HAL
open science

Modélisation et simulation de la dispersion turbulente et du dépôt de gouttes dans un canal horizontal

Coraline Neiss

To cite this version:

Coraline Neiss. Modélisation et simulation de la dispersion turbulente et du dépôt de gouttes dans un canal horizontal. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENI093 . tel-01203476

HAL Id: tel-01203476

https://theses.hal.science/tel-01203476

Submitted on 23 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : Mécanique des fluides, Énergétique, Procédés

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Coraline NEISS

Thèse dirigée par **Georges BERTHOUD** et

codirigée par **Christophe MOREL**

préparée au sein du laboratoire

Commissariat à l'Energie atomique et aux Energies Alternatives

Direction de l'Energie Nucléaire

Service thermohydraulique et Mécanique des fluides

Laboratoire de Modélisation et de simulation

à l'Echelle Système

dans l'**École Doctorale : I-MEP2**

Modélisation et simulation de la dispersion turbulente et du dépôt de gouttes dans un canal horizontal

Thèse soutenue publiquement le **3 octobre 2013**,

devant le jury composé de :

Mme, Anne TANIERE

Professeur à l'Université de Lorraine,

Présidente du jury et Rapporteur

M., Daniel LHUILLIER

Directeur de recherche à UPMC Paris VI, Rapporteur

M., Jean-Luc ACHARD

Directeur de recherche à l'Université de Grenoble, Examinateur

M., Boris ARCEN

Maître de conférences à l'Université de Lorraine, Examinateur

M., Jérôme LAVIEVILLE

Ingénieur de recherche à EDF R&D Chatou, Invité

M., Georges BERTHOUD

Directeur de recherche au CEA Grenoble, Directeur de thèse

M., Christophe MOREL

Ingénieur de recherche au CEA Grenoble, Co-Directeur de thèse

Remerciements

Cette thèse a connu des premières heures un peu chaotiques, le contexte étant celui de la réorganisation de la thermohydraulique au CEA Grenoble. Cependant, aujourd'hui ce faux départ n'est plus qu'un lointain souvenir et ce grâce au concours de nombreuses personnes que je souhaite remercier dans ces quelques lignes.

Je remercie en premier lieu Mr Christophe MOREL, ingénieur de recherche au CEA Grenoble, pour avoir accepté de reprendre ma thèse dans un contexte vraiment difficile. Néanmoins, Christophe, tu as su donner un sens à mon sujet et me remettre sur le droit chemin. Merci pour ta gentillesse, ta disponibilité, ton infinie patience, tes remarques pertinentes, tes conseils avisés. Tu m'as beaucoup appris tout au long de ces deux dernières années, travailler à tes côtés fût un réel plaisir, vraiment.

Mes remerciements vont ensuite à Mr Luc GROS D'AILLON. Luc, mille mercis pour *tout*. Je te suis infiniment reconnaissante pour tout ce que tu m'as enseigné, que ce soit sur le plan scientifique, humain, philosophique, automobile et autre ! Je n'oublierai pas tes visites matinales pré pause café (certainement un des meilleurs moments de mes journées) ainsi que nos longues heures de travail, où petit à petit les briques se mettaient en place, les gouttes dévoilant alors leurs mystères... Bien sûr, il reste quelques bricoles telles le principe de moindre action, je vais tâcher d'y travailler.

Je tiens à remercier Mr Georges BERTHOUD, directeur de recherche émérite au CEA Grenoble, notamment pour sa présence et son soutien la première année de thèse. Sans vous, cette thèse n'aurait pas vu le jour. Merci pour votre confiance et vos encouragements.

J'adresse toute ma reconnaissance à Mme Anne TANIERE, professeur à l'Université de Lorraine, et Mr Daniel LHUILLIER, directeur de recherche émérite au CNRS, Paris VI, pour avoir acceptés, en tant que rapporteurs, de juger de la qualité de mon travail. Merci pour vos remarques pertinentes qui complètent et offrent des perspectives à ces travaux de thèse. Je remercie également Mr Jean-Luc ACHARD, directeur de recherche au CNRS Grenoble, Mr Boris ARCEN, maître de conférences à l'Université de Lorraine, et Mr Jérôme LAVIEVILLE, ingénieur de recherche à EDF R&D, pour leur participation au jury et l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Merci à mon chef, Mr Philippe EMONOT, pour sa constante bonne humeur et son soutien sans faille. J'ai énormément apprécié son implication dans le bon déroulement de ma thèse, avec notamment la mise en place de réunions instructives et efficaces ! Derrière Philippe, bien sûr, il y a tout mon laboratoire, le LMES, Laboratoire de Modélisation et simulation à l'Échelle Système, et au delà toute la grande famille du Service de Ther-

mohydraulique et de Mécanique des Fluides, le STMF. Je ne citerai personne, de peur d'en oublier, mais en tout cas, merci à vous tous, pour votre chaleureux accueil et, plus particulièrement, je garderai un excellent souvenir de NURETH à Pise, en votre compagnie.

J'exprime également toute ma gratitude envers le personnel d'un laboratoire voisin, le LTDA, Laboratoire de Thermohydraulique Diphasique et Accidents graves. Je remercie notamment Mr Ahcene BOUCENNA pour son temps consacré à concevoir des grilles d'atomisation et Mr Claude GLANDUT pour les différentes expériences réalisées. Même si le projet n'a finalement pas abouti, à mon plus grand regret, un grand merci pour votre implication et votre soutien.
Le LTDA c'est également synonyme de pauses café quotidiennes avec Philippe C., et ses blagues toujours rigolotes et de bon goût, Luc (je n'ose même plus estimer ma note café), Géraud, supporter sans frontière jusque sur la piste et les terrains de cross (2ème note café salée), Fabrice, grand adepte des muffins choco-cœur de caramel (3ème note café salée), Jil, co-thermohydraulicienne en herbe de choc et Christiane, interprète coréenne à ses heures perdues. Merci à vous pour ces petites parenthèses caféinées, moments un peu à part, que j'appréciais énormément.

Un immense merci à tous mes amis, dont la plupart sont doctorants à Grenoble. Dans le désordre Jil, Hélène, Djé, Ben, ManuE, Mathieu, Ludo, Emilie, Hana. Les midis Phelma (objet : miam - H2, 11h40 ?) c'était bien sympa ! Et bien sûr, merci à tous les autres, Bobby, Alix, Dav, Clem, Nico notamment pour ces chouettes soirées, qui nous rappelaient nos jeunes années d'école !
Ces trois années de thèse, c'est également un nombre incalculable de tours de piste à Bachelard, un tour de France des Flunch et des Ibis avec l'EAG où j'ai découvert un groupe d'athlé au top avec Bobo, Popo, Momo, Akat, Audrey, Diana, Laurence, Cédric, Thierry et tous les demi-fondeurs. Merci à vous pour m'avoir si chaleureusement accueillie et m'avoir fait vivre des moments inoubliables et si forts, que j'en oubliais les gouttes, le temps d'une séance.

Je termine ce tour de piste en remerciant de tout mon cœur mes parents, pour m'avoir soutenue tout au long de mon parcours (notamment lors de mes déménagements ...), mes sœurs, Karelle et Axelle, et mes grands-parents. Enfin, un ultime et infini merci à Alex pour m'avoir supportée, ainsi que mes quelques sautes d'humeur, tous les jours pendant ces trois années. Nous voilà "docteurs" maintenant, que le meilleur reste à venir ...

Grenoble, le 6 octobre 2013
Coraline NEISS

Résumé

Résumé

Ce travail de thèse est consacré à l'étude des écoulements diphasiques dispersés turbulents gaz/gouttes et plus particulièrement à la modélisation du phénomène de dépôt de gouttes en canal horizontal, dont la compréhension et la prédiction sont essentielles pour de nombreuses applications industrielles. Les gouttes sont supposées de taille plus petite que les échelles de longueur caractéristiques de l'écoulement de gaz turbulent, avec une masse volumique grande devant celle de la phase continue, les forces qui agissent sur les gouttes se limitent ainsi à la traînée, à la poussée d'Archimède et à la gravité. Le taux de présence de la phase dispersée est suffisamment important pour tenir compte de l'influence des gouttes sur la turbulence du gaz (couplage à deux sens), mais suffisamment faible pour pouvoir négliger les collisions entre les gouttes. En écoulement horizontal, le dépôt des gouttes en paroi est piloté par deux mécanismes principaux qui agissent en parallèle : la gravité et la diffusion turbulente/vol libre. Cette physique du dépôt est déclinée en deux volets, avec une première étude à l'échelle 3D locale et une seconde étude à l'échelle système 1D. Dans chacune de ces approches, un modèle pour la vitesse de dépôt de gouttes en paroi est développé, puis validé par comparaison à des données expérimentales. Le modèle de dépôt local, établi sous l'hypothèse d'un film liquide infiniment mince et absorbant, est implanté dans le code de simulation numérique NEPTUNE_CFD, puis validé par comparaison aux données expérimentales de Namie & Ueda, qui étudient le dépôt des gouttes en canal horizontal. Une analyse des équations de transport des principales grandeurs moyennes de l'écoulement, ainsi que des transferts d'énergies entre phases, est menée afin de mettre en évidence les phénomènes de couplage et leurs influences sur la turbulence de la phase continue. Le modèle unidimensionnel, développé dans le cadre d'un besoin industriel, est implanté dans le code CATHARE-3 et est confronté aux données de l'expérience REGARD du CEA Grenoble.

Mots clés : Ecoulements diphasiques dispersés, dépôt de gouttes, diffusion turbulente, couplage entre phases, modélisation, écoulement horizontal

Abstract

Droplets dispersion and deposition in turbulent duct flows are important processes, occurring in numerous environmental and industrial applications. This work is devoted to the study of gas-droplets flows and, more particularly, the objective is to improve the droplets deposition modeling in horizontal flows. Droplets are supposed to be smaller than the Kolmogorov scale, with a density large compared to the density of the gas phase. Under these assumptions, the motion of a droplet is considered to be governed by the drag force, the buoyancy force, and the gravity. Dilute incompressible and isothermal gas-droplets flows are studied, so inter-particle collisions are neglected but two-way coupling is retained, which means that modulation of turbulence by the particles is accounted for. In horizontal flow, droplets reach the wall under the actions of the gravitational settling and the turbulent diffusion. Two approaches will be used in developing this deposition physics with a first study at the 3D local scale and a second one at the 1D scale, realized for an industrial need. For each case, a model is developed for the mean deposition velocity of the droplets, with is implemented in a numerical simulation tool and then validated by comparison to experimental data. The local deposition model is established under the assumptions that the liquid film is extremely thin and perfectly absorbing and is implemented in the Neptune_CFD code. The experience carried out by Namie & Ueda, which consist in small droplets deposition from a turbulent dispersed flow in a horizontal rectangular duct, is simulated. An analysis of the interphase transfer terms in the kinetic energy equations shows the interactions between the dispersed phase and the continuous one and the impact of these phenomena on the turbulence of the gas phase is pointed out. The 1D deposition model is developed for the CATHARE-3 code and experimental data from the REGARD facility of the CEA Grenoble are used for validation.

Keywords : Two-phase flows, droplets deposition, turbulent diffusion, two-way coupling, modeling, horizontal flow

Table des matières

Remerciements i

Résumé iii

Table des matières viii

Liste des Figures xi

Liste des Tableaux xiii

Nomenclature xv

1 Introduction générale 1

2 Les écoulements turbulents diphasiques à phase dispersée 5
2.1 Introduction . . . 5
2.2 Phase fluide continue . . . 6
2.2.1 Phénoménologie de la turbulence . . . 6
2.2.2 Échelles de longueur . . . 7
2.2.3 Échelles de vitesse . . . 7
2.2.4 Échelles de temps . . . 8
2.2.5 Nombre de Reynolds turbulents . . . 9
2.3 La dynamique de la phase dispersée . . . 9
2.3.1 Introduction . . . 9
2.3.2 Bilan des forces qui s'exercent sur une particule isolée . . . 10
2.3.3 Modélisation de la force de traînée . . . 11
2.3.4 Temps de relaxation des particules et vitesse terminale de chute . . . 11
2.4 Interactions fluide-particules . . . 13
2.4.1 Vitesse du fluide et vitesse du *fluide vu* . . . 13
2.4.2 Croisements de trajectoires . . . 13
2.4.3 Effet de concentration préférentielle . . . 13
2.4.4 Influence des particules sur la turbulence du fluide . . . 14
2.4.4.1 Nombre de Stokes . . . 14
2.4.4.2 Fraction volumique α_p . . . 15
2.4.5 Influence des parois . . . 15
2.4.5.1 Couche limite turbulente monophasique . . . 15
2.4.5.2 Interaction particule-paroi . . . 17
2.5 État de l'art sur le dépôt de particules en paroi . . . 19
2.5.1 Les études expérimentales pionnières . . . 19

2.5.2 Une notion fondamentale : la vitesse de dépôt 19
2.5.3 Régimes de dépôt et mécanismes en jeu 20
2.5.3.1 Régime diffusionnel pur 20
2.5.3.2 Régime de diffusion - "impaction" 21
2.5.3.3 Régime inertiel 22
2.5.3.4 Influence de la gravité en écoulement horizontal 22
2.5.4 Modélisation de la vitesse de dépôt 23

3 Modélisation des écoulements diphasiques turbulents à phase dispersée 27
3.1 Choix d'une approche de modélisation 27
3.2 Les hypothèses de l'étude 28
3.3 Approche statistique des écoulements gaz-particule 29
3.3.1 Vecteur d'état 29
3.3.2 Fonctions de distributions eulériennes 30
3.3.3 Équation de transport de Fokker-Planck 31
3.4 Dérivation des équations moyennées 32
3.4.1 Équations de transport de la phase dispersée 32
3.4.1.1 Équation de Fokker-Planck 32
3.4.1.2 Définition des opérateurs de moyenne 32
3.4.1.3 Équation générale d'Enskog 33
3.4.1.4 Équations de bilan de la phase dispersée 35
3.4.2 Équations de transport de la phase fluide 38
3.4.3 Récapitulatif du système d'équations utilisé 40
3.5 Fermetures 41
3.5.1 Modèles stochastiques : le modèle de Langevin 41
3.5.1.1 Équation de type Langevin sur la vitesse du fluide v_f . . . 43
3.5.1.2 Équation de type Langevin sur la vitesse du fluide vu v_s . . 45
3.5.2 Vitesse de dérive 48
3.5.2.1 Définition 48
3.5.2.2 Équation de transport 48
3.5.2.3 Modèle 49
3.5.3 Couplage à deux sens 50
3.5.4 Fermetures des équations de la phase continue 53
3.5.4.1 Modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$ standard 53
3.5.4.2 Modèle au second ordre $R_{f,ij} - \varepsilon_f$ 54
3.5.5 Fermetures des équations de la phase dispersée 55
3.5.5.1 Modèles au second ordre $R_{p,ij} - R_{sp,ij}$ 56
3.5.5.2 Modèles à deux équations $q_p^2 - q_{sp}$ 58
3.5.5.3 Modèles algébriques 59

4 Étude des écoulements gaz-gouttes avec dépôt de gouttes en parois 61
4.1 Une analyse multi-échelles 61
4.2 Les outils de simulation numérique 62
4.2.1 Le code CATHARE 62
4.2.1.1 Présentation 62
4.2.1.2 Évolutions 62
4.2.2 Le code NEPTUNE_CFD 63
4.2.2.1 Présentation 63

4.2.2.2 Modélisation des écoulements diphasiques dispersés dans le code NEPTUNE_CFD . . . 63
4.2.2.3 Développement d'un modèle de dépôt local en paroi . . . 66
4.2.3 Évaluation du flux de dépôt de gouttes : de l'approche microscopique 3D à l'approche macroscopique 1D . . . 68
4.3 Étude expérimentale de dépôt de gouttes en écoulement horizontal . . . 70
4.3.1 Description de l'expérience . . . 70
4.3.2 Systèmes de mesure . . . 70
4.3.3 Résultats expérimentaux . . . 71
4.4 Installation expérimentale REGARD . . . 77

5 Simulation numérique de l'expérience Namie Ueda avec NEPTUNE_CFD 79
5.1 Description des cas simulés . . . 79
5.1.1 Conditions aux limites et conditions initiales . . . 79
5.1.2 Modèles physiques . . . 80
5.1.3 Maillage . . . 81
5.2 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux . . . 82
5.2.1 Vitesse axiale de la phase continue . . . 82
5.2.2 Vitesse axiale des gouttes . . . 83
5.2.3 Fraction volumique des gouttes . . . 87
5.2.4 Évolution axiale du débit massique de gouttes . . . 87
5.3 Analyse des couplages entre phases . . . 92
5.3.1 Vitesse de dérive et dispersion des particules . . . 92
5.3.2 Les modèles de turbulence . . . 92
5.3.3 Étude de Namie & Ueda : le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ et la dispersion des gouttes . . . 96
5.3.4 Analyses des transferts d'énergie cinétique entre phases . . . 98
5.3.4.1 Étude de sensibilité . . . 98
5.3.4.2 Résultats . . . 99
5.4 Résultats généraux sur le dépôt des gouttes en paroi . . . 111
5.5 Conclusion sur le dépôt des gouttes en paroi . . . 118

6 Développement d'un modèle de depôt 1D 121
6.1 Introduction . . . 121
6.2 Modélisation de la vitesse de dépôt . . . 122
6.2.1 Modélisation de $\vec{k}_{D,gravité}$ . . . 123
6.2.2 Modélisation de $\vec{k}_{D,diff.turb}$ . . . 123
6.2.3 Modèle final . . . 125
6.3 Analyse des résultats de l'expérience REGARD . . . 125
6.4 Analyse des résultats de l'expérience de Namie & Ueda . . . 129
6.5 Conclusion . . . 131

7 Conclusion générale et Perspectives 133

A Les termes de couplage inverse 139
A.1 Calculs des termes de couplage inverse . . . 139
A.2 Terme de couplage dans l'équation de transport de q_f^2 et modulation de la turbulence . . . 141

B Modèle de film pariétal **143**

C Données expérimentales REGARD **147**

Bibliographie **154**

Table des figures

2.1 Coefficient de traînée d'une sphère rigide lisse en fonction du nombre de Reynolds (tiré de Crowe *et al.* [19]) . . . 12
2.2 Effet de croisement de trajectoire : la trajectoire d'une particule inertielle dévie de celle d'un élément fluide. . . . 14
2.3 Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide d'après Elghobashi [26] . . . 16
2.4 Modulation de la turbulence et création de pseudo-turbulence en écoulement gaz-solide en conduite (tiré de Tsuji *et al.* [86]) . . . 16
2.5 Profil de vitesse dans la couche limite turbulente (tiré de Chassaing [14]) . . 18
2.6 Synthèse des données expérimentales de dépôt de la littérature en écoulement vertical (tiré de Papavergos et Hedley [60]) . . . 20
2.7 Dépôt par diffusion, turbulente et brownienne (tiré de Mailliat [48]) . . . 21
2.8 Dépôt par diffusion turbulente et "impaction" . . . 22
2.9 Représentation des facteurs correctifs $\gamma_{inertie}$ et γ_{cross} en fonction du diamètre des particules pour différentes vitesses gaz (tiré de Mols et Oliemans [54]) . . . 26

4.1 Représentation schématique de l'évolution de la fraction volumique de gouttes dans une maille de paroi pendant un pas de temps. . . . 66
4.2 Dépôt des gouttes dans une maille de paroi . . . 67
4.3 Schématisation d'une section droite A de canal, délimitée par un contour C. 69
4.4 Schéma de l'installation expérimentale (tiré de Namie et Ueda [56]). 1. Compresseur à air - 2. Vases d'expansion - 3. Réfrigérant à air - 4. Orifice calibré - 5. Réservoir d'eau - 6. Pompe - 7. Section poreuse d'arrivée d'eau - 8. Canal en résine acrylique - 9. Section poreuse d'aspiration du film liquide - 10. Séparateur eau/air - 11. Rotamètre - 12. Pompe de laboratoire - 13. Pompe à vide - 14. Séparateur cyclonique . . . 71
4.5 Profils de la vitesse axiale du gaz dans la section de mesure (2). (Figure extraite de Namie et Ueda [56]) . . . 72
4.6 Profils de la vitesse axiale des gouttes, mesurés dans les sections (1) et/ou (2) pour certains essais. (Figure extraite de Namie et Ueda [56]) . . . 73
4.7 Profils du taux de présence de gouttes, dans la section de mesure (2), ainsi que les sections (3) et (4) pour l'essai 23. (Figure extraite de Namie et Ueda [56]) . . . 74
4.8 Évolution axiale du débit massique de gouttes. (Figure extraite de Namie et Ueda [56]) . . . 75

5.1 Représentation 2D du canal simulé et des différents types de conditions aux limites 80
5.2 Test de convergence en maillage 83
5.3 Profils de la composante axiale de la vitesse du gaz pour différents essais dans la section (2) - Comparaison entre données expérimentales et simulations NEPTUNE_CFD ($q_f^2 - \varepsilon_f/Tchen$). 84
5.4 Influence du modèle de turbulence de la phase continue sur le profil de la composante axiale de la vitesse du gaz - Essai 24, section(2). 84
5.5 Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la vitesse axiale du gaz - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2). 85
5.6 Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la vitesse axiale des gouttes - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2). 85
5.7 Évolution axiale des profils de l'énergie cinétique turbulente des gouttes en fonction des modèles de turbulence de la phase dispersée - Essai 21 86
5.8 Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la fraction volumique des gouttes - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2). 88
5.9 Évolution axiale des profils de la fraction volumique de gouttes et de l'énergie cinétique turbulente du gaz le long du canal - Calculs NEPTUNE_CFD avec les modèles $q_f^2 - \varepsilon_f/R_{p,ij} - q_{fp}$ - Essai 21 88
5.10 Influence des conditions d'entrée de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue sur l'évolution axiale du profil du taux de présence des gouttes - Calculs NEPTUNE_CFD avec les modèles $q_f^2 - \varepsilon_f/R_{p,ij} - q_{fp}$ - Essai 21 . 89
5.11 Évolution axiale du débit massique de gouttes en fonction des conditions d'entrée du profil de l'énergie cinétique turbulente du gaz : — $q_{f,entrée}^2 = 0$; - - - $q_{f,entrée}^2$ = profil établi 90
5.12 Évolution axiale du débit massique de gouttes en fonction des modèles de turbulence de la phase dispersée 90
5.13 Évolution axiale du débit massique de gouttes - Comparaison des données expérimentales aux simulations NEPTUNE_CFD ($q_f^2 - \varepsilon_f/R_{p,ij} - q_{fp}$) pour différents essais. 91
5.14 a) - Comparaison des termes de production de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes pour les modèles $q_p^2 - q_{fp}$ et $R_{p,ij} - q_{fp}$ dans les sections x = 0.25 m — et x = 0.5m — b) - 5.14b Comparaison du profil de q_p^2 à x = 0.25 m pour les trois modèles de turbulence de la phase dispersée. 97
5.15 Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du gaz dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$. 100
5.16 Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du gaz dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$. 101
5.17 Influence du taux de présence et du diamètre des gouttes sur la vitesse axiale et l'énergie cinétique turbulente de la phase continue. 103
5.18 Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$.104

5.19 Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$. 105
5.20 Profil de vitesse axiale des gouttes pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6 106
5.21 Équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$. 107
5.22 Équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$. 108
5.23 Profil des énergies cinétiques des deux phases, q_f^2 et q_p^2, et de la demi-covariance q_{fp} 110
5.24 La fraction volumique de gouttes qui se déposent est relevée dans les mailles de paroi situées au milieu de chacune des quatre parois du canal. 112
5.25 Évolution axiale de la fraction volumique de gouttes qui se déposent sur les différentes parois du canal et du débit massique de gouttes. 113
5.26 Évolution axiale de la fraction volumique de gouttes qui se déposent sur les différentes parois du canal pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6 en fonction de modèles de turbulence de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ 115
5.27 Évolution axiale du débit massique de gouttes pour les Cas n° 4, n° 5, n° 6 ($\alpha_p = 10^{-3}$) et n° 2 ($\alpha_p = 10^{-4}$) en fonction de modèles de turbulence de la phase dispersée. 116
5.28 Représentation de la vitesse de dépôt adimensionnelle en fonction du temps caractéristique adimensionnel des gouttes. 117

6.1 Essais REGARD : évolution axiale du débit massique de gouttes dans la conduite. 130
6.2 Essais Namie & Ueda : évolution axiale du flux de dépôt de gouttes dans le canal. 132

7.1 Définitions géométriques du film liquide pariétal dans le cas traité par Bieder et Barre [12]. 137

Liste des tableaux

3.1 Valeurs de constantes du modèle de turbulence $q_f^2 - \varepsilon_f$ 54

4.1 Matrice d'essais 76

5.1 Propriétés physiques de l'expérience 81
5.2 Caractéristiques des différents maillages utilisés 81
5.3 Valeurs de y^+ dans les mailles de paroi et temps CPU des calculs effectués pour le test de sensibilité pour chacun des maillages 82
5.4 Étude paramétrique 98
5.5 Valeur de la composante verticale des vitesses moyennes de dépôt dues à la gravité et à la diffusion turbulente, dans les mailles des parois supérieure et inférieure en fonction de la taille de goutte et du modèle de turbulence de la phase dispersée. 112
5.6 Valeur de la composante verticale des vitesses moyennes de dépôt dues à la gravité et à la diffusion turbulente, dans les mailles des parois supérieure et inférieure en fonction de la taille de goutte et du taux de présence des gouttes. 117

6.1 Valeurs des composantes de la vitesse de dépôt relatives à la gravité et à la diffusion turbulente ainsi que du flux d'arrachement des gouttes calculés pour les différents essais REGARD 129
6.2 Valeurs des composantes de la vitesse de dépôt relatives à la gravité et à la diffusion turbulente calculées pour les différents essais de l'expérience Namie & Ueda 131

Nomenclature

Lettres latines

a	Diffusivité thermique	$[m^2.s^{-1}]$
$A_{f,i}$	Composante i du terme d'accélération d'une particule fluide	$[m.s^{-2}]$
$A_{p,i}$	Composante i du terme d'accélération d'une particule discrète	$[m.s^{-2}]$
$A_{s,i}$	Composante i du terme d'accélération d'une particule fluide le long de la trajectoire d'une particule discrète	$[m.s^{-2}]$
$A_{p\to f,i}$	Terme de couplage inverse	$[m.s^{-2}]$
$A_{p\to s,i}$	Terme de couplage inverse	$[m.s^{-2}]$
$B_{k,ij}$	Matrice de dispersion dans une équation de Langevin	$[m.s^{-3/2}]$
C	Concentration volumique en particules	$[kg.m^{-3}]$
C_0	Constante de Kolmogorov	[/]
C_D	Coefficient de traînée	[/]
C_β	Constante du modèle de Csanady	[/]
C_{ε_1}	Constante du modèle $k_f - \varepsilon_f$	[/]
C_{ε_2}	Constante du modèle $k_f - \varepsilon_f$	[/]
C_{ε_3}	Constante du modèle $k_f - \varepsilon_f$	[/]
C_μ	Constante du modèle $k_f - \varepsilon_f$	[/]
d_p	Diamètre des particules discrètes	[m]
D	Diamètre intérieur de la conduite	[m]
D_f	Diffusivité turbulente de la phase continue	$[m^2.s^{-1}]$
D_h	Diamètre hydraulique	[m]
D_p	Diffusivité turbulente des particules	$[m^2.s^{-1}]$
$D^t_{sp,ij}$	Tenseur de dispersion turbulente des particules	$[m^2.s^{-1}]$
F^E_f	Fonction de distribution massique eulérienne de la phase continue	$[kg.m^{-9}.s^3]$
F^E_p	Fonction de distribution massique eulérienne de la phase dispersée	$[kg.m^{-9}.s^3]$
g	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$
$G_{k,ij}$	Coefficient de dérive dans une équation de Langevin	$[s^{-1}]$
k_D	Vitesse de dépôt des gouttes	$[m.s^{-1}]$
$\dot{m}_f$	Débit massique de gaz	$[kg.s^{-1}]$
$\dot{m}_p$	Débit massique de gouttes	$[kg.s^{-1}]$
$\mathcal{L}_f$	Échelle de longueur de la turbulence de la phase continue	[m]
$\mathcal{L}^{\mathcal{M}}$	Échelle de longueur de l'écoulement moyen	[m]
P_f	Pression moyenne de l'écoulement de gaz	$[kg.m^{-1}.s^{-2}]$
p^E_{fp}	Fonction de distribution jointe eulérienne fluide-particule	$[m^{-9}.s^6]$
p^E_f	Fonction de distribution marginale eulérienne de la phase continue	$[m^{-6}.s^3]$
p^E_p	Fonction de distribution marginale eulérienne de la phase dispersée	$[m^{-6}.s^3]$

q_k^2	Énergie cinétique turbulente de la phase k	$[m^2.s^{-2}]$
q_{fp}, q_{sp}	Covariance scalaire fluide-particules	$[m^2.s^{-2}]$
$R_{f,ij}$	Tenseur des contraintes de Reynolds de l'écoulement de gaz	$[m^{-2}.s^{-2}]$
$R_{p,ij}$	Tenseur des contraintes cinétiques turbulentes de la phase dispersée	$[m^{-2}.s^{-2}]$
$R_{sp,ij}$	Partie symétrique du tenseur des corrélations de vitesse fluide-particules	$[m^{-2}.s^{-2}]$
$\mathcal{R}_{f,ij}$	Corrélation lagrangienne de la phase continue en turbulence	[/]
S_p	Surface d'une particule discrète	$[m^2]$
$\mathcal{T}_f$	Échelle temporelle intégrale de la turbulence	[s]
$\mathcal{T}^{\mathcal{M}}$	Échelle de temps de l'écoulement moyen	[s]
$\mathcal{T}_s$	Échelle temporelle intégrale du fluide vu par les particules discrètes	[s]
U_k	Vitesse moyenne de la phase k	$[m.s^{-1}]$
U_s	Vitesse moyenne du fluide vu	$[m.s^{-1}]$
$\mathcal{U}^{\mathcal{M}}$	Échelle de vitesse de l'écoulement moyen	$[m.s^{-1}]$
u^*	Vitesse de frottement de la phase continue	$[m.s^{-1}]$
v_k	Vitesse de la phase k	$[m.s^{-1}]$
v_s	Vitesse du fluide vu	$[m.s^{-1}]$
v'_k	Fluctuation de vitesse de la phase k	$[m.s^{-1}]$
v'_s	Fluctuation de vitesse du fluide vu	$[m.s^{-1}]$
V_d	Vitesse de dérive	$[m.s^{-1}]$
V_{T_p}	Vitesse terminale de chute d'une particule	$[m.s^{-1}]$
$\mathcal{V}_p$	Volume d'une particule discrète	$[m^3]$
x,y,z	Coordonnées cartésiennes	[m]

Lettres grecques

α_k	Taux de présence ou fraction volumique de la phase k	[/]
Γ_A	Flux d'arrachement des gouttes	$[kg.m^{-2}.s^{-1}]$
Γ_D	Flux de dépôt de gouttes	$[kg.m^{-2}.s^{-1}]$
δ_{ij}	Composantes du tenseur identité (symbole de Kronecker)	[/]
Δt	Pas de temps	[s]
ε_f	Dissipation turbulente de l'écoulement de gaz	$[m^2.s^{-3}]$
λ	Conductivité thermique	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
η_k	Echelle de longueur de Kolomogorov	[m]
μ_f	Viscosité dynamique de la phase continue	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ν_f	Viscosité cinématique de la phase continue	$[m^2.s^{-1}]$
ν^t	Viscosité turbulente	$[m^2.s^{-1}]$
ρ_k	Masse volumique de la phase k	$[kg.m^{-3}]$
σ_k, σ_ε	Constantes du modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$	[/]
τ_p	Temps de relaxation des particules discrètes	[s]
τ_w	Contrainte pariétale	$[Pa]$

Indices

A	Arrachement
D	Dépôt
f	Phase continue
i,j,k	Composante en système de coordonnées cartésiennes
lc	Film liquide continu
p	Phase dispersée
s	Fluide vu
w	Paroi
1	Phase continue
2	Phase dispersée

Exposants

+	Adimensionnel
'	Fluctuation
E	Eulérien
t	Turbulent
T	Transposée

Opérateurs mathématiques

$\langle \cdot \rangle$	Grandeur moyenne (selon contexte)
$\langle \cdot \rangle_k$	Moyenne statistiqie conditionnée par la présence de la phase k

Nombres adimensionnels

Eo	Nombre d'Eötvös
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
Sc	Nombre de Schmidt
Sh	Nombre de Sherwood
St	Nombre de Stokes
We	Nombre de Weber

Acronymes

APRP	Accident avec Perte de réfrigérant primaire
CATHARE	Code Avancé de Thermohydraulique pour les Accidents sur les Reacteurs à Eau
CEA	Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
CFD	*Computational Fluid Dynamics*, mécanique des fluides numérique
CPU	*Central Processing Unit*, unité centrale de calcul
DNS	*Direct Numerial Simulation*, simulation numérique directe
EDF	Électricité de France
PDF	*Probability Density Function*, fonction de densité de probabilité
REP	Réacteur à Eau Pressurisé

Chapitre 1

Introduction générale

Les écoulements diphasiques, constitués de deux phases distinctes, sont très présents dans la nature (aérosols, fumées, nuages, etc) et se rencontrent dans un grand nombre de procédés industriels ainsi que dans les domaines de la santé et de l'environnement (génie des procédés, combustion, systèmes de pulvérisation, etc). Parmi ces écoulements, se distinguent les écoulements dispersés où l'une des phases se présente sous forme de particules de dimensions petites par rapport aux échelles de longueurs caractéristiques de l'écoulement de fluide porteur, appelé la phase continue. En raison de leurs nombreuses applications, la compréhension de ces écoulements est essentielle pour répondre aux demandes du monde industriel, notamment dans le domaine nucléaire pour des questions de conception, de dimensionnement ou de sûreté. Les écoulements dispersés sont complexes car ils présentent généralement une très large gamme d'échelles, et les interactions entre la phase dispersée et la phase continue sont multiples, ce qui pose des problèmes ardus de modélisation et constitue un des axes principaux de recherche actuels dans le domaine de l'ingénierie en mécanique des fluides.

Ce travail de thèse porte plus particulièrement sur les écoulements diphasiques dispersés turbulents où la phase dispersée est constituée de gouttes d'eau évoluant dans un écoulement de gaz. L'objectif est d'améliorer la modélisation de ce type d'écoulement notamment en ce qui concerne le phénomène du dépôt des gouttes dans un écoulement horizontal.

Contexte de l'étude

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet NEPTUNE qui, co-financé par EDF, le CEA, l'IRSN et AREVA-NP, a pour principal objectif de développer une nouvelle génération d'outils de simulation en thermohydraulique nucléaire diphasique, capables de fonctionner à différentes échelles. Parmi ces outils, le code système de thermohydraulique diphasique CATHARE doit modéliser tous les régimes d'écoulement diphasique eau-vapeur, en particulier ceux où des gouttes sont arrachées et entrainées par la vapeur. Les outils industriels actuels (tels que CATHARE-2V2.5) décrivent les écoulements diphasiques par un modèle bi-fluide en 1D ou en 3D homogénéisé pour les milieux poreux (cœur de réacteur). L'amélioration des outils passe notamment par le développement d'un modèle multi-champs qui traite séparément les deux champs liquides, les gouttes et le film pa-

riétal, et permet de mieux traiter les régimes d'écoulements où ces deux champs ont des comportements très différents. Ce nouveau modèle doit disposer de lois de fermeture adaptées pour être capable d'améliorer les prédictions d'écoulements diphasiques, notamment lors de la phase de renoyage d'un accident de perte du réfrigérant primaire (APRP) de type grosse brèche où des gouttelettes d'eau issues du cœur et du plénum supérieur sont entraînées, au travers de la branche chaude, vers les générateurs de vapeur où elle se vaporisent. Ce phénomène conduit à une augmentation de la pression dans les générateurs de vapeur, ce qui ralentit la progression du front de trempe et par conséquent le renoyage du cœur. Un phénomène d'oscillations du front de trempe est alors observé, qui, pour être correctement prédit par les outils de simulation, suppose de déterminer avec précision la quantité d'eau entraînée dans les générateurs de vapeur, et donc celle déposée dans la branche chaude. C'est dans ce contexte que s'inscrit cette thèse, l'objectif étant de contribuer au développement de modèles pour le dépôt de gouttes en écoulement horizontal.

D'un point de vue plus fondamental, la compréhension des différents mécanismes physiques participant au processus de dépôt des gouttes est un défi particulièrement intéressant. Dans les années 1960-1970, un grand nombre d'études expérimentales concernant le dépôt de gouttes ou de particules dans un écoulement de gaz ont été réalisées, de nombreuses corrélations ont été développées mais la majorité d'entre elles présentent un domaine de validité restreint et sont difficilement applicables hors des conditions dans lesquelles elles ont été établies. C'est pourquoi, ces dernières années, les efforts se dirigent plutôt vers le développement de modèles phénoménologiques, afin de prédire l'influence des nombreux paramètres physiques contribuant au dépôt des gouttes dans une conduite. La physique du dépôt est complexe en raison des nombreux mécanismes à l'œuvre et de leurs interactions mutuelles, ce qui rend le travail de modélisation d'autant plus ardu.

Démarche et plan de l'étude

Cette thèse vise donc à apporter sa contribution à une meilleure compréhension du phénomène du dépôt des gouttes dans un écoulement horizontal. Ce travail s'articule autour de *deux volets*, avec une première étude réalisée à l'échelle 3D locale et une seconde à l'échelle système 1D. Dans chacune de ces études, un modèle de dépôt de gouttes en écoulement horizontal est développé puis validé par comparaison à des données expérimentales. Pour l'étude à l'échelle 3D, il s'agit de l'expérience de dépôt de gouttes en canal horizontal réalisée par Namie et Ueda [56] tandis que pour l'étude à l'échelle système, menée dans le cadre d'un besoin industriel, les résultats des simulations numériques sont confrontés à des mesures issues d'une campagne d'arrachement de gouttes à la surface d'un film liquide en conduite horizontale réalisée sur l'installation expérimentale REGARD du CEA Grenoble.

Ces deux études ont pour tronc commun le Chapitre 2 qui présente une revue des phénomènes physiques apparaissant dans les écoulements turbulents dispersés gaz-particules [1]. Une étude phénoménologique de la turbulence de la phase continue est tout d'abord présentée et les différentes échelles caractéristiques pertinentes de l'écoulement de gaz sont définies, la dynamique de la phase dispersée est ensuite traitée. Les particules sont supposées de petit diamètre, sphériques, indéformables, avec une masse volumique grande devant celle de la phase continue. Sous ces hypothèses les forces qui agissent sur les par-

1. Le mot *particules* devant être compris au sens de particules fluides lorsque ce sont des gouttes, ou de particules solides, en fonction du contexte.

ticules se limite à la traînée, due à la vitesse relative des particules avec l'écoulement de gaz, à la poussée d'Archimède et à la gravité. Interviennent alors certains phénomènes liés à l'influence relative de l'inertie des particules et de leur dispersion turbulente dans l'écoulement, par le biais de la force de traînée. La présence de particules peut également influer sur la turbulence de la phase continue et la notion de couplage à deux sens est introduite à ce propos. Aussi, s'agissant d'écoulements confinés, les conditions aux limites des écoulements traités sont précisées dans la dernière partie de ce Chapitre 2. Notamment une revue bibliographique de l'étude du dépôt des gouttes en paroi est présentée et les concepts fondamentaux utilisés par la suite pour construire les différents modèles de dépôt sont définis.

Le Chapitre 3 présente le formalisme probabiliste adopté pour la modélisation des écoulements diphasique gaz-particules dans le cadre de l'étude à l'échelle locale. Une approche Euler/Euler est retenue où les deux phases sont représentées à l'aide d'une fonction de distribution eulérienne qui suit une équation de transport de Fokker-Planck, dont on déduit différents moments pour chacune des deux phases, afin d'obtenir les équations des grandeurs moyennées. Les équations de bilan associées à la masse, à la vitesse moyenne et aux contraintes cinétiques sont présentées pour les deux phases, puis les hypothèses de fermeture du système sont détaillées. La première fermeture est une modélisation de l'effet de la turbulence sur la phase dispersée, et pour prendre en compte la dispersion de particules par la turbulence, il est indispensable de reconstruire la vitesse du *fluide vu* par la particule. Les caractéristiques de l'écoulement de gaz n'étant connues qu'à travers certains paramètres statistiques (vitesse moyenne, énergie cinétique turbulente), l'utilisation de techniques stochastiques est nécessaire à la reconstruction de la vitesse du fluide à l'endroit de la particule. Le modèle de Langevin offre une possibilité intéressante de mimer l'effet de la turbulence sur le nuage de particules. Les corrélations spatiales ou temporelles de la turbulence sont ainsi modélisées à l'aide d'un tenseur de dérive tandis que le caractère aléatoire du mouvement turbulent est représenté par un processus stochastique dont les propriétés découlent des paramètres statistiques du mouvement turbulent. Par ailleurs, la fermeture des termes de traînée fait ainsi apparaître l'influence de l'écoulement de la phase continue sur la phase dispersée par l'intermédiaire de corrélations entre le mouvement du gaz et celui des particules, telles que la vitesse de dérive turbulente ou les corrélations fluide-particules. Les équations associées à ces grandeurs sont alors explicitées, puis fermées, pour obtenir le système d'équations eulériennes de l'écoulement gaz-particules. Le régime de couplage à deux sens est considéré, ce qui permet de prendre en compte l'influence de la phase dispersée sur la phase continue. Enfin, les tensions cinétiques turbulentes de chacune des deux phases sont prisent en compte au travers de différents modèles de turbulence.

Le Chapitre 4 décrit les différents outils, numériques et expérimentaux, utilisés pour chacune des deux études 3D et 1D. L'outil d'accueil de l'étude à l'échelle 3D locale est le code de simulation numérique NEPTUNE_CFD, dont le système d'équations et les modèles physiques sont ceux présentés dans le Chapitre 3. Le développement du modèle de dépôt de gouttes local, implanté dans le code NEPTUNE_CFD, est détaillé, puis, les données expérimentales, issues de l'expérience de Namie et Ueda [56], sur lesquelles s'appuie la validation de ce modèle 3D, sont exposées. En ce qui concerne l'étude à l'échelle système, l'outil d'accueil du modèle de dépôt développé est le code système CATHARE-3 et les données expérimentales de validation sont issues de l'installation REGARD du CEA Grenoble.

Les deux derniers chapitres traitent des résultats, le Chapitre 5 est dédié à la validation du modèle de dépôt 3D tandis que le Chapitre 6 porte sur l'analyse du modèle 1D.

Le Chapitre 5 présente les résultats des simulations numériques par le code NEPTUNE_CFD, dans lequel a été implanté le modèle de dépôt 3D local, des essais expérimentaux réalisés par Namie & Ueda. La confrontation des calculs aux données expérimentales permet, d'une part, de valider le modèle de dépôt, mais également d'examiner l'influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le dépôt des gouttes en paroi. Ces différents modèles sont analysés afin de mettre en évidence les phénomènes de couplage entre phases. L'impact de ces phénomènes sur le dépôt des gouttes est approfondi par une étude de sensibilité. Les conclusions tirées de ce chapitre sont alors utilisées dans le chapitre suivant pour construire le modèle de dépôt à l'échelle 1D.

Le Chapitre 6 est consacré au développement et à la validation du modèle de dépôt de gouttes à l'échelle système pour le code CATHARE-3. La construction de ce modèle s'appuie sur les concepts fondamentaux de la physique du dépôt définis au Chapitre 2 mais également sur des résultats déduits du Chapitre 5. Ce modèle est, dans un premier temps, validé par comparaison aux données expérimentales de l'installation REGARD, puis est appliqué à l'expérience de Namie & Ueda.

Chapitre 2

Les écoulements turbulents diphasiques à phase dispersée

2.1 Introduction

Un système diphasique est constitué de deux phases distinctes. En fonction de la topologie des deux phases, différents types d'écoulement se distinguent. Les écoulements *à phases séparées* sont les écoulements gaz-liquide ou liquide-liquide pour lesquels les deux fluides s'écoulent sous forme de deux couches séparées par une interface plus ou moins perturbée. Ce sont les écoulements stratifiés, à poche ou annulaires pour lesquels les phases sont séparées par des interfaces à grande échelle, fortement instationnaires et complexes. Les écoulements à *phase dispersée*, sont, quant à eux, composés d'une phase continue, ou phase porteuse, dans laquelle évoluent des éléments discrets (particules solides, gouttes ou bulles) de dimensions petites par rapport aux échelles de longueur caractéristiques du fluide porteur. Existent également des écoulements se présentant comme un combinaison des deux types précédents, où sont présents simultanément des grandes interfaces et des éléments disperses de petites dimensions, tel un écoulement gaz-liquide avec des poches gazeuses, des petites bulles et gouttes dispersées.
Cette étude porte plus particulièrement sur les écoulements diphasiques dispersés gaz-particules en conduite, les particules étant solides ou liquides. Ce type d'écoulement se rencontre dans divers domaines et systèmes industriels :

- génie nucléaire : écoulement eau-vapeur
- environnement : dispersion de particules dans l'atmosphère, transport hydraulique (sédimentation, charriage), contamination par les aérosols dans les locaux.
- génie des procédés : lits fluidisés, réacteurs gaz-solides, technologie des poudres
- météorologie
- combustion : brûleurs, injecteurs, carburateurs
- pulvérisation : sprays (peinture, traitements agricoles, refroidissement)

Une modélisation adéquate de ces écoulements demande de considérer non seulement la physique de chacune des deux phases, mais aussi leurs interactions. Dans ce chapitre, sont présentés les éléments clés nécessaires à la compréhension de la dynamique des écoulements

étudiés.
Des particules plongées dans un fluide sont soumises à des sollicitations de la part de cet environnement. Une des premières étapes consiste à caractériser le champs de ces sollicitations. En turbulence, la connaissance de certaines échelles caractéristiques est très utile pour aborder la physique de ce phénomène. Après cette étude phénoménologique de la phase continue, il convient de s'intéresser à la phase dispersée et de déterminer la réaction des particules une fois plongées dans ce champs fluide turbulent. Ces particules, supposées sphériques et indéformables, ont une taille caractéristique et une masse volumique telles que les forces dominantes exercées par le fluide sur une particule sont la traînée et la gravité. Par le biais de ces forces interviennent un certain nombre de phénomènes liés aux interactions fluide-particules. Particules et fluide interagissent mutuellement et, dans le cadre de cette étude, l'influence des particules sur la turbulence de la phase continue n'est pas toujours négligeable, on parle de régime de couplage à deux sens ou *two-way coupling*. Enfin l'analyse porte sur des écoulements confinés, avec des parois imperméables. Il est donc essentiel de préciser les conditions aux limites de ces écoulements en définissant la nature des interactions entre la paroi et le fluide d'une part et les particules discrètes d'autre part. Concernant ce dernier point la physique du dépôt de gouttes sur une paroi est étudiée dans la dernière partie de ce chapitre. Une revue bibliographique présente les phénomènes les plus pertinents de la physique du problème et les différentes approches (expérimentales, analytiques, numériques) développées pour répondre à la problématique du dépôt.

2.2 Phase fluide continue

2.2.1 Phénoménologie de la turbulence

Du simple filet d'eau coulant d'un robinet au vortex se développant sur une aile d'avion en passant par les volutes de fumée d'une cigarette, la turbulence concerne une gamme très variée et étendue d'écoulements. C'est un des problèmes majeurs de la mécanique des fluides. Les écoulements turbulents apparaissent très désordonnés et chaotiques, avec un comportement imprévisible, ce qui rend l'étude de ces écoulements d'autant plus ardue et complexe. Reynolds caractérisa l'apparition de la turbulence en introduisant un nombre adimensionnel, le nombre de Reynolds. Au delà d'une certaine valeur, fonction des caractéristiques de l'écoulement, la turbulence apparaît dans une zone de cisaillement lorsque les forces d'inertie deviennent prépondérantes devant les forces visqueuses, ce qui entraîne un mouvement de rotation des particules fluides. L'écoulement qui s'établit peut alors être décrit comme une superposition de structures turbulentes ou "tourbillons" de tailles différentes. Les tourbillons distincts n'existent que dans des cas particuliers (allée de Von Karman, sillage derrière un bateau, couche de mélange à l'interface de deux fluides se déplaçant à des vitesses différentes), cependant, un écoulement turbulent étant fortement rotationnel, il sera décrit comme un enchevêtrement de tourbillons ayant des tailles et des orientations distribuées de manière aléatoire [10, 85]. La turbulence présente un caractère non linéaire, dû aux interactions entre les différentes échelles de la turbulence. On parle de cascade énergétique turbulente : l'énergie cinétique est livrée aux plus grands tourbillons par l'écoulement moyen, puis elle est ensuite transférée à de plus petits tourbillons. Le processus continue jusqu'à ce que l'échelle des tourbillons soit suffisamment petite pour que les forces de viscosité soient importantes : la dissipation visqueuse entre en jeu, l'énergie cinétique turbulente est dissipée.

Ainsi la turbulence fait naître dans l'écoulement des mouvements chaotiques dont la structure est complexe et qui présentent un caractère continu sur une large gamme d'échelles. De manière générale, en mécanique des fluides, l'étude des grandeurs caractéristiques d'un problème est très utile quant à sa compréhension. Les écoulements gaz-particules présentent une grande diversité d'échelles, liées à la fois à la turbulence fluide et à la présence de la phase dispersée. Afin d'appréhender au mieux les mécanismes à l'œuvre dans ces écoulements gaz-particules, il est nécessaire de considérer toutes les échelles de la turbulence.

2.2.2 Échelles de longueur

Les échelles de longueur caractéristiques de l'écoulement turbulent fluide peuvent être classées en deux familles : échelle turbulentes et échelles macroscopiques. A noter que, dans la suite, toutes les échelles caractéristiques ne sont correctement définies que dans le cas de la Turbulence Homogène Isotrope (THI).

- On appelle coefficient de corrélation spatiale pour une composante $v_{f,i}$ de la vitesse entre deux points $\vec{x}$ et $\vec{x'}$ (Oesterlé [59]),

$$\mathcal{R}_{f,ii}(\vec{x},\vec{x'}) = \frac{\left\langle v'_{f,i}(\vec{x})v'_{f,i}(\vec{x'})\right\rangle_f}{\sqrt{\left\langle v'^2_{f,i}(\vec{x})\right\rangle_f}\sqrt{\left\langle v'^2_{f,i}(\vec{x'})\right\rangle_f}} \tag{2.1}$$

  Ce coefficient permet d'estimer jusqu'à quelle distance l'écoulement en un point est influencé par l'écoulement en un autre point. A partir de $\mathcal{R}_{f,ii}$ on définit une longueur de corrélation spatiale ou macro-échelle, qui est appelée **échelle intégrale de longueur** $\mathcal{L}_f$ de la turbulence. Cette échelle caractérise la taille des plus grands tourbillons de l'agitation turbulente ; elle est généralement estimée par

$$\mathcal{L}_f = \int_0^\infty \mathcal{R}_{f,ii}(r)\mathrm{d}r \tag{2.2}$$

  où $r = |\vec{x} - \vec{x'}|$.
  Une partie importante de la turbulence de l'écoulement est due aux plus gros tourbillons, dont la taille est de l'ordre de grandeur des dimensions de la zone dans laquelle s'écoule le fluide.
- Les plus petits tourbillons participent à l'écoulement turbulent avec une plus petite amplitude. Ils peuvent être regardés comme une structure fine superposée aux grands tourbillons. Ces plus petits tourbillons sont caractérisés par la **micro-échelle de Kolmogorov** η_k, définie en fonction de la viscosité cinématique ν_f et de la dissipation ϵ_f (Landau et Lifshitz [41]) :

$$\eta_k = \left(\frac{\nu_f^3}{\epsilon_f}\right)^{1/4} \tag{2.3}$$

- **L'échelle de longueur macroscopique** de l'écoulement moyen $L^{\mathcal{M}}$ dépend de la géométrie de l'écoulement considéré (par exemple le diamètre D d'une conduite)

2.2.3 Échelles de vitesse

- **L'échelle de vitesse turbulente** est reliée aux fluctuations turbulentes de vitesse $\sqrt{\left\langle v'^2_f\right\rangle_f}$.

- A l'échelle de Kolmogorov, les tourbillons les plus petits qui subsistent dans un écoulement turbulent ont une vitesse caractéristique $v_k = (\nu_f \epsilon_f)^{1/4}$ [41].
- **L'échelle de vitesse du mouvement moyen** $U^{\mathcal{M}}$ dépend de l'écoulement. Généralement, elle est fondée sur la vitesse moyenne de l'écoulement fluide U_f.
- **La vitesse de frottement** u^* peut également être considérée comme une vitesse caractéristique dans le cas d'un écoulement en conduite ou en canal. Elle représente l'échelle caractéristique de la vitesse turbulente près de la paroi. Elle est reliée à la contrainte pariétale par la relation

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_f}} \tag{2.4}$$

2.2.4 Échelles de temps

- Le mouvement moyen étant caractérisé par une échelle de longueur $L^{\mathcal{M}}$ et une échelle de vitesse $U^{\mathcal{M}}$, **l'échelle de temps du mouvement moyen** associée est

$$T^{\mathcal{M}} = \frac{L^{\mathcal{M}}}{U^{\mathcal{M}}} \tag{2.5}$$

- Les plus gros tourbillons sont caractérisés par **l'échelle temporelle intégrale** $\mathcal{T}_f$ qui provient du coefficient de corrélation temporelle de la vitesse fluide [59] :

$$\mathcal{R}_{f,ii}(\tau) = \frac{\left\langle v'_{f,i}(t) v'_{f,i}(t+\tau) \right\rangle_f}{\sqrt{\left\langle v'^2_{f,i}(t) \right\rangle_f} \sqrt{\left\langle v'^2_{f,i}(t+\tau) \right\rangle_f}} \tag{2.6}$$

$$\mathcal{T}_f = \int_0^\infty \mathcal{R}_{f,ii}(\tau) \mathrm{d}\tau \tag{2.7}$$

Cette échelle temporelle peut s'interpréter comme le temps caractéristique de la "mémoire" de la turbulence le long de la trajectoires d'éléments fluides. Dans un écoulement en conduite, $\mathcal{T}_f$ dépend de la position spatiale, mais si la turbulence est supposée homogène, alors $\mathcal{T}_f$ est constant et peut être déterminé à partir des fluctuations de vitesse turbulentes $\sqrt{\left\langle v'^2_f \right\rangle_f}$ et de la macro-échelle $\mathcal{L}_f$. Ces tourbillons de grandes dimensions tirent leur énergie de l'écoulement moyen. Comme le mécanisme de transfert énergétique est surtout efficace lorsque les temps caractéristiques de l'écoulement moyen et des fluctuations turbulentes coïncident, le temps caractéristique des plus grands tourbillons est donné par :

$$\mathcal{T}_f = \frac{\mathcal{L}_f}{\sqrt{\left\langle v'^2_f \right\rangle_f}} \approx \frac{L^{\mathcal{M}}}{U^{\mathcal{M}}} = T^{\mathcal{M}} \tag{2.8}$$

$\mathcal{T}_f$ est également l'échelle de temps de retournement des gros tourbillons, c'est à dire l'échelle de temps correspondant au transfert d'énergie des gros tourbillons vers les plus petits.
Pour avoir une idée des ordres de grandeur, l'échelle de longueur de ces tourbillons $\mathcal{L}_f$ est proportionnelle au diamètre de la conduite et l'échelle de vitesse $\sqrt{\left\langle v'^2_f \right\rangle_f}$ est

proportionnelle à la vitesse de frottement u^*(Mols et Oliemans [54] $\mathcal{L}_f = 1/10D$ et $\sqrt{\left\langle v_f'^2 \right\rangle_f} = 1/10u^*$; Coantic [17] $\mathcal{L}_f = 1/5D$ et $\sqrt{\left\langle v_f'^2 \right\rangle_f} = 1/5u^*$).

- Les plus petites structures sont caractérisées par τ_k, **l'échelle de temps de Kolmogorov** [41] :

$$\tau_k = \left(\frac{\nu_f}{\epsilon_f}\right)^{1/2} \tag{2.9}$$

2.2.5 Nombre de Reynolds turbulents

Le nombre de Reynolds représente le rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses. Suivants les échelles de vitesses et de longueur choisies, différents nombres de Reynolds sont définis, représentatifs de divers phénomènes :

- $Re_{\mathcal{M}} = \frac{U^{\mathcal{M}} L^{\mathcal{M}}}{\nu_f}$, nombre de Reynolds de l'écoulement moyen, représentatif de l'importance de la viscosité dans les équations de Navier-Stokes.
- $Re_t = \frac{\sqrt{\langle v_{f,i}'^2 \rangle_f} \mathcal{L}_f}{\nu_f}$, nombre de Reynolds à l'échelle intégrale de la turbulence, qui permet d'évaluer l'importance relative de la diffusion turbulente par rapport à la diffusion moléculaire.
- $Re_k = \frac{\eta_k v_{\eta_k}}{\nu_f} = 1$, nombre de Reynolds à l'échelle de Kolmogorov.

2.3 La dynamique de la phase dispersée

2.3.1 Introduction

Dans cette étude, les particules ou les gouttes constituant la phase dispersée sont assimilées à des éléments quasi-ponctuels dont la topologie est fixe, c'est-à-dire de taille connue et indéformable. Cette hypothèse porte sur les nombres de Weber We et d'Eötvös Eo (ou nombre de Bond Bo) qui comparent l'énergie cinétique de l'écoulement à celle de cohésion de la goutte :

$$We = \frac{\rho_p d_p \|U_f - U_p\|^2}{\sigma} \qquad Eo = \frac{g|\rho_f - \rho_p| d_p^2}{\sigma} \tag{2.10}$$

Ces nombres correspondent respectivement aux rapports des effets de l'inertie et de la flottabilité aux effets de capillarité, caractérisés par la tension de surface σ. En écoulement isotherme, la déformation, puis la fragmentation d'une goutte sont dites hydrodynamiques, elles sont dues à la vitesse relative de la goutte par rapport au fluide porteur. En écoulement gaz-goutte, sous des conditions de pression et de température normales, un effet de déformation ne se fait sentir que lorsque $We \geq 1$. Aussi, des études démontrent l'absence de déformation dans le cas où les forces interfaciales prédominent, c'est-à-dire à petit nombre d'Eötvös ($Eo \leq 0.3$)(Oesterlé [59]).

> **Hypothèses :** *Dans la suite, les particules traitées étant de taille comprise entre $1\mu m$ et $1mm$, la phase dispersée sera supposée constituée de petites particules liquides ou solides, sphériques et indéformables, caractérisées par un diamètre d_p et une masse volumique ρ_p constante.*
> *Le diamètre des particules est supposé inférieur à la plus petite échelle de l'écoulement, l'échelle de Kolmogorov. Ainsi, ces inclusions seront traitées comme des points matériels soumis à un ensemble d'actions hydrodynamiques de la part du fluide porteur.*

2.3.2 Bilan des forces qui s'exercent sur une particule isolée

Les forces qui s'appliquent sur une particule isolée[1] dans un écoulement de la phase porteuse sont dérivées de la mécanique classique. En dehors des effets visqueux entraînant l'existence d'une force de traînée, l'instationnarité de l'écoulement crée l'apparition de nouveaux termes dans l'expression des forces agissant sur une particule plongée dans un écoulement non-uniforme [59].

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\vec{v}_p}{\mathrm{d}t} &= \frac{3}{4}\frac{\rho_F}{\rho_p}\frac{C_D}{d_p}\|\vec{v}_s-\vec{v}_p\|\left(\vec{v}_s-\vec{v}_p\right)+\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_p}\right)\vec{g}+\frac{\rho_f}{\rho_p}\frac{\mathrm{D}\vec{v}_s}{\mathrm{D}t}\\ &+\rho_f\mathcal{V}_pC_L(\vec{v}_p-\vec{v}_s)\wedge\overrightarrow{rot}\vec{v}_s+\frac{1}{2}\frac{\rho_f}{\rho_p}\left(\frac{\mathrm{D}\vec{v}_s}{\mathrm{D}t}-\frac{\mathrm{d}\vec{v}_p}{\mathrm{d}t}\right)\\ &+\frac{9}{d_p}\frac{\rho_f}{\rho_p}\sqrt{\frac{\nu_f}{\pi}}\int_0^t\frac{\mathrm{D}(\vec{v}_s-\vec{v}_p)}{\mathrm{D}t}\frac{\mathrm{d}t'}{\sqrt{t-t'}}\end{aligned} \tag{2.11}$$

$\frac{d}{dt}$ est la dérivée lagrangienne le long de la trajectoire d'une particule :

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v_p}\cdot\vec{\nabla} \tag{2.12}$$

Tandis que $\frac{D}{Dt}$ est celle suivant le fluide dans son mouvement :

$$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}_s\cdot\vec{\nabla} \tag{2.13}$$

$\vec{v}_s$ est la vitesse du *fluide vu*[2], c'est-à-dire la vitesse du fluide localement non perturbé par la présence de la particule. Cette notion est détaillée dans le § 2.4.1. Dans l'équation (2.11), le premier terme est la force de traînée. Le deuxième est l'effort qui s'applique sur toute inclusion plongée dans un milieu fluide dans un champ de gravité, il s'agit de la force d'Archimède. Le troisième terme est la force de Tchen [84] qui est une estimation de la force due au gradient de pression local. Le quatrième terme est l'expression de la force de portance liée au cisaillement. Le cinquième terme est celui de masse ajoutée, force liée à l'accélération du fluide. Enfin, le dernier terme est celui de Basset-Boussinesq. Cette force est due au changement de la couche limite et du sillage lorsque la goutte subit un mouvement non-uniforme.
Les quatre premiers termes du membres de droite de l'équation (2.11) apparaissent que l'écoulement du fluide porteur autour de la goutte soit stationnaire ou non. Les deux derniers termes apparaissent uniquement si une variation de la vitesse relative gaz/particule existe.

Dans le cas de particules dont la masse volumique est grande devant celle de la phase continue, l'équation (2.11) est souvent simplifiée, le bilan des forces se limitant alors à la force de traînée et au poids :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}_p}{\mathrm{d}t}=\frac{3}{4}\frac{\rho_f}{\rho_p}\frac{C_D}{d_p}\|\vec{v}_s-\vec{v}_p\|\left(\vec{v}_s-\vec{v}_p\right)+\vec{g} \tag{2.14}$$

> **Hypothèse :** *Dans cette étude, le rapport $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ est supposé suffisamment grand pour modéliser l'accélération d'une particule par l'équation (2.14).*

1. *isolée* doit être compris comme isolée de l'influence des autres particules (collisions,sillage).
2. s comme "seen" en anglais

2.3.3 Modélisation de la force de traînée

Pour une particule solide sphérique, plusieurs régimes de traînée (laminaire ou turbulent) peuvent être distingués en fonction du nombre de Reynolds particulaire défini par :

$$Re_p = \frac{d_p \|\vec{v}_s - \vec{v}_p\|}{\nu_f} \tag{2.15}$$

Ce nombre de Reynolds particulaire est représentatif de l'écoulement fluide autour de la particule. Pour $Re_p < 1$, l'écoulement autour de la particule est dominé par les termes de viscosité, on parle d'écoulement rampant ou de Stokes. Stokes [81] a obtenu la formule suivante pour le coefficient de traînée :

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \tag{2.16}$$

Avec l'augmentation de Re_p, il y a apparition de zones de recirculation à l'arrière de la sphère, sous forme de tourbillons qui finissent par occuper toute la partie arrière de la sphère avant de se détacher en blocs (lâchers tourbillonnaires). Dans cette gamme de Re_p, $1 < Re_p < 1{\cdot}10^5$, le coefficient de traînée décroit avec le nombre de Reynolds. La corrélation la plus utilisée est celle de Schiller et Nauman [72] étendue par Clift *et al.* [16] :

$$C_D = \left| \begin{array}{ll} \frac{24}{Re_p}\left(1 + 0.15 Re_p^{0.687}\right) & si \quad Re_p \leq 1000 \\ 0.44 & si \quad Re_p > 1000 \end{array} \right. \tag{2.17}$$

Notons que dans le cas particulier de gouttes, pour des nombres de Reynolds modérés $1 < Re_p < 1000$, Ishii et Zuber [37] proposent le modèle suivant :

$$C_D = \frac{24}{Re_p}\left(1 + 0.1 Re_p^{0.75}\right) \tag{2.18}$$

C'est ce modèle qui est retenu dans cette étude (les très grands nombres de Reynolds particulaires ne sont pas pris en compte car jamais atteints en raison du faible diamètre des particules).
Pour des Re_p plus grands, $Re_p > 1 \cdot 10^5$, la couche limite, jusqu'ici laminaire, devient turbulente, ce qui réduit l'importance du sillage derrière la sphère et fait chuter la traînée. La Figure 2.1 illustre le coefficient d'une sphère rigide lisse en fonction du nombre de Reynolds Re_p.

Dans le cas de particules non isolées, le taux de présence des particules peut avoir une influence sur la traînée en raison de l'interaction des sillages. Cependant, ces effets ne deviennent non négligeables que pour des taux de présence en particules supérieurs à 10^{-3} (Oesterlé [59]). Les écoulements considérés dans cette étude étant dilués (voir § 2.4.4.2), les interactions hydrodynamiques entre particules ne seront donc pas considérées.

> **Hypothèse :** *L'influence du taux de présence des particules sur la traînée ne sera pas prise en compte.*

2.3.4 Temps de relaxation des particules et vitesse terminale de chute

En fonction de son inertie et des propriétés du fluide porteur dans laquelle elle évolue, une particule répondra plus ou moins vite aux variations de vitesse du fluide, transmises

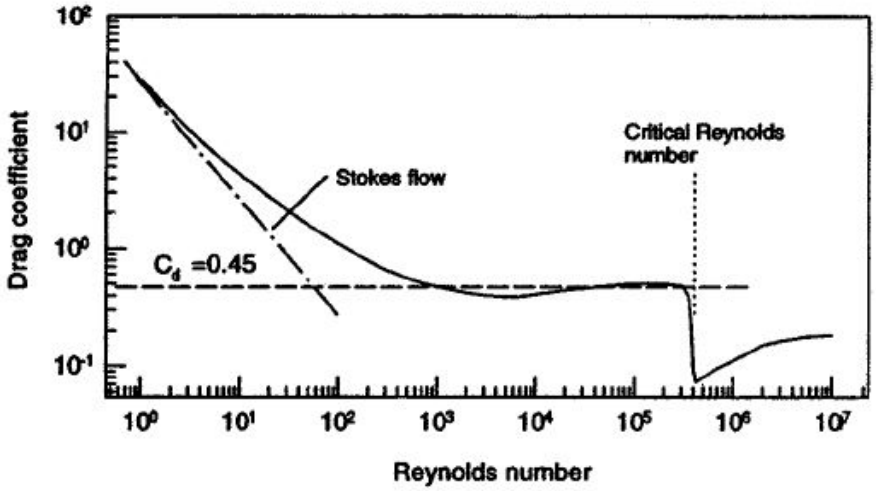


FIGURE 2.1 – Coefficient de traînée d'une sphère rigide lisse en fonction du nombre de Reynolds (tiré de Crowe *et al.* [19])

à la particule par le biais la force de traînée. La constante de temps caractéristique de la réponse de la particule aux sollicitations de la phase continue est le temps de relaxation dynamique de la particule, τ_p, qui se détermine à partir de l'équation de la trajectoire d'une particule isolée (2.14) :

$$\tau_p = \frac{4\rho_p d_p}{3C_D\rho_f\|\vec{v}_s - \vec{v}_p\|} \tag{2.19}$$

En régime de Stokes, pour lequel C_D est donné par la relation 2.16, on obtient :

$$\tau_p = \frac{1}{18}\frac{d_p^2\rho_p}{\mu_f} \tag{2.20}$$

Ce temps de relaxation est une notion fondamentale dans l'étude des écoulements diphasiques à phase dispersée.

Une application immédiate est la détermination de la vitesse terminale de chute $\vec{V}_{Tp}$ d'une particule sous l'influence de la pesanteur, dans un écoulement uniforme ou au repos. Soit z la verticale ascendante et x une direction horizontale, en régime permanent, l'équilibre des forces horizontales et verticales s'écrit :

$$\frac{v_{s,x} - v_{p,x}}{\tau_p} = 0 \tag{2.21}$$

$$\frac{v_{s,z} - v_{p,z}}{\tau_p} = g \tag{2.22}$$

La vitesse relative est alors purement verticale, on en déduit :

$$\vec{V}_{Tp} = \tau_p\vec{g} \tag{2.23}$$

Cette vitesse de chute joue un rôle important dans le mécanisme de suspension de la phase dispersée.

2.4 Interactions fluide-particules

2.4.1 Vitesse du fluide et vitesse du *fluide vu*

Notion essentielle à l'étude des écoulements dispersés fluide-particules, la vitesse du *fluide vu* désigne la vitesse fluide ressentie par la particule. Il est difficile de prendre en compte la modification du champ de vitesse fluide à l'échelle d'une particule solide, c'est pourquoi la variable de vitesse du fluide localement non perturbé a été introduite. Attachée à chaque particule, cette variable représente l'effet global de l'écoulement autour de la particule. La vitesse du fluide vu n'est pas perturbée par la présence de la particule mais peut l'être par le reste du nuage de particules. Dans le cas de particules suffisamment petites, $d_p \leq \eta_k$, les forces subies par la particule peuvent être modélisées par des forces ponctuelles agissant au centre de celle-ci.
La définition retenue pour la vitesse du fluide vu est la suivante :

Hypothèse : *La vitesse du fluide vu est prise au centre de la particule, c'est la vitesse "qu'aurait le fluide en l'absence de la particule" :*

$$\vec{v}_s(t) = \vec{v}_f(\vec{x}_p(t), t) \tag{2.24}$$

2.4.2 Croisements de trajectoires

L'action de la gravité sur la phase dispersée engendre un mouvement relatif entre cette phase et la phase porteuse, dont l'importance est fonction de la masse des particules. Ce mouvement relatif va induire un déplacement des particules solides à travers des environnements fluides ayant des propriétés différentes (Yudine [92]). Autrement dit, une particule inertielle ne va pas suivre le même élément fluide tout au long de sa trajectoire, elle va interagir avec différentes structures tourbillonnaires, quasi indépendantes les une des autres. C'est le phénomène de *crossing trajectories effect*, effet de croisement de trajectoires (Wells et Stock [90], Csanady [20]) représenté schématiquement sur la Figure 2.2. Cet effet induit une décorrélation supplémentaire dans le mouvement de la particule et affecte les temps caractéristiques turbulents ressentis par les particules. En effet le temps d'interaction entre les particules et les tourbillons est réduit, ce qui conduit à une diminution de l'échelle temporelle intégrale du fluide vu (Csanady [20]).

2.4.3 Effet de concentration préférentielle

Des études expérimentales et numériques, menées en turbulence homogène isotrope, ont montré l'apparition, sous certaines conditions d'interactions entre la turbulence et les particules, d'un phénomène dit de "concentration préférentielle", qui peut apparaître en raison de l'effet d'inertie des particules (Squires et Eaton [80], Eaton et Fessler [25], Aliseda *et al.* [3]). Ce mécanisme crée l'accumulation de particules dans des régions spécifiques de la phase porteuse, telles que l'extérieur des structures tourbillonnaires. Il y alors formation d'amas de particules en périphérie des tourbillons, dans lesquels la masse volumique du mélange est plus importante que la masse volumique moyenne. Les concentrations locales peuvent alors devenir très importantes par rapport à la concentration moyenne de la phase dispersée, induisant une augmentation locale de la charge massique et des interactions hydrodynamiques (interactions de sillages), ainsi qu'une augmentation locale de la fréquence de collision. En outre la vitesse de chute de ces agglomérats est plus élevée que celle d'une

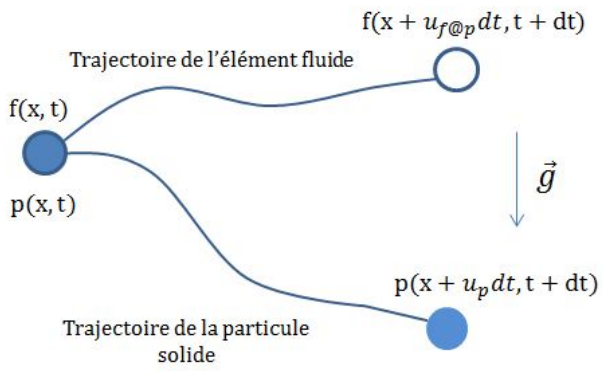


FIGURE 2.2 – Effet de croisement de trajectoire : la trajectoire d'une particule inertielle dévie de celle d'un élément fluide.

particule isolée comme l'ont constaté Wang et Maxey [88]. Plus récemment, Aliseda *et al.* [3] ont également étudié des modifications supplémentaires de la vitesse de chute induites par les variations de concentration dans les amas de particules. De plus, des études en sédimentologie (Guyon *et al.* [33]) ont mis en évidence la formation d'aggrégats induisant une augmentation de la vitesse de sédimentation. Cependant, dans les études de sédimentation les particules sont microniques et les forces en présence dans ces amas sont des forces d'origine électrostatique et les forces de Van der Waals. On peut donc penser que les particules en suspension ont une tendance naturelle à se regrouper et que la turbulence n'a fait que faciliter la formation des amas. Dans le cadre de notre étude, les gouttes ne sont pas microniques, et les écoulements sont dilués, donc même si les gradients de concentration observés peuvent être grands, les interactions hydrodynamiques entre particules sont négligées.

> **Hypothèse :** *En raison du faible taux de présence des particules, les effets de concentration préférentielles sont négligés.*

2.4.4 Influence des particules sur la turbulence du fluide

2.4.4.1 Nombre de Stokes

Un paramètre pertinent permettant de caractériser la dynamique d'un écoulement diphasique à phase dispersée est le nombre de Stokes *St*. Sa définition n'est pas unique, de façon générale ce nombre adimensionnel compare un temps caractéristique des particules τ_p à une échelle temporelle représentative de la dynamique de la phase porteuse T_f,

$$St = \frac{\tau_p}{T_f} \tag{2.25}$$

Le choix de l'échelle de temps représentative de la phase porteuse turbulente permet de comparer le temps de relaxation des particules à différentes échelles de temps de l'écoulement turbulent. Le nombre de Stokes peut être interprété comme une mesure de l'influence de l'inertie de la particule sur sa dispersion due à la turbulence du fluide porteur. Si le nombre de Stokes fondé sur l'échelle T_f tend vers 0 alors les particules réagissent très vite

aux fluctuations de vitesse du fluide à l'échelle T_f, les échelles de vitesse des particules et du fluide seront considérées comme similaires. Par exemple si des particules vérifient $St_k = \frac{\tau_p}{\tau_k} \ll 1$ alors elle répondent à toutes les échelles de la turbulence et suivent parfaitement le fluide. Elle se comportent comme des traceurs. A l'inverse, lorsque $St \gg 1$, les particules réagissent très peu aux fluctuations de vitesse fluide, elle ne suivent pas l'écoulement turbulent. Ce sont des particules très inertielles dont le mouvement dépend principalement des conditions initiales (trajectoire balistique).

2.4.4.2 Fraction volumique α_p

La fraction volumique α_p représente la fraction du volume de contrôle occupée par la phase dispersée à un instant donné. Ce paramètre permet d'estimer *a priori* si l'écoulement est dilué en particules ou non, et donc d'évaluer le niveau de couplage entre phases. Elghobashi [26] propose une classification des différents régimes, présentée Figure 2.3, pour les suspensions gaz-solides fondée sur la fraction volumique en particules et les échelles de temps caractéristiques des deux phases. Lorsque la concentration de la phase dispersée est suffisamment faible, $\alpha_p \leqslant 10^{-6}$, le mouvement turbulent de la phase continue n'est pas affecté par la présence des particules, on parle de suspension très diluée et de couplage direct ou *one-way coupling*. Dans ce régime, si l'inertie des particules est suffisamment petite, le mécanisme prépondérant qui régit la dynamique de l'écoulement diphasique est la dispersion des particules par la turbulence du fluide. A concentration plus élevée, $10^{-6} \leqslant \alpha_p \leqslant 10^{-3}$, la présence des particules altère les propriétés de la turbulence et le mouvement moyen du fluide. C'est le régime de couplage à deux sens, ou *two-way coupling*. Dans ce régime, l'écoulement fluide porteur peut être affecté de deux manières différentes, soit par une augmentation, soit par une diminution de la turbulence. Les petites particules (St petit, ≤ 1) ont tendance à "amortir" la turbulence. Dans leur phase d'accélération, l'énergie qui leur est fournie provient de la phase fluide, énergie qui sera ensuite dissipée par les particules. C'est le phénomène de modulation de la turbulence (Figure 2.4a). Les grosses particules ont, elles, plutôt tendance à augmenter l'intensité turbulente par production de sillage, éventuellement instationnaire, dû à l'adhérence du fluide à la surface de la particule. On parle de création de pseudo-turbulence (Figure 2.4b). La frontière entre petites et grosses particules, création et destruction de turbulence, est encore assez floue, des critères ont été proposés, critères de taille $d_p = \frac{\mathcal{L}_f}{10}$ ou de temps de réponse (Figure 2.3) mais ceux ci restent insuffisants. Enfin, $10^{-3} \leqslant \alpha_p$ représente la classe des écoulements diphasiques fortement chargés en particules. Dans ce régime dit de couplage à quatre sens ou *four way coupling*, les interactions inter-particules (collisions, interactions hydrodynamiques) deviennent prépondérantes par rapport aux autres mécanismes. Ce sont elles qui gouvernent pour l'essentiel la dynamique de l'écoulement.

> **Hypothèse :** *Dans cette étude, l'écoulement est dilué $\alpha_p \leqslant 10^{-3}$, l'effet de couplage à deux sens sera pris en compte, en revanche les interactions inter-particulaires seront négligées (pas de collisions, ni de coalescence).*

2.4.5 Influence des parois

2.4.5.1 Couche limite turbulente monophasique

Ces 50 dernières années, des observations expérimentales, des simulations numériques et différentes théories ont permis une description de plus en plus précise de la zone de paroi. La

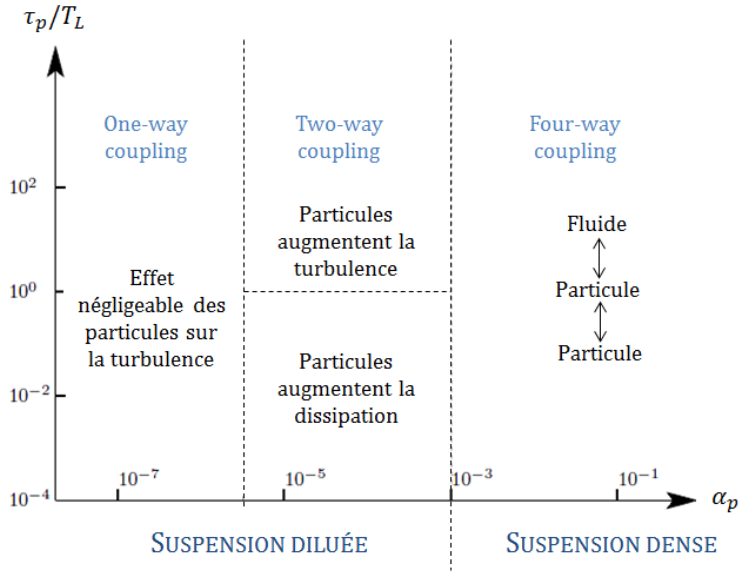
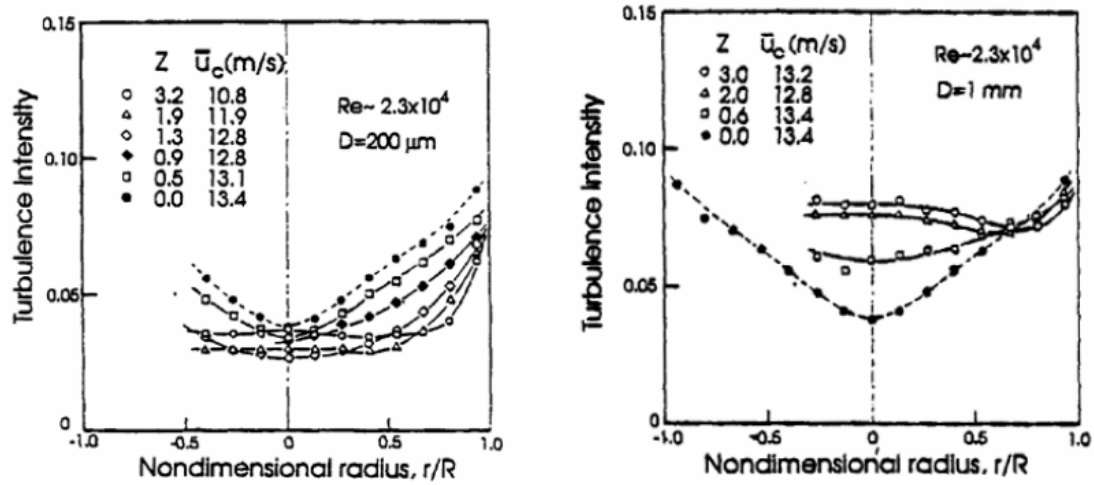


FIGURE 2.3 – Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide d'après Elghobashi [26]



(a) Modulation de la turbulence

(b) Création de pseudo-turbulence

FIGURE 2.4 – Modulation de la turbulence et création de pseudo-turbulence en écoulement gaz-solide en conduite (tiré de Tsuji *et al.* [86])

condition d'adhérence du fluide à la paroi engendre une zone à son voisinage dans laquelle les valeurs de la vitesse sont différentes de celle de l'écoulement moyen et varient rapidement en fonction de la distance a la paroi. Cette zone de forts gradients de vitesse, dont l'épaisseur est généralement petite devant la taille caractéristique de l'écoulement moyen, est appelée couche limite. A la paroi la vitesse du fluide est nulle, ce qui génère des forces de frottement surfaciques τ_w qui freinent l'écoulement en zone de proche paroi. La présence d'un gradient transversal de vitesse moyenne dans les couches cisaillées rend l'écoulement anisotrope et est une source constante d'énergie cinétique. Une couche laminaire qui se développe sur une paroi plane, devient turbulente à partir d'une certaine longueur x correspondant à un nombre de Reynolds critique, fondé sur l'abscisse x, de l'ordre de $Re_x = 1.10^5$ pour une surface lisse (Lesieur [44]). Une couche limite turbulente se divise en deux zones : tout d'abord une région interne dépendant fortement des conditions à la paroi et elle-même séparée en une sous-couche visqueuse et une zone logarithmique puis une région externe. Pour faciliter la distinction entre ces différentes régions, des variables adimensionnelles ont été définies à l'aide du couple (u^*, ν_f) telles la distance à la paroi y^+ et une vitesse adimensionnelle U_f^+ :

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu_f} \tag{2.26}$$

$$U_f^+ = \frac{U_f}{u^*} \tag{2.27}$$

La sous-couche visqueuse est une zone très proche de la paroi et très mince, $y^+ \leq 5$, où domine le frottement visqueux, conduisant à un profil linéaire de vitesse :

$$U^+ = y^+ \tag{2.28}$$

La zone logarithmique, $30 \leq y^+ \leq 300$, séparée de la sous-couche visqueuse par une zone tampon $5 \leq y^+ \leq 30$, constitue la partie extérieure de la couche interne. Dans cette zone, les effets turbulents sont devenus prépondérants par rapport aux effets moléculaires. La vitesse y varie proportionnellement à $log(y^+)$ selon la loi de paroi :

$$U_f^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + B \tag{2.29}$$

où κ est la constante de Von Karman ($\kappa = 0.41$) et B est une constante d'intégration (expérimentalement, $B \approx 5$). Enfin pour $y^+ \geq 300$ la région externe est décrite par d'autres lois semi-empiriques dites lois de sillage.
La Figure 2.5 illustre le profil de vitesse dans les différentes zones de la couche limite.

2.4.5.2 Interaction particule-paroi

Les interactions particule-paroi s'articulent autour de deux aspects principaux :

- Il existe tout d'abord une interaction de type hydrodynamique entre l'écoulement et les particules par le biais de la force de traînée. En proche paroi, l'écoulement fluide est modifié par la présence des particules, ce qui se traduit par une augmentation du coefficient de traînée qui dépend de la distance entre la particule et la paroi et de la direction de la trajectoire de la particule. Les calculs DNS de Arcen *et al.* [8] montrent cependant que la correction apportée au coefficient au traînée liée aux effets de parois a une faible influence sur le comportement de la phase dispersée.

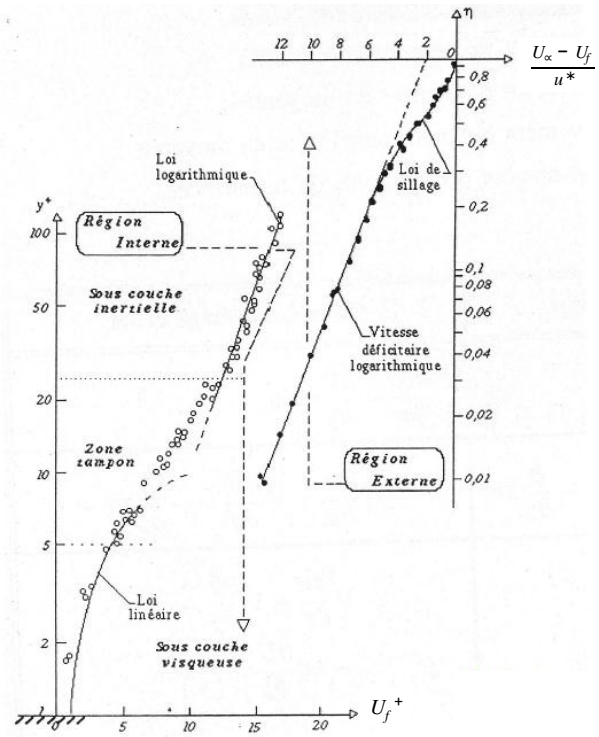


FIGURE 2.5 – Profil de vitesse dans la couche limite turbulente (tiré de Chassaing [14])

> **Hypothèse :** *Les corrections des forces hydrodynamiques en zone de proche parois sont négligées.*

– Le deuxième aspect est lié aux rebonds éventuels des particules sur les parois et aux forces d'adhésion et de répulsion entre les particules et la paroi. Notamment dans le cas particulier des gouttes, plusieurs régimes d'impacts peuvent être observés : évaporation, rebond ou encore régime d'éclatement des gouttes (*splashing*). Le résultat de l'impact d'une goutte sur une paroi solide dépend des propriétés du liquide, du diamètre de la goutte incidente ainsi que de sa vitesse (principalement de la composante normale à la paroi). Par ailleurs, il faut également prendre en considération la rugosité de la paroi, l'épaisseur de l'éventuel film liquide présent sur la paroi. Rioboo *et al.* [70] se sont intéressés à l'effet de la taille des gouttes sur le résultat de l'impact. Leurs expériences ont porté sur l'impact de gouttes d'éthanol, dont le diamètre est de 1,35 mm puis 2,78 mm, sur du verre poli . Ils ont remarqué que les petites gouttes produisaient un dépôt alors que les gouttes les plus grosses entraînaient l'apparition du splashing. Ceci tend à prouver que plus les gouttes incidentes sont petites, plus la probabilité d'obtenir du splashing est faible. En ce qui concerne l'influence de la rugosité de la paroi, des études [75] ont montré que les frontières entre les régimes de splashing et de dépôt se situent à des nombres de Weber plus élevés lorsque la rugosité diminue, autrement dit l'énergie d'impact doit être plus grande dans le cas des surfaces lisses pour obtenir la production de gouttes secondaires.

Hypothèse : *Dans cette étude,*
– la taille des particules est petite ($d_p \approx 100\mu m$),
– la paroi est lisse et non-chauffée,
le régime d'impact d'une goutte sur la paroi est celui du dépôt, c'est-à-dire que la goutte reste collée à la paroi pendant le processus d'impact, sans rebond, ni production de gouttes secondaires.

2.5 État de l'art sur le dépôt de particules en paroi

Le dépôt de particules en paroi intéresse de nombreux domaines (environnement, santé, génie chimique, génie mécanique ou encore génie nucléaire), c'est pourquoi cette thématique fait l'objet d'un grand nombre d'études. L'objectif de cette section est de présenter une revue bibliographique concernant le dépôt de particules afin d'analyser et de comprendre les différents mécanismes de dépôt.

2.5.1 Les études expérimentales pionnières

Le concept de transport et de dépôt de particules dans un écoulement fluide fût introduit par Albrecht [1] en 1931, qui étudiait le dépôt de gouttelettes et de cristaux de glace sur la surface d'un hygromètre. Plus tard, dans les années 1970, de nombreuses campagnes expérimentales de dépôt de particules et de gouttes ont été menées en écoulement vertical et horizontal. Trois techniques principales de mesure ont été utilisées. La première, notamment utilisée par Friedlander et Johnstone [31], Liu et Agarwal [47], Sehmel [73] et Alexander et Coldren [2] consiste à injecter les particules/gouttes directement dans l'écoulement de gaz puis à mesurer le dépôt en paroi. Dans le second type d'études un film liquide est introduit le long de la paroi et les gouttes sont entraînées par arrachement, le dépôt est alors mesuré dans une section à l'aval, le film pariétal étant généralement préalablement aspiré au travers d'une section poreuse (Cousins et Hewitt [18], Namie et Ueda [56], Anderson et Russell [4]). Jagota *et al.* [38] et Quandt [68] ont quant à eux évalué le taux de dépôt en injectant un colorant dans le film liquide et en déterminant la variation de sa concentration due au dépôt des gouttes. Dans toutes ces investigations expérimentales, la phase porteuse est la même (air), caractérisée par un Re compris entre 10^3 et 10^5, mais la nature et la taille des particules sont différentes : gouttes d'eau, d'uranine, d'huile d'olive, particules de fer, de zinc, de polystyrène ou encore spores de lycopodium avec des diamètres allant du micromètre au millimètre. Une synthèse de toutes ces études peut être trouvée dans les publications de McCoy et Hanratty [51] et Papavergos et Hedley [60]. Les résultats de ces études pionnières servent de référence et sont encore utilisés aujourd'hui. La Figure 2.6, extraite de [60], est une compilation de l'ensemble des résultats obtenus en écoulement vertical.

2.5.2 Une notion fondamentale : la vitesse de dépôt

Ces résultats (Figure 2.6) se présentent sous la forme d'une courbe $k_D^+ = f(\tau_p^+)$ où k_D^+ est **la vitesse de dépôt** adimensionnée et τ_p^+ le temps caractéristique des particules également adimensionné. Ces deux variables sont définies par les relations (2.31) et (2.32).

La vitesse de dépôt k_D est la grandeur caractéristique principale utilisée pour quantifier le dépôt. Sous les hypothèses d'une paroi parfaitement absorbante, i.e. une concentration en

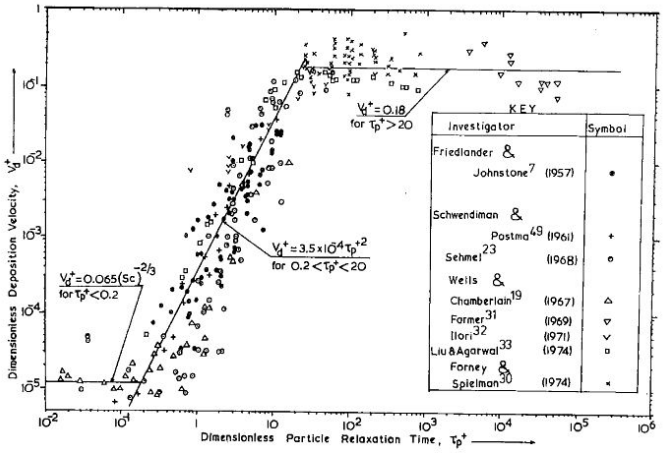


FIGURE 2.6 – Synthèse des données expérimentales de dépôt de la littérature en écoulement vertical (tiré de Papavergos et Hedley [60])

particules nulle à la paroi, et d'un dépôt principalement gouverné par le mécanisme de diffusion turbulente (§ 2.5.3), le flux de dépôt de gouttes est proportionnel à la concentration de gouttes [13, 29, 56]. La vitesse de dépôt est alors définie par :

$$\Gamma_D = k_D C \tag{2.30}$$

où Γ_D est le flux de dépôt de particules, c'est-à-dire la masse de particules déposées par unité de surface et par seconde (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$), k_D est la vitesse de dépôt (en $m.s^{-1}$) et C est la concentration en particules dans l'écoulement (en $kg.m^{-3}$). Une difficulté réside dans la définition de cette concentration C, qui doit être représentative du problème, et qui peut varier selon les auteurs, compliquant ainsi la comparaison entre différents travaux. Pour un écoulement en conduite, il s'agit généralement de la concentration moyenne volumique sur un tronçon de la conduite [56, 91].
Souvent la vitesse de dépôt est présentée sous forme adimensionnelle,

$$k_D^+ = \frac{k_D}{u^*} \tag{2.31}$$

Cette vitesse dépend de plusieurs paramètres dont l'inertie de la particule, définie par le temps de relaxation des particules τ_p, dont la forme adimensionnelle est la suivante :

$$\tau_p^+ = \frac{\tau_p u^{*2}}{\nu_f} \tag{2.32}$$

2.5.3 Régimes de dépôt et mécanismes en jeu

La Figure 2.6 met en relief les différents régimes de dépôt observés en écoulement vertical, c'est-à-dire sans l'influence de la gravité.

2.5.3.1 Régime diffusionnel pur

Pour les particules de très faible inertie, $\tau_p^+ \leq 0.1$, les mécanismes responsables du dépôt sont des mécanismes de diffusion : diffusion brownienne et diffusion turbulente.

La **diffusion brownienne** est liée à l'agitation moléculaire des molécules du fluide porteur. La notion de **diffusion turbulente** a été introduite par Taylor [83] lors de l'étude de la dispersion de la chaleur dans un champ turbulent homogène, stationnaire, isotrope et sans vitesse moyenne. Elle repose sur l'analogie entre la diffusion moléculaire par mouvement brownien et celle due aux tourbillons de l'écoulement turbulent (mouvements continus). La diffusivité turbulente est le coefficient de transport d'une grandeur convectée par les fluctuations turbulentes du fluide. Ce coefficient est défini par [59] :

$$D_{f,ij} = \frac{1}{2}\frac{d\left\langle y_{f,i}y_{f,j}\right\rangle_f}{dt} = \left\langle\sqrt{v'^2_{f,i}v'^2_{f,j}}\right\rangle_f \int_0^t \mathcal{R}_{f,ij}(\tau)d\tau \tag{2.33}$$

où $y_{f,i}(t)$ désigne les coordonnées d'une particule fluide et $\mathcal{R}_f(\tau)$ est la matrice des corrélations lagrangiennes de la turbulence définie par la relation (2.6). Par analogie, on peut définir un tenseur de diffusivités particulaires $D_{p,ij}$:

$$D_{p,ij} = \frac{1}{2}\frac{d\left\langle y_{p,i}y_{p,j}\right\rangle_p}{dt} \tag{2.34}$$

Le transport de particules par diffusion turbulente correspond donc au transport de ces inclusions par les structures tourbillonnaires de la phase fluide. On parle aussi de dispersion turbulente.
Dans le cœur d'un écoulement turbulent, la diffusion moléculaire est négligeable devant la diffusion turbulente. Les particules de très faible inertie, équivalentes à des traceurs, suivent exactement les fluctuations du champ de vitesse du gaz porteur et sont donc transportées dans la couche limite, au travers de la zone tampon, par les structures turbulentes du fluide. Elle traversent ensuite la sous-couche visqueuse principalement par diffusion brownienne (Figure 2.7). Dans ce régime de dépôt par diffusion pure, la vitesse de dépôt est faible, $k_D^+ \sim 10^{-5}$, et relativement constante. Seules les particules submicroniques sont concernées par ce régime.

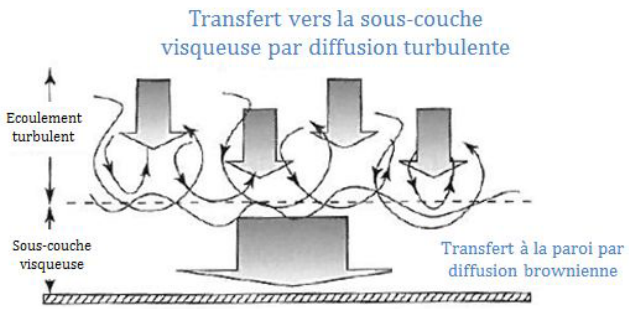


FIGURE 2.7 – Dépôt par diffusion, turbulente et brownienne (tiré de Mailliat [48])

2.5.3.2 Régime de diffusion - "impaction"

Dans ce régime où $0.1 \leq \tau_p^+ \leq 30$, le dépôt augmente significativement de plusieurs ordres de grandeurs ($10^{-5} \rightarrow 10^{-1}$). Les particules ne suivent plus aussi parfaitement les filets fluides qu'en régime de diffusion pure, et ceci d'autant plus que leur inertie augmente, mais la diffusion turbulente joue encore un rôle très important dans le transport

des particules du cœur gazeux jusqu'en zone de proche paroi. Cependant, sans l'action d'un mécanisme supplémentaire, celles-ci ne se déposeraient jamais : elles ne pourraient pas traverser la sous-couche visqueuse près de la paroi dans laquelle l'écoulement est laminaire, elles seraient indéfiniment ré-entraînées par la turbulence. Ces considérations ont amené Friedlander et Johnstone [31] à introduire le concept de dépôt par ***vol libre*** (*free flight*) : les particules se "désengagent" de la turbulence à une certaine distance de la paroi, dite distance d'arrêt, et continuent leur trajectoire sur leur inertie jusqu'à se déposer à la paroi. Ce mécanisme de dépôt par vol libre ou "impaction" est en fait un mécanisme de dépôt de nature inertielle : une particule reçoit une quantité d'énergie suffisante de la part d'une structure turbulente et acquiert ainsi une vitesse radiale telle qu'elle est projetée au travers de la sous couche visqueuse et se dépose à la paroi par inertie. Cette théorie originale de dépôt par diffusion turbulente et vol libre en série, illustrée sur la Figure 2.8, a séduit la communauté scientifique et de nombreuses améliorations lui ont été apportées, notamment en ce qui concerne la détermination de la position et de la vitesse initiales pour le vol libre [13, 43, 54].

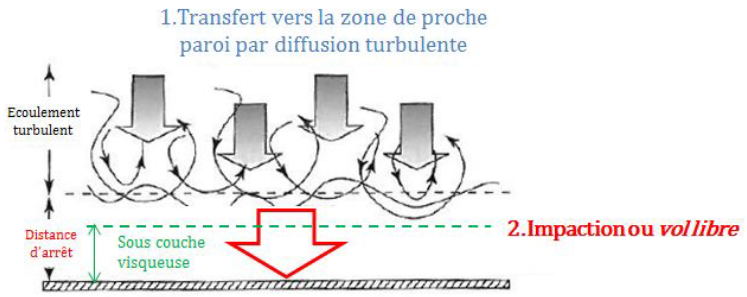


FIGURE 2.8 – Dépôt par diffusion turbulente et "impaction"

2.5.3.3 Régime inertiel

Pour des particules de plus grande taille, $\tau_p^+ \geq 100$, la diffusion joue un rôle mineur, les particules sont suffisamment inertielles pour ne plus être influencées par la turbulence. Les gouttes rencontrent la paroi avec une vitesse assez importante, acquise lors du séjour dans le cœur turbulent de l'écoulement. C'est le **régime inertiel** ou **balistique**.
Certains auteurs (Azzopardi [9], Paras et Karabelas [61]) mentionnent également le dépôt de gouttes par **impact direct** : en présence d'un film liquide pariétal, certaines gouttes sont arrachées avec une vitesse telle qu'elles traversent l'écoulement avec une trajectoire quasi linéaire et atteignent la paroi opposée sans être sensiblement affectées ni par la turbulence, ni par la gravité.

2.5.3.4 Influence de la gravité en écoulement horizontal

En écoulement horizontal, un mécanisme de dépôt s'ajoute aux précédents, c'est **la sédimentation**, c'est-à-dire la chute des particules sous l'action du champ de gravité. La pesanteur crée une stratification de l'écoulement accentuant ainsi le dépôt en partie basse de conduite. En considérant les fluctuations de vitesses turbulentes du même ordre de grandeur que la vitesse de frottement du gaz u^*, l'influence relative de la gravité et de

la turbulence est généralement caractérisée à l'aide du nombre adimensionnel suivant [51] :

$$\frac{V_{Tp}}{u^*} \tag{2.35}$$

où V_{Tp} est la vitesse terminale de chute d'une particule (définie au § 2.3.4), appelée aussi vitesse de sédimentation.

Si $\frac{V_{Tp}}{u^*} \gg 1$ alors les particules sont peu influencées par la turbulence, le dépôt est contrôlé par la gravité tandis que pour $\frac{V_{Tp}}{u^*} \ll 1$, le dépôt est contrôlé par la turbulence du fluide [13, 54].

La gravité est aussi à l'origine des phénomènes de croisement de trajectoires (§ 2.4.2). Sous l'action du champ gravitaire, le temps d'interaction entre les particules et les tourbillons est réduit, la diffusion des particules par la turbulence du fluide est plus faible.

2.5.4 Modélisation de la vitesse de dépôt

Dans la plupart des études sur le dépôt, les auteurs s'emploient à déterminer une expression pour la vitesse de dépôt k_D, définie par l'équation (2.30). Les premiers travaux de modélisation sont contemporains des études expérimentales présentées au § 2.5.1 et, en se basant sur ces dernières, proposent des corrélations empiriques ou semi-empiriques de k_D^+ en fonction de τ_p^+.

En régime de diffusion pure, Shaw et Hanratty [74] proposent une loi de dépôt par mouvement brownien construite par analogie avec les lois de transferts de masse moléculaires pour les molécules à grand nombre de Schmidt, noté Sc :

$$k_D^+ = 0.0889(Sc)^{-0.704} \quad pour \quad \tau_p^+ \leq 0.1 \tag{2.36}$$

Le nombre de Schmidt est un nombre adimensionnel qui représente le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement ν_f (ou viscosité cinématique) à la diffusivité massique. Levich [45] obtient une relation similaire,

$$k_D^+ = 0.13337(Sc)^{-3/4} \tag{2.37}$$

En régime inertiel, les résultats expérimentaux montrent que la fonction $k_D^+ = f(\tau_p^+)$ est une constante :

$$k_D^+ = k_3 \tag{2.38}$$

Typiquement, k_3 est compris entre 0.1 et 0.2 (Papavergos et Hedley [60] : écoulement vertical $k_3 = 0.18$, écoulement horizontal $k_3 = 0.13$; McCoy et Hanratty [51] : vertical $k_3 = 0.17$; Fan et Ahmadi [28] : vertical $k_3 = 0.14$).

En régime de diffusion-"impaction" un des premiers modèles proposés fût celui de Friedlander et Johnstone [31], théorie fondée sur le concept de distance d'arrêt et de vol libre. Pour déterminer cette distance d'arrêt, Friedlander et Johnstone [31] proposent de la prendre égale à celle de parcourrait la particule si elle était lancée dans un gaz au repos à la vitesse des fluctuations turbulentes de vitesses radiales du gaz et ce indépendamment de la position de la particule avant d'initier son vol libre, c'est-à-dire :

$$U_{vol\ libre} = v'_{f,r} = 0,9u^* \tag{2.39}$$

La distance d'arrêt adimensionnée est donc donnée par :

$$S^+ = \frac{0,9u^{*2}\tau_p}{\nu_f} \tag{2.40}$$

Telle que définie par Friedlander et Johnstone [31], cette notion de distance d'arrêt suppose que la concentration en particules est nulle à une distance de la paroi définie par $y^+ = S^+$ et que le coefficient de diffusion des particules est identique à celui de la phase fluide turbulente. Cependant, si ce modèle corrèle bien les résultats pour des particules d'inertie moyenne, des auteurs ont montré que certaines hypothèses étaient irréalistes, notamment la vitesse initiale de vol libre. Tout en conservant le concept de distance d'arrêt, plusieurs auteurs ont proposé différentes corrections afin d'améliorer le modèle. Davies [22] proposa un vol libre qui débute à une distance $y^+ = S^+ + \frac{1}{2}d_p^+$ avec une vitesse non constante, égale aux fluctuations turbulentes de vitesse fluide locales. Beal [11] postula que la concentration en particules à la position $y^+ = S^+ + \frac{1}{2}d_p^+$ n'était pas nulle et mais qu'un gradient de concentration s'établissait entre cette position et la paroi. Cette réflexion l'amena à considérer que la résistance au dépôt $\frac{1}{k_D}$ pouvait être exprimée comme la somme de deux résistances en série, associées respectivement au processus de diffusion turbulente transportant les gouttes jusqu'en zone de proche paroi puis au transport par vol libre jusqu'à la paroi :

$$\frac{1}{k_D} = \frac{1}{k_{D,diff.turb.}} + \frac{1}{k_{D,vol\ libre}} \tag{2.41}$$

Cette idée fût reprise par Lee *et al.* [43], puis Binder et Hanratty [13]. De plus, ces derniers observèrent qu'en écoulement vertical la concentration en particule est homogène jusqu'en zone de proche paroi et donc que le dépôt est principalement contrôlé par le mécanisme de vol libre plutôt que par la diffusion turbulente. Sous l'hypothèse que les fluctuations turbulentes de vitesse des particules suivent une loi de distribution gaussienne ces auteurs définissent la vitesse initiale de vol libre par la relation suivante :

$$k_{D,vol\ libre} = f\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_{p,r}'^2\right\rangle_p} \tag{2.42}$$

$\sqrt{\left\langle v_{p,r}'^2\right\rangle_p}$ représente l'écart type de la composante normale à la paroi des fluctuations turbulentes de vitesse des gouttes et $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_p'^2\right\rangle_p}$ l'amplitude moyenne. Inspirée des travaux de Hinze [35], la variance des fluctuations de vitesse des particules est donnée par :

$$\frac{\left\langle v_p'^2\right\rangle_p}{\left\langle v_f'^2\right\rangle_f} = \frac{1}{1+0.7St} \tag{2.43}$$

Avec l'écart type des fluctuations radiales de vitesse du fluide déterminées en proche paroi par $\sqrt{\left\langle v_{f,r}'^2\right\rangle_f} = 0.9u^*$. Dans la relation (2.42), f exprime la fraction de particules se dirigeant en direction de la paroi à la position initiale moyenne avant le vol libre. En écoulement dilué, la vitesse de vol libre peut être estimée en prenant $f = \frac{1}{2}$ [13].

Ces travaux ont été poursuivi par Williams *et al.* [91] puis Mols et Oliemans [54], cette fois-ci en écoulement horizontal où la gravité agit en parallèle du mécanisme de diffusion/vol libre. Le dépôt en paroi correspond alors à la somme de ces deux effets, comme le suggèrent Williams *et al.* [91] dans leur modèle de dépôt 2D :

$$k_D(\Phi) = \frac{C_w(\Phi)}{C_B}\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_{p,r}'^2\right\rangle_p} + V_{Tp}\cos(\Phi)\right] \tag{2.44}$$

Où Φ est l'angle azimutal dans la conduite, C_B est la concentration moyenne et C_w la concentration en paroi, généralement fonction de Φ.
Mols et Oliemans [54] et Mols *et al.* [53] proposent également un modèle fonction de l'angle azimutal, dans lequel les effets de croisement de trajectoires et d'inertie des particules sont pris en compte, notamment dans le calcul du coefficient de diffusivité des particules :

$$\Gamma_D(V_{Tp}, \tau_p, \Phi) = C_E(\tau_p)\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v'^2_{p,r}\right\rangle_p} + V_{Tp}\cos(\Phi)\right]\exp(\frac{1}{4}P(\cos(\Phi)-1)) \quad (2.45)$$

Où $C_E(\tau_p)$ correspond au flux d'arrachement déterminé expérimentalement et P est le nombre de Péclet, défini par $P = \frac{g\tau_p D_h}{D_p}$. Ce nombre de Péclet fait intervenir D_p, le coefficient de diffusivité des gouttes. Mols et Oliemans [54] proposent de le relier à la diffusivité du fluide D_f par la relation suivante :

$$D_p = \gamma_{inertie}\gamma_{cross}D_f \quad (2.46)$$

$$avec \;\; \gamma_{inertie} = \frac{1}{\sqrt{1+St}} \;\; et \;\; \gamma_{cross} = \frac{1}{\sqrt{1+\left[\frac{\mathcal{T}_f}{(\frac{\mathcal{L}_f}{g\tau_p})}\right]^2}} \quad (2.47)$$

$\gamma_{inertie}$ permet de prendre en compte la réponse des particules aux fluctuations turbulentes de vitesse fluide en fonction de leur inertie, par le biais du nombre de Stokes. Plus les particules sont inertielles, $St \gg 1$, plus leur sensibilité à la turbulence fluide est atténuée et donc plus leur diffusivité diminue. De même les phénomènes de croisements de trajectoire ont tendance à induire un effet similaire : une particule aura un temps d'interaction $t_{interac.}$ avec un tourbillon de taille $\mathcal{L}_f$ d'autant plus court que sa vitesse de chute $\tau_p g$ est élevée, $t_{interac.} = \frac{\mathcal{L}_f}{\tau_p g}$. Ainsi, le rapport du temps de vie d'un tourbillon $\mathcal{T}_f$ à ce temps $t_{interac.}$ est une mesure de l'influence des croisements de trajectoires sur la diffusion des particules par la turbulence fluide. Mols et Oliemans [54] montrent que les effets d'inertie sont importants dès que $d_p \geq 10\mu m$, en revanche les effets liés aux croisements de trajectoires ne deviennent significatifs que pour des particules dont le diamètre est supérieur à $150\mu m$ (Figure 2.9).

Les modèles cités précédemment, fondés sur la théorie du vol libre, reposent sur l'hypothèse d'une turbulence homogène dans toute la section de l'écoulement, négligeant alors l'anisotropie de la turbulence au voisinage immédiat de la paroi. A ce propos, Cleaver et Yates [15] affirment l'existence de structures cohérentes en zone de proche paroi et soulignent qu'elles sont en partie responsable du dépôt. Des études de simulations directes (DNS) ont permis d'obtenir davantage d'informations sur les structures dynamiques des écoulements confinés et ont notamment confirmé la présence de ces structures cohérentes au voisinage de la paroi. Il s'agit de *sweep* et d'*ejections*, mouvements de fluide assez intenses orientés du cœur de l'écoulement (respectivement du voisinage de la paroi) vers la zone de paroi (respectivement le cœur de l'écoulement). Ces structures cohérentes induisent un mécanisme de dépôt dit *diffusionnel* (Narayanan *et al.* [58]) : les particules les plus "légères" ($\tau_p^+ \leq 5$), capables de suivre ces structures, se déposent en paroi avec une faible vitesse normale à la paroi et un temps de résidence en zone de proche paroi relativement long. En revanche ces structures n'affectent pas le mouvement des particules plus "lourdes" ($30 \leq \tau_p^+$), qui se déposent par vol libre, avec une vitesse normale à la paroi élevée et un faible temps de résidence dans la couche limite [58].

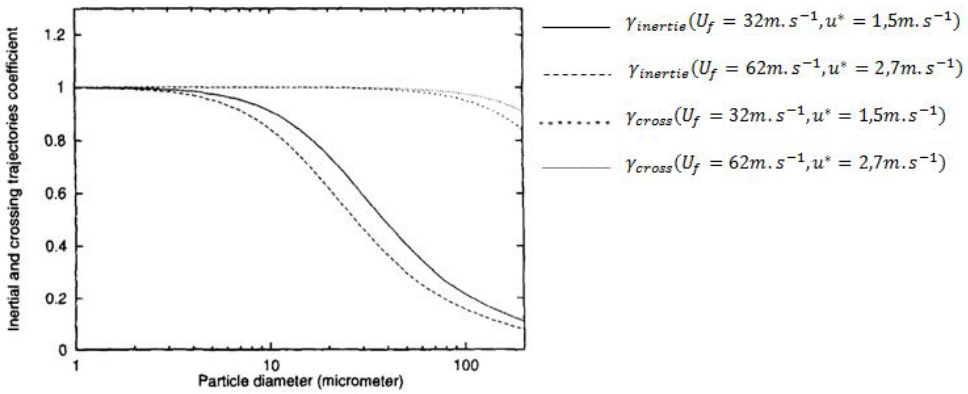


FIGURE 2.9 – Représentation des facteurs correctifs $\gamma_{inertie}$ et γ_{cross} en fonction du diamètre des particules pour différentes vitesses gaz (tiré de Mols et Oliemans [54])

Ces résultats montrent que la turbulence de proche paroi joue un rôle clef dans les mécanismes de dépôt de particules. De nombreux travaux sont dédiés à la compréhension et l'analyse de ces structures turbulentes afin d'améliorer les modèles de prédiction de dépôt.

Chapitre 3

Modélisation des écoulements diphasiques turbulents à phase dispersée

Ce chapitre présente la modélisation des écoulements diphasiques dispersés gaz/gouttes adoptée dans le cadre de l'étude à l'échelle 3D locale.

3.1 Choix d'une approche de modélisation

La modélisation des écoulements diphasiques gaz-gouttes peut être réalisée selon deux formalismes principaux.

Dans les méthodes **Euler/Lagrange** ou **lagrangiennes**, la phase fluide est traitée avec une approche eulérienne classique, en résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées, tandis que les particules font l'objet d'un suivi lagrangien. Les informations relatives à la phase dispersée sont obtenues par exploitation statistique des calculs de trajectoires d'un grand nombre de particules. Ces méthodes ont l'avantage de prendre en compte certains phénomènes physiques qui sont plus difficiles à intégrer dans les modèles eulériens tels les interactions particule-particule (coalescence, fragmentation) et les interactions particule-paroi. Cependant, une des faiblesses de ces méthodes réside dans le coût de calcul qui peut rapidement devenir élevé en raison du grand nombre de trajectoires nécessaires pour obtenir une convergence statistique suffisante [59]. L'approche **Euler/Euler** ou **eulérienne** est généralement plus facile à mettre en œuvre sur des configurations d'écoulements de type industriel. Cette méthode consiste à décrire les deux phases à l'échelle macroscopique par la résolution d'un système d'équations eulériennes couplées. Les difficultés de cette méthode sont liées à la fermeture des équations moyennées et à la prise en compte des interactions particule-particule et particule-paroi. Notamment, dans une modélisation euléro-eulérienne, la présence de la paroi n'apparaît qu'au travers de conditions limites imposées. C'est dans le cadre de cette approche que s'inscrit cette étude.
Pour obtenir ces équations eulériennes, l'approche stochastique ou approche PDF (*Probability Density Fonction*) est particulièrement bien adaptée dans le cas des écoulements

turbulents gaz-gouttes. Comme précisé dans le 2, la phase fluide turbulente présente une large gamme d'échelles, pouvant couvrir plusieurs décades, $\frac{\mathcal{L}_f}{\eta_k} \gg 1$ et $\frac{\mathcal{T}_f}{\tau_k} \gg 1$. De même, la phase dispersée comporte un grand nombre de degrés de liberté. Adopter un point de vue statistique est alors une solution intéressante pour obtenir une description de l'écoulement. Inspirée des résultats classiques de la théorie cinétique des gaz et du formalisme de Boltzmann, l'approche probabiliste se propose de dériver les propriétés macroscopiques des écoulements dispersés à partir d'une analyse statistique de ses constituants. Les particules ne sont plus considérées dans leur mouvement individuel mais dans leur mouvement d'ensemble, il s'agit d'une description statistique à l'échelle mésoscopique, intermédiaire entre l'échelle macroscopique et l'échelle microscopique, où l'ensemble du nuage de particules est considéré. Cette méthode statistique fait appel à une fonction de densité de probabilité (PDF) qui obéit à une équation de transport de type Boltzmann. Cette approche a été développée et appliquée à différents degrés. Pope [66] s'intéresse à la description des écoulements monophasiques turbulents et est un des premiers à proposer une méthode de modélisation statistique de ce type d'écoulements. Dans sa théorie, il définit la notion de *particule fluide*, qu'il assimile à l'échelle microscopique de l'écoulement monophasique. En ce qui concerne la modélisation des écoulements diphasiques, Reeks [69] et Zaichik [94] utilisent l'approche PDF mais seulement pour décrire la phase dispersée. En application directe de la théorie cinétique des gaz, ils étudient le comportement d'une *pdf à une particule* dans laquelle seules les variables intrinsèques à la particule discrète sont considérées telles la position et la vitesse. Afin d'étendre les travaux de Pope [66] aux écoulements diphasiques gaz-particules et de prendre en compte plus facilement l'influence du fluide sur la phase dispersée, Simonin [76] propose de décrire la phase dispersée par une *pdf jointe à une particule*, qui contient les informations relatives à la phase dispersée et au fluide vu. Enfin, Minier et Peirano [52] généralisent cette approche statistique en proposant une méthode de modélisation des écoulements diphasiques dispersés dans laquelle les deux phases sont décrites par une approche statistique. Pour cela, ils introduisent une *pdf jointe à deux particules*, qui contient les informations relatives à la phase continue et à la phase dispersée. Un des intérêts de cette démarche est que les deux phases suivent un traitement identique. Cette étude utilise l'approche développée par Minier et Peirano [52] comme point de départ pour dériver les équations eulériennes régissant le mouvement de chacune des deux phases.

3.2 Les hypothèses de l'étude

H1 - Les gouttes sont supposées indéformables, sphériques et de même diamètre.
H2 - La masse volumique des gouttes est grande devant celle du gaz : $\rho_p \gg \rho_f$.
H3 - L'écoulement est incompressible : ρ_p et ρ_f sont constantes.
H4 - La tailles des gouttes est inférieure à l'échelle de Kolmogorov : $d_p \leq \eta_k$.
H5 - Le temps caractéristique des gouttes τ_p, défini par la relation (2.19), est supposé constant.
H6 - L'écoulement est dilué ($\alpha_p \leq 10^{-3}$) :

- Les interactions entre gouttes sont négligées (ni collisions, ni coalescence)
- L'influence des gouttes sur la turbulence de la phase continue est cependant prise en compte (régime de couplage à deux sens).

. H7 - L'écoulement est adiabatique et isotherme (pas de changement de phase).

3.3 Approche statistique des écoulements gaz-particule

Dans ce qui suit, le mot *particule* désignera des entités fluides appartenant à la phase dispersée et aussi à la phase continue. Lorsqu'il s'agit de la phase dispersée, on parlera de particules discrètes (les gouttes) et de particules fluides lorsqu'il sera question de la phase continue (le gaz). Une description probabiliste des écoulements est adoptée où les deux phases sont considérées comme un ensemble de particules fluides et de particules discrètes "s'interpénétrant" (au sens du modèle à deux fluides).

3.3.1 Vecteur d'état

L'écoulement diphasique étudié est constitué d'une phase continue, le gaz, identifiée également comme la phase fluide dans laquelle évoluent des éléments discrets, les gouttes, consituant la phase dispersée.
La phase fluide est décrite comme étant composée de *particules fluides*. Une particule fluide est un petit élément de fluide dont l'échelle de longueur caractéristique est inférieure à l'échelle de Kolmogorov mais largement supérieure au libre parcours moyen moléculaire. Une particule fluide a une masse m, un volume V et une vitesse $\vec{U}$ égale à la valeur du champ de vitesse eulérien à la position de la particule fluide, $\vec{U}(t) = \vec{U}(t, \vec{x})$. Les gouttes sont assimilées à des particules sphériques, toutes identiques (même diamètre) et de masse volumique constante.
Dans le cadre d'une modélisation statistique d'un écoulement diphasique dispersé, le mélange gaz/gouttes peut être décrit par un seul vecteur d'état à deux particules : une particule fluide et une particule discrète [52]. Ce vecteur d'état regroupe l'ensemble des coordonnées de phases internes de chaque particule, fluide et discrète, qui sont indépendantes les uns des autres et regroupent l'ensemble des paramètres représentatifs de l'état de chaque particule à l'instant t. Dans le cadre d'une description statistique eulérienne, les coordonnées de phases internes sont distinguées des coordonnées de phases externes qui correspondent aux coordonnées eulériennes du centre de chaque particule. Dans cette étude, l'objectif est de modéliser les interactions entre la phase dispersée et le mouvement fluide turbulent, en revanche les interactions de type collisions entre deux particules discrètes ne sont pas prises en compte. Les gouttes étant supposées avoir toutes la même taille, on ne s'intéresse donc qu'à la modélisation de la polydispersion en vitesse. Trois coordonnées de phases internes sont alors retenues : la vitesse de la particule discrète $\vec{v}_p$, la vitesse du fluide vu $\vec{v}_s$ [1], qui sont des coordonnées de phases relatives à la particule discrète et la vitesse de la particule fluide $\vec{v}_f$. Dans l'espace des phases, ce vecteur d'état s'écrit,

$$\vec{Z} = (\vec{v}_f, \vec{v}_p, \vec{v}_s) \tag{3.1}$$

L'espace des phases est distingué de l'espace physique dans lequel $\vec{Z} = (\vec{u}_f, \vec{u}_p, \vec{u}_s)$.

L'introduction à la fois de la vitesse du fluide vu $\vec{v}_s$ et de la vitesse du fluide $\vec{v}_f$ en tant que coordonnées de phases internes est justifiée puisque, en raison de l'inertie des particules et des effets de croisement de trajectoire, ces deux vitesses possèdent des statistiques différentes. De plus, ces deux vitesses ne correspondent pas aux mêmes trajectoires : $\vec{v_f}$ est la vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule fluide $\vec{x}_f$ tandis que $\vec{v}_s$ est la vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule discrète $\vec{x}_p$. Afin de prendre en compte les interactions particule fluide-particule discrète, la présence de ces deux vitesses du fluide, qui sont traitées comme deux variables indépendantes, est nécessaire [52, 76].

1. s comme "seen" en anglais

Le mélange fluide-particule est entièrement décrit lorsqu'il est possible de définir à chaque instant l'ensemble des états de toutes les particules (fluides et discrètes) de la population. Pour cela, la description statistique envisagée fait appel à des fonctions de distributions eulériennes.

3.3.2 Fonctions de distributions eulériennes

Afin de caractériser la polydispersion en vitesse, une fonction de distribution jointe [2] ayant pour coordonnées de phase $(\vec{v_f}, \vec{v_p}, \vec{v_s})$ est introduite :

$$p_{fp}^E\left(\vec{v_f}, \vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x_f}, \vec{x_p}, t\right) \tag{3.3}$$

où $p_{fp}^E\left(\vec{v_f}, \vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x_f}, \vec{x_p}, t\right) \mathrm{d}\vec{v_f}\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s}$ est la probabilité de trouver, à un instant t et en deux points fixés de l'espace $\vec{x_f}$ et $\vec{x_p}$, deux particules de vitesses respectives $\vec{v_f}$ et $\vec{v_p}$, $\vec{v_s}$ étant la vitesse du gaz vue par la particule centrée en $\vec{x_p}$.

Fonctions de distributions marginales

$$p_f^E\left(\vec{v_f}; \vec{x_f}, t\right) = \int p_{fp}^E\left(\vec{v_f}, \vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x_f}, \vec{x_p}, t\right) \mathrm{d}\vec{x_p}\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \tag{3.4}$$

$$p_p^E\left(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x_p}, t\right) = \int p_{fp}^E\left(\vec{v_f}, \vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x_f}, \vec{x_p}, t\right) \mathrm{d}\vec{x_f}\mathrm{d}\vec{v_f} \tag{3.5}$$

p_f^E et p_p^E sont des fonctions de distribution dites *marginales* de p_{fp}^E. Elles permettent d'avoir accès séparément aux informations de la phase fluide et de la phase dispersée, respectivement. Notamment,

$$\int p_f^E\left(\vec{v_f}; \vec{x}, t\right) \mathrm{d}\vec{v_f} \hat{=} \alpha_f(\vec{x}, t) \tag{3.6}$$

$$\int p_p^E\left(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t\right) \mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \hat{=} \alpha_p(\vec{x}, t) \tag{3.7}$$

Avec,

$$\alpha_f(\vec{x}, t) + \alpha_p(\vec{x}, t) = 1 \tag{3.8}$$

avec $0 \leq \alpha_f(\vec{x}, t) \leq 1$ et $0 \leq \alpha_p(\vec{x}, t) \leq 1$.

$\alpha_f(\vec{x}, t)$ et $\alpha_p(\vec{x}, t)$ représentent la probabilité de trouver la phase fluide continue, respectivement la phase dispersée, au temps t et à la position $\vec{x}$.

Fonctions de distribution massiques

2. $p_{fp}^E\left(\vec{v}_f, \vec{v}_p, \vec{v}_s; \vec{x}_f, \vec{x}_p, t\right)$ n'est pas une fonction de densité de probabilité dans le sens où

$$\int_{\Omega_E} p_{fp}^E\left(\vec{v}_f, \vec{v}_p, \vec{v}_s; \vec{x}_f, \vec{x}_p, t\right) \mathrm{d}\vec{v}_f\mathrm{d}\vec{v}_p\mathrm{d}\vec{v}_s \leq 1 \tag{3.2}$$

Où Ω_E représente l'ensemble des états possibles dans l'espace des phases. En effet, il n'est pas toujours possible de trouver, avec une probabilité égale à 1, à un instant t et à deux positions différentes, une particule fluide et une particule discrète dans un état donné.

Afin de décrire complètement l'état des particules, fluide et discrètes, une fonction de distribution de masse est introduite pour chaque phase :

$$F_f^E\left(\vec{v_f};\vec{x},t\right) \hat{=} \rho_f p_f^E\left(\vec{v_f};\vec{x},t\right) \tag{3.9}$$

$$F_p^E\left(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t\right) \hat{=} \rho_p p_p^E\left(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t\right) \tag{3.10}$$

3.3.3 Équation de transport de Fokker-Planck

La fonction de distribution jointe p_{fp}^E vérifie une équation de Fokker-Planck, également vérifiée par chacune des fonctions de distribution de masse eulérienne F_f^E et F_p^E (Minier et Peirano [52]). Sous les hypothèses définie au § 3.2, cette équation de transport s'écrit de manière générale dans l'espace des phases :

$$\begin{aligned}\frac{\partial p_{fp}^E}{\partial t} + v_{f,i}\frac{\partial p_{fp}^E}{\partial x_{f,i}} \quad + \quad v_{p,i}\frac{\partial p_{fp}^E}{\partial x_{p,i}} = & -\frac{\partial}{\partial v_{f,i}}\left[\left(\langle A_{f,i}|\vec{v}_f\rangle + \langle A_{p\to f,i}|\vec{v}_f\rangle\right)p_{fp}^E\right] \\ & -\frac{\partial}{\partial v_{p,i}}\left[\langle A_{p,i}|\vec{v}_p,\vec{v}_s\rangle\, p_{fp}^E\right] \\ & -\frac{\partial}{\partial v_{s,i}}\left[\left(\langle A_{s,i}|\vec{v}_p,\vec{v}_s\rangle + \langle A_{p\to s,i}|\vec{v}_p,\vec{v}_s\rangle\right)p_{fp}^E\right] \\ & +\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v_{f,i}\partial v_{f,j}}((B_f B_f^T)_{ij}p_{fp}^E) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v_{s,i}\partial v_{s,j}}((B_s B_s^T)_{ij}p_{fp}^E)\end{aligned} \tag{3.11}$$

Dans l'équation (3.11) :

- $\langle\cdot|\vec{v}_f\rangle$ et $\langle\cdot|\vec{v}_p,\vec{v}_s\rangle$ sont des moyennes conditionnelles. Ces termes représente la moyenne d'ensemble réalisée sur un grand nombre de particules et conditionnée par le fait que pour chaque particule intervenant dans la moyenne les variables $\vec{u}_p$ et $\vec{u}_s$, pour la phase dispersée, et $\vec{u}_f$ pour la phase fluide doivent être respectivement égales à $\vec{v}_p$, $\vec{v}_s$ et $\vec{v}_f$.
- les termes $A_{f,i}, A_{p,i}, A_{s,i}$ sont les composantes des différents vecteurs accélération.
- les termes $A_{p\to f,i}$ et $A_{p\to s,i}$ correspondent aux termes de couplage inverse, ils modélisent la force exercée par les particules sur la phase fluide.
- les termes de la dernière ligne sont les termes dits de Fokker-Planck, ils résultent de la modélisation des incréments de vitesse du fluide et du fluide vu avec une équation différentielle stochastique de Langevin (Minier et Peirano [52], Tanière [82]).
  $\vec{B} = B_{ij}$ est un tenseur symétrique d'ordre 2 et représente une matrice de diffusion.
  B_{ij}^T est la matrice transposée.
  Si on enlève les termes Fokker-Planck, on retrouve une équation de Liouville classique (Minier et Peirano [52]).

Afin d'alléger les notations, les termes de moyennes conditionnelles $\langle A_k|\vec{v}_k\rangle$ seront présentés dans la suite sous forme simplifiée A_k dans les cas où il n'y a aucune ambiguïté.

3.4 Dérivation des équations moyennées

Par analogie avec la théorie cinétique des gaz et en utilisant la définition probabiliste de présence d'une particule, une fonction de distribution jointe fluide-particule a été introduite, à partir de laquelle il est possible d'extraire séparément des informations relatives à chacune des phases sous forme de fonctions de distribution marginales, p_f^E pour la phase fluide et p_p^E pour la phase dispersée. Les fonctions de densité massiques associées ont été définies et l'équation de transport de la fonction de densité jointe a été dérivée de manière générale. Dans cette section, appliquée aux moments des fonctions de densité massiques, cette équation permet d'obtenir les équations de bilan de grandeurs moyennées pour chacune des deux phases.

3.4.1 Équations de transport de la phase dispersée

3.4.1.1 Équation de Fokker-Planck

On rappelle que l'équation de transport de la fonction de densité massique F_p^E peut être dérivée de façon très générale dans l'espace des phases selon l'équation de Fokker-Planck [52] :

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_p^E}{\partial t} + v_{p,i}\frac{\partial F_p^E}{\partial x_i} &= -\frac{\partial}{\partial v_{p,i}}\left[A_{p,i}F_p^E\right] - \frac{\partial}{\partial v_{s,i}}\left[A_{s,i}F_p^E\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v_{s,i}\partial v_{s,j}}((B_sB_s^T)_{ij}F_p^E) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial v_{s,i}}\left[A_{p\to s,i}F_p^E\right] \qquad (3.12)\end{aligned}$$

avec i indice spatial.

3.4.1.2 Définition des opérateurs de moyenne

À partir des différentes fonctions de distribution introduites au § 3.3.2, la notion de moyenne d'ensemble d'une quantité quelconque ψ peut être définie.

Moyenne statistique ou moyenne d'ensemble $\{.\}_p$

La moyenne statistique de toute grandeur $\psi_p(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t)$ relative à la phase dispersée se définit par intégration sur l'espace des phases selon :

$$\alpha_p(\vec{x}, t)\{\psi_p\}_p(\vec{x}, t) \equiv \int \psi_p(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t)p_p^E(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t)\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \qquad (3.13)$$

La fluctuation de la variable est définie comme étant l'écart à sa valeur moyenne :

$$\psi_p'(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t) \hat{=} \psi_p(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t) - \{\psi_p\}_p(\vec{x}, t) \qquad (3.14)$$

Moyenne statistique massique $< . >_p$

La moyenne statistique massique associée s'écrit :

$$\alpha_p(\vec{x}, t)\rho_p < \psi_p >_p (\vec{x}, t) \equiv \int \psi_p(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t)F_p^E(\vec{v_p}, \vec{v_s}; \vec{x}, t)\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \qquad (3.15)$$

En supposant ρ_p constante, ces deux moyennes $\{.\}_p$ et $< . >_p$ sont équivalentes :

$$\begin{aligned} < \psi_p >_p (\vec{x},t) &\equiv \frac{1}{\alpha_p(\vec{x},t)\rho_p}\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)F_p^E(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \\ &= \frac{1}{\alpha_p(\vec{x},t)\rho_p}\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\rho_p p_p^E(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\mathrm{d}\vec{v_p}\mathrm{d}\vec{v_s} \\ &= \frac{1}{\alpha_p(\vec{x},t)\rho_p}\rho_p\alpha_p(\vec{x},t)\{\psi_p\}_p(\vec{x},t) \\ &= \{\psi_p\}_p(\vec{x},t) \end{aligned} \tag{3.16}$$

Axiomes de Reynolds

La moyenne statistique possède deux propriétés, communément regroupées sous le nom d'axiomes de Reynolds :

– la linéarité : soit λ une constante,

$$\{\lambda\psi\}_p = \lambda\{\psi\}_p \tag{3.17}$$

– l'idempotence :

$$\{\{\psi\}_p\}_p = \{\psi\}_p \Leftrightarrow \{\psi'\}_p = 0 \tag{3.18}$$

Ces propriétés sont utiles pour manipuler des équations différentielles moyennées.

3.4.1.3 Équation générale d'Enskog

A partir de l'équation de Fokker-Planck (3.12), il est possible de déterminer une équation de transport d'une quantité moyenne générique $< \psi_p >_p$. Cette équation, dite équation *d'Enskog*, s'obtient en multipliant l'équation (3.12) par $\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)$ puis en intégrant selon les coordonnées de l'espace des phases :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p\rho_p < \psi_p >_p) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_p\rho_p < v_{p,i}\psi_p >_p) &= \alpha_p\rho_p\left[\left\langle\frac{\partial\psi_p}{\partial t}\right\rangle_p + \left\langle v_{p,i}\frac{\partial\psi_p}{\partial x_i}\right\rangle_p\right] \\ &+ \alpha_p\rho_p\left\langle\frac{\partial\psi_p}{\partial v_{p,i}}A_{p,i}\right\rangle_p + \alpha_p\rho_p\left\langle\frac{\partial\psi_p}{\partial v_{s,i}}A_{s,i}\right\rangle_p \\ &+ \frac{\alpha_p\rho_p}{2}\left\langle(B_sB_s^T)_{ij}\frac{\partial^2\psi_p}{\partial v_{s,i}\partial v_{s,j}}\right\rangle_p \\ &+ \alpha_p\rho_p\left\langle\frac{\partial\psi_p}{\partial v_{s,i}}A_{p\to s,i}\right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.19}$$

Démonstration : équation d'Enskog

La procédure consiste à multiplier l'équation (3.12) par la grandeur générique $\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)$

puis à intégrer l'équation obtenue sur l'espace des phases.

$$\begin{aligned}
\underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial F_p^E}{\partial t}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{A1} \quad + \quad & \underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)v_{p,i}\frac{\partial F_p^E}{\partial x_i}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{B1} \\
&= -\underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial}{\partial v_{p,i}}\left[A_{p,i}F_p^E\right]\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{C1} \\
&\quad -\underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial}{\partial v_{s,i}}\left[A_{s,i}F_p^E\right]\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{D1} \\
&\quad +\underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v_{s,i}\partial v_{s,j}}((B_sB_s^T)_{ij}F_p^E)\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{E1} \\
&\quad -\underbrace{\int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial}{\partial v_{s,i}}\left[A_{p\to s,i}F_p^E\right]\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s}_{F1}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
A1 &= \int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial F_p^E}{\partial t}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \int \frac{\partial(F_p^E\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t))}{\partial t}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s - \int F_p^E\frac{\partial(\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t))}{\partial t}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\int F_p^E\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s - \int F_p^E\frac{\partial(\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t))}{\partial t}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle\psi_p\right\rangle_p\right) - \alpha_p\rho_p\left\langle\frac{\partial\psi_p}{\partial t}\right\rangle_p
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
B1 &= \int \psi(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)v_{p,i}\frac{\partial F_p^E}{\partial x_i}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \int \frac{\partial(F_p^Ev_{p,i}\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t))}{\partial x_i}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s - \int F_p^E\frac{\partial(\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)v_{p,i})}{\partial x_i}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \frac{\partial}{\partial x_i}\int F_p^E\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)v_{p,i}\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s - \alpha_p\rho_p\left\langle v_{p,i}\frac{\partial\psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)}{\partial x_i}\right\rangle_p \\
&= \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_p\rho_p < v_{p,i}\psi_p >_p\right) - \alpha_p\rho_p\left\langle v_{p,i}\frac{\partial\psi_p}{\partial x_i}\right\rangle_p
\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}
C1 &= \int \psi_p(\vec{v_p},\vec{v_s};\vec{x},t)\frac{\partial}{\partial v_{p,i}}\left[A_{p,i}F_p^E\right]\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s \\
&= \left[\psi_pA_{p,i}F_p^E\right]_{V_{p,i}\to\pm\infty} - \int \frac{\partial\psi_p}{\partial v_{p,i}}A_{p,i}F_p^E\mathrm{d}v_p\mathrm{d}v_s
\end{aligned} \tag{3.23a}$$

Toute FDP "réaliste" spécifie une probabilité nulle d'occurence des valeurs limites d'une variable aléatoire. Ainsi, une particule se déplaçant à une vitesse infinie n'existe pas, d'où

$$\left[\psi_p A_{p,i} F_p^E\right]_{V_{p,i}\to\pm\infty} \to 0 \tag{3.23b}$$

$$C1 = -\alpha_p\rho_p \left\langle \frac{\partial \psi_p}{\partial V_{p,i}} A_{p,i} \right\rangle_p \tag{3.23c}$$

De la même façon que (3.23) on montre :

$$\begin{aligned} D1 &= \int \psi_p \frac{\partial}{\partial v_{s,i}} \left[A_{s,i} F_p^E\right] \mathrm{d}v_p \mathrm{d}v_s \\ &= -\alpha_p\rho_p \left\langle \frac{\partial \psi_p}{\partial V_{s,i}} A_{s,i} \right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned} E1 &= \int \psi_p \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_{s,i}\partial V_{s,j}} ((B_s B_s^T)_{ij} F_p^E) \mathrm{d}v_p \mathrm{d}v_s \\ &= \frac{\alpha_p\rho_p}{2} \left\langle (B_s B_s^t)_{ij} \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial v_{s,i}\partial v_{s,j}} \right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.25}$$

(2 *intégrations par parties successives*)

$$\begin{aligned} F1 &= \int \psi_p \frac{\partial}{\partial v_{s,i}} \left[A_{p\to s,i} F_p^E\right] \mathrm{d}v_p \mathrm{d}v_s \\ &= \alpha_p\rho_p \left\langle \frac{\partial \psi_p}{\partial v_{s,i}} A_{p\to s,i} \right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.26}$$

3.4.1.4 Équations de bilan de la phase dispersée

A partir de l'équation d'Enskog (3.19), l'équation de transport de n'importe quelle grandeur moyenne $\langle \psi_p \rangle_p$ de la phase dispersée peut être obtenue.

Bilan de masse, $\psi_p = 1$

L'équation de bilan de masse est obtenue en prenant $\psi_p = 1$ dans l'équation (3.19).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p\rho_p) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_p\rho_p U_{p,i}) = 0 \tag{3.27}$$

Avec $\langle v_{p,i} \rangle_p \hat{=} U_{p,i}$, vitesse moyenne de la phase particulaire.

Bilan de quantité de mouvement, $\psi_p = v_{p,i}$

Le bilan de quantité de mouvement de la phase dispersée est obtenu en remplaçant $\psi_p = v_{p,i}$ dans l'équation (3.19).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p\rho_p U_{p,i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\rho_p \langle v_{p,i} v_{p,j} \rangle_p\right) = \alpha_p\rho_p \langle A_{p,i} \rangle_p \tag{3.28a}$$

La moyenne d'un produit étant égale au produit des moyennes plus la moyenne du produit des fluctuations, on obtient :

$$\langle v_{p,i} v_{p,j} \rangle_p = U_{p,i} U_{p,j} + \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \tag{3.28b}$$

Puis, en utilisant l'équation de continuité (3.27), (3.28a) devient :

$$\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p U_{p,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \langle A_{p,i} \rangle_p \tag{3.28c}$$

Avec,

$$\frac{\mathrm{d}_p}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \tag{3.29}$$

$\left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p$ est le tenseur de contraintes cinétiques qui représente le transport de quantité de mouvement par les fluctuations de vitesse. Ce tenseur doit être modélisé ou calculé par des équations de transport additionnelles. $A_{p,i}$ représente l'ensemble des forces massiques auxquelles est soumise une particule dans la direction i.

Équation de transport de la vitesse du fluide vu, $\psi_p = v_{s,i}$

La substitution de $\psi_p = v_{s,i}$ dans l'équation (3.19) donne :

$$\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p U_{s,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \langle A_{s,i} \rangle_p + \alpha_p \rho_p \langle A_{p \to s,i} \rangle_p \tag{3.30}$$

Avec $\langle v_{s,i} \rangle_p \hat{=} U_{s,i}$.

Bilan des contraintes cinétiques de la phase dispersée, $\psi_p = v'_{p,i} v'_{p,j}$

L'équation vérifiée par le moment du second ordre en vitesse de la phase dispersée est obtenue à partir de l'équation (3.19) en utilisant $\psi_p = v'_{p,i} v'_{p,j}$:

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,i} v'_{p,j} + A_{p,j} v'_{p,i} \right\rangle_p \\ &\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \end{aligned} \tag{3.31}$$

Le premier terme du membre de droite représente le transport des contraintes cinétiques par les fluctuations de vitesse, le deuxième terme exprime l'interaction de la phase dispersée avec le mouvement fluide turbulent et le dernier terme est un terme de production due aux gradients de vitesse moyenne.

Démonstration

$\psi_p = v'_{p,i} v'_{p,j}$ dans l'équation (3.19) donne :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}_p}{\mathrm{d}t} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \right) &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,k} v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left[\left\langle \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial t} \right\rangle_p + \left\langle v_{p,k} \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial x_k} \right\rangle_p \right] \\ &\quad + \alpha_p \rho_p \left\langle \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial v_{p,k}} A_{p,k} \right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial t} \right\rangle_p &= \left\langle v'_{p,i} \frac{\partial v'_{p,j}}{\partial t} + v'_{p,j} \frac{\partial v'_{p,i}}{\partial t} \right\rangle_p \\
&= - \left\langle v'_{p,i} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial t} - \left\langle v'_{p,j} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial t} \\
&= 0 \qquad (3.33)\\
\left\langle v_{p,k} \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial x_k} \right\rangle_p &= \left\langle \left(U_{p,k} + v'_{p,k} \right) \left(v'_{p,i} \frac{\partial v'_{p,j}}{\partial x_k} + v'_{p,j} \frac{\partial v'_{p,i}}{\partial x_k} \right) \right\rangle_p \\
&= - \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \qquad (3.34)\\
\alpha_p \rho_p \left\langle \frac{\partial v'_{p,i} v'_{p,j}}{\partial v_{p,k}} A_{p,k} \right\rangle_p &= \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,k} \left(v'_{p,i} \delta_{jk} + v'_{p,j} \delta_{ik} \right) \right\rangle_p \\
&= \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,i} v'_{p,j} + A_{p,j} v'_{p,i} \right\rangle_p \qquad (3.35)
\end{aligned}$$

Bilan de l'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée $\psi_p = \frac{v'_{p,i} v'_{p,i}}{2}$

L'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée est noté $q_p^2 \hat{=} \frac{1}{2} \left\langle v'_{p,i} v'_{p,i} \right\rangle_p$. Son équation de transport est obtenue en posant $i = j$ dans l'équation des contraintes cinétiques (3.31) puis en divisant par 2 :

$$\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p q_p^2}{\mathrm{d}t} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \frac{1}{2} \left\langle v'_{p,i} v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,i} v'_{p,i} \right\rangle_p - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \tag{3.36}$$

Bilan des contraintes cinétiques du fluide vu, $\psi_p = v'_{s,i} v'_{s,j}$

L'équation vérifiée par le moment du second ordre en vitesse du fluide vu est obtenue à partir de (3.19) en utilisant $\psi_p = v'_{s,i} v'_{s,j}$:

$$\begin{aligned}
\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{s,i} v'_{s,j} \right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{s,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{s,i} v'_{s,j} + A_{s,j} v'_{s,i} \right\rangle_p \\
&+ \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p \to s,i} v'_{s,j} + A_{p \to s,j} v'_{s,i} \right\rangle_p \\
&- \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{s,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} \\
&+ \alpha_p \rho_p \left\langle (B_s B_s^T)_{ij} \right\rangle_p \qquad (3.37)
\end{aligned}$$

Équation de transport du tenseur de covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules, $\psi_p = v'_{s,i} v'_{p,j}$

$$\begin{aligned}
\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{s,i} v'_{p,j} + A_{p,j} v'_{s,i} + A_{p \to s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \\
&- \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} \qquad (3.38)
\end{aligned}$$

Le premier terme du membre de droite représente le transport de la covariance par les fluctuations de vitesse des particules, le deuxième terme exprime les interactions mutuelles entre la phase dispersée et la phase continue et les deux derniers termes sont des termes de production due aux gradients de vitesses moyennes de la phase dispersée et de la vitesse du fluide vu.

Équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules, $\psi_p = v'_{s,i}v'_{p,i}$

Contrairement aux autres formes d'énergie, l'équation pour l'énergie de covariance scalaire q_{sp} est obtenue en prenant la trace (et non la demi-trace) de l'équation du tenseur de covariance (3.38). La covariance scalaire est donc définie par $q_{sp} \hat{=} \left\langle v'_{s,i}v'_{p,i} \right\rangle_p$ [59, 77].

$$\begin{aligned}\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p q_{sp}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}v'_{p,i} + A_{p,i}v'_{s,i} + A_{p\to s,i}v'_{p,i}\right\rangle_p \\ &\quad - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k}\end{aligned} \tag{3.39}$$

3.4.2 Équations de transport de la phase fluide

La procédure est identique à celle développée précédemment pour la phase discrète. Soit $F_f^E(\vec{v_f};\vec{x},t)$ la fonction de densité de présence massique de la phase continue. La valeur moyenne d'une fonction $\psi_f(\vec{v_f};\vec{x},t)$ est définie par :

$$\alpha_f(\vec{x},t)\rho_f < \psi_f >_f (\vec{x},t) = \int \psi_f(\vec{v_f})F_f^E(\vec{v_f};\vec{x},t)\mathrm{d}\vec{v_f} \tag{3.40}$$

La fonction de densité de présence massique eulérienne $F_f^E(\vec{v_f};\vec{x},t)$ vérifie l'équation de Fokker-Planck [52] :

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_f^E}{\partial t} + v_{f,i}\frac{\partial F_f^E}{\partial x_i} &= -\frac{\partial}{\partial v_{f,i}}\left[A_{f,i}F_f^E\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial v_{f,i}\partial v_{f,j}}((B_fB_f^T)_{ij}F_f^E) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial v_{f,i}}\left[A_{p\to f,i}F_f^E\right]\end{aligned} \tag{3.41}$$

avec i indice spatial.

En multipliant (3.41) par $\psi_f(\vec{v_f};\vec{x},t)$ et en intégrant selon $\vec{v_f}$, on obtient l'équation d'Enskog relative à la phase fluide :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle\psi_f\right\rangle_f\right) &+ \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v_{f,i}\psi_f\right\rangle_f\right) \\ &= \alpha_f\rho_f\left[\left\langle\frac{\partial\psi_f}{\partial t}\right\rangle_f + \left\langle v_{f,i}\frac{\partial\psi_f}{\partial x_i}\right\rangle_f\right] \\ &+ \alpha_f\rho_f\left\langle\frac{\partial\psi_f}{\partial v_{f,i}}A_{f,i}\right\rangle_f + \frac{\alpha_f\rho_f}{2}\left\langle(B_fB_f^T)_{ij}\frac{\partial^2\psi_f}{\partial v_{f,i}\partial v_{f,j}}\right\rangle_f \\ &+ \alpha_f\rho_f\left\langle\frac{\partial\psi_f}{\partial v_{f,i}}A_{p\to f,i}\right\rangle_f\end{aligned} \tag{3.42}$$

En remplaçant successivement ψ_f par 1, $v_{f,i}$ et $v'_{f,i}v'_{f,j}$, les équations de continuité, de quantité de mouvement et du tenseur de Reynolds sont obtenues.

Bilan de masse, $\psi_f = 1$

Le bilan de masse est obtenu en prenant $\psi_f = 1$ dans l'équation (3.42).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_f \rho_f U_{f,i}) = 0 \tag{3.43}$$

Avec $U_{f,i} \hat{=} \langle v_{f,i} \rangle_f$, vitesse moyenne de la phase continue.

Bilan de quantité de mouvement, $\psi_f = v_{f,i}$

Le bilan de quantité de mouvement de la phase fluide est obtenu en remplaçant $\psi_f = v_{f,i}$ dans (3.42).

$$\alpha_f \rho_f \frac{\mathrm{d}_f U_{f,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f \rho_f \langle v'_{f,i} v'_{f,j} \rangle_f\right) + \alpha_f \rho_f \langle A_{f,i} \rangle_f + \alpha_f \rho_f \langle A_{p\to f,i} \rangle_f \tag{3.44}$$

Avec,

$$\frac{\mathrm{d}_f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial}{\partial t} + U_{f,j}\frac{\partial}{\partial x_j} \tag{3.45}$$

Bilan des contraintes de Reynolds de la phase fluide, $\psi_f = v'_{f,i}v'_{f,j}$

L'équation vérifiée par le moment du second ordre en vitesse de la phase fluide est obtenue à partir de (3.42) en utilisant $\psi_f = v'_{f,i}v'_{f,j}$:

$$\begin{aligned}
\alpha_f \rho_f \frac{\mathrm{d}_f \left\langle v'_{f,i} v'_{f,j} \right\rangle_f}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f \rho_f \langle v'_{f,i} v'_{f,j} v'_{f,k} \rangle_f\right) + \alpha_f \rho_f \langle A_{f,i} v'_{f,j} + A_{f,j} v'_{f,i} \rangle_f \\
&\quad + \alpha_f \rho_f \langle A_{p\to f,i} v'_{f,j} + A_{p\to f,j} v'_{f,i} \rangle_f \\
&\quad - \alpha_f \rho_f \langle v'_{f,i} v'_{f,k} \rangle_f \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_k} - \alpha_f \rho_f \langle v'_{f,j} v'_{f,k} \rangle_f \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} \\
&\quad + \alpha_f \rho_f \langle (B_f B_f^T)_{ij} \rangle_f
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, $\psi_f = \frac{v'_{f,i}v'_{f,i}}{2}$

L'énergie cinétique turbulente de la phase continue est noté $q_f^2 \hat{=} \frac{1}{2}\left\langle v'_{f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$. Son équation de transport est obtenue en posant $i = j$ dans l'équation de transport des contraintes de Reynolds (3.46) puis en divisant par deux :

$$\begin{aligned}
\alpha_f \rho_f \frac{\mathrm{d}_f q_f^2}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f \rho_f \frac{1}{2} \langle v'_{f,i} v'_{f,i} v'_{f,k} \rangle_f\right) + \alpha_f \rho_f \langle A_{f,i} v'_{f,i} \rangle_f + \alpha_f \rho_f \langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \rangle_f \\
&\quad - \alpha_f \rho_f \langle v'_{f,i} v'_{f,k} \rangle_f \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + \frac{1}{2}\alpha_f \rho_f \langle (B_f B_f^T)_{ii} \rangle_f
\end{aligned} \tag{3.47}$$

3.4.3 Récapitulatif du système d'équations utilisé

Dans ce paragraphe sont regroupées les équations de transport de la phase continue et de la phase dispersée. Toutes ces équations ne seront pas nécessairement utilisées, cela dépendra, pour chaque phase, du choix de modélisation retenu. Écrites sous cette forme, ces équations présentent un certain nombre de termes non-fermés. Les fermetures choisies font l'objet de la section suivante.

Bilans de masse

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_p \rho_p\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_p \rho_p U_{p,i}\right) = 0 \tag{3.48}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_f \rho_f\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_f \rho_f U_{f,i}\right) = 0 \tag{3.49}$$

Bilans de quantité de mouvement

$$\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p U_{p,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j}\right\rangle_p\right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,i}\right\rangle_p \tag{3.50}$$

$$\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p U_{s,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j}\right\rangle_p\right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{s,i}\right\rangle_p + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p\to s,i}\right\rangle_p \tag{3.51}$$

$$\alpha_f \rho_f \frac{\mathrm{d}_f U_{f,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f \rho_f \left\langle v'_{f,i} v'_{f,j}\right\rangle_f\right) + \alpha_f \rho_f \left\langle A_{f,i}\right\rangle_f + \alpha_f \rho_f \left\langle A_{p\to f,i}\right\rangle_f \tag{3.52}$$

Bilans des contraintes cinétiques

$$\begin{aligned}\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j}\right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p,i} v'_{p,j} + A_{p,j} v'_{p,i}\right\rangle_p \\ &\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k}\right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k}\right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k}\end{aligned} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{s,i} v'_{s,j}\right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{s,j} v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{s,i} v'_{s,j} + A_{s,j} v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &\quad + \alpha_p \rho_p \left\langle A_{p\to s,i} v'_{s,j} + A_{p\to s,j} v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,k}\right\rangle_p \frac{\partial U_{s,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,j} v'_{p,k}\right\rangle_p \frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} \\ &\quad + \alpha_p \rho_p \left\langle (B_s B_s^T)_{ij}\right\rangle_p\end{aligned} \tag{3.54}$$

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,j}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}v'_{p,j} + A_{p,j}v'_{s,i} + A_{p\to s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,j}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\right) + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{f,i}v'_{f,j} + A_{f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f \\ &+ \alpha_f\rho_f\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f \\ &- \alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_k} - \alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} \\ &+ \alpha_f\rho_f\left\langle (B_fB_f^T)_{ij}\right\rangle_f\end{aligned} \tag{3.56}$$

Bilans des énergies cinétiques

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pq_p^2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\frac{1}{2}\left\langle v'_{p,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{p,i}v'_{p,i}\right\rangle_p - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \tag{3.57}$$

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pq_s^2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\frac{1}{2}\left\langle v'_{s,i}v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} + \frac{1}{2}\alpha_p\rho_p\left\langle (B_sB_s^T)_{ii}\right\rangle_p \tag{3.58}$$

$$\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_fq_f^2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\frac{1}{2}\left\langle v'_{f,i}v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\right) + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f - \alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + \frac{1}{2}\alpha_f\rho_f\left\langle (B_fB_f^T)_{ii}\right\rangle_f \tag{3.59}$$

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pq_{sp}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}v'_{p,i} + A_{p,i}v'_{s,i} + A_{p\to s,i}v'_{p,i}\right\rangle_p - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_k} \tag{3.60}$$

3.5 Fermetures

3.5.1 Modèles stochastiques : le modèle de Langevin

Le contexte de cette étude est celui d'une modélisation euléro-eulérienne où les phases porteuse et dispersée sont considérées comme des milieux continus. Bien que le point de vue final soit Eulérien, cette démarche passe par l'utilisation de modèles trajectoriels de type Lagrangiens. En effet, pour simuler la trajectoire d'une particule fluide dans un champ turbulent, des modèles stochastique lagrangiens sont particulièrement adaptés. Ces modèles

sont fondés sur l'équation différentielle stochastique de Langevin, initialement proposée pour l'étude du mouvement brownien.

Processus stochastique

Un processus stochastique ou fonction aléatoire est une famille de variables aléatoires, généralement indexées par le temps t. Le caractère aléatoire est modélisé par un terme de bruit blanc dans l'équation qui régit le processus. Cette équation différentielle stochastique peut être dérivée de manière générale sous la forme [82] :

$$\mathrm{d}X(t) = A(X(t), t)dt + B(X(t), t)dW(t) \tag{3.61}$$

où A est le coefficient de dérive et B le coefficient de diffusion. Ces coefficients dépendent généralement de variables indépendantes, t dans ce cas, et la variable aléatoire X(t). Le coefficient de dérive est un terme déterministe qui est corrélé pour des pas de temps successifs. W(t) est un processus de Wiener représentant des fluctuations rapides encore appelé bruit blanc. Il désigne un mouvement brownien au sens d'Itô et respecte les propriétés générales suivantes :

$$\langle dW_i \rangle = 0 \tag{3.62}$$

$$\langle dW_i dW_j \rangle = \delta_{ij} dt \tag{3.63}$$

Ce processus stochastique d'autocorrélation nulle donne à l'équation (3.61) un caractère indéterminé. Ainsi, l'évolution temporelle de X(t) est modélisée par un terme corrélé A, exprimant la propagation de l'information, et un terme décorrélé BdW, représentant la diffusion de l'information dans l'espace des probabilités.
Les solutions de l'équation (3.61) peuvent être déterminées par intégration afin d'établir une relation pour X, mais en raison du caractère aléatoire du processus, les règles de calcul stochastique au sens d'Itô doivent être utilisées.

Le modèle de Langevin

Une approche Lagrangienne de modélisation des écoulements gaz-particules a été développée par Minier et Peirano [52]. Cette méthode consiste notamment à modéliser la vitesse de l'écoulement par un modèle de Langevin. L'équation de Langevin est une équation différentielle stochastique souvent employée pour décrire la dispersion des particules fluides dans un écoulement turbulent. Par analogie avec le mouvement Brownien observé dans les mouvements moléculaires décrits par la théorie cinétique des gaz, l'équation de Langevin modélise le mouvement chaotique d'éléments fluides. L'utilisation de processus stochastiques pour représenter certaines variables permet en effet de reproduire de manière assez fidèle le caractère aléatoire des processus réellement observés dans la nature.
Dans le cadre de cette étude, le mélange gaz-gouttes est décrit par un vecteur d'état à deux particules (3.1) : une particule discrète, caractérisée par une vitesse $\vec{v_p}$ et une vitesse de l'écoulement vu par la particule $\vec{v_s}$, et une particule fluide caractérisée par une vitesse $\vec{v_f}$. La modélisation stochastique avec un modèle de Langevin porte sur les deux vitesses fluides $\vec{v_f}$ et $\vec{v_s}$. Dans ce modèle les équations s'écrivent de manière générale sous la forme [52] :

$$
\begin{aligned}
dx_{p,i} &= v_{p,i}dt \\
dv_{p,i} &= A_{p,i}dt \\
dv_{s,i} &= A_{s,i}(t,\vec{Z})dt + A_{p\to s,i}(t,\vec{Z},<\vec{Z}>)dt + B_{s,ij}(t,\vec{Z})dW_{s,j} \\
dx_{f,i} &= v_{f,i}dt \\
dv_{f,i} &= A_{f,i}(t,\vec{Z})dt + A_{p\to f,i}(t,\vec{Z},<\vec{Z}>)dt + B_{f,ij}(t,\vec{Z})dW_{f,j}
\end{aligned}
\tag{3.64}
$$

La deuxième équation du système (3.64) n'est autre que l'équation du mouvement d'une particule développée dans le § 2.3.2. Le terme d'accélération d'une particule discrète $A_{p,i}$ est alors fermé par la relation (2.14).
Les termes $A_{p\to s,i}(t,\vec{Z},<\vec{Z}>)$ et $A_{p\to f,i}(t,\vec{Z},<\vec{Z}>)$ sont les termes de couplage inverse, ils sont présentés sous forme implicite pour le moment et seront modélisés ultérieurement. Il reste à déterminer des expressions pour les termes à modéliser, c'est à dire $A_{s,i}(t,\vec{Z})$, $B_{s,ij}(t,\vec{Z})dW_{s,j}$, $A_{f,i}(t,\vec{Z})$ et $B_{f,ij}(t,\vec{Z})dW_{f,j}$.

3.5.1.1 Équation de type Langevin sur la vitesse du fluide v_f

L'équation du modèle de Langevin généralisé exprime la variation de vitesse d'une particule fluide pendant le temps dt (Laviéville [42], Oesterlé [59]) :

$$
\begin{aligned}
dv_{f,i} \quad = \quad & \left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right]dt + G_{f,ij}(v_{f,j} - U_{f,j})dt \\
& + A_{p\to f,i}dt + B_{f,ij}\mathrm{d}W_j
\end{aligned}
\tag{3.65}
$$

où $G_{f,ij}$ est le coefficient de dérive ou coefficient de retour à la moyenne et $B_{f,ij}$ le coefficient de diffusion. $W_i(t)$ est le terme correspondant au processus de Wiener (ou bruit blanc).

Terme de diffusion dans l'équation de Langevin

Le tenseur de diffusion $B_{f,ij}$ correspond à la norme du bruit blanc. En turbulence isotrope, ce tenseur $B_{f,ij}$ est simplifié sous la forme sphérique $B_f\delta_{ij}$. Afin de satisfaire à l'hypothèse d'isotropie locale de Kolmogorov, il est lié au taux de dissipation moyen par la relation [42, 52, 59] :

$$B_f = \sqrt{C_0\varepsilon_f} \tag{3.66}$$

Où C_0 est la constante de Kolmogorov. Généralement, $C_0 = 2.1$. ε_f est le taux de dissipation de la turbulence fluide.

Terme de dérive dans l'équation de Langevin

Le terme de dérive traduit un effet de mémoire le long de la trajectoire d'une particule fluide. Le coefficient de dérive $G_{f,ij}$ est déterminé à partir de l'équation de transport des contraintes cinétiques de Reynolds (3.56).

L'accélération d'une particule fluide est modélisée avec l'équation de Langevin (3.65). B_f est donné par la relation (3.66) et $A_{f,i}$ par :

$$A_{f,i} = \left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right] + G_{f,ij}v'_{f,j} + \alpha_f\rho_f g_i \tag{3.67}$$

Remplaçant $A_{f,i}$ et B_f par leurs expressions respectives, (3.67) et (3.66), (3.56) devient :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)+\alpha_f\rho_f\left(\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f G_{f,ik}+\left\langle v'_{f,k}v'_{f,i}\right\rangle_f G_{f,jk}\right)\\ &\quad -\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_k}-\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}\\ &\quad +\alpha_f\rho_f C_0\varepsilon_f\delta_{ij}+\alpha_f\rho_f\Pi_{R_{f,ij}}\end{aligned} \tag{3.68}$$

Où $\Pi_{R_{f,ij}}=\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j}+A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f$.
Pour déterminer la fermeture de $G_{f,ij}$, la démarche consiste à identifier l'équation de transport des contraintes de Reynolds dérivée de l'équation de Langevin à celle classique dérivée de la moyenne des équations de Navier-Stokes. Cette dernière s'écrit [59, 71] :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)\\ &\quad -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}p'_f\right\rangle_f\right)-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,j}p'_f\right\rangle_f\right)\\ &\quad -\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_k}-\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}\\ &\quad +\alpha_f\rho_f\left(\Phi_{f,ij}-\varepsilon_{f,ij}\right)+\alpha_f\rho_f\Pi_{R_{f,ij}}\end{aligned} \tag{3.69}$$

- Le terme des corrélations triples traduit le transport des contraintes de Reynolds par les fluctuations turbulentes de vitesse de la phase continue.
- Les termes de la seconde ligne du membre de droite correspondent à la diffusion turbulente due aux fluctuations turbulentes de pression.
- Les termes de la troisième ligne sont des termes de production résultant du travail des tensions de Reynolds soumises au gradient de vitesse de l'écoulement moyen.
- $\Phi_{f,ij}$ et $\varepsilon_{f,ij}$ désignent respectivement les termes de corrélation pression-déformation et de dissipation.
- $\Pi_{R_{f,ij}}$ est le terme source traduisant le couplage entre la phase dispersée et la phase continue, c'est le terme de couplage inverse.

(3.69) comparée à (3.68) [3] permet d'assurer la compatiblité du modèle de Langevin généralisé, sous réserve que le tenseur de dérive satisfasse la relation suivante :

$$\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f G_{f,ik}+\left\langle v'_{f,k}v'_{f,i}\right\rangle_f G_{f,jk}+C_0\varepsilon_f\delta_{ij}=\Phi_{f,ij}-\varepsilon_{f,ij} \tag{3.70}$$

En supposant $G_{f,ij}$ isotrope et compte tenu de $\Phi_{f,ii}=0$ [4] et $\varepsilon_{f,ij}=\frac{2}{3}\varepsilon_f\delta_{ij}$ (Schiestel [71]), une expression de $G_{f,ij}$ est obtenue par contraction de (3.70) :

$$G_{f,ij}=-\left(\frac{1}{2}+\frac{3C_0}{4}\right)\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\delta_{ij} \tag{3.71}$$

3. En négligeant les termes dus aux fluctuations de pression.

4. $\Phi_{f,ij}=\alpha_f\left\langle p'_f\left(\frac{\partial v'_{f,i}}{\partial x_j}+\frac{\partial v'_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right\rangle$: $\Phi_{f,ii}=\alpha_f 2\left\langle p'_f\mathrm{div}(v'_f)\right\rangle=0$ car l'écoulement est supposé incompressible.

Par analyse dimensionnelle, on montre que $G_{f,ij}$ est inversement proportionnel à un temps.

$$G_{f,ij} = -\frac{1}{\mathcal{T}^f}\delta_{ij} \tag{3.72}$$

Où $\mathcal{T}^f$ est l'échelle de temps intégrale Lagrangienne du fluide. (3.71) donne :

$$\mathcal{T}^f = \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3C_0}{4}\right)\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\right]^{-1} \tag{3.73}$$

3.5.1.2 Équation de type Langevin sur la vitesse du fluide vu v_s

Contrairement au modèle de Langevin précédemment utilisé pour la vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule fluide, le modèle de Langevin pour la vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule discrète est plus difficile à établir. Les principales difficultés résident dans la prise en compte du mouvement relatif moyen entre la phase continue et la phase dispersée. Formellement, l'incrément de vitesse fluide mesuré le long de la trajectoire d'une particule discrète peut s'écrire (Peirano et Leckner [62], Simonin *et al.* [79]) :

$$\begin{aligned} \vec{v_s}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) &= \vec{v_s}(\vec{x}, t) \\ &+ [\vec{v_s}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t) - \vec{v_s}(\vec{x}, t)] \\ &+ \left[\vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) - \vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t)\right] \\ &+ \left[\vec{v_s'}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) - \vec{v_s'}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t)\right] \end{aligned} \tag{3.74}$$

La première contribution $[\vec{v_s}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t) - \vec{v_s}(\vec{x}, t)]$ est l'incrément Lagrangien de la vitesse fluide mesuré le long de la trajectoire d'une *particule fluide* . En effet, cette contribution suit le mouvement d'un élément fluide dont la vitesse est égale à $\vec{v_s}(\vec{x}, t)$ pour atteindre sa position à $t + \delta t$. En utilisant les équations de Navier Stokes, l'incrément Lagrangien de vitesse fluide s'écrit :

$$[v_{s,i}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t) - v_{s,i}(\vec{x}, t)] = \left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right] dt \tag{3.75}$$

La deuxième contribution $\left[\vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) - \vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t)\right]$ est l'incrément Eulérien de vitesse moyenne dû au mouvement relatif entre la particule fluide et la particule discrète. Il sera uniquement développé au premier ordre en δt (Simonin [77]) :

$$\left[\vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) - \vec{U_f}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t)\right] = [v_{p,j} - v_{s,j}]\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}\delta t \tag{3.76}$$

Une formulation plus adéquate consisterait à remplacer le gradient de vitesse moyenne du fluide par celui du fluide vu mais souvent cette distinction n'est pas faite, ce qui revient à négliger les gradients spatiaux de la vitesse de dérive [5] [42]. La dernière contribution $\left[\vec{v_s'}(\vec{x} + \vec{v_p}\delta t, t + \delta t) - \vec{v_s'}(\vec{x} + \vec{v_s}\delta t, t + \delta t)\right]$ est l'incrément Eulérien de la fluctuation de vitesse du fluide vu dû au mouvement relatif entre la particule fluide et la particule discrète. Dans le cas d'un écoulement avec gravité, cette contribution inclut les effets de croisement

5. La notion de vitesse de dérive est développée au § 3.5.2

de trajectoire. Ce terme doit être modélisé et par analogie au cas monophasique un processus de type Langevin est utilisé.

Inspiré des travaux de Pope [65], Simonin [77] propose une équation de Langevin générale pour la vitesse du fluide vu en écoulement dilué :

$$\begin{aligned} dv_{s,i} &= \left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right]dt \\ &\quad + [v_{p,j} - v_{s,j}]\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}dt + G_{s,ij}[v_{s,j} - U_{f,j}]dt + B_{s,ij}dW_{s,j} \end{aligned} \tag{3.77}$$

Pour cette même vitesse du fluide vu, Minier et Peirano [52] proposent une équation de Langevin légèrement différente :

$$\begin{aligned} dv_{s,i} &= -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i}dt + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)dt \\ &\quad + [U_{p,j} - U_{s,j}]\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}dt + G_{s,ij}[v_{s,j} - U_{s,j}]dt + B_{s,ij}dW_{s,j} \end{aligned} \tag{3.78}$$

En fait la différence entre les équations (3.77) et (3.78) est due à l'utilisation d'un modèle de vitesse de dérive (§ 3.5.2) dans l'étude de Simonin.
Comme le remarquent Peirano et Leckner [62], l'équation de Langevin proposée par Simonin [77] n'est valable qu'en écoulement dilué. Pour les écoulements dont la turbulence de la phase porteuse est modifiée par la présence des particules, l'équation doit contenir un terme prenant en compte l'influence des particules sur la vitesse du fluide vu. La forme générale de l'équation de Langevin peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} dv_{s,i} &= \left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right]dt \\ &\quad + [v_{p,j} - v_{s,j}]\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}dt + G_{s,ij}[v_{s,j} - U_{f,j}]dt + B_{s,ij}dW_{s,j} + A_{p\to s,i}dt \end{aligned} \tag{3.79}$$

où $A_{p\to s,i}$ correspond au terme couplage inverse. Pour le moment il reste écrit sous forme implicite et sera modélisé dans un paragraphe ultérieur. Les termes à modéliser sont les tenseurs $G_{s,ij}$ et $B_{s,ij}dW_{s,j}$, qui prennent en compte les effets liés au gradient des fluctuations de pression et aux croisements de trajectoires.

Tenseur de dérive

En s'inspirant du cas monophasique, Haworth et Pope [34] proposent une fermeture isotrope pour le tenseur $G_{s,ij}$:

$$G_{s,ij} = -\frac{1}{\mathcal{T}_s}\delta_{ij} \tag{3.80}$$

Où $\mathcal{T}_s$ est l'échelle de temps Lagrangienne du fluide vu par les particules, qui n'est pas égal en général au temps $\mathcal{T}_f$ et peut contenir des informations liées aux mouvements relatifs fluide-particules.
Simonin *et al.* [79] proposent une extension de ce modèle, qui tient compte de l'anisotropie sur le temps $\mathcal{T}_s$ lié à la chute des particules et suggèrent la relation suivante :

$$\begin{aligned} G_{s,ij} &= -\frac{1}{T^s_{L,\perp}}\delta_{ij} - \left[\frac{1}{\mathcal{T}_{s,\parallel}} - \frac{1}{\mathcal{T}_{s,\perp}}\right]\beta_{ij} \\ \beta_{ij} &= \frac{V_{r,i}}{\|\vec{V_r}\|}\frac{V_{r,j}}{\|\vec{V_r}\|} \end{aligned} \tag{3.81}$$

Les symboles $\perp$ et $\parallel$ indiquent les directions respectivement perpendiculaire et parallèle à la direction de la vitesse relative moyenne. Selon l'approche de Csanady [20], développée sous les hypothèses d'une turbulence de la phase continue isotrope et stationnaire et en négligeant l'inertie des particules, les échelles de décorrélations du fluide vu dans les directions parallèle et perpendiculaires à la vitesse relative s'expriment sous la forme :

$$\begin{aligned} &\mathcal{T}_{s,\parallel} = \mathcal{T}_f\left[1 + C_\beta \xi_r^2\right]^{-1/2} \\ &\mathcal{T}_{s,\perp} = \mathcal{T}_f\left[1 + 4C_\beta \xi_r^2\right]^{-1/2} \\ &C_\beta = 0.45 \\ &\xi_r^2 = \frac{3}{2}\frac{\|\vec{V_r}\|^2}{q_f^2} \end{aligned} \tag{3.82}$$

$\mathcal{T}_f$ est l'échelle de temps intégrale Lagrangienne standard mesurée le long de la trajectoire d'une particule fluide dont l'expression est donnée par la relation (3.73).

Tenseur de diffusion

Pour le terme de bruit blanc $B_{s,ij}dW_{s,j}$, selon Minier et Peirano [52], plusieurs approches peuvent être adoptées en fonction de la complexité de l'écoulement.

- Cas 1 : En turbulence stationnaire isotrope, le modèle proposé est :

$$B_{s,ij} = \sqrt{C_0^{st}\varepsilon_f b_l}\delta_{ij} \tag{3.83}$$

  C_0^{st} est définie par $C_0^{st} = C_0 + \frac{2}{3}$ et $b_l = \frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_{s,l}}$.
- Cas 2 : Pour qualifier la turbulence homogène stationnaire mais cette fois-ci anisotrope, une énergie cinétique turbulente modifiée qui vise à prendre en compte l'anisotropie de la turbulence est introduite :

$$\tilde{q_f^2} = \frac{3}{2}\frac{\sum_{i=1}^3 b_i \left\langle v_{f,i}^2 \right\rangle}{\sum_{i=1}^3 b_i} \tag{3.84}$$

  L'expression de $B_{s,ij}$ devient alors :

$$B_{s,ij} = \sqrt{C_0^{st}\varepsilon_f \frac{\tilde{q_f^2}}{q_f^2} b_l}\delta_{ij} \tag{3.85}$$

- Cas 3 : En turbulence homogène instationnaire, cas qui se rapproche davantage de la réalité, l'expression du terme de diffusion devient :

$$B_{s,ij} = \sqrt{\varepsilon_f\left(C_0 b_l \frac{\tilde{q_f^2}}{q_f^2} + \frac{2}{3}\left(b_l \frac{\tilde{q_f^2}}{q_f^2} - 1\right)\right)}\delta_{ij} \tag{3.86}$$

3.5.2 Vitesse de dérive

3.5.2.1 Définition

Le modèle bi-fluide *classique* ne permet pas d'accéder aux moments faisant intervenir la vitesse du fluide vu par les particules, ce qui limite fortement la description des phénomènes physiques régissant le transport turbulent de particules par une phase continue. C'est pourquoi, différents auteurs [42, 52, 77, 82] ont introduit, de manière explicite, dans leur modèle de turbulence diphasique une deuxième vitesse de la phase fluide continue, la vitesse du fluide vu $\vec{v_s}$, qui est la vitesse de la phase continue le long de la trajectoire d'une particule. Cependant, deux "écoles" se distinguent. Dans leur approche, Minier et Peirano [52] décomposent la vitesse du fluide vu de la façon suivante :

$$v_{s,i} = U_{s,i} + v'_{s,i} \quad avec \quad U_{s,i} = \langle v_{s,i} \rangle_p \quad et \quad \langle v'_{s,i} \rangle_p = 0 \tag{3.87}$$

Néanmoins cette approche suppose de renseigner le champ $U_{s,i}$, à l'aide d'une équation de conservation de la quantité de mouvement. Pour limiter ainsi le nombre d'équations à renseigner, Simonin [77] introduit également la notion de vitesse de fluide vu mais définie différemment :

$$v_{s,i} = U_{f,i} + v'_{s,i} \quad avec \quad U_{f,i} = \langle v_{s,i} \rangle_f \quad et \quad \left| \begin{array}{l} \left\langle v'_{s,i} \right\rangle_f = 0 \\ \left\langle v'_{s,i} \right\rangle_p \neq 0 \end{array} \right. \tag{3.88}$$

C'est alors qu'apparaît naturellement la *vitesse de dérive*, liée à la corrélation non nulle entre les fluctuations de vitesse du fluide vu et la distribution instantanée des particules dispersée. En effet,

$$\langle v_{s,i} \rangle_p \neq \langle v_{s,i} \rangle_f \tag{3.89}$$

D'où,

$$V_{d,i} = \langle v_{s,i} \rangle_p - \langle v_{s,i} \rangle_f = \langle v'_{s,i} \rangle_p \tag{3.90}$$

où $V_{d,i}$ est la vitesse de dérive (ou *drift velocity* en anglais). Cette vitesse est définie comme la moyenne des fluctuations de vitesse du fluide vu par les particules. Elle est liée au mécanisme de dispersion dû au transport des particules par le mouvement fluide turbulent (Deutsch et Simonin [24], Simonin *et al.* [79]).

3.5.2.2 Équation de transport

L'équation de transport de la vitesse de dérive est obtenue à partir de l'équation générale d'Enskog (3.19), dans laquelle on pose $\psi_p = v'_{s,i}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_p \rho_p < v'_{s,i} >_p\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p \rho_p < v_{p,j} v'_{s,i} >_p\right) \quad = \quad & \alpha_p \rho_p \left[\left\langle \frac{\partial v'_{s,i}}{\partial t} \right\rangle_p + \left\langle v_{p,j} \frac{\partial v'_{s,i}}{\partial x_j} \right\rangle_p \right] \\ & + \alpha_p \rho_p \left\langle \frac{\partial v'_{s,i}}{\partial v_{p,j}} A_{p,j} \right\rangle_p + \alpha_p \rho_p \left\langle \frac{\partial v'_{s,i}}{\partial v_{s,j}} A_{s,j} \right\rangle_p \\ & + \alpha_p \rho_p \left\langle \frac{\partial v'_{s,i}}{\partial v_{s,j}} A_{p \to s,j} \right\rangle_p \\ & + \frac{\alpha_p \rho_p}{2} \left\langle (B_s B_s^t)_{jk} \frac{\partial^2 v'_{s,i}}{\partial v_{s,j} \partial v_{s,k}} \right\rangle_p \end{aligned} \tag{3.91}$$

Soit également,

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pV_{d,i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}\right\rangle_p\right) - \alpha_p\rho_p\left[\frac{\partial U_{f,i}}{\partial t} + U_{p,j}\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}\right] + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}\right\rangle_p + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{p\to s,i}\right\rangle_p \tag{3.92}$$

En utilisant l'équation (3.52), (3.92) devient :

$$\begin{aligned}\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pV_{d,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\rho_p < v'_{p,j}v'_{s,i} >_p\right)\\ &\quad -\frac{\alpha_p\rho_p}{\alpha_f\rho_f}\left[-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right) + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{f,i}\right\rangle_f + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{p\to f,i}\right\rangle_f\right]\\ &\quad -\alpha_p\rho_p\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}\left(U_{p,j}-U_{f,j}\right) + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{s,i}\right\rangle_p + \alpha_p\rho_p\left\langle A_{p\to s,i}\right\rangle_p\end{aligned} \tag{3.93}$$

Sous l'hypothèse, $\langle A_{p\to s,i}\rangle_p = \langle A_{p\to f,i}\rangle_f$ (voir § 3.5.3), et en remplaçant $\langle A_{f,i}\rangle_f$ et $\langle A_{s,i}\rangle_p$ par leurs expressions respectives (3.67) et (3.77), l'équation de transport de la vitesse de dérive s'écrit (Oesterlé [59], Simonin [77])[6] :

$$\begin{aligned}\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pV_{d,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\rho_p < v'_{p,j}v'_{s,i} >_p\right) + \frac{\alpha_p\rho_p}{\alpha_f\rho_f}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right)\\ &\quad -\alpha_p\rho_pV_{d,j}\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \alpha_p\rho_pG_{s,ij}V_{d,j}\end{aligned} \tag{3.94}$$

- Les deux premiers termes du membre de droite représentent le transport turbulent de la vitesse de dérive et mettent en évidence le phénomène de turbophorèse, c'est à dire le rôle des gradients des tensions de Reynolds et des covariances fluide-particule.
- Le troisième terme est un terme de production par les gradients moyens de vitesse de la phase continue.
- Le quatrième terme prend en compte les corrélations pression-déformation, la dissipation visqueuse ainsi que les effets de croisements de trajectoires (Laviéville [42]).

3.5.2.3 Modèle

En écoulement incompressible, sous l'hypothèse d'une turbulence homogène stationnaire, Simonin [77] propose un modèle simple pour la vitesse de dérive :

$$V_{d,i} = -D^t_{sp,ij}\left[\frac{1}{\alpha_p}\frac{\partial\alpha_p}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_f}\frac{\partial\alpha_f}{\partial x_j}\right] \tag{3.95}$$

Avec :

$$D^t_{sp,ij} = \mathcal{T}_s\left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}\right\rangle_p \tag{3.96}$$

On propose ici une piste de démonstration de ce modèle.

6. L'équation présentée ici (3.94) n'est pas juste lorsque l'on considère le cas asymptotique où l'inertie tend vers l'infini (Arcen et Tanière [7]).

Piste de démonstration : En écoulement turbulent incompressible homogène stationnaire, (3.94) s'écrit :

$$G_{s,ij}V_{d,j} = \frac{1}{\alpha_p}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p < v'_{p,j}v'_{s,i} >_p\right) - \frac{1}{\alpha_f}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f \left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right)\right] \tag{3.97}$$

$$\begin{aligned} G_{s,ij}V_{d,j} &= \frac{1}{\alpha_p}\left[\alpha_p\frac{\partial}{\partial x_j}\left(< v'_{p,j}v'_{s,i} >_p\right) + < v'_{p,j}v'_{s,i} >_p \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\right)\right] \\ &\quad - \frac{1}{\alpha_f}\left[\alpha_f\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right) + \left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\right)\right] \end{aligned} \tag{3.98}$$

Sous l'hypothèse supplémentaire $\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f \approx \left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}\right\rangle_p$, valable dans le cas de particules peu inertielles, on obtient le modèle proposé par Simonin [77] :

$$G_{s,ij}V_{d,j} = \left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}\right\rangle_p \left[\frac{1}{\alpha_p}\frac{\partial \alpha_p}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_f}\frac{\partial \alpha_f}{\partial x_j}\right] \tag{3.99}$$

Avec l'expression de $G_{s,ij}$ donnée par la relation (3.80),

$$V_{d,i} = -\mathcal{T}_s \left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}\right\rangle_p \left[\frac{1}{\alpha_p}\frac{\partial \alpha_p}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_f}\frac{\partial \alpha_f}{\partial x_j}\right] \tag{3.100}$$

3.5.3 Couplage à deux sens

Forces dues aux particules discrètes

Dans le cadre du régime de couplage à deux sens, les équations de transport de la phase continue contiennent des termes reflétant l'influence des particules discrètes sur la phase fluide. La force exercée par une particule sur le fluide correspond à la force de traînée (Minier et Peirano [52]) :

$$\vec{F}_{p\to f} = -m_p\vec{A}_p^D = -m_p\frac{\vec{v_s} - \vec{v_p}}{\tau_p} \tag{3.101}$$

Un traitement rigoureux de la force de couplage inverse $\vec{F}_{p\to f}$ impliquerait une description pdf multi-point (ou multi-particule) de la phase dispersée, choix qui n'a pas été retenu car il est hors du cadre de cette étude. C'est pourquoi les termes de couplage inverse et les effets des particules discrètes sur les propriétés du fluide sont exprimés directement dans les équations de transport des propriétés des particules fluides avec des modèles stochastiques simples. Étant donné que les vitesses du fluide, $\vec{v}_f$ et $\vec{v}_s$, sont traitées comme deux variables indépendantes, différents modèles doivent être développés. Le cas le plus simple est le modèle pour la vitesse du fluide vu, car les variables intervenant dans l'expression de la force de traînée sont propres à la phase dispersée, $\vec{v}_s$, $\vec{v}_p$ et d_p. Ainsi, l'action des particules sur le fluide vu peut être directement exprimée à l'aide de ces variables. On considère un modèle local, où à la position $\vec{x}_p$, la force due à une particule est donnée par la relation (3.101). La force totale agissant sur l'élément fluide au voisinage de cette

particule discrète est alors la somme de toutes les forces élémentaires, $\vec{F}_{p\to f}$, dues à toutes les particules discrètes environnantes. Ces dernières sont considérées comme ayant le même terme d'accélération $\vec{A}_p^D$, qui multiplié par la masse de particules en $\vec{x}_p$, c'est-à-dire $\alpha_p\rho_p$, et divisé par la masse de fluide, $\alpha_f\rho_f$, donne l'expression de la force massique totale :

$$A_{p\to s,i} = -\frac{\alpha_p\rho_p}{\alpha_f\rho_f}\left[\frac{v_{s,i}-v_{p,i}}{\tau_p}\right] \tag{3.102}$$

La situation est plus compliquée pour les termes de couplage intervenant dans les équations de transport des propriétés de la phase continue. Un modèle local attaché à la position $\vec{x}_f$ ne pas être formulé directement en termes de variables instantanées intrinsèques à l'élément discret situé en $\vec{x}_p$. Dans l'équation 3.64, le terme $\vec{A}_{p\to f,i}$ est considéré, au temps t et pour une particule fluide située en $\vec{x}_f = \vec{x}$, comme un terme aléatoire donné par :

$$\vec{A}_{p\to f} = \begin{cases} 0 & \text{avec une probabilité} \quad 1-\alpha_p(t,\vec{x}_f) \\ \vec{\Pi}_f & \text{avec une probabilité} \quad \alpha_p(t,\vec{x}_f) \end{cases} \tag{3.103}$$

Où $\vec{\Pi}_f$ est une variable aléatoire Eulérienne construite à partir des particules discrètes situées en $\vec{x}_p = \vec{x}$:

$$\Pi_{f,i} \equiv \frac{\rho_p}{\rho_f}\frac{v_{p,i}-v_{s,i}}{\tau_p} \tag{3.104}$$

Ce terme aléatoire représente les forces de couplage inverse dues aux particules discrètes, et est non nul quand un élément fluide est situé dans le voisinage proche d'une particule discrète. Minier et Peirano [52] montrent alors que :

$$A_{p\to f,i} = -\frac{\alpha_p}{\alpha_f}\frac{\rho_p}{\rho_f}\frac{v_{s,i}-v_{p,i}}{\tau_p} \tag{3.105}$$

La force massique $\vec{A}_{p\to f}$ est conditionnée par la présence d'une particule fluide à la position $\vec{x}$ et sa probabilité d'être non nulle est donnée par $\alpha_p(t,\vec{x})$. Ceci explique le rapport $\frac{\alpha_p}{\alpha_f}$ dans l'expression (3.105).

Finalement, les forces dues aux particules discrètes, $\vec{A}_{p\to s,i}$ et $\vec{A}_{p\to f,i}$, sont identiques :

$$\vec{A}_{p\to s,i} \quad = \quad \vec{A}_{p\to f,i} \tag{3.106}$$

Termes de couplage inverse

Les différents termes de couplage inverse interviennent dans les équations de bilan de transport de la quantité de mouvement, des énergies cinétiques et des moments du second ordre. Ils s'écrivent :

- $< A_{p\to f,i} >_f$ dans l'équation de quantité de mouvement du gaz (3.52).
- $< A_{p\to s,i} >_p$ dans l'équation de transport de la vitesse du fluide vu (3.51).
- $\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f$ dans l'équation de transport des contraintes cinétiques de Reynolds (3.56).
- $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,j} + A_{p\to s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p$ dans l'équation de transport des contraintes cinétiques turbulentes du fluide vu (3.54).
- $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p$ dans l'équation de transport des corrélations de vitesse fluide-particules (3.55).

- $\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$ dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue (3.59).
- $\left\langle A_{p\to s,i} v'_{s,i} \right\rangle_p$ dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du fluide vu (3.58).
- $\left\langle A_{p\to s,i} v'_{p,i} \right\rangle_p$ dans l'équation de transport de la covariance scalaire fluide-particules (3.60).

Hypothèses : *Il est supposé qu'il n'existe pas de biais statistique différenciant les tensions de Reynolds du fluide et les corrélations des vitesses fluctuantes du fluide vu par les particules :*

$$\left\langle v'_{f,i} v'_{f,j} \right\rangle_f \cong \left\langle v'_{s,i} v'_{s,j} \right\rangle_p \tag{3.107}$$

Ainsi, les énergies cinétiques turbulentes du fluide et du fluide vu sont égales :

$$\left\langle v'^2_{s,i} \right\rangle_p \cong \left\langle v'^2_{f,i} \right\rangle_f \to q_s^2 \cong q_f^2 \tag{3.108}$$

Il en découle que les termes de couplage relatifs à la vitesse fluide sont supposés identiques à ceux relatifs à la vitesse du fluide vu :

$$< A_{p\to f,i} >_f \cong < A_{p\to s,i} >_p \tag{3.109}$$

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,j} + A_{p\to f,j} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong \left\langle A_{p\to s,i} v'_{s,j} + A_{p\to s,j} v'_{s,i} \right\rangle_p \tag{3.110}$$

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong \left\langle A_{p\to s,i} v'_{s,i} \right\rangle_p \tag{3.111}$$

Sous ces hypothèses, et en posant $\chi = \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_f \rho_f}$, les calculs des différents termes de couplage inverse donnent [7] :

$$< A_{p\to f,i} >_f \cong -\chi \left[\frac{\vec{U}_{f,i} + \vec{V}_{d,i} - \vec{U}_{p,i}}{\tau_p} \right] \tag{3.112a}$$

$$\begin{aligned} \left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,j} + A_{p\to f,j} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong & -\chi \frac{1}{\tau_p} [V_{d,j}(U_{f,i} - U_{p,i}) + \left\langle v'_{f,i} v'_{f,j} \right\rangle_f - \left\langle v'_{p,i} v'_{f,j} \right\rangle_p \\ & + V_{d,i}(U_{f,j} - U_{p,j}) + \left\langle v'_{f,j} v'_{f,i} \right\rangle_f - \left\langle v'_{p,j} v'_{f,i} \right\rangle_p] \end{aligned} \tag{3.112b}$$

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong -\chi \frac{1}{\tau_p} [V_{d,i}(U_{f,i} - U_{p,i}) + 2q_f^2 - q_{fp}] \tag{3.112c}$$

$$\left\langle A_{p\to s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \cong -\chi \frac{1}{\tau_p} [\left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p - \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p] \tag{3.112d}$$

$$\left\langle A_{p\to s,i} v'_{p,i} \right\rangle_p \cong -\chi \frac{1}{\tau_p} [q_{sp} - 2q_p^2] \tag{3.112e}$$

7. Les calculs détaillés des différents termes sont présentés dans l'Annexe A.

3.5.4 Fermetures des équations de la phase continue

Avec les fermetures (3.67) et (3.112a), le bilan de quantité de mouvement de la phase continue (3.52) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f U_{f,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right)+\alpha_f\rho_f\left[-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P_f}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu_f\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j}+\frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i}\right)\right)\right]\\ &\quad -\alpha_p\rho_p\left[\frac{\vec{U}_{f,i}+\vec{V}_{d,i}-\vec{U}_{p,i}}{\tau_p}+\right]+\alpha_f\rho_f g_i \end{aligned} \tag{3.113}$$

Afin de fermer cette équation de bilan de quantité de mouvement de la phase continue, les tensions de Reynolds doivent être modélisées. Deux approches classiques sont retenues : la première liée au concept de viscosité turbulente (modèle $k_f-\varepsilon_f$ ou $q_f^2-\varepsilon_f$) et la seconde qui consiste à fermer les équations de transport des tensions de Reynolds (modèle $R_{ij}^f-\varepsilon_f$).

3.5.4.1 Modèle $q_f^2-\varepsilon_f$ standard

Les modèles $q_f^2-\varepsilon_f$ se limitent aux équations de transport de l'énergie cinétique et de son taux de dissipation. Pour rappel, l'équation de transport de l'énergie cinétique de la phase porteuse, dérivée de l'équation de Langevin (3.59), avec les fermetures (3.67), (3.66) et (3.105) s'écrit :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f q_f^2}{\mathrm{d}t} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)+\alpha_f\rho_f G_{f,ik}\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\\ &\quad -\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}+\frac{3}{2}\alpha_f\rho_f C_0\varepsilon_f-\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[V_{d,i}(U_{f,i}-U_{p,i})+2q_f^2-q_{fp}]\end{aligned} \tag{3.114}$$

En remplaçant $G_{f,ik}$ par son expression (3.71), (3.114) devient :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}q_f^2}{\mathrm{d}t} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)-\alpha_f\rho_f\varepsilon_f\\ &\quad -\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}-\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[V_{d,i}(U_{f,i}-U_{p,i})+2q_f^2-q_{fp}]\end{aligned} \tag{3.115}$$

Le concept de viscosité turbulente, introduit par Boussinesq, consiste à relier les tensions de Reynolds au tenseur des contraintes par la relation :

$$\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f=-\nu_f^t\left[\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}+\frac{\partial U_{f,k}}{\partial x_i}\right]+\frac{2}{3}\delta_{ik}\left[q_f^2+\nu_f^t\frac{\partial U_{f,m}}{\partial x_m}\right] \tag{3.116}$$

Où la viscosité turbulente ν_f^t ne dépend pas de la nature du fluide considéré mais de l'écoulement turbulent et est estimée par (Oesterlé [59]) :

$$\nu_f^t=C_\mu\frac{(q_f^2)^2}{\varepsilon_f} \tag{3.117}$$

Le terme de diffusion turbulente se modélise également en utilisant le concept de viscosité turbulente (Peirano et Leckner [62]) :

$$\left\langle \frac{v'_{f,i}v'_{f,i}}{2} v'_{f,k} \right\rangle_f = -\left(\nu_f + \frac{\nu_f^t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial q_f^2}{\partial x_k} \tag{3.118}$$

Quant à l'équation de transport du taux de dissipation ε_f, elle s'écrit classiquement [62] :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f\varepsilon_f}{\mathrm{d}t} &= \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left(\nu_f + \frac{\nu_f^t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon_f}{\partial x_k}\right)\\ &\quad - \frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\left[C_{\varepsilon1}\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + C_{\varepsilon2}\alpha_f\rho_f\varepsilon_f\right] + \Pi_{\varepsilon_f}\end{aligned} \tag{3.119}$$

Où Π_{ε_f} est le terme dû au couplage inverse. Il est généralement fermé par la relation [59] :

$$\Pi_{\varepsilon_f} = C_{\varepsilon3}\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f \tag{3.120}$$

$$\Pi_{\varepsilon_f} = -C_{\varepsilon3}\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\frac{\chi}{\tau_p}[V_{d,i}(U_{f,i} - U_{p,i}) + 2q_f^2 - q_{fp}] \tag{3.121}$$

Les valeurs des constantes du modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$ de la phase continue sont données dans le tableau (3.1).

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon1}$	$C_{\varepsilon2}$	$C_{\varepsilon3}$
0.09	1	1.3	1.44	1.92	1.2

Table 3.1 – Valeurs de constantes du modèle de turbulence $q_f^2 - \varepsilon_f$

3.5.4.2 Modèle au second ordre $R_{f,ij} - \varepsilon_f$

Dans ce modèle, plutôt que de relier les tensions de Reynolds $R_{f,ij} \hat{=} \left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f$ au tenseur de déformation à l'aide d'une viscosité turbulente, l'équation de transport exacte des tensions de Reynolds est considérée. Cette dernière, dérivée du modèle de Langevin s'écrit (éq. 3.68) :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\right) + \alpha_f\rho_f\left(\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f G_{f,ik} + \left\langle v'_{f,k}v'_{f,i}\right\rangle_f G_{f,jk}\right)\\ &\quad - \alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_k} - \alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}\\ &\quad + \alpha_f\rho_f C_0\varepsilon_f\delta_{ij} + \alpha_f\rho_f\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f\end{aligned} \tag{3.122}$$

Avec $\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f$ donné par la relation (3.112b).
Le terme des corrélations triples est modélisé par une approximation de type Boussinesq

[62] :

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}v'_{f,k}\right\rangle_f\right) = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f K^t_{f,kn}\frac{\partial\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f}{\partial x_n}\right) \tag{3.123}$$

Où $K^t_{f,kn}$ est le tenseur de diffusivité turbulente du fluide,

$$K^t_{f,kn} = C_s\frac{q_f^2}{\varepsilon_f}\left\langle v'_{f,k}v'_{f,n}\right\rangle_f \tag{3.124}$$

avec $C_s = 0.22$.

L'équation de transport de ε_f est similaire à celle du modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$ (3.119), sauf le terme de diffusion qui est écrit avec une relation de fermeture de type Daly et Harlow [21] :

$$\begin{aligned}\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}\varepsilon_f}{\mathrm{d}t} &= \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_f\rho_f C_\varepsilon\frac{q_f^2}{\varepsilon_f}\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\frac{\partial\varepsilon_f}{\partial x_j}\right)\\ &\quad -\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\left[C_{\varepsilon1}\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + C_{\varepsilon2}\alpha_f\rho_f\varepsilon_f\right] + \Pi_{\varepsilon_f}\end{aligned} \tag{3.125}$$

Avec $C_\varepsilon = 0.18$ et

$$\Pi_{\varepsilon_f} = C_{\varepsilon3}\frac{\varepsilon_f}{q_f^2}\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f \tag{3.126}$$

3.5.5 Fermetures des équations de la phase dispersée

L'accélération d'une particule discrète, sous l'hypothèse d'une masse $m_p = \rho_p\mathcal{V}_p$ constante, est donnée par :

$$\vec{A}_p = \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{g} + \frac{1}{m_p}\oint_{S_p}\bar{\bar{\sigma}}_f\cdot\vec{n}_p dS \tag{3.127}$$

Le second terme du membre de droite correspond aux forces exercées par la phase continue. Le tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}_f$ se décompose de la façon suivante (Maxey et Riley [50], Gatignol [32]) :

$$\bar{\bar{\sigma}}_f = \bar{\bar{\sigma}}_f^0 + \bar{\bar{\sigma}}_f^1 \tag{3.128}$$

Où $\bar{\bar{\sigma}}_f^0$ et $\bar{\bar{\sigma}}_f^1$ représentent respectivement la partie du tenseur non perturbée et perturbée par la présence de la particule discrète. Avec cette décomposition, (3.127) devient :

$$\vec{A}_p = \vec{g} + \frac{1}{m_p}\oint_{S_p}\bar{\bar{\sigma}}_f^0\cdot\vec{n}_p dS + \frac{1}{m_p}\oint_{S_p}\bar{\bar{\sigma}}_f^1\cdot\vec{n}_p dS \tag{3.129}$$

Sous l'hypothèse que le champ non perturbé $\bar{\bar{\sigma}}_f^0$ varie lentement à l'échelle de la particule, on écrit :

$$\frac{1}{m_p}\oint_{S_p}\bar{\bar{\sigma}}_f^0\cdot\vec{n}_p dS = \frac{1}{m_p}\int_{\mathcal{V}_p}\nabla\cdot\bar{\bar{\sigma}}_f^0 d\mathcal{V} \tag{3.130}$$

$$\approx \frac{1}{m_p}\nabla\cdot\bar{\bar{\sigma}}_{f|_{\vec{x}_p}} * \mathcal{V}_p \tag{3.131}$$

$$\approx \frac{1}{\rho_p}\left(-\nabla P_f + \nabla\cdot\bar{\bar{\tau}}_f\right) \tag{3.132}$$

$\bar{\bar{\tau}}_f$ est le tenseur des contraintes visqueuses de la phase continue défini par :

$$\bar{\bar{\tau}}_{f,ij} = \mu_f \left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i} \right). \tag{3.133}$$

Dans le cas d'un écoulement dilué avec des particules denses, la composante liée aux perturbations induites par la présence de la particule correspond à la force de traînée :

$$\frac{1}{m_p} \oint_{S_p} \bar{\bar{\sigma}}_f^1 \cdot \vec{n}_p dS = \frac{v_{s,i} - v_{p,i}}{\tau_p} \tag{3.134}$$

Ainsi, le terme d'accélération d'une particule discrète est donné par :

$$A_{p,i} = \frac{v_{s,i} - v_{p,i}}{\tau_p} + g_i + \frac{1}{\rho_p} \left(-\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j} \right) \tag{3.135}$$

D'où, avec l'introduction de la vitesse de dérive,

$$\begin{aligned} \langle A_{p,i} \rangle_p &= \left\langle \frac{v_{s,i} - v_{p,i}}{\tau_p} + g_i + \frac{1}{\rho_p} \left(-\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j} \right) \right\rangle_p & (3.136) \\ &= \frac{U_{f,i} + V_{d,i} - U_{p,i}}{\tau_p} + g_i + \frac{1}{\rho_p} \left(-\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j} \right) & (3.137) \end{aligned}$$

Le bilan de quantité de mouvement de la phase dispersée (3.50) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p U_{p,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p \right) + \alpha_p \rho_p \left[\frac{U_{f,i} + V_{d,i} - U_{p,i}}{\tau_p} \right] \\ &\quad + \alpha_p \left(-\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j} \right) + \alpha_p \rho_p g_i \end{aligned} \tag{3.138}$$

De la même façon que pour la phase continue, les contraintes cinétiques de la phase dispersée peuvent être modélisées selon plusieurs approches.

3.5.5.1 Modèles au second ordre $R_{p,ij} - R_{sp,ij}$

En négligeant les phénomènes de collisions inter-particules, et en substituant l'équation (3.135) dans l'équation (3.53), l'équation de transport des contraintes cinétiques s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) - \alpha_p \rho_p \frac{2}{\tau_p} \left[\left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p - R_{sp,ij} \right] \\ &\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \end{aligned} \tag{3.139}$$

Où $R_{sp,ij}$ est la partie symétrique du tenseur des corrélations entre les vitesses du fluide vu et des particules :

$$R_{sp,ij} = \frac{1}{2} \left[\left\langle v'_{p,j} v'_{s,i} \right\rangle_p + \left\langle v'_{p,i} v'_{s,j} \right\rangle_p \right] \tag{3.140}$$

- Le premier terme du membre de droite représente le transport des contraintes cinétiques par les fluctuations turbulentes de vitesse et peut être modélisé en utilisant une approche de type gradient. A partir de l'équation aux moments du troisième ordre, décrite dans le cadre de l'approche de Grad (1949) pour les écoulements dilués, en

négligeant le transport par convection et les effets de gradients de vitesse moyenne, et en utilisant une approximation de Boussinesq pour les corrélations triples fluide-particule-fluide ainsi qu'une approximation quasi-Gaussienne pour les corrélations quadruples de vitesses (Wang *et al.* [89]), une forme approchée de la corrélation triple est obtenue :

$$\left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \cong -K^t_{p,km} \frac{\partial \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\partial x_m} \tag{3.141}$$

Où le tenseur diffusif $K^t_{p,km}$ est exprimé sous la forme (Wang *et al.* [89]) :

$$K^t_{p,ij} = \frac{5}{9} \tau_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p + \beta_1 C'_s \mathcal{T}_s \frac{\left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p + \left\langle v'_{p,i} v'_{s,j} \right\rangle_p}{2} \tag{3.142}$$

$\mathcal{T}_s$ est l'échelle de temps caractéristique du fluide vu, définie par la relation (3.82). Généralement, cette échelle de temps prend en compte les effets de croisements de trajectoire. Cependant, en se basant sur des résultats pour des particules non inertielles, Wang *et al.* [89] modélisent $\mathcal{T}_s$ de la façon suivante :

$$\mathcal{T}_s = \frac{1}{\beta_1} \frac{q_f^2}{\varepsilon_f} \tag{3.143}$$

Où $\beta_1 = 2.05$, résultat issu de modèles en écoulements monophasiques (Haworth et Pope [34]).
La constante C'_s est déterminée selon un modèle de turbulence monophasique, $C'_s = 0.25$ (Simonin [77]) ; $C'_s = 0.22$ (Daly et Harlow [21]).

- Le deuxième terme représente l'interaction de la phase dispersée avec la phase continue turbulente et tend à la création où à la destruction de variances de vitesses particulaires en fonction de la valeur du tenseur symétrique des corrélations entre les vitesses du fluide vu et des particules $R_{sp,ij}$.
- Les deux derniers termes sont des termes de production par les gradients de vitesse moyenne et ne nécessitent pas de modélisation.

L'équation de transport des corrélations de vitesse fluide-particule est obtenue à partir de l'équation (3.55) combinée avec l'équation de Langevin (3.78) et l'équation de l'accélération d'une particule (3.135) :

$$\begin{aligned}
\alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) \\
&\quad + \alpha_p \rho_p \left(G_{s,ik} \left\langle v'_{s,k} v'_{p,j} \right\rangle_p + \frac{1}{\tau_p} \left(\left\langle v'_{s,j} v'_{s,i} \right\rangle_p - \left\langle v'_{p,j} v'_{s,i} \right\rangle_p \right) \right) \\
&\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{s,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p \left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{d,i}}{\partial x_k} \right) \\
&\quad - \chi \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} [\left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} \right\rangle_p - \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p]
\end{aligned} \tag{3.144}$$

- Le premier terme du membre de droite représente le transport de la covariance fluide-particule par les fluctuations de vitesse des particules. Les corrélations triples fluide-particule-particule peuvent être modélisées par (Wang *et al.* [89]) :

$$\begin{aligned} \left\langle v'_{s,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \right\rangle_p &= -K^t_{sp,km} \frac{\partial \left\langle v'_{p,i} v'_{p,j} \right\rangle_p}{\partial x_m} \\ K^t_{sp,ij} &= \beta_1 C'_s \mathcal{T}_s R_{sp,ij} \end{aligned} \tag{3.145}$$

- Le terme $G_{s,ik} \left\langle v'_{s,k} v'_{p,j} \right\rangle_p$ prend en compte les corrélations pression-déformation, la dissipation visqueuse et les effets de croisement de trajectoire.
- Le terme $\frac{1}{\tau_p} \left(\left\langle v'_{s,j} v'_{s,i} \right\rangle_p - \left\langle v'_{p,j} v'_{s,i} \right\rangle_p \right)$ correspond au taux de production dû aux interactions des particules avec la phase continue turbulente.
- Les termes de la troisième ligne représentent la production à la fois par les gradients moyens de vitesse de la phase dispersée, de la phase continue et de la vitesse de dérive.
- Enfin le dernier terme est celui de couplage inverse.

3.5.5.2 Modèles à deux équations $q_p^2 - q_{sp}$

L'équation de transport de l'énergie cinétique de la phase discrète $q_p^2 = \frac{1}{2} \left\langle v'_{p,i} v'_{p,i} \right\rangle_p$ est obtenue à partir de l'équation (3.139) avec $i = j$ et en divisant par deux :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \frac{\mathrm{d}_p q_p^2}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_p \rho_p \frac{1}{2} \left\langle v'_{p,i} v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \right) - \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} \left(2q_p^2 - q_{sp} \right) \\ &\quad - \alpha_p \rho_p \left\langle v'_{p,i} v'_{p,k} \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} \end{aligned} \tag{3.146}$$

- Le terme des corrélations triples est modélisé par une approche de type gradient (Oesterlé [59]) :

$$\left\langle \frac{v'_{p,i} v'_{p,i}}{2} v'_{p,k} \right\rangle_p \cong -K^t_p \frac{\partial q_p^2}{\partial x_k} \tag{3.147}$$

L'expression du coefficient de diffusion K_p est déduite de l'expression de $K^t_{p,ij}$ (3.142), $K^t_{p,ij} = K^t_p \delta_{ij}$ (Oesterlé [59]) :

$$K^t_p = \frac{5}{9} \tau_p \frac{2}{3} q_p^2 + \beta_1 C'_s \mathcal{T}_s \frac{1}{3} q_{sp} \tag{3.148}$$

- Le terme $\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} \left(2q_p^2 - q_{sp} \right)$ correspond au terme de couplage diphasique.
- Les contraintes cinétiques sont estimées à l'aide de la relation (3.152).

L'équation de transport de la covariance scalaire fluide-particule est déterminée à partir de l'équation (3.144), en faisant $i = j$:

$$\begin{aligned}\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p q_{sp}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right) + \alpha_p\rho_p\left(G_s\ q_{sp} + \frac{1}{\tau_p}(2q_s^2 - q_{sp})\right)\\ &\quad - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{s,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{d,i}}{\partial x_k}\right)\\ &\quad - \chi\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[q_{sp} - 2q_p^2]\end{aligned} \tag{3.149}$$

- Le premier terme du membre de droite peut être modélisé par (Peirano et Leckner [62]) :

$$\left\langle v'_{s,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p = -\frac{\nu_{sp}}{\sigma_q}\frac{\partial q_{sp}}{\partial x_k} \tag{3.150}$$

  Où $\sigma_q = 1$.

- Le second terme $G_s\ q_{sp}$ correspond à l'énergie cinétique dissipée :

$$\varepsilon_{sp} = G_s\ q_{sp} = -\frac{q_{sp}}{\mathcal{T}_s} \tag{3.151}$$

  Il est difficile de prendre en compte ici les effets de croisement de trajectoire puisque ceux-ci se traduiraient par une distinction entre les échelles intégrales du fluide vu dans les directions orthogonale et parallèle à la vitesse moyenne relative (voir éq. (3.82)). D'après Oesterlé [59], il semble plus judicieux d'utiliser l'échelle de temps $\mathcal{T}_{s,\perp}$.
- Les termes $\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}(2q_s^2 - q_{sp})$ et $\chi\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[q_{sp} - 2q_p^2]$ correspondent aux termes de couplage entre phases.
- Le tenseur des corrélations de vitesse fluide-particule est donné par la relation (3.153).

3.5.5.3 Modèles algébriques

Approximation de type Boussinesq

D'après les travaux de Simonin [77], par analogie avec la modélisation du tenseur des contraintes de Reynolds (3.116), le tenseur des contraintes cinétiques de la phase dispersée ainsi que le tenseur des corrélations fluide-particule peuvent être modélisés à l'aide d'une viscosité turbulente déduite de la théorie de la dispersion en approximation isotrope :

$$\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}\right\rangle_p = -\nu_p^t\left[\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i}\right] + \frac{2}{3}\delta_{ij}\left[q_p^2 + \nu_p^t\frac{\partial U_{p,m}}{\partial x_m}\right] \tag{3.152}$$

$$\left\langle v'_{s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p = -\nu_{sp}^t\left[\frac{\partial U_{s,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i}\right] + \frac{1}{3}\delta_{ij}\left[q_{sp} + \nu_{sp}^t\left(\frac{\partial U_{p,m}}{\partial x_m} + \frac{\partial U_{s,m}}{\partial x_m}\right)\right] \tag{3.153}$$

Avec :

$$\nu_{sp}^t = \frac{1}{3}q_{sp}T_L^s \tag{3.154}$$

$$\nu_p^t = \left[\nu_{sp}^t + \frac{1}{2}\tau_p\frac{2}{3}q_p^2\right] \tag{3.155}$$

Théorie de Tchen

Tchen [84] fut l'un des premiers à étudier la dispersion de particules dans un écoulement turbulent. Il a montré qu'il était possible d'exprimer l'intensité turbulente, le coefficient de dispersion et la fonction de corrélation de Lagrange pour les particules en fonction du coefficient de corrélation de Lagrange du fluide. En imposant la forme de cette fonction, Tchen [84] a obtenu une expression analytique pour décrire les caractéristiques du mouvement des particules. Pour obtenir cette expression, l'auteur a fait les hypothèses suivantes :

1. La turbulence est stationnaire et homogène.
2. Les particules sont sphériques et suivent la loi de Stokes ($Re_p \ll 1$).
3. Les particules sont petites, comparées à la plus petite échelle de longueur du mouvement du fluide (échelle de Kolmogorov).
4. Tout au long de leur trajectoire, les particules suivent la même particule fluide.

Cette dernière hypothèse est la plus restrictive et la plus discutable en raison des phénomènes de croisement de trajectoires. (Hinze [35], Deutsch et Simonin [24]). Cette hypothèse de non glissement relatif est vérifiée à la condition d'une très faible vitesse relative fluide-particule (de l'ordre de η_K/τ_K d'après Hinze [35]).
En turbulence homogène stationnaire, la relation de Tchen-Hinze (Tchen [84], Hinze [35]) permet, pour des particules denses ($\rho_p \gg \rho_f$), sous les hypothèses pré-citées, de relier l'énergie d'agitation des particules q_p^2 à l'énergie cinétique turbulente de la phase continue q_f^2. Ce modèle peut être directement dérivé du modèle $q_p^2 - q_{sp}$ en supposant l'équilibre local, où seuls les termes puits et les termes de couplage des équations (3.146) et (3.149) sont conservés :

$$\begin{cases} 2q_p^2 - q_{sp} = 0 \\ -\frac{q_{sp}}{\mathcal{T}_s} + \frac{1}{\tau_p}(2q_s^2 - q_{sp}) = 0 \end{cases} \tag{3.156}$$

Ce qui donne :

$$2q_p^2 = q_{sp} = 2q_s^2 \frac{\mathcal{T}_s}{\mathcal{T}_s + \tau_p} \tag{3.157}$$

$\mathcal{T}_s$ est le temps caractéristique du fluide vu et permet de prendre en compte les phénomènes de croisement de trajectoire. C'est pourquoi, l'expression obtenue (3.157) est en fait une extension du modèle de Tchen. Avec l'hypothèse (3.108), permettant d'écrire $q_s^2 \cong q_f^2$ et $q_{sp} \cong q_{fp}$, et en remplaçant $\mathcal{T}_s$ par $\mathcal{T}_f$, le modèle classique de Tchen est retrouvé :

$$2q_p^2 = q_{fp} = 2q_f^2 \frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f + \tau_p} \tag{3.158}$$

(3.158) peut se réécrire en faisant apparaître le nombre de Stokes, $St = \frac{\tau_p}{\mathcal{T}_f}$:

$$2q_p^2 = q_{fp} = 2q_f^2 \frac{1}{1 + St} \tag{3.159}$$

D'après le § 2.4.4.1, $St \gg 1$ correspond à des particules très inertielles, dont la trajectoire est balistique. Dans ce cas, $St \gg 1$, le modèle de Tchen donne $q_p^2 \sim 0$, ce qui est cohérent avec un comportement de type balistique. A l'inverse, pour $St \ll 1$, les particules discrètes s'apparentent à des traceurs. Le modèle de Tchen donne $q_p^2 \sim q_f^2$, signifiant que les particules discrètes suivent les fluctuations turbulentes de la phase, cela correspond bien à des traceurs.

Chapitre 4

Étude des écoulements gaz-gouttes avec dépôt de gouttes en parois

Ce chapitre présente la démarche et les différents outils de l'étude.

4.1 Une analyse multi-échelles

Les outils de simulation de thermohydraulique accidentelle des réacteurs à eau tels que CATHARE, doivent modéliser tous les régimes d'écoulement diphasique eau-vapeur, en particulier ceux où des gouttes sont arrachées et entrainées par la vapeur. Les outils industriels actuels (tel que CATHARE-2V2.5) décrivent les écoulements diphasiques par un modèle bi-fluide en 1D ou 3D homogénéisé pour les milieux poreux (cœur de réacteur). L'amélioration de ces outils passe notamment par le développement d'un modèle multi-champs qui traite séparément les gouttes et le liquide continu. Un tel modèle permet de mieux traiter les régimes d'écoulement où gouttes et liquide continu ont des comportements très différents ce qui est le cas dans plusieurs transitoires accidentels (accident de perte de réfrigérant primaire (APRP)). Ce nouveau modèle doit disposer de lois de fermeture adaptées pour être capable d'améliorer les prédictions d'écoulements diphasiques notamment en ce qui concerne l'arrachement et le dépôt de gouttes dans le cœur, le plénum supérieur et la branche chaude pendant la phase de renoyage (Emonot *et al.* [27]).
Dans le cadre du développement d'un modèle multi-champs dans le code CATHARE-3, l'objectif de cette étude est de contribuer au développement de lois de fermeture pour le dépôt de gouttes en écoulement horizontal. Pour cela une analyse multi-échelles est envisagée, avec une première étude à l'échelle 3D locale, utilisée par la suite afin de développer un modèle 1D à l'échelle système. En effet, la stratégie principale consiste à développer un modèle de dépôt local, de l'implanter dans un outil de simulation numérique, de valider cet outil en utilisant des mesures expérimentales locales puis de l'utiliser afin de construire un modèle de dépôt 1D. Le choix de l'outil d'accueil du modèle 3D s'est porté sur le code de simulation numérique NEPTUNE_CFD. Les modèles physiques et les lois de fermetures de ce code poly-phasique ont notamment été validés pour les écoulements gaz-particules (Simonin [78]) et les écoulements gaz-gouttes (sprays) dans le cadre de la

problématique des accidents graves (Foissac [30]). La validation du modèle développé dans NEPTUNE_CFD est effectuée par comparaison des résultats numériques aux données de l'expérience de dépôt de gouttes en canal horizontal réalisée par Namie et Ueda [56]. En ce qui concerne le modèle unidimensionnel, implanté dans le code CATHARE-3, ce sont les données expérimentales de l'installation REGARD du CEA Grenoble qui sont utilisées pour la validation.

4.2 Les outils de simulation numérique

Co-financé par EDF, le CEA, l'IRSN et AREVA-NP, le projet NEPTUNE, lancé en 2001, a pour principal objectif de développer la nouvelle génération d'outils de simulation en thermohydraulique nucléaire diphasique (eau liquide/vapeur), capables de fonctionner aux différentes échelles (échelle locale, échelle du composant et échelle du système). La plate-forme NEPTUNE doit permettre à terme de coupler les différentes échelles entre elles, en particulier pour réaliser des zooms sur les zones les plus critiques. C'est dans le cadre de ce projet que sont développés la version 3 du code système CATHARE et, à l'échelle CFD, le code NEPTUNE_CFD.

4.2.1 Le code CATHARE

4.2.1.1 Présentation

CATHARE, Code Avancé de ThermoHydraulique pour les Accidents de Réacteurs à Eau, est un code système de thermohydraulique diphasique utilisé pour les analyses de sûreté des réacteurs à eau sous pression, d'études de gestion d'accidents, de définition de procédures opérationnelles et de recherche et développement. Le code CATHARE dispose d'une structure modulaire en plusieurs dimensions : 0D, 1D ou 3D. Il permet de représenter tous les types de réacteurs (réacteurs à eau sous pression (REP), RBMK, VVER...), diverses boucles systèmes et de nombreuses expériences analytiques. Il contient aussi un module capable de simuler le comportement de l'enceinte d'un réacteur nucléaire en cas d'une brèche dans le circuit primaire ou secondaire. La version actuelle du code (CATHARE-2 V2.5) est fondée sur un modèle bi-fluide avec 6 équations (équations de conservation de masse, d'énergie et de quantité de mouvement pour chacune des phases). La méthode numérique dans le code est implicite en 0D et 1D, et semi-implicite en 3D. Cette méthode, robuste et efficace, permet d'obtenir un bon compromis entre précision et coût du calcul. La validation des versions successives du code repose sur deux étapes : une qualification sur des expériences à effet séparé puis une vérification du comportement global du code sur des expériences systèmes.

4.2.1.2 Évolutions

Une des limitations du modèle bi-fluide à 6 équations est l'utilisation d'une carte de régimes d'écoulements fondée sur un simple critère algébrique local qui ne tient pas compte de la dynamique des transitions. Aussi, quand une phase existe sous forme de deux champs séparés, par exemple liquide continu et gouttes, la dynamique des deux champs ne peut être fidèlement reproduite par un seul champ et le développement de lois de fermetures, ainsi que leurs validations, sont plus difficiles. Pour traiter ces phénomènes, une approche multi-champs est envisagée. Dans ce modèle, développé dans CATHARE-3, trois champs sont considérés (un champ gaz, un champ film liquide et un champ gouttes) avec 9 équations de

transport. Les équations de bilan de masse du module 1D, en moyenne composite (Delhaye [23]), sont données ci-après. Les indices $_{lc}$, $_f$ et $_p$ sont propres aux variables respectivement du champ liquide continu, du champ gaz et du champ gouttes.

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\alpha_{lc}\rho_{lc}\rangle + \frac{\partial}{\partial x}\langle\alpha_{lc}\rho_{lc}U_{lc,x}\rangle = \Gamma_D - \Gamma_A - \Gamma_{lc\leftrightarrow f} \tag{4.1a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\alpha_{f}\rho_{f}\rangle + \frac{\partial}{\partial x}\langle\alpha_{f}\rho_{f}U_{f,x}\rangle = \Gamma_{lc\leftrightarrow f} + \Gamma_{p\leftrightarrow f} \tag{4.1b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\alpha_{p}\rho_{p}\rangle + \frac{\partial}{\partial x}\langle\alpha_{p}\rho_{p}U_{p,x}\rangle = -\Gamma_D + \Gamma_A - \Gamma_{p\leftrightarrow f} \tag{4.1c}$$

Les variables à l'intérieur des crochets sont définies à l'aide d'une moyenne en temps ou statistique. Les crochets $\langle . \rangle$ symbolisent la prise de moyenne en espace (moyenne sur un tronçon de conduite (volume) ou sur une section droite de la conduite). Les grandeurs $\Gamma_{lc\leftrightarrow f}$ et $\Gamma_{p\leftrightarrow f}$ représentent les transferts de masse entre les phases liquide et gaz. Γ_A correspond au transfert de masse dû à l'arrachement de gouttes à la surface du film liquide continu et Γ_D celui dû au dépôt de gouttes. L'objet de cette étude est de développer une loi de fermeture pour ce dernier terme.

4.2.2 Le code NEPTUNE_CFD

4.2.2.1 Présentation

NEPTUNE_CFD est un outil de simulation numérique permettant la simulation 3D d'écoulements diphasiques rencontrés dans les centrales nucléaires à eau pressurisée. C'est un code multichamps qui utilise, à l'échelle de la CFD, une approche de type RANS [1]. Ce code est fondé sur le modèle à *deux fluides et à une pression* développé initialement par Ishii et Hibiki [36], ce modèle ayant été ensuite généralisé de façon à pouvoir traiter un grand nombre de phases (1 à 20 phases). En ce qui concerne la méthode numérique, le code NEPTUNE_CFD est un code à volumes finis, capable de travailler sur n'importe quelle forme de cellules de maillage (tetraèdre, hexaèdre, prismes, pyramides, ...). Pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles, l'algorithme de résolution, fondé sur une méthode elliptique à pas fractionnaires, se déroule en deux étapes majeures. En premier lieu, une prédiction de la vitesse des phases à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement est effectuée. Ensuite, un couplage avec les équations sur les fractions volumiques, pression, et énergie est réalisé.

4.2.2.2 Modélisation des écoulements diphasiques dispersés dans le code NEPTUNE_CFD

L'évolution des grandeurs locales de l'écoulement est décrite par des équations de conservation moyennées statistiquement (ou en temps). Pour simuler les écoulements diphasiques à phase dispersée, sous les hypothèses présentées au § 3.2, le système d'équations résolu par le code est composé de quatre équations principales [2], un bilan de masse et un bilan de quantité de mouvement pour chacune des deux phases. Afin de caractériser la turbulence des deux phases, des équations supplémentaires sont également résolues.

1. Reynolds Averaged Navier-Stokes, approche moyennée en temps de toutes les grandeurs physiques de l'écoulement.

2. Sous l'hypothèse d'un écoulement isotherme adiabatique, l'équation de conservation d'enthalpie totale n'est pas considérée dans cette étude.

a. Les équations de conservation locales moyennées

Bilan de masse

Les bilans de masse résolus dans le code NEPTUNE_CFD sont les équations (3.27) et (3.43) du modèle diphasique présenté au Chapitre 3 (Pouvreau [67]). Pour la phase k, le bilan de masse s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_k \rho_k\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha_k \rho_k U_{k,i}\right) = 0 \tag{4.2}$$

Bilan de quantité de mouvement

Les bilans moyens de quantité de mouvement résolus par NEPTUNE_CFD sont des versions simplifiées du modèle à deux fluides (Ishii et Hibiki [36]), ils sont par conséquent parfaitement symétriques pour les deux phases.
L'équation de bilan de quantité de mouvement de la phase k peut s'écrire, de façon non conservative et pour un modèle à une pression (Pouvreau [67]) :

$$\alpha_k \rho_k \frac{\mathrm{d}_k U_{k,i}}{\mathrm{d}t} = \alpha_k \left(-\frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\alpha_k \tau^T_{k,ij}\right] + \alpha_k \rho_k g_i + I_{k,i} \tag{4.3}$$

- La pression moyenne P_f résolue par le code correspond à la pression moyenne de la phase continue.
- Le tenseur des contraintes visqueuses $\bar{\bar{\tau}}_{f,ij}$ est écrit de façon classique :

$$\bar{\bar{\tau}}_{f,ij} = \mu_f \left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i} \right) \tag{4.4}$$

- $\tau^T_{k,ij}$ représente le tenseur des contraintes turbulentes de la phase k,

$$\tau^T_{k,ij} = -\left\langle \rho_k v'_{k,i} v'_{k,j} \right\rangle_k \tag{4.5}$$

- Le terme $I_{k,i}$ correspond au transfert interfacial de quantité de mouvement de la phase k, auquel les contributions liées à la pression moyenne et au transfert de masse ont été soustraites. D'après le Chapitre 3, ce terme s'écrit pour chacune des deux phases,

$$\frac{I_{p,i}}{\alpha_p \rho_p} = \frac{-I_{f,i}}{\alpha_p \rho_p} = \frac{U_{f,i} + V_{d,i} - U_{p,i}}{\tau_p} \tag{4.6}$$

  Où τ_p est le temps de relaxation de la phase dispersée, défini par la relation (2.19). Il dépend du coefficient de traînée C_D, modélisé dans cette étude par la relation (2.18), établie par Ishii et Zuber [37] pour un écoulement gaz-gouttes. $V_{d,i}$ est la vitesse de dérive, fermée par la relation (3.95).

b. Modélisation de la turbulence

Le code NEPTUNE_CFD propose plusieurs modèles pour fermer le tenseur des contraintes turbulentes $\tau^T_{k,ij}$ dans chaque phase.

Turbulence de la phase continue

Deux modèles de turbulence sont proposés pour la phase continue :
- Un modèle à deux équations de transport sur les grandeurs turbulentes : le modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$ standard avec des termes supplémentaires tenant compte de l'influence de la phase dispersée. Il s'agit des équations (3.115) et (3.119), dont les différentes fermetures sont précisées au § 3.5.4.1.
- Un modèle à sept équations de transport sur les contraintes cinétiques et le taux de dissipation : le modèle $R_{f,ij} - \varepsilon_f$, présenté au § 3.5.4.2.

Turbulence de la phase dispersée

Pour modéliser l'agitation des particules, trois types de modèles, parmi les modèles proposés dans NEPTUNE_CFD, sont envisagés :
- Un modèle d'équilibre local : le modèle de Tchen qui lie directement l'énergie cinétique turbulente des gouttes à celle de la phase continue par la relation (3.158).
- Un modèle à deux équations de transport sur les grandeurs turbulentes : le modèle $q_p^2 - q_{fp}$, présenté au § 3.5.5.2.
- Un modèle à sept équations de transport sur les contraintes cinétiques et la covariance scalaire $R_{p,ij} - q_{fp}$. L'équation de transport des contraintes cinétiques de la phase dispersée est donnée par l'équation (3.139), dans laquelle le tenseur des corrélations fluide-particule est modélisé par une approximation de type Boussinesq avec la relation (3.153). L'équation de transport de la covariance scalaire fluide-particule correspond à l'équation (3.149).

c. Conditions limites en parois

Dans cette étude, les parois sont adiabatiques et imperméables aux gouttes. Les conditions appliquées aux parois sont des conditions de frottement pour la phase continue, avec des lois de paroi, définies au § 2.4.5.1 pour la vitesse moyenne et les grandeurs turbulente de l'air. La notion de loi de paroi découle de la notion de modèles "haut Reynolds". En effet, les équations des modèles de turbulence classiques étant inadaptées à la sous couche visqueuse, il faut éviter de résoudre ces équations dans cette zone. Pour représenter le comportement de la couche limite, l'évolution des variables est alors décrite analytiquement dans les mailles de paroi avec des lois de paroi. Aussi les équations des modèles de turbulence restant inadaptées dans la sous-couche visqueuse, le premier point intérieur du calcul doit être suffisamment loin de la paroi pour être à l'extérieur des zones laminaire et de transition, typiquement $y+ = \frac{yu^*}{\nu_f} \geq 30$, où y représente la distance de la paroi au centre de la maille de paroi.
Pour la phase dispersée, des conditions de flux nul pour la vitesse moyenne et l'agitation des particules sont appliquées.
Afin de simuler correctement le dépôt des gouttes en paroi, un modèle de dépôt comme condition limite de paroi doit être développé pour la phase dispersée. Ce modèle fait l'objet du paragraphe suivant.

4.2.2.3 Développement d'un modèle de dépôt local en paroi

Un écoulement diphasique gaz/gouttes dans un canal horizontal est considéré. Les gouttes qui se déposent en paroi forment un film liquide pariétal. Ainsi, *sous l'hypothèse d'une paroi parfaitement absorbante*, les gouttes qui atteignent la paroi alimentent le champ liquide continu au détriment du champ de gouttes. N'ayant pas modélisé le film liquide pariétal dans NEPTUNE_CFD, le développement d'un modèle de dépôt dans les mailles de paroi est nécessaire, afin de simuler ce puits de masse pour les gouttes que représente la paroi. Sans modèle de dépôt, par conservation du débit, les gouttes s'accumulent à la paroi et le gradient de concentration de la phase dispersée devient tel que les gouttes du cœur de l'écoulement ne diffusent plus jusqu'en zone de proche paroi.

Modèle numérique

Le modèle de dépôt est développé sous les hypothèses suivantes :

Hypothèses :
- *La paroi est parfaitement absorbante (pas de rebond).*
- *La concentration des gouttes est homogène dans les mailles de paroi.*
- *Le film liquide qui se développe en paroi est d'épaisseur nulle*[3].

Soit une maille de paroi. Au pas de temps $t + \Delta t$, la fraction volumique de gouttes est donnée par la relation :

$$\alpha_p^{t+\Delta t} = \alpha_p^t + \alpha_{p,\Sigma\Phi_{convection}} - \alpha_{dépôt} \tag{4.7}$$

Où α_p^t est la fraction volumique de la maille au pas de temps t, $\alpha_{p,\Sigma\Phi_{convection}}$ représente la variation du taux de gouttes dû aux transferts de masse convectifs entre la maille considérée et les mailles voisines et $\alpha_{dépôt}$ modélise la quantité de gouttes qui se déposent en paroi pendant l'intervalle de temps Δt. La Figure 4.1 représente de manière schématique l'évolution du taux de gouttes dans une maille de paroi pendant un pas de temps.

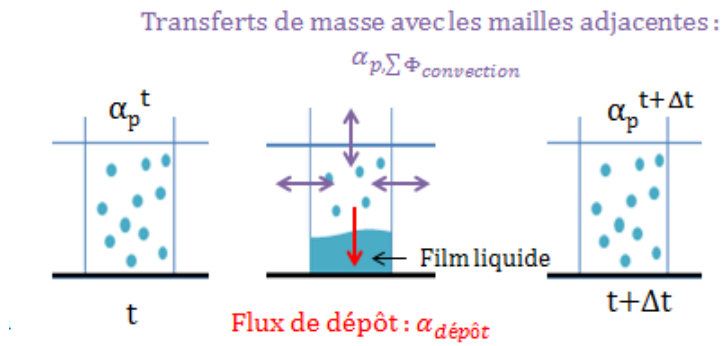


Figure 4.1 – Représentation schématique de l'évolution de la fraction volumique de gouttes dans une maille de paroi pendant un pas de temps.

3. Dans l'expérience de dépôt de gouttes de Namie et Ueda, présentée au § 4.3 et simulée avec NEPTUNE_CFD, le film liquide pariétal est aspiré.

Les flux de transferts de masse inter-mailles sont directement calculés par NEPTUNE_CFD. Soit $\alpha_{p,NCFD}^{t+\Delta t}$, la fraction volumique de gouttes calculée au pas de temps $t+\Delta t$ par NEPTUNE_CFD sans modèle de dépôt (il s'agit de la solution de l'équation (4.2)). L'équation (4.7) devient :

$$\alpha_p^{t+\Delta t} = \alpha_{p,NCFD}^{t+\Delta t} - \alpha_{dépôt} \tag{4.8}$$

Sous l'hypothèse d'une concentration en gouttes homogène dans la maille de paroi, les gouttes qui se déposent sont celles qui ont une vitesse normale à la paroi suffisante pour atteindre la paroi pendant le pas de temps Δt. La quantité $\alpha_{dépôt}$ est alors fonction de $\alpha_{p,NCFD}^{t+\Delta t}$:

$$\alpha_{dépôt} = \alpha_{p,NCFD}^{t+\Delta t} * \frac{\delta}{h} \tag{4.9}$$

Où δ est la distance maximale parcourue par les gouttes pour atteindre la paroi pendant l'intervalle de temps Δt et h est la dimension caractéristique de la maille, comme indiqué sur la Figure 4.2.

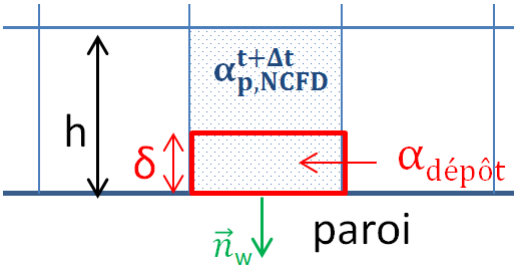


Figure 4.2 – Dépôt des gouttes dans une maille de paroi

Si $\vec{k}_D$ est la vitesse moyenne de dépôt des gouttes et $\vec{n}_w$ est le vecteur unitaire normal à la paroi, alors $\delta = \vec{k}_D.\vec{n}_w * \Delta t$ et l'équation (4.8) devient :

$$\alpha_p^{t+\Delta t} = \alpha_{p,NCFD}^{t+\Delta t} * \left[1 - \frac{\vec{k}_D.\vec{n}_w * \Delta t}{h}\right] \tag{4.10}$$

Ce modèle (4.10) permet d'estimer la quantité de gouttes déposée, et donc la quantité de film liquide créée, à chaque pas de temps dans chaque maille de paroi.
En réinitialisant, à la fin de chaque pas de temps, la fraction volumique de gouttes dans chaque maille de paroi avec la valeur calculée par ce modèle, le film liquide pariétal est *aspiré numériquement*.

Pour fermer ce modèle, la vitesse de dépôt $\vec{k}_D$ doit être modélisée.

Modélisation de la vitesse de dépôt $\vec{k}_D$.

D'après le § 2.5 du Chapitre 2, en écoulement horizontal, les gouttes sont transportées du cœur de l'écoulement jusqu'en zone de proche paroi, sous l'influence de la diffusion turbulente et de la gravité, où elles se "désengagent" progressivement de la turbulence et traversent la sous-couche visqueuse pour atteindre la paroi par un mécanisme de vol-libre et/ou sous l'action de la gravité. Ces deux mécanismes agissant en parallèle, en zone de

proche paroi, la vitesse moyenne de dépôt correspond à la somme des vitesses moyennes de chacune de ces deux contributions :

$$\vec{k}_D = \vec{k}_{D,vol\ libre} + \vec{k}_{D,gravité} \tag{4.11}$$

La vitesse liée à la contribution gravitaire correspond à la vitesse terminale de chute des gouttes, définie par la relation (2.23) :

$$\vec{k}_{D,gravité} = \vec{V}_{Tp} = \tau_p \vec{g} \tag{4.12}$$

La vitesse moyenne des gouttes au moment d'amorcer le mécanisme de vol libre est donnée par la relation (2.42), expression définie par Binder et Hanratty [13]. Cette vitesse est fonction de l'écart type de la composante normale à la paroi des fluctuations turbulentes de vitesse des gouttes :

$$\vec{k}_{D,vol\ libre} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_p'^2 \right\rangle_p}\ \vec{n}_w \tag{4.13}$$

En utilisant les quatre dernières relations (4.10), (4.11), (4.12) et (4.13) le modèle de dépôt est implanté dans toutes les mailles de parois. Il est à noté que les différentes parois, inférieure, supérieure et latérales, sont distinguées les unes des autres en raison de l'influence de la gravité. En effet la pesanteur crée une stratification de l'écoulement favorisant le dépôt sur la paroi inférieure du canal au détriment de la paroi supérieure. Ainsi, si $\vec{z}$ est le vecteur associé à la direction verticale ascendante, la projection du vecteur $\vec{k}_D$ selon le vecteur unitaire normal à la surface considérée, donne respectivement pour les mailles des parois inférieure et supérieure :

$$k_{D,inf} = +\tau_p \|\vec{g}\| + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_{p,z}'^2 \right\rangle_p} \tag{4.14}$$

$$k_{D,sup} = -\tau_p \|\vec{g}\| + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left\langle v_{p,z}'^2 \right\rangle_p} \tag{4.15}$$

Si la gravité est le mécanisme dominant, c'est-à-dire $\|\vec{k}_{D,gravité}\| \geq \|\vec{k}_{D,vol\ libre}\|$ alors les gouttes ne se déposent pas sur la paroi supérieure du canal et $\alpha_{dépôt,sup} = 0$. La gravité n'a aucune influence sur les parois latérales.

4.2.3 Évaluation du flux de dépôt de gouttes : de l'approche microscopique 3D à l'approche macroscopique 1D

Le modèle de dépôt implanté dans NEPTUNE_CFD permet d'évaluer le *flux de dépôt local*. Afin d'estimer le *flux de dépôt de gouttes moyen sur un tronçon du canal ou sur le canal tout entier*, le principe consiste à intégrer le bilan de masse local moyenné en temps (4.2) de la phase dispersée sur une section droite A du canal, définie sur la Figure 4.3 :

$$\frac{1}{A}\iint_A \left(\frac{\partial}{\partial t}\alpha_p\rho_p + \nabla\cdot\left(\alpha_p\rho_p\vec{U}_p\right)\right)\mathrm{d}A = 0 \tag{4.16}$$

En écoulement incompressible, le résultat de cette prise de moyenne surfacique donne :

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_p\left\langle\alpha_p\right\rangle + \frac{\partial}{\partial x}\rho_p\left\langle\alpha_p U_{p,x}\right\rangle = -\frac{1}{A}\int_C\left(\alpha_p\rho_p\vec{U}_p.\vec{n}\right)\mathrm{d}C \mathrel{\hat{=}} -\Gamma_D \tag{4.17}$$

Où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à C, le contour délimitant la surface A.
Il s'agit de l'équation de bilan de masse du module 1D de CATHARE pour le champ de gouttes (4.1c), où Γ_D, qui représente le flux de dépôt de gouttes en paroi, est le terme que l'on cherche à calculer et à modéliser.

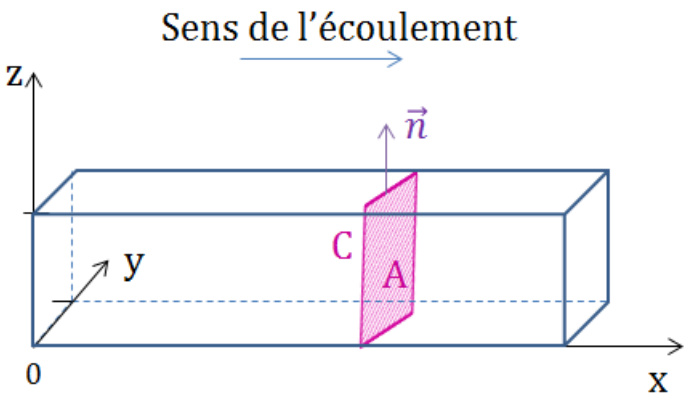


Figure 4.3 – Schématisation d'une section droite A de canal, délimitée par un contour C.

Les détails de ce calcul sont présentés ci-dessous.

Démonstration :
Soit un canal de section rectangulaire A[4]. Pour toute grandeur Ψ, la moyenne surfacique est définie par :

$$\langle \Psi \rangle = \frac{1}{A} \iint_A \Psi \mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{4.18}$$

où A représente l'aire de la section droite du canal. L'intégration sur une section A du bilan de masse local moyenné en temps de la phase dispersée s'écrit :

$$\frac{1}{A} \iint_A \left[\frac{\partial}{\partial t} \alpha_p \rho_p + \nabla \cdot \alpha_p \rho_p \vec{U}_p \right] \mathrm{d}A = 0 \tag{4.19}$$

A l'aide de la forme limite du théorème de Gauss sur une conduite de section constante, (4.19) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \alpha_p \rho_p \rangle + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{A} \iint_A \left(\alpha_p \rho_p \vec{U}_p \cdot \vec{n}_x \right) \mathrm{d}A + \frac{1}{A} \int_C \left(\alpha_p \rho_p \vec{U}_p \cdot \vec{n} \right) \mathrm{d}C = 0 \tag{4.20}$$

Où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal au contour C délimitant la surface A.
Sous l'hypothèse d'une paroi parfaitement absorbante avec un film liquide pariétal infiniment mince, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \alpha_p \rho_p \rangle + \frac{\partial}{\partial x} \langle \alpha_p \rho_p U_{p,x} \rangle = -\frac{1}{A} \int_C \alpha_p \rho_p \vec{U}_p \cdot \vec{n} \mathrm{d}C = -\Gamma_D \tag{4.21}$$

En pratique, à partir des résultats des calculs 3D NEPTUNE_CFD, l'évolution axiale du flux de dépôt moyen dans le canal est déterminée en effectuant des bilans de masse entre des sections successives du canal.

Pour valider le modèle de dépôt développé dans NEPTUNE_CFD, une expérience de dépôt de gouttes en canal horizontal est simulée avec NEPTUNE_CFD. Il s'agit de l'expérience réalisée par Namie et Ueda [56] en 1972, présentée dans le paragraphe suivant.

4.3 Étude expérimentale de dépôt de gouttes en écoulement horizontal

4.3.1 Description de l'expérience

Pour analyser le phénomène de transfert de gouttes, du sein d'écoulements annulaires à brouillard eau/air, vers la paroi d'une conduite, des essais sont réalisés dans un canal horizontal, de 4 m de longueur, de section rectangulaire de 10 mm de haut et de 60 mm de large, monté sur une installation expérimentale dont le schéma est présenté sur la Figure 4.4. Un débit d'air à température contrôlée, est injecté dans un convergent à l'amont du canal, alors qu'un débit d'eau est injecté au travers d'une paroi poreuse montée sur sa surface d'entrée inférieure, les deux débits étant mesurés par des diaphragmes.
Une première longueur de canal de 2.5 m est utilisée comme générateur d'écoulements annulaires à brouillard, par arrachement de gouttes du film liquide pariétal, à l'issue de laquelle l'épaisseur du film pariétal est réduite par prélèvement, d'un débit contrôlé et mesuré, au travers de parois poreuses sur les faces supérieure et inférieure du canal, pour inhiber l'arrachement tout en conservant la capacité d'éviter le rebond des gouttes sur la paroi, l'épaisseur résiduelle étant un paramètre d'essai.
La longueur suivante du canal, la zone de dépôt, composée de trois tronçons de 500 mm de longueur, est utilisée pour mesurer les grandeurs nécessaires à l'évaluation du transfert des gouttes.

> **Hypothèse :** *Dans le papier de Namie et Ueda [56], il n'est pas fait mention du contrôle des phénomènes de transfert de masse entre phases (évaporation ou condensation) que l'on supposera annulés par des conditions appropriées de température et d'humidité.*

4.3.2 Systèmes de mesure

Dans la zone de dépôt, des mesures de profils de composante axiale de vitesse massique de l'écoulement, sont réalisées, par prélèvements isocinétiques sur l'axe vertical du canal, avec 9 mesures au pas de 1 mm, à des cotes de 0, 0.5, 1.0 et 1.5 m, correspondant à 0, 30, 60 et 90 diamètres hydrauliques du canal, positions (1), (2), (3) et (4) de la Figure 4.4. A chaque cote axiale, la vitesse des gouttes est évaluée par méthode photographique et stroboscopie, le débit total de chaque phase est mesuré par prélèvement global, hors film pariétal, après séparation, et le spectre granulométrique des gouttes est estimé par prélèvement sur des impacteurs à film d'huile et observation microscopique. La sonde de prélèvement isocinétique mobile est constituée d'un tube de prélèvement de 1.1 mm de diamètre interne entouré d'un espace annulaire pour la mesure de sa pression statique,

4. Pour une conduite circulaire de section A, le principe est le même.

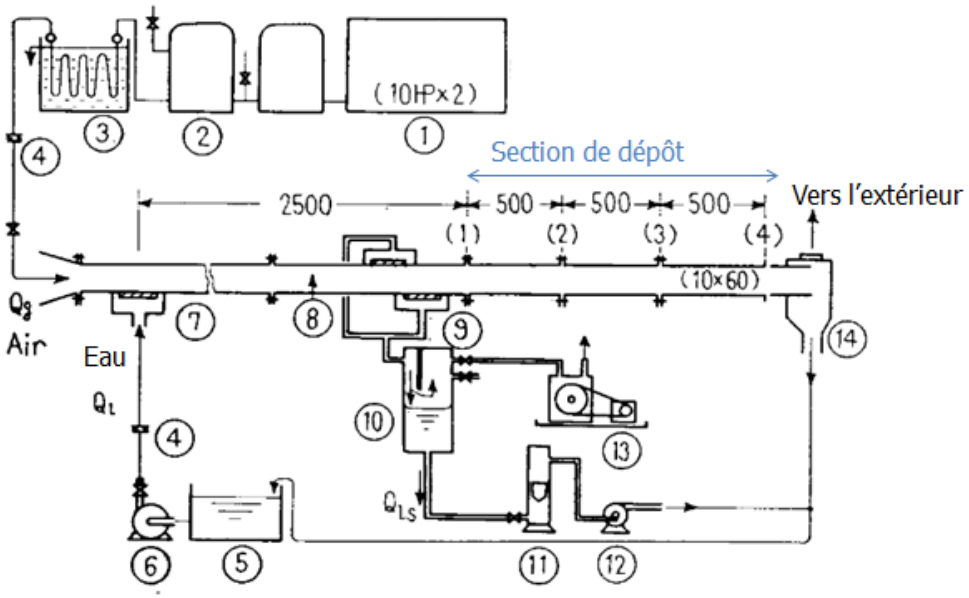


Figure 4.4 – Schéma de l'installation expérimentale (tiré de Namie et Ueda [56]).
1. Compresseur à air - 2. Vases d'expansion - 3. Réfrigérant à air - 4. Orifice calibré - 5. Réservoir d'eau - 6. Pompe - 7. Section poreuse d'arrivée d'eau - 8. Canal en résine acrylique - 9. Section poreuse d'aspiration du film liquide - 10. Séparateur eau/air - 11. Rotamètre - 12. Pompe de laboratoire - 13. Pompe à vide - 14. Séparateur cyclonique

ajustée à celle de l'écoulement principal pour garantir la représentativité du prélèvement, le diamètre externe de la sonde étant de 2.5 mm, et le débit de chaque phase étant mesuré à l'aval d'un séparateur.

4.3.3 Résultats expérimentaux

La vitesse du gaz et le taux de présence des gouttes sont déduites des vitesses massiques liquide et gaz obtenues par prélèvement et de la vitesse des gouttes obtenue par analyse d'image, les bilans pouvant être contrôlés par les mesures globales.

Les résultats expérimentaux sont présentés sur les Figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8.

Le Tableau 4.1 liste les valeurs prises par différents paramètres pour chaque essai. U_f, $\dot{m}_{p,(1)}$, $\dot{m}_{film,(1)}$ et d_p représentent respectivement la vitesse moyenne du gaz, les débits massiques des gouttes et du film liquide à la position (1), c'est-à-dire à l'entrée de la section de dépôt et le diamètre des gouttes. Il est à noter que les essais 10, 20 et 30 sont des essais réalisés en écoulement monophasique gaz.

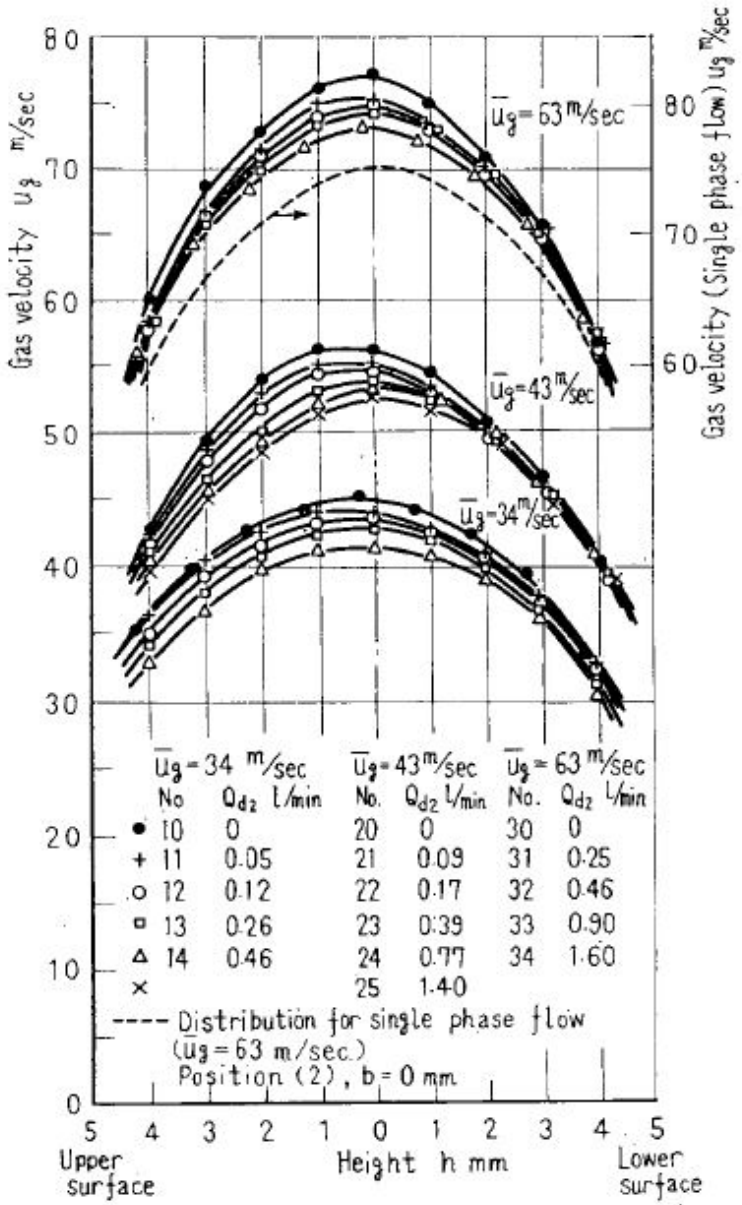


Figure 4.5 – Profils de la vitesse axiale du gaz dans la section de mesure (2). (Figure extraite de Namie et Ueda [56])

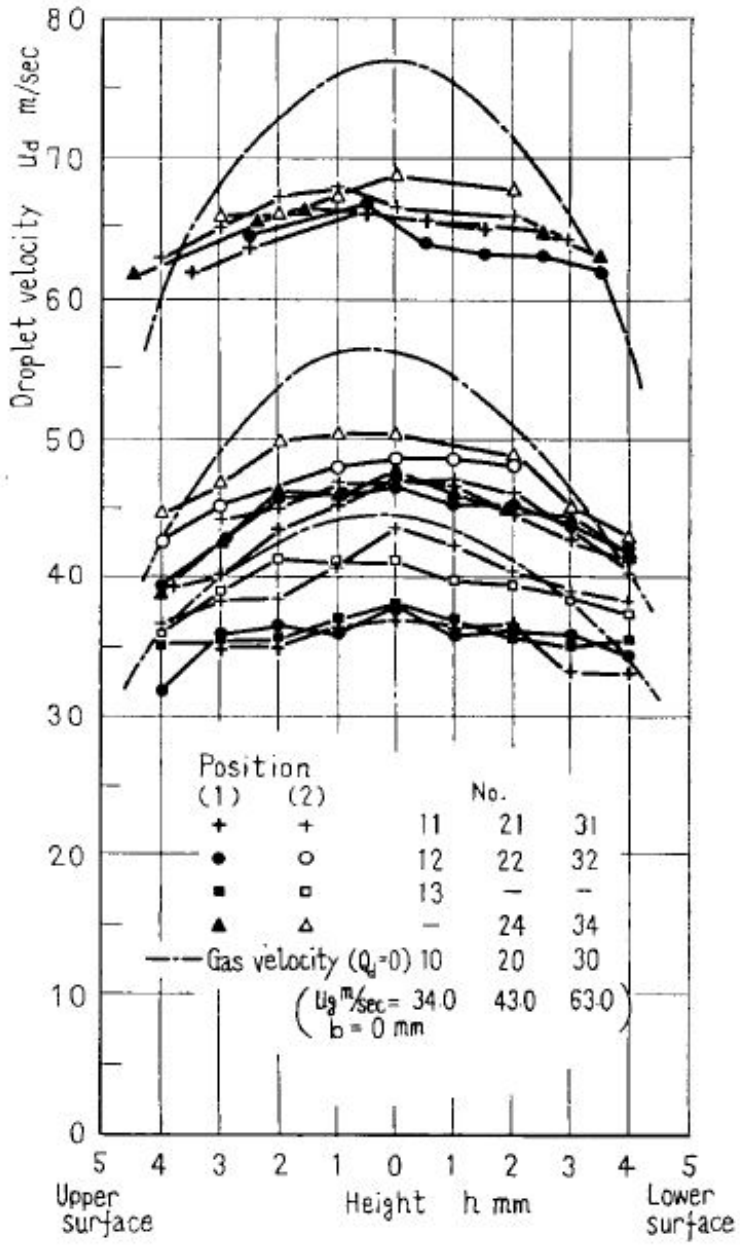


FIGURE 4.6 – Profils de la vitesse axiale des gouttes, mesurés dans les sections (1) et/ou (2) pour certains essais. (Figure extraite de Namie et Ueda [56])

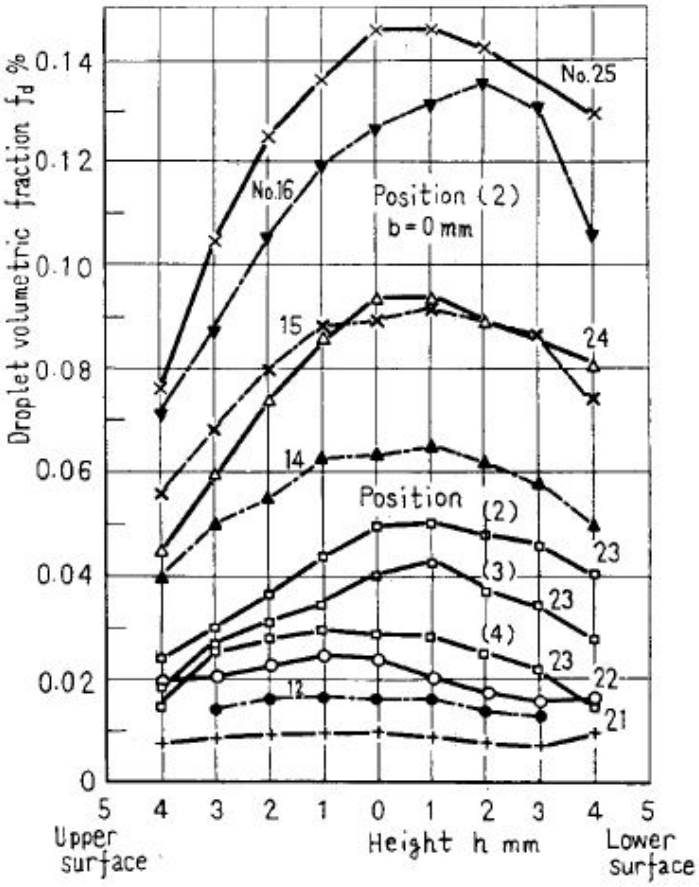


Figure 4.7 – Profils du taux de présence de gouttes, dans la section de mesure (2), ainsi que les sections (3) et (4) pour l'essai 23. (Figure extraite de Namie et Ueda [56])

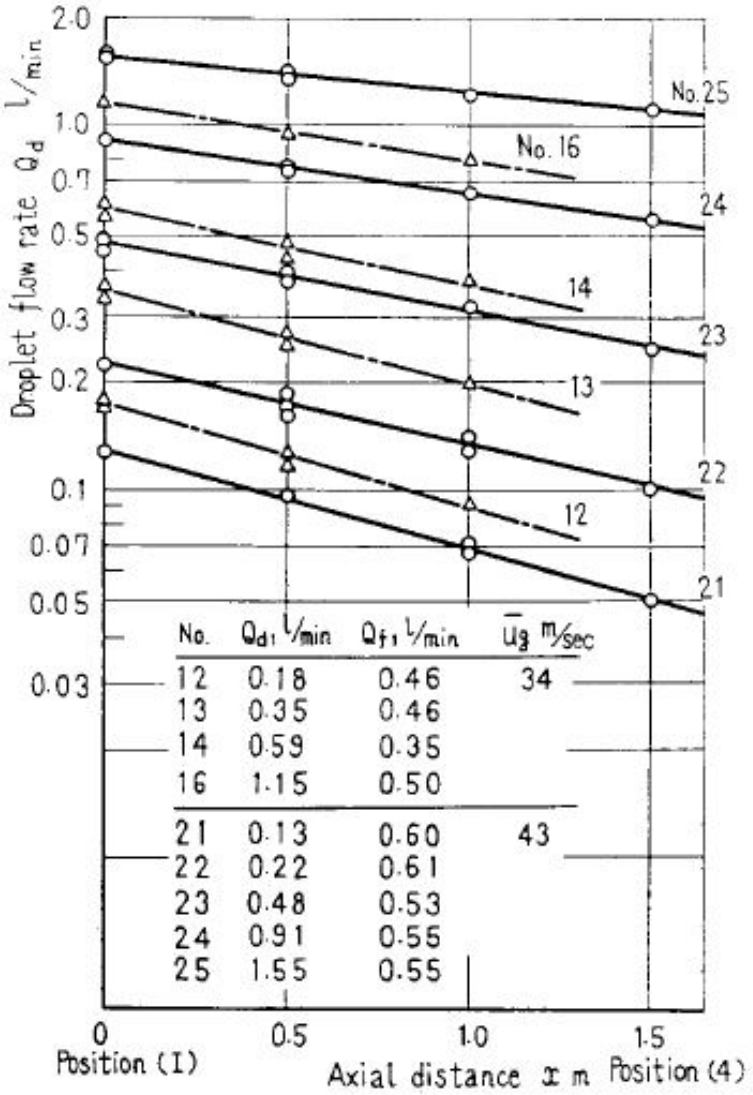


Figure 4.8 – Évolution axiale du débit massique de gouttes. (Figure extraite de Namie et Ueda [56])

Numéro de l'essai	U_f $(m.s^{-1})$	$\dot{m}_{p,(1)}$ $(kg.s^{-1})$	$\dot{m}_{film,(1)}$ $(kg.s^{-1})$	d_p (μm)
1 - 4	43	0.008	0.003 - 0.019	-
10 - 16	34	0.0 - 0.019	0.0 - 0.008	35 - 41
20 - 25	43	0.0 - 0.026	0.0 - 0.01	31 - 38
30 - 34	63	0.0 - 0.029	0.0 - 0.008	28 - 32

Table 4.1 – Matrice d'essais

4.4 Installation expérimentale REGARD

Les essais REGARD, d'arrachement et de dépôt, sont réalisés sur la soufflerie éponyme, comprenant toutes les mesures et régulations nécessaires, au sein d'une section d'essai en polyméthacrylate de méthyle (PMMA), de 240 mm de diamètre interne sur une longueur variant de 4 à 9 m, par tronçons interchangeables, permettant d'intercaler, en toute position axiale, un tronçon d'instrumentation de 500 mm de longueur comportant une mesure de vitesse 3D et de spectre granulométrique des gouttes par laser, une sonde de prélèvement isocinétique ainsi qu'un endoscope d'imagerie rapide, d'une course axiale de 240 mm et azimutale de 90 ° explorant deux quadrants opposés. Pour les essais d'arrachement, un écoulement d'eau à surface libre est imposé au début de la section d'essai par injection horizontale au travers d'une fente de hauteur réglable. Pour les essais de dépôt un brouillard de gouttes, relativement homogène en vitesse massique locale et diamètre de goutte, est injecté par une grille de turbulence, insérée au col du convergent précédant la section d'essai, au moyen d'atomiseurs spécifiques. Un essai est caractérisé par un débit d'eau et d'air, un niveau d'eau initial pour les essais d'arrachement et un diamètre moyen de goutte pour les essais de dépôt. Le comportement de l'écoulement est défini par les profils axiaux et radiaux, de vitesse massique liquide, de vitesse 3D des gouttes, dont les composantes turbulentes, et du spectre granulométrique des gouttes, ainsi que le profil axial de pression et de débit de film pariétal.

Les données de cette expérience (présentées dans l'Annexe C) sont utilisées afin de valider le modèle de dépôt de gouttes 1D, dont le développement, la confrontation aux résultats expérimentaux et les résultats sont présentés dans le Chapitre 6.

Chapitre 5

Simulation numérique de l'expérience Namie Ueda avec NEPTUNE_CFD

Ce chapitre présente les résultats de l'étude menée à l'échelle 3D locale. L'expérience de dépôt de Namie et Ueda [56] est simulée avec le code NEPTUNE_CFD, dans lequel a été implanté le modèle de dépôt local développé dans le § 4.2.2.3. La comparaison des calculs numériques aux données expérimentales permet de valider ce modèle mais également d'analyser les phénomènes de couplages entre phases.

5.1 Description des cas simulés

L'expérience simulée est celle réalisée par Namie et Ueda [56], décrite dans le § 4.3. Il s'agit d'un écoulement diphasique gaz/gouttes en canal horizontal, isotherme, incompressible et turbulent.

Le dispositif expérimental est un canal horizontal à section rectangulaire. Seule la deuxième partie de la section d'essais, la section de dépôt, est considérée. Les frontières du domaine de calcul sont les suivantes :

- x correspond à la direction axiale, $0 \leq x \leq 1,5m$
- y correspond à la direction transversale, $0 \leq y \leq 0,06m$
- z correspond à la direction verticale, $0 \leq z \leq 0,01m$

5.1.1 Conditions aux limites et conditions initiales

Les conditions aux limites du calcul sont de trois types, représentés sur la Figure 5.1 .

Entrée du canal
Les conditions aux limites sont de type Dirichlet à l'entrée du canal, pour les vitesses, les taux de présence et les grandeurs turbulentes des deux phases.

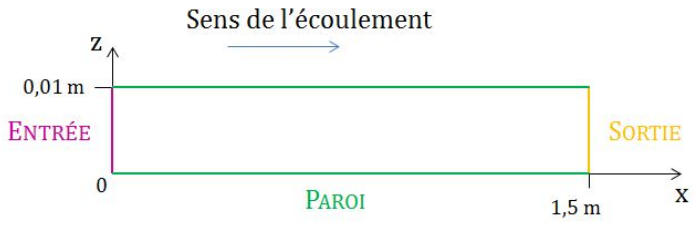


Figure 5.1 – Représentation 2D du canal simulé et des différents types de conditions aux limites

Pour chacune des deux phases, la valeur du débit massique est imposée en entrée, la vitesse étant supposée purement axiale, avec un profil plat. Le débit massique du gaz est déterminé à partir des profils de vitesse axiale expérimentaux de la Figure 4.5. Celui de la phase dispersée est une donnée expérimentale fournie dans le Tableau 4.1. Dans les cas où le profil de la vitesse axiale des gouttes dans la section (1) est une donnée expérimentale, ce profil est imposé en entrée.
Le taux de présence des gouttes α_p en entrée est évalué à partir de la Figure 4.7 et $\alpha_f = 1 - \alpha_p$.
Aucune mesure de turbulence n'ayant été effectuée sur l'expérience de Namie et Ueda [56], les valeurs d'entrée par défaut de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation de la phase continue sont respectivement $q_f^2 = 0.0001\ m^2.s^{-2}$ et $\varepsilon_f = 0.001\ m^2.s^{-3}$. La sensibilité des résultats des simulations à ces valeurs d'entrée est testée.

Sortie du canal
La pression atmosphérique est imposée en sortie du système, comme dans les expériences.

Parois
Les parois sont adiabatiques. Les conditions appliquées en parois sont des conditions de frottement (loi de parois) pour la vitesse moyenne et les grandeurs turbulente de l'air. Pour la phase dispersée, les conditions limites de parois sont définies par le modèle de dépôt développé au § 4.2.2.3.

Temps physique simulé
Le code NEPTUNE_CFD étant un code de calcul instationnaire, la solution stationnaire de l'écoulement est atteinte à l'issue d'une phase de calcul transitoire. Après quelques tests, il a été décidé de simuler 1 s de temps physique, ce qui permet d'atteindre l'état stationnaire pour les différents écoulements simulés.

5.1.2 Modèles physiques

Propriétés physiques

Les propriétés physiques utilisées dans les calculs sont données dans le Tableau 5.1.

Modèles de fermeture

	Phase continue	Phase dispersée
Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	1.2	1000
Viscosité ($Pa.s$)	$1.85 * 10^{-5}$	$1.0 * 10^{-3}$

Table 5.1 – Propriétés physiques de l'expérience

Les calculs prennent en compte le terme de traînée dans le transfert interfacial de quantité de mouvement. L'influence des gouttes sur la turbulence de la phase continue est systématiquement prise en compte (régime de couplage à deux sens).
Deux modèles de turbulence de l'air sont utilisés : le modèle de type $q_f^2 - \varepsilon_f$ et le modèle $R_{f,ij} - \varepsilon_f$.
Pour les particules, trois modèles de turbulence sont considérés : le modèle de Tchen, le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ et le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$.

5.1.3 Maillage

Le domaine de calcul est discrétisé de manière uniforme dans les trois directions de l'espace. Les mailles sont des parallélépipèdes rectangles. Différents raffinements ont été réalisés, les caractéristiques géométriques des différents maillages sont précisées dans le Tableau 5.2.

Nom	Nombre de mailles				Dimensions d'une maille		
	selon x	selon y	selon z	Total	Δx (mm)	Δy (mm)	Δz (mm)
Maillage 1	150	31	10	46 500	10	1.9	1
Maillage 2	150	31	20	93 000	10	1.9	0.5
Maillage 3	150	61	20	183 000	10	0.98	0.5
Maillage 4	300	61	20	366 000	5	0.98	0.5

Table 5.2 – Caractéristiques des différents maillages utilisés

La sensibilité en maillage du modèle numérique a été testée en confrontant les quatre maillages décrits dans le Tableau 5.2 à un même calcul de référence dont le paramétrage est le suivant :

- Numéro de l'essai : 24
- Maillage : Maillage 1 \ Maillage 2 \ Maillage 3 \ Maillage 4
- Modèles de turbulence : $q_f^2 - \varepsilon_f$\ Tchen
- Conditions d'entrée de l'air : $\dot{m}_{f,(1)} = 0.033\ kg.s^{-1}$, $q_{f,(1)}^2 = 0.0001\ m^2.s^{-2}$, $\varepsilon_{f,(1)} = 0.001\ m^2.s^{-3}$.
- Conditions d'entrée des gouttes : $\dot{m}_{p,(1)} = 0.015\ kg.s^{-1}$, $\alpha_{p,(1)} = 0.002$, $d_p = 36\mu m$
- Conditions limites de parois : lois de parois pour la phase continue ; modèle de dépôt (voir § 4.2.2.3) pour la phase dispersée.
- Le temps de calcul physique est de 1 seconde.

Sur la Figure 5.2 sont comparés les résultats obtenus avec les quatre maillages sur les quatre grandeurs suivantes :

a) Profil vertical de la composante axiale de la vitesse moyenne locale du gaz

b) Profil vertical de la composante axiale de la vitesse moyenne locale des gouttes

c) Profil vertical de la fraction volumique des gouttes

d) Évolution axiale du débit massique de gouttes (le long du canal)

Les profils verticaux (5.2a), (5.2b) et (5.2c) ont été relevés dans la section de sortie du canal, qui correspond à la section (4) dans l'expérience de Namie & Ueda.
Le Maillage 1 est trop grossier mais les trois autres maillages convergent vers une solution identique. Les critères de choix du maillage se portent alors sur le temps CPU [1] et la valeur de y^+ dans les mailles de paroi. En effet, d'après le § 4.2.2.2, le premier point de calcul, le centre de la cellule de bord, doit être situé à une distance minimale de paroi $y^+ = 30$. D'après le Tableau 5.3, le Maillage 3 est un bon compromis entre rapidité du calcul et précision des résultats.

Nom	Valeur de y^+ dans les mailles de bord		Nombre de processeurs	Temps CPU
	Parois horizontales	Parois verticales		
Maillage 1	80	135	16	27 min
Maillage 2	40	135	16	3h 17min
Maillage 3	40	70	16	10h 4min
Maillage 4	40	70	16	20h 50min

Table 5.3 – Valeurs de y^+ dans les mailles de paroi et temps CPU des calculs effectués pour le test de sensibilité pour chacun des maillages

5.2 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

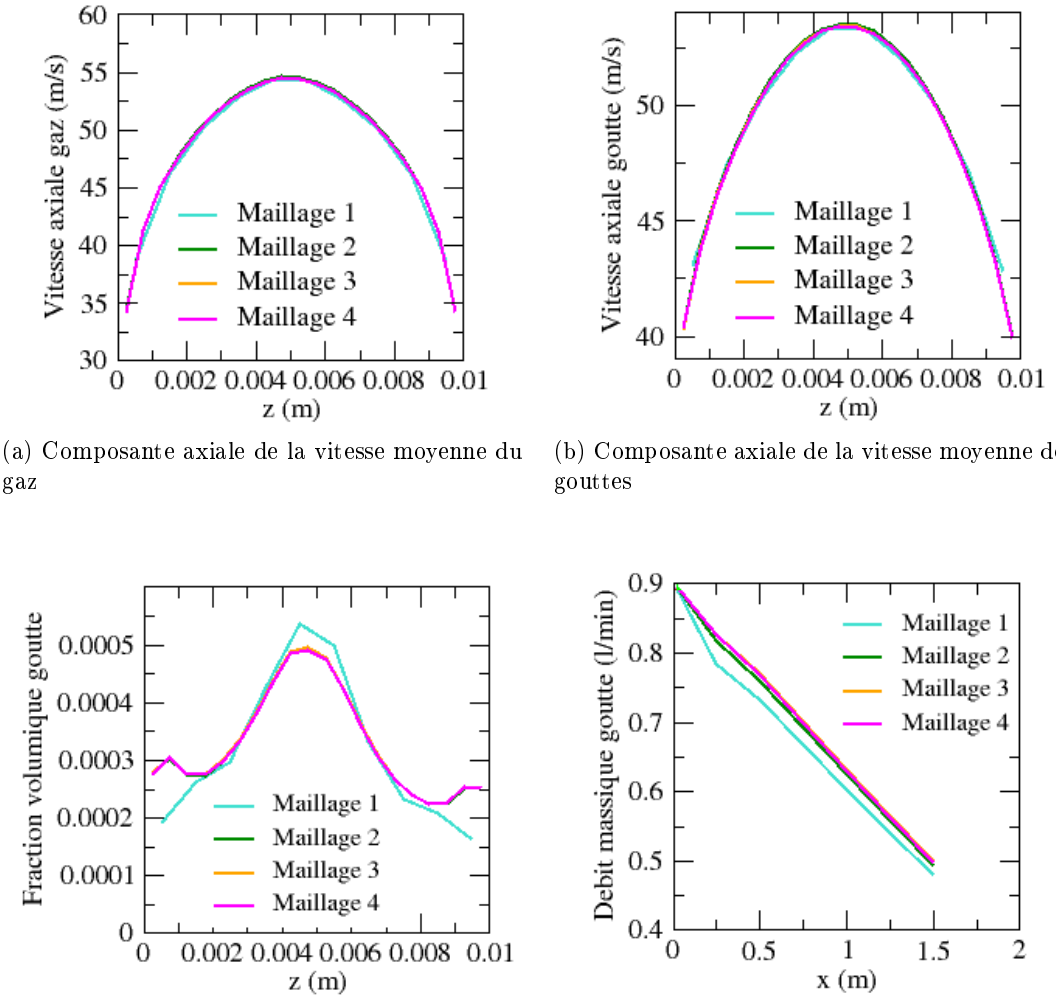
Dans cette section, les résultats expérimentaux de Namie et Ueda [56] sont comparés aux résultats des simulations NEPTUNE_CFD. Le système de numérotation des essais correspond à celui défini par Namie et Ueda (Tableau 4.1).

5.2.1 Vitesse axiale de la phase continue

Sur la Figure 5.3 sont présentés les résultats pour le profil de la composante axiale de la vitesse du gaz, relevé dans la section (2), pour différents essais. Les résultats expérimentaux et numériques sont représentés respectivement par des symboles vides et pleins. Il apparaît sur cette figure que le modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$, avec des lois de paroi standards, donne de bons résultats, à 5% près. Des tests de sensibilité au modèle de turbulence de la phase continue ont été effectués. La Figure 5.4, qui compare deux résultats de calculs NEPTUNE_CFD, l'un avec un modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$, l'autre avec un modèle $R_{f,ij} - \varepsilon_f$, montre que le profil de vitesse axiale du gaz est peu sensible au modèle de turbulence utilisé. Les calculs présentent des profils identiques, excepté au centre de l'écoulement, où la prédiction du profil de vitesse avec le modèle de turbulence au second ordre semble meilleure, mais de quelques pourcents seulement. Dans la suite de cette étude, notamment en raison du gain de temps CPU, le modèle à deux équations de transport $q_f^2 - \varepsilon_f$ est systématiquement utilisé (sauf indiqué).

En ce qui concerne l'influence du modèle de turbulence de la phase dispersée, la Figure 5.5 met en évidence le fait que, dans cette étude, les trois modèles considérés donnent des

1. de l'anglais *Central Processing Unit* ; le temps CPU désigne le temps mis par l'outil numérique pour effectuer une simulation.



(a) Composante axiale de la vitesse moyenne du gaz

(b) Composante axiale de la vitesse moyenne des gouttes

(c) Fraction volumique des gouttes

(d) Evolution axiale du débit massique de gouttes

Figure 5.2 – Test de convergence en maillage

résultats similaires pour le profil de vitesse axiale de la phase continue. Ce résultat suggère que dans ce cas, c'est-à-dire un écoulement *dilué* avec des gouttes de $30\mu m$, la présence de la phase dispersée à une faible influence sur la turbulence de la phase continue, hypothèse qui sera confirmée par la suite.

5.2.2 Vitesse axiale des gouttes

Les modèles de turbulence de la phase dispersée n'influencent pas de manière significative le profil de vitesse axiale de la phase continue, cependant il en est autrement pour la composante axiale de la vitesse des gouttes, comme le montre la Figure 5.6. Sur cette figure, il ressort que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ prédit un profil de vitesse des gouttes plus plat que les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$. Si le profil simulé avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ est en accord avec l'expérience au cœur de l'écoulement, en revanche, ce modèle surestime le profil de

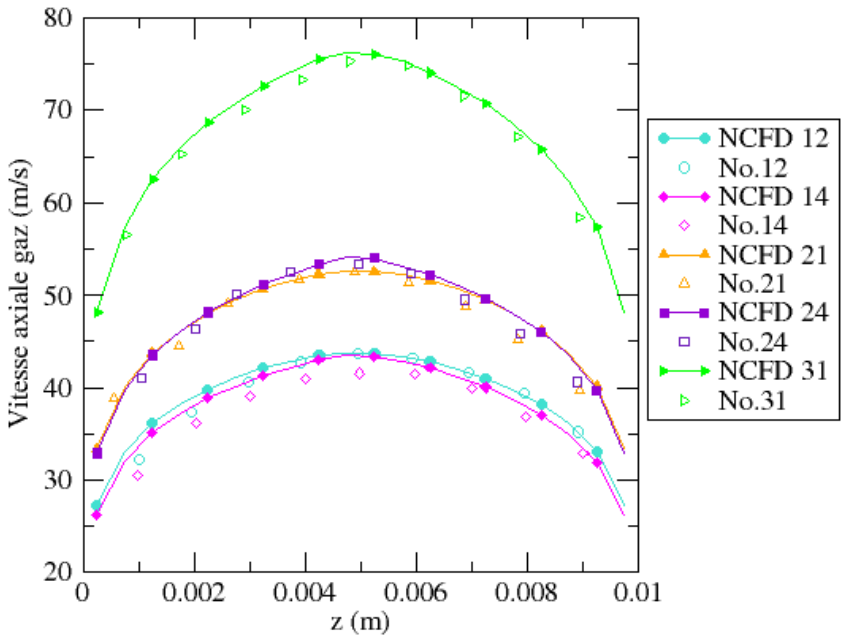


Figure 5.3 – Profils de la composante axiale de la vitesse du gaz pour différents essais dans la section (2) - Comparaison entre données expérimentales et simulations NEPTUNE_CFD ($q_f^2 - \varepsilon_f/Tchen$).

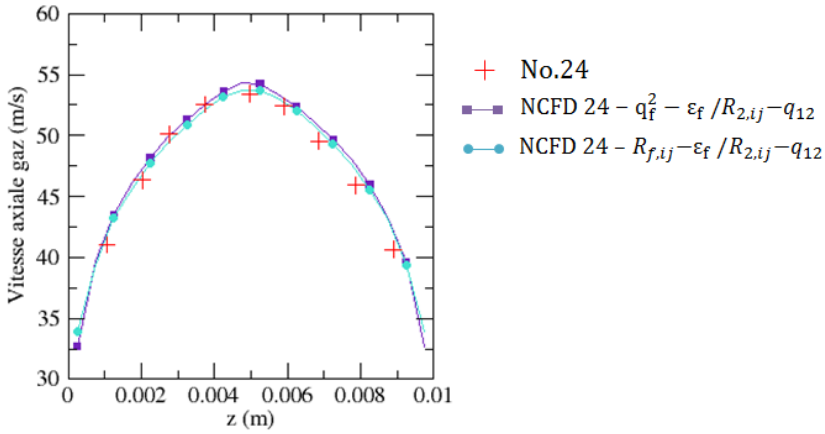
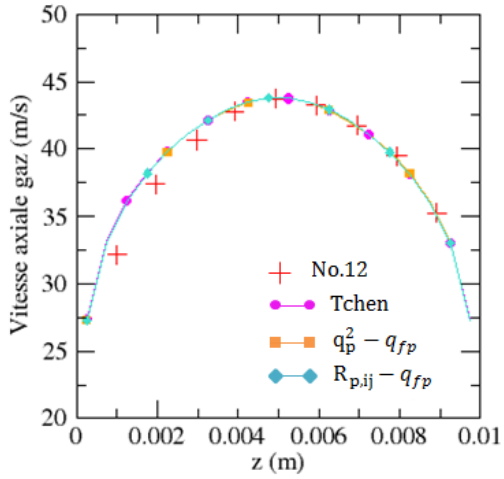
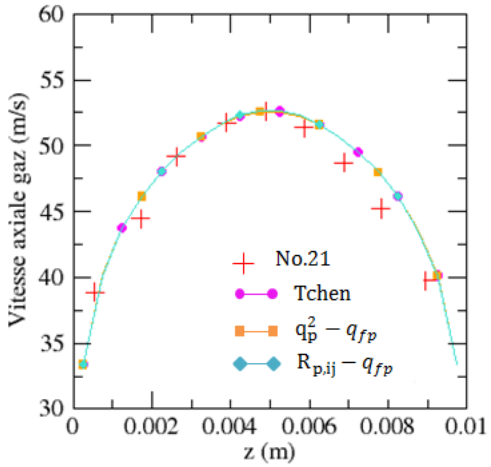


Figure 5.4 – Influence du modèle de turbulence de la phase continue sur le profil de la composante axiale de la vitesse du gaz - Essai 24, section(2).



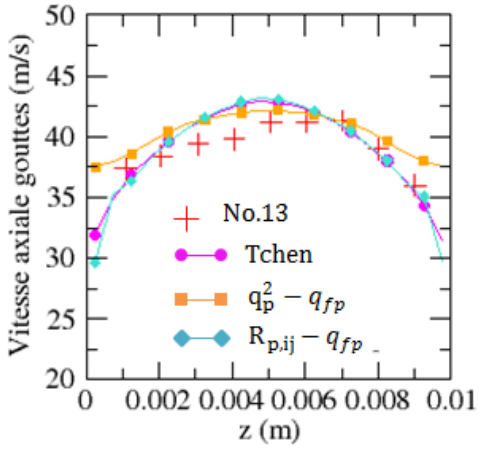
(a) Composante axiale de la vitesse moyenne du gaz - Essai 12



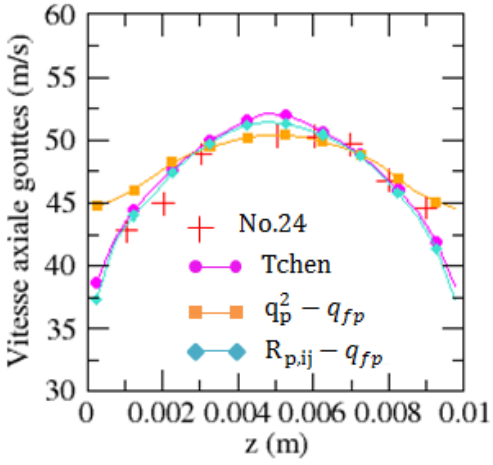
(b) Composante axiale de la vitesse moyenne du gaz - Essai 21

Figure 5.5 – Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la vitesse axiale du gaz - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2).

vitesse des gouttes en zone de proche paroi tandis que les deux autres modèles donnent des résultats corrects.



(a) Composante axiale de la vitesse moyenne des gouttes - Essai 13

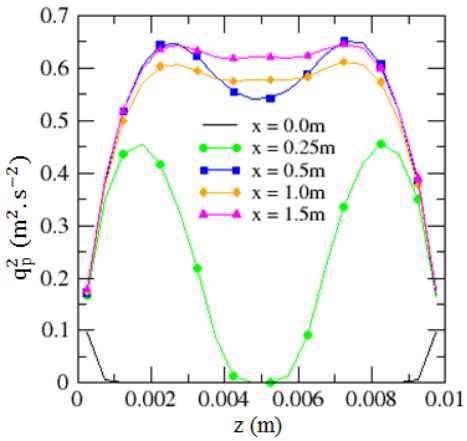


(b) Composante axiale de la vitesse moyenne des gouttes - Essai 24

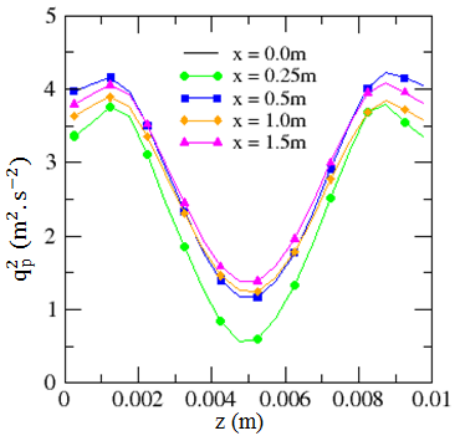
Figure 5.6 – Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la vitesse axiale des gouttes - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2).

Cette différence peut s'expliquer par le fait que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ prédit une valeur de l'énergie cinétique turbulente des gouttes plus élevée que les deux autres modèles, avec

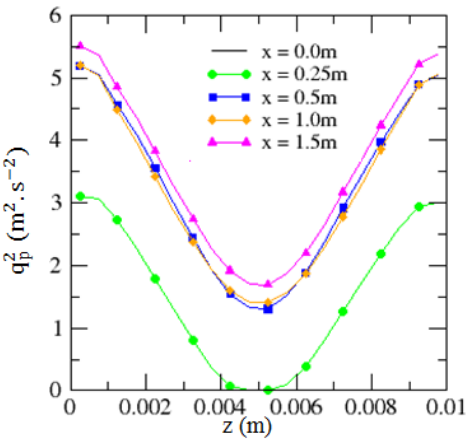
un important gradient de q_p^2 dans la section droite du canal (Figure 5.7). Notamment, en zone de proche paroi, à la position axiale x = 0.25m, le profil de q_p^2 prédit par le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ est d'environ 50% et 90% supérieur respectivement à celui calculé par le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$ et celui de Tchen. De plus, au cœur de l'écoulement, ces deux modèles prédisent une valeur de l'énergie q_p^2 nulle, tandis que la valeur calculée avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ est non nulle égale à 0.47 $m^2.s^{-2}$ (Figure 5.7d). En raison du phénomène de diffusion turbulente, ce comportement a un fort impact sur le gradient du taux de présence des gouttes α_p. Ainsi, la vitesse moyenne axiale des gouttes est affectée par le biais de la vitesse de dérive.



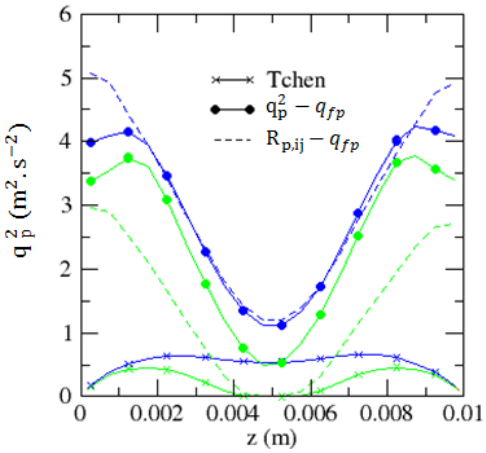
(a) Simulation N_CFD - Modèle de Tchen



(b) Simulation N_CFD - Modèle $q_p^2 - q_{fp}$



(c) Simulation N_CFD - Modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$. La valeur de l'énergie q_p^2 est déterminée à partir de la demi-trace du tenseur $R_{p,ij}$.



(d) Comparaison des trois modèles de turbulence de la phase dispersée pour les profils de q_p^2 dans les sections x = 0.25m — et x = 0.5m —

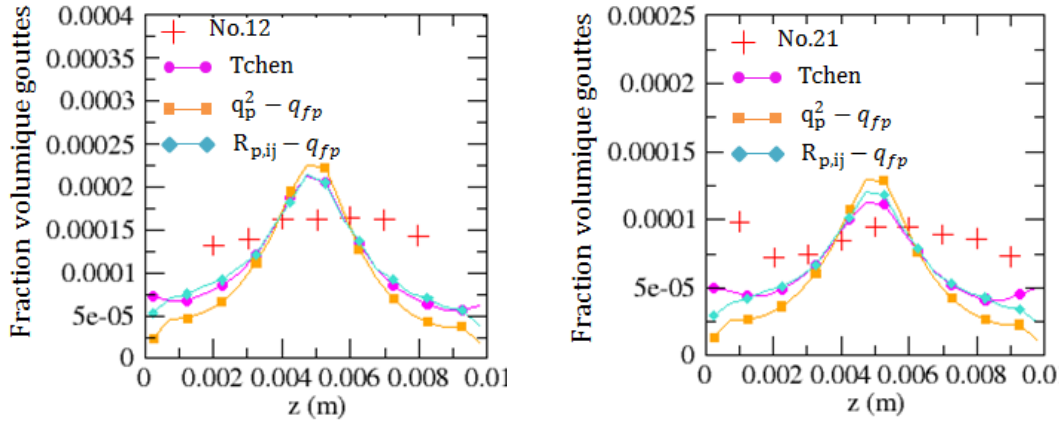
FIGURE 5.7 – Évolution axiale des profils de l'énergie cinétique turbulente des gouttes en fonction des modèles de turbulence de la phase dispersée - Essai 21

5.2.3 Fraction volumique des gouttes

La Figure 5.8 présente les résultats pour le profil de la fraction volumique des gouttes. Il apparaît que les profils prédits par les simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2) présentent une forme de pic, et ce indépendamment du modèle de turbulence utilisé mais plus marquée avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$, tandis que les profils mesurés sont relativement plats. En analysant en parallèle les évolutions axiales, simulées par NEPTUNE_CFD le long du canal, à la fois du profil de α_p (Figure 5.9a) et du profil de l'énergie cinétique turbulente de la phase gaz q_f^2 (Figure 5.9b), on montre que le pic observé sur le profil de α_p en x = 0.5 m résulte de la diffusion, contre le gradient de concentration, induite par le fort gradient de diffusivité (phénomène de turbophorèse) dans un écoulement non établi.
En effet, l'analyse de la Figure 5.9 montre qu'à la position x = 0.25 m, le profil de l'énergie cinétique turbulente de la phase gaz, initialement nulle, est en cours d'établissement, la turbulence, produite par les frottements en paroi, a commencé à se développer mais n'a pas atteint le cœur de l'écoulement, qui reste alors une zone non diffusive piégeant les gouttes. En revanche, dans les zones intermédiaires, situées entre le cœur et la paroi, l'énergie cinétique turbulente q_f^2 est non nulle et les gouttes peuvent diffuser vers le cœur et la paroi. C'est pourquoi, le profil du taux de présence des gouttes présente deux bosses situées à la frontière entre le cœur, non diffusif, et les zones intermédiaires diffusives. Puis, la turbulence se développant dans le canal, ces zones intermédiaires diffusives croissent, faisant évoluer le profil de taux de présence des gouttes vers une forme de pic (dont la pointe est en réalité deux bosses), car les gouttes venant des zones diffusives sont toujours piégées dans la zone centrale (x = 0.5 m). Enfin, quand l'énergie cinétique turbulente est pleinement développée dans tout le canal, la diffusion agit dans tout l'écoulement, les gouttes sont dispersées dans toute la section, ce qui, combiné au dépôt en paroi, entraîne un aplatissement du profil du taux de présence des gouttes (x = 1.0 m).
Dans l'expérience de Namie et Ueda [56], la section de dépôt faisant suite à une première longueur de canal de 2.5 m, utilisée comme générateur d'écoulements annulaires à brouillard, l'énergie cinétique turbulente de la phase continue n'est pas nulle à l'entrée de la deuxième longueur dédiée au dépôt, ce qui explique la différence entre les résultats numériques et expérimentaux sur le profil de la fraction volumique des gouttes relevé dans la section (2). Afin de valider cette interprétation, sous l'hypothèse que le profil de l'énergie cinétique turbulente du gaz est pleinement développé à l'entrée de la section de dépôt, des calculs NEPTUNE_CFD ont été réalisés. Les résultats, présentés sur la Figure 5.10, confirment l'impact de la diffusion turbulente sur le profil du taux de présence des gouttes, puisque, en imposant en entrée de canal un profil d'énergie cinétique turbulente de la phase continue non nul, le profil de la fraction volumique obtenu ne présente plus une forme de pic prononcée, et est davantage en accord avec les points expérimentaux (Figure 5.10a).

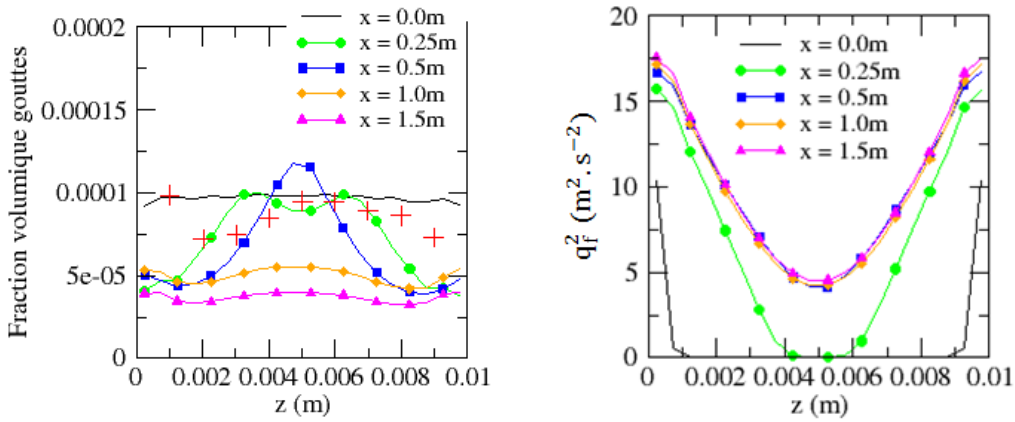
5.2.4 Évolution axiale du débit massique de gouttes

Étant donnée l'influence de la diffusion turbulente sur le gradient de concentration des gouttes, mis en évidence dans le paragraphe précédent, on peut s'attendre à ce que le débit massique des gouttes, et donc le dépôt, soit sensible aux conditions d'entrées de l'énergie cinétique turbulente du gaz. La Figure 5.11 montre qu'en effet, avec un profil d'énergie cinétique turbulente du gaz établi en entrée, le débit massique des gouttes est plus faible de 10% dans le canal par comparaison avec une énergie q_f^2 nulle en entrée, et ce pour les trois modèles de turbulence de la phase dispersée. Avec un profil de turbulence déjà établi, les gouttes diffusent plus dans la section et donc se déposent davantage en paroi.



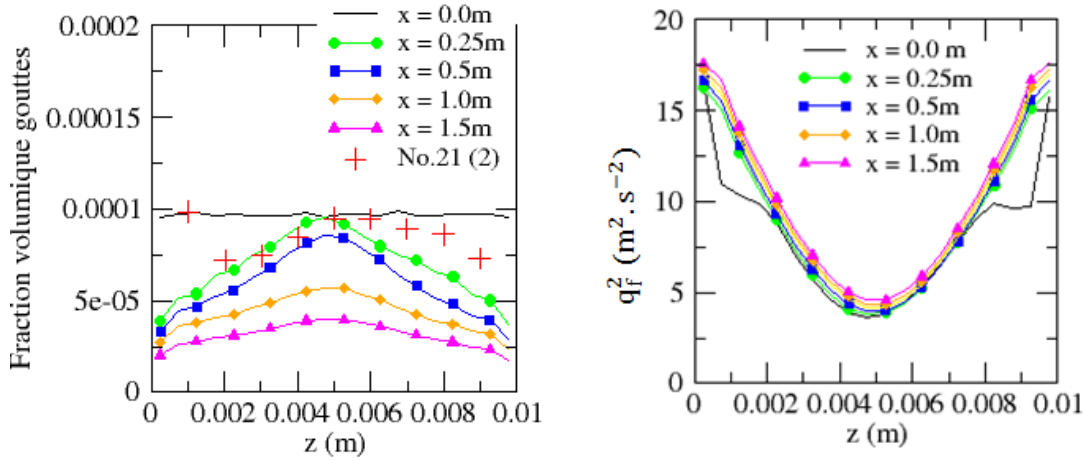
(a) Fraction volumique des gouttes - Essai 12 (b) Fraction volumique des gouttes - Essai 21

Figure 5.8 – Influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le profil de la fraction volumique des gouttes - Comparaison entre données expérimentales (+) et simulations NEPTUNE_CFD dans la section (2).



(a) Évolution axiale du profil de la fraction volumique de gouttes (b) Évolution axiale du profil de l'énergie cinétique turbulente du gaz

Figure 5.9 – Évolution axiale des profils de la fraction volumique de gouttes et de l'énergie cinétique turbulente du gaz le long du canal - Calculs NEPTUNE_CFD avec les modèles $q_f^2 - \varepsilon_f / R_{p,ij} - q_{fp}$ - Essai 21



(a) Évolution axiale du profil de la fraction volumique des gouttes

(b) Évolution axiale du profil de l'énergie cinétique turbulente de la phase gaz

Figure 5.10 – Influence des conditions d'entrée de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue sur l'évolution axiale du profil du taux de présence des gouttes - Calculs NEPTUNE_CFD avec les modèles $q_f^2 - \varepsilon_f / R_{p,ij} - q_{fp}$ - Essai 21

Dans les calculs présentés dans la suite de ce paragraphe, afin de reproduire au mieux les conditions expérimentales, les conditions d'entrée de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue sont un profil établi, déterminé pour chaque essai. La Figure 5.13 compare l'évolution axiale du débit massique de gouttes calculée par NEPTUNE_CFD, avec les modèles $q_f^2 - \varepsilon_f / R_{p,ij} - q_{fp}$, aux données expérimentales, pour différents essais. La décroissance linéaire du débit massique de gouttes mesurée expérimentalement est bien retrouvée par les calculs CFD et les valeurs numériques du débit massique de gouttes sont conformes aux valeurs mesurées, à 5%. Ces bons résultats indiquent que le modèle de dépôt local développé dans NEPTUNE_CFD prédit de façon très correcte le dépôt des gouttes en paroi. L'influence du modèle de turbulence de la phase dispersée sur le débit massique des gouttes, et donc le dépôt des gouttes, est présentée sur la Figure 5.12. Comme précédemment, les simulations avec les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ sont en très bon accord avec les points expérimentaux, en revanche les résultats des calculs avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ sous-estiment le débit massique des gouttes. Ce résultat est en adéquation avec le fait que ce modèle disperse trop les gouttes dans l'écoulement, et donc, surestime le dépôt des gouttes en paroi.

Afin de comprendre les différents comportements des modèles de turbulence de la phase dispersée, une analyse de ces modèles est réalisée dans la suite de ce chapitre, qui débouchera sur une étude des couplages entre la phase continue et la phase dispersée afin de mettre en évidence les différents mécanismes en jeu .

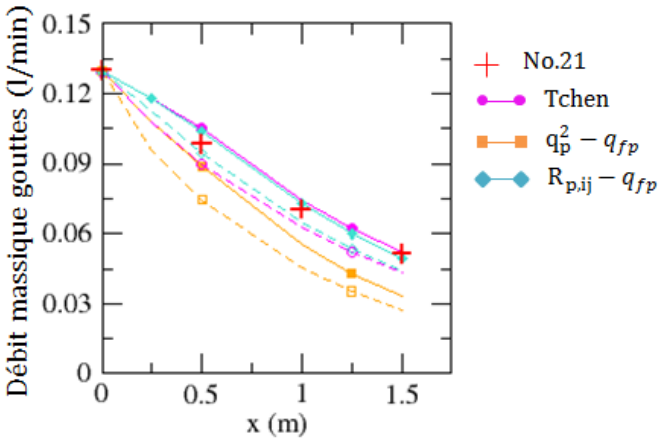
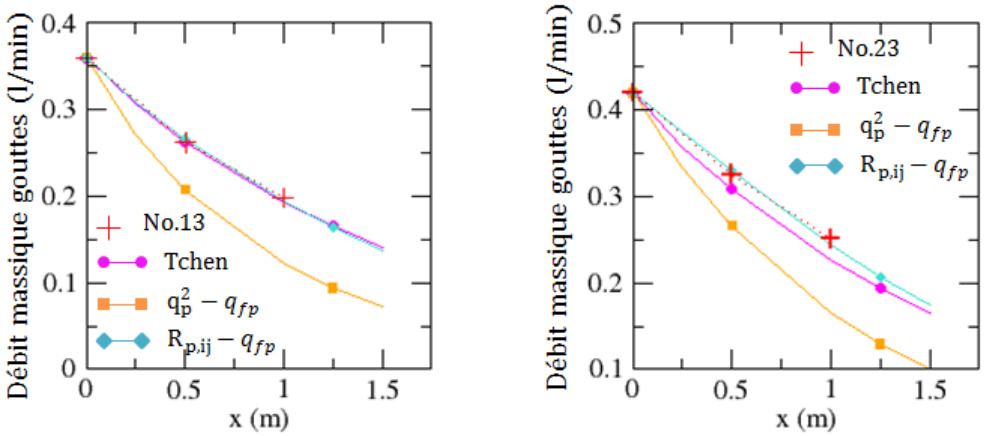


Figure 5.11 – Évolution axiale du débit massique de gouttes en fonction des conditions d'entrée du profil de l'énergie cinétique turbulente du gaz : — $q^2_{f,entrée} = 0$; - - - $q^2_{f,entrée}$ = profil établi



(a) Essai 13 (b) Essai 23

Figure 5.12 – Évolution axiale du débit massique de gouttes en fonction des modèles de turbulence de la phase dispersée

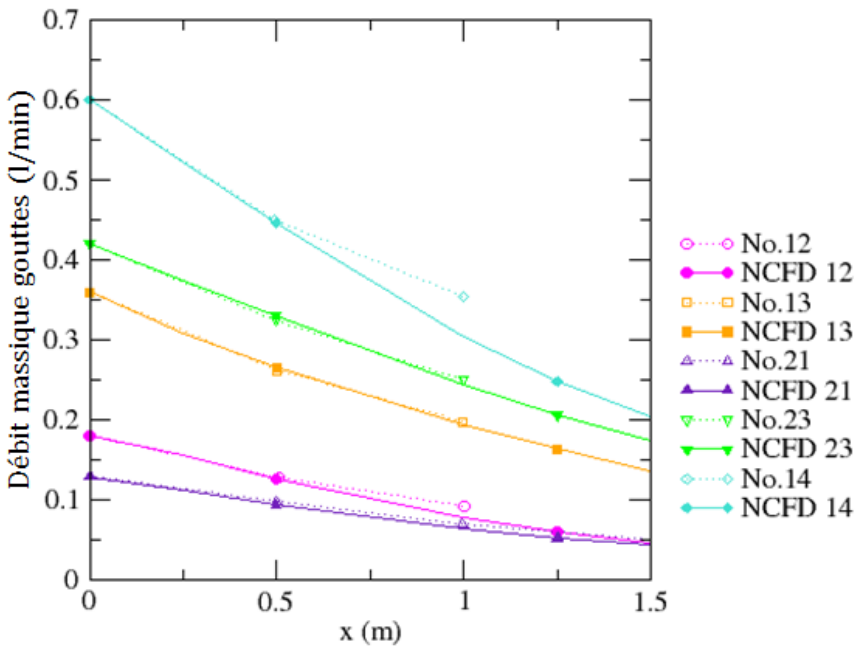


Figure 5.13 – Évolution axiale du débit massique de gouttes - Comparaison des données expérimentales aux simulations NEPTUNE_CFD ($q_f^2 - \varepsilon_f/R_{p,ij} - q_{fp}$) pour différents essais.

5.3 Analyse des couplages entre phases

5.3.1 Vitesse de dérive et dispersion des particules

Dans la modélisation retenue dans cette étude, la dispersion des particules est, *a priori*, régie par le terme de la vitesse de dérive, qui apparaît dans les équations de quantité de mouvement des deux phases, 3.138 et 3.113, par le biais du terme de couplage diphasique :

$$\begin{aligned}\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_pU_{p,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}\right\rangle_p\right)+\alpha_p\rho_p\left[\frac{U_{f,i}+V_{d,i}-U_{p,i}}{\tau_p}\right]\\ &\quad -\alpha_p\frac{\partial P_f}{\partial x_i}+\alpha_p\frac{\partial\bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j}+\alpha_p\rho_p g_i \qquad (5.1)\\ \alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_fU_{f,i}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f\right)-\alpha_p\rho_p\left[\frac{U_{f,i}+V_{d,i}-U_{p,i}}{\tau_p}+\right]\\ &\quad -\alpha_f\frac{\partial P_f}{\partial x_i}+\alpha_f\frac{\partial\bar{\bar{\tau}}_{f,ij}}{\partial x_j}+\alpha_f\rho_f g_i \qquad (5.2)\end{aligned}$$

Cette vitesse de dérive est modélisée par la relation 3.95 :

$$V_{d,i}=-D^t_{sp,ij}\left[\frac{1}{\alpha_p}\frac{\partial\alpha_p}{\partial x_j}-\frac{1}{\alpha_f}\frac{\partial\alpha_f}{\partial x_j}\right] \qquad (5.3)$$

Dans cette étude, le tenseur de dispersion $D^t_{sp,ij}$ est modélisé au premier ordre avec l'énergie de covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules q_{fp} :

$$D^t_{sp,ij}=\frac{1}{3}\mathcal{T}_s q_{fp}\delta_{ij} \qquad (5.4)$$

Proportionnel à $\mathcal{T}_s$ et q_{fp}, termes tous deux positifs (ou nul), le tenseur de dispersion des particules est positif (ou nuls), ce qui confirme le rôle de dispersion des gouttes dans l'écoulement de la vitesse de dérive (pas de phénomène d'anti-diffusion).

5.3.2 Les modèles de turbulence

Le modèle de Tchen

Le modèle de Tchen, modèle algébrique simple, lie directement l'énergie cinétique turbulente des gouttes à celle de la phase continue selon la relation (3.159) :

$$2q_p^2=q_{fp}=2q_f^2\frac{1}{1+St} \qquad (5.5)$$

Le modèle $q_p^2-q_{fp}$

En associant le modèle $q_p^2-q_{fp}$ au modèle $q_f^2-\varepsilon_f$ de la phase continue, trois énergies sont mises en jeu : l'énergie cinétique turbulente de la phase continue q_f^2, l'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée q_p^2 et l'énergie de covariance fluide-particule q_{fp}, dont les équations de transport sont données par les équations (3.115), respectivement (3.146) et

(3.149), rappelées ci-dessous :

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p q_p^2}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\frac{1}{2}\left\langle v'_{p,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right)}_{TRSP_{q_p^2}} \underbrace{-\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}\left(2q_p^2 - q_{fp}\right)}_{ECH_{q_p^2}}$$
$$\underbrace{-\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k}}_{PROD_{q_p^2}} \tag{5.6a}$$

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p q_{fp}}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{f,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right)}_{TRSP_{q_{fp}}} \underbrace{-\alpha_p\rho_p\frac{q_{fp}}{\mathcal{T}_f}}_{PUITS_{q_{fp}}} \underbrace{-\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}(-2q_f^2 + q_{fp})}_{ECH_{q_f^2}}$$
$$\underbrace{-\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{f,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{d,i}}{\partial x_k}\right)}_{PROD_{q_{fp}}}$$
$$\underbrace{+\chi\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[-2q_p^2 + q_{fp}]}_{\chi ECH_{q_p^2}} \tag{5.6b}$$

$$\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f q_f^2}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)}_{TRSP_{q_f^2}} \underbrace{-\alpha_f\rho_f\varepsilon_f}_{PUITS_{q_f^2}}$$
$$\underbrace{-\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}}_{PROD_{q_f^2}} \underbrace{+\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[-2q_f^2 + q_{sp}]}_{ECH_{q_f^2}} \underbrace{+\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[V_{d,i}(U_{p,i} - U_{f,i})]}_{VDVR} \tag{5.6c}$$

avec $\chi \hat{=} \frac{\alpha_p\rho_p}{\alpha_f\rho_f}$.

Écrites de cette façon, ces équations permettent de mieux comprendre le rôle de l'énergie de covariance fluide-particules. En mathématique statistique, la covariance indique dans quelle mesure les variables en présence varient dans le même sens ou en sens opposé. Dans l'équation (5.6b), outre un terme de production et un terme de dissipation, les termes régissant le transport de la covariance scalaire sont des termes d'échanges entre phases. Ainsi, l'énergie de covariance fluide-particules peut être perçue comme un indicateur permettant d'estimer le degré de couplage entre les deux phases. Afin de préciser les échanges d'énergies entre la phase dispersée et la phase continue, tels qu'ils sont modélisés par ces modèles couplés $q_p^2 - q_{fp}$ et $q_f^2 - \varepsilon_f$, l'analyse physique des différents termes de ces équations est intéressante :

- **Les termes de transport, TRSP.**

  Les termes TRSP représentent le transport de l'énergie par les fluctuations turbulentes de vitesse du gaz pour q_f^2 et des gouttes pour les deux énergies q_p^2 et q_{fp}.

– **Les termes de production, PROD.**

Les termes de production sont des termes de production par les gradients de vitesses moyennes. Pour la phase continue, ces gradients sont dus au frottement pariétal. Pour la phase dispersée, cette modélisation particulière résulte de la modélisation de la phase dispersée comme un continuum, approche liée à l'utilisation du modèle bi-fluide. Pour l'énergie de covariance, les termes de production sont dus aux gradients de vitesse moyenne de chacune des deux phases et au gradient de la vitesse de dérive.

– **Les termes d'échanges, $ECH_{q_p^2}$, $ECH_{q_f^2}$ et VDVR.**

Le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente de la phase continue met en évidence deux contributions différentes :

- $ECH_{q_f^2}$ est le résultat d'une compétition entre deux termes de signe opposé : $-\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} 2q_f^2$, où q_f^2 est l'énergie cinétique turbulente du *fluide vu* par les gouttes, est un terme de dissipation du mouvement fluctuant du gaz dû à l'accélération des gouttes par la phase continue tandis que $\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} q_{fp}$ représente une source d'énergie due au couplage des mouvements fluctuants des deux phases. Généralement, la turbulence du *fluide vu* par les gouttes est toujours supérieure à la demi-covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules (excepté dans le cas limite du traceur)(voir § 5.3.4.2), c'est pourquoi le terme $ECH_{q_f^2}$ est toujours négatif ou nul. C'est un terme de destruction du mouvement fluctuant, aux grandes échelles, de la phase continue due au couplage avec la phase dispersée. Inversement proportionnel à τ_p, ce terme est d'autant plus fort que les gouttes sont petites, ce qui est cohérent avec le fait que plus les gouttes sont petites plus elles sont sensibles à l'agitation turbulente du gaz environnant.
- Le terme VDVR représente la modification de l'énergie cinétique turbulente du gaz en raison du transport des gouttes par la turbulence du fluide. Ce terme peut être positif ou négatif selon le flux turbulent de particules $\alpha_p \rho_p V_{d,i}$ et de la vitesse moyenne relative $U_{r,i}$. Son action est donc moins évidente et ce terme est généralement négligeable devant le terme $ECH_{q_f^2}$, à moins d'une vitesse de dérive élevée alignée avec la vitesse moyenne relative.

Il est à noter que le terme de couplage diphasique de l'énergie cinétique turbulente du gaz est généralement négatif et n'est pas capable de rendre compte de l'augmentation d'énergie cinétique turbulente due aux grosses gouttes par production dans leur sillage. Cette déficience est due à l'approximation de force ponctuelle. Pour faire apparaître le terme de production de sillage lié à la vitesse relative moyenne, la vitesse instantanée du gaz à la position de la goutte doit être prise comme étant égale à la vitesse de la goutte en raison de la condition de non-glissement à la surface de cette dernière (Oesterlé [59]) : $v_{f,i} = v_{p,i}$. Par ailleurs, en faisant intervenir la vitesse relative instantanée [2], $v_{r,i} = v_{p,i} - v_{f,i}$, Vermorel [87] décompose le terme de couplage

2. Cette décomposition suppose une prise de moyenne à l'échelle de la goutte et de son gaz environnant, l'approximation point-force n'est plus valable.

$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$ pour faire apparaître le terme de production par sillage [3] :

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong & \underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[-2q_f^2 + q_{sp}]}_{ECH_{q_f^2}} + \underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p} V_{d,i}(U_{p,i} - U_{f,i})}_{VDVR} \\ & + \underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}(\left\langle u'^2_{r,i}\right\rangle_p + U^2_{r,i} + 2U_{r,i}\left\langle u'_{r,i}\right\rangle_p)}_{PROD_s}\end{aligned} \tag{5.7}$$

Où le dernier terme $PROD_s$ représente la production de sillage, génératrice de pseudo-turbulence (Tsuji *et al.* [86]), c'est-à-dire de fluctuations de vitesse du gaz à petite échelle dues aux perturbations du champ de gaz engendrées par une particule. Cette production de sillage est induite respectivement par le mouvement relatif moyen et le mouvement relatif fluctuant. Il est à noter que ce terme n'est pas pris en compte dans le code NEPTUNE_CFD en raison de l'approximation de force ponctuelle.
De la même façon que pour $ECH_{q_f^2}$, le terme de couplage diphasique de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des particules $ECH_{q_p^2}$ résulte d'une compétition entre deux termes de signe opposé : $-\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}2q_p^2$, responsable de la destruction de l'agitation des particules tandis que $\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}q_{sp}$ est un terme source.
Les termes $ECH_{q_f^2}$ et $ECH_{q_p^2}$ se retrouvent dans l'équation de transport de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules (5.6b) avec un signe opposé. Le vrai terme de couplage inverse de cette équation (5.6b) est $ECH_{q_p^2}$, pondéré par χ, car $ECH_{q_f^2}$, qui représente l'action des forces exercées par le fluide, existe même lorsque le couplage inverse n'est pas pris en compte. Ainsi, dans cette modélisation, les échanges d'énergie cinétique entre les phases ne sont pas directs, ils se font par le biais de l'énergie de covariance.

– **Les termes puits, PUITS.**

Pour la phase continue, le terme $PUITS_{q_f^2}$ traduit la destruction de l'énergie cinétique par dissipation visqueuse, liée à la viscosité moléculaire, Le terme $PUITS_{q_{fp}}$ est fonction de l'échelle de temps du fluide vu $\mathcal{T}_s$, ce qui indique que la dissipation de l'énergie de covariance est due au phénomène de croisements de trajectoires. Dans cette étude, les collisions entre particules ont été négligées, c'est pourquoi il n'apparaît pas de terme puits dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des particules.

Le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$

Pour le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$, associé au modèle $q_f^2 - \varepsilon_f$ de la phase continue, les équations de transport des différentes énergies sont données par les équations (3.139), (3.149) et

3. Les calculs détaillés sont présentés dans le § A.2 de l'Annexe A

(3.115) :

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}\right\rangle_p}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}v'_{p,k}\right\rangle_p\right)}_{TRSP_{R_{p,ij}}}\underbrace{-\alpha_p\rho_p\frac{2}{\tau_p}\left[\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}\right\rangle_p - R_{fp,ij}\right]}_{ECH_{R_{p,ij}}}$$
$$\underbrace{-\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,j}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k}}_{PROD_{R_{p,ij}}} \tag{5.8a}$$

$$\alpha_p\rho_p\frac{\mathrm{d}_p q_{fp}}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{f,i}v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\right)}_{TRSP_{q_{fp}}}\underbrace{-\alpha_p\rho_p\frac{q_{fp}}{\mathcal{T}_f}}_{PUITS_{q_{fp}}}+\underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}(2q_f^2-q_{fp})}_{ECH_{q_f^2}}$$
$$\underbrace{-\alpha_p\rho_p\left\langle v'_{f,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_k} - \alpha_p\rho_p\left\langle v'_{p,i}v'_{p,k}\right\rangle_p\left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}+\frac{\partial V_{d,i}}{\partial x_k}\right)}_{PROD_{q_{fp}}}$$
$$+\underbrace{\chi\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[-2q_p^2+q_{fp}]}_{\chi ECH_{q_p^2}} \tag{5.8b}$$

$$\alpha_f\rho_f\frac{\mathrm{d}_f q_f^2}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\right)}_{TRSP_{q_f^2}}-\underbrace{\alpha_f\rho_f\varepsilon_f}_{PUITS_{q_f^2}}$$
$$\underbrace{-\alpha_f\rho_f\left\langle v'_{f,i}v'_{f,k}\right\rangle_f\frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_k}}_{PROD_{q_f^2}}+\underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[-2q_f^2+q_{sp}]}_{ECH_{q_f^2}}+\underbrace{\frac{\alpha_p\rho_p}{\tau_p}[V_{d,i}(U_{p,i}-U_{f,i})]}_{VDVR} \tag{5.8c}$$

En raison de l'utilisation du modèle au second ordre $R_{p,ij}$, le système d'équations est dissymétrisé notamment en ce qui concerne les termes d'échange entre l'énergie de la phase dispersée et l'énergie de covariance. En comparaison au modèle $q_p^2 - q_{fp}$, le modèle au second ordre est plus riche car il respecte l'anisotropie du tenseur cinétique des gouttes. Néanmoins, en première approche, les analyses terme à terme des équations ainsi que du couplage entre les deux phases sont les mêmes que précédemment.

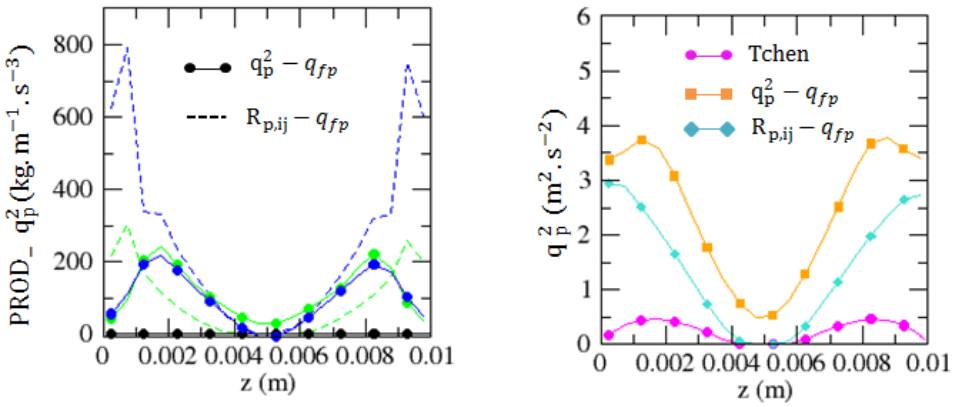
5.3.3 Étude de Namie & Ueda : le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ et la dispersion des gouttes

Les résultats des comparaisons entre les données expérimentales de Namie et Ueda [56] et les calculs numériques réalisés avec NEPTUNE_CFD ont montré que le modèle de turbulence de la phase dispersée $q_p^2 - q_{fp}$ dispersait trop les gouttes car la valeur de l'énergie cinétique des gouttes prédite par ce modèle est trop élevée. En revanche, les deux autres modèles de turbulence, le modèle de Tchen et le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$, donnent des résultats en accord avec ceux mesurés dans l'expérience.
Dans l'équation de transport de l'énergie q_p^2 du modèle $q_p^2 - q_{fp}$, le tenseur des contraintes

cinétiques de la phase dispersée du terme de production est modélisé par la relation (3.152), faisant apparaître un terme de viscosité turbulente ν_p^t, qui, modélisée par la loi de fermeture (3.155), est proportionnelle à q_p^2 :

$$PROD_{q_p^2} \propto \nu_p^t \propto q_p^2 \tag{5.9}$$

Ainsi, sous les hypothèses d'un écoulement dilué où les collisions entre les gouttes sont négligées, l'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée ne peut qu'augmenter car la production d'énergie q_p^2 est elle-même proportionnelle à q_p^2.
Le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$ n'a pas ce problème puisque les termes de production $PROD_{Rp}$ sont exacts. Ce modèle est donc meilleur dans le cas d'écoulements dilués. La Figure 5.14 compare les termes de production de l'énergie cinétique turbulente des gouttes calculés par chacun des deux modèles. Pour le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$, ces termes sont évalués à partir de la demi-trace des termes de production du tenseur $R_{p,ij}$: $PROD_{q_p^2} = \frac{1}{2}\left(PROD_{Rp,xx} + PROD_{Rp,yy} + PROD_{Rp,zz}\right)$. On remarque qu'à la position axiale x = 0.25 m, le terme de production calculé par le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ est entre 30% et 40% plus fort, dans la zone centrale de l'écoulement, que celui déterminé avec le modèle au second ordre. Notamment au centre de l'écoulement, à la position axiale x = 0.25m, l'énergie cinétique turbulente des gouttes prédite par le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ est non nulle tandis que celle prédite par les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ est nulle (Figure 5.14b). Cette agitation des gouttes acquise avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$, par le biais du terme de production, est très certainement responsable de la trop grande dispersion des gouttes dans l'écoulement et donc de la surestimation du taux de dépôt.



(a) Terme $PROD_q_p^2$

(b) Profil de q_p^2 à la position axiale x = 0.25m

Figure 5.14 – a) - Comparaison des termes de production de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes pour les modèles $q_p^2 - q_{fp}$ et $R_{p,ij} - q_{fp}$ dans les sections x = 0.25 m — et x = 0.5m — b) - 5.14b Comparaison du profil de q_p^2 à x = 0.25 m pour les trois modèles de turbulence de la phase dispersée.

5.3.4 Analyses des transferts d'énergie cinétique entre phases

5.3.4.1 Étude de sensibilité

Dans l'étude expérimentale de Namie & Ueda, l'influence des gouttes sur la turbulence de la phase continue peut s'observer sur la Figure 4.5, qui représente les profils expérimentaux de la composante axiale de la vitesse du gaz pour les différents essais diphasiques mais également monophasiques (essais 10, 20 et 30). A taille de gouttes donnée, le profil de la vitesse axiale du gaz est sensible au taux de chargement volumique des gouttes. Afin d'estimer le degré de couplage entre les phases et d'évaluer les transferts d'énergie cinétique, l'influence potentielle de la phase dispersée sur la phase continue est mise en évidence dans ce paragraphe, avec comme support, des calculs NEPTUNE_CFD. Le principe consiste à simuler un écoulement diphasique gaz/gouttes, dans un canal horizontal, à débit gaz imposé en faisant varier la taille des gouttes ainsi que leur taux de présence afin de tester la sensibilité du phénomène de couplage entre les phases à ces deux paramètres. Les calculs sont effectués avec les modèles de turbulence $q_f^2 - \varepsilon_f$ pour la phase continue et $q_p^2 - q_{fp}$ pour la phase dispersée. Couplés, ces deux modèles présentent des équations de transport des énergies mises en jeu, q_f^2, q_p^2 et q_{fp}, symétriques, c'est-à-dire que les termes d'échanges entre phases sont identiques d'une équation à l'autre (voir § 5.3.2), ce qui facilite l'interprétation des résultats. D'un point de vue numérique, le maillage développé pour l'étude de Namie & Ueda est utilisé. Les conditions limites en entrée sont de type Dirichlet, avec des profils plats pour les différentes variables. Le débit massique du gaz est imposé à 0.027 $kg.s^{-1}$, ce qui correspond à une vitesse moyenne du gaz de 37.5 $m.s^{-1}$. L'énergie cinétique turbulente du gaz est nulle en entrée. Les gouttes sont injectées avec une vitesse axiale de 33.0 $m.s^{-1}$. En jouant sur le diamètre des particules, $d_p = 10,\ 30\ et\ 100\ \mu m$, une large gamme de nombres de Stokes, $St = \frac{\tau_p}{\mathcal{T}_f}$, est couverte : $St_{10\mu m} \approx 0.5$, $St_{30\mu m} \approx 15$ et $St_{100\mu m} \approx 200$. La taille de goutte intermédiaire 30 μm est choisie en référence à l'étude de Namie & Ueda. D'autre part, le taux de présence des gouttes imposé est de 10^{-2}, 10^{-3} et 10^{-4}, ce qui correspond à des chargements massiques $\Phi = \frac{\dot{m}_{p,entrée}}{\dot{m}_{f,entrée}}$ respectifs de 22, 2.2 et 0.2. La fraction volumique maximale imposée en entrée est de 10^{-2}, afin de rester dans le cadre du développement des modèles utilisés car les collisions ne sont pas prises en compte. Une étude paramétrique de l'action des particules sur le fluide est ainsi menée et les différents cas sont récapitulés dans le Tableau 5.4. Les conditions limites en paroi et en sortie sont les mêmes que pour l'étude de Namie & Ueda, le dépôt des gouttes est pris en compte par le modèle local développé au § 4.2.2.3. Aussi, afin d'avoir une référence, un écoulement monophasique de gaz est simulé. Les résultats présentés sont des profils relevés dans l'axe central vertical de la section de sortie, à 90 diamètres hydrauliques de l'entrée (sauf indiqué), en régime stationnaire.

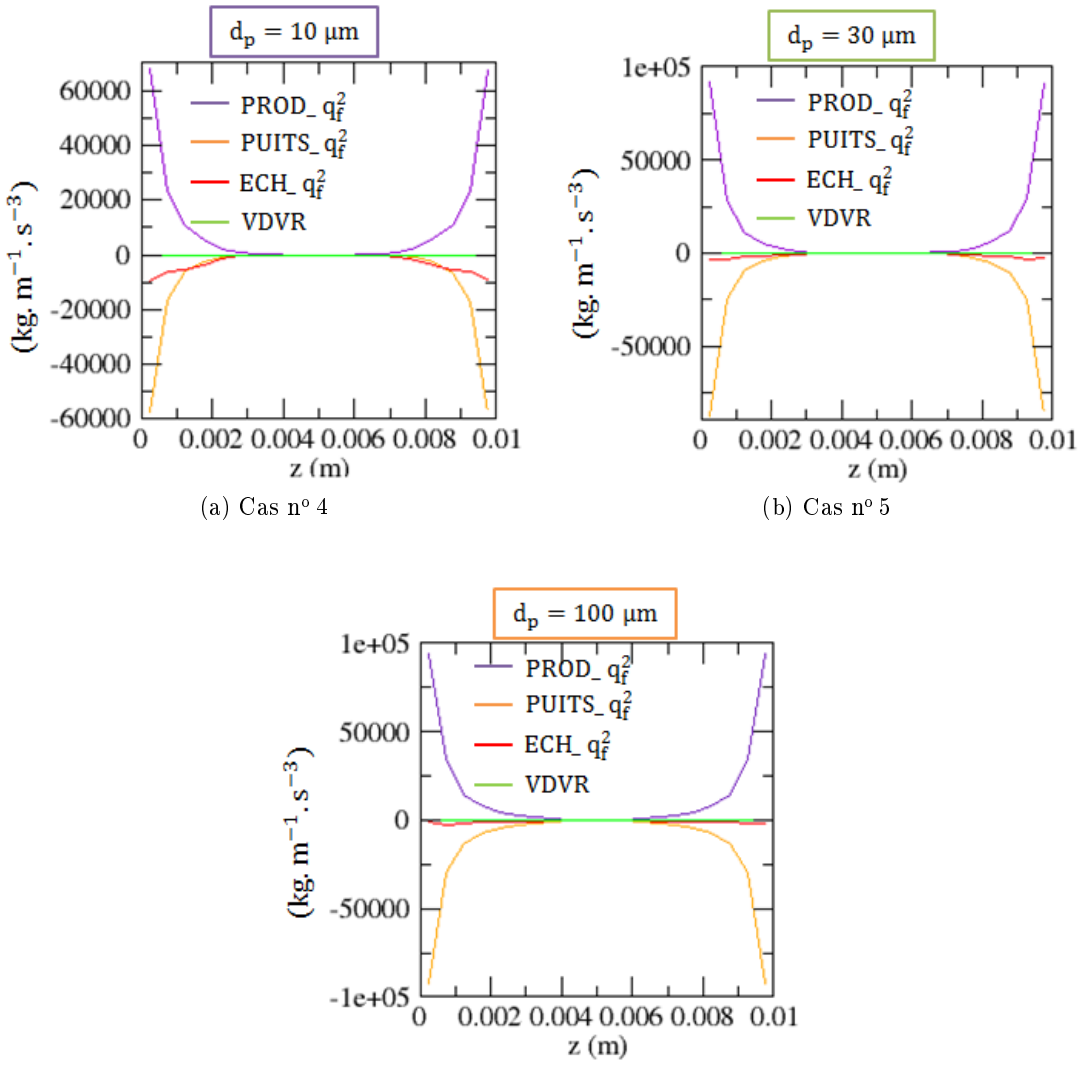
$\alpha_p, \Phi \setminus d_p, St$	10 μm St = 0.5	30 μm St = 15	100 μm St = 200
$10^{-4}(\Phi = 0.2)$	Cas n° 1	Cas n° 2	Cas n° 3
$10^{-3}(\Phi = 2.2)$	Cas n° 4	Cas n° 5	Cas n° 6
$10^{-2}(\Phi = 22)$	Cas n° 7	Cas n° 8	Cas n° 9

Table 5.4 – Étude paramétrique

5.3.4.2 Résultats

Sur la Figure 5.15 sont tracés les différents termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique q_f^2. Le terme source dominant est le terme de production par les gradients moyens de vitesse, dus aux frottements en paroi, qui alimentent ainsi q_f^2. Cette turbulence créée en paroi est en partie détruite par le terme puits lié à la dissipation visqueuse mais également amenée dans les zones moins énergétiques, telles que le cœur de l'écoulement, par les termes de transport diffusif (non représentés). Le terme de couplage est toujours négatif et son amplitude diminue lorsque la taille des gouttes augmente, ce qui est cohérent avec le fait que les goutte sont d'autant plus sensibles à la turbulence du gaz qu'elles sont petites. Le terme VDVR est négligeable. Pour les petites gouttes cela s'explique par une très faible vitesse relative, ces dernières étant rapidement accélérées par le gaz, pour les plus grosses, peu sensibles à la turbulence fluide, le flux turbulent $\alpha_p \rho_p V_{d,i}$ est faible. Ainsi, dans le cas d'un écoulement en conduite, la création d'énergie cinétique turbulente de la phase continue due au transport turbulent des gouttes par la vitesse de dérive est négligeable devant le phénomène classique de production par les gradients de vitesse moyenne en raison du frottement pariétal. On rappelle que le terme de production par sillage $PROD_s$ n'est pas modélisé dans NEPTUNE_CFD. Ce terme est négligeable pour les gouttes de 10 et 30 μm, puisque produisant une énergie de sillage à l'échelle de leur diamètre celle ci est dissipée rapidement par les petites échelles de la turbulence de la phase continue (l'échelle de Kolmogorov de l'écoulement est d'environ 30 μm). Pour les gouttes de 100 μm, il est possible que les effets de sillage soient plus importants et contribuent, localement, à la création de turbulence à l'échelle de la taille de la goutte. Cependant, par comparaison aux grandes échelles de l'écoulement, cette énergie produite par sillage sera également très vite dissipée : en prenant comme échelle de vitesse caractéristique des fluctuations turbulentes la vitesse de frottement u^*, le temps de vie des tourbillons produits par sillage est estimé à $T \approx \frac{d_p}{u^*} \approx \frac{100.10^{-6}}{2} \approx 50\ \mu s$. Avec une vitesse moyenne de l'écoulement de $\approx 38\ m.s^{-1}$, les tourbillons sont dissipés sur une échelle de longueur de ≈ 1.9 mm. Ainsi, les fluctuations de vitesse créées dans le sillage des particules seraient totalement invisibles au niveau des bilans de cette étude puisque dissipées quasi instantanément à l'échelle de sous-maille.

Si l'on observe l'influence du taux de présence sur la Figure 5.16, qui met en parallèle les Cas n° 1, n° 4 et n° 7, on remarque que le terme de production par les gradients de vitesse moyenne du gaz varie sensiblement en fonction du chargement massique : ce terme est plus important pour le Cas n° 1, à faible taux de présence de gouttes, que pour les Cas n° 4 et n° 7, à taux de présence de gouttes plus élevé. Il est en de même pour le terme de couplage diphasique, qui augmente visiblement avec le chargement en gouttes. Il résulte de ces comportements une forte diminution de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue et une modification du profil de la vitesse axiale du gaz dans la section comme le montre la Figure 5.17. A taille de goutte identique, plus l'écoulement est chargé en gouttes, plus les variables de la phase continue sont affectées. La présence des gouttes empêche la turbulence de paroi de se développer pleinement. Notamment pour des chargements Φ de 2.2 et 22, l'énergie cinétique turbulente de la phase continue est créée à la paroi mais elle est très vite dissipée. En raison de l'inertie des particules, ce phénomène se traduit par une diffusivité turbulente apparente de l'écoulement plus faible, entraînant une modification du profil de vitesse axiale du gaz. Sous l'hypothèse que seul le gaz frotte à la paroi, il en résulte une contrainte de cisaillement τ_w uniquement pilotée par la viscosité cinématique de la phase continue. En conséquent, à contrainte de cisaillement imposée, une viscosité cinématique turbulente plus faible conduit à une longueur d'établissement du profil de vi-

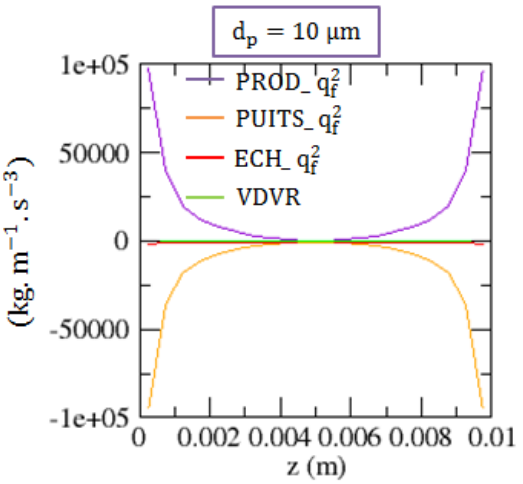


(a) Cas n° 4

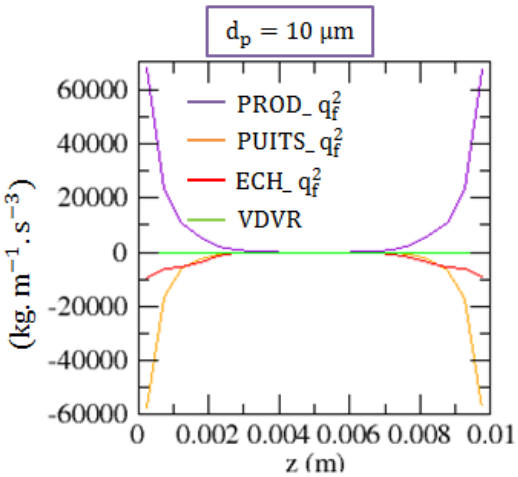
(b) Cas n° 5

(c) Cas n° 6

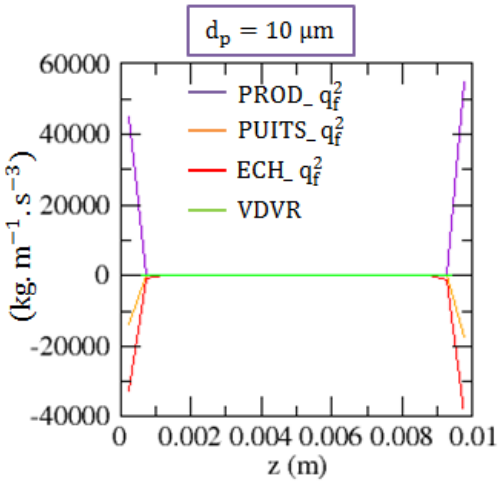
Figure 5.15 – Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du gaz dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$.



(a) Cas n° 1 ($\alpha_p = 10^{-4}$)



(b) Cas n° 4 ($\alpha_p = 10^{-3}$)



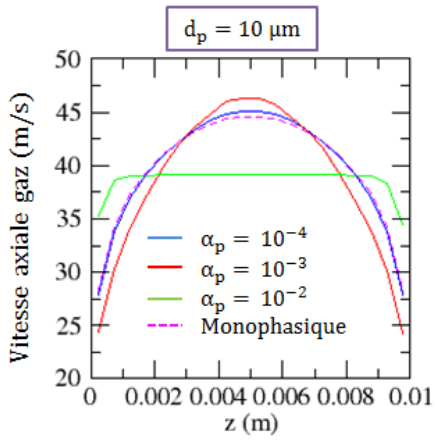
(c) Cas n° 7 ($\alpha_p = 10^{-2}$)

Figure 5.16 – Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du gaz dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$.

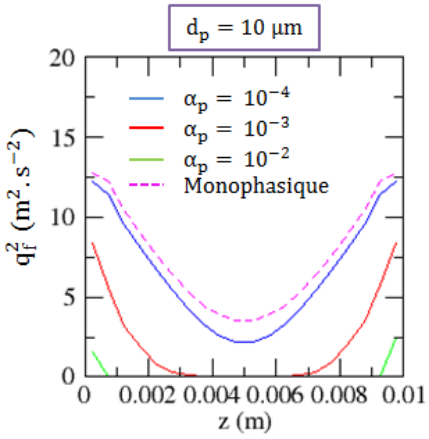
tesse axiale du gaz plus grande. Ces résultats s'observent sur les Figures 5.17a, 5.17c et 5.17e, ainsi que sur les profils expérimentaux de vitesse axiale du gaz de l'étude de Namie & Ueda.
Pour les Cas n° 9 et n° 8, il est intéressant de noter que le profil de vitesse axiale du gaz suit le profil de l'écoulement monophasique sur les premiers millimètres du haut de la conduite ($0.006 \leq z \leq 0.01$ pour le Cas n° 9 de la Figure 5.17e) avant de "décrocher", phénomène qui n'est pas observé dans le cas des plus petites gouttes, à chargement massique égal (Cas n° 7 de la Figure 5.17a), ni même dans les Cas n° 3 et n° 6. Ce résultat est lié à la compétition entre le transport des gouttes par diffusion turbulente et l'influence de la gravité. Si cette dernière est suffisamment forte, il en résulte alors une stratification de l'écoulement, observée sur les Figures 5.17e et 5.17c. L'influence de ces différents phénomènes sera traitée dans le § 5.4.

La Figure 5.18 présente les termes de production et de couplage diphasique intervenant dans l'équation de transport de l'énergie cinétique de la phase dispersée, pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6 (taux de présence identique). Les termes de production sont d'autant plus forts que les gouttes sont petites. Une des raisons de ce comportement est que les gradients de vitesse moyenne des petites gouttes sont plus importants. En effet, les petites gouttes sont accélérées très rapidement par le gaz en revanche, les gouttes de 100 μm, plus inertielles, suivent une trajectoire balistique et gardent un profil de vitesse axiale relativement plat, comme le montre la Figure 5.20. Une autre cause est liée au développement plus rapide des contraintes de cisaillement particulaires pour les petites gouttes, puisque des dernières sont plus sensibles à la turbulence du gaz et donc acquièrent plus facilement et rapidement de l'agitation. En début de canal (non représenté sur ces figures), le terme de couplage diphasique est positif dans la zone proche de la paroi. Les gouttes acquièrent ainsi de l'agitation par le biais du terme $\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} q_{fp}$. On rappelle en effet que l'énergie cinétique turbulente du gaz est transmise aux gouttes par le biais de l'énergie de covariance. Par la suite, l'énergie d'agitation des particules q_p^2 augmente et dépasse la valeur de q_{fp}, c'est pourquoi, en sortie de canal, le terme de couplage est négatif sur les graphes de la Figure 5.18. La Figure 5.19 compare les Cas n° 1, n° 4 et n° 7 pour lesquels la taille de goutte est identique mais le chargement massique varie. On constate une augmentation des termes de production et de couplage, dans les zones intermédiaires entre la paroi et le cœur de l'écoulement, entre le Cas n° 1 ($\alpha_p = 10^{-4}$) et le Cas n° 4 ($\alpha_p = 10^{-3}$). En effet, plus le taux de présence des gouttes augmente et plus les gradients de vitesse moyenne et l'agitation des gouttes sont forts. Cependant, ces termes sont nuls au centre de l'écoulement pour le Cas n° 4 et dans toute la section, excepté en paroi, pour le Cas n° 7. Ces résultats coïncident avec le développement de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue, qui en raison du chargement massique important, a des difficultés à évoluer vers le cœur de l'écoulement (Figure 5.17b). Ainsi, la source d'agitation des gouttes étant nulle, les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes sont par conséquent nuls.

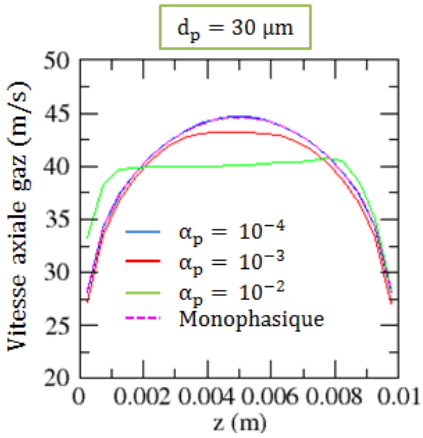
Les termes de l'équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules sont tracés sur la Figure 5.21, à taux de présence identique, et la Figure 5.22, à taille de gouttes identique. De manière générale, le terme source principal est le terme de couplage diphasique avec la phase continue $ECH_{q_f^2}$ qui domine le terme de production par les gradients de vitesse moyenne. Ce terme de production est généralement négligeable car, dans le cas des grosses gouttes, les gradients de vitesse sont forts mais les corrélations fluide-particules sont faibles et inversement, pour les petites gouttes, les



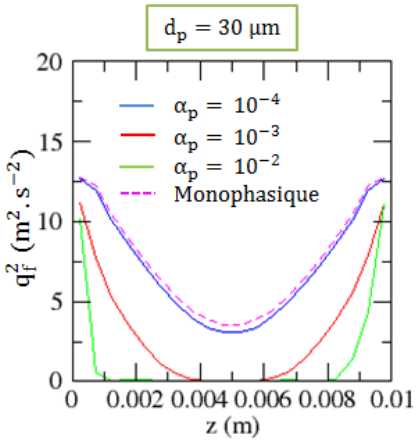
(a) Cas n° 1, 4 et 7



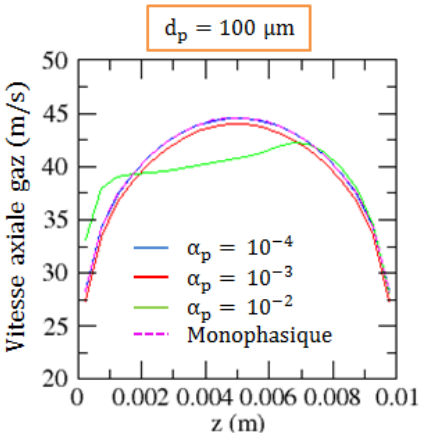
(b) Cas n° 1, 4 et 7



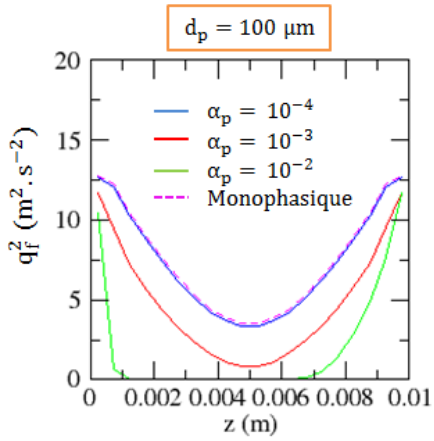
(c) Cas n° 2, 5 et 8



(d) Cas n° 2, 5 et 8

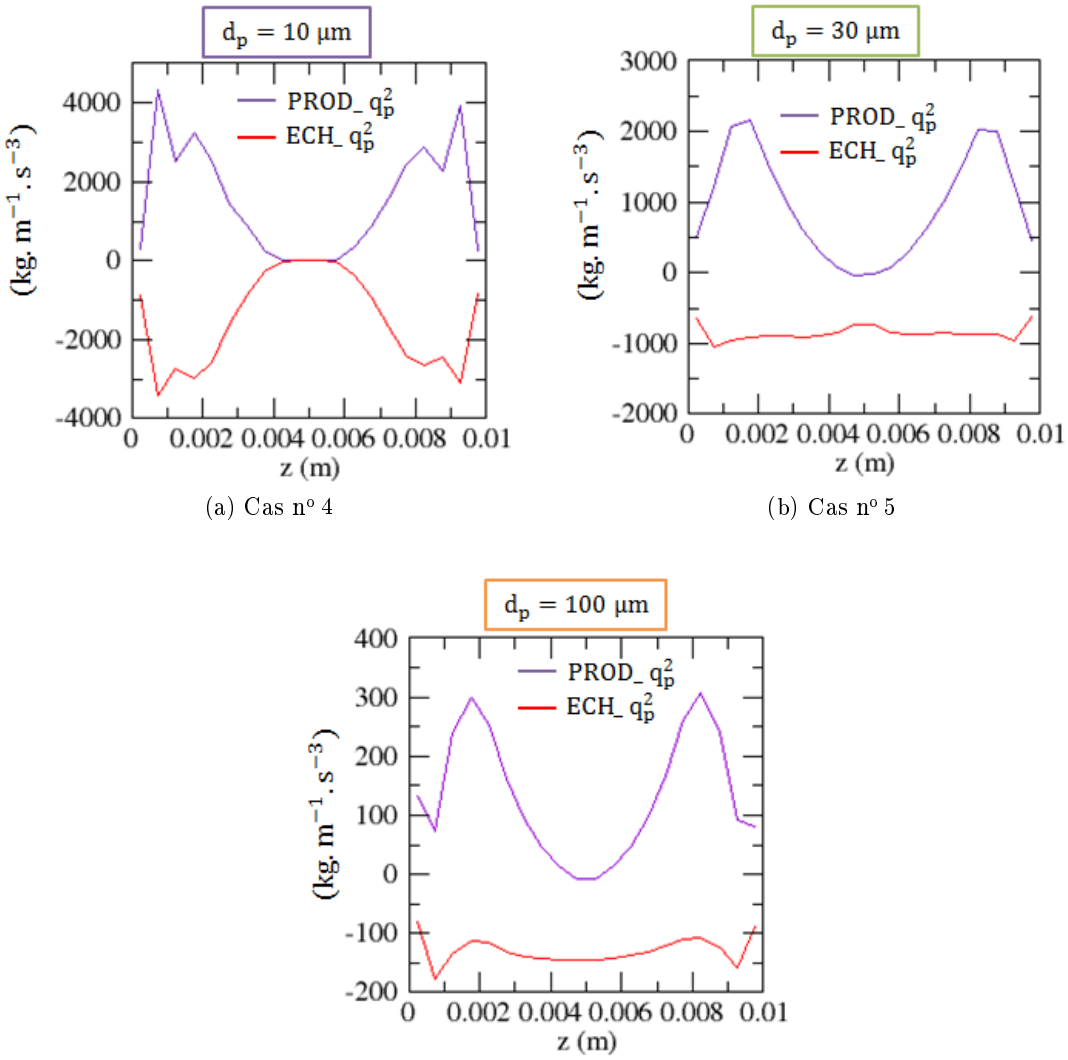


(e) Cas n° 3, 6 et 9



(f) Cas n° 3, 6 et 9

Figure 5.17 – Influence du taux de présence et du diamètre des gouttes sur la vitesse axiale et l'énergie cinétique turbulente de la phase continue.

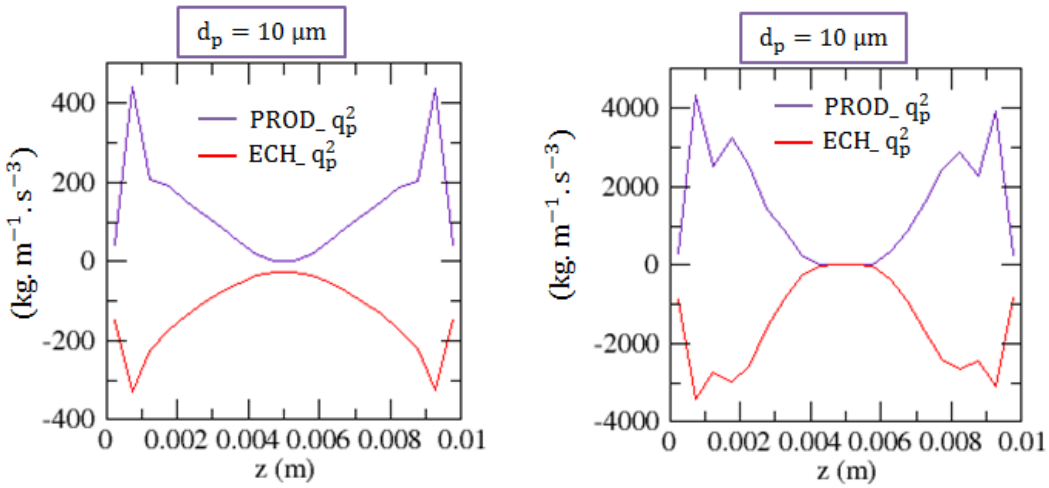


(a) Cas n° 4

(b) Cas n° 5

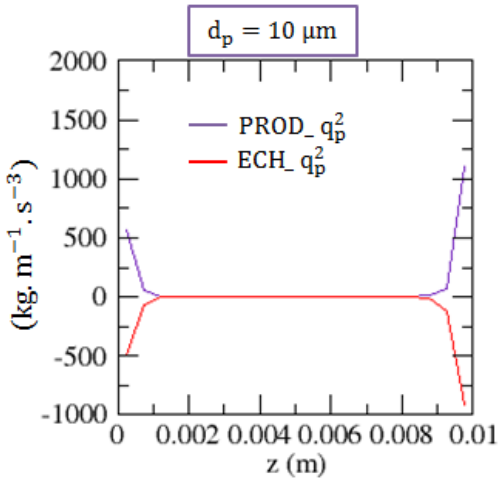
(c) Cas n° 6

Figure 5.18 – Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$.



(a) Cas n° 1 ($\alpha_p = 10^{-4}$)

(b) Cas n° 4 ($\alpha_p = 10^{-3}$)



(c) Cas n° 7 ($\alpha_p = 10^{-2}$)

Figure 5.19 – Équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des gouttes dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$.

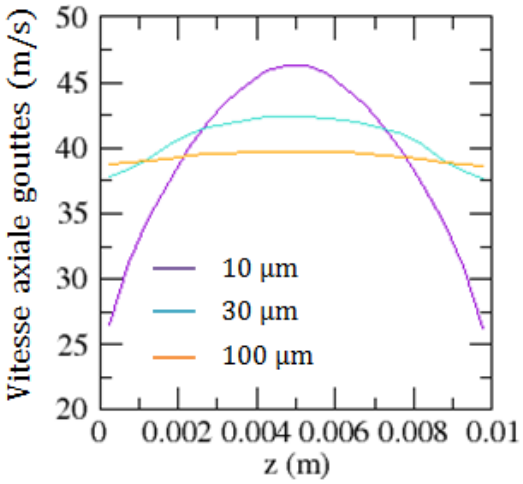
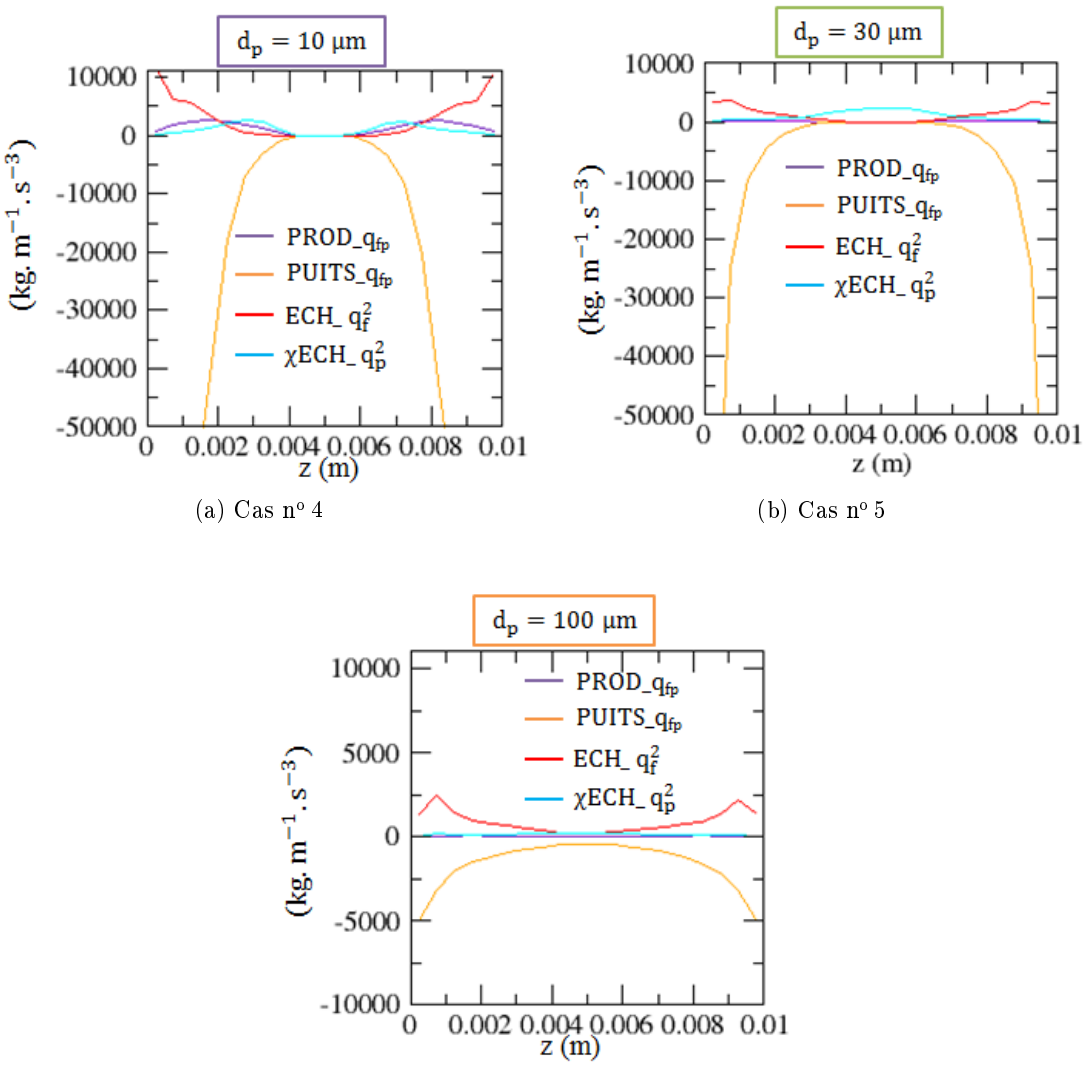


Figure 5.20 – Profil de vitesse axiale des gouttes pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6

corrélations sont plus importantes mais les gradients de vitesse sont plus faibles. En régime stationnaire, le terme de couplage avec la phase dispersée constitue également un terme source, l'énergie d'agitation des gouttes est échangée avec celle de covariance par le biais du terme $\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_p} q_p^2$. Finalement, toute l'énergie est dissipée dans le terme $PUITS_{q_{fp}}$, qui traduit le phénomène de croisement de trajectoires : en raison de l'interaction successive des gouttes avec différentes structures tourbillonnaires, l'énergie est dissipée par les effets de traînée.

Les profils des trois énergies mises en jeu, q_f^2, q_p^2 et q_{fp} sont tracés sur les différents graphes de la Figure 5.23 pour les six premiers cas. En accord avec ce qui précède, plus les gouttes sont petites et plus l'énergie cinétique de la phase continue est diminuée au profit de l'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée et de l'énergie de covariance fluide-particules. Dans cette étude, l'énergie cinétique turbulente est produite par les gradients de vitesse moyenne de la phase continue en raison du frottement pariétal. Puis cette énergie est transmise à l'énergie de covariance puis à l'énergie d'agitation des particules, ces transferts étant assurés par le biais des différents termes de couplage diphasique. S'installe ensuite un échange d'énergie continu entre phases, fonction de la taille des gouttes mais également de leur taux de présence. En effet, il a été aussi mis en évidence que pour les écoulements turbulents diphasiques avec de faibles taux de présence, les gouttes n'affectaient que très légèrement la dynamique de la phase continue, contrairement aux écoulements à fort taux de présence, où les modifications imposées par les inclusions peuvent être très importantes. *Ainsi, les deux paramètres fondamentaux pilotant la modulation de la turbulence sont la taille des inclusions et le chargement massique.* Les résultats de cette étude réalisée avec un outils de simulation à l'échelle CFD, avec une certaine modélisation, peuvent être approfondis et complétés en utilisant des informations obtenues avec d'autres types d'études et de modélisations, notamment les travaux de Narayanan et Lakehal [57] et Lakehal [40], qui consistent en une analyse de l'influence de particules denses sur la turbulence de la phase continue avec une approche DNS. Ces auteurs montrent qu'en présence de particules, la structure du spectre d'énergie cinétique turbulente de la phase continue est modifiée, en

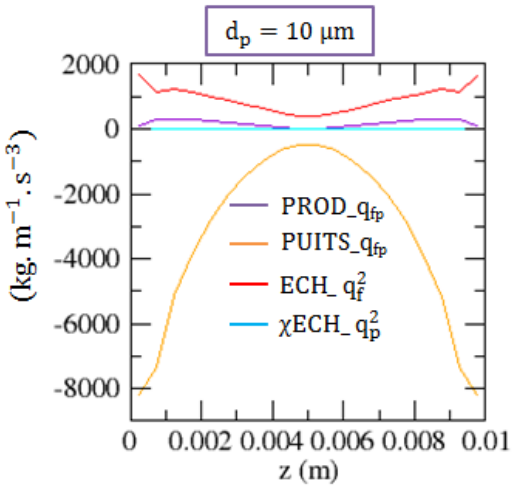


(a) Cas n° 4

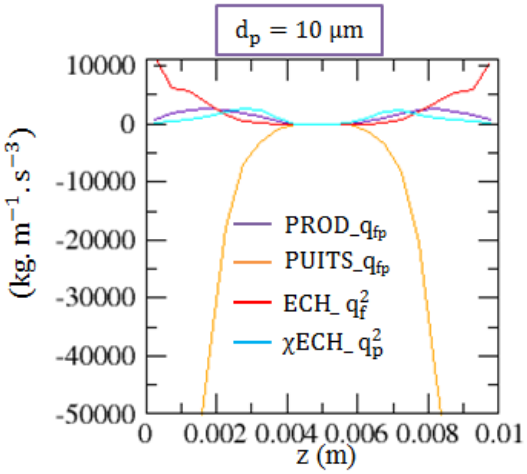
(b) Cas n° 5

(c) Cas n° 6

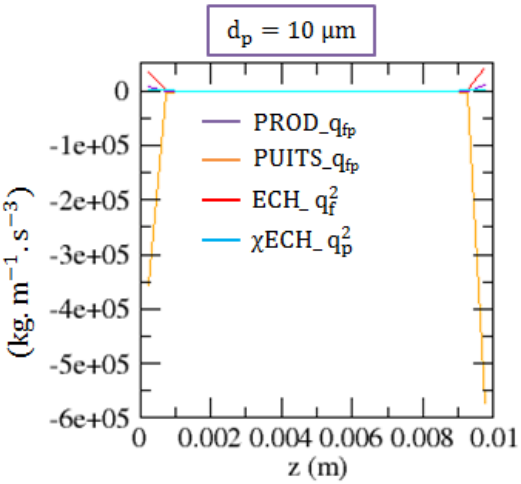
Figure 5.21 – Équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules dans la direction z. Comparaison à taux de présence des gouttes identique, $\alpha_p = 10^{-3}$.



(a) Cas n° 1 ($\alpha_p = 10^{-4}$)



(b) Cas n° 4 ($\alpha_p = 10^{-3}$)

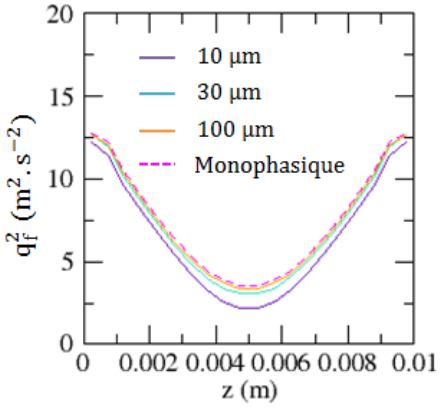


(c) Cas n° 7 ($\alpha_p = 10^{-2}$)

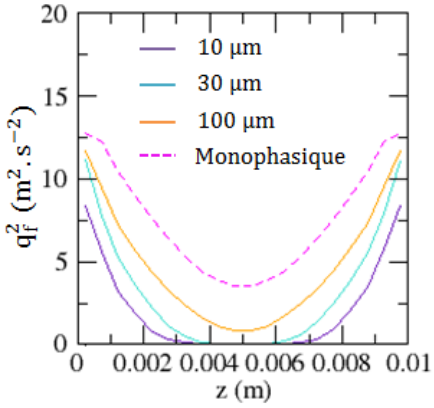
Figure 5.22 – Équation de transport de la covariance scalaire des fluctuations de vitesse fluide-particules dans la direction z. Comparaison à taille de goutte identique, $d_p = 10\mu m$.

fonction du nombre de Stokes et du chargement massique. Notamment des particules dont le nombre de Stokes, relatif à la macro-échelle de l'écoulement $\mathcal{T}_f$, est compris entre 1 et 10, ont un fort effet d'atténuation de la turbulence, particulièrement sur les grandes échelles de l'écoulement. Pour $10 \leq St \leq 100$, l'effet stabilisant est de plus faible intensité mais agit sur tout le spectre de la turbulence avec une beaucoup plus faible influence pour St = 100. Ce phénomène de modulation de la turbulence est amplifié par augmentation du chargement massique des particules, ce qui se traduit par la destruction des structures tourbillonnaires et une forte augmentation de l'énergie aux petites échelles. Les travaux de ces auteurs corroborent les résultats de cette étude.

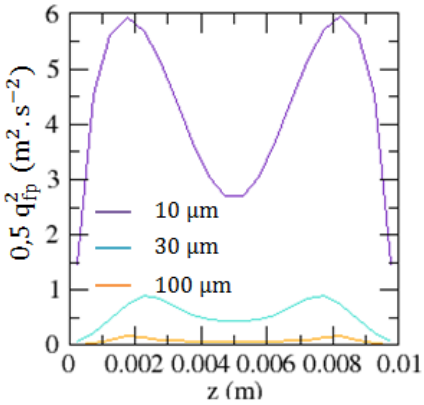
Cette analyse a mis en évidence le phénomène de couplage entre phases et ses principales conséquences sur la dispersion turbulente des gouttes par l'écoulement de gaz en fonction de la taille des gouttes et de leur taux de présence. Ainsi, après avoir étudié ce qui se passe au cœur de l'écoulement, le paragraphe suivant est dédié à l'étude du dépôt des gouttes en paroi avec notamment une analyse de l'impact du couplage entre phases sur le flux de dépôt.



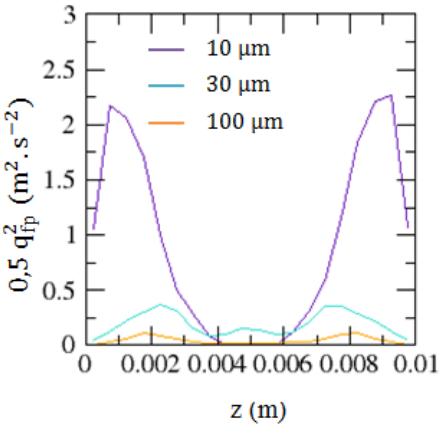
(a) Cas n° 1, n° 2 et n° 3



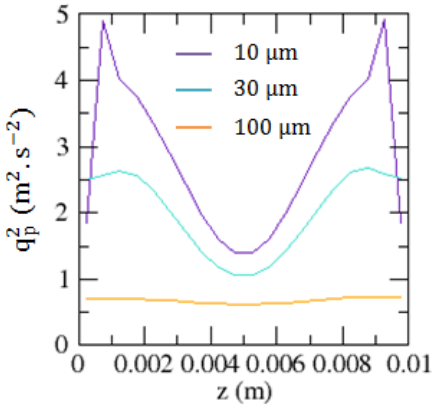
(b) Cas n° 4, n° 5 et n° 6



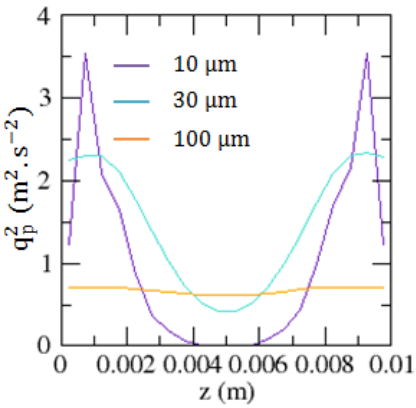
(c) Cas n° 1, n° 2 et n° 3



(d) Cas n° 4, n° 5 et n° 6



(e) Cas n° 1, n° 2 et n° 3



(f) Cas n° 4, n° 5 et n° 6

Figure 5.23 – Profil des énergies cinétiques des deux phases, q_f^2 et q_p^2, et de la demi-covariance q_{fp}

5.4 Résultats généraux sur le dépôt des gouttes en paroi

On rappelle que le flux de dépôt des gouttes en paroi est piloté par deux mécanismes que sont la gravité et, la diffusion turbulente couplée au phénomène de vol libre. Ces deux mécanismes agissent en parallèle, c'est pourquoi la vitesse de dépôt $\vec{k}_D$ a été modélisée comme la somme de ces deux contributions. Aussi, le modèle de dépôt développé dans NEPTUNE_CFD est un modèle local, implanté dans les mailles de paroi, la vitesse de dépôt caractéristique du phénomène de diffusion turbulente est donc celle du vol libre :

$$\vec{k}_D = \vec{k}_{D,gravité} + \vec{k}_{D,vol\ libre} \tag{5.10}$$

L'analyse du flux de dépôt des gouttes en paroi et de ces deux vitesses $\vec{k}_{D,gravité}$ et $\vec{k}_{D,vol\ libre}$, qui modélisée par la relation 4.13 est fonction des fluctuations de vitesses turbulentes des gouttes, permet d'étudier l'influence relative de la gravité et de la diffusion turbulente sur le dépôt des gouttes en paroi, en fonction de paramètres tels que le diamètre des gouttes, le chargement massique et le modèle de turbulence de la phase dispersée.

La Figure 5.25 représente l'évolution axiale de la fraction volumique de gouttes qui se déposent, $\alpha_{dépôt}$ définie par la relation 4.9, sur les parois du canal, pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6 (chargement massique identique, $\Phi = 2.2$). Les mailles considérées sont positionnées au milieu de chacune des parois, définies sur la Figure 5.24. Le modèle de turbulence de la phase dispersée est le modèle à deux équations de transport, $q_p^2 - q_{fp}$. Pour chacune des Figures 5.25a, 5.25b et 5.25c, le pic observé à proximité de la position axiale x = 0.25 m est dû à l'établissement du profil d'énergie cinétique turbulente du gaz jusqu'au cœur de l'écoulement et donc conjointement à celui de l'agitation des gouttes, ce qui crée ponctuellement un flux de dépôt plus fort, puisque les gouttes du cœur de l'écoulement, situées dans une zone non turbulente jusque là, diffusent vers les parois. Au delà de la position axiale x = 0.5 m, le profil de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue est établi. La comparaison de $\alpha_{dépôt}$ sur les parois inférieure et supérieure du canal permet de mettre en évidence l'influence relative de la gravité et de la diffusion turbulente pour les trois tailles de gouttes. Pour les gouttes de 10 μm, le flux de dépôt est quasiment identique sur toutes les parois. Les petites gouttes sont ainsi peu sensibles à la gravité et le mécanisme principal du dépôt est la diffusion turbulente. En augmentant la taille de goutte, l'influence de la gravité est davantage marquée, les flux de dépôt sur les parois supérieure et latérales sont nettement plus faibles que celui sur la paroi inférieure. Pour les gouttes de 100 μm, les flux de dépôt sur les parois supérieure et latérales sont respectivement de 40 % et 70 % inférieurs au flux sur la paroi basse, comme on peut le voir sur la Figure 5.25c. Ce comportement traduit une forte influence de la gravité, sans pour autant totalement négliger la diffusion turbulente, tout du moins avec ce modèle de turbulence de la phase dispersée. Cette influence de la diffusion turbulente pour les gouttes de 100 μm se remarque notamment sur l'évolution axiale du flux de dépôt sur la paroi supérieure : ce flux est nul pour $x \leq 0.25\ m$ car l'écoulement n'est pas encore pleinement turbulent, la gravité domine le dépôt, faisant tomber les gouttes sur la paroi basse, puis au moment où les gouttes acquièrent de l'agitation (x $\approx$ 0.25 m), elles diffusent dans tout l'écoulement et se déposent en partie sur la paroi supérieure.

Le Tableau 5.5 donne les valeurs des composantes verticales des vitesses moyennes $\vec{k}_{D,gravité}$ et $\vec{k}_{D,vol\ libre}$ dans les mailles des parois supérieure et inférieure du canal. La vitesse $\vec{k}_{D,gravité}$ est toujours orientée selon $-\vec{z}$, tandis que la vitesse de diffusion turbulente

a une composante verticale négative dans les mailles de la paroi basse et de signe opposé dans les mailles de la paroi supérieure. Les données relatives au modèle $q_p^2 - q_{fp}$ indiquent des vitesses de diffusion turbulente du même ordre de grandeur pour les trois tailles de gouttes mais une vitesse de dépôt, due à la gravité, des gouttes de 100 μm respectivement 50 et 5 fois plus importante que celle des gouttes de 10 μm et 30 μm. Ces résultats traduisent un flux de dépôt dans le canal plus élevé pour les grosses gouttes que pour les petites, phénomène qui est illustré sur la Figure 5.25d qui compare l'évolution axiale du débit massique de gouttes pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6. Ainsi, il apparaît que, pour cet écoulement, les petites gouttes se déposent de manière homogène sur les différentes parois du canal avec un flux de dépôt total dans le canal plus faible que les grosses gouttes, qui en raison de leur poids, se déposent préférentiellement sur la paroi inférieure.

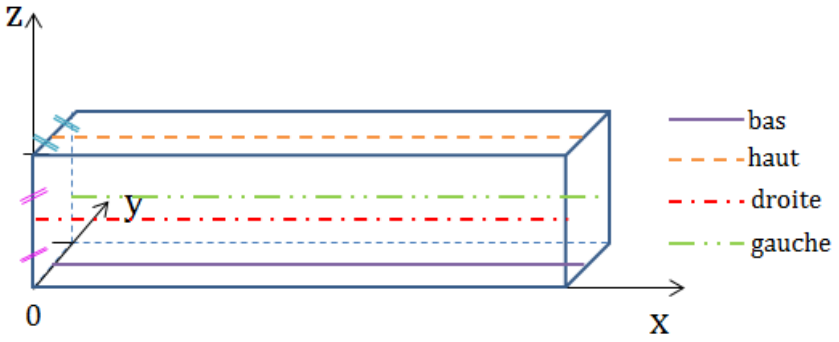
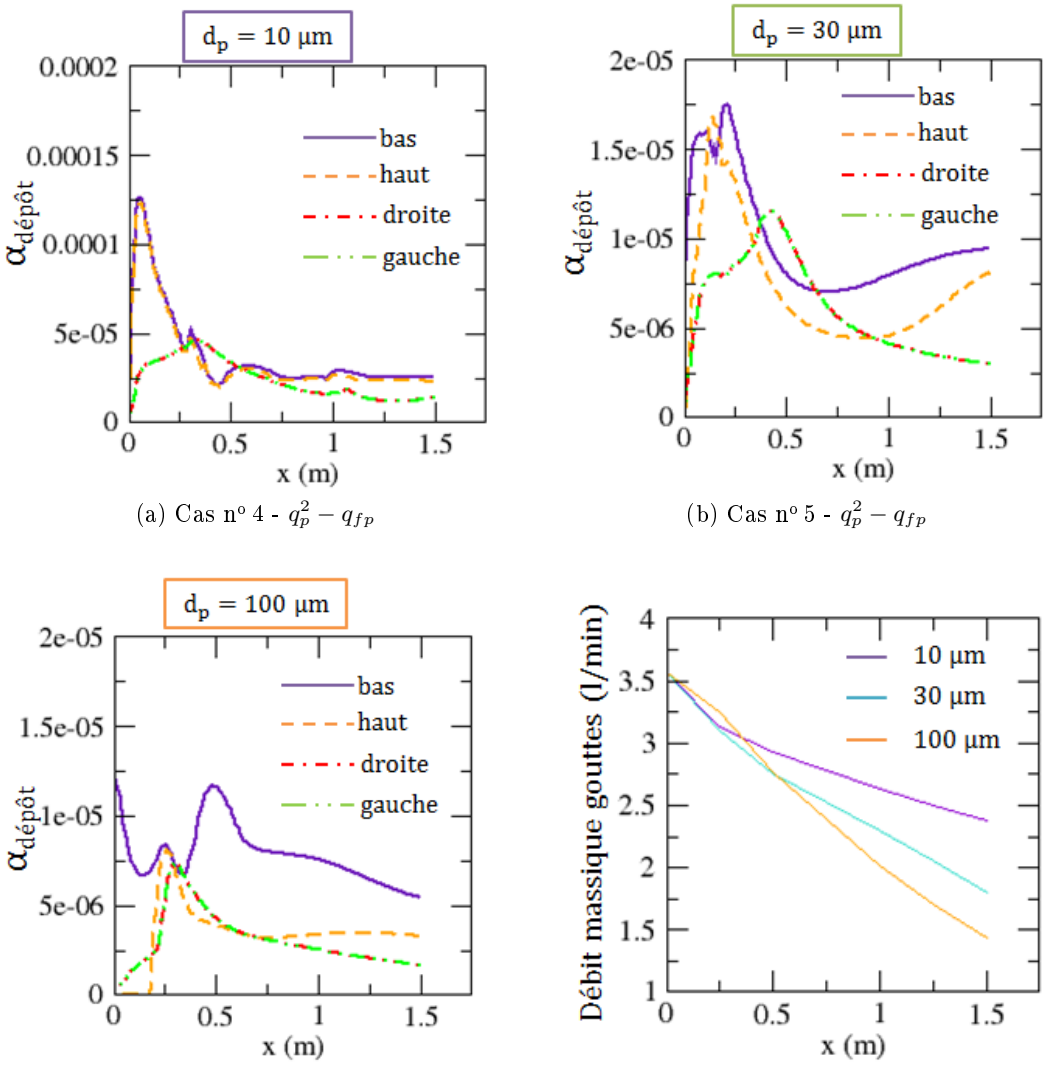


Figure 5.24 – La fraction volumique de gouttes qui se déposent est relevée dans les mailles de paroi situées au milieu de chacune des quatre parois du canal.

Cas ($\alpha_p = 10^{-3}$)	Modèle de turbulence de la phase dispersée	$k_{D,gravité,z}$ ($m.s^{-1}$) Paroi sup. et inf.	$k_{D,vol\ libre,z}$ ($m.s^{-1}$) Paroi sup.	Paroi inf.
Cas n° 6 ($d_p = 100\mu m$)	Tchen	-0.09	0.03	-0.03
	$q_p^2 - q_{fp}$	-0.08	0.15	-0.15
	$R_{p,ij} - q_{fp}$	-0.08	0.23	-0.23
Cas n° 5 ($d_p = 30\mu m$)	Tchen	-0.023	0.056	-0.056
	$q_p^2 - q_{fp}$	-0.026	0.28	-0.28
	$R_{p,ij} - q_{fp}$	-0.022	0.35	-0.35
Cas n° 4 ($d_p = 10\mu m$)	Tchen	-0.0025	0.15	-0.15
	$q_p^2 - q_{fp}$	-0.0025	0.2	-0.2
	$R_{p,ij} - q_{fp}$	-0.0025	0.2	-0.2

Table 5.5 – Valeur de la composante verticale des vitesses moyennes de dépôt dues à la gravité et à la diffusion turbulente, dans les mailles des parois supérieure et inférieure en fonction de la taille de goutte et du modèle de turbulence de la phase dispersée.

Le mécanisme de diffusion turbulente est dû à l'agitation des gouttes et est donc directement lié au modèle de turbulence de la phase dispersée. Le modèle de Tchen prédit



(a) Cas n° 4 - $q_p^2 - q_{fp}$

(b) Cas n° 5 - $q_p^2 - q_{fp}$

(c) Cas n° 6 - $q_p^2 - q_{fp}$

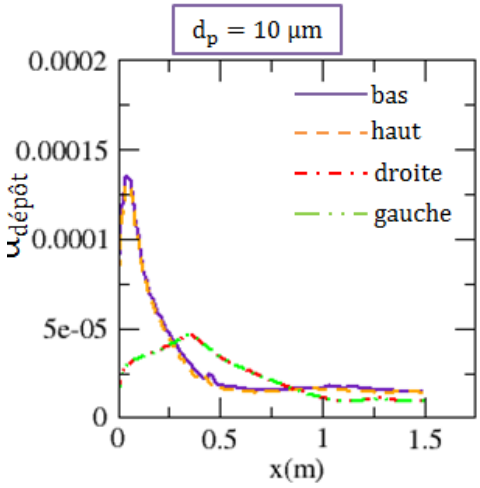
(d) Cas n° 4, n° 5 et n° 6 - $q_p^2 - q_{fp}$

Figure 5.25 – Évolution axiale de la fraction volumique de gouttes qui se déposent sur les différentes parois du canal et du débit massique de gouttes.

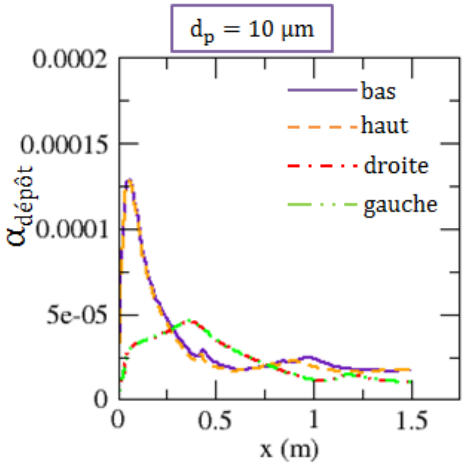
une énergie cinétique turbulente des gouttes très faible pour les gouttes de 30 μm et 100 μm, ce qui se traduit par une vitesse de diffusion turbulente jusqu'à 7 fois plus petite que celle prédite avec les deux autres modèles, mais aussi 3 fois inférieure à la vitesse de dépôt due à la gravité (pour le Cas n° 6). Ainsi, avec le modèle de Tchen, les gouttes de 100 μm (Cas n° 6) se déposent principalement par gravité, le flux de dépôt sur les parois latérales est très faible et celui sur la paroi supérieure du canal est nul tout le long du canal comme le montre la Figure 5.26e. En revanche, pour les plus petites gouttes, la comparaison des Figures 5.25a, 5.26a et 5.26b montre que ce modèle donne des résultats similaires à ceux obtenus avec les modèles $q_p^2 - q_{fp}$ et $R_{p,ij} - q_{fp}$. Ces résultats sont également illustrés sur la Figure 5.27, où sont représentés les évolutions axiales du débit massique de gouttes pour les trois tailles de gouttes, à chargement massique identique ($\Phi = 2.2$). En raison d'une vitesse de diffusion très faible, le débit massique de gouttes en fin de canal prédit par le modèle de Tchen est de 40 % plus important que celui obtenu avec les deux autres modèles pour les gouttes de 30 μm, et l'écart est même de 60% pour les gouttes de 100 μm. Pour les gouttes de 10 μm, les écarts entre les trois modèles sont moindres, le modèle de Tchen et le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$ donnent des résultats similaires, tandis que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ prédit un débit massique de gouttes de 15 % plus faible que celui obtenu avec les deux autres modèles. La validation des modèles de turbulence de la phase dispersée demanderait la comparaison de ces résultats de simulation numérique à des données expérimentales en fonction de la taille des gouttes et du chargement massique. On rappelle que dans le cas de l'expérience de Namie & Ueda, qui correspond au Cas n° 2 (Figure 5.27d) où $\alpha_p \approx 10^{-4}$ et $d_p \approx 30\mu m$, la comparaison des données expérimentales aux résultats de calculs montrait que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ surestimait le dépôt, tandis que les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ donnaient des résultats corrects.

Il a été mis en évidence dans le § 5.3.4.2 que la présence des gouttes atténue la turbulence du gaz et ce d'autant plus que l'écoulement est chargé en gouttes. Ce résultat a un impact direct sur le flux de dépôt par le biais de la vitesse de dépôt par diffusion turbulente qui diminue à mesure que le chargement massique en goutte augmente. Dans le Tableau 5.6, où sont consignées les composantes verticales des vitesses moyennes $\vec{k}_{D,gravité}$ et $\vec{k}_{D,vol\ libre}$ dans les mailles des parois inférieure et supérieure en fonction de la taille de gouttes et du taux de présence, on remarque effectivement que la composante $k_{D,vol\ libre,z}$ diminue avec α_p et pour $\alpha_p = 10^{-2}$ sa valeur est de 2 à 3 fois inférieure à celle obtenue pour des taux de présence de gouttes plus faibles, et ce indépendamment de la taille de goutte. La vitesse de dépôt par gravité n'étant pas affectée de manière significative par le chargement en goutte, ce résultat a pour conséquence directe une diminution du flux de dépôt total dans le canal lorsque le taux de présence des gouttes augmente.

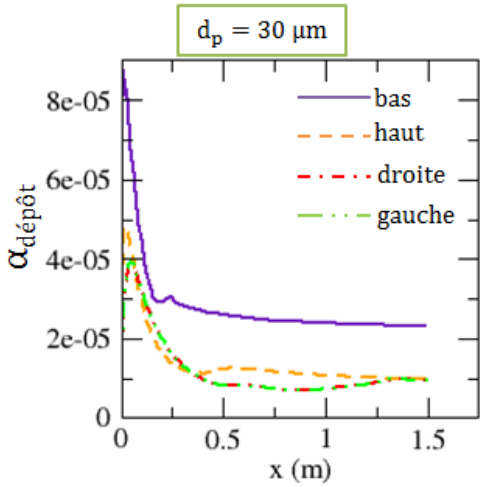
L'ensemble de ces résultats est résumé sur la Figure 5.28 qui présente la vitesse adimensionnelle moyenne de dépôt k_D^+ en fonction du temps de relaxation adimensionnel des gouttes τ_p^+, ces deux grandeurs étant définies respectivement par les relations (2.31) et (2.32). Quelques résultats supplémentaires sont également présentés sur cette figure. Il s'agit des résultats expérimentaux de Alexander et Coldren [2] et de McCoy et Hanratty [51], ainsi que de la corrélation empirique développée par Papavergos et Hedley [60] pour le dépôt de particules en écoulement horizontal ($1 \leq \tau_p^+ \leq 10$). Alexander et Coldren [2] ont réalisés une expérience de dépôt de gouttes d'eau, de diamètre moyen estimé à 27 μm, dans une conduite horizontale de 0.0472 m de diamètre, avec une vitesse moyenne de gaz comprise entre 30 et 90 $m.s^{-1}$. L'écoulement était ainsi fortement turbulent, ce qui explique une vitesse de dépôt k_D^+ assez élevée. L'expérience de McCoy et Hanratty [51]



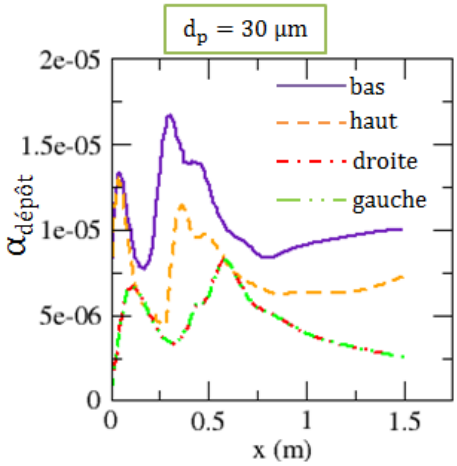
(a) Cas n° 4 - Tchen



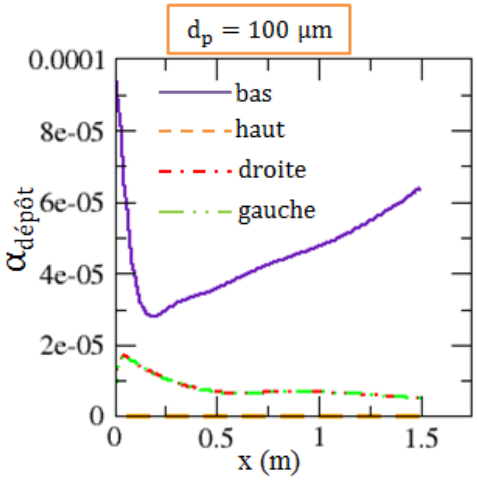
(b) Cas n° 4 - $R_{p,ij} - q_{fp}$



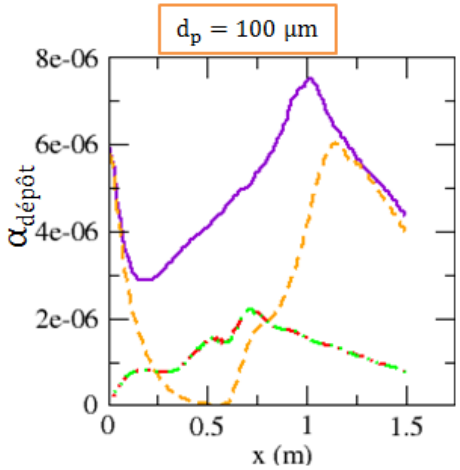
(c) Cas n° 5 - Tchen



(d) Cas n° 5 - $R_{p,ij} - q_{fp}$

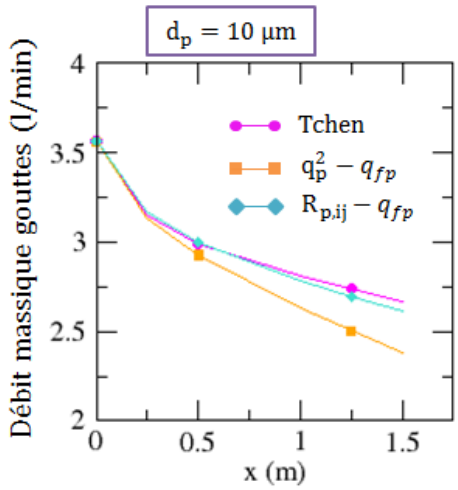


(e) Cas n° 6 - Tchen

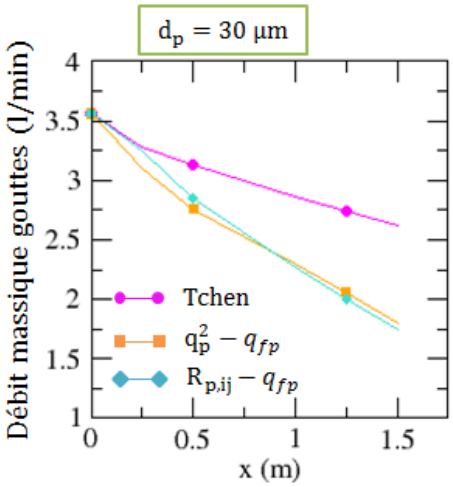


(f) Cas n° 6 - $R_{p,ij} - q_{fp}$

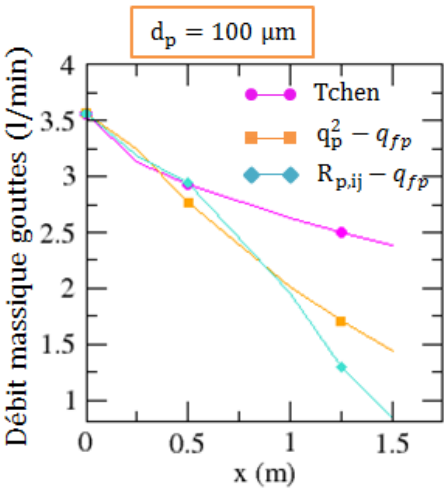
Figure 5.26 – Évolution axiale de la fraction volumique de gouttes qui se déposent sur les différentes parois du canal pour les Cas n° 4, n° 5 et n° 6 en fonction de modèles de turbulence de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$



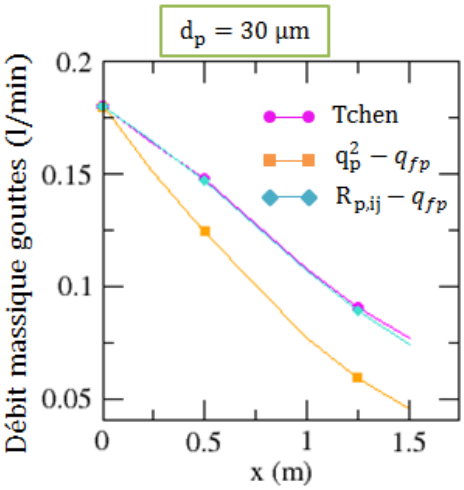
(a) Cas n° 4



(b) Cas n° 5



(c) Cas n° 6



(d) Cas n° 2

Figure 5.27 – Évolution axiale du débit massique de gouttes pour les Cas n° 4, n° 5, n° 6 ($\alpha_p = 10^{-3}$) et n° 2 ($\alpha_p = 10^{-4}$) en fonction de modèles de turbulence de la phase dispersée.

Taille de goutte (μm)	Taux de présence d'entrée α_p	$k_{D,gravité,z}$ ($m.s^{-1}$) Paroi sup. et inf.	$k_{D,vol\ libre,z}$ ($m.s^{-1}$) Paroi sup.	Paroi inf.
100	10^{-4}	-0.08	0.16	-0.15
	10^{-3}	-0.08	0.15	-0.15
	10^{-2}	0.08	0.11	-0.07
30	10^{-4}	-0.018	0.30	-0.30
	10^{-3}	-0.026	0.28	-0.28
	10^{-2}	-0.016	0.16	-0.11
10	10^{-4}	-0.0023	0.25	-0.25
	10^{-3}	-0.0025	0.2	-0.2
	10^{-2}	-0.0026	0.072	-0.070

Table 5.6 – Valeur de la composante verticale des vitesses moyennes de dépôt dues à la gravité et à la diffusion turbulente, dans les mailles des parois supérieure et inférieure en fonction de la taille de goutte et du taux de présence des gouttes.

consiste en une étude de dépôt de gouttes, de diamètres moyens compris entre 500 et 1000 μm dans un canal horizontal de section 0.0254*0.305 m^2, avec une vitesse moyenne de gaz comprise entre 25 et 50 $m.s^{-1}$. En raison du gros diamètre des gouttes, le dépôt était principalement gravitaire avec une forte vitesse de dépôt.

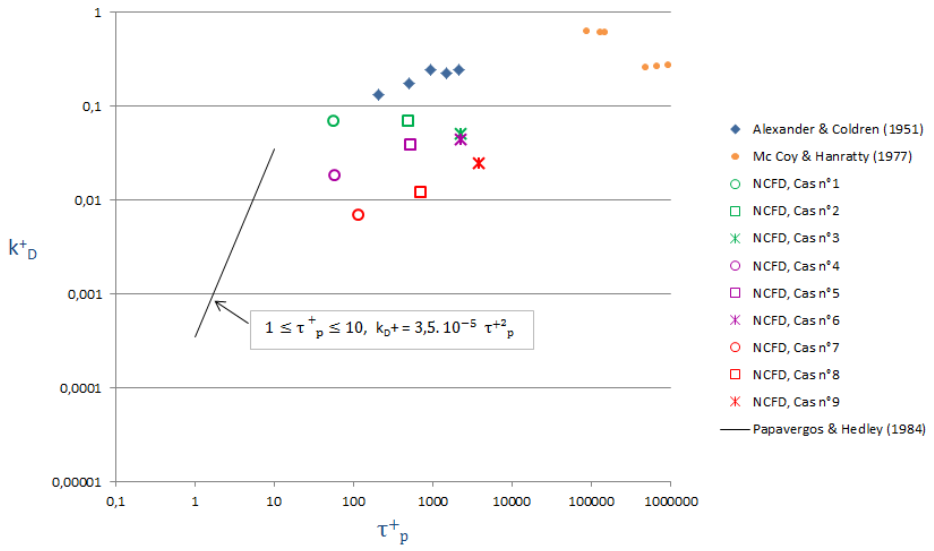


Figure 5.28 – Représentation de la vitesse de dépôt adimensionnelle en fonction du temps caractéristique adimensionnel des gouttes.

Pour les Cas n° 1 à n° 9, la vitesse de dépôt adimensionnelle est comprise entre 0.01 et 0.1 $m.s^{-1}$. L'influence du chargement massique se déduit par comparaison des résultats entre les Cas n° 1, n° 4 et n° 7 pour les gouttes de 10 μm, respectivement les Cas n° 2, n° 5

et n° 8 pour les gouttes de 30 μm et les Cas n° 3, n° 6 et n° 9 pour les gouttes de 100 μm. La vitesse de dépôt moyenne adimensionelle est jusqu'à 10 fois plus faible pour les petites gouttes avec une fraction volumique initiale $\alpha_p = 10^{-2}$ qu'avec $\alpha_p = 10^{-4}$, et 2 fois plus faible pour les gouttes de 100 μm. Cette diminution de la vitesse de dépôt est une conséquence directe de l'atténuation de la turbulence du gaz par la présence des gouttes.

5.5 Conclusion sur le dépôt des gouttes en paroi

La physique du dépôt des gouttes en paroi est complexe, plusieurs phénomènes entrent en jeu, comme la gravité et la diffusion turbulente, qui sont couplés ou non selon différents paramètres que sont le diamètre des gouttes, la turbulence de la phase continue, le chargement massique ou encore le rapport des densités. Dans ce travail une étude de sensibilité a été réalisée en fonction de la taille des gouttes et du chargement massique, ce qui a permis de mettre en évidence certains mécanismes et fonctionnements. Ainsi, pour un écoulement horizontal et pour les plages des paramètres considérées, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Si la diffusion turbulente est le mécanisme prépondérant, le flux de dépôt est réparti de manière homogène sur les différentes parois du canal. A l'inverse, si le dépôt est principalement dû à l'action de la gravité, les gouttes se déposeront préférentiellement sur la paroi inférieure du canal.
- L'influence relative de la gravité et de la diffusion turbulente dépend du taux de turbulence de l'écoulement et de la taille des gouttes. A taille de gouttes imposée, le phénomène de diffusion turbulente sera d'autant plus important que le niveau de turbulence de l'écoulement est élevé.
- Pour une taille de goutte et un niveau de turbulence donnés, le flux de dépôt dû à la diffusion turbulente diminue avec le chargement massique de gouttes en raison de l'atténuation de la turbulence par la présence des gouttes.

Ces résultats sont utilisés dans le chapitre suivant pour construire un modèle 1D de dépôt de gouttes.

A partir des différents résultats de ce chapitre, quelques recommandations sur l'utilisation des modèles de turbulence de la phase dispersée et de la phase continue peuvent être émises. La comparaison des résultats des simulations numériques de l'expérience de Namie & Ueda, dont on rappelle que les caractéristiques principales sont $d_p \approx 30\mu m$ et $\alpha_p \approx 10^{-4}$, aux données expérimentales a montré que le profil de vitesse axiale du gaz est très peu sensible au modèle de turbulence de la phase continue, en revanche le profil de vitesse axiale des gouttes dépend notablement du modèle de turbulence de la phase dispersée. Tandis que les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ donnent des résultats corrects, les simulations avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ sont moins bonnes et surestiment, en zone de proche paroi, le profil expérimental. Cette tendance est confirmée par les résultats sur le débit massique de gouttes dans le canal, qui, est sous-estimé avec le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ mais convenablement prédit avec les deux autres modèles de turbulence. Par conséquent, il apparaît que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ surestime le flux de dépôt des gouttes en paroi et ce phénomène semble lié au terme de production de l'énergie cinétique turbulente des gouttes, qui, étant modélisé proportionnellement à q_p^2, est trop fort, et dans ce cas, n'est pas compensé par un terme puits lié aux collisions inter-particulaires, car ces dernières sont négligées. Ainsi,

dans le cas d'un écoulement dilué, avec des gouttes de taille de l'ordre de 30 μm et un taux de présence de gouttes $\alpha_p \approx 10^{-4}$, les modèles de Tchen et $R_{p,ij} - q_{fp}$ semblent plus adéquats que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ pour une étude de dépôt de gouttes. On peut penser que le modèle $q_p^2 - q_{fp}$ donne des résultats meilleurs dans un écoulement davantage chargé en particules et pour lequel les collisions entre particules sont considérées dans la modélisation. A taux de présence imposé, $\alpha_p = 10^{-3}$, lorsque la taille de gouttes augmente, le modèle de Tchen semble montrer ses limites, puisque, contrairement aux calculs réalisés avec les deux autres modèles, les simulations du dépôt des gouttes de 100 μm avec le modèle algébrique prédisent un dépôt nul sur la partie supérieure du canal. Il est difficile, sans comparaison à des données expérimentales d'affirmer quel modèle donne la bonne tendance, mais on peut supposer que le modèle $R_{p,ij} - q_{fp}$, qui est le plus abouti et le plus riche, est celui qui donne des résultats les plus proches de la réalité. Sous cette hypothèse, il apparaît que le modèle de Tchen prédit une énergie d'agitation des grosses gouttes trop faible et sous-estime leur dépôt. En revanche, en se fondant sur le même raisonnement, pour les plus petites gouttes de taille 10 μm, les trois modèles de turbulence donnent des résultats relativement proches les uns des autres. Ainsi lorsque les gouttes se rapprochent des particules de type traceur, leur énergie d'agitation devient voisine de celle de la phase continue et cette tendance semble correctement prédite par les trois modèles de turbulence de la phase dispersée. On insiste sur le fait que ces conclusions méritent d'être validées par comparaison à des données expérimentales, néanmoins cela donne une idée des capacités de prédictions de chacun des modèles de turbulence de la phase dispersée.

Chapitre 6

Développement d'un modèle de depôt 1D

6.1 Introduction

L'objectif de cette étude, qui s'inscrit dans le cadre du développement d'un modèle multi-champs pour le code CATHARE-3, est de contribuer au développement de lois de fermeture pour le dépôt de gouttes en écoulement horizontal. On rappelle que le contexte est celui des scénarios d'APRP [1] de type grosse brèche où, lors de la phase de renoyage du cœur, de l'eau est entrainée sous forme de gouttelettes vers les générateurs de vapeur en traversant le plenum supérieur et les branches chaudes, tuyauteries horizontales de très gros diamètre. Afin de prédire le comportement de gouttelettes transportées par un écoulement de vapeur dans ces conduites horizontales, un modèle de dépôt des gouttes sur les parois ou sur la surface libre est nécessaire. Pour cela, une analyse multi-échelles a été envisagée, avec une première étude à l'échelle 3D locale, présentée dans les chapitres 4 et 5, utilisée afin de développer et de valider un modèle de dépôt 1D à l'échelle système, pour le code CATHARE-3. Ce modèle 1D est décrit dans ce chapitre.

Le flux de dépôt Γ_D est défini au Chapitre 2 par la relation 2.30 :

$$\Gamma_D = k_D C \tag{6.1}$$

Γ_D est le flux de dépôt de particules, c'est-à-dire la masse de particules déposées par unité de surface et par seconde (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$). C est la concentration des gouttes dans l'écoulement (en $kg.m^{-3}$). Cette concentration est définie par $C = \alpha_p \rho_p$, où α_p représente la fraction volumique moyenne de gouttes [2]. La variable k_D est la vitesse de dépôt (en $m.s^{-1}$), *c'est la grandeur à modéliser.*

La modélisation de k_D fait l'objet du § 6.2 de ce chapitre. Il apparaît que les grandeurs d'entrée du modèle présenté sont les suivantes :

1. Accident de Perte du Réfrigérant Primaire
2. au sens doublement moyenné sur la section droite de la conduite (et statistique)

- le diamètre des gouttes d_p
- la vitesse moyenne des gouttes U_p
- la vitesse moyenne du gaz U_f
- le nombre de Schmidt de l'écoulement de gaz Sc_f
- la fraction volumique moyenne des gouttes α_p
- le diamètre de la conduite D
- la masse volumique du gaz ρ_f
- la masse volumique des gouttes ρ_p

Ainsi,

$$k_D = f(d_p, U_p, U_f, Sc_f, \alpha_p, D, \rho_p, \rho_f) \tag{6.2}$$

La validation de ce modèle s'appuie dans un premier temps sur des résultats de la campagne d'arrachement de l'expérience REGARD du CEA Grenoble, présentée dans le § 4.4 du Chapitre 4. Ces essais, réalisés dans une conduite horizontale, consistent à injecter en entrée de section un film liquide d'eau dans la partie basse d'une conduite. Cette eau est cisaillée par l'air qui circule au dessus de sa surface libre à forte vitesse, produisant des vagues et arrachant des gouttes, qui se déposent ensuite dans la veine d'essais. Le débit massique de gouttes est mesuré dans la section droite de la conduite, à différentes positions axiales. Lorsque l'état stationnaire est atteint, l'évolution axiale du débit massique $\dot{m}_p$ de gouttes résulte de la compétition entre l'arrachement des gouttes à la surface du film liquide et leur dépôt :

$$\frac{\partial \dot{m}_p(x)}{\partial x} = (\Gamma_A(x) - \Gamma_D(x))\, 2\pi R \tag{6.3}$$

Où Γ_A est le flux d'arrachement en $kg.m^{-2}.s^{-1}$ et R le rayon de la conduite.
L'objectif est d'utiliser les résultats expérimentaux $\dot{m}_{p,mesuré}(x)$ afin de tester le modèle de dépôt 1D développé dans ce chapitre. *N'ayant pas de modèle d'arrachement*, pour chaque essai, le flux d'arrachement des gouttes est supposé constant et égal, en régime *établi*, à celui de dépôt, $\Gamma_A \rightarrow \Gamma_D$ quand $x \rightarrow \infty$. Sous cette hypothèse, Γ_A devient alors une fonction de la vitesse de dépôt, $\Gamma_A = f(k_D)$. De plus, cette vitesse de dépôt des gouttes sera considérée constante dans toute la conduite. Sous ces deux hypothèses, il est alors possible, en utilisant le modèle développé pour k_D, de calculer le flux d'arrachement pour chaque essai et de déterminer l'évolution axiale du débit massique de gouttes :

$$\frac{\partial \dot{m}_p(x)}{\partial x} = (f(k_D) - k_D C(x))\, 2\pi R \tag{6.4}$$

Cette étude est détaillée dans le paragraphe 6.3.
Le modèle 1D est également confronté aux résultats expérimentaux de Namie et Ueda [56], présentés au Chapitre 4.
La comparaison du modèle 1D à ces deux expériences différentes, REGARD et Namie & Ueda, est intéressante car elle permet dans le premier cas de valider le modèle pour le dépôt de grosses gouttes (les gouttes mesurées dans REGARD sont de taille $d_p \approx 250\ \mu m$) et dans le second cas pour le dépôt de gouttes plus petites ($d_p \approx 30 \mu m$).

6.2 Modélisation de la vitesse de dépôt

Ce paragraphe s'appuie sur le § 2.5 du Chapitre 2, dans lequel la physique du dépôt des gouttes a été traitée. En écoulement horizontal, deux mécanismes principaux agissant

en parallèle pilotent le dépôt des gouttes : la gravité et la diffusion turbulente/vol libre. Le dépôt en paroi correspond à la somme de ces deux effets, d'où :

$$\vec{k}_D = \vec{k}_{D,gravité} + \vec{k}_{D,diff.turb} \tag{6.5}$$

6.2.1 Modélisation de $\vec{k}_{D,gravité}$

La contribution gravitaire de la vitesse de dépôt d'une goutte correspond à sa vitesse terminale de chute :

$$\|\vec{k}_{D,gravité}\| = \tau_p g \tag{6.6}$$

6.2.2 Modélisation de $\vec{k}_{D,diff.turb}$

Analogie entre les transferts de masse et les transferts de chaleur

Pour modéliser la vitesse de dépôt par diffusion turbulente, une analogie est faite entre les transferts de masse et les transferts de chaleur en écoulement turbulents. Selon Lienhard et Lienhard [46], cette analogie est possible sous les deux conditions suivantes :

- La concentration des espèces diffusées est faible.
- Le flux diffusif de masse est suffisamment faible de manière à ne pas perturber le champ de vitesse de la phase porteuse.

Sous les hypothèses d'un écoulement incompressible, sans production de chaleur, les équations de conservations de la masse et de l'énergie totale sont similaires :

$$\frac{\partial \varrho_k}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho_k = -\nabla \cdot \vec{j}_k \tag{6.7}$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \theta \right) = -\nabla \cdot \vec{q} \tag{6.8}$$

Ces équations de conservation traduisent respectivement, la variation de la masse volumique partielle ϱ_k de l'espèce k et de la température θ par unité de volume résultant à la fois de la convection par un champ de vitesse $\vec{v}$ et de la diffusion régie dans le premier cas par une loi de Fick, dans l'autre cas par une loi de Fourier. Dans ces équations,

$$\partial \rho_k \ \text{ est analogue à } \ \rho c_p \partial \theta \tag{6.9}$$

Ou, en termes de fraction massique, $m_k \hat{=} \frac{\varrho_k}{\rho}$ où ρ correspond à la masse volumique du mélange définie par $\rho = \sum_k \varrho_k$:

$$\rho \partial m_k \ \text{ est analogue à } \ \rho c_p \partial \theta \tag{6.10}$$

Les lois de Fick et de Fourier s'énoncent respectivement sous la forme :

$$\vec{j}_k = -\rho \mathcal{D}_k \nabla m_k = -\mathcal{D}_k \left(\rho \nabla m_k \right) \tag{6.11}$$

$$\vec{q} = -\lambda \nabla \theta = -\frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\rho c_p \nabla \theta \right) \tag{6.12}$$

Où apparaît l'analogie entre la diffusivité de masse de l'espèce k, $\mathcal{D}_k$, et la diffusivité thermique a :

$$\mathcal{D}_k \ \text{ est analogue à } \ \frac{\lambda}{\rho c_p} = a \tag{6.13}$$

Il s'ensuit que le nombre de Schmidt est directement analogue au nombre de Prandtl :

$$Sc = \frac{\nu}{\mathcal{D}_k} \quad \text{est analogue à} \quad Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \tag{6.14}$$

Le coefficient de transferts thermiques h est généralement modélisé à l'aide d'un nombre de Nusselt, fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl :

$$Nu_x = f\left(Re_x, Pr\right) \tag{6.15}$$

Par analogie, on montre que les problèmes de transferts de masse peuvent être modélisés par des lois équivalentes :

$$Sh = f\left(Re_x, Sc\right) \tag{6.16}$$

Où Sh est le nombre de Sherwood défini par la relation (6.18).

Applications aux écoulements turbulents

On considère un écoulement turbulent gaz/gouttes dans une conduite de diamètre D. L'écoulement est supposé dilué et établi.
Pour $2.10^4 \leq Re_f \leq 3.10^5$, le coefficient de transfert thermique h est généralement modélisé à l'aide de la corrélation de Colburn (Lienhard et Lienhard [46]) :

$$Nu \hat{=} \frac{hD}{\lambda} = 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^{1/3} \tag{6.17}$$

L'analogie transferts de chaleur/transferts de masse permet d'écrire :

$$Sh \hat{=} \frac{k_p D}{D_p} = 0.023 Re_f^{0.8} Sc_f^{1/3} \tag{6.18}$$

Avec $Re_f = \frac{U_f D}{\nu_f}$ et $Sc = \frac{\nu_f}{D_f}$. D_p est le coefficient de diffusion des gouttes dans l'écoulement de gaz (en $m^2.s^{-1}$) et k_p représente la vitesse de transfert de masse des gouttes dans l'écoulement (en $m.s^{-1}$). L'objectif étant de modéliser la vitesse de dépôt des gouttes par diffusion turbulente, les gouttes considérées sont donc fortement sensibles à la turbulence de la phase continue et leur coefficient de diffusivité D_p sera supposé égal à celui du gaz :

$$D_p = D_f \tag{6.19}$$

De plus, sous l'hypothèse que la vitesse k_p corresponde à la vitesse de dépôt des gouttes due à la diffusion turbulente :

$$k_p = k_{D,diff.turb}, \tag{6.20}$$

l'équation 6.18 peut se réécrire sous la forme :

$$Sh = \frac{k_{D,diff.turb} D}{D_f} = 0.023 Re_f^{0.8} Sc_f^{1/3} \tag{6.21}$$

D'où ,

$$k_{D,diff.turb} = \frac{D_f}{D} * 0.023 Re_f^{0.8} Sc_f^{1/3} \tag{6.22}$$

$$k_{D,diff.turb} = 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \tag{6.23}$$

La relation 6.23 est établie sous l'hypothèse que la concentration des gouttes dans l'écoulement est faible, de manière que la présence des gouttes ne modifie pas les caractéristiques de l'écoulement de gaz porteur. Il a été montré dans le Chapitre 5 qu'en présence de gouttes l'énergie cinétique turbulente du gaz est atténuée, et ce d'autant plus que la fraction volumique de gouttes dans l'écoulement est importante. Cet effet a pour impact de diminuer la vitesse de dépôt due à la diffusion turbulente que l'on propose de modéliser de la façon suivante :

$$k_{D,diff.turb} = 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \tag{6.24}$$

6.2.3 Modèle final

En résumé, le modèle de dépôt 1D s'écrit :

$$k_D = \tau_p g + 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \tag{6.25}$$

A ce niveau, un aspect à prendre en compte concerne l'anisotropie éventuelle de chacun des deux mécanismes, gravité et diffusion turbulente. La gravité induit un flux de dépôt des gouttes uniquement sur la paroi inférieure du canal (ou la moitié inférieure d'une conduite), tandis que la diffusion turbulente engendre un flux de dépôt réparti de manière homogène sur les différentes parois. Afin de ne pas surestimer le flux total de dépôt des gouttes, la vitesse caractéristique de chaque contribution est pondérée par le rapport de la surface sur laquelle le mécanisme concerné induit un flux de dépôt à la surface totale de la conduite :

$$k_D = \tau_p g \frac{S_{gravité}}{S_{tot}} + 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \frac{S_{diff.turb}}{S_{tot}} \tag{6.26}$$

Sous l'hypothèse que le mécanisme de diffusion turbulente induit un flux de dépôt identique sur toutes les parois du canal, le rapport $\frac{S_{diff.turb}}{S_{tot}}$ est pris égal à 1.

Aussi, dans le cadre d'une modélisation 1D, le modèle de dépôt peut être amené à être pondéré par un ou plusieurs facteurs correctifs afin de prendre en compte l'inhomogénéité de l'écoulement qui se traduit par des phénomènes tels que la stratification de l'écoulement en gouttes dans une conduite de grand diamètre, c'est-à-dire le fait que les gouttes sont plus nombreuses dans la partie basse de la conduite, ou encore des effets de profils de granulométrie dans la section :

$$\Gamma_D = f k_D C \tag{6.27}$$

Où f est un facteur représentant l'ensemble de ces corrections éventuelles.

Dans la suite de ce chapitre, ce modèle 1D est confronté à des données expérimentales.

6.3 Analyse des résultats de l'expérience REGARD

L'expérience REGARD est présentée dans le § 4.4 du Chapitre 4. Les résultats exploités dans ce chapitre sont ceux de la campagne d'arrachement de gouttes à la surface d'un film liquide pour laquelle deux séries de quatre essais ont été effectuées (Pelisson [63]) :

- le débit d'injection de l'eau est de 3 m^3/h dans la première série et de 6 m^3/h dans la seconde.
- les essais associés ont été réalisés avec un débit d'air de 3100 Nm^3/h, 3900 Nm^3/h, 5400 Nm^3/h et 6000 Nm^3/h.

Ces essais ont été réalisés dans une conduite de diamètre D = 0.24 m. L'eau est injectée sous forme de film continu dans la section d'entrée (x=0 m). Pour chacun de ces essais, le débit massique de gouttes $\dot{m}_p$ est mesuré dans la section droite de la conduite, au moyen d'une sonde isocinétique, à cinq positions axiales situées respectivement à 3.8D, 5.7D, 7,7D, 9.6D et 11,6D de la section d'injection de l'eau. Ces données, détaillées dans l'Annexe C, sont utilisées pour valider le modèle de dépôt développé au § 6.2.

Étude analytique

L'évolution axiale du débit massique de gouttes dans la conduite résulte de la compétition entre l'arrachement des gouttes à la surface du film liquide et le dépôt des gouttes. Soit Γ_A et Γ_D respectivement le flux de gouttes entraînées et le flux de gouttes déposées (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$), la variation du débit massique de gouttes est régie par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \dot{m}_p(x)}{\partial x} = (\Gamma_A(x) - \Gamma_D(x))\, 2\pi R \tag{6.28}$$

Où R est le rayon de la conduite. En utilisant la relation (6.1), (6.28) devient :

$$\frac{\partial \dot{m}_p(x)}{\partial x} = (\Gamma_A(x) - k_D(x)C(x))\, 2\pi R \tag{6.29}$$

Où C(x) est la concentration moyenne de gouttes dans la section droite située en x, définie par $C(x) = \alpha_p(x)\rho_p$. Le débit massique de gouttes est défini par la relation :

$$\dot{m}_p(x) = \alpha_p(x)\rho_p U_p(x)\pi R^2 = C(x)U_p(x)\pi R^2 \Leftrightarrow C(x) = \frac{\dot{m}_p(x)}{U_p(x)\pi R^2} \tag{6.30}$$

Ainsi,

$$\frac{\partial \dot{m}_p(x)}{\partial x} = 2\pi R\Gamma_A(x) - 2k_D(x)\frac{\dot{m}_p(x)}{U_p(x)R} \tag{6.31}$$

> **Hypothèses :** *Le flux d'arrachement Γ_A et la vitesse de dépôt k_D sont supposés* ***constants*** *dans toute la conduite. Cette hypothèse nous permet d'obtenir le flux d'arrachement dont on ne dispose pas.*

Sous ces hypothèses, l'évolution axiale du débit massique de gouttes le long de la conduite est donnée par l'équation[3] :

$$\dot{m}_p(x) = Ke^{-\frac{2k_D x}{U_p R}} + \frac{\Gamma_A \pi U_p R^2}{k_D} \tag{6.32}$$

Où K est une constante d'intégration, déterminée par les conditions d'entrée : à la position x = 0, le débit massique de gouttes est nul, $\dot{m}_p(0) = 0$. On en déduit :

3. Pour intégrer la relation 6.31, on suppose également que la vitesse moyenne des gouttes est constante. Cependant, lors de l'application numérique on utilisera la vitesse moyenne des gouttes mesurée à chaque position axiale de la conduite.

$$\dot{m}_p(x) = \frac{\Gamma_A \pi U_p R^2}{k_D}\left(1 - e^{-\frac{2k_D x}{U_p R}}\right) \tag{6.33}$$

Il reste à déterminer Γ_A et k_D.

Hypothèse : *Lorsque l'écoulement est* établi *($x \to \infty$), un état d'équilibre s'installe et le flux d'arrachement des gouttes est égal à celui de dépôt :* $\Gamma_A = \Gamma_{D,\infty}$.

Cette hypothèse permet d'estimer le flux d'arrachement selon la relation :

$$\frac{\partial \dot{m}_p}{\partial x}_{|x\to\infty} = 0 \Leftrightarrow \Gamma_A = \frac{k_D \dot{m}_p}{U_p \pi R^2}_{|x\to\infty} \tag{6.34}$$

Dans la pratique, le flux d'arrachement est évalué à partir du débit massique de gouttes et de la vitesse axiale moyenne des gouttes mesurés dans la section la plus éloignée de la section d'entrée ($\frac{L}{D} = 11.6$).

La vitesse de dépôt est estimée à partir du modèle présenté dans le § 6.2.2.

Calcul de $k_{D,gravité}$

Dans l'expérience REGARD, le spectre granulométrique des gouttes mesuré est assez large : les gouttes qui s'arrachent du film liquide pariétal ont des diamètres variant de 100 à 600 μm. Pour évaluer le flux de dépôt, on considère le diamètre des gouttes moyenné en volume, ce qui donne une taille de gouttes moyenne représentative de l'écoulement $d_p = 250\mu m$. La vitesse terminale de chute des gouttes est estimée à partir du bilan des forces (2.14), résolu en régime stationnaire avec une méthode de Newton pour évaluer la vitesse relative gaz-goutte. On obtient $\tau_p \approx 0.1s$, d'où $k_{D,gravité} \approx 1.0\ m.s^{-1}$.

Calcul de $k_{D,diff.turb}$

La composante liée à la diffusion turbulente est évaluée à partir de la relation 6.24, en remplaçant U_f, α_p, ρ_p et ρ_f par les valeurs expérimentales correspondantes, et en prenant $D_f = 2.2.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$ et $\nu_f = 1.54.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$ [46] [4].

Les différentes valeurs de la contribution turbulente de la vitesse de dépôt sont calculées pour chacun des essais et répertoriées dans le Tableau 6.1, où il apparaît que cette composante de la vitesse de dépôt est entre 20 et 15 fois plus faible que la composante gravitaire, ce qui indique que pour ces essais, les gouttes se déposent principalement par gravité. Néanmoins, la vitesse de dépôt par diffusion turbulente est considérée dans le calcul du flux de dépôt des gouttes.

Modèle final

4. La valeur du coefficient D_f retenu correspond à celle de la diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air. Le nombre de Sc correspondant vaut 0,7. Cette valeur est accord avec le *nombre de Sc turbulent* Sc_t, qui semblerait *a priori* plus approprié. Le Sc_t est défini par similitude avec le *nombre de Prandtl turbulent*, rapport de la viscosité turbulente à la diffusivité turbulente, qui est d'ordinaire compris entre 0,6 et 1 et généralement $Sc_t = Pr_t$.

En admettant que la gravité implique un flux de dépôt uniquement sur la moitié inférieure de la conduite, $\frac{S_{gravité}}{S_{tot}} = \frac{\pi R}{\pi D} = \frac{1}{2}$, et que la diffusion turbulente est isotrope sur les différentes parois du canal, $\frac{S_{diff.turb}}{S_{tot}} = 1$, alors :

$$k_D = \tau_p g \frac{1}{2} + 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \tag{6.35}$$

Dans le cas des essais REGARD, en raison du grand diamètre de la conduite (D = 24 cm), une stratification de l'écoulement en gouttes est observée : les gouttes qui s'arrachent du film liquide situé sur la paroi basse de la conduite, n'ont pas une vitesse verticale suffisante pour atteindre la paroi supérieure et restent dans le premier quart inférieur de la conduite. Cet effet de profil vertical du taux de présence des gouttes implique une forte concentration des gouttes dans le quart inférieur de la conduite et est pris en compte, *en première approche*, en considérant une vitesse de dépôt effective $k_{D,eff} = f * k_D$ avec f = 4 :

$$\Gamma_D(x) \approx 4 * k_D C(x) \tag{6.36}$$

$$\Gamma_D(x) \approx 4 \left[\tau_p g \frac{1}{2} + 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] C(x) \tag{6.37}$$

Pour chaque essai, la valeur du flux d'arrachement est alors déterminée à partir de la relation (6.34) et indiquée dans le Tableau 6.1.

Pour corroborer ces résultats et valider le modèle de dépôt développé, l'évolution axiale du débit massique, donnée par la relation 6.33, est confrontée aux résultats expérimentaux sur la Figure 6.1, où les données expérimentales et les résultats du calcul analytique sont représentés respectivement par des traits continus et pointillés. L'évolution axiale du débit massique de gouttes est bien retrouvée par le calcul analytique, à 10 % près (excepté pour l'essai à plus forts débits, noté 6000-6, où l'écart est de 15 %), ce qui indique que le modèle de dépôt 1D développé donne les bonnes tendances. Cependant, certains effets, notamment la prise en compte de l'inhomogénéité de l'écoulement, méritent une étude plus approfondie avec une modélisation plus précise.

Étude CATHARE-3

Le modèle de dépôt 1D, avec k_D modélisé par $k_{D,eff}$ de la relation (6.37), a été implanté dans le code CATHARE-3, présenté dans le § 4.2.1, afin de simuler les mêmes essais REGARD. Il s'agit de calculs réalisés en eau/vapeur dans une conduite de diamètre D = 0.24 m et de longueur L = 4 m, discrétisée en 50 mailles identiques. Un modèle 3 champs est utilisé. Les conditions aux limites sont les suivantes :

- En entrée, la fraction volumique de gaz α_f est imposée égale à 99 % et celle du film continu α_{lc} à 1%, avec des vitesses moyennes respectives en accord avec les débits expérimentaux. Il n'y pas de gouttes dans la section d'entrée. Les températures sont celles à saturation, de manière à inhiber les phénomènes de transferts de masse.
- En sortie, la pression est imposée égale à 2.16 bars pour obtenir une masse volumique de la vapeur égale à celle de l'air ambiant.

Pour chaque essai expérimental REGARD simulé, le flux d'arrachement Γ_A est supposé constant. Les valeurs imposées sont celles déterminées par le précédent calcul analytique et

indiquées dans la dernière colonne du Tableau 6.1. La taille des gouttes est imposée égale à 250 μm.
Les résultats sont présentés sur la Figure 6.1 où l'évolution axiale du débit massique de gouttes prédite par les calculs CATHARE-3 est représentée par un double trait. On note que les calculs CATHARE-3 sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux, excepté pour les essais à fort débit de gaz, notés 5400-3, 6000-3 et 6000-6, pour lesquels l'écart est de 20-25 %. En comparant les vitesses moyennes des gouttes et les fractions volumiques moyennes des gouttes prédites par CATHARE-3 aux valeurs expérimentales, il apparaît que, pour ces essais, le code surestime la vitesse moyenne des gouttes entre 20 et 30 % tandis que les valeurs des fractions volumiques sont correctes. Ces résultats expliquent les écarts observés sur le débit massique de gouttes et pourraient être dus au spectre granulométrique des gouttes qui n'a pas été pris en compte.

Débit air (m^3/h)	Débit eau (m^3/h)	$k_{D,gravité}$ ($m.s^{-1}$)	$k_{D,diff.turb}$ ($m.s^{-1}$)	$k_{D,eff}$ ($m.s^{-1}$)	Γ_A ($kg.m^{-2}.s^{-1}$)
3100	3	1	0.047	2.19	0.008
3900	3	1	0.056	2.21	0.043
5400	3	1	0.067	2.27	0.105
6000	3	1	0.072	2.26	0.130
3100	6	1	0.046	2.19	0.014
3900	6	1	0.053	2.21	0.073
5400	6	1	0.066	2.27	0.131
6000	6	1	0.066	2.26	0.230

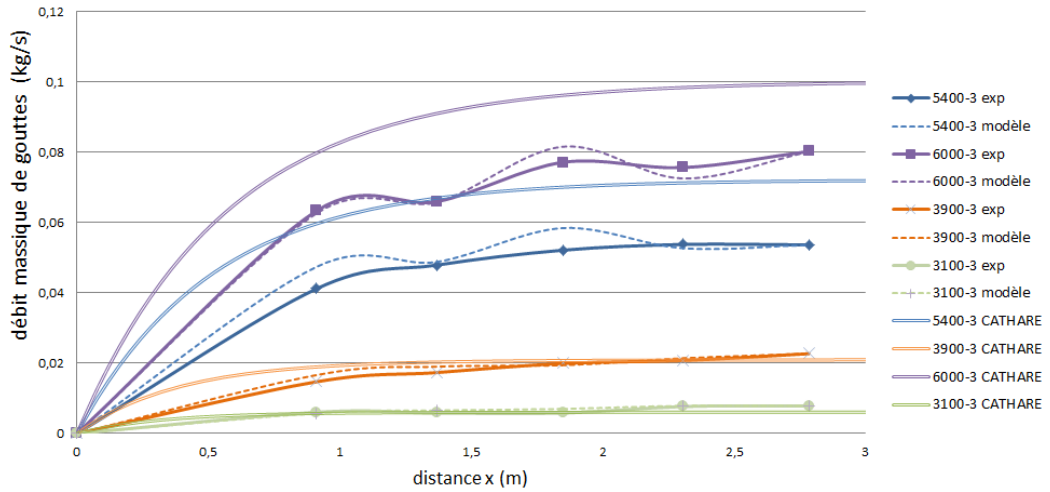
Table 6.1 – Valeurs des composantes de la vitesse de dépôt relatives à la gravité et à la diffusion turbulente ainsi que du flux d'arrachement des gouttes calculés pour les différents essais REGARD

6.4 Analyse des résultats de l'expérience de Namie & Ueda

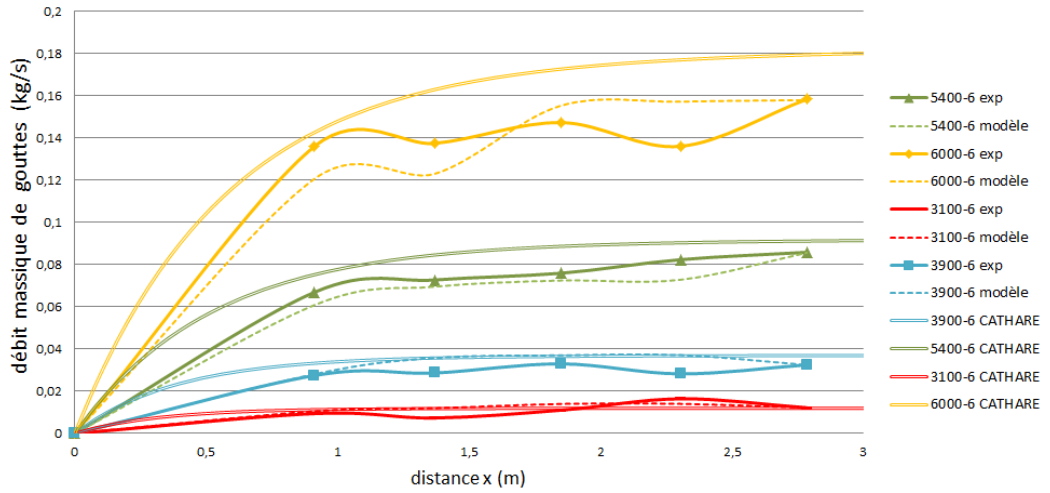
Les essais de l'expérience de Namie & Ueda, présentée dans le § 4.3, ont été simulés avec le code NEPTUNE_CFD, dans lequel a été implanté un modèle de dépôt de gouttes local. Ce modèle a été validé par comparaison aux données expérimentales (voir § 5.2). Pour comparer le modèle de dépôt 1D aux données expérimentales de Namie & Ueda, les résultats des calculs NEPTUNE_CFD sont utilisés afin de connaître l'évolution axiale de la concentration moyenne des gouttes dans le canal, qui n'est pas une donnée expérimentale. La vitesse de dépôt des gouttes est modélisée à l'aide de la relation (6.26) avec l'hypothèse que le mécanisme de diffusion turbulente agit de manière isotrope :

$$k_D = \tau_p g \frac{S_{gravité}}{S_{tot}} + 0.023 U_f Re_f^{-0.2} Sc_f^{-2/3} \frac{1}{1 + 2.5\alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f}} \tag{6.38}$$

La gravité ne contribue au dépôt que sur la paroi inférieure du canal, de largeur 0.06 m, d'où : $\frac{S_{gravité}}{S_{tot}} = \frac{x*0.06}{2(0.06*x+0.01*x)} = \frac{0.06}{0.14} = 0.42$.



(a) Débit d'injection d'eau : 3 m^3/h



(b) Débit d'injection d'eau : 6 m^3/h

FIGURE 6.1 – Essais REGARD : évolution axiale du débit massique de gouttes dans la conduite.

L'évolution axiale du flux de dépôt de gouttes est donnée par la relation :

$$\Gamma_D(x) = k_D(x)C(x) \tag{6.39}$$

On rappelle que dans l'expérience de Namie & Ueda, les gouttes sont injectées de manière homogène dans le canal, qui présente une section droite relativement faible. Les effets d'inhomogénéité de l'écoulement de gouttes sont donc négligés (f=1).
La vitesse k_D, donné par l'équation (6.38) dépend de x par l'intermédiaire de $\alpha_p(x)$, qui en raison du dépôt des gouttes en paroi diminue à mesure que l'on s'éloigne de l'entrée du canal. L'évolution axiale de cette grandeur n'étant pas une donnée expérimentale, pour chaque essai, cette variable est un résultat de calcul NEPTUNE_CFD au même titre que la concentration moyenne des gouttes C(x). Sur la Figure 6.2, le flux de dépôt modélisé par la relation (6.39), représenté par des traits pointillés, est comparé à celui déterminé à partir des données expérimentales, représenté par des traits continus, pour différents essais. On note que le modèle donne des résultats en accord avec l'expérience, avec des écarts inférieurs à 15 %. Les valeurs des deux composantes de la vitesse de dépôt, calculées à partir du modèle (6.38), sont indiquées dans le Tableau 6.2, où il apparaît que la composante gravitaire est entre 3 et 5 fois plus petite que celle de la diffusion turbulente. Ce résultat confirme que, pour ces essais, les deux mécanismes, gravité et diffusion turbulente, contribuent au dépôt des gouttes avec une plus forte influence de la diffusion.

n° de l'essai	$k_{D,gravité}$ $(m.s^{-1})$	$k_{D,diff.turb}$ $(m.s^{-1})$
n° 12	0.025	0.112
n° 14	0.025	0.086
n° 21	0.019	0.136
n° 23	0.025	0.115
n° 24	0.027	0.081

Table 6.2 – Valeurs des composantes de la vitesse de dépôt relatives à la gravité et à la diffusion turbulente calculées pour les différents essais de l'expérience Namie & Ueda

6.5 Conclusion

Cette partie de ce travail est dédiée à la mise au point d'un modèle 1D pour la simulation du flux de dépôt des gouttes dans un écoulement horizontal turbulent. La grandeur modélisée est la vitesse de dépôt qui possède une composante gravitaire, représentés par la vitesse terminale du chute d'une goutte dans un écoulement de gaz, et une composante liée à la dispersion turbulente des gouttes par la phase continue. Cette dernière est modélisée en faisant une analogie entre les transferts de chaleur et les transferts de masse en écoulement turbulent. Le modèle de vitesse de dépôt est confronté dans un premier temps aux données expérimentales issues de la campagne d'arrachement menée sur l'installation REGARD du CEA Grenoble. Cette expérience présente la particularité d'être réalisée dans une conduite horizontale de grand diamètre, ce qui induit une forte inhomogénéité de l'écoulement dans la section. Les mesures montrent que les gouttes qui s'arrachent du film liquide restent dans le quart inférieur de la conduite, entraînant des effets de profils verticaux de concentration de gouttes importants. Dans une première approche, ces effets ont été pris en compte de

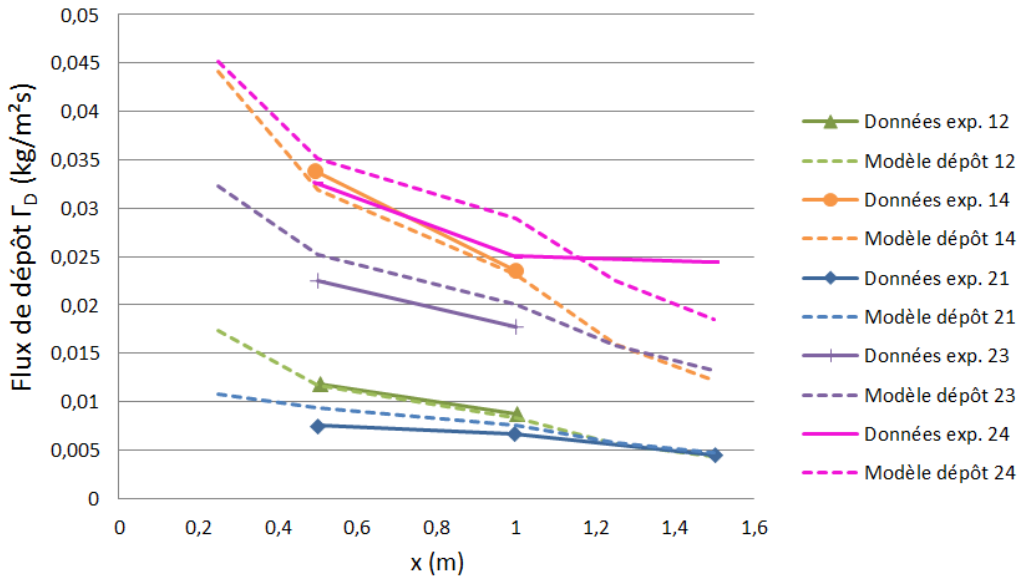


FIGURE 6.2 – Essais Namie & Ueda : évolution axiale du flux de dépôt de gouttes dans le canal.

manière très simple et méritent, à l'avenir, d'être étudiés de façon plus complète et précise. Néanmoins, la comparaison aux données expérimentales a montré que le modèle 1D proposé évaluait correctement le flux de dépôt des gouttes en paroi. Les gouttes mesurées dans l'expérience REGARD ont un diamètre volumique moyen relativement important, leur dépôt est donc principalement gravitaire. Pour valider la contribution due à la diffusion turbulente du dépôt, les données expérimentales de Namie & Ueda ont été utilisées et les résultats obtenus sont satisfaisants.
Le modèle de dépôt développé à l'échelle système dans ce chapitre semble bien représentatif de la réalité mais des efforts de modélisation sont nécessaires pour améliorer la simulation de certains phénomènes.

Chapitre 7

Conclusion générale et Perspectives

Ce travail de thèse, qui s'inscrit dans le cadre du projet NEPTUNE dont l'objectif est l'amélioration des outils numériques de simulations en thermohydraulique, vise à apporter sa contribution à une meilleure compréhension des écoulements diphasiques dispersés gaz-gouttes, notamment en ce qui concerne le phénomène de dépôt de gouttes en paroi dans un écoulement horizontal.

Une physique, deux études

Dans une première partie, la dynamique des écoulements dispersés turbulents gaz-gouttes en conduite est présentée et met en avant les différentes caractéristiques de l'écoulement de gaz turbulent et des gouttes de la phase dispersée. Ces dernières sont supposées de taille plus petite que l'échelle de Kolmogorov, de masse volumique grande devant celle de la phase continue, et avec un taux de présence tel que les collisions entre gouttes sont négligeables. Sous ces hypothèses, les forces qui agissent sur les gouttes se limitent à l'action du poids, de la poussée d'Archimède et de la traînée. L'influence des gouttes sur la turbulence de la phase continue est considérée dans un régime de couplage à deux sens. Les conditions aux limites de l'écoulement diphasique gaz/gouttes sont précisées, notamment les interactions gouttes/paroi. En écoulement horizontal, les gouttes se déposent en paroi sous l'influence de deux phénomènes qui agissent en parallèle : la gravité et la diffusion turbulente/vol libre. Dans ce deuxième mécanisme, les gouttes sont dispersées par la turbulence de la phase continue jusqu'en zone de proche paroi, avant de se déposer en paroi par un phénomène de vol libre. Ainsi, l'étude du dépôt ne se limite pas à la seule interaction des gouttes avec la paroi, la compréhension et la prise en compte des couplages entre la phase continue et la phase dispersée au cœur de l'écoulement sont également fondamentales. La physique du dépôt des gouttes est déclinée dans ce mémoire sous deux approches différentes avec une première étude à l'échelle 3D locale et une seconde à l'échelle système 1D. Dans chacune de ces approches un modèle est développé pour la vitesse de dépôt des gouttes, notée k_D, qui est constituée d'une composante gravitaire et d'une composante relative à la diffusion turbulente, puis validé par comparaison à des données expérimentales.

Une étude à l'échelle 3D locale

Pour cette étude, le modèle de dépôt est implanté dans le code de simulation numérique NEPTUNE_CFD, dont le système d'équations, ses fermetures et les modèles physiques sont détaillés dans le Chapitre 3. Les équations générales moyennées des deux phases sont obtenues à partir d'une modélisation statistique de type Euler/Euler de l'écoulement dispersé turbulent gaz/gouttes. La dispersion turbulente des gouttes est régie par une vitesse turbulente de dérive et les interactions mutuelles entre les gouttes et la turbulence du gaz sont représentées par différents termes de couplage présents dans les équations de bilan de chacune des deux phases. La composante gravitaire de la vitesse de dépôt correspond à la vitesse terminale de chute des gouttes dans un écoulement de gaz et la composante due à la diffusion turbulente est considérée proportionnelle aux fluctuations de vitesse turbulente des gouttes. Les expériences de dépôt de gouttes en canal horizontal de Namie et Ueda [56] sont simulées et la comparaison des calculs numériques aux données expérimentales permet de valider le modèle de dépôt développé, qui prédit correctement le flux de dépôt des gouttes en paroi, mais également d'examiner l'influence de trois modèles de turbulence de la phase dispersée, le modèle algébrique de Tchen, le modèle à deux équations de transport $q_p^2 - q_{fp}$ et le modèle à sept équations de transport $R_{p,ij} - q_{fp}$. En effet, les gouttes mesurées dans l'expérience étant de taille relativement petite, $d_p \approx 30\ \mu m$, leur dépôt en paroi est en partie piloté par leur dispersion turbulente dans le cœur de l'écoulement où leur énergie d'agitation acquise est fonction du modèle de turbulence utilisé. Il apparaît que, pour cette taille de goutte avec un taux de présence $\alpha_p \approx 10^{-4}$, le modèle de turbulence $q_p^2 - q_{fp}$, disperse trop les gouttes et surestime le flux de dépôt tandis que les deux autres modèles donnent de meilleurs résultats. Une analyse du modèle $q_p^2 - q_{fp}$ montre que ce défaut est lié au terme de production dans l'équation de transport de q_p^2, qui, étant modélisé proportionnellement à q_p^2 s'avère trop fort, et non compensé par un terme puits dû aux collisions, ces dernières étant négligées. De plus, cette analyse révèle la structure du modèle et met en lumière la modélisation des échanges d'énergie entre la phase continue et la phase dispersée. L'énergie cinétique turbulente est produite par le frottement de la phase gaz en paroi, puis, lors de la phase d'accélération des gouttes par le gaz environnant, elle est transmise à la phase dispersée, par le biais de l'énergie de covariance. Cette dernière se révèle être un indicateur du couplage entre les phases, avec une valeur d'autant plus grande que les interactions sont fortes. En régime établi, un échange continu d'énergie entre les phases s'installe, d'intensité différente selon la taille des inclusions et de leur taux de présence. On montre que le couplage est d'autant plus fort que les gouttes sont petites car elles sont plus sensibles aux fluctuations turbulentes du gaz, ce qui se traduit par une atténuation de la turbulence du gaz. Cette "laminarisation" de l'écoulement est davantage observée en cas de fort taux de présence des gouttes. Ces résultats ont un impact sur le dépôt des gouttes en paroi. Les petites gouttes, sensibles à la diffusion turbulente, se déposent de manière isotrope sur les différentes parois du canal, tandis que les plus grosses, principalement soumises à la gravité, se déposent préférentiellement sur la paroi inférieure. L'influence relative des deux mécanismes de dépôt dépend de la taille des gouttes et du taux de turbulence de l'écoulement de gaz, qui lui-même varie en fonction du taux de présence des gouttes.

Une étude à l'échelle système 1D

Dans cette seconde étude, motivée par un besoin industriel, un modèle de dépôt 1D est établi et sa modélisation est guidée par les résultats déduits de l'étude à l'échelle 3D locale. De même que précédemment, la composante gravitaire est représentée par la vitesse terminale de chute des gouttes. Le phénomène de diffusion turbulente est modélisé par analogie avec les transferts de chaleur en écoulements turbulents, et l'expression de la vitesse obtenue est pondérée par un facteur tenant compte de l'atténuation de la turbulence de la phase continue avec le taux de présence des gouttes. Le modèle de la vitesse de dépôt est confronté, dans un premier temps, aux résultats expérimentaux de la campagne d'arrachement menée sur l'installation REGARD du CEA Grenoble. Dans cette expérience, un film liquide d'eau est injecté en partie basse d'une conduite, et en raison du cisaillement de la surface du film par l'écoulement d'air, des gouttes s'arrachent du film. Le débit massique de gouttes mesuré à différentes positions axiales de la section d'essais résulte ainsi de la compétition entre l'arrachement et le dépôt des gouttes. N'ayant pas de modèle d'arrachement des gouttes, pour chaque essai, le flux d'arrachement des gouttes est supposé constant dans toute la veine d'essai et égal au flux de dépôt des gouttes en régime établi. Sous l'hypothèse supplémentaire que la vitesse de dépôt des gouttes est une constante par essai, une valeur du flux d'arrachement est déterminée pour chaque essai, permettant alors de simuler l'évolution axiale du débit massique de gouttes et de tester la validité du modèle de dépôt développé. Aussi, la veine d'essai de l'installation REGARD étant une conduite de grand diamètre (D = 24 cm), des phénomènes tels que des profils importants du taux de présence des gouttes ou de granulométrie apparaissent et ont un fort impact sur le flux de dépôt. Dans une première approche, ces phénomènes sont modélisés très simplement afin de vérifier les bonnes tendances du modèle, ce qui a été effectivement observé en calculant le débit massique de gouttes par une expression analytique mais également en le simulant avec le code CATHARE-3, dans lequel le modèle de dépôt a été implanté. Néanmoins, la prise en compte des effets de profils est encore imparfaite et mérite une modélisation plus précise.
Le diamètre moyen des gouttes mesurées dans l'expérience REGARD est de 250 μm et le mécanisme principal qui pilote le dépôt est la gravité. Afin de valider la modélisation de la composante due à la diffusion turbulente, le modèle 1D est confronté, dans un deuxième temps, aux données expérimentales de Namie & Ueda, où la taille moyenne des gouttes est de 30 μm. La concentration moyenne des gouttes n'est pas une donnée expérimentale, c'est pourquoi cette variable est déterminée à partir des simulations numériques NEPTUNE_CFD. Les résultats obtenus montrent que le modèle de dépôt 1D donnent de bons résultats, en accord avec les données expérimentales.

Perspectives

→*Turbulence non-homogène anisotrope*

Dans le cadre de l'étude à l'échelle 3D, l'écoulement considéré est celui d'un canal horizontal où la turbulence est non homogène et anisotrope, notamment en zone de proche de paroi. Cependant certains modèles de fermetures du modèle de dispersion utilisés et présentés dans le Chapitre 3 ont été développés pour une turbulence homogène isotrope. C'est le cas notamment du tenseur de dérive (3.80), issu de la théorie de Csanady [20], qui

intervient dans la modélisation de l'incrément de vitesse du fluide vu avec une équation différentielle stochastique de Langevin. Arcen et Tanière [6] et Arcen [5] ont montré que l'utilisation d'expressions analogues à celles proposés par Csanady [20] pour modéliser l'influence des effets de continuité et des croisements de trajectoires sur les échelles temporelles du fluide vu ne sont pas aberrantes et proposent des expressions, dérivées de la théorie de Csanady [20], afin de tenir compte du caractère anisotrope de la turbulence. Toutefois, ces expressions, renseignées dans leurs travaux par des résultats de calculs de DNS, supposent la connaissance au préalable de certaines échelles spatiales et temporelles, pour lesquelles il n'existe pas à ce jour de modèles. Cependant, ces réflexions offrent des pistes de perspectives à ces travaux de thèse. Pour valider le modèle de dispersion turbulente, il serait intéressant de comparer le modèle développé dans le code NEPTUNE_CFD, modèle présenté dans le Chapitre 3, à un cas académique de type canal plan pour lequel il existe des résultats de référence obtenus par DNS, notamment ce qui concerne des statistiques telles que la variance de la vitesse des particules et la covariance scalaire fluide-particule.

→*Modèle de film en paroi*

Pour construire le modèle de dépôt à l'échelle 3D locale, il a été supposé que le film liquide pariétal engendré par le dépôt des gouttes en paroi est infiniment mince et infiniment absorbant. Cette hypothèse est en accord avec les données expérimentales de Namie & Ueda, puisque, dans les différents essais de dépôt, le film liquide pariétal est en grande partie aspiré et les expérimentateurs ont montré que la présence du film n'influençait pas le dépôt des gouttes. Néanmoins, pour améliorer le modèle de dépôt et obtenir un modèle d'ensemble plus réaliste, une idée consiste à écrire un modèle de film liquide en paroi, en intégrant les équations de Navier-Stokes sur une épaisseur de film variable. Ce type de modèle est proposé par Bieder et Barre [12], qui présentent les équations pilotant la dynamique du film liquide en paroi, implantées dans le code CATHARE-2. Le modèle de Bieder et Barre [12] étant présenté sous sa forme déjà fermée et discrétisée (Figure 7.1), on cherche ici à en établir les équations continues, sans faire d'hypothèse sur la direction de l'écoulement. On obtient ainsi un modèle plus général, mais non fermé, qui pourra servir de base de réflexion dans le cadre de travaux ultérieurs. L'établissement de ce modèle est détaillé dans l'Annexe B, où on suppose que le film, d'épaisseur variable $\delta(t,x,y)$, et de masse volumique ρ, s'écoule sur une paroi à fond variable également, située en $z=-d(x,y)$, afin de traiter les cas où le fond de la conduite n'est pas plat (conduite circulaire par exemple). Le principe consiste à intégrer les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement, locales et instantanées, sur la hauteur d'eau du film liquide définie par $h=\delta+d$, qui correspond à la hauteur entre la paroi fixe, repérée par $z=-d(x,y)$ et la surface libre, repérée par $z=\delta(t,x,y)$. Si D est un opérateur différentiel quelconque, on utilise le théorème fondamental mathématique suivant (Phillips [64]) :

$$D\int_{-d}^{\delta} f\mathrm{d}z = \int_{-d}^{\delta} Df\mathrm{d}z + f(z=\delta)D\delta + f(z=-d)Dd \tag{7.1}$$

En définissant avec une barre supérieure la moyenne sur toute la hauteur d'eau, les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement du film liquide pariétal obtenues sont les suivantes :

Bilan de masse

$$\frac{\partial(h\overline{\rho})}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{\rho u_\beta}}{\partial x_\beta} \hat{=} \tilde{k}_D - \tilde{k}_A \tag{7.2}$$

Dans les équations (7.2) et (7.3), les indices grecs α et β ne peuvent prendre que les valeurs 1 et 2 et décrivent le plan horizontal (x,y). Dans l'équation (7.2), $\tilde{k}_D$ et $\tilde{k}_A$ représentent, respectivement, la vitesse à laquelle le film s'épaissit en raison du dépôt des gouttes sur sa surface et la vitesse à laquelle la hauteur du film diminue suite à l'arrachement des gouttes.

Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(h\overline{\rho u_\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[h\overline{(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta})}\right] = F_\alpha^I + F_\alpha^w + \Gamma_D u_\alpha^D - \Gamma_A u_\alpha^A \tag{7.3}$$

Où Γ_D et Γ_A désignent les flux de gouttes déposées et arrachées (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$) et u_α^D et u_α^A désignent les vitesses moyennes des gouttes qui se déposent ou qui sont arrachées du film pariétal. Le symbole $\delta_{\alpha\beta}$ correspond au symbole de Kronecker. Les forces de pression et de viscosité à l'interface avec le gaz ainsi qu'à la paroi sont définies de la manière suivante :

$$F_\alpha^I \hat{=} \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=\delta)\frac{\partial\delta}{\partial x_\beta} + \tau_{\alpha z}(z=\delta) \tag{7.4}$$

$$F_\alpha^w \hat{=} \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} - \tau_{\alpha z}(z=-d) \tag{7.5}$$

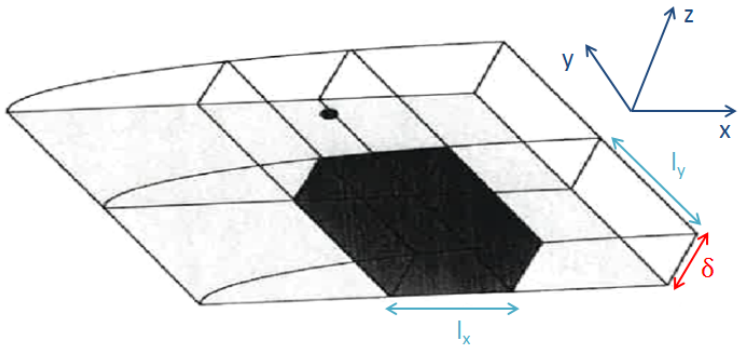


Figure 7.1 – Définitions géométriques du film liquide pariétal dans le cas traité par Bieder et Barre [12].

Ainsi, les équation de ce modèle de film viendraient compléter le modèle de dépôt développé à l'échelle 3D locale et permettraient de simuler de façon plus réaliste le dépôt des gouttes dans le cas où le film liquide pariétal n'est pas évacué.
Le problème de fermeture posé par les équations supplémentaires pour le film consiste donc à se donner des lois constitutives pour les termes suivants :

- $\tilde{k}_D$ et $\tilde{k}_A$: vitesses de variation de l'épaisseur du film suite aux phénomènes de dépôt et d'arrachement

- Γ_D et Γ_A : flux de dépôt et d'arrachement (fermés de manière conjointe avec les équations des gouttes)
- F_α^I et F_α^w : frottements interfacial et pariétal
- u_α^D et u_α^A : vitesses moyennes auxquelles les gouttes se déposent et sont arrachées.

Un premier lien peut être fait entre les différentes grandeurs k_D, $\tilde{k}_D$ et Γ_D. On sait que $\Gamma_D = k_D \alpha_p \rho$ et la conservation de la masse permet d'écrire : $\tilde{k}_D = k_D \alpha_p$.

→*Influence des collisions entre les gouttes*

Les écoulements étudiés dans cette étude sont des écoulements dilués pour lesquels le taux de présence des gouttes est suffisamment faible pour négliger les collisions entre les gouttes. Néanmoins, les concentrations préférentielles liées au regroupement des gouttes près des parois peuvent être source de collisions qu'il conviendrait peut-être de prendre en compte à plusieurs niveaux.
En théorie des particules solides (Laviéville [42]), les chocs entre particules peuvent être supposées élastiques ou inélastiques, avec un coefficient de restitution e. Si les gouttes sont supposées être des particules élastiques (e = 1), il n'y a pas de perte d'énergie mécanique liée aux collisions et le modèle reste inchangé. Si elles ne le sont pas ($0 < e < 1$), les collisions entre gouttes occasionnent une dissipation d'énergie cinétique. La quantité de mouvement moyenne des gouttes est un invariant collisionnel, et n'est donc pas affectée. L'énergie cinétique d'agitation des gouttes, notée q_p^2, est atténuée à chaque collision, et un terme doit être ajouté pour tenir compte de la perte associée.
L'autre conséquence des collisions entre gouttes va être l'apparition des phénomènes de coalescence et de fragmentation. Des modèles existent pour tenir compte de ces phénomènes, mais si on autorise la coalescence, par exemple, les tailles des gouttes évolueront vers une polydispersion au lieu de la monodispersion que nous avions supposée. La fonction de distribution de vitesse $f(\vec{v};\vec{x},t)$ doit alors être remplacée par une fonction de distribution jointe en vitesse et en taille $f(\vec{v},d;\vec{x},t)$ qu'il est nécessaire de modéliser. L'hypothèse la plus simple consiste à supposer un lien direct entre vitesse et taille, c'est-à-dire qu'à une taille donnée on associe une seule vitesse qui est la vitesse moyenne des gouttes de diamètre d (Zaepffel [93],Massot [49]) :

$$f(\vec{v},d;\vec{x},t) = f_d(d;\vec{x},t)\delta(\vec{v} - \vec{U}_p(d;\vec{x},t)) \tag{7.6}$$

Où f_d désigne la fonction de distribution marginale en taille des gouttes. La vitesse moyenne $\vec{U}_p(d;\vec{x},t)$ dépend du diamètre d. La suite diffère selon que l'on considère une formulation continue de la fonction de distribution f_d, aboutissant à la méthode des moments, ou bien une formulation discrète, aboutissant à la méthode des sections. Un exemple d'application de la méthode des moments aux écoulements à bulles peut être trouvé dans la thèse de Zaepffel [93] et une approche similaire a été utilisée par Mossa [55] pour les écoulements à gouttes. Ce travail pourrait être poursuivi en tentant de l'étendre à la polydispersion avec prise en compte de la coalescence et de la fragmentation, mais ceci est une autre histoire ...

Annexe A

Les termes de couplage inverse

A.1 Calculs des termes de couplage inverse

Les équations de transport de la phase continue et du *fluide vu* du modèle développé dans le Chapitre 3 présentent des termes lié à l'influence des gouttes sur l'écoulement de gaz. Il s'agit des termes,

- $\langle A_{p\to f,i}\rangle_f$ et $\langle A_{p\to s,i}\rangle_p$ dans les équations de bilan de quantité de mouvement
- $\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f$ et $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,j} + A_{p\to s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p$ dans les équations de transport du tenseur des contraintes cinétiques turbulentes
- $\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f$ et $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p$ dans les équations de transport des énergies cinétiques turbulentes
- $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p$ et $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{p,i}\right\rangle_p$ dans l'équation, respectivement, du tenseur des corrélations de vitesses turbulentes fluide-particules et de la covariance scalaire fluide-particules

Les calculs de ces différents termes sont détaillés ci-dessous, sous les hypothèses suivantes :

Hypothèses : *Il est supposé qu'il n'existe pas de biais statistique différenciant les tensions de Reynolds du fluide et les corrélations des vitesses fluctuantes du fluide vu par les particules :*

$$\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f \cong \left\langle v'_{s,i}v'_{s,j}\right\rangle_p \tag{A.1}$$

Ainsi, les énergies cinétiques turbulentes du fluide et du fluide vu sont égales :

$$\left\langle v'^2_{s,i}\right\rangle_p \cong \left\langle v'^2_{f,i}\right\rangle_f \to q_s^2 \cong q_f^2 \tag{A.2}$$

Il en découle que les termes de couplage relatifs à la vitesse fluide sont supposés identiques à ceux relatifs à la vitesse du fluide vu :

$$\langle A_{p\to f,i}\rangle_f \cong \langle A_{p\to s,i}\rangle_p \tag{A.3}$$

$$\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j} + A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f \cong \left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,j} + A_{p\to s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p \tag{A.4}$$

$$\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f \cong \left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p \tag{A.5}$$

- Le terme d'accélération $A_{p\to s,i}$ est donné par la relation (3.102).
  Le calcul de $\langle A_{p\to s,i}\rangle_p$ donne,

$$\begin{aligned}\langle A_{p\to s,i}\rangle_p &= \left\langle -\frac{\alpha_p\rho_p}{\alpha_f\rho_f}\left[\frac{v_{s,i}-v_{p,i}}{\tau_p}\right]\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle U_{s,i}+v'_{s,i}-U_{p,i}-v'_{p,i}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left(U_{s,i}+V_{d,i}-U_{p,i}\right) \qquad (A.6)\end{aligned}$$

  Sous l'hypothèse $U_{f,i}\cong U_{s,i}$,

$$\langle A_{p\to f,i}\rangle_f \cong -\frac{\chi}{\tau_p}\left(U_{f,i}+V_{d,i}-U_{p,i}\right) \qquad (A.7)$$

- Calcul de $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,j}+A_{p\to s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p$

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,j}+A_{p\to s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (v_{s,i}-v_{p,i})v'_{s,j}+(v_{s,j}-v_{p,j})v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (U_{s,i}+v'_{s,i}-U_{p,i}-v'_{p,i})v'_{s,j}+(U_{s,j}+v'_{s,j}-U_{p,j}-v'_{p,j})v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}`\left[V_{d,j}(U_{s,i}-U_{p,i})+<v'_{s,i}v'_{s,j}\right\rangle_p-\left\langle v'_{p,i}v'_{s,j}\right\rangle_p \\ &+V_{d,i}(U_{s,j}-U_{p,j})+\left\langle v'_{s,j}v'_{s,i}\right\rangle_p-\left\langle v'_{p,j}v'_{s,i}>_p\right] \qquad (A.8)\end{aligned}$$

  d'où,

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,j}+A_{p\to f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f &\cong -\frac{\chi}{\tau_p}[V_{d,j}(U_{f,i}-U_{p,i})+\left\langle v'_{f,i}v'_{f,j}\right\rangle_f-\left\langle v'_{p,i}v'_{f,j}\right\rangle_p \\ &+V_{d,i}(U_{f,j}-U_{p,j})+\left\langle v'_{f,j}v'_{f,i}\right\rangle_f-\left\langle v'_{p,j}v'_{f,i}\right\rangle_p] \qquad (A.9)\end{aligned}$$

- Calcul de $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p$

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to s,i}v'_{s,i}\right\rangle_p &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (v_{s,i}-v_{p,i})v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (U_{s,i}+v'_{s,i}-U_{p,i}-v'_{p,i})v'_{s,i}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left[V_{d,i}(U_{s,i}-U_{p,i})+2q_s^2-q_{sp}\right] \qquad (A.10)\end{aligned}$$

  d'où,

$$\left\langle A_{p\to f,i}v'_{f,i}\right\rangle_f \cong -\frac{\chi}{\tau_p}\left[V_{d,i}(U_{f,i}-U_{p,i})+2q_f^2-q_{fp}\right] \qquad (A.11)$$

- Calcul de $\left\langle A_{p\to s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p$

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (v_{s,i}-v_{p,i})v'_{p,j}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left\langle (U_{s,i}+v'_{s,i}-U_{p,i}-v'_{p,i})v'_{p,j}\right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p}\left[\left\langle v'_{s,i}v'_{p,j}\right\rangle_p-\left\langle v'_{p,i}v'_{p,j}\right\rangle_p\right] \qquad (A.12)\end{aligned}$$

- Calcul de $\left\langle A_{p\to s,i} v'_{p,i} \right\rangle_p$

$$\begin{aligned}\left\langle A_{p\to s,i} v'_{p,i} \right\rangle_p &= -\frac{\chi}{\tau_p} \left\langle (v_{s,i} - v_{p,i}) v'_{p,i} \right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p} \left\langle (U_{s,i} + v'_{s,i} - U_{p,i} - v'_{p,i}) v'_{p,i} \right\rangle_p \\ &= -\frac{\chi}{\tau_p} \left[q_{sp} - 2q_p^2 \right] \end{aligned} \tag{A.13}$$

A.2 Terme de couplage dans l'équation de transport de q_f^2 et modulation de la turbulence

Le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente du fluide est $\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$, dont l'expression est donnée par la relation (A.11) :

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong -\frac{\chi}{\tau_p} \left[V_{d,i}(U_{f,i} - U_{p,i}) + 2q_f^2 - q_{fp} \right] \tag{A.14}$$

Ce terme est généralement négatif (à moins d'une vitesse de dérive significative alignée avec la vitesse relative moyenne). Il permet ainsi de rendre compte du phénomène d'atténuation de la turbulence par les petites gouttes mais n'est pas capable de tenir compte de la production de turbulence par *sillage* par les grosses particules. Cette déficience est liée à l'approximation de force ponctuelle, hypothèse sous laquelle les équations du modèle présenté au Chapitre 3 ont été établies. Pour faire apparaître le terme de production de sillage liée à la vitesse relative moyenne, la vitesse instantanée du gaz à la position de la goutte doit être prise comme étant égale à la vitesse de la goutte en raison de la condition de non-glissement à la surface de cette dernière (Oesterlé [59]) : $v_{f,i} = v_{p,i}$, ce qui implique la relation suivante :

$$v'_{f,i} = v_{f,i} - U_{f,i} = v'_{p,i} + U_{p,i} - U_{f,i} \tag{A.15}$$

De cette façon, $\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$ devient :

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f = (U_{p,i} - U_{f,i}) \left\langle A_{p\to f,i} \right\rangle_f + \left\langle A_{p\to f,i} v'_{p,i} \right\rangle_f \tag{A.16}$$

$$\cong \frac{-\chi}{\tau_p} \left[(U_{p,i} - U_{s,i}) \left\langle v_{s,i} - v_{p,i} \right\rangle_p + \left\langle (v_{s,i} - v_{p,i}) v'_{p,i} \right\rangle_p \right] \tag{A.17}$$

$$\cong \frac{-\chi}{\tau_p} \left[-(U_{p,i} - U_{s,i})^2 + (U_{p,i} - U_{s,i}) V_{d,i} - 2q_p^2 + q_{sp} \right] \tag{A.18}$$

$$\cong \frac{-\chi}{\tau_p} \left[-(U_{p,i} - U_{f,i})^2 + (U_{p,i} - U_{f,i}) V_{d,i} - 2q_p^2 + q_{fp} \right] \tag{A.19}$$

Où le terme $(U_{p,i} - U_{f,i})^2$ traduit la production de turbulence par sillage liée à la vitesse relative moyenne. Cette expression est également différente de la relation (A.11) dans le sens où elle fait intervenir q_p^2 et non plus q_f^2, les échanges d'énergie entre phases sont donc modélisés différemment.

Une autre expression du terme de couplage $\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f$ est donnée par Vermorel [87]. Il propose, au niveau de la relation A.16, d'effectuer une nouvelle décomposition en faisant intervenir la vitesse relative instantanée, $v_{r,i} = v_{p,i} - v_{f,i}$. Cette démarche suppose *une*

prise de moyenne à l'échelle de la goutte et de son gaz environnant, ce qui implique un point de vue légèrement différent pour la modélisation (en regard de l'hypothèse de force ponctuelle supposée dans cette étude). Dans cette approche, la relation (A.16) s'écrit :

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f = (U_{p,i} - U_{f,i}) \left\langle A_{p\to f,i} \right\rangle_f + \left\langle A_{p\to f,i} v'_{p,i} \right\rangle_f \tag{A.20}$$

$$= (U_{p,i} - U_{f,i}) \left\langle A_{p\to f,i} \right\rangle_f + \left\langle A_{p\to f,i} (v_{r,i} + U_{f,i} + v'_{f,i} - U_{p,i}) \right\rangle_f \tag{A.21}$$

Car $v'_{p,i} = v_{p,i} - U_{p,i} = v_{r,i} + v_{f,i} - U_{p,i}$. Ainsi, en décomposant $v_{r,i}$ en une valeur moyenne et une valeur fluctuante,

$$\left\langle A_{p\to f,i} v'_{f,i} \right\rangle_f \cong -\frac{\chi}{\tau_p} \left[\left\langle (v_{s,i} - v_{p,i}) v'_{s,i} \right\rangle_p + \left\langle (v_{s,i} - v_{p,i})(v'_{r,i} + U_{r,i}) \right\rangle_p \right] \tag{A.22}$$

$$\cong -\frac{\chi}{\tau_p} [V_{d,i}(U_{f,i} - U_{p,i}) + 2q_f^2 - q_{fp} - (\left\langle u'^2_{r,i} \right\rangle_p + U_{r,i}^2 + 2U_{r,i} \left\langle u'_{r,i} \right\rangle_p)] \tag{A.23}$$

Où le dernier terme $(\left\langle u'^2_{r,i} \right\rangle_p + U_{r,i}^2 + 2U_{r,i} \left\langle u'_{r,i} \right\rangle_p)$ représente la production de sillage, génératrice de turbulence (Vermorel [87]).

Annexe B

Modèle de film pariétal

On suppose que le film, de masse volumique ρ, d'épaisseur variable $\delta(t,x,y)$, s'écoule sur une paroi à fond variable également, située à $z=-d(x,y)$, afin de traiter les cas où le fond de la conduite n'est pas plat (conduite circulaire par exemple).

Si D est un opérateur différentiel quelconque, on utilise le théorème fondamental suivant (Phillips [64]) :

$$D\int_{-d}^{\delta} f\mathrm{d}z = \int_{-d}^{\delta} Df\mathrm{d}z + f(z=\delta)D\delta + f(z=-d)Dd \tag{B.1}$$

Où $z=-d(x,y)$ désigne la paroi du fond.

L'équation de bilan de masse liquide locale et instantanée s'écrit :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta}(\rho u_\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \tag{B.2}$$

L'indice grec β ne peut prendre que les valeurs 1 et 2 et décrit le plan horizontal (x,y). w est la vitesse verticale. L'intégration de l'équation (B.2) entre $-\,d(x,y)$ et $\delta(t,x,y)$, en utilisant le théorème (B.1), donne :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\int_{-d}^{\delta}\rho\mathrm{d}z - \rho(z=\delta)\frac{\partial\delta}{\partial t} - \rho(z=-d)\underbrace{\frac{\partial d}{\partial t}}_{=0}\\
&+\frac{\partial}{\partial x_\beta}\int_{-d}^{\delta}\rho u_\beta\mathrm{d}z - \rho u_\beta(z=\delta)\frac{\partial\delta}{\partial x_\beta} - \rho u_\beta(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta}\\
&+\rho w(z=\delta) - \rho w(z=-d)\\
&=0
\end{aligned} \tag{B.3}$$

En utilisant la condition limite cinématique à la surface libre et celle sur la paroi du

fond (supposée fixe dans le temps) (Phillips [64]) :

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + u_\beta(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} = w(z=\delta) \tag{B.4}$$

$$-u_\beta(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} = w(z=-d) \tag{B.5}$$

Il reste de (B.3) :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-d}^{\delta} \rho \mathrm{d}z + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\int_{-d}^{\delta} \rho u_\beta \mathrm{d}z = 0 \tag{B.6}$$

Soit $h = \delta + d$ la hauteur d'eau entre la surface libre ($z = \delta$) et le fond ($z = -d$), en définissant avec une barre supérieure la moyenne sur toute la hauteur d'eau, l'équation (B.6) s'écrit alors :

$$\frac{\partial (h\overline{\rho})}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{\rho u_\beta}}{\partial x_\beta} = 0 \tag{B.7}$$

L'équation (B.7) a été établie sans présence d'arrachement de gouttes, ni de dépôt au niveau de la surface libre. Pour traiter correctement ces phénomènes, il faut prendre en compte les mécanismes de rupture de connexité au niveau de la surface libre (Junqua-Moullet [39]). Cette physique est trop complexe pour être détaillée dans ce paragraphe. Néanmoins, on montre que, pour tenir compte des phénomènes d'arrachement et de dépôt, l'équation (B.7) doit être remplacée par :

$$\frac{\partial (h\overline{\rho})}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{\rho u_\beta}}{\partial x_\beta} \hat{=} \tilde{k}_D - \tilde{k}_A \tag{B.8}$$

$\tilde{k}_D$ et $\tilde{k}_A$ représentent, respectivement, la vitesse à laquelle le film s'épaissit en raison du dépôt des gouttes sur sa surface et la vitesse à laquelle la hauteur du film diminue suite à l'arrachement des gouttes.

L'équation de quantité de mouvement est traitée de manière équivalente. L'équation de quantité de mouvement locale et instantanée pour une composante horizontale de vitesse u_α peut s'écrire :

$$\frac{\partial \rho u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho u_\alpha w\right) = \frac{\partial \tau_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \tau_{\alpha z}}{\partial z} \tag{B.9}$$

Où les indices grecs α et β ne peuvent prendre que les valeurs 1 et 2 et décrivent le plan horizontal (x,y). Le symbole $\delta_{\alpha\beta}$ correspond au symbole de Kronecker. En utilisant le théorème fondamental (B.1), l'équation (B.9) devient :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\int_{-d}^{\delta}\rho u_\alpha dz - \rho u_{\alpha,\delta}\frac{\partial \delta}{\partial t} - \rho u_{\alpha,d}\underbrace{\frac{\partial d}{\partial t}}_{=0} + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\int_{-d}^{\delta}\left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta}\right)dz \\
&- \left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta}\right)(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} - \left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta}\right)(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} \\
&+ \left(\rho u_\alpha w\right)(z=\delta) - \left(\rho u_\alpha w\right)(z=-d) \\
&= \frac{\partial}{\partial x_\beta}\int_{-d}^{\delta}\tau_{\alpha\beta}dz - \tau_{\alpha\beta}(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} - \tau_{\alpha\beta}(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} \\
&+ \tau_{\alpha z}(z=\delta) - \tau_{\alpha z}(z=-d)
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Soit, en utilisant de nouveau la condition cinématique de surface libre (B.4) et celle sur la paroi du fond (B.5), l'équation (B.10) devient :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\int_{-d}^{\delta}\rho u_\alpha dz + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\int_{-d}^{\delta}\left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)dz \\
&= \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} + \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} \\
&+ \tau_{\alpha z}(z=\delta) - \tau_{\alpha z}(z=-d)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Avec les notations introduites précédemment, $h = \delta + d$, et en définissant avec une barre supérieure la moyenne sur toute la hauteur d'eau, l'équation (B.11) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\left(h\overline{\rho u_\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[h\overline{\left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)}\right] \\
&= \underbrace{\left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} + \tau_{\alpha z}(z=\delta)}_{F_\alpha^I} \\
&+ \underbrace{\left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} - \tau_{\alpha z}(z=-d)}_{F_\alpha^w}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Où les forces de pression et de viscosité à l'interface avec le gaz ainsi qu'à la paroi sont définies de la manière suivante :

$$F_\alpha^I \hat{=} \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=\delta)\frac{\partial \delta}{\partial x_\beta} + \tau_{\alpha z}(z=\delta) \tag{B.13}$$

$$F_\alpha^w \hat{=} \left(p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)(z=-d)\frac{\partial d}{\partial x_\beta} - \tau_{\alpha z}(z=-d) \tag{B.14}$$

Finalement, en ajoutant les termes d'entrainement et de dépôt, l'équation (B.12) peut être complétée de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(h\overline{\rho u_\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[h\overline{\left(\rho u_\alpha u_\beta + p\delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}\right)}\right] = F_\alpha^I + F_\alpha^w + \Gamma_D u_\alpha^D - \Gamma_A u_\alpha^A \tag{B.15}$$

Où Γ_D et Γ_A désignent les flux de gouttes déposées et arrachées (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$) et u_α^D et u_α^A désignent les vitesses moyennes des gouttes qui se déposent ou qui sont arrachées du film pariétal.

Annexe C

Données expérimentales REGARD

Cette Annexe présente les conditions d'entrée et les résultats expérimentaux de la campagne d'arrachement de gouttes dans un écoulement turbulent d'air menée sur l'installation REGARD du CEA Grenoble.
Le diamètre de la conduite est $D = 0.24m$. La masse volumique de l'air est de 1.18 $kg.m^{-3}$ et celle de l'eau de 997 $kg.m^{-3}$.

		Air			Film liquide			Gouttes		
Essai	L/D	Q_{air}	v_{air}	α_{air}	Q_{film}	v_{film}	α_{film}	$Q_{gouttes}$	$v_{gouttes}$	$\alpha_{gouttes}$
1	3.8	3100	20.371	0.9698	3	0.612	0.0301	0.0218	17.38	0.077
2	5.7	3100	20.396	0.9698	3	0.589	0.0313	0.0209	19.44	0.066
3	7.7	3100	20.385	0.9691	3	0.598	0.0308	0.0209	20.70	0.062
4	9.6	3100	20.375	0.9696	3	0.608	0.0303	0.0276	23.22	0.073
5	11.6	3100	20.364	0.9701	3	0.618	0.0298	0.0283	23.17	0.075
6	3.8	3900	25.646	0.9691	3	0.598	0.0308	0.053	19.37	0.168
7	5.7	3900	25.607	0.9706	3	0.629	0.0293	0.0264	22.02	0.174
8	7.7	3900	25.617	0.9702	3	0.620	0.0297	0.0718	22.38	0.197
9	9.6	3900	25.628	0.9698	3	0.612	0.0301	0.0747	24.66	0.186
10	11.6	3900	25.636	0.9695	3	0.606	0.0304	0.0818	26.16	0.192
11	3.8	5400	35.445	0.9709	3	0.635	0.029	0.01484	24.23	0.376
12	5.7	5400	35.464	0.9704	3	0.624	0.0295	0.01725	23.70	0.447
13	7.7	5400	35.460	0.9705	3	0.627	0.0294	0.01878	28.19	0.409
14	9.6	5400	35.482	0.9699	3	0.614	0.03	0.01937	25.68	0.471
15	11.6	5400	35.504	0.9693	3	0.602	0.0306	0.01932	25.25	0.462
16	3.8	6000	39.364	0.9714	3	0.646	0.0285	0.2282	26.09	0.537
17	5.7	6000	39.404	0.9704	3	0.624	0.0295	0.2375	25.81	0.565
18	7.7	6000	39.412	0.9702	3	0.620	0.0297	0.2778	31.82	0.536
19	9.6	6000	39.417	0.9701	3	0.618	0.0298	0.2724	27.97	0.598
20	11.6	6000	39.425	0.9699	3	0.614	0.03	0.289	30.86	0.575

		Air			Film liquide			Gouttes		
Essai	L/D	Q_{air}	v_{air}	α_{air}	Q_{film}	v_{film}	α_{film}	$Q_{gouttes}$	$v_{gouttes}$	$\alpha_{gouttes}$
21	3.8	3100	20.521	0.9627	6	0.990	0.0372	0.0339	17.06	0.122
22	5.7	3100	20.574	0.9602	6	0.928	0.0397	0.0264	19.07	0.066
23	7.7	3100	20.527	0.9624	6	0.982	0.0375	0.0396	22.31	0.085
24	9.6	3100	20.484	0.9645	6	1.038	0.0355	0.0591	22.31	0.109
25	11.6	3100	20.440	0.9665	6	1.103	0.0334	0.0439	19.39	-
26	3.8	3900	25.742	0.9655	6	1.071	0.0344	0.0989	19.53	0.139
27	5.7	3900	25.820	0.9626	6	0.988	0.0373	0.1031	24.44	0.311
28	7.7	3900	25.769	0.9645	6	1.041	0.0354	0.1188	24.98	0.259
29	9.6	3900	25.720	0.9664	6	1.096	0.0336	0.1017	24.98	0.292
30	11.6	3900	25.673	0.9681	6	1.159	0.0318	0.117	21.84	-
31	3.8	5400	35.570	0.9675	6	1.137	0.0324	0.2411	25.01	0.329
32	5.7	5400	35.651	0.9653	6	1.065	0.0346	0.2618	27.29	0.592
33	7.7	5400	35.603	0.9663	6	1.106	0.0333	0.2734	27.93	0.589
34	9.6	5400	35.550	0.9681	6	1.155	0.0319	0.2966	27.93	0.601
35	11.6	5400	35.504	0.9693	6	1.204	0.0306	0.309	32.83	-
36	3.8	6000	39.402	0.9704	6	1.253	0.0294	0.49	29.18	0.578
37	5.7	6000	39.652	0.9643	6	1.038	0.0355	0.4949	27.45	1.031
38	7.7	6000	39.412	0.9664	6	1.100	0.0335	0.5306	34.44	1.0107
39	9.6	6000	39.569	0.9684	6	1.166	0.0316	0.49	34.44	-
40	11.6	6000	39.488	0.9703	6	1.240	0.0297	0.5703	34.44	-

Bibliographie

[1] F. Albrecht : *Z.Phys.*, 32(48), 1931.

[2] L.G Alexander et C.L. Coldren : Droplet transfer from suspending air to duct walls. *Ind. Eng. Chem.*, 46(6), 1951.

[3] A. Aliseda, A. Cartellier, F. Hainaux et J. C. Lasheras : Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 168, 2002.

[4] R. J. Anderson et T. W. F. Russell : Film formation in two-phase annular flow. *AIChE Journal*, 16, 1970.

[5] B. Arcen : *Étude par simulation numérique directe du comportement et de la dispersion de particules solides en écoulement non homogène isotherme ou anisotherme.* Thèse de doctorat, Nancy, ESSTIN, 2006.

[6] B. Arcen et A. Tanière : On the use of csanady ?s formulae in a turbulent gas ?solid channel flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(6), 2008.

[7] B. Arcen et A. Tanière : Simulation of a particle-laden turbulent channel flow using an improved stochastic lagrangian model. *Physics of Fluids*, 21, 2009.

[8] B. Arcen, A. Tanière et B. Oesterlé : Assessing of the effects of near wall corrections of the force acting on particles in gas-solid channel flows. *In In 10th InT. Symp. on Gas-Particle Flows, Houston, TX, USA*, 2005.

[9] B. J. Azzopardi : Observations of drop motion in horizontal annular flow. *Chemical engineering science*, 42(8), 1987.

[10] C. Bailly et G. Comte Bellot : *Turbulence.* CNRS éditions, Paris, 2003.

[11] S.K. Beal : Deposition of particles in turbulent flow on channel or pipe walls. *Nuclear Science and Engineering*, 40(1), 1970.

[12] U. Bieder et F. Barre : CATHARE, model of film condensation on cold walls connected to the 3-d module of CATHARE-2.v1.4. Rapport technique, CEA, 1996.

[13] J. L. Binder et T. J. Hanratty : Use of lagrangian methods to describe drop deposition and distribution in horizontal gas-liquid annular flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 18, 1992.

[14] P. Chassaing : *Turbulence en mécanique des fluides.* Cépaduès, 2000.

[15] J. Cleaver et B. Yates : A sub-layer model for the deposition of particles from a turbulent flow. *Chem. Eng. Sci.*, 30, 1975.

[16] R. Clift, J.R. Grace et M.E. Weber : *Bubbles, drops and particles.* Academic Press, 1978.

[17] M. F. Coantic : *An introduction to turbulence in geophysics and air-sea interactions.* North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aerospace Research and Development, Paris, 1978.

[18] L. B. Cousins et G. F. Hewitt : Liquid phase mass transfer in annular two-phase flow : droplet deposition and liquid entrainment. *UKAEA Report AERE-Rj657*, 1968.

[19] C.T Crowe, M. Sommerfeld et Y. Tsuji : *Multiphase Flows with Droplets and Particles.* CRC Press LLC, 1998.

[20] G.T. Csanady : Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere. *J. Atm. Sci.*, 20, 1963.

[21] B. J. Daly et F. H. Harlow : Transport equations of turbulence. *Phys. Fluids*, 13, 1970.

[22] C.N. Davies : Deposition of aerosols from turbulent flow through pipes. *Proc. R. Soc. Lond.*, 289(1417), 1966.

[23] J.M. Delhaye : *Thermohydraulique des réacteurs nucléaires.* EDP Sciences, 2008.

[24] E. Deutsch et O. Simonin : Large eddy simulation applied to the motion of particles in stationary homogeneous fluid turbulence. *Proc. of ASME-FED.*, 110, 1991.

[25] J.K. Eaton et J.R. Fessler : Preferential concentration of particles by turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, supp. 1, 1994.

[26] S. E. Elghobashi : Particle-laden turbulent flows : direct simulation and closure models. *Appl. Sci.Res.*, 48, 1991.

[27] P. Emonot, A. Souyri, J. L. Gandrille et F. Barré : Cathare-3 : A new system code for thermal-hydraulics in the context of the neptune project. *Nuclear Engineering and Design*, 241(11), 2011.

[28] F.G. Fan et G. Ahmadi : A sublayer model for turbulent deposition of particles in vertical ducts with smooth and rough surfaces. *Journal of Aerosol Science*, 24, 1993.

[29] R. Farmer, P. Griffith et W. M. Rohsenow : Liquid droplet deposition in two-phase flow. *J. Heat Transfer*, 92(4), 1970.

[30] A. Foissac : *Modélisation des interactions entre gouttes en environnement hostile.* Thèse de doctorat, UPMC Paris6, 2011.

[31] S. Friedlander et H. Johnstone : Deposition of suspended particles in turbulent gas streams. *Ind. Eng. Chem.*, 49, 1957.

[32] R. Gatignol : The faxen formulae for a rigid sphere in an unsteady non uniform stokes flow. *J. Méc. Th. Appl.*, 9, 1983.

[33] E. Guyon, J.P. Hulin et L Petit : *Hydrodynamique Physique.* EDP Sciences, 2001.

[34] D. C. Haworth et S. B. Pope : A generalized langevin model for turbulent flows. *Physics of Fluids*, 29(2), 1986.

[35] J.O. Hinze : *Turbulence.* McGraw-Hill, New York, 1975.

[36] M. Ishii et T. Hibiki : *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow.* Springer, 2006.

[37] M. Ishii et N. Zuber : Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *AIChE Journal*, 25(5), 1979.

[38] A. K. Jagota, E. Rhodes et D. S. Scott : Tracer measurements in two phase annular flow to obtain interchange and entrainment. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 51(2), 1973.

[39] A. Junqua-Moullet : *Détermination expérimentale et modélisation de la concentration d'aire interfaciale en écoulement stratifié horizontal.* Thèse de doctorat, Grenoble, INPG, 2003.

[40] D. Lakehal : *Turbulence et Ecoulements Multiphasiques - Particules, Bulles et Interfaces.* Habilitation à diriger des recherches, Ecole Polyetchnique Fédérale de Zurich, Suisse, 2004.

[41] L.D. Landau et E.M. Lifshitz : *Fluid Mechanics (Volume 6 of A Course of Theoretical Physics).* Pergamon Press, 1959.

[42] J. Laviéville : *Simulations numériques et modélisations des interactions entre l'entrainement par la turbulence et les collisions interparticulaires en écoulements gaz-solides.* Thèse de doctorat, EDF, 1997.

[43] M. M. Lee, T. J. Hanratty et R. J. Adrian : The interpretation of droplet deposition measurements with a diffusion model. *International Journal of Multiphase Flow*, 15(3), 1989.

[44] M. Lesieur : *Turbulence in Fluids.* Kluwer Academic Publishers, 1987.

[45] V.G. Levich : *Physicochemical Hydrodynamics.* Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1962.

[46] J. H. IV Lienhard et J. H. V Lienhard : *A Heat Transfer Textbook, 4th edition.* 2012.

[47] B. Liu et J. Agarwal : Experimental observation of aerosol deposition in turbulent flow. *J. Aerosol Sci.*, 5, 1974.

[48] A. Mailliat : *Les milieux aérosols et leurs représentations.* EDP Sciences, 2010.

[49] M. Massot : *Eulerian multi-fluid models for polydisperse evaporating sprays, Multiphase reacting flows : modelling and simulation.* 2007.

[50] M. Maxey et J. Riley : Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26(4), 1983.

[51] D. McCoy et T.J. Hanratty : Rate of deposition of droplets in annular two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 3, 1975.

[52] J. P. Minier et E. Peirano : The PDF approach to turbulent polydispersed two-phase flows. *Physics Reports*, 352(1-3), 2001.

[53] B. Mols, I. MittendorffĂ et R.V.A. Oliemans : Results from a two-dimensional turbulent diĂffusion-model for dispersion and deposition of droplets in horizontal annular dispersed gas/liquid flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 26, 2000.

[54] B. Mols et R.V.A. Oliemans : A turbulent diffusion model for particle dispersion and deposition in horizontal tube flow. *JMF*, 24(1), 1998.

[55] J. B. Mossa : *Extension polydisperse pour la description Euler-Euler des écoulements diphasiques réactifs.* Thèse de doctorat, Toulouse, INPT, 2005.

[56] S. Namie et T. Ueda : Droplet transfer in two-phase annular mist flow - part 1. *Bulletin of JSME*, 15, 1972.

[57] C. Narayanan et D. Lakehal : Particle transport and flow modification in planar temporally evolving mixing layers. ii. flow modification due to two-way coupling. *Physics of Fluids*, 18(9), 2006.

[58] C. Narayanan, D. Lakehal, L. Botto et A. Soldati : Mechanisms of particle deposition in a fully developed turbulent open channel flow. *Physics of Fluids*, 15(3), 2003.

[59] B. Oesterlé : *Ecoulements multiphasiques.* Hermes Science, 2006.

[60] P. Papavergos et A. Hedley : Particle deposition behaviour from turbulent flow. *Chem. Eng. Res. Des.*, 62, 1984.

[61] S.V. Paras et A.J. Karabelas : Droplet entrainment and deposition in horizontal annular flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 17, 1991b.

[62] E Peirano et B. Leckner : Fundamentals of turbulent gas-solid flows applied to circulating fluidized bed combustion. *Progress in energy and combustion science*, 24 (4), 1998.

[63] R. Pelisson : Programme expérimental REGARD : rapport d'essais de la campagne d'arrachement. Rapport technique, CEA, 2010.

[64] O. M. Phillips : *The Dynamics of the Upper Ocean.* 1969.

[65] S. B. Pope : Pdf methods for turbulent reactive flows. *Progress in Energy and Combustion Science*, 11(2), 1985.

[66] S. B. Pope : Lagrangian PDF methods for turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 26, 1994.

[67] J. Pouvreau : Formes des lois de fermeture de la version 0.0 de neptune 3d-local. Rapport technique, CEA, 2003.

[68] E. R. Quandt : Measurement of some basic parameters in two-phase annular flow. *AIChE Journal*, 11(2), 1965.

[69] M. W. Reeks : On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows. *Phys. Fluids*, 3(3), 1991.

[70] R. Rioboo, C. Tropea et M. Marengo : Outcomes from a drop impact on solid surfaces. *Atomization and Sprays*, 11(2), 2001.

[71] R. Schiestel : *Modélisation et simulation des écoulements turbulents.* Hermès Science Publications, 1993.

[72] L. Schiller et A. Nauman : A drag coefficient correlation. *V.D.I Zeitung*, 77, 1935.

[73] G.A. Sehmel : Particle deposition from turbulent air flow. *Journal of Geophysical Research*, 75, 1970.

[74] D.A. Shaw et T.J. Hanratty : Influence of schmidt number on the fluctuations of turbulent mass transfer to a wall. *AIChE Journal*, 23(2), 1977.

[75] S. Sikalo, M. Marengo, C. Tropea et E.N. Ganic : Analysis of impact of droplets on horizontal surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Sciences*, 25, 2001.

[76] O. Simonin : *Combustion and Turbulence in Two-Phase Flows.* Lecture Series 1996. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996.

[77] O. Simonin : Continuum modelling of dispersed turbulent two-phase flows. *Von Karman Institute Lectures, Combustion in Two-Phase Flows*, 29, 1996.

[78] O. Simonin : Cahier de cas test de la version périphérique de NEPTUNE_CFD, NEPTUNE_CFD v1.07@tlse. Rapport technique, IMFT, 2009.

[79] O. Simonin, Deutsch E. et J. P. Minier : Eulerian prediction of the fluid/particle correlated motion in turbulent two-phase flows. *Applied Scientific Research*, 51, 1993.

[80] K.D. Squires et J.K. Eaton : Particle response and turbulence modification in isotropic turbulence. *Phys. of Fluids*, 7, 1990.

[81] G.G Stokes : On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9, 1851.

[82] A. Tanière : *Modélisation stochastique et simulation des écoulements diphasiques dispersés et turbulents.* Habilitation à diriger des recherches, U.F.R. ESSTIN Nancy Université, France, 2010.

[83] G.I. Taylor : Diffusion by continuous movements. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 151, 1921.

[84] C.M. Tchen : *Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid.* Thèse de doctorat, De technische hogeschool, Delft, 1947.

[85] H. Tennekes et J.L. Lumley : *A first course in turbulence.* MIT Press, Cambridge, Massachussetts, 1972.

[86] Y. Tsuji, Y. Morikawa et H. Shiomi : LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe. *J. Fluid Mech.*, 139, 1984.

[87] O. Vermorel : *Étude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargée en particules.* Thèse de doctorat, Toulouse, INPT, 2003.

[88] L. P. Wang et L. P. Maxey : Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 256, 1993.

[89] Q. Wang, K. D. Squires et O. Simonin : Large eddy simulation of turbulent gas-solid flows in a vertical channel and evaluation of second-order models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19, 1998.

[90] M.R. Wells et D.E. Stock : The effects of crossing trajectories on the dispersion of particles in a turbulent. *J. Fluid Mech.*, 136, 1983.

[91] L.R. Williams, L.A. Dykhno et T.J. Hanratty : Droplet flux distributions and entrainment in horizontal gas-liquid flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 22(1), 1996.

[92] M.I. Yudine : Physical considerations on heavy particles diffusion. *In Proceedings of the InT. Symp. on Atmospheric Diffusion and Air Pollution, Adv. Geophys.*, 6, 1959.

[93] D. Zaepffel : *Modélisation des écoulements bouillants à bulles polydispersées.* Thèse de doctorat, Grenoble, INPG, 2011.

[94] L. I. Zaichik : A statistical model of particle transport and heat transfer in turbulent shear flows. *Phys. Fluids*, 11(6), 1999.