



HAL
open science

Modélisation du rayonnement électromagnétique quasi-statique des composants magnétiques de puissance - Application à la compatibilité EM -

Pierre-Etienne Lévy

► **To cite this version:**

Pierre-Etienne Lévy. Modélisation du rayonnement électromagnétique quasi-statique des composants magnétiques de puissance - Application à la compatibilité EM -. Electronique. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2015. Français. NNT: 2015DENS0019 . tel-01199173

HAL Id: tel-01199173

<https://theses.hal.science/tel-01199173>

Submitted on 8 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ENSC-2015-N° YYY

**THESE DE DOCTORAT
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par
Monsieur LÉVY Pierre-Etienne

**pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :
Electronique - Electrotechnique - Automatique

**Sujet de la thèse :
MODÉLISATION DU RAYONNEMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE QUASI-STATIQUE DES
COMPOSANTS MAGNÉTIQUES DE PUISSANCE
- APPLICATION À LA COMPATIBILITÉ EM -**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 08/06/2015 devant le jury composé de :

M. CHADEBEC Olivier	Chargé de Recherche	Rapporteur
M. PIRIOU Francis	Professeur des Universités	Rapporteur
M. PICHON Lionel	Directeur de Recherche	Examinateur
M. VOLLAIRE Christian	Professeur des Universités	Examinateur
M. COSTA François	Professeur des Universités	Directeur de thèse
M. GAUTIER Cyrille	Maître de Conférences	Encadrant
M. REVOL Bertrand	Maître de Conférences	Encadrant

Laboratoire SATIE
ENS CACHAN - CNRS - UMR 8029
61, avenue du Président Wilson,
94235 CACHAN CEDEX (France)

Titre : MODÉLISATION DU RAYONNEMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE QUASI-STATIQUE DES COMPOSANTS MAGNÉTIQUES DE PUISSANCE - APPLICATION À LA COMPATIBILITÉ EM -

Résumé :

L'augmentation du nombre de fonctions électriques disponibles dans les systèmes embarqués amène de nouvelles contraintes d'encombrement et de masse de leurs alimentations. Pour adresser ces problèmes, la miniaturisation et l'intégration des convertisseurs statiques sont donc des thématiques importantes de recherche qui aboutissent à de nombreuses évolutions technologiques et structurelles, dont l'apparition de convertisseurs statiques à fréquence de fonctionnement élevée, permettant la réduction des éléments passifs du convertisseur.

Ces avancées s'accompagnent cependant d'une augmentation des niveaux de perturbations électromagnétiques générés par le système. Afin de les diminuer, l'insertion de filtres CEM dans le système est nécessaire. Leurs performances sont fortement liées au contrôle de leurs éléments parasites. Les modèles développés jusqu'à présent concernent pour la plupart les effets conduits et l'évaluation de l'impact des phénomènes rayonnés est souvent ignorée ou au mieux basée sur des modèles simplistes. Un des objectifs de cette thèse est donc d'apporter un degré de complexification plus élevé des modèles de rayonnement des composants magnétiques utilisés dans les filtres CEM, tant par une approche par modélisation numérique que par la mise en œuvre d'un modèle analytique.

Dans un premier temps, une étude poussée du rayonnement magnétique de composants simples, les inductances toriques de mode différentiel, a été réalisée. Cette étude a débouché sur la mise en évidence des paramètres critiques déterminant la topologie du champ magnétique rayonné dans l'environnement proche du composant. Le résultat majeur de cette étude est l'importance de la répartition du bobinage autour du circuit magnétique sur le champ magnétique rayonné. De nouveaux modèles ont été proposés pour permettre la prédiction des champs proches rayonnés pour une gamme de fréquence inférieure à la résonance propre du composant.

Par la suite, un modèle analytique fin du rayonnement magnétique des inductances de mode commun a été proposé. Ce modèle permet de déterminer *a priori* le rayonnement magnétique proche du composant. Les études menées par la suite ont permis de relier les effets observés en rayonné aux phénomènes conduits qui apparaissent dans ces composants notamment pour expliquer certains effets de transfert de mode (commun \longleftrightarrow différentiel).

Dans une dernière partie, une étude de ces composants en susceptibilité électromagnétique (EM) a été menée. Elle a permis de rendre compte de l'influence d'une onde incidente de champ magnétique sur les composants étudiés et de valider les modèles proposés via une approche basée sur la réciprocité EM : la direction privilégiée de rayonnement est aussi celle de couplage facile pour un champ magnétique externe.

Title : MODELING OF QUASI-STATIC ELECTROMAGNETIC FIELD RADIATED BY MAGNETIC COMPONENTS USED IN EMI FILTERS

Abstract :

The number of electronic devices in embedded systems is constantly increasing and their contribution to volume and weight is a major concern. In order to solve these issues, a large research effort is devoted to volume reduction and power converters' integration. This lead to constant technological evolution including the appearance of high frequency power electronic converters allowing the reduction of the volume of passive components.

However, due to the increase of operating frequencies and the minimization of inter-components distances, the electromagnetic radiations generated by these systems become more important. In order to decrease this interference, EMI filters are often necessary. Their performances are often related to the value of parasitic elements in the filter which must therefore be controlled. Nonetheless most of the existing models focus on conducted electromagnetic interference (EMI) and the impact of radiated phenomena is often ignored or greatly simplified. This work will therefore focus on developing highly accurate radiation models for magnetic components commonly used in EMI filters using both numeric and analytic tools.

First, the magnetic fields radiated by differential mode (MD) toroidal coils, which belong to the basic magnetic components, will be thoroughly studied. This study highlighted the critical parameters determining the near-field topology. The main result is the discovery of the impact of the winding's layout around the magnetic core on the radiated magnetic field. New models have been developed in order to predict the radiated near field.

Then, an accurate analytic model of the the magnetic radiation of common-mode (CM) chokes has been developed. It allows the prediction of the magnetic near-field. The application of the model lead to the correlation between radiated phenomena and conducted effects existing in these components. The importance of the winding on CM to DM mode coupling has therefore been highlighted.

Finally, the electromagnetic (EM) susceptibility of these components has been studied. This work describes the influence of an external magnetic field on the components and validates the radiation models developed using the principle of EM reciprocity. It has been shown that the easy directions are the same for both the radiated and the coupled phenomena.

Si les faits ne correspondent pas à la théorie, changez les faits.

ALBERT EINSTEIN

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Pascal Larzabal, directeur du SATIE, pour son accueil dans le laboratoire ainsi que les personnels techniques et administratifs qui assurent le fonctionnement du laboratoire. L'organisation des *moments festifs* et l'ambiance qui règne dans le laboratoire constituent un cadre très particulier, propice à l'intégration et l'épanouissement des jeunes chercheurs.

L'encadrement d'un doctorant est primordial pour sa réussite et je dois exprimer toute ma reconnaissance à mes encadrants François Costa, Cyrille Gautier et Bertrand Revol dont l'investissement dépasse largement le contexte scientifique. Leur disponibilité malgré les charges administratives qu'ils peuvent porter a dépassé toutes les espérances que peut avoir un doctorant. Je les remercie également pour la confiance et la liberté qu'ils m'ont accordé durant cette période ainsi le souci dont ils ont pu faire preuve tout au long de cette période pour que cette thèse puisse être un tremplin pour l'avenir.

Il est impensable pour moi de ne pas remercier les membres du jury qui m'ont fait l'honneur de participer à ma soutenance de thèse. J'exprime ma gratitude à Olivier Chadebec et Francis Piriou qui ont accepté la tâche ingrate de rapporter ce mémoire. Je les remercie pour les échanges que nous avons pu avoir qui m'ont permis de perfectionner mes travaux. Je ne peux oublier Christian Vollaire qui a eu la gentillesse de présider ce jury. Enfin, je remercie Lionel Pichon d'avoir participé à ce jury, mais également pour les échanges que nous avons pu avoir tout au long de ma thèse.

Je remercie également *les jeunes*, doctorants ou jeunes chercheurs/PRAG, Lionel et Douha d'avoir animé la vie du bureau (et la décoration de l'armoire) , Denis et Fabien pour leur bonne humeur et le soutien qu'ils ont pu m'apporter dans la préparation de l'après-thèse.

Durant ma thèse, j'ai également eu la chance d'être accueilli au département EEA et je dois donc remercier toute l'équipe pédagogique et les différents directeurs de département qui m'ont guidé pendant mes premières expériences d'enseignement. Merci à Jean-Pierre Barbot grâce à qui je connais tout du club de plongée d'Issy et qui m'a fortement encouragé lors de ma préparation au permis moto. Merci à Emmanuel Hoang de m'avoir enseigné l'art du discours d'avant TP dont lui seul a le secret (je sais maintenant que la Suède est producteur de tomates).

De manière générale, je tiens à remercier l'ensemble des membres du SATIE et du département EEA. Le cadre et la bonne ambiance dans ces deux entités en font un environnement dans lequel il est très agréable d'évoluer.

Je voudrais également remercier *les potes*. Ceux qui m'ont permis de me vider la tête et de penser à autre chose quand ça n'allait pas et qui ont contribué à améliorer les choses quand ça allait. Merci à eux de me rappeler qu'au final ma thèse consistait "à coller des magnets sur

un frigo”. Merci à Geneviève d’avoir veillé sur moi et de m’avoir permis de ne pas louper les opportunités immanquables. Merci aux Bretons de nous offrir leur lot de pluie quand on vient.

Merci à ma famille. Merci à mes parents de s’être toujours intéressés à mes travaux même si “de toute façon on n’y comprend rien”. Merci d’avoir été souvent plus fier de moi que je ne peux l’être. Merci aux frangins et à ma belle-sœur de s’être libérés pour la soutenance et pour leurs encouragements. Une mention spéciale pour Matthias qui a relu le début de ma thèse (en même temps quand on est coincés sur un bateau sans vent on n’a pas le choix). Merci à Maïrik de voir encore en moi l’enfant que je continue à être. Merci pour tout.

Enfin merci à Audrey. Merci pour ta patience et d’avoir supporté mes humeurs surtout à l’approche de la fin. Merci pour ta confiance quand je ne savais plus où j’en étais. Merci de toujours tout organiser. Merci pour ta pugnacité, pour ta mauvaise foi, pour tes anecdotes de *maîtresse* et toutes ces choses qui font que notre quotidien est si riche. Merci.

Table des matières

Introduction Générale	3
I État de l'art	9
I.1 La CEM en électronique de puissance	9
I.1.1 Sources de perturbations et normes associées	9
I.1.2 Solutions de minimisation des perturbations CEM	10
I.1.3 Les filtres CEM	13
I.2 Modélisation des composants magnétiques	16
I.2.1 Noyaux magnétiques	16
I.2.2 Influence du bobinage	19
I.3 Modélisation des sources de champ magnétique	22
I.3.1 Champ rayonné par les composants	22
I.3.2 Modélisation des circuits	24
I.4 Théorie complexe des champs électromagnétiques	26
I.4.1 Équations et grandeurs	26
I.4.2 Prise en compte des matériaux	28
I.4.3 Fonctions complexes	32
I.5 Conclusion	35
II Modélisation des composants à bobinage unique	39
II.1 Dimensionnement d'une inductance pour la simulation	39
II.1.1 Paramètres caractéristiques de l'inductance	39
II.1.2 Mise en équation du bobinage	40
II.1.3 Protocole de simulation	42
II.1.4 Dispositif et protocole de mesure	43
II.2 Influence de la variation des paramètres	49
II.2.1 Paramètres d'extraction des valeurs	49
II.2.2 Limite de validité de la théorie existante	49
II.2.3 Paramètres liés au noyau	50
II.2.4 Paramètres liés au bobinage	52
II.3 Détermination d'une loi de comportement	55
II.3.1 Modification du diagramme de rayonnement	55
II.3.2 Énergie magnétique rayonnée	56
II.4 Modélisation des défauts	57
II.4.1 Validation par FSV	58
II.4.2 Établissement d'un modèle numérique	62
II.4.3 Modèle analytique	70
II.5 Conclusion	76

III Composants à bobinage double	81
III.1 Influence du bobinage	81
III.1.1 Mise en place du modèle numérique	81
III.1.2 Validation expérimentale	82
III.1.3 Effets du bobinage sur le rayonnement	84
III.1.4 Détermination prédictive des topologies de rayonnement	92
III.2 Modèle analytique	94
III.2.1 Transformation conforme	94
III.2.2 Calcul du champ magnétique	99
III.2.3 Transformée inverse	103
III.2.4 Modélisation analytique du tore de mode commun	106
III.3 Définition d'un circuit réductant équivalent	110
III.3.1 Définition de zones de rayonnement	110
III.3.2 Mise en place du modèle	111
III.3.3 Résultats	112
III.4 Phénomènes de transfert de mode	113
III.4.1 Schéma électrique du TMC	113
III.4.2 Injection en mode différentiel	114
III.4.3 Injection en mode commun	121
III.5 Conclusion	125
IV Susceptibilité des composants	129
IV.1 Présentation du banc de mesure	129
IV.1.1 Bobines de Helmholtz	129
IV.1.2 Banc de mesure	131
IV.1.3 Étalonnage du banc	133
IV.2 Phénomènes induits	135
IV.2.1 Conditions de mesures	135
IV.2.2 Composant mono-bobinage	135
IV.2.3 Composants à enroulements multiples	140
IV.3 Conclusion	144
Conclusion et perspectives	149
A Calcul de l'équation du bobinage	151
B Calcul du champ rayonné par une spire de courant	155
C Documentation du noyau	161

Table des figures

1	Alimentation d'ordinateur portable DELL [®]	4
I.1	Sources de perturbations électromagnétiques.	9
I.2	Processus de conception d'un produit sous contrainte CEM	11
I.3	Techniques de réduction des perturbations CEM.	12
I.4	Chemins de propagation des perturbations CEM et placement filtre.	13
I.5	Structure générale d'un filtre CEM.	13
I.6	Différence entre les pertes d'insertion idéales et réelles.	14
I.7	Modèles équivalents de composants passifs.	15
I.8	Modèles de filtres CEM avec prise en compte des phénomènes parasites.	15
I.9	Perméabilité complexe pour un noyau CMP. T37 EPCOS [®]	17
I.10	Circuit magnétique avec entrefer.	17
I.11	Évolution de l'inductance en fonction de la perméabilité relative μ_r	18
I.12	Évolution de l'inductance en fonction de la conductivité	19
I.13	Étude de l'influence du bobinage sur les valeurs de l'inductance	19
I.14	Stratégies de bobinage pour la réduction de l'inductance de fuites	20
I.15	Circuit équivalent d'un TMC	21
I.16	Modèle réductant HFMEC.	21
I.17	Modélisation du noyau par des charges magnétiques.	22
I.18	Représentation des harmoniques sphériques Y_{nm}	23
I.19	Boucle de courant pour le calcul d'inductance	24
I.20	Représentation physique des modèles PEEC.	25
I.21	Relations de passage à l'interface entre 2 milieux.	30
I.22	Représentation des conducteurs images.	31
I.23	Cas d'un conducteur dans le cylindre.	32
I.24	Cas d'un conducteur à l'extérieur du cylindre.	32
I.25	Définition du flux magnétique.	35
I.26	Champ magnétique H_z ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$) rayonné par une inductance à 10 kHz à 3 cm au-dessus du noyau.	36
II.1	Définition d'une spire pour la bobine à section rectangulaire.	41
II.2	Influence de l'amenée sur le champ H_z ($\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$) à 1,6 cm au-dessus du tore.	42
II.3	Modèles de bobines simulées.	43
II.4	Banc de mesure.	44
II.5	Chaîne de mesure.	44
II.6	Algorithme de déplacement des sondes.	45
II.7	Schéma de la sonde de champ magnétique.	45
II.8	Porte-sonde pour l'axe z	46
II.9	Schéma de la spire.	46
II.10	Représentation des fonctions de Legendre.	47

TABLE DES FIGURES

II.11	Cartographies de rayonnement de la spire ($\text{dB}\mu\text{A.m}^{-1}$)	48
II.12	Évolution du facteur d'antenne (dB) en fonction de la fréquence.	48
II.13	Comparaison des champs simulés et mesurés ($\text{dB}\mu\text{A.m}^{-1}$).	49
II.14	Validation de l'équivalence spire/bobine.	50
II.15	Évolution de l'énergie magnétique en fonction de la perméabilité relative.	51
II.16	Simulation de la bobine à rayon variable	53
II.17	Simulation de la bobine à pas variable	54
II.18	Validation expérimentale de la variation de densité	54
II.19	Comparaison du champ magnétique rayonné (A.m^{-1}) entre bobine <i>idéale</i> et <i>NR</i>	55
II.20	Étude de l'influence du pas de bobinage	56
II.21	Échelle de classification visuelle.	59
II.22	Séparation des données en FSV	60
II.23	Évaluation des résultats de l'algorithme sur l'équivalence à une spire.	63
II.24	Détermination du noyau équivalent par étude du champ tangentiel à 1,5 cm au-dessus du plan médian.	64
II.25	Source équivalente.	65
II.26	Comparaison de la composante normale H_z (A.m^{-1}) du champ magnétique entre simulation et modèle numérique à 4 cm au-dessus de la ligne médiane du noyau.	66
II.27	Diagramme de confiance pour la comparaison des modèles par FSV	66
II.28	Rayonnement d'une bobine à défauts multiples : superposition des contributions.	67
II.29	Champ rayonné par les sources (A.m^{-1}).	67
II.30	Validation du modèle multi-sources.	68
II.31	Détermination de la bobine équivalente.	69
II.32	Performances du modèle à source unique.	69
II.33	Paramètres de la spire de courant.	71
II.34	Spire optimale.	72
II.35	Comparaison du champ magnétique rayonné (A.m^{-1}) pour le cas à défaut unique.	73
II.36	Évaluation des résultats de l'algorithme sur modèle à défaut unique.	74
II.37	Boucle optimale.	74
II.38	Comparaison du champ magnétique rayonné (A.m^{-1}) pour le cas à défauts multiples.	75
II.39	Évaluation des résultats de l'algorithme sur modèle à défaut unique.	76
III.1	Modèles de composants simulés.	82
III.2	Exemple de composant à bobinage double utilisé en mesure.	83
III.3	Comparaison de la composante normale H_z du champ magnétique ($\text{dB}\mu\text{A.m}^{-1}$) à 4 cm au-dessus du plan médian du noyau.	83
III.4	Modèle numérique pour l'étude de l'influence de l'ouverture angulaire.	84
III.5	Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) dans le plan médian du tore pour les composants <i>dense</i> et <i>large</i>	85
III.6	Évolution du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) le long des axes pour les composants <i>dense</i> et <i>large</i>	86
III.7	Composant avec variation	86

TABLE DES FIGURES

III.8	Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) dans le plan médian du tore pour un composant avec variation locale de densité.	87
III.9	Évolution du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) le long des axes pour un composant avec variation locale de densité.	88
III.10	Modèle de composant <i>asymétrique</i>	88
III.11	Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) dans le plan médian du tore pour un composant asymétrique.	89
III.12	Évolution du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) le long des axes pour un composant asymétrique.	89
III.13	Modèle de composant à bobinages rapprochés symétriques	90
III.14	Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) dans le plan médian du tore pour un composant à bobinages rapprochés symétriques.	91
III.15	Modèle de composant à bobinages rapprochés asymétriques	91
III.16	Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m ⁻¹) dans le plan médian du tore pour un composant à bobinages rapprochés asymétriques.	92
III.17	Représentation des moments équivalents du TMC.	93
III.18	Moments équivalents pour différents composants.	94
III.19	Correspondance entre les domaines	95
III.20	Conducteurs placés autour du noyau.	96
III.21	Représentation de la distribution de courant.	96
III.22	Transformation de la densité de courant du plan z vers le plan w	98
III.23	Rayonnement de la source dans le domaine w	102
III.24	Potentiel vecteur (Wb.m ⁻¹) rayonné dans le domaine w	103
III.25	Rayonnement de la source dans le domaine z	105
III.26	Potentiel vecteur (Wb.m ⁻¹) rayonné dans le domaine z	105
III.27	Densité de courant pour un jeu de conducteurs.	106
III.28	Théorie des images pour les conducteurs internes et externes.	107
III.29	Comparaison du potentiel vecteur (Wb.m ⁻¹) entre calcul et simulation.	108
III.30	Représentation du potentiel vecteur A_z le long de l'axe x	108
III.31	Définition des angles α_1 et α_2	109
III.32	Visualisation des lignes de champ rayonnées par un composant <i>asymétrique</i> . . .	110
III.33	Illustration des zones de rayonnement.	111
III.34	Circuit magnétique équivalent pour un seul bobinage.	111
III.35	Modèle électrique simplifié du TMC.	114
III.36	Circuit de mesure en mode différentiel.	115
III.37	Carte de mesure en mode différentiel.	115
III.38	Rapport V_2/V entre les tensions de sorties du transformateur d'injection.	116
III.39	Rapport V_2/V_1 entre les tensions de sorties du transformateur d'injection. . . .	116
III.40	Évolution du rapport I_c/I_d avec la fréquence en mode d'injection différentiel. .	117
III.41	Circuit électrique en mode différentiel.	119
III.42	Comparaison entre mesures et simulation en injection de mode différentiel. . . .	120
III.43	Circuit de mesure en mode commun.	121
III.44	Carte de mesure en mode commun.	122

TABLE DES FIGURES

III.45	Évolution du rapport I_d/I_c avec la fréquence en injection de mode commun.	122
III.46	Circuit électrique en mode commun.	123
III.47	Comparaison entre mesures et simulation en injection de mode commun.	124
IV.1	Rayonnement des bobines de Helmholtz.	130
IV.2	Bobines de Helmholtz utilisées pour la mesure.	131
IV.3	Schéma éclaté du support.	132
IV.4	Positionnement du support pour les mesures en susceptibilité.	132
IV.5	Schéma du banc.	133
IV.6	Mesures du champ pour l'étalonnage du banc.	134
IV.7	Évolution du champ avec le courant dans les bobines.	135
IV.8	Évolution de la <i>tension induite normalisée</i> dans un composant <i>idéal</i>	136
IV.9	Modèle électrique du composant.	137
IV.10	Évolution de la <i>tension induite normalisée</i> dans les trois directions.	138
IV.11	Influence de l'angle d'incidence sur la tension induite.	138
IV.12	Comparaison des <i>tensions induites normalisées</i> entre composants.	139
IV.13	Évolution des <i>tensions induites normalisées</i> entre composants selon l'axe x	140
IV.14	Comparaison des <i>tensions induites normalisées</i> pour chaque composant.	141
IV.15	Rapport entre les tensions induites dans les enroulements d'un composant <i>asymétrique</i>	141
IV.16	Comparaison des <i>tensions induites normalisées</i> pour chaque composant.	142
IV.17	Cas $r_{int} \ll r_{ext}$	143
IV.18	Cas $r_{int} \approx r_{ext}$	143
A.1	Délimitation des sous-domaines pour une bobine.	151
A.2	Évolution des paramètres du bobinage.	152
B.1	Rayonnement de la spire sur l'axe.	155
B.2	Schéma de la spire.	156
B.3	Représentation des fonctions de Legendre.	158
B.4	Composante B_z du champ calculé ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$).	158

Liste des tableaux

II.1	Caractéristiques principales d'un composant magnétique	40
II.2	Influence du nombre de spires sur l'énergie.	52
II.3	Niveau d'énergie pour les bobines NR	56
II.4	Tableau d'interprétation de la FSV.	62
II.5	Bornes de l'algorithme	71
II.6	Paramètres optimaux	72
II.7	Paramètres de sortie	74
III.1	Éléments du circuit magnétique	112
IV.1	Inductances mutuelles des composants (μH)	139

Introduction Générale

Introduction Générale

Dans la société actuelle, le domaine de l'énergie électrique occupe une place de plus en plus importante. En effet, la diminution des réserves d'énergies fossiles fait de la maîtrise de l'énergie un enjeu majeur. Un effort particulier se tourne donc vers la production, l'acheminement et l'utilisation de l'énergie électrique. La production de cette énergie est en grande partie le résultat de la transformation d'une énergie existant sous une autre forme aussi bien mécanique (station de turbinage-pompage), thermique (centrale thermique), chimique (bancs de stockage capacitif) ou encore électromagnétique (rayonnement solaire) par un système de conversion associé (alternateur, cellule photovoltaïque, ...). Cette énergie est ensuite mise en forme pour pouvoir être transportée sur le réseau jusqu'à son utilisation finale. Compte tenu des puissances mises en jeu, la qualité des systèmes de conversion, de transports et de stockage est un enjeu primordial pour la recherche en génie électrique. L'apparition des sources d'énergie alternatives telles que l'éolien et le solaire conduisent également à une remise en question de l'architecture des réseaux de puissance.

La gestion de l'énergie électrique devient également un enjeu dans les systèmes embarqués. Avec l'essor de l'automobile électrique (ou hybride) et de l'avion *plus électrique*, la multiplication des fonctions réalisées par les systèmes électriques fait de la limitation de la quantité d'énergie embarquée un problème majeur. Les problématiques d'encombrement et de masse étant également essentielles dans les systèmes embarqués, la taille allouée à chaque système se voit donc réduite. La miniaturisation et l'intégration des convertisseurs statiques sont donc des thématiques importantes de recherche et de développement qui aboutissent à de nombreuses évolutions technologiques et structurelles, dont l'apparition de convertisseurs à fréquence de fonctionnement élevée, permettant la réduction des éléments passifs du convertisseur. Les environnements électromagnétiques (EM) embarqués deviennent de plus en plus complexes et voient cohabiter des systèmes électriques *courants faibles* (capteurs, circuits de commande, calculateurs, etc.) avec ceux *courants forts* (actionneurs électriques, électronique de puissance, etc.). Cette densification de l'environnement électromagnétique soulève de nouveaux problèmes comme l'évacuation thermique des convertisseurs dont la surface d'échange se voit réduite ainsi que la hausse du risque d'émissions électromagnétiques indésirables.

La montée en fréquence et les problématiques d'intégration rendent les contraintes de compatibilité électromagnétique (CEM) prépondérantes pour plusieurs raisons :

- L'augmentation des gradients temporels des grandeurs commutées (tension et courant) est nécessaire pour assurer un rendement de conversion correct des dispositifs à commutation forcée, mais entraîne une augmentation du niveau des sources de perturbations.
- Les couplages inter- et intra-équipement augmentent avec la fréquence qu'ils soient conduits ou rayonnés.

De nombreuses fonctions critiques sont maintenant gérées par des systèmes électroniques par exemple l'airbag et l'ABS pour l'automobile et les systèmes de positionnement et de guidage automatique pour l'avion. Il n'est pas aujourd'hui envisageable qu'une perturbation EM puisse

mettre en défaut ces systèmes et mette en danger leurs utilisateurs. Des normes CEM ont donc été mises en place afin de pouvoir assurer à la fois la garantie de fonctionnement des équipements dans leur environnement ainsi que la réduction de l'impact EM généré par ces mêmes équipements. L'application de ces normes tend à mettre en place des dispositifs de limitations CEM (filtres, blindage) qui viennent pénaliser les systèmes embarqués aussi bien en terme de masse et de volume qu'en terme de coût pour les constructeurs. En effet, les dispositifs de filtrage représentent une proportion très importante (entre 20% et 60%) de ces deux facteurs. La figure 1 montre l'alimentation d'un ordinateur portable. On observe bien la part importante des composants passifs (inductances et capacités).

Composants magnétiques

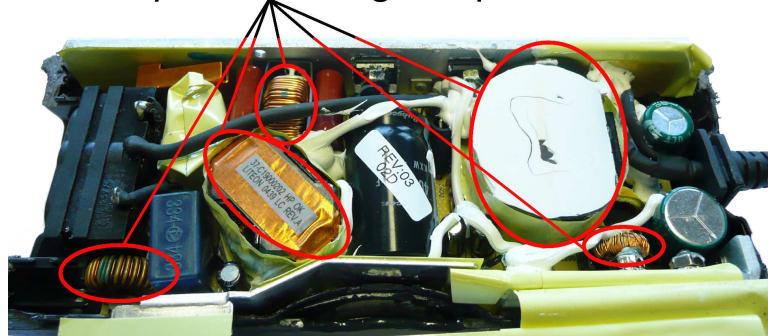


FIGURE 1 – Alimentation d'ordinateur portable DELL®

On observe également qu'environ 80% du volume de cette alimentation est occupé par les composants magnétiques. Ces composants sont donc critiques aussi bien pour la taille des filtres que leurs performances. Les effets parasites entre composants (rayonnement magnétique, couplage par mutuelle) peuvent en effet dégrader celles-ci et, bien que ces effets soient connus, il est difficile de les relier à la géométrie du filtre et aux matériaux utilisés. Cette densification des systèmes d'électronique de puissance soulève donc deux problèmes.

- Bien que des modèles de composants permettent de prévoir les éléments parasites, il s'agit la plupart du temps de modèles conduits ne prenant pas en compte l'environnement et ne rendant donc pas compte des couplages qui peuvent exister dans un filtre.
- L'impact de l'environnement et des effets induits est souvent mal connu et évalué à partir d'hypothèses simplificatrices fortes de symétrie et d'homogénéité. Les effets de susceptibilité sont donc mal connus.

Des modèles de rayonnement doivent donc être développés pour être en mesure de prédire *a priori* le comportement magnétique des composants magnétiques et d'évaluer les couplages possibles. L'influence du bobinage, souvent négligée, sera donc un des points centraux de cette étude. Enfin, le but de cette étude étant d'évaluer l'impact EM de ces composants, des stratégies de réduction de couplages seront développées.

Le premier chapitre de ce manuscrit vise à situer le contexte de l'étude et à dresser un état de l'art non exhaustif des méthodes de modélisation des composants magnétiques ainsi que les différentes descriptions et modélisations des champs magnétiques rayonnés en électronique

de puissance. Dans un deuxième temps, la modélisation du rayonnement des composants magnétiques à un seul bobinage est présentée. Une étude détaillée des composants a été mise en œuvre pour livrer un modèle précis des champs. Le troisième chapitre est consacré à l'étude des composants à bobinages multiples. Cette étude a permis de développer un modèle analytique de rayonnement pour ces composants. Enfin, une étude de la susceptibilité des composants vis-à-vis d'une perturbation EM rayonnée sera proposée.

État de l'art

Ce chapitre présente un état de l'art sur la CEM en électronique de puissance et les principes de modélisation des composants mis en œuvre ainsi que les méthodes de calcul du champ magnétique qu'engendrent les systèmes commutés.

I.1 La CEM en électronique de puissance

I.1.1 Sources de perturbations et normes associées

Les commutations forcées qui ont lieu dans les convertisseurs statiques de puissance présentent de forts gradients de tension ($\frac{dv}{dt}$) et de courant ($\frac{di}{dt}$) durant leur fonctionnement. Ces gradients enrichissent le contenu spectral des signaux et créent des émissions sur une grande plage fréquentielle qui peuvent interférer avec les autres éléments de l'environnement. On voit alors l'apparition d'un modèle dans lequel une *source* de perturbations vient interférer avec une *victime* par un chemin de perturbations. Les modes de propagations et de couplages peuvent être divisés en deux grandes catégories tel qu'illustré sur la figure I.1 [Paul, 2005, Costa et al., 2013].

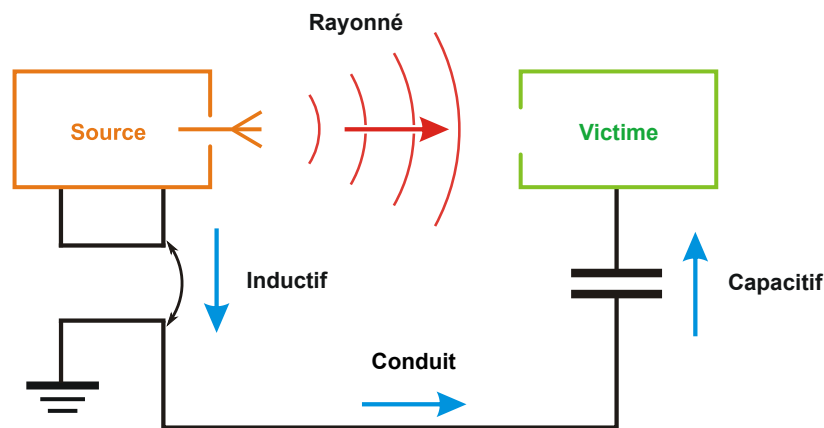


FIGURE I.1 – Sources de perturbations électromagnétiques.

Les *perturbations rayonnées* se propagent sous forme de champs électromagnétiques dans l'air alors que les *émissions conduites* consistent en une énergie électromagnétique qui se propage le long des circuits électriques.

La compatibilité électromagnétique est définie comme étant "l'aptitude d'un dispositif, d'un appareil ou d'un système à fonctionner dans son environnement électromagnétique de façon satisfaisante et sans produire lui-même des perturbations électromagnétiques intolérables pour tout ce qui se trouve dans cet environnement" [Costa, 2010]. Trois aspects sont donc à prendre en considération :

- **le niveau d'émission** doit être faible pour que l'appareil ne perturbe pas les autres systèmes,
- **le niveau d'immunité** caractérise la capacité du système à résister à une perturbation venant d'un autre système,
- **les couplages** dépendent directement de l'environnement électromagnétique dans lequel les systèmes cohabitent.

Les normes CEM sont donc mises en place afin d'assurer la protection et le fonctionnement des appareils électriques selon ces critères. Celles-ci définissent les niveaux admissibles pour un système dans son environnement. Par exemple, le Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques a publié plusieurs normes associées aux appareils industriels (CISPR 11,22), domestiques (CISPR 14) ou véhicules (CISPR 25 [CISPR IEC, 2008]). Les mesures des perturbations conduites sont normalisées sur la bande [150 kHz - 30 MHz] et les perturbations rayonnées entre 30 MHz et 1 GHz. Cependant, sans filtrage, les perturbations conduites dépassent les limites autorisées dans la plupart des cas. Des solutions de réduction doivent donc être mises en place.

I.1.2 Solutions de minimisation des perturbations CEM

I.1.2.a La conception sous contrainte CEM

La CEM est souvent perçue du point de vue industriel comme une contrainte normative. Il faut respecter la norme afin de valider le produit et permettre sa commercialisation. Il paraît évident qu'un échec de validation entraîne des retards de production ainsi qu'un coût supplémentaire pour le constructeur. Afin d'éviter ces échecs, il est nécessaire de prendre en compte les contraintes CEM dès le début de la phase de conception du produit. Une schématisation du processus de conception est proposée sur la figure I.2.

Afin de permettre cette conception sous contraintes, une connaissance approfondie du fonctionnement du système ainsi que des couplages est nécessaire. La conception sous contrainte nécessite donc le développement d'outils de simulation précis aussi bien de type *circuit* (Spice, Simplorer, ...) prenant en compte des modèles précis de composants élémentaires (transistors, diodes, composants passifs, câbles, ...) que des outils de simulation (COMSOL, Ansys, Flux, ...) afin de prendre en compte les problématiques de thermique et de rayonnement électromagnétique des composants [Hoene et al., 2005]. Une combinaison de ressources analytiques, performantes en temps de calcul, et numériques, permettant de modéliser des géométries plus complexes, doit donc être utilisée.

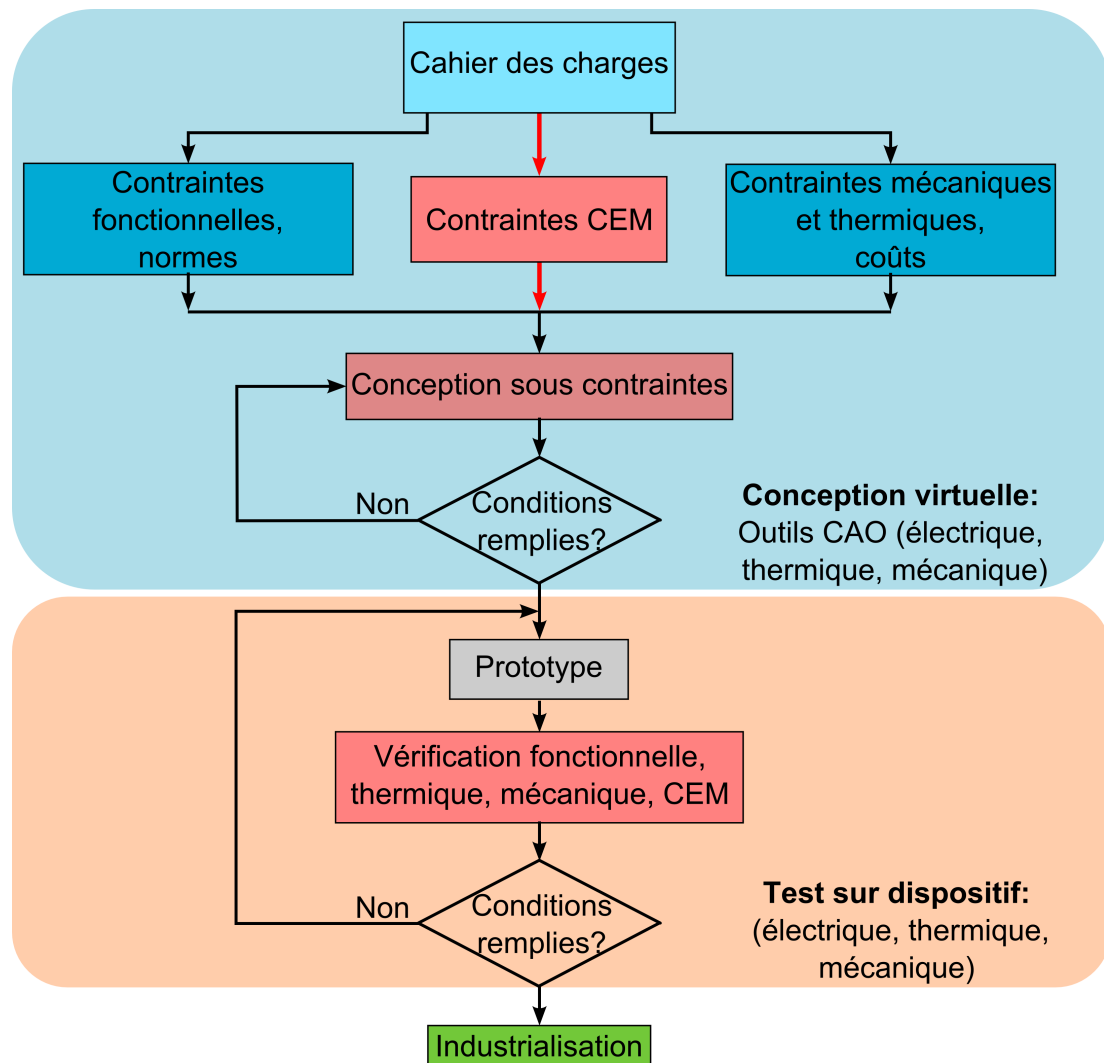


FIGURE I.2 – Processus de conception d’un produit sous contrainte CEM [Labrousse, 2010].

Les outils doivent permettre d’atteindre plusieurs objectifs :

- la modélisation temporelle du comportement électrique doit permettre une estimation acceptable des phénomènes aux bornes des composants critiques (surtension aux bornes des enroulements d’une machine, courants parasites lors des commutations, ...),
- l’approche fréquentielle doit mettre en évidence les maxima spectraux au regard du passage aux normes CEM relatives au système. La gamme de fréquences est souvent un paramètre crucial qui va conditionner la complexité du modèle réalisé, mais est nécessaire pour certaines applications (perturbations et couplages de mode commun/différentiel).

Bien qu’étant particulièrement intéressante, la conception sous contrainte n’est pas systématique et il en résulte souvent un échec à la validation normative CEM du système et une étape supplémentaire de mise en place de protections entraînant un coût élevé. Il est donc nécessaire de trouver des moyens de réduire les interférences EM (ElectroMagnetic Interference EMI) du système.

I.1.2.b Techniques de réduction des EMI

La réduction des perturbations peut être effectuée selon deux approches, en agissant sur la source de perturbations ou sur les phénomènes de couplages. Ces méthodes sont illustrées à la figure I.3.

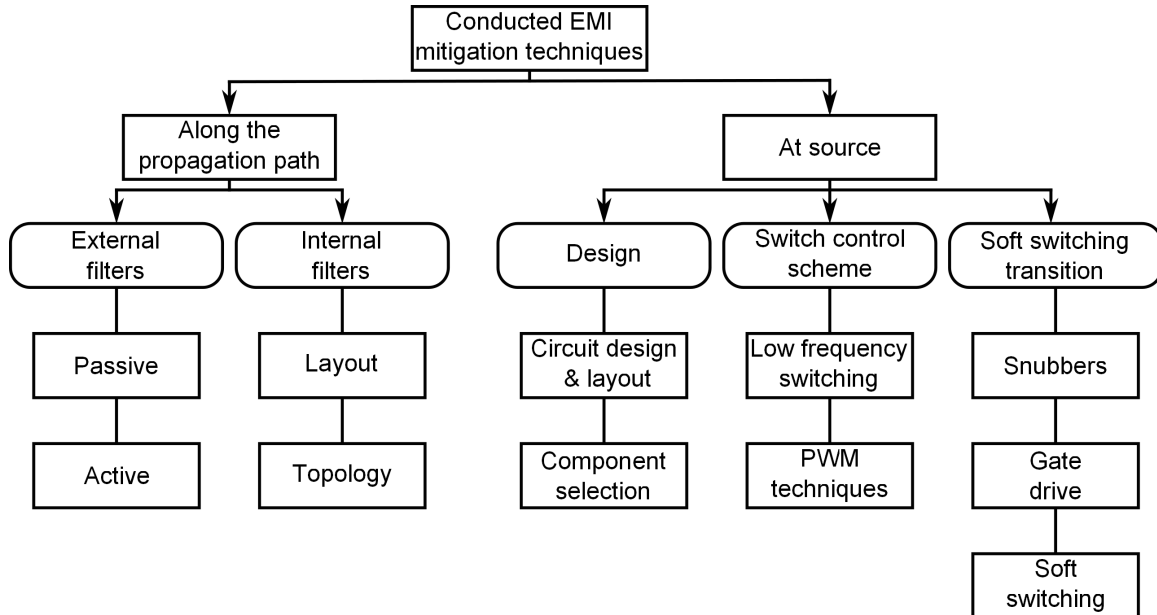


FIGURE I.3 – Techniques de réduction des perturbations CEM [Mainali and Oruganti, 2010].

Actions sur les sources de rayonnement

Il existe différentes manières d’agir sur les sources. La première consiste à agir sur les stratégies de commande des convertisseurs. L’application de modulation de largeur d’impulsion (MLI ou PWM en anglais) contribue à la diminution des EMI. En effet des variations aléatoires des fréquences de commutation, du rapport cyclique ou de la position des fronts permettent de diminuer les niveaux d’EMI générés [Mihalic and Kos, 2006]. Une augmentation des temps de commutation par la commande permet également de diminuer les gradients temporels de tension et courant et renforce donc ces techniques de réduction, mais peut générer des pertes par commutation supplémentaires. Les techniques de commutation douce utilisent les commutations naturelles des interrupteurs aux passages à zéro des grandeurs commutées et diminuent donc les perturbations CEM de manières significatives [Hua and Lee, 1995]. Enfin, les émissions peuvent être réduites en s’intéressant à la topologie du circuit de puissance et au positionnement des composants. La prise en compte du rayonnement des composants permet de limiter les couplages entre composants et donc de réduire les EMI [Stube et al., 2008].

Malgré l’application de ces techniques, le respect des normes CEM n’est pas garanti et il est alors nécessaire d’ajouter d’autres éléments d’atténuation sur les chemins de propagations. Ceux-ci seront étudiés dans la partie suivante.

I.1.3 Les filtres CEM

I.1.3.a Structure

Les perturbations conduites se propagent dans les systèmes selon deux modes illustrés sur la figure I.4 : le courant de mode différentiel (MD) et de mode commun (MC). Le premier se propage par les chemins principaux et participe au courant utile pour le fonctionnement du système. Le courant MC circule lui dans la même direction par rapport à la source et se reboucle par des chemins souvent non contrôlés par le concepteur et dont la nature peut être variée (masse commune, mise à la terre, couplages capacitifs, ...). La somme des courants se rebouclant par la terre constitue le courant MC, on a donc $\alpha + \beta = 1$.

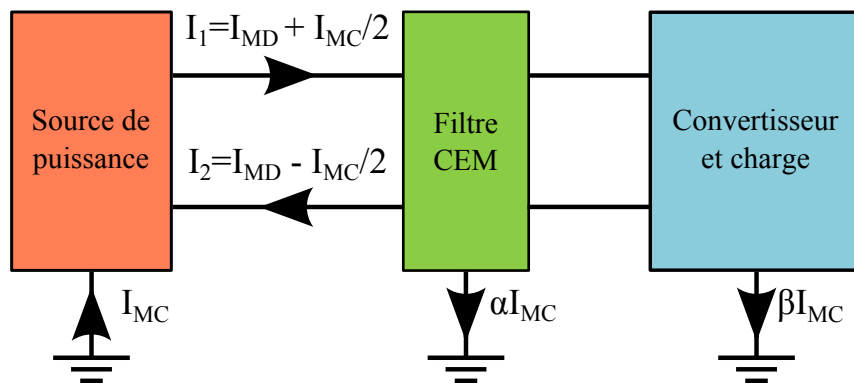


FIGURE I.4 – Chemins de propagation des perturbations CEM et placement filtre.

Afin de limiter les EMI circulant dans ces modes, la solution la plus répandue est le placement d'un filtre dit CEM. Ces filtres peuvent être actifs ce qui diminue leur volume, mais la large gamme d'utilisation (en particulier avec la montée en fréquence des nouveaux composants) tend à privilégier un filtre passif pour les hautes fréquences [Hartmann et al., 2011] ou l'association des deux dans un filtre hybride associant un volume faible et de bonnes performances sur une large bande de fréquence [Ali et al., 2012].

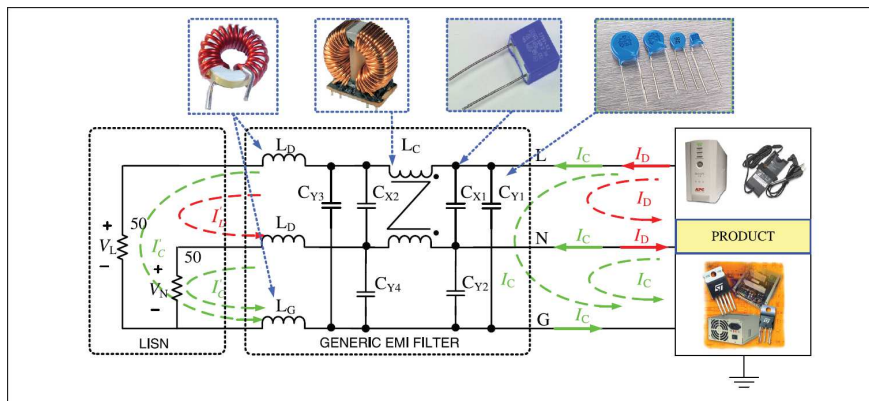


FIGURE I.5 – Structure générale d'un filtre CEM [Tarateeraseth, 2012].

La structure générique d'un filtre CEM est donnée sur la figure I.5. Le filtre est constitué d'une partie MD (inductance L_D et capacités C_{Xx}) et d'une partie MC (inductance L_C et capacités C_{Yx}) soit l'association de deux filtres passe-bas agissant sur chacune des composantes du courant. L'inductance L_C est un composant particulier appelé *inductance de mode commun*. Elle est composée de deux bobinages couplés ayant pour but de réduire le courant de mode commun et de rejeter le courant de mode différentiel. L'inductance de mode commun constitue un composant critique pour les filtres aussi bien pour son rayonnement électromagnétique que pour la difficulté à modéliser ses éléments parasites. L'étude et la modélisation de son rayonnement seront étudiées en détail dans cette thèse.

De nombreuses topologies de filtre, présentées dans [Tarateeraseth, 2012], peuvent être adoptées. Les circuits équivalents sont des filtres C, L, LC, en π ou en T. Chaque configuration est un compromis à trouver entre l'atténuation désirée et l'encombrement (nombre et taille des composants) et son choix est donc relatif à l'application qui lui est dédiée.

I.1.3.b Performances

Pertes d'insertion

La caractéristique de performances d'un filtre est mesurée par les pertes d'insertions (PI) données par l'équation (I.1) [Costa and Rojat, 1999]

$$PI_{dB} = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_m} \right| \quad (I.1)$$

avec V_1 la tension aux bornes du dispositif sans filtre et V_m la tension après placement du filtre dans le circuit. Les PI varient avec la fréquence et sont fonction de la topologie du filtre : 20 dB/décade pour les filtres C et L, 40 dB/décade pour les filtres LC et CL et 60 pour les filtres en π et en T. Les performances du filtre sont également liées à ses impédances d'entrée et de sortie, et celui-ci doit donc être choisi en prenant en compte les modèles de la source et de la charge [Tarateeraseth, 2012]. Les PI dépendent également fortement des éléments parasites des composants. En effet, bien que peu influents à basse fréquence, l'impact des éléments parasites devient prépondérant à haute fréquence. La différence entre les PI idéales et réelles est illustrée sur la figure I.6 [Wang et al., 2008].

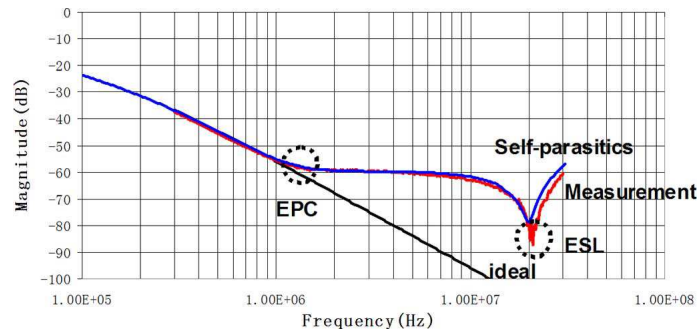


FIGURE I.6 – Différence entre les pertes d'insertion idéales et réelles [Wang et al., 2008].

Il paraît évident qu'un modèle simple n'est pas suffisant pour prendre en compte les éléments parasites et des modèles d'ordre supérieurs doivent donc être considérés.

Éléments parasites et couplages

Afin de pouvoir évaluer les parasites, les composants C et L sont modélisés par des circuits RLC [Chen et al., 2006]. Les modèles usuels sont donnés sur la figure I.7



FIGURE I.7 – Modèles équivalents de composants passifs.

Les éléments équivalents du circuit sont la résistance série ESR, l'inductance série ESL, la résistance parallèle EPR et la capacité parallèle EPC. Ces éléments sont représentatifs des phénomènes physiques qui apparaissent dans les composants (capacités inter-spires, inductance due aux feuillets enroulés, résistance des conducteurs, ...). Aux phénomènes parasites intrinsèques des composants viennent également s'ajouter les phénomènes de couplages inter-composants. En effet, l'association des composants crée souvent des boucles par lesquelles les champs magnétiques se couplent. De plus, ces paramètres dépendent de la réalisation matérielle du filtre et il est donc compliqué de les évaluer sans des modèles de rayonnement fin des composants et les informations liées à leur implantation dans le circuit. Les modèles finaux des filtres CEM doivent donc prendre en compte ces deux aspects afin de pouvoir prédire le comportement du filtre sur une large bande de fréquence [Chen et al., 2008]. Un exemple de prise en compte de ces aspects est donné pour le filtre en π en figure I.8.

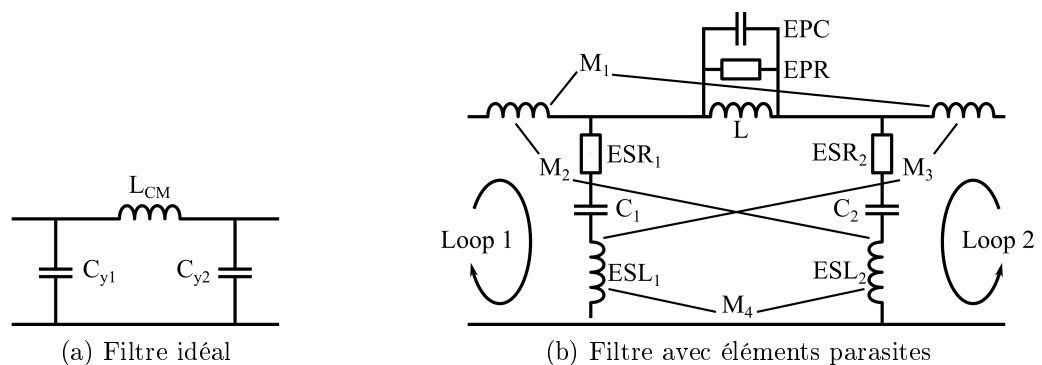


FIGURE I.8 – Modèles de filtres CEM avec prise en compte des phénomènes parasites [Chen et al., 2008].

Les composants magnétiques sont critiques car ils sont les principales sources de rayonnement et de couplages magnétiques. De plus la configuration particulière de l'inductance de

mode commun fait de la modélisation des composants magnétiques un enjeu majeur pour la modélisation CEM des filtres

I.2 Modélisation des composants magnétiques

Les composants magnétiques sont largement utilisés en électronique de puissance à tous les niveaux de la chaîne de conversion d'énergie (transformateurs haute tension, inductances de filtres, inductances de lissages, ...) et il est donc logique qu'un effort particulier de recherche soit dédié à leur modélisation. Deux composantes sont à prendre en compte pour leur étude, à savoir le noyau magnétique et le bobinage. Avant de détailler l'influence de ces paramètres il est intéressant de parler des composants *planar* ou intégrés [Orlandi et al., 2009, Lee et al., 2011]. Ces composants présentent de nombreux avantages en termes de taille, de répétabilité et d'intégrabilité. En revanche la difficulté d'intégrer un procédé de fonctionnalisation du PCB dans le processus de fabrication industriel limite leur développement et les composants bobinés représentent donc encore aujourd'hui la majeure partie des composants inductifs. Ces derniers permettent la circulation de flux de puissance plus élevés et sont faciles à réaliser. Dans cet état de l'art ainsi que dans les études menées au cours de la thèse, nous nous intéresserons donc aux composants magnétiques bobinés.

I.2.1 Noyaux magnétiques

Dans cette section, nous nous intéresserons uniquement aux matériaux ferromagnétiques (ferrite, nanocristallin) qui sont les plus utilisés dans les applications d'électronique de puissance.

I.2.1.a Perméabilité magnétique

La perméabilité magnétique μ est un paramètre fondamental des matériaux magnétiques. Il relie l'induction magnétique B au champ magnétique H par la relation (I.2)

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H \quad (\text{I.2})$$

La perméabilité μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide valant $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A.m}^{-1}$. Le terme μ_r représente la perméabilité relative du matériau. Il s'agit d'un paramètre non linéaire dont la mesure dépend fortement des conditions dans lesquelles elle est faite [Cuellar et al., 2012]. Elle dépend de la fréquence et du point de fonctionnement du matériau et présente un caractère imaginaire. En effet la perméabilité peut être écrite sous la forme présentée dans l'équation (I.3) où μ' représente l'énergie magnétique stockée dans la bobine et μ'' est un facteur de pertes. L'évolution de ces paramètres avec la fréquence est représentée sur la figure I.9.

$$\underline{\mu} = \mu' - j\mu'' \quad (\text{I.3})$$

La perméabilité influence grandement les caractéristiques électriques du composant et son choix est donc à prendre en compte lors du dimensionnement d'un composant. Dans le cas

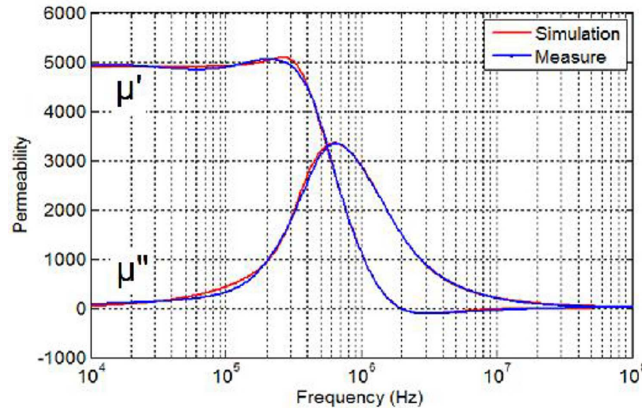


FIGURE I.9 – Perméabilité complexe pour un noyau CMP. T37 EPCOS® [Cuellar et al., 2012].

de la modélisation de champs rayonnés par un composant, la présence de l'air atténue l'effet de la perméabilité pour de fortes valeurs de celle-ci. Prenons par exemple le cas d'une bobine composée de N spires autour d'un circuit magnétique avec entrefer comme illustré sur la figure I.10. Le champ dans l'entrefer est alors déterminé par l'équation (I.4) où L_f représente la longueur du chemin magnétique moyen représenté en pointillés sur la figure I.10 et e l'épaisseur de l'entrefer.

$$H_0 = \frac{Ni}{e + \frac{L_f}{\mu_r}} \quad (I.4)$$

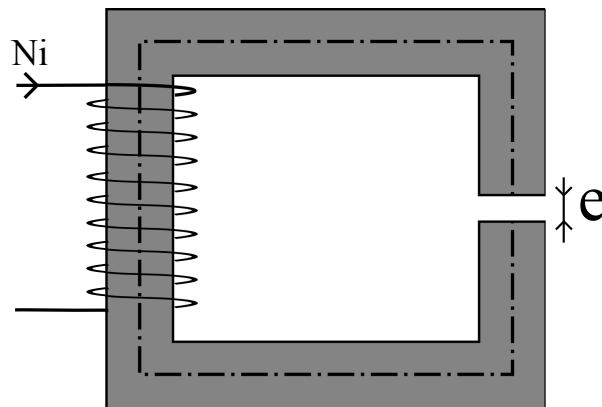


FIGURE I.10 – Circuit magnétique avec entrefer.

L'expression de l'inductance peut alors être déterminée à partir de celle du flux. En effet, l'équation (I.5) donne l'expression du flux à travers une section du tore.

$$\begin{aligned} \Phi &= \mu_0 N S H_0 \\ &= L i \end{aligned} \quad (I.5)$$

L'expression de l'inductance peut alors être déterminée par la relation suivante :

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{L_f + \mu_r e} \quad (\text{I.6})$$

Ce résultat montre que pour des valeurs élevées de μ_r , l'inductance tend vers une valeur limite valant $L_\infty = \mu_0 N^2 S / e$ et les variations de perméabilité sont alors négligeables. Un résultat similaire a été obtenu pour l'étude d'inductances à barreaux ferromagnétiques et montrait que l'influence de la perméabilité était significative pour des valeurs de μ_r ne dépassant pas 500 [Albach et al., 2007]. Les résultats sont illustrés sur la figure I.11.

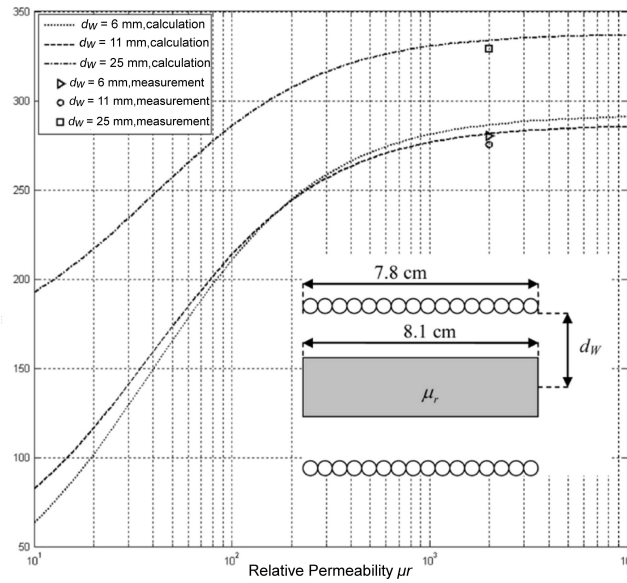


FIGURE I.11 – Évolution de l'inductance en fonction de la perméabilité relative μ_r [Albach et al., 2007].

En présence de champ dont les lignes de champ traversent à la fois l'air et un matériau magnétique, on pourra généraliser ce résultat, à savoir qu'une forte valeur de perméabilité permet de s'affranchir des variations de perméabilité, mais que son évolution avec la fréquence est un paramètre à prendre en compte.

I.2.1.b Conductivité

La conductivité du matériau détermine les pertes et la résistance aux courants induits dans le matériau. La figure I.12 montre l'évolution de la résistance en fonction de la fréquence pour plusieurs valeurs de conductivité. On observe donc une augmentation de la résistance du composant avec la fréquence. En effet l'augmentation de la fréquence augmente les pertes par courant de Foucault dans le matériau et donc la résistance.

Le choix du matériau est donc important pour le dimensionnement des grandeurs relatives à l'inductance. Toutefois, en utilisant des matériaux à grande perméabilité, on peut s'affranchir des effets sur la valeur d'inductance et c'est alors le bobinage qui va conditionner ses caractéristiques.

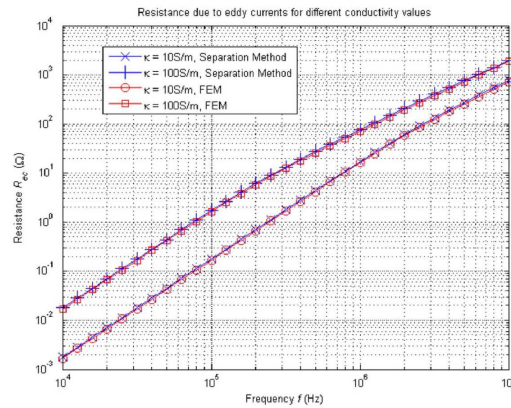


FIGURE I.12 – Évolution de l’inductance en fonction de la conductivité [Albach et al., 2007].

I.2.2 Influence du bobinage

Le bobinage joue un rôle essentiel dans la détermination des performances d’un composant magnétique. Dans cet état de l’art, nous nous intéresserons à son influence sur l’inductance propre de la bobine et ses éléments parasites.

I.2.2.a Modèle de la bobine

Afin de pouvoir prédire le fonctionnement des filtres CEM, les valeurs des éléments de modélisation des composants sont nécessaires. De nombreuses études s’intéressent donc à l’influence du bobinage sur ces paramètres. Une étude détaillée de l’influence de la position et de la taille relatives du noyau magnétique et du bobinage pour des inductances à barreau magnétique est présentée dans [Spang and Albach, 2007]. Les différents paramètres sont illustrés figure I.13a.

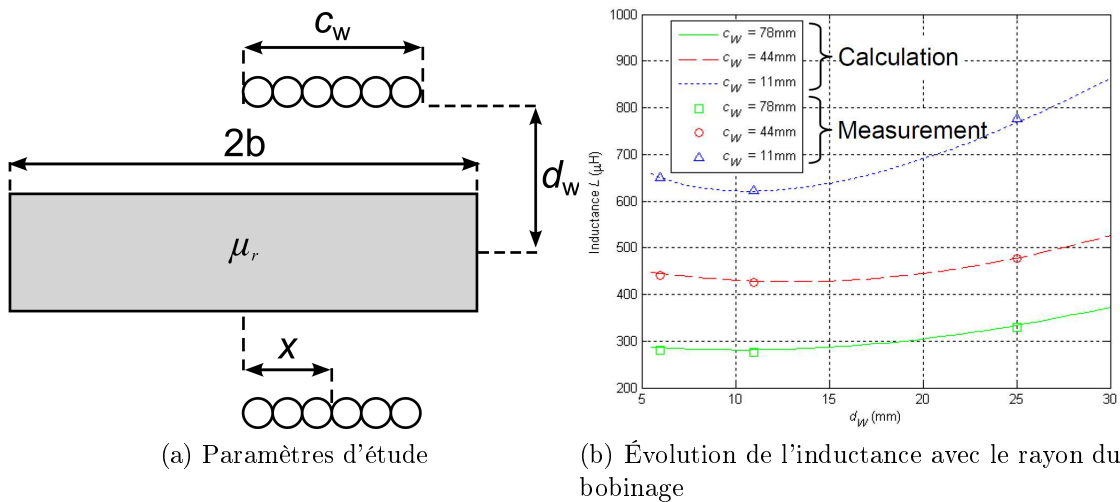


FIGURE I.13 – Étude de l’influence du bobinage sur les valeurs de l’inductance [Spang and Albach, 2007].

On observe sur la figure que l'influence du rayon dépend de deux phénomènes qui s'opposent. Pour de faibles valeurs du rayon, son élargissement entraîne une diminution de l'inductance. En effet, l'agrandissement de l'espace entre le conducteur et le noyau permet aux lignes de champ le plus fort de ne plus passer par le noyau et on observe donc une diminution de l'inductance. Pour de grandes valeurs du rayon, l'influence du noyau devient moindre et l'inductance augmente avec le rayon comme dans le cas d'une bobine à air. Dans ce cas, il a été montré que l'optimisation de la forme des boucles du bobinage permet de maximiser l'inductance pour une résistance de bobinage donnée [Murgatroyd and Eastaugh, 2000]. L'étude du bobinage permet aussi d'optimiser les éléments d'un composant.

Dans le cas de composants à bobinages multiples comme les tores de mode commun (TMC) ou les transformateurs, la position relative des bobinages autour du noyau joue un rôle important [Stadler and Albach, 2006]. De nombreux travaux portent donc sur l'étude des couplages parasites et les stratégies de bobinages des TMC. Ces méthodes peuvent être semi-empiriques [Nave, 1991], analytiques [Kovacic et al., 2012] ou simulateurs [Prieto et al., 1998]. Ainsi l'étude de l'entrelacement des conducteurs montre que cette technique permet la réduction de l'inductance de fuites du composant.

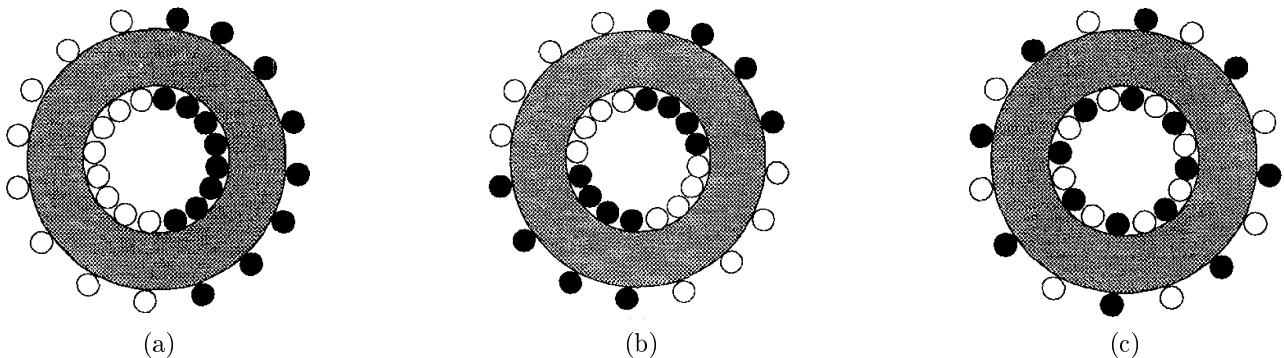


FIGURE I.14 – Stratégies de bobinage pour la réduction de l'inductance de fuites [Prieto et al., 1998].

Les paramètres parasites, aussi bien l'inductance que la capacité parasite, sont directement fonction de l'espacement entre les conducteurs. Un modèle analytique de la bobine a été proposé dans [Kovacic et al., 2012] et permet de calculer les inductances propres et mutuelles entre chaque conducteur en fonction de leur position relative. Le modèle de circuit équivalent établi est illustré sur la figure I.15.

La prise en compte de la connaissance précise du bobinage permet donc l'obtention des valeurs des éléments parasites et l'établissement de modèles précis. D'autres modèles, appelés modèles localisés, permettent de modéliser le comportement magnétique des composants par un circuit électrique équivalent.

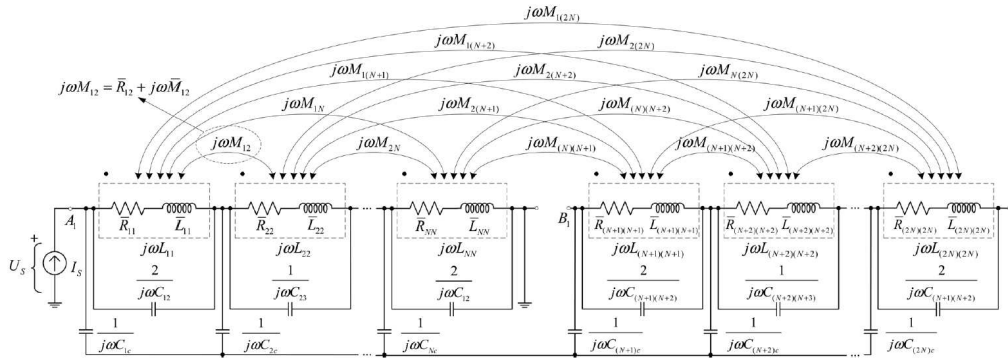


FIGURE I.15 – Circuit équivalent d'un TMC [Kovacic et al., 2012].

I.2.2.b Modèles réductants

La modélisation par schéma réductant permet de prendre en compte à la fois le bobinage et le noyau magnétique. Ces dispositifs peuvent aussi bien être des circuits magnétiques simples [Cale and Sudhoff, 2006] que des actionneurs [Batdorff and Lumkes, 2009]. Une connaissance des lignes de champ est nécessaire pour évaluer les perméances du système comme illustré figure I.16a. Dans le cas de problèmes plus complexes, l'évaluation des paramètres peut être faite par l'utilisation de transformations mathématiques [Balakrishnan et al., 1997]. Outre la prédiction des inductances et des capacités du dispositif électromagnétique, ces modèles permettent également l'évaluation des forces exercées et de la répartition du flux dans les parties magnétiques.

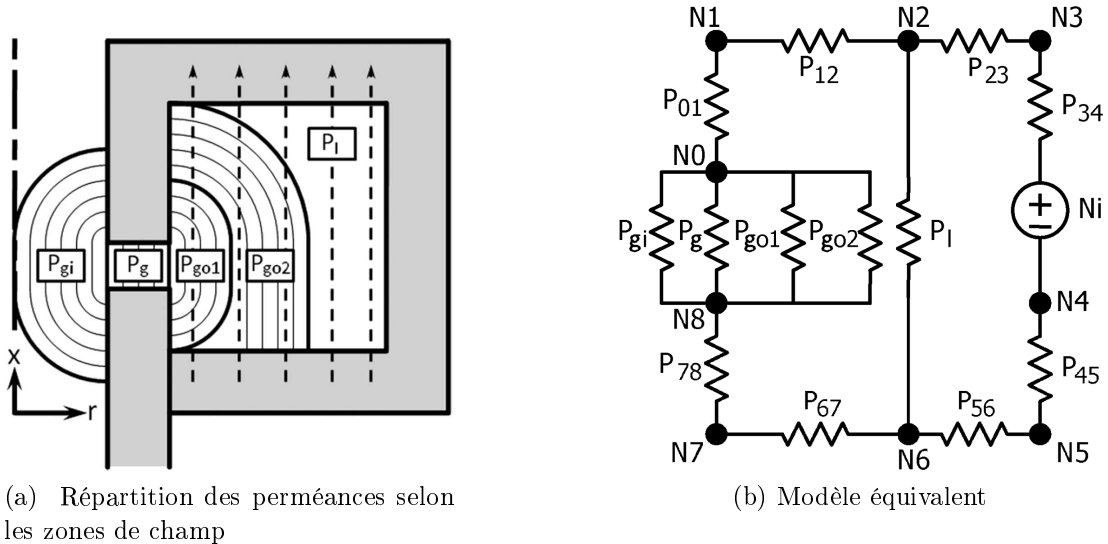


FIGURE I.16 – Modèle réductant HFMEC [Batdorff and Lumkes, 2009].

La modélisation d'un composant magnétique nécessite donc une connaissance du champ magnétique rayonné par le composant ou du champ extérieur. Une étude de la modélisation des sources de champ rayonné est donc nécessaire.

I.3 Modélisation des sources de champ magnétique

La modélisation des champs rayonnés est un enjeu critique en CEM aussi bien pour évaluer les performances d'un composant par l'étude de ses éléments parasites que pour la prédiction des chemins de couplages privilégiés. De nombreuses méthodes existent et nous proposons d'en exposer quelques-unes dans cette partie.

I.3.1 Champ rayonné par les composants

I.3.1.a Calcul direct

De nombreuses études visent à établir une expression analytique du rayonnement magnétique des composants par un calcul direct du champ [Griffith and Pan, 2011]. Ces méthodes sont très performantes car elles permettent d'obtenir une expression du champ dans tout l'espace et donc de prévoir les champs de fuites et les couplages [Stadler, A ; Albach, 2006]. Cependant l'utilisation de ces méthodes est limitée par la complexité des phénomènes physiques existants comme la non-linéarité des matériaux magnétiques ou la complexité des géométries étudiées. Il est donc souvent nécessaire d'établir des hypothèses fortes de symétrie afin de pouvoir calculer les champs [Zhang and Foo, 1999]. Le principe du calcul direct est détaillé dans la partie I.4 et donne donc des résultats satisfaisants, mais dont l'ordre de complexité est souvent peu élevé. Afin d'obtenir des modèles plus détaillés, le recours à l'utilisation d'autres méthodes est donc nécessaire.

I.3.1.b Sources équivalentes

Une des possibilités pour s'affranchir du matériau est de remplacer l'association du matériau et des conducteurs par une source de champ magnétique (magnétisation ou charge magnétique) [Chadebec et al., 2002]. Le noyau est représenté par une distribution uniforme d'éléments magnétisés représentés par un volume délimités par deux disques uniformément chargés (dans le cas d'un barreau magnétique) comme illustré sur la figure I.17.

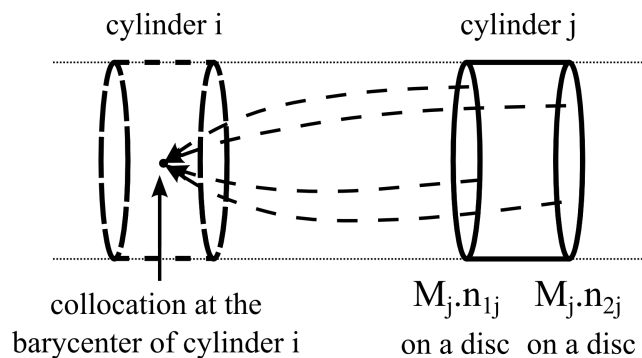


FIGURE I.17 – Modélisation du noyau par des charges magnétiques.

Cette modélisation permet donc de calculer le champ à l'intérieur et à l'extérieur du noyau ainsi que de prendre en compte les couplages pouvant exister entre composants grâce à des

formulations analytiques. Cependant, la complexité des géométries existantes en électronique de puissance conduit souvent à mener une étude de modélisation combinée avec la mesure pour obtenir des modèles plus complexes.

I.3.1.c Modélisation par harmoniques sphériques

La représentation en harmoniques sphériques est une technique de modélisation basée sur l'utilisation des coordonnées sphériques. Cette décomposition permet de déterminer l'expression du champ magnétique rayonné par un composant qui s'écrit alors sous la forme (I.7) :

$$H(r, \theta, \phi) = - \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{1}{4\pi} Q_{nm} \nabla \left(\frac{1}{r^{n+1}} Y_{nm}(\theta, \phi) \right) \quad (I.7)$$

où Q_{nm} représente le coefficient de la décomposition et Y_{nm} représente l'harmonique sphérique d'ordre n et de moment m . Ces harmoniques sont définies par l'équation (I.8) et la représentation des premières fonctions est donnée sur la figure I.18.

$$Y_{nm}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta) \cdot e^{jm\phi} \quad (I.8)$$

où P_n^m représente la fonction de Legendre associée. Les harmoniques sphériques constituent donc une base de l'espace pouvant décrire une grandeur de manière unique.

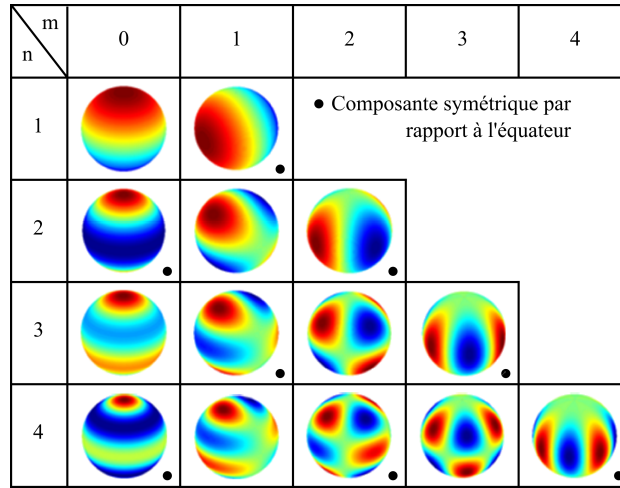


FIGURE I.18 – Représentation des harmoniques sphériques Y_{nm} [Hoang et al., 2014].

L'intérêt de cette décomposition est que l'expression du champ rayonné n'est définie que par les valeurs des coefficients. Il est donc important d'en obtenir une valeur précise.

La détermination des coefficients peut être effectuée par filtrage spatial. En effet, en mesurant le champ sur une sphère, il est possible d'isoler certaines composantes du champ en jouant sur le placement des capteurs [Hoang et al., 2014]. Le choix du placement des capteurs permet donc de choisir l'ordre du modèle à établir. Le modèle est valide à l'extérieur de la

sphère considérée et est alors utilisable pour le calcul des mutuelles entre composants. L'intérêt de cette méthode est que la détermination peut être effectuée par une mesure réelle ou par simulation du champ aux points d'intérêts. Il est donc possible de prédire le champ rayonné et les couplages par cette méthode.

La modélisation des composants est donc une étape nécessaire pour la prise en compte des champs rayonnés et des couplages. Cependant, l'influence du câblage et les phénomènes fréquentiels dus au fonctionnement des systèmes ne sont souvent pas pris en compte dans ces modèles. Une analyse à l'échelle du circuit est donc nécessaire.

I.3.2 Modélisation des circuits

I.3.2.a Méthode PEEC

La méthode PEEC (pour Partial-Element Equivalent Circuit) est une méthode développée dans les années 70 par des ingénieurs de IBM. Les premières publications comportant la notion d'inductance partielle ont été publiées par Ruelhi en 1972 [Ruehli, 1972]. Il arrive en électronique de puissance, notamment pour les courants de mode commun, que la notion de boucle de courant ne puisse être définie et on ne peut alors calculer l'inductance des conducteurs de manière classique. La méthode PEEC permet le calcul de l'inductance de circuit ouvert.

Définition des inductances partielles

La définition des inductances partielles découle directement de celle des inductances classiques. Si on considère un circuit fermé comme illustré sur la figure I.19. L'expression de l'inductance est donnée par (I.9).

$$L_{loop} = \frac{\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I} \quad (I.9)$$

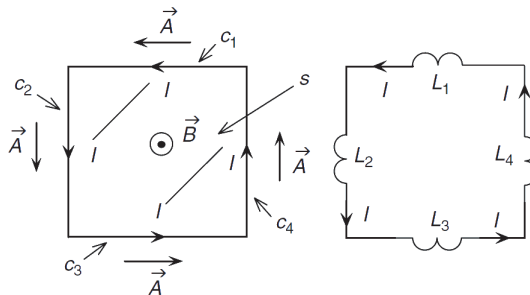


FIGURE I.19 – Boucle de courant pour le calcul d'inductance [Paul, 2010].

Le principe consiste donc à décomposer la boucle totale en plusieurs sections de conducteurs

par la relation de Chasles pour obtenir :

$$\begin{aligned}
 L_{loop} &= \frac{\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I} \\
 &= \underbrace{\frac{\int_{C_1} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{L_1} + \underbrace{\frac{\int_{C_2} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{L_2} + \dots + \underbrace{\frac{\int_{C_n} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{L_n}
 \end{aligned} \tag{I.10}$$

On associe ainsi à chaque portion de conducteur une inductance spécifique et une mutuelle entre deux conducteurs définies par :

$$L_{pi} = \frac{\int_{C_i} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I_i} \tag{I.11}$$

et

$$M_{pij} = \frac{\int_{C_j} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I_i} \tag{I.12}$$

Signification physique des inductances

Les expressions précédentes peuvent être retrouvées par la physique en calculant l'inductance d'une boucle comprenant le conducteur et se refermant à l'infini comme illustré sur la figure I.20a. On peut alors calculer le flux qui la traverse grâce au fait que le potentiel vecteur s'annule à l'infini et qu'il est parallèle au courant qui le crée. Le calcul est détaillé en (I.13). De la même manière, la mutuelle partielle peut être calculée par le rapport du flux généré par le courant du segment i à travers la surface délimitée par la portion de segment j et l'infini, divisé par le courant traversant le segment i comme illustré à la figure I.20b.

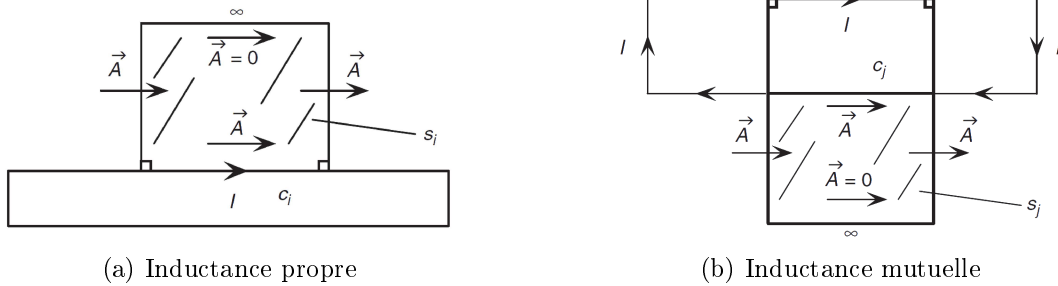


FIGURE I.20 – Représentation physique des modèles PEEC [Paul, 2010].

$$\begin{aligned}
 L_{pi} &= \frac{\iint_{s_i} \vec{B} \cdot d\vec{s}}{I} \\
 &= \frac{\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I} \\
 &= \frac{\int_{C_i} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I} + \underbrace{\frac{\int_{\text{cote gauche}} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{=0 \text{ car } \vec{A} \perp d\vec{l}} + \underbrace{\frac{\int_{\text{cote droit}} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{=0 \text{ car } \vec{A} \perp d\vec{l}} + \underbrace{\frac{\int_{C_\infty} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}}_{=0 \text{ car } \vec{A}_\infty = \vec{0}} \\
 &= \frac{\int_{C_i} \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I}
 \end{aligned} \tag{I.13}$$

La méthode PEEC permet donc d'obtenir l'inductance partielle associée à une portion de conducteur située dans un milieu homogène. Il est alors possible de déterminer le fonctionnement électrique du circuit en prenant en compte ces paramètres et de relier les caractères magnétiques et électriques du système.

I.3.2.b Modèle inverse

Le modèle inverse consiste à modéliser un système électrique par une association de dipôles magnétiques et électriques. Ces méthodes se basent sur des résultats de simulations ou de mesure et permettent d'identifier les caractéristiques de ces dipôles. Plusieurs méthodes existent comme l'inversion matricielle ou l'optimisation par algorithme génétique qui minimise la différence entre le champ mesuré et le champ modélisé [Beghou et al., 2009].

Ces méthodes peuvent être utilisées à l'échelle d'un composant, mais également pour étudier les principales sources de rayonnement d'un système. En plus de déterminer les sources de rayonnement, un balayage de la gamme fréquentielle permet également de connaître les composants les plus critiques aux fréquences d'intérêt (fréquence de commutation du hacheur, fréquence de résonance du filtre, ...). Ces méthodes permettent donc de relier les phénomènes électriques et magnétiques intervenant dans les systèmes.

I.4 Théorie complexe des champs électromagnétiques

L'obtention d'une formulation analytique du champ magnétique est un avantage majeur pour la compréhension et la prédiction des phénomènes électromagnétiques et également pour l'optimisation d'un dispositif en fonction de sa géométrie. Ce champ est créé par des sources d'excitation (courants et charges) et son calcul donne accès à de nombreuses grandeurs telles que la tension, le flux, ...

I.4.1 Équations et grandeurs

I.4.1.a Équations de Maxwell

Le système des équations de Maxwell est un système de quatre équations différentielles permettant de décrire entièrement le comportement électromagnétique d'un système. Ces équations relient les grandeurs électriques et magnétiques et s'expriment dans un matériau de perméabilité magnétique μ et de permittivité diélectrique ε par :

— L'équation de Maxwell-Gauss :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \tag{I.14}$$

— L'équation de Maxwell-Flux :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{I.15}$$

— L'équation de Maxwell-Faraday :

$$r\vec{\text{ot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.16})$$

— L'équation de Maxwell-Ampère :

$$r\vec{\text{ot}}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I.17})$$

où \vec{E} est le champ électrique, \vec{D} est l'induction électrique, \vec{H} est le champ magnétique, \vec{B} est l'induction magnétique, ρ est la densité de charges libres et \vec{j} la densité de courant dans le matériau. Le champ et l'induction électriques (resp. magnétiques) sont liés par la formule (I.18) (resp. (I.19)).

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad (\text{I.18})$$

et

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{I.19})$$

Dans le contexte de notre étude, les fréquences de fonctionnement sont de l'ordre de quelques dizaines de kilohertz et les courants de déplacement seront donc négligés dans l'équation (I.17). Cela constitue l'hypothèse des champs *quasistatiques*.

I.4.1.b Champ de potentiels

Le calcul des champs peut être facilité par l'introduction de champs auxiliaires, les potentiels.

Potentiel vecteur magnétique

En se basant sur l'équation (I.15), l'induction peut être exprimée comme le rotationnel du vecteur \vec{A} appelé *potentiel vecteur magnétique* par l'équation (I.20).

$$\vec{B} = r\vec{\text{ot}}\vec{A} \quad (\text{I.20})$$

Afin de définir complètement une fonction vectorielle, son rotationnel et sa divergence doivent être définis. La divergence de \vec{A} peut donc être choisie aléatoirement cependant un choix judicieux permet de faciliter les calculs de potentiels. Les deux choix les plus courants sont la jauge de Lorenz et la jauge de Coulomb définies par les équations (I.21) et (I.22).

$$\text{div}\vec{A} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.21})$$

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (\text{I.22})$$

Ces deux choix permettent notamment la facilité de résolution de l'équation de Poisson comme nous le verrons après.

Potentiel électrique

En combinant les équations (I.16) et (I.20), on peut alors écrire l'équation suivante

$$r\vec{\text{rot}}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = \vec{0} \quad (\text{I.23})$$

On peut alors définir un *potentiel scalaire électrique* V_e tel que

$$\vec{E} = -g\vec{\text{rad}} V_e - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{I.24})$$

Potentiel scalaire magnétique

Ce potentiel n'est défini qu'en absence de courants libres ($\vec{j} = \vec{0}$). Le terme de droite dans l'équation (I.17) est alors nul et on peut écrire

$$\vec{H} = -g\vec{\text{rad}} V_m \quad (\text{I.25})$$

V_m est alors appelé le *potentiel vecteur magnétique* par analogie avec V_e .

I.4.1.c Équation de Poisson

Il n'existe pas de solution générale des équations de Maxwell et il est difficile, voire impossible, de résoudre analytiquement ce système dans des cas non triviaux. L'utilisation du potentiel magnétique \vec{A} et d'une des jauges (ici la jauge de Coulomb est utilisée pour faciliter le calcul) permet d'obtenir une équation plus simple. En considérant un matériau magnétiquement linéaire et homogène, on peut déduire à partir de l'équation (I.17) :

$$r\vec{\text{rot}}\vec{B} = r\vec{\text{rot}}(r\vec{\text{rot}}\vec{A}) = g\vec{\text{rad}} \text{div}\vec{A} - \vec{\Delta}\vec{A} = -\vec{\Delta}\vec{A} \quad (\text{I.26})$$

on obtient alors l'*équation de Poisson* définie par la formule (I.27)

$$\vec{\Delta}\vec{A} = -\mu\vec{j} \quad (\text{I.27})$$

Un cas particulier de cette équation est l'absence de terme source. Cette formulation est alors appelée l'*équation de Laplace* et s'écrit

$$\vec{\Delta}\vec{A} = \vec{0} \quad (\text{I.28})$$

I.4.2 Prise en compte des matériaux

I.4.2.a Formulation intégrale des équations de Maxwell

Chacune des équations possède une formulation intégrale utilisable notamment pour la détermination des conditions limites. Si les équations locales sont valables en un point, les formulations intégrales le sont sur un contour, une surface ou un volume. Deux théorèmes fondamentaux sont utilisés pour les obtenir. Nous admettrons leur démonstration. Le premier est le théorème de Stokes qui, pour un champ vectoriel \vec{F} , donne la relation (I.29).

$$\iint_S r\vec{\text{rot}}\vec{F} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.29})$$

où C est un contour fermé et S une surface s'appuyant sur celui-ci. En appliquant ce théorème aux équations de Maxwell-Faraday (I.16) et de Maxwell-Ampère (I.17), on obtient donc les équations suivantes

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (\text{I.30})$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (\text{I.31})$$

L'équation (I.30) n'est autre que la loi d'induction de Faraday où le terme de gauche est la force électromotrice e et le terme de droite est le flux du champ magnétique φ à travers le contour. L'équation (I.31) est le théorème d'Ampère où le terme de gauche est appelé force magnétomotrice et le terme de droite représente le courant total I passant à travers la surface S .

Le second théorème est le théorème de Green-Ostrogradski qui affirme la relation

$$\iiint_V \text{div} \vec{F} \cdot d\vec{V} = \oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \quad (\text{I.32})$$

où V est un volume, S est la frontière de V et $d\vec{S}$ est dirigé vers l'extérieur du volume. L'application du théorème aux deux équations restantes permet donc d'obtenir le théorème de Gauss (I.33) et le théorème de conservation du flux magnétique (I.34).

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{int} \quad (\text{I.33})$$

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{I.34})$$

L'équation (I.33) montre que le flux de l'induction électrique à travers une surface S fermée est égal à la somme des charges contenues dans le volume V . La deuxième montre que le flux de l'induction \vec{B} est nul sur une surface fermée. Cela signifie que le champ entrant dans une surface doit en ressortir. Cela montre l'impossibilité de l'existence d'un *monopôle magnétique*.

Ces équations constituent donc les relations intégrales et permettent d'interpréter les phénomènes électromagnétiques à des échelles plus grandes. Elles permettent notamment d'établir les relations de passages des champs.

I.4.2.b Relations de passage

Ces relations permettent de déterminer les relations du champ électromagnétique à l'interface entre deux milieux. On considère donc deux milieux (1 et 2) séparés par une interface comme illustré sur la figure I.21. En appliquant les relations intégrales on peut en déduire les relations de passage du champ données par

$$\vec{n}_{12} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0} \quad (\text{I.35})$$

$$\vec{n}_{12} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{j}_s \quad (\text{I.36})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{I.37})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{I.38})$$

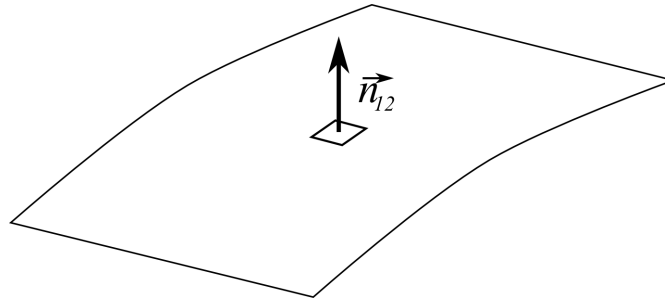


FIGURE I.21 – Relations de passage à l'interface entre 2 milieux.

Les relations I.35 et I.38 expriment la continuité de la composante tangentielle du champ électrique et de la composante normale de l'induction magnétique. En revanche les relations I.36 et I.37 prédisent la valeur de la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique et de la composante normale de l'induction électrique. \vec{j}_s (resp. ρ_s) représente la densité surfacique de courant (resp. de charge libre) pouvant exister à l'interface. Il est important de noter qu'en leur absence, toutes les composantes sont continues.

I.4.2.c Théorie des images

Les relations constitutives de la matière rendent difficile le calcul direct du champ dans ces domaines, en grande partie à cause des effets non linéaires pouvant intervenir (dans les matériaux ferromagnétiques par exemple). Dans le cas de deux milieux séparés par une surface infinie, la méthode des images peut être utilisée. Cette méthode s'applique aussi bien aux structures planes que circulaires [Hague, 1962]. La démonstration de cette théorie sera admise et seuls les résultats seront montrés **pour le cas d'un conducteur placé près d'un matériau magnétique**.

Cas plan

On considère 2 milieux (1 et 2) de perméabilités respectives μ_1 et μ_2 séparés par un plan infini. La source du champ magnétique est un conducteur parcouru par un courant I placé dans le milieu 1 à une distance h de la surface. Cette configuration est représentée sur la figure I.22a. La méthode des images permet donc de déterminer le champ dans les deux milieux d'après les règles suivantes :

- Le champ magnétique dans le domaine 2 est déterminé en considérant l'espace entier comme étant de perméabilité μ_1 et en plaçant un conducteur image parcouru par un courant αI symétriquement par rapport à l'interface comme illustré figure I.22b. La valeur du rapport α est donnée par

$$\alpha = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \quad (\text{I.39})$$

- Le champ dans le domaine 1 est déterminé en considérant l'espace entier comme étant de perméabilité μ_2 et en plaçant un conducteur image parcouru par un courant βI au

même endroit que le conducteur réel comme illustré figure I.22c. La valeur du rapport β est donnée par

$$\beta = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = -\alpha \quad (\text{I.40})$$

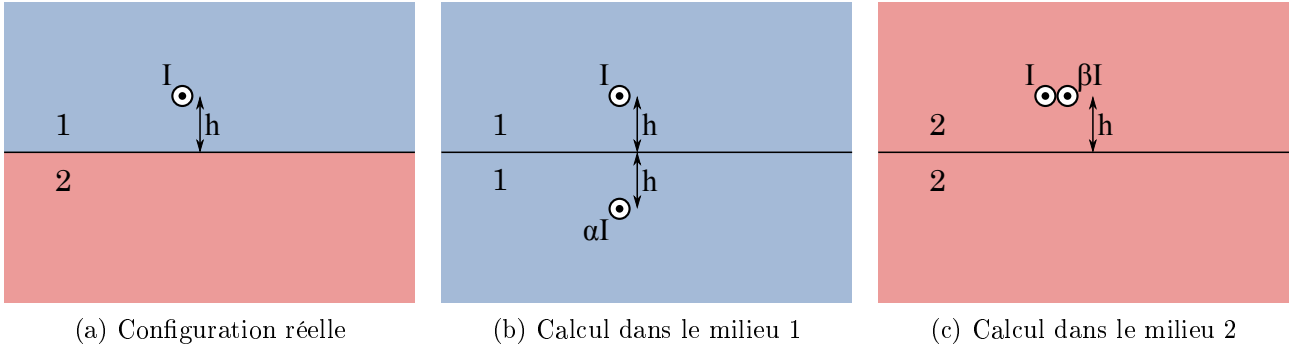


FIGURE I.22 – Représentation des conducteurs images.

Cette modélisation permet donc de s'affranchir du comportement du matériau en faisant apparaître une source fictive. De même qu'en optique, il peut exister une infinité d'images selon la géométrie de l'interface. Cependant, la méthode des images n'est valide que si les plans sont infinis (ou que la structure est fermée).

Cas circulaire

Les structures circulaires sont courantes par exemple pour la modélisation d'un câble dans une gaine conductrice pour le blindage. Afin de décrire le problème, on considérera un milieu 1 cylindrique de rayon R et de perméabilité μ_1 entouré d'un milieu 2 de perméabilité μ_2 . Les conducteurs seront repérés grâce à leurs coordonnées polaires (r, φ) . Deux cas sont alors possibles selon la position du conducteur vis-à-vis de l'interface. Si le conducteur est placé à une distance $a < R$ du centre du cylindre comme illustré sur la figure I.23a, le champ peut être déterminé à l'intérieur du cylindre en appliquant les règles suivantes :

- l'espace entier est considéré de perméabilité μ_1 ,
- un conducteur image parcouru par un courant αI est ajouté à une distance R^2/a du centre du cylindre. L'expression de α est identique à celle de la formule (I.39). Le conducteur et son image sont représentés sur la figure I.23b.

Le deuxième cas est celui d'un conducteur placé à une distance $a > R$ comme illustré figure I.24a. Le champ peut être calculé par les informations suivantes :

- l'espace entier est considéré de perméabilité μ_2 ,
- un conducteur image parcouru par un courant αI est ajouté à une distance R^2/a du centre du cylindre. L'expression de α est identique à celle de la formule (I.39). Le conducteur et son image sont représentés sur la figure I.23b.
- un conducteur image parcouru par un courant $-\alpha I$ est ajouté au centre du cylindre. Le conducteur et ses images sont représentés sur la figure I.23b.

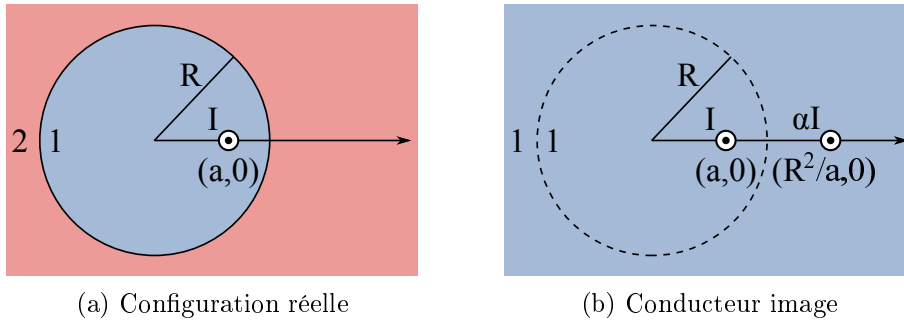


FIGURE I.23 – Cas d'un conducteur dans le cylindre.

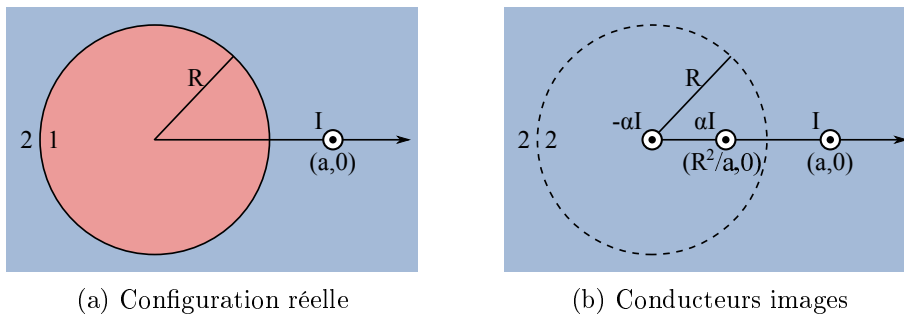


FIGURE I.24 – Cas d'un conducteur à l'extérieur du cylindre.

Cette méthode est notamment utile pour le calcul de champ à l'intérieur d'une machine électrique par exemple. Cependant, la complexité des calculs (notamment la sommation des champs de tous les conducteurs rend parfois difficile le calcul direct.

I.4.3 Fonctions complexes

L'une des méthodes de modélisation des champs magnétiques 2D est le recours à la théorie complexe des champs. Les champs 2D sont très importants car l'analyse de champs 3D est généralement très compliquée et il est souvent plus simple d'approximer une configuration 3D par plusieurs sous-systèmes bidimensionnels. L'intérêt de l'utilisation des fonctions complexes est l'unification des grandeurs vectorielles en une seule grandeur scalaire.

I.4.3.a Champ magnétique

Un champ 2D est représenté dans un plan de coordonnées (x, y) ou (r, φ) . Il possède deux composantes vectorielles dépendant chacune des deux coordonnées. Un point de l'espace peut cependant être repéré par la variable complexe z définie par

$$z = x + iy = re^{i\varphi} \tag{I.41}$$

La variable z représente ainsi le vecteur position complexe et peut être reliée aux autres grandeurs x, y, r et φ . En suivant le même raisonnement, le champ magnétique est composé de

deux composantes vectorielles H_x et H_y et peut être écrit comme le vecteur scalaire H défini par

$$H = H_x + iH_y \quad (\text{I.42})$$

Les deux composantes étant des fonctions de (x, y) , elles sont aussi des fonctions de z et on peut donc définir une fonction *champ magnétique complexe* $H(z)$ qui décrit le champ 2D par une seule fonction complexe de z .

I.4.3.b Potentiel complexe

Comme nous l'avons vu précédemment, les potentiels magnétiques vecteur et scalaire sont deux grandeurs permettant une simplification du calcul du champ. Il semble donc intéressant d'obtenir une expression complexe de ce champ.

Définition du potentiel

Dans le cas des champs quasi-statiques, nous avons vu que l'équation (I.17) pouvait s'écrire $r\vec{\text{ot}}\vec{H} = \vec{j}$. De plus, dans un milieu homogène et en absence de courant, on peut écrire

$$\text{div}\vec{H} = 0 \quad (\text{I.43})$$

$$r\vec{\text{ot}}\vec{H} = \vec{0} \quad (\text{I.44})$$

On peut alors définir la *fonction potentiel* φ (équivalente au potentiel scalaire V_m). On a alors

$$\vec{H} = -\text{grad}\varphi \quad (\text{I.45})$$

Ce potentiel est solution de l'équation de Laplace et on peut donc écrire

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I.46})$$

D'après la théorie de l'analyse complexe, cette fonction est *harmonique* car elle satisfait l'équation de Laplace. On peut donc définir une *fonction conjuguée* [Silvester, 1968] ψ telle que les fonctions φ et ψ satisfassent les conditions de Cauchy-Riemann (CR) à savoir :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \quad (\text{I.47})$$

et

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (\text{I.48})$$

La fonction ψ est appelée *fonction courant* (ou *flux*). En partant de l'équation (I.45) et en appliquant les conditions de CR, on obtient alors les équations suivantes :

$$H_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad (\text{I.49})$$

et

$$H_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (\text{I.50})$$

Dans le cas des champs 2D, la relation entre le potentiel vecteur et le champ est donné par

$$H_x = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \quad (\text{I.51})$$

et

$$H_y = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \quad (\text{I.52})$$

Il apparait alors que la fonction ψ est directement liée à celle du potentiel vecteur A par la relation

$$A = -\mu\psi \quad (\text{I.53})$$

On définit alors le *potentiel complexe* Ω selon l'expression (I.54) où la partie réelle est image du potentiel scalaire et la partie imaginaire est liée au potentiel vecteur.

$$\Omega = \Omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y) \quad (\text{I.54})$$

Relation entre H et Ω

En combinant les équations (I.49) et (I.50) avec l'expression du champ magnétique complexe, on obtient l'équation (I.55).

$$H = H_x + iH_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{\partial\psi}{\partial y} - i\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad (\text{I.55})$$

On peut également définir la dérivée du potentiel complexe par

$$\frac{d\Omega}{dz} = \underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial x}}_{\text{avec } dz=dx} = \underbrace{\frac{\partial\psi}{\partial y} - i\frac{\partial\varphi}{\partial y}}_{\text{avec } dz=idy} \quad (\text{I.56})$$

Il apparait alors que le champ complexe est relié au potentiel par la relation (I.57)

$$H = -\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)^* \quad (\text{I.57})$$

D'après la définition des composantes du potentiel, il apparait clairement que les lignes $\varphi = \text{constante}$ représentent les équipotentielles du champ alors que les lignes $\psi = \text{constante}$ représentent les lignes de champ. Ce formalisme sera utilisé dans le chapitre III.

I.4.3.c Expression du flux

Expression générale

Le flux Φ à travers une surface S illustrée sur la figure I.25 est défini par

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (\text{I.58})$$

En considérant le contour Γ et le théorème de Stokes défini par (I.29) on obtient l'expression suivante du flux en fonction du potentiel.

$$\Phi = \oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.59})$$

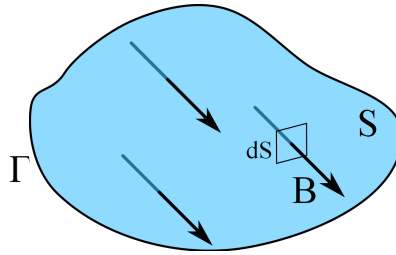


FIGURE I.25 – Définition du flux magnétique.

Application au cas complexe

Dans le cas des champs 2D, le flux sur un contour fermé constitué de deux lignes perpendiculaires au plan (de positions respectives z_1 et z_2) et se rebouclant à l'infini, l'expression (I.59) devient alors

$$\Phi = (A(z_1) - A(z_2))l \quad (\text{I.60})$$

où l est la hauteur d'intégration. En utilisant la relation (I.53), on obtient alors l'expression du flux en complexe donnée par (I.61)

$$\Phi = -\mu(\psi(z_1) - \psi(z_2))l = -\mu\mathfrak{Im}\{\Omega(z_1) - \Omega(z_2)\}l \quad (\text{I.61})$$

Le flux peut donc être calculé en connaissant uniquement le potentiel aux extrémités du contour. Dans cette partie, nous avons vu l'expression des grandeurs magnétiques dans le formalisme complexe. Ce formalisme permet à la fois de traiter une fonction d'une seule variable, mais également de lui appliquer des outils d'analyse complexe permettant de faciliter le calcul des champs.

I.5 Conclusion

Ce rapide aperçu des techniques de modélisation des composants magnétique montre la complexité de celle-ci due à la multiplicité des paramètres intervenants dans l'étude des niveaux et géométries de rayonnement (matériau magnétique, influence du bobinage, . . .). Dans le chapitre suivant, nous étudierons l'influence précise de chacun des paramètres évoqués dans la modélisation des composants pour expliquer ces phénomènes. Nous montrerons que la position des conducteurs autour du noyau influence grandement la répartition du champ rayonné. De plus, en nous basant sur les techniques présentées (modèle inverse, sources équivalentes, . . .), nous déterminerons un nouveau modèle précis de ces composants.

Nous pouvons également retenir que ces modélisations sont fortement motivées par la montée de l'impact CEM des systèmes d'électroniques de puissance dans leur environnement. Parmi les solutions apportées pour réduire les EMI, le filtre CEM est une des plus courantes. Cependant peu de modèles de rayonnement sont développés pour le tore de mode commun qui représente le cœur du filtre. Nous proposerons dans le chapitre III un modèle de champ rayonné basé sur la théorie complexe des champs. Ce modèle se base sur les techniques de transformation conforme. Ces techniques de modélisation des champs permettent de transformer la géométrie

du problème pour permettre un calcul direct. Cette approche doit permettre de lier les effets électriques et magnétiques dans ces composants et d'établir un modèle .

Enfin, si la compréhension des phénomènes de rayonnement permet de caractériser les sources de perturbations rayonnées, l'étude des phénomènes réciproques est nécessaire pour connaître la réponse du composant à une agression EM. En effet, de la même manière que pour l'émission de perturbations, la connaissance des chemins de couplages est nécessaire pour envisager leur réduction. Le chapitre IV présentera donc les résultats obtenus pour l'étude en susceptibilité des bobines de mode différentiel. Ces résultats seront reliés à la modélisation des composants faite dans les parties précédentes.

La figure I.26 montre le rayonnement d'une inductance de mode différentiel mesuré à 3 cm au-dessus du noyau. Ces mesures ont été effectuées dans le cadre des travaux de Cécile Labarre et présentent de grandes différences avec le champ prédit par la théorie. En effet, les niveaux de champ rayonné ainsi que la répartition des maxima de champ dans l'espace ne coïncident pas avec les champs d'inductances toriques modélisées par de fortes hypothèses d'homogénéité et de symétrie du composant. La découverte de ces diagrammes de rayonnement a conditionné l'organisation de notre étude. En effet, il apparaît que l'étude de l'impact CEM des filtres nécessite une modélisation fine des composants magnétiques pour permettre leur compréhension. Cette modélisation passe par la modélisation du rayonnement des deux composants principaux, l'inductance de MD (qui sera donnée dans le chapitre II) et le tore MC (chapitre III). Enfin, si les aspects rayonnés permettent d'évaluer les perturbations engendrées par ce système, les performances des composants dans leur environnement seront étudiées par l'étude en susceptibilité réalisée dans le chapitre IV.

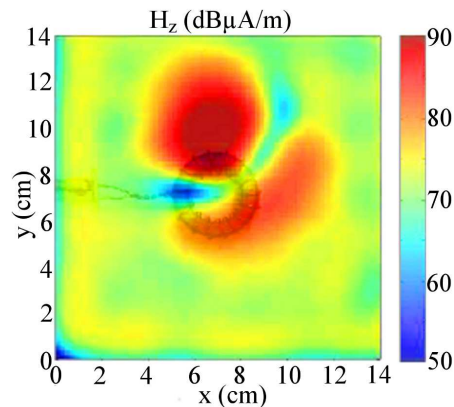


FIGURE I.26 – Champ magnétique H_z (dB μ A.m $^{-1}$) rayonné par une inductance à 10 kHz à 3 cm au-dessus du noyau.

Modélisation des composants à bobinage unique

Modélisation des composants à bobinage unique

La complexité des phénomènes de couplages dans les circuits d'électronique de puissance nécessite l'élaboration de modèles précis du rayonnement des composants magnétiques. En effet, les mesures présentées sur la figure I.26 montrent une différence entre les champs mesurés et le champ calculé théoriquement. Il est donc nécessaire de comprendre les phénomènes créant ces écarts et de les modéliser. Pour cela, nous avons décidé dans cette étude de nous limiter au cas des bobinages toriques qui sont largement utilisés en électronique de puissance et plus particulièrement dans les filtres CEM.

Afin de pouvoir établir un modèle précis des composants, nous avons décidé d'établir dans un premier temps un modèle numérique. L'intérêt d'une telle méthode est l'accès à toutes les grandeurs et composantes du champ magnétique qui permet donc une mise en évidence rapide des phénomènes de rayonnement de ces composants. Le composant modélisé est une inductance de mode différentiel constituée d'un seul bobinage monocouche enroulé sur un noyau magnétique.

II.1 Dimensionnement d'une inductance pour la simulation

II.1.1 Paramètres caractéristiques de l'inductance

Comme nous l'avons vu dans la section I.2, les composants magnétiques sont composés de deux éléments, le noyau et le bobinage. Afin d'établir un modèle précis, il semble donc important de s'intéresser aux caractéristiques de ces éléments.

II.1.1.a Paramètres du noyau

Le noyau a été modélisé par 3 paramètres, sa taille, sa perméabilité et la forme de sa section (rectangulaire ou circulaire). Il est important de noter que la non-linéarité de la perméabilité magnétique ainsi que la saturation de matériau ne sont pas prises en compte. En effet, les mesures effectuées aux Mines de Douai ont été faites dans plusieurs conditions d'amplitude pour le signal d'alimentation. Il est apparu que les phénomènes de dissymétrie observables existaient pour des conditions de fréquence et d'amplitude faibles. Les effets observés ne semblent donc pas créés par les effets de saturation ou de non-linéarité du noyau et ils n'ont pas été retenus comme paramètre dans cette étude.

II.1.1.b Paramètres du bobinage

Le bobinage est un élément déterminant dans la modélisation des composants magnétiques. La principale caractéristique des inductances est le nombre de spires qui les constituent. Cependant, la répartition des conducteurs autour du noyau joue un rôle important dans le calcul des éléments parasites. Afin de rendre compte de la répartition de manière précise, deux éléments ont été pris en compte : le rayon des spires autour du noyau ainsi que la répartition angulaire des spires. Enfin, la fréquence du courant dans le conducteur sera prise en compte. Les différents paramètres de la bobine sont donc récapitulés dans le tableau II.1.

Élément	Caractéristique retenue
Noyau	Dimensions du rayon (diamètres externe et interne)
Noyau	Perméabilité
Noyau	Forme de la section
Bobinage	Nombre de spires
Bobinage	Rayon des spires
Bobinage	Répartition angulaire des conducteurs
Bobinage	Fréquence d'alimentation

TABLE II.1 – Caractéristiques principales d'un composant magnétique

La modélisation du bobinage nécessite donc son tracé. Afin de faciliter celui-ci, il est nécessaire d'obtenir l'équation du bobinage dans l'espace.

II.1.2 Mise en équation du bobinage

II.1.2.a Bobine à section circulaire

L'équation paramétrique d'une bobine d'axe z constituée de N spires autour d'un tore de section circulaire de rayon R et dont le rayon des spires est R_i est donné par la formule (II.1)

$$\begin{aligned} r &= R - R_i \sin(N\theta) \\ z_c &= -R_i \cos(N\theta) \end{aligned} \tag{II.1}$$

où θ est l'angle autour du noyau. Cependant, l'objectif du travail était de pouvoir faire varier la densité angulaire de spires ainsi que leur rayon sur une zone de l'espace. Le domaine angulaire complet a donc été divisé en plusieurs sous-domaines caractérisés chacun par une densité et un rayon. La détermination de l'équation dans chaque sous-domaine est détaillée dans l'annexe A.

II.1.2.b Bobine à section rectangulaire

La bobine à section rectangulaire ne possède pas d'équation continue sur toute sa longueur. Elle est constituée d'une juxtaposition de spires définies par 12 points chacune. Chaque angle de la spire est constitué de 3 points qui permettent de créer les extrémités des segments de conducteur et le point définissant le coude de la spire. Une spire est représentée sur la figure

II.1. Comme chaque spire est définie par ses points principaux, il est facile de faire varier la densité de répartition et le rayon d'une spire à l'autre en modifiant la position angulaire et la distance au centre pour chaque point.

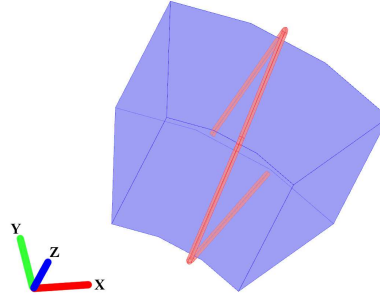


FIGURE II.1 – Définition d'une spire pour la bobine à section rectangulaire.

II.1.2.c Amenées de courant

Comme l'inductance de mode différentielle est un composant peu rayonnant en théorie, nous avons dû modéliser les amenées de courant afin de minimiser l'impact des extrémités du bobinage. Nous avons donc créé une torsade de fils conducteurs perpendiculaire aux extrémités du bobinage. L'équation de la torsade selon axe x dans le repère cartésien est donnée pour un fil par la formule (II.2).

$$\begin{aligned} y &= -\frac{A}{2} \sin(2\pi\rho x) \\ z_c &= -\frac{A}{2} \cos(2\pi\rho x) \end{aligned} \tag{II.2}$$

où ρ est le pas de rotation de la torsade et A est le rayon de la torsade défini par (II.3) avec d l'écart entre les conducteurs au départ, h l'écart désiré en sortie et δ le taux spatial de décroissance du rayon. Une rotation matricielle permet ensuite de placer correctement l'amenée par rapport au bobinage.

$$A = (d - h) \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) + h \tag{II.3}$$

Comme on peut le voir sur la figure II.2, l'absence d'amenée de courant entraîne une déformation de la zone de champ négatif ainsi qu'une augmentation de l'amplitude de la zone positive due à la terminaison du fil. L'absence d'amenée de courant crée en effet une boucle ouverte qui modifie le rayonnement du composant. L'amplitude du rayonnement des terminaisons ouvertes est en effet du même ordre de grandeur que celle de la bobine avec amenée. Il est important de noter également que, plus la torsade est serrée, plus son influence décroît rapidement lorsqu'on s'en éloigne, car la taille des boucles créées diminue.

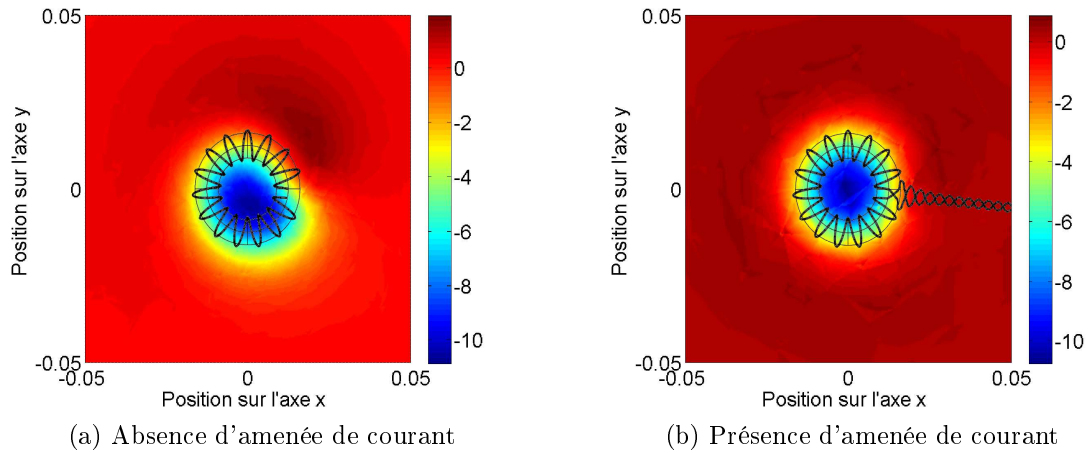


FIGURE II.2 – Influence de l'amenée sur le champ H_z ($A.m^{-1}$) à 1,6 cm au-dessus du tore.

II.1.3 Protocole de simulation

II.1.3.a Conditions limites

Pour faciliter la comparaison des simulations entre elles, les conditions sur l'environnement de simulation ont été fixées et seront les mêmes pour tous les résultats présentés par la suite.

- Le domaine principal est une sphère d'air de 25 cm de rayon.
- Les conditions de champ sur la surface de la sphère sont l'annulation des champs magnétiques et électriques.
- Les conditions de champ sur le conducteur et le matériau magnétique sont la continuité des champs à l'exception des deux surfaces utilisées pour l'injection du courant.
- Le courant injecté est défini par un courant d'amplitude 1 A à une fréquence de 10 kHz sur une des extrémités du bobinage, la condition définie sur l'autre extrémité étant la mise à la masse. La fréquence est choisie afin d'assurer la convergence des simulations.

II.1.3.b Maillage du composant

Les conditions de maillage sont différentes selon les modèles simulés. En effet, compte tenu des fortes variations de taille des composants un pas fixe n'était pas envisageable. Le maillage est donc raffiné à partir du maillage *normal* de COMSOL[®] jusqu'à atteindre la limite de convergence de la simulation. Bien que le maillage n'ait pas été optimisé, il donne des résultats satisfaisants dans la suite de l'étude et permet ainsi d'obtenir le maillage le plus fin possible tout en assurant la convergence des simulations.

II.1.3.c Exemples de composants modélisés

Dans cette étude, nous avons donc établi un protocole de dimensionnement virtuel de composants permettant de fixer la valeur des paramètres caractéristiques retenus pour notre. De plus, un jeu de paramètres de simulation a été imposé permettant ainsi une comparaison simple

des résultats. La figure II.3 montre deux modèles de bobines pouvant être créés avec des formes de section différentes ainsi que des variations de densité de bobinage et/ou de rayon.

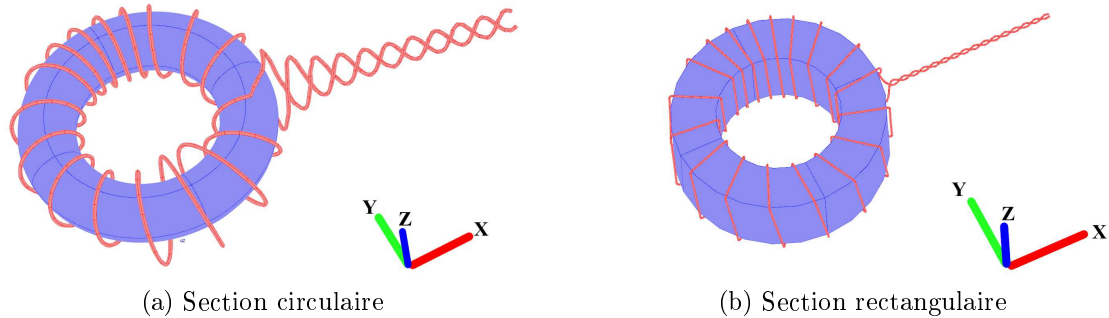


FIGURE II.3 – Modèles de bobines simulées.

Le modèle numérique établi permet donc d'étudier l'influence de chacun des paramètres caractéristiques de manière indépendante, et ceci dans des conditions fixées par les paramètres de simulation. On a donc une méthode d'essai répétable pour l'établissement d'un modèle de rayonnement.

II.1.4 Dispositif et protocole de mesure

II.1.4.a Présentation du banc

Avant de pouvoir tirer des conclusions des résultats donnés par les simulations, il est nécessaire de vérifier l'exactitude des résultats obtenus. Dans cette optique, un banc de mesure a été développé pour pouvoir effectuer une cartographie 2D du rayonnement des composants.

Structure

Le banc est réalisé en nylon 6 (polycaprolactame). Il s'agit d'un matériau plastique qui a été choisi pour ses propriétés non magnétiques et son élasticité. La sonde de champ magnétique est fixée au bout d'un bras dont le déplacement dans le plan de mesure est commandé par deux moteurs pas à pas. Une photographie de la partie mobile du banc est donnée sur la figure II.4.

Les moteurs sont fixés sous le banc et les mouvements sont donc entraînés par un système de courroie et de vis sans fin. Ce choix a été fait afin de ne pas transporter la masse des moteurs pour faciliter le déplacement et d'éviter les déformations du nylon sous l'effet du poids du moteur. Pour réduire le bruit électromagnétique généré par les moteurs, un plan de masse en cuivre a été ajouté sur le banc afin de servir d'écran électromagnétique. La connectique est également faite par câbles blindés et les cartes sont encapsulées dans des boîtiers métalliques permettant d'atténuer leur rayonnement.

Chaîne d'acquisition

Le protocole de mesure est piloté et synchronisé par un programme Labview[®] développé

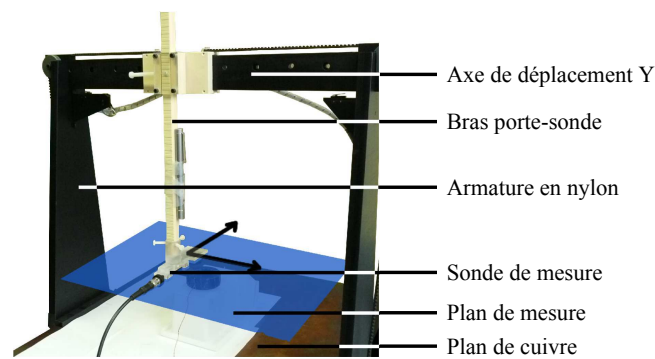


FIGURE II.4 – Banc de mesure.

au laboratoire. La mesure est réalisée par une sonde boucle reliée à un analyseur de spectre HP4195A qui stockent les données dans un fichier texte. Les déplacements sont contrôlés par une carte NI PCI 7340 qui permet d'interfacer les données de commande des moteurs et les informations des différents capteurs (capteur de butée, mise à zéro de position, ...). L'ensemble de la chaîne de mesure est représenté sur la figure II.5.

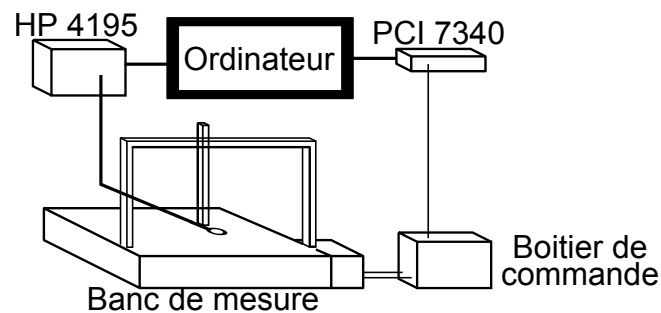


FIGURE II.5 – Chaîne de mesure.

Étalonnage du banc

L'étalonnage du banc se fait selon deux critères :

- le déplacement et le positionnement de la sonde doivent être assurés de manière précise et répétable.
- le coefficient d'atténuation des sondes doit être connu pour pouvoir remonter à la valeur réelle des champs.

Des défauts dans les chaînes de transmission ou dans les codages des déplacements sous LabView peuvent entraîner des erreurs de déplacement du même ordre de grandeur que les phénomènes observés et ainsi fausser leur interprétation. De plus, il existe toujours un jeu mécanique dans les chaînes de transmission. En effet, comme il est impossible de réaliser des pièces avec une géométrie parfaite, le jeu est une nécessité dans l'assemblage des éléments de la chaîne de transmission. Ainsi, le changement du sens de rotation des moteurs entraîne une *perte de pas* : pendant les premiers pas, le moteur tourne dans le vide pour rattraper le jeu mécanique et on a donc un défaut dans l'avancement du bras. Cependant, le jeu mécanique est

une erreur systématique et il est donc possible de le compenser en ajoutant un déplacement supplémentaire lors du changement de sens de rotation des moteurs. De plus un algorithme de déplacement mis au point dans [Béreau, 2007] permet de limiter les changements de sens et donc de minimiser les erreurs potentielles. Cet algorithme est représenté sur la figure II.6.

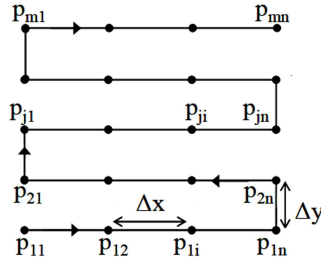


FIGURE II.6 – Algorithme de déplacement des sondes.

Le positionnement de la sonde est assuré. Il est maintenant nécessaire de vérifier la concordance des valeurs mesurées avec celles attendues théoriquement. Pour cela, l'étalonnage des sondes est fait par l'intermédiaire de la mesure du champ rayonné par une spire.

II.1.4.b Sondes de champ magnétique

Présentation des sondes utilisées

Les sondes utilisées pour les mesures sont des sondes boucles issues du kit de sondes champ proche 7405 de la société ETS-Lindgren. Nous avons utilisé celle de 3cm de diamètre pour assurer un niveau de tension suffisant en sortie du capteur. La sonde est constituée d'une boucle simple fabriquée à partir d'un câble coaxial semi-rigide. L'âme et le blindage de l'extrémité sont reliés au blindage à l'entrée comme illustré sur la figure II.7.

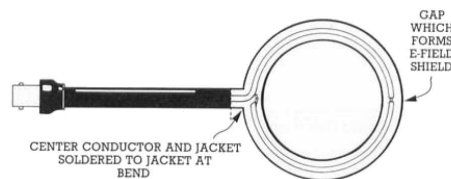


FIGURE II.7 – Schéma de la sonde de champ magnétique.

Des portes-sondes ont également été usinés afin de pouvoir fixer la sonde de mesure dans différentes positions. La photo du porte-sonde pour la mesure du champ selon l'axe z est donnée sur la figure II.8. Le porte-sonde est également réalisé en plastique afin d'être transparent vis-à-vis du champ.

Afin de pouvoir étalonner les sondes, il était nécessaire de les étalonner. Le calcul du champ rayonné par une spire de courant est nécessaire pour cette étape et est donc rappelé ici.

Champ rayonné par une spire de courant

Les sondes ont été étalonnées en comparant le champ mesuré à celui calculé analytiquement

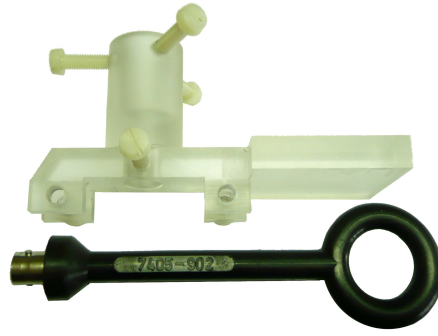


FIGURE II.8 – Porte-sonde pour l'axe z .

pour une spire parcourue par un courant. Le champ magnétique rayonné par une spire est décrit dans de nombreux ouvrages et son calcul complet est détaillé dans l'annexe B [Durand, 1968, Balanis, 1997].

Considérons une spire de rayon a parcourue par un courant $I = I_0 e^{j\omega t}$. On appellera Γ le contour de la spire. Cette spire est située au centre du repère (O, x, y, z) comme illustré sur la figure II.9. Nous nous intéressons à la zone de champ proche, c'est-à-dire pour une distance r vérifiant l'expression $r < \frac{\lambda}{2\pi}$.

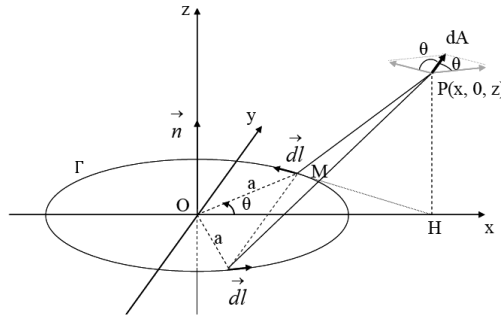


FIGURE II.9 – Schéma de la spire [Durand, 1968].

Au vu de la symétrie, il paraît judicieux de se placer en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) . De plus l'invariance par rotation permet d'affirmer que le champ ne dépend pas de la coordonnée θ . Afin de simplifier les expressions, on définit par H le projeté orthogonal du point P sur le plan xOy , on a alors $r = \sqrt{z^2 + MH^2}$. De plus le théorème de Pythagore généralisé donne (II.4)

$$MH = \sqrt{a^2 + \rho^2 - 2a\rho \cos \theta} \quad (\text{II.4})$$

On définit de plus la variable k par (II.5)

$$k = \sqrt{\frac{4a\rho}{(a + \rho)^2 + z^2}} \quad (\text{II.5})$$

L'expression analytique du champ magnétique peut alors être donnée par l'intermédiaire des fonctions intégrales de Legendre notées $\mathcal{J}_1(k)$ et $\mathcal{J}_2(k)$ définies par les équations (II.6).

Ces deux fonctions sont définies pour des valeurs de k comprises dans l'intervalle $[0; 1]$ et sont représentées sur la figure II.10.

$$\mathcal{J}_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} \quad \text{et} \quad \mathcal{J}_2 = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi \quad (\text{II.6})$$

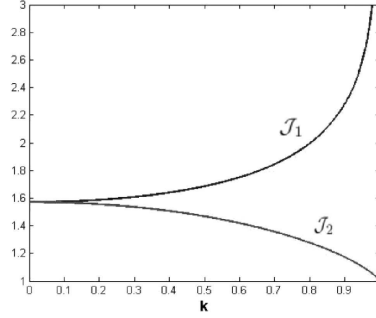


FIGURE II.10 – Représentation des fonctions de Legendre.

On obtient alors l'expression du champ magnétique donnée par (II.7).

$$\begin{cases} H_\rho = \frac{Ikz}{4\pi\rho\sqrt{a\rho}} \left[-\mathcal{J}_1(k) + \frac{a^2 + \rho^2 + z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2(k) \right] \\ H_\theta = 0 \\ H_z = \frac{Ik}{4\pi\sqrt{a\rho}} \left[\mathcal{J}_1(k) + \frac{a^2 - \rho^2 - z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2(k) \right] \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Mesure du facteur d'antenne

Afin d'obtenir la valeur du facteur d'antenne, nous avons réalisé une spire de 5 cm de diamètre sur une plaque de PCB. Cette spire est alimentée par un câble coaxial ce qui limite son rayonnement. Le champ rayonné par la spire a alors été mesuré (figure II.11a) et calculé (figure II.11b) à 4 cm au-dessus de la spire sur la gamme de fréquences 1 kHz - 10 MHz.

La différence entre les deux champs permet donc de déterminer la valeur de facteur d'antenne défini comme le rapport entre l'amplitude du champ théorique et la tension mesurée sur l'analyseur. L'évolution du facteur est donc donnée par la formule (II.8) et est représentée sur la figure II.12. On observe bien une décroissance du facteur avec la fréquence.

$$FA = \frac{H(A/m)}{V(V)} = \frac{10^{8,367}}{f} \quad (\text{II.8})$$

II.1.4.c Conditions de mesures et validation

Le dispositif de mesure étant fiable, celui-ci peut maintenant servir à valider les simulations faites. Nous avons simulé un tore à noyau ferromagnétique de section rectangulaire constitué de 15 spires et nous avons comparé son rayonnement à celui du composant réel. Le noyau ferromagnétique utilisé est un noyau NiZn de chez Würth Elektronik (modèle 74270191) présentant

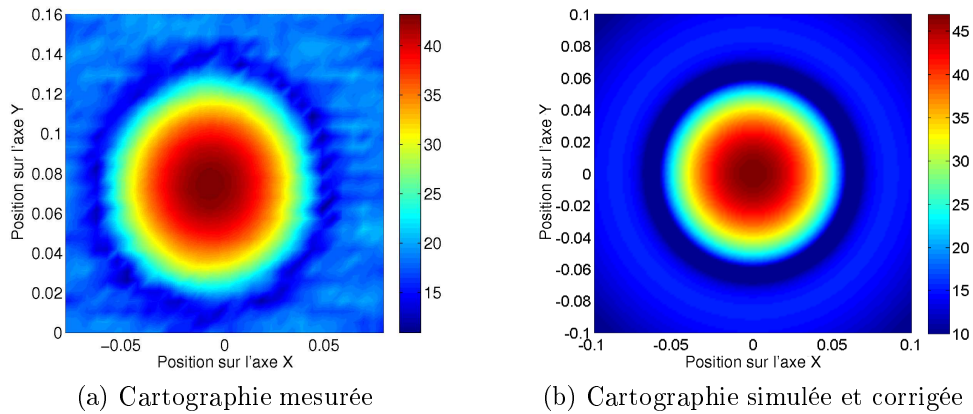


FIGURE II.11 – Cartographies de rayonnement de la spire ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$)

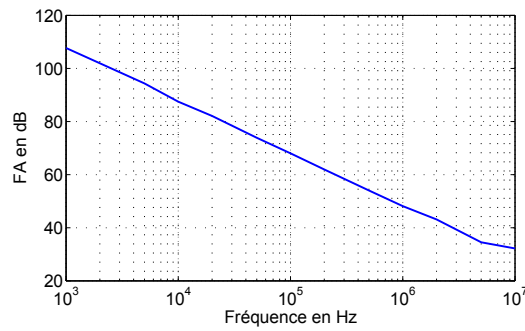


FIGURE II.12 – Évolution du facteur d'antenne (dB) en fonction de la fréquence.

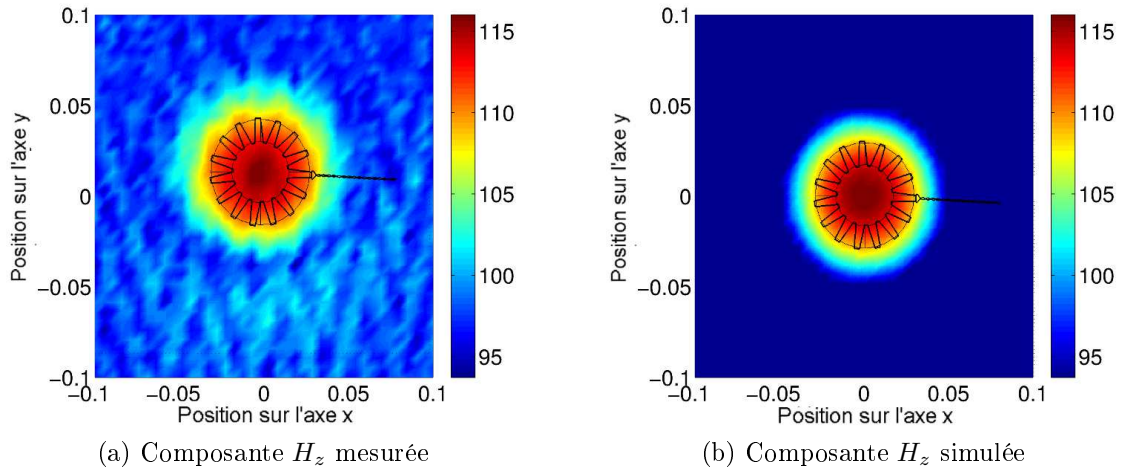
un diamètre extérieur de 61,0 mm et un diamètre intérieur de 35,5 mm. La hauteur du noyau est de 20 mm.

Sauf indications contraires, les conditions de cartographie seront les mêmes dans toute cette étude.

- L'inductance est alimentée par un courant sinusoïdal d'amplitude 1 A à une fréquence de 10 kHz.
- La perméabilité relative du matériau valant 1000 entre 10 kHz et 1 MHz nous pourrions négliger ses variations.
- Les résultats de cartographie présentés sont une cartographie de 20 cm x 20 cm réalisée avec un pas de 5 mm à 4 cm au-dessus de plan médian du tore.
- Le composant est disposé sur un support en nylon et est donc à une quinzaine de centimètre du plan de cuivre ce qui permet de négliger la réflexion magnétique du composant.

Les résultats sont donnés sur la figure II.13 pour la cartographie de l'inductance présentée au paragraphe précédent.

Le banc de mesure développé permet donc de valider les résultats issus des simulations en réalisant une cartographie du champ. Toutefois les simulations donnent accès à plus d'informations que les mesures et seront donc davantage exploitées que les cartographies mesurées.


 FIGURE II.13 – Comparaison des champs simulés et mesurés ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$).

II.2 Influence de la variation des paramètres

II.2.1 Paramètres d'extraction des valeurs

Dans cette partie ainsi que dans la suite de l'étude, les données présentées sont obtenues de manière similaire **sauf indication ponctuelle**. Les paramètres de post-traitement sont donc donnés ici.

- Les données utilisées sont prises à 4 cm au-dessus du plan médian du tore.
- Les comparaisons entre données simulées sont données en $\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$.
- Les comparaisons entre simulation et mesure sont données en $\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$. Le facteur d'antenne est ajouté sur les données mesurées pour effectuer la correction et obtenir la valeur réelle.
- Les valeurs d'énergie sont calculées par intégration de la densité d'énergie magnétique dans le domaine considéré sous COMSOL[®]. Il est important de noter que la taille de la sphère d'air est suffisante pour pouvoir négliger son influence sur la valeur de l'énergie magnétique dans l'air.

Dans la plupart des cas, et pour des raisons de place, les cartographies seront montrées uniquement pour la composante H_z normale au tore. Une fois les conditions de comparaison établies, nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres caractéristiques de l'inductance sur sa géométrie de rayonnement.

II.2.2 Limite de validité de la théorie existante

L'hypothèse classique du calcul du champ rayonné par une inductance torique est l'équivalence pouvant être faite entre la bobine et une spire parcourue par un courant. Pour vérifier sa validité, nous avons simulé donc une inductance composée d'un tore ferromagnétique à section circulaire de perméabilité $\mu_r = 4000$ constitué de 15 spires réparties de manière homogène autour du noyau. Le rayonnement de cette inductance a été ensuite comparé à celui de trois

spires de diamètres significatifs :

- une dont le rayon est égal au rayon intérieur du tore,
- une dont le rayon est égal au rayon moyen du tore,
- une dont le rayon est égal au rayon extérieur du tore.

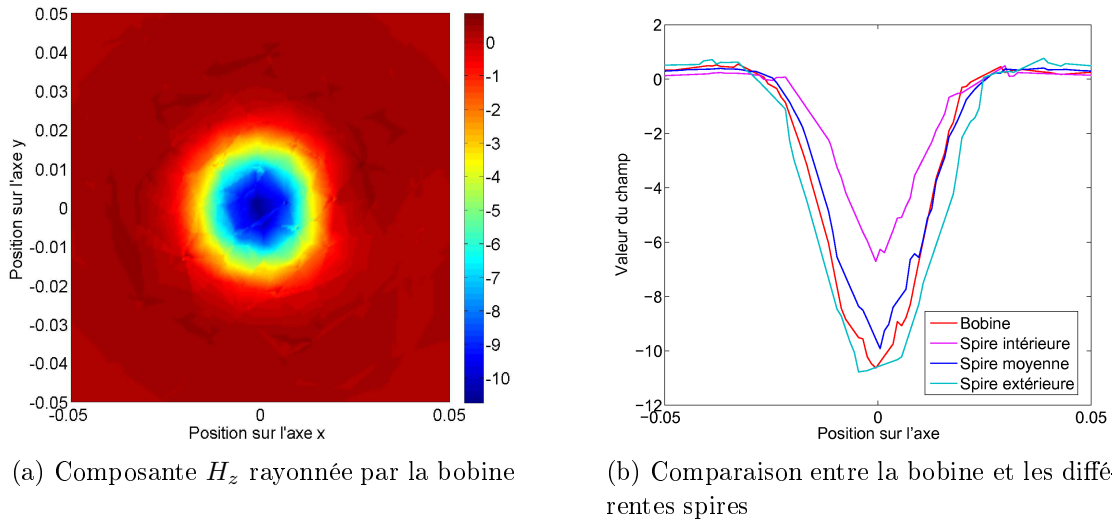


FIGURE II.14 – Validation de l'équivalence spire/bobine.

Les figures de rayonnement des différentes spires et de la bobine sont représentées sur la figure II.14. L'allure du champ est représentée sur la figure II.14a et les différents champs simulés sont comparés selon l'axe Oy sur la figure II.14b. On observe bien que les allures des champs sont les mêmes dans le cas de la bobine et des différentes spires. En revanche la spire *extérieure* est celle dont les niveaux de champ rayonné sont les plus proches de ceux de la bobine. On peut donc en conclure que l'hypothèse de l'équivalence entre une bobine torique et la spire *extérieure* est valide dans le cas d'un modèle simple.

Malgré la validation de l'hypothèse, les résultats obtenus ne permettent pas d'expliquer les résultats obtenus sur la figure I.26. Il est donc nécessaire d'étudier l'influence des différents paramètres de l'inductance sur le rayonnement du composant.

II.2.3 Paramètres liés au noyau

Afin d'étudier les paramètres du noyau, les caractéristiques du bobinage sont fixées. Celui-ci est composé de 15 spires réparties de manière homogène autour du noyau et est alimenté par un courant de 1A à une fréquence de 10 kHz. Les données des différentes figures sont conformes au protocole donné dans la partie II.2.1

II.2.3.a Taille et section

Les deux paramètres relatifs au noyau qui sont fixes et déterminés par l'utilisateur sont la taille et la forme du noyau. Nous avons donc simulé différents composants de tailles et de sections différentes. Les cartographies de champ rayonné sont similaires à celle observable figure II.14a. Cependant les niveaux de champ sont différents. On constate en effet une augmentation de l'énergie rayonnée dans l'air avec l'augmentation du diamètre externe du noyau. Ces observations coïncident avec l'hypothèse d'équivalence à la spire étant donné que la valeur maximale du champ au centre de la spire est donnée par la formule (II.9) où a est le rayon de la spire et z la hauteur par rapport au centre de la spire. La valeur H_0 augmente bien pour les faibles valeurs du rayon.

$$H_0 = \frac{Ia^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{II.9})$$

En revanche, une diminution du rayon interne de la bobine réduit l'amplitude du champ rayonné. Ceci s'explique par le fait que la zone de fuite à l'intérieur du noyau est plus faible et les fuites sont donc réduites. La dimension du noyau permet donc de modifier le niveau du champ, mais pas sa géométrie.

II.2.3.b Perméabilité

L'influence de la perméabilité a été étudiée en faisant varier la valeur de μ_r de 1 à 10000 pour une géométrie donnée. Le matériau est considéré comme linéaire et ne présente pas de saturation. Bien que la topographie du rayonnement ne varie pas par rapport à la figure II.14a, les niveaux de champ sont modifiés par la perméabilité. La figure II.15 montre l'évolution de l'énergie magnétique rayonnée dans l'air en fonction de la perméabilité magnétique relative μ_r . On observe une augmentation de l'énergie avec la perméabilité pour de faibles valeurs de μ_r puis, lorsque sa valeur atteint quelques centaines, l'énergie atteint une valeur limite et la perméabilité n'a plus d'influence.

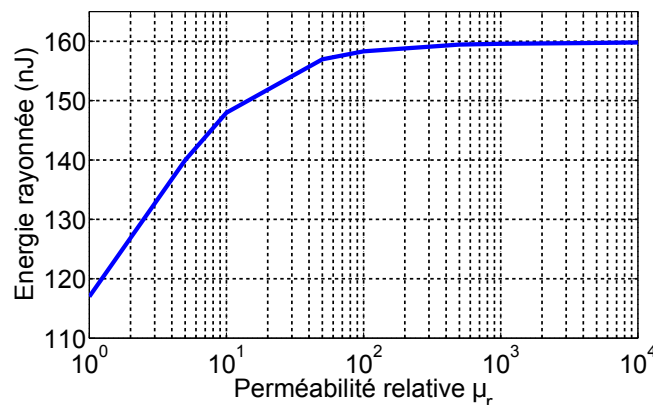


FIGURE II.15 – Évolution de l'énergie magnétique en fonction de la perméabilité relative.

Les résultats obtenus confortent donc les hypothèses avancées dans la partie I concernant l'absence d'influence de la perméabilité pour de fortes valeurs de μ_r . Compte tenu des hy-

pothèses de linéarité et de non-saturation du noyau, l'étude sur la perméabilité fournit les mêmes informations que l'étude fréquentielle. En effet les signaux d'électronique de puissance contiennent des harmoniques élevées à des fréquences où les perméabilités magnétiques chutent. L'augmentation de fréquence n'entraîne donc pas une dissymétrie du rayonnement, mais une diminution des amplitudes due à la variation de perméabilité.

Bien qu'elles influent sur les niveaux de champ rayonné, les propriétés du noyau ne sont pas la cause des dissymétries de champ. Il est donc important d'approfondir la prise en compte du bobinage pour l'établissement du modèle.

II.2.4 Paramètres liés au bobinage

II.2.4.a Nombre de spires

Le nombre de spires est un paramètre primordial pour dimensionner la valeur de l'inductance. Pour vérifier si ce choix avait une incidence sur la topographie du rayonnement, 3 bobines composées respectivement de 10, 15 et 18 spires ont été simulées. Le champ rayonné dans l'air est le même pour tous les composants aussi bien en terme de géométrie que de niveau. On a cependant une augmentation de l'énergie rayonnée. Dans le noyau, on observe une augmentation des niveaux de champ et d'énergie avec le nombre de spires. Nous avons donc comparé les énergies rayonnées dans l'air (notées E_{air}) et dans le noyau (E_{noyau}) entre les différents composants. Les résultats sont donnés dans le tableau II.2.

Nombre de spires N	E_{air} (nJ)	E_{noyau}	E_{noyau}/N^2	E_{air}/N
10	115.3	213.6	2.14	11.5
15	159.7	480.6	2.14	10.64
18	176.6	692.1	2.14	9.8

TABLE II.2 – Influence du nombre de spires sur l'énergie.

Dans un premier temps on observe bien une relation de proportionnalité entre l'énergie dans le noyau et le carré du nombre de spires comme on le trouve classiquement dans la littérature. En revanche, la relation entre l'énergie rayonnée dans l'air et le nombre de spires n'apparaît pas clairement. Ceci est dû au fait que les inductances à noyau torique sont des composants avec très peu de fuites par nature. Le rayonnement dans l'air est principalement dû aux imperfections de couplage et la relation entre le bobinage et l'énergie rayonnée nécessite donc d'approfondir le modèle.

II.2.4.b Variation du rayon des spires

Une des hypothèses expliquant la dissymétrie du rayonnement des bobines était que la variation du rayon autour du tore modifiait ponctuellement le couplage magnétique et pouvait augmenter les fuites en ce point. Pour étudier cela, les bobines simulées présentent une augmentation du rayon des spires dans un secteur angulaire de 60° sur le tore comme illustré

sur la figure II.16a. La simulation montre que cette variation de paramètre n'influence pas la répartition du champ au-dessus du tore. Afin de détecter un éventuel effet sur le couplage, nous avons alors comparé les niveaux de champ comme indiqué sur la figure II.16c. Le niveau de champ est similaire dans le cas idéal et lorsqu'on modifie le rayon des spires ce qui permet d'éliminer ce paramètre des causes de dissymétries dans le rayonnement des bobines.

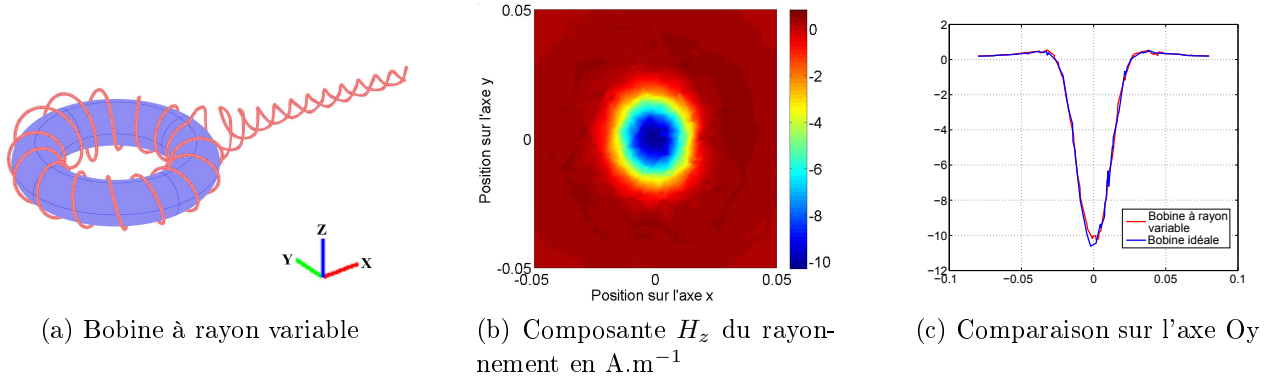


FIGURE II.16 – Simulation de la bobine à rayon variable

II.2.4.c Variation de la densité de répartition de bobinage

Le deuxième paramètre à étudier est le pas de bobinage. En effet si le bobinage réparti idéalement produit un flux homogène dans le tore, on peut penser qu'une variation de la répartition des spires produirait un déséquilibre du champ qui s'évacuerait sous forme de fuites. Afin de valider cette hypothèse, nous avons réalisé une simulation où le pas de bobinage est doublé dans un secteur angulaire de 60° . Le reste de la bobine est bobiné avec une densité angulaire M définie par

$$M = \frac{N}{2\pi} \text{ avec } N = 15. \quad (\text{II.10})$$

Afin de comparer les résultats, plusieurs simulations ont été faites en changeant la position du domaine bobiné plus densément autour du tore. Les résultats étant similaires nous ne présentons qu'un seul résultat qui correspond au tore réalisé pour la mesure par la suite. Ce tore est illustré figure II.17a.

Cette série de simulation fait apparaître de manière évidente l'effet de dissymétrie observé en mesure. En plus de l'apparition des 2 pôles observés sur la cartographie figure II.17b, l'évolution du champ selon l'axe X représenté figure II.17c montre une augmentation de l'amplitude de champ. On remarque de plus que les pôles sont situés de part et d'autre du domaine bobiné plus fortement. Le pas de bobinage est donc un paramètre majeur afin de pouvoir déterminer le diagramme de rayonnement. En effet, il semble que la partie bobinée plus fortement conditionne le rayonnement du composant.

Afin de valider les résultats obtenus, le composant a été réalisé. La position des conducteurs devait être assurée de manière précise et des guides de bobinages ont donc été usinés pour fixer

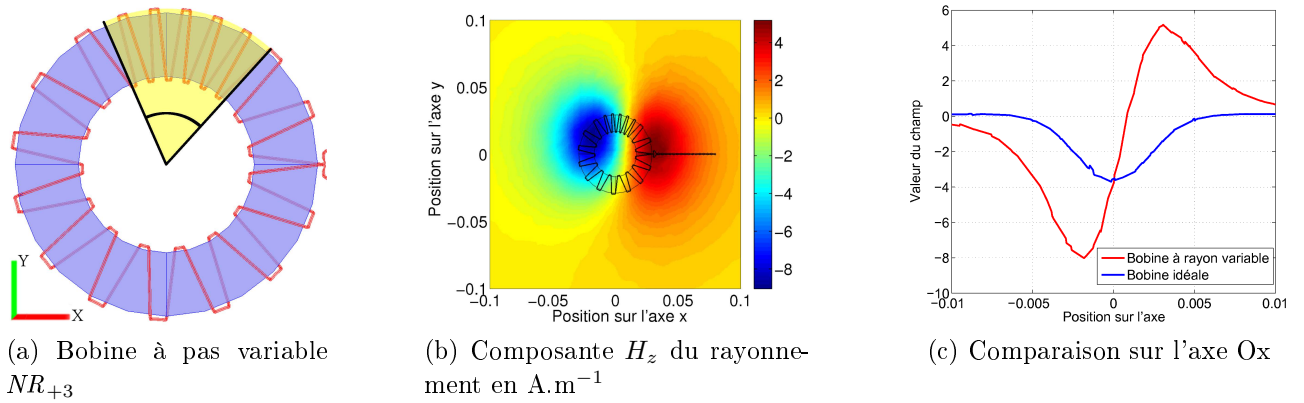


FIGURE II.17 – Simulation de la bobine à pas variable

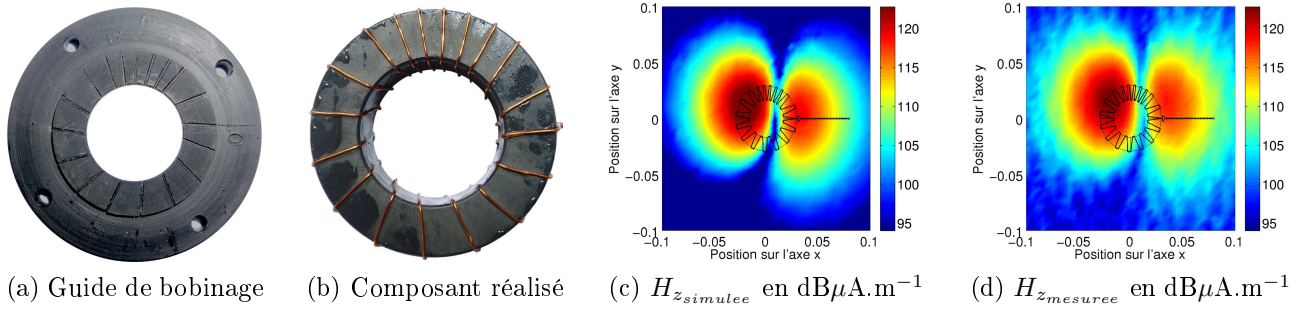


FIGURE II.18 – Validation expérimentale de la variation de densité

le bobinage de manière précise. Le guide et le composant réalisé sont représentés figure II.18. Le noyau est pressé entre les deux faces du guide et le fil est bobiné autour du noyau en passant dans les ouvertures. La bobine est ensuite recouverte de résine époxy pour fixer la position des spires de manière permanente. Les conditions de mesures sont les mêmes que dans la section II.1.4.c.

Compte tenu des résultats, il semble intéressant de représenter l'allure du champ d'une bobine *idéale* et d'une bobine *non régulière* (NR) selon les trois axes sur la figure II.19.

On observe bien des différences sur les trois axes, aussi bien en termes de géométrie que de niveau de rayonnement. Dans la suite de l'étude, nous ne présenterons que les résultats relatifs à la composante normale H_z afin d'alléger la présentation des figures. À la suite de cette étude, il apparaît que, si certains paramètres modifient le niveau de rayonnement, la modification de la densité de bobinage est le seul paramètre entraînant une dissymétrie de la répartition du champ magnétique. Afin de quantifier ce phénomène, nous avons donc cherché à établir une loi de comportement permettant d'expliquer les effets observés.

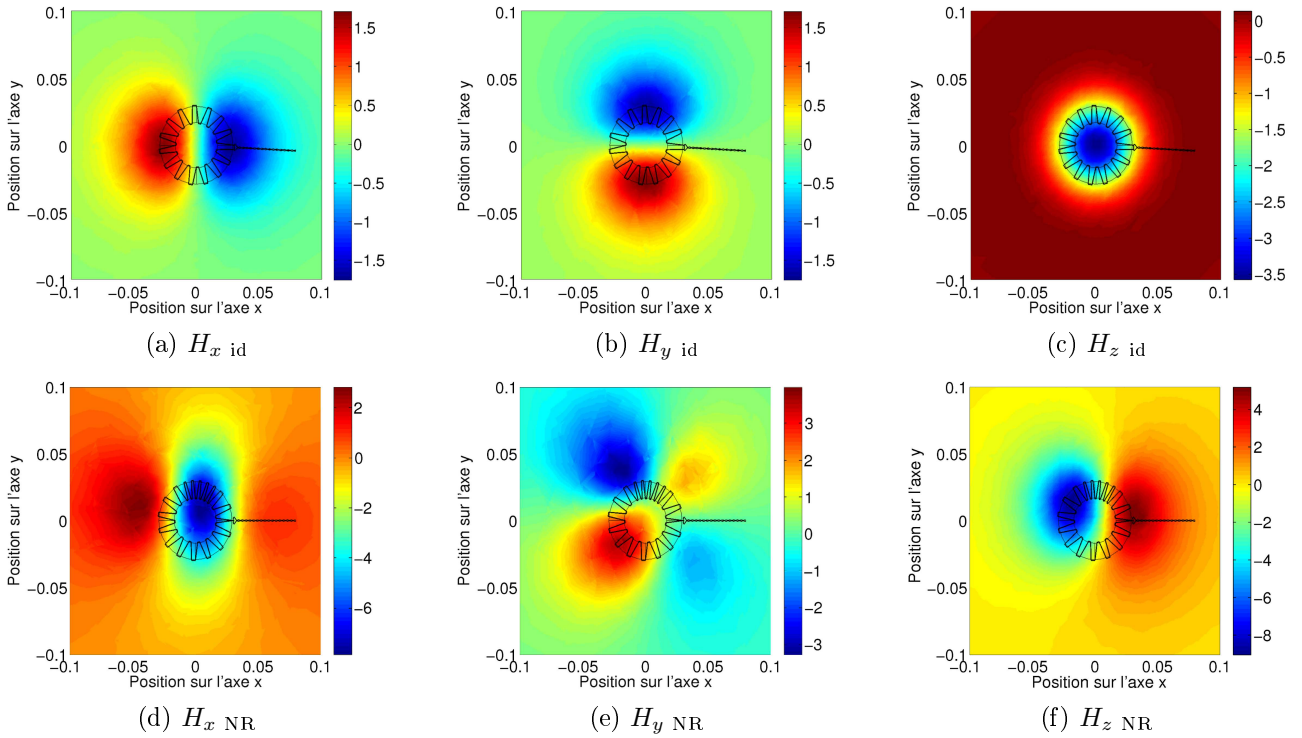


FIGURE II.19 – Comparaison du champ magnétique rayonné (A.m^{-1}) entre bobine *idéale* et *NR*.

II.3 Détermination d'une loi de comportement

Dans cette partie l'influence de la variation de la densité de répartition de bobinage sera quantifiée par l'établissement d'une loi de comportement. Afin d'obtenir les valeurs d'énergie rayonnée et une précision plus importante sur les grandeurs de champ, les développements suivants sont basés sur des résultats de simulation.

II.3.1 Modification du diagramme de rayonnement

Pour étudier l'influence du tore, 5 composants ont été comparés. Les deux premiers sont des composants dits *idéaux* Id_1 et Id_2 composés respectivement d'un bobinage de 15 et 18 spires réparties régulièrement autour du noyau. Les autres composants sont des bobines *non régulières* (*NR*) dont le bobinage présente une modification de la densité de répartition de bobinage. Nous avons ajouté 3 spires par rapport à Id_1 dans un domaine de 60° représenté en jaune sur la figure II.17b (NR_{+3}) alors qu'une spire a été enlevée sur celle figure II.20b (NR_{-1}) et 6 spires ont été ajoutées sur la figure II.20a (NR_{+6}). Les cartographies de rayonnement sont données également sur les figures II.20d et II.20c.

Plusieurs effets sont observables sur les cartographies :

- l'ajout et la soustraction de spires entraînent tous les deux l'apparition de deux maxima de champ situés de part et d'autre de la portion où le bobinage est modifié.

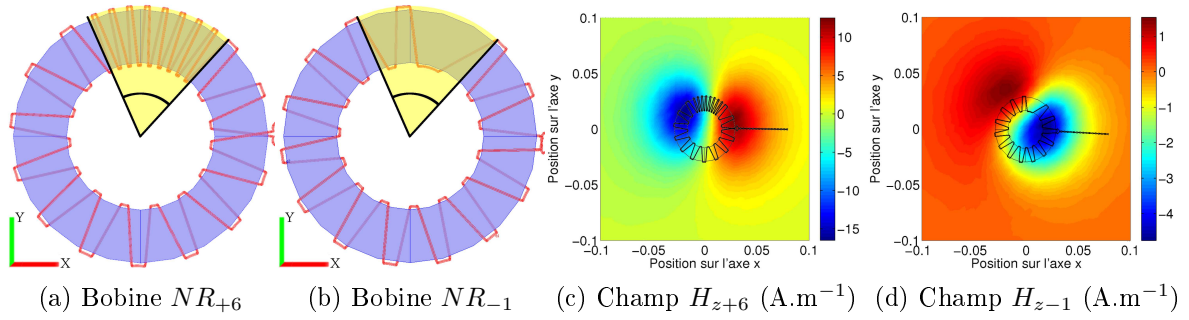


FIGURE II.20 – Étude de l'influence du pas de bobinage

- dans les cas NR_{+3} et NR_{+6} , l'amplitude des maxima augmente avec le nombre de spires ajoutées.
- le signe des extrema est modifié dans les mêmes régions de l'espace selon que l'on ajoute ou soustrait les spires.

Il semble donc que la présence d'une imperfection détermine le comportement magnétique de la bobine, aussi bien en terme d'amplitude que de géométrie. Cependant, la variation de l'amplitude n'est pas proportionnelle à celle du nombre de spires et le rayonnement obtenu semble donc être la combinaison de plusieurs phénomènes. Afin d'établir la relation entre le champ rayonné et le nombre de spires, nous nous sommes donc intéressés à l'énergie rayonnée dans l'air.

II.3.2 Énergie magnétique rayonnée

Les niveaux d'énergie magnétique pour chaque composant sont donnés dans le tableau II.3. L'énergie E est donnée dans chaque cas en fonction du nombre de spires N pour chaque cas. Dans le cas des bobines NR , le nombre de spires modifiées est noté ΔN .

 TABLE II.3 – Niveau d'énergie pour les bobines NR

Cas	N	E (nJ)	ΔN	η	ΔE (nJ)	$\nu = \Delta E / \Delta N^2$
Id_1	15	159	0	10.6	0	\sim
Id_2	18	177	\sim	9.83	\sim	\sim
NR_{-1}	14	172	-1	12.3	13	13.0
NR_{+3}	18	282	+3	15.77	123	13.7
NR_{+6}	21	634	+6	30.2	475	13.2

Deux effets étonnants peuvent être observés. Le premier vient de la comparaison entre la bobine *idéale* à 15 spires et la bobine NR_{-1} à 14 spires. Nous observons en effet un niveau de rayonnement plus élevé bien que l'on ait enlevé une spire. Ce résultat est en accord avec l'augmentation de l'amplitude du champ magnétique, mais est en contradiction avec le comportement habituel des bobines, à savoir que l'énergie augmente avec le nombre de spires. Nous

pouvons également constater que, à nombre de tours constant, il y a une différence importante entre les valeurs calculées pour la bobine *idéale* comportant 18 spires et la bobines NR_{+3} . L'énergie rayonnée par la bobine NR est en effet 1,6 fois plus importante que pour une bobine idéale ayant le même nombre de spires. Nous pouvons donc conclure que pour un nombre de spires N donné, la bobine *idéale* minimise l'énergie rayonnée. Nous avons comparé le rapport $\eta = \frac{E}{N}$ pour les composants et on observe que ce rapport augmente fortement en présence d'un défaut.

Nous avons fait l'hypothèse que le rayonnement des composants était la combinaison de plusieurs phénomènes. D'après les résultats obtenus grâce aux cartographies, nous sommes partis du principe qu'une bobine NR rayonne comme un composant en deux parties. L'amplitude du champ est en effet la somme du champ rayonné par une bobine *idéale* (qui est très faible) et d'un champ indéterminé proportionnel au nombre ΔN de spires ajoutées ou enlevées. Ce nombre est obtenu par analyse du bobinage. Le calcul de ΔN est donné pour la bobine NR_{+3} représenté figure II.17a. La bobine est divisée en domaines où la distribution angulaire de bobinage est constante. Dans notre cas nous avons deux domaines : le domaine délimité en jaune et le reste du bobinage. Afin de déterminer la bobine *idéale* équivalente, nous additionnons la largeur de tous les domaines angulaires présentant le même pas de bobinages et nous définissons le plus large comme référence, déterminant ainsi la bobine *idéale* et sa densité angulaire M . Pour la bobine NR_{+3} , il apparaît clairement que le domaine qui n'est pas surligné en jaune couvre la majeure partie de la bobine. Nous comptons alors le nombre de spires dans le domaine en défaut et celui qu'il devrait y avoir en absence de défaut. Le nombre ΔN est donc calculé par :

$$\Delta N = N_{\text{défaut}} - M * \Delta\theta = 5.5 - \frac{15}{2\pi} * \frac{\pi}{3} = 3 \quad (\text{II.11})$$

En suivant l'hypothèse de superposition, l'énergie magnétique a elle aussi été séparée en deux parties. La première est l'énergie rayonnée par la bobine *idéale* utilisée comme référence. L'autre partie s'exprime par la différence d'énergie ΔE entre le niveau de rayonnement de la bobine NR et celui de la bobine idéale. Un nouveau rapport peut donc être défini par l'équation (II.12). La variation de champ étant proportionnelle au nombre ΔN , nous avons fait l'hypothèse que la variation d'énergie était proportionnelle au carré du champ et donc à ΔN^2 .

$$\nu = \frac{\Delta E}{\Delta N^2}. \quad (\text{II.12})$$

Il apparaît que le rapport ν est constant pour les bobines NR . Le défaut du bobinage se comporte comme un composant supplémentaire dont le rayonnement doit être ajouté à celui de la bobine *idéale* de référence. En partant de cette constatation, un modèle de bobine peut être développé.

II.4 Modélisation des défauts

L'interprétation des phénomènes observés n'a été possible qu'après analyse de résultats obtenus par mesure ou simulations. L'objectif de ce travail est de déterminer un modèle prédictif

permettant d'évaluer le rayonnement du composant magnétique en analysant uniquement son bobinage. Avant de pouvoir établir un modèle, il est cependant nécessaire de définir une méthode d'évaluation des modèles développés permettant de les classer objectivement.

II.4.1 Validation par FSV

La Feature Selective Validation (FSV) est une méthode développée dans les années 90 pour valider les avancées faites dans le développement des simulations des phénomènes électromagnétiques. Cette technique est utilisée pour valider les modèles notamment dans le cas de comparaisons entre modèle et expérimentation ou entre différents modèles. Toutefois, notamment dans le cas de données 2D en CEM, la comparaison de données est qualitative et sa validité est souvent liée à l'expérience de celui qui la fait. Le but de la FSV est d'obtenir un moyen de comparaison quantitatif et utilisable par tous.

II.4.1.a Échelle de classement visuel

Dans un graphique ou une image, la structure d'ensemble est composée de traits caractéristiques représentant des motifs dans la figure. L'interprétation visuelle d'une image ne peut rendre compte de l'ensemble de ces traits et le procédé de comparaison visuelle consiste donc à en extraire les informations critiques [Duffy et al., 2006]. Il a ainsi été montré que l'étude visuelle d'un tableau se focalise sur les zones comprenant de nombreux détails et que très peu de temps est accordé à la forme générale et aux zones de faibles détails [Hilsenrath and Zeevi, 1990]. Concernant la comparaison de deux figures, celle-ci s'effectue donc par l'évaluation de la ressemblance entre les traits caractéristiques des deux figures. Dans le contexte CEM, cela se caractérise par exemple par la comparaison de l'amplitude et de la fréquence des composantes hautes fréquences de deux spectres. Un jugement global de la ressemblance des figures peut donc être donné. En se basant sur les termes les plus courants dans les publications scientifiques, une échelle de classification peut être déterminée. Le principe de notation est représenté sur le diagramme II.21 [Orlandi et al., 2006].

La validation des résultats nécessite cependant la connaissance du système ainsi que des problématiques du domaine pour pouvoir apprécier les différences entre modèles. La FSV doit permettre de s'affranchir de cette connaissance en donnant un classement quantifié du résultat.

II.4.1.b Types de données

La FSV se base sur trois types de données relatives à la représentation désirée :

- l'*Amplitude Difference Measure (ADM)* représente les variations "lentes" du signal *i.e* l'enveloppe et l'allure générale de la figure.
- la *Feature Difference Measure (FDM)* représente les variations "rapides" du signal *i.e* les pics et creux de la figure.
- la *Global Difference Measure (GDM)* donne une appréciation globale de la correspondance des jeux de données à comparer et offre un critère rapide. La GDM est obtenue à

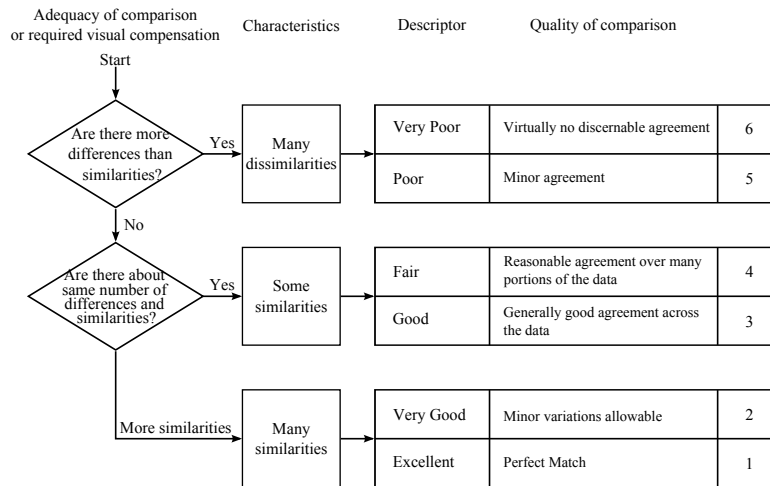


FIGURE II.21 – Échelle de classification visuelle.

partir de la compilation de la FDM et de l'ADM.

Ces données permettent donc de valider un modèle selon les critères choisis ou dans sa globalité. De la même manière, les résultats donnés par la FSV dépendent de la granularité d'étude désirée. Il existe ainsi trois types de données :

1. Les données notées xDM (avec $x= A,F$ ou G) représentent les données globales de la figure.
2. Les données notées xDM_i sont les données calculées en un point de la figure. Elles donnent accès à plus de détail et notamment à la localisation des zones d'erreur.
3. Les données notées xDM_c donnent la densité de probabilité de chacune des grandeurs. Celle-ci montre la proportion des données xDM_i dans chacune des catégories de l'échelle de classification visuelle. Elle permet d'évaluer la confiance qu'on peut apporter à un modèle.

Ces résultats peuvent être obtenus par la manipulation des jeux de données à comparer.

II.4.1.c Calcul des grandeurs

Séparation des fréquences

Afin de pouvoir distinguer les variations "lentes" et "rapides" il est nécessaire de passer dans l'espace de Fourier. La procédure de calcul est donc la suivante :

1. À partir de deux jeux de données (indités 1 et 2), une surface de chevauchement est définie. Les données sont éventuellement interpolées pour assurer l'égalité du nombre de points dans chaque jeu.
2. La transformée de Fourier bidimensionnelle est appliquée à chacun des jeux. Dans l'espace de Fourier, chaque cercle représente une fréquence. Dans le cas discret, les premiers cercles sont représentés sur la figure II.22a. Une bande de fréquence est donc symbolisée par une couronne dans cet espace.

3. Les données sont séparées en fréquence :

- (a) Le premier jeu de données est constitué des données DC et très basses fréquences. Ces données sont contenues dans le disque de rayon 4.

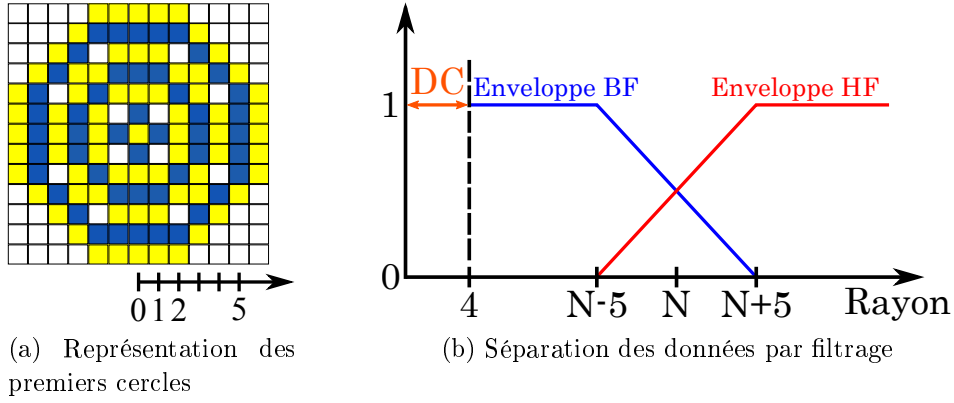


FIGURE II.22 – Séparation des données en FSV

- (b) Afin de séparer les données hautes et basses fréquences, une fréquence limite (correspondant donc à un rayon) doit être définie. Pour cela on effectue la somme de toutes les valeurs restantes. L'estimation du rayon limite est alors obtenue en sommant les anneaux à partir de l'anneau de rayon 5 jusqu'à ce que la somme des valeurs contenues atteigne 40% de la valeur totale calculée précédemment. Le rayon limite est alors choisi cinq points au-dessus .
- (c) Pour séparer les données, on effectue un fenêtrage par une enveloppe linéaire permettant une limitation des données aux fréquences hautes ou basses. L'évolution de l'enveloppe avec le rayon est représentée pour chacune des fenêtres sur la figure II.22b.
- (d) La transformée de Fourier inverse est appliquée aux données basses fréquences (resp. hautes fréquences) pour obtenir les données $Lo_1(x, y)$ et $Lo_2(x, y)$ (resp. $Hi_1(x, y)$ et $Hi_2(x, y)$). La transformée est également appliqués aux données DC pour obtenir les jeux $DC_1(x, y)$ et $DC_2(x, y)$.

Calcul de l'ADM

L'ADM est calculée en tout point de la cartographie. En considérant un jeu de données de dimensions $N \times M$ identifiées par les coordonnées (x_i, y_j) (noté (i, j) par la suite), la valeur de l'ADM en ce point notée ADM_{ij} peut être obtenue grâce à la formule (II.13) :

$$ADM_{ij} = \frac{||Lo_1(i, j)| - |Lo_2(i, j)||}{\frac{1}{MN} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M (|Lo_1(i, j)| + |Lo_2(i, j)|)} + (c_m \cdot ODM(i, j) \cdot e^{c_{m1} \cdot ODM(i, j)}) \quad (\text{II.13})$$

où c_m et c_{m1} sont des coefficients de pondération réglés à 1 par défaut et $ODM(i, j)$ représente la différence d'offset entre les jeux de données et vaut

$$ODM(i, j) = \frac{||DC_1(i, j)| - |DC_2(i, j)||}{\frac{1}{MN} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M (|DC_1(i, j)| + |DC_2(i, j)|)} \quad (II.14)$$

La valeur globale est ensuite obtenue en calculant la valeur moyenne des données ponctuelles ainsi on obtient (II.15)

$$ADM = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M ADM_{ij}}{MN} \quad (II.15)$$

Calcul de la FDM

La FDM se base sur l'utilisation des dérivées des données afin d'accentuer l'importance des effets de variations rapides des signaux. Les dérivées utilisées pour le calcul sont données par la formule suivante :

$$|f^n(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial x^n}\right)^2 + \left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n}\right)^2} \text{ avec } n = 1, 2 \quad (II.16)$$

La FDM est séparée en 3 parties basées sur le calcul des dérivées de chacun des jeux de données. Les parties FD_I et FD_{II} correspondent aux calculs utilisant les dérivées premières des données Lo et Hi tandis que la dérivée seconde est uniquement utilisée pour les données Hi . Les expressions des trois parties sont donc

$$FD_I(x, y) = \frac{|Lo'_1(i, j)| - |Lo'_2(i, j)|}{\frac{2}{MN} \sum_{min}^{max} (|Lo'_1(i, j)| + |Lo'_2(i, j)|)} \quad (II.17)$$

$$FD_{II}(x, y) = \frac{|Hi'_1(i, j)| - |Hi'_2(i, j)|}{\frac{6}{MN} \sum_{min}^{max} (|Hi'_1(i, j)| + |Hi'_2(i, j)|)} \quad (II.18)$$

$$FD_{III}(x, y) = \frac{|Hi''_1(i, j)| - |Hi''_2(i, j)|}{\frac{7.2}{MN} \sum_{min}^{max} (|Hi''_1(i, j)| + |Hi''_2(i, j)|)} \quad (II.19)$$

$$FDM_{ij} = 2 * (FD_I + FD_{II} + FD_{III}) \quad (II.20)$$

où min et max représentent les données (x,y) d'indices extrêmes dans les jeux de données utilisés. La valeur globale FDM est obtenue en faisant la moyenne de la même manière que pour l' ADM .

Calcul de la GDM

La GDM est calculée à partir des grandeurs précédentes par la formule (II.21). L' ADM et la

FDM étant indépendantes, des coefficients de pondération k_{ADM} et k_{FDM} sont introduits pour mettre l'accent sur le caractère à privilégier. Ces coefficients sont à 1 par défaut.

$$GDM = \sqrt{k_{ADM} \cdot ADM^2 + k_{FDM} \cdot FDM^2} \quad (\text{II.21})$$

Cette grandeur permet donc une interprétation globale de la validation en prenant en compte tous les aspects des données.

II.4.1.d Interprétation

Les données calculées peuvent maintenant être interprétées. La valeur obtenue permet donc un classement dans une catégorie comme défini dans le tableau II.4.

Valeur FSV	Interprétation	Valeur sur l'échelle visuelle
Moins de 0.1	Excellent	1
Entre 0.1 et 0.2	Very good	2
Entre 0.2 et 0.4	Good	3
Entre 0.4 et 0.8	Fair	4
Entre 0.8 et 1.6	Poor	5
Plus de 1.6	Very poor	6

TABLE II.4 – Tableau d'interprétation de la FSV.

La FSV offre un moyen de validation des modèles développés. L'intérêt de cette méthode est la reproductibilité ainsi que l'objectivité de cette validation qui n'est pas contrainte par la connaissance du problème par l'utilisateur. La figure II.23 montre les diagrammes de confiance pour la comparaison entre le rayonnement d'un composant *idéal* et de la spire équivalente.

Le diagramme de confiance permet donc de donner le pourcentage de données dans la cartographie appartenant à chacune des catégories. Dans le cas de l'ADM, on observe que plus de 70% des données sont dans les catégories "Good" à "Excellent" pour plus de 75% dans le cas de la FDM. Le modèle donne donc de bons résultats. Ces tendances observables sur les diagrammes sont également confirmées par les valeurs globales ; on obtient en effet $ADM = 0.35$ et $FDM = 0.37$ ce qui permet de qualifier le modèle de "Good" selon le tableau II.4.

II.4.2 Établissement d'un modèle numérique

Comme expliqué précédemment, les défauts de répartition se comportent comme un composant indépendant. La difficulté principale qui apparaît est due à la présence du noyau ferromagnétique torique qui complexifie les phénomènes. Le défaut a donc été modélisé par un composant bobiné sur un noyau simple. À partir de l'étude des géométries de rayonnement et des lignes de champ, il apparaît que le rayonnement d'une bobine NR est proche de celui d'une inductance à barreau ferromagnétique.

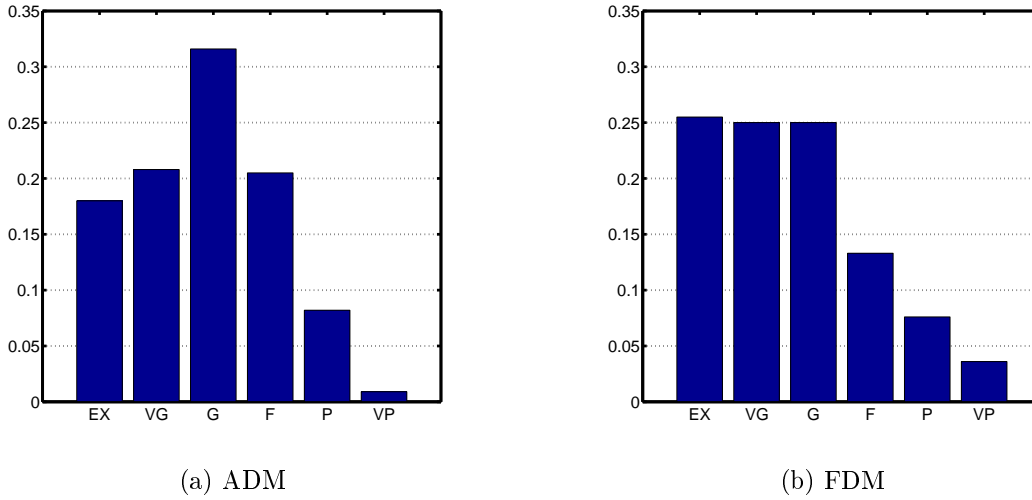


FIGURE II.23 – Évaluation des résultats de l'algorithme sur l'équivalence à une spire.

II.4.2.a Détermination des caractéristiques du noyau

Le composant équivalent est un barreau ferromagnétique bobiné. Il est donc important de pouvoir déterminer ses caractéristiques aussi bien géométriques que magnétiques. Pour accéder aux dimensions du noyau, nous nous sommes intéressés au champ tangentiel. Ce champ est défini dans l'espace par les équations (II.22) à (II.24).

$$H_{tx} = \sqrt{H_y^2 + H_z^2} \quad (\text{II.22})$$

$$H_{ty} = \sqrt{H_x^2 + H_z^2} \quad (\text{II.23})$$

$$H_{tz} = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} \quad (\text{II.24})$$

Il a été montré dans [Boyer et al., 2007] que si l'on observe l'amplitude du champ tangentiel près d'un circuit électrique ou d'un composant, les zones de champ maximal coïncident avec la distribution des conducteurs placés dans le plan parallèle situé en dessous et représentent les sources de rayonnement magnétique. La représentation du champ tangentiel autour du composant permet donc de mettre en évidence les chemins de courant caractérisant une source équivalente. Le bobinage étant enserré autour du noyau équivalent, nous pouvons donc obtenir ses dimensions par cette méthode.

La figure II.24a représente la cartographie du champ tangentiel H_{tz} dans un plan parallèle au plan médian du tore situé à 1,5 cm au-dessus (soit 0,5 cm au-dessus des conducteurs). On observe une zone de champ plus importante située au niveau du défaut qui correspond à la présence de courants équivalents importants. Le champ H_{tz} donne accès à la largeur et à la longueur du noyau. Les autres dimensions du noyau ont pu être déterminées par l'étude du champ sur les axes restants. Chaque composante du champ donnant accès à deux dimensions du noyau équivalent, l'utilisation des 3 axes fournit une redondance des informations qui permet de valider les valeurs obtenues sur un axe. Il est important de noter que cette amplitude forte

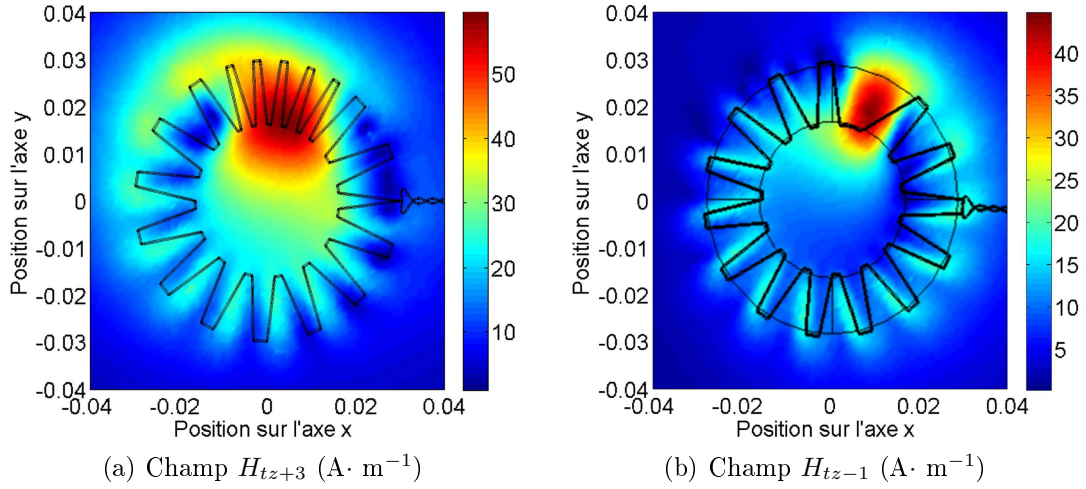


FIGURE II.24 – Détermination du noyau équivalent par étude du champ tangentiel à 1,5 cm au-dessus du plan médian.

n'est pas due à l'addition de spires, mais bien à l'augmentation des fuites dans cette zone. En effet, la figure II.24b montre le champ tangentiel pour la bobine $NR-1$ et on observe également une zone d'amplitude forte au-dessus du défaut bien que le nombre de spires soit plus faible à cet endroit. Cela montre bien que l'irrégularité de bobinage est la cause du rayonnement parasite et non du nombre de spires global.

La source magnétique obtenue pour le cas $NR+3$ ainsi que le champ rayonné par celle-ci sont représentés sur la figure II.25. Il est important de remarquer que le noyau équivalent est plus large que le tore. Ceci est une conséquence de la forme arrondie du tore qui canalise partiellement les lignes de champ et déplace donc le centre de symétrie du rayonnement. Les grandeurs du noyau équivalent peuvent donc être résumées par :

- La hauteur h du noyau est la même que celle du tore.
- La largeur l du noyau correspond au rayon extérieur du tore.
- La longueur L correspond à la grandeur du projeté orthogonal du domaine angulaire présentant le défaut sur l'axe de symétrie du tore.

Les caractéristiques magnétiques retenues pour le noyau équivalent sont les identiques à celles du composant. La source équivalente a été bobinée avec un nombre de spires $M_{model} = 10$ pour des raisons de convergence des simulations, mais qui ne rend pas compte des phénomènes physiques en jeu. Pour palier à cela, l'amplitude du champ doit être multipliée par un facteur α défini par la formule (II.25) où ΔN représente le nombre réel de spires ayant une influence dans l'apparition de défaut comme défini dans l'équation (II.11) page 56.

$$\alpha = \frac{\Delta N}{M_{model}}. \quad (\text{II.25})$$

Nous avons donc défini une source équivalente pour modéliser une variation de densité de répartition du bobinage. Bien qu'établies à partir des simulations numériques, des règles

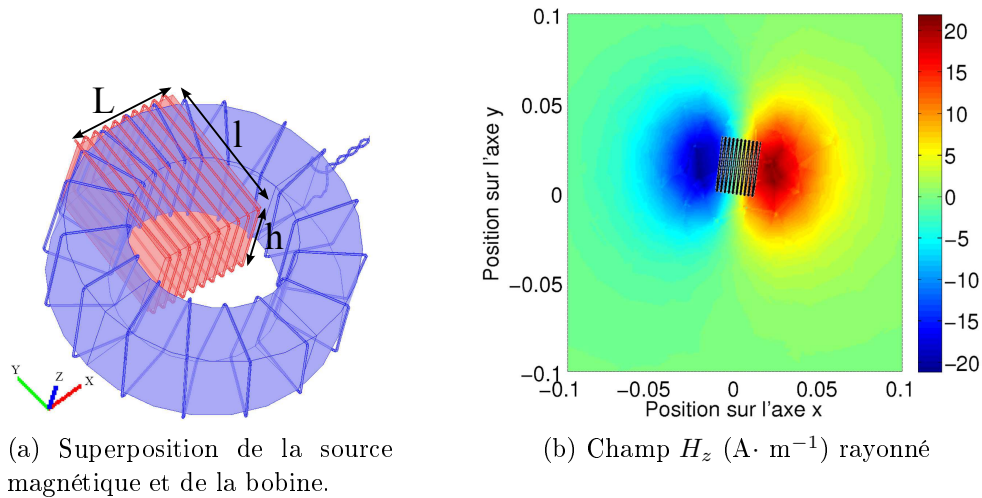


FIGURE II.25 – Source équivalente.

pour le dimensionnement de la source magnétique ont pu être définies en prenant en compte uniquement les dimensions du composant torique réel et des caractéristiques du bobinage. Ce modèle n'est valide que dans le volume situé à l'extérieur du noyau réel, mais c'est bien ce qui caractérise les phénomènes de couplage et ce n'est donc pas gênant pour l'étude faite ici. Ce modèle peut ensuite être utilisé pour prédire le rayonnement d'une bobine en utilisant ce type de sources magnétiques équivalentes.

II.4.2.b Combinaison de sources de rayonnement

Modélisation d'un défaut simple

Le principal problème qui apparaît dans les cartographies de rayonnement des bobines NR est l'absence de symétrie. Cependant la majorité des sources de rayonnement utilisées pour la modélisation de composants telles que les dipôles magnétiques, des lignes conductrices ou des inductances à noyau ferromagnétique présentent des rayonnements avec de forts degrés de symétrie. Pour que le modèle puisse décrire de manière précise les variations du champ magnétique, les bobines NR sont modélisées par l'addition du champ rayonné par une bobine *idéale* et de celui de la source équivalente définie plus tôt. Bien que ces deux sources soient intrinsèquement symétriques, le fait que leurs centres de symétrie respectifs ne se superposent pas permet de rendre compte de l'asymétrie dans le champ résultant. Les deux cartographies simulées du composant complet et du modèle sont données sur la figure II.26.

On observe une bonne concordance entre le modèle et le composant complet. Les deux cartographies ont été comparées en utilisant les outils de FSV. La figure II.27 représente les diagrammes de confiance pour la comparaison des cartographies données sur la figure II.26.

Les valeurs moyennes obtenues à la fois pour l'ADM et la FDM sont $AMD = 0.37$ et $FDM = 0.22$. Notre modèle peut donc être qualifié de "Good". On remarque cependant que la moyenne de l'ADM est plus élevée que celle de la FDM. En effet seulement 70% des données sont compris dans la bande allant de Bon à Excellent pour l'ADM contre 86% pour la FDM. Ce résultat montre que les phénomènes mis en jeu sont localisés correctement, mais que déterminer

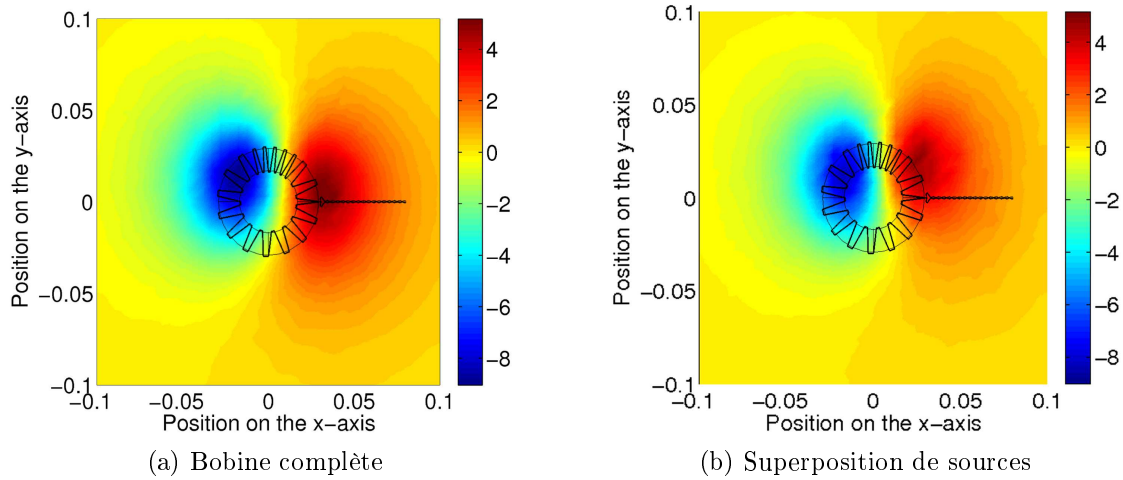


FIGURE II.26 – Comparaison de la composante normale H_z ($A.m^{-1}$) du champ magnétique entre simulation et modèle numérique à 4 cm au-dessus de la ligne médiane du noyau.

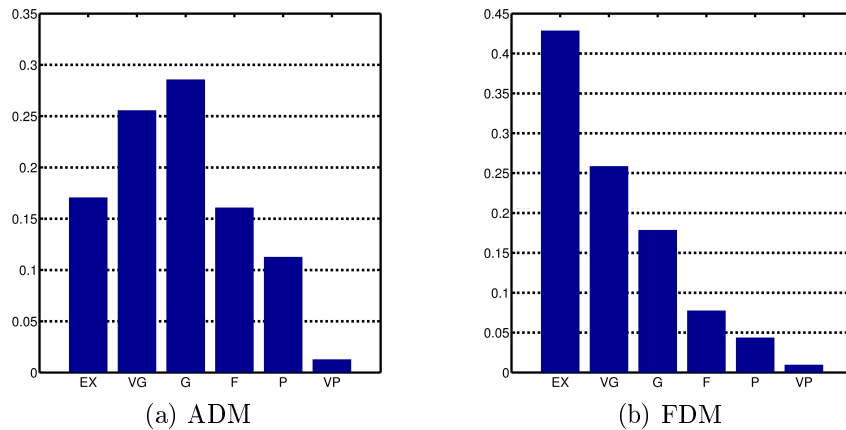


FIGURE II.27 – Diagramme de confiance pour la comparaison des modèles par FSV

leur amplitude, notamment en évaluant la perméabilité du noyau équivalent est plus complexe.

Modélisation de défauts multiples

Pour tester les limites du modèle, nous avons simulé une bobine avec deux défauts. La densité de conducteurs a été doublée dans deux domaines angulaires de 60° comme illustré sur la figure II.28a. Le rayonnement magnétique de la bobine complète a été simulé et est représenté sur la figure II.28b à une hauteur de 4 cm au-dessus du plan médian.

Dans un premier temps, la bobine a été modélisée en plaçant deux sources équivalentes indépendantes dans les domaines présentant un défaut. Chacune des sources est simulée de manière séparée et le modèle est recomposé en additionnant le champ de chaque source et celui de la bobine idéale. La figure II.29a représente le champ H_z résultant de la combinaison des deux sources. La figure II.29b représente le champ résultant de la soustraction entre le champ du com-

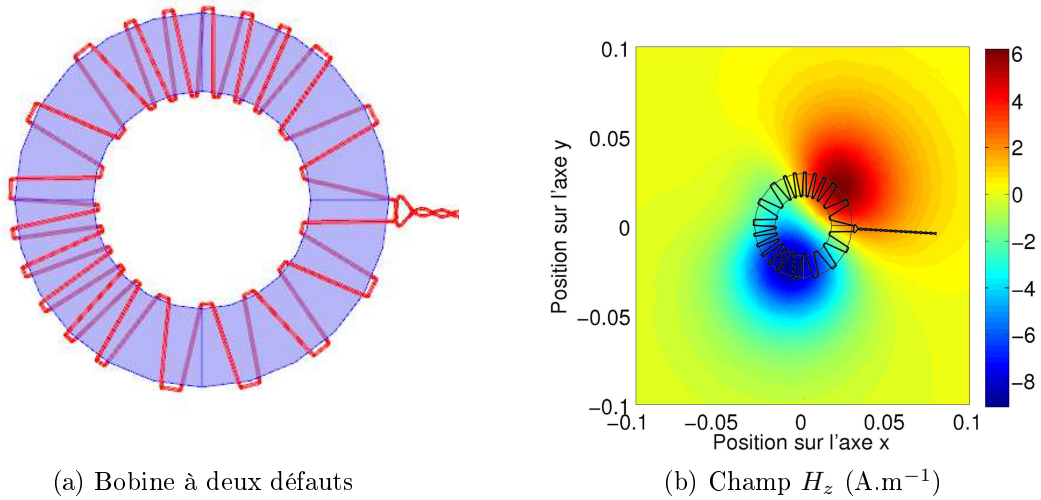


FIGURE II.28 – Rayonnement d’une bobine à défauts multiples : superposition des contributions.

posant de la figure II.28a et d’un composant idéal. L’intérêt de la soustraction est la meilleure visibilité des effets limites sur la modélisation grâce à la diminution du niveau moyen du champ.

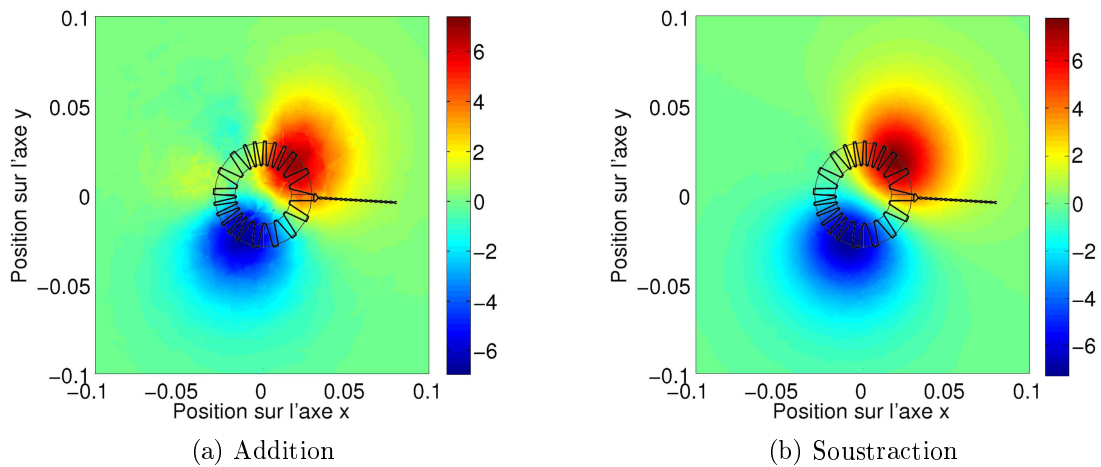


FIGURE II.29 – Champ rayonné par les sources ($A.m^{-1}$).

Les deux modèles concordent de manière satisfaisante tant en terme d’amplitude que de géométrie à l’exception de la zone située dans le domaine angulaire entre les deux défauts en haut à gauche de la cartographie. On observe en effet deux maxima dans le cas des sources qui n’apparaissent pas dans le cas de la soustraction. Cette différence est due aux couplages entre les deux défauts dans le cas de la bobine complète. En effet, le champ rayonné par les défauts dans cette zone est en partie canalisé par le noyau magnétique et on a donc une suppression de ces maxima. Les sources ayant été simulées de manière indépendante, ce couplage ne peut être pris en compte. La validation du modèle par méthode FSV a été faite entre le composant

complet d'une part et la superposition des sources équivalentes et du composant idéal d'autre part. Les diagrammes de confiance de l'ADM et de la FDM sont donnés figures II.30a et II.30b.

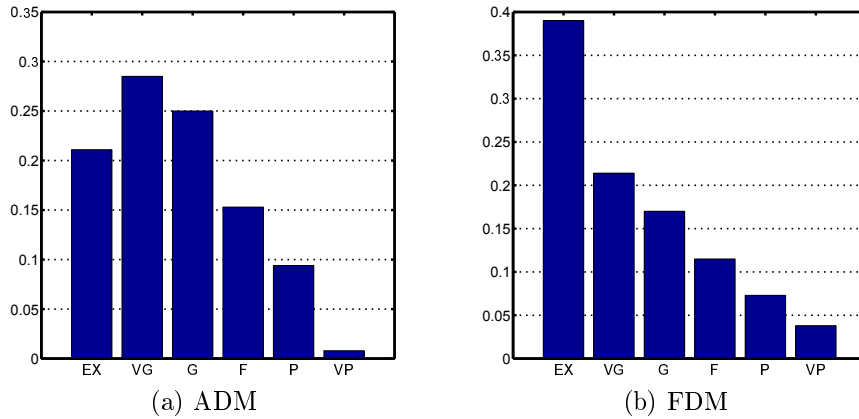


FIGURE II.30 – Validation du modèle multi-sources.

D'après les diagrammes, on observe que 72% des valeurs de l'ADM sont supérieures à "Bon" et 77% des valeurs pour la FDM. Les valeurs globales obtenues sont $ADM = 0.33$ et $FDM = 0.34$. Les performances du modèle restent donc dans la catégorie "Good" bien qu'elles soient légèrement inférieures à celles obtenues pour un seul défaut. Bien que les performances soient les mêmes du point de vue de la représentation de l'enveloppe, on observe une augmentation de la valeur de la FDM due notamment à la présence de maxima secondaires créés par les sources. La superposition de sources multiples ne permet donc pas la prise en compte des couplages entre défauts. Afin de pallier à cela, nous avons donc décidé de modéliser le composant par une source équivalente unique.

Nous pouvons remarquer sur la figure II.29b que le champ rayonné est similaire à celui d'une source équivalente placée entre les deux défauts. Nous avons donc étudié le champ tangentiel pour la bobine à deux défauts représenté figure II.31a. La figure II.31b montre les directions de rayonnement principales (en bleu) des deux sources indépendantes utilisées précédemment. La flèche jaune correspond à la direction du noyau équivalent obtenu par analyse du champ tangentiel. On observe alors que la direction du barreau équivalent est la même que la composition vectorielle des directions des deux défauts.

La bobine complète a donc été modélisée à partir de l'addition de la source composée et de la bobine idéale. Le champ H_z rayonné par la source est représenté figure II.32a. Les résultats de FSV du modèle sont donnés sur les figures II.32b et II.32c. On remarque que 68% des valeurs sont supérieures à "Bon" pour l'ADM et 80% pour la FDM avec des valeurs globales valant $ADM = 0.44$ et $FDM = 0.32$.

On peut observer que la valeur obtenue pour la FDM est du même ordre de grandeur que dans le cas du modèle à défauts indépendants. Les deux modèles permettent donc de localiser les phénomènes de manière précise. Cependant, le modèle atteint la note de "Fair" pour

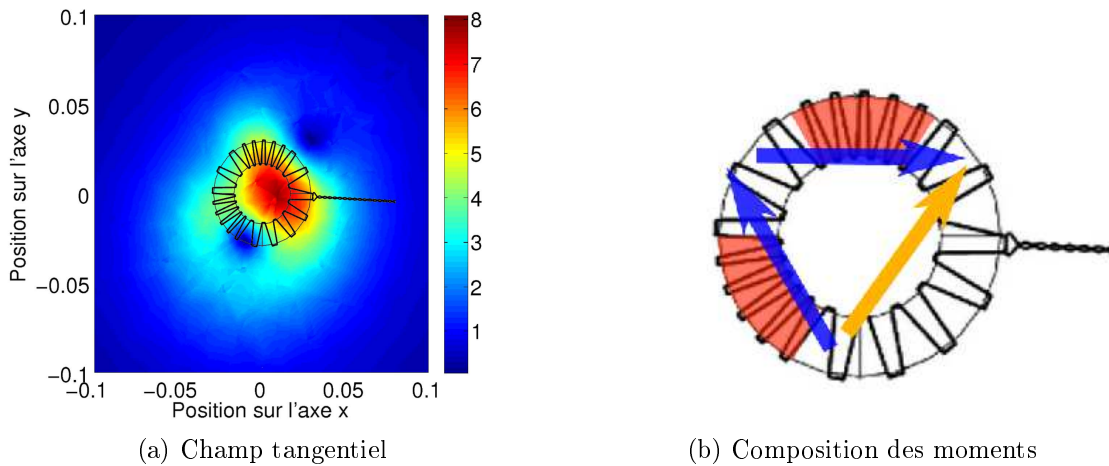


FIGURE II.31 – Détermination de la bobine équivalente.

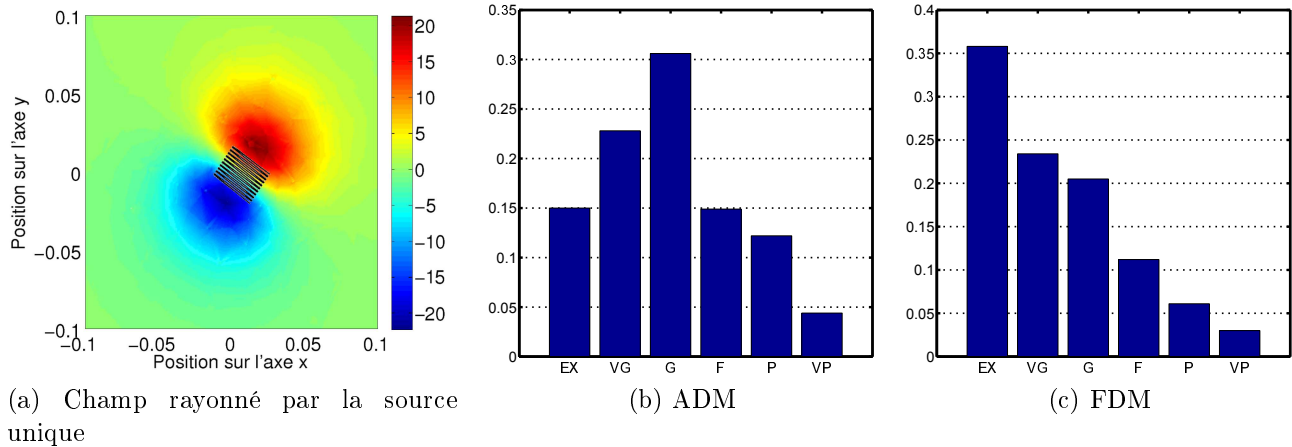


FIGURE II.32 – Performances du modèle à source unique.

la valeur de l'ADM. Cette augmentation est due à la détermination des dimensions du noyau équivalent. L'amplitude du rayonnement de la source ainsi que la géométrie de l'enveloppe dépendent fortement de la taille du noyau. La valeur d'ADM étant fortement lié au taux de diminution du champ (qui constitue les variations lentes du champ, il est donc difficile d'obtenir une bonne valeur pour l'ADM.

Le modèle numérique établi fournit donc des résultats satisfaisants pour l'étude de composants à noyau ferromagnétique toroïdale. Celui-ci permet en effet de localiser les phénomènes mis en jeu de manière précise tout en donnant une bonne évaluation des amplitudes de ces effets. L'augmentation du nombre de défauts fait intervenir des couplages entre les défauts qui sont difficilement pris en compte dans le modèle et diminue ses performances. Malgré cela les performances observées permettent toujours d'utiliser le modèle, notamment dans le cas du modèle à source unique qui permet de synthétiser tous les défauts.

II.4.3 Modèle analytique

L'utilisation d'un modèle numérique donne accès à de nombreuses informations et à une grande précision, mais est très couteuse en terme de temps de calcul. Pour pallier à ce problème, un modèle analytique a été développé en se basant sur les travaux de thèse effectués par Beghou *et al.* [Beghou et al., 2009].

II.4.3.a Modélisation de la source

Dans la partie II.4.2, la bobine est modélisée par l'addition d'une bobine idéale et d'un défaut représenté par un barreau magnétique bobiné. Ce barreau magnétique constitue un dipôle magnétique difficile à modéliser analytiquement de par la présence du noyau ferromagnétique. Afin d'obtenir une expression analytique du champ rayonné par le dipôle, nous avons donc décidé de modéliser l'imperfection par une simple boucle de courant qui constitue donc un moment dipolaire magnétique équivalent. On rappelle le champ rayonné par une spire de courant en coordonnées cylindriques :

$$H_\rho = \frac{Ikz}{4\pi\rho\sqrt{a\rho}} \left[-\mathcal{J}_1(k) + \frac{a^2 + \rho^2 + z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2(k) \right] \quad (\text{II.26})$$

$$H_z = \frac{Ik}{4\pi\sqrt{a\rho}} \left[\mathcal{J}_1(k) + \frac{a^2 - \rho^2 - z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2(k) \right] \quad (\text{II.27})$$

où $k = \sqrt{\frac{4a\rho}{(a+\rho)^2+z^2}}$ et \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 sont définies à l'équation (II.6).

Le centre de la spire est fixé dans le plan $z = 0$ qui correspond au plan médian du noyau et la boucle est alors définie par 6 paramètres : les coordonnées x_0 et y_0 déterminent la position du centre de la spire, les angles θ et φ définissent les rotations donnant l'orientation de la spire comme indiqué sur la figure II.33.

Deux paramètres ont été choisis pour décrire le champ rayonné par la spire. Le premier est le rayon de la spire a . Le deuxième est le coefficient relatif au courant appelé γ . Le modèle analytique doit en effet représenter le défaut, qui consiste en plusieurs spires bobinées autour d'un tore ferromagnétique, par une seule spire. Il semble donc logique que le courant dans la spire équivalente ne soit pas le même que celui circulant dans la bobine. Le coefficient γ représente donc l'effet de la perméabilité magnétique du noyau et est donc défini par l'équation (II.28) :

$$\gamma = \frac{I_{spireeq}}{I_{bobine}}. \quad (\text{II.28})$$

Pour permettre l'utilisation d'un algorithme, les paramètres doivent être bornés. Ces bornes sont données dans le tableau II.5. Les valeurs limites pour x_0 et y_0 permettent de balayer toute la zone où le champ est modélisé. Les bornes angulaires sont les bornes classiques des angles dans le repère cylindrique. Concernant γ et a , les limites ont été choisies arbitrairement. Le coefficient γ est pris positif afin de ne pas avoir des solutions multiples avec des angles et des

courants opposés. Le rayon de la spire est quant à lui limité à des ordres de grandeur proches de ceux du composant complet et des phénomènes à modéliser.

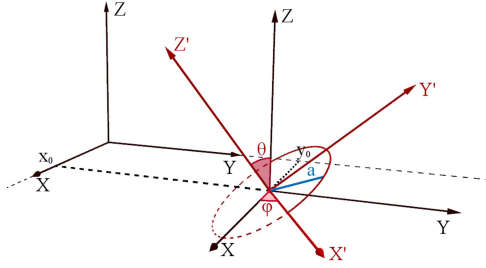


FIGURE II.33 – Paramètres de la spire de courant.

Paramètre	Bornes
x_0 (cm)	$[-0.1; 0.1]$
y_0 (cm)	$[-0.1; 0.1]$
θ (rad)	$[-\pi; \pi]$
φ (rad)	$[0; \pi]$
γ	$[0; 50]$
a (cm)	$[0.01; 8]$

TABLE II.5 – Bornes de l'algorithme

Nous avons montré dans la partie II.2.2 que la bobine idéale peut être simulée par une simple boucle de courant. Le modèle analytique est donc simplement constitué de la superposition des deux boucles de courant.

II.4.3.b Détermination des paramètres

La difficulté du modèle analytique réside dans la détermination des paramètres de la spire équivalente notamment pour la prise en compte de l'influence du matériau magnétique. Des routines d'optimisation ont donc été appliquées pour obtenir la spire la plus représentative du défaut. L'algorithme développé dans la thèse de Lotfi Beghou [Beghou, 2012] permet d'optimiser les paramètres de plusieurs spires en même temps afin d'obtenir la représentation d'un système complet. Cette technique donne de bons résultats lorsqu'il existe plusieurs sources indépendantes et éloignées spatialement les unes des autres comme c'est le cas pour la modélisation d'un hacheur. Dans notre cas, la proximité des spires sources rend difficile leur séparation par l'algorithme. Nous avons donc utilisé le champ résultant de la soustraction du champ magnétique rayonné par l'inductance complète et de la spire représentant la bobine idéale. De la même manière que pour le modèle numérique, l'algorithme va donc optimiser uniquement le modèle du défaut.

Définition de la fonction objectif

L'algorithme vise à minimiser une fonction objectif. Dans notre cas, il s'agit de la comparaison entre le champ à modéliser et celui de la spire équivalente. Afin d'obtenir une meilleure précision, les trois composantes du champ magnétique sont considérées. Le champ initial H_{bob} est donc sous la forme de trois matrices $n \times m$ représentant chacun des champs. Le principe de l'algorithme est de minimiser l'erreur entre les deux champs. Pour cela on calcule la norme euclidienne de la différence entre les champs, définie pour la composante x par l'équation (II.29) :

$$\mathcal{N}_x = \sqrt{\sum_{i,j} (H_{bob,x} - H_{spire,x})_{ij}^2} \quad (\text{II.29})$$

La fonction objectif δ est alors définie par la formule (II.30).

$$\delta = \log \left(\frac{\mathcal{N}_x^2 + \mathcal{N}_y^2 + \mathcal{N}_z^2}{n \times m} \right) \quad (\text{II.30})$$

Choix des algorithmes

Compte tenu de la modélisation du problème, plusieurs solutions peuvent donner des champs similaires. L'utilisation d'algorithmes d'optimisation stochastiques a donc été privilégiée pour explorer plus largement le spectre des solutions. Les méthodes d'optimisation ayant fait l'objet de nombreuses études, nous estimerons connues les bases de l'optimisation par algorithme ainsi que les principes de fonctionnement des algorithmes utilisés [Haupt and Werner, 2006]. Pour assurer une bonne précision du calcul et un temps de calcul court, deux algorithmes ont été appliqués successivement. Ces algorithmes sont appliqués en utilisant la toolbox *Global Optimization* de MATLAB[®]. Dans un premier temps, la technique du recuit simulé est appliquée à une population de 10 individus générés aléatoirement dans les limites des paramètres définies dans le tableau II.5. Ces individus sont ensuite introduits comme une partie de la population de départ d'un algorithme génétique qui contient 500 individus dans sa totalité. Cette population va ensuite évoluer pendant un nombre de générations donné. La combinaison des deux algorithmes permet d'assurer une convergence rapide de l'algorithme génétique. La population initiale de celui-ci contient en effet des individus donnant de bons résultats tout en permettant l'apparition aléatoire de nouveaux individus qui pourraient être meilleurs. Cette combinaison a permis la réduction du nombre de générations nécessaires de 500 à 200. À l'issue des deux algorithmes, l'individu retenu permet de déterminer les caractéristiques de la spire équivalente optimale.

II.4.3.c Résultats

Modélisation d'un défaut simple

Comme dans le cas du modèle analytique, nous avons tout d'abord testé les performances du modèle pour le cas des bobines *NR* à un seul défaut. Les paramètres résultants des algorithmes sont donnés dans le tableau II.6. Ces paramètres permettent de définir la spire équivalente représentée sur la figure II.34.

Paramètre	Valeur
x_0 (cm)	0.13
y_0 (cm)	0.90
θ (°)	91.2
φ (°)	76.2
γ	40.22
a (cm)	0.75

TABLE II.6 – Paramètres optimaux

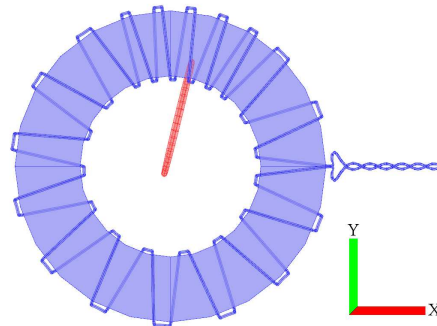


FIGURE II.34 – Spire optimale.

La position et la forme de la bobine concordent avec les hypothèses faites précédemment sur le rayonnement du défaut. On obtient bien un dipôle magnétique orienté dans l'axe du défaut. En revanche le coefficient γ ainsi que le rayon de la bobine ne peuvent être prédits à cause de la difficulté de modélisation du noyau ferromagnétique. L'influence de la perméabilité se retrouve dans la valeur élevée de γ tandis que la forme du noyau magnétique détermine à la fois la position et le rayon de la spire. Le champ rayonné par la bobine est donc modélisé par deux spires dont les champs peuvent être calculés aisément. La bobine idéale est représentée par une simple spire comme décrit dans la section II.2.2 et le défaut par la spire optimisée par algorithme. Les résultats obtenus par addition des deux champs sont représentés sur la figure II.35.

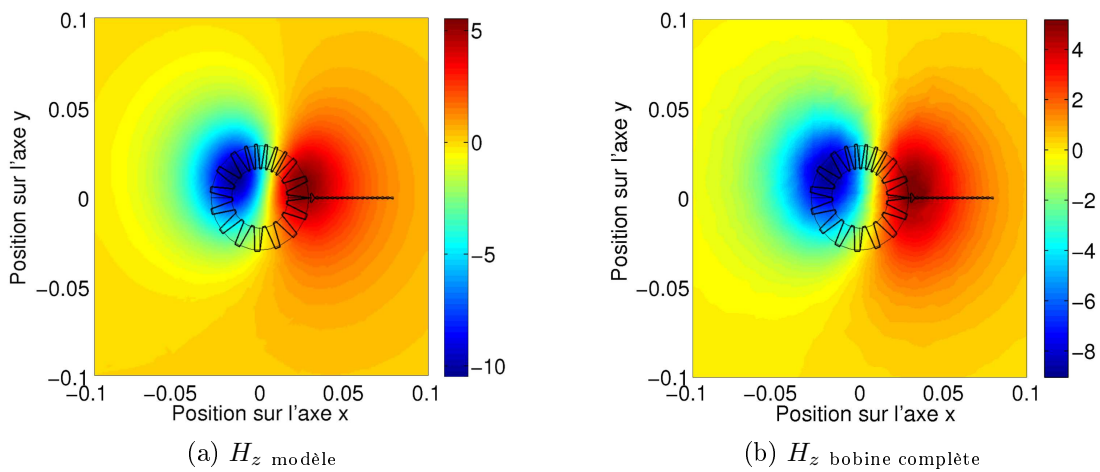


FIGURE II.35 – Comparaison du champ magnétique rayonné ($A.m^{-1}$) pour le cas à défaut unique.

On observe que le modèle coïncide de manière précise avec le champ rayonné par le composant complet. Les performances du modèle ont été évaluées par la méthode de FSV. Les valeurs obtenues sont $ADM = 0.28$ et $FDM = 0.28$ et les diagrammes de confiance sont donnés sur la figure II.36 et on peut voir que plus de 82% des valeurs sont supérieures à “Bon” aussi bien pour l’ADM que la FDM.

Ce modèle peut donc être qualifié de “Good” et permet donc d’obtenir une modélisation rapide du champ. En comparaison du modèle numérique, ce modèle donne de meilleurs résultats sur l’ADM et des résultats moins bons sur la FDM. Ceci est dû au fait que l’influence de matériau ferromagnétique est prise en compte par le couple (γ, a) . Nous avons donc fait plusieurs essais d’algorithmes et, si la position de la spire varie très peu entre les essais, l’influence de matériau ferromagnétique est prise en compte par le couple (γ, a) et les valeurs obtenues pour ces deux paramètres peuvent donc varier.

Le modèle donne donc des résultats satisfaisants pour le cas d’un bobinage à défaut unique. Il permet d’obtenir une expression analytique du champ à l’extérieur de la bobine ce qui est un

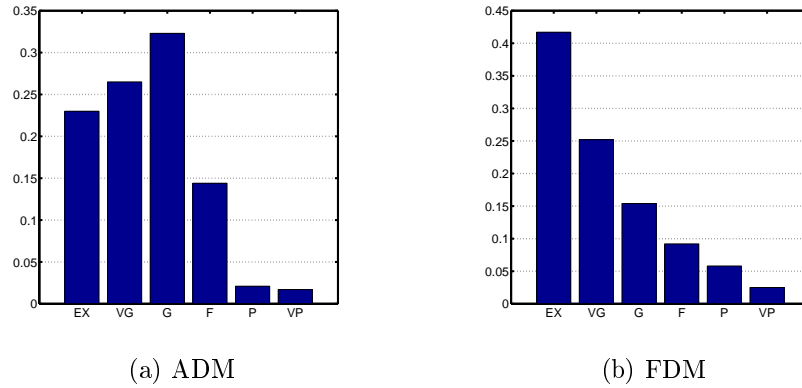


FIGURE II.36 – Évaluation des résultats de l'algorithme sur modèle à défaut unique.

atout pour les études de couplages entre les composants.

Modélisation de défauts multiples

Les algorithmes utilisés permettent de modéliser le rayonnement des défauts par une spire. Le modèle à défauts multiples sera donc modélisé par une source équivalente unique comme pour le cas du modèle numérique. Nous avons donc utilisé la routine d'optimisation pour modéliser le champ résultant de la soustraction entre le champ du composant complet avec défauts et celui du composant idéal représenté sur la figure II.29b. Les paramètres obtenus sont donnés dans le tableau II.7 et définissent la spire équivalente représentée figure II.37.

Paramètre	Valeur
x_0 (cm)	0.83
y_0 (cm)	-0.33
θ (°)	87.87
φ (°)	148.0
γ	30.95
a (cm)	0.83

TABLE II.7 – Paramètres de sortie

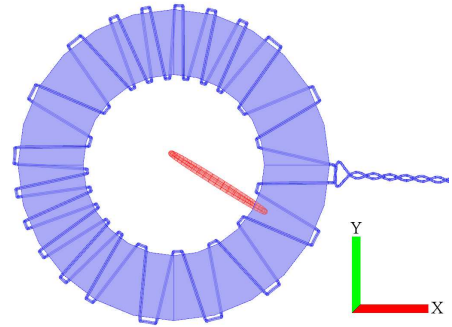


FIGURE II.37 – Boucle optimale.

La position de la spire obtenue coïncide avec le modèle à source unique obtenu précédemment. On remarque que le couple (γ, a) a des valeurs proches de celles obtenues pour le défaut unique et que le produit des deux valeurs reste constant. Ceci permet de confirmer la validité de la modélisation du matériau magnétique. Nous avons fait l'hypothèse que la source unique résultait de la composition vectorielle des deux défauts. Ce critère est représenté par le paramètre φ . Afin de valider cette hypothèse, nous avons appliqué l'algorithme d'optimisation à chacun des défauts séparément. Les paramètres obtenus sont $\varphi_1 = 76^\circ$ et $\varphi_2 = 189^\circ$ et la valeur moyenne des deux est donc $\varphi_m = 142^\circ$. On constate que l'on obtient une valeur très proche de

celle obtenue par la routine d'optimisation ce qui valide bien l'hypothèse faite précédemment.

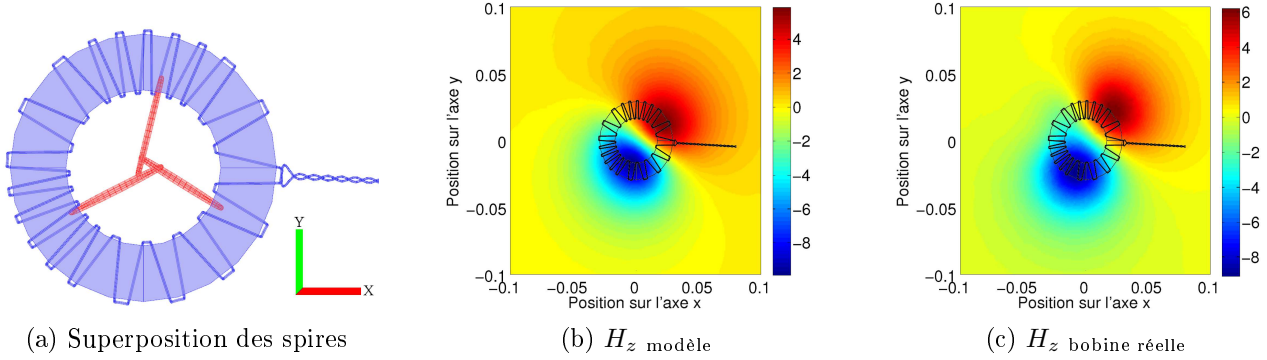


FIGURE II.38 – Comparaison du champ magnétique rayonné ($A.m^{-1}$) pour le cas à défauts multiples.

Les spires de chacun des défauts ainsi que la spire du modèle complet sont représentées sur la figure II.38a. Les spires modélisant les défauts sont bien placées au centre des défauts et la spire du modèle unique sur la bissectrice. En présence de plusieurs défauts, le dipôle résultant est donc la somme vectorielle des dipôles représentant chaque défaut de manière indépendante. Nous avons ensuite comparé les champs magnétiques entre la bobine réelle et l'addition du champ des deux spires équivalentes (bobine idéale et défaut) qui sont représentés sur les figures II.38b et II.38c.

Le modèle coïncide bien avec le champ de la bobine complète. Les valeurs obtenues par FSV sont $ADM = 0.37$ et $FDM = 0.32$ et les diagrammes de confiance sont donnés sur la figure II.39. Malgré le fait que les valeurs soient plus élevées que pour le modèle à un seul défaut, celui-ci peut être qualifié de “Good”. Nous retrouvons les mêmes performances que pour le modèle à défaut unique à savoir une bonne précision quant à la localisation des phénomènes, déterminée par la position de la spire, et une difficulté plus grande à modéliser le comportement du noyau déterminé par le couple (γ, a) . Malgré cela, le modèle analytique donne de bons résultats pour le cas de défauts multiples.

Le modèle analytique établi fournit donc de bons résultats pour l'étude des composants à noyau ferromagnétique torique. Bien que la prise en compte des caractéristiques magnétiques des matériaux soit difficile, ce modèle permet de localiser les phénomènes de manière précise et fournit des informations quantitatives sur la position et la direction du dipôle équivalent ce qui est un atout pour l'étude des couplages magnétiques entre composants. De plus, les caractéristiques de la spire équivalente étant entièrement déterminées par l'algorithme, il n'est pas nécessaire d'avoir une connaissance du problème pour pouvoir déterminer la source équivalente ce qui constitue un avantage majeur pour son utilisation.

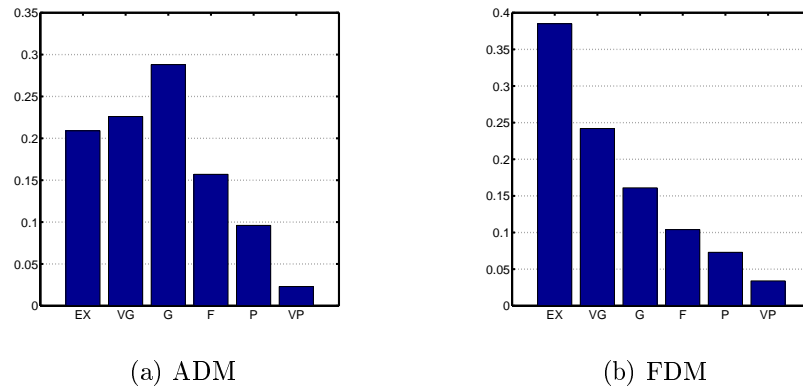


FIGURE II.39 – Évaluation des résultats de l'algorithme sur modèle à défaut unique.

II.5 Conclusion

Très répandus en électronique de puissance, les composants magnétiques à bobinage unique, comme les bobines de mode différentiel dans les filtres CEM par exemple, constituent une grande partie des composants magnétiques utilisés. Nous avons montré dans cette partie que le modèle classique de l'assimilation d'une inductance à noyau ferromagnétique torique à une spire de courant n'était pas suffisant pour permettre d'expliquer les phénomènes rayonnés observables par la mesure. Bien que cette hypothèse soit vraie dans le cas d'inductances présentant des bobinages parfaitement réguliers la modification de la répartition des conducteurs autour du tore crée un chemin de fuite privilégié qui modifie à la fois les niveaux de champs rayonnés ainsi que leur répartition.

En présence d'irrégularité de bobinage, le composant doit alors être considéré comme la superposition de plusieurs composants idéaux et le paramètre principal déterminant le niveau de champ est le nombre de spires dans le défaut. Pour pouvoir prédire le comportement de ces composants, une loi de comportement a été établie qui a permis de développer deux modèles de rayonnement. Ces modèles se basent sur l'analyse du champ magnétique et permettent de définir une source équivalente représentant les défauts du bobinage.

Le modèle numérique modélise le défaut par une inductance à barreau ferromagnétique dont les dimensions sont déterminées par analyse du champ tangentiel et, bien que des règles aient pu être établies, il est sujet à l'expérience de l'utilisateur. Le modèle analytique quant à lui repose sur un algorithme d'optimisation dans lequel le défaut est remplacé par une simple spire de courant. Ses caractéristiques sont donc déterminées automatiquement et ce modèle est donc plus accessible. Les deux modèles ont été soumis à des tests de validation qui ont permis de confirmer leurs performances.

L'impact du bobinage est particulièrement important sur les tores de MD, car ce sont des composants qui ont, de par leur constitution, un rayonnement faible en l'absence de défauts.

Dans la suite de l'étude, nous avons étudié quels étaient les effets des dissymétries de bobinage sur des composants ayant naturellement de forts niveaux de rayonnement. En nous focalisant toujours sur les composants à noyau ferromagnétique torique, nous nous sommes donc penchés sur l'étude des composants à bobinages multiples comme les tores de mode commun.

Composants à bobinage double

Composants à bobinage double

Les composants à bobinages multiples constituent une classe de composants à part entière en électronique de puissance. Leurs utilisations sont multiples et utilisent le principe de plusieurs bobinages enroulés sur un même noyau magnétique ce qui crée un couplage magnétique fort entre eux. Ce couplage peut être utilisé pour de la transmission d'énergie d'un conducteur à l'autre comme dans le cas des transformateurs ou encore pour créer une interaction entre plusieurs courants. Ce phénomène est le principe à la base du fonctionnement du tore de mode commun (TMC) utilisé dans les filtres CEM. Un large effort de recherche est dédié à ces composants qui représentent un élément critique du filtrage CEM notamment en terme de coût, de volume et de performances [Fang et al., 2011, Roc'h and Leferink, 2012]. La structure du composant en fait une source de rayonnement magnétique importante et il est donc important de pouvoir modéliser son champ de fuite.

III.1 Influence du bobinage

Bien que des modèles électriques aient été développés [Kovacic et al., 2012, Nave, 1991], il existe peu de modèles de rayonnement pour ce type de composants. De plus, les modèles établis ne prennent pas en compte l'influence de la topologie du bobinage. De la même manière que pour les composants mono-enroulement, un modèle numérique a été créé pour pouvoir étudier l'influence du bobinage.

III.1.1 Mise en place du modèle numérique

III.1.1.a Conditions de simulation

Les conditions de simulations des composants à bobinages multiples sont les mêmes que celles décrites dans la partie II.1.3 et sont rappelées ici. Le composant est simulé à l'intérieur d'une sphère d'air de 25 cm de rayon, suffisante vis-à-vis des dimensions des composants simulés. Les champs électriques et magnétiques sont supposés continus aux interfaces du composant et s'annulent sur la sphère extérieure. Les bobinages sont parcourus par un courant de mode différentiel (comme illustré sur la figure III.1) d'amplitude 1 A à une fréquence de 10 kHz usuelle en électronique de puissance. Les courants sont injectés à une extrémité du bobinage, l'autre étant mise à la masse.

Le maillage est raffiné à partir du paramètre *normal* de COMSOL[®]. Sans être optimisé, le maillage est le plus fin possible pour chaque simulation.

III.1.1.b Noyau magnétique

Le noyau magnétique modélisé est un tore ferromagnétique à section rectangulaire présentant un diamètre externe de 61,0 mm, un diamètre interne de 35,5 mm et une hauteur de 18 mm. Celui-ci est supposé linéaire avec une perméabilité magnétique relative valant $\mu_r = 4000$. La valeur élevée de μ_r permet de s'affranchir de son influence sur le rayonnement. Tout comme dans le chapitre précédent, les effets de saturation ne sont pas pris en compte ; les effets à modéliser existent également pour des signaux d'amplitude faible. Les dimensions et propriétés du noyau coïncident avec celles du noyau utilisé pour les dispositifs expérimentaux à savoir le modèle 74270191 de chez Würth Elektronik.

III.1.1.c Bobinages

Pour modéliser un tore de mode commun, deux bobinages indépendants sont enroulés sur le noyau ferromagnétique. Ces bobinages sont constitués du même nombre de spires réparties sur chacune des moitiés du tore comme c'est souvent le cas pour les inductances de mode commun utilisées pour les filtres CEM. En revanche, certains paramètres comme l'ouverture angulaire et la densité angulaire de répartition des conducteurs peuvent être différents entre les deux bobinages. Tout comme pour le cas des composants magnétiques à un enroulement, les bobinages des composants peuvent présenter localement une variation de densité de répartition. Deux exemples de composants sont présentés sur la figure III.1.

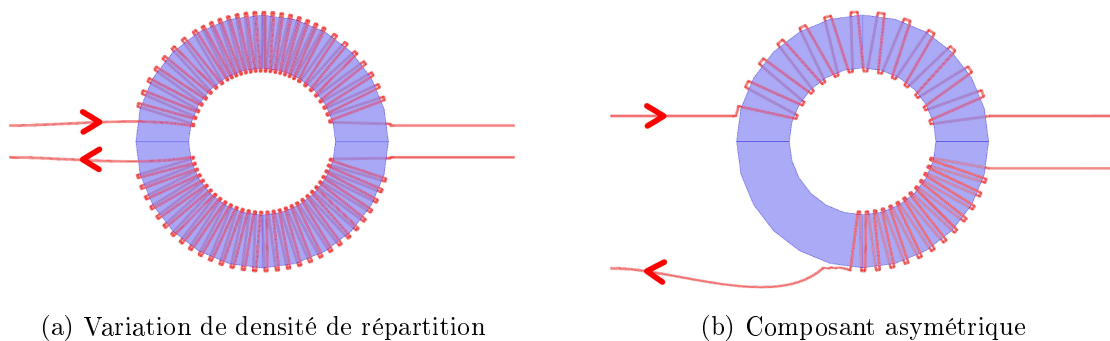


FIGURE III.1 – Modèles de composants simulés.

Le composant III.1a présente deux bobinages d'ouvertures angulaires identiques avec une variation locale de densité de répartition sur l'un des bobinages. Les centres des bobinages sont diamétralement opposés. Le composant III.1b quant à lui est constitué de deux bobinages d'ouvertures angulaires différentes, mais ayant une répartition homogène. Les centres des bobinages sont rapprochés et ne sont donc pas disposés de manière symétrique par rapport au noyau magnétique.

III.1.2 Validation expérimentale

Comme pour les composants mono-enroulement, les résultats obtenus en simulation ont été validés par comparaison avec la mesure expérimentale. Le banc de cartographie 2D et la sonde

utilisés pour les mesures de champ magnétique rayonné sont les mêmes que ceux utilisés dans la partie II. Afin d'étudier avec précision l'influence de la position des conducteurs, des guides de bobinage ont également été créés pour ces nouveaux composants. La figure III.2 représente un guide de bobinage en nylon ainsi que le composant réel réalisé.

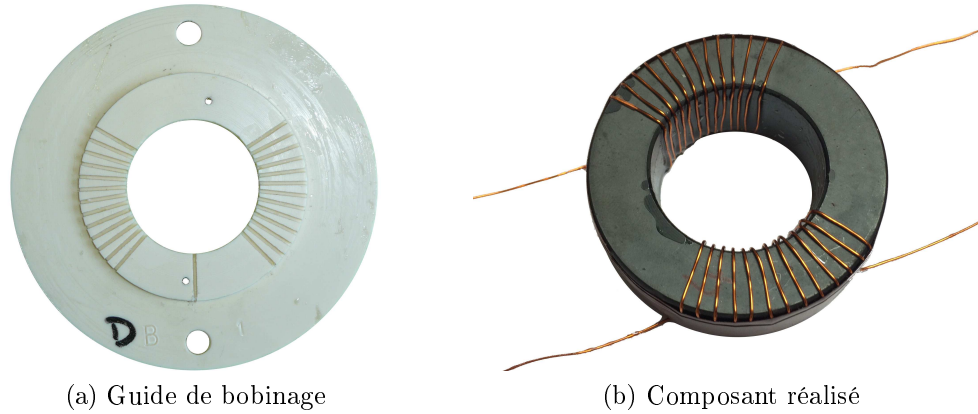


FIGURE III.2 – Exemple de composant à bobinage double utilisé en mesure.

Le composant est alimenté par un courant sinusoïdal d'amplitude 1 A à une fréquence de 10 kHz. La perméabilité relative du matériau valant 1000 entre 10 kHz et 1 MHz nous pouvons négliger ses variations. La comparaison entre les cartographies de rayonnement mesurée et simulée est représentée sur la figure III.3. Le plan de mesure est de 20 cm x 20 cm et est situé à 4 cm du plan médian du tore.

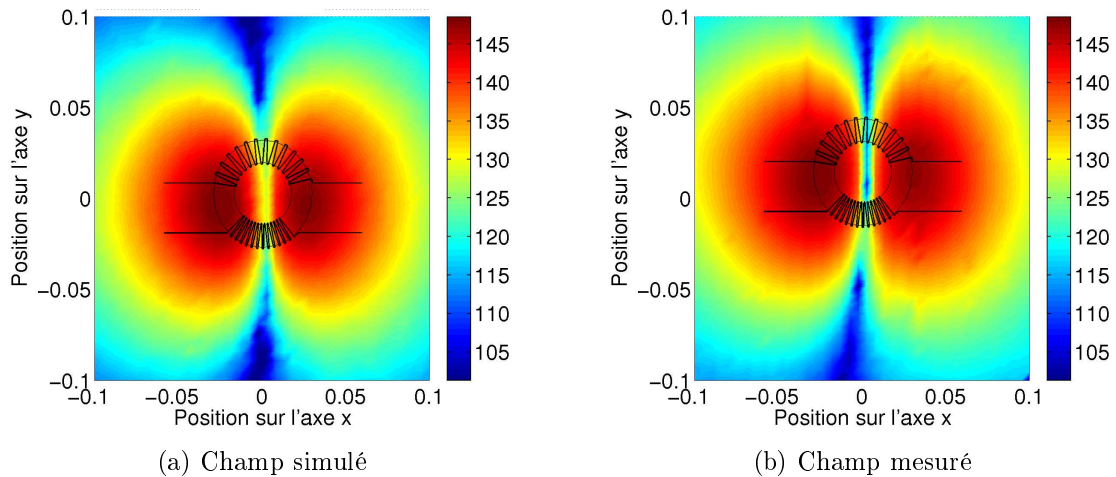


FIGURE III.3 – Comparaison de la composante normale H_z du champ magnétique ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$) à 4 cm au-dessus du plan médian du noyau.

On observe une bonne concordance entre mesure et simulation, aussi bien en terme d'amplitude que de géométrie de champ permettant ainsi de valider nos simulations. Dans la suite de l'étude, nous nous appuyerons essentiellement sur les résultats issus de simulations numériques qui offrent davantage d'informations par rapport à la mesure. Nous allons maintenant

étudier l'influence des asymétries de répartition des conducteurs sur la répartition des champs magnétiques rayonnés par ces composants.

III.1.3 Effets du bobinage sur le rayonnement

La forme du bobinage est soumise à l'influence de plusieurs paramètres topologiques. Les effets de trois d'entre eux seront étudiés ici à savoir une variation locale de densité de répartition des spires, une différence d'ouverture angulaire et la position du centre du bobinage sur le tore. Il est important de noter que le nombre de spires des deux bobinages est le même comme c'est souvent le cas sur les composants réels dont le paramètre principal est le nombre de spires.

III.1.3.a Influence de l'ouverture angulaire du bobinage

Les premiers composants simulés sont des composants *symétriques* dont les caractéristiques sont les suivantes :

- les bobinages possèdent la même ouverture angulaire. L'ouverture angulaire du bobinage définit la taille du domaine angulaire bobiné ;
- les centres des bobinages sont diamétralement opposés ;
- les conducteurs sont répartis de manière homogène dans le domaine angulaire. Il n'y a donc pas d'irrégularité de densité de répartition.

Deux composants ont été modélisés pour étudier ce paramètre. Les bobinages sont composés de $N_c = 13$ spires, mais l'ouverture angulaire est différente pour chacun des composants. Le premier composant, appelé *dense*, présente une ouverture angulaire faible valant $a_1 = \pi/2$ alors que le second composant, appelé *large*, a une ouverture valant $a_2 = 13\pi/15$. Ces composants sont tous deux représentés sur la figure III.4. Il est important de remarquer que le nombre de spires étant fixé, la densité angulaire de répartition des conducteurs est différente entre les deux composants. On a $M_1 = 55$ spires/couche et $M_2 = 30$ spires/couche.

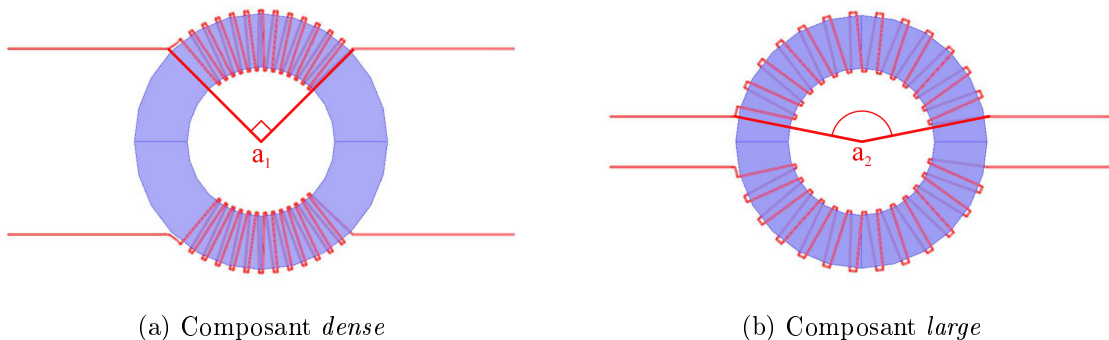


FIGURE III.4 – Modèle numérique pour l'étude de l'influence de l'ouverture angulaire.

L'étude de la géométrie du champ sera effectuée ici par l'intermédiaire du potentiel vecteur magnétique \vec{A}_z . En effet, dans le cas de champ magnétique 2D, les lignes de flux du champ magnétique sont représentées par les lignes équipotentielles de \vec{A}_z . Or c'est le cas dans le plan

médian du tore compte tenu des symétries du problème. En effet, l'équation des lignes de flux est donnée par la formule (III.1) :

$$\vec{B} \times d\vec{l} = \vec{0} \quad (\text{III.1})$$

En utilisant la définition du potentiel vecteur $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}_z$, on obtient alors

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial A_z}{\partial x} dx + \frac{\partial A_z}{\partial y} dy \end{vmatrix} = \vec{0} \quad (\text{III.2})$$

On reconnaît la différentielle de la fonction potentiel-vecteur qui est donc nulle sur la ligne de champ. Ainsi l'équation de la ligne de flux du champ 2D conduit à une équipotentielle. L'étude du potentiel sur le plan médian permet donc d'étudier la topologie du champ magnétique. La figure III.5 représente le potentiel A_z rayonné dans le plan médian du tore par les composants présentés précédemment alimentés en mode différentiel.

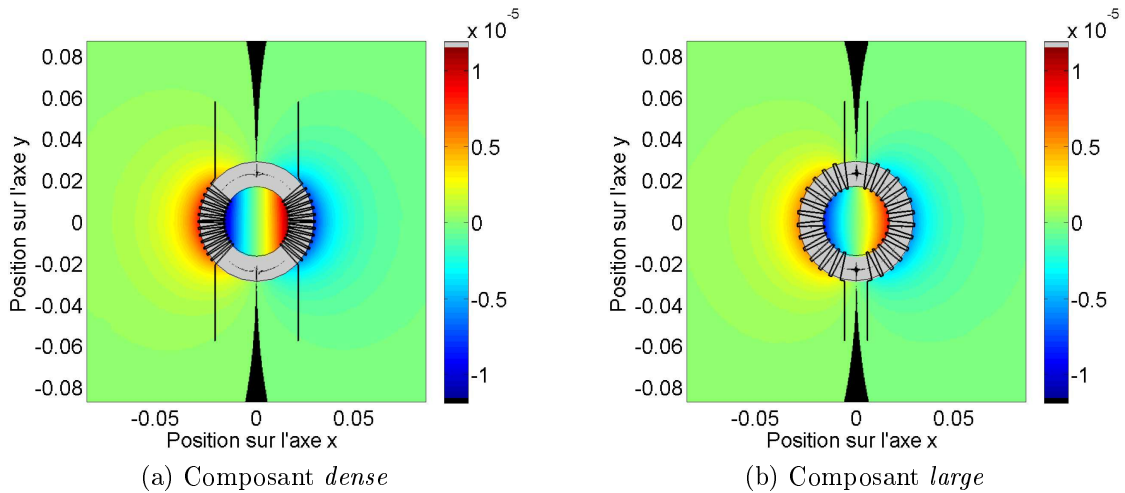


FIGURE III.5 – Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) dans le plan médian du tore pour les composants *dense* et *large*.

La zone représentée en noir sur les cartographies est la zone de *potentiel faible* (*i.e.* $A_z < 3.10^{-8} \text{ Wb.m}^{-1}$). On observe que, dans les deux cas de composants *symétriques*, cette zone divise l'espace en deux zones distinctes situées de part et d'autre du noyau. Il s'agit en effet de la zone de l'espace où les lignes de champ sont verticales et définit donc la limitation entre les zones de champs de chacun des bobinages. Il apparaît également une antisymétrie du potentiel par rapport au plan yOz . Pour un composant on a donc égalité des inductances de fuites entre les deux bobinages qui résulte de la symétrie du champ rayonné dans l'air.

On observe cependant des différences entre les cartographies des deux composants. L'amplitude des extrema de potentiel dans l'air est plus élevée dans le cas du composant *dense* illustré sur la figure III.5a que dans le cas du composant *large* (figure III.5b). Ce phénomène peut

s'expliquer par le fait que la faible valeur de l'ouverture angulaire entraîne une canalisation du champ dans le noyau moins efficace et il en résulte donc des fuites plus importantes. La figure III.6 représente l'évolution du potentiel vecteur selon deux axes, l'axe Ox et l'axe Oy qui sont perpendiculaires au plan de symétrie du tore pour Ox et contenu dans le plan pour Oy . On observe bien que l'amplitude du potentiel dans le cas *dense* est supérieure à celle du cas *large*. De plus, la comparaison entre les deux axes permet de confirmer que le potentiel est bien plus faible sur l'axe Ox que sur l'axe Oy comme on l'indiquait pour la zone de potentiel faible.

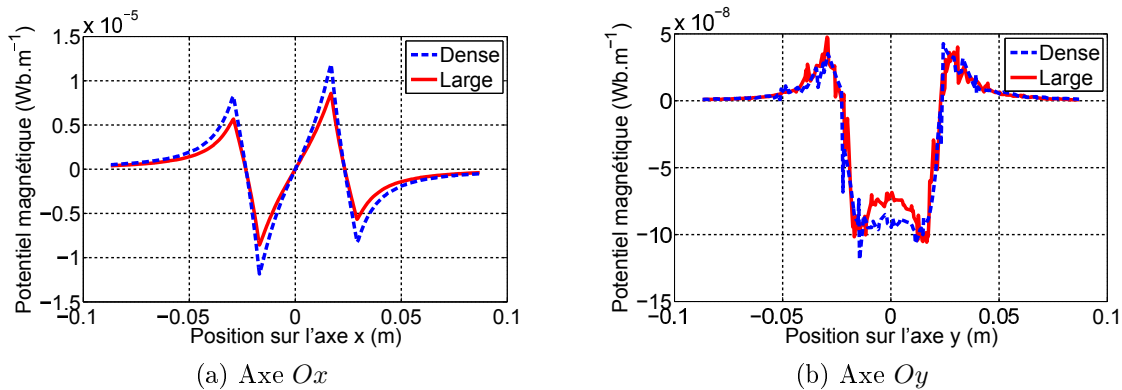


FIGURE III.6 – Évolution du potentiel-vecteur A_z ($\text{Wb}\cdot\text{m}^{-1}$) le long des axes pour les composants *dense* et *large*.

L'amplitude maximale du potentiel dans l'air (et donc du champ magnétique) est donc bien supérieure dans le cas du composant *dense* aussi bien au centre du noyau qu'à l'extérieur. L'amplitude du champ magnétique étant liée à celle des variations du potentiel, on a donc une augmentation du champ rayonné dans les zones proches du noyau qui est critique en terme de couplages inter-composants. En revanche, on sait que l'amplitude du champ magnétique dans l'air est directement liée à la valeur de l'inductance de fuite du composant. L'ouverture angulaire peut donc être, à nombre de spires fixé, un paramètre de réglage de la valeur. Dans certaines applications de convertisseurs multi-niveaux, la valeur de l'inductance de fuite influe sur les performances du système et la possibilité de contrôler sa valeur en fonction de l'ouverture angulaire est donc un atout [Laboure et al., 2008].

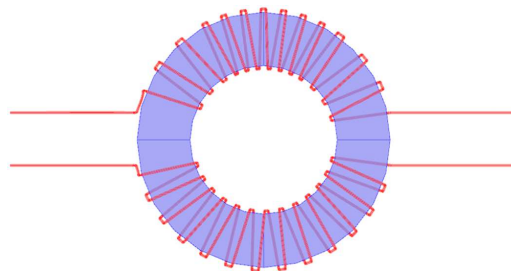


FIGURE III.7 – Composant avec variation

III.1.3.b Influence d'une variation de densité angulaire de répartition

Nous avons simulé un composant comportant une variation locale de densité de répartition du bobinage. Ce composant est représenté sur la figure III.7. Le composant présente deux bobinages constitués de 13 spires chacun bobinés sur un domaine angulaire valant $a_2 = 13\pi/15$. Ces bobinages sont diamétralement opposés. En revanche l'un des bobinages présente une variation locale de densité de conducteurs alors que l'autre bobinage a une répartition homogène. Nous avons comparé le rayonnement de ce composant avec celui du composant symétrique *large* vu dans la partie précédente. La comparaison des potentiels vecteurs est donnée sur la figure III.8.

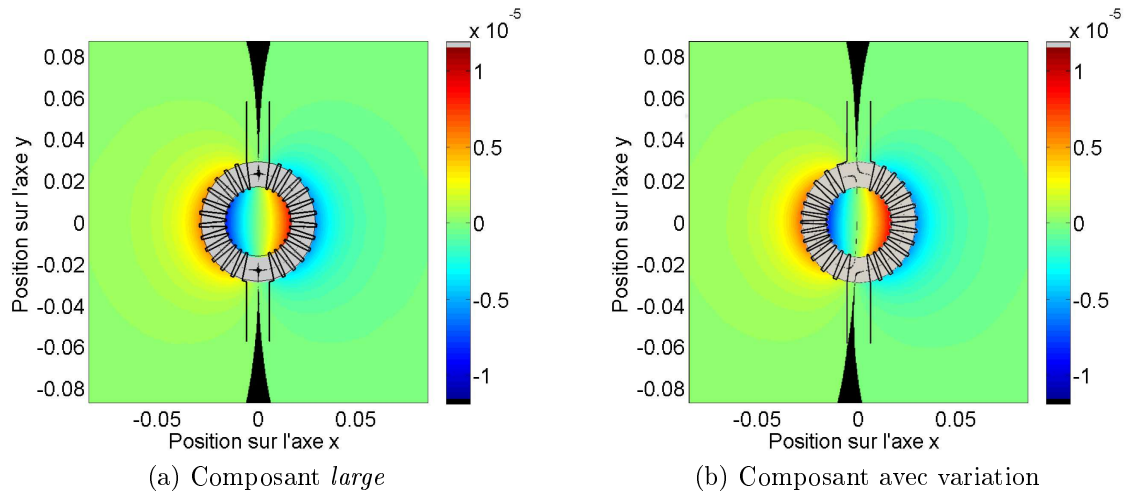


FIGURE III.8 – Comparaison du potentiel-vecteur A_z ($\text{Wb}\cdot\text{m}^{-1}$) dans le plan médian du tore pour un composant avec variation locale de densité.

Il apparaît que la variation locale de densité de répartition des conducteurs entraîne une déformation légère de la zone de *potentiel faible*. En effet, celle-ci n'est plus confondue avec l'axe séparant les deux bobinages. On peut penser qu'un bobinage plus lâche, à ouverture angulaire constante, favorise les fuites du champ. Les amplitudes maximales des potentiels restent cependant proches entre les deux composants. Afin d'étudier cet aspect plus en détail, l'évolution des potentiels vecteurs est donnée sur la figure III.9.

La courbe III.9a montre que l'on a une bonne concordance des potentiels. L'écart entre les composants pour les deux maxima est faible avec une décroissance similaire. En revanche, on observe une grande différence entre les potentiels selon l'axe Oy sur la figure III.9b. On observe tout d'abord une inversion du signe du potentiel. Ceci est dû à la déformation de la géométrie qui fait que la zone de potentiel positif s'étend sur l'axe Oy . Il est important de remarquer que ce phénomène est lié au choix (arbitraire) du bobinage sur lequel la variation de densité de répartition est faite et que cette inversion n'apparaîtrait pas si l'autre bobinage avait été modifié. Le deuxième effet qui apparaît est l'augmentation de la valeur du potentiel sur l'axe. En effet, le gradient du potentiel dans la direction x est très grand dans la zone proche de $x = 0$ comme on peut le voir sur la figure III.9a. Un faible décalage de la position du zéro se traduit donc par une forte augmentation du potentiel.

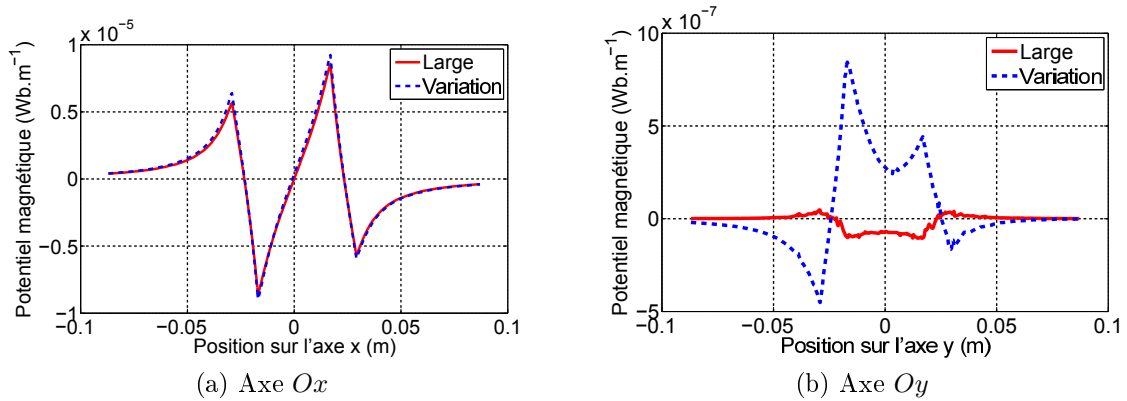


FIGURE III.9 – Évolution du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) le long des axes pour un composant avec variation locale de densité.

La variation locale de densité de répartition angulaire des conducteurs crée donc une asymétrie qui tend à déformer la géométrie du potentiel. Cependant les effets de cette variation sont moins importants que dans le cas de bobines MD comme nous avons pu le voir dans la partie II. En effet, la structure même du TMC en fait un composant dont le rayonnement est élevé lorsqu'il est alimenté en mode différentiel. Cette forte valeur de champ le rend donc moins sensible aux variations de densité du bobinage.

III.1.3.c Influence d'une asymétrie de bobinage

Nous avons créé un composant *asymétrique* en utilisant deux bobinages d'ouvertures différentes $a_1 = \pi/2$ et $a_2 = 13\pi/15$ sur le même noyau. Ces bobinages sont diamétralement opposés par rapport au noyau comme illustré sur la figure III.10 et constitués de 13 spires réparties de manière homogène dans le domaine angulaire. La comparaison des potentiels vecteurs est donnée sur la figure III.11.

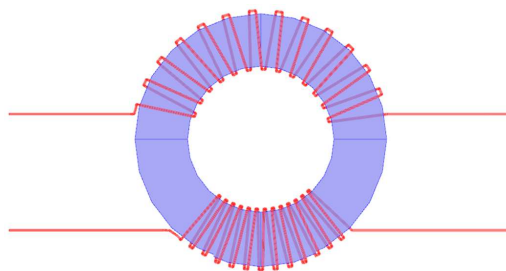


FIGURE III.10 – Modèle de composant *asymétrique*

Le premier effet qui apparaît est la déformation de la zone de *potentiel faible*. Cette zone ne divise plus l'espace en deux zones symétriques, mais est maintenant décalée du côté du bobinage de faible ouverture angulaire. Ce phénomène est dû à la différence de répartition des forces magnétomotrices qui ne se compensent plus comme dans le cas de composants *symétriques*. En

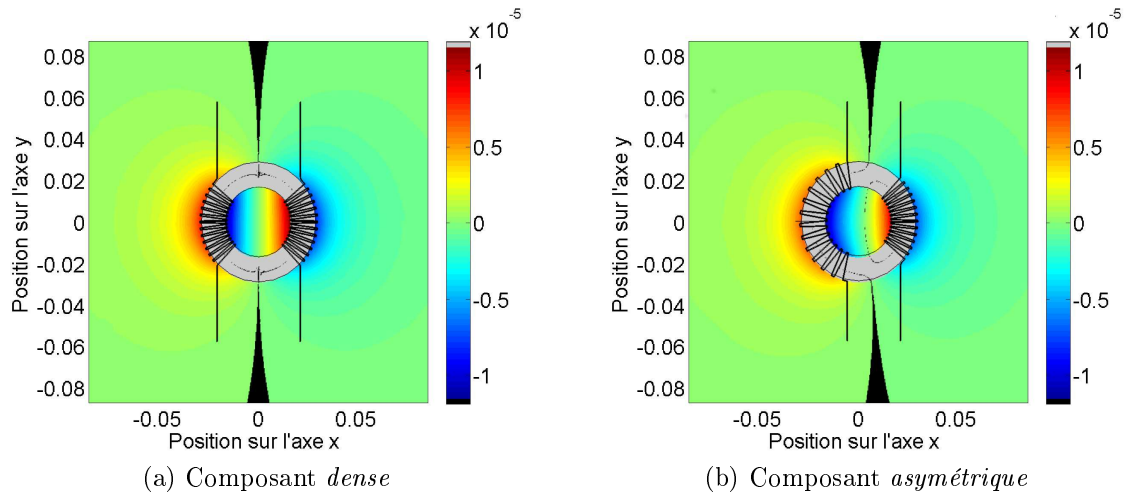


FIGURE III.11 – Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) dans le plan médian du tore pour un composant asymétrique.

revanche, l'air est toujours divisé en 2 domaines indépendants de part et d'autre des bobinages. Les maxima de potentiel observés sont quant à eux compris entre les valeurs obtenues pour les composants *dense* et *large*. On a donc une harmonisation de la valeur du potentiel. L'évolution des potentiels est illustrée sur la figure III.12.

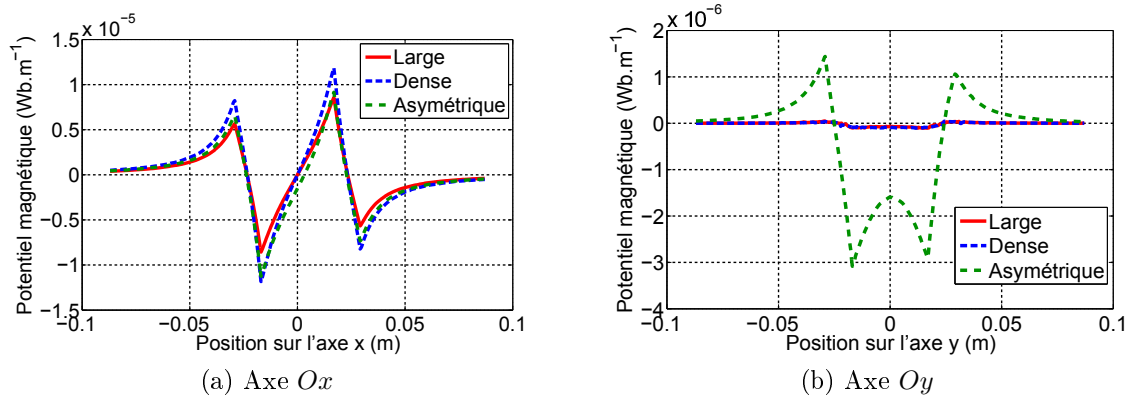


FIGURE III.12 – Évolution du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) le long des axes pour un composant asymétrique.

La courbe III.12a montre bien que l'amplitude du potentiel du composant est comprise entre celle des composants *symétriques*. Ceci entraîne une modification du taux de décroissance du champ à l'extérieur du noyau. A l'intérieur du noyau, on observe que les valeurs maximales du potentiel du cas *asymétrique* sont inversées par rapport à celles à l'extérieur du tore. En effet, la valeur du potentiel est proche de celle du cas *dense* au plus proche du bobinage *large* et inversement sur l'autre bobinage ce qui semble à première vue contradictoire avec les effets observés. Ce phénomène est causé par le décalage du passage à zéro du potentiel au centre du noyau. En effet, le champ au plus près des conducteurs d'un bobinage est peu influencé par

le bobinage opposé et ne varie donc pas. Le potentiel associé à ce champ doit donc avoir le même gradient dans la zone intérieure du noyau. La zone de décroissance de la partie gauche de la courbe étant agrandie par le décalage du zéro, le potentiel est donc plus important afin de conserver l'égalité du gradient. L'effet de décalage du zéro est très visible sur la coupe selon l'axe O_y représentée sur la figure III.12b. On observe en effet une augmentation de la valeur du potentiel magnétique dû au gradient important dans cette zone. L'effet est bien plus important que dans le cas d'une variation locale de densité de répartition de conducteurs. On a en effet un ordre de grandeur d'écart entre les deux phénomènes ce qui permet de conclure que l'asymétrie d'ouverture angulaire des bobinages modifie de manière conséquente la topologie du rayonnement.

La forme du bobinage influe donc sur l'amplitude et la géométrie du rayonnement magnétique. Nous avons vu que l'amplitude pouvait être réglée par l'ouverture angulaire tandis qu'une asymétrie de bobinage pouvait entraîner une modification de la géométrie du champ, notamment dans les zones de potentiel faible. Un autre aspect à étudier est l'impact de la position des bobinages autour du tore.

III.1.3.d Composant *symétrique* à bobinages rapprochés

Le composant à bobinages rapprochés est dérivé du composant symétrique *dense*. Ce composant est composé de deux bobinages d'ouverture angulaire identique $a_1 = \pi/2$ dont les centres ne sont pas diamétralement opposés. Le composant est illustré sur la figure III.13.

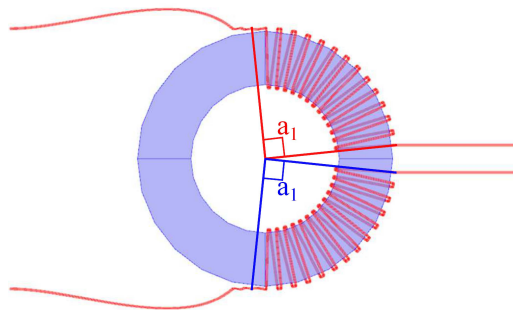


FIGURE III.13 – Modèle de composant à bobinages rapprochés symétriques

La comparaison des potentiels vecteurs est donnée sur la figure III.14.

On observe que la symétrie selon l'axe O_y et l'égalité des deux demi-espaces d'air est conservée en modifiant la position des bobinages. Toutefois, cette configuration permet de modifier la géométrie en concentrant le champ autour des bobinages. Ceci se traduit par un élargissement de la zone de *potentiel faible* dans la partie supérieure de la cartographie ainsi que la concentration des zones de potentiel maximal autour des bobinages. Le resserrement des bobinages entraîne une augmentation du gradient du potentiel dans la zone intérieure du noyau ce qui contribue à une augmentation de la valeur du champ magnétique dans la zone située entre les bobinages.

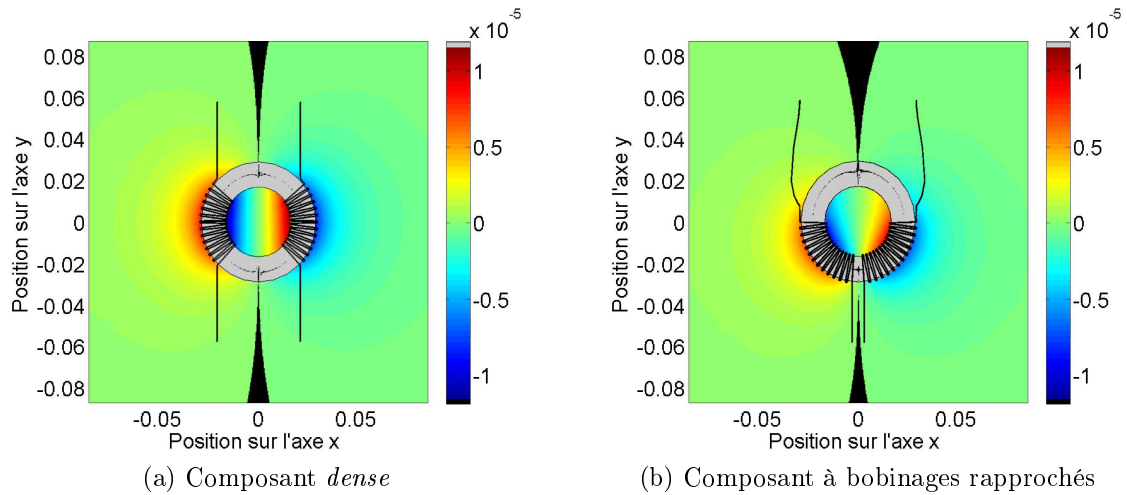


FIGURE III.14 – Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) dans le plan médian du tore pour un composant à bobinages rapprochés symétriques.

Le décalage des bobinages permet donc de concentrer le champ dans une zone de l'espace et donc d'agrandir la zone de champ faible. Cet effet est particulièrement utile pour la conception de filtres afin de réduire les couplages entre composants. Le placement des composants adjacents peut donc se faire dans les zones de faible champ pour réduire les EMI créées par le TMC.

III.1.3.e Composant *asymétrique* à bobinages rapprochés

Nous avons vu qu'une asymétrie d'ouverture angulaire perturbait la géométrie de rayonnement du TMC. Cet effet a également été étudié dans le cas de bobinages non diamétralement opposés. Le composant représenté sur la figure III.15 est composé de deux bobinages de 13 spires chacun, mais d'ouvertures angulaires a_1 et a_2 différentes.

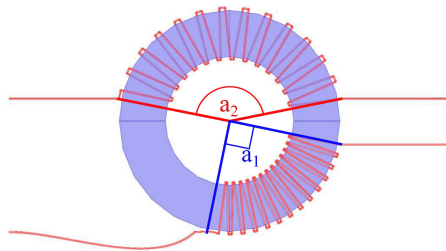


FIGURE III.15 – Modèle de composant à bobinages rapprochés asymétriques

Les cartographies du potentiel-vecteur associé sont données sur la figure III.16.

La déformation de la géométrie de rayonnement du potentiel apparaît clairement sur la cartographie III.16b. La zone de *potentiel faible* ne divise plus l'espace en 2 domaines égaux et la direction de cette zone n'est plus parallèle à l'axe Oy . Ce résultat est critique en termes de couplages, car la direction principale des lignes de champs magnétiques est fortement modifiée. En effet comme dans la section II.4.2.b, chaque bobinage agit comme un moment magnétique

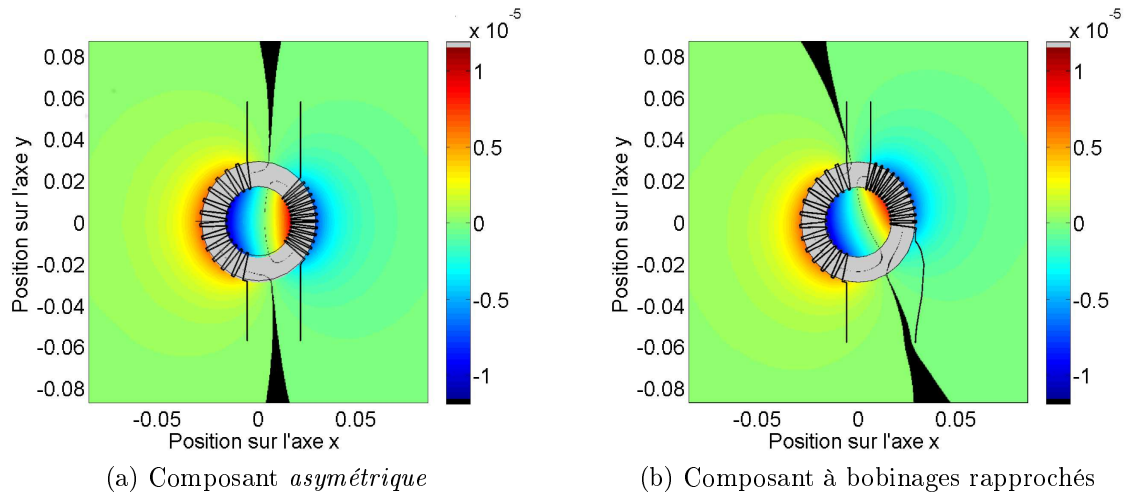


FIGURE III.16 – Comparaison du potentiel-vecteur A_z (Wb.m^{-1}) dans le plan médian du tore pour un composant à bobinages rapprochés asymétriques.

dont l'interaction détermine la topologie de rayonnement du composant complet. Il est donc nécessaire de pouvoir prédire la direction des lignes de champ par l'analyse du bobinage.

III.1.4 Détermination prédictive des topologies de rayonnement

La méthode de détermination de l'emplacement de la zone de potentiel faible sera faite sur l'exemple du composant *asymétrique* à bobinages rapprochés qui est le cas le plus défavorable et sera ensuite appliqué aux autres cas pour vérifier leur validité.

III.1.4.a Moments équivalents des bobinages

Chacun des bobinages peut être représenté par un moment magnétique équivalent, dont les caractéristiques données ici.

- La direction du vecteur équivalent est parallèle à la corde passant par les extrémités du domaine angulaire recouvert par le bobinage.
- Le sens du vecteur est donné par le signe du potentiel. En effet, le potentiel magnétique a la même direction que le vecteur courant dans les conducteurs. Le sens de circulation du courant permet donc de déterminer celui du moment magnétique associé à la bobine.
- La norme du vecteur est proportionnelle à la force magnétomotrice qui est donc le produit du nombre de spires du bobinage et du courant qui le parcourt. La norme ne dépend pas de l'ouverture angulaire ou de la répartition des conducteurs autour du noyau. En effet, nous avons vu dans le chapitre précédent que la surface de la spire équivalente au bobinage était déterminée par les dimensions du noyau et non du bobinage. À surface équivalente identique, la norme ne dépend donc que de la force magnétomotrice.

La figure III.17 représente la superposition de la cartographie du potentiel vecteur et des vecteurs correspondant aux moments équivalents de chacun des bobinages.

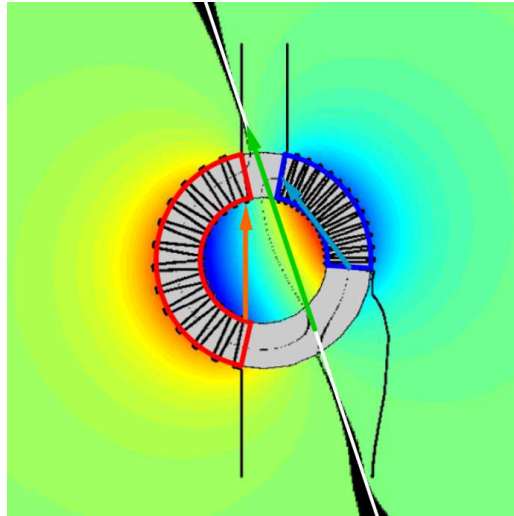


FIGURE III.17 – Représentation des moments équivalents du TMC.

Les deux vecteurs en orange et bleu représentent les moments équivalents des bobinages tels que définis précédemment. La droite blanche quant à elle est l'image de la direction privilégiée de la zone de *potentiel faible*. À l'exception de la zone située près de l'extrémité d'un des conducteurs (en bas à droite de la cartographie), cette droite passe par le milieu de la zone de *potentiel faible*. Le vecteur vert résulte de l'addition des vecteurs bleu et orange de chacun des bobinages. Il apparaît clairement que sa direction est parallèle à celle de la droite blanche. Le rayonnement du TMC est donc bien le résultat de la compensation des moments magnétiques générés par chacun des bobinages qui le composent. Afin de déterminer la position de la droite portant le vecteur il est nécessaire d'étudier la géométrie du bobinage.

III.1.4.b Géométrie du bobinage

On a pu remarquer sur les cartographies de potentiel que la zone de champ faible était déplacée dans le cas de bobinages d'ouvertures angulaires différentes. On peut donc supposer que, si la f.m.m définit la direction du vecteur, la géométrie du bobinage définit sa position. Les cartographies de la figure III.18 montrent la direction et la position de la zone de potentiel faible dans différents cas de composants.

Nous avons représenté sur les cartographies plusieurs éléments notables de la géométrie. En rose, nous avons représenté le cercle passant par le milieu du noyau. Les deux demi-droites noires correspondent quant à elles aux bissectrices des angles délimités par les extrémités des bobinages. Il apparaît que la zone de *potentiel faible* passe par les points d'intersection du cercle et des deux bissectrices ce qui permet de la déterminer complètement.

Dans cette partie nous avons donc vu l'influence de la répartition du bobinage sur le rayonnement magnétique d'un tore de mode commun. Il a été montré que le paramètre critique du bobinage, dans notre cas, est l'ouverture angulaire. En effet, dans le cas où les deux bobinages

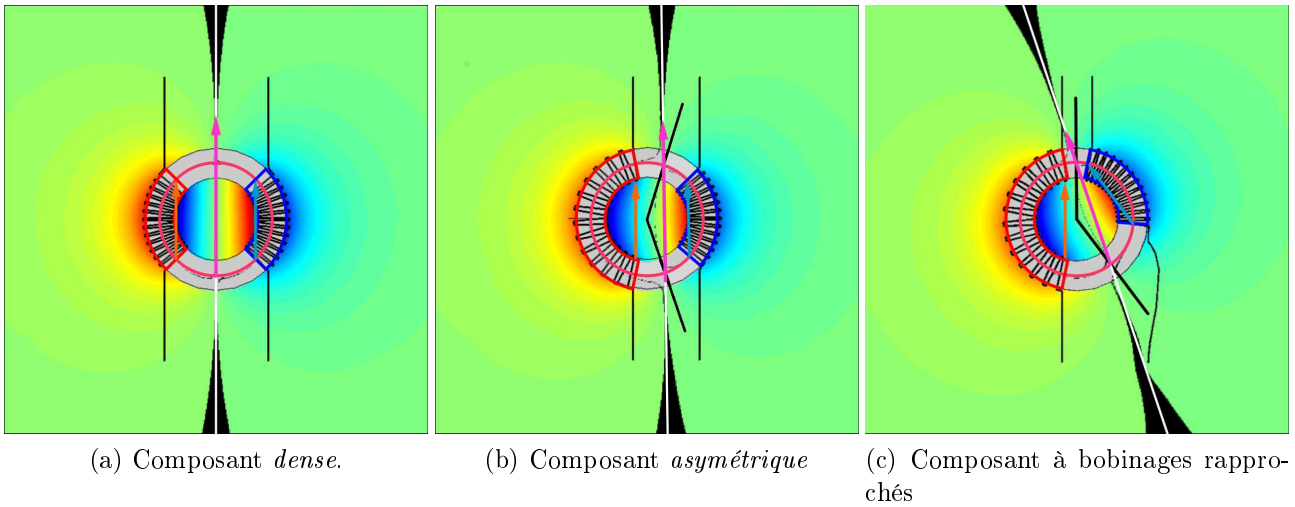


FIGURE III.18 – Moments équivalents pour différents composants.

ont la même ouverture angulaire, la symétrie du composant est respectée et il est possible de prédire facilement la forme des lignes de champs. En revanche, une asymétrie d'ouverture entre les deux bobinages modifie la géométrie de rayonnement et rompt la symétrie du composant. La topologie du rayonnement magnétique associé peut être déterminé par une analyse précise du bobinage cependant les conséquences en terme de niveau de couplages et des phénomènes électriques associés sont difficiles à évaluer. Afin de pouvoir les déterminer, un modèle analytique permettant de connaître le champ dans l'environnement proche du composant est nécessaire. La partie suivante a donc pour objet la mise en place de ce modèle.

III.2 Modèle analytique

La géométrie tridimensionnelle du composant ne permet pas de calculer le champ rayonné par le composant de manière analytique. Nous avons vu que le champ rayonné dans le plan médian du noyau présentait toutefois une structure 2D. Malgré ça il est souvent difficile d'obtenir de manière directe une expression analytique pour représenter le champ rayonné par des distributions de courant à géométrie circulaire. Pour contourner cette difficulté, nous avons décidé d'utiliser le formalisme de représentation complexe introduit dans la partie I qui permet l'utilisation d'outils mathématiques non conventionnels. Parmi ces outils, la transformation conforme est une technique puissante permettant de transformer la géométrie de la source de rayonnement pour faciliter le calcul du champ associé.

III.2.1 Transformation conforme

La transformation conforme est un outil d'analyse numérique ou analytique permettant de résoudre facilement l'équation de Poisson en 2D largement étudié théoriquement [Silvester, 1968, Henrici, 1974] puis appliqué au génie électrique [Markovic et al., 2004]. Cette méthode est utilisée dans de nombreux domaines tels que l'électromagnétisme, la mécanique des fluides ou la

thermique.

III.2.1.a Principe

Le but du calcul est de déterminer le champ rayonné par une configuration complexe de distribution de courant. Ceci prend en compte aussi bien la forme des conducteurs que la présence de matériaux magnétiques dans le système. Dans le cas du TMC, nous combinons les deux aspects et la transformation conforme est adaptée au problème.

En partant d'un problème 2D, décrit par le formalisme complexe dans un système de coordonnées d'origine $z = x + iy$, la transformation conforme consiste à appliquer une fonction f de la variable complexe $z : w = f(z)$ à ce domaine. Cette fonction va transformer la configuration z en un nouveau système de coordonnées $w = u + iv$. La fonction f est injective *i.e.* à chaque point $z_0 = x_0 + iy_0$ correspond une unique valeur de $w_0 = u_0 + iv_0$ comme illustré sur la figure III.19.

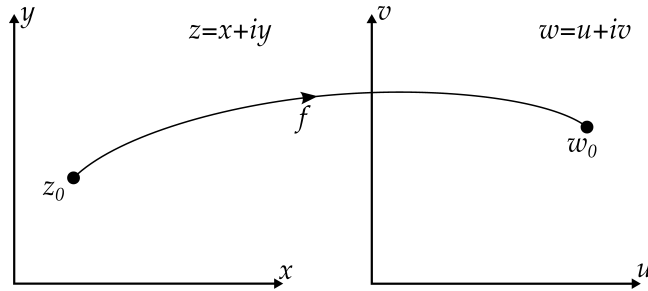


FIGURE III.19 – Correspondance entre les domaines

La transformation conforme doit respecter les 3 règles données ici :

- si un point z_0 est situé dans l'air/le fer, son image $w_0 = f(z_0)$ est située elle aussi dans l'air/le fer,
- un conducteur parcouru par un courant I placé en z_0 est transformé en un conducteur placé en $w_0 = f(z_0)$ parcouru par le même courant I ,
- la transformation conserve le potentiel complexe Ω *i.e.* $\Omega(z_0) = \Omega(w_0)$. Cela implique que les fonctions φ et ψ (définies dans la partie I.4.3.b) ont la même valeur dans les deux domaines. L'image d'une équipotentielle/ligne de champ est donc aussi une équipotentielle.

Le point précédent permet donc de déduire la relation entre les champs dans les deux systèmes de coordonnées donnée par l'équation (III.3). Dans la suite, on notera H_z le champ complexe dans le domaine z et H_w celui dans le domaine w .

$$H_z = - \left(\frac{d\Omega}{dz} \right)^* = - \left(\frac{d\Omega}{dw} \frac{dw}{dz} \right)^* = H_w \left(\frac{dw}{dz} \right)^* \quad (\text{III.3})$$

Le choix de la fonction de transformation doit donc permettre de transformer la distribution de courant J_z associé à notre système en une distribution J_w permettant le calcul direct. Il est donc nécessaire dans un premier temps de mettre en équation la distribution J_z .

III.2.1.b Mise en équation de la source de courant

Dans l’hypothèse d’un modèle de rayonnement 2D, nous nous intéresserons uniquement aux faces verticales du tore. La source de rayonnement peut donc être représentée par une série de conducteurs juxtaposés placés dans l’air à proximité du noyau magnétique comme illustré sur la figure III.20.

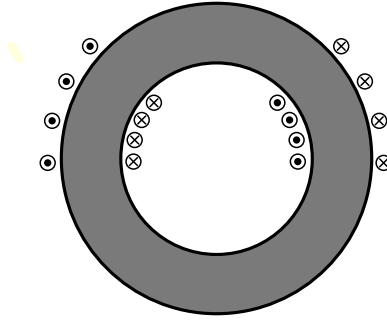


FIGURE III.20 – Conducteurs placés autour du noyau.

Afin d’établir un modèle 2D, nous faisons l’hypothèse que :

- les conducteurs et le noyau sont infinis dans la direction perpendiculaire au plan,
- la perméabilité magnétique du noyau est assez grande pour pouvoir considérer que les conducteurs à l’intérieur et à l’extérieur du noyau n’interagissent pas en terme de champ,
- les bobinages sont indépendants et on peut donc calculer leur champ séparément.

Il est donc possible de calculer le champ rayonné pour un jeu de conducteurs de manière indépendante. Afin de simplifier les calculs, nous ferons également l’hypothèse dans un premier temps qu’on peut assimiler ces conducteurs à une nappe plane conductrice parcourue par une densité linéique de courant homogène $J_{s_0} = N_c I / (2a r_0)$ dirigée selon l’axe vertical avec N_c le nombre de conducteurs du bobinage, a la demi-ouverture angulaire et r_0 le rayon de l’arc comme illustré sur la figure III.21a.

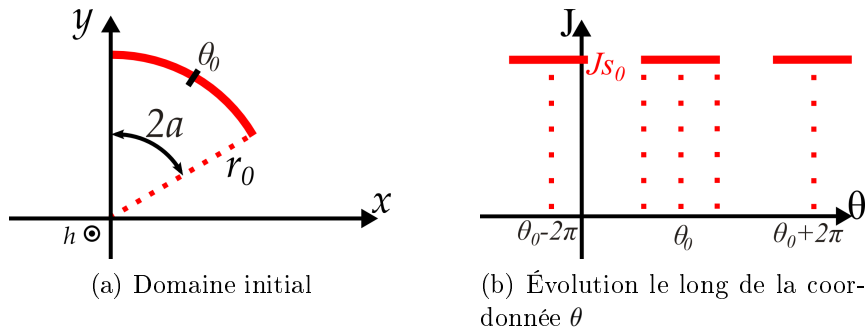


FIGURE III.21 – Représentation de la distribution de courant.

La nappe de courant est donc matérialisée par un arc de cercle situé entre les angles $\theta_1 = \theta_0 - a$ et $\theta_2 = \theta_0 + a$ considéré infini le long de l’axe vertical. Il est important de re-

marquer que pour un angle $\theta_i = \theta_0 + 2k\pi$ avec k entier, la valeur de la distribution de courant est alors $J_s(\theta_i) = J_{s_0}$. Comme illustré sur la figure III.21b, la distribution de courant est donc 2π -périodique par rapport à la coordonnée θ . Une autre propriété de cette distribution est que la valeur de la densité J_{s_0} est inversement proportionnelle au rayon r_0 . En effet, le courant dans les différentes nappes est le même, peu importe leur taille. Le nombre de spires N_c étant fixe, la largeur de l'arc augmente avec le rayon et la densité de courant associée diminue donc en $1/r_0$.

Malgré la mise en équation de la distribution de courant, la méthode de calcul direct reste difficile à appliquer à cause de la présence du noyau magnétique et de la forme circulaire de la nappe et il est donc nécessaire de transformer la source.

III.2.1.c Choix de la fonction de transformation

La méthode de transformation permet l'utilisation de nombreuses fonctions complexes dont les performances dépendent de la géométrie initiale. Pour orienter notre choix, un cahier des charges a été défini afin que les caractéristiques de la distribution transformée puissent faciliter le calcul dans le domaine transformé.

- La densité de courant transformée doit être indépendante du rayon. Ainsi les différentes nappes d'un même bobinage auront la même densité de courant dans le domaine transformé.
- La périodicité de la distribution selon la coordonnée θ est une caractéristique très intéressante. En effet la périodicité d'une grandeur lui confère de nombreuses propriétés facilitant le calcul (symétrie, utilisation de la décomposition en séries de Fourier (DSF)). Il est donc important que la distribution transformée soit également périodique selon un des axes du domaine.
- Compte tenu de la géométrie du TMC qui fait intervenir de nombreux cercles (ou arcs de cercle) concentriques, il semble intéressant que la distribution transforme cet ensemble de cercles en un ensemble de courbes à géométrie remarquable tel que des droites parallèles.

La transformation la plus simple pour transformer un cercle en droite parallèle est la fonction inverse $f = \frac{1}{z}$ qui transforme tout cercle passant par l'origine en une droite verticale ou horizontale. Cette proposition n'a cependant pas été retenue, car la transformation de cercles concentriques n'a pas de géométrie particulière. Pour satisfaire les conditions qui ont été présentées ici, la fonction logarithme complexe est celle qui a été retenue. Celle-ci est définie par l'équation (III.4) qui est donnée pour un nombre complexe $z = re^{i\theta}$.

$$\begin{aligned} w &= \ln z \\ &= \ln r + i\theta = u + iv \end{aligned} \tag{III.4}$$

Le nouveau système de coordonnées est donc défini par $u = \ln r$ et $v = \theta$. Tout cercle de rayon r centré sur l'origine du plan z est donc transformé en une droite verticale d'équation $u = \ln r$. Nous verrons dans la partie suivante que les autres conditions établies dans le cahier des charges sont également respectées.

III.2.1.d Sources transformées

Position des sources

La méthode de transformation conforme implique d'appliquer la fonction f choisie aux coordonnées de la distribution dans le domaine initial. L'équation de la position de la nappe de courant représentée sur la figure III.21a est donnée par l'équation (III.5).

$$z_{\text{nappe}} = r_0 e^{i(\theta - \theta_0)} \text{ pour } \theta \in [-a + 2k\pi, a + 2k\pi] \text{ avec } k \in \mathbb{N} \quad (\text{III.5})$$

En appliquant la fonction à cette formule, on obtient alors la formule (III.6).

$$w_{\text{nappe}} = \ln r_0 + i(\theta - \theta_0) \text{ pour } \theta \in [-a + 2k\pi, a + 2k\pi] \text{ avec } k \in \mathbb{N} \quad (\text{III.6})$$

La figure III.22 représente le résultat de la transformation appliquée à deux nappes de courants de même ouverture angulaire et de rayons différents. L'image par transformation conforme d'un arc de courant est donc la juxtaposition de bandes de courants de largeur $2a$ situées en $u = \ln r_0$. Nous conservons donc la périodicité de la source de courant selon la coordonnée v comme exprimé dans le cahier des charges.

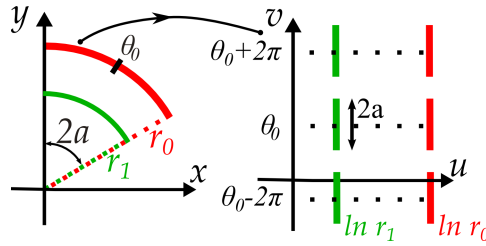


FIGURE III.22 – Transformation de la densité de courant du plan z vers le plan w .

Valeur de la densité de courant

Les règles de la transformation conforme imposent l'égalité des courants. Si on modifie la géométrie du plan conducteur, on a donc une variation de la valeur de la densité. Le courant total dans un arc peut être obtenu par le calcul de l'intégrale de la densité de courant sur la section Γ de l'arc conducteur. On obtient donc l'équation (III.7).

$$\int_{\Gamma} J_{s_0} dl = \int_{\theta_0 - a}^{\theta_0 + a} \frac{N_c I}{2a r_0} r_0 d\theta = N_c I \quad (\text{III.7})$$

Afin de calculer la valeur de densité dans le domaine w notée J_{w_0} , on utilise donc l'égalité des courants et donc des intégrales dans les deux domaines. Cela se traduit par l'équation (III.8).

$$\int_{\Gamma} J_{s_0} r_0 d\theta = \int_{\text{Bande}} J_w(u, v) dv \quad (\text{III.8})$$

L'égalité des grandeurs $d\theta$ et dv permet de déduire directement la densité de courant. On a donc bien indépendance de la densité de courant avec le rayon. Ceci concorde avec le fait

que des arcs d'ouverture angulaires identiques, mais de rayons différents (donc de largeurs différentes) sont transformés en des bandes de largeurs identiques comme illustré sur la figure III.22.

Nous avons donc établi la répartition du courant dans le domaine transformé. L'évolution du courant selon l'axe v est donc un créneau 2π -périodique d'amplitude $J_{w_0} = N_c I / 2a$ et d'ouverture $2a$. Ce créneau est centré en θ_0 . Il est donc maintenant possible de calculer le champ dans une représentation plane.

III.2.2 Calcul du champ magnétique

III.2.2.a Décomposition de la source

La répartition du courant en créneau selon l'axe v permet de calculer le champ en sommant le champ de bandes conductrices. Cependant, cette formulation est lourde et la convergence de la suite n'est pas évidente. Nous allons donc utiliser la propriété de périodicité de la densité de courant. En effectuant une décomposition en série de Fourier, chaque composante de la décomposition représente un plan infini parcouru par une densité de courant dont la variation selon la coordonnée v est sinusoïdale. L'intérêt de cette méthode est que le calcul de champ magnétique est considérablement simplifié dans le cas de distributions de courants infinies.

Les coefficients de la DSF pour un créneau d'amplitude J_{w_0} de largeur $2a$ centré en θ_0 peuvent donc être calculés par

$$\begin{aligned} J_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi+\theta_0}^{\pi+\theta_0} J_{w_0} dv = \frac{aJ_{w_0}}{\pi} \\ J_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi+\theta_0}^{\pi+\theta_0} J_{w_0} \cos(n(v - \theta_0)) dv = \frac{2J_{w_0}}{n\pi} \sin(na) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

La répartition de la densité de courant est donc donnée par la formule (III.10).

$$J(v) = J_{w_0} \left[\frac{a}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin(na) \cos(n(v - \theta_0)) \right] \quad (\text{III.10})$$

Les composantes étant indépendantes, le champ complet peut donc être obtenu en calculant le champ pour chaque composante et en sommant les contributions.

III.2.2.b Calcul du champ rayonné pour une composante

Pour le calcul du champ, on considère dans un plan (u, v) un plan infini d'équation $u_0 = \ln r_0$ sur lequel existe une densité de courant J orientée selon la normale au plan (u, v) .

Étude des invariances et symétries

Tout plan (u, v) est plan d'anti-symétrie pour la distribution de courant. Le champ est donc contenu dans le plan (u, v) .

Le champ s'écrit donc $\vec{H} = H_u(u, v) \vec{e}_u + H_v(u, v) \vec{e}_v$. Le plan infini découpant l'espace en deux domaines distincts $u < u_0$ et $u > u_0$. Afin de faciliter l'écriture des calculs, nous introduisons la notation $H_{u<}$ et $H_{u>}$ représentant les champs de la composante u de part et d'autre du plan conducteur.

Calcul du champ pour la composante continue

La distribution relative à la composante continue est une nappe infinie parcourue par une densité de courant homogène. Le champ rayonné par une telle distribution n'est connu que par les conditions limites au niveau du plan conducteur données par l'équation (III.11).

$$H_{v>} - H_{v<} = J_0 \quad (\text{III.11})$$

Cette équation ne donne pas la valeur du champ, mais uniquement la différence entre les deux parties. Il est nécessaire de considérer les distributions de courants réelles et transformées en même temps pour obtenir la valeur du champ. En effet, la transformée inverse du plan infini parcouru par une densité de courant homogène est un tube de courant parcouru par une densité également homogène. Le théorème d'Ampère permet de déterminer que le champ à l'intérieur du tube est nul. Par conséquent, le champ dans la partie $u < u_0$ du domaine transformé est également nul. On peut donc en déduire la valeur du champ pour la composante continue donnée par l'équation (III.12).

$$\begin{aligned} H_{vDC<} &= 0 \\ H_{vDC>} &= J_0 \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

Le calcul pour la composante continue est simple. Le calcul pour les composantes harmoniques est quant à lui plus compliqué et est donc détaillé ci-après.

Calcul direct du champ pour les composantes harmoniques

La densité de courant pour une harmonique est définie par $J(v) = J_n \cos(nv)$. Le calcul se base sur les équations de Maxwell-Flux (III.13) et Maxwell-Ampère (III.14). En effet dans l'air, on obtient :

$$\text{div} \vec{H}_n = \frac{\partial H_{nu}}{\partial u} + \frac{\partial H_{nv}}{\partial v} = 0 \quad (\text{III.13})$$

et

$$\vec{rot} \vec{H}_n = \vec{0} \Rightarrow \frac{\partial H_{nv}}{\partial u} = \frac{\partial H_{nu}}{\partial v} \quad (\text{III.14})$$

En dérivant (III.13) par rapport à v et en utilisant (III.14), on obtient alors

$$\frac{\partial^2 H_{nv}}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 H_{nv}}{\partial v^2} = 0 \quad (\text{III.15})$$

Cette équation donne la relation entre les dérivées secondes du champ selon les deux directions. La seule solution possible est que ces dérivées soient constantes et opposées en signe. En appliquant la méthode de séparation des variables on en déduit que la composante H_v peut donc s'écrire comme le produit de deux fonctions $f_1(u)$ et $f_2(v)$ dépendant uniquement d'une coordonnée du plan et telles que $H_v = f_1(u) * f_2(v)$. De l'équation (III.15), on en déduit l'égalité suivante :

$$\frac{f_1''}{f_1} = -\frac{f_2''}{f_2} = \lambda^2 \quad (\text{III.16})$$

Au vu de l'allure de la distribution de courant en $\cos(nv)$, le champ magnétique doit être périodique selon la composante v . On peut donc en déduire le signe et la valeur de λ . On a $\lambda = n$. Les solutions générales pour f_1 et f_2 sont donc :

$$\begin{cases} f_1 = A \exp(-n(u - u_0)) + B \exp(n(u - u_0)) \\ f_2 = C \cos(n(v - \theta_0)) \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Les conditions d'annulation du champ à l'infini imposent de séparer l'espace en deux parties correspondant aux demi-espaces $u < u_0$ et $u > u_0$. Dans l'équation (III.17), on a alors $A = 0$ pour $u < u_0$ et $B = 0$ pour $u > u_0$. En combinant ce résultat avec l'équation (III.13), on obtient alors l'expression du champ magnétique dans les deux sous-espaces.

$$\begin{cases} H_{nu<} = A_1 \sin(n(v - \theta_0)) \exp(n(u - u_0)) \\ H_{nv<} = A_1 \cos(n(v - \theta_0)) \exp(n(u - u_0)) \end{cases} \quad \begin{cases} H_{nu>} = -A_2 \sin(n(v - \theta_0)) \exp(-n(u - u_0)) \\ H_{nv>} = A_2 \cos(n(v - \theta_0)) \exp(-n(u - u_0)) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

La détermination des valeurs des constantes se fait par l'utilisation des conditions aux limites au niveau du plan conducteur en $u = u_0$. Celles-ci sont données par la continuité de la composante normale du champ et le saut de la composante tangentielle due à la densité surfacique de répartition de courant sur le plan. On obtient le système (III.19)

$$\begin{cases} H_{nu>} - H_{nu<} = 0 \\ H_{nv>} - H_{nv<} = J_n \cos(n(v - \theta_0)) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

En combinant ce résultat avec l'expression des champs magnétiques, on peut déterminer les valeurs des coefficients A_1 et A_2 .

$$\begin{cases} -A_2 - A_1 = 0 \\ A_2 - A_1 = J_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = -\frac{J_n}{2} \\ A_2 = \frac{J_n}{2} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

L'expression du champ magnétique dans les deux demi-espaces est donc donnée par l'équation (III.21)

$$\begin{cases} H_{nu<} = -\frac{J_n}{2} \sin(n(v - \theta_0)) \exp(n(u - u_0)) \\ H_{nv<} = -\frac{J_n}{2} \cos(n(v - \theta_0)) \exp(n(u - u_0)) \end{cases} \quad \begin{cases} H_{nu>} = -\frac{J_n}{2} \sin(n(v - \theta_0)) \exp(-n(u - u_0)) \\ H_{nv>} = \frac{J_n}{2} \cos(n(v - \theta_0)) \exp(-n(u - u_0)) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Nous avons donc obtenu l'expression du champ magnétique pour chaque composante. Afin d'appliquer la transformation conforme inverse, il est nécessaire de mettre ce champ sous forme complexe.

III.2.2.c Mise en forme complexe

Champ magnétique

L'expression du champ complexe est obtenue grâce à son expression en complexe $H_w = H_u + iH_v$ et doit également être une fonction de la variable complexe $w = u + iv$. On peut donc la calculer pour toutes les composantes.

Composante continue

La composante H_u du champ étant nulle dans le cas de la composante continue, le champ s'obtient de manière simple en posant $H_w = iH_v$. On obtient alors l'équation (III.22) pour les deux demi-espaces.

$$\begin{cases} H_{0<} = 0 \\ H_{0>} = iJ_0 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Composante harmonique

Le champ magnétique pour les composantes harmoniques dépend des deux coordonnées u et v et nécessite de faire apparaître la variable complexe w

Pour le demi-espace $u < u_0$ on a alors en posant $w_0 = u_0 + i\theta_0$

$$\begin{aligned} H_{n<}(w) &= H_{nu<} + iH_{nv<} \\ &= -\frac{J_n}{2} \exp(n(u - u_0)) [\sin(n(v - \theta_0)) + i \cos(n(v - \theta_0))] \\ &= -i\frac{J_n}{2} \exp(n(w^* - w_0^*)) \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

On peut exprimer le champ pour le demi-espace $u > u_0$, on obtient alors :

$$H_{n>}(w) = i\frac{J_n}{2} \exp(-n(w^* - w_0^*)) \quad (\text{III.24})$$

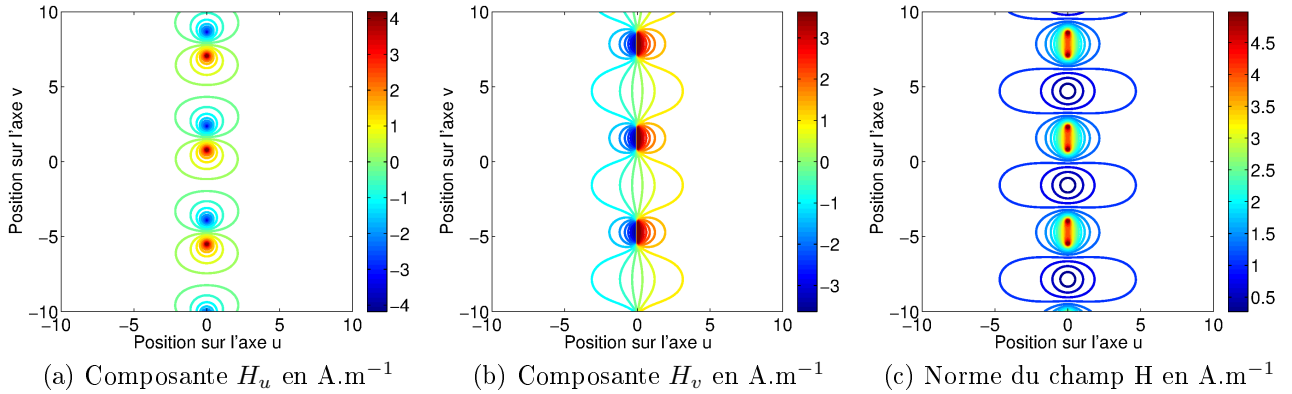


FIGURE III.23 – Rayonnement de la source dans le domaine w .

La figure III.23 donne l'allure des composantes H_u et H_v ainsi que de la norme du champ magnétique pour une source centrée en $w_0 = i\pi/2$ et dont la largeur de chaque bande vaut $2a = \pi/2$. Le champ présenté est le champ total résultant de la somme de 50 harmoniques.

On retrouve bien la périodicité du champ avec la coordonnée v . On remarque également sur la figure III.23c que le champ est bien maximal autour des nappes de courant et décroît pour s'annuler à l'infini.

Potentiel

En utilisant les expressions déterminées pour le champ magnétique et la formule liant le champ et le potentiel magnétiques $H = -\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)^*$, on peut calculer l'expression du potentiel magnétique pour les différentes harmoniques du champ. La formule du potentiel est donnée en III.25.

$$\begin{cases} \Omega_{0<} = 0 \\ \Omega_{0>} = iJ_0(w - w_0) \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega_{<} = -i\frac{J_n}{2n}\exp(n(w - w_0)) \\ \Omega_{>} = -i\frac{J_n}{2n}\exp(-n(w - w_0)) \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

La figure III.24 montre les lignes de niveau du potentiel-vecteur défini par $A = -\mu\mathfrak{I}\mathfrak{m}(\Omega)$ pour la source décrite précédemment. Il est important de noter que le potentiel étant déterminé par intégration, celui-ci est défini à une constante près qui dépend des conditions limites (ou de la jauge) prises.

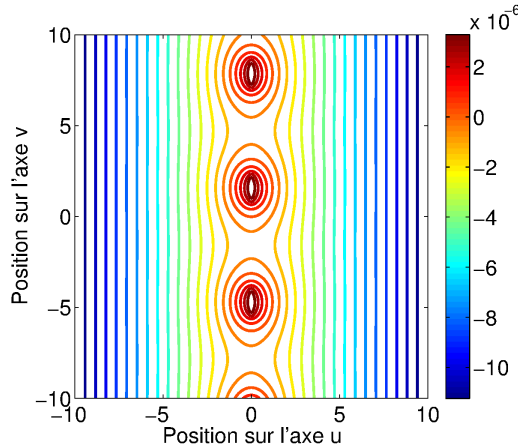


FIGURE III.24 – Potentiel vecteur ($\text{Wb}\cdot\text{m}^{-1}$) rayonné dans le domaine w .

III.2.3 Transformée inverse

III.2.3.a Champ magnétique

Maintenant que l'on connaît l'expression du champ dans le domaine w , il faut repasser dans le domaine réel. Pour cela on utilise la relation $H_z = H_w \left(\frac{dw}{dz}\right)^*$. On a $w = \ln z$ donc $\frac{dw}{dz} = \frac{1}{z}$. Le domaine $u < u_0$ (resp. $u > u_0$) devient alors le domaine $r < r_0$ (resp. $r > r_0$). L'expression du champ magnétique pour les deux domaines est donnée pour la composante continue dans l'équation (III.26).

$$\begin{cases} H_{0<} = 0 \\ H_{0>} = i\frac{J_0}{z^*} \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Le calcul est donné pour le domaine $r < r_0$ pour les composantes harmoniques. On a alors

$$\begin{aligned}
 H_{<} &= -\frac{i}{z^*} \frac{J_n}{2} \exp(n(w^* - w_0^*)) \\
 &= -\frac{i}{z^*} \frac{J_n}{2} \exp(-n(\ln z^* - \ln z_0^*)) \\
 &= -\frac{i}{z^*} \frac{J_n}{2} \exp(n \ln(z^*/z_0^*))
 \end{aligned} \tag{III.27}$$

L'équation des composantes continues pour les deux domaines est alors donnée par la formule (III.28).

$$\begin{cases}
 H_{<} &= -\frac{i}{z^*} \frac{J_n}{2} \exp(n \ln(z^*/z_0^*)) \\
 H_{>} &= \frac{i}{z^*} \frac{J_n}{2} \exp(-n \ln(z^*/z_0^*))
 \end{cases} \tag{III.28}$$

On observe l'apparition d'un terme en $\frac{1}{z^*}$ dans l'expression de la composante $H_{0>}$. Ce terme est l'équivalent en réel de la décroissance en $\frac{1}{r}$ des champs et concorde donc avec le comportement physique du champ. Pour améliorer la lisibilité de l'expression des composantes harmoniques, on peut utiliser l'expression en coordonnées polaires $z = re^{i\theta}$. Les composantes harmoniques du champ magnétique s'écrivent alors pour les deux coordonnées :

$$\begin{cases}
 H_{zn<x} &= -\frac{J_n}{2} \frac{r^{n-1}}{r_0^n} \sin((n-1)\theta - n\theta_0) \\
 H_{zn<y} &= -\frac{J_n}{2} \frac{r^{n-1}}{r_0^n} \cos((n-1)\theta - n\theta_0)
 \end{cases} \tag{III.29}$$

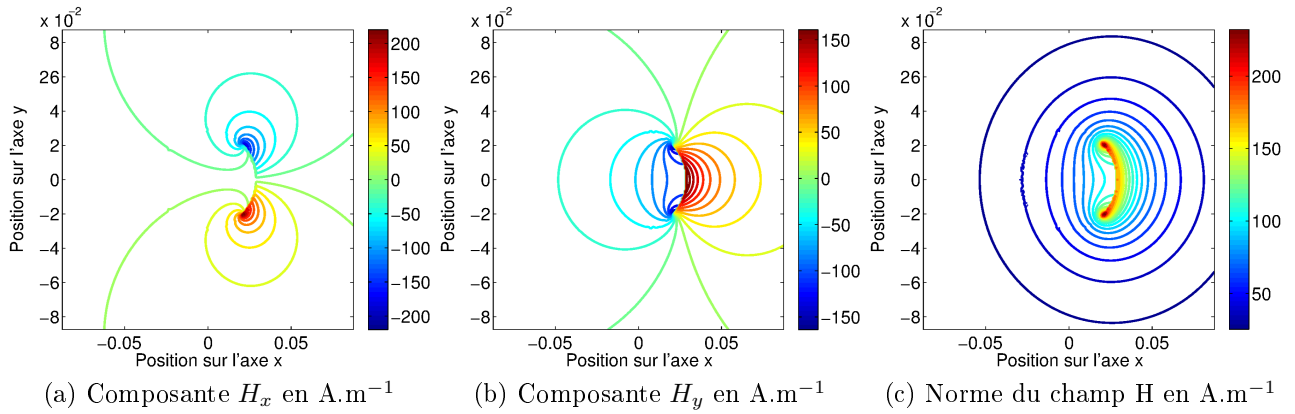
$$\begin{cases}
 H_{zn>x} &= -\frac{J_n}{2} \frac{r_0^n}{r^{n+1}} \sin((n+1)\theta - n\theta_0) \\
 H_{zn>y} &= -\frac{J_n}{2} \frac{r_0^n}{r^{n+1}} \cos((n+1)\theta - n\theta_0)
 \end{cases} \tag{III.30}$$

On retrouve bien la dépendance du champ avec le rayon ainsi que la périodicité avec θ qui étaient attendues compte tenu de la géométrie circulaire de la source du courant. Il est donc possible d'obtenir le champ complet en ajoutant les différents termes de la DSF.

La figure III.25 donne les représentations du champ magnétique rayonné par un arc infini de rayon $r_0 = 3$ cm et d'ouverture angulaire $2a = \pi/2$ placé en $\theta_0 = 0$ parcouru par une densité homogène de courant. Le résultat proposé est donné pour la somme des 50 premières harmoniques. La position de l'arc conducteur correspond à la zone dans laquelle la norme du champ magnétique est la plus élevée et est visible sur la figure III.25c.

III.2.3.b Potentiel

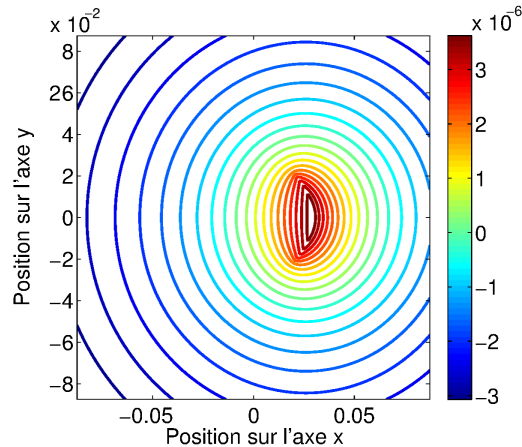
La transformation conforme assure l'égalité des potentiels magnétiques dans les deux domaines $\Omega(w_0) = \Omega(z_0)$. Il suffit donc de remplacer la coordonnée complexe w par $\ln z$. Il en


 FIGURE III.25 – Rayonnement de la source dans le domaine z .

découle l'expression suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{0<} = 0 \\ \Omega_{0>} = iJ_0 \ln(z/z_0) \\ \Omega_{<} = -i\frac{J_n}{2n} \exp(n \ln(z/z_0)) \\ \Omega_{>} = -i\frac{J_n}{2n} \exp(-n \ln(z/z_0)) \end{array} \right. \quad (\text{III.31})$$

La figure III.26 représente le potentiel-vecteur magnétique rayonné par la source décrite précédemment.


 FIGURE III.26 – Potentiel vecteur ($Wb.m^{-1}$) rayonné dans le domaine z .

Dans cette partie, nous avons pu déterminer l'expression analytique du champ magnétique rayonné par une distribution de courant à géométrie circulaire. Il est important de noter que cette expression ne dépend de la distribution de courant qu'à travers la valeur des coefficients de la DSF J_n . Les expressions données ici sont donc valides pour n'importe quelle distribution de courant à condition que l'on puisse déterminer la valeur des coefficients de sa DSF.

III.2.4 Modélisation analytique du tore de mode commun

On cherche à utiliser la méthode précédente pour calculer le champ rayonné par le TMC complet déjà modélisé par simulations numériques. Certaines hypothèses doivent donc être précisées pour modéliser le composant. En effet, si l'on connaît l'expression générale du champ, un degré de précision supplémentaire doit être ajouté sur la modélisation de la distribution de courant pour pouvoir obtenir un modèle précis du rayonnement.

III.2.4.a Distribution de courant

Le TMC est composé de deux bobinages et fait donc apparaître deux jeux de conducteurs (internes et externes) pour chacun d'entre eux. Le bobinage utilisé pour le calcul fera donc apparaître quatre nappes de courant représentant chacun de ces jeux. Afin de nous rapprocher de la distribution réelle des conducteurs, nous modélisons chaque conducteur de manière indépendante plutôt qu'en une seule nappe homogène. Chaque conducteur est modélisé par une bande fine de courant dont l'ouverture angulaire δ_c correspond à l'ouverture angulaire du conducteur. La nappe conductrice à densité homogène est donc remplacée par une succession de strips conducteurs centrés sur la position des conducteurs réels et dont la largeur angulaire correspond à celle d'un conducteur. La distribution pour un jeu de conducteur est illustrée sur la figure III.27.

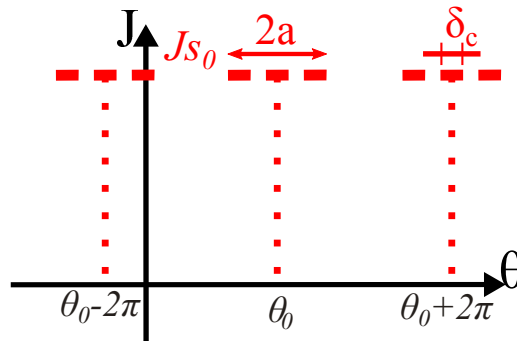


FIGURE III.27 – Densité de courant pour un jeu de conducteurs.

Cette modélisation plus réaliste permet de prendre en compte les zones d'air entre les conducteurs et sera donc utilisée par la suite. Les coefficients de la DSF de cette distribution sont donnés par la formule (III.32)

$$\begin{cases} J_0 &= \frac{N_c I}{2\pi} \\ J_{n0} &= \sum_{c=1}^{N_c} \frac{I}{n\pi\delta_c} (\sin(n(\theta_c + \delta_c/2)) - \sin(n(\theta_c - \delta_c/2))) \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

où N_c est le nombre de conducteurs et θ_c représente la position angulaire du centre du strip c .

III.2.4.b Prise en compte du matériau magnétique

Le TMC est constitué dans notre étude de 4 jeux de conducteurs situés à proximité d'un noyau ferromagnétique. La forte valeur de perméabilité magnétique permet de prendre en compte l'influence du noyau par l'intermédiaire de la méthode des images. Le champ calculé ne sera donc pas valide dans le noyau. Comme nous l'avons vu dans la partie I, la théorie des images dans le cas circulaire donne le rayon d'un conducteur placé à un rayon r_1 à proximité d'un matériau de rayon r_i par la relation (III.33) :

$$r_{\text{image}} = \frac{r_i^2}{r_1} \quad (\text{III.33})$$

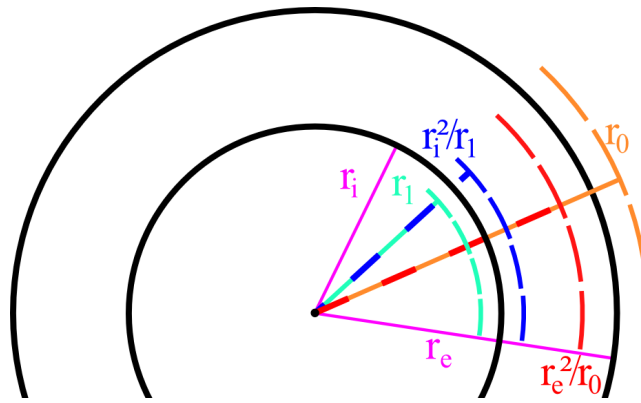


FIGURE III.28 – Théorie des images pour les conducteurs internes et externes.

La figure III.28 montre le placement des images pour les conducteurs externes et internes du bobinage. Il est intéressant de remarquer que le résultat trouvé par la méthode des images dans le cas circulaire peut être retrouvé par la transformation conforme. En effet la transformée de la distribution est un plan situé en $u_1 = \ln r_1$ et le bord du matériau en $u_i = \ln r_i$. L'image du conducteur est donc placée à égale distance du plan à une abscisse telle que :

$$\begin{aligned} u_{\text{image}} &= u_i + (u_i - u_1) = 2 \ln r_i - \ln r_1 \\ &= \ln \left(\frac{r_i^2}{r_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

On retrouve donc bien le résultat attendu. En superposant le rayonnement des quatre jeux de conducteurs réels et des quatre jeux images, on peut donc obtenir le rayonnement du composant complet.

III.2.4.c Résultats

Le potentiel vecteur est donc calculé en sommant les 8 contributions pour les 50 premières harmoniques. La figure III.29 représente les cartographies du potentiel vecteur dans le cas calculé et le cas simulé pour le composant *asymétrique*. On observe une bonne concordance de la position de la zone de potentiel faible et de la répartition des champs dans l'espace notamment au plus près du noyau. Le modèle analytique permet donc de représenter de manière fiable les

interactions entre les bobinages apparaissant dans un TMC et les modifications du champ qui en résultent.

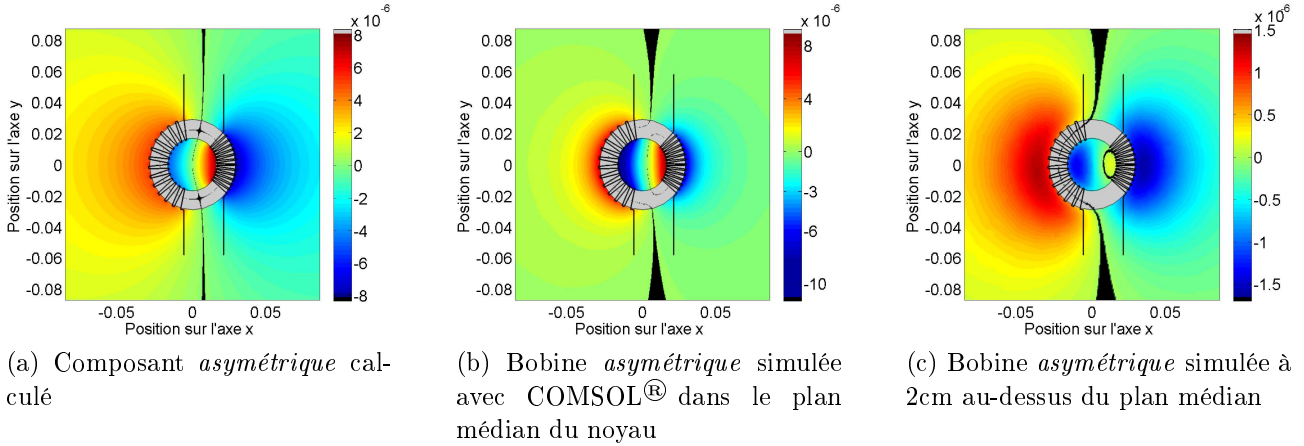


FIGURE III.29 – Comparaison du potentiel vecteur (Wb.m^{-1}) entre calcul et simulation.

Malgré les bons résultats en termes de géométrie, il est important de donner les limites du modèle. La première différence remarquable entre calcul et simulation est la différence de niveau entre les valeurs maximales du potentiel. Ce phénomène est dû à la modélisation des conducteurs. Le conducteur est représenté par un strip de courant dans le modèle calculé et non par un conducteur plein comme c'est le cas en réalité et en simulation ce qui a pour effet de modifier l'amplitude du champ au plus proche des conducteurs.

Le deuxième effet observé est la modification du diagramme de rayonnement. On peut voir sur la figure III.30 que le potentiel décroît plus rapidement dans le cas simulé que dans le cas calculé.

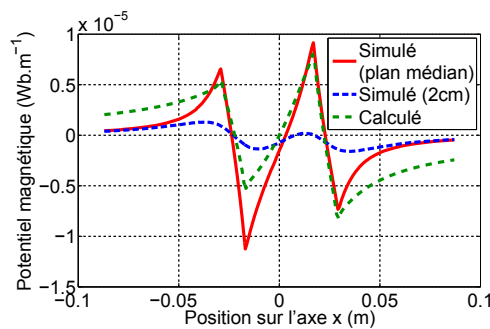


FIGURE III.30 – Représentation du potentiel vecteur A_z le long de l'axe x .

Cet effet est causé par la longueur infinie du strip pris dans les hypothèses du calcul par transformation conforme. En effet la relation, pour un conducteur simple, entre le champ rayonné par un fil infini et segment conducteur de longueur h est donné par l'équation (III.35) où les angles α_1 et α_2 sont définis sur la figure III.31. Le terme multiplicatif décroît rapidement avec l'augmentation de la distance au conducteur et le champ simulé atteint donc plus rapidement

des valeurs faibles. Le calcul complet pour une bande de courant ne permet pas d'obtenir une relation aussi simple.

$$\begin{aligned}
 H_{fini} &= \frac{I}{4\pi r} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \\
 &= H_{infini} \frac{\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{III.35}$$

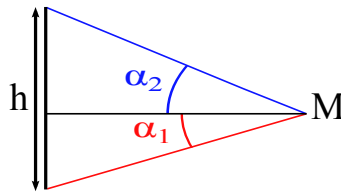


FIGURE III.31 – Définition des angles α_1 et α_2

Le modèle 2D est infini dans la direction verticale. Il est donc important de tester la validité des résultats obtenus en dehors des faces latérales. Pour cela, la cartographie représentée en figure III.29c est celle du potentiel vecteur A_z simulé à 2 cm au-dessus du plan médian du noyau. On remarque sur la cartographie comme sur la figure III.30 que la géométrie du potentiel A_z est conservée au-dessus du tore, mais que l'amplitude diminue à mesure que la distance avec le noyau augmente. Les conducteurs des faces horizontales n'influent pas sur le potentiel A_z , car les deux sont orthogonaux. Malgré les différences observées, les performances du modèle restent bonnes en terme de prédiction de topologie de champ.

Dans cette section, nous avons donc développé un modèle analytique pour la modélisation du champ magnétiques des inductances de mode commun. Basé sur le formalisme mathématique de la transformation conforme, il permet de prédire la géométrie du rayonnement magnétique ainsi que les interactions entre les bobinages. Les résultats obtenus concordent avec ceux des modèles simulés cependant il existe des différences liées en grande partie à la nature bidimensionnelle du modèle analytique. La décroissance des champs avec le rayon est plus rapide dans le cas réel où les conducteurs sont des segments, mais les géométries de rayonnement restent correctes et ce même dans les zones supérieures et inférieures. L'un des avantages majeurs du modèle est le gain en temps par rapport à la simulation. Les temps moyens pour l'obtention du résultat analytique pour 50 harmoniques est de l'ordre de la dizaine de secondes contre une durée de plusieurs heures pour l'obtention d'un résultat en simulation 3D. Le modèle permet donc l'obtention de l'allure du rayonnement d'une manière plus rapide et permet donc son utilisation notamment dans le cas d'études paramétriques par la réduction conséquente des temps de calcul.

Une des représentations des circuits magnétiques fréquemment utilisés est la représentation par circuit réductant équivalent. Le modèle établi peut donc être utilisé pour déterminer les paramètres de ce circuit.

III.3 Définition d'un circuit réductant équivalent

Les éléments du schéma réductant du circuit magnétique du composant sont déterminés en étudiant les flux du champ magnétique à travers la surface du tore comme c'est fréquemment le cas pour établir un modèle HFMEC (*High Fidelity Magnetic Equivalent Circuit*) [Cale and Sudhoff, 2006, Batdorff and Lumkes, 2009]. Afin de déterminer la forme de notre modèle, nous nous intéressons donc à la répartition des lignes de champ le long du tore.

III.3.1 Définition de zones de rayonnement

L'observation des lignes de champ magnétique montre que les zones de l'espace ne sont pas équivalentes en terme de fuite. La figure III.32 représente l'allure des lignes de champs vues selon l'axe du tore et l'axe des conducteurs.

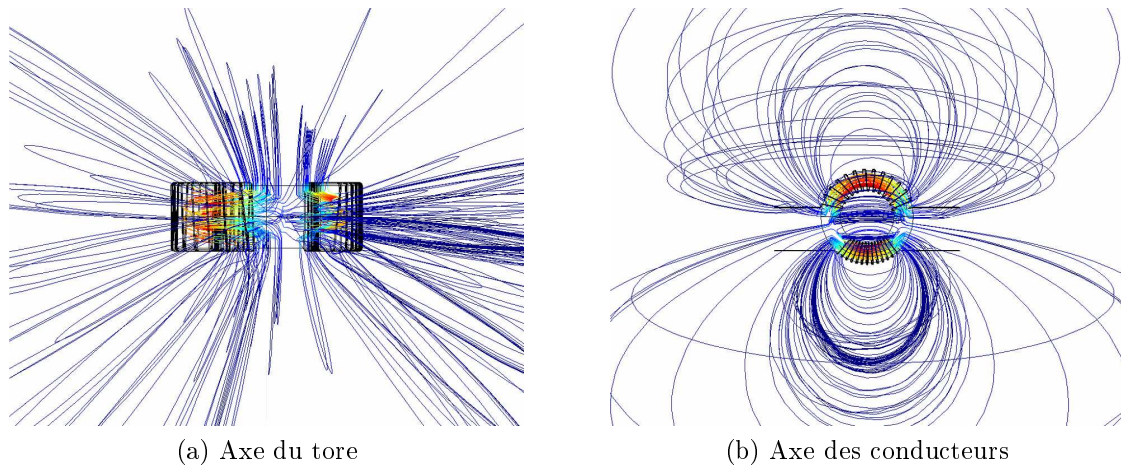


FIGURE III.32 – Visualisation des lignes de champ rayonnées par un composant *asymétrique*.

La figure III.32a montre bien qu'il n'y pas de couplages dans l'air entre les deux bobinages. On voit bien l'apparition d'une zone blanche entre les deux bobinages dans laquelle il n'y pas de lignes de champ. La figure III.32b permet d'observer la répartition des lignes de champs autour du noyau. On voit que la répartition des lignes n'est pas homogène et que plusieurs zones sont observables.

- La première est constituée de la zone non bobinée. On voit que les lignes de champs les plus verticales passent par le milieu de ce domaine angulaire (ce qui correspond bien à une faible valeur du potentiel A_z). De plus, l'absence de bobinage en fait une zone de fuites privilégiée comme le montre la présence de nombreuses lignes de champ. Cette zone dite *de fuites* est bien placée du côté du bobinage de plus faible domaine angulaire.
- On observe donc sur le bobinage idéal large qu'il y a peu de fuites au centre du bobinage, mais que celles-ci sont localisées sur les bords du domaine angulaire. Cet effet est dû à la courbure du noyau. En effet, au centre du bobinage, l'axe du champ est proche de la direction du moment angulaire équivalent et la canalisation du champ dans le noyau est

efficace. Cette canalisation est moins efficace quand l'angle augmente et on voit apparaître des fuites pour une ouverture du domaine supérieure à 90°.

- La zone centrale est appelée zone *symétrique* et ne dépend que de la position des centres des bobinages. Cette zone a la même taille pour les deux bobinages.
- Les extrémités du bobinages sont regroupées dans une zone dite *asymétrique* définie par la forme du bobinage. On remarque que pour le cas de bobinage à faible ouverture angulaire, cette zone n'existe pas.

La représentation des différentes zones autour du noyau est donnée sur la figure III.33.

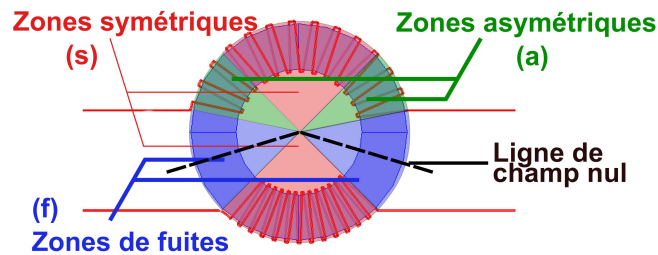


FIGURE III.33 – Illustration des zones de rayonnement.

III.3.2 Mise en place du modèle

Comme on peut le voir sur la figure III.32, les lignes de champs forment une boucle qui passe par le noyau et l'air. Chacune des zones de rayonnement peut donc être modélisée par deux réductances correspondant aux deux matériaux traversés par le champ, l'air et le matériau magnétique. La force magnétomotrice du système est représentée dans la zone symétrique. Le circuit magnétique équivalent pour un bobinage est représenté sur la figure III.34.

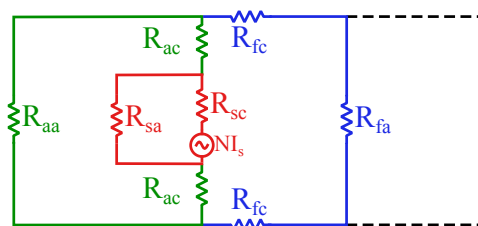


FIGURE III.34 – Circuit magnétique équivalent pour un seul bobinage.

L'expression de la réductance liée au noyau (et indiquée c dans la suite) est donnée par l'expression (III.36) où μ est la perméabilité magnétique du noyau, A_e est la surface effective du noyau et l est le ratio de la longueur effective relatif à la zone considérée.

$$\mathcal{R}_c = \frac{1}{\mu} \frac{l}{A_e} \quad (\text{III.36})$$

La réductance associée à l'air est obtenue par le calcul du flux. On voit que les lignes de champ qui sortent par un coté d'une zone de rayonnement rentrent par le coté opposé. Le flux associé peut donc être calculé par l'intermédiaire du potentiel vecteur. En effet, on a vu que dans le cas 2D, le flux pouvait être calculé par l'expression III.37 où h représente la hauteur d'intégration.

$$\Phi = -\mu (\psi(z_1) - \psi(z_2)) h = -\mu \Im\{\Omega(z_1) - \Omega(z_2)\} h \quad (\text{III.37})$$

On considère donc que le champ est le même sur toute la hauteur du noyau et on peut donc calculer l'intégrale sur la hauteur du noyau. La réductance associée à ce flux est ensuite déduite du résultat par l'expression (III.38).

$$\mathcal{R} = \frac{\Phi}{N_c^2} \quad (\text{III.38})$$

Avec ces deux expressions il est donc possible d'obtenir les valeurs de tous les éléments du circuit magnétique équivalent.

III.3.3 Résultats

Les valeurs calculées pour les différents cas étudiés sont données dans le tableau III.1. Les indices s , a , et f désignent la zone de rayonnement pour laquelle la réductance est calculée. Le deuxième indice a ou c désigne le matériau considéré (air ou *core*).

TABLE III.1 – Éléments du circuit magnétique

Cas	Bobinage	Réductances (H^{-1})					
		\mathcal{R}_{sc}	\mathcal{R}_{sa}	\mathcal{R}_{ac}	\mathcal{R}_{aa}	\mathcal{R}_{fc}	\mathcal{R}_{fa}
<i>Symétrique</i>	<i>Dense</i>	2.93×10^4	2.62×10^8	~	~	1.46×10^4	4.28×10^9
<i>Symétrique</i>	<i>Large</i>	2.93×10^4	1.15×10^9	1.07×10^4	2.15×10^{10}	3.9×10^3	1.46×10^{11}
<i>Asymétrique</i>	<i>Dense</i>	2.93×10^4	2.62×10^8	~	~	9.27×10^3	6.33×10^9
	<i>Large</i>	2.93×10^4	1.14×10^9	1.07×10^4	1.45×10^9	9.27×10^3	1.66×10^{10}

Un résultat est observable peu importe le composant et la zone considérés. Il s'agit de la différence entre les valeurs des réductances obtenues pour les deux matériaux. La réductance du noyau est bien inférieure à celle de l'air ce qui était un résultat prévisible. En effet, le champ dans l'air étant un champ de fuite, le flux dans le noyau est bien plus important. On peut également remarquer que ces valeurs dépendent uniquement de l'ouverture angulaire de la zone de rayonnement et on obtient donc la même valeur de \mathcal{R}_{sc} pour tous les composants. En revanche il existe de nombreuses différences entre les valeurs obtenues pour des composants différents pour les réductances relatives à l'air.

On peut tout d'abord comparer les valeurs obtenues pour les composants *symétriques*. Les valeurs de réductances de fuite obtenues sont supérieures dans le cas *large* pour toutes les zones.

La réluctance du bobinage complet dans le cas large est donnée par la formule (III.39).

$$\mathcal{R}_{large} = \frac{\mathcal{R}_{sa} * \mathcal{R}_{aa}}{\mathcal{R}_{sa} + \mathcal{R}_{sa}} = 1.09 \times 10^9 \quad (\text{III.39})$$

Cette valeur est en accord avec les phénomènes observés en simulation et en calcul. En effet la valeur élevée de réluctance se traduit par un flux, et donc un champ, moins élevé dans l'air. On a donc bien une meilleure canalisation du champ dans le noyau dans le cas d'un bobinage réparti le long du tore. De plus on voit que les valeurs des réluctances sur les domaines bobinés s et a sont plus importantes que celles de la *zone de fuites* f . Ceci est dû au fait que le champ magnétique est plus élevé au niveau du bobinage et que les fuites sont donc plus importantes à ce niveau.

Nous avons également comparé les résultats obtenus pour un même type de bobinage entre les composants *symétriques* et *asymétriques*. Comme attendu, les valeurs de \mathcal{R}_{sa} ne varient pas entre les composants pour un même bobinage et ne dépendent donc pas du deuxième bobinage sur le noyau. Il est important de noter que ceci reste vrai pour des bobinages non diamétralement opposés. Les *zones de fuites* ou *asymétriques* servent donc de zone tampon pour les fuites et les écarts sont donc visibles dans ces zones. En effet, on observe une homogénéisation des valeurs de réluctances dans ces zones *i.e.* une augmentation des valeurs faibles pour le bobinage *dense* et une diminution des valeurs pour le bobinage *large*. Les phénomènes observés en simulation pour le rayonnement sont donc confirmés par les valeurs des éléments obtenus par le calcul.

Dans cette section nous avons donc mis en place un modèle réluctant permettant, en se basant sur le modèle analytique développé, de prendre en considération la forme du bobinage dans le circuit équivalent. Bien que ne prenant pas en compte les faces horizontales du composant, les résultats obtenus sont satisfaisants et permettent d'identifier les zones de fuites privilégiées et leur modification sous l'effet de variation du bobinage. Nous avons vu que l'asymétrie de bobinage entraînait des valeurs différentes de réluctance sur chacun des bobinages. Les valeurs de réluctances obtenues étant liées directement à l'inductance de fuite, il paraît intéressant de se pencher sur les conséquences de ces écarts vis à vis du comportement électrique du composant.

III.4 Phénomènes de transfert de mode

Dans ce chapitre nous allons voir comment l'asymétrie d'ouverture angulaire dégrade les performances électriques du TMC. Pour cela nous allons nous pencher sur le phénomène de transfert de modes dans les TMC qui se traduit, lorsque le composant est alimenté par un courant de mode différentiel (resp. un courant de mode commun), par l'apparition d'un courant indésirable de mode commun (resp. de mode différentiel).

III.4.1 Schéma électrique du TMC

Nous avons vu que les réluctances de fuites d'un bobinage du TMC dépendaient de son ouverture angulaire, mais également de celle du deuxième bobinage du composant. Bien qu'une

asymétrie tend à homogénéiser les valeurs des éléments trouvés, celles-ci restent différentes pour les deux bobinages. D'un point de vue électrique, la réductance d'un composant est directement liée à l'inductance de fuites associée. Le tore de mode commun peut donc être modélisé simplement par deux circuits couplés comportant deux inductances chacun. Le modèle utilisé est donné sur la figure III.35.

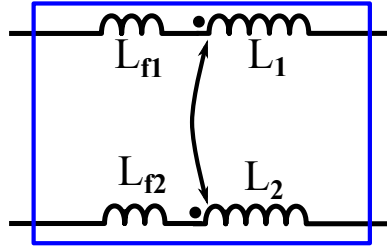


FIGURE III.35 – Modèle électrique simplifié du TMC.

Les inductances L_1 et L_2 représentent les inductances liées au flux dans le noyau et sont donc couplées entre elles. Les inductances L_{f1} et L_{f2} représentent les inductances de fuites et sont donc propres à chacun des bobinages. Leurs valeurs étant différentes, les impédances vues par un courant circulant dans le TMC vont alors créer un déséquilibre du courant circulant dans les deux bobinages.

III.4.2 Injection en mode différentiel

Le modèle étant basé sur des simulations effectuées en injection mode différentiel (MD), nous avons donc décidé d'étudier le transfert de mode dans la même configuration. Une carte de mesure a donc été mise au point pour étudier les transferts.

III.4.2.a Présentation de la carte

Le circuit de la carte de test est donné sur la figure III.36. L'injection en mode différentiel est réalisée au moyen d'un transformateur *balun* qui permet d'imposer la même tension d'entrée du circuit. Les tensions V_1 et V_2 constituent les tensions en sortie du *balun*. Les valeurs des résistances sont $Z_0 = 50\Omega$ et $Z_1 = 10\Omega$. Ce choix a été fait afin de garder le circuit symétrique pour les deux enroulements tout en diminuant l'impédance de propagation de mode commun par rapport à celle de mode différentiel pour faciliter la mesure du courant de mode commun (MC).

Deux sondes de courant CT2 de chez Tektronix[®] permettent de mesurer les courants MC et MD. La carte est alimentée par le générateur de tracking de l'analyseur HP4194 et le rapport entre les deux courants est mesuré sur toute la gamme de fréquence. On peut ainsi obtenir la fonction de transfert du TMC. La figure III.37 montre la carte de mesure réalisée.

La partie gauche représente la face inférieure de la carte par transparence. On peut voir l'alimentation de la carte ainsi que le transformateur *balun* qui permet l'injection en mode différentiel. Un plan de masse est situé au-dessus du transformateur pour limiter son rayonnement.

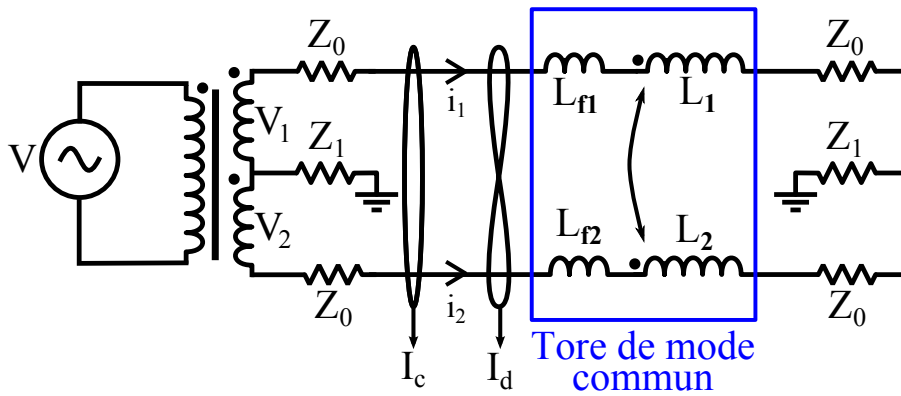


FIGURE III.36 – Circuit de mesure en mode différentiel.

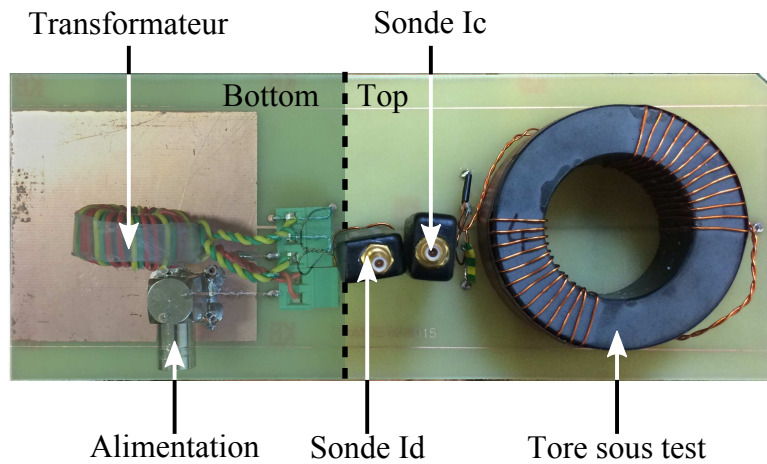


FIGURE III.37 – Carte de mesure en mode différentiel.

La partie droite de la figure permet de voir les sondes de courants qui ont servi pour la mesure. Enfin, le composant à tester est placé entre les sondes et la masse. Il s'agit sur cette photo d'un composant symétrique *dense* à bobinages diamétralement opposés. Il est important de noter que les résistances sont masquées par le tore et la transparence et ne sont donc pas visibles sur la figure.

III.4.2.b Étalonnage du *balun*

Évolution du rapport entrée/Sortie

Avant de pouvoir effectuer les mesures de transfert de modes, il est nécessaire de connaître la réponse en fréquence du transformateur d'entrée. L'impédance de charge du transformateur vaut 50Ω (impédance d'entrée de l'analyseur). La réponse fréquentielle du transformateur entre V_2 et V est donnée sur la figure III.38.

Le comportement observé est classique d'un transformateur avec un comportement dérivateur à basse fréquence jusqu'à 1kHz puis un gain constant jusqu'à apparition des phénomènes parasites autour de 10 MHz. La valeur du gain est de -6dB , ce qui correspond à un facteur 0,5

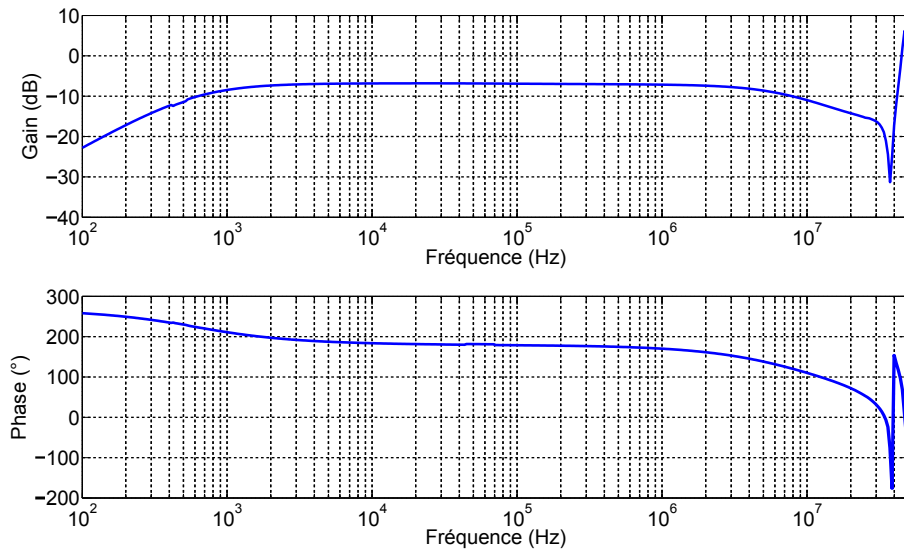


FIGURE III.38 – Rapport V_2/V entre les tensions de sorties du transformateur d'injection.

en linéaire. Ce résultat est cohérent avec le nombre de spires qui est deux fois plus élevé au primaire qu'au secondaire. La valeur de la phase dans la bande [1 kHz - 10 MHz] est de -180° , car la grandeur mesurée au secondaire est $-V_2$ pour des raisons de connexions des masses sur l'analyseur. La réponse fréquentielle obtenue pour le couple (V_1, V) donne les mêmes résultats en terme de gain avec une phase centrée cette fois autour de 0° .

Comparaison des deux sorties

Le *balun* comportant deux sorties, il est également important de s'assurer que l'alimentation en mode différentiel est bien symétrique. La figure III.39 montre l'évolution du rapport entre les deux tensions de sortie V_1 et V_2 .

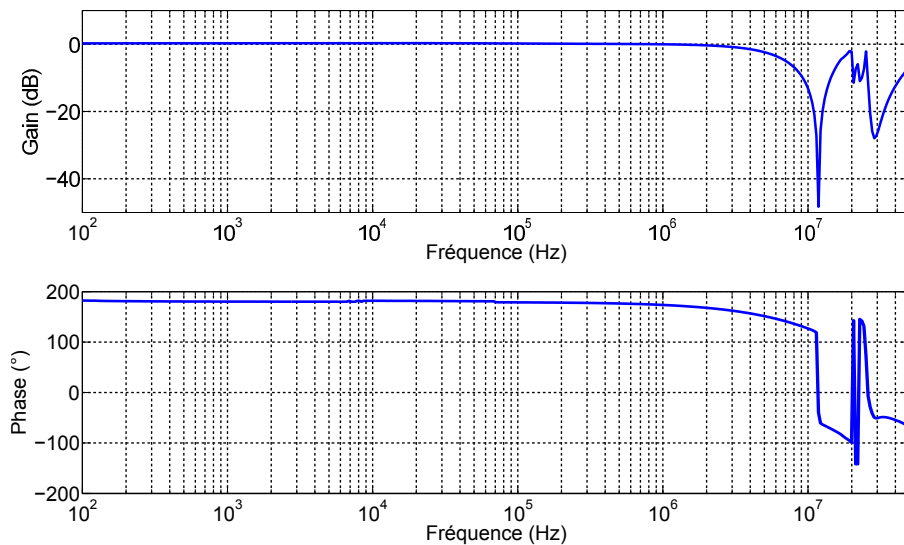


FIGURE III.39 – Rapport V_2/V_1 entre les tensions de sorties du transformateur d'injection.

On observe que le gain est proche de zéro sur une bande de fréquences allant de 100Hz jusqu'à 10 MHz. On a donc la même tension sur les deux bobinages. La phase observée est de 180° ce qui est cohérent avec la mesure. Nous avons dû mesurer la tension $-V_2$ pour les raisons citées au paragraphe précédent. Il y a donc opposition entre les deux tensions.

Nous avons donc caractérisé la réponse du *balun* qui correspond bien aux performances attendues et peut donc être utilisé pour les mesures de transfert de modes.

III.4.2.c Résultats

Trois mesures ont été réalisées pour mener une étude comparative. Une première mesure de la carte seule a été effectuée en remplaçant le composant à tester par deux fils identiques. Cette mesure sert de référence pour les deux autres. Ensuite deux composants ont été testés pour étudier l'influence d'une asymétrie de bobinage. Il s'agit du composant *dense* symétrique et du composant *asymétrique* à bobinages diamétralement opposés. Pour étudier le cas du transfert de mode différentiel vers le mode commun, l'évolution du rapport I_c/I_d est donnée sur la figure III.40.

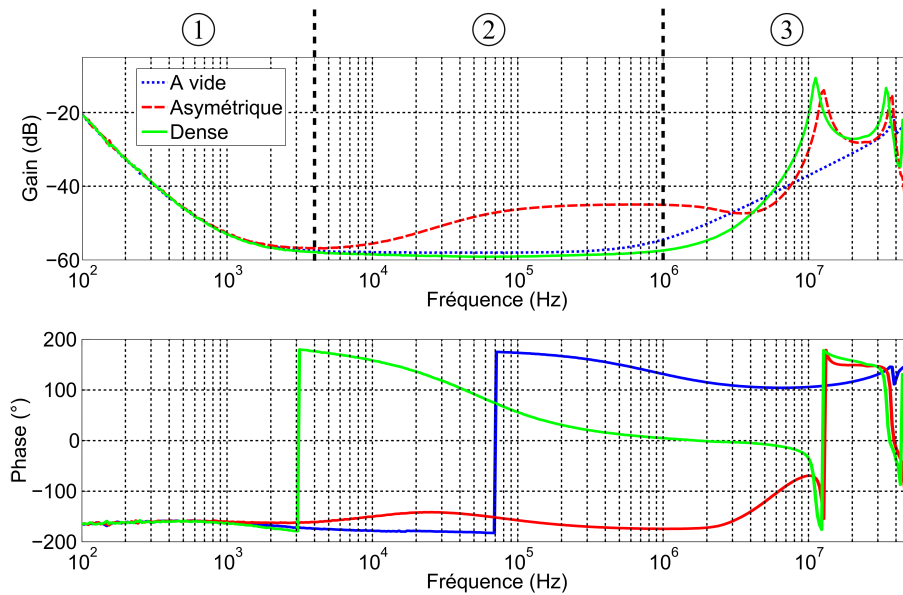


FIGURE III.40 – Évolution du rapport I_c/I_d avec la fréquence en mode d'injection différentiel.

Les résultats font apparaître trois zones pouvant être analysées séparément.

Zone 1 : [100Hz - 4kHz]

On observe une décroissance du rapport des courants dans la zone basse fréquence en présence ou non d'un composant à tester. Cet effet présente une pente de -40 dB/décade et résulte des limitations du dispositif de mesure et non de l'existence d'un fort couplage à basse fréquence. La valeur de la pente est due à la superposition de plusieurs phénomènes dont les fréquences de coupures sont très proches et situées autour de 1 kHz :

- la sonde de tension est une sonde Tektronix CT2 qui présente une fréquence de coupure basse à 1,2kHz. En dessous de cette fréquence, la sonde a un comportement dérivateur et la mesure d'un courant constant augmente donc proportionnellement avec la fréquence,
- le transformateur *balun* étant alimenté à tension d'amplitude constante, les tensions d'alimentations V_1 et V_2 augmentent avec la fréquence conformément à la réponse mesurée et présentée figure III.38. Le courant étant proportionnel à l'amplitude de la tension, il suit donc les mêmes variations.

La mesure du courant de mode différentiel augmente donc avec une pente de +40 dB/décade à basses fréquences. En revanche ces phénomènes n'apparaissent pas sur la mesure du courant de mode commun. En effet, le couplage de modes étant très faible à basses fréquences, la valeur réelle du courant I_c est inférieure au seuil de mesure de l'analyseur et la mesure est donc constante et égale au niveau de bruit de l'analyseur. Le rapport des deux mesures entraîne donc la décroissance observée.

Cet artefact de mesure souligne l'importance de la connaissance des limitations du dispositif de mesures (sondes, analyseur, ...). De plus, le fait que les fréquences de coupure des deux phénomènes parasites soient très proches est une coïncidence qui ne permet pas de séparer les phénomènes et peut rendre difficile l'interprétation des résultats.

Au delà de 2 kHz, la mesure atteint la valeur de référence de -60 dB pour les trois cas. Les courbes sont identiques pour les 3 mesures dans la bande [100Hz - 4kHz] ce qui permet de conclure qu'il n'y a pas de phénomène de couplage de modes dans cette bande de fréquence. La valeur de la phase est située aux alentours de -180° dans cette zone. Cette valeur est due au fait que le tressage des fils du TMC ne permet pas de connaître le sens du courant de mode différentiel mesuré.

Zone 2 : [4kHz - 1MHz]

Dans cette zone, on observe un comportement différent pour les deux composants testés. Pour le cas du composant *dense*, le rapport reste constant sur la bande de fréquence. Le transfert de mode reste inférieur au seuil de mesure. En revanche le transfert de mode i_c/i_d augmente avec une pente de +20dB/décade dans le cas du composant asymétrique. Cette augmentation est due aux impédances parasites existant entre les deux enroulements. On peut trouver la fonction de l'évolution du rapport entre les courants en considérant le circuit de la figure III.41. On notera V_{μ_1} (resp. V_{μ_2}) la tension aux bornes de l'enroulement couplé 1 (resp. l'enroulement 2). La résistance R'_0 représente la dispersion des valeurs de résistances et sa valeur est $R'_0 = R_0 + \delta R$.

L'équation de la maille principale donne :

$$V_1 + V_2 = 2R_0I_1 + jwL_{f1}I_1 + V_{\mu_1} - R_0I_2 - R'_0I_2 - jwL_{f2}I_2 - V_{\mu_2} \quad (\text{III.40})$$

En considérant la maille contenant la masse, on obtient alors :

$$V_1 = 2R_0I_1 + 2R_1(I_1 + I_2) + jwL_{f1}I_1 + V_{\mu_1} \quad (\text{III.41})$$

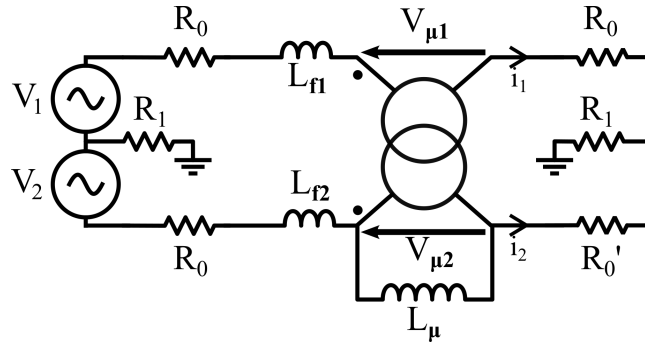


FIGURE III.41 – Circuit électrique en mode différentiel.

On peut alors remplacer la valeur de V_1 dans l'équation (III.40) en prenant en compte l'égalité des grandeurs en mode différentiel $V_1 = V_2$ et $V_{\mu 1} = -V_{\mu 2}$. La différence d'inductance de fuites est prise en compte en posant $L_{f2} = L_{f1} + \delta L$. On obtient alors l'équation (III.42).

$$(2R_0 + 4R_1 + jL_{f1}\omega)(I_1 + I_2) = -(\delta R + j\omega\delta L)I_2 \quad (\text{III.42})$$

En posant $I_1 = I_c/2 + I_d$ et $I_2 = I_c/2 - I_d$, on obtient alors la fonction de transfert entre les deux courants donnée par l'équation (III.43).

$$\frac{I_c}{I_d} = \frac{\delta R + j\omega\delta L}{2(R_0 + 2R_1) + \delta R/2 + j\omega(L_{f1} + \delta L/2)} \quad (\text{III.43})$$

On peut noter que seuls les éléments parasites apparaissent au numérateur. En l'absence d'écarts d'impédance, il n'y a pas de transfert de mode MD vers MC. L'analyse de la fonction de transfert obtenue permet de dire que les termes résistifs conditionnent les valeurs basses fréquences tandis que les termes inductifs déterminent le comportement hautes fréquences. L'inductance δL est donc l'élément critique à l'origine du transfert de mode

La valeur des seuils et des fréquences de coupure permet d'obtenir les valeurs des éléments du circuit. On obtient dans notre cas $L_f = 0,37 \text{ mH}$, $\delta R = 0,39 \Omega$ et $\delta L = 4,2 \mu\text{H}$. La figure III.42 montre la comparaison entre la mesure et une simulation du circuit effectuée sous LTspice avec les valeurs obtenues pour le cas du composant *asymétrique*.

On observe une bonne concordance entre modèle et mesures entre 2 kHz et 2 MHz. Le décalage en fréquence sur la phase est dû à la difficulté d'obtenir une valeur précise de la fréquence de coupure basse du phénomène à cause des effets de mesures observables à basses fréquences. Le modèle reste cependant valable jusqu'à 2 MHz et nous permet donc de commenter les valeurs obtenues.

La valeur de l'inductance de fuite est naturellement élevée dans le cas de l'injection en mode différentiel. En effet, nous avons vu sur la figure III.32 que tout le flux dans le noyau sortait dans l'air. L'inductance de fuite en mode différentiel correspond donc à l'inductance propre de l'enroulement. Pour un enroulement de 13 spires, cela correspond à un coefficient d'inductance par tour valant $2,2 \mu\text{H}/\text{spires}$ ce qui est un bon ordre de grandeur pour le matériau utilisé.

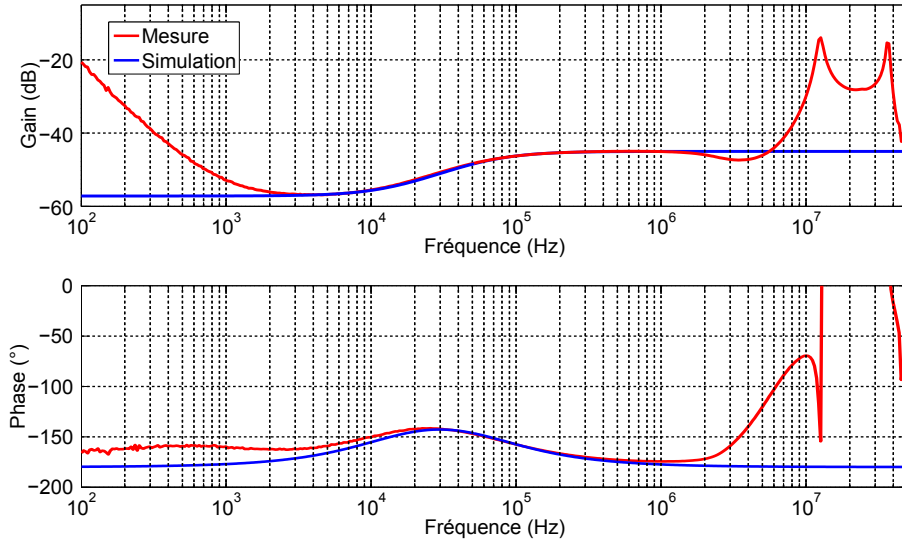


FIGURE III.42 – Comparaison entre mesures et simulation en injection de mode différentiel.

Les éléments parasites sont des paramètres critiques, car ils fixent les valeurs limites ainsi que celles des fréquences de coupure. La valeur de la résistance δR obtenue est cohérente avec la dispersion des composants utilisés qui est de 1%. Bien que faible, cette valeur fixe le taux minimal de transfert de modes atteignable à très basse fréquence qui est de -57dB. Ce résultat fait apparaître l'importance de minimiser la longueur des chemins de courants afin de minimiser les disparités pouvant exister.

L'inductance δL résulte de l'écart d'ouverture angulaire entre les deux enroulements du composant. La valeur limite du phénomène à haute fréquence est donnée par la formule (III.44).

$$\left. \frac{I_c}{I_d} \right|_{\infty} = \frac{\delta L}{L_f + \delta L} \approx \frac{\delta L}{L_f} \quad (\text{III.44})$$

Plus δL est grande, plus les phénomènes de transferts de modes augmentent. De plus, la fréquence d'apparition de ces phénomènes diminue avec l'augmentation de δL . La différence d'inductance augmente donc la plage de fréquences sur laquelle les transferts de modes apparaissent. Dans les cas *dense* et à vide, le niveau de transfert de modes n'augmente pas et la valeur reste autour du seuil fixé par δR .

Zone 3 : [1MHz - 50MHz]

Dans cette bande de fréquences, on observe une forte augmentation du rapport entre les courants dans les trois cas. Ces effets sont dus aux éléments capacitifs parasites qui interviennent à haute fréquence. La pente de +20dB/décade montre un phénomène d'ordre 1 dans le cas à vide tandis que les résonances qui apparaissent confortent l'idée qu'il s'agit d'un phénomène d'ordre 2 et écarte l'hypothèse d'une simple différence d'inductances de fuites dans les cas *dense* et asymétrique. On a résonance entre les capacités parasites et les inductances du circuit. Dans le cas *asymétrique*, ce phénomène est masqué jusqu'à 4 MHz, fréquence à laquelle les effets inductifs et capacitifs sont du même ordre de grandeur.

Lors d'une injection en mode différentiel, l'évolution du phénomène de transfert de mode est contrôlée par les éléments parasites du circuit. À basse fréquence la dispersion des résistances fixe le seuil minimal de transfert de mode existant tandis que les inductances et capacités parasites conditionnent le comportement haute fréquence. L'influence des capacités parasites apparaît au delà de 1 MHz et est présente dans tous les cas étudiés. En revanche, les effets inductifs n'apparaissent que dans le cas d'une asymétrie d'ouverture angulaire. Une différence d'inductance de fuites entre les enroulements entraîne un élargissement de la bande de fréquence dans laquelle les effets de couplages peuvent être observés. La fréquence basse de l'apparition de ces phénomènes se situe alors aux alentours de 1 kHz ce qui correspond à la bande d'utilisation des convertisseurs d'électroniques de puissance. Il est donc important de contrôler de manière précise le bobinage des TMC pour limiter les effets de couplage de mode MD vers MC.

III.4.3 Injection en mode commun

Bien que le modèle ait été dimensionné pour le mode différentiel, il était également important de montrer que l'influence de l'ouverture angulaire sur le transfert de modes est similaire lorsque la source de tension est une source de mode commun. Pour cela, une seconde carte de mesure dédiée a été réalisée.

III.4.3.a Présentation de la carte

Le circuit de mesure est donné sur la figure III.43. Le circuit est plus simple que la carte du MD et l'injection de tension de mode commun se fait directement par l'analyseur. Les valeurs des impédances sont $Z_0 = 50\Omega$ et $Z_1 = 10\Omega$.

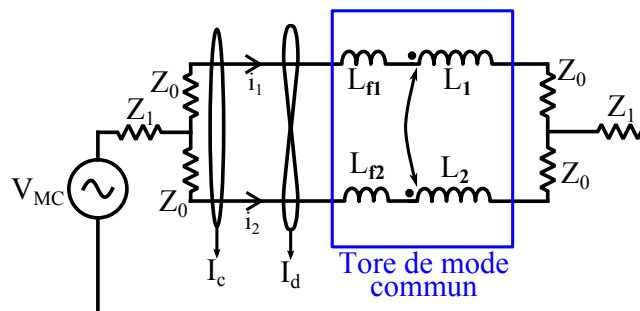


FIGURE III.43 – Circuit de mesure en mode commun.

La mesure des courants de mode commun et de mode différentiel s'effectue via les sondes CT2. La carte est alimentée par le générateur de tracking de l'analyseur HP4194 et le rapport entre les deux courants est mesuré sur toute la gamme de fréquences. La figure III.44 montre la carte de mesure réalisée.

L'injection de courant est située sous la carte et une piste large a été préférée à un plan conducteur pour le retour de masse afin de limiter les couplages capacitifs sur cette carte.

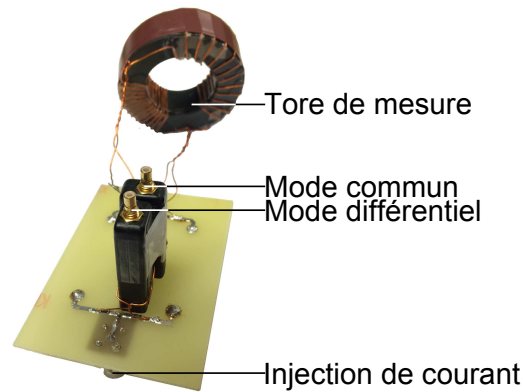


FIGURE III.44 – Carte de mesure en mode commun.

III.4.3.b Résultats

Comme pour le cas d’injection MD, trois mesures (à vide et avec deux composants différents) ont été effectuées. Le courant d’injection étant le courant de mode commun, le rapport étudié ici sera le rapport I_d/I_c . Les résultats obtenus sont donnés sur la figure III.45.

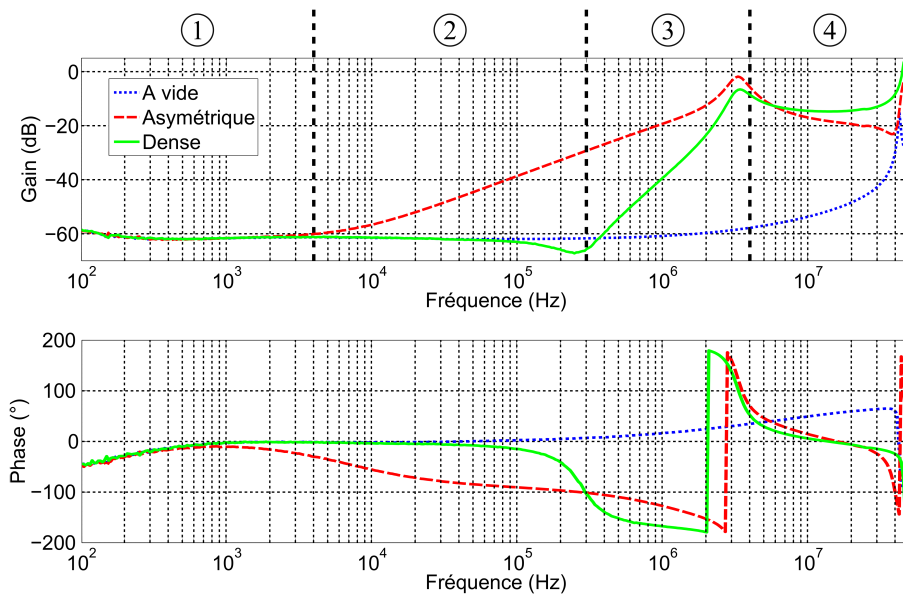


FIGURE III.45 – Évolution du rapport I_d/I_c avec la fréquence en injection de mode commun.

Dans le cas de l’injection par mode commun, les phénomènes nous permettent de diviser la bande de fréquence en quatre zones distinctes.

Zone 1 : [100 Hz - 4kHz]

Dans la zone basse fréquence, on observe un seuil plat à -62 dB pour toutes les mesures. Le couplage de mode est encore une fois déterminé par les écarts sur les résistances parasites du circuit.

Zone 2 : [4kHz - 300 kHz]

On observe l'apparition du phénomène de transfert de mode commun vers différentiel dans le cas du composant asymétrique uniquement qui est causée par les différences d'impédance entre les deux enroulements du TMC. En effet en considérant le circuit électrique de la figure III.46, on peut écrire l'équation (III.45) de la loi des mailles appliquée au bras parcouru par i_1 . Dans la configuration d'injection MC, la tension aux bornes de l'inductance couplée est la même sur les deux bras et on a donc $V_{\mu 1} = V_{\mu 2} = V_{\mu}$.

$$V_{MC} - 2R_0 I_1 - 2R_1(I_1 + I_2) = j\omega L_{f1} I_1 + V_{\mu} \quad (\text{III.45})$$

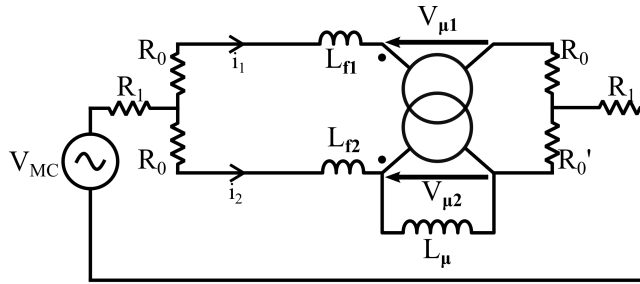


FIGURE III.46 – Circuit électrique en mode commun.

Sur le second bras, on obtient alors :

$$V_{MC} - R_0 I_2 - R'_0 I_2 - 2R_1(I_1 + I_2) = j\omega L_{f2} I_2 + V_{\mu} \quad (\text{III.46})$$

On peut alors effectuer la différence (III.45)-(III.46). Compte tenu de l'allure de la phase, on prend en compte la différence d'inductance de fuites en posant $L_{f2} = L_{f1} - \delta l$. On obtient alors l'équation (III.47).

$$-2R_0(I_1 - I_2) = j\omega L_{f1}(I_1 - I_2) - (\delta R - j\omega \delta L) I_2 \quad (\text{III.47})$$

En posant $I_1 = I_c/2 + I_d$ et $I_2 = I_c/2 - I_d$, on obtient alors la fonction de transfert entre les deux courants donnée par l'équation (III.48).

$$\frac{I_d}{I_c} = \frac{\delta R - j\omega \delta L}{2(4R_0 + \delta R L + j\omega(2L_{f1} - \delta l))} \quad (\text{III.48})$$

La fonction de transfert est de la même forme que pour le cas de l'injection MD. À très basse fréquence, les écarts de résistances fixent le seuil minimal de transfert tandis que les inductances fixent la valeur à haute fréquence. Le point d'intersection entre la pente et l'origine des ordonnées permet de déduire la valeur de la variation d'impédance. On trouve ici $\delta L = 3,7 \mu\text{H}$ qui est proche de la valeur déduite dans le cas précédent.

La valeur de l'inductance de fuite L_f est beaucoup plus faible dans cette configuration. En effet, les distributions du champ de fuite en MD et en MC sont très différentes. La fonction du noyau en injection MC est de canaliser le champ et les fuites sont donc beaucoup plus faibles que dans le cas MD. Il est impossible d'estimer la valeur exacte de l'inductance de fuite totale

du composant, car celle-ci est faible et la fréquence de coupure haute est donc repoussée au-delà des fréquences d'apparition des phénomènes parasites. On peut cependant en déduire une borne maximale pour L_f qui est ici $L_{f_{max}} = 8 \mu\text{H}$. La comparaison entre la mesure et le modèle LTspice est donnée sur la figure III.47.

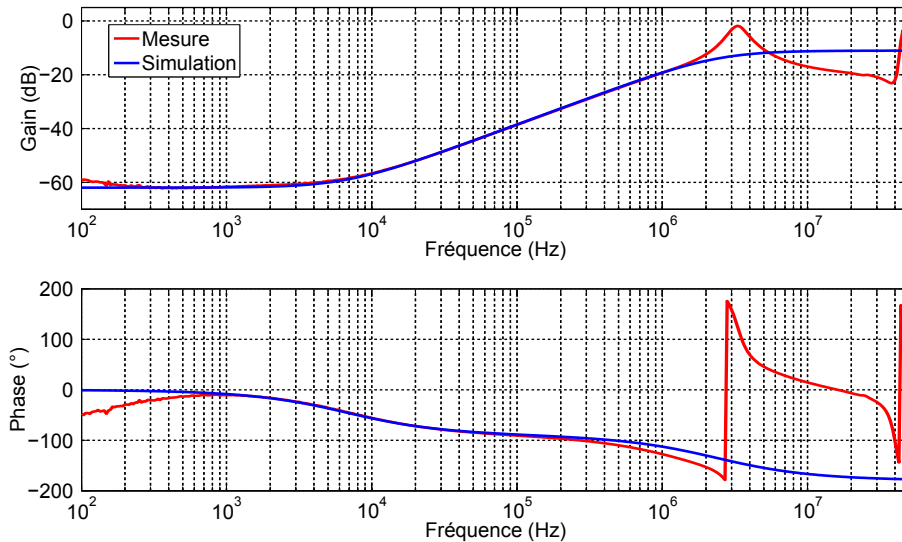


FIGURE III.47 – Comparaison entre mesures et simulation en injection de mode commun.

On a une bonne concordance entre modèle et mesures qui permet de valider les valeurs des éléments que nous avons déterminées. Le transfert de mode est plus sévère dans le cas d'injection MC, car, même si la valeur de δL varie peu, la diminution de L_f fait fortement remonter le niveau de l'asymptote $\delta L/L_f$ vers 0 dB. De plus, l'inductance de fuite dans le cas MC est du même ordre de grandeur que le défaut d'inductance δL . La minimisation de δL est donc nécessaire pour assurer la symétrie du composant et limiter les transferts de mode MC vers MD.

Zone 3 : [300 kHz - 3 MHz]

On observe une augmentation du rapport I_d/I_c dans cette bande de fréquence dans le cas du composant *dense*. La pente de 40dB/décade ainsi que l'anti-résonance écartent l'hypothèse d'une simple différence d'inductances de fuites. De plus, la variation de phase de 180° sur la courbe verte au niveau des deux résonances confirme que le phénomène observé est un phénomène d'ordre 2 et est causé par les capacités parasites du circuit. Bien qu'elles n'aient pas été prises en compte dans le modèle, l'effet de ces capacités est visible dans le cas *dense*. Il est intéressant de noter que la première résonance est masquée par les phénomènes inductifs dans le cas *asymétrique* et n'apparaît donc pas. Cependant, aux alentours de 3 MHz les phénomènes capacitifs sont du même ordre de grandeur que les phénomènes inductifs et sont donc également visibles dans le cas *asymétrique*.

Zone 4 : [3 MHz - 50 MHz]

En hautes fréquences, on observe une augmentation du rapport sur la courbe bleue correspon-

dant au cas de la mesure à vide. Cette augmentation n'est pas linéaire et résulte de l'apparition à haute fréquence de plusieurs phénomènes tels que les capacités parasites de la carte ainsi que l'effet de peau dans les conducteurs. On peut également remarquer que le sens de variation de la phase pour ce cas est opposé à celui des courbes avec composants. Cela implique que le déséquilibre créé par la carte vient compenser celui du composant. En effet en présence de composants, on observe bien une diminution du rapport entre les courants dans cette bande de fréquence.

La mesure à injection en MC permet donc également d'observer les phénomènes de transfert de modes dans les TMC. Plus simple à mettre en œuvre que la mesure MD, elle permet d'obtenir la valeur des éléments parasites et reste donc intéressante.

Dans cette section, nous avons montré que l'irrégularité d'ouverture angulaire était un paramètre critique entraînant l'apparition des phénomènes de transferts de modes. Bien que ces phénomènes apparaissent de manière systématique à haute fréquence du fait de la présence d'éléments parasites capacitifs, l'écart d'inductances de fuites entraîne une diminution de la fréquence d'apparition des couplages ce qui peut limiter la bande de fréquence d'utilisation du composant et donc les performances du filtre dans lequel il est intégré. La détermination de ces éléments peut alors être réalisée par une mesure en mode commun ou différentiel ; les valeurs limites permettent de déterminer la valeur du δL et le sens de variation de la phase permet de déterminer sur quelle branche du TMC le défaut est situé. Il est important de noter également que la variation de distance entre les conducteurs de chaque enroulement dans le cas *asymétrique* va entraîner aussi une différence sur la valeur des capacités parasites du système contribuant à accroître l'effet de transfert.

III.5 Conclusion

Les caractéristiques des tores de mode commun jouent un rôle très important dans les performances des filtres CEM dans lesquels ils sont utilisés. Les couplages parasites inter-composants dégradent de manière très importante les performances des filtres et l'évaluation et la prédiction de celles-ci sont donc une étape nécessaire de leur conception. Nous avons montré dans cette partie que la répartition des bobinages autour du noyau (en particulier l'ouverture angulaire des enroulements) jouait un rôle important dans la symétrie du composant. Les directions privilégiées de rayonnement se voient modifiées en présence d'une asymétrie entre les bobinages.

Afin de pouvoir prédire le rayonnement de manière plus rapide qu'en simulation, un modèle analytique a été développé. Ce modèle est un modèle 2D basé sur les techniques de transformation conforme et permet de prédire le champ au niveau des faces latérales du composant. Bien que limité par sa nature bidimensionnelle, ce modèle permet de prédire de manière satisfaisante la direction principale du rayonnement des tores de mode commun et donc de prédire les couplages pouvant exister dans un filtre. Ce modèle a de plus été utilisé pour pouvoir déterminer un schéma réductant du composant prenant en compte la répartition du bobinage. Le circuit magnétique équivalent fait apparaître une différence dans la valeur des inductances de fuites

des enroulements dans le cas asymétriques qui coïncide avec les valeurs de champ observées en simulation.

Enfin, l'impact des topologies de bobinages sur le comportement électrique du composant a été évalué en se penchant sur l'apparition de couplages de modes dans le composant. Nous avons montré que l'asymétrie des TMC entraînait l'apparition des phénomènes de transfert de modes dans des gammes de fréquences se situant notamment autour des fréquences d'utilisation des convertisseurs de puissance et pouvait dégrader les performances d'un filtre CEM. En revanche, la présence de capacités parasites dans le circuit entraîne de manière systématique l'apparition du transfert de modes en hautes fréquences. La prise en compte des capacités parasites dans le modèle du TMC ainsi que l'influence du bobinage sur leurs valeurs est donc un aspect qui doit être développé pour permettre une modélisation complète du composant.

Dans les parties précédentes, nous avons vu l'importance de la répartition des conducteurs pour les composants magnétiques. Ces études ont permis de développer des modèles de rayonnement permettant de prédire le comportement des composants. Cependant les composants évoluent dans un environnement électronique de plus en plus dense et, s'ils constituent souvent les sources principales d'émissions, ils peuvent également être victimes d'une onde de champ magnétique généré par un autre élément du système. La partie suivante traitera donc des performances de ces composants en susceptibilité électromagnétique.

Susceptibilité des composants

Susceptibilité des composants

Les modèles développés dans les parties précédentes permettent de prédire le rayonnement magnétique des composants. Cependant, le développement de l'intégration de puissance fait que les dispositifs d'électronique de puissance tels que les filtres CEM évoluent dans un environnement électromagnétique de plus en plus confiné. Si les composants magnétiques font partie des sources de rayonnement les plus importantes, la présence du noyau magnétique amplifie les phénomènes de couplages dus à un champ électromagnétique incident. Il est donc intéressant de se pencher sur les effets qui peuvent se produire lorsque le composant est soumis à un champ électromagnétique, en particulier à sa composante magnétique notamment lorsque le composant fonctionne à basse et moyenne fréquence. Ce travail doit également apporter ainsi un premier regard sur la susceptibilité de ces éléments.

Pour réaliser cela, nous avons créé un banc de mesure en susceptibilité capable d'étudier l'influence du champ magnétique sur la tension induite dans le composant.

IV.1 Présentation du banc de mesure

Afin de pouvoir effectuer nos mesures, un dispositif a été mis en place au laboratoire. Comme il n'est pas évident d'obtenir une source de champ magnétique uniforme dans un espace suffisant, nous avons utilisé un jeu de *bobines de Helmholtz* dont nous allons ici rappeler le fonctionnement.

IV.1.1 Bobines de Helmholtz

Les bobines de Helmholtz (nommées d'après le physicien allemand Hermann von Helmholtz) sont un dispositif constitué de deux bobines circulaires placées en regard l'une de l'autre. Ces bobines doivent avoir le même rayon et la distance entre les deux doit être égale au rayon. L'intérêt du dispositif est que le champ est uniforme dans un volume situé entre les bobines lorsqu'elles sont alimentées en série par un même courant.

IV.1.1.a Expression du champ magnétique

Pour simplifier le calcul, on assimile chacune des bobines constituées de N spires à une spire simple de rayon R parcourue par un courant NI . Comme nous l'avons vu dans l'annexe B, l'expression du champ magnétique rayonné par une spire de courant orientée selon l'axe Ox et centrée sur l'axe est donnée par l'expression (IV.1) où x représente la distance à la spire sur

l'axe.

$$\begin{aligned}
 B_\rho &= \frac{\mu_0 N I k x}{4\pi\rho\sqrt{R\rho}} \left[-\mathcal{J}_1 + \frac{R^2 + \rho^2 + x^2}{(R-\rho)^2 + x^2} \mathcal{J}_2 \right] \\
 B_x &= \frac{\mu_0 N I k}{4\pi\sqrt{R\rho}} \left[\mathcal{J}_1 + \frac{R^2 - \rho^2 - x^2}{(R-\rho)^2 + x^2} \mathcal{J}_2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{IV.1}$$

où $k = \sqrt{\frac{4R\rho}{(R+\rho)^2 + x^2}}$ et \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 sont les intégrales de Legendre d'ordre 1 et 2 dont la définition est donnée par les équations (B.12) et (B.13). Sur l'axe de la spire, le champ se simplifie et son expression devient alors l'équation (IV.2).

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}
 \tag{IV.2}$$

La zone utile principale des bobines de Helmholtz est celle située entre les deux bobines. Nous allons calculer la valeur du champ au centre du dispositif. Pour cela il suffit de sommer le champ des deux bobines en prenant $x = \pm R/2$. On obtient alors l'expression du champ au centre de la spire par le calcul suivant :

$$\begin{aligned}
 B_0 &= B(R/2) + B(-R/2) \\
 &= \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N I}{R}
 \end{aligned}
 \tag{IV.3}$$

IV.1.1.b Répartition du champ dans l'espace

En utilisant l'équation (IV.1), il est possible de calculer le champ sur un plan vertical de symétrie des bobines. La figure IV.1 représente l'allure du champ à l'intérieur du dispositif.

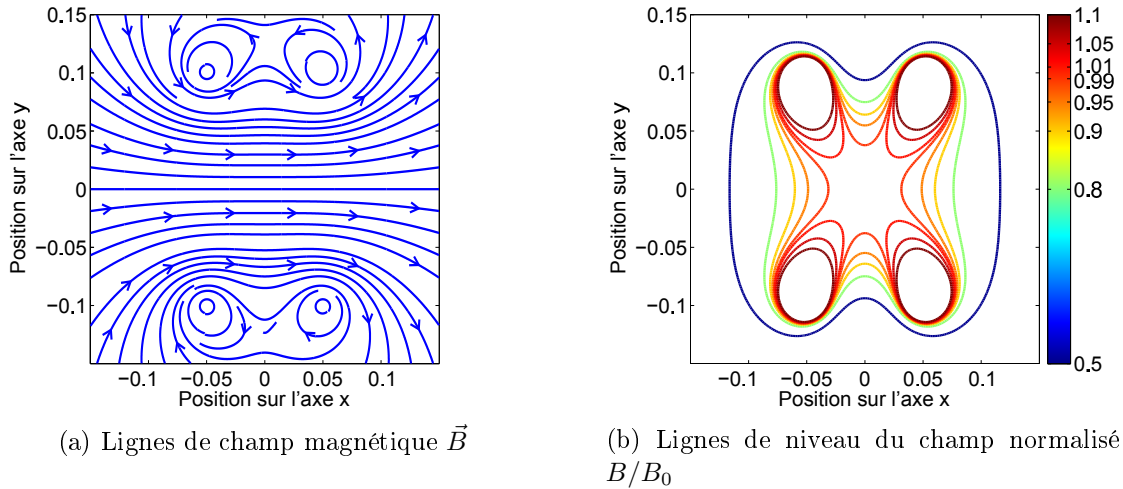


FIGURE IV.1 – Rayonnement des bobines de Helmholtz.

La figure IV.1a montre l'allure des lignes de champ autour des bobinages. On observe bien que, dans la zone située entre les bobines, le champ est unidirectionnel et dirigé selon l'axe x . Le dispositif permet donc de générer un champ unidimensionnel dans une zone spatiale du même ordre de grandeur que les composants à étudier (100 cm^3 environ dans notre cas). La figure IV.1b représente les lignes de niveau du champ magnétique normalisé. En effet le champ réel créé par les bobines est divisé par la valeur B_0 du champ au centre afin de pouvoir étudier les variations du champ à l'intérieur des bobines. L'*étoile* au centre de la figure est délimitée par les contours $B_1 = 0.99B_0$ et $B_2 = 1.01B_0$. Dans cette zone qui représente plus des deux tiers de l'espace entre les bobines, l'écart entre le champ réel et le champ au centre est donc inférieur à 1%.

Les bobines de Helmholtz constituent donc une source de champ magnétique uniforme entre les bobines. Elles permettront de caractériser les effets de susceptibilité magnétique des composants magnétiques vus dans cette étude.

IV.1.2 Banc de mesure

IV.1.2.a Création du champ

Le dispositif expérimental complet est composé de deux parties. La première partie constitue la source de champ magnétique. Pour cela les bobines sont alimentées par un GBF couplé à un amplificateur de puissance. Cette association permet le réglage de la fréquence et de l'amplitude du courant dans les bobines et donc de contrôler le champ dans les bobines. Les bobines utilisées dans notre expérience sont des bobines JEULIN[®] utilisées pour l'enseignement. Elles sont constituées de 95 spires chacune pour un rayon de 13 cm. La photo des bobines est donnée sur la figure IV.2.



FIGURE IV.2 – Bobines de Helmholtz utilisées pour la mesure.

IV.1.2.b Observation des effets induits

Positionnement du composant

La deuxième partie du banc est constituée de l'ensemble composant/analyseur. Le composant est placé dans un support en nylon afin d'assurer la précision de la position du composant par

rapport au centre des bobines. La figure IV.3 donne le schéma éclaté du dispositif.

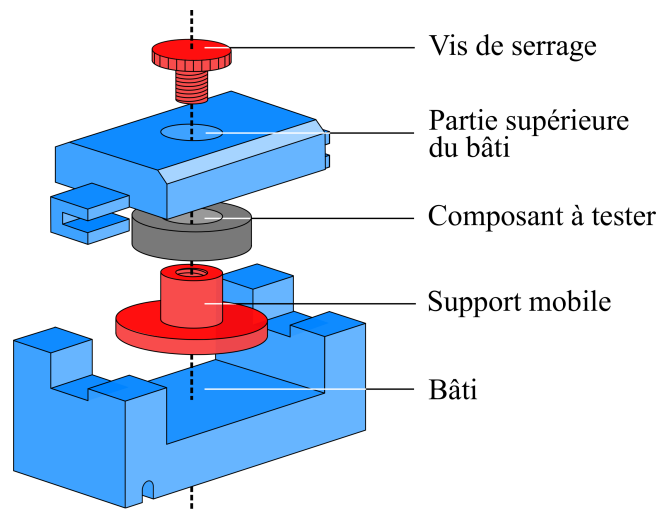


FIGURE IV.3 – Schéma éclaté du support.

Les deux parties bleues constituent le bâti. La partie basse vient se fixer sur la glissière en métal des bobines de Helmholtz (visible sur la figure IV.2) tandis que la partie supérieure vient s'encastrer dessus. Celle-ci est amovible pour permettre de fixer le composant. On peut noter que la forme de l'encastrement permet de positionner le composant en position horizontale ou verticale comme illustré sur la figure IV.4. Les parties rouges constituent la partie mobile du dispositif. Le composant à tester vient se fixer sur le support et est maintenu contre la partie supérieure du dispositif par la vis de serrage. L'ensemble {Vis + Composant + Support mobile} constitue donc un ensemble libre en rotation par rapport au bâti.

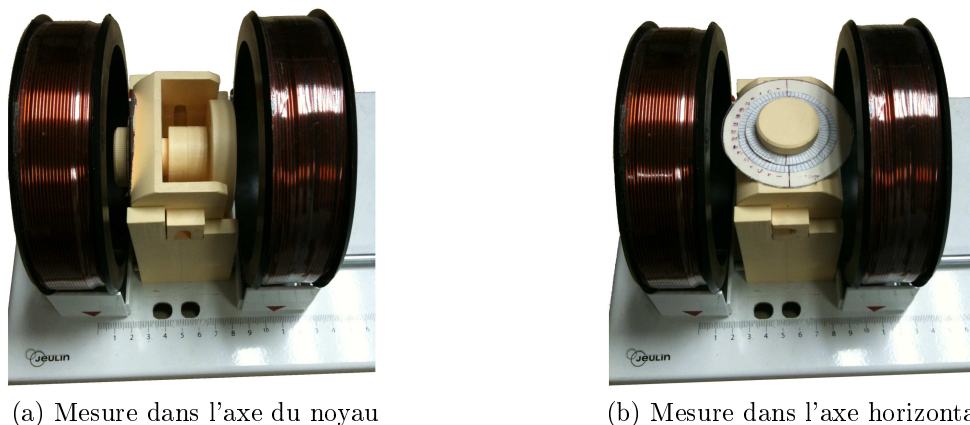


FIGURE IV.4 – Positionnement du support pour les mesures en susceptibilité.

Ce dispositif permet donc d'assurer la répétabilité du positionnement du centre du composant par rapport aux bobines tout en autorisant la rotation du composant autour de son axe pour étudier l'influence de la position du composant par rapport au champ.

Mesures

La susceptibilité des composants est étudiée au travers de la tension induite aux bornes des enroulements. Cette tension est mesurée par l'intermédiaire d'un analyseur de spectre HP4195A choisi pour sa précision. Celui-ci est relié au composant par un câble coaxial blindé qui n'est donc pas perturbé par le champ magnétique environnant. Il était nécessaire de pouvoir relever la position angulaire du composant autour de son axe. Pour cela, deux repères sont positionnés sur le dispositif. Le premier est fixé sur la partie supérieure du bâti tandis que le deuxième est fixé à la vis de serrage et est donc solidaire du composant à tester. Les repères fixés sur le support sont visibles sur la figure IV.4b. Le support est placé entre les bobines de Helmholtz. Une sonde de courant TCP-02 permet également de mesurer l'amplitude du courant dans les bobines. Le schéma de fonctionnement du banc est donné sur la figure IV.5.

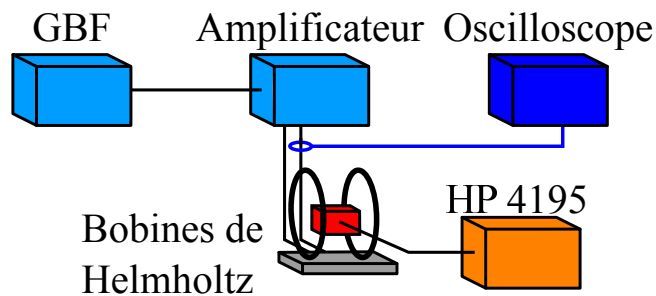


FIGURE IV.5 – Schéma du banc.

Le générateur et l'amplificateur de puissance constituent la source d'alimentation contrôlée par la mesure de courant affichée sur l'oscilloscope. L'ensemble support+bobine est donc placé au centre des bobines et la mesure de tension induite se fait sur l'analyseur HP4195A

IV.1.3 Étalonnage du banc

Le banc présenté consiste en un système d'émission de champ magnétique uniforme faisant intervenir des bobines. Comme tout système bobiné, il est important de connaître la bande passante et la réponse en champ du dispositif.

IV.1.3.a Réponse en fréquence

Dans tout élément bobiné, la proximité des conducteurs entraîne des effets capacitifs parasites et modifie le comportement du composant. Il est important de connaître la bande passante du système. Pour cela, nous avons mesuré le champ magnétique au centre des bobines de Helmholtz et comparé celui-ci au champ théorique. Pour calculer le champ, la valeur du courant I dans les bobines est mesurée et introduite dans l'expression (IV.3). La sonde de champ magnétique utilisé est la même que celle décrite dans la partie II.1.4 page 43. Le facteur d'antenne a été ajouté à la valeur mesurée pour compenser l'effet de la sonde. Les bobines de Helmholtz sont alimentées par l'association d'un GBF et d'un amplificateur de puissance. Les résultats sont donnés sur la figure IV.5.

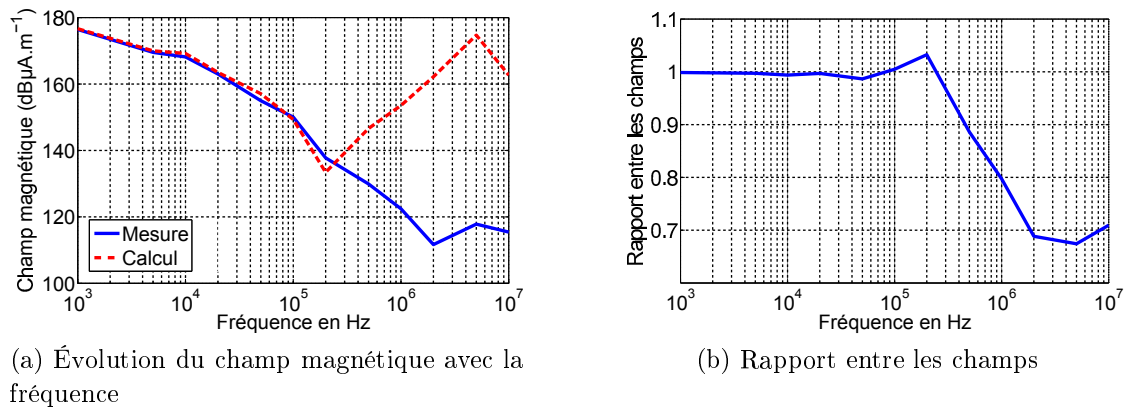


FIGURE IV.6 – Mesures du champ pour l'étalonnage du banc.

La figure IV.5a montre l'évolution des champs et la figure IV.5b celle du rapport entre le champ mesuré et le champ calculé. L'allure de la courbe rouge correspondant au champ calculé peut être expliquée par la résonance des bobines de Helmholtz. En effet les bobines étant alimentées à tension constante, le courant décroît avec la fréquence jusqu'à atteindre la fréquence de résonance des bobines située à 200 kHz puis augmente sur la plage de fréquences supérieure. Le champ rayonné par la spire ne dépendant pas de la fréquence, son évolution théorique suit donc celle du courant dans les bobinages comme observé sur la courbe rouge. On observe en mesure que les valeurs des deux séries sont proches jusqu'à la résonance où le rapport entre les deux champs diverge. Après la résonance, la répartition des courants dans les bobines est modifiée et le champ rayonné diffère donc de la valeur théorique. Cet effet limite donc la bande d'utilisation du dispositif et la fréquence maximale de mesure sera fixée à 100 kHz dans la suite de l'étude. Pour aller plus haut en fréquence, il aurait fallu concevoir une bobine de Helmholtz avec un nombre de spires plus faible. La difficulté réside alors dans la capacité de trouver un système d'amplification à large bande et fort courant de sortie.

IV.1.3.b Linéarité des bobines

Dans la bande de fréquence $]0 ; 100 \text{ kHz}]$, il est nécessaire de vérifier que la valeur du champ émis par les bobines de Helmholtz est bien linéaire avec le courant et que la valeur réelle correspond à celle calculée. La figure IV.6 montre l'évolution du champ magnétique au centre des bobines au centre du dispositif.

Compte tenu de la variation de l'impédance des bobines d'émission avec la fréquence, la plage de courant accessible n'est pas la même pour toutes les mesures. On remarque que la valeur du champ est bien une fonction linéaire du courant. De plus, les valeurs mesurées correspondent à celles calculées. Dans la suite de l'étude, on pourra donc estimer la valeur du champ magnétique par la mesure du courant.

Le banc développé pour cette étude permet donc de créer un champ magnétique uniforme dont la valeur peut être connue par la formule théorique (IV.3). Bien que limité en fréquence à

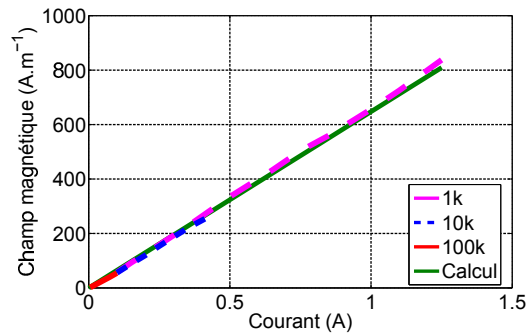


FIGURE IV.7 – Évolution du champ avec le courant dans les bobines.

100 kHz, ce banc doit permettre la mesure des phénomènes de susceptibilité des composants.

IV.2 Phénomènes induits

IV.2.1 Conditions de mesures

Nous avons vu que dans la gamme de fréquences de notre étude, le champ rayonné par les bobines est linéaire avec le courant. En revanche, l'amplificateur de puissance constitue une source de tension et le courant dans les bobines d'excitation ne peut donc être régulé. Afin de maximiser les effets induits, nous avons donc alimenté les bobines de Helmholtz avec la tension maximale permettant de garantir la stabilité de l'amplificateur. Les bobines présentant une impédance croissante avec la fréquence dans cette bande de fréquence, il est donc évident que le courant d'excitation va diminuer.

Afin de connaître la valeur du champ magnétique, le courant dans les bobines est mesuré grâce à une sonde de courant. Pour s'affranchir des variations du champ, les courbes figurant par la suite dans cette étude représenteront donc *la tension induite normalisée i.e* le rapport entre la tension induite et le courant d'excitation dans les bobines. Les seuls effets observés seront donc les effets de la fréquence et de la position du composant.

IV.2.2 Composant mono-bobinage

IV.2.2.a Influence de la position du composant

Composant de référence

L'analyse des effets induits ne peut être réalisée que par rapport à un niveau de référence connu. Nous avons vu dans la partie II.2.2 que le comportement d'un composant *idéal* était le même que celui d'une spire de courant du point de vue de l'émission de champ magnétique. Il est donc important de vérifier que cette hypothèse est également valide en susceptibilité. Pour cela, nous avons relevé la tension induite aux bornes du composant *idéal* pour différentes directions du champ incident. L'axe z représente l'axe normal au tore tandis que les axes x et y sont deux axes perpendiculaires dans le plan médian du noyau comme illustré sur la figure

IV.7a. Le composant étant bobiné de manière régulière, il présente une symétrie de révolution et la position des directions x et y par rapport au noyau importe donc peu. L'évolution de la *tension induite normalisée* en fonction de la fréquence est donnée sur la figure IV.7b.

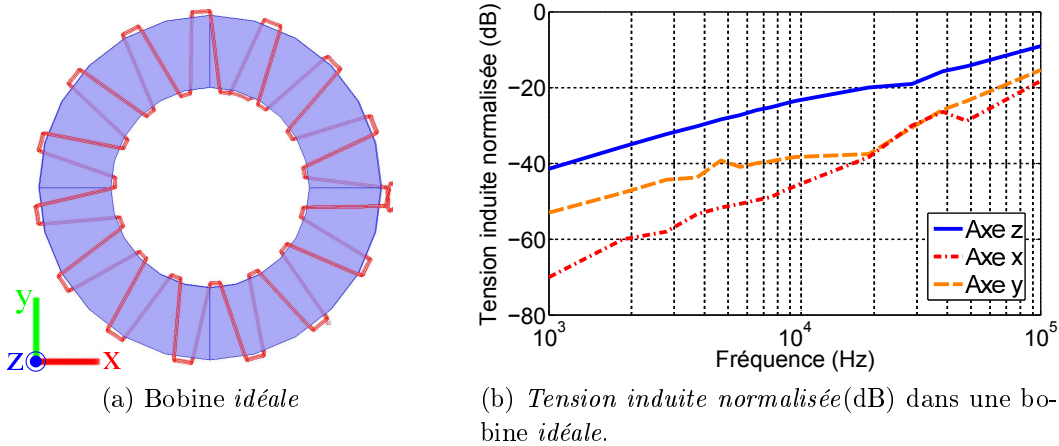


FIGURE IV.8 – Évolution de la *tension induite normalisée* dans un composant idéal.

La première conclusion que nous pouvons tirer de cette figure est que, conformément à l'hypothèse de l'équivalence à une spire, la direction de couplage privilégiée pour ce composant est selon l'axe normal Oz . La tension induite pour l'axe z est en effet bien plus élevée que dans les autres directions. De plus, on observe une augmentation de $+20$ dB/décade typique des phénomènes induits dont l'amplitude est proportionnelle à la fréquence. Si la tension induite dans les deux autres directions devrait théoriquement être nulle, de faibles défauts de bobinage et d'alignement du composant dans le champ de Helmholtz peuvent entraîner l'apparition d'une tension aux bornes du composant. Dans les deux directions, celle-ci reste cependant nettement plus faible que selon l'axe z , de l'ordre de 10 dB.

Définition de la mutuelle Helmholtz/composant

Pour permettre l'évaluation quantitative des phénomènes induits, nous allons définir un coefficient de mutuelle inductance entre les bobines de Helmholtz et le composant qui dépend de la position relative des deux. On considère alors que le flux magnétique ϕ créé par un système de bobines de Helmholtz parcourues par un courant i_B s'écrit alors $\phi = Mi_B$. On considère alors le circuit constitué du composant chargé par l'impédance de l'analyseur décrit sur la figure IV.8. L'expression de la tension V_0 mesurée par l'analyseur est alors donnée par la formule (IV.4).

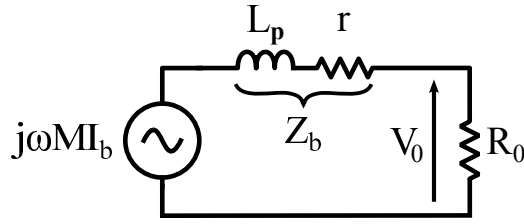


FIGURE IV.9 – Modèle électrique du composant.

$$\begin{aligned}
 V_0 &= j\omega M I_b \frac{R_0}{R_0 + Z_b} \\
 &= j\omega M I_b \frac{R_0}{R_0 + r + j\omega L_p} \\
 &\approx \frac{j\omega M I_b}{1 + j\omega L_p/R_0} \\
 &\approx j\omega M I_b \text{ pour } \omega \ll \omega_0
 \end{aligned} \tag{IV.4}$$

On obtient donc l'équation d'un passe-haut de pulsation de coupure $\omega_0 = R_0/L_p$. La valeur de l'inductance propre peut être obtenue grâce à la datasheet du noyau donnée en annexe C. Pour un composant constitué de 15 spires, on obtient $L_p = 158 \mu\text{H}$ ce qui donne une fréquence de coupure valant $f_0 = 50,5 \text{kHz}$. En connaissant la *tension induite normalisée* à basse fréquence, on peut donc en déduire le coefficient de mutuelle inductance donné par la formule (IV.5).

$$M = \frac{V_0}{\omega I_b} \tag{IV.5}$$

Pour le composant de référence, la figure IV.7b permet alors de déterminer les valeurs de mutuelles pour les différents axes. On obtient $M_{id_x} = 0,5 \mu\text{H}$, $M_{id_y} = 2,05 \mu\text{H}$ et $M_{id_z} = 8,34 \mu\text{H}$. On observe bien que la mutuelle la plus grande est celle relative à l'axe z . La différence entre les deux axes horizontaux est due aux défauts d'alignement du composant.

Composant *non régulier*

Nous avons vu dans la partie II que les inductances MD présentant une anomalie de densité angulaire de répartition des conducteurs rayonnaient dans une direction privilégiée. Les trois directions choisies pour étudier les effets d'une onde incidente sont représentées sur la figure IV.9a. Les axes horizontaux sont cette fois choisis pour que l'axe x soit parallèle à la direction du défaut tandis que l'axe y est perpendiculaire à celle-ci. Les résultats donnés sur la figure IV.9b représentent la *tension induite normalisée* aux bornes du composant NR_{+3} .

On observe clairement une augmentation du niveau de tension induite dans la direction x qui devient alors supérieure d'en moyenne 10 dB (un facteur 3,2) à la tension induite par une onde selon l'axe z comme le montre les valeurs de mutuelles obtenues $M_{NR_{+3x}} = 29,0 \mu\text{H}$ et $M_{NR_{+3z}} = 8,05 \mu\text{H}$. Le défaut de répartition angulaire des conducteurs modifie donc la direction principale de couplage comme nous l'avions vu lors de l'étude en émission. L'effet le plus important est la différence de tension induite entre les deux axes horizontaux avec un écart

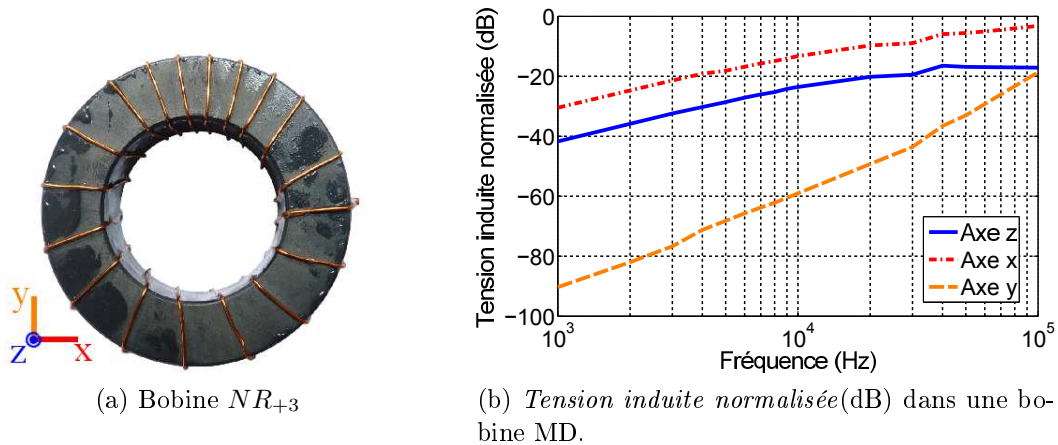


FIGURE IV.10 – Évolution de la *tension induite normalisée* dans les trois directions.

variant entre -80 dB et -20 dB qui se retrouve également sur les valeurs de mutuelles obtenues, la mutuelle selon l'axe y valant $M_{NR_{+3y}} = 0,04 \mu\text{H}$. Pour aller plus loin, nous avons étudié l'influence de l'angle d'incidence sur trois composants magnétiques différents, les bobines NR_{+6} , NR_{+3} et NR_{-1} . L'angle θ est défini sur la figure IV.10a.

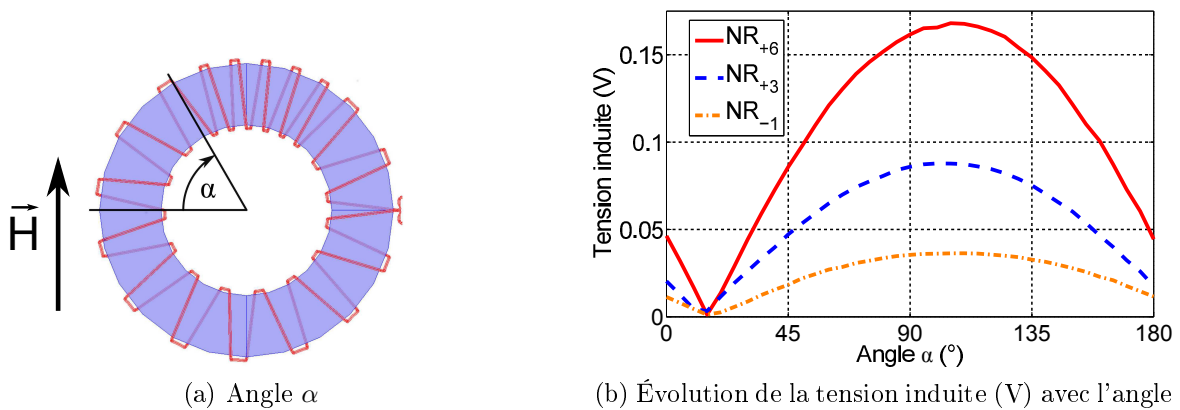
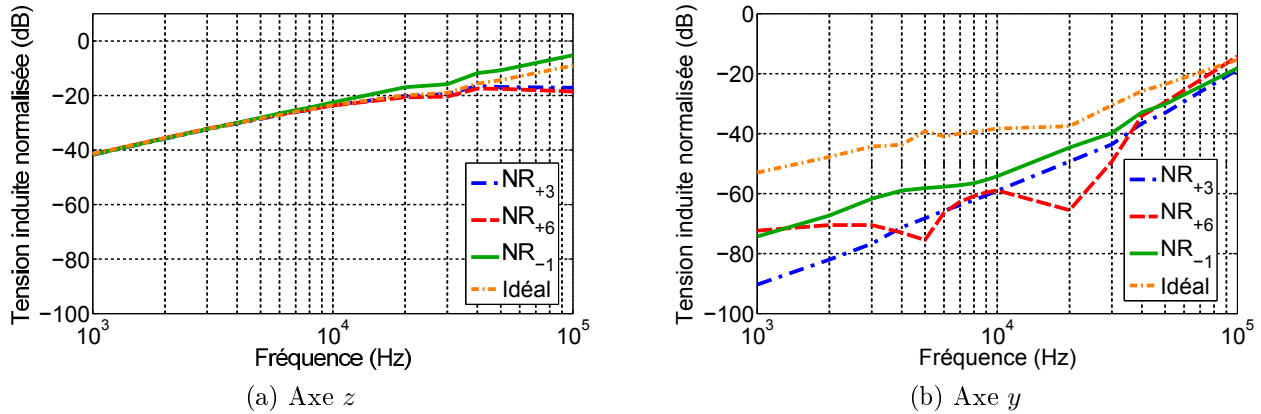


FIGURE IV.11 – Influence de l'angle d'incidence sur la tension induite.

La figure IV.10b représente l'évolution de la tension induite avec l'angle α à une fréquence de 3 kHz. Il apparaît clairement que l'allure générale de la courbe est de la forme de la valeur absolue d'une sinusoïde. On peut donc en déduire que, comme pour le cas d'un dipôle, le flux dans le composant est le résultat du produit scalaire entre le champ magnétique et la direction principale de couplage du composant. Le couplage maximal est atteint pour $\alpha = 115^\circ$. Cette valeur est à comparer avec la valeur de l'angle φ obtenu pour la direction de l'axe de la spire équivalente dans la partie II.4.3.c page 71. La valeur obtenue était $\varphi = 75^\circ$. Les angles φ et α étant supplémentaires, les résultats obtenus par l'étude en susceptibilité permettent donc de confirmer les modèles développés.

IV.2.2.b Influence du nombre de spires

On peut également remarquer que les niveaux de tensions sont différents selon le composant. Afin d'étudier l'influence du nombre de spires, nous avons donc comparé la *tension induite normalisée* aux bornes de chaque composant magnétique pour chacun des trois axes. Les résultats pour les axes z et y sont donnés sur la figure IV.11.


 FIGURE IV.12 – Comparaison des *tensions induites normalisées* entre composants.

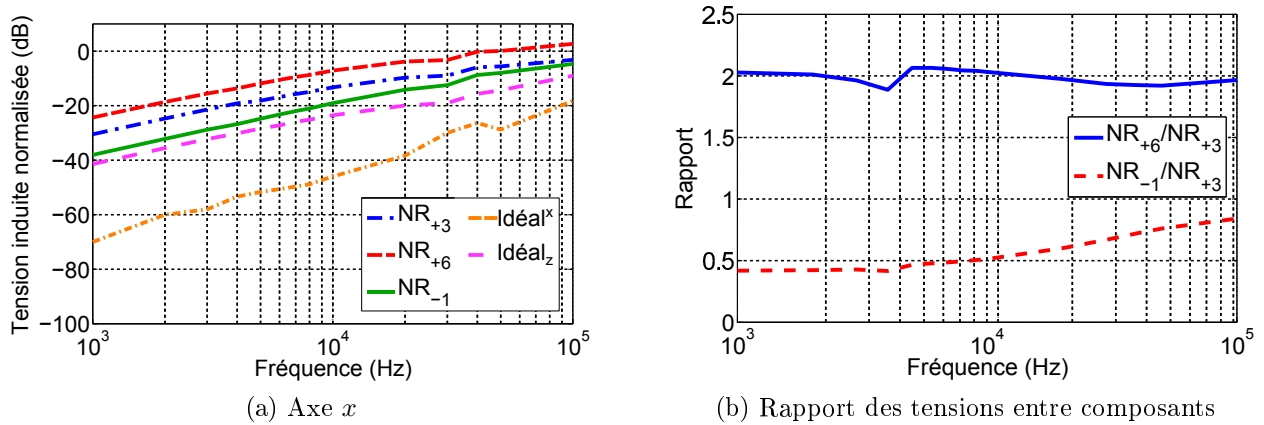
La figure IV.11a correspond à un champ incident selon l'axe principal du noyau. On remarque que les différents niveaux de tension et de mutuelles restent proches pour tous les composants. Le couplage selon cet axe est en grande partie lié à la taille du noyau et la tension induite dépend donc peu du bobinage. La valeur moyenne obtenue est $M_{id} = 8,21 \mu\text{H}$. Les valeurs des mutuelles sont données dans le tableau IV.1.

 TABLE IV.1 – Inductances mutuelles des composants (μH)

Position	Cas			
	<i>Idéal</i>	NR_{-1}	NR_{+3}	NR_{+6}
x	0,5	12,3	29,0	58,4
y	2,05	0,22	0,04	0,15
z	8,34	8,14	8,05	8,34

Sur l'axe y , les niveaux de tensions restent faibles pour les quatre composants. Le niveau de tension induite étant très faible, les effets parasites sont très visibles sur ces courbes et la croissance de la tension avec la fréquence est souvent non linéaire. Cependant, ces niveaux restent globalement inférieurs au niveau de tensions induites selon l'axe z . En effet, les valeurs des mutuelles obtenues sont très faibles dans tous les cas pour cette direction.

La figure IV.12a représente la tension induite pour un champ dans la direction x et montre les niveaux de tension générés pour les quatre composants ainsi que le niveau observé selon l'axe z pour servir de référence. Il apparaît clairement qu'en présence d'une irrégularité de répartition des conducteurs, les niveaux de tensions générés sont plus importants selon l'axe x


 FIGURE IV.13 – Évolution des *tensions induites normalisées* entre composants selon l'axe x .

que selon l'axe z . La mutuelle du cas NR_{-1} est la plus faible des cas NR et présente une valeur 20 fois plus grande que le cas idéal. La figure IV.12b montre le rapport des tensions induites entre les différents composants. Nous avons vu dans la partie II.3 que l'amplitude du champ rayonné par un composant NR était proportionnelle au nombre de spires ΔN dans le défaut. La courbe bleue montre le rapport des tensions entre les composants NR_{+6} et NR_{+3} selon l'axe x . On observe que la valeur de ce rapport est proche de 2 sur toute la gamme de fréquences et coïncide donc avec le rapport des ΔN de chaque composant.

La courbe relative au rapport entre NR_{-1} et NR_{+3} montre que la tension induite aux bornes du composant NR_{-1} est bien inférieure à celle obtenue dans le cas NR_{+3} comme le laissait penser la configuration des bobinages. En revanche, on observe que ce rapport n'est pas constant et évolue entre 0,4 et 0,8. Ce phénomène est dû au fait qu'il est difficile d'évaluer avec précision le domaine angulaire couvert par le défaut dans le cas NR_{-1} . Le noyau équivalent étant donc légèrement différent pour les cas NR_{-1} et NR_{+3} , le rapport des tensions diffère du simple rapport des ΔN correspondant à chacun des composants. De plus, il est possible que la présence du noyau magnétique perturbe légèrement la répartition du champ autour du bobinage. Le cas NR_{+1} étant plus proche du cas *idéal*, il est donc plus sensible aux variations de répartition du champ dans les bobines de Helmholtz.

Nous avons donc vu que, pour le cas des bobines MD, les essais en susceptibilité permettent de confirmer les modèles établis dans la partie II.2.2. La mesure permet de déterminer la direction principale de rayonnement/couplage ainsi que d'évaluer l'importance du défaut en mesurant la valeur maximale de la tension induite dans le plan médian du tore.

IV.2.3 Composants à enroulements multiples

IV.2.3.a Effets de l'ouverture angulaire

Le tore de mode commun étant constitué de deux enroulements ouverts, sa direction principale de couplage est confondue avec celle des enroulements. Afin d'étudier l'influence de l'ou-

verture angulaire, nous avons donc utilisé deux composants donc les enroulements possèdent des directions principales de rayonnement parallèles : un composant *dense* et un composant *asymétrique* à bobinages diamétralement opposés. La *tension induite normalisée* est alors mesurée aux bornes de chacun des enroulements séparément. Les enroulements ne sont chargés que par l'impédance d'entrée de l'analyseur qui est de 50Ω . Les résultats sont donnés pour les deux composants sur la figure IV.13.

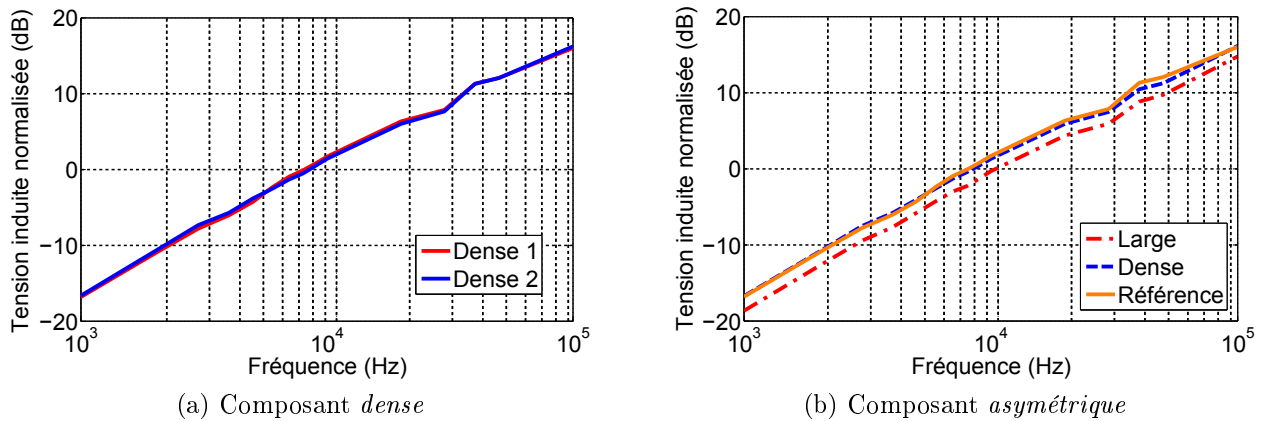


FIGURE IV.14 – Comparaison des *tensions induites normalisées* pour chaque composant.

La figure IV.13a représente la tension sur les deux enroulements. On observe bien que dans la configuration *symétrique*, la tension induite sur les deux bobinages est identique sur toute la gamme de fréquences. La figure IV.13b présente les résultats obtenus pour le composant *asymétrique*. La courbe orange correspond à la tension induite dans le cas *symétrique* tandis que les deux autres courbes correspondent à chacun des enroulements du composant. On observe que la courbe correspondant à l'enroulement *dense* est très proche de celle du cas *symétrique* tandis que celle induite sur le bobinage *large* a une amplitude inférieure sur toute la gamme de fréquences. Il est intéressant de remarquer que le rapport entre les deux tensions est constant. Pour cela, ce rapport a été calculé en échelle linéaire et est présenté sur la figure IV.14

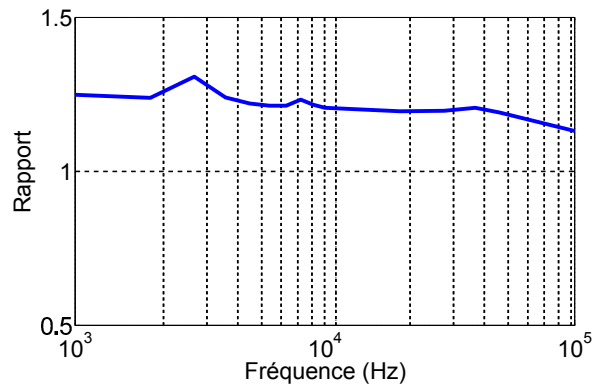


FIGURE IV.15 – Rapport entre les tensions induites dans les enroulements d'un composant *asymétrique*.

On remarque que la valeur du rapport des tensions varie sur une plage de valeurs faibles et la valeur moyenne obtenue pour le rapport est 1,21. En présence d'une asymétrie d'ouverture angulaire, il apparaît donc une différence de niveau sur les tensions induites aux bornes de chacun des enroulements. Nous allons maintenant voir comment nous pouvons lier ce rapport à la géométrie du composant.

IV.2.3.b Coefficient d'ouverture

Afin d'expliquer la différence de tension entre les deux enroulements, il est important de considérer la modification du champ magnétique uniforme causée par l'introduction d'un noyau ferromagnétique. La figure IV.16a représente l'allure des lignes équipotentiel vecteur ($A.m^{-1}$) obtenues par simulation en présence d'un noyau dont les dimensions sont celles du tore réel. Ces lignes correspondent aux lignes de champ de l'induction magnétique \vec{B} . On observe bien une courbure des lignes de flux dans le noyau.

La spire du bobinage réel n'étant pas plate, il est nécessaire d'établir un modèle de spire moyen permettant d'évaluer la tension induite. On considère sur la figure IV.15 une spire numérotée i surlignée en noir et délimitée par le domaine angulaire illustré en rouge. On définit alors la position de la spire moyenne par la bissectrice de ce domaine angulaire. La position pour la spire i est repérée par l'angle θ_i et représentée par la demi-droite bleue sur la figure. La répartition du champ n'est cependant pas modifiée par la présence des conducteurs, la tension induite dépend donc de sa position autour du noyau. On peut considérer que la tension induite aux bornes de l'enroulement complet est la somme des tensions aux bornes de chaque spire.

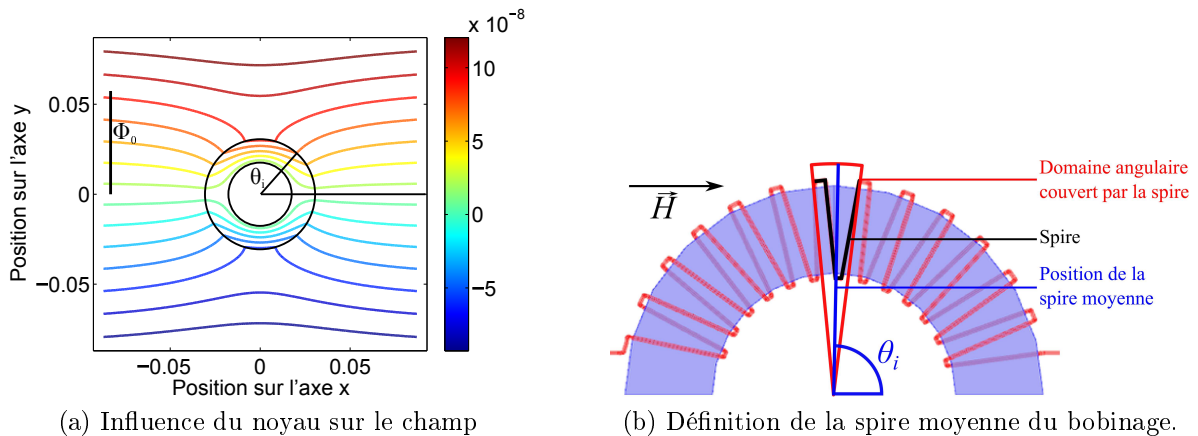


FIGURE IV.16 – Comparaison des tensions induites normalisées pour chaque composant.

Il est cependant difficile d'obtenir une expression analytique de l'équation des lignes de champs dans le noyau. En vue d'obtenir une expression analytique de la différence de tension entre enroulements, nous allons donc considérer deux cas limites.

Cas $r_{int} \ll r_{ext}$

Le premier cas à considérer est celui d'un noyau dont le rayon inférieur est très faible. L'allure

des lignes de champ est donnée sur la figure IV.17 et peut s'apparenter à celle obtenue dans le cas d'un cylindre plein *i.e.* des lignes horizontales.

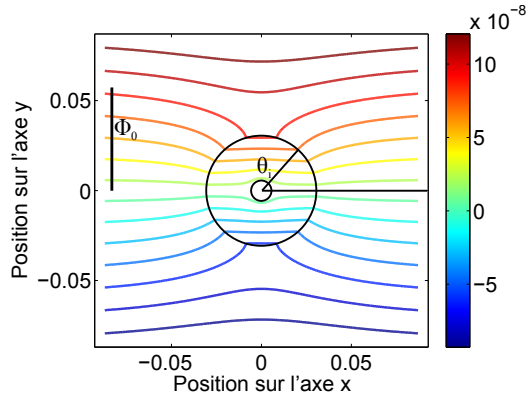


FIGURE IV.17 – Cas $r_{int} \ll r_{ext}$.

Afin d'évaluer l'impact de la position du bobinage sur la tension induite par spire, on considère le flux Φ_0 défini sur la figure IV.17 comme le flux total entrant dans le noyau. Pour une spire située à un angle θ_i , le flux dans le noyau correspond à une portion Φ_{tore} du flux total définie par l'équation (IV.6).

$$\Phi_{tore} = \Phi_0 * \sin \theta_i \quad (IV.6)$$

De plus, il faut considérer l'angle entre la spire et les lignes de champs, qui vaut ici $\theta_{spire} = \pi/2 - \theta_i$. L'expression du flux dans la spire i dans ce cas est alors donnée par l'équation (IV.7)

$$\Phi_i = \Phi_0 * \sin^2 \theta_i \quad (IV.7)$$

Cas $r_{int} \approx r_{ext}$

Le deuxième cas limite est celui d'un noyau fin. La figure IV.18 représente l'allure des lignes de champ autour du composant. Le champ n'est pas modifié à l'extérieur du noyau par rapport au cas précédent, car celui-ci dépend du rayon extérieur du composant. L'expression du flux embrassé Φ_{tore} a donc la même expression que dans l'équation (IV.6).

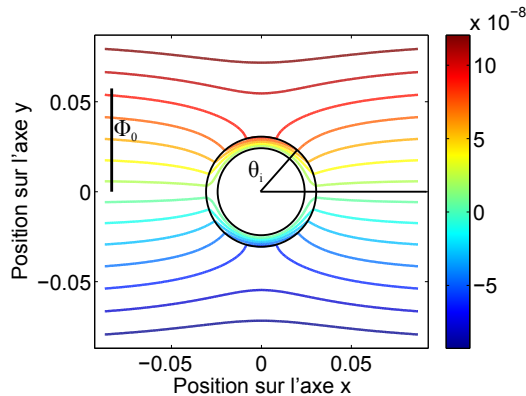


FIGURE IV.18 – Cas $r_{int} \approx r_{ext}$.

Contrairement au cas $r_{int} \ll r_{ext}$, les lignes de champ sont circulaires dans le cas de l'anneau et sont donc colinéaires à l'axe des spires. L'expression du flux dans la spire i est donc régie par l'équation (IV.8).

$$\Phi_i = \Phi_0 * \sin \theta_i \quad (\text{IV.8})$$

Compte tenu de l'allure des lignes de champs sur la figure IV.16a, notre noyau est plus proche du deuxième cas et nous utiliserons donc l'expression (IV.8) par la suite.

La valeur de la tension induite aux bornes d'un enroulement est donc obtenue par dérivation du flux et sommation des contributions. On a donc l'expression (IV.6)

$$\begin{aligned} V &= - \sum_i \frac{d\Phi_i}{dt} \\ &= - \frac{d\Phi_0}{dt} \sum_i \sin \theta_i \\ &= - \frac{d\Phi_0}{dt} \xi \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

On définit donc le coefficient d'ouverture ξ de l'enroulement. Ce coefficient est propre à la géométrie du bobinage et reflète donc l'impact de l'ouverture angulaire sur la tension induite. On peut calculer ξ pour les deux enroulements du composant *asymétrique*. On obtient alors $\xi_{dense} = 11,82$ et $\xi_{large} = 9,35$. Le calcul du rapport entre les deux coefficients donne le résultat (IV.8).

$$\frac{\xi_d}{\xi_l} = 1,26 \quad (\text{IV.10})$$

On retrouve une valeur proche de celle obtenue par la mesure ce qui confirme que l'effet observé en mesure est bien lié à la différence d'ouverture angulaire des enroulements. L'analyse du bobinage permet donc de prédire les effets induits observés. La dissymétrie de ces phénomènes peut être à la source de phénomènes parasites comme du transfert de modes et peut donc dégrader les performances du filtre CEM dans lequel le TMC est implanté.

IV.3 Conclusion

Les composants magnétiques de puissance sont souvent placés dans un environnement électromagnétique dense où ils sont victimes d'ondes EM dont les effets peuvent venir perturber leurs performances. Dans cette partie, nous avons mis en place un banc de mesure en susceptibilité électromagnétique. Ce dispositif permet de mesurer les couplages par induction pouvant exister dans le composant et étudier son comportement magnétique par une approche réciproque à celle utilisée dans les parties précédentes. Cette étude a également confirmé les modèles d'émission déjà établis.

Le banc de mesure est construit avec des bobines de Helmholtz qui permettent d'obtenir un champ uniforme dans un volume équivalent à ceux des composants étudiés. Bien que limité en fréquence, ce dispositif est utilisable jusqu'à 100 kHz. Les résultats sur des composants à enroulement unique ont permis de valider les modèles établis à partir des effets d'émission. De même que pour l'émission, il apparaît clairement que les irrégularités de répartition angulaire des conducteurs modifient les directions principales de couplage du composant. La mesure en susceptibilité a permis de manière plus rapide qu'en simulation de déterminer la direction principale et permet également de mesurer l'importance du défaut en comparant les niveaux de tensions aux bornes du composant dans le cas de couplage le plus critique.

La méthode a également été appliquée aux TMC. Nous avons montré que l'ouverture angulaire était également un paramètre critique vis-à-vis des couplages magnétiques. L'asymétrie du composant entraîne une différence des niveaux de tension induite sur chacun des enroulements. Nous avons montré que cet écart était lié à l'ouverture angulaire et déterminé un coefficient permettant de prédire ces effets par une analyse simple du placement des conducteurs autour du noyau.

Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit décrivent une approche originale de modélisation du rayonnement magnétique des composants de puissance utilisés dans les filtres CEM. Nous nous sommes attachés à développer ces modèles en prenant en compte de manière précise la répartition angulaire des conducteurs autour du noyau afin d'ajouter un degré d'analyse supplémentaire aux modèles déjà existants et basés sur des hypothèses d'homogénéité, éloignées de la réalité.

Dans un premier temps, nous nous sommes penchés sur l'étude des inductances de mode différentiel (MD) dont des mesures préliminaires de champ magnétique rayonné ont montré des écarts par rapport à la théorie existante. Un travail de modélisation a été effectué qui, en s'intéressant aux caractéristiques physiques des inductances (taille du noyau, perméabilité, . . .), nous a permis d'identifier la répartition angulaire des conducteurs comme un paramètre critique déterminant le comportement du composant. En présence d'une irrégularité de répartition, le comportement magnétique du composant est modifié tant en termes de direction principale de rayonnement qu'en terme de niveaux de champ rayonné. Différents types de modèles, l'un numérique et l'un analytique, ont été développés pour prendre en compte l'influence du bobinage sur le champ rayonné. Le modèle numérique est un modèle de prédiction qui, en se basant sur la géométrie du bobinage, permet de prédire le rayonnement du composant. Le modèle analytique est quant à lui un modèle *a posteriori* utilisant une cartographie du champ pour pouvoir déterminer les caractéristiques du modèle équivalent. Le choix du modèle à utiliser est le résultat d'un compromis temps/précision dépendant des contraintes de l'utilisateur.

En se basant sur les résultats obtenus pour les inductances de MD, la deuxième partie des travaux s'est penchée sur l'étude d'un composant critique pour les filtres CEM, le tore de mode commun. Il a été mis en évidence qu'une différence d'ouverture angulaire entre les enroulements du composant modifiait les comportements magnétique et électrique du composant. D'une part, un modèle analytique *a priori* a été développé pour permettre de prédire le rayonnement des TMC et d'évaluer l'impact de l'asymétrie sur le champ magnétique rayonné. Bien que bidimensionnel, ce modèle permet de prédire efficacement les directions principales de rayonnement et la structure du champ proche du noyau. Il a également été utilisé pour établir un modèle réductant équivalent des TMC. Basé sur la répartition des bobinages autour du noyau, le circuit magnétique équivalent permet de prédire l'évolution de l'amplitude du champ magnétique en ajoutant un degré supérieur à la modélisation des inductances de fuite du composant. D'autre part, ce travail s'est penché sur les effets électriques causés par une asymétrie d'ouverture angulaire par l'intermédiaire de l'étude du phénomène de transferts de mode. Si les résultats ont montré que ces phénomènes apparaissaient de manière systématique à haute fréquence du fait de capacités parasites indésirables, l'écart d'inductances de fuite entre les deux enroulements entraîne l'apparition de ces phénomènes dans une gamme de fréquences correspondant aux fréquences d'utilisation des TMC et dégrade donc leurs performances.

Dans la dernière partie, nous avons effectué une étude en susceptibilité magnétique permettant de mesurer l'impact d'un champ magnétique incident sur les composants de puissance. Cette étude a permis de valider les modèles développés dans les parties précédentes et montrer la concordance entre les directions principales de rayonnement et de couplage pour les composants à enroulement unique. Nous avons vu que le placement des composants jouait un rôle très important sur les niveaux des tensions induites et qu'une mauvaise prédiction de la direction principale de couplage pouvait entraîner des écarts de tension induite aux bornes du composant allant jusqu'à 80 dB. Les essais en susceptibilité constituent alors une méthode rapide de caractérisation qui permet de s'affranchir d'étapes longues de cartographies ou de modélisation numérique. Concernant les tores de mode commun, l'étude en susceptibilité a montré qu'une asymétrie d'ouverture angulaire des enroulements génère des tensions induites différentes sur les deux bras du composant. Cet écart des tensions peut être prédit grâce à l'étude de la répartition des conducteurs. Cependant, cette différence entre les enroulements entraîne aussi du transfert de modes et rend donc le filtre vulnérable aux champs magnétiques environnants.

Avec l'arrivée de nouveaux composants de puissance opérant à haute fréquence, de nouvelles perspectives s'ouvrent pour poursuivre le travail effectué. En termes de mesures, l'amélioration des techniques de mesure doit permettre l'observation des champs rayonnés et des phénomènes induits à des fréquences plus élevées. Il s'agit donc de trouver de nouvelles structures permettant la création de champs magnétiques et de courants de fortes amplitudes à des fréquences plus élevées. Cette montée en fréquence est d'autant plus compliquée que l'impédance des composants à alimenter varie fortement avec la fréquence. L'étude de la répartition spatiale des champs doit apporter un élément de réponse sur les phénomènes parasites dans le composant, notamment la répartition des courants à la fréquence de résonance.

En termes de modélisation, la prise en compte des phénomènes 3D devrait permettre d'améliorer la précision des modèles de champs développés, aussi bien en termes de niveaux que de répartition. Une étude parallèle de l'influence de la répartition angulaire des conducteurs sur les capacités parasites pourrait également permettre de relier les aspects hautes fréquences observés en mesures aux caractéristiques du composant. Il semble logique de penser que les variations d'écartement entre les conducteurs modifient les valeurs des capacités parasites du composant.

En s'inscrivant dans le contexte actuel d'intégration de puissance, une étude permettant l'amélioration des techniques de conception de circuits de puissance peut être menée en se basant sur les résultats présentés dans cette thèse. La détermination des directions de couplage privilégiées ainsi que des zones de principales de rayonnement doivent permettre de développer une logique de placement des composants permettant de prendre les couplages inter-composants en vue de leur minimisation. Enfin, la connaissance précise des zones de champ magnétique fort ouvre la perspective du développement de techniques de blindage magnétique adaptées au système. Ces réflexions pourraient déboucher sur le développement de blindages localisés et optimisés permettant la diminution du poids du système complet.

Calcul de l'équation du bobinage

La mise en place de simulations numériques nécessite la détermination de l'équation du fil. Dans l'intérêt de notre étude, il était important de pouvoir contrôler le rayon et la densité du bobinage autour du tore. Pour cela, l'équation classique de la bobine a dû être complexifiée.

Grandeurs à calculer

Afin de pouvoir créer la bobine sous COMSOL[®], une équation paramétrique de la bobine doit être calculée. Cependant, afin de rendre compte du caractère volumique du fil, il était nécessaire de créer une section non nulle. Le fil est donc généré à partir d'une série d'extrusions entre des disques. Pour pouvoir faire cela, il est nécessaire de connaître plusieurs grandeurs :

- l'équation paramétrique définit la position du centre du fil au point calculé. Elle permet de connaître la position du fil.
- la dérivée de l'équation paramétrique définit le vecteur vitesse de la bobine. Elle détermine la direction de l'extrusion entre les différents disques.
- le point milieu du tore correspond au centre de la section du tore. Il permet de définir l'alignement des disques pour l'extrusion.

Décomposition en sous-domaines

Afin de pouvoir faire varier la densité de bobinage, le tore est divisé en domaines dans lequel on fixe le rayon R_i et le pas de bobinage M_i . Chaque domaine est limité par son angle de fin noté K_i . La représentation d'une bobine et des différents sous-domaines est donnée sur la figure A.1

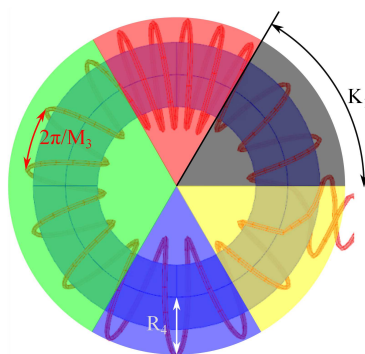


FIGURE A.1 – Délimitation des sous-domaines pour une bobine.

Pour obtenir une expression des grandeurs dans le domaine i , nous avons séparé trois zones qui permettent d'assurer la transition entre deux domaines. Pour calculer l'équation de la

bobine, on va donc considérer le domaine i et le domaine $i - 1$ et délimiter trois zones. Les deux premières zones représentent les 5 derniers points du domaine $i - 1$ et les 5 premiers du domaine i . L'évolution de la spire dans ces deux domaines doit assurer la continuité du fil. Le troisième domaine représente le reste du domaine i et est défini par un pas de bobinage M_i et un rayon R_i .

L'équation dans la zone centrale correspond donc à l'équation classique d'une bobine autour d'un tore de rayon R et est donnée par l'équation (A.1)

$$\begin{aligned} x &= (R - R_i \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \cos \theta \\ y &= (R - R_i \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \sin \theta \\ z &= -R_i \cos(M_i\theta + \varphi_i) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

L'équation du vecteur vitesse est donnée par la dérivée de l'équation précédente et est donc donnée par

$$\begin{aligned} x_d &= -M_i R_i \cos(M_i\theta + \varphi_i) \cos(\theta) - (R - R_i \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \sin \theta \\ y_d &= -M_i R_i \cos(M_i\theta + \varphi_i) \sin(\theta) + (R - R_i \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \cos \theta \\ z_d &= R_i M_i \sin(N\theta) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Pour l'alignement de la spire, nous avons pris comme origine le centre de la section du tore qui est repéré dans l'espace par l'équation

$$\begin{aligned} x_m &= R \cos \theta \\ y_m &= R \sin \theta \\ z_m &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

En tout point, la section du fil est donc définie par le vecteur $\overrightarrow{x_m \dot{x}}$ contenu dans la section et le vecteur vitesse qui est orthogonal à celle-ci. Les expressions selon les trois coordonnées étant similaires, nous ne donnerons dans la suite que les formules pour la coordonnée x .

Détermination des grandeurs aux limites

Lors de la transition, il est nécessaire d'assurer la continuité du fil malgré le changement de pas et de rayon du bobinage. Nous avons donc décidé de modéliser le changement de rayon par une transition linéaire et le changement de pas par une discontinuité. La figure A.2 montre l'évolution des paramètres aux limites de domaines.

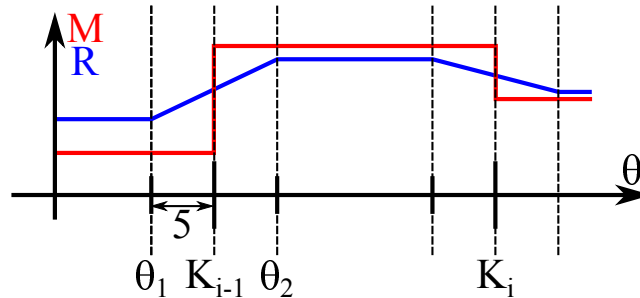


FIGURE A.2 – Évolution des paramètres du bobinage.

Le premier paramètre à contrôler est l'argument du cosinus de l'équation de la bobine. En effet, un saut de phase entrainerait une variation brusque de la position du fil autour du tore. Pour assurer la continuité, un terme de phase φ_i est ajouté. On doit assurer l'égalité entre les phases définie par l'équation (A.4)

$$M_i * K_{i-1} + \varphi_i = M_{i-1} * K_{i-1} + \varphi_{i-1} \quad (\text{A.4})$$

L'expression du terme de phase peut donc être définie par la relation de récurrence suivante

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi_{i-1} + (M_{i-1} - M_i) * K_{i-1} \\ &= \dots \\ &= \sum_{j=2}^i (M_{j-1} - M_j) * K_{j-1} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Le terme φ_i permet donc d'assurer la continuité de la phase et d'éviter les sauts à la transition entre deux domaines. De la même manière que pour la phase, il est important de respecter la continuité de rayon. Pour cela une variation linéaire du rayon est établie. Entre les angles θ_1 et θ_2 le rayon est alors défini par la formule (A.6)

$$R(\theta) = (R_i - R_{i-1}) \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} + R_{i-1} \text{ pour } \theta \in [\theta_1; \theta_2] \quad (\text{A.6})$$

L'expression de l'équation de la bobine à la transition devient donc

$$\begin{cases} x = (R - R(\theta) \sin(M_{i-1}\theta + \varphi_{i-1})) \cos \theta & \text{si } \theta \in [\theta_1; K_i] \\ x = (R - R(\theta) \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \cos \theta & \text{si } \theta \in [K_i; \theta_2] \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

De la même manière que pour la partie centrale, on peut donc calculer le vecteur vitesse correspondant. Celui-ci est alors défini par

$$\begin{cases} x_d = -M_{i-1}R(\theta) \cos(M_{i-1}\theta + \varphi_{i-1}) \cos \theta - (R - R(\theta) \sin(M_{i-1}\theta + \varphi_{i-1})) \sin \theta \\ \quad - \frac{(R_i - R_{i-1})}{\theta_2 - \theta_1} \sin(M_{i-1}\theta + \varphi_{i-1}) \cos \theta & \text{si } \theta \in [\theta_1; K_i] \\ x_d = -M_iR(\theta) \cos(M_i\theta + \varphi_i) \cos \theta - (R - R(\theta) \sin(M_i\theta + \varphi_i)) \sin \theta \\ \quad - \frac{(R_i - R_{i-1})}{\theta_2 - \theta_1} \sin(M_i\theta + \varphi_i) \cos \theta & \text{si } \theta \in [K_i; \theta_2] \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Nous avons donc défini les grandeurs nécessaires à la création du bobinage. La partition de la bobine en domaine permet de contrôler la densité et le rayon tout autour du tore et de pouvoir étudier l'influence du bobinage sur le rayonnement.

Calcul du champ rayonné par une spire de courant

Le calcul du champ rayonné par une spire de courant est très utilisé en électromagnétisme, car il représente le rayonnement des dipôles magnétiques. En électronique de puissance, les spires de courant constituent souvent des systèmes de mesures et d'émissions simples permettant d'étalonner des systèmes plus complexes.

Calcul du champ sur l'axe de la spire

Le champ sur l'axe de la spire représente le champ maximal rayonné par la spire. Il est donc important de le connaître pour obtenir un ordre de grandeur du champ rayonné. On considère une spire de rayon a et d'axe z située dans le plan xOy comme illustré sur la figure B.1.

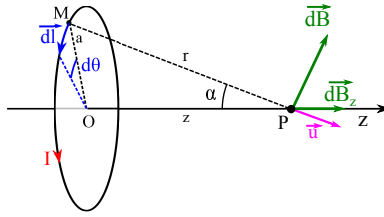


FIGURE B.1 – Rayonnement de la spire sur l'axe.

Le champ magnétique peut être calculé en utilisant la formule de Biot et Savart (B.1)

$$\vec{B} = \int_{\Gamma} d\vec{B} \text{ avec } d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{l} \times u_{\vec{P}M} \quad (\text{B.1})$$

La grandeur $d\vec{l}$ représente un élément de déplacement et vaut $d\vec{l} = ad\theta\vec{e}_\theta$. Le vecteur \vec{r} représente le vecteur unitaire dont la direction est celle de la droite entre un point M de la spire et le point P où le champ est calculé. La distance r est définie par la formule (B.2)

$$r = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2} \quad (\text{B.2})$$

Dans notre cas, on a $x_P = y_P = 0$ et $z_M = 0$. On peut donc en déduire $r = \sqrt{z^2 + a^2}$. En utilisant l'angle α défini sur la figure B.1, on peut exprimer le vecteur $u_{\vec{P}M}$ par $u_{\vec{P}M} = \cos \alpha \vec{u}_z - \sin \alpha \vec{u}_r$. Or tout plan contenant l'axe Oz est plan d'antisymétrie pour la distribution de courant. Le champ \vec{B} est donc dirigé selon \vec{u}_z et on déduit donc de l'équation (B.1) :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} a \sin \alpha d\theta \vec{u}_z \quad (\text{B.3})$$

On peut remarquer également que $\sin \alpha = \frac{a}{r}$. On obtient alors l'expression du champ \vec{B} sur l'axe de la spire donné par la formule (B.4).

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \vec{u}_z \quad (\text{B.4})$$

Le champ sur l'axe représente le maximum du champ à une altitude donnée. Cependant, il est intéressant de pouvoir calculer le champ en tout point de l'espace.

Calcul du champ en un point quelconque de l'espace

On considère une spire de rayon a parcourue par un courant $I = I_0 e^{j\omega t}$. On appellera Γ le contour de la spire. Cette spire est située au centre du repère (O, x, y, z) comme illustré sur la figure B.2. Nous nous intéressons à la zone de champ proche, c'est-à-dire pour une distance r vérifiant l'expression $r < \frac{\lambda}{2\pi}$.

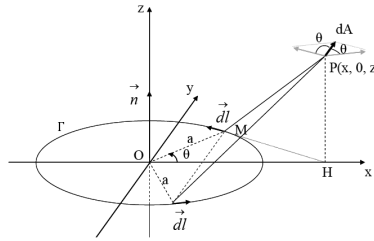


FIGURE B.2 – Schéma de la spire [Durand, 1968].

Afin de calculer le champ, nous allons passer par l'intermédiaire du potentiel vecteur dont l'expression est donnée par l'équation (B.5) :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{\vec{dl}}{r} \quad (\text{B.5})$$

On se place en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) . On constate aisément que le système possède une symétrie de révolution autour de l'axe z . Les grandeurs seront donc indépendantes du paramètre θ . De plus, tout plan contenant l'axe Oz est un plan d'anti-symétrie pour la distribution de courant. Le potentiel vecteur est donc orthogonal à ce plan. On a alors :

$$\vec{A} = A_{\theta}(\rho, z) \vec{e}_{\theta} \quad (\text{B.6})$$

Compte tenu de l'invariance par rotation, on peut se placer dans le plan xOz . On sait alors que le potentiel vecteur est selon l'axe Oy et c'est donc la contribution du vecteur \vec{dl} dans cette direction qui nous intéresse. Il est alors intéressant de remarquer qu'en associant un élément \vec{dl} avec son symétrique par rapport à l'axe Ox , leurs contributions selon l'axe Oy sont identiques. On peut donc réduire notre domaine d'intégration. On obtient alors l'expression de l'équation (B.7) :

$$\begin{aligned}
A_\theta &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_\Gamma \frac{dl}{r}(\rho, z) \\
&= \frac{2\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{a \cos \theta d\theta}{r}
\end{aligned} \tag{B.7}$$

En notant H le projeté orthogonal du point P sur le plan xOy, on a alors $r = \sqrt{z^2 + MH^2}$. De plus le théorème de Pythagore généralisé donne (B.8)

$$MH = \sqrt{a^2 + \rho^2 - 2a\rho \cos \theta} \tag{B.8}$$

En remplaçant l'expression de MH dans (B.7) on obtient

$$A_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\pi \frac{a \cos \theta d\theta}{\sqrt{a^2 + \rho^2 + z^2 - 2a\rho \cos \theta}} \tag{B.9}$$

Cette équation est une forme classique d'intégrale que l'on retrouve dans le cas de distribution de courant possédant une symétrie de révolution. On pose alors $\theta = \pi - 2\psi$ d'où on obtient $d\phi = -2d\psi$ et $\cos \theta = \sin^2 \psi - 1$. On définit de plus la variable k par (B.10)

$$k = \sqrt{\frac{4a\rho}{(a + \rho)^2 + z^2}} \tag{B.10}$$

L'intégrale précédente devient alors

$$\begin{aligned}
A_\theta &= \frac{\mu_0 I k}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin^2 \psi - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} d\psi \\
&= \frac{\mu_0 I k}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \left\{ \left(\frac{2}{k^2} - 1 \right) \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} - \frac{2}{k^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi \right\} \tag{B.11}
\end{aligned}$$

La solution de ces intégrales sont les fonctions intégrales de Legendre notées $\mathcal{J}_1(k)$ et $\mathcal{J}_2(k)$ définies par les équations (B.12) et (B.13)

$$\mathcal{J}_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} \tag{B.12}$$

$$\mathcal{J}_2 = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi \tag{B.13}$$

Ces deux fonctions sont définies pour des valeurs de k comprises dans l'intervalle $[0; 1]$ et sont représentées sur la figure B.3. Les relations de dérivation des fonctions de Legendre sont données par les équations (B.14) et (B.15).

$$\frac{d\mathcal{J}_1}{dk} = \frac{1}{k} \left[\frac{\mathcal{J}_2(k)}{(1 - k^2)} - \mathcal{J}_1(k) \right] \tag{B.14}$$

$$\frac{d\mathcal{J}_2}{dk} = \frac{1}{k} [\mathcal{J}_2(k) - \mathcal{J}_1(k)] \tag{B.15}$$

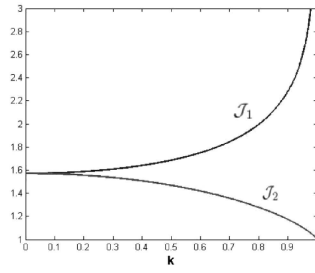


FIGURE B.3 – Représentation des fonctions de Legendre.

L'équation (B.11) devient alors

$$A_\theta = \frac{\mu_0 I}{k\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_2 \right] \quad (\text{B.16})$$

À partir du potentiel, on obtient facilement l'induction magnétique par la relation $\vec{B} = r\text{ôt}\vec{A}$ et en tenant compte de

$$\frac{\partial k}{\partial z} = -\frac{zk^3}{4a\rho} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial k}{\partial \rho} = \frac{k}{2\rho} - \frac{k^3}{4} \frac{a + \rho}{a\rho} \quad (\text{B.18})$$

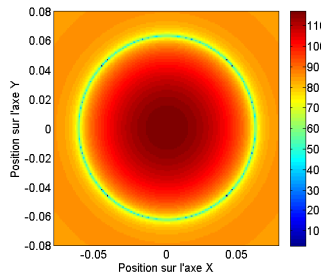
On obtient alors l'expression de l'induction magnétique donnée par (B.19) à (B.21)

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I k z}{4\pi\rho\sqrt{a\rho}} \left[-\mathcal{J}_1 + \frac{a^2 + \rho^2 + z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2 \right] \quad (\text{B.19})$$

$$B_\theta = 0 \quad (\text{B.20})$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I k}{4\pi\sqrt{a\rho}} \left[\mathcal{J}_1 + \frac{a^2 - \rho^2 - z^2}{(a - \rho)^2 + z^2} \mathcal{J}_2 \right] \quad (\text{B.21})$$

Le champ calculé est représenté sur la figure B.4 en $\text{dB}\mu\text{A}/\text{m}$.


 FIGURE B.4 – Composante B_z du champ calculé ($\text{dB}\mu\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$).

L'expression du champ obtenue est valable dans tout l'espace. On remarque bien que pour un point P situé sur l'axe, on a $\rho = 0$. Le champ magnétique devient donc

$$\begin{aligned} B_\rho &= \frac{\mu_0 I k z}{4\pi\rho\sqrt{a\rho}} \left[\underbrace{-\mathcal{J}_1(0) + \mathcal{J}_2(0)}_{=0} \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

et

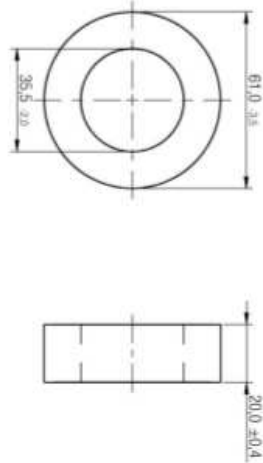
$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 I k}{4\pi\sqrt{a\rho}} \left(\mathcal{J}_1 + \frac{a^2 - z^2}{a^2 + z^2} \mathcal{J}_2 \right) \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{a\rho}} \sqrt{\frac{4a\rho}{a^2 + z^2}} \left[\frac{\pi}{2} \frac{2a^2}{a^2 + z^2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \end{aligned} \tag{B.23}$$

On retrouve bien la relation donnée à l'équation (B.4). On a donc bien l'expression du champ rayonné par une spire dans tout l'espace. Ce champ servira dans l'étude pour la caractérisation des sondes magnétiques ainsi que la mise en place d'un modèle analytique.

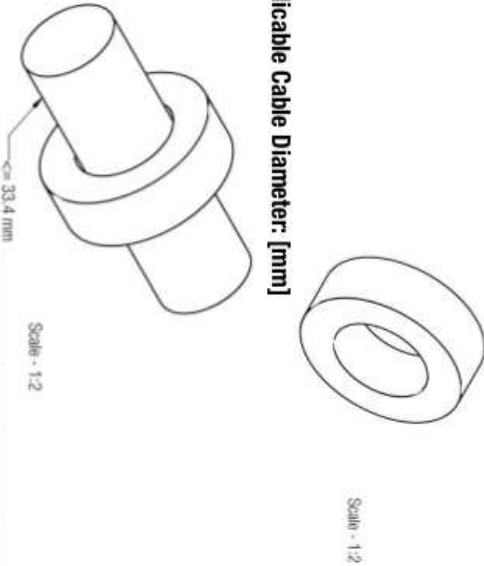
Documentation du noyau

more than you expect

A Dimensions: [mm]



B Applicable Cable Diameter: [mm]



D Electrical Properties:

Properties	Test conditions	Value	Unit	Tol.
Impedance @ 25 MHz 1 turn	25 MHz	11.0	Ω	±25%
Impedance @ 100 MHz 1 turn	100 MHz	165	Ω	±25%
Impedance @ 25 MHz 2 turns	25 MHz	39.0	Ω	typ.
Impedance @ 100 MHz 2 turns	100 MHz	65.0	Ω	typ.



E General information:
 Storage Temperature (before assembly): -20°C to +60°C
 Operating Temperature: -25°C to +125°C
 Test conditions of Electrical Properties: 20°C, 33% RH
 if not specified differently

REV	DATE	BY	CHECKED	DESCRIPTION
2.4	2014-01-02	SS	SS	Projection Würth Elektronik eGSS Dorfh & Co. KG EMC & Passive Solutions Max. Str. 57 74638 Maderburg Germany Tel: +49 (0) 79 42 345 - 0 www.wue-online.com es@wue-online.com
2.3	2013-04-22	SS	SS	
2.2	2012-11-28	SS	SS	
2.1	2012-10-18	SS	SM	
2.0	2012-09-26	SS	SM	
1.0	2006-06-28	SM	-	Order No.: 74270191 SIZE: A4

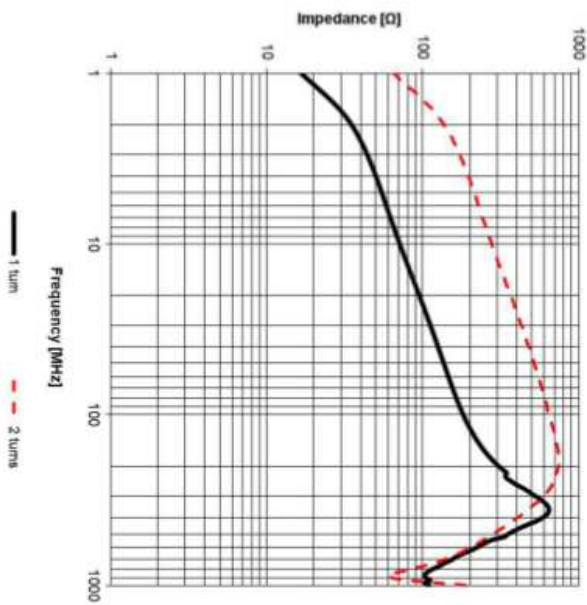
This document content has been designed and developed to assist in general electrical equipment only. The product is not intended for use in applications where a higher safety standard is required. The user is responsible for ensuring that the product is used in accordance with the intended application. The user is also responsible for ensuring that the product is used in accordance with the intended application. The user is also responsible for ensuring that the product is used in accordance with the intended application. The user is also responsible for ensuring that the product is used in accordance with the intended application.




D2 General Properties:

Properties	Value	Unit	Tol.
Cable diameter	≤33.4	mm	
Ferrite core	Material	4 W 620	
Ferrite core	Initial permeability	μ _i 620	typ.
Ferrite core	Cure temperature	T _c 150	°C typ.
Test cable	Applicable cable	AWG26	
Test cable	Applicable cable length	165	mm

F1 Typical Impedance Characteristics:



REV	DATE	BR	CHECKED	DESCRIPTION
2.4	2014-01-02	SSS	SSS	 WÜRTH ELEKTRONIK eSales GmbH & Co. KG EMC & Passive Solutions Max-Egfr-Str. 1 74633 Wiedenburg Germany Tel: +49 (0) 79 42 345 - 0 www.wue-online.com eSales@wue-online.com
2.3	2013-04-22	SSS	SSS	
2.2	2012-11-28	SSS	SSS	
2.1	2012-10-18	SSS	SMH	
2.0	2012-09-26	SSS	SMH	
1.0	2008-06-29	SMH	-	

Order-No.	74270191
SIZE	A4

The electronic component has been designed and developed for usage in general electronic equipment only. The product is not authorized for use in equipment where a higher safety standard and reliability is required or where a failure of the product is reasonably expected to cause severe personal injury or death, unless the parties have concluded an agreement specifically governing such use. Würth Elektronik eSales GmbH & Co. KG products are neither designed nor intended for use in areas such as military, aerospace, aviation, nuclear control, submarine, transportation, automatic control, fire control, fire control, transportation signal, disaster prevention, medical, public information network, etc. Würth Elektronik eSales GmbH & Co. KG must be informed about the intended use in advance before the design stage. In addition, such use is subject to special conditions of safety, security, component selection and/or special high safety and reliability standards or requirements.

Bibliographie

- [Albach et al., 2007] Albach, M., Stadler, A., and Spang, M. (2007). The Influence of Ferrite Characteristics on the Inductance of Coils With Rod Cores. *IEEE Transactions on Magnetics*, 43(6) :2618–2620.
- [Ali et al., 2012] Ali, M., Labouré, E., Costa, F., and Revol, B. (2012). Design of a Hybrid Integrated EMC Filter for a DC-DC Power Converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(11) :4380–4390.
- [Balakrishnan et al., 1997] Balakrishnan, A., Joines, W., and Wilson, T. (1997). Air-gap reluctance and inductance calculations for magnetic circuits using a Schwarz-Christoffel transformation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(4) :654–663.
- [Balanis, 1997] Balanis, C. A. (1997). *Antenna Theory, Analysis and Design*. John Wiley & Sons, Inc., 2 edition.
- [Batdorff and Lumkes, 2009] Batdorff, M. and Lumkes, J. (2009). High-Fidelity Magnetic Equivalent Circuit Model for an Axisymmetric Electromagnetic Actuator. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(8) :3064–3072.
- [Beghou, 2012] Beghou, L. (2012). *Modélisation des rayonnements électromagnétiques par des sources équivalentes - Application à l'électronique de puissance*. PhD thesis, Université Paris Sud 11 Orsay.
- [Beghou et al., 2009] Beghou, L., Pichon, L., and Costa, F. (2009). Synthesis of Equivalent 3-D Models from Near Field Measurements— Application to the EMC of Power Printed Circuit Boards. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(3) :1650–1653.
- [Béreau, 2007] Béreau, E. (2007). *Contribution au développement d'un banc de mesure pour la cartographie en champ électromagnétique proche des dispositifs de l'électronique de puissance*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Boyer et al., 2007] Boyer, A., Bendhia, S., and Sicard, E. (2007). Modelling of a Mixed Signal Processor Susceptibility to Near-Field Aggression. In *2007 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 1–5. IEEE.
- [Cale and Sudhoff, 2006] Cale, J. and Sudhoff, S. (2006). Accurately modeling EI core inductors using a high-fidelity magnetic equivalent circuit approach. *IEEE Transactions on Magnetics*, 42(1) :40–46.
- [Chadebec et al., 2002] Chadebec, O., Rouve, L.-L., and Coulomb, J.-L. (2002). New methods for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2) :517–520.
- [Chen et al., 2008] Chen, H., Qian, Z., Zeng, Z., and Wolf, C. (2008). Modeling of Parasitic Inductive Couplings in a Pi-Shaped Common Mode EMI Filter. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 50(1) :71–79.
- [Chen et al., 2006] Chen, W., Feng, L., Chen, H., and Qian, Z. (2006). Near Field Coupling Effects on Conducted EMI in Power Converter. In *37th IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 1–6.

- [CISPR IEC, 2008] CISPR IEC (2008). Ed. 3.0 : Vehicles, boats and internal combustion engines - Radio disturbance characteristics - Limits and methods of measurement for the protection of on-board receivers. *Mars*.
- [Costa, 2010] Costa, F. (2010). Compatibilité électromagnétique CEM : Présentation générale. *Techniques de l'ingénieur. Génie électrique*.
- [Costa et al., 2013] Costa, F., Gautier, C., Labouré, E., and Revol, B. (2013). *Electromagnetic Compatibility in Power Electronics*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.
- [Costa and Rojat, 1999] Costa, F. and Rojat, G. (1999). CEM en électronique de puissance réduction des perturbations, simulation. *Techniques de l'ingénieur. Génie électrique*.
- [Cuellar et al., 2012] Cuellar, C., Tan, W., Margueron, X., Benabou, A., and Idir, N. (2012). Measurement method of the complex magnetic permeability of ferrites in high frequency. In *2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, pages 63–68. IEEE.
- [Duffy et al., 2006] Duffy, A., Martin, A., Orlandi, A., Antonini, G., Benson, T., and Woolfson, M. (2006). Feature Selective Validation (FSV) for Validation of Computational Electromagnetics (CEM). Part I-The FSV Method. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 48(3) :449–459.
- [Durand, 1968] Durand, E. (1968). *Magnétostatique*. Masson et Cie.
- [Fang et al., 2011] Fang, L., Boroyevich, D., Mattevelli, P., and Gazel, N. (2011). A comprehensive design for high power density common mode EMI inductor. In *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition : Energy Conversion Innovation for a Clean Energy Future, ECCE 2011, Proceedings*, pages 1861–1867.
- [Griffith and Pan, 2011] Griffith, J. M. and Pan, G. W. (2011). Time Harmonic Fields Produced by Circular Current Loops. *IEEE Transactions on Magnetics*, 47(8) :2029–2033.
- [Hague, 1962] Hague, B. (1962). *The principles of electromagnetism applied to electrical machines*. Dover, New York.
- [Hartmann et al., 2011] Hartmann, M., Ertl, H., and Kolar, J. W. (2011). EMI Filter Design for a 1 MHz, 10 kW Three-Phase/Level PWM Rectifier. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(4) :1192–1204.
- [Haupt and Werner, 2006] Haupt, R. L. and Werner, D. H. (2006). *Genetic Algorithms in Electromagnetics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [Henrici, 1974] Henrici, P. (1974). *Applied and Computational Complex Analysis*, volume 1 of *Pure and applied mathematics*. Wiley, New York.
- [Hilsenrath and Zeevi, 1990] Hilsenrath, O. A. and Zeevi, Y. Y. (1990). *Feature extraction and sensitivity matching in visual search in man and machine*. Philadelphia, PA, US : Taylor & Francis.
- [Hoang et al., 2014] Hoang, T. Q. V., Bréard, A., and Vollaire, C. (2014). Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, pages 1–9.

- [Hoene et al., 2005] Hoene, E., Lissner, A., Weber, S., Guttowski, S., John, W., and Reichl, H. (2005). Simulating Electromagnetic Interactions in High Power Density Inverters. In *IEEE 36th Conference on Power Electronics Specialists, 2005.*, pages 1665–1670. IEEE.
- [Hua and Lee, 1995] Hua, G. and Lee, F. (1995). Soft-switching techniques in PWM converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(6) :595–603.
- [Kovacic et al., 2012] Kovacic, M., Hanic, Z., Stipetic, S., Krishnamurthy, S., and Zarko, D. (2012). Analytical Wideband Model of a Common-Mode Choke. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(7) :3173–3185.
- [Laboure et al., 2008] Laboure, E., Cuniere, A., Meynard, T. A., Forest, F., and Sarraute, E. (2008). A Theoretical Approach to InterCell Transformers, Application to Interleaved Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(1) :464–474.
- [Labrousse, 2010] Labrousse, D. (2010). *Amélioration des techniques d'estimation des perturbations conduites : application à une chaîne de traction de véhicule électrique*. PhD thesis, ENS de Cachan.
- [Lee et al., 2011] Lee, C. K., Su, Y. P., and Ron Hui, S. Y. (2011). Printed Spiral Winding Inductor With Wide Frequency Bandwidth. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(10) :2936–2945.
- [Mainali and Oruganti, 2010] Mainali, K. and Oruganti, R. (2010). Conducted EMI mitigation techniques for switch-mode power converters : A survey. *Power Electronics, IEEE Transactions*, 25(9) :2344–2356.
- [Markovic et al., 2004] Markovic, M., Jufer, M., and Perriard, Y. (2004). Reducing the Cogging Torque in Brushless DC Motors by Using Conformal Mappings. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(2) :451–455.
- [Mihalic and Kos, 2006] Mihalic, F. and Kos, D. (2006). Reduced Conductive EMI in Switched-Mode DC–DC Power Converters Without EMI Filters : PWM Versus Randomized PWM. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(6) :1783–1794.
- [Murgatroyd and Eastaugh, 2000] Murgatroyd, P. and Eastaugh, D. (2000). Optimum shapes for multilayered toroidal inductors. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, 147(1) :75.
- [Nave, 1991] Nave, M. (1991). On modeling the common mode inductor. In *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 452–457. IEEE.
- [Orlandi et al., 2006] Orlandi, A., Duffy, A., Archambeault, B., Antonini, G., Coleby, D., and Connor, S. (2006). Feature Selective Validation (FSV) for Validation of Computational Electromagnetics (CEM). Part II- Assessment of FSV Performance. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 48(3) :460–467.
- [Orlandi et al., 2009] Orlandi, S., Allongue, B., Blanchot, G., Buso, S., Faccio, F., Fuentes, C., Kayal, M., Michelis, S., and Spiazzi, G. (2009). Optimization of shielded PCB air-core toroids for high efficiency dc-dc converters. In *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, volume 26, pages 2073–2080. IEEE.
- [Paul, 2005] Paul, C. R. (2005). *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.

- [Paul, 2010] Paul, C. R. (2010). Partial Inductance. *IEEE EMC Society Newsletters*, (226) :34–42.
- [Prieto et al., 1998] Prieto, R., Bataller, V., Cobos, J., and Uceda, J. (1998). Influence of the winding strategy in toroidal transformers. In *IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No.98CH36200)*, volume 1, pages 359–364. IEEE.
- [Roc'h and Leferink, 2012] Roc'h, A. and Leferink, F. (2012). Nanocrystalline core material for high-performance common mode inductors. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 54(4) :785–791.
- [Ruehli, 1972] Ruehli, A. E. (1972). Inductance calculations in a complex integrated circuit environment. *IBM journal of research and development*, 16(15) :470–481.
- [Silvester, 1968] Silvester, P. P. (1968). *Modern electromagnetic fields*. Microwaves and fields series. Prentice-Hall, London.
- [Spang and Albach, 2007] Spang, M. and Albach, M. (2007). Inductance of Coils with Rod Cores as a Function of Core Geometry and Winding Layout. In *PCIM Europe*, volume 2, pages 200–205.
- [Stadler and Albach, 2006] Stadler, A. and Albach, M. (2006). The influence of the winding layout on the core losses and the leakage inductance in high frequency transformers. *IEEE Transactions on Magnetics*, 42(4) :735–738.
- [Stadler, A ; Albach, 2006] Stadler, A ; Albach, M. (2006). Analytical calculation of stray fields generated by ferrite rods in EMI suppression applications. In *PCIM Europe*.
- [Stube et al., 2008] Stube, B., Stube, B., Schroeder, B., Design, S., Hoene, E., and Lissner, A. (2008). A novel approach for EMI design of power electronics. *Design, Automation and*
- [Tarateeraseth, 2012] Tarateeraseth, V. (2012). EMI filter design : Part III : Selection of filter topology for optimal performance. *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, 1(2) :60–73.
- [Wang et al., 2008] Wang, S., Lee, F. C., and van Wyk, J. (2008). A Study of Integration of Parasitic Cancellation Techniques for EMI Filter Design With Discrete Components. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(6) :3094–3102.
- [Zhang and Foo, 1999] Zhang, D. and Foo, C. F. (1999). Theoretical analysis of the electrical and magnetic field distributions in a toroidal core with circular cross section. *IEEE Transactions on Magnetics*, 35(3) :1924–1931.