Manipulation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein d'ytterbium sur la transition "d'horloge" : de la spectroscopie au magnétisme artificiel

Alexandre Dareau

▶ **To cite this version:**

Alexandre Dareau. Manipulation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein d'ytterbium sur la transition "d'horloge" : de la spectroscopie au magnétisme artificiel. Physique [physics]. Ecole normale supérieure - ENS PARIS, 2015. Français. NNT : 2015ENSU0018 . tel-01194429v3

HAL Id: tel-01194429

https://theses.hal.science/tel-01194429v3

Submitted on 7 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire Kastler Brossel

École Normale Supérieure
Collège de France

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

Spécialité : Physique quantique

École doctorale : «Physique en Île-de-France »

Présentée par

Alexandre Dareau

pour obtenir le grade de docteur de l'École Normale Supérieure

---

Manipulation cohérente d'un condensat de Bose-Einstein d'ytterbium sur la transition « d'horloge » :

de la spectroscopie au magnétisme artificiel.

Soutenue le 31 août 2015
devant le jury composé de :

M. Robin KAISER ..... Rapporteur
M. Stefan KUHR ..... Rapporteur
M. Gwendal FÈVE ..... Président
M. Zoran HADZIBABIC ..... Examinateur
M. Fabrice GERBIER ..... Directeur de thèse

Après lo malh, un aute malh,
Après la lutz, ua auta lutz,
Haut, Peiròt, vam caminar
De cap tà l'immortèla,
Haut, Peiròt, vam caminar
Lo país vam cercar.

— *De cap tà l'immortèla*, Los de Nadau.

Dans ce lieu secret, qui n'est pas même un lieu, les contradictions s'abolissent en même temps que les images et leur chair familière ; il n'y demeure aucun vestige du monde que le langage des hommes peut décrire, aucun lointain reflet, mais seulement la forme pâle des mathématiques, silencieuse et redoutable, la pureté des symétries, la splendeur abstraite de la matrice éternelle, toute cette inconcevable beauté qui attendait depuis toujours de se dévoiler à vos yeux.

— *Le principe*, Jérôme Ferrari.

Résumé

Dans cette thèse, nous faisons état de la construction d'un dispositif expérimental capable de piéger et refroidir un gaz d'ytterbium, dans l'optique de simuler des champs magnétiques artificiels. Ce dispositif permettra, à terme, de produire et de caractériser des états quantiques fortement corrélés, semblables aux états rencontrés dans la physique de l'effet Hall quantique, entier ou fractionnaire.

Dans un premier temps, nous décrivons la construction des parties de notre dispositif consacrées au refroidissement optique de l'ytterbium (^{174}Yb). En particulier, nous présentons la conception d'un ralentisseur Zeeman, permettant le chargement direct d'un piège magnéto-optique effectué sur la transition d'intercombinaison $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ de l'ytterbium. Après transport dans un piège optique, une étape de refroidissement évaporatif nous permet d'obtenir des condensats de Bose-Einstein contenant environ 5×10^4 atomes d'ytterbium. Les condensats produits sont alors chargés dans un réseau optique vertical à la longueur d'onde « magique ».

Nous présentons ensuite la construction d'un système laser étroit à 578 nm capable d'exciter la transition « d'horloge » $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ de l'ytterbium. Le laser est asservi sur une cavité Fabry-Perot de grande finesse servant de référence de fréquence, dont nous avons caractérisé les différentes propriétés. Nous présentons en particulier une méthode permettant de calibrer rapidement la fréquence absolue de la cavité par comparaison avec une transition de la molécule de diiode.

Finalement, nous présentons les résultats d'expériences de spectroscopie effectuées sur des condensats d'ytterbium à l'aide du laser étroit, ainsi que la manipulation cohérente du condensat sur la transition d'horloge au cours d'expériences d'oscillations de Rabi. Ces expériences préliminaires ouvrent notamment la voie à la mesure des propriétés colisionnelles de l'ytterbium 174.

Mots clés : *atomes froids, réseaux optiques, condensat de Bose-Einstein, laser ultrastable, transition d'horloge, simulation quantique.*

Abstract

In this thesis, we report on the construction of an experiment aimed at trapping and cooling an ytterbium gaz, in order to realize artificial gauge fields. In the long term, this setup will allow the study of strongly correlated quantum states which are atomic analogs of integer or fractional quantum Hall systems.

We will first present the building of our experimental apparatus, and the optical cooling of ytterbium (^{174}Yb). In particular, we will report on the design of a Zeeman slower, allowing for the direct loading of a magneto-optical trap operated on ytterbium's intercombination transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$. The atomic cloud is then transported in an optical dipole trap. A subsequent evaporative cooling stage results in the production of Bose-Einstein condensates of about 5×10^4 atoms.

We then describe the construction of an ultra-narrow laser system at 578 nm, able to drive ytterbium's « clock » transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. The laser frequency is stabilized using a high-finesse Fabry-Perot cavity, whose properties are precisely characterized in this work. Specifically, we present a method to calibrate the absolute frequency of the cavity by comparison with an optical transition of molecular iodine.

Finally, we show the results of spectroscopic measurements done on ytterbium condensates using the ultra-narrow laser. We also report on the coherent manipulation of the condensate on the clock transition, consisting in the observation of Rabi oscillations. These preliminary experiments should allow for a measurement of ytterbium's scattering properties.

Keywords : *cold atoms, optical lattices, Bose-Einstein condensates, ultra-stable lasers, clock transition, quantum simulation.*

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au laboratoire Kastler Brossel, dans un premier temps dans les locaux de la rue Lhomond (de septembre 2011 à avril 2014), puis dans les nouveaux locaux de l'institut de Physique du collège de France (d'avril 2014 à août 2015). Je remercie Paul Indelicato et Antoine Heidmann, qui se sont succédés à la direction du laboratoire, pour m'y avoir accueilli et permis de profiter de cet environnement scientifique stimulant.

J'ai eu la chance, tout au long de ce travail, de bénéficier d'un encadrement sans failles. Je tiens en premier lieu à remercier mon directeur de thèse, Fabrice Gerbier, pour m'avoir permis de prendre part à cet exaltant projet que constitue la construction d'une expérience d'atomes froids. Ses conseils, ses remarques et sa rigueur scientifique m'ont accompagnés durant ces presque cinq années passées au laboratoire, de mon stage préliminaire à ma soutenance de thèse. Nos nombreuses discussions et débats m'ont permis de profiter de ses connaissances, tant expérimentales que théoriques. Pour son encadrement et son soutien, je lui suis reconnaissant.

Mes remerciements vont aussi à Jérôme Beugnon, pour sa disponibilité et l'aide qu'il m'a apportée tout au long de cette thèse. Il a su faire preuve d'une infinie patience à mon égard, ne perdant jamais son calme malgré mes – multiples – visites quotidiennes. Nos discussions sur l'expérience, la physique ou l'enseignement ont véritablement enrichi mon quotidien au laboratoire. Je remercie aussi Jean Dalibard, pour m'avoir accueilli au sein du groupe, et nous avoir permis de bénéficier d'un cadre de recherche idéal au sein de l'institut de Physique du Collège de France. Je lui suis aussi infiniment reconnaissant de ses cours dispensés au Collège de France, qui m'ont permis par leur clarté et leur précision d'enrichir ma compréhension de la physique des atomes froids. Je remercie également Robin Kaiser et Stefan Kuhr d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit, ainsi que Gwendal Fève et Zoran Hadzibabic pour leur participation à mon jury.

L'ensemble du travail expérimental réalisé au cours de cette thèse est le fruit d'un travail d'équipe quotidien. J'ai eu la chance d'être épaulé par une équipe formidable, qui a su rendre cette tâche stimulante et agréable. Je remercie tout d'abord Matthias Scholl, avec qui j'ai partagé la *quasi* intégralité de mon passage au LKB. Son entrain et sa bonne humeur – mâtinée d'un solide sens de l'humour, tirant parfois sur l'espièglerie – ont égayé les journées passées dans l'obscurité de la salle de manip'. Dans un style plus posé, Daniel Döring a su assumer son statut de *postdoc* avec sagesse et bienveillance. Je le remercie pour son aide précieuse durant les trois premières années de ma thèse, et pour avoir partagé avec moi de chaleureuses pauses café. Je remercie aussi Quentin Beaufils, qui nous a rejoints en tant que *postdoc* au départ de Daniel, pour son aide – plus que

décisive dans le déroulement de cette thèse – ainsi que pour nos nombreuses conversations, au cours desquelles il a su supporter – et parfois surpasser – ma mauvaise foi (je lui en sais gré). Ces trois personnes constituent véritablement le cœur de l'équipe qui a œuvré, au jour le jour, à la construction de notre expérience.

Je remercie aussi la nouvelle génération, qui nous a rejoints suite à notre déménagement : Manel Bosch, pour sa gentillesse et pour avoir apporté un peu de "latin" dans notre groupe, et Raphaël Bouganne, pour nous avoir rappelé quel est l'usage d'un escalier – c'est là le moindre de ses apports – ainsi que pour son aide dans la recherche des coquilles cachées dans le présent manuscrit. Ils ont su prendre le relai au laboratoire lors de la rédaction du présent manuscrit, et je sais que l'expérience est entre de bonnes mains avec eux. Je remercie aussi l'ensemble des stagiaires qui ont contribué à la construction de notre expérience : Mikael, Pascal, Thomas et Dan.

Il est évident que ce travail de recherche n'aurait pas été possible sans l'appui des différents services techniques et administratifs du laboratoire et de l'institut de physique. L'apport des ateliers de mécanique et d'électronique a été crucial pour la construction de notre dispositif expérimental, ainsi que le travail du service informatique. Je remercie aussi l'ensemble du personnel administratif, pour leur disponibilité et leur aide tout au long de cette thèse. Je remercie particulièrement Carmen Toderasc, pour son aide précieuse au cours des formalités de fin de doctorat. À tous les membres de ces services, j'exprime ma reconnaissance.

Je souhaite aussi exprimer ma gratitude à l'ensemble des doctorants, *postdocs* et stagiaires que j'ai eu le plaisir de côtoyer lors de mon séjour au LKB, et que je vais essayer de remercier nommément, dans un ordre parfaitement arbitraire. Dans la période "Lhomond", j'ai eu le plaisir de partager mon bureau avec les membres de l'équipe Rubidium : Tarik, Rémi, Lauriane, Christof, Laura, Katharina, Tom et David. Je remercie aussi l'équipe Lithium – Igor, Benno, Andrew et Marion – qui partageait la mezzanine de la S18 avec nous, ainsi que l'ensemble des participants aux séances de sport dont ils étaient, généralement, les principaux instigateurs. En restant dans la famille des alcalins, je remercie les membres de l'équipe Sodium – David, Luigi, Lingxuan, Vincent, Tilman, Camille et Andrea – pour avoir partagé Fabrice avec nous. Je n'oublie pas les membres de l'équipe Dysprosium – en premier lieu Sylvain Nascimbene – ainsi que tous ceux qui nous ont rejoint au cours de notre période de transition vers le Collège de France : Davide, Eckhard, Wilfried, Chayma, Tian, Leonid, Jean-Loup, Raphaël ainsi qu'Alexei, Killian et leur équipe. Je remercie aussi les autres groupes de gaz quantiques, en particulier l'équipe Fermix, ainsi que les membres de l'équipe microcircuits à atomes qui ont toléré, avec une infinie patience, ma présence autour de leur machine à café.

J'ai eu la chance d'avoir des collègues que je considère désormais comme des amis ; j'ai encore plus de chance d'avoir eu un ami comme collègue. Je remercie Sébastien, pour cette aventure vécue en parallèle depuis notre départ de Toulouse. Je remercie aussi l'ensemble de mes ami-e-s cotôyé-e-s sur les bancs de l'ENS (et les tabourets du quartier latin), en particulier Hugo, Nico, Renaud, Éric et Margaux. La diaspora Toulousaine – Philippe, Fathi, Christophe, Monir, Bastien, Divin, Carla, ainsi que Matthieu et Patxi, dont l'amitié remonte à des temps immémoriaux – a aussi constitué un soutien indéfectible. Pour leur cohésion, leur soutien malgré la différence de nos trajectoires, je remercie ces *hommes de Fermat*. Je remercie aussi l'ensemble des membres de l'ECE, pour m'avoir permis de pratiquer mon contre de sixte durant mon séjour Parisien, et m'avoir pardonné mon inconstance. Je remercie en particulier Xav et JP, qui m'ont accompagné dans mon retour

sur les pistes. Je remercie enfin Anke et Katharina, ainsi que les bébés ytterbium, dont l'arrivée reste un moment heureux de ces dernières années.

Je n'aurais pas pu réaliser ce travail de thèse sans le soutien de ma famille. Je remercie mes parents, mon grand-père, mon frère et ma sœur pour leur présence auprès de moi et leur soutien malgré la distance qui a pu nous séparer et le temps parfois réduit que j'ai pu leur consacrer. Je remercie aussi le reste de ma famille, celles et ceux que je retrouve avec un véritable plaisir lors de mes retours dans le sud de la France, ainsi que ceux que j'ai désormais le bonheur de pouvoir compter dans ma "belle-famille". Je pense aussi à ceux qui nous ont quitté durant ces années de doctorat, à qui je me contenterai par pudeur de dédier ce travail.

Toutes ces personnes ont accompagné ma vie avant et durant mes années de doctorant ; il est une personne qui l'a profondément changée. Je remercie Oriane, pour son soutien tout au long de ces années, et son influence décisive, bien qu'elle la sous-estime parfois. Merci.

à ma grand-mère

à Alexis

Table des matières

Remerciements **v**

Table des matières **ix**

Glossaire et conventions **xiii**
Acronymes xiii
Incertitudes xiii

Introduction **1**

1 Potentiels de jauge artificiels pour bosons sur réseaux **7**
1.1 Des champs magnétiques artificiels avec des atomes froids 7
1.1.1 Magnétisme orbital : principes généraux 7
1.1.2 Simulation avec des atomes froids : le cas continu 9
1.2 Magnétisme orbital sur réseau optique 12
1.2.1 Rappels sur les réseaux optiques 12
1.2.2 Magnétisme et réseau 15
1.3 Interactions et physique à N corps. 18
1.3.1 Interactions sur réseau : transition de Mott 19
1.3.2 Interactions et magnétisme 20
1.3.3 Magnétisme, réseau et interactions 21
1.4 Magnétisme et atomes froids sur réseau : état de l'art expérimental 23
1.4.1 Préambule : flux uniformes et alternés 23
1.4.2 Réseaux secoués, réseaux modulés 24
1.4.3 Observations expérimentales et chauffage 26
1.5 Notre approche expérimentale 27
1.5.1 Présentation de la méthode 27
1.5.2 Rectification du flux 30
1.5.3 Comparaison avec les réseaux modulés 32
1.5.4 Autres méthodes utilisant différents états internes 35
1.5.5 Choix de l'ytterbium 35
1.5.6 Conditions de validité et considérations techniques 37

2 Production d'un gaz dégénéré d'ytterbium **39**
2.1 L'atome d'ytterbium 40

2.2 Présentation du système expérimental 41
2.2.1 Système à vide 41
2.2.2 Système laser 43
2.2.3 Contrôle informatique et acquisition de données 50
2.2.4 Imagerie par absorption d'un nuage atomique 51
2.3 Ralentissement et piégeage d'atomes d'ytterbium 52
2.3.1 Principe du refroidissement optique 52
2.3.2 Ralentisseur Zeeman 57
2.3.3 Piège magnéto-optique 64
2.4 Chargement et refroidissement dans un piège optique 70
2.4.1 Chargement et transport d'un nuage thermique dans un piège optique 71
2.4.2 Refroidissement par évaporation dans un piège croisé 76
2.5 Observation et caractérisation d'un condensat de Bose-Einstein d'Ytterbium 79
2.5.1 Analyse des profils de densité 80
2.5.2 Résultats expérimentaux 83
2.6 Chargement adiabatique dans un réseau optique 86
2.6.1 Dispositif expérimental 86
2.6.2 Diffraction 86
2.6.3 Chargement adiabatique et chauffage 88

3 Un laser à 578nm pour sonder la transition d'horloge de l'ytterbium 93
3.1 La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ de l'ytterbium 94
3.1.1 Une transition d'horloge 94
3.1.2 Le cas des bosons : couplage magnétique 94
3.1.3 Ordres de grandeur 96
3.1.4 Caractérisation du bruit de fréquence 96
3.2 Asservissement sur une cavité haute-finesse 100
3.2.1 Cavité Fabry-Perot : éléments de théorie 101
3.2.2 La méthode de Pound-Drever-Hall 103
3.2.3 Réalisation expérimentale 107
3.3 Caractérisation de la cavité 113
3.3.1 Intervalle spectral libre et finesse 114
3.3.2 Calibration de la fréquence absolue de la cavité 116
3.3.3 Coefficient de dilatation 122

4 Spectroscopie d'un gaz dégénéré d'ytterbium 125
4.1 Premières observations de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ 126
4.1.1 Réglage de la fréquence du laser 126
4.1.2 Méthodes d'interrogation 127
4.1.3 Première observation de la transition 128
4.1.4 Première application : caractérisation fine des dérives de la cavité . 129
4.2 Analyse et interprétation des spectres obtenus 132
4.2.1 Préambule : effets considérés 133
4.2.2 Pertes inélastiques 136
4.2.3 Spectroscopie *in-situ* 137
4.2.4 Spectroscopie en temps de vol 139
4.2.5 Spectroscopie d'un condensat en expansion guidée 142
4.3 Oscillations de Rabi dans un réseau « magique » 148
4.3.1 Résultats expérimentaux (préliminaires) 148

4.3.2 Modélisation et interprétation des oscillations . . . 152
4.3.3 Mesure des pertes inélastiques . . . 155
4.4 Conclusion et perspectives . . . 157

Conclusion **159**

A Réseaux optiques : structure de bandes et fonctions de Wannier **163**
A.1 Position du problème . . . 163
A.2 Théorème de Bloch et bandes d'énergie . . . 163
A.2.1 Ondes de Bloch et équation centrale . . . 163
A.2.2 Structure de bandes . . . 164
A.3 Fonctions de Wannier . . . 165
A.3.1 Définition . . . 165
A.3.2 Hamiltonien dans la base des fonctions de Wannier . . . 166

B Effet tunnel assisté par la lumière dans un réseau dépendant de l'état interne **169**
B.1 Position du problème et notations . . . 169
B.2 Effet tunnel induit par la lumière . . . 170
B.3 Ré-indexation du réseau et transformation de jauge . . . 171
B.3.1 Nouveaux indices . . . 171
B.3.2 Transformation de jauge . . . 172
B.3.3 Flux sur une plaquette . . . 173

C Paramètres expérimentaux pour la simulations de champs magnétiques artificiels **175**

D Profils de densité de gaz de Bose ultra-froids **179**
D.1 Gaz thermique . . . 179
D.1.1 Préambule : fonction polylogarithme . . . 179
D.1.2 Gaz de bosons dans un potentiel : approche semi-classique . . . 179
D.1.3 Évolution en temps de vol . . . 180
D.2 Condensat de Bose-Einstein . . . 181
D.2.1 Profil de Thomas-Fermi . . . 181
D.2.2 Évolution en temps de vol . . . 182

E Diffraction d'un condensat de Bose-Einstein par un réseau **183**
E.1 Position du problème . . . 183
E.2 Réseau de phase mince : régime de Raman-Nath . . . 184
E.2.1 Calcul analytique des populations des ordres de diffraction . . . 184
E.2.2 Limite de validité . . . 185

F Réponse linéaire d'un système quantique **187**
F.1 Position du problème et notations . . . 187
F.2 Calcul de la fonction de réponse linéaire . . . 188
F.3 Réponse non-linéaire (ordre 2) . . . 188

Bibliographie **189**

Glossaire et conventions

Acronymes

AOM	Modulateur Acousto-Optique (*Acousto-Optical Modulator*)
CBE	Condensat de Bose-Einstein
EOM	Modulateur Électro-Optique (*Electro-Optical Modulator*)
DT	*Dipole Trap* (pour piège dipolaire)
OH	Oscillateur Harmonique
PMO (MOT)	Piège Magnéto-Optique (*Magneto-Optical Trap*)
PZB	Première Zone de Brillouin

Définitions

Nous utiliserons le symbole $\widehat{=}$ pour indiquer que l'égalité présentée sert à définir une grandeur.

➟ **ex. :** $E_\mathrm{r} \mathrel{\widehat{=}} \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Incertitudes

Nous adopterons la convention suivante pour l'écriture des incertitudes :

- lorsque l'estimation de l'incertitude provient d'une analyse statistique, nous donnons l'écart-type σ entre crochets [...].

  ➟ **ex. :** $\Delta f = 220\,\mathrm{kHz}\,[\sigma = 50\,\mathrm{kHz}]$

- lorsque l'incertitude est estimée d'après un ajustement sur des données expérimentales, l'intervalle de confiance à 68% (1σ) est donné après le symbole $\pm$.

  ➟ **ex. :** $T = 10.8 \pm 0.2\,\mu\mathrm{K}$

- enfin, lorsque la valeur provient d'une source extérieure (article, spécifications constructeur...), l'incertitude est reportée entre parenthèses (...).

  ➟ **ex. :** $L = 47.6(0.1)\,\mathrm{mm}$

Introduction

Les atomes froids comme système modèle

Le domaine des *gaz quantiques* d'atomes ultra-froids est issu des développements connus par la physique atomique depuis le milieu du XX^{e} siècle, et plus particulièrement de l'étude de l'interaction entre atomes et lumière. Dans un premier temps utilisée comme outil pour sonder les propriétés de la matière, la lumière devient progressivement un moyen d'en contrôler l'état – dans un premier temps *interne*, avec les expériences de pompage optique. L'invention de lasers accordables dans les années 1970 ouvre ensuite la voie au contrôle de l'état *externe* des atomes : des expériences pionnières utilisent alors, dans les années 1980, ces nouvelles sources lumineuses pour piéger et refroidir des gaz atomiques, atteignant des températures jusque-là inaccessibles en laboratoire. La poursuite de ces travaux dans les années 1990 aboutit aux premières observations de la condensation de Bose-Einstein [1–3], fondant véritablement le champ des gaz quantiques.

Vingt ans après la première observation de la condensation dans des gaz dilués, de nombreuses espèces atomiques ont été refroidies jusqu'au régime de dégénérescence quantique, et les gaz quantiques sont devenus un objet d'étude pour de nombreuses équipes d'expérimentateurs. Leurs propriétés sont en effet particulièrement intéressantes : il s'agit de systèmes quantiques, qu'il est possible de piéger, manipuler et détecter de façon précise et contrôlée. L'expérimentateur peut ainsi choisir la forme du potentiel piégeant les atomes, ainsi que la dimensionnalité du système [4]. Il est possible, pour certaines espèces, de moduler la force des interactions inter-atomiques en utilisant des résonances de Feshbach [5]. En outre, la multitude des espèces refroidies permet un large choix d'atomes aux propriétés variées : bosons ou fermions, atomes à un ou deux électrons de valence, mélanges de plusieurs espèces. Il est aussi possible d'étudier l'effet d'interactions à longue portée en utilisant des atomes ayant un grand moment magnétique, à l'instar du chrome, de l'erbium ou du dysprosium [6–8], ou encore de former des molécules combinant deux atomes différents [9].

Les études impliquant des gaz quantiques se sont dans un premier temps intéressées principalement aux caractéristiques intrinsèques de ces systèmes, comme par exemple leurs propriétés de cohérence [10] ou de superfluidité (par exemple via la réponse à une mise en rotation) [11–14]. Cependant, le grand degré de contrôle offert par ces systèmes a rapidement ouvert la voie à d'autres développements. Les systèmes d'atomes froids, en vertu de leur pureté, ont ainsi été utilisés comme outils pour effectuer des mesures de précision et tester des théories fondamentales. Ces développements ont donné naissance aux horloges atomiques [15], constituant à ce jour les références les plus stables pour la

mesure du temps [16], ainsi qu'aux interféromètres atomiques permettant par exemple une mesure précise du champ gravitationnel [17], ou encore la réalisation de gyromètres performants [18]. D'autre part, la grande flexibilité des expériences de gaz quantiques a été mise à profit pour réaliser en laboratoire des hamiltoniens modèles, étudiés par exemple en matière condensée. La possibilité de réaliser des potentiels périodiques [4], similaires au potentiel cristallin ressenti par des électrons dans un solide, a ainsi permis de réaliser le hamiltonien de Hubbard, et d'observer des phénomènes prédits par la théorie à l'instar de la transition de Mott [19]. L'utilisation de dispositifs permettant de « façonner » des potentiels arbitraires a aussi permis d'étudier la condensation dans un potentiel plat (boîte) [20], ou encore les propriétés d'écoulement dans des pièges en anneaux [21] ou dans des canaux quantiques reliant deux réservoirs [22]. Dans les dernières années, de nombreux efforts expérimentaux et théoriques ont été effectués afin de simuler l'effet du magnétisme orbital avec des systèmes d'atomes froids.

Des champs magnétiques réels aux champs artificiels

Les atomes froids sont ainsi utilisés pour reproduire, de façon contrôlée, des situations initialement étudiées dans le cadre de la « matière condensée ». Parmi les propriétés intéressantes de ces systèmes, on peut noter la complexité de leur réponse à un champ magnétique. En effet, les propriétés de transport dans un métal peuvent être profondément modifiées en présence d'un champ magnétique, et ce déjà dans le cadre de la physique « classique » via l'effet Hall [23]. Des expériences effectuées sur des échantillons métalliques refroidis ont aussi mis en évidence l'existence d'effets purement *quantiques*, à l'instar de l'effet Hall quantique entier [24]. Les interactions de Coulomb entre électrons peuvent de plus conduire, en présence d'un champ magnétique, à l'apparition d'un réseau de vortex dans des supraconducteurs [25], ou encore de phases quantiques fortement corrélées, à l'origine de l'effet Hall quantique fractionnaire [26]. Il est important de souligner que dans ces expériences de matière condensée la présence d'un réseau cristallin sous-jacent ne joue qu'un rôle secondaire : son effet peut être généralement « absorbé » dans une renormalisation de la masse effective de l'électron.

Le rôle du réseau cristallin prend toute son importance lorsque l'on considère des champs magnétiques intenses, c'est-à-dire pour lesquels la taille des orbites cyclotron devient comparable à la maille cristalline. En effet, il est possible de montrer que le spectre d'un système d'électrons (sans interactions) soumis à un potentiel cristallin, dit spectre de Hofstadter, est périodique en fonction du flux de champ magnétique – évalué sur une maille du potentiel cristallin – avec une période donnée par le quantum de flux $\phi_0 = h/e$. Ce spectre possède en outre une structure fractale, comme nous le verrons plus en détail dans le chapitre 1. Cependant, la faible taille de la maille cristalline – de l'ordre de 10^{-10} m – rend difficile l'obtention de flux magnétiques de l'ordre du quantum de flux dans les expériences de matière condensée : il faudrait appliquer un champ magnétique d'environ 10^5 T pour atteindre un flux de l'ordre de ϕ_0. Des expériences mettant en jeu des super-réseaux ont permis d'augmenter la gamme des flux accessibles en agrandissant artificiellement la taille des mailles du réseau. L'étude des propriétés de conduction d'un réseau de bandes d'aluminium – dont le pas est de l'ordre du micromètre – a ainsi révélé des structures périodiques correspondant à des flux magnétiques entiers ou rationnels [27]. L'étude de gaz bi-dimensionnels d'électrons réalisés à l'interface entre deux semi-conducteurs, soumis à un potentiel généré par un motif périodique de trous (pas de 100 nm) à la jonction a permis de mettre en évidence la fragmentation en sous-bandes du spectre de Hofstadter [28]. Plus récemment encore, la modulation induite par un réseau hexagonal de nitrure de bore

sur un plan de graphène, résultant par effet de moiré en un super-réseau hexagonal dont le pas est de l'ordre de 10 nm, a permis par des mesures de conduction de mettre en évidence des propriétés du spectre de Hofstadter [29].

Ces différentes expériences mettant en jeu des super-réseaux illustrent les difficultés liées au pas du réseau : un pas trop petit ne permettra pas d'atteindre des flux assez importants pour que l'effet du réseau se manifeste, tandis que des réseaux dont le pas est trop grand seront plus sensibles aux différentes sources de bruit – notamment du champ magnétique – ou encore au désordre naturellement présent [29]. L'utilisation d'atomes froids permet une approche différente du problème, en offrant un meilleur contrôle des paramètres des systèmes étudiés ainsi que du désordre.

On peut dégager deux difficultés principales dans l'utilisation de systèmes d'atomes froids pour « simuler » des systèmes initialement étudiés dans les expériences de matière condensée. Tout d'abord, les méthodes accessibles pour sonder les échantillons d'atomes froids diffèrent de celles applicables sur des échantillons métalliques : le système étant isolé, il est difficile d'effectuer des mesures de conduction en appliquant une différence de potentiel chimique aux bords de l'échantillon. En revanche, il est possible d'accéder directement à la distribution en impulsion des atomes en observant leur distribution spatiale après un « temps de vol », tandis que l'utilisation de systèmes optiques avec une grande ouverture numérique ouvre la voie à l'observation de la distribution de densité du gaz *in situ*. La seconde difficulté est la plus importante : les atomes étudiés étant électriquement neutres, il est nécessaire d'employer des méthodes expérimentales « détournées » afin d'ajouter au hamiltonien du système des termes correspondant effectivement au magnétisme orbital d'une particule chargée dans un champ magnétique.

Les différentes techniques mises en œuvre pour simuler l'effet d'un champ magnétique avec des atomes froids sont passées en revue dans le chapitre 1 ; néanmoins, nous pouvons d'ores et déjà dégager deux approches. La première consiste à mettre le gaz en rotation, afin de tirer parti de la similarité entre force de Coriolis et force de Lorentz. Cette méthode a été appliquée dès les premières années suivant la réalisation des premiers gaz quantiques, afin d'étudier les propriétés superfluides de ces derniers. Plusieurs écueils limitent la vitesse de rotation – et donc l'amplitude du champ magnétique artificiel – accessible dans ce type d'expérience : la présence de la force centrifuge, d'une part, tend à expulser les atomes du piège ; d'autre part, toute anisotropie résiduelle du piège devient, dans le référentiel tournant, une perturbation susceptible de chauffer le nuage. Une autre méthode consiste à utiliser un faisceau laser pour générer un champ magnétique artificiel. Dans ce cas, on utilise le couplage cohérent entre deux états internes de l'atome. La force de Lorentz effective vient ici de l'absorption et de l'émission cohérente de photons, comme nous le verrons par la suite. C'est ce type d'approche que nous avons choisi de suivre pour simuler des champs magnétiques artificiels avec un gaz d'ytterbium ultra-froid.

Ce travail de thèse

Le but du travail rapporté dans le présent manuscrit est de construire un dispositif expérimental capable de simuler des champs magnétiques artificiels pour des gaz d'ytterbium ultra-froids piégés dans un réseau optique. Nous suivons pour cela la méthode proposée par Jean Dalibard et Fabrice Gerbier [30], adaptée d'une proposition initiale de Dieter Jaksch et Peter Zoller [31]. Cette méthode exploite une propriété intéressante de l'atome d'ytterbium, partagée plus généralement par les atomes à deux électrons de valence : l'existence d'un état méta-stable $^3P_0$, couplé à l'état fondamental $^1S_0$ par une transition « d'horloge » extrêmement étroite, ce qui lui confère une longue durée de vie

(quelques dizaines de secondes pour les isotopes fermioniques). Cette particularité, exploitée dans les expériences d'horloges optiques, permet à l'expérimentateur de coupler de façon cohérente – c'est-à-dire avec une émission spontanée négligeable – des états électroniques séparés par une transition optique. C'est cette caractéristique précise qui fait de l'ytterbium un candidat sérieux pour la réalisation de champs de jauges artificiels. Depuis le début de ce travail de thèse, plusieurs groupes ont fait état de la réalisation de champs magnétiques artificiels pour des systèmes d'atomes froids sur réseau, utilisant soit la méthode des réseaux « secoués » [32–34], soit une variante du schéma de Jaksch et Zoller utilisant une transition « Bragg » à deux photons [35–41]. D'autres méthodes, utilisant des transitions Raman, ont permis de simuler des champs magnétiques dans des dimensions artificielles [42, 43]. Néanmoins, aucun résultat expérimental relatif à la simulation de champs magnétiques artificiels à l'aide d'une transition optique étroite n'a été, à ce jour, publié. Nous reviendrons plus en détail sur les avantages respectifs des différentes approches à l'occasion du chapitre 1.

Nous pouvons dégager deux grands axes à propos du travail expérimental réalisé au cours de cette thèse. Le premier consiste en la construction d'un dispositif expérimental capable de refroidir un gaz d'ytterbium jusqu'au régime de dégénérescence quantique, et de le transférer dans un réseau optique. Le second concerne la réalisation et la caractérisation d'un système laser stable capable de sonder la transition « d'horloge » de l'ytterbium. La combinaison de ces deux outils – gaz quantique d'ytterbium et laser « d'horloge » – ouvre la voie à de nombreuses expériences, et constitue la première étape vers la réalisation de champs magnétiques artificiels. Des premières expériences, relatives à la spectroscopie d'un condensat de Bose-Einstein utilisant la transition d'horloge, ou encore à la manipulation cohérente du condensat sur cette transition, ont pu être effectuées au terme de ce travail de thèse.

L'originalité du dispositif expérimental construit dans le cadre de cette thèse réside bien dans la combinaison de ces deux outils, le laser « d'horloge » ajoutant une couche de complexité supplémentaire à un dispositif expérimental d'atomes froids sur réseau. Concernant le premier axe expérimental, le piégeage et le refroidissement de l'ytterbium a été réalisé pour la première fois par l'équipe de Yoshiro Takahashi, avec l'observation du premier condensat d'ytterbium en 2003 [44]. La méthode de refroidissement et de piégeage « tout-optique » de l'ytterbium mise en œuvre au cours de cette thèse présente la particularité de nécessiter un grand nombre de faisceaux lasers à des longueurs d'ondes différentes : trois accordés sur des transitions de l'ytterbium (399 nm, 556 nm et 578 nm), et cinq permettant le piégeage optique (532 nm, 612 nm, 760 nm, 1070 nm et 1224 nm). Notons que trois de ces longueurs d'ondes de piégeage ne sont pas arbitraires, mais correspondent à des besoins précis de l'expérience, relatifs aux polarisabilité respectives des états électroniques de l'ytterbium utilisés pour la simulation de champs magnétiques (612 nm, 760 nm, et 1224 nm). Certaines de ces longueurs d'ondes sont générées par des méthodes de somme ou de doublage de fréquences, augmentant l'effectif de notre « bestiaire » laser. La construction du laser d'horloge – notre second axe – nécessite quant à elle l'utilisation de méthodes empruntées aux expériences d'horloges atomiques, afin d'obtenir une source assez étroite et stable pour exciter de façon cohérente la transition de l'ytterbium.

Plan du manuscrit : le présent manuscrit est organisé comme suit.

Dans un premier chapitre, nous posons les bases théoriques relatives à la simulation de champs magnétiques artificiels avec des systèmes d'atomes froids. Après avoir introduit quelques concepts utiles concernant le traitement du magnétisme orbital en mécanique quantique, nous commençons par passer en revue les différentes approches expérimentales ayant permis, à ce jour, de simuler des champs magnétiques artificiels avec des gaz quantiques dans le cas continu. Nous introduisons alors plus en détail le formalisme permettant de décrire la physique des réseaux optiques, en insistant sur l'effet de l'ajout d'un champ magnétique ou d'interactions. Nous mettons ensuite à profit le formalisme introduit pour présenter l'état de l'art expérimental en matière de simulation de champs magnétiques artificiels avec des systèmes d'atomes froids sur réseau, avant d'introduire la méthode que nous avons décidé de suivre, utilisant la transition « d'horloge » de l'atome d'ytterbium.

Le second chapitre est consacré à la construction du dispositif expérimental permettant le refroidissement de l'isotope 174 de l'ytterbium jusqu'au régime de condensation de Bose-Einstein. Après avoir présenté les différentes parties du système expérimental (enceinte à vide, lasers et contrôle informatique), nous nous intéressons aux différentes étapes du refroidissement de l'ytterbium : collimation et ralentissement Zeeman d'un jet atomique, réalisation et caractérisation d'un piège magnéto-optique, puis chargement des atomes dans un piège dipolaire. Nous présentons alors le transport des atomes piégés vers une seconde chambre, puis le refroidissement par évaporation, aboutissant à l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein. Nous discutons enfin le chargement du condensat dans un réseau optique, ainsi que la caractérisation des propriétés de ce dernier.

La construction d'un laser permettant de sonder la transition d'horloge de l'ytterbium fait l'objet d'un troisième chapitre. Après avoir rappelé quelques concepts relatifs à l'excitation de cette transition pour les isotopes bosoniques (couplage magnétique), ainsi qu'à l'effet d'un éventuel bruit de fréquence dans le laser de couplage, nous présentons la construction du laser ainsi que son asservissement sur une cavité Fabry-Perot de grande finesse. La fin du chapitre est consacrée à la caractérisation de cette cavité, qui constitue la pièce centrale de notre dispositif laser. Après avoir mesuré l'intervalle spectral libre et la finesse de cette dernière, nous présentons une méthode permettant de calibrer la fréquence absolue de la cavité par comparaison avec une raie de la molécule de diiode. Cette méthode nous a notamment permis de mesurer la dépendance du coefficient de dilatation de la cavité vis-à-vis de sa température.

Le dernier chapitre est quant à lui consacré aux expériences de spectroscopie réalisées sur un gaz dégénéré d'ytterbium, tirant partie du travail expérimental présenté dans les deux chapitres précédents. L'observation de la transition d'horloge de l'ytterbium permet dans un premier temps de valider la méthode de calibration de la fréquence de la cavité sur le diiode, ainsi que de mesurer de façon fine les dérives au court terme de la cavité. Nous présentons ensuite les résultats d'expériences de spectroscopie effectuées sur des condensats *in situ* ou en temps de vol, en discutant pour chaque cas les différents effets physiques permettant d'expliquer la forme des spectres mesurés. Nous verrons que la spectroscopie d'un condensat en expansion « guidée » permet d'amplifier l'élargissement par effet Doppler, et d'illustrer la dynamique d'un condensat en expansion. Enfin, nous présenterons des résultats préliminaires concernant la manipulation cohérente d'un condensat, piégé dans un réseau « magique », sur la transition d'horloge. Nous verrons que la dynamique des oscillations de Rabi peut être fortement influencée par l'effet des interactions au sein du condensat.

Chapitre 1

Potentiels de jauge artificiels pour bosons sur réseaux

Dans ce premier chapitre, nous introduisons quelques concepts théoriques relatifs tant à la réalisation expérimentale du hamiltonien de Harper avec des atomes neutres qu'aux phénomènes physiques qu'il permet de décrire. Après avoir rappelé quelques concepts utiles concernant le traitement du magnétisme orbital en mécanique quantique, nous passerons en revue les différentes voies expérimentales ayant permis à ce jour de simuler cet effet avec des systèmes d'atomes froids dans le cas continu (c'est-à-dire en l'absence de réseau). Nous nous intéresserons ensuite à la physique des réseaux optiques, permettant de piéger des gaz d'atomes dans les potentiels périodiques. Nous expliquerons en quoi cette physique est modifiée par l'introduction d'un champ magnétique, ou encore d'interactions entre les atomes. Nous mettrons à profit les concepts introduits afin de présenter deux approches permettant de simuler un champ magnétique artificiel pour des gaz d'atomes froids dans des réseaux optiques dépendant du temps, ainsi que les mises en œuvres expérimentales dont ces méthodes ont fait l'objet dans les dernières années. Nous introduirons alors, de façon plus quantitative, l'approche que nous avons choisi de suivre pour simuler des champs magnétiques artificiels à l'aide d'un gaz d'ytterbium ultra-froid piégé dans un réseau optique.

1.1 Des champs magnétiques artificiels avec des atomes froids

1.1.1 Magnétisme orbital : principes généraux

Nous rappelons ici quelques résultats concernant le traitement du magnétisme orbital en mécanique quantique, en nous concentrant sur les concepts importants pour la simulation de champs magnétiques artificiels avec des systèmes d'atomes froids.

Hamiltonien et jauges

Considérons une particule de charge q et de masse m se déplaçant dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$. Le hamiltonien de ce système est [45] :

$$\hat{H} = \frac{[\hat{\boldsymbol{p}} - q\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{r}})]^2}{2m}, \tag{1.1}$$

où $\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{r}})$ est le *potentiel vecteur* associé au champ magnétique $\boldsymbol{B}$, vérifiant $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}$. La définition de $\boldsymbol{A}$ n'est pas unique, et on vérifie qu'un changement de jauge $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A'} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{\nabla}\chi(\hat{\boldsymbol{r}})$, où $\chi(\hat{\boldsymbol{r}})$ est la fonction support du changement, ne modifie pas la valeur du champ magnétique. Notons qu'en mécanique quantique ce changement de jauge doit s'accompagner d'une redéfinition de la fonction d'onde : si l'on note $|\psi\rangle$ le vecteur représentant l'état du système dans la jauge $\boldsymbol{A}$, on aura dans la jauge $\boldsymbol{A'}$ le vecteur $|\psi'\rangle = \hat{U}_\chi |\psi\rangle$, où $\hat{U}_\chi \triangleq \exp(iq\chi(\hat{\boldsymbol{r}})/\hbar)$ est l'opérateur unitaire associé à la transformation. Par la suite, nous considérerons un champ magnétique aligné suivant l'axe z ($\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{e}_z$) et nous utiliserons principalement la *jauge de Landau* :

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} -By \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1.2}$$

Cette représentation brise la symétrie par rotation suivant $\boldsymbol{e}_z$. Elle sera intéressante lorsqu'il s'agira de décrire le magnétisme orbital d'une particule piégée dans un réseau, puisqu'elle permet « d'absorber » l'effet du champ sur un seul des axes.

La diagonalisation du hamiltonien (1.1) aboutit à un spectre constitué de niveaux équidistants macroscopiquement dégénérés, séparés de $\hbar\omega_\mathrm{c}$, où l'on a introduit la pulsation cyclotron $\omega_\mathrm{c} \triangleq |qB|/m$ [46]. Ces niveaux sont appelés *niveaux de Landau*.

Effet Aharonov-Bohm

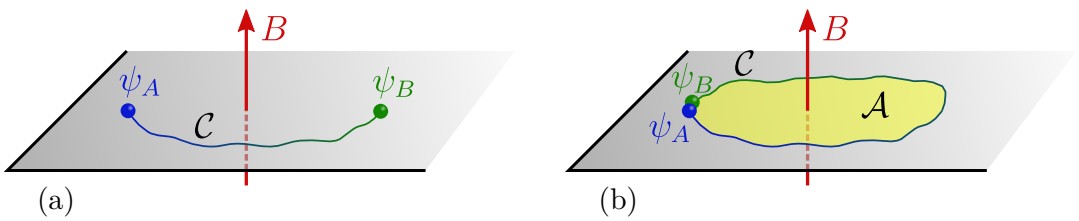


Figure 1.1 – Illustration de l'effet Aharonov-Bohm. **(a)** Exemple de trajectoire ouverte. **(b)** Trajectoire fermée $\mathcal{C}$ définissant une surface $\mathcal{A}$.

Il est intéressant de noter que dans le hamiltonien (1.1), l'effet du champ magnétique est introduit par l'intermédiaire du potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$. L'importance du potentiel vecteur apparaît de façon encore plus directe lorsque l'on considère l'effet Aharonov-Bohm [47]. Cet effet, central pour décrire – et simuler – le magnétisme sur réseau, se manifeste lorsque l'on considère une particule de charge q se déplaçant dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$, associé à un potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$. Dans une image semi-classique, lorsque la particule se déplace d'un point A à un point B en passant par un chemin $\mathcal{C}$ (*cf.* figure 1.1a), on peut montrer que sa fonction d'onde acquiert une phase $\phi_\mathcal{C}$, dépendant du chemin suivi, donnée par [46, 47] :

$$\phi_\mathcal{C} = \frac{q}{\hbar}\int_\mathcal{C} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}. \tag{1.3}$$

Cette phase présente deux particularités intéressantes. D'une part, elle ne dépend que du chemin suivi par la particule, et pas du temps mis pour le parcourir. C'est pourquoi cette phase est dite *géométrique*. D'autre part, elle ne fait pas intervenir le champ magnétique

mais le potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$ [1], donnant en quelque sorte une réalité physique à ce paramètre dépendant de la jauge. Afin de mesurer l'effet physique de la phase d'Aharonov-Bohm, il est nécessaire de réaliser un interféromètre [48, 49]. La différence de phase mesurée correspond alors à la phase accumulée le long de la trajectoire *fermée* (*cf.* figure 1.1b) formée par les deux bras de l'interféromètre. Dans ce cas, nous pouvons utiliser le théorème de Stokes, ce qui donne :

$$\phi_{\mathcal{C}} = \frac{q}{\hbar} \oint_{\mathcal{C}} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{q}{\hbar} \iint_{\mathcal{A}} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 2\pi \frac{\phi_B}{\phi_0}, \tag{1.4}$$

où $\mathcal{A}$ est la surface définie par le contour $\mathcal{C}$ (voir figure 1.1b), ϕ_B le flux du champ magnétique à travers cette surface et $\phi_0 \mathrel{\widehat{=}} h/q$ est le quantum de flux. La phase acquise le long d'une trajectoire fermée est donc proportionnelle au flux du champ magnétique à travers la surface définie par cette trajectoire, et *ne dépend pas* de la jauge choisie pour décrire le champ magnétique.

1.1.2 Simulation avec des atomes froids : le cas continu

Les systèmes d'atomes froids permettent aux expérimentateurs d'étudier des systèmes quantiques dont les propriétés (potentiel de piégeage, interactions, dimensionnalité) sont bien contrôlées. Cependant, les atomes étant électriquement neutres, il n'est pas possible d'étudier l'effet du magnétisme orbital en appliquant « simplement » un champ magnétique. Il est donc nécessaire d'employer des méthodes expérimentales détournées afin de réaliser des systèmes d'atomes froids dont la physique est décrite par un hamiltonien effectif se mettant sous la forme (1.1). Nous décrivons ici les méthodes permettant de simuler un champ magnétique pour des systèmes continus (*bulk*), c'est-à-dire en l'absence de réseau optique.

Gaz en rotation

Une première méthode permettant de simuler l'effet d'un champ magnétique avec des gaz d'atomes froids consiste à mettre le gaz en rotation [50]. Dans le référentiel tournant, les atomes de vitesse $\boldsymbol{v}$ sont soumis à la force de Coriolis $\boldsymbol{F}_{\text{Cor.}} = m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\Omega}$, où $\boldsymbol{\Omega}$ est le vecteur décrivant la rotation [2]. Cette force est analogue à la force de Lorentz $\boldsymbol{F}_{\text{Lor.}} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ ressentie par une particule de charge q dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$. Ainsi, la rotation du gaz correspond, dans le référentiel tournant, à un champ magnétique effectif $q\boldsymbol{B}_{\text{eff}} = m\boldsymbol{\Omega}$. Pour un gaz confiné dans un potentiel harmonique de pulsation ω, on retrouve le hamiltonien d'une particule libre dans un champ magnétique uniforme (1.1) lorsque la vitesse de rotation atteint la valeur critique $\Omega_{\text{c}} = \omega$, pour laquelle le potentiel confinant les atomes est exactement compensé par la force centrifuge également présente dans le référentiel tournant [46]. Le spectre du système est alors constitué de niveaux de Landau. En présence d'interactions, on s'attend de plus à l'apparition de vortex [46], s'arrangeant en réseau triangulaire dit « d'Abrikosov ». Pour des vitesses de rotation

1. L'expérience de pensée d'Aharonov et Bohm consiste à mesurer la phase acquise par une particule se déplaçant autour d'un solénoïde infini. On montre alors que la présence d'un champ magnétique au sein du solénoïde induit l'apparition d'une phase géométrique sur la fonction d'onde de la particule, par l'intermédiaire du potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$, alors même que la particule n'est soumise à aucun champ magnétique (le champ est nul en dehors du solénoïde), et donc à aucune force influant sur sa trajectoire. Pour plus de détails, consulter par exemple [46].

2. Il est orienté suivant l'axe de rotation, avec une norme égale à la vitesse de rotation.

élevées, le nombre de vortex devient comparable au nombre d'atomes, et on s'attend à ce que le réseau fonde [51]. Nous reviendrons plus en détail sur l'effet des interactions pour des systèmes en rotation (ou soumis à un champ magnétique) dans la section 1.3.

La mise en rotation de condensats de Bose-Einstein en utilisant des potentiels anisotropes tournant a ainsi permis dans un premier temps d'observer l'apparition de vortex [14], ainsi que leur arrangement en réseau [52]. L'utilisation de méthodes d'évaporation expulsant préférentiellement des atomes de bas moment angulaire a permis d'atteindre des vitesses de rotation proches de la vitesse critique [53]. Cette technique a permis de réaliser un système occupant majoritairement le niveau de Landau de plus basse énergie, ainsi que de mesurer la diminution de la raideur du réseau de vortex – via la baisse de la fréquence de ses modes de cisaillement – liée à l'augmentation de la vitesse de rotation [53]. Elle n'a cependant pas permis d'observer la fonte du réseau de vortex.

Une première difficulté technique relative aux expériences de condensats en rotation réside dans la force centrifuge, qui empêche d'atteindre des vitesses de rotation élevées en expulsant les atomes du piège. Cette difficulté peut être contournée par l'ajout d'un terme quartique dans le potentiel de piégeage, ce qui a permis d'atteindre, à l'aide d'un faisceau « agitateur », des vitesses de rotation supérieures à la vitesse critique [54]. Le principal écueil limitant les vitesses de rotations (et donc l'amplitude des champs magnétiques effectifs) réalisables dans ce type d'expérience vient de la rotation du gaz : le champ magnétique n'est pas réalisé dans le référentiel du laboratoire, mais dans celui du gaz tournant. Ainsi, la moindre anisotropie résiduelle dans le potentiel de piégeage – immobile dans le référentiel du laboratoire – devient une perturbation dépendant du temps dans le référentiel du gaz, ce qui peut aboutir à l'excitation de ce dernier et être la source de chauffage indésirable, voire causer l'instabilité du système [46]. En outre, ces méthodes ne sont pas facilement applicables au cas des réseaux optiques, générés dans le référentiel du laboratoire et qu'il est difficile de mettre en rotation. C'est pourquoi d'autres voies ont été explorées pour réaliser des champs magnétiques artificiels.

Suivi adiabatique d'un état habillé

Une autre méthode permet de simuler un champ magnétique en l'absence de réseau [55], cette fois dans le référentiel du laboratoire. Considérons un atome à deux niveaux $\{|g\rangle, |e\rangle\}$, couplés par un champ lumineux. On note κ la fréquence de Rabi « à résonance » du couplage, Δ le désaccord du champ lumineux par rapport à la résonance atomique, et $\phi = \phi_0 + \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$ la phase du champ couplant les deux états. On introduit aussi $\Omega \mathrel{\widehat{=}} \sqrt{\Delta^2 + |\kappa|^2}$ la fréquence de Rabi généralisée associée au couplage. On considère que $\kappa(\boldsymbol{r})$ et $\Delta(\boldsymbol{r})$ peuvent avoir une variation spatiale, liée par exemple au profil d'intensité du laser induisant le couplage. La méthode décrite dans [55] consiste à calculer le hamiltonien effectif pour un atome suivant adiabatiquement l'état habillé de plus basse énergie, dont la projection sur les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ dépend localement des valeurs de $\kappa(\boldsymbol{r})$, $\Delta(\boldsymbol{r})$ et $\phi(\boldsymbol{r})$. On peut alors montrer que ce hamiltonien se met sous la forme (1.1), avec un champ magnétique effectif[3] [46, 55] :

$$q\boldsymbol{B}_{\text{eff.}} = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}(\Delta/\Omega) \times \boldsymbol{\nabla}\phi \tag{1.5}$$

3. En plus du potentiel vecteur dont dérive le champ magnétique, cette méthode fait aussi apparaître un potentiel scalaire, qui s'ajoute au potentiel piégeant les atomes [55].

On remarque que deux conditions doivent être vérifiées pour obtenir un champ magnétique non-nul : tout d'abord, le gradient de Δ/Ω ne doit pas être nul, c'est-à-dire que le désaccord à la transition et/ou l'intensité du couplage doivent varier dans l'espace. De plus, cette variation ne doit pas être colinéaire à la direction de propagation du laser créant le couplage – qui définit la direction de $\boldsymbol{\nabla}\phi$ – afin que le produit vectoriel des deux gradients ne soit pas nul. Il est possible de donner une image semi-classique de l'origine de ce champ magnétique en envisageant l'expérience de pensée suivante : on considère que le couplage est effectué par une onde plane se propageant suivant l'axe $\boldsymbol{e}_x$, avec un vecteur d'onde $\boldsymbol{k} = k\boldsymbol{e}_x$, et que le désaccord de cette onde à la résonance atomique évolue linéairement suivant $\boldsymbol{e}_y$: $\Delta(\boldsymbol{r}) = ay$. Considérons alors un atome situé dans la région des y négatifs, en $-y_0$, de sorte que le désaccord du laser en $-y_0$ est grand devant la largeur naturelle Γ_0 de la transition $e \to g$ ($|\Delta(-y_0)| = ay_0 \gg \Gamma_0$). L'atome est initialement dans l'état $|g\rangle$. S'il se déplace lentement vers les y positifs, il va suivre adiabatiquement l'état habillé de plus basse énergie. Lorsqu'il atteint y_0, sa fréquence de résonance est à nouveau très désaccordée par rapport à l'onde, et il a été transféré *adiabatiquement* dans l'état $|e\rangle$. Ce changement d'état interne s'est accompagné d'un transfert d'impulsion dans la direction x, $\Delta\boldsymbol{p} = \hbar k\boldsymbol{e}_x$, lié à l'absorption d'un photon. Ce transfert d'impulsion dans la direction transverse au mouvement de l'atome correspond à l'effet d'une force de Lorentz effective, dans une vision semi-classique du magnétisme [46] [4]. Lors du trajet retour, l'atome sera transféré à nouveau dans l'état $|g\rangle$, en émettant un photon dans la direction opposée, ce qui traduit que la force ressentie dépend bien de la direction de la vitesse.

L'amplitude des champs magnétiques générés par cette méthode est proportionnelle au transfert d'impulsion lié à la transition $|e\rangle \to |g\rangle$, communiqué par le biais du laser de couplage [46], comme l'illustre l'image semi-classique développée au paragraphe précédent. Afin d'estimer de façon plus quantitative l'amplitude du champ magnétique généré dans ce cas, on peut donner l'ordre de grandeur de la pulsation cyclotron qui lui est associée : $\omega_c = |qB_{\text{eff}}|/m$. En notant k le nombre d'onde du laser à l'origine du couplage entre les deux états, on a $|\boldsymbol{\nabla}\phi| = k$. L'échelle spatiale la plus petite que l'on peut considérer pour la variation de Δ/Ω est la longueur d'onde du laser couplage λ, soit $|\boldsymbol{\nabla}(\Delta/\Omega)| \sim 1/\lambda \sim k$. L'amplitude maximale du champ magnétique obtenu dans cette configuration est donc de l'ordre de $|qB_{\text{eff}}| \sim \hbar k^2/2$, ce qui correspond à une pulsation cyclotron $\omega_c \sim \hbar k^2/(2m)$. Il s'agit de la pulsation de recul du laser de couplage [56]. Afin que l'effet du champ magnétique soit sensible, l'énergie associée à cette pulsation – qui définit l'écart entre les niveaux de Landau – doit être grande devant la température du gaz étudié (ou, dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein, devant son potentiel chimique).

Résumons les ingrédients nécessaires pour la réalisation de cette méthode : nous devons disposer d'un atome possédant deux états internes, couplés par une transition optique associée à une émission spontanée faible (afin que le laser de couplage n'induise pas un chauffage excessif de l'échantillon). Dans le cas des atomes alcalins, il est possible d'utiliser deux états hyperfins pour satisfaire cette condition ; cependant, le transfert d'impulsion associé à cette transition micro-onde est trop faible pour obtenir un champ magnétique effectif intense par couplage direct de ces états [46]. Il est néanmoins possible de contourner cette limitation en couplant les deux états par une transition à deux photons (Raman) dans le domaine optique, ce qui permet d'obtenir des fréquences cyclotron de l'ordre de quelques kHz. Cette technique a ainsi été utilisée par le groupe du NIST

4. On comprend aussi, au passage, pourquoi il faut que le gradient de désaccord ne soit pas colinéaire à l'axe de propagation du laser de couplage. C'est cette condition qui assure, dans cette description semi-classique, l'existence d'une force transverse analogue à la force de Lorentz.

pour générer un champ magnétique artificiel au sein d'un condensat de Bose-Einstein de rubidium [57], aboutissant à la nucléation de vortex dans le condensat. Cependant, le taux d'émission spontanée due aux faisceaux Raman induit dans cette configuration des pertes et un chauffage limitant le temps de vie du condensat, et il n'a pas été possible d'observer l'organisation en réseau des vortex créés. Une autre possibilité est d'utiliser la transition « d'horloge » d'un atome à deux électrons comme l'ytterbium, qui couple l'état fondamental à un état excité méta-stable de longue durée de vie [5]. Nous reviendrons plus en détail sur les propriétés de l'ytterbium et de sa transition « d'horloge » dans la suite de ce manuscrit.

1.2 Magnétisme orbital sur réseau optique

Notre discussion précédente sur l'amplitude des champs magnétiques obtenus par suivi adiabatique d'un état habillé a fait apparaître qu'il est nécessaire d'utiliser une transition optique pour coupler les deux états de l'atome. Nous avons de plus supposé que le désaccord et/ou l'intensité du laser de couplage variaient à l'échelle de sa longueur d'onde, afin de maximiser l'amplitude du terme en $\boldsymbol{\nabla}(\Delta/\Omega)$ de (1.5). Une façon naturelle d'obtenir une telle variation est d'utiliser une onde stationnaire (réseau optique), formée par l'interférence de deux faisceaux laser contra-propageants. Dans cette section, nous introduisons quelques notions utiles relatives au magnétisme orbital d'une particule piégée dans un réseau optique. Ces notions nous permettront de discuter les approches utilisées pour simuler des champs magnétiques artificiels dans des réseaux dépendant du temps (section 1.4), ainsi que la méthode que nous avons choisi de suivre (section 1.5).

1.2.1 Rappels sur les réseaux optiques

Avant de nous intéresser plus en détail à l'effet du magnétisme orbital pour une particule piégée dans un réseau optique, nous rappelons quelques concepts utiles concernant le traitement d'un potentiel périodique en mécanique quantique. Une présentation plus exhaustive de ces résultats est disponible dans l'annexe A du présent manuscrit.

Génération d'un potentiel périodique

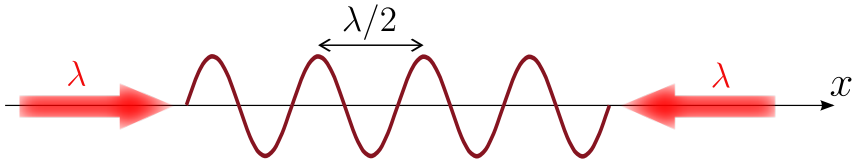


Figure 1.2 – Réseau uni-dimensionnel formé par l'onde stationnaire issue de l'interférence de deux faisceaux lasers contra-propageants. Le réseau résultant a une période de $\lambda/2$.

Un réseau optique est un potentiel périodique permettant de piéger des échantillons atomiques dans une configuration similaire au potentiel cristallin ressenti par les électrons dans un solide. En se restreignant à une dimension d'espace, la façon la plus simple

5. Les pertes dues à des collisions inélastiques impliquant au moins un atome dans l'état excité compromettent la possibilité d'utiliser l'ytterbium dans le cas continu. En présence d'un réseau séparant physiquement les atomes d'états internes différents, l'utilisation de l'ytterbium est envisageable, comme nous le verrons par la suite.

de réaliser un réseau optique consiste à faire interférer deux faisceaux lasers contra-propageants, et d'utiliser l'onde stationnaire résultante pour piéger les atomes. Si l'on considère deux faisceaux de même intensité I_0, de longueur d'onde λ, polarisés linéairement suivant un axe commun et se propageant dans la direction x avec des sens opposés, l'intensité moyenne – au sens temporel – de l'onde stationnaire résultante se met sous la forme $I(x) = 4I_0 \sin^2(kx - \phi)$, avec $k \mathrel{\widehat{=}} 2\pi/\lambda$. Cette intensité induit un potentiel de piégeage via la force dipolaire exercée par le champ électrique oscillant du faisceau laser sur le dipôle électrique induit des atomes [56]. En choisissant l'origine des x pour annuler le terme de phase ϕ, on obtient un potentiel périodique de la forme :

$$V(x) = V_0 \sin^2(kx). \tag{1.6}$$

On note $a \mathrel{\widehat{=}} \pi/k = \lambda/2$ la période du réseau (figure 1.2). Cette situation unidimensionnelle se généralise directement au cas tri-dimensionnel en utilisant trois paires de faisceaux contra-propageants alignés suivant les trois axes du repère cartésien, dont les polarisations sont choisies afin qu'ils n'interfèrent que par paires. Cette configuration, la plus simple, génère un réseau cubique tri-dimensionnel. En variant l'alignement et la polarisation des faisceaux, il est possible de générer des motifs plus complexes, et de former par exemple des réseaux triangulaires ou hexagonaux.

Ondes de Bloch

Considérons un atome de masse m soumis au potentiel périodique (1.6). Le hamiltonien de ce système est :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{V_0}{2}\left[1 - \cos(2k\hat{x})\right]. \tag{1.7}$$

Nous pouvons introduire l'énergie caractéristique $E_\mathrm{r} \mathrel{\widehat{=}} \hbar^2 k^2/(2m)$, nommée énergie de recul. Afin de diagonaliser le hamiltonien (1.7), il est intéressant d'utiliser une approche similaire à celle adoptée dans le cadre de la physique de l'état solide [23], en invoquant le théorème de Bloch. Ce dernier stipule que les fonctions propres d'un hamiltonien invariant par translation (discrète) d'une période a se mettent sous la forme [23] :

$$\psi_{n,q}(x) = e^{iqx} u_{n,q}(x), \tag{1.8}$$

où $u_{n,q}$ est une fonction périodique de période a, et q un réel nommé *quasi-impulsion*. La quasi-impulsion q est définie à un multiple entier de $2\pi/a = 2k$ près ; généralement, on restreint q à la première zone de Brillouin (PZB) : $q \in [-\pi/a, \pi/a]$. L'entier n introduit dans la forme (1.8) sert à indexer les différentes fonctions propres en fonction de leur énergie, conduisant à une structure de bandes autorisées séparées par des *gaps* (voir l'annexe A), ce qui lui vaut son nom d'*indice de bande*. Notons pour finir que les fonctions $\psi_{n,q}(x)$ sont généralement appelées *ondes de Bloch*.

Fonctions de Wannier

Les ondes de Bloch $\psi_{n,q}(x)$ sont des états propres de l'opérateur de translation discrétisé et sont donc, à l'instar des ondes planes, délocalisées sur l'ensemble du réseau. Il est possible de définir une autre base, constituée de fonctions localisées au niveau des minima de potentiel locaux – ou « sites » – du réseau, pour exprimer le hamiltonien (1.7).

On introduit ainsi les fonctions $\{w_{n,j}(x)\}$, localisées sur les sites $x_j = ja$ (a est le pas du réseau), définies comme suit :

$$w_{n,j}(x) = \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \psi_{n,q}(x) e^{-iqx_j} \, \mathrm{d}q. \tag{1.9}$$

Ces fonctions sont appelées *fonctions de Wannier*. Notons que leur définition dépend des phases – *a priori* arbitraires – données aux fonctions de Bloch. Pour un potentiel V tel que $V(-x) = V(x)$, on peut contraindre le choix de ces phases en imposant que les fonctions de Wannier soient réelles et paires ou impaires vis-à-vis de $x = 0$ [58]. Parmi les propriétés intéressantes des fonctions de Wannier, notons qu'elles forment une base orthonormée de l'espace des fonctions. De plus, on montre depuis (1.9) qu'au sein d'une même bande n les fonctions de Wannier se déduisent les unes des autres par une simple translation spatiale $w_{n,j}(x) = w_{n,0}(x - ja)$.

Dans la limite d'un réseau profond ($V_0/E_\mathrm{r} \gg 1$), les fonctions de Wannier sont très localisées au niveau des sites du réseau, correspondant aux minima du potentiel du piégeage [58]. On peut alors modéliser ce dernier, dans une bonne approximation, par un potentiel harmonique de fréquence $\hbar\omega_\mathrm{oh} = 2\sqrt{V_0 E_\mathrm{r}}$ [58]. Les fonctions de Wannier sont alors approchées par les fonctions propres de l'oscillateur harmonique, et on a notamment $w_{0,0} \approx [1/(\pi a_\mathrm{oh}^2)^{1/4}] \exp[-x^2/(2a_\mathrm{oh}^2)]$, où $a_\mathrm{oh} \mathrel{\widehat{=}} \sqrt{\hbar/(m\omega_\mathrm{oh})}$ correspond à la taille caractéristique de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique.

Hamiltonien de liaisons fortes

Il est possible d'exprimer le hamiltonien (1.7) dans la base des fonctions de Wannier. En introduisant $\hat{a}_{n,j}$ l'opérateur créant une particule dans la fonction $w_{n,j}$, on a [58] :

$$\hat{H} = -\sum_{n,j,p} J_{n,p} \, \hat{a}_{n,j+p}^\dagger \hat{a}_{n,j}, \tag{1.10}$$

où les éléments de matrice $J_{n,p}$ sont donnés par :

$$J_{n,p} = \int_{-\infty}^{+\infty} w_{n,0}^*(x) \left\{ \frac{\hbar^2}{2m}\Delta - V(x) \right\} w_{n,p}(x) \, \mathrm{d}x. \tag{1.11}$$

Ainsi, l'élément $J_{n,p}$ correspond au couplage, dans la bande n, entre deux sites distants de p pas du réseau [6]. Dans le cas d'un réseau profond, les fonctions de Wannier sont fortement localisées au niveau des sites du réseau, et on peut montrer que l'amplitude des sauts entre sites $J_{n,p}$ décroît rapidement pour $|p| > 1$. On peut alors simplifier le hamiltonien (1.10) en ne considérant que l'énergie sur site $J_{n,0}$ et les sauts entre plus proches voisins $J_n \mathrel{\widehat{=}} J_{n,1}$. Dans le cas expérimentalement pertinent d'un condensat de Bose-Einstein chargé adiabatiquement dans un réseau optique, seule la bande fondamentale est peuplée. On ne garde que les termes relatifs à la bande $n = 0$. Le terme « sur site » correspond à un décalage global de l'énergie qu'il est possible d'omettre, et on obtient, en notant $J \mathrel{\widehat{=}} J_{n=0}$, le hamiltonien de liaisons fortes restreint à la bande fondamentale :

$$\hat{H}_\mathrm{tb} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j. \tag{1.12}$$

6. $J_{n,0}$ représente l'énergie « sur-site », correspondant à l'énergie moyenne d'une particule dans la bande n [58].

où la notation $\langle i, j\rangle$ signifie que la somme s'effectue sur les sites i et j plus proches voisins. Les états propres de ce hamiltonien sont les ondes de Bloch $|\psi_q\rangle$ de la bande fondamentale du réseau (on omet dans la suite de notre raisonnement l'indice de bande n, puisque l'on se restreint à la bande fondamentale $n = 0$). Elles se décomposent sur la base des fonctions de Wannier de la façon suivante : $|\psi_q\rangle = \sum_j e^{ijaq} |w_j\rangle$. Les valeurs propres associées E_q nous donnent la forme de la bande fondamentale :

$$E(q) = -2J\cos(aq). \tag{1.13}$$

Cette dernière est donc sinusoïdale, de largeur totale $4J$. La relation (1.13) permet en outre de montrer que dans le régime des petites quasi-impulsions l'effet du réseau peut être absorbé en attribuant une masse effective à la particule. En effet, en développant (1.13) au premier ordre non-nul en q, on obtient :

$$E(q) = -2J\cos(aq) \sim -2J + Ja^2q^2 \sim -2J + \frac{\hbar^2 q^2}{2m^*}, \tag{1.14}$$

avec $m^* \triangleq \hbar^2/(2Ja^2)$. On trouve une relation de dispersion quadratique, correspondant à une masse effective m^*. Dans le cadre de l'approximation des liaisons fortes ($V_0/E_\mathrm{r} \gg 1$), on peut obtenir une expression approchée pour J [58] :

$$\frac{J}{E_\mathrm{r}} \approx \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{V_0}{E_\mathrm{r}}\right)^{3/4} \exp\left[-2\left(\frac{V_0}{E_\mathrm{r}}\right)^{1/2}\right]. \tag{1.15}$$

L'introduction des fonctions de Wannier permet donc une écriture plus intuitive du hamiltonien dans le régime des liaisons fortes, comme le montre la formule (1.12). Dans une représentation semi-classique, cette formule donne l'image d'un atome localisé sur des sites du réseau, capable de se déplacer de site en site par effet tunnel. Le paramètre J est ainsi appelé *énergie tunnel* (nous parlerons parfois aussi d'*amplitude tunnel*). D'après l'équation (1.15), l'amplitude de saut diminue exponentiellement avec la profondeur du réseau, traduisant la localisation de la particule. Enfin, on peut généraliser la forme du hamiltonien (1.12) au cas des réseaux carrés ou cubiques, ou encore à des cas de réseaux plus « exotiques » (présence d'un super-réseau modulant l'amplitude de saut J ou d'une géométrie avec plusieurs sites non-équivalent).

1.2.2 Magnétisme et réseau

La physique d'une particule chargée soumise à un champ magnétique est décrite, en l'absence de potentiel confinant, par les niveaux de Landau [46]. Ils sont séparés d'une énergie $\hbar\omega_\mathrm{c}$, où $\omega_\mathrm{c} = |qB|/m$ est la pulsation cyclotron . On leur associe une longueur caractéristique $l_\mathrm{B} = \sqrt{\hbar/|qB|}$, correspondant dans une vision semi-classique au rayon de l'orbite cyclotron d'une particule dans le niveau de Landau de plus basse énergie. Une augmentation de l'amplitude du champ magnétique a alors pour effet d'augmenter l'écart entre les niveaux de Landau d'une part, et de diminuer le rayon de l'orbite cyclotron d'autre part.

L'introduction d'un réseau optique va enrichir la physique du système en introduisant une seconde échelle de longueur caractéristique : le pas du réseau, noté a. Lorsque le champ magnétique est faible, les orbites cyclotron s'étendent sur un grand nombre de sites ($l_B \gg a$), et l'effet du réseau est alors négligeable : on retrouve les niveaux de Landau [46], à condition d'attribuer à la particule une masse effective m^* (1.14). Cependant, lorsque

la longueur magnétique devient de l'ordre du pas du réseau, ce dernier va avoir un effet important sur le spectre du système. Nous allons dans la suite de cette partie introduire les bases théoriques permettant de décrire la physique de ce type de système.

Hamiltonien de Harper

Nous voulons donner la forme du hamiltonien permettant de décrire le magnétisme orbital d'une particule chargée dans un réseau, dans le régime des liaisons fortes. Nous considérons maintenant un réseau bi-dimensionnel carré de pas a. Chaque site y est repéré par un couple d'entiers (m, n), où m indexe la colonne du site et n sa ligne (voir figure 1.3a). En l'absence de champ magnétique et d'interactions, on peut généraliser le hamiltonien uni-dimensionnel (1.12), ce qui donne :

$$\hat{H}_0 = -J \sum_{m,n,\pm} (\hat{a}^\dagger_{m,n\pm1}\hat{a}_{m,n} + \hat{a}^\dagger_{m\pm1,n}\hat{a}_{m,n}). \tag{1.16}$$

Ce hamiltonien ne décrit que la bande fondamentale du réseau. Ses états propres sont les ondes de Bloch, repérées par une quasi-impulsion $\boldsymbol{q} = (q_x, q_y)$, et le spectre correspondant est $E(\boldsymbol{q}) = -2J(\cos[aq_x] + \cos[aq_y])$. L'effet d'un champ magnétique suivant $\boldsymbol{e}_z$ peut alors être pris en compte en ajoutant une phase à l'amplitude tunnel $J_{i,j}$ reliant les sites i et j. Cette phase correspond à l'effet Aharonov-Bohm pour une particule se déplaçant sur le lien $i - j$. Plus précisément, on a :

$$J_{i,j} = J \exp\left(-i\frac{q}{\hbar}\int_{\boldsymbol{r}_i}^{\boldsymbol{r}_j} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}\right), \tag{1.17}$$

où $\boldsymbol{r}_i$ est la position du site i. Cette façon de décrire le magnétisme dans un réseau est connue sous le nom de substitution de Peierls [7]. Dans la jauge de Landau (1.2) seul l'effet tunnel dans la direction x est affecté par ce changement, et on obtient le hamiltonien de Harper :

$$\hat{H}_{\text{harp.}} = -J \sum_{m,n,\pm} e^{\pm i2\pi\alpha n}\hat{a}^\dagger_{m\pm1,n}\hat{a}_{m,n} + \hat{a}^\dagger_{m,n\pm1}\hat{a}_{m,n}, \tag{1.18}$$

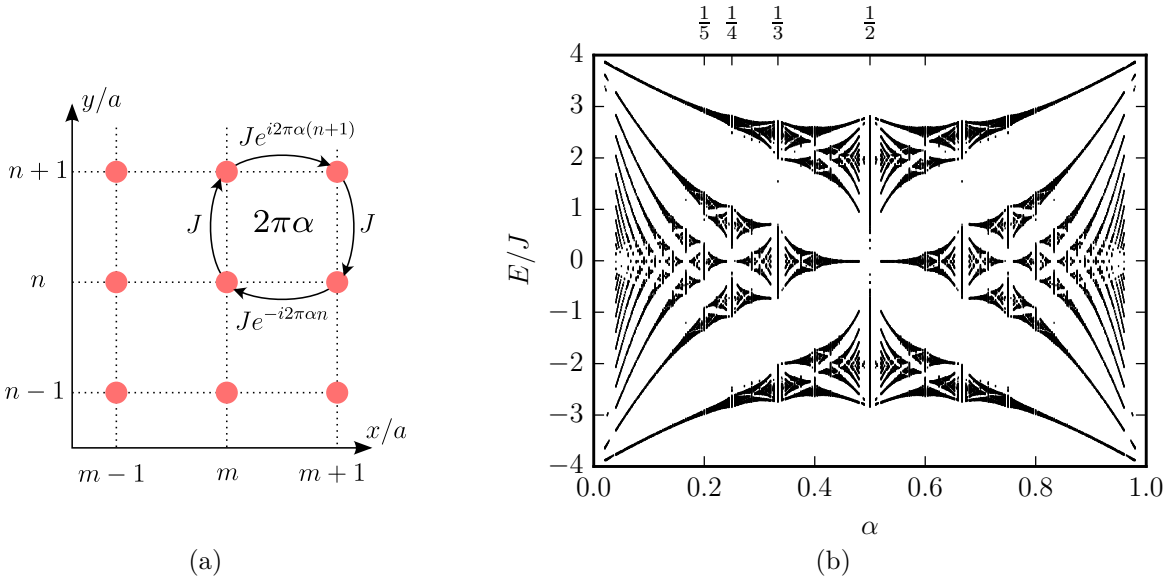
où $\alpha \mathrel{\widehat{=}} qBa^2/h = \phi_\mathrm{B}/\phi_0$ est le flux magnétique à travers une plaquette du réseau ϕ_B en unités du quantum de flux ϕ_0. La figure 1.3a illustre l'effet de ce hamiltonien en considérant une particule effectuant une trajectoire fermée suivant les contours d'une plaquette du réseau : elle n'acquiert aucune phase lors des « sauts » verticaux, tandis que la phase associée aux sauts horizontaux dépend de la ligne. Ainsi, dans la trajectoire représentée dans la figure 1.3a, la particule acquiert une phase $2\pi\alpha(n+1)$ lors du saut de la colonne m à $m+1$ se déroulant sur la ligne $n+1$; lors du saut de $m+1$ à m sur la ligne n, elle acquiert une phase $-2\pi\alpha n$. La phase totale acquise sur cette trajectoire est de $2\pi\alpha$, ce qui correspond bien à la phase prédite par l'effet Aharonov-Bohm.

Il est possible de donner une signification physique simple à la valeur de α. Pour un champ magnétique orthogonal au plan du réseau, le flux magnétique à travers une plaquette vaut $\phi_B = Ba^2$ (pour un réseau carré). On a alors :

7. Voir [59, 60] pour une discussion de la validité de cette substitution. Notons que dans notre cas nous simulons directement le hamiltonien de Harper, et il n'y a donc pas lieu de discuter le domaine de validité de cette approximation, si ce n'est pour relier notre simulation à un système « physique » (par exemple, des électrons dans un réseau cristallin soumis à un champ magnétique).

$$\alpha = \frac{qBa^2}{h} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{a}{l_B}\right)^2, \tag{1.19}$$

où l_B correspond à la taille caractéristique d'une orbite cyclotron dans le niveau de Landau fondamental. Ainsi, le flux par plaquette permet d'estimer le nombre de sites vus par l'atome lors d'une orbite cyclotron. Si ce nombre est grand ($\alpha \ll 1$), alors l'effet du réseau sera négligeable ; au contraire, l'influence du réseau devient importante lorsque $\alpha \sim 1$. Des effets dépendant de la commensurabilité entre la taille des orbites cyclotron et le pas du réseau apparaissent alors, comme nous le verrons plus en détail dans la suite de ce manuscrit.



(a) (b)

FIGURE 1.3 – **(a)** Représentation graphique du hamiltonien de Harper. Le trajet d'une particule autour d'une cellule élémentaire du réseau est représenté. **(b)** Papillon de Hofstadter : spectre attendu pour le hamiltonien de Harper en fonction du flux par plaquette α exprimé en unités du quantum de flux. La bande fondamentale du réseau sans champ magnétique, de largeur $8J$, se scinde en p sous-bandes pour des flux rationnels $\alpha = l/p$ ($p, l \in \mathbb{N}$). Ces bandes peuvent se toucher en formant des structures de type « points de Dirac », comme par exemple pour $\alpha = 1/2$ (la jonction n'est pas clairement visible sur la figure à cause de l'échantillonnage en q utilisé pour obtenir numériquement le spectre).

Papillon de Hofstadter

Le spectre associé au hamiltonien de Harper dépend de l'amplitude tunnel J et du flux par plaquette α. Il a été étudié en détail par Hofstadter [61], qui a notamment montré qu'il présente une structure fractale. Une représentation du spectre, connu sous le nom de « papillon de Hofstadter », est montrée dans la figure 1.3b. On remarque que le spectre est périodique, de période 1, en α, les phases associées aux termes de sauts dans le hamiltonien (1.18) étant définies à un multiple entier de 2π près. Il apparaît aussi que le spectre est symétrique par rapport à $\alpha = 1/2$ (ou $\alpha = 0$, suivant la période choisie pour représenter le spectre), ce qui traduit l'invariance vis-à-vis de l'inversion du champ magnétique.

Sans entrer dans les détails de l'obtention de la structure de bandes formant le « papillon » [8], il est possible d'en dégager quelques propriétés intéressantes en regardant la structure du hamiltonien (1.18). On remarque tout d'abord que les directions x et y sont séparables, et que – du fait de notre choix de jauge – seule la direction x est affectée par le champ magnétique. Les états propres se mettent donc sous la forme $|\psi_x\rangle \otimes |\psi_y\rangle$. Les états propres associés à la direction y sont les ondes de Bloch du réseau sans champ magnétique, que l'on note $|\phi_{q_y}\rangle$, où $q_y \in [-\pi/a, \pi/a]$ est la quasi-impulsion dans la direction y. Dans la direction x, la phase $e^{\pm i2\pi\alpha n}$ des termes de saut brise l'invariance par translation (discrète) du réseau, et il n'est plus possible d'utiliser le théorème de Bloch pour un flux quelconque.

La symétrie par translation suivant l'axe x est néanmoins restaurée si l'on considère des flux rationnels $\{\alpha = l/p\,;\, l, p \in \mathbb{N}\}$. Pour un tel flux, le hamiltonien est invariant lors d'une translation de p sites dans la direction x. La cellule unité du réseau contient alors p sites non-équivalents dans cette direction. Il est dans ce cas possible de construire des ondes de Bloch, dont l'amplitude sur chaque maille du réseau sera donnée par un vecteur de dimension p (voir par exemple [46] pour une description plus détaillée de la méthode de résolution). La bande fondamentale du réseau en l'absence de champ magnétique, de largeur $4J$, va alors se scinder en p sous-bandes. On peut de cette façon comprendre l'origine de la structure fractale du spectre. Par exemple, en prenant un entier n pair arbitrairement grand, les flux $\alpha_1 = n/2n = 1/2$ et $\alpha_2 = (n+1)/2n$ sont arbitrairement proches. Le premier correspond à 2 bandes (jointes par un point de Dirac), et le second à un grand nombre $2n$ de sous-bandes (on peut montrer que $n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux). Un petit changement dans le flux entraîne donc un grand changement de la structure de bandes. Notons que les sous-bandes magnétiques peuvent parfois se rejoindre en formant des structures de type « points de Dirac », comme c'est par exemple le cas pour $\alpha = 1/2$. La fragmentation du spectre en sous-bandes pour des flux rationnels est visible dans la figure 1.3b. Notons pour finir que dans le cas des faibles flux ($\alpha \ll 1$), l'effet du réseau peut être absorbé en attribuant aux particules une masse effective, et l'on retrouve les niveaux de Landau dans la structure du papillon de Hofstadter [46].

1.3 Interactions et physique à N corps.

Avant de décrire plus en détail les méthodes expérimentales permettant de réaliser le hamiltonien de Harper pour un gaz d'atomes froids sur réseau, essayons de préciser les caractéristiques des états que ce dernier permet d'observer. En particulier, il est intéressant de considérer l'effet des interactions. À basse température et en l'absence d'interactions, l'état fondamental de ces systèmes est un condensat de Bose-Einstein, phase « naturelle » pour des bosons lorsque la température tend vers zéro. Nous allons voir que l'ajout d'interactions permet d'observer, en présence d'un réseau ou d'un champ magnétique, l'émergence d'états fortement corrélés, pour lesquels le système n'est plus décrit par une fonction d'onde macroscopique. La combinaison d'un réseau et d'un champ magnétique en présence d'interactions ouvre de plus la voie à l'observation d'une multitude d'états exotiques, dont les propriétés ont fait l'objet de nombreuses études théoriques [4, 51]. Par la suite, nous considérons sauf mention contraire un gaz de bosons bi-dimensionnel.

8. Le lecteur intéressé par les propriétés du spectre de Hofstadter pourra consulter le document présent sur le site de Gilles Montambaux : https://www.equipes.lps.u-psud.fr/Montambaux/cours-seminaires/hofstadter-tutorial.pdf.

1.3.1 Interactions sur réseau : transition de Mott

Hamiltonien de Bose-Hubbard

Intéressons-nous tout d'abord à l'introduction des interactions à deux corps dans le régime de liaisons fortes. Nous considérons par la suite un gaz de bosons sans spin, interagissant dans l'onde s avec une longueur de diffusion a_s. Dans le cadre de la seconde quantification, le hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{g}{2} \int \hat{\Psi}^\dagger(x)\hat{\Psi}^\dagger(x)\hat{\Psi}(x)\hat{\Psi}(x)\,\mathrm{d}x, \tag{1.20}$$

où l'on a introduit $g \mathrel{\widehat{=}} 4\pi\hbar^2 a_s/m$ et où $\hat{\Psi}(x)$ représente l'opérateur d'annihilation d'un boson à la position x. En ne considérant que la bande fondamentale du réseau, il est possible de développer cet opérateur sur la base des fonctions de Wannier : $\hat{\Psi}^\dagger(x) = \sum_j w_{0,j}(x)\hat{a}_{0,j}$. Le hamiltonien d'interaction fait alors intervenir le recouvrement entre les fonctions de Wannier. Dans le régime des liaisons fortes, il est possible de montrer que ce recouvrement est négligeable pour des fonctions associées à des sites différents [58]. On ne garde que l'interaction « sur site », et il vient :

$$\hat{H}_{\text{int}} \approx \frac{U}{2} \sum_j \hat{n}_j(\hat{n}_j - 1), \tag{1.21}$$

où l'on a introduit l'opérateur $\hat{n}_j \mathrel{\widehat{=}} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j$, comptant le nombre d'atomes sur le site j, ainsi que $U \mathrel{\widehat{=}} g \int w_{0,0}^4$ correspondant à l'énergie qu'il faut fournir pour mettre deux atomes sur un même site. L'interprétation du hamiltonien d'interaction mis sous cette forme est alors directe : pour chaque site, on dénombre le nombre de paires d'atomes qu'il est possible de former, et on compte une énergie U pour chacune d'entre elles. En ajoutant le hamiltonien d'interaction à celui de liaisons fortes obtenu précédemment, on obtient le hamiltonien de Bose-Hubbard :

$$\hat{H}_{\text{BH}} = \frac{U}{2} \sum_j \hat{n}_j(\hat{n}_j - 1) - J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j. \tag{1.22}$$

Transition de Mott

Le hamiltonien de Bose-Hubbard fait clairement apparaître deux énergies caractéristiques U et J relatives respectivement aux interactions entre atomes et à l'énergie cinétique d'un atome seul. La dynamique du système va fortement dépendre du rapport U/J. Une façon de s'en convaincre est de considérer l'état fondamental dans les deux limites $U \ll J$ et $U \gg J$ [62]. Dans le premier cas on retrouve le hamiltonien (1.12), dont l'état fondamental (à une particule) est une onde de Bloch de quasi-impulsion nulle, délocalisée sur l'ensemble du réseau. L'état fondamental à N particules sera alors un condensat de Bose-Einstein où toutes les particules sont dans le même état. Cette phase est superfluide [4]. Dans le cas opposé où les interactions dominent, le hamiltonien se réduit à sa partie d'interaction, dont les états propres sont des états comptant un nombre défini d'atomes pour chaque site. Dans le cas où le remplissage moyen est d'un atome par site, on construit l'état fondamental en plaçant exactement un atome par site. On obtient alors un isolant de Mott, qui a une énergie d'interaction nulle. Cet état est incompressible, c'est-à-dire

que le premier état excité est séparé du fondamental par un *gap*[9]. Lorsque l'on fait varier le rapport U/J entre ces deux limites, le système connaît une transition de phase entre l'état superfluide et isolant (voir par exemple [4]). Cette transition a été observée pour la première fois dans [19]. Lorsque l'on ajoute un potentiel de confinement harmonique, la phase de Mott se caractérise par l'apparition de phases incompressibles formant des couches concentriques ayant un nombre entier d'atomes par site. Cette distribution de densité caractéristique a été notamment mise en évidence expérimentalement pour des réseaux bi-dimensionnels en utilisant un dispositif d'imagerie capable de déterminer la parité de l'occupation de chaque site du réseau [63].

1.3.2 Interactions et magnétisme

Considérons à présent un gaz de bosons en interaction soumis à un champ magnétique – ou, de façon équivalente, mis en rotation [4]. En l'absence d'interactions, la physique du système est décrite par les niveaux de Landau. Ces derniers sont macroscopiquement dégénérés : ainsi, même si l'on se restreint au niveau de Landau de plus basse énergie, l'ajout d'interactions va induire une levée de la dégénérescence de l'état fondamental, et ce de façon non-triviale. Nous allons tenter de dégager les principales propriétés de l'état fondamental d'un tel système.

Théorie de champ moyen : réseau de vortex

L'analogie avec les gaz en rotation permet de comprendre que la présence d'un champ magnétique va induire l'apparition de vortex au sein du nuage. À l'instar d'un condensat de Bose-Einstein en rotation, le condensat soumis à un champ magnétique peut minimiser son énergie en acquérant un moment cinétique non-nul, ce qui n'est possible que via la nucléation de vortex [4, 51]. Le nombre de vortex présents dans le condensat augmente avec l'amplitude du champ magnétique – ou la vitesse de rotation. On peut introduire le facteur $\nu \triangleq N_{\mathrm{at}}/N_{\mathrm{v}}$, où N_{at} et N_{v} désignent respectivement le nombre d'atomes et de vortex présents dans le condensat. On peut montrer que la forme de l'état fondamental du système dépend fortement de la valeur de ν.

Pour des interactions faibles et $\nu \gg 1$ (peu de vortex par atomes), une approche de type champ moyen permet de trouver l'état fondamental [51]. Dans ce cas, la déplétion du condensat due aux interactions est négligeable, et l'on peut encore modéliser le système par une fonction d'onde macroscopique dans laquelle tous les atomes sont condensés. On peut alors trouver l'état fondamental en résolvant une équation du type Gross-Pitaevskii. Les simulations numériques confirment dans ce cas l'apparition de vortex portant une charge unitaire. Dans l'état fondamental, ces derniers forment un réseau triangulaire dit réseau d'Abrikosov. Cette structure permet de minimiser les interactions effectives répulsives entre les vortex. L'apparition de vortex et leur arrangement en réseau triangulaire ont été observés expérimentalement pour des gaz en rotation [14, 52]. Notons que dans ce cas l'état fondamental brise la symétrie par rotation du hamiltonien (associée à la conservation du moment cinétique dans l'axe du champ magnétique).

9. Pour le comprendre nous pouvons considérer la façon la plus simple de créer une excitation, qui consiste à déplacer un atome sur un site voisin. On crée alors une paire particule/trou, où la particule correspond à la double-occupation d'un site. L'énergie de l'état obtenu diffère de celle du fondamental de U, qui correspond au coût – en énergie d'interaction – de la double occupation.

Au-delà du champ moyen : états fortement corrélés

Lorsque ν diminue, c'est-à-dire lorsque le nombre de vortex par atome augmente, une description de type champ moyen ne suffit plus pour rendre compte de la physique de l'état fondamental. Il faut alors prendre en compte les fluctuations quantiques de la position des vortex au sein du réseau [51]. Lorsque ν atteint une valeur critique, notée ν_c [10], ces fluctuations sont de l'ordre du pas du réseau, ce qui entraîne la fonte de ce dernier [51].

Pour certaines valeurs de ν, l'état fondamental n'est alors plus un condensat de Bose-Einstein : le système s'organise en liquide incompressible [11], présentant des corrélations fortes entre les particules. Par exemple, pour $\nu = 1/2$, l'état fondamental à N particules est donné par une fonction de Laughlin [4, 51] :

$$\Psi_{\mathrm{L}}\left(\{z_1, \cdots, z_N\}\right) \propto \prod_{i \neq j} (z_i - z_j)^m \prod_i \exp\left(-\frac{|z_i|^2}{4l^2}\right), \tag{1.23}$$

avec $m = 2$ pour des bosons [12]. La variable complexe $z_j \mathrel{\widehat{=}} x_j - iy_j$ correspond à la position de la particule j dans le plan (x, y), et l est une longueur caractéristique dépendant de l'amplitude du champ magnétique (ou de la vitesse de rotation). La fonction (1.23) décrit bien un état fortement corrélé, pour lequel les positions des particules sont parfaitement anti-corrélées. Il résulte de cette propriété que cet état possède une énergie d'interaction parfaitement nulle (pour une interaction de contact). En présence d'un potentiel extérieur, la présence de phases fortement corrélées de ce type se traduit par l'apparition de plateaux de densité, dus au caractère incompressible de ces états [4].

1.3.3 Magnétisme, réseau et interactions

Nous voulons maintenant combiner les effets des interactions et du magnétisme pour un gaz de bosons piégé dans un réseau optique. La richesse et la complexité de ce problème tirent leur origine de la compétition « croisée » entre ces trois ingrédients. D'après ce que nous avons vu précédemment, les paramètres pertinents pour décrire la physique d'un tel système sont :

- **Réseau + interactions :** U/J, correspondant à la compétition entre énergie cinétique et énergie d'interaction au sein du réseau, à l'origine de la transition de Mott entre une phase superfluide et une phase isolante.

- **Réseau + magnétisme :** flux par plaquette $\alpha = \phi/\phi_0$ (nombre de vortex par site), correspondant à la commensurabilité entre le rayon des orbites cyclotron et le pas du réseau, à l'origine de la structure fractale du papillon de Hofstadter.

- **Interactions + magnétisme :** facteur $\nu = \overline{n}/\alpha$ (nombre moyen d'atomes par vortex), où $\overline{n}$ est le facteur de remplissage du réseau (nombre d'atomes par site), à l'origine de l'émergence de phases fortement corrélées de type état de Laughlin.

10. Des études numériques citées dans [51] donnent $\nu_c \approx 6$.

11. Les excitations de ce type de phase sont associées à un *gap* d'énergie, contrairement par exemple au cas d'un condensat de Bose-Einstein dont les excitations sont des phonons, avec une relation de dispersion linéaire (et donc d'énergie nulle à grande longueur d'onde).

12. Pour des raisons de symétrie, les fonctions de Laughlin correspondant à des systèmes de bosons ont un indice m pair, et celles correspondant à des fermions ont un indice m impair.

L'étude théorique de ces trois effets combinés dépasse largement le cadre de ce travail, et nous nous contenterons de donner une idée des phénomènes en jeu et des concepts pertinents d'après notre compréhension – partielle – de ce problème.

Limite continue

Comme nous l'avons déjà vu, dans la limite continue $\alpha \ll 1$, l'effet du réseau peut généralement être absorbé en attribuant une masse effective m^* aux particules piégées. Pour des interactions faibles, on retrouve alors dans la limite diluée $\overline{n} \ll 1$ les mêmes résultats que dans la description de champ moyen du cas libre : l'état fondamental correspond pour $\nu \gg 1$ à un condensat de Bose-Einstein avec un réseau de vortex [51]. Contrairement au cas libre, lorsque le réseau est assez profond, le cœur des vortex tend à « s'accrocher » au réseau (*vortex pinning*). Pour une valeur de U/J correspondant à la phase superfluide en l'absence de champ magnétique, le cœur des vortex s'aligne avec les maxima de potentiel du réseau, ce qui peut aboutir à la formation d'un réseau de vortex dont la géométrie diffère de celle du réseau triangulaire observé en l'absence de réseau optique. Ce phénomène d'accrochage a été observé expérimentalement par l'équipe du JILA [64], en appliquant un réseau tournant triangulaire ou carré à un gaz mis préalablement en rotation : dans les deux cas, les vortex s'alignent avec le réseau quand ce dernier est assez profond (profondeur de l'ordre d'une fraction de l'énergie de recul). Lorsque l'on augmente la force des interactions, on attend au voisinage de la transition de Mott que les cœurs des vortex ne s'alignent plus avec les maxima mais les minima (sites) du réseau [51].

Au-delà du champ moyen

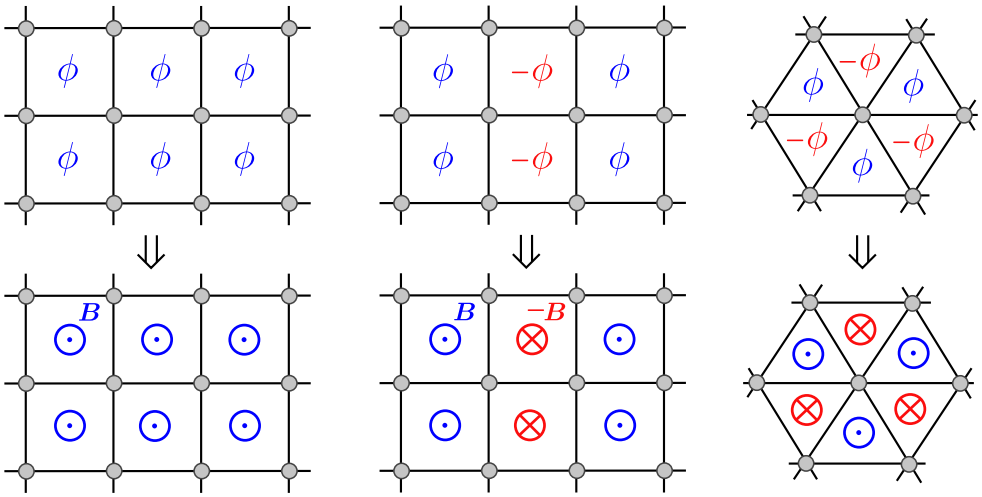
Si l'on diminue la valeur de ν – c'est-à-dire si l'on augmente le nombre de vortex par atome – on observe comme dans le cas continu la fonte du réseau de vortex. Suivant les valeurs du flux α considéré, on pourra alors obtenir des phases fortement corrélées correspondant à celles attendues dans le cas continu. Prenons l'exemple de $\nu = 1/2$, où l'on attend en l'absence de réseau un état de Laughlin. Cet état « survit » en présence du réseau pour des petits flux [65] – c'est-à-dire dans la limite diluée, ν étant fixé. Cependant, le *gap* isolant l'état de Laughlin de ses excitations est faible dans cette limite [65]. Les simulations numériques menées dans [65] montrent que la valeur optimale du *gap*, de l'ordre de $J/4$ est obtenue pour $\alpha \approx 0.2$, valeur pour laquelle l'état de Laughlin décrit encore bien l'état fondamental. Notons enfin que certaines phases « exotiques », sans contre-partie dans la limite continue, peuvent émerger en présence d'un réseau. L'un de ces états correspond par exemple à un état de Laughlin pour des trous dans la phase isolante de Mott.

Expérimentalement, ces états fortement corrélés peuvent être mis en évidence grâce à leur incompressibilité. En présence d'un potentiel extérieur, l'application de l'approximation de densité locale permet de prédire l'existence de plateaux à des remplissages fractionnaires, ressemblant aux plateaux – de remplissages entiers – observés lors de la transition de Mott.

1.4 Magnétisme et atomes froids sur réseau : état de l'art expérimental

1.4.1 Préambule : flux uniformes et alternés

Le hamiltonien de Harper (1.18) correspond à la présence d'un champ magnétique uniforme sur l'étendue du réseau : on parle de *flux uniforme* (figure 1.4a). Avant de décrire plus en détail les approches expérimentales visant à simuler des champs magnétiques artificiels pour des systèmes d'atomes froids sur réseau, il est important de noter que certaines d'entre-elles aboutissent « naturellement » à la génération d'un *flux alterné* [33–35], comme nous le verrons plus tard. Un exemple de configuration correspondant à un flux alterné, pour un réseau carré, est présenté dans la figure 1.4b [13]. On remarque que, contrairement au cas uniforme, le signe de la phase acquise lors du trajet autour d'une plaquette du réseau alterne d'une colonne à l'autre. Le flux magnétique à travers deux colonnes consécutives du réseau est donc nul dans cette configuration, de même que la phase acquise lors d'un trajet autour de deux plaquettes situées sur des colonnes consécutives. La configuration de champ magnétique correspondant à ce flux alterné est aussi présentée dans la figure 1.4 : il s'agit d'un champ magnétique d'amplitude uniforme sur l'étendue du réseau, mais dont le sens alterne d'une colonne à l'autre. Une autre configuration correspondant à un flux alterné, cette fois dans un réseau triangulaire, est aussi présentée dans la figure 1.4c [14]. Dans ce cas, le flux à travers deux triangles adjacents est nul.



(a) flux uniforme (réseau carré) (b) flux alterné (réseau carré) (c) flux alterné (réseau triangulaire)

FIGURE 1.4 – Exemples de flux uniformes (a) et alternés (b, c). Pour chaque exemple, la phase acquise lors du trajet autour d'une plaquette est représentée (haut), de même que la configuration de champ magnétique correspondante (bas). La configuration (b) correspond à celle réalisée dans [35], et la configuration (c) à celle réalisée dans [33].

La présence d'un champ magnétique alterné modifie la structure de bandes du réseau : pour certaines valeurs du flux, le minimum de la bande fondamentale (située en $q = 0$ en l'absence de champ) se scinde en deux minima [33, 35]. Cependant, contrairement au cas du flux uniforme, la présence d'un flux alterné ne permet pas de scinder la bande

13. Cette configuration correspond à celle observée dans [35].
14. Configuration observée dans [33].

fondamentale du réseau en deux sous-bandes magnétiques, séparées par un *gap* (on obtient plutôt des bandes jointes en deux points par des structures de type « point de Dirac » [35]). Les propriétés topologiques de la bande fondamentale ainsi obtenue diffèrent alors de celle de la bande magnétique fondamentale obtenue pour un flux uniforme. Il est néanmoins possible d'observer l'ouverture d'un *gap* entre les deux sous-bandes fondamentales en présence d'un flux alterné, à condition d'introduire un décalage d'énergie entre deux sites consécutifs du réseau ou d'autoriser des sauts entre seconds voisins (comme par exemple dans le modèle de Haldane, réalisé dans [34]).

1.4.2 Réseaux secoués, réseaux modulés

Intéressons-nous maintenant aux méthodes expérimentales permettant de générer des champs magnétiques artificiels pour des atomes piégés dans des réseaux optiques. De nombreux schémas ont été proposés dans ce but [30–32], correspondant à différentes méthodes permettant d'imprimer une phase lors d'un passage par effet tunnel d'un site à l'autre du réseau. Afin que le champ magnétique associé au hamiltonien ne soit pas nul, il faut que la somme des phases accumulées lors du trajet autour d'une plaquette du réseau ne s'annule pas, comme nous l'avons vu précédemment. L'ensemble des méthodes ayant à ce jour abouti à une réalisation expérimentale utilisent une modulation temporelle périodique du hamiltonien. On peut distinguer deux sortes d'approches, que nous tentons de résumer dans la suite de cette section.

Réseaux secoués

La première approche consiste à moduler en position – « secouer » – directement le potentiel formant le réseau [32]. On réalise alors un potentiel dépendant du temps de la forme :

$$\mathcal{V}(\boldsymbol{r}, t) = V\left[\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{\text{mod.}}(t)\right], \tag{1.24}$$

où $V(\boldsymbol{r})$ désigne le potentiel (statique) formant le réseau dans le plan xy, et $\boldsymbol{r}_{\text{mod.}}(t)$ est une fonction périodique du temps, de pulsation $\Omega_{\text{mod.}}$. Si la modulation est rapide devant la dynamique des atomes dans le réseau ($\hbar\Omega_{\text{mod.}} \gg J$), on peut alors obtenir un hamiltonien effectif, moyenné sur la période de modulation [46]. On montre alors que les amplitudes tunnels associées à ce hamiltonien effectif peuvent prendre des valeurs complexes, correspondant à un champ magnétique effectif non-nul, à condition notamment que la modulation ne soit pas invariante par renversement du temps [46]. Cette méthode a été mise en œuvre dans un réseau uni-dimensionnel [32] ainsi que dans un réseau triangulaire de tubes bi-dimensionnel pour lequel elle aboutit à un flux alterné [33]. En effet, une telle modulation génère des amplitudes de saut conjuguées (phases opposées) pour des liens parallèles du réseau, ce qui aboutit à un flux nul pour une plaquette carrée ou hexagonale. Dans un réseau triangulaire, le flux à travers un triangle est non-nul, mais exactement opposé à celui des triangles adjacents (figure 1.4c). Cette méthode a aussi permis de réaliser le modèle d'Haldane dans un réseau hexagonal [34]. Dans ce cas, la modulation du réseau affecte l'effet tunnel entre seconds voisins, avec l'ajout d'une phase sur les amplitudes associées.

Réseaux modulés

La seconde approche consiste dans un premier temps à supprimer l'effet tunnel « naturel » dans une direction du réseau, par exemple en « désaccordant » l'énergie de sites adjacents par l'ajout d'un super-réseau [35, 37, 39, 40] ou d'un gradient de potentiel [36, 38, 41]. L'effet tunnel entre sites voisins est ensuite restauré par une modulation résonnante du réseau, obtenue par l'interférence de deux faisceaux « Bragg » [15] dont le désaccord $\Delta\omega$ correspond à la différence d'énergie entre deux sites voisins. La modulation δV du réseau se met alors sous la forme :

$$\delta V(\boldsymbol{r}, t) = \delta V_0 \cos\left(\Delta\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \Delta\omega t\right), \tag{1.25}$$

où $\Delta\boldsymbol{k}$ est la différence des vecteurs d'ondes des deux faisceaux Bragg. L'amplitude de l'effet tunnel restauré par modulation prend alors une phase, qui dépend de l'angle formé par les deux faisceaux. Avec un super-réseau, cette méthode permet de générer des flux alternés [35]. Il est possible de « rectifier » le flux, c'est-à-dire d'obtenir un flux uniforme, en utilisant deux paires de faisceaux coupleurs [40], les désaccords étant choisis de sorte que le saut entre deux sites adjacents puisse être rétabli par l'une ou l'autre des paires. L'un des faisceaux de chaque paire est alors rétro-réfléchi pour former une onde stationnaire. En réglant la phase relative des deux ondes, il est alors possible de faire en sorte que les sauts le long de deux liens consécutifs soient contrôlés alternativement par l'une ou l'autre des paires, ce qui permet de rectifier le flux. La méthode du gradient de potentiel permet directement l'obtention d'un flux uniforme [36, 38, 41] (voir figure 1.5).

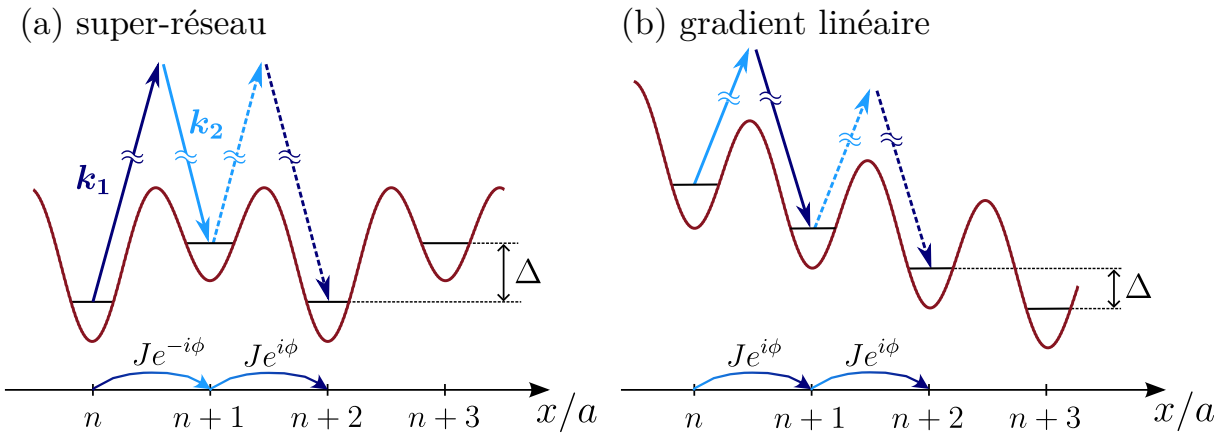


FIGURE 1.5 – Champ magnétique artificiel dans un réseau sans changement de l'état interne de l'atome. L'effet tunnel suivant x est supprimé par l'ajout d'un super-réseau (a) ou d'un potentiel linéaire (b). Le couplage entre sites voisins est ensuite restauré par l'utilisation de faisceaux « Bragg » formant une onde modulant la profondeur du réseau à la fréquence du désaccord entre sites adjacents. L'élément tunnel ainsi restauré prend une phase, dépendant de l'orientation relative des faisceaux, qui permet de simuler l'effet d'un champ magnétique (effet Aharonov-Bohm). Le champ magnétique effectif est alterné dans le cas du super-réseau (a), et uniforme dans le cas du gradient de potentiel (b).

15. Les articles rapportant ces expériences parlent parfois de transition Raman pour expliquer le couplage induit par cette onde stationnaire [35], et l'on peut effectivement voir l'effet tunnel induit par les faisceaux laser comme un processus virtuel à deux photons. Cependant, l'état interne de l'atome ne changeant pas lors de ce processus, nous parlerons plutôt de modulation résonante du réseau ou de transition de Bragg.

Comme dans le cas du suivi adiabatique d'un état habillé, il est possible de comprendre l'origine du champ magnétique artificiel dans le cadre d'une description qualitative, en considérant le transfert d'impulsion associé à un saut entre plus proches voisins. Dans la direction où l'effet tunnel « classique » est supprimé – disons x, *cf.* figure 1.5 – ce saut est associé à un processus virtuel d'absorption d'un photon du premier faisceau (vecteur d'onde $\boldsymbol{k_1}$) suivi d'une émission dans le second faisceau ($\boldsymbol{k_2}$). Il s'accompagne donc d'un transfert d'impulsion $\Delta\boldsymbol{p} = \hbar(\boldsymbol{k_1} - \boldsymbol{k_2})$, qui peut avoir une composante non-nulle suivant l'axe orthogonal au saut (y) en fonction de l'orientation relative des deux faisceaux. On retrouve ici l'analogue de la force de Lorentz, le transfert d'impulsion dépendant du sens du saut. Cette image permet aussi de comprendre pourquoi le schéma utilisant un super-réseau donne un flux alterné, contrairement au schéma utilisant un gradient de potentiel (voir figure 1.5). La méthode permettant de rectifier le flux dans le cas du super-réseau [40] peut aussi être comprise de cette façon : les sauts entre deux liens consécutifs sont contrôlés par deux paires de lasers indépendantes, et l'on peut donc faire en sorte que le transfert d'impulsion transverse soit le même pour ces deux liens en choisissant une bonne orientation pour ces deux paires.

1.4.3 Observations expérimentales et chauffage

Des schémas impliquant des réseaux secoués ou modulés ont ainsi été réalisés par plusieurs groupes d'expérimentateurs, pour des chaînes uni-dimensionnelles [32, 37, 66], des « échelles » bi-dimensionnelles (dont une dimension réduite) [39], ainsi que des réseaux bi-dimensionnels [33–36, 38, 40, 41]. Diverses méthodes ont été mises en œuvre pour caractériser le comportement d'un gaz quantique piégé dans ces réseaux modulés. L'observation du mouvement de particules restreint à des plaquettes de 4 sites a permis de mettre en évidence un comportement rappelant les orbites cyclotron classiques, signature de la présence d'un flux magnétique non-nul [35, 36], dont la chiralité permet de déterminer l'orientation du flux. L'influence du champ magnétique sur la relation de dispersion des atomes a aussi été observée en utilisant une technique de « temps de vol » [32, 33, 35, 39, 41], de même que l'ouverture de *gaps* entre des bandes connectées en l'absence de champ par des points de Dirac [34]. Enfin des effets liés à la topologie des sous-bandes magnétiques du réseau ont été observés par des expériences d'interférométrie ou de transport [34, 37, 40].

Il apparaît à la lecture des différents articles relatant la réalisation de champs magnétiques artificiels dans des réseaux dépendants du temps que ces systèmes n'ont pour le moment pas permis d'observer des effets au-delà de la physique à une particule (apparition de vortex, phases incompressibles). Cette difficulté à atteindre des régimes quantiques fortement corrélés peut être mise en regard du chauffage généralement observé dans les expériences utilisant des réseaux modulés. L'équipe du MIT rapporte ainsi un temps de décohérence de l'ordre de 70 ms en présence de modulation [41]. L'équipe de Munich, si elle arrive à préparer ses échantillons de sorte que seule la sous-bande magnétique fondamentale du réseau soit peuplée initialement (de façon homogène), observe un transfert de population aboutissant au bout de 200 ms à une répartition homogène sur les trois premières sous-bandes magnétiques [40]. Ces taux de chauffage importants peuvent avoir plusieurs origines. L'équipe du MIT compare ses observations expérimentales [41] à des études théoriques [67, 68] estimant le chauffage attendu du fait de la modulation du réseau. Il ressort de cette comparaison que la modulation seule ne permet pas d'expliquer la décohérence observée, ce qui semble indiquer la présence de sources de chauffage d'origine « technique ».

Si les effets étudiés dans [67, 68] ne constituent pas la source de décohérence prépondérante dans l'expérience du MIT [41], ils constituent néanmoins une source de chauffage susceptible d'affecter – et de limiter – les autres expériences utilisant des réseaux modulés. Le modèle proposé dans [67, 68] considère un mécanisme permettant de convertir l'énergie du micro-mouvement – dû à la modulation du réseau – en énergie cinétique : un saut plus proche voisin « hors-résonant » transfère un atome sur le site adjacent avec un « surplus » d'énergie 2Δ (avec les notations de la figure 1.5), qui peut être transformé en énergie cinétique par collision dans l'axe des tubes formant le réseau 2D. Notons que cette voie d'excitation peut être en principe supprimée dans un réseau 3D, pour lequel la structure de bande peut empêcher la conversion en énergie cinétique (faute d'état final accessible). L'utilisation de réseaux peu profonds, ce qui permet d'amplifier la restauration de l'effet tunnel par modulation [16], peut aussi être à l'origine de transitions non résonantes vers des bandes supérieures (par absorption de plusieurs quanta de modulation), et donc de chauffage. Dans la suite, nous présentons un schéma permettant de s'affranchir de certaines de ces contraintes liées à l'utilisation de réseaux modulés ou secoués.

1.5 Notre approche expérimentale

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous décrivons la méthode expérimentale que nous avons choisi de suivre pour simuler des champs magnétiques artificiels, reposant sur le couplage cohérent entre l'état fondamental et un état excité méta-stable de l'atome d'ytterbium, séparés par une transition optique étroite (transition « d'horloge »).

1.5.1 Présentation de la méthode

On considère un ensemble d'atomes à deux niveaux $\{|g\rangle, |e\rangle\}$, où $|g\rangle$ représente l'état fondamental et $|e\rangle$ un état excité méta-stable, soumis au potentiel présenté dans la figure 1.7 : les atomes sont piégés dans un réseau dépendant de l'état interne dans la direction x, et indépendant de ce dernier suivant y, de sorte que le réseau présente une alternance de colonnes de sites piégeant successivement l'état fondamental et l'état excité, ces sites étant situés sur de mêmes lignes. Les atomes peuvent se déplacer de ligne en ligne (axe y) par un effet tunnel « normal » dont l'amplitude est notée J. Dans la direction x, les atomes peuvent *a priori* se déplacer au sein d'un même sous-réseau par effet tunnel (figure 1.6), et l'on note J_{gg} et J_{ee} les énergies tunnel correspondantes. Par la suite, nous considérons que le réseau dans la direction x est assez profond pour supprimer cet effet tunnel, et nous négligeons donc J_{gg} et J_{ee}.

Un laser de couplage de vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ et de longueur d'onde λ, accordé sur la transition $g \to e$, permet de coupler les deux sous-réseaux dans la direction x, ce qui revient de façon effective à autoriser un passage par effet tunnel entre les deux sous-réseaux. On note $J_{g\to e}$ et $J_{e\to g}$ les amplitudes tunnel correspondantes (*cf.* figure 1.6). Le calcul de ces amplitudes (voir l'annexe B) donne :

16. Dans le cas d'un réseau soumis à un fort gradient linéaire décalant de Δ deux sites adjacents, le hamiltonien est diagonal dans la base des états de Wannier-Stark, qui correspondent au premier ordre en J/Δ aux fonctions de Wannier du réseau « nu » (orthogonales entre elles). La restauration de l'effet tunnel lors de la modulation du réseau vient d'un couplage aux sites voisins, qui est rendu possible au premier ordre en J/Δ par un faible recouvrement des fonctions de Wannier-Stark, dont la décomposition contient une part des fonctions de Wannier adjacentes. L'effet tunnel restauré sera donc de l'ordre de J/Δ, ce qui empêche d'utiliser des réseaux trop profonds (voir plus loin, figure 1.9).

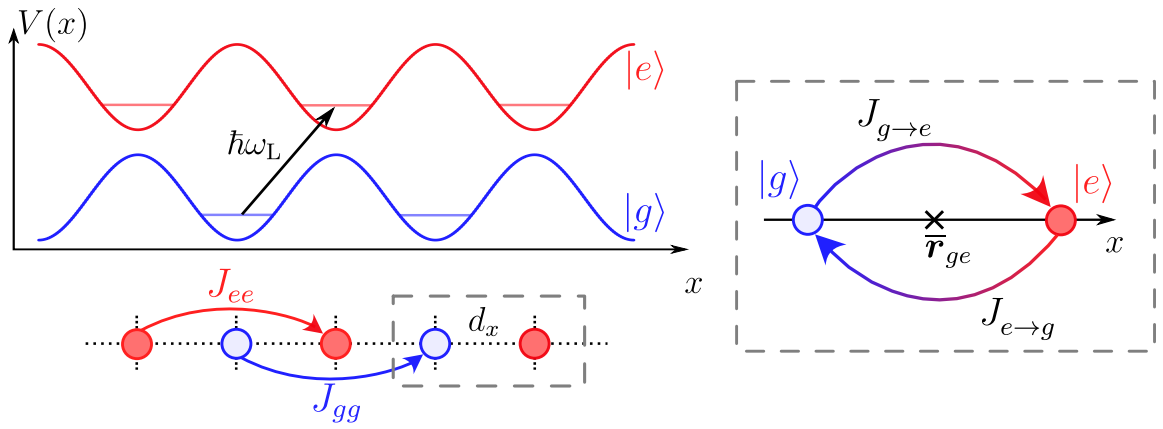


Figure 1.6 – Rappel du principe de l'effet tunnel assisté par la lumière : un atome à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ est piégé dans un réseau dépendant de son état interne. On note J_{gg} et J_{ee} l'effet tunnel « naturel » entre deux sites d'un même sous-réseau. Un faisceau laser résonant avec la transition $g \to e$ permet de coupler les deux sous-réseaux, et donne lieu à un effet tunnel. On note $J_{g\to e}$ et $J_{e\to g}$ les amplitudes tunnel correspondantes.

$$J_{g\to e} = (J_{e\to g})^* = \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{R}}}{2}\eta_x\eta_y e^{i\boldsymbol{k}\cdot\overline{\boldsymbol{r}}_{ge}}. \tag{1.26}$$

Dans la formule précédente, Ω_{R} correspond à la fréquence de Rabi de la transition $g \to e$ induite par le laser de couplage, et $\overline{\boldsymbol{r}}_{ge}$ correspond au vecteur pointant sur le milieu du lien joignant les sites considérés (voir figure 1.6). Les coefficients η_x et η_y sont quant à eux donnés par (*cf.* annexe B) [17] :

$$\eta_y = \int w_0^2(y)\cos(k_y y)\mathrm{d}y, \tag{1.27}$$

$$\eta_x = \int w_0(x - \frac{d_x}{2})w_0(x + \frac{d_x}{2})\cos(k_x x)\mathrm{d}x, \tag{1.28}$$

où w_0 correspond à la fonction de Wannier [18] de la bande fondamentale de l'un des sous-réseaux piégeant un état donné de l'atome, et d_x correspond au pas du réseau « total ». Pour alléger les notations, l'axe du réseau auquel se réfèrent les fonctions de Wannier est implicitement indiqué par la variable de la fonction w_0. On a de plus noté k_j la projection du vecteur d'onde du laser sur l'axe j. Par la suite, on pose $J_{\mathrm{eff}} \mathrel{\widehat{=}} -(\hbar\Omega_{\mathrm{R}}/2)\eta_x\eta_y$ ($J_{\mathrm{eff}} \in \mathbb{R}$). Les valeurs de η_x et η_y calculées pour différentes profondeurs de réseau sont présentées plus loin (figure 1.9a).

La formule (1.26) montre que le laser de couplage permet d'induire un effet tunnel effectif dont l'amplitude est complexe. Comme nous l'avons vu, cette propriété est centrale dans la génération de champs magnétiques artificiels : elle permet d'imiter la phase d'Aharonov-Bohm, et donc de simuler la présence d'un champ magnétique. On remarque que la phase acquise lors de l'effet tunnel correspond à celle du laser de couplage évaluée

17. Ici nous avons mis de côté la troisième dimension de l'espace z, en considérant que le potentiel piégeant les atomes dans cette direction est indépendant de leur état interne et que la projection du laser de couplage sur cet axe est nul (alors $\eta_z = 1$). Si la projection n'est pas nulle, η_z se calcule de façon analogue à η_y.

18. Nous avons défini ces fonctions de sorte qu'elles soient réelles et paires, ce qui permet d'assurer que les coefficients $\eta_{x,y}$ sont réels (voir annexe B).

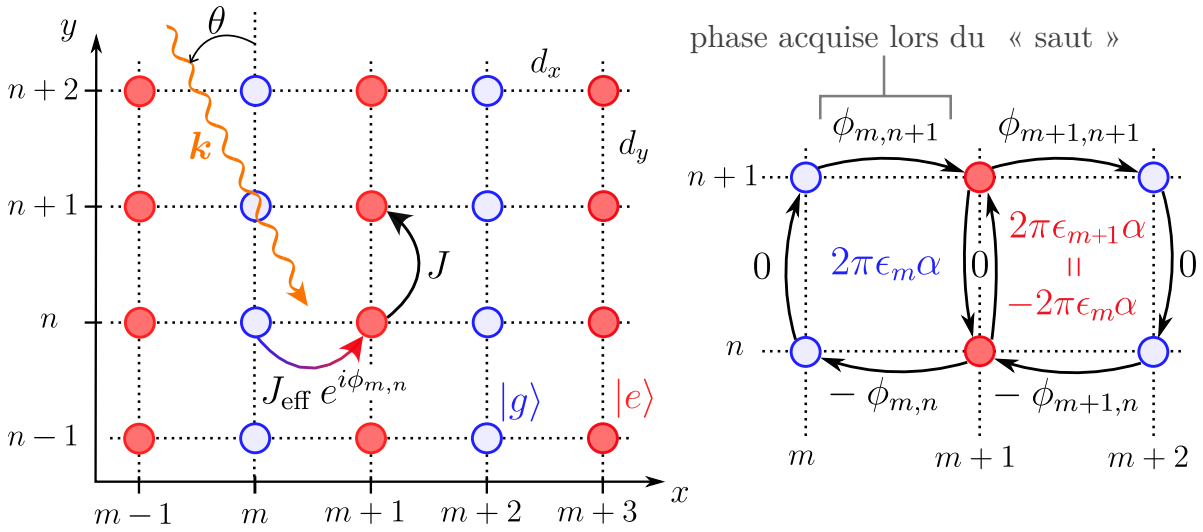


FIGURE 1.7 – Principe de la simulation de champ magnétique artificiel sur un réseau. **À gauche :** réseau dépendant de l'état interne de l'atome. L'effet tunnel entre deux colonnes consécutives est réalisé par un laser couplant les deux états internes (on note $\boldsymbol{k}$ son vecteur d'onde). Le passage d'une ligne à l'autre se fait par un effet tunnel « normal ». Nous choisissons l'origine des m de sorte que les sites associés à des atomes dans l'état fondamental $|g\rangle$ et dans l'état excité $|e\rangle$ correspondent respectivement aux m pairs et impairs. **À droite :** phase accumulée par un atome lors d'un trajet autour d'une plaquette du réseau, pour deux colonnes consécutives. On a introduit $\epsilon_m \mathrel{\widehat{=}} (-1)^m$. La valeur absolue de cette phase est constante sur l'ensemble du réseau, mais son signe alterne d'une colonne à l'autre (voir le corps du texte).

au milieu du lien entre les deux sites couplés. Dans la configuration présentée dans la figure 1.7, le laser de couplage forme un angle θ avec l'axe y du réseau. La phase $\phi_{m,n}$ acquise lors d'un « saut » de la colonne m à la colonne $m+1$ sur la ligne n est alors :

$$\phi_{m,n} = \epsilon_m \left[n k_y d_y + \left(m + \frac{1}{2} \right) k_x d_x \right], \tag{1.29}$$

où $k_x \mathrel{\widehat{=}} k \sin\theta$ et $k_y \mathrel{\widehat{=}} -k\cos\theta$ sont les projections de $\boldsymbol{k}$ respectivement sur les axes x et y. Le terme ϵ_m permet d'assurer que la phase acquise lors du saut prend des valeurs opposées suivant que le site de départ correspond à un atome dans l'état $|g\rangle$ ou $|e\rangle$. Sa définition est liée au choix de l'origine des m (voir l'annexe B pour plus de détails). Ici, nous avons pris comme convention d'associer les valeurs paires et impaires de m aux sites piégeant des atomes respectivement dans l'état fondamental et dans l'état excité. On a dans ce cas $\epsilon_m \mathrel{\widehat{=}} (-1)^m$. Il est alors possible de calculer la phase totale accumulée lors d'un trajet autour d'une plaquette du réseau. On considère un atome partant du site (m,n), effectuant une boucle dans le sens horaire vers la colonne $m+1$ et la ligne $n+1$, comme illustré sur la figure 1.7. La phase totale $\Phi_{m,n}$ accumulée le long de cette trajectoire – correspondant, à une constante multiplicative près, au flux du champ magnétique effectif à travers la plaquette – est alors :

$$\Phi_{m,n} = \phi_{m,n+1} - \phi_{m,n} = \epsilon_m k_y d_y = 2\pi\epsilon_m \alpha, \tag{1.30}$$

où l'on a introduit $\alpha \mathrel{\widehat{=}} k_y d_y/(2\pi) = -\cos\theta d_y/\lambda$. Nous avons vu dans la section 1.2 que cette phase correspond à un flux magnétique effectif à travers la plaquette ($\phi_{\text{B}} = \alpha\phi_0$, où ϕ_0 est le quantum de flux). Il apparaît donc que le flux obtenu dans cette géométrie est indépendant de la ligne considérée, et que sa valeur absolue ne dépend que de la projection

du vecteur d'onde du laser de couplage sur l'axe y du réseau. Son signe dépend en revanche de la colonne de départ m via le facteur ϵ_m. Le flux à travers la colonne suivante est en effet proportionnel à $2\pi\epsilon_{m+1}\alpha = -2\pi\epsilon_m\alpha$. Ainsi, cette configuration équivaut à la présence d'un champ magnétique alterné, d'amplitude constante et dont l'orientation est inversée d'une colonne à l'autre (comme dans le cas du « super-réseau » présenté dans la figure 1.5a).

Le recours à notre description qualitative, liant l'apparition d'un champ magnétique artificiel à la présence d'une force de Lorentz effective, permet ici aussi de comprendre la configuration de champ magnétique obtenue. En effet, le passage d'un site à l'autre s'accompagne de l'absorption (ou de l'émission) d'un photon du laser de couplage, et donc d'un transfert d'impulsion. On obtiendra alors une force de Lorentz effective – et donc un champ magnétique non-nul – à condition que cette impulsion ait une composante non-nulle dans la direction orthogonale à la direction de l'effet tunnel ($\theta \neq \pi/2$). De plus, dans cette configuration, le passage d'un site à l'autre correspond alternativement à l'absorption puis à l'émission d'un photon. La force de Lorentz effective est donc alternée, d'où un flux alterné. Nous verrons dans la partie suivante qu'il est possible d'adapter ce schéma expérimental afin de *rectifier* le flux.

L'amplitude du flux est réglable de $-d_y/\lambda$ à d_y/λ (en unités de ϕ_0), en variant l'angle θ. Notons que pour obtenir un flux magnétique effectif de l'ordre d'une fraction de ϕ_0, et ainsi explorer la partie du spectre de Hofstadter pour laquelle le réseau joue un rôle important, il est nécessaire d'avoir $k_y d_y \sim 1$. Pour des expériences d'atomes froids, l'ordre de grandeur du pas du réseau d_y est donné par la longueur d'onde du laser de piégeage qui le constitue. La simulation de champs magnétiques « intenses » nécessite donc que l'impulsion communiquée par le laser de couplage corresponde à une longueur d'onde optique, ce qui est réalisable soit en choisissant deux états internes directement couplés par une transition optique (c'est le cas de l'ytterbium, voir plus loin), soit en couplant deux états hyperfins par une transition Raman (voir [46] pour une comparaison détaillée de ces deux options).

Nous pouvons écrire le hamiltonien du système présenté dans la figure 1.7 sous une forme se rapprochant de celle de Harper (1.18). La phase accumulée lors d'une trajectoire fermée dans le réseau ne dépendant pas de k_x, il est possible d'éliminer la dépendance en k_x de $\phi_{m,n}$ par un changement de jauge (*cf.* B.3.2). On obtient alors le hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = -J \sum_{m,n} \left(\gamma_{\text{eff}}\, e^{i2\pi\epsilon_m \alpha n} \hat{a}^\dagger_{m+1,n} \hat{a}_{m,n} + \hat{a}^\dagger_{m,n+1} \hat{a}_{m,n} \right) + \text{h.c.}, \tag{1.31}$$

où $\hat{a}^\dagger_{m,n}$ représente l'opérateur création d'une particule sur la colonne m et la ligne n, et $\gamma_{\text{eff}} \mathrel{\widehat{=}} J_{\text{eff}}/J$. Si l'on ajuste la profondeur des réseaux de sorte que $\gamma_{\text{eff}} \approx 1$, la différence avec le hamiltonien de Harper – correspondant à un flux homogène – vient du terme ϵ_m, qui traduit la présence d'un flux alterné.

1.5.2 Rectification du flux

La méthode que nous avons présentée permet bien de simuler un champ magnétique artificiel, mais l'orientation de ce dernier est inversée d'une colonne à l'autre, de sorte que le flux à travers deux colonnes consécutives est globalement nul. Il est cependant possible de modifier cette méthode afin de simuler un flux homogène sur l'ensemble du réseau – on parle de « rectification » du flux. Cette rectification repose sur le constat suivant : l'alternance du flux d'une colonne à l'autre découle directement du changement d'état

interne associé à l'effet tunnel dans la direction x. En effet, avec notre numérotation, le passage de la colonne m à la colonne $m+1$ correspond au passage de $|g\rangle$ vers $|e\rangle$ si m est pair, et de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$ si m est impair, ce qui correspond à des phases opposées. De cette alternance de phases opposées lors de sauts successifs dans la direction x découle directement l'alternance du flux.

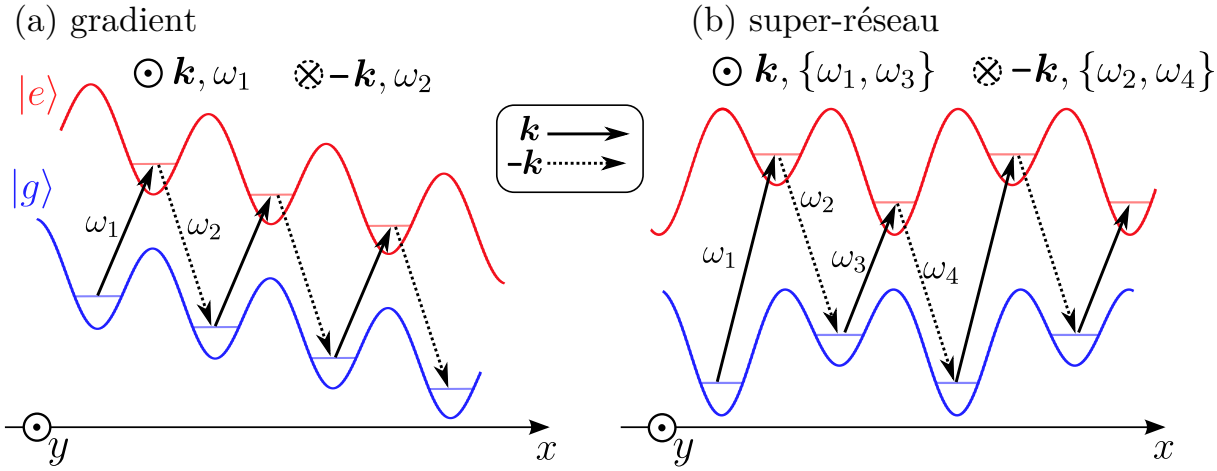


FIGURE 1.8 – Principe de la rectification du flux. Un potentiel est ajouté au réseau suivant x pour désaccorder les fréquences associées à deux effets tunnels successifs, ce qui permet d'utiliser deux lasers contra-propageants – vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}$ et $-\boldsymbol{k}$ – pour restaurer alternativement l'effet tunnel suivant x. Le potentiel peut être linéaire (a) ou bien consister en un super-réseau (b). Les transitions associées aux lasers de vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}$ et $-\boldsymbol{k}$ sont respectivement représentées par des flèches en traits pleins et pointillés.

Afin de rectifier le flux, il s'agit donc de faire en sorte qu'une même phase soit associée à deux sauts successifs dans la direction x. La solution choisie par Jaksch et Zoller dans leur proposition initiale [31] consiste à « désaccorder » ces sauts en ajoutant un potentiel linéaire, indépendant de l'état interne des atomes, dans la direction x. Le potentiel vu par les atomes dans cette configuration est présenté dans la figure 1.8a. Il apparaît que, du fait du potentiel, l'écart en énergie associé à un saut de $|g\rangle$ vers $|e\rangle$ dans le sens des x croissants est différent de celui associé à un saut de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$. La restauration de l'effet tunnel nécessite alors deux faisceaux lasers de fréquences différentes ω_1 et ω_2, et le passage d'une colonne à l'autre est alternativement lié à l'un puis à l'autre de ces faisceaux. En utilisant deux faisceaux contra-propageants – de vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}$ et $-\boldsymbol{k}$ – on peut alors assurer que la phase associée à deux effets tunnel successifs dans la direction x est identique, cette dernière étant directement proportionnelle à la projection du vecteur d'onde du laser de couplage sur y, comme le montre l'équation (1.26). On obtient ainsi une phase constante pour les sauts dans la direction x, et donc un flux homogène. Dans le cadre de notre explication qualitative, l'effet tunnel entre deux colonnes successives correspond respectivement à l'absorption d'un photon d'impulsion $+\hbar\boldsymbol{k}$, puis à l'émission d'un photon d'impulsion $-\hbar\boldsymbol{k}$, les deux processus étant associés à un même transfert d'impulsion $\Delta\boldsymbol{p} = +\hbar\boldsymbol{k}$. La force de Lorentz effective est alors homogène sur l'ensemble du réseau.

La méthode de rectification proposée par Jaksch et Zoller nécessite de soumettre les atomes à un potentiel linéaire, ce qui peut être obtenu en accélérant le réseau, ou encore en appliquant un gradient de champ électrique ou de champ magnétique (à condition d'utiliser un atome de spin non-nul et de polariser l'échantillon). La dernière méthode n'est pas applicable au cas des isotopes bosoniques de l'ytterbium, qui ont un spin nul

dans leur état fondamental. L'accélération du réseau peut être la source de chauffage au sein de l'échantillon, et la mise en place d'un gradient de champ électrique linéaire à l'échelle de nos échantillons atomiques est expérimentalement difficile. La proposition de Fabrice Gerbier et Jean Dalibard [30] visant à adapter la méthode de [31] à l'ytterbium suggère d'utiliser un super-réseau pour remplacer le potentiel linéaire. Ce super-réseau est appliqué dans la direction x, et son pas est le double de celui des sous-réseaux piégeant chacun des états internes de l'atome. Le potentiel vu par les atomes en fonction de leur état interne dans cette configuration est présenté dans la figure 1.8b. Dans ce cas, la symétrie du potentiel est restaurée pour une translation de 4 sites, et il est donc *a priori* nécessaire d'utiliser 4 fréquences différentes dans le spectre du laser du couplage pour restaurer l'effet tunnel suivant x. Par un choix judicieux de la phase relative entre le réseau et le super-réseau, il est possible de réduire le nombre de fréquences nécessaires à 3 [69]. Comme dans le cas précédent, ces fréquences sont réparties entre deux faisceaux contra-propageants, de sorte que deux sauts consécutifs sont provoqués par l'un puis l'autre des faisceaux. On obtient alors un flux homogène sur l'ensemble du réseau.

1.5.3 Comparaison avec les réseaux modulés

Amplitude de l'effet tunnel

La méthode de Jaksch et Zoller, utilisant un réseau dépendant de l'état interne, peut sembler dans un premier temps similaire à celle des réseaux modulés présentée dans la section 1.2 (figure 1.5) : dans les deux cas, l'effet tunnel dans une des directions du réseau est rétabli par un couplage laser. Dans le premier cas, ce couplage est assuré soit par une transition Raman, soit directement par une transition optique étroite ; dans le second cas, une transition de Bragg à deux photons – sans changement d'état interne – est utilisée. Dans les deux configurations, l'amplitude de l'effet tunnel restauré J_{eff} est proportionnelle à Ω_{R}, fréquence de Rabi caractérisant l'amplitude de la « perturbation » restaurant le couplage (*cf.* équation (1.26), ou [36] pour les réseaux modulés). Afin d'éviter que la perturbation n'induise des transitions inter-bandes, cette fréquence doit être petite devant le *gap* séparant la bande fondamentale de la première bande excitée :

$$\hbar\Omega_{\text{R}} \ll \Delta_{\text{gap}}. \tag{1.32}$$

Le coefficient de proportionnalité reliant J_{eff} à Ω_{R} fait intervenir le recouvrement des fonctions de Wannier (pour le réseau dépendant de l'état interne (1.28)) ou de Wannier-Stark (pour le réseau « penché » et modulé) de deux sites adjacents.

L'une des différences entre les deux méthodes réside dans la dépendance de ce coefficient, déterminant la « force » de l'effet tunnel pour une fréquence de Rabi du couplage donnée, vis-à-vis de la profondeur du réseau. Dans le schéma proposé par Jaksch et Zoller, les fonctions de Wannier associées à des états internes différents ne concernent pas le même réseau de Bravais, et elles ne sont donc pas orthogonales. Leur recouvrement, caractérisé par les coefficients η_x et η_y (équations (1.28) et (1.27)), est alors peu dépendant de la profondeur du réseau (figure 1.9). Il est alors possible, pour un Ω donné, d'augmenter la profondeur du réseau pour éviter les transitions inter-bandes tout en préservant un effet tunnel suffisant.

Dans le cas du réseau « penché », deux conditions *a priori* contradictoires doivent être vérifiées. Si l'on note Δ le désaccord induit par le potentiel linéaire entre deux sites consécutifs et J l'amplitude de l'effet tunnel en l'absence de ce potentiel, on veut avoir

$\Delta \gg J$ afin de supprimer l'effet tunnel « naturel » [36]. Dans ce cas ($J/\Delta \ll 1$), les fonctions de Wannier-Stark correspondent – à l'ordre zéro en J/Δ – aux fonctions de Wannier du réseau sans potentiel, qui sont strictement orthogonales. Le recouvrement entre deux fonctions de Wannier-Stark adjacentes n'est alors non-nul qu'au premier ordre en J/Δ, et on a $J_{\text{eff}} \approx (\hbar\Omega_{\text{R}}/2\sqrt{2}) \times (J/\Delta)$ [36]. Le choix de la valeur du gradient est aussi contraint par le *gap* du réseau, un gradient induisant un désaccord entre deux sites consécutifs de l'ordre du *gap* pouvant entraîner des transitions inter-bandes. En prenant comme valeur limite $\Delta = \Delta_{\text{gap}}$, on obtient dans le cas des réseaux modulés $J_{\text{eff}}/\Omega_{\text{R}} \propto J/\Delta_{\text{gap}}$. Le facteur J/Δ_{gap} diminue rapidement avec la profondeur du réseau (voir figure 1.9b).

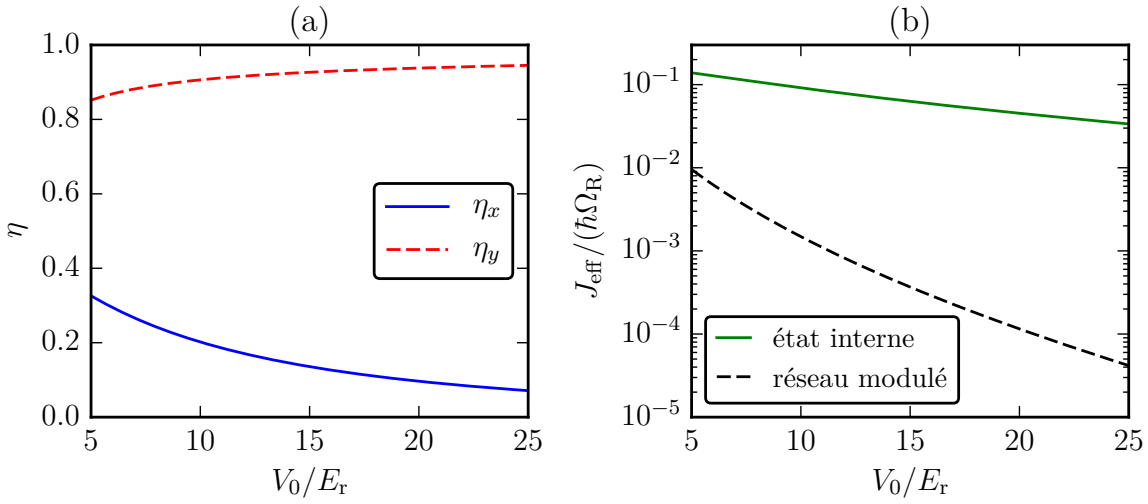


FIGURE 1.9 – **(a)** coefficients relatifs à l'effet tunnel assisté par laser dans un réseau dépendant de l'état interne, d'après les formules (1.28) et (1.27), calculés pour $k_x d_x = k_y d_y = \pi$. **(b)** Amplitude de l'effet tunnel assisté par la lumière dans le cas d'un réseau dépendant de l'état interne (trait vert continu) et dans une échelle de Wannier-Stark (trait noir interrompu), exprimée en unité de la fréquence de Rabi du couplage Ω_{R}, en fonction de la profondeur V_0 du réseau. Le gradient utilisé dans le cas du réseau modulé est tel que le décalage en énergie entre deux sites adjacents est égal au *gap* entre la bande fondamentale et la première bande excitée du réseau.

La figure 1.9b montre l'amplitude relative des effets tunnels attendus, pour une fréquence de couplage donnée, dans le cas d'un réseau dépendant de l'état interne ou d'une échelle de Wannier-Stark modulée (pour $\Delta = \Delta_{\text{gap}}$). Pour les raisons évoquées ci-dessus, l'effet tunnel obtenu dans le second cas est au minimum un ordre de grandeur inférieur à celui obtenu avec la méthode de Jaksch et Zoller, et décroît plus rapidement avec la profondeur du réseau. Ce comportement pousse les expériences réalisées avec cette méthode à utiliser des réseaux peu profonds, afin de garder un effet tunnel suffisant. Il est alors difficile de satisfaire la condition $\hbar\Omega_{\text{R}} \ll \Delta_{\text{gap}}$, ce qui peut être à l'origine de transfert vers les bandes supérieures et de chauffage.

Chauffage

Dans les méthodes utilisant des réseaux modulés, le chauffage vient principalement de collisions inélastiques associées à l'absorption d'un quantum d'énergie $\hbar\Omega_{\text{mod.}}$, où $\Omega_{\text{mod.}}$ est la pulsation de la modulation. Ces processus ont été étudiés en détail dans [68] en utilisant

le formalisme de Floquet, qui correspond en quelque sorte à l'équivalent du formalisme de Bloch pour des hamiltoniens périodiques en fonction du temps. À l'image des ondes de Bloch, les états de Floquet $|\Psi_n(t)\rangle$ s'écrivent sous la forme $|\Psi_n(t)\rangle = \exp(-i\epsilon_n t/\hbar)\,|\phi_n(t)\rangle$, où $|\phi_n(t)\rangle$ est une fonction périodique de même période que le hamiltonien et ϵ_n est une *quasi-énergie*, analogue à la quasi-impulsion dans le formalisme de Bloch. On peut voir $|\phi_n(t)\rangle$ comme l'équivalent du micro-mouvement dans un piège de Paul. Les méthodes utilisant des réseaux modulés pour simuler des champs magnétiques artificiels ignorent ce terme oscillant rapidement, et ne considèrent que le mouvement lent lié à la quasi-énergie ϵ_n.

Comme expliqué dans [68], le micro-mouvement ne cause pas de chauffage dans le réseau modulé si l'on se restreint à des processus à une particule. Cependant, des collisions inélastiques entre deux particules peuvent entraîner un transfert d'un ou plusieurs quanta d'énergie $\hbar\Omega_{\text{mod.}}$ entre le mouvement rapide et le mouvement lent [19] (mécanisme connu sous le nom de chauffage radio-fréquence dans les pièges à ions). Ce transfert d'énergie cause un chauffage de l'échantillon : suivant les géométries de piégeage considérées, il peut correspondre à un transfert vers des bandes supérieures du réseau (notamment pour une géométrie « véritablement » bi-dimensionnelle), ou bien à une excitation du mouvement dans le piège harmonique transverse (pour des réseaux de tubes). Le taux de chauffage dépend alors de la configuration considérée [68] : on comprend intuitivement qu'il est aisé de trouver un état résonnant avec l'absorption de quanta $\hbar\Omega_{\text{mod.}}$ si la direction transverse au réseau modulé est faiblement confinée (réseau de tubes), tandis que la structure de bandes d'un réseau « véritablement » bidimensionnel implique des conditions de résonance précises, avec l'existence de zones dans la configuration de modulation ne permettant pas d'excitation, et donc (en principe) exemptes de chauffage [68]. Notons finalement que la modulation du réseau élargit les bandes de ce dernier, et que les plages de fréquence de modulation exemptes de chauffage se réduisent donc lorsque l'amplitude de cette dernière augmente.

La comparaison entre notre approche et les réseaux modulés en termes de taux de chauffage nécessiterait de mener une étude semblable à [68] pour notre configuration ; néanmoins, nous pouvons dégager une différence fondamentale susceptible de jouer en notre faveur. Notons tout d'abord qu'en l'absence de rectification du flux (sans super-réseau et avec un seul laser de couplage), le hamiltonien est dans notre cas indépendant du temps (dans l'approximation de l'onde tournante), et les processus de chauffage décrits dans [68] sont inexistants. La méthode de rectification induit quant à elle une modulation du réseau liée au désaccord des deux lasers de couplage. Cependant, contrairement aux méthodes utilisant des réseaux modulés, cette modulation n'est ici qu'un effet secondaire : elle n'est aucunement nécessaire pour rétablir l'effet tunnel et pour simuler des champs magnétiques. Pour les réseaux modulés, la modulation est inhérente au schéma expérimental, et nécessaire pour la simulation de champs magnétiques. Ainsi, nous pensons qu'il est possible de trouver, avec notre approche, une configuration permettant d'obtenir un effet tunnel suffisant tout en gardant une modulation faible. Une telle configuration semble être plus difficile à obtenir avec des réseaux modulés [40, 41, 70].

19. Contrairement à l'énergie totale du système, la *quasi-énergie* n'est pas nécessairement conservée lors des collisions.

1.5.4 Autres méthodes utilisant différents états internes

D'autres méthodes ont été proposées pour réaliser des champs magnétiques artificiels en utilisant un couplage optique entre différents états internes d'un atome. Une proposition [71, 72] consiste par exemple à générer un « réseau de flux » (*optical flux lattice*) dans une onde stationnaire formant un réseau peu profond, en deçà du régime de liaisons fortes. Les bandes d'énergie du spectre obtenu dans cette configuration exhibent des propriétés non-triviales, analogues à celles des niveaux de Landau (ou des bandes du spectre de Hofstadter).

Une autre approche consiste à piéger des atomes dans des échelles « bi-dimensionnelles », où la dimension « infinie » – physique – est celle d'un réseau optique, tandis que la dimension « finie » – barreaux de l'échelle – est une dimension virtuelle correspondant à l'état interne de l'atome. En utilisant par exemple un atome de spin 1, et en couplant les différents états de spin par des faisceaux Raman, il est ainsi possible de générer une échelle à deux ou trois montants (suivant le choix des états couplés), avec une amplitude de « saut » complexe dans la dimension réduite. Cette méthode à été récemment mise en œuvre par des équipes utilisant du rubidium [42] ou un isotope fermionique de l'ytterbium [43]. L'avantage de cette technique est qu'elle permet, grâce à un dispositif d'imagerie détectant l'état de spin, de déterminer après temps de vol la « position » initiale des atomes dans la direction transverse [20], ce qui a permis notamment de mettre en évidence la chiralité des courants au sein de ces échelles artificielles, associée à la présence d'« états de bords ». Notons cependant que les sites de la dimension virtuelle ne sont, dans ce cas, pas séparés physiquement. Cette différence avec la méthode présentée précédemment n'a pas d'implications sur la physique à une particule dans de tels systèmes. Elle prend néanmoins toute son importance lorsque l'on considère l'effet des interactions : au lieu d'une interaction « sur-site », les atomes subissent, dans la direction virtuelle, une interaction effective de portée infinie. En outre, cette méthode utilise le spin des atomes comme « étiquette » pour la direction virtuelle, et ne permet donc pas d'étudier un gaz de fermions en interaction sur une échelle (deux fermions d'états de spin différents ne peuvent, par construction, occuper un même site de l'échelle).

1.5.5 Choix de l'ytterbium

La méthode que nous avons présentée pour simuler des champs magnétiques artificiels nécessite d'utiliser une espèce possédant deux états internes de longue durée de vie, couplés par une transition optique. De plus, il est nécessaire de pouvoir réaliser un réseau dépendant de l'état interne de l'atome. Nous allons voir que l'ytterbium permet de satisfaire ces deux conditions.

L'ytterbium est un lanthanide, possédant deux électrons de valence. À ce titre, ses caractéristiques électroniques sont similaires à celles des alcalino-terreux [21]. Ses niveaux d'énergie comptent ainsi des états singulets et triplets (voir le chapitre suivant). L'état fondamental $^1S_0$ est un état singulet, tandis que l'état excité de plus basse énergie est un état triplet $^3P_0$. La transition – optique, de longueur d'onde 578 nm – entre ces deux états est très étroite : on parle de « transition d'horloge », cette dernière étant utilisée pour réaliser des horloges atomiques optiques [15] (voir la section 3.1 pour plus de détails).

20. Les auteurs de [43] parlent d'imagerie résolue à l'échelle d'un site du réseau (*single lattice-site resolution*) dans la dimension finie, bien que cette appellation soit quelque-peu trompeuse.

21. La sous-couche $4f$, totalement remplie, est inerte et a peu d'influence sur les propriétés électroniques de l'ytterbium.

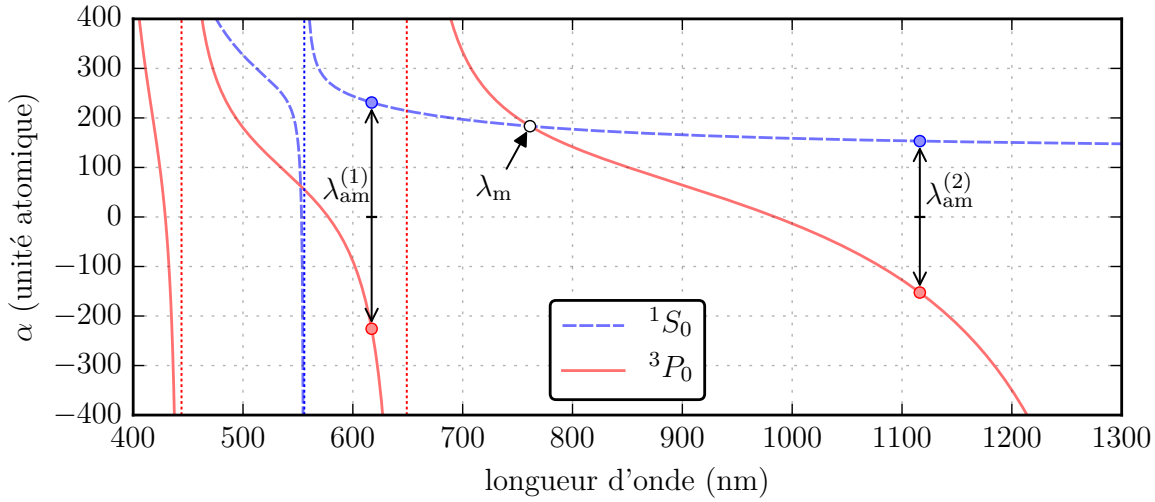


Figure 1.10 – Polarisabilité α des états $^1S_0$ et $^3P_0$ de l'ytterbium, calculée à partir des données présentées dans [73]. Pour plus de détails concernant le calcul, le lecteur intéressé pourra consulter la thèse de Matthias Scholl [69].

L'état $^3P_0$ est donc méta-stable : sa durée de vie est grande devant la durée typique des expériences d'atomes froids (un calcul concernant les isotopes fermioniques [74] donne une durée de vie de l'ordre de la vingtaine de secondes). Cette transition optique étroite, associée à une émission spontanée négligeable, ouvre donc la voie à la manipulation cohérente de l'état électronique des atomes.

Le potentiel U_{dip} vu par un atome dans l'état i soumis à un champ lumineux d'intensité $I(\boldsymbol{r})$ et de longueur d'onde λ est [56] :

$$U_{\mathrm{dip}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c}\alpha_i(\lambda)I(\boldsymbol{r}), \tag{1.33}$$

où $\alpha_i(\lambda)$ est la polarisabilité de l'atome. Les états $^1S_0$ et $^3P_0$ se couplent à des états électroniques différents, et leurs polarisabilités ont donc une dépendance très différente vis-à-vis de la longueur d'onde, ce qui permet de réaliser un réseau dépendant de l'état interne. La figure 1.10 montre un tracé des polarisabilités des états $^1S_0$ et $^3P_0$ pour des longueurs d'ondes entre 400 nm et 1.3 μm. Certaines longueurs d'ondes sont particulièrement intéressantes. On remarque tout d'abord qu'il existe une longueur d'onde, notée λ_{m}, pour laquelle les polarisabilités sont identiques [22]. Cette longueur d'onde, dite « magique », permet de réaliser un potentiel identique pour les deux états internes. Dans notre schéma expérimental, elle permet de réaliser le réseau suivant l'axe y (*cf.* fig. 1.7), qui piège les deux états sur de mêmes lignes. La longueur d'onde « magique » est particulièrement utile pour la réalisation d'horloges atomiques, car elle permet de s'affranchir des élargissements et décalages dus aux déplacements lumineux différentiels subits par les deux états. Dans ce cadre, elle a été mesurée avec précision : $\lambda_{\mathrm{m}} = 759.3537\,\mathrm{nm}$ [75].

Deux autres longueurs d'ondes sont intéressantes pour la mise en œuvre de notre schéma expérimental. Il s'agit de longueurs d'ondes pour lesquelles les polarisabilités des deux états sont opposées. Par analogie avec la longueur d'onde « magique », ces lon-

22. D'autres longueurs d'ondes vérifiant cette propriété apparaissent dans la figure 1.10. Cependant, ces dernières sont proches d'une résonance concernant l'un des deux états, et la réalisation d'un piège à ces longueurs d'ondes s'accompagnerait d'un fort taux de chauffage par émission spontanée.

gueurs d'ondes sont dites « anti-magiques » [76]. D'après les données présentées dans la figure 1.10, on estime leurs valeurs à $\lambda_{\mathrm{am}}^{(1)} = 617\,\mathrm{nm}$ et $\lambda_{\mathrm{am}}^{(2)} = 1116\,\mathrm{nm}$. La réalisation d'un réseau optique à l'une de ces longueurs d'onde permet d'obtenir un réseau dépendant de l'état interne – mais de même profondeur pour les deux états – correspondant à la direction x de notre schéma (fig. 1.7). Dans les deux cas, le piège est attractif pour l'état fondamental, et répulsif pour l'état excité, et ces deux états seront donc respectivement piégés dans les maxima et les minima d'intensité du laser.

La combinaison d'un réseau « magique » et d'un réseau « anti-magique » croisés, soumis à un champ lumineux laser accordé sur la transition « d'horloge » de l'ytterbium, permet ainsi de réaliser le schéma présenté précédemment, comme proposé par Gerbier et Dalibard [30]. Dans cette configuration, le pas du réseau suivant y est $d_y = \lambda_{\mathrm{m}}/2$, et il est donc possible de simuler des champs magnétiques correspondant à des flux ϕ_{B}/ϕ_0 compris entre $\pm\lambda_{\mathrm{m}}/(2\lambda_{\mathrm{c}})$. Pour l'ytterbium, on a $\lambda_{\mathrm{m}}/(2\lambda_{\mathrm{c}}) \approx 0.66$, et il est donc en principe possible de couvrir l'intégralité du spectre de Hofstadter.

1.5.6 Conditions de validité et considérations techniques

Pour conclure la présentation de notre méthode pour la réalisation de champs magnétiques artificiels, nous discutons quelques conditions que doivent satisfaire les paramètres expérimentaux ainsi que les considérations techniques qui en découlent. Cette discussion a déjà été menée en détail et de façon quantitative dans la thèse de Matthias Scholl [69] ; nous nous contenterons ici d'en souligner les principales conclusions, de façon qualitative. La configuration considérée est celle proposée dans [30], où la rectification du flux est obtenue par l'emploi d'un super-réseau.

La première condition à satisfaire pour réaliser le modèle de Harper est de supprimer les transitions inter-bandes au sein du réseau, qui peuvent être la source de chauffage de l'échantillon. On note Δ_{gap} le *gap* du sous-réseau piégeant un état interne de l'atome. Le super-réseau ajoute une seconde échelle d'énergie Δ_{mod} correspondant au désaccord entre deux sites consécutifs. L'énergie associée à l'effet tunnel induit par la lumière J_{eff} doit être petite devant Δ_{gap} pour ne pas induire de transitions inter-bandes, mais aussi devant Δ_{mod} pour ne pas induire de « mauvaises » transitions. En outre, il faut assurer $\Delta_{\mathrm{mod}} \ll \Delta_{\mathrm{gap}}$ afin d'éviter que le super-réseau n'induise des transitions inter-bandes dans le réseau initial. Enfin, le désaccord du super-réseau doit permettre de supprimer l'effet tunnel « naturel ». En notant J_{ee} et J_{gg} les énergies tunnel associées aux deux sous-réseaux en l'absence de super-réseau, cette condition est satisfaite pour $J_{ee}, J_{gg} \ll \Delta_{\mathrm{mod}}$. La condition finale à vérifier est donc :

$$J_{\mathrm{eff}}, J_{ee}, J_{gg} \ll \Delta_{\mathrm{mod}} \ll \Delta_{\mathrm{gap}}. \tag{1.34}$$

Les paramètres expérimentaux proposés dans [69] permettent de réaliser $J_{ee} \approx J_{gg} \approx J_{\mathrm{eff}}/3 \approx \Delta_{\mathrm{mod}}/20 \approx \Delta_{\mathrm{gap}}/200$ (voir l'annexe C).

Les collisions inélastiques concernant soit deux atomes dans l'état excité, soit un atome dans l'état fondamental et un atome dans l'état excité, peuvent être la source de pertes limitant le temps de vie de l'échantillon atomique. L'introduction d'un réseau dépendant de l'état interne permet de supprimer le second type de collision, en séparant physiquement les atomes ayant un état différent. Reste potentiellement le problème de collisions sur-site entre deux atomes dans l'état excité. Le taux de collision peut être réduit en travaillant avec de faibles densités, afin d'obtenir un facteur de remplissage inférieur ou de l'ordre de un atome par site, réduisant la probabilité d'une double-occupation. L'utilisation d'une

configuration de réseau différente de celle présentée dans la figure 1.7 (réseau en damier) peut aussi permettre d'éviter le couplage entre les sites piégeant l'état excité.

Un autre aspect à prendre en compte est l'enveloppe gaussienne des faisceaux créant les réseaux « magiques » [23] et « anti-magique », qui ajoutent au potentiel périodique confinant les atomes un potentiel harmonique radial dont la fréquence $\omega_\perp^{(e/g)}$ dépend *a priori* de leur état interne. Ce potentiel quadratique peut avoir trois effets indésirables : tout d'abord, il peut supprimer l'effet tunnel « naturel » dans la direction du réseau « magique » en désaccordant des sites adjacents. Il peut de même supprimer l'effet tunnel assisté par laser, ou rendre une transition dans le super-réseau résonante avec le mauvais laser, d'autant plus qu'il dépend *a priori* de l'état interne de l'atome à cause du laser « anti-magique » et est la source, de ce fait, de déplacements lumineux différentiels. Enfin, il faut s'assurer que ce potentiel est globalement attractif pour l'état excité [24], afin de garantir un confinement transverse au nuage. L'étude de ces effets respectifs dans [69] conclut que la conservation de l'effet tunnel assisté par laser est la condition la plus contraignante. Cette dernière peut être satisfaite avec les paramètres expérimentaux considérés dans [69], à condition de se limiter à des fréquences transverses $\omega_\perp^{(e/g)} \lesssim 2\pi \times 30\,\mathrm{Hz}$.

Enfin, d'un point de vue plus technique, les conditions relatives à la puissance et à la stabilité des faisceaux lasers utilisés pour le piégeage des atomes sont discutées dans [69]. Le réseau « magique » à 760 nm est réalisé avec un laser titane-saphir permettant d'obtenir une puissance totale de l'ordre de 5 W, ce qui est suffisant pour réaliser à la fois le confinement vertical et le réseau horizontal. Le réseau « anti-magique » est quant à lui obtenu en doublant en fréquence un laser à 1224 nm [25], ce qui permet de réaliser un réseau à la longueur d'onde de 612 nm, proche de la longueur d'onde « anti-magique ». Une partie de la puissance de la source à 1224 nm est utilisée pour réaliser le super-réseau. Les puissances obtenues, de l'ordre de 200 mW à 612 nm et 50 mW à 1224 nm, ne sont pas suffisantes pour réaliser un réseau satisfaisant les conditions évoquées précédemment. Notamment, la condition sur le confinement transverse ne permet pas de focaliser les faisceaux pour obtenir une profondeur de réseau acceptable. La solution que nous avons retenue consiste à amplifier la puissance à l'aide d'une cavité (finesse de l'ordre de 20) montée de part et d'autre de notre enceinte à vide. Deux étalons, dont l'inclinaison est réglable, sont insérés dans la cavité. Ils induisent une différence de marche réglable entre les deux longueurs d'ondes – via la différence d'indice vu par les deux faisceaux – ce qui permet à la fois de rendre la cavité résonante pour les deux faisceaux et de contrôler leur phase relative (correspondant à la phase relative entre le réseau et le super-réseau) au niveau des atomes. L'étude détaillée menée dans [69] montre que cette phase doit être réglée avec une précision de l'ordre de 1°. Afin que la rectification du flux soit opérationnelle, il est de plus nécessaire d'asservir les puissances avec une précision meilleure que 0.5% pour le réseau « anti-magique », et 4% pour le super-réseau.

23. Nous comptons les contributions du réseau horizontal et du réseau vertical réalisant le confinement 2D.

24. Les potentiels sont tous attractifs pour l'état fondamental, tandis que le faisceau « anti-magique » crée un potentiel répulsif pour l'état excité.

25. TA-Pro, Toptica (Munich, Allemagne). Le cristal non-linéaire utilisé pour le doublage est en ppLN (*periodically poled lithium niobate*).

Chapitre 2

Production d'un gaz dégénéré d'ytterbium

Le premier pas vers la réalisation de potentiels de jauges artificiels consiste à charger un gaz quantique dégénéré, composé dans notre cas d'ytterbium, dans la bande fondamentale d'un réseau optique. Il s'agit donc dans un premier temps de ralentir un jet d'ytterbium afin de le capturer dans un piège magnéto-optique, puis de mettre en œuvre des méthodes de refroidissement usuelles pour atteindre le régime de condensation de Bose-Einstein. Il est alors possible de transférer adiabatiquement le condensat dans un réseau optique.

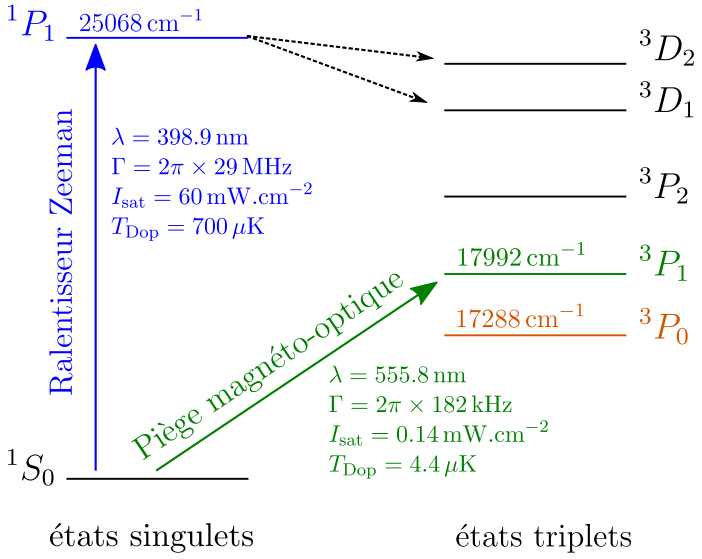


Figure 2.1 – Schéma des niveaux atomiques de basse énergie de l'ytterbium [77]. Les caractéristiques des deux transitions utiles pour le ralentissement ($^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$) et le piégeage ($^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$) de l'ytterbium sont reportées sur la figure. Les caractéristiques de la transition « d'horloge » $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ seront discutées dans le chapitre 3. Les voies de désexcitation de l'état $^1P_1$ vers les états ^3D sont aussi représentées.

2.1 L'atome d'ytterbium

L'ytterbium ($Z = 70$) fait partie de la famille des lanthanides. Il possède sept isotopes stables : cinq isotopes bosoniques (^{168}Yb, ^{170}Yb, ^{172}Yb, ^{174}Yb, ^{176}Yb), de spins nucléaires nuls, et deux isotopes fermioniques (^{171}Yb, ^{173}Yb) de spins nucléaires respectifs 1/2 et 5/2 (*cf.* table 2.1). Les expériences décrites dans cette thèse ont été réalisées avec l'isotope bosonique le plus abondant (^{174}Yb).

isotope	abondance naturelle	spin nucléaire	statistique
^{168}Yb	0.13 %	0	bosons
^{170}Yb	3.05 %	0	
^{172}Yb	21.9 %	0	
^{174}Yb	31.8 %	0	
^{176}Yb	12.7 %	0	
^{171}Yb	14.3 %	1/2	fermions
^{173}Yb	16.1 %	5/2	

Table 2.1 – Abondance, spin nucléaire et statistique des isotopes stables de l'ytterbium [77].

La structure électronique de l'ytterbium ($[\mathrm{Xe}]\,4f^{14}\,6s^2$) est analogue à celle de l'hélium ou des alcalino-terreux comme le strontium, avec deux électrons de valence dans une couche s. L'état fondamental est donc un état singulet $^1S_0$, de spin électronique total nul[1]. Les premiers états excités s'obtiennent en transférant l'un des électrons dans la couche $6p$, ce qui donne un état singulet $^1P_1$, ainsi que trois états triplets $^3P_0$, $^3P_1$ et $^3P_2$. La figure 2.1 montre la structure de ces niveaux de basse énergie.

Considérons les transitions entre ces différents états. Dans le régime de Russel Saunders[2], seule la transition « bleue » $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ ($\lambda_\mathrm{b} = 399\,\mathrm{nm}$), qui conserve le spin électronique total, est autorisée [78]. Cette transition combine une grande largeur naturelle ($\Gamma_\mathrm{b} = 2\pi \times 29\,\mathrm{MHz}$) et une importante quantité de mouvement par photon, ce qui en fait une bonne candidate pour le ralentissement Zeeman d'un jet d'ytterbium, ainsi que pour réaliser une imagerie par absorption. Cependant, cette transition n'est pas totalement fermée : l'état $^1P_1$ peut se désexciter vers le niveau[3] $(7/2, 3/2)_{j=2}$ ainsi que vers les niveaux $^3D_1$ et $^3D_2$, qui se désexcitent à leur tour vers les états triplets $^3P_{0,1,2}$ [79]. Les états $^3P_{0,2}$ étant méta-stables[4], ce mécanisme limite fortement le chargement d'un piège magnéto-optique réalisé sur cette transition, en l'absence de faisceaux repompeurs. Il est possible de donner une limite inférieure au rapport de branchement vers ces états ^3D en mesurant la fluorescence issue de la désexcitation des atomes retombés dans l'état

1. On adopte la notation $^{2S+1}L_J$ pour les états atomiques – valable dans le régime de Russel-Saunders – où S désigne le moment cinétique de spin total, L le moment cinétique orbital total, et $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$.

2. Ou régime de « couplage $\boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{S}$ »

3. Cet état, non représenté sur la figure 2.1, est situé entre les états $^3D_1$ et $^3P_2$. Il correspond à l'excitation d'un électron de la couche interne $4f$ de l'ytterbium.

4. Leur durée de vie est de l'ordre de la dizaine de secondes (pour les isotopes fermioniques) [74].

$^3P_1$ [79]. Le branchement mesuré est de 1.2×10^{-7}, ce qui donnerait un temps de vie de l'ordre de 300 ms pour un laser d'intensité $I = I_{\text{sat}}$ désaccordé de $\Gamma_b/2$ par rapport à la transition bleue. Ces pertes via les états ^3D limitent le nombre d'atomes chargés dans le piège magnéto-optique [77, 80], c'est pourquoi nous utiliserons une autre transition pour piéger l'ytterbium.

La transition « verte » $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ ($\lambda_b = 556$ nm), dite « d'inter-combinaison », est normalement interdite dans le régime du couplage $\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S}$, car ne conservant pas le spin. Elle est cependant faiblement autorisée à cause du couplage spin-orbite entre les électrons [5]. Cette transition, complètement fermée, est plus étroite ($\Gamma_b = 2\pi \times 182$ kHz), avec une température Doppler avantageusement basse [6] ($T_{\text{Dop}} = 4.4\,\mu$K). Nous l'utiliserons pour réaliser notre piège magnéto-optique.

isotope	déplacement (MHz)
176	-509,4
$173_{(5/2\rightarrow5/2)}$	-237,3
174	0
$173_{(5/2\rightarrow3/2)}$	499,46
172	529,9
$173_{(5/2\rightarrow7/2)}$	583,4
$171_{(1/2\rightarrow3/2)}$	843,3
$171_{(1/2\rightarrow1/2)}$	1145,1
170	1181,4
168	1879,1

(a) transition bleue (399 nm)

isotope	déplacement (MHz)
$173_{(5/2\rightarrow7/2)}$	-2386
$171_{(1/2\rightarrow1/2)}$	-2131
176	-954
174	0
172	1001
170	2287
$173_{(5/2\rightarrow5/2)}$	2312
168	3658
$171_{(1/2\rightarrow3/2)}$	3806
$173_{(5/2\rightarrow3/2)}$	3807

(b) transition verte (556 nm)

TABLE 2.2 – Liste des déplacements isotopiques pour les transitions $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ (a) et $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ (b) de l'ytterbium. Dans les deux cas, l'isotope ^{174}Yb est pris comme référence.

2.2 Présentation du système expérimental

2.2.1 Système à vide

Le refroidissement et la manipulation de gaz atomiques dilués nécessitent de travailler dans des conditions d'ultra-vide ($P \lesssim 10^{-10}$ mbar), afin de limiter les collisions avec des particules du gaz résiduel qui réduisent le temps de vie des atomes piégés. L'enceinte à vide, représentée dans la figure 2.2, est composée de trois parties principales. La première contient le four permettant de générer un jet d'ytterbium. Elle est connectée à la « chambre MOT [7] » par un tube autour duquel se trouvent les bobines du ralentisseur Zeeman (*cf.* section 2.3.2). La chambre MOT est quant à elle connectée à une seconde chambre, plus petite, que nous nommerons par la suite « chambre de science ». Cette

5. Le moment cinétique total $\boldsymbol{L}$ et le spin total $\boldsymbol{S}$ ne sont pas de bons nombres quantiques (contrairement à $J = L + S$) et la règle de sélection $\Delta S = 0$ n'est plus strictement valable.

6. Cette faible température Doppler est spécialement intéressante pour refroidir les isotopes bosoniques de l'ytterbium, pour lesquels il n'existe pas de mécanismes de refroidissement sub-Doppler (leur niveau fondamental est non-dégénéré).

7. Abréviation de *Magneto-Optical Trap* : Piège Magnéto-Optique

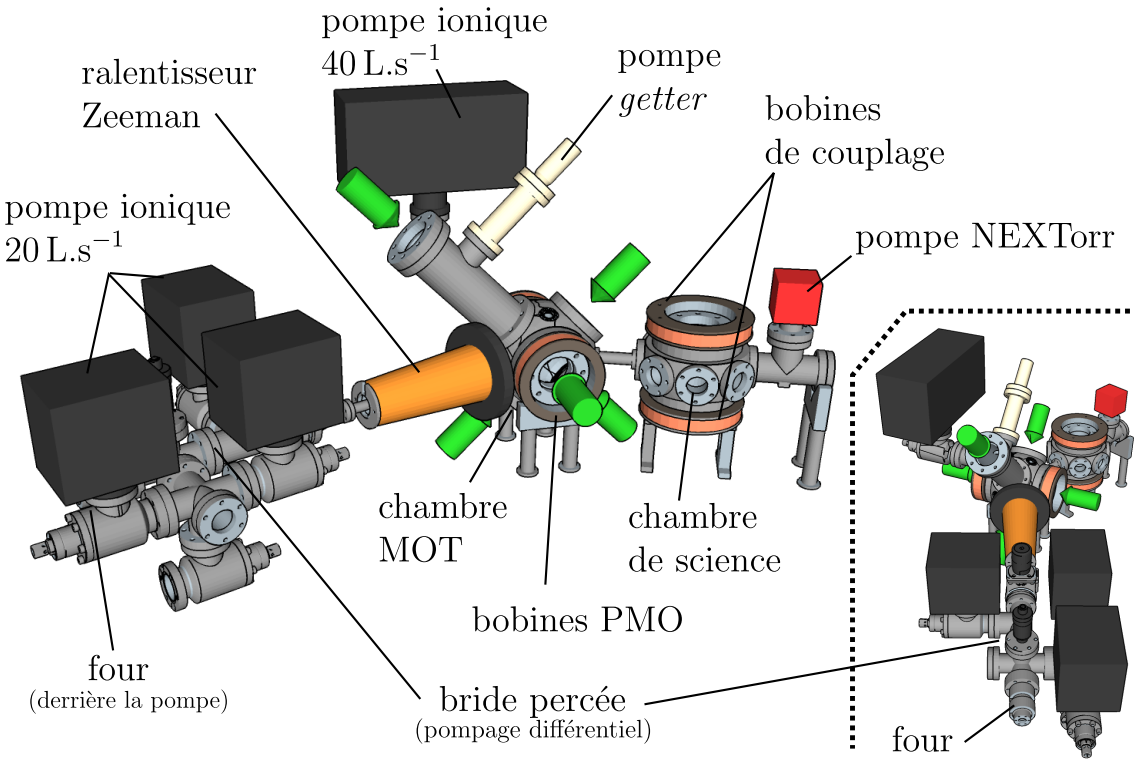


Figure 2.2 – Schéma de notre enceinte à vide. Les bobines servant au ralentissement Zeeman, au piège magnéto-optique (PMO, *cf.* section 2.3.3) et à l'élargissement de la transition d'horloge (« bobines de couplage », *cf.* chapitre 3) sont incluses dans le dessin. La version représentée correspond au montage mis en place à la suite du déménagement au collège de France.

dernière offre un accès optique plus important que la première chambre : deux hublots CF63 dans la direction verticale, utilisée notamment pour l'imagerie, et une collection de huit hublots CF16 dans le plan horizontal, utilisés pour les pièges dipolaires. La chambre MOT compte quant à elle deux hublots CF100 et quatre CF63, utilisés pour les faisceaux du piège magnéto-optique, ainsi que huit ports CF16 permettant le passage du faisceau ralentisseur (Zeeman) et du premier piège dipolaire.

Le côté four est connecté à deux pompes ioniques de vitesse de pompage 20 L.s^{-1}. Lorsque le four est en fonctionnement, c'est-à-dire porté à une température d'environ 400 °C, la pression atteint dans cette partie de l'enceinte environ 5×10^{-8} mbar [8]. Afin d'éviter une contamination du reste de l'enceinte, un étage de pompage différentiel est inséré entre la partie four et la chambre MOT : une bride pleine de 2 cm, percée en son centre d'un trou de 4 mm de diamètre, est placée avant le tube connectant la chambre MOT au four. Une pompe ionique 20 L.s^{-1} est branchée de l'autre côté de cette bride. Le tube (CF16, long de 30 cm) connectant cet étage intermédiaire à la chambre MOT participe lui aussi à l'isolation de cette dernière. Le pompage de la chambre MOT est assuré par une pompe ionique (40 L.s^{-1}) assistée d'une pompe *getter*, ce qui permet d'obtenir une pression d'environ 5×10^{-10} mbar lorsque le four est allumé (contre 3×10^{-10} mbar avec le four éteint). La chambre science, reliée à la chambre MOT par un tube CF16, est connectée à une pompe ionique (2 L.s^{-1}). La pression y est inférieure à 10^{-9} mbar – la limite mesurable avec la pompe. Ces performances de vide ont été obtenues sans étuver

8. Les pressions sont obtenues d'après le courant de fonctionnement des pompes ioniques, en utilisant la calibration interne des unités de contrôle.

le système. À l'occasion de notre déménagement au collège de France, nous avons remplacé la chambre de science par un modèle plus grand, offrant 6 ports latéraux CF40. La pompe ionique connectée à la chambre de science a été remplacée par une pompe NEXTorr [9], combinant une pompe ionique et un *getter*.

On peut estimer l'influence de la qualité du vide sur la durée de vie de nos échantillons. Le taux de collision avec le gaz résiduel est $\gamma_\mathrm{r} = n_\mathrm{r}\sigma_{\mathrm{Yb-r}}\overline{v}_\mathrm{r}$, avec $n_\mathrm{r} = P_\mathrm{r}/k_\mathrm{B}T$ la densité du gaz résiduel à la température T, $\overline{v}_\mathrm{r} = \sqrt{8k_\mathrm{B}T/\pi M_\mathrm{r}}$ la vitesse thermique et $\sigma_{\mathrm{Yb-r}}$ la section efficace de collision entre l'ytterbium et le gaz. En considérant que le gaz résiduel est composé de diazote à température ambiante ($T \approx 300\,\mathrm{K}$), et en prenant une section efficace typique $\sigma_{\mathrm{Yb-N_2}} \approx 10^{-7}\,\mathrm{m}^{-2}$[81], on obtient $\tau_\mathrm{r} \times P_\mathrm{r} \approx 10^{-8}\,\mathrm{s.mbar}$, ce qui nous donne, pour des pressions de $5 \times 10^{-10}\,\mathrm{mbar}$, un temps de vie de l'ordre de 20 s.

2.2.2 Système laser

Le système laser constitue le cœur des expériences d'atomes froids, qui utilisent les différentes facettes de l'interaction atome-lumière pour refroidir, manipuler et détecter les échantillons atomiques. Dans le cas de l'ytterbium, dont le moment magnétique est nul dans l'état fondamental, il n'est pas possible d'utiliser un piège magnétique [62], ce qui oblige l'expérimentateur à adopter une approche de refroidissement et de piégeage « tout-optique » [10]. Dans cette partie, nous nous intéresserons uniquement aux parties du système laser dédiées à une interaction résonante avec l'atome d'ytterbium. Les autres composantes – pièges dipolaires et réseaux – seront introduites ultérieurement.

Des lasers pour l'ytterbium : doublage de fréquence

Comme nous l'avons vu dans la section 2.1, le ralentissement et le refroidissement de l'atome d'ytterbium nécessitent l'utilisation de lasers accordés respectivement sur les transitions « bleue » ${}^1S_0 \to {}^1P_1$ ($\lambda_\mathrm{b} = 399\,\mathrm{nm}$) et « verte » ${}^1S_0 \to {}^3P_1$ ($\lambda_\mathrm{v} = 556\,\mathrm{nm}$) (*cf.* fig 2.1). Ces deux longueurs d'onde sont obtenues en doublant la fréquence d'une source infra-rouge [11] grâce à des cristaux non-linéaires de type *pp* [12]. Ces cristaux offrent une efficacité de doublage de l'ordre de quelques $\%\,\mathrm{W.W}^{-2}$; afin d'optimiser la conversion, il est donc nécessaire de les placer dans des cavités optiques. Nous utilisons des cavités en nœud papillon (*bow-tie cavity*), afin d'éviter la présence d'un champ stationnaire intracavité qui perturberait la génération de second harmonique en provoquant un chauffage non-homogène des cristaux. Les cavités ne sont pas résonantes pour le second harmonique, qui s'échappe via un miroir dichroïque faisant office de coupleur de sortie. La finesse des cavités utilisées est de l'ordre de 60.

9. NEXTorr D 200-5, SAES Getters (Lainate, Italie).

10. Certains états excités de l'atome d'ytterbium (${}^3P_1$ et ${}^1P_1$ par exemple) sont en revanche sensibles aux champs magnétiques via l'effet Zeeman, nécessaire notamment pour la réalisation d'un piège magnéto-optique.

11. Des diodes ultra-violettes à 399 nm étaient disponibles au début des années 2000, et ont été utilisées par les premières équipes travaillant sur l'ytterbium pour le ralentissement Zeeman et l'imagerie [82]. Cependant, l'établissement du standard *blu-ray* à 405 nm et le recentrage de la production industrielle autour de cette longueur d'onde à rendu difficile l'approvisionnement en diodes utilisables pour l'ytterbium.

12. *periodically poled* : cristaux dont la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 est périodiquement renversée en retournant de 180° l'orientation des domaines ferro-électriques, afin d'assurer le quasi-accord de phase [83].

La lumière à 556 nm est obtenue en doublant un laser fibré [13] produisant 2 W à 1112 nm grâce à un cristal de ppSLT (*periodically poled stoichiometric lithium tantalite*). On obtient alors 1 W de lumière verte (pour 1.3 W d'infra-rouge à l'entrée de la cavité). Une diode amplifiée [14] générant 500 mW à 798 nm permet quant à elle d'obtenir 80 mW à 399 nm avec un cristal de ppKTP (*periodically poled potassium titanyl phosphate*). Dans le cas du ppKTP, des effets thermiques – *BLIIRA* (*Blue Induced Infrared Absorption*), absorption de la pompe induite par le bleu – nous ont contraints à augmenter la taille du laser au niveau du cristal, ce qui permet un gain de stabilité au détriment de l'efficacité de doublage. Afin d'assurer la condition de résonance avec le laser de pompe, la longueur des cavités est asservie à l'aide d'une cale piézoélectrique collée à l'arrière de l'un des miroirs. La puissance intra-cavité est mesurée par une photodiode en utilisant une fuite de l'un des miroirs, ce qui permet de générer un signal d'erreur pour l'asservissement de la cavité grâce à un dispositif de détection synchrone. L'asservissement est alors assuré par une boucle électronique de type PI.

Asservissement en fréquence

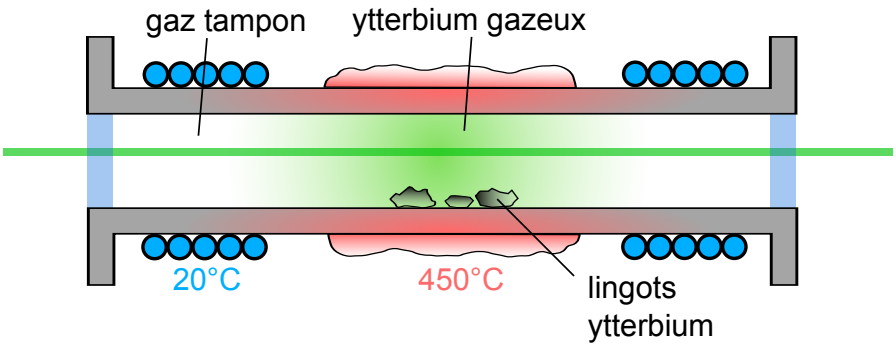
Les lasers à 556 nm et 399 nm doivent permettre d'exciter les transitions atomiques de l'ytterbium. Il faut donc pouvoir contrôler précisément leurs fréquences, en les asservissant à une référence stable. La spectroscopie par absorption saturée [62] d'une vapeur d'ytterbium semble à première vue la façon la plus simple de procéder.

Rappelons brièvement le principe de la méthode de spectroscopie par absorption saturée. La résolution d'une spectroscopie par absorption d'un gaz atomique est limitée par l'effet Doppler : la distribution en vitesse des atomes au sein du gaz entraîne un élargissement de l'ordre du gigahertz, bien supérieur à la largeur naturelle des transitions. La spectroscopie par absorption saturée consiste à envoyer deux faisceaux contra-propageants à travers le gaz. L'un des faisceaux, appelé la pompe, doit être assez puissant pour saturer la transition. Il va alors sélectionner une certaine classe de vitesse dans le gaz et dépeupler fortement l'état fondamental [15]. Le second faisceau, appelé la sonde, est quant à lui de faible intensité. Lorsqu'il est résonant avec la même classe de vitesse que la pompe, sa transmission augmente, car il n'y a plus d'atomes disponibles pour la transition. Il est alors possible d'effectuer la spectroscopie d'une classe de vitesse donnée, et de s'affranchir de l'élargissement Doppler. Dans notre cas, nous utiliserons un transfert de modulation : la fréquence de la pompe est modulée (de 100 kHz à 1 MHz suivant les cas). Cette modulation se retrouve dans l'absorption de la sonde, et l'on obtient, après démodulation, un signal permettant d'asservir la fréquence du laser.

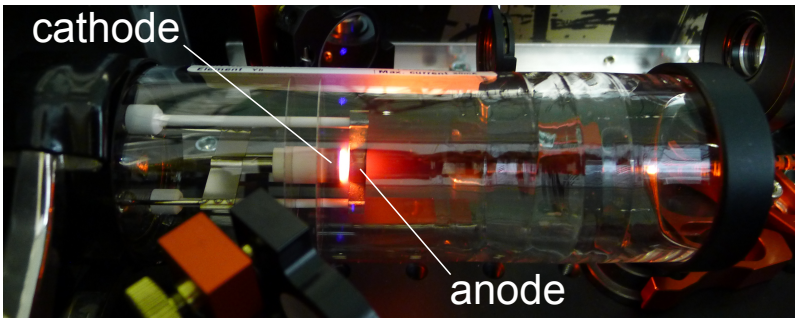
Intéressons-nous aux conditions nécessaires pour obtenir un signal d'absorption détectable. D'après la loi de Beer-Lambert, l'absorption A dépend de la densité optique (OD) de l'échantillon ($A = \exp(-OD)$), qui est proportionnelle à la densité atomique intégrée sur le trajet du faisceau. À cause de l'effet Doppler, seule une fraction de la densité est à prendre en compte pour l'absorption, correspondant à l'ensemble des vitesses résonantes avec le laser, de largeur $\Delta_v = \Gamma/k$, où Γ est la largeur naturelle de la transition et k

13. *Orange one*, Menlo systems (Munich, Allemagne).
14. TA-Pro, Toptica (Munich, Allemagne).
15. Lorsque les deux faisceaux sondent la même transition atomique, l'effet de la pompe n'est pas seulement de dépeupler l'état fondamental : elle sature totalement la transition, et la transmission de la sonde peut alors être totale lorsqu'elle est résonante avec la classe de vitesse saturée (plus aucun atome n'est disponible pour la transition). Nous verrons par la suite que cette condition n'est pas nécessaire, et qu'il est possible d'effectuer une absorption saturée où pompe et sonde excitent des transitions distinctes.

le nombre d'onde du laser. Ainsi, plus la transition est étroite, plus la densité effective sondée par le laser est faible.



(a) « heatpipe » : schéma de la cellule de spectroscopie pour l'asservissement du laser à 556 nm.



(b) Lampe à cathode creuse, pour l'asservissement du laser à 399 nm

FIGURE 2.3 – Cellules utilisées pour l'asservissement en fréquence des deux lasers servant au refroidissement de l'ytterbium.

Pour mettre en œuvre cette méthode, il est nécessaire de construire une cellule permettant d'obtenir une pression résiduelle d'ytterbium suffisante pour obtenir un signal d'absorption détectable. Dans le cas de la transition la plus large (399 nm, $\Gamma_b = 2\pi \times 29$ MHz), nous avons obtenu une densité (intégrée) suffisante en utilisant une lampe à cathode creuse (figure 2.3b). Il s'agit d'une cellule remplie d'un gaz tampon, dans laquelle sont placées une cathode et une anode recouverte d'ytterbium. Lorsque la différence de potentiel entre les électrodes est suffisante, le gaz tampon s'ionise. Les ions générés sont alors accélérés vers l'anode, ce qui dégage une vapeur d'ytterbium suffisante pour obtenir un signal de spectroscopie [69]. Le cas de la transition à 556 nm est quant à lui plus problématique : cette dernière est relativement étroite ($\Gamma_g = 2\pi \times 182$ kHz), et la classe de vitesse saturée par la pompe est donc elle aussi étroite, ce qui représente peu d'atomes (et donc peu de signal). Il est de ce fait nécessaire de travailler avec des densités (intégrées) plus grandes que celles atteignables avec la lampe à cathode creuse.

Nous avons dans un premier temps utilisé une cellule composée d'un tuyau en acier (*heatpipe*) de 40 cm de long fermé par deux hublots CF40 (figure 2.3a). Des morceaux d'ytterbium sont placés au centre du tuyau, qui est par la suite mis sous vide. La partie centrale du tube est alors portée à environ 450°C grâce à des rubans chauffants. Cette température est nécessaire pour obtenir une pression partielle d'ytterbium de l'ordre de 9×10^{-4} mbar [16][77, 84]. Afin d'éviter que l'ytterbium vaporisé ne couvre les hublots, une

16. La pression de vapeur saturante de l'ytterbium à température ambiante est de l'ordre de 1×10^{-21} mbar. À titre de comparaison, le rubidium à une pression de vapeur saturante de 1.6×10^{-7} mbar à

pression résiduelle de 0.1 mbar d'argon est injectée dans la cellule, dont les bords sont activement refroidis. L'ytterbium migre alors vers les parties froides, après collision avec le gaz tampon, sans atteindre les hublots.

Utilisation de l'iode comme référence

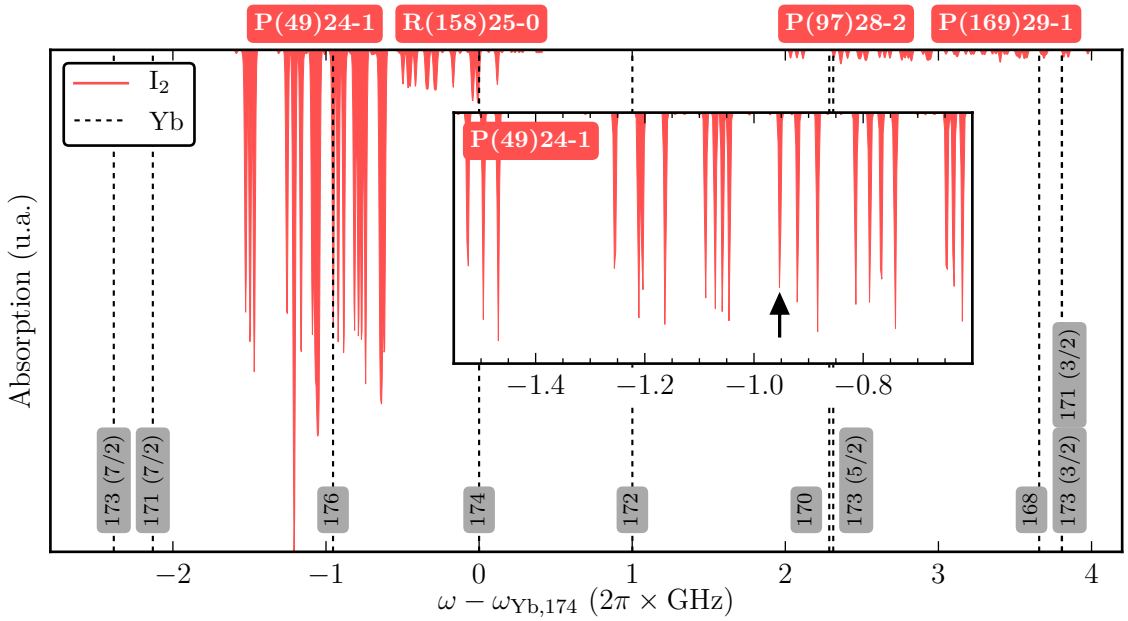


Figure 2.4 – Spectre d'absorption théorique du diiode (rouge) aux alentours de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ de l'ytterbium. Les transitions des différents isotopes de l'ytterbium sont tracées en pointillés. L'origine de l'axe des fréquences correspond à la transition de l'isotope 174. En insert : détail de la structure hyperfine de la transition P(49)24-1 utilisée pour l'asservissement du laser. La flèche désigne la composante servant de référence (voir aussi figure 2.6). Ce spectre a été calculé à l'aide d'un programme qui nous a été généreusement fourni par l'équipe d'Eberhard Tiemann de l'université de Hanovre.

L'utilisation d'une cellule sous argon chauffée à 450°C est relativement lourde à mettre en place et à utiliser au quotidien. En outre, la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ de l'ytterbium est sensible aux champs magnétiques environnants via l'effet Zeeman du premier ordre. Nous avons ainsi remarqué que le champ magnétique généré par les cordons servant à chauffer notre cellule, oscillant à 50 Hz, se retrouvait sous forme de bruit à la même fréquence dans la fréquence du laser. Il est possible de se débarrasser de cet effet en appliquant un champ de biais assez important pour séparer les différentes composantes de la transition, et d'asservir le laser sur la composante insensible au champ, au prix d'un signal plus faible. Les raies observées dans ces conditions sont sensiblement plus larges que la largeur naturelle de la transition (quelques MHz observés, pour $\Gamma_g = 2\pi \times 182\,\mathrm{kHz}$), probablement à cause d'un élargissement collisionnel induit par l'argon présent dans la cellule. Afin de simplifier le dispositif, nous avons donc décidé d'utiliser une transition de la molécule de diiode située à environ 1 GHz de la transition de l'ytterbium.

20°C. Il faut chauffer l'ytterbium à 250°C pour obtenir une pression équivalente (ces valeurs sont calculées à partir des données de [84]).

La molécule de diiode possède dans la plage 500 nm-650 nm une multitude de raies insensibles aux champs magnétiques [17]. Contrairement à l'ytterbium, le diiode possède une pression de vapeur saturante à température ambiante suffisante [18] pour obtenir un signal de spectroscopie ; une simple cellule en verre contenant du diiode suffit donc à remplacer la cellule chauffée d'ytterbium.

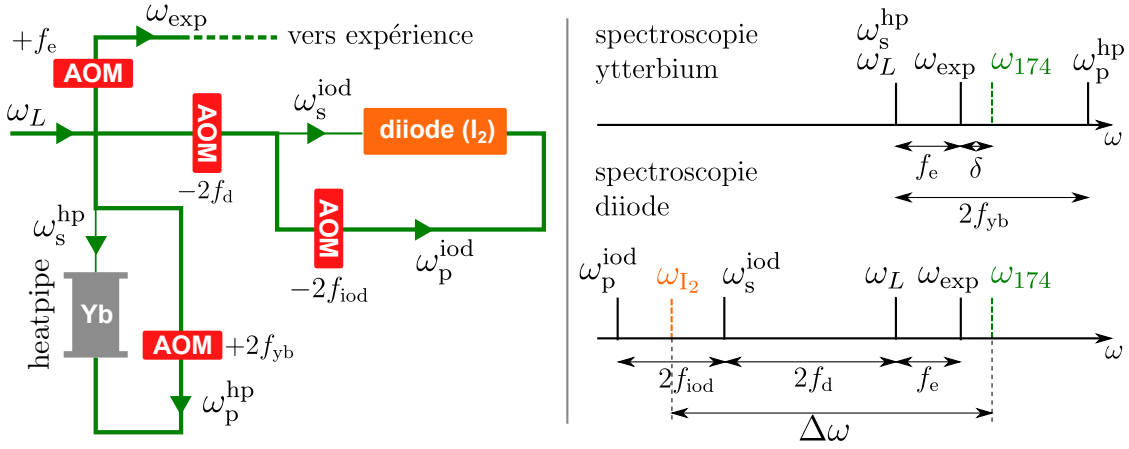


FIGURE 2.5 – **À gauche** : schéma du dispositif de spectroscopie pour l'asservissement en fréquence du laser à 556 nm. L'ancienne version (cellule d'ytterbium) et la nouvelle (diiode) sont présentées dans la configuration qui a permis de calibrer l'écart entre la raie de l'ytterbium et celle du diiode (*cf.* figure 2.6). **À droite** : représentation des pulsations des différents bras laser. Les fréquences sont choisies pour que la résonance de l'ytterbium et du diiode soient observées simultanément. Pour alléger la figure, les facteurs 2π ont été omis dans l'écriture des fréquences des AOM.

La raie du diiode la plus proche [19] se situe à environ 1.3 GHz dans le rouge de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ de l'ytterbium [85]. Afin de combler cet écart, un modulateur acousto-optique (AOM [20]) en double passage, de fréquence $f_d \approx 350$ MHz, est placé en amont de la cellule de diiode (*cf.* figure 2.5). Le premier ordre (négatif) de diffraction est alors séparé en deux : une faible fraction (la sonde) est directement envoyée vers la cellule de spectroscopie, tandis que la plus grande partie (la pompe) est préalablement décalée vers le rouge par un second AOM, en double passage, de fréquence $f_{iod} = 105$ MHz. Afin de calibrer précisément l'écart entre la transition de l'ytterbium et une des raies hyperfines du diiode, on utilise en parallèle le dispositif de spectroscopie de l'ytterbium présenté précédemment. On note $f_{hp} = 199$ MHz la fréquence de l'AOM (double passage, ordre positif) permettant de décaler la fréquence de la pompe de ce dispositif. La figure 2.5 représente la chaîne laser utilisée, ainsi que la répartition des différentes fréquences. On note ω_L la pulsation du laser vert à la sortie de la cavité de doublage, $\omega_{s/p}^{hp}$ les pulsations de la sonde/pompe pour la cellule d'ytterbium et $\omega_{s/p}^{iod}$ celles de la cellule de diiode. Par souci d'exhaustivité, nous avons aussi représenté l'AOM (fréquence f_e) permettant de contrôler la fréquence (notée ω_{exp}) du bras du laser envoyé vers l'expérience pour réaliser le piège magnéto-optique.

17. Ces raies sont associées à une transition électronique $\Omega = 0 \rightarrow \Omega' = 0$ ($\Omega = \Lambda + S$, où Λ – resp. S – représente le moment orbital – resp. le spin – total de la molécule).
18. $P_{I_2}^{sat} \approx 2.7 \times 10^{-1}$ mbar à $T = 20°C$
19. P49(24-1)
20. *Acousto-Optic Modulator.*

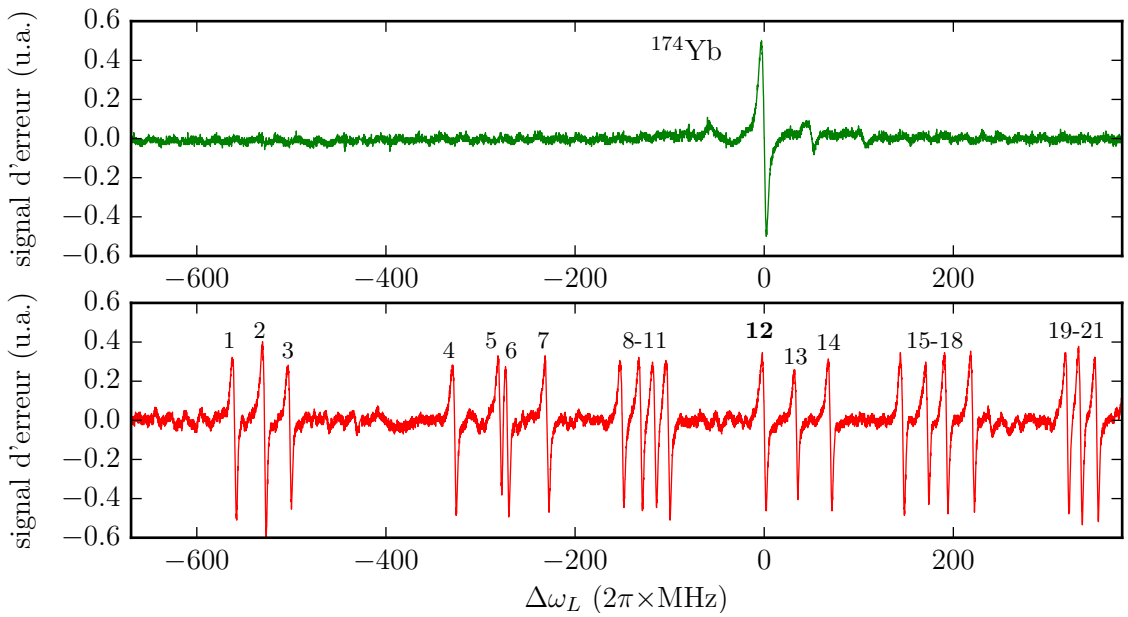


Figure 2.6 – Spectres obtenus pour l'asservissement en fréquence du laser à 556 nm. **En haut :** absorption saturée de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ de l'isotope ^{174}Yb. **En bas :** absorption saturée de la transition P49(24-1) du diiode. Nous observons plusieurs signaux, correspondant aux différentes raies hyperfines. Nous avons choisi la raie n°12 comme référence pour notre laser, et nous avons donc réglé les fréquences des différents AOMs de la figure 2.5 pour « superposer » cette composante avec la résonance de l'ytterbium.

En balayant la fréquence ω_L du laser, il est alors possible d'observer en même temps le profil de raie du diiode et la transition de l'ytterbium (figure 2.6). Nous pouvons alors ajuster la fréquence f_d de l'AOM de décalage afin de superposer la résonance de l'ytterbium avec l'une des composantes hyperfines de la raie du diiode (nous avons choisi la composante n°12, *cf.* figure 2.6). Les résonances sont concomitantes lorsque :

$$\Delta\omega \mathrel{\widehat{=}} \omega_{174} - \omega_{\mathrm{I}_2} = 2\pi \times (f_\mathrm{iod} + 2f_\mathrm{d} + f_\mathrm{hp})\,, \tag{2.1}$$

où l'on a introduit $\Delta\omega$, la différence de fréquence entre la résonance de l'ytterbium ω_{174} et celle du diiode ω_{I_2}. Expérimentalement, nous trouvons $f_\mathrm{d} = 346\,\mathrm{MHz}$, ce qui donne :

$$\Delta\omega = 2\pi \times 996\,\mathrm{MHz}. \tag{2.2}$$

Spectroscopie croisée de l'ytterbium

Lors de nos premiers essais de spectroscopie, nous avions en tête d'optimiser notre dispositif afin de consommer au minimum la puissance du laser à 399 nm. En effet, nous ne disposons que de 80 mW à cause des effets thermiques évoqués dans la section 2.2.2, et nous avons besoin d'une puissance suffisante pour la réalisation du ralentisseur Zeeman (le faisceau doit être saturant, et donc d'une intensité supérieure à $60\,\mathrm{mW.cm^{-2}}$, d'où le besoin d'économiser la puissance). En revanche, nous disposons d'une puissance importante à 556 nm, et l'intensité de saturation de la transition associée ($^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$) est de l'ordre de $0.14\,\mathrm{mW.cm^{-2}}$. L'idée vient donc naturellement d'utiliser un faisceau à 556 nm pour pomper les atomes d'ytterbium sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$, puis de les sonder sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$. Il est alors possible d'obtenir un signal permettant d'asservir le laser bleu en n'utilisant qu'une infime partie de sa puissance (quelques dizaines de microwatts).

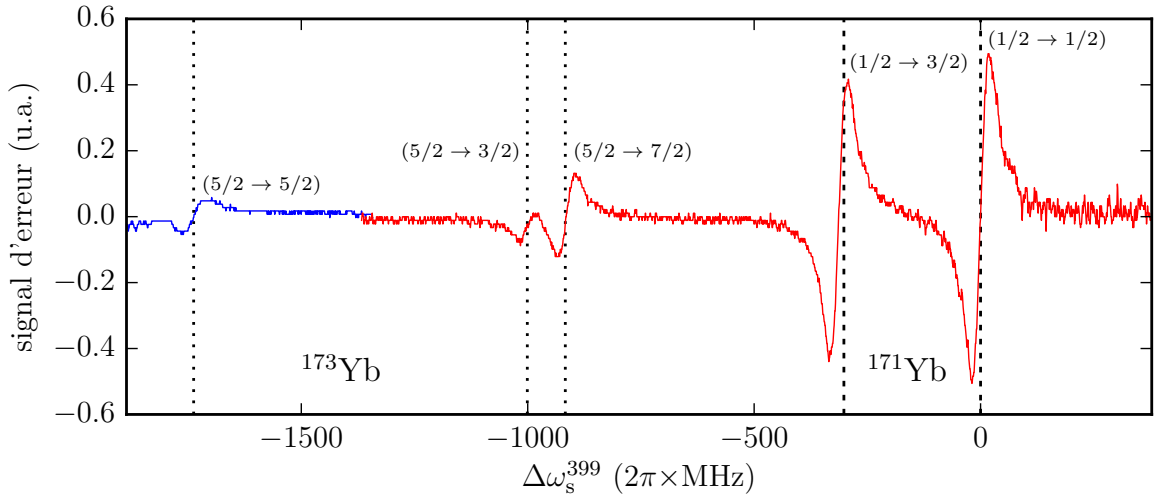


FIGURE 2.7 – Spectroscopie croisée de l'ytterbium : la pompe est accordée sur la transition ${}^1S_0 \to {}^3P_1$ $(1/2 \to 1/2)$ de ^{171}Yb, et la fréquence de la sonde est balayée autour de la transition ${}^1S_0 \to {}^1P_1$ $(1/2 \to 1/2)$ de cet isotope (on note $\Delta\omega_s^{399}$ son désaccord). On observe bien les deux transitions de ^{171}Yb $(1/2 \to 1/2, 3/2)$ et les trois transitions de ^{173}Yb $(5/2 \to 3/2, 5/2, 7/2)$. Les quatre transitions de plus haute fréquence (courbe rouge) sont observées avec des paramètres permettant de résoudre le doublet de l'isotope 171 $(5/2 \to 3/2, 7/2)$. La transition $5/2 \to 5/2$ (courbe bleue) est observée avec une intensité plus importante pour le faisceau sonde. Dans les deux cas, la fréquence du laser de sonde est calibrée en utilisant les deux composantes extrêmes du spectre. Les courbes pointillées représentent l'écart théorique attendu d'après l'équation (2.5) et le tableau 2.2.

Théoriquement, cette technique est similaire à la méthode de spectroscopie par absorption saturée décrite dans la section précédente, à ceci près que la pompe ne sature pas la transition sondée : elle se contente de pomper la moitié des atomes résonants vers l'état ${}^3P_1$. La déplétion de l'état fondamental pour la classe de vitesse résonante avec la pompe est tout de même détectable sur le signal de transmission de la sonde, et il est possible d'asservir le laser de cette façon. Plus précisément, considérons deux faisceaux contra-propageants : on note ω_p^{556} la fréquence de la pompe (verte), et ω_s^{399} celle de la sonde (bleue). La condition de résonance simultanée pour un atome de vitesse v est alors donnée par le système :

$$\omega_p^{556} = \omega_0^{556} - k_{556} v, \tag{2.3}$$
$$\omega_s^{399} = \omega_0^{399} + k_{399} v, \tag{2.4}$$

où l'on a introduit la fréquence de la résonance verte de l'ytterbium ω_0^{556}, celle de la résonance bleue ω_0^{399}, ainsi que les nombres d'onde associés k_{556} et k_{399}. On obtient alors :

$$\omega_s^{399} = \omega_0^{399} + \frac{k_{399}}{k_{556}} \left(\omega_0^{556} - \omega_p^{556} \right). \tag{2.5}$$

Des signaux de spectroscopie obtenus avec cette méthode sont présentés figure 2.7. Dans cette expérience, le laser de pompe était résonant avec la transition $F = 1/2 \to F' = 1/2$ de l'isotope 171 de l'ytterbium. Lorsque l'on balaye la fréquence de la sonde, on s'attend donc à observer des signaux correspondant aux deux transitions de cet isotope

présentes dans le spectre bleu (*cf.* table 2.2). Le laser de pompe sera en outre résonant, pour une certaine classe de vitesse non-nulle, avec la transition $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$ du spectre vert de l'isotope 173 [21], dont le profil Doppler recouvre celui de la transition du 171. On observera donc aussi les trois transitions de cet isotope, avec un décalage donné par la formule (2.5).

Cette méthode de spectroscopie croisée peut donc être mise en œuvre afin d'asservir en fréquence un laser tout en économisant la puissance utilisée, lorsqu'une autre transition atomique, plus facile à saturer, est disponible. Elle peut aussi être intéressante pour résoudre des signaux isotopiques : si les transitions de deux isotopes sont trop proches pour être résolues dans une partie du spectre, il est possible d'en sélectionner une en utilisant une pompe accordée sur une transition électronique différente, où le décalage isotopique est plus favorable.

2.2.3 Contrôle informatique et acquisition de données

Les expériences de physique atomique sur les gaz dilués ultra-froids se déroulent de façon séquentielle : une fois l'ensemble des lasers asservis en fréquence, différentes étapes sont réalisées successivement – chargement du piège magnéto-optique, transfert dans un piège dipolaire, évaporation... Au terme du cycle, une image du nuage est obtenue par absorption résonante d'un laser accordé sur une transition atomique de l'échantillon. L'analyse de cette image permet de remonter aux propriétés du système étudié. Le cycle est alors répété pour différents jeux de paramètres. Ce mode de fonctionnement implique l'utilisation d'outils de contrôle et d'acquisition informatisés que nous allons brièvement présenter dans la suite de cette section.

Contrôle informatique

L'ensemble des étapes expérimentales évoquées précédemment nécessitent de synchroniser différents événements – allumage et extinction des lasers et des champs magnétiques, variations des désaccords des lasers, *etc.* – avec une précision de l'ordre de la microseconde. Cette synchronisation est obtenue grâce à l'emploi d'un système de contrôle en temps réel composé d'un *chassis* [22] permettant le contrôle de cartes PXI [23]. Ces cartes offrent des sorties digitales [24] (0–5 V), analogiques [25] (-10 V–10 V avec une résolution de 12 bits ou 16 bits), ainsi que des entrées analogiques [26] permettant l'acquisition de signaux au cours de la séquence. Tous les événements du cycle expérimental sont contrôlés par des signaux électroniques issus de ces cartes.

Avant d'être exécutée, la séquence expérimentale doit être chargée dans la mémoire tampon des cartes de contrôle. Pour programmer les différentes étapes de la séquence, nous utilisons le logiciel libre Cicero [27] [86], qui permet d'éditer graphiquement le déroulement de l'expérience. Il est ainsi possible, pour chaque étape de la séquence, de définir l'état des sorties digitales, de programmer des profils complexes pour les sorties analogiques

21. 255 MHz dans le rouge de la transition $F = 1/2 \rightarrow F' = 1/2$ de l'isotope 171
22. PXIe-1065, National Instruments.
23. *PCI eXtensions for Instrumentation*
24. Cartes PXI-6713 et PXIe 6535 dans notre cas.
25. PXI-6733 et PXI-6534
26. PXIe-6363
27. Ce logiciel a été developpé par Aviv Keshet. Il est actuellement utilisé par plusieurs groupes dans le monde. Le code source est disponible à https://github.com/akeshet/Cicero-Word-Generator

et d'envoyer des commandes via les protocoles RS232 et GPIB. Nous avons modifié le logiciel afin d'inclure l'envoi de messages TCP/IP permettant à Cicero de communiquer avec les logiciels, codés par nos soins, contrôlant différents éléments de notre expérience (caméras, platine de translation...). Une fois la séquence créée, Cicero la communique via le protocole TCP/IP à un serveur (Atticus, [86]) prenant en charge la liaison avec les différentes interfaces matérielles (port série, chassis accueillant les cartes PXI, *etc.*). Il est de surcroît possible de varier certains paramètres de la séquence de façon automatisée grâce à l'emploi de variables locales assignées à des listes de valeurs.

L'une des caractéristiques de nos séquences expérimentales est la multiplicité de leurs échelles temporelles. Certaines étapes de la séquence, à l'instar du chargement du piège magnéto-optique, durent plusieurs secondes pendant lesquelles aucun paramètre ne change, tandis que d'autres consistent à exposer l'échantillon atomique à des impulsions laser dont le profil doit être contrôlé à l'échelle de la microseconde. La résolution temporelle du système de contrôle est de $2\,\mu$s ; cependant, il n'est pas souhaitable que l'ensemble de la séquence soit codée avec une telle résolution, ce qui entraînerait un dépassement de la mémoire tampon des cartes pour des cycles dont la durée est de l'ordre de la trentaine de secondes. Pour pallier ce problème, Cicero permet d'utiliser une base de temps variable (*variable timebase*, [86]) : une seule carte reçoit l'ensemble de la séquence codée avec une résolution de $2\,\mu$s. Cette carte maîtresse envoie alors des signaux aux autres cartes, leur signifiant les différentes étapes de l'expérience. La fréquence des signaux envoyés par la carte maîtresse varie suivant la résolution temporelle des différentes étapes de la séquence, ce qui permet d'économiser la mémoire des autres cartes.

2.2.4 Imagerie par absorption d'un nuage atomique

Un cycle expérimental se conclut généralement par une observation directe de la densité spatiale de l'échantillon atomique, qui constitue le résultat de l'expérience : le nuage est éclairé par une impulsion de lumière résonante dont on mesure l'absorption sur une caméra. On obtient alors une image de la densité du nuage, intégrée suivant l'axe de propagation du faisceau imageur. Si l'on note $I_{\mathrm{T}}(x,y)$ le profil d'intensité du faisceau imageur, se propageant suivant z à travers un gaz dilué de densité $n(\boldsymbol{r})$, on a d'après la loi de Beer-Lambert [87] :

$$I_{\mathrm{T}}(x,y) = I_0(x,y)\exp\left(-\int \mathrm{d}z\, n(\boldsymbol{r})\sigma(\delta)\right), \tag{2.6}$$

avec δ le désaccord du laser d'imagerie à la transition atomique, $I_0(x,y)$ l'intensité du laser en l'absence d'absorption et $\sigma(\delta)$ la section efficace d'absorption, donnée dans la limite peu saturante ($I_0 \ll I_{\mathrm{sat}}$) par [87] :

$$\sigma(\delta) = \frac{\sigma_0}{1+(2\delta/\Gamma)^2}, \tag{2.7}$$

où l'on a introduit la section efficace à résonance $\sigma_0 \mathrel{\widehat{=}} 3\lambda^2/2\pi$. Lorsque le faisceau d'imagerie est accordé sur la transition atomique, on peut donc mesurer la densité en colonne $\overline{n}(x,y)$ – intégrée suivant z – du nuage à partir de l'intensité transmise :

$$\overline{n}(x,y) \mathrel{\widehat{=}} \int \mathrm{d}z\, n(x,y,z) = -\frac{1}{\sigma_0}\ln\left(\frac{I_{\mathrm{T}}(x,y)}{I_0(x,y)}\right) = \frac{OD}{\sigma_0}, \tag{2.8}$$

où $OD \mathrel{\widehat{=}} -\ln(I_{\mathrm{T}}(x,y)/I_0(x,y))$ est la densité optique (*optical density*) de l'échantillon sondé. Expérimentalement, deux images successives sont prises : l'une, en présence

des atomes, permet de mesurer $I_{\mathrm{T}}(x, y)$; l'autre, prise consécutivement et en l'absence d'atomes, permet d'obtenir $I_0(x, y)$. Le profil du faisceau d'imagerie n'étant pas gaussien – on observe la présence de diverses franges dues aux imperfections du système optique – il est important de réduire au minimum l'écart temporel entre les deux images : la moindre variation du profil laser pendant le temps séparant la mesure de I_{T} et de I_0 (limité par les caméras) se retrouve sous forme de bruit dans la densité optique mesurée. Il est par ailleurs important d'utiliser des impulsions brèves et peu saturantes, d'une part pour s'assurer que la section efficace d'absorption reste homogène sur le nuage [28], et d'autre part pour que l'échantillon ne soit pas modifié au cours de l'image par les cycles d'absorption-émission de photons résonants [87]. En outre, il est expérimentalement difficile de mesurer des épaisseurs optiques trop importantes, pour lesquelles le bruit du système de détection peut rapidement devenir dominant. De plus, dans le cas d'échantillons très denses, la diffusion multiple des photons du faisceau imageur complique l'analyse des images [88]. Pour ces raisons, nous nous limitons à des épaisseurs maximales de l'ordre de 1. Dans le cas des gaz ultra-froids, ceci nous empêche de réaliser des images *in situ* des échantillons. Les images sont donc généralement prises après un « temps de vol » : les pièges sont coupés quelques millisecondes avant de prendre les images, laissant le nuage tomber et s'étendre sous l'effet de sa distribution de vitesse – et, pour un condensat, des interactions. Lorsque sa densité a suffisamment diminué, une image est prise. Il faut alors prendre en compte la chute et l'expansion du nuage pour remonter aux propriétés physiques du système étudié.

L'ensemble des images présentées dans la suite de ce manuscrit ont été réalisées par absorption sur la raie ${}^1S_0 \to {}^1P_1$ ($\lambda = 399\,\mathrm{nm}$) de l'ytterbium. Nous utilisons généralement des impulsions de $30 - 100\,\mu\mathrm{s}$ espacées de 150 ms, après un temps de vol de quelques millisecondes à quelques dizaines de millisecondes. Les images sont obtenues sur des caméras CCD [29], puis analysées par un programme d'ajustement 2D codé pour les besoins de l'expérience en langage MATLAB. Les fonctions et méthodes utilisées pour les ajustements seront décrites dans la suite pour chaque régime d'expérience (gaz thermique, condensat, réseaux, *etc.*).

2.3 Ralentissement et piégeage d'atomes d'ytterbium

La première étape vers la production d'un gaz dégénéré d'ytterbium consiste à ralentir puis à capturer un jet atomique dans un piège magnéto-optique (PMO). Après de brefs rappels théoriques concernant les principes du refroidissement optique, nous présenterons la conception d'un ralentisseur Zeeman sur la transition ${}^1S_0 \to {}^1P_1$ de l'ytterbium, ainsi que l'optimisation du flux capturé dans un PMO réalisé sur la transition ${}^1S_0 \to {}^3P_1$.

2.3.1 Principe du refroidissement optique

Force de radiation

Le principe d'un ralentisseur Zeeman, et plus généralement du refroidissement laser, repose sur l'utilisation de la force de radiation ressentie par un atome – à deux niveaux,

28. Si l'on sort de la limite peu saturante ($I_0 \ll I_{\mathrm{sat}}$), la section efficace d'absorption $\sigma(\delta, I_0(x, y))$ n'est plus uniforme sur l'ensemble du nuage, et il faut modifier en conséquence l'équation (2.8).

29. lumenera LM135 (Lumenera Inc, Ottawa, Canada) et pco.pixelfly USB (PCO, Kelheim, Allemagne).

pour simplifier – lorsqu'il est soumis à un champ lumineux laser résonant : l'absorption d'un photon s'accompagne d'un transfert d'impulsion $\Delta \boldsymbol{p} = \hbar \boldsymbol{k}$, où $\boldsymbol{k}$ est le vecteur d'onde du laser. Durant une période T, le nombre de photons absorbés par l'atome est donné par $\mathcal{N}(T) = T \times (\Gamma/2) \times s/(1+s)$, où Γ est la largeur naturelle de la transition atomique considérée et s le paramètre de saturation (pour un laser accordé sur la transition atomique, on a simplement $s = I/I_{\text{sat}}$). Chaque absorption est suivie de l'émission spontanée d'un photon. Ce processus est aléatoire, et le photon résultant est émis de façon isotrope. L'impulsion moyenne communiquée à l'atome par émission spontanée est donc nulle. Dans le cadre d'une description semi-classique, où le mouvement des atomes est traité classiquement, la force totale ressentie en moyenne par l'atome est alors donnée par [56] :

$$\boldsymbol{F}_{\text{rad}} = \Delta \boldsymbol{p} \frac{\mathcal{N}(T)}{T} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \hbar \boldsymbol{k}. \tag{2.9}$$

Cette force, d'abord mise en évidence par l'observation de la déflexion d'un jet atomique, est à la base des méthodes de refroidissement et de ralentissement optiques permettant la réalisation de gaz d'atomes ultra-froids [62, 89].

Ralentissement Zeeman

Considérons un atome à deux niveaux se déplaçant à la vitesse $\boldsymbol{v}$ suivant l'axe x, soumis à un champ laser contra-propageant de vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$. On note ω_L la pulsation du laser, et ω_0 la résonance atomique. L'atome est soumis à la force de radiation $\boldsymbol{F}_{\text{rad}}(\delta)$, où $\delta = \omega_L - \omega_0 - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v}$ prend en compte le décalage Doppler. La force est maximale pour $\delta = 0$, ce qui donne la condition $\omega = \omega_0 + \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v} = \omega_0 - kv$: le laser doit être désaccordé vers le rouge par rapport à la transition afin de ralentir efficacement l'atome. Un jet atomique soumis à une telle force verra ainsi sa vitesse diminuer.

FIGURE 2.8 – Schéma de principe du ralentissement Zeeman : un atome de vitesse $\boldsymbol{v}$ est soumis à un laser contra-propageant de vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$.

Le ralentissement du jet change la condition de résonance, et la décélération n'est optimale que pour une vitesse donnée. Ce problème peut être contourné en ajoutant un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ dont l'intensité varie le long de la trajectoire du jet atomique. Par effet Zeeman, la condition de résonance est modifiée en $\delta = \omega_L - \omega_0 - kv(x) - (\tilde{\mu}/\hbar)B(x)$, où l'on a introduit le moment magnétique de l'atome[30] $\tilde{\mu} = g_e m_e \mu_B$ (avec g_e : facteur de Landé de l'état excité, m_e : nombre quantique associé au moment magnétique de l'état excité et μ_B : magnéton de Bohr).

On considère le cas d'une transition σ^- ($m_e = -1$), et un atome se déplaçant à une vitesse initiale v_0. Nous pouvons alors choisir le profil de champ magnétique $B(x)$ de sorte que l'atome soit maintenu à résonance avec le laser tout au long de sa décélération. L'atome ressent alors une force de radiation constante :

30. On considère pour simplifier une transition $J = 0 \rightarrow J = 1$, ce qui est le cas de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ de l'ytterbium.

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}}(\delta = 0) = \frac{\Gamma}{2}\frac{I/I_{\mathrm{sat}}}{1 + I/I_{\mathrm{sat}}}\hbar\boldsymbol{k} = m \times \eta\boldsymbol{a}_{\max}, \tag{2.10}$$

où l'on a introduit l'accélération maximale $\boldsymbol{a}_{\max} \mathrel{\widehat{=}} (\Gamma/2)\hbar\boldsymbol{k}/m$, ainsi que le facteur η (< 1) caractérisant la marge de sécurité que l'on s'accorde sur cette accélération maximale [31]. Dans notre cas, nous avons fixé $\eta = 0.4$, ce qui revient à choisir $I = (2/3)I_{\mathrm{sat}}$. Nous pouvons alors calculer l'évolution de la vitesse des atomes au cours du ralentissement à décélération constante :

$$v(z) = v_0\sqrt{1 - \frac{2\eta a_{\max}x}{v_0^2}}. \tag{2.11}$$

La longueur nécessaire pour décélérer les atomes jusqu'à une vitesse finale v_f est alors :

$$L_{\mathrm{Zeeman}} = \frac{v_0^2 - v_f^2}{2\eta a_{\max}}, \tag{2.12}$$

et l'on peut déterminer le champ magnétique théorique permettant de vérifier la condition de résonance le long du ralentissement :

$$B_{\mathrm{theo}} = -\frac{\hbar\delta_L}{\tilde{\mu}} - \frac{\hbar k}{\tilde{\mu}}v_0\sqrt{1 - \frac{2\eta a_{\max}x}{v_0^2}}. \tag{2.13}$$

où $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord du laser par rapport à la transition atomique pour un atome au repos. Ce paramètre est libre : il définit un décalage global du champ magnétique. On peut distinguer deux cas limites pour le choix de δ_L. Le premier consiste à fixer le désaccord de sorte que le laser soit résonant avec les atomes au repos ($\delta_L = 0$). Le champ magnétique est alors maximal – en valeur absolue – au début du ralentissement (côté four) et nul à la fin (côté PMO). Le principal défaut de cette configuration est que le laser du ralentisseur Zeeman est résonant avec les atomes du piège magnéto-optique, qui sont alors soumis à une force de radiation importante. L'autre possibilité est de choisir le désaccord afin que le laser soit résonant avec les atomes en sortie du four. Le champ magnétique est donc nul côté four, et maximal côté PMO. La force de radiation ressentie par les atomes piégés est alors négligeable ; cependant, le champ magnétique du ralentisseur Zeeman est alors susceptible de perturber le gradient du piège magnéto-optique [32]. Nous avons choisi δ_L de sorte que le champ s'annule [33] au milieu du ralentisseur (*cf.* table 2.3). On limite ainsi la valeur du champ magnétique à la fin du ralentissement – et la perturbation du gradient du piège magnéto-optique – tout en réduisant la pression de radiation ressentie par les atomes dans le PMO.

Les deux autres paramètres libres sont la vitesse maximale ralentie v_0 et la vitesse finale v_f, qui détermine la longueur du ralentisseur. Cette dernière est contrainte par la

31. Pour $\eta < 1$, les trajectoires de décélération sont plus douces, et le risque de voir des atomes « décrocher » diminue. En contre-partie, la distance nécessaire pour ralentir les atomes jusqu'à une vitesse donnée est d'autant plus grande que η est petit.

32. Ce problème est d'autant plus important dans le cas de l'ytterbium, où le piège magnéto-optique est réalisé sur une transition étroite ($\Gamma = 2\pi \times 187\,\mathrm{kHz}$) avec des gradients magnétiques relativement faibles (quelques $\mathrm{G.cm^{-1}}$)

33. Ce choix est problématique dans le cas des atomes de spin non-nul dans leur état fondamental (comme par exemple les atomes alcalins), pour lesquels le croisement du zéro de champ peut s'accompagner de transitions Majorana (on parle de configuration *spin flip*). Il est alors nécessaire d'utiliser un faisceau repompeur pour éviter les pertes. Ce n'est pas le cas avec l'ytterbium.

vitesse de capture du piège magnéto-optique. Nous fixons $v_0 = \sqrt{3k_B T_{\text{four}}/m}$, vitesse axiale quadratique moyenne dans le cas d'un faisceau « infiniment collimaté » (*cf.* section 2.3.2). Tous les atomes quittant le four avec une vitesse inférieure à v_0 seront théoriquement décélérés jusqu'à v_f [34].

Piège Magnéto-Optique

Une fois décéléré, le jet atomique est capturé dans un piège magnéto-optique, combinaison d'une mélasse optique et d'un gradient de champ magnétique. La mélasse optique consiste en trois paires de faisceaux contra-propageants, équilibrés en puissance, alignés suivant les trois directions de l'espace. Ces faisceaux sont légèrement désaccordés dans le rouge d'une transition atomique de l'espèce à refroidir. Considérons le cas unidimensionnel d'un atome soumis à deux faisceaux contra-propageants de la mélasse : s'il est immobile, la moyenne des forces exercées par les deux faisceaux s'annule. S'il se déplace à l'encontre de l'un des faisceaux, la fréquence de ce faisceau vue par l'atome augmente par effet Doppler et se rapproche de la résonance atomique ; au contraire, l'autre faisceau s'éloigne de la condition de résonance. Ainsi, la force totale ressentie par l'atome est dominée par le faisceau laser venant à son encontre : l'atome est alors « freiné » par la combinaison des deux faisceaux. Il est possible de montrer que la force résultant a la forme d'un frottement fluide [89] : $\boldsymbol{F}_{\text{tot}} = -\alpha \boldsymbol{v}$ ($\alpha > 0$). Les atomes sont alors refroidis par cette friction lumineuse, ce qui a valu à ce dispositif son nom de mélasse optique.

Un tel dispositif permet de refroidir les atomes, mais pas de les piéger : ils auront au sein de la mélasse un mouvement brownien, les conduisant finalement à sortir de cette dernière. Il est néanmoins possible de transformer cette mélasse optique en piège magnéto-optique : on affecte aux faisceaux laser contra-propageants des polarisations circulaires opposées, et on ajoute un gradient de champ magnétique ($\boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$ au centre du piège). Par effet Zeeman, le champ magnétique change la condition de résonance pour les différents états de spin de l'état excité. Ainsi, un atome s'éloignant trop du centre du piège sera soumis à un champ magnétique croissant, rapprochant le laser venant à son encontre de la condition de résonance : il sera alors, quelle que soit sa vitesse, soumis à une force de rappel magnéto-optique le rapprochant du centre du piège [89].

La température finale obtenue par refroidissement Doppler dans une mélasse optique est limitée par les fluctuations de la force de radiation dues au processus aléatoire d'émission spontanée. Le mécanisme est décrit par une équation de type Langevin, avec une force fluctuante $\boldsymbol{F}_{\text{rad}}(t) = -\alpha \boldsymbol{v} + \delta \boldsymbol{F}(t)$, où $\delta \boldsymbol{F}(t)$ est une variable aléatoire de moyenne temporelle nulle. La température limite, nommée « température Doppler », est obtenue pour un désaccord optimal de $\delta = -\Gamma/2$, et vaut [89] :

$$T_{\text{D}} = \frac{\hbar \Gamma}{2 k_{\text{B}}}. \tag{2.14}$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition, et k_{B} la constante de Boltzmann. Notons que cette limite n'est valable que dans le régime faiblement saturant ($I/I_{\text{sat}} \ll 1$), et néglige les effets des autres atomes présents dans le piège. Expérimentalement, les PMOs sont généralement réalisés dans le régime $I \gtrsim I_{\text{sat}}$ et avec un grand nombre d'atomes. Des phénomènes du type diffusion multiple empêchent alors d'atteindre la température

34. Ces atomes vont nécessairement vérifier la condition de résonance au cours de leur propagation dans le ralentisseur Zeeman. Ils vont alors « accrocher » la courbe de décélération et seront ralentis au même titre que les atomes initialement à v_0.

Doppler calculée dans ce modèle simplifié. Dans le cas des alcalins, des processus de refroidissement sub-Doppler permettent néanmoins d'atteindre voire de dépasser la limite Doppler [62, 89]. Ces processus, qui nécessitent que l'état fondamental de l'atome refroidi soit dégénéré, ne sont pas présents dans le cas de l'ytterbium bosonique, faisant de T_{D} une borne inférieure aux températures accessibles dans un PMO.

Une autre caractéristique importante du PMO est sa vitesse de capture. Un atome entrant dans les faisceaux du PMO avec une vitesse v va en effet subir un ralentissement à décélération constante, similaire à celui produit par un ralentisseur Zeeman, sur une longueur de l'ordre du rayon des faisceaux (w_0). En s'inspirant de l'équation (2.12), on obtient alors que la vitesse maximale capturée par le PMO est de l'ordre de $v_{\mathrm{c}} = \sqrt{2a_{\max}w_0} = \sqrt{w_0\hbar k\Gamma/m}$.

La largeur naturelle de la transition que nous utilisons pour réaliser le piège magnéto-optique ($\Gamma_{\mathrm{g}} = 2\pi \times 182\,\mathrm{kHz}$) est faible au regard des largeurs des transitions usuellement utilisées dans le cas des atomes alcalins (plusieurs mégahertz). La température Doppler associée ($T_{\mathrm{D}} \propto \Gamma$) est donc avantageusement basse, de l'ordre du microkelvin (contre des centaines de millikelvins pour les alcalins). La vitesse de capture ($v_{\mathrm{c}} \propto \sqrt{\Gamma}$) s'en retrouve par contre réduite [35]. Il est donc nécessaire d'utiliser des faisceaux de grande taille – rayon de l'ordre du cm – afin d'obtenir une vitesse de capture de l'ordre de $10\,\mathrm{m.s^{-1}}$. Une autre façon d'augmenter la vitesse de capture consiste à ajouter des bandes latérales dans le spectre des faisceaux du PMO. Ces dernières vont en quelque sorte élargir le spectre du laser et permettre la capture d'atomes supplémentaires (*cf.* section 2.3.3).

La faible largeur naturelle de la transition influe aussi sur la configuration du champ magnétique. Une façon d'estimer le gradient de champ magnétique nécessaire pour le PMO consiste à considérer qu'un atome entrant dans le rayon de capture du piège w_0 à la vitesse v_{c} doit rester résonant avec le laser allant à son encontre jusqu'à ce qu'il arrive au centre du piège avec une vitesse nulle. La résonance est assurée par le décalage Zeeman du champ quadrupolaire du PMO [$\Delta_{\mathrm{Zeeman}} = (\mu/\hbar)\Delta B$], qui doit compenser l'effet Doppler [$\Delta_{\mathrm{Doppler}} = k\Delta v_{\mathrm{c}} = k$]. Cette situation est similaire au ralentissement Zeeman. On obtient alors pour le gradient $b' \mathrel{\widehat{=}} \Delta B/w_0$ l'ordre de grandeur suivant :

$$b' \approx \frac{(\hbar k)^{3/2}}{\mu}\sqrt{\frac{w_0}{m}}\sqrt{\Gamma}. \tag{2.15}$$

Le résultat principal de ce calcul est que le gradient est proportionnel à $\sqrt{\Gamma}$. Ainsi, les gradients utilisés pour l'ytterbium seront environ 5 fois plus faibles que ceux utilisés pour le rubidium. Avec nos valeurs expérimentales ($w_0 = 1.5\,\mathrm{cm}$), la formule précédente donne $b' = 7\,\mathrm{G.cm^{-1}}$ (pour le rubidium, avec $w_0 = 0.5\,\mathrm{cm}$, on obtient $50\,\mathrm{G.cm^{-1}}$). Cette valeur est normalement une borne supérieure : comme pour le ralentisseur Zeeman, une décélération maximale peut être trop rapide, et l'utilisation de gradients plus faibles permet normalement de s'octroyer une marge de sécurité et d'éviter que les atomes ne « décrochent » de la trajectoire optimale. Nous utilisons ainsi des gradients de l'ordre de $1\,\mathrm{G.cm^{-1}}$ pour le chargement du piège [36]. Ces faibles gradients induisent une plus forte sensibilité aux champs magnétiques parasites, ainsi qu'à la gravité [37].

35. Les atomes plus rapides que v_{c} interagissent très peu avec les lasers du PMO, car l'effet Doppler les décale hors de résonance.

36. Les valeurs typiques de gradients utilisés pour le piégeage des alcalins sont de l'ordre de $10\,\mathrm{G.cm^{-1}}$, en cohérence avec notre calcul d'ordre de grandeur.

37. La force de rappel magnéto-optique est similaire à celle exercée par un ressort, dont la raideur équivalente K est proportionnelle au gradient de champ magnétique b' [62]. L'effet de la gravité sera donc

Résumé : valeurs expérimentales pour l'ytterbium

Comme expliqué précédemment, nous avons choisi de réaliser le ralentissement Zeeman de l'ytterbium sur la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ ($\lambda_\mathrm{b} = 399\,\mathrm{nm}$, $\Gamma_\mathrm{b} = 2\pi \times 29\,\mathrm{MHz}$), et le piège magnéto-optique sur la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ ($\lambda_\mathrm{g} = 556\,\mathrm{nm}$, $\Gamma_\mathrm{g} = 2\pi \times 182\,\mathrm{kHz}$). Les valeurs typiques des différents paramètres de notre montage expérimental sont consignées dans la table 2.3.

Paramètre	Valeur	Unité	Description
	ralentisseur Zeeman		
λ_b	398.9	nm	longueur d'onde
Γ_b	$2\pi \times 28.9$	MHz	largeur naturelle
g_e	1.035	-	facteur de Landé (état ${}^1P_1$)
I_sat	60	$\mathrm{mW.cm^{-2}}$	intensité de saturation
a_max	5.2×10^5	$\mathrm{m.s^{-2}}$	décélération maximale
δ_L	$-2\pi \times 400$	MHz	désaccord du faisceau Zeeman
T_four	400	°C	température du four
v_0	310	$\mathrm{m.s^{-1}}$	vitesse maximale décélérée
v_f	< 10	$\mathrm{m.s^{-1}}$	vitesse finale
L_Zeeman	23	cm	longueur du ralentisseur
	piège magnéto-optique		
λ_g	555.8	nm	longueur d'onde
Γ_g	$2\pi \times 182$	kHz	largeur naturelle
I_sat	0.14	$\mathrm{mW.cm^{-2}}$	intensité de saturation
a_max	2.3×10^3	$\mathrm{m.s^{-2}}$	décélération maximale
T_D	4.4	μK	température Doppler
w_0	1.5	cm	rayon des faisceaux du PMO
v_c	8	$\mathrm{m.s^{-1}}$	vitesse de capture

TABLE 2.3 – Valeurs des différents paramètres relatifs au ralentisseur Zeeman et au piège magnéto-optique pour notre système expérimental.

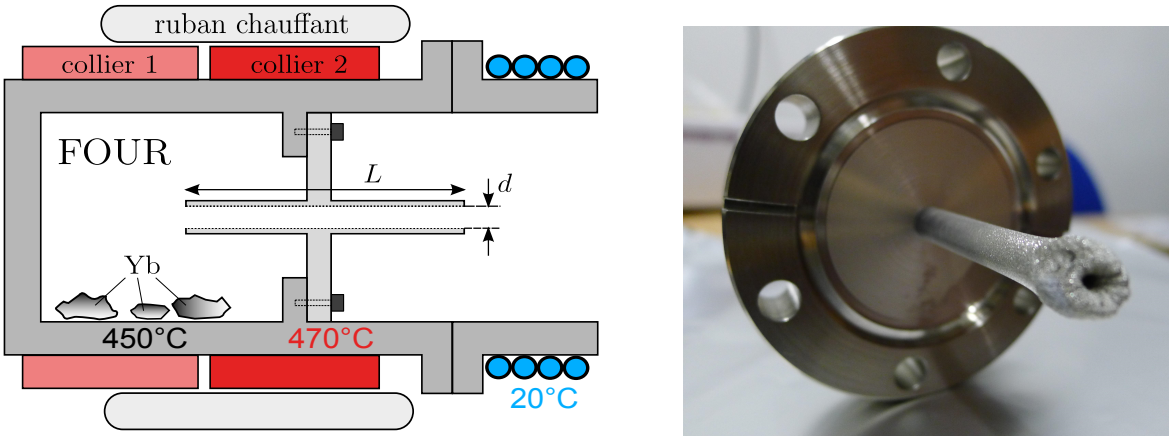
2.3.2 Ralentisseur Zeeman

Une fois calculé le profil de champ offrant un ralentissement optimal (équation (2.13)), il s'agit de trouver une configuration de bobines permettant de s'approcher au mieux de cet optimum, puis d'optimiser cette configuration en simulant la trajectoire d'un atome dans le profil réaliste. Le critère optimisé sera le flux capturé. Afin de l'estimer, nous devons dans un premier temps modéliser la distribution de vitesse issue de la source atomique (four), puis définir des conditions de capture réalistes.

de déplacer la position d'équilibre de $\Delta z = -g/K \propto 1/b'$. Si Δz est de l'ordre de la taille des faisceaux formant le PMO, les atomes seront perdus. Cet effet est d'autant plus important que le gradient b' est faible.

Génération et collimation du jet atomique

Le jet atomique est obtenu en sortie d'un four. Ce dernier consiste en une enceinte cylindrique, dans laquelle sont placés des morceaux d'ytterbium (*cf.* figure 2.9a). Afin d'obtenir une pression d'ytterbium suffisante, l'enceinte est portée à une température de 450°C par deux colliers en céramique et un ruban chauffant. Un tube de collimation (longueur L, diamètre d), vissé en sortie du four, permet de générer un jet atomique. Il définit un angle de divergence maximal $\theta_{\text{div}} = \tan^{-1}(d/2L) \approx d/2L$. Lors de nos premiers essais, nous avons utilisé un tube de 4 mm de diamètre et de 8 cm de long, traversant une bride pleine. Après quelques mois de fonctionnement, il s'est avéré que le tube était en partie obstrué par un dépôt d'ytterbium au niveau de son entrée (côté four, voir figure 2.9b). Afin d'éviter que ce problème ne se reproduise, nous avons décidé de visser directement le tube au four, et nous imposons un gradient de température pour garantir que le tube ne constitue pas un point froid. Le ruban chauffant est ainsi enroulé principalement côté tube, et les puissances délivrées aux colliers et au ruban sont asservies pour maintenir une différence de 20°C entre la température du four et celle du tube [38]. Le nouveau tube est long de 10 cm, avec un diamètre de 2 mm, ce qui donne une divergence $\theta_{\text{div}} \approx 10\,\text{mrad} \approx 0.6°$.



(a) (b)

Figure 2.9 – **(a)** Schéma de la source d'ytterbium : une enceinte contenant des morceaux d'ytterbium (four) est portée à ≈ 450°C par deux colliers chauffants. Un tube de collimation (longueur L, diamètre d) est vissé en sortie du four pour générer le jet atomique. Un système de refroidissement permet de limiter l'élévation en température du reste de l'enceinte à vide. **(b)** Premier tube de collimation utilisé. Un dépôt d'ytterbium obstrue l'entrée côté four.

À l'intérieur du four, la distribution de vitesse de l'ytterbium gazeux obéit à la loi de Boltzmann :

$$f_{\text{Btz}}(\boldsymbol{v}) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right). \tag{2.16}$$

Le tube va opérer une sélection sur cette distribution de vitesse. Considérons un atome à l'entrée du tube, de vitesse axiale v_{ax} et de vitesse radiale $v_\perp$. Cet atome met un temps $t_{\text{vol}} = L/v_{\text{ax}}$ pour parcourir la longueur du tube, et il sera sélectionné si sa vitesse radiale est telle que $t_{\text{vol}} v_\perp \leq d$, c'est-à-dire si $v_\perp \leq v_{\text{ax}}(d/L)$. On peut alors montrer que la distribution en vitesse axiale des atomes après collimation, $\mathcal{N}(v_{\text{ax}})$, se met sous la forme :

38. L'asservissement est effectué par un boîtier conçu sur mesure par la société ACGS-mesure (Creil, France). Deux thermocouples permettent de mesurer les températures du four et du tube.

$$\mathcal{N}(v_{\mathrm{ax}}) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{m v_{\mathrm{ax}}^2}{2k_B T}\right) \left\{1 - \exp\left(-\frac{m v_{\mathrm{ax}}^2}{2k_B T}\frac{d^2}{L^2}\right)\right\}. \tag{2.17}$$

On peut distinguer deux cas limites. Si $d \gg L$, l'effet du tube est négligeable et on retrouve bien une distribution de Boltzman pour v_{ax}. Dans le cas « infiniment collimaté » ($d \ll L$), l'équation (2.17) se simplifie et l'on obtient :

$$\mathcal{N}(v_{\mathrm{ax}}) \sim \pi \frac{d^2}{L^2} \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v_{\mathrm{ax}}^2 \exp\left(-\frac{m v_{\mathrm{ax}}^2}{2k_B T}\right) = \frac{d^2}{4L^2} \mathcal{F}_{\mathrm{Btz}}(v_{\mathrm{ax}}). \tag{2.18}$$

On trouve ainsi que la distribution de la vitesse axiale est proportionnelle à la distribution en norme de Boltzmann $\mathcal{F}_{\mathrm{Btz}}(v)$ [39]. En effet, dans le cas infiniment collimaté, le tube va sélectionner les atomes dans un angle solide infinitésimal, et la distribution de vitesse du jet est donc directement un échantillon de la distribution en norme des vitesses dans le four. Pour la construction du ralentisseur Zeeman, nous avons utilisé la vitesse quadratique moyenne du jet comme vitesse maximale décélérée ($v_{\mathrm{rms}} \approx 310\,\mathrm{m.s^{-1}}$ dans notre configuration).

Définition des critères de capture

Pour générer puis optimiser un profil de champ réaliste pour le ralentisseur, nous devons définir un critère de mérite à maximiser. Ce critère sera le flux d'atomes capturés, ou plus précisément le pourcentage d'atomes capturés pour une distribution de vitesse initiale donnée. Pour l'obtenir, nous commençons par calculer la distribution en vitesse attendue en sortie du tube de collimation en utilisant l'équation (2.18). Nous échantillonnons cette distribution avec un pas fixe, et nous calculons numériquement les trajectoires de ralentissement pour chacune des vitesses initiales considérées. La trajectoire est obtenue en linéarisant les équations du mouvement : le temps est discrétisé, et pour chaque pas la position, la vitesse et l'accélération de l'atome sont calculées en fonction de la pression de radiation ressentie localement. Cette dernière dépend à la fois de la position de l'atome, via la variation champ magnétique décalant la résonance par effet Zeeman [40], et de sa vitesse via l'effet Doppler. La trajectoire ne peut pas être calculée analytiquement dans le cas d'un profil de champ arbitraire, mais elle est totalement déterministe avec notre modèle. C'est pourquoi il n'est pas nécessaire de procéder à une véritable simulation statistique, et l'on peut se contenter d'un échantillonnage régulier des vitesses initiales. Lorsqu'une trajectoire aboutit à une capture par le PMO, elle comptera alors en proportion de la probabilité associée à sa vitesse initiale

39. On définit la distribution en norme de Boltzmann de la façon suivante : $\mathcal{F}_{\mathrm{Btz}}(v) \mathrel{\widehat{=}} \iint \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi\, f_{\mathrm{Btz}}(\mathbf{v}) \delta(|\mathbf{v}| - v)$.

40. Pour simplifier la simulation, nous avons considéré un faisceau ralentisseur collimaté, et donc d'intensité constante tout au long du ralentissement. Dans un traitement plus complet du problème, il faudrait aussi inclure la variation d'intensité du faisceau dans la dépendance spatiale de la pression de radiation.

Pour chaque vitesse initiale, une fois la trajectoire calculée, il faut déterminer si l'atome sera capturé par le PMO, situé à une distance d de la fin de la zone de ralentissement [41]. Trois critères doivent être vérifiés pour que l'atome soit piégé :

1. l'atome doit atteindre la zone de capture du PMO (*i.e.* sa vitesse ne doit pas s'annuler avant qu'il n'arrive au centre du PMO),
2. sa vitesse doit alors être inférieure à la vitesse de capture du PMO (*cf.* sec. 2.3.1),
3. il doit se trouver dans la zone de capture transverse du PMO.

Les deux premiers critères se vérifient facilement avec les simulations numériques présentées précédemment. Le dernier critère, quant à lui, fait intervenir la divergence du jet. Pour l'évaluer, il faut tout d'abord définir la zone de capture transverse du PMO. Dans notre modèle, nous considérons que la distance de l'atome au centre du piège doit être inférieure au rayon des faisceaux du PMO. Deux effets sont alors pris en compte pour estimer l'étalement transverse du jet au niveau du PMO :

- **La divergence naturelle du jet :** pour une vitesse initiale donnée v_0, il est possible de calculer la distribution en vitesse transverse $P(v_\perp|v_0)$ [42]. La simulation nous donne le temps de vol de l'atome depuis sa sortie du four jusqu'au piège, et il est alors possible de calculer la distribution spatiale transverse associée à $P(v_\perp|v_z)$. En pratique, le temps de vol est de l'ordre de 10 ms, et la vitesse transverse maximale permise par le tube est d'environ $6\,\mathrm{m.s^{-1}}$. L'étalement maximum du jet dû à sa divergence géométrique sera donc de l'ordre de 6 cm, ce qui est comparable au rayon du PMO ($w_0 \approx 1.5\,\mathrm{cm}$). Les simulations donnent quant à elles une dispersion quadratique moyenne de 2 cm.
- **L'émission spontanée :** le processus de ralentissement Zeeman donne lieu à N cycles d'absorption/émission spontanée. On peut calculer le nombre de photons échangés en considérant le transfert total d'impulsion : $N = m(v_0 - v_f)/(\hbar k_L)$. L'émission spontanée de ces N photons entraîne une diffusion transverse de l'ordre de $\Delta r_{\mathrm{sp}}^2 = (2/3)(\hbar k_L t_{\mathrm{tof}}/m)^2 N$ où t_{tof} est le temps de vol de l'atome. Dans notre configuration, le nombre de photons échangés durant le ralentissement est d'environ 5×10^4, ce qui donne $\Delta r_{\mathrm{sp}} \approx 1\,\mathrm{cm}$.

La prise en compte de ces deux effets permet donc d'obtenir une estimation de la proportion d'atomes capturés, qui servira à comparer les différentes configurations de ralentissement envisagées.

Un profil de champ réaliste pour le ralentissement

Une fois les critères de capture définis, nous pouvons tester différents profils de champs réalistes et choisir celui qui permettra le ralentissement le plus efficace. Le champ que

41. Nous avons considéré, dans nos simulations, une position ponctuelle du piège magnéto-optique dans la direction axiale. Les propriétés des atomes sont donc évaluées lorsqu'ils ont atteint ce point. Une autre possibilité serait de définir une zone de capture étendue dans cette direction, ce qui permettrait de prendre en compte les atomes dont la vitesse s'annule avant d'arriver au centre du piège, mais ayant déjà atteint la zone de capture. Il est néanmoins important de souligner que les critères choisis ne servent qu'à comparer les différentes configurations testées, afin de déterminer celle qui semble être la plus efficace. Il est difficile de prédire précisément le flux réellement attendu, et ce quels que soient les critères de capture utilisés.

42. $P(v_\perp|v_z) \propto v_\perp \exp(-mv_\perp^2/2k_BT)$ (avec la contrainte $v_\perp \leq v_z \times r/l$).

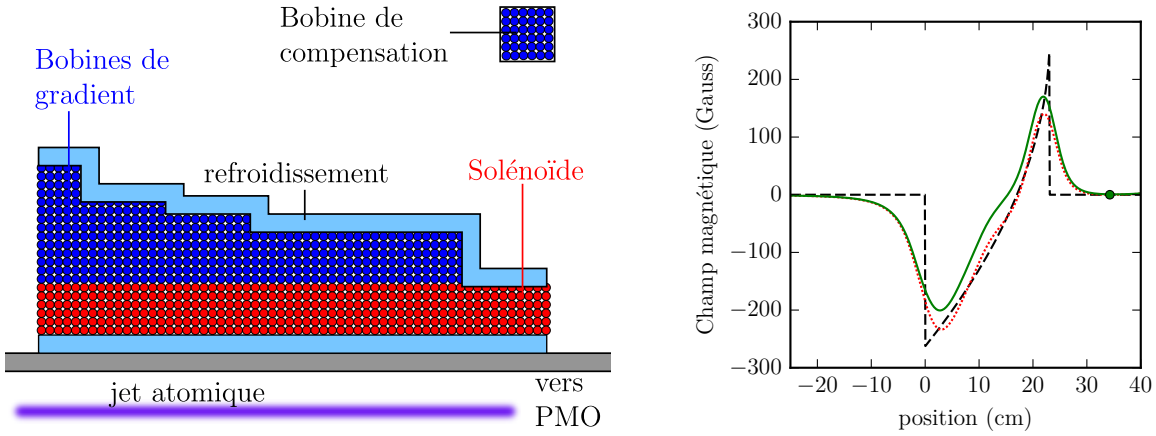


FIGURE 2.10 – **(a)** Profil de ralentisseur utilisé (en coupe, le profil est symétrique par révolution autour de l'axe défini par le jet atomique). Nous utilisons la combinaison d'un solénoïde (en rouge), permettant de générer un champ de biais, et de bobines de gradient (en bleu), générant la partie décroissante du champ. Une bobine de compensation, de plus grand rayon, permet d'annuler le champ au centre du PMO. Une couche de refroidissement (tuyau de cuivre avec écoulement d'eau à température ambiante) est ajoutée à l'intérieur et à l'extérieur de l'ensemble afin de limiter le chauffage par effet Joule. **(b)** Profils de champs magnétiques : le champ optimum calculé avec l'équation (2.13) (trait interrompu noir) est comparé à deux profils réalistes correspondant à la configuration de bobines de **(a)** pour différents courants : le profil approchant le mieux l'optimum théorique (trait pointillé rouges), et le profil optimisant l'efficacité de capture (trait continu vert). La position du centre du PMO est repérée par un rond vert. On remarque que l'orientation choisie (solénoïde dominant côté PMO) permet effectivement d'obtenir une décroissance rapide du champ magnétique côté PMO (en comparant, par exemple, à l'autre côté).

nous voulons réaliser comporte deux composantes (*cf.* eq. (2.13)) : un champ de biais, qui fixe le désaccord entre le faisceau laser et la transition atomique, auquel on ajoute un gradient permettant la décélération. Pour générer ce type de champ, nous avons choisi d'utiliser deux jeux de bobines concentriques (voir figure 2.10b). La bobine interne est un solénoïde de nombre de tours constant. C'est elle qui génère le champ de biais. Autour d'elle sont enroulées les bobines de gradient, dont le nombre de tours décroît le long du ralentissement. Comme leur nom l'indique, elles génèrent la partie variable du champ. Les deux jeux sont enroulés dans des sens opposés, de sorte que les champs générés sont de signe opposé. Le champ s'annule donc au cours du ralentissement.

Orienter le ralentisseur dans ce sens présente un avantage : le profil de champ magnétique de la fin du ralentissement est généré uniquement par le solénoïde (il n'y a plus de bobines de gradient sur la fin du ralentisseur, comme nous pouvons le voir sur la figure 2.10a), dont le rayon est plus petit que les bobines de gradient générant l'autre partie du champ. Il est ainsi possible d'obtenir un champ magnétique assez élevé en fin de ralentissement – et donc, comme nous l'avons vu, de choisir un désaccord plus important entre le laser Zeeman et la transition atomique – tout en minimisant la perturbation magnétique au niveau du piège magnéto-optique. De plus, une bobine de compensation, enroulée dans le même sens que les bobines de gradient mais de plus grand rayon, est placée en fin de ralentissement. Grâce à son grand rayon, cette bobine permet d'annuler le champ dû au ralentisseur au centre du PMO, tout en ayant une influence minime sur

le champ de ralentissement. Il est alors possible d'optimiser les champs, numériquement et expérimentalement, avec une position constante pour le piège.

Pour générer le profil des bobines du ralentisseur nous procédons en deux étapes. Tout d'abord, le nombre de tours des bobines de gradient et de biais sont calculés pour reproduire le plus fidèlement l'optimum théorique B_{theo} (figure 2.10b, trait interrompu noir). Le ralentisseur est découpé en tranches, et le nombre de tours pour chaque tranche est optimisé par itération. Le courant de la bobine de compensation est adapté à chaque tour pour assurer un champ nul au niveau du PMO. Le profil obtenu (figure 2.10a) génère un champ B_{r} (figure 2.10b, trait pointillé rouges) qui, ramené en unité de fréquence, diffère de B_{theo} de moins que la largeur naturelle de la transition de ralentissement ($|\mu(B_{\text{theo}} - B_{\text{r}})| < \Gamma_{\text{b}}$).

Le champ réaliste se rapprochant au mieux du champ théorique « idéal » n'est cependant pas celui qui optimise le ralentissement des atomes. En effet, contrairement au champ théorique, ce dernier prend des valeurs non-nulles à l'extérieur de la zone de ralentissement. La deuxième étape de l'optimisation consiste donc à simuler la trajectoire d'atomes dans le champ réaliste afin d'estimer le flux capturé, comme expliqué dans la section précédente. Les valeurs des courants circulant dans les différentes bobines ainsi que l'intensité et le désaccord de laser de ralentissement sont alors optimisés pour maximiser la proportion d'atomes capturés par le piège. Le champ obtenu (figure 2.10b, courbe verte) diffère sensiblement du champ théorique « idéal ».

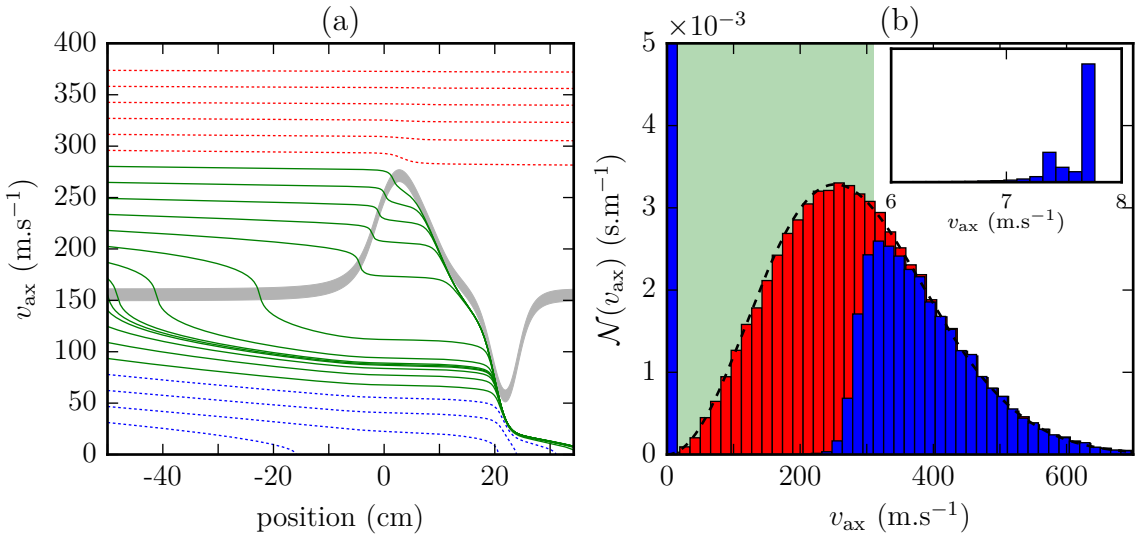


Figure 2.11 – **(a)** Trajectoires d'atomes dans le ralentisseur. Les trajectoires aboutissant à une capture sont représentées en vert ; les autres correspondent à des atomes non-ralentis (rouge) ou stoppés avant le piège (bleu). La classe de vitesse résonante avec le laser est représentée en gris (la largeur du trait correspond à la largeur naturelle de la transition). **(b)** Distribution de vitesse axiale avant (rouge) et après (bleu) le ralentissement. La zone verte correspond aux vitesses inférieures à la vitesse de capture théorique du ralentisseur. La distribution théorique (eq. (2.17) est représentée en pointillés noirs. L'insert correspond à un zoom sur les petites vitesses après ralentissement.

La figure 2.11a montre les résultats des simulations numériques pour le champ optimisant la capture. L'évolution des vitesses au cours du ralentissement met en évidence la nécessité d'une simulation complète de ce dernier. Alors que pour le profil théorique la décélération serait constante, chaque vitesse « accrochant » la courbe de décélération lorsqu'elle entre en résonance avec le faisceau Zeeman, la décélération se fait en plu-

sieurs étapes pour le profil réel. Les vitesses initialement trop élevées (en rouge sur la figure 2.11a) ne vérifient jamais la condition de résonance et ne sont pas ralenties efficacement. Les vitesses inférieures à la vitesse de capture du Zeeman sont décélérées en plusieurs étapes : une première fois en dehors de la zone de ralentissement théorique lorsque le champ magnétique, qui croît rapidement avant l'entrée du ralentisseur, croise une première fois la condition de résonance ; puis une seconde fois, lorsque la condition de résonance est atteinte dans la zone de ralentissement théorique. Ils suivent alors une même courbe de décélération jusqu'à la fin du ralentisseur. Enfin, les atomes sont décélérés après leur sortie de la zone de ralentissement, sur la distance qui les sépare du PMO. Bien que le laser soit alors hors-résonant, il continue d'avoir un effet sur les atomes. On remarque que certains atomes sont ralentis trop efficacement : leur vitesse s'annule avant leur arrivée dans la zone de capture du piège, et ils sont perdus (figure 2.11a, trajectoires bleues).

L'évolution de la distribution de vitesse (figure 2.11b) met quant à elle en évidence la convergence des trajectoires ralenties : la distribution initiale est coupée en dessous de la vitesse maximale ralentie, et les vitesses initialement dans cette partie de la distribution se retrouvent dans un pic aux alentours de la vitesse de capture du PMO [43].

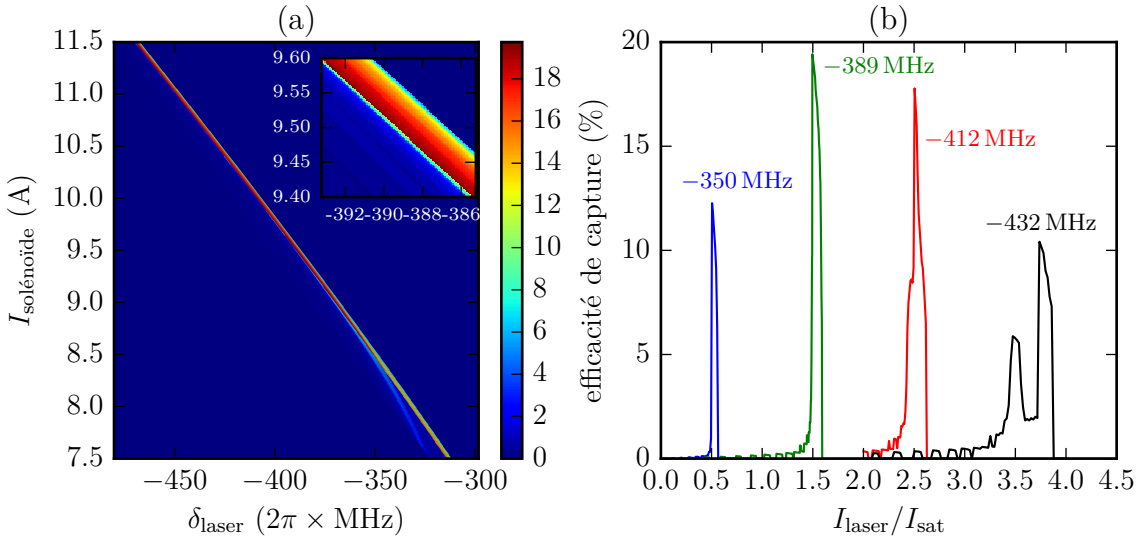


FIGURE 2.12 – **(a)** Efficacité de capture simulée en fonction de désaccord du laser ralentisseur et du courant du solénoïde. L'optimum suit une droite, comme attendu théoriquement. L'insert correspond à un agrandissement de la partie centrale de la courbe. **(b)** Efficacité de capture simulée en fonction de l'intensité du laser ralentisseur (normalisée par l'intensité de saturation), pour différentes valeurs du désaccord.

Les simulations numériques permettent de vérifier la dépendance du ralentissement vis-à-vis de différents paramètres. La figure 2.12 illustre quelques effets intéressants. Dans un premier temps, nous avons tracé l'efficacité de capture en fonction de l'intensité du courant du solénoïde – c'est-à-dire de l'amplitude du champ de biais – et du désaccord du laser de ralentissement (fig 2.12a). Il apparaît que le désaccord optimum dépend linéairement de l'amplitude du champ de biais, comme attendu théoriquement. Expérimentalement, nous

43. Dans notre modèle de simulation, les atomes ne sont capturés que s'ils ont une vitesse strictement inférieure à la vitesse de capture du PMO. Ce critère abrupt provoque des effets de seuil dans les simulations, et explique pourquoi la configuration optimale abouti a une distribution de vitesses ralenties piquée juste en dessous de la valeur de seuil. Dans le cas de la figure 2.11b, la vitesse de capture du PMO était fixée à $8\,\text{m.s}^{-1}$

pourrons donc jouer au choix sur la fréquence du laser ou bien la valeur du courant de solénoïde pour optimiser le ralentissement. L'effet de l'intensité du laser de ralentissement apparaît dans la figure 2.12b. Pour différentes valeurs du désaccord du laser, nous avons mesuré l'efficacité de capture en fonction de l'intensité laser, les autres paramètres étant gardés constants. À désaccord fixé, la plage de capture est étroite autour de l'optimum [44] (environ $0.1 I_{\mathrm{sat}}$ de large). Il est cependant possible de travailler sur une plage d'intensités plus large à condition d'adapter le désaccord. On remarque d'ailleurs que la zone de capture est d'autant plus large que le désaccord est optimisé pour une grande intensité. Ce comportement se comprend aisément par le phénomène de saturation de la force de radiation pour de fortes intensités.

2.3.3 Piège magnéto-optique

La réalisation d'un PMO constitue la première étape du refroidissement de l'ytterbium. L'amélioration du piège est intrinsèquement liée à celle du ralentisseur Zeeman, et nous présenterons donc dans un même temps les optimisations du ralentissement et de la capture du jet atomique.

Montage expérimental : Ralentisseur Zeeman

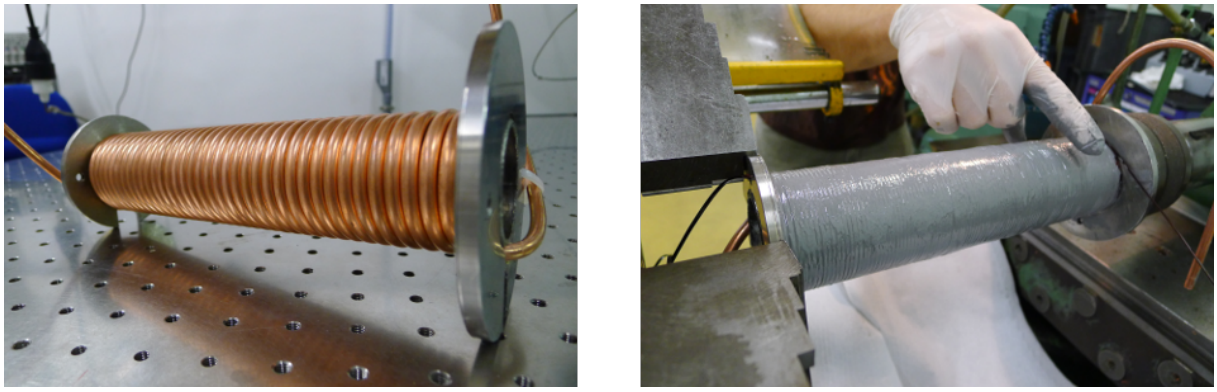


Figure 2.13 – Photographies de la fabrication des bobines du ralentisseur Zeeman. **À gauche :** tube de support des bobines, avec la couche de refroidissement interne. **À droite :** ralentisseur en cours de « bobinage ». Une couche de résine (grise) est appliquée après chaque tour pour assurer cohésion mécanique et conductivité thermique.

Comme expliqué en 2.2.2, nous disposons d'environ 80 mW à 399 nm pour le ralentissement Zeeman de notre jet atomique. Le mode du laser est choisi afin d'épouser la forme du jet en sortie du tube de collimation : sa divergence correspond à celle du jet, ce qui a pour effet de fixer son rayon au foyer. La position du foyer est alors choisie de sorte que le rayon du faisceau à la sortie du four soit égale au rayon du tube de collimation.

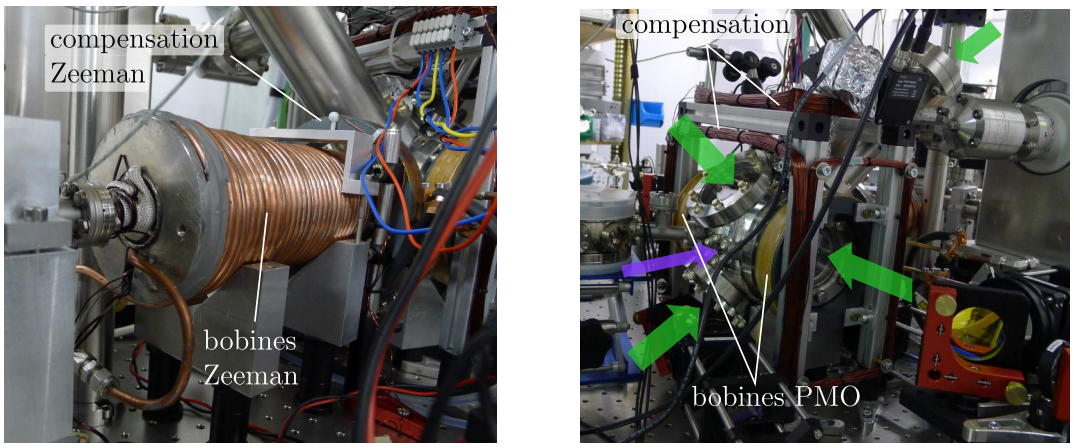
Le champ magnétique de ralentissement est réalisé par la combinaison de deux bobines concentriques, comme représenté dans la figure 2.10. Les deux bobines sont enroulées sur un tube de 4 cm de diamètre, muni de butoirs à ses deux extrémités. On commence par enrouler un tube de cuivre sur toute la longueur du ralentisseur (figure 2.13, gauche). Il permet le refroidissement de ses couches internes. Une couche de résine est appliquée

44. L'étroitesse des pics s'explique en partie par les effets de seuil induits par nos critères de capture, comme expliqué précédemment.

afin d'assurer la cohésion de l'ensemble ainsi qu'une meilleure conductivité thermique. On réalise alors les bobines en enroulant un fil de cuivre suivant le profil déterminé par les simulations. Une couche de résine est appliquée entre chaque couche de fil pour assurer la cohésion des bobines (figure 2.13, droite). Une fois le profil souhaité obtenu, une dernière couche de refroidissement (tube de cuivre) est enroulée autour des bobines de gradient (elle est visible sur la photographie de la figure 2.14a).

Montage expérimental : PMO

Le laser utilisé pour le piège magnéto-optique est présenté dans la section 2.2.2. À la sortie de la cavité de doublage, une partie de la puissance est dérivée pour l'asservissement en fréquence, tandis que le reste est envoyé dans un AOM permettant de régler le désaccord et l'intensité des faisceaux du PMO. La partie diffractée est couplée dans une fibre optique connectée à un multiplexeur commercial [45] répartissant la lumière entrante vers six sorties fibrées. Ces sorties sont alors envoyées vers l'enceinte à vide pour former le piège. Nous obtenons environ 50 mW par sortie, ce qui correspond pour un rayon $w_0 = 1.5\,\mathrm{cm}$ à un paramètre de saturation par faisceau $s = I/I_{\mathrm{sat}} \approx 90$.



(a) (b)

FIGURE 2.14 – **(a)** Photographie du ralentisseur Zeeman. La couche de refroidissement externe des bobines de gradient est visible, ainsi que la bobine de compensation. Le jet atomique se propage de la gauche vers la droite de l'image. **(b)** Photographie de la chambre MOT. Les bobines du champ quadrupolaire sont visibles, ainsi que les bobines de compensation du PMO. Les axes des faisceaux du PMO sont figurés par des flèches vertes, et celui du faisceau de ralentissement Zeeman par la flèche violette.

Le champ magnétique quadrupolaire est obtenu grâce à deux bobines en configuration anti-Helmholtz permettant de générer un gradient maximal de $16\,\mathrm{G.cm^{-1}}$ suivant l'axe fort. Des bobines de compensation, permettant de générer des champs de quelques Gauss, sont ajoutées dans les trois directions de l'espace afin de contrôler précisément la position du zéro de champ magnétique, et donc la position du nuage atomique piégé.

Optimisation du flux capturé

L'optimisation couplée du ralentissement Zeeman et du piège magnéto-optique se fait sur un grand jeu de paramètres (désaccord des lasers pour le Zeeman et le PMO, champs

45. Fiberport-Cluster, Schäfter + Kirchhoff GmbH (Hambourg, Allemagne).

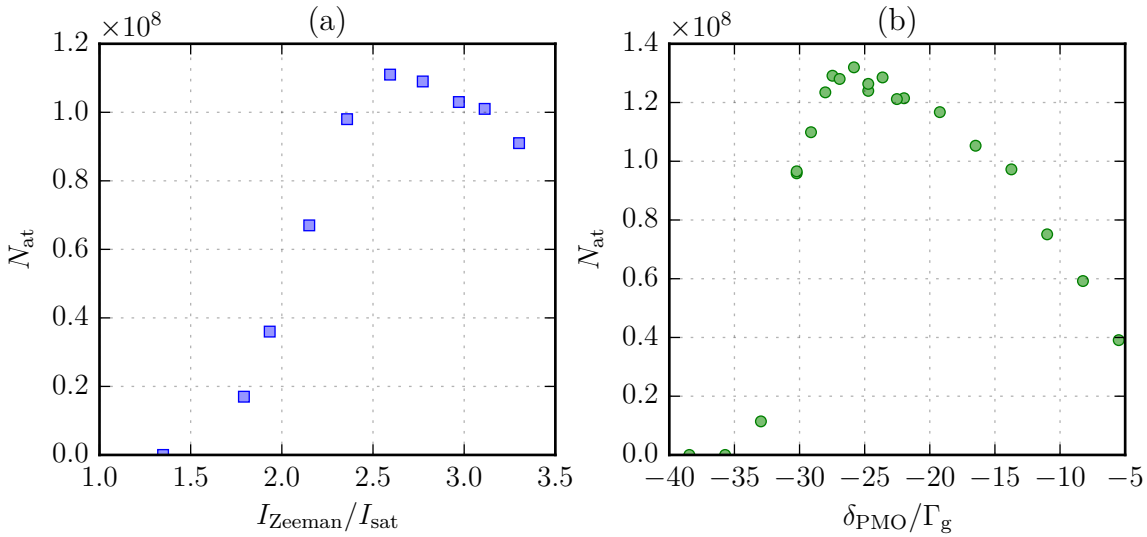


Figure 2.15 – **(a)** Nombre d'atomes piégés dans le PMO après 7 s de chargement en fonction de l'intensité du faisceau ralentisseur. **(b)** Nombre d'atomes piégés dans le PMO après 5 s de chargement en fonction du désaccord du laser de piégeage, ramené à la largeur naturelle de la transition atomique.

magnétiques des deux composantes du ralentisseur, gradient du PMO, champs de biais, *etc.*). La procédure standard d'optimisation consiste à varier un ou deux paramètres et de mesurer le nombre d'atomes capturés, après une durée de chargement donnée, en utilisant la méthode d'imagerie par absorption décrite dans la section 2.2.4. Une photodiode collectant la fluorescence du PMO est aussi installée, ce qui permet une mesure du nombre d'atomes indépendante de la fréquence du laser Zeeman [46].

L'optimisation de l'intensité du ralentisseur Zeeman (figure 2.15a) montre une dépendance qualitativement semblable aux résultats des simulations numériques (figure 2.12b). L'optimum est obtenu pour $I_{\text{Zeeman}} \approx 2.5 \times I_{\text{sat}}$, ce qui correspond dans notre configuration à une puissance de 60 mW. L'optimisation des paramètres du PMO nous donne quant à elle un gradient de $0.7\,\text{G.cm}^{-1}$ dans l'axe faible pour un désaccord $\delta_{\text{MOT}} \approx -2\pi \times 4.5\,\text{MHz} \approx -25\Gamma_{\text{g}}$ (figure 2.15b). La dépendance du nombre d'atomes capturés vis-à-vis du désaccord du PMO est relativement plate à l'échelle de la largeur naturelle de la transition Γ_{g} (la courbe de la figure 2.15b a une largeur à mi-hauteur d'environ $20\Gamma_{\text{g}}$). Ceci est à mettre au compte de l'élargissement par saturation, donnant dans notre cas ($s \approx 90$) une largeur effective de $\Gamma_{\text{eff}} \approx \sqrt{1+6s}\Gamma_{\text{g}} \approx 23\Gamma_{\text{g}}$.

Pression de radiation du Zeeman

Comme le montre la figure 2.15a, le ralentissement est optimal pour une intensité du faisceau Zeeman d'environ $2.5\,I_{\text{sat}}$, avec un désaccord de $-13\,\Gamma_{\text{b}}$. Si le centre du piège magnéto-optique est aligné avec le faisceau ralentisseur, la pression de radiation résultante conduit à un déplacement de l'ordre du centimètre pour le nuage atomique avec les paramètres du PMO utilisés lors du chargement. Ce déplacement est du même ordre de grandeur que le rayon des faisceaux du PMO, et il est donc nécessaire de décaler le centre du piège afin de minimiser la perturbation. L'effet de la gravité est négligeable dans ce régime (déplacement d'une centaine de microns) et il est nécessaire d'utiliser les bobines

46. Avec notre montage actuel, changer la fréquence du faisceau ralentisseur entraîne un changement de la fréquence du faisceau imageur, issu de la même source laser.

de compensation pour placer le point de chargement du PMO légèrement en dessous du faisceau Zeeman. Le déplacement lumineux de l'état fondamental au centre du faisceau Zeeman est quant à lui de $2\pi \times 700\,\mathrm{kHz} \approx 4\,\Gamma_g$, ce qui est négligeable dans le régime de chargement – fortement saturé – mais pourrait perturber la phase de refroidissement. Pour toutes ces raisons, le faisceau ralentisseur est coupé une fois la phase de chargement terminée pour éviter toute perturbation des étapes ultérieures de refroidissement et de chargement du piège dipolaire.

Bandes latérales

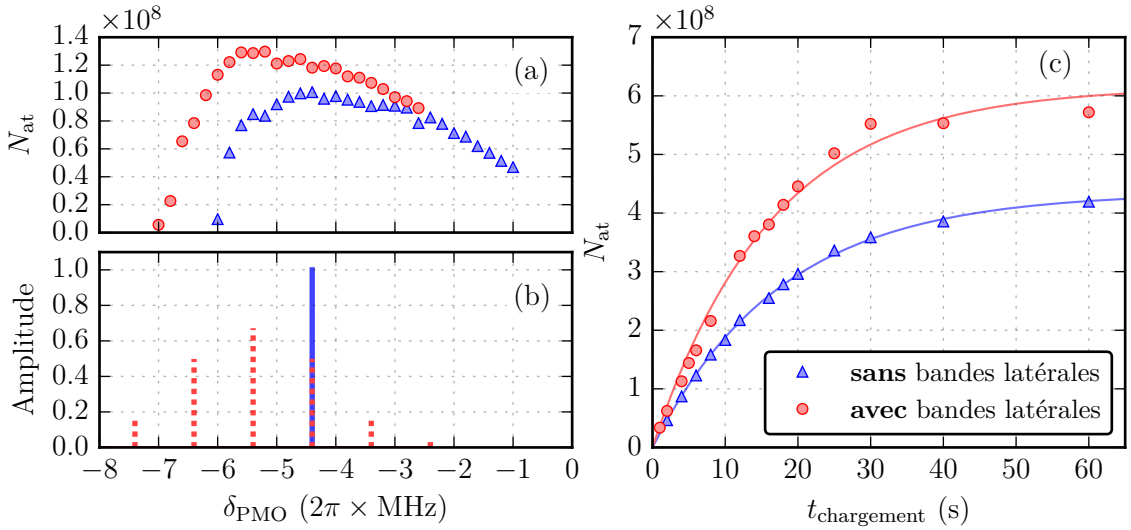


FIGURE 2.16 – **(a)** Optimisation du désaccord des faisceaux du PMO avec (ronds rouges) et sans (triangles bleus) bandes latérales. Le nombre d'atomes piégés reporté en ordonnées correspond à un temps de chargement de 5 s pour le PMO. On remarque que l'optimum avec bandes latérales est situé à 1 MHz dans le rouge de l'optimum sans modulation. **(b)** Spectre du signal envoyé vers l'AOM générant les bandes latérales, avec (pointillés rouges) et sans (trait continu bleu) modulation de fréquence. La position des composantes correspond à l'optimum de chargement déterminé à partir de la courbe (a). **(c)** Courbes de chargement du PMO avec (ronds rouges) et sans (triangles bleus) bandes latérales. Les ajustements correspondent au modèle de l'équation (2.19), et donnent $\tau = 18\,\mathrm{s}$ et $R = 2.5 \times 10^7\,\mathrm{s}^{-1}$ ($N_f = 4.4 \times 10^8$) en l'absence de bandes latérales (courbe bleue), contre $\tau = 16\,\mathrm{s}$ et $R = 3.8 \times 10^7\,\mathrm{s}^{-1}$ ($N_f = 6.2 \times 10^8$) avec bandes latérales (courbe rouge).

Une façon d'augmenter l'efficacité de capture du PMO consiste à ajouter des bandes latérales dans le spectre du laser, vers le rouge de la transition atomique. Ces fréquences supplémentaires permettent théoriquement de décélérer une plus grande gamme de vitesses et donc d'augmenter la vitesse de capture. Cette technique s'est déjà révélée fructueuse pour des groupes travaillant sur l'ytterbium [80, 90] ou bien sur des atomes ayant une structure électronique analogue à l'instar du dysprosium [8].

Expérimentalement, les bandes latérales sont obtenues en modulant la fréquence de l'AOM permettant d'accorder les faisceaux du PMO. Nous modulons à une fréquence $f_m = 1\,\mathrm{MHz}$ avec un indice de modulation $\beta \approx 1.2$. L'amplitude de la première bande latérale est alors comparable à celle de la porteuse (*cf.* figure 2.16b). On remarque que le désaccord du PMO optimisant la capture est alors décalé de 1 MHz dans le rouge

par rapport au cas sans bandes latérales (*cf.* figure 2.16a), ce qui correspond à placer la première bande latérale au désaccord optimal du cas non-modulé.

Des exemples de courbes de chargement du PMO avec et sans bandes latérales sont présentés dans la figure 2.16c. On peut décrire le chargement par un modèle minimal incluant un temps de vie τ associé aux pertes à un corps – dues, par exemple, aux collisions avec le gaz résiduel présent dans l'enceinte à vide – et un taux de chargement R. On a alors l'équation suivante pour le nombre d'atomes N piégés dans le PMO :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\frac{N}{\tau} + R, \tag{2.19}$$

ce qui donne une courbe de chargement $N(t) = N_\mathrm{f}\,(1 - \exp(-t/\tau))$, où le nombre maximal d'atomes piégés est $N_\mathrm{f} = R\tau$. Des ajustements sur les courbes de chargement de la figure 2.16c donnent un taux de chargement de 3.8×10^7 atome.s^{-1} avec bandes latérales, contre 2.5×10^7 atome.s^{-1} sans, soit une augmentation de 50%. Les temps de vie mesurés sont quant à eux équivalents : 16 s sans bandes latérales, 18 s avec. Ce gain modéré peut s'expliquer par la saturation déjà importante de la transition atomique dans notre configuration, aboutissant à une largeur effective de l'ordre de quelques mégahertz. L'ajout de bandes latérales est indispensable pour certaines expériences où la puissance disponible est insuffisante pour saturer la transition [90]. Dans notre cas, le gain est mesurable mais reste modeste [47].

Températures accessibles

Comme nous l'avons vu, la température Doppler ($T_\mathrm{D} = 4.4\,\mu$K) associée à la transition $^1S_0 \to {}^3P_1$ servant à réaliser le PMO d'ytterbium est basse au regard de celles des alcalins usuellement refroidis dans les expériences d'atomes froids. Cependant, l'absence de mécanismes de refroidissement sub-Doppler pour l'ytterbium bosonique fait de cette température une limite absolue pour la température du PMO, et il est donc intéressant de se demander s'il est possible de l'atteindre – ou, du moins, de s'en approcher. Les autres groupes travaillant avec de l'ytterbium rapportent généralement des températures de l'ordre de 20 à 30 μK [80, 90, 91].

Pour obtenir la température des atomes piégés, nous mesurons leur distribution de vitesse par une méthode de temps de vol. Dans le piège, la distribution de vitesse des atomes est Gaussienne [48]. Si l'on coupe le piège, le nuage subit une expansion balistique entièrement déterminée par sa distribution de vitesse initiale (voir l'annexe D). La densité du nuage est alors donnée par :

$$n(x,y,z,t) = N \prod_{\alpha=\{x,y,z\}} \frac{1}{\sigma_\alpha(t)\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\alpha - \alpha_0(t))^2}{2\sigma_\alpha(t)^2}\right\}, \tag{2.20}$$

où N est le nombre total d'atomes. La position du centre du nuage $\{x_0(t), y_0(t), z_0(t)\}$ suit une trajectoire de chute libre, et sa taille évolue suivant la loi [87] :

$$\sigma_\alpha(t)^2 = \sigma_{0,\alpha} + \frac{k_\mathrm{B}T}{m}t^2, \tag{2.21}$$

où l'on a noté $\sigma_{0,\alpha}$ ($\alpha = \{x, y, z\}$) la taille initiale du nuage. On remarque que l'évolution devient linéaire aux temps longs – après quelques millisecondes dans le cas des expériences

47. Voir à ce propos la section 2.4.1, consacrée au chargement du piège dipolaire.
48. Il s'agit de la solution stationnaire d'une équation de Focker-Planck [89].

présentées dans la figure 2.17 – avec une pente égale à $\sqrt{k_B T/m}$. Expérimentalement, le piège est coupé [49] et la densité du nuage est mesurée pour différents temps de chute avec la méthode d'imagerie décrite en 2.2.4, suivant un axe orthogonal à la gravité. La fonction d'ajustement utilisée est une gaussienne bidimensionnelle (équation (2.20) intégrée suivant l'axe d'imagerie). Nous mesurons ainsi deux tailles, $\sigma_u(t)$ et $\sigma_v(t)$, ainsi que la position du nuage. La figure 2.17 montre un exemple de mesure de température utilisant cette méthode.

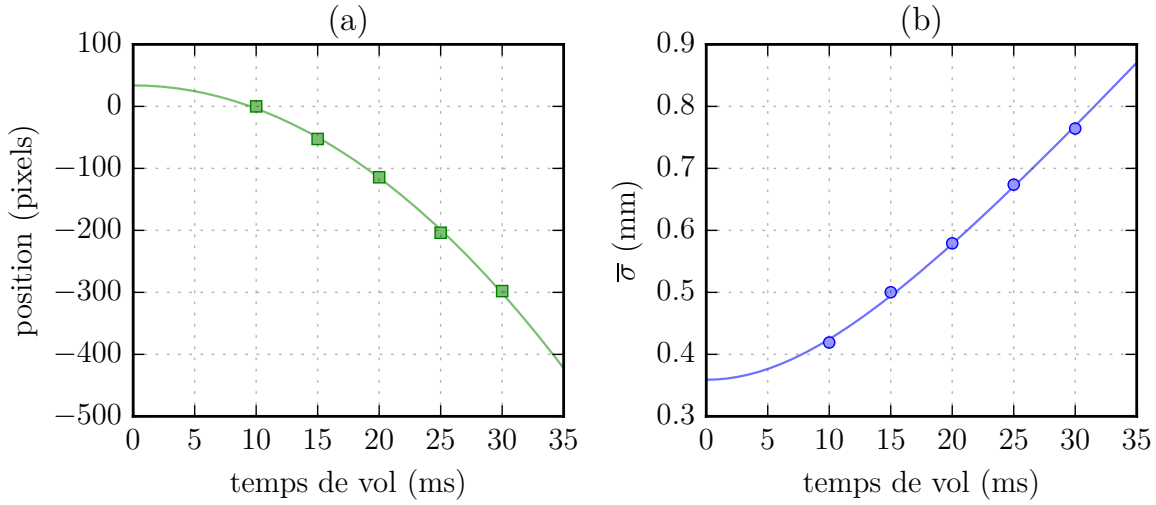


FIGURE 2.17 – **(a)** Position du nuage pour différents temps de vol. On observe la parabole attendue dans le cas de la chute libre. Un ajustement sur cette trajectoire permet de calibrer le grandissement de la caméra en mesurant l'accélération de la pesanteur g. **(b)** Évolution de la taille du nuage pendant le temps de vol. Nous avons tracé la taille moyenne $\overline{\sigma}(t) \mathrel{\widehat{=}} (\sigma_u(t) + \sigma_v(t))/2$, où $\sigma_{u,v}(t)$ sont les tailles du nuage suivant les deux axes orthogonaux à l'axe d'imagerie. La température obtenue par un ajustement utilisant la formule (2.21) est de $T = 10.8 \pm 0.2\,\mu$K.

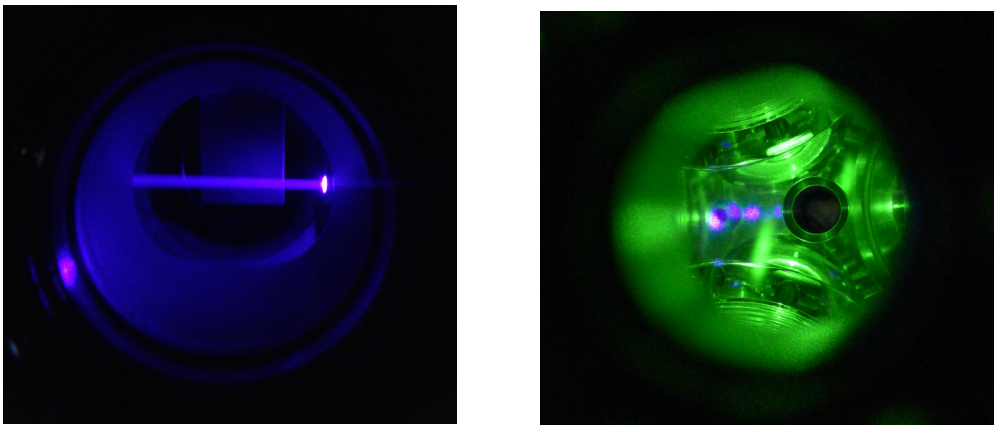
La configuration permettant une capture optimale n'est pas nécessairement celle permettant d'obtenir les températures les plus basses. Nous avons donc effectué une seconde optimisation. Une fois le chargement terminé, nous procédons comme suit : le faisceau Zeeman est coupé et les bandes latérales sont enlevées en réduisant progressivement l'amplitude de la modulation de fréquence tout en diminuant le désaccord des faisceaux du PMO. Le piège est comprimé en augmentant le gradient du champ quadrupolaire de $0.6\,\mathrm{G.cm^{-1}}$ à environ $6.7\,\mathrm{G.cm^{-1}}$. L'intensité des faisceaux du PMO est alors baissée de $90 I_{\mathrm{sat}}$ à environ $0.5 I_{\mathrm{sat}}$ pendant que leur fréquence est rapprochée de résonance. La température la plus basse (figure 2.17) a été obtenue pour un désaccord final de $\delta_{\mathrm{MOT}} \approx -2\pi \times 1.2\,\mathrm{MHz}$ [50]. La phase de compression du piège est essentielle afin de garder les atomes piégés en fin de refroidissement, lorsque les intensité des faisceaux lasers sont faibles et que l'effet de la gravité devient important. Cette dernière limite d'ailleurs la gamme d'intensités accessibles, nous empêchant d'explorer le régime $I \ll I_{\mathrm{sat}}$. À titre d'exemple, pour un désaccord

49. Pour les atomes ayant un moment magnétique non-nul dans leur état fondamental, la coupure des champs est critique : un champ résiduel peut influencer la trajectoire des atomes et l'expansion du nuage, faussant la mesure de la température. Ce n'est pas le cas pour l'ytterbium.

50. Cette valeur est grande comparée à l'optimum théorique $\delta_{\mathrm{MOT}}^{\mathrm{opt}} = -\Gamma_g/2 \approx -2\pi \times 90\,\mathrm{kHz}$.

$\delta_{\mathrm{MOT}} \approx -2\pi \times 1.2\,\mathrm{MHz}$ et $I = 0.1 \times I_{\mathrm{sat}}$, il faut un gradient minimal de $13\,\mathrm{G.cm^{-1}}$ pour garder les atomes [51], ce qui n'est pas accessible avec notre montage.

La température minimale obtenue est de $T = 10.8 \pm 0.2\,\mu\mathrm{K}$. C'est deux fois plus que la température Doppler. Plusieurs raisons peuvent expliquer cette différence. Tout d'abord, comme nous l'avons expliqué précédemment, la gravité limite l'intensité minimale du PMO. De plus, la température Doppler représente la limite d'un modèle de refroidissement ne considérant qu'un atome unique. Ce modèle néglige donc les effets de diffusion multiples se produisant lorsqu'un nombre important d'atomes sont piégés, aboutissant à un chauffage supplémentaire du nuage [52]. Il n'est toutefois pas utile d'atteindre une température aussi basse pour charger le piège optique, d'une profondeur de $700\,\mu\mathrm{K}$, servant par la suite au transport du nuage vers la chambre science. Une température de l'ordre de $40\,\mu\mathrm{K}$ est suffisante, ce qui est facilement réalisable y compris avec un grand nombre d'atomes.



(a) (b)

Figure 2.18 – **(a)** Photographie du jet atomique soumis au faisceau ralentisseur, observé en sortie du four par fluorescence. **(b)** Photographie du piège magnéto-optique au cours du chargement.

2.4 Chargement et refroidissement dans un piège optique

Le piège magnéto-optique permet de capturer 2×10^8 atomes et de les refroidir à une température de quelques dizaines de microkelvins. La densité dans l'espace des phases n'est alors pas suffisante pour atteindre le régime de dégénérescence quantique. Pour y parvenir, il est nécessaire de transférer les atomes dans un piège conservatif, puis d'utiliser le processus d'évaporation pour refroidir le nuage. Dans le cas de l'ytterbium, l'absence de moment magnétique nous oblige à utiliser des pièges optiques. Nous transférons donc dans un premier temps les atomes depuis le PMO vers un piège constitué d'un seul bras laser. Ce bras permet de transporter les atomes vers une seconde chambre, offrant un meilleur accès optique. Un second laser vient alors croiser le premier, et la profondeur des

51. On considère que les atomes sont perdus si la gravité déplace le centre du piège de plus que le rayon des faisceaux du PMO.

52. Remarquons que la température la plus basse a été obtenue avec un nombre d'atome relativement bas ($\approx 7 \times 10^7$, contre 2×10^8 habituellement chargés dans nos cycles expérimentaux).

deux pièges est baissée progressivement pour refroidir le nuage et atteindre le régime de condensation de Bose-Einstein.

2.4.1 Chargement et transport d'un nuage thermique dans un piège optique

Après avoir brièvement rappelé les principes de la physique des pièges optiques, nous présenterons le chargement du piège et la mesure de ses fréquences. Nous nous intéresserons ensuite au transport des atomes.

Pièges optiques

Dans la section 2.3.1, nous n'avons gardé des forces radiatives que la partie dissipative : la pression de radiation. C'est cette composante qui régit la physique d'un atome soumis à un champ lumineux quasi-résonnant. Loin de résonance ($\delta \gg \Gamma$), une autre composante domine : il s'agit de la force dipolaire. Elle correspond à la force exercée par le champ électrique de la lumière laser sur le dipôle électrique atomique induit par le champ lumineux. Cette force est conservative – elle dérive d'un potentiel – et son amplitude décroît en $1/\delta$, contre $1/\delta^2$ pour la pression de radiation. Avec des faisceaux assez puissants et très désaccordés, il est donc possible d'obtenir un potentiel assez profond pour piéger (ou repousser) les atomes tout en gardant un taux d'émission spontanée faible, voire négligeable.

Le potentiel dipolaire U_{dip} généré par un champ laser d'intensité $I(\boldsymbol{r})$ s'écrit sous la forme [58] :

$$U_{\text{dip}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c}\alpha_i I(\boldsymbol{r}), \tag{2.22}$$

où l'on a introduit la polarisabilité de l'atome dans l'état i, notée α_i, qui dépend de la fréquence du laser. Pour un laser désaccordé dans le rouge de la transition atomique, α_i est positif et le potentiel résultant est attractif [53]. Dans le cas d'un faisceau gaussien se propageant suivant z, de puissance totale P_0, de rayon au foyer (*waist*) w_0, focalisé en $z = 0$, on a en coordonnées cylindriques (r, z) :

$$I(r,z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(z)}\right), \tag{2.23}$$

avec $I_0 \mathrel{\widehat{=}} 2P_0/(\pi w_0^2)$, $w(z) = w_0\sqrt{1 + z^2/z_{\text{R}}^2}$, et $z_{\text{R}} \mathrel{\widehat{=}} \pi w_0^2/\lambda$. Le potentiel dipolaire dérivant de cette intensité est alors :

$$U_{\text{dip}}(r,z) = -U_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(z)}\right) \tag{2.24}$$

$$\approx -U_0 + \frac{1}{2}m\left(\omega_{\text{rad}}^2 r^2 + \omega_{\text{ax}}^2 z^2\right). \tag{2.25}$$

L'approximation est valable pour un nuage de rayon $R \ll w_0$. On a introduit les pulsations axiale et radiale ω_{ax} et ω_{rad}, définies par :

53. Cette image est valable dans le cas d'un atome à deux niveaux. Si plusieurs transitions sont présentes dans le spectre atomique, il faut sommer la contribution de chacune d'entre elles pour obtenir la polarisabilité.

$$\omega_{\mathrm{ax}} \mathrel{\widehat{=}} \sqrt{\frac{2U_0}{mz_{\mathrm{R}}^2}} \quad \text{et} \quad \omega_{\mathrm{rad}} \mathrel{\widehat{=}} \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}}. \tag{2.26}$$

Piégeage de l'ytterbium dans un piège simple

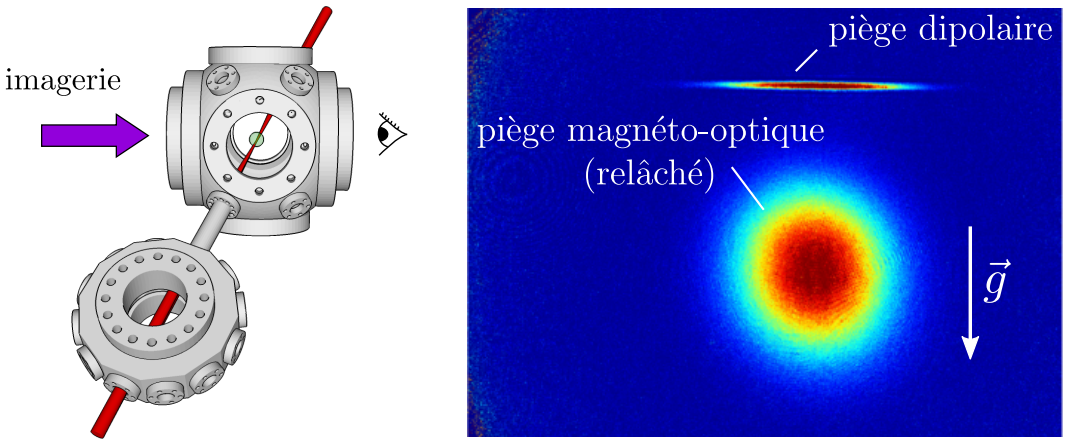


Figure 2.19 – Chargement du piège dipolaire. **À gauche :** configuration du piège. **À droite :** image d'atomes chargés dans le piège. Le PMO a été coupé avant la prise de vue pour distinguer les atomes piégés.

Nous transférons dans un premier temps le nuage issu du PMO dans un piège simple (un seul faisceau laser). Nous utilisons un laser fibré [54] multi-modes émettant 50 W à une longueur d'onde de 1070 nm. Ce dernier est aligné sur l'axe du tube reliant la chambre MOT à la chambre de science (*cf.* figure 2.19). Il est focalisé au niveau du piège magnéto-optique, avec un rayon $w_0 \approx 38\,\mu$m. À cause de pertes diverses le long du chemin optique, la puissance vue par les atomes est d'environ 45 W, ce qui correspond à une profondeur $U_0 \approx k_{\mathrm{B}} \times 690\,\mu$K, pour des fréquences axiale et radiale respectives de $\omega_{\mathrm{ax}} \approx 2\pi \times 9.6$ Hz et $\omega_{\mathrm{rad}} \approx 2\pi \times 1.5$ kHz.

La séquence permettant de charger le piège est similaire à celle présentée dans la section 2.3.3 : une fois le chargement (15 s) du PMO terminé, les bandes latérales sont coupées et le désaccord du PMO diminué (100 ms). Le piège magnéto-optique est alors comprimé et aligné sur le piège dipolaire, en utilisant les bobines de biais, en 300 ms. L'intensité des faisceaux du PMO est ensuite baissée tandis que son désaccord est encore diminué, afin de refroidir le nuage. Le piège dipolaire est allumé au début de cette étape, qui dure 300 ms. Une fois que l'intensité du PMO a atteint son minimum, tous les paramètres sont laissés constants pendant 200 ms, pour permettre le transfert des atomes du PMO dans le piège dipolaire. Le PMO est alors coupé, et nous pouvons mesurer les atomes effectivement transférés. Nous avons remarqué que le piège connaît une évaporation rapide dans les 100 ms suivant l'extinction du PMO, pendant laquelle le nombre d'atome diminue de moitié (figure 2.20b). Cette première étape correspond à l'évolution de la distribution des atomes : uniforme dans le PMO, elle doit relaxer vers une distribution de Boltzmann dans le piège dipolaire.

La figure 2.20a montre un exemple de courbe de chargement du piège dipolaire. Le nombre d'atomes piégés N_{DT} est mesuré une seconde après l'extinction du piège magnéto-optique, pour différents temps de chargement de ce dernier. La courbe montre clairement

54. YLR-50-LP-AC-Y12, IPG Photonics (Oxford, USA).

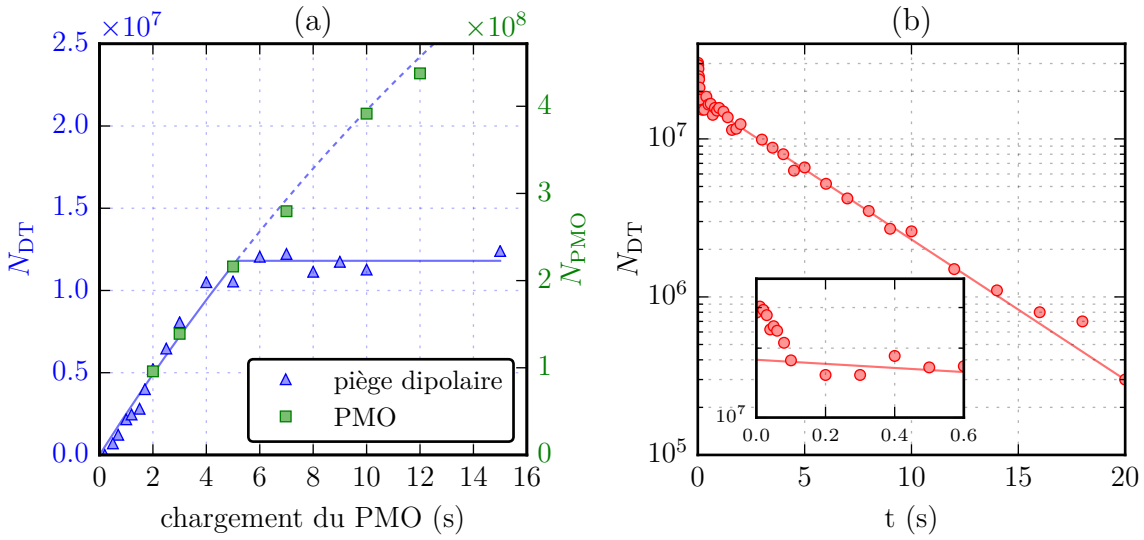


FIGURE 2.20 – **(a)** Nombre d'atomes dans le piège dipolaire (N_{DT}, triangles bleus) une seconde après l'extinction du PMO, en fonction du temps de chargement du PMO. Pour comparaison, le nombre d'atomes initialement chargés dans le PMO est aussi tracé (N_{MOT}, carrés verts). Le rapport des échelles verticales est de 5.3%, qui est le rapport mesuré entre les taux de chargement du piège dipolaire et du PMO. La courbe bleue correspond à un ajustement exponentiel, tronqué au seuil de saturation ($N_{sat} = 1.2 \times 10^7$), avec un taux de chargement $R_{DT} = 2.6 \times 10^6$ atome.s^{-1} et une constante de temps à $1/e$ de $\tau = 24$ s. **(b)** Temps de vie des atomes dans le piège dipolaire. Le nombre d'atomes piégés est tracé en fonction du temps d'attente dans le piège. Aux temps longs, la décroissance est exponentielle avec une constante de $\tau_{vie} = 4.9$ s. On remarque une évaporation rapide durant 100 ms au début de la courbe, correspondant à l'adaptation de la distribution des atomes à l'état d'équilibre thermique dans le piège.

deux régimes : dans un premier temps, le nombre d'atomes piégé suit une loi exponentielle correspondant à un taux de chargement $R_{DT} = 2.6 \times 10^6$ atome.s^{-1}, pour un taux de chargement du PMO mesuré de $R_{PMO} = 4.8 \times 10^7$ atome.s^{-1}, ce qui correspond à une efficacité de transfert $\eta \approx 5\%$. Dans un second temps, le nombre d'atomes piégés sature à une valeur d'environ 1.2×10^7. Le seuil de saturation semble provenir des paramètres du piège dipolaire : avec un faisceau moins focalisé ($w_0 \approx 60\,\mu$m), nous arrivons à piéger environ 2.0×10^7 atomes [69].

La fréquence axiale du piège est mesurée en déplaçant la position du foyer du laser et en détectant les oscillations axiales engendrées. La mesure (figure 2.21a) donne $\omega_{ax} \approx 2\pi \times 9.9$ Hz. Afin d'obtenir la fréquence radiale, nous procédons à une excitation paramétrique du nuage : la profondeur du piège est modulée à la fréquence f_{mod}, et l'on s'attend à exciter le mouvement d'oscillation radial pour $f_{mod} = 2f_{rad}$. Cette excitation a pour effet principal de chauffer le nuage, et donc de provoquer la perte d'atomes. Nous trouvons $\omega_{rad} \approx 2\pi \times 1.6$ kHz (figure 2.21b). La connaissance de ces fréquences permet au passage une calibration du rayon du laser : d'après l'équation (2.26), on a en effet $w_0 = (\lambda/\pi\sqrt{2})(\omega_{rad}/\omega_{ax}) \approx 39\,\mu$m.

Transport d'un gaz thermique dans un piège optique

Les atomes transférés dans le piège dipolaire simple doivent être transportés vers une seconde chambre offrant un meilleur accès optique. La distance entre le centre de la chambre MOT et celui de la seconde chambre est d'environ 18 cm. Diverses méthodes

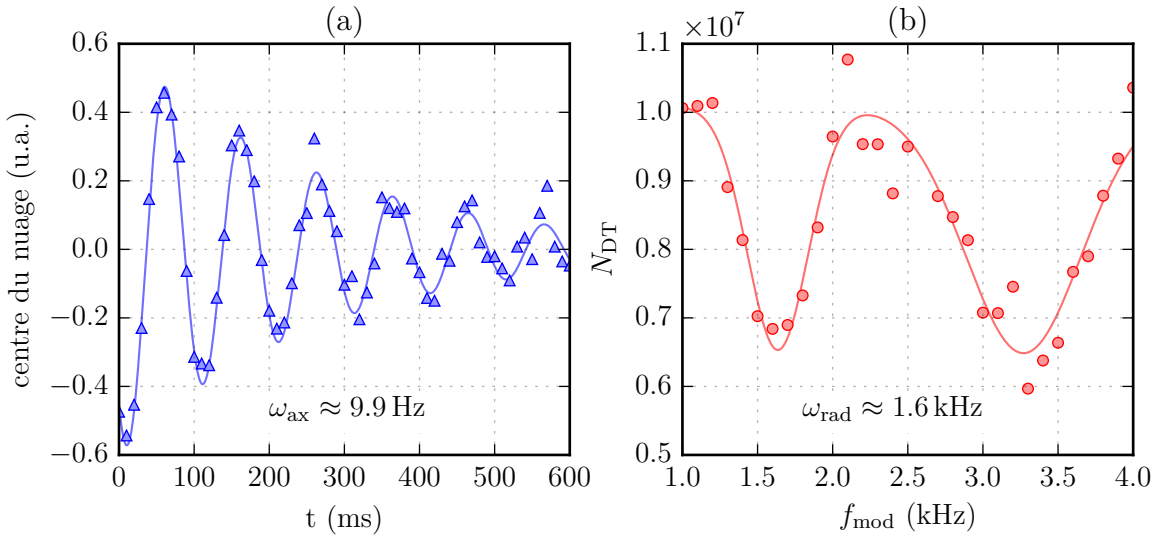


Figure 2.21 – **(a)** Mesure de la fréquence axiale du piège dipolaire à 1070 nm. La position du centre de masse du nuage est mesurée pour différents temps après le déplacement soudain du foyer du laser. **(b)** Mesure de la fréquence radiale du piège dipolaire à 1070 nm par excitation paramétrique. La profondeur du piège est modulée à f_{mod} (10% de modulation pendant 1 s), puis le nombre d'atome est mesuré. On s'attend à des pertes par chauffage pour $f_{mod} = 2f_{rad}$. Nous voyons aussi des pertes pour $f_{mod} = f_{rad}$, pouvant s'expliquer par l'anharmonicité du piège, ou par la présence d'harmoniques d'ordre supérieur dans la modulation. La fonction utilisée pour l'ajustement comprend deux résonances gaussiennes, le rapport entre les fréquences de résonance étant fixé à 2.

ont été précédemment mises en œuvre pour transporter des échantillons d'atomes ultra-froids sur des distances de plusieurs centimètres. Elles consistent à translater le potentiel piégeant les atomes soit en déplaçant mécaniquement ses sources (lentille de focalisation pour un piège dipolaire [92], bobines pour un piège magnétique [93]), soit en utilisant une configuration mécaniquement statique (lentille de focale ajustable dynamiquement [94], assemblée de bobines dont le courant est modulé dans le temps [95]). Nous avons choisi la première solution, c'est-à-dire de translater mécaniquement le foyer du laser générant le piège dipolaire.

La figure 2.22a montre un schéma du montage optique que nous utilisons pour le transport des atomes. En sortie du collimateur, le laser est d'abord envoyé au travers d'une lame demi-onde, fixée sur une monture rotative motorisée, puis d'un polariseur Glan-Taylor. Cette partie du montage permet de contrôler la puissance du laser, comme nous le verrons par la suite. Un télescope (−150 mm/500 mm) permet ensuite d'agrandir la taille du faisceau. Il est suivi d'une lentille convergente de focale 800 mm, qui permet de focaliser le faisceau. La position du foyer est contrôlée grâce à un dispositif constitué d'un réflecteur (coin de cube) monté sur une platine de translation motorisée. Le coin de cube fonctionne de façon similaire à un catadioptre. Il comprend trois miroirs collés sur des plans orthogonaux (figure 2.22b). Quel que soit son angle d'incidence, un rayon entrant sera réfléchi parallèlement à lui-même, avec un décalage constant. En translatant la platine motorisée suivant l'axe d'incidence, il est donc possible de raccourcir ou d'allonger le chemin optique séparant la lentille de focalisation de l'enceinte à vide [55]. Ce dispositif nous permet ainsi dans un premier temps d'aligner le foyer du piège dipolaire sur la

55. **NB :** un déplacement de la platine sur une distance d provoque un déplacement du foyer de $2d$.

position du piège magnéto-optique, puis dans un second temps de transporter les atomes vers la seconde chambre.

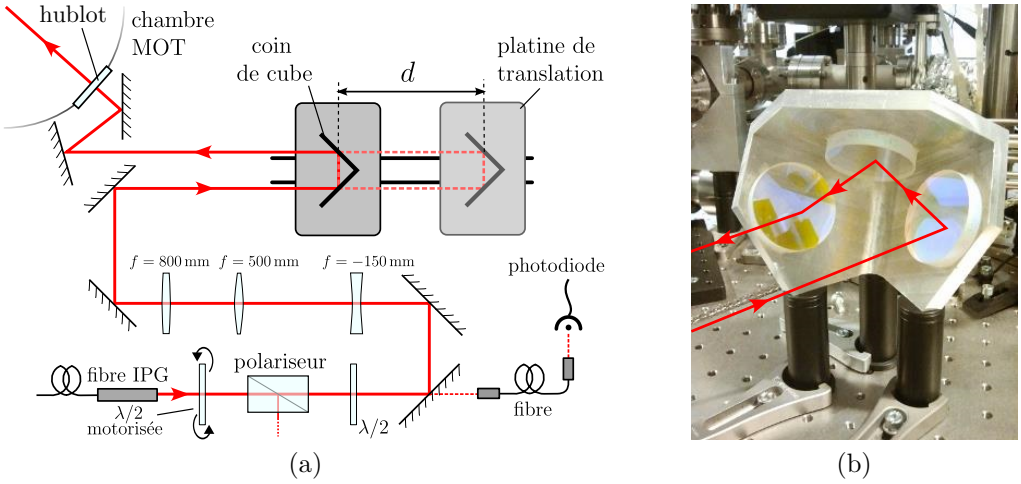


FIGURE 2.22 – **(a)** Schéma du montage optique pour le transport des atomes dans le piège dipolaire. **(b)** Photographie du coin de cube permettant de réfléchir un faisceau incident parallèle à lui-même. Le trajet d'un rayon réfléchi par le coin de cube est représenté par un trait rouge.

L'optimisation du transport nécessite de prendre en compte les différents paramètres susceptibles d'entraîner des pertes d'atomes ou bien un chauffage de l'échantillon. En premier lieu, il est nécessaire de limiter au maximum les vibrations mécaniques du faisceau laser lors du transport. Ces dernières proviennent principalement de la platine de translation, dont les vibrations se couplent au faisceau via le dispositif de réflexion. L'emploi du réflecteur en coin de cube est à ce titre avantageux : pour un faisceau correctement aligné, il est possible de montrer que la dépendance du pointé aux vibrations de la platine est sensiblement réduite [56].

Les autres facteurs susceptibles d'entraîner du chauffage ou des pertes d'atomes sont liés au profil temporel du transport. Tout d'abord, si le transport est rapide devant la période du piège dans l'axe du transport, le nuage ne suivra pas le minimum de potentiel et des oscillations du centre de masse pourront être déclenchées. Il est possible de réduire voir d'annuler l'amplitude de ces oscillations en effectuant un transport lent devant les fréquences du piège, ou bien en utilisant des « raccourcis vers l'adiabaticité » [96], consistant à façonner des profils de transport où la phase de décélération compense exactement la phase d'accélération [57]. Ces oscillations peuvent être limitantes dans le cas de nuages très froids, par exemple de condensats de Bose-Einstein [92, 96]. Dans notre cas, une durée de transport de l'ordre de la seconde – le minimum réalisable avec notre platine – est suffisante pour s'en prémunir.

La figure 2.23a montre le nombre d'atomes mesurés dans le piège dipolaire à l'issu du transport, pour différentes durées de ce dernier. Pour comparaison, le nombre d'atomes restant dans le piège après un temps d'attente similaire dans la chambre MOT est aussi tracé. La comparaison entre les deux courbes est compliquée par la différence de temps

56. Pour plus de détails théoriques et pratiques quant à l'optimisation du transport dans notre dispositif expérimental, le lecteur est invité à se référer à la thèse de Matthias Scholl [69].

57. Pour un profil simple avec une accélération constante par morceaux (d'abord positive puis négative), cela revient *grosso modo* à arrêter le mouvement au point de rebroussement de l'oscillation provoquée par la phase d'accélération.

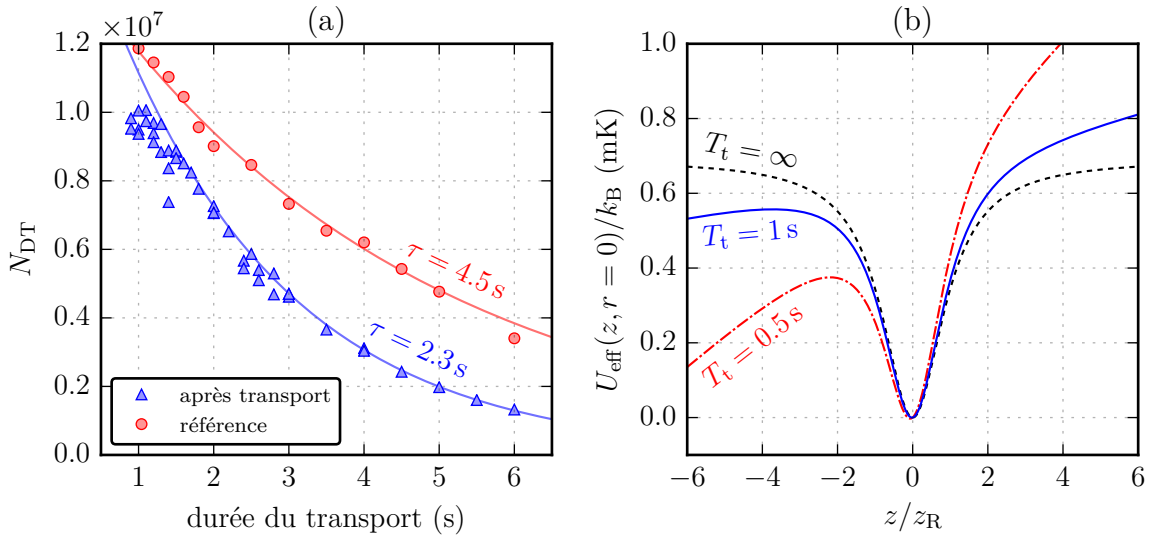


Figure 2.23 – **(a)** Nombre d'atomes dans le piège dipolaire après transport (triangles bleus) ou avec un temps d'attente similaire dans la chambre MOT (ronds rouges). Les ajustements correspondent à une décroissance exponentielle, traduisant le temps de vie du nuage piégé. Dans le cas du transport, l'ajustement est effectué sur les temps longs, pour lesquels les pertes sont dominées par le temps de vie. **(b)** Profil du axial du piège pour différents temps de transport, au moment d'accélération maximale.

de vie mesurée dans les deux chambres, sûrement due à des conditions de vide différentes. Au moment de la mesure, le temps de vie dans la chambre MOT était de 4.5 s, contre 2.3 s dans la chambre de science. Pour des temps de transport supérieurs à 1.5 s, le nombre d'atomes après transport décroit avec la durée de ce dernier. Les pertes correspondent ainsi à la durée de vie des atomes dans le piège. Pour les temps courts, le nombre d'atomes est quasiment constant, ce qui traduit un équilibre entre les pertes dues au transport (décroissant avec le temps de transport) et celles dues au temps de vie (croissant avec le temps). Pour ces temps courts, la perte des atomes est principalement le fait de l'ouverture du piège due à l'accélération [69] : le potentiel effectif vu par les atomes dans le référentiel du piège est $U_{\text{eff}}(r,z) = U_{\text{dip}}(r,z) - maz$, où a est l'accélération du piège suivant z [58]. Le potentiel dipolaire ayant une profondeur U_0 finie, il va s'ouvrir sous l'effet de l'accélération, ce qui provoque la perte d'atomes par déversement. La figure 2.23b montre l'ouverture maximale du piège pour différents temps de transport T_{t}, avec le profil utilisé dans notre séquence expérimentale. Nous utilisons un temps de transport de l'ordre de 1 s, pour lesquels nous mesurons un nombre d'atomes restants de $N_{\text{DT}} \approx 1 \times 10^7$, soit une efficacité de l'ordre de 80%.

2.4.2 Refroidissement par évaporation dans un piège croisé

Piège optique croisé

Afin d'obtenir des densités dans l'espace des phases permettant d'atteindre le régime de condensation de Bose-Einstein, nous utilisons le refroidissement par évaporation. Cette

58. Le profil utilisé pour le transport est un polynôme de degré 4 – défini par morceaux – pour la position du centre du piège. Les paramètres libres sont alors la distance de transport d et sa durée T_{t}. L'accélération maximale est alors $a_{\max} = 8d/T_{\text{t}}^2$. Dans notre cas, $d \approx 22$ cm et $T_{\text{t}} \approx 1.5$ s, ce qui correspond à $a_{\max} \approx 0.78\,\text{m/s}^2$. Pour plus de détails, voir [69].

technique consiste à baisser progressivement la profondeur du piège, ce qui entraîne la perte des atomes de plus haute énergie [89]. Si la perte des atomes – et donc la baisse de la profondeur – est lente devant le taux de collisions au sein du nuage, la distribution s'équilibre continûment, et la température baisse. Dans le cas des pièges magnétiques, la profondeur du piège peut être réglée indépendamment de ses fréquences en utilisant des transitions radio-fréquence couplant l'état de spin piégé à un état non-piégé : en variant le désaccord de la source radio-fréquence et en utilisant l'effet Zeeman, il est possible de sélectionner spatialement les atomes couplés. Cette technique n'est pas transposable aux pièges optiques [59]. Le seul paramètre dynamique accessible pour l'expérimentateur est la puissance du faisceau laser, qui va fixer à la fois la profondeur du piège et ses fréquences. Une diminution des fréquences de piégeage accompagne donc la baisse de la profondeur, ce qui entraîne une diminution du taux de collision au cours de l'évaporation.

Dans un piège optique simple de rayon w_0, le rapport des fréquences axiale ω_{ax} et radiale ω_{rad} est $\omega_{\mathrm{rad}}/\omega_{\mathrm{ax}} \propto w_0/\lambda$. À moins de focaliser le faisceau sur une taille de l'ordre de sa longueur d'onde, le piège sera toujours plus lâche dans sa direction axiale. Cette géométrie ne permet pas d'obtenir les taux de collision nécessaires pour le refroidissement par évaporation. Pour pallier ce problème, nous utilisons un second bras laser orthogonal au premier. Les foyers des deux lasers coïncident, de sorte que le confinement dans l'axe de l'un des bras est assuré par le confinement radial de l'autre. Pour le second bras, nous utilisons un laser Verdi [60] à 532 nm, focalisé avec un rayon de 16 μm pour une puissance totale de 1 W. Cette configuration permet d'obtenir une profondeur d'environ 150 μK, pour des fréquences radiale et axiale respectives de 1.6 kHz et 12 Hz. Le laser est couplé dans une fibre, afin de minimiser les fluctuations de pointé, et un AOM est placé en amont de cette dernière pour asservir activement la puissance et pour permettre une coupure rapide du piège.

Rampes de puissance : asservissement

Pour assurer une bonne reproductibilité de la séquence d'évaporation, il est nécessaire d'asservir les puissances des lasers formant le piège dipolaire. Pour les deux bras, la puissance est mesurée en utilisant une fuite sur un miroir en amont des atomes, à l'aide d'une photodiode. Un signal d'erreur est obtenu en soustrayant le signal mesuré au point de consigne généré par le système de contrôle informatique (section 2.2.3). Une boucle de régulation de type PI [61] permet alors d'asservir la puissance à la valeur de consigne. Dans le cas du second bras (Verdi), la rétro-action est effectuée en utilisant un AOM. La puissance minimale utilisée dans le cycle expérimental correspond à environ 1% de la puissance maximale, et l'AOM est donc suffisant pour effectuer l'asservissement sur l'ensemble de la plage souhaitée.

Le cas du premier bras (IPG) est plus problématique : sa puissance à la fin de la rampe d'évaporation est de l'ordre de 0.2% de la puissance initiale. L'utilisation d'un AOM n'étant pas souhaitable pour les puissances en jeu (50 W au maximum), l'asservissement

59. Dans le cas de l'ytterbium, il serait néanmoins possible d'imiter cette technique en utilisant la transition d'horloge ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. Cette dernière est assez étroite pour résoudre les déplacements lumineux différentiels dus à la présence du piège dipolaire. Ce déplacement est maximal pour les atomes piégés au centre du piège, et il est donc possible de sélectionner spatialement les atomes à coupler. Les atomes seraient alors perdus soit par collision inélastique, soit en utilisant un potentiel anti-piégeant pour l'état excité.

60. Verdi V-6, Coherent (Santa Clara, USA).

61. Proportionnel Intégral

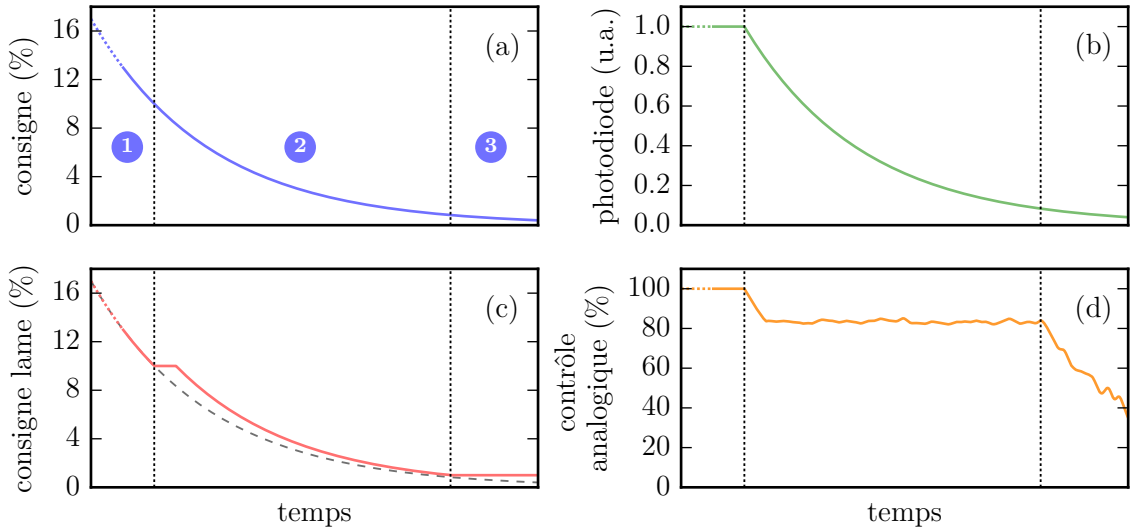


Figure 2.24 – Procédure d'asservissement de la puissance du laser à 1070 nm (IPG). On distingue trois phases : dans un premier temps ❶ la puissance n'est pas asservie, et uniquement contrôlée par la lame rotative. Puis ❷ la photodiode d'asservissement sort de saturation, et la puissance est asservie par l'association de la lame rotative et de l'entrée analogique. La lame est retardée, pour laisser une marge au contrôle analogique. Enfin ❸ la lame atteint son maximum d'atténuation, et l'asservissement est assuré par le contrôle analogique. **(a)** Valeur de consigne, en pourcentage de la puissance initiale. **(b)** Signal mesuré par la photodiode. **(c)** Consigne envoyée à la lame rotative, calibrée en pourcentage de la puissance initiale. La courbe pointillée correspond à la valeur de consigne globale, et permet de visualiser le retard de la lame dans la seconde phase. **(d)** Signal envoyé à l'entrée analogique du laser.

est effectué par l'action combinée de deux dispositifs. Une lame demi-onde montée dans une monture rotative motorisée suivie d'un polariseur Glan-Taylor (*cf.* figure 2.22) permet d'obtenir un premier contrôle de l'intensité du laser, avec un rapport d'extinction de 1 pour 130 [69]. Pour obtenir des puissances plus basses, nous utilisons l'entrée de modulation analogique du laser, permettant un contrôle de la puissance dans une gamme relative de 1 à 10. La photodiode utilisée pour le contrôle de l'intensité ne permettant pas une détection convenable dans la gamme de 1 pour 1000 souhaitée, nous procédons comme suit pour l'asservissement (figure 2.24) : à haute puissance ($P/P_{\max} > 10\%$), la puissance du laser est contrôlée uniquement par la lame rotative (sans asservissement). La photodiode est alors saturée, ainsi que le signal envoyé à l'entrée analogique du laser. Lorsque le laser atteint 10% de sa puissance initiale, la photodiode sort de saturation et le contrôle analogique corrige les fluctuations de l'intensité autour de la valeur de consigne. Nous faisons en sorte que la lame d'onde soit alors légèrement en retard sur la rampe, laissant environ 20% de marge au contrôle analogique pour la correction. Enfin, lorsque la lame d'onde atteint son minimum d'extinction, autour de 1% de la puissance initiale, l'asservissement est uniquement assuré par le contrôle analogique.

Rampes de puissance : profils utilisés

Les profils d'intensité utilisés pour l'évaporation sont représentés dans la figure 2.25. La courbe maîtresse est une décroissance exponentielle de constante τ, dont la durée est ajustée suivant la profondeur finale souhaitée. La puissance du premier bras du piège dipolaire (le plus puissant, à 1070 nm) suit directement cette courbe. À pleine puissance,

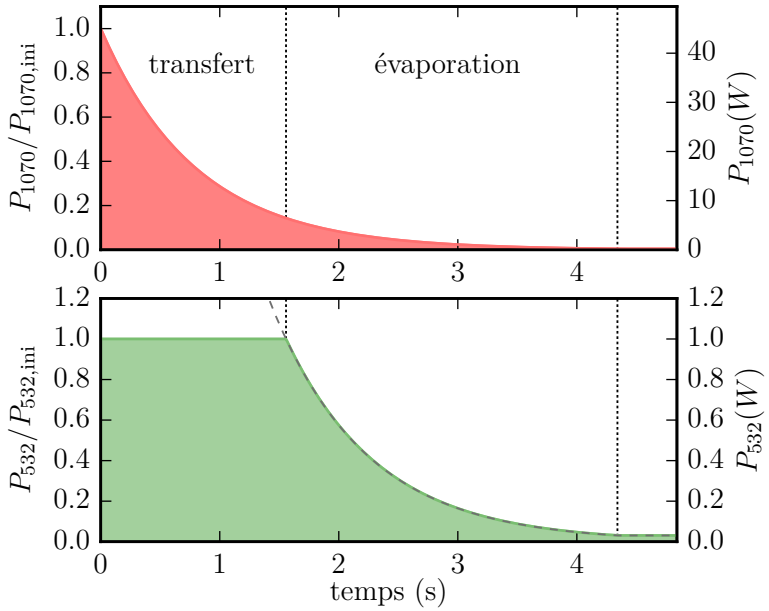


FIGURE 2.25 – Profils temporels d'intensité pour l'évaporation des lasers à 1070 nm **(haut)** et à 532 nm **(bas)**. La courbe $\alpha e^{-t/\tau}$ (non tronquée) définissant le profil pour le laser à 532 nm, est représentée en pointillés.

le second bras (532 nm) est moins profond ; sa puissance est donc gardée constante dans un premier temps, jusqu'à ce que les profondeurs des deux bras soient équilibrées. Durant cette phase, les atomes piégés dans le premier bras sont refroidis et transférés dans la zone croisée. L'évaporation continue alors, le second bras suivant la même décroissance exponentielle que le premier. Les puissances suivent ainsi la loi suivante :

$$P_{1070}(t) = P_{1070,\mathrm{ini}} \times e^{-t/\tau} \tag{2.27}$$

$$P_{532}(t) = P_{532,\mathrm{ini}} \times \mathrm{Min}\left[\alpha e^{-t/\tau}, 1\right] \tag{2.28}$$

où α est un facteur multiplicatif permettant de régler la profondeur relative des deux pièges. Expérimentalement, l'évaporation est optimale pour $\tau = 800$ ms et $\alpha = 9$, ce qui revient à commencer à évaporer le second bras lorsque le premier a atteint 11% de sa puissance initiale. Les puissances finales sont de l'ordre de 200 mW pour le laser à 1070 nm et 40 mW pour celui à 532 nm, ce qui représente respectivement 0.4% et 4% de leurs puissances initiales. La durée totale de l'évaporation est de l'ordre de 4 s.

2.5 Observation et caractérisation d'un condensat de Bose-Einstein d'Ytterbium

L'emploi de la technique de refroidissement évaporatif décrite dans la section précédente permet d'atteindre le régime de condensation de Bose-Einstein, se caractérisant par une occupation macroscopique de l'état fondamental du piège [62]. La température critique T_c associée à cette transition de phase dépend du nombre d'atomes N, et peut être évaluée pour un gaz idéal dans un piège harmonique de fréquence moyenne $\overline{\omega}$ par la formule suivante [62] :

$$T_c = 0.94 \frac{\hbar\overline{\omega}}{k_B} N^{1/3}. \tag{2.29}$$

Dans cette partie, nous expliquons quelle est la signature de l'apparition d'une fraction condensée dans le profil de densité du nuage après temps de vol. Nous présentons ensuite les résultats obtenus avec notre montage expérimental.

2.5.1 Analyse des profils de densité

La principale information que nous tirons de nos cycles expérimentaux réside dans les images du nuage, prises par absorption après un temps de vol. De ces images, il est possible de tirer le profil de densité en colonne du nuage (section 2.2.4). Nous allons voir que l'analyse de ces profils permet d'obtenir des informations sur la température du nuage, ainsi que de détecter la présence d'un condensat. On considère par la suite un nuage à la température T dans un piège harmonique de fréquences $\{\omega_i,\, i = x, y, z\}$. On note μ son potentiel chimique, et on introduit $\beta = (k_B T)^{-1}$.

Nuage au-dessus du seuil de condensation

Dans la partie précédente, nous avons considéré que la distribution des particules dans le piège suivait une loi de Boltzmann (Gaussienne), ce qui revenait à négliger les effets de la statistique quantique de ces dernières. Cette approximation, valable à haute température, n'est plus valable lorsque l'on se rapproche de la température critique. Pour un gaz de bosons sans interactions, il est possible de calculer [62] le profil spatial dans le piège, intégré suivant l'axe d'imagerie z :

$$\overline{n}_{\mathrm{th}}(x, y) = \frac{m}{2\pi\hbar^3\beta^2} \frac{1}{\omega_z} g_2\left(\phi \exp\left[-\frac{x^2}{L_{x,0}^2} - \frac{y^2}{L_{y,0}^2}\right]\right). \tag{2.30}$$

On a introduit dans l'équation précédente la fonction polylogarithme $g_\nu(z) \mathrel{\widehat{=}} \sum_{l=1}^{+\infty} z^l/l^\nu$, la fugacité $\phi \mathrel{\widehat{=}} \exp(\beta\mu)$, ainsi que les tailles caractéristiques du nuage $L_{\alpha,0} = \sqrt{2k_B T/m\omega_\alpha}$ ($\alpha = \{x, y\}$). Lorsque le piège est coupé de façon instantanée, le nuage s'étend sous l'effet de sa distribution de vitesse, comme dans le cas gaussien. On peut montrer qu'il subit une expansion auto-similaire, avec un coefficient de dilatation $d_\alpha(t) = \sqrt{1 + \omega_\alpha^2 t^2}$. L'évolution de ses tailles caractéristiques est alors :

$$L_\alpha(t) = L_{\alpha,0} \times \sqrt{1 + \omega_\alpha^2 t^2} \underset{t \gg \omega_\alpha^{-1}}{\approx} \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} t. \tag{2.31}$$

L'évolution de la taille du nuage aux temps longs nous informe donc sur la température de ce dernier. La figure 2.26 montre deux exemples de coupes de densités mesurées après temps de vol, pour des températures différentes. Pour chaque image, nous avons procédé à deux ajustements en utilisant une distribution gaussienne puis un profil de Bose. À haute température ($\phi \ll 1$), les deux fonctions coïncident, et il est possible d'utiliser indifféremment les deux modèles. En revanche, lorsque l'on se rapproche de la température critique ($\phi \approx 1$), le profil mesuré dévie d'une gaussienne : il est sensiblement plus piqué en son centre – signe précurseur de l'apparition d'une structure bi-modale caractéristique de la condensation de Bose-Einstein. L'ajustement gaussien entraîne alors une sous-estimation de la température du nuage.

62. Pour plus de détails, voir l'annexe D

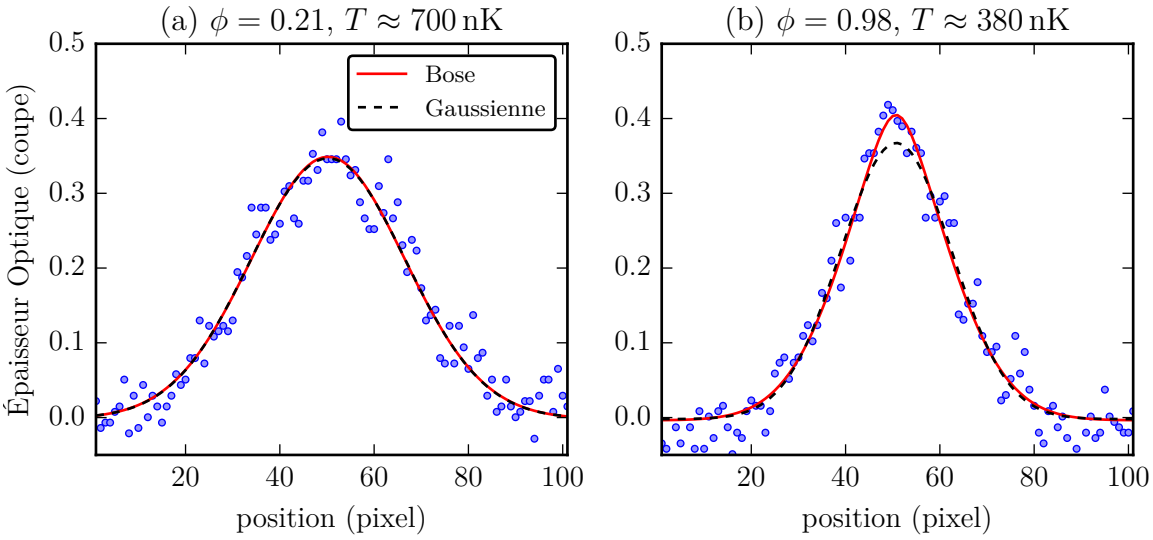


FIGURE 2.26 – Comparaison entre les ajustements utilisant une gaussienne ou une fonction de Bose. **(a)** Régime de « haute-température », pour lequel les deux méthodes coïncident. **(b)** Nuage proche de la condensation. On remarque que l'ajustement avec la fonction de Bose est plus performant que l'ajustement gaussien.

Condensat de Bose-Einstein

On considère maintenant le cas d'un condensat de Bose-Einstein (CBE) pur dans le piège harmonique. Dans le régime de l'approximation de Thomas-Fermi, sa densité intégrée suivant l'axe d'imagerie est (*cf.* annexe D) :

$$\overline{n}_{\mathrm{TF}}(x,y) = \frac{4}{3} n_0 R_z \, \Upsilon\left(1 - \frac{x^2}{R_{x,0}^2} - \frac{y^2}{R_{y,0}^2}\right)^{3/2} \tag{2.32}$$

où l'on a introduit les rayons de Thomas-Fermi :

$$R_{\alpha,0} \mathrel{\widehat{=}} \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_\alpha^2}}, \tag{2.33}$$

ainsi que la fonction Υ définie par :

$$\Upsilon(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{2.34}$$

Le potentiel chimique μ est quant à lui donné par :

$$\mu = \frac{\hbar\overline{\omega}}{2}\left(\frac{15Na}{a_{\mathrm{oh}}}\right)^{2/5}, \tag{2.35}$$

où a désigne la longueur de diffusion. On a posé $\overline{\omega} \mathrel{\widehat{=}} (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ et $a_{\mathrm{oh}} = \sqrt{\hbar/(m\overline{\omega})}$. La densité pic n_0 est quant à elle liée au nombre total d'atome $[N = (8\pi/15)n_0 R_{z,0}R_{y,0}R_{x,0}]$. On note que cette distribution n'est pas thermique (pas d'occurrence de T ou de k_{B}).

En temps de vol, la distribution reste décrite par l'équation (2.32), les rayons de Thomas-Fermi subissant une évolution de la forme : $R_\alpha(t) = R_{\alpha,0} \times b_\alpha(t)$ [97]. La loi dictant l'évolution des coefficients $b_\alpha(t)$ est cependant différente du cas thermique. Ce sont principalement les interactions qui sont dans un premier temps le moteur de l'expansion

du nuage, convertissant l'énergie de champ moyen en énergie cinétique. Lorsque le nuage est assez dilué pour que les interactions soient négligeables, l'expansion devient balistique. La caractérisation complète de l'expansion du nuage sera discutée plus en détail dans la section 4.2.4, où nous verrons son influence sur la spectroscopie d'un condensat.

Nuage mixte

En dessous du seuil de condensation, nous observons des nuages mixtes comprenant une partie non-condensée (thermique) et une fraction condensée. Nous avons donc une distribution bimodale, donnée par :

$$\overline{n}_{\mathrm{tot}}(x,y) = \overline{n}_{\mathrm{th}}(x,y) + \overline{n}_{\mathrm{TF}}(x,y), \tag{2.36}$$

où le potentiel chimique de la fonction de Bose est nul, ce qui correspond à un gaz saturé. Un ajustement sur la partie thermique permet d'obtenir la température du système, tandis que le rapport des intégrales des deux parties nous donne la fraction d'atomes dans le condensat, traduisant la pureté du CBE. La principale difficulté dans l'analyse des images est alors d'ajuster correctement ce modèle à deux composantes. Au vu du grand nombre de degrés de liberté en jeu, il est primordial d'obtenir une bonne estimation préalable des paramètres de l'ajustement. Notre méthode se fonde sur la différence d'échelle entre les deux composantes : la partie condensée a une distribution piquée, plus étroite que la partie thermique, et strictement nulle en dehors de son rayon. La partie thermique est pour sa part plus étendue, avec des ailes décroissant lentement.

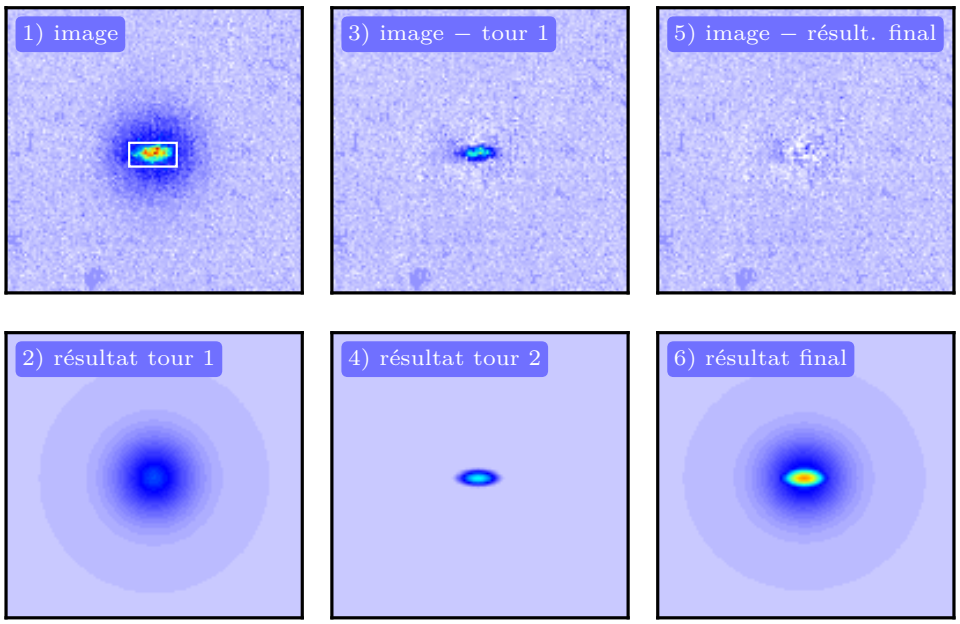


Figure 2.27 – Extraction de la fraction condensée d'un nuage mixte. **1)** Image initiale du nuage partiellement condensé. Le rectangle blanc correspond à la zone exclue pour le premier tour d'ajustement.**2)** Résultat du premier tour d'ajustement, utilisant un profil de Bose. **3)** Image initiale à laquelle on a soustrait le résultat du premier tour, faisant apparaître la partie condensée. **4)** Résultat de l'ajustement sur la partie condensée seule. **5)** Erreur de l'ajustement : image initiale à laquelle on a soustrait le résultat de l'ajustement final. **6)** Ajustement final.

Nous procédons donc en plusieurs étapes, comme illustré dans la figure 2.27. Dans un premier temps, un ajustement est effectué sur les ailes de la partie thermique, à l'exclusion

du centre du nuage occupé par le condensat (rectangle de l'image 1 de la figure 2.27). Cette zone exclue est définie manuellement par l'expérimentateur. Une fois l'ajustement effectué, le résultat est soustrait à l'image initiale, ne laissant que la partie condensée. L'image obtenue permet une estimation des paramètres du condensat par un ajustement avec un profil de Thomas-Fermi. On peut alors procéder à un ajustement sur l'ensemble de l'image avec le modèle bi-modal.

2.5.2 Résultats expérimentaux

Observation de la condensation

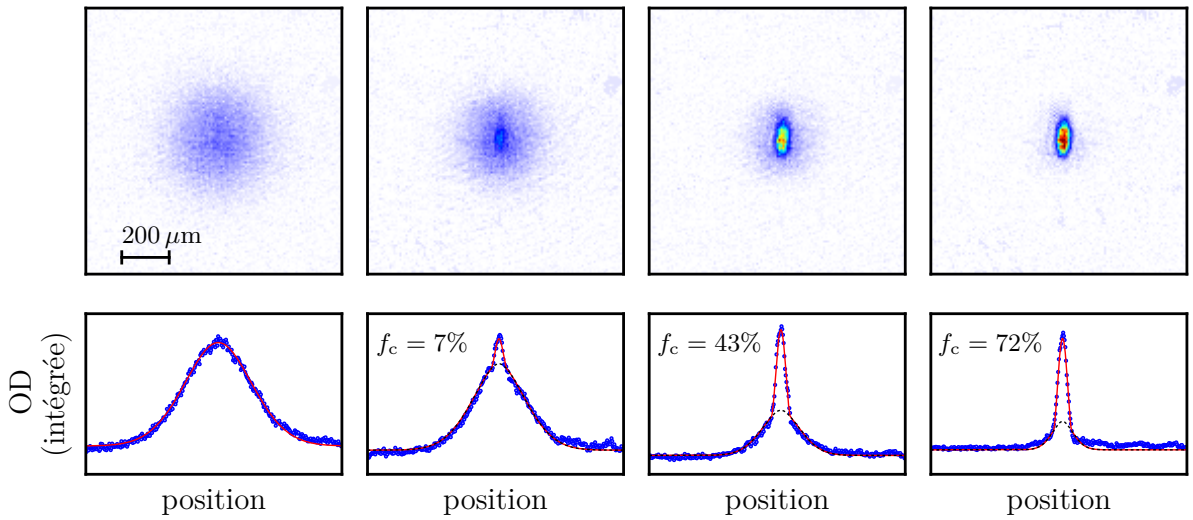


FIGURE 2.28 – Profils de densité observés après temps de vol à différents stades de l'évaporation. **En haut :** profils intégrés suivant l'axe d'imagerie. La densité optique de l'échantillon est représentée en fausses couleurs. On remarque dès la seconde image l'apparition d'un pic central, traduisant la présence d'un condensat. Plus la profondeur du piège est faible (de la gauche vers la droite), plus le pic est important. Le pic est anisotrope, ce qui est caractéristique d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège anisotrope [62]. **En bas :** profils uni-dimensionnels, intégrés suivant la direction verticale par rapport aux images ci-dessus. La courbe rouge correspond au résultat de l'ajustement bi-modal. La contribution de la partie thermique est représentée en pointillés.

L'évaporation dans le piège optique croisé décrit dans la section précédente nous permet d'atteindre le régime de condensation de Bose-Einstein. La figure 2.28 montre des exemples de profils de densité observé après temps de vol, pour différentes profondeurs finales du piège. On y voit clairement un structure bi-modale, avec l'apparition d'un pic central traduisant la présence d'un condensat. Lorsque l'on continue le refroidissement, ce pic devient de plus en plus proéminent, jusqu'à obtenir un condensat quasiment pur.

En utilisant la méthode d'ajustement de la figure 2.27, il est possible d'obtenir la température du gaz ainsi que sa fraction condensée. Théoriquement, pour un gaz de bosons sans interactions, on attend le comportement suivant en dessous de la température critique T_c [62] :

$$\frac{N_0}{N_{\text{tot}}} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3, \tag{2.37}$$

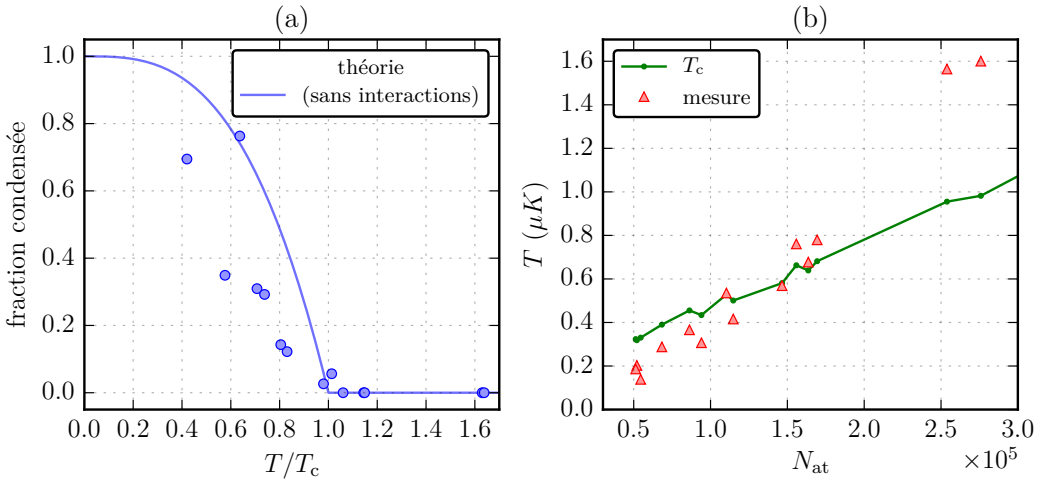


Figure 2.29 – **(a)** Évolution de la fraction condensée en fonction du rapport T/T_c. La température critique T_c est calculée pour chaque point en utilisant le nombre d'atomes total mesuré et les fréquences de piégeages, estimées à partir des mesures effectuées à haute puissance. La courbe théorique correspond au modèle décrit par l'équation (2.37), sans paramètre libre. **(b)** Évolution jointe de la température de l'échantillon et de la température critique en fonction du nombre d'atomes. La condensation a lieu lorsque les deux courbes se croisent.

où N_0 correspond au nombre d'atomes dans le condensat, et N_{tot} le nombre total d'atomes. La figure 2.29 montre l'évolution de la fraction condensée et de la température le long d'une trajectoire d'évaporation. Les fréquences de piégeage, nécessaires pour calculer la température critique, sont estimées à partir des mesures effectuées à haute puissance. On remarque (figure 2.29a) que la fraction condensée apparaît bien autour de la température critique calculée *ab initio* – on notera qu'une erreur dans l'estimation des fréquences de piégeage influe directement sur cette dernière. En dessous de la température critique, la formule (2.37) semble cependant surestimer la fraction condensée. La présence d'interactions, qui entraîne une diminution de la température critique et, à température donnée, de la fraction condensée, peut expliquer cette déviation [98]. La figure 2.29b illustre quant à elle l'évolution de la température et du nombre d'atomes lors de l'évaporation. Il apparaît clairement que la diminution du nombre d'atome s'accompagne d'une baisse de la température, comme attendu lors d'un refroidissement par évaporation. Cependant, on remarque que la température critique diminue elle aussi au cours de l'évaporation, du fait de la perte d'atomes et de la baisse des fréquences de piégeage ($T_c \propto \overline{\omega} N^{1/3}$). La température critique diminue cependant plus lentement que la température de l'échantillon – autrement dit, la densité dans l'espace des phases augmente – et les courbes finissent par se croiser à l'apparition du condensat.

Vérification de la calibration du système d'imagerie

Il est possible de vérifier la calibration du système d'imagerie en mesurant la dépendance du rayon du condensat vis-à-vis du nombre d'atomes. En effet, dans le cadre de l'approximation de Thomas-Fermi, le rayon du condensat *in situ* est donné par la formule (2.33). En utilisant la formule (2.35) pour le potentiel chimique du CBE, il est possible d'exprimer le rayon de ce dernier en fonction des fréquences du piège et du nombre d'atomes. Les fréquences du piège étant mesurées de façon indépendante (observation de l'oscillation du condensat), il est possible de calculer le rayon attendu pour le CBE *in*

situ en fonction de son nombre d'atomes. Son rayon après temps de vol peut alors être déterminé en utilisant le modèle de Castin et Dum [97] (voir aussi section 4.2.4).

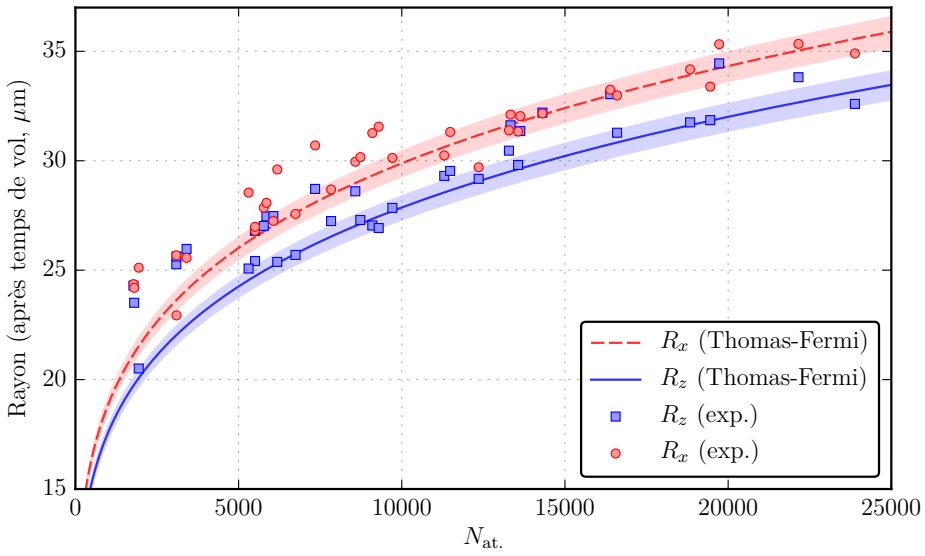


FIGURE 2.30 – Rayon du condensat après 12 ms de temps de vol en fonction du nombre d'atomes, mesuré dans les directions du laser IPG (x, ronds rouges) et de la gravité (z, carrés bleus). Les courbes issues de la théorie de Thomas-Fermi, sans paramètres ajustables, sont aussi tracées (trait rouge interrompu pour x, trait bleu continu pour z). La zone colorée autour des courbes théoriques correspond à l'effet d'une erreur de 10% sur l'estimation du nombre d'atomes.

Expérimentalement, nous observons le nuage après un temps de vol de 12 ms. La figure 2.30 présente le rayon du condensat mesuré suivant l'axe de propagation du laser IPG (x, ronds rouges) et l'axe vertical (z, carrés bleus), pour différents nombres d'atomes. Les fréquences de piégeage sont de $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{227, 81, 200\}$ Hz, ce qui correspond pour la longueur de notre temps de vol à une dilatation d'un facteur $b_x \approx 17$ en x, et $b_z \approx 14$ en z. La taille attendue en fonction du nombre d'atomes d'après la théorie de Thomas-Fermi (sans paramètre ajustable) est aussi représentée. La zone colorée entourant les courbes théoriques correspond à l'effet d'une erreur de 10% sur l'estimation du nombre d'atomes. Une autre source d'erreur peut provenir de la résolution de notre système d'imagerie, pouvant entraîner une surestimation de la taille du condensat. Notons pour finir que l'approximation de Thomas-Fermi n'est plus valable pour un nombre d'atomes faible, ce qui peut expliquer le désaccord de la courbe théorique pour les petits condensats.

Conclusion : stabilité

Notre dispositif expérimental permet d'obtenir des condensats purs (fraction condensée supérieure à 80%) contenant typiquement 5×10^4 atomes d'ytterbium 174. La durée d'un cycle expérimental est de l'ordre de 25 s, dont environ 15 s de chargement du PMO, 1 s de transport et 4 s d'évaporation. Nous avons en outre estimé la reproductibilité du cycle en effectuant une série de 80 séquences identiques consécutives pour une durée totale de 35 min. La déviation standard pour le nombre d'atome est inférieure à 5% sur l'ensemble des séquences, et inférieure à 3% pour les 40 premières. Cette stabilité,

plus que le nombre d'atomes absolu, est notamment importante dans les expériences de spectroscopie décrites dans le chapitre 4, où chaque point du spectre correspond à une mesure du nombre d'atomes sur un cycle expérimental. Réaliser un profil de raie d'une centaine de points nécessite donc d'avoir une bonne stabilité à moyen terme, afin que le signal de spectroscopie ne soit pas noyé dans les fluctuations du nombre d'atomes.

2.6 Chargement adiabatique dans un réseau optique

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, notre méthode pour simuler des champs magnétiques artificiels nécessite de piéger les atomes dans un réseau optique tridimensionnel [63]. Afin de pouvoir observer les conséquences du magnétisme orbital des atomes piégés dans ce réseau, il est nécessaire de maîtriser le processus de chargement de ce dernier, notamment afin d'assurer que les atomes occupent la bande de Bloch fondamentale. Dans cette partie, nous présentons le chargement d'un condensat de Bose-Einstein dans un réseau vertical à la longueur d'onde « magique ». Après avoir décrit des expériences de diffraction permettant de calibrer la profondeur du réseau, nous étudierons plus en détail les conditions expérimentales permettant d'assurer l'adiabaticité du chargement. Nous nous intéresserons ensuite brièvement au chauffage provoqué par la présence du réseau.

2.6.1 Dispositif expérimental

Les expériences décrites dans cette section ont été effectuées dans un réseau vertical rétro-réfléchi réalisé à une longueur d'onde de 760 nm, proche de la longueur d'onde « magique » de l'ytterbium. Nous utilisons pour cela un laser titane-saphir [64] capable de fournir une puissance maximale de 5.5 W. Le faisceau est focalisé au niveau du piège dipolaire croisé présenté dans la partie précédente, avec un rayon à $1/e^2$ d'environ 150 μm. À l'exception des images de diffraction présentées dans la figure 2.31, les expériences présentées dans cette partie ont été réalisées avec une puissance de l'ordre de 250 mW, correspondant à une profondeur $U_0 \approx 12E_\mathrm{r}$ pour une fréquence de piégeage radiale calculée de $\omega_\mathrm{rad}^\mathrm{res.} \approx 2\pi \times 16\,\mathrm{Hz}$.

2.6.2 Diffraction

Avant de nous intéresser au chargement du réseau, nous voulons calibrer sa profondeur afin de vérifier son alignement avec le condensat *in situ*. Une façon de procéder est de réaliser une expérience de diffraction de type Kapitza-Dirac [58] : le réseau est « branché » de façon abrupte, à l'aide d'un modulateur acousto-optique, pendant un temps $t_\mathrm{imp.}$. Il est alors éteint, toujours de façon abrupte, et le condensat relâché du piège. L'observation de la densité atomique après un temps de vol fait alors apparaître différents pics de diffraction (figure 2.31), associés à des impulsions correspondant à des multiples entiers de $2\hbar\boldsymbol{k}$, où $\boldsymbol{k}$ correspond au vecteur d'onde du laser formant le réseau. L'apparition de ces pics peut être expliquée de la façon suivante : le condensat, qui correspond initialement à une onde plane d'impulsion nulle, est projeté lors du branchement du réseau sur une

63. Les champs magnétiques sont simulés dans un plan, avec des réseaux « peu profonds » suivant les deux axes du plan, tandis que la dynamique est gelée dans la troisième dimension par l'emploi d'un réseau vertical profond.

64. Modèle *SolsTiS* de M Squared Lasers (Glasgow, Écosse).

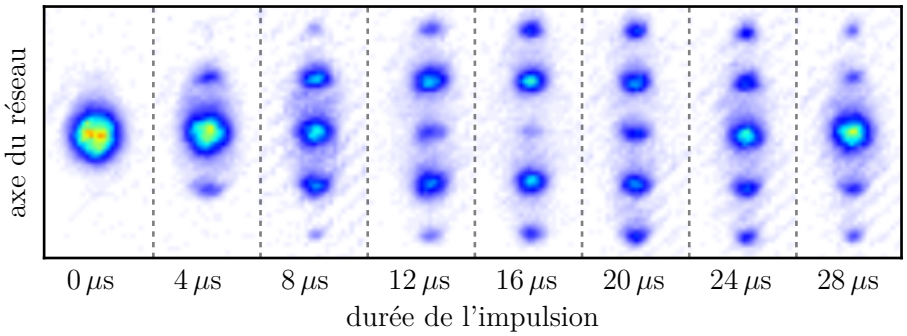


FIGURE 2.31 – Images de diffraction obtenue pour un réseau de profondeur $U_0/E_\mathrm{r} \approx 21$, pour différentes durées de l'impulsion lumineuse. On observe bien une série de pics équidistants, séparés d'une distance correspondant, après temps de vol, à une différence d'impulsion de $2\hbar k$.

superposition d'ondes de Bloch, de quasi-impulsions nulles. Cette superposition n'étant pas un état propre du système, elle va évoluer en présence du réseau. L'extinction brutale de ce dernier va projeter la superposition finale sur la base des ondes planes, ce qui se traduit par l'apparition de pics de diffraction. L'évolution dans le réseau laisse la quasi-impulsion inchangée [58], ce qui explique pourquoi la décomposition de l'état final sur la base des ondes planes ne fait apparaître que des multiples entiers de $2\hbar\boldsymbol{k}$ [65].

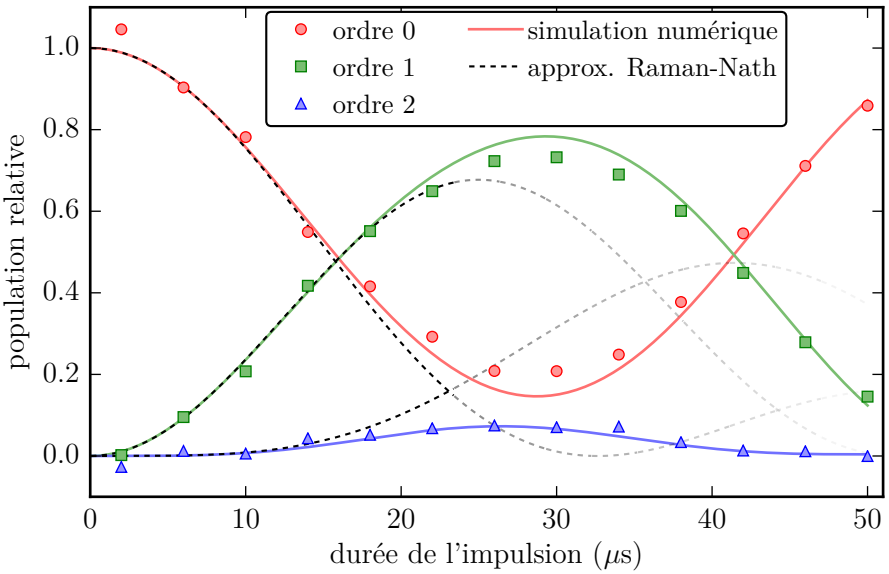


FIGURE 2.32 – Calibration de la profondeur du réseau. La population des trois premiers ordres de diffraction est représentée en fonction de la durée de l'impulsion. Il apparaît que l'approximation de Raman-Nath [(E.11), traits interrompus] cesse d'être valable pour des impulsions plus longues que $15\,\mu$s environ. Les simulations numériques [traits continus] donnent $U_0/E_\mathrm{r} \approx 11.9$ (et donc $\tau_\mathrm{RN} = 23\,\mu$s).

L'évolution de la population des différents ordres de diffraction en fonction de la durée de l'impulsion lumineuse permet de déterminer la profondeur du réseau. Pour les temps courts, il est possible de négliger le mouvement des atomes dans le réseau [58], et la popu-

65. Une autre façon de le voir est de remarquer que l'interaction entre le condensat et le réseau se fait via des processus virtuels d'absorption d'un photon dans un bras du réseau, puis d'émission d'un photon dans l'autre bras. Ces processus s'accompagnent d'un transfert d'impulsion de $2\hbar\boldsymbol{k}$, d'où la répartition des pics.

lation p_n de l'ordre n peut se calculer en utilisant la formule (E.11) : $p_n = \mathcal{J}_n^2[U_0 t/(2\hbar)]$, où $\mathcal{J}_n$ est la fonction de Bessel de la première espèce d'ordre n (voir l'annexe E pour plus de détails). Il s'agit du régime de Raman-Nath, valable pour des impulsions courtes devant $\tau_{\mathrm{RN}} = \hbar/\sqrt{U_0 E_{\mathrm{r}}}$. Dans notre configuration, et pour une profondeur de $U_0 \approx 12 E_{\mathrm{R}}$, on a $\tau_{\mathrm{RN}} \approx 23\,\mu$s. Pour des temps plus longs, il est nécessaire de simuler numériquement l'évolution du système afin d'estimer la profondeur du réseau. Un exemple de résultat est présenté dans la figure 2.32. On observe bien que l'approximation de Raman-Nath, valable aux temps courts, ne rend plus compte de l'évolution du système pour des impulsions plus longues que $15\,\mu$s ; les simulations numériques permettent alors de modéliser l'évolution et donc de calibrer la profondeur du réseau.

2.6.3 Chargement adiabatique et chauffage

Branchement adiabatique

Intéressons-nous maintenant au « branchement » du réseau. Comme dans la partie précédente, nous partons d'un condensat quasi-pur d'impulsion nulle. Pour charger ce condensat dans un réseau de façon adiabatique, nous devons respecter deux critères : d'une part, il faut s'assurer que le branchement du réseau n'induit pas des transitions inter-bandes, c'est-à-dire que le condensat reste bien dans la bande fondamentale du réseau ; d'autre part, le chargement ne doit pas chauffer le condensat (à savoir, diminuer la fraction condensée).

La première condition est la plus simple à vérifier. Il s'agit du critère général de l'approximation adiabatique [58] appliqué au cas d'une particule piégée dans un réseau. Le temps caractéristique associé à ce critère peut être estimé dans le cas des réseaux de faible profondeur [58]. Il est de l'ordre[66] de $\hbar/E_{\mathrm{r}}$, ce qui correspond au temps caractéristique des expériences de diffraction décrites précédemment. Ce temps est de l'ordre de la dizaine de microsecondes dans notre cas, et un temps de chargement de l'ordre de quelques millisecondes suffit pour éviter les transitions inter-bandes. Expérimentalement, l'absence de transitions vers les bandes supérieures est vérifiée en effectuant la séquence suivante (figure 2.33a) : l'intensité du réseau, partant de zéro, est augmentée pendant un temps t_{rampe} en suivant un profil de type *spline* cubique. Le condensat est gardé dans le réseau pendant 1 ms, puis ce dernier est éteint en suivant la même rampe que celle utilisée pour le branchement. Le piège dipolaire croisé est laissé allumé pendant toute la séquence. Une fois le réseau éteint, la population d'atomes dans l'ordre zéro de diffraction (d'impulsion nulle) est mesurée. La séquence est alors répétée en faisant varier la durée de la rampe. Les résultats, présentés sur la figure 2.33, confirment l'absence de transitions inter-bandes pour des temps de chargement de l'ordre de 10 ms.

La seconde condition, relative au chauffage du condensat, est plus difficile à vérifier. Elle concerne des effets relatifs à la physique des atomes en interaction dans le réseau : lorsque le réseau est branché, l'énergie d'interaction sur-site U augmente, de même que le potentiel harmonique confinant (dû au profil transverse des faisceaux formant le réseau), tandis que l'énergie tunnel J diminue, ce qui traduit la perte de mobilité des atomes dans le réseau. Si la diminution de J est trop rapide, les atomes n'ont pas le temps de suivre la distribution d'équilibre « instantanée » imposée par la combinaison des interactions et du potentiel confinant. Des excitations peuvent alors apparaître au sein du condensat, ce qui aboutit à un chauffage de ce dernier. Cette condition est d'autant plus difficile à vérifier

66. Le calcul présenté dans [58] donne un temps caractéristique $\tau \approx \dfrac{1}{32\sqrt{2}} \dfrac{\hbar}{E_{\mathrm{r}}}$.

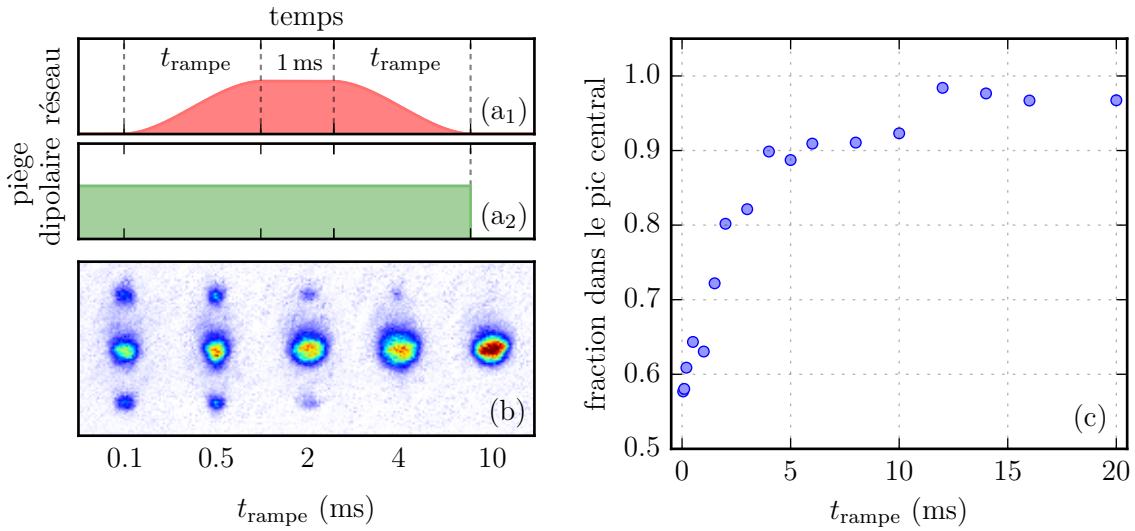


FIGURE 2.33 – Vérification de l'adiabaticité du chargement du réseau (vis-à-vis des transitions inter-bandes), pour différentes durées de chargement. Le type de profil utilisé pour le branchement et l'extinction du réseau est présenté dans la figure (a). La figure (b) rassemble des exemples de distribution de densité observées après temps de vol. La fraction d'atomes présents dans le pic central (ordre zéro, d'impulsions nulle) est proche de 1 pour des temps de chargement supérieurs à 10 ms environ (c). Les mesures ont été effectuées pour un réseau de profondeur $U_0/E_{\text{r}} \approx 11$.

que l'amplitude de J diminue exponentiellement avec la profondeur du réseau (1.15). Elle impose donc d'adopter des profils de chargement « doux », afin de limiter le chauffage lorsque le réseau s'approche de sa profondeur finale. Une méthode permettant d'estimer le temps caractéristique associé à ce critère est donnée dans [99] : elle consiste à s'assurer que le paramètre $\mathcal{A} \triangleq \hbar|\dot{J}|/J^2$ reste plus petit ou de l'ordre de 1 pendant la durée du chargement. Pour donner un ordre de grandeur des paramètres permettant de vérifier cette condition, nous considérons une rampe de puissance linéaire, et nous calculons J à partir de la formule (1.15). Dans cette configuration – non-optimale – le facteur $\mathcal{A}$ est maximal à la fin de la rampe. On peut alors vérifier que l'on a $\mathcal{A} \leq 1$ tout au long du chargement pour des rampes ayant une durée supérieure à $\tau_{\text{min}} = (\hbar/J) \times |3/4 - \sqrt{V_0/E_{\text{r}}}|$, où V_0 et J sont calculés pour la profondeur finale du réseau. Dans notre cas, le calcul donne $\tau_{\text{min}} \approx 16\,\text{ms}$. Expérimentalement, nous observons que le chauffage du condensat en présence du réseau est indépendant de la durée du branchement de ce dernier pour des rampes dont la durée est supérieure à 25 ms, ce qui suggère que le critère d'adiabaticité est alors atteint, en cohérence avec l'ordre de grandeur estimé d'après [99].

Chauffage dans le réseau

Afin de compléter la caractérisation de notre réseau optique, nous avons mesuré le chauffage du condensat en présence de ce dernier. Pour ce faire, nous avons chargé un gaz partiellement condensé (environ 50% de fraction thermique) dans le réseau. Effectuer des mesures sur un gaz avec une fraction thermique conséquente présente en effet deux avantages : cela permet tout d'abord de s'assurer que la fraction thermique reste détectable, et donc d'étudier l'évolution de la fraction condensée de façon précise. En outre, la fraction thermique permet d'estimer la température du gaz. La séquence utilisée pour la mesure du chauffage dû au réseau est la suivante (figure 2.34a) : à la fin de la rampe

d'évaporation, le nuage partiellement condensé est gardé dans le piège dipolaire croisé pendant 500 ms, puis le réseau est branché en 25 ms. Le réseau reste allumé pendant un temps variable $t_{\text{res.}}$, avant d'être éteint en 25 ms. Le piège dipolaire reste présent pendant toute la séquence. Afin de mettre en évidence l'effet du réseau, cette séquence est répétée en l'absence de ce dernier.

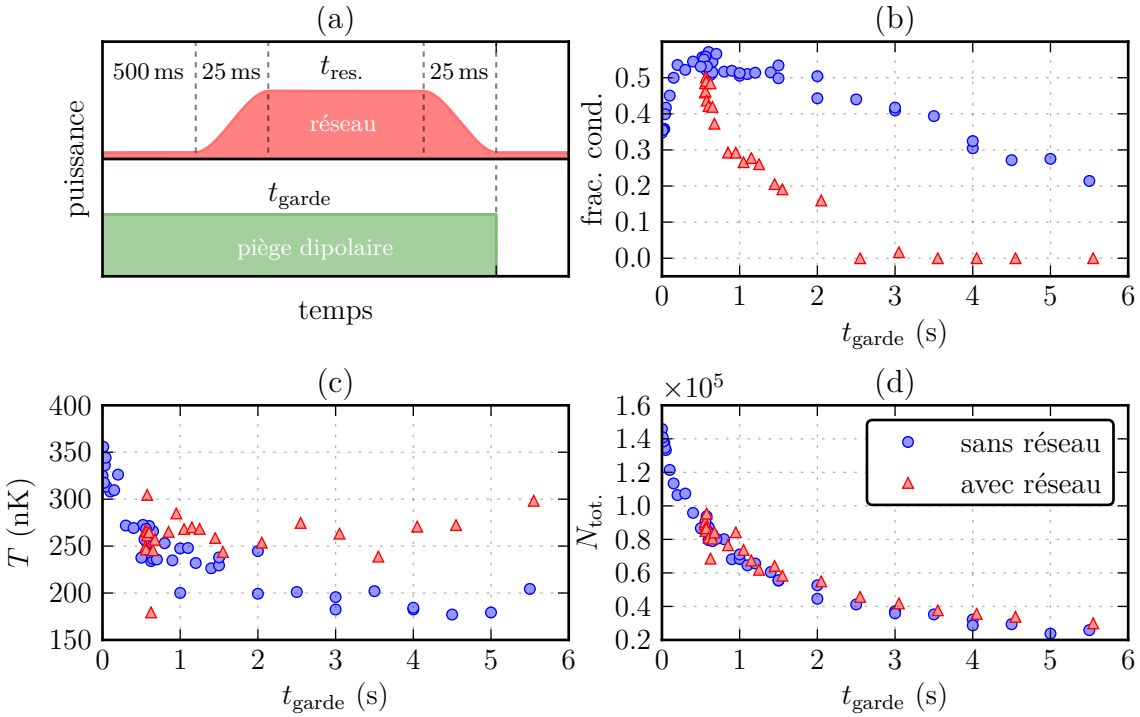


Figure 2.34 – Étude du chauffage dû au réseau avec un nuage partiellement condensé (50% de fraction thermique). Le réseau est branché 500 ms après la fin de la rampe d'évaporation, suivant la séquence présentée en (a). La fraction condensée (b), la température (c) et le nombre d'atomes total (d) sont alors mesurés en présence (triangles rouges) et en l'absence (ronds bleus) du réseau, en fonction du temps d'attente. Ces expériences sont effectuées pour un réseau de profondeur $U_0/E_{\text{r}} \approx 11$.

Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 2.34. On remarque tout d'abord que le nombre d'atomes total mesuré est le même avec ou sans réseau, ce qui indique que la présence du réseau n'induit pas de pertes supplémentaires (fig. 2.34d). La présence du réseau a en revanche une influence sensible sur la fraction condensée (fig. 2.34b) : cette dernière chute sur l'échelle de quelques secondes en présence du réseau, et devient indétectable environ 2 s après le branchement du réseau, alors qu'elle reste quasiment constante sur cette période en l'absence de réseau. Cette diminution de la fraction condensée est le signe d'un chauffage lié à la présence du réseau. On remarque au passage que la température (fig. 2.34a) n'augmente pas de façon significative en présence du réseau. Cette diminution de la fraction condensée à température quasi-constante peut être expliquée par la présence d'un mécanisme d'évaporation dans le réseau [67]. Plusieurs effets peuvent expliquer un tel chauffage. Tout d'abord, un bruit d'intensité de l'un des lasers formant le réseau ou le piège dipolaire croisé peut être la source de chauffage (seule l'intensité du laser IPG à 1070 nm était activement stabilisée lorsque ces expériences ont été effectuées). De plus, une instabilité de pointé des lasers formant le piège dipolaire peut chauffer le

67. Le réseau étudié est uni-dimensionnel, ce qui permet une évaporation dans le plan orthogonal au réseau.

nuage en présence du réseau [68]. L'émission spontanée liée au réseau semble en revanche hors de cause (elle correspondrait dans notre configuration à un chauffage de quelques nK par seconde). Les problèmes liés aux fluctuations d'intensité des différents lasers peuvent être évités en asservissant soigneusement les puissances de chacun des faisceaux. Un asservissement du pointé du laser à 1070 nm est aussi envisageable [69].

68. Nous avons en particulier observé que la stabilité du bras du piège dipolaire à 532 nm n'était pas bonne. Ce problème a été réglé dans une nouvelle version du montage en couplant ce faisceau dans une fibre optique.

69. À terme, il est nécessaire de procéder à l'extinction du piège dipolaire en parallèle du branchement du réseau, et l'instabilité de pointé du piège dipolaire ne devrait pas être la cause de chauffage au sein du réseau. L'asservissement du pointé du laser reste néanmoins nécessaire, notamment pour assurer la reproductibilité du chargement d'un plan unique du réseau vertical pour la simulation de champs magnétiques artificiels.

Chapitre 3

Un laser à 578nm pour sonder la transition d'horloge de l'ytterbium

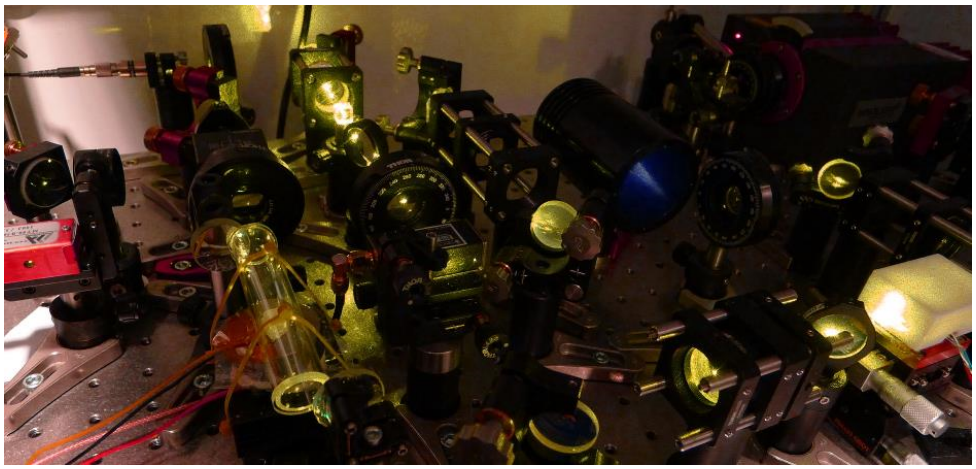


Figure 3.1 – Photographie du laser « d'horloge ».

Afin de réaliser des champs de jauge artificiels pour l'ytterbium sur réseau, nous voulons utiliser la transition « d'horloge » entre l'état fondamental $^1S_0$ et l'état méta-stable $^3P_0$. Cette transition, caractéristique des atomes à deux électrons de valence à l'instar de l'ytterbium ou encore du strontium et du magnésium, est extrêmement étroite [15, 74]. Elle est utilisée comme référence dans les horloges atomiques utilisant des atomes neutres, d'où son nom, et a été observée pour la première fois sur l'atome de strontium [100]. Dans le cas de l'ytterbium, la transition a été observée et sa fréquence mesurée à la fois pour les isotopes fermioniques ^{171}Yb et ^{173}Yb [101, 102] et l'isotope bosonique ^{174}Yb [103, 104]. L'excitation de cette transition nécessite l'emploi de sources lasers stables, avec une largeur spectrale de l'ordre de la dizaine de Hz et une dérive en fréquence inférieure au Hz.s^{-1}. Le développement des horloges atomiques optiques s'est accompagné de progrès technologiques sur la stabilisation en fréquence des sources lasers. Ils ont abouti à la génération actuelle de lasers ultra-stables, présentant une largeur spectrale inférieure au Hz et dérivant de quelques dizaines de milliHertz par seconde [15, 105]. L'utilisation de sources similaires, permettant un couplage cohérent entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$, est désormais envisageable dans des expériences d'atomes froids ayant une visée autre que métrologique [106, 107].

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la réalisation d'un laser capable d'exciter la transition d'horloge de l'ytterbium. Après avoir rappelé les caractéristiques de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ pour l'ytterbium bosonique, nous décrivons la conception du laser et son asservissement sur une cavité Fabry-Perot de haute-finesse. Nous expliquons enfin les méthodes utilisées pour caractériser la cavité.

3.1 La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ de l'ytterbium

3.1.1 Une transition d'horloge

Considérons la transition entre l'état fondamental $^1S_0$ et l'état excité méta-stable $^3P_0$ de l'ytterbium (ces notations s'entendent dans le cadre de l'approximation de Russel-Saunders). Cette transition est doublement interdite, car elle viole les règles de sélection concernant le moment de spin total ($\Delta S = 0$) et le moment angulaire total ($J = 0 \nleftrightarrow J' = 0$). La transition est cependant autorisée – mais étroite – pour les isotopes fermioniques. Ces derniers ont un spin nucléaire non-nul et, du fait du couplage hyperfin, le moment angulaire total $\boldsymbol{J}$ n'est plus un bon nombre quantique. Le nouvel état propre du Hamiltonien $|^3P_0\rangle_{\text{hf}}$ tenant compte du couplage hyperfin est alors partiellement « contaminé » par les états $|^3P_1\rangle$ et $|^1P_1\rangle$, ce qui lui confère une durée de vie de l'ordre de 20 s [74]. La largeur de la transition couplant l'état fondamental à ce nouvel état $|^3P_0\rangle_{\text{hf}}$ est alors de l'ordre de 10 mHz [74]. Le spin nucléaire des isotopes fermioniques, à l'origine de la transition, induit cependant des effets non-désirables sur cette dernière [91] (dépendance à la polarisation de la sonde et aux champs magnétiques résiduels via l'effet Zeeman, déplacements lumineux vectoriels). Ces effets sont absents dans le cas des isotopes bosoniques, où la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ est véritablement une transition $J = 0 \rightarrow J' = 0$.

3.1.2 Le cas des bosons : couplage magnétique

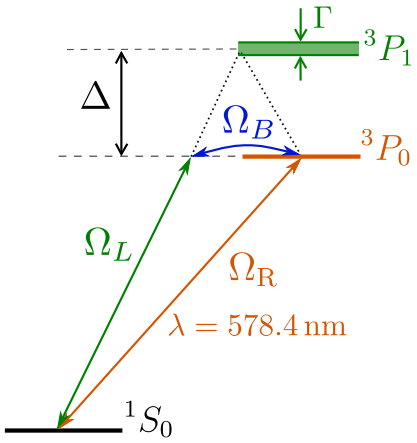


Figure 3.2 – Transition interdite de l'ytterbium induite par couplage magnétique. Le champ magnétique mélange les états $^3P_0$ et $^3P_1$, ce qui permet d'induire des transitions dipolaires électriques entre $^1S_0$ et $^3P_0$ via la transition « verte » $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$. La fréquence de Rabi obtenue Ω_{R} dépend à la fois du couplage magnétique Ω_B et de la fréquence de Rabi de la transition « verte » Ω_L (*cf.* équation (3.5)).

Les isotopes bosoniques de l'ytterbium ont un spin nucléaire nul. Il faut donc compter sur un autre moyen que le couplage hyperfin pour permettre la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. Une

solution consiste à utiliser un champ magnétique statique $\boldsymbol{B}$ [103, 108]. Ce dernier va se coupler au moment magnétique total de l'atome $\hat{\boldsymbol{\mu}}$, et le hamiltonien de l'atome est alors donné par :

$$\hat{H}_{\text{tot.}} = \hat{H}_{\text{i.c.}} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{B}, \tag{3.1}$$

où $\hat{H}_{\text{i.c.}}$ désigne le hamiltonien en l'absence de champ magnétique, incluant le couplage spin-orbite des électrons, qui permet la transition dite d'inter-combinaison. Le moment magnétique de l'atome s'exprime en fonction de son moment de spin total $\boldsymbol{S}$ et de son moment orbital total $\boldsymbol{L}$: $\boldsymbol{\mu} = \mu_B(g_{\text{L}}\boldsymbol{L} + g_{\text{S}}\boldsymbol{S})$, avec $g_{\text{L}} = 1$ et $g_{\text{S}} \approx 2$. En appliquant la théorie des perturbations au premier ordre, il est alors possible de montrer (voir [108]) que le nouvel état propre $|{}^3P_0\rangle_{\text{B}}$ est partiellement « contaminé » par l'état $|{}^3P_1\rangle$. En considérant un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ aligné suivant l'axe z, on peut calculer l'élément de matrice correspondant [108] :

$$\hbar\Omega_B \mathrel{\widehat{=}} -\langle {}^3P_1, m_j = 0|\hat{L}_z + 2\hat{S}_z|{}^3P_0\rangle\,|B| = \sqrt{\frac{2}{3}}\mu_B|B|. \tag{3.2}$$

On remarque au passage que le champ magnétique, statique, ne communique pas de moment angulaire au système, et ne couple donc que les états de même moment ($m_j = 0$). On a alors :

$$|{}^3P_0\rangle_{\text{B}} \approx |{}^3P_0\rangle - \frac{\Omega_B}{\Delta}\,|{}^3P_1, m_j = 0\rangle\,, \tag{3.3}$$

où Δ est l'écart en fréquence [1] entre les états ${}^3P_0$ et ${}^3P_1$. Il est alors possible d'exciter des transitions dipolaires électriques entre l'état ${}^1S_0$ et l'état ${}^3P_{0,\text{B}}$. En notant $\boldsymbol{E}$ l'amplitude du champ électrique oscillant, on peut calculer la fréquence de Rabi Ω_{R} de la transition :

$$\frac{\hbar\Omega_{\text{R}}}{2} \mathrel{\widehat{=}} \left|\langle {}^1S_0|\hat{\boldsymbol{d}} \cdot \boldsymbol{E}_0|{}^3P_{0,\text{B}}\rangle\right| = \frac{\Omega_B}{\Delta}\left|\langle {}^1S_0|\hat{\boldsymbol{d}} \cdot \boldsymbol{E}_0|{}^3P_1, m_j = 0\rangle\right|, \tag{3.4}$$

où $\hat{\boldsymbol{d}}$ désigne le dipôle électrique de l'atome. On retrouve $\langle {}^1S_0|\hat{\boldsymbol{d}} \cdot \boldsymbol{E}|{}^3P_1\rangle \mathrel{\widehat{=}} \hbar\Omega_L/2$, la fréquence de Rabi de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$. Puisque la perturbation couple l'état ${}^3P_0$ au sous-état $m_j = 0$ de ${}^3P_1$, cette transition ne pourra être excitée que par une polarisation linéaire parallèle à l'axe du champ magnétique (ici $\boldsymbol{e}_z$). Plus précisément, pour une polarisation linéaire formant un angle θ avec $\boldsymbol{e}_z$, on a $\Omega_L = \Gamma_g\sqrt{I/2I_{\text{sat}}}\cos(\theta)$, où I_{sat} est l'intensité de saturation [2] de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$. On a donc finalement :

$$\Omega_{\text{R}} = \frac{\Omega_L\Omega_B}{\Delta} = \alpha\sqrt{I}B\cos(\theta), \tag{3.5}$$

où I est l'intensité du laser utilisé pour exciter la transition, et α une constante donnée par :

$$\alpha = \sqrt{\frac{4\pi c^2\Gamma_g\mu_B^2}{\hbar^3\omega_g^3\Delta^2}}, \tag{3.6}$$

1. Nous avons choisi comme convention d'exprimer l'ensemble des caractéristiques fréquentielles des transitions atomiques (ω, Γ) en termes de pulsation. Les valeurs numériques sont ainsi données en rad/s, notée sous la forme « $2\pi \times$ xx Hz », et les formules sont données en conséquence. Pour simplifier la discussion, nous ferons parfois référence à ces pulsations en utilisant le terme « fréquence ».

2. On rappelle que $I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\Gamma\omega^3}{12\pi c^2}$ [56].

où ω_g et Γ_g sont respectivement la pulsation et la largeur naturelle de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$. Le taux d'émission spontanée est quant à lui $\Gamma_{\text{sp}} = \Gamma_g \Omega_B^2/\Delta^2$, soit $\Gamma_{\text{sp}} = \gamma B^2$ avec :

$$\gamma = \frac{2\Gamma_g \mu_B^2}{3\hbar^2 \Delta^2}. \tag{3.7}$$

Déplacements

Cette transition d'horloge couple des états de moments magnétiques nuls, et elle n'est donc pas sujette à l'effet Zeeman du premier ordre. Il faut alors considérer l'effet Zeeman quadratique, qui induit un décalage $\Delta_{\text{zeeman}} = \beta B^2$. Dans le cas de l'ytterbium, on a $\beta = 2\pi \times -66(4)\,\text{mHz.G}^{-2}$ [103, 108]. Enfin, il faut considérer l'effet des déplacements lumineux induits par la lumière sondant la transition sur les états ${}^1S_0$ et ${}^3P_0$, qui entraîne un décalage $\Delta_{\text{dl}} = \kappa I$, avec pour l'ytterbium $\kappa \approx 2\pi \times 15\,\text{mHz}/(\text{mW/cm}^2)$ [91, 108] [3].

3.1.3 Ordres de grandeur

Les valeurs des coefficients α, β, γ et κ pour l'ytterbium sont rassemblées dans la table 3.1. Expérimentalement, nous utilisons des champs magnétiques de l'ordre de 100 G, et un faisceau laser sonde avec un rayon à $1/e^2$ de $w_0 \approx 30\,\mu\text{m}$, polarisé linéairement suivant le champ magnétique. Dans cette configuration, la fréquence de Rabi est $\Omega_{\text{R}} \approx 2\pi \times 500 \times \sqrt{P/\text{mW}}$, avec P la puissance totale du laser, pour un taux d'émission spontanée $\Gamma_{\text{sp}} \approx 2\pi \times 5.4\,\mu\text{Hz}$. L'effet Zeeman quadratique entraîne un décalage de $\Delta_{\text{zeeman}} \approx 2\pi \times -620\,\text{Hz}$, avec un déplacement lumineux au centre du faisceau de $\Delta_{\text{dl}} \approx 1.06\,\text{kHz/mW}$. La puissance utilisée pour le faisceau sonde est, suivant les expériences effectuées, comprise entre 1 mW et 20 mW.

Paramètre	Valeur	Unité	Caractéristique associée
$\alpha/2\pi$	18.7	$\text{mHz/G}/\sqrt{\text{mW.cm}^{-2}}$	fréquence de Rabi
$\gamma/2\pi$	535	pHz/G^2	émission spontanée
$\kappa/2\pi$	15	$\text{mHz}/(\text{mW/cm}^2)$	déplacement lumineux
$\beta/2\pi$	−66	mHz/G^2	effet Zeeman quadratique

Table 3.1 – Valeurs des différents paramètres relatifs à la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ pour les isotopes bosoniques de l'ytterbium.

3.1.4 Caractérisation du bruit de fréquence

Avant de discuter la construction d'un laser capable d'exciter la transition « d'horloge » de l'ytterbium de façon cohérente, il est intéressant d'introduire quelques concepts relatifs au bruit de fréquence et à la largeur spectrale d'une source lumineuse monochromatique. Nous verrons alors quelle est l'influence de ce bruit dans notre schéma expérimental.

3. Cette valeur est estimée avec une incertitude de quelques $\text{mHz}/(\text{mW/cm}^2)$.

Densité spectrale de bruit et spectre d'émission

Considérons un champ lumineux monochromatique $E(t) = E_0 \exp(2i\pi\nu_0 t + i\phi(t))$, oscillant à la fréquence ν_0 et de phase $\phi(t)$. On note $\delta\nu \mathrel{\widehat{=}} \dot{\phi}/2\pi$ sa variation de fréquence instantanée. On considère que $\{\phi(t)\}$ (et donc aussi $\{E(t)\}$) est un processus aléatoire stationnaire. La densité spectrale de puissance[4] de E, notée $S_E(f)$, est définie par la formule :

$$S_E(f) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T} \left\langle |\widetilde{E}_T(f)|^2 \right\rangle , \tag{3.8}$$

où l'on a introduit la moyenne temporelle $\langle \ldots \rangle$ et $\widetilde{E}_T(f)$, la transformée de Fourier de $E(t)$ tronquée à $[-T, T]$[5]. On introduit aussi la fonction de corrélation de E, notée $C_E(t, \tau)$, définie comme suit :

$$C_E(t, \tau) = \langle E^*(t)E(t + \tau)\rangle . \tag{3.9}$$

Cette fonction traduit la cohérence temporelle du signal. Pour un processus stationnaire, $C_E(t, \tau)$ est indépendant de t. On peut attendre que pour un temps τ assez long, les champs $E(t)$ et $E(t+\tau)$ ne sont plus corrélés, et $C_E(\tau)$ tend vers zéro. Lorsque la fonction $C_E(\tau)$ admet une transformée de Fourier, on peut utiliser le théorème de Wiener-Khintchine :

$$S_E(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C_E(\tau)e^{-2i\pi f\tau}\mathrm{d}\tau. \tag{3.10}$$

Ainsi, la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation du signal. Plus le spectre du signal est étroit, plus ce dernier sera cohérent sur un temps long. En outre, il découle de (3.10) que l'intégrale de $S_E(f)$ correspond à la variance de E ($\mathrm{Var}[E] = C_E(0)$).

On peut définir de même la densité spectrale de bruit de fréquence $S_{\delta\nu}$ et la densité spectrale de bruit de phase S_ϕ, ainsi que les fonctions de corrélation $C_{\delta\nu}$ et C_ϕ. On déduit de la relation entre $\delta\nu$ et ϕ que $S_\phi(f) = S_{\delta\nu}(f)/f^2$. La fonction de corrélation de E dépend quant à elle de $S_{\delta\nu}(f)$ [109][6] :

$$C_E(\tau) = E_0^2 e^{2i\pi\nu_0 t} \exp\left\{-4\int_0^{+\infty} S_{\delta\nu}(f)\frac{\sin^2(\pi f\tau)}{f^2}\mathrm{d}f\right\} . \tag{3.11}$$

Connaissant la densité spectrale de bruit de fréquence $S_{\delta\nu}(f)$, il est donc possible de calculer le spectre du champ électrique en combinant les équations (3.11) et (3.10). On peut ainsi montrer qu'un bruit blanc $S_{\delta\nu}(f) = h_0 \,\forall f$ correspond à un spectre Lorentzien de largeur à mi-hauteur $\Gamma = h_0\pi/2$ [109].

La formule (3.11) appliquée au cas d'un bruit blanc de fréquence permet de clarifier les contributions des différentes fréquences du bruit sur le spectre de puissance d'une source lumineuse. Nous allons suivre dans la fin de cette partie un raisonnement similaire à celui exposé dans [109]. Considérons un bruit de fréquence $S_{\delta\nu}(f)$ constant, égal à h_0 pour $f < f_c$, et nul ailleurs. Lorsque f_c tend vers $+\infty$, on s'attend à obtenir un spectre Lorentzien de largeur à mi-hauteur $\Gamma = h_0\pi/2$. La figure 3.3a montre la forme

4. Aussi appelée simplement « spectre de E ».

5. $\widetilde{E}_T(f) \mathrel{\widehat{=}} \int_{-T}^{T} E(t)\exp(-2i\pi ft)\mathrm{d}t$

6. Notre formule diffère de celle énoncée dans [109] d'un facteur 2 dans l'argument de l'exponentielle, dû à une différence de définition de S_E.

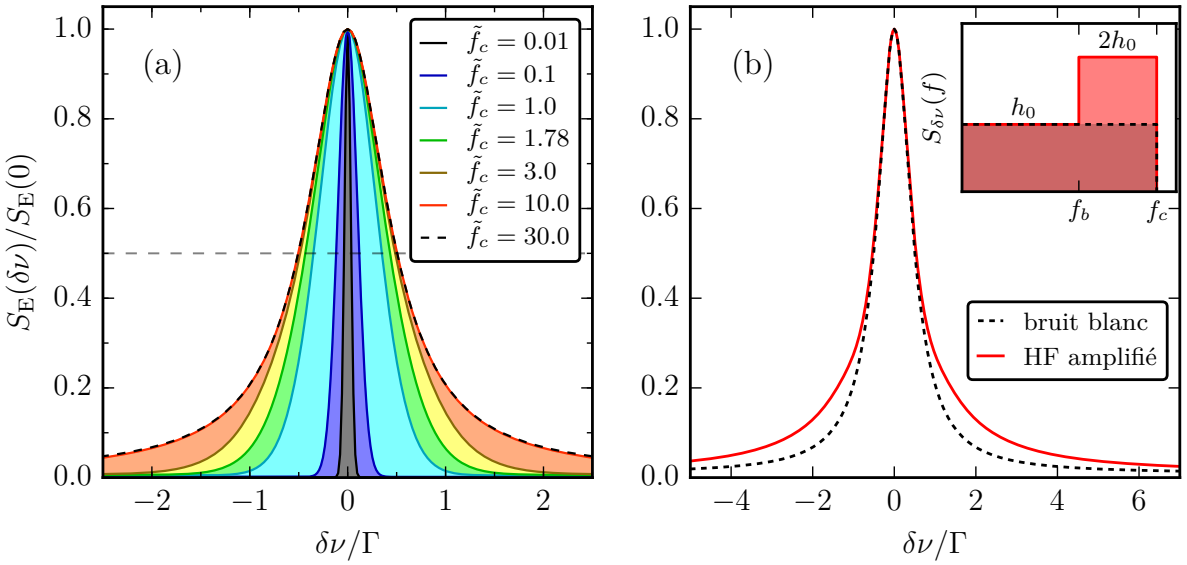


Figure 3.3 – Effet d'une densité spectrale de bruit blanc de fréquence **(a)** Densité spectrale de puissance obtenue pour un bruit blanc de fréquence d'amplitude h_0 tronqué à différentes fréquences de coupure $\tilde{f}_c$ adimensionnées (exprimées en unités de h_0). Les densités spectrales sont normalisées de sorte à avoir la même valeur en zéro. L'axe des abscisses est exprimé en unités de $\Gamma = h_0\pi/2$, largeur à mi-hauteur du spectre Lorentzien attendu pour une fréquence de coupure infinie. **(b)** Comparaison des spectres obtenus pour un bruit blanc (en fréquence) d'amplitude h_0, coupé à $f_c = 30h_0$ (courbe noire pointillée), et pour le même bruit amplifié à $2h_0$ entre $f_b = 3h_0$ et f_c (courbe rouge continue). L'insert montre le profil des densités de bruit de fréquence utilisées.

du spectre associé, obtenu numériquement pour différentes valeurs de la fréquence de coupure adimensionnée $\tilde{f}_c \mathrel{\widehat{=}} f_c/h_0$. On remarque que pour $\tilde{f}_c < 1$, la largeur à mi-hauteur du spectre est inférieure à Γ et augmente avec la fréquence de coupure. Lorsque l'on augmente encore f_c, il apparaît cependant que la largeur à mi-hauteur sature à la valeur Γ (la fréquence critique associée à la saturation a été estimée à $\tilde{f}_c \approx 1.78$ dans [109]). Ainsi, si les fréquences basses contribuent à la largeur effective du spectre, les hautes-fréquences ont uniquement une contribution dans les ailes du spectre, laissant la largeur à mi-hauteur inchangée.

Pour illustrer de façon plus frappante cet effet, nous avons tracé dans la figure 3.3b le spectre d'émission d'une source dont le bruit a été amplifié à haute fréquence (courbe rouge) : $S_{\delta\nu}(f) = h_0$ pour $f < f_b$ (ici, $f_b = 3h_0$), $S_{\delta\nu}(f) = 2h_0$ pour $f_b < f < f_c$ et $S_{\delta\nu}(f) = 0$ pour $f > f_c$. En comparant ce spectre à celui obtenu pour un bruit blanc ($S_{\delta\nu}(f) = h_0$ pour $f < f_c$), on remarque que l'amplification du bruit haute-fréquence modifie les ailes du signal, mais ne change pas sa largeur à mi-hauteur. Cet exemple illustre de manière simplifiée l'effet d'un asservissement en fréquence d'une source laser. L'asservissement a une bande-passante finie, en dessous de laquelle il réduit le bruit. Au-dessus de la bande passante, le bruit (haute-fréquence) n'est pas affecté. De plus, on observe généralement une remontée du bruit au niveau de la fréquence de coupure. Le spectre résultant consiste alors en un pic étroit, dû aux contributions des basses fréquences dont le bruit est atténué, auquel vient s'ajouter un piédestal large dû aux hautes fréquences.

Effet du bruit sur le couplage cohérent

Intéressons-nous maintenant à l'effet du bruit de fréquence sur notre système expérimental. On modélise l'atome d'ytterbium par un système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$, correspondant respectivement à l'état fondamental $^1S_0$ et à l'état méta-stable $^3P_0$, et on note ω_0 la fréquence associée à la transition $g \to e$. L'atome est soumis à une source laser de pulsation [7] $\omega_{\mathrm{L}}(t) = \overline{\omega_{\mathrm{L}}} + \delta\omega(t)$. On considère que le laser est à résonance avec la transition $g \to e$ ($\overline{\omega_{\mathrm{L}}} = \omega_0$), et que sa fluctuation de fréquence $\delta\omega(t)$ est un processus stationnaire, « branché » à $t = 0$ ($\delta\omega(t < 0) = 0$).

Le hamiltonien séculaire du système en l'absence de fluctuations de fréquence ($\delta\omega(t) = 0$) se met sous la forme :

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Omega_{\mathrm{R}} \\ \Omega_{\mathrm{R}} & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.12}$$

où Ω_{R} est la fréquence de Rabi associée à la transition. Les états propres de $\hat{H}_0$ sont les états habillés $|\pm\rangle \mathrel{\widehat{=}} (|e\rangle \pm |g\rangle)/\sqrt{2}$, d'énergie $\pm\hbar\Omega_{\mathrm{R}}/2$. Le Hamiltonien en présence de la fluctuation de fréquence $\delta\omega(t)$ s'écrit alors dans la base des états habillés :

$$\hat{H}_p(t) = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} \Omega_{\mathrm{R}} & \delta\omega(t) \\ \delta\omega(t) & -\Omega_{\mathrm{R}} \end{pmatrix} = \hat{H}_0 - g(t)\,(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)\,, \tag{3.13}$$

où l'on a introduit $g(t) \mathrel{\widehat{=}} \hbar\delta\omega(t)/2$, $\hat{\sigma}_+ \mathrel{\widehat{=}} |+\rangle\langle -|$ et $\hat{\sigma}_- \mathrel{\widehat{=}} |-\rangle\langle +|$. Pour alléger les notations, on introduit aussi $\hat{A} \mathrel{\widehat{=}} \hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-$. On a $[\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-] = |+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -| \mathrel{\widehat{=}} \hat{\sigma}_z$. En représentation d'interaction (voir annexe F) on obtient en l'absence de fluctuations de fréquence $\hat{\sigma}_\pm(t) = \hat{\sigma}_\pm \exp(\pm i\Omega_{\mathrm{R}} t)$.

Initialement, le système est dans l'état habillé de plus basse énergie $|-\rangle$. Pour obtenir un champ de jauge artificiel, nous voulons que le système suive adiabatiquement cet état (*cf.* 1.1.2). Nous allons donc vérifier que le bruit de fréquence n'induit pas de transition vers l'état $|+\rangle$. Nous utilisons pour cela le formalisme de la réponse linéaire [110] (voir aussi l'annexe F). La matrice densité de l'état initial est $\rho_0 = |-\rangle\langle -|$, et on s'intéresse à la probabilité $p(t)$ de basculer dans l'état $|+\rangle$, correspondant à la valeur moyenne du projecteur $\hat{P}_+ \mathrel{\widehat{=}} |+\rangle\langle +|$ [8]. Au premier ordre en g, cette probabilité est donnée par :

$$p(t) \mathrel{\widehat{=}} \left\langle \hat{P}_+(t) \right\rangle_g \mathrel{\widehat{=}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t' \chi^{(1)}_{P_+A}(t,t') g(t') + O(g^2). \tag{3.14}$$

On a introduit la fonction de réponse linéaire :

$$\chi^{(1)}_{P_+A}(t) = \frac{i}{\hbar}\theta(t) \left\langle \left[\hat{P}_+(t), \hat{A}\right] \right\rangle_0, \tag{3.15}$$

où $\theta(t)$ est la fonction de Heaviside. La moyenne $\langle \cdots \rangle_0$ est prise dans l'état initial. On vérifie aisément que $\left\langle \left[\hat{P}_+(t), \hat{A}\right] \right\rangle_0 = 0$. Il est donc nécessaire de considérer le second ordre en g pour calculer $p(t)$. Plus précisément, on a :

7. Dans cette section, nous noterons exceptionnellement $\overline{x(t)}$ la valeur moyenne **temporelle** d'un signal $x(t)$. La notation $\langle \cdots \rangle$ correspondra à la valeur moyenne d'**ensemble**, au sens de la mécanique quantique ou statistique (*cf.* annexe F).

8. On remarque qu'en représentation d'interaction $\hat{P}_+(t) = \hat{P}_+$.

$$p(t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t'\mathrm{d}t'' \chi^{(2)}_{P_+A}(t,t',t'') g(t') g(t'') + O(g^3), \tag{3.16}$$

où $\chi^{(2)}_{P_+A}(t,t',t'')$ est la fonction de réponse non-linéaire d'ordre 2, donnée par [110] :

$$\chi^{(2)}_{P_+A}(t,t',t'') = -\frac{1}{\hbar^2}\theta(t-t')\theta(t'-t'') \left\langle \left[\left[\hat{P}_+(t), \hat{A}(t') \right], \hat{A}(t'') \right] \right\rangle_0 . \tag{3.17}$$

Dans notre cas $\left[\left[\hat{P}_+, \hat{A}(t') \right], \hat{P}_+ \right] = 2\cos\left[\Omega_\mathrm{R}(t'-t'')\right] \hat{\sigma}_z$, d'où :

$$\left\langle \left[\left[\hat{P}_+(t), \hat{A}(t') \right], \hat{A}(t'') \right] \right\rangle_0 = -2\cos\left[\Omega_\mathrm{R}(t'-t'')\right] . \tag{3.18}$$

En posant $\tau = t' - t''$ et en se souvenant que $g(t)$ n'est non-nulle que pour des temps positifs, on obtient :

$$p(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \mathrm{d}t' \int_0^{t'} \mathrm{d}\tau \cos\left(\Omega_\mathrm{R}\tau\right) \delta\omega(t') \delta\omega(t'-\tau). \tag{3.19}$$

On considère alors la moyenne temporelle de $p(t)$, notée $\overline{p(t)}$. Cette dernière fait intervenir la fonction de corrélation du bruit de fréquence $C_{\delta\omega}(\tau)$ définie dans la section précédente [9]. On considère que $C_{\delta\omega}(\tau)$ tend vers zéro aux temps longs [10]. Si l'on regarde le système sur un temps long devant le temps caractéristique de décroissance de $C_{\delta\omega}$, on peut faire l'approximation $\int_0^{t'} C_{\delta\omega}(\tau) \approx \int_0^{+\infty} C_{\delta\omega}(\tau)$. Le taux de transition vers l'état $|+\rangle$, noté Γ_+, s'écrit alors :

$$\Gamma_+ \mathrel{\widehat{=}} \frac{\mathrm{d}\overline{p(t)}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\delta\omega}(\tau) e^{-i\Omega_\mathrm{R}\tau} \mathrm{d}\tau = \frac{1}{4} S_{\delta\omega}(\Omega_\mathrm{R}), \tag{3.20}$$

où l'on a utilisé le théorème de Wiener-Khintchine, énoncé dans la formule (3.10). Ainsi, nous obtenons que la probabilité de transition vers l'état habillé de haute énergie est directement proportionnelle à la densité spectrale du bruit de fréquence évaluée à la fréquence de Rabi Ω_R. D'après la section 3.1.3, nous pouvons obtenir des fréquences de Rabi de l'ordre de $2\pi \times 100\,\mathrm{Hz}$ à $2\pi \times 1\,\mathrm{kHz}$ environ. Il est donc nécessaire de disposer d'une source laser dont les fluctuations de fréquence sont maîtrisées dans cette gamme de fréquences.

3.2 Asservissement sur une cavité haute-finesse

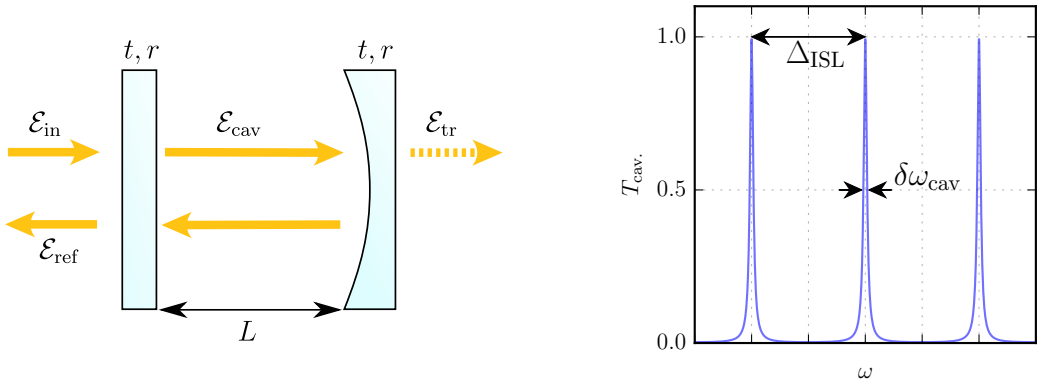
Afin de pouvoir exciter efficacement la transition d'horloge de l'ytterbium, nous devons disposer d'un laser à 578 nm dont la largeur spectrale doit être de l'ordre de la dizaine de Hertz. Il est relativement aisé d'obtenir une source laser à la longueur d'onde souhaitée en sommant en fréquence deux sources infra-rouges grâce à un cristal non-linéaire. Cependant, la largeur spectrale obtenue sera donnée par celle des sources, qui est de l'ordre de la dizaine de kiloHertz. Il est donc nécessaire de réduire activement la largeur du laser, en l'asservissant sur une référence de fréquence stable, dans notre cas une cavité Fabry-Perot

9. Ici, la fluctuation $\delta\omega$ est réelle, et on a donc $C_{\delta\omega}(\tau) = C_{\delta\omega}(-\tau)$
10. C'est-à-dire une densité spectrale de bruit piquée, voir section précédente.

de haute finesse. Après avoir présenté quelques éléments théoriques concernant l'asservissement d'un laser sur une cavité Fabry-Perot via la méthode de Pound-Drever-Hall (PDH), nous présenterons la conception d'un laser à 578 nm capable d'exciter la transition d'horloge de l'ytterbium, et nous donnerons une première estimation de sa largeur spectrale et de sa stabilité en fréquence.

3.2.1 Cavité Fabry-Perot : éléments de théorie

Puissance intra-cavité et puissance transmise



(a) (b)

FIGURE 3.4 – **(a)** Schéma d'une cavité Fabry-Perot linéaire. **(b)** Transmission de la cavité en fonction de la fréquence du laser incident.

Nous allons utiliser une cavité linéaire plan-concave, formée d'un miroir d'entrée plan et d'un miroir de sortie plan-concave (*cf.* figure 3.4a). On note t et r respectivement les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude des deux miroirs. En l'absence de pertes [11], on a $t^2 + r^2 = 1$ (on utilisera par la suite les notations $T = t^2$ et $R = r^2$). Les amplitudes des champs électriques incident et réfléchi sont notées $\mathcal{E}_{\text{in}}$ et $\mathcal{E}_{\text{ref}}$, celle du champ intra-cavité $\mathcal{E}_{\text{cav}}$ et celle du champ transmis $\mathcal{E}_{\text{tr}}$. Le champ incident est en partie transmis à l'intérieur de la cavité, puis est réfléchi par les miroirs pour former le champ intra-cavité $\mathcal{E}_{\text{cav}}$:

$$\mathcal{E}_{\text{cav}} = t\,\mathcal{E}_{\text{in}}\left(1 + r^2 e^{2ikL} + r^4 e^{4ikL} + r^6 e^{6ikL} + ...\right), \tag{3.21}$$

$$= t\,\mathcal{E}_{\text{in}} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(r^2 e^{2ikL}\right)^n. \tag{3.22}$$

On note qu'à chaque aller-retour le champ est atténué par un facteur r^2 et accumule une phase e^{2ikL}, où k désigne le nombre d'onde du laser et L la longueur de la cavité. On a bien $r^2 < 1$, et la somme donne :

11. Le calcul se généralise aisément au cas avec pertes. Il est possible d'inclure les pertes liées à la réflexion sur les miroirs ainsi que les pertes intra-cavité dans le coefficient r. On a alors $t^2 + r^2 < 1$. Les formules données par la suite pour l'intervalle spectral libre et la finesse sont alors valables avec la nouvelle définition de r.

$$\mathcal{E}_{\text{cav}} = \frac{t\,\mathcal{E}_{\text{in}}}{1 - r^2 e^{2ikL}}. \tag{3.23}$$

On peut alors exprimer la puissance intra-cavité $P_{\text{cav}} \propto |\mathcal{E}_{\text{cav}}|^2$ en fonction de la puissance incidente P_{in} :

$$P_{\text{cav}} = \frac{T}{1 - 2R\cos(2kL) + R^2} P_{\text{in}}. \tag{3.24}$$

On remarque que la puissance intra-cavité est maximale lorsque la condition de résonance[12] $\cos(2kL) = 1 \Leftrightarrow L = n\lambda/2$ ($n \in \mathbb{N}$) est vérifiée. On a alors $P_{\text{cav}}^{\text{res}} = P_{\text{in}}/T$. La puissance transmise P_{tr} découle directement de la formule (3.24), en utilisant $P_{\text{tr}} = T\,P_{\text{cav}}$. On obtient alors le coefficient de transmission de la cavité T_{cav}, définit comme suit :

$$T_{\text{cav}} \mathrel{\widehat{=}} \frac{P_{\text{tr}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{1 + F\sin^2(\pi\omega/\Delta_{\text{ISL}})}, \tag{3.25}$$

où l'on a introduit le coefficient de finesse[13] $F \mathrel{\widehat{=}} 4R/(1-R)^2$, ainsi que l'intervalle spectral libre[14] $\Delta_{\text{ISL}} \mathrel{\widehat{=}} \pi c/L$. Ce dernier correspond à l'écart en fréquence entre deux résonances successives de la cavité.

Finesse

Considérons la formule (3.25) pour la transmission de la cavité. $T_{\text{cav}}(\omega)$ est une fonction périodique de période Δ_{ISL}. Elle consiste en une série de pics, centrés en $\omega_{c,n} = n\Delta_{\text{ISL}}$ ($n \in \mathbb{N}$), de valeur maximale 1 et de largeur à mi-hauteur $\delta\omega_{\text{cav}}$ (voir figure 3.4b). La valeur de $\delta\omega_{\text{cav}}$ s'obtient en résolvant l'équation $T_{\text{cav}}[\delta\omega_{\text{cav}}/2] = 1/2$, ce qui donne $\delta\omega_{\text{cav}} = (2/\pi)\Delta_{\text{ISL}}\arcsin(1/\sqrt{F})$. On définit alors la *finesse* $\mathcal{F}$ de la cavité comme le rapport entre Δ_{ISL} et $\delta\omega_{\text{cav}}$, soit :

$$\mathcal{F} \mathrel{\widehat{=}} \frac{\Delta_{\text{ISL}}}{\delta\omega_{\text{cav}}} = \frac{\pi}{2\arcsin\left(1/\sqrt{F}\right)}. \tag{3.26}$$

Pour des cavités de grande finesse ($F, \mathcal{F} \gg 1$), cette formule se simplifie en :

$$\mathcal{F} \approx \frac{\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \tag{3.27}$$

$\mathcal{F}$ caractérise l'étroitesse des résonances de la cavité (d'où son nom). Pour donner des ordres de grandeurs, les cavités que nous utilisons pour le doublage de fréquence ont des finesses de l'ordre de 60, tandis que la cavité ultra-stable que nous utilisons comme référence de fréquence pour notre laser « d'horloge » a une finesse de l'ordre de 300 000.

12. Cette condition correspond à la configuration pour laquelle le champ se « reboucle » en phase après un aller-retour dans la cavité, et où les différentes réflexions interfèrent donc de façon constructive.

13. à ne pas confondre avec la *finesse*, notée $\mathcal{F}$ (*cf.* paragraphe suivant)

14. **NB :** dans ce manuscrit, nous définissons l'intervalle spectral libre en termes de pulsation. Il est aussi possible de définir l'intervalle spectral libre en fréquence $\Delta_{\text{ISL, freq.}} \mathrel{\widehat{=}} \Delta_{\text{ISL}}/2\pi = c/(2L)$. Les formules données dans la suite sont en cohérence avec notre définition de Δ_{ISL}.

Champ réfléchi

Intéressons-nous maintenant au champ réfléchi par la cavité $\mathcal{E}_{\text{ref}}$, qui joue un rôle central dans le schéma d'asservissement de Pound-Drever-Hall. Ce champ se calcule de la même façon que le champ intra-cavité [équation (3.22)]. Il est donné par :

$$\mathcal{E}_{\text{ref}} = r\mathcal{E}_{\text{in}} \frac{e^{2ikL} - 1}{1 - r^2 e^{2ikL}} \tag{3.28}$$

On note que le coefficient de réflexion en amplitude de la face d'entrée du premier miroir est bien $-r$, en cohérence avec le coefficient $+r$ attribué à l'autre face de ce miroir (pour le champ intra-cavité). On peut alors montrer que le coefficient de réflexion en puissance de la cavité $R_{\text{cav}} \mathrel{\widehat{=}} P_{\text{ref}}/P_{\text{in}}$ se met sous la forme :

$$R_{\text{cav}} = \frac{F \sin^2(\pi\omega/\Delta_{\text{ISL}})}{1 + F \sin^2(\pi\omega/\Delta_{\text{ISL}})}, \tag{3.29}$$

et on vérifie que l'on a bien $R_{\text{cav}} + P_{\text{cav}} = 1$.

Atténuation du champ intra-cavité (*cavity ring-down*)

Une façon de caractériser le coefficient de réflexion des miroirs de la cavité – et donc sa finesse – est de regarder l'atténuation du champ intra-cavité. On considère qu'à l'instant $t = 0$ on arrête l'injection de la cavité. La cavité contient alors une puissance optique $P_{\text{cav}}(t = 0) = P_0$. Cette puissance va s'atténuer à chaque réflexion sur un miroir [15], ce qui correspond à une perte relative de puissance de $1 - R$ tous les $t_{\text{att}} = L/c$. On a donc :

$$\frac{\mathrm{d}P_{\text{cav}}}{\mathrm{d}t} \approx \frac{P_{\text{cav}}(t_0 + L/c) - P_{\text{cav}}(t_0)}{L/c} = \frac{c}{L}(R - 1)P_{\text{cav}} = -\frac{P_{\text{cav}}}{\tau_{\text{att.}}}, \tag{3.30}$$

où l'on a posé :

$$\tau_{\text{att.}} = \frac{L}{c} \frac{1}{1 - R}. \tag{3.31}$$

Pour une cavité de haute-finesse ($R \approx 1$), on a d'après la formule (3.27) $\mathcal{F} \approx \pi/(1-R)$, et la formule précédente se simplifie en $\tau_{\text{att.}} \approx \mathcal{F}/\Delta_{\text{ISL}} \approx 1/\delta\omega_{\text{cav}}$. La puissance transmise par la cavité, directement proportionnelle à la puissance intra-cavité, décroît donc de façon exponentielle avec une constante de temps $\tau_{\text{att.}}$. La mesure de cette constante permet de calibrer la finesse de la cavité. Par exemple, avec une cavité de finesse $\mathcal{F} = 3 \times 10^5$ ($R \approx 1 - 10^{-5}$) et de longueur 5 cm, on a $\tau_{\text{att.}} \approx 20\,\mu$s, ce qui est facilement mesurable avec une photodiode.

3.2.2 La méthode de Pound-Drever-Hall

Introduction

Une cavité Fabry-Perot de grande finesse constitue une bonne référence de fréquence, permettant d'affiner le spectre d'émission d'une source laser. Concrètement, l'asservisse-

15. Ici, par souci de simplicité, nous avons considéré que les deux miroirs sont identiques et qu'il n'y a pas de pertes. La formule obtenue reste cependant valable dans le cas général, à condition de remplacer R par la moyenne géométrique des réflectivités des deux miroirs, en y incluant les pertes sur un aller-retour dans la cavité. La relation entre le temps de décroissance du champ et la finesse reste valable, car cette dernière dépend du nouveau coefficient R prenant en compte les pertes totales sur l'aller-retour.

ment consiste à maintenir le laser à résonance avec la cavité. Il faut pour cela disposer d'un moyen pour agir sur la fréquence de la source laser – soit en jouant sur un paramètre interne (courant de diode, longueur de la cavité laser avec un actuateur piézoélectrique) soit en utilisant un dispositif externe comme un AOM – ainsi que d'un signal d'erreur signifiant l'écart à la résonance. Une première idée consiste à détecter la puissance transmise par la cavité : cette dernière est maximale à résonance (*cf.* fig. 3.4b), et il est possible en utilisant un dispositif de type détection synchrone d'obtenir un signal dispersif croisant zéro lorsque le laser est résonant.

Cette méthode, que nous utilisons pour asservir les cavités de doublage de nos lasers à 399 nm et 556 nm (*cf.* sec. 2.2.2), limite cependant la bande passante accessible pour l'asservissement. Une façon de comprendre cette limitation est de remarquer que l'amplitude du champ transmis par la cavité est formé par l'interférence de champs infinitésimaux [16] issus des différentes réflexions au sein de la cavité, transmises par le miroir de sortie (voir la formule (3.22)). Plus la cavité est fine, plus il faut considérer un nombre important de réflexions pour obtenir le champ transmis total. Si la fréquence du laser subit une variation brusque, il faudra donc attendre que le champ modifié effectue un grand nombre d'aller-retours dans la cavité pour observer une modification de l'intensité transmise. Pour les cavités de haute-finesse, ce temps de propagation limite la bande passante de l'asservissement à une fraction du temps caractéristique $1/\delta\omega_{\text{cav}}$.

Pour pallier ce problème, la méthode de Pound-Drever-Hall (PDH) [111, 112] consiste à utiliser l'intensité réfléchie par la cavité, qui est nulle à résonance [17], pour asservir le laser. Ce signal est issu de l'interférence entre le champ directement réfléchi par la cavité (qui n'est pas infinitésimal pour une cavité de haute-finesse) et le champ intra-cavité transmis par le miroir d'entrée (*cf.* eq. (3.28)). Une variation brusque de la phase du laser incident se répercute instantanément sur la composante réfléchie, tandis que le champ intra-cavité garde « en mémoire » la phase du laser sur une plus grande période [111]. Le signal obtenu avec cette méthode permet ainsi de détecter des variations de phase du laser sur des échelles plus courtes que le temps caractéristique d'établissement du champ intra-cavité.

Modulation de phase

Intéressons-nous à présent à la mise en œuvre pratique de la méthode PDH. On considère la partie réfléchie du champ électrique ; d'après l'équation (3.28), la fonction de transfert en réflexion de la cavité $\mathcal{R}(\omega) \mathrel{\widehat{=}} \mathcal{E}_{\text{ref}}(\omega)/\mathcal{E}_{\text{in}}(\omega)$ s'écrit :

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{r\left(e^{2i\pi\omega/\Delta_{\text{ISL}}} - 1\right)}{1 - r^2 e^{2i\pi\omega/\Delta_{\text{ISL}}}}. \tag{3.32}$$

La méthode de Pound-Drever-Hall consiste à introduire des bandes latérales dans le spectre du laser incident. Elles sont généralement obtenues par modulation de phase, en utilisant par exemple un modulateur électro-optique (EOM). En notant Ω la pulsation de la modulation et β son amplitude on a, dans la limite de faible modulation [112] :

16. Nous considérons ici le cas d'une cavité de haute-finesse, pour laquelle la transmission des miroirs t est infinitésimale

17. Pour une cavité parfaitement couplée, c'est-à-dire telle que le mode spatial du laser incident corresponde exactement au mode propre de la cavité.

$$\mathcal{E}_{\text{in}} = \mathcal{E}_0 e^{i(\omega t + \beta \sin(\Omega t))} \approx \mathcal{E}_0 \left[\mathcal{J}_0(\beta) + 2i\mathcal{J}_1(\beta)\sin(\Omega t)\right] e^{i\omega t}, \tag{3.33}$$

$$= \mathcal{E}_0 \left[\mathcal{J}_0(\beta) e^{i\omega t} + \mathcal{J}_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - \mathcal{J}_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}\right], \tag{3.34}$$

où l'on a noté $\mathcal{J}_n$ la fonction de Bessel d'ordre n de la première espèce. Le champ réfléchi s'écrit alors :

$$\mathcal{E}_{\text{ref}} = \mathcal{E}_0 \left(\mathcal{R}(\omega)\mathcal{J}_0(\beta) e^{i\omega t} + \mathcal{R}(\omega+\Omega)\mathcal{J}_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - \mathcal{R}(\omega-\Omega)\mathcal{J}_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}\right). \tag{3.35}$$

Expérimentalement, ce champ sera détecté par une photodiode, sensible à la puissance lumineuse. En notant P_{ref} la puissance réfléchie, et en posant $P_{\text{p}} \mathrel{\widehat{=}} \mathcal{J}_0^2(\beta) P_0$ et $P_{\text{b}} \mathrel{\widehat{=}} \mathcal{J}_1^2(\beta) P_0$ les puissances respectives de la porteuse et des bandes latérales [18] on obtient :

$$\begin{aligned} P_{\text{ref}}(\omega, t) =& P_{\text{p}} |\mathcal{R}(\omega)|^2 + P_{\text{b}} \left(|\mathcal{R}(\omega+\Omega)|^2 + |\mathcal{R}(\omega-\Omega)|^2\right) \\ &+ 2\sqrt{P_{\text{p}} P_{\text{b}}}\, \text{Re}\left\{\mathcal{R}(\omega)\mathcal{R}^*(\omega+\Omega) - \mathcal{R}^*(\omega)\mathcal{R}(\omega-\Omega)\right\} \cos(\Omega t) \\ &+ 2\sqrt{P_{\text{p}} P_{\text{b}}}\, \text{Im}\left\{\mathcal{R}(\omega)\mathcal{R}^*(\omega+\Omega) - \mathcal{R}^*(\omega)\mathcal{R}(\omega-\Omega)\right\} \sin(\Omega t) \\ &+ \text{termes oscillants à } 2\Omega. \end{aligned} \tag{3.36}$$

Il est possible d'identifier dans la formule (3.36) différentes composantes. La première composante est de fréquence nulle : il s'agit simplement de la somme des puissances réfléchies pour la porteuse et les deux bandes latérales. La seconde composante oscille à la pulsation de modulation Ω : elle correspond au battement entre la réflexion de la porteuse et celles des deux bandes latérales. C'est cette partie du signal qui est utilisée pour obtenir un signal d'erreur. Une composante oscillant à 2Ω, issue du battement entre les bandes latérales, est aussi présente dans la puissance réfléchie.

Démodulation : détection synchrone

Parmi les termes présents dans la puissance réfléchie, nous ne voulons garder que ceux oscillant à la pulsation Ω. Il est possible de les isoler en démodulant le signal $P_{\text{ref}}(t)$: on le multiplie par la modulation $\sin(\Omega t)$, puis on applique un filtre passe-bas coupant les fréquences au-dessus de Ω. Dans l'expression précédente de $P_{\text{ref}}(t)$, seuls les termes oscillant en phase avec la modulation donneront un signal continu après démodulation ; les autres donneront des termes oscillants à Ω ou 2Ω qui seront filtrés. On obtient alors le signal d'erreur suivant :

$$\epsilon(\omega) = \sqrt{P_{\text{p}} P_{\text{b}}}\, \text{Im}\left\{\mathcal{R}(\omega)\mathcal{R}^*(\omega+\Omega) - \mathcal{R}^*(\omega)\mathcal{R}(\omega-\Omega)\right\}. \tag{3.37}$$

Le choix de la fréquence de modulation influe grandement sur la forme du signal obtenu. La méthode de Pound-Drever-Hall consiste à choisir une fréquence grande devant la largeur des résonances de la cavité ($\Omega \gg \delta\omega_{\text{cav}}$). Dans ce régime, lorsque la porteuse est proche de résonance, les bandes latérales sont totalement réfléchies par la cavité ($\mathcal{R}(\omega \pm \Omega) \approx -1$). On peut alors simplifier l'expression de $\epsilon(\omega)$, et il vient :

$$\epsilon(\omega) = -2\sqrt{P_{\text{p}} P_{\text{b}}}\, \text{Im}\left(\mathcal{R}(\omega)\right). \tag{3.38}$$

18. Dans la limite de faible modulation, on a $P_{\text{p}} + P_{\text{b}} \approx P_0$.

Forme des signaux obtenus

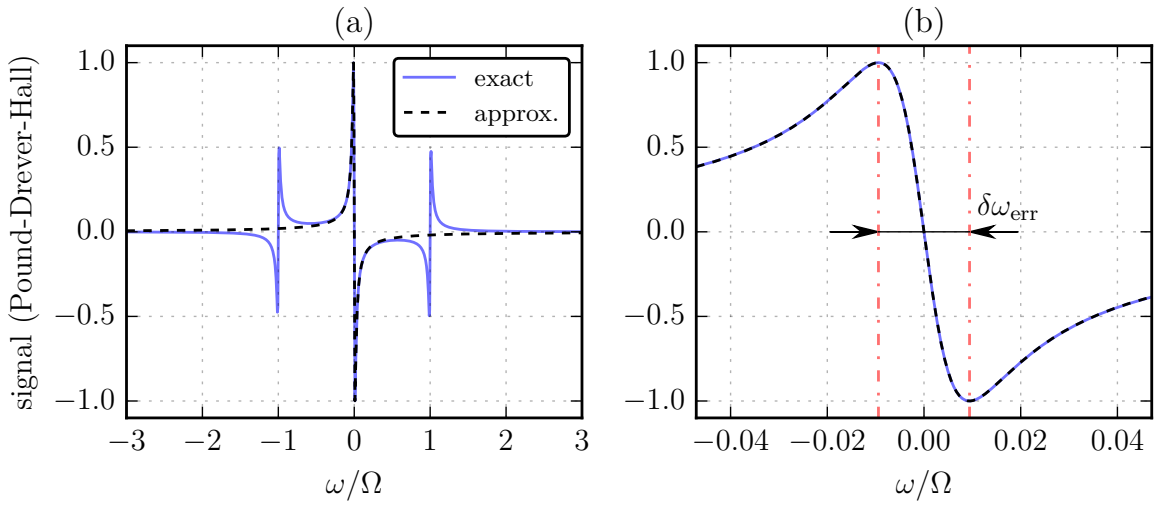


Figure 3.5 – Signal d'erreur théorique obtenu avec la méthode de Pound-Drever-Hall, pour une cavité de finesse $\mathcal{F} \approx 3\times10^5$ et pour une pulsation de modulation $\Omega/\Delta_{\mathrm{ISL}} \approx 1\times10^{-3}$. La courbe bleue (continue) correspond à la formule « exacte » (équation (3.37)), et la courbe noire (pointillée) à la formule approchée (équation (3.39)). La figure (b) correspond à un agrandissement autour de la résonance de la porteuse.

En injectant la forme attendue pour $\mathcal{R}(\omega)$ (eq. (3.32)), dans la formule (3.38), on obtient la forme analytique suivante pour le signal d'erreur :

$$\epsilon(\omega) = 2\sqrt{P_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{b}}}\frac{(r^3-r)\sin(2\pi\omega/\Delta_{\mathrm{ISL}})}{1+r^4-2r^2\cos(2\pi\omega/\Delta_{\mathrm{ISL}})}. \tag{3.39}$$

Autour d'une résonance ($\omega \approx n\Delta_{\mathrm{ISL}}$), on a alors $\epsilon(\omega) \approx -(4\sqrt{P_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{b}}}/\delta\omega_{\mathrm{cav}}) \times \delta\omega$, où $\delta\omega \mathrel{\widehat{=}} \omega - n\Delta_{\mathrm{ISL}}$ représente le désaccord du laser par rapport à la résonance de la cavité. On obtient bien un signal linéaire, croisant zéro lorsque le laser est résonant avec la cavité. La figure 3.5 montre un exemple de signal attendu pour une cavité de haute finesse ($\mathcal{F} \approx 3\times10^5$, $\Omega/\Delta_{\mathrm{ISL}} \approx 1\times10^{-3}$). On remarque que la formule (3.39) (courbe pointillée) constitue une bonne approximation autour de la résonance de la porteuse. Le signal réel montre deux autres résonances, situées de part et d'autre de la résonance principale, correspondant aux bandes latérales.

Enfin, nous pouvons calculer la largeur du signal d'erreur $\delta\omega_{\mathrm{err}}$ (*cf.* fig. 3.5b) en utilisant la formule (3.39). Il vient alors :

$$\delta\omega_{\mathrm{err}} = \frac{\Delta_{\mathrm{ISL}}}{\pi}\arccos\left(\frac{2r^2}{1+r^4}\right). \tag{3.40}$$

Pour une cavité de haute-finesse, on a $\arccos(2r^2/(1+r^4)) \approx 2(1-r)$ et $1/\mathcal{F} \approx 2(1-r)/\pi$, ce qui donne finalement $\delta\omega_{\mathrm{err}} \approx \Delta_{\mathrm{ISL}}/\mathcal{F} \approx \delta\omega_{\mathrm{cav}}$.

3.2.3 Réalisation expérimentale

Source laser à 578 nm : somme de fréquence

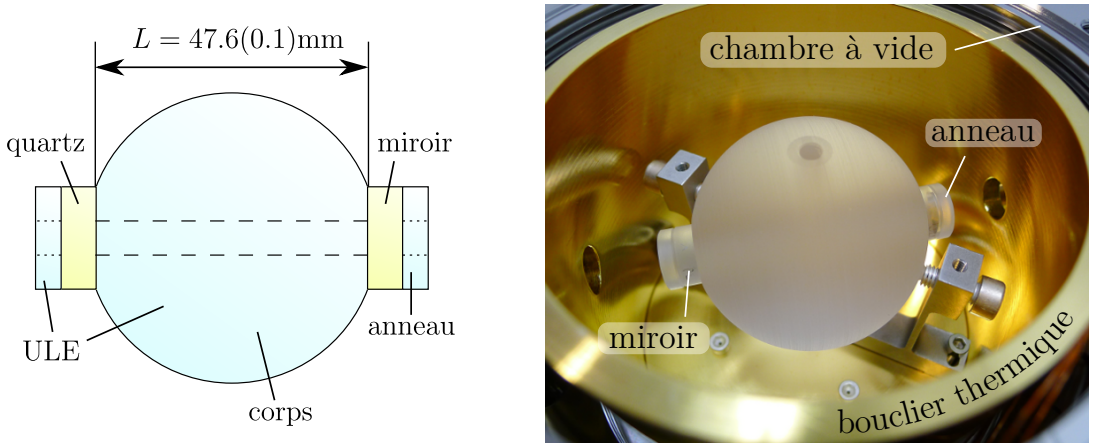
Nous obtenons une source cohérente à 578 nm [19] en sommant les fréquences de deux sources infra-rouges à 1030 nm (laser à fibre amplifié [20]) et 1319 nm (laser Nd :Yag [21]). Les largeurs spectrales spécifiées par les constructeurs sont respectivement de $\Delta_{1030} < 10\,\text{kHz}$ (mesure sur $120\,\mu\text{s}$) et $\Delta_{1319} < 1\,\text{kHz}$ (mesure sur 100 ms). Pour les deux sources, la fréquence est contrôlable par le biais d'un actuateur piézoélectrique (sensibilité de l'ordre du MHz/V et bande passante de l'ordre du kHz), ce qui nous servira pour l'asservissement sur la cavité haute-finesse, en combinaison avec la température des lasers permettant un réglage grossier.

Une première version du montage utilisait un guide d'onde [22] de ppLN (*periodically poled lithium niobate*) long de 1 cm. Le mode se propageant dans le guide a un diamètre de l'ordre de quelques microns sur l'ensemble de la longueur du cristal, ce qui permet d'atteindre des intensités importantes et donc une efficacité de conversion supérieure à celle des cristaux non-linéaires utilisés en simple passage (2200% W.W^{-2} spécifiés, contre environ 3% W.W^{-2} pour les cristaux que nous utilisons pour les lasers à 399 nm et 556 nm). Cependant, le mode propre du guide d'onde est elliptique, ce qui réduit grandement l'efficacité de couplage attendue en utilisant des modes gaussiens [23]. Nous avons ainsi mesuré une efficacité de conversion effective (tenant compte du couplage imparfait) d'environ 56% W.W^{-2}, ce qui nous permet d'obtenir environ 15 mW de lumière à 578 nm pour des puissances incidentes respectives de 130 mW et 200 mW à 1319 nm et 1030 nm. Notons que dans cette configuration nous avons volontairement bridé la puissance des sources à 1319 nm et 1030 nm, capable d'émettre respectivement 200 mW et 500 mW, afin d'éviter d'endommager le cristal [24]. Le profil spatial de la lumière générée à 578 nm correspond à celui du mode se propageant dans le guide : il est donc elliptique, et fortement focalisé en sortie du cristal. De plus, nous avons observé une forte instabilité mécanique du couplage dans le cristal (et du pointé du mode de sortie) due au support fourni par le constructeur. Ces effets rendent critique le couplage ultérieur du laser dans une fibre optique mono-mode. Nous avons obtenu des efficacités de couplage maximales de l'ordre de 50%, réduisant la puissance utilisable pour nos expériences. Afin d'obtenir une puissance plus élevée, nous avons décidé de modifier cette première version.

Dans le nouveau montage, utilisé actuellement, nous avons remplacé le guide d'onde par un cristal non-linéaire « simple » de ppLN, long de 2 cm. Afin de compenser la diminution de l'efficacité de conversion, nous avons changé l'étage d'amplification du laser fibré à 1030 nm, ce qui nous a permis de gagner un facteur 10 sur la puissance accessible (5 W, contre 500 mW précédemment). Ce montage nous a permis d'obtenir environ 65 mW de lumière à 578 nm, avec un mode spatial – gaussien – de meilleure qualité, permettant de meilleures efficacités de couplage dans des fibres mono-modes (> 80%). Ce nouveau montage nous offre ainsi une plus grande puissance utile, et une plus grande stabilité grâce à la suppression de l'étape de couplage dans le guide d'onde.

19. Par la suite, nous nommerons cette source « laser d'horloge ».
20. Koheras BoostiK Y10, NKT Photonics (Birkerød, Danemark).
21. Mephisto, Coherent Inc. (Santa Clara, USA).
22. HCP Photonics (HsinChu City, Taiwan).
23. Les efficacités de couplage obtenues sont d'environ 10% à 1319 nm et 25% à 1030 nm.
24. La surface d'entrée de l'un de nos guides d'onde a été endommagée lors de la procédure de couplage des sources infra-rouges. Par mesure de précaution, nous avons donc utilisé les puissances minimales permettant d'obtenir une puissance à 578 nm suffisante pour nos expériences de spectroscopie.

Cavité ultra-stable



(a) (b)

Figure 3.6 – **(a)** Schéma de la cavité Fabry-Perot haute-finesse utilisée pour l'asservissement en fréquence du laser. **(b)** Photographie de la cavité montée dans sa chambre à vide. La face supérieure du bouclier thermique a été enlevée le temps de la prise de vue.

Pour asservir la fréquence du laser, nous utilisons une cavité[25] Fabry-Perot plan-concave constituée de deux miroirs collés optiquement sur un corps sphérique en verre ULE (*ultra-low expansion*, voir figure 3.6). Le coefficient de dilatation thermique de ce matériau a la particularité de s'annuler à une température de l'ordre de 20°C. Son utilisation pour le corps permet ainsi de limiter la dépendance de la longueur de la cavité – et donc de sa fréquence de résonance – aux dérives thermiques, et ainsi d'assurer une grande stabilité de la référence aux temps longs. Aux temps courts, les fluctuations thermiques de la fréquence de la cavité sont dominées par la contribution des miroirs [113, 114]. Afin de réduire leurs fluctuations thermiques, ces derniers sont faits en quartz, matériau ayant un coefficient de pertes mécaniques plus petit que le verre ULE[26]. Les coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés pour le corps de la cavité et les miroirs sont différents, ce qui a pour effet d'exercer des contraintes sur les miroirs et de diminuer la température où la fréquence de la cavité est insensible aux variations thermiques [115]. En pratique, la température de moindre sensibilité devient expérimentalement inaccessible. Pour contrer cet effet, des anneaux en verre ULE, visibles sur la figure 3.4, sont collés optiquement sur la face arrière des miroirs [115].

La finesse visée lors de la fabrication de la cavité est de 300 000, pour un minimum spécifié de 250 000. La longueur de la cavité est $L = 47.6(1)\,\mathrm{mm}$, correspondant à un intervalle spectral libre théorique de $\Delta_{\mathrm{ISL}} = 2\pi \times 3\,148(7)\,\mathrm{MHz}$. La largeur à mi-hauteur des résonances de la cavité est donc de l'ordre de 10 kHz. Les miroirs ont un diamètre de 0.5″ et une épaisseur de 0.25″. Le rayon de courbure du miroir concave est de 50 cm.

La cavité est tenue en deux points, et ceinte d'un bouclier thermique (voir figure 3.6b) asservi en température[27] par une cellule à effet Peltier. Le tout est placé dans une enceinte à vide connectée à une pompe ionique assurant un vide de l'ordre de 10^{-8} mbar, permettant de parfaire l'isolation thermique et acoustique de la cavité. Cette enceinte est bridée

25. modèle ATF-6301, Advanced Thin Films (Boulder, USA)
26. Et donc moins sujet aux fluctuations thermiques, d'après le théorème fluctuation/dissipation.
27. L'asservissement est assuré par un boîtier électronique LFI-3751 commercialisé par Wavelength Electronics (Bozeman, USA).

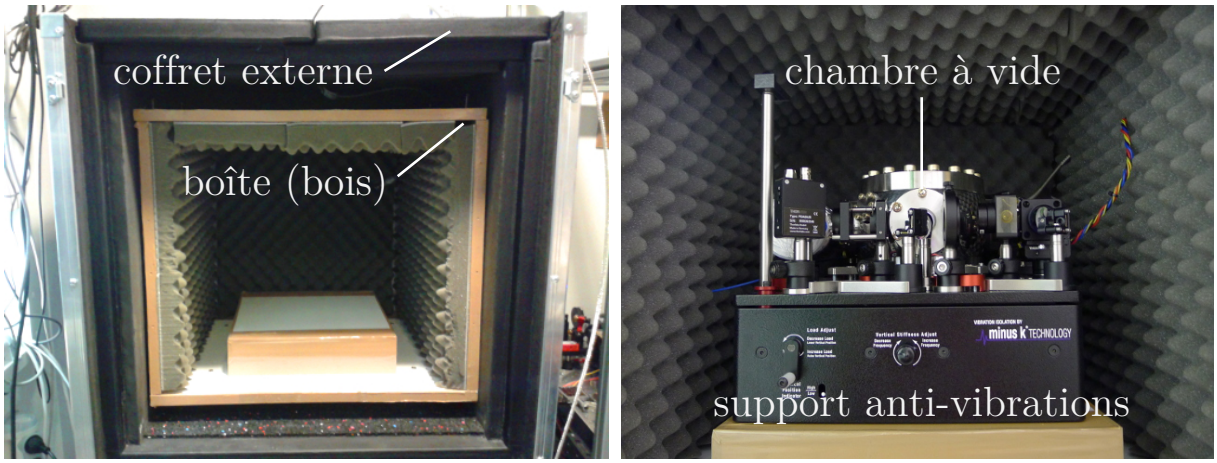


FIGURE 3.7 – Photographies des différents éléments permettant l'isolation acoustique et thermique de la cavité. **À gauche :** première boîte utilisée (bois) placée dans le coffret d'isolation commercial. **À droite :** chambre à vide (contenant la cavité) et chaîne optique montées sur le support anti-vibrations.

sur un support anti-vibrations [28] (*cf.* fig. 3.7). Le tout est enfermé dans une première boîte en bois réalisée par nos soins, montée sur des plots en caoutchouc, et dont l'intérieur est tapissé d'une mousse permettant une isolation acoustique [29]. Récemment, afin de parfaire l'isolation thermique et acoustique de l'ensemble, une couche supplémentaire a été ajoutée : la boîte en bois est placée dans un coffret commercial [30] (visible sur la figure 3.7), au sommet de laquelle est plaqué un « piège à son » permettant le passage des câbles d'électronique et de la fibre optique sans dégradation de l'isolation. Un effet indésirable de l'isolation thermique offerte par le coffret externe est qu'elle empêche l'évacuation de la chaleur dissipée par l'élément Peltier assurant l'asservissement en température du socle de la cavité. La présence d'une source de chaleur à l'intérieur de la boîte peut alors entraîner une montée lente de la température au sein de celle-ci, ce qui perturbe l'asservissement en température de la cavité. Afin de pallier ce problème, nous avons introduit dans le coffret une plaque métallique refroidie par circulation d'eau. Cette source froide permet une meilleure stabilité de l'asservissement. Une méthode similaire est employée par l'équipe de Florence, qui utilise un Peltier pour extraire la chaleur produite à l'intérieur du coffret d'isolation [116].

Asservissement en fréquence : chaîne optique

La chaîne optique permettant l'asservissement en fréquence du laser est présentée dans la figure 3.8. La lumière obtenue en sortie du cristal non-linéaire est envoyée dans un modulateur acousto-optique utilisé en simple passage (AOM 1), décalant sa fréquence de $\delta\omega_1$. Cet AOM est utilisé pour asservir le laser sur la cavité de référence. On notera par la suite ω_1 la pulsation du laser en sortie de l'AOM 1. Une partie du faisceau est dérivée vers un dispositif de spectroscopie utilisant une cellule de diiode gazeux dont l'utilité sera précisée par la suite. L'autre partie est couplée dans une fibre optique mono-mode menant

28. Nano-K 50 BM-10, Minus K Technology (Inglewood, USA)
29. La plupart des expériences décrites dans ce manuscrit ont été effectuées avant la mise en place de cette boîte. Le support anti-vibration était alors partiellement isolé (acoustiquement et thermiquement) par cinq panneaux de carton rigide, tapissés d'une mousse isolante.
30. Caisson insonorisé isolé thermiquement avec piège à son, 800 mm × 800 mm × 735 mm, réalisé sur-mesure par la société Keoda (Nadarzyn, Pologne)

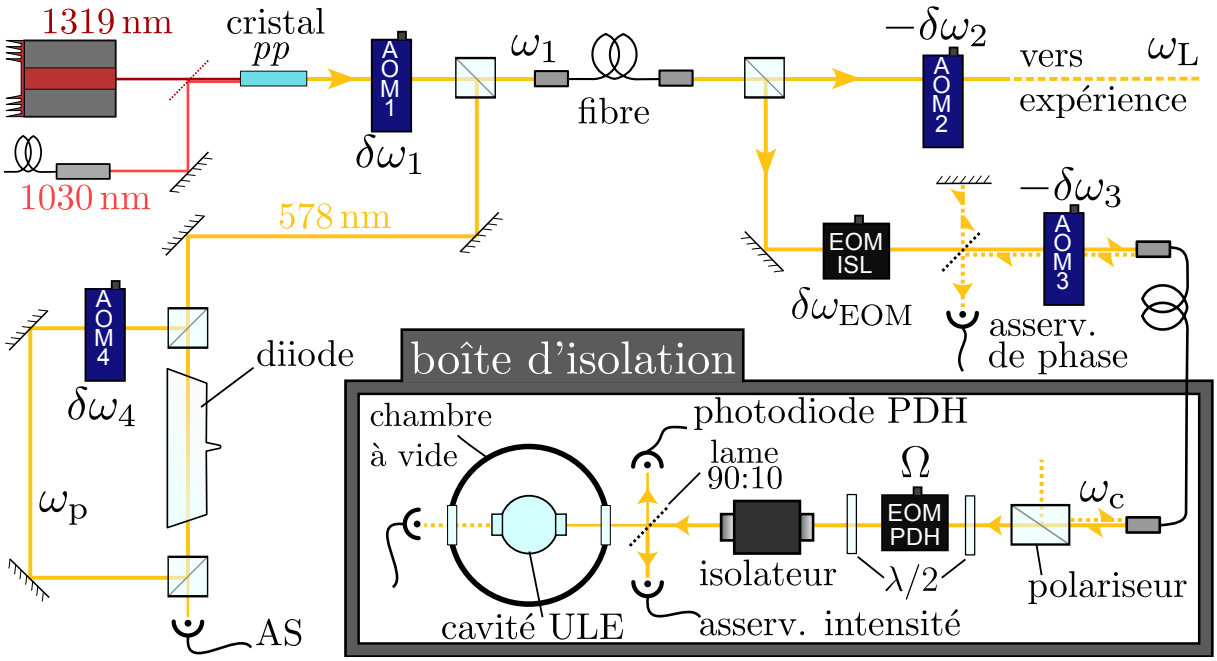


Figure 3.8 – Schéma de la chaîne optique du laser d'horloge. La lumière à 578 nm est obtenue par somme de fréquence dans un cristal non-linéaire. En sortie du cristal, trois chemins peuvent être distingués. Le premier mène à un dispositif de spectroscopie utilisant une cellule contenant du diiode gazeux. Les deux autres chemins passent tout d'abord dans une fibre optique commune. L'un mène ensuite à l'expérience, où le laser sera utilisé pour exciter la transition d'horloge d'un gaz d'ytterbium. L'autre mène à la cavité Fabry-Perot permettant d'asservir la fréquence du laser. L'utilité et les caractéristiques de ces trois voies sont détaillées plus loin.

à la table optique principale. En sortie de cette fibre, le faisceau est à nouveau divisé en deux chemins. Le premier mène à la chambre de science de notre enceinte à vide, et permet donc d'interroger les échantillons d'ytterbium ultra-froid produits par notre dispositif. Un AOM simple passage (AOM 2) décalant la fréquence du laser de $-\delta\omega_2$ permet de contrôler la fréquence du laser vue par les atomes, notée ω_L.

Le second chemin mène à la cavité haute finesse. Un premier modulateur électro-optique (EOM ISL) permet d'ajouter des bandes latérales séparées de $\delta\omega_{EOM}$. Il servira notamment à calibrer l'intervalle spectral libre de la cavité, comme nous le verrons par la suite. Il est suivi d'une lame semi-réfléchissante puis d'un AOM (AOM 3) en simple passage (fréquence $\delta\omega_3$, premier ordre négatif). La lumière est ensuite couplée dans une fibre menant à la cavité haute-finesse, dans son caisson d'isolation. Le dispositif interférentiel formé par la lame semi-réfléchissante, représenté dans la figure 3.8, permet de faire battre la lumière prélevée avant l'AOM 3 avec la lumière réfléchie par la face avant du polariseur situé en sortie de la fibre (en pointillés sur la figure 3.8), qui s'est propagée deux fois dans la fibre, et permet donc de mesurer le bruit de phase induit par cette dernière. Le battement, détecté par une photodiode rapide, peut être asservi sur une référence de fréquence stable (four à quartz) en agissant sur la fréquence de l'AOM 3, ce qui permet d'annuler le bruit de phase dû à la fibre.

Les optiques nécessaires à la mise en œuvre de la méthode de Pound-Drever-Hall sont montées sur la platine d'isolation soutenant la chambre à vide. Un EOM permet d'abord de générer les bandes latérales. Une lame semi-réfléchissante dérive ensuite 90% de la puissance incidente vers une photodiode permettant d'asservir, en combinaison avec l'AOM3, l'intensité couplée dans la fibre. Les 10% restants sont couplés dans la cavité.

La lame semi-réfléchissante permet d'envoyer l'intensité réfléchie par la cavité vers la photodiode générant le signal de Pound-Drever-Hall. Une autre photodiode est placée en transmission de la cavité, pour aider au couplage de cette dernière. L'intérêt de l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante, ainsi que le rôle de l'isolateur optique représenté dans la figure 3.8, seront discutés dans les paragraphes suivants.

Asservissement en fréquence : électronique

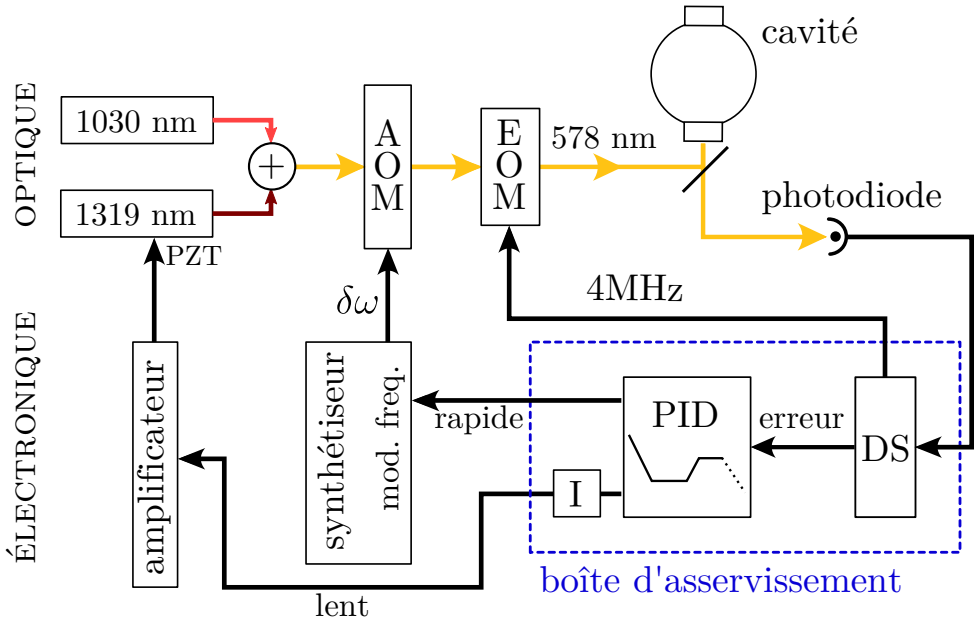


FIGURE 3.9 – Schéma simplifié de l'asservissement en fréquence du laser d'horloge. DS : détection synchrone, PZT : actuateur piézoélectrique, I : intégrateur.

Le signal d'erreur pour l'asservissement en fréquence du laser est obtenu comme suit : l'EOM situé dans le caisson d'isolation génère des bandes latérales séparées de la porteuse de $\Omega = 2\pi \times 4\,\mathrm{MHz}$. Le signal réfléchi par la cavité est détecté par une photodiode [31] ayant une bande passante suffisante pour détecter le battement entre les bandes latérales et la porteuse. Le signal obtenu est envoyé dans un boîtier d'asservissement commercial [32]. Ce dernier permet à la fois de générer le signal d'erreur (détection synchrone) et de le transformer en signal d'asservissement via un régulateur de type PID. Le gain de la régulation, ainsi que les fréquences de coupure des différents éléments de la boucle, sont contrôlables en externe, ce qui permet un réglage fin de la boucle d'asservissement. Le signal d'asservissement obtenu est envoyé vers deux sorties. La première permet de corriger les variations rapides de la fréquence du laser en contrôlant la fréquence du signal radio-fréquence envoyé à l'AOM 1 (voir figure 3.8), généré par un synthétiseur permettant une modulation de fréquence rapide et sur une grande plage [33]. La seconde sortie est intégrée une deuxième fois, et permet de corriger les dérives lentes de la fréquence du laser en agissant sur la fréquence du laser source à 1319 nm via un actuateur piézoélectrique.

31. PDA8A, Thorlabs (Newton, USA)
32. D2-125, Vescent Photonics (Denver, USA).
33. Modèle E4400B, Agilent Technologies (Santa Clara, USA).

Performances de l'asservissement

Pour évaluer les performances de l'asservissement, nous avons mesuré le bruit du signal d'erreur en boucle fermée. Pour de faibles excursions du signal d'erreur autour de zéro [34], nous pouvons utiliser la formule (3.39) linéarisée autour de la résonance de la cavité pour convertir les fluctuations de tension en fluctuations de fréquence [35]. La densité spectrale de bruit de fréquence de l'asservissement, notée $S_{\text{err.}}(f)$, est tracée dans la figure 3.10 pour des fréquences allant de 20 Hz à 1 MHz. Les spectres obtenus sont similaires à ceux observés par d'autres équipes développant des lasers « d'horloge » pour l'ytterbium [116].

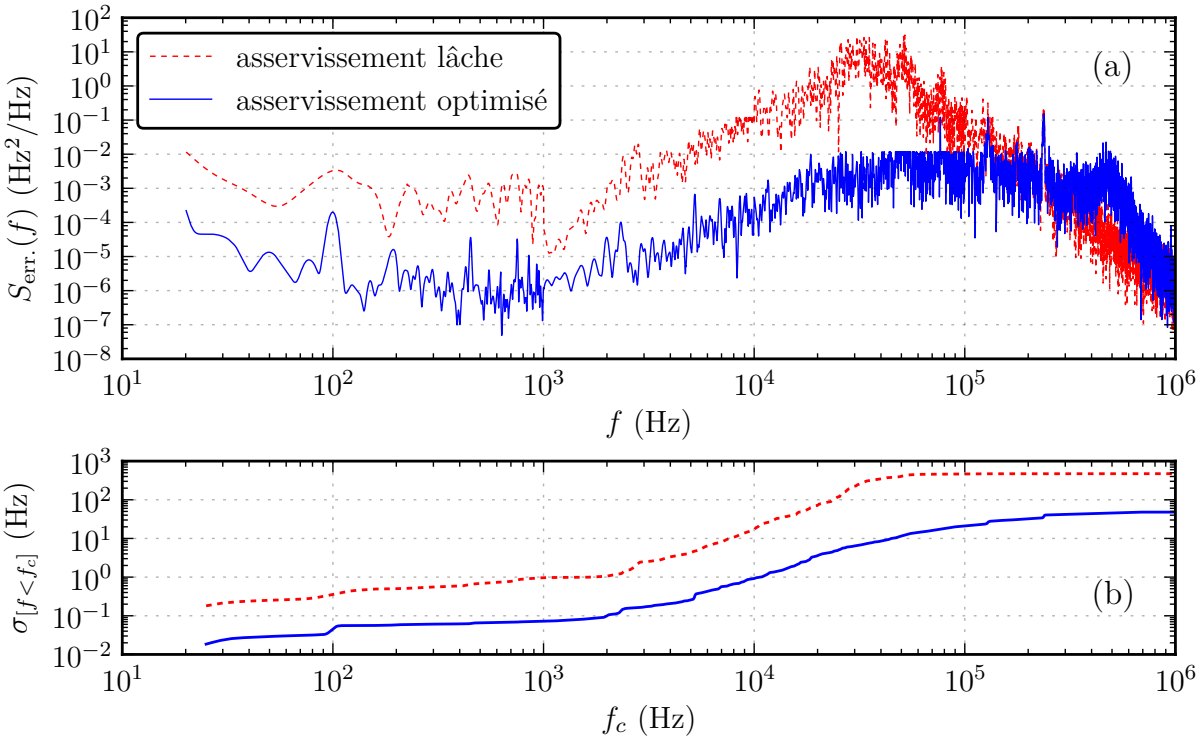


Figure 3.10 – **(a)** Densité spectrale du bruit de l'asservissement, exprimé en unités de fréquence. La courbe bleue (continue) correspond à des paramètres d'asservissement optimaux. La courbe rouge (pointillée) a été mesurée avec un asservissement volontairement trop lâche, afin d'illustrer l'effet de ce dernier. **(b)** Écart-type de l'erreur tronqué, calculé en intégrant la densité spectrale de bruit jusqu'à la fréquence de coupure f_c.

De cette mesure, nous pouvons déduire l'écart-type de l'erreur d'asservissement $\sigma_{\text{err.}}$, donné par la racine carrée de l'intégrale de $S_{\text{err.}}(f)$. Nous mesurons $\sigma_{\text{err.}} \approx 50$ Hz lorsque l'asservissement est optimisé. Notons que cet écart-type ne caractérise que partiellement la performance de l'asservissement. En effet, comme nous l'avons vu dans la section 3.1.4, seules les fréquences basses du spectre de bruit contribuent à l'élargissement du spectre du laser. Or, en traçant l'écart-type pour un spectre tronqué [36] $\sigma_{[f<f_c]}$ (figure 3.10b), nous voyons que l'écart-type total est largement dominé par les contributions des fréquences supérieures à 10 kHz qui, d'après le modèle présenté en 3.1.4, ne contribuent pas à la largeur du spectre d'émission. En appliquant les méthodes décrites dans [109], nous pouvons

34. Expérimentalement, l'amplitude pic à pic du bruit est de l'ordre de 5 mV, pour un signal d'erreur ayant une amplitude de 1 V.

35. En notant ΔV l'amplitude pic à pic du signal d'erreur, et $\Delta\omega$ la séparation (en pulsation) entre les deux extrema, la pente (en pulsation) du signal autour de zéro est $p_\omega = 2\Delta V/\Delta\omega$

36. $\sigma^2_{[f<f_c]} \mathrel{\widehat{=}} \int_0^{f_c} S_{\text{err.}}(f)\mathrm{d}f$

estimer que la contribution de l'asservissement à l'élargissement du spectre du laser est inférieure au Hz. Il est important de noter que nous ne mesurons à ce stade que le bruit de l'asservissement, et non pas les fluctuations de la fréquence absolue du laser [37]. La performance de l'ordre du Hz obtenue concerne donc uniquement l'accord de la fréquence du laser avec celle de la cavité servant de référence. Le bruit de fréquence du laser sera donc vraisemblablement dominé par les fluctuations de fréquence de la cavité, dues au bruit thermique des miroirs et aux vibrations acoustiques pour les temps courts [113, 114, 117], et aux dérives thermiques de la longueur de la cavité pour les temps longs [118].

Aux temps longs, un autre effet vient perturber la stabilité de l'asservissement. Il s'agit de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) présente dans l'intensité du laser [119, 120]. Cette modulation d'amplitude vient principalement des effets dits d'étalon : les diverses réflexions parasites du laser sur les éléments de la chaîne optique (lames d'ondes, EOM, cubes) viennent interférer avec le faisceau principal au niveau de la photodiode de Pound-Drever-Hall. À cause de la présence des bandes latérales, ces interférences peuvent induire un bruit oscillant à la fréquence de modulation. Ce bruit sera démodulé par la détection synchrone, et donnera un signal quasi-constant s'additionnant au signal d'erreur [120]. À cause de divers effets, en général « lents » (thermiques, vibrations, vieillissement, *etc.*), les différences de chemin optique des différents étalons dérivent lentement, entraînant une dérive du terme constant (*offset*) s'ajoutant au signal d'erreur, et donc du point d'asservissement. Pour limiter cette modulation résiduelle, nous avons pris plusieurs mesures. Tout d'abord, nous utilisons une lame semi-réfléchissante plutôt qu'un cube pour prélever le signal réfléchi par la cavité, ce qui permet de réduire le nombre de surfaces optiques planes orthogonales au faisceau. Un isolateur optique est aussi placé entre l'EOM et la lame semi-réfléchissante (voir figure 3.8), pour éviter les étalons [120]. Enfin, un soin particulier est pris dans l'alignement de l'EOM générant les bandes latérales pour supprimer la modulation d'amplitude qu'il introduit. Nous mesurons alors des fluctuations résiduelles du niveau du signal d'erreur (hors asservissement) de l'ordre de 5 mV pic à pic, ce qui correspond à environ 0.5% de l'amplitude du signal de PDH. En supposant que cette dérive est répercutée telle quelle sur la fréquence du laser, la fluctuation en fréquence correspondante est de l'ordre de 30 Hz. Cette fluctuation n'est pas limitante dans le cadre des expériences présentées dans la suite de ce travail.

3.3 Caractérisation de la cavité

Dans cette partie, nous décrivons les méthodes expérimentales mises en œuvre afin de caractériser les différentes propriétés de notre cavité ultra-stable, qui constitue la pièce centrale de notre « laser d'horloge ». Elle nous permet en effet à la fois d'affiner le spectre du laser (aux temps courts), et de limiter ses dérives de fréquence sur le long terme. Après avoir mesuré l'intervalle spectral libre et la finesse de la cavité, nous présenterons une méthode permettant de calibrer la fréquence absolue de l'une de résonances [38], en utilisant une raie hyperfine du spectre du diiode comme référence. Cette méthode nous

37. Il faudrait pour cela disposer d'une autre référence de fréquence indépendante. Par exemple, nous pourrions mesurer le battement de notre laser avec une autre source asservie sur une seconde cavité, indépendante de la première.

38. Par la suite, nous serons parfois amenés à comparer la fréquence de l'une des résonances de la cavité avec une autre référence (diiode ou ytterbium). Nous parlerons alors simplement de « fréquence de la cavité » pour désigner la fréquence de la résonance considérée.

permet de trouver rapidement la résonance de l'ytterbium, comme nous le montrerons dans le chapitre suivant.

3.3.1 Intervalle spectral libre et finesse

Intervalle spectral libre

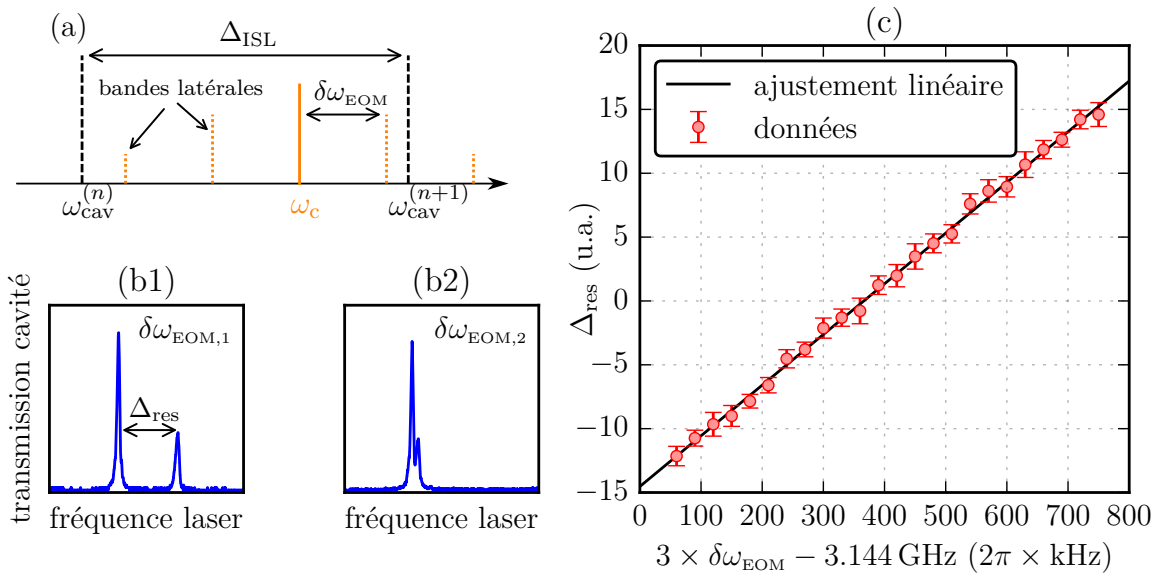


Figure 3.11 – Principe de la mesure de l'intervalle spectral libre de la cavité. **(a)** Représentation des pulsations présentes dans le spectre du laser incident, après modulation par l'EOM. Les résonances de la cavité voisines de la fréquence du laser ($\omega_{\mathrm{cav}}^{(n)}$ et $\omega_{\mathrm{cav}}^{(n+1)}$) sont aussi présentées. **(b)** Exemples de signaux mesurés en transmission de la cavité lorsque l'on balaye la fréquence du laser incident. Les deux pics correspondent aux résonances successives de deux bandes latérales du laser, respectivement avec les résonances n (pic le plus petit, correspondant à la seconde bande latérale dans le rouge) et $n+1$ (pic le plus grand, correspondant à la première bande latérale dans le bleu) de la cavité. Les figures ($b1$) et ($b2$) sont obtenues avec des fréquences de modulations différentes (respectivement $\delta\omega_{\mathrm{EOM},1}$ et $\delta\omega_{\mathrm{EOM},2}$, avec $\delta\omega_{\mathrm{EOM},2} < \delta\omega_{\mathrm{EOM},1}$). **(c)** Écart entre les deux résonances $\Delta_{\mathrm{res.}}$ en fonction de la fréquence de modulation de l'EOM. Nous avons multiplié cette dernière par un facteur 3, de sorte que l'intervalle spectral libre de la cavité correspond directement à l'abscisse pour laquelle l'écart croise zéro.

L'intervalle spectral libre Δ_{ISL}, défini dans la section 3.2.1, correspond à l'écart en fréquence entre deux résonances de la cavité. Pour le calibrer, nous utilisons un EOM situé en amont de la fibre menant au caisson d'isolation de la cavité (« EOM ISL » de la figure 3.8). Cet EOM est accordable en fréquence, et ajoute des bandes au spectre séparées de $\delta\omega_{\mathrm{EOM}}$. Le principe de la mesure de l'intervalle spectral libre est présenté sur la figure 3.11a : la fréquence de la modulation est choisie telle que $\delta\omega_{\mathrm{EOM}} \approx \Delta_{\mathrm{ISL}}/3$, et la fréquence ω_{c} de la porteuse est ajustée de sorte que la seconde bande latérale dans le rouge du spectre du laser et la première bande latérale dans le bleu soient proches de deux résonances consécutives de la cavité [39], notées $\omega_{\mathrm{cav}}^{(n)}$ et $\omega_{\mathrm{cav}}^{(n+1)}$. Lorsque l'on balaye la

39. La mesure aurait été encore plus simple en choisissant $\delta\omega_{\mathrm{EOM}} \approx \Delta_{\mathrm{ISL}}/2$, mais cette fréquence de modulation est hors de la plage réalisable par l'EOM utilisé.

fréquence du laser autour de ce point, on observe deux pics en transmission de la cavité, correspondant aux résonances successives des deux bandes latérales (*cf.* fig. 3.11b). On peut alors accorder la fréquence de modulation de l'EOM afin de superposer les deux pics. Les bandes latérales sont alors simultanément résonantes avec les deux résonances successives. Si l'on note $\delta\omega_{\text{EOM,res.}}$ la fréquence de l'EOM permettant la superposition, on a $\Delta_{\text{ISL}} = 3 \times \delta\omega_{\text{EOM,res.}}$.

La figure 3.11c montre l'écart entre les deux résonances $\Delta_{\text{res.}}$ (obtenue par un ajustement sur les deux pics) en fonction de la fréquence de modulation de l'EOM. Pour balayer la fréquence du laser le plus précisément possible, nous avons utilisé la fonction modulation de fréquence (interne) du synthétiseur contrôlant l'AOM servant à l'asservissement du laser sur la cavité (« AOM 1 » de la figure 3.8). Un ajustement linéaire sur la courbe obtenue permet de déterminer avec précision la fréquence de résonance simultanée. Nous en déduisons $\Delta_{\text{ISL}} = 2\pi \times 3\,144\,366 \pm 2\,\text{kHz}$, en accord avec la valeur spécifiée par le constructeur ($2\pi \times 3\,148(7)\,\text{MHz}$). La pente de la courbe permet quant à elle de calibrer le dispositif permettant de balayer la fréquence du laser. Nous avons ainsi pu calibrer précisément les actuateurs piézoélectriques permettant le contrôle des fréquences des deux lasers sources du laser d'horloge [40].

Finesse

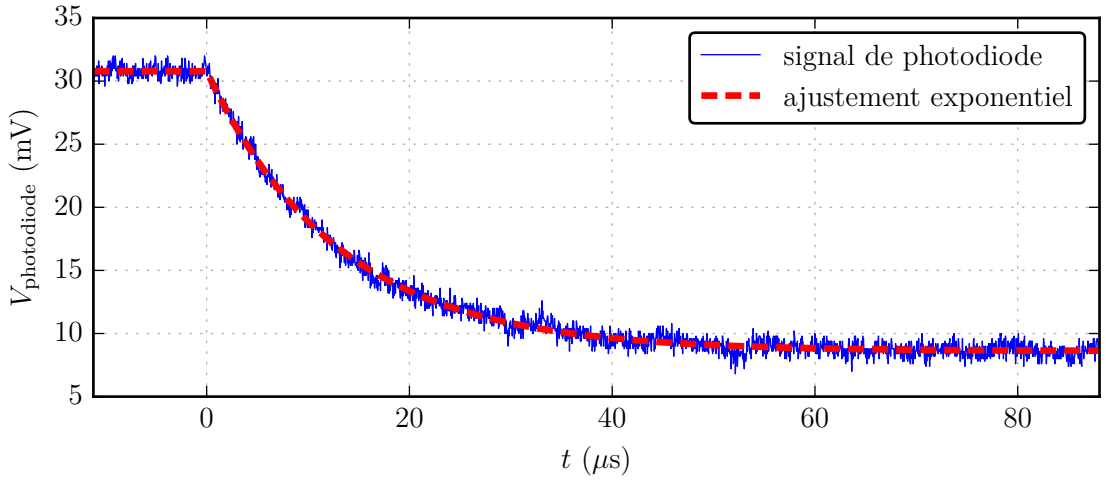


FIGURE 3.12 – Mesure de la décroissance du champ intra-cavité après coupure du champ incident. On a tracé l'intensité transmise par la cavité (trait bleu continu), mesurée par une photodiode, en fonction du temps. Le laser est coupé à $t = 0$. On observe bien une décroissance exponentielle du signal mesuré. Un ajustement (trait rouge pointillé) nous donne une constante de temps à $1/e$ $\tau_{\text{att.}} \approx 13\,\mu\text{s}$.

Une fois l'intervalle spectral libre connu, nous pouvons déterminer la finesse de la cavité. Pour ce faire, nous mesurons l'atténuation du champ intra-cavité, mesuré en transmission de la cavité. D'après la section 3.2.1, cette dernière doit suivre une loi exponentielle, dont la constante de temps à $1/e$ est directement liée à la finesse $\mathcal{F}$ de la cavité [41].

40. Si l'on note ΔV l'écart entre les tensions nécessaires pour observer les deux résonances, on attend d'avoir $\Delta_{\text{res.}} = 2\pi \times \alpha_{\text{PZT}} \Delta V = 3(\delta\omega - \delta\omega_{\text{res.}})$, où α_{PZT} est le facteur de conversion de l'actuateur piézoélectrique, exprimé en Hz/V.

41. $\tau_{\text{att.}} = \mathcal{F}/\Delta_{\text{ISL}}$ pour une cavité de grande finesse, *cf.* eq. (3.31)

Nous procédons comme suit : le laser, initialement maintenu en résonance avec la cavité afin de garder la puissance intra-cavité constante, est subitement coupé en utilisant l'AOM situé avant la fibre menant à la cavité. La décroissance du champ intra-cavité est alors enregistrée par une photodiode [42] placée en transmission de la cavité. Les résultats de la mesure sont reportés dans la figure 3.12. Un ajustement exponentiel sur la décroissance nous donne $\tau_{\text{att.}} \approx 13\,\mu\text{s}$, ce qui correspond à une finesse $\mathcal{F} \approx 257\,000$, ou encore à une largeur des pics de cavité $\delta\omega_{\text{cav}} \approx 1/\tau_{\text{att.}} \approx 2\pi \times 12\,\text{kHz}$.

3.3.2 Calibration de la fréquence absolue de la cavité

Motivation

La cavité haute-finesse nous sert de référence de fréquence aux temps courts, ce qui nous permet d'affiner le spectre du laser. Elle est cependant sujette à des dérives lentes, visibles sur l'échelle de quelques heures à quelques jours, dues aux dérives thermiques résiduelles et au vieillissement du verre ULE. Des dérives de l'ordre de quelques kiloHertz par jour sont ainsi observées par les groupes utilisant ce type de cavités [105]. De ce fait, la cavité seule ne constitue pas une référence de fréquence absolue [43], et il est nécessaire de la comparer à une référence stable pour connaître précisément la fréquence de notre laser.

Une méthode simple de calibration consisterait à mesurer la fréquence du laser à l'aide d'un lambda-mètre commercial (ce qui donnerait une précision de l'ordre de la centaine de MHz pour une dispositif soigneusement calibré) puis de chercher la transition d'horloge de l'ytterbium en balayant la fréquence du laser. Cette méthode est lente [44] et difficilement envisageable pour une utilisation quotidienne, puisqu'elle doit être systématiquement répétée en cas de changement, contrôlé ou non, de la fréquence de la cavité. Il serait théoriquement possible de calibrer la fréquence du laser plus précisément en utilisant un peigne de fréquence référencé sur une horloge micro-onde stable [121].

N'ayant pas accès à ce type d'équipement, nous avons dû réfléchir à une méthode alternative pour calibrer précisément la fréquence de notre laser. Une méthode standard consiste à utiliser une raie atomique ou moléculaire comme référence. Par chance, une raie du spectre de la molécule de diiode, située à environ 10 GHz dans le bleu de la transition de l'ytterbium, a été mesurée avec une précision de l'ordre de 2 kHz [122]. Il s'agit d'une composante hyperfine de la raie R(37)16-1, pointée dans l'atlas de l'iode à $17288.7959\,\text{cm}^{-1}$ [85]. Cette raie est elle-même une composante rotationnelle de la transition électronique $X \to B$ du diiode [45], une transition $\Omega = 0 \to \Omega' = 0$ [46] insensible à

42. PDA36A, Thorlabs (Newton, USA).

43. Notons que quand bien même la cavité constituerait une référence stable dans le temps, sa fréquence absolue n'en demeurerait pas moins inconnue *a priori*. Il serait de ce fait quand même nécessaire de calibrer sa fréquence absolue au moins une fois.

44. En se restreignant à un intervalle de 100 MHz et en faisant des pas de 10 kHz, il nous faudrait environ 80 heures à raison de 30 s par pas (temps nécessaire à la production d'un condensat d'ytterbium).

45. Cette transition concerne l'ensemble des raies situées dans la plage 500 nm – 650 nm du spectre du diiode.

46. L'état X est un état ${}^1\Sigma_0$ (notation ${}^{2S+1}\Lambda_\Omega$, où S est le spin total, Λ le moment orbital total et $\Omega = \Lambda + S$), tandis que B correspond à un état ${}^3\Pi_0$. Ainsi, la transition $X \to B$ est une transition $\Omega = 0 \to \Omega' = 0$, et elle est donc insensible à l'effet Zeeman au premier ordre. Il est d'ailleurs amusant de remarquer que cette transition est l'analogue de la transition ${}^1S_0 \to {}^3P_0$ de l'ytterbium avec laquelle nous cherchons justement à accorder notre laser.

l'effet Zeeman du premier ordre, et donc particulièrement adaptée comme référence de fréquence.

La raie R(37)16-1 compte 21 composantes hyperfines, la composante calibrée étant celle de plus basse fréquence (soit la plus proche de la transition de l'ytterbium). La mesure donne $\omega_{R(37)16-1,1} = 2\pi \times 518\,304\,551\,833(2)\,\mathrm{kHz}$ [122]. Par la suite, nous noterons cette fréquence ω_{I_2}, et nous appellerons cette transition simplement « transition du diiode ».

Calibration grossière de la fréquence du laser

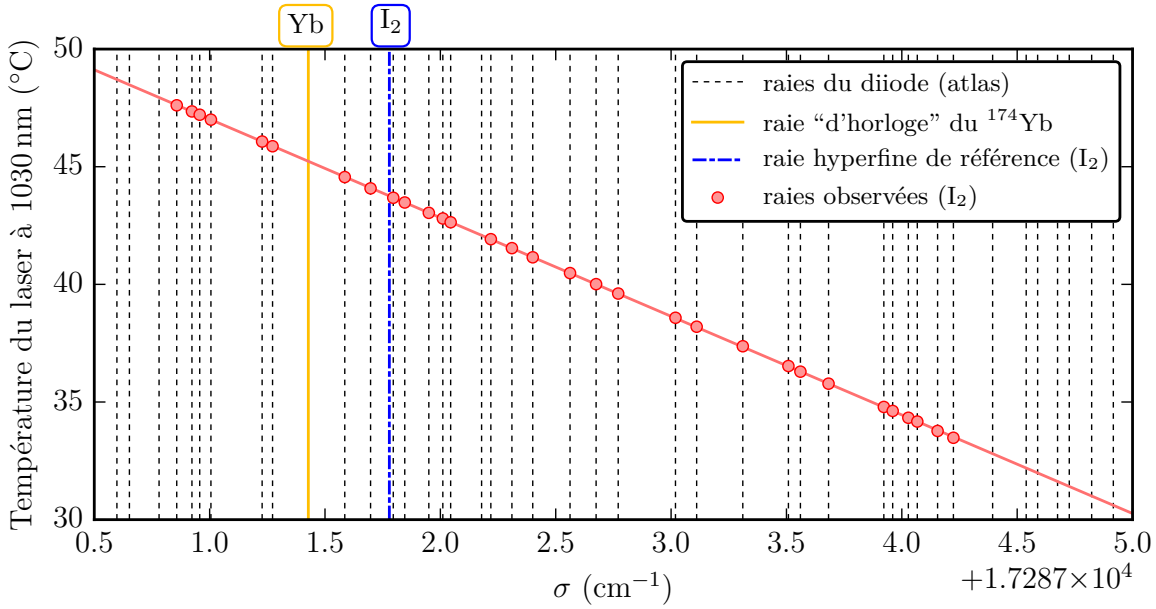


FIGURE 3.13 – Première calibration de la fréquence du laser en utilisant le signal d'absorption d'un gaz de diiode. Les fréquences des raies du diiode, issues de [85], sont représentées par des lignes noires interrompues. Les ronds rouges correspondent aux raies observées. Un ajustement linéaire (ligne rouge continue) permet une première calibration de la fréquence du laser. La position des transitions d'horloge de l'ytterbium 174 (jaune continu) et de la raie de référence du diiode (bleu mixte) sont aussi repérées. **NB :** $1\,\mathrm{cm}^{-1} \approx 30\,\mathrm{GHz}$

Avant de nous intéresser à la raie R(37)16-1 pour mesurer précisément la fréquence de notre cavité, nous avons utilisé un ensemble de raies du spectre moléculaire du diiode situées dans la gamme $17287\,\mathrm{cm}^{-1} - 17292\,\mathrm{cm}^{-1}$ afin d'obtenir une calibration préalable de notre laser d'horloge. La fréquence du laser, non-asservie sur la cavité, est contrôlée sur cette gamme en changeant la température du laser à 1030 nm. La température correspondant au maximum d'absorption de chaque raie (centre du profil Doppler) est consignée. Le résultat de la mesure est reporté dans la figure 3.13. En comparant le motif obtenu avec le spectre du diiode [85], il est possible d'assigner chaque température à une raie donnée, et donc à une fréquence. Un ajustement linéaire permet alors une première calibration de la fréquence du laser. Nous pouvons ainsi identifier les positions – grossières – de la transition de l'ytterbium et de la raie R(37)16-1 (voir fig. 3.13).

Principe de la calibration fine

Le principe de la calibration de la fréquence de la cavité sur la raie du diiode est présenté dans la figure 3.14. La figure 3.14a montre la position schématique des résonances

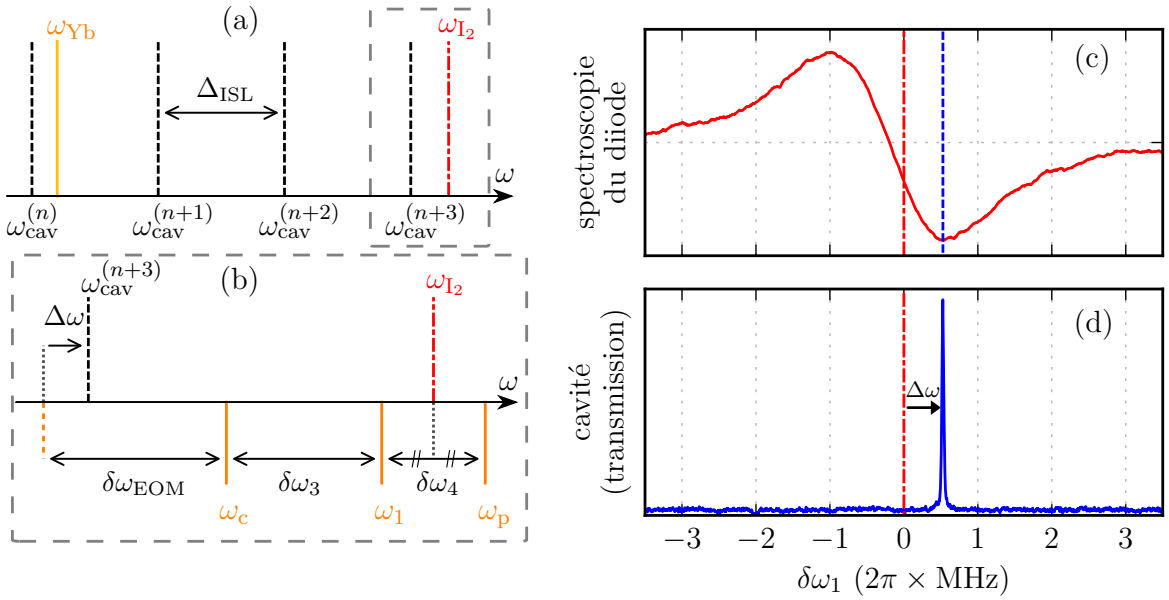


Figure 3.14 – Calibration de la résonance de la cavité sur une raie hyperfine du diiode **(a)** Représentation des résonances de l'ytterbium et du diiode par rapport à celles de la cavité. **(b)** Agrandissement autour de la résonance du diiode. Les différentes composantes spectrales du laser d'horloge servant à la calibration sont représentées (*cf.* corps du texte). **(c)** Signal de spectroscopie d'absorption saturée du diiode (en fonction de la fréquence du laser $\delta\omega_1$). L'emplacement de la résonance (trait rouge mixte) mesuré par un ajustement diffère du croisement à zéro du fait d'un retard induit par le filtre passe-bas de la détection synchrone (*cf.* section suivante). La résonance de la cavité est signifiée par le trait bleu interrompu. **(d)** Transmission de la cavité en fonction de la fréquence du laser $\delta\omega_1$.

de la cavité et des références atomiques (ytterbium et diiode). Pour plus de clarté, nous numérotons les résonances de la cavité de la façon suivante : la plus proche de la transition de l'ytterbium est repérée par l'indice n (fréquence $\omega_{cav}^{(n)}$), l'indice $n+1$ correspondant alors à la prochaine résonance dans le bleu. L'écart entre les résonances de l'ytterbium et du diiode correspond à environ trois intervalles spectraux libres, et nous allons donc comparer la fréquence de la raie du diiode avec celle de la résonance $n+3$ de la cavité.

Une première estimation de la fréquence $\omega_{cav}^{(n+3)}$ utilisant notre calibration préalable de la fréquence du laser d'horloge donne cette dernière à environ 1 GHz dans le rouge du diiode. Pour combler cet écart, nous utilisons l'EOM ayant servi à la mesure de l'intervalle spectral libre (EOM ISL de la figure 3.8). Le principe de la comparaison des résonances est exposé dans la figure 3.14b. La raie du diiode est observée grâce à un dispositif d'absorption saturée. Le faisceau sonde, non-modulé, est directement prélevé à la sortie de l'AOM 1 (fig.3.8). On note ω_1 sa fréquence. Le faisceau pompe est quant à lui décalé de $\delta\omega_4$ par rapport à la sonde, et modulé dans le même temps, par un AOM (*cf.* fig. 3.8). Les deux faisceaux se propagent en sens opposés dans une cellule de quartz contenant des cristaux de diiode. La pression résiduelle en diiode est contrôlée par un doigt froid sur la cellule, refroidi par une cellule à effet Peltier (voir plus loin). Un exemple de signal obtenu après démodulation de l'intensité de la sonde transmise par la cellule est représenté dans la figure 3.14c. On obtient un signal dispersif, sur lequel un ajustement est effectué, ce qui permet de déterminer la fréquence de résonance. La fréquence de résonance de la cavité est quant à elle repérée en détectant l'intensité transmise (figure 3.14b). En balayant la

fréquence du laser, il est possible de mesurer l'écart $\Delta\omega$ entre les fréquences des résonances apparentes de la cavité et du diiode.

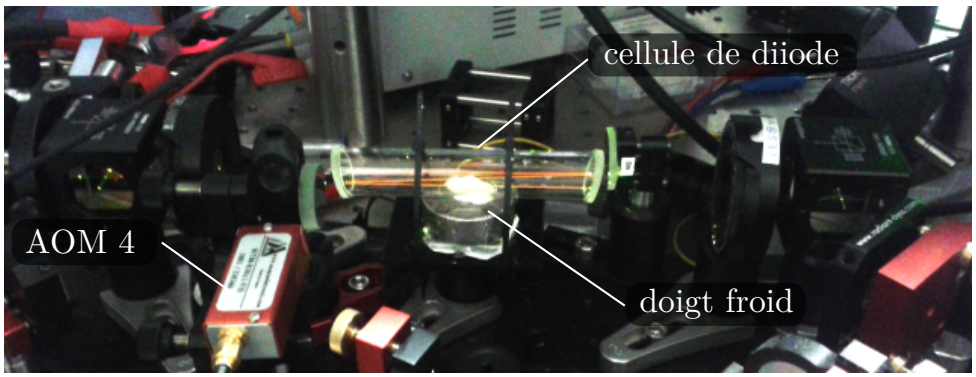


FIGURE 3.15 – Photographie du dispositif d'absorption saturée du diiode.

La figure 3.14b permet de comprendre comment la fréquence de la cavité $\omega_{\text{cav}}^{(n+3)}$ peut être calculée à partir de la mesure de $\Delta\omega$. La condition de résonance simultanée de la pompe et de la sonde avec le diiode, correspondant au passage à zéro du signal dispersif de spectroscopie saturée, est $\omega_1 = \omega_{\text{I}_2} - \delta\omega_4/2$. Par définition, lorsque cette condition est vérifiée, $\Delta\omega$ est la différence entre la fréquence de résonance de la cavité et celle de la première bande latérale dans le bleu de la lumière incidente, soit $\Delta\omega = \omega_{\text{cav}}^{(n+3)} - \omega_{\text{c}} + \delta\omega_{\text{EOM}}$. En utilisant que $\omega_c = \omega_1 - \delta\omega_3$, on trouve finalement $\omega_{\text{cav}}^{(n+3)} = \Delta\omega - \delta\omega_{\text{EOM}} - \delta\omega_3 - \delta\omega_4/2 + \omega_{\text{I}_2}$. Cette formule permet au passage d'identifier les différentes sources d'erreurs pouvant intervenir dans la détermination de $\omega_{\text{cav}}^{(n+3)}$. La fréquence ω_{I_2} a été mesurée avec une incertitude de 2 kHz, ce qui donne une idée de la précision que nous pouvons viser. Les fréquences des différentes sources radio-fréquence contrôlant les deux AOMs ($\delta\omega_3$ et $\delta\omega_4$) et l'EOM ($\delta\omega_{\text{EOM}}$) intervenants dans la mesure doivent ainsi être stables et connues avec une bonne précision afin de ne pas influer sur la mesure. Ainsi, la fréquence de l'AOM 4 et de l'EOM sont contrôlées par des synthétiseurs [47] stables au niveau de la dizaine de Hertz. Pour l'AOM 3, nous utilisons une DDS [48] référencée sur un oscillateur à quartz thermostaté [49], ce qui permet d'obtenir une stabilité au niveau du Hertz. L'incertitude dans la détermination de $\omega_{\text{cav}}^{(n+3)}$ provient alors majoritairement de la mesure de $\Delta\omega$. Les différentes sources d'erreur identifiées ainsi que les performances atteintes font l'objet des sections suivantes.

Calibration de la détection synchrone

Chaque estimation de $\Delta\omega$ est obtenue à partir d'un jeu de dix mesures [50]. En essayant de caractériser la reproductibilité de notre méthode, nous avons remarqué que, pour une vitesse absolue de balayage de la fréquence du laser donné, le résultat de la mesure diffère significativement suivant que l'on considère une pente positive ou négative. Cet effet provient du filtre passe-bas de sortie du module de détection synchrone utilisé [51]. Ce dernier induit un retard dans le signal de spectroscopie, dont il faut tenir compte afin

47. Modèle SML01, Rhode & Schwarz (Munich, Allemagne) pour l'EOM. Modèle DG4162, Rigol (Beaverton, USA) pour l'AOM.
48. Modèle DDS9M, Novatech Instruments (Lynnwood, USA).
49. Modèle SC-10, Stanford Research Systems (Sunnyvale, USA).
50. Une mesure consiste en un seul balayage de la fréquence du laser.
51. LIA-MV-200-H, FEMTO Messtechnik (Berlin, Allemagne).

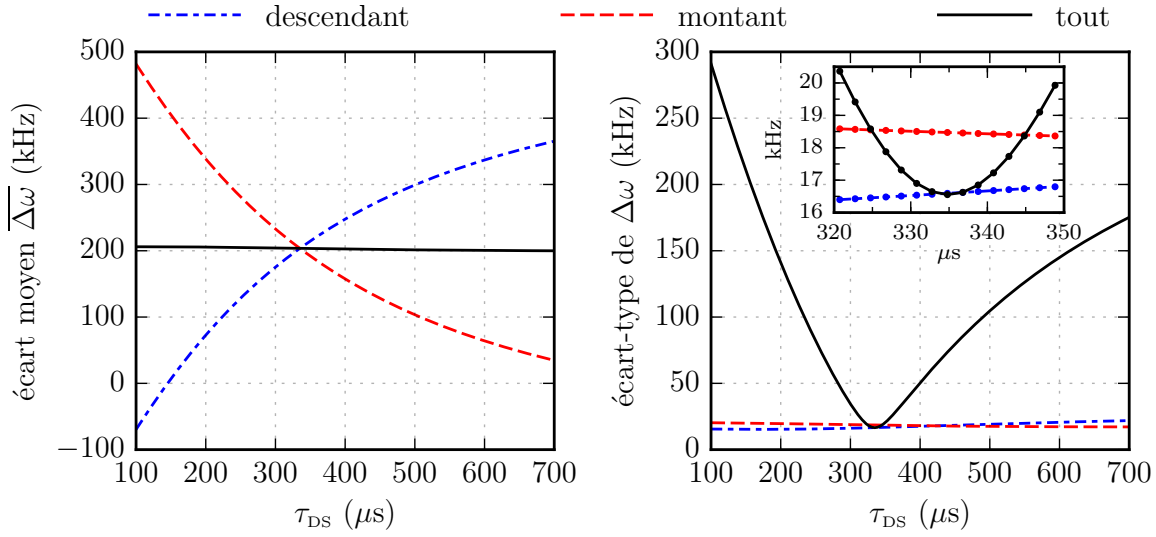


Figure 3.16 – Effet du filtre de la détection synchrone sur la mesure. **(a)** Valeur moyenne de l'écart estimé entre la résonance de la cavité et celle du diiode en fonction de la constante de temps τ_{DS} utilisée pour modéliser le filtre de la détection synchrone. On a distingué les sous-ensembles des balayages de fréquence ascendants (rouge interrompu) et descendants (bleu mixte). La moyenne de l'ensemble des mesures est aussi tracée (noir continu) **(b)** Écart-type en fonction de τ, pour les mêmes ensembles que (a). L'insert montre un agrandissement autour du τ_{DS} optimal.

de déterminer précisément la position de la résonance (la position de la résonance de la cavité n'est quant à elle pas affectée par le sens du balayage). Expérimentalement, l'effet du filtre est pris en compte dans la fonction servant pour l'ajustement du signal de spectroscopie. Ceci explique pourquoi, dans la figure 3.14c, la position estimée – corrigée – de la résonance du diiode (ligne rouge pointillée) ne coïncide pas avec le croisement à zéro du signal de spectroscopie.

La constante de temps spécifiée pour le filtre passe-bas de la détection synchrone est de $\tau_{DS} = 300\,\mu$s. L'effet du choix de la constante de temps pour le modèle d'ajustement est présenté dans la figure 3.16. Nous avons utilisé un jeu de 10 mesures, 5 avec une pente montante et 5 avec une pente descendante. Nous reportons alors les valeurs moyennes et écart-types obtenus pour l'ensemble des mesures, ainsi que pour les sous-ensembles des pentes montantes et descendantes. L'analyse est répétée, avec le même jeu de données, en variant la valeur de τ_{DS} utilisée pour l'ajustement. Nous trouvons qu'une valeur de τ_{DS} de l'ordre de 325 - 345 μs permet d'obtenir un écart-type indépendant du sous-ensemble considéré. Remarquons au passage que si les moyennes des sous-ensembles montant et descendant dépendent sensiblement de τ_{DS}, la valeur moyenne totale varie peu. Les retards des courbes montantes et descendantes se compensent en effet, et c'est pourquoi nous utilisons des jeux de données contenant autant de mesures montantes que descendantes.

D'autres facteurs ont permis de diminuer l'incertitude statistique du dispositif (définie dans ce cas comme la valeur de l'écart-type sur un jeu de dix mesures). Nous avons ainsi utilisé un oscilloscope [52] possédant une grande mémoire tampon, ce qui nous permet d'acquérir jusqu'à 5 millions de points par balayage. Cette profondeur de mémoire nous permet de balayer sur une grande plage de fréquence (de l'ordre de 5 MHz, pour bien ajuster le signal d'absorption saturée dont la largeur est d'environ 2 MHz) tout en gardant

52. DPO 3014, Tektronix (Beaverton, USA).

une résolution suffisante pour déterminer avec précision la position du pic de résonance de la cavité (dont la largeur est d'environ 13 kHz). En outre, la fréquence du laser est balayée en utilisant un générateur de signal [53] directement branché à l'actuateur piézoélectrique du laser NKT (1030 nm), préalablement calibré lors de la mesure de l'intervalle spectral libre. Nous obtenons alors un écart-type inférieur à 10 kHz pour un ensemble de 10 mesures.

Élargissement et décalage collisionnels

Nous avons cherché les différentes sources d'erreurs systématiques susceptibles d'affecter nos mesures. Nous n'avons pas vu de dépendance significative vis-à-vis d'un champ magnétique (comme attendu pour cette transition), ni de la puissance utilisée pour le faisceau sonde. En revanche, nous avons observé une dépendance de la largeur et de la position de la résonance du diiode vis-à-vis de la température du doigt froid. Cet effet provient des collisions au sein du gaz de diiode, qui induisent à la fois un déplacement et un élargissement de la raie moléculaire. Le taux de collision dépend de la pression résiduelle en diiode au sein de la cellule, contrôlée par la température du doigt froid, d'où cette dépendance.

Cet effet est bien connu dans le cas du diiode, et les dépendances de l'élargissement et du déplacement ont déjà été mesurées précisément [123]. Ils obéissent à la loi suivante :

$$\delta\omega_{\mathrm{I}_2} = \alpha_{\mathrm{d}} \frac{P_{\mathrm{I}_2}}{T^{0.7}} \qquad \delta\Gamma_{\mathrm{I}_2} = \alpha_{\mathrm{e}} \frac{P_{\mathrm{I}_2}}{T^{0.7}} \tag{3.41}$$

où l'on a noté $\delta\omega_{\mathrm{I}_2}$ le décalage collisionnel, et $\delta\Gamma_{\mathrm{I}_2}$ l'élargissement. P_{I_2} correspond à la pression partielle en diiode, et T à la température du gaz. Ces coefficients ont été mesurés dans [123], avec des valeurs rapportées de $\alpha_{\mathrm{d}} = 2\pi \times -435(30)\,\mathrm{kHz.K^{0.7}.Pa^{-1}}$ et $\alpha_{\mathrm{e}} = 2\pi \times 4.00(8)\,\mathrm{MHz.K^{0.7}.Pa^{-1}}$. On remarque que l'élargissement et le déplacement dépendent du même paramètre $x \mathrel{\widehat{=}} P_{\mathrm{I}_2}/T^{0.7}$. Ainsi, il n'est pas nécessaire de connaître précisément la température et la pression au sein de la cellule pour corriger les dérives dues au déplacement collisionnel : une mesure de la largeur du signal permet directement d'estimer la variation du paramètre x, et donc de calculer la correction à appliquer à la mesure.

Afin de caractériser au mieux la correction à appliquer, nous avons mesuré le déplacement et la largeur du signal de spectroscopie pour différentes températures du doigt froid [54]. Ceci permet de changer la pression partielle en diiode, cette dernière étant fixée dans toute la cellule par l'équilibre solide/gaz réalisé au niveau du doigt froid. Il faut noter que la température du gaz n'est pas directement donnée par celle du doigt froid : la spectroscopie est réalisée sur une zone située à quelques centimètres de ce dernier, et il faut prendre en compte le gradient de température entre le doigt froid et les parois de la cellule, ces dernières étant à température ambiante [55]. Connaissant la température du doigt froid T_{df}, on a [124] :

53. Modèle 33220A, Agilent Technologies (Santa Clara, USA).

54. Notons que dans cette mesure, la cavité nous sert de référence de fréquence. Nous faisons donc l'hypothèse que les déplacements mesurés proviennent principalement du diiode, ce qui est acceptable vu les ordres de grandeurs considérés (des déplacements de plusieurs centaines de kiloHertz mesurés sur l'échelle de quelques heures, ce qui est supérieur aux dérives mesurées de la cavité, comme nous le verrons plus loin).

55. Expérimentalement, il n'est pas nécessaire de connaître précisément la température du gaz. On peut en effet voir d'après l'équation (3.41) que le déplacement et l'élargissement sont peu affectés par des variations de température (en Kelvin) de l'ordre de quelques degrés autour de l'ambiante. Le doigt froid a donc essentiellement un effet sur la pression partielle de diiode.

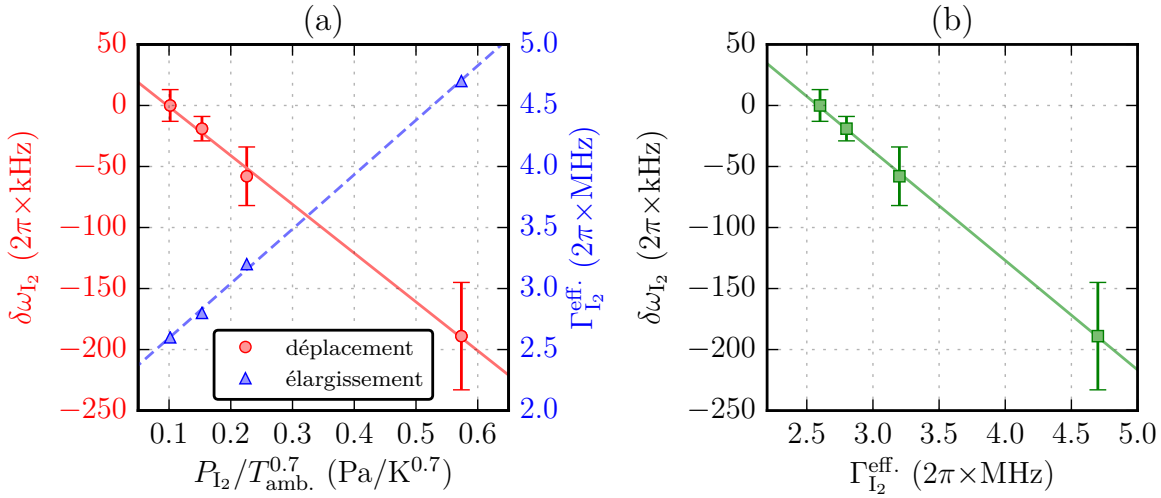


Figure 3.17 – **(a)** Mesure du déplacement $\delta\omega_{I_2}$ (ronds rouges) et de la largeur $\Gamma^{\text{eff.}}_{I_2}$ (triangles bleus) de la transition du diiode en fonction du paramètre $x \mathrel{\widehat{=}} P_{I_2}/T^{0.7}$. On observe une dépendance linéaire dans les deux cas, avec des pentes respectives de $\alpha_{\text{d,mes.}} = 2\pi \times -400 \pm 20\,\text{kHz.K}^{0.7}\text{.Pa}^{-1}$ et $\alpha_{\text{e,mes.}} = 2\pi \times 4.5 \pm 0.2\,\text{MHz.K}^{0.7}\text{.Pa}^{-1}$. **(b)** Déplacement en fonction de la largeur. Ces deux paramètres ayant la même dépendance vis-à-vis de la pression partielle en diiode et de la température du gaz, on obtient une droite. Il est donc possible d'estimer facilement la valeur du déplacement en mesurant la largeur de la raie.

$$\log_{10}(P_{I_2}) = -3512.8/T_{\text{df}} - 2.013\log_{10}(T_{\text{df}}) + 13.3740 \tag{3.42}$$

où P_{I_2} est exprimé en atmosphères, T_{df} en Kelvins et $\log_{10}$ désigne le logarithme en base 10. On considère que le gaz de diiode est à température ambiante à l'endroit où la spectroscopie est effectuée ($T = T_{\text{amb}} \approx 20°\text{C}$). Les résultats de la mesure sont rassemblés dans la figure 3.17. On observe bien une dépendance linéaire de l'élargissement et du déplacement en fonction du paramètre x. Les pentes mesurées sont de $\alpha_{\text{d,mes.}} = 2\pi \times -400 \pm 20\,\text{kHz.K}^{0.7}\text{.Pa}^{-1}$ et $\alpha_{\text{e,mes.}} = 2\pi \times 4.5 \pm 0.2\,\text{MHz.K}^{0.7}\text{.Pa}^{-1}$, en accord avec [123]. Pour corriger le déplacement collisionnel dans l'estimation de la fréquence de la cavité, nous procédons comme suit : pour chaque mesure, la largeur effective de la raie du diiode $\Gamma^{\text{eff.}}_{I_2}$ est obtenue lors de l'ajustement. Nous utilisons alors la loi $\Gamma^{\text{eff.}}_{I_2} = \Gamma_0 + \alpha_e x$ (figure 3.17a) pour déduire la valeur du paramètre x correspondant [56]. Nous utilisons alors la valeur corrigée de la fréquence du diiode, $\omega_{I_2,\text{corr}} \mathrel{\widehat{=}} \omega_{I_2} + \alpha_d x$, pour estimer la fréquence de la cavité.

3.3.3 Coefficient de dilatation

Une application importante de notre méthode de calibration de la fréquence de la cavité est la mesure de sa température de moindre sensibilité thermique (*zero-crossing point*), correspondant au point où la dépendance de la fréquence de la cavité vis-à-vis de sa température s'inverse (voir section 3.2.3). Pour rappel, le corps de la cavité que nous utilisons est fait en verre ULE, dont le coefficient de dilatation thermique s'annule – et

56. Notre mesure donne $\Gamma_0 \approx 2\pi \times 2\,\text{MHz}$. Notons que cette valeur est supérieure à la largeur naturelle de la raie du diiode, qui est de l'ordre de la centaine de kHz. Nous n'avons pas d'explication définitive quant à l'origine de cet élargissement.

change de signe – à une température que nous noterons T_0 : le coefficient est négatif pour des températures plus basses, et positif pour des températures plus hautes, de sorte que la cavité possède un minimum de longueur – et donc un maximum de fréquence – à la température T_0.

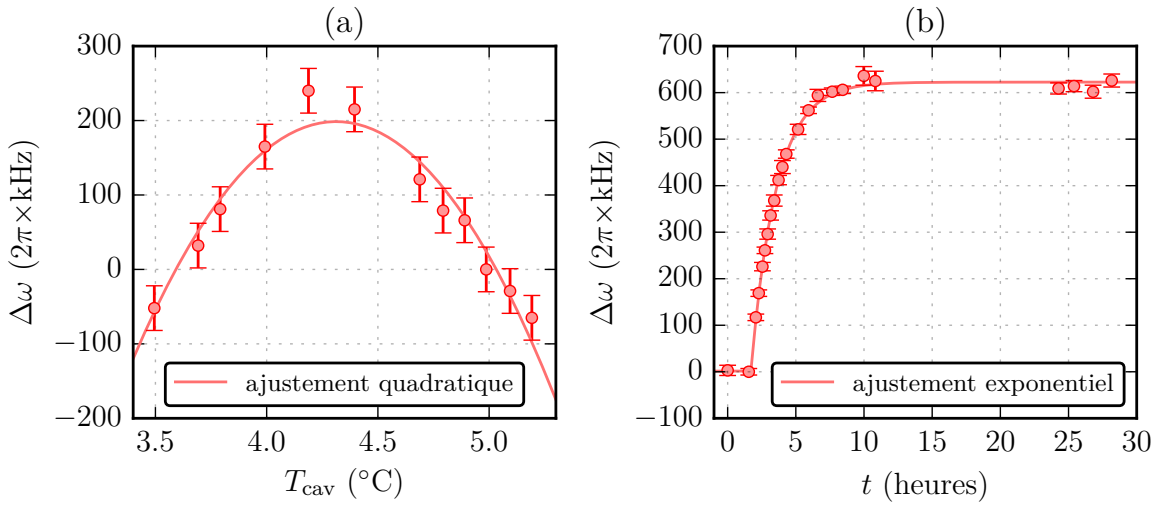


FIGURE 3.18 – **(a)** Mesure de la fréquence de la résonance $n+3$ de la cavité ($\Delta\omega$) en fonction de sa température. La fréquence est mesurée par comparaison avec la spectroscopie du diiode, et exprimée par rapport à un point de référence fixé arbitrairement à $T_{\mathrm{cav}} \approx 5°\mathrm{C}$. On observe un maximum, correspondant au point de moindre sensibilité vis-à-vis des dérives thermiques. **(b)** Relaxation de la cavité : on mesure l'évolution de la fréquence de la cavité suite à un changement brutal de la température de consigne de son support. On observe une évolution exponentielle avec une constante de temps à $1/e$ de l'ordre de 2 heures.

Nous avons ainsi mesuré l'écart de la fréquence de la cavité à la raie du diiode pour différentes températures de consigne du support de la cavité. Notre méthode de calibration étant rapide, il est possible de suivre de façon *quasi*-instantanée les changements de fréquence de la cavité afin de s'assurer que l'équilibre thermique est bien atteint après chaque changement de la température de consigne (voir par exemple la figure 3.18b). Nous mesurons une relaxation exponentielle avec une constante de temps à $1/e$ de l'ordre de 2 heures, ce qui nous permet de prendre un point de mesure par jour. Le résultat de la mesure est présenté dans la figure 3.18a. Nous observons un maximum clair pour la fréquence de la cavité, avec un comportement parabolique autour de l'extremum. Un ajustement quadratique nous donne une température de croisement à zéro $T_0 = 4.3 \pm 0.02°\mathrm{C}$, avec une courbure de $2\pi \times -380 \pm 30\,\mathrm{kHz.K^{-2}}$. Une erreur [57] de 0.04°C sur la température se traduit donc par une sensibilité résiduelle d'environ $2\pi \times -30\,\mathrm{kHz.K^{-1}}$. Expérimentalement, il est évidemment intéressant de travailler au plus proche de T_0 afin de profiter d'une meilleure stabilité en fréquence, robuste vis-à-vis des variations de température extérieures. L'effet de la température de la cavité sur les dérives de cette dernière au sein d'une même journée est sensible lorsqu'une référence de fréquence plus précise est disponible, comme nous le verrons dans le chapitre suivant en discutant des expériences de spectroscopie d'un condensat de Bose-Einstein d'ytterbium.

57. Nous rappelons que les erreurs reportées dans ce travail après le signe ± correspondent à l'intervalle de confiance à 68% (1σ) de l'ajustement, comme énoncé dans la section « Glossaire et conventions », page xiii.

Chapitre 4

Spectroscopie d'un gaz dégénéré d'ytterbium

La transition « d'horloge » des atomes à deux électrons de valence comme l'ytterbium constitue un outil très intéressant pour les expériences d'atomes froids. La possibilité de manipuler de façon cohérente un état interne de l'atome lié à une transition optique avec une émission spontanée négligeable ouvre notamment la voie à la réalisation de champs magnétiques artificiels [30, 46]. Plus directement, cette transition permet de sonder de façon très précise des échantillons d'atomes ultra-froids. Suivant les régimes considérés (gaz thermique ou dégénéré) et les configurations de piégeage (piège simple, réseau uni-dimensionnel ou multi-dimensionnel), l'observation du spectre optique de l'échantillon permet de remonter à différentes propriétés atomiques. Des expériences de spectroscopie ont été réalisées sur des échantillons d'atomes froids en utilisant différentes méthodes d'excitation. Ainsi, la différence des contributions des parties thermique et condensée dans le spectre d'un gaz de boson, obtenu par une spectroscopie à deux photons, a été utilisée dans le cas de l'hydrogène comme signature de l'apparition d'un condensat de Bose-Einstein [125]. Des expériences de spectroscopie de Bragg (transfert d'impulsion sans changement de l'état interne de l'atome) sur des condensats de Bose-Einstein ont en outre permis de mesurer la distribution en impulsion et les interactions dans le gaz [126, 127]. Notons que cette technique permet de varier la valeur de l'impulsion communiquée aux atomes, et ainsi d'explorer les différentes parties du spectre d'excitation du condensat [128]. Des expériences de spectroscopie radio-fréquence entre états hyperfins ont quant à elles permis de caractériser les interactions au sein de gaz de bosons [129] ou de fermions [130], ou encore d'observer la signature de l'appariement en paires de Cooper [131]. Plus récemment, la spectroscopie de gaz d'ytterbium 173 (fermionique) dégénérés piégés dans des réseaux optiques, utilisant la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, a permis de mesurer le taux de collisions inélastiques ${}^1S_0 - {}^3P_0$ et ${}^3P_0 - {}^3P_0$ et de mettre en évidence l'interaction d'échange de spin [107, 132]. De telles mesures n'ont cependant pas été effectuées pour l'ytterbium 174.

Dans ce chapitre, nous décrivons les expériences de spectroscopie effectuées sur un condensat de Bose-Einstein d'ytterbium (chapitre 2) à l'aide du laser étroit à 578 nm asservi sur une cavité ultra-stable (chapitre 3). Après avoir rapporté nos premières observations de la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, validant notre méthode de calibration de la fréquence du laser et ouvrant la voie à une caractérisation plus fine des dérives de la cavité de référence, nous présenterons des expériences de spectroscopie effectuées sur des condensats, d'abord *in-situ* puis en temps de vol. Nous verrons que l'analyse des spectres obtenus dans

ces différents régimes permet de mettre en évidence diverses propriétés statiques (champ moyen) et dynamiques (expansion en temps de vol) du condensat. Enfin, nous verrons que l'utilisation d'un réseau unidimensionnel à la longueur d'onde « magique » permet une manipulation cohérente du condensat sur la transition d'horloge, notamment au cours d'expériences d'oscillations de Rabi. L'analyse quantitative des résultats des expériences d'oscillations de Rabi permet en outre de donner une première estimation pour la valeur des longueurs de diffusion et des coefficients de pertes inélastiques entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$ de l'ytterbium 174.

4.1 Premières observations de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$

Nous avons présenté dans le chapitre précédent une méthode pour calibrer précisément la fréquence de la cavité ultra-stable servant de référence pour notre laser « d'horloge ». Cette méthode nous a permis de trouver rapidement la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ de l'ytterbium. Dans cette partie nous décrivons les différentes configurations expérimentales permettant d'observer la transition, ce qui nous a permis dans un premier temps de caractériser les dérives court terme de la cavité.

4.1.1 Réglage de la fréquence du laser

Nous avons vu dans le chapitre 3 qu'il est possible de calibrer la fréquence de l'une des résonances de notre cavité, nommée $\omega_{\text{cav}}^{(n+3)}$, en utilisant une raie du diiode (ω_{I_2}) comme référence. Cette raie est située à environ 10 GHz dans le bleu de la transition de l'ytterbium 174, dont la fréquence – notée ω_{Yb} – a été mesurée avec une précision de l'ordre du Hertz [104] [1]. Cet écart correspond à trois intervalles spectraux libres de notre cavité (voir figure 4.1). Ainsi, une fois l'écart Δ_{I_2} entre la raie du diiode et la résonance $n+3$ de la cavité mesuré [2], nous pouvons calculer la fréquence de la résonance n : $\omega_{\text{cav}}^{(n)} = \omega_{\text{I}_2} - \Delta_{\text{I}_2} - 3\Delta_{\text{ISL}}$. Il est alors possible de calculer l'écart Δ_{Yb} entre cette résonance et la transition de l'ytterbium [3].

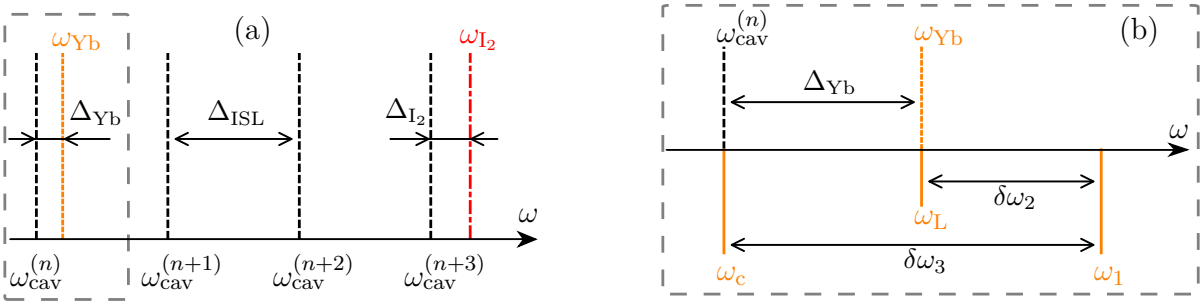


Figure 4.1 – Principe de l'asservissement du laser « d'horloge ». **(a)** Représentation des résonances de l'ytterbium et du diiode par rapport à celles de la cavité. **(b)** Agrandissement autour de la résonance de l'ytterbium. Les différentes composantes spectrales du laser d'horloge sont représentées.

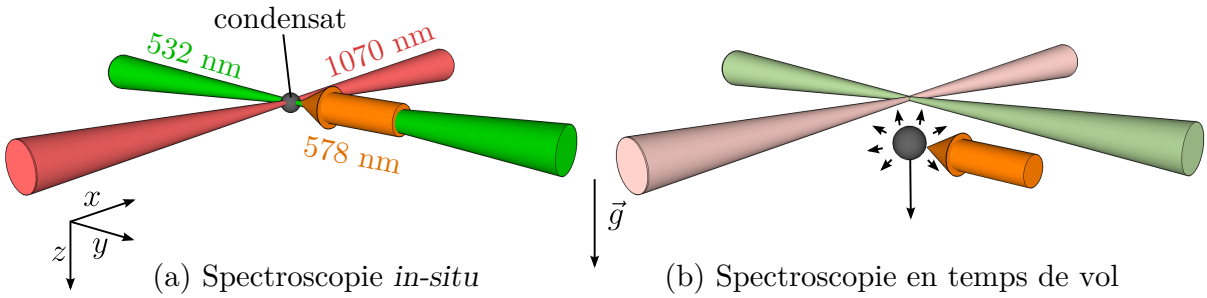
Rappelons rapidement la façon dont le laser est asservi sur la cavité (voir la figure 3.8, page 110, pour le montage complet). La fréquence du laser est contrôlée par un premier

1. La mesure donne $\omega_{\text{Yb},174} = 2\pi \times 518\,294\,025\,309\,217.8(0.9)\,\text{Hz}$
2. $\Delta_{\text{I}_2} \mathrel{\widehat{=}} \omega_{\text{I}_2} - \omega_{\text{cav}}^{(n+3)}$
3. $\Delta_{\text{Yb}} \mathrel{\widehat{=}} \omega_{\text{Yb}} - \omega_{\text{cav}}^{(n)}$

AOM (« AOM 1 »), qui permet l'asservissement sur la cavité. La fréquence du laser en sortie de cet AOM est notée ω_1. De cette source, nous dérivons deux bras : le premier mène à la cavité, en passant par un AOM (« AOM 3 ») qui décale la fréquence de $-\delta\omega_3$. On note ω_c la fréquence du laser couplé dans la cavité ; l'asservissement assure alors que $\omega_c = \omega_{cav}^{(n)}$, soit $\omega_1 = \omega_{cav}^{(n)} + \delta\omega_3$. Le second bras mène à notre enceinte à vide. Afin d'accorder sa fréquence sur la transition atomique, nous utilisons un AOM (« AOM 2 ») induisant un décalage de $-\delta\omega_2$. On note $\omega_L = \omega_1 - \delta\omega_2$ la fréquence du laser vue par les atomes. La condition de résonance ($\omega_L = \omega_{Yb}$) revient alors à choisir $\{\delta\omega_2, \delta\omega_3\}$ de sorte que $\delta\omega_3 = \Delta_{Yb} + \delta\omega_2$ (voir figure 4.1b). Expérimentalement, nos mesures donnent Δ_{Yb} de l'ordre de 64 MHz. La fréquence de l'AOM 3 est fixée à 170 MHz, et celle de l'AOM 2 est donc de l'ordre de 106 MHz. C'est cette dernière que nous balayerons expérimentalement pour accorder notre laser. Notons que dans le cas d'un écart Δ_{Yb} trop grand pour être comblé par la combinaison des deux AOMs, il est possible d'utiliser une bande latérale de l'EOM situé avant la fibre menant à la cavité (fig. 3.8) pour l'asservissement en fréquence, ce qui permet de décaler le spectre du laser d'horloge sur des intervalles de l'ordre du GHz [4].

4.1.2 Méthodes d'interrogation

Les spectres présentés dans cette partie ont été obtenus en utilisant deux types de schéma d'interrogation. Nous nous contenterons ici de décrire succinctement ces deux méthodes afin de clarifier la discussion à suivre. Les effets physiques entrant en jeu dans chacune de ces méthodes ainsi que leur influence sur la forme des spectres observés seront discutés plus en détail ultérieurement.



(a) Spectroscopie *in-situ*

(b) Spectroscopie en temps de vol (TDV)

FIGURE 4.2 – Illustration des deux méthodes utilisées pour les expériences de spectroscopie. La spectroscopie *in-situ* (a) consiste à interroger le condensat alors qu'il est encore piégé dans le piège dipolaire croisé. L'interrogation se fait suivant l'axe du laser à 532 nm (Verdi), qui correspond à l'axe y de la figure. La spectroscopie en temps de vol [TDV, fig. (b)] consiste à éteindre le piège quelques centaines de microsecondes avant l'interrogation. Le nuage tombe et s'étend sous l'effet des interactions avant et pendant l'interrogation.

Nous distinguons deux types de méthodes pour interroger nos échantillons atomiques : la spectroscopie *in-situ* et la spectroscopie en « temps de vol ». Dans les deux cas, nous commençons par réaliser un condensat de Bose-Einstein dans le piège dipolaire croisé décrit en 2.4.2, dont un bras est formé par le laser IPG à 1070 nm (axe x) et l'autre par le laser Verdi à 532 nm (axe y, *cf.* fig. 4.2). Le laser « d'horloge » (578 nm) est envoyé

4. Cette configuration devra par exemple être utilisée pour sonder la transition du ^{171}Yb, située à environ 2 GHz dans le bleu de celle du ^{174}Yb.

dans la chambre de science suivant l'axe y (axe du Verdi). La méthode *in-situ* consiste à envoyer l'impulsion laser de spectroscopie alors que le piège dipolaire est encore allumé. Le spectre du nuage piégé est obtenu en mesurant le nombre d'atomes restants dans l'état fondamental $^1S_0$, en utilisant la méthode d'imagerie par absorption décrite dans la section 2.2.4 : le piège est éteint, et une image est prise après une dizaine de millisecondes de temps de vol en utilisant un laser résonant sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$. Notons à ce stade que cette méthode ne permet pas directement de statuer sur le sort des atomes manquant lors de la détection : ils peuvent être encore présents dans le nuage mais dans l'état $^3P_0$, ou bien avoir été expulsés par des collisions inélastiques dans le piège ou au début du temps de vol. La méthode en temps de vol (TDV) consiste quant à elle à relâcher le nuage du piège quelques centaines de microsecondes avant l'impulsion de spectroscopie. Le nuage va alors chuter et s'étendre sous l'effet des interactions, avant et pendant l'interrogation. Les atomes présents dans l'état $^1S_0$ sont alors mesurés après temps de vol comme dans la méthode *in-situ*.

Une première différence notable entre ces deux méthodes est le temps d'interrogation maximal accessible. Dans le cas *in-situ*, ce temps est potentiellement infini ; ce n'est pas le cas dans la méthode TDV, pour laquelle la chute du nuage limite le temps d'interaction du fait de l'extension spatiale du laser « d'horloge ». Les effets contribuant à la forme des spectres obtenus diffèrent eux aussi suivant la méthode considérée. Dans le cas *in-situ*, les deux effets dominants seront les interactions entre atomes via le potentiel de champ moyen, ainsi que la différence de polarisabilité entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$ qui induit, à cause de déplacements lumineux différents, un décalage de la transition d'horloge dépendant de l'intensité locale des lasers formant le piège dipolaire. Dans le cas du temps de vol, c'est l'expansion du nuage qui détermine, via l'effet Doppler, la forme du spectre (voir plus loin).

4.1.3 Première observation de la transition

Pour notre première recherche de la transition d'horloge, nous avons utilisé une interrogation *in-situ* : le condensat est soumis à une impulsion lumineuse de 2 s durant laquelle la fréquence du laser sonde est balayée sur une plage de 40 kHz (la rampe est formée de paliers de 10 ms séparés de 200 Hz). Le laser est focalisé avec un rayon à $1/e^2$ $w_0 \approx 25\,\mu$m pour une puissance totale de $260\,\mu$W, ce qui donne, pour un champ magnétique de couplage de 150 G, une fréquence de Rabi $\Omega_\mathrm{R} \approx 2\pi \times 450$ Hz ($\Omega_\mathrm{R} \propto B$). La figure 4.3a montre le nombre d'atomes restant dans l'état fondamental en fonction de la fréquence centrale du laser de sonde. Un signal ténu est observable sur une mesure, caractérisé par un nombre d'atomes plus faible, déviant du nombre moyen de plus qu'un écart-type (figure 4.3a). Un second balayage plus fin autour de ce point (figure 4.3b) confirme qu'il s'agit bien de la résonance recherchée.

Plusieurs effets peuvent expliquer la perte des atomes à résonance : les atomes manquant peuvent être tout simplement dans l'état $^3P_0$, invisible avec notre méthode d'imagerie. Ils peuvent aussi avoir été expulsés du piège suite à des collisions inélastiques avec un autre atome dans l'état excité ou dans l'état fondamental. En outre, le bras à 1070 nm est « anti-piégeant » pour l'état $^3P_0$, ce qui peut contribuer aux pertes. Il est difficile de conclure quant aux contributions respectives de ces différents effets, notamment car les taux de collisions inélastiques n'ont pas été mesurés pour l'isotope ^{174}Yb ; néanmoins, les grandes densités atteintes au centre du condensat (quelques 10^{14} atomes/cm^3) font des collisions inélastiques la cause la plus probable des pertes. À titre de comparaison, dans

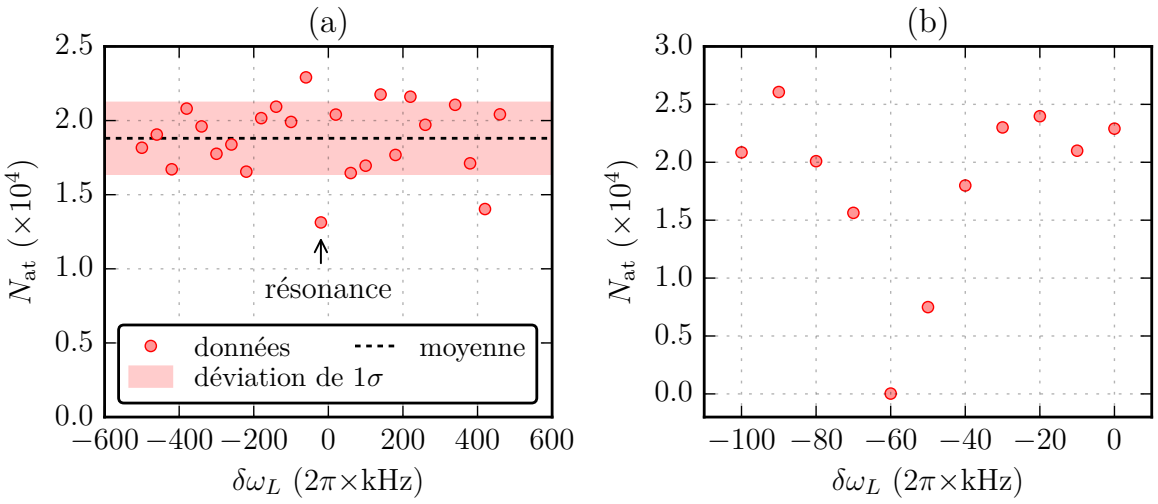


FIGURE 4.3 – Première observation de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ **(a)** Premier sondage grossier autour de la position estimée de la transition (via la calibration sur le diiode). Chaque mesure correspond à un balayage de la fréquence du laser sonde sur une plage de 40 kHz par paliers de 200 Hz (longs de 10 ms). La fréquence centrale du laser sonde, référencée par rapport à la position estimée de la résonance, est notée $\delta\omega_{\mathrm{L}}$. **(b)** Sondage plus fin autour du point suspect repéré dans (a). La fréquence est maintenant balayée pour chaque mesure sur une plage de 10 kHz par paliers de 100 Hz (longs de 10 ms).

le cas de l'isotope fermionique ^{171}Yb, pour lequel le coefficient de pertes inélastiques est d'environ $3 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$ [133], de telles densités donneraient un temps de vie dû aux collisions inélastiques de l'ordre de la milliseconde.

4.1.4 Première application : caractérisation fine des dérives de la cavité

Une fois la transition de l'ytterbium repérée avec la méthode d'interrogation *in-situ*, nous avons répété le sondage avec la méthode de temps de vol. En utilisant des impulsions de 3 ms, pour un laser de 30 μm de rayon à $1/e^2$ et de puissance 1 mW, et un champ magnétique de 150 G ($\Omega_{\mathrm{R}} \approx 2\pi \times 750$ Hz), nous obtenons des spectres avec une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 2 kHz. Nous disposons ainsi d'une référence de fréquence permettant de détecter les dérives de notre système laser avec une précision inférieure au kHz. Avant de nous intéresser plus en détail à la forme des spectres obtenus, discussion qui fera l'objet de la section 4.2, nous présentons ici les mesures des dérives fréquentielles de notre cavité haute-finesse.

Dérives à court terme

La précision apportée par la mesure de la fréquence de résonance de l'ytterbium en temps de vol nous a permis de mesurer les dérives en fréquence de notre laser d'horloge à l'échelle de quelques heures. Elles sont principalement dues à la dérive en fréquence de la cavité haute-finesse. La figure 4.4 montre les résultats de deux expériences, effectuées pour des températures différentes du corps de la cavité $T_{\mathrm{cav.}}$. Une première mesure

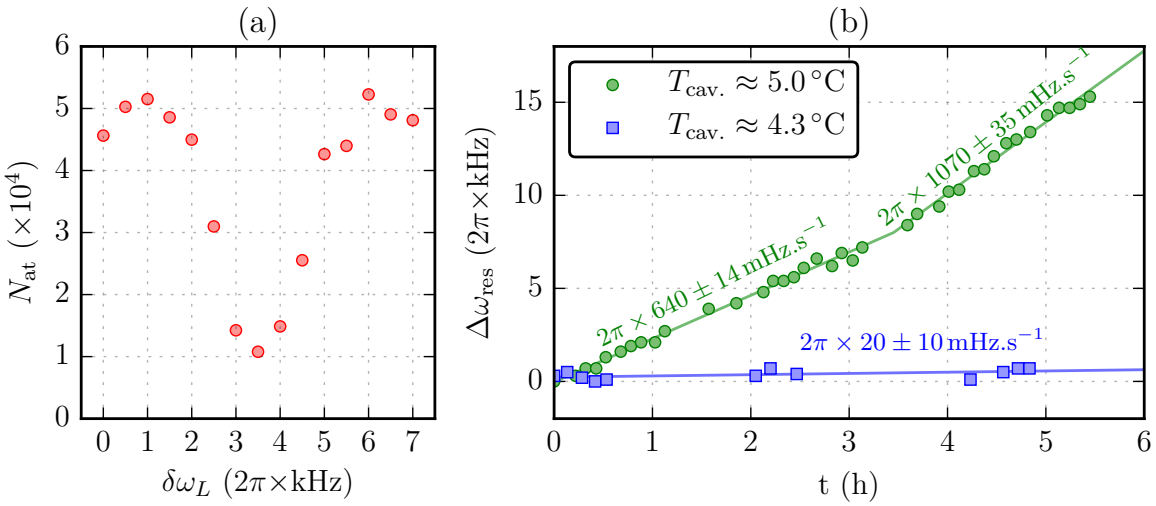


Figure 4.4 – Dérives de la cavité haute-finesse à court-terme, estimées par la spectroscopie d'un condensat d'ytterbium en temps de vol. **(a)** Exemple de spectre obtenu pour un balayage de la fréquence $\delta\omega_L$ du laser sonde (l'origine des fréquences est arbitraire). **(b)** Dérive de la fréquence de résonance $\Delta\omega_{res}$ en fonction du temps, à la température d'annulation du coefficient de dilatation de la cavité ($T_{cav.} = 4.3°C$, carrés bleus) et à 0.7°C de cette température ($T_{cav.} = 5.0°C$, ronds verts).

à $T_{cav.} = 5.0°C$ [5] montre une dérive linéaire (par morceaux), avec un pente de l'ordre de $1\,Hz.s^{-1}$ ($3.6\,kHz.h^{-1}$). Nous avons remarqué une corrélation entre la forme de la dérive (deux segments de droites) et le courant délivré par la cellule à effet Peltier assurant l'asservissement de la température de la cavité, ce qui nous pousse à conclure que ces dérives ont une origine thermique. Cette conclusion est appuyée par la seconde mesure, effectuée à la température $T_{cav.} = 4.3°C$ (pour laquelle le coefficient de dilatation thermique de la cavité s'annule, *cf.* 3.3.3). La dérive mesurée y est de $20 \pm 10\,mHz.s^{-1}$ ($70 \pm 35\,Hz.h^{-1}$), tandis que l'écart-type de la dispersion autour de la fréquence de résonance moyenne est de 200 Hz. L'ordre de grandeur du gain en stabilité est compatible avec les mesures de la section 3.3.3, d'après lesquelles la sensibilité résiduelle en température est de $30\,kHz.K^{-1}$ pour une erreur de 0.04°C sur la détermination du croisement à zéro (correspondant à notre erreur expérimentale), contre $530\,kHz.K^{-1}$ pour une erreur de 0.7°C, soit un gain d'un facteur 20 environ.

Dérives lentes et accord avec la calibration sur le diiode

La possibilité de mesurer les variations de fréquence de notre laser « d'horloge » – et donc de la cavité – en utilisant l'ytterbium comme référence nous permet aussi de valider notre méthode de calibration, plus simple et plus rapide, sur le diiode. La figure 4.5 montre ainsi l'évolution de l'écart en fréquence entre la résonance de la cavité et la transition de l'ytterbium, mesuré directement par spectroscopie en temps de vol sur un condensat (ronds vides) et estimé d'après la calibration sur le diiode (ronds rouges pleins). La comparaison sur une période de plusieurs jours, durant laquelle la cavité dérive sensiblement, permet de

5. Soit à approximativement 0.7°C du point d'annulation du coefficient de dilatation thermique de la cavité, mesuré en 3.3.3.

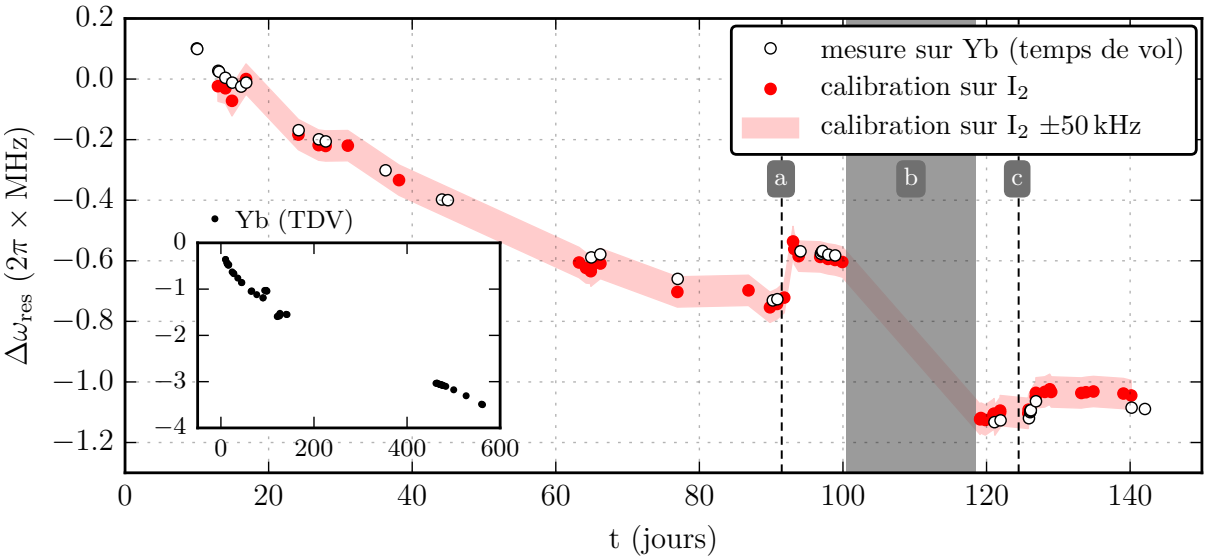


FIGURE 4.5 – Écart en fréquence entre la résonance de la cavité et la transition d'horloge de l'ytterbium, mesuré directement par une spectroscopie en temps de vol d'un condensat (ronds vides) et estimé par comparaison avec la raie hyperfine du diiode (ronds rouges pleins). La zone en rouge clair correspond à un intervalle de demi-largeur 50 kHz autour de la valeur estimée grâce au diiode. Trois événements (a,b,c) extérieurs, décrits dans le corps du texte, ont changé significativement la fréquence de la cavité au cours de la mesure. **En insert :** dérive de la cavité sur une période plus longue d'après des mesures sur l'ytterbium en temps de vol. Les unités des axes sont les mêmes que pour la figure principale (MHz par jours).

vérifier l'accord entre les deux méthodes. Sur l'ensemble de la période considérée (environ 4 mois), l'écart mesuré reste dans une plage de ±50 kHz autour de la valeur attendue [6].

Notre méthode de calibration nous permet de surveiller avec une bonne fiabilité les dérives lentes de la cavité. Elle nous permet aussi de détecter certaines variations rapides dues à des modifications – intentionnelles ou non – de l'environnement de la cavité. Trois événements de la sorte sont visibles dans la figure 4.5, repérés par les lettres a, b et c. L'événement « a » (vers le jour 90) correspond à une modification dans les branchements électriques de la cellule à effet Peltier assurant l'asservissement en température de la cavité, ce qui a modifié le point de fonctionnement de l'asservissement. La période « b » correspond quant à elle à la mesure du coefficient de dilatation thermique de la cavité. Entre le début et la fin de cette période, la consigne de l'asservissement a été modifiée, passant de 5.0°C à 4.3°C, afin de se rapprocher du point de moindre sensibilité de la cavité. L'événement « c », enfin, correspond à la mise en place de la boîte en bois autour de la cavité (*cf.* section 3.2.3), ce qui a eu pour effet de changer légèrement le point d'équilibre thermique, et donc la fréquence de la cavité.

Nous avons vu dans la section précédente que fixer la température de la cavité au point d'annulation du coefficient de dilatation thermique a permis de faire disparaître les dérives de cette dernière sur l'échelle de quelques heures, du moins avec notre résolution expérimentale (de l'ordre du kHz). Une dérive lente est cependant détectable sur l'échelle de plusieurs jours, comme le montre la figure 4.6 [7]. Cette dérive est linéaire à l'échelle de quelques jours. Un ajustement donne une pente de -3.5 ± 0.2 kHz/jour, avec une dispersion

6. À l'échelle de la semaine, la reproductibilité est même meilleure (voir par exemple autour du jour 90 ou 130).

7. Ces mesures ont été prises après notre déménagement au Collège de France.

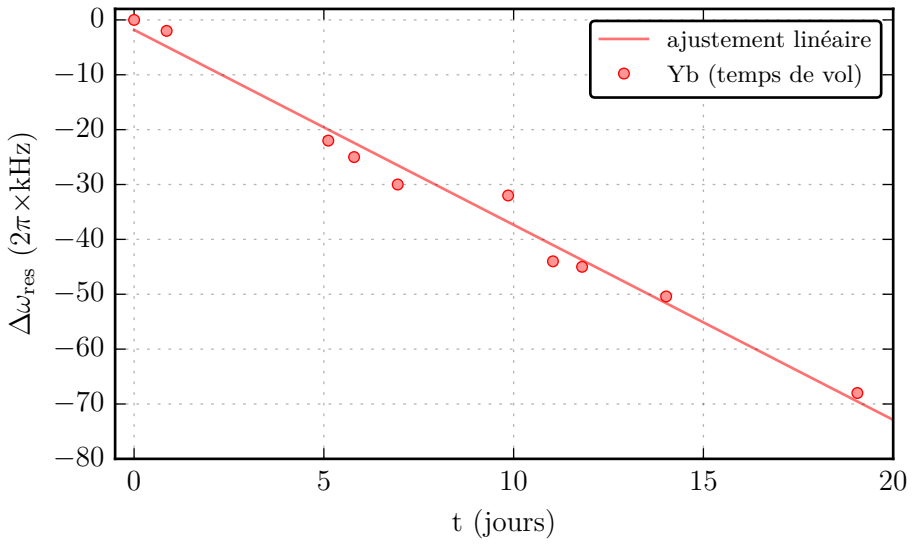


Figure 4.6 – Dérive résiduelle de la cavité après optimisation de sa température, mesurée par spectroscopie en temps de vol sur un condensat d'ytterbium.

de 2.6 kHz autour de la tendance linéaire, ce qui correspond à une dérive de -40 ± 2 mHz/s. Cette valeur est comparable à celles mesurées avec des cavités similaires [15, 105, 116]. Cet effet de dérive linéaire de la cavité de référence est mesuré et corrigé dans les expériences d'horloges optiques atomiques (voir par exemple [118]). Pour les expériences de spectroscopie décrites par la suite, dont la résolution est de l'ordre du kHz, cette dérive résiduelle est négligeable. Elle pourrait cependant devenir sensible dans le cadre d'expériences offrant une meilleure résolution, par exemple dans le cas de la spectroscopie d'un gaz piégé dans un réseau optique à la longueur d'onde « magique ».

4.2 Analyse et interprétation des spectres obtenus

Différents effets entrent en jeu pour expliquer la forme des spectres observés (interactions entre atomes via le potentiel de champ moyen, vitesse via l'effet Doppler ou encore effet des lasers constituant le piège optique). Suivant la méthode d'interrogation choisie, certains de ces effets auront une influence plus importante. Comprendre l'origine de ces effets, qui contribuent généralement à un élargissement du spectre, est important afin d'améliorer la précision des expériences de spectroscopie. Dans notre cas, une meilleure résolution permet de caractériser la largeur spectrale du laser d'horloge – ou, du moins, de vérifier que cette dernière n'est pas limitante à l'échelle de la centaine voire de la dizaine de Hertz – et de nous offrir un meilleur contrôle de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, ouvrant notamment la voie à des expériences permettant de mesurer les taux de collisions inélastiques entre état fondamental et état excité. Dans cette partie, nous allons ainsi nous intéresser à l'interprétation de la forme des spectres obtenus avec nos différentes méthodes d'interrogation, et nous attacher à dégager les effets physiques pertinents dans chacun des cas.

4.2.1 Préambule : effets considérés

Avant de nous intéresser spécifiquement aux spectres obtenus dans le cadre de nos différentes méthodes de spectroscopie, essayons de présenter les phénomènes physiques susceptibles de modifier la forme de ces spectres et d'expliquer qualitativement leurs effets. Nous avons dégagé trois effets principaux : l'effet Doppler, les interactions entre atomes et le déplacement lumineux dû aux lasers du piège optique. Par la suite, nous considérerons un atome à deux niveaux, et noterons g son état fondamental ($^1S_0$ pour l'ytterbium) et e l'état excité ($^3P_0$). On notera $\hbar\omega_0$ la différence d'énergie entre les états e et g.

Effet Doppler

Ce premier effet est le plus simple à décrire : un atome se déplaçant à une vitesse $\boldsymbol{v}$ verra sa fréquence de résonance déplacée de $\Delta_{\text{Dop}} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v}$, où $\boldsymbol{k}$ est le vecteur d'onde du laser de sonde. Les échantillons que nous considérons ont une dispersion en vitesse Δv non-nulle, et leur centre de masse peut avoir une vitesse v_{cdm} non-nulle. L'effet Doppler va donc à la fois élargir le spectre, de l'ordre de $k\Delta v$, mais aussi déplacer le centre de ce dernier de kv_{cdm}. Pour avoir une idée des vitesses en jeu, un décalage de 2 kHz correspond à une vitesse d'environ $1\,\text{mm.s}^{-1}$ pour une longueur d'onde de 578 nm. Pour un gaz thermique obéissant à une distribution de Maxwell-Boltzmann, une largeur de 2 kHz correspond à une température de 30 nK. Notons qu'il est possible de s'affranchir de cet effet grâce au potentiel de piégeage, via l'effet Lamb-Dicke [62], dont tirent parti les horloges atomiques optiques [15].

Interactions : potentiel de champ moyen

Pour des échantillons denses, les interactions à deux corps modifient la condition de résonance. Cet effet dépend de la densité locale, et va donc déformer les spectres observés. L'effet des interactions a dans un premier temps été observé sous la forme d'un décalage de la fréquence de résonance dans les horloges utilisant des fontaines atomiques [134]. Les études effectuées sur des gaz quantiques dégénérés, permettant l'obtention de plus grandes densités, a ensuite permis de mieux caractériser à la fois le décalage [129, 130] et la déformation [125, 127, 135] des spectres. Dans le cas de condensats de Bose-Einstein, les grandes densités rencontrées au sein du gaz dans le piège font de cet effet l'une des principales causes de déformation du spectre.

Il est possible de comprendre simplement l'origine de cet effet en adoptant une description de type champ moyen pour modéliser l'effet des interactions. Dans ce cadre, un atome dans l'état i va ressentir l'effet des interactions sous la forme d'un potentiel, noté $V_{\text{int},i}$. En considérant que le nombre d'atomes excités vers l'état e est faible, on peut négliger la densité d'atomes dans l'état excité n_e devant la densité d'atomes dans l'état fondamental n_g ($n_e \ll n_g$). Le potentiel de champ moyen est alors dominé par la contribution des atomes dans l'état fondamental g. On écrit alors $V_{\text{int},g}(\boldsymbol{r}) \approx g_{gg} n_g(\boldsymbol{r})$ et $V_{\text{int},e}(\boldsymbol{r}) \approx g_{eg} n_g(\boldsymbol{r})$, où l'on a introduit les paramètres d'interaction $\{g_{ig}\}_{i=e,g}$ [8]. Les paramètres g_{gg} et g_{eg} ayant *a priori* des valeurs différentes, les interactions vont induire un décalage local de la transition $\hbar\Delta_{\text{int}}(\boldsymbol{r}) = (g_{eg} - g_{gg}) n_g(\boldsymbol{r})$.

8. On a $g_{gg} = 4\pi\hbar^2 a_{gg}/m$, où a_{gg} est la longueur de diffusion dans l'onde s pour deux atomes dans l'état g. On défini de la même façon g_{eg}, lié à la longueur de diffusion pour un atome dans l'état e et un atome dans l'état g, notée a_{eg}.

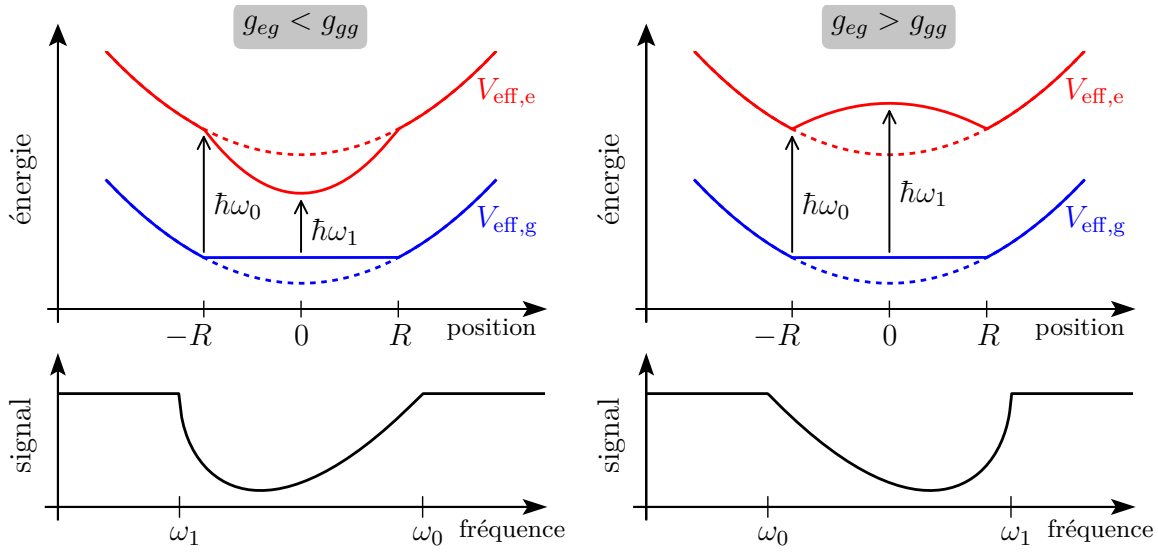


Figure 4.7 – Illustration de l'effet du potentiel de champ moyen sur le spectre d'un condensat.

Intéressons-nous au cas spécifique d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège harmonique. On note $V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r})$ le potentiel de piégeage (on considère pour le moment qu'il est identique pour les deux états e et g). Dans le régime de Thomas-Fermi [9], le profil de densité du nuage est donné par $n_g(\boldsymbol{r}) = (\mu - V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}))/g_{gg}$, où μ est le potentiel chimique. En ajoutant le potentiel de champ moyen au potentiel de piégeage, on obtient alors un potentiel effectif $V_{\mathrm{eff},i}(\boldsymbol{r}) = V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}) + g_{ig} n_g(\boldsymbol{r})$, qui dépend de l'état i de l'atome. L'énergie totale de l'atome dans l'état excité e est de plus décalée de l'énergie de la transition $\hbar\omega_0$. La forme des potentiels effectifs pour un piège harmonique est présentée dans la figure 4.7. Pour l'état fondamental, la forme du profil de densité de Thomas-Fermi aboutit à un potentiel effectif plat dans la région occupée par le condensat (on a noté R le rayon de Thomas-Fermi). Pour l'état excité, nous pouvons distinguer deux cas. Si $g_{ge} < g_{gg}$, le champ moyen va abaisser l'énergie relative des atomes dans l'état e. La fréquence de la transition sera donc décalée vers le rouge lorsque l'on se déplace du bord au centre du nuage, où la densité est la plus forte et donc l'effet le plus marqué. Dans le cas contraire, lorsque $g_{ge} < g_{gg}$, la condition de résonance est décalée vers le bleu. Lorsque l'on intègre cet effet sur la taille du nuage, afin de prendre en compte la contribution de l'ensemble des atomes, on obtient un spectre asymétrique, ce qui traduit le caractère non-homogène de cet élargissement. L'asymétrie du spectre dépend du signe de $g_{eg} - g_{gg}$, comme nous pouvons le voir dans la figure 4.7. Il est possible de calculer la forme du spectre [135] :

$$S(\omega) \propto \frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{n_{g,0}(g_{eg} - g_{gg})} \sqrt{1 - \frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{n_{g,0}(g_{eg} - g_{gg})}}, \tag{4.1}$$

où l'on a noté $n_{g,0} \mathrel{\widehat{=}} n_g(\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0})$ la densité centrale du nuage (pour l'état g).

9. La discussion s'étend au cas des nuages, issus d'un piège harmonique, ayant évolué librement après la coupure du piège. L'évolution du nuage conserve en effet la forme du profil de densité [97], et l'effet du champ moyen est le même à condition de prendre en compte la diminution de la densité due à l'expansion du nuage.

Déplacements lumineux différentiels

Intéressons-nous à présent au cas réaliste où le potentiel de piégeage dépend de l'état interne de l'atome. On considère un atome dans un piège optique, formé par un laser d'intensité $I(r)$ à la longueur d'onde λ_p. On note α_i la polarisabilité de l'atome dans l'état i à la longueur d'onde λ_p. Le potentiel vu par l'atome dépend *a priori* de son état, et vaut $V_{\text{ext},i}(\boldsymbol{r}) = -\alpha_i/(2\epsilon_0 c)I(\boldsymbol{r})$. Ainsi, pour exciter un atome à la position $\boldsymbol{r}$ de l'état g vers l'état e, il faudra fournir une énergie [10] $\hbar\omega = \hbar\omega_0 - \Delta\alpha/(2\epsilon_0 c)I(\boldsymbol{r})$, où l'on a noté $\Delta\alpha \mathrel{\widehat{=}} \alpha_e - \alpha_g$. Un déplacement lumineux différentiel (DLD) apparaît : ce dernier dépend de la position de l'atome, et vaut en unité de pulsation $\Delta_{\text{DLD}}(\boldsymbol{r}) = -\Delta\alpha/(2\hbar\epsilon_0 c)I(\boldsymbol{r})$. Comme dans le cas de l'effet Doppler, le DLD va à la fois élargir le spectre et déplacer son centre, la forme des spectres obtenus dépendant de la configuration de piégeage. Notons au passage que dans le cas de l'ytterbium il existe des longueurs d'ondes pour lesquelles la polarisabilité de l'atome dans les états e et g est identique ($\Delta\alpha = 0$) [103]. Le spectre d'un échantillon atomique piégé à l'aide de l'une de ces longueurs d'ondes, dites « magiques », ne sera donc pas sensible à ces déplacements lumineux.

Dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein, décrit dans le cadre de l'approximation de Thomas-Fermi, il est possible « d'absorber » l'effet des DLD dans une renormalisation de l'effet du champ moyen. Cette simplification tire son origine de la relation simple entre la densité $n_g(\boldsymbol{r})$ et le potentiel de piégeage $V_{\text{ext},i}(\boldsymbol{r})$. Pour l'état fondamental, on a $V_{\text{ext},g}(\boldsymbol{r}) = \mu - g_{gg} n_g(\boldsymbol{r})$. En outre, en notant $\eta \mathrel{\widehat{=}} \alpha_e/\alpha_g$, on a directement $V_{\text{ext},e}(\boldsymbol{r}) = \eta V_{\text{ext},g}(\boldsymbol{r})$. On vérifie alors que la condition de résonance tenant compte à la fois de l'effet du potentiel de piégeage et du champ moyen se simplifie de la façon suivante :

$$\hbar\omega_{\text{res}}(\boldsymbol{r}) = \hbar\omega_0 + (g_{eg} - g_{gg})n_g(\boldsymbol{r}) + V_{\text{ext},e}(\boldsymbol{r}) - V_{\text{ext},g}(\boldsymbol{r}), \tag{4.2}$$

$$= \hbar\omega_0 + \underbrace{(g_{eg} - \eta g_{gg})n_g(\boldsymbol{r})}_{A} + \underbrace{\mu(\eta - 1)}_{B}. \tag{4.3}$$

Il apparaît que l'effet des déplacements lumineux différentiels est absorbé de deux façons : d'une part, en « renormalisant » le paramètre d'interaction g_{gg} (terme A), d'autre part en ajoutant un décalage fixe dans la condition de résonance (terme B). La condition de résonance en l'absence de DLD est retrouvée, comme attendu, pour $\eta = 1$. Le spectre d'un tel système se déduit facilement de l'équation (4.1), en remplaçant la fréquence centrale ω_0 par $\omega_0 + \mu(\eta - 1)/\hbar$ et g_{gg} par ηg_{gg}. Écrire l'effet cumulé du potentiel de champ moyen et des DLD sous la forme (4.3) permet en outre de mettre en évidence l'existence d'une configuration pour laquelle les élargissements dus aux deux effets se compensent. Ainsi, pour $\eta = g_{eg}/g_{gg}$ (soit $\alpha_e g_{gg} = \alpha_g g_{eg}$), le terme A s'annule. Dans le cas de l'ytterbium, il est possible de varier le paramètre η de 1 à environ 6 sur la plage 760 nm − 660 nm [11], ce qui pourrait permettre de réaliser cette configuration [12]. Notons que dans ce cas la condition de résonance dépend encore de l'intensité du laser de piégeage via le terme B, par l'intermédiaire du potentiel chimique.

10. Nous oublions temporairement l'effet des interactions pour simplifier la discussion.
11. On se rapproche alors d'une transition pour l'état excité située à 649 nm.
12. On rappelle que la valeur de g_{eg} n'est pas connue pour l'isotope ^{174}Yb. Une première estimation d'après la spectroscopie *in-situ* donne $g_{eg}/g_{gg} \approx 4 - 5$ (voir plus loin).

4.2.2 Pertes inélastiques

Comme expliqué dans la section 4.2.1, la condition de résonance d'un condensat est influencée par l'effet des interactions, caractérisées par les paramètres d'interaction g_{gg}, g_{ee} et g_{eg}. Par souci d'exhaustivité, il est nécessaire de considérer, en plus de ces processus de collisions élastiques, les pertes à deux corps liées à des collisions inélastiques, impliquant soit deux atomes dans l'état excité, soit un atome dans l'état fondamental et un atome dans l'état excité. Lorsque les pertes d'atomes sont dominées par ces processus à deux corps (c'est le cas dans notre configuration expérimentale) l'évolution de la densité est donnée par :

$$\dot{n}_g = -\beta_{eg} n_e n_g, \tag{4.4}$$
$$\dot{n}_e = -\beta_{eg} n_g n_e - \beta_{ee} n_e^2, \tag{4.5}$$

où l'on a introduit les coefficients de pertes inélastiques β_{eg} et β_{ee}. Ces derniers, à l'instar de g_{eg} et g_{ee}, sont inconnus pour l'isotope 174 de l'ytterbium. Les valeurs mesurées pour d'autres isotopes sont reportées dans la table 4.1. Ces pertes réduisent le temps de vie effectif d'un atome dans l'état excité, et peuvent ainsi contribuer à élargir les spectres observés.

isotope	état excité	a_{gg} (nm)	longueurs de diffusion mesurées
^{173}Yb ($m_F = \pm 5/2$)	$^3P_0$	10.55(11) [136]	$a_{ee} = 1.5 a_{gg}$ [107] $a_{eg}^+ = 1.1 a_{gg}$ [107] $a_{eg}^- \approx 1 \times 10^3 a_{gg}$ [107]
^{174}Yb	-	5.55(8) [136]	–

isotope	état excité	β_{eg} (cm^3.s^{-1})	β_{ee} (cm^3.s^{-1})	Réf.
^{171}Yb	$^3P_0$	3×10^{-11}	5×10^{-11}	[133]
^{173}Yb	$^3P_0$	$3.9(16) \times 10^{-13}$	$2.2(6) \times 10^{-11}$	[107]
^{174}Yb	$^3P_2$		$1.0(3) \times 10^{-11}$	[82]

Table 4.1 – Résumé des valeurs connues pour les interactions entre état fondamental et état excité pour l'ytterbium. Les longueurs de diffusion ont été mesurées pour l'isotope 173 dans [107]. Les longueurs a_{eg}^+ et a_{eg}^- correspondent respectivement aux combinaisons symétrique et anti-symétrique pour l'état électronique. La valeur de a_{gg} pour l'isotope 174 est rappelée pour comparaison. Les taux de pertes inélastiques ont été mesurés pour les isotopes 171 et 173, ainsi que pour l'isotope 174 avec l'état $^3P_2$.

4.2.3 Spectroscopie *in-situ*

Les premiers spectres que nous avons observés ont été obtenus par la méthode de spectroscopie *in-situ*. Dans cette méthode, le condensat est sondé alors qu'il est encore dans le piège optique croisé formé par la combinaison des lasers à 532 nm et 1070 nm décrits dans la section 2.4.2. La séquence expérimentale consiste tout d'abord à produire un condensat de Bose-Einstein « pur » (c'est-à-dire dont la fraction non-condensée est inférieure au seuil détectable avec notre dispositif, de l'ordre de 20 % ou moins). Le condensat est alors soumis à une impulsion lumineuse du laser d'horloge, dont le profil temporel est rectangulaire et dure 10 ms. Le condensat est alors relâché, et le nombre d'atomes restant dans l'état $^1S_0$ est mesuré après un temps de vol de 18 ms. La fréquence de Rabi attendue dans notre configuration est de $\Omega_\mathrm{R} \approx 2\pi \times 350\,\mathrm{Hz}$.

Les condensats obtenus dans ces conditions contiennent typiquement 4×10^4 atomes, pour des fréquences de piégeage $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{240, 110, 260\}$ Hz [13], ce qui correspond à un potentiel chimique de 3 kHz, pour des rayons de Thomas-Fermi $\{R_x, R_y, R_z\} \approx \{2.5, 5.4, 2.3\}$ μm [14] et une densité centrale $n_0 \approx 7.5 \times 10^{14}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Dans le cas de l'ytterbium 174, seule la longueur de diffusion dans l'état fondamental a été mesurée [137]. La valeur obtenue ($a_{gg} = 5.55\,\mathrm{nm}$) permet d'exprimer l'élargissement dû au champ moyen en fonction du rapport des longeurs de diffusion : $|\Delta_\mathrm{cm}| = n_0|g_{eg} - g_{gg}| \approx h \times |a_{eg}/a_{gg} - 1| \times 3\,\mathrm{kHz}$. Le déplacement lumineux différentiel maximal (au centre du piège) est de l'ordre de 150 kHz, avec une variation de l'ordre de 5 kHz sur la taille du condensat. L'effet Doppler est quant à lui lié à la dispersion en impulsion du condensat $\Delta p \sim \hbar/R$, ce qui donne $\Delta_\mathrm{Dop} \approx \hbar k/(mR) \approx 2\pi \times 200\,\mathrm{Hz}$. Cet effet est négligeable devant les effets combinés du potentiel de champ moyen et des DLD, et nous pouvons donc utiliser la formule (4.3) (modifiée pour prendre en compte l'effet des DLD) pour modéliser nos spectres.

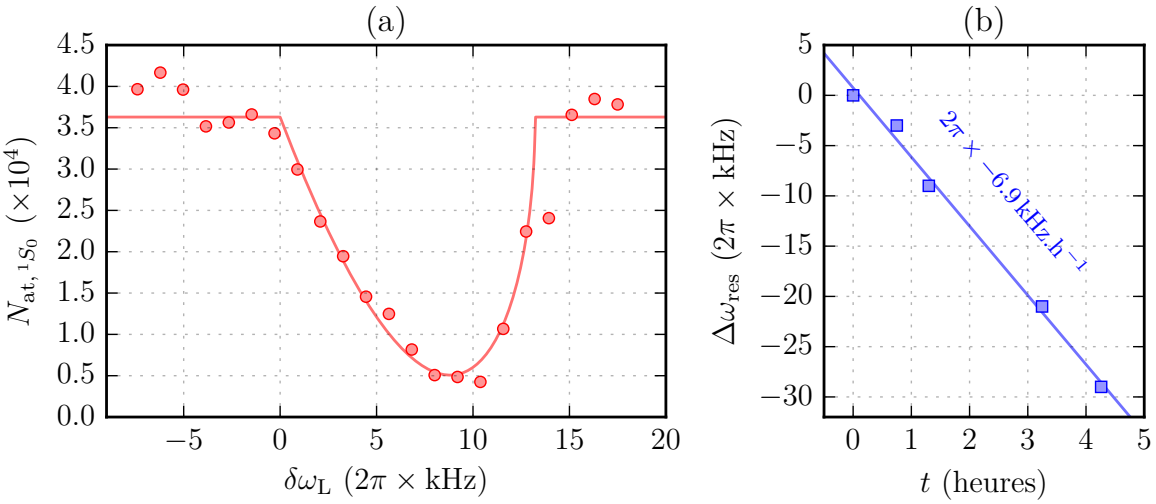


FIGURE 4.8 – Exemple de spectre obtenu *in-situ* (a). La fréquence du laser a été corrigée afin de prendre en compte la dérive linéaire de −6.9 kHz/h observée au cours de l'expérience (b). Un ajustement sur le spectre utilisant la formule 4.1 donne une largeur totale $\Delta\omega = 2\pi \times 13\,\mathrm{kHz}$.

13. On rappelle que l'axe x correspond à l'axe de propagation du laser à 1070 nm, et l'axe y à celui du laser à 532 nm et du laser « d'horloge ».
14. On rappelle que le rayon à $1/e^2$ du laser de couplage est $w_0 = 25\,\mu$m.

Un exemple de spectre obtenu dans ces conditions est présenté dans la figure 4.8. La fréquence du laser d'horloge a été corrigée pour tenir compte de la dérive de la cavité mesurée ce jour-là (figure 4.8b). On observe une asymétrie marquée, attendue dans le cas où l'élargissement est dominé par l'effet des interactions ou des déplacements lumineux. Un ajustement sur le spectre utilisant la formule (4.1), prenant en compte l'effet des déplacements lumineux via l'équation (4.3), donne une largeur $\Delta E = h \times 13\,\mathrm{kHz}$. D'après l'équation (4.3), on a $\Delta E = n_0(g_{eg} - \eta g_{gg})$. On en déduit, d'après le résultat de l'ajustement, que $a_{eg} - \eta a_{gg} \approx 25\,\mathrm{nm}$. Il est important de souligner à ce stade que notre situation diffère de celle considérée précédemment pour estimer l'effet des déplacements lumineux. En effet, notre piège dipolaire est formé par deux lasers à des longueurs d'onde différentes, de sorte qu'il n'est pas possible de définir un paramètre η tel que $V_{\mathrm{ext},e}(\boldsymbol{r}) = \eta V_{\mathrm{ext},g}(\boldsymbol{r})$. Nous pouvons néanmoins essayer de donner un encadrement pour a_{eg}, en considérant les deux valeurs limites $\eta_{1070\,\mathrm{nm}} \approx -0.82$ et $\eta_{532\,\mathrm{nm}} \approx 0.41$. On obtient alors $a_{eg} \in [20\,\mathrm{nm}, 27\,\mathrm{nm}]$, soit $a_{eg}/a_{gg} \approx 4 - 5$ [15].

Le modèle permettant cette estimation peut être critiqué : il ne prend en compte que les effets du champ moyen et des déplacements lumineux. La durée de l'impulsion n'est pas prise en compte, de même que la contribution des pertes inélastiques dues aux collisions entre les atomes dans les états e et g, qui élargissent le spectre. Les propriétés des collisions inélastiques ne sont pas connues pour l'isotope ^{174}Yb. Il est cependant possible d'estimer leur ordre de grandeur en utilisant la valeur mesurée pour l'ytterbium 171 [133]. Pour cet isotope, le coefficient de pertes inélastiques est de $3 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm^3.s^{-1}}$, ce qui donne pour nos densités typiques de $10^{14}\,\mathrm{cm^{-3}}$ un taux de perte de l'ordre de quelques kHz. L'effet serait alors comparable à celui du champ moyen et des DLD. La valeur de la longueur de diffusion a_{eg} estimée dans le paragraphe précédent est donc à prendre avec précaution, et appelle une confirmation expérimentale ultérieure.

En conclusion, nous avons dégagé au moins trois effets pouvant expliquer l'ordre de grandeur de la largeur des spectres que nous observons : l'élargissement dû au champ moyen, les déplacements lumineux différentiels et les pertes par collisions inélastiques. Le manque de connaissance des propriétés des collisions élastiques et inélastiques de l'ytterbium 174 nous empêche cependant de conclure quant à l'influence relative de chacun de ces effets. Il sera donc intéressant de mieux caractériser ces propriétés en utilisant des protocoles permettant d'isoler les contributions de chacun de ces effets (mesures de pertes pour déterminer le taux de collisions inélastiques, spectroscopie dans un réseau à la longueur d'onde magique pour mesurer les longueurs de diffusion). Enfin, il apparaît clairement que notre configuration expérimentale ne nous permet pas d'obtenir des spectres plus fins que quelques kHz *in-situ*. Cette résolution n'est pas suffisante pour caractériser précisément le bruit de fréquence de notre système laser, ou encore pour contrôler de façon cohérente et homogène l'état interne du condensat. Nous allons, dans la suite de ce travail, décrire des méthodes permettant d'obtenir une meilleure résolution spectrale, à commencer par la méthode d'interrogation en temps de vol.

15. À titre de comparaison, dans le cas de l'ytterbium 173 (fermionique, de spin nucléaire 5/2), le rapport a_{eg}/a_{gg} a été mesuré égal à 1.1 ou 1×10^3 suivant que l'on considère la combinaison symétrique ou antisymétrique des états internes [107].

4.2.4 Spectroscopie en temps de vol

Séquence utilisée

Afin de s'affranchir des déplacements lumineux différentiels et de diminuer l'effet des interactions, nous avons effectué des mesures de spectroscopie en temps de vol. La séquence utilisée est présentée dans la figure 4.9. Son point de départ est le même que pour l'interrogation *in-situ* : nous préparons un condensat d'ytterbium dans le piège dipolaire croisé. Le piège est ensuite coupé, et nous laissons le condensat chuter et s'étendre pendant 200 μs. Cette période permet de s'assurer que les pièges sont bien éteints. Le nuage est alors soumis à une impulsion de spectroscopie de 3 ms. Le nombre d'atomes restants dans l'état $^1S_0$ est alors mesuré comme précédemment, après un temps de vol total de 22 ms.

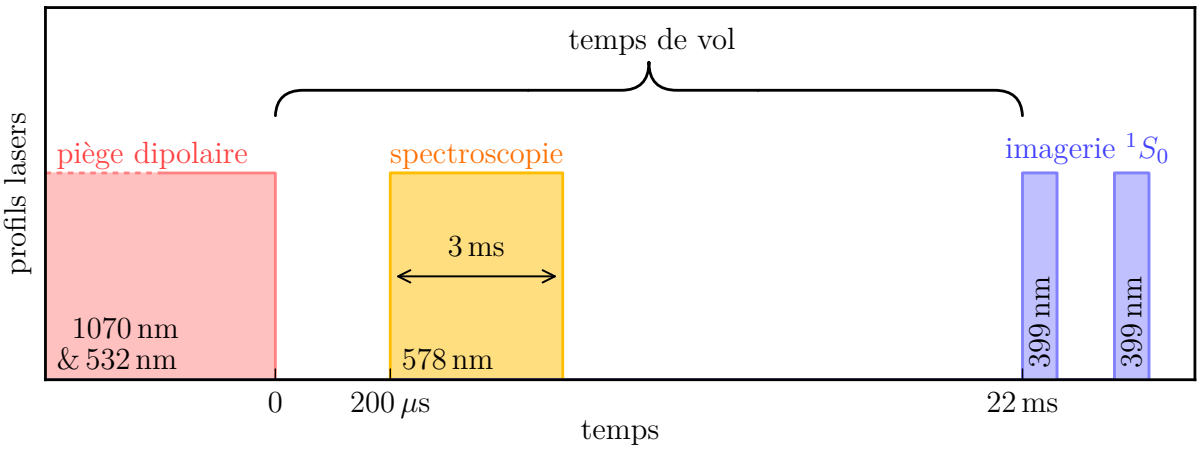


FIGURE 4.9 – Séquence utilisée pour la spectroscopie en temps de vol

L'avantage de cette technique est qu'elle permet d'une part de s'affranchir de l'effet du piège, et d'autre part de sonder des échantillons moins denses et donc d'obtenir des spectres moins affectés par le champ moyen et les pertes inélastiques. En revanche, cette méthode limite la durée d'interrogation accessible du fait de la chute de l'échantillon. Ainsi, il faut environ 2.5 ms au nuage pour parcourir une distance égale au rayon à $1/e^2$ de notre faisceau de spectroscopie (30 μm), ce qui correspond à un élargissement de Fourier de l'ordre de 500 Hz. De plus, contrairement au cas *in-situ*, la forme des spectres obtenus avec cette méthode est principalement affectée par l'effet Doppler. Ce dernier vient de l'expansion du nuage, qui est accélérée au début du temps de vol par l'effet des interactions. Avant de discuter les spectres obtenus, nous allons donc nous intéresser à la phase d'expansion du nuage après coupure des pièges.

Expansion hydrodynamique d'un condensat en temps de vol

L'évolution du profil de densité d'un condensat de Bose-Einstein dans un potentiel harmonique dépendant du temps a été étudiée en détail dans [97]. Dans le régime de Thomas-Fermi, le point de départ est un profil de densité parabolique pour l'état fondamental $n_{g,0}(\boldsymbol{r}) = (\mu/g_{gg})\Upsilon\left[1 - \sum_{\alpha=x,y,z}(r_\alpha/R_{\alpha,0})^2\right]$ (annexe D). On rappelle que l'on a défini la fonction $\Upsilon(x)$, égale à x pour $x > 0$ et nulle sinon. Lorsque les fréquences de piégeage dépendent du temps, le profil de densité évolue en suivant une loi d'échelle : il garde sa forme parabolique, moyennant un changement d'échelle de son système de co-

ordonnées par des facteurs notés $b_\alpha(t)$. Ainsi, le profil de densité à l'instant t est donné par [97] :

$$n_g(t) = \frac{1}{\mathcal{V}(t)} n_{g,0}\left(\{r_\alpha / b_\alpha(t)\}_{\alpha=x,y,z}\right), \tag{4.6}$$

où le facteur d'échelle global $\mathcal{V}(t) \triangleq \prod_\alpha b_\alpha(t)$ permet d'assurer la normalisation. L'évolution des facteurs d'échelle $b_\alpha(t)$ suit quant à elle la loi :

$$\ddot{b}_\alpha + \omega_\alpha^2(t) b_\alpha = \frac{\omega_\alpha(t=0)}{\mathcal{V} b_\alpha}, \tag{4.7}$$

où l'on a introduit les fréquences du potentiel harmonique $\{\omega_\alpha(t)\}_{\alpha=x,y,z}$. Les rayons de Thomas-Fermi sont alors donnés par $R_\alpha(t) = R_{\alpha,0} b_\alpha(t)$, et le champ de vitesse hydrodynamique est $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = \sum_\alpha (\dot{b}_\alpha / b_\alpha) r_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha$. Dans le cas de la coupure instantanée du piège ($\omega_\alpha(t>0) = 0$), l'expansion du nuage correspond à une conversion de l'énergie de champ moyen initiale du condensat en énergie cinétique. La première décroît – comme la densité – en $1/\mathcal{V}$, et tend vers zéro aux temps longs. Lorsque les interactions sont négligeables ($1/\mathcal{V} \sim 0$), l'équation (4.7) donne $\ddot{b}_\alpha = 0$: l'expansion du nuage devient balistique, et son énergie cinétique est constante.

Analyse des spectres obtenus en temps de vol

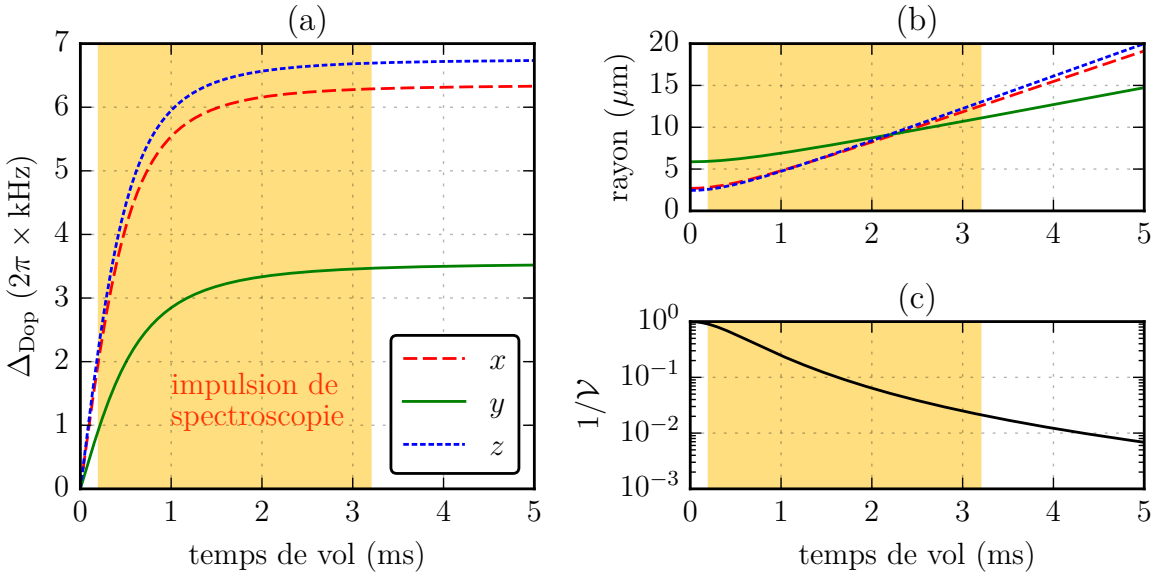


Figure 4.10 – Évolution du condensat en temps de vol. Simulation numérique pour un condensat de 5.8×10^4 atomes d'ytterbium 174 initialement dans un piège harmonique de pulsations $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} = 2\pi \times \{240, 110, 260\}$ Hz. **(a)** Effet Doppler ($\Delta_{\mathrm{Dop},\alpha} \propto \dot{b}_\alpha$). **(b)** Rayon du nuage ($\propto b_\alpha$, b). **(c)** Facteur d'échelle global $1/\mathcal{V}$. L'effet Doppler et le rayon du nuage sont tracés pour les trois axes du piège.

Intéressons-nous à l'effet Doppler dans cette configuration. Nous sondons le nuage suivant l'axe y, et nous ne sommes donc sensibles qu'à la projection du champ de vitesse sur $\boldsymbol{e}_y$. Cette dernière est maximale – en valeur absolue – aux bords du nuage, c'est-à-dire en $\boldsymbol{r} = \pm R_y(t) \boldsymbol{e}_y$. Sa norme y est égale à $R_y \dot{b}_y(t)$, ce qui correspond à un

élargissement Doppler de demi-largeur $\Delta_{\mathrm{Dop}} = kR_y\dot{b}_y$. La figure 4.10 montre l'évolution de l'élargissement Doppler pour les trois directions de l'espace, ainsi que du rayon du nuage et du facteur d'échelle global $1/\mathcal{V}$. Ces résultats ont été obtenus numériquement, avec des paramètres correspondant à notre configuration expérimentale : $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{240, 110, 260\}$ Hz, et un condensat de 5.8×10^4 atomes. Il apparaît que l'énergie cinétique du nuage augmente rapidement au début de l'expansion, ce qui se traduit par une augmentation rapide de l'élargissement Doppler dans toutes les directions. Pendant ce temps-là, la densité du nuage diminue tout aussi rapidement, comme le montre l'évolution de $1/\mathcal{V}$: elle est réduite par un facteur 10 après 1.5 ms, et d'un facteur 40 à la fin de l'impulsion de spectroscopie. L'effet des interactions, qui correspondait *in-situ* à un spectre d'environ 6 kHz de demi-largeur, devient donc rapidement négligeable devant l'effet Doppler, qui correspond à la fin de l'impulsion de spectroscopie à une demi-largeur de 3.5 kHz environ. Notons que nous avons interrogé le nuage suivant l'axe présentant le plus faible élargissement Doppler (y), qui correspond à l'axe le moins confinant du piège harmonique initial. C'est en partie dans cette astuce que réside l'intérêt de l'interrogation en temps de vol : l'énergie de champ moyen n'est pas convertie en énergie cinétique de façon isotrope. En choisissant bien la configuration initiale du piège, il est donc possible de « concentrer » l'énergie cinétique dans la direction orthogonale à la sonde, et donc de réduire la largeur des spectres [16].

Le spectre attendu, élargi par l'effet Doppler, est obtenu de la façon suivante : chaque valeur du désaccord du laser de sonde $\delta\omega_{\mathrm{L}}$ [17] sélectionne une classe de vitesse v_y^* vérifiant la condition de résonance $\delta\omega_{\mathrm{L}} = kv_y^*$. La proportion d'atomes résonants est donc obtenue en intégrant la distribution de vitesse évaluée à v_y^* sur les directions orthogonales à l'axe de propagation du laser de sonde (x et z). On obtient alors [138] :

$$S_{\mathrm{tdv}}(\delta\omega_{\mathrm{L}}) = \frac{15N}{16\Delta_{\mathrm{Dop}}}\Upsilon\left[1 - \left(\frac{\delta\omega_{\mathrm{L}}}{\Delta_{\mathrm{Dop}}}\right)^2\right]^2, \tag{4.8}$$

où la demi-largeur du spectre est la demi-largeur Doppler définie précédemment : $\Delta_{\mathrm{Dop}} = kR_y\dot{b}_y$. On remarque que, contrairement au cas du champ moyen et des déplacements lumineux dans le piège, l'élargissement Doppler est un processus d'élargissement symétrique. Le profil obtenu reste ainsi centré en $\delta\omega_{\mathrm{L}} = 0$ – en l'absence d'une vitesse du centre de masse du nuage – et est symétrique par rapport à son centre. Les spectres observés en temps de vol (fig. 4.11) présentent bien cette symétrie.

La figure 4.11 montre un exemple de spectre obtenu expérimentalement en combinant un ensemble d'une quarantaine de spectres mesurés sur un intervalle de quelques heures. La fréquence du laser de sonde a été corrigée pour chaque spectre individuel afin de compenser la dérive de la cavité de référence, mesurée en reportant la position relative de la fréquence de résonance $\Delta\omega_{\mathrm{res}}$ pour chacun des spectres (fig. 4.11b). Un ajustement utilisant l'équation (4.8) donne $\Delta_{\mathrm{Dop,\,exp}} = 2\pi \times 2.50 \pm 0.04$ kHz. Cette valeur est en assez bon accord avec l'élargissement moyen sur la durée de l'impulsion, estimé d'après la simulation de la figure 4.10 à $\langle\Delta_{\mathrm{Dop}}\rangle \approx 2\pi \times 3.0$ kHz. La différence, faible mais significative, pourrait être expliquée par une erreur dans la mesure du nombre d'atomes ou dans l'estimation des fréquences de piégeage. En outre, d'autres effets doivent être pris en compte

16. À titre d'exemple, en choisissant un piège très lâche dans la direction de la sonde (fréquence de 20 Hz) et confiné dans la direction orthogonale (400 Hz), on attend pour 3×10^4 atomes une demi-largeur de l'ordre de 300 Hz.

17. On définit $\delta\omega_{\mathrm{L}}$ comme le désaccord de la fréquence du laser ω_{L} par rapport à celle de la transition atomique pour un atome au repos ω_0 : $\delta\omega_{\mathrm{L}} \mathrel{\widehat{=}} \omega_{\mathrm{L}} - \omega_0$.

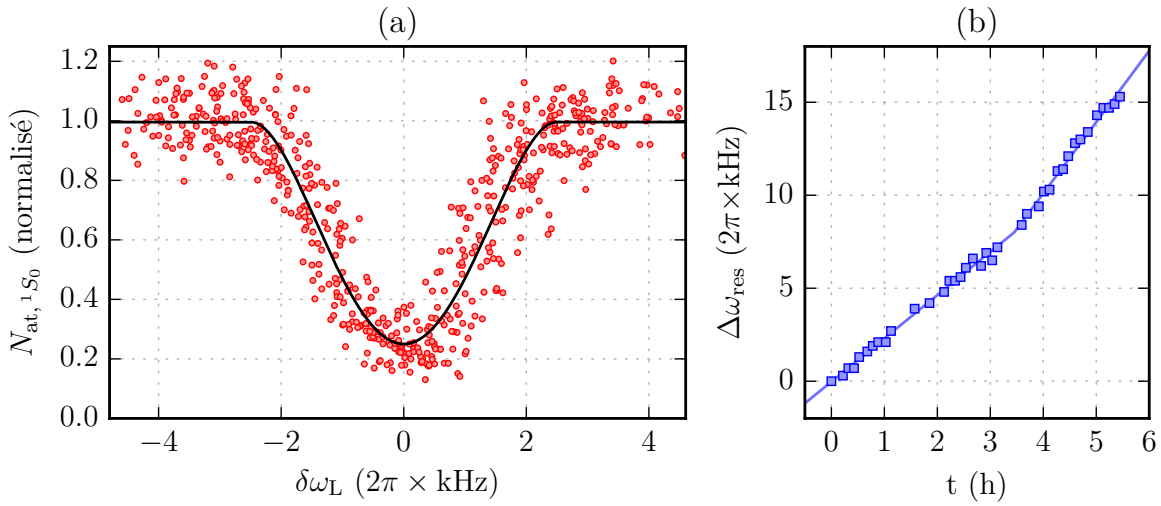


Figure 4.11 – **(a)** Spectre obtenu expérimentalement en combinant un ensemble de 38 spectres individuels mesurés sur l'échelle de quelques heures. La fréquence du laser de sonde à été corrigée pour chaque spectre afin de tenir compte de la dérive de la cavité de référence. Les données expérimentales (points rouges) sont ajustées en utilisant le modèle de l'équation (4.8) (trait noir). L'ajustement donne une demi-largeur $\Delta_{\mathrm{Dop,\,exp}} = 2\pi \times 2.50 \pm 0.04\,\mathrm{kHz}$. **(b)** Dérive de la fréquence de résonance en fonction du temps, traduisant la dérive de la cavité haute-finesse de référence.

pour modéliser de façon complète notre expérience. Tout d'abord, le profil d'intensité du laser sonde vu par les atomes au cours de leur chute n'est pas uniforme. Il en résulte une variation de la fréquence de Rabi et du déplacement lumineux induit par la sonde au cours de l'interrogation, ce qui peut affecter le profil du spectre à l'échelle de la centaine de Hz. De plus, l'effet résiduel du champ moyen devrait être pris en compte, notamment au début de l'impulsion, lorsque la densité n'a pas encore chuté de façon significative. Le but de nos expériences de spectroscopie étant principalement de caractériser notre laser d'horloge, nous n'avons pas procédé à l'étude approfondie de ces différents effets.

4.2.5 Spectroscopie d'un condensat en expansion guidée

Il résulte de la section précédente que la résolution des expériences de spectroscopie en « temps de vol » (TDV) est limitée par l'élargissement Doppler. Comme nous l'avons vu dans la section 4.2.4, le champ de vitesse hydrodynamique du condensat en expansion dépend linéairement de la position [18] [97]. Pour chaque fréquence du laser « d'horloge » comprise dans le profil Doppler du nuage, une tranche de vitesse donnée va être résonnante. Le laser va exciter les atomes de cette tranche, situés d'après la forme du champ de vitesse dans un même plan, orthogonal à l'axe de propagation du laser. La largeur de la tranche résonante est *a priori* plus étroite que la largeur Doppler du nuage : dans notre cas, elle est plus probablement limitée par la largeur spectrale du laser et par le temps d'interrogation. En observant le nuage dans une direction orthogonale à l'axe du laser, il est donc possible d'observer un trou dans la densité atomique, nous renseignant sur la classe de vitesse résonante, ce qui traduit la dépendance de la condition de résonance

18. Le champ de vitesse dans la direction y, qui correspond à l'axe du laser de spectroscopie, est $v_y(y) = (\dot{b}_y/b_y)y$.

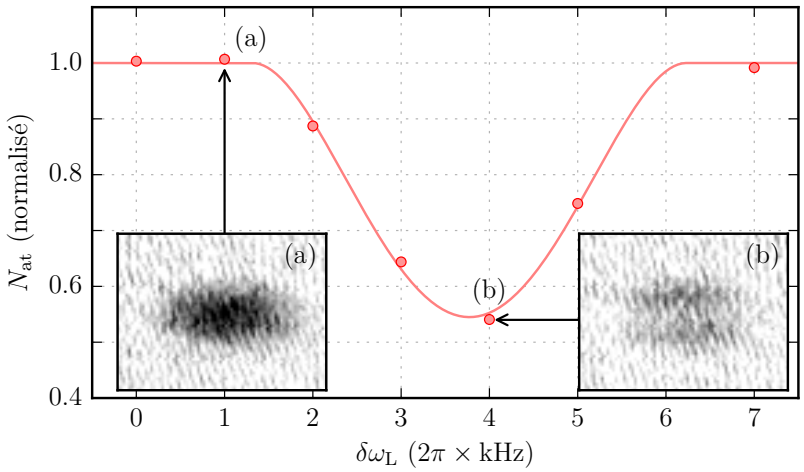


FIGURE 4.12 – Exemple de spectre individuel obtenu en temps de vol, avec les images de la densité atomique observée pour deux différentes fréquences du laser de spectroscopie. **(a)** Lorsque la fréquence du laser est en dehors du profil Doppler, on observe un profil de densité de type Thomas-Fermi. **(b)** Pour une fréquence proche du centre du profil Doppler, on observe que le laser « creuse » une tranche dans la densité atomique, correspondant à la classe de vitesse résonante.

dans l'espace des impulsions (via sa relation simple avec la position spatiale). Cet effet est observable dans le cadre des expériences de spectroscopie décrites précédemment, comme le montre la figure 4.12. Lorsque le laser balaye le profil Doppler de la transition, nous pouvons voir un trou apparaître dans la densité atomique (figure 4.12b). Notons que la dépendance spatiale de la condition de résonance dans un ensemble atomique a été observée en spectroscopie radio-fréquence sur des gaz de Fermi dégénérés, mettant en évidence le caractère inhomogène des interactions [130]. Des images similaires à celles présentées dans la figure 4.12 ont aussi été obtenues en observant la dépendance, dans l'espace des impulsions cette fois, de la condition de résonance en spectroscopie de Bragg [126].

Résultats expérimentaux

Pour magnifier l'effet de la sélection en vitesse dans la direction du laser de sonde (y), nous utilisons une nouvelle séquence (figure 4.13). Le condensat est initialement préparé comme précédemment, dans un piège optique croisé formé d'un bras à 1070 nm (axe x) et d'un bras à 532 nm (axe y). Le bras à 1070 nm est alors coupé, et le nuage s'étend dans le bras parallèle à l'axe de la sonde. Du fait du confinement transverse dû au piège, l'expansion a surtout lieu suivant l'axe de ce dernier. Comme dans le cas de l'expansion libre, elle correspond à une conversion de l'énergie d'interaction initiale en énergie cinétique. Seulement, contrairement au cas libre, l'énergie d'interaction va être principalement injectée dans l'axe d'interrogation, ce qui résulte en une amplification de la largeur Doppler dans cette direction (nous le verrons de façon plus quantitative dans la section suivante). Après 10 ms d'expansion dans le piège à 532 nm, ce dernier est coupé à son tour. Comme précédemment, nous laissons alors le nuage s'étendre pendant 200 μs avant de le soumettre à une impulsion de spectroscopie de 3 ms. Le profil de densité du nuage est alors observé dans une direction orthogonale à l'axe du laser de spectroscopie [19].

19. Expérimentalement, l'image est prise suivant l'axe z.

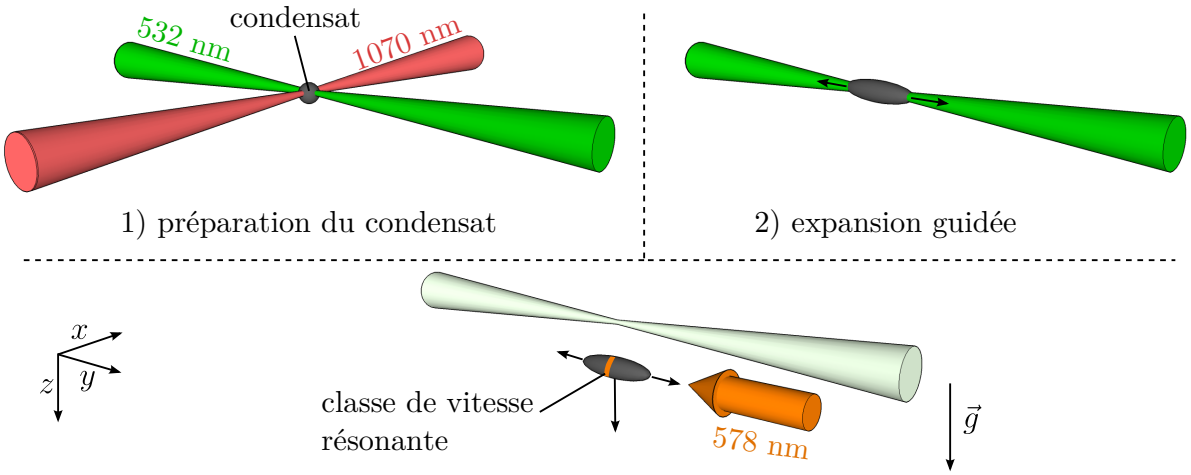


Figure 4.13 – Nouvelle séquence permettant d'amplifier l'élargissement Doppler dans la direction de la sonde. Le condensat est initialement préparé dans un piège optique croisé à 1070 nm et 532 nm (1). Le bras orthogonal au laser de spectroscopie (1070 nm) est alors coupé, et le laser suit un expansion guidée dans le bras à 532 nm, ce qui étale sa distribution de vitesse dans cet axe (2). Le condensat est alors lâché, et soumis à une impulsion de spectroscopie de 3 ms après un temps de vol préalable de 200 μs, comme précédemment (3).

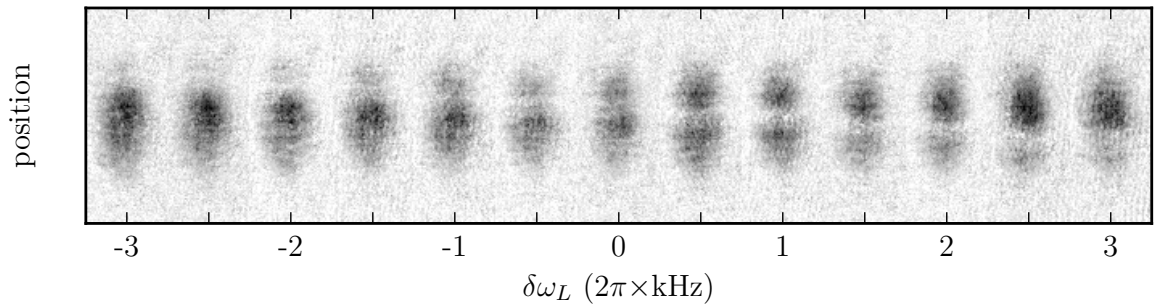


Figure 4.14 – Profils de densités observés pour différentes fréquences du laser de spectroscopie avec la séquence illustrée dans la figure 4.13. Le laser se propage du haut vers le bas dans les images. On observe bien une tranche dans le profil, correspondant à la classe de vitesse résonante avec le laser. L'amplification de la largeur Doppler dans la direction du laser se traduit par une plus grande extension spatiale du nuage dans cet axe, visible si l'on compare aux images de la figure 4.12.

La figure 4.14 montre une série d'images obtenues en balayant la fréquence du laser dans le profil Doppler du nuage. Nous voyons bien une tranche dans la densité atomique, dont la position dépend de la fréquence du laser. Le laser est résonant avec les atomes allant à son encontre (haut du nuage dans la figure [20]) lorsque sa fréquence est dans le rouge de la transition, et avec les atomes s'éloignant lorsqu'il est dans le bleu. La largeur Doppler du nuage étant plus grande que précédemment, il est possible d'étudier précisément la position de la tranche excitée en fonction de la fréquence du laser. Pour ce faire, nous procédons à un ajustement sur le profil de densité intégré une seconde fois dans la direction orthogonale à l'axe du laser (axe horizontal dans les images de la figure 4.14). Le modèle utilisé pour l'ajustement est un profil de Thomas-Fermi multiplié

20. Dans les images de la figure 4.14, le laser de spectroscopie se propage du haut vers le bas.

par une fonction modélisant la tranche, ce qui nous permet d'obtenir à la fois la position du centre du nuage et celui de la tranche. La figure 4.15 montre les résultats obtenus pour les profils de la figure 4.14. On observe bien une dépendance linéaire de la position de la tranche à la fréquence du laser, traduisant la forme du champ de vitesse hydrodynamique au sein du nuage. Un ajustement linéaire nous donne une pente de $20.6\,\mu\text{m.kHz}^{-1}$, pour une largeur totale du profil Doppler de 12.5 kHz. Notons que cette calibration seule nous permet de détecter les variations relatives de la fréquence du laser de sonde : une fois la dépendance position/fréquence calibrée, les dérives de la position de la tranche au cours du temps nous informent sur les dérives en fréquence du laser. À condition que le laser ne dérive pas plus que le profil Doppler, une seule image suffit pour mesurer – et éventuellement corriger – ses variations de fréquence [21].

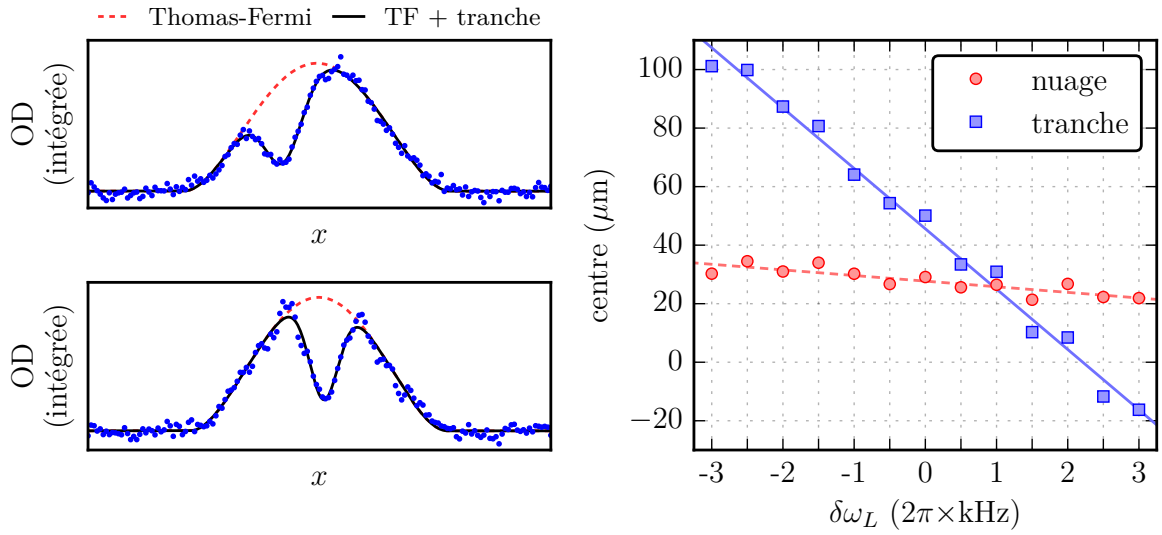


FIGURE 4.15 – Analyse des images de la figure 4.14. **À gauche :** exemples de profils de densité intégrés une seconde fois suivant la direction orthogonale à l'axe du laser. Les points bleus correspondent au profil mesuré. Le résultat de l'ajustement utilisant un profil de Thomas-Fermi multiplié par une fonction modélisant la tranche est tracé en noir. La courbe rouge pointillée correspond au profil de Thomas-Fermi sous-jacent. **À droite :** position des centres du nuage (rond rouges) et de la tranche (carrés bleus) en fonction de la fréquence du laser (exprimée de façon relative, à partir d'une origine arbitraire). Un ajustement linéaire sur la position de la tranche donne une pente de $20.6\,\mu\text{m.kHz}^{-1}$.

Analyse quantitative : pente et comparaison avec la spectroscopie en temps de vol « classique »

Pour comprendre plus en détail l'effet de la phase d'expansion guidée dans le piège simple à 532 nm, nous avons résolu numériquement les équations (4.7) pour la nouvelle séquence. Les résultats sont présentés dans la figure 4.16. Ils ont été obtenus en utilisant les fréquences de piégeage estimées d'après les calibrations à haute puissance, ce

21. Une autre méthode pour détecter les variations de fréquence du laser de sonde consiste à mesurer un spectre similaire à ceux obtenus dans la partie précédente. Le nombre de mesures nécessaires pour estimer précisément la dérive du laser dépend alors de la stabilité cycle à cycle du nombre d'atomes (on rappelle que le signal mesuré est une perte d'atomes à résonance). Dans notre cas, on peut estimer que ce nombre est de l'ordre de 5.

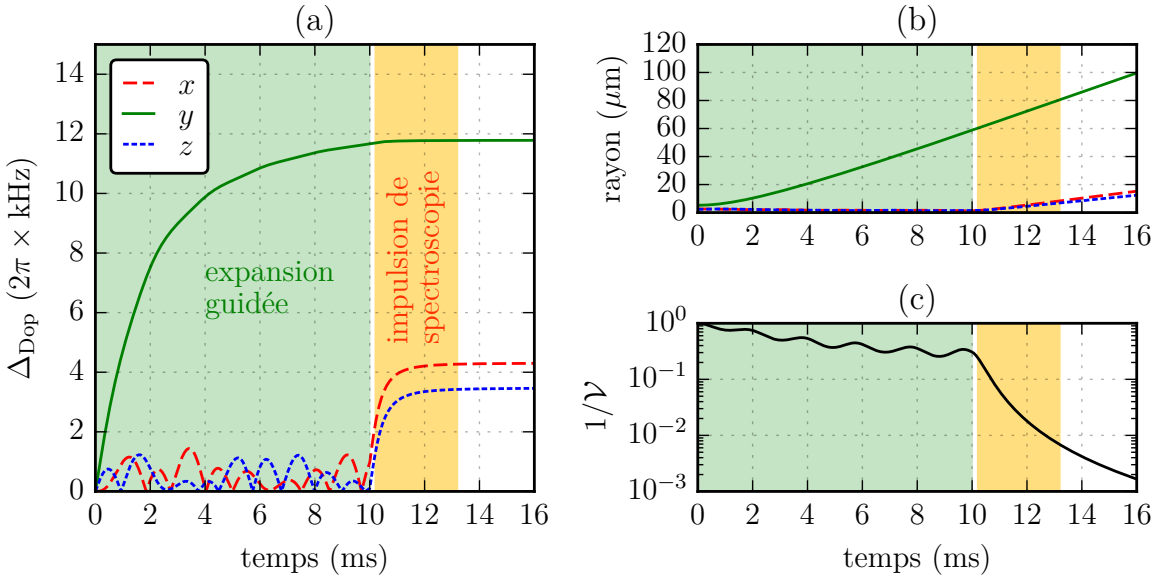


Figure 4.16 – Simulation numérique pour l'expansion guidée du condensat. Les fréquences initiales de piégeage sont $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{256, 128, 286\}$ Hz. À l'instant $t = 0$, l'un des bras du piège est coupé, et le condensat s'étend pendant 10 ms dans un piège simple de fréquences $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{256, 2.3, 256\}$ Hz. Le piège est ensuite coupé, et le condensat s'étend librement. L'impulsion de spectroscopie, figurée par la zone jaune, commence 200 μs après la coupure du piège simple, et dure 3 ms. Comme dans le cas de la spectroscopie en temps de vol (figure 4.10), nous avons tracé (a) l'élargissement Doppler ($\Delta_{\mathrm{Dop},\alpha} \propto \dot{b}_\alpha$) et (b) le rayon ($\propto b_\alpha$) pour les trois axes de l'espace, ainsi que (c) le facteur d'échelle global $1/\mathcal{V}$. Le laser de spectroscopie est aligné avec l'axe y.

qui donne $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{256, 128, 286\}$ Hz dans le piège croisé, et $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \approx 2\pi \times \{256, 2.3, 256\}$ Hz dans le piège simple. Pendant les 10 ms initiales, correspondant à l'expansion guidée, on remarque que la largeur Doppler augmente principalement dans l'axe du piège, avec quelques oscillations visibles dans les directions orthogonales. Au moment de la coupure du piège, la densité du nuage a déjà fortement diminué, et l'expansion devient rapidement balistique, comme le montre le palier atteint par la largeur Doppler. Il apparaît que, contrairement au cas précédent (figure 4.10), l'énergie cinétique s'est concentrée dans l'axe du piège à 532 nm, correspondant à l'axe du laser du spectroscopie. Cette simulation nous permet donc de comprendre l'amplification de l'effet Doppler observée expérimentalement. En revanche, la largeur Doppler totale mesurée (12.5 kHz) est plus petite que celle prédite par les simulations (23.6 kHz de largeur totale). Ce désaccord peut provenir d'une erreur dans la calibration des fréquences des pièges, due par exemple à un mauvais alignement des deux bras, ou à une erreur dans l'estimation du nombre d'atomes. Une coupure « douce » (et non brutale, comme supposée dans la simulation) du piège à 1070 nm pendant la première phase d'expansion pourrait aussi expliquer cette différence.

Outre le désaccord sur l'estimation de la pente, nous avons observé un désaccord apparent sur la position du centre de la résonance. En effet, on s'attend de prime abord à ce que la fréquence de résonance atomique (définie comme le centre des spectres observés par l'interrogation en temps de vol « classique ») corresponde à la fréquence pour laquelle le centre de la tranche croise le centre du nuage. Lorsque nous comparons la fréquence obtenue par cette méthode à une série de mesures « classiques » en temps de vol, nous

observons, en extrapolant la dérive de la cavité, un désaccord de l'ordre de 2 kHz (figure 4.17c). Cette différence peut être expliquée par le mouvement du centre de masse du nuage, probablement dû à un mauvais alignement des foyers des deux pièges. Lorsque la tranche est alignée avec le centre du nuage, le laser interroge en effet les atomes se mouvant à la vitesse du centre de masse $\dot{y}_0$. La fréquence du laser à résonance ω_L est alors décalée par rapport à la fréquence de résonance atomique ω_0 du fait de l'effet Doppler, soit $\omega_L = \omega_0 + k\dot{y}_0$.

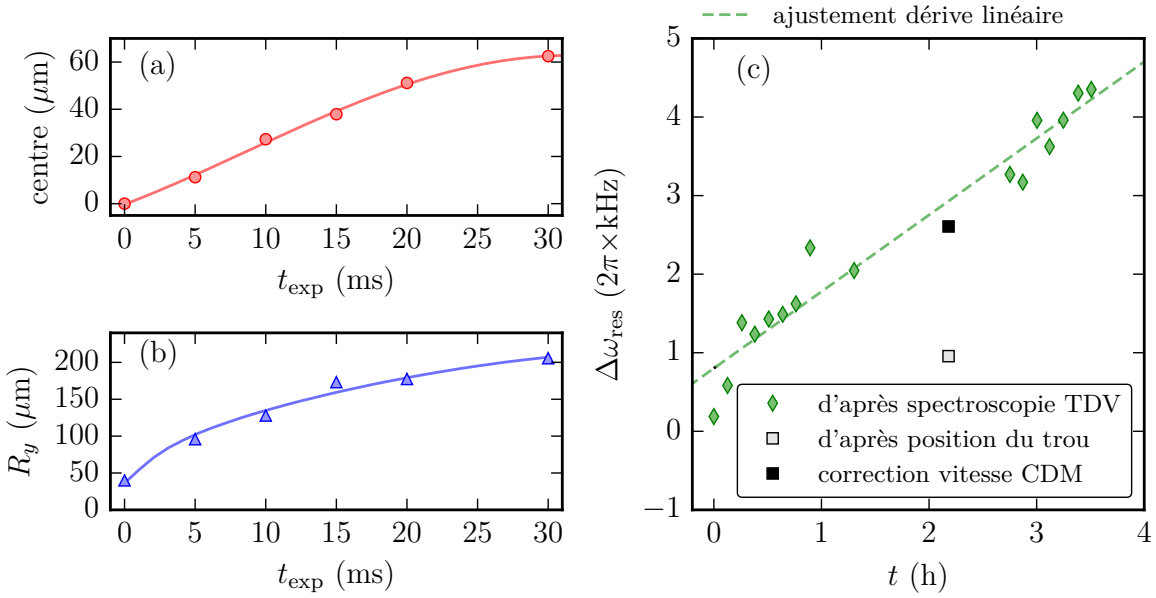


FIGURE 4.17 – Analyse de l'expansion guidée du nuage et comparaison avec la spectroscopie en temps de vol. Les figures **(a)** et **(b)** représentent respectivement la position du centre du nuage et son rayon (dans l'axe du laser de spectroscopie) pour différents temps d'expansion t_{exp} dans le piège simple, mesurés après un temps de vol de 22 ms consécutif à la coupure du piège simple. Les courbes continues correspondent à des ajustements (indépendants) utilisant le modèle (4.7) avec les fréquences de piégeage comme paramètres libres. La figure **(c)** consigne la position de la résonance atomique mesurée avec la méthode de spectroscopie en temps de vol (TDV) « classique » (losanges verts), et estimée d'après la position de la tranche, dans un premier temps sans prendre en compte la vitesse du centre de masse du nuage (carré blanc) puis avec la correction de 1.65 kHz déduite de (a) (carré noir). La ligne interrompue verte correspond à un ajustement linéaire effectué sur les mesures de spectroscopie en TDV, modélisant la dérive de la cavité sur la période considérée.

Afin de corriger l'effet Doppler dû à la vitesse du centre de masse et de comprendre la largeur de la résonance observée, nous avons reporté dans la figure 4.17 les valeurs mesurées pour le rayon du nuage et la position de son centre dans l'axe du laser de spectroscopie (y), pour différentes valeurs du temps d'expansion t_{exp} dans le piège simple à 532 nm (les mesures sont toujours effectuées après un temps de vol de 22 ms consécutif à la coupure du piège simple). Un ajustement indépendant sur le rayon et la position du centre de masse, utilisant les fréquences de piégeage comme paramètres ajustables, nous permet d'estimer la largeur de la résonance d'une part, et la correction à appliquer pour compenser de décalage Doppler global d'autre part. Le résultat de l'ajustement est présenté dans la figure 4.17. Nous trouvons des valeurs de $b_y = 18$ et $\dot{b}_y = 569\,\mathrm{s}^{-1}$, ce qui correspond à une pente de $18.2\,\mu\mathrm{m.kHz}^{-1}$, en bon accord avec la pente mesurée, et

une largeur totale de 14.8 kHz. La vitesse du centre de masse correspond quant à elle à un décalage Doppler de $\Delta_{\mathrm{dop,cdm}} = 2\pi \times 1.65\,\mathrm{kHz}$. L'estimation de la fréquence de résonance corrigée est alors en bon accord avec les mesures effectuées en temps de vol, en prenant en compte la dérive linéaire de la cavité sur le temps de réalisation des expériences (figure 4.17c).

4.3 Oscillations de Rabi dans un réseau « magique »

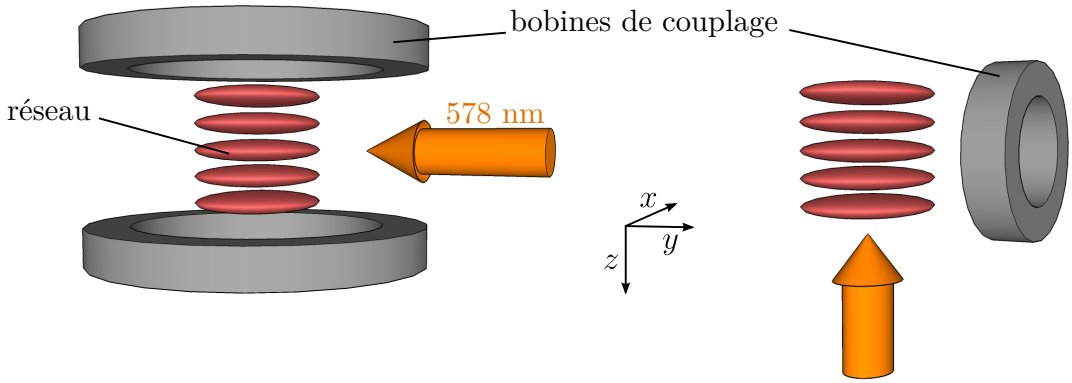
Comme nous l'avons vu précédemment, les spectres obtenus *in situ* dans le piège dipolaire croisé sont notamment élargis par l'effet des déplacements lumineux différentiels dus aux faisceaux de piégeage. Cet effet est absent dans les expériences de spectroscopie en temps de vol ; néanmoins, ces dernières ne permettent d'interagir avec le condensant que pendant une durée limitée, du fait de la chute de ce dernier. Afin de s'affranchir de l'effet des déplacements lumineux du piège, tout en gardant la possibilité d'interroger le condensat pendant un temps arbitrairement long, il est possible d'utiliser un piège à la longueur d'onde « magique » [75] (voir section 1.5.5). Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus pour un condensat d'ytterbium piégé dans un réseau « magique » unidimensionnel (vertical). Après avoir présenté un exemple de spectre obtenu dans cette configuration, nous nous intéresserons à la manipulation cohérente du condensat sur la transition d'horloge au cours d'expériences d'oscillations de Rabi. Nous verrons que ces expériences permettent notamment d'obtenir une première estimation des paramètres d'interaction et des coefficients de pertes inélastiques de l'ytterbium 174.

4.3.1 Résultats expérimentaux (préliminaires)

Configuration expérimentale

Nous disposons actuellement d'un réseau unidimensionnel à la longueur d'onde « magique » de l'ytterbium, aligné suivant l'axe vertical (voir section 2.6). Comme nous l'avons vu dans la section 3.1, il est nécessaire d'appliquer un champ magnétique afin d'autoriser la transition d'horloge des isotopes bosoniques de l'ytterbium. La fréquence de Rabi du couplage obtenu est alors proportionnelle à la projection du champ magnétique sur l'axe de polarisation (linéaire) du laser de couplage. Les bobines que nous avons utilisées dans les expériences de spectroscopie décrites précédemment (figure 4.18a) génèrent un champ magnétique *vertical* d'environ 150 G, ce qui permet d'obtenir, avec notre laser de couplage se propageant dans le plan *horizontal* (axe y) et polarisé verticalement, avec un rayon à $1/e^2$ de 45 μm et une puissance maximale 15 mW, une fréquence de Rabi maximale $\Omega_{\mathrm{R}}^{(y)} \approx 2\pi \times 1.9\,\mathrm{kHz}$.

Une autre bobine de couplage, de dimension réduite, permet de générer un champ magnétique dont la composante horizontale est de l'ordre de 10 G (figure 4.18b). Le rôle de cette bobine est de permettre un interrogation du nuage dans l'axe du réseau, afin de pouvoir se placer dans le régime de Lamb-Dicke [62]. Un second faisceau de couplage, se propageant suivant l'axe vertical z, est alors utilisé. Son rayon à $1/e^2$ est de l'ordre de 100 μm, ce qui permet d'obtenir une fréquence de Rabi maximale $\Omega_{\mathrm{R}}^{(z)} \approx 2\pi \times 60\,\mathrm{Hz}$ (pour une puissance de 15 mW). Cette fréquence est suffisante pour effectuer des expériences de spectroscopie, mais pas pour observer des oscillations de Rabi, notamment à cause des pertes inélastiques, dont le taux est de l'ordre du kHz pour nos densités atomiques typiques (voir section 4.2.3).



(a) interrogation horizontale (b) interrogation verticale

FIGURE 4.18 – Illustration des deux méthodes d'interrogation dans le réseau. L'interrogation horizontale (a) est rendue possible par une paire de bobines générant un champ magnétique de l'ordre de 150 G, permettant d'atteindre une fréquence de Rabi maximale de $\Omega_{\mathrm{R}}^{(y)} \approx 2\pi \times 1.9\,\mathrm{kHz}$. Le couplage pour une interrogation dans l'axe du réseau (b) est obtenu grâce à une bobine générant un champ de l'ordre de 10 G, ce qui donne une fréquence de Rabi maximale de $\Omega_{\mathrm{R}}^{(z)} \approx 2\pi \times 60\,\mathrm{Hz}$.

Spectre dans le réseau

Une première expérience consiste alors à mesurer le spectre du condensat dans le réseau, de façon similaire aux expériences décrites précédemment pour un condensat dans le piège dipolaire croisé. Un exemple de spectre, obtenu pour un réseau de profondeur $V_0 \approx 10 E_{\mathrm{r}}$ et une interrogation de 100 ms, est présenté dans la figure 4.19. On utilise ici la méthode d'interrogation verticale, où l'axe du laser de sonde est aligné avec celui du réseau. En ajustant le spectre obtenu par une Gaussienne, nous obtenons une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 400 Hz.

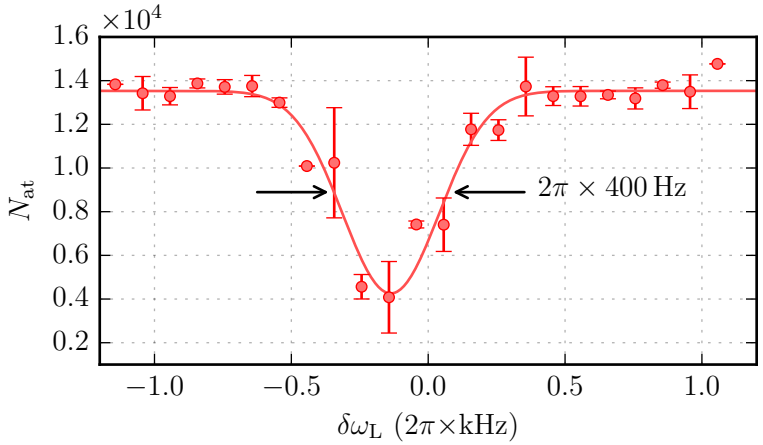


FIGURE 4.19 – Exemple de spectre obtenu pour un condensat chargé dans le réseau vertical « magique », sondé dans l'axe du réseau. L'ajustement correspond à un spectre Gaussien, avec une largeur à mi-hauteur de 400 Hz. La durée de l'impulsion de spectroscopie est de 100 ms.

Cette mesure (préliminaire) donne donc des spectres plus étroits que ceux observés en temps de vol (section 4.2.4), et ce par presque un ordre de grandeur. La caractérisation précise des effets limitant cette largeur nécessite une campagne d'investigation plus

poussée. Néanmoins, nous pouvons d'ores et déjà dégager plusieurs effets susceptibles de causer un élargissement du spectre. Le déplacement lumineux dû au laser de couplage, inhomogène à l'échelle du nuage du fait de la taille finie du faisceau, peut contribuer à l'élargissement du spectre. Avec la configuration utilisée pour le spectre de la figure 4.19, correspondant à une puissance d'environ 600 μW dans le laser de couplage, cet élargissement est de l'ordre de 20 Hz. Les interactions au sein de chaque plan du réseau sont quant à elles susceptibles de provoquer un élargissement de l'ordre de la centaine de Hertz, au même titre que les pertes inélastiques. D'un point de vue technique, des fluctuations résiduelles de la fréquence du laser peuvent aussi être à l'origine de cet élargissement. Répéter ces expériences avec un gaz thermique, dans le régime de Lamb-Dicke, doit permettre de s'affranchir en grande partie de l'effet des interactions en diminuant la densité du nuage. Le résultat de ces expériences est crucial pour la caractérisation de notre système expérimental, puisqu'elles permettent de donner une borne inférieure pour le temps de cohérence de notre laser d'horloge. Repousser la valeur de cette borne inférieure permet de mieux discriminer les différents effets à l'origine de l'élargissement des spectres – ou, de façon équivalente, de la décohérence des oscillations de Rabi (voir plus loin) – et donc de mieux isoler les effets « intéressants », à l'instar des interactions.

Oscillations de Rabi

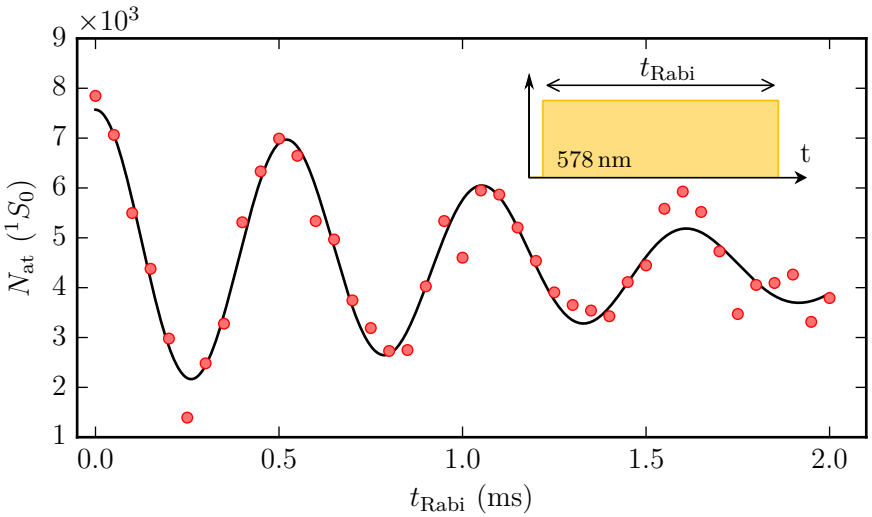


Figure 4.20 – Oscillations de Rabi dans un réseau unidimensionnel ($V_0 \approx 10E_r$). Le laser de couplage est allumé pendant un temps t_{Rabi} après chargement du CBE dans le réseau vertical et extinction du piège dipolaire croisé. La courbe noire correspond à un ajustement utilisant le modèle présenté dans la section 4.3.2. L'insert présente un schéma de la séquence utilisée.

L'utilisation d'un piège à la longueur d'onde magique nous permet d'observer des oscillations de Rabi entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$ de l'ytterbium. La séquence la plus simple consiste à charger le condensat dans le réseau, puis de le soumettre à un champ laser résonnant avec la transition d'horloge. Le nombre d'atomes dans l'état fondamental est alors détecté, en variant la durée de l'impulsion laser. Un exemple de résultat obtenu dans cette configuration est présenté dans la figure 4.20. À cause des contraintes expérimentales exposées précédemment, le laser de couplage est envoyé dans une direction orthogonale à l'axe du réseau. La fréquence du laser de couplage choisie pour effectuer les oscillations

de Rabi correspond au centre de la résonance observée dans la figure 4.19. Notons que cette fréquence est *a priori* différente de la fréquence de la transition d'horloge « nue », notamment à cause de l'effet des interactions au sein des plans du réseau.

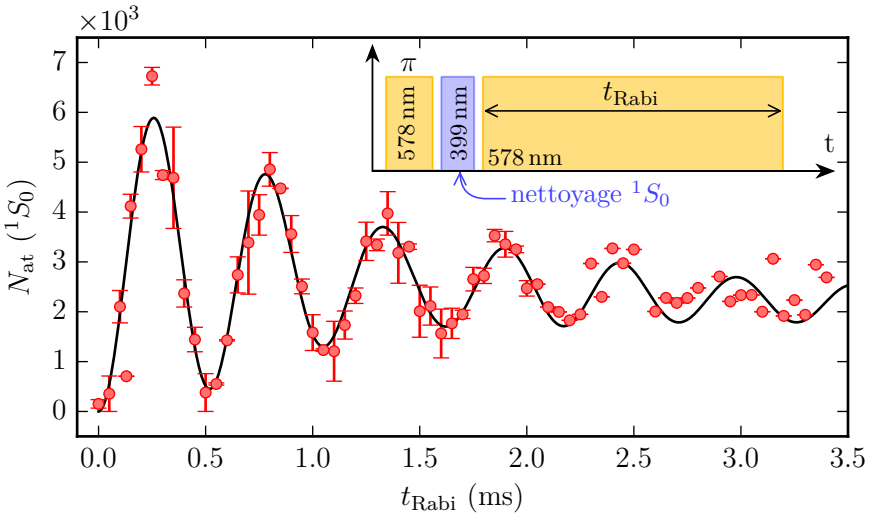


FIGURE 4.21 – Oscillations de Rabi dans un réseau unidimensionnel ($V_0 \approx 10E_r$), avec impulsion de « nettoyage ». Après chargement dans le réseau, le CBE est soumis à une impulsion π maximisant le transfert d'atomes vers l'état excité. Les atomes restant dans l'état fondamental (voir figure 4.20) sont alors enlevés du piège en appliquant une impulsion résonante avec la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ (399 nm). Le laser de couplage est alors branché à nouveau pendant un temps t_{Rabi} variable, à la fin duquel on détecte les atomes dans l'état fondamental $^1S_0$. Comme pour la figure 4.20, la courbe noire correspond à un ajustement utilisant le modèle présenté dans la section 4.3.2. L'insert présente un schéma de la séquence utilisée.

Si des oscillations sont clairement visibles sur la figure 4.20, on constate d'une part que le contraste maximal des oscillations est de l'ordre de 0.8, et qu'environ 20% des atomes semblent ne pas participer aux oscillations ; d'autre part, il apparaît que les oscillations sont amorties à l'échelle de quelques millisecondes. Expérimentalement, nous avons remarqué qu'il est possible d'augmenter le contraste des oscillations en soumettant le nuage à une impulsion « nettoyant » les atomes restant dans l'état fondamental après une demi-période. La séquence utilisée, présentée en insert dans la figure 4.21, est la suivante : on applique une impulsion « *quasi*-π » à l'aide du laser de couplage, maximisant le nombre d'atomes transférés dans l'état excité, puis on expulse les atomes restant dans l'état fondamental en appliquant brièvement un laser accordé sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ (399 nm, raie d'imagerie). On applique alors à nouveau le laser de couplage pour observer des oscillations de Rabi avec les atomes restants. Un exemple de courbe obtenue avec cette séquence est présenté dans la figure 4.21. Il apparaît que l'impulsion de « nettoyage » permet d'améliorer le contraste des oscillations (contraste supérieur à 90% pour la première période). Il est important de noter que dans la courbe de la figure 4.21, contrairement à celle de la figure 4.20, les oscillations commencent dans l'état excité (non-détecté), et que nous n'avons donc pas de niveau de référence pour le nombre d'atomes total, nécessaire pour déterminer le contraste. Nous pouvons cependant estimer ce niveau de référence d'après la figure 4.20, réalisée dans les mêmes conditions expérimentales : le nombre d'atomes restant à l'issue de l'impulsion de nettoyage correspond au nombre

d'atomes transférés dans l'état $^3P_0$ après une demi-période, soit environ 7×10^3 atomes. Le phénomène d'amortissement reste quant à lui visible à l'issue du « nettoyage ».

4.3.2 Modélisation et interprétation des oscillations

Afin d'interpréter les caractéristiques des oscillations de Rabi observées dans un réseau unidimensionnel (contraste inférieur à 100% et amortissement à l'échelle de quelques millisecondes), il est intéressant de modéliser le couplage cohérent du condensat au laser « d'horloge », en prenant en compte l'effet des interactions et des collisions inélastiques au sein du réseau. Dans la suite de cette section, nous présentons le modèle que nous avons utilisé pour procéder à l'ajustement des courbes expérimentales des figures 4.20 et 4.21. Nous discutons ensuite les résultats de ces ajustements, qui permettent notamment d'obtenir une première estimation des paramètres d'interaction de l'ytterbium 174.

Ansatz et équations d'évolution

Nous disposons initialement d'un CBE dans l'état (électronique) fondamental g, piégé dans un réseau unidimensionnel (de pas d) dans la direction z. On applique alors un champ laser couplant l'état g à un état e. On note $\boldsymbol{k}$ son vecteur d'onde, et $\delta\omega_{\mathrm{L}}$ son désaccord par rapport à la transition $e-g$. On introduit aussi Ω_{R} la fréquence de Rabi du couplage induit par le laser. Pour un réseau profond, on peut écrire la fonction d'onde du condensat sous la forme suivante :

$$\Psi(\boldsymbol{r}) = \sum_n \phi_z(z - z_n) \begin{pmatrix} \psi_{g,n}(\boldsymbol{\rho}) \\ \psi_{e,n}(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix}. \tag{4.9}$$

où $z_n \mathrel{\widehat{=}} nd$ correspond à la position du site n du réseau. La somme se fait sur l'ensemble des plans peuplés lors du transfert initial du condensat vers le réseau. On a noté $\psi_{\gamma,n}(\boldsymbol{\rho})$ la fonction d'onde décrivant l'état γ dans le plan xy orthogonal à la direction du réseau, avec $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$. Les fonctions ϕ_z correspondent quant à elles aux fonctions de Wannier du réseau, que l'on peut approcher pour un réseau profond par le fondamental d'un oscillateur harmonique de fréquence $\hbar\omega_z = 2\sqrt{V_0 E_{\mathrm{r}}}$ (*cf.* A.3) :

$$\phi_z(z) = \frac{1}{(\pi a_z^2)^{1/4}} e^{-z^2/(2a_z^2)}, \tag{4.10}$$

avec $a_z^2 = \hbar/(m\omega_z)$. L'évolution de la fonction d'onde tridimensionnelle $\Psi(\boldsymbol{r})$ est donnée par un jeu de deux équations de Gross-Pitaevskii couplées. En projetant ces équations sur les fonctions $\phi_z(z - z_n)$, et en négligeant le recouvrement entre les différents plans, on obtient un jeu d'équations de Gross-Pitaevskii [22] bidimensionnelles couplées pour l'évolution des fonctions d'ondes transverses $\psi_{g,n}(\boldsymbol{\rho})$ et $\psi_{e,n}(\boldsymbol{\rho})$:

22. Notons que c'est un jeu d'équations similaires à (4.11) et (4.12) qui permet, dans le cas tridimensionnel, d'obtenir la formule (4.1) pour le spectre d'un CBE *in-situ*.

$$i\hbar\frac{\partial\psi_{g,n}}{\partial t} = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\perp + V_\perp(\boldsymbol{\rho}) + g_{gg}^{(2\mathrm{D})}|\psi_{g,n}|^2 + g_{eg}^{(2\mathrm{D})}|\psi_{e,n}|^2\right\}\psi_{g,n} + \frac{\hbar\Omega_\mathrm{R}}{2}e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\psi_{e,n}, \tag{4.11}$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi_{e,n}}{\partial t} = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\perp + V_\perp(\boldsymbol{\rho}) + \hbar\delta\omega_\mathrm{L} + g_{ee}^{(2\mathrm{D})}|\psi_{e,n}|^2 + g_{eg}^{(2\mathrm{D})}|\psi_{g,n}|^2\right\}\psi_{e,n} + \frac{\hbar\Omega_\mathrm{R}}{2}e^{+i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\psi_{g,n}. \tag{4.12}$$

Nous nous sommes implicitement placés, pour écrire les équations précédentes, dans le cadre de l'approximation de l'onde tournante. $V_\perp(\boldsymbol{\rho})$ représente le potentiel radial confinant les atomes. Les paramètres d'interaction bidimensionnels $g_{ij}^{(2\mathrm{D})}$ se déduisent des paramètres g_{ij} définis précédemment :

$$g_{ij}^{(2\mathrm{D})} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{g_{ij}}{a_z}. \tag{4.13}$$

Les amplitudes initiales des champs $\psi_{g,n}$ et $\psi_{e,n}$ dépendent du chargement du condensat dans le réseau (à savoir, du nombre d'atomes chargés dans le plan n). Par la suite, nous omettrons l'indice n pour nous intéresser à l'évolution au sein d'un seul plan. L'évolution de l'ensemble du système peut ensuite être modélisée en sommant la contribution de chacun des plans initialement chargés.

Modélisation des pertes

Les pertes à deux corps peuvent être prises en compte dans les équations (4.11) et (4.12) en considérant des paramètres d'interaction complexes. Dans ce cas, et en l'absence de couplage ($\Omega_\mathrm{R} = 0$), on peut calculer par exemple l'évolution de la densité d'atomes dans l'état g, notée n_g, d'après l'équation (4.11). On obtient :

$$\dot{n}_g = \frac{2}{\hbar}\,\mathrm{Im}\left[g_{eg}^{(2\mathrm{D})}\right] n_g n_e. \tag{4.14}$$

Par identification avec l'équation (4.5), on définit alors le coefficient de pertes à deux corps (bidimensionnel) $\beta_{eg}^{(2\mathrm{D})}$:

$$\beta_{eg}^{(2\mathrm{D})} \mathrel{\widehat{=}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\beta_{eg}}{a_z} = -\frac{2}{\hbar}\,\mathrm{Im}\left[g_{eg}^{(2\mathrm{D})}\right]. \tag{4.15}$$

Le coefficient $\beta_{ee}^{(2\mathrm{D})}$ se déduit de la même façon de la partie imaginaire de $g_{ee}^{(2\mathrm{D})}$.

Approximation statique

Initialement, on considère que le condensat est dans l'état g, et que sa fonction d'onde transverse ψ_g correspond au profil de Thomas-Fermi ϕ_TF, donné par :

$$g_{gg}^{(2\mathrm{D})}\phi_\mathrm{TF}(\boldsymbol{\rho})^2 = \mu - V_\perp(\boldsymbol{\rho}). \tag{4.16}$$

Nous faisons alors une approximation statique, valable aux temps courts, consistant à négliger le mouvement du condensat pendant l'impulsion du laser de couplage, c'est-à-dire à négliger le Laplacien dans les équations (4.11) et (4.12). La fonction d'onde de

l'état γ sera donc donnée par le profil de Thomas-Fermi ϕ_{TF}, modulé localement par une amplitude $\alpha_\gamma(\boldsymbol{\rho})$. Notons que dans cette limite (dérivées spatiales négligées), le paramètre de position $\boldsymbol{\rho}$ joue le rôle de simple indice dans les équations d'évolution. Il est donc possible de résoudre de façon indépendante l'évolution de la fonction d'onde en chaque point de l'espace, puis de sommer les contributions de chacune des positions.

De façon plus précise, nous écrivons les amplitudes ψ_g et ψ_e sous la forme suivante :

$$\psi_g(\boldsymbol{\rho},t) = \phi_{\mathrm{TF}}(\boldsymbol{\rho})\alpha_g(\boldsymbol{\rho},t)e^{-i\mu t/\hbar}, \tag{4.17}$$
$$\psi_e(\boldsymbol{\rho},t) = \phi_{\mathrm{TF}}(\boldsymbol{\rho})\alpha_e(\boldsymbol{\rho},t)e^{-i\mu t/\hbar + i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}. \tag{4.18}$$

Les équations d'évolution deviennent alors :

$$i\hbar\frac{\partial\alpha_g}{\partial t} = \hbar\Delta_g(\boldsymbol{\rho},t)\alpha_g + \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{R}}}{2}\alpha_e, \tag{4.19}$$
$$i\hbar\frac{\partial\alpha_e}{\partial t} = \hbar\Delta_e(\boldsymbol{\rho},t)\alpha_e + \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{R}}}{2}\alpha_g, \tag{4.20}$$

avec :

$$\hbar\Delta_g(\boldsymbol{\rho},t) = \left\{g_{gg}^{(2\mathrm{D})}|\alpha_g|^2 + g_{eg}^{(2\mathrm{D})}|\alpha_e|^2 - g_{gg}^{(2\mathrm{D})}\right\}\phi_{\mathrm{TF}}^2(\boldsymbol{\rho}), \tag{4.21}$$
$$\hbar\Delta_e(\boldsymbol{\rho},t) = \left\{g_{eg}^{(2\mathrm{D})}|\alpha_g|^2 + g_{ee}^{(2\mathrm{D})}|\alpha_e|^2 - g_{gg}^{(2\mathrm{D})}\right\}\phi_{\mathrm{TF}}^2(\boldsymbol{\rho}) + \hbar\delta\omega_{\mathrm{L}}. \tag{4.22}$$

Ce sont ces équations générales que nous considérerons pour modéliser l'évolution de notre système.

Interprétation des courbes expérimentales

Afin de tenter d'expliquer les comportements observés dans les figures 4.20 et 4.21, nous avons ajusté les courbes expérimentales en utilisant le modèle d'oscillations non-linéaires décrit par les équations (4.19) et (4.20). Les paramètres laissés libres sont la fréquence de Rabi et le désaccord du laser, le nombre d'atomes initial, ainsi que les différents paramètres décrivant les collisions élastiques et inélastiques entre état fondamental et état excité (a_{eg}, a_{ee}, β_{ee} et β_{eg}). Afin de déterminer l'état initial de la simulation, il est nécessaire de calculer la distribution des atomes au sein du réseau. Expérimentalement, le chargement dans le réseau est effectué en deux étapes : on augmente dans un premier temps la profondeur du réseau, puis on éteint progressivement le piège dipolaire une fois la profondeur finale ($V_0 \approx 10E_{\mathrm{r}}$) du réseau atteinte. Pour estimer le nombre de plans chargés, ainsi que la répartition des atomes entre les différents plans, on considère que le chargement du réseau est rapide, de sorte que le condensat n'a pas le temps d'adapter son profil de densité lors du chargement. Dans cette approximation, le nombre d'atomes piégés dans le plan n centré en z_n est obtenu en intégrant la distribution du CBE dans le piège d'origine (profil de Thomas-Fermi) entre $z_n - d/2$ et $z_n + d/2$ (d est le pas du réseau). On peut alors simuler l'évolution de chaque plan de façon indépendante, en utilisant les équations (4.19) et (4.20). Le nombre d'atome total dans l'état fondamental est ensuite obtenu en sommant la contribution de chaque plan.

Le résultat des ajustements, en trait noir continu sur les figures, montre que ce modèle permet d'expliquer l'amortissement des oscillations [23]. Intuitivement, l'effet des interactions – traité dans une théorie de champ moyen – est d'induire un décalage de la condition de résonance dépendant de la densité atomique locale (dans l'approximation statique). La condition de résonance varie donc spatialement, à cause des inhomogénéités de densité entre les différents plans du réseau, mais aussi au sein de chaque plan. Du fait de l'évolution des densités d'atomes dans les états fondamental et excité, ce décalage varie aussi temporellement. Ces deux effets modulent la condition de résonance du nuage, ce qui permet de comprendre l'amortissement observé, ainsi que l'impossibilité de transférer 100% des atomes dans l'état excité (figure 4.21). L'échelle de temps caractéristique de l'amortissement, de l'ordre de la milliseconde, est par ailleurs compatible avec la largeur des spectres (quelques centaines de Hertz) observés dans le réseau (figure 4.19).

L'ajustement permet en outre d'obtenir une première estimation des propriétés collisionnelles de l'ytterbium. À titre d'exemple, l'ajustement effectué sur les données de la figure 4.21 donne des longueurs de diffusion dans l'onde s de $a_{eg} \approx 10\, a_{gg}$ et $a_{ee} \approx 20\, a_{gg}$, ainsi qu'un coefficient de pertes à deux corps dans l'état excité $\beta_{ee} \approx 3 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$, et un coefficient de pertes « croisées » $\beta_{eg} \approx 1 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$. Cette étude préliminaire donne des résultats dont l'ordre de grandeur est comparable avec celui des valeurs mesurées préalablement pour d'autres isotopes de l'ytterbium (voir table 4.1). Une étude approfondie des oscillations dans le réseau, assortie à une caractérisation précise des différents paramètres expérimentaux (fréquence de piégeage, profondeur du réseau) devrait permettre de mesurer précisément ces valeurs pour l'isotope 174. Une meilleure calibration des fluctuations techniques de la fréquence du laser d'horloge, elles aussi susceptibles de « brouiller » les oscillations, est aussi nécessaire pour valider le modèle théorique utilisé. Une mesure complémentaire, permettant de déterminer le coefficient de pertes à deux corps dans l'état excité, est présentée dans la suite.

4.3.3 Mesure des pertes inélastiques

En complément des expériences d'oscillations de Rabi dans le réseau magique, nous présentons ici une méthode permettant de mesurer directement le coefficient de pertes inelastiques dans l'état excité β_{ee}. La séquence expérimentale est la suivante (voir l'insert de la figure 4.22) : nous chargeons un condensat contenant environ 1×10^4 atomes dans le réseau vertical, de profondeur $V_0 \approx 23 E_\mathrm{r}$ (fréquence transverse $\omega_\perp \approx 2\pi \times 23\,\mathrm{Hz}$). Le nuage est alors soumis à une impulsion « π » du laser de couplage, transférant les atomes vers l'état excité e. Cette impulsion n'est pas parfaite, comme nous l'avons vu précédemment, et certains atomes restent alors dans l'état fondamental. Afin de « nettoyer » le piège des atomes restés dans l'état fondamental, nous appliquons brièvement un faisceau laser résonant avec la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ (comme pour la séquence présentée dans la figure 4.21). Après un temps d'attente variable dans l'état excité, les atomes sont transférés à nouveau dans l'état fondamental à l'aide d'une seconde impulsion π, afin de procéder à leur détection. Afin de vérifier l'efficacité de la seconde impulsion π, nous avons mesuré le contraste d'oscillations de Rabi, partant de l'état excité, après différents temps d'attente. Nous avons remarqué qu'une fois l'impulsion de « nettoyage » appliquée, ce contraste ne dépend pas du temps d'attente, ce qui indique que la seconde impulsion π permet bien une mesure des atomes restant dans le condensat.

23. Notons que pour l'expérience faisant intervenir l'impulsion de « nettoyage », la simulation prend en compte l'intégralité de la séquence : première impulsion « π », nettoyage et oscillations de Rabi.

Modélisation des pertes dans l'état excité

L'expérience que nous considérons correspond au cas particulier où tous les atomes sont dans l'état e, et le laser de couplage éteint. L'évolution du nombre d'atomes est alors régie par les pertes inélastiques dans l'état excité. On peut écrire l'équation d'évolution pour la densité d'atomes dans l'état e :

$$\frac{\partial n_e(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = -\beta_{ee} n_e^2(\boldsymbol{r},t). \tag{4.23}$$

Comme dans la section 4.3.2, nous pouvons nous placer dans le cadre de l'approximation statique, valable aux temps courts, qui revient à négliger le mouvement des atomes. Dans cette limite, nous avons vu que le profil de densité dans le réseau est donné par :

$$n_e(\boldsymbol{\rho},z) = n_0 \Upsilon \left\{ 1 - \left(\frac{|\boldsymbol{\rho}|}{R_{\mathrm{TF},\perp}} \right)^2 \right\} e^{-z^2/(a_z^2)}, \tag{4.24}$$

où Υ est la fonction définie en 2.5.1 et $R_{\mathrm{TF},\perp} = \sqrt{2\mu/(m\omega_\perp^2)}$ est le rayon de Thomas-Fermi du condensat dans la direction orthogonale au réseau. La densité centrale n_0 est alors donnée par :

$$n_0 = \frac{\mu}{g_{gg}^{(2\mathrm{D})}\sqrt{\pi} a_z}, \tag{4.25}$$

et la valeur du potentiel chimique μ s'obtient en normalisant la fonction (4.24). En notant N_e le nombre d'atomes contenus dans le plan considéré, on a :

$$\mu = \hbar\omega_\perp \left(\frac{8}{\pi}\right)^{1/4} \left(\frac{N_e a_{gg}}{a_z}\right)^{1/2}. \tag{4.26}$$

En injectant le profil de densité (4.24) dans l'équation (4.23) et en intégrant sur tout l'espace, on obtient une équation pour l'évolution du nombre total d'atomes :

$$\dot{N}_e = -\beta_{ee} c N_e^{3/2}, \tag{4.27}$$

avec :

$$c = \frac{m\omega_\perp}{3 \times 2^{1/4} \pi^{5/4} \hbar (a_{gg} a_z)^{1/2}}. \tag{4.28}$$

On peut alors trouver une solution analytique pour l'évolution de N_e :

$$N_e(t) = \frac{N_0}{\left(1 + \frac{\beta_{ee} c}{2}\sqrt{N_0} t\right)^2}. \tag{4.29}$$

Résultats expérimentaux

La figure 4.22 présente une mesure expérimentale du temps de vie du condensat dans l'état excité. L'expérience a été réalisée avec une fréquence de Rabi de l'ordre de 3 kHz, correspondant à une durée d'environ 170 μs pour les impulsions π. Pour procéder à un ajustement sur ces données, nous commençons par calculer le nombre d'atomes chargés dans chaque plan du réseau, comme pour la simulation des oscillations de Rabi. Pour chaque plan, il est alors possible de calculer l'évolution du nombre d'atomes en utilisant

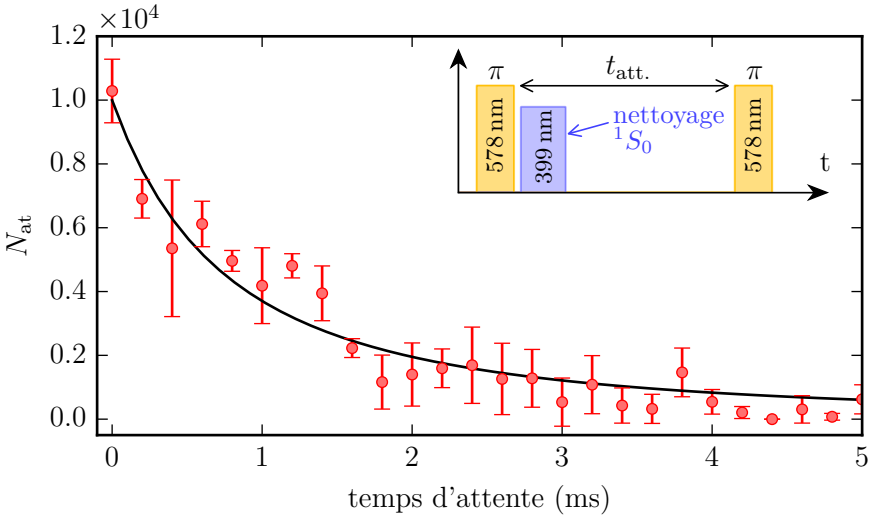


FIGURE 4.22 – Mesure des pertes dans l'état excité. La courbe noire continue correspond à un ajustement utilisant la formule (4.29) pour chaque plan du réseau chargé (voir corps du texte). La séquence utilisée pour la mesure est présentée, de façon schématique, en insert.

la formule (4.29). Le résultat d'un ajustement sur les données expérimentales utilisant ce modèle, laissant le nombre initial d'atomes N_0 et le coefficient de pertes β_{ee} comme paramètres libres, est présenté dans la figure 4.22. La courbe noire continue correspond au nombre total d'atomes, obtenu en sommant la contribution des différents plans. L'ajustement donne $\beta_{ee} = 2.4 \pm 0.2 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$. Cette valeur est en accord avec celle issue de l'ajustement sur les oscillations de Rabi.

4.4 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté dans ce chapitre des expériences de spectroscopie sur des condensats de Bose-Einstein d'ytterbium, utilisant la transition d'horloge ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. La largeur des spectres mesurés *in-situ*, de l'ordre de 10 kHz, est principalement limitée par les interactions, les déplacements lumineux dus aux lasers de piégeage et – probablement – les pertes inélastiques. Afin de supprimer ces effets, nous avons procédé à des interrogations en temps de vol, ce qui nous a permis d'augmenter notre résolution, avec des spectres dont la largeur totale est de l'ordre de 5 kHz, cette fois limitée par l'élargissement Doppler. Le principal défaut de la spectroscopie en temps de vol réside dans la chute des atomes, qui limite le temps d'interaction avec le laser de sonde et complique l'interprétation des spectres obtenus à cause du profil temporel d'intensité effectivement vu par les atomes. Cette méthode nous a cependant permis de caractériser les dérives de notre système laser, et de mettre en évidence l'effet d'un changement de température de la cavité de référence sur la stabilité de cette dernière.

Le transfert du condensat dans un réseau « magique » vertical nous a ensuite permis d'augmenter de temps d'interrogation tout en s'affranchissant des effets liés aux déplacements lumineux différentiels du piège. Nous avons alors observé des spectres dont la largeur à mi-hauteur est de l'ordre de 400 Hz. Nous avons aussi observé des oscillations de Rabi sur la transition « d'horloge ». L'analyse de l'amortissement de ces oscillations nous a permis d'obtenir une première estimation des propriétés collisionnelles de l'ytterbium

174. L'ensemble des valeurs estimées pour les longueurs de diffusion et les coefficients de pertes inélastiques à partir des expériences effectuées dans le cadre de cette thèse sont rassemblées dans la table 4.2. Ces valeurs peuvent être mise en regard de celles mesurées pour d'autres isotopes de l'ytterbium (table 4.1).

paramètre	valeur estimée	origine de l'estimation
a_{eg}	$4 - 5\, a_{gg}$	spectre *in-situ* (4.2.3)
	$10\, a_{gg}$	oscillations de Rabi (4.3.2)
a_{ee}	$20\, a_{gg}$	oscillations de Rabi (4.3.2)
β_{eg}	$1 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$	oscillations de Rabi (4.3.2)
β_{ee}	$3 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$	oscillations de Rabi (4.3.2)
	$2.4 \pm 0.2 \times 10^{-11}\,\mathrm{cm}^3.\mathrm{s}^{-1}$	mesure pertes inélastiques (4.3.3)

Table 4.2 – Résumé des valeurs estimées pour les longueurs de diffusion et les coefficients de pertes inélastiques entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$ de ^{174}Yb à partir de l'analyse des expériences présentées dans cette thèse.

Une étude approfondie des expériences d'oscillations de Rabi couplée à des mesures directes de pertes dans l'état excité doit ainsi permettre de mesurer précisément les valeurs des paramètres présentés dans la table 4.2. Pour s'assurer de la validité du modèle théorique présenté dans ce chapitre, permettant d'extraire les valeurs des coefficients de pertes et des longueurs de diffusion de l'analyse de données expérimentales, il est en outre nécessaire de caractériser plus précisément les fluctuations « techniques » de la fréquence du laser de couplage, afin de vérifier que ces dernières sont bien négligeables devant l'effet des interactions et des pertes. L'observation de spectre plus fins, par exemple en sondant un gaz thermique dans le régime de Lamb-Dicke [62], constitue une façon de donner une borne supérieure pour ces fluctuations. L'utilisation d'un réseau tri-dimensionnel, avec un facteur de remplissage faible, permettrait en outre de supprimer l'effet des interactions, et donc d'observer des spectres potentiellement plus fins. La répétition des expériences d'oscillations de Rabi en variant la densité atomique (nombre d'atomes total différent, pièges plus ou moins confinants) devrait aussi permettre de discriminer entre les effets « techniques », indépendants de la densité atomique, et ceux dus aux interactions. Enfin, il est possible d'étudier la dynamique du gaz au-delà de l'approximation statique, par exemple en résolvant numériquement les équations de Gross-Pitaevskii couplées (4.11) et (4.12), ce qui nous permettrait notamment de modéliser l'évolution du profil de densité du nuage, ainsi que la position de son centre de masse (mesurable dans nos expériences).

Conclusion

Nous avons décrit dans ce manuscrit la construction d'un dispositif expérimental capable de produire des condensats de Bose-Einstein d'ytterbium, ainsi que d'un laser stable capable d'exciter la transition d'horloge de l'ytterbium. Ce dispositif doit permettre, à terme, de simuler des champs magnétiques artificiels sur réseau, en utilisant la procédure décrite en détail dans le chapitre 1. Les éléments théoriques relatifs à la réalisation de champs magnétiques, ainsi que la description de la physique associée, ont été passés en revue dans ce premier chapitre, au même titre que les autres approches ayant fait l'objet, à ce jour, d'une réalisation expérimentale.

Dans le chapitre 2, nous avons fait état de la construction du dispositif expérimental. Les différentes étapes de refroidissement de l'ytterbium, réalisées par notre équipe au cours de ce travail de thèse, ont été présentées : ralentissement Zeeman d'un jet atomique, réalisation d'un piège magnéto-optique, chargement dans un piège dipolaire et transport vers une seconde chambre, puis finalement refroidissement par évaporation jusqu'au régime de condensation. Cette séquence de refroidissement, typique des expériences d'atomes froids, présente quelques particularités liées au choix de l'ytterbium (bandes latérales dans les faisceaux du PMO, piégeage « tout-optique ») ou à notre configuration expérimentale (transport optique vers la seconde chambre), détaillées dans ce chapitre. Les performances de notre système expérimental, permettant la production d'un condensat « pur » contenant environ 5×10^4 atomes d'ytterbium toutes les 30 s avec une stabilité de l'ordre de 5%, ont été rapportées. Le chargement dans un réseau « magique » a aussi été étudié. Le système ainsi construit constitue la première étape vers la réalisation de champs magnétiques artificiels.

La construction et la caractérisation d'un laser étroit capable d'exciter la transition d'horloge de l'ytterbium ont fait l'objet du chapitre 3. Il apparaît que la pièce centrale de ce système laser est la cavité Fabry-Perot de haute finesse permettant la stabilisation en fréquence. L'asservissement du laser d'horloge sur la cavité, l'isolation de cette dernière ainsi que sa caractérisation ont été décrits en détail. En particulier, nous avons présenté une méthode simple permettant de calibrer la fréquence absolue de la cavité par comparaison avec une transition de la molécule de diiode. Le rapport avantageux entre rapidité et précision offert par cette méthode nous a notamment permis de déterminer le point de stabilité thermique optimal de la cavité. Assurer la stabilité de la cavité de référence est particulièrement important dans notre schéma expérimental, qui nécessite que le laser de couplage reste accordé avec la transition d'horloge de l'ytterbium sur l'échelle de plusieurs cycles expérimentaux, afin de permettre la simulation de champs magnétiques.

Le chapitre 4 a quant à lui introduit les premières expériences que nous avons effectuées, une fois en possession d'un condensat d'ytterbium et d'un laser capable d'exciter sa transition d'horloge. Les premières expériences de spectroscopie, en temps de vol ou *in situ*, ont été présentées à cette occasion. Ces expériences nous ont permis de caractériser les dérives de la cavité et de valider notre calibration sur le diiode d'une part, et d'étudier les différents effets susceptibles de décaler ou de déformer le spectre du condensat d'autre part. Une méthode permettant de visualiser rapidement les dérives du laser de couplage, fondée sur l'amplification de l'élargissement Doppler au cours d'une expansion guidée, a été présentée. Enfin, nous avons fait état des premières expériences effectuées avec un condensat chargé dans un réseau « magique », permettant la manipulation cohérente des atomes sur la transition optique. L'étude détaillée du couplage du condensat dans cette configuration est cruciale pour la suite de notre expérience : d'une part, elle permet de caractériser précisément notre système laser, et de s'assurer notamment que son temps de cohérence est assez long pour permettre nos expériences de simulations quantiques ; d'autre part, elle ouvre la voie à la mesure des propriétés de diffusion de l'isotope 174 de l'ytterbium, en particulier entre son état fondamental et l'état excité méta-stable.

*
* *

La prochaine étape majeure à réaliser est la mise en place d'un réseau « anti-magique », pièce centrale pour la simulation de champs magnétiques. Les contraintes de taille et de puissance disponible, rendant nécessaire l'installation d'une cavité autour de l'enceinte à vide, renforcent la complexité de notre dispositif. L'observation d'un effet tunnel induit par le laser de couplage dans un réseau de ce type constituerait une véritable avancée vers la réalisation de champs magnétiques avec une transition optique. Le chargement d'un seul plan du réseau vertical, nécessaire pour l'étude de systèmes véritablement bi-dimensionnels, constitue une autre étape importante à venir. La mise en place d'un objectif de microscope avec une grande ouverture numérique, offrant une bonne résolution dans la direction orthogonale au plan 2D, permettra à l'avenir une meilleure caractérisation de notre système.

Le système obtenu après réalisation des étapes décrites précédemment permettrait l'étude du magnétisme sur un réseau bi-dimensionnel. Il est important de noter qu'à ce jour, les expériences réalisées avec des systèmes d'atomes froids utilisent des réseaux de plans ou de tubes, pour lesquels la dynamique dans les directions orthogonales au réseau ne peuvent être négligées. La réalisation d'un système véritablement bi-dimensionnel, utilisant une transition optique pour générer un champ magnétique, devrait permettre d'approfondir notre compréhension du magnétisme, et notamment de l'effet des interactions. Deux défis principaux se dégagent alors : d'une part, la capacité de préparer le système dans son état fondamental, avec un chauffage suffisamment bas pour permettre une étude précise de ses propriétés ; d'autre part, le développement de techniques permettant de mettre en évidence ces propriétés.

Notons pour finir que ce système expérimental, permettant le couplage cohérent de deux états internes séparés par une transition optique avec une émission spontanée négligeable, ainsi que de piéger ces états dans des potentiels *a priori* différents, ouvre la voie à d'autre types de simulations et d'études. En particulier, un développement intéressant de notre système expérimental consisterait à l'adapter pour le refroidissement de l'isotope fermionique ^{173}Yb, dont le spin nucléaire ($I = 5/2$) offre un autre degré de liberté intéressant, permettant notamment d'étudier les propriétés du magnétisme dans

un système présentant un grand nombre d'états hyperfins [139]. Des propositions théoriques suggèrent en outre d'utiliser cet isotope pour réaliser des expériences d'information quantique [140, 141]. Les états hyperfins servent alors de qbits, et les différents états électroniques permettent de séparer différentes fonctions : l'état $^1S_0$ sert de mémoire de stockage, tandis que l'état $^3P_0$ permet le transport des qbits. Ces deux états sont piégés dans des réseaux séparés spatialement (comme dans notre schéma expérimental), afin de séparer les opérations de stockage et de transport. Enfin, il est possible d'utiliser cet isotope fermionique pour réaliser le modèle de Kondo [142] : la différence de polarisabilité entre les états $^1S_0$ et $^3P_0$ permet en effet de réaliser un réseau dont la profondeur dépend de l'état interne. On peut ainsi réaliser une configuration où l'un des états est dans une phase isolante (Mott), l'autre état restant dans une phase superfluide, et étudier les propriétés de transport associées à la phase superfluide en présence de la phase isolante, faisant office d'impuretés statiques.

Annexe **A**

Réseaux optiques : structure de bandes et fonctions de Wannier

Dans cette annexe, nous présentons quelques résultats complémentaires à la section 1.2.1, concernant la physique d'une particule piégée dans un potentiel périodique (réseau optique). En particulier, nous explicitons l'origine de la structure de bande attendue pour un tel système, ainsi que la forme des fonctions de Wannier, introduites en 1.2.1.

A.1 Position du problème

On considère le hamiltonien (1.7) introduit dans le chapitre 1, décrivant une particule de masse m dans un potentiel périodique :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{V_0}{2}\left[1 - \cos(2k\hat{x})\right]. \tag{A.1}$$

Nous pouvons introduire l'énergie caractéristique $E_\mathrm{r} \mathrel{\widehat{=}} \hbar^2 k^2/(2m)$, nommée énergie de recul. En introduisant la variable adimensionnée $\tilde{x} \mathrel{\widehat{=}} kx$, on obtient alors l'équation aux valeurs propres de $\hat{H}$ (adimensionnée) :

$$-\psi''(\tilde{x}) + \frac{\tilde{V_0}}{2}\left[1 - \cos(2\tilde{x})\right]\psi(\tilde{x}) = \tilde{E}\psi(\tilde{x}), \tag{A.2}$$

où l'on a noté $\tilde{V_0} = V_0/E_\mathrm{r}$, et où $\tilde{E}$ correspond aux énergies propres du hamiltonien, exprimées en unités de E_r. L'équation (A.2) porte le nom d'« équation de Mathieu ». Dans la suite, nous allons nous intéresser aux propriétés des énergies propres et des fonctions propres solutions de cette équation.

A.2 Théorème de Bloch et bandes d'énergie

A.2.1 Ondes de Bloch et équation centrale

Pour diagonaliser le hamiltonien (A.1), nous utilisons le théorème de Bloch [23]. On cherche ainsi des solutions sous la forme d'ondes de Bloch (*cf.* 1.2.1), dont nous rappelons l'expression :

$$\psi_{n,q}(x) = e^{iqx} u_{n,q}(x), \tag{A.3}$$

où $u_{n,q}$ est une fonction périodique de période a, et $q \in [-\pi/a, \pi/a]$ un réel nommé *quasi-impulsion*. La fonction $u_{n,q}$ et le potentiel (adimensionné) $\tilde{V}$ sont tous deux périodiques de période a, et l'on peut introduire leurs décompositions en série de Fourier :

$$u_{n,q}(x) = \sum_j c_{n,j} e^{i(2jkx)}, \tag{A.4}$$

$$\tilde{V}(x) = \sum_j \tilde{v}_j e^{i(2jkx)}. \tag{A.5}$$

En injectant $\psi_{n,q}(x)$ dans l'équation (A.2) et en utilisant la décomposition précédente, nous obtenons le système permettant de déterminer la valeur des coefficients $c_{n,j}$:

$$\left(2j + \frac{q}{k}\right)^2 c_{n,j} + \sum_l \tilde{v}_l c_{n,j-l} = \tilde{E}_{n,q} c_j. \tag{A.6}$$

À chaque valeur de q dans la PZB va correspondre une collection d'énergies propres $\{\tilde{E}_{n,q}\}_{n\in\mathbb{N}}$, obtenues en résolvant le système (A.6) et indicées par valeur croissante. Notons qu'à ce stade nous n'avons pas fait d'autre hypothèse sur la forme du potentiel $\tilde{V}(x)$ que sa périodicité. Dans le cas du potentiel sinusoïdal (1.6), la décomposition en série de Fourier ne connaît que trois termes non-nuls : $\tilde{v}_0 = \tilde{V}_0/2$ et $\tilde{v}_{\pm 1} = -\tilde{V}_0/4$. On obtient alors l'équation suivante, aussi appelée « équation centrale » [58] :

$$\left[\left(2j + \frac{q}{k}\right)^2 + \frac{\tilde{V}_0}{2}\right] c_{n,j} - \frac{\tilde{V}_0}{4}\left(c_{n,j+1} + c_{n,j-1}\right) = \tilde{E}_{n,q} c_{n,j}. \tag{A.7}$$

Ainsi, trouver les énergies et fonctions propres d'une particule de masse m dans un potentiel périodique sinusoïdal revient à diagonaliser une matrice tridiagonale de taille *a priori* infinie. Le calcul doit être répété pour chaque quasi-impulsion q appartenant à la PZB. En pratique, pour des réseaux « peu » profonds ($V_0/E_\mathrm{r} \lesssim 50$), il est possible d'estimer dans une bonne approximation les propriétés des états de basse énergie en tronquant la matrice à $|j| \leq 20$ [58]. Les résultats présentés à titre d'exemple dans cette annexe ont été obtenus avec cette limitation pour j.

A.2.2 Structure de bandes

La résolution de l'équation (A.7) permet de mettre en évidence l'apparition d'une structure de bandes dans le spectre du système, caractérisée par l'alternance de bandes d'énergies accessibles et de bandes interdites (*gap*). Avant de présenter le résultat de la résolution numérique de (A.7) pour différentes profondeurs de réseau, essayons d'expliquer l'origine de l'apparition de ces bandes.

En l'absence de réseau ($\tilde{V}_0 = 0$), on remarque que la matrice associée au système (A.7) est déjà diagonale. Les états propres sont donc les $\psi_{n,q}$ vérifiant la décomposition $c_{n,j} = \delta_{n,j}$. On retrouve la base des ondes planes : $\psi_{n,q}(x) = e^{i(q+2nk)x}$, d'énergie $E_{n,q} = \hbar^2(q + 2nk)^2/(2m)$. Cette équivalence entre q et l'impulsion dans la limite sans réseau est à l'origine de son appellation de *quasi-impulsion*. Si l'on restreint q à la PZB, on obtient la structure de bande en « repliant » le spectre de la particule libre [58] (voir figure A.1). La bande fondamentale est alors simplement $|0, q\rangle = |q\rangle_{q\in\mathrm{PZB}}$, ou l'on a noté $|k\rangle$ l'onde

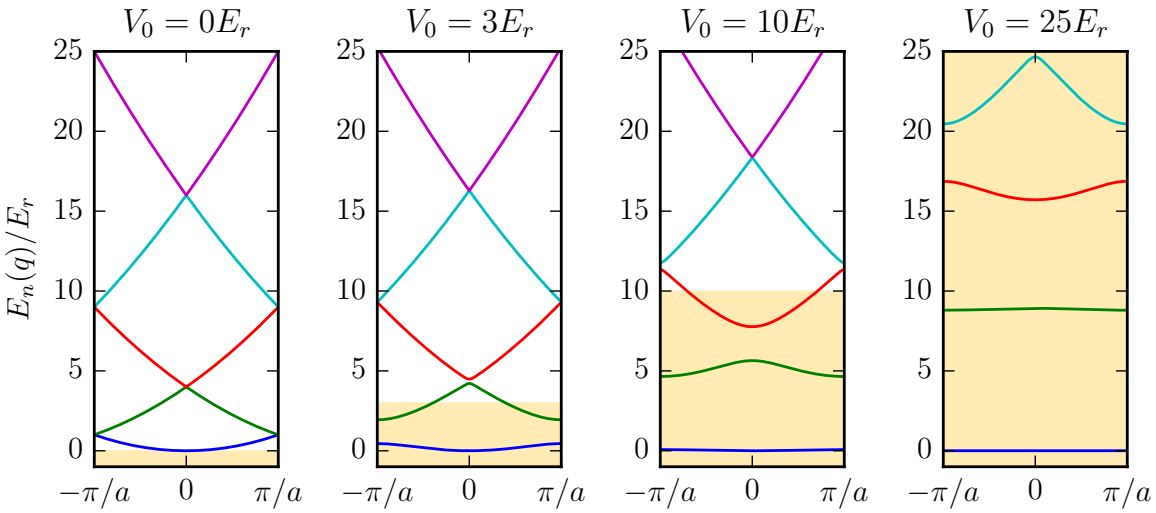


FIGURE A.1 – Représentation des premières bandes d'énergies calculées pour différentes profondeurs de réseau. On observe l'ouverture de bandes interdites lorsque la profondeur du réseau augmente. L'augmentation de la profondeur a aussi pour effet « d'aplatir » les bandes de basse énergie. La zone jaune correspond à la profondeur du réseau.

plane d'impulsion $\hbar k$. La première bande est $|1, q\rangle = |q + 2k\rangle$ si $q < 0$, $|q - 2k\rangle$ sinon, et la seconde bande $|1, q\rangle = |q - 2k\rangle$ si $q < 0$, $|q + 2k\rangle$ sinon.

Considérons l'effet du potentiel V sur la bande fondamentale. Ce dernier va coupler les états $|q'\rangle$ et $|q' \pm 2k\rangle$. En appliquant la théorie des perturbations au premier ordre, ce couplage sera efficace uniquement aux points où ces états ont une énergie proche, soit, pour les deux premières bandes, aux bords de la première zone de Brillouin ($|q = \pm k\rangle$). Le potentiel V va alors lever la dégénérescence des bandes, et ouvrir un *gap* aux bords de la PZB. De même, le potentiel lève la dégénérescence entre les bandes 1 et 2, qui se touchent en $q = 0$, et ainsi de suite. Cet effet est visible sur la figure A.1, qui représente les premières bandes d'énergies calculées pour différentes profondeurs de réseau.

A.3 Fonctions de Wannier

A.3.1 Définition

Nous avons introduit dans la section 1.2.1 une base différente de celle des ondes de Bloch, constituée de fonctions localisées au niveau des sites du réseau. Il s'agit des fonctions de Wannier $\{w_{n,j}(x)\}$, localisées sur les sites $x_j = ja$ (a est le pas du réseau), dont nous rappelons ici l'expression :

$$w_{n,j}(x) = \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \psi_{n,q}(x) e^{-iqx_j} \, \mathrm{d}q. \tag{A.8}$$

On rappelle que cette définition dépend des phases données aux fonctions de Bloch, et que pour un potentiel V tel que $V(-x) = V(x)$ il est possible de contraindre ces dernières en imposant que les fonctions de Wannier soient réelles et paires ou impaires vis-à-vis de $x = 0$ [58]. Les fonctions de Wannier sont orthogonales, soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w_{n,j}(x) w_{n',j'}(x)\,\mathrm{d}x = \delta_{n,n'}\delta_{j,j'} \tag{A.9}$$

En ce qui concerne leur profil, il est possible de distinguer deux cas limites. En l'absence de réseau on a dans la bande fondamentale $\psi_{0,q} = e^{iqx}$, et il vient $w_{0,0}(x) = \sqrt{2k}\,\mathrm{sinc}(kx)$. Dans la limite d'un réseau profond ($V_0/E_\mathrm{r} \gg 1$), les fonctions de Wannier sont très localisées au niveau des sites du réseau (*cf.* fig.A.2), correspondant aux minima du potentiel du piégeage. On peut donc modéliser ce dernier, dans une bonne approximation, par un potentiel harmonique de fréquence $\hbar\omega = 2\sqrt{V_0 E_\mathrm{r}}$ [58]. Les fonctions de Wannier sont alors approchées par les fonctions propres de l'oscillateur harmonique, et on a notamment $w_{0,0} \approx [1/(\pi a_\mathrm{oh}^2)^{1/4}] \exp[-x^2/(2a_\mathrm{oh}^2)]$, où $a_\mathrm{oh} \triangleq \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ correspond à la taille caractéristique de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique.

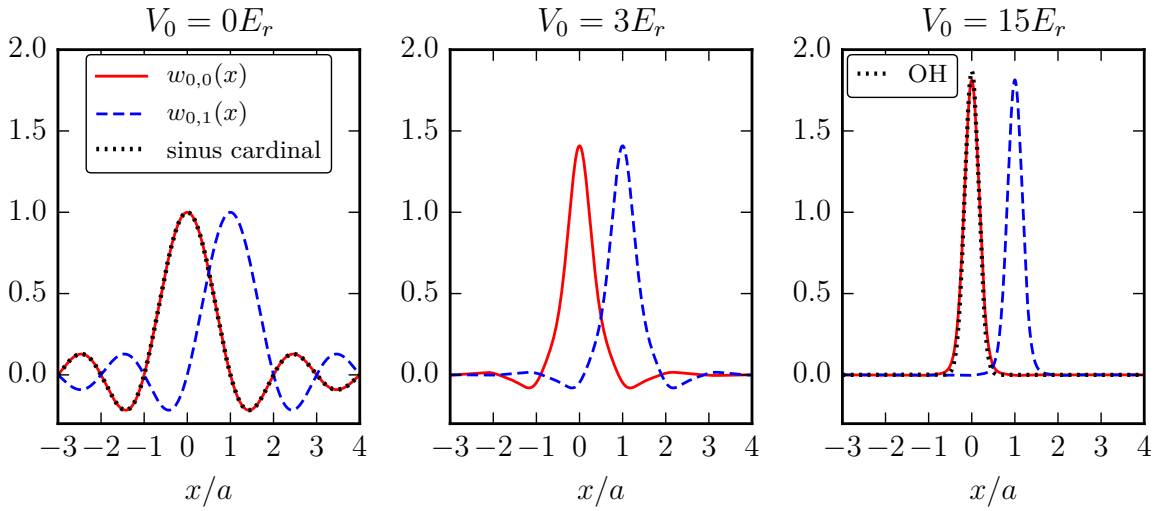


Figure A.2 – Représentation des fonctions de Wannier pour différentes profondeurs de réseau. Les fonctions de Wannier associées à la bande fondamentale sont tracées pour deux sites adjacents : $w_{0,0}$ (trait continu rouge) et $w_{0,1}$ (trait interrompu bleu). L'axe des abscisses est exprimé en unités du pas du réseau a. En l'absence de réseau ($V_0/E_\mathrm{r} = 0$, à gauche) on retrouve un sinus cardinal (trait pointillé noir). Pour des réseaux profonds ($V_0/E_\mathrm{r} = 15$, à droite), on peut approximer la fonction de Wannier par la fonction propre de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique (OH, trait pointillé noir).

A.3.2 Hamiltonien dans la base des fonctions de Wannier

Nous avons introduit dans 1.2.1 l'expression du hamiltonien (A.1) dans la base des fonctions de Wannier :

$$\hat{H} = -\sum_{n,j,p} J_{n,p}\,\hat{a}^\dagger_{n,j+p}\hat{a}_{n,j}, \tag{A.10}$$

où les éléments de matrice $J_{n,p}$ sont donnés par :

$$J_{n,p} = \int_{-\infty}^{+\infty} w^*_{n,0}(x)\left\{\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - V(x)\right\} w_{n,p}(x)\,\mathrm{d}x. \tag{A.11}$$

Si les fonctions $w_{n,p}$ sont réelles, $J_{n,p}$ est aussi réel et $J_{n,p} = J_{n,-p}$. En utilisant la décomposition des $w_{n,p}$ sur les ondes de Bloch, on obtient la relation suivante [58] :

$$J_{n,p} = -\frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} E_n(q) e^{-ipaq} \, \mathrm{d}q, \tag{A.12}$$

ce qui donne en particulier $J_{n,0} = -\overline{E}_n$, où $\overline{E}_n$ désigne la moyenne uniforme de l'énergie dans la bande n sur la première zone de Brillouin. Dans le cas d'un réseau profond, les fonctions de Wannier sont fortement localisées au niveau des sites du réseau, et on peut montrer que l'amplitude des sauts entre sites $J_{n,p}$ décroît rapidement pour $|p| > 1$. On peut alors simplifier le hamiltonien (1.10) en ne considérant que l'énergie sur site $J_{n,0} = -\overline{E_n}$ et les sauts entre plus proches voisins $J_n \mathrel{\widehat{=}} J_{n,1}$. On obtient alors le hamiltonien dit de « liaisons fortes » (*tight binding*) :

$$\hat{H}_{\mathrm{tb}} = \sum_{n,i} \overline{E}_n \hat{a}^\dagger_{n,i} \hat{a}_{n,i} - \sum_{n,\langle i,j\rangle} J_n \hat{a}^\dagger_{n,i} \hat{a}_{n,j}, \tag{A.13}$$

où la notation $\langle i,j\rangle$ signifie que la somme s'effectue sur les sites i et j plus proches voisins. Dans le cas expérimentalement pertinent d'un condensat de Bose-Einstein chargé adiabatiquement dans un réseau optique, seule la bande fondamentale est peuplée. On ne garde alors de la formule précédente que les termes relatifs à la bande $n = 0$. Le terme « sur site » correspond à un décalage global de l'énergie qu'il est possible d'omettre, et nous retrouvons, en notant $J \mathrel{\widehat{=}} J_{n=0}$, l'expression introduite dans la section 1.2.1 :

$$\hat{H}^{(0)}_{\mathrm{tb}} = -J \sum_{\langle i,j\rangle} \hat{a}^\dagger_i \hat{a}_j. \tag{A.14}$$

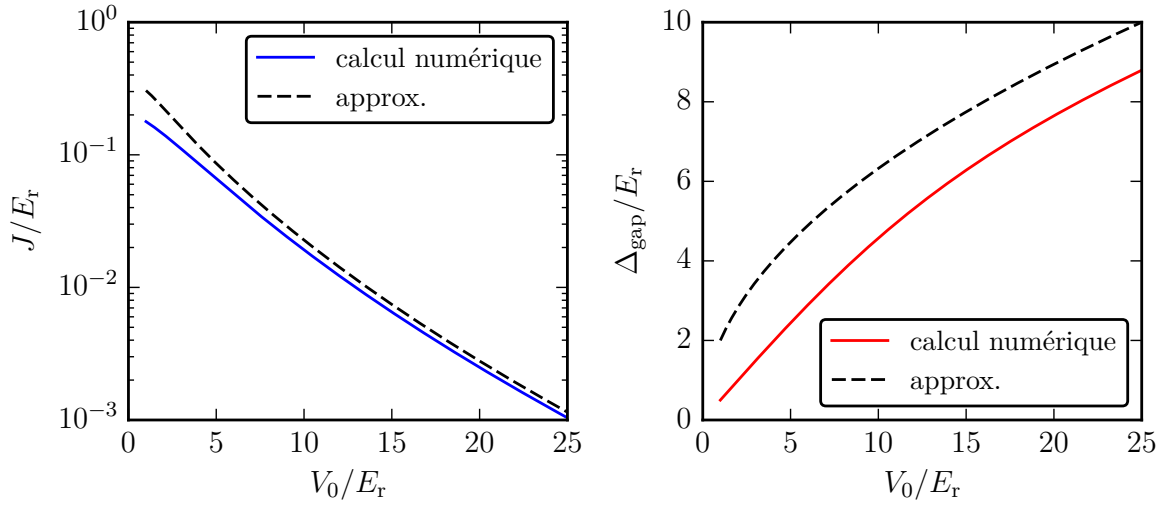


FIGURE A.3 – Coefficient tunnel J et *gap* Δ_{gap} entre la bande fondamentale et la première bande excitée en fonction de la profondeur du réseau V_0. Les courbes en trait continu correspondent au calcul numérique direct, et les courbes interrompues montrent les formules approchées obtenues dans le régime des liaisons fortes : équation (A.15) pour J, et $\Delta_{\mathrm{gap}} \approx \hbar\omega_{\mathrm{o.h.}} = 2\sqrt{V_0 E_\mathrm{r}}$.

Pour des réseaux profonds ($V_0/E_\mathrm{r} \gg 1$), nous avons introduit en 1.2.1 une expression approchée pour J [58] :

$$\frac{J}{E_\mathrm{r}} \approx \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{V_0}{E_\mathrm{r}}\right)^{3/4} \exp\left[-2\left(\frac{V_0}{E_\mathrm{r}}\right)^{1/2}\right]. \tag{A.15}$$

L'évolution de J en fonction de la profondeur du réseau est présentée dans la figure A.3, en parallèle de l'évolution du *gap* entre la bande fondamentale et la première bande excitée. On vérifie que la fonction (1.15) permet d'approximer J avec une erreur inférieure à 10% pour des réseaux de profondeur $V_0 > 25E_\mathrm{R}$.

Annexe B

Effet tunnel assisté par la lumière dans un réseau dépendant de l'état interne

B.1 Position du problème et notations

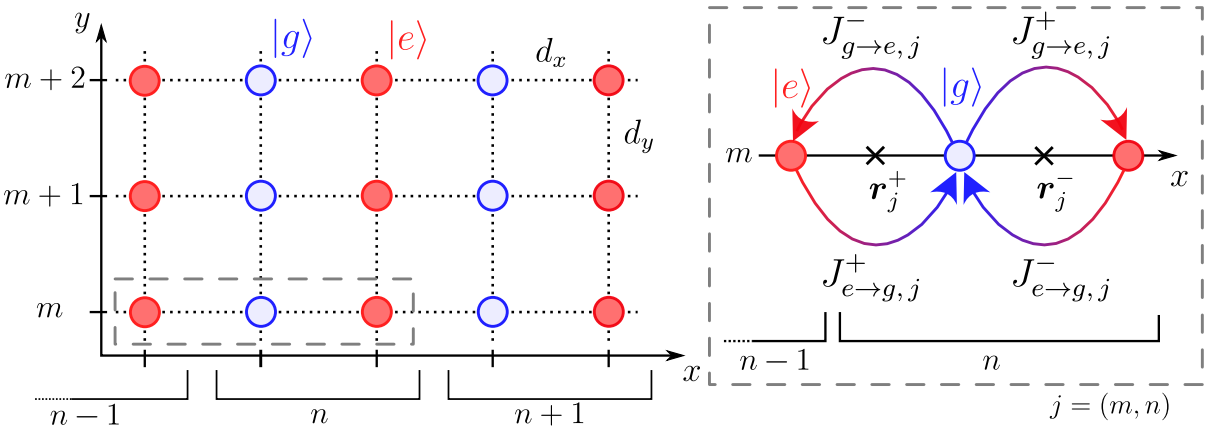


Figure B.1 – Schéma du système étudié.

Nous nous intéressons à l'effet tunnel assisté par la lumière dans un réseau 2D dépendant de l'état interne d'un atome. Nous considérons un atome à deux niveaux $\{|g\rangle, |e\rangle\}$, où $|g\rangle$ représente l'état fondamental et $|e\rangle$ un état excité de longue durée de vie. L'atome est piégé dans un réseau bi-dimensionnel dépendant de son état interne, dont la structure est présentée dans la figure B.1. Le potentiel est le même pour les deux états internes dans la direction y, de sorte que $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sont piégés sur les mêmes lignes du réseau. Dans la direction x, les sous-réseaux piégeant $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sont décalés d'une distance d_x. À l'exception de ce décalage, les deux états sont piégés dans un même réseau carré de pas d_y suivant y et $2d_x$ suivant x.

Nous voulons écrire le hamiltonien du système dans la limite des liaisons fortes. Les sites du réseau sont notés $|\gamma, {}^{n}_{m}\rangle$ où $\gamma \in \{e, g\}$ se réfère à l'état interne de l'atome et $n, m \in \mathbb{Z}$ servent à indicer la position du site respectivement suivant les axes x et y. On note $w_n(x)$ et $w_m(y)$ les fonctions de Wannier associées à la bande fondamentale du

sous-réseau de l'état $|g\rangle$ [1]. On peut alors écrire la forme des états $|\gamma, {}^{n}_{m}\rangle$ dans la base $\{|e/g, \boldsymbol{r}\rangle\}$:

$$\langle g, \boldsymbol{r}|g, {}^{n}_{m}\rangle = w^{g}_{n}(x) \times w^{g}_{m}(y) = w_0(x - 2nd_x) \times w_0(y - md_y), \tag{B.1}$$
$$\langle e, \boldsymbol{r}|e, {}^{n}_{m}\rangle = w^{e}_{n}(x) \times w^{e}_{m}(y) = w_0(x - (2n+1)d_x) \times w_0(y - md_y). \tag{B.2}$$

Notons que les expressions précédentes ne sont valables que dans le cas où les sous-réseaux piégeant e et g ne diffèrent que par un décalage suivant l'axe x. Dans le cas où ces réseaux auraient une profondeur différente, il faudrait ajouter un indice se rapportant à l'état interne à la fonction w_0. En considérant que le réseau suivant x est assez profond pour supprimer l'effet tunnel dans cette direction au sein d'un même sous-réseau, on obtient – en l'absence de laser couplant e et g – le hamiltonien suivant :

$$\hat{H}_0 = -J \sum_{\substack{n,m \\ \gamma\in\{e,g\}}} |\gamma, {}^{n}_{m+1}\rangle\langle\gamma, {}^{n}_{m}| + \text{h.c.}, \tag{B.3}$$

correspondant à un effet tunnel « normal » suivant y.

B.2 Effet tunnel induit par la lumière

On considère maintenant l'effet d'un champ lumineux résonnant avec la transition $g \to e$. Dans le cadre de l'approximation de l'onde tournante, ce champ crée un potentiel de couplage $\hat{V}_{\text{L}}$ donné par [46] :

$$\hat{V}_{\text{L}} = \frac{\hbar\Omega_{\text{R}}}{2} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} |e\rangle\langle g| + \text{h.c.}, \tag{B.4}$$

où $\boldsymbol{k}$ désigne le vecteur d'onde du laser réalisant le couplage, et Ω_{R} la fréquence de Rabi. On peut exprimer $\hat{V}_{\text{L}}$ dans la base des $|\gamma, {}^{n}_{m}\rangle$:

$$\hat{V}_{\text{L}} = \sum_{\substack{n,m \\ n',m'}} \underbrace{\langle e, {}^{n'}_{m'}|\hat{V}_{\text{L}}|g, {}^{n}_{m}\rangle}_{\mathcal{V}_{e\to g}(n,m,n',m')} |e, {}^{n'}_{m'}\rangle\langle g, {}^{n}_{m}| + \text{h.c.}. \tag{B.5}$$

La forme explicite des coefficients $\mathcal{V}_{e\to g}(n, m, n', m')$ est donnée par :

$$\mathcal{V}_{e\to g}(n, m, n', m') = \frac{\hbar\Omega_{\text{R}}}{2} \int \left\{w^{e}_{n',m'}(\boldsymbol{r})\right\}^{*} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} w^{g}_{n,m}(\boldsymbol{r}) \text{d}\boldsymbol{r}. \tag{B.6}$$

Dans l'approximation des liaisons fortes, on ne considère que les sauts entre plus proches voisins dans le réseau « total » formé par les deux sous-réseaux. Cette hypothèse consiste à ne garder que les sauts sur une même ligne ($m = m'$). En partant d'un atome dans l'état g situé sur la colonne n [2], on peut effectuer un saut vers l'état e de la même colonne (saut vers la droite dans la figure B.1), ou bien vers l'état e de la colonne $n - 1$ (vers la gauche sur la figure B.1). On note les amplitudes associées à ces sauts respectivement $J^{+}_{g\to e,j}$ et $J^{-}_{g\to e,j}$, où $j = (m, n)$ est un super-indice correspondant au site de départ du

1. Le réseau pouvant avoir un pas ou une profondeur différente dans les deux directions, la forme de ces fonctions dépend *a priori* de l'axe considéré. Ici, pour alléger l'écriture, nous notons $w_n(x) = w_{n,x}(x)$ et $w_m(y) = w_{m,y}(y)$, la variable de la fonction servant implicitement à désigner l'axe du réseau auquel elle se réfère.

2. On rappelle que la colonne n du réseau « total » contient deux atomes : un dans g et un dans e.

saut. De façon analogue, on définit les amplitudes tunnels pour un saut allant vers l'atome g, que l'on note $J^{+}_{e\to g,j}$ et $J^{-}_{e\to g,j}$ (voir figure B.1). Par hermiticité du hamiltonien, on a $J^{+}_{e\to g,j} = (J^{-}_{g\to e,j})^*$ et $J^{-}_{e\to g,j} = (J^{+}_{g\to e,j})^*$. En injectant la forme explicite des fonctions de Wannier (B.1) et (B.2) dans la formule (B.6), on obtient la forme suivante pour les amplitudes tunnel :

$$J^{\pm}_{g\to e,j} = \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{R}}}{2} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}^{\pm}_{j}}\eta_x\eta_y, \tag{B.7}$$

$$J^{\pm}_{e\to g,j} = \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{R}}}{2} e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}^{\mp}_{j}}\eta_x\eta_y, \tag{B.8}$$

où $\boldsymbol{r}^{\pm}_{j} = m\boldsymbol{d}_y + (2n \pm 1/2)\boldsymbol{d}_x$ correspond au vecteur pointant au milieu du lien entre les deux sites couplés par effet tunnel (voir figure B.1). On remarque que l'amplitude tunnel acquiert une phase correspondant à celle du laser évaluée au point $\boldsymbol{r}^{\pm}_{j}$, dont le signe dépend du sens de parcours du lien. Son module dépend des coefficients η_x et η_y. En définissant les fonctions de Wannier de la bande fondamentale de sorte qu'elles soient paires et ne prennent que des valeurs réelles [58], on obtient la forme suivante [3] :

$$\eta_y = \int w_0^2(y)\cos(k_y y)\mathrm{d}y, \tag{B.9}$$

$$\eta_x = \int w_0(x-\frac{d_x}{2})w_0(x+\frac{d_x}{2})\cos(k_x x)\mathrm{d}x. \tag{B.10}$$

Avec cette définition des fonctions de Wannier, on a donc $\eta_{x/y} \in \mathbb{R}$, et la phase du coefficient tunnel est entièrement portée [4] par le terme $\exp(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}^{\pm}_{j})$.

B.3 Ré-indexation du réseau et transformation de jauge

B.3.1 Nouveaux indices

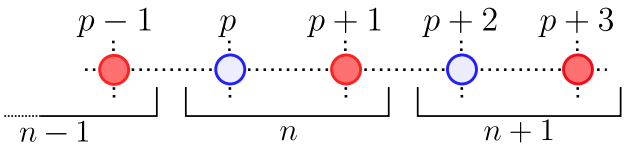


FIGURE B.2 – Principe de la ré-indexation du réseau.

Nous avons déterminé la forme des coefficients attendus pour l'effet tunnel assisté par la lumière. Nous pouvons maintenant simplifier le hamiltonien du système afin de retrouver la forme de Harper (1.18). Nous commençons par introduire une nouvelle indexation

3. Sans ces hypothèses, on a $\eta_y = \int |w_0(y)|^2 e^{ik_y y}\mathrm{d}y$, et le coefficient $\eta^{\pm}_x$ dépend de la direction de l'effet tunnel dans $J^{\pm}_{g\to e,j}$: $\eta^{\pm}_x = \int w_0^*(x\mp d_x/2)w_0(x\pm d_x/2)e^{ik_x x}\mathrm{d}x$. Les coefficients $J^{\pm}_{e\to g,j}$ se déduisent alors simplement en utilisant l'hermiticité du hamiltonien.

4. Avec une autre définition des fonctions de Wannier, ou dans le cas où les réseaux piégeant e et g n'ont pas la même profondeur, les coefficients $\eta_{x/y}$ peuvent être complexes. Néanmoins, ils sont définis de façon unique pour l'ensemble du réseau, et la phase éventuelle qu'ils ajoutent lors de l'effet tunnel, homogène sur le réseau, peut être éliminée par un changement de jauge *ad hoc*.

du réseau, afin de repérer les sites correspondant à un atome e et g par des indices différents suivant x. Le principe de cette nouvelle identification des sites est présenté sur la figure B.2 : les sites précédemment indexés par $|\gamma, {}^{n}_{m}\rangle_{\gamma=e,g}$ sont numérotés $|p, m\rangle$. L'état interne associé aux sites de la colonne p est implicitement contenu dans la parité de p : on choisit l'origine des p de sorte que les sites associés aux états fondamental g et excité e correspondent respectivement aux colonnes paires et impaires. Le hamiltonien dans la base des $|p, m\rangle$ s'obtient alors à partir des équations (B.8) et (B.7), en remarquant que la phase associée à l'effet tunnel allant de p vers $p \pm 1$ est donnée par :

- $+\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$, évalué pour $\boldsymbol{r}$ pointant sur le milieu du lien entre p et $p \pm 1$, si p est *pair*,
- $-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$, évalué pour $\boldsymbol{r}$ pointant sur le milieu du lien entre p et $p \pm 1$, si p est *impair*.

En posant $J_{\text{eff}} \mathrel{\widehat{=}} -(\hbar\Omega_{\text{R}}/2)\eta_x\eta_y$ ($J_{\text{eff}} \in \mathbb{R}$), on obtient le hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = -\sum_{p,m}\Big\{J\,|p, m+1\rangle\langle p, m| + J_{\text{eff}}\, e^{i2\pi\epsilon_p[m\alpha_y+(p+1/2)\alpha_x]}\,|p+1, m\rangle\langle p, m|\Big\} + \text{h.c.} \quad \text{(B.11)}$$

avec $\alpha_i \mathrel{\widehat{=}} k_i d_i/(2\pi)$ $(i = x, y)$ et $\epsilon_p \mathrel{\widehat{=}} (-1)^p$.

B.3.2 Transformation de jauge

La forme (B.11) diffère du hamiltonien de Harper (1.18) par le terme dépendant de α_x (et donc de p) dans la phase de l'effet tunnel, ainsi que par la présence du facteur ϵ_p. Le second correspond à un effet physique, et traduit la présence d'un flux magnétique alterné dans le réseau (voir plus loin). Le premier peut par contre être « absorbé » par une transformation de jauge, dont nous allons expliciter la forme.

Dans un réseau décrit par le hamiltonien de liaisons fortes, un changement de jauge consiste à redéfinir la phase relative des états $|p, m\rangle = |p\rangle\otimes|m\rangle$ [46]. Nous allons supprimer la dépendance en α_x du hamiltonien B.11 en redéfinissant les états $|p\rangle$. On définit les nouveaux états $|\widetilde{p}\rangle \mathrel{\widehat{=}} \exp(i2\pi\alpha_x u_p)\,|p\rangle$, où u_p est une suite caractérisant le changement de jauge [5]. Le changement de phase de l'élément tunnel couplant p et $p+1$ se calcule alors dans cette nouvelle base :

$$|p+1\rangle\langle p| = e^{i2\pi\alpha_x(u_{p+1}-u_p)}\,|\widetilde{p}+1\rangle\langle\widetilde{p}|\,. \quad \text{(B.12)}$$

Il est alors possible d'éliminer le terme $2\pi\epsilon_p(p+1/2)\alpha_x$ dans la phase du coefficient tunnel de (1.18) en satisfaisant la relation de récurrence $u_{p+1} = u_p - \epsilon_p(p+1/2)$. Le hamiltonien dans la nouvelle jauge est alors donné par [6] :

$$\hat{H} = -J\sum_{p,m}\Big\{|p, m+1\rangle\langle p, m| + \gamma_{\text{eff}}\, e^{i2\pi\epsilon_p m\alpha_y}\,|p+1, m\rangle\langle p, m|\Big\} + \text{h.c.}, \quad \text{(B.13)}$$

où l'on a introduit $\gamma_{\text{eff}} \mathrel{\widehat{=}} J_{\text{eff}}/J$. Comme évoqué précédemment, ce hamiltonien correspond à celui de Harper avec un flux $\epsilon_p\alpha_y$ dépendant de p. Nous allons expliciter l'effet de ϵ_p dans la section suivante.

5. u_p est l'équivalent discret de la fonction $\chi(\boldsymbol{r})$ associée aux changements de jauge dans l'espace continu.

6. Pour alléger les notations, on note simplement $|p\rangle$ (sans tilde) les états après changement de jauge.

B.3.3 Flux sur une plaquette

On considère la phase $\phi^{\text{tot.}}_{p,m}$ acquise lors d'un trajet autour d'une plaquette du réseau, partant du site (m,p) et décrivant la trajectoire suivante :

$$(p,m) \underset{\phi_1}{\longrightarrow} (p,m+1) \underset{\phi_2}{\longrightarrow} (p+1,m+1) \underset{\phi_3}{\longrightarrow} (p+1,m) \underset{\phi_4}{\longrightarrow} (p,m). \tag{B.14}$$

Les sauts entre lignes ($m \leftrightarrow m+1$) se font par effet tunnel « classique », et on a donc $\phi_1 = \phi_3 = 0$. D'après (B.13), on a $\phi_2 = 2\pi\alpha_y\epsilon_p(m+1)$ et $\phi_4 = -2\pi\alpha_y\epsilon_p m$. Le phase totale ne dépend finalement que de la parité du site de départ :

$$\phi^{\text{tot.}}_p = 2\pi\epsilon_p\alpha_y. \tag{B.15}$$

On rappelle que $2\pi\alpha_y = k_y d_y$ est la projection du vecteur d'onde du laser de couplage sur le pas de réseau orthogonal à la direction du saut induit par la lumière. Cette configuration correspond donc à un flux alterné de $\pm 2\pi\alpha_y$, dont le signe change d'une colonne à l'autre.

Pour terminer, nous remarquons que la phase acquise lors du trajet autour d'une plaquette – et donc le flux du champ magnétique effectif – ne dépend pas de la jauge considérée. Pour le vérifier, nous pouvons effectuer le calcul précédent avec le hamiltonien (B.11). La phase ϕ_2 est associée à l'élément $|p+1,m+1\rangle\langle p,m+1|$, que nous lisons directement dans (B.11), soit $\phi_2 = 2\pi\epsilon_p[(m+1)\alpha_y + (p+1/2)\alpha_x]$. La phase ϕ_4 associée à $|p,m\rangle\langle p+1,m|$ peut être retrouvée de deux façons. On peut utiliser l'hermiticité du hamiltonien : la phase associée à $|p,m\rangle\langle p+1,m|$ est l'opposée de celle associée à $|p+1,m\rangle\langle p,m|$, soit $\phi_4 = -2\pi\epsilon_p[m\alpha_y + (p+1/2)\alpha_x]$. L'autre méthode consiste à appliquer les règles énoncées dans la section B.3.1 : la phase est $\epsilon_{p+1}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}^-_{p+1,m}$, où $\boldsymbol{r}^-_{p+1,m} = m\boldsymbol{d}_y + (p+1-1/2)\boldsymbol{d}_x$ correspond au milieu du lien entre $p+1$ et p. En remarquant que $\epsilon_{p+1} = -\epsilon_p$, on obtient $\phi_4 = -2\pi\epsilon_p[m\alpha_y + (p+1/2)\alpha_x]$. Les deux méthodes aboutissent bien au même résultat, ce qui confirme que nous avons effectué le changement d'indice de façon cohérente. La contribution de α_x s'annule dans la phase totale, et on obtient bien $\phi^{\text{tot.}}_p = 2\pi\epsilon_p\alpha_y$.

Annexe C

Paramètres expérimentaux pour la simulations de champs magnétiques artificiels

Nous consignons ici les paramètres expérimentaux utilisés lors de la discussion des contraintes liées à la réalisation expérimentale de champs magnétiques artificiels avec l'ytterbium (section 1.5.6). Ces paramètres correspondent à ceux proposés dans [69].

Confinement vertical (axe z)		
Paramètre	**Valeur**	**Description**
• Caractéristiques du réseau		
$\lambda_{\text{vert.}}$	760 nm	longueur d'onde (magique)
α_g	185 ua	polarisabilité pour $^1S_0$ (unit. atomiques)
α_e	185 ua	polarisabilité pour $^3P_0$ (unit. atomiques)
E_{r}	$h \times 2\,\text{kHz}$	énergie de recul
$w_{\text{vert.}}$	150 μm	rayon du faisceau ($1/e^2$)
$P_{\text{vert.}}$	600 mW	puissance d'un bras
• Paramètres pour $^1S_0$ et $^3P_0$		
$V_{0,\text{vert.}}$	$h \times 60\,\text{kHz}$ ($30E_{\text{r}}$)	profondeur du réseau
$\omega_{\perp,\text{vert.}}$	$2\pi \times 25\,\text{Hz}$	fréquence de piégeage radiale
$\omega_{\text{ax.,vert.}}$	$2\pi \times 22\,\text{kHz}$	fréquence de piégeage axiale (sur un site)
$J_{\text{vert.}}$	$h \times 0.9\,\text{Hz}$	énergie tunnel
$\Delta_{\text{gap,vert.}}$	$h \times 19\,\text{kHz}$	*gap*

Table C.1 – Exemple de paramètres expérimentaux pour le confinement vertical.

Réseau horizontal « magique » (axe y)		
Paramètre	**Valeur**	**Description**
• Caractéristiques du réseau		
$\lambda_{\text{vert.}}$	760 nm	longueur d'onde (magique)
α_g	185 ua	polarisabilité pour $^1S_0$ (unit. atomiques)
α_e	185 ua	polarisabilité pour $^3P_0$ (unit. atomiques)
E_r	$h \times 2\,\text{kHz}$	énergie de recul
w_m	$300\,\mu\text{m}$	rayon du faisceau ($1/e^2$)
P_m	650 mW	puissance d'un bras
• Paramètres pour $^1S_0$ et $^3P_0$		
$V_{0,\text{m}}$	$h \times 16\,\text{kHz}$ ($8E_\text{r}$)	profondeur du réseau
$\omega_{\perp,\text{m}}$	$2\pi \times 6\,\text{Hz}$	fréquence de piégeage radiale
$\omega_{\text{ax.,m}}$	$2\pi \times 11.2\,\text{kHz}$	fréquence de piégeage axiale (sur un site)
J_y	$h \times 60\,\text{Hz}$	énergie tunnel
$\Delta_{\text{gap,m}}$	$h \times 7.5\,\text{kHz}$	*gap*

Table C.2 – Exemple de paramètres expérimentaux pour le réseau « magique ».

Réseau horizontal « anti-magique » (axe x)		
Paramètre	**Valeur**	**Description**
• Caractéristiques du réseau		
λ_{am}	612 nm	longueur d'onde ($\approx$ anti-magique)
α_g	235 ua	polarisabilité pour $^1S_0$ (unit. atomiques)
α_e	-173 ua	polarisabilité pour $^3P_0$ (unit. atomiques)
$\lvert\alpha_g/\alpha_e\rvert$	1.4	rapport des polarisabilités
E_{r}	$h \times 3\,\mathrm{kHz}$	énergie de recul
w_{am}	$330\,\mu$m	rayon du faisceau ($1/e^2$)
P_{am}	1.6 W	puissance d'un bras (en cavité)
• Paramètres pour $^1S_0$		
$V^g_{0,\mathrm{am}}$	$h \times 41\,\mathrm{kHz}$ ($13.5E_{\mathrm{r}}$)	profondeur du réseau
$\omega^g_{\perp,\mathrm{am}}$	$2\pi \times 9\,\mathrm{Hz}$	fréquence de piégeage radiale
$\omega^g_{\mathrm{ax.,am}}$	$2\pi \times 22.4\,\mathrm{kHz}$	fréquence de piégeage axiale (sur un site)
J_{gg}	$h \times 31\,\mathrm{Hz}$	énergie tunnel
$\Delta^g_{\mathrm{gap,am}}$	$h \times 18\,\mathrm{kHz}$	*gap*
• Paramètres pour $^3P_0$		
$V^e_{0,\mathrm{am}}$	$h \times 30\,\mathrm{kHz}$ ($10E_{\mathrm{r}}$)	profondeur du réseau
$\omega^e_{\perp,\mathrm{am}}$	$2\pi \times 8\,\mathrm{Hz}$	fréquence de piégeage radiale
$\omega^e_{\mathrm{ax.,am}}$	$2\pi \times 19\,\mathrm{kHz}$	fréquence de piégeage axiale (sur un site)
J_{ee}	$h \times 59\,\mathrm{Hz}$	énergie tunnel
$\Delta^e_{\mathrm{gap,am}}$	$h \times 13.8\,\mathrm{kHz}$	*gap*
• Effet tunnel induit par la lumière		
η_y	0.2	facteur de recouvrement
$w_{x,\mathrm{c}}$	$150\,\mu$m	rayon du faisceau de couplage (horizontal)
$w_{z,\mathrm{c}}$	$15\,\mu$m	rayon du faisceau de couplage (vertical)
P_{c}	10 mW	puissance du faisceau de couplage
B_{c}	200 G	champ magnétique de couplage (voir 3.1)
Ω_{R}	$2\pi \times 2\,\mathrm{kHz}$	fréquence de Rabi du couplage
J_{eff}	$h \times 200\,\mathrm{Hz}$	énergie tunnel

TABLE C.3 – Exemple de paramètres expérimentaux pour le réseau « anti-magique ».

Super-réseau (axe x)		
Paramètre	**Valeur**	**Description**
• Caractéristiques du réseau		
$\lambda_{\text{sup.}}$	1224 nm	longueur d'onde
α_g	150 ua	polarisabilité pour $^1S_0$ (unit. atomiques)
α_e	-442 ua	polarisabilité pour $^3P_0$ (unit. atomiques)
$\lvert\alpha_g/\alpha_e\rvert$	$\approx 1/3$	rapport des polarisabilités
E_{r}	$h \times 760$ Hz	énergie de recul
$w_{\text{sup.}}$	460 μm	rayon du faisceau ($1/e^2$)
$P_{\text{sup.}}$	240 mW	puissance d'un bras (en cavité)
• Paramètres		
$V^g_{0,\text{sup.}}$	$h \times 2$ kHz ($2.7E_{\text{r}}$)	profondeur du réseau (pour $^1S_0$)
$\omega^g_{\perp,\text{sup.}}$	$2\pi \times 1.5$ Hz	fréquence de piégeage radiale (pour $^1S_0$)
$V^e_{0,\text{sup.}}$	$h \times 6$ kHz ($7.9E_{\text{r}}$)	profondeur du réseau (pour $^3P_0$)
$\omega^e_{\perp,\text{sup.}}$	$2\pi \times 1.5$ Hz	fréquence de piégeage radiale (pour $^3P_0$)
$\Delta_{\text{mod.}}$	$h \times 2$ kHz ($2.7E_{\text{r}}$)	facteur de modulation

Table C.4 – Exemple de paramètres expérimentaux pour le super-réseau.

Annexe D

Profils de densité de gaz de Bose ultra-froids

Cette annexe rassemble les différentes formules relatives aux profils de densité des gaz de Bose autour de la température de transition.

D.1 Gaz thermique

D.1.1 Préambule : fonction polylogarithme

On introduit la fonction polylogarithme $g_\alpha(z)$ définie par :

$$g_\alpha(z) \mathrel{\widehat{=}} \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{z^l}{l^\alpha}. \tag{D.1}$$

On peut démontrer la relation suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_\alpha\left(ze^{-au^2}\right) \mathrm{d}u = \sqrt{\frac{\pi}{a}} g_{\alpha+\frac{1}{2}}(z). \tag{D.2}$$

D.1.2 Gaz de bosons dans un potentiel : approche semi-classique

On considère un gaz de bosons dans un potentiel $V_{\text{ext}}(\boldsymbol{r})$. Dans la limite semi-classique, sa densité dans l'espace des phases $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})$ suit une distribution de Bose-Einstein :

$$f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) = \frac{1}{h^3} \frac{1}{e^{\beta(\mathcal{H}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})-\mu)}-1} = \frac{1}{h^3} g_0\left(\phi e^{-\beta\mathcal{H}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})}\right), \tag{D.3}$$

où l'on a introduit $\beta \mathrel{\widehat{=}} (k_{\text{B}}T)^{-1}$, le potentiel chimique μ et la fugacité $\phi \mathrel{\widehat{=}} \exp(\beta\mu)$, et le hamiltonien $\mathcal{H}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}^2/2m + V_{\text{ext}}(\boldsymbol{r})$. La densité spatiale $n_{\text{th}}(\boldsymbol{r})$ s'obtient en intégrant l'équation (D.3) suivant $\boldsymbol{p}$, ce qui donne (en utilisant l'équation (D.2)) :

$$n_{\text{th}}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}\left(\phi e^{-\beta V_{\text{ext}}(\boldsymbol{r})}\right), \tag{D.4}$$

où $\lambda_{\mathrm{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_{\mathrm{B}}T}$ est la longueur d'onde thermique de de Broglie. Dans le cas d'un piège harmonique, le potentiel est donné par $V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}) = (m/2)\sum_{\alpha=\{x,y,z\}}\omega_\alpha^2\alpha^2$, et la densité se met sous la forme :

$$n_{\mathrm{th}}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{dB}}^3} g_{3/2}\left(\phi e^{-\sum_{\alpha=\{x,y,z\}}\alpha^2/L_\alpha^2}\right). \tag{D.5}$$

On a introduit dans l'équation précédente les longueurs caractéristiques $L_\alpha = \sqrt{2k_{\mathrm{B}}T/m\omega_\alpha}$. Les densités intégrées $\overline{n}_{\mathrm{th}} = \int n_{\mathrm{th}}$ et $\overline{\overline{n}}_{\mathrm{th}} = \int \overline{n}_{\mathrm{th}}$, ainsi que le nombre total d'atomes N se calculent alors aisément grâce à la formule (D.2). Les résultats sont donnés dans le tableau D.1.

Dimension	**Notation**	**Formule**
3D	$n_{\mathrm{th}}(x,y,z)$	$\left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2} g_{3/2}\left(\phi\exp\left[-\frac{x^2}{L_x^2}-\frac{y^2}{L_y^2}-\frac{z^2}{L_z^2}\right]\right)$
2D	$\overline{n}_{\mathrm{th}}(x,y)$	$\frac{m}{2\pi\hbar^3\beta^2}\frac{1}{\omega_z} g_2\left(\phi\exp\left[-\frac{x^2}{L_x^2}-\frac{y^2}{L_y^2}\right]\right)$
1D	$\overline{\overline{n}}_{\mathrm{th}}(x)$	$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\frac{1}{\hbar^3\beta^{5/2}}\frac{1}{\omega_z\omega_y} g_{5/2}\left(\phi\exp\left[-\frac{x^2}{L_x^2}\right]\right)$
0D	N	$\left(\frac{k_{\mathrm{B}}T}{\hbar\overline{\omega}}\right)^3 g_3(\phi)$ avec $\overline{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$

Table D.1 – Formules pour le profil de densité d'un gaz de Bose thermique dans un piège harmonique.

D.1.3 Évolution en temps de vol

Lorsque le piège est coupé, le gaz va s'étendre sous l'effet de sa distribution d'impulsion initiale, des interactions (via un terme de champ moyen) et des collisions. Si le gaz est assez dilué pour négliger l'effet des interactions et des collisions, il va suivre une expansion balistique [87] : un atome partant du point $\boldsymbol{r}_0$ avec une impulsion $\boldsymbol{p}_0$ va atteindre au bout d'un temps t la position $\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{p_0}t/m$. Son impulsion ne change pas durant le temps de vol : $\boldsymbol{p}(t) = \boldsymbol{p}_0$. Sous ces conditions, on peut montrer que pour des temps de vol longs ($t \gg \omega_{x,y,z}^{-1}$), le profil de densité du gaz est donné par [87] :

$$n_{\mathrm{th}}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{\prod_{\alpha=\{x,y,z\}} d_\alpha(t)} n_{\mathrm{th}}\left(\left\{\frac{\alpha}{d_\alpha(t)}\right\}_{\alpha=\{x,y,z\}}, t=0\right), \tag{D.6}$$

avec $d_\alpha(t) = \sqrt{1+\omega_\alpha^2 t^2}$.

D.2 Condensat de Bose-Einstein

D.2.1 Profil de Thomas-Fermi

On considère un condensat de Bose-Einstein comptant N atomes dans un piège harmonique de fréquences $(\omega_x/2\pi, \omega_y/2\pi, \omega_z/2\pi)$. On note μ son potentiel chimique. Dans le régime de l'approximation de Thomas-Fermi, sa densité est donnée par :

$$n_{\mathrm{TF}}(x,y,z) = n_0 \Upsilon\left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2} - \frac{z^2}{R_z^2}\right) \tag{D.7}$$

où l'on a introduit les rayons de Thomas-Fermi $R_\alpha = \sqrt{2\mu/m\omega_\alpha^2}$, et la fonction Υ définie par :

$$\Upsilon(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{D.8}$$

Le potentiel chimique μ est quant à lui donné par :

$$\mu = \frac{\hbar\overline{\omega}}{2}\left(\frac{15Na}{a_{\mathrm{oh}}}\right)^{2/5}, \tag{D.9}$$

où a désigne la longueur de diffusion. On a aussi posé :

$$\overline{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} \quad \text{et} \quad a_{\mathrm{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\overline{\omega}}}. \tag{D.10}$$

Comme pour le cas du gaz thermique, nous pouvons alors calculer les formules pour les profils intégrés. Le tableau D.2 rassemble les résultats obtenus.

Dimension	**Notation**	**Formule**
3D	$n_{\mathrm{TF}}(x,y,z)$	$n_0\Upsilon\left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2} - \frac{z^2}{R_z^2}\right)$
2D	$\overline{n}_{\mathrm{TF}}(x,y)$	$\frac{4}{3}n_0R_z\,\Upsilon\left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2}\right)^{3/2}$
1D	$\overline{\overline{n}}_{\mathrm{TF}}(x)$	$\frac{\pi}{2}n_0R_zR_y\,\Upsilon\left(1 - \frac{x^2}{R_x^2}\right)^2$
0D	N	$\frac{8\pi}{15}n_0R_zR_yR_z$

TABLE D.2 – Formules pour le profil de densité d'un condensat Bose-Einstein dans un piège harmonique.

D.2.2 Évolution en temps de vol

Rappelons quelques résultats concernant l'évolution de la densité du condensat en temps de vol. Après coupure du piège, le condensat va d'abord subir une expansion accélérée sous l'effet des interactions. Lorsque sa densité a assez chuté, les interactions deviennent négligeables et le nuage subit une expansion balistique. Castin et Dum ont montré que le profil de densité à l'instant t est donné par [97] :

$$n_g(t) = \frac{1}{\mathcal{V}(t)} n_{\mathrm{TF},t=0}\left(\{r_\alpha/b_\alpha(t)\}_{\alpha=x,y,z}\right), \tag{D.11}$$

où le facteur d'échelle global $\mathcal{V}(t) \triangleq \prod_\alpha b_\alpha(t)$ permet d'assurer la normalisation. L'évolution des facteurs d'échelle $b_\alpha(t)$ suit quant à elle la loi :

$$\ddot{b}_\alpha + \omega_\alpha^2(t) b_\alpha = \frac{\omega_\alpha(t=0)}{\mathcal{V} b_\alpha}, \tag{D.12}$$

Ainsi, il est possible de modéliser l'expansion du condensat en résolvant l'équation (D.12), par exemple par un calcul numérique. Il est néanmoins possible de donner une forme analytique approchée dans certains cas. Par exemple, dans le cas d'un piège anisotrope où $\omega_x \ll \omega_y = \omega_z \triangleq \omega_\perp$, les coefficients b_α sont donnés, en faisant un développement limité en $\epsilon \triangleq \omega_x/\omega_\perp \ll 1$, par [97] :

$$b_\perp(t) \approx \sqrt{1+\omega_\perp^2 t^2}, \tag{D.13}$$

$$b_x(t) \approx 1 + \epsilon^2\left[\omega_\perp t \arctan(\omega_\perp t) - \frac{1}{2}\ln(1+\omega_\perp^2 t^2)\right]. \tag{D.14}$$

En particulier, aux temps longs, le régime balistique est atteint et l'on a $b_\perp(t) \approx \omega_\perp t$, et $b_x(t) \approx (\pi/2)(\omega_x^2/\omega_\perp)t$. Notons pour finir qu'il est possible de calculer la valeur de $\dot{b}$ dans la limite balistique pour un piège isotrope ($\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega$). En effet, dans ce cas, on a $b_x = b_y = b_z = b$ et l'équation (D.12) devient :

$$\ddot{b}\,\dot{b} = \frac{\dot{b}\,\omega^2}{b^4}, \tag{D.15}$$

qui peut s'intégrer en :

$$\frac{\dot{b}}{\sqrt{1-1/b^3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\omega. \tag{D.16}$$

aux temps longs, l'expansion est balistique ($b \approx ct \gg 1$), et l'on peut négliger le terme en $1/b^3$ de l'équation (D.16). On obtient alors :

$$b(t) \approx \sqrt{\frac{2}{3}}\omega t. \tag{D.17}$$

Annexe **E**

Diffraction d'un condensat de Bose-Einstein par un réseau

Dans cette annexe nous détaillons les calculs concernant la diffraction d'un condensat de Bose-Einstein par un réseau optique. Nous considérerons par la suite que la fonction d'onde décrivant le condensat avant diffraction est celle d'une onde plane d'impulsion nulle. Le cas d'une impulsion initiale non-nulle se décrit de façon relativement similaire.

E.1 Position du problème

On considère un réseau optique formé de deux ondes planes contra-propageantes de nombre d'onde k. Pour simplifier le problème, nous nous plaçons dans le cas unidimensionnel, et nous notons respectivement x et p les variables de position et d'impulsion dans la direction du réseau. Le hamiltonien du problème est alors :

$$H = \frac{p^2}{2m} + U_0 \cos^2(kx), \tag{E.1}$$

$$= \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2}(1 - \cos(2kx)), \tag{E.2}$$

$$= \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} - \frac{U_0}{4}\left(e^{2ikx} + e^{-2ikx}\right), \tag{E.3}$$

$$= \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} - \frac{U_0}{4}\left(\mathcal{T}_p[+2\hbar k] + \mathcal{T}_p[-2\hbar k]\right). \tag{E.4}$$

On a introduit dans l'équation précédente l'opérateur de translation dans l'espace des impulsions $\mathcal{T}_p[p_0]$; $\mathcal{T}_p[p_0]\,|p\rangle = |p + p_0\rangle$. Notre système est initialement dans l'état $|p = 0\rangle$. H va coupler cet état aux états $|2n\hbar k\rangle$, avec $n \in \mathbb{N}$, que l'on notera par la suite simplement $|n\rangle$. Physiquement, ce couplage se comprend comme un processus virtuel d'absorption d'un photon dans une onde suivi d'une émission stimulée dans l'autre onde. L'impulsion communiquée à l'atome est bien $2\hbar k$, c'est-à-dire le double du recul associé à un photon. Nous pouvons alors écrire l'action de H sur $|n\rangle$:

$$H\,|n\rangle = 4n^2\frac{\hbar^2k^2}{2m}\,|n\rangle + \frac{U_0}{2}\,|n\rangle - \frac{U_0}{4}\,|n+1\rangle - \frac{U_0}{4}\,|n-1\rangle\,. \tag{E.5}$$

Ainsi, le sous-espace vectoriel engendré par la base $\{|n\rangle \; ; \; n \in \mathbb{N}\}$ est stable sous l'action de H. Nous pouvons donc écrire la représentation de H restreinte à cet espace. En introduisant l'énergie de recul $E_\mathrm{r} = \hbar^2 k^2/2m$ et les quantités adimensionnées $\tilde{H} = H/E_\mathrm{r}$ et $\alpha = U_0/E_\mathrm{r}$, on obtient la matrice tridiagonale suivante :

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \ddots & -\alpha/4 & & \cdots & 0 \\ -\alpha/4 & 4(n-1)^2 & \ddots & & \vdots \\ & \ddots & 4n^2 & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & 4(n+1)^2 & -\alpha/4 \\ 0 & \cdots & & -\alpha/4 & \ddots \end{pmatrix}, \tag{E.6}$$

où l'on a omis le terme constant $\alpha/2$ ($U_0/2$ dans l'équation (E.5)). Il est alors possible de calculer numériquement l'évolution du condensat en utilisant cette représentation, en tronquant les états considérés [1]. Il est cependant possible d'obtenir un résultat analytique pour le comportement aux temps courts, comme nous allons le voir par la suite.

E.2 Réseau de phase mince : régime de Raman-Nath

E.2.1 Calcul analytique des populations des ordres de diffraction

Si l'on restreint l'évolution aux temps courts, il est possible de négliger la contribution de l'énergie cinétique $p^2/2m$ – cela correspond à occulter le mouvement des atomes du condensat dans la direction du réseau. L'évolution du vecteur d'état du système $\psi(t)$ est alors donnée par :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt/\hbar} |0\rangle , \tag{E.7}$$

$$\approx e^{i(U_0 t/2\hbar)\cos(2kx)} |0\rangle , \tag{E.8}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n \mathcal{J}_n \left(\frac{U_0 t}{2\hbar}\right) e^{-2inkx} |0\rangle , \tag{E.9}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \mathcal{J}_n \left(\frac{U_0 t}{2\hbar}\right) |+n\rangle , \tag{E.10}$$

où l'on a noté $\mathcal{J}_n$ la fonction de Bessel d'ordre n de la première espèce, et utilisé la relation $e^{iz\cos(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n \mathcal{J}_n(z) e^{-in\theta}$. La population p_n de l'ordre n de diffraction est alors :

$$p_n = |\langle n|\psi(t)\rangle|^2 = \mathcal{J}_n^2 \left(\frac{U_0 t}{2\hbar}\right). \tag{E.11}$$

1. On considère alors la matrice restreinte aux états $\{|n\rangle \; ; \; n \in \mathbb{N} \text{ et } |n| < n_\mathrm{max}\}$. On peut vérifier la validité de l'approximation *a posteriori* en s'assurant que $|\langle \psi(t)|n_\mathrm{max}\rangle|^2 \ll 1 \; \forall t$.

E.2.2 Limite de validité

Détermination de la limite

Négliger la contribution de l'énergie cinétique du Hamiltonien revient à omettre le terme $4n^2E_\mathrm{r}$ de l'équation (E.5). Cette approximation est valable tant que ce terme est négligeable devant $U_0/4$. En notant n_c une valeur caractéristique pour n, on obtient la condition de validité :

$$n_\mathrm{c}^2 \ll \frac{U_0}{4E_\mathrm{r}}. \tag{E.12}$$

Pour donner une valeur à n_c, nous remarquons que la fonction de Bessel $\mathcal{J}_n(z)$ prend des valeurs significativement différentes de 0 autour de $z = n$. On peut donc considérer, d'après l'équation (E.11), qu'à l'instant t les ordres de diffraction sont significativement peuplés jusqu'à $n_\mathrm{c} \approx U_0 t/2\hbar$. En injectant cette valeur dans l'équation (E.12), on obtient la condition suivante :

$$t \ll \tau_\mathrm{RN} \quad \text{avec} \quad \tau_\mathrm{RN} = \frac{\hbar}{\sqrt{U_0 E_\mathrm{r}}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\hbar}{E_\mathrm{r}}. \tag{E.13}$$

Cette condition dépend donc de la profondeur du réseau α ainsi que de l'énergie de recul E_r. Dans le cas de l'ytterbium dans un réseau magique ($\lambda = 760\,\mathrm{nm}$), l'énergie de recul est de 95 nK et $\hbar/E_\mathrm{r} \approx 81\,\mu\mathrm{s}$. Pour un atome plus léger, le temps caractéristique sera plus court : dans la configuration de [143] (sodium, $\lambda = 589\,\mathrm{nm}$), on obtient ainsi une énergie de recul de $1.2\,\mu\mathrm{K}$ et un temps caractéristique $\hbar/E_\mathrm{r} \approx 6.4\,\mu\mathrm{s}$.

Validité et profondeur du réseau

Il est intéressant de se demander si l'approximation de Raman-Nath est valable assez longtemps pour observer plusieurs ordres de diffraction. La réponse à cette question dépend de la profondeur du réseau $\alpha = U_0/E_\mathrm{r}$. Considérons l'équation (E.12) : elle indique que pour pouvoir observer une population non-négligeable jusqu'à un ordre $n_\mathrm{c} \gtrsim 2-3$, tout en restant dans le régime de validité de l'approximation, la profondeur du réseau doit vérifier $\alpha/4 \gg n_\mathrm{c}^2$, soit $\alpha \gg 1$. Ainsi, l'approximation de Raman-Nath permet de décrire la diffraction jusqu'à des ordres élevés dans le cas des réseaux profonds.

Ce résultat peut sembler paradoxal au vu de l'équation (E.13), qui stipule que le temps caractéristique de validité de l'approximation de Raman-Nath ($\tau_\mathrm{RN} \propto 1/\sqrt{\alpha}$) décroît avec la profondeur du réseau. En fait, ce temps doit être comparé au temps typique de diffraction dans le réseau, noté $\tau_\mathrm{diff.}$. Il s'agit du temps nécessaire pour que l'argument de la fonction de Bessel de l'équation (E.11) soit de l'ordre de 1, soit $\tau_\mathrm{diff.} \propto 1/\alpha$. Ainsi, lorsque la profondeur du réseau augmente, le temps caractéristique d'évolution des populations diminue plus rapidement que le temps de validité de l'approximation du réseau mince, et la formule (E.11) pourra donc être utilisée pour calibrer les réseaux profonds.

Annexe F

Réponse linéaire d'un système quantique

Nous rappelons ici quelques résultats relatifs à la réponse linéaire d'un système quantique. Ces résultats nous sont utiles pour l'estimation de l'effet d'un bruit de fréquence du laser « d'horloge » sur notre schéma expérimental (section 3.1.4). Le lecteur intéressé pourra consulter le cours donné au Collège de France par Claude Cohen-Tannoudji [110], ainsi que les notes du cours dispensé par Christophe Texier dans le cadre du Master 2 de Physique Quantique de l'ENS [1], dont la présente annexe est largement inspirée.

F.1 Position du problème et notations

Nous souhaitons étudier la réponse d'un système quantique à une perturbation dépendant du temps. On note $\hat{H}_0$ le hamiltonien du système en l'absence de perturbation. La perturbation se met quant à elle sous la forme $\hat{H}_{\text{pert}}(t) = -f(t)\hat{A}$, où $\hat{A}$ est une observable du système. Le hamiltonien complet du système étudié est donc :

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{pert}}(t) = \hat{H}_0 - f(t)\hat{A}. \tag{F.1}$$

L'état du système quantique considéré est décrit par sa matrice densité $\hat{\rho}$. La valeur moyenne d'ensemble [2] d'une observable $\hat{B}$ pour un système décrit par $\hat{\rho}$ est alors :

$$\left\langle \hat{B} \right\rangle \triangleq \text{Tr}\left\{\hat{\rho}\hat{B}\right\}. \tag{F.2}$$

Dans la suite, nous notons $\hat{\rho}_0$ la matrice décrivant l'état du système (à l'équilibre thermodynamique) en l'absence de perturbation, et $\hat{\rho}_f(t)$ la matrice décrivant le système perturbé. On distinguera alors la moyenne d'ensemble en l'absence de perturbation, notée $\langle \cdots \rangle$, et en présence de la perturbation, notée $\langle \cdots \rangle_f$. L'objet de cette annexe est de calculer l'expression de la fonction de réponse $\chi^{(1)}_{BA}(t,t')$ associée à la réponse linéaire du système, définie par :

$$\left\langle \hat{B}(t) \right\rangle_f \triangleq \left\langle \hat{B} \right\rangle + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t' \chi^{(1)}_{BA}(t,t') f(t') + O(f^2). \tag{F.3}$$

1. Les notes de cours (en français) sont disponibles en ligne à l'adresse suivante : http://lptms.u-psud.fr/christophe_texier/files/2010/03/coursrl_Ch_Texier.pdf.

2. À ne pas confondre avec la moyenne temporelle que nous noterons $\overline{x(t)}$ (pour une variable $x(t)$).

F.2 Calcul de la fonction de réponse linéaire

Afin de calculer la forme de $\chi^{(1)}_{BA}(t,t')$, nous allons développer la matrice densité du système en puissances de la perturbation f, et l'injecter dans l'équation de Liouville décrivant l'évolution du système. Nous nous plaçons tout d'abord en représentation d'interaction afin d'absorber l'évolution libre du système. On note $\tilde{\rho}(t) \mathrel{\widehat{=}} \hat{U}_0^\dagger(t)\rho\hat{U}_0(t)$ la matrice densité en représentation d'interaction, où $\hat{U}_0(t) \mathrel{\widehat{=}} \exp(-i\hat{H}_0 t/\hbar)$ est l'opérateur d'évolution du système en l'absence de perturbation. La valeur moyenne de l'opérateur de l'opérateur $\hat{B}$ s'exprime alors en fonction de $\tilde{\rho}(t)$: $\left\langle \hat{B}(t) \right\rangle_f = \mathrm{Tr}\{\tilde{\rho}(t)\hat{B}(t)\}$, avec $\hat{B}(t) = \hat{U}_0^\dagger(t)\hat{B}\hat{U}_0(t)$. L'évolution de $\tilde{\rho}(t)$ est quant à elle donnée par l'équation de Liouville :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\rho}(t) = \frac{i}{\hbar}\left[\tilde{\rho}(t), \hat{H}_I(t)\right], \tag{F.4}$$

où $\hat{H}_I(t) \mathrel{\widehat{=}} \hat{U}_0^\dagger(t)\hat{H}_{\mathrm{pert}}(t)\hat{U}_0(t)$ correspond à la perturbation en représentation d'interaction. En développant $\tilde{\rho}(t)$ en puissances de f ($\tilde{\rho}(t) = \tilde{\rho}^{(0)}(t) + \tilde{\rho}^{(1)}(t) + \cdots$, avec $\tilde{\rho}^{(n)}(t) = O(n)$), on obtient une relation de récurrence :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\rho}^{(n)}(t) = \frac{i}{\hbar}\left[\tilde{\rho}^{(n-1)}(t), \hat{H}_I(t)\right]. \tag{F.5}$$

On considère que la perturbation est "branchée" à l'instant $t = 0$, et que le système est initialement à l'équilibre thermodynamique ($\hat{\rho}(t=0) = \hat{\rho}_0$). On a alors, en en gardant que le premier ordre en f :

$$\tilde{\rho}(t) = \hat{\rho}_0 - \frac{i}{\hbar}\int_0^t \mathrm{d}t' \left[\hat{\rho}_0, \hat{A}(t')\right] + O(f^2). \tag{F.6}$$

On peut alors calculer $\left\langle \hat{B}(t) \right\rangle_f$. En utilisant que $\mathrm{Tr}\{[A,B]C\} = \mathrm{Tr}\{A[B,C]\}$, il vient :

$$\chi^{(1)}_{BA}(t) = \frac{i}{\hbar}\theta(t)\left\langle \left[\hat{B}(t), \hat{A}\right]\right\rangle, \tag{F.7}$$

où l'on a noté $\theta(t)$ la fonction de Heaviside. L'équation (F.7) appelle plusieurs commentaires. On remarque tout d'abord que la fonction de réponse est causale ($\chi^{(1)}_{BA}(t<0) = 0$), ce qui est assuré par par la présence de $\theta(t)$. De plus, la moyenne d'ensemble $\left\langle \left[\hat{B}(t), \hat{A}\right]\right\rangle$ est prise **en l'absence de perturbation**. La réponse du système (hors équilibre) dépend ainsi des propriétés de ce dernier à l'équilibre.

F.3 Réponse non-linéaire (ordre 2)

En poursuivant le raisonnement de la partie précédente, nous pouvons définir une fonction de réponse non-linéaire du second ordre $\chi^{(2)}_{BA}(t,t',t'')$, telle que :

$$\left\langle \hat{B}(t) \right\rangle_f \mathrel{\widehat{=}} \left\langle \hat{B} \right\rangle + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t' \chi^{(1)}_{BA}(t,t')f(t') + \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t'\mathrm{d}t'' \chi^{(2)}_{BA}(t,t',t'')f(t')f(t'') + O(f^3). \tag{F.8}$$

On montre alors que :

$$\chi^{(2)}_{BA}(t,t',t'') = -\frac{1}{\hbar^2}\theta(t-t')\theta(t'-t'')\left\langle \left[\left[\hat{B}(t), \hat{A}(t')\right]\hat{A}(t'')\right]\right\rangle. \tag{F.9}$$

Bibliographie

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science **269**, 198–201 (1995).

[2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. Physical Review Letters **75**, 3969–3973 (1995).

[3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Physical Review Letters **75**, 1687–1690 (1995).

[4] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger. *Many-body physics with ultracold gases*. Reviews of Modern Physics **80**, 885–964 (2008).

[5] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. *Observation of Feshbach resonances in a Bose–Einstein condensate*. Nature **392**, 151–154 (1998).

[6] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri, and L. Santos. *Observation of Dipole-Dipole Interaction in a Degenerate Quantum Gas*. Physical Review Letters **95**, 150406 (2005).

[7] K. Aikawa, S. Baier, A. Frisch, M. Mark, C. Ravensbergen, and F. Ferlaino. *Observation of Fermi surface deformation in a dipolar quantum gas*. Science **345**, 1484–1487 (2014).

[8] T. Maier, H. Kadau, M. Schmitt, A. Griesmaier, and T. Pfau. *Narrow-line magneto-optical trap for dysprosium atoms*. Optics Letters **39**, 3138–3141 (2014).

[9] K.-K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. d. Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin, and J. Ye. *A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules*. Science **322**, 231–235 (2008).

[10] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*. Science **275**, 637–641 (1997).

[11] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. *Vortices in a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters **83**, 2498–2501 (1999).

[12] O. M. Maragò, S. A. Hopkins, J. Arlt, E. Hodby, G. Hechenblaikner, and C. J. Foot. *Observation of the Scissors Mode and Evidence for Superfluidity of a Trapped Bose-Einstein Condensed Gas*. Physical Review Letters **84**, 2056–2059 (2000).

[13] R. Onofrio, C. Raman, J. M. Vogels, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. *Observation of Superfluid Flow in a Bose-Einstein Condensed Gas*. Physical Review Letters **85**, 2228–2231 (2000).

[14] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard. *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters **84**, 806–809 (2000).

[15] N. Poli, C. W. Oates, P. Gill, and G. M. Tino. *Optical atomic clocks*. Rivista del Nuovo Cimento **36**, 555–624 (2013).

[16] T. L. Nicholson, S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, B. J. Bloom, R. L. McNally, W. Zhang, M. D. Barrett, M. S. Safronova, G. F. Strouse, W. L. Tew, and J. Ye. *Systematic evaluation of an atomic clock at* 2×10^{-18} *total uncertainty*. Nature Communications **6** (2015).

[17] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu. *High-precision gravity measurements using atom interferometry*. Metrologia **38**, 25 (2001).

[18] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer. *Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry*. Physical Review Letters **97**, 010402 (2006).

[19] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch. *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. Nature **415**, 39–44 (2002).

[20] A. L. Gaunt, T. F. Schmidutz, I. Gotlibovych, R. P. Smith, and Z. Hadzibabic. *Bose-Einstein Condensation of Atoms in a Uniform Potential*. Physical Review Letters **110**, 200406 (2013).

[21] A. Ramanathan, K. C. Wright, S. R. Muniz, M. Zelan, W. T. Hill, C. J. Lobb, K. Helmerson, W. D. Phillips, and G. K. Campbell. *Superflow in a Toroidal Bose-Einstein Condensate : An Atom Circuit with a Tunable Weak Link*. Physical Review Letters **106**, 130401 (2011).

[22] J.-P. Brantut, J. Meineke, D. Stadler, S. Krinner, and T. Esslinger. *Conduction of Ultracold Fermions Through a Mesoscopic Channel*. Science **337**, 1069–1071 (2012).

[23] C. Kittel, J. Dion, M. Gicquel, and B. Vilquin. *Physique de l'état solide : Cours et problèmes*. Dunod, Paris, 8e édition edition (2007).

[24] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*. Physical Review Letters **45**, 494–497 (1980).

[25] A. A. Abrikosov. *Nobel Lecture : Type-II superconductors and the vortex lattice**. Reviews of Modern Physics **76**, 975–979 (2004).

[26] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. *Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit*. Physical Review Letters **48**, 1559–1562 (1982).

[27] B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal, and J. C. Villegier. *Experimental Fine Tuning of Frustration : Two-Dimensional Superconducting Network in a Magnetic Field*. Physical Review Letters **53**, 1845–1848 (1984).

[28] C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss, V. Umansky, and H. Schweizer. *Evidence of Hofstadter's Fractal Energy Spectrum in the Quantized Hall Conductance*. Physical Review Letters **86**, 147–150 (2001).

[29] C. R. Dean, L. Wang, P. Maher, C. Forsythe, F. Ghahari, Y. Gao, J. Katoch, M. Ishigami, P. Moon, M. Koshino, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. L. Shepard, J. Hone, and P. Kim. *Hofstadter's butterfly and the fractal quantum Hall effect in moire superlattices*. Nature **497**, 598–602 (2013).

[30] F. Gerbier and J. Dalibard. *Gauge fields for ultracold atoms in optical superlattices*. New Journal of Physics **12**, 033007 (2010).

[31] D. Jaksch and P. Zoller. *Creation of effective magnetic fields in optical lattices : the Hofstadter butterfly for cold neutral atoms*. New Journal of Physics **5**, 56 (2003).

[32] J. Struck, C. Ölschläger, M. Weinberg, P. Hauke, J. Simonet, A. Eckardt, M. Lewenstein, K. Sengstock, and P. Windpassinger. *Tunable Gauge Potential for Neutral and Spinless Particles in Driven Optical Lattices*. Physical Review Letters **108**, 225304 (2012).

[33] J. Struck, M. Weinberg, C. Ölschläger, P. Windpassinger, J. Simonet, K. Sengstock, R. Höppner, P. Hauke, A. Eckardt, M. Lewenstein, and L. Mathey. *Engineering Ising-XY spin-models in a triangular lattice using tunable artificial gauge fields*. Nature Physics **9**, 738–743 (2013).

[34] G. Jotzu, M. Messer, R. Desbuquois, M. Lebrat, T. Uehlinger, D. Greif, and T. Esslinger. *Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions*. Nature **515**, 237–240 (2014).

[35] M. Aidelsburger, M. Atala, S. Nascimbène, S. Trotzky, Y.-A. Chen, and I. Bloch. *Experimental Realization of Strong Effective Magnetic Fields in an Optical Lattice*. Physical Review Letters **107**, 255301 (2011).

[36] M. Aidelsburger, M. Atala, M. Lohse, J. T. Barreiro, B. Paredes, and I. Bloch. *Realization of the Hofstadter Hamiltonian with Ultracold Atoms in Optical Lattices*. Physical Review Letters **111**, 185301 (2013).

[37] M. Atala, M. Aidelsburger, J. T. Barreiro, D. Abanin, T. Kitagawa, E. Demler, and I. Bloch. *Direct measurement of the Zak phase in topological Bloch bands*. Nature Physics **9**, 795–800 (2013).

[38] H. Miyake, G. A. Siviloglou, C. J. Kennedy, W. C. Burton, and W. Ketterle. *Realizing the Harper Hamiltonian with Laser-Assisted Tunneling in Optical Lattices*. Physical Review Letters **111**, 185302 (2013).

[39] M. Atala, M. Aidelsburger, M. Lohse, J. T. Barreiro, B. Paredes, and I. Bloch. *Observation of chiral currents with ultracold atoms in bosonic ladders.* Nature Physics **10**, 588–593 (2014).

[40] M. Aidelsburger, M. Lohse, C. Schweizer, M. Atala, J. T. Barreiro, S. Nascimbène, N. R. Cooper, I. Bloch, and N. Goldman. *Measuring the Chern number of Hofstadter bands with ultracold bosonic atoms.* Nature Physics **11**, 162–166 (2015).

[41] C. J. Kennedy, W. C. Burton, W. C. Chung, and W. Ketterle. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Strong Synthetic Magnetic Field.* arXiv :1503.08243 (2015).

[42] B. K. Stuhl, H.-I. Lu, L. M. Aycock, D. Genkina, and I. B. Spielman. *Visualizing edge states with an atomic Bose gas in the quantum Hall regime.* arXiv :1502.02496 (2015).

[43] M. Mancini, G. Pagano, G. Cappellini, L. Livi, M. Rider, J. Catani, C. Sias, P. Zoller, M. Inguscio, M. Dalmonte, and L. Fallani. *Observation of chiral edge states with neutral fermions in synthetic Hall ribbons.* arXiv :1502.02495 (2015).

[44] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi. *Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms.* Physical Review Letters **91**, 040404 (2003).

[45] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mécanique quantique I.* Editions Hermann, Paris (1997).

[46] J. Dalibard. *Le magnétisme artificiel pour les gaz d'atomes froids.* Cours du Collège de France. Collège de France (2013). notes de cours disponibles sur `http://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/course-2013-2014.htm`.

[47] Y. Aharonov and D. Bohm. *Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory.* Physical Review **115**, 485–491 (1959).

[48] R. G. Chambers. *Shift of an Electron Interference Pattern by Enclosed Magnetic Flux.* Physical Review Letters **5**, 3–5 (1960).

[49] A. Tonomura, T. Matsuda, R. Suzuki, A. Fukuhara, N. Osakabe, H. Umezaki, J. Endo, K. Shinagawa, Y. Sugita, and H. Fujiwara. *Observation of Aharonov-Bohm Effect by Electron Holography.* Physical Review Letters **48**, 1443–1446 (1982).

[50] C. Cohen-Tannoudji. *Condensats de Bose-Einstein en rotation.* Cours du Collège de France. Collège de France (2001). notes de cours disponibles sur `http://www.phys.ens.fr/~cct/college-de-france/2001-02/2001-02.htm`.

[51] N. Cooper. *Rapidly rotating atomic gases.* Advances in Physics **57**, 539–616 (2008).

[52] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle. *Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates.* Science **292**, 476–479 (2001).

[53] V. Schweikhard, I. Coddington, P. Engels, V. P. Mogendorff, and E. A. Cornell. *Rapidly Rotating Bose-Einstein Condensates in and near the Lowest Landau Level.* Physical Review Letters **92**, 040404 (2004).

[54] V. Bretin, S. Stock, Y. Seurin, and J. Dalibard. *Fast Rotation of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters **92**, 050403 (2004).

[55] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliũnas, and P. Öhberg. *Colloquium : Artificial gauge potentials for neutral atoms*. Reviews of Modern Physics **83**, 1523–1543 (2011).

[56] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. EDP Sciences (1988).

[57] Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jiménez-García, J. V. Porto, and I. B. Spielman. *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms*. Nature **462**, 628–632 (2009).

[58] J. Dalibard. *Des cages de lumière pour les atomes : la physique des pièges et des réseaux optiques*. Cours du Collège de France. Collège de France (2012). notes de cours disponibles sur `http://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/course-2012-2013.htm`.

[59] J. M. Luttinger. *The Effect of a Magnetic Field on Electrons in a Periodic Potential*. Physical Review **84**, 814–817 (1951).

[60] W. Kohn. *Theory of Bloch Electrons in a Magnetic Field : The Effective Hamiltonian*. Physical Review **115**, 1460–1478 (1959).

[61] D. R. Hofstadter. *Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields*. Physical Review B **14**, 2239–2249 (1976).

[62] C. Cohen-Tannoudji and D. Guery-Odelin. *Advances In Atomic Physics : An Overview*. World Scientific Publishing Co Pte Ltd, Singapore ; Hackensack, NJ (2011).

[63] J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch, and S. Kuhr. *Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator*. Nature **467**, 68–72 (2010).

[64] S. Tung, V. Schweikhard, and E. A. Cornell. *Observation of Vortex Pinning in Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters **97**, 240402 (2006).

[65] A. S. Sørensen, E. Demler, and M. D. Lukin. *Fractional Quantum Hall States of Atoms in Optical Lattices*. Physical Review Letters **94**, 086803 (2005).

[66] K. Jiménez-García, L. J. LeBlanc, R. A. Williams, M. C. Beeler, A. R. Perry, and I. B. Spielman. *Peierls Substitution in an Engineered Lattice Potential*. Physical Review Letters **108**, 225303 (2012).

[67] S. Choudhury and E. J. Mueller. *Transverse collisional instabilities of a Bose-Einstein condensate in a driven one-dimensional lattice*. Physical Review A **91**, 023624 (2015).

[68] T. Bilitewski and N. R. Cooper. *Scattering theory for Floquet-Bloch states*. Physical Review A **91**, 033601 (2015).

[69] M. Scholl. *Probing an ytterbium Bose-Einstein condensate using an ultranarrow optical line : Towards artificial gauge fields in optical lattices*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2014).

[70] T. Bilitewski and N. R. Cooper. *Population dynamics in a Floquet realization of the Harper-Hofstadter Hamiltonian*. Physical Review A **91**, 063611 (2015).

[71] N. R. Cooper. *Optical Flux Lattices for Ultracold Atomic Gases*. Physical Review Letters **106**, 175301 (2011).

[72] N. R. Cooper and J. Dalibard. *Optical flux lattices for two-photon dressed states*. EPL (Europhysics Letters) **95**, 66004 (2011).

[73] V. A. Dzuba and A. Derevianko. *Dynamic polarizabilities and related properties of clock states of the ytterbium atom*. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **43**, 074011 (2010).

[74] S. Porsev, A. Derevianko, and E. Fortson. *Possibility of an optical clock using the* $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ *transition in* $^{171,173}Yb$ *atoms held in an optical lattice*. Physical Review A **69**, 021403 (2004).

[75] Z. Barber, J. Stalnaker, N. Lemke, N. Poli, C. Oates, T. Fortier, S. Diddams, L. Hollberg, C. Hoyt, A. Taichenachev, and V. Yudin. *Optical Lattice Induced Light Shifts in an Yb Atomic Clock*. Physical Review Letters **100**, 103002–103002 (2008).

[76] W. Yi, A. J. Daley, G. Pupillo, and P. Zoller. *State-dependent, addressable subwavelength lattices with cold atoms*. New Journal of Physics **10**, 073015 (2008).

[77] R. Maruyama. *Optical trapping of ytterbium atoms*. Thèse de doctorat, University of Washington (2003).

[78] C. J. Foot. *Atomic physics*. Oxford University Press, USA (2005).

[79] K. Honda, Y. Takahashi, T. Kuwamoto, M. Fujimoto, K. Toyoda, K. Ishikawa, and T. Yabuzaki. *Magneto-optical trapping of Yb atoms and a limit on the branching ratio of the* $^1P_1$ *state*. Physical Review A **59**, R934–R937 (1999).

[80] T. Kuwamoto, K. Honda, Y. Takahashi, and T. Yabuzaki. *Magneto-optical trapping of Yb atoms using an intercombination transition*. Physical Review A **60**, R745–R748 (1999).

[81] E. W. Rothe and R. B. Bernstein. *Total Collision Cross Sections for the Interaction of Atomic Beams of Alkali Metals with Gases*. The Journal of Chemical Physics **31**, 1619 (1959).

[82] A. Yamaguchi, S. Uetake, D. Hashimoto, J. M. Doyle, and Y. Takahashi. *Inelastic Collisions in Optically Trapped Ultracold Metastable Ytterbium*. Physical Review Letters **101**, 233002 (2008).

[83] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics, Third Edition*. Academic Press (2008).

[84] C. B. Alcock, V. P. Itkin, and M. K. Horrigan. *Vapour Pressure Equations for the Metallic Elements : 298–2500K*. Canadian Metallurgical Quarterly **23**, 309–313 (1984).

[85] S. Gerstenkorn and P. Luc. *Atlas du spectre d'absorption de la molécule d'iode 14 800 - 20 000 cm-1 - Complément*. Éditions du CNRS, Paris (1978). Disponible sur `http://www.lac.u-psud.fr/spip.php?article491`.

[86] A. Keshet and W. Ketterle. *A distributed, graphical user interface based, computer control system for atomic physics experiments.* Review of Scientific Instruments **84** (2013).

[87] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn. *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates.* In *Bose-Einstein condensation in atomic gases*, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXL, pages 67–176. M. Inguscio, S. Stringari and C.E. Wieman, Amsterdam, ios press edition (1999).

[88] L. Chomaz, L. Corman, T. Yefsah, R. Desbuquois, and J. Dalibard. *Absorption imaging of a quasi-two-dimensional gas : a multiple scattering analysis.* New Journal of Physics **14**, 055001 (2012).

[89] H. J. Metcalf and P. v. d. Straten. *Laser Cooling and Trapping.* Springer Science & Business Media (1999).

[90] S. Dörscher, A. Thobe, B. Hundt, A. Kochanke, R. Le Targat, P. Windpassinger, C. Becker, and K. Sengstock. *Creation of quantum-degenerate gases of ytterbium in a compact 2D-/3D-magneto-optical trap setup.* The Review of Scientific Instruments **84**, 043109 (2013).

[91] Z. Barber. *Ytterbium Optical Lattice Clock.* Thèse de doctorat, University of Colorado (2007).

[92] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. E. Leanhardt, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. *Transport of Bose-Einstein Condensates with Optical Tweezers.* Physical Review Letters **88**, 020401 (2001).

[93] H. J. Lewandowski, D. M. Harber, D. L. Whitaker, and E. A. Cornell. *Simplified System for Creating a Bose–Einstein Condensate.* Journal of Low Temperature Physics **132**, 309–367 (2003).

[94] J. Léonard, M. Lee, A. Morales, T. M. Karg, T. Esslinger, and T. Donner. *Optical transport and manipulation of an ultracold atomic cloud using focus-tunable lenses.* New Journal of Physics **16**, 093028 (2014).

[95] M. Greiner, I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger. *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance.* Physical Review A **63**, 031401 (2001).

[96] A. Couvert, T. Kawalec, G. Reinaudi, and D. Guéry-Odelin. *Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime.* EPL (Europhysics Letters) **83**, 13001 (2008).

[97] Y. Castin and R. Dum. *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps.* Physical Review Letters **77**, 5315–5319 (1996).

[98] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari. *Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas.* Physical Review A **54**, R4633–R4636 (1996).

[99] T. Gericke, F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel, and I. Bloch. *Adiabatic loading of a Bose–Einstein condensate in a 3D optical lattice.* Journal of Modern Optics **54**, 735–743 (2007).

[100] I. Courtillot, A. Quessada, R. Kovacich, A. Brusch, D. Kolker, J.-J. Zondy, G. Rovera, and P. Lemonde. *Clock transition for a future optical frequency standard with trapped atoms*. Physical Review A **68**, 030501 (2003).

[101] C. W. Hoyt, Z. W. Barber, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, and L. Hollberg. *Observation and Absolute Frequency Measurements of the $^1S_0$-$^3P_0$ Optical Clock Transition in Neutral Ytterbium*. Physical Review Letters **95**, 083003 (2005).

[102] T. Hong, C. Cramer, E. Cook, W. Nagourney, and E. N. Fortson. *Studies of the $^1S_0 - {}^3P_0$ transition in atomic Yb for optical clocks and qubit arrays*. LEOS Summer Topical Meeting **2005**, 81–82 (2005).

[103] Z. W. Barber, C. W. Hoyt, C. W. Oates, L. Hollberg, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin. *Direct Excitation of the Forbidden Clock Transition in Neutral ^{174}Yb Atoms Confined to an Optical Lattice*. Physical Review Letters **96**, 083002 (2006).

[104] N. Poli, Z. W. Barber, N. D. Lemke, C. W. Oates, L. S. Ma, J. E. Stalnaker, T. M. Fortier, S. A. Diddams, L. Hollberg, J. C. Bergquist, A. Brusch, S. Jefferts, T. Heavner, and T. Parker. *Frequency evaluation of the doubly forbidden $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ transition in bosonic ^{174}Yb*. Physical Review A **77**, 050501 (2008).

[105] S. Hirata, T. Akatsuka, Y. Ohtake, and A. Morinaga. *Sub-hertz-linewidth diode laser stabilized to an ultralow-drift high-finesse optical cavity*. Applied Physics Express **7** (2014).

[106] A. Yamaguchi, S. Uetake, S. Kato, H. Ito, and Y. Takahashi. *High-resolution laser spectroscopy of a Bose–Einstein condensate using the ultranarrow magnetic quadrupole transition*. New Journal of Physics **12**, 103001 (2010).

[107] F. Scazza, C. Hofrichter, M. Höfer, P. C. De Groot, I. Bloch, and S. Fölling. *Observation of two-orbital spin-exchange interactions with ultracold SU(N)-symmetric fermions*. Nature Physics **10**, 779–784 (2014).

[108] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, C. W. Oates, C. W. Hoyt, Z. W. Barber, and L. Hollberg. *Magnetic field-induced spectroscopy of forbidden optical transitions with application to lattice-based optical atomic clocks*. Physical Review Letters **96**, 1–5 (2006).

[109] G. Di Domenico, S. Schilt, and P. Thomann. *Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape*. Applied Optics **49**, 4801–4807 (2010).

[110] C. Cohen-Tannoudji. *Mouvement Brownien, réponses linéaires, équations de Mori et fonctions de corrélation*. Cours du Collège de France. Collège de France (1977). notes de cours disponibles sur `http://www.phys.ens.fr/~cct/college-de-france/1977-78/1977-78.htm`.

[111] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, a. J. Munley, and H. Ward. *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*. Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry **31**, 97–105 (1983).

[112] E. D. Black. *An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization*. American Journal of Physics **69**, 79 (2001).

[113] K. Numata, A. Kemery, and J. Camp. *Thermal-noise limit in the frequency stabilization of lasers with rigid cavities.* Physical Review Letters **93**, 1–4 (2004).

[114] M. Notcutt, L.-S. Ma, A. D. Ludlow, S. M. Foreman, J. Ye, and J. L. Hall. *Contribution of thermal noise to frequency stability of rigid optical cavity via Hertz-linewidth lasers.* Physical Review A **73**, 031804 (2006).

[115] T. Legero, T. Kessler, and U. Sterr. *Tuning the thermal expansion properties of optical reference cavities with fused silica mirrors.* Journal of the Optical Society of America B **27**, 914–919 (2010).

[116] G. Cappellini, P. Lombardi, M. Mancini, G. Pagano, M. Pizzocaro, L. Fallani, and J. Catani. *A compact ultranarrow high-power laser system for experiments with 578nm Ytterbium clock transition.* arXiv :1505.01512 (2015).

[117] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli. *Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics **79**, 1–7 (2009).

[118] P. Westergaard. *Strontium Optical Lattice Clock : In Quest of the Ultimate Performance.* Thèse de doctorat, École nationale supérieure des télécommunications - ENST (2010).

[119] A. Ludlow. *The Strontium Optical Lattice Clock : Optical Spectroscopy with Sub-Hertz Accuracy.* Thèse de doctorat, University of Colorado (2008).

[120] A. Quessada-Vial. *Developpement d'une horloge à atomes de strontium piégés : Réalisation d'un laser ultra-stable et stabilité de fréquence.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2005).

[121] L. Hollberg, S. Diddams, A. Bartels, T. Fortier, and K. Kim. *The measurement of optical frequencies.* Metrologia **42**, S105 (2005).

[122] F.-L. Hong, H. Inaba, K. Hosaka, M. Yasuda, and A. Onae. *Doppler-free spectroscopy of molecular iodineusing a frequency-stable light source at 578 nm.* Optics Express **17**, 1652–1659 (2009).

[123] D. G. Fletcher and J. C. McDaniel. *Collisional shift and broadening of iodine spectral lines in air near 543 nm.* Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer **54**, 837–850 (1995).

[124] L. J. Gillespie and L. H. D. Fraser. *The Normal Vapor Pressure of Crystalline Iodine*[1]. Journal of the American Chemical Society **58**, 2260–2263 (1936).

[125] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, and T. J. Greytak. *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen.* Physical Review Letters **81**, 3811–3814 (1998).

[126] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips. *Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction.* Physical Review Letters **82**, 871–875 (1999).

[127] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters **82**, 4569–4573 (1999).

[128] D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. *Excitation of Phonons in a Bose-Einstein Condensate by Light Scattering*. Physical Review Letters **83**, 2876–2879 (1999).

[129] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell. *Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas*. Physical Review A **66**, 053616 (2002).

[130] S. Gupta, Z. Hadzibabic, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, K. Dieckmann, C. H. Schunck, E. G. M. v. Kempen, B. J. Verhaar, and W. Ketterle. *Radio-Frequency Spectroscopy of Ultracold Fermions*. Science **300**, 1723–1726 (2003).

[131] C. Chin, M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, J. H. Denschlag, and R. Grimm. *Observation of the Pairing Gap in a Strongly Interacting Fermi Gas*. Science **305**, 1128–1130 (2004).

[132] G. Cappellini, M. Mancini, G. Pagano, P. Lombardi, L. Livi, M. Siciliani de Cumis, P. Cancio, M. Pizzocaro, D. Calonico, F. Levi, C. Sias, J. Catani, M. Inguscio, and L. Fallani. *Direct Observation of Coherent Interorbital Spin-Exchange Dynamics*. Physical Review Letters **113**, 120402 (2014).

[133] A. D. Ludlow, N. D. Lemke, J. A. Sherman, C. W. Oates, G. Quéméner, J. von Stecher, and A. M. Rey. *Cold-collision-shift cancellation and inelastic scattering in a Yb optical lattice clock*. Physical Review A **84**, 052724 (2011).

[134] K. Gibble and S. Chu. *Laser-cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions*. Physical Review Letters **70**, 1771–1774 (1993).

[135] T. C. Killian. $1S - 2S$ *spectrum of a hydrogen Bose-Einstein condensate*. Physical Review A **61**, 033611 (2000).

[136] M. Kitagawa, K. Enomoto, K. Kasa, Y. Takahashi, R. Ciuryło, P. Naidon, and P. S. Julienne. *Two-color photoassociation spectroscopy of ytterbium atoms and the precise determinations of s-wave scattering lengths*. Physical Review A **77**, 012719 (2008).

[137] T. Fukuhara, S. Sugawa, Y. Takasu, and Y. Takahashi. *All-optical formation of quantum degenerate mixtures*. Physical Review A **79**, 021601 (2009).

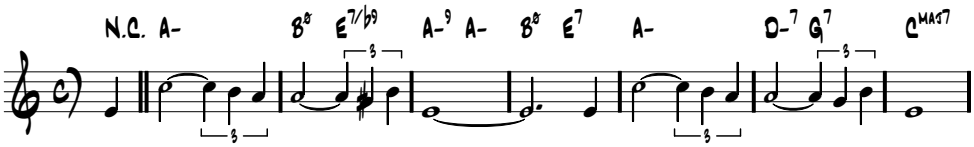
[138] F. Zambelli, L. Pitaevskii, D. M. Stamper-Kurn, and S. Stringari. *Dynamic structure factor and momentum distribution of a trapped Bose gas*. Physical Review A **61**, 063608 (2000).

[139] A. V. Gorshkov, M. Hermele, V. Gurarie, C. Xu, P. S. Julienne, J. Ye, P. Zoller, E. Demler, M. D. Lukin, and A. M. Rey. *Two-orbital SU(N) magnetism with ultracold alkaline-earth atoms*. Nature Physics **6**, 289–295 (2010).

[140] A. J. Daley, M. M. Boyd, J. Ye, and P. Zoller. *Quantum Computing with Alkaline-Earth-Metal Atoms*. Physical Review Letters **101**, 170504 (2008).

[141] A. V. Gorshkov, A. M. Rey, A. J. Daley, M. M. Boyd, J. Ye, P. Zoller, and M. D. Lukin. *Alkaline-Earth-Metal Atoms as Few-Qubit Quantum Registers*. Physical Review Letters **102**, 110503 (2009).

[142] M. Foss-Feig, M. Hermele, and A. M. Rey. *Probing the Kondo lattice model with alkaline-earth-metal atoms*. Physical Review A **81**, 051603 (2010).

[143] J. H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips. *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice*. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **35**, 3095 (2002).

— *Manhã de Carnaval / Black Orpheus* (extrait), Luiz Bonfá (1959).