse jaune
70. *E3* : donc c'est le nombre de fois qu'il a obtenu la caisse jaune. Qu'est-ce que 8 Sébastien dans l'énoncé ?
71. S : euh…avec sa console de jeu …
72. *E3* : qu'est-ce que 8, est-ce que ce sont des pommes ?
73. S : ben, il a obtenu 8 fois.
74. *E3* : il a obtenu quoi ? c'est le nombre de fois où il est tombé sur une case …
75. S : verte.
76. *E3* : verte. 12 et 8 ne sont pas des résultats qui concernent des pommes. Toi, tu les as additionnées, petit problème de lecture, de compréhension de l'énoncé. Kilian, maintenant qu'on a relu notre énoncé … il y a pas un problème dans ton …
77. K : oui
78. *E3* : dans l'énoncé, il est question de quoi ? Il a atteint 12 fois la caisse, la case jaune … alors là, quel est le souci pour Kilian ?

Plusieurs mains se lèvent.

79. *E3* : Baptiste ?
80. Baptiste : il a du mal lire …
81. *E3* : c'est un problème de lecture … de l'énoncé, tout simplement ; donc effectivement, la majorité, vous avez trouvé ceci, 12 fois sur cette case-là, donc 12 fois les 7 et … est-ce que là ça marche ?
82. Plusieurs élèves : NON
83. *E3* : c'est 8 fois 8, 72. Ce qui fait en tout, 84 plus 72 donc 156. Donc c'est deux problèmes-là, ce sont des problèmes de lecture de l'énoncé, de prise de nombres… faites attention à ça quand vous lisez … ne pas vous tromper dans les nombres que vous utilisez.

00H35

84. *E3*: alors maintenant, vous lisez silencieusement le 2°)

00H37

85. *E3* : alors-là, on ne va faire qu'une lecture de cet énoncé par mes soins : en jouant au même jeu, Leila a attrapé 76 pommes. Comment a-t-elle pu réaliser ce score ? Vous allez travailler par trois. Je vais mettre à votre disposition des grandes feuilles. Vous allez sortir un feutre par groupe. Vous allez faire tous vos calculs, toute votre démarche sur la grande feuille de façon à ce qu'on voit les différentes étapes de ce que vous avez voulu faire. D'accord, vous allez travailler par trois, un crayon, une feuille. A vous de nous faire comprendre comment vous trouvez une solution à ce petit problème-là.

E3 désigne les groupes de trois et deux de quatre par proximité. Les chaises bougent, les élèves s'installent. Le niveau sonore augmente.

86. *E3* : un crayon foncé comme d'habitude et vous écrivez gros comme d'habitude.

00H45

87. *E3, à quatre groupes* : vous allez accrocher vos affiches.

Les autres élèves continuent leur travail.

00H47

88. *E3*: allez, vous aussi vous mettez vos affiches, allez, on regarde au tableau. La première chose à faire, c'est d'observer ce qu'il y a au tableau et d'essayer de comprendre… de comprendre ce qu'ont fait les autres.

00H49

89. E3 : pour la première affiche, ici, qu'est-ce que vous en pensez ?
90. Gré : ben, ils ont calculé mais… Ils ont …
91. E3 : ils ont calculé quoi ?
92. Gré : ils ont pris des 7 et des 9 mais ils ont pas trouvé… 76. De l'autre côté, là, dans les affiches, ils ont trouvé 76.
93. E3 : comment ils ont trouvé 76 alors ? Ophélie ?
94. Oph : ben… Il faut essayer… 7 fois 9 par exemple.
95. Max : nous, on a utilisé les tables.
96. E3 : les tables ? et pour quoi faire ?
97. Max : ben pour trouver combien il fallait pour les 7 et puis aussi pour les 9.
98. E3 : vous êtes d'accord avec ça ? Est-ce que vous comprenez ?
99. Plusieurs non.
100. E3 : quelqu'un peut réexpliquer ? Matthieu ?
101. Mat : ben, on calcule par exemple 7 fois 9, c'est 63 et on essaie avec des 9 d'avoir 76.
102. E3 : mais les tables alors ? Elles servent à quoi ?
103. Max : ben pour trouver les bons calculs… parce qu'on ne trouve pas tout de suite.
104. E3 : oui, voilà, tout le monde a été obligé de faire des essais, avec des 7 et des 9, et certains ont trouvé le 76 qu'on cherchait. Mais là, par exemple (E3 montre l'affiche 2), il y a écrit 76 mais il n'y a pas un petit problème par hasard ?
105. G : ben, ça fait pas 76, 63 et 18, ça fait …
106. E3 : ça fait combien alors ?
107. G : ça fait…70… 81 oui, ça fait 81.
108. E3 : oui, voilà. Donc là, c'est faux. Alors pour trouver les 76 pommes de Leïla, comment faire ? Vous m'avez parlé des tables.
109. Marie : oui, on écrit les tables… de 7 et de 9 et on regarde ce qui fait 76.
110. E3 : oui, voilà, on écrit tout et on ajute et petit à petit, on tombe sur 76. D'accord ? Bon, c'est bien tout le monde a bien cherché. Alors vous lisez la question 3 tout seul… Vous continuez à réfléchir dans les petits groupes.
111. *00H57*
112. *Lecture et recherche dans les petits groupes.*
113. *01H04*
114. E3 : alors, ça y est, vous avez trouvé ? Tiens toi, tu vas au tableau et toi aussi (Célia et Kilian). Dites-nous ce que vous avez fait pour finir car… il est presque l'heure.
115. Célia : alors là, en fait, on doit trouver 112 pommes.
116. E3 : oui, c'est ça et qu'est-ce qu'on nous dit dans le texte ?
117. Kilian : ben, il a écrit que il met autant de points dans les jaunes et les vertes.

118. E3 : autant de points ?
119. K : oui, enfin je sais pas…
120. E3 : quelle solution as-tu trouvé ?
121. K : ben moi, j'ai pris comme pour Théo, 12 fois dans la jaune et la verte et ça fait 12 fois 7 et 12 fois 9 et ça fait… 192 et c'est trop grand.
122. E3 : oui, tu as fait un essai et c'était trop grand. Un essai en reprenant la question 1 de tout à l'heure.
123. K : oui, alors j'ai pris plus petit, plus petit que 12 donc 10 et c'était encore trop grand, et après 7. Et avec 7 ça marche.
124. E3 : alors, on vérifie : 7 fois 7 plus 7 fois 9, ça fait 49 plus 63 donc 112. D'accord. Mais ça fait beaucoup d'essais si on ne voit pas 7 tout de suite.
125. Plusieurs : oui.
126. E3 : et toi Célia ?
127. Cél : ben moi, enfin nous, on s'est dit que si c'est les mêmes pour les deux boîtes, on peut faire 9 plus 7, on trouve 16. Et 112 divisé par 16 ça fait 7.
128. E3 : comment vous avez fait 112 divisé par 16 ?
129. Cél : avec la calculatrice
130. E3 : ah, d'accord. Donc ça marche on trouve 7, il doit atteindre 7 fois chacune des caisses. Allez, il est l'heure, on s'arrête là pour aujourd'hui.

01H12

Transcription des affiches

Affiche 1 :

7 9

caisse jaune caisse verte

7 + 9
7 + 7 + 9 + 9 = 14 + 18 = 32
7 + 7 + 7 + 7 + 9 + 9 + 9 + 9 = 14 + 14 + 18 + 18 = 32 + 32 = 64
64 + 7 = 71
64 + 7 + 7 = 78
64 + 9 = 73
64 + 9 + 9 = 82

Affiche 2 :

9 x 7 = 63

9 x 2 = 18 63 + 18 = 76

donc Leila a eu 9 fois la caisse jaune et a eu 2 fois la caisse verte.

Affiche 3 :

7 x 0 = 0	9 x 0 = 0
7 x 1 = 7	9 x 1 = 9
7 x 2 = 14	9 x 2 = 18
7 x 3 = 21	9 x 3 = 27
7 x 4 = 28	9 x 4 = 36
7 x 5 = 35	9 x 5 = 45
7 x 6 = 42	9 x 6 = 54
7 x 7 = 49	9 x 7 = 63
7 x 8 = 56	9 x 8 = 72
7 x 9 = 63	9 x 9 = 81
7 x 10 = 70	9 x 10 = 90

On a calculé et on a trouvé 49 + 27, ça fait 76.

Affiche 4 :

9 x 1 = 9	7 x 1 = 7
9 x 2 = 18	7 x 2 = 14
…	
9 x 9 = 81	7 x 9 = 63
9 x 10 = 90	7 x 10 = 70

76 = 70 + 6 impossible

76 = 63 + quelque chose et on a trouvé 13 donc impossible

Affiche 5 :

On sait que 76 = 70 + 6. On a essayé avec les tables de 7 et de 9.
70 c'est 7 x 10 et 70 + 9 c'est trop grand donc on a pris 63 et c'est 7 x 9.
63 + 9 = 72 c'est trop petit.
63 + 18 = 81 n'est pas la solution.
56 + 9 = 63 non, 63 + 9 = 71, non
49 + 9 = 58 trop petit, 58 + 9 + 9 = 58 + 18 = 76 et ça marche
donc 7 fois 7 et 3 fois 9, ça fait bien 76

Affiche 6 :

~~7 x 10 = 70~~	70 + 6 = 76 impossible	
7 x 9 = 63	9 x 1 = 9	63 + 9 = 72
7 x 8 = 56	9 x 2 = 18	63 + 18 = 81
7 x 7 = 49	9 x 3 = 27	49 + 27 = 76
…	…	
7 x 1 = 7	9 x 9 = 81	
	9 x 10 = 90	

donc Leila a attrapé 7 pommes dans 7 caisses jaunes et 9 pommes dans 3 caisses vertes.

Séance 2 (E3B La cible olympique)

Transcription de la séance

00H00

1. E3 : bon, ça y est ? Aujourd'hui, on va refaire des problèmes… Le premier, je vous mets l'énoncé au tableau. Alors, on se concentre… Je vais vous le lire. Et tout de suite après vous le faîtes… au brouillon, ah, oui, sortez aussi votre cahier de brouillon. Alors, (*E3 lit l'énoncé qu'il projette au tableau à l'aide d'un rétroprojecteur*) Laëtitia veut s'acheter un CD valant 10 euros 50 mais il lui manque de l'argent. Angélique lui prête 5 euros mais elle a maintenant 2 euros 30 de trop. Combien possède-t-elle ? Je vous laisse chercher.

00H01

Les élèves cherchent individuellement dans leur cahier de brouillon. E3 circule, vérifie silencieusement que tous se sont mis au travail.

00h03

2. E3 : E, tu vas mettre ta solution au tableau, Agathe aussi … Ophélie, Tu vas la mettre aussi, à côté d'Agathe. Célia, c'est ce qu'il y avait sur ton cahier ? …Lucas, non, non, non, tu me mets ce qu'il y avait sur ton cahier, c'est pour ça que je t'es envoyé au tableau… tu avais 8, 80 … comme Grégoire. Bien … alors…

E3 va au tableau et encadre ces deux solutions :

10,50	5,00 €	10,50 €
- 5,00	- 2,30 €	- 2,70 €
05,50	2,70 €	7,80
- 2,30		
3,20		

3. E3 : vous regardez ces deux-là, on est bien d'accord que dans la situation, Laetitia à un moment donné, elle a assez d'argent pour acheter son CD. On est bien d'accord, alors…Ophélie et Agathe, par rapport au résultat que vous avez trouvé… si c'est qu'elle avait dans son porte-monnaie au départ, n'y aurait-il pas un petit souci, par hasard ?
4. Un élève : oui
5. E3 : lequel ?
6. Le même élève : c'est trop bas
7. E3 : qu'est-ce qui est trop bas ?
8. Le même élève : ben même avec les 5 euros, c'est trop bas…
9. E3 : si c'est ça qu'elle a au départ et que sa copine lui prête 5 euros, ça va lui faire combien finalement à elle après ?
10. Un élève : 2 euros 70 et 5 euros ça fait 7 euros 70
11. E3 : 7 euros 70 donc est-ce qu'elle pourra l'acheter ?
12. Quelques élèves : NON
13. E3 : et là, c'est pareil… donc déjà par rapport à votre résultat, vous devez vous dire ce n'est pas possible. Ici … *et il montre la solution* :

    10,50
    - 5,00
    05,50
14. Maxence, si c'est ça qui lui reste dans son porte-monnaie, si on ajoute les 5 euros que sa copine doit lui donner, on va retomber sur les 10 euros 50 de départ, donc

exactement sur le prix du CD donc est-ce qu'il va lui rester de l'argent dans son porte-monnaie ? … Maxence ?

15. M : ben non.
16. E3 : Non… donc là, petit souci… bon ces deux-là, on va les voir après… ici tu as écrit 10,50 – 2,30 alors que 10,50 c'est le prix du CD et 2,30 € c'est ce qu'elle a en …trop, donc …imagine, c'est ça qu'elle a au départ donc toi, tu as mis, 8 € 20 et sa copine lui donne 5 € donc elle aura dans son port- monnaie ? … 8 plus 5 ? … on est en CM2, là ? … oui, 13 euros 20. Donc si elle a ça dans son porte- monnaie, et si le CD vaut 10 euros 50, il lui resterait (il pose l'opération au tableau) … il lui resterait 2 euros 70. alors est-ce que ça marche ?

    Alors maintenant, les deux autres solutions. *Il montre :*

10,50	12,80	12,80
+ 2,30	- 5,00	- 5,00
12,80	7,80	8,80

    Donc là, pourquoi pas … et à droite, comme chacun sait …12 - 5 ça fait 8 ! Hein, Grégoire … d'accord…Effectivement, la solution, les 10 euros 50, ça c'est le prix du CD… on sait qu'elle a 2 euros 30 en plus, ce qui fait effectivement 12 euros 80 (*E3 pose les opérations au tableau*) et dans ces 12 euros 80, il y a les 5 euros que sa copine lui a donné, et effectivement, ça donne 7 euros 80. .. D'accord ; est-ce que tout le monde comprend ? Ophélie ? …Non ? Bon, 10 euros 50 c'est le prix du CD, et une fois que sa copine lui a prêté de l'argent, elle peut se l'offrir, et non seulement, elle peut se l'offrir mais en plus, elle a 2 euros 30 qui lui servent à rien. Ça veut dire que dans son porte-monnaie elle avait les 10,50 pour le CD plus les 2,30 qui lui reste, finalement dans son porte- monnaie à un moment donnée, elle a 12 euros 80. Mais dans les 12 euros 80, il y a les 5 euros de sa copine. Si on les enlève, cela veut dire qu'au départ, elle avait 7 euros 80. D'accord ?
17. Un élève : mais pourquoi on fait pas 10 euros 50 moins 2 euros 30 ?
18. E3 : non, non, elle a ça en plus du prix de CD qu'elle va acheter. D'accord ? Dans son porte- monnaie, avant d'acheter le CD, elle a l'argent du CD et en plus 2 euros 30... d'accord … bon allez, un autre… on va voir ceux qui vont acheter le pain chez le boulanger de temps en temps …

    Rires

00H13

19. E3 : alors, maintenant, on en fait un autre. (*E3 projette l'énoncé*) Je vous laisse le lire… C'est bon ? Donc, un client donne un billet de 100 euros pour régler un achat. Le vendeur lui réclame 4 euros et lui en rend 30. Quel est le montant de l'achat ? Je vous laisse chercher. Allez-y.

E3 efface le tableau, va à son bureau. Il distribue face cachée un nouvel énoncé et regarde ce que tous les élèves écrivent au brouillon.

Une intervention de E3 : attention aux erreurs de calcul … stupides !

00H16

20. E3 : vas mettre ton résultat au tableau… Maud, vas-y…
21. Un élève : il y a un piège !
22. E : mais non pourquoi il y aurait un piège ? ….Maud, il y a une ligne que tu n'as pas marquée et qui était sur ton cahier !

Les élèves lisent les solutions du tableau, certains continuent leur recherche.

00H18

E3 : bon, … tout le monde a écrit ça, c'est bien. Non ? Pas Maxence ?

Au tableau :

100 + 4 104 - 30 066 €	104 - 30 074

23. E3 *va vers Maxence et regarde son cahier* : oui, ça, c'est Maxence, il a fait l'opération à l'envers …ah, faut le connaître …je commence à comprendre son fonctionnement …La démarche est bonne mais … une erreur de calcul. Tu as compris l'énoncé, tu as compris le problème mais tu fais une erreur de calcul…Donc effectivement, qu'est-ce qui se passait dans cette situation ? pour quoi vous avez fait 100 plus 4 ? … Maud.
24. Maud : parce que le monsieur donne 100 euros et il lui demande d'en redonner 4.
25. E3 : donc c'est quoi ce 104 ?
26. Maud : c'est l'argent qu'il donne.
27. E : oui c'est l'argent qu'il lui donne en tout, le billet de 100 et les 4 €. Et ensuite, le vendeur rend 30 €, ce qui fait un achat de 74 €.
28. Un élève : c'est quoi qu'il achète ?
29. E3 : on ne sait pas … alors, cette situation-là, pourquoi est-ce que le vendeur fait ça ? … Marie ;
30. Mar : ben c'est plus facile pour lui rendre
31. E3 : pourquoi ?
32. M : ben pour rendre la monnaie, c'est plus facile.
33. E3 : oui, c'est pour ça que je parlais du boulanger, si vous devez 1 euro 32 eh bien, vous pouvez lui donner 2 € 2 centimes ou même les 32 centimes… est-ce que vous avez compris le fait qu'on rende la monnaie plus facilement ? Si vous donnez 2 euros 32, le boulanger va vous rendre quoi ?
34. Plusieurs élèves : 1 euro !
35. E3 : allez, c'est bien, on avance. Maintenant, on passe aux choses sérieuses… Je vous ai distribués une petite feuille et je vous le projette aussi. Vous allez coller la feuille dans votre cahier de mathématiques et ensuite, on s'y met sérieusement…ça y est ? Bon… Ah, oui, j'ai oublié, vous allez travailler par deux, chacun avec votre voisin, ce sera plus simple…je vous laisse chercher.

00H24

Début de la recherche en binôme. E3 circule dans la classe, silencieusement.

00H29

36. E3 (*s'adresse à toute la classe*) : attention… écoutez-moi… Je vois ce que vous faites mais… mettez-moi aussi, à chaque fois, pour chaque solution, à combien de fléchettes cela correspond…
37. E3 *circule à nouveau, se fait expliquer des calculs, sans faire de commentaires* : vous pouvez me dire ce que vous avez écrit là ?… Ah, d'accord.

00H30

38. E3 *intervient auprès d'un binôme* : oui… mais essayez de marquer ça sur une seule ligne.

00H32

39. E3 : bon, on va s'arrêter, on va vérifier quelques solutions… Je vais en écrire au tableau… Dis-moi ce que vous avez écrit… Oui, viens au tableau… Toi aussi et toi.

Trois élèves viennent au tableau :

Binôme 1 :
1 x 7 x 2 = 14
1 x 7 x 2 = 14
1 x 7 x 2 = 14
1 x 2 x 4 = 8
50 (4fléchettes)

Binôme 5 :
5 x 10 (10 fléchettes)
2 x 25 (25 fléchettes)
7 x 6 + 4 x 2 (7 ou 8 fl.)
5 x 3 x 3 + 1 x 5 (4 ou 10 fl.)
3 x 10 + 4 x 5 (17 ou 18 fl.)

Binôme 3 :
Le nombre de fléchettes à lancer n'est pas marqué.
5 x 10 = 50 (10 fléchettes)
2 x 25 = 50 (25 fléchettes)
3 x 10 + 4 x 5 = 50 (15 fléchettes)

40. E3 : alors, vous voyez qu'on a un certain nombre de solutions mais il y en a peut-être d'autres encore. On pourrait par exemple, chercher la solution où il mettait le plus de fléchettes possibles. On en a 25 ici et ici.
41. Clara : je ne vois pas trop
42. E3 : mais là, c'est une question de logique. Si tu veux avancer le moins possible vers quelque chose, tu vas essayer de marquer le moins de points possible à chaque fois. Quelle était la solution où on peut marquer le moins de points possible ?
43. Clara : dans le deux.
44. E3 : oui, dans le deux. Donc la solution où il y a le plus possible de fléchettes, c'est ?
45. Clara : 25
46. E3 : oui, 25 fléchettes. Oui, Mattias ?
47. Mat : mais là, il en manque, il y a d'autres solutions.
48. E3 : oui, il en manque. Alors maintenant deuxième chose, par rapport au nombre de fléchettes le moins important.
49. Plusieurs mains se lèvent.
50. E3 : alors qu'est-ce que l'on a ? On en a combien ? Oui, là, on en a 5. Est-ce qu'on peut faire moins de 5 ?
51. Plusieurs oui.
52. E3 :Giovani, viens nous montrer… Donc on t'écoute.
53. Gio : alors, j'ai fait comme si je mettais 3 fléchettes dans 3 fois 5, entre le 3 et le 5.
54. E3 : donc 15, c'est ici (E3 *montre sur la cible dessinée au tableau*), donc trois fléchettes ici.
55. Gio : et une dans le 5.
56. E3 : alors, est-ce que ça fait bien 50, ça ?
57. Plusieurs non.
58. E3 : trois par quinze ?
59. Plusieurs : ah oui, 45 et 5.
60. E3 : oui, et 45 plus 5, ça fait 50. Est-ce qu'il y a une autre solution avec 4 ? Marie ? Viens.

61. Marie : alors… Je fais deux fois… Non, trois fois dans le 14 et une dans le 8. ça fait si on additionne 50.
62. E3 : oui, 50. Alors est-ce que quelqu'un a une autre solution pour 50 avec 4 fléchettes ? Tu en as 3 ? Viens.
63. Ophélie : j'ai fait trois fois cinq quinze et 15 plus 15 plus 15, ça fait…
64. E3 : tu as déjà combien de fléchettes là ?
65. Oph : ah ben trois.
66. E3 : donc si tu veux arriver à 50, il en faut une de plus donc ce sera pas trois. Tu as 45, il te faut 5 donc 4 fléchettes comme Giovanni… Bon, sur le temps qui nous reste, une ou deux minutes, essayer de trouver une autre solution à 4 fléchettes. Allez, c'est parti !
67. E3 *fait le tour de la classe et observe chaque élève.*
68. E3 : il est certain … il faut taper dans quoi ? … Je vous donne un petit indice ?
69. Plusieurs oui.
70. E3 : vous devez mettre dans trois emplacements différents, trois parties sur les quatre là. Donc comme il y a 4 fléchettes, il y aura forcément deux fléchettes dans la même partie. Allez, on cherche.
71. F : ah, d'accord.
72. E3 *fait le tour de la classe et observe chaque élève.*
73. E3 : Clara, vas-y.
74. Cl : alors voilà… 15 plus 12 plus 8 plus 5 donc une fois trois fois cinq et une fois quatre fois trois plus une fois quatre fois deux et une fois cinq. (Clara écrit : 1x3x5 + 1x4x3 + 1x4x2 + 1x5 = 50)
75. E3 : très bien, ça marche. Un autre avec 4 ? Vas-y Bastien.
76. B : deux dans le cinq fois trois, une dans le quatre fois trois et deux dans le cinq fois trois, ça fait deux fois quinze donc trente et une fois douze et huit et ça marche. (Bastien écrit : 2x3x5= 2x15 = 30 1x12 = 12 1x4x2 = 8)
77. E3 : oui, c'est bien, c'est ça. Kilian ?
78. Kil : j'ai fait cinq fois trois, quinze. Avec 2 fois quatorze et une fois 7. (Kilian écrit : 1x15 + 2x14 + 1x7)
79. E3 : non attend, ça fait pas… ah, si, ça fait bien 50, ah, oui ça marche aussi. Et toi alors ?
80. Gio : 3x4x3 donc 3x12 ça fait 36 plus…
81. E3 : plus ? ça va pas aller ça… Ah si.
82. Gio : si, plus 14, c'est 7 fois 2.
83. E3 : eh oui, ça marche. Bon allez, on s'arrête là… vous pouvez sortir maintenant.

00H57

Transcription des travaux de cinq binômes

Binôme 1 :
1 x 7 x 2 = 14
1 x 7 x 2 = 14
1 x 7 x 2 = 14
1 x 2 x 4 = 8
50 (4fléchettes)

Binôme 2 :

4 x 10 + 3 + 7 ⟶ 12 fléchettes

7 x 2 + 7 x 2 + 4 x 3 + 5 x 2 ⟶ 9 fléchettes

Binôme 3 :
Le nombre de fléchettes à lancer n'est pas marqué.
5 x 10 = 50 (10 fléchettes)
2 x 25 = 50 (25 fléchettes)
3 x 10 + 4 x 5 = 50 (15 fléchettes)

Binôme 4 :
Pour faire 50 :
5 x 10 : 10 fléchettes
3 x 10 + 4 x 5 : 15 fléchettes
5 x 9 + 5 : 10 fléchettes
15 x 3 + 5 : 20 fléchettes

Binôme 5 :
On a cherché comment trouver 50 :
5 x 10 (10 fléchettes)
2 x 25 (25 //)
7 x 6 + 4 x 2 (7 ou 8 //)
5 x 3 x 3 + 1 x 5 (4 ou 10 //)
3 x 10 + 4 x 5 (17 ou 18 //)

Séance 3 (E3C *La monnaie* et E3D L'*hémicycle*)

Transcription de la séance

00h00

1. E3 : alors, vous allez garder seulement votre cahier de brouillon… On va commencer par un petit problème… d'argent, de monnaie. Je vous donne l'énoncé et je vous laisse le lire. Dès que vous l'avez lu, vous retournez la petite feuille. (*E3 fait le tour et distribue l'énoncé, les élèves le collent dans leur cahier de brouillon*)

00h02

2. E3 : ça y est, tout le monde a caché le texte… alors, maintenant racontez-moi l'histoire, racontez-moi de quoi il s'agit.

6 *élèves lèvent la main.*

3. E3 : oui, vas-y…
4. G1 : ben, … ça parle de... d'une dame.
5. E3 : ah, il y a des personnages ?

6. G2 : oui…madame Morin… Dans sa poche de gauche, elle a des pièces et dans sa poche de droite, des billets.
7. G1 : des pièces de 2 euros et des billets de 5.
8. E3 : oui, c'est ça.
9. G2 : et elle a le même nombre de pièces et de billets dans chaque poche
10. G1 : et en tout elle a 84 euros.
11. G2 : en fait, on veut savoir combien elle a… dans chaque poche… en euros.
12. E3 : voilà, très bien, c'est clair…
13. E3 : C'est bon pour tout le monde ? Alors, je vous laisse chercher tout seul.

00H07

E3 circule, regarde silencieusement ce que font les élèves.

00H12

14. E3 : posez les crayons… alors, F, tu viens au tableau.

F se lève et vient poser une opération :

84	2
0	42

15. E3 : combien d'élèves ont écrit ça sur leur cahier ?

7 mains se lèvent.

16. E3 : les autres, qu'est-ce que vous pensez de cette opération ?
17. G3 : ils ont mal compris le texte car c'est le même nombre de billets et de pièces dans chaque poche mais… c'est pas la même valeur.
18. F1 : oui, c'est pas les mêmes euros dans chaque poche.
19. E3 : d'accord F ? Il n'y a pas 42 euros dans chaque poche… Alors, autre solution…Maxence, viens nous écrire ton opération.

Maxence écrit :

84	7
	12

20. E3 : alors, pourquoi notre ami Maxence a fait ça ? Tu peux nous dire ?
21. Max : ben, j'avais des 2 euros et des 5 donc en tout 7 et j'ai divisé par 84.
22. E3 : euh, oui, tu as divisé 84 par 7.
23. Max : oui.
24. E3 : qu'en pensent les autres ?
25. G4 : il a la réponse parce que 2 plus 5 ça fait 7, c'est comme si tu faisais diviser par 2 et diviser par 5 donc, du coup, il a directement la réponse
26. F2 : oui, donc c'est bon.
27. E3 : oui, on peut dire ça comme ça. Alors pour finir, toi et toi, vous m'expliquer vos résultats. Combien vous trouvez ?
28. F3 : 12
29. G6 : oui, 12
30. E3 : OK, comment vous avez fait ça, on ne voit pas grand-chose sur vos cahiers.
31. F3 : ben, moi, j'ai essayé 10, j'ai essayé 15 et j'ai essayé 12… j'ai essayé au pif
32. E3 : est-ce que c'est vraiment au pif comme tu dis? Personnellement, je dirai au hasard.
33. F3 : ben, si, j'ai essayé 10, après j'ai essayé 20, ça faisait beaucoup trop, j'ai essayé 15 c'était encore trop, après entre 10 et 15, j'ai essayé 12 donc c'est un peu quand même au pif, au hasard, j'ai essayé un petit un grand… tout ça de tête
34. E3 : ah, oui, c'est pour ça que tu n'as pas écrit grand-chose. Et G6 alors ?
35. G6 : moi, j'ai essayé 5, mais c'était beaucoup trop petit, après j'ai essayé 10, après avoir essayé 10, j'ai essayé 15 et après j'ai essayé 12. et j'ai fait les calculs de tête.

36. E3 : d'accord et vous trouvez 12. Bon, c'est bon pour celui-là.

00H24

37. maintenant, je vous montre quelque chose d'un peu différent. (*E3 projette l'énoncé*) F3, tu peux le lire.
38. F3 : l'hé… L'hémicycle. Un architecte a un… hémicycle à construire. Dans cet hémicycle, il y a cent députés à installer. Combien doit-il prévoir de rangées pour que tous les députés puissent s'installer ?
39. Cinq mains se lèvent : c'est quoi déjà un hémicycle ?
40. E3 : oui, alors, on a déjà vu ça… en éducation civique… (*E3 écrit hémicycle au tableau*). Dans notre problème, là, l'hémicycle, c'est l'endroit où les députés, à l'assemblée nationale, sont assis. Pour que ce soit plus clair, je vous ai agrandi le schéma et je vous le distribue. Comme ça vous pourrez écrire directement sur la feuille… Alors pour chercher, vous allez vous mettre en groupe, par trois ou quatre avec vos voisins. Oui, vous trois, vous quatre… vous, ensemble… allez c'est bon. Je vous donne les feuilles et je vous laisse chercher.

E3 va à son bureau, laisse les élèves chercher quelques minutes puis circule dans la classe.

00H40

41. E3 : bon, vous allez écrire votre réponse… Il faut … rangées et vous allez mettre tout ça au tableau… j'ai des aimants pour les feuilles. Allez.

Les élèves fixent leur affiche (8 affiches) E3 les dispose au tableau en 4 groupes.

42. E3 : voilà, alors on regarde d'abord ici (*côté gauche quand les élèves regardent le tableau)* Ils ont écrit deux lignes de calculs, 50 fois 2 font 100 et 50 divisé par 2 font 25. Bon, je ne sais pas trop ce que cela apporte…
43. F (affiche 1) : ben, on savait pas, alors on a essayé mais bon…
44. E3 : et vous avez complété sur le dessin aussi mais sans aller jusqu'au bout
45. F : oui… on n'a pas fini…
46. E3 : d'accord. Alors ici, ils ont écrit 100 moins 34, c'est quoi ce 34 ?
47. G (affiche 2) : ben, en fait, on a complété le dessin et on arrive à 34
48. E3 : oui, mais 34 quoi ?
49. G : ben 34… sièges. Et il en faut 100 donc on a calculé 100 moins 34, ça donne... 66.
50. E3 : oui, et après ?
51. F (affiche 2) : ben comme les autres avant, on n'a pas fini…
52. E3 : ah oui, vous avez continuez le dessin, là…
53. F : oui mais… on n'a pas fini.
54. E3 : d'accord. Alors ici, c'est un peu pareil. On retrouve le 36… Et 36 fois 5, ça donne quoi ?
55. F (affiche 3) : ça donne 180
56. E3 : oui, mais 180 quoi ?
57. F (affiche 3) : 180… sièges et c'est trop en fait… donc on a essayé plus petit, 36 fois 4, 36 fois 3…
58. E3 : et est-ce que ça vous donne le nombre de rangées qu'on cherche ?
59. F : ben, non… c'est encore trop et… on voulait essayer le dessin mais bon…
60. E3 : d'accord. Alors dans ce groupe-là, ils ont fait une division. On peut savoir pourquoi ?
61. G (affiche 4) : ben nous, on a compté sur le dessin et on a vu que… que à chaque rangée on rajoute 3.
62. E3 : ah, c'est intéressant ça, on rajoute 3 à chaque fois ?
63. G : oui, alors on s'est dit on va diviser 100, les 100 députés par 3 pour vois si ça donnerait pas le nombre de rangées.

64. E3 : et alors ?
65. G : ben… ça ne doit pas aller parce que …
66. F d'un autre groupe : ah, ben ça fait une virgule donc…
67. G : ben, oui, il reste 1 mais on sait pas si ça peut faire 34 rangées…
68. E3 : pourquoi ?
69. G d'un autre groupe : ça paraît beaucoup surtout si on regarde les autres affiches.
70. E3 : oui, ça paraît beaucoup. Mais bon, je retiens le 3 qui se rajoute à chaque rangée, ça, ça peut servir… bon, et ici ? Enfin, regardons les 4 affiches qui restent (*affiches 5, 6, 7 et 8*)… la méthode est un peu la même, qu'est-ce que vous en pensez ?
71. F : ben, ils ont tous fait le dessin… jusqu'au bout.
72. E3 : oui, ils ont fait le dessin, ils ont complété le schéma assez longtemps pour atteindre les 100 places… Alors, on va vérifier ça ensemble. Sur cette affiche (affiche 5), ils ont complété et trouvé 7 rangées complètes et une de 6 places… Là, ils ont compté 8 rangées et 7 places libres… et là, 8 rangées… Sur la dernière, 8 rangées et il reste 6 places. Alors, qu'en pensez-vous ? Quelle est la bonne réponse finalement ?
73. F : ben, c'est pas facile de décider
74. G : faudrait tout recompter, il y en a qui se sont sûrement trompé en comptant.
75. E3 : oui, c'est bien possible. Globalement, leur méthode est pas mal mais il ne faudrait pas se tromper en comptant, il faudrait faire attention. Parce que c'était une solution, le schéma, une solution longue, dangereuse. Là et là, il y a des oublis mais c'est quand même une solution et on peut trouver 8 rangées en fait. Mais bon, vous parliez de vérifier… sur laquelle on peut vérifier plus facilement ?
76. Célia (affiche 8) : ben, la nôtre
77. E3 : ah ? Et pourquoi ?
78. C : ben nous, on voulait pas faire de dessin mais G, si, alors, on a commencé un dessin et on a vu, on lui a dit que ça marchait de 3 en 3 donc, au bout d'un moment, on avait plus besoin de faire de dessin, il suffisait de calculer… c'est pour ça qu'on a marqué que les calculs, à la fin et qu'on pas fait le dessin jusqu'au bout… c'était aussi plus court.
79. E3 : est-ce que vous voyez ce qu'ils ont fait ?
80. La plupart des élèves : oui
81. E3 : ils ont commencé par le schéma…jusqu'à 16 sièges… et comme ils ont vu que ça marchait de 3 en 3, ils ont ensuite seulement écrit les calculs. Ils avaient trouvé… l'astuce donc plus besoin de faire le dessin. Et tout ça jusqu'à 100.
82. G (affiche 4) : ah, ben nous, on avait presque trouvé alors…
83. E3 : oui, c'est vrai…et pour ceux qui ont fait les dessins, ils auraient dû voir cette histoire de 3 pour mieux s'en sortir… Bon, on s'arrête là pour aujourd'hui.

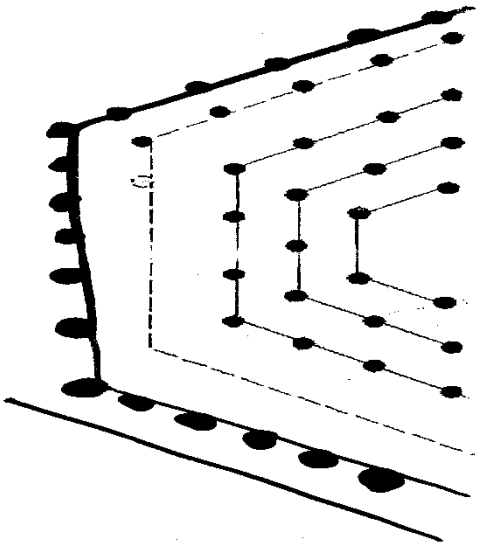
00H55

Transcription des affiches

Affiche 1

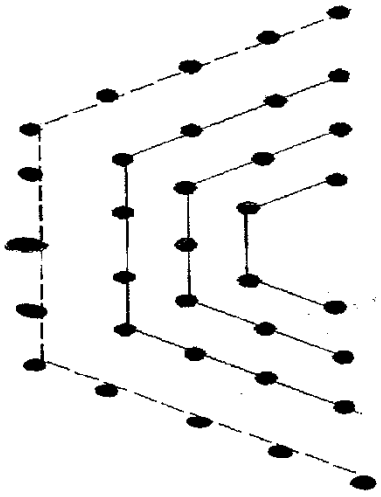
50 x 2 = 100

50 - 25 = 25



Affiche 2

100 - 34 = 66



Affiche 3

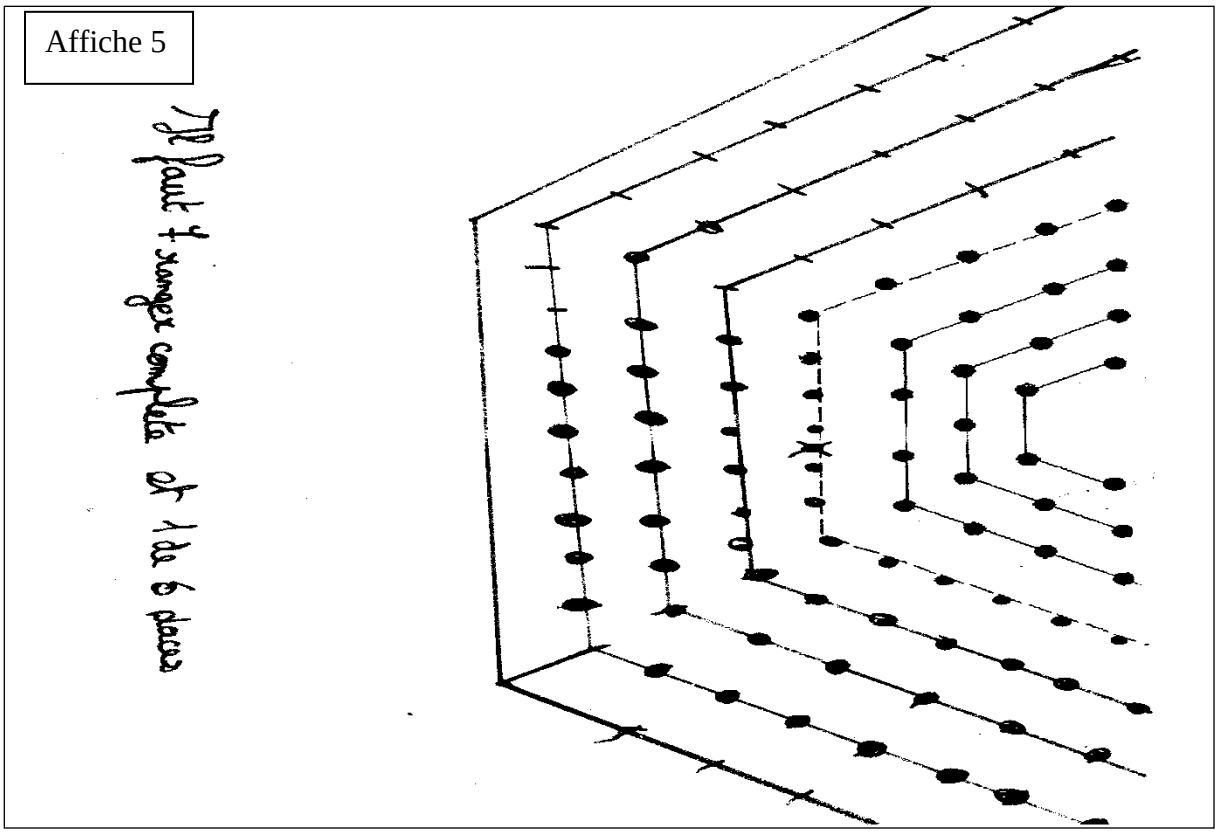
36x5=180

36x4=144

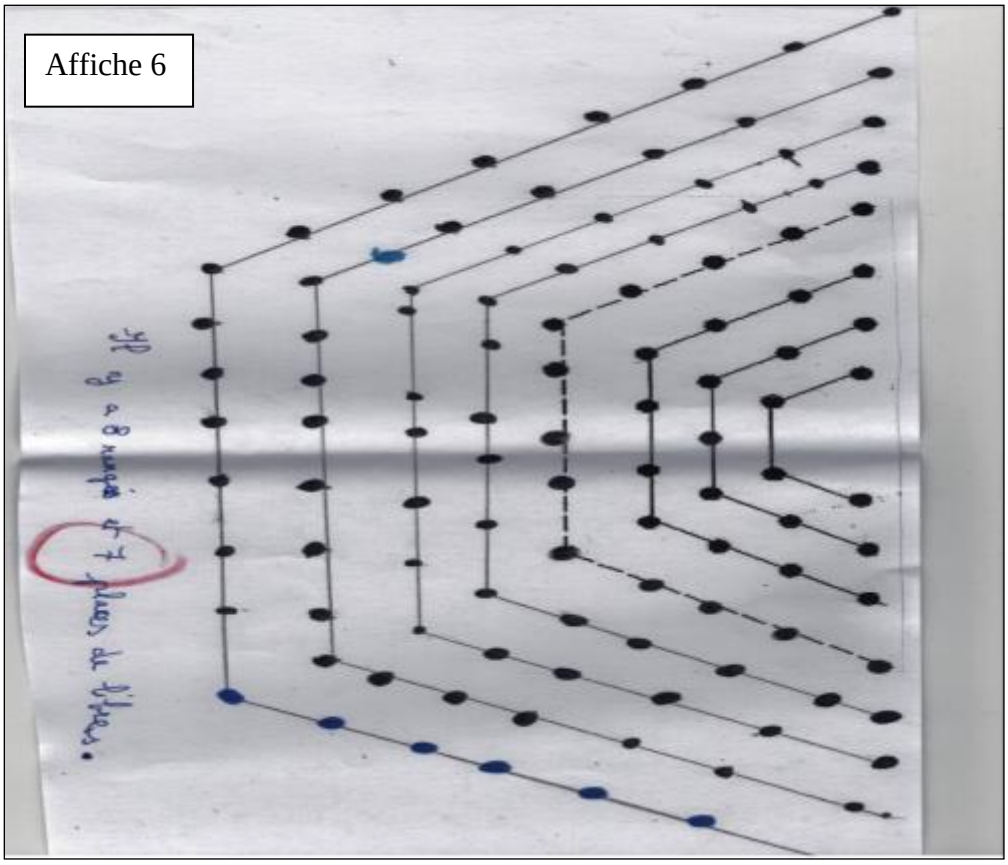
36x3=108

Affiche 4

Affiche 5



Affiche 6



Affiche 7

Il faut en faire 8.

Affiche 8

Il faut huit rangées et il restera 6 places.

Séance 4 (E3E *Les tartelettes* et E3F *Les triangles*)

Transcription de la séance

00H00

1. E3 : bon, vous gardez votre cahier de brouillon, on va s'attaquer à quelques petits problèmes maintenant. Je vous distribue l'énoncé, vous laissez les feuilles retournées pour l'instant… Voilà, alors lisez-moi silencieusement le petit énoncé.

00H02

2. E3 : alors, vous retournez la petite feuille… ça y est… Alors de quoi ça parle aujourd'hui ?
3. 15 mains se lèvent.
4. F1 : des tartelettes … vingt tartelettes.
5. E3 : oui… Mais encore ?
6. F2 : il faut les mettre dans des boîtes et on nous dit… on nous dit, il y a des boîtes et il faut prendre toutes les boîtes.
7. G1 : il y a deux boîtes jaunes et…trois boîtes vertes et…
8. E3 : c'est ça, bien… donc si je résume… vous avez 20 tartelettes à répartir, on vous dit, dans des boîtes jaunes et vertes, dans deux boîtes jaunes et… trois boîtes vertes. Est-ce que c'est tout ? Est-ce qu'on vous dit autre chose ?
9. G2 : ben… il faut, il faut mettre le même nombre dans les boîtes.
10. F3 : non, il faut mettre le même nombre mais dans les boîtes de même couleur… par exemple, si tu mets deux tartelettes dans une boîte jaune, tu es obligé d'en mettre aussi deux dans l'autre boîte jaune par contre… par contre, tu peux en mettre trois ou quatre dans les boîtes vertes.
11. E3 : ah, très bien, c'est ça, est-ce que tout le monde a bien compris ça ?
12. La plupart des élèves : oui.
13. E3 : bon, alors reprenez la petite feuille, vous pouvez la relire et je vous laisse chercher… tout seul, donc en silence. Ah, oui, important… n'oubliez pas de marquer ce que vous faîtes …. Comme calculs ou comme essais par exemple.

00H04

Recherche individuelle

E3 circule silencieusement, regarde les cahiers de chacun des élèves.

00h10

14. E3 *à toute la classe* : bon, je vous laisse encore deux ou trois minutes.

00h15

15. E3 *envoie quatre élèves écrire leur solution au tableau.*

rouge	jaune
4	4
6	1
2	7

Grégoire

2 boîtes jaunes	3 boîtes rouges	
4 x 1	4 x 3	: 8 + 12 = 20
1 x 2	6 x 3	: 2 + 18 = 20
7 x 2	2 x 3	: 14 + 6 = 20
(car on ne peut pas les couper en deux)		**Alice**

2j. et 3 r.			
j : 4	2 x 4 = 8		
r : 4	4 x 3 = 12	et 12 + 8 = 20	
j : 1	2 x 1 = 2		
r : 6	3 x 6 = 18	2 + 18 = 20	
j : 7	2 x 7 = 14		
r : 2	3 x 2 = 6	14 + 6 = 20	**Marie**

16. E3 : alors, Grégoire, tu ne nous as pas mis tout ce qu'il y a sur ton cahier ?
17. Gr : euh, non...
18. E3 : par exemple pourquoi tu as trouvé... Enfin comment tu as trouvé 4 et 4, là ?
19. Gr : alors, j'ai ... j'avais 20 tartelettes à mettre dans 5 boîtes alors... J'ai divisé par 5 et ça fait 4.
20. E3 : d'accord et ça marche, 4. Et pour les autres ?
21. Gr : ben j'ai vu qu'il y avait d'autres façons.
22. E3 : comment tu l'as vu ?
23. Gr : ben, j'ai vu... avec les autres...
24. E3 : ah, d'accord, tu as vu que les autres trouvaient d'autres solutions alors tu t'es mis à les chercher.
25. Gr : oui.
26. E3 : OK, et donc ensuite, Alice, comment tu les as trouvées, toi les solutions.
27. Al : ben, j'ai fait un peu au hasard.
28. E3 : mais encore ?
29. Al : j'avais 20 et j'ai essayé d'avoir 20 avec des calculs, avec par exemple 20 c'est 8 plus 12 et ça marche parce que 8 c'est 4 fois 2 et 12 c'est... 4 fois 3.
30. E3 : d'accord donc là, on a les calculs... dans ton tableau... mais combien ça fait de tartelettes dans chaque boîte ? C'est ça qu'on cherchait.
31. Al : alors, euh… ça fait 4 et 4... comme Grégoire.
32. E3 : oui, mais, je ne sais pas ce que vous en pensez les autres, mais moi, j'ai du mal à les voir les solutions ici, je vois surtout les calculs... il manque une ligne pour les solutions...
33. F1 : il faudrait écrire les calculs de... d'Alice et après, le tableau de Grégoire.
34. E3 : oui, voilà, ce serait une solution... Ils auraient dû faire équipe ces deux-là !
35. G1 : mais pourquoi elle a écrit ça après ?
36. E3 : ça, quoi ? Ah, oui, c'est vrai, car on ne peut pas les couper en deux... qu'est-ce que tu veux dire par là ?
37. Al : ben pour mettre les 20 tartelettes, j'avais pensé qu'on pourrait peut-être par exemple, faire 17 plus 3... Alors pour 3, ça fait une tartelette, dans chaque boîte, euh...
38. G2 : rouge
39. Al : euh, oui... rouge, et après, il reste 17 donc 17 divisé par deux, ça fait... 8 virgule 5 et ça fait donc des moitiés de tartelettes, enfin, une moitié dans les boîtes jaunes.
40. F2 : ah, c'est pas bête...
41. E3 : oui, comme tu dis !

42. Al : j'en avais même une autre... Enfin y en a plein d'autre... Par exemple, 15 et 5. Donc 15 divisé par 3, ça fait 5, 5 tartelettes dans les boîtes... rouges et 5 divisé par deux, ça fait 2 virgule 5 donc... 2 tartelettes et une demi tartelette dans les boîtes jaunes, c'est possible.
43. E3 : oui, mais on peut aller loin comme ça. Est-ce qu'on a une autre solution, alors ?
44. F2 : ben, 19 aussi. Ah, ben, non... 1, ça fait bien une demi-part dans chaque boîte mais 19 divisé par 3, ça fait des virgule 3, 3, 3, 3… donc on peut pas.
45. E3 : pourquoi on peut pas ?
46. F2 : ben, on va pas pouvoir couper les tartelettes en virgule 3, 3, 3, 3
47. E3 : ah, d'accord… Bon, on va s'arrêter-là pour ça… En fait, on avait prévu de ne pas les couper les tartelettes… avant de les mettre dans les boîtes.
48. Al : oui, c'est ce que je me suis dit aussi après.
49. E3 : voilà et c'est pour ça que tu as écrit qu'on ne peut pas les couper en deux.
50. Al : oui.
51. E3 : donc et si on regarde les solutions, là, de Marie, on a toutes les solutions possibles. Alors, voilà, on a vu pour vingt tartelettes. Maintenant, je vais vous demander de refaire la même chose pour… 30 tartelettes… Trouvez-moi comment répartir 30 tartelettes ? Je vous laisse trois à quatre minutes… On va voir si vous avez compris comment ça marche, en fait.

00H26

E3 *efface le tableau et écrit sur la gauche, les résultats trouvés pour 20 tartelettes :*

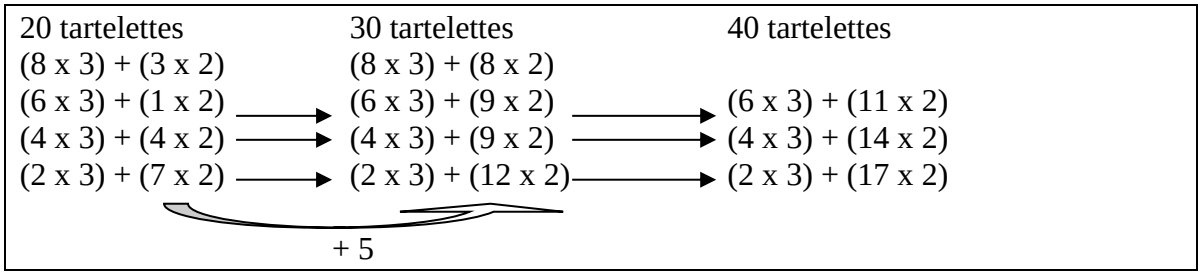
20 tartelettes
(6 x <u>3</u>) + (1 x <u>2</u>) = 20
(4 x <u>3</u>) + (4 x <u>2</u>) = 20
(2 x <u>3</u>) + (7 x <u>2</u>) = 20

00H30

52. E3 (*écrit au fur et à mesure, au tableau, les réponses données par des élèves*) : bon, on va voir… Qui peut donner des solutions ? (*Six mains se lèvent*) Oui, Louis ?
53. L : j'ai fait …euh … j'ai fait deux par six … six fois cinq.
54. E3 : 6 au départ, c'est six fois deux… Bon … Qu'est-ce qu'on peut dire ? Tiphanie ?
55. T : deux fois douze
56. E3 : ah. …plus trois fois douze
57. G1 : trois fois huit plus deux fois trois
58. E3 : d'autres ? Kilian ?
59. K : ben … six fois un
60. E3 : oui mais si tu fais six fois un, tu utilises qu'une fois … d'autres ?
61. F1 : trois fois septembre E3 : Trois fois sept plus deux fois quoi … Alexandre ?
62. Al : quatre fois trois plus neuf fois deux
63. E3 : quatre fois trois plus neuf fois deux, d'accord Est-ce qu'il y a d'autres solutions ?
64. F2 : cinq fois trois plus cinq fois trois
65. E3 : mais … Cinq fois trois plus cinq fois trois, ça fait dix boites… Est-ce que quelqu'un en a trouvé d'autres ? … Non ?
66. G1 : mais y en a d'autres ?
67. E3 : ben … non. Alors j'ai fait exprès de mettre ça en face-là, au tableau. Regardez ici six fois trois puis quatre fois trois et deux fois trois. (*E3 montre le tableau*) Maintenant sans dessiner, vous aller regarder, vous allez observer pour voir si vous pouvez trouver une solution pour 40 tartelettes… en repérant quelque chose … chut…
68. Silence

69. E3 : toi, tu as repéré quelque chose ? Giovanni
70. Gi : ben, quand on voit sept fois deux après y a douze fois deux et quinze fois deux … donc d'écart ça fait cinq.
71. E3 : et alors ?
72. Gi : ben ça fait cinq fois deux, ça fait dix.
73. E3 *au tableau* : donc ici, je garde mon deux multiplié par trois … et … tu peux expliquer.
74. Gi : sept fois deux, à sept tu ajoutes cinq.
75. E3 : alors … Là, on a gardé la même chose d'accord et Giovanni a repéré que pour passer de sept à douze, on ajoute cinq… Dans chaque boite jaune qui reste, il a ajouté cinq tartelettes. Et pourquoi, … parce que là, on en a dix de différence. Il faut les répartir les dix … sur deux boîtes donc cinq dans chaque. Et là, il a fait la même chose, il ajoute cinq en ayant le même nombre, là au niveau des boîtes rouges, ça change pas, on va vérifier … trois fois deux et dix-sept fois deux … ça fait bien quarante. Est-ce que ça marche pour les autres là ? … Je passe de quatre à neuf … Est-ce que ça marche ?
76. Plusieurs élèves : oui… c'est plus cinq aussi.
77. E3 : alors …Louise ?
78. L : ça fait neuf plus cinq
79. E3 : ben ça fait combien ?
80. L : quatorze
81. E3 : eh bien, on vérifie … quatorze fois deux plus quatre fois trois donnent quarante. Ici, si j'ai six fois trois, qu'est-ce que je dois avoir de l'autre côté … Ben on sait ou on sait pas ? Non…
82. G4 : six plus cinq
83. E3 : ah. Est-ce que ça marche six plus cinq… onze … et onze fois deux et trois fois six, ça marche, ça fait quarante. Et ici, Camille ?
84. C : huit fois deux
85. E3 : oui, seize plus vingt-quatre … quarante. Par contre ici, on en avait une nouvelle… alors, observez … essayer de la trouver … vous observez ici…
86. G4 : ah oui
87. Plusieurs mains se lèvent.
88. E3 : alors je marque quoi ?
89. G4 : dix
90. E3 : dix et Lucas qui a dit quelque chose de très intéressant… Lucas ?
91. Lu : là de ce côté-là, il suffit de faire plus trois
92. E3 : oui, il a repéré en fait que là, ça augmentait de trois. Dix fois trois … trente et cinq fois deux … dix… et on pourrait faire la même chose après pour cinquante, soixante tartelettes et ainsi de suite. D'accord ? Bien.

Au tableau :



00H35

93. E3 : là maintenant, je vous donne un deuxième problème… Que vous allez faire par quatre … donc on s'installe… (*E3 désigne les élèves et organise des groupes par proximité).*

00H37

E3 distribue l'énoncé à chaque élève, le projette au tableau et demande à un élève de le lire à haute voix.

94. E3 : alors rapidement, pour être sûr… un triangle isocèle c'est ? Marie ?
95. Ma : deux côtés égaux
96. E3 : oui et isocèle rectangle ?
97. Ma : deux côtés égaux et un angle droit
98. E3 : deux côtés égaux et un angle droit, oui et un triangle quelconque ?
99. Ma : ben … C'est … rien.
100. E3 : oui, enfin c'est un triangle qui n'a ni angle droit, ni côtés égaux. Bon … on peut chercher tous les triangles possibles sur vos feuilles. Bien entendu, qu'est-ce que vous avez le droit de faire ?
101. G5 : tracer
102. E3 : oui tracer … Allez ! Reprenez la petite feuille, vous pouvez la relire… en silence. Et sur vos feuilles, vous avez le droit de tracer.

00H39

Recherche en groupe, E3 circule et observe.

00H45

103. E3 *à toute la classe* : c'est ensemble, c'est pas un par un !

00H47

104. E3 *à toute la classe* : euh… est-ce qu'il y a besoin de mesurer les côtés ? On a dit que, on a lu que …enfin vous avez des renseignements sur … des carrés … ça donne donc certaines mesures, Axel… Allez, je vous laisse… à peu près 5 minutes.
105. E3 : écoutez un peu là… Dans le tableau … On écoute un peu … Vous me mettez le nombre… Parfois je vois… Mais j'en vois qui mettent des lettres …
106. Quelques élèves : ah oui !

00H48

107. E3 : il reste deux minutes

00H50

108. E3 : vous n'utilisez que les points qui existent. Les sommets sont forcément les points A, B etc. N'allez pas me mettre des sommets partout ailleurs
109. F1 : oui c'est logique !
110. E3 : mettez vos réponses, on va arrêter.
111. E3 *au tableau* : concernant votre travail de groupes, si je vous ai fait mettre par quatre, avec quatre feuilles différentes… C'est pourquoi ? Antoine ?
112. An : parce qu'il y a quatre sorte de figures ?
113. E3 : quoi ? Quatre triangles différents à trouver ? Non. Qu'est-ce qu'il aurait été plus intéressant de faire que ce que vous avez fait ?
114. F3 : ben, on aurait pu séparer les tâches.
115. E3 : quoi, séparer les tâches … mais là, enfin dans un travail de groupe, c'est les quatre ensembles. Tout simplement, ce qui aurait été bien, c'est qu'on prenne une feuille et qu'on cherche les triangles isocèles et uniquement ceux-là… sur la deuxième feuille, d'autres triangles … etc. pour éviter que tous les triangles se croisent… Ben oui, et on travaille à quatre dessus, plutôt que de travailler tout seul, chacun de votre côté. Bon allez rapidement, les résultats pour les triangles isocèles ?
116. Cinq élèves : huit

117. E3 : huit. Dîtes si vous avez trouvé des choses différentes… trois… deux et rectangle ?
118. F2 : trois
119. E3 : trois … ah, aussi quatre … et isocèle rectangle ?
120. G5 : trois
121. E3 : trois … deux … quatre … et quelconques ? … zéro…quatre…un… trois. Bon. On va regarder ça.

Au tableau :

Isocèles	Rectangles	Isocèles-rectangles	Quelconques
8 3 2	3 4	3 2 4	0 4 1 3

122. E3 : le huit, là. Montrez-moi les huit triangles isocèles… Lucas ? Vas-y, viens et montre ou trace.
123. Lucas *au tableau* : là
124. E3 : en voilà un, oui, AMC et un deuxième, ABC
125. Lucas : et un troisième
126. E3 : ah mais là, vous avez créé des nouveaux points donc … donc ici… Océane ?
127. O : la consigne n'est pas respectée alors c'est pas ça.
128. E3 : il fallait que un des sommets soit obligatoirement le point A. Alors est-ce que vous êtes d'accord avec les deux triangles trouvés ?
129. G6 : je suis pas d'accord avec les ABC … j'ai trouvé que … en mesurant, c'est pas pareil
130. E3 : où ça ? là et là. Oh si.
131. Plusieurs élèves : et c'est un carré
132. E3 : oui, alors …on les laisse là, ils sont isocèles… et, il n'y a rien d'autre dans ces triangles ?
133. Silence
134. E3 : ils sont quoi ? Ils ont deux côtés égaux et … un angle droit Alors maintenant, est-ce que quelqu'un a trouvé un triangle isocèle qui passe par A ? Grégoire ?
135. Gr trace sur la figure.
136. E3 : oui, celui-là, est uniquement isocèle. Les côtés ici sont égaux, il y a un angle droit ? Eh bien non. Est-ce qu'il y en a un deuxième ? Charlotte ?
137. Ch trace un autre triangle, hors des sommets imposés.
138. E3 : charlotte, on a dit qu'on ne créait pas d'autres points ! donc …
139. Ch : c'est pas possible alors.
140. F6 : si
141. E3 : vas-y
142. F6 trace
143. F7 lève la main : mais on a dit qu'il passait par A.
144. E3 : ben, oui, il faut qu'il passe par A donc … il y en a ?
145. F7 : un seul
146. E3 : oui, un seul. Bon, on ne va pas tous les faire maintenant…mais regardez, par rapport aux erreurs, on va reprendre. Vous allez vous corriger sur vos feuilles et voir si on trouve tous pareil.

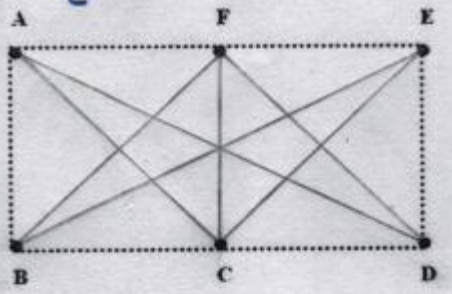
147. Antoine : mais celui-là, il a un angle droit en bas.
148. E3 : ah … exact… Antoine a raison… On a fait une erreur … Il a un angle droit ici … exact… donc cela veut dire que les uniquement isocèles, il n'y en a pas. Alors, je vais vous laisser du temps, un peu, pour rechercher la suite maintenant… Organisez-vous en groupes comme je vous l'ai dit. Quelques minutes.
149. E3 : bon, il faut qu'on arrête, il est presque midi, et qu'on corrige. Alors montrez-moi les rectangles … Puis les quelconques … Oui, Grégoire.
150. Gr : ben y en a plusieurs.
151. E3 : oui, allez, montre-les.
152. Gr (*indique sur le dessin*) : ben, là, BED.
153. E3 : alors BED, rectangle et non isocèle, oui.
154. Gr : ADE, DAB
155. E3 : oui donc ça en fait 3 qui sont rectangles et non isocèles.
156. Gr : oui.
157. F3 : il y a BAE aussi
158. E3 : oui, BAE donc ça fait 4. On est bien d'accord. Et les quelconques maintenant ? Océane.
159. Oc : DAC, DAF, BEC
160. E3 : ah,non, BEC, il passe pas par A.
161. Oc : ah, ben, j'avais oublié cette consigne ! Alors… Ben, c'est tout.
162. E3 : oui, on est d'accord, il y en a 2 quelconques. Des isocèles, on a dit qu'il n'y en a pas. Et, il reste les iso-rectangles, on en avait déjà vu plusieurs.
163. G3 : il y avait ACE.
164. E3 : oui, ACE, après ?
165. G3 : BAF, AFC… CBA, après les autres ont pas de A.
166. E3 : ça en ferait combien alors ?
167. Oc : 4
168. E3 : oui, 4. Bon, voilà, on a fait le tour de tous les triangles. Pas facile de pas en oublier… Il faut être bien concentré et… bien s'organiser, avec plusieurs dessins comme je vous l'ai dit au début…sur plusieurs feuilles. Bon, on arrête.

00H55

Travaux d'élèves (E3F)

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

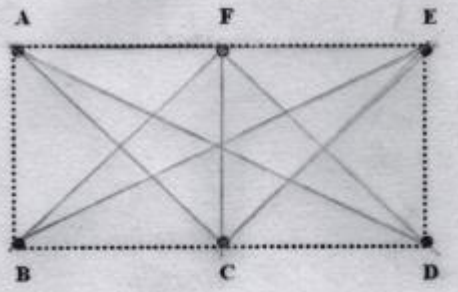


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	3	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

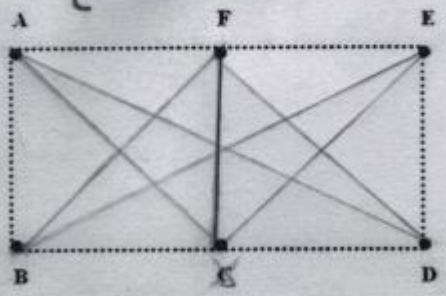


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	3	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

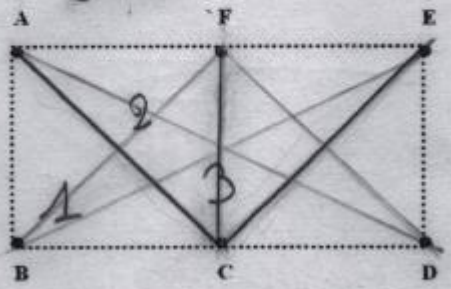


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	3	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

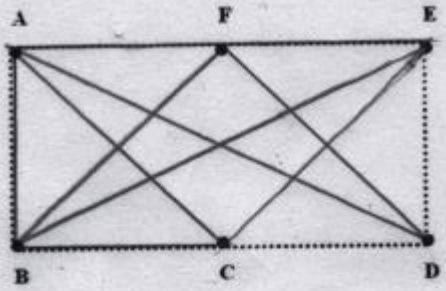


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	3	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

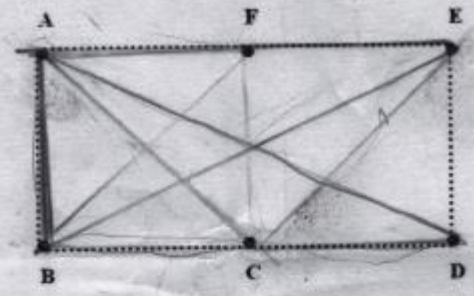


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	ABF AEF	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

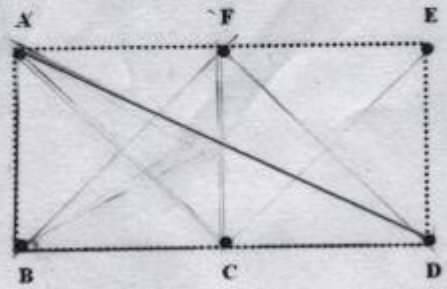


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
~~1~~2	3	3	123

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

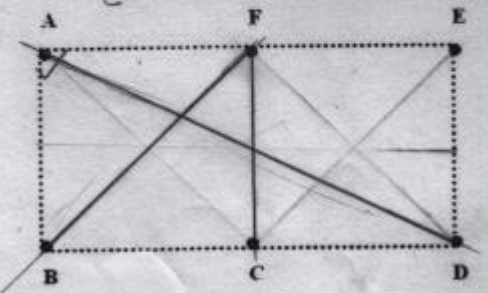


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
8	2	1	0

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

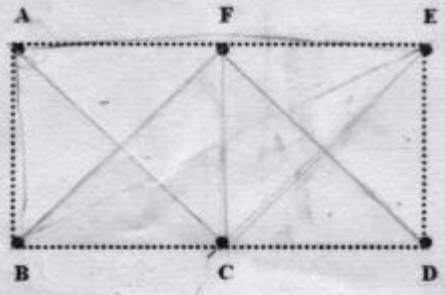


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	3	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.



Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	0	2

6p

Les triangles

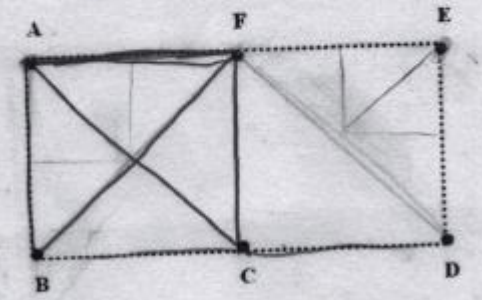
Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

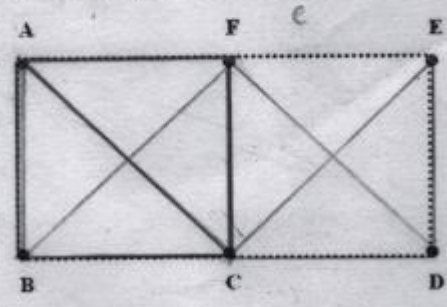


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	0

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

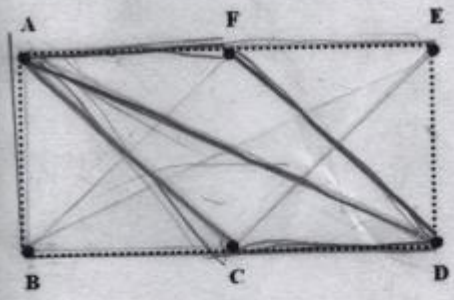


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	0

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

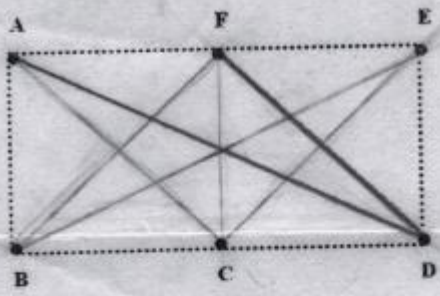


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	2	3	12

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

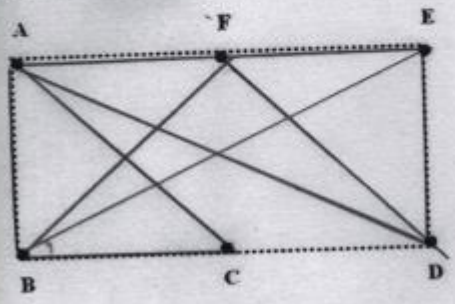


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
1	2	3	1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

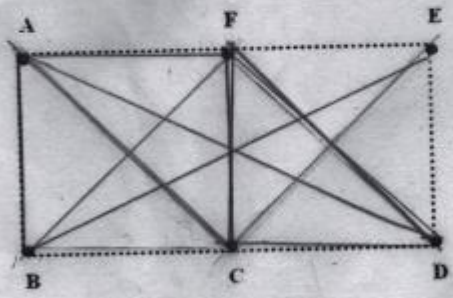


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Manger Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

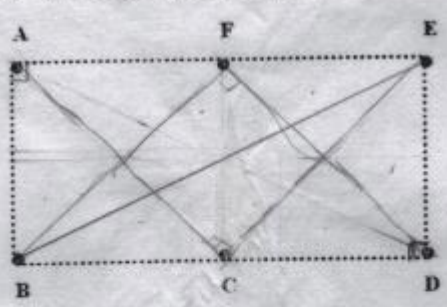


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	20

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

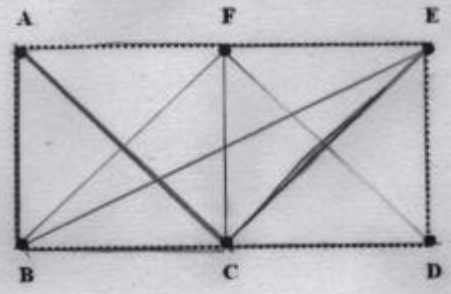


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

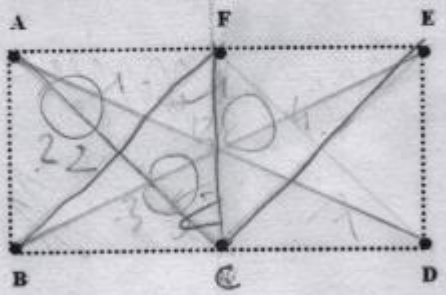


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

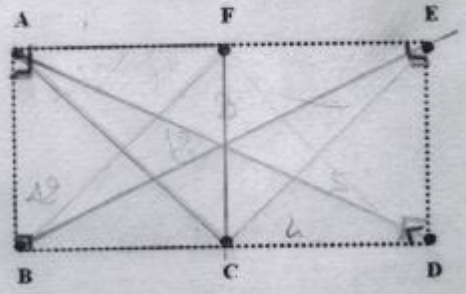


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et CDEF sont des carrés.

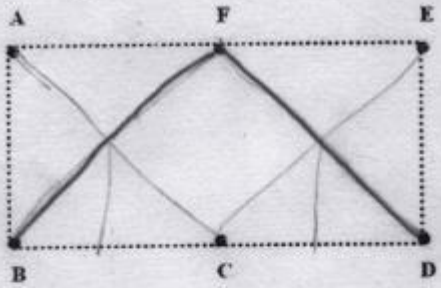


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

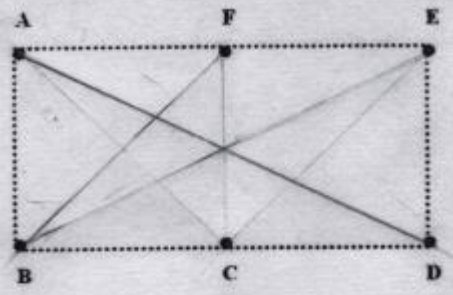


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0 3	3 2	4	2 1

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et DEF sont des carrés.

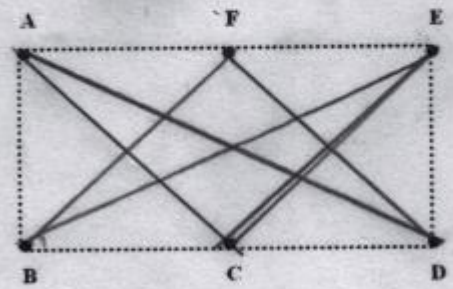


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.

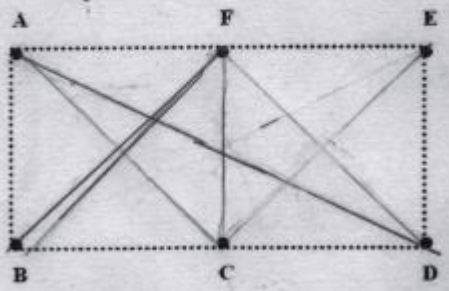


Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

Les triangles

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure.
ABCF et XDEF sont des carrés.



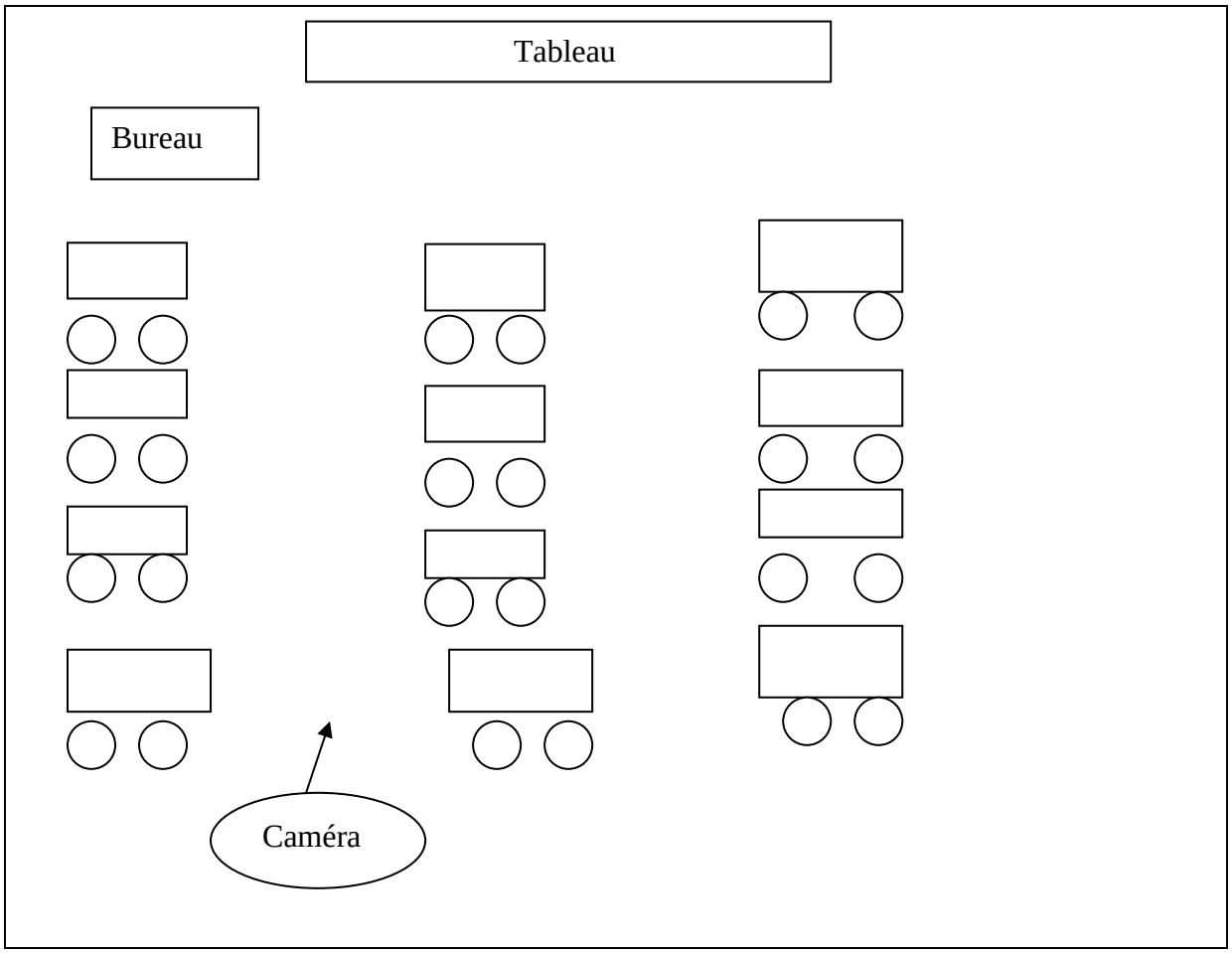
Écris la liste des triangles qui auront A et deux des cinq autres points pour sommets.
Combien de triangles as-tu trouvés ?
Classe ces triangles.

isocèles	rectangles	isocèles - rectangles	quelconques
0	3	4	2

ANNEXES C.4 Enseignant E4

Plan de la classe

Le schéma ci-dessous décrit la classe telle que nous l'observons lors de chacune des séances dans la classe de E4 :



Séance 1 (E4A *Le plus petit* et E4B *L'anniversaire*)

Transcription de la séance

00H00

1. E4 : alors, qu'est-ce qu'on a fait la dernière fois concernant les problèmes ?
2. Elève : euh … on avait des problèmes … on devait surligner avec un feutre vert les questions enfin les questions possibles.
3. E4 : tout le monde s'en rappelle ?
4. La plupart des élèves : oui !
5. E4 : est-ce que vous vous rappelez ce que j'ai dit pour aujourd'hui … qu'est-ce qu'on allait travailler aujourd'hui ?
6. Quelques élèves : les énoncés ? Les problèmes ?
7. E4 : donc aujourd'hui, on continue sur les problèmes bien sûr, sur les énoncés de problèmes. Hier, on a vu des choses sur des tables, il y avait beaucoup de chiffres, vous avez additionné, multiplié … vous avez vu que c'était pas aussi simple que ça. Donc aujourd'hui on travaille sur les énoncés qui n'ont plus de …
8. G : plus de sens…
9. E4 : enfin si il y a du sens mais il n'y a plus de nombres. Il va falloir être logique pour pouvoir le résoudre, d'accord ?

Un élève distribue les feuilles avec les énoncés

10. E4 : pour l'instant, on va les lire, vous allez mettre votre prénom, la date et vous lisez. Et après on donne les conditions de travail.

Lecture silencieuse

11. E4 : bon, on va lire ensemble, tout le monde a eu le temps de lire ?
12. Quelques élèves : non.

Attente de E4, lecture silencieuse.

00H03

13. E4 : qu'en pensez-vous ?
14. F1 : c'est différent des autres
15. E4 : qu'est-ce qui est différent des autres problèmes ? de ceux qu'on a vu avant.
16. F2 : il n'y a pas de nombre
17. E4 : j'ai pas de nombres, est-ce qu'on est quand même dans les problèmes ?
18. Plusieurs élèves : oui
19. E4 : pourquoi ?
20. F3 : ben parce que, parce ce qu'on cherche à résoudre quelque chose
21. F4 : c'est une enquête
22. E4 : ah, oui, on se croirait dans une enquête ?
23. Plusieurs élèves : non
24. E4 : non, on reverra avec Sherlock … ici, ce n'est pas une enquête mais quand même … comme le détective, vous allez être obligé de réfléchir et de déduire des choses… Qui me lit le premier énoncé ? … Vas-y.
25. G : dans une île, il y a deux royaumes. Dans chaque royaume, il y a trois villes et dans chaque ville, il y a quatre maisons. Combien y a-t-il de maisons sur cette île ?
26. E4 : alors, au niveau vocabulaire ? est-ce que ça va ? après vous chercherez comment faire… c'est bon ? … le numéro 2, Hugo.
27. H : cinq enfants se sont mesurés... que Vincent et Fiona.

28. E4 : vois-tu la question ?
29. H : qui est le plus grand ? Qui est le plus petit ?
30. E4 : oui … le petit dernier … Margaud.
31. M : pour l'anniversaire de … autour de la table.
32. E4 : ça va ?
33. Plusieurs élèves : oui
34. E4 : avez-vous regardé quand même le titre ?
35. G : les problèmes, s'aider d'un croquis
36. E4 : comment va-t-il falloir résoudre les problèmes ?
37. F : en faisant des dessins
38. E4 : oui, en faisant des dessins … alors moi, j'utilise un autre mot mais c'est la même chose qu'un dessin, je dis un croquis… est-ce que vous en avez d'autres ?
39. F : euh … des opérations.
40. E4 : des opérations ? Est-ce que là tu vas avoir à faire des opérations ?
41. F : euh …
42. G : non, parce qu'on n'a pas de nombres
43. E4 : on n'a pas de nombres, donc tu ne vas pas pouvoir, je pense, t'aider avec des opérations.
44. G : des illustrations
45. E4 : oui, voilà. Alors pour résoudre chaque problème, il va falloir que vous fassiez quoi ?
46. G : … des dessins
47. E4 : des croquis, des dessins… pour déduire petit à petit ce que vous cherchez… ça va pour tout le monde.
48. Plusieurs élèves : oui.
49. E4 : alors dans l'organisation, vous vous mettez par trois, les autres par deux. Anaïs, je la mets avec vous, vous l'aidez en lecture… donc ils t'apportent la lecture et toi, tu leur apportes la logique. On s'installe après. Pour faire votre travail, je donne une feuille pour le groupe, une feuille d'essai … pour essayer … pour tâtonner tout simplement, pour faire comme un cahier de brouillon… à vous de les utiliser si vous en avez besoin. Ça me permettra aussi à moi de les garder après. Donc on travaille par deux, on va distribuer, vous faites vos recherches sur le feuille et quand vous l'avez, vous recopiez ce que vous avez trouvé sur la … feuille réponse… Vous pensez donc que sur la feuille, il faut mettre quoi ? … sur la feuille au propre …
50. G : eh ben… il faut mettre les illustrations
51. E4 : ben oui… très bien, l'illustration qui vous a permis de trouver … et puis ?
52. G : la réponse.
53. E4 : la réponse, Oui. Je vous laisse 20 minutes de recherche à peu près. *(E4 distribue des feuilles blanches aux binômes)*

00H11

Début de la recherche en binôme ou par trois.

00H24

54. E4 : à mon avis, je vais vous laisser plus de temps. (*E4 circule dans la classe et regarde ce qu'ont fait les élèves*)

00H27

55. E4 : est-ce que vous avez fait au moins le premier ? Cela m'a l'air plus casse-tête que prévu ! Faites des croquis, on n'est pas en dessin artistique. Il faut aller plus vite, les personnages par exemple, n'ont pas besoin de cheveux.

00H30

56. E4 : je vous laisse encore 10 minutes ou pas ?

57. Plusieurs élèves : oui.
58. E4 : ne perdez pas de temps dans les détails jolis du dessin, c'est une aide, le dessin. Allez, au maximum jusqu'à 50 et après on regarde ce qu'on a trouvé.

00H35

59. E4 : il vous reste 5 minutes. Pour la plupart, ça a l'air d'avancer, ça va aller. Oui recopiez votre schéma, on va bientôt s'arrêter.

00H41

60. E4 : posez les crayons, votre feuille de brouillon va servir aussi de support pour les explications… Vous en faîtes pas souvent plus de 30 minutes comme ça, concentrés dans l'activité. Qu'est-ce que vous en pensez de ce problème ?
61. G1 : bien
62. F1 : ça passe vite finalement
63. E4 : est-ce qu'il y en a qui n'ont pas réussi à en faire du tout ? Oui, vous en avez fait un… et ta voisine a fait le 2 …par moment, comme le temps passe vite, il y a des groupes où il y en a qui ont lâché leur voisin pour aller plus vite aussi, parce qu'ils avaient envie de finir … 30 minutes cela fait court finalement pour tout ça. Tout le monde a réussi à faire quelque chose …
64. Plusieurs élèves : oui
65. E4 : donc on va regarder ce que vous avez fait. Quelle était votre difficulté en général dans tous les groupes ? Et je vous l'ai redit.
66. Sylvain : on a été un peu long sur les dessins
67. E4 : oui n'oubliez pas, votre dessin doit vous aider … à quoi ?
68. S : à résoudre le problème
69. E4 : voilà, il doit vous aider à résoudre le problème, ce n'est pas un dessin qu'on va s 'amuser à faire comme en arts plastiques, parce qu'il va être affiché, colorié. Donc faites attention, petit à petit, on va regarder aussi comment on peut faire des dessins qui sont de plus en plus simples, simplifiés qui ressemblent plus à des croquis. Qui est-ce qui veut aller proposer sa solution et au passage sa façon de dessiner ? (6 mains se lèvent, Bafoudé est désigné par E4 et va au tableau)
70. E4 : vas-y … F2, tu nous dictes l'énoncé qu'il puisse faire … petite astuce aussi, certains ne faisaient pas au fur et à mesure, donc … vas-y.
71. F *lit* : Sur une île, il y a deux royaumes. *B dessine*.
72. F : il y a trois villes et il y a 4 maisons (*B dessine les maisons, s'appliquent, tranquillement*)
73. E4 : sylvain, veux-tu aller faire la même chose à côté, s'il te plaît ? chut …

S se déplace, dessine en 15 secondes et retourne à sa place, B continue à dessiner des maisons.

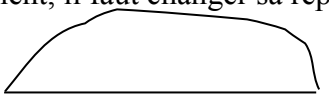
74. E4 : et la phrase réponse ?

S retourne au tableau et écrit « Il y a 24 maisons »

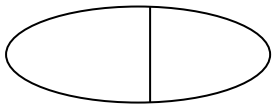
75. E4 : alors, voilà deux façons de faire … Quel est le plus joli dessin ?
76. G2 : celui de Bafoudé
77. E4 : oui, celui de Bafoudé, il a fait les châteaux et tout ça … Quel est le plus pratique, le plus rapide en mathématiques ?
78. G2 : celui de S
79. E4 : pourquoi ?
80. F3 : ça prend pas de temps
81. E4 : oui, ça prend pas de temps
82. F4 : il n'y a pas de détails
83. E4 : non … (Bafoudé termine son dessin, E4 s'approche du schéma de S) Qu'est-ce que ça représente là ?

84. G3 : une île

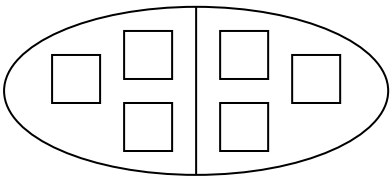
85. E4 : donc, il y a un moment, il faut changer sa représentation, il y en a qui voit l'île comme ça. *E4 dessine* :



86. E4 : et là (*en montrant le schéma de S*) on voit l'île comment ?
87. G3 : du haut
88. E4 : oui, du haut. J'ai une île donc après il y a les royaumes, certains ont coupé plutôt comme ça. *E4 dessine* :



89. E4 : à l'intérieur voilà, j'ai trois villes, on peut faire des ronds, on peut faire quoi , vous , vous avez fait autre chose ?
90. F4 : des carrés
91. E4 : eux ont fait des carrés…



92. … et après les maisons, là, les points, vous êtes allés vraiment au plus rapide, on va dire. Certains sont quand même aller faire leurs petites maisons, est-ce que tu arrives à 24 quand même Bafoudé ?
93. B : oui (*il écrit 24 au centre de son dessin*)
94. E4 : donc les deux sont très bien mais …
95. F6 : celui de B, il est pas facile …
96. E4 : ben, les deux royaumes pour lui, c'est un château pour chaque, chaque roi donc il faut rentrer dans sa tête ensuite autour des royaumes, il a bien installé les villes, les maisons … mais alors, peut-être, est-ce que c'est un peu moins lisible, un peu moins facile à faire … Bon, est-ce que tout le monde a trouvé 24 ?
97. Plusieurs élèves : oui.

00H51

98. E4 : alors, on enchaîne. Le suivant. Avant de mettre la solution, je voudrais les différentes représentations, qu'est-ce que vous avez choisi comme dessin pour faire vos personnages ? (*E4 fait le tour de la classe, observe les dessins*) Tiens, va en faire un… Vas faire aussi le tien … ah et toi aussi … juste les dessins … vous avez choisi de les dessiner comment vos personnages ? Mettez-les là.

3 élèves vont au tableau.

99. E4 : vous savez pourquoi j'envoie des élèves différents au tableau ?
100. F6 : ben, parce qu'il y en a un qui va être plus simple.
101. E4 : voilà, et on va utiliser celui qui est le plus simple ; bon, les filles, c'est un peu long, non ? Merci, … allez à vos places. Alors lequel est le plus rapide et lequel allez-vous choisir pour la suite ?
102. S : celui de F2
103. E4 : pourquoi ?
104. S : parce que c'est rapide, juste la tête est plus longue

105. E4 : et on oublie pas, on fait pas des dessins, on est dans un croquis, un schéma. Qu'est-ce qu'on peut enlever encore ?
106. G3 : ben, la tête
107. E4 : oui, on peut faire simplement ça. *E4 fait un schéma.*
108. E4 : que pensez-vous de celui-ci ? (*E4 montre celui de F3*) Il est bien aussi, on travaille par rapport à quoi dans le deuxième exercice ?
109. G3 : à la longueur, à la grandeur
110. E4 : oui, la longueur, la grandeur. Donc avec ce schéma, est-ce que je peux travailler sur la longueur ?
111. G : ah, ben non, parce que y a que la tête
112. E4 : oui, l'absence de corps va nous poser un petit problème donc qui vient résoudre, en simplifiant ? Elsa ? (*Elsa va au tableau*)
113. E4 : il faut lui lire l'énoncé pour qu'elle vous le dessine au fur et à mesure
114. F6 : pour l'anniversaire de Matthieu, cinq enfants … (*Elsa dessine*)
115. Plusieurs élèves : non
116. F6 : Marion est moins grand que Vincent
117. E4 : on vérifie si sa logique est bonne
118. F6 : Marion est moins grande que Vincent, que Fiona et que Arthur …
119. E4 : ça veut dire que la moins grande des trois, c'est la plus ?
120. G : petite
121. E4 : est-ce que ça se voit que Marion est la plus petite ?
122. Plusieurs élèves : non.
123. E4 : il y a une petite astuce à faire … (*Elsa efface le personnage de M et le redessine, plus petit que V)*
124. E4 : on part d'où pour mesurer la taille ?
125. Plusieurs élèves : du bas, de haut en bas. (*Elsa efface le personnage de F, redessine un personnage plus grand que V, les pieds étant alignés, de même pour Arthur*)
126. E4 : regardez ici, (*E4 se place à côté d'Elsa*) quand je me mesure à côté de Elsa, qui est la plus grande ?
127. plusieurs élèves : c'est toi
128. E4 : oui, c'est moi, on part toutes les deux de quel endroit ?
129. G : des pieds
130. E4 : on part, oui, des pieds, c'est ce qui nous manque sur certains dessins, il faut mettre tout le monde sur le même départ. (*E4 dessine un trait rouge, horizontal, pour souligner l'alignement des pieds des quatre personnages*) Tout à l'heure le petit, ses pieds arrivaient ici, plus haut donc faîtes votre repère en bas. Bon, Marion est la plus petite par rapport aux trois, ensuite, on va ajouter des informations, tu continues.
131. F6 : Théo est moins grand que Marion (*Elsa dessine*)
132. F6 : Arthur est moins grand que Vincent et Fiona (*Elsa efface le F puis le V et place A – V – F*)
133. F6 : le plus petit est Théo. (*Elsa marque un T au-dessus du plus petit personnage puis écrit : Théo est le plus petit, Fiona est la plus grande*)
134. E4 : alors, le dernier groupe, je vais vous envoyer pour la fameuse table d'anniversaire. Qui n'a pas réussi à faire celui-ci ?
135. G9 : nous
136. E4 : par manque de temps ou … vous n'avez pas réussi du tout ?
137. G10 : par manque de temps
138. E4 : bon, vous allez essayer de suivre avec eux… Allez, à toi, tu lis et toi, au tableau.

139. G12 : pour l'anniversaire de Matthieu, …
140. E4 : attend une minute, Qu'est-ce qu'il peut déjà faire ?
141. G10 : la table (*G11 dessine à main levée un cercle*)
142. F5 : et des chaises… si des chaises (*G11 représente les chaises par des carrés*)
143. E4 : alors, ça c'est un dessin qui est déjà construit. En général, vous ne les faîtes pas comme vos dessins.
144. G12 : Matthieu est entre deux filles et en face d'Alexandre… (*G11 dessine des personnages dans chaque carré*)
145. E4 : attends, attends, bon, il nous met les petits personnages qui sont assis. (*G11 hésite puis place M*)
146. G12 : Alexandre est à gauche de Margot … est entre Alexandre et Audrey (*G11 continue son dessin*)
147. E4 : c'est bon ? Maxime, tu vérifies ? Alors, il y avait un souci pour Wendy qui n'était pas nommée… on la trouvait comment Wendy ?
148. Maxime : à la fin, il ne restait plus qu'une place.
149. E4 : eh oui, tout le monde a trouvé ça ?
150. F5 : ben nous, on a inversé
151. E4 : ah oui, vous avez mis Alexandre en haut et Margot en bas … Levez la main, ceux qui avait eu le temps de tout le faire celui-là ? Ah oui, quand même, et qui a eu bon ? Bon, très bien, et j'ai plein de sourires, cela fait plaisir. Est-ce que vous avez des choses à ajouter sur ces trois problèmes ?

00H59

152. Des élèves : c'est très bien.
153. E4 : on en a d'autres à faire.
154. Plusieurs élèves : quand ?
155. E4 : euh, pas cette semaine… peut-être un vendredi … Mais bon, quelles sont les choses à retenir ? Qu'est-ce qu'il faut faire pour les réussir ? Qu'avez-vous retenu de l'organisation ?
156. Plusieurs mains se lèvent : quand tu lis, il y a des indications et on les fait tout de suite.
157. E4 : oui, on les fait tout de suite sinon on s'embrouille
158. F4 : il faut se faire un dessin et faire attention à faire ce qu'on dit.
159. E4 : alors, faire un dessin, faire tout de suite les indications …
160. Maxime : ne pas faire trop compliqué.
161. E4 : oui, si j'ai besoin de bonhommes, je peux les simplifier, d'accord, si j'ai une île, j'ai vu des débuts d'îles très jolies, j'ai des personnages très beaux mais en mathématiques, il faut aller au plus rapide. Cela peut être un rond ou alors une maison mais je fais une maison le plus simple possible… N'oubliez pas, votre dessin doit vous aider… à résoudre le problème. Bon, c'est très bien, vous avez très bien travaillé, on range...

01H01

Séance 2 (E4C *La bûche,* E4D *Le cirque*)

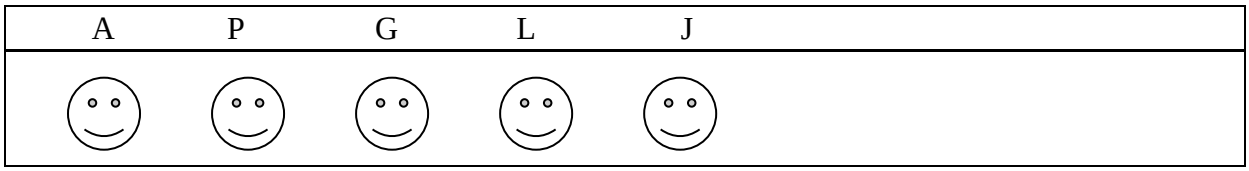
Transcription de la séance

00H00

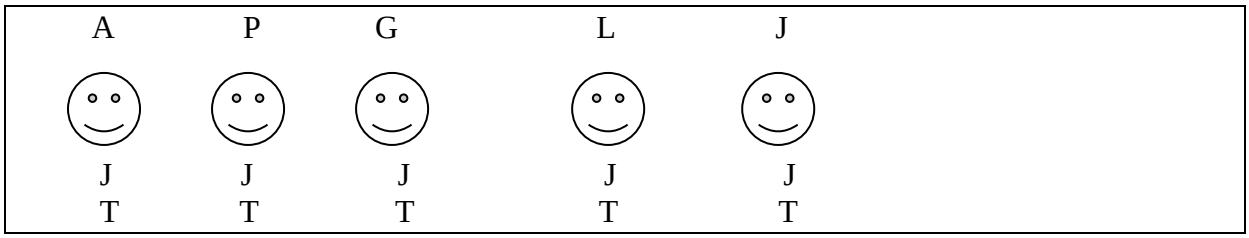
1. E4 : voilà, vous êtes prêts ? Il me faut plus rien sur les tables. Ce matin, on était partis sur des groupes de trois. Donc on continue… Oui, 21, c'est bon. Alors qui peut dire quel genre de travail, on va réaliser ? Elsa ?
2. Elsa : on va travailler en équipe.
3. E4 : pour quel travail ?
4. F1 : eh bien, on va chercher de son côté et après, il faut qu'on décide quelle solution on garde pour l'équipe.
5. E4 : ah oui, il faut se décider quand on travaille en équipe, si il y en a qui pense différemment, on voit si ça peut fonctionner ou pas. Mais à quoi ça va servir ça ? C'est pour discuter entre nous ? C'est pour faire quoi ?
6. G1 : ah oui … on a vu … c'est pour résoudre un problème.
7. E4 : pour résoudre un problème donc … là, vous en avez deux problèmes : un, vous allez voir, pour se mettre en route et un deuxième, qui est un peu de la logique… D'accord ? Pour résoudre le deuxième, est-ce qu'il faut des opérations ?
8. F1 : ben … peut-être
9. G1 : on va faire de tête
10. E4 : oui et on peut aussi s'aider de …
11. F2 : ah des dessins
12. E4 : des croquis, on peut s'aider de croquis et puis on en déduit des choses … Pour les groupes, ce sont juste les chaises qui se retournent … Allez, je vous laisse vous installez, mettez-vous … allez vite… chut (*E4 les laisse s'installer par affinités*)
13. 00H07
14. E4 : alors, vous êtes installés… ça y est … tout le monde est prêt ?
15. Plusieurs élèves : oui
16. E4 : alors, on y va… donc, je vous donne une feuille qui va prendre les trois prénoms… pour donner votre réponse … à côté, vous pouvez prendre une autre feuille pour tâtonner, pour chercher tranquillement. Là, vous faîtes vos recherches et une fois que vous avez obtenu quelque chose, vous remettez au propre sur cette feuille-là. Là, sur ma feuille, qu'est-ce qui m'intéresse moi ?
17. F3 : sur la feuille, on peut mettre des opérations
18. E4 : oui … et … Victor ?
19. V : les prénoms
20. E4 : non, on l'a déjà dit ça
21. V : les calculs
22. E4 : alors les calculs … mais tu vas voir, tu vas être ennuyé car … tu vas voir … pour faire des calculs, il faut avoir …
23. F3 : des chiffres, des nombres
24. E4 : eh oui, et là aujourd'hui, c'est un problème de logique, c'est un peu différent. Donc deux problèmes … vous n'oubliez pas une phrase réponse aussi … ça va ?
25. Plusieurs élèves : oui
26. E4 : je vous rappelle que dans les groupes, on parle normalement, sinon on va plus s'entendre, sinon ça va faire beaucoup de bruit… donc pensez à chuchoter. Allez, je distribue. On va lire ensemble les énoncés et après, je vous laisserai chercher. Chut …

les prénoms sont marqués ? la date, le 27,11. Est-ce que tout le monde est prêt pour la lecture ? chut … on y va … regardez par ici, qui veut lire ?
27. Plusieurs mains se lèvent.
28. E4 : Lenny, allez, on écoute … s'il y a des questions de vocabulaire, c'est à ce moment-là qu'il faut les poser, c'est pas après.
29. Lenny : un pâtissier coupe …
30. E4 : ça va pour tout le monde ?
31. Plusieurs élèves : oui
32. E4 : tout le monde voit ce que c'est une bûche ?
33. Plusieurs élèves : oui, c'est comme à Noël.
34. E4 : oui, ça a une forme comment ?
35. G2 : ben c'est long … ça ressemble à un bois coupé.
36. E4 : eh oui, comme une bûche de bois. Deuxième lecture.
37. G : E4, on sera obligé de faire un dessin ?
38. E4 : la question, c'est pas d'être obligé ou pas. C'est que tu dois bien partir dans une direction et après … d'accord ? … Alors qui va lire ? Chut … vas-y.
39. F2 lit l'énoncé.
40. E4 : alors, j'ai combien de personnages là ?
41. F2 : euh, 5
42. E4 : 5. .., Pedro, Juan, Gina et Anna. Artistes au cirque. Un jongleur, un trapéziste, un dompteur, un clown et aussi un acrobate. Bon, ça va pour tout le monde ?
43. Plusieurs élèves : oui
44. E4 : ah … faites attention, il dit dompteur mais …
45. F3 : ça peut être une dompteuse.
46. E4 : ça peut être une dompteuse donc n'oubliez pas, c'est écrit au masculin mais dans votre personnage, vous avez combien de garçons, d'hommes ?
47. F3 : 2
48. E4 : euh ? Lorie ?
49. Lorie : 3
50. E4 : quels sont les noms des hommes ? Matéo ?
51. M : je ne sais pas
52. E4 : quels sont les noms des trois hommes ?
53. G3 : Louis, Pedro et Juan.
54. E4 : Juan … trois garçons et combien de filles ?
55. G3 : 2
56. E4 : c'est 2. Le nom de leur métier est toujours donné au masculin mais n'oubliez pas que ça peut être aussi des filles. Alors … pour le petit jeu de logique, à vous de trouver qui est qui. C'est un garçon qui est clown, une fille est trapéziste, Pédro est le mari de l'acrobate, Anna est sa sœur, louis est le cousin dompteur, le jongleur a sa caravane près de celle de louis et de celle de Juan. Retrouve la spécialité de chacun. C'est quoi une spécialité ?
57. Plusieurs mains se lèvent.
58. G4 : c'est par exemple, quelqu'un qui sait mieux faire quelque chose que les autres.
59. E4 : oui mais là, c'est quoi exactement une spécialité ?
60. G5 : le métier.
61. E4 : oui, très bien. Cela veut dire, retrouve le métier de chacun. Je vous laisse vingt minutes. Donc prenez le temps et … bon courage.
62. 00h20
63. Recherche des élèves.
64. 00H40

65. E4 : bon, on va s'arrêter là… vous avez fini ? … alors, rapidement, on fait le point. Sur le premier petit problème … qui est là surtout pour s'échauffer … combien vous pensez ….combien il a fait de parts ?
66. Adèle : 3 parts
67. Benny : ben … 3 parts et … en fin quand il coupe cela fait deux parts donc …
68. E4 : oui quand il coupe une fois, il obtient à chaque fois deux parts… Benny, viens nous montrer… (B au tableau) …Dessine-nous la bûche. (B dessine la forme d'un cylindre et le partage en quatre portions non équivalentes) Alors explique-nous.
69. B : ben, si il coupe trois fois, un, deux et trois… comme ça… et ça fait un, deux, trois quatre… quatre parts.
70. E4 : oui quatre parts … Combien ont trouvé 4 ?
71. *La plupart des mains se lèvent. Seul un groupe n'a pas trouvé 4, dans ce groupe, seule Adèle ne lève pas la main.*
72. E4 : Adèle ? tu avais trouvé ?
73. A : 3
74. E4 : ah oui, trois. Mais maintenant c'est bon ou pas ?
75. A : oui, on s'est trompé…
76. E4 : alors … Benny, écris la phrase réponse (B écrit « 4 parts de bûche ») … voilà
77. 00H43
78. E4 : d'accord. Maintenant, pour le deuxième problème … est-ce que vous avez pu trouver la solution ? Qui va nous expliquer son travail ? parce que j'ai vu des choses intéressantes.
79. Des mains se lèvent
80. E4 : Margot …alors, viens.
81. M : on a fait des listes
82. E4 : montre-nous … quelles listes ?
83. M *dessine cinq « têtes » au tableau et indique par une initiale le prénom de chaque artiste* :



84. E4 : oui, ça suffit comme dessin, j'ai vu dans un groupe, des dessins du trapèze, ou d'un jongleur avec des balles ... qu'est-ce qu'on a déjà dit sur les dessins ?
85. G : ben, des dessins tout simples
86. E4 : oui, il faut simplifier pour aller plus vite en mathématiques. Pas besoin du bonhomme en entier, des mains, des cheveux etc. Là par exemple, les têtes comme ça, ça suffit.
87. M *continue à écrire au tableau sous chaque têtes* :



C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
A	A	A	A	A

88. E4 : alors, Margot, tu nous expliques ?
89. M : ben, on a mis tous les métiers … Tous les métiers possibles. Jongleur, trapéziste, etc.
90. E4 : oui, et après …
91. M : ben, on a barré ce qui ne va pas.
92. E4 : mais comment vous avez trouvé ce qui ne va pas comme tu dis ? Qu'est-ce que vous avez fait ?
93. Margot : ben si on lit, un garçon est clown donc on peut barrer clown pour les filles. Et après … une fille est trapéziste donc c'est pareil, on peut barrer trapéziste pour les garçons. Et ainsi de suite, on lit et on barre.
94. E4 : euh, …oui… on va regarder ça pour bien comprendre. Alors, tu dis, les filles ne sont pas clown donc tu barres … oui et les garçons ne sont pas trapézistes donc on barre aussi, oui

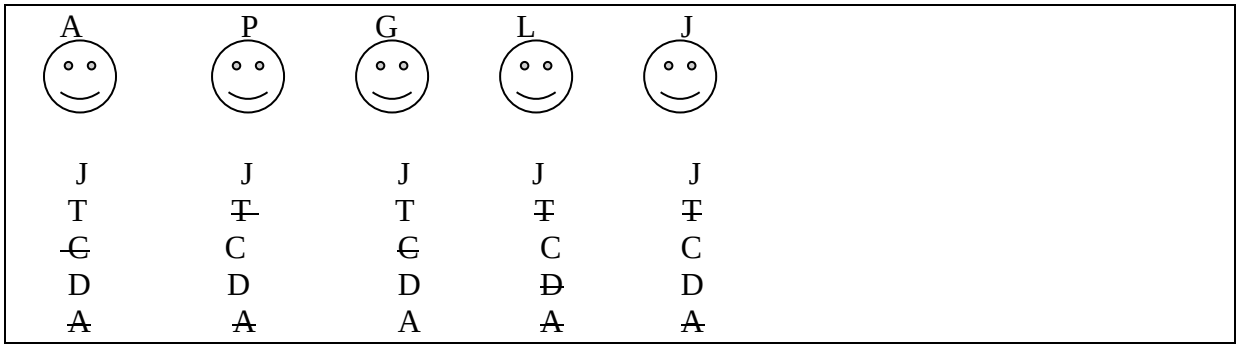
A	P	G	L	J
J	J	J	J	J
T	~~T~~	T	~~T~~	~~T~~
~~C~~	C	~~C~~	C	C
D	D	D	D	D
A	A	A	A	A

95. E4 : alors, après… tiens Matéo, tu nous lis la suite …
96. Mat : euh …
97. E4 : Pedro …
98. Mat : Pedro est le mari de l'acrobate et Anna est sa sœur.
99. E4 : donc ? qu'est-ce qu'on peut barrer ici ?
100. M : Pedro n'est pas acrobate et Anna non plus, puisque c'est sa sœur.
101. E4 : oui alors, tu barres

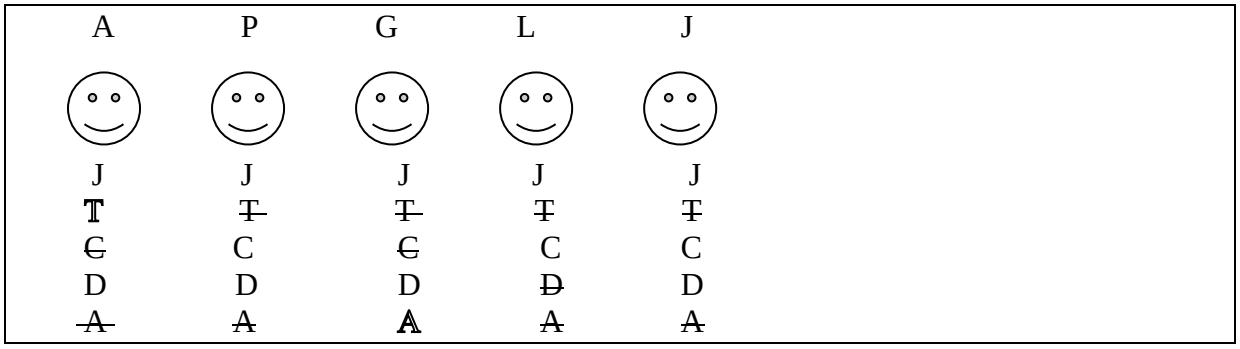
A	P	G	L	J
J	J	J	J	J
T	~~T~~	T	~~T~~	~~T~~
~~C~~	C	~~C~~	C	C
D	D	D	D	D
~~A~~	~~A~~	A	A	A

102. E4 : Matéo, tu continues
103. Mat : Louis est le cousin du dompteur. Le jongleur…
104. E4 : attends, si Louis est le cousin du dompteur alors il n'est pas ?
105. Plusieurs élèves : dompteur

106. E4 : oui, alors on barre aussi dompteur pour Louis… mais on a pas oublié un truc, là ?
107. G : si … si ils disent le mari de l'acrobate, ça veut dire l'acrobate est le femme, c'est une fille.
108. E4 : oui et donc tu en déduis quoi ?
109. G : ben … on n'a pas de garçon acrobate
110. E4 : voilà, parfait, pas de garçon acrobate donc on barre acrobate pour les garçons … alors qu'est-ce qui reste finalement ?



111. F : ben, Gina est acrobate.
112. E4 : ah oui, ça y est, on sait que Gina est acrobate...
113. G : donc Anna est trapèze
114. E4 : trapéziste, Anna est trapéziste. Et donc on peut le barrer sur tous les autres…vas-y Margot.



115. E4 : alors Matéo, on termine.
116. Mat : le jongleur a sa caravane entre celle de Louis et celle de Juan
117. E4 : alors qu'est-ce que ça veut dire ?
118. Silence
119. E4 : si le jongleur a sa caravane entre celle de louis et de Juan, qui est le jongleur ?
120. M : ah ben, on a trouvé Pédro.
121. E4 : cela ne peut pas être Juan et Louis, cela ne peut pas être Gina et Anna donc il reste Pédro.
122. M : du coup, Il reste Louis qui est clown et … donc … Juan est le dompteur. Et on a tout.
123. 01H00

124. E4 : oui voilà alors, on regarde. Anna est Trapéziste, Pédro est jongleur, Gina est … oui, Acrobate, Louis est clown et pour finir Juan est dompteur. Bon ben voilà, c'est fait. .. Ah, il faut bien s'organiser et se concentrer c'est sûr.

125. M : mais finalement, les dessins, ça sert à rien là…

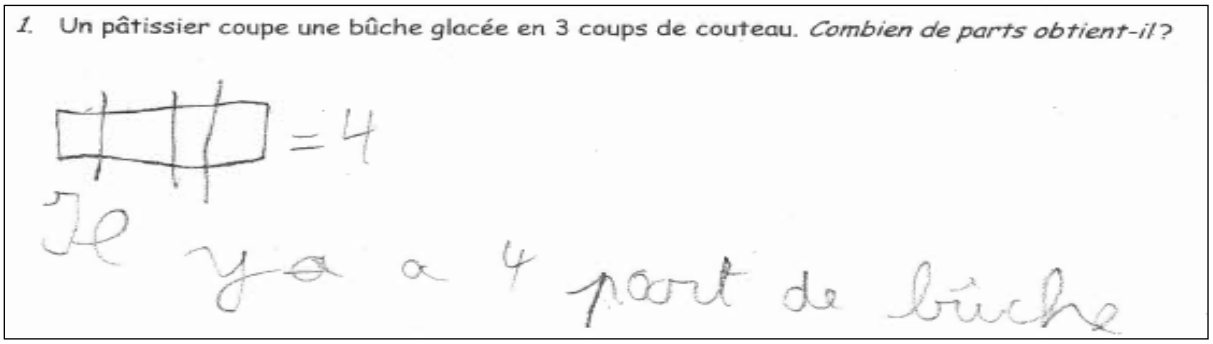
126. E4 : oui, c'est vrai, on n'est pas obligé là de faire des dessins, il faut surtout bien s'organiser… peut-être lire et écrire ce que cela veut dire… pas à pas, vous voyez. Mais la liste là, que j'ai vu chez un ou deux groupes, c'est bien, c'est pratique … ça peut être une astuce pour ce genre de problèmes, pour tout le monde. Bon … ça va ? Vous avez des questions ? Vous aviez trouvé ça,

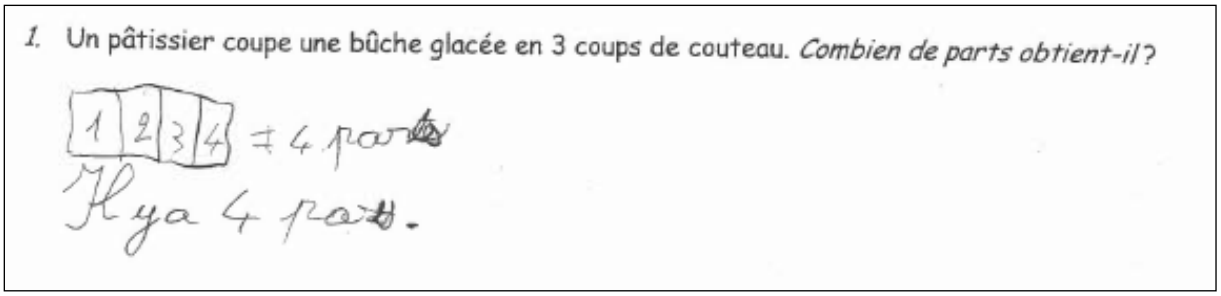
127. Plusieurs élèves : oui.

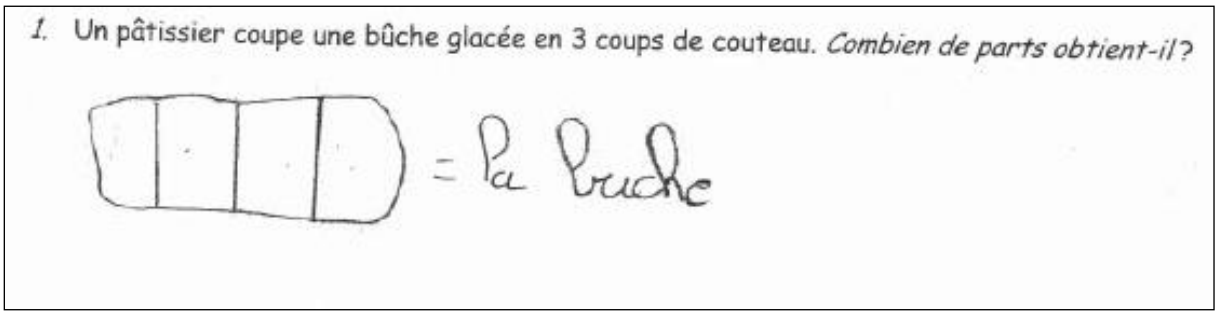
128. E4 : d'accord, alors, on arrête là. Encore une fois, vous avez très bien cherché, c'est bien. Allez, on range tout.

01H02

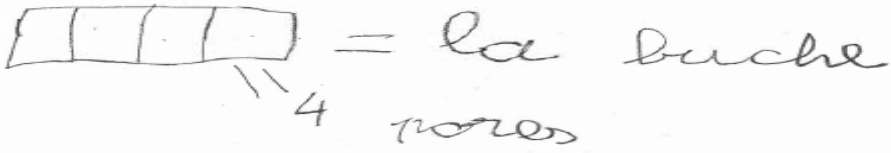
Travaux d'élèves (E4C *La bûche*)





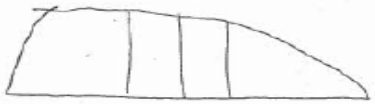


1. Un pâtissier coupe une bûche glacée en 3 coups de couteau. *Combien de parts obtient-il ?*

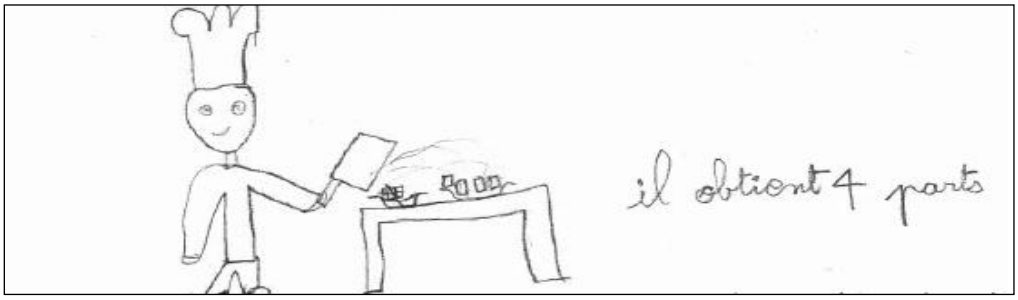


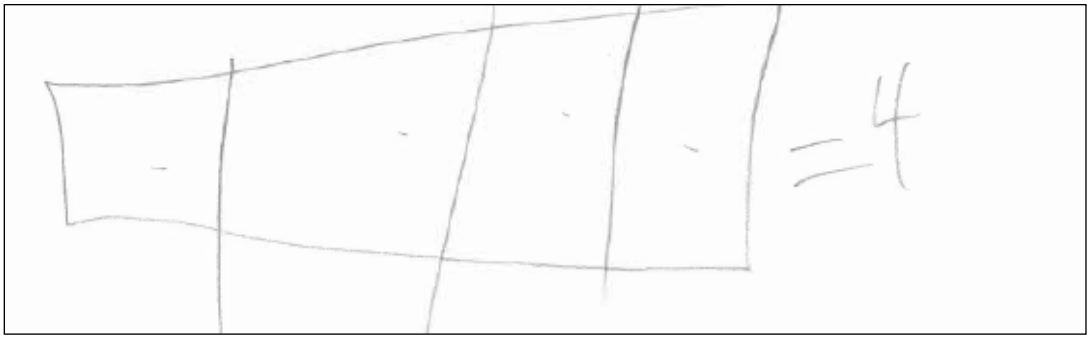
1. Un pâtissier coupe une bûche glacée en 3 coups de couteau. *Combien de parts obtient-il ?*

3 + 1 = 4

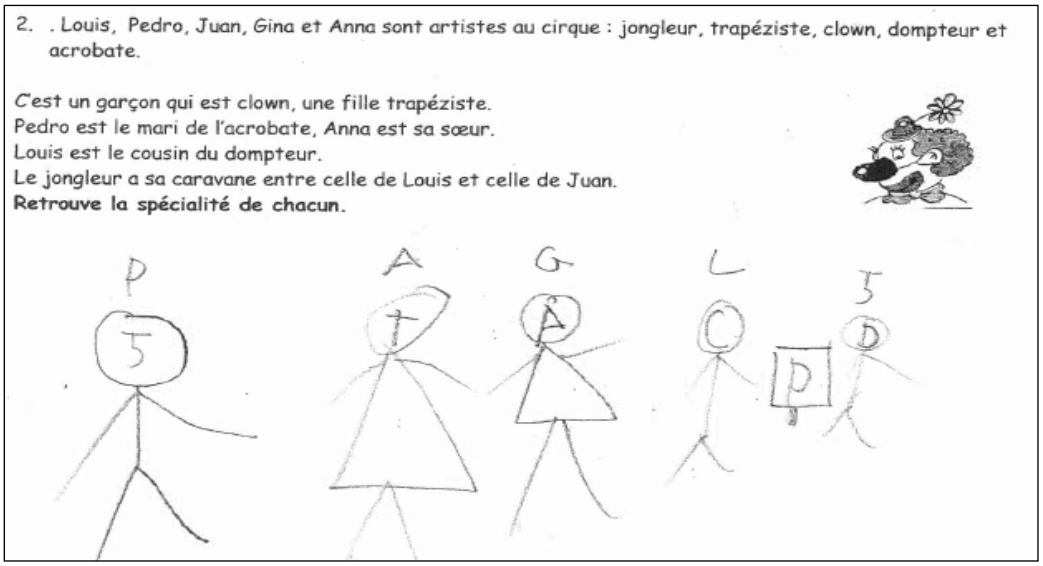


Il a 4 parts.



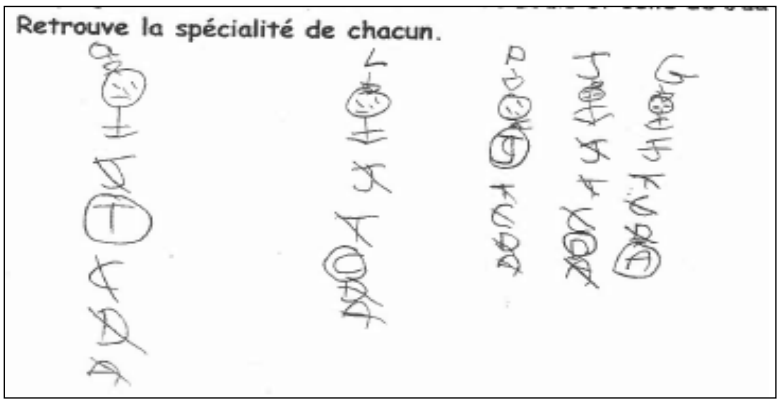


Travaux d'élèves (E4D *Le cirque*)

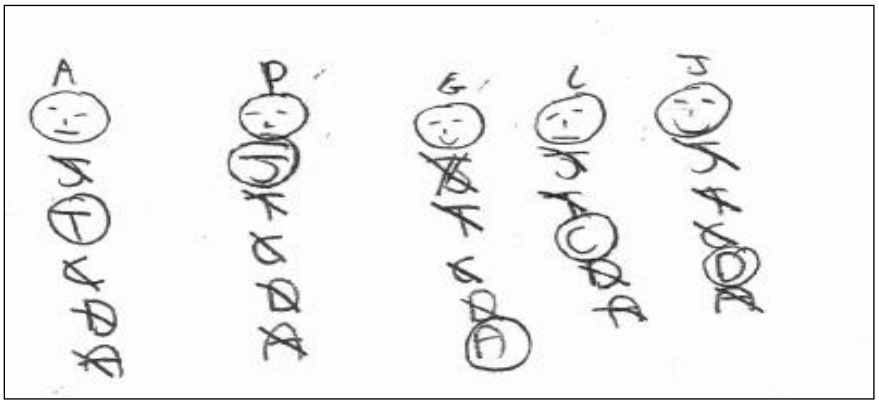


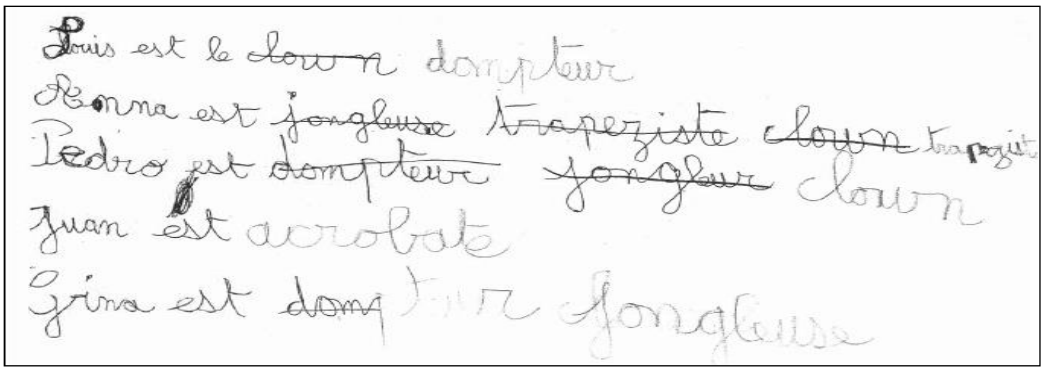
2. . Louis, Pedro, Juan, Gina et Anna sont artistes au cirque : jongleur, trapéziste, clown, dompteur et acrobate.

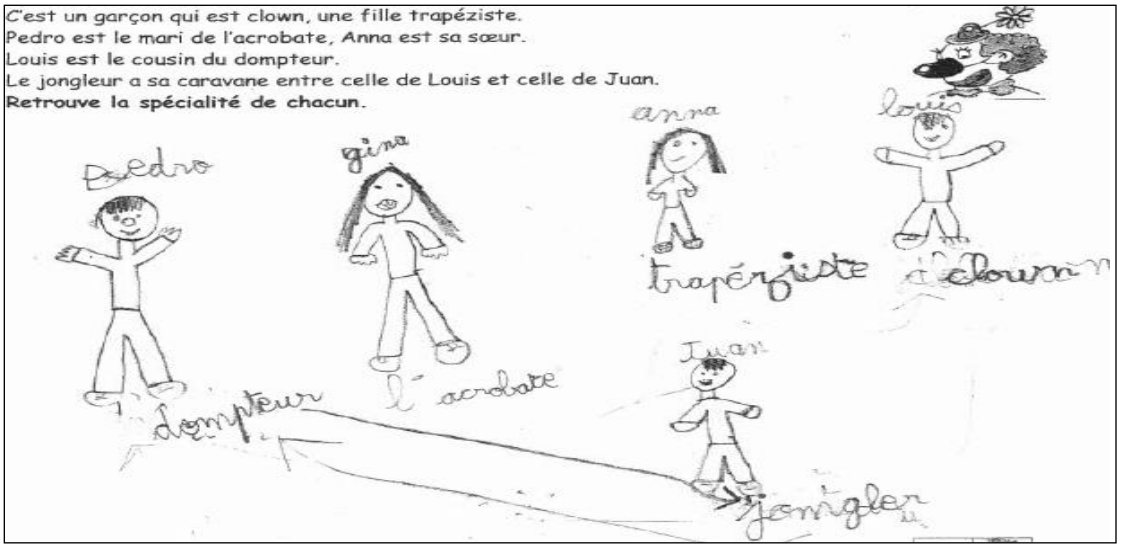
C'est un garçon qui est clown, une fille trapéziste.
Pedro est le mari de l'acrobate, Anna est sa sœur.
Louis est le cousin du dompteur.
Le jongleur a sa caravane entre celle de Louis et celle de Juan.
Retrouve la spécialité de chacun.

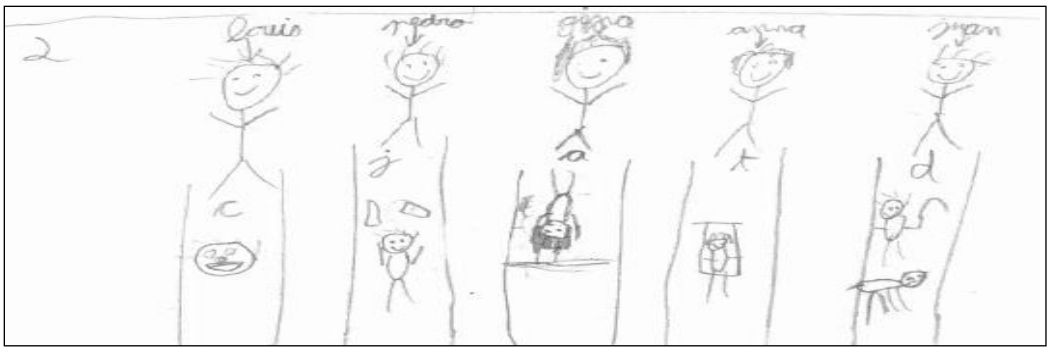


Retrouve la spécialité de chacun.




Louis est le ~~clown~~ dompteur
Anna est ~~jongleuse~~ trapeziste ~~clown~~
Pedro ~~est dompteur~~ ~~jongleur~~ clown
Juan est acrobate
Gina est ~~dompteur~~ jongleuse


C'est un garçon qui est clown, une fille trapéziste.
Pedro est le mari de l'acrobate, Anna est sa sœur.
Louis est le cousin du dompteur.
Le jongleur a sa caravane entre celle de Louis et celle de Juan.
Retrouve la spécialité de chacun.
Pedro
gina
anna
louis
trapéziste
clown
dompteur
l'acrobate
Juan
jongler



Séance 3 (Rallye 1)

Transcription de la séance

00H00

1. E4 : bon, alors aujourd'hui, on va faire des problèmes mais un peu différemment des autres fois. Alors, regardez. Je vais vous donner une feuille avec des problèmes, avec 7 problèmes.
2. F2 : ah !
3. E4 : oui, 7 problèmes. Vous allez les faire tous ensemble. Je veux dire à toute la classe. C'est comme un rallye mathématique…
4. G1 : ah oui, on a déjà fait un rallye lecture.
5. E4 : oui, mais là, vous allez tous chercher les problèmes, puis vous allez vous mettre d 'accord sur les solutions, discutez pour choisir la bonne solution. Quand vous l'aurez trouvée, vous écrirez la solution sur la feuille réponse. Il y a une seule feuille réponse pour toute la classe. Alors il va vraiment falloir vous mettre d'accord…
6. G2 : et ça dure combien de temps ?
7. E4 : eh bien, je vais vous distribuer les feuilles, vous allez vous installer… seul, par deux ou en petits groupes, comme vous voulez et après on dire que je vous laisse 30 minutes pour tout chercher et tout faire… c'est pour ça que je dis que vous devez vous organiser. Alors allez-y installez-vous … Oui, oui vous pouvez vous déplacer mais après ce sera fini…chut…

0H05M

8. E4 : bon, je vous donne les problèmes, à vous de vous les répartir peut-être dans les petits groupes … vous avez maintenant 30 minutes.

De 00H05M à 00H25M *recherche des élèves*

1. E4 est assise à son bureau et corrige des cahiers. Les élèves cherchent dans des petits groupes formés par affinité, sans se déplacer.

9. G3 : maîtresse ?
10. E4 : oui
11. G3 : on les écrit où les réponses ?
12. E4 : vous vous êtes mis d'accord ?
13. G3 : ben … je sais pas
14. E4 : vous voyez entre vous et la feuille est posée là, sur le rétro.

De 00H25 à 00H35, *G3 et deux autres élèves se rassemblent autour de la feuille-réponse et essaient de la compléter puis ils se déplacent vers les autres groupes pour voir si les réponses sont trouvées et si les autres sont d'accord avec eux.*

00H35

15. E4 : bon, on va s'arrêter là… vous avez pu compléter la feuille ? pas pour tous les problèmes ? si ? Bon , ce n'est pas grave.
16. F3 : mais on va le corriger ?
17. E4 : oui, alors on fait le point sur les réponses, rapidement : alors le premier problème… le labyrinthe… Pour obtenir 79, vous avez trouvé ? Matéo, tu as trouvé … oui, je regarde la fiche-réponse … oui, ça marche, on ajoute tout et ça doit faire 79 : un plus six ça fait sept plus sept quatorze plus deux plus trois ça fait …dix-neuf plus huit, vingt-sept plus treize ça fait quarante… et quatorze, cinquante-quatre plus quinze ça donne soixante-neuf et plus dix, on obtient bien soixante-dix-neuf. D'accord, très bien. Pour le problème deux, il faut compter les sucres quand la boîte est pleine et vous avez trouvé, …ah… plusieurs réponses…
18. G4 : oui on n'était pas vraiment d'accord…
19. E4 : il y a une largeur de quatre et une longueur de cinq, ça fait donc des rangées de quatre par cinq donc vingt sucres. Il y a en hauteur, trois sucres dons trois rangées, ce qui fait…
20. F1 : ah oui, trois fois vingt donc…
21. G4 : soixante sucres
22. E4 : oui soixante. Bon, aucun de vos résultats n'étaient corrects… Mais bon. Alors le problème trois… ah oui, c'est la figure,… oui c'est bon, ce que vous avez trouvé… Le problème quatre…ah, vous n'avez rien mis …
23. G3 : non, on n'a rien trouvé
24. E4 : aucun groupe …
25. F2 : on n'a pas eu le temps …
26. E4 : ah, vous n'avez pas eu le temps mais … c'est pour ça que j'avais dit de s'organiser dans les groupes … que tout le monde ne fasse pas les mêmes problèmes… dans un groupe, deux élèves peuvent faire les quatre premiers et deux autres élèves font les trois ou quatre autres problèmes… comme ça le groupe a eu le temps de tout chercher … alors, pour le quatre … il y a 36 cadeaux dans trois boîtes et …
27. G4 : moi j'ai fait trente-six divisé par trois … ça fait douze mais c'est pas ça.
28. E4 : ah ben non, ça ne va pas car … il n'y a pas le même nombre dans chaque boîte …mais ça peut peut-être aider à démarrer des essais… bon, je vous donne la solution, on n'a pas le temps, là maintenant … il fallait trouver pour la boîte A, dix-huit ; pour la boîte B, 12 et pour la boîte C, la moitié de B donc 6.
29. G4 : ah, d'accord.
30. E4 : pour le problème cinq, vous avez mis neuf filles ... ah, je vois ce qui ne va pas … il y a onze filles en fait, deux sont plus grandes que moi…
31. F3 : donc ça fait bien neuf qui sont plus petites
32. E4 : ben non,
33. F3 : ah ...je sais pas ...
34. E4 : dans les onze filles au total, je suis comptée donc en fait, il y a dix filles et moi. Si deux sont plus grandes, il reste en fait, huit plus petites et non neuf. Vous avez compté la personne qui raconte l'histoire.
35. F3 : ah d'accord … ben oui, c'est logique
36. E4 : oui, c'est logique … le problème 6, vous avez trouvé quoi ?
37. G3 : il fallait compter les briques.
38. E4 : oui…
39. F2 : on pouvait les dessiner

40. E4 : oui, ça aidait sûrement de les dessiner pour compter. Et donc … vous ne savez pas ?
41. G4 : quarante et quelques
42. F2 : quarante-quatre
43. E4 : oui c'est ça, quarante-quatre … il fallait s'appliquer, les dessiner et bien les compter sans en oublier… Pour le dernier … ça revient à un qu'on avait déjà fait … vous vous rappelez ?
44. F5 : oui avec le cirque et les jongleurs
45. G5 : ah oui, il y avait un dompteur et un acrobate et … je sais plus
46. E4 : enfin, bref, cela ressemble … je ne sais pas si vous vous êtes rappelé l'astuce, la méthode qu'on avait utilisée ?
47. F5 : oui avec un tableau
48. E4 : oui, on peut faire un tableau ou une liste de tout ce qu'on a et on barre au fur et à mesure qu'on lit les consignes qui sont données.
49. Plusieurs élèves : oui
50. E4 : alors, on regarde ici, je fais un tableau comme tu dis et je liste les … les achats

Tintin	Hadock	Tournesol	Milou	Dupondt
Tab	Tab	Tab	Tab	Tab
Sc	Sc	Sc	Sc	Sc
Liv	Liv	Liv	Liv	Liv
M	M	M	M	M
Tim	Tim	Tim	Tim	Tim

Maintenant, on lit l'énoncé... Elise … Tu peux commencer ?

51. Elise : à la foire à la …
52. E4 : non, à partir des flèches …
53. El : le professeur tournesol a en horreur la peinture et la lecture…
54. E4 : alors ?
55. F5 : on barre le tableau et le livre
56. E4 : pour qui ?
57. F5 : ben pour le professeur tournesol
58. E4 : d'accord, voilà c'est fait… Elise, tu continues
59. Elise : les timbres ont été choisis par deux personnes qui ont le même nom.
60. Plusieurs élèves : les Dupondt !
61. E4 : donc j'entoure les timbres pour les Dupondt … On continue
62. El : ce n'est pas un homme qui s'est offert la sculpture
63. Plusieurs : ah, c'est facile ! c'est Milou !
64. E4 : chut … oui Milou…et pour finir …
65. El : le capitaine Hadock n'a pas hésité à la vue du portrait de son ancêtre
66. E4 : donc lui, il a pris quoi ?
67. G4 : mais un portrait, c'est forcément un dessin, un tableau ou ça peut être une sculpture ?
68. E4 : ah, non c'est un tableau.
69. F6 : donc Hadock a acheté un tableau… il reste …
70. G3 : Tournesol, si on barre tout, il lui reste que les meubles
71. E4 : oui
72. F7 : et pour Tintin, c'est les livres
73. E4 : et voilà.

01H04

74. F7 : ben c'était facile en fait… dommage, on n'a pas eu le temps…

75. E4 : oui, je vous ai expliqué déjà pourquoi … enfin comment s'organiser pour avoir le temps…Bon, c'est bien … vous avez bien cherché… même si vous n'avez pas trouvé, c'est très bien. On en refera un …
76. Plusieurs ouais !
77. E4 : chut, on verra quand, je vais voir … mais … il faudra quand même vous organiser…allez, on arrête là.

01H06

Séance 4 (Rallye 2)

Transcription de la séance

00H00

1. E4 : bon, alors aujourd'hui, vous vous mettrez en groupes ou par deux… comme vous voulez. Mettez votre matériel dans les trousses… au maximum pour avoir de la place.
2. Leila : qu'est-ce qu'on va faire ?
3. E4 : ah, qu'est-ce qu'on va faire ? On va faire un rallye mathématique.
4. L : un rallye ?
5. E4 : tu ne sais pas ce que c'est… tu n'étais pas là la dernière fois…Bon, on va t'expliquer … chut… Leila, on va t'expliquer, Matéo ?
6. Mat : donc tu vas nous donner … nous poser des problèmes … on va faire des groupes … mais les groupes, on peut en changer… alors pour les problèmes, il faut choisir ceux qu'on va faire … donc si on a du mal, on peut faire un plus facile…
7. E4 : ah oui, c'est pas évident.
8. F1 : ben non, parce qu'un exercice plus dur, on peut quand même trouver ou on peut le faire à plusieurs.
9. E4 : oui. En même temps, les exercices sont très variés donc vous pouvez trouver un exercice qui vous inspire, qui vous plaise. Par exemple, sur des figures géométriques certains vont trouver tout de suite alors que d'autres vont avoir plus de mal et moins bien voir.
10. Mat : en fait, ce qu'il faut faire c'est faire le tour.
11. E4 : oui faire le tour des … problèmes. Aujourd'hui, vous en avez … neuf. Vous prenez le temps de lire la feuille, tranquillement et voir ce qu'on vous demande. Et ensuite, vous vous lancez. Vous vous organisez.
12. F2 : ah bon.
13. E4 : donc je place les feuilles d'énoncés ici. Vous vous organisez pour venir les prendre et qu'est-ce que vous allez devoir faire … finalement, Leila, elle n'a toujours pas la tâche à réaliser.
14. Mat : ben, on doit prendre un exercice et essayer de le résoudre, de le faire. Si on n'y arrive pas, il faut essayer quand même et après, on donne le résultat et puis on en fait un autre.
15. E4 : donc là, pour prendre chaque exercice, vous allez être obligé de …
16. F4 : de les découper
17. E4 : oui, de les découper. Comme ça si un groupe fait le numéro un, un autre groupe peut en faire un autre. L'objectif étant de résoudre un maximum de problèmes mais aussi d'apporter des solutions qui sont exactes ; D'accord ?

18. Leila : Mais pourquoi on fait pas tout de suite les groupes ?
19. E4 : non, c'est vous qui allez voir en fonction de … ce que vous ressentez face aux problèmes. On peut très bien commencer à résoudre un problème à trois…
20. G2 : et finir à deux.
21. E4 : oui et après changer de problème, de groupe. C'est vraiment libre, d'accord. Par contre, il faut, vous êtes obligés, hein Matéo, de participer. Pour finir, notre feuille-réponse, j'en ai qu'une pour toute la classe. Attention, on ne la découpe pas, vous avez juste les réponses à mettre. (*E4 scotche la feuille sur une table devant le tableau*) Vous pouvez mettre au début plusieurs réponses mais vous … à la fin, il faudra choisir. Mais vous pourrez faire ça … 5 minutes avant la fin, je vous le dirai. Allez, je vous laisse tranquille.

Les élèves se lèvent, deux découpent les énoncés des problèmes et chaque élève en prend un.

00H10

Tout le monde est assis, au travail, avec un ou deux énoncés à résoudre.

De 00H10 à 00H50 *recherche des élèves, E4 reste à son bureau*.

00H50

22. E4 : bon, il faut compléter la feuille-réponse maintenant.

Tous les élèves viennent autour de la table où est collée la feuille-réponse. Une élève est assise à cette table et se met à noter les réponses qu'on lui donne. Quelques discussions ont lieu : qui a marqué çà ? Pourquoi vous avez barré ? Mais si, on a bon. Allez vite… Bon, il reste plus rien… enfin je crois, on verra… allez on valide !

La sonnerie retentit.

23. E4 : bon, je vais regarder cela, on fera le point une autre fois. Allez, on arrête, je ramasse.

00H55

Séance 5 (E4E *La marmite de confiture*, E4F *Les cubes)*

Transcription de la séance

00H00

1. E4 : alors, ce matin, on revient sur deux situations, 2 problèmes qui m'ont intéressés. J'ai repris l'histoire des petits pois, enfin, la nappe sur laquelle on renverse de la confiture (E4 montre à la classe l'énoncé). Et pour le deuxième, c'est sur… euh… La construction des cubes qui s'emboîtent.
2. G1 : ah, oui, y en avait en dessous aussi… Et derrière.
3. E4 : y en avait en dessous, dessus, etc. ça vous allez le retravailler. Alors, on est regroupé ce matin par quatre, vous allez travailler à l'intérieur des groupes. Pour le travail si vous avez besoin de vous déplacer pour… manipuler, parce que vous allez avoir des cubes… et l'intérêt, je crois, ce sera de les voir dans tous les sens… Vous vous déplacez tranquillement, pas de problème… Bon, vous travaillerez ensemble, tous, regardez ce que vous avez trouvé et vous écrivez sur la feuille.

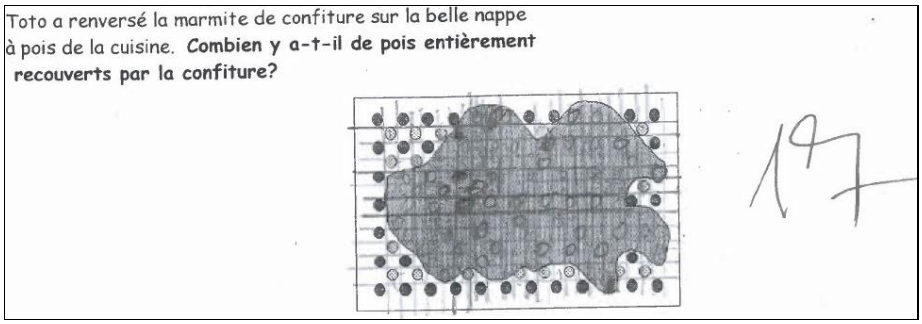
4. F : pour les cubes, on pourra prendre des petits cubes pour essayer… Tu sais les petits cubes.
5. E4 : alors, j'ai là des cubes, des gros cubes, les cubes qu'on avait eus en numération étaient vraiment trop petits. J'ai retrouvé des cubes plus gros.
6. G1 : on peut les prendre.
7. E4 : écoutez… J'ai expliqué… Vous travaillez dans vos groupes et après, on verra si tu as besoin. Pour commencer, deux groupes travaillent sur l'énoncé des cubes, vous et vous. Je vous laisse 20 minutes de recherche. Pour la recherche, avant de commencer, vous avez une fiche à me remplir pour l'ensemble du groupe. Donc il y en aura une pour chaque groupe : là, là, là et là. D'accord, on photocopiera après si vous voulez, pour que vous ayez une trace… écrite dans vos cahiers. Donc une feuille. Vous la regardez bien, vous la lisez entièrement avant de vous lancer dans le travail… D'accord ? Pour les cubes, dans un premier temps, vous verrez pour votre recherche, il y a un travail purement sur dessin et ensuite seulement, vous manipulez les cubes et vous vérifiez si vous avez la bonne réponse. Dans un premier temps, vous regardez comment vous vous débrouillez sans les cubes et vous vérifiez ensuite. Vous allez voir la vérification… est peut-être aussi difficile parce qu'il y a la construction à faire. D'accord ? Et pendant que ces deux groupes travaillent sur les cubes, les autres travaillent sur les pois, sur la marmite de confiture.
8. G2 : mais on change pas ?
9. E4 : je vous laisse 20 minutes, pas une seconde de plus ! Donc 20 minutes, on s'y tient. Puis on échange. Vous ne bougez pas, vous, c'est moi qui vais déplacer le matériel et donner les fiches. Pour les fiches, vous aurez votre prénom à mettre en haut, vous les remplirez. Est-ce que vous avez des questions ?
10. Plusieurs élèves : non.
11. E4 *distribue les feuilles, le matériel* : bon, pour l'instant, vous laissez poser le matériel et on donnera le point de départ. Attention, pas de bruit… On chuchote… On se rapproche de ses voisins pour bien s'entendre. Et les déplacements sont calmes. Avez-vous des questions ? Non ? Vous prenez le temps de lire la feuille, tranquillement et voir ce qu'on vous demande. Et ensuite vous vous lancez. Je vous laisse 20 minutes. Ensuite, cela nous laissera du temps pour faire une mise en commun s'il y a besoin, en fonction de votre travail. Ah, oui et pensez pour ça, à noter comment vous avez fait sur la feuille. Moi, j'en ai besoin, je ne veux pas que la réponse.
12. 00H06
13. *Recherche en groupes.*
14. 00H26
15. E4 : alors, on arrête. Je ne veux plus entendre de bruit, on est bien assis, chut… (*E4 ramasse une feuille pour chaque groupe, en distribue une autre*) Allez, arrêtez de bouger. Je vous conseille encore de lire la feuille en entier et de réfléchir après.
16. G3 : c'est les mêmes groupes ?
17. E4 : oui, donc vous, vous avez des cubes… les petits pois… On a frôlé les réponses, je crois dans certains groupes… Qui me donne la nouvelle heure de recherche… 20 minutes en plus… Hugo ? Chut.
18. Hugo : il est 28
19. E4 : plus vingt minutes ?
20. Hugo : 48
21. E4 : bon, allez, jusqu'à 45, on décale un peu.
22. 00H29
23. Suite de la recherche en groupe
24. 00H41

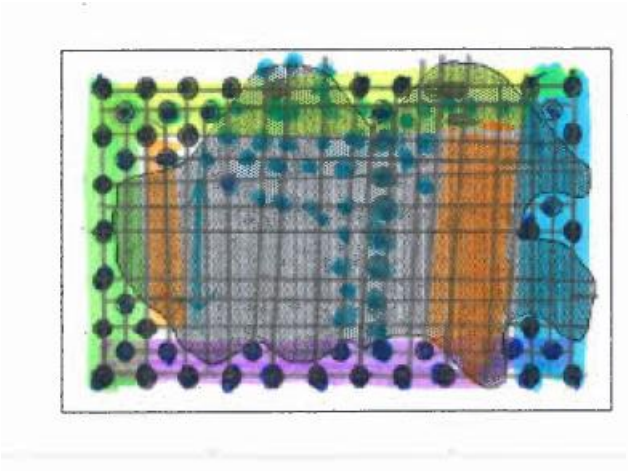
25. E4 : bon, vous rangez votre matériel… Chut… Trop de bruit (*E4 ramasse les feuilles de chaque groupe et regarde rapidement les résultats).* Alors… on se tait… Je veux voir aussi tous les visages, vous vous retournez vers le tableau… Allez, du calme… Bon, vous avez bien, bien travaillé, très, très bien. Pour les petits cubes, cela vous a aidé de les manipuler ?
26. Plusieurs élèves : oui.
27. F2 : ben, on voit la bonne réponse et on a vérifié.
28. E4 : alors, certains avaient la bonne réponse sans les cubes et d'autres, cela leur a permis soit de vérifier qu'ils avaient bon soit de trouver. Un groupe simplement va venir… Pour ceux qui ont des erreurs, ils vont vous donner une petite… méthode pour ne pas se tromper… Méthode qui, enfin vous avez vu : il ne fallait pas oublier quels types de cubes ?
29. Silence.
30. E4 : quand vous compter les cubes, il ne faut pas oublier lesquels ?
31. G4 : ceux qui sont en dessous et ceux qui sont derrière.
32. E4 : voilà. Alors pour ne pas les oublier, il y avait une petit astuce, certains groupes l'ont fait d'eux-mêmes, d'autres, je ne sais pas trop. Donc rapidement… euh, le groupe de Basma. Est-ce qu'il y a des groupes qui ont réussi du premier coup à obtenir le bon nombre ?
33. plusieurs élèves : oui.
34. E4 donc là, on va trouver… une petite méthode… Basma, tu peux venir. Qu'est-ce que tu as ajouté sur ton dessin pour t'aider à les compter ?
35. Basma dessine sur une figure projetée au tableau.
36. E4 : regardez ce qu'elle fait…petite astuce pour s'en rappeler, il faut faire quoi ?
37. F1 : boucher des trous.
38. F2 : par exemple, les colonnes.
39. E4 : ah, compter les tours, les colonnes et indiquez… cela permettait de pouvoir vérifier aussi… donc par colonnes, cela permet de… donc, là, on obtient 16 et 4 derrière… celui du rallye, certains groupes ne l'ont pas trouvé.
40. Trois élèves : 28
41. E4 : vous êtes à 25, là. Stop les filles, plutôt… des tours de 7, vous en compter combien ?
42. G5 : 4 donc 28.
43. …
44. E4 : alors, F, viens nous expliquer la marmite de confiture, j'ai deux façons de résoudre cette histoire de pois. Il y a la méthode qui ressemble à celle-ci (E4 montre la feuille d'un groupe) et les autres façons qui ressemblent à ça (E4 montre une autre feuille). Quelles nuances voyez-vous ?
45. G : là, y a des opérations.
46. E4 : là, on a essayé une résolution par le calcul. Tandis que là, on a fait une résolution par…
47. F : par quadrillage.
48. E4 : avec quadrillage, en faisant un dessin. Donc on avait vu, en effet, que quand on cherche un problème, on peut se lancer dans un dessin. Pour aider certains, je vous ai ajouté une phrase : 'avant de démarrer, observer bien la disposition des pois noirs et blancs sur la nappe'. Donc avant de commencer quoi que ce soit, j'observe. Et ceux qui ont observé devaient trouver… Alors, qu'est-ce qu'il fallait remarquer ? G6, viens.
49. G6 : j 'ai compté, il y en a en colonnes et puis après en lignes, 2, 3, 4,…, 10, 11, 12 et j'ai fait 7 fois 12.

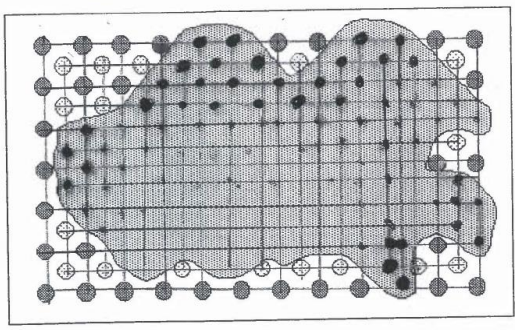
50. E4 : qu'est-ce qu'il a vu pour pouvoir faire ça ? Qu'est-ce qu'il a remarqué ? Est-ce que les pois sont dessinés au hasard ?
51. Plusieurs élèves : non.
52. F : non, il ne sont pas… Euh, en ligne… Comme un quadrillage… Eh ben, ils sont alignés.
53. E4 : ils sont alignés, et les blancs ?
54. G : les blancs, ils sont pas pareils.
55. E4 : ah, les blancs ne sont pas pareils donc compter combien il y avait de points noirs… Il fallait calculer combien il y a de points noirs en voyant qu'il y avait des lignes de 12 et il y avait combien de lignes comme ça ? Combien de lignes de 7 ?
56. G : 12 ?
57. E4 : pardon. C'est moi qui me trompe, combien de lignes de 12, il y en avait 7. Là, vous obtenez ?
58. G : euh… 7 fois…
59. E4 : allez, accélérez, on va donner la réponse avant de partir, il est l'heure.
60. G5 : 84
61. E4 : oui, 84, donc 12 fois 7, ensuite tu as calculé quoi ?
62. G5 : …
63. E4 : vas-y, expliques-nous vite.
64. G5 : au milieu, il y a un noir … 66, un, deux, jusqu'à 11.
65. E4 : donc en blanc, on avait 66. Et 84 plus 66, ça donne 150. Tu peux l'écrire. Après il fallait compter tous les points.
66. F : si, là, tu prends 7, il t'en reste 11 en fait.
67. E4 : et 11, 11, 11, on l'a 7 fois. Bon, on s'arrête maintenant.

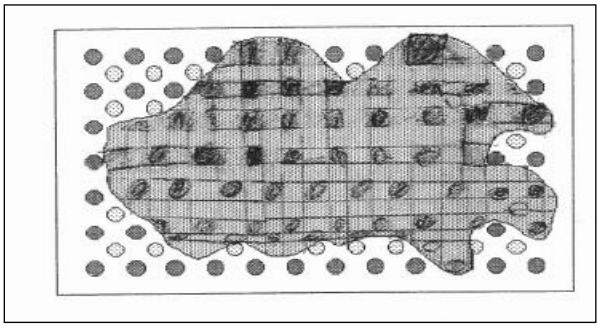
01H00

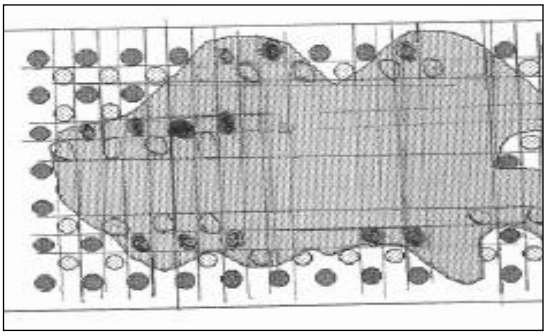
Travaux d'élèves (E4E *La marmite de confiture*)

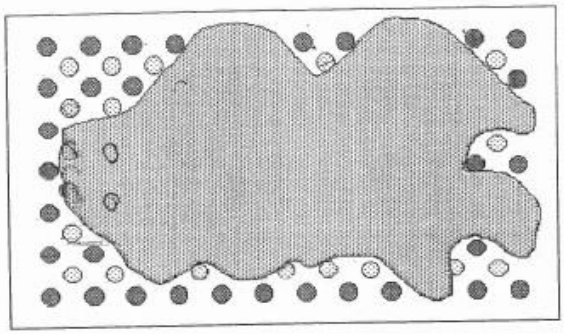












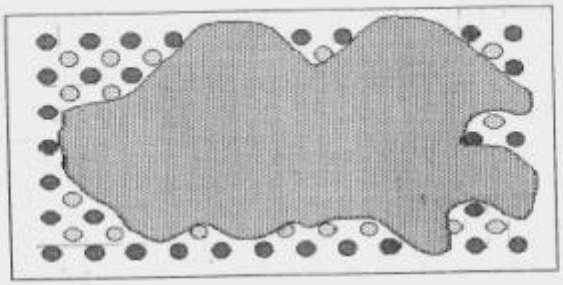
Réponse : $7 \times 12 = 84$ noir

$6 \times 11 = 66$ blanc

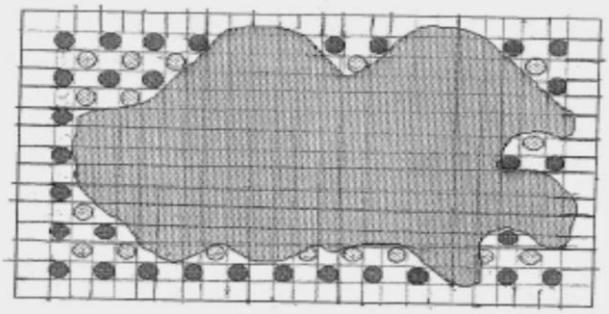
$84 - 48 = 36$

$48 + 66 = 114$

Il y a 114 pois noirs et blancs qui sont recouverts par la confiture.



Réponse :

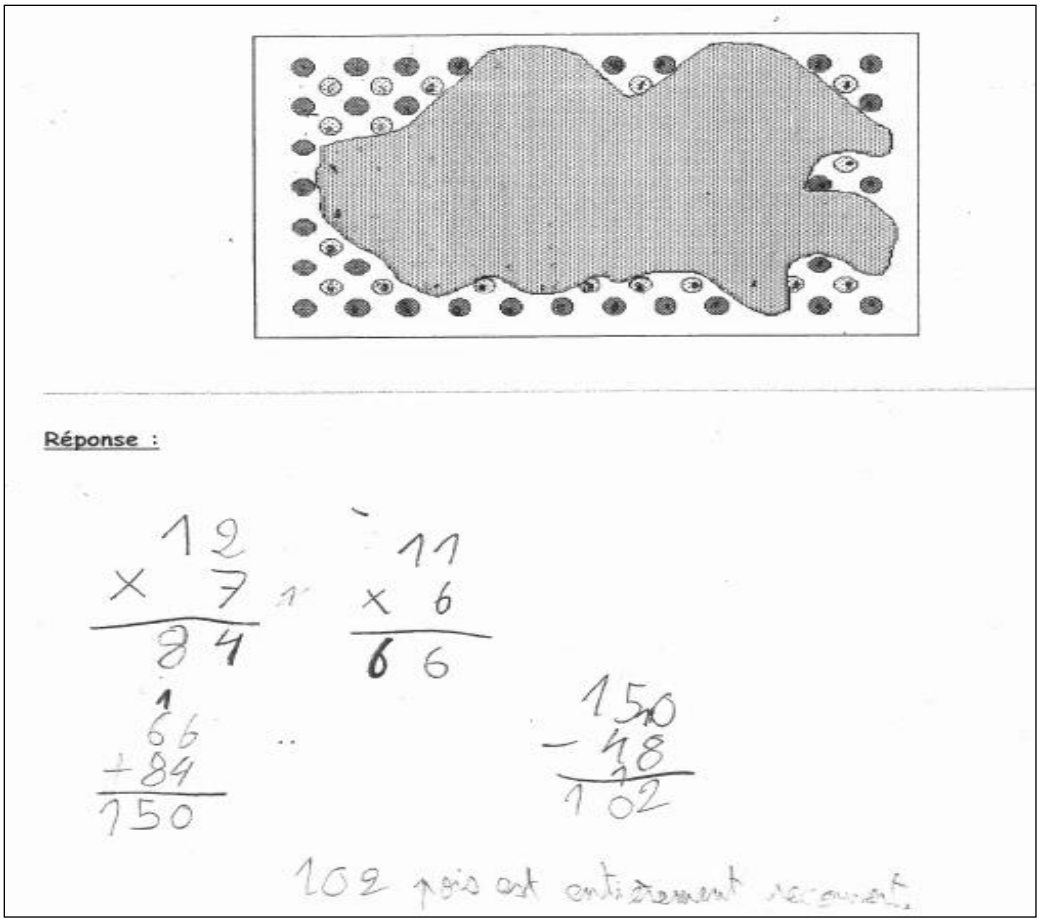


Réponse : Il y a 102 poids recouverts

84
+ 66
150 poids

Il y a 150 poids cachés

150
+ 8
102



Réponse :

12 × 7 = 84

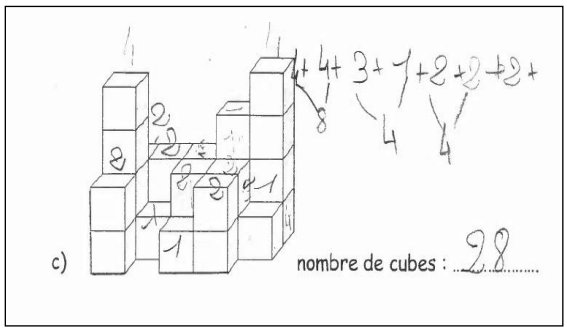
11 × 6 = 66

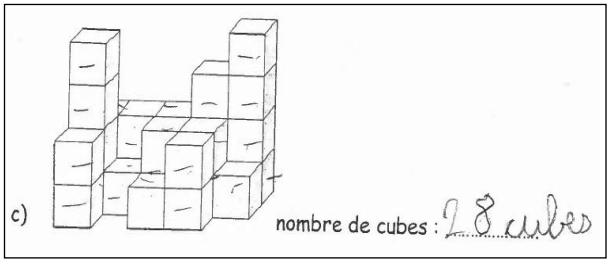
66 + 84 = 150

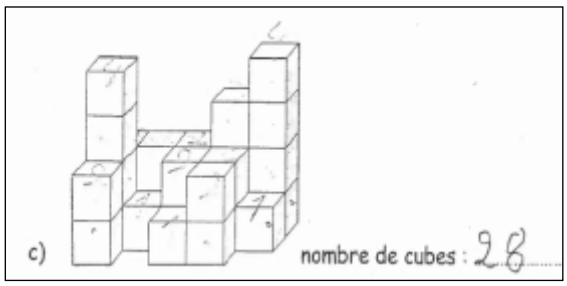
150 − 48 = 102

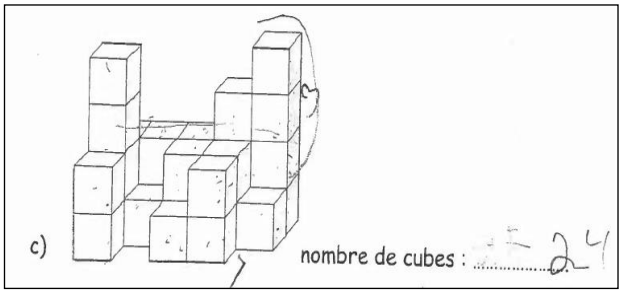
102 pots ont entièrement rempli.

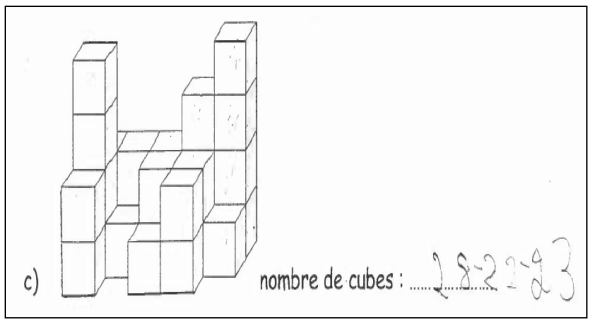
Travaux d'élèves (E4F *Les cubes*)

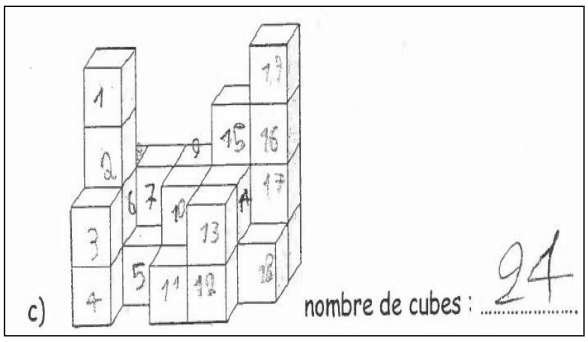


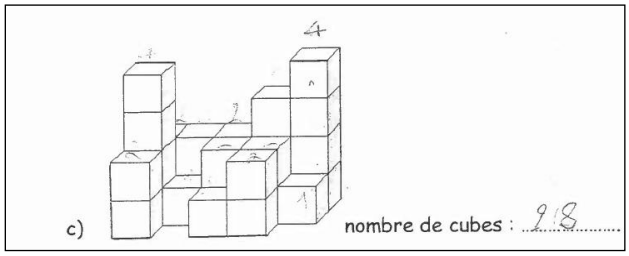


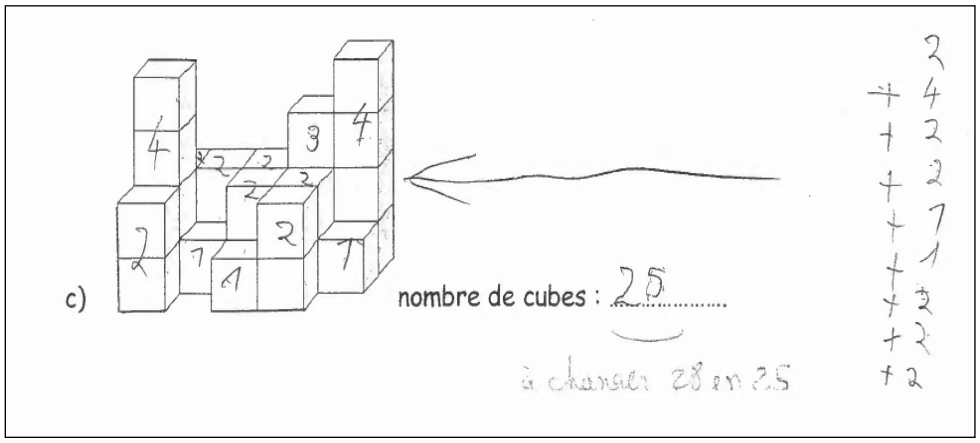





c)
nombre de cubes : 18-2=23


c)
nombre de cubes : 24

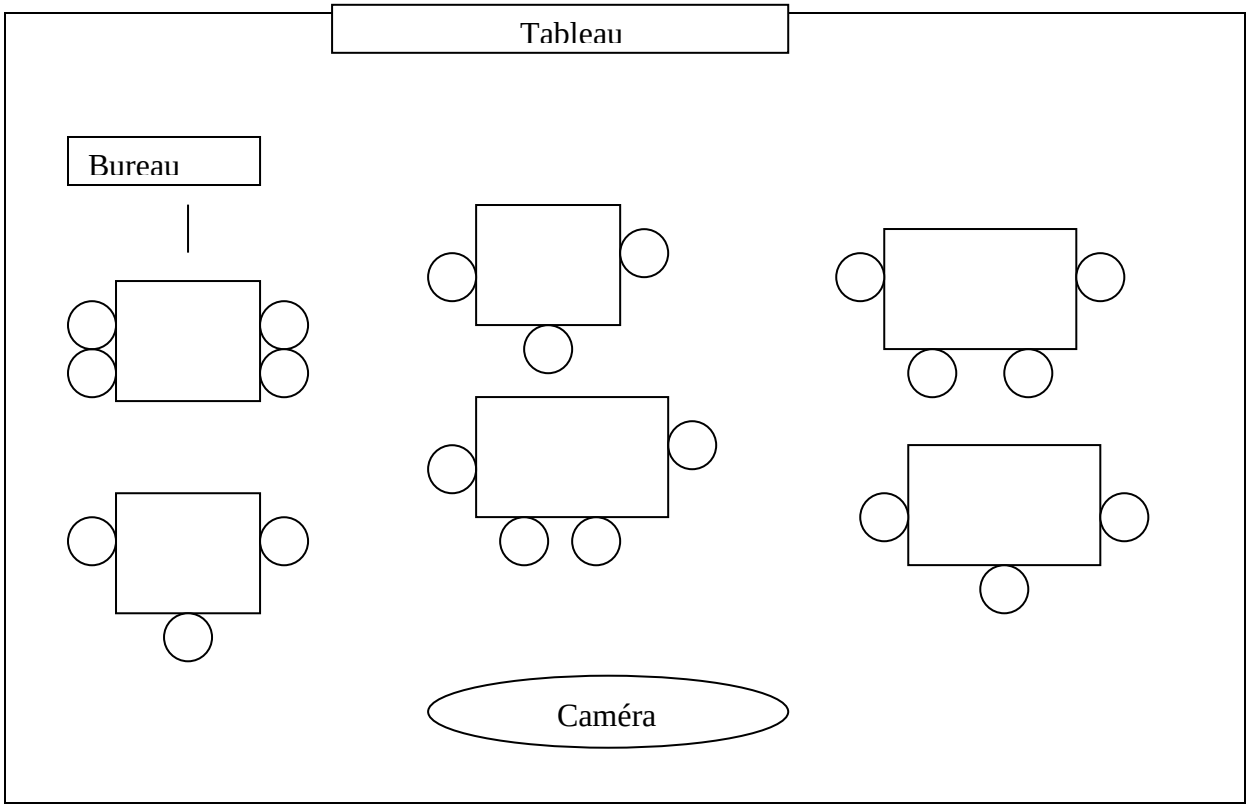

c)
nombre de cubes : 28


c)
nombre de cubes : 25
à changer 28 en 25
3
+ 4
+ 2
+ 2
+ 7
+ 1
+ 3
+ 2
+ 2

ANNEXES C.5 Enseignant E5

Plan de la classe

Le schéma ci-dessous décrit la classe telle que nous l'observons lors de chacune des séances dans la classe de E5 :



Séance 1 (E5A *Le chien*)

Transcription de la séance

00H00
Les élèves sont installés en groupe

1. E5 : c'est bon pour tout le monde ? Vous ouvrez votre cahier de mathématiques … alors on trace un cercle de 3 cm de rayon, 3 cm de rayon. (E5 écrit au tableau : *rayon = 3 cm*)
2. Quelques élèves lèvent la main. E5 va vers eux : oui
3. Tovsha : je suis pas sûr que c'est bon.
4. E5 : Comment on peut vérifier ?
5. T : on va mesurer

6. E5 : d'accord, alors comment on fait Zebda ?
7. Ze : on… on…. Ah je ne sais pas
8. E5 : Ah si, si tu as réussi, tu dois savoir.
9. Ze : on met la pointe … on prend 3 cm, on trace
10. E5 : là … oui d'accord. Zidani ?
11. Zi : on met la sur le zéro, on pose le crayon sur …
12. E5 : on met la pointe sur le zéro
13. Zi : on met la pointe sur le zéro et on pose le crayon sur le 3, après pour vérifier à la fin, on pose le zéro sur la mine là…
14. E5 : sur le trou formé par la pointe du compas, d'accord, Elise qu'est-ce que tu voulais dire ?
15. E : la même chose.
16. E5 : d'accord, oui Tiphanie ?
17. Ti : est-ce qu'il est bon ?
18. E5 : non, euh ensuite on trace un cercle de 4 cm de diamètre, de 4 cm de diamètre. (E5 écrit au tableau : *diamètre = 4 cm*) Un élève lève la main.
19. E5 : alors, comment on peut vérifier ? … oh dis donc, c'est précis ça ? (E5 circule, Elise ne trace rien)
20. E5: ah, est-ce qu'il y a quelque chose dans la classe qui peut t'aider ? Comment, elle a oublié Elise comment on faisait un diamètre, Elle voulait savoir ce que c'était un diamètre, comment elle peut faire Elise ? Si on n'est pas là pour l'aider, comment elle fait ? Tovsha ?
21. T : on va lui dire que …
22. E5 : oui mais si on n'est pas là pour l'aider il y a quelque chose dans la classe…
23. T : ben c'est deux fois le rayon.
24. E5 : oui mais si on n'est pas là pour l'aider, il y a quelque chose dans la classe qui peut l'aider, il faut s'en servir. Romain ?
25. R : c'est écrit.
26. E5 : voilà, c'est écrit là, (E5 montre l'affiche) sinon qu'est-ce que tu as dit Tovsha, pour l'aider ?
27. T : un diamètre c'est deux fois le rayon.
28. D'autres élèves : ouais.
29. E5 : le diamètre c'est deux fois le rayon. (Les élèves se remettent à leur construction. E5 continue à circuler)
30. E5 : … alors Zaccharia, comment tu as fait ?
31. Za : ben, on sait que la, le diamètre c'est le double du rayon,
32. E5 : c'est deux fois le rayon, d'accord.
33. Za : et euh, il faut trouver la moitié de 4
34. E5 : d'accord
35. Za : c'est deux, alors on met la pointe sur zéro et on met la mine sur deux.
36. E5 : très bien
37. Za : et après on trace.
38. E5 : exactement, est-ce qu'il y en a qui ont encore des difficultés, dans tous les cas, vous vous aidez du panneau… (E5 va vers l'affiche) donc vous avez le point du milieu, c'est le centre du disque… hein, tu m'écoutes ? Le point au milieu, c'est le centre comme on l'a dit. Le point qui part du milieu vers n'importe quel point du cercle, n'importe quel point, c'est le ? … qu'est-ce qu'on a dit ? c'est le … (E5 montre le mot sur l'affiche)
39. Un élève : rayon

40. E5 : rayon … et le trait qui passe, qui part d'un point du cercle, n'importe lequel, qui passe par le milieu qu'on appelle le centre et qui va sur le point opposé du cercle donc finalement qui traverse tout le cercle d'accord donc forcément qui va être plus grand que le rayon, qui va même faire deux fois le rayon, ça s'appelle le ?
41. Un élève : diamètre.
42. E5 : très bien, d'accord. Rizlène, est-ce que c'est clair ? Ophélia ? oui ? Alors maintenant, on va passer, on va essayer de faire des petits problèmes, oui ?
43. Tovsha : Elodie a du mal.
44. E5 : si Elodie a du mal, elle peut me le dire elle-même. Elodie, t'hésites pas à regarder… t'es pas en contrôle, tu t'aides de tout ce que tu peux. De toute façon, on va essayer de … de résoudre les problèmes par table, d'accord. Donc si Elodie a un peu de mal, Tapsha va l'aider ; si Elise a du mal, Isham et Zineb vont l'aider et pareil pour les autres tables. Est-ce qu'on est d'accord ?
45. Quelques élèves : oui.
46. E5 : tout le monde pose son compas, d'accord. Loin des yeux, pour l'instant, comme ça on n'est moins tenté d'y toucher… oublie ton compas… (E5 retourne le tableau où est écrit l'énoncé) Alors qui veut bien lire ? C'est un petit problème, on va essayer de s'amuser à le résoudre. Romain.
47. R : un chien est attaché avec une chaîne à un poteau.
48. E5 : une chaîne ou une laisse, comme vous voulez, un poteau c'est quoi Elise ?
49. F : souvent sur les poteaux, il y a les fils des lumières …
50. E5 : d'accord, sauf que là, c'est comme un piquet de bois qui permet que le chien ne s'en aille pas. Je vous ai fait un p'tit dessin, il vaut ce qu'il vaut, d'accord, vous comprenez ce qu'il représente ? (M montre du doigt) on a le chien, on a le poteau, c'est la croix, le poteau.
51. E5 : Et ça c'est ?
52. Des élèves : la chaîne, la corde et là ?
53. E5 : oui ça c'est le chien ! je dessine pas très bien mais quand même, ça c'est la laisse, la chaîne. Maintenant Zidanie, tu arrêtes de toucher ton compas ! alors maintenant, Romain.
54. R : Représente et colorie la surface sur laquelle peut se déplacer le chien.
55. E5 : très bien.
56. R continue à lire : attention, les mètres sont représentés en centimètres. Un « m » deux petits points …
57. E5 : qu'est-ce que ça peut être ? (E5 montre une affiche au-dessus du tableau – un tableau de conversion-)
58. R : un mètre, deux petits points, un centimètre. (E5 ajoute en rouge sur son dessin la longueur de la chaîne « 8 m »)
59. Un garçon : E5, j'ai pas compris
60. E5 : alors qui peut expliquer, est-ce que quelqu'un pense avoir compris ? Elodie ?
61. F : il y a un chien qui est attaché à un poteau
62. E5 : alors ça, on voit ça des fois dans les fermes, vous êtes déjà passés à côté d'une ferme où il y avait un chien qui était accroché à un poteau. On veut pas qu'il s'en aille, on veut pas qu'il aille… Rizlène tu m'écoutes ? on veut pas qu'il aille aboyer n'importe où alors on l'attache, on met un piquet et il y a une chaîne pour pouvoir un minimum se déplacer. Là la chaîne elle mesure 8 mètres, d'accord, donc ça fait quand même de l'espace à ce chien. C'est quand même bien. Voilà, donc c'est un chien un peu heureux, qui a 8 mètres de chaîne. Et nous on veut savoir, c'est quoi ? Elodie ?
63. F : euh, la laisse fait 8 centimètres… mètres et il faut colorier euh… la surface où il va aller dans les 8 mètres.

64. E5 : d'accord. La surface c'est quoi ? Tiphanie ? Tu as suivi ce qu'on était en train de raconter, oui ? Alors c'est quoi la surface ? Tiphanie.
65. T : c'est l'espace.
66. E5 : c'est l'espace. C'est toute la zone où le chien peut se déplacer. Forcément il a une chaîne de 8 mètres ; alors si il tire à fond sa chaîne, il peut aller jusqu'ici *(E5 montre sur son dessin)* d'accord ? il peut aller jusqu'ici si il tire bien parce que moi j'ai fait la chaîne (*E5 fait un geste de vague*) il peut la tirer au maximum mais est-ce qu'il peut aller là ?
67. Plusieurs élèves : non
68. G : il peut faire le tour…
69. E5 : chut … alors vous allez vous mettre par deux ou par trois, je vais vous donner une feuille … blanche. Comment ?… et vous allez essayer de faire un schéma. Comme on a essayé d'en faire pour la proportionnalité, la dernière fois. Vous allez travailler ensemble. Le meilleur dessinateur va dessiner. Je vous laisse essayer de résoudre l'exercice en faisant bien le dessin, en représentant et en coloriant.

00H10

Recherche des élèves

00H15

70. E5 : on s'arrête
71. Z : ah non …
72. I : mais si j'ai trouvé, c'est bon.
73. Z : je sais.
74. E5 : s'il vous plaît, qui a trouvé la réponse ? (5 élèves. lèvent le doigt) D'accord qui souhaite présenter sa réponse ? … Zidani et Thibault au tableau :
75. Zidani : bon là on a le poteau
76. E5 : Zaccharia, tu as vu le poteau ?
77. Zaccharia : hm
78. Zidani : là c'est la laisse, après on a fait un mètre c'est un centimètre, on a calculé et on a fait 8 mètres c'est 8 cm.
79. E5 : d'accord, alors pourquoi cela a cette forme là où il peut aller ?
80. Z : parce que là le chien, il peut faire le tour (et il montre la forme d'une corde avec son doigt)
81. E5 : très bien, est-ce que tout le monde est d'accord avec ce qu'ils ont fait ?
82. Les élèves : ouiii
83. E5 : euh pourquoi il y a une partie qui est coloriée différent de l'autre là ?
84. Z : parce qu'on n'a pas eu le temps.
85. E5 : ah oui, très bien. Euh … est-ce que vous avez fait la même chose vous ? et qu'est-ce que tu disais toi Rizlène tout à l'heure, est-ce que leur explication te semble logique ?
86. R : oui … moi je trouve qu'elle est logique.
87. Quentin : mais nous, on n'a pas fait le même…
88. E5 : vous n'avez pas fait le même ? alors allez-y. (Quentin et Zaccharia au tableau)
89. Q : en fait, on a fait le poteau qui est ici, on fait le chien et les lignes où il y a les traits, ben c'est …
90. E5 : il est où le chien ?
91. Q : là
92. E5 il est où le poteau ?
93. Q : ici et on fait… les endroits où il pourrait aller vu que … on sait que la laisse mesure 8 mètres, après on a fait différents endroits où il pouvait aller. On sait qu'il peut aller là et il peut faire le tour du poteau, il peut aller derrière aussi et euh …

94. E5 : donc, il y a des endroits où il peut plus aller que d'autres ?
95. Q : oui
96. E5 : d'accord, est-ce que tout le monde est d'accord ?
97. Les élèves : ouiii et aussi non…
98. Q : comme ça (il montre la direction vers la droite du poteau)
99. E5 : c'est à dire par rapport au poteau ?
100. Q : euh… il pourrait pas aller …
101. E5 : Zaccharia tu veux essayer d'expliquer votre dessin ?
102. Z : hm, en fait ce qu'il voulait dire c'est que il peut aller comme ça (il montre vers la droite) parce que elle fait 8 mètres. Par-là, s'il va plus loin et puis après il va être tirer le chien.
103. E5 : d'accord donc il ne peut pas dépasser 8 mètres c'est ça que vous voulez dire et donc euh … par rapport au dessin de Zidanie et Thibault, quelle est la différence ?
104. Q : ils ont fait un gros rond pour …
105. E5 : un grand cercle …
106. Q : un grand cercle pour dire que il peut aller il peut faire tout le tour du poteau.
107. E5 : d'accord sur leur dessin, le rayon est toujours le même
108. Q : oui
109. E5 et sur le vôtre ? pourquoi c'est pas le même ?
110. Q : ben parce qu'on a fait plusieurs endroits où il peut aller
111. E5 : ça c'est le dessin de qui ? (E5 affiche le résultat de Thibault et Zidanie) de Thibault et Zidanie alors vas-y Zidani
112. Z : on a fait les cercles parce que si on mettait là, ça faisait n'importe où, tandis que là (il montre le cercle) ça fait pareil.
113. E5 : exactement, c'est la même distance du poteau jusqu'au bout de la corde tirée au maximum. Oui ?
114. Tovsha : en fait j'ai compris ce qu'il voulait dire Quentin, quand il est accroché, la corde elle tourne.
115. Q : oui quand il tourne, elle l'entoure autour du poteau ça fait qu'il y a moins de corde.
116. E5 : ah oui mais c'est une corde qui est accrochée au poteau par un anneau donc il tourne au fur et à mesure, d'accord. Le chien, il est pas gêné par la corde quand il tourne autour du poteau ; donc il ne faut pas tenir compte de ça. Alors on est plus d'accord avec quel dessin ? Quentin et Zaccharia ou Zidanie et Thibault ? Rizlaine ?
117. R : Zidanie et thibault.
118. E5 : alors pourquoi ?
119. R : ben, c'est mieux … c'est mieux expliqué. Enfin eux aussi, ils ont bien expliqué. Ils ont fait le cercle et on voit où le chien peu passer alors que dans celui de Quentin et Zaccharia on ne comprend pas tellement parce qu'il n'y a pas le cercle.
120. E5 : alors, on va pas parler de leur explication car de toute façon c'est pas facile à expliquer. Mais plus de leur dessin, de leur logique, de leur solution.
121. Tovsha : en fait sur celui de Zidanie, ils ont tout le temps laissé la même surface pour le chien alors que pour Q et Z, le chien au début, il a un grand espace et après ça se rétrécit après ça se ragrandit.
122. E5 : ils avaient pas tenu compte du fait que l'anneau que la chaîne ne s'enroule pas autour du poteau qu'il y a 8 mètres d'un côté … Bon, exactement, très bien, est-ce qu'il était difficile, merci, est-ce qu'il était difficile ce problème ? Non pas trop ? Zineb ? Est-ce qu'il était difficile ce problème ?

123. Z : non.

00H25

124. E5 : non, ça va, alors … alors on s'est dit qu'il y aurait peut-être une autre solution pour qu'il ait plus d'espace de liberté mais finalement on sait pas. Alors il va falloir résoudre ce petit problème d'accord, je vais vous expliquer comment l'installer et vous allez essayer de redire ce qui se passe, à quoi ressemble son espace. (*E5 ouvre l'autre côté du tableau*) alors qui veut bien lire le problème ? Ophélia.

125. Op : on change de place le chien. La chaîne du chien mesure 2 mètres mais il n'est pas attaché à un poteau mais à sa barrière le long de laquelle il peut se déplacer, 8 centimètres, 8 mètres, représente et coloris la surface sur laquelle il peut se déplacer.

126. E5 : alors qu'est-ce que ça veut dire ? Jason ?

127. J : c'est que cette fois, la chaîne, elle est plus petite.

128. E5 : d'accord, elle est de combien ? Je ne l'ai pas précisé sur le dessin.

129. J : 2 mètres.

130. E5 : c'est quand même beaucoup plus petit.

131. J : et la barrière, au lieu qu'elle soit… au lieu qu'elle soit fine, là elle est longue, elle fait 8 mètres la barrière.

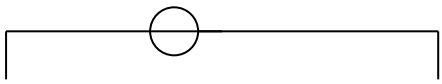
132. E5 : on ne sait pas si elle est fine ou pas la barrière, la différence c'est quoi Isham ? entre la première, le premier mode d'attache du chien et celui-là ?

133. I : le premier il est pas attaché, le deuxième, il est attaché à une barrière.

134. E5 : alors son anneau et sa chaîne, c'était sur un poteau. Donc Elise nous avait parlé du poteau électrique, donc c'est en hauteur d'accord ?

Là maintenant, on s'est dit, on a mis une grande barre qui est en long qui mesure 8 mètres.

Très bien et il est toujours attaché avec un anneau comme ça (E5 *fait un schéma au tableau*)



Bon, évidemment il y a quand même des piquets là, dans le sol, mais son anneau, est-ce qu'il peut se déplacer de gauche à droite ?

135. Une élève : oui

136. E5 : oui, très bien, donc il a une chaîne de 2 mètres et euh… une barrière de 8 mètres. Très bien, dons les mètres c'est …. Parfait…donc on a vu tout à l'heure que c'était un grand cercle de rayon… Tovsha ?

137. T : de 8 centimètres.

138. E5 : de 8 centimètres. Donc maintenant, on va essayer de représenter la surface sur laquelle, la zone sur laquelle il peut se déplacer. D'accord ? Elise est-ce que tu as bien compris ce qu'on va faire ? Isham ? Oui, Thibault ? Oui Tovsha ? alors qu'est-ce que tu dois faire ?

139. T : ben, on doit trouver les endroits où il se déplace.

140. E5 : très bien, à votre avis, est-ce que ça va être la même forme que dans le premier cas ?

141. Quelques élèves : non.

142. E5 : non, d'accord, parce qu'il faut pas forcément s'attendre à voir un gros cercle.

143. … : est-ce qu'il va sauter, est-ce qu'il peut sauter par-dessus la barrière ? passer de l'autre côté aussi.

144. E5 : euh … oui, oui, il peut passer de l'autre côté, oui parce que il peut passer par-dessus la barrière et par dessous… Bon, vous tournez la feuille, d'accord. Et allez-y.

00H32

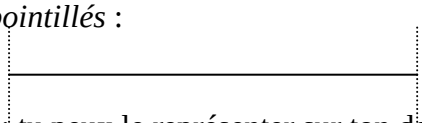
Recherche des élèves

00H47

145. E5 : alors, on écoute ….euh … quelle est la différence entre cet énoncé et le premier énoncé ? Elise.
146. E : que là il est sur une barrière que l'autre, il était sur un poteau.
147. E5 : exactement. Et qu'est-ce que ça lui apporte d'avoir une barrière ? (*Elise relève le doigt*) oui ?
148. E : qu'il peut passer en dessous et en dessus.
149. E5 : d'accord ça c'est vrai. Donc il peut aller … ça veut dire quoi, s'il passe en dessous. Pourquoi il passe en dessous ? Quel intérêt il a ce chien de passer en dessous la barrière ?
150. E : je sais pas.
151. G : ça lui évitera de sauter.
152. E5 : d'accord mais alors, même si il choisit de sauter, ou de passer en dessous, pourquoi il le ferait ?… pourquoi il ferait ça ? euh…Zebda ?
153. Ze : pour partir
154. E5 : pour partir ? dans tous les cas il va être attaché, il reste attaché, il va pas s'enfuir le chien, Isham ?
155. I : pour faire plus de tour pour aller un petit peu plus loin.
156. E5 : pourquoi il irait un peu plus loin ? il a pas que ce côté-là, il a quel côté aussi où il peut aller ?… viens me le montrer.
157. I : là sur le dessin, la laisse elle est là, si il passe en dessous
158. E5 : ça c'est la barrière, oui.
159. I : par exemple, il peut faire le tour et faire comme ça, aller en dessous et faire le tour
160. E5 : d'accord. Ça veut dire que notre chien, il occupe pas que cet espace, on est d'accord ?
161. I : oui
162. E5: s'il passe en dessous, c'est son but, c'est son intérêt… ça fait que c'est un peu plus long, s'il passe sous la barrière. Oui ?
163. Quentin : est-ce que si il pourra, il pourra pas parce que si la barrière on l'imagine, parce qu'il peut passer en dessous, mais si ça se trouve, il peut pas.
164. E5 : … mais nous, on part du principe qu'il peut. Comme je l'ai dit dès le départ, il peut passer par-dessus, par-dessous, peu importe, on sait qu'il peut. Tovsha ?
165. T : j'ai fini.
166. E5 : d'accord oui.
167. Quentin : mais il pourra pas faire le tour vu que la corde elle mesure 2 mètres et la laisse elle mesure 2 mètres et la barrière, elle mesure 8 mètres.
168. E5 : alors est-ce qu'on a une réponse à ça ? Tovsha ? toi qui a fini.
169. T : ben, elle mesure …
170. E5 : est-ce que tu peux répéter pour T ?
171. Q : la barrière elle mesure 8 mètres et la laisse elle mesure deux mètres, alors il peut pas faire le tour.
172. T : ben si, il passe dans tous les sens, par exemple…
173. E5 : viens montrer sur le tableau … ou apporte ton dessin oui.
174. T (*au tableau*) : ben d'abord, …

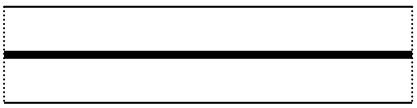
175. E5 colle son dessin au tableau : voilà le dessin de Tovsha, vas-y
176. T : je peux le refaire là ?
177. E5 : oh…explique leur
178. T : ben en fait, j'ai fait 8 mètres, la barrière elle fait 8 mètres, après j'ai fait sa laisse, qui mesure 2 mètres, (il fait un schéma au tableau – le même que M au départ)
179. E5 : pourquoi tu as fait un gros rond autour de la barrière ?
180. T : parce que c'est un anneau.
181. E5 : c'est un anneau, oui. Qui glisse le long de la barrière… tu as entendu Quentin ?
182. Q : oui.
183. T : il est à la laisse le chien. Après, avec la règle j'ai mesuré 2 cm. Là, là là et là

Il montre les pointillés :



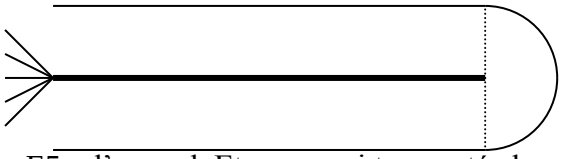
184. E5 : tu peux le représenter sur ton dessin.
185. T : là, ici 2 cm , ici 2 cm ici 2 cm ici 2 cm (il montre sur sa feuille)

Après j'ai … (il complète le schéma qu'il a commencé au tableau en écrivant quatre fois « 2 cm ») ça c'était 2 cm et là aussi…alors après je les ai reliés … comme ça.



186. E5 : est-ce que c'est clair pour tout le monde, pourquoi il les a reliés.
187. Elodie : il a relié pour euh… c'est à dire qu'il va aller jusqu'à là le chien.
188. E5 : et pourquoi pas plus loin ?
189. E : parce que ça fait 2 mètres.
190. E5 : d'accord.
191. Tovsha : après j'ai gommé ça, (il efface ce que j'avais représenté en pointillés) … après j'ai pris mon compas, et j'ai fait 2 cm de rayon. Après j'ai tracé comme ça (il fait deux demi cercles, à main levée)
192. E5 : pourquoi tu as fait un cercle, moi, je ne comprends pas bien.
193. T : non, j'ai fait des demis cercles parce que après il va …
194. E5 : vous savez pourquoi il a fait un demi-cercle ? oui ?
195. Dimbedi : ben c'est pour le chien, il peut faire le tour, au maximum.
196. E5 : ah, d'accord ; Isham vous avez compris pourquoi il a fait un demi-cercle ?
197. I : non pas trop.
198. E5 : d'accord. Tu as entendu ce qu'il a dit Dimbedi ? Tu peux réexpliquer.
199. G : il a fait ben … des demi-cercles pour savoir la limite du chien où il peut aller.
200. E5 : où il peut aller, d'accord.
201. T : qu'il ne dépasse pas.
202. E5 : qui dépasse pas…
203. T : il y a deux mètres… ça fait 2 centimètres.
204. E5 : d'accord, est-ce que c'est plus clair Isham ?
205. I : oui.
206. E5 : oui alors est-ce que quelqu'un avait trouvé la même solution ?
207. Silence
208. Est-ce que cela vous semble clair ?
209. Q et G : oui
210. E5 : oui ? T'as pas tout compris

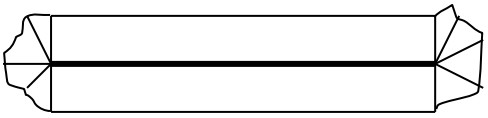
211. Rizlène : si mais… non
212. E5 : non alors comment tu as fait toi ?
213. Romain : on pouvait trouver plein de méthodes.
214. E5: on pouvait trouver pleins de méthodes ?
215. Quentin : non
216. E5 : pourquoi non ?
217. Tovsha : moi j'ai raté
218. E5 : comment ?
219. T : moi j'ai raté, parce que là ça fait moins de deux mètres (il montre l'intérieur d'un demi-cercle) alors ici…
220. E5 : donc ce serait plus un demi-cercle ?
221. T : non,
222. E5 : ça ressemblerait à quoi alors ?
223. T : ça ressemblerait (il efface un demi-cercle et trace plusieurs petits segments tous reliés à l'extrémité de la barrière) … ben comme ça, là il aurait 2 mètres là aussi, là aussi partout.



224. E5 : d'accord. Et pourquoi tu as raté alors ?
225. T : parce que je parce que j'ai à un endroit, ça fait comme tout à l'heure Quentin et Zaccharia, à un endroit il y avait 2 mètres et à un endroit il y avait moins de deux mètres.
226. E5 : tu penses qu'au bout de la barrière, il peut pas courir à la même distance d'un bout à l'autre du demi-cercle, alors tu penses qu'il y a un endroit où il peut aller moins loin ?
227. T : non…
228. E5 : j'ai pas compris ton but.
229. T : en fait je croyais que c'était … c'était comme ça (et il fait un geste de demi-cercle) et … en fait, …non, c'est … partout faut que ce soit 2 mètres parce que la laisse fait 2 mètres
230. E5 : alors Thibault toi, tu penses qu'il faut que partout ce soit la distance de 2 mètres ou que il peut pas aller, il peut pas parcourir la même distance partout dans ce demi-cercle ?
231. Thibault : partout ça fera 2 mètres…
232. E5 : d'accord pourquoi… moi je ne sais pas.
233. Th : ben sinon il pourrait pas aller
234. E5 : il pourrait pas aller où ?
235. Th : sa laisse elle fait 2 mètres…
236. E5 : oui ?
237. Th : il pourrait pas aller à plus de deux mètres.
238. E5 : mais est-ce qu'il pourrait aller à moins de deux mètres ?
239. Quentin, Zaccharia : oui
240. E5 : d'accord
241. ZA : parce qu'il peut très bien aller plus petit, pour qu'il se balade…
242. E5 : pour qu'il se balade ?
243. Za : plus … plus grand.
244. E5 : sur une distance plus grande. Tu veux dire supérieur à 2 mètres.
245. Za : oui.

246. E5 : oui très bien, c'est vrai que si il a une laisse de deux mètres il ne peut pas aller plus loin que 2 mètres. Zidani qu'est-ce que tu voulais dire ?
247. Zi : pareil
248. E5 : pareil ; alors est-ce qu'on pense que Tovsha a raison ou pas ?
249. Plusieurs élèves : oui

Pendant ce temps, Tovsha a complété son schéma et on voit :



250. E5 : oui, il a raison ? Quentin ?
251. Q : oui.
252. E5 : Ophélia ?
253. Oph : oui
254. E5 : oui. Killian tu es d'accord avec Tovsha ?
255. Killian : oui.
256. E5 : tu es sûr ?
257. Tovsha : il y a un doute.
258. Isham : il a pas montré qu'il peut aller au-dessus et en dessous
259. T : si il peut aller là et en dessous là (il montre le rectangle tracé sur son schéma)… mais j'ai un doute.
260. E5 : c'est quoi ton doute ?
261. T montre sur son schéma ce qui ressemble à des demi-cercles
262. E5 : non, c'est très bien, c'est ça, très très bien.

La sonnerie retentit et l'échange s'arrête.

01H05

Transcription du groupe 6

Première recherche :

Killian, Dimbedi, Romain et Rizlène sont installés pour former un groupe de 4. Mais en réalité Rizlène et Romain travaillent en binôme ainsi que Killian et Dimbedi. Il n'y a pas de véritable échange. Ils cherchent, sans communiquer pendant quelques minutes, ils ne semblent pas voir ce qu'il faut faire.

Kilian et Dimbedi ont dessiné un chien attaché à un poteau électrique

E5 s'approche d'eux avec du matériel (un bout de ficelle et un morceau de paille)

1. E5 : non, c'est pas la réponse, ça, regarde, on va prendre la ficelle … j'ai du mal à l'accrocher là. Alors il est accroché au poteau…maintenant, vous avez autre chose qu'un schéma, c'est encore mieux qu'un schéma, on a quasiment le vrai chien, d'accord ? Bon, vous allez pouvoir essayer de toucher tout cela, vous amuser avec pour trouver la réponse d'accord ? Ça va vous donner une autre idée.

Romain a dessiné le poteau, la chaîne et le chien. Il a tracé un ensemble rouge autour du poteau, à main levée. Ils sont aussi quelques minutes sans échanger.

2. Romain : c'est mal fait la tête
3. Rizlène : ben oui
4. Romain : ah mince, mais comment on fait ?

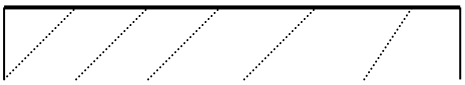
5. Rizlène : mais il va pas jusqu'à la surface là, cette surface-là, il peut pas parcourir tout ça. Le chien, il peut pas faire ça, il tourne autour de lui (*elle dessine une spirale*). Regarde, il fait comme ça, il tourne autour de lui
6. Kilian : mais non, mais non.
7. E5 : alors est-ce que vous avez essayé avec le poteau et le chien ?
8. Kilian : oui, euh …
9. E5 : alors il peut aller où ?
10. Romain : il peut faire comme ça le chien
11. Rizlène : ben oui mais il tourne autour de lui.
12. E5 : autour de lui ?… autour de qui ?
13. Rizlène : autour de lui-même !
14. Romain : non
15. E5 : il tourne autour de lui-même ?
16. Romain : autour du poteau
17. E5 : il tourne autour du poteau. La paille c'est le poteau, Rizlène.
18. Rizlène : ah oui, il tourne autour du poteau.
19. E5 : Elodie, c'est fini, colorié, oui. On arrête, il y en a qui ont trouvé…
20. Rizlène : et il peut aller là (montre la zone rouge de Romain)

<u>Pendant la présentation au tableau de Quentin,</u>
Rizlène à Romain : nous on n'a pas fait le même dessin…
Romain : hm

<u>Deuxième recherche :</u>
Les élèves gardent une feuille par binôme mais essaient de réfléchir ensemble, à 4.

1. Romain : bon, tu tournes la feuille.
2. *Sur les deux feuilles, Romain et Dimbedi tracent la barrière, l'anneau et le chien (schéma qu'a fait E5 au tableau juste avant)*
3. *E5 vient tout de suite vers le groupe, reprend son matériel (paille, ficelle)*
4. E5 : voilà la paille, la ficelle, alors maintenant, ça (E5 montre la paille) cela peut représenter quoi ?
5. Rizlène : la barrière
6. E5 : la barrière, et ça c'est quoi ?
7. Romain : la chaîne, la laisse
8. E5 : la laisse. Très bien. Donc elle est un peu en hauteur, je vous laisse essayer et trouver la zone du chien à partir de ça.
9. Silence
10. Killian: bon alors …il peut aller là
11. Romain : tu fais quoi ?
12. Killain : je vais colorier (zone en orange, tracée à main levée)
13. E5 revient les voir : tu veux essayer de faire ton propre dessin sur une feuille killian ?
14. Romain : oui… voilà avec une grande, grande chaîne
15. Killian : mais elle mesure 2 m (il l'ajoute sur son dessin)
16. Romain : non, non…On fait la longueur qu'on veut la barrière ?
17. Killian : ben non, de la longueur 8 m, de la largeur …
18. la barrière mesure 8 mètres et la chaîne mesure 2 mètres.
19. Rizlène : il faudrait trouver déjà la largeur… donc 16 centimètres, ça peut pas être ça. 16 cm c'est trop grand donc ça peut pas être ça. .. je sais pas moi… là c'est la barrière et le chien, donc nous allons trouver des possibilités pour trouver donc le chien ne peut pas, ne peut pas faire ça et … l'espace du chien peut être 1 cm.

20. Killian : non !
21. Rizlène : nous ne sommes pas tout à fait d'accord mais nous allons voir la réponse…
22. On pourra colorier la surface que le chien peut faire, pour se balader en vrai…
23. *Sur une nouvelle feuille, Dimbedi (Killian regarde) refait leur dessin et colorie la zone.*
24. *Sur sa feuille, Rizlène hachure au crayon de papier la zone au-dessous de la barrière :*



i. 8 m

25. Romain : mais pourquoi tu fais ça ?
26. Rizlène : je colorie, la distance est de là, la distance ne peut pas franchir la barrière, il faut que la distance soit 4, nous avons …
27. Ro : ah, ça doit être ça
28. Ri : ah … enfin,
29. E5 : alors qu'est-ce qu'il peut parcourir comme zone ? Alors est-ce qu'elle a cette forme la barrière, qu'est-ce qu'on a expliqué ? Regarde.
30. Romain : elle a 8 m la barrière
31. E5 : d'accord mais est-ce qu'elle est en hauteur ou en …
32. Romain : en largeur
33. E5 : exactement, donc est-ce que tu dois la mettre comme ça ?
34. Killian : non… comme ça (il montre son dessin)
35. E5 : donc à partir de là, qu'est-ce qu'il peut faire comme trajet ton chien ?
36. Romain : là devant
37. E5 : oui sauf qu'on a dit qu'il peut faire tout ça, c'est accroché par un anneau on a dit,
38. Rizlène : faut pas que ça dépasse la largeur de 8 pour la barrière…
39. Romain : ah je comprends pas…
40. E5 *à la classe* : alors on écoute, quelle est la différence entre… (Cf. deuxième mise en commun)

Transcription du groupe 1

(*Isham, Elise et Zineb*)
Première recherche :

1. Isham : ah ouais, on va mesurer les centimètres. On va faire un cercle de 40 centimètres.
2. Elise : 40 cm ?
3. I : non, je rigole, je le fais exprès…c'est ma règle violette.
4. Zineb : bon allez, dessine déjà le chien… comme le maîtresse. Bon fais le poteau…
5. Isham : ben ça y est. J'ai fait le chien.
6. Zineb : tu comptes 8 mètres.
7. Isham : t'as une règle de 8 m, t'as dit ?
8. Z : ben, 8 mètres c'est un centimètre euh …
9. I : 8 m c'est c'est … 16 centimètres… ben c'est quoi ça, on dirait ?
10. Z : je le fais en rouge. ça c'est toute la surface.
11. Elise : on dirait une souris ! … 8 mètres, j'ai pas compris les 8 mètres…

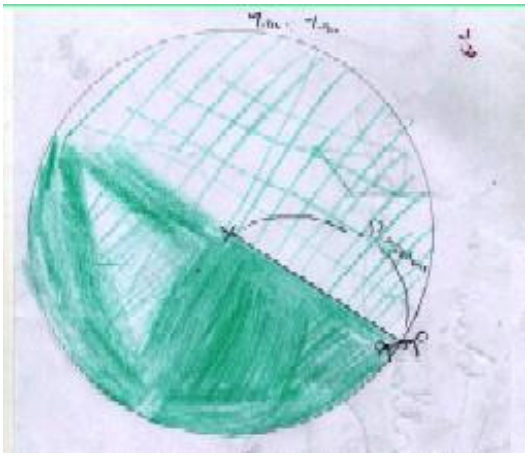
12. Z : ben, le cercle euh…
13. I : oui mais il faut faire, il faut faire un cercle de 8 mètres … alors que moi …
14. Elise : c'est 8 centimètres
15. Z : non c'est 8 mètres.
16. Elise : et bien …
17. I : 8 mètres cela fait … (il regarde le tableau de conversion affiché au-dessus du tableau de la classe) 0,01.

Deuxième recherche :
1. Elise : bon, fais le chien, pour la surface …alors tout à l'heure, comment ils ont fait eux ?
2. Zineb : ils ont fait un cercle de 8 centimètres. Mais là ça va pas être pareil, elle a dit la maîtresse… parce que c'est … c'est ….
3. Isham : ben on fait un carré.
4. Z : c'est pas un carré !
5. Isham : qu'est-ce que j'ai fait ?… je me suis trompé… 8 centimètres…
6. Z : non.
7. I : si E5, elle l'a dit. Il faut faire une barre de 8 cm.
8. Z : mais c'est 2 cm. Il peut passer sous la barre, sur la barre…
9. I : et ben, j'écris, il peut passer en dessous
10. E : et en dessus.
11. I : quoi ? il peut pas passer en dessus… oui mais en dessus il peut pas
12. Z : en fait il peut sauter.
13. I : oui
14. Z : donc il peut passer en dessus et en dessous.
15. I : d'accord.
16. E5 : oui il peut passer au-dessus et en dessous, on est d'accord et n'oublie pas, elle mesure combien la laisse ?
17. I : 2 centimètres
18. Z : 2 mètres
19. E5 : oui, 2 cm enfin 2 m. sur notre feuille 2 cm et en vrai 2 m.
20. Elise : ben, les mètres c'est …
21. Zineb : je pense que ça va faire 10 cm.
22. I : on dirait un train …Bon, le chien, il …
23. Z : ah, je sais pas
24. I : t'as pas réussi ?
25. Zineb : attend j'ai pas encore marqué quelque chose…
26. I : tu mets un petit soleil
27. Z : mais j'en veux pas !
28. I : la chaîne, elle vient ici.
29. Elise : il peut passer en dessous et en dessus.
30. Z : ben là-dedans, je sais pas… ça c'est un trait tu vois bien. Il peut passer par là, le chien.
31. I : mais non ! il faut faire un cercle de 4 cm, vas-y c'est grave, et la moitié de deux ? … bon, c'est ce que j'ai essayé, ça m'a mis bon mais je vais essayer encore…
32. Z : je peux pas, je peux pas. Ça fait trop petit, c'est huit, allez.
33. I : t'as vu et là ?
34. Z : c'est pas 4.
35. I : combien ? je t'avais dit qu'il fallait faire …
36. Z : c'est pas 4

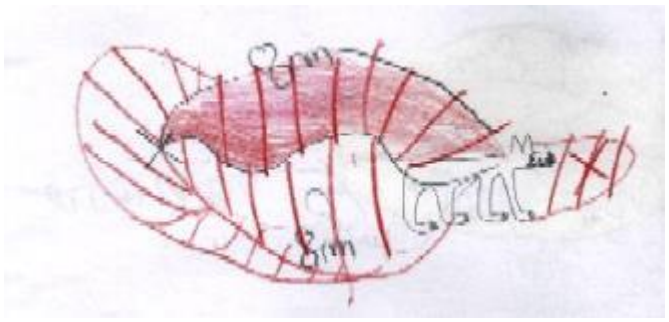
37. I : si la moitié de 8, ça marche.
38. Z : mais c'est normal, moi je l'ai faite un peu petit ma barre.
39. E : mais fallait la mettre ici…
40. I : ha mais non, on a faux, est-ce que tu l'as fait avec le crayon à papier ou avec le compas ? T'as vu ça dépasse, ça dépasse la barre… T'as vu, il fallait faire comme ça le trait…

Transcription des travaux des élèves

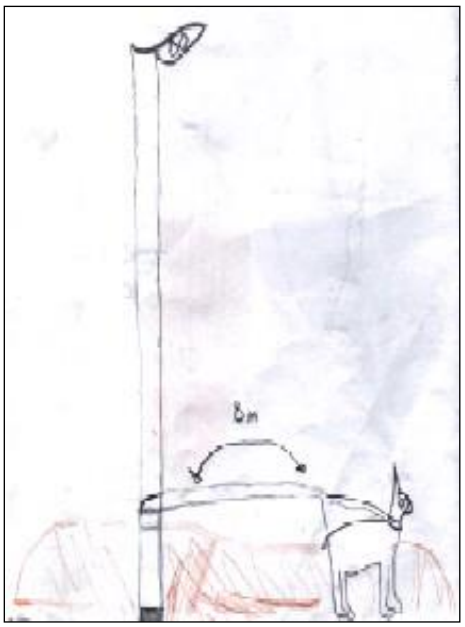
Le chien (a)

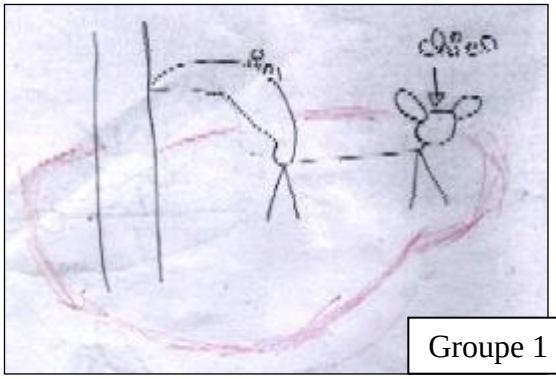


Production de Zidani et Thibault



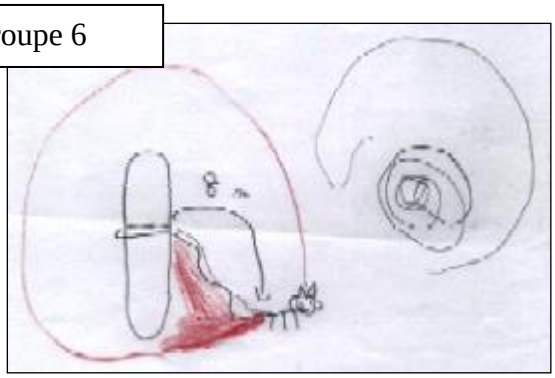
Production de Quentin et Zac

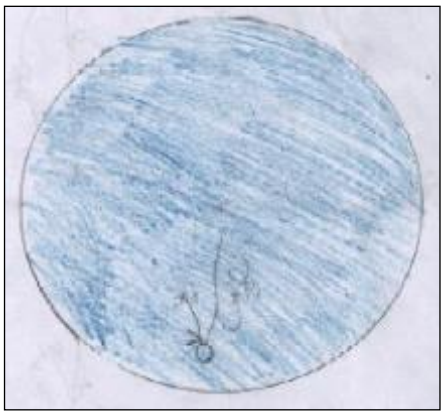




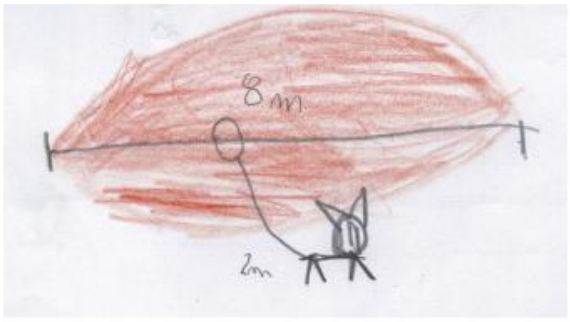
Groupe 1

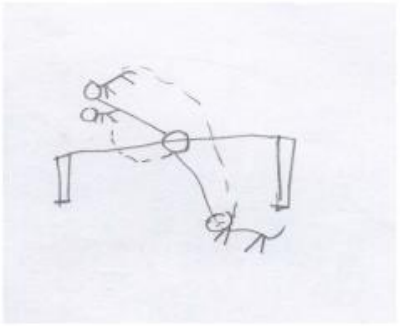
Groupe 6



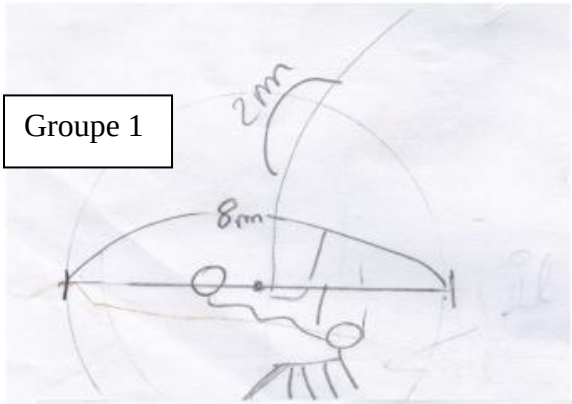


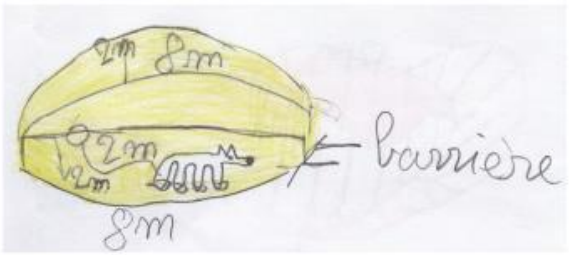
Le chien (b)

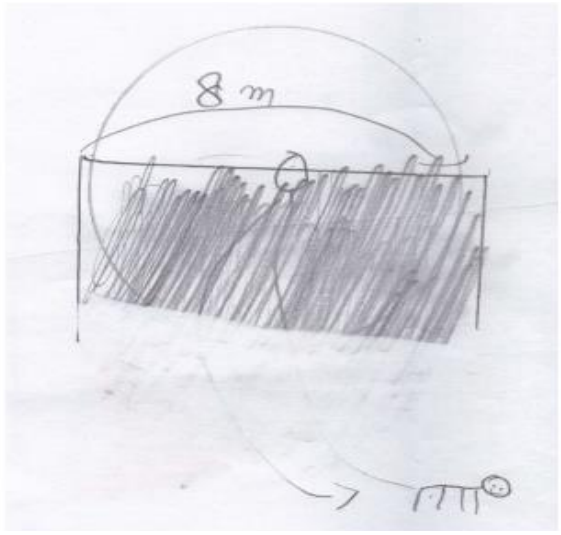




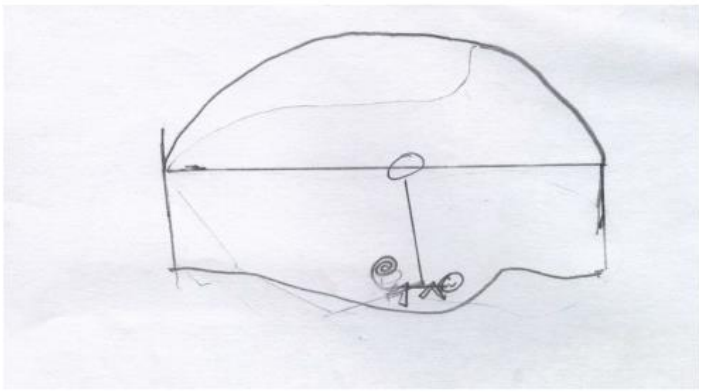
Groupe 1





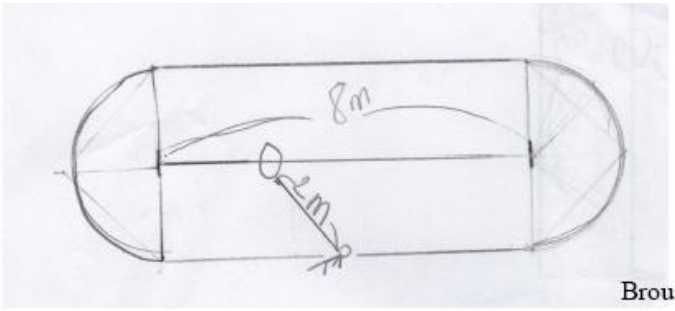


Groupe 6 :
Le chien (a)

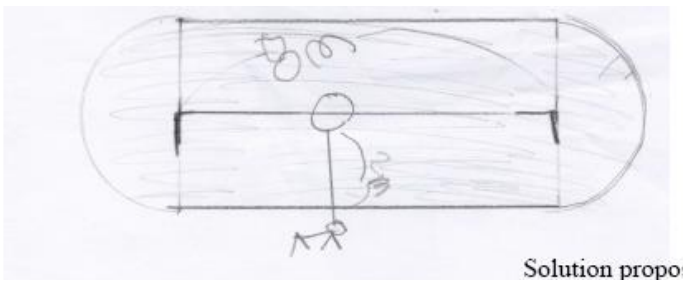


Le chien (a)

Téo



Brouillon



Solution proposée à la classe

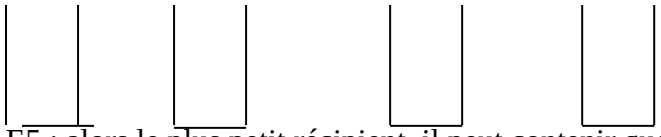
Séance 2 (E5B *La leçon de chimie*)

Transcription de la séance

00H00

1. E5 : alors, on commence par deux petits exercices. (E5 *ouvre le tableau*) Ils sont écrits là, on va les lire ensemble. Ça y est ? Jason, tu peux lire le premier.
2. Jason : pour un de ses clients, un jardinier a travaillé huit heures qu'il a facturées quatre-vingt-dix euros. Quel serait le montant de la facture pour quatre heures de travail ?
3. E5 : voilà, c'est assez clair pour tout le monde ? Oui ? La facture, c'est en gros combien cela va coûter au client… Zidani, tu peux lire l'autre ?
4. Zidani : une fromagerie utilise quatre virgule huit litres… hectolitres de lait de chèvre pour fabriquer cent kilogrammes de fromage de chèvre frais. Quelle quantité de lait de chèvre lui faut-il pour obtenir vingt-cinq kilogrammes de fromage ?
5. E5 : alors, une fromagerie, c'est ?
6. Rizlaine : c'est où on fabrique les fromages.
7. E5 : oui, c'est ça et il faut beaucoup de lait pour faire des fromages. Allez, je vous laisse les faire… Oui, sur votre cahier de mathématiques.
8. 00H03
9. *Recherche individuelle des élèves.*
10. 00H05
11. E5 : allez, on les corrige. Alors, vous trouvez combien ? (Plusieurs mains se lèvent) Romain.
12. Romain : ben, le jardinier, ça fait quarante-cinq euros.
13. E5 : oui… et comment tu trouves ça ?
14. Rom : j'ai fait… J'ai fait la moitié de quatre-vingt-dix.
15. E5 : oui, la moitié car quatre heures c'est la moitié de huit heures. Ça va pour tout le monde ? Oui. Le deuxième, qui a trouvé ? (Plusieurs mains se lèvent) Kilian.
16. Kilian : ben moi, j'ai pensé que cent c'est vingt-cinq fois quatre. Donc ça fait un virgule deux.
17. E5 : et pourquoi tu trouves ça ? Quelle opération tu as faite ?
18. Kilian : ben, je… j'ai essayé et un virgule deux fois quatre, ça fait bien quatre virgule huit.
19. Tovsha : on peut aussi faire dans sa tête quatre c'est quatre fois un et huit c'est quatre fois deux, donc c'est pour ça qu'on a un virgule deux comme a dit Kilian.
20. E5 : oui, c'est bien et cela fait penser à quoi en mathématiques ça ? Est-ce que vous avez déjà vu des choses là-dessus ? Quentin ?
21. Qu : ben…
22. Tovsha : c'est de la proportionnalité.
23. E5 : oui, c'est de la proportionnalité. On en a déjà vu des petits exercices comme ça sur de la proportionnalité… Alors, maintenant, je vais vous présenter un nouveau problème. (E5 *distribue un énoncé à chaque élève*) Ah, il est long celui-ci. Alors … vous lisez tout seul, on va le lire ensemble après. Allez, je vous laisse.
24. 00H08
25. E5 *reste devant la classe, surveille que chaque élève lit l'énoncé.*
26. E5 : … allez Rizlaine, c'est pas grave, redonne la colle, dépêche-toi. Allez Elodie. Elise, est-ce que tu peux lire le problème à voix haute… bien fort.

27. Elise : pour faire une expérience … plusieurs récipients qui contiennent de l'eau.
28. E5 : qu'est-ce que c'est un récipient ?
29. Plusieurs mains se lèvent.
30. E5 : euh … Jason.
31. Jason : c'est pour … c'est comme par exemple, un verre. Un verre c'est un récipient.
32. E5 : voilà, tout ce qui contient de la matière liquide … ça peut être un verre comme ça peut être une bouteille. Les deux, ça peut être des récipients… d'accord ?
33. G : un seau aussi par exemple.
34. E5 : oui, un seau. Alors vous ne vous embêtez pas avec ce mot-là. Tu peux continuer.
35. Elise : il donne à Jacques un récipient qui contient 6 …
36. E5 : centilitres
37. E : centilitres d'eau, à Pierre … l'expérience va-t-elle marcher ?
38. E5 : alors qu'est-ce qu'elle veut dire cette question ?
39. Plusieurs mains se lèvent.
40. E5 : Elodie
41. Elodie : ben, ça veut dire que l'eau euh …même si ça contient pas les mêmes centilitres, l'eau doit être aussi sucrée.
42. E5 : ça c'est ce que demande le professeur. Lui, son but c'est que par exemple quand on a un récipient de taille moyenne, on va mettre tant de sucre. Après si on double la taille du récipient, qu'est-ce qu'il faut faire avec le sucre ?
43. Quelques mains se lèvent.
44. E5 : Elodie
45. Elodie : faut le doubler.
46. E5 : voilà, alors comment va-t-on appeler ça ? Romain ? On a dit le mot tout à l'heure.
47. Romain : proportionnalité
48. E5 : voilà. Donc c'est ça qu'on demande aux élèves de faire ça à travers une expérience. Pour ça, il leur donne des récipients de taille différente et après c'est à eux de se débrouiller avec le sucre. Finalement, c'est un peu à vous de vous débrouiller. Parce que vous, qu'est-ce que vous devez vérifier ?
49. *Beaucoup de mains se lèvent (plus de la moitié de la classe*)
50. E5 : Zineb
51. Z : si c'est bon
52. E5 : bon … je vous distribue une feuille blanche. Vous allez dessiner les récipients du plus petit au plus grand, vous écrivez en centilitres.
53. E5 : par exemple, quel est le récipient le plus petit ? dans cet exercice … Tovsha ?
54. T : celui des 6 centilitres
55. E5 : absolument.
56. Z : mais y en a deux !
57. E5 : euh … vous vous appliquez pas … vous faites ça très vite, c'est juste pour faire un schéma. Je vous laisse une minute.
58. E5 fait un schéma au tableau. Les élèves cherchent individuellement.



59. E5 : alors le plus petit récipient, il peut contenir quelle quantité de liquide ?
60. Un élève lève la main, Zacchari.
61. E5 : Zacchari
62. Za : 6 centilitres
63. E5 : oui, 6 cl.

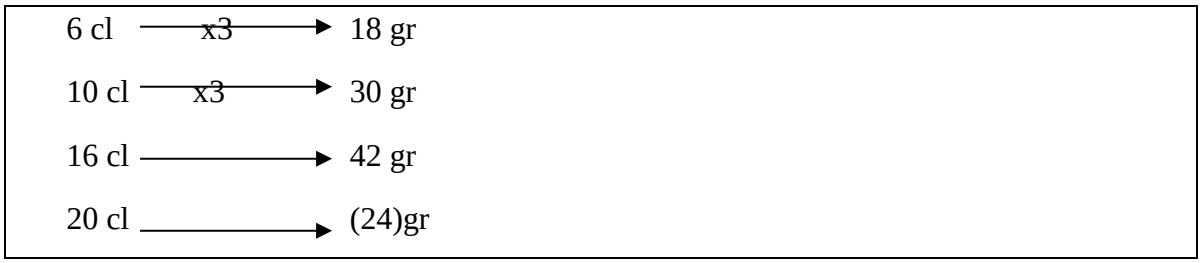
64. Tovsha : mais il y en a deux de 6 centilitres.
65. E5 : oui mais je n'en fait qu'un. Euh, le … juste au-dessus ?
66. Plusieurs mains se lèvent.
67. E5 : Ophélia.
68. O : 9 centilitres.
69. E5 : très bien. Ensuite Jason ?
70. J : 16 centilitres.
71. E5 : très bien. Ensuite Kilian ?
72. K : 20 centilitres.
73. E5 : 20 cl. Alors maintenant, on a un pot de sucre (*E5 dessine un rectangle*) tout ça est rempli de sucre et ça veut dire qu'on va devoir faire quoi ? Qu'est-ce que ça veut dire qu'il y a des tailles de récipients différentes ?
74. T : faut mettre le sucre dedans.
75. E5 : alors ça c'est facile à faire … mais elle est où la complication ?
76. G : faut trouver combien il faut mettre de sucre dans les … dans les récipients.
77. E5 : voilà, Zebda, est-ce que tu veux le dire autrement ?
78. Zebda : ben, si c'est 6 centilitres et 9 centilitres, c'est pas … enfin faut calculer, ça va pas …
79. E5 : voilà, est-ce que ça va aller si je mets 250 grammes ici, ici, ici et ici ? Est-ce que la réponse peut être bonne ? Finalement, si j'ai un kilo de sucre, c'est parfait, je me suis débarrassée de mon sucre. Qu'est-ce qui ne pourrait pas aller ?
80. R : c'est parce que on a un plus grand récipient et un plus petit, c'est la quantité, faut pas …
81. E5 : voilà, dans le problème, on dit bien « doit être aussi sucré » dans tous les récipients. Ça veut dire que si on a la même quantité 250 grammes dans un récipient qui ne contient pas 6 centilitres, si on met la même quantité dans celui-ci que dans celui-ci qui contient 20 centilitres d'eau, est-ce que l'eau va être aussi sucrée ?
82. Plusieurs élèves : NON.
83. E5 : Non.
84. R : le plus petit sera plus sucré.
85. E5 : bien, le petit sera … sera plus sucré bien sûr donc à vous de travailler et de recherche comment enfin … est-ce que les résultats trouvés par les élèves vont nous permettre de résoudre l'expérience ? Est-ce que le résultat va faire que l'eau sera aussi sucrée dans tous les récipients ? … Oui, Tovsha ?
86. T : peut-être que ça pourrait être partout le double.
87. E5 : ah, peut-être … je ne sais pas. C'est un professeur qui donne cette expérience, il a pas la réponse, il attend que ses élèves la trouvent et tu vas faire la même chose. Je vais attendre que vous trouviez. Par contre, je vais vous laisser travailler par deux. .. D'accord ? et vous travaillez sur la feuille blanche.
88. 00H14
89. Recherche en binômes.
90. 00H49
91. E5 : on va écouter la méthode de Zaccharia … posez vos crayons… Il pense avoir trouvé, on va voir. Alors tu nous expliques.
92. Zaccharia : ben, en fait, moi, j'ai mis pareil, j'ai tout multiplié par 3. ça … ça fait les résultats qu'il y a eu, qu'il y a écrit dans le texte et celle de Didier…
93. E5 : alors il faudrait que tu écrives davantage au tableau parce que … c'est pas très, pas très clair. Alors par quoi tu as commencé ?
94. Z : ben par regarder les résultats des grammes de sucre.
95 E5 : d'accord, tu les écris.

96 Z : ben voilà

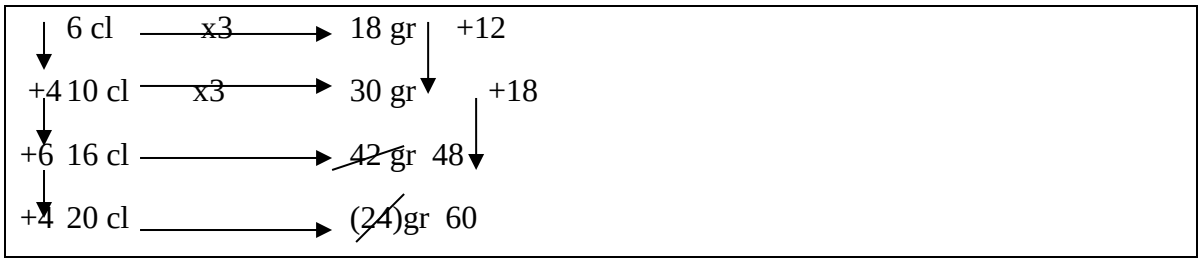
J ——— 6 x 3 = 18 gr de sucre
P ——— 10 x 3 = 30
B ____16 x 3 = 42
D ——— 20 x 3 = ça ne fait pas 24

97 E5 : alors 18 – 30 – 42
98 Z : et après, j'ai regardé, j'ai pris, j'ai fait 18 divisé par 6
99 E5 : d'accord
100 Z : ça fait 3. Après j'ai fait 30 divisé par 10, ça fait 3. Après j'ai fait 42 divisé par 16, ça fait 3 mais par contre, celle de Didier, j'ai fait … (il relie sa feuille) 24 divisé par 20, ça fait pas 3, celle de Didier, elle est fausse.
101 E5 : celle de Didier est fausse donc ça sous-entend que … euh il peut pas mettre dans son récipient qui contient 20 centilitres d'eau, 24 grammes de sucre. Est-ce que tout le monde est d'accord ?
102 La plupart des élèves : oui.
103 E5 : est-ce qu'il y avait autre chose qui pouvait nous faire penser que … euh, celle-ci n'était pas bonne.
104 Z : j'ai fait 20 fois 3 ça fait pas 24.
105 E5 : d'accord, alors, tu vas nous expliquer ça avec … bon, merci… Alors on a un récipient de 6 centilitres. On y met euh … 18 grammes de sucre, on a un récipient de 10 centilitres, on y met combien ? … 30 ? ensuite 16 centilitres, on y met combien ?
106 G : 24
107 E5 : et enfin … 20 centilitres, on y met 24, non je me suis trompée là … c'est 42 dans 16.
108 Tovsha : maîtresse, c'est bizard.
109 E5 : alors Tovsha.
110 T : c'est bizarre par ce que pour 16 cl il y en a plus que pour 20 cl.
111 E5 : et il est où le problème ?
112 T : ben, normalement, c'est le contraire.
113 E5 : pourquoi ?
114 T : ben 42 pour 20 cl, normalement, il devrait y en avoir beaucoup plus.
115 E5 : alors tu veux dire que ici le récipient est plus grand et …
116 T : c'est pas possible
117 E5 : que ?
118 T : que celui-là de 16, il ait 30.
119 E5 : voilà.
120 T : celui de 10 centilitres aussi.
121 E5 : exactement donc dans 20 cl, étant donné qu'on a moins de sucre que dans 10 cl et 16 cl, ça peut pas vraiment être correct. D'accord. Ensuite, qu'est-ce qu'on pouvait faire avec tout ça ? Tu peux nous expliquer ta démarche à partir de là Zaccharia…Ah … ça a sonné… on continue après.
00H55 Fin de la première partie de la mise en commun (récréation)
00H55 Reprise de la mise en commun (après la récréation)
122 E5 : bon, on reprend … dans 6 cl, on met 18 grammes de sucre, 10 cl, 30 grammes, 16 cl, 40 grammes et 20 cl, 24 grammes.
123 Rizlaine : on écrit ça en vert ?
124 E5 : ben, pour l'instant on n'a pas à écrire, on cherche comment on peut faire… Tovsha ?
125 T : ben, on avait dit que pour 20 cl, ça peut pas être 24 grammes de sucre. Parce que c'est plus petit que 42 et 30.

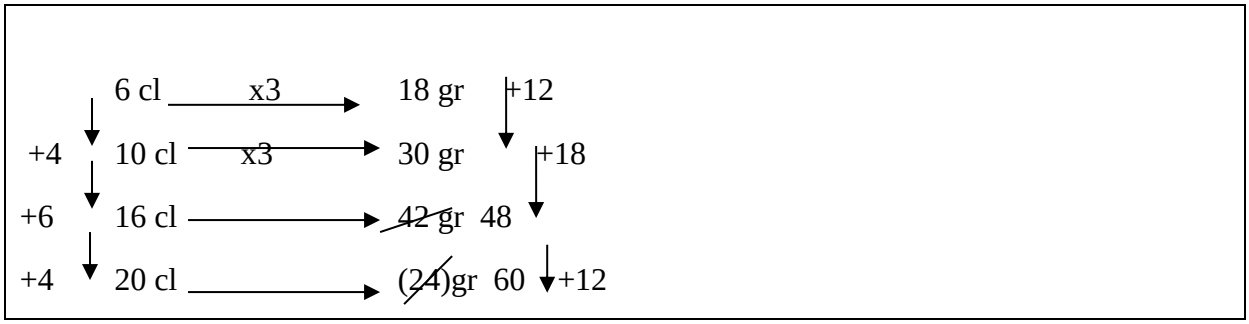
126 E5 : alors que le récipient est déjà … est lui-même plus grand.
127 T : oui 10 cl c'est plus petit que 16 cl. Et 16 cl c'est plus petit que 20 cl. Alors euh … si c'est 24 grammes de sucre pour 20 centilitres ben pour 10 centilitres, ça doit être moins.
128 E5 : oui, donc il y a un problème. On peut se douter que l'expérience, c'est pas sûr qu'elle marche. Alors et comment on pouvait vérifier ? être sûr … Romain, tu veux essayer ?
129 R : on pouvait faire 20 fois 3 puisque tous les autres calculs, comme 6 par 3 ça fait 18, ils sont multipliés par 3.
130 E5 : alors on essaie. 6 fois 3,18 c'est bon. 10 fois 3, 30, d'accord. 16 fois 3 alors ? Bon ben on va poser le calcul, 16 fois 3, vous posez la multiplication…
E5 *écrit au tableau* :



131 E5 : oui ?
132 I : ça fait 58
133 E5 : ça fait ?
134 I : 58
135 E5 : alors pose le calcul, tu vas redire…Ophélia ?
136 Op : 48
137 E5 : 48. et 20 fois 3 ?
138 T : ça fait 60.
139 E5 : ça fait 60, très bien. Alors est-ce qu'elle était valable à tous les coups cette solution ?
140 I : non
141 E5 : alors on peut peut-être réfléchir à un autre.
142 T : c'est peut-être de la proportionnalité ?
143 E5 : hum, peut-être. Essaies si tu penses que c'est de la proportionnalité. Comment on pouvait faire autrement ? ça c'est correct mais est-ce qu'on a une autre méthode ?
144 Silence.
145 E5 : on pouvait expliquer que comme ça ? Tovsha ?
146 T : en fait, on a dit que … dans les centilitres, c'est plus 4, plus 6, plus 4 parce que 6 plus 4 ça fait 10 et 10 plus 6 ça fait 16 et 16 plus 4 ça fait 20 alors de l'autre côté, on a regardé, 18 plus 12
147 E5 : attend, je vais noter. Là c'est plus 4 c'est ça. Là c'est plus 6 et là plus 4 d'accord.
148 T : ensuite, on fait 18 plus 12 puis 30 plus 18.

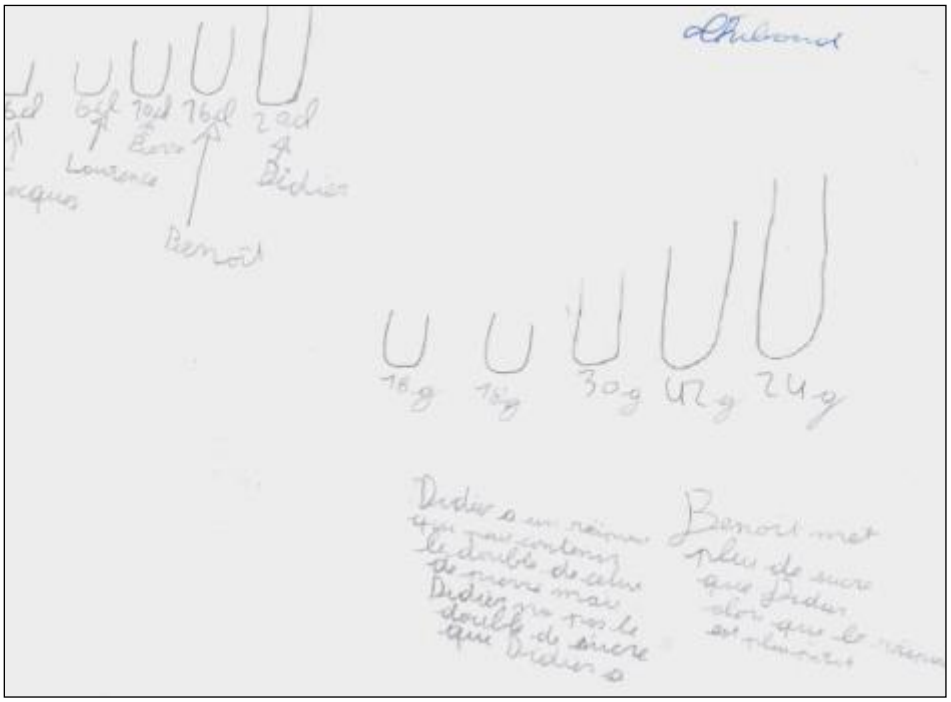


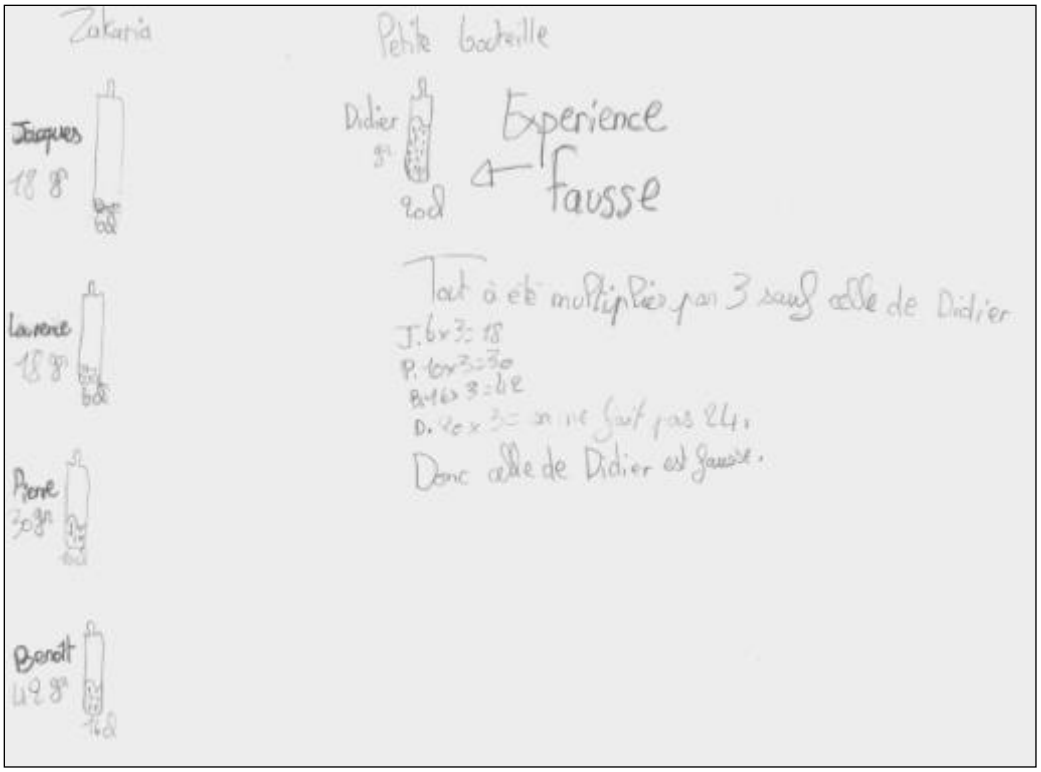
149 E5 : c'est ça que vous avez fait directement ?
150 T : oui, 48 et après 48 plus 12 ça fait 60.
151 E5 : d'accord, et alors c'est quoi le lien entre 4 et 12, 6 et 18, 4 et 12 ? est-ce qu'il y a un lien ?
152 T : ben oui, au début on a vu, 6 plus 4 ça fait 10 alors là-bas, ça devait faire plus. Parce que c'était du plus petit chiffre par là-bas et par là-bas aussi c'était le plus petit chiffre. Ça fait 12 – 12 alors pour la deuxième, on devait trouver un chiffre plus grand que 12 parce que au début aussi c'est plus grand que 12, euh… que 4 alors on a pris 18, comme le début, parce que c'est 6 au tout début et après euh là-bas, c'est 18.
153 E5 : d'accord, alors tu as trouvé tout seul le 18 ?
154 T : le 18 ? non en fait, là-haut pour les centilitres …
155 E5 : viens nous montrer.
156 T au tableau : ben ici 6 c'est le premier chiffre qu'il y a donc ici c'est 18. On a fait 18 car ici c'est plus 6
157 E5 : d'accord. Est-ce que quelqu'un a bien compris ?
158 Plusieurs élèves : non.
159 E5 : non, alors il faut essayer de … réexpliquer. Ce que je comprends pas c'est comment vous avez trouvé mais après il y a peut-être que moi qui ne voit pas … comment vous avez trouvé 12 – 18 –12 ?
160 T : 12 parce que c'est 18 plus trente. Euh … 18 plus 1é ça fait 30.
161 E5 : d'accord.
162 T : et là comme c'était 4, on a remis pareil et là c'était plus 6 donc là on a fait plus 18.
163 Zaccharia et R lèvent la main.
164 E5 : oui
165 Za : oui sinon, il y a 4 fois 3 ça fait 12, 6 fois 3, 18, et 4 fois 3, 12.
166 E5 : exactement, moi ça me semblait plus simple comme ça. C'est bien de l'avoir vu. Par contre, c'est ta méthode Tovsha, que j'ai du mal à comprendre. Parce que du coup, tu avais remarqué que le 42 et le 24 n'était pas correct.
167 T : oui
168 E5 : d'accord. Bon, très bien. Vous pouvez noter la réponse. Il fallait mettre 48 avec 16 cl. Et avec 20 cl, on mettait 60g. Vous notez cette correction, oui tout ça.

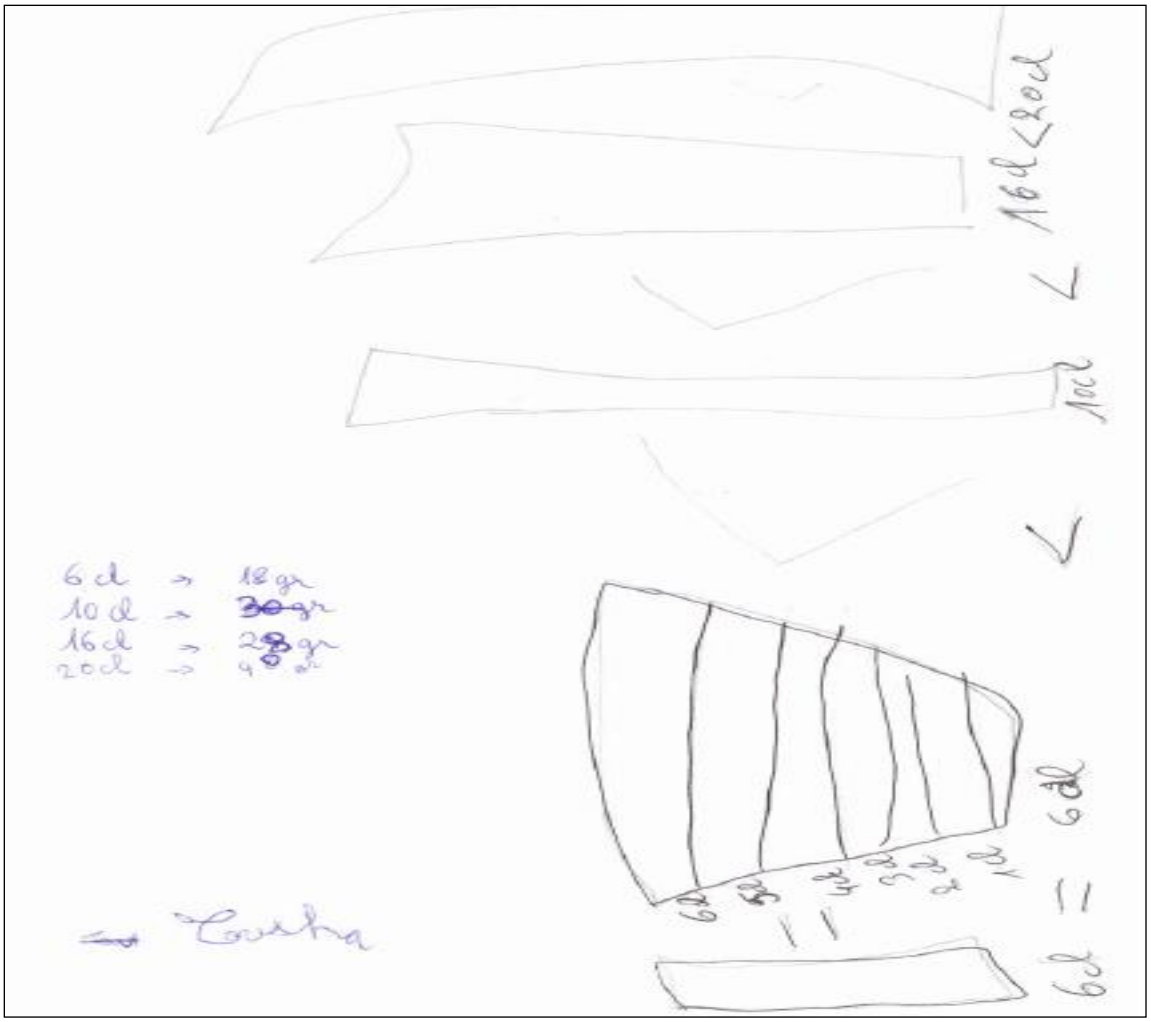


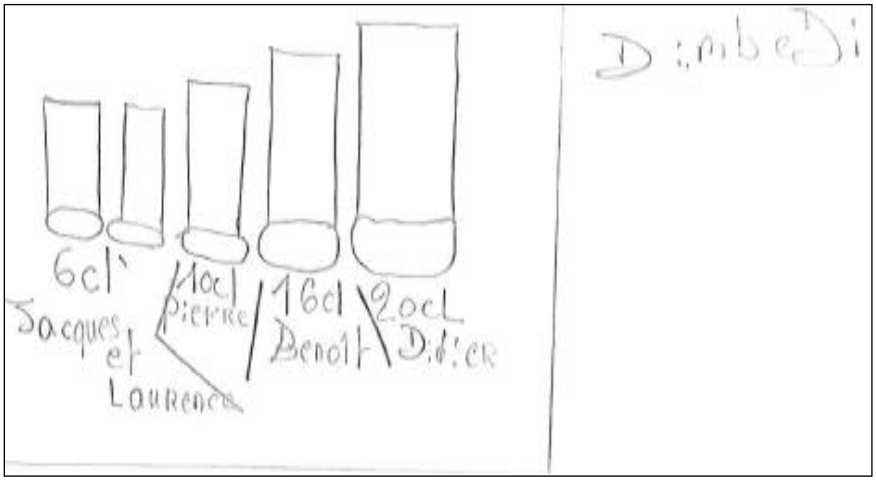
01H03 Fin de la séance

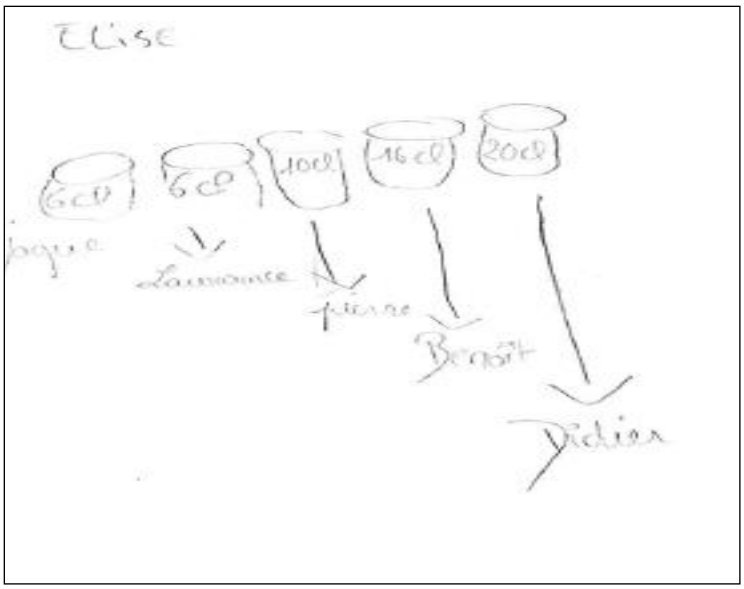
Travaux des élèves

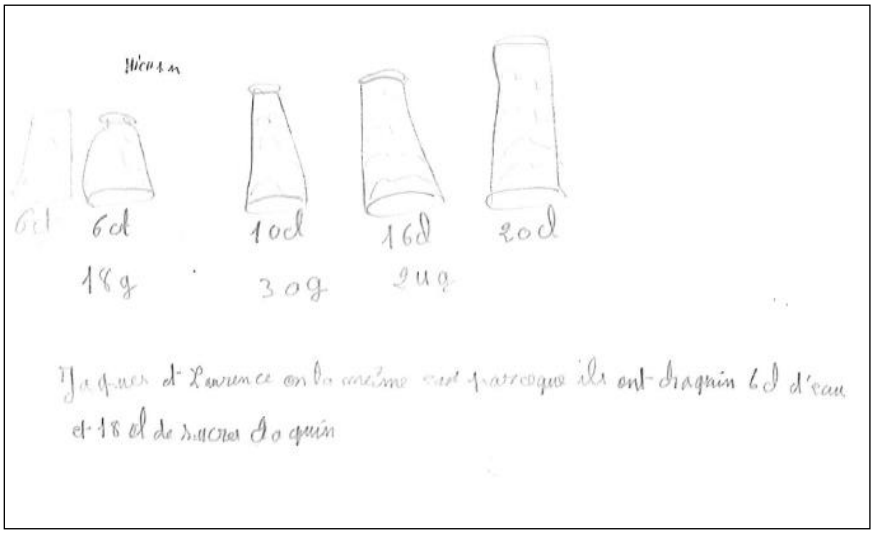


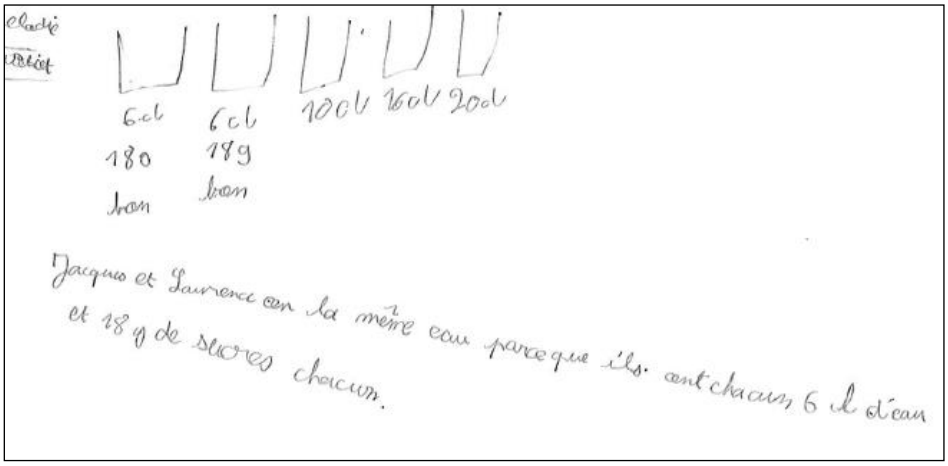


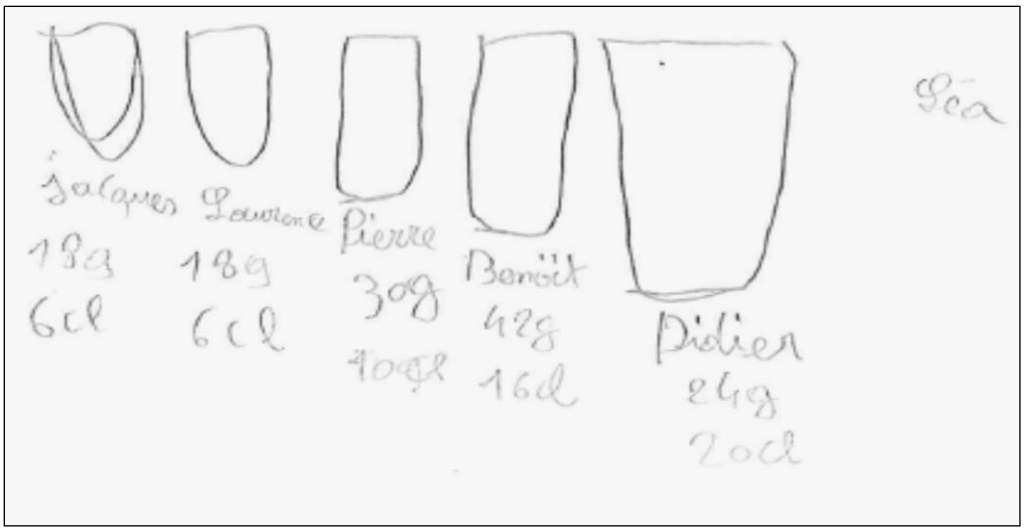

16cl<20cl
10cl
6cl → 18gr
10cl → 30gr
16cl → 28gr
20cl → 9[illegible]
Coulha
6cl 11
6cl 11

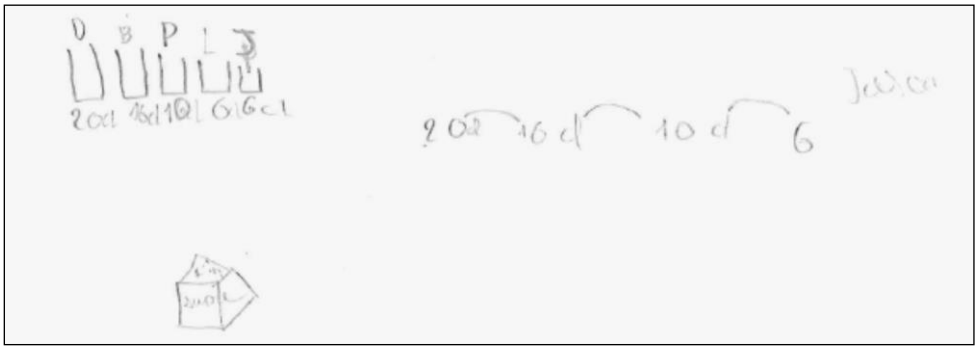

6cl
Jacques et Laurence
10cl Pierre
16cl Benoît
20cL Didier

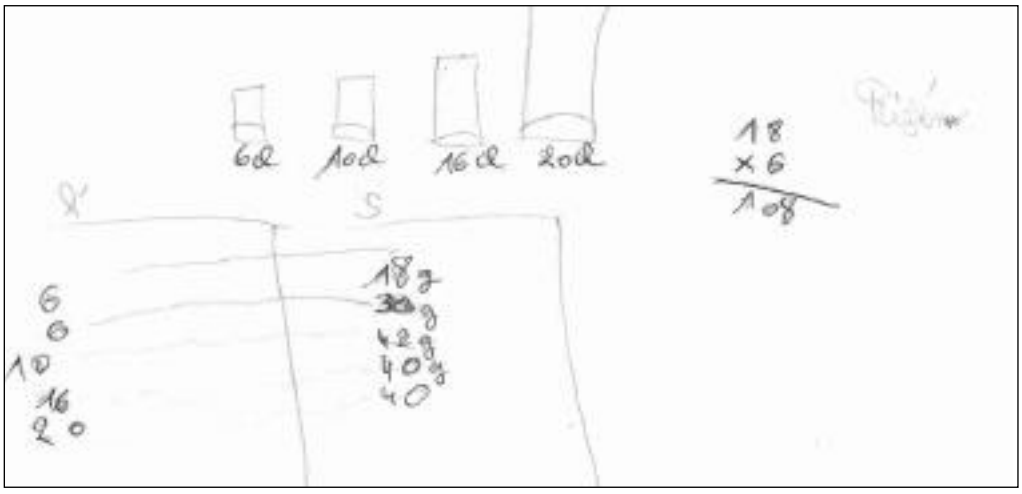

Elise
6cl
6cl
10cl
16cl
20cl
Jacques
Laurence
Pierre
Benoît
Didier

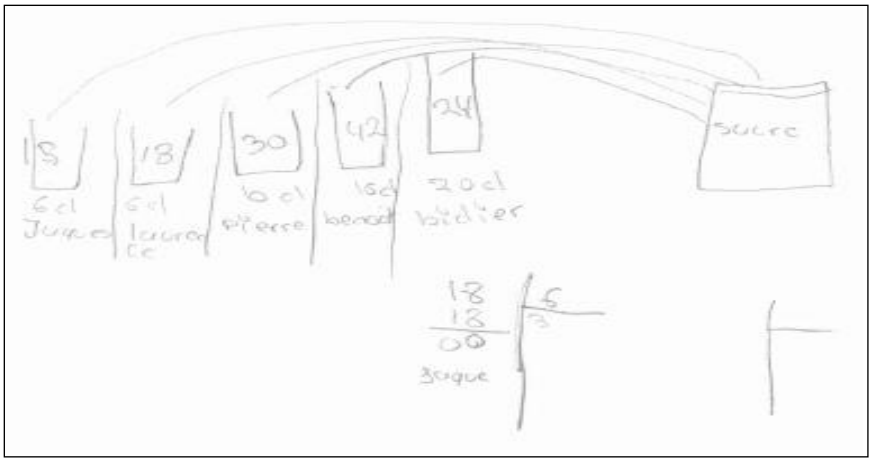

6cl
6cl
10cl
16cl
20cl
18g
30g
24g
Jacques et Laurence ont la même eau parce que ils ont chacun 6 cl d'eau et 18 cl de sucres chacun

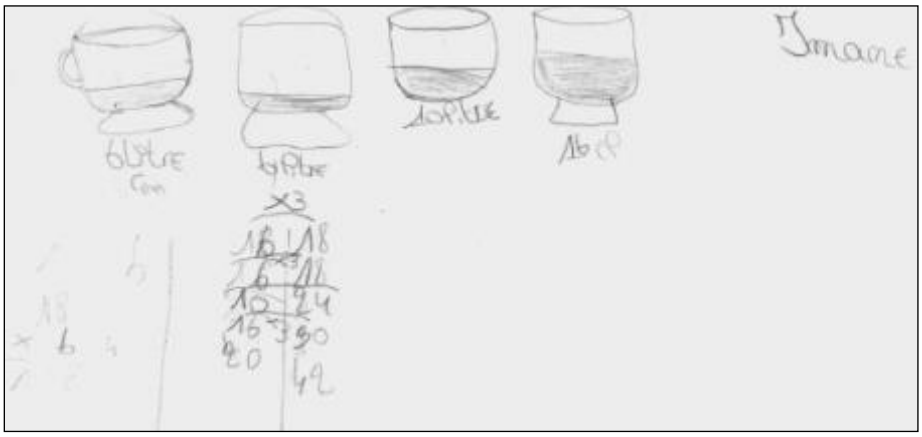

6cl
6cl
10cl
16cl
20cl
180
18g
Jean
Jean
Jacques et Laurence ont la même eau parce que ils ont chacun 6 cl d'eau et 18 g de sucres chacun.

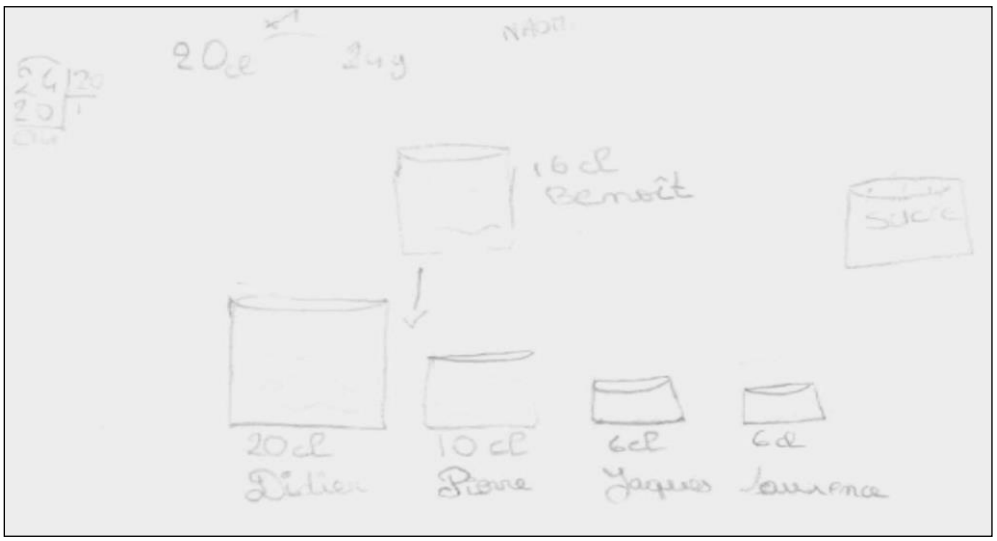

Jacques
18g
6cl
Laurence
18g
6cl
Pierre
30g
10cl
Benoît
42g
16cl
Didier
24g
20cl


D B P L J
2cl 16cl 10cl 6cl 6cl
2 cl 16 cl 10 cl 6

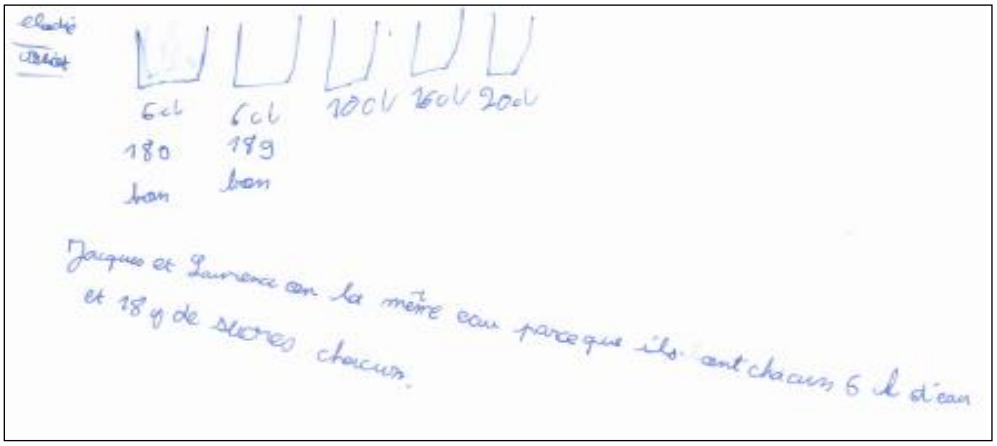

6cl 10cl 16cl 20cl
18
×6
108
18g
30g
42g
40g
40
6
6
10
16
20


15
18
30
42
24
sucre
6 cl
Jules
6 cl
Laura
10 cl
Pierre
16 cl
Benoît
20 cl
Didier
18 | 5
18 | 3
00
3 sirops


Jmaine
x3


20 cl
24 g
16 cl
sucre
20 cl
Didier
10 cl
Pierre
6 cl
Jacques
6 cl
Laurence

Jacques
18g
6cl
Laurence
18g
6cl
Pierre
30g
10cl
Benoît
42g
16cl
Didier
84g
20cl


6cl
180
bon
6cl
18g
bon
10cl
16cl
20cl
Jacques et Laurence ont la même eau parce que ils ont chacun 6 cl d'eau et 18 g de sucres chacun.

6cl
10cl
20cl
16cl
6cl
180

ANNEXES D Les échanges avec les enseignants

Dans cette partie, nous transcrivons les échanges que nous avons pu avoir avec chacun des cinq enseignants, avant et après les séances dédiées à des problèmes ouverts dans leur classe. Il peut s'agir d'échanges oraux ou d'échanges par courriels.

ANNEXES D.1 Avec l'enseignant E1

Entretien avant le début des observations

(17 octobre 2008)

1. Nous : […] Alors, j'avais observé, il y a plus d'un an, une séance dans une de tes classes de CM2, une séance où tu demandais aux élèves de résoudre le problème *Les balances*. C'était dans le cadre de mon mémoire de recherche.
2. E1 : oui, c'était avec Dédé, Boudin et … le garçon, il s'appelait… Francis. Je ne sais pas ce que t'en penses, mais les élèves, je me souviens bien, avaient vraiment cherché. D'ailleurs, ça a été comme ça toute l'année avec cette classe-là, ils ont toujours bien cherché pendant ces séances-là.
3. Nous : Tu serais d'accord pour que je vienne observer, cette année, toutes les séances que tu consacres à ces problèmes, où ils cherchent.
4. E1 : oui… pas de problèmes, au contraire. Tu peux venir quand tu veux. Je t'ai déjà dit, en fait, je n'ai pas le temps de préparer des séances avec toi, de tout refaire ensemble. Si tu viens juste observer, au contraire ça me va.
5. Nous : comment comptes-tu organiser tout cela sur l'année ? As-tu déjà une idée ?
6. E1 : cette année, je reprends pour l'instant comme l'an dernier. Les élèves ont l'air bien, ils travaillent en classe et sont assez calmes. Je vais pouvoir prévoir des séances en groupes pour chercher des problèmes, oui.
7. Nous : si tu ne les trouves pas calmes en début d'année, tu ne les fait pas travailler en groupes ?
8. E1 : ben, des fois, cela pourraient être difficile avec des élèves un peu turbulents, qui auraient besoin d'être vraiment cadrés. Ça m'est arrivé déjà d'avoir des classes pas faciles. Mais là, depuis, quelques années, ça va et je peux me permettre de les mettre en groupes sans trop de crainte, enfin en me disant qu'ils vont bosser et non attendre que ça se passe.
9. Nous : mais ils travaillent souvent en groupes dans ta classe ?
10. E1 : souvent, non. En maths par exemple, ils travaillent le plus souvent seuls à leur table, avec des exercices ou leur livre. Les problèmes, c'est le seul moment où ils sont en groupes en maths. Sinon, en français, ils travaillent aussi de temps en temps en groupes.
11. Nous : qu'as-tu prévu alors ?
12. E1 : alors, ce qui est prévu ce sont les problèmes. J'en ai plusieurs que j'utilise depuis quelques années et qui marchent bien, donc je reprends les mêmes. Pour les dates ensuite, je

ne prévois pas tout au début de l'année, je vois ça au fur et à mesure des périodes. Mais là, j'ai déjà à peu près en tête quand je vais commencer donc si tu peux te libérer, ça serait bien.
13. Nous : oui, on va voir les dates ensemble après alors. Je reviens sur l'organisation… tu parlais de groupes… Pourquoi tu les mets en groupe seulement pour ces problèmes ?
14. E1 : ah… je sais pas, enfin… pour ces problèmes-là, je crois qu'il faut les mettre en groupes… j'ai vu ça… il y a longtemps maintenant…
15. Nous : en formation à l'IUFM ?
16. E1 : ben, à l'IUFM, on parlait surtout d'Ermel, avec des séances organisées, des travaux de groupes mais… c'est compliqué à mettre en place ça, alors j'ai laissé tomber… Non, moi j'ai repris un truc qu'on avait reçu quand on a commencé à faire ces problèmes-là, des problèmes de recherche…
17. Nous : ah, le document d'accompagnement qui parlait des problèmes pour chercher ?
18. E1 : oui, ça doit être ça… j'ai dû le lire et voir ça quand c'est sorti avec les programmes… mais maintenant, j'ai laissé tout ça, je prends mes énoncés et je m'organise.
19. Nous : et pour les énoncés alors, tu les trouves où ?
20. E1 : ah ben, là, je vais au plus simple. Je cherche des énoncés sur Internet et j'en ai toute une liste du coup.
21. Nous : ah oui, pas dans le manuel de mathématiques ou dans d'autres livres ?
22. E1 : ah non, dans leur livre de mathématiques, il y a surtout des exercices, des petits problèmes alors si je veux quelque chose qui change un peu, il faut que je cherche ailleurs.
23. Nous : donc tu veux des problèmes qui changent un peu, c'est ça que tu dis ?
24. E1 : oui, ce que je veux c'est qu'ils apprennent à chercher tout seul, sans que je sois derrière eux, sans qu'ils posent mille questions sur les consignes par exemple. Donc, il me faut quelque chose qui les surprend un peu, qui les étonnent.
25. Nous : d'accord, alors comment tu fais ton choix sur Internet ?
26. E1 : ah, ben, rien de plus facile et en plus cela ne prend pas trop de temps à préparer. Tiens, si tu as ton ordinateur, là, je vais te montrer. […] alors tu tapes par exemple, 'résolution de problème cycle 3' ou 'problème de recherche, cycle 3' et en regardant, tu trouves pas mal de rallyes mathématiques dans les sites. Donc, là par exemple, je prends ce rallye-là ou celui-là aussi que j'utilise des fois (le site du rallye mathématiques des Hautes-Alpes et du Puy de Dôme). Ils ont toute une liste de problèmes d'anciens rallyes. A partir de là, je lis les énoncés, je garde ceux qui me semblent assez drôles, assez… ludiques. Enfin, je me dis que les élèves vont bien aimer l'énoncé et que cela va les intriguer. Je vérifie aussi que l'énoncé est pas trop complexe pour eux et j'essaie de le résoudre. Si j'y arrive en peu de temps, je me dis que je peux le proposer à mes élèves… En général, je ne me trompe pas trop.
27. Nous : donc tu le résous au brouillon ou tu prépares quelque chose ?
28. E1 : ah non, je fais ça vite fait au brouillon et je ne fais pas de fiche de prèp ou autre chose comme ça. Bon, bien sûr, si moi, je résous le problème avec un système par exemple ou avec une équation, je sais bien que les CM2 ne vont pas faire comme ça et qu'ils vont devoir chercher. Mais c'est ça qui m'intéresse, qu'ils cherchent un peu tout seul ou dans les groupes. Si j'ai du mal à trouver la réponse ou si l'énoncé me semble un peu compliqué, je laisse tomber le problème, j'en essaie un autre… Les élèves, l'an dernier ont toujours réussi à faire quelque chose… même si des fois, ce n'est pas toujours très mathématique.
29. Nous : ah bon ?
30. E1 : ce que je veux dire c'est que les élèves font pleins de calculs au brouillon des fois, que… qu'ils tâtonnent beaucoup parfois et qu'ils trouvent un peu par hasard sans savoir trop expliquer.
31. Nous : d'accord. Et tu voudrais qu'ils expliquent mieux ?
32. E1 : oh, non, pas forcément. Ils cherchent déjà beaucoup alors s'ils trouvent quelque chose par hasard, c'est déjà bien pour eux. Et puis ce n'est pas évident toujours à expliquer

leurs tâtonnements. Et encore une fois, je te l'ai déjà dit, **ce que je veux c'est faire chercher les élèves,** seuls ou dans leur groupe **et surtout, que je n'ai pas besoin de les aider.**
33. Nous : alors, par quoi tu commences cette année ?
34. E1 : toujours le même au départ, celui que tu as vu, *Les balances*. Après j'en ai un qui s'appelle la vache… Zinette, la vache sur des litres de lait et des jours de… production. J'en ai un autre sur des tonneaux à partager aussi, je l'aime bien celui-là, il faut se creuser la tête pour le résoudre… mais c'est bien. Enfin, je te montrerai tout ça quand tu viendras.
35. Nous : oui, on va voir pour les premières dates, alors.
36. E1 : très bien, oui. On voit ça maintenant.

Echange avant et après la séance 1 (E1A *Les balances*)

Avant
E1 : alors, comme je te l'avais dit, je commence par Les balances. Je l'aime bien celui-là et en général, tous les élèves trouvent plus ou moins la réponse. L'énoncé est assez rigolo donc cela va leur plaire, je pense.
Nous : et tu as prévu quoi pour l'organisation… Ils vont travailler en petits groupes ?
E1 : oui, oui, mais il faut qu'on mette les tables tout à l'heure… Et puis, ils auront une affiche par groupe et on fera le point à la fin, quand ils auront fini. Allez, c'est déjà l'heure.
Après
Nous : alors qu'en penses-tu ?
E1 : ah, ben c'est ce que j'avais prévu. Les élèves cherchent, ils avaient vraiment l'air motivé. Dans l'ensemble, ils ont trouvé des bonnes réponses donc ce n'était pas si dur que ça finalement.
Nous : oui, on sentait une réelle envie de trouver dans les groupes.
E1 : oui, c'est ça qui est bien avec ce genre de problèmes, ils ont envie de les chercher, ils en redemandent même ! Ils ont, ils prennent… du plaisir à chercher. Et puis, ils n'ont pas posé de questions… non, je ne sais plus… enfin, ils se bien débrouillés seuls, sans moi et c'est ce qu'il faut… Bon, on voit pour la prochaine fois, la prochaine séance… Tu veux toujours venir ?
Nous : Ah oui, à voir avec les dates que tu prévois, je vais m'arranger pour être là.

Echange avant et après la séance 2 (E1B *Les tonneaux*)

Avant
Nous : ah, aujourd'hui, tu as déjà prévu les tables et les groupes ?
E1 : oui, j'ai voulu gagner un peu de temps alors j'ai déjà tout installé. En fait, je me suis demandé si je changeais les groupes ou pas… parce que des élèves ont changé de places alors…
Nous : aujourd'hui, tu leur proposes le problème des tonneaux ?
E1 : oui, j'avais parlé de Zinette, mais j'ai décidé de faire les tonneaux… il est pas facile mais je veux voir ce que cela donne avec eux. C'est pour ça, je me demandais si je n'allais pas mettre un fort dans chaque groupe… pour éviter que certains me posent des questions.
Nous : tu as peur que ce soit difficile ?
E1 : un peu pour certains oui, mais j'ai laissé finalement les élèves à leur place. J'ai peur qu'un fort dans un groupe trouve vite et du coup, les autres ne vont plus chercher. Et c'est

comme rien… l'intérêt, c'est qu'ils cherchent tous, même ceux qui ont du mal … donc j'ai laissé les élèves comme ça, même si un ou deux groupes sont plus faibles du coup.
Après
E1 : c'est un peu ce que je pensais… deux des groupes ont eu un peu plus de mal, il a fallu les aider un peu sur leur brouillon.
Nous : et cela t'embête de les avoir aidés ?
E1 : oui et non… Ils étaient un peu bloqués alors on a dit ce que c'était transvaser et qu'on n'avait pas le droit… on a bien dit que le nombre de tonneaux devait être le même… bon, en fait, on a repris l'énoncé, après ils ont cherché seuls.
Nous : donc ton bilan est plutôt positif ou pas ?
E1 : ah oui, très positif, ils ont tous cherché pendant toute la séance… ils ont bien présenté leurs idées à la fin. Non, non, c'est positif pas de souci.

Echange avant et après la séance 3 (E1C *Zinette*)

Avant
Nous : alors aujourd'hui, c'est le problème de Zinette ?
E1 : oui, je vais leur donner aujourd'hui. Il ne me paraît pas trop dur mais je tenais à le faire quand même, je le donne tous les ans.
Nous : et en général, les élèves réussissent à le résoudre ?
E1 : oui, ça marche bien. Mais, cela fait un moment qu'on n'a pas fait de problème comme ça, alors pour aujourd'hui, cela va être très bien. Alors, j'ai tapé une petite feuille avec l'énoncé et je leur donnerai une affiche comme la dernière fois.
Nous : très bien. Je m'installe au fond.
Après
E1 : tiens, je te donne les affiches comme les dernières fois. C'était pas mal car il y avait plusieurs méthodes dans les groupes. Cela permet de voir qu'ils n'ont pas tous les mêmes idées pour résoudre le problème.
Nous : oui, c'est vrai, c'est intéressant d'avoir plusieurs manières de faire.
E1 : mais ils auraient pu faire tous une division et puis finalement, ils pensent à autre chose… à des soustractions, par exemple. C'est pour ça que c'est bien que je n'intervienne pas. Comme ça, ils font vraiment en fonction de ce qu'ils sont capables d'utiliser. Parce que des divisions, ils en ont déjà faits, ils savent les faire même mais ils ne les utilisent pas forcément. Ils préfèrent tâtonner pour certains.
Nous : tu as insisté à la fin, sur les réponses à donner sur l'affiche.
E1 : ah oui, c'est parce que sur certaines affiches, ils ne répondent pas aux deux questions… ils ont oublié une question ou une réponse même s'ils ont fait les calculs… c'est pour ça que j'en ai reparlé… ils ne font pas toujours attention à ce qui est vraiment demandé dans l'énoncé et si on leur dit pas… voilà, il y a des oublis.
Nous : et c'est important ?
E1 : à mon avis, oui, car l'an prochain, ils seront quand même en sixième… cela approche… et ils devront faire attention à tout ça. Peut-être que le prof… le professeur de maths ne sera pas derrière eux tout le temps pour leur dire de faire attention à l'énoncé. Mais ça, ils ont encore du mal pour beaucoup. Mais on a encore du temps cette année, pour travailler ça.

Echange avant et après la séance 4 (E1D *Les menteurs*)

Avant
Nous : […] pourquoi ce problème-là ?
E1 : ben, celui-là m'a bien plu quand je l'ai trouvé. Cela fait travailler la logique. Il n'y pas de calcul à faire, pas de nombre et il faut réfléchir autrement.
Nous : tes élèves n'ont pas l'habitude de ce genre de problème ?
E1 : euh, non… On n'en a pas fait encore des comme ça. C'est pour ça, ça va être intéressant de voir ce qu'ils vont inventer pour le résoudre. Il va falloir qu'ils s'organisent bien s'ils ne veulent s'y perdre.
Après
E1 : bon, c'était pas si mal finalement. Mais c'est compliqué à mettre en commun. Il y avait un moment où j'étais un peu perdu dans leurs explications.
Nous : oui, ils ne sont pas tous toujours très clairs dans leur démarche.
E1 : ben, on voit bien qu'ils ont une idée, qu'ils ont presque trouvé amis ils ont du mal à l'expliquer à tout le monde. Je pense que cela les a surpris de n'avoir aucun calcul à faire. Ça, c'était vraiment nouveau pour eux finalement.
Nous : et tu vas continuer à en faire, des comme ça ?
E1 : oh, je ne sais pas, c'était juste pour leur montrer que ça existe mais… j'en ai d'autres problèmes déjà de prévu pour la fin de l'année. D'ailleurs, il va falloir que je prévois ça assez vite car l'année avance et il faut que je boucle encore pas mal de choses en maths… je pense avoir le temps de faire peut-être deux séances de problèmes… Oui, ça serait bien.

Echange après la séance 5 (E1E *L'horloge*)

Après

E1 : bon c'était compliqué aujourd'hui… ils ont eu plus de mal.
Nous : et ça vient de quoi, tu crois ?
E1 : ben, j'ai bien l'impression qu'ils ont confondu horaire et durée à un moment et ça les a complètement bloqués.
Nous : et tu as décidé d'intervenir.
E1 : ben, oui, j'ai fait comme je fais d'habitude en classe… Ils étaient tous bloqués, pas un vraiment pour faire avancer les groupes alors oui, je suis intervenue. Et je te l'ai dit d'ailleurs : il faut que j'intervienne sinon ils ne vont pas s'en sortir ! Mais je sais bien qu'à partir de ce moment-là, ça change tout.
Nous : et après ils ont su rebondir.
E1 : oui… enfin ils ont surtout repris ce que j'avais dit au tableau enfin pour la plupart… c'est bien la preuve que si tu les aides, ils reprennent que ce que tu dis et donc on ne peut pas dire qu'ils cherchent vraiment à partir de ce moment-là.

ANNEXES D.2 Avec l'enseignant E2

Entretien avant le début des observations

(17 septembre 2009)

1. Nous : […] Alors peux-tu me dire comment tu organises les mathématiques avec ta classe ? ce que tu leur proposes en classe.
2. E2 : Eh bien, j'utilise la progression de CAP Maths pour les CM1 et les CM2. Donc pour les mathématiques, les élèves suivent leur manuel, on fait les activités et un échantillonnage des exercices et des petits problèmes.
3. Nous : tu utilises d'autres ressources ?
4. E2 : euh, non… Enfin, je me sers parfois des Ermel pour faire, comme je t'ai dit au téléphone, des séances de problèmes de recherche.
5. Nous : comment tu choisis les problèmes, alors ?
6. E2 : oh, ben c'est assez rapide en fait, je prends le premier du Ermel CM1 et celui du Ermel CM2.
7. Nous : et les élèves travailles séparément ?
8. E2 : Non, non. Pendant ces séances-là, je leur demande de chercher le même problème, donc au début, celui de CM1, c'est les trois nombres, si tu connais… et après, c'est celui de CM2, c'est… Golf.
9. Nous : ah, oui, d'accord. Donc cela te prend combien de temps ?
10. E2 : c'est trois séances pour chaque problème… Je t'ai dit, je suis le bouquin. Comme ça, je suis sûre que ça fonctionne et puis, c'est moins long à préparer. En général, je relis le bouquin la veille et le lendemain, je me lance avec les élèves.
11. Nous : et qu'attends-tu d'eux ?
12. E2 : euh… ce que je veux c'est qu'ils cherchent, plus ou moins seuls, et qu'ils essaient de trouver une réponse. Comme je suis le *Ermel*, il y a une partie explication aussi.
13. Nous : ah, oui ?
14. E2 : oui, c'est… enfin, Ermel, je l'avais utilisé en formation, à l'IUFM donc c'est pour ça que je reprends les séances. Et puis, c'est intéressant car l'idée c'est que les élèves cherchent mais aussi qu'ils essaient de dire pourquoi ils ont trouvé ça ou ça, qu'ils expliquent clairement ce qu'ils ont fait et pourquoi ça marche.
15. Nous : et en général, ils y arrivent ?
16. E2 : oui, si on veut, enfin, pas tous… en général, on regarde ça ensemble, j'essaie de partir de ce qu'ils ont fait, de ce qu'ils disent pour les amener … presqu'à prouver leur solution… même s'ils sont sûrement un peu jeune pour ça et qu'ils apprendront ça au collège.
17. Nous : ils apprendront quoi d'après toi ?
18. E2 : eh bien, à prouver… à faire des démonstrations. Là, moi je ne veux pas des démonstrations mais je veux leur montrer ce que c'est, pour qu'ils se préparent un peu à ce qui les attend au collège… et puis souvent, ça les intéresse.
19. Nous : oui, tu trouves que ça leur plaît de résoudre ces problèmes ?
20. E2 : ah oui, tous les ans, ils sont bien impliqués, ils essaient, ils cherchent et puis ils se creusent bien la tête pour comprendre. Cette année, a priori, les CM1 vont bien se débrouiller, ils ont envie de chercher et sont assez actifs. Dans le groupe des CM2, quelques élèves ont plus de mal donc les stratégies de recherche auront plus de mal à se construire. Il faut que je bosse ça particulièrement avec eux, que je leur explique

bien comment on s'organise pour chercher. Dans le *Ermel*, ils en parlent un peu. Enfin mon idée est de proposer les mêmes problèmes pour créer aussi plus d'émulation dans la classe, pour qu'ils s'entraident tous… D'ailleurs, j'ai oublié mais… j'utilise aussi des … enfin un site Internet.

21. Nous : et c'est lequel ?
22. E2 : c'est un site où il y a pleins de problèmes sous forme de fiches… c'est un rallye mathématique… je te montrerai les fiches que j'ai imprimées et puis les explications qu'il y a avec sur le site… c'est assez complet.
23. Nous : et comment as-tu trouvé ce site ? En cherchant par hasard ?
24. E2 : oui et non. J'ai cherché un peu au hasard mais je ne trouvais que des problèmes… des énoncés, des fois sans correction et puis surtout sans explication alors c'est pas facile. Donc j'ai regardé les sites des rallyes maths et celui dont je parle là est le plus complet. Il était marqué dans les programmes… enfin, dans les… documents des programmes que j'avais lu à une époque sur les problèmes.
25. Nous : oui, d'accord, ça doit être un document d'accompagnement des programmes. […] Et quel genre de problèmes tu choisis ? Numération, géométrie ou autre ?
26. E2 : c'est beaucoup du calcul, de la numération. J'en ai quelques-uns aussi de logique… ils sont pas mal aussi ceux-là. Tu sais, il n'y a aucun calcul et les élèves sont obligés d'être logiques pour les résoudre.
27. Nous : oui, je vois.
28. E2 : mais tu parlais de géométrie, non, là, je n'ai jamais essayé… il faudrait que je trouve quelque chose d'intéressant, où il y a vraiment à chercher.
29. Nous : comment tu organises tes séances autour de ces problèmes ?
30. E2 : comme je te l'ai dit, je me base sur Ermel et j'adapte tout ça aux problèmes que j'ai choisis. En général, cela dure une heure mais s'il le faut, si on cherche, parfois on est obligé de reprendre à la séance suivante. J'aimerais bien en faire souvent des séances de recherche comme ça mais j'ai un programme à tenir alors, il faut que je m'organise. Là, au début, on va faire une séance par semaine, en gros et puis après, on en fera une ou deux par période. Enfin, je vais voir comment ça avance cette année.
31. Nous : et tu mets les élèves en groupes ?
32. E2 : des fois en groupes, des fois en individuel ou en binôme aussi. Mais à quatre ou cinq, avec la disposition de la salle, tu verras, c'est parfois difficile pour bouger les tables ; mais bon…comme il n'y a pas de problème de discipline dans la classe, ils vont pouvoir s'habituer à se mettre en groupe, ils vont vite s'adapter. Tu verras, j'espère que ce sera pas trop bruyant quand même.
33. Nous : oui, on verra. On peut peut-être prévoir quelques dates.
34. E2 : oui, je te donne ça maintenant.

Echange avant et après la séance 1 (E2A *Trois nombres qui se suivent*)

Avant

Courriel de E2 du 7 octobre 2009 : Le temps file et je ne t'ai pas recontacté depuis notre dernière entrevue. Donc je compte bien proposer demain le problème « trois nombres qui se suivent », il s'agit de la situation du *Ermel* CM1. Je la propose aux CM1 et aux CM2 conjointement. Je prévois de suivre globalement le déroulement proposé dans le *Ermel*, première et seconde phase. Ce qui m'intéresse c'est la gestion des essais et la façon dont ils

vont pouvoir trouver la preuve. Je ne sais pas trop ce que ça va donner parce que ma classe me semble assez hétérogène à ce niveau. Bonne soirée, à demain. »
Après
Nous : alors, es-tu satisfaite de la séance ?
E2 : je t'avoue que ça me faisait un peu peur… surtout parce que tu es là, je ne savais pas trop comment ils allaient réagir. Finalement, ils ont été comme d'habitude, ils ont même bien travaillé.
Nous : tu parlais dans ton mail des essais et de leur façon de chercher.
E2 : oui, je trouve qu'ils ont fait beaucoup d'essais finalement, ils ont tous essayé des choses… par contre, pour la preuve, on verra ça la prochaine fois, là on n'a pas beaucoup avancé. Mais ce n'est pas grave… De toute façon, avec Ermel, c'est toujours plus long que prévue alors… Bon, on continue la prochaine fois, la semaine prochaine. Pour l'exemple où il n'y a pas de solution, ça me fait un peu peur. Oui, j'ai peur que cela les gêne. Mais bon, en reprenant ça tranquillement, on va voir ce que ça donne.

Echange après la séance 2 (E2A *Trois nombres qui se suivent*)

Après
E2 : bon, je me doutais bien que pour 25, ce serait pas simple… J'ai essayé de leur faire dire pourquoi il n'y a pas de solution mais… ce n'est pas simple.
Nous : ils n'ont pas trop l'habitude.
E2 : ben non, c'est évident que pour eux c'est un peu nouveau. D'habitude, on prouve qu'on une solution et là, il faut prouver qu'il n'y en a pas. Il faut reconnaître que c'est pas évident comme idée pour eux. Bon, j'ai fait ce que j'ai pu, j'espère qu'il va en rester quelque chose chez certains.

Echange avant la séance 4 (E2B *Golf*)

Avant
E2 : j'ai pas fait dans l'originalité. J'ai repris un problème d'Ermel, le premier de celui de CM2, cette fois-ci. Je pense que les CM1 vont bien suivre, on va voir mais oui.
Après
Nous : alors, qu'en as-tu pensé ?
E2 : ben, tu pourrais me dire toi aussi mais … je ne vois pas dans ces séances, de grandes différences entre les CM1 et les CM2. C'est marrant comme ils cherchent tous de la même façon… Enfin, deux ou trois CM2 avancent plus vite, on voit que pour eux c'est acquis mais pour les autres, ils en savent pas plus que les CM1.
Nous : qu'est-ce qui est acquis d'après toi pour certains CM2 ?
E2 : ben, on voit bien qu'ils se mettent vite à chercher, tout seul, qu'ils ont des idées… qu'ils ne cherchent pas à me demander de l'aide. C'est ça que je veux dire. Ils sont… ils sont prêts en fait pour tous ces problèmes alors que les autres, ils ont encore besoin d'aide.
Nous : et tu penses qu'ils vont progresser d'ici la fin de l'année ?
E2 : ben, j'espère, oui, on va en faire d'autres et cela devrait venir pour la plupart. On a encore le temps… d'ici la fin de l'année.
Nous : l'idée est d'être prêt pour la sixième, c'est ça ?
E2 : oui. Il faut qu'ils soient capables de chercher tout seul pour le collège et qu'ils comprennent qu'il faut toujours bien expliquer, qu'il faut prouver les choses.

Echange après la séance 6 (E2B *Golf*)

Après
E2 : voilà, eh bien, c'est pas facile de conclure avec ces problèmes…
Nous : tu as l'impression qu'ils ne suivent pas ?
E2 : oui, il y a ça, on voit bien que la plupart a du mal à comprendre jusqu'où je voudrais aller. Et puis, même pour moi, c'est pas évident de leur expliquer ce que je veux, de leur faire comprendre ce que… ce que c'est une preuve, par exemple.
Nous : il n'y a rien dans Ermel ?
E2 : ben, c'est pas détaillé, non, on voit bien où ils veulent en venir mais pour le mettre en place avec les élèves, ce n'est pas si évident que ça… Peut-être qu'il faudrait y repasser encore du temps… mais bon, moi, je ne peux pas, il faut que j'avance sur autre chose.
Nous : as-tu prévu des prochaines séances avec des problèmes de ce type ?
E2 : oui, je vais te montrer. Je t'avais parlée d'un site de rallye… tiens, regardes.
Nous : ah oui, c'est le site du rallye RMT, le rallye mathématique transalpin.
E2 : oui, c'est ça. J'ai trouvé des problèmes, des fiches et puis un texte ou deus qui expliquent comment les utiliser ces problèmes en classe… Enfin cela donne des pistes.
Nous : tu abandonnes Ermel, alors.
E2 : Ah oui, Ermel, j'en fais toujours que deux, c'est déjà assez long… Là maintenant, je veux des problèmes pour une séance, je veux que ce soit plus rapide.
Nous : et tu as trouvé ton bonheur sur le site RMT.
E2 : oui, c'est un peu ça. J'ai déjà en tête quelques problèmes… Il y en a tellement… Je te redonnerai les dates dès que j'aurai organisé tout ça.

Echange avant et après la séance 7 (E2C *La plaque de voiture)*

Courriel de E2 du 7 février 2010, E2 : « Je te prie de me pardonner de te contacter si tardivement. Je pensais pouvoir faire une nouvelle séance de problèmes avant les congés de février mais ce ne sera pas le cas. Nous avançons fort lentement en ce moment, les enfants sont fatigués et attrapent tous les virus qui passent. Nous reprendrons donc en mars. Est-ce que la date du 11 mars te convient ? […] ».
Avant
Nous : alors tu me disais que tu as pris du retard ?
E2 : ah, là, là, le fait d'avoir un double niveau, cette année, ralentit ma progression. Je suis en retard cette année par rapport à mes prévisions, en français et en maths, c'est parce que je fais travailler séparément les CM1 et les CM2. Les CM2 sont au point sur des choses que les CM1 ne connaissent pas alors c'est dur de les mettre ensembles. Par exemple, pour les nombres décimaux, je ne peux pas faire la même chose avec les deux niveaux, il faut bien que les CM2 avancent… le collège n'est pas loin maintenant. En fait, quand on cherche un problème comme on va le faire tout à l'heure, c'est le seul moment en maths, où ils travaillent ensembles, où les CM2 n'en savent pas beaucoup plus que les CM1 finalement. Et puis, tous cherchent à peu près au même rythme.

Après
E2 : c'était bien finalement, ils ont bien cherché et on a pu faire le point sur les essais.
Nous : sur les essais ?
E2 : oui, enfin, on a fait le point sur … l'organisation de leurs essais. Je ne sais pas s'ils ont bien compris mais on voyait bien là que pour prouver qu'on a tous les résultats, il faut bien organiser ses essais. C'est ce qu'on fait quelques-uns mais je ne sais pas si c'est Ok pour les

autres… Tiens, j'ai réfléchi et pour la prochaine fois, j'en ferai un que j'ai trouvé aussi sur le site du rallye….du rallye RMT que tu connais.
Nous : et c'est lequel ?
E2 : tiens, j'ai la fiche là, c'est … chacun sa place… il est pas mal car il n'y a aucun calcul. Cela va carrément les changer par rapport à ce qu'on a fait jusqu'à maintenant. Et là, du coup, il va falloir bien expliquer pour prouver ce qu'on a trouvé.
Nous : et tu penses que ce sera la dernière séance de ce type cette année ?
E2 : oh oui, je crois, il me reste tellement à faire avant la fin… surtout pour les CM2.

ANNEXES D.3 Avec l'enseignant E3

Entretien avant le début des observations

(18 septembre 2009)

1. Nous : […] donc tu proposes régulièrement des problèmes en classe ?
2. E3 : oui, je fais beaucoup, tout le temps des situations problèmes pour amener les notions nouvelles. Par exemple, je vais proposer de partager 2715 en … 5 Les élèves vont faire des essais, beaucoup d'essais. Ils vont surtout faire des multiplications. Et on va arriver à la fin à utiliser la division euclidienne pour trouver le résultat.
3. Nous : et pour ce qui concerne les problèmes ouverts, les problèmes pour chercher ?
4. E3 : alors là, dans ces problèmes-là, ce n'est pas ça. On veut surtout et avant tout qu'ils cherchent. Mais ils n'auront pas tous la solution. On va regarder surtout les procédures des élèves et peut-être en discuter dans la classe. Le résultat ne sera pas important. Le plus important ce sera la recherche.
5. Nous : et tu as prévu des choses pour cette année ?
6. E3 : je réfléchis cette année encore à améliorer ma banque de problèmes. En fait, je mets de côté des problèmes qui marchent bien et tous les ans, j'essaie d'en trouver quelques nouveaux énoncés. Je regarde en fait différents manuels pour en trouver des nouveaux… Il y a d'ailleurs un nouveau manuel que j'ai reçu, j'ai commencé à le regarder.
7. Nous : c'est un nouveau spécimen de CM2 ?
8. E3 : oui, c'est ça, c'est … Euromaths, je crois. En fait, je cherche, je veux trouver des sortes d'énigmes pas trop compliquées mais pas évidentes non plus pour que le temps de recherche soit assez long. D'ailleurs si tu as des idées, je suis preneur, ce n'est pas évident de tomber sur les bons.
9. Nous : sur les bons ?
10. E3 : ben des problèmes un peu ludique, pas trop simples, qui font vraiment chercher les élèves et puis qu'après, ce soit assez riche pour le présenter à la classe.
11. Nous : qu'est-ce que tu entends par assez riche ?
12. E3 : il faut qu'il y ait plusieurs démarches dans la classe pour bien faire. Enfin, je vais encore en chercher dans ce manuel et dans ceux que j'ai déjà. Je vais organiser tout ça pour cette année. Il y a bien Internet aussi mais bon, là… je ne sais pas trop.
13. Nous : donc tu prévois tout cela pour l'année.
14. E3 : ah oui, il faut que j'organise bien les problèmes car je veux avant tout qu'ils cherchent ou qu'ils apprennent à chercher et pas seulement à lire et à choisir les

bonnes données ou encore à comprendre la question. Il faut qu'ils essaient de trouver seuls une démarche… personnelle. Tout ça pour se préparer à la sixième.

15. Nous : ah oui, c'est un des objectifs, la sixième.
16. E3 : ben oui, on a vu avec des profs de maths l'an dernier, que les élèves étaient pas très doués pour chercher seuls des problèmes, qu'ils attendaient devant l'énoncé au lieu de s'y mettre et ils ont raison, les miens tous les ans sont comme ça, ils attendent que je les aide. Là, je veux leur apprendre à chercher seul, à se débrouiller petit à petit tout seul.
17. Nous : vous aviez travaillé ensemble avec les enseignants du collège ?
18. E3 : ben, en fait, on avait pas mal discuté sur les énoncés de problèmes. Alors on avait fait une affiche ensuite dans la classe pour les habituer au vocabulaire, aux verbes par exemple. L'année dernière, j'avais donc fait ça et je vais le reprendre cette année. L'an dernier les élèves avaient le réflexe de la regarder l'affiche… Bon, je te donne des dates pour que tu puisses t'organiser ?
19. Nous : d'accord. Alors, allons-y pour quelques dates.

Echange avant et après la séance 1 (E3A *Le jeu vidéo)*

Avant
E3 : j'ai fait le point sur tous les énoncés que j'avais, j'ai une batterie de problèmes finalement maintenant. On va essayer de les faire cette année encore, avec le moins d'aide possible enfin on verra déjà ce que ça donne aujourd'hui. En fait souvent, on décortique tellement, tellement l'énoncé que j'ai l'impression qu'il n'y a plus grand chose ensuite à chercher.
Nous : oui et pour aujourd'hui ?
E3 : aujourd'hui, on va travailler sur des petits problèmes et je ne vais pas trop les expliquer au départ.
Après
E3 : bon, je ne sais pas ce que tu en penses mais c'était pas mal quand même ;
Nous : oui.
E3 : Le problème là, il est pas mal celui-là. Il permet de rentrer dedans tout de suite, c'est pas compliqué.
Nous : il y a plusieurs questions en fait.
E3 : ben oui, on aurait pu commencer par le numéro 2… La prochaine fois, je pourrais essayer mais c'est sans doute plus difficile.
Nous : dans l'ensemble, les élèves ont cherché.
E3 : oui, c'était pas mal… En fait, les élèves ne sont pas difficiles, deux ou trois sont un peu difficultés comme G. mais rien de bien grave.

Echange avant la séance 2 (E3B *La cible olympique)*

Avant
E3 : je vais faire celui-là ce matin. Il vient du site de l'IA21, je vais te montrer le dossier que j'ai imprimé.
Nous : et tu l'as trouvé sur Internet ?

E3 : oui, il y a quelques années déjà que j'ai trouvé ça mais… il doit encore être sur internet… Regardes cela s'appelle résolution de problèmes au cycle 3. Dedans, il y a pas mal d'exemples qui ont été testés en classe dans cette recherche de l'IA21.
Nous : oui, je regarderai tout le dossier.

Echange avant et après la séance 3 (E3C *La monnaie,* E3D *L'hémicycle*)

Courriel de E3 du 31 janvier 2010. E3 : j'ai un peu laissé de côté ces problèmes en ce moment, il faut que je m'y remette. Le prochain sera celui de l'hémicycle du dossier de l'IA21 et sans doute un autre petit avec. Mais comme je ne suis pas en avance, je te propose le 8 mars, j'espère que tu pourras être là.

Avant
E3 : bon, je me remets aux problèmes parce que… j'ai fait une évaluation avec des problèmes et… c'était une catastrophe !
Nous : ah bon. Qu'est-ce qui n'allait pas ?
E3 : ben, ils ont pas lu les énoncés… c'était souvent des calculs très simples et ils n'ont pas réussi à comprendre ce que j'attendais. J'ai des fois l'impression qu'ils se sont découragés assez vite.

Après
E3 : bon, c'est pas évident à chaque fois.
Nous : pourquoi ?
E3 : ben, je vois bien que pour certains c'est dur de s'y mettre tout seul… Pourtant les élèves devront bien au collège, en classe de sixième, se débrouiller seuls quand ils seront mis face à un problème. L'enseignant ne sera pas toujours derrière eux pour les guider et presque commencer la recherche à leur place.

Echange avant et après la séance 4 (E3E *Les tartelettes,* E3F *Les triangles*)

Avant
Courriel de E3 du 25 mars 2010. E3 : je vais continuer avec les problèmes du même dossier pour rester cohérent. La prochaine fois, on fera les tartelettes et les triangles. J'ai repoussé des évaluations à cause des grèves et il faut que je boucle un tas de choses avant la classe de mer. Donc pour la séance problèmes, ce sera le 2 avril.

Après
Nous : tu as proposé encore plusieurs énoncés, deux énoncés.
E3 : oui, il faut quand même qu'on avance même s'ils ont peut-être du mal. Enfin, ils cherchent c'est bien, mais ça pourrait être mieux des fois pour certains. Et puis, avec deux problèmes, je me dis que ça varie un peu et… qu'ils risquent moins de s'ennuyer et donc de… bavarder, de se mettre à parler.

ANNEXES D.4 Avec l'enseignant E4

Entretien avant le début des observations

(22 septembre 2009)

1. Nous : […] tu as déjà prévu des choses pour cette année ?
2. E4 : oui, je fais un peu la même chose tous les ans en CM2. J'ai ma liste de problèmes et je pioche dedans quand j'ai besoin.
3. Nous : comment organises-tu les séances alors ?
4. E4 : ben, mon idée c'est de les remotiver en maths, de leur redonner envie car certains ont peut-être pas du mal mais aussi ils n'ont plus envie de chercher. Ils attendent que ça se passe et que je les aide. Donc il faut des problèmes qui changent un peu tout ça.
5. Nous : et tu en as des problèmes comme ça ?
6. E4 : oui, si on veut. A l'IUFM, on avait préparé un rallye maths avec M., un des formateurs que tu connais peut-être… enfin ça commence à dater tout ça.
7. Nous : oui, je le connais.
8. E4 : alors on a cherché pleins de problèmes, sur Internet ou dans des bouquins et on a fait une liste et fait un rallye. Moi, j'ai gardé tout ça, les problèmes et deux exemples de rallye et je m'en sers encore tous les ans… enfin depuis quelques années que j'ai des CM1 ou des CM2.
9. Nous : comment sont ces problèmes ?
10. E4 : ah, c'est des petites énigmes, type rallye, tu dois connaître… en fait je fais en même temps du français et des maths avec ça… il y a la lecture d'énoncés, la compréhension d'énoncés et ça fait partie de la lecture en fait.
11. Nous : et comment vas-tu t'organiser ?
12. E4 : ben, la classe est assez hétérogène. Certains sont autonomes, certains brillent et d'autres ont plus besoin de moi, ils rament. Un des élèves d'ailleurs a une AVS parfois mais il peut être surprenant des fois en maths.
13. Nous : alors pourquoi ces problèmes ?
14. E4 : je me suis mise à faire ça car, comme je te l'ai dit, dans les situations de recherche, ils ont tendance à ne pas chercher… presque un tiers des élèves. Je veux leur montrer comment démarrer. Ils sont trop dans l'attente. Les autres, suivant la situation, se lancent mais s'ils ne voient pas par quel bout prendre le problème, ils se découragent vite.
15. Nous : donc ces problèmes vont améliorer tout cela ?
16. E4 : oui, je pense. Tous les ans, cela a l'air de fonctionner comme ça. J'ai prévu pour l'instant 5 à 6 séances, je vais voir comment ils réagissent en fait. Je vais leur proposer un rallye aussi, une fois ou deux, sans doute les deux. Mon idée est de faire des changements dans la classe pour qu'ils se bougent un peu…et pour les remotiver en maths.
17. Nous : qu'appelles-tu des rallyes ?
18. E4 : en fait, je reprends les fiches de rallyes de l'IUFM. Les élèves cherchent ensembles, sans mon aide, comme ils veulent, les problèmes et ils me rendent une feuille pour toute la classe. Ils doivent donc se mettre d'accord avant la fin… c'est pas toujours évident.
19. Nous : ah oui, d'accord. Et tu fais cela seule dans ta classe ?
20. E4 : ben, j'aimerai bien l'organiser dans toute l'école mais… ce n'est pas évident, es autres ne sont pas forcément d'accord avec moi là-dessus… Alors, je fais mon rallye toute seule dans ma classe. peut-être que ça leur plairait bien qu'on s'affronte entre classe, il y aurait un peu de compétition mais…pour l'instant ce n'est pas possible.
21. Nous : par quels problèmes commences-tu ?

22. E4 : au début, je veux qu'ils apprennent à schématiser… c'est le titre, l'objectif, je veux dire, de mes séances…Ils auront besoin de dessiner, s'ils restent dans des opérations, ils ne pourront pas résoudre les problèmes, oui, il faudra schématiser. Si on reste dans les opérations, on n'a pas d'images et on peut être bloqué. Je veux leur dire qu'un dessin ou plutôt un schéma peut les aider à se débloquer et à trouver des réponses.

Echange avant la séance 1 (E4A *Le plus petit*, E4B *L'anniversaire*)

E4 : alors aujourd'hui on commence par le plus petit et l'anniversaire… je t'ai fait une photocopie des énoncés comme pour les élèves. Ils vont chercher sur la feuille.
Nous : ils cherchent seuls ou en groupes.
E4 : je vais voir mais en général, pour ces problèmes-là, je préfère qu'ils soient en groupes ou.. au moins par deux… sinon, ils se découragent, ils n'avancent pas.

Echange avant et après la séance 3 (*Rallye 1*)

Avant
E4 : bon, là, pas de temps à perdre, je leur distribue les feuilles avec les énoncés et… ils travaillent seuls… enfin, je veux dire sans moi. Je vais juste leur expliqué le principe de la feuille-réponse pour la classe.
Après
E4 : bon, la fin de la séance est un peu dure… Ils n'ont pas assez de temps pour tout faire ou alors ils sont mal organisés…
Nous : est-ce que tu es satisfaite ?
E4 : ben aujourd'hui, oui, plutôt. J'ai même l'impression qu'ils ont beaucoup appris.
Nous : et qu'est-ce qu'ils ont appris ?
E4 : ils ont compris comment organiser et gérer un travail de groupe. Le mieux, c'est bien de s'y coller tout seul, sans la maîtresse derrière ! Et puis, ils disent qu'ils étaient contents, qu'ils voudraient certains organiser ça avec les autres classes, ce serait sympa… Enfin, le tout a été apprécié, c'est bien.

Echange avant la séance 4 (*Rallye 2*)

Courriel de E4 du 26 mars 2010. E4 : j'ai prévu des évals pour la semaine prochaine. Cependant, si tu peux venir, je vais prévoir mon deuxième rallye, le 9 avril. Le premier leur avait bien plu alors j'espère que ça va bien se passer.

Echange avant la séance 5 (E4C *La marmite de confiture*, E4D *Les cubes*)

Courriels de E4 du 26 avril 2010

E4 : alors, j'ai regardé ce qu'ils avaient fait au rallye, la dernière fois. Je vais reprendre deux problèmes avec eux. Tu les as sur la fiche et je te remontrerai tout ça quand tu viendras.
Nous : as-tu prévu l'organisation de cette reprise des deux problèmes ?
E4 : j'ai réfléchi au comment et pourquoi ! Concernant les pbs, ce sera sous forme d'ateliers et en groupes avec possibilités de manipuler… Je vais affiner demain selon le matériel disponible dans ma classe.

ANNEXES D.5 Avec l'enseignant E5

Entretien avant le début des observations

(01 octobre 2008)

1. Nous : alors, tu as des CM2 depuis plusieurs années maintenant ?
2. E5 : oui, depuis 5 ans. Je commence à bien connaître le programme, à voir ce qui est attendu.
3. Nous : et tu as décidé de proposer des problèmes ouverts, des problèmes pour chercher ?
4. E5 : oui, ben c'est justement en regardant jusqu'où je dois aller avec des CM2, pour les préparer au collège par exemple, que je me suis dit qu'il fallait qu'ils apprennent à résoudre ce type de problèmes.
5. Nous : qu'est-ce qu'ils ont de particulier d'après toi ?
6. E5 : en classe, je fais pas mal d'exercices, des problèmes aussi en mathématiques et je suis leur livre. Des fois, je prends des exercices en plus que je mets au tableau aussi. Mais je pense qu'au début que j'avais des CM2, je ne les laissais pas assez chercher seuls. Je proposais des exercices, ils essayaient et assez vite, on corrigeait. S'ils n'y arrivaient pas, je réexpliquais mais, à force, je me suis dit que les élèves devraient apprendre à se débrouiller seuls. Ben oui, il y a le collège après le CM2 et il faudrait qu'ils soient prêts.
7. Nous : qu'ils soient prêts à quoi d'après toi,
8. E5 : ben, ce que je veux dire c'est que, au collège, ils n'auront pas toujours quelqu'un derrière eux pour les aider, pour les guider. Ils devront un peu plus se débrouiller seuls. On va leur demander par exemple, de se lancer seuls dans des recherches, sans lire avec eux l'énoncé. Enfin, je veux dire qu'en CM2, moi, je dois les préparer un peu à ça, je dois les entraîner un peu avant.
9. Nous : donc tu prévois pour cela des problèmes ?
10. E5 : ben, je leur propose des problèmes pour leur apprendre à chercher tout seul. Et j'essaie de faire ça tout au long de l'année pour qu'ils s'entraînent et pas seulement juste avant la fin de l'année de CM2. J'aimerais bien les faire progresser. Donc j'ai décidé de prévoir cette année plusieurs séances, si j'ai le temps.
11. Nous : et que vas-tu prévoir dans ces séances ?
12. E5 : ben, j'ai déjà des problèmes en tête, que j'ai un peu essayés l'an dernier. J'ai trouvé ça dans un petit bouquin de ma classe… un vieux truc qui trainait dans les armoires de la classe quand je suis arrivé ici. C'est fait par l'IREM, je crois, peut-être que tu connais ?
13. Nous : je regarderai oui, de quoi il s'agit. Et il y a des énoncés de problèmes ?
14. E5 : cela parle un peu de la sixième, je n'ai pas tout lu en détail, j'ai récupéré les énoncés de problèmes, j'en ai donc quelques-uns à leur proposer sur plusieurs thèmes.
15. Nous : et tu commences par quel thème alors ?

16. E5 : ben, le premier sera sur le cercle, le disque. C'est un chien attaché qui se déplace et il faut retrouver là où il se déplace. Tu vois ? … Les élèves devraient penser au cercle mais rien n'est indiqué dans l'énoncé, c'est bien à eux de chercher et de trouver l'idée. Cela ne paraît pas trop difficile, en fait… Dès que j'ai organisé une date, je te le dit pour que tu puisses venir voir.
17. Nous : oui, très bien. Et comment vas-tu organiser la séance ? Tu le sais déjà ?
18. E5 : pour ce problème-là, j'avais envie de leur donner du matériel… de la ficelle, du carton, des pailles aussi car il y a une barrière pour attacher le chien. Comme ça les élèves pourront essayer avec la ficelle et voir ce que cela donne. Moi, je vais essayer de leur en dire le moins possible, j'aimerais bien qu'ils trouvent des idées seuls, sans moi… au collège, ce sera comme ça, il faudra bien qu'ils s'adaptent.

Echange avant et après la séance 1 (E5A *Le chien*)

Avant
E5 : donc j'ai repris ce problème-là, sur le chien. Avant, on va faire deux petits problèmes pour revoir le cercle et après, on fait le problème. Il y a deux parties.
Nous : oui. Et comment organises-tu le travail ?
E5 : j'ai mis l'énoncé au tableau, regarde… On va le lire, l'expliquer et ils vont chercher sur des feuilles, des feuilles blanches que j'ai là. Ils sont installés d'habitude comme ça alors je n'ai rien changé, ils pourront travailler à plusieurs s'ils veulent, ce sera sans doute plus facile pour eux.
Nous : et là, je vois du matériel.
E5 : ah, oui, ça c'est pour le groupe ici qui me semble plus faible alors j'ai pensé à de la ficelle et à des pailles pour après. Peut-être que ça pourrait les aider à trouver.
Après
Nous : alors, qu'en penses-tu ?
E5 : je suis un peu écœuré, là. Tu as vu leur dessin ?
Nous : oui. Tu ne t'attendais pas à ça ?
E5 : ben, j'espérai un peu mieux. Je voulais faire découvrir aux élèves des problèmes différents, des problèmes qui sont proposés au collège… eh, ben, j'ai vu ce que ça donne… c'est pas simple pour eux.

Echange avant et après la séance 2 (E5B *La leçon de chimie*)

Avant
E5 : bon, la leçon sur proportionnalité est finie. Je voudrais qu'ils réinvestissent tout ça dans un problème un peu différent. Mais vont-ils penser à la proportionnalité ? ça c'est pas sûr…
Nous : c'est un énoncé issu de tes brochures IREM ?
E5 : oui mais dans le texte de l'IREM, il y a décilitre, alors moi, j'ai changé en centilitre, pour ne pas compliquer le texte. J'ai retapé tout le texte en fait. Les élèves travailleront en petits groupes comme la dernière fois. J'ai prévu de les aider que s'il y a un vrai blocage.
Nous : et qu'est-ce que tu as prévu ?
E5 : ben, je me suis dit que ça pourrait être d'utiliser un tableau pour simplifier l'énoncé, de relire l'énoncé et de trouver la consigne du professeur de chimie la plus importante.
Nous : et c'est laquelle la plus importante ?
E5 : ben… Aussi sucrée dans tous les récipients.
Nous : ah oui.
Après

E5 : j'ai commencé par deux exercices… Ils ont parlé certains de proportionnalité, je crois… mais je ne sais pas si ça les a aidés certains à y voir plus clair. Il y en a beaucoup qui n'ont pas décollé de ce qu'on avait fait au tableau au départ.
Nous : tu sembles déçue ?
E5 : ah oui, ça ne marche pas comme je pensais. Je vais réfléchir à tout ça mais… ces élèves-là ne sont pas encore prêts pour tout ça.
Nous : qu'est-ce que tu veux dire ?
E5 : ben, ils ont du mal, ils ne cherchent pas assez ou s'ils cherchent, ils sont loin des solutions… Je vais réfléchir à ce que je peux leur proposer. Je te redirai.

Courriel de E5 du 18 février 2009
E5 : j'ai hésité à te recontacter à propos des problèmes. Je vais arrêter d'en donner à ma classe pour cette année. Les élèves ont trop de mal, ils ne sont pas prêts. Ou alors, c'est moi qui m'y prends mal. Ils verront tout cela au collège. Pour l'instant, ils ne sont pas capables d'en retirer quelque chose. […]
Nous : c'est noté. Je passerai te voir pour en discuter si tu veux bien.

Echange du 25 février 2009
E5 : comme je te l'ai mis dans mon mail, c'est trop dur pour mes élèves, je préfère arrêter.
Nous : tu disais même que tu ne savais pas t'y prendre…
E5 : oui, enfin, je sais pas bien finalement. C'est un peu pour ça aussi que j'arrête… Ils ne trouvent rien ou pas grand-chose alors moi, je sais pas trop quoi faire avec leur brouillon ? c'est ça que je voulais dire. Non, je crois que c'est trop tôt pour eux, ils verront ça l'année prochaine, ils auront sans doute du mal mais bon…

l'université nantes angers le mans
PÔLE DE RECHERCHE ET D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

UNIVERSITÉ DE NANTES

Thèse de Doctorat

Christine PINEAU - CHOQUET

Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3

A characterization of primary school teachers' practices during mathematics sessions focusing on the study of opened problems

Résumé

Cette thèse présente une analyse des pratiques de cinq professeurs des écoles lorsqu'ils étudient avec leurs élèves de cycle 3, pendant les cours de mathématiques, des problèmes ouverts. Les pratiques sont ordinaires au sens où nous ne sommes intervenus ni dans le choix des problèmes, ni dans la mise en œuvre des séances. Nous effectuons une analyse à visée compréhensive, nous cherchons à comprendre les motivations des enseignants quant à l'étude de ces problèmes en classe, la mise en œuvre des séances et les savoirs en jeu. Pour cela, nous avons observé les professeurs sur une année scolaire et avons placé cette recherche dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert, Rogalski, 2002) tout en utilisant les notions de gestes et de routines professionnels (Butlen, 2004). Ce travail s'articule autour de trois parties. Dans la première, utilisant des éléments du cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet, Trouche, 2008), nous proposons des explications des choix effectués par les enseignants en termes de ressources utilisées. La deuxième partie est une analyse *a priori* des énoncés choisis où nous étudions notamment les raisonnements envisageables pour les élèves et la nature de la solution attendue. La troisième partie est une analyse *a posteriori* des séances observées. Elle permet d'abord de montrer que la pratique de chacun des enseignants est stable (Robert, 2008) lors de l'étude en classe de problèmes ouverts. Puis en repérant les gestes et routines professionnels de chaque professeur, nous caractérisons leurs pratiques et en dégageons deux profils d'enseignants associés à l'étude de ces problèmes en classe.

Mots clés
pratiques enseignantes, mathématiques, problèmes ouverts, cycle 3, double approche didactique et ergonomique

Abstract

This thesis presents an analysis of the practices of five primary school teachers when they propose opened problems during mathematics lessons. The practices are ordinary because we intervened neither in the choice of the problems, nor in the implementation of the sessions. Our analysis allows to answer questions concerning the motivations of teachers who study these problems in classroom, the implementation of sessions and knowledge which could be teach. We observed teachers during a year and organized this research within the framework of the didactic and ergonomic approach (Robert, Rogalski, 2002) while using the notions of professional gestures and routines (Butlen, 2004). This work is articulated around three parts. First, with reference to the theoretical framework of a documentational approach of didactics (Gueudet, Trouche, 2008), we propose explanations of choices made by the teachers in terms of used resources. The second part is an *a priori* analysis of the chosen problems, especially to determine pupils' possible reasoning and the nature of the expected solution. The third part is an *a posteriori* analysis of observed sessions. She allows showing the stability (Robert, 2008) of the teachers' practices studying opened problems in classroom. Then by identifying professional gestures and routines of the five teachers, we characterize their practices and determine two teachers' profiles associated to the study of opened problems in class.

Key Words
teachers' practices, mathematics, opened problems, primary school, didactic and ergonomic approach