



HAL
open science

Dynamique turbulente de la couronne et du vent solaires

Eric Buchlin

► **To cite this version:**

Eric Buchlin. Dynamique turbulente de la couronne et du vent solaires. Astrophysique stellaire et solaire [astro-ph.SR]. Paris-Sud XI, 2014. tel-01195751

HAL Id: tel-01195751

<https://theses.hal.science/tel-01195751v1>

Submitted on 8 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License



Institut d'Astrophysique Spatiale – CNRS / Université Paris-Sud

Mémoire présenté pour obtenir le
Diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches
spécialité : Astronomie, Astrophysique

par

Éric Buchlin

<p style="text-align: center;">Dynamique turbulente de la couronne et du vent solaires</p>

Soutenu à Orsay le 24 octobre 2014 devant la commission d'examen :

Mme	Karine	BOCCHIALINI	Examineur
M.	Sébastien	GALTIER	Président
M.	Vladimir	KRASNOSELSKIKH	Rapporteur
M.	Luca	TERIACA	Rapporteur
M.	Marco	VELLI	Examineur
Mme	Nicole	VILMER	Rapporteur

Résumé

La variabilité de l'héliosphère et en particulier la « météorologie de l'espace » sont le résultat de toute une chaîne de processus impliquant notamment la couronne et le vent solaires. La turbulence y joue un rôle fondamental, mais rend ces milieux (ainsi que leurs analogues stellaires) très complexes, avec un grand intervalle d'échelles et un grand nombre de mécanismes physiques impliqués. La couronne peut ainsi être chauffée à plus d'un million de kelvins par la dissipation de structures de petite échelle créées par la turbulence. Des observations nous ont permis d'investiguer certaines propriétés de la turbulence et des événements de chauffage, ainsi que la structure thermique de la région de transition entre la couronne ainsi chauffée et les régions inférieures qui sont plus froides. J'ai modélisé le chauffage turbulent dans le cas des régions magnétiquement fermées (les boucles coronales) et ouvertes (les trous coronaux) de la couronne. Dans les boucles coronales, j'ai montré l'existence d'une rétro-action des processus de refroidissement sur le chauffage, et j'ai obtenu des signatures spectroscopiques du chauffage turbulent. Dans les trous coronaux, nous avons montré que ce chauffage permettait d'accélérer le vent, et nous avons également obtenu des spectres de turbulence en MHD-Hall et en MHD anisotrope. À l'interface entre ces deux types de régions coronales, nous avons observé un jet de matière et déterminé quelle proportion de sa masse contribue effectivement au vent. Le champ magnétique maintient aussi en suspension des filaments de matière plus froides que la couronne environnante, et dont les éruptions peuvent provoquer de fortes perturbations du vent ; nous avons observé une telle éruption en détail, et nous développons un code permettant de détecter automatiquement ces objets avant leur éruption.

Abstract

The variability of the heliosphere and in particular "space weather" are the result of a chain of processes involving the solar corona and wind. Turbulence plays a fundamental role in these phenomena, but it makes them (as well as their stellar analogues) very complex, with a wide range of scales and a large number of physical mechanisms. The corona can thus be heated to more than a million kelvins by the dissipation of small-scale structures that are created by turbulence. Observations allowed us to investigate properties of turbulence and heating events, and the thermal structure of the transition region between the thereby heated corona and the cooler lower layers of the solar atmosphere. I have modeled turbulent heating in the case of magnetically closed (coronal loops) and open (coronal holes) regions. In coronal loops, I have demonstrated the existence of a feedback between heating and cooling processes, and I have obtained signatures of turbulent heating. In coronal holes, we have shown that this heating could accelerate the wind, and we have also obtained spectra of anisotropic MHD and Hall-MHD turbulence. At the interface between both these types of coronal regions, we have determined the proportion of the mass flux in a coronal jet that effectively contributes to the wind. The magnetic field also maintains filaments of cool material in the hot corona, and their eruption can strongly disturb the heliosphere; we have observed one of these eruptions in detail, and we are developing a code to detect these structures automatically, before their eruption.

Table des matières

Table des figures	vii
1. Introduction : du Soleil à la météorologie de l'espace	1
1.1. La variabilité solaire et ses conséquences sur l'héliosphère	1
1.2. De la variabilité de l'héliosphère à la météorologie de l'espace	4
1.3. Le chauffage de la couronne	5
1.4. Le rôle de la turbulence et des petites échelles	6
1.5. Présentation du manuscrit	9
2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire	11
2.1. Les boucles coronales	11
2.2. Un automate cellulaire	15
2.2.1. Description du modèle	15
2.2.2. Résultats	16
2.3. Modèle en couches	18
2.3.1. Description du modèle	18
2.3.2. Résultats	20
2.4. Discussion	23
2.4.1. Avantages et inconvénients des deux modèles	23
2.4.2. À propos de la définition d'un événement	24
3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables	27
3.1. Besoin de modélisation directe	27
3.2. Distribution de quantités observables issues de l'automate cellulaire	28
3.2.1. Description du modèle	28
3.2.2. Distributions des énergies thermiques	29
3.2.3. Distributions des intensités en UV	30
3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale	31
3.3.1. Objectifs et description du modèle	31
3.3.2. Évolution des quantités physiques dans la boucle	32
3.3.3. Importance de la rétroaction du refroidissement sur le chauffage	36
3.3.4. Comportement de quantités observables	38
3.3.5. Conclusion	40

Table des matières

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots	41
4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne	41
4.1.1. Différentes méthodes pour mesurer la densité	42
4.1.2. Détermination de l'opacité	45
4.1.3. Détermination de la densité	48
4.1.4. Discussion	50
4.2. Embrillancements et turbulence dans la région de transition et la couronne . .	51
4.2.1. Turbulence : spectres des champs observés	51
4.2.2. Intermittence : fonctions de structure	53
4.2.3. Événements de chauffage : distributions d'embrillancements	54
4.3. Flots dans la couronne solaire et source du vent solaire	55
4.3.1. Sources du vent solaire	56
4.3.2. Le cas de la région active AR10942	56
5. Protubérances et filaments solaires	59
5.1. Observation d'une éruption de protubérance	61
5.1.1. Morphologie et cinématique d'une éruption	61
5.1.2. Suites de l'éruption	63
5.2. Détection de filaments	63
5.2.1. Pourquoi vouloir détecter les filaments en He II ?	63
5.2.2. Le code de détection de filaments FILEAS	65
5.2.3. Premiers résultats	69
6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo	73
6.1. Turbulence et chauffage dans les régions ouvertes de la couronne solaire	73
6.2. Pentas des spectres de turbulence MHD-Hall et en MHD anisotrope	77
6.2.1. Modèle en couches de MHD Hall	77
6.2.2. MHD anisotrope en présence d'hélicité croisée	80
6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique	81
7. Conclusion et perspectives	87
A. Sélection d'articles publiés dans des revues à comité de lecture	89
Buchlin et al. (2003)	90
Buchlin et al. (2005)	100
Buchlin et al. (2006)	108
Buchlin et Velli (2007)	117
Buchlin et al. (2007)	131
Buchlin et Vial (2009)	139
Buchlin (2011)	149
Parenti et al. (2006)	154
Galtier et Buchlin (2007)	164
Bibliographie	171

Table des figures

1.1. Observation par Galilée d'un groupe de taches	2
1.2. Les missions d'étude du Soleil et de l'héliosphère	3
1.3. Phénomènes dépendant de la phase du cycle solaire	5
1.4. Cascade de Richardson	7
2.1. Des boucles coronales dans une série de régions actives	12
2.2. Représentation des modèles de boucle coronale	13
2.3. Projections des champs magnétique et de vitesse à la photosphère	13
2.4. Avalanches dans un plan de l'automate cellulaire	17
2.5. Série temporelle des énergies magnétiques dissipées dans l'automate cellulaire	17
2.6. Distribution des énergies magnétiques dissipées dans l'automate cellulaire . .	18
2.7. Fonction de chauffage obtenue par le modèle en couches	20
2.8. Distributions des événements de chauffage produits par le modèle en couches	22
2.9. Profils de chauffage obtenus par le modèle en couches	23
3.1. Distributions de l'énergie thermique dans des boucles chauffées par l'automate cellulaire	29
3.2. Intensités simulées dans une raie du Fe XIX dans des boucles chauffées par l'automate cellulaire	30
3.3. Évolution couplée des modèles de chauffage turbulent et de refroidissement .	32
3.4. Évolution initiale des profils de masse volumique, de vitesse longitudinale, de température et de flux d'énergie thermique	33
3.5. Évolution du profil des quantités physiques dans la boucle coronale	34
3.6. Évolution du profil de chauffage lorsque la rétro-action refroidissement-chauffage est coupée	37
3.7. Évolution en fonction du temps et de la position des intensités émises dans les raies	39
4.1. Transitions spectroscopiques qui peuvent être utilisées pour des mesures de la densité	42
4.2. Profils moyens des données SoHO/SUMER du Soleil entier	45
4.3. Profils des paramètres observés, en fonction de l'opacité	46
4.4. Opacité et radiance en fonction de la pression et du gradient de température .	49
4.5. Spectres de Fourier de la radiance et du décalage Doppler de S VI 93.3 nm . . .	52
4.6. Coefficient d'aplatissement du champ de décalage Doppler de S VI 93.3 nm . .	53
4.7. Structures détectées en S VI 93.3 nm et distribution de leurs radiances	54
4.8. Lignes de champ magnétique extrapolées à partir des données de SoHO/MDI .	57

Table des figures

5.1. Images en H α et en He II à la même date	60
5.2. Quatre éruptions de protubérances observées par SoHO/EIT	60
5.3. Éruption de protubérance observée par STEREO et SDO	62
5.4. Principe de la détection et du suivi des filaments	64
5.5. Sélection de candidats filaments d'après leur distance à une ligne d'inversion du champ magnétique	66
5.6. Détection de filaments dans une image SDO/AIA	67
5.7. Principe du suivi des filaments.	68
5.8. Vue d'ensemble des étapes de l'exécution du code de détection de filaments . .	69
5.9. Comparaison des détections de filaments à celle d'un autre code	70
6.1. Amplitude des deux ondes d'Alfvén en fonction du temps et de la distance héliocentrique	74
6.2. Spectres d'énergie des ondes d'Alfvén à différentes distances du Soleil	75
6.3. Puissance moyenne du chauffage par unité de masse en fonction de la distance au Soleil	76
6.4. Spectres de vitesse et de champ magnétique en MHD Hall avec $v \approx b$	79
6.5. Rapport des spectres du champ de vitesse et du champ magnétique pour $b \gg v$	79
6.6. Évolution des spectres dans le modèle de MHD anisotrope avec hélicité	80
6.7. Taux de croissance de l'effet dynamo en fonction des nombres de Reynolds . .	82
6.8. Courbes de stabilité de l'effet dynamo	83
6.9. Taux de croissance de l'effet dynamo en fonction du nombre de Prandtl ma- gnétique pour différents nombres de Reynolds magnétiques	84
6.10. Évolution des spectres d'énergie cinétique et magnétique pour différents nombres de Reynolds	85

1. Introduction : du Soleil à la météorologie de l'espace

1.1. La variabilité solaire et ses conséquences sur l'héliosphère	1
1.2. De la variabilité de l'héliosphère à la météorologie de l'espace	4
1.3. Le chauffage de la couronne	5
1.4. Le rôle de la turbulence et des petites échelles	6
1.5. Présentation du manuscrit	9

Alors que l'influence du Soleil sur la vie sur Terre est évidente, l'essentiel de la variabilité solaire observée par chacun d'entre nous s'avère en fait être d'origine terrestre (cycle des saisons, cycle diurne), atmosphérique (diffusion de Mie et de Rayleigh, météorologie) ou lunaire (éclipses de Soleil). Sans tenir compte de ces phénomènes, le Soleil nous semble chaque jour égal à lui-même, un disque blanc brillant dans le ciel, nous fournissant de la lumière et de la chaleur.

Les observations de taches solaires sont ainsi restées exceptionnelles jusqu'à l'invention de la lunette astronomique et les observations au début du 17^{ème} siècle de notamment David et Johannes Fabricius, Christoph Scheiner et bien sûr Galilée (Fig. 1). C'est seulement alors que l'on s'est rendu compte que le Soleil n'était pas parfait (il a des taches!), qu'il était une sphère (et non un disque dans les cieux) et qu'il était en rotation autour de lui-même (une confirmation que tout ne tourne pas autour de la Terre).

Depuis cette époque, nos moyens d'investigation se sont considérablement améliorés et ont permis de mettre en évidence, comme on va le voir dans la section suivante, un grand nombre de phénomènes variables solaires, à toutes les échelles de temps, d'une fraction de seconde à des milliards d'années. En parallèle, les technologies de plus en plus performantes dont l'humanité s'est dotée sont de plus en plus vulnérables à ces mêmes phénomènes, qui étaient pourtant imperceptibles auparavant. Même si la variabilité du Soleil est moins prononcée que celle d'autres étoiles, il n'est donc pas si calme qu'il en a l'air!

1.1. La variabilité solaire et ses conséquences sur l'héliosphère

Cette variabilité se manifeste sur un très grand intervalle d'échelles spatiales, de durées et d'énergies.

1. Introduction : du Soleil à la météorologie de l'espace

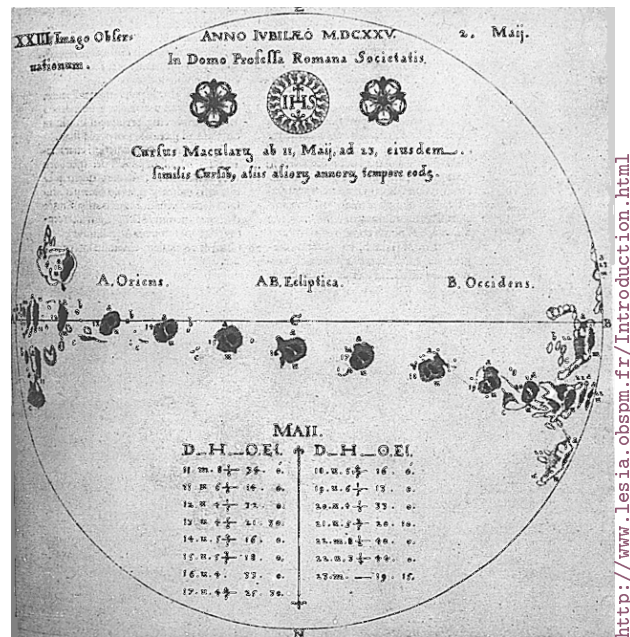


FIGURE 1.1. – Observation par Galilée d'un groupe de taches sur le disque solaire du 11 au 23 mai 1625.

Aux plus petites échelles observables actuellement, des embrillancements et des déplacements de matières sont encore visibles. Par exemple, la fusée-sonde Hi-C (High Resolution Coronal Imager) a récemment mis en évidence, au cours de sa durée d'observation de 381 s mais avec d'excellentes résolutions spatiales et temporelles (150 km et 5 s) à une longueur d'onde de 19.3 nm (émise dans la couronne), de très petits filaments en déplacement interprétés comme des tubes de flux magnétiques en cours de reconnexion (Cirtain et al., 2013).

À des échelles un peu plus grandes, un instrument comme SDO/AIA permet d'observer en permanence et sur l'ensemble du disque solaire une multitude d'embrillancements, à des échelles de temps de la minute à la journée, ce qui permet d'en faire une analyse statistique (thèse de Vincent Joulin, et Sec. 4.2). Ces embrillancements pourraient être la contre-partie, à des échelles un peu plus petites, des points brillants coronaux, eux-mêmes semblant être des régions actives miniatures.

Les régions actives apparaissent comme brillantes dans la couronne en UV et en rayons X et sont associées aux taches solaires de la photosphère : ce sont des zones de concentration du champ magnétique, qui d'une part ralentit la convection thermique en-dessous de la photosphère (d'où les taches, un peu plus froides donc plus sombres) et qui d'autre part est corrélé au chauffage coronal (d'où l'intensité en UV et X). Leur nombre suit le cycle de Schwabe, d'une période moyenne de 11 ans, qui a été mis en évidence vers 1843 grâce aux observations systématiques et aux comptages des taches solaires.

Elles sont aussi le siège de la plupart des éruptions solaires, qui sont associées à de forts

1.1. La variabilité solaire et ses conséquences sur l'héliosphère

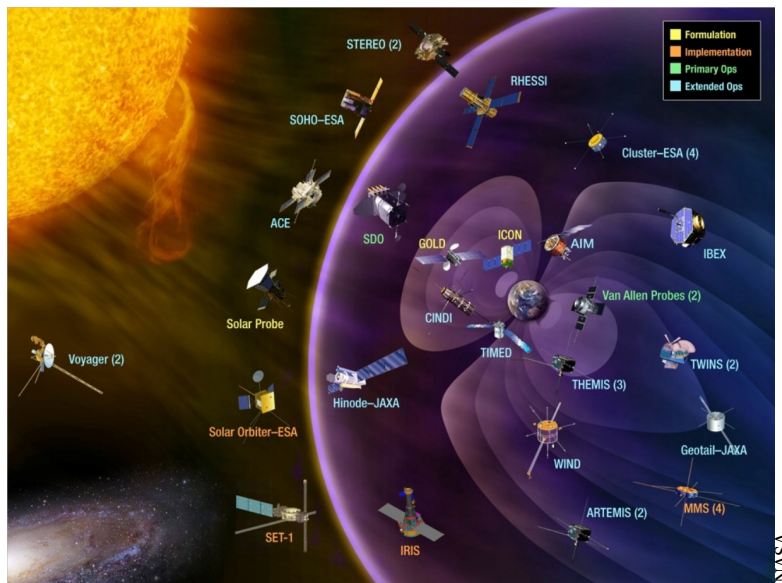


FIGURE 1.2. – 19 missions d'étude du Soleil et de l'héliosphère sont en cours d'opération. Selon la NASA, elles constituent un « Heliophysics System Observatory », offrant une complémentarité de mesures et de points de vue.

embrillancements (« flares ») dans tout le domaine électromagnétique, à l'accélération de particules énergétiques, et à l'éjection de matière lors des CME (Coronal Mass Ejections) :

- Les flares participent à la variabilité de l'irradiance solaire, dans toutes les longueurs d'ondes (Kretzschmar et al., 2010). Cet effet s'ajoute à celui des régions actives en tant que telles : au cours de leur passage sur le disque solaire, le flux solaire varie en lumière visible (diminution due aux taches, augmentation due aux plages) et augmente en UV et en rayons X. Ces variations de l'irradiance solaire sont sensibles dans toute l'héliosphère, et seraient mesurables au-delà ; sur Terre, l'augmentation du flux UV provoque par exemple un chauffage plus important des hautes couches de l'atmosphère.
- Les particules énergétiques suivent les lignes de champ magnétique de l'héliosphère, à une vitesse pouvant être proche de celle de la lumière.
- La matière des CME, plus dense et plus rapide que le vent solaire ambiant (jusqu'à 2500 km/s, Baker et al., 2013), perturbe celui-ci et le champ magnétique interplanétaire, avec des conséquences sur la magnétosphère terrestre. Les CME emportent d'autant plus de matière qu'elles sont associées à l'éruption d'une protubérance (ou filament), de la matière froide et dense maintenue en suspension dans la couronne par le champ magnétique (voir le Chap. 5).

1.2. De la variabilité de l'héliosphère à la météorologie de l'espace

Le premier lien direct entre un événement solaire et un événement géomagnétique a été établi vers le milieu du 19^{ème} siècle : 17 heures après l'éruption observée par Richard Carrington le 1^{er} septembre 1859 (Carrington, 1859), un orage magnétique (perturbation du champ magnétique par une tempête solaire) a induit dans les circuits de télégraphe des courants qui ont fortement perturbé les communications entre Portland (Maine) et Boston (Massachusetts)¹. Un événement moins connu mais encore plus ancien semble avoir provoqué un retard de train de 16 minutes le 18 octobre 1841 (Cade, 2013). Les courants induits par les orages magnétiques peuvent aussi provoquer des blackouts (Forbes et St. Cyr, 2012), comme pour 6 millions d'habitants au Québec le 13 mars 1989. Depuis, des modèles² sont développés pour essayer d'anticiper les courants induits dans les réseaux de distribution d'électricité, et donner la possibilité d'en adapter la gestion lors des tempêtes solaires.

Des perturbations de l'ionosphère peuvent aussi rendre impossibles les communications utilisant la réflexion des ondes sur celle-ci, ce qui est très gênant notamment pour les avions dans les régions polaires (ceci concerne la plupart des vols intercontinentaux). Ces perturbations engendrent également des erreurs de positionnement avec les systèmes de navigation par satellite du type GPS, dont les ondes traversent l'ionosphère.

Par ailleurs, des satellites ont déjà été endommagés ou perdus à la suite de tempêtes solaires, comme le satellite de communications AT&T Telstar 401 en 1997, ou la mission martienne japonaise Nozomi en 2003. Les particules accélérées lors des tempêtes solaires sont aussi dangereuses pour les humains dans l'espace, et donnent même des doses significatives de rayonnement aux personnes voyageant souvent en avion ; par exemple, d'après <https://www.sievert-system.org/>, j'ai reçu une dose de 140 μ Sv lors de mon voyage au Japon pour la conférence Hinode en novembre 2013³, et ces doses reçues sont significativement plus grandes lors des tempêtes solaires.

La fréquence de ces phénomènes varie avec une période de l'ordre de 11 ans, en suivant le cycle de Schwabe (voir section précédente). Mais notons que l'influence du Soleil sur la Terre ne se réduit pas aux périodes de maximum d'activité, certains phénomènes sont au contraire prépondérants lors du minimum d'activité. Guhathakurta et Phillips (2013) suggèrent ainsi de représenter le graphique du nombre de taches en fonction du temps en échangeant les axes des abscisses et des ordonnées, afin de montrer que le cycle solaire présente des extremums pendant chacun desquels les effets sur la Terre sont différents, sans que de ce point de vue on puisse parler de « minimum » ou de « maximum » (Fig. 1.2).

L'ensemble de ces phénomènes montre qu'il est important de comprendre la variabilité du Soleil et son influence sur l'environnement spatial, proche de la Terre ou plus lointain, c'est ce que l'on appelle la « météorologie de l'espace ». Les phénomènes liés à la météorologie

1. Des messages ont tout de même pu être transmis, grâce à ces courants induits, après avoir coupé la source d'électricité habituelle.

2. Voir par exemple le projet européen EURISGIC : <http://www.eurisgic.eu/>.

3. Ceci correspond environ à 5 radios thoraciques aux rayons X, ou à la dose reçue en moyenne en deux mois au sol à Paris.

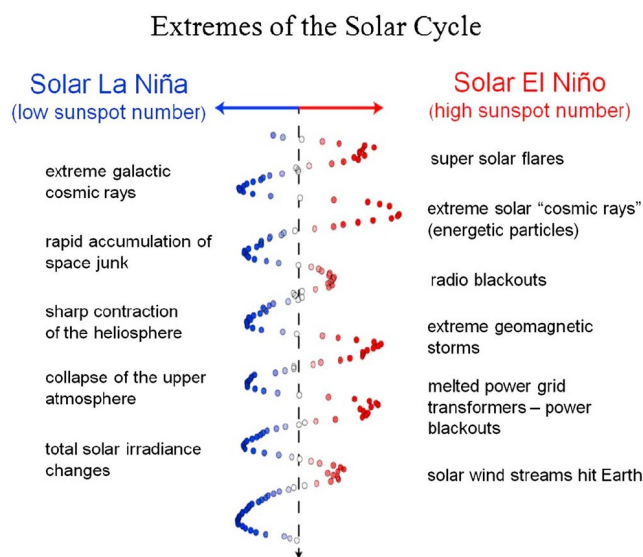


FIGURE 1.3. – Différents phénomènes dépendant de la phase du cycle solaire, représenté par le nombre de taches solaires (axe horizontal) en fonction du temps (axe vertical). Les phénomènes listés sur la gauche apparaissent lors des minimums d’activité, et ceux listés sur la droite apparaissent lors des maximums d’activité. Figure tirée de [Guhathakurta et Phillips \(2013\)](#).

de l’espace « locale » sont maintenant étudiés pour eux-mêmes, notamment en raison de leurs conséquences économiques directes, mais il n’est pas possible de faire abstraction de la source de toutes ces perturbations : l’activité solaire, et plus particulièrement la dynamique de l’atmosphère solaire, à l’interface entre l’intérieur solaire et l’héliosphère.

1.3. Le chauffage de la couronne

En plus de ces phénomènes transitoires, les observations ont montré, depuis les années 1930 ([Grotrian, 1939](#); [Edlén, 1943](#)) que la couronne est maintenue en permanence (bien qu’à un niveau dépendant du cycle solaire) à des températures supérieures au million de kelvins : les raies spectroscopiques qui sont observées s’expliquent par la présence de fer fortement ionisé, qui n’existe qu’à ces températures. Or un plasma à de telles températures subit d’importantes pertes d’énergie, par conduction, convection et rayonnement, de l’ordre, pour la couronne, de $300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ dans le Soleil calme à $10000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ dans les régions actives ([Withbroe et Noyes, 1977](#)). Ces pertes doivent être compensées par un apport d’énergie en moyenne équivalent, donc un chauffage. Par ailleurs, ce problème est lié à celui de l’accélération du vent solaire, puisqu’une couronne chauffée aux températures observées peut être accélérée à des vitesses supersoniques ([Parker, 1958](#)).

1. Introduction : du Soleil à la météorologie de l'espace

Bien que ce problème soit ancien et que de nombreux articles prétendent l'avoir résolu⁴, le détail des mécanismes du chauffage coronal reste mal connu. Il faut expliquer d'où vient l'énergie, comment elle est transportée dans la couronne, et comment elle y est dissipée. Parmi les nombreux mécanismes qui ont été proposés, certains ont pu être exclus, pour des raisons théoriques ou observationnelles, par exemple :

- Une absorption partielle du flux de rayonnement total ($65 \text{ MW} \cdot \text{m}^{-2}$), principalement émis en visible par la photosphère, est exclue, car la couronne est trop transparente à ce rayonnement (bien qu'une part très faible serait suffisante).
- Un des premiers mécanismes proposés a été la dissipation dans la couronne d'ondes acoustiques produites par les oscillations à 5 minutes (Schatzman, 1949), mais les observations d'OSO 8 (Athay et White, 1978) ont montré que ces ondes étaient dissipées trop bas : la puissance totale transportée par ces ondes dans la couronne est inférieure à $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ et serait donc insuffisante même si elle était dissipée entièrement.
- Enfin, la couronne est un milieu trop collisionnel pour que les distributions de vitesses des particules soient suffisamment non-Maxwelliennes pour qu'un filtrage en vitesse (Scudder, 1992) permette d'expliquer la température de la couronne.

D'autres mécanismes font intervenir la dissipation dans la couronne d'ondes MHD créées par des mouvements mécaniques correspondant à la granulation photosphérique (haut de la zone de convection de l'intérieur du Soleil), comme détaillé pour les boucles coronales dans la Sec. 2.1. La difficulté est de dissiper ces ondes à un taux suffisant, et essentiellement deux mécanismes sont en concurrence :

- L'« absorption résonnante » (par exemple Ionson, 1978; Sakurai et al., 1991) : les boucles coronales (voir section suivante) sont des cavités résonnantes pour les ondes d'Alfvén qui ont une fréquence multiple de leur temps de propagation dans la boucle (un aller-retour), et ces ondes peuvent alors être fortement dissipées.
- Le « mélange de phases » (par exemple Heyvaerts et Priest, 1983) : la dissipation ohmique ou visqueuse, ainsi que les instabilités MHD, sont plus efficaces quand les phases des ondes se mélangent, ce qui peut arriver à cause d'inhomogénéités dans le milieu de propagation.

Notons que ces deux mécanismes ne sont pas incompatibles et pourraient avoir lieu en même temps (Poedts et Goedbloed, 1997).

Une autre classe de mécanismes, dits à « courant continu », fait intervenir une injection d'énergie sur une longue période, par exemple l'accumulation d'énergie magnétique et la formation de couches de courants, qui peuvent être dissipées par effet Joule ou par reconnexion magnétique.

1.4. Le rôle de la turbulence et des petites échelles

Alors que les événements les plus spectaculaires sont bien sûr ceux qui interviennent à grande échelle (des centaines de milliers de kilomètres), celles-ci ne suffisent pas, aussi bien pour expliquer la vitesse de déclenchement des événements transitoires (la reconnexion

4. Au moins dans leur titre et dans le communiqué de presse correspondant, même si l'article est plus prudent et admet ne lever le voile que sur une partie du problème.

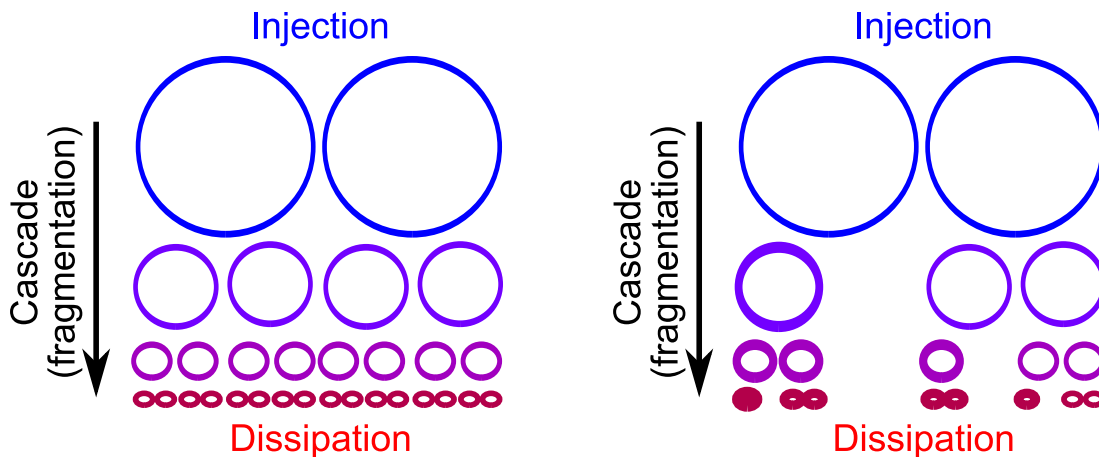


FIGURE 1.4. – Cascade de Richardson : les grands tourbillons se fragmentent en tourbillons de plus en plus petits, jusqu’aux échelles de dissipation. À gauche : cas non-intermittent ; à droite : cas intermittent.

serait par exemple trop lente) que pour expliquer le chauffage de la couronne (la puissance correspondant aux gros événements ne suffit pas à chauffer l’ensemble de la couronne). C’est pour cela que dans ce document nous nous intéresserons particulièrement (mais pas uniquement) aux petites échelles, jusqu’aux plus petites échelles décrites par la mécanique des fluides (de l’ordre du kilomètre, dans la couronne).

Les structures à petites échelles pourraient provenir d’une cascade turbulente des grandes vers les petites échelles, en suivant l’idée de la cascade de Richardson (1922) telle que représentée Fig. 1.4 à gauche : les grands « tourbillons » (grandes structures), créés aux échelles de l’injection de l’énergie dans le système, se fragmenteraient en tourbillons de plus en plus petits, jusqu’à atteindre des échelles auxquelles la dissipation (a priori inversement proportionnelle à l’échelle au carré, si son comportement est celui de la viscosité) devient efficace. Cette dissipation provient de processus fondamentaux qui sont décrits à encore plus petite échelle par la théorie cinétique, mais qui ne sont pas l’objet de ce document.

Bien que les structures de petite échelle ne soient pas observables car elles sont plus petites que la résolution de nos télescopes, elles sont importantes pour l’ensemble du système. Elles ne peuvent donc pas être simplement négligées, d’abord parce qu’il existe un couplage de proche en proche entre des échelles très différentes, via une série d’interactions non-linéaires locales lors d’une cascade turbulente. De plus, des échelles très différentes peuvent être couplées directement, par des interactions non-linéaires non-locales, qui sont notamment constatées dans des simulations numériques de turbulence comme celles de Alexakis et al. (2005); Mininni et al. (2005); Alexakis et al. (2007), et que je prends en particulier en compte dans Buchlin (2011) (Sec. 6.3) : l’évolution du système dépend alors de toutes les échelles à la fois.

Les phénomènes de dissipation turbulente à petite échelle sont de plus intermittents : le flux d’énergie aux échelles intermédiaires entre celles d’injection et de dissipation d’énergie

1. Introduction : du Soleil à la météorologie de l'espace

(intervalle inertiel) n'est pas constant, et alors la puissance de dissipation d'énergie peut comporter de fortes variations temporelles et spatiales ; il n'y a pas homogénéité à chaque instant, comme représenté dans la Fig. 1.4 à droite. Les corrélations entre structures d'échelles différentes, formant des structures cohérentes comme des tourbillons ou des couches de courant, indiquent que les petites structures peuvent avoir une influence sur les structures de grandes échelles, voire sur le déclenchement non-linéaire d'événements à grande échelle.

Les petits événements sont également nombreux, et leur nombre peut compenser, du point de vue global, leur faiblesse individuelle. Dans la couronne solaire, ils pourraient ainsi avoir un rôle prépondérant dans la puissance totale de chauffage de la couronne, à condition que la distribution de l'énergie des événements soit suffisamment concentrée sur les petits événements. Les observations de grands événements semblent par ailleurs indiquer que ceux-ci n'ont pas une puissance suffisante pour maintenir les hautes températures observées dans la couronne ; l'existence de petits événements non observables serait alors nécessaire pour fournir la puissance manquante.

Plus précisément, si la fréquence des énergies fournies à la couronne par les événements est une loi de puissance

$$F(E) = N_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\alpha} \quad (1.1)$$

sur un intervalle d'énergies $[E_{\min}, E_{\max}]$ ⁵, la puissance totale par unité de surface du Soleil fournie par l'ensemble des événements est⁶

$$W_{\text{tot}} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} E F(E) dE = \frac{N_0 E_0^2}{2-\alpha} \left(\left(\frac{E_{\max}}{E_0} \right)^{2-\alpha} - \left(\frac{E_{\min}}{E_0} \right)^{2-\alpha} \right) \quad \text{si } \alpha \neq 2, \text{ ou} \quad (1.2)$$

$$= N_0 E_0^2 \ln(E_{\max}/E_{\min}) \quad \text{si } \alpha = 2 \quad (1.3)$$

Cette puissance dépend, pour une énergie de référence E_0 quelconque fixée, de la fréquence N_0 des événements d'énergie E_0 , de la pente α , et de l'intervalle d'énergie $[E_{\min}, E_{\max}]$. Comme noté par [Hudson \(1991\)](#) et précisé par [Berghmans \(2002\)](#), étant donnés les paramètres N_0 et E_{\max} généralement obtenus à partir des observations, une condition nécessaire⁷ pour que les petits événements apportent une énergie permettant de compenser les pertes d'énergie calculées pour la couronne solaire ([Withbroe et Noyes, 1977](#)) est que la pente α de la distribution de fréquences des événements soit plus grande que 2.

Par ailleurs, la turbulence MHD rend plus efficace les mécanismes de chauffage évoqués à la Sec. 1.3, par exemple la dissipation d'énergie est plus importante en reconnexion magnétique turbulente ([Ichimaru, 1975](#)).

5. $F(E) dE$ est le nombre d'événements d'énergie comprise entre E et $E + dE$ par unité de surface solaire et de temps ; N_0 est la fréquence des événements d'une certaine énergie E_0 arbitraire.

6. L'expression pour $\alpha = 2$ est le prolongement par continuité de celle pour $\alpha \neq 2$: la pente $\alpha = 2$ n'a rien de particulier du point de vue physique, si ce n'est qu'alors les événements de chaque ordre de grandeur en énergie contribuent de manière égale à la puissance totale.

7. Cette condition n'est pas forcément suffisante : par exemple pour $\alpha = 2.1$, $E_{\max} = 10^{26}$ J, $N_0 = 10^{-44} \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{J}^{-1}$ à $E_0 = 10^{22}$ J, il faudrait $E_{\min} \leq 10^2$ J pour arriver à $W_{\text{tot}} \geq 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$!

1.5. Présentation du manuscrit

Dans le chapitre suivant (Chap. 2), je vais commencer par présenter deux modèles du chauffage turbulent dans les boucles coronales : un automate cellulaire et un modèle en couches, tous deux issus de la MHD réduite (MHD incompressible en présence d'un fort champ magnétique axial). Pour une boucle donnée, ces modèles fournissent une puissance de chauffage en fonction du temps et de la position le long de la boucle, à partir de laquelle, dans le Chap. 3, on calcule l'évolution thermodynamique du plasma suite à son chauffage et à son refroidissement, puis des quantités qui pourraient être directement comparées aux observations spectroscopiques.

Dans le Chap. 4, je présente différentes observations et caractérisations de structures ou phénomènes qui sont des conséquences du chauffage : la région de transition chromosphère-couronne, les embrillancements et la turbulence dans la région de transition et la couronne, et enfin un flot de matière dans de grandes boucles coronales et la base du vent solaire.

Les mécanismes de chauffage et de refroidissement dans la structure magnétique complexe de la couronne peuvent également former les protubérances : dans le Chap. 5 j'évoquerai l'étude d'une éruption de protubérance, ainsi qu'un code de détection automatique de filaments (des protubérances vues sur le disque solaire) qui pourrait avoir des applications aussi bien scientifiques qu'en météorologie de l'espace.

Enfin, dans le Chap. 6, je présenterai d'abord un modèle de la turbulence et du chauffage dans les régions ouvertes de la couronne solaire, qui permet d'expliquer l'accélération du vent solaire, puis deux modèles des spectres de turbulence pouvant s'appliquer au vent solaire (un modèle en couches et un modèle d'évolution diffusive des spectres). Finalement, je montrerai que les modèles en couches permettent également d'obtenir des résultats intéressants sur l'effet dynamo turbulent.

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

2.1. Les boucles coronales	11
2.2. Un automate cellulaire	15
2.2.1. Description du modèle	15
2.2.2. Résultats	16
2.3. Modèle en couches	18
2.3.1. Description du modèle	18
2.3.2. Résultats	20
2.4. Discussion	23
2.4.1. Avantages et inconvénients des deux modèles	23
2.4.2. À propos de la définition d'un événement	24

Les travaux présentés dans ce chapitre visent à mieux comprendre les mécanismes de chauffage qui sont à l'œuvre dans la couronne, ce qui reste, comme expliqué à la Sec. 1.3, un des plus grands défis de la physique solaire actuelle. Mon travail dans ce domaine consiste à essayer de montrer, comme suggéré à la Sec. 1.4, que la turbulence permet effectivement de transférer l'énergie injectée à grande échelle au niveau de la photosphère (mouvements de la granulation) à des petites échelles auxquelles elle peut être dissipée, et que cette dissipation est suffisante pour expliquer les propriétés observables de la couronne dans les boucles.

2.1. Les boucles coronales

Au cours de mes travaux, je me suis notamment intéressé à des modèles de boucles coronales, qui sont des tubes de flux magnétiques et qui sont en quelque sorte les « briques » élémentaires de la couronne solaire magnétiquement fermée. Ces boucles sont visibles en UV, par exemple dans les régions actives, comme on peut le voir dans la Fig. 2.1, aussi bien sur le disque solaire qu'au limbe. Le fait qu'elles sont des structures contrastées et donc identifiables dans ces images tient au fait que le plasma y est confiné par le champ magnétique et que la conduction thermique est réduite dans les directions transverses au champ magnétique. Ainsi, lorsque de l'énergie est dissipée à un certain endroit dans un

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

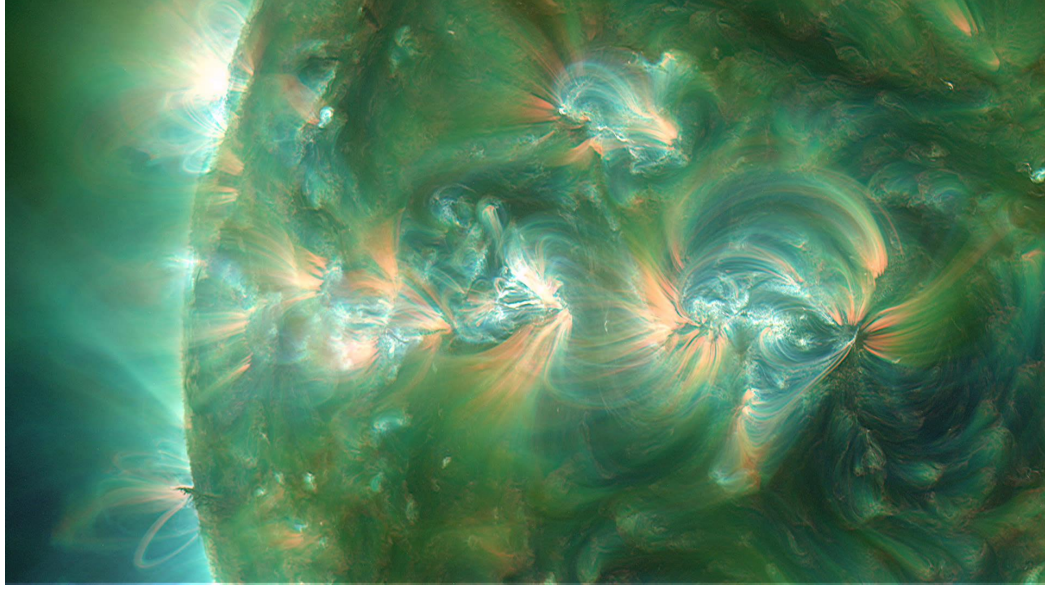


FIGURE 2.1. – Des boucles coronales dans une série de régions actives observées par SDO/AIA le 24 septembre 2012 dans les canaux à 17.1 nm ($\log T = 5.8$, rouge), 19.3 ($\log T = 6.1$, vert) et 21.1 ($\log T = 6.3$, bleu). Image réalisée avec le logiciel JHelioViewer.

tube de flux magnétique, l'ensemble du plasma du tube de flux magnétique est chauffé par convection et conduction thermique, ce qui le rend lumineux, alors que le plasma voisin n'est pas chauffé.

J'ai construit des modèles de ces systèmes dans lesquels, comme représenté dans la Fig. 2.2 :

- L'énergie est injectée par des mouvements de la photosphère aux pieds des boucles. Ces mouvements, en présence d'un champ magnétique, donnent en effet lieu à un flux électromagnétique (vecteur de Poynting) qui peut s'écrire (avec une loi d'Ohm $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$) :

$$\vec{\Pi} = \frac{(-\vec{v} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} (B^2 \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{B}) \vec{B}) \quad (2.1)$$

À travers une interface comme la photosphère, dont la normale définit une direction « parallèle », comme représenté Fig. 2.3, on peut séparer les composantes parallèles et perpendiculaires des vecteurs \vec{v} et \vec{B} ; les termes en $B_{\parallel}^2 v_{\parallel}$ s'annulent, et le flux d'énergie à travers l'interface est donc

$$\Pi_{\parallel} = \frac{1}{\mu_0} (B_{\perp}^2 v_{\parallel} - (\vec{v}_{\perp} \cdot \vec{B}_{\perp}) B_{\parallel}) \quad (2.2)$$

Le premier terme correspond à l'advection de l'énergie magnétique à travers l'interface (« émergence de flux »), alors que le second est dû au déplacement perpendiculaire des lignes de champ magnétique traversant l'interface. Dans nos simulations, ce

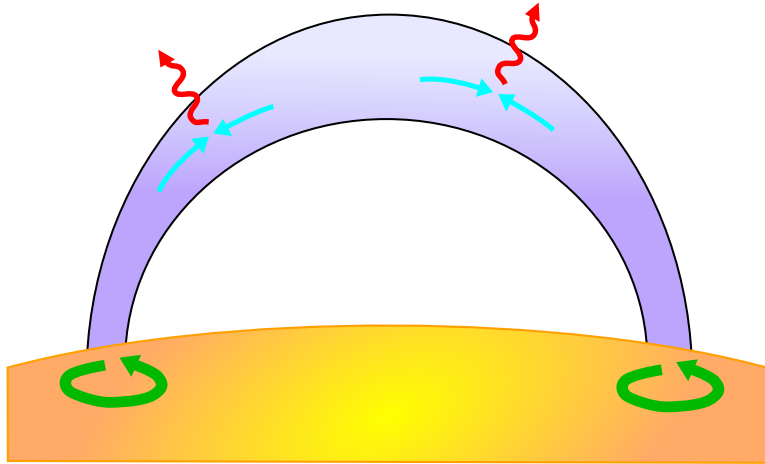
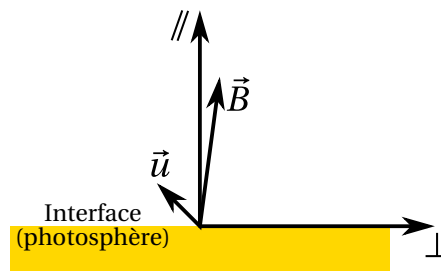


FIGURE 2.2. – Représentation des modèles de boucle coronale, incluant des conditions aux limites (à la photosphère) en vitesse, la propagation d’ondes d’Alfvén, leur interaction non-linéaire, et leur dissipation.

FIGURE 2.3. – Direction parallèle \parallel (à la normale à l’interface) et plan perpendiculaire \perp pour la projection des champs magnétique et de vitesse à la photosphère.



2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

sera ce terme qui permettra d'injecter de l'énergie dans le système et de générer des ondes d'Alfvén.

- Des ondes d'Alfvén se propagent le long du champ magnétique.
- Ces ondes interagissent de manière non-linéaire, produisant des structures à petite échelle.
- Ces structures sont dissipées, par un mécanisme modélisé par une diffusivité magnétique et une viscosité.

La propagation, l'interaction et la dissipation des ondes d'Alfvén sont calculées dans les deux modèles présentés dans ce chapitre en considérant que les champs transverses (magnétique et de vitesse) sont des perturbations du champ magnétique longitudinal (le champ de vitesse longitudinal étant considéré comme négligeable). De plus, l'équation d'énergie n'est pas considérée ici : la température et l'énergie thermique du plasma ne sont pas calculées ; l'énergie dissipée est certes calculée, mais elle est « perdue » pour le plasma, c'est-à-dire qu'elle n'est pas transformée en énergie thermique du plasma¹. Ceci est possible car le paramètre β (le rapport entre la pression cinétique et la pression magnétique) du plasma est petit dans la couronne (ce plasma, bien qu'ayant une température de l'ordre du million de kelvins, est « froid ») : la dynamique est dominée par le champ magnétique et non par l'énergie thermique du plasma. Enfin, le fluide est incompressible.

Ces conditions permettent de se placer dans le cadre de la « MHD réduite » (rMHD : [Strauss, 1976](#)), développée pour décrire les champs de vitesse et magnétique dans les tubes de flux magnétiques des tokamaks, mais qui s'applique également aux tubes de flux magnétiques que sont les boucles coronales :

$$\partial_t \vec{v}_\perp + (\vec{v}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{v}_\perp = b_\parallel \partial_\parallel \vec{b}_\perp + \nu \Delta_\perp \vec{v}_\perp + (\vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{b}_\perp - \vec{\nabla}(b_\perp^2/2) \quad (2.3)$$

$$\partial_t \vec{b}_\perp + (\vec{v}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{b}_\perp = b_\parallel \partial_\parallel \vec{v}_\perp + \eta \Delta_\perp \vec{b}_\perp + (\vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{v}_\perp \quad (2.4)$$

Dans ces équations la direction parallèle est la direction longitudinale du tube de flux, et le champ magnétique \vec{B} est exprimé en tant que vitesse d'Alfvén : $\vec{b} \equiv \vec{B}/\sqrt{\mu_0 \rho}$. La vitesse d'Alfvén b_\parallel est celle qui correspond au champ magnétique axial \vec{B}_\parallel du tube de flux magnétique.

Ces équations décrivent l'évolution des champs de vitesse et magnétique sous l'effet de la propagation (termes en $b_\parallel \partial_\parallel$), de la dissipation (termes en Δ_\perp) et des interactions non-linéaires (termes non-linéaires) d'ondes d'Alfvén se propageant dans les deux sens le long de la direction de \vec{B}_\parallel . Ces ondes correspondent aux modes propres (variables d'Elsässer) $\vec{z}^+ = \vec{u}_\perp + \vec{b}_\perp$ (propagation dans le sens de $-\vec{B}_\parallel$) et $\vec{z}^- = \vec{u}_\perp - \vec{b}_\perp$ (propagation dans le sens de \vec{B}_\parallel) des équations (2.3-2.4) linéaires inviscides (c'est-à-dire sans terme non-linéaire et sans terme de dissipation).

Les termes non-linéaires conduisent, lors des collisions entre paquets d'ondes d'Alfvén contra-propageants, à la déformation de ceux-ci ; dans l'espace de Fourier à deux dimensions correspondant à chacune des sections transverses du tube de flux magnétique, on constate que ces termes donnent lieu à des interactions entre modes à des échelles différentes. Ce sont donc eux qui permettent un transfert d'énergie entre échelles, et ainsi l'apparition de turbulence.

1. Bien sûr, si on veut calculer l'émission lumineuse du plasma, on a besoin de connaître sa température ; ce sera l'objet du chapitre suivant.

Cependant la simulation numérique d'un système turbulent n'est pas une chose aisée, en raison du nombre important de modes (lié au large intervalle d'échelles) dans un tel système ; par exemple pour un plasma de couronne solaire avec un nombre de Reynolds réaliste, de l'ordre de 10^{12} , il faudrait simuler l'évolution des champs en 10^{27} points² de l'espace, et ceci avec un pas de temps extrêmement petit ! Une attention particulière sera donc portée dans les deux sections suivantes à la modélisation simplifiée de ces termes non-linéaires, afin de contourner les difficultés liées à la turbulence dans les simulations numériques.

2.2. Un automate cellulaire

Article (inclus p. 90) : [Buchlin et al. \(2003\)](#)

2.2.1. Description du modèle

Dans le premier modèle de boucle coronale, les interactions non-linéaires entre ondes d'Alfvén sont modélisées dans chaque section transverse de la boucle coronale par un automate cellulaire, un ensemble discret de cellules évoluant au cours du temps en suivant des règles simples dépendant de l'état des cellules voisines ([Ulam, 1952](#)). Ce modèle, qui est une évolution de celui d'[Aletti et al. \(2000\)](#); [Aletti \(2001\)](#), est décrit de manière détaillée dans ma thèse et dans [Buchlin et al. \(2003\)](#) (inclus dans l'annexe A) ; j'en donne ici une description synthétique.

De tels modèles ont été introduits à partir des années 1990 pour le chauffage de la couronne (par exemple [Lu et Hamilton 1991](#); [Lu et al. 1993](#); [Vlahos et al. 1995](#); [Krasnoselskikh et al. 2002](#) ; voir aussi la revue [Charbonneau et al. 2001](#)), en se basant sur un principe analogue aux modèles d'avalanches dans les tas de sable : l'énergie magnétique s'accumule, puis est dissipée lors d'un processus d'avalanche, lorsqu'un certain critère est vérifié. L'utilisation de ces modèles, simple à construire mais au comportement pouvant être complexe, repose sur la constatation que la turbulence MHD a, comme par exemple les avalanches dans un tas de sable, un comportement d'auto-organisation critique (SOC — Self-Organized Criticality, [Bak et al. 1987](#))³ : sous l'effet de l'accumulation d'énergie, le système tend vers un état à la fois organisé et critique (hors-équilibre et instable).

L'originalité du modèle présenté ici est d'avoir une physique proche des équations de la MHD (le critère de déclenchement de l'avalanche est un seuil sur le courant électrique, et ce courant électrique est calculé par l'équation de Maxwell-Laplace sans courant de déplacement), et d'avoir une géométrie adaptée à celle d'un tube de flux magnétique. Ceci permet d'injecter l'énergie dans le système comme décrit à la Sec. 2.1 (avec un champ de vitesse imposé aux deux extrémités de la boucle), et de décrire la propagation des ondes d'Alfvén.

2. J'ai supposé ici que le domaine de simulation est un cube, dont l'arête est la plus grande échelle, et le pas de grille de simulation est déterminé par la plus petite échelle, dans le cadre d'une turbulence de Kolmogorov (dans laquelle le rapport entre ces deux échelles, en fonction du nombre de Reynolds Re , est $Re^{3/4}$).

3. Une discussion de l'applicabilité de la SOC et des automates cellulaires à la turbulence MHD est présentée dans ma thèse ([Buchlin, 2004](#)).

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

Le modèle de boucle est constitué d'un ensemble de cellules en trois dimensions dans un domaine parallélépipédique (allongé dans le sens longitudinal du tube de flux). Chaque cellule contient deux valeurs complexes A_z et Ψ_z , correspondant à la composante longitudinale des potentiels vecteur magnétique et de vitesse⁴ dans l'espace de Fourier 2D correspondant à chaque section transverse du domaine. À partir de ces valeurs, nous pouvons facilement calculer les composantes transverses \vec{u}_\perp et \vec{b}_\perp des champs de vitesse et magnétique et les composantes longitudinales J_z et ω_z du courant électrique et de la vorticité, dans l'espace de Fourier 2D (dans chaque section transverse), puis dans l'espace réel.

Pour la propagation des ondes d'Alfvén, on translate simplement d'une cellule dans la direction longitudinale, à chaque pas de temps, les potentiels vecteurs $a^\pm = A_z \pm \Psi_z$ correspondant aux variables d'Elsässer (a^+ dans un sens, a^- dans l'autre sens). Cela donne une contrainte forte sur la vitesse d'Alfvén, qui est égale à la taille longitudinale d'une cellule de la grille divisée par le pas de temps.

La dissipation se fait en enlevant aux potentiels vecteurs A_z et Ψ_z respectivement ηJ_z et $\nu \omega_z$, seulement quand et où le courant J_z dépasse un certain seuil J_c .   la suite de cette opération, on recalcule J_z , et celui-ci peut dépasser un nouveau seuil $C J_c$ (avec $C \in [0, 1]$) : on recommence jusqu'à ce que J_z soit partout plus petit que $C J_c$; l'ensemble de la procédure donne lieu au processus d'avalanche, qui se fait dans un temps beaucoup plus court que le temps de propagation des ondes d'Alfvén.

L'énergie est injectée dans le système, comme mentionné ci-dessus, en imposant aux deux extrémités de la boucle un champ de vitesse u_f décrit par son spectre (en $k_\perp^{-5/3}$, comme dans la turbulence de Kolmogorov). Cela permet de calculer l'onde d'Alfvén entrant dans le système par une extrémité de la boucle (z^+ d'un côté, z^- de l'autre) en fonction de l'onde d'Alfvén sortant par la même extrémité (z^- ou z^+), en résolvant l'équation $z^+ + z^- = 2 u_f$, ce qui revient à une réflexion partielle des ondes d'Alfvén sur les extrémités de la boucle.

2.2.2. Résultats

  partir d'un état initial d'énergie cinétique et magnétique nulle, suite à l'injection d'énergie aux bords du domaine et à la propagation des ondes d'Alfvén, l'énergie augmente dans l'ensemble du domaine de simulation. Des avalanches peuvent alors avoir lieu, comme on peut le voir à la Fig. 2.4.

L'énergie magnétique perdue lors des avalanches dans un plan du domaine de simulation (une section du tube de flux magnétique), à chaque pas de temps, est représentée à la Fig. 2.5. Une fois un état quasi-stationnaire atteint, la distribution de ces énergies (trait plein de la Fig. 2.6) est une loi de puissance de pente de l'ordre de -1.6 , sur 3 ordres de grandeur.

Cette distribution est peu sensible aux paramètres de la simulation (résistivité magnétique, efficacité de dissipation, spectre du champ de vitesse de forçage), comme attendu dans le cadre d'un système en auto-organisation critique. Sa pente est un peu plus faible que celle des distributions en loi de puissance obtenues à partir des observations, par exemple

4. Ces valeurs sont continues, contrairement aux automates cellulaires « classiques », dont l'archétype est le Jeu de la Vie de Conway (Gardner, 1970).

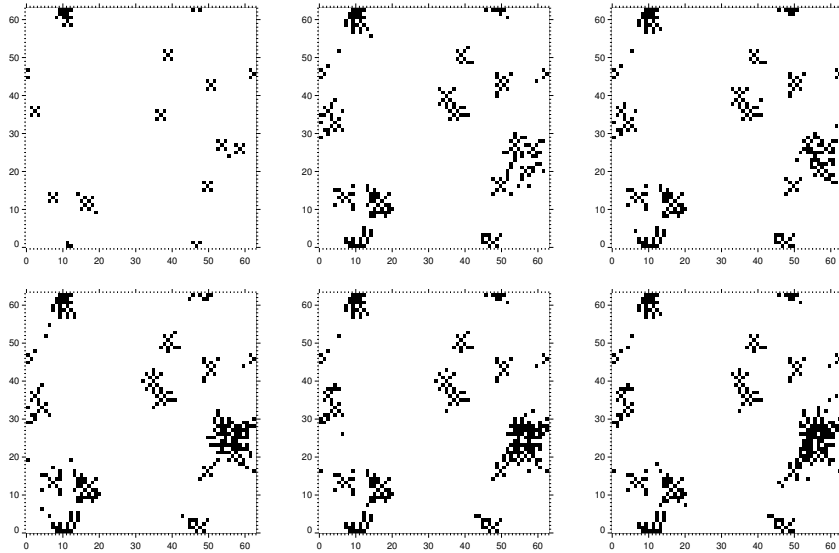
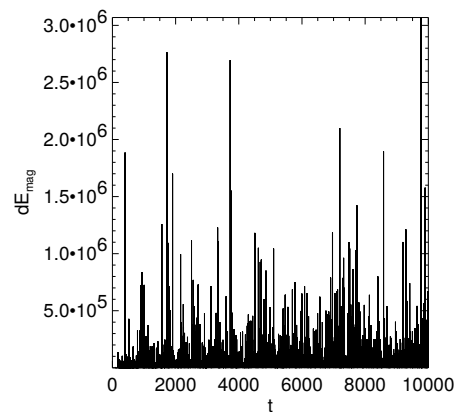


FIGURE 2.4. – Avalanches dans un plan (section transverse du tube de flux magnétique) de l’automate cellulaire : images seuillées (seuil : 20 unités du modèle) de la variation de la densité de courant par rapport au début de l’avalanche, à des instants successifs (de gauche à droite et de haut en bas). Fig. 3.2 de [Buchlin \(2004\)](#).

FIGURE 2.5. – Série temporelle des énergies magnétiques dissipées dans une section de la boucle coronale modélisée par l’automate cellulaire, en unités du modèle. Extrait de la Fig. 2 de [Buchlin et al. \(2003\)](#).



2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

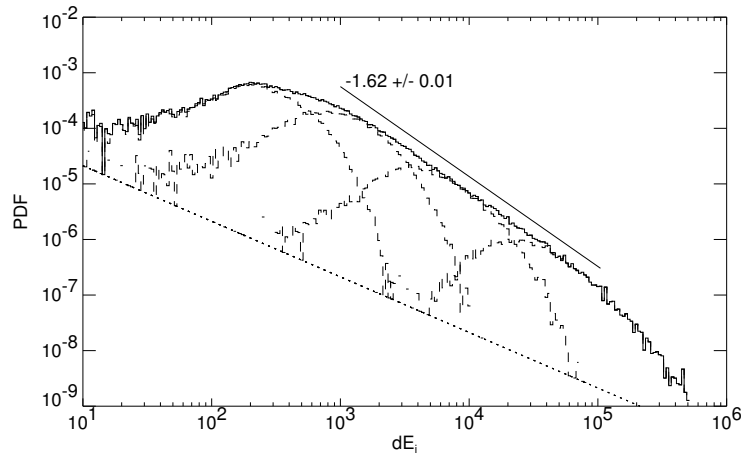


FIGURE 2.6. – Distribution des énergies magnétiques dissipées dans une section de la boucle coronale (trait plein), au cours de l'état stationnaire. En pointillés, contributions des énergies magnétiques des événements appartenant à des populations discriminées selon leur durée, des plus courts (distribution de gauche) aux plus longs (distribution de droite). La somme de ces contributions donne la distribution en trait plein. Fig. 9 de [Buchlin et al. \(2003\)](#).

[Aschwanden et al. \(2000\)](#) obtiennent, en rassemblant diverses observations dans plusieurs domaines de longueur d'onde, une pente de l'ordre de -1.8 sur 8 décades. La loi de puissance sur 3 décades que nous obtenons est déjà un résultat remarquable, vu la simplicité du modèle et la taille réduite du domaine de simulation.

L'énergie des événements est corrélée avec leur durée à la puissance 1.76 (Fig. 8 de [Buchlin et al. 2003](#)), corrélation que l'on retrouve en traçant la distribution des énergies des événements sélectionnés en fonction de leur durée (Fig. 2.6). Une telle corrélation se retrouve également dans les observations (par exemple [Berghmans et al., 1998](#)). Cette corrélation implique que les distributions d'énergie sont plus pentues, moins larges et plus éloignées de lois de puissance si les observations ou les simulations ont une cadence (ou résolution temporelle) trop faible ou une durée trop faible.

2.3. Modèle en couches

Article (inclus p. 117) : [Buchlin et Velli \(2007\)](#)

2.3.1. Description du modèle

Pour rester plus proche des équations de la MHD, j'ai développé un nouveau modèle de boucle coronale ([Buchlin et Velli, 2007](#)), baptisé SHELLATM, dans lequel nous avons choisi de remplacer les automates cellulaires par des modèles en couches (appelés aussi modèles scalaires, ou de leur nom anglais shell-models). Dans ces modèles, développés à partir des années 1970 ([Gledzer, 1973](#); [Gloaguen et al., 1985](#); [Giuliani et Carbone, 1998](#))

pour l'hydrodynamique puis pour la MHD, l'espace de Fourier pour les champs magnétique et de vitesse est divisé en couches concentriques, correspondant à des nombres d'ondes répartis logarithmiquement ($k_n = k_0 \lambda^n$, avec souvent $\lambda = 2$) ; chaque couche contient un seul nombre complexe pour chaque champ. Les termes non-linéaires de la MHD sont de plus représentés par des interactions entre couches, restreintes à des triplets de couches voisines (on néglige ainsi les interactions non locales dans l'espace de Fourier). De cette manière, la résolution des équations de la MHD est très simplifiée par rapport à une simulation directe. Ceci permet d'effectuer des simulations numériques en atteignant un très grand intervalle de nombres d'ondes, donc une turbulence à très grands nombres de Reynolds.

Plus précisément, dans le modèle de boucle coronale (Fig. 2.2), chaque section du tube de flux magnétique est représentée par un modèle en couches GOY (de Gledzer-Ohkitani-Yamada : Gledzer, 1973; Yamada et Ohkitani, 1987), qui s'écrit

$$d_t Z_n^\pm = i k_n T_n^{\pm*} - k_n^2 (v^+ Z_n^\pm + v^- Z_n^\mp) \quad (2.5)$$

pour les scalaires Z^\pm correspondant aux variables d'Elsässer $u_n \pm b_n$, avec des coefficients $v^\pm = \nu \pm \eta$ pour les termes dissipatifs (correspondant à une viscosité ν et une diffusivité magnétique η), et des termes non-linéaires T_n^\pm tels que définis par Giuliani et Carbone (1998) :

$$\begin{aligned} T_n^\pm = & \frac{\delta + \delta_m}{2} Z_{n+1}^\pm Z_{n+2}^\mp + \frac{2 - \delta - \delta_2}{2} Z_{n+1}^\mp Z_{n+2}^\pm + \frac{\delta_m - \delta}{2\lambda} Z_{n+1}^\pm Z_{n-1}^\mp \\ & - \frac{\delta + \delta_m}{2\lambda} Z_{n+1}^\mp Z_{n-1}^\pm - \frac{\delta_m - \delta}{2\lambda^2} Z_{n-1}^\pm Z_{n-2}^\mp - \frac{2 - \delta - \delta_m}{2\lambda^2} Z_{n-1}^\mp Z_{n-2}^\pm \end{aligned} \quad (2.6)$$

Les coefficients de ces termes non-linéaires sont déduits de la conservation des invariants de la MHD : pour la MHD en deux dimensions (pour une section de boucle coronale), on doit prendre $\delta_m = 5/4$ et $\delta_m = -1/3$. Dans la dimension longitudinale z de la boucle, on tient compte de la propagation des ondes d'Alfvén dans un milieu non-uniforme en densité ρ et en champ magnétique longitudinal b_\parallel .

Au final, les équations du modèle sont

$$(\partial_t \pm b_\parallel \partial_z) Z_n^\pm + \frac{1}{4} Z_n^\pm \partial_z (\ln \rho) \pm \frac{1}{2} Z_n^\mp \partial_z b_\parallel = i k_n T_n^{\pm*} - k_n^2 (v^+ Z_n^\pm + v^- Z_n^\mp) \quad (2.7)$$

avec T_n^\pm défini par l'équation (2.6). Si b_\parallel et ρ sont uniformes, on retrouve le modèle utilisé par Nigro et al. (2004).

Par ailleurs, comme dans l'automate cellulaire, on impose aux extrémités du tube de flux un champ de vitesse u_f , correspondant au forçage photosphérique, ce qui permet de calculer l'onde d'Alfvén entrant dans le domaine de simulation en fonction de l'onde d'Alfvén sortante ; ce champ est de grande échelle (non-nul seulement dans de petits indices n des variables du modèle en couche) et de temps caractéristique long par rapport au temps de propagation des ondes d'Alfvén le long de la boucle.

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

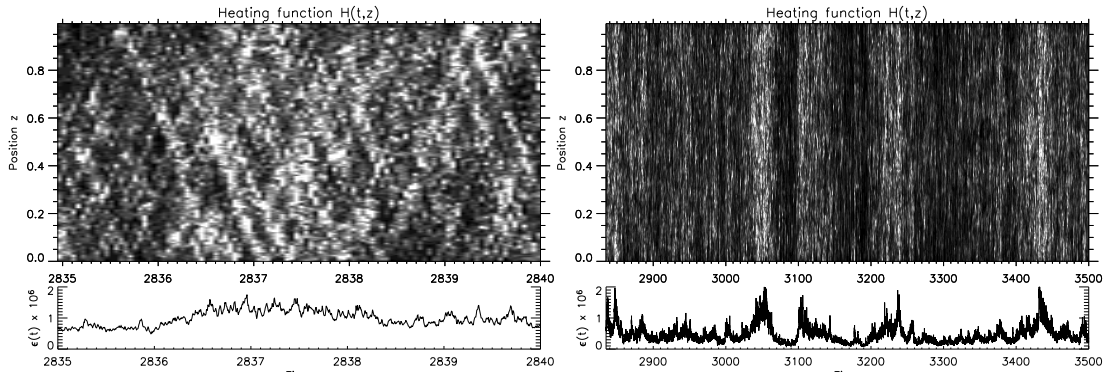


FIGURE 2.7. – En haut : fonction de chauffage (puissance de dissipation en fonction du temps et de la position le long de la boucle), pour une boucle coronale uniforme, de longueur unité avec une vitesse d’Alfvén unité, à deux échelles de temps (à gauche et à droite). En bas : puissance totale de dissipation (fonction de chauffage intégrée le long de la boucle), en fonction du temps. Extrait de la Fig. 10 de [Buchlin et Velli \(2007\)](#).

2.3.2. Résultats

Chauffage coronal par dissipation d’ondes d’Alfvén non-linéaires

Les spectres des fluctuations perpendiculaires des champs magnétique et de vitesse sont des lois de puissance, et sont différents dans les directions parallèle et perpendiculaire. Cela confirme l’existence de turbulence dans le modèle, et l’anisotropie du transfert non-linéaire de l’énergie vers les petites échelles en présence d’un champ magnétique longitudinal B_{\parallel} à grande échelle.

Ce modèle permet d’obtenir une « fonction de chauffage », c’est-à-dire la puissance de dissipation en fonction du temps et de la position le long de la boucle, comme représenté à la Fig. 2.7. Aux petites échelles de temps (à gauche dans la figure), on reconnaît la trace de la propagation de paquets d’ondes d’Alfvén : ceux-ci se propagent le long du tube de flux magnétique et rencontrent les ondes d’Alfvén se propageant dans le sens inverse, ce qui produit une cascade d’énergie vers les petites échelles, d’où la dissipation d’énergie visible ici. On voit aussi que ces paquets d’ondes d’Alfvén subissent des réflexions partielles sur les bords du domaine de simulation (correspondant à la photosphère) en raison du champ de vitesse imposé comme conditions aux limites.

Pour une boucle de rapport d’aspect (longueur sur largeur) a , de densité ρ_0 , de champ magnétique longitudinal correspondant à une vitesse d’Alfvén b_{\parallel} , et une vitesse de forçage photosphérique u_f , une analyse dimensionnelle couplée à une analyse des simulations effectuées avec le modèle pour différents paramètres donne une puissance totale de chauffage par unité de surface de (en unités SI)

$$\epsilon_S = \frac{10^{2.22}}{a^{0.52}} \left(\frac{\rho_0}{10^{-12}} \right) \left(\frac{b_{\parallel}}{10^6} \right)^3 \left(\frac{10^3 u_f}{b_{\parallel}} \right)^{1.23} \quad (2.8)$$

Pour des paramètres correspondant à des boucles coronales observées, cette puissance

du chauffage est de l'ordre de quelques centaines à quelques milliers de watts par mètre carré. Cela est du même ordre de grandeur que les pertes d'énergie déterminées par [Withbroe et Noyes \(1977\)](#), et cela est donc suffisant a priori pour permettre à la boucle coronale d'atteindre les hautes températures observées dans la couronne. Soulignons que ce résultat a été obtenu, contrairement à d'autres approches, sans imposer a priori le flux d'énergie entrant dans la boucle : seul le champ de vitesse au bord du domaine est imposé, avec des valeurs cohérentes avec ce qui est observé au niveau de la photosphère (de l'ordre de $1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$). Un tel modèle arrive donc à produire la puissance nécessaire a priori pour chauffer les boucles coronales simulées. Nous chercherons à confirmer dans la Sec. 3.3 du chapitre suivant que cette énergie fournie au plasma coronal est suffisante pour atteindre les températures observées dans les boucles.

Statistiques du chauffage coronal

L'analyse de la série temporelle d'énergie $\epsilon(t)$ (Fig. 2.7 en bas) fait apparaître que la distribution de ses incréments $\epsilon(t + \tau) - \epsilon(t)$ pour un intervalle temporel τ donné a des ailes non-gaussiennes, de plus en plus larges au fur et à mesure que τ diminue. Cela veut dire que cette série temporelle est intermittente, au sens statistique, tout comme peuvent l'être (et le sont, dans ce modèle) les champs de vitesse et magnétique turbulents (voir Sec. 1.4). Ce comportement statistique se traduit par une intermittence (cette fois au sens courant) de la dissipation d'énergie : le chauffage est impulsif, avec des périodes de chauffage fort entrecoupées de périodes de chauffage faible. Un tel comportement, possible en raison des nombres de Reynolds élevés que l'on peut atteindre grâce aux modèles en couches, peut se traduire, du fait de l'effet du chauffage sur le plasma, par des signatures spectroscopiques que l'on pourra rechercher grâce aux modèles présentés dans le chapitre suivant.

J'ai ensuite obtenu des « événements » de dissipation d'énergie, en appliquant un seuil à la série temporelle de puissance de dissipation d'énergie. Ces événements de chauffage peuvent être assimilés à de petites éruptions solaires. J'ai ensuite obtenu les distributions de différentes quantités associées à ces événements (Fig. 2.8).

L'énergie totale dissipée dans ces événements est distribuée en loi de puissance de pente de pente de l'ordre de -1.7 . Cette pente, un petit peu plus grande que celle obtenue par l'automate cellulaire (Sec. 2.2), se rapproche des pentes des distributions d'énergie observées par ailleurs ([Aschwanden et al., 2000](#)). Étant toutefois plus faible (en valeur absolue) que -2 , qui est la « pente critique » lorsqu'il s'agit de déterminer si les petits événements de dissipation dominant la puissance totale de dissipation (comme expliqué à la Sec. 1.4), cela ne permet pas de conclure que les petits événements de chauffage sont à l'origine de la haute température de la couronne.

Les distributions des temps d'attente entre événements successifs sont elles aussi des lois de puissance, ce qui indique que les événements ne sont pas poissonniens et donc qu'il doit y avoir des corrélations entre eux.

J'ai étudié plus précisément les corrélations entre différentes quantités associées à la boucle coronale, et j'ai montré un retard de quelques minutes de la dissipation sur le contenu en énergie cinétique de la boucle. Ce retard est en accord avec certaines observations ([Ranns et al., 2001](#)) et correspond au temps caractéristique de la cascade turbulente de l'énergie

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

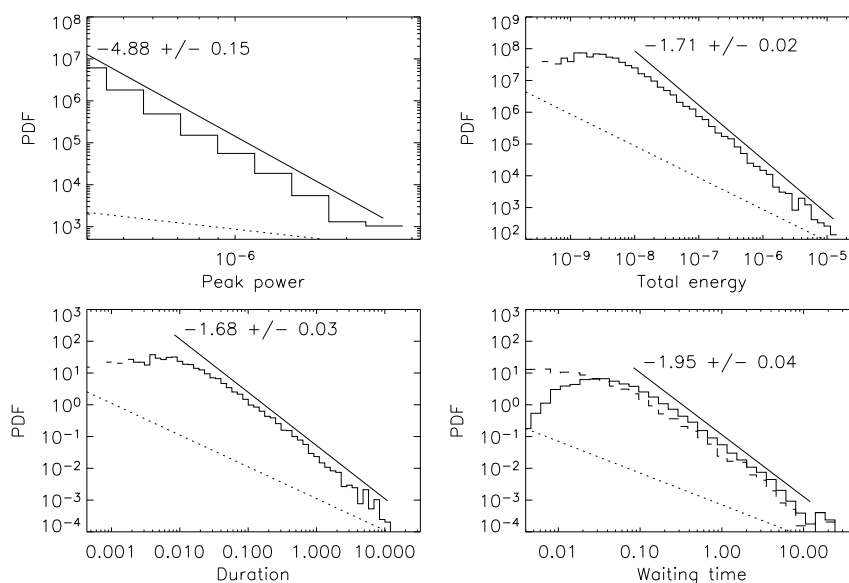


FIGURE 2.8. – De gauche à droite et de haut en bas : distributions de la puissance maximale, de l'énergie totale, de la durée, et des temps d'attente, pour des événements détectés dans la série temporelle de la puissance de dissipation d'énergie. Figure 12 de [Buchlin et Velli \(2007\)](#).

des grandes vers les petites échelles, lorsque cette cascade est active⁵ ; ainsi, les corrélations s'expliqueraient par les processus de cascade turbulente, et de tels précurseurs pourraient avoir un intérêt en météorologie spatiale pour la prévision des éruptions.

Distribution longitudinale du chauffage dans les boucles coronales

Article (inclus p. 131) : [Buchlin et al. \(2007\)](#)

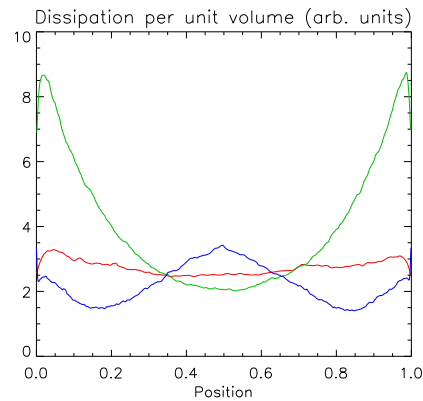
En utilisant la possibilité offerte par ce modèle d'avoir une atmosphère solaire non-uniforme, je me suis intéressé ([Buchlin et al., 2007](#)) à la distribution longitudinale du chauffage dans les boucles coronales. Il est en effet important de savoir si le chauffage a lieu principalement au sommet ou aux pieds des boucles coronales, voire dans la chromosphère. Ce profil longitudinal dépend a priori des caractéristiques de la boucle.

Comme on le voit en rouge à la Fig. 2.9, dans une boucle de champ magnétique longitudinal uniforme (et donc, par conservation du flux magnétique, de section transverse uniforme), le profil de chauffage reste quasiment uniforme même lorsque le profil de densité est fortement non-uniforme (facteur 30 entre le sommet et les pieds de la boucle⁶).

5. Le temps de cascade est la somme des temps non linéaires, (qui sont ici $(k_{\perp} u_{\perp} (k_{\perp}))^{-1}$) sur les nombres d'ondes perpendiculaires k_{\perp} participant à la cascade. Quand u_{\perp} est faible, ce temps est long, la cascade est peu active, et l'énergie s'accumule aux grands k_{\perp} ; quand celle-ci devient élevée, le temps de cascade devient court, de l'ordre de quelques minutes ici, et la cascade devient active.

6. Une telle situation serait très difficile à modéliser par des simulations numériques directes.

FIGURE 2.9. – Profils de chauffage par unité de volume, dans le cas d'un champ magnétique uniforme et d'une densité non uniforme (en rouge), d'un champ magnétique également non-uniforme (en vert), et de coefficients de viscosité et de diffusivité magnétique dépendant de la température (en bleu). Adapté de Buchlin et al. (2007).



Bien que les observations semblent indiquer que les boucles ont une section constante (Klimchuk, 2000), des simulations de leur émission en UV par Peter et Bingert (2012) montrent que cette section constante pourrait n'être qu'une apparence. Le champ magnétique est donc en fait plus faible au sommet des boucles (ce qui correspond à une boucle plus large au sommet qu'à ses pieds). Nous avons montré que dans ce cas (densité et champ magnétique non-uniformes) le chauffage se concentre aux pieds de la boucle (en vert dans la Fig. 2.9). Ceci justifie a posteriori les hypothèses sur la répartition longitudinale du chauffage faites en général dans les simulations hydrodynamiques de boucles coronales (par exemple Bradshaw et Mason, 2003b; Patsourakos et al., 2004).

J'ai aussi montré qu'il était important de tenir compte de la dépendance de la viscosité et de la résistivité en fonction de la température pour comprendre la répartition du chauffage dans les boucles. En effet, une boucle de champ magnétique longitudinal, de densité non uniforme et de pression uniforme (donc de température T non-uniforme), dans laquelle les coefficients de viscosité cinématique et de diffusivité magnétique varient respectivement en $T^{7/2}$ et en $T^{-3/2}$ (Braginskii, 1965), donne un profil de chauffage non-uniforme (en bleu dans la Fig. 2.9). Un tel calcul n'avait jamais été fait, car les échelles dissipatives couvrent alors un intervalle d'échelles si large qu'il ne peut pas être modélisé par des simulations numériques directes.

2.4. Discussion

2.4.1. Avantages et inconvénients des deux modèles

Les deux modèles présentés ici, l'automate cellulaire et le modèle en couches, sont des modèles de la MHD réduite, dans un tube de flux magnétique correspondant à une boucle coronale. Ces modèles ne décrivent ni les reconnexions entre boucles différentes, ni les flux de masse longitudinaux dans les boucles coronales, ni la thermodynamique (et donc l'évolution de la température et de la pression), ce qui ne permet pas de prendre en compte l'effet du chauffage sur le plasma (l'énergie dissipée est perdue pour le système) ou de calculer l'émission lumineuse des boucles coronales. La prise en compte des flots longitudinaux, de

2. Modèles du chauffage dans les boucles magnétiques de la couronne solaire

la thermodynamique et de l'émission de rayonnement sera l'objet du chapitre suivant.

L'automate cellulaire est en 3 dimensions, et les limitations de puissance de calcul imposent alors d'avoir une résolution relativement faible (bien que les calculs de l'évolution de l'automate cellulaire soient plus simples que la résolution numérique des équations complètes de la MHD). La vitesse d'Alfvén doit être uniforme, et est imposée par le rapport entre le pas de grille et le pas de temps. Il présente peu de couches de courants, et la dissipation a donc surtout lieu dans les îlots magnétiques. Cela pourrait être dû au critère d'avalanche de courant ; ce critère, correspondant à une résistivité « anormale », est arbitraire, mais il est aussi une façon simple de décrire le caractère intermittent de la turbulence.

Le modèle en couches (SHELLATM) est a priori bien plus proche de la physique du plasma coronal et des équations de la MHD. Le grand intervalle de nombre d'ondes perpendiculaires qui peut être décrit permet l'existence de turbulence développée (sur un grand intervalle d'échelles), et l'intermittence apparaît de façon naturelle. Il est aussi bien plus souple d'utilisation : comme j'ai construit le code selon une architecture modulaire, il est possible de l'utiliser pour simuler de nombreux systèmes avec de la turbulence MHD dans un tube de flux magnétique. Avec Andrea Verdini, nous avons par exemple appliqué ce modèle au vent solaire, comme on va le voir à la Sec. 6.1. Nous avons aussi parallélisé le code, ce qui permet d'atteindre de grandes résolutions longitudinales, rendues nécessaires par les petites échelles temporelles des termes non-linéaires de la turbulence (qui se traduiraient, à cause de la propagation des ondes d'Alfvén, par des structures de dimension longitudinale plus petite que le pas de grille si la résolution longitudinale était insuffisante).

L'implémentation de SHELLATM, que j'ai initiée pendant ma thèse, a ainsi bénéficié de nombreux développements, qui la rendent robuste, performante et versatile. C'est pour cela que j'ai rendu le code SHELLATM librement disponible pour la communauté (<http://eric.buchlin.org/research/#shellatm>), sous licence GPL et avec une documentation complète.

Néanmoins, l'information sur la géométrie en trois dimensions des champs est perdue dans le modèle en couches, qui n'a qu'une dimension le long du tube de flux magnétique, et au plus quelques dizaines de modes dans les dimensions transverses. Ceci ne permet pas de reconstituer un champ magnétique réaliste en trois dimensions, ni d'avoir une information sur la localisation transverse d'un chauffage aux petites échelles.

Cela dit, bien que les avalanches de l'automate cellulaire aient certaines propriétés intéressantes, il a paru naturel pour la suite de mon travail d'utiliser principalement le modèle en couches.

2.4.2. À propos de la définition d'un événement

Article (inclus p. 100) : Buchlin et al. (2005)

Les statistiques réalisées en détectant des événements dans des séries temporelles de puissance de dissipation d'énergie simulée (et, ailleurs dans ce manuscrit, dans des champs observés) m'ont conduit à m'interroger sur la définition à donner à ces événements. Ces événements sont en effet bien sûr dépendants de la façon qu'on choisit de les définir, et donc de les détecter. Leurs caractéristiques, et donc les statistiques de ces caractéristiques (comme

les distributions montrées à la Fig. 2.8) sont a priori aussi dépendantes de la définition des événements.

Pour vérifier cela, nous avons calculé dans [Buchlin et al. \(2005\)](#) les statistiques de différentes caractéristiques d'événements détectés par différentes méthodes à partir de séries temporelles de puissance de dissipation d'énergie issues de modèles en couches (SHELLATM, décrit à la Sec. 2.3, et un modèle en couches sans dimension longitudinale représentant la turbulence MHD en 3 dimensions). Les différentes définitions d'un événement que nous avons proposées (applicables à des séries temporelles issues de simulations ou d'observations) sont :

1. Un maximum local dans la série temporelle (du minimum local précédent au minimum local suivant).
2. Une partie connexe maximale dépassant un certain seuil (d'un passage de la courbe au-dessus du seuil, au passage suivant sous le seuil).
3. Un maximum local dans le plan temps-fréquence d'une transformée en ondelettes (en utilisant comme ondelette la dérivée seconde d'une gaussienne, appelée aussi « chapeau mexicain »).

Une fois les événements définis ainsi, nous avons déterminé dans chaque cas leur énergie, leur puissance maximale, leur durée, et le temps d'attente jusqu'à l'événement suivant, le détail des calculs dans le cas de chaque définition étant donné dans [Buchlin et al. \(2005\)](#). Pour les énergies et puissances maximales, dans le cas des définitions 1 et 2, il est possible d'effectuer une soustraction d'un « fond » (qui est naturellement absent des événements de la définition 3).

Nous avons comparé les distributions des quantités associées à des événements, pour différentes définitions de ceux-ci. Nous avons montré que ces distributions sont d'autant plus sensibles à la définition des événements (ce qui inclut la valeur d'un paramètre de la définition, tel que le seuil utilisé) que la série temporelle est peu intermittente.

De manière générale, les distributions sont plus proches de lois de puissance lorsqu'une définition impliquant un seuil était utilisée. C'est évidemment le cas pour la définition 2, mais aussi pour des variantes des définitions 1 et 3, dans laquelle les événements ne sont pris en compte que si leur énergie ou leur puissance maximale dépasse un certain seuil.

C'est en particulier vrai pour les distributions des temps d'attente entre événements successifs. Cela peut avoir une importance dans le débat sur le caractère poissonien ou non (éventuellement avec un taux variable) des événements ([Wheatland et al., 1998](#); [Lepreti et al., 2001](#)).

Les distributions des énergies dépendent elles aussi de la définition d'un événement, ce qui doit rendre prudent lorsqu'elles sont utilisées pour déterminer, comme on a tenté de le faire dans ce chapitre, si les plus petits événements sont ceux qui contribuent le plus au chauffage de la couronne. Lorsque cela est nécessaire, nous choisissons en général de définir des événements par un seuil, mais nous devons garder à l'esprit que d'autres définitions d'événements peuvent donner des résultats différents.

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

3.1. Besoin de modélisation directe	27
3.2. Distribution de quantités observables issues de l'automate cellulaire	28
3.2.1. Description du modèle	28
3.2.2. Distributions des énergies thermiques	29
3.2.3. Distributions des intensités en UV	30
3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale	31
3.3.1. Objectifs et description du modèle	31
3.3.2. Évolution des quantités physiques dans la boucle	32
3.3.3. Importance de la rétroaction du refroidissement sur le chauffage	36
3.3.4. Comportement de quantités observables	38
3.3.5. Conclusion	40

3.1. Besoin de modélisation directe

Bien qu'elle soit tentante, la comparaison entre les distributions des énergies simulées des événements de chauffage dans le chapitre précédent et les intensités observées en UV (comme dans le chapitre suivant) est difficile à faire directement. En effet, les intensités observées ne sont pas le reflet direct de l'énergie dissipée, car celle-ci chauffe d'abord le plasma, et c'est ce plasma qui émet le rayonnement, différemment dans différentes raies UV, en fonction de sa température et de sa densité. Ce plasma est par ailleurs simultanément refroidi, par ce rayonnement et par des processus comme la conduction thermique et la convection.

D'autres effets peuvent aussi intervenir. Par exemple, on peut penser que, la résolution des observations étant plus grossière que les plus petites échelles attendues pour la dissipation, les plus petits événements ne sont pas observés individuellement, ce qui modifie également les distributions d'énergies observées (dans le sens d'une pente plus forte, et moins étendue).

Une solution pour tenir compte de tels effets est de faire de la modélisation directe (ou « forward-modelling »), c'est-à-dire d'inclure dans les simulations le calcul de quantités

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

observables. Dans le cas des boucles coronales simulées au chapitre précédent, il s'agit de calculer par exemple des intensités dans différentes raies spectroscopiques en fonction du temps et de la position dans une boucle soumise au chauffage simulé. Ceci permet alors de comparer directement les mêmes quantités, entre les observations et les simulations, ce qui est a priori plus simple et robuste que d'essayer de faire des inversions (remonter aux énergies dissipées à partir des observations des différentes raies), qui correspondent en général à des problèmes mathématiquement mal posés.

De plus, comme on va le voir avec le modèle couplé de la Sec. 3.3, inclure des processus de refroidissement dans les simulations est utile non seulement pour calculer des quantités observables, mais aussi en raison des rétro-actions qui existent entre les processus de refroidissement (dont le rayonnement) et les processus de chauffage.

3.2. Distribution de quantités observables issues de l'automate cellulaire

Article (inclus p. 154) : Parenti et al. (2006)

3.2.1. Description du modèle

Dans un premier temps, avec Susanna Parenti (Parenti et al., 2006), nous avons calculé des quantités observables correspondant aux événements de chauffage dans une boucle coronale produits par l'automate cellulaire décrit à la Sec. 2.2. L'échelle est choisie de telle manière que l'énergie dissipée soit en moyenne 1.2×10^{17} J (correspondant à une nano-éruption).

Le chauffage est considéré comme impulsif, c'est-à-dire de durée très courte par rapport aux échelles de temps de refroidissement par conduction τ_c et par rayonnement τ_r . Dans une boucle coronale caractérisée par une pression p , une température électronique T_e et une densité électronique N_e , ces échelles de temps peuvent s'écrire (Cargill, 1994b)

$$\tau_c = \frac{5}{2} \frac{p L^2}{k_B T_e^{7/2}} \quad \tau_r = \frac{3 k_B T_e^{1-\beta}}{N_e \chi} \quad (3.1)$$

et sont de l'ordre de quelques centaines à quelques milliers de secondes dans des boucles typiques. Dans ces équations, L est la demi-longueur de la boucle, et la fonction de pertes radiatives $\Lambda(T_e)$ (puissance émise par unité de temps et de volume, par unité de N_e^2) est modélisée dans un certain intervalle de T_e par $\Lambda(T_e) = \chi T_e^\beta$ ce qui donne χ et β .

Au lieu de résoudre l'équation d'énergie à une dimension dans la boucle coronale, on utilise le modèle de conduction et rayonnement de Cargill (1994a) : on considère que, en raison de la très forte dépendance de τ_r/τ_c en fonction de T_e , une boucle se refroidit d'abord uniquement par conduction, avec une température qui suit (Antiochos et Sturrock, 1978)

$$T_e(t) = T_e(t_0) (1 + (t - t_0)/\tau_c)^{-2/7} \quad (3.2)$$

Puis, à partir du temps t_1 auquel τ_c est devenu plus long que τ_r en raison de la diminution de température et de l'augmentation de densité provoquées par la conduction et par l'évaporation chromosphérique qui s'ensuit, la boucle se refroidit uniquement par rayonnement,

3.2. Distribution de quantités observables issues de l'automate cellulaire

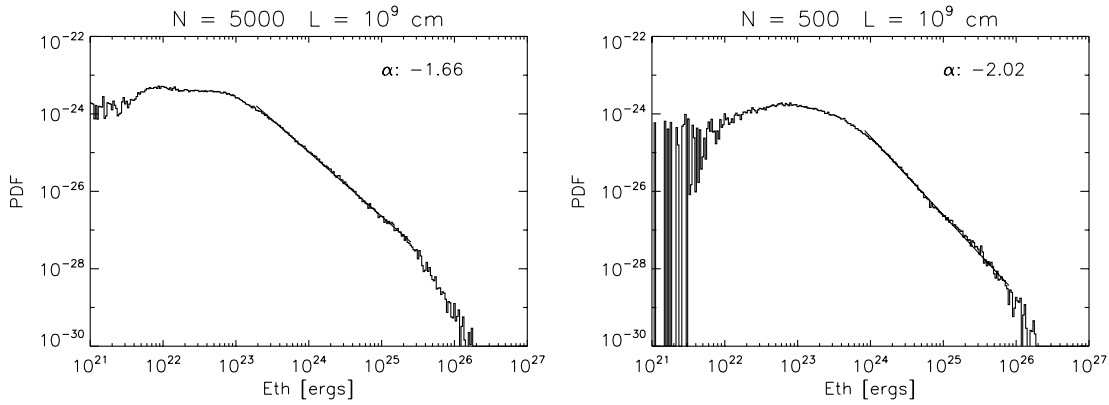


FIGURE 3.1. – Distributions de l'énergie thermique dans des boucles de demi-longueur $L = 10$ Mm, de section totale $A = 40$ Mm², et constituées de $N = 5000$ brins (à gauche) ou de $N = 500$ brins (à droite), et soumises au chauffage issu de l'automate cellulaire avec une dissipation moyenne de $5 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$. Pour $N = 5000$, en moyenne 6% des brins dépassent $\log T = 5$, contre 52% pour $N = 500$. Extrait de la Fig. 3 de [Parenti et al. \(2006\)](#)

avec une température qui suit ([Antiochos, 1980](#)) :

$$T_e(t) = T_e(t_1) \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \frac{t - t_1}{\tau_r} \right)^{1/(1/2 - \beta)} \quad (3.3)$$

De plus, nous considérons qu'une boucle coronale observée se décompose en un nombre N de brins, qui sont chauffés par des événements indépendants, et dont l'évolution des paramètres thermodynamiques du plasma se fait de manière indépendante (en raison de la conductivité thermique faible du plasma dans la direction transverse au champ magnétique). L'existence de tels brins est un paramètre important de la façon dont l'énergie dissipée se répartit dans le plasma coronal et chauffe celui-ci, de manière plus ou moins concentrée ; elle est aussi une des explications avancées pour le fait que les boucles sont vues avec une section uniforme (voir la Sec. 2.3.2), car l'entrelacement des brins empêcherait l'expansion du champ magnétique vers le sommet de la boucle. Enfin, nous calculons les intensités émises dans plusieurs raies en UV, d'après la température et la densité simulées, grâce à la base de données de physique atomique CHIANTI ([Young et al., 2003](#)).

3.2.2. Distributions des énergies thermiques

Nous avons utilisé ce modèle pour des boucles de longueurs, nombre de brins, et taux de répétition des événements de chauffage différents. Nous avons d'abord montré que, comme on pouvait le soupçonner, les distributions des énergies thermiques du plasma associées aux événements de chauffage ne reflètent que partiellement les distributions initiales des énergies dissipées au cours de ces événements. Comme on peut le voir à la Fig. 3.1, ce reflet est plus fidèle lorsque le taux de répétition des événements de chauffage dans chaque brin est faible (ce qui est en particulier le cas, lorsque le taux de répétition global dans la boucle

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

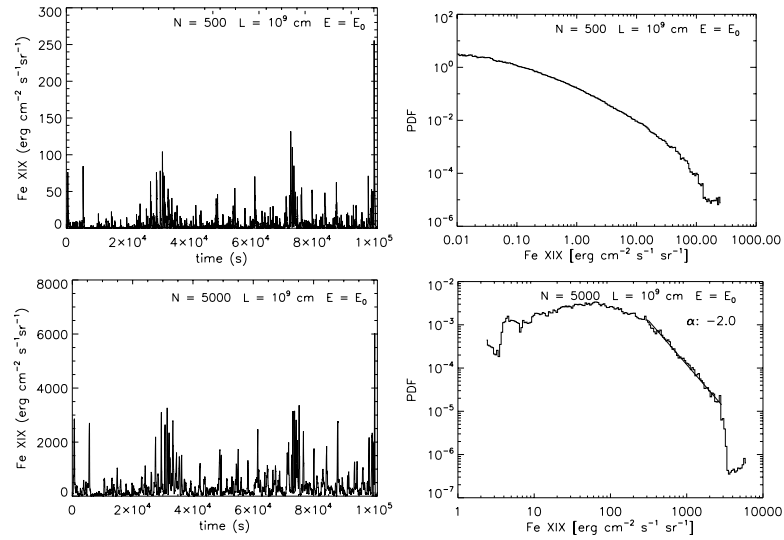


FIGURE 3.2. – Séries temporelles (à gauche) et distributions (à droite) des intensités simulées dans la raie du Fe XIX 111.8nm ($\log T_{\max} = 6.9$) dans des boucles de demi-longueur $L = 10\text{Mm}$, constituées de $N = 500$ brins (en haut) ou $N = 5000$ brins (en bas), et soumises au chauffage issu de l'automate cellulaire avec une puissance de dissipation moyenne de $5 \times 10^{-4} \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$. Figure 7 de Parenti et al. (2006).

est fixé, pour de grands nombres N de brins dans la boucle), c'est-à-dire lorsque le plasma a le temps de se refroidir entièrement entre un événement de chauffage et le suivant. Ceci témoigne de l'effet des processus de transport d'énergie, au cours desquels l'information sur la distribution des énergies dissipées se perd.

3.2.3. Distributions des intensités en UV

Ce n'est donc pas une surprise que l'information sur la distribution des énergies dissipées ne se retrouve de même que partiellement dans les distributions des intensités qui seraient observées dans différentes raies spectroscopiques UV suite au chauffage. Nous avons cependant trouvé que les distributions en énergie du chauffage pouvaient être mieux conservées dans les distributions des intensités des embrillancements en UV lorsque ceux-ci sont détectés dans des raies spectrales émises à de hautes températures (plus de 5 MK), correspondant aux températures de la boucle dans la phase dans laquelle la conduction domine, et, comme pour les énergies thermiques, quand le taux de répétition des événements de chauffage dans chaque brin est faible (Fig. 3.2).

À l'inverse, dans des raies plus « froides » ou lorsque le temps de répétition des événements de chauffage est plus élevé, ce qui est observé est constitué du résultat de refroidissement d'un grand nombre de boucles, et les distributions d'intensités correspondent à la distribution de la somme des intensités d'un grand nombre de boucles, et les pentes deviennent beaucoup

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

plus fortes¹ que pour les distributions des événements de chauffage.

Ce genre de considérations est important lorsqu'il s'agit de choisir quelles raies il faut observer pour déterminer au mieux les statistiques des événements de chauffage de la couronne : observer des raies chaudes permet d'obtenir une information plus directe sur le chauffage.

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

Article : en cours de rédaction

3.3.1. Objectifs et description du modèle

Au cours de mon séjour post-doctoral chez Peter Cargill, j'ai ensuite développé un nouveau modèle dans lequel les processus de chauffage turbulent sont couplés avec les processus thermodynamiques dont le refroidissement par convection, conduction et rayonnement. Ceci est déjà ce que nous avons partiellement fait dans Parenti et al. (2006). D'autres travaux modélisent l'hydrodynamique (incluant la thermodynamique et le rayonnement) dans les boucles coronales suite à un chauffage arbitraire (Müller et al., 2003; Patsourakos et al., 2004; Bradshaw et Mason, 2003a), ou même, dans Reale et al. (2005), avec le modèle de chauffage turbulent de Nigro et al. (2004) (similaire à Buchlin et Velli 2007, bien que moins versatile).

L'objectif par rapport à ces travaux est ici d'améliorer la description des processus physiques et d'en inclure un plus grand nombre ainsi que leurs interactions, tout en tenant compte pour la première fois de la rétro-action des processus de refroidissement sur les processus de chauffage.

Pour cela, j'ai implémenté le couplage du modèle SHELLATM décrit dans la Sec. 2.3 (Buchlin et Velli, 2007) avec le modèle HYDRAD de Bradshaw et Cargill (2005) (hydrodynamique, thermodynamique, et rayonnement selon la base de données atomiques CHIANTI, Young et al. 2003). Comme représenté à la Fig. 3.3, à un instant t , HYDRAD fournit un profil de densité $\rho(z, t)$ à SHELLATM, ce qui lui permet, étant donné un profil de champ magnétique $B_{\parallel}(z)$, de calculer la vitesse d'Alfvén $b_{\parallel}(z)$. HYDRAD fournit également à SHELLATM une durée Δt correspondant au pas de temps courant de HYDRAD (a priori plus grand que celui de SHELLATM, en raison des petites échelles décrites par celui-ci). L'évolution de SHELLATM pendant cette durée Δt est alors calculée, ce qui donne un profil de puissance de chauffage par unité de volume $H(z, t + \Delta t)$, qui servira d'entrée au pas de temps suivant d'HYDRAD.

En pratique, les exécutable correspondant aux deux modèles tournent en même temps de manière indépendante, et communiquent via des « tubes nommés » (named pipes) Unix. Le nombre de processeurs sur lequel tourne SHELLATM peut être adapté de telle manière à ce que le calcul de l'évolution des deux modèles pendant la durée Δt se fasse pendant une durée d'exécution similaire.

1. On pourrait recourir au théorème centrale limite pour dire qu'on tend vers une gaussienne, dont l'aile a une « pente infinie » en échelles logarithmiques.

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

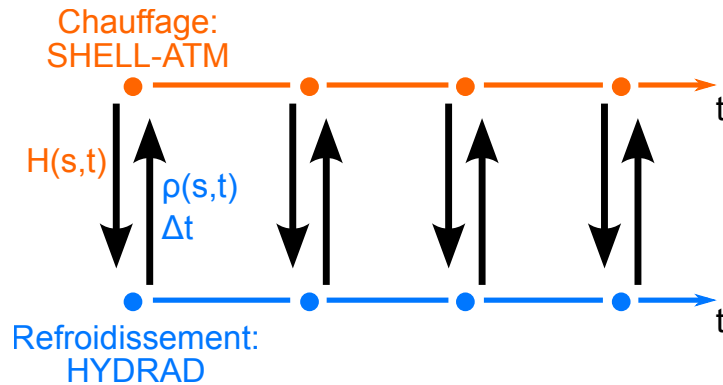


FIGURE 3.3. – Évolution couplée des modèles de chauffage turbulent SHELLATM et de refroidissement HYDRAD dans une boucle coronale, avec échange d’information à chaque pas de temps d’HYDRAD.

Pour une boucle de longueur et de profils de température initiale et de champ magnétique donnés, il faut d’abord déterminer des conditions initiales pour les deux modèles. On réalise pour cela une exécution d’HYDRAD seul, au cours de laquelle on arrive, en se donnant un profil de chauffage arbitraire, à un état stationnaire. Cet état fournira pour l’ensemble des deux modèles des profils de densité (d’où, avec le profil de champ magnétique, un profil de vitesse d’Alfvén pour SHELLATM), de pression et de température. Une alternative est de se donner une densité au sommet de la boucle et un profil de température, et d’intégrer vers le bas l’équation de la pression hydrostatique (en tenant compte de la géométrie de la boucle et donc de l’orientation locale du champ de gravité) pour obtenir les profils initiaux de densité et de pression.

Pour obtenir des conditions initiales complètes, il suffit alors de prendre en plus des vitesses longitudinales nulles pour HYDRAD, et des champs transverses nuls ou très faibles pour SHELLATM.

3.3.2. Évolution des quantités physiques dans la boucle

Évolution initiale

Dans la suite, nous présentons des résultats préliminaires obtenus avec ce modèle, non publiés.

Pour vérifier si le modèle permet de produire une boucle coronale, nous partons d’une boucle de champ magnétique de longueur $L = 40$ Mm, de largeur $\ell = 0.2$ Mm et de champ magnétique $B_{\parallel} = 18$ mT, « froide » (isotherme de température 20 000 K) et donc « vide » à son sommet (en raison de l’échelle de hauteur de densité faible, égale à 1.2 Mm à cette température), avec les autres conditions initiales calculées comme indiqué ci-dessus par HYDRAD.

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

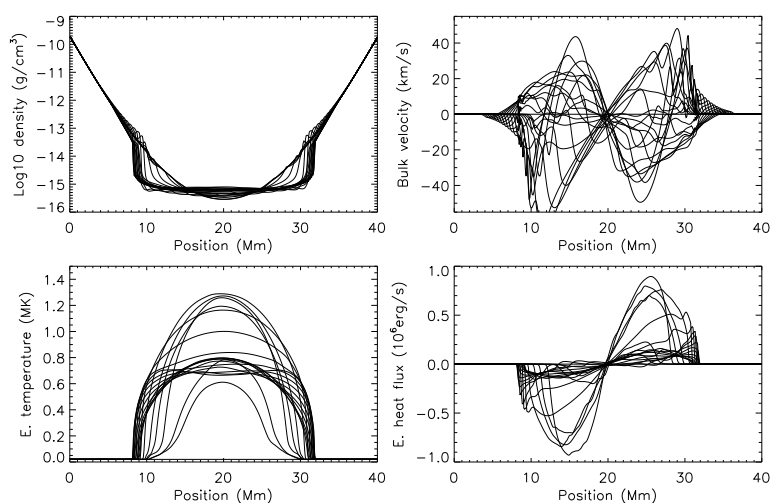


FIGURE 3.4. – Évolution au début d’une simulation de boucle coronale par le modèle couplé SHELLATM-HYDRAD : profils de masse volumique, de vitesse longitudinale, de température et de flux d’énergie thermique, tous les 20 s pendant 400 s. La boucle initiale est isotherme à 20 kK avec une vitesse longitudinale et un flux de chaleur nuls, et évolue à partir de cet état, en formant une couronne chaude et une région de transition avec la chromosphère.

À cause de l’injection d’énergie par un champ de vitesse d’amplitude $2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ aux pieds de la boucle, les interactions non-linéaires entre ondes d’Alfvén contra-propageantes deviennent importantes, ce qui produit un flux d’énergie vers les petites échelles, puis un chauffage, calculé par SHELLATM.

La boucle se réchauffe suite à ce chauffage et atteint en quelques minutes des températures, calculées par HYDRAD, de l’ordre du million de kelvins (Fig. 3.4). Le profil de densité dans la partie chaude de la boucle devient alors plus plat (l’échelle de hauteur a augmenté), et le sommet de la boucle s’est ainsi « rempli », en prenant de la masse aux parties qui étaient encore froides de la boucle. Les gradients de température et de densité sont alors très importants à l’interface entre les parties froides et les parties chaudes.

On a ainsi formé de la matière « coronale » à partir du plasma « chromosphérique » des conditions initiales, avec entre les deux une région correspondant à la région de transition chromosphère-couronne. La couronne peut ainsi bien être chauffée à des températures de plus d’un million de degrés par dissipation de la turbulence résultant des mouvements de la chromosphère aux pieds des boucles.

On note aussi l’apparition d’un flux thermique de la couronne chaude aux pieds froids de la boucle, et de flots longitudinaux dans les deux sens (montants et descendants, de chaque côté de la boucle).

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

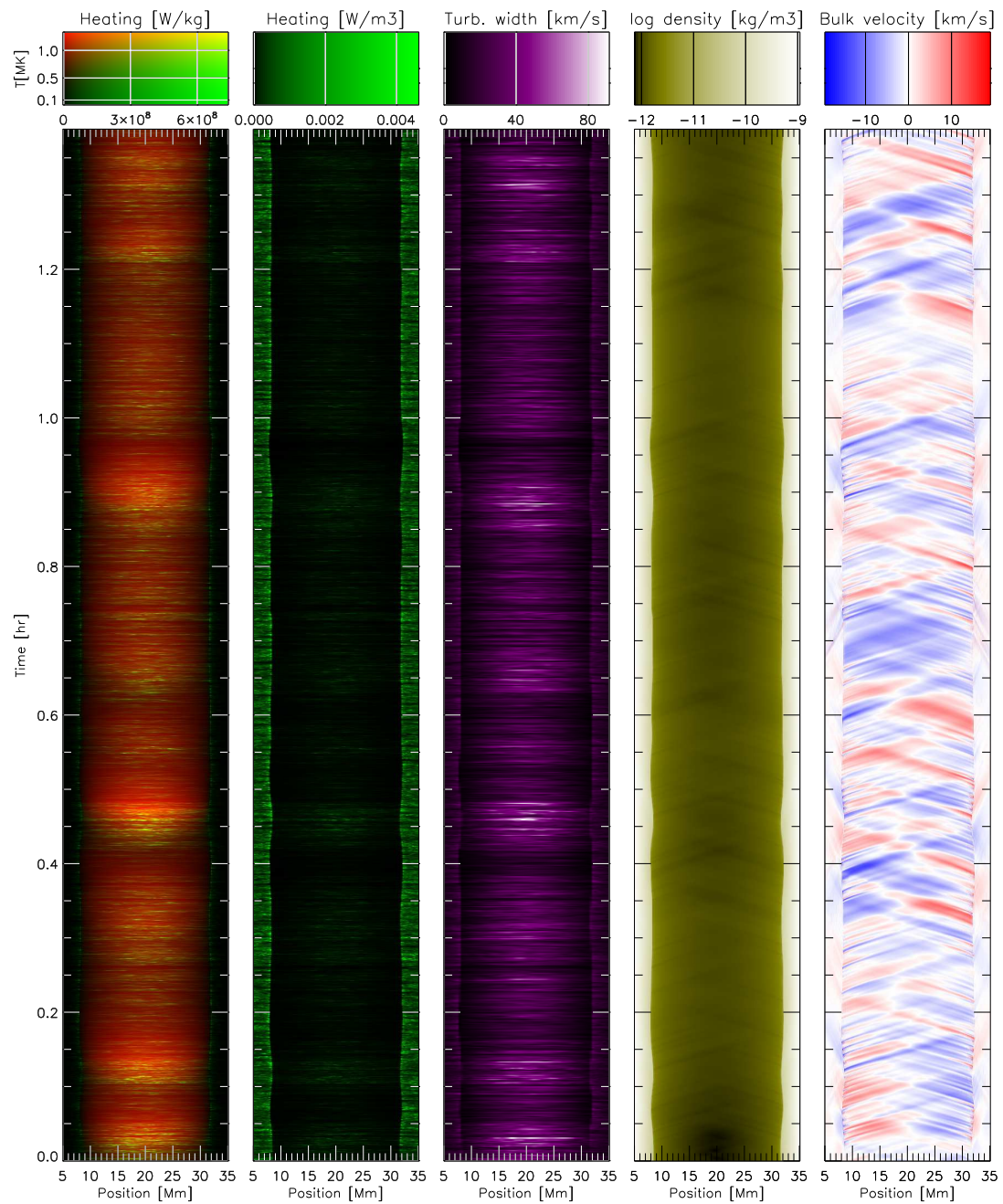


FIGURE 3.5. – De gauche à droite : température et chauffage par unité de masse, chauffage par unité de volume, largeur turbulente (largeur gaussienne correspondant à la moyenne RMS de la vitesse u_{\perp} de SHELLATM), logarithme de la masse volumique, et vitesse longitudinale, en fonction de la position dans la boucle et du temps, pour la suite de la simulation de la Fig. 3.4. Les échelles de couleur sont indiquées en haut (le code couleurs est à deux composantes dans la première colonne, le rouge représentant la température et le vert le chauffage).

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

Comportement dynamique des paramètres du plasma

L'évolution de différentes quantités en fonction du temps et de la position le long de la boucle coronale, sur une durée de plus d'une heure, est montrée dans la Fig. 3.5. Alors qu'un état quasi-stationnaire a été atteint, ces quantités présentent une dynamique intéressante que je vais décrire.

D'abord, on remarque que le chauffage n'est pas continu, mais il est important seulement lors d'épisodes limités dans le temps, eux-mêmes constitués d'un ensemble de très petits événements de chauffage. Ce comportement rappelle l'idée de l'« essaim de nanoflares » de Parker (1988). Le chauffage par unité de masse est comme on peut s'y attendre bien corrélé avec l'augmentation de la température.

Le chauffage par unité de volume est plus important dans la chromosphère du modèle, mais la quantité de matière à chauffer y est bien plus importante, et toute augmentation d'énergie thermique y est rapidement rayonnée. De plus, la variabilité de ce chauffage est plus faible que dans la couronne, et il nous semble donc que ce chauffage chromosphérique ne peut pas expliquer les variations de température dans la couronne (contrairement à ce qui est par exemple suggéré par Aschwanden et al., 2008).

La largeur turbulente, correspondant à la moyenne RMS des champs de vitesse u_{\perp} de SHELLATM, est fortement corrélée au chauffage par unité de masse. Ceci est attendu dans le cadre d'un chauffage turbulent : de telles vitesses rendent en effet la cascade d'énergie turbulente plus efficace, augmentant ainsi le flux d'énergie vers les petites échelles et la puissance de dissipation de cette énergie.

L'évolution du profil de masse volumique montre la limite nette, correspondant à la région de transition, entre la haute chromosphère et la basse couronne (avec un rapport de masse volumique restant de l'ordre de 30). Cette région de transition est poussée vers le bas à la suite des épisodes de chauffage, en raison de l'augmentation de la pression coronale et de l'évaporation chromosphérique (la chromosphère étant chauffée par la conduction thermique provenant de la couronne). À l'inverse, la région de transition remonte lors du refroidissement. La vitesse de ces mouvements est de l'ordre de $5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; cette valeur est plus faible que les 20 à $150 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ des spicules de type II, mais ceux-ci ont probablement une origine différente (De Pontieu et al., 2007).

Enfin, des flots de matière et des ondes de compression ou raréfaction, se propageant à la vitesse du son aussi bien dans la couronne que dans la chromosphère (même si les amplitudes sont plus faibles dans la chromosphère), sont visibles dans l'évolution des profils de vitesse longitudinale. Les flots de matière sont des structures de vitesse négative (représentée en bleu) se propageant vers la gauche dans la Fig. 3.5 et de vitesse positive (représentée en rouge) se propageant vers la droite, c'est-à-dire dans le même sens que la vitesse de la matière. Les ondes de compression et de raréfaction sont les structures se propageant en sens inverse de la vitesse de la matière (structures « rouges » se propageant vers la gauche et structures « bleues » se propageant vers la droite). Les variations de densité associées sont visibles dans la représentation de la masse volumique.

D'un point de vue quantitatif, le profil (en moyenne RMS) de la vitesse longitudinale est à peu près uniforme dans la partie coronale de la boucle, à $4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, alors que le profil moyen de la vitesse turbulente passe de 4 à $16 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ entre la basse et la haute couronne

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

(avec des valeurs localement supérieures à $92 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$). Cela confirme que des simulations hydrodynamiques, avec vitesses longitudinales mais sans turbulence, comme celles de [Patsourakos et Klimchuk \(2006\)](#), ne peuvent donner qu'une limite inférieure à la largeur non-thermique des raies, comme ces auteurs le font remarquer à juste titre.

La dissipation d'énergie intégrée le long de la partie coronale d'une demi-boucle dans SHELLATM correspond en moyenne à un chauffage de $380 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ par unité de surface du Soleil. C'est une valeur qui serait suffisante pour chauffer la couronne calme, mais pas la couronne active (jusqu'à $10000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ d'après [Withbroe et Noyes, 1977](#)). Ceci pourrait être dû au fait que la boucle simulée est relativement courte (du moins dans sa partie coronale), que le champ magnétique longitudinal est uniforme (donc qu'il n'y a pas d'expansion du tube de flux avec l'altitude), et que l'énergie injectée est en grande partie perdue dans la chromosphère (trop épaisse) et dans la région de transition (mal résolue numériquement). De plus, certains processus qui contribuent au chauffage de la couronne, comme par exemple les reconnections entre boucles différentes, ne sont pas pris en compte ici. La densité assez faible permet malgré tout d'obtenir des températures supérieures au million de degrés, au moins une partie du temps.

3.3.3. Importance de la rétroaction du refroidissement sur le chauffage

Toutes les simulations hydrodynamiques de boucles coronales réalisées précédemment (avec HYDRAD ou un modèle analogue) ne présentent pas de rétroaction entre le refroidissement et le chauffage : le chauffage en fonction du temps et de la position est déterminé soit de manière arbitraire (par exemple [Bradshaw et Mason, 2003a](#); [Müller et al., 2003](#); [Patsourakos et Klimchuk, 2006](#)) soit par un modèle en couches turbulent analogue à SHELLATM ([Reale et al., 2005](#)), mais même dans ce cas les calculs hydrodynamiques sont faits après coup, et leurs résultats ne peuvent donc pas influencer l'évolution du chauffage. Au contraire, les résultats que nous avons présentés sont obtenus avec les deux modèles SHELLATM et HYDRAD tournant en même temps, avec une rétroaction possible du refroidissement sur le chauffage. Que se passe-t-il lorsqu'on supprime cette rétroaction, c'est-à-dire que le profil de masse volumique dans SHELLATM reste tout le temps égal à celui de la fin de l'évolution initiale au lieu d'être mis à jour en fonction de l'évolution du profil de densité d'HYDRAD ?

Le résultat d'un tel calcul, dans lequel la rétroaction est coupée après l'évolution initiale montrée à la Fig. 3.4, est montré à la Fig. 3.6. Comme la rétroaction est coupée, le profil de vitesse d'Alfvén, dont dépend le chauffage produit par SHELLATM, ne dépend plus du profil de la masse volumique dans HYDRAD, qui est celle du plasma ainsi chauffé. Une instabilité se déclenche alors : suite à un petit déplacement vers le bas de la région de transition, du plasma de la basse couronne, de densité faible, est chauffé par une dissipation d'énergie turbulente dont la puissance par unité de volume aurait une valeur élevée, car correspondant au chauffage normalement calculé dans les conditions de la haute chromosphère. C'est ce que l'on voit dans la Fig. 3.6 en haut à gauche, et cela se traduit par un très fort chauffage par unité de masse (Fig. 3.6 en haut à droite) dans la basse couronne. Au final, on se retrouve avec une couronne plus chaude, dépassant les 1.5 MK (Fig. 3.6 en bas à droite), et la pression de cette couronne associée à l'évaporation chromosphérique repousse encore la région de transition vers le bas (Fig. 3.6 en bas à droite), mais cette évolution est due à l'instabilité liée

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

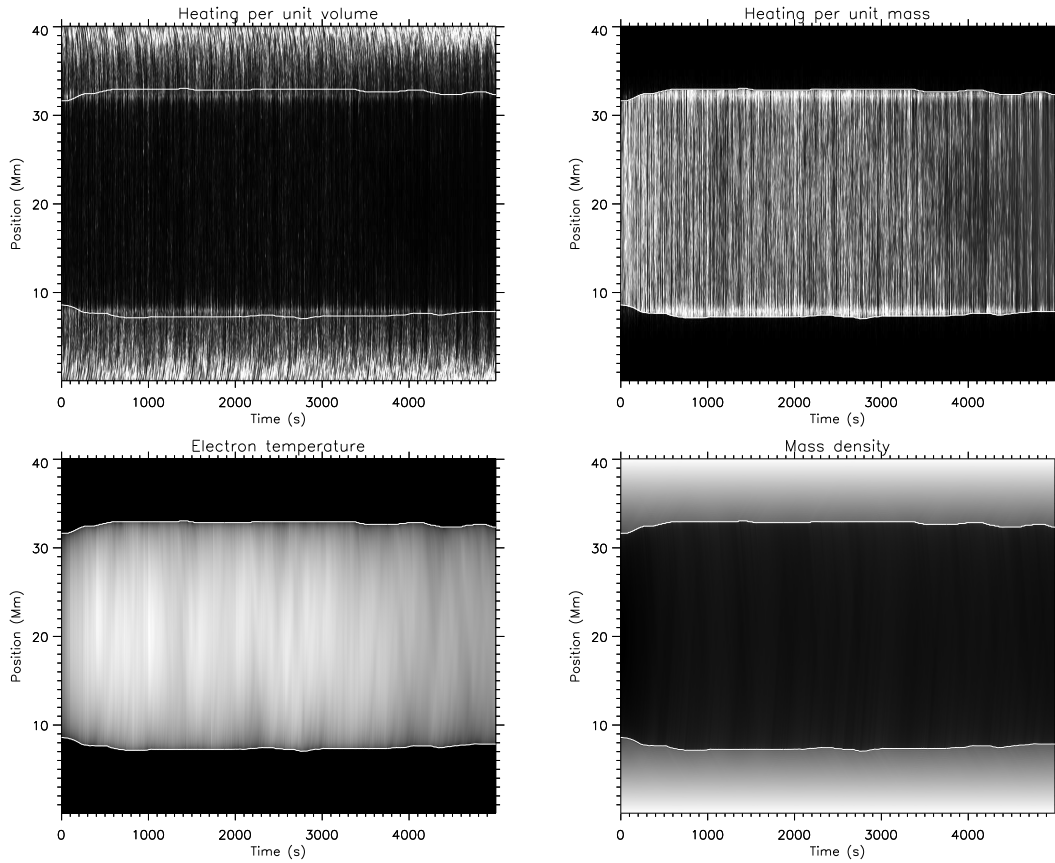


FIGURE 3.6. – Évolution en fonction du temps des profils de chauffage par unité de volume et de masse, de température électronique et de masse volumique, dans le modèle couplé SHELLATM-HYDRAD dans lequel le couplage refroidissement-chauffage par les variations du profil de masse volumique a été coupé. Les lignes blanches continues représentent la position de la région de transition chromosphère-couronne, déterminée d'après les profils de masse volumique représentés en bas à droite.

3. Prise en compte du refroidissement dans les boucles coronales et calcul de quantités observables

à la coupure de la rétroaction entre processus de refroidissement et de chauffage, et est donc non physique.

En conclusion, la rétroaction entre le résultat des processus de refroidissement et les processus de chauffage a bien un effet important. Lorsqu'on calcule l'évolution d'une boucle coronale, il est donc indispensable de tenir compte de l'ensemble de ces processus simultanément pour inclure leurs rétroactions.

3.3.4. Comportement de quantités observables

En revenant au modèle couplé (avec rétroactions), nous pouvons ensuite calculer les profils de raies spectroscopiques émises par le plasma à partir des données produites par SHELLATM et HYDRAD. L'intensité et la largeur (naturelle et thermique) de ces raies sont calculées en fonction de la température et de la densité dans chaque cellule d'HYDRAD en utilisant la base de données CHIANTI (Young et al., 2003), déjà utilisée au sein de HYDRAD pour déterminer la puissance des pertes radiatives. L'effet Doppler correspondant à la moyenne RMS du champ de vitesse de SHELLATM donne la largeur non-thermique turbulente, qui s'ajoute quadratiquement aux largeurs naturelle et thermique. Enfin, l'ensemble de la raie est décalée par l'effet Doppler correspondant à la vitesse longitudinale calculée par HYDRAD et projetée le long de la ligne de visée (une fois qu'on s'est donné la géométrie de la boucle, par exemple en prenant une boucle semi-circulaire verticale).

L'évolution des intensités de différentes raies UV ainsi calculées est montrée à la Fig. 3.7. Les raies émises aux plus basses températures (Ne VIII 77.0 nm, Fe IX 17.1 nm) sont visibles surtout dans la basse couronne, et diminuent même d'intensité dans la haute couronne lors des épisodes de chauffage : le plasma est alors trop chaud pour émettre dans ces raies. Les raies émises aux températures intermédiaires (Mg x 62.5 nm, Fe XII 19.3 nm), du même ordre que celles qui sont fréquemment atteintes dans le modèle, sont elles naturellement plus intenses suite aux épisodes de chauffage, alors que les raies les plus « chaudes » (Fe XIV 21.1 nm, Fe XVI 33.5 nm) n'ont une intensité non négligeable que lors des épisodes de chauffage les plus intenses. L'émission plus faible qu'attendu dans les raies chaudes pourrait être due à la fois au chauffage relativement faible (comme noté à la fin de la Sec. 3.3.2) et au fait que la dissipation d'énergie calculée par SHELLATM, qui s'effectue à de petites échelles transverses, est nécessairement répartie dans le plasma de toute la section de la boucle dans HYDRAD (qui est un modèle à une dimension²).

L'évolution des intensités des raies UV montre de plus une signature des ondes d'Alfvén (en plus de celle des ondes sonores) sous la forme des structures qui apparaissent quasiment horizontales sur la Fig. 3.7 (en fait, ces structures ont une pente correspondant à la vitesse d'Alfvén, beaucoup plus élevée ici que la vitesse du son). Cette signature en intensité apparaît malgré le caractère incompressible des ondes d'Alfvén : cela est dû au lien entre les ondes d'Alfvén et le chauffage, ce qui joue sur l'intensité émise en UV via la température. Cela ouvre de nouvelles perspectives pour la détection d'ondes d'Alfvén avec des imageurs au lieu des spectroscopes.

2. Si le modèle de refroidissement incluait des dimensions transverses, il faudrait aussi que le modèle de chauffage permette de connaître la localisation du chauffage dans les dimensions transverses, alors que le modèle en couches ne permet que de connaître l'échelle transverse du chauffage.

3.3. Modèle hybride du chauffage et du refroidissement du plasma dans une boucle coronale

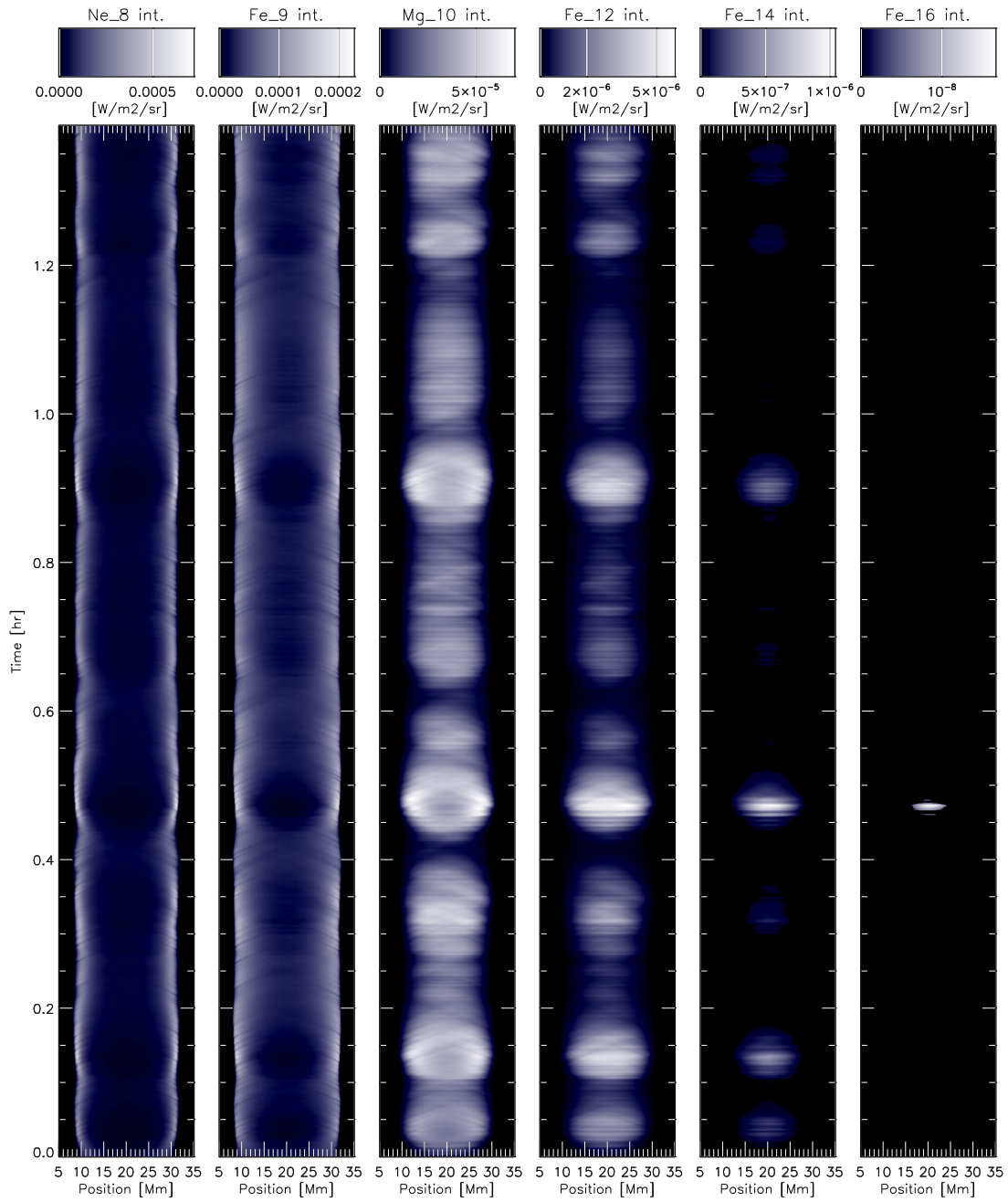


FIGURE 3.7. – Évolution en fonction du temps et de la position des intensités émises dans différentes raies spectroscopiques : Ne VIII 77.0nm, Mg X 62.4nm, Fe IX 17.1nm, Fe XII 19.3nm, Fe XIV 21.1 nm et Fe XVI 33.5 nm.

3.3.5. Conclusion

Grâce à ce modèle couplé, un grand nombre de processus physiques peut être pris en compte pour le calcul de l'évolution de paramètres physiques du plasma d'une boucle coronale, et pour le calcul de l'émission de raies spectroscopiques par celui-ci. Ces observables varient au cours des phases successives de chauffage et de refroidissement de la boucle coronale et contiennent probablement des signatures des processus physiques impliqués, ce qui en fait de bons candidats pour des comparaisons entre modèles et observations.

Le comportement très riche de ce modèle couplé ouvre de nombreuses perspectives de comparaisons avec les observations, en particulier pour des boucles simulées plus longues, avec une chromosphère moins épaisse, et avec plus de résolution numérique longitudinale. Ceci est maintenant possible car j'ai récemment rendu le couplage SHELLATM-HYDRAD compatible avec la parallélisation de SHELLATM. L'application la plus évidente est celle qui était envisagée initialement, c'est-à-dire la recherche de signatures observables des mécanismes de chauffage turbulent. Le couplage entre processus de chauffage et de refroidissement décrit par ce modèle, avec une possibilité de cycles de chauffage-évaporation-refroidissement-condensation, est aussi une des pistes qui permettrait d'expliquer les pulsations de longue période (5 à 15h) en intensité découvertes avec SoHO/EIT (Auchère et al., 2014) et maintenant observées avec SDO/AIA (thèse de Clara Froment).

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne	41
4.1.1. Différentes méthodes pour mesurer la densité	42
4.1.2. Détermination de l'opacité	45
4.1.3. Détermination de la densité	48
4.1.4. Discussion	50
4.2. Embrillancements et turbulence dans la région de transition et la couronne	51
4.2.1. Turbulence : spectres des champs observés	51
4.2.2. Intermittence : fonctions de structure	53
4.2.3. Événements de chauffage : distributions d'embrillancements	54
4.3. Flots dans la couronne solaire et source du vent solaire	55
4.3.1. Sources du vent solaire	56
4.3.2. Le cas de la région active AR10942	56

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne

Article (inclus p. 139) : [Buchlin et Vial \(2009\)](#)

J'ai déjà évoqué dans les chapitres précédents la région de transition entre la chromosphère et la couronne : dans cette région située environ à 2000 km au-dessus de la photosphère¹, la température et la densité varient d'un facteur de l'ordre de 100 en seulement quelques centaines de kilomètres. Nous avons vu que cette région de transition apparaît naturellement dans un modèle comme HYDRAD-SHELLATM (Sec. 3.3) qui tient compte en particulier des processus de chauffage (plus efficaces en altitude, là où le plasma est moins dense et donc plus facile à chauffer), du rayonnement (très différent dans la chromosphère,

1. L'altitude précise dépend des structures présentes à l'endroit considéré ; par ailleurs, une région de transition analogue existe aussi entre les protubérances (Chap. 5), constitués de matière « chromosphérique », et la couronne.

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

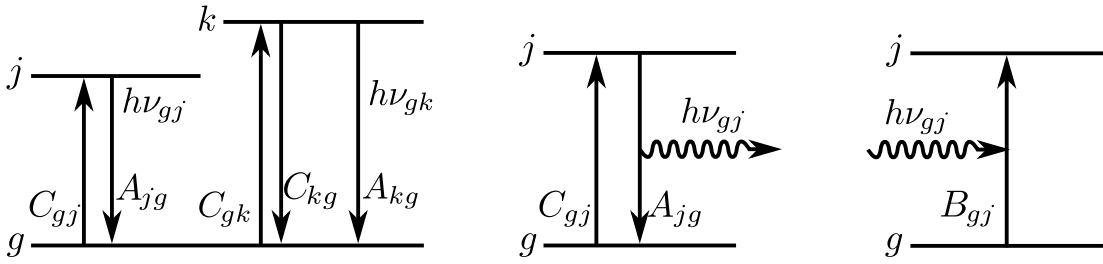


FIGURE 4.1. – Transitions spectroscopiques qui peuvent être utilisées pour différentes mesures de la densité : rapport entre les radiances de deux raies (la première étant permise, la seconde interdite), par mesure de la radiance absolue (donnant la mesure d'émission différentielle, si les mesures correspondant à plusieurs ions sont combinées), par estimation de l'opacité.

dense et optiquement épaisse, et dans la couronne, peu dense et optiquement mince), et de la conduction thermique (forte dans les régions de fort gradient de température, comme la région de transition).

Cette région n'est pour autant pas facile à modéliser, en raison des forts gradients de température et de densité, et en raison des nombreux processus physiques à prendre en compte, dans des milieux aussi différents que la chromosphère et la couronne (par exemple la modélisation des pertes thermiques de la chromosphère est très rudimentaire dans HYDRAD). Les observations spectroscopiques, combinées à un modèle dans lequel les pertes radiatives sont compensées par la conduction thermique, permettent d'obtenir des modèles empiriques de la structure de la région de transition (par exemple [Vernazza et al., 1981](#); [Mariska, 1993](#); [Avrett et Loeser, 2008](#)), qui fournissent notamment des profils de température et de densité en fonction de l'altitude.

Comment mesurer la densité dans la région de transition ? Comme dans la couronne, deux méthodes sont utilisées en général. Dans [Buchlin et Vial \(2009\)](#) nous avons déterminé des contraintes sur la densité du plasma de la région de transition en utilisant une troisième méthode, et qui est elle basée sur des mesures de l'opacité d'une raie. Je vais décrire le principe de ces trois méthodes dans la section suivante.

4.1.1. Différentes méthodes pour mesurer la densité

En utilisant le rapport entre les radiances de deux raies

Dans la première méthode ([Mason, 1998](#)), on utilise le rapport entre les radiances de deux raies d'émission $j \rightarrow g$ et $k \rightarrow g$ du même ion partageant le même niveau inférieur (on considère ici le niveau fondamental comme niveau inférieur), la seconde étant « interdite » (c'est-à-dire que, contrairement au cas de l'approximation coronale, le taux de dépeuplement $n_e C_{kg}$ du niveau supérieur par collision électronique n'est pas négligeable par rapport au taux d'émission spontanée A_{kg}). L'équilibre de la population du niveau k s'écrit alors $n_g n_e C_{gk} = n_k (A_{kg} + n_e C_{kg})$, et le rapport entre les puissances par unité de volume émises

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne

dans les deux raies est

$$\frac{P(\lambda_{gj})}{P(\lambda_{gk})} = \frac{C_{gj}/A_{jg}}{C_{gk}/(A_{kg} + n_e C_{kg})} \frac{A_{jg} \Delta E_{gj}}{A_{kg} \Delta E_{gk}} \quad (4.1)$$

Connaissant les coefficients de collisions électroniques et d'émission spontanée, le rapport des radiances est une fonction dépendant de la densité électronique : sur un certain intervalle de densité (qui dépend de la paire de raies et qui peut être relativement réduit), le rapport des radiances permet de déterminer la densité électronique.

En utilisant les radiances de différentes raies (mesure d'émission)

Dans la seconde méthode, les radiances absolues d'un ensemble de raies spectroscopiques sont d'abord obtenues. Dans le cadre de l'approximation coronale², ces radiances peuvent s'écrire

$$E(\lambda_{gj}) = \frac{n_H/n_e}{4\pi} \text{Abund}(X) \Delta E_{gj} \int G_{\lambda_{gj}}(T_e) \text{DEM}(T_e) dT_e \quad (4.2)$$

où $n_H/n_e = 0.83$ à cause de l'hypothèse d'ionisation dans le cadre de l'approximation coronale, $G(T_e)$ est une « fonction de contribution » incluant la fraction d'ionisation $n(X^{m+})/n(X)$ de l'ion X^{m+} en fonction de la température électronique T_e et le coefficient C_{gj} de collision avec les électrons, ces nombres étant donnés par la physique atomique et étant censés être peu dépendants de la densité électronique n_e ; $\text{Abund}(X) \equiv n(X)/n(\text{H})$ est l'abondance relative de l'élément X par rapport à l'hydrogène; ΔE_{gj} est la différence d'énergie entre les niveaux j et g de l'ion X^{m+} ; enfin, $\text{DEM}(T_e) \equiv n_e^2 \frac{ds}{dT_e}$ est la Mesure d'Émission Différentielle (DEM), qui représente la répartition du plasma (via le carré de sa densité électronique n_e^2) le long de la ligne de visée s en fonction de sa température électronique T_e ³.

Cette équation étant valable pour l'ensemble des raies considérées, elle peut permettre, dans certaines conditions et suite à une procédure mathématique — souvent difficile — d'inversion, de remonter à $\text{DEM}(T_e)$, et donc à une estimation de la quantité de plasma dans n'importe quel intervalle de température.

Dans le cas particulier d'un plasma isotherme de température $T_{e,0}$ sur une longueur Δs sur la ligne de visée, $\text{DEM}(T_e)$ s'écrit $\text{EM} \delta(T_e - T_{e,0})$ avec $\text{EM} = \Delta s \langle n_e^2 \rangle$, et l'Éq. (4.2) se simplifie en

$$E(\lambda_{gj}) = \frac{n_H/n_e}{4\pi} \text{Abund}(X) \Delta E_{gj} G_{\lambda_{gj}}(T_{e,0}) \langle n_e^2 \rangle \Delta s \quad (4.3)$$

qui est valable pour toutes les raies observées. La température électronique $T_{e,0}$ et la moyenne du carré de la densité électronique $\langle n_e^2 \rangle$ s'obtiennent alors simplement par les coordonnées

2. Plasma optiquement mince, hydrogène et hélium entièrement ionisés, niveau supérieur j d'un ion X^{m+} peuplé par collisions avec les électrons et rapidement dépeuplé par transition spontanée vers le niveau fondamental g .

3. L'intégrale de l'Éq. (4.2) est obtenue à partir de $\int G(T_e(s)) n_e^2(s) ds$ avec le changement de variable $s \rightarrow T_e(s)$; si cette fonction n'est pas monotone, l'analyse reste valable en décomposant la ligne de visée en sous-domaines dans lesquels elle est monotone et en sommant les radiances obtenues dans chaque sous-domaine.

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

du croisement des courbes correspondant aux fonctions

$$T_{e,0} \mapsto \frac{4\pi}{n_{\text{H}}/n_{\text{e}}} \frac{E(\lambda_{gj})}{\text{Abund}(\text{X}) \Delta E_{gj} G_{\lambda_{gj}}(T_{e,0}) \Delta s} \quad (4.4)$$

C'est la méthode des « EM loci ».

En utilisant l'opacité

L'opacité τ_0 au centre d'une raie correspondant à une transition $i \rightarrow j$ d'un certain ion est la somme des coefficients d'absorption k_{ν_0} des photons de tous les ions (ici S VI) dans l'état i (dont la densité est $n_{\text{S VI},i}$) sur la ligne de visée :

$$\tau_0 = \int k_{\nu_0} n_{\text{S VI},i} ds \quad (4.5)$$

Dans cette équation, $n_{\text{S VI},i}$ peut s'écrire

$$n_{\text{S VI},i} = \frac{n_{\text{S VI},i}}{n_{\text{S VI}}} \frac{n_{\text{S VI}}}{n_{\text{S}}} \frac{n_{\text{S}}}{n_{\text{H}}} \frac{n_{\text{H}}}{n_{\text{e}}} n_{\text{e}}, \quad (4.6)$$

où $n_{\text{S}}/n_{\text{H}} = \text{Abund}(\text{S}) = 10^{-4.73}$ dans la couronne d'après la base de données CHIANTI (Dere et al., 1997; Landi et al., 2006), $n_{\text{S VI},i}/n_{\text{S VI}}$ est la proportion (égale à 1 ici) de S VI dans le niveau i , $n_{\text{S VI}}/n_{\text{S}}$ est la fraction d'ionisation de S VI (dépendant de la température), et $n_{\text{H}}/n_{\text{e}}$ est encore égale à 0.83 (approximation coronale), c'est-à-dire qu'on a

$$n_{\text{S VI},i} = \frac{n_{\text{S VI}}}{n_{\text{S}}} \text{Abund}(\text{S}) \frac{n_{\text{H}}}{n_{\text{e}}} n_{\text{e}} \quad (4.7)$$

Par ailleurs, le coefficient d'absorption au centre de la raie (à la fréquence ν_0) pour chaque ion S VI dans l'état i est donné par

$$k_{\nu_0} = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{ij} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \quad (4.8)$$

où B_{ij} est le coefficient d'Einstein pour la transition d'absorption $i \rightarrow j$ à $\lambda_0 = 93.3$ nm. Dans cette équation, l'absorption a été intégrée sur une distribution gaussienne de décalages Doppler (dus à l'agitation thermique et à la turbulence), de largeur en fréquence $\Delta\nu_D$. En utilisant la relation entre B_{ij} et A_{ji}

$$B_{ij} = \frac{g_j}{g_i} B_{ji} = \frac{g_j}{g_i} \frac{A_{ji}}{2h\nu_0^3/c^2} \quad (4.9)$$

avec $g_j/g_i = 2$ et $\lambda_0 = c/\nu_0$, nous obtenons

$$k_{\nu_0} = \frac{\lambda_0^4 A_{ji}}{4\pi^{3/2} c \Delta\lambda_D} \quad (4.10)$$

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne

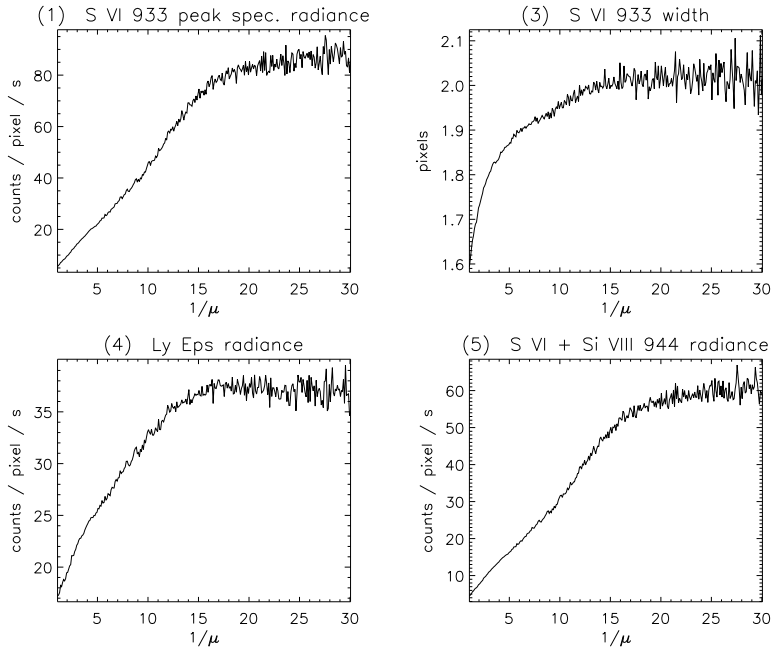


FIGURE 4.2. – Moyennes des données SoHO/SUMER sur le Soleil entier en fonction du paramètre $1/\mu$, μ étant le cosinus de l'angle entre la ligne de visée et la normale à la surface solaire. Extrait de la Fig. 2 de [Buchlin et Vial \(2009\)](#).

En utilisant cette équation et l'Éq. (4.7), l'Éq. (4.5) devient enfin

$$\tau_0 = \int \frac{\lambda_0^4 A_{ji}}{4\pi^{3/2} c \Delta \lambda_D} \frac{n_{S\text{VI}}}{n_S} \text{Abund}(\text{S}) \frac{n_{\text{H}}}{n_e} n_e ds \quad (4.11)$$

Après avoir déterminé l'opacité dans la section suivante, nous allons exploiter ce lien entre opacité et densité pour obtenir dans la Sec. 4.1.3 une estimation de la densité dans la région de transition.

Notons que pour un plasma de densité non-uniforme, l'opacité donne accès à une mesure de la moyenne de la densité le long de la ligne de visée (tout comme la méthode des rapports de raies), alors que la méthode de la mesure d'émission (utilisant les radiances absolues) donne accès à une mesure de la moyenne du carré de la densité. On peut alors obtenir grâce à l'opacité une mesure du « facteur de remplissage » $f = \langle n_e \rangle^2 / \langle n_e^2 \rangle$ (voir l'annexe A de [Buchlin et Vial 2009](#)), de manière indépendante des résultats faisant intervenir des rapports de raies ; ce facteur de remplissage est nécessairement inférieur ou égal à 1.

4.1.2. Détermination de l'opacité

L'opacité peut-être mesurée par différentes techniques, dont trois sont utilisées par [Dumont et al. \(1983\)](#) pour des données d'OSO8 (raies C IV 154.8nm et 155.1nm, Si IV 139.3nm, et O VI 103.2nm). Deux de ces méthodes supposent que plusieurs mesures sont effectuées

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

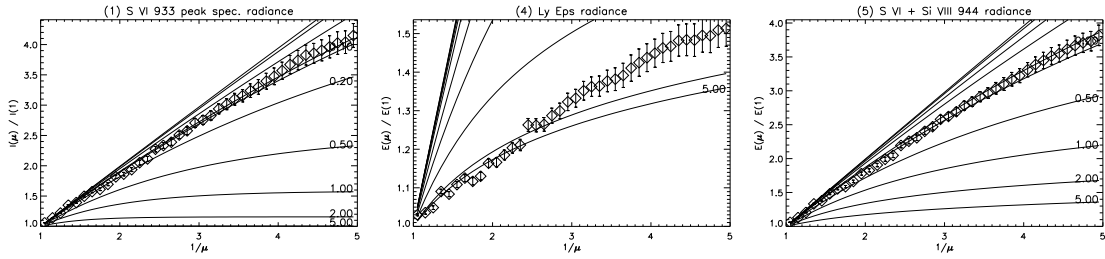


FIGURE 4.3. – Profils des différents paramètres observés (losanges), et profils théoriques ayant comme paramètre l’opacité indiquée à côté de chaque courbe (courbes en pointillés), normalisés à leur valeur au centre du disque. Dans la méthode A de la Sec. 4.1.2, un ajustement (courbe continue) du modèle aux données fournit une estimation de l’opacité.

en des endroits différents du Soleil (à différents angles entre la ligne de visée et la surface), et la troisième nécessite la mesure de la radiance des deux raies d’un doublet spectroscopique.

J’ai appliqué ces trois méthodes à une série de 36 observations du Soleil entier réalisées par Philippe Lemaire en 1996, près du minimum d’activité solaire, dans des raies du S VI et dans la raie Ly ϵ de l’hydrogène avec le spectro-imageur SUMER (Wilhelm et al., 1995) sur SoHO. Ces observations ont été réduites à bord, fournissant ainsi des cartes de cinq paramètres : maximum de la radiance spectrale, décalage Doppler et largeur de la raie S VI 93.3 nm, radiance de la raie Ly ϵ 93.8 nm, et radiance de la raie S VI 94.4 nm (probablement contaminée par un mélange avec une raie du Si VIII). Ces paramètres ont été obtenus par une méthode décrite dans Buchlin et al. (2006) ; j’ai corrigé ces données de la manière décrite dans le même article. En complément, 22 observations de contexte, fournissant l’ensemble du détecteur de SUMER et donc les profils de raies complets, ont été réalisées près du centre du disque solaire.

À partir des observations du Soleil entier, j’ai calculé les moyennes des radiances en fonction de la distance normalisée au centre du disque solaire r/R_{\odot} et en fonction de $1/\mu$, où μ est le cosinus de l’angle entre la ligne de visée et la normale aux différentes couches de l’atmosphère solaire, dans le cadre d’un modèle localement plan-parallèle. Si ces couches sont sphériques, cette normale est la verticale locale, et on a simplement $\mu = \sqrt{1 - (r/R_{\odot})^2}$.

Les résultats, représentés à la Fig. 4.2 montrent que les radiances sont proches d’une fonction affine de $1/\mu$, comme attendu pour une raie optiquement mince en géométrie plan-parallèle, jusqu’au moins $1/\mu = 10$ (correspondant à un angle de 84°).

Méthode A de Dumont et al. (1983) : variation centre-bord de la radiance

Pour une région de transition de symétrie sphérique et plan-parallèle (tant qu’on n’est pas trop près du limbe), une raie optiquement mince, une fonction source S constante, et un profil d’absorption Doppler gaussien⁴, le maximum de la radiance spectrale I dans la raie et

4. En $\exp(-u^2)$ avec $u \equiv (\lambda - \lambda_0)/\Delta\lambda_D$ pour une largeur Doppler de $\Delta\lambda_D$, correspondant à l’effet Doppler des vitesses microscopiques (agitation thermique) et macroscopiques (turbulence).

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne

sa radiance totale E sont

$$I_0(\mu) = S(1 - \exp(-\tau_0/\mu)) \quad \text{et} \quad E(\mu) = S \int_{\mathbb{R}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau_0}{\mu} e^{-u^2}\right)\right) du \quad (4.12)$$

où τ est l'opacité au centre du disque et l'indice 0 est pour le centre de la raie. Après avoir appliqué ces mêmes équations pour calculer ces quantités au centre du disque ($\mu = 1$), cela peut s'écrire

$$I_0(\mu) = I_0(1) \frac{1 - \exp(-\tau_0/\mu)}{1 - \exp(-\tau_0)} \quad \text{et} \quad E(\mu) = E(1) \frac{\int_{\mathbb{R}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau_0}{\mu} e^{-u^2}\right)\right) du}{\int_{\mathbb{R}} \left(1 - \exp(-\tau_0 e^{-u^2})\right) du} \quad (4.13)$$

Un ajustement de l'une ou l'autre de ces fonctions aux observations d'une raie en fonction de μ , avec comme paramètres τ_0 et $I_0(1)$ ou $E(1)$ (laissés ici libres, contrairement à [Dumont et al. 1983](#)), donne une estimation de l'opacité τ_0 au centre du disque et au centre de la raie.

Méthode B de [Dumont et al. \(1983\)](#) : variation centre-bord de la largeur et de la radiance

L'élargissement de la raie vers le limbe, observé ici pour S VI 93.3 nm (Fig. 4.2), peut être interprété comme l'effet d'une saturation de l'opacité près du limbe (la raie n'y est alors plus optiquement mince). Avec les mêmes hypothèses que pour la méthode A et si les vitesses turbulentes sont isotropes, et avec $d \equiv \Delta\lambda_l^* / \Delta\lambda_c^*$ le rapport des largeurs observées de la raie au limbe et au centre du disque, l'Éq. (4) de [Dumont et al. \(1983\)](#)

$$2\left(1 - \exp\left(-t_0 e^{-d^2 \ln^2}\right)\right) = 1 - \exp(-t_0) \quad (4.14)$$

permet d'obtenir l'opacité t_0 au centre de la raie et au limbe. L'opacité τ_0 au centre de la raie et au centre du disque est alors obtenue en résolvant (selon que la quantité observée soit I ou E) :

$$\frac{I_0(1)}{I_0(0)} = \frac{1 - \exp(-\tau_0)}{1 - \exp(-t_0)} \quad \text{ou} \quad \frac{E(1)}{E(0)} = \frac{\int_{\mathbb{R}} \left(1 - \exp\left(-\tau_0 e^{-u^2}\right)\right) du}{\int_{\mathbb{R}} \left(1 - \exp(-t_0 e^{-u^2})\right) du} \quad (4.15)$$

Méthode C de [Dumont et al. \(1983\)](#) : rapport de raies

Avec une fonction source égale pour les deux raies du doublet, des opacités dans le même rapport que le rapport des forces d'oscillateur des deux raies ($f_{933} = 2f_{944}$), et en tenant compte de l'absorption, le demi-rapport entre les maximums des radiances spectrales des deux raies est

$$K \equiv \frac{I_{0,933}}{2I_{0,944}} = \frac{1 + \exp(-\tau_{0,933}/2)}{2} \quad (4.16)$$

À partir de l'observation de K , n'importe où sur le disque solaire, on obtient alors τ_0 pour la raie S VI 93.3 nm par

$$\tau_{0,933} = -2 \ln(2K - 1) \quad (4.17)$$

En pratique, pour obtenir K , j'ai dû tenir compte du mélange de S VI 94.4 nm avec Si VIII, et donc utiliser les spectres complets disponibles dans les observations de contexte (ce qui permet de séparer les deux raies par un ajustement du profil à une double gaussienne).

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

TABLE 4.1. – Opacités des raies du S VI obtenues par les différentes méthodes.

Méthode	Jeu de données	Données	$\tau_{0,933}$	$\tau_{0,944}$	Note
A	Soleil entier	$I_{0,933}$	0.11		
A	Soleil entier	E_{944}		0.24	Mélange avec Si VIII non séparé
B	Soleil entier	$I_{0,933}$	0.05		
C	Contexte (spectres)	$I_{0,933}/I_{0,944}$	0.09		Mélange de S VI 94.4 nm avec Si VIII séparé

Résultats

Les opacités des raies de S VI, obtenues par les trois méthodes décrites ci-dessus, sont résumées dans la Table 4.1. Les résultats obtenus par les différentes méthodes sont significativement différents, mais dans le même sens que ce qui avait déjà été noté (avec d'autres raies) par (Dumont et al., 1983). Ceci indique que les différences sont probablement dues aux méthodes elles-mêmes plutôt qu'aux incertitudes sur les mesures (par exemple une incertitude de 0.1% sur la détermination du rayon solaire conduit à une incertitude de 7% sur l'opacité dans la méthode A).

La méthode A pourrait ainsi surestimer l'opacité à cause de la courbure des couches considérées près du limbe (ce qui invaliderait le modèle plan-parallèle), ou de leur rugosité (qui invaliderait l'hypothèse de sphéricité qui permet la détermination de μ en fonction de la position sur le disque). Bien que la méthode C ne dépende pas d'hypothèses sur la géométrie, Dumont et al. (1983) supposent qu'elle peut aussi surestimer l'opacité, à cause d'une différence éventuelle entre les fonctions source des deux raies du doublet.

Nous pourrions aussi remettre en question l'hypothèse de la constance de la largeur Doppler en fonction de la position pour la méthode B : près du limbe, les couches sont observées à plus haute altitude, là où la température et les vitesses turbulentes sont plus élevées qu'aux altitudes observées au centre du disque. Ceci pourrait conduire à une largeur de raie excessive, puis à une surestimation de l'opacité. Au final, l'ensemble de ces méthodes pourrait donner une borne supérieure à l'opacité.

4.1.3. Détermination de la densité

Pour une couche émettrice uniforme

Si la couche de l'atmosphère solaire qui produit l'opacité de S VI 93.3 nm est une coquille sphérique uniforme d'épaisseur Δs , une intégration de l'Éq. (4.11) donne

$$\langle n_e \rangle \Delta s = \tau_0 \left(\frac{\lambda^4 A_{ji}}{4\pi^{3/2} c \Delta \lambda_D} \frac{n_{S\text{VI}}}{n_S} \text{Abund(S)} \frac{n_H}{n_e} \right)^{-1} \quad (4.18)$$

L'épaisseur Δs peut être estimée d'après le modèle d'atmosphère d'Avrett et Loeser (2008), en considérant l'intervalle d'altitudes correspondant à la largeur à mi-hauteur de la fonction

4.1. Structure de la région de transition chromosphère-couronne

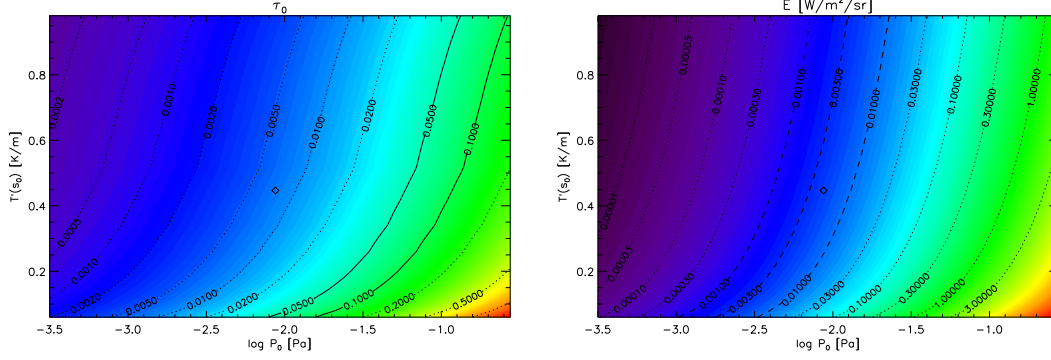


FIGURE 4.4. – Opacité τ_0 (à gauche) et radiance E (à droite) de la raie S VI 93.3 nm en fonction des paramètres P_0 et $T'(s_0)$ du modèle de région de transition. Les lignes de niveau continues correspondent aux ordres de grandeur des valeurs mesurées de τ_0 et E . Les valeurs de P_0 et $T'(s_0)$ du modèle d'Avrett et Loeser (2008) sont indiquées par le losange. Extrait de la Fig. 6 de Buchlin et Vial (2009).

de contribution $G(T)$ de la raie obtenue par CHIANTI. On trouve alors $\Delta s = 206$ km, puis $\langle n_e \rangle = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$.

Par ailleurs, les mêmes observations SUMER donnent une radiance moyenne $E = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ au centre du disque, radiance qui peut s'obtenir de manière approchée par $G(\langle T \rangle) \langle n_e^2 \rangle \Delta s$. On obtient alors une densité électronique de $\langle n_e \rangle_{\text{RMS}} = 2.0 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$ en moyenne RMS ; on peut déjà noter que ces deux moyennes sont incompatibles (correspondant à un facteur de remplissage qui serait supérieur à 1).

À l'inverse, si on fixe le facteur de remplissage f , on obtient l'épaisseur Δs de la couche émettant dans la raie S VI 93.3 nm par

$$\Delta s = \frac{1}{f} \cdot \frac{(\langle n_e \rangle \Delta s)^2}{\langle n_e^2 \rangle \Delta s} \quad (4.19)$$

La valeur minimale ainsi obtenue (en prenant la valeur maximale possible de f , c'est-à-dire 1), est 29 Mm, ce qui est bien plus grand que ce qui est attendu (épaisseur inférieure à celle de la région de transition).

Pour un modèle de région de transition non-uniforme

En utilisant les profils du modèle d'Avrett et Loeser (2008), nous avons montré dans Buchlin et Vial (2009) que l'hypothèse d'uniformité de la couche émettrice produisait un biais du calcul de la densité différent pour la méthode des radiances et pour la méthode de l'opacité, et que l'effet combiné de ces biais pouvait donner un facteur de remplissage calculé égal à 1.5 (donc non physique) pour un facteur de remplissage réel de 1.

Bien que cet effet soit bien trop faible pour expliquer à lui seul le rapport entre $\langle n_e \rangle$ et $\langle n_e \rangle_{\text{RMS}}$ que nous avons trouvé, nous avons essayé de nous passer de l'hypothèse d'uniformité de la couche émettrice. Pour cela, nous avons adopté un modèle dans lequel le plasma

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

de la région de transition est stratifié verticalement, avec une pression P_0 uniforme, avec

$$\frac{T(s)}{T_0} = \frac{n_0}{n_e(s)} = \sqrt{\frac{s - s_T}{s_0 - s_T}} \quad \text{pour } s > s_T \quad (4.20)$$

où $T_0 = 10^{5.3}$ est le maximum de la fonction de contribution $G(T)$ pour S VI 93.3 nm, $s_0 = 2346$ km est l'altitude où la température est T_0 dans le modèle d'Avrett et Loeser (2008), et s_T est l'altitude de la base de la région de transition, reliée au gradient de température en s_0 par $T'(s_0) = T_0/2(s_0 - s_T)$.

L'opacité τ_0 et la radiance E de S VI 93.3 nm peuvent alors être calculées numériquement en fonction de P_0 et de $T'(s_0)$ par les Éq. (4.11) et (4.2), comme représenté à la Fig. 4.4 pour un facteur de remplissage égal à 1. Le croisement des courbes correspondant aux valeurs de τ_0 et de E mesurées doit alors donner P_0 et $T'(s_0)$. Mais, comme on pouvait s'y attendre d'après la constatation du début de cette section, la prise en compte de la non-uniformité de la région de transition n'est pas suffisante : même avec un facteur de remplissage de 1, le gradient de température obtenu n'est que de $5 \text{ mK} \cdot \text{m}^{-1}$, ce qui se traduit (d'après la fonction de contribution $G(T)$) par une épaisseur $\Delta s > 20$ Mm de la couche émettant la raie S VI 93.3 nm (du même ordre de grandeur que ce qui avait été obtenu par l'Éq. (4.19) pour une couche uniforme).

4.1.4. Discussion

La mesure simultanée de la radiance et de l'opacité dans une seule raie spectroscopique (ici S VI 93.3 nm) permet en principe de calculer deux paramètres en fonction du troisième dans la liste suivante : gradient de température à l'altitude d'émission de la raie (ou épaisseur de la couche émettrice), pression à l'altitude d'émission, et facteur de remplissage.

En pratique, que la couche émettrice de S VI 93.3 nm soit considérée comme uniforme ou non, les valeurs obtenues pour le gradient de température sont très différentes de celles attendues, et les valeurs de facteur de remplissage sont non physiques (supérieures à 1). Cela peut être dû soit à une sur-estimation de l'opacité ou de la densité moyenne calculée à partir de l'opacité, soit à une sous-estimation de la radiance ou de la densité moyenne RMS calculée à partir de la radiance.

À la fin de la Sec. 4.1.2 j'ai déjà évoqué quelques effets qui pourraient donner lieu à une surestimation de l'opacité. Dans Buchlin et Vial (2009), nous avons aussi investigué l'effet sur la mesure de l'opacité d'une structure correspondant aux cellules du réseau chromosphérique, et d'une « rugosité » de la région de transition ; ces effets donnent tous les deux lieu à une surestimation de l'opacité obtenue par la méthode A. Mais ces surestimations de l'opacité sont toutes insuffisantes pour expliquer l'incompatibilité des densités obtenues d'après l'opacité de S VI 93.3 nm d'une part et d'après sa radiance d'autre part. Les calculs de Keenan (1988) donnent au contraire une valeur d'opacité (1.1×10^{-4}) qui semble être largement sous-estimée d'après nos calculs représentés à la Fig. 4.4.

Notre mesure de la radiance de S VI 93.3 nm ne semble pas être en cause, car elle est compatible avec d'autres mesures dans des structures similaires (par exemple Del Zanna et al., 2001).

4.2. Embrillancements et turbulence dans la région de transition et la couronne

Il reste des incertitudes du côté des données de physique atomique nécessaires pour calculer la densité à partir de la radiance (fonction de contribution $G(T)$) ou de l'opacité (coefficients de l'Éq. 4.11). Ainsi, suite au travail de Dupree (1972) sur les ions dont la structure électronique s'apparente à celle de l'atome de lithium (séquence iso-électronique du lithium), Judge et al. (1995) ont montré que l'analyse de mesure d'émission différentielle échoue sur les séquences iso-électroniques du lithium et du sodium. En particulier, Del Zanna et al. (2001) ont montré que les modèles de physique atomique sous-estiment la radiance de S VI 93.3 nm (qui appartient à la séquence iso-électronique du sodium) d'un facteur 3, ce qui veut dire que notre moyenne de $\langle n_e \rangle_{\text{RMS}}$ est surestimée d'un facteur $\sqrt{3}$. Ceci ne va pas dans le bon sens pour rendre $\langle n_e \rangle_{\text{RMS}}$ compatible avec $\langle n_e \rangle$, mais comme l'origine du comportement anormal de la radiance des raies des ions de ces séquences iso-électroniques est inconnu, on peut imaginer qu'un effet similaire pourrait aboutir à une surestimation de la densité calculée à partir de la radiance.

Malgré les difficultés rencontrées, nous pensons qu'une meilleure modélisation de la structure fine de la région de transition (réseau chromosphérique et rugosité) devrait permettre d'obtenir de meilleures mesures d'opacité. Avec d'autres raies, qui seraient émises par des ions de différentes séquences iso-électroniques, ou avec de meilleures données de physique atomique, la combinaison de mesures de radiance et d'opacité permettrait alors d'obtenir un profil vertical de température et de densité dans la région de transition.

4.2. Embrillancements et turbulence dans la région de transition et la couronne

Article (inclus p. 108) : Buchlin et al. (2006)

Avant cette étude sur l'opacité de S VI 93.3 nm, j'avais déjà utilisé les mêmes données du Soleil entier pour obtenir des propriétés de structures, interprétées comme des événements de chauffage (tels que modélisés dans le Chap. 2), et de la turbulence dans la région de transition (Buchlin et al., 2006). Ces observations sont en effet idéales pour une telle étude, qui nécessite des données spectroscopiques sur de grands champs de vue et avec une bonne résolution spatiale.

4.2.1. Turbulence : spectres des champs observés

Plus précisément, il s'agit d'abord d'obtenir à partir de données observationnelles des spectres des champs observés, qui pourraient être comparés aux spectres des champs de vitesse et magnétique prévus par les modèles de turbulence (Chap. 6).

Des spectres en loi de puissance de pente -2.5 à -2.7 par exemple ont déjà été obtenus à partir des radiances en rayons X par Martens et Gomez (1992); Gómez et al. (1993a); Benz et al. (1997) avec Yohkoh/SXT, en UV (raie du Fe XII) par Berghmans et al. (1998), et dans le visible, avec une pente de l'ordre de $-5/3$ à l'échelle de la granulation photosphérique, par Espagnet et al. (1993). Bien que ces spectres de la radiance indiquent l'existence d'échelles différentes et leur importance relative, ils ne donnent pas d'indication directe sur les spectres

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

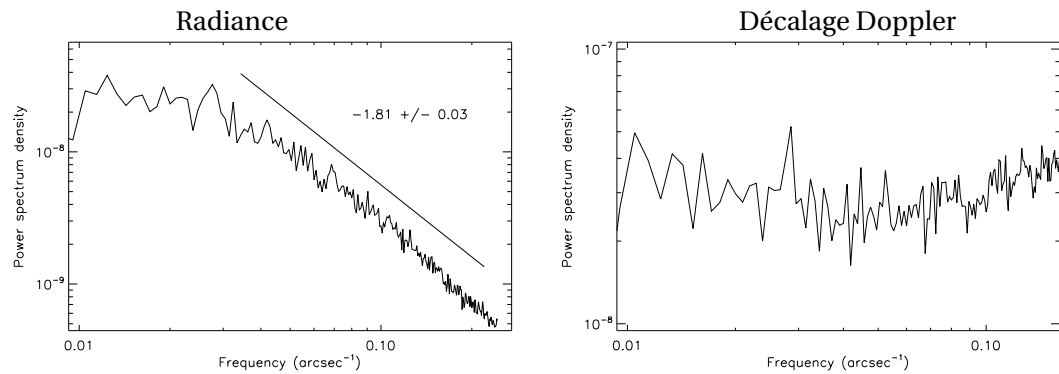


FIGURE 4.5. – Spectres de Fourier de cartes de la radiance spectrale et du décalage Doppler de S VI 93.3 nm, sur un champ de vue au centre du Soleil, le 21 juillet 1996. Adapté de la Fig. 11 de [Buchlin et al. \(2006\)](#).

des champs de vitesse et magnétique⁵.

Il est donc intéressant d'obtenir directement des spectres de la vitesse et du champ magnétique. Pour le champ magnétique dans la photosphère (en projection sur la ligne de visée), [Abramenko et al. \(2001\)](#) par exemple trouvent des spectres en loi de puissance, d'indice -1.7 (proche d'une loi de Kolmogorov) dans une région active, et d'indice -1.3 dans une région calme. [Abramenko et al. \(2001\)](#) interprètent cette pente plus faible dans le Soleil calme comme l'effet d'une dynamo à petite échelle, locale dans la photosphère (comme dans les simulations de [Cattaneo, 1999](#)), provoquant une augmentation de l'énergie magnétique aux grands nombres d'onde.

L'utilisation des données spectroscopiques de SUMER permet d'accéder au champ de vitesse lui-même, et devrait donc permettre d'obtenir un spectre du champ de vitesse qui pourrait être comparé aux théories de turbulence. C'est ce que nous avons fait dans [Buchlin et al. \(2006\)](#), en intégrant le spectre de Fourier en deux dimension $P_{2D}(\vec{k})$ sur des anneaux concentriques de rayon k , ce qui donne un spectre unidimensionnel $P(k)$ (Fig. 4.5 à droite). Malheureusement, les données semblent trop bruitées pour cela (en raison des données elles-mêmes et de la méthode de compression à bord), car le spectre du champ de vitesse est globalement plat (à droite dans la figure).

Le spectre du champ du pic de la radiance spectrale de S VI 93.3 nm (à gauche dans la figure) est lui une loi de puissance d'indice -1.8 , une pente intermédiaire entre celles trouvées précédemment en UV ou en X et en visible. La cassure du spectre vers les échelles plus grandes que celles de la supergranulation est par contre compatible avec ce qui avait été trouvé par ces auteurs.

4.2. Embrillancements et turbulence dans la région de transition et la couronne

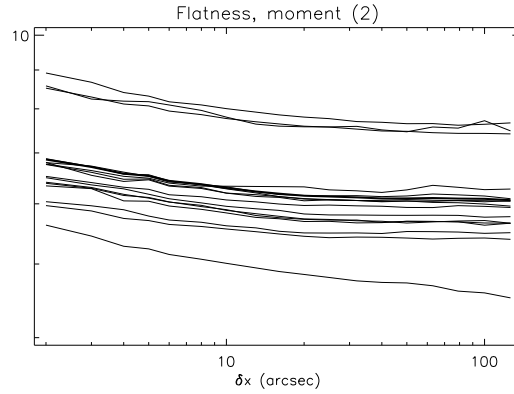


FIGURE 4.6. – Coefficient d’aplatissement du champ de décalage Doppler de S VI 93.3 nm, à différentes dates (lignes fines), et leur moyenne (ligne épaisse). Extrait de la Fig. 13 de [Buchlin et al. \(2006\)](#).

4.2.2. Intermittence : fonctions de structure

La turbulence peut dans certains cas être intermittente, c’est-à-dire que le flux d’énergie dans l’intervalle inertiel du spectre de la turbulence n’est pas constant (voir Sec. 1.4). L’intermittence peut être caractérisée par les « fonctions de structure », définies en fonction de l’échelle ℓ , pour un certain indice p et pour un certain champ $a(\vec{x})$, par ⁶

$$S^p(\ell) \equiv \left\langle \left| a(\vec{x} + \vec{\ell}) - a(\vec{x}) \right|^p \right\rangle_{\vec{x}, \|\vec{\ell}\|=\ell} \quad (4.21)$$

S’il n’y a pas d’intermittence, les $S^p(\ell)$ sont des lois de puissance en ℓ d’indice ζ_p dépendant linéairement de p ($\zeta_p = p/3$ pour [Kolmogorov, 1941](#)), ce qui veut dire que les distributions des incréments normalisés du champ sont identiques quelque soit l’échelle ℓ ayant servi à définir ces incréments. Au contraire, des ζ_p dépendant non-linéairement de p sont une signature d’intermittence, traduisant le fait que les ailes non-gaussiennes des distributions des incréments normalisés du champ sont de plus en plus larges au fur à mesure que l’échelle décroît.

Dans la Fig. 4.6, j’ai tracé plus spécifiquement le coefficient d’aplatissement (« flatness ») des incréments spatiaux de vitesse Doppler de S VI 93.3 nm, c’est-à-dire $F(\ell) \equiv S^4(\ell)/(S^2(\ell))^2$, ce qui correspond à la kurtosis ⁷ de la distribution des incréments du champ de vitesse Doppler dans le champ de vue de SUMER en fonction de l’échelle ℓ . La fonction $F(\ell)$ est plus plate que celle qui serait obtenue pour le champ d’intensité, mais le simple fait qu’elle n’est pas constante en fonction de ℓ (ce qui serait le cas si $S^2(\ell) \propto \ell^{\zeta_2}$ et $S^4(\ell) \propto \ell^{\zeta_4}$ avec $\zeta_4 = 2\zeta_2$) indique que le champ de vitesse Doppler, dont le spectre de turbulence n’a pourtant pas pu

5. Bien que [Gómez et al. \(1993b\)](#) donnent une relation entre les indices de lois de puissance pour les spectres du champ de radiance en rayons X, du champ de vitesse et du champ magnétique.

6. La fonction de structure d’indice p est simplement le moment d’ordre p de la distribution des incréments du champ, en fonction de l’échelle ℓ ayant servi à définir ces incréments.

7. Non normalisée, c’est-à-dire qu’elle serait égale à 3 pour une distribution gaussienne.

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

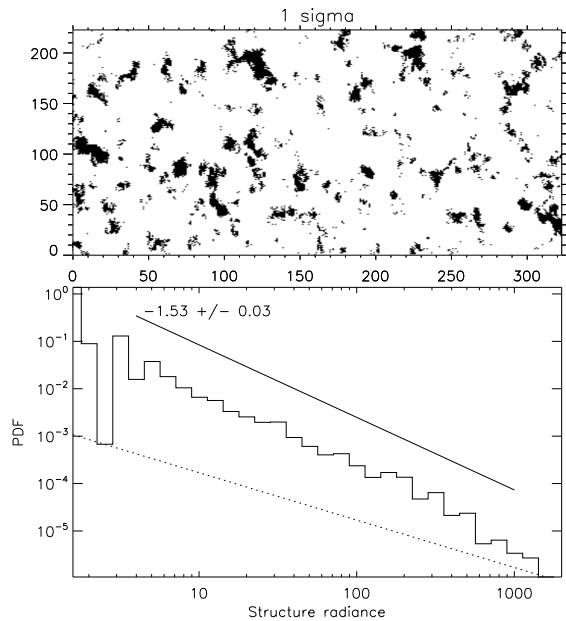


FIGURE 4.7. – En haut: structures (pixels noirs) dépassant un seuil du maximum de la radiance spectrale de S VI 93.3 nm, sur une partie du champ central le 21 juillet 1996. En bas: distribution de probabilité de la radiance spectrale intégrée sur ces structures, et ajustement d'une loi de puissance. La ligne pointillée représente une structure par barre d'histogramme (celles-ci étant de largeur variable). Fig. 9 de [Buchlin et al. \(2006\)](#).

être mesuré, est intermittent. À ma connaissance c'est la première détection d'intermittence dans un champ de vitesse dans l'atmosphère solaire.

4.2.3. Événements de chauffage: distributions d'embrillancements

Avec SoHO/SUMER. Comme déjà évoqué dans la Sec. 1.3, la couronne est le siège d'événements transitoires, et la distribution de leurs énergies est un élément important pour comprendre si les plus petits d'entre eux peuvent fournir une contribution significative au chauffage de la couronne. Des déterminations observationnelles de cette distribution permettent de tenter de répondre à cette question, et de tester les modèles comme ceux des Sec. 2.2.2 et 2.3.2. Les distributions d'événements observés en EUV avec SoHO/EIT et TRACE (par exemple [Berghmans et al., 1998](#); [Krucker et Benz, 1998](#); [Parnell et Jupp, 2000](#); [Aschwanden et al., 2000](#)) semblent ainsi prolonger vers les petites échelles celles observées en rayons X (comme [Lin et al., 1984](#); [Dennis, 1985](#); [Crosby et al., 1993](#)), formant une distribution en loi de puissance de pente environ -1.8 sur près de 8 ordres de grandeur, de 10^{17} J (nanoflares) à 10^{25} J (flares) ([Aschwanden et al., 2000](#)).

Dans une partie de [Buchlin et al. \(2006\)](#), à partir des cartes du Soleil entier réalisées par SoHO/SUMER en S VI 93.3 nm, j'ai ainsi défini une structure comme étant un ensemble connexe de pixels dont le maximum (dans la raie) de la radiance spectrale en S VI 93.3 nm est au-dessus d'un certain seuil (l'évolution temporelle n'est pas disponible avec ces observations, ce qui ne permet pas de définir des événements ayant une certaine durée). Pour éviter l'effet sur les résultats statistiques de régions actives particulières, nous avons exclu les régions actives. J'ai alors construit des distributions des radiances spectrales intégrées sur les structures, comme représenté à la Fig. 4.2.3 pour une observation donnée. Sur l'ensemble

4.3. Flots dans la couronne solaire et source du vent solaire

des observations, j'obtiens une loi de puissance de pente -1.6 sur 3 ordres de grandeur : cette pente est un peu plus faible que celles qui sont généralement constatées pour les énergies, ou pour les intensités modélisées (Sec. 3).

Mais à partir de telles observations, tout comme à partir des autres observations réalisées à l'époque, il est loin d'être évident d'obtenir une distribution des énergies apportées dans la couronne par les événements. D'abord, le nombre de raies spectroscopiques (une seule ici) utilisées est insuffisant pour connaître la quantité de plasma dans l'événement aux différentes températures (autrement dit la DEM du plasma dans la structure ; voir la Sec. 4.1.1) ; la raie de SUMER disponible ici n'est aussi pas émise dans la couronne mais dans la région de transition. De plus, comme discuté dans [Aletti et al. \(2000\)](#), certains auteurs comme [Krucker et Benz \(1998\)](#) considèrent l'énergie thermique contenue dans l'événement (résultat du chauffage), qui est proportionnelle à la racine carrée de la mesure d'émission, alors que d'autres comme [Berghmans et al. \(1998\)](#) considèrent la puissance rayonnée par l'événement, qui est elle proportionnelle à la mesure d'émission elle-même. Enfin, toutes ces études doivent faire des hypothèses sur l'épaisseur de chaque événement le long de la ligne de visée et sur le facteur de remplissage du plasma.

Avec SDO/AIA. Avec le lancement de SDO en 2010, il est devenu possible d'étudier les événements coronaux avec une meilleure sensibilité, une meilleure résolution spatiale et un plus grand nombre de bandes (permettant de calculer une DEM) qu'avec SoHO/EIT ou TRACE. Par rapport à SoHO/SUMER ([Buchlin et al., 2006](#)), le plasma observé peut cette fois être celui de la couronne (et plus seulement de la région de transition). De plus, on dispose d'une information temporelle et d'un grand nombre bandes spectrales, même si on perd en pureté spectrale et en possibilité d'exploiter toute l'information spectroscopique. C'est pour cela que j'ai proposé une thèse sur ce sujet à Vincent Joulin.

Vincent a depuis développé un code de détection d'embranchements, qui combine d'abord les événements issus d'un seuillage sur chacune des cinq bandes de SDO/AIA à 13.1, 17.1, 19.3, 21.1 et 33.5 nm (parmi les six bandes coronales, nous avons exclu la bande à 9.4 nm en raison de son signal trop faible). Grâce aux inversions de DEM de [Guennou et al. \(2012a,b\)](#), il a ensuite calculé l'énergie thermique et la puissance rayonnée au cours de la durée de vie de chaque événement. Ceci lui a permis d'obtenir des distributions des énergies des événements coronaux, qu'il présentera dans sa thèse.

Par ailleurs, la thèse de Céline Boutry ([Boutry, 2012](#)) avait déjà permis de montrer que des embranchements détectés avec Hinode/XRT étaient associés à un élargissement non-thermique, associé à de la turbulence, de la raie Fe XII à 19.5 nm vue par Hinode/EIS. Il serait intéressant d'observer un tel effet pour des embranchements détectés par Vincent (ceux qui coïncident avec des observations de EIS), et d'exploiter l'information spectroscopique notamment pour avoir une idée des énergies cinétiques mises en jeu dans les événements.

4.3. Flots dans la couronne solaire et source du vent solaire

Article (non inclus) : [Boutry et al. \(2012\)](#)

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

4.3.1. Sources du vent solaire

La spectroscopie permet aussi de rechercher les sources du vent solaire, notamment par des mesures de vitesses Doppler. Ainsi, à la suite de l'identification des trous coronaux comme source du vent solaire rapide (Krieger et al., 1973), des mesures d'effet Doppler dans les raies Si XI 30.3nm, Mg X 61.0nm et Mg IX 36.8nm ont montré des flots montants (Cushman et Rense, 1976) de l'ordre de 10 km/s. Avec SoHO/SUMER, Hassler et al. (1999) ont montré que, dans un trou coronal polaire, le décalage vers le bleu de la raie du Ne VII à 77.0nm (émission dans la région de transition) était corrélé avec les intersections du réseau chromosphérique (visible en Si II 153.3 nm).

Au cours d'un stage avec Don Hassler, j'ai prolongé ce travail en confirmant ce résultat lors du suivi d'un trou coronal équatorial au cours de son passage sur le disque avec la rotation du Soleil (Buchlin, 2000) ; la rotation du Soleil permet aussi de donner une moyenne des vitesses absolues des flots montants.

Alors que le vent solaire rapide est émis par les trous coronaux, une partie du vent solaire lent pourrait provenir des bords des trous coronaux (Wang et Sheeley, 2004; Madjarska et al., 2004), des bords des « streamers » (jets coronaux à grande échelle) (Abbo et al., 2010), ou des bords des régions actives (Kojima et al., 1999).

4.3.2. Le cas de la région active AR10942

Dans le cadre de la recherche des sources du vent solaire, plusieurs travaux ont en particulier montré l'existence de flots montants au nord-est de la région active AR10942 (observable en février 2007), à la frontière avec un trou coronal : Sakao et al. (2007) ont vu des déplacements en imagerie avec Hinode/XRT, et Harra et al. (2008); Baker et al. (2009); McIntosh (2009) y ont détecté des décalages Doppler vers le bleu dans la raie Fe XII 19.5 nm, correspondant à des flots montants. De plus, suite à des extrapolations de champ magnétique qui indiquent que ces flots se situent dans une région ouverte de la couronne, il semblerait que ceux-ci puissent être connectés au vent solaire.

Pourtant, comme déjà noté par Harra et al. (2008), ce flot montant pourrait également être connecté à une autre région active, AR10943, située 400 arcsec plus à l'ouest. Au cours de la thèse de Céline Boutry, que j'ai co-encadrée avec Jean-Claude Vial entre 2008 et 2012, nous avons justement remarqué une structure longiligne et stationnaire qui contient du plasma descendant (décalage Doppler vers le rouge dans la raie de Fe XII 19.512 nm observée par Hinode/EIS), précisément là où des extrapolations de champ magnétique potentiel avec conditions aux limites fermées (réalisées par Stéphane Régnier) indiquent une connexion avec du plasma montant dans AR10942 (Fig. 4.8). Dans Boutry et al. (2012), nous suggérons donc que le plasma descendant dans AR10943 et le plasma montant de AR10942 correspondent au moins en partie aux deux extrémités d'un flot stationnaire à grande échelle, qui parcourt les grandes lignes de champ magnétique connectant les deux régions actives : une partie au moins du flot montant pourrait être confinée dans ces lignes de champs magnétiques au lieu de contribuer au flux de masse du vent solaire.

Nous avons considéré que la raie Fe XII 19.512 nm était émise à une altitude de 10 km et nous avons choisi un ensemble de lignes de champ magnétique telles que leurs extrémités, à

4.3. Flots dans la couronne solaire et source du vent solaire

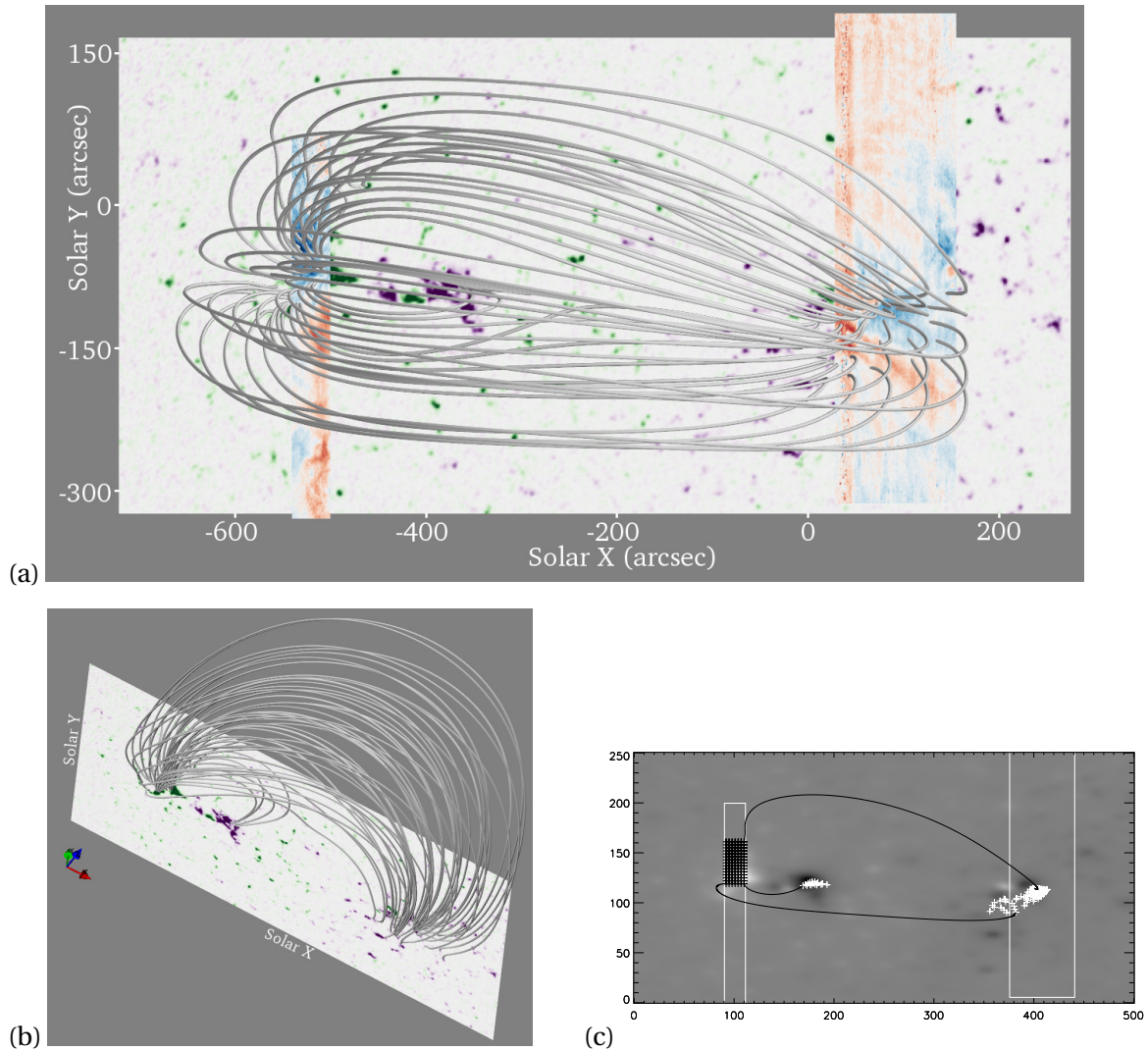


FIGURE 4.8. – Lignes de champ magnétique extrapolées à partir des données de SoHO/MDI, dans les régions actives AR10942 et 10943, avec la carte de champ magnétique en fond : (a) Vue du dessus, avec superposition des cartes de vitesses Doppler de Hinode/EIS ; (b) Vue à partir d'un point situé dans l'hémisphère sud ; (c) Positions des débuts (croix noires) et des fins (croix blanches) des lignes de champ magnétique utilisées pour calculer le flux de masse, sur une carte de la composante verticale du champ magnétique à 10 Mm d'altitude (les cadres blancs indiquent les champs de vue de EIS). Fig. 7 de [Boutry et al. \(2012\)](#).

4. Observations de la structure de l'atmosphère solaire, des embrillancements et des flots

cette altitude, soient l'une dans la zone « bleue » de AR10942, et l'autre dans la zone « rouge » de AR10943⁸. Cet ensemble de lignes de champ définissent un tube de flux magnétique. En utilisant les densités calculées à partir du rapport des radiances des raies Fe XII 19.664 et 19.512 nm donné par CHIANTI (Dere et al., 1997, 2009), les vitesses Doppler et la conservation du flux magnétique, nous avons alors calculé le rapport des flux de masse entre les flots observés en Fe XII 19.512 nm aux deux extrémités (indices 1 et 2) ce tube de flux :

$$R = \frac{\sum_i \rho_{2i} v_{s2i} |B_{s1i}/B_{s2i}|}{\sum_i \rho_{1i} v_{s1i}} \quad (4.22)$$

Ce rapport est de 0.18 (avec une incertitude relative évaluée à 30%), ce qui indique que la part de la matière montant dans AR10942 qui retombe dans la région active voisine est significative (bien qu'elle soit faible). Il ne suffit donc pas de calculer le flux de masse dans une région de flots montants pour obtenir une évaluation de la contribution au flux de masse du vent solaire.

Notons aussi que pour obtenir un tel résultat, nous avons dû développer une nouvelle méthode de correction de la variation orbitale des positions des raies sur le détecteur (annexe de Boutry et al., 2012) : comme observé par Brown et al. (2007), celle-ci n'est pas entièrement périodique. Pour obtenir un décalage Doppler absolu des raies coronales comme Fe XII 19.512 nm, nous avons ainsi soustrait le décalage observé de la raie He II 25.63 nm (la plus froide observée par EIS), moyenné le long de la fente et lissé temporellement, après l'avoir séparée de la raie Fe XII 25.637 nm avec laquelle est mélangée. Cette méthode est plus précise que la simple prise en compte des corrections de la variation orbitale fournies avec les données de Hinode/EIS.

8. Cela suppose bien sûr que ces extrémités sont dans les champs de vue de EIS

5. Protubérances et filaments solaires

5.1. Observation d'une éruption de protubérance	61
5.1.1. Morphologie et cinématique d'une éruption	61
5.1.2. Suites de l'éruption	63
5.2. Détection de filaments	63
5.2.1. Pourquoi vouloir détecter les filaments en He II ?	63
5.2.2. Le code de détection de filaments FILEAS	65
5.2.3. Premiers résultats	69

Les protubérances (voir [Labrosse et al., 2010](#); [Mackay et al., 2010](#), pour une revue) sont des structures visibles comme des objets brillants, proéminents (d'où leur nom) au-dessus du limbe solaire. Lorsque ces objets passent devant le disque solaire ils apparaissent comme des nuages allongés et sombres, qu'on appelle alors généralement filaments (bien qu'il s'agisse des mêmes objets). On peut les voir par exemple dans les raies H α ou He II 30.4 nm (Fig. 5.1). Ce comportement s'explique par le fait qu'ils sont des sortes de nuages de matière plus dense et plus froide (d'un facteur de l'ordre de 100) que la couronne environnante, et sont ainsi optiquement épais. Ils peuvent être stables pendant plusieurs semaines (exceptionnellement jusqu'à quelques rotations solaires) avant d'être déstabilisés et d'éventuellement entrer en éruption avant de disparaître (Fig. 5.2).

Le maintien en altitude, dans la couronne, de cette matière dense et froide est dû au champ magnétique, dont la tension peut retenir la matière présente dans ses creux (le plasma étant gelé dans le champ magnétique). Ceci nécessite en particulier que les protubérances se situent au-dessus des lignes d'inversion de champ magnétique (PIL), qui séparent les domaines de polarités positives et négatives. Mais le détail de la structure magnétique tridimensionnelle des filaments permettant de les supporter est encore une question ouverte ; elle pourrait par exemple être une arcade cisailée ou un tube de flux torsadé.

Le champ magnétique explique aussi, comme dans le cas des boucles coronales, la faible conductivité thermique transverse requise pour que le matériel de la protubérance ne s'évapore pas rapidement au contact de la couronne environnante. La structure thermique des protubérances est alors particulière, avec une région de transition protubérance-couronne analogue à la région de transition chromosphère-couronne.

Les protubérances sont particulièrement intéressantes pour la météorologie de l'espace en raison des conséquences possibles de leurs éruptions, dues à une déstabilisation du champ magnétique qui les supporte et qui peuvent éjecter des milliards de tonnes de matière dans l'espace interplanétaire et fortement perturber son champ magnétique, au cours

5. Protubérances et filaments solaires

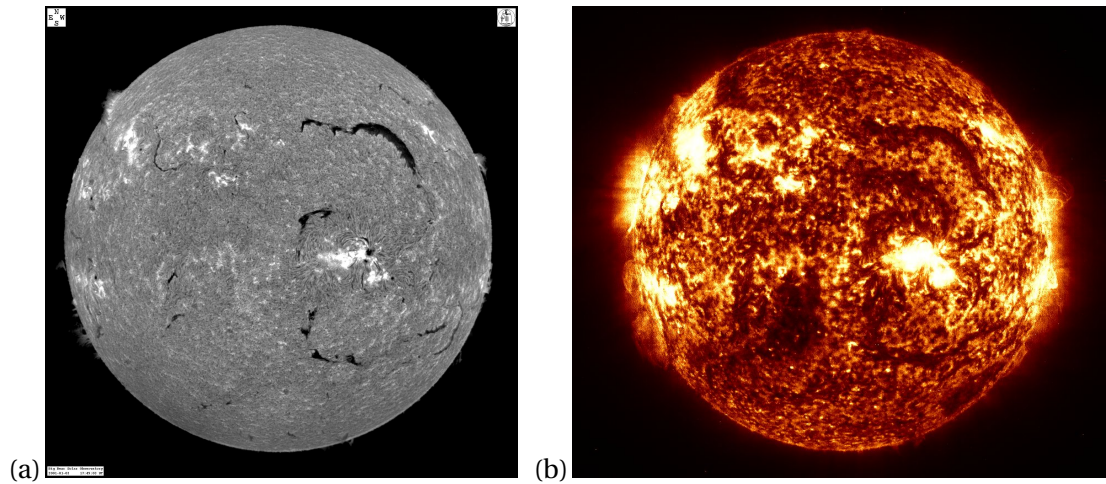


FIGURE 5.1. – (a) Images de BBSO en $H\alpha$ 656.3 nm et de (b) SoHO/EIT He II 30.4 nm à la même date, le 3 janvier 2001.

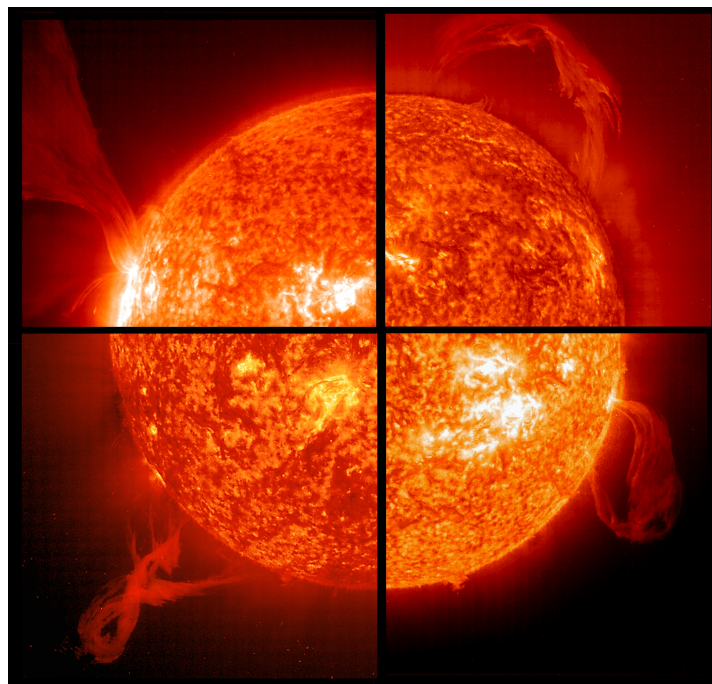


FIGURE 5.2. – Quatre éruptions de protubérances observées par SoHO/EIT dans la bande à 30.4 nm

d'éjections coronales de masse (CME) (Vourlidas et al., 2010; Webb et Howard, 2012). Il est donc important de surveiller, voire de prévoir, les éruptions de protubérances. Pour cela, il est utile de bien comprendre la physique de ces objets et de leurs éruptions.

5.1. Observation d'une éruption de protubérance

Article (non inclus) : Koleva et al. (2012)

5.1.1. Morphologie et cinématique d'une éruption

Dans le cadre d'une collaboration entre le CNRS et l'Académie des Sciences Bulgare, j'ai contribué à l'étude de la dynamique de la première éruption de protubérance observée par SDO/AIA, le 30 mars 2010, en particulier en déterminant la structure torsionnelle en trois dimensions de la protubérance (Koleva et al., 2012). Cette éruption a été observée à la fois par les instruments SDO/AIA et STEREO B/SECCHI/EUVI (Fig 5.3), ce qui permet d'avoir deux points de vue distincts, séparés alors d'un angle de 71° : AIA a vu l'éruption au-dessus du limbe, alors qu'EUVI l'a vue sur le disque.

Avant l'activation de la protubérance, celle-ci est déjà visible en $H\alpha$ (par exemple à 17h19 TU) au-dessus du limbe, sans structure fine apparente. Lors de l'éruption, elle apparaît comme une boucle torsadée en He II 30.4 nm (Fig. 5.3 en bas à gauche), qui monte dans la couronne en s'élargissant, et dont les deux pieds restent ancrés dans la chromosphère. La torsion de la protubérance autour de son axe principal (« twist »), alors estimée à un tour, commence à être visible à 17h49 en $H\alpha$ et est estimée à 3 tours dans les images de AIA vers 18h30.

Nous n'avons vu aucun embrillancement dans les images AIA et EUVI à 30.4 et 19.5 nm aux pieds de la boucle, à leurs alentours, ou même dans la protubérance elle-même, ce qui suggère que la reconnexion magnétique n'a pas joué de rôle important dans la déstabilisation et l'éruption de la protubérance.

La montée du sommet de la protubérance se fait en plusieurs phases, comme on peut le voir dans la Fig. 7 de Koleva et al. (2012) : une montée lente ($10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$) jusqu'à une altitude de 34 Mm à 18h00, puis une accélération (de 46 à $430 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), jusqu'à une phase dans laquelle la vitesse moyenne est de $91 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (avec un maximum à $166 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$).

À partir de 18h25, les images EUVI (Fig. 5.3 en haut à gauche) permettent aussi de voir que l'axe de la protubérance n'est pas plan, mais il s'entortille (« writhe ») : il subit lui aussi une torsion, jusqu'à un angle estimé à $\pi/2$ à 19h26. Comme la torsion initiale est supérieure à 2π , il est possible (Hood et Priest, 1981; Vrsnak et al., 1991) que l'entortillement provienne d'une conversion de la torsion (twist) en entortillement (writhe), avec conservation de l'hélicité magnétique totale (Berger, 1984). Une telle conversion peut avoir comme origine une instabilité « kink », analogue magnétique de celle qui provoque l'enroulement des cordons de téléphone. Pourtant, l'absence de signes de reconnexion et l'évolution de la vitesse plaident plutôt pour une instabilité de tore. Comme il n'y a pas magnétographe sur STEREO et donc de mesures du champ magnétique aux pieds du filament, il n'est pas possible de trancher.

5. Protubérances et filaments solaires

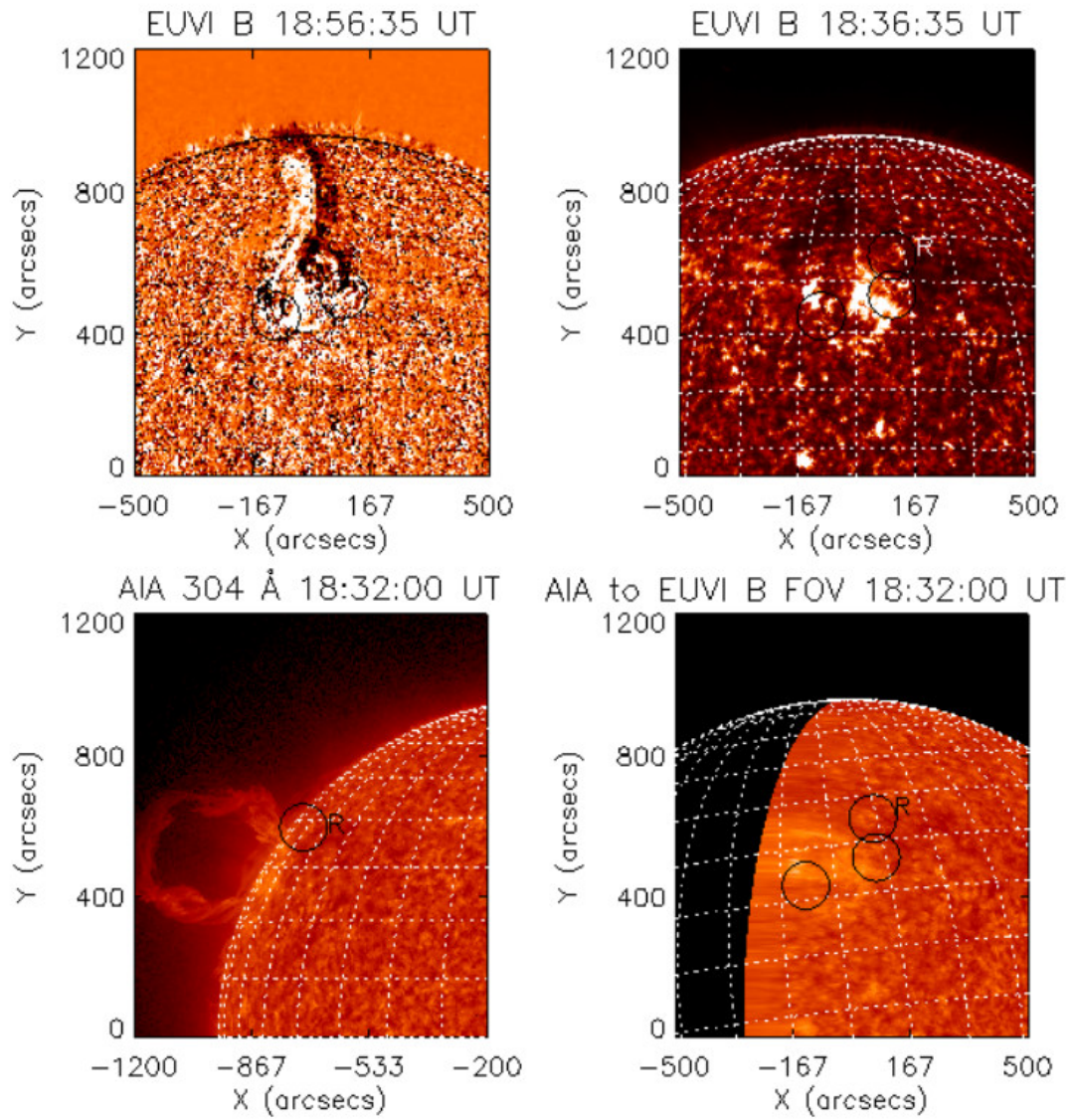


FIGURE 5.3. – En haut : différence d’images successives et image de l’éruption observée par EUVI dans la bande à 30.4nm. En bas : l’image correspondante vue par AIA, et sa reprojexion sur une sphère solaire vue de la position de STEREO B. Les cercles indiquent la position des pieds de la protubérance telle que vue par STEREO B, et la position d’une structure prise comme référence (R). Adapté de la Fig. 4 de [Koleva et al. \(2012\)](#).

5.1.2. Suites de l'éruption

Au bout de 80 min, alors que la protubérance a déjà quitté le champ de vue de AIA, sa hauteur est maximale telle que vue par EUVI. La cadence et la résolution de AIA nous ont alors permis de voir du matériel de la protubérance redescendre, sous la forme de petits nuages de matière de 4000 à 8000 km de diamètre, à des vitesses de 13 à 50 km · s⁻¹. Le rapport entre l'intensité de ce matériel et celle du Soleil calme, après soustraction du fond, est de 0.1 aux hautes altitudes puis de 1 aux basses latitudes. Une comparaison avec les modèles de transfert de rayonnement hors-équilibre thermodynamique local (Labrosse et Gouttebroze, 2001) indique que cette matière est plus froide (moins de 20000 K) à haute altitude et qu'elle se réchauffe en retombant. En raison de ces flots, la densité de la protubérance diminue, et celle-ci devient plus faible dans les images de EUVI et AIA.

Une CME vue par LASCO à partir de 18h30 est associée à l'éruption de protubérance, la position de celle-ci correspondant au bord Nord de la CME. Ceci suggère que le champ magnétique autour du filament est asymétrique, ce qui pourrait avoir un effet de confinement sur le plasma de la protubérance (Török et Kliem, 2005; Fan et Gibson, 2007). Cela expliquerait alors pourquoi l'éruption de la protubérance n'est pas complète (de la matière retombe) et pourquoi la CME présente une cavité au-dessus de la position initiale de la protubérance.

Après l'éruption, la protubérance se reforme progressivement en quelques jours, et commence de nouveau à être visible en H α . La structure magnétique soutenant la protubérance n'a donc pas complètement disparu au cours de l'éruption. La densité ou la température du matériel restant ne sont cependant pas adéquats pour que la protubérance redevienne visible en He II.

5.2. Détection de filaments

Article : en cours de rédaction

5.2.1. Pourquoi vouloir détecter les filaments en He II ?

Les éruptions de protubérances, avec les CME qui y sont parfois associées, sont un des contributeurs les plus importants à la météorologie de l'espace (Sec. 1.2), avec des conséquences possibles sur les activités humaines. Il est possible d'atténuer ces effets, par exemple dans le cas des courants induits par les variations du champ magnétique en adaptant la gestion du réseau électrique¹. Cela nécessite de détecter les éruptions en temps réel, et même dans certains cas de les prévoir, que ce soit par des méthodes statistiques ou basées sur la physique.

Aussi bien les détections d'éruptions de protubérances que leur prévision nécessitent de détecter les protubérances, et en fait surtout les filaments², en permanence et en quasi-

1. Mise en place de condensateurs de grande capacité pour absorber les courants supplémentaires au lieu de les envoyer dans le réseau, adaptation de la production électrique, modification du planning des opérations de maintenance, voire coupures électriques quand c'est nécessaire.

2. Puisque les éruptions géoeffectives ne peuvent en principe pas avoir lieu au limbe, en raison des propriétés de propagation des différents phénomènes liés aux éruptions et intervenant en météorologie de l'espace : en ligne droite (lumière) ou approximativement en ligne droite (CME), ou le long du champ magnétique de la spirale

5. Protubérances et filaments solaires

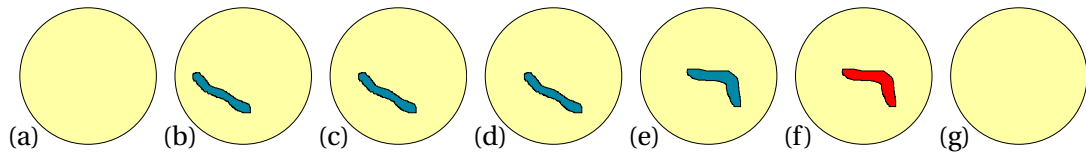


FIGURE 5.4. – Principe de la détection et du suivi des filaments : un filament apparaît (a-b), est détecté (b), il est suivi au cours de son déplacement sur le disque avec la rotation solaire (b-d), il a un mouvement propre lors de son entrée en éruption (e-f), et il disparaît (g). L'éruption ou la disparition du filament sont aussi détectés.

temps réel. Bien que la vision humaine soit très performante, le volume de données à traiter en permanence requiert d'utiliser une méthode de détection automatique. Une telle méthode automatique devrait (Fig. 5.4) :

- reconnaître les filaments dans des images ;
- obtenir leurs propriétés géométriques et physiques ;
- les suivre au cours du temps et caractériser les variations de leurs propriétés ;
- détecter des événements comme des éruptions, activations et disparitions (en excluant les disparitions dues à la rotation solaire jusqu'au limbe).

Des méthodes de détection et de suivi des filaments dans les images $H\alpha$ 656.3 nm existent déjà, par exemple [Gao et al. \(2002\)](#); [Jing et al. \(2004\)](#); [Bernasconi et al. \(2005\)](#); [Fuller et al. \(2005\)](#); [Zharkova et Schetinina \(2005\)](#); [Joshi et al. \(2010\)](#); [Yuan et al. \(2011\)](#); [Bonnin et al. \(2013\)](#); [Hao et al. \(2013\)](#). Celles-ci utilisent diverses méthodes pour standardiser les images, les segmenter (en général par des seuils, ou par un réseau de neurones), identifier des structures qui sont des candidats filaments, fusionner les différents morceaux d'un même filament, trouver l'épine dorsale du filament, le caractériser et le suivre. Certains de ces codes de détection sont exécutés systématiquement et alimentent des bases de données, mais aucun ne détecte les filaments et leurs éruptions en quasi-temps réel, en partie à cause de la disponibilité encore limitée des images en $H\alpha$.

D'un autre côté, les imageurs spatiaux dans l'UV extrême (EUV) comme SoHO/EIT, STEREO/SECCHI/EUVI et surtout SDO/AIA fournissent en permanence avec une bonne résolution, une bonne cadence, et maintenant une latence réduite à quelques minutes seulement (par exemple dans le cas des données « aia.lev1_nrt2 » d'AIA), des images dans des bandes spectrales en EUV dans lesquelles les filaments sont visibles, notamment He II 30.4 nm. Avec SDO/AIA, nous avons pour la première fois la possibilité d'observer les éruptions de filaments en quasi-temps réel, en continu, et avec de très hautes résolutions temporelle et spatiale (10 s de cadence et 0.6 arcsec/pixel) ; avec SoHO/EIT nous avons accès à des données historiques depuis 1996, et avec STEREO/SECCHI/EUVI nous pouvons voir les filaments de points de vue différents dans l'héliosphère. C'est pour cela qu'il serait très intéressant de pouvoir détecter automatiquement les filaments dans ces données, bien que cela soit a priori plus difficile à cause du contraste plus faible entre les filaments et le fond, lui-même plus contrasté (Fig. 5.1).

de [Parker \(1958\)](#) (particules énergétiques).

5.2.2. Le code de détection de filaments FILEAS

J'ai donc développé avec Claude Mercier et plusieurs autres personnes³, ainsi qu'avec Jean-Claude Vial qui nous apporte son expertise sur les filaments, un code de détection et de suivi des filaments, que j'ai appelé FILEAS⁴ (FILaments, Eruptions, and Activations detected from Space). Étant donné la difficulté de la détection en He II, il faut utiliser des méthodes de traitement d'image plus avancées que celles généralement utilisées pour H α . Ces méthodes étant plus lentes, nous avons principalement écrit le code en C++, avec une parallélisation à deux niveaux, pour CPU et GPGPU⁵, utilisant des pthreads⁶ et OpenCL.

Lecture des données. Les images dans la bande He II 30.4 nm sont d'abord lues, soit dans un répertoire sur le disque, soit, dans le cas de SDO/AIA, en utilisant le système DRMS de distribution des données SDO⁷. De même, des magnétogrammes de SDO/HMI sont aussi lus (un toutes les 12 minutes).

Un premier niveau de parallélisation est réalisé avec des pthreads, ce qui permet de lire et de traiter plusieurs images différentes en parallèle sur les différents processeurs (CPU) d'un serveur de calcul.

Calcul des PIL. À partir des magnétogrammes, dans les régions qui ne sont pas trop proches du bord, nous calculons les lignes neutres, ou lignes d'inversion du champ magnétique (PIL), qui séparent des régions de champ magnétique (projeté sur la ligne de visée) de signes opposés (Fig. 5.5). Pour cela, la carte de champ magnétique est lissée, un seuil est utilisé pour déterminer des régions « positives », « neutres » ou « négatives ». Après suppression des pixels « positifs » ou « négatifs » isolés, les régions « positives » ou « négatives » sont étendues progressivement dans les zones « neutres » jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de pixels « neutres ». Après encore des opérations morphologiques pour nettoyer l'image, les pixels à la frontière des zones « positives » et « négatives » forment les PIL. Enfin, nous calculons la « transformée en distance » de ces PIL, c'est-à-dire une carte dans laquelle la valeur de chaque point représente la distance à la PIL la plus proche.

Traitement des images He II. Les images He II sont normalisées par le temps d'exposition, puis un algorithme y recherche des chemins longilignes le long desquels la variation d'intensité est faible, alors que les gradients transverses d'intensité sont forts (Fig. 5.6), la valeur seuil de ce gradient étant déterminée dynamiquement en fonction de l'intensité moyenne locale. On obtient un ensemble de pixels, auquel on fait subir un filtre morphologique, avant de regrouper les pixels en ensembles connexes, ce qui donne des objets

3. Notamment Lola Guillot, Christian Madsen et Jean-Baptiste Goujon.

4. Comme Phileas Fogg qui fait le tour du monde en 80 jours, les filaments font le tour du Soleil en suivant la rotation solaire.

5. General-purpose GPU, par exemple la Nvidia Tesla K20.

6. Threads POSIX, interface de programmation permettant de gérer des threads (fils d'exécutions).

7. Un serveur DRMS est installé à MEDOC à l'IAS et reçoit les données nécessaires dès qu'elles sont disponibles, avec plus de 2 millions d'images à ce jour dans chaque bande (1 par minute, ce qui est largement suffisant pour ce travail).

5. Protubérances et filaments solaires

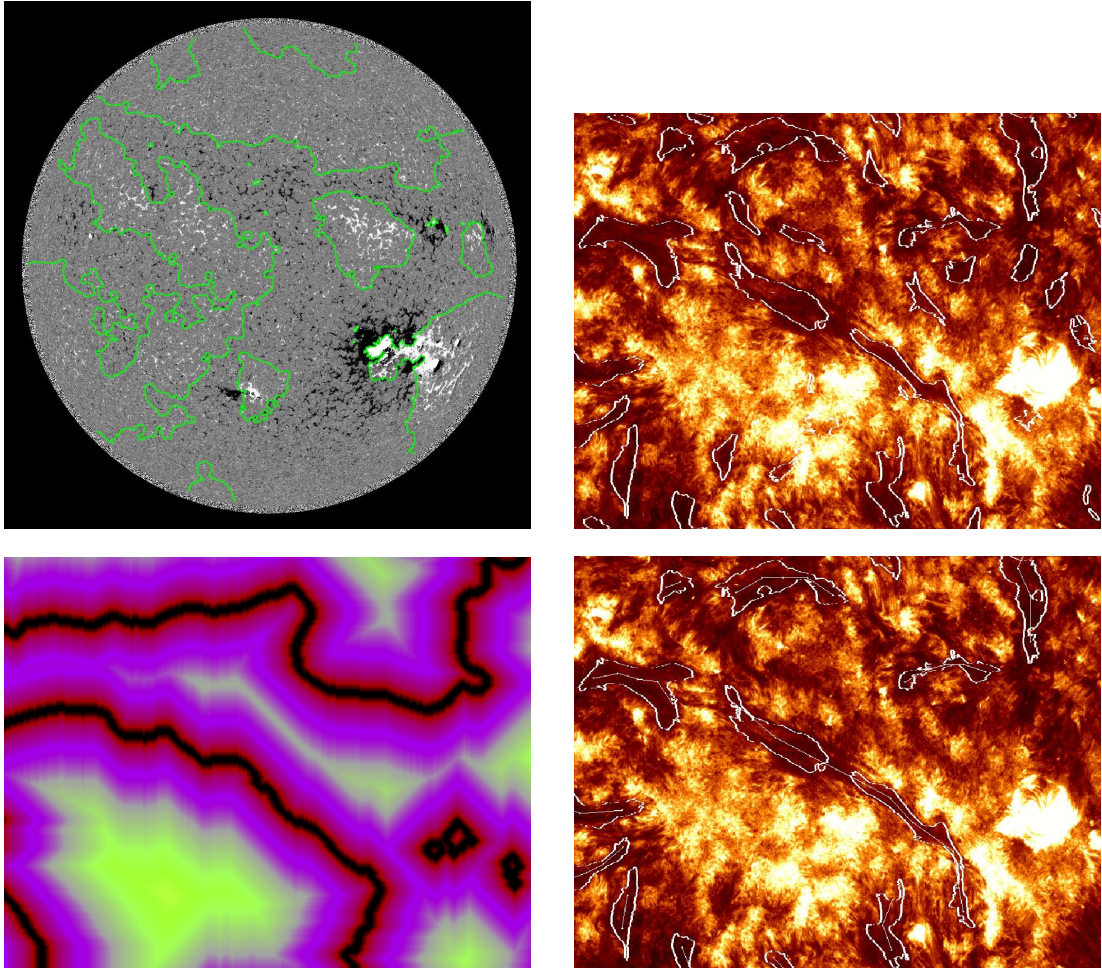


FIGURE 5.5. – De droite à gauche et de haut en bas : magnétogramme de SDO/HMI le 2012-07-14 et lignes d'inversion du champ magnétique (PIL) ; contours de candidats filaments à cette date, tracés sur un champ de vue de 564×444 arcsec de SDO/AIA ; transformée en distance des PIL (l'emplacement des PIL correspond à la distance nulle, qui est représentée en noir) ; candidats filaments qui restent après élimination de ceux qui sont trop loin d'une PIL, et après fusion des fragments de filaments et détermination des épines dorsales (celles-ci joignent alors des fragments fusionnés).

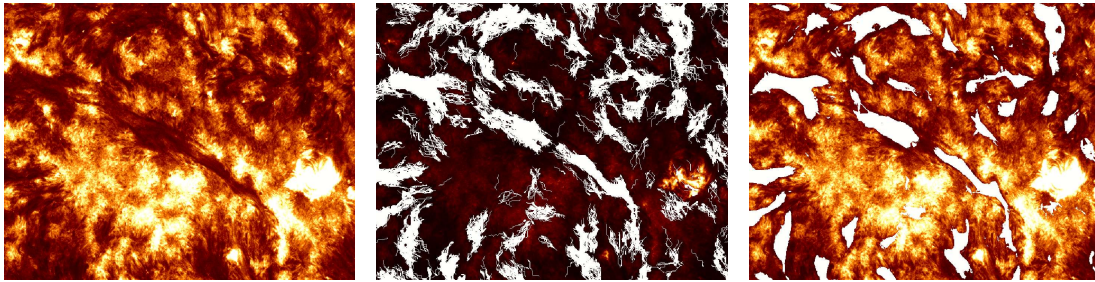


FIGURE 5.6. – Image originale (SDO/AIA 30.4 nm à la date du 2012-07-14T17:00:44), chemins trouvés dans l’image, pixels restants après filtre morphologique.

candidats pour être des filaments.

Parmi ces opérations, celles qui prennent le plus de temps sont parallélisées avec OpenCL, pour permettre d’exploiter la présence éventuelle d’un coprocesseur comme par exemple un GPU de carte graphique, un GPGPU ou un Intel Xeon Phi. Des K20 et des Xeon Phi sont disponibles sur le nouveau cluster de calcul de l’IAS.

L’épine dorsale de chaque candidat est ensuite calculée, soit par une méthode analogue à celle de [Bernasconi et al. \(2005\)](#), soit par la recherche du chemin le plus long (avec une condition sur sa forme, qui ne doit pas présenter des angles trop aigus) dans un squelette calculé par des itérations d’opérations d’amincissement morphologique.

Sélection des candidats filaments. Les candidats qui sont trop éloignés d’une PIL sont éliminés. Parmi ceux qui restent, on fusionne ceux qui sont probablement des fragments d’un même filament (avec des conditions de distance et d’angle relatif de leurs extrémités).

On calcule alors un score pour chaque candidat, qui est notamment d’autant plus élevé que son intensité est faible, que sa taille est grande, et qu’il est proche d’une PIL. Les candidats qui ont un score trop faible sont éliminés, et ceux qui restent sont ordonnés par score décroissant.

Caractérisation des filaments. Pour chaque filament, on calcule des paramètres tels que sa position (centre de gravité) en coordonnées Stonyhurst⁸, sa direction moyenne, sa longueur, sa surface projetée sur la plan du ciel, une mesure de son élongation, sa courbure, des statistiques d’intensité... Pour chaque image analysée, les résultats sont sauvés dans un fichier XML dans un format permettant d’extraire facilement les filaments en tant qu’« événements » dans le standard d’observatoire virtuel VOEvent.

Suivi des filaments. Un « filament suivi » est un ensemble d’une ou plusieurs détections de filaments, qui correspondent à la même structure solaire observée à différents instants, sur une échelle de temps pouvant aller jusqu’à une demi-rotation solaire. Pour chaque filament détecté dans l’image courante, on cherche les filaments suivis auquel il peut être

8. Coordonnées héliographiques dont le méridien de référence est face à la Terre.

5. Protubérances et filaments solaires

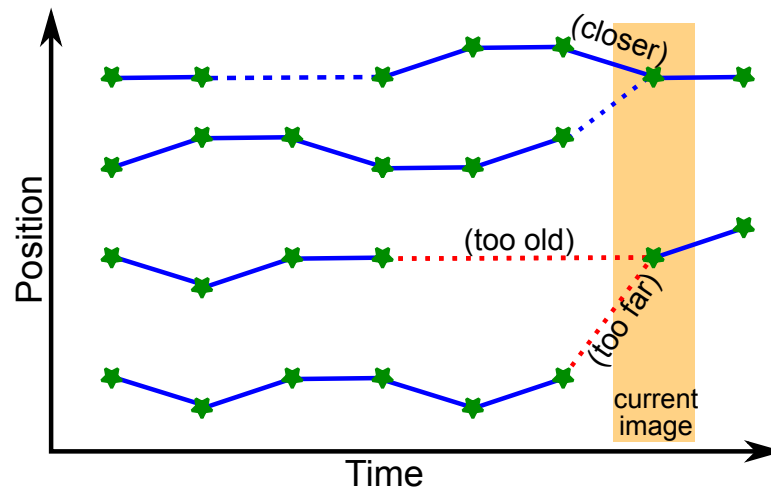


FIGURE 5.7. – Principe du suivi des filaments.

connecté, avec des conditions comme l'écart de position par rapport à la dernière (ou une des dernières) détections faisant partie du filament suivi, et la durée depuis cette dernière détection (Fig. 5.7).

Si un tel filament suivi convient, on ajoute le filament courant au filament suivi. Si plusieurs tels filaments suivis conviennent, on peut choisir d'ajouter le filament courant à celui qui convient le mieux, ou de fusionner les deux filaments suivis et d'ajouter le filament courant. Si aucun tel filament suivi ne convient, le filament courant forme un nouveau filament suivi (alors à un élément).

Le résultat du suivi est aussi stocké dans des fichiers XML, contenant les ensembles de références aux détections faisant partie des filaments suivis dont la date de début appartient à un certain intervalle de dates.

Exécution systématique. Il est prévu d'exécuter systématiquement les détections et le suivi sur l'ensemble des données SDO présentes à MEDOC, et celles qui y arrivent quotidiennement.

Visualisation et exploitation des résultats. Les résultats de détection et de suivi sont utilisés pour tracer les filaments sur les images SDO/AIA, chaque filament suivi ayant une couleur donnée, ce qui permet de suivre son évolution dans les films réalisés à partir de ces tracés.

Les fichiers XML peuvent déjà être exploités en tant que base de données en faisant des requêtes avec le langage XQuery, et sont affichés en tant que pages web grâce à une feuille de style XSL. Mais pour plus d'efficacité, nous les injectons aussi dans une base de données SQL contenant les caractéristiques des filaments et les informations sur leur suivi. Ce travail, encore en cours, permet déjà d'avoir accès aux données par une meilleure interface web que nous prévoyons de rendre publique dans le cadre de MEDOC. Il permettra aussi d'exploiter

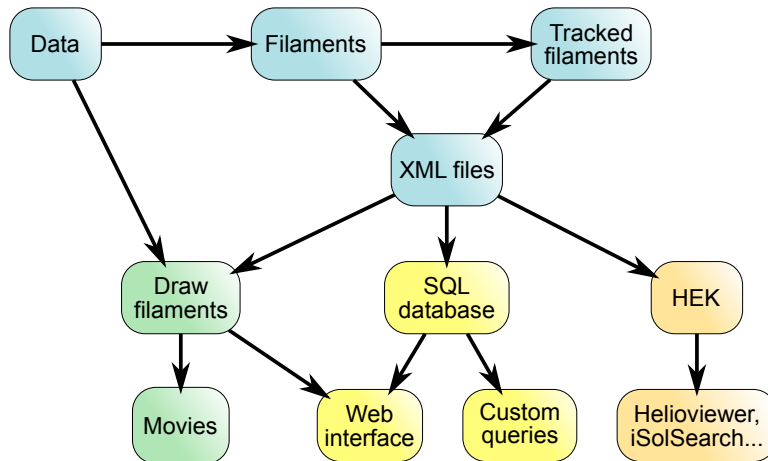


FIGURE 5.8. – Vue d’ensemble des étapes de l’exécution de FILEAS, jusqu’à la visualisation ou l’exploitation des résultats.

pleinement la base de données, en répondant à des questions telles que :

- Quelle est la distributions des longueurs des filaments, de leurs durées de vie, ou d’autres paramètres ?
- Est-ce que l’orientation des filaments est corrélée à leur latitude ?
- Quelle est la vitesse de dérive en latitude des filaments ?
- Comment évoluent les paramètres des filaments avant une éruption ?

Nous avons aussi déjà réalisé des tests dans le but d’injecter périodiquement des détections de filaments dans la base de données de la HEK (Heliophysics Events Knowledgebase). Les détections de FILEAS seraient ainsi accessibles, tout comme les détections en $H\alpha$ de [Bernasconi et al. \(2005\)](#), par tous les utilisateurs de la HEK, que ce soit pas l’interface iSolSearch (<http://lmsal.com/isolsearch>), par heliowviewer.org (y compris le serveur installé à MEDOC à <http://heliowviewer.ias.u-psud.fr/>) ou JHelioViewer, ou par l’API web de la HEK.

Une vue d’ensemble des étapes de l’exécution de FILEAS, jusqu’à la visualisation ou l’exploitation des résultats, est présentée à la Fig. 5.8.

5.2.3. Premiers résultats

Le code de détection a pour l’instant été exécuté sur des périodes de l’ordre d’un mois, ce qui, grâce à la parallélisation, ne prend que moins d’une journée de calcul pour une cadence de 10 minutes (soit environ 150 Go de données SDO/AIA non compressées), après pré-calcul des PIL. Cela permet déjà de détecter et de suivre les filaments pendant plus d’une rotation solaire.

Évaluer de manière rigoureuse les résultats des détections de filaments est difficile, car pour compter le nombre de faux positifs ou de faux négatifs, il faudrait disposer d’une liste de référence indiquant quelles structures sont des filaments. Or une telle liste n’existe pas,

5. Protubérances et filaments solaires

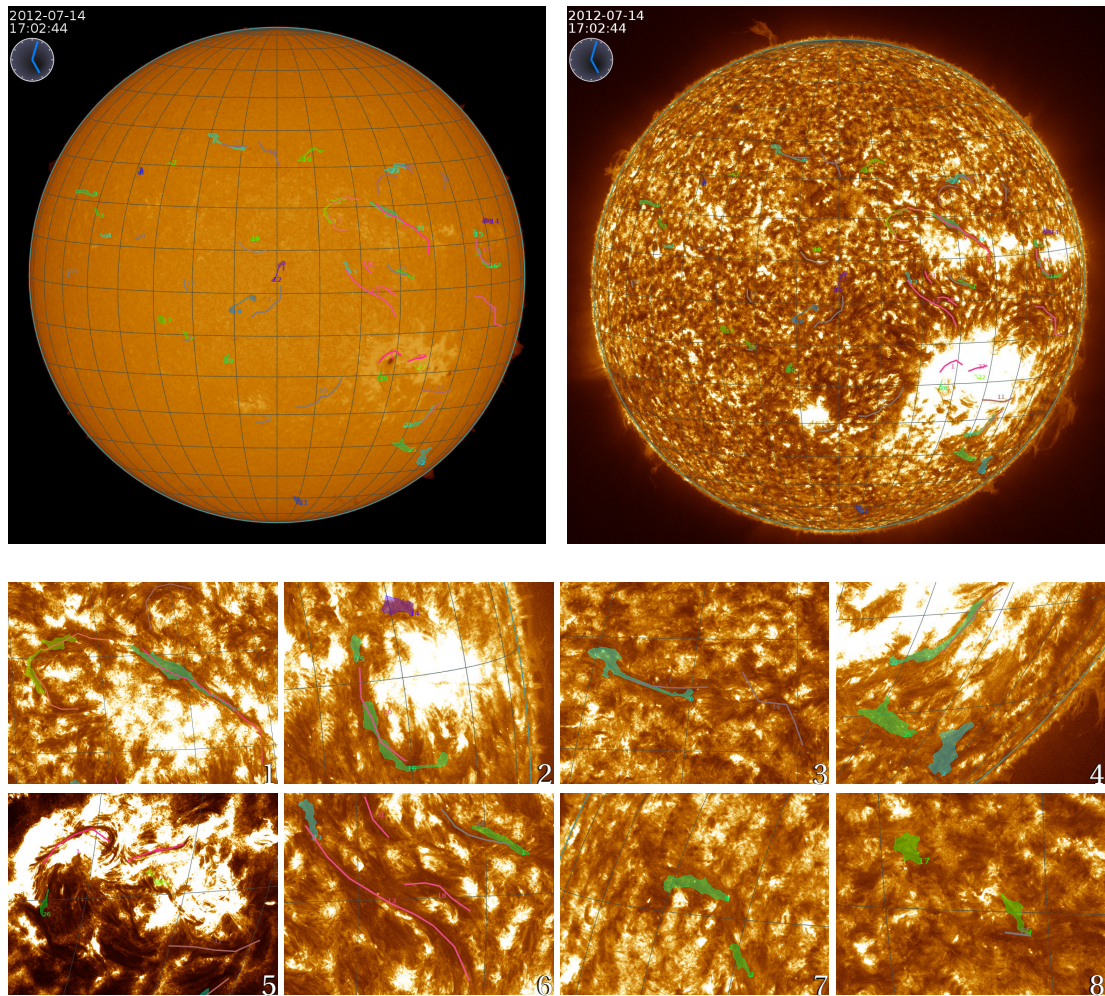


FIGURE 5.9. – Comparaison des résultats de FILEAS (lignes représentant les épines dorsales) et des détections de Bernasconi et al. (2005) présentes dans la HEK (surfaces colorées). En haut : comparaison sur le disque entier, le fond étant l'image $H\alpha$ de BBSO à gauche, et l'image $He II$ de SDO/AIA à droite. La grille de longitude et de latitude Stonyhurst a un pas de 10° . En bas : zooms sur différentes régions, numérotées en bas à droite de chaque image. L'échelle de couleurs de la première image de la dernière ligne (région active) est différente des autres.

chaque méthode (y compris l'identification par un humain) donne des résultats différents, car il n'y a pas de critère permettant d'identifier à coup sûr un filament. Le nombre de filaments dépend aussi dans notre cas du score choisi comme seuil pour éliminer les mauvais candidats filaments, ce seuil étant arbitraire. Enfin, certains filaments ne sont visibles qu'en $H\alpha$ et pas en $He II$, et inversement.

Il en est de même pour l'évaluation des résultats du suivi des filaments.

Nous pouvons tout de même évaluer qualitativement les résultats de FILEAS par une comparaison critique avec les résultats d'une autre méthode de détection. La Fig. 5.9 montre ainsi une comparaison entre les résultats de détections de filaments par FILEAS et les détections en $H\alpha$ présentes dans la HEK et effectuées avec la méthode de [Bernasconi et al. \(2005\)](#), le 14 juillet 2012 à 17h02.

Cette comparaison montre dans de nombreux cas (par exemple régions de 1 à 3) une assez bonne correspondance entre les résultats des deux méthodes, FILEAS arrivant même mieux à fusionner des fragments devant faire partie d'un même filament.

Dans la région 4, un filament est bien détecté par les deux méthodes, alors que les deux autres détections de [Bernasconi et al. \(2005\)](#) n'ont pas d'équivalent dans les résultats de FILEAS, les filaments étant trop près du limbe et trop peu visibles en $He II$.

Dans la région 5, FILEAS est le seul à bien détecter les filaments de région active (pourtant visibles dans l'image $H\alpha$). Ceci est difficile, car ces filaments sont plus fins et plus éclairés que les filaments de régions calmes. Pourtant, leur détection est importante car la quantité de plasma qu'ils emmagasinent et l'intensité du champ magnétique qui les soutient font qu'ils peuvent être à l'origine de CME à fort impact en météorologie de l'espace.

Dans la région 6, des structures bien visibles en $He II$ sont détectées par FILEAS, et prolongent dans un cas un filament détecté en $H\alpha$. Il pourrait toutefois s'agir plutôt d'une partie de la « canopée » de la région active voisine ([Wang et al., 2011](#)), c'est-à-dire d'un ensemble de fibrilles de matière chromosphérique à basse altitude alignés par le champ magnétique à grand échelle autour de la région active, et donc pas à proprement parler de filaments. Ce cas me semble toutefois très difficile à séparer des filaments.

Enfin, dans les régions 7 et 8, trois des quatre détections de [Bernasconi et al. \(2005\)](#) n'ont pas d'équivalent dans les détections de $He II$. Les filaments en questions semblent être trop diffus, trop petits, et trop peu visibles en $He II$, au point qu'il serait discutable de les inclure dans un catalogue de filaments.

En conclusion, bien qu'il soit plus difficile de détecter les filaments dans les images en $He II$ qu'en $H\alpha$, la combinaison de méthodes avancées de traitement d'image et de l'utilisation d'une information sur le champ magnétique rend cela possible. Nous continuons donc de développer cette méthode dans le but de construire, dans un premier temps, une base de données de filaments, que nous exploiterons scientifiquement.

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

6.1. Turbulence et chauffage dans les régions ouvertes de la couronne solaire .	73
6.2. Pentas des spectres de turbulence MHD-Hall et en MHD anisotrope	77
6.2.1. Modèle en couches de MHD Hall	77
6.2.2. MHD anisotrope en présence d'hélicité croisée	80
6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique	81

6.1. Turbulence et chauffage dans les régions ouvertes de la couronne solaire

Article (non inclus) : [Verdini et al. \(2009\)](#)

Introduction. Le vent solaire est l'extension de la couronne jusqu'à la Terre et aux autres planètes. Il est fortement dynamique et est un des supports des relations Soleil-Terre. Tout comme la couronne, le vent est turbulent, avec des spectres en lois de puissance de pentes -1 à basse fréquence et -1.6 à haute fréquence, la séparation entre ces deux domaines se déplaçant vers les basses fréquences quand on s'éloigne du Soleil ([Bavassano et al., 1982](#); [Tu et al., 1984](#)). Les corrélations entre les fluctuations δu et δb du champ de vitesse et du champ magnétique montrent qu'il est aussi parcouru par des ondes d'Alfvén; le fait que ces corrélations dépendent, en plus de la fréquence, de la distance au Soleil ([Bavassano et al., 2000a,b](#)) et de la latitude ([Grappin, 2002](#)) suggère que les deux modes des ondes d'Alfvén sont présents (et non seulement les ondes se propageant à partir du Soleil), ce qui permet justement les interactions non-linéaires pouvant donner lieu à de la turbulence. Or ces interactions non-linéaires ont jusque là été peu étudiées, la plupart des modèles du vent solaire (par exemple [Hollweg, 1978](#); [Velli, 1993](#); [Hollweg et Isenberg, 2007](#)) se contentant d'inclure la propagation et la réflexion linéaires des ondes d'Alfvén (la réflexion étant due au gradient vertical de vitesse d'Alfvén), éventuellement avec une estimation dimensionnelle du rôle du chauffage turbulent ([Hollweg et al., 1982](#); [Dmitruk et al., 2001](#); [Cranmer et van Ballegooijen, 2005](#); [Verdini et Velli, 2007](#)). Dans le vent solaire, seuls [Velli et al. \(1989, 1990\)](#) considèrent la cascade turbulente générée par les ondes réfléchies.

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

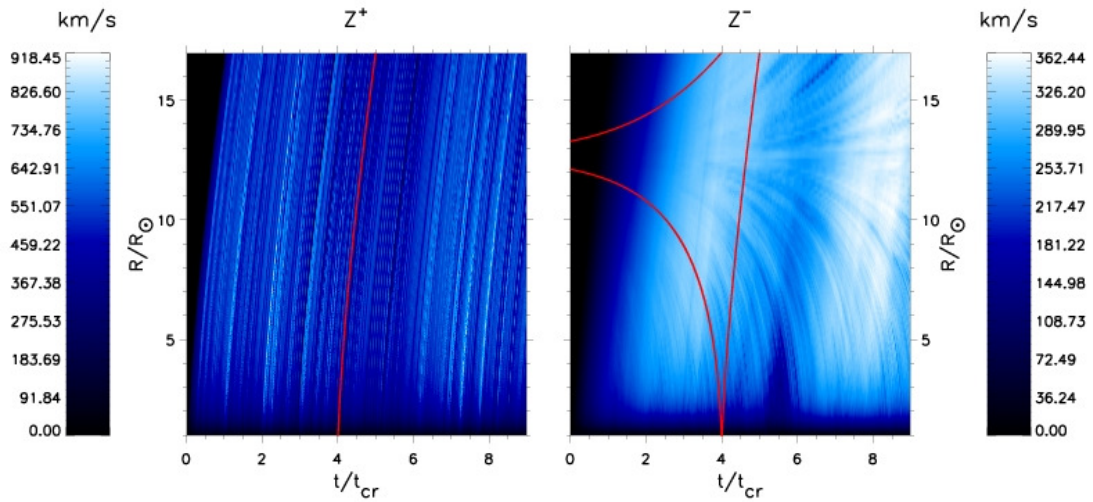


FIGURE 6.1. – Amplitude des deux modes d’ondes d’Alfvén en fonction du temps et de la distance héliocentrique. En rouge : lignes correspondant à la vitesse de phase $U \pm V_a$ des ondes Z^\pm ; des traces correspondant à la vitesse $U + V_a$ apparaissent aussi dans la propagation de Z^- . Le domaine simulé inclut des zones qui seront parcourues par Solar Probe+. Fig. 1 de [Verdini et al. \(2009\)](#).

Pour ces raisons, il est intéressant de disposer de modèles de la propagation, de la réflexion linéaire et des interactions non-linéaires des ondes d’Alfvén dans le vent solaire.

Modèle. C’est pour cela que le modèle de turbulence MHD dans un tube de flux que j’ai développé pour des boucles coronales ([Buchlin et Velli, 2007](#)) a été adapté au cas du vent solaire ([Verdini et al., 2009](#)) : les ondes montantes sont réfléchies vers le bas par les gradients de vitesse d’Alfvén (au lieu d’être réfléchies sur l’autre pied de boucle coronale) et ce sont ces ondes réfléchies qui interagissent non-linéairement avec les ondes montantes. Comme l’évolution de ce modèle est plus simple à calculer que celle des équations (par exemple de MHD) discrétisées sur une grille à haute résolution (simulations numériques directes), il est particulièrement adapté pour étudier la turbulence dans le vent solaire.

Par ailleurs, un profil de vitesse $U(z)$ du vent solaire est imposé, et ce vent transporte le plasma qui est le support des ondes d’Alfvén, de vitesse de propagation $\pm V_a(z)$ par rapport au plasma : la vitesse des ondes d’Alfvén est $U \pm V_a$. Comme dans le cas des boucles coronales (avec $U = 0$), les deux types d’ondes d’Alfvén se propagent en sens inverse l’un par rapport à l’autre à basse altitude (où $U < V_a$), avec des ondes montantes et des ondes descendantes. À plus haute altitude, là où $U \geq V_a$, c’est-à-dire au-delà du « point d’Alfvén critique », il n’y a plus d’ondes descendantes, mais les deux types d’ondes d’Alfvén se propagent en s’éloignant du Soleil, aux vitesses $|U \pm V_a|$.

6.1. Turbulence et chauffage dans les régions ouvertes de la couronne solaire

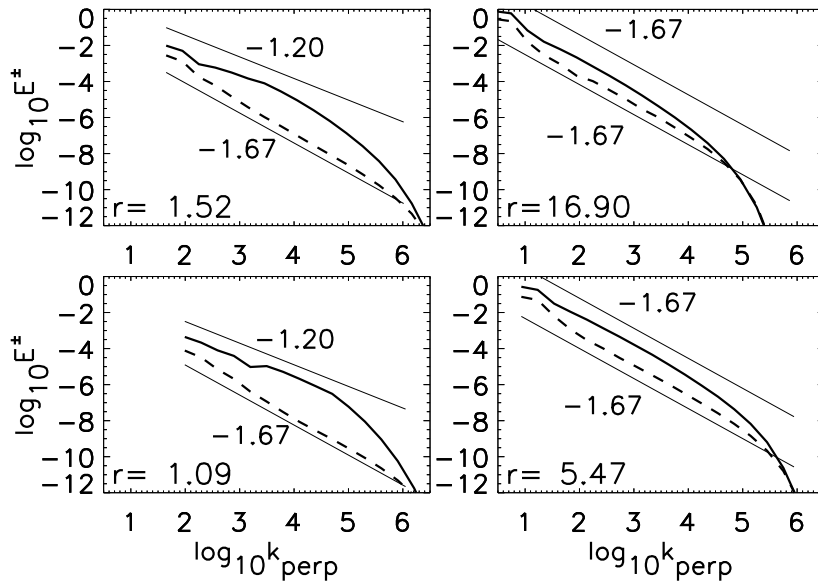


FIGURE 6.2. – Spectres d'énergie des ondes d'Alfvén Z^+ (traits pleins) et Z^- (tirets) à différentes distances du centre du Soleil, indiquées dans chaque graphique. Les spectres sont normalisés par $10^{19} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ et les nombres d'onde par R_{\odot}^{-1} . Des lois de puissance de pentes -1.20 et -1.67 sont données comme référence. Fig. 2 de [Verdini et al. \(2009\)](#).

Résultats. Ce comportement de propagation est bien visible dans des simulations couvrant un domaine allant de la région de transition chromosphère-couronne jusqu'à 17 rayons solaires (Fig. 6.1)¹. En plus de la propagation de Z^+ à la vitesse $U + V_a$, les paquets d'onde de Z^+ partiellement réfléchis laissent des traces correspondant à une propagation à la vitesse $U + V_a$ dans l'évolution de Z^- , ce qui correspond à la génération de paquets d'onde de Z^- , qui à leur tour se propagent à la vitesse $U - V_a$ et peuvent alors interagir non-linéairement avec les paquets d'onde de Z^+ . En fait, il est possible de décomposer Z^- en une composante classique se propageant à $U - V_a$, et une composante « anormale », qui est le produit direct de la réflexion et qui se propage à $U + V_a$ ([Velli et al., 1990](#)).

Par rapport à une cascade avec symétrie entre Z^+ et Z^- (même vitesse de propagation, même amplitude moyenne), l'évolution non-linéaire de Z^- est rendue plus forte par le fait que l'amplitude de Z^+ est plus élevée que celle de Z^- , et par le fait que les paquets d'onde de Z^- se propagent plus lentement (surtout près du point critique), ils ont plus le temps d'interagir avec les ondes Z^+ . Par conséquent, les pentes des spectres de Z^- , tracés à la Fig. 6.2, sont déjà très proches de lois de puissance de pente $-5/3$ (comme en turbulence de [Kolmogorov, 1941](#)) à basse altitude (moins d'un dixième de rayon solaire), alors que les spectres de Z^+ sont alors encore moins pentus. À plus haute altitude, les interactions non-linéaires ont par contre eu le temps de produire un spectre en loi de puissance de pente $-5/3$ aussi pour Z^+ . Ces pentes de $-5/3$ sont compatibles avec celles qui sont observées aux

1. Des simulations ont été effectuées jusqu'à un quart d'unité astronomique.

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

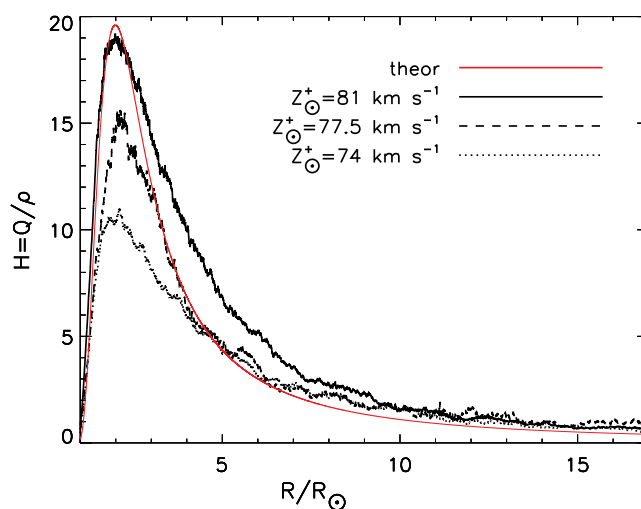


FIGURE 6.3. – Puissance moyenne du chauffage par unité de masse en fonction de la distance au centre du Soleil, pour différentes amplitudes d’ondes entrantes. Le chauffage requis pour accélérer le vent à la vitesse prescrite dans le modèle est indiqué en rouge. Fig. 3 de [Verdini et al. \(2009\)](#).

fréquences inférieures à 1 Hz dans le vent solaire ([Coleman, 1968](#); [Belcher et Davis, 1971](#)).

Le chauffage par unité de masse, montré à la Fig. 6.3, croît rapidement jusqu’à un rayon solaire au-dessus de la surface du Soleil, puis décroît exponentiellement. Le pic du profil de chauffage nécessaire pour accélérer le vent à la vitesse prescrite dans le modèle est atteint, à la bonne altitude, pour une fluctuation de vitesse $\delta u \approx 45 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ à la base². Le chauffage est alors un peu trop élevé à plus haute altitude, ce qui augmente la vitesse terminale du vent sans changer le flux de masse. Des fluctuations de vitesse d’amplitude plus faible à la base, qui donneraient un chauffage plus conforme à ce qui est requis à haute altitude, donneraient par contre un chauffage maximal par unité de masse bien trop bas, ce chauffage maximal étant très sensible au forçage, comme on peut le voir à la Fig. 6.3.

En tout état de cause, nous avons montré que des fluctuations de vitesses turbulentes à la base du vent solaire de quelques dizaines de kilomètres par seconde, compatibles avec les vitesses non-thermiques observées par SoHO/SUMER dans la région de transition et la couronne ([Chae et al., 1998](#)), étaient suffisantes dans ce modèle pour accélérer le vent solaire. Ceci montre le rôle important que peuvent jouer dans l’accélération du vent solaire la réflexion linéaire des ondes d’Alfvén et la turbulence résultant de leurs interactions non-linéaires.

² δu est dépend de Z^+ , dont l’amplitude est indiquée dans la figure, mais aussi de l’onde Z^- se propageant à partir du haut.

6.2. Pentas des spectres de turbulence MHD-Hall et en MHD anisotrope

Par rapport à ces spectres de pente $-5/3$ que nous avons obtenus dans la section précédente, les mesures *in situ* de la turbulence dans le vent solaire ont révélé un raidissement du spectre des fluctuations du champ magnétique aux hautes fréquences (> 1 Hz) (Coroniti et al., 1982; Leamon et al., 1998; Bale et al., 2005; Smith et al., 2006), jusqu'à dans certains cas des pentes de -3 dans les nuages magnétiques et -4 dans le champ magnétique ouvert. Le biais observé vers une polarisation circulaire droite suggère qu'une dissipation proton-cyclotron des ondes d'Alfvén de polarisation circulaire gauche pourrait être à l'origine de cette pente plus forte à haute fréquence (Leamon et al., 1998). Une autre possibilité est que ce domaine soit le siège d'une cascade non-linéaire liée à la présence d'ondes whistler, ce qui correspond au terme de Hall de la MHD : c'est cette possibilité que nous explorons dans la Sec. 6.2.1.

Par ailleurs, les phénoménologies de turbulence dans le vent solaire sont en général basées sur une hypothèse d'isotropie, qui, bien que les mesures soient insuffisantes pour déterminer des spectres complets en trois dimensions, est fautive en général (Belcher et Davis, 1971; Dobrowolny et al., 1980; Narita et al., 2010). Les modèles doivent donc tenir compte de cette anisotropie, et je vais présenter dans la Sec. 6.2.2 un tel modèle que nous avons construit.

6.2.1. Modèle en couches de MHD Hall

Article (inclus p. 164) : Galtier et Buchlin (2007)

Pour vérifier le scénario de la cascade non-linéaire due au terme de Hall $(\partial_t b)_{\text{Hall}} = d_i \vec{\nabla} \times ((\vec{\nabla} \times \vec{b}) \times \vec{b})$, où d_i est la distance inertielle des ions, la faible résolution atteignable par les simulations numériques directes est encore plus problématique qu'en MHD sans terme de Hall. En effet, le temps caractéristique de ce terme, en $1/k^2$, décroît rapidement avec le nombre d'onde k , l'intervalle de nombres d'ondes devant toutefois être suffisamment large pour que l'on puisse voir à la fois une zone inertielle « classique » et, à plus grand k , une éventuelle deuxième zone inertielle liée à la cascade due au terme de Hall. C'est pour cela que j'ai développé, en collaboration avec Sébastien Galtier (Galtier et Buchlin, 2007), un code numérique de modèle en couches pour la MHD-Hall. Avec des termes d'hyperviscosité en k^4 (une viscosité en k^2 ayant la même dépendance en k que le terme de Hall), les équations du modèle en couches pour la MHD-Hall s'écrivent (Hori et al., 2005) :

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + \nu_2 k_n^4 v_n = i k_n \left[(v_{n+1} v_{n+2} - b_{n+1} b_{n+2}) - \frac{1}{4} (v_{n-1} v_{n+1} - b_{n-1} b_{n+1}) - \frac{1}{8} (v_{n-2} v_{n-1} - b_{n-2} b_{n-1}) \right]^* \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial b_n}{\partial t} + \eta_2 k_n^4 b_n = \frac{i k_n}{6} [(v_{n+1} b_{n+2} - b_{n+1} v_{n+2}) + (v_{n-1} b_{n+1} - b_{n-1} v_{n+1}) + (v_{n-2} b_{n-1} - b_{n-2} v_{n-1})]^* + (-1)^n i d_i k_n^2 \left[b_{n+1} b_{n+2} - \frac{1}{4} b_{n-1} b_{n+1} - \frac{1}{8} b_{n-2} b_{n-1} \right]^* \quad (6.2)$$

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

Le terme en bleu correspond au terme de Hall et les autres termes correspondent à un modèle en couches « GOY » (Éq. 2.5-2.6) pour la MHD en 3 dimensions. Les temps caractéristiques des différents termes intervenant dans la cascade non-linéaire sont $\tau_H \sim (d_i k^2 b)^{-1}$ pour le terme de Hall, $\tau_{v;vv} \sim (k\nu)^{-1}$ et $\tau_{v;bb} \sim (kb^2/\nu)^{-1}$ pour l'évolution de ν , et $\tau_b \sim (k\nu)^{-1}$ pour l'évolution de b (hors terme de Hall).

Ainsi, nous avons obtenu par des simulations numériques les premiers spectres de turbulence MHD-Hall sur un large intervalle d'échelles (plus de 6 ordres de grandeur). Ces spectres ne sont pas universels, avec par exemple des pentes de $-7/3$ à $-11/3$ pour le spectre de champ magnétique à petite échelle, ce qui correspond à la variabilité des pentes des spectres observés dans le vent solaire par [Smith et al. \(2006\)](#). Nous avons ensuite expliqué ces pentes et leur variabilité par les temps caractéristiques des termes non-linéaires dominants de la MHD-Hall, eux-mêmes dépendant d'un paramètre qui est l'échelle caractéristique de la MHD-Hall (la distance inertielle des ions d_i) : cette phénoménologie repose sur une égalité de temps caractéristiques, analogue à celle de la « balance critique » en MHD anisotrope ([Goldreich et Sridhar, 1995](#)), et non sur la constance du flux d'énergie dans la cascade.

Les cas des limites hydrodynamique ($b = 0$, équations de Navier-Stokes incompressibles) et électron-MHD (EMHD, $\nu = 0$, le seul terme non-linéaire étant le terme de Hall) sont particuliers, car les résultats s'expliquent alors par une phénoménologie de flux d'énergie constant dans la cascade : pour $b = 0$, nous retrouvons un spectre de ν en loi de puissance de pente $-5/3$, correspondant à la turbulence de [Kolmogorov \(1941\)](#), et pour $\nu = 0$ on retrouve un spectre en loi de puissance de pente $-7/3$, équivalent en EMHD d'un spectre de Kolmogorov ([Biskamp et al., 1999](#)). Mais pour la MHD-Hall en général (en dehors de ces limites), il faut, sous peine d'obtenir des résultats incompatibles avec les simulations et les observations, tenir compte de l'ensemble des termes non-linéaires de la MHD-Hall et non de chacun séparément. En effet, les spectres obtenus en MHD-Hall ne sont pas intermédiaires entre les spectres de turbulence hydrodynamique et de turbulence EMHD.

Le résultat des simulations pour le cas où le champ de vitesse et le champ magnétique sont du même ordre de grandeur aux grandes échelles est présenté dans la Fig. 6.4, et s'explique par la phénoménologie suivante. Aux grandes échelles, $\tau_H \gg \tau_{v;vv} \approx \tau_{v;bb} \approx \tau_b$. Alors, comme dans le cas de la MHD, la solution de flux constant donne des spectres $E_\nu \sim E_b \sim k^{-5/3}$. Aux plus petites échelles, τ_H devient plus petit que les autres temps caractéristiques, le taux de transfert de l'énergie magnétique est alors plus élevé grâce au terme de Hall, et ν devient dominant par rapport à b , comme confirmé par le rapport des spectres (à droite de la Fig. 6.4). L'évolution de ν est alors principalement hydrodynamique, d'où un spectre en $k^{-5/3}$. L'évolution de b est elle gouvernée par des transferts non-linéaires provenant de ν ; en écrivant l'égalité des plus petits temps non-linéaires, $\tau_{v;vv}$ pour ν et τ_H pour b , soit $d_i kb = \nu$, on trouve alors $E_b \sim E_\nu k^{-2} \sim k^{-11/3}$.

Dans le cas où b domine ν aux échelles intermédiaires, les résultats de simulation sont présentés à la Fig. 6.5, et la phénoménologie est différente. Pour b , aux échelles suffisamment petites, on est dans le cas de l'EMHD, et on a un spectre $E_b \sim k^{-7/3}$. L'évolution de ν est elle gouvernée par des transferts non-linéaires provenant de b ; en écrivant l'égalité des plus petits temps non-linéaires, τ_H pour b et $\tau_{v;vv}$ pour ν , soit $b/\nu = d_i k$. On trouve alors, comme confirmé par les simulations (Fig. 6.5), $E_\nu \sim E_b k^{-2} \sim k^{-13/3}$.

6.2. Pentes des spectres de turbulence MHD-Hall et en MHD anisotrope

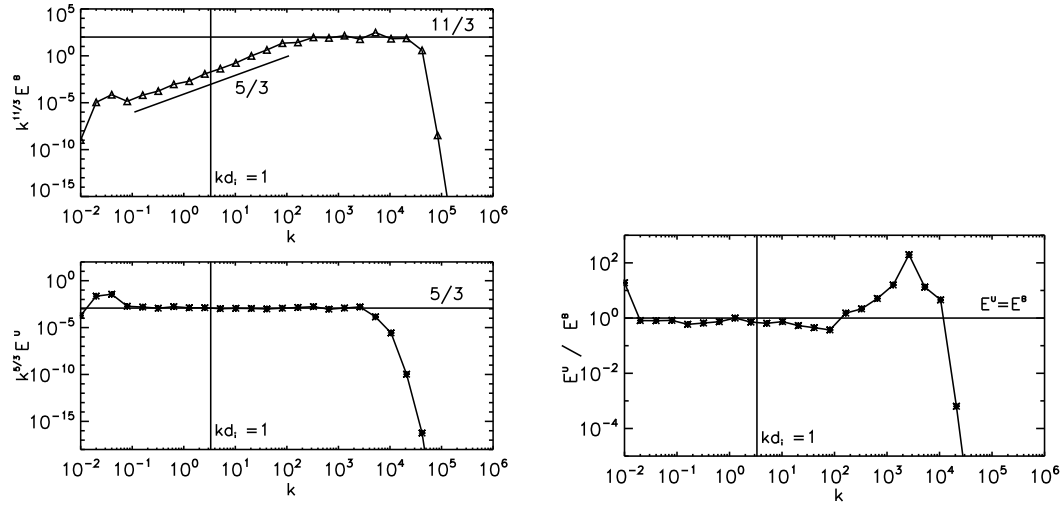


FIGURE 6.4. – À gauche : spectre du champ magnétique (en haut) et du champ de vitesse (en bas) compensés respectivement par $k^{11/3}$ et par $k^{5/3}$, dans le cas où $\nu \approx b$ à grande échelle. À droite : rapport entre les spectres de vitesse et de champ magnétique. Adapté des Fig. 2–3 de Galtier et Buchlin (2007).

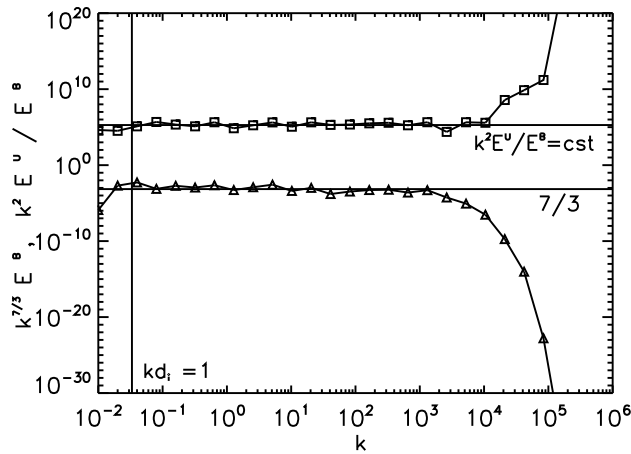


FIGURE 6.5. – Rapport des spectres du champ de vitesse et du champ magnétique (carrés) compensé par k^2 , et spectre du champ magnétique (triangles) compensé par $k^{7/3}$. Fig. 4 de Galtier et Buchlin (2007).

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

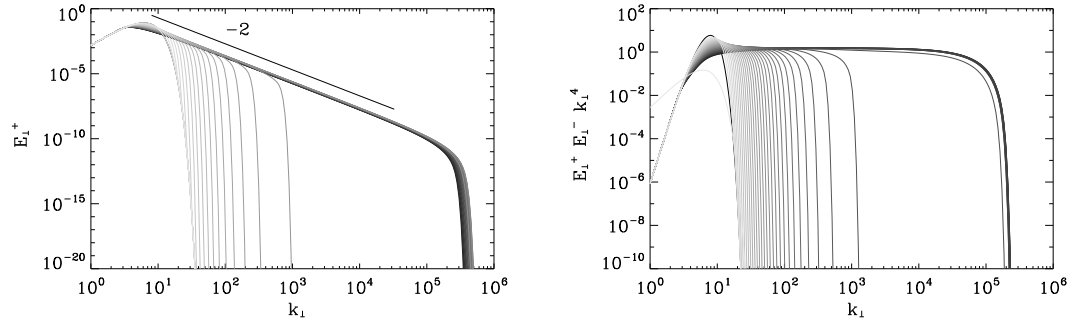


FIGURE 6.6. – À gauche : évolution du spectre d’une onde d’Alfvén dans un cas d’hélicité croisée nulle. À droite : évolution du produit des spectres des deux ondes d’Alfvén, normalisé par k_{\perp}^4 , dans un cas d’hélicité croisée égale à 0.8. Fig. 2–3 de [Galtier et Buchlin \(2010\)](#).

En conclusion, ce type de phénoménologie permet d’obtenir les exposants des spectres de champ magnétique et de vitesse donnés par les simulations. Les exposants des spectres de champ magnétique sont compatibles avec intervalles de valeurs de ces exposants mesurées dans le vent solaire ([Smith et al., 2006](#)), notamment dans la deuxième zone inertielle, dominée par le terme de Hall. Plus précisément, le modèle en couches et la phénoménologie donnent une pente de $-7/3$ dans un champ magnétique fort à grande échelle et $-11/3$ dans un champ magnétique plus faible, ce qui permettrait même d’expliquer pourquoi les spectres de champ magnétique sont plus pentus dans des régions ouvertes du vent solaire que dans les nuages magnétiques ([Smith et al., 2006](#)).

6.2.2. MHD anisotrope en présence d’hélicité croisée

Article (non inclus) : [Galtier et Buchlin \(2010\)](#)

J’ai développé le code numérique de résolution des équations d’un modèle de diffusion non-linéaire pour la turbulence d’ondes (turbulence faible) MHD en présence d’anisotropie et d’hélicité croisée ([Galtier et Buchlin, 2010](#)) : des ondes d’Alfvén (d’énergies E^+ et E^-) se propagent dans les deux sens le long d’un champ magnétique \vec{B}_0 , avec une hélicité croisée $H_c = (E^+ - E^-)/(E^+ + E^-)$ pouvant être non nulle. Un tel modèle est un analogue pour la MHD du modèle de [Leith \(1967\)](#), dans lequel le transport d’énergie dans l’espace de Fourier (autrement dit la cascade turbulente) est approché par une équation de diffusion ; il permet de calculer rapidement l’évolution de spectres turbulents, mais, contrairement aux modèles en couches, dans lesquels les valeurs sont des nombres complexes, il ne donne pas d’information sur la phase des modes. Le modèle donne l’évolution des spectres E_{\perp}^{\pm} des ondes d’Alfvén (fluctuations transverse au champ dominant \vec{B}_0) et E_{\parallel}^{\pm} des pseudo-ondes

6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique

d'Alfvén (fluctuations le long du champ dominant \vec{B}_0) selon :

$$\partial_t E_{\perp}^{\pm}(k_{\perp}) = \frac{C_{\perp}}{B_0} \frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \left(k_{\perp}^6 E_{\perp}^{\mp}(k_{\perp}) \frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \left(\frac{E_{\perp}^{\pm}(k_{\perp})}{k_{\perp}} \right) \right) \quad (6.3)$$

$$\partial_t E_{\parallel}^{\pm}(k_{\perp}) = \frac{C_{\parallel}}{B_0} \frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \left(k_{\perp}^6 E_{\perp}^{\mp}(k_{\perp}) \frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \left(\frac{E_{\parallel}^{\pm}(k_{\perp})}{k_{\perp}} \right) \right) \quad (6.4)$$

avec $C_{\perp} = \pi \epsilon^4 / 4\sqrt{3}$ et $C_{\parallel} = \pi \epsilon^4 / \sqrt{3}$, où ϵ est un petit paramètre mesurant la force des interactions non-linéaires.

En résolvant ces équations sur une grille logarithmique de nombres d'ondes, ce qui permet de conserver un coût de calcul faible malgré les exposants importants de k_{\perp} dans les équations, j'ai retrouvé numériquement des prédictions théoriques de [Galtier et Buchlin \(2010\)](#) : dans un cas sans hélicité croisée on retrouve un spectre $E^+(k_{\perp})$ (égal alors à $E^-(k_{\perp})$) en k_{\perp}^{-2} (Fig. 6.6 à gauche), alors que dans le cas général, avec une hélicité croisée qui peut être non nulle, le produit des spectres $E_{\perp}^+(k_{\perp}) E_{\perp}^-(k_{\perp})$ reste en k_{\perp}^{-4} (Fig. 6.6 à droite). Il semble donc qu'un tel modèle puisse bien représenter les spectres de turbulence MHD faible, un régime de turbulence qui apparaît fréquemment en astrophysique en général et en physique solaire en particulier, notamment à des échelles pas trop petites, là où un champ magnétique axial reste dominant par rapport aux fluctuations turbulentes.

6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique

Article (inclus p. 149) : [Buchlin \(2011\)](#)

Les simulations numériques directes de dynamo ([Iskakov et al., 2007](#); [Schekochihin et al., 2007](#); [Brandenburg, 2009](#)) indiquent que le nombre de Reynolds³ magnétique critique Rm_c , qui est celui à partir duquel la dynamo peut se mettre en route, tend vers une valeur finie quand le nombre de Reynolds Re devient grand (donc que le nombre de Prandtl magnétique Pm ⁴ devient petit). Mais ces simulations numériques directes ne permettent que d'attendre un nombre de Prandtl magnétique descendant au mieux à 10^{-3} . Les modèles en couches de MHD, comme ceux que j'ai utilisés dans le contexte de la couronne solaire, permettent par contre d'atteindre relativement facilement un très grand intervalle de Pm , de valeurs très petites à des valeurs très grandes par rapport à 1. On peut alors étudier l'effet dynamo en régime cinématique (tant que l'énergie magnétique reste faible par rapport à l'énergie cinétique) en calculant le taux de croissance de l'énergie magnétique dans un champ turbulent.

Dans [Buchlin \(2011\)](#), j'ai ainsi présenté des calculs effectués pour Pm allant de 10^{-12} à 10^{12} , en effectuant une analyse paramétrique complète en fonction des coefficients de

3. Les nombres de Reynolds en MHD sont le rapport entre les termes non-linéaires et les termes de dissipation par viscosité et résistivité : $Re = UL/\nu$ (identique au nombre de Reynolds en hydrodynamique) et $Rm = UL/\eta$ (nombre de Reynolds magnétique), où ν est la viscosité cinématique et η est la diffusivité magnétique.

4. $Pm = Rm/Re = \nu/\eta$, où Re et Rm sont les nombres de Reynolds cinétique et magnétique.

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

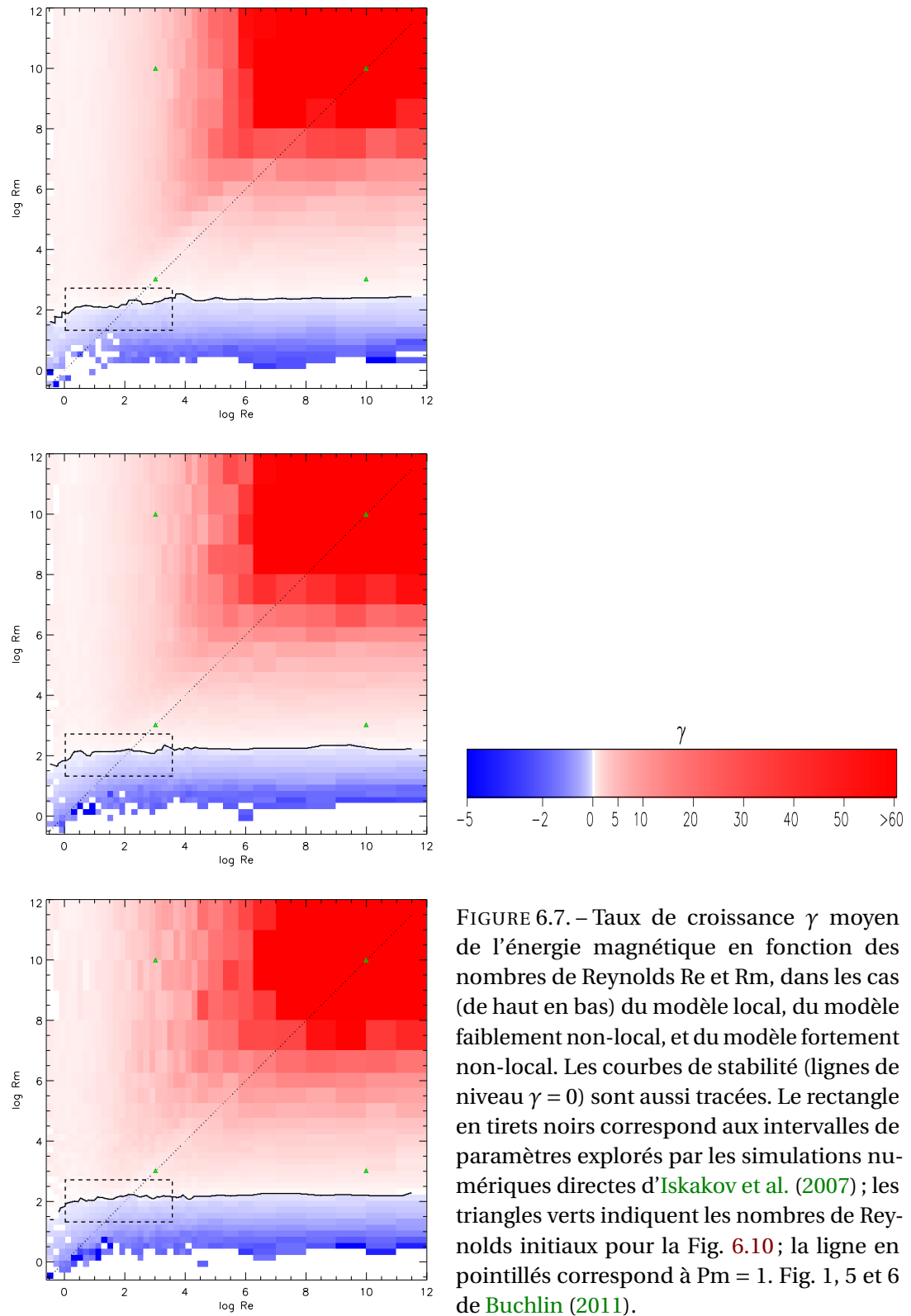


FIGURE 6.7. – Taux de croissance γ moyen de l'énergie magnétique en fonction des nombres de Reynolds Re et Rm , dans les cas (de haut en bas) du modèle local, du modèle faiblement non-local, et du modèle fortement non-local. Les courbes de stabilité (lignes de niveau $\gamma = 0$) sont aussi tracées. Le rectangle en tirets noirs correspond aux intervalles de paramètres explorés par les simulations numériques directes d'Iskakov et al. (2007) ; les triangles verts indiquent les nombres de Reynolds initiaux pour la Fig. 6.10 ; la ligne en pointillés correspond à $Pm = 1$. Fig. 1, 5 et 6 de Buchlin (2011).

6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique

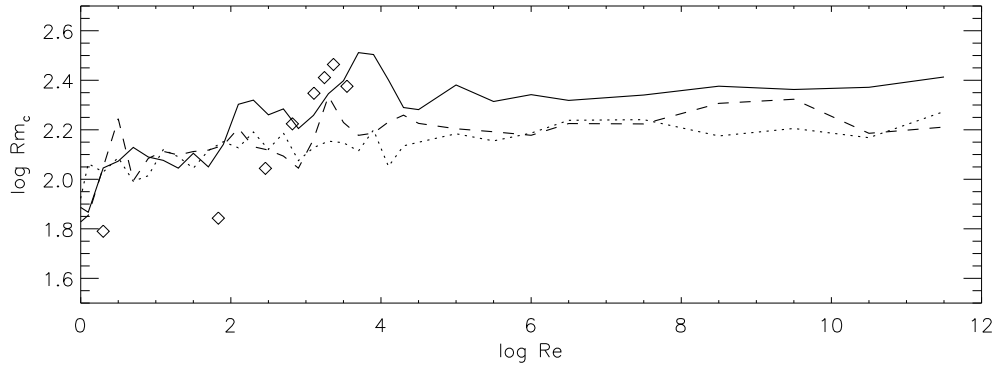


FIGURE 6.8. – Courbes de stabilité $Rm_c(Re)$ pour les modèles local (ligne pleine), faiblement non-local (tirets), et fortement non-local (pointillés), et de Iskakov et al. (2007) (losanges). Fig. 2 de Buchlin (2011).

viscosité ν et de diffusivité magnétique η , avec trois modèles représentant la MHD en 3 dimensions :

- le modèle en couches MHD « GOY » local (Éq. 2.5-2.6) ;
- le modèle en couches non-local de Plunian et Stepanov (2007), pour tenir compte des interactions non-linéaires non-locales qui peuvent devenir importantes à grand Pm , avec un paramètre donnant des interactions non-locales faibles (de faible portée en nombres d’ondes) ;
- le même modèle, avec un paramètre donnant des interactions non-locales fortes (de longue portée en nombres d’ondes).

Pour chacune des 6281 exécutions effectuées dans chaque cas, j’ai calculé à de nombreux instants les nombres de Reynolds Re et Rm , ainsi que le taux de croissance γ de l’énergie magnétique.

La Fig. 6.7 montre ainsi le taux de croissance moyen en fonction des nombres de Reynolds. Dans chacun des cas, la dynamo est active ($\gamma > 0$) pour des nombres de Reynolds magnétiques dépassant un nombre de Reynolds magnétique critique Rm_c , correspondant aux lignes de niveau $\gamma = 0$ dans cette figure. Les nombres de Reynolds magnétiques critiques sont aussi représentés pour les trois modèles à la Fig. 6.8 : ils sont quasiment indépendant de Re pour Re suffisamment grand (en particulier Rm_c a une limite finie quand Re tend vers l’infini). Ceci confirme jusqu’à $Re = 10^{12}$ ce qui avait été constaté par Iskakov et al. (2007) jusqu’à $Re = 3600$. Les trois courbes $Rm_c(Re)$ sont proches, mais elles sont d’autant plus basses (Rm_c faible) que les interactions non-locales sont fortes : ceci indique que les interactions non-locales permettent à la dynamo d’exister pour des Rm plus faibles, donc que ces interactions facilitent la survenue de l’effet dynamo.

Des coupes horizontales⁵ dans la Fig. 6.7, tracées à la Fig. 6.9, montrent que pour un Rm donné le taux de croissance γ atteint une limite $l(Rm)$ quand Pm tend vers 0 (autrement dit

5. L’axe des abscisses est cette fois $\log Pm = \log Rm - \log Re$ au lieu de $\log Re$: le courbes sont donc décalées de $\log Rm$ et inversées horizontalement.

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

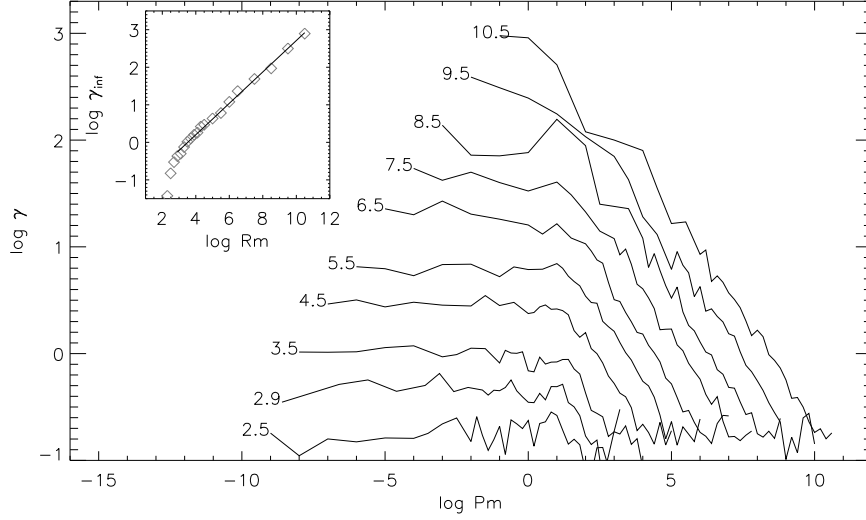


FIGURE 6.9. – Logarithme du taux de croissance γ (lorsqu'il est positif) en fonction du nombre de Prandtl magnétique Pm , pour différents nombres de Reynolds magnétiques Rm (les courbes sont étiquetées par $\log Rm$), pour le modèle faiblement non-local. Figure incrustée : limite $l(Rm)$ de γ pour $Re \rightarrow \infty$ (c'est-à-dire $Pm \rightarrow 0$), et un ajustement par une loi de puissance. Fig. 3 de [Buchlin \(2011\)](#).

quand Re tend vers l'infini). De plus, cette limite $l(Rm)$ est une loi de puissance en fonction de Rm , avec un certain exposant β . Ceci confirme encore une fois, sur un intervalle de nombres de Reynolds bien plus grand, un résultat de [Iskakov et al. \(2007\)](#). Un comportement similaire est aussi observé pour les coupes verticales dans la Fig. 6.7, avec une limite $l'(Re)$ de γ pour Pm (ou Rm) tendant vers l'infini, cette limite étant une loi de puissance en fonction de Re avec un exposant β' . Dans les deux cas, la limite est atteinte pour Pm un peu supérieur à 1, une asymétrie par rapport à $Pm = 1$ qui est visible dans la Fig. 6.7 (la « ligne de crête » de $\gamma(Re, Rm)$ est décalée par rapport à la droite $Re = Rm$).

Les exposants β et β' , qui n'avaient pas pu être déterminés par les simulations numériques directes, ont des valeurs comprises entre 0.38 et 0.44 pour β , et entre 0.34 et 0.42 pour β' (ces valeurs semblent être plus faibles lorsque les interactions non-locales sont plus importantes). Les valeurs attendues de ces exposants sont 0 pour une dynamo de champ moyen (à grande échelle), et de 1/2 pour une dynamo turbulente (à petite échelle) sans intermittence. Avec de l'intermittence, l'exposant ζ_1 de la première fonction de structure $|u(\ell)| \sim \ell^{\zeta_1}$ peut être différent de 1/3, et une phénoménologie de dynamo turbulente intermittente (comme proposée par [Stepanov et Plunian, 2008](#), suite à des premiers calculs de dynamo avec des modèles en couches) peut être résumée comme suit :

- Pour $Pm \ll 1$, l'échelle à laquelle le champ magnétique croît le plus vite est l'échelle résistive $\ell_\eta \sim Rm^{-1/(1+\zeta_1)}$, qui est située dans la zone inertielle du spectre de vitesse. Le taux de croissance de l'énergie magnétique est alors l'inverse du temps de retournement des tourbillons, c'est-à-dire, $\gamma = u_{\ell_\eta} / \ell_\eta \sim Rm^{(1-\zeta_1)/(1+\zeta_1)}$, ce qui donne

6.3. Effet dynamo turbulent à très grand et très petit nombre de Prandtl magnétique

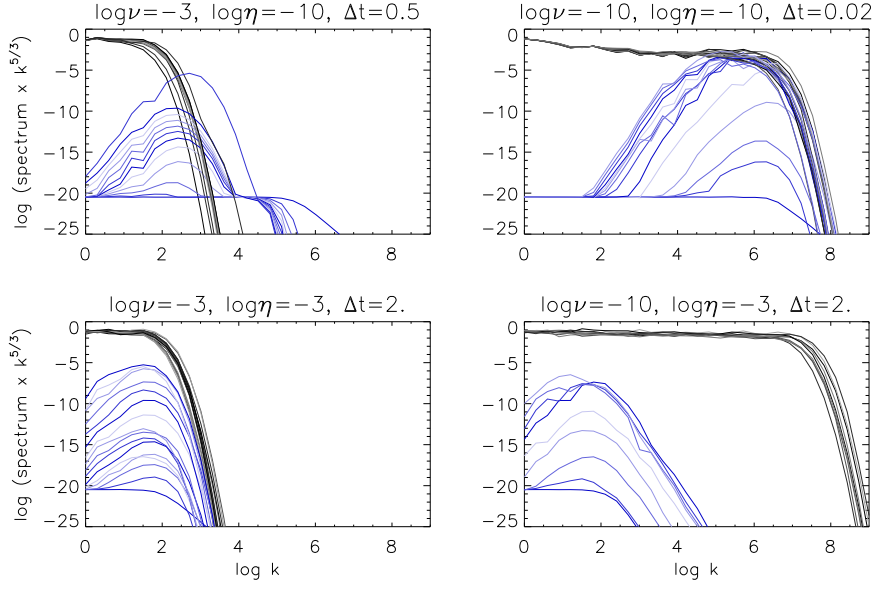


FIGURE 6.10. – Évolution des spectres (compensés par $k^{5/3}$) d'énergie cinétique (noir) et magnétique (bleu), pour les différents couples de nombres de Reynolds (Re, Rm) indiqués par des triangles verts dans la Fig. 6.7, pour le modèle faiblement non-local. L'intervalle Δt entre chaque courbe est indiqué dans le titre de chaque graphique. Fig. 4 de [Buchlin \(2011\)](#).

$$\beta = (1 - \zeta_1)/(1 + \zeta_1).$$

- De même, pour $Pm \gg 1$, l'échelle à laquelle le champ magnétique croît le plus vite est l'échelle visqueuse $\ell_v \sim Re^{-1/(1+\zeta_1)}$, à laquelle la dissipation résistive est négligeable dans ce cas. Le taux de croissance de l'énergie magnétique est alors $\gamma = u_{\ell_v}/\ell_v \sim Re^{(1-\zeta_1)/(1+\zeta_1)}$, ce qui donne $\beta' = (1 - \zeta_1)/(1 + \zeta_1) = \beta$.

L'évolution des spectres pour différentes valeurs de Re et Rm (Fig. 6.10) est cohérente avec les hypothèses de cette phénoménologie : l'énergie magnétique croît bien le plus vite aux échelles les plus petites auxquelles un transfert d'énergie quasi-local de l'énergie cinétique à l'énergie magnétique peut se faire : à l'échelle résistive pour $Pm \ll 1$ (à des échelles plus petites l'énergie magnétique serait immédiatement dissipée) et à l'échelle visqueuse pour $Pm \gg 1$ (le transfert vers des échelles plus petites requerrait d'importants transferts non-locaux, qui sont faibles, bien qu'ils existent puisqu'on a montré qu'ils facilitaient la survenue l'effet dynamo).

On retrouve ainsi $\beta = \beta' = 1/2$ pour la dynamo turbulente en l'absence d'intermittence ($\zeta_1 = 1/3$). Pour une intermittence hydrodynamique (le champ magnétique étant faible dans le régime cinématique de la dynamo) de [She et Leveque \(1994\)](#), $\zeta_1 \approx 0.364$ et on a alors $\beta = \beta' \approx 0.466$. Ceci indique que l'intermittence peut donner des valeurs plus faibles que $1/2$ pour β et β' , comme celles que nous avons obtenues (bien que nos valeurs soient encore plus faibles que ces valeurs théoriques et que celles obtenues avec des modèles en couches mais par une autre méthode par [Stepanov et Plunian 2008](#)).

En conclusion, mes calculs montrent que le nombre de Reynolds magnétique critique

6. Modèles de turbulence : vent solaire et effet dynamo

(pour l'existence d'un effet dynamo) tend vers une valeur finie aux très grands nombres de Reynolds Re , et que le taux de croissance de l'énergie magnétique se comporte comme $Re^{0.4}$ et $Rm^{0.4}$ respectivement à très petit et très grand nombre de Prandtl magnétique, sur un intervalle qui ne pouvait être exploré que grâce à des modèles en couches. Mes résultats favorisent l'existence d'une dynamo à petite échelle, liée à de la turbulence intermittente, avec une contribution faible mais significative des interactions non-locales à l'effet dynamo. Ces résultats sont valables pour de la MHD isotrope : dans le Soleil, ils s'appliqueraient plus à la dynamo locale (par exemple dans la couronne calme) qu'à la dynamo interne globale, pour laquelle la rotation du Soleil doit être prise en compte.

7. Conclusion et perspectives

En commençant en 2000 mon stage de maîtrise chez Don Hassler, sur des observations de trous coronaux avec SoHO/SUMER, je ne me doutais pas de l'étendue du domaine dans lequel je m'engageais. Alors que, vue de l'extérieur, la physique solaire semble être un domaine très pointu, la complexité d'un système comme la couronne solaire et ses interactions avec son environnement m'ont rapidement conduit à m'intéresser à toute une série de processus physiques, du Soleil à l'héliosphère : de la turbulence, des ondes, de la reconnexion magnétique, de la physique atomique, du transfert radiatif, du transport de masse et de champ magnétique...

C'est pour cela qu'on retrouve dans ce manuscrit des domaines très divers de la physique, qui pourtant sont connectés les uns aux autres par le fait qu'ils agissent tous ensemble, le résultat de l'un changeant les conditions dans lesquelles agit l'autre. Bien sûr, je ne suis pas devenu un spécialiste de chacun de ces processus, et il y en a beaucoup d'autres que je n'ai pas pu aborder (par exemple l'accélération de particules ou les effets cinétiques en physique des plasmas), et de même, je n'ai pas pu aborder toute la chaîne de processus qui relie le Soleil et la Terre (de l'intérieur solaire à la magnétosphère et l'atmosphère terrestres). J'espère tout de même que mon travail peut contribuer à une meilleure compréhension de l'effet du Soleil sur la Terre, sur les autres planètes et sur l'héliosphère en général, voire des analogues dans d'autres systèmes stellaires. De par cette meilleure compréhension des relations entre le Soleil et l'héliosphère, j'espère aussi que mon travail, même s'il reste scientifique et non à visée opérationnelle, peut permettre des avancées en météorologie de l'espace : même si le chercheur ne doit pas en permanence courir après les applications, celles-ci ne font pas de mal.

J'ai aussi essayé d'aborder cette physique à la fois par les observations et par les simulations numériques. Les observations sont indispensables pour confronter ses idées à la réalité, mais elles ne permettent pas de contrôler tous les paramètres et ne donnent pas accès à toutes les quantités et champs physiques. Comme écrit par [Einstein et Infeld \(1938\)](#),

In our endeavour to understand reality we are somewhat like a man trying to understand the mechanism of a closed watch. He sees the face and the moving hands, even hears its ticking, but he has no way of opening the case.

et alors nous pouvons seulement imaginer des mécanismes physiques et construire des modèles théoriques aussi simples que possibles, mais capables d'expliquer un ensemble de phénomènes aussi grand que possible. En calculant l'évolution des champs physiques d'après les modèles, les simulations numériques permettent justement de tester la validité de ceux-ci par confrontation avec les observations ; mais si ce test permet d'éliminer un mauvais modèle, il ne permet pas de sélectionner le bon modèle parmi ceux qui donnent des résultats compatibles avec les observations disponibles à un certain moment. En voyant les

7. Conclusion et perspectives

résultats d'une simulation numérique, on doit donc se demander, avec Eugene Wigner : « OK, so the computer has understood, but what about me ? ».

Cette confrontation entre théorie et observations se nourrit de nouvelles observations, par exemple de meilleure résolution spatiale et temporelle, dans un autre domaine de longueurs d'ondes, permettant la mesure d'une autre quantité physique, avec un autre point de vue... qui permettent alors de mieux contraindre les modèles. Pour les domaines abordés dans ce document, j'attends ainsi beaucoup des prochaines grandes missions Solar Orbiter (SO) et Solar Probe+ (SPP), dont les lancements sont prévus en 2017–2018.

La contribution des flots montants dans la couronne au vent solaire (Sec. 4.3, objectif 1.1 de SO¹) pourra être évaluée grâce au spectro-imageur UV SO/SPICE et aux magnétogrammes de SO/PHI, avec les images UV de SO/EUI. Ces flots pourraient alors peut-être être détectés in-situ par les instruments de Solar Orbiter ou de Solar Probe+. EUI, SPICE et PHI permettront aussi de mieux comprendre les éruptions de protubérances (Chap. 5, objectif 2.1 de SO) et le déclenchement des CME, avec le spectro-imageur X SO/STIX si l'événement déclencheur émet en rayons X, le spectro-coronographe SO/METIS puis les imageurs héliosphériques SO/SoloHI et SPP/WISPR pour suivre et analyser la CME une fois qu'elle a quitté le Soleil, ceci à différentes distances du Soleil. Pour le chauffage et l'accélération du vent (Sec. 6.1, objectif 1.2 de SO), SO/SPICE et les instruments in-situ de SO et de SPP détermineront la propagation des ondes et le chauffage, et SO/SPICE, SO/SoloHI, SO/METIS et SPP/WISPR la vitesse du vent. La turbulence (Sec. 6.1 et 6.2, et objectif 1.3 de SO) et son évolution dans l'héliosphère sera mesurée in-situ par SO/MAG, SO/SWA, SO/RPW, SPP/FIELDS. La position hors-écliptique sera particulièrement intéressante pour le vent solaire rapide issu des trous coronaux polaires.

Même si ce n'est pas leur objectif principal, SO/EUI et SO/SPICE permettront aussi d'explorer les processus de chauffage et de refroidissement dans la couronne (Chap. 2 et 3) ; la recherche de turbulence et d'intermittence dans les champs de vitesse (Sec. 4.2) pourra être effectuée dans des raies plus chaudes avec SO/SPICE qu'avec SoHO/SUMER, et avec un instrument conçu pour obtenir de grands champs rapidement alors que le mode « Soleil entier » de SUMER était expérimental. La détermination de la densité par l'opacité (Sec. 4.1.2) pourra être essayée avec SO/SPICE, dans des raies plus chaudes et appartenant à d'autres séquences iso-électroniques que celle du sodium.

Pour l'exploitation de ces données, les centres comme MEDOC et le CDPP auront un rôle important à jouer dans SO et SPP. Au-delà de leur mission d'archivage et de redistribution des données, ils auront un rôle structurant pour la communauté et participeront au développement d'outils permettant l'optimisation de l'utilisation conjointe des données in-situ et de télé-détection.

1. D'après le document ESA/SRE(2009)5 (Solar Orbiter Assessment Study Report).

A. Sélection d'articles publiés dans des revues à comité de lecture

Buchlin et al. (2003)	90
Buchlin et al. (2005)	100
Buchlin et al. (2006)	108
Buchlin et Velli (2007)	117
Buchlin et al. (2007)	131
Buchlin et Vial (2009)	139
Buchlin (2011)	149
Parenti et al. (2006)	154
Galtier et Buchlin (2007)	164

J'inclus ici une sélection d'articles dont je suis auteur ou co-auteur, et auxquels il est fait référence dans ce manuscrit. Une liste de publications complète et un CV sont disponibles sur mon site web à <http://eric.buchlin.org/cv/>.

A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD

E. Buchlin^{1,2}, V. Aletti¹, S. Galtier¹, M. Velli^{2,3}, G. Einaudi^{4,3}, and J.-C. Vial¹

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS – Université Paris-Sud, Bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France

² Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, 50125 Firenze, Italy

³ Istituto Nazionale Fisica della Materia, Sezione A, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

⁴ Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

Received 7 November 2002 / Accepted 6 May 2003

Abstract. A 3D model intermediate between cellular automata (CA) models and the reduced magnetohydrodynamic (RMHD) equations is presented to simulate solar impulsive events generated along a coronal magnetic loop. The model consists of a set of planes distributed along a magnetic loop between which the information propagates through Alfvén waves. Statistical properties in terms of power-laws for energies and durations of dissipative events are obtained, and their agreement with X-ray and UV flares observations is discussed. The existence of observational biases is also discussed.

Key words. magnetohydrodynamics (MHD) – Sun: corona – Sun: flares – turbulence

1. Introduction

One of the main unresolved problems in solar physics concerns the mechanism by which the solar atmosphere is heated from several thousands degrees in the photosphere to millions in the corona. It is now commonly accepted that the ultimate source of energy lies in the convective motions in and below the photosphere, and that a reliable model of coronal heating has to deal with the transfer, the storage and finally the release of this energy into the solar corona. Several conceptual models have been proposed, such as Alfvén waves, electric currents and MHD turbulence – see for a review Zirker (1993) – where in all cases the magnetic field plays a key role in the dynamics.

On the other hand, it is also well established that impulsive events (e.g. solar flares, X-ray bright points) are distributed in the corona over a large range of scales in size, energy and duration (Dennis 1985; Crosby et al. 1993; Pearce et al. 1993; Krucker & Benz 1998; Aletti et al. 2000; Aschwanden et al. 2000) and that large events seem to be made up of the superposition of a myriad of smaller unresolved events. It was Parker (1988) who suggested that the active X-ray and UV corona is composed of a swarm of localized impulsive bursts of energy called nanoflares (or picoflares). Much theoretical work has been done to investigate Parker's conjecture and more generally the statistical nature of the solar coronal heating. They mainly follow two complementary schools which refer on the one hand to the dynamics of complex systems and on the other hand to fluid mechanics.

The statistical properties of flaring activity allow one to view the solar corona as a complex system which can be described with cellular automata (CA) models (Lu & Hamilton 1991; Lu et al. 1993; Vlahos et al. 1995; Galsgaard 1996; Georgoulis & Vlahos 1998; Vassiliadis et al. 1998; Isliker et al. 2000, 2001; Charbonneau et al. 2001; Krasnoselskikh et al. 2001). CA models have become increasingly useful in the study of complex systems because they permit the study of an entire system without ignoring the effects of individual components of the system. There are many natural applications such as substorms in the magnetotail (Takalo et al. 1999), star formation in spiral galaxies (Lejeune & Perchang 1996) or earthquakes (Carlson & Langer 1989). A cellular automaton is based upon the idea of the locality of influence: a system is distributed in space, and nearby regions have more influence than those far apart (see for instance MacKinnon & Macpherson 1997 for a study of a nonlocal communication). A grid of cells is used to represent the components of a system, and each cell is given a set of phenomenological rules concerning its surrounding neighbors. The system evolves over several iterations by allowing each cell to interact using the given rules. What makes CA so interesting and useful is that after many iterations they reveal complex structures and arrangements that form across great distances even though each cell only takes into account local information. Self-Organized Criticality (SOC) (Bak et al. 1987; Kadanoff et al. 1989; Hwa & Kardar 1992; Sornette 2000) refers to the spontaneous organization of such an externally driven system into a globally stationary state over many scales.

Send offprint requests to: E. Buchlin,
e-mail: eric.buchlin@ias.fr

On the other hand, we find fluid models which give the physical description that is missing in CA. Much work has been done on statistical solar flares (Longcope & Sudan 1994; Walsh et al. 1995; Einaudi et al. 1996; Galsgaard & Nordlund 1996; Hendrix & van Hoven 1996; Dmitruk et al. 1998; Galtier & Pouquet 1998; Georgoulis et al. 1998; Galtier 1999; Walsh & Galtier 2000) but most of them suffer from the fact that statistical simulations of flares studied in the context of forced resistive MHD equations are possible only at the cost of huge computational expenses. Nevertheless it has been possible to show important properties, e.g. that the dissipative events produced exhibit power-law distributions (for total energy, peak of luminosity and duration) in agreement with X-ray observations, but with generally a much smaller “inertial range” than the CA counterpart.

A recent debate about the possible existence of sympathetic flaring, i.e. the correlation in time of two successive events (Pearce et al. 1993; Wheatland et al. 1998; Boffetta et al. 1999; Wheatland 2000; Lepreti et al. 2001; Galtier 2001), suggests the possibility to dismiss CA as a model of solar flares since standard CA models do not produce correlated events (non-Poissonian statistics such as power-law waiting time distributions). But in fact many CA models exist in the literature like nonconservative models (Christensen & Olami 1992) which turn out to be able to generate the statistics expected for sympathetic flaring. But the question of the existence of sympathetic flaring in the corona has not yet found an answer since in particular there is still a debate about what we mean by event.

The problem of coronal heating is intimately linked to the existence of nanoflares whose Probability Distribution Function (PDF) in energy is supposed to be a power-law steeper than that for regular flares. Let us assume that the PDF in energy E of events is distributed according to a power-law of index $-\zeta$, i.e. $\text{Pr}(E) \propto E^{-\zeta}$. It is then possible to show that there exists a critical slope of index $\zeta_c = 2$ (Hudson 1991). Indeed, the total energy released in the corona by events between E_{\min} and E_{\max} is $(E_{\max}^{2-\zeta} - E_{\min}^{2-\zeta})/(2-\zeta)$ which means that if $\zeta < 2$ the main contribution comes from high energy events, whereas if $\zeta > 2$ it comes from smaller events (the swarm of nanoflares). The average power dissipated in a large flare is of the same order of magnitude as the total average power emitted by the corona, $\approx 10^3 \text{ W m}^{-2}$, which proves that regular flares can not account for coronal heating since they are episodic events seen over and above the average coronal background. It is then natural to think that a swarm of very small and still unobservable events may dominate the heating process. One of the main challenges of statistical flare models is to know whether or not it is possible to produce power-law distributions for any relevant quantity such as energy, luminosity or duration, and what the power-law indices are.

The aim of this paper is to introduce a hybrid model for a solar magnetic loop which is somewhat intermediate between CA models and full MHD or reduced MHD models. In this model, we will inject and store energy into a coronal loop (our numerical domain) via wave propagation from the photosphere (our numerical boundary). The trigger for an event is determined in a way analogous to conventional CA models, i.e. with a threshold in the current. However, during the

subsequent event the current is dissipated and the magnetic field recomputed using Maxwell’s equations. Let us note that this is a minimal consistency requirement for the field evolution which is not always incorporated in CA models. In practice, the model allows current concentrations to form kinematically (advection from the photosphere), but not dynamically (the nonlinear part of the Lorentz force, $\mathbf{j} \times \mathbf{b}$). The model is non-trivial because of the threshold dynamics of the dissipation, which mimics the nonlinear terms, but the model is much simpler to integrate than the full MHD equations, therefore allowing a fast computation of statistics (events sizes and durations), and a comparison both with observations and full numerical simulations.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we give a detailed description of the CA model and show its basic behavior through some numerical experiments. In Sect. 3 the results of a parametric study are given and discussed. In Sect. 4 we summarize the properties of the model, we present a comparison with observations, and we draw some conclusions.

2. The model

In the original 3D lattice model developed by Lu & Hamilton (1991) the physical quantity defined on each lattice is the magnetic field. The system is driven from the outside by adding randomly in space a random magnetic field. The process continues until a reconnection instability criterion is satisfied at any point of the 3D lattice, i.e. until the magnetic gradient exceeds a critical value at this point. Then the magnetic field is redistributed (diffused) towards neighboring nodes with the possibility to transfer the instability as well. The redistribution process stops when the system is completely relaxed. Then another random amount of magnetic field is added to the system. An event called *avalanche* is associated to the rapid diffusion of the magnetic field.

Subsequent models use the magnetic vector potential \mathbf{A} rather than the magnetic field since the divergence-free condition for the magnetic field is then automatically satisfied. For example in the recent model developed by Isliker et al. (2000, 2001) where the 3D lattice represents an ensemble of magnetic loops, the knowledge of \mathbf{A} allows to reconstruct the magnetic field topology and eventually the structure of the current density. To do so they introduce the notion of derivative. The present simplified model belongs to this class of models but only one typical coronal loop will be considered and simulated. The detailed description of the model is now given.

2.1. Basic idea: On-off mechanism and turbulence

A possible reason for the behavior of the corona is that it lies in a turbulent state. A model of coronal loops should therefore allow for the effects of turbulent fluctuations. This is possible with CA models at a very superficial level through an on-off mechanism. The idea behind the threshold dynamics of our model, the on-off mechanism, is the following. The forcing due to the convective granules, although applied on a range of scales, has a typical length scale that is supposed to be far greater than the dissipative scale. The connection between

the forcing and the dissipative length scales is made through a turbulent mechanism. During the “off” phase, i.e. the loading phase, the plasma is in a laminar state where the dynamics is essentially governed by the linear terms (and the loading). Because the system is driven slowly, parts of the system or even the entire system can stay in principle in this state for very long periods of time. When sufficient energy is accumulated in the loop some nonlinear instability appears which triggers the rapid generation of small scales. The inertial range of the turbulent energy spectrum extends to small scales and makes the link between the typical forcing length scale and the dissipative length scale. This “on” phase is therefore characterized by a sudden increase of the dissipative terms in the RMHD equations (see Sect. 2.2) leading to a bursty event. Then the system returns immediately to an “off” phase. The nonlinearities of the RMHD equations are therefore included in the model in a very schematic way through a threshold dynamics only.

2.2. Description of the model

Geometry of the model. The model describes a coronal loop anchored in the photosphere whose footpoints are randomly moved. The presence of a strong axial magnetic field leads to essentially 2D dynamics, i.e. perpendicular to the mean magnetic field, for which the approximation of the RMHD equations (Strauss 1976) is a good model. As we can see in Fig. 1, the 3D regular grid is made up of a set of planes distributed along the loop between which the information propagates through Alfvén waves. Therefore each plane will evolve essentially independently from each other. Both boundary planes represent the photospheric footpoints, while the intermediate planes represent the loop itself, as if it were unbent. The curvature of the loop is not taken into account since the width of observed coronal loops (see e.g. observations from the TRACE instrument) appears to be constant along the loop and is much smaller than their length.

RMHD equations. Our aim is to compute the temporal evolution of the velocity field \mathbf{v} and the magnetic field \mathbf{B} (or $\mathbf{b} \equiv \mathbf{B}/\sqrt{\rho_0\mu_0}$ if we consider only fields with the same physical dimension). We assume the presence of a strong and uniform axial magnetic field along the z -axis $\mathbf{b}_0 = b_0\mathbf{e}_z$ ($\equiv \mathbf{B}_0/\sqrt{\rho_0\mu_0}$) and we consider small perturbations to this field. We separate $\mathbf{b} - \mathbf{b}_0$ and \mathbf{v} into parallel components ($b_z\mathbf{e}_z$ and $v_z\mathbf{e}_z$) and orthogonal components (\mathbf{b}_\perp and \mathbf{v}_\perp). With the following additional hypotheses, (i) the scales along the z -axis are larger than the scales in the orthogonal directions (gradients along the z axis are negligible), and (ii) the kinetic pressure is negligible compared to the magnetic pressure (i.e. the plasma is cold, $\beta \ll 1$), we then obtain the RMHD equations (Strauss 1976)

$$\partial_t \mathbf{v}_\perp + (\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{v}_\perp = b_0 \partial_z \mathbf{b}_\perp + \nu \Delta_\perp \mathbf{v}_\perp + (\mathbf{b}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{b}_\perp - \nabla (b_\perp^2/2), \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{b}_\perp + (\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{b}_\perp = b_0 \partial_z \mathbf{v}_\perp + \eta \Delta_\perp \mathbf{b}_\perp + (\mathbf{b}_\perp \cdot \nabla_\perp) \mathbf{v}_\perp, \quad (2)$$

where ν and η are respectively the kinematic viscosity and the magnetic resistivity. To each grid point are associated two

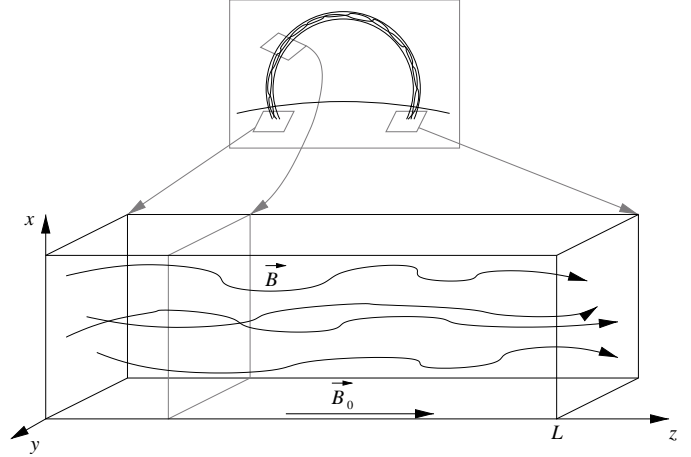


Fig. 1. Model of coronal loop used for the simulations: the loop is unbent into a box, whose both extreme planes represent the photosphere. Parallel planes represent slices orthogonal to the local direction of the loop.

scalar fields a^s , with $s = \pm$, from which the Elsässer fields are derived

$$\mathbf{z}^s = \mathbf{v}_\perp + s\mathbf{b}_\perp = \nabla_\perp \times a^s \mathbf{e}_z. \quad (3)$$

All other fields (magnetic and velocity fields, current density, vorticity...) are derived from a^s by analogy with the standard magnetic and kinematic equations.

Initial state and boundaries. The fields a^s are taken to be zero initially. Each cross-sectional plane along the loop is periodic for the a^s variables. All numerical computations for each plane are made in the Fourier space. We use inverse Fast Fourier Transforms (FFT) when we temporarily need to know the values of a field at some positions in real space.

Alfvén wave propagation. In the right hand side of Eqs. (1) and (2), the first terms correspond to the Alfvén waves propagation along the z -axis: a^+ propagates to the bottom of the simulation box (low values of z), while a^- propagates to the top. These propagations are modeled by specific cellular automaton rules used at each time step δt of the simulation, corresponding to discretization of the Alfvén waves terms of Eqs. (1) and (2) in the form:

$$a^s(z, t + \delta t) = a^s(z + s \delta z, t). \quad (4)$$

There is no loss of energy (or reflection) during the Alfvén wave propagation since the density is assumed to be constant; however we assume that there is a total reflection of the waves when they reach the photosphere, i.e. the two boundary planes of the simulation box.

Loading. The action of the photospheric granules on the magnetic footpoints is modeled by a random increment $\delta\Psi$ to the fields on both boundary planes. This increment has random Fourier coefficients but has globally a power-law energy spectrum in $\sim k^{-\alpha}$ (the total intensity $P_{\text{load}} = \int (k \delta\Psi)^2 d\mathbf{k}$ is also

a parameter of the simulation). Indeed, observational evidence suggests that the convective layer is in a turbulent state: the photospheric granules exhibit a turbulent power spectrum of velocity consistent with a Kolmogorov energy spectrum in $k^{-5/3}$ but only for a narrow inertial range of wavenumbers ($\ell \sim 1/k < 3$ arcsec) (Roudier & Muller 1986; Chou et al. 1991; Espagnet et al. 1993). We emphasize that there is no loading in the other parts of the loop: energy is solely carried by Alfvén waves. Furthermore, these waves reflect on both photospheric boundary planes.

Dissipation criterion. We assume that dissipation occurs when an instability criterion is satisfied, which is the condition that the magnitude of the current density $\|\mathbf{J}\|$ exceeds a critical value J_c . As $J_z = \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_z$ can be derived from the computed variables a^s (J_x and J_y are negligible), this dissipation criterion is likely to have more physical meaning than the criteria used for example in classical sandpile and in more elaborate models (see Charbonneau et al. 2001 for a review). However, there is still some doubt about the quality of this criterion, as will be discussed later (see Sect. 4.1).

Reconfiguration of the field. When the current density exceeds a given threshold at some real-space grid points in a given plane, the nonlinear terms of Eqs. (1) and (2) which are negligible during the loading phase (the off phase) become large and dominate the dynamics of the fields. They are quickly balanced by the dissipative terms when the energy cascade reaches the dissipative scale. This “on” phase (see Sect. 2.1) is modeled by a diffusion-like process for the magnetic and velocity fields which tends to reduce the magnitude of the current density and the vorticity.

The detailed algorithm is an updated version of the one introduced by Einaudi & Velli (1999). At a time t for plane z_0 we compute the current density $J_z(x, y, z_0) = -\Delta_\perp A_z$, where $A_z = (a^+ - a^-)/2$ is the magnetic vector potential and Δ_\perp denotes the Laplacian operator in the plane z_0 . If at some grid point (x, y, z_0) the value of $|J_z|$ exceeds the threshold J_c , A_z is updated in the time δt_c (with $\delta t_c \ll \delta t$) according to the equation $A_z(x, y, z_0; t + \delta t_c) = A_z(x, y, z_0; t) - \eta \delta t_c J_z(x, y, z_0; t)$, which corresponds to current dissipation. The current density J_z corresponding to $A_z(t + \delta t_c)$ is then computed, and this dissipation process is iterated until J_z does not exceed the threshold anywhere in the plane z_0 . However, note that after the first iteration of this process, we take $C J_c$ as a threshold instead of J_c . The “dissipation efficiency” C is a number between 0 and 1 which guarantees that the system is in a relaxed state after the whole dissipation process.

Energy release During this relaxation process, magnetic and kinetic energies are released. The energy release in each plane can easily be computed from the variations of $\langle b_\perp^2 \rangle$ and $\langle v_\perp^2 \rangle$ in the plane. It is the primary variable for our statistics. Note that topological modifications of the magnetic field may be expected: the connectivity of the magnetic field lines is modified because of the field diffusion. One of the possible

interpretations of this phenomenon is magnetic reconnection (see however the discussion in Sect. 4.1).

2.3. Time and space scales.

Let δx and δz be the distance between grid points in the x (or y) and z directions respectively, and let δt be the time step. If we assume that the loop length L is 1 to 100 Mm, then δz is 30 km to 3 Mm for a typical resolution of $N_L = 30$ points (i.e. 30 planes along z). The analog assumptions for a loop width ℓ ($= L/10$) of 0.1 to 10 Mm give δx between 1.5 and 150 km for a typical resolution of $N_\ell = 64$.

We can also determine time scales for the model: as the Alfvén speed is one in the model units, i.e. in units of $\delta z/\delta t$, we have $\delta t = \delta z/v_A$: the time step is the time needed by the Alfvén wave to propagate from one plane to its neighbors. For $B_0 = 10^{-3}$ to 10^{-2} T (i.e. $v_A \approx 1$ to 10 Mm s $^{-1}$ with density $\rho_0 \approx 10^{-12}$ kg m $^{-3}$), this yields δt between 3×10^{-3} s and 3 s. Another time scale in the system is the coherence time of photospheric loading δt_l . It is modeled by a periodic re-initialization of the coefficients of the loading increment $d\Psi$, which occurs every 200 time steps δt , or 0.6 to 600 s. This is small compared to observational evaluations of the photospheric coherence time, but the relevant point is the good separation between time scales; besides, larger values of the photospheric loading coherence time do not alter the results of the model. When no other indication is given, the time step δt is the unit of time; for example, in Fig. 2, the x -axis range maximum is 10 000 δt , i.e. between approximately 30 s and 8 h. At last, the shortest time scale in the model is the cascade time scale δt_c , which is the time step for dissipations within a cascade, and which is analogous to the non-linear time scale of MHD models. It is assumed to be completely separated from the other time scales, i.e. $\delta t_c \ll \delta t \ll \delta t_l$.

A direct consequence of the separation between the cascade time scale δt_c and the time δt of wave propagation between planes is that the fields of neighboring planes are expected to be uncorrelated.

3. Numerical results of the model

3.1. Model behavior

The simulations presented in this paper have been performed on a local quadri-RS/6000 IBM workstation at IAS. A typical run of 200 000 time steps with a resolution of $N_L \times N_\ell^2 = 30 \times 64^2$ takes between 2 days and 2 weeks for one CPU, depending on the parameters.

Initial growths of energy and dissipation. As the initial fields in the simulation box are zero, the initial kinetic and magnetic energies are zero. The loading phase inputs energy into the system at each time step δt which gives a growth of the total energy of the system as shown in Fig. 2. Then the current density threshold can be reached at some points and dissipation occurs, which slows down the initial energy growth. At the same time, the average rate of dissipation increases until a stationary state is reached.

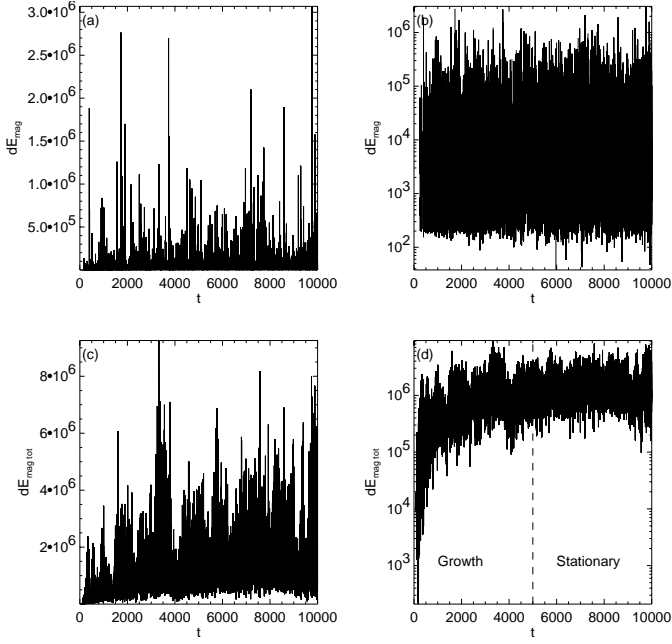


Fig. 2. Initial growth of energy dissipations for parameters $\langle a \rangle$ (see Table 1): magnetic energies dissipated in the whole simulation box (a) and (b)) and in one given plane (c) and d)) are plotted for the 10000 first time steps of the simulation. a) and c) have linear coordinates, b) and d) have semi-logarithmic coordinates. Note that no magnetic energy is dissipated in the box until $t = 90$, and in the plane until $t = 240$. Note also that a stationary state is reached from $t \approx 5000$ (bottom right).

Histograms and fitting methodology. The heights of the bars of the histograms we plot are normalized by their width and they are divided by the number of events, i.e. our histograms are empirical PDFs. A least-squares linear fit is then performed in bi-logarithmic axes, on a range determined by visual inspection of the histogram (see Fig. 3b). This gives error bars on the slope of the linear fit, which is the slope of the expected histogram power-law. However, we should keep in mind that the choice of the fitting range often introduces much larger error bars (typically ± 0.1 to 0.2) than the error bars of the least-squares linear fit of the slope (typically ± 0.01 to 0.05). The error bars we give from now are conservative estimates taking into account the fitting range uncertainty.

Choice of the variable used for the statistics and general shape of the PDF. Former studies (Aletti et al. 2000; Aletti 2001) plotted the histograms or PDFs of the magnetic energy dissipation ΔE_{tot} calculated in the whole simulation box (Fig. 3). The global shape of the PDF was a Gaussian. A power-law $\text{Pr}(\Delta E_{\text{tot}}) \propto \Delta E_{\text{tot}}^{-6}$ seemed to appear as a deviation from the Gaussianity in the tail of the distribution, but it only spanned half a decade, which makes it perhaps not so relevant. On the contrary, we choose to plot the PDF of the magnetic energy ΔE_i dissipated in *one* given plane $i \in [1, N_L]$ (Fig. 3b). As the computations are done in the Fourier space, this is our primary variable. The power-law that can be fitted to the PDF of this variable has a much wider range (more than 2 decades) and is much less steep (the index is between 1 and 2) than in the former case.

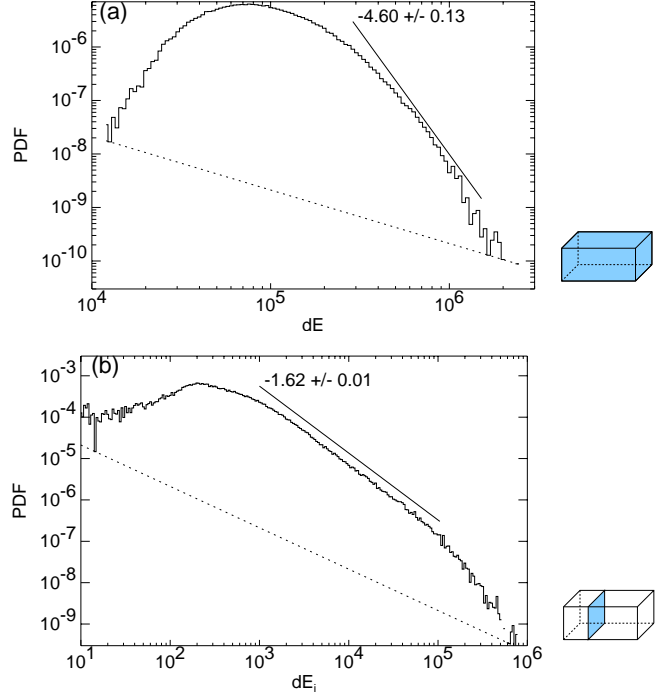


Fig. 3. Histograms of magnetic energy dissipations a) in the whole simulation box; b) in one given plane. The dotted lines correspond to one event per histogram bar (0.02 decades wide each).

This can be explained by a Central Limit Theorem after remarking that $\Delta E_{\text{tot}} = \sum_i \Delta E_i$ and that the E_i 's are quasi-independent (as expected, the correlation between fields in neighboring planes is very low), thus the PDF of ΔE_{tot} is the convolution of the PDFs of all ΔE_i for $i \in [1, N_L]$. The difference between the PDFs in both cases stresses the importance of the choice of the variable used for the statistics. It also emphasizes that in the case of the statistics of observational data, we have to be careful about the definition of an “event”.

Both distributions of ΔE_i and of ΔE show a maximum. In the case of ΔE_i , it is a consequence of the finite range of the power-law distribution; the position of the maximum depends on the average event size and on the slope. In the case of ΔE , knowing the distributions ΔE_i in all planes i , it can be seen as a simple consequence of the Central Limit Theorem.

Effect of initial growth on statistics. During the initial energy growth, the PDF of the energy of events is different than during the stationary state. In particular, it is shifted to the left, i.e. the events are smaller. As a result, the left part of the PDF of events energy gets higher than what it would be if stationary state events only were taken into account, as seen in Fig. 4. As we are interested in stationary state events, we choose to exclude events occurring during the initial energy growth from the statistics.

Typical fields. As the model is built on phenomenological evolution rules, it is not expected that the fields produced by the simulation coincide with any real picture. However, as we have tried to be as close as possible to the original MHD equations it

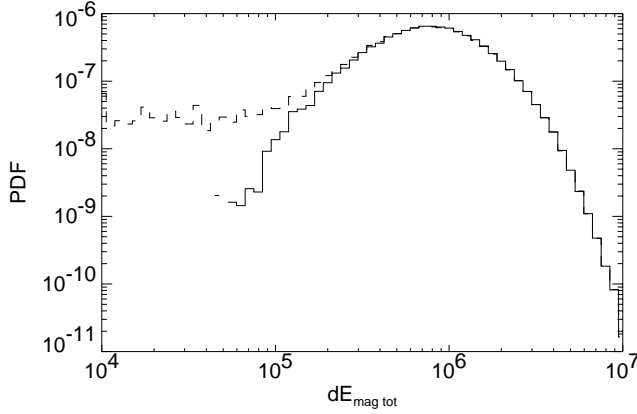


Fig. 4. Effect of initial energy growth on the statistics of magnetic energy dissipations in the entire box: one histogram (solid line) only takes into account stationary state events, whereas the other one (dashed line) also takes into account the events produced during the initial phase.

is interesting to see how far the fields are realistic and what the limits of this phenomenological model could be. Typical magnetic and current density fields for $\alpha = 2$ and $\alpha = 4$ are shown in Fig. 5. On both samples but especially for high values of α , we can notice that high current densities occur in magnetic “islands” and in regions where magnetic field densities are high. We do not observe many structures such as current sheets or possible reconnection sites, as will be discussed in Sect. 4.1, although they are more present for small values of α . Large-scale photospheric forcing (large α) leads to large-scale structures.

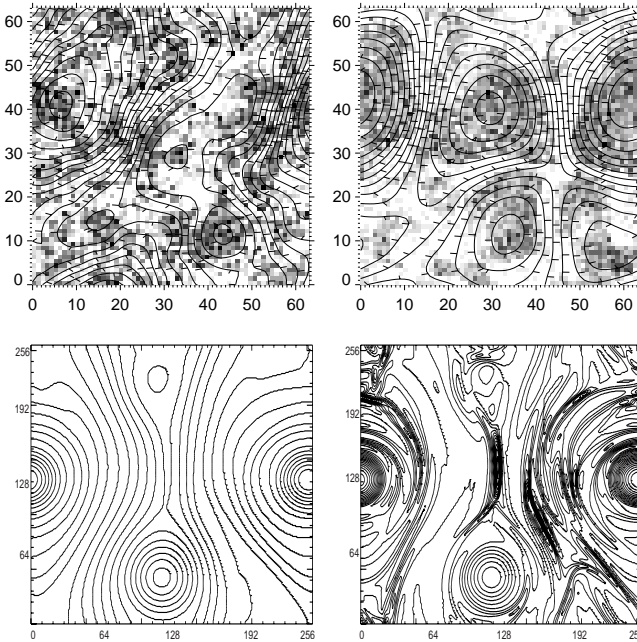


Fig. 5. Top: magnetic and current density fields produced in a plane of the simulation box, for parameters sets (i) ($\alpha = 2$, left) and (o) ($\alpha = 4$, right). On both samples, the magnetic field lines are superimposed on a grayscale map of J_z^2 with large values in black. Bottom: magnetic field (left) and current density contours (right) issued from numerical integration of RMHD equations (courtesy Georgoulis et al. 1998).

Table 1. Sets of parameters used for the parametric study. C is the dissipation efficiency, η is the magnetic resistivity and α is the index of the 1D power-law loading spectrum. Parameters which are different from parameters set (a) are shown in italic font.

	C	η	α
(a)	0.5	1×10^{-3}	5/3
(b)	<i>0.1</i>	1×10^{-3}	5/3
(c)	<i>0.3</i>	1×10^{-3}	5/3
(d)	<i>0.7</i>	1×10^{-3}	5/3
(e)	<i>0.9</i>	1×10^{-3}	5/3
(f)	0.5	3×10^{-4}	5/3
(g)	0.5	3×10^{-3}	5/3
(h)	0.5	1×10^{-3}	3/2
(i)	0.5	1×10^{-3}	2
(j)	0.5	1×10^{-3}	7/3
(k)	0.5	1×10^{-3}	8/3
(l)	0.5	1×10^{-3}	3
(m)	0.5	1×10^{-3}	10/3
(n)	0.5	1×10^{-3}	11/3
(o)	0.5	1×10^{-3}	4

3.2. Parametric study of event energy PDFs

A parametric study is performed in order to explore the influence of the simulation parameters on the magnetic energy dissipations PDFs. A reference set of parameters, called (a), is chosen (see Table 1), and it gives the PDF shown in Fig. 3. The PDFs obtained for other sets of parameters will be compared to the PDF obtained for (a). Most of the sets of parameters correspond to the modification with respect to (a) of one parameter (dissipation efficiency C , magnetic resistivity η , loading spectrum index), which is in italic in Table 1. All simulations were performed on 200 000 timesteps, which seems sufficient to achieve a long stationary state after the initial energy growth phase, and to achieve good statistics for the PDFs. Histograms were done with data from the 100 000 last timesteps.

Other parameters, which are not changed during the study, include the grid size (see above) and the current density threshold $J_c = 300$. A higher grid resolution would have been interesting so as to get a broader wavelength range, but it would need a rescaling of other parameters and longer computation times. The current density threshold fixes the scale of current density, so its value has no intrinsic meaning.

Dissipation efficiency. Dissipation efficiency tells how much the system gets relaxed after a series of iterative dissipations: the current density threshold J_c is replaced by a new threshold $C \cdot J_c$ after the first dissipation. With respect to the value $C = 0.5$ used in parameters set (a), the dissipation efficiency can be set to almost any value of its range $[0, 1]$ of valid values with almost no visible change in the PDFs.

Magnetic resistivity. Magnetic resistivity η could vary in the range $[3 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-3}]$. A numerical stability analysis, given the time step fixed to one and the wavenumber range, shows that higher values of η would result in numerical instability. On

Table 2. Variability of the event energy PDF power-law index ζ as a function of the loading spectrum index α .

	α	ζ
(h)	3/2	1.64 ± 0.54
(a)	5/3	1.57 ± 0.57
(i)	2	1.61 ± 0.33
(j)	7/3	1.71 ± 0.27
(k)	8/3	1.76 ± 0.07
(l)	3	1.65 ± 0.02
(m)	10/3	1.63 ± 0.03
(n)	11/3	1.61 ± 0.01
(o)	4	1.61 ± 0.01

the other hand, lower values of η would lead to longer computational time. However, η has mainly an influence only on the dissipation process length; a change in the value of η has little influence on the histograms of dissipated energies.

Loading spectrum. The reference parameters set (a) has a loading spectrum index $\alpha = 5/3$, corresponding to the spectrum in the inertial range of Kolmogorov turbulence. In parameters sets (a) and (h) to (o), α varies from 3/2 to 4 by a maximal interval of 1/3. Another series of simulations was performed with lower loading power values to explore the influence of the ratio P_{load}/J_c . For both series, for high values of α , the power-law is well defined (3 to 4 orders of magnitude wide). Its slope index is approximately -1.6 , and this value depends neither on the loading spectrum index α (as seen in Table 2 and Fig. 6, and as will be discussed in Sect. 4.1) nor on the loading intensity P_{load} . For low values of α , however, power-laws were difficult to obtain, and their slopes were sensitive to both loading spectrum index and loading intensity.

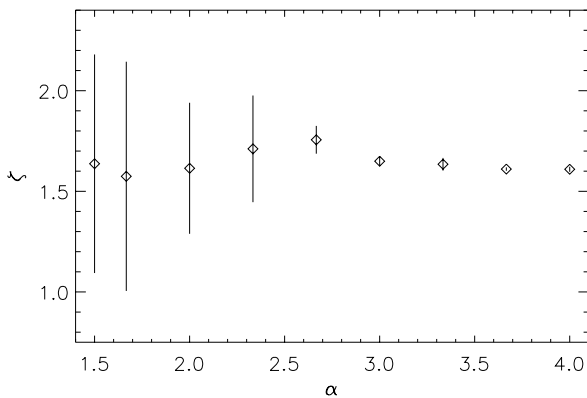


Fig. 6. Event energy PDF power-law index ζ as a function of the loading energy spectrum index α (Table 2). On the left, the big error bars are a consequence of the fact that the fitting range is not well defined.

3.3. Statistics of durations of events

Durations of events extend over two decades. They are indeed a discrete variable, which is a multiple of the cascade time

step δt_c , and their maximum value is a few hundreds times δt_c . Histograms can be obtained, although their width is too narrow to perform relevant power-law fitting (see Fig. 7).

The duration of an event is correlated with its energy, like $dE_i \propto dt_i^{1.76}$, as seen on the scatter-plot in Fig. 8. Another way to visualize this correlation is to select events according to their duration, and to plot the histogram of energies of events from this population, as shown in Fig. 9. One possible observational consequence could be that missing long-duration events, due for example to short observation times, can lead to energy histograms with narrower ranges and steeper slopes.

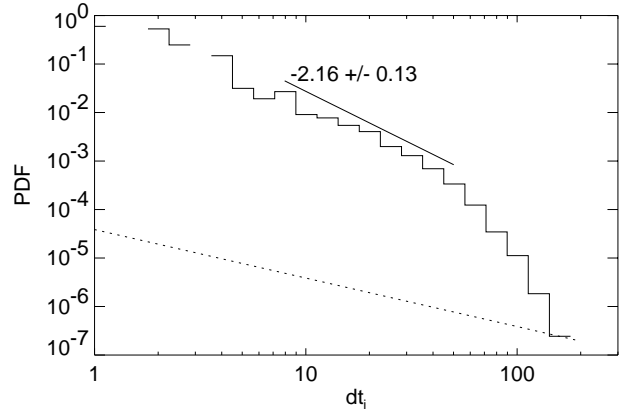


Fig. 7. Histogram of events durations for parameters set (l).

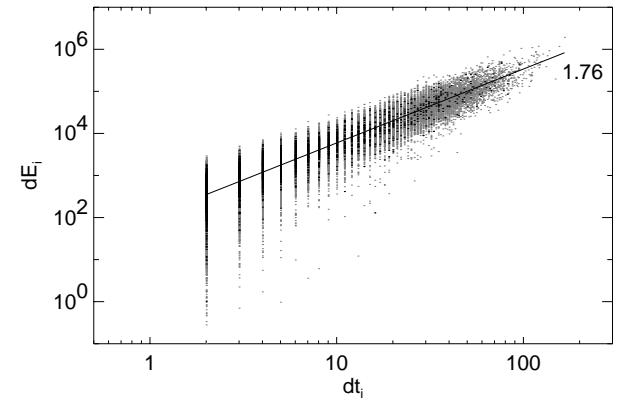


Fig. 8. Correlation between events duration and energy for parameters set (l).

4. Discussion and conclusions

4.1. Properties of the model

The CA model presented here differs from previously presented work in two features. On the one hand, the energy pumping due to photospheric motion is known quite accurately via solution of the Alfvén wave propagation equation with reflecting boundary conditions. Each cell therefore receives and sends energy to neighboring cells along the loop axis via a wave equation. Energy redistribution to cells on the same loop plane however

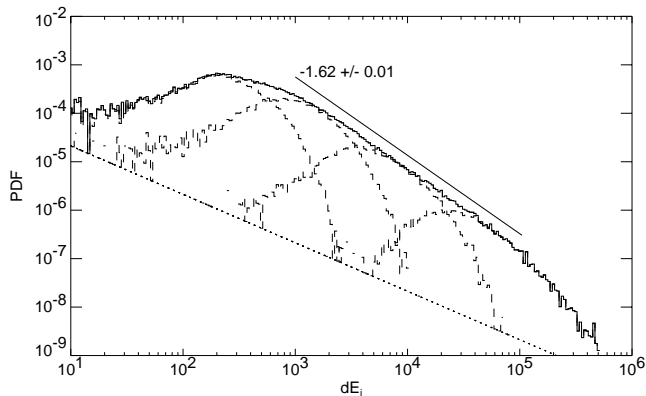


Fig. 9. Event energy histograms for different event durations ranges, which form a partition of the whole duration range, from low duration (left, dashed) to long duration (right, dashed). The sum of these histograms (i.e. the event energy histogram of all events as in Fig. 3b) is shown as a solid line.

occurs using an instability and redistribution criterion. This criterion is a threshold in current, and satisfies the basic requirements for magnetic fields of divergence-free conditions and realistic current redistribution.

Power-law slope of energy distributions as a function of parameters. When parameters sets lead to wide and robust power-law statistics of events energies, it seems that the slope of these power-laws is quite the same and takes a value close to $-\zeta = -1.6$. If this behavior is confirmed by further parametric studies, it could be interpreted as the “universal” behavior of SOC systems, described for example in Bak et al. (1987).

It is however interesting to note that Georgoulis & Vlahos (1998) observe in their model a variability of the slope of event energy (and also peak luminosity and duration) as a function of the loading: the slope is steeper when the amplitude distribution of the loading increments has a steeper power-law. However, this discrepancy is due to the differences in the way the system is driven: their loading increments are discrete in space whereas our loading has a varying spatial spectrum and no power-law amplitude distribution variation.

Reconnection, and the quality of the dissipation criterion. Snapshots of the superposition of the magnetic lines with the current densities (see Fig. 5) reveal that the sites of dissipation often do not correspond to reconnection of magnetic field lines; the reason is that one may have intense currents (and our dissipation criterion is based precisely on current intensity) without having a topology of the field where reconnection occurs (instabilities such as resistive kinks and/or tearing modes are triggered by a combination of currents and current gradients). Though the typical field structures observed resemble fields from turbulence simulations, one sees that our simplified model distributes dissipation in a different, more homogeneous way. Of course, a cellular automaton model, which models the non-linear terms of the equations through simple threshold dynamics, is not supposed to generate such structures, but we can try to understand what can be done to improve

the model. The physical quantities available in our model make it for example possible to use a more elaborate dissipation criterion which would model more accurately the reconnection instability threshold, such as for example introducing a combined criterion on current and current gradients as a trigger for relaxation.

4.2. Comparison with observations

Impulsive coronal events are statistically distributed over an energy range of some eight orders of magnitude. Since Parker’s idea of the existence of nanoflares, it has been thought that at some point in the quest of small scale coronal structures we will break the self-similarity of the solar corona by the observation of a steepening of the flare distribution with finally a power-law index ζ greater than the critical value of 2. Recent data analyses (Krucker & Benz 1998; Aschwanden et al. 2000; Parnel & Jupp 2000) seem to show this behavior with observed values of ζ going up to 2.6. Empirical formulas have been used here to determine flares energies from observed luminosities but new analyses of the data (Aschwanden & Charbonneau 2002; Benz & Krucker 2002) reveal in fact the existence of a bias due to the finite range of temperature on which the observations are made. The correction of this temperature bias leads eventually to a value of ζ close to 1.6 valid for the whole range of energies, from unresolved, X-ray observations with the Solar Maximum Mission (SMM) to Extreme Ultra-Violet observations with the Extreme-Ultraviolet Imaging Telescope on the Solar and Heliospheric Observatory (SoHO/EIT) and the Transition Region And Coronal Explorer (TRACE) – see Aschwanden et al. (2000). Such an observational bias, as well as the one described in the end of Sect. 3.3, show the importance of defining well what an event is and what its characteristics are, when observing the corona but also when using statistical flare models.

The comparison between model distributions and observed distributions is actually not an easy task, even if it is tempting to compare the power-law slope 1.6 obtained by our model to the observed global slope of 1.6. The first pitfall for comparison between statistical results of observations and models may be linked to the spatial resolution of observations (≈ 100 km at best) compared to the dissipative scales of the system (≈ 100 m). It is clearly shown in this paper that the plot of the PDF of the magnetic energy dissipated in a given plane of the model has a shape quite different from the PDF of the same observable but for the whole simulation box. The bias here consists in a steepening of the power-law slope with an index greater than 2. This result suggests that the limited instrumental resolution may be a source of error as well. The SOHO/EIT observations analyzed by Aletti et al. (2000) seem to illustrate quite well this interpretation: the pixel intensity distribution power-laws are steeper (with indices going up to 5.6) at lower resolution. Most of the coronal structures in the quiet Sun are indeed smaller than the spatial resolution of EIT. Besides, the domain where the power-law is fitted on the PDF is reduced which leads to larger error on the value of the index. Reliable statistical results could be accessible with higher instrumental

resolution but also by using mathematical tools like for example Pearson's method (Podladchikova 2002).

However, we think that resolution has not always such a dramatic effect on the slope of the PDFs, and that it is still interesting to model statistics of individual events (i.e. in one plane, in the case of our model). The convergence to a Gaussian when summing the energies of events before doing statistics, predicted by an argument lying on the Central Limit Theorem, may indeed be much slower in the case of observed, real micro-events than in the ideal case of independent events with low-moments distributions: the distributions of real events energies are much wider than the modeled distributions and their moments may be greater. As a result, depending on the observational conditions, there could still exist a quite wide power-law after summation (due to lack of resolution) of a large but not too large number of events, and the slope of this distribution may be still close to the slope of the original distribution of individual events. In this context the slope $\zeta = 1.6$ we obtain is rather encouraging.

Another prediction of our model is that durations and energies of events scale like $dE_i \propto dt_i^{1.76}$, or, equivalently, $dt_i \propto dE_i^{1/1.76} = dE_i^{0.57}$. This exponent 0.57 is in quite good agreement with Berghmans et al. (1998), who report that observed events durations scale like their radiative loss at the power 0.5.

We should however emphasize that statistical flare models usually give energy dissipations, while observations give luminosities at some given wavelengths and the inferred energies depend on models. It is therefore crucial in the future to develop models including the production of *observable* quantities, in order to provide stronger links between models and observations but also to quantify more precisely the weight of observational biases. The first agreements obtained during the last decade between statistical predictions made by theoretical models and observations are however very promising.

4.3. Summary and conclusion

In this paper we have presented a three-dimensional simplified model inspired by the RMHD equations whose first version was introduced by Einaudi & Velli (1999). This model mimics a coronal magnetic loop anchored in the photosphere whose footpoints are driven randomly by convective motions. The slow driving of the magnetic footpoints leads to storage of energy along the coronal loop and eventually to dissipation through impulsive events. The characteristics of the model are the following: (i) the model describes Alfvén wave propagation along a loop exactly; the internal structure of the loop is described by a set of planes distributed along the axis and ending in the photosphere from which the information propagates; (ii) the external forcing applied to the two boundary planes is expressed as a turbulent spectrum in Fourier space; (iii) when the criterion of instability is satisfied, the dissipation of current density and vorticity takes place non-locally in Fourier space but still locally in physical space; (iv) Fast Fourier Transforms (FFT) are implemented in the numerical code to use the dual physical/Fourier space.

A numerical study has allowed to quantify the role of the parameters, especially forcing, in the behavior of this model and in statistical properties of coronal events. The slope of event energy histograms was found to be almost constant, in accordance with a SOC-like “universal” behavior, and consistent with the values given by observations. Event durations statistics were performed, and correlations with event energies are also compatible with observations. Different possible observational biases were pointed out, all of them resulting in a narrower power-law range on histograms and in a steeper slope than in the statistics of all elementary events: a bias due to the limited spatial resolution, which gives a possible interpretation of recent observations made with the instrument EIT on board SoHO, and a bias due to limited observation durations.

Improvements are always possible to provide a better description of the physics. One can imagine some ad hoc rules to obtain for example a correct picture of the reconnection process. But the probably most interesting (and difficult) study is about the incorporation of the non-linear dynamics in a more realistic way than the simple on-off mechanism of CA models, but without going directly to the MHD equations. From a pure observational point of view it seems crucial to have as precise as possible an estimate of the possible biases to determine the effective value of the power-law index ζ of the energy distribution. Indeed the confirmation of the sub-critical value of ζ could be a serious challenge to Parker's hypothesis of coronal heating by a swarm of nanoflares.

Acknowledgements. The authors acknowledge partial financial support from the PNST (Programme National Soleil-Terre) program of INSU (CNRS) and from the Research Training Network “Theory, Observations and Simulations of Turbulence in Space Plasmas” through European Community grant HPRN-CT-2001-00310. M. Velli and G. Einaudi acknowledge support from MIUR contract MM02242342_002. E. Buchlin thanks the Scuola Normale Superiore of Pisa, Italy, for support and accommodation. They thank Dr. M. Georgoulis for providing the bottom panel of Fig. 5. They appreciate the useful criticism of the anonymous referee.

References

- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., et al. 2000, ApJ, 544, 550
- Aletti, V. 2001, Ph.D. Thesis (University of Paris-XI)
- Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., et al. 2000, ApJ, 535, 1047
- Aschwanden, M. J., & Charbonneau, P. 2002, ApJ, 566, L59
- Bak, P., Tang, C., & Wiesenfeld, K. 1987, Phys. Rev. Lett., 59, 381
- Benz, A. O., & Krucker, S. 2002, ApJ, 568, 413
- Berghmans, D., Clette, F., & Moses, D. 1998, A&A, 336, 1039
- Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., & Vulpiani, A. 1999, Phys. Rev. Lett., 83, 4662
- Carlson, J. M., & Langer, J. S. 1989, Phys. Rev. A, 40, 6470
- Charbonneau, P., McIntosh, S. W., Liu, H.-L., & Bogdan, T. J. 2001, Sol. Phys., 203, 321
- Chou, D.-Y., LaBonte, B. J., Braun, D. C., & Duvall, Jr., T. L. 1991, ApJ, 372, 314
- Christensen, K., & Olami, Z. 1992, J. Geophys. Res., 97, 8729
- Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., & Dennis, B. R. 1993, Sol. Phys., 143, 275
- Dennis, B. R. 1985, Sol. Phys., 100, 465
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., & DeLuca, E. E. 1998, ApJ, 505, 974

- Einaudi, G., Velli, M., Politano, H., & Pouquet, A. 1996, *ApJ*, 457, L113
- Einaudi, G., & Velli, M. 1999, *Phys. Plasmas*, 6, 4146
- Espagnet, O., Muller, R., Roudier, Th., & Mein, N. 1993, *A&A*, 271, 589
- Galsgaard, K. 1996, *A&A*, 315, 312
- Galsgaard, K., & Nordlund, A. 1996, *J. Geophys. Res.*, 101, 13445
- Galtier, S., & Pouquet, A. 1998, *Sol. Phys.*, 179, 141
- Galtier, S. 1999, *ApJ*, 521, 483
- Galtier, S. 2001, *Sol. Phys.*, 201, 133
- Georgoulis, M. K., & Vlahos, L. 1998, *A&A*, 336, 721
- Georgoulis, M. K., Velli, M., & Einaudi, G. 1998, *ApJ*, 497, 957
- Hendrix, D. L., & van Hoven, G. 1996, *ApJ*, 467, 887
- Hudson, H. S. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 357
- Hwa, T., & Kardar, M. 1992, *Phys. Rev. A*, 45, 7002
- Islaker, H., Anastasiadis, A., & Vlahos, L. 2000, *A&A*, 363, 1134
- Islaker, H., Anastasiadis, A., & Vlahos, L. 2001, *A&A*, 377, 1068
- Kadanoff, L. P., Nagel, S. R., Wu, L., & Zhou, S. 1989, *Phys. Rev. A*, 39, 6524
- Krasnoselskikh, V., Podladchikova, O., Lefebvre, B., & Vilmer, N. 2002, *A&A*, 382, 699
- Krucker, S., & Benz, A. 1998, *ApJ*, 501, L213
- Lejeune, A., & Perdang, J. 1996, *A&ASS*, 119, 249
- Lepreti, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2001, *ApJ*, 555, L133
- Longcope, D. W., & Sudan, R. N. 1994, *ApJ*, 437, 491
- Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
- Lu, E. T., Hamilton, R. J., McTiernan, J. M., & Bromund, K. R. 1993, *ApJ*, 412, 841
- Lu, E. T. 1995, *Phys. Rev. Lett.*, 74, 2511
- MacKinnon, A. L., & Macpherson, K. P. 1997, *A&A*, 326, 1228
- Parker, E. N. 1988, *ApJ*, 330, 474
- Parnell, C. E., & Jupp, P. E. 2000, *ApJ*, 529, 554
- Pearce, G., Rowe, A. K., & Yeung, J. 1993, *Ap&SS*, 208, 99
- Podladchikova, O. 2002, Ph.D. Thesis (University of Orléans, University of Kiev)
- Roudier, Th., & Muller, R. 1986, *Sol. Phys.*, 107, 11
- Sornette, D. 2000, *Critical phenomena in natural sciences* (Berlin: Springer-Verlag)
- Strauss, H. R. 1976, *Phys. Fluids*, 19, 134
- Takalo, J., Timonen, J., Klimas, A., Valdivia, J., & Vassiliadis, D. 1999, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1813
- Vassiliadis, D., Anastasiadis, A., Georgoulis, M., & Vlahos, L. 1998, *ApJ*, 509, L53
- Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., & Paschos, P. 1995, *A&A*, 299, 897
- Walsh, R. W., Bell, G. E., & Hood, A. W. 1995, *Sol. Phys.*, 161, 83
- Walsh, R. W., & Galtier, S. 2000, *Sol. Phys.*, 197, 57
- Wheatland, M. S., Sturrock, P. A., & McTiernan, J. M. 1998, *ApJ*, 509, 448
- Wheatland, M. S. 2000, *ApJ*, 536, L109
- Zirker, J. B. 1993, *Sol. Phys.*, 148, 43

Influence of the definition of dissipative events on their statistics

E. Buchlin^{1,2}, S. Galtier¹, and M. Velli^{2,3}

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS – Université Paris-Sud, Bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France
e-mail: eric.buchlin@ias.fr

² Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, 50125 Firenze, Italy

³ Istituto Nazionale Fisica della Materia, Sezione A, Università di Pisa, 56100 Pisa, Italy

Received 12 November 2004 / Accepted 7 February 2005

Abstract. A convenient and widely used method to study the turbulent plasma in the solar corona is to examine statistics of properties of events (or structures) associated to flares either in observations or in numerical simulations. Numerous papers have followed such a methodology, using different definitions of an event, but the reasons behind the choice of a particular definition is very rarely discussed. We give here a comprehensive set of possible event definitions starting from a one-dimensional data set such as a time-series of energy dissipation. Each definition is then applied to a time-series of energy dissipation obtained from simulations of a shell-model of magnetohydrodynamic turbulence, or from a new model of coupled shell-models designed to represent a magnetic loop in the solar corona. We obtain distributions of the peak dissipation power, total energy, duration and waiting-time associated with each definition. These distributions are then investigated and compared, and the influence of the definition of an event on the statistics is discussed. In particular, power-law distributions are more likely to appear when using a threshold. The sensitivity of the distributions to the definition of an event seems also to be weaker for events found in a highly intermittent time series. Some implications for statistical results obtained from observations are discussed.

Key words. Sun: corona – Sun: flares – magnetohydrodynamics (MHD) – methods: data analysis

1. Introduction

The mechanism heating the solar corona to millions of degrees remains an open problem, but it is generally understood that a great part of the energy dissipation must occur at scales that are smaller than the structures that can be resolved by observations (≈ 100 km), as small as 10–100 m (the Kolmogorov turbulent cascade dissipation scale). One of the most successful approaches to reach this four-order-of-magnitude wide gap is to assume that the statistics obtained at observable scales are still valid at smallest scales. The properties of the global system, from observable to non-observable scales, can then be investigated. For example this is the idea underlying Hudson's (1991) critical power-law slope of -2 for the distribution of flare energies.

The measurement of the power-law slope for the lowest energy flares has been a major goal of coronal physics in the last decade. Aschwanden et al. (2000) has summarized the distributions of event energies that were obtained at wavelengths from X-rays to ultra-violet (UV), and for event energies covering a range of eight orders of magnitude from 10^{17} J (“nanoflares”) to 10^{25} J (“flares”). It seems – as asserted by Aschwanden et al. (2000) – that these distributions can be matched to form a unique power-law distribution of slope ≈ -1.8 .

However, for the smallest events, mainly observed in UV by filter imaging instruments, some observations seem not to

mutually agree, and they seem not to fit in the global distribution. A possible explanation for this is given by Aschwanden & Charbonneau (2002): the energy of an event could be wrongly deduced from the observable quantities (like intensity in some spectral lines), leading to a systematic error in the distribution of event energies. Another explanation could be that all authors do not agree on what they mean by “event”, i.e. the fact that non-equivalent definitions exist in the literature.

Indeed, defining an event is likely to be much more difficult for low energy events than for high energy events. For high-energy events, whose distributions are in general derived from X-rays and radio observations, there is little ambiguity as to what constitutes an event: events are very rare (10^{-6} s⁻¹ for the whole solar disk between 10^{23} and 10^{24} J) and are well-separated by long low-flux times. On the contrary, low-energy events can be very close in space and time, making it difficult to separate them, either because they occur on the same line-of-sight or because they are smaller than the instrumental resolution or shorter than the time resolution. The difficulty is even greater if we subscribe to the idea that the corona is in a self-organized critical state so that small events trigger other events, leading to avalanches as illustrated by the sandpile paradigm (Bak et al. 1988; Lu & Hamilton 1991): among all these events, which ones should be used to determine the statistics?

We think that this difficulty has been underestimated when statistics obtained from observations or simulations by

different methods have been compared. The definition of an event used is very rarely discussed (contrary to the influence of the relationship between the observable parameters and the physical variables of an event), and is sometimes not even given precisely.

In this paper we give some definitions that could be used, mainly inspired from definitions that have already been used in the past. We choose to restrain ourselves to events defined from a one-dimensional data set, namely a time series of energy dissipation, so that the definitions can be easily compared. We then produce statistics of events (histograms of event energies, durations and waiting times), for different definitions of an event, and compare them. The time series we use are the data output by a shell-model of MHD turbulence (Giuliani & Carbone 1998), and by a new model of coupled shell-models describing Alfvén turbulence in a coronal loop (Buchlin et al. 2004). However, the aim of this paper is not to study shell-models of MHD, but to determine to which extent the definition of events influences their statistics, even in a simple case of events detected in a time series of energy dissipation.

2. Event definitions

We present here a basic list of possible definitions of an event when a “signal” $\epsilon(t)$, which is the time series of the power dissipated in the system, is given (Fig. 1). Most of the ideas of this list come from the definitions that have been chosen in papers found in the literature. For each event, we get:

- E , the total energy dissipated during the event;
- P , the peak power of energy dissipation;
- T , the duration of the event;
- t_e , the time of the event, necessary to obtain the waiting times τ_w , i.e. the (quiescent) time between two consecutive events.

2.1. Peaks

Definition 1 (peak). An event corresponds to a local maximum $\epsilon(t_m)$ in the signal $\epsilon(t)$. The time of the event is $t_e = t_m$, the peak dissipation power is $P = \epsilon(t_e)$, the total dissipated energy is $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$ where t_a and t_b are the two local minima around t_e , and the event duration is $T = t_b - t_a$.

Variant 1.1 (peak-background). The background $b(t)$ is the affine function defined between the points $(t_a, \epsilon(t_a))$ and $(t_b, \epsilon(t_b))$. With the notations of definition 1, the time of the event is t_e , the peak dissipation power is $P = \epsilon(t_e) - b(t_e)$, the total dissipated energy is $E - \int_{t_a}^{t_b} b(t) dt = E - (\epsilon(t_a) + \epsilon(t_b)) \cdot T/2$, and the event duration is T .

2.2. Threshold

Definition 2 (threshold). A threshold ϵ_{thr} is chosen, and an event is a part of the signal $\epsilon(t)$ which stays above ϵ_{thr} : more precisely, it is a maximal connex part $V = [t_a, t_b]$ of the set $\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{\text{thr}}\}$. The total dissipated energy is $E = \int_V \epsilon(t) dt$, the peak dissipation power is $P = \max_V \epsilon(t)$ and the event duration

is $T = t_b - t_a$. The time of the event is the time at which the maximum of $\epsilon(t)$ on V is attained: $\epsilon(t_e) = \max_V \epsilon(t)$.

There are several other alternatives to define the time of the event, like $t_e = (t_b + t_a)/2$ (the middle of interval V) or $t_e = \frac{1}{E} \int_V \epsilon(t) \cdot t dt$ (the barycenter of the event, weighted by ϵ). But these variants do not change the statistics of P , E , and T , and they seem to have little influence on the statistics of τ_w .

We can consider the threshold level ϵ_{thr} as a background level, giving the following definition:

Variant 2.1 (threshold-background). Using definition 2 and its notations, the time of the event is t_e , the peak dissipation power is $P - \epsilon_{\text{thr}}$, the total dissipated energy is $E - \int_V \epsilon_{\text{thr}} dt = E - \epsilon_{\text{thr}} \cdot T$, and the event duration is T .

The threshold can be chosen as a function of the overall average $\bar{\epsilon}$ and standard deviation σ_ϵ of $\epsilon(t)$. It can also be chosen iteratively, by using the average and standard deviation of the time series during the quiescent times between events (which have been defined by the previous iteration of this process), as in Boffetta et al. (1999).

2.3. Wavelet analysis

This method assumes that we have built the time-scale plane $y(t_0, s)$ for $\epsilon(t)$, by convolution of $\epsilon(t)$ by the wavelets $w_{t_0, s}(t) = 1/s \cdot w_0((t - t_0)/s)$. A mother wavelet w_0 which seems well adapted to the shape of events is the second derivative of a Gaussian (“Mexican hat”). When the noise is in $1/f$, Sanz et al. (2001) have shown that the Mexican hat is the best wavelet to find enhancements of the signal.

Definition 3 (wavelet). An event corresponds to a local maximum $y(t_e, s_e)$ in the time-scale plane $y(t_0, s)$. The time of the event is t_e , its duration T is the scale s_e , its total energy is $E = y(t_e, s_e)$. Its peak power P can be defined as $\max_V \epsilon(t)$ with $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$.

For better accuracy in the definition of s_e and t_e , we need to have a good resolution in the time-frequency plane, i.e. we use a continuous wavelet transform. As a result, and also because we have used the Mexican hat wavelet, the wavelets are non-orthogonal, and there is a risk of finding several non-independent events where there is only one event. To avoid this, it is possible to impose that two events are separated by at least some distance in the time-scale plane (typically a factor of 2 in scale and an interval s_e in time), but in practice this is not necessary as the time-scale plane is sufficiently smooth.

3. Model time series

3.1. Shell-model

The results of the next section are based on data output from a shell-model of incompressible MHD turbulence. In such models (Gloaguen et al. 1985; Biskamp 1994; Frick & Sokoloff 1998; Giuliani & Carbone 1998), the Fourier wavenumber space is divided in concentric shells $S_n = \{\mathbf{k} \mid \|\mathbf{k}\| \in [k_n, k_{n+1}]\}$

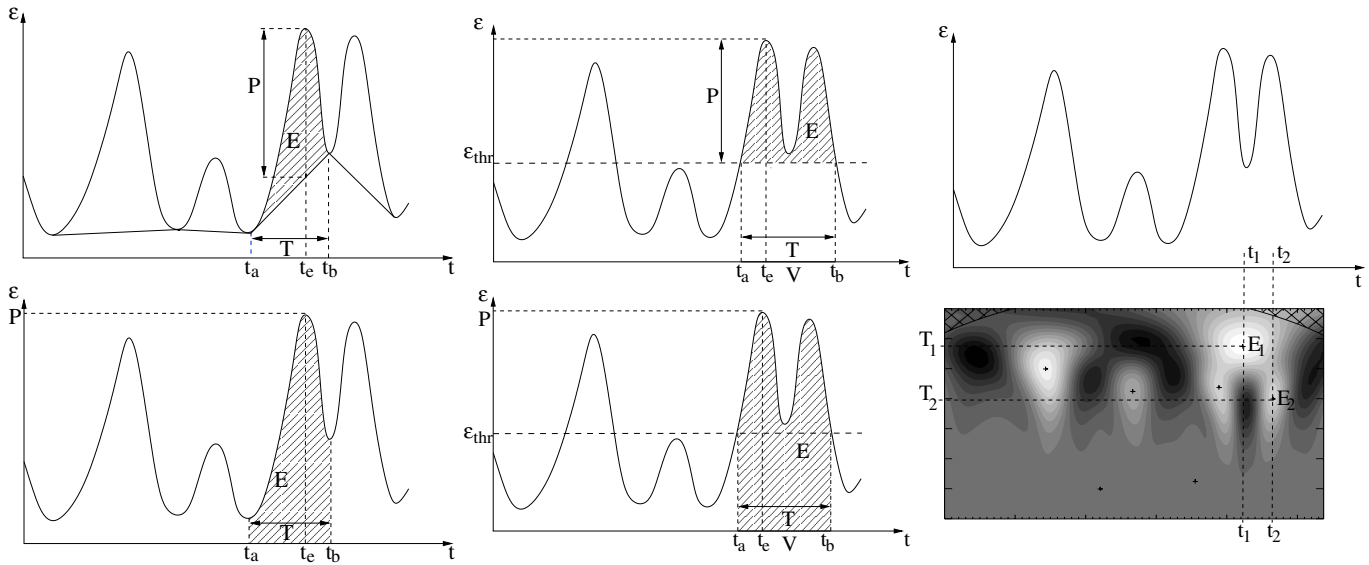


Fig. 1. Definitions of events and of event characteristics (t_e , T , P , and E). *Left:* peaks (definition 1), with (*top*) and without (*bottom*) background detection. *Middle:* threshold (definition 2), with (*top*) or without (*bottom*) taking the background into account. *Right:* peaks in the wavelets time-frequency plane (definition 3). For this definition, events are marked as crosses in the time-frequency plane, indicating the event time t_e and duration T . The total energy E is the wavelet amplitude (gray level) at this position.

with $k_n = k_0 \lambda^n$ and usually $\lambda = 2$. A single complex scalar value u_n represents the velocity increments $|u(x + \ell) - u(x)|$ on scales ℓ for $2\pi/\ell \in S_n$. The same holds for the scalar value b_n representing the magnetic field increments on the same scales ℓ . This model is the magnetohydrodynamic analog of the GOY (Gledzer-Ohkitani-Yamada: Gledzer 1973; Yamada & Ohkitani 1987, 1988a,b) shell-model of fluid turbulence. It is governed by the following equations, given in Giuliani & Carbone (1998):

$$\frac{dZ_n^s}{dt} = -k_n^2(\nu^+ Z_n^s + \nu^- Z_n^{-s}) + ik_n T_n^{s*} + f_n^s \quad (1)$$

where $Z_n^s = v_n + sb_n$ are the Elsässer variables, $s = \pm$, $\nu^s = (\nu + s\eta)/2$ are combinations of kinematic viscosity and resistivity, f_n^s are external driving forces, and T_n^s is the term corresponding to local non-linear interactions between shells. For a given shell n , this term involves the neighbors and second-nearest neighbors of the shell n , modelling local interactions between triads of consecutive modes. The detailed coefficients of this term are given in Giuliani & Carbone (1998) and depend on the dimensionality (e.g. 2D or 3D) of the physical MHD system the shell-model represents, *via* the conservation of the MHD invariants.

This model can describe the evolution of modes over a wide range of wavenumbers with just a few dozen degrees of freedom. It is thus very interesting for studying MHD turbulence with high Reynolds numbers, and intermittency. It exhibits typical properties of MHD turbulence, from the dynamo effect in 3D to wide power-law spectra (Giuliani & Carbone 1998), including spatial and temporal intermittency (Giuliani & Carbone 1998; Boffetta et al. 2002).

The equations 1 are solved numerically and we get the time series of dissipated power $\epsilon(t) = \sum_n k_n^2(\nu|u_n(t)|^2 + \eta|b_n(t)|^2)$,

which is our variable of interest. To obtain the first time series shown in Fig. 2, hereafter known as the time series $\langle 1 \rangle$, we used 24 shells (representing $k = 1$ to $k \approx 8.4 \times 10^6$), with $\lambda = 2$, $\nu = \eta = 10^{-11}$. We performed 10^7 variable timesteps (determined by a CFL condition) with a 3rd-order Runge-Kutta numerical scheme. The time series $\langle 2 \rangle$, also shown in Fig. 2, was obtained with the same parameters, except that the dissipation coefficients ν and η were ten times higher than for $\langle 1 \rangle$.

3.2. Coupled shell-models

Section 5 also uses data from a version of a shell-model designed to model a region of space where a dominant magnetic field \mathbf{B}_0 exists, like in a coronal loop (Buchlin et al. 2004). In this model, shell-models of 2D MHD are coupled by Alfvén waves travelling along \mathbf{B}_0 , and energy is only input by movements of the photospheric footpoints of the loop. This geometric setup is the same as the one used for the cellular automaton described by Buchlin et al. (2003), and it gives a model similar to the one described by Nigro et al. (2004). Here we use an independent implementation of these ideas to obtain the time series $\langle 3 \rangle$.

3.3. Characteristics and intermittency of the time series

All these time series were rescaled so that their average $\bar{\epsilon}$ is 1 and are shown on Fig. 2. Their basic characteristics are summarized in Table 1. From time series $\langle 1 \rangle$ to $\langle 3 \rangle$, the ratio of the maximum (or the standard deviation) to the average grows, and longer quiet times exist between the intervals with higher dissipation. It seems that intermittency is higher for $\langle 3 \rangle$ than for $\langle 2 \rangle$, and that it is also higher for $\langle 2 \rangle$ than for $\langle 1 \rangle$. This is verified by

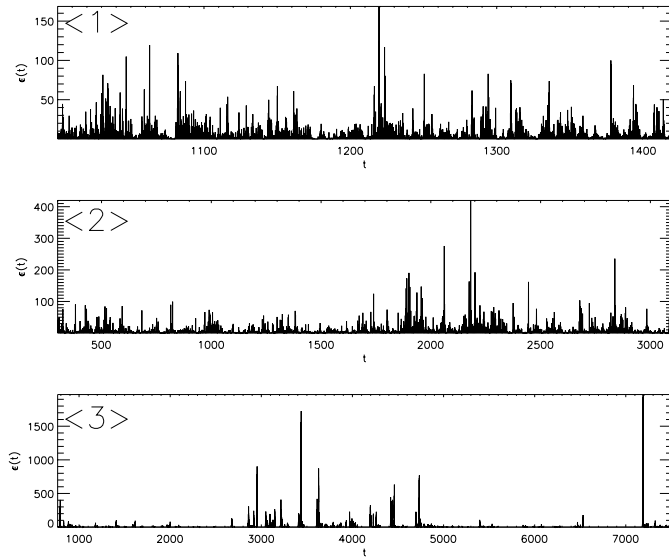


Fig. 2. From top to bottom, time series <1>, <2>, and <3>.

Table 1. Summary of the characteristics of all 3 time series, which were normalized so that their average is $\bar{\epsilon} = 1$: number of data points, number of peaks, standard deviation, and maximum value.

	Data points	Peaks	σ_ϵ	ϵ_{\max}
<1>	453 628	51 507	1.98	169
<2>	985 162	56 136	2.45	420
<3>	1 000 000	305 738	11.33	1971

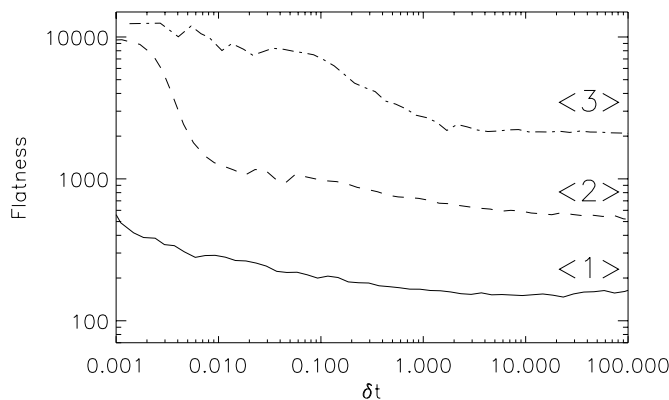


Fig. 3. The flatness of the three time series increases when the scale δt decreases. This behavior is a signature of intermittency, and is stronger for the time series <3> and lower for time series <1>. Note that the flatness remains much higher than the Gaussian value 3 even at large time scales, as a consequence of the non-Gaussian distribution function of the values taken by the time series.

plotting the flatness¹ of these time series as a function of the temporal scale (Fig. 3).

¹ We use the following definition for the flatness $F(\tau)$ of the time series $\epsilon(t)$: $F(\tau) = S^4(\tau)/(S^2(\tau))^2$, where $S^q(\tau) = \langle |\epsilon(t+\tau) - \epsilon(t)|^q \rangle$, is the structure function of index q for the timeseries ϵ .

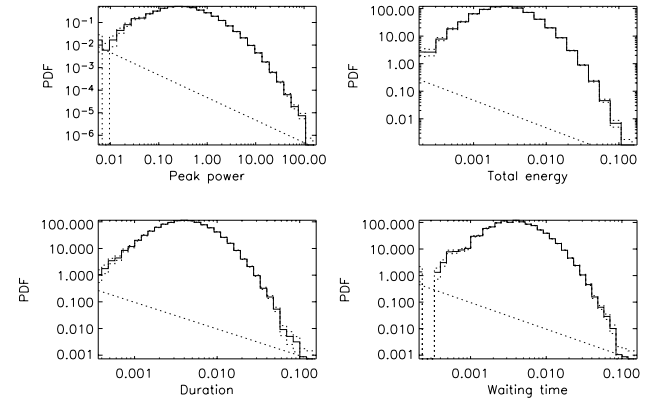


Fig. 4. Events statistics of time series <1> for definition 1 (peaks): peak power of energy dissipation, dissipated energy, duration, and waiting times. The straight dashed line corresponds to one event per histogram bar; as the histogram bars are spaced exponentially, its slope is -1 . The dashed histograms are an estimation of the discretization error when building the histogram, computed assuming Poisson statistics in each bar ($\pm \sqrt{N}$ where N is the number of events in a given histogram bar).

4. Comparison between statistics for different event definitions

In this section, starting from the time series $\epsilon(t)$ number <1> produced as explained in Sect. 3.1, we compare the effect of the definition of an event for the following statistics:

- normalized histograms (i.e. experimental Probability Distribution Functions – or PDFs) of event peak dissipation power, total energy and duration, as defined by the different event definitions we use,
- PDFs of waiting times between events, i.e. the time between two successive events. This corresponds to the laminar, quiet time between events.

4.1. Peaks

As each peak of the time series is counted as an event, definitions 1 and 1.1 give many events, even in the case of our numerical data, which has no noise: for time series <1> for example, one data point out of nine is a local maximum, and corresponds thus to an event. When noise is present, a smoothing of the data at the scale of the shortest events may be necessary before searching for events. Furthermore, the set of the events is a partition of the time series (the end t_b of one event is the beginning t_a of the next event), all the energy of the time series is contained in the events: $\sum_i E_i = \int \epsilon(t) dt$.

The distributions of P , E , T and τ_w (Fig. 4) have approximately the same shape, which is neither a power-law, nor an exponential or Gaussian. The tail of the waiting-time distribution could even be fitted by an exponential (Fig. 5), in contradiction to previous studies of shell-models, which used another definition of an event (Boffetta et al. 1999; Lepreti et al. 2001).

With these definitions, even the smallest peaks are counted as events, and this breaks the waiting times into small parts, leading to a cut-off of the tail of the waiting-time distribution. To decrease this effect, we may exclude the smallest events (e.g. those with a peak power lower than a given

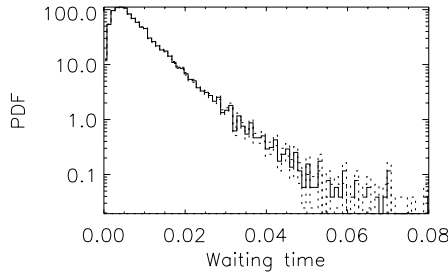


Fig. 5. Waiting-time distribution of events from time series (1) for definition 1 (peaks), in lin-log scale.

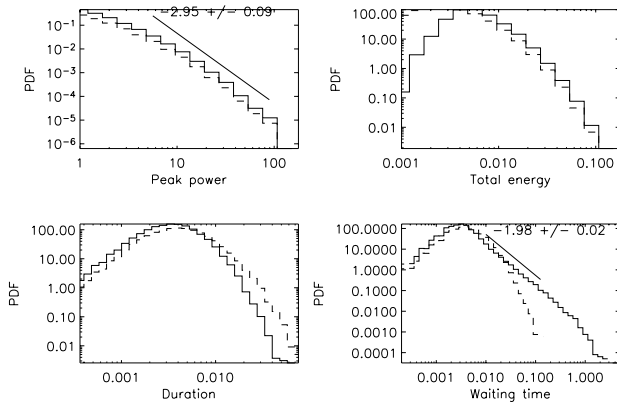


Fig. 6. Events statistics of time series (1) for definition 1.2 (peak-threshold) with $\epsilon_{\text{thr}} = 1$ (average of time series). The statistics for definition 1 (peaks) are shown as a reference, in dashed lines.

threshold) from the analysis, which gives the following variant of definition 1:

Variant 1.2 (peak-threshold). A threshold ϵ_{thr} is chosen. An event corresponds to a local maximum $\epsilon(t_m)$ in the signal $\epsilon(t)$, provided that $\epsilon(t_m) > \epsilon_{\text{thr}}$. The time of the event is $t_e = t_m$, the peak dissipation power is $P = \epsilon(t_e)$, the total dissipated energy is $E = \int_{t_a}^{t_b} \epsilon(t) dt$ where t_a and t_b are the two local minima around t_e , and the event duration is $T = t_b - t_a$.

Note that this is *not* the same as using definition 2: for a given threshold ϵ_{thr} , on a maximum connex part V of $\{t \mid \epsilon(t) > \epsilon_{\text{thr}}\}$, definition 1.2 will find as many events as there are peaks of $\epsilon(t)$ in the interval V , whereas definition 2 will find only one event.

As a result (Fig. 6), it is clear that the PDF of P is cut below the value of ϵ_{thr} , with no modification of its shape: this means that only the tail $P > \epsilon_{\text{thr}} = 1$ of the histogram of P in Fig. 4 is left, and this tail could be fitted to a quite narrow power-law of slope -2.95 . The PDFs of E and D do not change dramatically, except that the left part is weaker because of the correlations between P , E and D . The most interesting effect of using variant 1.2 instead of definition 1 is on the waiting-time distribution: it now exhibits a clear power-law of index -1.98 over 2.5 decades. This is made possible by the fact that small waiting times associated with small events in the case of definition 1 are now replaced by a smaller number of long waiting times, leading to a reinforcement of the right part of the histogram of τ_w .

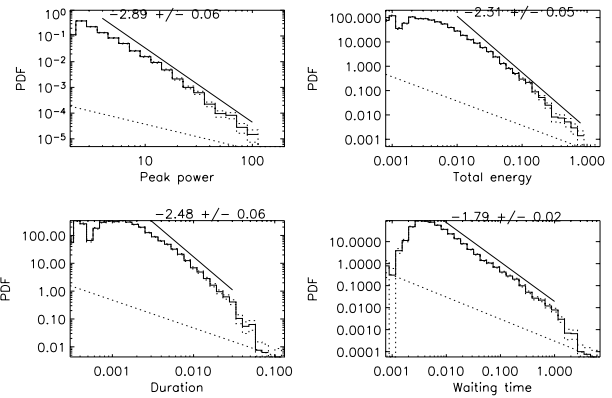


Fig. 7. Event statistics of time series (1) for definition 2 (threshold).

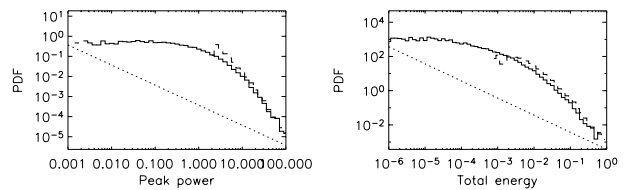


Fig. 8. Event statistics of time series (1) for definition 2.1 (threshold-background). Only the distributions that are different from the one obtained by definition 2 (threshold, Fig. 7) are represented.

4.2. Threshold

With definition 2, histograms of P , E , T , and τ_w are quite clearly power-laws (Fig. 7), even if they are not very wide for this weakly intermittent time series. The slopes of these power-laws are 2.89 ± 0.06 for P , 2.31 ± 0.05 for E , 2.48 ± 0.06 for T , and 1.79 ± 0.02 for τ_w .

These power-law tails still exist when the threshold is considered as a background and is removed (variant 2.1, Fig. 8), but the left part of the histograms is then almost flat on logarithmic axes. This is for example quite straight-forward for the distribution of P , as removing the background shifts – in linear axes – the distribution of P to the left. However, the right tail of the distributions, e.g. for $P \gg \epsilon_{\text{thr}}$ remains almost the same when the background is removed. It seems that background removal does not help us to understand the statistics of events.

Methods using a threshold are very widely used when events are searched for in time series, as well as from numerical simulations: Dmitruk et al. (1998); Einaudi et al. (1996); Georgoulis et al. (1998) (2D RMHD), Boffetta et al. (1999) (MHD shell-models) and X-rays observations: Pearce et al. (1993); Crosby et al. (1993); Wheatland et al. (1998). It seems to be well-adapted to instrumental constraints of sensitivity and noise levels.

The drawbacks of this definition are that it misses the lowest-energy events (leading to a cut-off of the left part of the energy histograms), and that it cannot separate close high-energy events. This definition is also not adapted to non-stationary time series: in this case, the threshold should adapt to the local statistical characteristics of the time series.

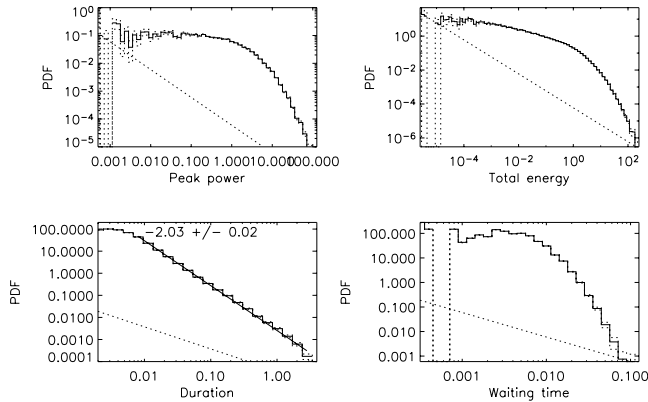


Fig. 9. Event statistics of time series $\langle 1 \rangle$ for definition 3 (maxima in wavelet time-scale space).

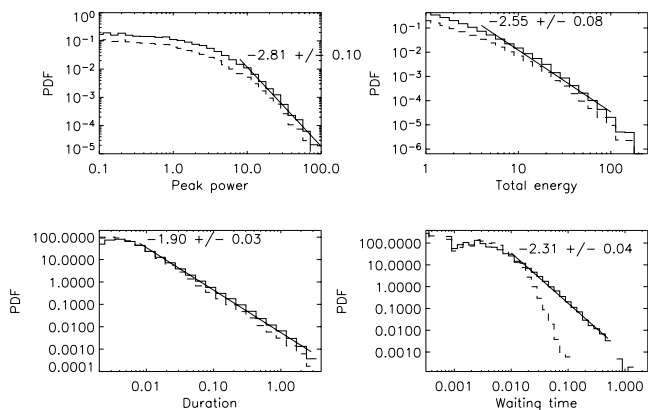


Fig. 10. Event statistics of time series $\langle 1 \rangle$ for definition 3.1 (wavelet-threshold) and $E_{\text{thr}} = 1$. The statistics for definition 3 (maxima in wavelet time-scale space) are shown as a reference, in dashed lines.

4.3. Wavelet analysis

Definition 3 produces the histograms of P , E , D , and τ_w shown in Fig. 9. The histogram of event durations is a power-law over more than 2.5 decades. The wide and flat left part of the histograms of P and E , which includes events much smaller than with other definitions, suggests use of a variant of definition 3 similar to variant 1.2 of definition 1, where the smallest events are simply not taken into account:

Variante 3.1 (wavelet-threshold). A threshold E_{thr} is chosen. An event corresponds to a local maximum $y(t_e, s_e)$ in the time-scale plane $y(t_0, s)$, provided that $y(t_e, s_e) > E_{\text{thr}}$. The time of the event is t_e , its duration T is the scale s_e , its total energy is $E = y(t_e, s_e)$. Its peak power P can be defined as $\max_V \epsilon(t)$ with $V = [t_e - s_e/2, t_e + s_e/2]$.

As for definition 1.2 (peak-threshold), the distributions of P , E and D do not change much, but a power-law is recovered (Fig. 10) for the waiting-time distribution.

5. Intermittency and sensitivity to event definition

5.1. Sensitivity to event definition

Now we use the 3 time series described in Sect. 3. It seems that the distributions of event energies E obtained by definitions 1

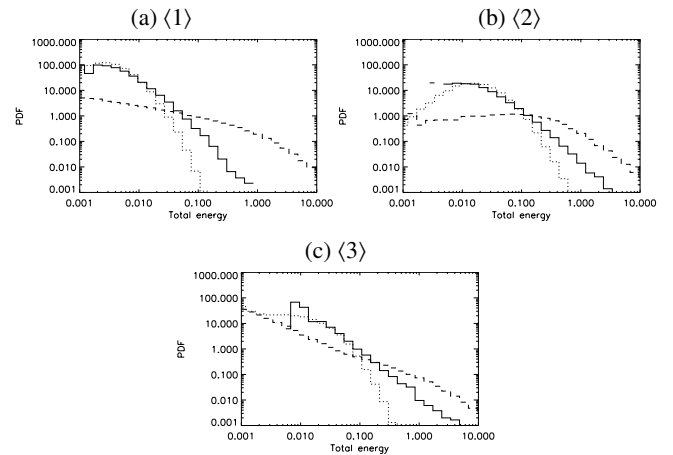


Fig. 11. **a)** Total energy distributions for events determined by definitions 1 (peaks; dotted line), 2 (threshold; plain line), and 3 (maxima in wavelet time-scale space; dashed line), for time series $\langle 1 \rangle$. **b)** Same figure for time series $\langle 2 \rangle$. **c)** Same figure for time series $\langle 3 \rangle$. All plots have the same scale.

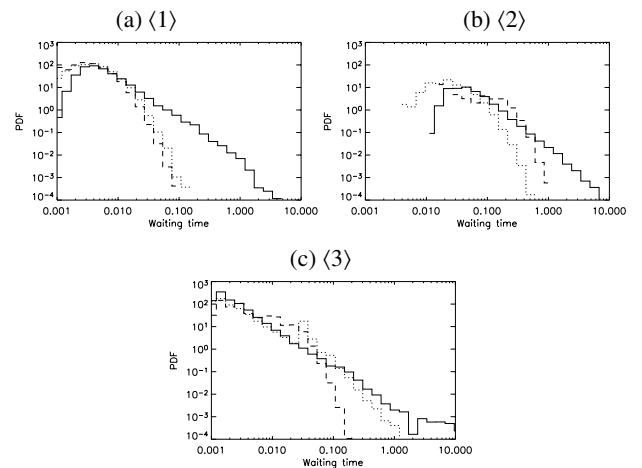


Fig. 12. **a)** Waiting-time distributions for events determined by definitions 1 (peaks; dotted line), 2 (threshold; plain line) and 3 (maxima in wavelet time-scale space; dashed line), for time series $\langle 1 \rangle$. **b)** Same figure for time series $\langle 2 \rangle$. **c)** Same figure for time series $\langle 3 \rangle$. All plots have the same scale.

and 3 are closer to the power-law obtained by definition 2 in the case of time series $\langle 3 \rangle$ (Fig. 11c) than in the case of time series $\langle 1 \rangle$ (Fig. 11a). The waiting-time distributions (Fig. 12) display the same behavior. In general, distributions obtained from higher-intermittency time series seem to be less sensitive to the definition of an event than low-intermittency time series.

5.2. Sensitivity to threshold, for definition 2 (threshold)

In the case of events defined by a threshold (like definition 2), the slope of event energy histograms may depend on the threshold. Here we choose different values of ϵ_{thr} between 0 and $\bar{\epsilon} + 5\sigma_\epsilon$ where $\bar{\epsilon}$ is the time series average ($\bar{\epsilon} = 1$) and σ_ϵ is the standard deviation shown in Table 1 for each of the time series. As a result, the number of events (Fig. 13e) is 1 when the threshold is $\epsilon_{\text{thr}} = 0$ (the whole time series is *one* event); it increases to a maximum, attained between $\bar{\epsilon}$ and $\bar{\epsilon} + \sigma_\epsilon$,

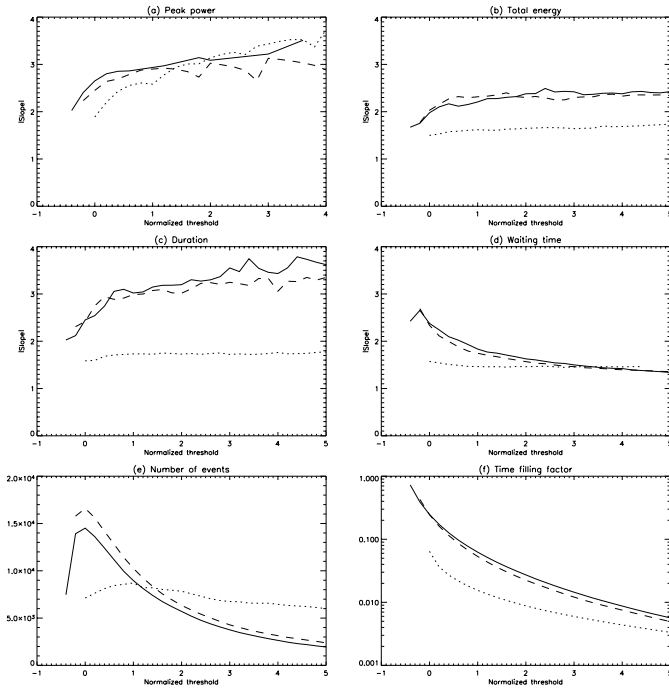


Fig. 13. Slope of the peak power **a)**, total energy **b)**, duration **c)**, and waiting time **d)** distributions, for events defined by definition 2 (threshold), as a function of the normalized threshold $(\epsilon_{\text{thr}} - \bar{\epsilon})/\sigma_{\epsilon}$. The plain, dashed and dotted lines correspond to time series $\langle 1 \rangle$, $\langle 2 \rangle$ and $\langle 3 \rangle$ respectively. **e)** Number of events detected as a function of the normalized threshold. **f)** Proportion of the duration contained in events, as a function of the normalized threshold.

depending on the time series characteristics; then it decreases (ultimately, the number of events is 0 when $\epsilon_{\text{thr}} > \epsilon_{\text{max}}$, where ϵ_{max} is the maximum value of the time series).

Figure 13 shows the power-law slope of the histograms of P , E , T , and τ_w as a function of the normalized threshold $(\epsilon_{\text{thr}} - \bar{\epsilon})/\sigma_{\epsilon}$. In general, time series $\langle 1 \rangle$ and $\langle 2 \rangle$, which come from the same simple shell-model and which are less intermittent than the time series $\langle 3 \rangle$, follow a similar path. (a) The distributions of peak dissipation power P have a slope ≈ 2 for a low threshold ϵ_{thr} , and become steeper when ϵ_{thr} increases. The slope for time series $\langle 3 \rangle$ is slightly more sensitive to ϵ_{thr} than the other time series. (b) The slope of the distributions of energy E also increase with ϵ_{thr} , except for time series $\langle 3 \rangle$, for which it is almost constant. (c) The statistics of the durations T exhibit the same features as the statistics of E . (d) On the contrary, the slope of the distributions of the waiting times τ_w decreases when ϵ_{thr} increases. Again, it is almost constant for time series $\langle 3 \rangle$. (f) The proportion of the time series duration contained in events decreases when the threshold increases. This decrease is stronger for the slightly intermittent time series.

Time series $\langle 3 \rangle$ seems to be the least sensitive to the value of ϵ_{thr} . Note that by using thresholds expressed as a function of σ_{ϵ} instead of absolute thresholds, we have taken care of the fact that the deviations of time series $\langle 3 \rangle$ are larger than for the other time series.

6. Discussion

We have investigated the dependence on the definition of “events” of the statistics of events obtained from an energy dissipation time series. Not very surprisingly, the statistics of peak power, energy content, duration and waiting times of events differ when different definitions are used.

Especially for low-intermittency time series and for waiting-time distributions, power-law distributions are recovered only when a threshold is used, either when searching for events (definition 2) or after having searched for events by another means (definitions 1.2 and 3.1). It is also interesting to note that the waiting-time distribution, which is used to test the Poissonian nature of the flaring process (Wheatland et al. 1998; Lepreti et al. 2001; Wheatland & Litvinenko 2002), can have a power-law or an exponential tail, depending on the definition of events.

For observational studies, where the smallest events are averaged over the line of sight and the spatial and temporal steps, some of the intermittency is lost. In this case we need to use a definition which gives statistics as close as possible to the statistics of the underlying (non-averaged) signal (which is intermittent enough for event statistics to be almost independent of their definition). The definitions using a threshold seem to be adequate from this point of view. The presence of noise in observations also gives strong support to this kind of definition. However, these definitions also have drawbacks, in particular the difficulty of choosing a threshold for a non-stationary time series.

Other definitions like 3 which uses wavelets can have interesting properties, separating simultaneous events at different scales but the smallest events obtained by this means seem to be not significant. Alternatively, events could be defined iteratively from the time-scale plane: the first event is defined by the overall maximum of the time-scale plane, the corresponding wavelet is subtracted from $\epsilon(t)$, a new time-scale plane is computed, and this process is repeated to find each of the next events. The Local Intermittency Measure (LIM: Farge 1990) could perhaps also be used for this purpose. However, these ideas have not been investigated yet and an iterative definition may be computationally very expensive compared to the other definitions.

Let us now return to the motivation behind the determination and discussion of event properties and statistics for coronal physics. There are two main reasons for these studies, essentially related to bridging the gap between observable time and spatial scales and the sub-resolution physics. On the one hand, we would like to understand whether analogous physical processes, namely flares, conserve scale-invariant properties at unobservable scales and are responsible for the existence of the quiet corona as we know it. On the other, one would like to link, as far as possible, large-scale physical models and numerical simulations to the observations without reproducing in detail the microcosm of a single small-scale event (although this may be desirable and necessary for the largest-scale manifestations, such as for example the Bastille day flare). Rather, one would do this by comparing global statistical properties.

When searching for the answer to the first question, one must use an event definition that conserves the total energy in the signal, as one is searching for a quantitative confirmation (again, much care is needed, since the average corona exists to some extent precisely because we are incapable of observing fluctuations at sufficiently small energy and time-scale, i.e. it is by definition a background). In the second case however, where there are undoubtedly large differences between numerical models and observations in the richness of the physics and dynamical range, one must be careful to analyze events in the way most appropriate to glean characteristic properties of the fluctuations and turbulence at the available scales. Hence one must go beyond simply the energy distributions of events and analyze other characteristic features such as anisotropy of the spectra, intermittency and higher order structure functions of the fields.

Acknowledgements. The authors acknowledge partial financial support from the PNST (Programme National Soleil-Terre) program of INSU (CNRS) and from European Union grant HPRN-CT-2001-00310 (TOSTISP network). E. Buchlin thanks the French-Italian University for travel support. The authors thank Jean-Claude Vial, Loukas Vlahos and Jean-François Hochedez for useful discussions.

References

- Aschwanden, M. J., & Charbonneau, P. 2002, *ApJ*, 566, L59
 Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., et al. 2000, *ApJ*, 535, 1047
 Bak, P., Tang, C., & Wiesenfeld, K. 1988, *Phys. Rev. A*, 38, 364
 Biskamp, D. 1994, *Phys. Rev. E*, 50, 2702
 Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., & Vulpiani, A. 1999, *Phys. Rev. Lett.*, 83, 4662
 Boffetta, G., de Lillo, F., & Musacchio, S. 2002, *Phys. Rev. E*, 66, 066307
 Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., et al. 2003, *A&A*, 406, 1061
 Buchlin, E., Velli, M., & Galtier, S. 2004, in *Proc. Conf. SOHO 15, Coronal Heating*, ESA SP-575
 Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., & Dennis, B. R. 1993, *Sol. Phys.*, 143, 275
 Dmitruk, P., Gómez, D. O., & DeLuca, E. E. 1998, *ApJ*, 505, 974
 Einaudi, G., Velli, M., Politano, H., & Pouquet, A. 1996, *ApJ*, 457, L113
 Farge, M. 1990, in *Topological Fluid Dynamics*, ed. H. Moffat (Cambridge University Press)
 Frick, P., & Sokoloff, D. 1998, *Phys. Rev. E*, 57, 4155
 Georgoulis, M. K., Velli, M., & Einaudi, G. 1998, *ApJ*, 497, 957
 Giuliani, P., & Carbone, V. 1998, *Europhys. Lett.*, 43, 527
 Gledzer, E. B. 1973, *Sov. Phys. Dokl.*, 18, 216
 Gloaguen, C., Léorat, J., Pouquet, A., & Grappin, R. 1985, *Physica D*, 17, 154
 Hudson, H. S. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 357
 Lepreti, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2001, *ApJ*, 555, L133
 Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
 Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 194501
 Pearce, G., Rowe, A. K., & Yeung, J. 1993, *A&AS*, 208, 99
 Sanz, J. L., Herranz, D., & Martínez-González, E. 2001, *ApJ*, 552, 484
 Wheatland, M. S., & Litvinenko, Y. E. 2002, *Sol. Phys.*, 211, 255
 Wheatland, M. S., Sturrock, P. A., & McTiernan, J. M. 1998, *ApJ*, 509, 448
 Yamada, M., & Ohkitani, K. 1987, *J. Phys. Soc. Jpn*, 56, 4210
 Yamada, M., & Ohkitani, K. 1988a, *Progr. Theo. Phys.*, 79, 1265
 Yamada, M., & Ohkitani, K. 1988b, *Phys. Rev. Lett.*, 60, 983

A statistical study of SUMER spectral images: events, turbulence, and intermittency

E. Buchlin^{1,2,*}, J.-C. Vial¹, and P. Lemaire¹

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS - Université Paris-Sud, Bât. 121, 91405 Orsay Cedex, France
e-mail: e.buchlin@imperial.ac.uk

² Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, Largo E. Fermi 2, 50125 Firenze, Italy

Received 26 October 2005 / Accepted 23 January 2006

ABSTRACT

We analyze a series of full-Sun observations performed with the SoHO/SUMER instrument between March and October 1996. Some parameters (radiance, shift and width) of the S VI 93.3 nm, S VI 94.4 nm, and Ly ϵ line profiles were computed on board. Radiances and line-of-sight velocities in a large central region of the Sun are studied statistically: distributions of solar structures, field Fourier spectra and structure functions are obtained. The structures have distributions with power-law tails, the Fourier spectra of the radiance fields also display power laws, and the normalized structure functions of the radiance and velocity fields increase at small scales. These results support the idea of the existence of small scales, created by turbulence, and of intermittency of the observed fields. These properties may provide insight into the processes needed for heating the transition region, or, if confirmed in the corona, the corona itself. The difficulties encountered in this analysis, especially for the velocity data, underline the need for sensitive ultraviolet imaging spectrometers.

Key words. Sun: transition region – Sun: flares – turbulence

1. Introduction

The mechanism heating the solar corona to millions of degrees kelvin remains an open problem, but it is generally understood that a large part of the energy dissipation must occur at scales that are smaller than the structures that can be resolved by observations (≈ 100 km), perhaps as small as 10 to 100 m (the Kolmogorov turbulent cascade dissipation scale). One of the most successful approaches to fill this four-order-of-magnitude wide gap is to assume that the statistics obtained at observable scales are still valid at the smallest scales. The properties of the global system, from observable to non-observable scales, can then be investigated. This, for example, is the idea underlying Hudson's (1991) critical power-law slope of -2 for the distribution of flare energies.

1.1. Statistics from previous observational studies

Distributions of events. The measurement of the power-law slope for the lowest energy flares has been a major goal of coronal physics in the last decade. Aschwanden et al. (2000) summarized the distributions of event energies that were obtained at wavelengths from X rays to ultraviolet (UV), and for event energies covering eight orders of magnitude from 10^{17} J (“nanoflares”) to 10^{25} J (“flares”). It seems, as stressed by Aschwanden, that these distributions can be combined to form a unique power-law distribution of slope ≈ -1.8 .

Spectra. Fourier spectra of the radiance fields in UV and X rays have also been obtained (e.g. Martens & Gomez 1992; Gomez et al. 1993; Benz et al. 1997; Berghmans et al. 1998, from

* Present address: Space and Atmospheric Physics Department, Imperial College, London SW7 2BW, UK.

Yohkoh/SXT, NIXT and EIT). Most of them display power laws (with indices of -1.4 to -4), indicating the probable presence of turbulence.

Structure functions. Using transverse structure functions, Abramenko et al. (2002) have found that the photospheric magnetic field in active regions is intermittent (and intermittency is higher for high activity). Patsourakos & Vial (2002) have also found intermittency in the time series of radiance (light curves) of the lines Ne VIII 77.04 nm and O IV 79.02 nm. Intermittency has also been observed in situ in the solar wind velocity and magnetic field fluctuations (Burlaga 1991; Marsch & Tu 1997).

1.2. Aim of this study and selection of the data

Almost all the statistics of UV observations cited above were done on radiance images obtained by pass-band filter imaging instruments. Here we want to obtain statistics of the coronal turbulence and subsequent heating, and this requires access to more direct signatures of the basic fields of MHD, namely the 3D magnetic and velocity fields. Some statistics of the photospheric magnetic field have been obtained (cf. Abramenko et al. 2002), but they are limited to the line-of-sight component. As for coronal magnetic fields, no measurement has been obtained over a whole solar area. Concerning the coronal velocity field, to our knowledge no statistical study has yet been done in the framework of turbulence, although velocity statistics are very important in the study of turbulence. To address this subject, we need to use spectroscopic data, and SoHO/SUMER (Wilhelm et al. 1995) is still one of the solar UV spectrographs with the best performance currently available. A spectrograph also allows us to obtain “purer” data in radiance, because the line radiance is obtained by line fitting which removes the continuum background.

In order to perform statistics, we need large amounts of data, and also large fields with a good spatial resolution to compute Fourier spectra or structure functions over a wide range of scales (or frequencies). The resolution of SUMER ($\approx 1''$) allows us to reach scales close to the smallest scales observable by current UV instruments. On the other hand, scales of the order of the size of the Sun can be reached by SUMER when rastering the whole image of the Sun, as has been done in the “full-Sun” observation program which is detailed in Sect. 2.1.

We choose to restrict ourselves to quiet regions of the Sun. We examine statistical results on the turbulent state of the corona and on the resulting events of energy dissipation that heat the whole corona, active and quiet, and there is no reason a priori to exclude specific features like the supergranulation pattern or active regions. On the other hand, the statistical weight of one active region may be too high compared to the total amount of data we have, and the characteristics of a particular active region may influence the overall statistics. For this reason, we exclude data containing active regions from our analysis (but we do not perform any particular treatment concerning supergranulation); an analogous study of active regions will be the subject of a subsequent work.

2. The data

2.1. Observation program and data set

We use data from a series of 36 observations of the full Sun, done in 1996 by one of us (PL). These data (Table 1) were obtained by the SUMER spectrograph aboard the SoHO satellite (Wilhelm et al. 1995), and taken from the SoHO archive at MEDOC¹. At that time, most of the Sun was quiet, and active regions were rare. In each observation of this program, 8 rasters in the east-west direction were done with slit number 2 ($1'' \times 300''$), and they were accumulated in the north-south direction to obtain full-Sun images. The exposure time was 3 s and the slit moved (in most cases) by 4 elementary steps ($1.52''$) in the east-west direction.

Spectra were obtained with detector A of SUMER, but contrary to other observations with this instrument, these spectra (or parts of spectra) were not sent to the ground: only 5 parameters of 3 spectral lines were transmitted for each position on the Sun (i.e. position of the slit and pixel along the slit). These parameters were computed on board by SUMER. During this process, some information was lost, but this allowed us to get spectroscopic maps of the whole Sun at a high resolution ($1'' \times 1.5''$) with low telemetry use (8×10^7 bits) and quickly (within 9 h).

The following parameters (or “moments”) of spectral line profiles were obtained²:

- (1) peak spectral radiance, (2) Doppler shift and (3) width of the line S VI 93.3 nm (transition $2p^6 3s^2 S_{1/2} - 2p^6 3p^2 P_{3/2}$ at 93.340 nm, of mean peak of spectral radiance $0.57 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$);
- (4) line radiance (integrated spectral radiance) of the line Ly ϵ (transition $1s^2 S_{1/2} - 6p^2 P_{3/2}$ at 93.780 nm, of mean peak of spectral radiance $1.07 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$);
- (5) line radiance of the line S VI 94.4 nm (transition $2p^6 3s^2 S_{1/2} - 2p^6 3p^2 P_{1/2}$ at 94.455 nm, of mean peak of spectral radiance $0.29 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$).

¹ The MEDOC archive is publicly available from <http://www.medoc-ias.u-psud.fr>

² Spectroscopic data and the mean peak of spectral radiances (given for the quiet Sun) are taken from Curdt et al. (2001).

Table 1. List of the observations of the full Sun done in 1996. The 4-digit name corresponds to the date of the start of the observation (which may end on the following day). Notes: AR, active region near the center of the field of view; P1, some pointing problems, or missing data, outside of the center of the field of view; P2, these problems may affect the center; P3, important problems of pointing or missing data; 1, the raster step in the east-west direction is $1.14''$ (3 elementary steps) instead of $1.52''$ (4 elementary steps).

Name	Date	Start	End	Notes
0401	1996/04/01	12:30:43	17:20:57	1
0407	1996/04/07	20:24:54	04:56:18	
0414	1996/04/14	01:02:49	09:34:15	
0418	1996/04/18	20:11:39	04:43:05	
0424	1996/04/24	11:08:45	19:40:12	
0429	1996/04/29	01:26:38	09:58:03	
0504	1996/05/04	07:43:09	16:14:36	
0508	1996/05/08	05:09:03	13:40:28	
0512	1996/05/12	23:02:03	07:33:28	AR
0517	1996/05/17	00:47:02	08:32:43	P1
0524	1996/05/24	08:57:22	17:28:48	P1
0528	1996/05/28	12:39:04	21:10:29	P1
0603	1996/06/03	21:13:56	05:45:21	P1
0608	1996/06/08	21:10:31	05:41:56	P2
0612	1996/06/12	16:12:47	00:44:13	P1
0616	1996/06/16	22:41:43	07:13:10	
0621	1996/06/21	22:48:43	07:20:10	P3
0701	1996/07/01	19:42:26	04:13:48	P3
0706	1996/07/06	22:09:36	06:41:02	AR P2
0711	1996/07/11	17:44:09	02:15:35	
0716	1996/07/16	19:13:27	03:44:49	P2
0721	1996/07/21	18:38:19	03:09:48	
0726	1996/07/26	00:19:04	08:50:28	
0801	1996/08/01	21:07:56	05:39:21	AR
0806	1996/08/06	19:14:26	00:04:04	1
0811	1996/08/11	16:19:29	00:50:53	AR
0814	1996/08/14	06:07:09	14:05:05	P3
0816	1996/08/16	20:28:22	04:59:45	AR P2
0821	1996/08/21	14:41:18	23:12:42	P2
0828	1996/08/28	09:52:13	12:53:48	AR P3
0902	1996/09/02	00:11:00	08:42:22	P3
0906	1996/09/06	04:23:15	12:54:41	
0913	1996/09/13	21:36:32	06:07:58	P3
0924	1996/09/24	15:22:43	23:53:26	AR
0930	1996/09/30	22:02:21	06:33:47	
1005	1996/10/05	04:42:48	13:14:14	

Hereafter the moments will sometimes be referred to by their numbers.

The Ly ϵ line is emitted at a formation temperature of around 10 000 K in the high chromosphere, and the S VI lines are emitted around 200 000 K in the transition region between the chromosphere and the corona. The width (“moment” 2) is computed (on board) as the width of the interval where the line profile is higher than half its peak values, and the Doppler shift (moment 1) is the position of the center of this interval. The data are then compressed aboard SoHO (to one byte per moment per pixel), and decompressed on the ground before being analyzed (see details of compression in Appendix A).

In addition, some full spectra were recorded so as to check for the positions of the spectral windows (used for the on board computations) and for the global reliability of the computations. One of these is shown in Fig. 1. No specific problem was detected. The design of SUMER, in particular the absence of cosmic rays impacts on the detector, makes the computation of line parameters aboard quite reliable, notwithstanding the noise problem (see below in Sect. 2.3).

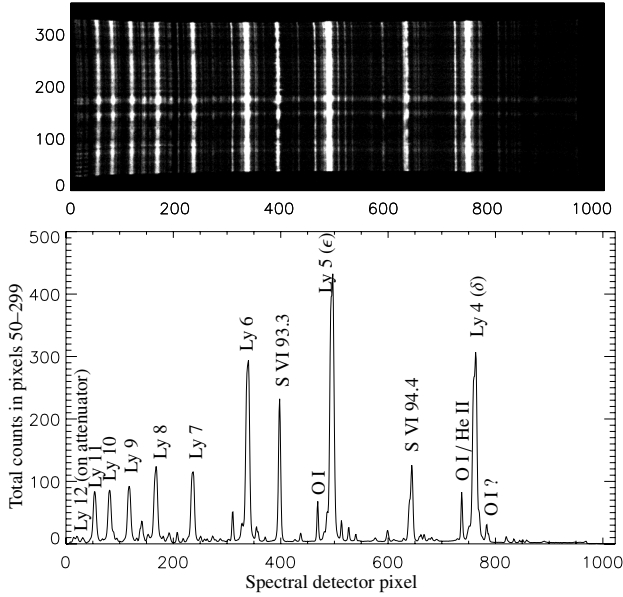


Fig. 1. *Top:* context spectrum (full detector A) taken on 4 May 1996 at 7 h 32 min UT. *Bottom:* total counts along slit between pixels 50 and 299. The S VI lines and the Lyman series of hydrogen (from Ly 4 to Ly 12) can be seen.

2.2. Correction of the data

As all the data do not come with line profiles, the usual procedures of dark current removal and flatfield correction cannot be applied. Thus we have to assume that the variations along the slit of averages of data for different dates and positions result from systematic instrumental effects and not from solar structures (actually, large structures like active regions were excluded from the computation of the averages). These averages, shown in Fig. 2, are then subtracted from the raw data (for Doppler shift) or the raw data is divided by the average (for radiances) to get corrected data. For convenience, the units of the resulting data are hereafter called “data units” and denoted *du*.

2.3. Data values and noise

The context spectra (Fig. 1), which were taken with an exposure time of 300 s, show most line profiles with a few hundreds of total counts at peak, whereas the full-Sun images were taken with a 3 s exposure time. The counts on the detector during the full-Sun observations are therefore low, which is confirmed by the distributions of the values of radiance moments (1), (4) and (5) shown in Fig. 5d, and noise is an issue. Monte Carlo simulations were performed to estimate the influence of counting statistics on the data: we started from Gaussian profiles with background, whose amplitudes were chosen according to the profiles of the context spectra ($0.1 \text{ counts pixel}^{-1}$ for the background, and up to $10 \text{ counts pixel}^{-1}$ for the line profiles), and their results (noise as a function of the line amplitude, for each kind of moment) are shown in Fig. 3. The detector noise, of the order of $10^{-4} \text{ counts s}^{-1} \text{ pixel}^{-1}$, is not taken into account. Taking an amplitude of $4 \text{ counts pixel}^{-1}$ as an example, the noise (standard deviation of the line parameters computed from the Monte Carlo simulations) is:

- $1.28 \text{ counts pixel}^{-1}$ for the peak spectral radiance (as moment 1);
- 1.64 pixels for the line shift (as moment 2);

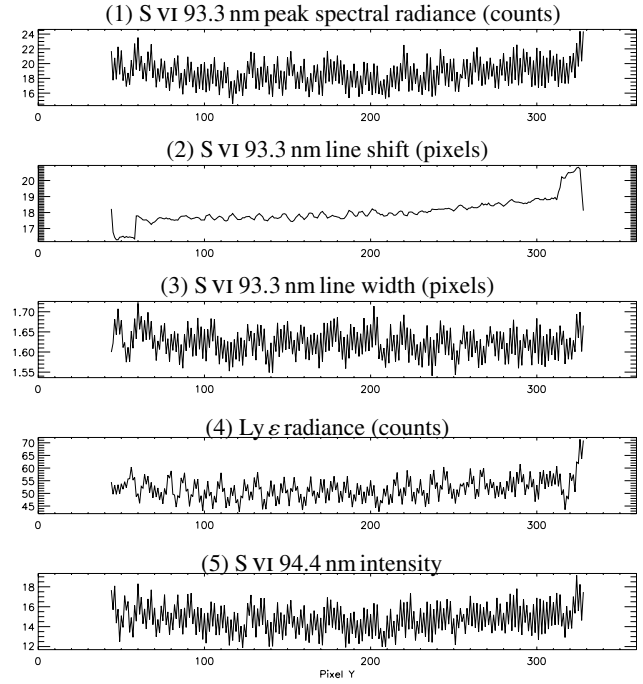


Fig. 2. Average profiles along the slit over all images (excluding specific structures), for each of the 5 moments, in counts or pixels. In particular, the well-known odd-even pattern of the detector is clearly visible. Note that these cuts represent averages around disk center only.

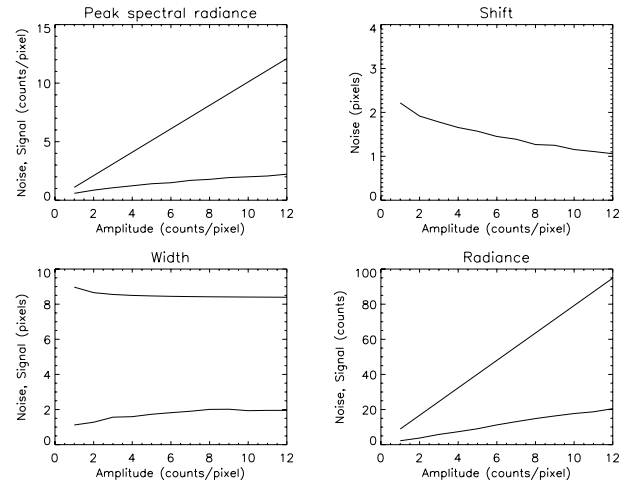


Fig. 3. Noise (lower curves) and signal (upper curves, when relevant) in each pixel as a function of the amplitude of the Gaussian profile used for the Monte Carlo simulations, for peak spectral radiance, line shift, line width, and line radiance.

- 1.77 pixels for the line width (as moment 3);
- 8.4 counts for the line radiance (as moments 4 and 5).

These values, extracted from the plots of Fig. 3, are consistent with the sensitivity predicted during the mission preparation (Wilhelm et al. 1989).

Among the radiance and line shift data we use, the most acute noise problem comes from moment 2 (Doppler shift of S VI 93.3 nm): as can be seen in Fig. 4, most of the data are contained in the error bars coming from a $1\text{-}\sigma$ evaluation of the noise from the Monte-Carlo simulations, thus noise can account for most of the dispersion of the data in moment (2). Furthermore this moment is saturated due to the limited width of the spectral

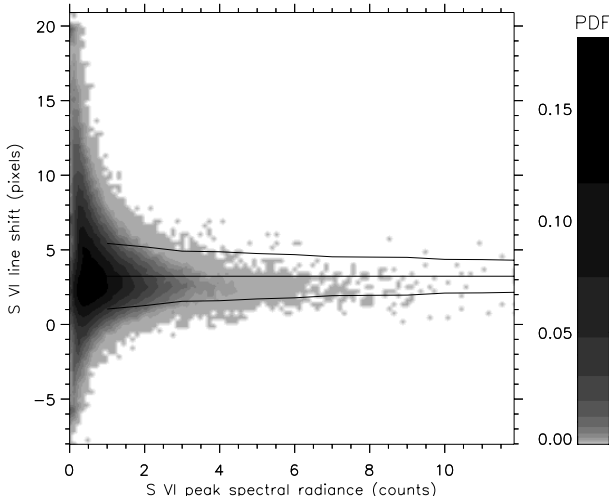


Fig. 4. Joint probability distribution function (PDF) of moments 1 (S VI 93.3 nm peak spectral radiance) and 2 (S VI 93.3 nm line shift), in data units (counts and pixels). The horizontal line superimposed on this plot is the median of moment (2), and the other curves are the median plus or minus the standard deviation of the noise computed by the Monte Carlo simulations (Fig. 3), as a function of moment (1), assuming that the noise in moment (1) is low.

window used to compute the line shift and due to the compression algorithms (Appendix A), and this saturation is still visible in the wings of the distribution of the corrected moment (as seen in Fig. 5d.2); however, this concerns only 0.5 % of the pixels and the effect on the statistics is weak.

2.4. Construction of full-Sun images

The 8 rasters for each observation are put together first by using the pointing coordinates from the headers of the data files then by a further adjustment so that the limbs on neighboring rasters fit exactly. Figure 5a shows the resulting images for observation 0721. However, the boundaries between rasters can still be seen, mainly because the observation times of adjacent pixels in different scans can be separated by up to 2 h, and during this time the Sun has rotated by 1.1° in longitude, or $19''$ at disk center as seen by SoHO. For this reason, when the statistics imply spatial information, we work with data coming from only one raster at a time. This fact does not reduce the interest of using these full-Sun images to do statistics, as we still have data with a large number of pixels produced in a short time.

2.5. Profiles of the spectral images along the equator

We produce averaged profiles of the corrected moments along the equator of the Sun, in a $200''$ -wide band on either side (note that here and hereafter we approximate the Sun by a sphere and the projection of the solar equator with the solar disk diameter which is parallel to the X axis). To do this, we need to (1) take into account the variation of the apparent size of the Sun (due to the eccentricity of SoHO's orbit around the Sun), which can be seen in Fig. 6: the solar X coordinates of the profiles are normalized to a common solar diameter before computing the average of the profiles; (2) take into account the curvature of the limb along the width of the band used to compute the average profiles. The resulting profiles, shown in Fig. 5b, present interesting features, like strong limb brightenings in the S VI lines (moments 1 and 5), which can also be seen in the images of Fig. 5a. The

average profiles of these radiances are consistent with the theoretical $1/\mu$ limb brightening of optically thin lines (with $\mu = \cos \alpha$ and α the angle between the normal to the solar surface and the line of sight). The fit for moment 1 (S VI 93.3 nm spectral radiance) gives $(0.14 \pm 0.05) + (0.75 \pm 0.03)/\mu$ with $\chi^2 = 5.7 \times 10^{-3}$ and is shown in Fig. 7. A limb brightening in the Ly ϵ radiance (moment 4), although weaker because this line is optically thicker than the S VI lines, has also been measured and can be seen in Figs. 5a, b.

The S VI 93.3 nm line shift (moment 2), also shown in Fig. 5b, presents a curvature that can be interpreted as follows. Let θ and φ be respectively the heliographic latitude and longitude, with the origin on the line of sight towards the observer. Assuming that the Sun is a sphere of radius R , rotating at an angular velocity $\Omega(\theta)$ around a north-south axis perpendicular to the line of sight³, and assuming that matter flows down at a radial velocity $u(\theta, \varphi)$, the observed velocity, projected on the line of sight, with positive values for downflows, is:

$$\begin{aligned} v_{\text{los}} &= \Omega(\theta) \cdot R \cos \theta \cdot \sin \varphi + u(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi \\ &= \Omega(\theta) \cdot x + u(\theta, \varphi) \cdot \sqrt{1 - (x^2 + y^2)/R^2} \end{aligned} \quad (1)$$

where $x = R \cos \theta \cdot \sin \varphi$ and $y = R \sin \theta$ are the heliocentric coordinates. The fit of the profile of moment (2) by this function (Fig. 8) gives $\Omega = (5 \pm 5) \times 10^{-5} \text{ du}''$ and $u = 1.8 \pm 0.1 \text{ du}$ with $\chi^2 = 7.9 \times 10^{-3}$, where du is the data unit for moment (2). Note that a null velocity corresponds to $-1.6 \pm 0.1 \text{ du}$.

On the other hand, the unit of line shift given by the decompression routines is one pixel on the detector in the direction of spectral dispersion, i.e. 0.0044 nm at a wavelength of $\lambda = 94 \text{ nm}$, or a 14 km s^{-1} downflow. We would thus expect that $\Omega = 15 \times 10^{-5} \text{ du}''$. There is a disagreement with the value of Ω obtained previously, indicating that the fit of solar rotation from average equatorial velocity profiles is perhaps not a good way to determine the velocity calibration in the case of these observations. The origin of this problem may be the low signal (see Sect. 2.3), which makes it difficult to see the effects of solar rotation (expected to be $\pm 2 \text{ km s}^{-1}$ on the limb). We retain the value 14 km s^{-1} for the velocity unit, which seems to be the most reliable and which gives physical values for u which are more consistent with previous observations in the same line (Brekke et al. 1997; Chae et al. 1998; Peter & Judge 1999).

The S VI 93.3 nm line width (moment 3) is also larger near the limb. This increase is easily explained by an increase at the limb (due to projection) of the optical depth of this optically thin line: the velocity field of the matter emitting in this line is averaged over a longer line-of-sight near the limb than at disk center.

3. Statistical analysis

3.1. Statistics of structures

Bright structures visible in images can be identified with energy dissipation events. Here we use the same method as in Aletti et al. (2000) to define structures: one structure is a set of pixels whose radiance is above a threshold L_{thr} , i.e. a maximal connex part (cluster) of the set of image pixels with

³ We consider that the heliographic latitude B_0 of the disk center is 0, i.e. that SoHO is in the equatorial plane; this is an approximation due to the angle between this plane and the ecliptic (7.23°), and because of the excursions of SoHO's orbit outside the ecliptic. But it would only add a second-order contribution to the restriction of Eq. (1) to the equator ($\theta = 0$).

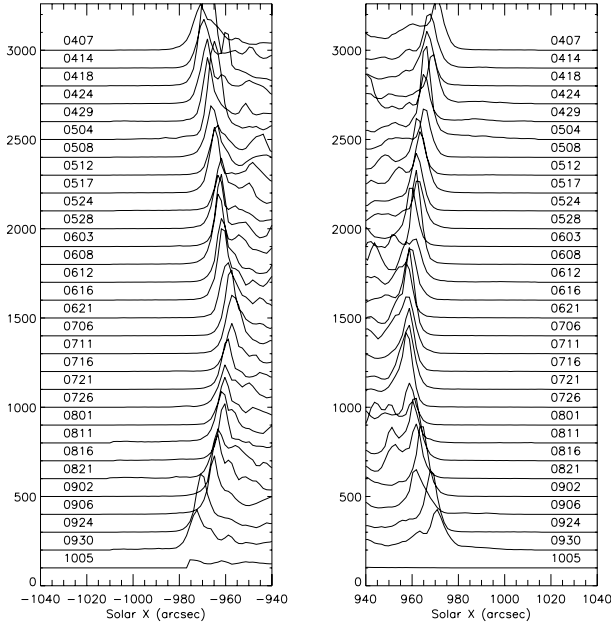


Fig. 6. Profiles of S VI 93.3 nm radiance in a 100-pixel-wide band around the equator, as a function of solar X , for all observation dates. The units of radiance are data units, and each profile is shifted by 100 units from the previous one.

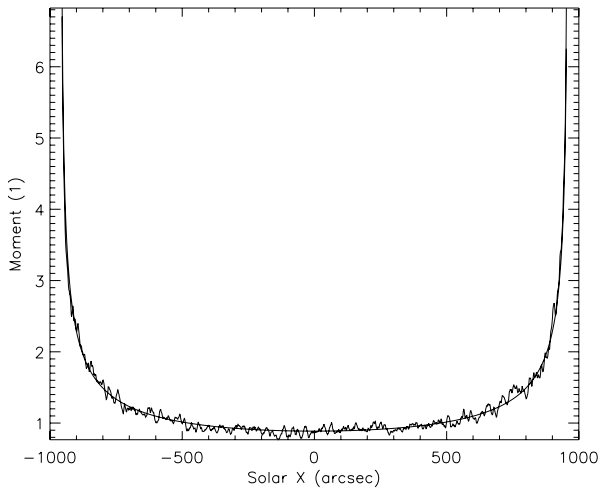


Fig. 7. Average profile of moment (1) (S VI 93.3 nm peak spectral radiance, in data units) along the equator, fitted to the $1/\mu$ theoretical function. Pixels at the limb and outside of the limb, where the optically thin plan-parallel approximation is not valid anymore, have been excluded from the plot.

radiance above the threshold. Such structures, found using moment (1) (S VI 93.3 nm spectral radiance) on 21 July 1996 and with a threshold L_{thr} set to the average radiance plus one standard deviation, are outlined in Fig. 9 (top); 2313 of them were found in a central area of 700×270 pixels. Since the time difference between successive images is too long, we cannot use the time information as in Parnell & Jupp (2000).

Let $P_k = \{p_{j,k}, j \in J_k\}$ be the set of pixels in a structure labeled k (J_k is the set of the indices j of these pixels); the radiance (e.g. moment 1) of the pixel $p_{j,k}$ is called $L_{j,k}$. The intensity I_k of the event of energy dissipation corresponding to the structure labeled k is then defined as the integrated radiance on the structure, i.e. $I_k = \sum_{j \in J_k} L_{j,k}$. For the central field of 21 July 1996,

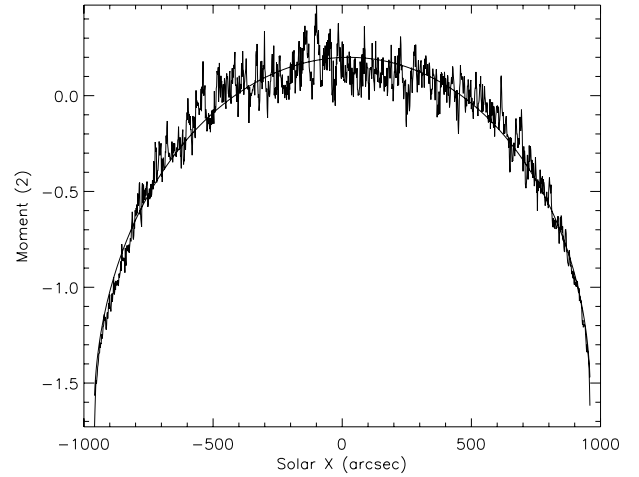


Fig. 8. Average profile along the equator of moment (2) (line shift of S VI 93.3 nm, in data units), adjusted to the theoretical profile given by Eq. (1).

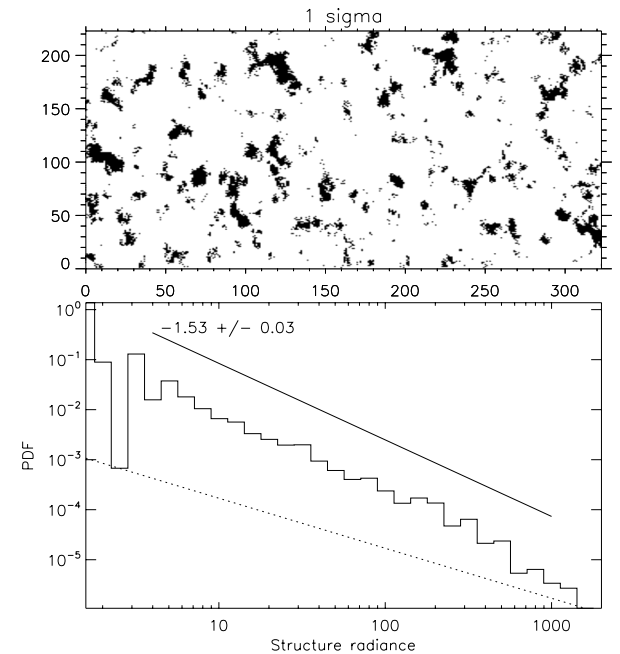


Fig. 9. *Top:* structures (black clusters) determined by a spectral radiance threshold of S VI 93.3 nm (average plus one standard deviation), on a part of the central field, on 21 July 1996. *Bottom:* probability distribution function (PDF) of the spectral radiance integrated over these structures, and its fit to a power law. The dotted line represents one event per variable-width histogram bar and is shown as an indication of the statistical noise coming from the construction of the histogram.

we obtain a power-law distribution⁴ of index -1.53 ± 0.03 over more than two decades, as can be seen on the bottom of Fig. 9. This analysis is repeated on the 25 best images, and we obtain 40920 structures, whose intensity is distributed as a power law of index -1.57 ± 0.01 (Fig. 10). Compared to the distribution for 21 July 1996, this distribution is extended towards high intensities because of rare, but intense, events appearing at some other dates. The results for the other radiance moments are similar and are summarized in Table 2. The error bars are the uncertainties

⁴ The probability distribution functions (PDF) are obtained by building an histogram and then dividing the height of the bars by the total number of elements and by the width of the current bar.

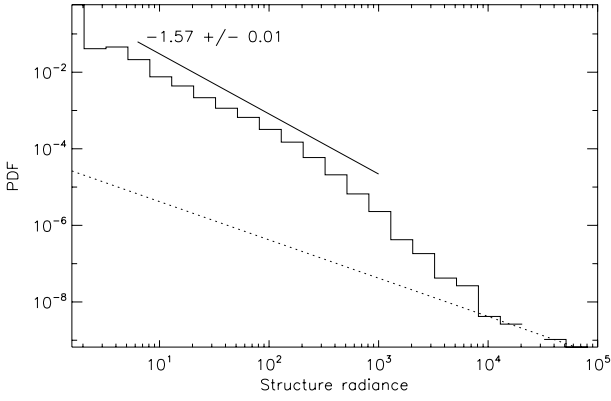


Fig. 10. Distribution of the S VI 93.3 nm radiance integrated over structures defined as in Fig. 9 and over the 25 best images, and its fit to a power law. The dotted line represents one event per variable-width histogram bar.

Table 2. Slopes of power-law distributions of structures found in the maps of radiance moments (S VI 93.3 nm spectral radiance, Ly ϵ radiance and S VI 94.4 nm radiance). Note that the given uncertainties do not take into account those coming from the choice of the fitting range (see text).

Obs. time (s)	Moment (1) S VI 93.3 nm	Moment (4) Ly ϵ	Moment (5) S VI 94.4 nm
On 0721	-1.53 ± 0.03	-1.46 ± 0.03	-1.67 ± 0.03
On average	-1.57 ± 0.01	-1.44 ± 0.01	-1.74 ± 0.01

on the results of the linear fit of the histograms in logarithmic scale, taking into account Poisson statistics in the counts of events in each histogram bar. However, they do not take into account the uncertainties coming from the selection of the fitting range, which could be evaluated to 0.1 approximately.

These slopes are steeper than the slope -1.2 found with a similar method by Aletti et al. (2000) on SoHO/EIT images. On the other hand, they are less steep than the slopes of the distributions of event energies found by Aschwanden et al. (2000) or Parnell & Jupp (2000) for example, who use a different method: they use time information (like time clustering to find events), and they use some hypotheses to derive event energies from their radiance data. This derivation is highly non-trivial, as it depends on the relation between temperature and thermal energy, on the relation between the area and thickness of the emitting structures, on temperature and density diagnostics from observations, on the filling factor, etc. Here we have chosen to remain close to the observable variables, so as to get results independent of the assumptions needed to derive event energies. However, note that the integrated radiance is not the event energy, and, as it is not computed over the whole spectrum, it is not even the radiative loss during the event.

3.2. Fourier spectra

The omnidirectional Fourier spectrum $P(k)$ of a field is obtained by computing the integral of the 2D Fourier power spectrum $P_{2D}(k_x, k_y)$ of the field (which takes into account the different resolutions in the x and y directions, and using a cosine apodization function in both directions) over a ring of radius k :

$$P(k) dk = k dk \int_0^{2\pi} d\theta P_{2D}(k \cos \theta, k \sin \theta). \quad (2)$$

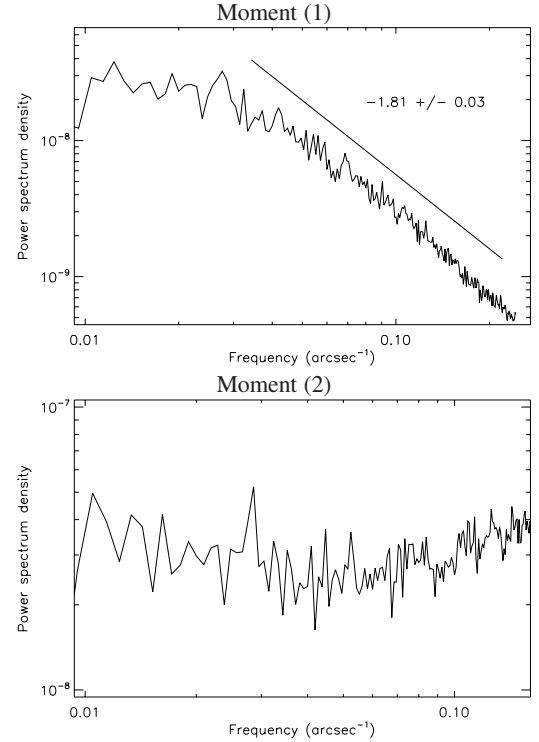


Fig. 11. Spatial Fourier spectra of moments 1 (S VI 93.3 nm spectral radiance) and 2 (S VI 93.3 nm line shift), on a central field of the Sun, on 21 July 1996.

In practice, this is done by computing the average of P_{2D} over the grid points in 2D Fourier space that fall in the range $[k - \delta k/2, k + \delta k/2]$ and by multiplying the result by $2\pi k$.

S VI 93.3 nm spectral radiance. Figure 11.1 shows the spatial Fourier spectrum of the field of moment 1 (S VI 93.3 nm spectral radiance) as a function of the spatial frequency $f = k/2\pi$. This spectrum is fitted to a power law of index -1.81 ± 0.03 for scales lower than 25 Mm (corresponding to a $0.03''^{-1}$ spatial frequency), where a break occurs. This scale is of the order of the scale of the supergranulation, and it is the same scale as the break in the Yohkoh/SXT X-ray radiance Fourier spectrum obtained by Benz et al. (1997), although the slopes of both parts of the spectrum are different there than in the case of our observations.

S VI 93.3 nm line shift. The power-law tail of the spectrum of the radiance field indicates that small scales exist, and they may be produced by turbulence. However, the direct measurement of the spectrum of the line-of-sight velocity (or line shift of S VI 93.3 nm) – a physical parameter easier to compare to spectra predicted by theories of turbulence – does not yield satisfying results: these spectra are flat, as can be seen from Fig. 11.2 for 21 July 1996, implying that the noise in the maps of this parameter (moment 2) cannot be ignored.

3.3. Structure functions

For a scalar field $a(\mathbf{x})$, we define the increments $\delta_\ell a(\mathbf{x}) \equiv a(\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}) - a(\mathbf{x})$. The structure function $S^q(\ell)$ of index q is the q th moment of the increments $\delta_\ell a$ of the field at scale ℓ , i.e.:

$$S^q(\ell) \equiv \langle |\delta_\ell a(\mathbf{x})|^q \rangle_{\mathbf{x}, \|\boldsymbol{\ell}\|=\ell} \quad (3)$$

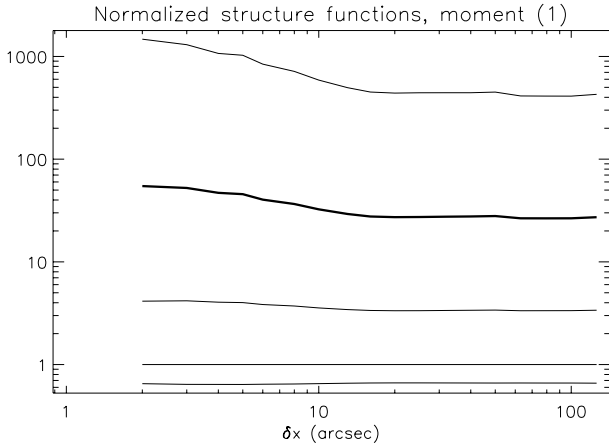


Fig. 12. Normalized structure functions of index 1 to 5 (from bottom to top) for the field of moment (1) (S VI 93.3 nm spectral radiance), averaged over 20 observations of the quiet Sun at disk center; the thick line is the flatness.

where \mathbf{x} and $\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}$ go through all the field at a given $\|\boldsymbol{\ell}\|$. The normalized structure functions are:

$$S_{\text{norm}}^q(\ell) \equiv S^q(\ell) / (S^2(\ell))^{q/2} \quad (4)$$

$S_{\text{norm}}^4(\ell)$ is called the flatness, $F(\ell)$.

In phenomenological turbulence like Kolmogorov (1941) or Iroshnikov-Kraichnan (Iroshnikov 1963; Kraichnan 1965), the structure functions of the velocity are power laws of index ζ_q with $\zeta_q \propto q$, and this leads to normalized structure functions that are constant as a function of the scale ℓ . When higher-order normalized structure functions, in particular the flatness, depend on ℓ , it is a deviation from the above-mentioned classical phenomenologies of turbulence and the field is intermittent.

S VI 93.3 nm spectral radiance. The normalized structure functions for the scalar field of moment 1 (S VI 93.3 nm spectral radiance) averaged over 20 observations of the quiet Sun at disk center are shown in Fig. 12. They clearly rise when the spatial scales become smaller, especially when smaller than 15 Mm. This rise is characteristic of correlations in the field and of intermittency, and can also be seen in the normalized structure functions of the other radiance moments (of Ly ϵ and S VI 94.4 nm). However, when studying turbulent fields, the fields in which the intermittency is of primary interest are the magnetic and velocity fields. Consequently we now examine the latter.

S VI 93.3 nm line shift. When the field is a vector field $\mathbf{a}(\mathbf{x})$, it is usually projected longitudinally when computing the structure functions (in Eq. (3), $\delta_{\ell} a(\mathbf{x})$ is replaced by $\delta_{\ell} a(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\ell} / \ell$). In our case, as well as in magnetic field observations like Abramenko et al. (2002), we have no choice but to do this projection along the line-of-sight unitary vector $\mathbf{e}_{1\text{os}}$:

$$S^q(\ell) = \left\langle \left| (\mathbf{v}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}) - \mathbf{v}(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{e}_{1\text{os}} \right|^q \right\rangle_{\mathbf{x}, \|\boldsymbol{\ell}\|=\ell} \quad (5)$$

The resulting average normalized structure functions are shown in the top of Fig. 13. Because of the noise (which is not spatially correlated) in the fields of moment (2) and perhaps because of other effects discussed later, these structure functions are much flatter than in the case of moment (1), even if a small rise at the small scales can still be seen. However, when plotting the flatnesses of the field of moment (2) at all dates used to compute the

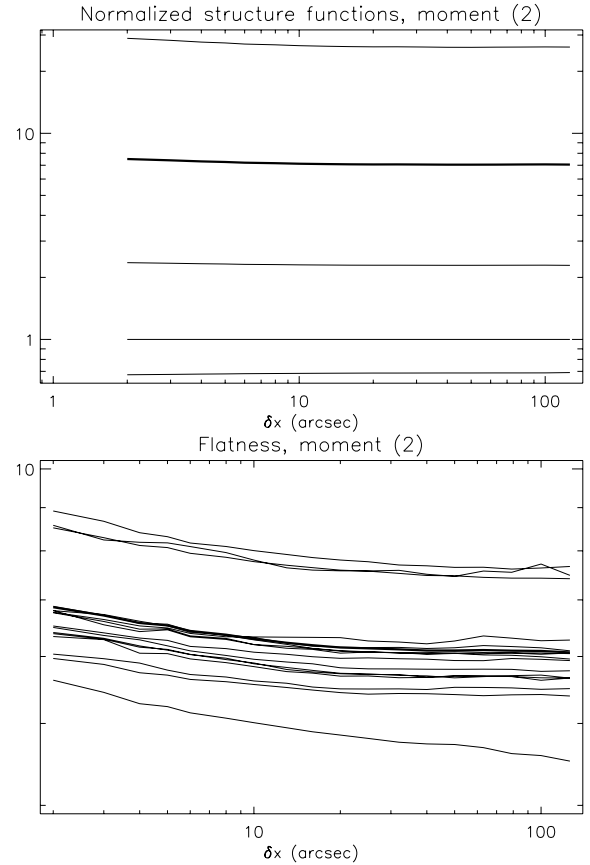


Fig. 13. Top: normalized structure functions of index 1 to 5 (bottom to top) for the field of moment (2) (S VI 93.3 nm line shift), averaged over 16 observations of the quiet Sun in the disk center; the thick line is the flatness. Bottom: flatness of the field of moment (2) at the dates used to compute the average (which is shown with the thick line).

average (Fig. 13 bottom), the rise of the flatness is systematic, and this gives a higher level of confidence in the rise observed on average. It thus seems that we can observe intermittency in the velocity field of the S VI 93.3 nm line.

4. Discussion

Many difficulties arise when attempting to compute the statistics presented here, mainly because of trade-offs between the need to obtain large fields at high spatial resolution over a limited time (during which the Sun has not changed much), and to:

- send all the required data to the ground with a given bandwidth (or to keep them temporarily in the limited SUMER memory);
- have long enough exposure times so as to have enough signal.

Because of the first trade-off we need to compute the moments of the lines on board and compress them by limiting their dynamics (see Appendix A), and the second trade-off is at the origin of the noise problem, which is particularly important for the line shift data (moment 2). But with the current instruments there is no other alternative: we think that the data set we used here is one of the most adapted to the purpose.

Despite the difficulties, the tentative results presented here support the presence in the transition region of small scales created by turbulence and the intermittent nature of turbulent fields.

To our knowledge this is the first determination of the intermittency of the velocity field in an ultraviolet line. These small scales, at which dissipation is more efficient, may play a role in the heating of the plasma of the solar upper atmosphere, particularly of the corona (if confirmed by similar observations in hotter lines).

Improved observations should be obtained with more sensitive spectrographs, such as the ones from Solar B and Solar Orbiter, which will allow us to make progress by increasing spatial resolution while also increasing counting statistics and thus allow, in particular, a better determination of the velocity field. However, there will still be compromises to be made on the path to “ideal” observations which would have less noise, better spatial and temporal resolution, and which would include lines emitted at hotter temperatures further up in the corona, closer to where the heating is believed to take place. One step further could be attained by using novel ultraviolet imaging spectrograph designs, such as the MOSES spectro-imager (Kankelborg & Thomas 2001) or an Imaging UV Fourier Transform Spectrometer (Millard et al. 2004).

Acknowledgements. The authors acknowledge partial financial support from the PNST (Programme National Soleil–Terre) program of INSU (CNRS) and from European Union grant HPRN-CT-2001-00310 (TOSTISP network). They would like to thank Klaus Wilhelm and the anonymous referee for their valuable comments on this paper. The SUMER project is supported by DLR, CNES, NASA and the ESA PRODEX Programme (Swiss contribution). SoHO is a project of international cooperation between ESA and NASA.

Appendix A: The compression algorithm

The need to send the data of several full-Sun images (one per moment) to the ground at high resolution, in a limited time and with a limited bandwidth (10.5 kbps), forced us not only to compute the moments on board (“compression” method number 17 of the SUMER Operations Guide) but also to limit the number of bits used for one moment in one pixel. The principle of this second “compression” is to reduce the dynamics to an 8-bit unsigned byte and to saturate high (and low, in the case of line shifts) values.

To perform this, the function `near` is defined by the code corresponding to:

$$\text{near}(x) = \text{byte}(\min(x + 0.5, 255)) \quad (\text{A.1})$$

where `min(•, •)` returns the smallest of its both arguments and `byte(•)` transforms its argument into a one-byte integer lower approximate value.

If M_1, \dots, M_5 are the 5 moments computed by the compression scheme number 17 for one pixel of the image, then the values transmitted to the ground are:

$$M'_1 := \text{near}(255 M_1 / C_1) \quad (\text{A.2})$$

$$M'_2 := \text{near}(\max(10 M_2 + 128, 0)) \quad (\text{A.3})$$

$$M'_3 := \text{near}(10 M_3) \quad (\text{A.4})$$

$$M'_4 := \text{near}(255 M_4 / C_2) \quad (\text{A.5})$$

$$M'_5 := \text{near}(255 M_5 / C_3) \quad (\text{A.6})$$

where C_i is the COMPARI parameter given in the headers of the FITS file.

The inverse operation is performed on the ground to recover approximations of the original values of M_1, \dots, M_5 .

On-board computation of the moments and further compression of the data were necessary to get the results presented in this paper from SoHO/SUMER data. However, future observations of this kind should learn from the limitations found here: even if they could still benefit from such a method, there is a need for more signal in the original spectral data, and for a compression scheme that allows better dynamics (like a lossless compression scheme applied to data with more than 8 bits).

References

- Abramenko, V. I., Yurchyshyn, V. B., Wang, H., Spirock, T. J., & Goode, P. R. 2002, *ApJ*, 577, 487
- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., et al. 2000, *ApJ*, 544, 550
- Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., et al. 2000, *ApJ*, 535, 1047
- Benz, A. O., Krucker, S., Acton, L. W., & Bastian, T. S. 1997, *A&A*, 320, 993
- Berghmans, D., Clette, F., & Moses, D. 1998, *A&A*, 336, 1039
- Brekke, P., Hassler, D. M., & Wilhelm, K. 1997, *Sol. Phys.*, 175, 349
- Burlaga, L. F. 1991, *Geophys. Res. Lett.*, 18, 1651
- Chae, J., Yun, H. S., & Poland, A. I. 1998, *ApJS*, 114, 151
- Curdt, W., Brekke, P., Feldman, U., et al. 2001, *A&A*, 375, 591
- Gomez, D. O., Martens, P. C. H., & Golub, L. 1993, *ApJ*, 405, 767
- Hudson, H. S. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 357
- Iroshnikov, P. 1963, *Astron. Zh.*, 40, 742
- Kankelborg, C. C., & Thomas, R. J. 2001, in *Proc. SPIE*, 4498, UV/EUV and Visible Space Instrumentation for Astronomy and Solar Physics, O. H. Siegmund; S. Fineschi; M. A. Gummin; Eds., 16
- Kolmogorov, A. 1941, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30, 299
- Kraichnan, R. 1965, *Phys. Fluids*, 8, 1385
- Marsch, E. & Tu, C.-Y. 1997, *Nonlinear processes in Geophysics*, 4, 101
- Martens, P. C. H., & Gomez, D. O. 1992, *PASJ*, 44, L187
- Millard, A., Lemaire, P., & Vial, J.-C. 2004, in 35th COSPAR Scientific Assembly, 1749
- Parnell, C. E., & Jupp, P. E. 2000, *ApJ*, 529, 554
- Patsourakos, S., & Vial, J.-C. 2002, *A&A*, 385, 1073
- Peter, H., & Judge, P. G. 1999, *ApJ*, 522, 1148
- Wilhelm, K., Axford, W., Curdt, W., et al. 1989, in *The SOHO Mission (ESA-SP-1104)*, scientific and technical aspects of the instruments (ESA), 31
- Wilhelm, K., Curdt, W., Marsch, E., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 189

SHELL MODELS OF RMHD TURBULENCE AND THE HEATING OF SOLAR CORONAL LOOPS

E. BUCHLIN^{1,2} AND M. VELLI^{1,3}

Received 2006 June 24; accepted 2007 January 11

ABSTRACT

A simplified nonlinear numerical model for the development of incompressible magnetohydrodynamics in the presence of a strong magnetic field \mathbf{B}_{\parallel} and stratification, nicknamed “Shell-Atm,” is presented. In planes orthogonal to the mean field, the nonlinear incompressible dynamics is replaced by two-dimensional shell models for the complex variables u and b , allowing one to reach large Reynolds numbers while at the same time carrying out sufficiently long integrations to obtain good statistics at moderate computational cost. The shell models of different planes are coupled by Alfvén waves propagating along \mathbf{B}_{\parallel} . The model may be applied to open or closed magnetic field configurations where the axial field dominates and the plasma pressure is low; here we apply it to the specific case of a magnetic loop of the solar corona heated by means of turbulence driven by photospheric motions, and we use statistics for its analysis. The Alfvén waves interact nonlinearly and form turbulent spectra in the directions perpendicular and, through propagation, also parallel to the mean field. A heating function is obtained and shown to be intermittent; the average heating is consistent with values required for sustaining a hot corona and is proportional to the aspect ratio of the loop to the -1.5 power, and characteristic properties of heating events are distributed as power laws. Cross-correlations show a delay of dissipation compared with energy content.

Subject headings: MHD — Sun: corona — Sun: flares — turbulence

Online material: color figures

1. INTRODUCTION

Magnetohydrodynamic (MHD) turbulence in the presence of a mean magnetic field, with or without density and gravitational gradients, plays a role in many environments, ranging from stellar coronae and winds (Klein et al. 1991) to the interstellar medium (Desai et al. 1994) and accretion disks. In such regions, energy may be transferred, accumulated, and dissipated in a way that is inherently anisotropic (Shebalin et al. 1983; Oughton et al. 1994; Kinney & McWilliams 1998; Müller et al. 2003; Oughton et al. 2004).

In particular, in solar coronal physics, where one of the main problems is to understand how the corona can be sustained at more than a million kelvins, it is believed that the necessary heating could be produced at small scales generated by a nonlinear cascade along a turbulent spectrum (Heyvaerts & Priest 1992; Gómez & Ferro Fontán 1992). Furthermore, as flux tubes (e.g., in the form of coronal loops or coronal funnels) are omnipresent, the anisotropy coming from the dominant magnetic field may be a central feature of the processes governing energy dissipation, such as the nonlinear collisions of counterpropagating Alfvén wave packets. It can thus be expected that solving the coronal heating problem, that is, understanding how the temperature of the corona can be sustained, may require one to understand the details of the turbulent dynamics of MHD in these environments.

One way to study the dynamics of such systems is to perform direct numerical simulations (DNSs). In the case of anisotropic MHD, DNSs have provided insight into subjects such as the anisotropy of the spectra (e.g., Kinney & McWilliams 1998; Oughton et al. 2004), the parametric decay of Alfvén waves

(e.g., Del Zanna et al. 2001), and Alfvén wave filamentation (e.g., Passot & Sulem 2003). MHD simulations are also used to study the topology of magnetic field lines and magnetic reconnection in the corona (e.g., Aulanier et al. 2005). But the Reynolds numbers attained in all the DNSs up to now are below 10^3 , while they are believed to be 10^{12} – 10^{14} in the corona. DNSs are very far from being able to represent all the scales of turbulence in the corona; there is a huge gap to fill. Furthermore, as statistics are of great help in the study of turbulence, attempts have been made to statistically analyze energy dissipations produced by DNSs. Distributions of events have been, for instance, presented by Dmitruk et al. (1998) and Georgoulis et al. (1998) from two-dimensional DNSs of reduced MHD. But it is still difficult to get significant statistics from three-dimensional DNSs, and it is even more difficult when trying to go to higher Reynolds numbers, because then the grid resolution must be higher and the computations of the model are too slow. For all these reasons, there is a need for simplified numerical models of MHD that can run sufficiently fast to get statistics of turbulence at high Reynolds numbers while retaining the most relevant features of MHD turbulence.

Several approaches have been used to build such simplified numerical models of MHD. For example, the self-organized criticality (SOC) behavior of MHD systems can be modeled with cellular automata, where the interactions of individual cells translate into a global statistical behavior of the whole system, following the first models of Lu & Hamilton (1991) and Lu et al. (1993). However, the need for physical realism is not entirely addressed by the cellular automata, despite efforts to include the constraints that issue from the MHD equations (Vlahos et al. 1995; Isliker et al. 2000, 2001; Buchlin et al. 2003).

Another approach is to simplify the nonlinear interactions by reducing the number of modes that are allowed to interact nonlinearly. In the context of coronal loops, a shell-model approach has been used by Nigro et al. (2004, 2005). We have developed a similar numerical model independently, starting from the reduced MHD equations but allowing for stratification of the plasma. This

¹ Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, I-50125 Florence, Italy.

² Space and Atmospheric Physics Group, Blackett Laboratory, Imperial College London, London SW7 2BW, UK.

³ Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91109.

numerical code, nicknamed ‘‘Shell-Atm,’’ allows one to reach (kinetic and magnetic) Reynolds numbers unachieved before. In this paper, we focus on the problem of a coronal loop where energy is forced into the system by footpoint motions, describing in detail the dynamics of the heating events, turbulence spectra, statistics, and scaling laws.

2. DESCRIPTION OF THE SHELL-ATM MODEL

We start from an approximation to incompressible MHD known as reduced MHD (RMHD; Kadomtsev & Pogutse 1974; Strauss 1976), which is valid when the plasma β -parameter (kinetic over magnetic pressure) is low, the domain has a large aspect ratio ($a = l/L \ll 1$), and the poloidal field is small compared with a strong axial external \mathbf{B}_{\parallel} magnetic field ($B_{\perp}/B_{\parallel} \lesssim a$). In this approximation, the largest extension L of the domain defines the parallel direction, or z -axis, and the velocity field is only composed of fluctuations \mathbf{u}_{\perp} orthogonal to the z -axis; the magnetic field can be decomposed into $\mathbf{B}_{\parallel} + \mathbf{B}_{\perp}$, where $\mathbf{B}_{\parallel} = B_{\parallel} \hat{\mathbf{e}}_z$ is the average magnetic field, parallel to the z -axis, and \mathbf{B}_{\perp} is a perpendicular fluctuation. Throughout, we normalize the magnetic fields by $(\mu_0 \rho)^{1/2}$, considering for the moment a medium with uniform density ρ_0 [$\mathbf{b}_{\parallel} = \mathbf{B}_{\parallel}/(\mu_0 \rho)^{1/2}$ and $\mathbf{b}_{\perp} = \mathbf{B}_{\perp}/(\mu_0 \rho)^{1/2}$]. The equations of RMHD become

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{\perp}}{\partial t} + \mathbf{u}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{u}_{\perp} = -\nabla_{\perp} \left(\frac{p}{\rho_0} + \frac{1}{2} b_{\perp}^2 \right) + \mathbf{b}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{b}_{\perp} + b_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{b}_{\perp}}{\partial z} + \nu \nabla_{\perp}^2 \mathbf{u}_{\perp}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}_{\perp}}{\partial t} = \mathbf{b}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{u}_{\perp} - \mathbf{u}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{b}_{\perp} + b_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{u}_{\perp}}{\partial z} + \eta \nabla_{\perp}^2 \mathbf{b}_{\perp}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{\perp} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{b}_{\perp} = 0. \quad (3)$$

As one can see from these equations, the nonlinear dynamics is confined to the planes perpendicular to the mean field \mathbf{B}_{\parallel} , while Alfvén waves propagate along the mean field. Direct simulations of these equations in one plane (Dmitruk et al. 1998; Georgoulis et al. 1998) and in a three-dimensional (3D) box (Dmitruk et al. 2003) have been carried out, but the Reynolds numbers obtained with such simulations are much too low to obtain a realistic inertial range of turbulence and long-term statistics. It is therefore our interest to simplify this model further by reducing the dynamics in the planes. This can be done by using shell models, as described below.

The plasma of the solar corona and solar wind is stratified, so one must allow for gradients of the mass density ρ even while considering incompressible couplings. Stratification couples incompressible Alfvén waves by introducing variations in Alfvén speed and, therefore, reflection (as well as amplification or depression of amplitudes due to the conservation of energy flux). Such terms may be written more clearly in terms of the Elsässer variables $\mathbf{Z}^{\pm} = \mathbf{u}_{\perp} \pm \mathbf{b}_{\perp}$ [with $\mathbf{b}_{\perp} = \mathbf{B}_{\perp}/(\mu_0 \rho)^{1/2}$], in which case the effect of stratification on the linear propagation of modes may be written as

$$\frac{\partial \mathbf{Z}^{\pm}}{\partial t} \pm \mathbf{b}_{\parallel} \cdot \nabla \mathbf{Z}^{\pm} \mp \mathbf{Z}^{\mp} \cdot \nabla \mathbf{b}_{\parallel} \pm \frac{1}{2} (\mathbf{Z}^{\mp} - \mathbf{Z}^{\pm}) \nabla \cdot \mathbf{b}_{\parallel} = 0 \quad (4)$$

(Velli 1993).

The first two terms describe the wave propagation, the third term describes the reflection of the waves by the perpendicular gradient of the Alfvén speed (which vanishes for a nondiverging flux tube), and the fourth term describes the growth or decrease

in the normalized wave amplitude due to variations in Alfvén speed—ensuring conservation of wave energy flux—as well as the isotropic part of the reflection. We will incorporate these terms into the general framework of equations (1)–(3), but first we discuss how the nonlinear couplings are modeled in the shell approximation.

2.1. Classical MHD Shell Models

In shell models of incompressible MHD turbulence (Gloaguen et al. 1985; Biskamp 1994; Giuliani & Carbone 1998; Boffetta et al. 1999; Giuliani et al. 2002), one starts by taking the Fourier transform of the MHD equations and dividing wavevector space into concentric shells $S_n = \{\mathbf{k} \mid \|\mathbf{k}\| \in [k_n, k_{n+1}]\}$ with $k_n = k_0 \lambda^n$, $n = 0, \dots, n_{\perp} - 1$, and usually $\lambda = 2$. Also, a single complex scalar value u_n is chosen to represent the original longitudinal velocity increments $[\mathbf{u}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\ell}) - \mathbf{u}(\mathbf{x})] \cdot \boldsymbol{\ell}/\ell$ on scales ℓ for $2\pi/\ell \in S_n$. The same approximation is made for the magnetic field: a scalar value b_n represents the magnetic field increments on the same scales ℓ . In this way the nonlinear interactions, originally a vector convolution in the 3D vector space, are reduced to a one-dimensional (1D) summation in terms of the shell index n . This one-dimensional model is the MHD analog of the Gledzer-Ohkitani-Yamada (GOY; Yamada & Ohkitani 1988) shell model of fluid turbulence.

One obtains the following equation, given by Giuliani & Carbone (1998):

$$\frac{dZ_n^{\pm}}{dt} = -k_n^2 (\nu^+ Z_n^{\pm} + \nu^- Z_n^{\mp}) + ik_n T_n^{\pm*} + f_n^{\pm}, \quad (5)$$

where $Z_n^{\pm} = u_n \pm b_n$ are the Elsässer-like variables, $\nu^{\pm} = (\nu \pm \eta)/2$ are combinations of kinematic viscosity and resistivity, f_n^{\pm} are external driving forces, and T_n^{\pm} is the nonlinear term, obtained by assuming (1) that the nonlinear interactions occur in triads of neighboring modes and (2) the conservation of the total pseudo-energies $E^{\pm} = \sum_n |Z_n^{\pm}|^2$ (and thus the energy $E = E^+ + E^-$ and the cross helicity $h_C = E^+ - E^-$) and a third invariant $H_K^{\pm} = \sum_n \text{sgn}(\delta - 1)^n k_n^{\alpha} |v_n|^2$, which depends on the dimensionality of the MHD system being modeled (Giuliani & Carbone 1998).

2.2. Specifics of the Shell-Atm Model

The ‘‘classical’’ GOY-like shell model that we have just presented corresponds to MHD, where the average magnetic field \mathbf{B}_{\parallel} has not yet been separated out; in the Shell-Atm model we present now, the average magnetic field \mathbf{B}_{\parallel} is separated out by starting from the RMHD equations (eqs. [1]–[3]). The new model we obtain corresponds basically to a pile of planes coupled by Alfvén waves, each containing a ‘‘classical’’ shell model for two-dimensional (2D) MHD (Fig. 1, *top*). This is similar to the loop model developed independently by Nigro et al. (2004), but the stratification of the atmosphere that we introduce allows to use this model in a large variety of cases of coronal loops or other structures (although we do not use this specific feature in the runs presented in this paper). The Shell-Atm model has the following properties:

1. The profile of the Alfvén speed $b_{\parallel}(z)$ along the mean field (i.e., the atmospheric structuring of the plasma) is given through a density stratification $\rho_0(z)$, an areal expansion factor of the flux tube $A(z)$, and magnetic flux conservation. The latter two effects imply that the width of the loop and corresponding wavenumber k_0 must also, in general, depend on z .
2. The Elsässer variables Z_n^{\pm} now depend on the position z of the plane along the main axis of the simulation box, and the left-hand

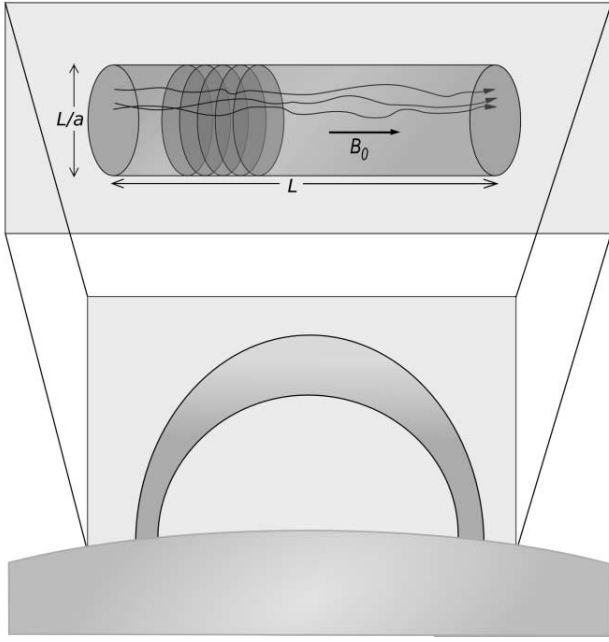


FIG. 1.— *Top*: Layout of the Shell-Atm model in the general case; shell models in planes orthogonal to \mathbf{B}_\parallel are piled up along \mathbf{B}_\parallel . *Bottom*: In the case of a coronal loop, the loop is unbent into the cylindrical simulation box.

side of equation (5) is replaced by the term $(\partial_t \pm b_\parallel \partial_z)Z_n^\pm \pm \frac{1}{4}Z_n^\pm \partial_z(\ln \rho) \pm \frac{1}{2}Z_n^\mp \partial_z b_\parallel$, corresponding to linear Alfvén wave propagation in a stratified static atmosphere (eq. [4]). As a result, the external driving forces f_n^\pm are not needed anymore, as energy can simply be input as an incoming energy flux at the boundaries.

3. The nonlinear interactions occur inside each plane, in two dimensions. In this case the third invariant of MHD is anisotropy, that is, the total square modulus of the magnetic potential (H_K^α with $\alpha = 2$). The coefficients of the nonlinear terms T_n^\pm of the shell model are then those of Giuliani & Carbone (1998) with parameters $\alpha = 2$ and $\delta > 1$ (i.e., $\delta = 5/4$ and $\delta_m = -1/3$).

To summarize, the fields of the Shell-Atm model are the complex variables $Z_n^\pm(z, t)$, which are the Elsässer-like fields $u_n(z, t) \pm b_n(z, t)$. Here n is the index of the shell, corresponding to the perpendicular wavenumber $k_n(z) = k_0(z)\lambda^n$, with $\lambda = 2$; it can be any integer (positive or negative), but for numerical computations it is convenient to assume that $Z_n^\pm(z, t)$ is zero outside some domain $[0, n_\perp - 1]$.⁴ The quantity z is the position on the axis supporting \mathbf{B}_\parallel , in a domain $[0, L]$ discretized over n_z planes. The equations of the model are

$$\begin{aligned} (\partial_t \pm b_\parallel \partial_z)Z_n^\pm \pm \frac{1}{4}Z_n^\pm \partial_z(\ln \rho) \pm \frac{1}{2}Z_n^\mp \partial_z b_\parallel \\ = -k_n^2(\nu^+ Z_n^\pm + \nu^- Z_n^\mp) + ik_n T_n^{\pm*} \end{aligned} \quad (6)$$

with T_n^\pm given by Giuliani & Carbone (1998) (with $\alpha = 2$, $\delta = 5/4$, and $\delta_m = -1/3$).

2.3. Quantities Derived from the Fields of the Model

As $Z_n^\pm(z, t)$ represents the Elsässer field at perpendicular wavenumbers included in the shell S_n and at position z , $|Z_n^\pm(z, t)|^2/4$ is the energy per unit mass at position z at time t in the modes

⁴ The energy flux from the domain $[0, n_\perp - 1]$ outward is then zero, as can easily be seen using the equation of the spectral energy flux (eq. [14]) for $n = 0$ and $n = n_\perp$.

included in shell S_n . If we assume that the modeled loop is a cylinder of diameter $2\pi/k_0$ and that, after discretization in the z -direction, the separation between planes (i.e., the thickness of each plane) is δz , then the cross section of the loop by a plane is $A = \pi^3/k_0^2$ and the volume associated with each plane is $V = A \delta z$; with a mass density ρ_0 , the mass associated with each plane is $m = \rho_0 A \delta z$ and the energy contained in the field $Z_n^\pm(z, t)$ is

$$E_n^\pm(z, t) = \frac{m}{4} |Z_n^\pm(z, t)|^2 = \frac{\rho_0 \pi^3}{4 k_0^2} \delta z |Z_n^\pm(z, t)|^2. \quad (7)$$

E_n as a function of n (for any field, position, and time) will hereafter be referred to as the “shell energy spectrum.” To obtain a 1D perpendicular spectrum (as those given by turbulence theories), we need in addition to take into account the geometry of the shell S_n in Fourier space: for a shell model representing 2D MHD, S_n has an area $S(S_n) = \pi k_n^2(\lambda^2 - 1)$. It follows that the 2D energy spectral density in the shell is $E_n/S(S_n)$ and that the 1D energy spectral density is $2E_n/[k_n(\lambda^2 - 1)]$. Note that for this reason there is a difference of 1 between the slope of a power-law 1D perpendicular spectrum (e.g., $-5/3$ for a spectrum as in Kolmogorov 1941) and the slope of its “shell energy spectrum” counterpart (e.g., $-2/3$).

2.4. Scales of Quantities of the Model and Timescales

The equations are rendered nondimensional by introducing characteristic units of time, length, and density. For the coronal situation we choose 10^7 m for the unit of length, 1 s for the unit of time, and 10^9 kg for the unit of mass. Then the units of the other quantities derive naturally from these basic units and are 10 Mm s^{-1} for velocity, 10^{-12} kg m^{-3} for mass density, 10^{14} m² s^{-1} for diffusivities, 10^{23} J for energies, and 10^{23} W for powers.

The characteristic timescales for each of the terms of equation (6) are deduced from their orders of magnitude:

$$\partial_t Z \sim b_\parallel \frac{k_\parallel}{2\pi} Z \sim \bar{\nu} k_\perp^2 Z \sim k_\perp Z^2, \quad (8)$$

where Z is the order of magnitude of the fields Z_n^\pm of the model at wavenumbers k_\parallel (parallel to \mathbf{B}_\parallel) and $k_\perp = k_0 \lambda^n$, and where $\bar{\nu}$ represents either ν or η . We obtain

1. The Alfvén time, $\tau_A = 2\pi/(b_\parallel k_\parallel)$;
2. The characteristic time of dissipation, $\tau_\nu = (\bar{\nu} k_\perp^2)^{-1}$;
3. The characteristic time of nonlinear interactions $\tau_{NL} = [k_\perp Z(k_\perp)]^{-1}$ in the planes; and
4. The wave reflection timescale, $t_R = 2/\partial_z b_\parallel$.

The maximum Alfvén time $\tau_{A, \max}$ is obtained for $k_\parallel = 2\pi/L$ and corresponds to the time needed by the wave to cross the simulation box. By taking, on the other hand, the minimum of all the characteristic times in the box [using $k_\parallel = 2\pi/\delta z$ to get $\tau_{A, \min}$, $k_\perp = k_{n_\perp - 1}$ to get $\tau_{\nu, \min}$, and $\tau_{NL, \min} = ([k_\perp Z(k_\perp)]_{\max})^{-1}$], we can estimate the time step needed by a numerical scheme according to the Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) condition.

Other timescales also appear in the Shell-Atm model:

1. The correlation time t^* of the forcing, which depends on the precise form of the forcing (see § 2.5 for the case of a coronal loop); and
2. The turbulent cascade timescale $\tau_{\text{cascade}} = \sum_n \tau_{NL}(k_\perp = k_n)$, where the sum is taken over the modes n of the inertial range of the spectrum (see § 3.2).

2.5. Case of a Coronal Loop

Geometry.—For the case of coronal loops forced by photospheric motions, we consider the loops to be “straightened out”

as seen in Figure 1 (*bottom*). This is similar to the cellular automaton model presented in Buchlin et al. (2003), but here the nonlinear interactions between modes of MHD turbulence are represented through shell models instead of cellular automata. Furthermore, for simplicity we choose uniform density ρ_0 , Alfvén speed b_{\parallel} , and loop width ($2\pi/k_0$); more realistic cases will be studied in future work.

Forcing.—With this geometry, the boundary planes of the model represent the footpoints of the loop, which are anchored in the photosphere. We choose to impose a time-dependent vortex-like velocity field on the modes at larger scales, corresponding to photospheric convective motions at the scale of the supergranulation. Since the velocity is imposed, waves traveling along the loop are partially reflected at the photosphere.

The imposed velocity field $u_n(z, t)$ on each mode n of both boundary planes $z = 0$ and $z = L$ has the form

$$u_{z,n}(t) = u_{f,n} [e^{2i\pi A_{z,n}} \sin^2(\pi t/t^*) + e^{2i\pi B_{z,n}} \sin^2(\pi t/t^* + \pi/2)], \quad (9)$$

where $u_{f,n}$ is the amplitude of the forcing (nonzero only for some n corresponding to scales $2\pi/k_n$ of the supergranulation) and $A_{z,n}$ and $B_{z,n}$ are independent random complex coefficients of modulus 1 whose complex arguments are uniformly distributed over $[0, 2\pi]$. These coefficients are kept constant during time intervals of duration t^* , and they are randomly changed when $t \equiv 0 \pmod{t^*}$ and $t \equiv t^*/2 \pmod{t^*}$ respectively, that is, when the corresponding \sin^2 term is zero. This is another difference from the model of Nigro et al. (2004), who force by using a stochastic velocity function on one boundary plane only. The autocorrelation time of the forcing field is then on the order of t^* , which is chosen to be much longer than all the other timescales of the model (§ 2.4).

In practice, this boundary condition is realized by imposing an incoming Alfvén wave $Z_n^+(0, t) = -Z_n^-(0, t) + 2u_{0,n}(t)$ at the boundary $z = 0$ and an incoming Alfvén wave $Z_n^-(L, t) = -Z_n^+(L, t) + 2u_{L,n}(t)$ at the boundary $z = L$. The resulting power entering the loop is

$$\epsilon_f = \frac{1}{4} \sum_n \rho_0(0) b_{\parallel}(0) A(0) [|Z_n^+(0, t)|^2 - |Z_n^-(0, t)|^2] + \frac{1}{4} \sum_n \rho_0(L) b_{\parallel}(L) A(L) [|Z_n^-(L, t)|^2 - |Z_n^+(L, t)|^2]. \quad (10)$$

Note that this power is not imposed but depends on the fields already contained in the simulation box.

3. NUMERICAL SIMULATIONS AND ANALYSIS OF THE RESULTS

3.1. Energy

3.1.1. Energy Balance

Alfvén wave propagation, as well as the nonlinear terms in our shell model, conserves energy, so that changes in the total energy in the loop arise only from flux through the photospheric boundaries (i.e., the forcing) and from the dissipation. This energy balance is well verified in practice, within 1% in general as can be seen in Figure 2, as long as the numerical dissipation due to the numerical scheme for wave propagation is not too high; the condition for this is that the perpendicular dissipation scales not be too small compared with the separation between planes in the z -direction.

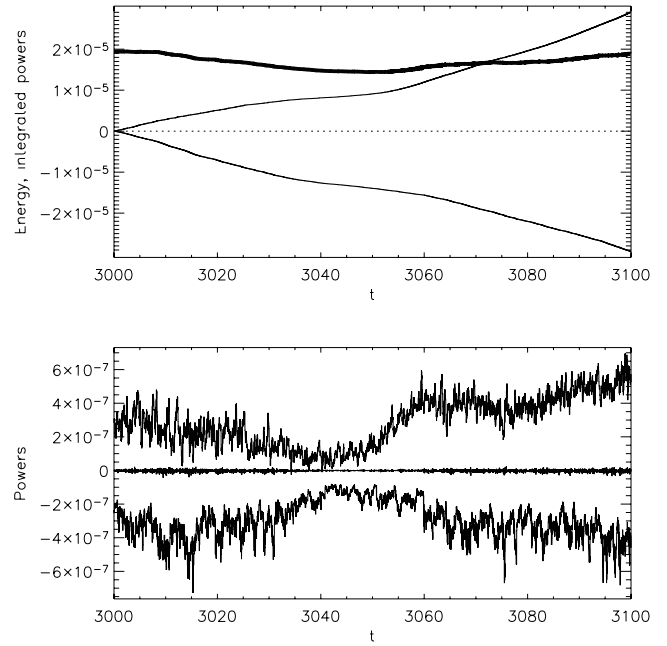


FIG. 2.—Energy balance in the model. *Top*: Energies and integrated dissipation powers (*upper thin line*, integrated power of forcing; *lower thin line*, integrated dissipation power; *thick line*, energy, and sum of integrated contributions of powers). The small deviation (only 1% over the time span of this plot) of the energy compared with the sum of integrated powers shows that the numerical dissipation is low. *Bottom*: Power time series (*top to bottom*, forcing power, numerical dissipation power, and dissipation power). Quantities with negative contributions to the energy balance are shown as having negative values. [See the electronic edition of the *Journal* for a color version of this figure.]

3.1.2. Ratio of Magnetic to Kinetic Energy

The ratio of the magnetic to kinetic energy in the stationary state may be estimated as follows: First, a simple linear estimate of the velocity field leads to

$$\mathbf{u}_{\perp} = \mathbf{u}_{\perp,0}(x, y) \cos(\omega_{\text{ph}} t) z/L, \quad (11)$$

where $\omega_{\text{ph}}/2\pi$ is the characteristic frequency of the photospheric motions, while the magnetic field is given by

$$\mathbf{b}_{\perp} = \mathbf{u}_{\perp,0}(x, y) b_{\parallel} t/L. \quad (12)$$

The relative importance of the higher frequency modes to this low-frequency energy flux was discussed by Milano et al. (1997); given that the Alfvén wave travel time along a loop is on the order of seconds, while most of the power in photospheric motions is in the minutes-to-hour range, it is the low-frequency resonance that plays the more important role. Energy injection from the photosphere into the corona therefore grows as t^2 and is stored in the transverse coronal magnetic field, while the velocity field is bounded by its photospheric value. The linear solution will eventually break down, because the magnetic field determined by equation (12) is not in general force-free and therefore will cause the coronal field to evolve dynamically. The ratio of magnetic to kinetic energies at this point may be estimated dimensionally by asking for the change in coronal velocity field determined by nonlinear interactions in equation (1) to be of the same order of magnitude as the field given by equation (11). Denoting the rms photospheric speed by u_f , after a time Δt the nonlinear term has the dimensional value $u_f^2 b_{\parallel}^2 \Delta t^2 / l L^2$, growing quadratically with time. It will cause a change in the coronal loop velocity field

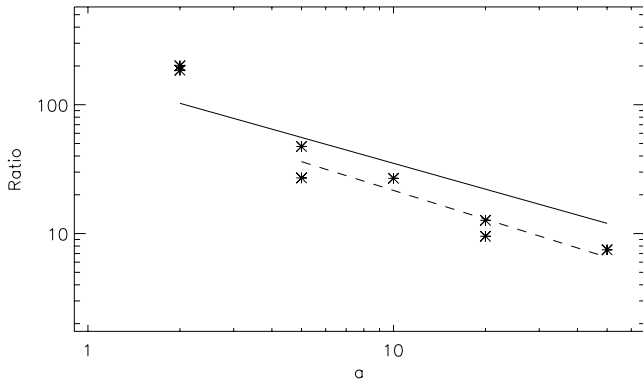


FIG. 3.—Ratio of average magnetic to kinetic energy as a function of aspect ratio, plotted with the theoretical scaling (solid line) derived from eq. (13) and a power-law fit (dashed line; slope -0.74 ± 0.14), for parameters $b_{\parallel} = 1$, $l = 0.1$, and $u_{f,n} = 10^{-3}$.

of the same order as u_f over the time Δt , when $u_f^2 b_{\parallel}^2 \Delta t^2 / l L^2 \sim u_f / \Delta t$. One then recovers the time Δt as $\Delta t \sim \tau_{A,\max}^{2/3} \tau_e^{1/3}$, where $\tau_{A,\max}$ is the loop crossing time while $\tau_e = l / u_f$ is the nonlinear time calculated on the photospheric velocity. The ratio of magnetic to kinetic energies in the corona at this stage is then

$$\frac{E_b}{E_u} = 3 \left(\frac{\Delta t}{\tau_{A,\max}} \right)^2 = 3 \left(\frac{\tau_e}{\tau_{A,\max}} \right)^{2/3}, \quad (13)$$

which we associate with the saturation level of magnetic to kinetic energy. This ratio should be a function of the aspect ratio $a = b_{\parallel} \tau_{A,\max} / l$ of the loop. To check whether the Shell-Atm model follows this dependence, we perform a series of simulations with parameters $b_{\parallel} = 1$, $k_0 = 20\pi$ (i.e., a width $l = 0.1$), $\nu = \eta = 10^{-9}$, and $u_{f,n} = 10^{-3}$ for $n \in [2, 4]$. The number of shells is $n_{\perp} = 16$, and the number of planes n_z is taken in the set $\{200, 500, 1000, 2000, 5000\}$ with a separation 10^{-3} between planes in all cases, leading to lengths $L \in \{0.2, 0.5, 1, 2, 5\}$ and aspect ratios $a \in \{2, 5, 10, 20, 50\}$.

The ratio of magnetic energy to kinetic energy in the stationary state is plotted as a function of aspect ratio in Figure 3, together with what is expected from equation (13). The numerical results we obtain roughly support this scaling, although the experimental ratios are smaller than the theoretical ratios by a factor of 1.36, and the values for an aspect ratio $a = 2$ deviate from the scaling

obtained for other aspect ratios. The slight departure from the proposed scaling, and the fact that the saturation level of magnetic to kinetic energy is lower than predicted, could be due to the “leakage” of energy to the higher frequency resonances of the loop (as shown in Fig. 13 below).

3.2. Spectra

3.2.1. Formation of the Spectra and Spectral Energy Flux

The energy flux in each plane from the shells $k < k_n$ to the shells $k \geq k_n$ is the derivative of the energy contained in the shells $k \geq k_n$ due to the nonlinear terms T_n^{\pm} , namely,

$$\begin{aligned} \Pi_n = -\frac{k_n}{4\lambda^2} \Im \sum_{s=\pm 1} (\delta_m - \delta) Z_{n-2}^{-s} Z_{n-1}^s Z_n^s \\ + (2 - \delta - \delta_m) Z_{n-2}^s Z_{n-1}^{-s} Z_n^s \\ + \lambda [(\delta + \delta_m) Z_{n-1}^s Z_n^s Z_{n+1}^{-s} \\ + (2 - \delta - \delta_m) Z_{n-1}^{-s} Z_n^{-s} Z_{n+1}^s]. \end{aligned} \quad (14)$$

With $b_n = 0$, we recover the hydrodynamic spectral energy flux given in equation (2) of Frick & Sokoloff (1998). Furthermore, this energy flux is consistent with the general idea that the energy flows “downhill” in the 1D perpendicular energy spectrum.

When starting the simulation from a very low amplitude field (Fig. 4), the magnetic energy and then the kinetic energy at the scales of the forcing grow, and when the fields are sufficiently large, nonlinear effects become visible as energy is transferred to modes beyond those initially forced. In particular, there is a flux to higher k_{\perp} mode numbers ($\Pi_n > 0$, direct cascade), which continues to the highest wavenumbers where dissipation occurs, as well as a flux to smaller wavenumbers ($\Pi_n < 0$, inverse cascade), which energizes modes at the largest scales and saturates at a level comparable to the forced modes.

As a result of the energy cascade, an inertial range appears between the forcing and the dissipation scales, in the same way as in the original shell models. The energy flux Π_n across shells is uniform on average over the whole inertial range. The Reynolds number in the case shown here can be evaluated to 10^6 , which is much higher than any Reynolds number from direct numerical simulations. Even higher Reynolds numbers can be attained by using more shells and planes, at the cost of the ability to do long-term statistics.

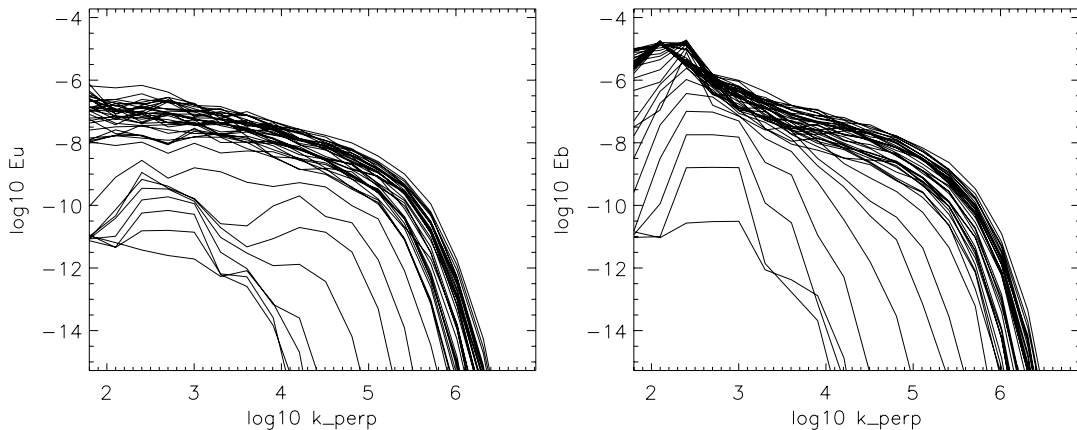


FIG. 4.—Kinetic (left) and magnetic (right) perpendicular spectra of energy in the shells of the model, averaged over the length of the loop. On each plot, 40 spectra are shown, separated by 10^{-2} units of time, starting shortly after the beginning of the simulation (lowest curves). The forcing is performed on modes corresponding to $\log k_n = 2.4-3.0$.

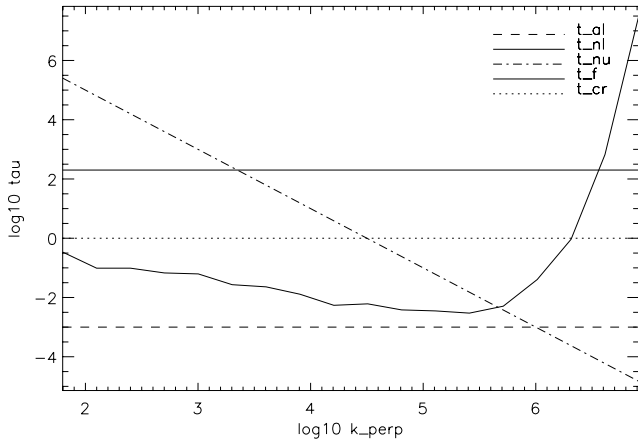


FIG. 5.— Timescales as a function of k_{\perp} : Alfvén time $\tau_{A,\min}$, nonlinear time τ_{NL} , dissipation time τ_{ν} , forcing correlation time t^* , and crossing time $\tau_{A,\max}$ (top to bottom in the figure key).

3.2.2. Fluctuations of the Spectra

Once in the stationary phase, the spectra continue to fluctuate, with characteristic timescales linked to the “local” timescales— that is, the timescales, as described in § 2.4, considered as depending on the mode k_n (Fig. 5). The most relevant timescale seems to be the local nonlinear timescale $\tau_{NL}(k)$, defined in § 2.4, as this is the timescale on which the energy in a given mode n can change under the action of the nonlinear terms in equation (6). More precisely, no dynamics occurs at timescales below the local nonlinear timescale, as can be seen in Figure 6: the modes with low k_{\perp} thus only have long fluctuation times, excited by the long timescales of the forcing, while the modes with high k_{\perp} fluctuate quickly, but still with long characteristic times due to the flow of energy coming from the modes at low k_{\perp} (these long-term fluctuations are common to the whole spectrum).

3.2.3. Evolution of the Spectra during an Event

To understand what happens during episodes of high energy dissipation, we have analyzed the spectra of the fields before, during, and after such an episode. The differences in spectra with respect to an average spectrum (Fig. 7) show that before the event (maximum dissipation corresponds to the red spectrum differences), the energy accumulates over the whole spectrum. The total energy is then high, the nonlinear times are short, and energy flows rapidly down to the smallest scales according to equation (14): it enhances the spectra at the largest wavenumbers by several orders of magnitude, leading to a strong enhancement of the dissipation power. As energy is released, this process then leads to a decrease of the spectrum, first in the dissipative range (high wavenumbers) and then in the whole spectrum. The dissipation power is then low again, and as the nonlinear timescales in the inertial range are longer, the energy injected at the largest scales cannot flow to the smallest scales as fast as before: the energy does not easily reach the dissipative scales, and the dissipation power remains low until the next such episode.

Nigro et al. (2005) underline that the leading term of the energy flux across scales (eq. [14]) is proportional to $k_n b_n^2 u_n$ (with the notations of the shell-model variables), and they also observe short-term variations of the kinetic energy spectrum around a dissipation event. These variations appear to control the energy flux to the smallest scales and, then, the dissipation. In addition, we have shown that these variations exist on a longer term around an event, and that the magnetic energy spectrum also varies on

the same timescales. The cross-scale energy flux may thus be controlled by both the kinetic and the magnetic energy spectra.

3.2.4. Slopes of the Spectra

The slopes of the power-law 1D perpendicular spectra of the velocity and magnetic field (Fig. 4) seem to be roughly equal in the inertial range, but as the spectra fluctuate with time, there are fluctuations of the slopes. The distribution of these slopes obtained at different times is shown in Figure 8: the median slope is -1.89 (with standard deviation 0.10) for the velocity spectrum and -1.81 (with standard deviation 0.13) for the magnetic spectrum. It appears that, on average, the kinetic spectrum is slightly steeper (by 4%) than the magnetic spectrum. If we look specifically at the times when the total dissipation power exceeds its 90th percentile, that is, during events of energy dissipation, the spectra are slightly shallower, with the median slopes being -1.83 and -1.77 for the velocity and magnetic spectra, respectively. This reflects the fact that more energy is present at small scales during events of energy dissipation (Fig. 7, red curves).

These 1D spectra are different from those found by Nigro et al. (2005) corresponding to 1D spectra of slope $-5/3$ for velocity and approximately -3 for magnetic field; an explanation could be that their inertial range was smaller, and that their fitting range includes scales where forcing occurs.

3.2.5. Parallel and Perpendicular Spectra

In this model, nonlinear interactions occur only in perpendicular planes. Development of small scales along the magnetic field is thus merely a consequence of the Alfvénic propagation of differences in the dynamics in different planes. One therefore expects parallel and perpendicular spectra to be different, with a relationship determined by the so-called critical-balance condition, namely, that for a given perpendicular scale, differences in the parallel direction can appear only between planes such that the Alfvén propagation time is longer than the (perpendicular) nonlinear time at that same scale (see, e.g., Goldreich & Sridhar 1995; Cho et al. 2002; Oughton et al. 2004). In the present model, assuming a $k^{-\alpha}$ 1D energy spectrum (i.e., a $k^{-\alpha+1}$ “shell energy spectrum”), the nonlinear timescale is $\tau_{NL}(k_{\perp}) \propto k^{(\alpha-3)/2}$. With a constant and uniform advection velocity b_{\parallel} , the critical-balance condition can be expressed as

$$k_{\parallel} \lesssim \frac{Z(k_0)}{b_{\parallel}} k_{\perp}^{(3-\alpha)/2} k_0^{(1-\alpha)/2}. \quad (15)$$

Note that with a Kolmogorov $\alpha = 5/3$ spectrum, we recover the result $k_{\parallel} \propto k_{\perp}^{2/3}$ of Goldreich & Sridhar (1995).

For a field $a_n(z)$ of the model at a given time t (a can be Z_n^{\pm} , u_n , or b_n), let $\tilde{a}_n(k_{\parallel})$ be its Fourier transform along the z -axis. We obtain the two-dimensional power spectrum of a (a function of $k_{\perp} = k_n$ and k_{\parallel}) from

$$A(k_{\perp}, k_{\parallel}) = \frac{c}{k_n} |\tilde{a}_n(k_{\parallel})|^2, \quad (16)$$

where c is a constant.

To obtain a sufficient wavenumber range in the parallel and perpendicular directions, we need to perform simulations with a very large number of planes. This is achieved by starting a simulation with a number of planes $n_{z,0}$ and then, once the energy has reached its final order of magnitude, by stopping the simulation and resuming it after having interpolated the fields in the z -direction. We can perform several iterations of this process if

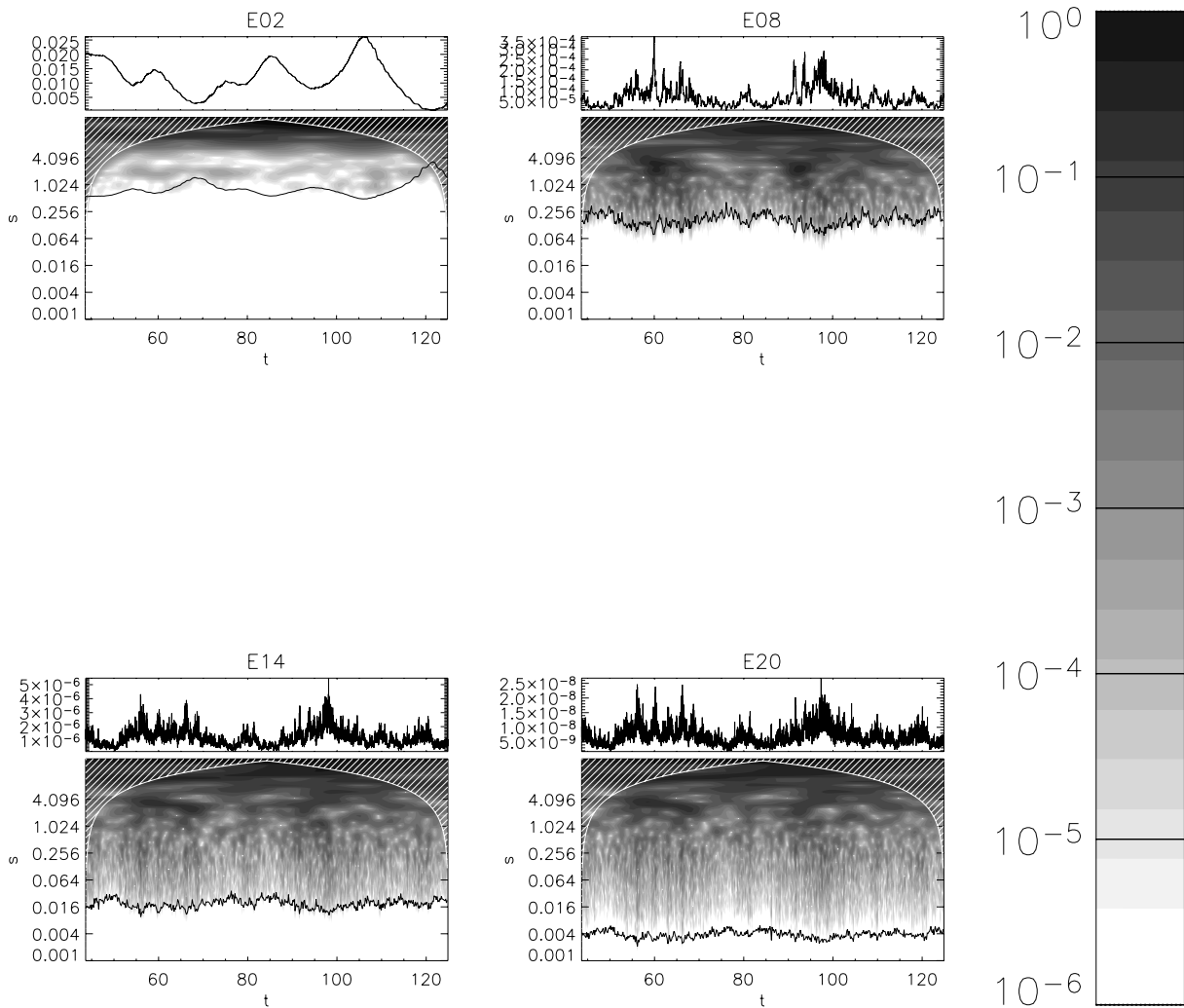


FIG. 6.—Time series of the total energy contained in the shells $n \in \{2, 8, 14, 20\}$ of the model, and Morlet wavelet timescale planes of each of these time series. The axes of the timescale planes are time (horizontally) and timescale (vertically, logarithmic). The theoretical nonlinear timescale $\tau_{NL}(k_n)$ as a function of time has been superposed on each timescale plane. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

needed. Figure 9 shows a 2D spectrum obtained by summing the Z^+ and Z^- spectra and averaging them over 10 times separated by $10\tau_{A,\max}$, during a run with $n_z = 10n_{z,0} = 5000$ planes (runs with 50,000 planes were also performed). The level lines in (k_\perp, k_\parallel) -space are clearly noncircular and appear to follow the critical-balance ellipses (eq. [15]) at large k_\perp , although with an excess of energy in the parallel direction. The anisotropy angle as defined by equation (5) of Del Zanna et al. (2001) computed in the range $\log k \in [1.8, 4.4]$ (where the spectrum is known as a function of both k_\perp and k_\parallel) is 67° , which confirms that the spectrum is elongated in the perpendicular direction.

3.3. Dissipation, Heating Function, and Statistical Properties

Heating function.—If we look at the energy dissipation power per unit length as a function of both time and position along the loop, we get the “heating function” (Fig. 10a). We see again (and for the same reasons as before) short-lived events of dissipation, and they correspond to short structures along the axis of the loop, whose size is on the order of the propagation distance of the structure during its lifetime. Some Alfvén wave packets are also strong enough to be dissipated only after interacting with many counterpropagating wave packets, and thus they live

longer and leave an oblique trace in the heating function during their propagation.

Furthermore, when we look at the heating function at long timescales, of hundreds of crossing times $\tau_{A,\max}$ (Fig. 10b), some features appear that are related to the slow variations of the total energy (mainly contained in the slowly varying low- k_\perp modes) under the effect of the slow forcing, of timescale t^* (which is chosen to be a few hundred $\tau_{A,\max}$). The time variations of the dissipation power at these timescales (corresponding to a few minutes of physical time) seem to be almost the same at all positions along the loop. This is consistent with the common statement that the loops are heated as a whole, even though (1) the elementary events of dissipation, as seen in Figure 10a, are each small compared with the length of the loop and (2) thermodynamics, which would further smooth out the appearance of the heating function obtained from observable variables (because of the fast conduction times), has not yet been taken into account.

Dissipation power time series.—The integral of the heating function along the loop is the time series of the power of energy dissipation $\epsilon(t)$, shown in the lower portions of Figures 10a–10b. These time series display spikes of high dissipation power at short timescales during high-activity periods, as is usually found in both

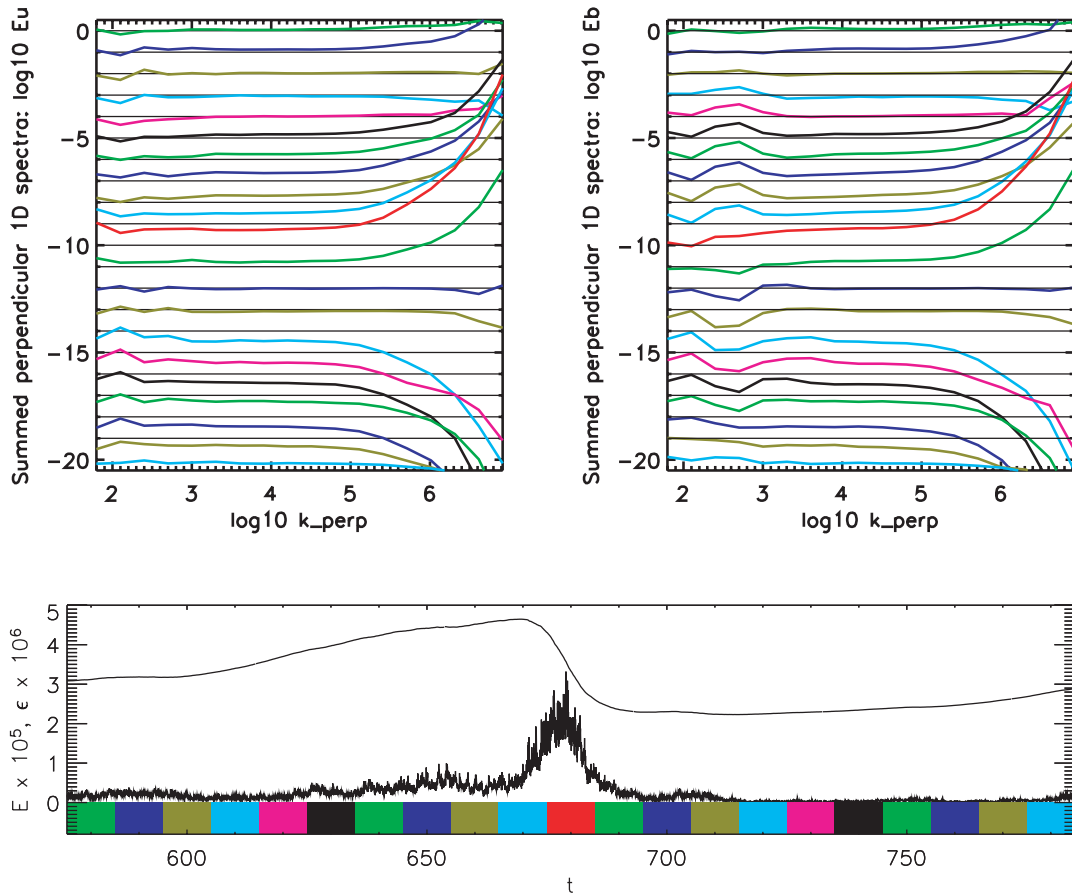


FIG. 7.— *Top left*: Differences between kinetic perpendicular spectra of energy in the shells of the model and their average (in logarithmic space). The spectra are averaged over the length of the loop and are plotted at times surrounding an event of dissipation power (corresponding to the red spectra): 10 spectra are shown before the event, and 10 spectra are shown after; the difference spectra are each separated by 10 units of time, and are stacked from top to bottom, with a shift of 1 unit of the y-axis between each. *Top right*: Same plot for the magnetic energy spectra. *Bottom*: Time series of energy and dissipation power, with the colors corresponding to the time intervals used to compute the spectra.

observations of solar flares and simulations of high Reynolds number MHD turbulence. The dissipation time series are analyzed further below.

Average profile of dissipation power.—On the other hand, the time average of the heating function, that is, the average power of

energy dissipation per unit length as a function of position along the loop, shown in Figure 10c, is almost flat and drops only near the loop footpoints. This would suggest that coronal heating takes place almost uniformly along loops, although not at footpoints; however, one must bear in mind that these simulations do not yet take into account realistic profiles of density and magnetic field.

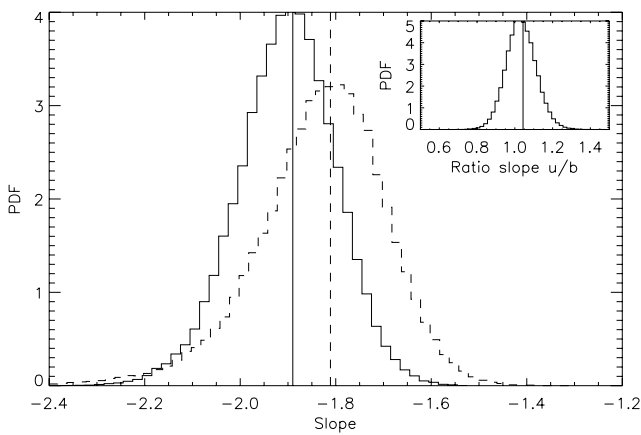


FIG. 8.— Distribution function of the slopes of the 1D perpendicular spectrum averaged along B_{\parallel} , for the kinetic (*solid line*) and magnetic (*dashed line*) fields. The median slopes are respectively -1.89 and -1.81 and are plotted as vertical lines. The distribution of the ratios between the slopes for kinetic and magnetic perpendicular spectra is shown in the inset, together with its median value of 1.044 .

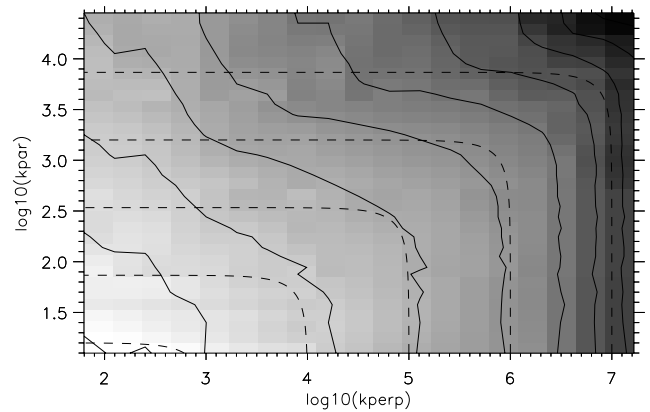


FIG. 9.— Total spectrum of the Z^+ and Z^- fields, as a function of the perpendicular and the parallel wavenumbers. The solid lines are level lines, and the dashed lines are ellipses with axes k_{\perp} and $k_{\parallel} \propto k_{\perp}^{2/3}$, for different values of k_{\perp} .

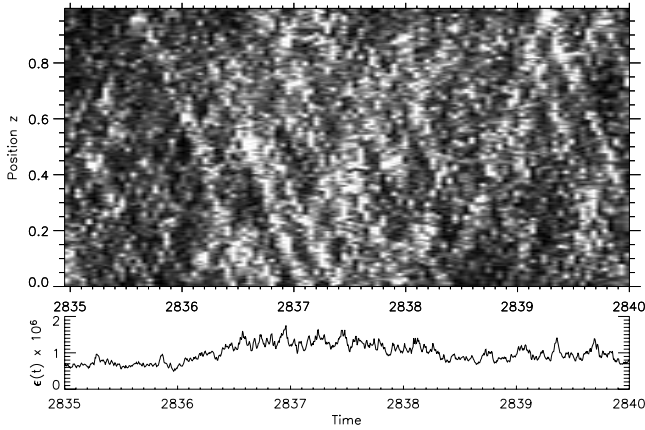


FIG. 10a

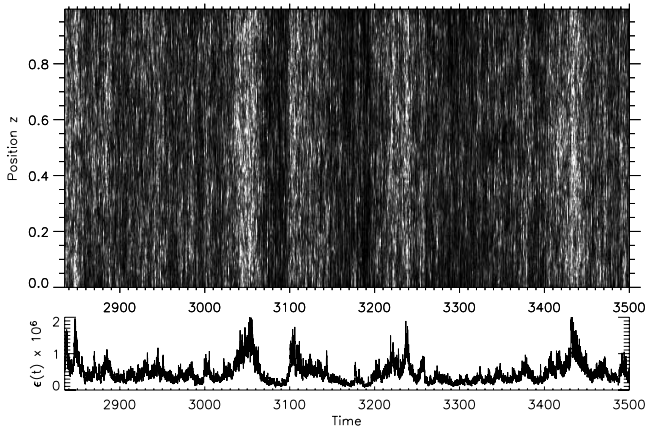


FIG. 10b

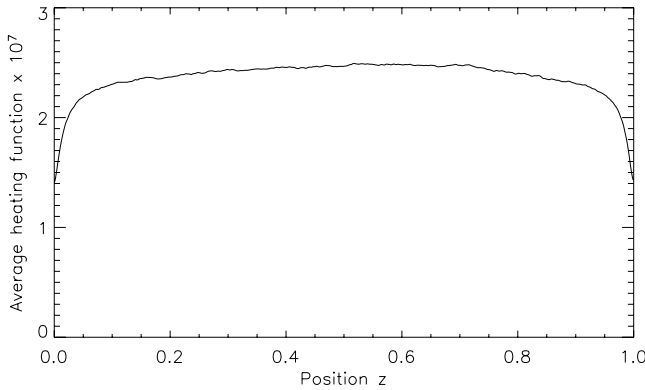


FIG. 10c

FIG. 10.—(a, b) Heating function, or power of energy dissipation per unit length, as a function of time t and position z along the loop. Two different time intervals are shown. The lower plot in each panel represents the integral along the loop of the heating function (i.e., the total power of energy dissipation as a function of time). (c) Time average, over $1200\tau_{A,\max}$ following (a), of the heating function as a function of position along the loop.

Intermittency.—The increments $\delta_\tau\epsilon(t) = \epsilon(t + \tau) - \epsilon(t)$ of the time series $\epsilon(t)$ at a given time lag τ have a distribution whose shape depends on the lag: in Figure 11, the distributions of the $\delta_\tau\epsilon(t)$ normalized by their standard deviation have wider wings for short time lags than they do for long time lags. Hence the time

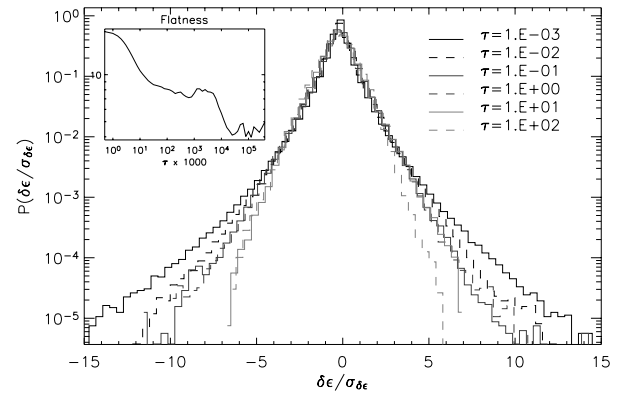


FIG. 11.—Distributions of the increments of the energy dissipation power time series for different time lags. *Inset:* Flatness corresponding to these dissipation power increments. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

series is intermittent, which is confirmed by the rise of the flatness (fourth normalized structure function) $F(\tau) = \langle |\delta_\tau\epsilon(t)|^4 \rangle_t / \langle |\delta_\tau\epsilon(t)|^2 \rangle_t^2$ for small time lags τ (Fig. 11, *inset*). This intermittency is a consequence of the intermittency that can be observed in the velocity and magnetic fields of the model and is also predicted by models such as those of She & Leveque (1994) in hydrodynamics and Politano & Pouquet (1995) in MHD. It could be a consequence of the fluctuations of the spectral flux resulting from the long-term global fluctuations of the spectrum, which have been seen in § 3.2.2. The modes with high k_\perp are then intermittent, and as they contribute the most to energy dissipation, the time series of energy dissipation power is intermittent.

Events.—Statistics issued from observations often involve the detection of events, or structures, from the observed fields (Aschwanden et al. 2000; Parnell & Jupp 2000; Buchlin et al. 2006) and the distributions of their characteristics. Following the “threshold” definition of Buchlin et al. (2005), with a threshold fixed at the average dissipation power, we obtain the distributions shown in Figure 12 for the event total energy content, the peak power of energy dissipation, the duration of events, and the waiting time between two successive events.

The distribution of the peak power in events is narrow, as a result of the summation of the heating function over the whole loop: the local spikes of energy dissipation are hidden by the average dissipation occurring in the whole loop. On the other hand, the distributions of integrated dissipation power (total energy content of events) and of event duration are very wide. This is partially due to the threshold definition used (Buchlin et al. 2005) in the case of this time series, where long timescales are superposed on the shorter timescales of energy dissipation in the dissipative range. Furthermore, the waiting times between successive events also have a wide power-law distribution. However, as discussed extensively in Buchlin et al. (2005), this result depends on what definition of an event is used to extract events from the time series of the power of energy dissipation.

Compared with the distributions of events obtained from the loop shell model of Nigro et al. (2004), the main difference is the much steeper slope (-4.9 instead of -1.8) of the distribution of the peak power in events. The reason could be the summation effect due to the existence of more but smaller dissipation events along the loop, because of the higher resolution we used in this run, both along the loop ($n_z = 2000$ instead of $n_z = 200$, allowed

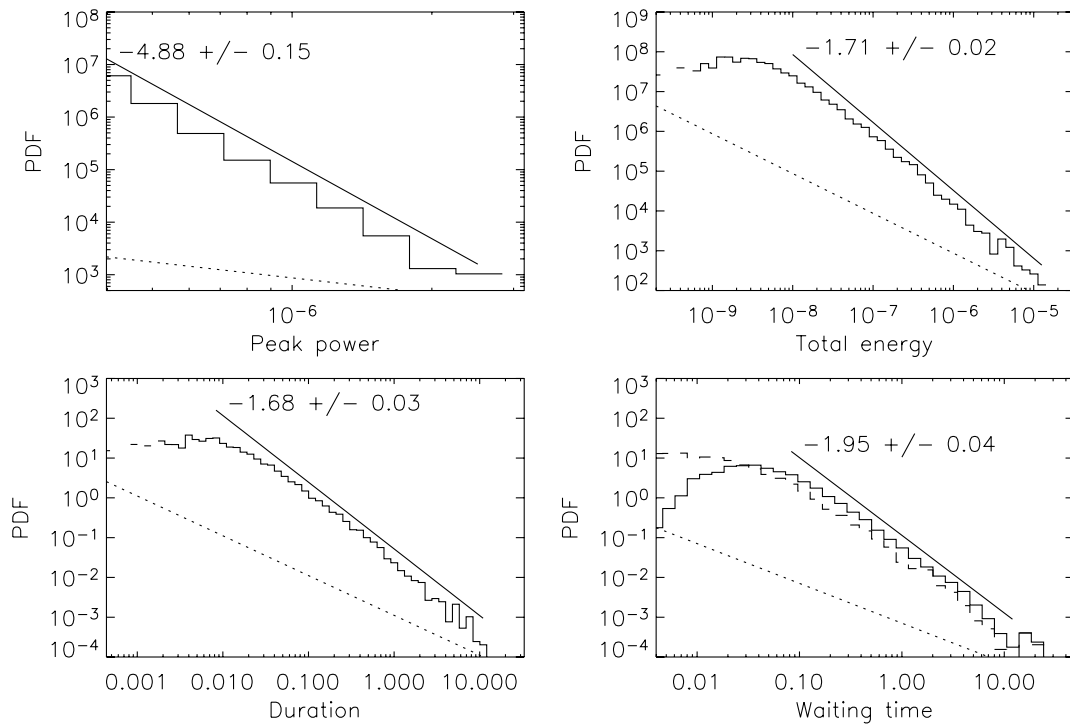


FIG. 12.—Distributions of peak power, total energy content, duration, and waiting times for events found in the time series of energy dissipation power. The dotted lines represent one event per histogram bar.

by the parallelization of our code) and in the perpendicular direction ($n_{\perp} = 16$ instead of $n_{\perp} = 11$).

3.4. Frequencies and Time Correlations

3.4.1. Frequencies

The time series of the kinetic and magnetic energies reveal oscillations corresponding to an exchange of energy between the velocity and magnetic fields. These exchanges occur, for example, thanks to the crossing of Z^+ and Z^- wave packets and should have periods that vary depending on the precise number and repartitioning of wave packets along the loop. A characteristic timescale is of course given by the Alfvén crossing time $\tau_{A, \max}$, corresponding to the first resonance frequency $f_0 = 1/\tau_{A, \max}$. Multiples of the Alfvén crossing time correspond to higher frequency resonances of a loop in linear theory. While the power spectrum of the time series of total energy is a power law of index -2 over more than 4 decades, the spectra of magnetic and kinetic energy display peaks corresponding to these resonances. The spectrum of the time series of kinetic energy (Fig. 13) fits to a power law of index -2.5 at very low frequencies. The first resonant frequency, together with the higher frequency harmonics, appear as peaks overlying a different, steeper power law for the higher frequencies, as shown in the bottom panel of Figure 13. The frequencies of the peaks correspond well to integer multiples $n f_0$ of the fundamental for $n \geq 5$, while at lower frequencies they appear shifted. This shift, which is absent in a linear simulation (realized with the same parameters but without shell models, i.e., with no nonlinear interactions), is probably due to anharmonicity introduced by the nonlinear effects, as shown by Milano et al. (1997) and Nigro (2005).

An even better understanding of these oscillations may be gleaned from a time-frequency analysis by means of a wavelet

transform, shown in Figure 14: there are oscillations that have long but finite lifetimes and different frequencies dominantly around the fundamental harmonic. These oscillating high-frequency wave packets appear to arise in association with dissipation bursts, seen in the dissipation power time series (Fig. 14, *bottom*). This intermittent rise in the high-frequency component of the velocity field may be involved in the enhanced nonlinear interactions required to generate the bursts in power, as required in the flare-driving mechanism highlighted by Nigro et al. (2005). On the other hand, their persistence may be related to excitation by the time-space localization of the bursts themselves, a sort of post-microflare resonant ringing, which might be observable with future high-cadence spectroscopic measurements.

The comparison between the spectra of the forcing function at a boundary and of the resulting energy time series (Fig. 13, *top*) makes it clear that the spectrum of energy is not contaminated by the spectrum of the forcing function, as the latter only contains very low frequencies, at or below $1/t^*$; this may not be the case with a stochastic forcing function such as the one used by Nigro et al. (2004). This underscores the role of turbulence in providing the high frequencies that can resonate in the loop, viewed as a cavity for Alfvén waves, even in the absence of an external driver at these frequencies.

3.4.2. Autocorrelations

The correlation time of the energy time series is a few dozen Alfvén wave loop crossing times (Fig. 15), consistent with the slow evolution of the energy that we have already noted. The correlation time of the dissipation power time series is shorter, but it is still longer than the wave crossing time, as an effect of the weakness of the intermittent nonlinear interactions between counter-propagating wave packets and of the global long-term fluctuations of the spectrum (including the dissipative range) noted in § 3.2.2.

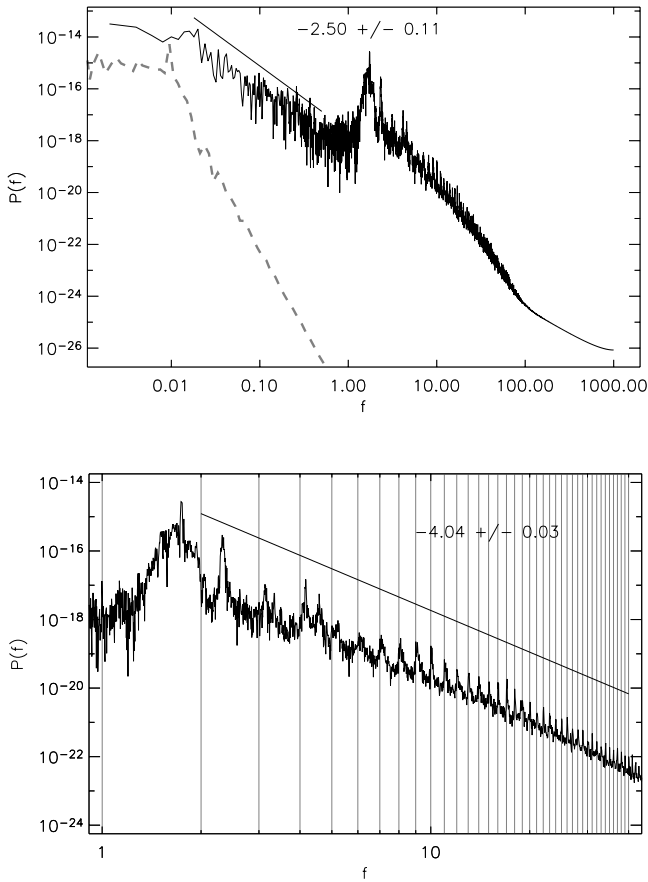


FIG. 13.—Spectrum of the time series of kinetic energy (*solid black curves*). The bottom panel is a zoom on the high-frequency range of the spectrum, where vertical lines represent the harmonics of the first resonant frequency, $f_0 = 1$. Power-law fits and the slopes obtained are superposed; the horizontal range of the lines indicates the range of the fits, and they are shifted vertically for clarity. The spectrum (in arbitrary units) of the square amplitude of the forcing function $[|u_{0,n}(t)|^2$ from eq. (9)] is superposed in the top panel (*dashed gray line*).

3.4.3. Cross-Correlations

A common goal when studying solar flares and space weather is to find precursors of flares, so as to make forecasts of possible solar-terrestrial events (e.g., Abramenko et al. 2002; Abramenko 2005; Georgoulis 2005). With this heating model, we can use the cross-correlations between time series to investigate which time series react first, and what kind of observations would be helpful when predicting flares. We have extended the study of Nigro et al. (2005), who show that in some events the kinetic energy begins to grow just before the start of a dissipation event, by performing a systematic correlation study between all energy and dissipation time series (kinetic, magnetic, and total). Figure 15 shows the cross-correlations between the dissipation ϵ and the energy E time series, as well as between the dissipation ϵ and the kinetic energy E_u time series.⁵ Both cross-correlation functions show delays of the dissipation compared with the energy: the dissipation lags by approximately 5 time units compared with the total energy, and by approximately 0.5 time units compared with the kinetic energy (this last result is a confirmation of the result obtained by Nigro et al. 2005). Thus, diagnostic methods based

⁵ Other correlations of pairs of time series of kinetic, magnetic, or total energy or dissipations have not been plotted because they are very similar to either of the plotted correlations, as $\epsilon_u \ll \epsilon_b \approx \epsilon$ and $E_u \ll E_b \approx E$.

on the total energy or including magnetic field measurements may provide more useful results for space weather prediction than methods based on the velocity field alone. However, in both cases the delays involved are short, on the order of a minute at best.

3.5. Parametric Study of Dissipation Power

Using the same runs as in § 3.1.2 (a set of loops with different aspect ratios for a fixed width), we compute the average energy dissipation in a stationary state and plot it versus the aspect ratio (Fig. 16): the energy dissipation power per unit volume scales approximately as $a^{-3/2}$. This scaling can be compared with the different models listed by Mandrini et al. (2000) and corresponds to heating from two-dimensional MHD.

As the slope of this power-law scaling is steeper than -1 , shorter loops are more efficient in terms of dissipation power per unit surface. This can be explained by the fact that Alfvén wave packets that reflect on the loop footpoints interact more frequently in a short loop than in a long loop; as a matter of fact, simulations performed with varying Alfvén speed show that the average dissipation power also increases when the Alfvén speed increases. Assuming that the physical units of the model (see § 2.4) are 10 Mm, 5 s, and 10^9 kg, yielding $l = 1$ Mm, $b_{\parallel} = 2$ Mm s⁻¹, and $\rho_0 = 10^{-12}$ kg m⁻³, we find dissipation powers per unit surface between 10^2 W m⁻² for large aspect ratios and 10^3 W m⁻² for small aspect ratios. These values would be sufficient to heat the quiet corona (Withbroe & Noyes 1977). Note, however, that they also depend on the physical properties b_{\parallel} and ρ_0 that we have assumed for the loop. Another series of runs was performed to explore the influence of b_{\parallel} on the heating, and it yields $\epsilon_S \propto b_{\parallel}^{1.77}$; this reflects the fact that wave packets interact more frequently when the Alfvén speed is higher, leading to more dissipation. Both these fits, combined with a dimensional analysis on the variables ϵ_S (dissipation power per unit surface), ρ_0 (mass density), b_{\parallel} (Alfvén speed), u_f (forcing speed), and a (aspect ratio), yield

$$\epsilon_S = \frac{10^{2.22}}{a^{0.52}} \left(\frac{\rho_0}{10^{-12}} \right) \left(\frac{b_{\parallel}}{10^6} \right)^3 \left(\frac{10^3 u_f}{b_{\parallel}} \right)^{1.23} \quad (17)$$

for the dissipation power per unit surface in SI units (W m⁻²), as a function of the other variables in SI units (kg m⁻³ and m s⁻¹).

4. CONCLUSIONS

We have presented the Shell-Atm model, which is a generalization of shell models (Giuliani & Carbone 1998) with propagation of Alfvén waves along a \mathbf{B}_{\parallel} -field, with the further possibility of introducing a longitudinal stratification of physical properties (\mathbf{B}_{\parallel} , mass density, flux tube expansion factor). Although the model is simple and includes only simplified physical processes, it has a very interesting complex nonlinear dynamics, and it is fast enough to obtain statistics of its fields and of the heating it produces; the simplifications we made allow one to explore other properties than those accessible to classical direct numerical simulations. While it is not meant to (and cannot) replace DNSs, for example, because of the lack of three-dimensional information on field line topologies, it partially fills the huge gap between the Reynolds numbers in DNSs and in the real corona: although the Reynolds numbers reached in the model, of order 10^6 , are still lower than those expected in the corona, this already represents outstanding progress compared with DNSs. Furthermore, this allows us to explore regimes of MHD turbulence that are not accessible to DNSs; for instance, it allows for intermittency to appear in turbulence while having a complete description

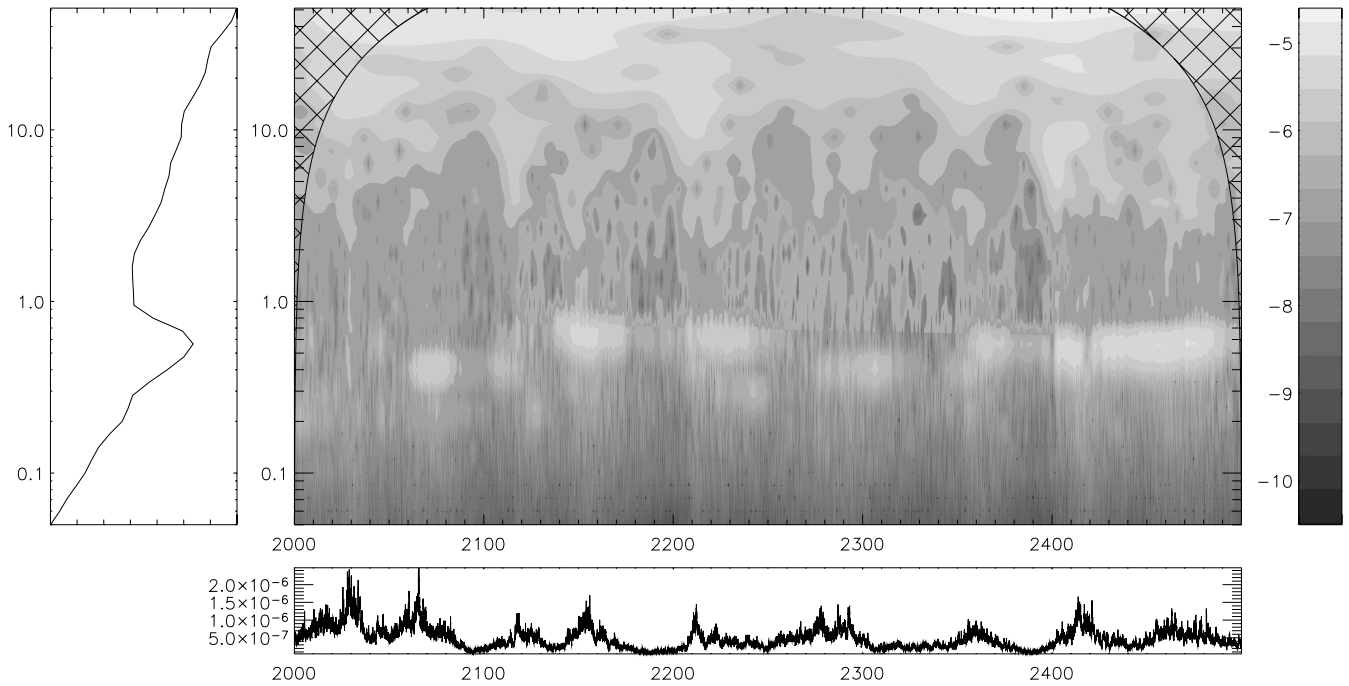


FIG. 14.—Center: Morlet wavelet timescale plane of the kinetic energy time series (logarithmic color scale). Oscillations of long but finite lifetime and of different frequencies can be seen at timescales (vertical axis) between 0.2 and 0.6. Left: Average wavelet spectrum. Bottom: Time series of total dissipation power. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

of the spectra and of the nonlinear interactions in the perpendicular direction. On the other hand, having even higher Reynolds numbers, and thus the smallest scales, may require taking into account non-MHD effects, such as kinetic effects, which can still be neglected in this model.

The model has been used in this paper in the case of a magnetic loop for the solar corona, in which the physical properties of the medium (namely, the external longitudinal magnetic field B_{\parallel} and the mass density) are assumed to be uniform along the loop. In this case, and thanks to the aforementioned characteristics of the model, we were able to show that this model loop displays a dynamics over a very wide range of spatial and temporal scales (4–5 orders of magnitude); spectra that are formed by a local cross-scale energy flux, and which have a wide inertial range in either direction, perpendicular or parallel to the external mag-

netic field; a clear anisotropy between the parallel and perpendicular spectra, which could be compatible with the “critical balance” phenomenology; a scaling of the average ratio of the magnetic energy over the kinetic energy consistent with RMHD; a heating function with multiple spatial and temporal scales; a flat longitudinal profile of the average dissipation power (although this may be dismissed by further simulations, with nonuniform physical properties of the medium along the loop); a spiky, and statistically intermittent, time series of energy dissipation power; power-law distributions of the characteristics (peak energy, total energy, duration, waiting times) of “events” extracted from the time series

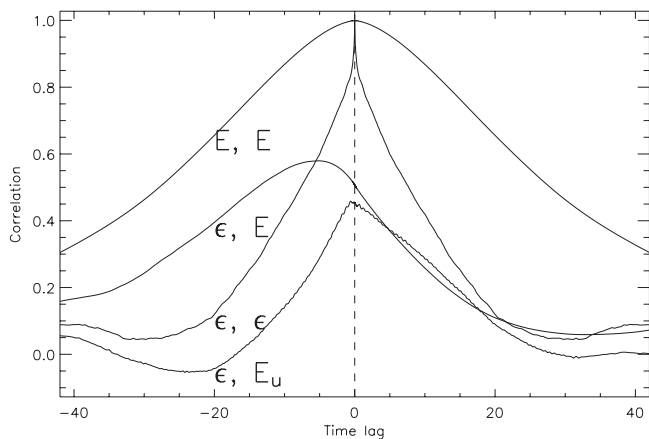


FIG. 15.—Autocorrelation functions and cross-correlation functions of time series of energy and energy dissipation power. E is energy, E_u is kinetic energy, and ϵ is the dissipation power.

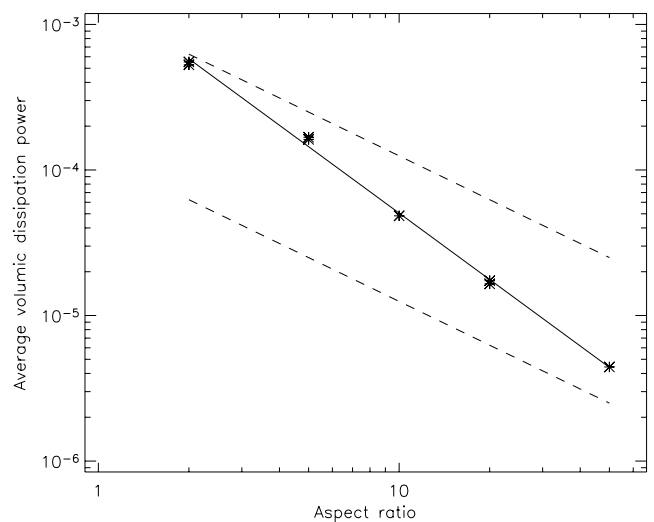


FIG. 16.—Average power of energy dissipation per unit volume (model dimensionless units) vs. aspect ratio a , for a fixed loop width $l = L/a = 0.1$ and external field $b_{\parallel} = 1$. The power-law fit (solid line) has slope -1.52 . The two dashed lines represent dissipation powers per unit surface of 10^2 and 10^3 W m^{-2} , respectively.

of dissipation power; finite-lifetime packets of resonant frequencies in the time series of energy, whose frequencies are shifted from the harmonics of the linear resonant frequencies because of the nonlinearities; long-range time correlations in time series; a delay of the dissipation time series compared with some energy time series; and an average dissipation power that scales with the loop parameters and could be sufficient to sustain the high coronal temperatures. As discussed above, some of these results confirm or complete the results of a similar model (Nigro et al. 2004, 2005).

Further directions for the study of the solar corona using this model include taking advantage of the possibility of modeling nonuniform regions (1) to allow for density gradients in a coronal loop, in order to seek for the preferred locations of coronal heating, and (2) to study a magnetically open region such as a coronal hole. In order to obtain diagnostics that can be compared with observations, this heating model can be coupled to the thermodynamics of a loop (including the cooling by conduction and radiation), upon which forward modeling of coronal spectral lines may be

carried out. We also believe that this model can be used in other heliospheric and astrophysical applications where MHD applies and where there is a strong dominant magnetic field (see § A3 in the Appendix for code availability).

The authors acknowledge financial support from European Commission grant HPRN-CT-2001-00310 (TOSTISP network). This work was supported in part by NASA grant SHP04-0000-0150. We thank the referee for the suggested improvements to the manuscript. Discussions with S. Galtier and collaboration with A. Verdini when developing the numerical code are greatly appreciated. Part of this work was done while the authors were attending the spring 2005 program Grand Challenge Problems in Computational Astrophysics, at the Institute for Pure and Applied Mathematics, UCLA. The wavelet software was provided by C. Torrence and G. Compo and is available at <http://paos.colorado.edu/research/wavelets>. Computations were done on Linux clusters at Arcetri Observatory, CINECA, and JPL.

APPENDIX

THE NUMERICAL CODE

A1. NUMERICAL SCHEMES

The time advancement of the nonlinear terms of the shell models is performed with a third-order Runge-Kutta scheme. The Alfvén wave propagation is accomplished with the Fromm (1968) numerical scheme. Finally, the dissipation terms of the shell models can be computed with an implicit scheme. This allows us to relax the CFL condition on τ_ν and thus to fully resolve the dissipative range of the spectrum at no further computational cost.

A2. PARALLELIZATION AND PARALLEL EFFICIENCY

The Shell-Atm model is parallelized using the Message Passing Interface standard, by simply distributing the planes over the processors. Communications are mainly needed for the propagation of the Alfvén waves between the domains corresponding to the different processors, and for the output. The resulting parallelization efficiency is good and is even close to ideal (up to hundreds of processors for $n_z = 10^4$), thanks in particular to effects due to the cache size (when the number of processors grows, the local data become small enough to fit entirely in the level 2 memory cache of each processor).

A3. ARCHITECTURE OF THE CODE AND AVAILABILITY

The Shell-Atm code is modular and can be adapted to a large variety of physical systems. Different models for the nonlinearities and different numerical schemes can be chosen. We believe that the code can be useful for the community, and we have thus released it under the GNU General Public License. The code and its manual can be found at <http://www.arcetri.astro.it/~eric/shell-atm/codedoc>.

REFERENCES

- Abramenko, V. I. 2005, *ApJ*, 629, 1141
 Abramenko, V. I., Yurchyshyn, V. B., Wang, H., Spirook, T. J., & Goode, P. R. 2002, *ApJ*, 577, 487
 Aschwanden, M. J., Tarbell, T. D., Nightingale, R. W., Schrijver, C. J., Title, A., Kenelborg, C. C., Martens, P., & Warren, H. P. 2000, *ApJ*, 535, 1047
 Aulanier, G., Parlat, E., & Démoulin, P. 2005, *A&A*, 444, 961
 Biskamp, D. 1994, *Phys. Rev. E*, 50, 2702
 Boffetta, G., Carbone, V., Giuliani, P., Veltri, P., & Vulpiani, A. 1999, *Phys. Rev. Lett.*, 83, 4662
 Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., & Vial, J.-C. 2003, *A&A*, 406, 1061
 Buchlin, E., Galtier, S., & Velli, M. 2005, *A&A*, 436, 355
 Buchlin, E., Vial, J.-C., & Lemaire, P. 2006, *A&A*, 451, 1091
 Cho, J., Lazarian, A., & Vishniac, E. T. 2002, *ApJ*, 564, 291
 Del Zanna, L., Velli, M., & Londrillo, P. 2001, *A&A*, 367, 705
 Desai, K. M., Gwinn, C. R., & Diamond, P. J. 1994, *Nature*, 372, 754
 Dmitruk, P., Gómez, D. O., & DeLuca, E. E. 1998, *ApJ*, 505, 974
 Dmitruk, P., Gómez, D. O., & Matthaeus, W. H. 2003, *Phys. Plasmas*, 10, 3584
 Frick, P., & Sokoloff, D. 1998, *Phys. Rev. E*, 57, 4155
 Fromm, J. E. 1968, *J. Comput. Phys.*, 3, 176
 Georgoulis, M. K. 2005, *Sol. Phys.*, 228, 5
 Georgoulis, M. K., Velli, M., & Einaudi, G. 1998, *ApJ*, 497, 957
 Giuliani, P., & Carbone, V. 1998, *Europhys. Lett.*, 43, 527
 Giuliani, P., Jensen, M. H., & Yakhot, V. 2002, *Phys. Rev. E*, 65, No. 036305
 Gloaguen, C., Léorat, J., Pouquet, A., & Grappin, R. 1985, *Physica D*, 17, 154
 Goldreich, P., & Sridhar, S. 1995, *ApJ*, 438, 763
 Gómez, D. O., & Ferro Fontán, C. 1992, *ApJ*, 394, 662
 Heyvaerts, J., & Priest, E. R. 1992, *ApJ*, 390, 297
 Isliker, H., Anastasiadis, A., & Vlahos, L. 2000, *A&A*, 363, 1134
 ———. 2001, *A&A*, 377, 1068
 Kadomtsev, B. B., & Pogutse, O. P. 1973, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 65, 575 (English transl. *Soviet Phys.–JETP*, 38, 283 [1974])
 Kinney, R. M., & McWilliams, J. C. 1998, *Phys. Rev. E*, 57, 7111
 Klein, L. W., Roberts, D. A., & Goldstein, M. L. 1991, *J. Geophys. Res.*, 96, 3779
 Kolmogorov, A. N. 1941, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30, 299 (English transl. *Proc. R. Soc. London A*, 434, 9 [1991])
 Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
 Lu, E. T., Hamilton, R. J., McTiernan, J. M., & Bromund, K. R. 1993, *ApJ*, 412, 841
 Mandrini, C. H., Démoulin, P., & Klimchuk, J. A. 2000, *ApJ*, 530, 999

- Milano, L. J., Gómez, D. O., & Martens, P. C. H. 1997, ApJ, 490, 442
Müller, W.-C., Biskamp, D., & Grappin, R. 2003, Phys. Rev. E, 67, No. 066302
Nigro, G. 2005, Ph.D. thesis, Univ. Calabria
Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2004, Phys. Rev. Lett., 92, No. 194501
Nigro, G., Malara, F., & Veltri, P. 2005, ApJ, 629, L133
Oughton, S., Dmitruk, P., & Matthaeus, W. H. 2004, Phys. Plasmas, 11, 2214
Oughton, S., Priest, E. R., & Matthaeus, W. H. 1994, J. Fluid Mech., 280, 95
Parnell, C. E., & Jupp, P. E. 2000, ApJ, 529, 554
Passot, T., & Sulem, P. L. 2003, Phys. Plasmas, 10, 3914
Politano, H., & Pouquet, A. 1995, Phys. Rev. E, 52, 636
She, Z.-S., & Leveque, E. 1994, Phys. Rev. Lett., 72, 336
Shebalin, J. V., Matthaeus, W. H., & Montgomery, D. 1983, J. Plasma Phys., 29, 525
Strauss, H. R. 1976, Phys. Fluids, 19, 134
Velli, M. 1993, A&A, 270, 304
Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., & Paschos, P. 1995, A&A, 299, 897
Withbroe, G. L., & Noyes, R. W. 1977, ARA&A, 15, 363
Yamada, M., & Ohkitani, K. 1988, Phys. Rev. Lett., 60, 983

Profiles of heating in turbulent coronal magnetic loops

E. Buchlin¹, P. J. Cargill¹, S. J. Bradshaw¹, and M. Velli^{2,3}

¹ Space and Atmospheric Physics Department, The Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BW, UK
e-mail: e.buchlin@imperial.ac.uk

² Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, Largo E. Fermi 2, 50125 Firenze, Italy

³ Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, CA 91109, USA

Received 16 January 2007 / Accepted 21 March 2007

ABSTRACT

Context. The location of coronal heating in magnetic loops has been the subject of a long-lasting controversy: does it occur mostly at the loop footpoints, at the top, is it random, or is the average profile uniform?

Aims. We try to address this question in model loops with MHD turbulence and a profile of density and/or magnetic field along the loop.

Methods. We use the SHELL-ATM MHD turbulent heating model described in Buchlin & Velli (2007, ApJ, 662, 701), with a static mass density stratification obtained by the HYDRAD model (Bradshaw & Mason 2003, A&A, 401, 699). This assumes the absence of any flow or heat conduction subsequent to the dynamic heating.

Results. The average profile of heating is quasi-uniform, unless there is an expansion of the flux tube (non-uniform axial magnetic field) or the variation of the kinetic and magnetic diffusion coefficients with temperature is taken into account: in the first case the heating is enhanced at footpoints, whereas in the second case it is enhanced where the dominant diffusion coefficient is enhanced.

Conclusions. These simulations shed light on the consequences on heating profiles of the complex interactions between physical effects involved in a non-uniform turbulent coronal loop.

Key words. Sun: corona – magnetohydrodynamics (MHD) – turbulence

1. Introduction

It is now widely accepted that magnetic loops are the basic building block of the closed solar corona in either active regions or the quiet Sun, and the mechanism responsible for their heating constitutes a major unsolved problem. The energy requirements in the corona are quite well known, with approximately 300 W m^{-2} needed in the quiet Sun and 10^4 W m^{-2} in the active regions respectively (Withbroe & Noyes 1977). It is also believed that photospheric motions can provide this power, with this injected energy being transported into the corona by waves or by the slower movements of the magnetic field lines. The difficulty lies in identifying a credible dissipation mechanism, and it is clear that small scales ($<1 \text{ km}$), such as are likely to be produced by turbulence, are needed. Following the work of Heyvaerts & Priest (1992) and Gómez & Ferro Fontán (1992) who showed that a self-consistent model of turbulence could account for coronal heating, many numerical simulations have been performed in order to study this scenario, e.g. by 2D direct numerical simulations of MHD (e.g. Dmitruk et al. 1998; Georgoulis & Vlahos 1998), by cellular automata (e.g. Lu & Hamilton 1991; Vlahos et al. 1995; Buchlin et al. 2003) or by shell-models (e.g. Nigro et al. 2004; Buchlin & Velli 2007).

An important aspect of such studies which is the subject of this paper concerns the spatial distribution of the heating as a function of distance *along* the loop. A determination of average energy dissipation profile as a function of the position along a coronal loop would put a strong constraint on the physical mechanisms involved in coronal heating. Observations have suggested

that it may be uniform (as concluded for example by Priest et al. 1998), occur predominantly at the loop top (e.g. Reale 2002; Martens et al. 2002; Schmelz & Martens 2006) or perhaps at the footpoints (e.g. Antiochos et al. 1999; Aschwanden et al. 2001; Patsourakos et al. 2004; Gudiksen & Nordlund 2005a). However, if the heating is due to nanoflares, simulations by Patsourakos & Klimchuk (2005) show that present day observations (including the above papers) using spectroscopic lines emitted around 1 MK or below can give little insight on the localization of heating along the loop. This is because the diagnostics are measured during the cooling of the loop, long after the actual heating has occurred, and so depend only weakly on the location of the heating. The original spatial distribution of the heating has been smoothed out by efficient thermal conduction along the magnetic field.

Furthermore, the multi-thermal nature of observed loops (Schmelz & Martens 2006) indicates that they are composed of multiple unresolved sub-loops (strands), although this is controversial. In this scenario, each strand is heated intermittently and reaches a high temperature (perhaps in excess of 10^7 K in an active region) before being cooled first by conduction and then by radiation (Cargill 1994). As heat transport is inefficient across magnetic field lines (i.e. across strands), the whole process in each strand can usually be considered to be independent from the other strands.

This paper sets out to determine the spatial location of heating in magnetically closed structures. We simulate a thin coronal loop (i.e. a strand of an observable coronal loop) using a model of reduced-MHD (RMHD) turbulence and Alfvén waves

propagation. Importantly, we take into account for the first time the effect of a density stratification based on a one dimensional hydrodynamic loop model. This represents an important first step in coupling energy transport along a magnetic field with MHD processes. The role of a non-uniform magnetic field, as well as the effect of the temperature-dependence of the diffusivity coefficients are discussed.

Our paper is organized as follows: in Sect. 2 we describe the models we use, in Sect. 3 we present the numerical simulations and their results in different cases, and in Sect. 4 we discuss the results further and we give some conclusions.

2. Description of the model

The main model used in this paper is the SHELL-ATM model introduced in Buchlin & Velli (2007), which models MHD turbulence in a coronal loop, determining the velocity and magnetic field amplitudes as a function of time, position along the loop and wavenumber k_{\perp} in the transverse direction. The shell model uses a mass density profile produced by an equilibrium run of the HYDRAD model which calculates the temperature and density along the magnetic field (Bradshaw & Mason 2003). Both models are now briefly described.

2.1. The Shell-Atm model

The SHELL-ATM code¹ (Buchlin & Velli 2007) is a model of MHD turbulence in a flux tube permeated by a strong magnetic mean field \mathbf{B}_{\parallel} . It is based upon reduced-MHD (RMHD: Strauss 1976); in this approximation of incompressible, low- β , single fluid MHD, the magnetic field is decomposed into $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\parallel} + \mathbf{B}_{\perp}$, where \mathbf{B}_{\parallel} defines the z -direction (axial, or parallel direction) and \mathbf{B}_{\perp} is a small perpendicular fluctuation ($B_{\perp} \ll B_{\parallel}$); the velocity field is also a small perpendicular fluctuation: $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\perp}$ with $u_{\perp} \ll B_{\parallel} / \sqrt{\mu_0 \rho}$, where ρ is the mass density.

A further simplification is made, which allows us to perform simulations that are much longer and with much higher Reynolds numbers than direct numerical simulations of the RMHD equations (e.g. Dmitruk et al. 2003); this is needed due to the very wide range of scales involved in coronal turbulence and because we need to perform long runs in order to get average profiles of the heating. The simplification consists of modelling the non-linear dynamics of RMHD in planes perpendicular to \mathbf{B}_{\parallel} using a shell-model (Giuliani & Carbone 1998). Fourier space (which corresponds to a perpendicular section of the RMHD model at position z and of width $\ell(z)$) is divided into exponentially-spaced concentric shells $k_n(z) = (2\pi/\ell(z))2^n$, each containing a scalar value for the velocity and magnetic field fluctuations perpendicular to \mathbf{B}_{\parallel} defined as $u_n(z)$ and $b_n(z)$, where $b(z)$ has been normalized by $\sqrt{\mu_0 \rho(z)}$. It is assumed that non-linear interactions are only allowed between triads (triplets) of neighboring shells.

All of the shell-models distributed along \mathbf{B}_{\parallel} are coupled through the Alfvén waves as described by the RMHD equations. The wave propagation takes into account the effects of a possible non-uniformity of the profiles of the mass density $\rho(z)$ and of the axial magnetic field² $B_{\parallel}(z)$ or of the Alfvén speed

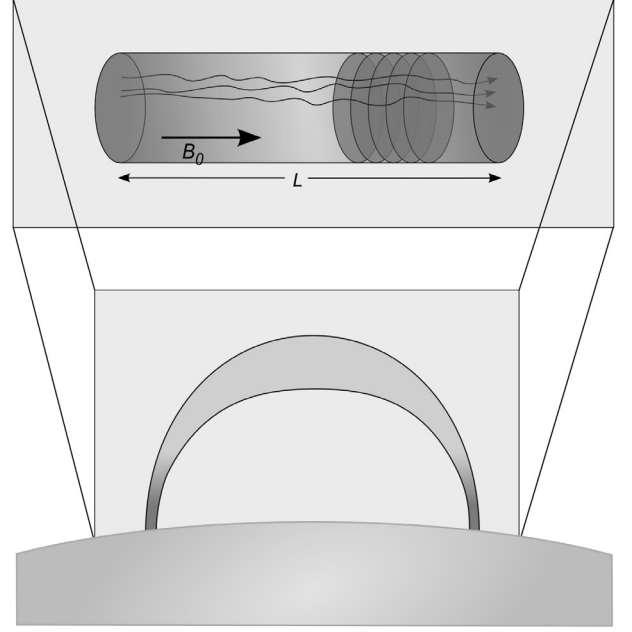


Fig. 1. Layout of the SHELL-ATM model in the case of a coronal loop: shell-models are piled up along \mathbf{B}_{\parallel} (top) and represent a loop, whose footpoints are anchored in the photosphere (bottom).

$b_{\parallel}(z) = B_{\parallel}(z) / \sqrt{\mu_0 \rho(z)}$, according to Velli (1993). The model equations are:

$$(\partial_t \pm b_{\parallel} \partial_z) Z_n^{\pm} \pm \frac{1}{4} Z_n^{\pm} \partial_z (\ln \rho) \pm \frac{1}{2} Z_n^{\mp} \partial_z b_{\parallel} = -k_n^2 (v^+ Z_n^{\pm} + v^- Z_n^{\mp}) + ik_n T_n^{\pm*} \quad (1)$$

where $Z_n^{\pm}(z) = u_n(z) \pm b_n(z)$ are Elsässer variables, $v^{\pm} = v \pm \eta$, v is the kinematic viscosity and η is the magnetic diffusivity, and the non-linear terms T_n^{\pm} are given by Eq. (4) of Giuliani & Carbone (1998) (with $\lambda = 2$, $\alpha = 2$, $\delta = 5/4$ and $\delta_m = -1/3$).

We apply this model to a coronal loop. As shown in Fig. 1, the perpendicular planes (each containing a shell-model) represent cross-sections of the loop; the two end planes represent the photospheric footpoints of the loop; the large-scale velocity field u_f at the footpoints is chosen to mimic the photospheric motions:

$$u_{z,n}(t) = u_{f,n} \left(e^{2i\pi A_{z,n}} \sin^2(\pi t/t^*) + e^{2i\pi B_{z,n}} \sin^2(\pi t/t^* + \pi/2) \right) \quad (2)$$

where z is 0 or L (both footpoints), n corresponds to the scales $2\pi/k_n$ of the supergranulation, A and B are random numbers chosen as detailed in Buchlin & Velli (2007). This forcing is what injects the energy into the model, and its amplitude is of the order of 2 km s^{-1} .

The model gives the energy per unit volume as $E_V = \frac{1}{2} \rho \sum_n (|u_n|^2 + |b_n|^2)$ and the heating (power of energy dissipation) per unit volume is calculated by computing the time derivative of E_V . This gives $H_V = \rho \sum_n k_n^2 (v |u_n|^2 + \eta |b_n|^2)$ (where all quantities may depend on z): the heating per unit length is $H_L = H_V \pi \ell^2 / 4$ and the heating per unit mass is $H_M = H_V / \rho$ (again, all quantities may depend on z).

2.2. The Hydrad model

The HYDRAD code (Bradshaw & Mason 2003) is a hydrodynamic model of a coronal loop with a self-consistent treatment of radiation (including non-equilibrium ion populations). In this

¹ This code is publicly available from

<http://www.arcetri.astro.it/~eric/shell-atm/codedoc/>

² Please note that giving a profile of $B_{\parallel}(z)$ is equivalent to giving a profile of the flux tube width $\ell(z)$, due to the conservation of the magnetic flux in the flux tube.

paper it is simply used in an equilibrium run, so as to get a hydrostatic profile $\rho_{\text{HydRad}}(z)$ of the mass density along the loop. We used an isothermal hydrostatic solution so that the density along the loop is stratified due to gravity alone. Since there is no thermal flux (isothermal temperature profile) the background heating and radiation are in balance, and the sum of the two is thus identically zero. Therefore, we make no assumptions about the nature of the background heating; once coupled to the SHELL-ATM model, all of the energy released into the loop will be from the shell model only. The loop length used in this run was 10 Mm.

2.3. A simple phenomenology for the energy and heating profiles

In this section we discuss what profiles of the fields, energy and dissipation power along the loop would be expected from a simple phenomenology.

A mass density profile $\rho(z)$, a magnetic field profile $B_{\parallel}(z)$ and a profile $\nu(z)$ of the dissipation coefficient (kinetic or magnetic) are given (in model units). The Elsässer fields Z^{\pm} are assumed to be both of the same order of magnitude Z (which is reasonable in a loop). The effects of energy dissipation and of non-linear interactions on the magnitudes of the fields are assumed to be negligible.

The conservation of energy fluxes $\phi_E^{\pm} = \pm b_{\parallel} E_V^{\pm} \pi \ell^2 / 4$ together with the conservation of the magnetic flux $\phi_B = B_{\parallel} \pi \ell^2 / 4$ gives then a profile $E_V \propto \rho^{1/2}$ of the energy per unit volume. The dissipation power per unit volume is $H_V = \rho \nu k_{\perp}^2 Z^2 \propto \nu k_{\perp}^2 \rho^{1/2}$ for a fixed k_{\perp} . However, one must bear in mind that when a wave travels along the loop (with non-linear interactions neglected), the associated k_{\perp} is affected by the variation of the width of the loop (in the model, the wave stays in the same shell n of the model): $k_{\perp} = k_n(z) = k_0(z) \lambda^n$, with $k_0 \propto B_{\parallel}^{1/2}$ because of the conservation of magnetic flux. For this reason, for a linear wave in the shell n , $H_V^{(n)} \propto \nu B_{\parallel} \rho^{1/2}$.

3. Numerical simulations

For all simulations, we choose model units so that the length of the loop is $L = 1$, and so as to have the below-mentioned values for the magnetic field B_{\parallel}^f and for the mass density ρ_f at the footpoints. Conversion factors to physical units for a sample loop are given in Table 1, but to use the same simulations for other loops with different physical parameters it is sufficient to take different values for the basic conversion factors M , L and T for mass, distance and time respectively. We stress that these conversion factors do not necessarily represent typical values of the actual physical quantities in the loop (the model variables are not necessarily of the order of unity in model units; this will especially be true for the diffusion coefficients).

If $\rho_{\text{HydRad}}(z)$ is the density profile from the equilibrium run of the HYDRAD code (see Sect. 2.2), we define $R(z) = \rho_{\text{HydRad}}(z) / \rho_{\text{HydRad}}(0)$, with 0 being the position of one footpoint. R varies between $R_t = 1/30$ at the loop top and $R_f = 1$ at the footpoints. The profiles of mass density and Alfvén speed are then chosen as a function of R as specified in Table 2 for each of the runs. The physical conditions are chosen to be the same at the footpoints in each run ($\rho_f = 1/R_t$ and $B_{\parallel}^f = 1$), so that the boundary conditions of the model remain the same in the different runs.

A typical value for the diffusivity coefficients ν and η is 5×10^{-10} in model units (see Table 2 for the exact values used in each run), i.e. of the order of 5×10^3 m²/s; typical Reynolds

Table 1. Conversion factors between model units and S.I. physical units: expression in the general case and value for a typical modelled loop.

Quantity	Conversion factor to S.I. physical units	
	Expression	Typical value
Mass	M	10^9 kg
Length, distance	L	10^7 m
Time	T	10 s
Velocity, Alfvén speed	LT^{-1}	10^6 m s ⁻¹
Magnetic field	$\sqrt{\mu_0} M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$	1.1×10^{-3} T
Mass density	ML^{-3}	10^{-12} kg m ⁻³
Diffusivity	$L^2 T^{-1}$	10^{13} m ² s ⁻¹
Energy per unit volume	$ML^{-1} T^{-2}$	1 J m ⁻³
Power per unit volume	$ML^{-1} T^{-3}$	10^{-1} W m ⁻³

Table 2. Summary of the parameters of the modelled loop for different runs, in model units.

Run	ρR_t	$b_{\parallel} / R_t^{1/2}$	B_{\parallel}	$\nu / 10^{-10}$	$\eta / 10^{-10}$
(u)	1	1	1	5	5
(a)	R	$R^{-1/2}$	1	5	5
(b)	$R^{1/2}$	$R^{-1/4}$	1	5	5
(c)	$R^{1/4}$	$R^{-1/8}$	1	5	5
(A)	R	$R^{-1/4}$	$R^{1/4}$	5	5
(B)	$R^{1/2}$	$R^{-1/8}$	$R^{1/8}$	5	5
(C)	$R^{1/4}$	$R^{-1/16}$	$R^{1/16}$	5	5
(p)	R	$R^{-1/2}$	1	$0.5(R/R_t)^{-7/2}$	$0.5(R/R_t)^{3/2}$
(q)	R	$R^{-1/2}$	1	$50(R/R_t)^{-7/2}$	$0.5(R/R_t)^{3/2}$
(r)	R	$R^{-1/2}$	1	$10^2(R/R_t)^{-7/2}$	$10^{-2}(R/R_t)^{3/2}$
(s)	R	$R^{-1/2}$	1	$10^2(R/R_t)^{-7/2}$	$10^{-4}(R/R_t)^{3/2}$
(t)	R	$R^{-1/2}$	1	$10^2(R/R_t)^{-7/2}$	$10^{-6}(R/R_t)^{3/2}$

and magnetic Reynolds numbers are 10^6 . This is lower than in the real corona (diffusivity coefficients are higher than in the real corona) but it represents a huge improvement over direct numerical simulations of MHD.

We use the model with 1000 planes piled up along B_{\parallel} , and each of these has 18 shells ($n = 0, \dots, 17$). Each of the simulations is run during 500 units of time (after an initial phase of energy growth), which corresponds to the order of 100 large-eddy turn-over times. Profiles of the energy and of the dissipation per unit volume are averaged over the duration of the runs.

3.1. Test case: uniform loop

We present run (u) as a test case, where the mass density, magnetic field, Alfvén speed and diffusion coefficients are all uniform (as in Buchlin & Velli 2007). Figure 2 shows that the time-average profile of the total energy per unit volume is uniform along the loop, with the magnetic energy dominating. The kinetic energy density is also uniform except near the footpoints, where it gets lower because of the boundary conditions ($u_f \ll B_{\parallel}$).

The energy dissipation (right panel of Fig. 2) is slightly non-uniform: although the phenomenology of Sect. 2.3 suggests a uniform profile, there is a drop near the footpoints and an enhancement near the loop top; the former can be attributed mainly to the contribution of the profile of kinetic energy dissipation, and the latter to the profile of the magnetic energy dissipation. The ratio of total dissipation power in the central 10% of the

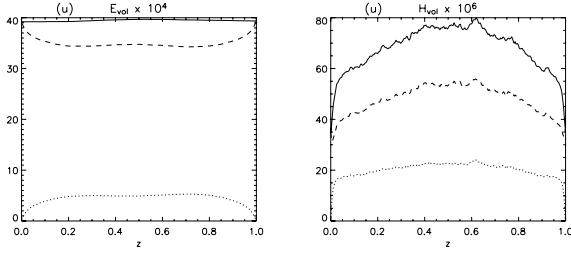


Fig. 2. Average profiles of the energy (*left*) and dissipation power (*right*) per unit volume, as a function of the position z along the loop, for run (u). The dotted lines are the kinetic energy or dissipation power, the dashed line the magnetic energy or dissipation power, and the plain line is the total.

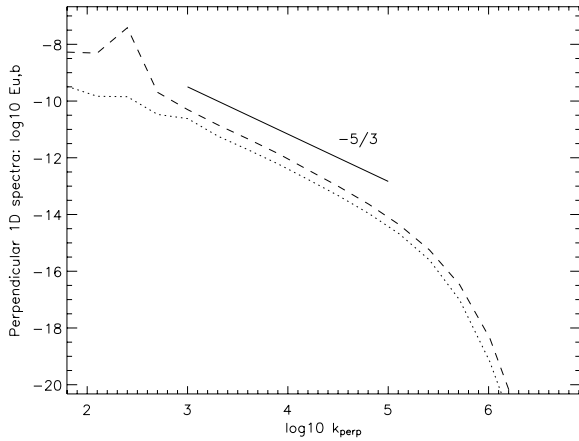


Fig. 3. Time-averaged kinetic (dots) and magnetic (dashes) perpendicular 1D energy spectra in the loop for run (u). A line of slope $-5/3$ is shown for reference. These spectra are representative of the spectra obtained for the other runs, although there can be some variations between runs.

loop length to the total dissipation power in both 5% of the loop length at the footpoints is 1.5.

A second observation is that the ratio of magnetic to kinetic energy dissipation is lower than the ratio of the magnetic to kinetic energy. This is because most magnetic energy is concentrated at large scales³ as can be seen on the spectra of Fig. 3, which do not dissipate as much as the smaller scales. Then the relative weight of the kinetic dissipation in the total dissipation is increased compared to the weight of the kinetic energy in the total energy; as the kinetic dissipation profile is lower at the footpoints (because of the boundary condition with $u_t \ll B_{\parallel}$), this explains the non-uniform shape of the total dissipation profile. This kind of effect needs to be kept in mind when analyzing the other runs.

3.2. Loop with a non-uniform mass density

We now consider a more realistic loop, with a non-uniform mass density determined by the HYDRAD model. The ability to take into account a non-uniform mass density (as well as a variable axial magnetic field: see later) is an important advantage of the SHELL-ATM model when compared to the model of Nigro et al. (2004) as used by Reale et al. (2005). Run (a) is performed using a mass density profile $\rho(z) = R(z)/R_t$ (Fig. 4). In runs (b) and (c)

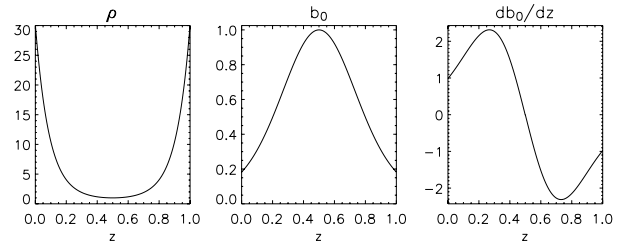


Fig. 4. Profiles of mass density ρ , Alfvén speed b_{\parallel} and gradient of Alfvén speed db_{\parallel}/dz for run (a), as a function of the position z along the loop.

we use $R^{1/2}/R_t$ and $R^{1/4}/R_t$ for the mass density profiles, so as to assess the effect of smoother profiles.

Loops seen with Yohkoh and TRACE have only a slight width enhancement at the top relative to the footpoints (Klimchuk et al. 1992; Klimchuk 2000; Watko & Klimchuk 2000). It is thus reasonable to assume a uniform axial magnetic field along such loop. In the model we set $B_{\parallel} = b_{\parallel}^t \sqrt{\mu_0 \rho_t}$ with $b_{\parallel}^t = 1$ and $\mu_0 = 1$ in model units. The Alfvén speed is then $b_{\parallel}(z) = b_{\parallel}^t (\rho(z)/\rho_t)^{1/2}$, a function of z , as shown in Fig. 4. Consequently the waves are partially reflected due to the Alfvén speed gradient.

The resulting time-averaged profiles of the energy per unit volume $E_V(z)$ and of the heating per unit volume $H_V(z)$ are shown in Fig. 5. The striking result is that in all these cases, including run (a) which has steep gradients of density and Alfvén speed, the effect of the non-uniform density on the heating profiles is very limited. For run (a) for example, while the phenomenology of Sect. 2.3 predicts a dependence in $\rho^{1/2}$ for both energy density and dissipation, i.e. a ratio ≈ 5.5 between the footpoints and the loop top, the actual ratio is only about 1.3 between the highest values (near the footpoints) and the lowest values, for both energy and dissipation. For runs (b) and (c) (which have shallower density gradients), the profiles are even closer to being uniform.

We performed fits of each of these profiles to a power-law ρ^{α} of the mass density (Table 3). The domain for the fit was restricted to the central 90% of the loop, to avoid effects due to the boundary conditions. In cases (a) and (b), the fit of the heating profile gives an index α_H close to 0 for the power-law ρ^{α_H} (taking into account the error bars of the fit; see Table 3 for the detailed results of the fits). Each of the individual profiles cannot be considered as uniform (as would be the case if the fit was perfect and with $\alpha_H = 0$), but they are still considerably more uniform than that expected from the steep gradient of the mass density ρ .

The fit of the energy profiles gives an index $7.1 \times 10^{-2} < \alpha_E < 9.4 \times 10^{-2}$ (in all three cases, taking into account the error bars). The profile of energy is thus also much more uniform than expected from the phenomenology ($\alpha = 1/2$). This is surprising as it means that, when going from the footpoints to the loop top, the energy decreases slower than what would be expected from the conservation of the energy flux (under the assumptions detailed in Sect. 2.3). The discrepancies between the phenomenology and the results are discussed further in Sect. 4.

Although the comparison of the heating in loops of different lengths is out of the scope of this paper, we have also performed a simulation of a 40 Mm-long loop. In this case a uniform chromospheric temperature yields unrealistically low coronal densities, so the loop has been divided into a 20 000 K chromosphere and, from the points where the density has been divided

³ This is a well-known effect coming from the resonances in the solution of the linearized RMHD equations (Milano et al. 1997).

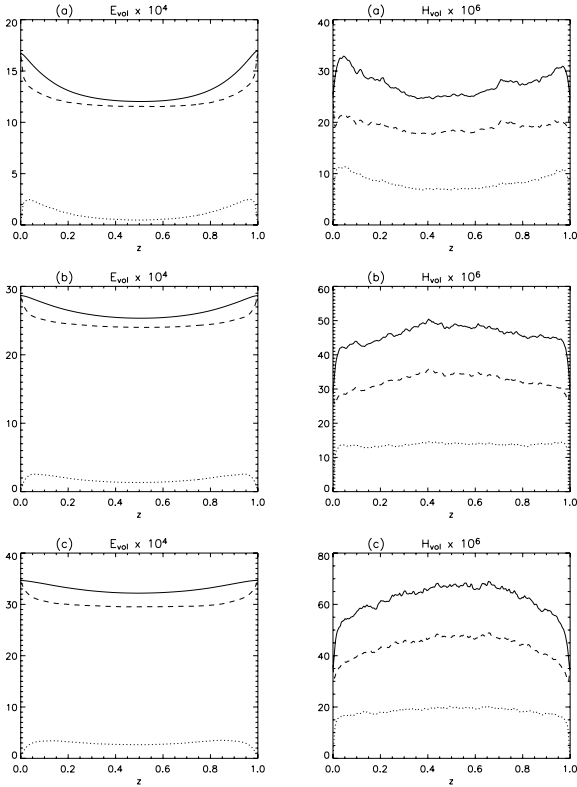


Fig. 5. Average profiles of the energy (*left*) and dissipation power (*right*) per unit volume, as a function of the position z along the loop, for runs (a), (b) and (c) (*from top to bottom*). The dotted lines are the kinetic energy or dissipation power, the dashed line the magnetic energy or dissipation power, and the plain line is the total (same as in Fig. 2).

Table 3. Summary of the indices α_E and α_H for the power-law fits $E_V \propto \rho^{\alpha_E}$ and $H_V \propto \rho^{\alpha_H}$, (1) expected from the phenomenology of Sect. 2.3 and (2) obtained from the numerical simulations, for the runs with uniform dissipation coefficients. The fits from the simulations are performed on time-averaged profiles and on the central 90% of the loop.

Run	α_E (1)	α_E (2)	α_H (1)	α_H (2)
(a)	1/2	$(8.50 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1/2	$(7.39 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
(b)	"	$(7.14 \pm 0.02) \times 10^{-2}$	"	$(-8.98 \pm 0.15) \times 10^{-2}$
(c)	"	$(9.42 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	"	$(-2.85 \pm 0.03) \times 10^{-1}$
(A)	"	$(3.15 \pm 0.00) \times 10^{-1}$	3/4	$(4.59 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
(B)	"	$(3.18 \pm 0.00) \times 10^{-1}$	"	$(3.81 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
(C)	"	$(3.05 \pm 0.00) \times 10^{-1}$	"	$(1.96 \pm 0.04) \times 10^{-1}$

by 100 compared to the footpoints, a 1 MK corona. Although the ratio of footpoint to loop top densities is higher than in the other simulations presented in this paper, the average heating profile remains quasi-uniform ($\alpha_H = (3.13 \pm 0.66) \times 10^{-2}$). Therefore, when the heating model SHELL-ATM is considered alone in a hydrostatic loop (i.e. neglecting the feedback effects of the cooling processes), longer loops do not seem to behave differently than shorter loops.

3.3. Loop with non-uniform mass density and magnetic field

In very large structures like coronal streamers, it is likely that the magnetic field gets weaker with altitude. We model this variation through a dependence on the mass density: the axial magnetic field of the loop is chosen to be $B_{\parallel}(z) = b_{\parallel} \sqrt{\mu_0 \rho(z)} (\rho(z)/\rho_t)^{-1/4}$ (the exponent 1/4 has been chosen so as to minimize both the

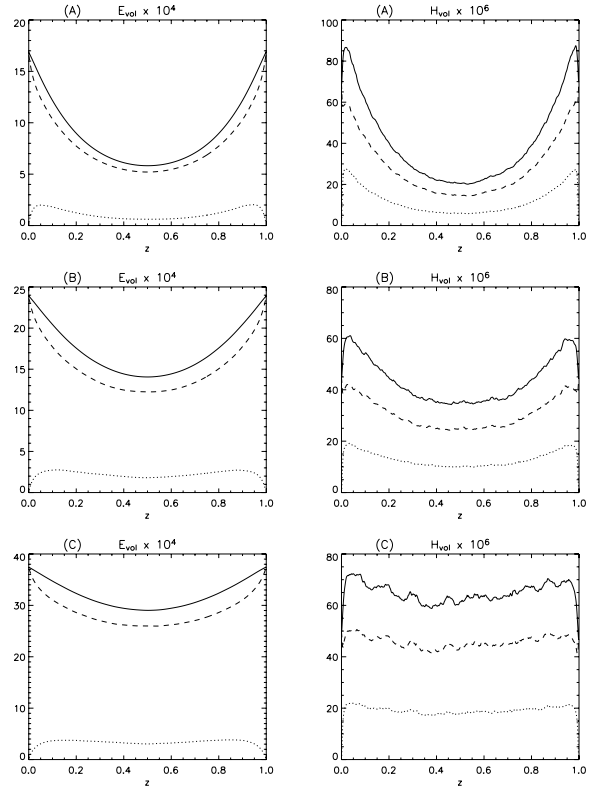


Fig. 6. Average profiles of the energy (*left*) and dissipation power (*right*) per unit volume, as a function of the position z along the loop, for runs (A), (B) and (C) (*from top to bottom*). The dotted lines are the kinetic energy or dissipation power, the dashed line the magnetic energy or dissipation power, and the plain line is the total (same as in Fig. 2).

gradients of magnetic field and of Alfvén speed for a given density profile). The Alfvén speed is then $b_{\parallel}(\rho(z)/\rho_t)^{1/4}$.

Runs (A), (B) and (C) are performed with this magnetic field profile, and the same density profiles as runs (a), (b) and (c) respectively (see Table 2). For run (A) for example, the ratio of the magnetic field between the footpoints and the loop top is then 2.3.

The resulting time-averaged profiles of the energy and the heating per unit volume are shown in Fig. 6. In all cases (and especially (A), which has the steepest density and magnetic field gradients) the heating is enhanced at the footpoints. The results of the power-law fits of the heating profiles as a function of the mass density are also shown in Table 3; we get $0.19 < \alpha_H < 0.46$ in all three cases (taking into account the error bars) whereas the phenomenology of Sect. 2.3 predicts $\alpha_H = 3/4$.

This enhancement of the dissipation power at the footpoints can be seen as a consequence of the higher energy per unit volume there. Indeed, the power-law fits of the energy profiles give $0.30 < \alpha_E < 0.32$ in all three cases, as seen in Table 3 (taking into account the error bars), whereas the phenomenology predicts $\alpha_E = 1/2$. Again, there is more energy at the loop top than what would be expected from the conservation of the energy flux.

3.4. Loop with non-uniform mass density and diffusivity coefficients

Up to now the diffusion coefficients have been assumed to be uniform, but this is not the case if the temperature profile is not uniform. So as to take this effect into account, we consider a

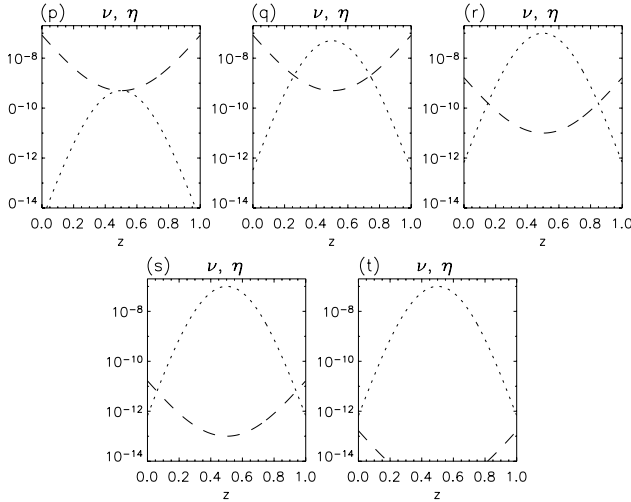


Fig. 7. Profiles of the dissipation coefficients ν (kinematic viscosity; dots) and η (magnetic diffusivity; dashes) used in runs (p), (q), (r), (s) and (t) (from left to right and top to bottom).

different situation than in the previous sections, with the same density profile $\rho(z) = R(z)/R_t$ as runs (a) and (A), but assuming now that the loop has a uniform pressure and that the law of perfect gases holds, hence a variation of a factor $R_f/R_t = 30$ of the temperature between the footpoints and the loop top. With these assumptions, the variations of the diffusivity coefficients in the magnetized plasma as obtained from Braginskii (1965) are in $T^{7/2}$ for the kinematic viscosity and in $T^{-3/2}$ for the magnetic diffusivity, where T is the plasma temperature (which is only known in our model from the density ρ and the assumptions we make in this section). We thus choose profiles $\nu = \nu_t R^{-7/2}$ and $\eta = \eta_t R^{3/2}$ for the kinematic viscosity and for the magnetic diffusivity respectively, where ν_t and η_t are the values of ν and η that we have chosen at the loop top.

We perform runs (p), (q), (r), (s) and (t) at different magnetic Prandtl numbers at loop top: $\text{Pr}_M^t = \nu_t/\eta_t = 1, 10^2, 10^4, 10^6$ and 10^8 respectively (see Table 2). With the profiles we use, the magnetic Prandtl number is $(R_f/R_t)^5$ times lower at the footpoints than at the loop top, i.e. 2.4×10^7 times lower: it is $\text{Pr}_M^f = 4 \times 10^{-8}, 4 \times 10^{-6}, 4 \times 10^{-4}, 4 \times 10^{-2}$ and 4 for runs (p), (q), (r), (s) and (t) respectively (see Fig. 7). These ranges of magnetic Prandtl numbers and of diffusivity coefficients, which are impossible to explore with direct numerical simulations, are easily managed by the SHELL-ATM model.

Compared to run (a), which has otherwise the same parameters, the profiles of the kinetic and magnetic energies, seen in Fig. 8, are barely affected: such small dissipation coefficients, which allow for a wide turbulent inertial range to develop, have almost no influence on the energy content as a function of the position along the loop, and the energy does not decrease significantly with altitude as a result of the dissipation.

However, as expected, the profiles of both the kinematic viscosity ν and the magnetic diffusivity η have an effect on the kinetic (H_V^k) and magnetic (H_V^b) dissipation powers (right panels of Fig. 8): the profile of H_V^k is mainly affected by the profile of ν and the profile of H_V^b is mainly affected by the profile of η . The combination of both gives a heating profile which is enhanced either at the footpoints (runs (p) and (q)), at the loop top (runs (s) and (t)) or both (run (r)). Heating enhancements at the footpoints are mainly due to magnetic energy dissipation, while a heating enhancement at the loop top is mainly due to

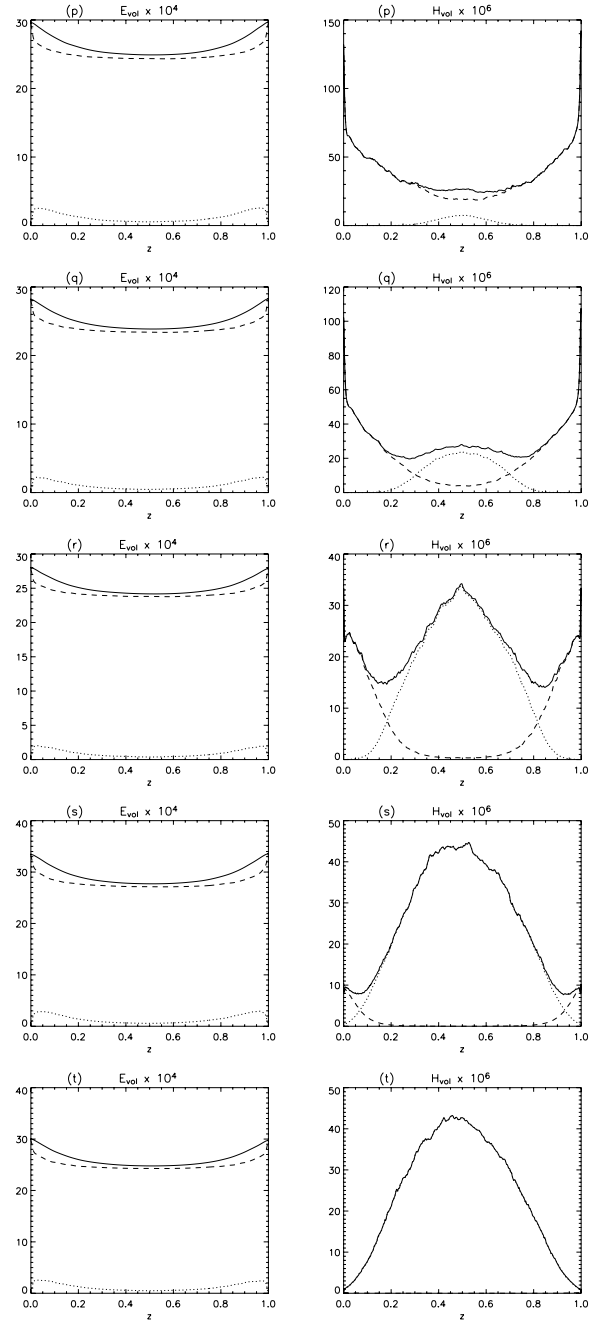


Fig. 8. Average profiles of the energy (left) and dissipation power (right) per unit volume, as a function of the position z along the loop, for runs (p), (q), (r), (s) and (t) (from top to bottom). The dotted lines are the kinetic energy or dissipation power, the dashed line the magnetic energy or dissipation power, and the plain line is the total (same as in Fig. 2).

kinetic energy dissipation. Note also that, as the kinetic energy is smaller in all cases than the magnetic energy, the ratio of the kinetic over magnetic dissipation is lower than what would be expected from the mere ratio of the kinematic viscosity over the magnetic diffusivity.

The fits of the kinetic (resp. magnetic) dissipation profiles to a power-law ρ^α are in most cases broadly consistent with the expected value $\alpha = -7/2$ (resp. $3/2$), although there are important differences between the different runs. The ratios between the kinetic (resp. magnetic) dissipation power near the footpoints and at the loop top are also broadly consistent with the same ratio

for ν (resp. η). Given the parameters of the model, this ratio can become very large but it is again easily managed by the SHELL-ATM model.

4. Discussion

We have presented a set of simulations of a coronal magnetic loop containing a highly turbulent MHD plasma, with Reynolds numbers up to 10^6 , a variation between the loop top and the footpoints by a factor of up to 30 for the density and up to the order of 10^7 for the magnetic Prandtl number. These ranges of physical parameters cannot be reached by direct numerical simulations.

The spatial distributions of the energy and of the heating as a function of the position along the loop have been obtained. The profiles of energy do not have a strong dependence on the position along the loop (runs (a) to (c)), except when the flux tube is expanding (runs (A) to (C)): in this case the energy per unit volume is higher near the footpoints, where the magnetic field is higher. The profiles of the heating (the dissipation of energy per unit volume) also have a low dependence on position when only the density varies. If the flux tube is expanding, the behavior of the heating profile is quite similar to that of the energy profile: the heating is higher near the footpoints.

When we look at runs (a) to (C) the profiles of energy and heating are shallower than what is expected from the simple linear phenomenology introduced in Sect. 2.3. We now try to explain the origin of these discrepancies. First, one might expect that the dissipation occurring during the wave propagation to the loop top would make the profile of energy E_V deeper instead of shallower; however, the comparison of the energy profiles in runs (p) to (t) (Fig. 8 left) with run (a) shows that this effect remains unnoticeable. The origin of the energy profile is still unclear.

Assuming now an energy profile $E_V \propto \rho^{\alpha_E}$ (with α_E coming from the fits of the results of the different runs), the dissipation profile in a given shell n is $H_V^{(n)} \propto B_{||}\rho^{\alpha_E}$, i.e. $\alpha_H \approx 0.1$ for runs (a) to (c) and $\alpha_H \approx 0.55$ for runs (A) to (C)⁴. This is already closer to the simulations results (Table 3) than the purely phenomenological predictions of $1/2$ and $3/4$ respectively. The remainder of the difference could be explained by the effect observed in run (u): the ratio of the kinetic dissipation profile (which is low at footpoints due to the velocity boundary condition at the photosphere) over the magnetic dissipation profile is increased compared to the ratio of the kinetic energy profile over the magnetic energy profile because of the concentration of magnetic energy at the larger scales in the loop. Thus the slow motions of the loops footpoints anchored in the photosphere and the build-up of magnetic energy mainly at large scales have a decisive influence on the determination of the profiles of heating in coronal loops.

Another, more subtle, effect is related to the profiles of the nonlinear and dissipation timescales. For a given k_{\perp} , the nonlinear time scale is $\tau_{NL} = 1/k_{\perp}Z$ and the dissipation time scale is $\tau_{\nu} = 1/\nu k_{\perp}^2$. Taking into account the energy profile and the variation of k_{\perp} for a given shell n (like in Sect. 2.3), the nonlinear time scale is $\tau_{NL}^{(n)} \propto \rho^{(1-\alpha_E)/2}/B_{||}^{1/2}$ and the dissipation time scale is $\tau_{\nu}^{(n)} \propto 1/\nu B_{||}$ for a given shell n . This means that for runs (a) to (c), the dissipation time scale does not depend on position while the nonlinear timescale ($\approx \rho^{0.45}$) is shorter at the

loop top: the transfer of energy to the small scales is more efficient, and as a consequence, the dissipation power is higher at the loop top than what is expected from the phenomenology of Sect. 2.3. This is in accordance to what is seen in the simulation results (a shallower profile of dissipation). For runs (A) to (C) the nonlinear ($\propto \rho^{0.23}$) and dissipation ($\propto \rho^{-1/4}$) timescales vary in opposite directions: the nonlinear terms are more efficient at the loop top, but they need to bring the energy further in the spectrum. However, the different k_{\perp} -dependence of both competing timescales means that the enhanced efficiency of the nonlinear transfer “wins” over the displacement of the dissipation scale: again, as seen in the simulations, the heating profile is shallower than expected before.

Runs (p) to (t) point out the additional role of the variation of the diffusion coefficients as a function of temperature (and thus as a function of position along the loop), which seems to have been overlooked in previous works. The profile of the kinetic (magnetic) energy dissipation follows approximately the profile of the kinetic (magnetic) diffusion coefficient respectively. The diffusion coefficients have thus a direct influence on the energy dissipation, and as they strongly vary with temperature, this yields a strong variation of the dissipation power along the loop. Furthermore, as both diffusion coefficients vary in opposite ways with temperature, the heating can be enhanced at the footpoints, at the loop top or both, depending on the magnetic Prandtl numbers in the loop.

Although these results seem to be straight forward, this had never been modelled in the context of solar coronal heating, as the precise values of ν and η are usually considered unimportant to get averages of the heating: the main argument for that is that energy is dissipated at the end of the inertial range, at whichever scale (or wavenumber) this end is (Galsgaard & Nordlund 1996). However, these values actually have an importance because (1) they discriminate between low- and high-Reynolds-number physics, with effects like intermittency appearing only at very high Reynolds numbers; (2) when waves propagate between regions with different diffusion coefficients, we have shown in this paper that the profiles of these coefficients contribute to the determination of the profile of the heating.

These simple simulations shed light on the consequences on heating profiles of the complex interactions between some of the physical effects that come into play in a non-uniform turbulent coronal loop: conservation of energy and magnetic fluxes, accumulation of large-scale magnetic field in a loop submitted to photospheric motions, nonlinear effects, and non-uniformity of the viscosity and magnetic diffusivity coefficients. However, many processes have not been included in these simulations, such as heat transport (conduction and radiation), flows, gravity, MHD processes overlooked by the shell-models, and kinetic effects. Future developments may include the heat transport and the subsequent computation of emitted radiation, especially in UV. In addition to completing the picture of the nanoflare-like processes involved in heating and cooling of loops, this will allow the comparison of such models to data from new instruments (such as Hinode/EIS) that observe the plasma at higher temperatures than previous instruments, at earlier stages of heating events.

Acknowledgements. Collaboration with Andrea Verdini when developing the numerical code is greatly acknowledged. E.B. acknowledges support from a PPARC rolling grant. S.J.B. is grateful to PPARC for the award of a Post-Doctoral Fellowship. M.V. acknowledges support from NASA grant SHP04-0000-0150. The authors thank the referee, D.A.N. Müller, for interesting comments that helped improve the manuscript.

⁴ It can also be noted that these new exponents are close to the exponents $\alpha_H = 0$ and $\alpha_H = 1/2$ that would be obtained from a heating proportional to $B_{||}^2$ (Gudiksen & Nordlund 2005b).

References

- Antiochos, S. K., MacNeice, P. J., Spicer, D. S., & Klimchuk, J. A. 1999, *ApJ*, 512, 985
- Aschwanden, M. J., Schrijver, C. J., & Alexander, D. 2001, *ApJ*, 550, 1036
- Bradshaw, S. J., & Mason, H. E. 2003, *A&A*, 401, 699
- Braginskii, S. I. 1965, *Rev. Plasma Phys.*, 1, 205
- Buchlin, E., & Velli, M. 2007, *ApJ*, 662, 701
- Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., et al. 2003, *A&A*, 406, 1061
- Cargill, P. J. 1994, *ApJ*, 422, 381
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., & DeLuca, E. E. 1998, *ApJ*, 505, 974
- Dmitruk, P., Gómez, D. O., & Matthaeus, W. H. 2003, *Phys. Plasmas*, 10, 3584
- Galsgaard, K., & Nordlund, Å. 1996, *J. Geophys. Res.*, 101, 13445
- Georgoulis, M. K., & Vlahos, L. 1998, *A&A*, 336, 721
- Giuliani, P., & Carbone, V. 1998, *Europhys. Lett.*, 43, 527
- Gómez, D. O., & Ferro Fontán, C. 1992, *ApJ*, 394, 662
- Gudiksen, B. V., & Nordlund, Å. 2005a, *ApJ*, 618, 1020
- Gudiksen, B. V., & Nordlund, Å. 2005b, *ApJ*, 618, 1031
- Heyvaerts, J., & Priest, E. R. 1992, *ApJ*, 390, 297
- Klimchuk, J. A. 2000, *Sol. Phys.*, 193, 53
- Klimchuk, J. A., Lemen, J. R., Feldman, U., Tsuneta, S., & Uchida, Y. 1992, *PASJ*, 44, L181
- Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
- Martens, P. C. H., Cirtain, J. W., & Schmelz, J. T. 2002, *ApJ*, 577, L115
- Milano, L. J., Gomez, D. O., & Martens, P. C. H. 1997, *ApJ*, 490, 442
- Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 194501
- Patsourakos, S., & Klimchuk, J. A. 2005, *ApJ*, 628, 1023
- Patsourakos, S., Klimchuk, J. A., & MacNeice, P. J. 2004, *ApJ*, 603, 322
- Priest, E. R., Foley, C. R., Heyvaerts, J., et al. 1998, *Nature*, 393, 545
- Reale, F. 2002, *ApJ*, 580, 566
- Reale, F., Nigro, G., Malara, F., Peres, G., & Veltri, P. 2005, *ApJ*, 633, 489
- Schmelz, J. T., & Martens, P. C. H. 2006, *ApJ*, 636, L49
- Strauss, H. R. 1976, *Phys. Fluids*, 19, 134
- Velli, M. 1993, *A&A*, 270, 304
- Vlahos, L., Georgoulis, M., Kluiving, R., & Paschos, P. 1995, *A&A*, 299, 897
- Watko, J. A., & Klimchuk, J. A. 2000, *Sol. Phys.*, 193, 77
- Withbroe, G. L., & Noyes, R. W. 1977, *ARA&A*, 15, 363

Electron density in the quiet solar coronal transition region from SoHO/SUMER measurements of S VI line radiance and opacity

E. Buchlin and J.-C. Vial

Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS & Universit Paris Sud, Orsay, France
e-mail: eric.buchlin@ias.fr

Received 23 December 2008 / Accepted 27 May 2009

ABSTRACT

Context. The steep temperature and density gradients that are measured in the coronal transition region challenge the model interpretation of observations.

Aims. We derive the average electron density $\langle n_e \rangle$ in the region emitting the S VI lines. We use two different techniques, which allow us to derive linearly-weighted (opacity method) and quadratically-weighted (emission measure method) electron density along the line-of-sight, to estimate a filling factor or derive the layer thickness at the formation temperature of the lines.

Methods. We analyze SoHO/SUMER spectroscopic observations of the S VI lines, using the center-to-limb variations in radiance, the center-to-limb ratios of radiance and line width, and the radiance ratio of the 93.3–94.4 nm doublet to derive the opacity. We also use the emission measure derived from radiance at disk center.

Results. We derive an opacity τ_0 at S VI 93.3 nm line center of the order of 0.05. The resulting average electron density $\langle n_e \rangle$, under simple assumptions concerning the emitting layer, is $2.4 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$ at $T = 2 \times 10^5 \text{ K}$. This value is higher than (and inconsistent with) the values obtained from radiance measurements ($2 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$). The last value corresponds to an electron pressure of 10^{-2} Pa . Conversely, taking a classical value for the density leads to a too high value of the thickness of the emitting layer.

Conclusions. The pressure derived from the emission measure method compares well with previous determinations. It implies a low opacity of between 5×10^{-3} and 10^{-2} . It remains unexplained why a direct derivation leads to a much higher opacity, despite tentative modeling of observational biases. Further measurements in S VI and other lines emitted at a similar temperature should be completed, and more realistic models of the transition region need to be used.

Key words. Sun: atmosphere – Sun: transition region – Sun: UV radiation

1. Introduction

In the simplest description of the solar atmosphere as a series of concentric spherical layers of plasma at different densities and temperatures, the transition region (hereafter TR) between the chromosphere and the corona is the thin interface between the high-density and low-temperature chromosphere (a few 10^{16} m^{-3} hydrogen density at about 10^4 K) and the low-density and high-temperature corona (about 10^{14} m^{-3} at 10^6 K). The variation in temperature T and electron number density n_e was mostly derived from the modelling of this transition region, where radiative losses are balanced by thermal conduction (e.g. Mariska 1993; Avrett & Loeser 2008).

Measurements of the electron density usually depend on either estimation of the emission measure or line ratios. On the one hand, using absolute line radiances, the emission measure (EM) and differential emission measure (DEM) techniques provide $\langle n_e^2 \rangle$ at the formation temperature of a line (or as a function of temperature, if several lines covering a range of temperatures are measured). On the other hand, the technique of line radiance ratios provides a wealth of values of n_e (Mason 1998) with the assumption of uniform density along the line-of-sight, and with an accuracy that is limited by the accuracy of the two respective radiance measurements: a 15% uncertainty in the line radiance measurement typically leads to a 30% uncertainty in the line ratio and then about a factor 3 of uncertainty in the density.

However, for a given pair of lines, this technique only works for a limited range of densities. We add that the accuracy is also limited by the precision of atomic physics data.

Here we also propose to use the concept of opacity (or optical thickness) to derive the population of the low (actually the ground) level i of a given transition $i \rightarrow j$, and then the electron density. At a given wavelength, the opacity of a column of plasma corresponds to the sum of the absorption coefficients of photons by the individual ions in the column. The opacity can be derived by different complementary techniques (Dumont et al. 1983), if many measurements are available with spatial (preferably center-to-limb) information. This is the case in a full-Sun observation program by the SoHO/SUMER UV spectro-imager (Wilhelm et al. 1995; Peter 1999; Peter & Judge 1999) run in 1996. In particular, because of a specific “compressed” mode, a unique dataset of 36 full-Sun observations in S VI lines was obtained, enabling that it is possible at the same time to derive $\langle n_e \rangle$ from opacity measurements and $\langle n_e^2 \rangle$ from line radiance measurements (via the EM).

We already used this data set to derive properties about the turbulence in the TR (Buchlin et al. 2006). We note here that, in contrast to Peter (1999), Peter & Judge (1999), and Buchlin et al. (2006), we are not interested in the resolved directed velocities or in the non-thermal velocities but in the line radiances, peak spectral radiances, and widths. We also note that, along with the

Table 1. Spectral lines present in the data sets, with parameters computed by CHIANTI and given by previous observations.

ion	transition $j \rightarrow i$	CHIANTI ^a			Curd et al. (2001)	
		$\log T_{\max}$ (K)	wavelength ()	radiance ^b	wavelength ()	peak radiance ^b
S VI	$2p^6 3p^2 P_{3/2} \rightarrow 2p^6 3s^2 S_{1/2}$	5.3	933.3800	3.81×10^{-3}	933.40	0.57
Ly ϵ	$6p^2 P_{3/2} \rightarrow 1s^2 S_{1/2}$	—	—	—	937.80	1.07
Si VIII	$2s^2 2p^3^2 P_{3/2} \rightarrow 2s^2 2p^3^4 S_{3/2}$	5.9	944.4670	5.24×10^{-3}	944.34	0.14
S VI	$2p^6 3p^2 P_{1/2} \rightarrow 2p^6 3s^2 S_{1/2}$	5.3	944.5240	1.91×10^{-3}	944.55	0.29

^a Using the ‘‘Arnaud & Raymond’’ ionization fractions file, the ‘‘Sun coronal’’ abundance file and the ‘‘quiet Sun’’ DEM file. CHIANTI does not include data for the Hydrogen lines (Ly ϵ in particular).

^b Radiances are given in $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$, and peak spectral radiances are given in $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{nm}^{-1}$.

modelling work of Avrett & Loeser (2008), we do not attempt to differentiate between network and internetwork, which can be a difficult task at the limb, and aim to precisely determinate the properties of an average TR.

This paper is organized as follows: we first present the data set that use, we then we determine opacities and radiances of S VI 93.3 nm, we derive two determinations of density in the region emitting the S VI 93.3 nm line, we discuss the disagreement between the two determinations (especially possible biases), and finally we conclude.

2. Data

2.1. Data sets

We use the data from a SoHO/SUMER full-Sun observation program in S VI 93.3 nm, S VI 94.4 nm, and Ly ϵ designed by Philippe Lemaire. The spectra, obtained with detector A of SUMER and for an exposure time of 3 s, were not sent to the ground (except for context spectra) but 5 parameters (‘‘moments’’) of 3 lines were computed on board for each position on the Sun: (1) peak spectral radiance; (2) Doppler shift; and (3) width of the line S VI 93.3 nm; (4) line radiance (integrated spectral radiance) of the line Ly ϵ 93.8 nm; (5) line radiance of the line S VI 94.4 nm, which is likely to be blended with Si VIII.

The detailed characteristics of these lines can be found in Table 1. A list of the 36 observations of this program completed throughout year 1996, close to solar minimum, can be found in Table 1 of Buchlin et al. (2006). These original data constitute the main data set that we use in this paper, hereafter DS1. They are complemented by a set of 22 context observations from the same observing program, which we use when we need the full profiles of the spectral lines close to disk center: the full SUMER detector (1024×360 pixels) was recorded at a given position on the Sun at less than 40 arcsec from disk center and with an exposure time of 300 s. This data was calibrated using the Solar Software procedure `sum_read_corr_fits` (including correction of the flat field, as measured on 23 September 1996, and of distortion), and it will hereafter be referred to as DS2.

2.2. Averages of the data as a function of distance to disk center

To obtain averages of the radiances in data set DS1 as a function of the radial distance r to the disk center, and, as a function of μ , the cosine of the angle between the normal to the solar ‘‘surface’’ and the line-of-sight, we apply the following method, assuming that the Sun is spherical:

- We detect the limb automatically by finding the maximum of the S VI 93.3 nm radiance at each solar- y position in two

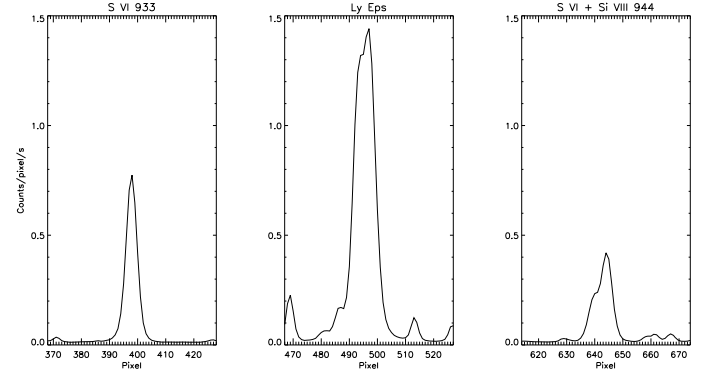


Fig. 1. Raw line profiles from the context spectrum taken on 4 May 1996 at 07:32 UT at disk center with an exposure time of 300 s. The profiles are averaged over pixels 50 to 299 along the slit (1×300 arcsec, detector A), with no prior destretching of the data.

detection windows in the solar- x direction, corresponding to the approximate expected position of the limb. This means that the limb is found in a TR line and is approximately 3 arcsec above the photosphere. However, this is the relevant limb position for the geometry of the S VI 93.3 nm emission region.

- We fit these limb positions to arcs of a circle described by $x(y)$ functions, and we derive the true position (a, b) of the solar disk center in solar coordinates (x, y) given by SUMER, and the solar radius R_{\odot} , which changes as a function of the time of year due to the eccentricity of SoHO’s orbit around the Sun. The solar radius is evaluated for the observed wavelength of 93.3 nm.
- We exclude zones corresponding to active regions, because we attempt to obtain properties of the TR in the quiet Sun.
- For each of the remaining pixels, we derive values of the radial distance $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ to disk center and of $\mu = \sqrt{1 - (r/R_{\odot})^2}$.
- We compute the averages of each moment (radiances and widths) in bins of both r/R_{\odot} and $1/\mu$.

The resulting averages as a function of r/R_{\odot} and of $1/\mu$ are plotted in Fig. 2 except for the S VI 93.3 nm Doppler shift, which will not be used in this paper. The radiances are approximately linear functions of $1/\mu$ for small $1/\mu$, as expected for optically thin lines in a plane-parallel geometry. This behavior supports the assumption of a ‘‘mean’’ plane-parallel transition region, at least for $1/\mu < 10$ or $\theta < 84^{\circ}$.

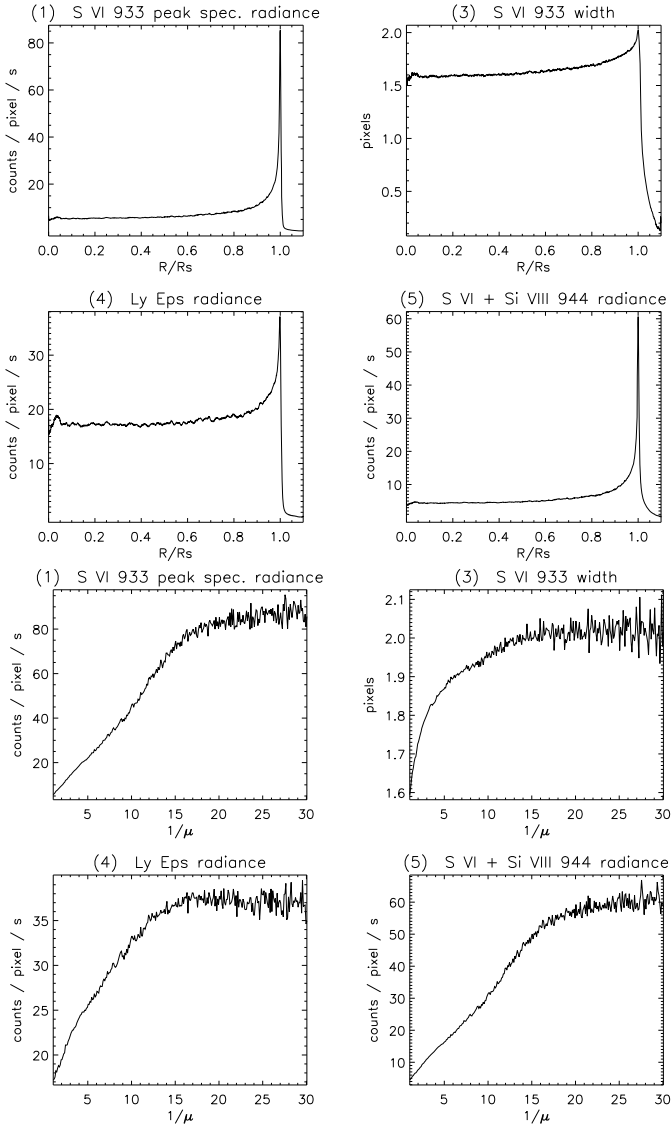


Fig. 2. Average of the data as a function of r/R_{\odot} (top panels) and as a function of $1/\mu$ (bottom panels).

3. Determination of opacities

3.1. Using center-to-limb variations

We follow the method A proposed by Dumont et al. (1983). Assuming that the TR is spherically symmetric and can be assumed to be plane-parallel when not seen too close to the limb, that the lines are optically thin, and that the source function S is constant in the region where the line is formed¹, the spectral radiance is:

$$I_0(\mu) = S(1 - \exp(-\tau_0/\mu)) \quad (1)$$

where the subscript 0 is for the line center and τ is the opacity of the emitting layer at disk center. We then have that:

$$I_0(\mu) = I_0(1) \frac{1 - \exp(-\tau_0/\mu)}{1 - \exp(-\tau_0)} \quad (2)$$

and a fit of the observed $I_0(\mu)$ by this function, where $I_0(1)$ and τ_0 are parameters², provides an estimate of τ_0 .

¹ We release this assumption in Sect. 5.

² Note that, in contrast to Dumont et al. (1983), we consider $I_0(1)$ as an additional parameter. This is because by doing so, we avoid the

For the lines for which only the line radiance E is known (S VI 94.4 nm and Ly ϵ), we need to fit the following function, where τ_0 and $E(1)$ are parameters³:

$$E(\mu) = E(1) \frac{\int_{\mathbb{R}} (1 - \exp(-\frac{\tau_0}{\mu} e^{-u^2})) du}{\int_{\mathbb{R}} (1 - \exp(-\tau_0 e^{-u^2})) du} \quad (3)$$

This expression is derived from Dumont et al. (1983) and assumes a Doppler absorption profile $\exp(-u^2)$ with $u = \Delta\lambda/\Delta\lambda_D$. Here, in contrast to the peak spectral radiance ratio, the function and its derivatives with respect to τ_0 and $E(1)$ cannot be computed analytically, but must be estimated numerically; this is achieved by a fast method, using a Taylor expansion of the outermost exponential of both the numerator and denominator of Eq. (3).

These theoretical functions of μ are then plotted for different values of the parameter τ_0 over the observations in Fig. 3, for all three lines (either for the peak spectral radiance or the line radiance, depending on the data). We performed a non-linear least squares fit with the Levenberg-Marquardt algorithm as implemented in the Interactive Data Language (IDL) to estimate the parameter τ_0 . The uncertainties in each point of the $E(\mu)$ or $I(\mu)$ functions (an average of N_d pixels) that we take as input to the fitting procedure come mainly from the possible presence of coherent structures such as bright points: the number of possible structures is of the order N_d/N_s , where N_s is the size of these structures (we assume $N_s = 100$ pixels), and then the uncertainty in I or E is $\sigma/\sqrt{N_d/N_s}$ where σ is the standard deviation of the data points (in each pixel of a $1/\mu$ bin). Compared to this uncertainty, the photon noise is negligible.

The results of the fits for the interval $1/\mu \in [1, 5]$ are shown in Fig. 3: as far as τ_0 is concerned, they are 0.113 for moment (1) (S VI 93.3 nm peak spectral radiance) and 0.244 for moment (5) (S VI 94.4 nm radiance, blended with Si VIII). The approximations that we used in writing Eq. (1) are invalid for the optically thick Ly ϵ line, which should explain the poor fit. On the other hand, these approximations are valid for both the S VI lines, as long as $1/\mu$ is small enough. For large $1/\mu$, there is an additional uncertainty resulting from the determination of the limb.

These results are sensitive to the limb fitting: a 10^{-3} relative error in the determination of the solar radius leads to a 7×10^{-2} relative error in τ_0 . Since 10^{-3} is a conservative upper limit to the error in the radius from the limb fitting, we can consider 7×10^{-2} to be a conservative estimate of the relative error in τ_0 resulting from the limb fitting.

3.2. Using center-to-limb ratios of S VI 93.3 nm width and radiance

The variation with position of the S VI 93.3 nm line width (see Fig. 2) can be interpreted as an opacity saturation of the S VI 93.3 nm line at the limb, and method B of Dumont et al. (1983) can then be applied. This method relies on the measurement of the ratio $d = \Delta\lambda_l^*/\Delta\lambda_c^*$ of the FWHM at the limb and the disk center: the optical thickness at line center t_0 at the limb is given by solving

$$2(1 - \exp(-t_0 e^{-d^2 \ln^2})) = 1 - \exp(-t_0), \quad (4)$$

sensitivity of $I_0(1)$ to structures close to disk center, and because the first data bin starts at $1/\mu = 1$ instead of being centered on $1/\mu = 1$.

³ We take here $E(1)$ as a parameter for the same reason as we did before for $I_0(1)$.

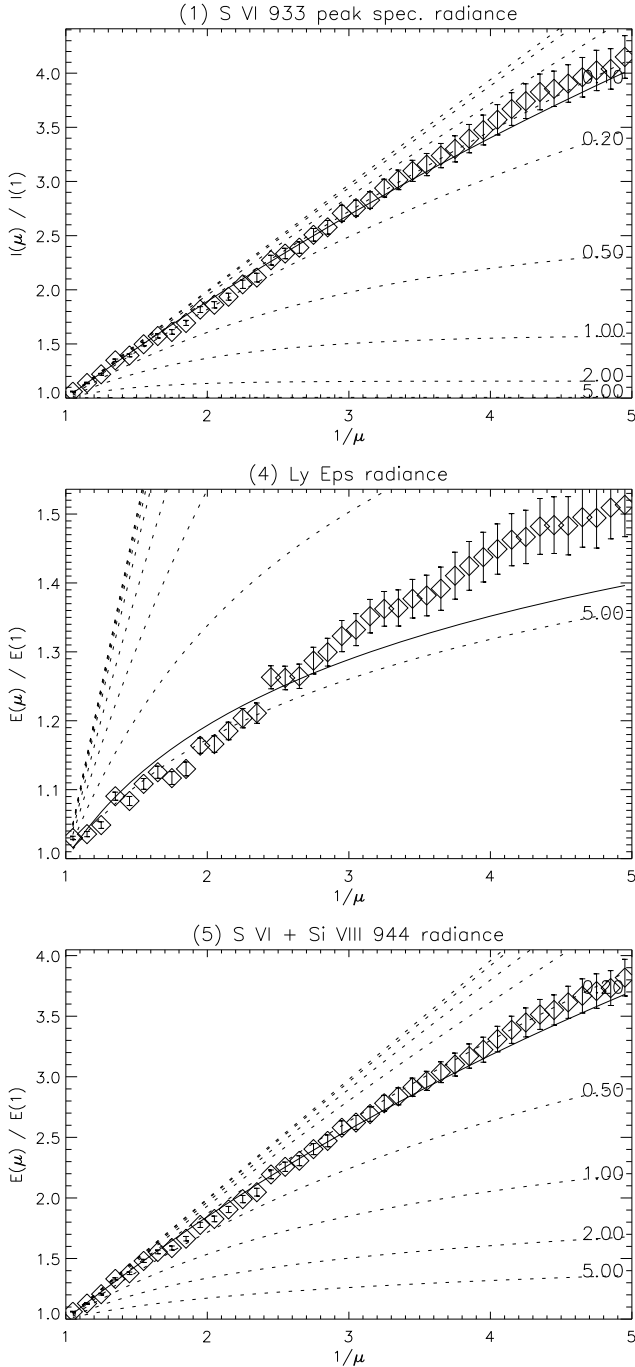


Fig. 3. Diamonds: average profiles of the radiance data (moments 1, 4 and 5) as a function of $1/\mu$, normalized to their values at disk center. Dotted lines: theoretical profiles for different values of τ_0 . Plain lines: fits of the theoretical profiles to the data, giving the values for τ_0 : 0.113 for (1) and 0.244 for (5). The fit for Ly ϵ is bad because this line is optically thick.

which is Eq. (4) of Dumont et al. (1983), where a sign error has been corrected, and the opacity at line center τ_0 is then given by solving

$$\frac{I_0(\mu = 1)}{I_0(\mu = 0)} = \frac{1 - \exp(-\tau_0)}{1 - \exp(-t_0)}. \quad (5)$$

Using the full-Sun S VI 93.3 nm compressed data set DS1⁴, we measure the ratio d to be 1.274 and t_0 to be 1.53. Finally, we use the S VI 93.3 nm peak spectral radiance ratio $I_0(\mu = 1)/I_0(\mu = 0) = 0.062$ to derive $\tau_0 = 0.05$.

3.3. Using the S VI 94.4 – 93.3 line ratio

The theoretical dependence of the S VI 94.4 – 93.3 peak radiance line ratio as a function of the line opacities and source functions is

$$K = \frac{I_{0,933}}{2 I_{0,944}} = \frac{S_{933}}{2 S_{944}} \cdot \frac{1 - \exp(-\tau_{0,933})}{1 - \exp(-\tau_{0,944})}. \quad (6)$$

For this doublet, we assume $S_{933} = S_{944}$ and $\tau_{0,933} = 2\tau_{0,944}$ (because the oscillator strengths are in the proportion $f_{933} = 2f_{944}$). Then K reduces to

$$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \exp(-\tau_{0,933})}{1 - \exp(-\tau_{0,933}/2)} = \frac{1 + \exp(-\tau_{0,933}/2)}{2} \quad (7)$$

and we derive $\tau_{0,933}$ from the observed value of K to be

$$\tau_{0,933} = -2 \ln(2K - 1). \quad (8)$$

The difficulty is that the S VI 94.4 nm line is blended with the Si VIII line. To remove this blend, we analyzed the line profiles available in data set DS2. After averaging the line profiles over the 60 central pixels along the slit, we fitted the S VI 93.3 nm line with a Gaussian and a uniform background, and the S VI 94.4 nm line blend with two Gaussians and a uniform background. We then computed the Gaussian amplitude from these fits for both S VI lines, to measure $I_{0,933}$ and $I_{0,944}$, and then K , which we averaged over all observations. From this method, we inferred that $\tau_{0,933} = 0.089$.

The same kind of method could in theory be used for the S VI 94.4 – 93.3 line radiance ratio

$$K = \frac{E_{933}}{2 E_{944}} = \frac{S_{933}}{2 S_{944}} \frac{\int_{\mathbb{R}} (1 - \exp(-\tau_{0,933} e^{-u^2})) du}{\int_{\mathbb{R}} (1 - \exp(-\tau_{0,944} e^{-u^2})) du} \quad (9)$$

with, again, $S_{933} = S_{944}$ and $\tau_{0,933} = 2\tau_{0,944}$. As for method A, the integral makes it necessary to invert this function of $\tau_{0,933}$ numerically, to recover $\tau_{0,933}$ for a given observed value of K . Since K decreases as a function of $\tau_{0,933}$, this is possible by a simple dichotomy. However, the average K from the observations is greater than 1, which makes it impossible to invert the function and obtain a value for τ_0 .

3.4. Discussion about opacity determination

It is clear that the three methods provide different values of the opacity at disk center. We confirm the result of Dumont et al. (1983), obtained in different lines, by which the method of center-to-limb ratios of width and radiance (Sect. 3.2, or method B in Dumont et al. 1983) provides the smallest value of the opacity. As mentioned by these authors, the center-to-limb variation method (Sect. 3.1, or method A) overestimates the opacity for different reasons described in Dumont et al. (1983), including the curvature of the layers close to the limb and their roughness. The method of line ratios (Sect. 3.3, or method C)

⁴ Although not obvious from the data headers, moment (3) corresponds to the deconvoluted FWHM of S VI 93.3 nm, as confirmed by comparing with the width obtained from the full profiles in data set DS2 and deconvoluted using the Solar Software procedure `con_width_4`.

also provides larger values of the opacity, although free from geometrical assumptions; Dumont et al. (1983) interpret them as resulting from a difference between the source functions of the lines of the doublet.

This does not mean that there are no additional biases. For instance, we adopted a constant Doppler width from center to limb; this is incorrect since, at the limb, the observed layer is at higher altitude, where the temperature and turbulence are higher than in the emitting layer as viewed at disk center. Consequently, the excessive line width is wrongly interpreted as only an opacity effect. However, it seems improbable that a 27.4% increase in Doppler width from center to limb can be interpreted entirely in terms of temperature (because of the square-root temperature variation in Doppler width) and turbulence (since the emitting layer is – a posteriori – optically not very thick).

4. First estimates of densities

4.1. Densities using the opacities

The line-of-sight opacity at line center of the S VI 93.3 nm line is given by

$$\tau_0 = \int k_{\nu_0} n_{S\text{VI},i}(s) ds, \quad (10)$$

where the integration is along the line-of-sight. The variable $n_{S\text{VI},i}$ is the numerical density of S VI in its level i , which can be written as

$$n_{S\text{VI},i} = \frac{n_{S\text{VI},i}}{n_{S\text{VI}}} \frac{n_{S\text{VI}}}{n_S} \text{Abund}(S) \frac{n_{\text{H}}}{n_e}, \quad (11)$$

where $\text{Abund}(S) = n_S/n_{\text{H}}$ is the sulfur abundance in the corona ($10^{-4.73}$ according to the CHIANTI database, Dere et al. 1997; Landi et al. 2006), $n_{S\text{VI},i}/n_{S\text{VI}}$ is the proportion of S VI at level i , $n_{S\text{VI}}/n_S$ is the ionization fraction (known as a function of temperature), and $n_{\text{H}}/n_e = 0.83$ is constant in a fully ionized medium such as the upper transition region. In this work, i is the ground state $i = 1$, and since in this region $n_{S\text{VI},1}/n_{S\text{VI}}$ is very close to 1, we neglect this term from now. The variable k_{ν_0} is the absorption coefficient at line center frequency ν_0 for each S VI ion, given by

$$k_{\nu_0} = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{ij} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D}, \quad (12)$$

where B_{ij} is the Einstein absorption coefficient for the transition $i \rightarrow j$ (i.e., $2p^6 3s^2 S_{1/2} \rightarrow 2p^6 3p^2 P_{3/2}$) at $\lambda_0 = 93.3$ nm, and integration over a Gaussian Doppler shift distribution was completed ($\Delta\nu_D$ is the Doppler width in frequency). Using

$$B_{ij} = \frac{g_j}{g_i} B_{ji} = \frac{g_j}{g_i} \frac{A_{ji}}{2 h\nu_0^3/c^2} \quad (13)$$

with $g_j/g_i = 2$ and $\lambda_0 = c/\nu_0$, this infers that

$$k_{\nu_0} = \frac{\lambda_0^4 A_{ji}}{4\pi^{3/2} c \Delta\lambda_D} \quad (14)$$

Finally, for an emitting layer of thickness Δs and average electron density $\langle n_e \rangle$, we have

$$\tau_0 = \frac{\lambda_0^4 A_{ji}}{4\pi^{3/2} c \Delta\lambda_D} \frac{n_{S\text{VI}}}{n_S} \text{Abund}(S) \frac{n_{\text{H}}}{n_e} \langle n_e \rangle \Delta s. \quad (15)$$

Taking $\tau_0 = 0.05$, we derive $\langle n_e \rangle \Delta s = 4.9 \times 10^{21} \text{ m}^{-2}$. Then, with $\Delta s = 206$ km (the altitude interval corresponding to the FWHM of the S VI 93.3 nm contribution function $G(T)$ as computed by CHIANTI), this infers that $\langle n_e \rangle = 2.4 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$.

4.2. Squared densities using the contribution function

The average S VI 93.3 nm line radiance at disk center obtained from data set DS2 (excluding the 5% higher values not considered to be part of the quiet Sun) is $E = 1.4 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$ (compared to the value 3.81×10^{-3} given by CHIANTI with a quiet Sun DEM – see Table 1). This can be used to estimate $\langle n_e^2 \rangle \Delta s$ in the emitting region of thickness Δs , since

$$E = \int G(T(s)) n_e^2(s) ds \approx G(\langle T \rangle) \langle n_e^2 \rangle \Delta s, \quad (16)$$

where $G(T)$ is the contribution function, the integral is evaluated along the line-of-sight, and we assume that $\tau_0 \ll 1$. We take the average temperature in the emitting region to be $\langle T \rangle = T_{\text{max}} = 10^{5.3} \text{ K}$, and, for densities of the order of 10^{16} m^{-3} , the gofnt function of CHIANTI infers $G(\langle T \rangle) = 1.8 \times 10^{-37} \text{ W m}^3 \text{ sr}^{-1}$. We finally derive

$$\langle n_e^2 \rangle \Delta s = 8.4 \times 10^{35} \text{ m}^{-5}. \quad (17)$$

Again for $\Delta s = 206$ km, we obtain $\langle n_e \rangle_{\text{rms}} = 2.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Assuming an uncertainty of 20% in E , the uncertainty in $\langle n_e \rangle_{\text{rms}}$ should be 10% for a given Δs .

5. Discussion of biases in the method

At the start of this work, one of our aims was to determine a filling factor⁵

$$f = \frac{\langle n_e \rangle^2}{\langle n_e^2 \rangle} \quad (18)$$

in the S VI-emitting region. This initial objective needs to be reviewed, because we obtain $f = 144$, an impossible value as it is more than 1. Our values of densities can be compared with the density at $\log T = 5.3$ in the Avrett & Loeser (2008) model ($1.7 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$): our value of $\langle n_e \rangle$ is an order of magnitude higher, while $\langle n_e \rangle_{\text{rms}} = \sqrt{\langle n_e^2 \rangle}$ is about the same (while it should be higher than $\langle n_e \rangle$). Our value of intensity is compatible with average values from other sources, such as Del Zanna et al. (2001) (see their Fig. 1).

Given the same measurements of τ_0 and E , one can instead assume of a filling factor $f \in [0, 1]$ and infer Δs to be

$$\Delta s = \frac{1}{f} \cdot \frac{(\langle n_e \rangle \Delta s)^2}{\langle n_e^2 \rangle \Delta s}, \quad (19)$$

where the numerator and denominator of the second quotient in the product shown are determined from Eqs. (15) and (16) respectively. With the values from Sect. 4, this gives $\Delta s > 29 \text{ Mm} = 0.04 R_{\odot}$, a value much larger than expected.

In any case, there seems to be some inconsistencies for $\log T = 5.3$ between on the one hand our new observations of opacities, and on the other hand transition region models and observations of intensities. We now propose to discuss the possible sources of these discrepancies, while releasing, when needed, some of the simplistic assumptions we have so far made.

5.1. Assumption of a uniform emitting layer

5.1.1. Bias due to this assumption

When computing the average densities from the S VI 93.3 nm opacity and radiance, we assumed a uniform emitting layer at

⁵ We explain this definition of the filling factor in Appendix A.

the temperature of maximum emission and of thickness Δs given by the width of contribution function $G(T)$. However, the different dependences of the electron density in Eqs. (10) and (16) – the first is linear while the second is quadratic – means that the slope of the $n_e(s)$ function affects the weights on the integrals of Eqs. (10) and (16) differently: a bias, different for τ_0 and E , can be expected, and here we explore this effect starting from the Avrett & Loeser (2008) model, which has the merit of giving average profiles of temperature and density (among other variables) as a function of altitude s .

Opacity. Using the Avrett & Loeser (2008) profiles and atomic physics data, we derive $\tau_0 = 0.008$. Then, using the same simplistic method as for observations (still with a uniform layer of thickness $\Delta s = 206$ km), we obtain $\langle n_e \rangle = 2.4 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, a value only 40% higher than the density at $\log T = 5.3$ in this model ($1.7 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$).

Radiance. Using the same Avrett & Loeser (2008) profiles and the CHIANTI contribution function $G(T)$, we derive $E = 1.3 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$. Then, using the same simplistic method as for observations, we obtain $\langle n_e \rangle_{\text{rms}} = 1.9 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, a value 12% higher than the density at $\log T = 5.3$ in this model.

We see then that the assumption of a uniform emitting layer has a bias towards high densities, which is stronger for the opacity method than for the radiance method. A filling factor computed from these values would be $f = 1.5$, while it was assumed to be 1 when computing τ_0 and E from the Avrett & Loeser (2008) model: this can be one of the reasons for our too high observed filling factor.

This differential bias acts surprisingly because, according to the n_e^2 term in Eq. (16) one would expect the bias to be stronger for E than for τ_0 ; however, it can be understood by comparing the effective temperatures for τ_0 and E , which are respectively

$$T_{\text{eff},\tau_0} = \frac{\int T(s) n_e(s) K(T(s)) ds}{\int n_e(s) K(T(s)) ds} = 10^{5.38} \text{ K}, \text{ and} \quad (20)$$

$$T_{\text{eff},E} = \frac{\int T(s) n_e^2(s) G(T(s)) ds}{\int n_e^2(s) G(T(s)) ds} = 10^{5.40} \text{ K}, \quad (21)$$

where $K(T) = k_{\nu_0}(T) n_{S\text{VI}}/n_e$, while $T(s)$ and $n_e(s)$ are from Avrett & Loeser (2008). The higher effective temperature for E than for τ_0 means that the bias is more affected by the respective shapes of the high-temperature wings of $G(T)$ and $K(T)$ than by the exponent of n_e in the integrals of Eqs. (12) and (16).

It can be pointed out that the difference between the $K(T)$ and $G(T)$ kernels is present because $G(T)$ (unlike $K(T)$) takes into account not only the ionization equilibrium of S VI, but also the collisions from i to j levels of S VI ions.

5.1.2. Releasing this assumption: a tentative estimate of the density gradient around $\log T = 5.3$

In Sect. 5.1.1 we have demonstrated that the radiance computed with the Avrett & Loeser (2008) profiles and the CHIANTI contribution function $G(T)$ is a factor of 3 higher than the radiance computed directly by CHIANTI using the standard quiet Sun DEM (see Table 1). This is because the DEM computed from the temperature and density profiles of the Avrett & Loeser (2008)

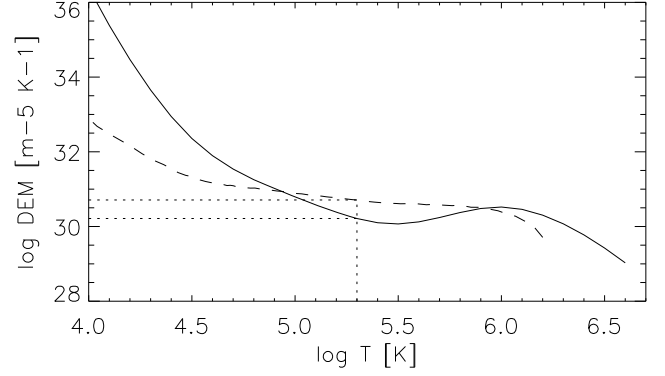


Fig. 4. Quiet Sun standard DEM from CHIANTI (plain line) and DEM computed from the Avrett & Loeser (2008) temperature and density profiles dashed lines. The dotted lines represent the DEMs for $\log T = 5.3$, the maximum emission temperature of the S VI lines.

model differs from the CHIANTI DEM⁶, as can be seen in Fig. 4. In particular, the Avrett & Loeser (2008) DEM is missing the dip around $\log T = 5.5$ inferred from most observations; at $\log T = 5.3$, it is a factor of 3 higher than the CHIANTI quiet Sun DEM.

We model the upper transition region locally around $\log T_0 = 5.3$ and $s_0 = 2.346$ Mm (chosen because $T(s_0) = T_0$ in the Avrett & Loeser 2008 model) by a vertically stratified plasma at pressure $P_0 = 1.91 n_0 k_B T_0$ (we consider a fully ionized coronal plasma) and

$$\frac{T(s)}{T_0} = \frac{n_0}{n_e(s)} = \sqrt{\frac{s - s_T}{s_0 - s_T}} \quad \text{for } s > s_T. \quad (22)$$

These equations were chosen to provide a good approximation to a transition region, with some symmetry between the opposite curvatures of the variations in T and n_e with altitude. The parameters of this model atmosphere are the pressure P_0 and s_T (with $s_T < s_0$), which can be interpreted as the altitude of the base of the transition region. Given the constraint $T(s_0) = T_0$ that we imposed when building the model with T_0 and s_0 fixed, s_T controls the derivative of $T(s)$ at $s = s_0$, i.e.,

$$T'(s_0) = \frac{T_0}{2(s_0 - s_T)} \quad \text{or} \quad s_T = s_0 - \frac{T_0}{2T'(s_0)}. \quad (23)$$

In Fig. 5, we plot some temperature profiles from this simple transition region model, for different model parameters $T'(s_0)$ (P_0 only affects the scale of $n_e(s)$). For the Avrett & Loeser (2008) model, $P_0 = 8.7 \times 10^{-3} \text{ Pa}$ and $T'(s_0) = 0.45 \text{ K m}^{-1}$, and the corresponding model profile is also shown.

We propose to use these models along with atomic physics data and the equations in Sect. 4 to compute τ_0 and E as a function of the model parameters P_0 and $T'(s_0)$, as shown in Fig. 6. Since the slopes of the level lines differs in the $\tau_0(P_0, T'(s_0))$ and $E(P_0, T'(s_0))$ plots, one would in theory be able to estimate the parameters ($P_0, T'(s_0)$) of the best fit model for the observation of $(\tau_{0,\text{obs}}, E_{\text{obs}})$ by simply finding the crossing between the level lines $\tau_0(P_0, T'(s_0)) = \tau_{0,\text{obs}}$ and $E(P_0, T'(s_0)) = E_{\text{obs}}$.

In practice however, the level lines for our observations of τ_0 and E do not intersect in the range of parameters plotted in Fig. 6, corresponding to realistic values of the parameters. As a consequence, it is impossible to infer from these measurements

⁶ The reason for this is that the Avrett & Loeser (2008) model is determined from theoretical energy balance and needs further improvement to reproduce the observed DEM (Avrett, private communication).

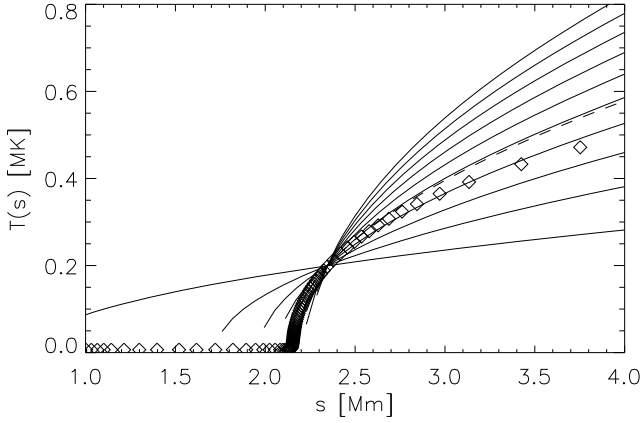


Fig. 5. Temperature as a function of altitude in our local transition region simple models around $T_0 = 10^{5.3}$ and $s_0 = 2.346$ Mm. The temperature profile from Avrett & Loeser (2008) is shown with the diamond signs, and the simple model with the same temperature slope is shown with a dashed line.

(from a single spectral line, here S VI 93.3 nm) the temperature slope and the density of the TR around the formation of this line.

If we now extend the range of $T'(s_0)$ to unrealistically low values, a crossing of the level lines can be found below $\log P_0 = -3.5$ and $T'(s_0) = 5$ mK/m. Given the width of $G(T)$ for S VI 93.3 nm, this corresponds to $\Delta s > 20$ Mm, a value consistent with that obtained from Eq. (19), which is also much larger than expected.

We note that Keenan (1988) derived a much lower S VI 93.3 nm opacity value ($\tau_0 = 1.1 \times 10^{-4}$ at disk center) from a computation implying the cells of the network model of Gabriel (1976). However, while our value of τ_0 seems to be too high, the level lines in Fig. 6 show that an opacity value $\tau_0 = 1.1 \times 10^{-4}$ would be too low: from this figure we expect that a value compatible with radiance measurements and realistic values of the temperature gradient would be in the range 5×10^{-3} to 10^{-2} .

5.2. Anomalous behavior of Na-like ions

Following work by Dupree (1972) for Li-like ions, Judge et al. (1995) report that standard DEM analysis fails for ions of the Li and Na isoelectronic sequences; in particular, for S VI (which is Na-like), Del Zanna et al. (2001) find that the atomic physics models underestimate the S VI 93.3 nm line radiance E by a factor of 3. This fully explains the difference between our observation of E and the value computed by CHIANTI (Table 1). However, this also means that where $G(T)$ from CHIANTI is used, as in Eq. (16), it presumably needs to be multiplied by 3. As a result, one can expect $\langle n_e \rangle_{\text{rms}}$ to be lower by a factor 1.7, resulting in a filling factor of 415, which is poorer than our initial result.

The reasons for the anomalous behavior of these ions for $G(T)$, which could be linked to either ionization equilibrium or collisions, are still unknown. As a result, it is impossible to tell whether these reasons also produce an anomalous behavior of these ions for $K(T)$, hence in our measurements of opacities and estimates of densities: this could again reduce the filling factor.

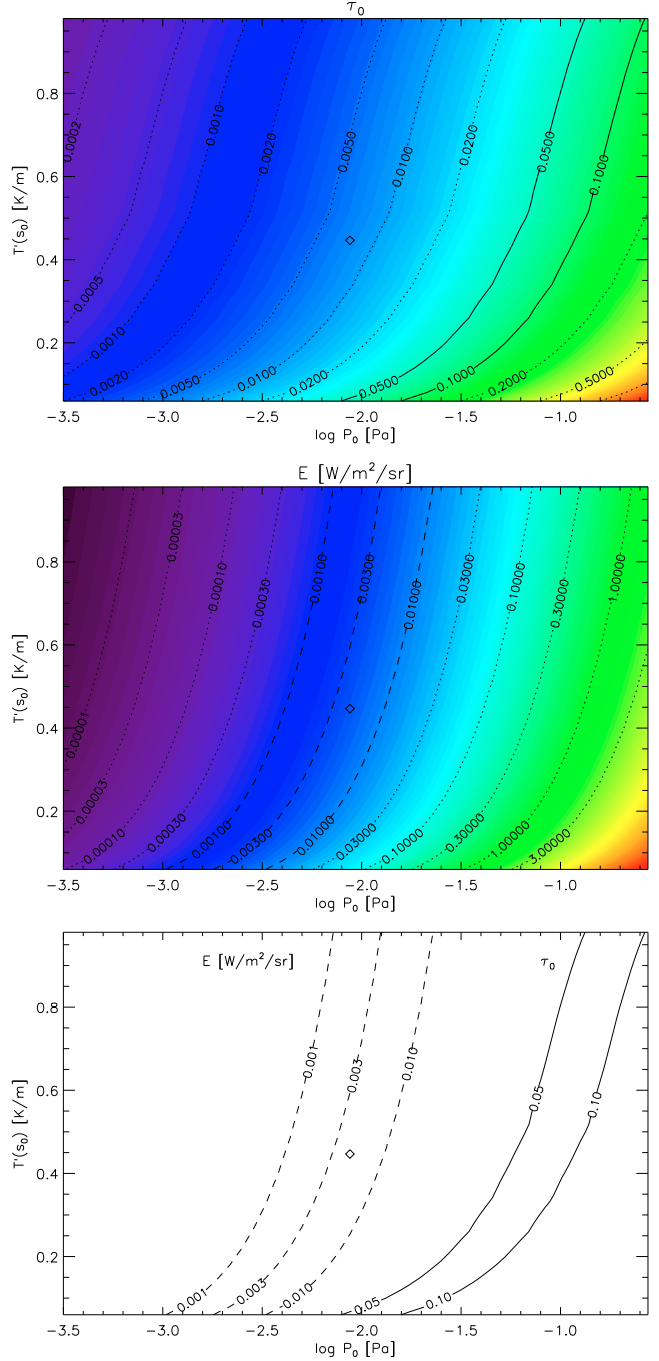


Fig. 6. S VI 93.3 nm opacity τ_0 (top panel) and line radiance E (middle panel) as a function of model parameters P_0 and $T'(s_0)$. The level lines close to our actual observations are shown as plain lines for τ_0 and as dashed lines for E . The bottom panel reproduces these level lines together in the same plot. The parameters $(P_0, T'(s_0))$ estimated from the Avrett & Loeser (2008) model at $T = T_0$ are shown with the diamond sign on each plot.

5.3. Cell-and-network pattern

When analyzing our observations, we have not made the distinction between the network lanes and the cells of the chromospheric supergranulation. Here we try to evaluate the effect of the supergranular pattern on our measurements by using a 2D model emitting layer with a simple “paddle wheel” cell-and-network pattern: in polar coordinates (r, θ) , the emitting layer is defined by $R_1 < r < R_2$; in the emitting layer, the network lanes are

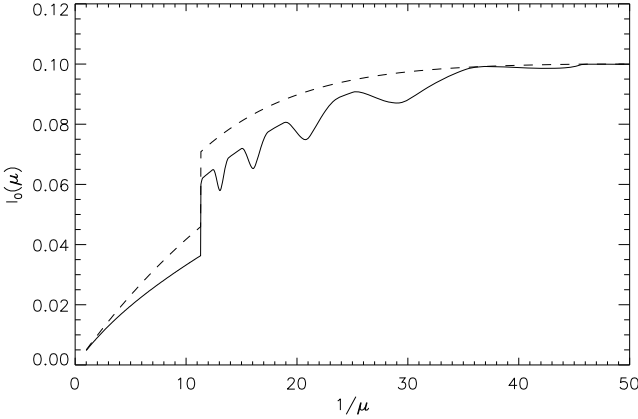


Fig. 7. Average spectral radiance at line center I_0 as a function of $1/\mu$ for a uniform layer (dashed line) and for a model layer with a simple cell-and-network pattern (plain line). Both models have the same average opacity and source function. The factor-2 jump at $1/\mu = 11.3$ corresponds to the limb of the opaque solar disk; the reference radius used to compute μ corresponds to the middle of the emitting layer. The oscillations are artefacts of the averaging process.

defined by $\theta \in [0, \delta\theta] \bmod \Delta\theta$ and the cells are in the other parts of the emitting layer, where $\Delta\theta$ is the pattern angular cell size (an integer fraction of 2π) and $\delta\theta$ is the network lane angular size. The network lanes and cells are characterized by different (but uniform) source functions S , densities $n_{S\text{VI}}$, and absorption coefficients k_{ν_0} . We then solve the radiative transfer equations for λ_0 along rays originating in infinity through the emitting layer to the observer.

Since the opacity is obtained by a simple integration of $k_{\nu_0} n_{S\text{VI},i}$, the average line-of-sight opacity t_0 as a function of μ for the “paddle-wheel” pattern is the same as for a uniform layer with the same average $k_{\nu_0} n_{S\text{VI},i}$. However, as seen in Fig. 7, still for the same average S and $k_{\nu_0} n_{S\text{VI},i}$, the effect of opacity (a decrease in intensity) is higher in the “paddle-wheel” case, in particular for intermediate values of $1/\mu$. As a result, neglecting the cell-and-network pattern of the true TR leads to overestimation of the opacity when using method A.

5.4. Roughness and fine structure

To explain the high values of opacity (as derived from their method A), Dumont et al. (1983) introduce the concept of roughness of the TR: since the TR plasma is not perfectly vertically stratified (there is some horizontal variation), method A leads to an overestimated value of τ_0 . This could reconcile the values obtained following our application of methods A and B.

We model the roughness of the transition region by incompressible vertical displacements of any given layer (at given optical depth) from its average vertical position, in the geometry shown in Fig. 8. The layer then forms an angle α with the horizontal and has still the same vertical thickness ds ; the thickness along the LOS is $ds \cos \alpha / \cos(\theta + \alpha)$, as can be deduced from Fig. 8.

If we assume that $\theta + \alpha$ remains sufficiently small for the plane-parallel approximation to hold (and so that the LOS crosses one given layer only once), the opacity is

$$t_0 = \int n_e(s) K(T(s)) \frac{\cos \alpha ds}{\cos(\theta + \alpha)}. \quad (24)$$

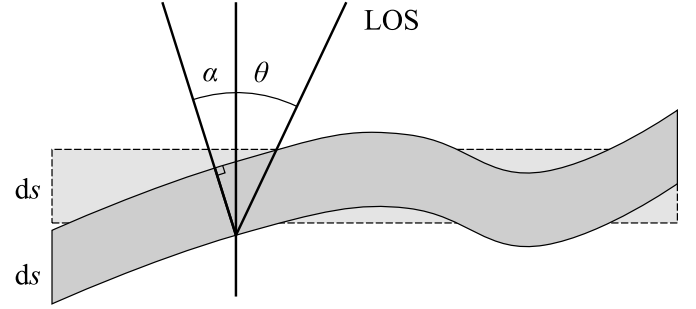


Fig. 8. Geometry of a TR layer (plain contour), displaced from its average position (dashed contour) while retaining its original vertical thickness ds , and locally forming an angle α with the average layer. The line-of-sight (LOS) forms an angle θ to the vertical (normal to the average layer).

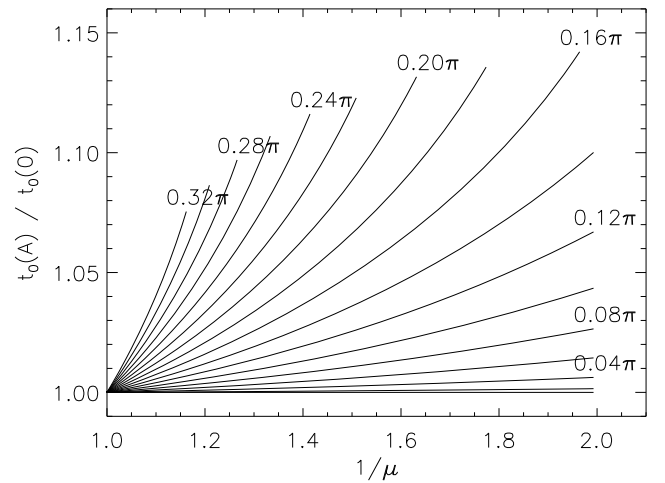


Fig. 9. Multiplicative coefficient to t_0 due to roughness, for different roughness parameters A .

The angle α is a random variable, with some given distribution $\text{Pr}(\alpha)$. We compute the average of t_0 as a function of θ and of $\text{Pr}(\alpha)$:

$$\langle t_0(\theta, \text{Pr}(\alpha)) \rangle_\alpha = \iint n_e(s) K(T(s)) \frac{\cos \alpha ds}{\cos(\theta + \alpha)} \text{Pr}(\alpha) d\alpha \quad (25)$$

$$= \frac{\tau_0}{\mu} \left\langle \frac{\cos \theta \cos \alpha}{\cos(\theta + \alpha)} \right\rangle_\alpha \equiv \frac{\tau_0}{\mu} \beta(\theta, \text{Pr}(\alpha)). \quad (26)$$

The opacity $t_0 = \tau_0/\mu$ is corrected by the factor $\beta(\theta, \text{Pr}(\alpha))$ defined in the previous equation. We recover $\beta = 1$ for $\text{Pr}(\alpha) = \delta(\alpha)$, i.e., when there is no roughness.

We immediately see that $\beta = 1$ for $\theta = 0$, for any $\text{Pr}(\alpha)$: roughness (as modeled here by incompressible vertical displacements) does not change the optical thickness at disk center. Nevertheless, the estimate of optical thickness at disk center from observations in Sect. 3.1 (method A of Dumont et al. 1983) is affected by this roughness effect.

Coming back to $\langle t_0 \rangle$, we take $\text{Pr}(\alpha) = \cos^2(\pi\alpha/2A)/A$, and we compute β numerically (A represents the width of $\text{Pr}(\alpha)$ and can be considered to be a quantitative measurement of the roughness). The results, shown in Fig. 9, indicate for example that the modeled roughness with $A = \pi/5$ increases the opacity by 9% at $1/\mu = 1.5$ (corresponding to $\theta = 45^\circ$). This is a significant effect, and we can evaluate its influence on the estimate of τ_0 in Sect. 3.1: in the theoretical profiles of $I_0(\mu)$ and $E(\mu)$ (Eqs. (2), (3)), τ_0/μ needs to be replaced by $\tau_0/\mu \times \beta$. Since

$\beta > 1$ for a rough corona, this means that the value of τ_0 determined from the fit of observed radiances to Eqs. (2), (3) is overestimated by a factor corresponding approximately to the mean value of β for the fitting range.

In this way, we have estimated quantitatively the overestimation factor of τ_0 by the method of Sect. 3.1, thus extending the qualitative discussion of roughness found in Dumont et al. (1983). This factor, of the order of 1.1 may seem modest, but one needs to remember that the fit for obtaining τ_0 in Sect. 3.1 was completed for a wide range ($1/\mu$ from 1 to 5, or θ from 0 to 78 degrees) that our roughness model cannot reproduce entirely⁷.

One can consider different roughness models that represent the strong inhomogeneity of the TR. For instance with a different and very peculiar roughness model, Pecker et al. (1988) obtained an overestimation factor of more than 10 under some conditions. This means that our values of τ_0 may need to be decreased by a large factor because of a roughness effect.

Roughness models can be seen as simplified models of the fine structure of the TR, which is known to be heterogeneous on small scales. Indeed, in addition to the chromospheric network pattern that we modeled in Sect. 5.3, the TR contains parts of different structures, with different plasma properties, such as the base of large loops and coronal funnels, smaller loops (Dowdy et al. 1986; Peter 2001), and spicules. Furthermore, the loops themselves are likely to consist of strands, which can be heated independently (Cargill & Klimchuk 2004; Parenti et al. 2006). The magnetic field in these structures inhibits perpendicular transport, and as a consequence the horizontal inhomogeneities are not smoothed out efficiently.

6. Conclusion

We have derived the average electron density in the TR from the opacity τ_0 of the S VI 93.3 nm line, which was obtained by three different methods from observations of the full Sun: center-to-limb variation in radiance, center-to-limb ratios of radiance and line width, and radiance ratio of the 93.3–94.4 nm doublet. Assuming a spherically symmetric plane-parallel layer of constant source function, we found a S VI 93.3 nm opacity of the order of 0.05. The derived average electron density is of the order of $2.4 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$.

We have then used the line radiance (by an EM method) to derive the rms average electron density in the S VI 93.3 nm-emitting region and obtained $2.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$. This corresponds to a total pressure of 10^{-2} Pa, slightly higher than the range of pressures found by Dumont et al. (1983) (1.3 to 6.3×10^{-3} Pa, as deduced from their Sect. 4.2), but lower than the value given in Mariska (1993) (2×10^{-2} Pa).

The average electron densities obtained from these methods (opacity on the one hand, radiance on the other hand) are incompatible, as can be seen either from a direct comparison of the values of $\langle n_e \rangle$ and $\langle n_e^2 \rangle$ for a given thickness Δs of a uniform emitting layer, or by computing the Δs that would reconcile the measurements of $\langle n_e \rangle \Delta s$ and $\langle n_e^2 \rangle \Delta s$. Furthermore, we have seen that the density obtained from the opacity method is also incompatible with standard DEMs of the Quiet Sun (see Sect. 4.2) and

with semi-empirical models of the temperature and density profiles in the TR (see Sect. 5.1.2).

We investigated several possible sources of biases in the determination of τ_0 : the approximation of a constant temperature in the S VI emitting layer, the anomalous behavior of the S VI ion, the chromospheric network pattern, and the roughness of the TR. Some of these could help explain partly the discrepancy between the average densities deduced from opacities and from radiances, but there is still a long way to go to fully understand this discrepancy and to reconcile the measurements. At this stage, we can only encourage colleagues to look for similar discrepancies in lines formed around $\log T = 5.3$ (like C IV and O VI), Na-like and not Na-like, and to repeat similar S VI center-to-limb measurements.

In Sect. 5.1.2, we tried to combine opacity and radiance information to compute the gradient of temperature. This appeared to be impossible (if restricting ourselves to a realistic range of parameters) because of the above-mentioned incompatibility. We have estimated that a value τ_0 of the S VI 93.3 nm opacity compatible with radiance measurements and with realistic values of the temperature gradient should be in the range 5×10^{-3} to 10^{-2} .

In spite of the difficulties that we met, we still think that the combination of opacity and radiance information should be a powerful tool for investigating the thermodynamic properties and the fine structure of the TR. For instance, the excess opacity derived from observations and a plane-parallel model could be used to evaluate models of roughness and the fine structure of the TR. Clearly, progress in modelling the radiative output of the complex structure of the TR needs to be made to achieve this.

Acknowledgements. The authors thank G. del Zanna, E. H. Avrett and Ph. Lemaire for interesting discussions and the anonymous referee for suggestions concerning this paper. The SUMER project is supported by DLR, CNES, NASA and the ESA PRODEX Programme (Swiss contribution). SoHO is a project of international cooperation between ESA and NASA. Data was provided by the MEDOC data center at IAS, Orsay. E.B. thanks CNES for financial support, and the ISSI group on Coronal Heating (S. Parenti). CHIANTI is a collaborative project involving the NRL (USA), RAL (UK), MSSL (UK), the Universities of Florence (Italy) and Cambridge (UK), and George Mason University (USA).

Appendix A: About the filling factor

In this paper, we have defined the filling factor as

$$f = \frac{\langle n_e \rangle^2}{\langle n_e^2 \rangle}, \quad (\text{A.1})$$

while it is usually inferred from solar observations (e.g. Judge 2000; Klimchuk & Cargill 2001) to be

$$f = \frac{EM}{\Delta s n_0^2}, \quad (\text{A.2})$$

where EM is the emission measure, Δs is the thickness of the plasma layer, and n_0 is the electron density (usually determined from line ratios) *in the non-void parts of the plasma layer*.

It may seem surprising that the EM is in the numerator of this second expression, while it provides an estimate for $\langle n_e^2 \rangle$, which appears in the denominator of the first expression. However, we can show that both expressions, despite looking very different, actually provide the same result for a given plasma.

We assume a plasma with a differential distribution $\xi(n_e, T)$ for the density and temperature, i.e., $\xi(n_e, T) dn_e dT$ is the proportion of any given volume occupied by plasma at a density between n_e and $n_e + dn_e$, and a temperature between T and $T + dT$.

⁷ For high values of the $\text{Pr}(\alpha)$ width A , the correction factor β cannot be computed for high values of $1/\mu$ (high angles θ) because the values of α in the wings of $\text{Pr}(\alpha)$ fall in the range where $|\theta + \alpha| \ll \pi/2$: the plane-parallel approximation is no longer valid. This explains the limited range of the $\beta(1/\mu)$ curves in Fig. 9.

The contributions to both the line radiance E and the opacity at line center τ_0 from a volume V with this plasma distribution are

$$\frac{E}{V} = \iint n_e^2 G(n_e, T) \xi(n_e, T) dn_e dT \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\tau_0}{V} = \iint n_e K(n_e, T) \xi(n_e, T) dn_e dT \quad (\text{A.4})$$

with the usual notations of our article.

The usual assumption (e.g. Judge 2000) is that $G(T, n_e)$ “selects” a narrow range of temperatures around $T = T_{\max}$ and does not depend on n_e , i.e., $G(n_e, T) \approx \tilde{G}(T_{\max}) \delta(T - T_{\max})$. Similarly, we can consider that $K(n_e, T) \approx \tilde{K}(T_{\max}) \delta(T - T_{\max})$. Then

$$\frac{E}{V} \approx \tilde{G}(T_{\max}) \int n_e^2 \xi(n_e, T_{\max}) dn_e = \tilde{G}(T_{\max}) \langle n_e^2 \rangle_{T=T_{\max}} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\tau_0}{V} \approx \tilde{K}(T_{\max}) \int n_e \xi(n_e, T_{\max}) dn_e = \tilde{K}(T_{\max}) \langle n_e \rangle_{T=T_{\max}}. \quad (\text{A.6})$$

Following Judge (2000) and for the assumption $G(n_e, T) = \hat{G}(n_e, T_{\max}) \delta(T - T_{\max})$, the line ratio $R_{ij} = E_i/E_j$ is

$$R_{ij} = \frac{E_i}{E_j} = \frac{\iint n_e^2 G_i(n_e, T) \xi(n_e, T) dn_e dT}{\iint n_e^2 G_j(n_e, T) \xi(n_e, T) dn_e dT} \quad (\text{A.7})$$

$$\approx \frac{\int n_e^2 \hat{G}_i(n_e, T_{\max}) \xi(n_e, T_{\max}) dn_e}{\int n_e^2 \hat{G}_j(n_e, T_{\max}) \xi(n_e, T_{\max}) dn_e}. \quad (\text{A.8})$$

When homogeneity is assumed, i.e., $\xi(n_e, T) = \delta(n_e - n_0) \tilde{\xi}(T)$, this becomes

$$R_{ij} \approx \frac{n_0^2 G_i(n_0, T_{\max}) \tilde{\xi}(T_{\max})}{n_0^2 G_j(n_0, T_{\max}) \tilde{\xi}(T_{\max})} = \frac{G_i(n_0, T_{\max})}{G_j(n_0, T_{\max})} \equiv g_{ij}(n_0) \quad (\text{A.9})$$

and inverting this function allows us to recover n_0 from the observed value of R_{ij} .

The fundamental point is that R_{ij} does not depend on the proportion f (the filling factor) of the volume occupied by the plasma, and n_0 is the density in the non-void region only. For example, for $\xi_f(n_e, T)$ defined by $f\delta(n_e - n_0) + (1-f)\delta(n_e)$, the line ratio R_{ij} is $g_{ij}(n_0)$, which is independent of f , while $\langle n_e^2 \rangle_{T=T_{\max}}$

determined from E/V would be $f n_0^2$, and $\langle n_e \rangle_{T=T_{\max}}$ determined from τ_0/V would be $f n_0$. In this case, one can see that f can (equivalently) either be recovered from

$$\frac{\langle n_e^2 \rangle_{T=T_{\max}}}{(n_0)^2} = \frac{(f n_0^2)}{(n_0)^2} = f \quad (\text{A.10})$$

(corresponding to Judge 2000) or from

$$\frac{\langle n_e \rangle_{T=T_{\max}}^2}{\langle n_e^2 \rangle_{T=T_{\max}}} = \frac{(f n_0)^2}{(f n_0^2)} = f \quad (\text{A.11})$$

(corresponding to our method).

References

- Avrett, E. H., & Loeser, R. 2008, ApJS, 175, 229
Buchlin, E., Vial, J.-C., & Lemaire, P. 2006, A&A, 451, 1091
Cargill, P. J., & Klimchuk, J. A. 2004, ApJ, 605, 911
Curdt, W., Brekke, P., Feldman, U., et al. 2001, A&A, 375, 591
Del Zanna, G., Bromage, B. J. I., & Mason, H. E. 2001, in Joint SOHO/ACE workshop, Solar and Galactic Composition, ed. R. F. Wimmer-Schweingruber, AIP Conf. Ser., 598, 59
Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignorini Fossi, B. C., & Young, P. 1997, A&AS, 125, 149
Dowdy, J. F., Rabin, D., & Moore, R. L. 1986, Sol. Phys., 105, 35
Dumont, S., Pecker, J.-C., Mouradian, Z., Vial, J.-C., & Chipman, E. 1983, Sol. Phys., 83, 27
Dupree, A. K. 1972, ApJ, 178, 527
Gabriel, A. 1976, R. Soc. London Phil. Trans. Ser. A, 281, 339
Judge, P. G. 2000, ApJ, 531, 585
Judge, P. G., Woods, T. N., Brekke, P., & Rottman, G. J. 1995, ApJ, 455, L85
Keenan, F. P. 1988, Sol. Phys., 116, 279
Klimchuk, J. A., & Cargill, P. J. 2001, ApJ, 553, 440
Landi, E., Del Zanna, G., Young, P. R., et al. 2006, ApJS, 162, 261
Mariska, J. T. 1993, The Solar Transition Region (Cambridge University Press)
Mason, H. E. 1998, in Space Solar Physics: Theoretical and Observational Issues in the Context of the SOHO Mission, ed. J. C. Vial, K. Bocchialini, & P. Boumier, Lecture Notes in Physics (Berlin: Springer Verlag), 507, 143
Parenti, S., Buchlin, E., Cargill, P. J., Galtier, S., & Vial, J.-C. 2006, ApJ, 651, 1219
Pecker, J.-C., Dumont, S., & Mouradian, Z. 1988, A&A, 196, 269
Peter, H. 1999, ApJ, 516, 490
Peter, H. 2001, A&A, 374, 1108
Peter, H., & Judge, P. G. 1999, ApJ, 522, 1148
Wilhelm, K., Curdt, W., Marsch, E., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 189

LETTER TO THE EDITOR

Intermittent turbulent dynamo at very low and high magnetic Prandtl numbers^{*}

E. Buchlin^{1,2}

¹ CNRS, Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR 8617, 91405 Orsay, France
e-mail: eric.buchlin@ias.u-psud.fr

² Univ Paris Sud, Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR 8617, 91405 Orsay, France

Received 16 August 2011 / Accepted 20 September 2011

ABSTRACT

Context. Direct numerical simulations of plasmas have shown that the dynamo effect is efficient even at low Prandtl numbers, i.e., the critical magnetic Reynolds number Rm_c that is necessary for a dynamo to be efficient becomes smaller than the hydrodynamic Reynolds number Re when $Re \rightarrow \infty$.

Aims. We test the conjecture that Rm_c tends to a finite value when $Re \rightarrow \infty$, and we study the behavior of the dynamo growth factor γ at very low and high magnetic Prandtl numbers.

Methods. We use local and nonlocal shell models of magnetohydrodynamic (MHD) turbulence with parameters covering a much wider range of Reynolds numbers than direct numerical simulations, that is of astrophysical relevance.

Results. We confirm that Rm_c tends to a finite value when $Re \rightarrow \infty$. As $Rm \rightarrow \infty$, the limit to the dynamo growth factor γ in the kinematic regime follows Re^β , and, similarly, the limit for $Re \rightarrow \infty$ of γ behaves like Rm^β , with $\beta \approx \beta' \approx 0.4$.

Conclusions. Our comparison with a phenomenology based on an intermittent small-scale turbulent dynamo, together with the differences between the growth rates in the different local and nonlocal models, indicate that nonlocal terms contribute weakly to the dynamo effect.

Key words. dynamo – magnetohydrodynamics (MHD) – turbulence

1. Introduction

The magnetic Prandtl number Pm (the ratio of the kinematic viscosity ν to the magnetic diffusivity η) is one of the non-dimensional parameters that control the properties of plasma. This ratio translates to $Pm = Rm/Re$, where Re and Rm are the hydrodynamic and the magnetic Reynolds numbers respectively, and this means in particular that it is an important parameter influencing the properties of turbulence in a plasma. Its value is large in hot, rarefied plasmas such as the interstellar or intracluster medium and the solar wind, and it is small in cool and dense plasmas as in planets and the Sun's convective zone, which is at the origin of the solar magnetic field.

Iskakov et al. (2007) and Schekochihin et al. (2007) demonstrated with direct numerical simulations that the turbulent dynamo is effective even for small Pm , but the minimum Prandtl number that they were able to use was limited by the resolution of the simulation to 0.070 (with eighth-order hyperviscosity). Owing to this limitation, they cannot tell for sure whether the critical magnetic Reynolds number Rm_c tends to a finite value when the hydrodynamic Reynolds number Re tends to infinity (their maximum Re is 6200). Large-scale dynamos at Pm down to 10^{-3} have also been obtained by Brandenburg (2009). However, the range of Pm that is relevant to astrophysics is even wider.

Shell models of magnetohydrodynamical (MHD) turbulence allow us to go much beyond these limits, up to $Re \approx 10^{12}$ and $Pm \approx 10^{\pm 12}$ in this paper. They are dynamical models of the nonlinear interactions between fields on different scales

and have been developed for the study of turbulence in various frameworks such as hydrodynamics (Gledzer 1973), MHD (Gloaguen et al. 1985; Yamada & Ohkitani 1987), reduced MHD (Nigro et al. 2004; Buchlin & Velli 2007), Hall-MHD (Galtier & Buchlin 2007), and MHD with a global rotation rate (Perrone et al. 2011). A review of shell models can be found in Biferale (2003) and in the book by Bohr et al. (2005).

The simplification that they provide, making them complementary to direct numerical simulations (that are limited by the resolution one can afford), has allowed numerous results to be obtained. MHD shell models have been proven to display dynamo action (Gloaguen et al. 1985; Frick & Sokoloff 1998; Sahoo et al. 2010), including magnetic field reversals (Perrone et al. 2011). They have in particular been used by Stepanov & Plunian (2006) for the dynamo at low Pm , and later by the same authors (Stepanov & Plunian 2008) to propose a phenomenology of the turbulent dynamo at both low and high Pm (using nonlocal shell models: Plunian & Stepanov 2007).

In this paper, we use local and nonlocal shell models to derive properties of the dynamo over a very wide range of Reynolds and Prandtl numbers, extending the results of Iskakov et al. (2007) and Stepanov & Plunian (2006).

2. Model equations and numerical set up

In shell models, the Fourier space for the fields of MHD is divided in concentric shells of radii $k_n = \lambda^n$ (λ is the separation factor between shells), and the fields in each of these shells are represented by the complex scalars u_n for the velocity field and $b_n = B_n/\sqrt{\mu_0\rho}$ for the magnetic field (ρ is the density of the plasma, b_n has the dimension of a velocity). The nonlinear terms of incompressible MHD, a convolution in Fourier space,

* Figures 5 and 6 are available in electronic form at <http://www.aanda.org>

are written in the following symmetric form when expressed as a function of the Elsasser variables $z_n^\pm = u_n \pm b_n$

$$(\mathrm{d}_t z_n^\pm)_{\mathrm{NL}} = \frac{ik_n}{2} (Q_n(z^\pm, z^\mp, a-b) + Q_n(z^\mp, z^\pm, a+b)). \quad (1)$$

In general, the coefficients of the nonlinear terms are determined by the conservation of quantities representing the invariants of incompressible MHD in three dimensions (3D), namely the energy, cross helicity, and magnetic helicity.

In the local ‘‘GOY’’ shell model (Giuliani & Carbone 1998; Stepanov & Plunian 2006), the nonlinear terms are limited to quasi-local interactions between three consecutive shells

$$Q_n(X, Y, c) \equiv c_1 X_{n+1}^* Y_{n+2}^* + c_2 X_{n-1}^* Y_{n+1}^* + c_3 X_{n-2}^* Y_{n-1}^* \quad (2)$$

with $c = a \pm b$ and

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 & a_2 &= (1 - \lambda)/\lambda^2 & a_3 &= -1/\lambda^2 \\ b_1 &= b_2 = b_3 & &= 1/\lambda(\lambda + 1). \end{aligned}$$

In the nonlocal ‘‘Sabra’’ model (Plunian & Stepanov 2007; Stepanov & Plunian 2008), where the hypothesis of quasi-local interactions is released,

$$\begin{aligned} Q_n(X, Y, c) \equiv & \sum_{m=1}^N T_m (c_m^1 X_{n+m}^* Y_{n+m+1} + c_m^2 X_{n-m}^* Y_{n+1} \\ & + c_m^3 X_{n-m-1}^* Y_{n-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

with the coefficients

$$\begin{aligned} a_m^1 &= \lambda^m(\lambda + 1) & a_m^2 &= -\lambda - (-\lambda)^{-m} & a_m^3 &= (1 - (-\lambda)^{-m})/\lambda \\ b_m^1 &= (-1)^{m+1} & b_m^2 &= 1 & b_m^3 &= -1 \\ T_m &= k_{m-1}^\alpha / \lambda(\lambda + 1) \end{aligned}$$

and where N is the number of shells used in the computation. The α exponent in T_m controls the strength of long-range (in Fourier space) nonlinear interactions: following Stepanov & Plunian (2008), we use $\alpha = -1$ for strong nonlocal interactions, and $\alpha = -5/2$ for weak nonlocal interactions; $\alpha = -\infty$ would correspond to no nonlocal interactions, i.e., to a local model.

The forcing f_n is a solution of a stochastic Langevin equation and is applied to the two first modes $n = 0$ and 1 of the velocity only, and the dissipation is modeled by Laplacian diffusivity coefficients ν (viscosity) and η (magnetic diffusivity).

The equations for all three models (local GOY model, weakly and strongly nonlocal Sabra models) are solved numerically using a third-order Runge-Kutta scheme for the nonlinear and forcing terms, and a first-order implicit scheme for the dissipation. The time step is adaptive and is set to the smallest time scale of the nonlinear terms, with a security factor of 5. We use $\lambda = 2$, and the initial condition for the velocity field is $u_n = |u_0| e^{i\phi_n} k_n^{-1/3} e^{-\nu k_n^2 \delta t_0}$, where $|u_0| = 10^{-1}$, $\delta t_0 = 10^{-3}$, and ϕ_n are independent random phases. After one large eddy turnover time t_1 with no magnetic field (the shell-model equations reduce to hydrodynamic shell-model equations), we introduce an initial magnetic field $b_n = |b_0| e^{i\phi'_n} k_n^{-1/3} e^{-\eta k_n^2 \delta t_0}$, where $|b_0| = 10^{-10}$ and ϕ'_n are also independent random phases: the cross helicity is close to zero, and the Lorentz force (scaling as $k^2 u$) is negligible. The initial conditions for both u (at $t = 0$) and b (at $t = t_1$) correspond to power-law energy spectra with a slope $-5/3$ cut by the equivalent of the dissipation during the duration δt_0 .

Each model is run with a wide range of parameters ν and η from 10^{-12} to 1 (6281 independent runs of each model). Such a

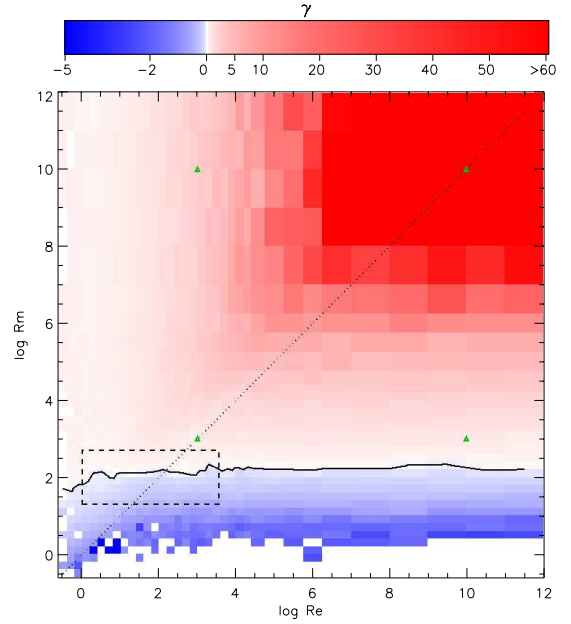


Fig. 1. Growth rate γ as a function of the Reynolds numbers Re and Rm (note that the color scale is different for positive and negative values of γ), in the case of the weakly nonlocal Sabra model ($\alpha = -5/2$). The stability curve, corresponding to the $\gamma = 0$ level line, is overplotted. The dashed rectangle corresponds to the range of parameters explored by the direct numerical simulations of Iskakov et al. (2007); the green triangles indicate the initial Reynolds numbers used in Fig. 4; the dotted line is where $\mathrm{Pm} = 1$.

range of parameters is only made possible thanks to the simplifications operated in the shell models.

Every ten time steps, we compute the kinetic energy $E_u = \frac{1}{2} \sum_n |u_n|^2$, from which we evaluate the hydrodynamic and magnetic Reynolds numbers by $\mathrm{Re} = 2\pi \sqrt{2E_u}/k_0 \nu$ and $\mathrm{Rm} = 2\pi \sqrt{2E_u}/k_0 \eta$. We also evaluate the growth rate γ of the magnetic energy $E_b = \frac{1}{2} \sum |b_n|^2$ from the local slope of $\ln E_b(t)$. We stop this analysis when E_b becomes greater than $10^{-4} E_u$, i.e., restricting ourselves to the kinematic regime of the dynamo. In this way, we get a large set of $(\mathrm{Re}, \mathrm{Rm}, \gamma)$ triplets, from which statistics can be evaluated.

3. Results

Growth rate as a function of Reynold numbers. In Fig. 1, we plot the average of γ in bins of $(\mathrm{Re}, \mathrm{Rm})$ for the weakly nonlocal model ($\alpha = -5/2$). We see that the dynamo is effective ($\gamma > 0$) for higher values of Rm. The level line $\gamma = 0$ represents the stability curve $\mathrm{Rm}_c(\mathrm{Re})$ of the dynamo; a striking feature is that it is almost independent of Re and that it seems to have a finite limit when $\mathrm{Re} \rightarrow \infty$. This is a feature that has been noted by Iskakov et al. (2007) up to $\mathrm{Re} \approx 3600$, and here we confirm this result up to values of $\mathrm{Re} \approx 10^{12}$. In addition, at low Re, we also recover the decrease in the stability curve.

The three different models (see also Figs. 5 and 6 online) have the same general behavior and the numerical results that we obtain for Rm_c , summarized in Table 1 are almost indistinguishable. One can note however that the stability curves $\mathrm{Rm}_c(\mathrm{Re})$ are shifted upwards (Fig. 2) and that the limit of Rm_c as $\mathrm{Re} \rightarrow \infty$ slightly increases (Table 1) when the range of nonlocal interactions decreases. This implies that nonlocal interactions increase the efficiency of the dynamo, even at small Pm where these nonlocal interactions are expected to be weak.

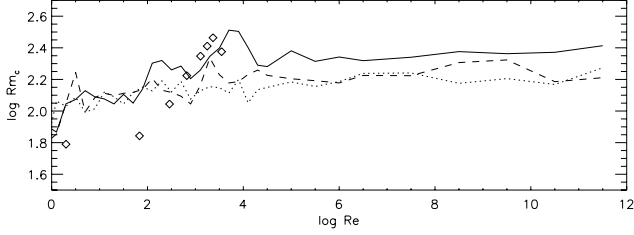


Fig. 2. Stability curves $Rm_c(Re)$ for the local (plain line), weakly non-local (dashes), and strongly nonlocal (dots) models, and from Iskakov et al. (2007) (diamonds).

Table 1. Numerical values obtained for the three models.

	Local GOY Local	Sabra, $\alpha = -5/2$ Weak nonloc.	Sabra, $\alpha = -1$ Strong nonloc.
$\lim_{Re \rightarrow \infty} \log Rm_c$	2.4 ± 0.2	2.3 ± 0.2	2.2 ± 0.2
$\log Rm_c(Re_{\min})$	1.5 ± 0.3	1.6 ± 0.3	1.6 ± 0.3
β	0.424 ± 0.024	0.418 ± 0.032	0.379 ± 0.024
β'	0.422 ± 0.032	0.379 ± 0.032	0.336 ± 0.027
ζ_1	0.354 ± 0.067	0.350 ± 0.067	0.383 ± 0.067
$\beta_{\text{phenom.}}(\zeta_1)$	0.477 ± 0.073	0.481 ± 0.073	0.446 ± 0.070

Notes. Re_{\min} is the smallest Re in Fig. 1, β is the slope of the power-law fit to $l(Rm) \equiv \lim_{Re \rightarrow \infty} \gamma$, β' is the slope of the power-law fit to $l'(Re) \equiv \lim_{Rm \rightarrow \infty} \gamma$, ζ_1 is the exponent of the first structure function for the velocity field, and $\beta_{\text{phenom.}}$ is the expected value for β and β' deduced from the small-scale dynamo phenomenology. Uncertainties in β , β' , and ζ_1 are $3\text{-}\sigma$ uncertainties in the fits corresponding to these parameters.

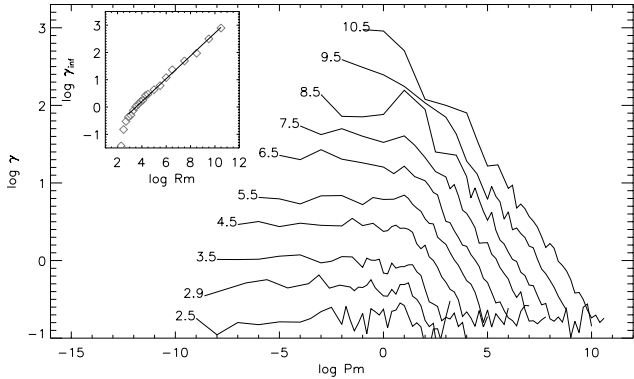


Fig. 3. Logarithm of the growth rate γ (when positive) as a function of the magnetic Prandtl number Pm for different magnetic Reynolds numbers Rm (curves are labeled with $\log Rm$), for the weakly nonlocal model. Inset: the limit γ_{∞} of γ for $Re \rightarrow \infty$ and a power-law fit (plain line).

Growth rates at a given kinetic or magnetic Reynolds number. The curves $\gamma(Pm)$ for different Rm are plotted in Fig. 3; the plot variables are the same as in Fig. 1 of Iskakov et al. (2007). These curves correspond to horizontal cuts in Fig. 1, with inverted abscissa and with a shift with $\log Rm$ to the left. They confirm two results of Iskakov et al. (2007) for the growth rate at a given Rm , again over a much wider range of parameters: (1) for a given Rm , the growth rate γ reaches a limit¹ $l(Rm) \equiv \lim_{Re \rightarrow \infty} \gamma(Re, Rm)$ for $Re \rightarrow \infty$ (i.e., $Pm \rightarrow 0$, the saturation of γ starting for Pm slightly greater than 1); and (2) for any sufficiently large magnetic Reynolds number ($Rm \gtrsim 250$), this limit $l(Rm)$ is positive.

Similarly, vertical cuts in Fig. 1 (not shown) demonstrate that for a given Reynolds number Re , the growth rate γ reaches a

¹ This limit is noted $\gamma_{\infty}(Rm)$ in Iskakov et al. (2007), but we need to use a different notation because of the other limit that we introduce.

limit $l'(Re) \equiv \lim_{Rm \rightarrow \infty} \gamma(Re, Rm)$ for $Rm \rightarrow \infty$, i.e., for $Pm \rightarrow \infty$. Again, the saturation of γ starts for Pm slightly greater than 1; this asymmetry with respect to $Pm = 1$ can be seen in Fig. 1 as a shift between the dotted line ($Pm = 1$) and the “crest line” of the representation of $\gamma(Re, Rm)$, and to our knowledge this shift has not been noted before.

Asymptotic behavior of the limits of the growth rate. We determine the limit $l(Rm)$ as defined before by taking the average of γ on the three leftmost data points of each curve of Fig. 3, with the condition that a limit has been reached. The inset of Fig. 3 shows that $l(Rm)$ is a power law of Rm : its slope β is obtained by a linear fit $\log l \sim \beta \log Rm$, and the results for all three models are given in Table 1. Similarly, $l'(Re)$ is a power law of Re , and its slope β' (also given in Table 1) is obtained by the linear fit $\log l' \sim \beta' \log Re$.

Values of β and β' are in the range $[0.33, 0.43]$. These values for β and β' , which could not be determined by the direct numerical simulations of Iskakov et al. (2007), seem to favor a dynamo driven by small-scale motions (an exponent $1/2$ is expected) over an outer-scale, or mean-field, dynamo (an exponent of 0 is expected). Assuming that $|u(\ell)| \sim \ell^{\zeta_1}$ (i.e., ζ_1 is the exponent of the first structure function of the velocity field), a small-scale dynamo phenomenology (e.g., Stepanov & Plunian 2008) can indeed be summarized as follows:

- For $Pm \ll 1$, the scale on which the magnetic field grows the fastest is the resistive scale $\ell_{\eta} \sim Rm^{-1/(1+\zeta_1)}$, which lies within the inertial range of the velocity spectrum. The growth rate is the inverse turnover time at this scale, i.e., $\gamma = u_{\ell_{\eta}}/\ell_{\eta} \sim Rm^{(1-\zeta_1)/(1+\zeta_1)}$, giving $\beta = (1 - \zeta_1)/(1 + \zeta_1)$.
- Similarly, for $Pm \gg 1$, the scale on which the magnetic field grows the fastest is the viscous scale $\ell_{\nu} \sim Re^{-1/(1+\zeta_1)}$, where resistive dissipation is negligible. The growth rate is then $\gamma = u_{\ell_{\nu}}/\ell_{\nu} \sim Re^{(1-\zeta_1)/(1+\zeta_1)}$, giving $\beta' = (1 - \zeta_1)/(1 + \zeta_1) = \beta$.

With no intermittency, $\zeta_1 = 1/3$ and we recover $\beta = \beta' = 1/2$ for the small-scale dynamo, as mentioned before. With hydrodynamic turbulence intermittency², the She & Leveque (1994) phenomenology provides the value $\zeta_1 = 1/9 + 2(1 - (2/3)^{1/3}) \approx 0.364$ and then the small-scale dynamo phenomenology gives $\beta = \beta' \approx 0.466$, in agreement with the numerical result of Stepanov & Plunian (2008).

In our simulations, the values we obtain for ζ_1 (shown in Table 1 and computed from ten independent runs with $\nu = \eta = 10^{-10}$) are closer to the She & Leveque 1994 value than to one-third (no intermittency), although both are within $3\text{-}\sigma$ error bars. The small-scale dynamo phenomenology then yields the values for β and β' given as $\beta_{\text{phenom.}}(\zeta_1)$ in Table 1. This prediction and the simulation values are lower in the case of the strongly nonlocal model, as a consequence of the higher value of ζ_1 in this case.

The values for β and β' are systematically lower than the $\beta_{\text{phenom.}}$ predictions, but they are still mostly consistent with them. They are also lower than the numerical result of Stepanov & Plunian (2008). The difference from the prediction might be caused, at least for the nonlocal models, by a contribution of the outer-scale dynamo to the growth of the magnetic field, while the difference from the numerical results of Stepanov & Plunian (2008) may come from the different averaging process³.

² A MHD model such as Politano & Pouquet (1995) would not be relevant to the kinematic regime of the dynamo (low magnetic field).

³ At each time step, these authors start several simulations from the same initial fields, which are the average of the fields computed in at the previous time step, while we compute the growth rates from completely

Magnetic energy spectra. The difference, however small, between local and nonlocal models is surprising if one considers that nonlocal interactions in wavenumber space are expected to become important at large Pm. However, for all values of Pm, the evolution of magnetic spectra is consistent with mainly local transfers from kinetic to magnetic energy, and so does not require important nonlocal transfers:

1. For $Pm = 1$ ($\nu = \eta = 10^{-3}$ or 10^{-10} in Fig. 4), magnetic energy grows first on scales corresponding to the end of the inertial range of the kinetic energy spectrum, close to the dissipation range, at a speed depending on Reynolds numbers.
2. For $Pm \ll 1$ ($\nu = 10^{-10}$ and $\eta = 10^{-3}$ in Fig. 4), the wavenumber range where magnetic energy can grow is limited by the magnetic diffusivity scale.
3. For $Pm \gg 1$ ($\nu = 10^{-3}$ and $\eta = 10^{-10}$ in Fig. 4), the range where magnetic energy can grow is limited by the viscous scale, showing that transfers from the kinetic to the magnetic energy are still mainly local (despite the inclusion of nonlocal terms in the model).

We note that the scales on which the magnetic energy grows most are consistent, at both small and large Pm, with the scales used above to compute the magnetic energy growth rate in the small-scale dynamo phenomenology.

4. Conclusion

We have computed the growth rate γ of the magnetic field in the kinematic regime of a dynamo as a function of the Reynolds numbers Re and Rm, with, thanks to shell models, a much wider range of parameters than previous studies using direct numerical simulations. This wider parameter range is of astrophysical relevance and brings a new perspective to results from direct numerical simulations; it allows us to answer some important outstanding questions about the kinematic regime of the dynamo, assuming of course that results from shell models remain valid for the general MHD equations.

We confirm that the critical magnetic Reynolds number Rm_c tends to a finite value at large Reynolds numbers Re. Furthermore, the growth rate γ tends to a finite value $l(Rm)$ when Re tends to infinity, and we find a scaling $l(Rm) \sim Rm^\beta$ with $\beta \approx 0.4$. Similarly, γ tends to a finite value $l'(Re) \sim Re^{\beta'}$ when Rm tends to infinity, with $\beta' \approx 0.4$. Both limits $l(Rm)$ and $l'(Re)$ are attained for $Rm \geq Re$.

These scalings can be explained by an intermittent, mainly small-scale dynamo. Furthermore, our results imply that nonlocal interactions (in Fourier space) play a role in the kinematic dynamo, although a limited one. This behavior is consistent with results on the locality of nonlinear interactions in MHD systems: in Alexakis et al. (2005), Mininni et al. (2005) (direct numerical simulations), and Plunian & Stepanov (2007) (shell models), nonlocal interactions are significant but are mostly confined to a wavenumber range that is relatively small compared to the wavenumber separation factor between shells that interact in shell models.

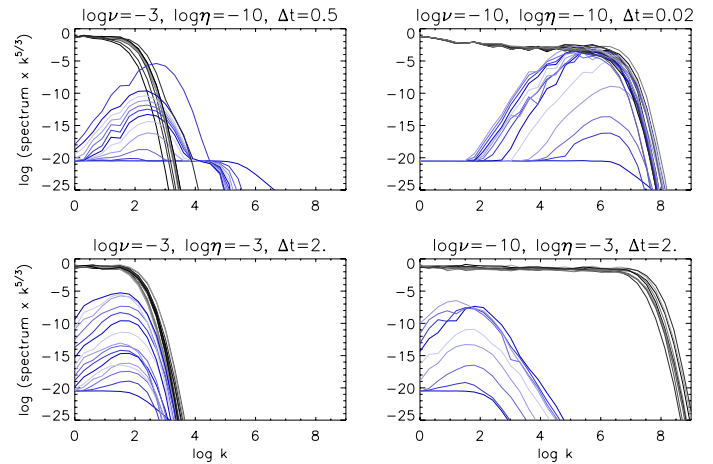


Fig. 4. Evolution of the spectra (compensated by $k^{5/3}$) of kinetic energy (black) and magnetic energy (blue), for different sets of initial Reynolds numbers (Re, Rm) (shown as green triangles in Fig. 1), for the weakly nonlocal Sabra model. The spectra are averaged over ten independent runs and are plotted at time intervals shown as Δt in the plot titles. The different shades are a guide for understanding the direction of time (from black to gray and from dark to light blue, cycling every five spectra).

Acknowledgements. Financial support from STFC (UK), CNES and CNRS (France) is acknowledged. I thank the referee for his useful comments. This work has benefited from discussions with P.D. moulin, S. Fauve, S. Galtier, F. Plunian, M. Proctor, and A. Schekochihin, in particular at the 2009 workshop “Frontiers in Dynamo Theory” in Paris, and from the work of K. Olivier during an internship in Orsay.

References

- Alexakis, A., Mininni, P. D., & Pouquet, A. 2005, Phys. Rev. E, 72, 046301
Biferale, L. 2003, Ann. Rev. Fluid Mech., 35, 441
Bohr, T., Jensen, M. H., Paladin, G., & Vulpiani, A. 2005, Dynamical Systems Approach to Turbulence (Cambridge University Press)
Brandenburg, A. 2009, ApJ, 697, 1206
Buchlin, E., & Velli, M. 2007, ApJ, 662, 701
Frick, P., & Sokoloff, D. 1998, Phys. Rev. E, 57, 4155
Galtier, S., & Buchlin, E. 2007, ApJ, 656, 560
Giuliani, P., & Carbone, V. 1998, Europhys. Lett., 43, 527
Gledzer, E. B. 1973, Sov. Phys. Dokl., 18, 216
Gloaguen, C., L. orat, J., Pouquet, A., & Grappin, R. 1985, Physica D, 17, 154
Iskakov, A. B., Schekochihin, A. A., Cowley, S. C., McWilliams, J. C., & Proctor, M. R. E. 2007, Phys. Rev. Lett., 98, 208501
Mininni, P., Alexakis, A., & Pouquet, A. 2005, Phys. Rev. E, 72, 046302
Nigro, G., Malara, F., Carbone, V., & Veltri, P. 2004, Phys. Rev. Lett., 92, 194501
Perrone, D., Nigro, G., & Veltri, P. 2011, ApJ, 735, 73
Plunian, F., & Stepanov, R. 2007, New J. Phys., 9, 294
Politano, H., & Pouquet, A. 1995, Phys. Rev. E, 52, 636
Sahoo, G., Mitra, D., & Pandit, R. 2010, Phys. Rev. E, 81, 036317
Schekochihin, A. A., Iskakov, A. B., Cowley, S. C., et al. 2007, New J. Phys., 9, 300
She, Z. S., & Leveque, E. 1994, Phys. Rev. Lett., 72, 336
Stepanov, R., & Plunian, F. 2006, J. Turbulence, 7, 39
Stepanov, R., & Plunian, F. 2008, ApJ, 680, 809
Yamada, M., & Ohkitani, K. 1987, J. Phys. Soc. Japan, 56, 4210

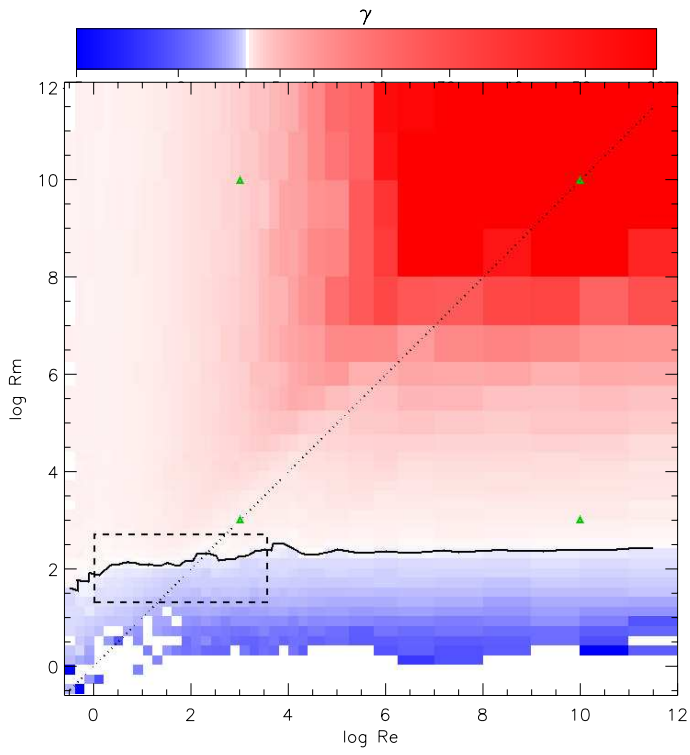


Fig. 5. Same as Fig. 1 for the local GOY model.

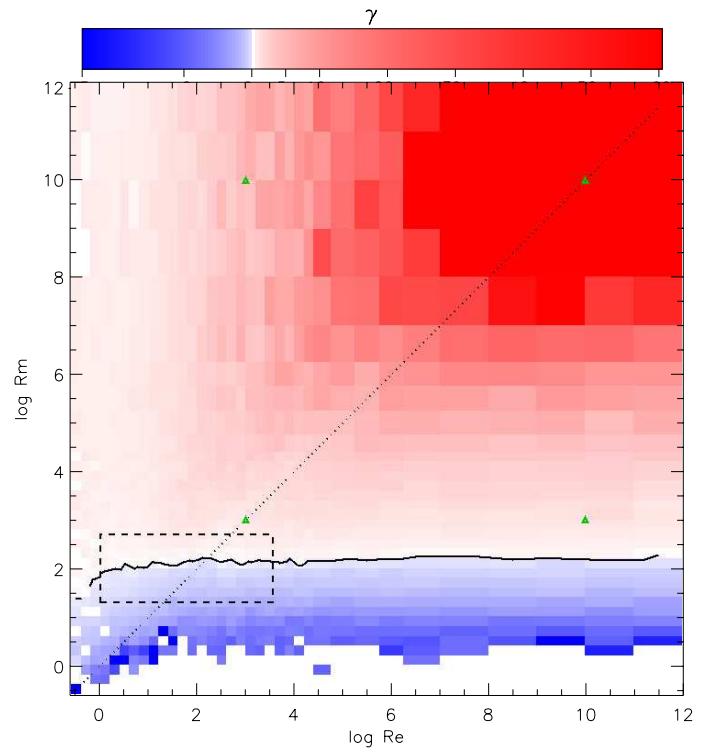


Fig. 6. Same as Fig. 1 for the strongly nonlocal ($\alpha = -1$) Sabra model.

MODELING THE RADIATIVE SIGNATURES OF TURBULENT HEATING IN CORONAL LOOPS

S. PARENTI¹

Institut d'Astrophysique Spatiale, Batiment 121, F-91405 Orsay, France; s.parenti@oma.be

E. BUCHLIN²

Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze, Largo E. Fermi 2, 50125 Florence, Italy

P. J. CARGILL

Space and Atmospheric Physics, Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ, UK

AND

S. GALTIER AND J.-C. VIAL

Institut d'Astrophysique Spatiale, Batiment 121, F-91405 Orsay, France; and Université Paris-Sud 11 and CNRS (UMR 8617)

Received 2006 February 22; accepted 2006 July 11

ABSTRACT

The statistical properties of the radiative signature of a coronal loop subject to turbulent heating obtained from a three-dimensional (3D) magnetohydrodynamics (MHD) model are studied. The heating and cooling of a multi-strand loop is modeled and synthetic spectra for Fe XII 195.12, Fe XV 284.163, and Fe XIX 1118.06 Å are calculated, covering a wide temperature range. The results show that the statistical properties of the thermal and radiative energies partially reflect those of the heating function in that power-law distributions are transmitted, but with very significant changes in the power-law indices. There is a strong dependence on the subloop geometry. Only high-temperature radiation ($\approx 10^7$ K) preserves reasonably precise information on the heating function.

Subject headings: methods: statistical — MHD — Sun: corona — Sun: flares — Sun: UV radiation — techniques: spectroscopic — turbulence

1. INTRODUCTION

The coronal heating problem is concerned with identifying the energy dissipation process(es) that lead to coronal temperatures well in excess of 10^6 K (see, for example, Mandrini et al. 2000; Klimchuk 2006). A complete model of the corona needs to be able to simulate not only the physical mechanisms for energy input and dissipation, but also the plasma response to heating and possible observables that can benchmark the model. In general, the problem is often broken up into discrete parts; in particular, energy dissipation and transport are usually treated as independent problems (but see the recent work of Peter et al. 2004; Gudiksen & Nordlund 2005).

Impulsive coronal heating, as originally discussed by Lin et al. (1984) and Parker (1988), is a potentially viable model for closed-field regions. Energy is dissipated through discrete impulsive events over small scales, both in space and energy. The number of flares and microflares is distributed in energy as a power law having an index somewhat more positive than -2 (see Crosby et al. 1993; Aschwanden & Parnell 2002, for a review), and Hudson (1991) further argued that if smaller (perhaps unresolved) events such as nanoflares are to heat the corona, the index should be more negative than -2 . Studies on the line intensity also show similar distributions (Berghmans et al. 1998; Aletti et al. 2000; Buchlin et al. 2006). Studies of the energy distribution of smaller events (referred to hereafter as nanoflares, although in fact the energy can be in a wide range) rely on estimates of the amount of energy associated with the radiation of an observed X-ray and ultraviolet (XUV) or EUV brightening (e.g., Berghmans et al.

1998; Aschwanden et al. 2000; Parnell & Jupp 2000). A range of indices are obtained, with values both greater than and less than -2 (Parnell 2004). A basic assumption of this approach is that one can associate the same statistical properties in the distributions of the injected and radiated energies so that the plasma response simply transmits the distribution of the nanoflares as opposed to modifying it. However, this hypothesis has never actually been tested.

This paper carries out such a test using a forward-modeling approach. In general terms, forward modeling uses a model of the corona to generate “observables,” which can then be compared with what is actually observed. This enables one to study the role of effects that may be difficult to pin down from the observations, such as the geometry of the observed structure, line of sight, assumption of ionization equilibrium, and elemental composition, to name a few examples. In the context of this paper, the technique can be used to simulate the coronal response to a prescribed nanoflare distribution with a range of energies, some of which may be unresolvable as individual events.

The key step linking the input nanoflare energy distribution and the output distribution of “events” as seen in various emission lines is understanding how the coronal plasma responds to impulsive heating, since the temperature, density, and velocity determine the intensity of the spectral lines we calculate. So, the question we address is: for a given distribution of input energies, how does coronal energy transport determine the energy distribution of measured events? There has been extensive modeling of the coronal response to nanoflare energy input in recent years (see, for example, Peres 2000; Mendoza-Briceño et al. 2004 2005; Winebarger & Warren 2004; Testa et al. 2005; Patsourakos et al. 2004; Patsourakos & Klimchuk 2006; Klimchuk 2006 for a discussion and further references). However, these models consider nanoflare heating to be repeated either in a single

¹ Current address: Royal Observatory of Belgium, 3 Avenue Circulaire, B-1180 Brussels, Belgium.

² Current address: Space and Atmospheric Physics, Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ, UK.

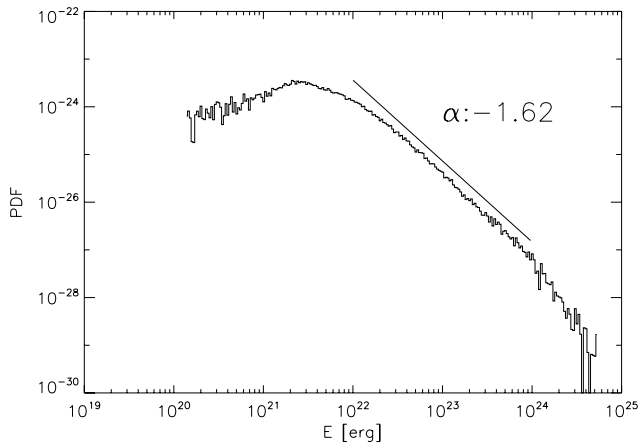


FIG. 1.—PDF for the nanoflare energy (the average value is 1.2×10^{24} ergs) heating the loop system.

monolithic loop or in a few strands. Here, as described in § 2, we assume a highly fragmented corona and consider each observed loop to be comprised of many small strands.

The paper is organized as follows. Section 2 (and the associated Appendix B) describes the models for the nanoflare energy distribution (a 3D MHD model) and the energy-response model. Section 3 describes the distribution of coronal thermal energy for the nanoflare input, and § 4 presents the properties of synthetic spectra.

2. THE MODEL

We adopt an approach of using a model of coronal turbulence to generate a distribution of nanoflare energies, and a second model to calculate the response of the coronal temperature and density to heating by such nanoflares.

2.1. The Heating Model

To generate the distribution of nanoflare energies we use a 3D hybrid model of MHD turbulence from Einaudi & Velli (1999) and Buchlin et al. (2003) that simulates the coronal effects of photospheric turbulent motion at the loop footpoints. These random motions cause the propagation of Alfvén waves along the loop, first producing storage, and then impulsive dissipation of magnetic energy. The time-dependent dissipation then gives the heating function used here. Further details on the model are provided in the Appendices A and B. The probability distribution function (PDF) of the dissipated energy is a clear power law with index close to -1.6 over about 2 decades (Fig. 1). Such power-law behavior seems to be common to self-organized critically (SOC) systems, which involve a spontaneous organization of the system into a critical state under the action of small external disturbances, leading to energy dissipations over many scales. We also see falloffs at high and low energies, which are caused by the upper and lower current thresholds imposed for the energy dissipation in the model. Because the purpose of the present work is to verify how the power law is transmitted by the plasma response, our investigation focuses on the central part of the energy distribution. In §§ 3 and 4 we use this distribution such that the average energy values vary between 6×10^{23} and 1.2×10^{25} ergs, depending on the simulation. Each distribution has energy varying over almost 5 decades (Fig. 1, for example).

2.2. The Cooling Model

To study the plasma response to this kind of heating, we assume that the timescale for energy input is short compared to the

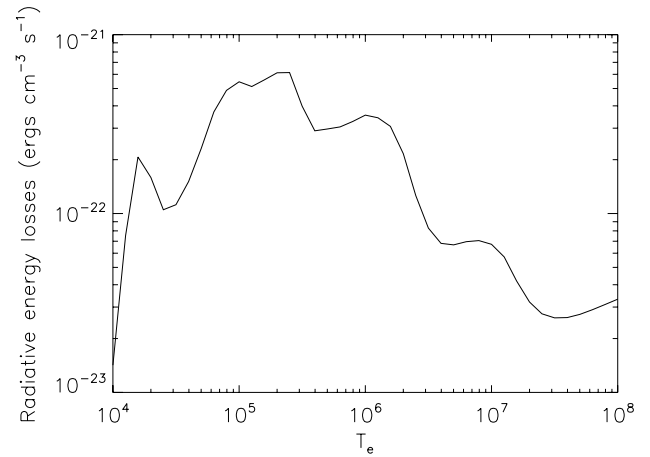


FIG. 2.—Radiative-loss function as a function of temperature derived using the CHIANTI database.

characteristic cooling time of the corona by conduction or radiation. Typical cooling times are a few hundred to over a thousand seconds, so this seems reasonable. Cooling of coronal plasmas has been well studied for many years (see Cargill et al. 1995 for a review of early work and Walsh & Galtier 2000; Winebarger & Warren 2004; Reale et al. 2005; Bradshaw & Cargill 2005 for more recent efforts). A coronal loop cools by conduction and radiation with characteristic timescales

$$\tau_c = \frac{5}{2} \frac{pL^2}{kT_e^{7/2}}, \quad \tau_r = \frac{3kT_e^{1-\beta}}{N_e\chi}, \quad (1)$$

where p is the plasma pressure, $\Lambda(T_e) = \chi T_e^\beta$ is the loss function (we used a parameterization of the curve shown in Fig. 2), and k is the Boltzmann constant. Analysis of these timescales show that an impulsively heated loop will cool first by conduction (high temperature, low density), with an associated “evaporation” of chromospheric plasma, and subsequently by radiation with plasma draining (low temperature, high density), as demonstrated in both analytical and numerical models.

In the present work, we wish to model an “observed” coronal loop as being highly fragmented, composed of many small, unresolved strands. For example, a loop with an observed diameter of $10''$ may have 10^4 – 10^6 strands of scales 10–100 km. If each of these strands is heated independently, one is required to follow the cooling of a lot of strands. For this reason we use the analytical multi-strand model first developed by Cargill (1994), as opposed to full solutions of the energy-transport equations. The details of this model are in Appendix B. We thus consider a coronal “loop” comprised of ($N \gg 1$) identical elemental strands (the cases $N = 500$ and 5000 are shown), each strand having the same cross-sectional area A_h and semilength L . The values assumed for L and the loop section ($N \times A_h$) are typical values derived from EUV observations (e.g., 10^9 cm and 10^{14} cm²). As discussed later, the number of strands is chosen to study different cases of low- and high-filling-factor loops.

At the beginning of the simulation all strands are cool and empty. Each strand is described by one temperature T_e and one density N_e . Each nanoflare is instantaneous and heats only one strand, randomly chosen inside the loop. This energy all goes into plasma heating. The heating function is described by the power law in energy discussed in § 2.1, and is distributed randomly (i.e., which strand is heated is determined by a random

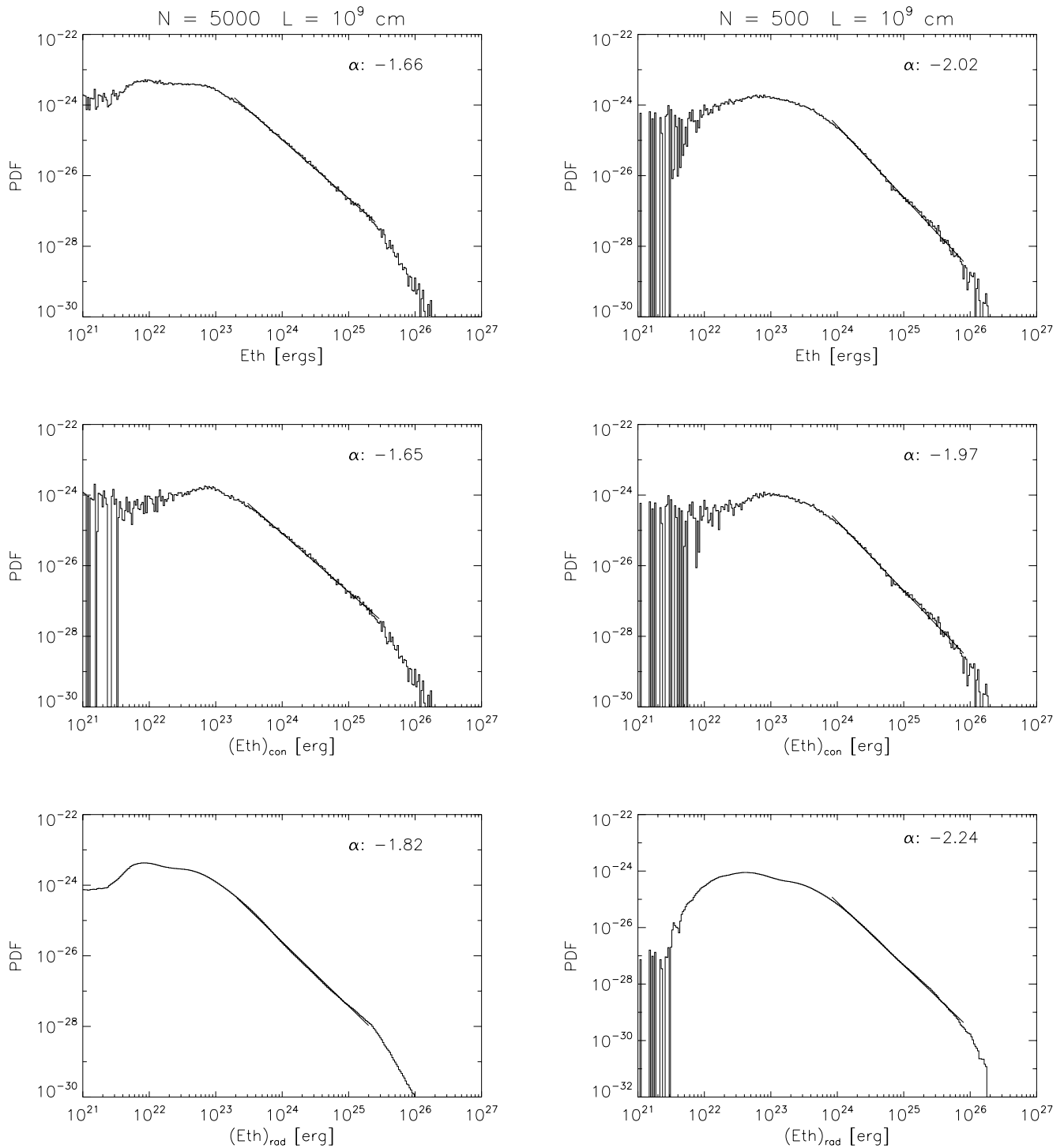


FIG. 3.—PDFs of total thermal energy (*top*); PDFs for the thermal energy during the conductive cooling phase (*middle*); and the PDF of the thermal energy during the radiative cooling phase (*bottom*). *Left*: $A_h = 8 \times 10^{13} \text{ cm}^2$, $N = 5000$. *Right*: $A_h = 8 \times 10^{14} \text{ cm}^2$, $N = 500$. For both cases $L = 10^9 \text{ cm}$. The index of the fitted power law is represented by α .

number generator). Unlike earlier publications using this model, we replace the simple radiative loss function with a parameterization of the one available in the CHIANTI version 4.2 atomic database (Young et al. 2003). This function was calculated assuming the Mazzotta et al. (1998) ionization equilibrium and coronal abundances. The same assumptions are made later on to build the synthetic spectra.

3. DISTRIBUTIONS OF THERMAL ENERGY IN RESPONSE TO A POWER-LAW ENERGY INPUT

In this section we investigate the PDF of the loop thermal energy generated by the MHD model. The temperature and density in each strand are obtained as a function of time from the cooling model, and the PDF of the thermal energy is obtained

by summing all the strands. Two cases are shown, with the number of elemental strands being different in each. They correspond to low and high filling factors, where the filling factor is a measure of what fraction of any (unresolved) coronal volume is actually filled with radiating plasma. For simplicity, the filling factor is defined as the ratio of the number of hot strands ($\log T > 5$) to the total number of strands (see Cargill [1994] for more details). The filling factor is important because for low (high) values, one tends to heat cool, low-density (hot, high-density) strands. It also measures the characteristic “repeat time” of strand heating relative to the cooling time. When the characteristic timescale of the strand cooling is much shorter than the inverse frequency of injection of nanoflares in the loop, the filling factor is small and the strand is scarcely visible at coronal temperatures.

The top two panels of Figure 3 show the PDF of the thermal energy of our loop with a low–(high–) filling-factor case on the left (right). All phases of the cooling are included in the PDF. The left panels show the case $A_h = 8 \times 10^{13} \text{ cm}^2$, $N = 5000$ (filling factor of 0.06), and the right panels have $A_h = 8 \times 10^{14} \text{ cm}^2$, $N = 500$ (filling factor of 0.52). In both cases the energy loss is $5 \times 10^{-4} \text{ ergs cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ and $L = 10^9 \text{ cm}$. We have fit the thermal energy distribution by a power law with slope α in the vicinity of 10^{24} – 10^{25} ergs. It is clear that the generic power-law distribution of the heating function is transmitted to the thermal energy over about two decades. However, α depends on the strand geometry, with the absolute value of α (the term we will now use) increasing for wider strands. (Note that at the lower and upper extremes the PDF deviates due to the model limitations discussed in § 2.1. In particular, the low-energy distribution is likely to be unphysical.)

We then analyzed the PDFs from the conductive and radiative cooling phases separately (middle and bottom panels in Fig. 3, respectively). As expected, both components follow a power-law distribution, but the radiative phase is steeper. For small filling factors (*left panels*), the total PDF and that of the conduction phase are very similar, suggesting that information about the energy input is directly transmitted at high temperatures. The dependence on filling factor in the conductive phase can be understood as follows. For low filling factors, the initial thermal energy in the strand is proportional to the nanoflare energy, and the evaporative cooling takes place at constant pressure (or constant thermal energy; Antiochos & Sturrock 1978). Hence, the nanoflare distribution will map precisely into that of the thermal energy. In the high–filling-factor case, any one strand is subject to sporadic but inevitable reheating, which prevents the strand from completing its cooling cycle (note the lack of the very low energy component in the radiative PDF for high filling factors). Each time the strand is reheated while it is still cooling from the previous nanoflare, its temperature increases and makes the thermal energy associated with the previous nanoflare jump to higher values. For this reason the PDF changes its shape. Such change particularly involves the low-intermediate energies and makes the index α increase. This is because the reheating has a higher probability of happening over a strand preheated by a small-intermediate energy flare.

In the radiative phase, the PDF is more complex for several reasons. At this time the thermal energy decreases as $T^{1-\beta}$, which leads to an enhancement of the low-energy part of the PDF. The complex dependence of the radiative cooling on the temperature leads to the nonuniformity. [We performed several tests in which we assumed a single value of $\beta(-\frac{1}{2})$. A single power law was then found over a wider energy range.] However, it is clear that

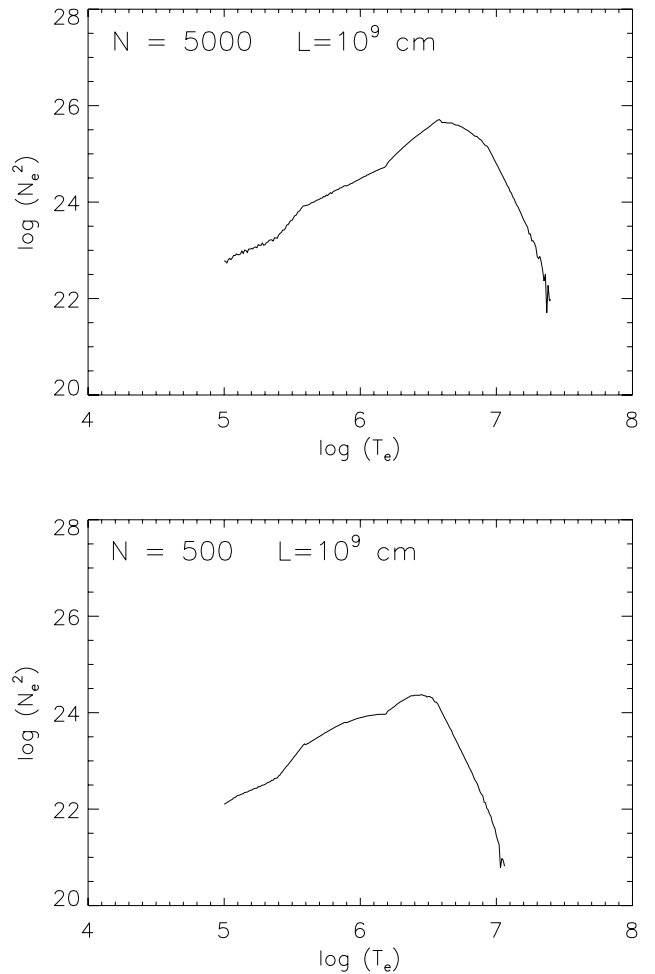


FIG. 4.—Logarithm of N_e^2 as a function of the logarithm of temperature, obtained with the parameters $A_h = 8 \times 10^{13} \text{ cm}^2$, $N = 5000$ (*top*) and $A_h = 8 \times 10^{14} \text{ cm}^2$, $N = 500$ (*bottom*).

this leads to a lack of perfect “transmission” of the input energy distribution.

4. PDFs OF SYNTHETIC SPECTRA

The next step is to generate synthetic spectra arising from the combined heating and cooling models. For the present work we chose to synthesize the Fe XII 195.12 ($\log T_{\text{max}} = 6.14$), Fe XV 284.163 ($\log T_{\text{max}} = 6.3$), and Fe XIX 1118.06 Å ($\log T_{\text{max}} = 6.9$) line intensities. The first two lines are observed by the *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO) EUV Imaging Telescope (EIT; Delaboudiniere et al. 1995) and will be observable by the *Solar-B* EUV Imaging Spectrometer (EIS), which will be launched in 2006. These are background, relatively hot and bright resonant lines in the corona. Fe XIX is a much hotter line that can be observed by SOHO Solar Ultraviolet Measurement of Emitted Radiation (SUMER; Wilhelm et al. 1995). The choice of such lines is guided by the intention of covering medium-high coronal temperatures.

A line intensity is defined as

$$I_\lambda = \frac{1}{4\pi} \int G(T_e) N_e^2 dh, \quad (2)$$

A. Sélection d'articles publiés dans des revues à comité de lecture

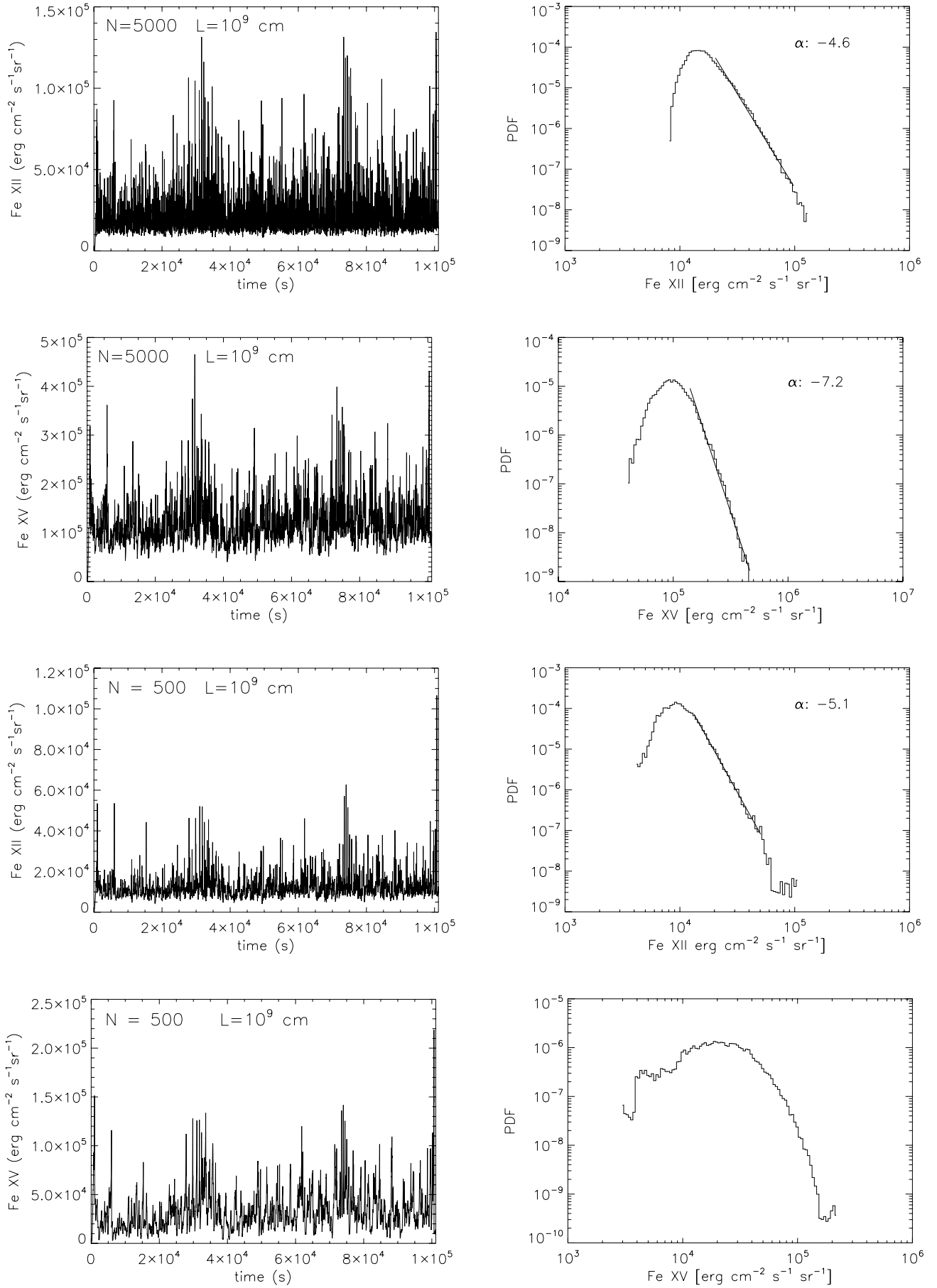


FIG. 5.—Total loop intensity as a function of time (*left*) for Fe XII 195 Å (*first and third panels*) and Fe XV 284 Å (*second and fourth panels*) and their PDFs (*right*). The parameters used for the simulation are the same as in Fig. 4.

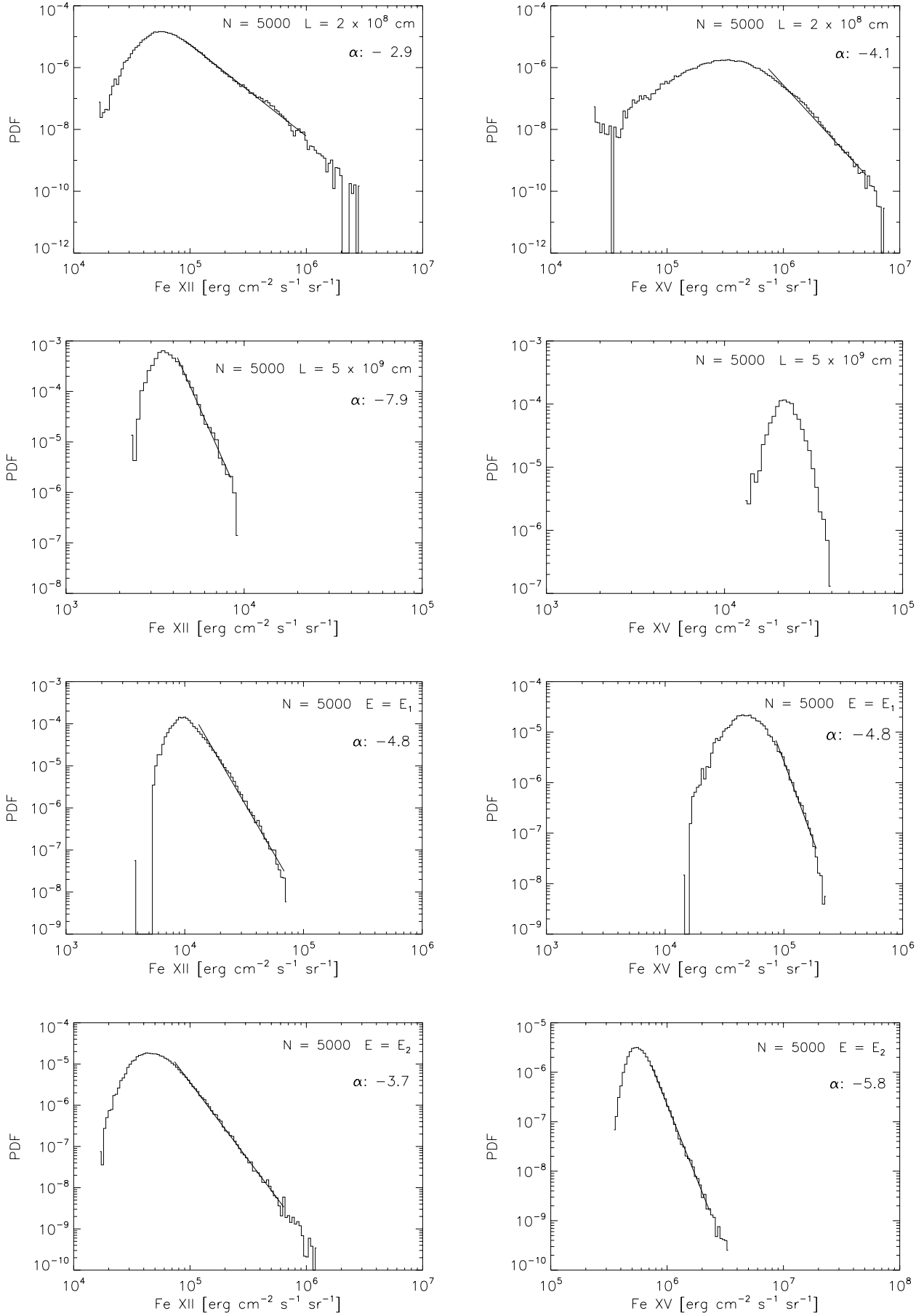


FIG. 6.—PDFs for Fe XII 195 Å (*left*) and Fe XV 284 Å (*right*). PDFs for different values of L (*top four panels*) and flare energy (*bottom four panels*). Here $E_1 = 2.5 \times 10^{-4}$ ergs cm^{-3} s^{-1} and $E_2 = 5 \times 10^{-3}$ ergs cm^{-3} s^{-1} .

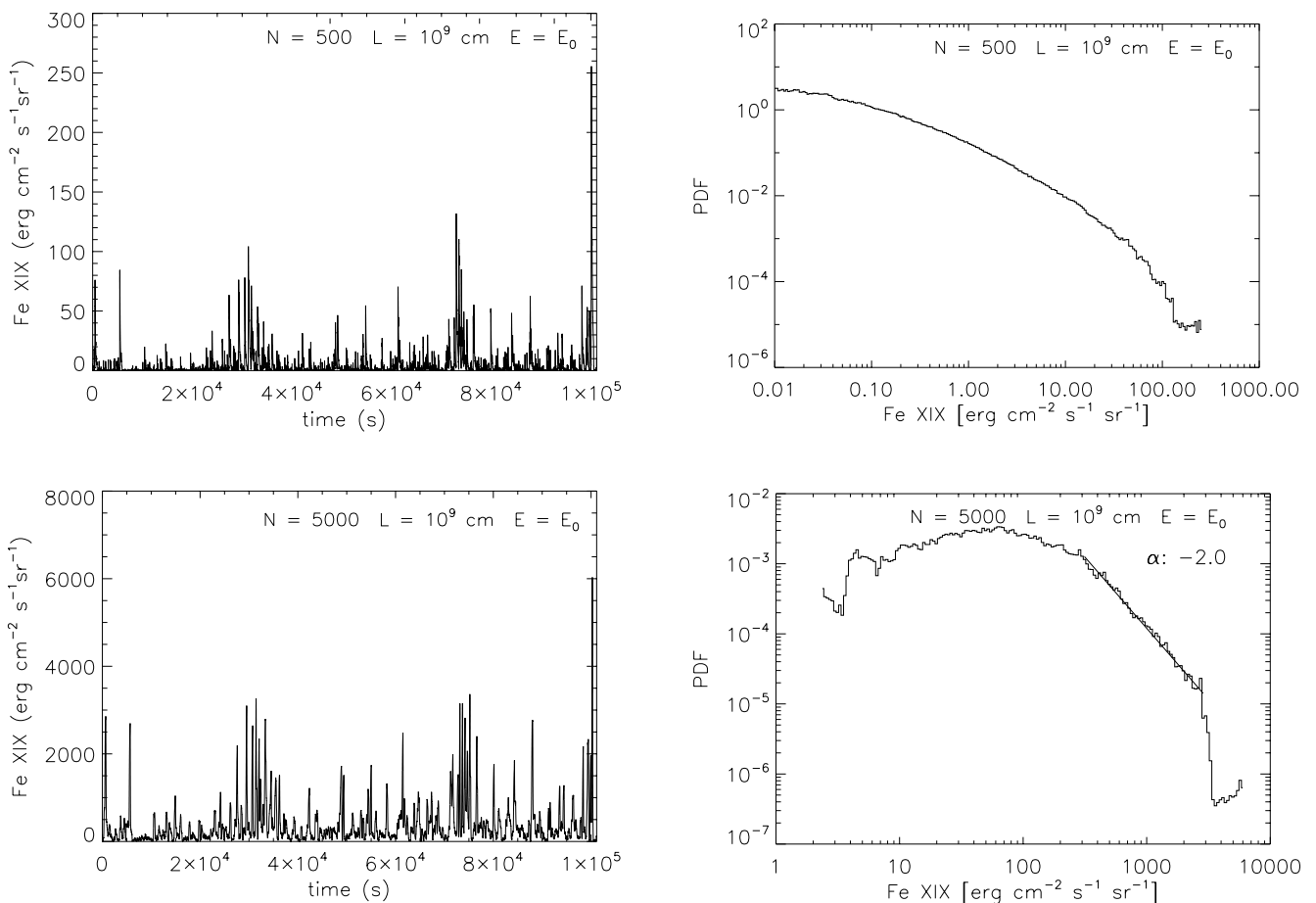


FIG. 7.—Total loop intensity as a function of time (*left*) for Fe XIX 1118 Å and the corresponding PDF (*right*). The loss energy is assumed to be $E_0 = 5 \times 10^{-4}$ ergs $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$.

where $G(T_e)$ is the contribution function, which gives information on the distribution of the line emission in temperature and the plasma density N_e along the line of sight h . The contribution functions were calculated with the CHIANTI database providing coronal abundances. To generate the line intensities we use the density and temperature histories of each strand and calculate the total loop time-dependent line intensity.

The distribution of the emission measure (EM, which scales as $N_e^2 V$) as a function of temperature will be important in understanding our results. The EM distributions peak in the range $\log T_{\max} = 6.4\text{--}7.2$, assuring important emission from the chosen lines. Figure 4 shows two examples of the distribution of N_e^2 as a function of temperature, using the same parameters as Figure 3. These results were obtained by summing the densities of all the strands for each temperature interval of the loop. Because in the model the temperature is assumed to be uniform along a strand, and all the strands have the same volume, the quantity plotted in Figure 4 is representative of the total loop EM. There is a broad range of temperatures (a lower limit $\log T_e = 5$ was imposed) that reflect the presence of many strands at different states of cooling. As pointed out by Cargill (1994), the case with smaller filling factor (*top panel*) has more plasma at higher temperature.

The left-hand panels in Figure 5 show examples of the time variation of Fe XII and Fe XV intensities, in which the same parameters as in Figures 3 and 4 are used. The two top (bottom) panels show cases with low (high) filling factors. Larger strand

cross sections give smaller values of the intensity (note the drop in the EM at coronal temperatures) with smaller frequency fluctuations. The PDFs shown in the right column also demonstrate this. Like the thermal energy, the intensity distributions show a power-law distribution. However, these PDFs have entirely different power-law indices from the heating function; indeed, a power law is not evident in the bottom right panel (Fe XV with large filling factor). Thus, at these temperatures information of the energy input does not seem to have survived.

For the low-filling-factor loop shown in Figure 5 (*top panels*), the PDF index increases for the higher temperature line. This result comes about because of the location of the peak formation temperature of the line with respect to the EM- T distribution plotted in Figure 4. There are two aspects to consider. First, the formation temperature of these lines falls on the left side of the maximum of the EM. This means that the lines form when the strand is cooling by radiation, far from the initial heating, and so suffering from amnesia. Moreover, looking at the top panel of Figure 4, we see that these two lines form at temperatures where the gradients of the EM distributions are different. This means that the temperatures around the peak emission of each line contribute in a different way to the line intensity.

The top four panels of Figure 6 show the PDFs for Fe XII (*left panels*) and Fe XV (*right panels*), and are for cases where the loop cross section and input energy are held fixed (at the values of the top panels in Fig. 5), and the loop length is varied. In the top two panels we take $L = 2 \times 10^8$ cm (filling factor of 0.013),

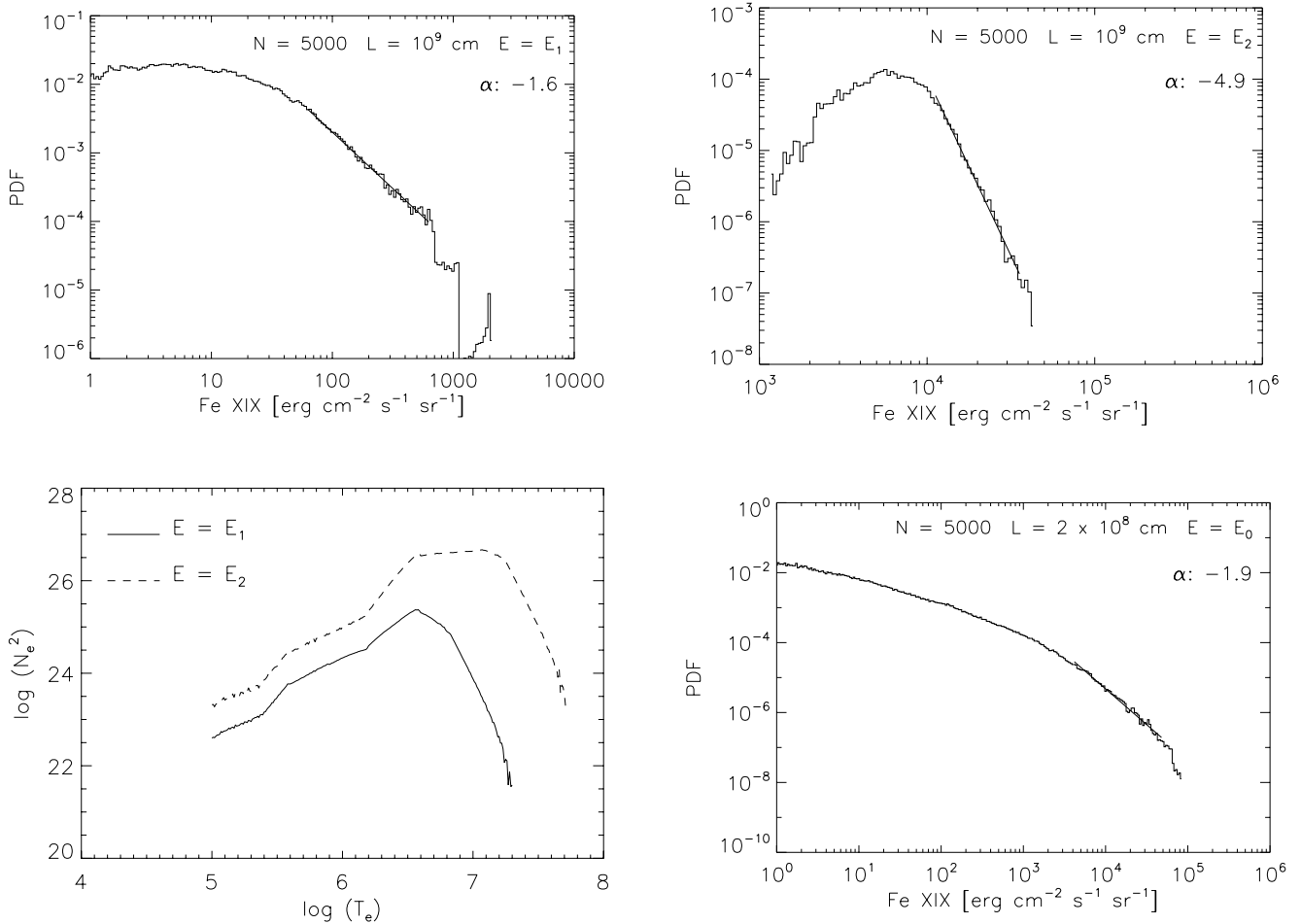


FIG. 8.—*Top*: PDFs for Fe XIX assuming an energy loss of $E_1 = 2.5 \times 10^{-4}$ ergs $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ and $E_2 = 5 \times 10^{-3}$ ergs $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$. The respective EMs are given in the bottom left panel. *Bottom right*: PDF for Fe XIX, assuming the same parameters of Fig. 7 bottom, but with a different value of L .

while in the second two panels we take $L = 5 \times 10^9$ cm (filling factor of 0.86). This provides further confirmation that for each line, the smallest filling factor is associated with the smaller power-law index. (The smaller filling factor is obtained because the thermal-conduction cooling time scales with L^2 , while the number of flares remains the same in all the cases discussed here. As the cooling time decreases, it increases the number of strands that cool completely before being reheated.)

The plots in the third and fourth rows of Figure 6 were obtained by changing the nanoflare energy while keeping the rate of nanoflares and the loop parameters constant. In particular, we assumed $N = 5000$, $L = 10^9$ cm, and $A_h = 8 \times 10^{13}$ cm^2 . A smaller value of the nanoflare energy has the effect of decreasing the temperature of the peak of the EM. While in the previous cases the average flare energy was 1.2×10^{24} ergs, here we used 6×10^{23} ergs (E_1 in the third row of the figure) and 1.2×10^{25} ergs (E_2 in the last row of the figure). In the third row we obtain a filling factor of 0.07, which is quite similar to the case shown in the top row of Figure 5. What we observe is a small change in the PDF of Fe XII, while Fe XV has almost lost its power-law shape. This can be explained by the small amount of plasma that is left at the Fe XV temperatures. In the bottom row of Figure 6, we show the PDFs for a higher value of the nanoflare energy. For this case the EM extends to quite high temperatures ($\log T = 7.6$; see also the EM in Fig. 8). The filling factor is

0.043, and there is enough plasma for the emission of Fe XV, which again shows a power-law distribution. These last two results point out the importance of the “right” choice of the temperature interval to investigate.

We now investigate the behavior of the Fe XIX intensity for all the loop conditions discussed thus far. The results are shown in Figures 7 and 8. In Figure 7 the plots were obtained assuming the same parameters as Figure 4 and 5. The top case is for the high-filling-factor loop. Here there is not enough material at the peak Fe XIX formation temperature to guarantee any detectable emission. This also produces a shallow PDF.

In the second case, the PDF shows a power-law distribution with an index close to that of the heating function. Here the formation temperature of the line falls very close to (on the right side) the maximum of the EM- T distribution (see Fig. 4, *top*). This point corresponds to the plasma conditions at the moment when the strand is changing its cooling mode from conduction to radiation. Because the line formation temperature is just at the side of such peak, we can say that the line forms mainly while the strand is cooling by conduction, although there will be a radiative contribution.

The top left panel of Figure 8 shows the case when the line forms completely during the conduction cooling phase. Here we find the same index as the one for the energy input. This PDF, as well as that on the right side, was obtained by changing the energy

input (the same cases of Fig. 6) and keeping the flaring rate constant. As we mentioned before, a decrease in the input energy leads to a decrease in the temperature at which the density distribution peaks. This is shown in the bottom left panel of Figure 8 (*solid line*), where we reported the density distributions for the two cases just mentioned. As a consequence, the Fe XIX formation temperature falls in the range where the strand cools only by conduction. In the top right panel of Figure 8 we are in the opposite situation. The increase of the input energy produces an increase of material at higher temperatures. At the same time, the peak of the density distribution transforms into a plateau (*dashed curve, bottom left panel*). This is an indication that at such temperatures each strand is in a different phase of cooling. The Fe XIX temperature formation falls on such plateau, where strands in the conduction and radiation phases coexist. As a result, the index of the PDF steepens again.

The bottom right panel of Figure 8 shows the PDF for a lower filling-factor loop (same case as the top row of Fig. 6) than the previous examples. Here the conduction cooling time is much reduced with respect to the previous cases, so that the strand spends a short time at the temperature of emission of this line. For this reason, very little is left of the power-law distribution of the PDF (eventually only in the highest decade of intensity).

5. SUMMARY AND CONCLUSION

In this paper we have presented a simple model that is able to address the plasma response to heating in a highly structured corona. We use as input an energy distribution provided by a three-dimensional MHD model for coronal dissipation that has a well-defined power-law distribution of event energy. The thermal energy of the many strands comprising the structured corona is calculated, and distributions of thermal energy and line intensities can be calculated. Thus, this paper represents an important step in merging MHD and energy-transport models.

It was first demonstrated that the information contained in the statistics of the energy input to the coronal plasma can only be partially recovered in the statistics of thermal energy. The agreement between input and output distributions was better for cases of a low-filling-factor loop and at temperatures for which conductive cooling was dominant. However, the agreement was by

no means exact, indicating that energy-transport processes gradually wash out the initial information.

An investigation of the distribution of the line intensities of a number of important coronal lines gave similar conclusions. However, an encouraging aspect of such a diagnostic is the different behaviors of lines that form at different temperatures. This can be interpreted as an indication that we need to look at hot coronal lines ($\approx 10^7$ K) in order to see a signature of the heating. The “right” temperatures to investigate seem to be those for which the thermal conduction is dominant over radiation as the cooling mechanism. At such high temperatures probably only newly heated strands emit, and the heating signature is not hidden by the averaging effects that are present when we look at lower temperatures. Observing at the Fe XII and Fe XV temperatures, we look at the million-degree background corona emission as the result of the cooling of a large number of strands, each of them in a different plasma condition. It is this “average” effect that is responsible for the large index in the intensity power law (the distribution of the average of a quantity tends toward a Gaussian distribution, which means an infinite power index).

In view of our results we stress the importance of investigating high-temperature lines, both from the theoretical and observational aspects. In particular, it is essential to use spectroscopic data (such as those of the new mission *Solar-B*, with good spatial and spectral resolutions) to better isolate the high-temperature components in the observed emission.

S. P. and E. B. would like to thank Marco Velli and Giorgio Einaudi for the original loop cellular automaton and for their valuable help using it and analyzing its results. S. P. also wishes to thank Jim Klimchuk for the encouragement and the fruitful discussions. S. P. and E. B. were supported through the TOSTISP European network contract HPRNCT 200100310. S. P. also acknowledges the support from the Belgian Federal Science Policy Office through the ESA-PRODEX program. CHIANTI is a collaborative project involving the NRL (USA), the RAL (UK), and the following universities: University College London (UK), Cambridge (UK), George Mason (USA), and Florence (Italy).

APPENDIX A

THE HEATING MODEL

The heating model was introduced in § 2.1, and full details can be found in Buchlin et al. (2003), especially § 2.2 of that paper. A coronal magnetic loop is modeled in a 3D simulation box. A background magnetic field points along the loop (defined as the z direction, so that $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{e}_z$), with the photosphere located at $z = 0, 2L$. The boundary conditions there impose a velocity field that models the stirring of the loop footpoints by photospheric motions. The energy introduced is then transferred into the rest of the loop by Alfvén waves. These waves interact through nonlinear interactions that are confined to the x - y plane. Energy release occurs in each of these planes and is modeled using a threshold technique, leading to avalanches of the fields. The model is intermediate between cellular automata (CA) and MHD models, and runs fast enough for a statistical analysis of the time series of energy dissipation in a turbulent loop, while keeping fields consistent with the equations of MHD.

The avalanche process is similar to CA models, such as those proposed by Lu & Hamilton (1991), but the threshold variable is the electric current density instead of the magnetic field gradient, and the magnetic field is updated using Maxwell's equations in a self-consistent manner. Thus, if the electric current density exceeds some given threshold at a point, the local current and vorticity are redistributed and the process is repeated until the threshold criterion is not met anywhere anymore, i.e., until the avalanche stops. The energy lost during this process is recorded, and we thus get a time series of energy dissipations.

To interface this model with the loop cooling hydrodynamic model described next, we selected the energy dissipated in one of the planes in the simulation box. Such energy has a power-law distribution, as described in § 2.1. One of the timescales for this heating model is the Alfvén speed (v_a), which defines the propagation time needed by the wave to propagate from one plane to the next. For our simulations, we assumed $v_a = 10^8$ cm s $^{-1}$ ($B_0 = 10^{-3}$ T). The time step is then 3 s, which corresponds to the lapsed time between nanoflares in our hydrodynamic model.

APPENDIX B

THE HYDRODYNAMIC MODEL

After rapid heating by nanoflares, each loop strand cools as described by the energy equation

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V_s \frac{\partial p}{\partial s} = -\gamma p \frac{\partial V_s}{\partial s} + (\gamma - 1) \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(k_0 T_e^{5/2} \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) - N_e^2 \Lambda(T_e) \right], \quad (\text{B1})$$

where V_s is the plasma field-aligned flow, s is the coordinate along the magnetic field, k_0 is the thermal conductivity coefficient, and $\Lambda(T_e)$ is the optically thin radiative-loss function. The initial temperature and density immediately after the nanoflare are determined using energy conservation considerations based on the nanoflare energy, strand volume, and preheating state of the loop. For heating of an “evacuated” strand, it is assumed that the initial evaporation phase occurs rapidly with fast thermalization (see Cargill & Klimchuk [2004] for details).

The cooling model used is described fully in Cargill (1994) and Cargill & Klimchuk (1997). The key assumption is that, because of the strong dependence of the radiative and conductive cooling times on loop temperature (the ratio scales as approximately T^6 at constant pressure), we can treat the conductive and radiative cooling separately. This in fact enables us to use analytical models for each stage.

The loop cools first by conduction, where the solution of Antiochos & Sturrock (1978) for subsonic upflow of chromospheric material at constant pressure is used:

$$T_e(t) = T_0 \left(1 + \frac{t}{\tau_c} \right)^{-2/7}, \quad (\text{B2})$$

where τ_c is defined in equation (1) and T_0 is the temperature in the strand immediately following the nanoflare.

As conductive cooling proceeds, the temperature falls and the density rises, so that the instantaneous conductive cooling time gets longer and the radiative time becomes shorter. When the two cooling times are equal, there is a transition to radiative cooling that is described using the solution of Antiochos (1980),

$$T_e(t) = T_0 \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \frac{t}{\tau_r} \right]^{1/(1/2-\beta)}, \quad (\text{B3})$$

and the well-known result from the radiative-decay phase of flares that $T_e \propto N_e^2$ (see Cargill et al. 1995). Here β is the power of T_e in the radiative loss function of Figure 2, τ_r is defined in equation (1), and T_0 is now the temperature at the start of the radiative phase.

REFERENCES

- Aletti, V., Velli, M., Bocchialini, K., Einaudi, G., Georgoulis, M., & Vial, J.-C. 2000, *ApJ*, 544, 550
 Antiochos, S. K. 1980, *ApJ*, 241, 385
 Antiochos, S. K., & Sturrock, P. A. 1978, *ApJ*, 220, 1137
 Aschwanden, M. J., Nightingale, R. W., & Alexander, D. 2000, *ApJ*, 541, 1059
 Aschwanden, M. J., & Parnell, C. E. 2002, *ApJ*, 572, 1048
 Berghmans, D., Clette, F., & Moses, D. 1998, *A&A*, 336, 1039
 Bradshaw, S. J., & Cargill, P. J. 2005, *A&A*, 437, 311
 Buchlin, E., Aletti, V., Galtier, S., Velli, M., Einaudi, G., & Vial, J.-C. 2003, *A&A*, 406, 1061
 Buchlin, E., Vial, J.-C., & Lemaire, P. 2006, *A&A*, 451, 1091
 Cargill, P. J. 1994, *ApJ*, 422, 381
 Cargill, P. J., & Klimchuk, J. A. 1997, *ApJ*, 478, 799
 ———. 2004, *ApJ*, 605, 911
 Cargill, P. J., Mariska, J. T., & Antiochos, S. K. 1995, *ApJ*, 439, 1034
 Crosby, N. B., Aschwanden, M. J., & Dennis, B. R. 1993, *Sol. Phys.*, 143, 275
 Delaboudiniere, J.-P., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 291
 Einaudi, G., & Velli, M. 1999, *Phys. Plasmas*, 6, 4146
 Gudiksen, B. V., & Nordlund, Å. 2005, *ApJ*, 618, 1020
 Hudson, H. S. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 357
 Klimchuk, J. A. 2006, *Sol. Phys.*, 234, 41
 Lin, R. P., Schwartz, R. A., Kane, S. R., Pelling, R. M., & Hurley, K. C. 1984, *ApJ*, 283, 421
 Lu, E. T., & Hamilton, R. J. 1991, *ApJ*, 380, L89
 Mandrini, C. H., Démoulin, P., & Klimchuk, J. A. 2000, *ApJ*, 530, 999
 Mazzotta, P., Mazzitelli, G., Colafrancesco, S., & Vittorio, N. 1998, *A&AS*, 133, 403
 Mendoza-Briceño, C. A., Erdélyi, R., & Sigalotti, L. D. G. 2004, *ApJ*, 605, 493
 Mendoza-Briceño, C. A., Sigalotti, L. D. G., & Erdélyi, R. 2005, *ApJ*, 624, 1080
 Parker, E. N. 1988, *ApJ*, 330, 474
 Parnell, C. E. 2004, in *Proc. SOHO 15 Workshop: Coronal Heating* (ESA SP-575; Noordwijk: ESA), 227
 Parnell, C. E., & Jupp, P. E. 2000, *ApJ*, 529, 554
 Patsourakos, S., & Klimchuk, J. A. 2006, *ApJ*, 647, 1452
 Patsourakos, S., Klimchuk, J. A., & MacNeice, P. J. 2004, *ApJ*, 603, 322
 Peres, G. 2000, *Sol. Phys.*, 193, 33
 Peter, H., Gudiksen, B. V., & Nordlund, Å. 2004, *ApJ*, 617, L85
 Reale, F., Nigro, G., Malara, F., Peres, G., & Veltri, P. 2005, *ApJ*, 633, 489
 Testa, P., Peres, G., & Reale, F. 2005, *ApJ*, 622, 695
 Walsh, R. W., & Galtier, S. 2000, *Sol. Phys.*, 197, 57
 Wilhelm, K., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 189
 Winebarger, A. R., & Warren, H. P. 2004, *ApJ*, 610, L129
 Young, P. R., Del Zanna, G., Landi, E., Dere, K. P., Mason, H. E., & Landini, M. 2003, *ApJS*, 144, 135

MULTISCALE HALL-MAGNETOHYDRODYNAMIC TURBULENCE IN THE SOLAR WIND

SÉBASTIEN GALTIER

Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS and Université Paris-Sud, Orsay, France; sebastien.galtier@ias.fr

AND

ERIC BUCHLIN

Space and Atmospheric Physics Group, Blackett Laboratory, Imperial College, London, UK

Received 2006 September 25; accepted 2006 October 25

ABSTRACT

The spectra of solar wind magnetic fluctuations exhibit a significant power-law steepening at frequencies $f > 1$ Hz. The origin of this multiple scaling is investigated through dispersive Hall magnetohydrodynamics. We perform three-dimensional numerical simulations in the framework of a highly turbulent shell model and show that the large-scale magnetic fluctuations are characterized by a $k^{-5/3}$ -type spectrum that steepens at scales smaller than the ion inertial length d_i , to $k^{-7/3}$ if the magnetic energy overtakes the kinetic energy, or to $k^{-11/3}$ in the opposite case. These results are in agreement both with a heuristic description à la Kolmogorov and with the range of power-law indices found in the solar wind.

Subject headings: MHD — solar wind — turbulence

1. INTRODUCTION

The interplanetary medium provides a vast natural laboratory for studying many fundamental questions about astrophysical plasmas. From the very beginning of in situ observations, it was realized that this medium was not quiet, but rather highly turbulent and permeated by fluctuations of plasma flow velocity and magnetic field on a wide range of scales, from 10^{-6} Hz up to several hundred hertz (Coleman 1968; Belcher & Davis 1971; Coroniti et al. 1982; Matthaeus & Goldstein 1982; Denskat et al. 1983; Leamon et al. 1998b; Bale et al. 2005). Detailed analyses revealed that these fluctuations are mainly characterized (at 1 AU) by power-law energy spectra of around $f^{-1.7}$ at low frequencies ($f < 1$ Hz), which are generally interpreted directly as wavenumber spectra by using the Taylor “frozen-in flow” hypothesis (Goldstein & Roberts 1999). This spectral index is somewhat closer to the Kolmogorov prediction for neutral fluids ($-5/3$) than to the Iroshnikov-Kraichnan prediction for magnetohydrodynamic (MHD) turbulence ($-3/2$) (Kolmogorov 1941; Iroshnikov 1963; Kraichnan 1965). Both heuristic predictions are built, in particular, on the hypothesis of isotropic turbulence, which is questionable for the inner interplanetary medium (Dobrowolny et al. 1980; Galtier et al. 2005; Oughton & Matthaeus 2005), since apparent signatures of anisotropy have been found through, for example, the detection of Alfvén waves (Belcher & Davis 1971) and variance analysis of the magnetic field components and magnitude (Barnes 1981). Note that from single-point spacecraft measurements it is clearly not possible to specify the exact three-dimensional nature of the interplanetary turbulent flow, which remains an open question.

For timescales shorter than a few seconds ($f > 1$ Hz), the statistical properties of the solar wind change drastically, with, in particular, a steepening of the magnetic fluctuations' power-law spectra over more than 2 decades (Coroniti et al. 1982; Denskat et al. 1983; Leamon et al. 1998b; Bale et al. 2005; Smith et al. 2006), with a spectral index on average around -3 . The range of values found is significantly broader than in the large-scale counterpart and may depend on the presence of magnetic clouds, which lead to power laws that are less steep than in regions of open magnetic field lines (Smith et al. 2006). This new inertial range—often called the dissipation range—is characterized by a bias of the polarization that suggests these fluctuations are likely to be right-hand polarized (Goldstein et al. 1994), with a proton cyclotron damping of left-circularly polarized Alfvénic fluctuations (Stawicki et al. 2001). This proposed scenario seems to be supported by direct numerical simulations of compressible $2\frac{1}{2}$ -dimensional Hall-MHD turbulence (Ghosh et al. 1996), in which a steepening of the spectra is found—although over a narrow range of wavenumbers—and is associated with the appearance of right-circularly polarized fluctuations. It is likely that what has been conventionally thought of as a dissipation range is actually a second, dispersive, inertial range and that the steeper power law is due to nonlinear wave processes rather than pure dissipation (Krishan & Mahajan 2004).

In this paper, our main goal is to investigate numerically the origin of the steepening of the magnetic fluctuation power-law spectra observed in the solar wind. For this purpose, we develop a numerical cascade model based on dispersive Hall MHD. We present the model in § 2 and the numerical results in § 3. A discussion of the duality between nonlinear cascade and kinetic dissipation is given in § 4. Conclusions follow in the last section.

2. HALL-MHD EQUATIONS AND CASCADE MODEL

Spacecraft measurements made in the interplanetary medium suggest the presence of a nonlinear dispersive mechanism, which we model with the three-dimensional incompressible Hall-MHD equations. Such a description is often used, for example, to understand the main impact of the Hall term in turbulent dynamos (Mininni et al. 2005), in the solar wind (Krishan & Mahajan 2004), and in wave

turbulence (Galtier 2006). It is particularly relevant for the “pure” polar wind, where density fluctuations are weak. The incompressible inviscid Hall-MHD equations read

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\nabla P_* + \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{V} - d_i \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}], \quad (3)$$

where \mathbf{B} has been normalized to a velocity [$\mathbf{B} \rightarrow (\mu_0 n m_i)^{1/2} \mathbf{B}$, with m_i the ion mass and n the electron density], \mathbf{V} is the plasma flow velocity, P_* is the total (magnetic plus kinetic) pressure, and d_i is the ion inertial length ($d_i = c/\omega_{pi}$, where c is the speed of light and ω_{pi} is the ion plasma frequency). The Hall effect appears in the induction equation as an additional term proportional to the ion inertial length d_i , which means that it is effective when the dynamical scale is small enough (Bhattacharjee 2004). In other words, for large-scale phenomena this term is negligible and we recover the standard MHD equations. In the opposite limit, for very short time-scales ($\ll \omega_{ci}^{-1}$, the ion cyclotron period), ions do not have time to follow electrons, and they provide a static homogeneous background on which electrons move. Such a model in which the dynamics is entirely governed by electrons is called electron MHD (Kingsep et al. 1987). It can be recovered from Hall MHD by taking the limits of small \mathbf{V} and large d_i .

Direct numerical simulations of turbulent flows at very large (magnetic) Reynolds numbers are well beyond today’s computational resources. Therefore, any reasonable simplification of the corresponding equations is particularly attractive. In the case of the solar wind, for which the Reynolds number is as large as 10^9 (Tajima & Shibata 2002), simplified models are currently the only way to investigate the multiscale behavior described above. Following this idea, we propose a description of solar wind turbulence in terms of a shell model based on the three-dimensional incompressible Hall-MHD equations. The basic idea of this shell model is to represent each spectral range of a turbulent velocity and magnetic field with a few variables and to describe their evolution in terms of relatively simple ordinary differential equations (ODEs), ignoring details of the field’s spatial distribution. The form of the ODEs is of course inspired by the original partial derivative equations and depends on some coefficients that are fixed by imposing conservation of the inviscid invariants. Despite the simplifications made, shell models remain highly nontrivial and are able to reproduce several aspects of turbulent flows, such as intermittency (Frisch 1995; Biferale 2003; Buchlin & Velli 2006). Shell models are however less relevant in situations where strong nonlocal interactions dominate and, of course, when information in the physical space is necessary. Anisotropy is also a problem for cascade models such the one used in this paper; nevertheless, it may be described by shell models if they are derived, for example, from spectral closure, such as EDQNM or DIA (Carbone & Veltri 1990).

The present shell model is governed by the following coupled nonlinear ODEs:

$$\frac{\partial V_n}{\partial t} + \nu_2 k_n^4 V_n = ik_n \left(V_{n+1} V_{n+2} - B_{n+1} B_{n+2} - \frac{V_{n-1} V_{n+1} - B_{n-1} B_{n+1}}{4} - \frac{V_{n-2} V_{n-1} - B_{n-2} B_{n-1}}{8} \right)^*,$$

$$\frac{\partial B_n}{\partial t} + \eta_2 k_n^4 B_n = \frac{ik_n}{6} \left[(V_{n+1} B_{n+2} - B_{n+1} V_{n+2}) + (V_{n-1} B_{n+1} - B_{n-1} V_{n+1}) + (V_{n-2} B_{n-1} - B_{n-2} V_{n-1}) \right]^* \quad (4)$$

$$+ (-1)^n i d_i k_n^2 \left(B_{n+1} B_{n+2} - \frac{B_{n-1} B_{n+1}}{4} - \frac{B_{n-2} B_{n-1}}{8} \right)^* \quad (5)$$

(Hori et al. 2005), where asterisks denote the complex conjugate. The complex variables $V_n(t)$ and $B_n(t)$ represent the time evolution of the field fluctuations over a wavelength $k_n = k_0 \lambda^n$, with $\lambda \equiv 2$ the intershell ratio and n varying between 1 and N . We note immediately that this model will tend to the well-known shell model for MHD (Frick & Sokoloff 1998; Giuliani & Carbone 1998) when the large-scale limit is taken, that is, in the limit $k_n d_i \rightarrow 0$. Note also the use of hyperviscosities (ν_2, η_2) to extend the nonlinear dispersive inertial range at maximum. The dissipation is mainly used for numerical stability, since the solar wind is nearly collisionless. We focus our attention only on wavenumber scales at which dissipation is negligible; therefore, we do not investigate the exact form of the dissipation.

By construction, equations (4)–(5) conserve the three inviscid invariants of incompressible Hall MHD,

$$E = \int E(k) dk = \frac{1}{2} \sum_n (|V_n|^2 + |B_n|^2) = \sum_n E(k_n), \quad (6)$$

$$H_m = \int H_m(k) dk = \frac{1}{2} \sum_n (-1)^n \frac{|B_n|^2}{k_n} = \sum_n H_m(k_n), \quad (7)$$

$$H_h = \int H_h(k) dk = \frac{1}{2} \sum_n [(-1)^n d_i^2 k_n |V_n|^2 + d_i (V_n^* B_n + V_n B_n^*)] = \sum_n H_h(k_n) \quad (8)$$

(see, e.g., Galtier 2006), which are respectively the total energy and the magnetic and hybrid helicities. Note, as usual, the difference of unity in wavenumber between the shell (in k_n) and the true (in k) power spectra (Frick & Sokoloff 1998; Giuliani & Carbone 1998).

From equations (4)–(6) it is possible to extract information about the energy flux P_n flowing toward small scales (Buchlin & Velli 2006). We have (for an infinite range of shell indices)

$$\begin{aligned}
P_n = -\frac{1}{2} \sum_{m \geq n} & \left\{ i \frac{k_m}{8} [8(V_m V_{m+1} V_{m+2} - V_m B_{m+1} B_{m+2}) - 2(V_{m-1} V_m V_{m+1} - B_{m-1} V_m B_{m+1}) - (V_{m-2} V_{m-1} V_m - B_{m-2} B_{m-1} V_m)] \right. \\
& + \frac{ik_m}{6} [(B_m V_{m+1} B_{m+2} - B_m B_{m+1} V_{m+2}) + (V_{m-1} B_m B_{m+1} - B_{m-1} B_m V_{m+1}) + (V_{m-2} B_{m-1} B_m - B_{m-2} V_{m-1} B_m)] \\
& \left. + (-1)^m id_i \frac{k_m^2}{8} [8B_m B_{m+1} B_{m+2} - 2B_{m-1} B_m B_{m+1} - B_{m-2} B_{m-1} B_m] \right\} + \text{c.c.} \quad (9)
\end{aligned}$$

Simple manipulations (with $\lambda \equiv 2$) lead to

$$\begin{aligned}
P_n = -\frac{1}{2} & \left\{ i \frac{k_n}{8} [-2(V_{n-1} V_n V_{n+1} - B_{n-1} V_n B_{n+1}) - (V_{n-2} V_{n-1} V_n - B_{n-2} B_{n-1} V_n) - 2(V_{n-1} V_n V_{n+1} - B_{n-1} B_n V_{n+1})] \right. \\
& + \frac{ik_n}{6} [(V_{n-1} B_n B_{n+1} - B_{n-1} B_n V_{n+1}) + (V_{n-2} B_{n-1} B_n - B_{n-2} V_{n-1} B_n) + 2(V_{n-1} B_n B_{n+1} - B_{n-1} V_n B_{n+1})] \\
& \left. + (-1)^n id_i \frac{k_n^2}{8} (-2B_{n-1} B_n B_{n+1} - B_{n-2} B_{n-1} B_n + 4B_{n-1} B_n B_{n+1}) \right\} \\
& - \frac{1}{2} \sum_{m \geq n} \left\{ i \frac{k_m}{2} [2(V_m V_{m+1} V_{m+2} - V_m B_{m+1} B_{m+2}) - (V_m V_{m+1} V_{m+2} - B_m V_{m+1} B_{m+2}) - (V_m V_{m+1} V_{m+2} - B_m B_{m+1} V_{m+2})] \right. \\
& + \frac{ik_m}{6} [(B_m V_{m+1} B_{m+2} - B_m B_{m+1} V_{m+2}) + 2(V_m B_{m+1} B_{m+2} - B_m B_{m+1} V_{m+2}) + 4(V_m B_{m+1} B_{m+2} - B_m V_{m+1} B_{m+2})] \\
& \left. + (-1)^m id_i k_m^2 (B_m B_{m+1} B_{m+2} + B_m B_{m+1} B_{m+2} - 2B_m B_{m+1} B_{m+2}) \right\} + \text{c.c.} \quad (10)
\end{aligned}$$

All terms in the sum over m vanish, and we finally obtain after rearranging the remaining terms

$$\begin{aligned}
P_n = -i \frac{k_n}{48} & [4V_{n-1} B_n (3B_{n+1} - B_{n-2}) - 3V_{n-1} V_n (V_{n-2} + 4V_{n+1}) + 2B_{n-1} B_n (V_{n+1} + 2V_{n-2}) - B_{n-1} V_n (2B_{n+1} - 3B_{n-2})] \\
& - id_i \frac{k_n^2}{16} (-1)^n B_{n-1} B_n (2B_{n+1} - B_{n-2}) + \text{c.c.} \quad (11)
\end{aligned}$$

This expression allows us to derive one particular type of solution of constant flux toward small scales by assuming that the velocity and magnetic fields are power-law dependent in k_n , namely,

$$V_n \sim k_n^\alpha \sim \lambda^{n\alpha}, \quad B_n \sim k_n^\beta \sim \lambda^{n\beta}. \quad (12)$$

We insert these relations into equation (11) and cancel the dependence on n to obtain a constant-flux solution. This yields

$$3\alpha + 1 = 0, \quad (13)$$

$$1 + \alpha + 2\beta = 0, \quad 3\beta + 2 = 0. \quad (14)$$

The last relation, which comes from the Hall term, leads to a $k^{-7/3}$ magnetic energy spectrum. This is precisely the expected scaling exponent in electron-MHD turbulence, in which the magnetic field dominates at small scales (Biskamp et al. 1996). The two other relations, applicable in particular at large scales in the regime of pure MHD turbulence, lead to a unique $k^{-5/3}$ scaling for magnetic and kinetic energy spectra. Note that equation (13) comes from the pure velocity interaction term of equation (4): in other words, it is the Navier-Stokes contribution to Hall MHD that, as expected, produces the Kolmogorov scaling exponent.

3. NUMERICAL RESULTS

Generally, shell models do not deal with spectral anisotropy, and therefore we focus our analysis on the isotropic spectral evolution when the Hall term is effective. To our knowledge, such an analysis has never been performed with a shell model. As explained above,

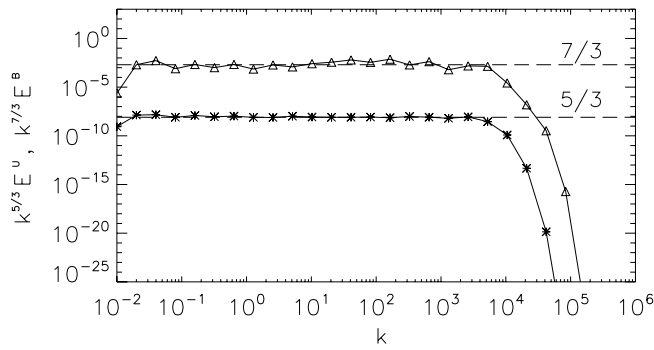


FIG. 1.—Compensated magnetic (*triangles*) and kinetic (*asterisks*) energy spectra for, respectively, the electron-MHD and Navier-Stokes limits. The corresponding well-known $k^{-7/3}$ and $k^{-5/3}$ scalings are shown with dashed lines.

some direct numerical simulations exist, but their resolution is currently limited at maximum to a spatial resolution of 256^3 grid points (Ghosh et al. 1996; Mininni et al. 2005), which is already interesting for analysis of first dispersive effects but definitely not enough to extract precisely any multiscale spectral power-law behaviors.

3.1. *Electron-MHD and Navier-Stokes Limits*

Numerical simulations of equations (4)–(5) were carried out with $N = 25$ and $k_0 = 10^{-2}$ and without external forcing. In all cases considered in this paper, the initial spectra are localized at large scales with a maximum around $k = 0.04$ and with a sharp decrease at larger wavenumbers. First, we consider the purely magnetic case, also called electron MHD ($V_n = 0$ at any time, $d_i = 0.3$, and $\eta_2 = 10^{-13}$). The compensated magnetic energy spectrum is shown in Figure 1. (A time average is taken over 30 points in all figures.) As expected, the magnetic energy spectrum (*triangles*) scales as $k^{-7/3}$, which is the Kolmogorov scaling counterpart for electron MHD (Biskamp et al. 1996). This result differs clearly from the purely hydrodynamic case (*asterisks*; $B_n = 0$ at any time, $\nu_2 = 10^{-13}$), for which we have a $k^{-5/3}$ power law. Note that MHD simulations with $d_i = 0$ (not shown) correctly reproduce the $k^{-5/3}$ energy spectrum (Frick & Sokoloff 1998; Giuliani & Carbone 1998). Note also that in both cases (and for all other figures), the true spectra (in k) are displayed. From these first results, we may conclude naively that in Hall MHD the magnetic energy spectrum should lie between these two scalings. We will see that, in general, this is not true.

3.2. *Hall MHD with $d_i = 0.3$*

Next, we performed a full Hall-MHD numerical simulation in which the kinetic and magnetic fluctuations are initially of order 1 ($\nu_2 = \eta_2 = 10^{-13}$ and $d_i = 0.3$). In Figure 2, we show the magnetic and kinetic compensated energy spectra. Two scalings are clearly present for the magnetic energy spectrum: large scales are characterized by a Kolmogorov-type spectrum with $k^{-5/3}$, and surprisingly, small scales follow a $k^{-11/3}$ power law over more than 2 decades. This second inertial range appears only when $kd_i > 20$; in other words, the Hall term becomes dominant not immediately beyond the critical value $kd_i = 1$ but at scales an order of magnitude smaller. Note the additional difficulty for direct numerical simulations, since reproducing such a behavior requires a very extended inertial range. The kinetic part seems not to be affected by the Hall term and clearly displays a $k^{-5/3}$ scaling over all the wavenumbers. As illustrated in Figure 3, this behavior is linked to the spectral ratio between the kinetic and magnetic energies.

The magnetic energy is slightly greater than the kinetic energy at large scales, as is usually found in direct MHD numerical simulations (Politano et al. 1989) and in the solar wind (Bavassano et al. 2000). This feature extends beyond the critical value $kd_i = 1$. The kinetic energy then strongly dominates the magnetic energy until the dissipative range is reached ($k > 10^4$). This result reveals that the small-scale

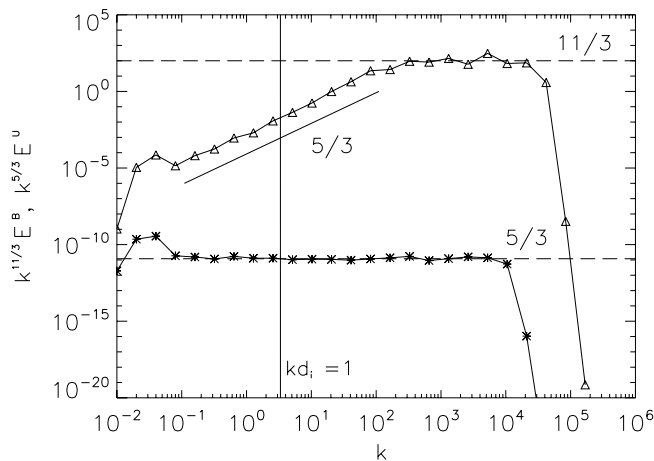


FIG. 2.—Compensated magnetic (*triangles*) and kinetic (*asterisks*; for clarity, these are shifted to lower values) energy spectra in Hall MHD. The vertical solid line indicates the critical value $kd_i = 1$.

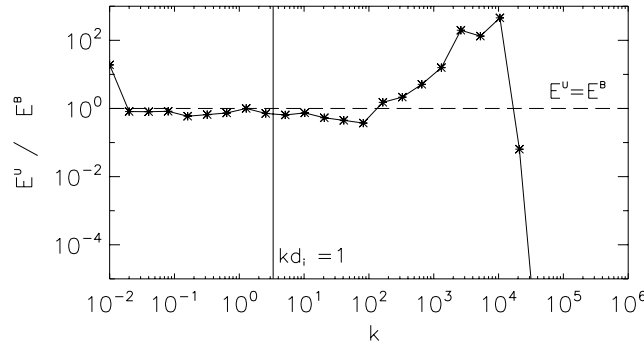


FIG. 3.—Spectral ratio between the kinetic and magnetic energies (same simulation as in Fig. 2). The equipartition state is shown by the dashed line.

nonlinear dynamics is likely to be dominated by the velocity and not by the magnetic field as is the case in the electron-MHD regime. Finally, we have also computed the residual energy spectrum (not shown), that is, the difference in absolute value between the magnetic and kinetic energy spectra. This quantity follows a $k^{-5/3}$ power law, which is clearly different from the $k^{-7/3}$ scaling found recently in pure three-dimensional MHD direct numerical simulations (Müller & Grappin 2006). The Hall term could be at the root of this difference: for example, in the context of wave turbulence we know (Galtier 2006) that the equipartition found in pure MHD is no longer observed when the Hall term is present, whatever its magnitude, leading to a nontrivial interaction between the magnetic and kinetic energy spectra.

To explain the nontrivial behavior found above, we have to go back to the original Hall-MHD equations (eqs. [1]–[3]). At large scales, the usual Kolmogorov phenomenology may be used to describe turbulence. We will not enter into the debate about the Kolmogorov versus the Iroshnikov-Kraichnan description, since our primary aim is to look at the multiscale behavior of the Hall-MHD flow and not the very precise value of the power-law exponent at large scales. With the kinetic and magnetic energies being of the same order of magnitude, we find from equations (2)–(3) a single transfer time, $\tau_{tr} = l/V_l$, and therefore a $k^{-5/3}$ large-scale energy spectrum (Frisch 1995). We note immediately that at small scales this time will not change for equation (2), since then the velocity field dominates. However, for equation (3) the Hall term has to be taken into account when scales are smaller than the ion inertial length; this yields

$$\tau_{tr} = l^2 / (d_i B_l). \tag{15}$$

Equating both transfer times, we obtain the relation

$$d_i B_l = l V_l. \tag{16}$$

Because at small scales the velocity field overtakes the magnetic field, the latter is driven nonlinearly by the former, which eventually leads to the relation

$$E^B(k) = (d_i k)^{-2} E^V(k) \sim k^{-11/3}. \tag{17}$$

As we have seen above, this result cannot be predicted by a simple analysis of constant-flux solutions.

3.3. Hall MHD with $d_i = 30$

The heuristic description given above may be modified for other physical conditions. In a last set of simulations, we took $d_i = 30$, such that the Hall term becomes effective at the very beginning of the inertial range ($\nu_2 = \eta_2 = 10^{-12}$). In this case, one can see from Figure 4 that the magnetic energy exhibits the electron-MHD $k^{-7/3}$ law, whereas a spectral relation $k^2 E^U = E^B$ is clearly established.

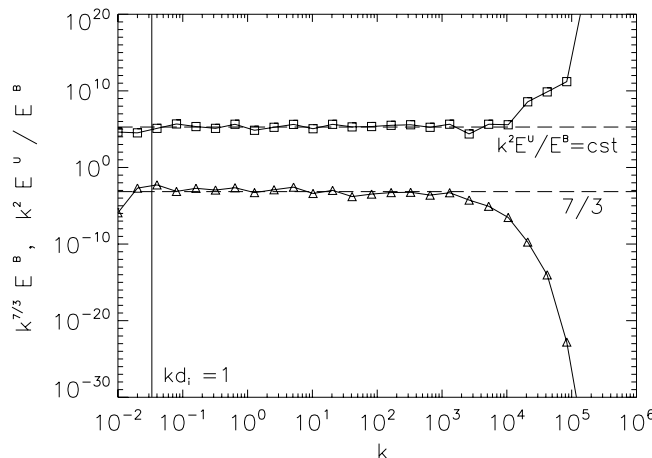


FIG. 4.—Magnetic energy spectrum (triangles) and compensated spectral ratio (squares; for clarity, these are shifted to higher values) for $d_i = 30$.

This result means that a steeper $k^{-13/3}$ spectrum is found for the kinetic energy and that the magnetic energy overtakes the kinetic at all scales. These results may be explained by modifying the previous phenomenology. Since now the magnetic field overtakes the velocity, the relevant transfer time in equation (3) is given by the Hall term at all scales, which leads to $\tau_{tr} = l^2/(d_i B_l)$. For equation (2), we retain the magnetic nonlinear term and obtain $\tau_{tr} = lV_l/(B_l^2)$. Equating the two times, we find the relation

$$d_i V_l \sim l B_l \quad (18)$$

and then

$$E^V(k) = (d_i k)^{-2} E^B(k) \sim k^{-13/3}. \quad (19)$$

This situation may be relevant for the solar wind if a strong small-scale depletion of kinetic energy is produced, for example, by proton cyclotron damping (Hollweg & Isenberg 2002). In the context of Hall-MHD turbulence, we see that a significant range of spectral indices is allowed for the magnetic fluctuation spectrum. This range of values, between $-7/3$ and $-11/3$, has to be compared with the most recent work (Smith et al. 2006), where the value -2.61 ± 0.96 is reported for open magnetic field line regions.

4. NONLINEAR CASCADE VERSUS KINETIC DISSIPATION

The mechanism by which heat is deposited in the low and extended solar corona is a recurring theme of research in solar physics. In the case of the solar wind, heating perpendicular to the magnetic field is clearly observed for protons. This is often taken to be a signature of cyclotron damping of the turbulent fluctuations (Hollweg & Isenberg 2002; Cranmer & van Ballegoijen 2003). The fluid and kinetic descriptions are often seen as competing mechanisms, and it is only during recent years that attempts have been made to reconcile the two. One of the main problems is to quantify the balance between a nonlinear cascade, from large scales to small (non-MHD) scales, and cyclotron damping, which may occur at small scales. A ratio of order unity has been proposed to explain why complete cyclotron absorption, and the corresponding pure magnetic helicity signature, is usually not observed (Leamon et al. 1998a). In view of the weak density fluctuations and the low average turbulent Mach number (Matthaeus et al. 1990), this type of analysis is generally made with a leading-order description based on incompressible turbulence, as in the present paper. The role of anisotropy has also been discussed recently (Leamon et al. 2000): it is proposed that a significant fraction of dissipation likely proceeds through a perpendicular cascade and small-scale reconnection. The scale at which dissipation occurs is associated with the ion inertial length d_i , which is on the order of 100 km at 1 AU. In the meantime, indirect mechanisms for damping quasi-two-dimensional (2D) fluctuations have been proposed to explain the steepening of the magnetic fluctuation spectra (Markovskii et al. 2006). Indeed, whereas quasi-2D fluctuations strongly dominate the slab component in the MHD inertial range, this component is more balanced in the dispersive range, which suggests that most of the energy dissipated comes from the quasi-2D fluctuations. In that context, an ad hoc equation for energy transfer in the solar wind has been proposed in which the diffusion and dissipative coefficients are chosen initially to produce the expected scaling laws. This philosophy is clearly different from that followed here with the cascade model.

Recently, a rigorous analysis of nonlinear transfers in the inner solar wind has been proposed in the context of Hall-MHD wave turbulence (Galtier 2006). This approach reconciles somewhat the picture, on the one hand, of a solar wind made of propagating Alfvén waves and, on the other, a fully turbulent interplanetary medium. The main rigorous result is a steepening of the anisotropic magnetic fluctuation spectrum at scales smaller than d_i with anisotropies of different strength, large-scale anisotropy being stronger than anisotropy at small scales. This result is particularly interesting for cyclotron damping, since this mechanism is thought to be less efficient when spectral anisotropy is stronger. Of course, Hall MHD does not deal with kinetic effects and is only a way to quantify nonlinear transfers. In the present work, we have seen that the steepening of the magnetic fluctuation power-law spectra may be explained by a purely nonlinear mechanism. Different values are found for the power-law exponent depending on the ratio between the kinetic and magnetic energies. In the previous works cited above, a balance is often assumed between the kinetic and magnetic energies. This assumption is not necessarily satisfied, and the range of values of the power-law exponent found in a recent investigation (Smith et al. 2006) may be seen as a signature of a different ratio between the kinetic and magnetic energies. Note that in the context of Hall-MHD turbulence, it is straightforward to show with a heuristic model that the cascade rate should increase at small scales because of the Hall term. This prediction compares favorably with the solar wind analysis of Smith et al. (2006), which shows that a steeper spectrum results from greater cascade rates.

5. DISCUSSION AND CONCLUSION

Hall MHD may be seen as a natural nonlinear model with which to explaining the strong steepening of the magnetic fluctuation spectra observed in the solar wind, and the precise value of this power-law exponent appears to represent a way to probe the velocity scaling law. In particular, our analysis reveals that (1) the presence of a wide MHD inertial range deeply impacts smaller dispersive scales by fixing the corresponding spectral scaling laws, (2) the electron-MHD approximation may not be relevant for describing small-scale solar wind turbulence, and (3) the nontrivial multiple scaling that we have found may be viewed as a consequence of the propagation of some large-scale information to smaller scales.

Of course, the scalings found here may be altered by effects not included in the model. For example, density variations—although weak in the pure polar wind—could modify these results slightly, as in MHD (Zank & Matthaeus 1992a, 1992b), as could intermittency, the effects of which are mainly measured in higher order moments. Nonlocal effects (Mininni et al. 2007) and anisotropy (Galtier 2006) are also important ingredients; however, in the latter case a recent analysis made with data from *Cluster*, a multispacecraft mission dedicated to Earth's magnetosphere, shows only a slight difference in the power-law index between the frequency magnetic spectrum and the three-dimensional spatial one, although a strong anisotropy is detected in this medium (Sahraoui et al. 2006). The predominance of outward-propagating Alfvén and whistler waves certainly also has an influence on the spectral laws, but it has never been studied in a

multiscale model and is currently under investigation. It is likely that such asymmetric wave flux (imbalanced turbulence) leads, for the scaling exponents, to a range of values centered around the exponents found here, as is observed in MHD turbulence (see, e.g., Politano et al. 1989; Galtier et al. 2000). In that sense, the present work lays the foundation for a more general multiscale model.

A grant from the Particle Physics and Astronomy Research Council and partial financial support from the Programme National Soleil-Terre of the Institut National des Sciences de l'Univers (CNRS) are gratefully acknowledged.

REFERENCES

- Bale, S. D., Kellogg, P. J., Mozer, F. S., Horbury, T. S., & Reme, H. 2005, *Phys. Rev. Lett.*, 94, No. 215002
- Barnes, A. 1981, *J. Geophys. Res.*, 86, 7498
- Bavassano, B., Pietropaolo, E., & Bruno, R. 2000, *J. Geophys. Res.*, 105, 15959
- Belcher, J. W., & Davis, L. 1971, *J. Geophys. Res.*, 76, 3534
- Bhattacharjee, A. 2004, *ARA&A*, 42, 365
- Biferale, L. 2003, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, 441
- Biskamp, D., Schwarz, E., & Drake, J. F. 1996, *Phys. Rev. Lett.*, 76, 1264
- Buchlin, E., & Velli, M. 2006, *ApJ*, submitted (astro-ph/0606610)
- Carbone, V., & Veltri, P. 1990, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 52, 153
- Coleman, P. J., Jr. 1968, *ApJ*, 153, 371
- Coroniti, F. V., Kennel, C. F., Scarf, F. L., & Smith, E. J. 1982, *J. Geophys. Res.*, 87, 6029
- Cranmer, S. R., & van Ballegoijen, A. A. 2003, *ApJ*, 594, 573
- Denskat, K. U., Beinroth, H. J., & Neubauer, F. M. 1983, *J. Geophys.*, 54, 60
- Dobrowolny, M., Mangeney, A., & Veltri, P. 1980, *Phys. Rev. Lett.*, 45, 144
- Frick, P., & Sokoloff, D. 1998, *Phys. Rev. E*, 57, 4155
- Frisch, U. 1995, *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov* (Cambridge: Cambridge Univ. Press)
- Galtier, S. 2006, *J. Plasma Phys.*, 72, 721
- Galtier, S., Nazarenko, S. V., Newell, A. C., & Pouquet, A. 2000, *J. Plasma Phys.*, 63, 447
- Galtier, S., Pouquet, A., & Mangeney, A. 2005, *Phys. Plasmas*, 12, No. 092310
- Ghosh, S., Siregar, E., Roberts, D. A., & Goldstein, M. L. 1996, *J. Geophys. Res.*, 101, 2493
- Giuliani, P., & Carbone, V. 1998, *Europhys. Lett.*, 43, 527
- Goldstein, M. L., & Roberts, D. A. 1999, *Phys. Plasmas*, 6, 4154
- Goldstein, M. L., Roberts, D. A., & Fitch, C. A. 1994, *J. Geophys. Res.*, 99, 11519
- Hollweg, J. V., & Isenberg, P. A. 2002, *J. Geophys. Res.*, 107(A7), No. 1147
- Hori, D., Furukawa, M., Ohsaki, S., & Yoshida, Z. 2005, *J. Plasma Fusion Res.*, 81, 141
- Iroshnikov, P. 1963, *AZh*, 57, 985 (English transl. *Soviet Astron.*, 7, 565)
- Kingsep, A. S., Chukbar, K. V., & Ian'kov, V. V. 1987, *Vopr. Teor. Plazmy*, 16, 209 (English transl. *Rev. Plasma Phys.*, 16, 243 [1990])
- Kolmogorov, A. N. 1941, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30, 301
- Kraichnan, R. H. 1965, *Phys. Fluids*, 8, 1385
- Krishan, V., & Mahajan, S. M. 2004, *J. Geophys. Res.*, 109, No. A11105
- Leamon, R. J., Matthaeus, W. H., Smith, C. W., & Wong, H. K. 1998a, *ApJ*, 507, L181
- Leamon, R. J., Matthaeus, W. H., Smith, C. W., Zank, G. P., Mullan, D. J., & Oughton, S. 2000, *ApJ*, 537, 1054
- Leamon, R. J., Smith, C. W., Ness, N. F., Matthaeus, W. H., & Wong, H. K. 1998b, *J. Geophys. Res.*, 103, 4775
- Markovskii, S. A., Vasquez, B. J., Smith, C. W., & Hollweg, J. V. 2006, *ApJ*, 639, 1177 (erratum 648, 1291)
- Matthaeus, W. H., & Goldstein, M. L. 1982, *J. Geophys. Res.*, 87, 6011
- Matthaeus, W. H., Goldstein, M. L., & Roberts, D. A. 1990, *J. Geophys. Res.*, 95, 20673
- Mininni, P. D., Alexakis, A., & Pouquet, A. 2007, *J. Plasma Phys.*, in press (physics/0510053)
- Mininni, P. D., Gómez, D. O., & Mahajan, S. M. 2005, *ApJ*, 619, 1019
- Müller, W.-C., & Grappin, R. 2006, *Phys. Rev. Lett.*, 95, No. 114502
- Oughton, S., & Matthaeus, W. H. 2005, *Nonlinear Processes Geophys.*, 12, 299
- Politano, H., Pouquet, A., & Sulem, P.-L. 1989, *Phys. Fluids B*, 1, 2330
- Sahraoui, F., Belmont, G., Rezeau, L., Cornilleau-Wehrlin, N., Pinçon, J.-L., & Balogh, A. 2006, *Phys. Rev. Lett.*, 96, No. 075002
- Smith, C. W., Hamilton, K., Vasquez, B. J., & Leamon, R. J. 2006, *ApJ*, 645, L85
- Stawicki, O., Gary, P. S., & Li, H. 2001, *J. Geophys. Res.*, 106, 8273
- Tajima, T., & Shibata, K. 2002, *Plasma Astrophysics* (Boulder: Westview)
- Zank, G. P., & Matthaeus, W. H. 1992a, *J. Plasma Phys.*, 48, 85
- . 1992b, *J. Geophys. Res.*, 97, 17189

Bibliographie

- L. Abbo, E. Antonucci, Z. Mikić, J. A. Linker, P. Riley, et R. Lionello. Characterization of the slow wind in the outer corona. *Advances in Space Research*, 46:1400–1408, Décembre 2010. doi: 10.1016/j.asr.2010.08.008.
- V. Abramenko, V. Yurchyshyn, H. Wang, et P.R. Goode. Magnetic Power Spectra Derived from Ground and Space Measurements of the Solar Magnetic Fields. *Sol. Phys.*, 201:225–240, Juillet 2001. doi: 10.1023/A:1017544723973.
- V. Aletti. *Chauffage intermittent de la couronne solaire: diagnostic, étude statistique et modélisation des points brillants observés par SoHO*. Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay, Janvier 2001.
- V. Aletti, M. Velli, K. Bocchialini, G. Einaudi, M. Georgoulis, et J.-C. Vial. Microscale Structures on the Quiet Sun and Coronal Heating. *Astrophys. J.*, 544:550–557, Novembre 2000.
- A. Alexakis, P. D. Mininni, et A. Pouquet. Shell-to-shell energy transfer in magnetohydrodynamics. I. Steady state turbulence. *Phys. Rev. E*, 72(4):046301, Octobre 2005. doi: 10.1103/PhysRevE.72.046301.
- A. Alexakis, B. Bigot, H. Politano, et S. Galtier. Anisotropic fluxes and nonlocal interactions in magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. E*, 76(5):056313, Novembre 2007. doi: 10.1103/PhysRevE.76.056313.
- S. K. Antiochos. Radiative-dominated cooling of the flare corona and transition region. *Astrophys. J.*, 241:385–393, Octobre 1980. doi: 10.1086/158351.
- S. K. Antiochos et P. A. Sturrock. Evaporative cooling of flare plasma. *Astrophys. J.*, 220:1137–1143, Mars 1978. doi: 10.1086/155999.
- M. J. Aschwanden, T. D. Tarbell, R. W. Nightingale, C. J. Schrijver, A. Title, C. C. Kankelborg, P. Martens, et H. P. Warren. Time variability of the “quiet” Sun observed with TRACE. II. physical parameters, temperature evolution, and energetics of extreme-ultraviolet nanoflares. *Astrophys. J.*, 535:1047–1065, Juin 2000.
- M. J. Aschwanden, R. A. Stern, et M. Güdel. Scaling Laws of Solar and Stellar Flares. *Astrophys. J.*, 672: 659–673, Janvier 2008. doi: 10.1086/523926.
- R. G. Athay et O. R. White. Chromospheric and coronal heating by sound waves. *Astrophys. J.*, 226: 1135–1139, Décembre 1978. doi: 10.1086/156690.
- F. Auchère, K. Bocchialini, J. Solomon, et E. Tison. Long-period intensity pulsations in the solar corona during activity cycle 23. *Astron. Astrophys.*, 563:A8, Mars 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201322572.
- E. H. Avrett et R. Loeser. Models of the Solar Chromosphere and Transition Region from SUMER and HRTS Observations: Formation of the Extreme-Ultraviolet Spectrum of Hydrogen, Carbon, and Oxygen. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 175:229–276, Mars 2008. doi: 10.1086/523671.
- P. Bak, C. Tang, et K. Wiesenfeld. Self-organized criticality - An explanation of $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.*, 59:381–384, Juillet 1987.
- D. Baker, L. van Driel-Gesztelyi, C. H. Mandrini, P. Démoulin, et M. J. Murray. Magnetic Reconnection along Quasi-separatrix Layers as a Driver of Ubiquitous Active Region Outflows. *Astrophys. J.*, 705: 926–935, Novembre 2009. doi: 10.1088/0004-637X/705/1/926.
- D. N. Baker, X. Li, A. Pulkkinen, C. M. Ngwira, M. L. Mays, A. B. Galvin, et K. D. C. Simunac. A major

Bibliographie

- solar eruptive event in July 2012: Defining extreme space weather scenarios. *Space Weather*, 11: 585–591, Octobre 2013. doi: 10.1002/swe.20097.
- S. D. Bale, P. J. Kellogg, F. S. Mozer, T. S. Horbury, et H. Reme. Measurement of the Electric Fluctuation Spectrum of Magnetohydrodynamic Turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 94(21):215002, Juin 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.94.215002.
- B. Bavassano, M. Dobrowolny, F. Mariani, et N. F. Ness. Radial evolution of power spectra of interplanetary Alfvénic turbulence. *J. Geophys. Res.*, 87:3617–3622, Mai 1982.
- B. Bavassano, E. Pietropaolo, et R. Bruno. Alfvénic turbulence in the polar wind: A statistical study on cross helicity and residual energy variations. *J. Geophys. Res. (Space Physics)*, 105:12697–12704, Juin 2000a. doi: 10.1029/2000JA900004.
- B. Bavassano, E. Pietropaolo, et R. Bruno. On the evolution of outward and inward Alfvénic fluctuations in the polar wind. *J. Geophys. Res. (Space Physics)*, 105:15959–15964, Juillet 2000b. doi: 10.1029/1999JA000276.
- J. W. Belcher et L. Davis, Jr. Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. *J. Geophys. Res.*, 76:3534, 1971. doi: 10.1029/JA076i016p03534.
- A. O. Benz, S. Krucker, L. W. Acton, et T. S. Bastian. Fine structure of the X-ray and radio emissions of the quiet solar corona. *Astron. Astrophys.*, 320:993–1000, Avril 1997.
- M. A. Berger. Rigorous new limits on magnetic helicity dissipation in the solar corona. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 30:79–104, Septembre 1984. doi: 10.1080/03091928408210078.
- D. Berghmans. Getting hot by nanoflares. In A. Wilson, editor, *Solar Variability: From Core to Outer Frontiers*, volume 506 of *ESA Special Publication*, pages 501–508, Décembre 2002.
- D. Berghmans, F. Clette, et D. Moses. Quiet Sun EUV transient brightenings and turbulence. A panoramic view by EIT on board SOHO. *Astron. Astrophys.*, 336:1039–1055, Août 1998.
- P. N. Bernasconi, D. M. Rust, et D. Hakim. Advanced Automated Solar Filament Detection And Characterization Code: Description, Performance, And Results. *Sol. Phys.*, 228:97–117, Mai 2005. doi: 10.1007/s11207-005-2766-y.
- D. Biskamp, E. Schwarz, A. Zeiler, A. Celani, et J. F. Drake. Electron magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Plasmas*, 6:751–758, Mars 1999. doi: 10.1063/1.873312.
- X. Bonnin, J. Aboudarham, N. Fuller, A. Csillaghy, et R. Bentley. Automation of the Filament Tracking in the Framework of the HELIO Project. *Sol. Phys.*, 283:49–66, Mars 2013. doi: 10.1007/s11207-012-9985-9.
- C. Boutry. *Échanges de matière et d'énergie dans la couronne solaire: des régions actives aux nanoflares*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, Orsay, Février 2012.
- C. Boutry, E. Buchlin, J.-C. Vial, et S. Régnier. Flows at the Edge of an Active Region: Observation and Interpretation. *Astrophys. J.*, 752:13, Juin 2012. doi: 10.1088/0004-637X/752/1/13.
- S. J. Bradshaw et P. J. Cargill. The cooling of coronal plasmas. *Astron. Astrophys.*, 437:311–317, Juillet 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20042405.
- S. J. Bradshaw et H. E. Mason. A self-consistent treatment of radiation in coronal loop modelling. *Astron. Astrophys.*, 401:699–709, Avril 2003a. doi: 10.1051/0004-6361:20030089.
- S. J. Bradshaw et H. E. Mason. The radiative response of solar loop plasma subject to transient heating. *Astron. Astrophys.*, 407:1127–1138, Septembre 2003b. doi: 10.1051/0004-6361:20030986.
- S. I. Braginskii. Transport Processes in a Plasma. *Reviews of Plasma Physics*, 1:205–+, 1965.
- A. Brandenburg. Large-scale Dynamos at Low Magnetic Prandtl Numbers. *Astrophys. J.*, 697:1206–1213, Juin 2009. doi: 10.1088/0004-637X/697/2/1206.
- C. M. Brown, H. Hara, S. Kamio, U. Feldman, J. F. Seely, G. A. Doschek, J. T. Mariska, C. M. Korendyke,

- J. Lang, K. P. Dere, L. Culhane, R. J. Thomas, et J. M. Davila. Wavelength Determination for Solar Features Observed by the EUV Imaging Spectrometer on Hinode. *Pub. Astron. Soc. Japan*, 59:865–+, Novembre 2007.
- E. Buchlin. *Recent Observations of an Equatorial Coronal Hole*. Stage de magistère, ENS Paris, Southwest Research Institute Boulder, 2000.
- E. Buchlin. *Signatures et modélisations du chauffage coronal turbulent à micro-échelles*. Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Università di Firenze, Décembre 2004.
- E. Buchlin. Intermittent turbulent dynamo at very low and high magnetic Prandtl numbers. *Astron. Astrophys.*, 534:L9, Octobre 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201117890.
- E. Buchlin et M. Velli. Shell Models of RMHD Turbulence and the Heating of Solar Coronal Loops. *Astrophys. J.*, 662:701–714, Juin 2007. doi: 10.1086/512765.
- E. Buchlin et J.-C. Vial. Electron density in the quiet solar coronal transition region from SoHO/SUMER measurements of S VI line radiance and opacity. *Astron. Astrophys.*, 503:559–568, Août 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200811588.
- E. Buchlin, V. Aletti, S. Galtier, M. Velli, G. Einaudi, et J.-C. Vial. A simplified numerical model of coronal energy dissipation based on reduced MHD. *Astron. Astrophys.*, 406:1061–1070, Août 2003.
- E. Buchlin, S. Galtier, et M. Velli. Influence of the definition of dissipative events on their statistics. *Astron. Astrophys.*, 436:355–362, Juin 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20042360.
- E. Buchlin, J.-C. Vial, et P. Lemaire. A statistical study of SUMER spectral images: events, turbulence, and intermittency. *Astron. Astrophys.*, 451:1091–1099, Juin 2006. doi: 10.1051/0004-6361:20054424.
- E. Buchlin, P. J. Cargill, S. J. Bradshaw, et M. Velli. Profiles of heating in turbulent coronal magnetic loops. *Astron. Astrophys.*, 469:347–354, Juillet 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20077111.
- W. B. Cade. The First Recorded Space Weather Impact? *Space Weather*, 11:489–489, Septembre 2013. doi: 10.1002/swe.20091.
- P. J. Cargill. The Experimental Signatures of coronal Heating Mechanisms. In *Solar System Plasmas in Space and Time*, number 84 in Geophysical Monographs, pages 21–31. American Geophysical Union, 1994a.
- P. J. Cargill. Some implications of the nanoflare concept. *Astrophys. J.*, 422:381–393, Février 1994b.
- R.C. Carrington. Description of a Singular Appearance seen in the Sun on September 1, 1859. *Mon. Not. Roy. Ast. Soc.*, 20:13–15, Novembre 1859.
- F. Cattaneo. On the Origin of Magnetic Fields in the Quiet Photosphere. *Astrophys. J.*, 515:L39–L42, Avril 1999. doi: 10.1086/311962.
- J. Chae, U. Schühle, et P. Lemaire. SUMER Measurements of Nonthermal Motions: Constraints on Coronal Heating Mechanisms. *Astrophys. J.*, 505:957–973, Octobre 1998.
- P. Charbonneau, S. W. McIntosh, H. Liu, et T. J. Bogdan. Avalanche models for solar flares (Invited Review). *Sol. Phys.*, 203:321–353, Novembre 2001.
- J. W. Cirtain, L. Golub, A. R. Winebarger, B. de Pontieu, K. Kobayashi, R. L. Moore, R. W. Walsh, K. E. Korreck, M. Weber, P. McCauley, A. Title, S. Kuzin, et C. E. Deforest. Energy release in the solar corona from spatially resolved magnetic braids. *Nature*, 493:501–503, Janvier 2013. doi: 10.1038/nature11772.
- P. J. Coleman, Jr. Turbulence, Viscosity, and Dissipation in the Solar-Wind Plasma. *Astrophys. J.*, 153: 371, Août 1968.
- F. V. Coroniti, C. F. Kennel, F. L. Scarf, et E. J. Smith. Whistler mode turbulence in the disturbed solar wind. *J. Geophys. Res.*, 87:6029–6044, Août 1982.
- S. R. Cranmer et A. A. van Ballegooijen. On the Generation, Propagation, and Reflection of Alfvén

Bibliographie

- Waves from the Solar Photosphere to the Distant Heliosphere. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 156:265–293, Février 2005. doi: 10.1086/426507.
- N. B. Crosby, M. J. Aschwanden, et B. R. Dennis. Frequency distributions and correlations of solar X-ray flare parameters. *Sol. Phys.*, 143:275–299, Février 1993.
- G. W. Cushman et W. A. Rense. Evidence of outward flow of plasma in a coronal hole. *Astrophys. J.*, 207:L61, Juillet 1976. doi: 10.1086/182179.
- B. De Pontieu, S. W. McIntosh, M. Carlsson, V. H. Hansteen, T. D. Tarbell, C. J. Schrijver, A. M. Title, R. A. Shine, S. Tsuneta, Y. Katsukawa, K. Ichimoto, Y. Suematsu, T. Shimizu, et S. Nagata. Chromospheric Alfvénic Waves Strong Enough to Power the Solar Wind. *Science*, 318:1574–, Décembre 2007. doi: 10.1126/science.1151747.
- G. Del Zanna, B. J. I. Bromage, et H. E. Mason. Elemental abundances of the low corona as derived from SOHO/CDS observations. In R. F. Wimmer-Schweingruber, editor, *Joint SOHO/ACE workshop "Solar and Galactic Composition"*, volume 598 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 59–64, 2001.
- B. R. Dennis. Solar hard X-ray bursts. *Sol. Phys.*, 100:465–490, Octobre 1985.
- K. P. Dere, E. Landi, H. E. Mason, B. C. Monsignori Fossi, et P. R. Young. CHIANTI - an atomic database for emission lines. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 125:149–173, Octobre 1997.
- K. P. Dere, E. Landi, P. R. Young, G. Del Zanna, M. Landini, et H. E. Mason. CHIANTI - an atomic database for emission lines. IX. Ionization rates, recombination rates, ionization equilibria for the elements hydrogen through zinc and updated atomic data. *Astron. Astrophys.*, 498:915–929, Mai 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911712.
- P. Dmitruk, L. J. Milano, et W. H. Matthaeus. Wave-driven Turbulent Coronal Heating in Open Field Line Regions: Nonlinear Phenomenological Model. *Astrophys. J.*, 548:482–491, Février 2001. doi: 10.1086/318685.
- M. Dobrowolny, A. Mangeney, et P. Veltri. Fully developed anisotropic hydromagnetic turbulence in interplanetary space. *Phys. Rev. Lett.*, 45:144–147, Juillet 1980. doi: 10.1103/PhysRevLett.45.144.
- S. Dumont, J.-C. Pecker, Z. Mouradian, J.-C. Vial, et E. Chipman. Structure and physics of solar faculae. III - The densities in the chromosphere-corona transition zone. *Sol. Phys.*, 83:27–50, Février 1983.
- A. K. Dupree. Analysis of the Extreme-Ultraviolet Quiet Solar Spectrum. *Astrophys. J.*, 178:527–542, Décembre 1972.
- B. Edlén. Die Deutung der Emissionslinien im Spektrum der Sonnenkorona. Mit 6 Abbildungen. *Zeitschrift für Astrophysics*, 22:30–64, 1943.
- A. Einstein et L. Infeld. *The Evolution of Physics*. Cambridge University Press, 1938.
- O. Espagnet, R. Muller, T. Roudier, et N. Mein. Turbulent power spectra of solar granulation. *Astron. Astrophys.*, 271:589–600, Avril 1993.
- Y. Fan et S. E. Gibson. Onset of Coronal Mass Ejections Due to Loss of Confinement of Coronal Flux Ropes. *Astrophys. J.*, 668:1232–1245, Octobre 2007. doi: 10.1086/521335.
- K. F. Forbes et O. C. St. Cyr. Did geomagnetic activity challenge electric power reliability during solar cycle 23? Evidence from the PJM regional transmission organization in North America. *Space Weather*, 10:S05001, Mai 2012. doi: 10.1029/2011SW000752.
- N. Fuller, J. Aboudarham, et R. D. Bentley. Filament Recognition and Image Cleaning on Meudon $H\alpha$ Spectroheliograms. *Sol. Phys.*, 227:61–73, Mars 2005. doi: 10.1007/s11207-005-8364-1.
- S. Galtier et E. Buchlin. Multiscale Hall-Magnetohydrodynamic Turbulence in the Solar Wind. *Astrophys. J.*, 656:560–566, Février 2007. doi: 10.1086/510423.
- S. Galtier et É. Buchlin. Nonlinear Diffusion Equations for Anisotropic Magnetohydrodynamic Turbu-

- lence with Cross-helicity. *Astrophys. J.*, 722:1977–1983, Octobre 2010. doi: 10.1088/0004-637X/722/2/1977.
- J. Gao, H. Wang, et M. Zhou. Development of an Automatic Filament Disappearance Detection System. *Sol. Phys.*, 205:93–103, Janvier 2002.
- M. Gardner. Mathematical games. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life". *Scientific American*, 223:120–123, Octobre 1970. doi: 10.1038/scientificamerican1070-120.
- P. Giuliani et V. Carbone. A note on shell models for MHD turbulence. *Europhys. Lett.*, 43:527–532, Septembre 1998.
- E. B. Gledzer. System of hydrodynamic type admitting two quadratic integrals of motion. *Sov. Phys. Dokl.*, 18:216–217, 1973.
- C. Gloaguen, J. Léorat, A. Pouquet, et R. Grappin. A scalar model for MHD turbulence. *Physica D*, 17: 154–182, Octobre 1985.
- P. Goldreich et S. Sridhar. Toward a theory of interstellar turbulence. 2: Strong alfvénic turbulence. *Astrophys. J.*, 438:763–775, Janvier 1995.
- D. O. Gómez, P. C. H. Martens, et L. Golub. Normal incidence X-ray telescope power spectra of X-ray emission from solar active regions. I - Observations. *Astrophys. J.*, 405:767–781, Mars 1993a.
- D. O. Gómez, P. C. H. Martens, et L. Golub. Normal Incidence X-Ray Telescope Power Spectra of X-Ray Emission from Solar Active Regions. II. Theory. *Astrophys. J.*, 405:773, Mars 1993b.
- R. Grappin. Comment on "Alfvénic turbulence in the polar wind: A statistical study on cross helicity and residual energy variations" by B. Bavassano et al. *J. Geophys. Res. (Space Physics)*, 107:1247, Septembre 2002. doi: 10.1029/2001JA005058.
- W. Grotrian. Zur Frage der Deutung der Linien im Spektrum der Sonnenkorona. *Naturwissenschaften*, 27:214–214, Mars 1939. doi: 10.1007/BF01488890.
- C. Guennou, F. Auchère, E. Soubrié, K. Bocchialini, S. Parenti, et N. Barbey. On the Accuracy of the Differential Emission Measure Diagnostics of Solar Plasmas. Application to SDO/AIA. I. Isothermal Plasmas. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 203:25, Décembre 2012a. doi: 10.1088/0067-0049/203/2/25.
- C. Guennou, F. Auchère, E. Soubrié, K. Bocchialini, S. Parenti, et N. Barbey. On the Accuracy of the Differential Emission Measure Diagnostics of Solar Plasmas. Application to SDO/AIA. II. Multithermal Plasmas. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 203:26, Décembre 2012b. doi: 10.1088/0067-0049/203/2/26.
- M. Guhathakurta et T. Phillips. The Solar Cycle Turned Sideways. *Space Weather*, 11:212–213, Mai 2013. doi: 10.1002/swe.20039.
- Q. Hao, C. Fang, et P. F. Chen. Developing an Advanced Automated Method for Solar Filament Recognition and Its Scientific Application to a Solar Cycle of MLSO H α Data. *Sol. Phys.*, 286: 385–404, Septembre 2013. doi: 10.1007/s11207-013-0285-9.
- L. K. Harra, T. Sakao, C. H. Mandrini, H. Hara, S. Imada, P. R. Young, L. van Driel-Gesztelyi, et D. Baker. Outflows at the Edges of Active Regions: Contribution to Solar Wind Formation? *Astrophys. J.*, 676: L147–L150, Avril 2008. doi: 10.1086/587485.
- D. M. Hassler, I. E. Dammasch, P. Lemaire, P. Brekke, W. Curdt, H. E. Mason, J.-C. Vial, et K. Wilhelm. Solar Wind Outflow and the Chromospheric Magnetic Network. *Science*, 283:810, Février 1999.
- J. Heyvaerts et E. R. Priest. Coronal heating by phase-mixed shear Alfvén waves. *Astron. Astrophys.*, 117:220–234, Janvier 1983.
- J. V. Hollweg. Alfvén waves in the solar atmosphere. *Sol. Phys.*, 56:305–333, Février 1978. doi: 10.1007/BF00152474.
- J. V. Hollweg et P. A. Isenberg. Reflection of Alfvén waves in the corona and solar wind: An impulse function approach. *J. Geophys. Res. (Space Physics)*, 112:A08102, Août 2007. doi: 10.1029/2007JA012253.

Bibliographie

- J. V. Hollweg, S. Jackson, et D. Galloway. Alfvén waves in the solar atmosphere. III - Nonlinear waves on open flux tubes. *Sol. Phys.*, 75:35–61, Janvier 1982. doi: 10.1007/BF00153458.
- A. W. Hood et E. R. Priest. Critical conditions for magnetic instabilities in force-free coronal loops. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 17:297–318, 1981. doi: 10.1080/03091928108243687.
- D. Hori, M. Furukawa, S. Ohsaki, et Z. Yoshida. A shell model for the Hall MHD system. *J. Plasma Fusion Res.*, 81:141–142, 2005.
- H. S. Hudson. Solar flares, microflares, nanoflares, and coronal heating. *Sol. Phys.*, 133:357–369, Juin 1991.
- S. Ichimaru. Electric resistivity of electromagnetically turbulent plasma and reconnection rate of magnetic fields. *Astrophys. J.*, 202:528–531, Décembre 1975. doi: 10.1086/154002.
- J. A. Ionson. Resonant absorption of Alfvénic surface waves and the heating of solar coronal loops. *Astrophys. J.*, 226:650–673, Décembre 1978. doi: 10.1086/156648.
- A. B. Iskakov, A. A. Schekochihin, S. C. Cowley, J. C. McWilliams, et M. R. E. Proctor. Numerical Demonstration of Fluctuation Dynamo at Low Magnetic Prandtl Numbers. *Phys. Rev. Lett.*, 98(20): 208501–+, Mai 2007. doi: 10.1103/PhysRevLett.98.208501.
- J. Jing, V. B. Yurchyshyn, G. Yang, Y. Xu, et H. Wang. On the Relation between Filament Eruptions, Flares, and Coronal Mass Ejections. *Astrophys. J.*, 614:1054–1062, Octobre 2004. doi: 10.1086/423781.
- A. D. Joshi, N. Srivastava, et S. K. Mathew. Automated Detection of Filaments and Their Disappearance Using Full-Disc $H\alpha$ Images. *Sol. Phys.*, 262:425–436, Avril 2010. doi: 10.1007/s11207-010-9528-1.
- P. G. Judge, T. N. Woods, P. Brekke, et G. J. Rottman. On the Failure of Standard Emission Measure Analysis for Solar Extreme-Ultraviolet and Ultraviolet Irradiance Spectra. *Astrophys. J.*, 455:L85–88, Décembre 1995. doi: 10.1086/309815.
- F. P. Keenan. S VI line ratios in the sun. *Sol. Phys.*, 116:279–284, Septembre 1988. doi: 10.1007/BF00157478.
- J. A. Klimchuk. Cross-Sectional Properties of Coronal Loops. *Sol. Phys.*, 193:53–75, Avril 2000.
- M. Kojima, K. Fujiki, T. Ohmi, M. Tokumaru, A. Yokobe, et K. Hakamada. Low-speed solar wind from the vicinity of solar active regions. *J. Geophys. Res.*, 104:16993–17004, Août 1999. doi: 10.1029/1999JA900177.
- K. Koleva, M. S. Madjarska, P. Duchlev, C. J. Schrijver, J.-C. Vial, E. Buchlin, et M. Dechev. Kinematics and helicity evolution of a loop-like eruptive prominence. *Astron. Astrophys.*, 540:A127, Avril 2012. doi: 10.1051/0004-6361/201118588.
- A.N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30:299, 1941.
- V. Krasnoselskikh, O. Podladchikova, B. Lefebvre, et N. Vilmer. Quiet Sun coronal heating: A statistical model. *Astron. Astrophys.*, 382:699–712, Février 2002.
- M. Kretschmar, T. D. de Wit, W. Schmutz, S. Mekaoui, J.-F. Hochedez, et S. Dewitte. The effect of flares on total solar irradiance. *Nature Physics*, 6:690–692, Septembre 2010. doi: 10.1038/nphys1741.
- A. S. Krieger, A. F. Timothy, et E. C. Roelof. A Coronal Hole and Its Identification as the Source of a High Velocity Solar Wind Stream. *Sol. Phys.*, 29:505–525, Avril 1973. doi: 10.1007/BF00150828.
- S. Krucker et A. O. Benz. Energy Distribution of Heating Processes in the Quiet Solar Corona. *Astrophys. J.*, 501:L213, Juillet 1998.
- N. Labrosse et P. Gouttebroze. Formation of helium spectrum in solar quiescent prominences. *Astron. Astrophys.*, 380:323–340, Décembre 2001.
- N. Labrosse, S. Dalla, et S. Marshall. Automatic Detection of Limb Prominences in 304 Å EUV Images. *Sol. Phys.*, 262:449–460, Avril 2010. doi: 10.1007/s11207-009-9492-9.

- E. Landi, G. Del Zanna, P. R. Young, K. P. Dere, H. E. Mason, et M. Landini. CHIANTI-An Atomic Database for Emission Lines. VII. New Data for X-Rays and Other Improvements. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 162:261–280, Janvier 2006. doi: 10.1086/498148.
- R. J. Leamon, C. W. Smith, N. F. Ness, W. H. Matthaeus, et H. K. Wong. Observational constraints on the dynamics of the interplanetary magnetic field dissipation range. *J. Geophys. Res.*, 103:4775–4787, Mars 1998.
- C. E. Leith. Diffusion Approximation to Inertial Energy Transfer in Isotropic Turbulence. *Phys. Fluids*, 10:1409–1416, Juillet 1967. doi: 10.1063/1.1762300.
- F. Lepreti, V. Carbone, et P. Veltri. Solar Flare Waiting Time Distribution: Varying-Rate Poisson or Lévy Function? *Astrophys. J.*, 555:L133–L136, Juillet 2001.
- R. P. Lin, R. A. Schwartz, S. R. Kane, R. M. Pelling, et K. C. Hurley. Solar hard X-ray microflares. *Astrophys. J.*, 283:421–425, Août 1984.
- E. T. Lu et R. J. Hamilton. Avalanches and the distribution of solar flares. *Astrophys. J.*, 380:L89–L92, Octobre 1991.
- E. T. Lu, R. J. Hamilton, J. M. McTiernan, et K. R. Bromund. Solar flares and avalanches in driven dissipative systems. *Astrophys. J.*, 412:841–852, Août 1993.
- D. H. Mackay, J. T. Karpen, J. L. Ballester, B. Schmieder, et G. Aulanier. Physics of Solar Prominences: II – Magnetic Structure and Dynamics. *Space Science Reviews*, 151:333–399, Avril 2010. doi: 10.1007/s11214-010-9628-0.
- M. S. Madjarska, J. G. Doyle, et L. van Driel-Gesztelyi. Evidence of Magnetic Reconnection along Coronal Hole Boundaries. *Astrophys. J.*, 603:L57–L59, Mars 2004. doi: 10.1086/383030.
- J. T. Mariska. *The Solar Transition Region*. Cambridge University Press, 1993.
- P. C. H. Martens et D. O. Gomez. Spatial power-spectra from YOHKOH soft X-ray images. *Pub. Astron. Soc. Japan*, 44:L187–L191, Octobre 1992.
- H. E. Mason. Plasma Diagnostics for the Solar Atmosphere. In J. C. Vial, K. Bocchialini, et P. Boumier, editors, *Space Solar Physics: Theoretical and Observational Issues in the Context of the SOHO Mission*, volume 507 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, page 143, 1998.
- S. W. McIntosh. The Inconvenient Truth About Coronal Dimmings. *Astrophys. J.*, 693:1306–1309, Mars 2009. doi: 10.1088/0004-637X/693/2/1306.
- P. Mininni, A. Alexakis, et A. Pouquet. Shell-to-shell energy transfer in magnetohydrodynamics. II. Kinematic dynamo. *Phys. Rev. E*, 72(4):046302–+, Octobre 2005. doi: 10.1103/PhysRevE.72.046302.
- D. A. N. Müller, V. H. Hansteen, et H. Peter. Dynamics of solar coronal loops. I. Condensation in cool loops and its effect on transition region lines. *Astron. Astrophys.*, 411:605–613, Décembre 2003. doi: 10.1051/0004-6361:20031328.
- Y. Narita, K.-H. Glassmeier, F. Sahraoui, et M. L. Goldstein. Wave-Vector Dependence of Magnetic-Turbulence Spectra in the Solar Wind. *Phys. Rev. Lett.*, 104(17):171101, Avril 2010. doi: 10.1103/PhysRevLett.104.171101.
- G. Nigro, F. Malara, V. Carbone, et P. Veltri. Nanoflares and MHD Turbulence in Coronal Loops: A Hybrid Shell Model. *Phys. Rev. Lett.*, 92(19):194501, Mai 2004.
- S. Parenti, E. Buchlin, P. J. Cargill, S. Galtier, et J.-C. Vial. Modeling the Radiative Signatures of Turbulent Heating in Coronal Loops. *Astrophys. J.*, 651:1219–1228, Novembre 2006. doi: 10.1086/507594.
- E. N. Parker. Nanoflares and the solar X-ray corona. *Astrophys. J.*, 330:474–479, Juillet 1988.
- E.N. Parker. Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields. *Astrophys. J.*, 128:664, Novembre 1958.
- C. E. Parnell et P. E. Jupp. Statistical Analysis of the Energy Distribution of Nanoflares in the Quiet Sun.

Bibliographie

- Astrophys. J.*, 529:554–569, Janvier 2000.
- S. Patsourakos et J. A. Klimchuk. Nonthermal Spectral Line Broadening and the Nanoflare Model. *Astrophys. J.*, 647:1452–1465, Août 2006. doi: 10.1086/505517.
- S. Patsourakos, J. A. Klimchuk, et P. J. MacNeice. The Inability of Steady-Flow Models to Explain the Extreme-Ultraviolet Coronal Loops. *Astrophys. J.*, 603:322–329, Mars 2004.
- H. Peter et S. Bingert. Constant cross section of loops in the solar corona. *Astron. Astrophys.*, 548:A1, Décembre 2012. doi: 10.1051/0004-6361/201219473.
- F. Plunian et R. Stepanov. A non-local shell model of hydrodynamic and magnetohydrodynamic turbulence. *New Journal of Physics*, 9:294–+, Août 2007. doi: 10.1088/1367-2630/9/8/294.
- S. Poedts et J. P. Goedbloed. Nonlinear wave heating of solar coronal loops. *Astron. Astrophys.*, 321: 935–944, Mai 1997.
- N. D. R. Ranns, L. K. Harra, S. A. Matthews, et J. L. Culhane. The timing of non-thermal soft X-ray emission line broadenings in solar flares. *Astron. Astrophys.*, 379:616–621, Novembre 2001. doi: 10.1051/0004-6361:20011342.
- F. Reale, G. Nigro, F. Malara, G. Peres, et P. Veltri. Modeling a Coronal Loop Heated by Magnetohydrodynamic Turbulence Nanoflares. *Astrophys. J.*, 633:489–498, Novembre 2005. doi: 10.1086/444409.
- L. F. Richardson. *Weather prediction by numerical processes*. 1922.
- T. Sakao, R. Kano, N. Narukage, J. Kotoku, T. Bando, E. E. DeLuca, L. L. Lundquist, S. Tsuneta, L. K. Harra, Y. Katsukawa, M. Kubo, H. Hara, K. Matsuzaki, M. Shimojo, J. A. Bookbinder, L. Golub, K. E. Korreck, Y. Su, K. Shibasaki, T. Shimizu, et I. Nakatani. Continuous Plasma Outflows from the Edge of a Solar Active Region as a Possible Source of Solar Wind. *Science*, 318:1585–, Décembre 2007. doi: 10.1126/science.1147292.
- T. Sakurai, M. Goossens, et J. V. Hollweg. Resonant behaviour of MHD waves on magnetic flux tubes. I - Connection formulae at the resonant surfaces. *Sol. Phys.*, 133:227–245, Juin 1991. doi: 10.1007/BF00149888.
- E. Schatzman. The heating of the solar corona and chromosphere. *Annales d'Astrophysique*, 12: 203–218, Janvier 1949.
- A. A. Schekochihin, A. B. Iskakov, S. C. Cowley, J. C. McWilliams, M. R. E. Proctor, et T. A. Yousef. Fluctuation dynamo and turbulent induction at low magnetic Prandtl numbers. *New Journal of Physics*, 9:300, Août 2007. doi: 10.1088/1367-2630/9/8/300.
- J. D. Scudder. On the causes of temperature change in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas. *Astrophys. J.*, 398:299–318, Octobre 1992. doi: 10.1086/171858.
- Z. S. She et E. Leveque. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 72: 336–339, Janvier 1994.
- C. W. Smith, K. Hamilton, B. J. Vasquez, et R. J. Leamon. Dependence of the Dissipation Range Spectrum of Interplanetary Magnetic Fluctuations on the Rate of Energy Cascade. *Astrophys. J.*, 645: L85–L88, Juillet 2006. doi: 10.1086/506151.
- R. Stepanov et F. Plunian. Phenomenology of Turbulent Dynamo Growth and Saturation. *Astrophys. J.*, 680:809–815, Juin 2008. doi: 10.1086/587795.
- H. R. Strauss. Nonlinear, three-dimensional magnetohydrodynamics of noncircular tokamaks. *Phys. Fluids*, 19:134–140, Janvier 1976.
- T. Török et B. Kliem. Confined and Ejective Eruptions of Kink-unstable Flux Ropes. *Astrophys. J.*, 630: L97–L100, Septembre 2005. doi: 10.1086/462412.
- C.-Y. Tu, Z.-Y. Pu, et F.-S. Wei. The power spectrum of interplanetary Alfvénic fluctuations Derivation of the governing equation and its solution. *J. Geophys. Res. (Space Physics)*, 89:9695–9702, Novembre

1984. doi: 10.1029/JA089iA11p09695.
- S. Ulam. Random processes and transformations. In *Proc. International Congress of Mathematicians, Cambridge, MA. 1950*, volume 2, pages 264–275, 1952.
- M. Velli. On the propagation of ideal, linear Alfvén waves in radially stratified stellar atmospheres and winds. *Astron. Astrophys.*, 270:304–314, Mars 1993.
- M. Velli, R. Grappin, et A. Mangeney. Turbulent cascade of incompressible unidirectional Alfvén waves in the interplanetary medium. *Physical Review Letters*, 63:1807–1810, Octobre 1989. doi: 10.1103/PhysRevLett.63.1807.
- M. Velli, R. Grappin, et A. Mangeney. Solar wind expansion effects on the evolution of hydromagnetic turbulence in the interplanetary medium. *Computer Physics Communications*, 59:153–162, Mai 1990. doi: 10.1016/0010-4655(90)90165-W.
- A. Verdini et M. Velli. Alfvén Waves and Turbulence in the Solar Atmosphere and Solar Wind. *Astrophys. J.*, 662:669–676, Juin 2007. doi: 10.1086/510710.
- A. Verdini, M. Velli, et E. Buchlin. Turbulence in the Sub-Alfvénic Solar Wind Driven by Reflection of Low-Frequency Alfvén Waves. *Astrophys. J.*, 700:L39–L42, Juillet 2009. doi: 10.1088/0004-637X/700/1/L39.
- J. E. Vernazza, E. H. Avrett, et R. Loeser. Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet-sun. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 45:635–725, Avril 1981. doi: 10.1086/190731.
- L. Vlahos, M. Georgoulis, R. Kluiving, et P. Paschos. The statistical flare. *Astron. Astrophys.*, 299: 897–911, Juillet 1995.
- A. Vourlidas, R. A. Howard, E. Esfandiari, S. Patsourakos, S. Yashiro, et G. Michalek. Comprehensive Analysis of Coronal Mass Ejection Mass and Energy Properties Over a Full Solar Cycle. *Astrophys. J.*, 722:1522, Octobre 2010. doi: 10.1088/0004-637X/722/2/1522.
- B. Vrsnak, V. Ruzdjak, et B. Rompolt. Stability of prominences exposing helical-like patterns. *Sol. Phys.*, 136:151–167, Novembre 1991. doi: 10.1007/BF00151701.
- Y.-M. Wang et N. R. Sheeley, Jr. Footpoint Switching and the Evolution of Coronal Holes. *Astrophys. J.*, 612:1196–1205, Septembre 2004. doi: 10.1086/422711.
- Y.-M. Wang, E. Robbrecht, et K. Muglach. The Evolution of Dark Canopies Around Active Regions. *Astrophys. J.*, 733:20, Mai 2011. doi: 10.1088/0004-637X/733/1/20.
- D. F. Webb et T. A. Howard. Coronal Mass Ejections: Observations. *Living Reviews in Solar Physics*, 9:3, Juin 2012. doi: 10.12942/lrsp-2012-3.
- M. S. Wheatland, P. A. Sturrock, et J. M. McTiernan. The Waiting-Time Distribution of Solar Flare Hard X-Ray Bursts. *Astrophys. J.*, 509:448–455, Décembre 1998.
- K. Wilhelm, W. Curdt, E. Marsch, U. Schühle, P. Lemaire, A. Gabriel, J.-C. Vial, M. Grewing, M. C. E. Huber, S. D. Jordan, A. I. Poland, R. J. Thomas, M. Kuhne, J. G. Timothy, D. M. Hassler, et O. H. W. Siegmund. SUMER - Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation. *Sol. Phys.*, 162:189–231, 1995.
- G. L. Withbroe et R. W. Noyes. Mass and energy flow in the solar chromosphere and corona. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 15:363–387, 1977.
- M. Yamada et K. Ohkitani. Lyapunov spectrum of a chaotic model of three-dimensional turbulence. *J. Phys. Soc. Japan*, 56:4210–4213, Décembre 1987.
- P. R. Young, G. Del Zanna, E. Landi, K. P. Dere, H. E. Mason, et M. Landini. CHIANTI-An Atomic Database for Emission Lines. VI. Proton Rates and Other Improvements. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 144:135–152, Janvier 2003. doi: 10.1086/344365.

Bibliographie

- Y. Yuan, F. Y. Shih, J. Jing, H. Wang, et J. Chae. Automatic Solar Filament Segmentation and Characterization. *Sol. Phys.*, 272:101–117, Août 2011. doi: 10.1007/s11207-011-9798-2.
- V. V. Zharkova et V. Schetinin. Filament Recognition In Solar Images With The Neural Network Technique. *Sol. Phys.*, 228:137–148, Mai 2005. doi: 10.1007/s11207-005-5622-1.