



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase : Application au bâtiment

Anna Bykalyuk

## ► To cite this version:

Anna Bykalyuk. Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase : Application au bâtiment. Génie civil. INSA de Lyon, 2014. Français. NNT : 2014ISAL0132 . tel-01208024

**HAL Id: tel-01208024**

**<https://theses.hal.science/tel-01208024>**

Submitted on 1 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre 2014ISAL0132  
Année 2014

Thèse

# **Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase: application au bâtiment.**

Présentée devant  
**L'institut national des sciences appliquées de  
Lyon (INSA)**

Pour obtenir  
**Le grade de docteur**

Formation doctorale  
**Génie Civil**

École doctorale  
**Mécanique-Energetique-Génie Civil – Acoustique (MEGA)**

Par  
**Anna BYKALYUK**

Soutenue le **12 Décembre 2014** devant la Commission d'examen

## **Jury MM.**

Christian INARD	Professeur, Université de La Rochelle,	Rapporteur
Hassane NAJI	Professeur, Université d'Artois,	Rapporteur
Joseph VIRGONE	Professeur, Université de Lyon 1,	Examineur
Erwin FRANQUET	Maître de Conférences, Université de Pau,	Examineur
Frédéric KUZNIK	Professeur des Universités, INSA de Lyon,	Directeur de thèse
Kevyn JOHANNES	Maître de Conférences, Université de Lyon 1,	Co-Directeur de thèse

Laboratoire de recherche : Centre d'Energétique et de Thermique de Lyon (CETHIL-UMR 5008)



---

## **Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase : application au bâtiment.**

---

### Résumé

De récentes études expérimentales ont montré que les valeurs usuelles du coefficient d'échange convectif sont différentes en présence de matériaux à changement de phase.

Cette thèse de doctorat porte sur l'étude numérique des échanges convectifs fluide/paroi dans une cavité ouverte en régime dynamique. Plus précisément, les parois étudiées sont une paroi avec une capacité thermique et une paroi qui contient des matériaux à changement de phase. Trois modèles distincts ont été développés. Dans un premier temps un modèle (modèle 1) qui concerne l'interaction fluide-paroi à la surface d'une paroi résistive (température imposée) en régime laminaire stationnaire a été développé et validé. Les résultats ont été confrontés avec la littérature. Ensuite, les échanges convectifs à la surface d'une plaque capacitive (modèle 2) soumise à une rampe de température d'air ont été étudiés. Finalement, un troisième modèle (modèle 3) a été développé, à la suite du modèle 2. Ce dernier modèle concerne l'interaction fluide-paroi à la surface d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase en régime dynamique.

Les résultats obtenus révèlent des pics locaux du flux de chaleur au cours du temps. Ce fait témoigne du changement d'état à l'intérieur de la paroi qui contient le matériau à changement de phase. De plus, les courbes des coefficients d'échanges convectifs moyens révèlent la dépendance du coefficient d'échange convectif à la capacité thermique du matériau. Par conséquent, la présence des matériaux à changement de phase à l'intérieur d'une paroi influence l'évolution et la forme de la couche limite thermique.

**Mots-Clés:** modélisation CFD, matériaux à changement de phase, régimes laminaire et turbulente, coefficient d'échange convectif

---

**Contribution to the study of convective heat transfer at the wall-fluid interface in the presence of phase change materials : application at the building scale.**

---

Abstract

Recent experimental studies have shown that the usual values of the convective heat transfer coefficient  $h$  are no longer valid in the presence of phase change materials.

Three separate models were developed. Initially a model 1 which treats the fluid-wall (constant temperature) interaction in steady laminar flow has been developed and validated. Then, the wall with heat capacity (model 2) subjected to an air temperature ramp were studied. Finally, a third model (3) has been developed which treats the interaction fluid-wall which contains a phase change material. The results show local peaks of heat flow over time. This fact reflects the phase change inside the wall. Moreover, the curves of the convective heat transfer coefficient indicate the dependence of the coefficient  $h$  to the wall's energy storage capacity. Therefore, the presence of the phase change materials within a wall effect and changes the shape of the thermal boundary layer.

**Keywords:** CFD modelling, natural convection, phase change material, laminar and turbulent flow, convective heat transfer coefficient

- [1] H. Liu, H. B. Awbi, *Performance of phase change material boards under natural convection*, Building and Environment 44 (2009) 1788–1793.
- [2] D. David, F. Kuznik, J.J. Roux. “*Numerical study of the influence of the convective heat transfer on the dynamical behaviour of a phase change material wall*”, Applied Thermal Engineering, 31(16) (2011), pp.3117–3124.
- [3] A. Gracia, D. David, A. Castell, L. F. Cabeza J. Virgone, *A correlation of the convective heat transfer coefficient between an air flow and a phase change material plate*, Applied Thermal Engineering 2013 ,51,1-2,1245-1254.
- [4] F. Kuznik, D. David, K. Johannes, J.J. Roux, *A review on phase change materials integrated in building walls*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 15, Issue 1, January 2011, Pages 379–391.

---

## Remerciements

Ce travail de recherche a été effectué au sein du Centre d’Énergétique et Thermique de Lyon (CETHIL-UMR 5008) de l’Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon. Je tiens donc à remercier l’ex-Directrice du CETHIL Pr Dany Escudie et le Directeur actuel Pr Jocelyn Bonjour pour m’ avoir accueillie chaleureusement au laboratoire.

Je remercie aussi la Région Rhône-Alpes qui a soutenu ce travail dans le cadre du programme “*Cluster de Recherche ou ARC n°: 7/ENERGIES*” finançant ces trois années en vue d’obtention de mon diplôme de Doctorat. Sans cette aide financière je ne pourrais pas accomplir cette recherche et pour cela je voudrais ici exprimer mes plus profonds remerciements.

A l’issue de la rédaction de ce rapport de recherche, je suis convaincue que la thèse est loin d’être un travail solitaire. En effet, je n’aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans le soutien d’un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l’intérêt manifestés à l’égard de ma recherche scientifique m’ont permis de progresser dans cette phase délicate de « l’apprenti-chercheur ».

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse, Pr Frédéric Kuznik, ainsi que mon co-directeur Kévyn Johannes pour la confiance qu’ils m’ont accordée en encadrant ce travail doctoral, pour leurs multiples conseils et pour toutes les heures qu’ils ont consacrées à diriger cette recherche. J’aimerais également leur dire à quel point j’ai apprécié leur grande disponibilité et leur respect sans faille des délais serrés de relecture des documents que je leur ai adressés.

Je me suis infiniment gré aux Pr Christian Inard et Pr Hassane Naji qui malgré leurs lourdes responsabilités ont accepté la fonction de rapporteur. Je leur suis particulièrement reconnaissante de l’intérêt qu’ils ont manifesté à l’égard de ma recherche et de leur disponibilité.

Je remercie également très sincèrement Pr Joseph Virgone, qui me fait l’honneur de participer à mon jury. Mes remerciements vont également à monsieur Erwin Franquet, Maître de Conférences à l’Université de Pau pour avoir accepté de participer à ce jury de thèse.

Je souhaiterais exprimer ma gratitude à Pr Jean-Jacques Roux pour son accueil chaleureux à chaque fois que j’ai sollicité son aide pendant le master et la première année de la thèse.

Je souhaiterais également adresser un grand merci à Dr. Suman Chakraborty qui m’a aidé d’approfondir dans la Mécanique des Fluides et la simulation CFD au travers de ses enseignements.

Pr Vladimir Soloviev est également remercié pour ses qualités humaines et aussi pour m’ avoir offert un livre précieux « Fundamentals

of heat and mass transfer » qui m'a aidé infiniment au début de la recherche rapportée dans ce document.

Etant doctorante-moniteur pendant mes deux dernières années (2012-2014) de thèse et Attachée Temporaire d'Enseignement et de la Recherche pour l'année académique 2014-2015, je souhaiterais aussi adresser ma gratitude aux autres professeurs et collègues avec lesquels on partage les enseignements du Département Premier Cycle de l'Insa de Lyon. Je les remercie profondément pour l'ambiance de travail très agréable qu'ils ont su créer grâce à leur très grande ouverture d'esprit. Sans eux ma recherche et mon séjour à Lyon seraient certainement moins riches: Sophie Casanova, Remy Herve, Vencent Wiedement, Romuald Rulliere, Agnès Delmas et Lucian Roiban.

Mon travail de recherche et mon séjour administratif au CETHIL de l'INSA de Lyon ont été particulièrement facilités par plusieurs personnes. Je tiens donc à exprimer tout particulièrement ma reconnaissance à Jocelyn Bonjour de ses qualités humaines et son bon humeur et sa gentillesse pendant ces 3 ans, à Florence Canale pour sa disponibilité, sa gentillesse et son humanité et son amitié. Je remercie aussi Bertrant (technicien) pour l'intérêt dont il a fait preuve envers ma recherche et les moyens qu'il a mis en œuvre pour me donner accès à l'étude expérimentale réalisée en amont du travail numérique et à Bernard pour sa gentillesse. Je remercie particulièrement Christine Di Rienzo, Remy Meunier et Marilyn Galindo pour leurs assistances administrative me concernant, leur disponibilité et leur gentillesse. Je voudrais remercier aussi Sophie Grenier, Serge Buathier, Myriem Laboune, Michelle Seignol et Sandrine Puzin pour leur disponibilité et leur assistance administrative.

Ces remerciements seraient incomplets si je n'en adressais pas à l'ensemble des membres du CETHIL (trop nombreuses pour être citées ici) qui me laissent d'excellents souvenirs et n'ont pas manqué de m'apporter leur soutien et leur encouragement. Je remercie plus particulièrement mes collègues de bureau Nathanael, Johann, Etienne, Céline et Adrien et bien sûr mes collègues du labo Nabil, Damien G., Damien D., Thibeaut B., Zakariaa R., Zakaria S., Wassim, Sebastien, Romain, Kim, Christophe, Ali, Leon, Loic, Lucie, Auline, Pierick, Wei, Christian, Pierre Clement, Roula, Kevin, Syntia, Magda, Amine, Mathieu pour nos nombreuses discussions et leur soutien moral.

Je remercie très sincèrement Mme Françoise Fontaneau et Mr Nicolas Farges pour leur dynamisme et pour m'avoir facilité toutes les démarches administratives à l'époque où je venais d'arriver en France en tant qu'étudiante à l'ENTPE dans le cadre du master MEGA.

J'aimerais également adresser une pensée à Pr Gérard Guarracino, qui était mon professeur au Master MEGA.

Un grand merci à Véronique Dupuis pour avoir joué le rôle de relecteur du document final ainsi que pour ses conseils scientifiques, son amitié et son soutien moral affectif pendant ces 3 ans. Merci Vero !

J'adresse également mille mercis à Chantal Gérard pour être souvent venue me soutenir moralement lors de ces 3 ans, pour ses multiples conseils, son amitié et pour son soutien affectif sans faille et pour ses précieux cours de français. Chantal Merci !

Je remercie du fond du cœur mon mari Lazaros, qui m'a soutenu comme personne d'autre, qui m'a donné son amitié, son amour et ses conseils. Je sais que sans lui je ne pourrais pas parvenir cet épreuve si important et exigeant.

Je tiens à remercier ma mère Zina pour son soutien et ses conseils et Tina et Ilia pour leur dynamisme et leur aide administrative ! Je remercie aussi pour leur présence précieuse dans ma vie Roman, Maria et Pasha, Oxana, Youlia et Iasha..

Et finalement, je voudrais remercier papous Ntinou pour tout ce que il a fait pour moi ! Mes amis de Lyon Olga, Stergiani, Sonia, Costa, et Vera sont également remerciés pour leur amitié et leur assistance psychologique durant ces trois ans !

Ce travail est dédié à Lazaros, Zina, Tina et Ilia

*“Πάντ’ ἐστὶν ἐξευρεῖν, εἰ μὴ τον πόνον φεύγη τις”*

Démosthène

*“Every science begins as philosophy and ends as art”*

Will Durant

# 1 Introduction

- 1.1 Contexte
- 1.2 Objectifs de la thèse

# 2 Etat de l'art : coefficient convectif $h$ et couplage avec le stockage de l'énergie dans l'enveloppe

- 2.1 **Coefficient d'échange convectif : Positionnement du problème**
  - 2.1.1 Introduction
  - 2.1.2 L'importance du coefficient d'échange convective  $h$
  - 2.1.3 Coefficient d'échange convectif théorique aux abords d'une surface en régime laminaire – plaque plane théorique
  - 2.1.4 Coefficient d'échange convectif en régime laminaire et turbulent pour le bâtiment
  - 2.1.5 Expériences se focalisant sur la détermination du coefficient d'échange convectif pour des applications du bâtiment
  - 2.1.6 Conclusions
- 2.2 **Stockage latent dans les parois de bâtiment : Matériaux à changement de phase**
  - 2.2.1 Introduction
  - 2.2.2 Principe physique des matériaux à changement de phase
  - 2.2.3 Caractéristique principale des problèmes de changement de phase
  - 2.2.4 Modélisation à l'échelle des bâtiments
    - 2.2.4.1 Simulations à l'échelle de bâtiment
  - 2.2.5 Conclusions
- 2.3 **Problématique et méthodologie de la présente thèse**
  - 2.3.1 Problématique
  - 2.3.2 Méthodologie

# 3 Modélisation numérique CFD en 2D de la convection naturelle aux abords d'une paroi verticale

- 3.1 **Introduction**
  - 3.1.1 Présentation du cas d'étude
- 3.2 **Modélisation numérique des phénomènes physiques**
  - 3.2.1 Approximation de Boussinesq
  - 3.2.2 Conditions aux limites

- 3.3 Résolution des équations dérivées partielles**
  - 3.3.1 Choix de schéma de discrétisation
  - 3.3.2 Choix du schéma d'interpolation de la pression
  - 3.3.3 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse
  - 3.3.4 Résolution numérique
- 3.4 Validation et vérification du modèle numérique**
  - 3.4.1 Procédure de vérification et validation du modèle numérique
  - 3.4.2 Etude de la convergence itérative
  - 3.4.3 Examen de la convergence spatiale
  - 3.4.4 Comparaison des résultats CFD à des solutions de référence
  - 3.4.5 Ordre de convergence du maillage
  - 3.4.6 Indices de convergence de maillage (GCI)
- 3.5 Conclusions du chapitre**

## 4 Convection naturelle en régimes laminaire et turbulent au voisinage d'une plaque capacitive verticale

- 4.1 Introduction**
- 4.2 Analyse Numérique**
  - 4.2.1 Description du modèle
  - 4.2.2 Choix de l'approche numérique de résolution des équations NS
  - 4.2.3 Equations pour régime laminaire
  - 4.2.4 Conditions initiales et conditions aux limites
  - 4.2.5 Equations en régime turbulent
    - 4.2.5.1 *Le modèle  $k-\omega$  SST*
    - 4.2.5.2 *Détermination des paramètres turbulents*
- 4.3 Maillage**
- 4.4 Solution**
- 4.5 Validation, Résultats et Discussion**
  - 4.5.1 Résultats pour le régime laminaire
  - 4.5.2 Résultats pour le régime turbulent
  - 4.5.3 Validation
  - 4.5.4 Discussion et évaluation des données numériques
- 4.6 Conclusions du chapitre et perspectives**

## 5 Etude numérique de la convection naturelle aux abords d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase

### 5.1 Introduction

### 5.2 Les conditions initiales et les conditions aux limites

### 5.3 La méthode de la capacité calorifique effective

### 5.4 Discussion et Résultats

#### 5.4.1 Résultats du matériau MCP1

#### 5.4.2 Confrontation qualitative des résultats numériques et expérimentaux

#### 5.4.3 Résultats du matériau MCP2

#### 5.4.4 Résultats du matériau MCP3

### 5.5 Conclusions du chapitre et perspectives

## 6 Conclusions et Perspectives

### 6.1 Conclusions

### 6.2 Perspectives



---

## Liste des figures

### Chapitre 2

**Figure 1** : Coefficient local de transfert de chaleur par convection ( $h(x)$ ) le long d'une paroi verticale soumise à une densité de flux de chaleur uniforme  $\overline{q_c} = \overline{q_c}$

**Figure 2** : Coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la hauteur de la paroi pour plusieurs densités de flux de chaleur.

**Figure 3** : Confrontation des valeurs de coefficient convectif  $h$  théorique (Fohanna et Polidori) et corrélée (Alamdari et Hammond) aux valeurs du coefficient d'échange convectif calculées employant des données expérimentales sur des enceintes de grande envergure (Allard, Awbi et Hatton, Martin et Watson).

**Figure 4** : Dispositif expérimental du Awbi & Hatton.

**Figure 5** : Organigramme et point clés de la thèse.

### Chapitre 3

**Figure 6** : Géométrie du modèle et répartition des limites du domaine étudié.

**Figure 7** : Exemple de maillage du problème.

**Figure 8** : L'organigramme de l'algorithme SIMPLEC.

**Figure 9** : Résidu des équations de continuité, d'énergie et de quantité de mouvement. On observe que tous les résidus sont inférieurs à  $10^{-3}$ .

**Figure 10** : L'évolution de la vitesse de l'air en un point précis ( $x=0,013m, y=1,4m$ ) au cours du temps.

**Figure 11** : L'évolution des valeurs de la vitesse de l'air en un point ( $x=0,013m, y=1,4m$ ) au cours du temps.

**Figure 12** : a) Profil de vitesse d'un maillage fin ( $x:0,00125m - y:0,001m$ ) pour un nombre d'itérations différent et comparaison avec les résultats de Ostrach [12]. b) Profil de vitesse d'un maillage fin ( $x:0,0025m - y:0,002m$ ) pour un nombre d'itérations différent et comparaison avec les résultats de Ostrach [10].

**Figure 13** : Le profil de vitesse pour différents maillages.

**Figure 14** : Le profil de vitesse pour différents maillages du plus gros au plus fin (ratio 2).

**Figure 15** : Evolution de la vitesse de l'air d'un point en fonction du nombre de cellules.

**Figure 16** : Nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh pour différentes formules.

**Figure 17** : Nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh pour différents cas.

**Figure 18** : Le champ de température dans la cavité ouverte.

**Figure Annexe A.1** : Volume d'intégration de l'équation de continuité.

**Figure Annexe B.1** : Power-Law –Body Forced Weighted.

**Figure Annexe B.2** : Pression : Body Force Weighted, énergie, vitesse, QUICK.

**Figure Annexe B.3** : Pression : Body Force Weighted, énergie, vitesse : second order upwind.

**Figure Annexe B.4** : Énergie, vitesse : second order upwind, Pression: Presto!

**Figure Annexe B.5** : Énergie, vitesse : QUICK, Pression: Presto!

## Chapitre 4

**Figure 19** : Simulation d'une cavité ouverte où la plaque conductrice de la chaleur est sur la gauche.

**Figure 20** : Profil de température le long de la paroi pour deux valeurs différentes de l'intensité turbulente.

**Figure 21** : Evolution du  $y^+$  le long de la paroi verticale.

**Figure 22** : Evolution de différence de température  $T_{\text{plaque}}-T_{\text{air}}$  au fil du temps le long de la plaque (régime laminaire).

**Figure 23** : L'évolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage d'une plaque avec la capacité thermique (régime laminaire).

**Figure 24** : Nombre de Rayleigh local en fonction de la différence de température et de la hauteur de la plaque.

**Figure 25** : L'évolution du flux au cours du temps dans le voisinage de la plaque avec la capacité thermique (passage de l'écoulement laminaire au turbulent).

**Figure 26** : Evolution de l'écart  $T_{\text{plaque}}-T_{\text{air}}$  de température au cours du temps (régime turbulent).

**Figure 27** : Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque avec la capacité thermique ainsi que le flux de chaleur constant  $4,88W/m^2$  lorsque le système atteint le régime stationnaire.

**Figure 28** : Evolution de l'écart de température au fil du temps pour les deux régimes.

**Figure 29** : Profil de la vitesse pour la hauteur  $1,40m$  de la plaque.

**Figure 30** : Profil de la température pour la hauteur  $1,40m$  de la plaque.

**Figure 31** : Evolution du coefficient d'échange convectif le long de la plaque au cours du temps.

**Figure 32** : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque avec  $c_p=1100J/Kkg$  au cours du temps.

**Figure 33** : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque avec  $c_p=4350J/Kkg$  au cours du temps.

**Figure Annexe A.1** : **a)** La décharge thermique de la plaque et la couche limite thermique au voisinage de la plaque après avoir simulé 2 (temps réel) ; **b)** La couche limite cinétique après avoir simulé 2h (temps réel).

## Chapitre 5

**Figure 34** : Les différentes courbes du  $c_p$  en fonction de la température.

**Figure 35** : Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient le MCP1.

**Figure 36** : Evolution de la capacité thermique au cours du temps à  $x=0,001m$  proche de la condition de flux nul, l'interface fluide/paroi est situé à  $x=0,013m$ .

**Figure 37** : Evolution de la capacité thermique de la plaque à l'instant  $7h30min$ .

**Figure 38** : L'évolution de la capacité thermique de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour l'instant  $10h30min$ .

**Figure 39** : L'évolution de la capacité thermique au cours du temps à l'intérieure de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase ( $y=0,4m$ ).

**Figure 40** : L'évolution de la capacité thermique à l'intérieur de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour les hauteurs  $0.4m$  et  $1.4m$  pour l'instant  $7h30min$ .

Anna BYKALYUK

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut nationale des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

12

**Figure 41 :** L'évolution de la capacité thermique à l'intérieure de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour les hauteurs *0.4m* et *1.4m* pour l'instant *10h30min*.

**Figure 42 :** Evolution de l'écart de température au fil du temps au voisinage de la plaque.

**Figure 43 :** Evolution du coefficient d'échange convectif au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient du matériau à changement de phase mcp1.

**Figure 44 :** Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

**Figure 45 :** Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

**Figure 46 :** Evolution du flux moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

**Figure 47 :** Evolution du  $\Delta T$  moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

**Figure 48 :** Evolution du profil de température au fil du temps en s'éloignant de la plaque-MCP à la hauteur  $y=0.4m$ .

**Figure 49 :** Evolution du profil de vitesse au fil du temps pour la hauteur  $y=0,4m$ .

**Figure 50 :** Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient le MCP1.

**Figure 51 :** Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

**Figure 52 :** Evolution de la différence de température au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

**Figure 53 :** Evolution du profil de température au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

**Figure 54 :** Evolution du flux moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP2.

**Figure 55 :** Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP2.

**Figure 56 :** Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3.

**Figure 57 :** Evolution de la couche thermique au fil du temps au voisinage de la plaque-MCP3.

**Figure 58 :** Evolution du coefficient d'échange convectif au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3.

**Figure 59 :** Evolution du coefficient d'échange convectif moyen au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3 en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP3.

**Figure 60 :** Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3 en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP3.

**Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase: application au bâtiment.**

**Anna BYKALYUK**

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut national des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

14

## Nomenclature

Symboles	Quantités	unités (SI)
u	x-vitesse	m/s
v	y-vitesse	m/s
k	conductivité thermique	W/m.K
h	coefficient d'échange convective	W/m <sup>2</sup> .K
y <sup>+</sup>	taille de la première cellule à l'interface fluide/paroi	m
$\tau_w$	tenseur de déformation	
$\omega$	dissipation de spécification	
$C_f$	coefficient de friction	-
S	surface	m <sup>2</sup>
C <sub>p</sub>	capacité thermique	J/kg.K
H	enthalpie	J/kg
$q_c''$	densité de flux de convection	W/m <sup>2</sup>
$\sigma$	constante de Stefan Boltzmann	5,670373 10 <sup>-8</sup> W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>
$\rho$	densité	Kg/m <sup>3</sup>
T	température	K
U	vitesse local	m/s
I	Intensité de la turbulence	-
$\alpha$	vitesse du son	m/s
L	chaleur latente	W/m <sup>2</sup>
M	Mach number	-
P	pression	Pa
A	force d'Archimède	N
Pr	Nombre de Prandtl	-
Nu	Nombre de Nusselt	-
Gr	Nombre de Grashof	-
Ra	Nombre de Rayleigh pour $\Delta T$	-
Ra <sup>*</sup>	Nombre de Rayleigh pour q	-
$\nu$	viscosité cinétique	m <sup>2</sup> /s
$\delta_u$	largeur de la couche cinétique de la plaque	m
$\theta$	température adimensionnelle	-
$\varepsilon$	emissivité	-
$\eta$	distance adimensionnelle	-
$\mu$	viscosité dynamique	kg/ms
g	gravité	m/s <sup>2</sup>
$\beta$	coefficient d'expansion	1/K
q	flux	W/m <sup>2</sup>
t	temps	hr
$\beta_\infty$	temperature rate	K/s
$\tau$	shear stress	Kg/ms <sup>2</sup>
$\Gamma_i$	diffusivité effective	Kg/ms
$Y_i$	dissipation de la turbulence	Kg/m <sup>3</sup> s <sup>2</sup>
I	Intensité turbulente	%
$G_i$	énergie cinétique turbulente	J/kg

**Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase : application au bâtiment.**

**Anna BYKALYUK**

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut national des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

16

# 1 Introduction

## 1.1 Contexte

## 1.2 Objectifs de la thèse

---

### 1.1 Contexte

En France, le secteur du bâtiment est le principal consommateur de ressources énergétiques. Par exemple, en 2010, il représentait 44% de la consommation finale d'énergie [1]. En raison de l'activité accrue dans le secteur du bâtiment et de la demande toujours plus importante pour des raisons de confort des occupants et de diversification des usages de l'énergie, cette consommation est un élément clé qui doit entrer dans l'équation du développement durable. Bien que le stockage sensible ait déjà été utilisé pendant des siècles sous forme d'un stockage thermique passif, les matériaux de stockage latent sont plus efficaces d'un point de vue énergétique. L'intégration des matériaux à changement de phase dans l'enveloppe du bâtiment permet d'augmenter sa capacité de stockage thermique tout en renforçant ses performances énergétiques.

Le stockage de chaleur au niveau de l'enveloppe grâce aux matériaux à changement de phase (MCP) est prometteur et favorable pour le développement de parois innovantes. Pour quantifier la faisabilité technique et économique des technologies de MCP intégrées à l'enveloppe des mesures expérimentales in situ et le développement de modèles numériques appropriés sont un sujet d'actualité.

L'avantage évident d'utilisation des MCP se trouve dans la quantité de chaleur latente qu'une couche mince de MCP peut stocker par rapport à un matériau de stockage de chaleur sensible tel que le béton. Par exemple, une paroi de  $25\text{mm}$  d'épaisseur avec un matériau à changement de phase (paraffine) peut stocker une quantité d'énergie thermique équivalente à l'énergie thermique qu'un mur de béton d'épaisseur de  $420\text{mm}$  peut stocker. Le matériau à changement de phase intégré dans les éléments du bâtiment constitue une source d'économie d'énergie et peut par exemple contribuer à réduire les pics de consommation d'énergie entre les heures de pointe et les heures creuses, en conditions hivernale. De plus, les constructions légères sont caractérisées par leur faible masse thermique et sont donc exposées à d'importantes variations de température, exigeant un refroidissement de haute qualité et de l'énergie pour le chauffage. Une masse thermique dynamique comme les matériaux à changement de phase est considéré comme

une technologie prometteuse pour réduire le déficit climatique et la consommation énergétique des constructions légères.

En conséquence, l'utilisation des MCP a récemment attiré l'attention de la recherche mondiale en thermique du bâtiment pour améliorer la performance thermique et énergétique des bâtiments. Les études récentes sur le comportement des MCP dans des applications de bâtiment sont nombreuses. Divers défis sont cependant à relever lorsqu'un MCP est intégré dans les parois d'un bâtiment.

Plus précisément, un des défis est la compréhension des transferts de chaleur à l'interface fluide/paroi-MCP et la détermination du coefficient d'échange convectif moyen. Des études expérimentales ont démontré que les valeurs usuelles de ce coefficient n'étaient plus valables en présence de matériaux à changement de phase [1], [2], [3].

---

## 1.2 Objectifs de la thèse

L'objectif principal de la thèse est de développer un modèle numérique qui explique les échanges de chaleur aux abords d'une paroi qui contient des matériaux à changement de phase. Notre point de départ est le constat expérimental des études antérieures qui a montré que les valeurs usuelles du coefficient convectif n'étaient plus valables en présence de matériaux à changement de phase [1], [2], [3], [4]. Par conséquent, l'utilisation d'un coefficient d'échange convectif constant peut entraîner des erreurs importantes concernant l'étude de la performance des matériaux à changement de phase dans le bâtiment.

La thèse de D. David [5] a mis en évidence des pics inverses de flux, lors du changement d'état, ouvrant ainsi de nouvelles pistes d'investigation. Il a mis alors au premier plan la nécessité d'étudier le coefficient convectif aux abords des parois contenant des matériaux à changement de phase soumise à une température d'air décroissante.

La présente thèse a comme objectif l'étude numérique des transferts convectifs aux abords des parois contenant des matériaux à changement de phase.

---

## Références du chapitre

[1] H. Liu, H. B. Awbi, *Performance of phase change material boards under natural convection*, Building and Environment 44 (2009) 1788–1793.

[2] D. David, F. Kuznik, J.J. Roux. “*Numerical study of the influence of the convective heat transfer on the dynamical behaviour of a phase change material wall*”, Applied Thermal Engineering, 31(16) (2011), pp.3117–3124.

[3] A. Gracia, D. David, A. Castell, L. F. Cabeza J. Virgone, *A correlation of the convective heat transfer coefficient between an air flow and a phase change material plate*, Applied Thermal Engineering 2013 ,51,1-2,1245-1254.

[4] F. Kuznik, D. David, K. Johannes, J.J. Roux, *A review on phase change materials integrated in building walls*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 15, Issue 1, January 2011, Pages 379–391.

[5] D. David, *Etude expérimentale de la convection naturelle aux abords de parois contenant des matériaux à changement de phase*, thèse soutenue en 2010.



## 2 Etat de l'art : coefficient d'échange convectif et couplage avec le stockage de l'énergie dans l'enveloppe

- 2.1 Coefficient d'échange convectif : Positionnement du problème**
  - 2.1.1 Introduction
  - 2.1.2 L'importance du coefficient d'échange convective  $h$
  - 2.1.3 Coefficient d'échange convectif théorique aux abords d'une surface en régime laminaire – plaque plane théorique
  - 2.1.4 Coefficient d'échange convectif en régime laminaire et turbulent pour le bâtiment
  - 2.1.5 Expériences se focalisant sur la détermination du coefficient d'échange convectif pour des applications du bâtiment
  - 2.1.6 Conclusions
- 2.2 Stockage latent dans les parois de bâtiment : Matériaux à changement de phase**
  - 2.2.1 Introduction
  - 2.2.2 Principe physique des matériaux à changement de phase
  - 2.2.3 Caractéristique principale des problèmes de changement de phase
  - 2.2.4 Modélisation à l'échelle des bâtiments
    - 2.2.4.1 Simulations à l'échelle de bâtiment
  - 2.2.5 Conclusions
- 2.3 Problématique et méthodologie de la présente thèse**
  - 2.3.1 Problématique
  - 2.3.2 Méthodologie

### **Résumé du chapitre**

*Dans ce chapitre, dans un premier temps les études analytiques et numériques sur le coefficient d'échange convectif au bord d'une plaque sont exposées. Puis, une revue de la littérature suit, en permettant une meilleure compréhension des études qui ont été faites et des résultats qui ont été obtenus au bord d'une paroi chauffée. Dans la deuxième partie l'étude se focalise sur le cas des Matériaux à Changement de Phase, leur principe physique, les modèles numériques et les approches de modélisation des MCP à l'échelle du bâtiment.*

---

## 2.1 Coefficient d'échange convectif: Positionnement du problème

---

### 2.1.1 Introduction

Le confort thermique et la consommation énergétique sont deux préoccupations majeures en génie du bâtiment. Ces exigences proviennent d'une évolution continue de la thermique du bâtiment ainsi que des préoccupations environnementales croissantes. D'un point de vue pratique, le confort thermique dépend fortement des caractéristiques de l'enveloppe du bâtiment (murs et fenêtres, isolants, fuites d'air, ponts thermiques etc...) et des conditions extérieures et intérieures (conditions atmosphériques, gains solaires, vitesse du vent, température de l'air et humidité,...). La combinaison de tous ces paramètres, (conditions externes, enveloppe et conditions internes) conditionne les échanges de chaleur entre l'intérieur et l'extérieur d'un bâtiment et, par conséquent, a une incidence sur sa consommation énergétique globale [1].

Le but prioritaire de la simulation du bâtiment consiste de tenir compte de tous les modes possibles de transfert. La modélisation de la conduction en régime transitoire à travers des solides et sa mise en œuvre dans les codes de calcul numériques est maintenant un acquis bien établi. Dans le passé, pour estimer l'énergie consommée et le pic de puissance de chauffage/refroidissement, les thermiciens utilisaient des modèles thermiques généralement en régime permanent. L'avancement des recherches a permis la modélisation du transfert de chaleur couplé avec des effets d'inertie en régime transitoire. En outre, l'amélioration de modèles qui décrivent l'échange de chaleur par rayonnement a significativement amélioré la précision des logiciels de calcul.

Toutefois, en ce qui concerne le transfert de chaleur par convection, la plupart des simulations appliquées au bâtiment utilisent encore des modèles simplifiés. De plus, le type d'écoulement (convection naturelle, forcé ou mixte) le long d'un élément du bâtiment (murs, fenêtres, etc...) est considéré constant pendant le temps de la simulation malgré sa nature instationnaire. En ce qui concerne le coefficient d'échange convectif  $h$  (CEC) il est d'habitude considéré constant au cours du temps ou est déduit des corrélations empiriques qui ne sont pas toujours adéquates pour tous les cas.

Néanmoins, le coefficient d'échange convectif (CEC) fait partie intégrante d'un modèle thermique du bâtiment. De plus, les modèles thermiques qui sont couramment utilisés n'utilisent pas tous les mêmes valeurs de CEC. Les valeurs de CEC largement utilisées sont celles trouvées dans

ASHRAE Fundamentals Handbook [1], CIBSE Guide [2] et Alamdari et Hammond [3].

Des différences importantes entre les valeurs des CEC ont été mises en évidence dans un rapport de l'ETSU [4]. Le rapport montre qu'un niveau d'accord raisonnable est trouvé entre les nombreuses sources bien connues concernant des surfaces différentes. Cependant, ce rapport montre aussi que les valeurs CEC pour des murs, des fenêtres et des planchers peuvent varier entre environ  $1$  et  $6 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , et pour des plafonds entre environ  $0,1$  et  $1,2 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ .

---

### 2.1.2 L'importance du coefficient d'échange convective $h$

De façon générale, les paramètres susceptibles d'influencer la valeur du CEC aux abords des surfaces classiques de bâtiments réels sont les suivants:

- la forme de l'enceinte
- la répartition de la température à la surface
- la présence de mouvements d'air (causés par les occupants, courants d'air et autres dispositifs tels que radiateurs, chauffage par le sol, rayonnement solaires, etc).
- la rugosité de la surface.

Dans une étude de Lomas [6] où 4 valeurs de CEC différentes ont été utilisées dans les modèles thermiques ESP et HTB2, il a été constaté que la demande d'énergie annuelle estimée pour le chauffage varie d'environ 27% en fonction de la valeur de CEC utilisé. Cependant, lorsque les deux différents modèles thermiques testés ont été mis en œuvre avec la même valeur du CEC tous les deux ont estimé la même demande annuelle de chauffage avec une différence de 1%. Cela montre clairement l'impact de la valeur du CEC sur l'analyse et l'estimation de la consommation énergétique annuelle pour un bâtiment.

---

### 2.1.3 Coefficient d'échange convectif théorique aux abords d'une surface en régime laminaire: plaque plane théorique

A leur tour Ostrach [7], Sparrow et Gregg [8], Polhausen [9], et LeFevre [10] ont mené des études analytiques et numériques sur la convection naturelle en régime laminaire au bord d'une plaque plane. Ils ont aussi déduit des corrélations du coefficient d'échange convectif le long d'une paroi

chauffée (isotherme ou uniforme) par le biais du calcul du nombre de Nusselt. On fait donc une brève référence ici aux formules locales de Nusselt.

La méthode de Polhausen [9] ou la méthode intégrale traite la solution approximative de la couche limite pour la convection naturelle. La philosophie consiste à intégrer la quantité de mouvement et d'énergie à un volume élémentaire en considérant des couches limites thermique et cinétique identiques.

$$Nu_x = 0.508 \left[ \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} + 1 \right]^{-1/4} (Ra_x)^{1/4} \quad (1)$$

D'un autre côté Ostrach [7] nous présente la solution exacte (numérique) pour une plaque verticale de température uniforme. Il est intéressé par la distribution d'air pour la convection naturelle; en ce qui concerne la vitesse et la température proche de la plaque.

$$Nu_x = - \left[ \frac{Gr_x}{4} \right]^{1/4} \frac{d\theta(0)}{d\eta} \quad (2)$$

Lefevre [10] de son côté a proposé une approximation de la prédiction du nombre de Nusselt :

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{3}{4} \left[ \frac{Pr}{2.435 + 4.884Pr^{1/2} + 4.953Pr} \right]^{1/4} (Ra_x)^{1/4} \quad (3)$$

Finalement Sparrow & Gregg [8] nous présentent la solution numérique d'une plaque verticale d'un flux uniforme. Ils s'intéressent, comme Ostrach, à la distribution d'air pour la convection naturelle; en ce qui concerne sa vitesse et sa température proche de la plaque plane:

$$Nu_x = -Gr_x^{1/4} \frac{g'(y=0)}{\sqrt{2}} \quad \text{où} \quad Nu_x = \frac{hx}{k} \quad (4)$$

Pohlhausen [9] a développé une solution analytique et Ostrach [7] a développé une solution numérique pour traiter de façon théorique une plaque plane verticale isotherme, en régime permanent. Leurs résultats sont en accord avec les données expérimentales que Schmidh et Beckmann [11] ont obtenu concernant une densité de flux de chaleur uniforme pour le même type de plaque verticale.

#### 2.1.4 Coefficient d'échange convectif en régimes laminaire et turbulent pour le bâtiment

Ce sous-chapitre concerne l'état de l'art sur la modélisation des transferts de chaleur par convection à la fois pour des régimes laminaire et turbulent aux abords des surfaces verticales internes (murs, fenêtres, etc...) uniformément chauffées.

##### A. Régime Laminaire

A partir des résultats de Polidori et al. [12, 13], le nombre de Nusselt local dans le cas d'un régime laminaire (flux imposé) peut être exprimé comme suit:

$$Nu_x = 0,496(Ra_x^*)^{1/5} \quad (5)$$

où

$$Nu_x = \frac{h_c(x)x}{k_f} \quad (6)$$

et

$$Ra_x^* = \frac{g\beta_f q_c x^4}{k_f \nu_f^2} Pr_f \quad (7)$$

Les propriétés thermo-physiques de l'air ont été évaluées dans leur étude à la température du film  $T_f$  qui était calculée comme suit:

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2} \quad (8)$$

où  $T_w$  est la température de la paroi. L'air ambiant est supposé bien mélangé et à une température  $T_\infty=20^\circ C$ . Le nombre de Prandtl de l'air a été considéré constant et égale à  $0,71$  pour la fourchette des températures étudiées.

##### B. Régime Turbulent

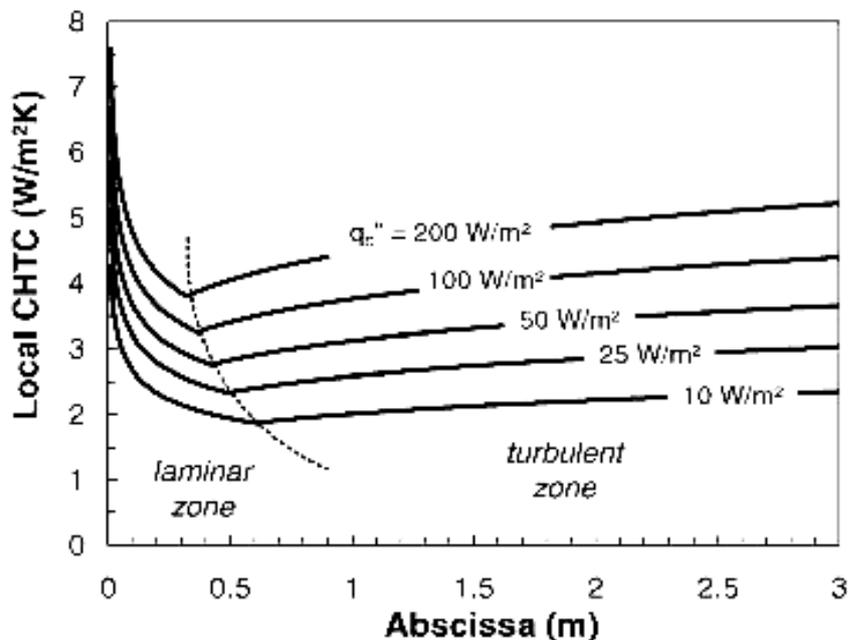
L'étude de la couche limite de convection naturelle turbulente le long d'une plaque plane verticale est l'un des principaux thèmes de recherche dans l'objectif de clarifier la structure de base des phénomènes de transfert de chaleur turbulents. On répertorie, dans la littérature, différentes recherches expérimentales qui se focalisent sur le développement de la couche limite turbulente due aux phénomènes de convection naturelle le long d'une plaque plane verticale.

Dans un premier temps, Smith [14] et Cheesewright et Doan [15] ont mené des mesures par fil chaud. De plus, Miyamoto et Okayama [16], Miyamoto et al [17], et Cheesewright et Ierokipiotis [18, 19] ont également mesuré les quantités turbulentes à l'aide d'un laser Doppler. Malheureusement, en raison de la difficulté pour obtenir des mesures précises, les anomalies signalées sur ces mesures étant bien trop importantes, peu de connaissances scientifiques avaient été apportées à l'époque. Par conséquent, même dans des études théoriques qui utilisent des modèles de turbulence [20, 21], la validation des modèles ne pouvait pas être faite correctement. De plus, il y avait peu de précision notamment concernant les constantes des modèles établis.

Cependant, de façon générale, la relation suivante peut être utilisée pour exprimer le nombre de Nusselt local (flux imposé à la paroi) dans le cas d'un régime turbulent [22]:

$$Nu_x = 0.072(Ra_x^*)^{2/7} \quad (9)$$

La transition mathématique est obtenue pour un nombre de Rayleigh critique  $Ra_{crit}^* = 6,3 \times 10^9$ . En supposant la densité du flux de chaleur uniforme, l'évolution local en fonction de l'abscisse d'une plaque plane verticale est tracée sur la Figure 1 pour plusieurs densités de flux de convection de la chaleur ( $q_c''$ ).



**Figure 1** : Coefficient local de transfert de chaleur par convection ( $h(x)$ ) le long d'une paroi verticale soumise à une densité de flux de chaleur uniforme  $q_c'' = q_c''$  (source : [23]).

Les auteurs de ce travail ont démontré que l'étendue de la zone laminaire dépend de la densité du flux de chaleur. Plus la densité du flux de chaleur est importante, plus la région laminaire est courte. En outre, selon ces auteurs l'étendue de cette région est en général très faible par rapport à la hauteur des parois habituelles (environ 2,5 m) qu'on rencontre dans les bâtiments, alors que la turbulence est toujours présente sur la partie supérieure de la paroi. Pour la région turbulente, les auteurs soulignent la légère augmentation du coefficient de transfert de chaleur de convection  $h$  local avec l'augmentation de l'abscisse verticale.

En considérant une densité de flux de chaleur uniforme à la surface, la densité de flux de chaleur locale à n'importe quel emplacement est égale à la densité du flux de chaleur moyenne sur la surface. Ainsi, on obtient les équations pour le nombre de Nusselt à la fois en régimes laminaire et turbulent :

$$\overline{Nu}_H = 0,595(Ra_H^*)^{1/5} \quad \text{si } Ra_H^* \leq Ra_{crit}^* \quad (10)$$

$$\overline{Nu}_H = \frac{\sqrt{Ra_H^*}}{16,1(Ra_H^*)^{3/14} - 568,4} \quad \text{si } Ra_H^* > Ra_{crit}^* \quad (11)$$

où

$$\overline{Nu}_H = \frac{\overline{h}_c H}{k} \quad \text{et } Ra_{crit}^* = 6,3 \cdot 10^9 \quad (12)$$

pour un nombre de  $Pr \approx 0,71$  pour l'air.

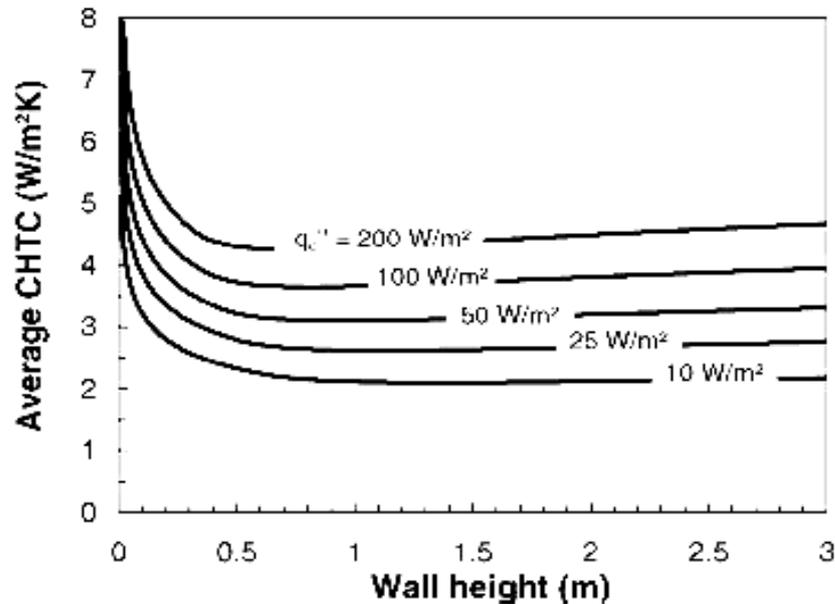
De plus, Fohanno et Polidori ont représenté sur un graphique le coefficient d'échange convectif moyen ( $\overline{h}_c$ ) en fonction de la hauteur de la surface verticale pour différentes densités de flux de chaleur convectif ( $\overline{q}_c$ ) [23]. Ils ont considéré que la température de l'air ambiant est égale à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  et les propriétés physiques sont évaluées à la température de film où  $T_f = \overline{T}_w (T_\infty + \overline{T}_w) / 2$ .  $T_f$  est une fonction de la densité du flux convectif et de la hauteur de la surface verticale. La Figure (2), fournie par Fohanno et Polidori [23], montre que le motif des courbes qui représentent le  $h$  moyen reste inchangé puisque une transition progressive est permise entre les deux régimes quand des turbulences sont présentes. Cependant, une légère augmentation du  $h_c$  est toujours observée avec l'augmentation de la hauteur de la paroi.

On observe dans la littérature que les corrélations du coefficient d'échange convectif d'une surface sont séparées en deux parties : le régime laminaire, et le régime turbulent. La forme des corrélations est  $\overline{h}_c = A(\Delta T)^n$  où pour le régime laminaire  $n=1/4$  et pour le régime turbulent

$n=1/3$ . Le problème principal de ces corrélations découle du fait des différentes conditions aux limites et de la présence du régime transitoire [23]. Alamdari et Hammond [3] ont proposé une corrélation unique permettant la transition progressive entre les régimes laminaire et turbulent. Cependant, la corrélation est obtenue pour une température de film constante égale à 27 °C et avec l'hypothèse d'une plaque plane isotherme :

$$\bar{h}_c = \left[ \left\{ 1,50 \left( \frac{\Delta T}{H} \right)^{1/4} \right\}^6 + \left\{ 1,23 (\Delta T)^{1/3} \right\}^6 \right]^{1/6} \quad (13)$$

Le manque de précision concernant la modélisation des phénomènes de convection est une explication à la grande sensibilité des simulations notamment à propos de la modélisation des phénomènes de convection aux abords des parois internes [26].



**Figure 2** : Coefficient de transfert de chaleur par convection moyen ( $h_c$ ) en fonction de la hauteur de la paroi pour plusieurs densités de flux de chaleur (source : [12]).

Pour des applications du bâtiment, une expression simple du coefficient de transfert de chaleur convectif moyen est nécessaire. Fohanno et Polidori [23] ont réussi à fournir des relations pratiques liant le coefficient convectif  $h$  aux deux paramètres clés d'une surface verticale soumise à un flux uniforme. Une expression simple et classique couramment utilisée concernant le  $\bar{h}_c$  en régime laminaire est facilement dérivée de l'équation 10 et s'écrit comme suit:

$$\bar{h}_c = 1,258 \left( \frac{\bar{q}_c}{H} \right)^{1/5} \quad (14)$$

La relation 14 est valable quand on se trouve en régime laminaire, c'est à dire quand  $Ra_H^* \leq 6,3 \times 10^9$ .

Fohanno et Polidori ont aussi proposé une corrélation valable pour une hauteur  $H$  maximum de 3 m et un flux inférieur à 200  $W/m^2$  comme suit:

$$\bar{h}_c = 1,174 \exp(0,0355H) [\bar{q}_c]^{0,24} \quad (15)$$

Pour comparer les équations de Fohanna et Polidori [23] aux corrélations améliorées d'Alamdari et Hammond [3], il suffit de réécrire les équations 14 et 15 en termes de différence de température comme suit [23]:

$$\bar{h}_c = 1,332 \left( \frac{\Delta T}{H} \right)^{1/4} \quad (16)$$

pour un régime laminaire, c'est à dire quand  $Ra_H^* \leq 6,3 \times 10^9$ , et

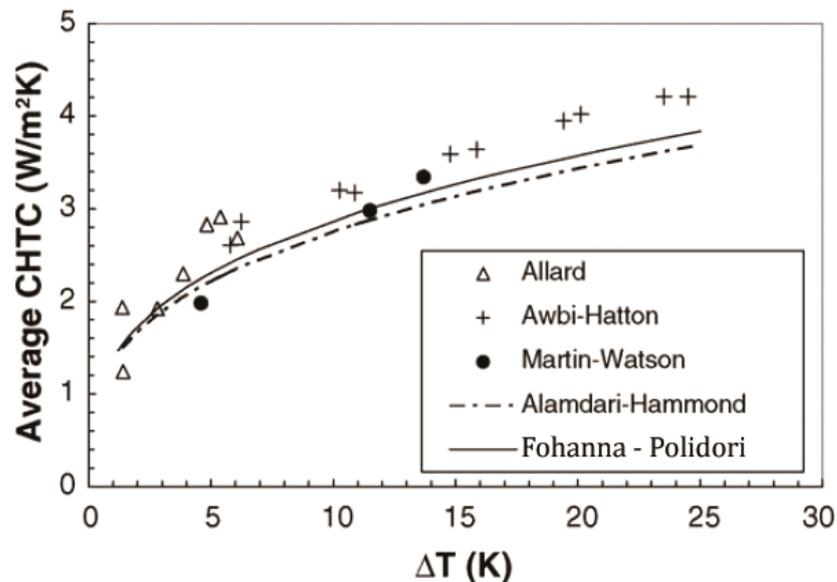
$$\bar{h}_c = 1,235 \exp(0,0467H) [\Delta T]^{0,316} \quad (17)$$

quand les deux régimes (laminaire et turbulent) coexistent ( $Ra_H^* > 6,3 \times 10^9$ ).

Fohanna et Polidori [23] ont tracé (Figure 3), les coefficients surfaciques obtenus en employant diverses équations pour la paroi verticale de hauteur  $H=2,5m$  (Figure 2.4.1.3), en fonction de  $\Delta T$ . La valeur maximale de la différence de température (25 K) correspondait approximativement à la valeur maximale des investigations expérimentales sur des enceintes de grandes dimensions. Une convergence est observée entre les données qui résultent des corrélations de Alamdari et Hammond [3] qui ont été principalement dérivées des données expérimentales, et l'expression théorique proposée par Fohanna et Polidori [23].

Néanmoins, pour mieux approcher les valeurs réelles du coefficient d'échange convectif il faut prendre en compte les phénomènes de convection à l'intérieur des bâtiments. Beausoleil-Morrison [25, 26] ont classé les principaux régimes convectifs rencontrés dans les bâtiments selon leur force d'entraînement et selon leur cause. Cela les a amenés à considérer les cinq principaux régimes de convection: deux régimes d'écoulement entraîné par la flottabilité, deux à entraînement mécanique et un régime d'écoulement mixte. Cette classification aborde partiellement le

problème de la précision des simulations permettant le choix d'un modèle de convection dynamique adapté au type de l'écoulement qui évolue dans le temps au cours de la simulation. Cependant, comme le constate également Beausoleil-Morrison, l'exactitude des résultats dépendra toujours de la précision des modèles de convection mis en œuvre. Par exemple, l'un des deux régimes d'écoulement entraînés par la flottabilité est utilisé dans le cas où la flottabilité n'est pas due à un dispositif de chauffage mais à cause du chauffage direct des parois ou des fenêtres.



**Figure 3** : Confrontation des valeurs de coefficient d'échange convectif théorique (Fohanna et Polidori [23]) et corrélée (Alamdari et Hammond [3]) aux valeurs du coefficient d'échange convectif  $h$  calculées employant des données expérimentales sur des enceintes de grande envergure (Allard [28], Awbi et Hatton [29], Martin et Watson [30]) (source [23]).

Enfin, même si la moyenne des coefficients de transfert de chaleur est généralement requise, une meilleure connaissance des caractéristiques locales des phénomènes de convection devrait apporter un peu de raffinement supplémentaire aux simulations du bâtiment.

### 2.1.5 Expériences se focalisant sur la détermination du coefficient d'échange convectif pour des applications du bâtiment

Dans le domaine de bâtiment la valeur du coefficient d'échange convectif est toujours moyennée. Dans ce sous-chapitre on expose brièvement les expériences qui se focalisent sur la détermination du coefficient d'échange convectif d'une paroi.

Le travail de Min et. al. [5] fut le premier à étudier le transfert de chaleur par convection dans une cellule de taille réelle  $3,6m \times 3,6m \times 2,4m$  ou  $3,6m \times 7,2m \times 3m$  ou  $3,6m \times 3,6m \times 2,4m$ . Dans leurs expériences, les auteurs ont utilisé trois chambres de tailles différentes de sorte que l'effet de la taille puisse être étudié de façon rigoureuse. Leurs mesures ont également pris en compte l'échange par rayonnement qui était enregistrée tout au long de la procédure expérimentale. Le coefficient d'échange obtenu est :

$$\bar{h} = 2 \frac{|\overline{\Delta T}|^{0,32}}{H^{0,04}} \quad (18)$$

Les travaux qui traitent des cellules de taille réelle ont significativement augmenté depuis 1980. Khalifa et Marshall [31] ont effectué des expériences dans une cellule de test de taille normale qui se composait de deux enceintes ; la plus grande représentait un salon avec des dimensions intérieures de  $2,95m \times 2,35m \times 2,08 m$ . L'autre enceinte était une zone froide, qui a été utilisée pour contrôler la température sur la surface extérieure d'un des murs verticaux. Tous les murs et le toit étaient recouverts d'une feuille d'aluminium sur deux côtés. Leur analyse d'incertitude a montré que l'incertitude totale était égale à 21 % de la valeur du coefficient d'échange, pour une différence de température entre la paroi et l'air de 1 K. Cependant, les détails de la méthode d'analyse des données utilisées ne sont pas donnés dans leur document.

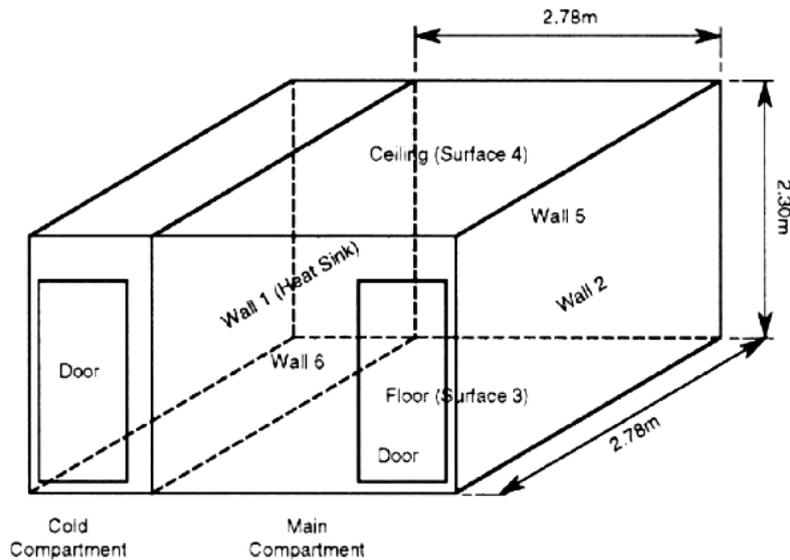
Enfin, il a été conclu par Khalifa et Marshall que les valeurs de  $h$  sur les surfaces intérieures des parois verticales de leur cellule sont supérieures aux valeurs qui étaient utilisées à l'époque d'un facteur 1,7. Le CEC local sur une paroi verticale d'une enceinte réelle a été déterminé avec un écart d'environ  $\pm 10\%$  par rapport à la moyenne pour l'ensemble du mur. Ils ont calculé donc :

$$\bar{h} = 2,2 \left| \overline{\Delta T} \right|^{0,22} \quad (\text{radiateur située en face de la paroi}) \quad (19)$$

$$\bar{h} = 2,35 \left| \overline{\Delta T} \right|^{0,21} \quad (\text{radiateur située au dessous de la paroi}) \quad (20)$$

Les travaux ultérieurs de Delaforce et al. [32] ont été menés dans une cellule de test ( $2,034 m \times 2,034 m \times 2,334 m$ ) construite à partir de briques et de polystyrène. Les valeurs de CEC  $h$  ont été calculées pour chaque surface de la cellule d'essai. Les erreurs dues aux transferts par rayonnement ont été ignorées puisqu'ils ont fait l'hypothèse que de petites différences de température ont été imposées et par conséquent le rayonnement est négligeable. De nouvelles valeurs de CEC ont été déterminées

pour un mur, le plancher et le plafond. Leurs valeurs sont respectivement  $1,6\text{W/m}^2\text{K}$ ,  $4,8\text{W/m}^2\text{K}$  et  $0,5\text{W/m}^2\text{K}$ .



**Figure 4:** Dispositif expérimental, Awbi & Hatton [7].

Awbi et Hatton [29] ont mené leurs études expérimentales dans une chambre dans des conditions contrôlées avec les surfaces chauffées. Les expériences ont été effectuées dans une chambre composée de deux compartiments séparés par une contreplaque d'épaisseur de  $9\text{mm}$ . Le compartiment le plus grand était construit pour représenter une petite chambre avec les dimensions intérieures  $2,78\text{m} \times 2,78\text{m} \times 2,3\text{m}$ . Une unité de traitement d'air était montée sur le plafond du petit compartiment qui refroidissait la contreplaque qui sépare les deux compartiments (Figure 4). Les deux chambres sont maintenues à des températures différentes pour obtenir une température ambiante dans le compartiment principal de l'ordre de  $20^\circ\text{C}$ . Cinq plaques chauffantes de dimensions  $0,52\text{m} \times 2,28\text{m}$  ont été utilisés pour assurer le chauffage de la surface de chaque paroi testée. Ceux-ci ont été construits dans le but de maximiser le flux de chaleur par convection à partir de la surface. La perte de rayonnement à partir de chaque plaque a été réduite en utilisant une plaque d'aluminium d'épaisseur de  $2\text{mm}$ . Awbi et Hatton [29] ont trouvé une corrélation empirique pour des parois chauffées qui est la suivante :

$$h_c = \frac{1,823}{4 * \text{Surface} / \text{Perimetre}} (\Delta T)^{0,293} \quad (21)$$

Les valeurs qu'on obtient de cette corrélation pour des températures 6-25°C sont 3.4 -4.7W/m<sup>2</sup>K.

Francis Allard [28] a mené à la fois une étude expérimentale et numérique. Son montage expérimental reproduit fidèlement l'environnement climatique réel d'une cellule d'habitation, et notamment les sollicitations en température (simulation d'une paroi en contact avec une ambiance extérieure chaude ou froide) d'air et en rayonnement de courte longueur d'onde. Il propose donc de calculer le coefficient d'échange convectif comme suit :

$$\bar{h} = 1,45 \left| \overline{\Delta T} \right|^{0,33} \quad (22)$$

Il est important de noter que les valeurs moyennes obtenues du coefficient d'échange convectif sont les coefficients globaux :  $h_g = h_c + h_r$ , où  $h_c$  représente coefficient d'échange convectif et  $h_r$  coefficient d'échange radiatif. Le coefficient global regroupe deux phénomènes de transfert de chaleur par la convection et radiation. Le flux de chaleur échangé par rayonnement est non linéaire :  $q = \varepsilon \sigma S (T_s^3 + T_a^2 T_s + T_a T_s^2 + T_a^3) (T_s - T_a)$ . On peut cependant le linéariser lorsque la différence de température ( $T_s - T_a$ ) reste faible. Si on fait l'approximation  $T_a^2 T_s = T_s^3$  et  $T_a T_s^2 = T_a^3$  et on introduit la température moyenne :

$$T_m = \frac{T_s - T_a}{2}, \quad (23)$$

d'où on obtient  $q = h_r S (T_s - T_a)$  où  $h_r = 4\varepsilon \sigma T_m^3$ . Expérimentalement on observe que les corps les plus absorbants sont aussi les plus émissifs. L'influence du matériau sur l'énergie rayonnée est définie par le coefficient d'émission  $\varepsilon$ . Par conséquent, dans un habitat deux transferts de chaleur coexistent et les valeurs du coefficient d'échange convectif sont plus élevées si l'énergie rayonnée participe à l'échange d'une plaque.

### 2.1.6 Conclusions

Cette revue de la littérature permet une meilleure compréhension des études qui ont été faites et les résultats qui ont été obtenus au bord d'une paroi avec un flux et une température imposé. Elle aborde de différentes études analytiques, numériques et expérimentales sur le coefficient d'échange convectif au bord d'une plaque. En conséquence, il ressort de ce qui précède dans ce sous-chapitre que les dispositifs expérimentaux utilisés pour étudier le coefficient d'échange convectif au bord d'une paroi ont des points en commun. Premièrement, la température d'air ambiante est tou-

jours constante. Ensuite, les parois sont toujours chauffées. Et finalement, les cellules où les parois sont placées sont considérées comme des cavités fermées. Dans la littérature on n'a pas trouvé des études de la convection naturelle concernant une paroi avec une capacité thermique quand la température d'air est dynamique. Une paroi avec une capacité thermique représente mieux une paroi de bâtiment qu'une paroi avec un flux ou une température imposé.

---

## 2.2 Stockage latent dans les parois de bâtiment: Matériau à changement de phase

---

### 2.2.1 Introduction

Divers défis sont à relever lorsqu'un MCP est intégré dans les parois d'un bâtiment. Ceci est dû à la variété des matériaux disponibles, leur mise en œuvre, leur coût et la faisabilité économique, la configuration, son intégration dans l'enveloppe couplé avec d'autres sources et technologies d'énergie durable, son impact sur la performance thermique globale du bâtiment etc. Le problème peut alors être formulé comme une étude d'optimisation où tous les défis ci-dessus sont étudiés de façon détaillée en phase amont, durant le processus de la conception. En conséquence, la modélisation numérique est souvent utilisée comme un outil efficace pour comprendre quantitativement le comportement d'un MCP avant de le mettre en place.

Dans ce sous-chapitre on présente brièvement des études déjà existantes qui traitent de la modélisation numérique des matériaux à changement de phase pour des applications de bâtiment. L'objectif est de parcourir systématiquement les théories générales et les techniques de modélisation concernant les MCP, en mettant l'accent sur les modèles spécifiques utilisés pour la simulation de l'énergie thermique et les performances énergétiques des MCP intégrés dans des parois verticales. En outre, on essaiera de tirer des conclusions sur les capacités, les limitations de l'ensemble du bâtiment avec des mesures in situ en fonction des logiciels qui ont été utilisées pour modéliser le changement de phase.

---

### 2.2.2 Principe physique des matériaux à changement de phase

Les matériaux à changement de phase possèdent une capacité à stocker ou céder de l'énergie sous forme de chaleur sensible et latente. Dans le cas du stockage thermique par utilisation de la chaleur sensible, le matériau cède ou stocke de l'énergie en voyant varier sa température, sans pour autant

changer d'état. En ce qui concerne l'utilisation du stockage thermique par utilisation de la chaleur latente, le matériau stocke ou cède de l'énergie par changement d'état, tout en conservant une température et une pression constante, celle du changement d'état.

Plus précisément, un matériau à changement de phase passe de l'état solide à l'état liquide lorsque la température augmente et de l'état liquide à l'état solide lorsque la température diminue. Les MCP libèrent de l'énergie thermique dans l'atmosphère ambiante quand ils passent de l'état liquide à l'état solide. Ce processus est appelé réaction exothermique. Lors de la réaction endothermique, le MCP absorbe de l'énergie de l'atmosphère ambiante en passant de l'état solide à l'état liquide.

Le caractère isotherme ou quasi isotherme de la charge et de la décharge énergétique d'un MCP permet son utilisation en temps que régulateur de température : en effet, si l'on intègre à la structure intérieure (murs intérieurs, planché bas) d'un bâtiment, il devient alors possible de stocker de la chaleur.

Le changement de phase a lieu, selon les matériaux (paraffine, acides gras...), entre  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$  (et d'autres températures), températures correspondant aux valeurs limites respectivement fixées pour le confort d'hiver et d'été.

Il existe de nombreux types de matériaux à changement de phase, de nature physico-chimique très différentes les uns des autres. Ce sont leurs caractéristiques de fusion-cristallisation qui les rendent intéressants pour le stockage de chaleur latente. Parmi ces matériaux, on distingue les 3 grandes familles suivantes:

- Les composés *minéraux* (ou *inorganiques*) : parmi ces composés, seuls les sels hydratés présentent un intérêt pour leur utilisation en tant que MCP. Ils sont issus d'un mélange de sels organiques et d'eau. Ils ont l'avantage de posséder des grandes chaleurs latentes et des prix bas. En revanche, leurs principaux défauts concernent leur tendance à la surfusion et la ségrégation.
- Les composés *organiques* : de propriétés thermiques (chaleur latente et conductivité thermique en particulier) moindre que les sels hydratés, ceux-ci présentent l'avantage de n'être pas ou très peu concernés par la surfusion. On utilise en particulier, pour le stockage de chaleur latente, les paraffines et les acides gras qui appartiennent à cette famille.

---

### 2.2.3 Caractéristique principale des problèmes de changement de phase

La caractéristique principale des problèmes de changement de phase est le déplacement de l'interface où la condition Stefan doit être appliquée. Pour les matériaux purs, il y a une distinction claire entre les phases solide et liquide qui sont séparées par un mouvement brusque au niveau de l'interface et par conséquent la fusion se produit à une température isotherme. Lorsque la conduction est le mode de transfert dominant, l'équation qui régit et qui doit être satisfaite s'écrit respectivement pour la phase solide et liquide, comme suit [53]:

$$\rho c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \text{ pour l'état solide} \quad (24)$$

$$\rho c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \text{ pour l'état liquide} \quad (25)$$

La condition de Stefan, qui impose l'équilibre thermique à l'interface solide-liquide, est la suivante:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) n - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) n = \rho L v n \quad (26)$$

Très peu de solutions analytiques sont disponibles pour des problèmes de changement de phase et ces solutions peuvent être trouvées dans des livres de transfert thermique avancés tels que ceux de Crank [54], Alexiades et Salomon [55] et Ozisik [56]. Par conséquent, des approches numériques sont utilisées pour traiter ce genre de problèmes. Les méthodes numériques pour la résolution de ces problèmes ont été revues dans la littérature et peuvent être généralement divisées en [47, 57 - 60] : la méthode de la grille fixe (construction des grilles d'espace fixes) [58, 60, 61] et la méthode de la grille déformée (la grille se déplace le long de la couche limite) [55].

---

### 2.2.4 Modélisation à l'échelle des bâtiments

Le stockage de chaleur au niveau de l'enveloppe grâce aux matériaux à changement de phase est prometteur et favorable pour le développement des parois innovantes. Pour quantifier la faisabilité technique et économique des technologies de MCP intégrées à l'enveloppe, le développement de modèles numériques appropriés est un sujet d'actualité. Cette étude passe en revue diverses approches de modélisation numérique qui traitent

des problèmes de changement de phase adaptant les méthodes d'enthalpique ou de la capacité calorifique thermique. Plus précisément, l'expression de la capacité calorifique thermique dans l'équation de l'énergie imite l'effet de l'enthalpie (chaleur sensible et latente) en augmentant la valeur de la capacité au cours de l'étape de changement de phase.

En ce qui concerne la méthode enthalpique, les chaleurs latente et spécifique sont combinées dans la notion d'enthalpie qui intervient à l'équation gouvernante.

---

#### 2.2.4.1 Simulations à l'échelle de bâtiment

Le stockage de chaleur latente au travers de l'utilisation des matériaux à changement de phase (PCM) est devenu récemment un sujet d'actualité pour le développement des bâtiments économes en énergie. Pour quantifier leur faisabilité technique et économique pour les applications de bâtiment, des modèles numériques qui peuvent être intégrés dans des codes de calcul saisonnières du bâtiment sont très demandés. Ainsi, les approches numériques telles que la méthode de la capacité thermique et la méthode de l'enthalpie, ainsi que le développement des différents modèles de calcul ont été employés pour le stockage d'énergie latente et sensible au niveau de l'enveloppe. La majorité de ces modèles ont été validés à l'aide des approches analytiques, des essais comparatifs en utilisant des modèles numériques validés, et / ou des résultats expérimentaux.

L'étude de la littérature révèle que c'est la méthode de la capacité thermique qui est principalement utilisée dans les codes, en dépit de ses limites concernant le temps de calcul et de résolution spatiale [52]. Les premiers modèles simplifiés sont unidirectionnelles. Kaushik [63] a proposé un modèle analytique focalisant sur l'état d'équilibre pour évaluer les avantages des MCP intégrés dans des parois et des toitures, en utilisant la méthode de la capacité thermique pour représenter le stockage thermique du PCM en régime dynamique. Un autre modèle physique simplifié basé sur la méthode de réseau R-C a été développé et validé pour trois types de parois: léger, moyen et lourd qui intègrent un matériau à changement de phase [64]. Bien que le modèle soit destiné à être simple, multiples procédures sophistiquées sont nécessaires pour des applications concrètes. Il est évident que très peu de modèles simplifiés ont été proposées en raison de la complexité de l'approximation du transfert de chaleur couplé à un changement de phase.

Ensuite, un code numérique, plus précis et plus souple appelé « WALL88 » a été proposée pour modéliser le transfert thermique transitoire à deux dimensions couplé au stockage de chaleur sensible et latente selon la méthode de la capacité thermique [65]. Le modèle a été validé se-

lon une solution analytique et des résultats d'expérimentation en laboratoire.

Le développement d'un modèle numérique en deux ou trois dimensions est complexe et difficile à être généralisé pour une variété de géométries, à cause de la physique du problème; ainsi des logiciels de simulation existants tels que COMSOL [66], ANSYS FLUENT [67], CHAUFFAGE [68] et d'autres sont utilisés comme outils robustes et concrètes. Bien que ces modèles offrent un haut niveau de flexibilité, ils ne sont pas totalement explorés pour le problème de transfert de chaleur couplé à un changement de phase.

Cependant, COMSOL a également été utilisé pour étudier des enveloppes comportant des PCM [69]. Les résultats numériques de COMSOL ont été confrontés avec succès à ceux d'un autre modèle numérique appelé « *WUFI-5* ». D'autre part, un modèle adapté à des parois qui comportent des matériaux à changement de phase a été développé en s'appuyant sur les paquets commerciaux multi-physiques de COMSOL et qui est développé sur la base des méthodes enthalpique et de la capacité calorifique [70]. La méthode de la capacité calorifique a été trouvée être plus précise après avoir été confrontée à des résultats expérimentaux lorsque une gamme étroite de température de fusion autour de  $21^{\circ}\text{C}$  a été sélectionnée.

Cependant, peu de programmes de simulation saisonnière à l'échelle du bâtiment entier, tels que EnergyPlus, TRNSYS, ESP-r, peuvent gérer la performance thermique de l'enveloppe du bâtiment qui comporte des matériaux à changement de phase.

De nombreux modèles ont été proposés pour la modélisation avec TRNSYS, du transfert de chaleur couplé à un changement de phase dans l'enveloppe du bâtiment. Ghoneim, par exemple, a utilisé un modèle « *TYPE260* » modifié afin de simuler le stockage thermique au niveau de la paroi où le PCM a été testé pour le stockage thermique dans un système d'enveloppe [72-73]. Le modèle était basé sur la méthode de l'enthalpie et résolu en utilisant un schéma explicite. Kuznik et al. ont mis au point un modèle « *TYPE260* » implanté dans TRNSYS en utilisant la méthode de la capacité thermique [74]. Le modèle est semi-implicite étant donné que les propriétés physiques du MCP utilisé dans les calculs sont calculées à partir des pas de temps précédents. Ce type a été validé avec deux tests de laboratoire effectués par les auteurs: l'un quand la température extérieure a augmenté en deux étapes et la seconde quand un comportement sinusoïdal a été appliqué. La courbe de la capacité thermique a été utilisée pour la modélisation numérique. Pour les deux validations, les résultats de simulation ont montré un bon accord avec les résultats des tests expérimentaux. En outre, la modélisation du MCP dans TRNSYS a été récemment fournie sous la

forme du « TYPE204 » par une équipe de chercheurs de l'Université de technologie d'Helsinki [75]. Le modèle simule le transfert de chaleur à travers une paroi dans un domaine tridimensionnel. Le modèle utilise la capacité thermique pour tenir compte de l'évolution de la chaleur latente dans la paroi.

Bien que ce type n'a pas été validé dans sa forme 3D en raison de son efficacité de calcul pauvre, Ahmad [76] a transformé le modèle 3D dans un module 1D de « TYPE101 » et validé le code modifié.

Les auteurs ont décrit plusieurs raisons qui expliquent le décalage et l'insuffisance du code de calcul, notamment: (i) l'évaluation de l'énergie transmise à travers la fenêtre, (ii) l'imprécision dans la plage de température de fusion pris dans la définition de la capacité thermique, (iii) les valeurs du coefficient de transfert de chaleur par convection entre la paroi des surfaces et de l'air ambiant et (iv) l'existence de ponts thermiques.

Des tests de validation de l'algorithme utilisé à EnergyPlus pour des applications des MCP ont été menés par Campbell [77] et Chan [78] à l'aide des données expérimentales publiées par Kuznik [79]. Pour les deux études de validation, la température de l'air intérieur a été trouvée en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Enfin, le programme ESP-r a la capacité de modéliser des matériaux à changement de phase à l'aide de deux méthodes: la méthode de la capacité thermique effective et de la source de chaleur supplémentaire [80-81]. ESP-r utilise quatre modèles pour la simulation de MCP, avec celui qui représente le sous-refroidissement, en utilisant la fonction des matériaux spéciaux. Cependant, il est nécessaire d'utiliser un petit pas de temps pour obtenir des résultats précis pour ces deux méthodes. Bien que les résultats de simulation en utilisant ESP-r ont été retrouvés dans la littérature, aucune ne présentait des protocoles de validation importants pour ces deux algorithmes ESP-r [82-85].

---

### 2.2.5 Conclusions

Dans ce sous-chapitre on a traité le principe physique des MCP, les modèles numériques des MCP et leurs intégration dans la modélisation à l'échelle des bâtiments. Des modèles sophistiqués développés sous EnergyPlus, TRNSYS ou COMSOL offrent une souplesse dans la résolution de problèmes complexes et multi-physiques, mais ne sont pas pleinement explorés pour la modélisation des MCP. Ceci est partiellement dû à l'inefficacité des calculs. De plus ce genre des modèles exige une quantité considérable d'entrées de données détaillées, une procédure de développement et de validation longue, sachant que l'accès aux codes sources est limité.

En règle générale, tous les modèles qui adoptent la méthode de capacité de chaleur, de l'enthalpie ou des méthodes de source de chaleur doivent être, cependant, utilisés avec de petits pas de temps pour atteindre une précision acceptable et donc la simulation saisonnière devient lente ce qui est typique pour l'évaluation de la performance thermique de bâtiment dans une échelle annuelle [49]. En outre, de nombreux modèles existants ignorent les caractéristiques de certaines MCP tels que l'hystérésis ou le sous-refroidissement et ne peuvent donc pas être utilisés pour cette application particulière [52]. Un autre facteur qui insère de l'incertitude dans les résultats numériques est le transfert de chaleur dû à la convection entre la paroi contenant des MCP et l'air. Le transfert de chaleur par convection entre la face interne de la paroi et l'air intérieur est important afin d'évaluer le processus de stockage / libération en PCM. Liu et Awbi [86] ont trouvé que la corrélation utilisée pour évaluer le transfert de chaleur par convection pour les murs ordinaires sous-estime ce coefficient particulier pour des parois contenant des MCP (par un facteur de 2 selon leur expérience). C'est un problème très important car il y a un manque de connaissances concernant le transfert de chaleur par convection au voisinage des parois contenant des MCP, alors que les simulations numériques saisonnières ont besoin de la valeur du transfert de chaleur par convection.

Enfin, la plupart des études traitent des chambres non occupées. Bien entendu, l'évaluation de la température de l'air dans un bâtiment est clairement affectée par les charges thermiques internes. Une manière d'évaluer la température optimale des matériaux à changement de phase est de calculer l'évolution thermique d'un bâtiment sans MCP et calculer ensuite la température moyenne de la surface des parois pendant la période de stockage. Cette optimisation ne peut se faire si les charges internes dues à l'occupation sont pris en compte avec un scénario réaliste.

---

## 2.3 Problématique et méthodologie de la thèse

---

### 2.3.1 Problématique

La connaissance du coefficient d'échange convectif au voisinage d'une paroi est d'une importance primordiale pour la thermique du bâtiment, tant pour l'évaluation des besoins en énergie que pour l'estimation du confort thermique. Nous avons remarqué que de nombreux travaux théoriques et expérimentaux avaient été menés sur la compréhension des échanges de chaleur entre une plaque verticale (flux ou température imposé) et son ambiance. La littérature est par conséquent bien fournie en termes de corréla-

tion sur les coefficients d'échange convectif dans cette configuration. Malgré tout, nous avons noté une certaine dispersion dans les valeurs données par ces corrélations. A l'échelle du bâtiment, nous avons souligné le fait que dans la plupart des travaux publiés dans la littérature, les auteurs ont utilisé -dans la majorité des cas- un coefficient d'échange convectif généralement constant, qui d'ailleurs est souvent dérivé des réglementations thermiques.

L'utilisation massive des produits à base de matériaux à changement de phase ne pourra se faire qu'à partir du moment où les faisabilités technique et économique auront été démontrées. Il est donc nécessaire que les simulations numériques à l'échelle du bâtiment soient plus représentatives des échanges de chaleur réels. Ceci passe entre autre par l'intégration de corrélations susceptibles de décrire plus précisément les phénomènes physiques à l'interface fluide / paroi. Or nous avons montré que la littérature dans ce domaine devait être enrichie. Ainsi, la suite de ce document sera dédiée à l'analyse des échanges de chaleur à l'interface fluide / paroi contenant des matériaux à changement de phase. L'expérimentation ayant montré certaines limites dans la littérature, c'est donc par voie numérique que sera menée cette étude. Le matériau à changement de phase sera simulé via la méthode de la capacité calorifique effective ; méthode que nous avons décrite dans ce chapitre.

Même s'il y a beaucoup de documents concernant les études qui mettent l'accent sur l'étude numérique des matériaux à changement de phase [87,88], nous n'avons pas trouvé d'étude numérique qui se concentre sur le transfert de chaleur par convection au voisinage d'un MCP encapsulé dans une enceinte plaque-MCP soumise à une température décroissante dans une cavité ouverte. De plus, l'étude du code TRNSYS d'Ahmad [76] souligne l'incertitude de la valeur du coefficient d'échange convectif aux abords de la paroi comme un facteur de décalage et d'insuffisance du code de calcul. Liu et Awbi [86] ont constaté expérimentalement que la corrélation utilisée pour évaluer le coefficient d'échange convectif pour des parois ordinaires ( $h=1,43W/m^2K-1,81W/m^2K$ ) donné des valeurs deux fois plus petites que le coefficient observé pour une paroi contenant des MCP ( $h=4,43W/m^2K$ ). Kuznik [47] a montré l'influence d'une telle modification du coefficient de transfert de chaleur par convection au voisinage des parois de MCP. La valeur du coefficient de transfert convectif calculée dans la présente thèse peut être utilisée comme entrée pour des simulations numériques (CFD, TRNYS etc.) afin d'obtenir de meilleurs calculs d'énergie libérée/stockée pour des applications de MCP.

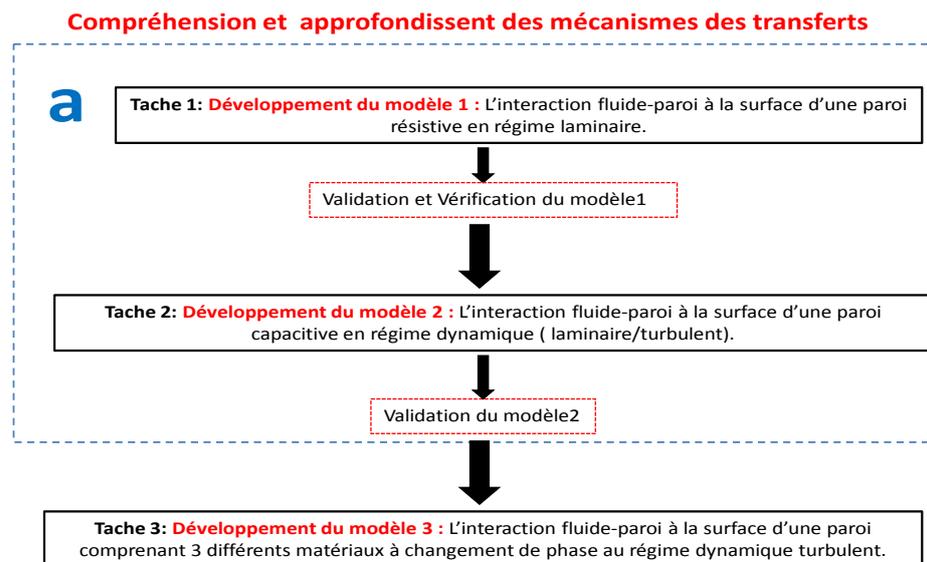
En conclusion, nous avons également constaté que les études traitant des échanges convectifs à l'interface entre le fluide et une paroi capa-

citive étaient rares, à plus forte raison pour une plaque contenant des matériaux à changement de phase. Néanmoins ces quelques études ont souligné que le coefficient d'échange convectif était différent au voisinage d'une paroi verticale capacitive et d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase.

La problématique est donc d'étudier l'interaction fluide-paroi avec une capacité thermique et avec MCP d'une manière holistique afin de comprendre et approfondir les mécanismes de transfert de chaleur aux abords de telles parois et de déduire le coefficient d'échange convectif.

### 2.3.2 Méthodologie

Notre méthodologie consiste de développer 3 modèles en commençant avec un cas simple d'une plaque résistive (température imposée) afin de poursuivre avec deux cas complexe d'une plaque avec la capacité thermique (modèle 2) et une paroi-MCP (modèle 3).



Point central de la thèse

**Figure 5** : Organigramme et point clés de la thèse.

On s'est lancé alors au développement d'un modèle simple qui concerne interaction fluide-paroi pour la convection naturelle en régime laminaire (modèle 1) afin de vérifier et valider le code de calculs (environnement Fluent 14.5) avec les existants dans la littérature. Dès que le modèle a été validé on a continué avec le développement d'un modèle plus complexe qui concerne interaction fluide-paroi avec la capacité thermique en

employant deux différents modèles d'écoulement (laminaire et turbulent) (modèle 2). Finalement, en validant le modèle précédent on a étudié l'interaction fluide-paroi-MCP (modèle 3) en développant un modèle dans l'environnement Fluent.

---

## Références du chapitre

- [1] ASHRAE Fundamentals Handbook, Part I: Heat Transfer, American Society of Heating Refrigeration and Air-conditioning Engineers, USA, 1997.
- [2] CIBSE Guide, Section A5 and A9, Chartered Institute of Building Services Engineers, London, 1986.
- [3] F. Alamdari, G.P. Hammond, Improved correlations for Buoyancy driven convection in rooms, *Building Serv. Eng. Res. Technol.* 4 1983. 106–112.
- [4] Heat Transfer at Internal Building Surfaces, ETSU Report s1193-p1, Energy Technology Support Unit, UK, 1990.
- [5] T.C. Min, L.F. Schutrum, G.V. Parmelee, J.D. Vouris, Natural convection and radiation in a panel heated room, *ASHRAE Trans.* 62 1956. 337–358.
- [6] K.J. Lomas, The UK applicability study: an evaluation of thermal simulation programs for passive solar house design, *Building and Environment* 31 1995. 197–206.
- [7] S. Ostrach, Laminar natural convection flow and heat transfer of fluids with and without heat sources in channels with constant wall temperature, in *NACA TN*, 2863, (1952).
- [8] E.M. Sparrow, and J.L. Gregg, Laminar free convection for a vertical surface with uniform surface heat flux, in *Trans ASME*, Vol.78, pp. 435-440, (1956).
- [9] K. Pohlhausen, Zur näherungsweise Integration der Differentialgleichung der laminaren Grenzschicht, in *z.f.a.M.M vol.I*, , p.252, (1921).
- [10] E.J. LeFevre, Laminar free convection from a vertical plane surface, *Mech.Eng.Res.Lab.*, Heat 113 5, Great Britain), pp.168, 1956.
- [11] E. Schmidt und W. Beckmann, Das Temperatur-und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechter Platte bei natürlicher Konvektion. *Tech. Mech. u. Thermodynamik*, Bd.1, Nr.10, Okt. 1930, pp. 341-349; cont., Bd.1, Nr. 11, Nov. 1930, pp. 391-406.
- [12] G. Polidori, E.C. Mladin, T. de Lorenzo, Extension de la méthode de Karman-Pohlhausen aux régimes transitoires de convection libre, pour  $Pr > 0.6$ , *Comptes Rendus Académie Sciences Paris Série II b* 328 (2000) 763–766.
- [13] G. Polidori, C. Popa, T.H. Mai, Transient flow rate behaviour in an external natural convection boundary layer, *Mechanics Research Communications* 30 (2003) 615–621.

[14] R. R. Smith, Characteristics of Turbulence in Free Convection Flow past a Vertical Plate, Ph.D. thesis, Univ. London, 1972.

[15] R. Cheesewright, K. S. Doan, Space-Time Correlation Measurements in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21, 911-921, 1978.

[16] M. Miyamoto, M. Okayama, An Experimental Study of Turbulent Free Convection Boundary Layer in Air Along a Vertical Plate Using LDV, *Bull. Japan Soc. Mech. Eng.*, 25, 1729-1736, 1982.

[17] M. Miyamoto, H. Kajino, J. Kurima, I. Takanami, Development of Turbulence Characteristics in a Vertical Free Convection Boundary Layer, 7th Int. Heat Transfer Conference, Munich, F.R.G., Vol. 2, pp. 323-328, 1982.

[18] R. Cheesewright, E. Ierokipiotis, Velocity Measurements in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer, 7th Int. Heat Transfer Conference, Munich, F.R.G., Vol. 2, pp. 305-309, 1982.

[19] R. Cheesewright, E. Ierokipiotis, Measurements in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer, 1st U. K. Conference on Heat Transfer, Vol. 2, pp. 849-856, *Inst. Chem. Eng.*, 1984.

[20] O. A. Plumb, L. A. Kennedy, Application of a K- $\epsilon$  Turbulence Model to Natural Convection from a Vertical Isothermal Surface, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, 99, 79-85, 1977.

[21] W. M. To, J. A. C. Humphrey, Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow. I. Free Convection along a Heated, Vertical, Flat Plate, *Int. J. HeatMass Transfer*, 29, 573-592, 1986.

[22] C. Varga, S. Fohanno, G. Polidori, Turbulent boundary-layer buoyant flow modeling over a wide Prandtl number range, *Acta Mechanica* 172 (2004) 65-73.

[23] S. Fohanno, G. Polidori, Modelling of natural convective heat transfer at an internal surface, *Energy and Buildings* 38 2006. 548-553.

[24] F. Bauman, A. Gadgil, R. Kammerud, R. Greif, Buoyancy-driven convection in rectangular enclosures, ASME Paper No. 80-HT-66, 1980.

[25] I. Beausoleil-Morrison, The adaptive simulation of convective heat transfer at internal building surfaces, *Building Environment* 37 (2002) 791-806.

[26] I. Beausoleil-Morrison, The adaptive coupling of heat and air flow modeling within dynamic whole-building simulation, Ph.D. Thesis, University of Strathclyde, Glasgow, 2000.

[27] A. Hatton, H.B. Awbi, Convective heat transfer coefficients of room surfaces, IMechE 4th National Heat Transfer Conference, Manchester, UK, 1995, pp. 201-206.

[28] F. Allard, Contribution à l'étude des transferts de chaleur dans les cavités thermiquement entraînées à grand nombre de Rayleigh: Application aux

cellules d'habitation, Ph.D. Thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, France, 1987.

[29] H.B. Awbi, A. Hatton, Natural convection from heated room surfaces, *Energy and Buildings* 30 (1999) 233–244.

[30] C. Martin, M. Watson, Energy monitoring company limited (EMC). Measurement of convective heat transfer coefficients in a realistic room geometry, 1988.

[31] A.J.N. Khalifa, R.H. Marshall, Validation of heat transfer coefficients on interior building surfaces using a real-sized indoor test cell, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 1990. 2219–2236.

[32] S.R. Delaforce, E.R. Hitchen, D.M.T. Watson, Convective heat transfer at internal surfaces, *Building and Environment* 28 1993.211–220.

[33] B. Givoni Man, climate and architecture. Van Nostrand Reinhold; 1981.

[34] M. Telkes Thermal energy storage in salt hydrates. *Solar Energy Materials* 1980;2:381–93.

[35] M. Koschenz, B. Lehmann, Development of a thermally activated ceiling panel with PCM for application in lightweight and retrofitted buildings. *Energy and Buildings* 2004;36:567–78.

[36] B. Zalba, J.M. Marin, Cabeza LF, Mehling H. Free-cooling of buildings with phase change materials. *International Journal of Refrigeration* 2004;27:839–49.

[37] Y.P. Zhang, K.P. Lin, R. Yang, H.F. Di, Y. Jiang. Preparation, thermal performance and application of shape-stabilized PCM in energy efficient buildings. *Energy and Buildings* 2006;38:1262–9.

[38] C. Arkar, B. Vidrih, S. Medved. Efficiency of free cooling using latent heat storage integrated into the ventilation system of a low energy building. *International Journal of Refrigeration* 2007;30:134–43.

[39] L.F. Cabeza, C. Castellon, M. Nogués, M. Medrano, R. Leppers, O. Zubillaga. Use of microencapsulated PCM in concrete walls for energy savings. *Energy and Buildings* 2007;39:113–9. 670 S.N. Al-Saadi, Z.(. Zhai / *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 21 (2013) 659–673

[40] A. Castell, I. Martorell, M. Medrano, G. Pérez, L.F. Cabeza. Experimental study of using PCM in brick constructive solutions for passive cooling. *Energy and Buildings* 2010;42:534–40.

[41] R. Baetens, B.P. Jelle, A. Gustavsen. Phase change materials for building applications: a state-of-the-art review. *Energy and Buildings* 2010;42:1361–8.

[42] A.M. Khudhair, M.M. Farid. A review on energy conservation in building applications with thermal storage by latent heat using phase change materials. *Energy Conversion and Management* 2004;45:263–75.

[43] Y. Zhang, G. Zhou, K. Lin, Q. Zhang, H. Di. Application of latent heat thermal energy storage in buildings: state-of-the-art and outlook. *Building and Environment* 2007;42:2197–209.

[44] V.V. Tyagi, D. Buddhi. PCM thermal storage in buildings: a state of art. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2007;11:1146–66.

[45] A. Pasupathy, R. Velraj, R.V. Seeniraj. Phase change material-based building architecture for thermal management in residential and commercial establishments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2008;12:39–64.

[46] N. Zhu, Z. Ma, S. Wang. Dynamic characteristics and energy performance of buildings using phase change materials: a review. *Energy Conversion and Management* 2009;50:3169–81.

[47] F. Kuznik, D. David, K. Johannes, J.J. Roux. A review on phase change materials integrated in building walls. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2011;15:379–91.

[48] L.F. Cabeza, A. Castell, C. Barreneche, A. De Gracia, A.I. Fernández. Materials used as PCM in thermal energy storage in buildings: a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2011;15:1675–95.

[49] D. Zhou, C.Y. Zhao, Y. Tian. Review on thermal energy storage with phase change materials (PCMs) in building applications. *Applied Energy* 2012;92:593–605.

[50] E. Osterman, V.V. Tyagi, V. Butala, N.A. Rahim, U. Stritih. Review of PCM based cooling technologies for buildings. *Energy and Buildings* 2012;49:37–49.

[51] Y. Dutil, D.R. Rousse, N.B. Salah, S. Lassue, L. Zalewski. A review on phase change materials: mathematical modeling and simulations. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2011;15:112–30.

[52] A. Sharma, V.V. Tyagi, C.R. Chen, D. Buddhi. Review on thermal energy storage with phase change materials and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2009;13:318–45.

[53] V.R. Voller. An overview of numerical methods for solving phase change problems. In: Minkowycz WJ, Sparrow EM, editors. *Advances in numerical heat transfer*. Taylor & Francis; 1997. p. 341–80.

[54] J. Crank. *Free and moving boundary problems*. Clarendon Press; 1984.

[55] V. Alexiades, A.D. Solomon. *Mathematical modeling of melting and freezing processes*. Hemisphere Pub. Corp.; 1993.

[56] N. Ozisik. *Heat conduction*. Wiley; 1993.

[57] V.R. Voller, J.B. Swenson, W. Kim, C. Paola. An enthalpy method for moving boundary problems on the earth's surface. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 2006;16:641–54.

- [58] S. Idelsohn, M. Storti, L. Crivelli. Numerical methods in phase-change problems. *Archives of Computational Methods in Engineering* 1994;1:49–74.
- [59] B. Basu, A. Date. Numerical modelling of melting and solidification problems—a review. *Sadhana* 1988;13:169–213.
- [60] H. Hu, S.A. Argyropoulos. Mathematical modelling of solidification and melting: a review. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 1996;4:371–96.
- [61] V.R. Voller, C.R. Swaminathan, B.G. Thomas. Fixed grid techniques for phase change problems: a review. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1990;30:875–98.
- [62] N.R. Eyres, D.R. Hartree, J. Ingham, R. Jackson, R.J. Sarjant, J.B. Wagstaff. The calculation of variable heat flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences* 1946;240:1–57.
- [63] Kaushik SC, Sodha MS, Bhardwaj SC, Kaushik ND. Periodic heat transfer and load levelling of heat flux through a PCCM thermal storage wall/roof in an air-conditioned building. *Building and Environment* 1981;16:99–107.
- [64] Zhu N, Wang S, Xu X, Ma Z. A simplified dynamic model of building structures integrated with shaped-stabilized phase change materials. *International Journal of Thermal Sciences* 2010;49:1722–31.
- [65] Kedl RJ. Conventional wallboard with latent heat storage for passive solar applications. *Energy conversion engineering conference 1990*, In: *IECEC-90 Proceedings of the 25th intersociety*; 1990. p. 222–225.
- [66] COMSOL Inc. URL: / <http://www.comsol.com/S> [accessed: October/23/2012].
- [67] ANSYS Inc.— FLUENT. URL: / <http://www.ansys.com/S>. [accessed: October/23/2012].
- [68] The Radiation Safety Information Computational Center (RSICC)— HEATING. URL: / <http://www.rsicc.ornl.gov/codes/psr/psr1/psr-199.html>. [accessed: October/23/2012].
- [69] Lamberg P, Lehtiniemi R, Henell A-M. Numerical and experimental investigation of melting and freezing processes in phase change material storage. *International Journal of Thermal Sciences* 2004;43:277–87.
- [70] Baghban MH, Hovde PJ, Gustavsen A. Numerical simulation of a building envelope with high performance materials, In: *COMSOL conference*. Paris; 2010.
- [71] Gowreesunker BL, Tassou SA, Kolokotroni M. Improved simulation of phase change processes in applications where conduction is the dominant heat transfer mode. *Energy and Buildings* 2012;47:353–9.

[72] Ghoneim AA, Klein SA, Duffie JA. Analysis of collector-storage building walls using phase-change materials. *Solar Energy* 1991;47:237–42.

[73] Ghoneim AA. Efficient collection and storage of solar energy. University Of Alexandria; 1989.

[74] Kuznik F, Virgone J, Johannes K. Development and validation of a new TRNSYS type for the simulation of external building walls containing PCM. *Energy and Buildings* 2010;42:1004–9.

[75] Jokisalo J, Lamberg P, Siren K. Suitability of building construction materials in short-term energy storage-office room simulations, In: Proceedings of IEA annex 10-PCMs and chemical reactions for thermal energy storage, 3<sup>rd</sup> workshop. Finland; 1999. p. 11–18.

[76] Ahmad M, Bontemps A, Salle'e H, Quenard D. Thermal testing and numerical simulation of a prototype cell using light wallboards coupling vacuum isolation panels and phase change material. *Energy and Buildings* 2006;38:673–81.

[77] Campbell KR. Phase change material as a thermal storage device for passive houses. Portland State University; 2011.

[78] Chan ALS. Energy and environmental performance of building facades integrated with phase change material in subtropical Hong Kong. *Energy and Buildings* 2011;43:2947–55.

[79] Kuznik F, Virgone J, Roux J-J. Energetic efficiency of room wall containing PCM wallboard: a full-scale experimental investigation. *Energy and Buildings* 2008;40:148–56.

[80] Heim D. Two solution methods of heat transfer with phase change within whole building dynamic simulation, In: Proceedings of building simulation 2005: 9th conference of international building performance simulation association. Montreal, Canada; 2005.

[81] Heim D, Clarke JA. Numerical modelling and thermal simulation of PCM-gypsum composites with ESP-r. *Energy and Buildings* 2004;36:795–805.

[82] Schossig P, Henning HM, Gschwan der S, Haussmann T. Micro-encapsulated phase-change materials integrated into construction materials. *Solar Energy Materials and Solar Cells* 2005;89:297–306.

[83] Fernandes NTA, Costa VAF. Use of phase-change materials as passive elements for climatization purposes in summer: the Portuguese case. *International Journal of Green Energy* 2009;6:302–11.

[84] Almeida F, Zhang D, Fung AS, Leong WH. Investigation of multi-layered phase-change-material modeling in ESP-R, In: International high performance buildings conference. Purdue; 2010.

[85] G. Sigalas, Computational optimization of passive use of phase change materials in lightweight low-energy houses. Eindhoven: University of Technology; 2011.

[86] H. Liu, H. B. Awbi, Performance of phase change material boards under natural convection, *Building and Environment* 44 (2009) 1788–1793.

[87] Dariusz Heim, Two Solution Methods Of Heat Transfer With Phase Change Within Whole Building Dynamic Simulation, Ninth International IBPSA Conference, Montréal, Canada, August 15-18, 2005.

[88] Saleh Nasser AL-Saadi, Zhiqiang(John)Zhai, Modeling phase change materials embedded in building enclosure: A review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 21 (2013) 659–673.

[89] D. David, *Etude expérimentale de la convection naturelle aux abords de parois contenant des matériaux à changement de phase*, these soutenue en 2010.

**Anna BYKALYUK**

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut national des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

50

# 3 Modélisation numérique CFD en 2D de la convection naturelle aux abords d'une paroi verticale

## 3.1 Introduction

3.1.1 Présentation du cas d'étude

## 3.2 Modélisation numérique des phénomènes physiques

3.2.1 Approximation de Boussinesq

3.2.2 Conditions aux limites

## 3.3 Résolution des équations dérivées partielles

3.3.1 Choix de schéma de discrétisation

3.3.2 Choix du schéma d'interpolation de la pression

3.3.3 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

3.3.4 Résolution numérique

## 3.4 Validation et vérification du modèle numérique

3.4.1 Procédure de vérification et validation du modèle numérique

3.4.2 Etude de la convergence itérative

3.4.3 Examen de la convergence spatiale

3.4.4 Comparaison des résultats CFD à des solutions de référence

3.4.5 Ordre de convergence du maillage

3.4.6 Indices de convergence de maillage (GCI)

## 3.5 Conclusions du chapitre

### Résumé du chapitre

*Le présent chapitre présente une description générale de l'ensemble du processus de développement, de vérification et de validation du modèle numérique effectué dans le cadre de cette thèse en dynamique des fluides numérique (CFD). L'objectif global est de valider des codes de calcul CFD afin qu'ils puissent être utilisés avec confiance pour simuler des scénarios de la convection naturelle aux abords des parois verticales. Dans ce chapitre on présente les principes de résolution numérique et de discrétisation spatio-temporelle des équations gouvernantes de notre modèle numérique. Ensuite, le modèle numérique est évalué en détail concernant les résultats simulés en employant des méthodes de vérification et de validation classiques mentionnées dans la littérature.*

---

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre on étudie l'interaction fluide-paroi pour la convection naturelle à la surface d'une paroi résistive en régime laminaire / stationnaire (modèle 1). Dans un premier temps on présente la configuration géométrique du système qui est une plaque résistive placée dans une cavité ouverte. Ensuite on procède à la modélisation numérique des phénomènes physiques au voisinage de la plaque. Plus précisément, on présente les équations de Navier-Stokes et les conditions aux limites ainsi que les simplifications et les hypothèses concernant les propriétés thermo-physiques de l'air souvent adaptées pour le cas de la convection naturelle aux abords d'une plaque posée à la verticale. Il s'agit de la résolution des équations de Navier Stokes qui décrivent comment la vitesse, la pression, la température et la densité d'un fluide en mouvement sont liées.

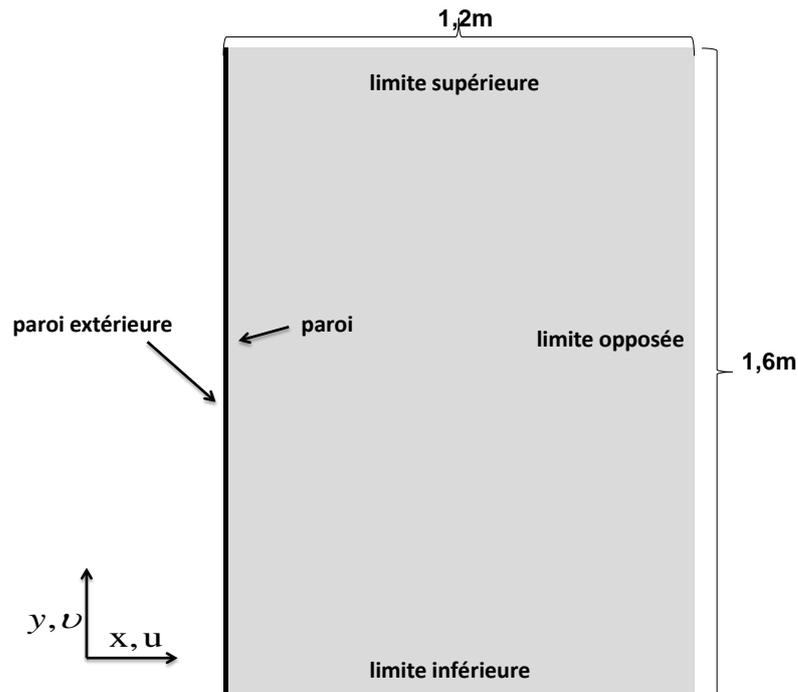
Dans la pratique, ces équations sont trop difficiles à résoudre analytiquement. Pour les résoudre on emploie un approche numérique se basant sur la méthode de volumes finis (plus de détails sont fournis à l'annexe A à la fin du présent chapitre) en ce qui concerne la discrétisation spatiale. Les schémas de discrétisation spatiale et d'interpolation de la pression ainsi que la méthode de couplage Pression-Vitesse ont été exposés explicitement dans la partie 3.3. Il est important de noter qu'on a employé le schéma Power Law pour l'énergie et la quantité de mouvement et le schéma Body Force Weighed pour la pression.

Après avoir présenté les points principaux du modèle numérique développé dans ce chapitre, on a abordé également ici la procédure de vérification et validation du code de calcul qu'on a employé. En ce qui concerne la vérification du modèle on a examiné la convergence itérative et la convergence spatiale de la simulation. De plus, on a confronté les résultats de notre modèle CFD à une solution de référence (Ostrach) en validant ainsi notre code de calcul. Finalement, on a calculé l'ordre de convergence du maillage qui est égal à 2,56 ainsi que l'indice de convergence de maillage.

En conclusion, l'objectif du présent chapitre consiste de valider le modèle d'une plaque résistive isotherme placée dans une cavité en régime stationnaire créée dans l'environnement de Ansys Fluent 14.5 avec des modèles similaires numériques existants dans la littérature. Dès que le modèle est validé on va procéder à la création de modèles plus complexes et travailler en régime transitoire avec des conditions aux limites dynamiques (voir les chapitres suivants).

### 3.1.1 Présentation du cas d'étude : description géométrique du dispositif

Pour étudier l'interaction fluide-paroi à la surface d'une paroi résistive (température imposée), en régime laminaire / stationnaire (modèle 1), on a placé verticalement une plaque, dont la hauteur est  $1,6\text{ m}$ , dans une cavité ouverte (Figure 6). Cette plaque a une température uniforme et elle est immergée dans un fluide statique (air). En raison de la différence de température, un mouvement ascendant se produit. Les conditions aux limites sont données en détail dans la partie 3.2.2.



**Figure 6** : Géométrie du modèle et répartition des limites du domaine étudié.

Le système d'équations qui gouverne la convection se produit à partir d'une plaque verticale soumise à une température initiale donnée comprend les équations de Navier-Stokes couplées avec l'équation de conservation de l'énergie. Dans cette étude, nous allons considérer une situation bidimensionnelle en régime laminaire ( $Ra \sim 1.14 \times 10^6$  qui signifie que notre système se trouve en régime laminaire où  $Ra_y < 10^8$  [1]) dans laquelle les phénomènes de la convection et de la diffusion sont présents.

## 3.2 Modélisation numérique des phénomènes physiques

Les propriétés physiques de l'air (température, pression), à l'exception de sa densité, sont supposées indépendantes de la température tout au long de notre étude. Pour vérifier cette hypothèse on emploie le nombre de Mach

qui exprime le rapport de la vitesse locale d'un fluide ( $U$ ) sur la vitesse du son ( $a = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ ) dans ce même fluide  $M=U/a$ . Dans notre cas pour calculer le nombre de Mach la vitesse maximale  $U_{max} \sim 0,162 \text{ m/s}$ . On a donc le nombre de Mach tel que :

$$M = \frac{0,166 \text{ m/s}}{343,2 \text{ m/s}} = 5,82 * 10^{-4} = 0,000582 \ll 1. \quad (26)$$

On a démontré alors que  $Ma \ll 1$ . A l'aide de l'équation 26 on montre dans l'équation 27 que l'évolution de la pression, de la température et de la densité est petite en validant l'hypothèse précédente que les propriétés physiques de l'air (température, pression) sont supposées indépendantes de la température.

$$M^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\gamma U^2}{2 a^2} = \frac{\gamma U^2}{2 \frac{\gamma P}{\rho}} = \frac{\frac{1}{2} \rho U^2}{P} = \frac{K}{P} \sim \frac{\Delta P}{P}, \quad (27)$$

alors  $\frac{\Delta P}{P} \ll 1$

ce qui entraîne  $\frac{\Delta \rho}{\rho} \ll 1$  et

$$\frac{\Delta T}{T} \ll 1.$$

En ce qui concerne la pousse d'Archimède, nous avons choisi de décrire la dépendance en température de la densité en utilisant l'approximation de Boussinesq. Ce choix a été fait parce que l'approximation de Boussinesq reflète correctement les principales caractéristiques de transfert de chaleur par convection libre couplée concernant des petites différences de température ( $\beta \Delta T < 1$ ), comme dans notre cas (voir aussi sous-chapitre 3.2.4). La forme habituelle de l'approximation de Boussinesq, utilise uniquement le terme de premier ordre en série. Dans ce cas, le travail de compression et de dissipation de l'énergie visqueuse sont supposés négligeables. Le nombre de Rayleigh moyen de la plaque calculé  $Ra \sim 1.14 \times 10^6$ , signifiant que notre système est en régime laminaire. Par conséquent, le système d'équations est le suivant [2-19]. Equation de continuité:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (28)$$

Equation de l'énergie:

$$\rho_0 C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (29)$$

Equations de quantité de mouvement :

$$\rho_0 u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (30)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \rho_0 \beta (T - T_0) g \quad (31)$$

où  $\rho_0$  est la densité de l'air en  $(kg/m^3)$ ,  $C_p$  est la capacité thermique de l'air  $(J/kgK)$ ,  $T$  est la température en  $K$ ,  $k$  est la conductivité thermique de l'air  $(W/mK)$ ,  $\beta$  et le coefficient d'expansion volumique  $(1/K)$  (voir également annexe A).

### 3.2.1 Approximation de Boussinesq

Un écoulement de convection naturelle d'origine thermique est nécessairement anisotherme. Par conséquent les propriétés thermo-physiques du fluide sont susceptibles de varier fortement dans le champ de l'écoulement selon la nature du fluide (air) et l'écart maximal de température  $\Delta T_{\max}$ . Pour la plupart des gaz à pression atmosphérique, la viscosité dynamique augmente plus faiblement avec la température, alors que la diminution de masse volumique est nettement plus importante [2, 3, 20].

La grande majorité des solutions analytiques approchées et des simulations numériques présentées jusqu'à ce jour ont été basées sur les hypothèses de Boussinesq. On évoque, en général, l'approximation de Boussinesq qui peut se résumer sous la forme suivante (développement limité à l'ordre 1) :

$$\rho_0 - \rho = \frac{P}{RT_0} \frac{T - T_0}{T_0} = \rho_0 \left( 1 - \frac{T - T_0}{T_0} \right) \Rightarrow$$

$$\rho = \rho_0 \left( 1 - \frac{T - T_0}{T_0} \right) \Rightarrow \rho - \rho_0 = \rho_0 \frac{1}{T_0} (T - T_0) = \rho_0 \beta (T - T_0) \quad (32)$$

Dans un fluide pur, la masse volumique peut être supposée constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède lorsque les écarts de température ne conduisent pas à de fortes variations de la pression motrice. Dans ces conditions,  $\rho \bar{g} = \rho(T) \bar{g}$  et  $\rho = \rho(T_0)$  dans tous les autres termes,  $T_0$  étant une température de référence. L'approximation linéaire n'est donc admissible que si :  $\beta(T - T_0) \ll 1$ . C'est sous cette forme que l'une des approximations de Boussinesq est la plus souvent énoncée en prenant comme critère  $\beta(T - T_0) = 0,003 * 2 = 0,006 < 0,1$ . La masse volumique et le coefficient d'expansion volumique de référence sont généralement calculés à la température du film  $T_f = (\bar{T}_w - \bar{T}_\infty) / 2$  où  $\bar{T}_w$  et  $\bar{T}_\infty$  sont les températures moyennes de la surface et température ambiante (bulk temperature) lorsqu'elles varient le long de la surface et avec l'altitude (ambiance stratifiée).

En comparant les deux cas, on peut facilement observer que pour l'approximation du gaz parfait la masse volumique de l'air est constante loin de la paroi chaude  $\rho_\infty$  et le coefficient d'expansion volumique  $\beta = 1/T$  est calculé pour la température de chaque volume fini. D'autre part, lorsque l'on fait l'approximation de Boussinesq, la masse volumique et le coefficient d'expansion volumique de référence sont généralement calculés à la température du film. De plus, la masse volumique dans l'équation de continuité est considérée constante ce qui rend les calculs plus performants.

### 3.2.2 Conditions aux limites

Nous considérons une cavité ouverte avec une plaque verticale à une température constante (Figure 6). La plaque est immergée dans un fluide statique (air), en raison de la convection naturelle, la plaque « aspire » le fluide dans le domaine de la limite inférieure et « se décharge » à travers la limite supérieure. Etant donné que la valeur absolue de la pression de référence peut être choisie de façon arbitraire dans le contexte d'une simulation numérique, nous avons fixé  $P_{totale} = P_{atm}$ . Les conditions aux limites complétant le système :

#### Limite supérieure :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, P_{totale} = P_{atm} \quad (33)$$

**Limite inférieure :**

$$P_{totale} = P_{atm}, \frac{\partial v}{\partial y} = 0, u = 0, T = T_0 \quad (34)$$

**Paroi :**

$$u = 0, v = 0, T = T_w \quad (35)$$

**Symétrie :**

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, P_{totale} = P_{atm} \quad (36)$$

### 3.3 Résolution des équations

Le code d'Ansys Fluent permet la prédiction d'écoulement fluide par la résolution des équations de Navier-Stokes grâce à la méthode de des volumes finis. Celle-ci consiste à intégrer les équations gouvernantes sur des volumes de contrôle entourant chaque point du maillage. Cette méthode possède des qualités qui en font l'une des plus adaptées. Elle permet de traiter des équations comportant des termes sources complexes et non-linéaires. De plus, elle satisfait les critères de conservation de la masse sur chaque volume de contrôle assurant ainsi la continuité de la solution numérique. Pour accomplir la procédure de résolution des équations d'écoulement on doit préciser le schéma de discrétisation spatial, le schéma d'interpolation de la pression et la méthode de couplage Pression-Vitesse. Ici, on a employé les schémas « Power Law » pour l'énergie et la quantité de mouvement et « Body Force Weighed » pour la pression. Avant de conclure aux choix de schémas on a étudié d'autres schémas de discrétisation spatiale pour les équations de quantité de mouvement et d'énergie: régime de loi de puissance (Power Law), système du second ordre en amont (upwind), et schéma QUICK (voir annex A).

#### 3.3.1 Choix de schéma de discrétisation

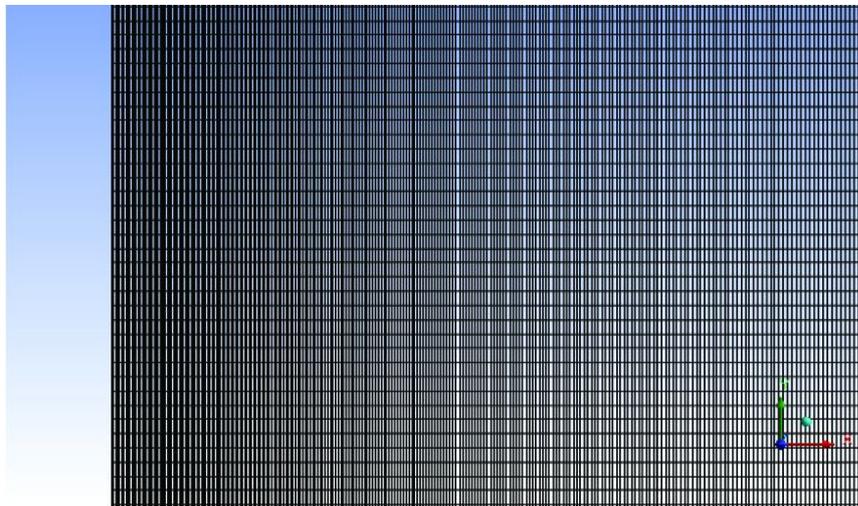
Il existe plusieurs schémas de discrétisation dans la littérature. Pour les détails, on pourra consulter Patankar [21] et Versteeg et Malalasekera [2]. Sous FLUENT, les variables stockées au centre de la cellule sont interpolées aux faces de chaque volume de contrôle. Il est possible de choisir entre

différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations (29-31), alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre.

La méthode de discrétisation centrale n'est pas appropriée pour des problèmes généraux de convection-diffusion, car cette méthode n'assure pas le transport et donne des solutions irréalistes pour des cellules qui présentent de grandes valeurs de nombre de Péclet.

Cependant, le schéma de différenciation de loi (voir Patankar [21]), choisi pour notre étude, est une approximation plus précise de la solution exacte unidimensionnelle et produit de meilleurs résultats que le schéma hybride. Dans ce schéma la diffusion est fixée égale à zéro lorsque le nombre Peclet ( $Pe$ ) de la cellule dépasse 10. Le nombre de Peclet est égal à  $P = \rho u / (\mu / \delta x)$ , où  $\delta x$  est la longueur caractéristique (l'épaisseur de la cellule). Si  $0 < Pe < 10$  le flux est évalué en utilisant une expression polynomiale (voir annex A). Par exemple, le flux net par unité de surface à la face du volume de contrôle est évalué comme suit:

$$\begin{aligned}
 q_w &= F_w [\phi_w - \beta_w (\phi_P - \phi_w)] \\
 \beta_w &= (1 - 0.1 Pe_w)^5 / Pe_w \\
 0 < Pe < 10 & \\
 q_w &= F_w \phi_w \\
 Pe > 10 &
 \end{aligned}
 \tag{37}$$



**Figure 7** : Exemple de maillage du problème.

Les propriétés d'un tel schéma de discrétisation sont similaires à celles du schéma hybride. Ce schéma s'est avéré utile dans les calculs du flux et peut être utilisé comme une alternative au schéma hybride. On a choisi alors le schéma de loi de puissance, qui est moins cher en temps de

calcul que le schéma exponentiel, (37) pour le profil des équations de quantité de mouvement et de l'énergie.

En outre, dans les différents cas examinés dans la présente thèse, le nombre de Péclet dans les cellules environnantes des plaques verticales étudiées étant supérieur à 0 et inférieur à 10, nous avons choisi le schéma de type loi de puissance. Les valeurs du nombre de Peclet pour les différentes tailles de cellule sont données dans le tableau 1).

**Tableau 1** : Nombre de Peclet en fonction de la longueur caractéristique

$\delta x$ [m]	Nombre de Peclet [-]
$9 \times 10^{-4}$	6,6
$4,5 \times 10^{-4}$	3,3
$3,6 \times 10^{-4}$	2,6
$3 \times 10^{-4}$	2,2
$2,3 \times 10^{-4}$	1,6

### 3.3.2 Choix du schéma d'interpolation de la pression

Pour la plupart des cas, le schéma "Standard" est considéré acceptable [1-5, 21]. Cependant, pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes. Le schéma de force de volume pondéré (*Body-Force-Weighted*) est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (par exemple: convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).

Le schéma "PRESTO!" (*PREssure Stagging Option*) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés. Le schéma de second ordre est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles. Dans notre cas on choisit d'utiliser les schémas « *Body-Force-Weighted* » pour la pression. En général, le schéma linéaire « *Linear* » peut être une alternative au cas où les autres options présentent des difficultés de convergence ou génèrent des comportements non physiques.

### 3.3.3 Résolution numérique

Les méthodes de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement pour chaque volume de contrôle élémentaire sont exprimées sous la forme suivante :

$$a_P \phi_{i,j} = a_E \phi_{i+1,j} + a_W \phi_{i-1,j} + a_N \phi_{i,j+1} + a_S \phi_{i,j-1} + b \quad (38)$$

Ce processus conduit à un système d'équations algébrique linéaire qui doit être résolu. La complexité et la dimension de l'ensemble d'équations dépendent du dimensionnement du problème, du nombre de nœuds du maillage et de la méthode de discrétisation. Il y a deux méthodes pour la résolution des équations algébriques linéaires : les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Les exemples simples des méthodes directes sont la règle de Cramer par l'inversion de la matrice et la méthode de Gauss [6].

Les méthodes itératives (point par point) sont basées sur une application répétée d'un algorithme relativement simple qui mène à la convergence éventuelle après un nombre de répétitions qui est quelquefois grand. Les exemples les plus connus sont de Jacobi et Gauss Seidel, qui sont des méthodes d'itération point par point. Les méthodes itératives sont plus économiques en temps de calcul que les méthodes directes.

### 3.3.4 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire, il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée qu'on appelle « *Staggered grid* » et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" est choisi pour résoudre ce problème et coupler la pression et la vitesse [2, 21]. La famille des algorithmes « *SIMPLE* » est essentiellement une procédure d'« *estimation et correction* » [2, 21] concernant le calcul de la pression sur une « *grille décalée* » des composantes de la vitesse.

Le logiciel « *FLUENT* » propose trois méthodes (SIMPLE, SIM- PLEC, PISO) pour le couplage pression-vitesse (seulement avec une formulation « *isolée* »). Les deux premières, très similaires, sont la méthode « *SIMPLE* » (*Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations*) et la méthode « *SIMPLEC* » (*SIMPLE Consistent*).

Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on puisse lui assigner un facteur de relaxation (correction) de la pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. La méthode « *PISO* » (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) fait aussi partie des algorithmes de la famille « *SIMPLE* ». Elle est recommandée pour des écoulements instationnaires ou pour des maillages contenant des cellules très obliques de type « *highly skewed* ».

En ce qui nous concerne, nous avons entrepris quelques simulations en employant la méthode « *SIMPLEC* », qui n'ont montré aucune différence significative par rapport à la méthode « *SIMPLE* ».

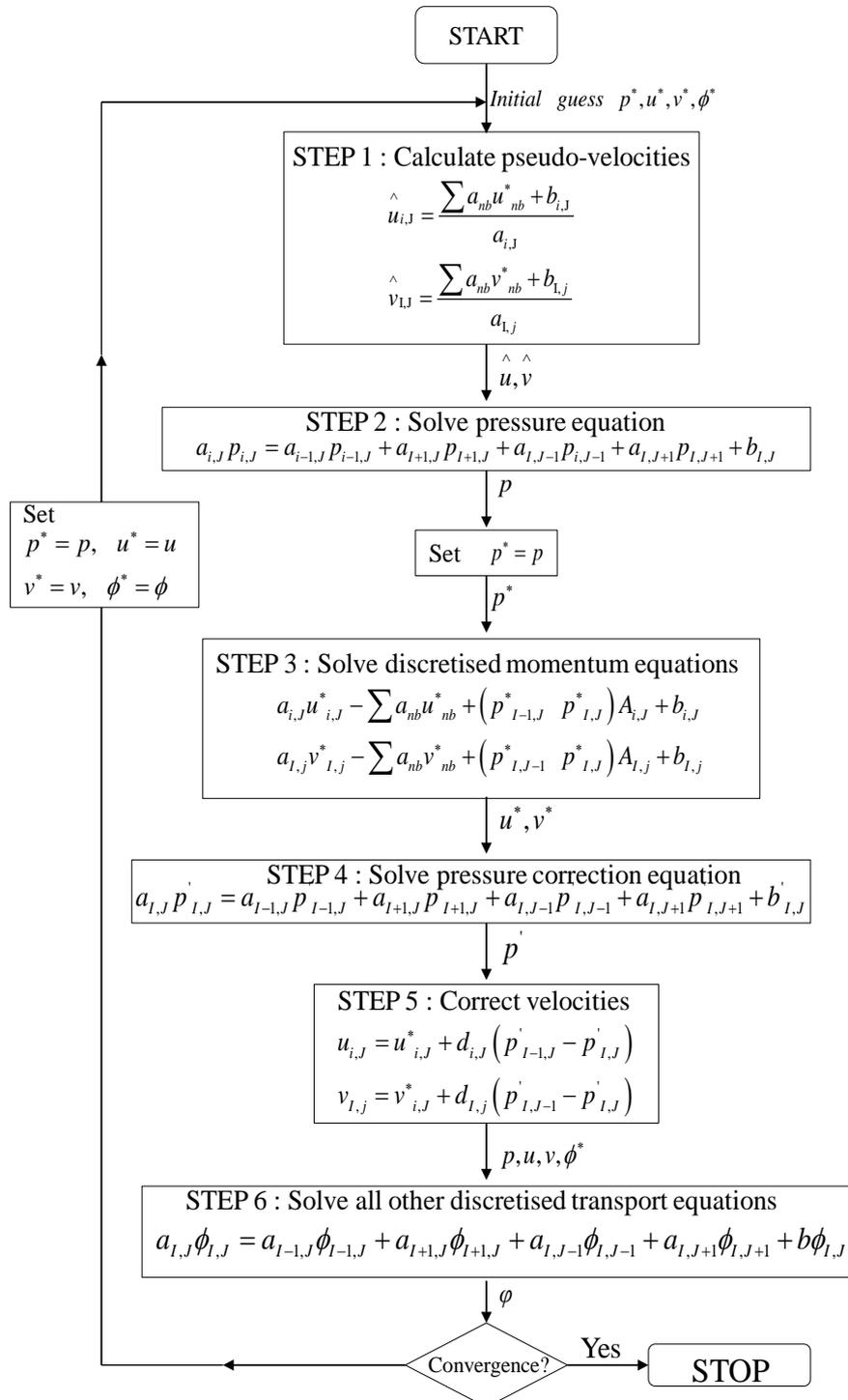


Figure 8 : L'organigramme de l'algorithme SIMPLEC.

Donc, pour notre cas, on s'est limité à l'utilisation de l'algorithme « *SIMPLEC* » qui est suffisamment robuste, offrant ainsi plus de garanties pour la convergence de la solution et un temps de calcul assez réduit. Le fonctionnement en détail de cet algorithme ainsi que son organigramme sont présentés sur la Figure 8.

En conclusion, l'algorithme numérique « *SIMPLEC* » utilise une combinaison des équations de continuité et du moment pour dériver une équation de la pression (ou de la correction de pression): c'est le couplage pression-vitesse. « *SIMPLEC* » est préféré car il permet une convergence plus rapide que l'algorithme « *SIMPLE* ».

### 3.4 Validation et vérification du modèle numérique

Dans ce sous-chapitre, on présente les méthodes utilisées afin de valider le modèle numérique et vérifier la pertinence de nos résultats de simulations. Le modèle de calcul doit fournir des résultats qui se trouvent dans des niveaux acceptables d'erreurs. Les niveaux d'incertitudes et d'erreurs sont déterminés par l'évaluation du modèle à travers une procédure de validation. Ainsi, l'évaluation du modèle et la vérification de ses résultats détermine si la programmation et la mise en œuvre du modèle numérique sont correctes. Le but de cette procédure est de déterminer si la simulation numérique est en accord avec la réalité physique par rapport aux résultats expérimentaux et la théorie.

Après avoir décrit les points principaux du modèle numérique développé dans le contexte de la présente thèse, on aborde également ici la procédure de validation du code de calcul et la procédure de vérification des résultats de simulations. On présente également les résultats de toute cette procédure de validation de notre modèle, qui nous ont amené à conclure que notre code de calcul était valable pour le contexte de notre recherche. Plus précisément, on a étudié la convergence itérative et la convergence spatiale. De plus, on a confronté les résultats CFD à des solutions de référence. En même temps on a calculé l'ordre de convergence du maillage et l'indice de convergence de maillage (GCI).

#### 3.4.1 Procédure de vérification et validation du modèle numérique

Le processus de vérification et de validation du code CFD et des résultats de simulation qu'on a suivi peut être résumé comme suit [11]:

- Examiner la programmation informatique du code de calcul

- Examiner la cohérence du code de calcul : Il convient de vérifier la cohérence de la solution CFD. Par exemple, en ce qui nous concerne nous avons vérifié la conservation de la masse dans la cavité en comparant les valeurs du flux à l'entrée et à la sortie de la cavité.
- Examiner la convergence itérative (voir sous-chapitre 3.4.2)
- Examiner la convergence spatiale (maillage) : Les résultats de nos simulations CFD ont démontré une convergence spatiale (voir sous-chapitre 3.4.3).
- Comparer les résultats CFD à des solutions de référence : La véracité du code a été examinée en comparant les résultats de la simulation CFD à une solution de référence pour les modèles utilisés dans le code CFD. Dans notre étude, il s'agissait de solutions analytiques et des résultats expérimentaux et numériques. Plus précisément, nous avons confronté le profil de vitesse du code avec le profil de la théorie (Ostrach [10]) (voir sous-chapitre 3.4.4)

### 3.4.2 Etude de la convergence itérative

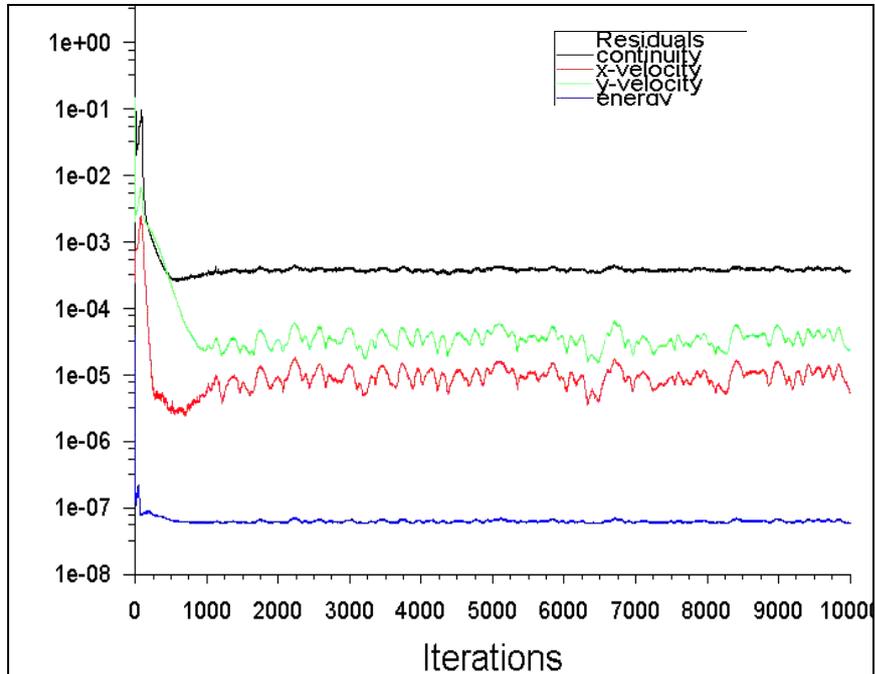
Les méthodes CFD impliquent un certain schéma itératif pour arriver à produire des résultats corrects. La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus (Figure 9) au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable (Figure 10).

Si les équations de transport discrétisées (équation 38) sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Cependant, puisque les équations associées sont non linéaires et couplées et exigent une solution itérative, un déséquilibre ou résidu peuvent exister entre les deux membres de l'équation discrétisée [13]. Le résiduel pour la variable dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

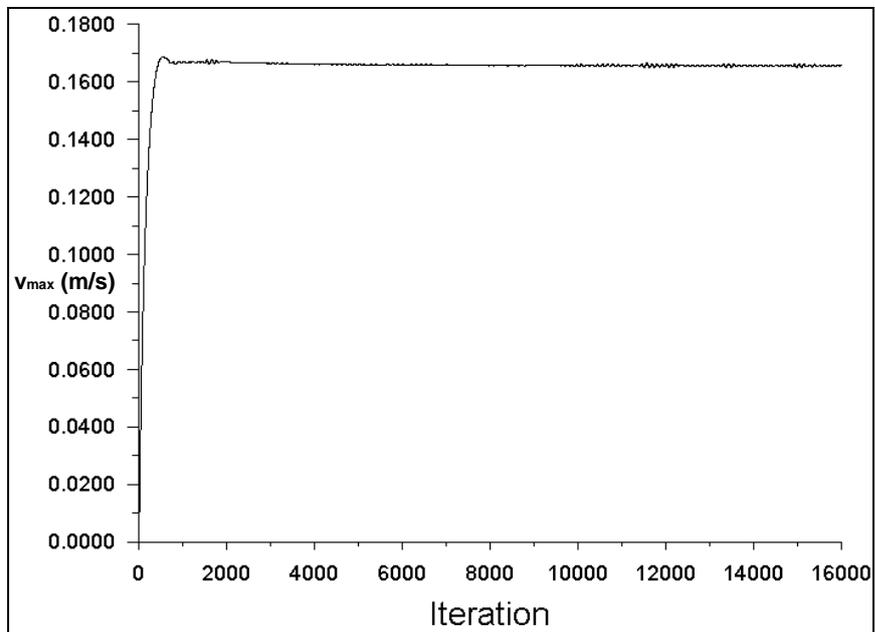
$$R_\phi = a_p \phi_p - \sum_i a_i \phi_i - S \quad (39)$$

Le suivi du résidu permet de se rendre compte de la façon selon laquelle chaque équation de conservation est équilibrée et donne un aperçu de l'état du processus de résolution. La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable. Les équations discrétisées sont considérées comme convergées lorsque toutes les équations présentent un résidu inférieur à un seuil normalisé fixe. Lorsque ces résidus sont de l'ordre de  $10^{-7}$  pour l'énergie et  $10^{-3}$  pour les

autres variables, on considère que l'état de convergence est atteint. La Figure 9 représente les résidus de tous les variables du maillage 0.0025-0.002-(10) (Tableau 3) où on peut observer que les résidus de la vitesse, de la continuité et de l'énergie sont tous inférieurs à  $10^{-3}$ .



**Figure 9:** Résidu des equations de continuité, d'énergie et de quantité de mouvement. On observe que tous les résidus sont inférieurs à  $10^{-3}$ .



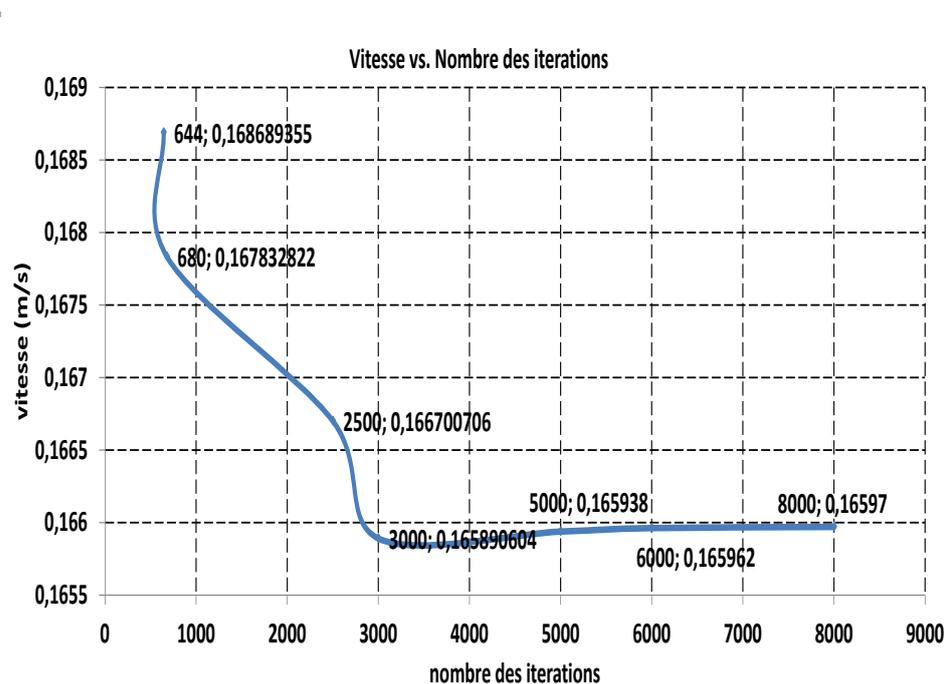
**Figure 10:** L'évolution de la vitesse de l'air en un point de la vitesse maximale ( $x=0,013m, y=1,4m$ ) au cours du temps.

On détermine les quantités nécessaires pour décrire le phénomène de la convection naturelle aux abords d'une paroi, telles que la vitesse, la température, la pression, etc. On peut suivre l'évolution de ces quantités lors des simulations par rapport au nombre d'itérations.

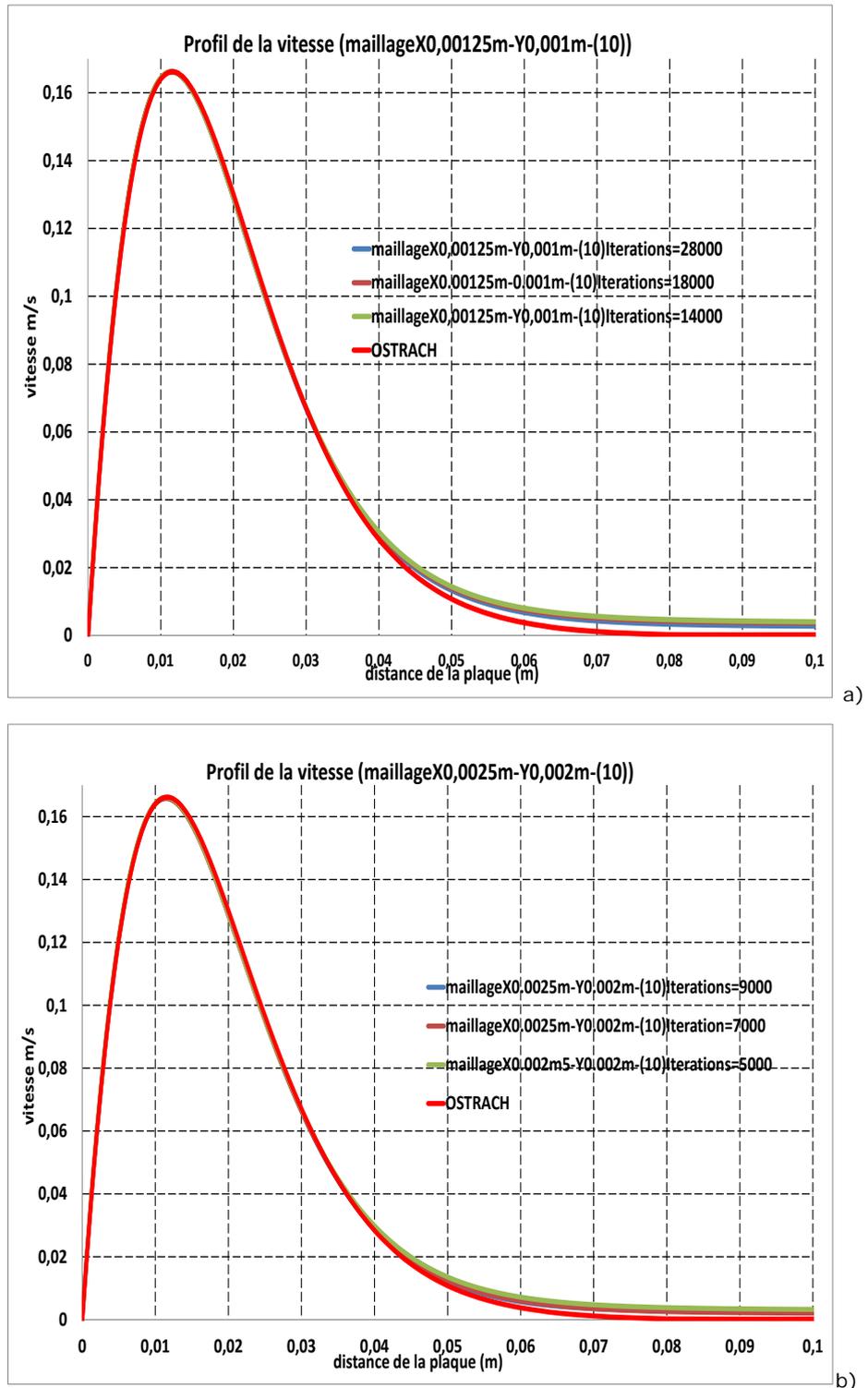
La Figure 10 représente l'évolution de la vitesse maximale au point  $(x=0,013m$  et  $y=1,4m)$  en fonction des itérations, qui se stabilise à partir d'un moment. L'erreur de convergence itérative existe parce que les méthodes itératives utilisées dans la simulation doivent avoir un point d'arrêt. L'erreur se présente sous la forme d'une variation de la solution à la fin de la simulation [8].

La Figure 11 représente l'évolution de la vitesse au point  $(x=0,013m,y=1,4m)$  en fonction des itérations. A partir de 5000 itérations la valeur se stabilise alors on peut dire que on est arrivé à la convergence itérative.

Les Figures 12a et 12b représentent des profils de vitesse pour deux différents maillages : on a utilisé deux tailles de cellules, le premier était  $x : 0,00125m-y : 0,001m$  et puis 2 fois on a utilisé un maillage deux fois plus grand où  $x : 0,0025m-y : 0,002m$ , pour un nombre d'itérations différent afin d'observer l'erreur de convergence itérative.



**Figure 11:** L'évolution des valeurs de la vitesse de l'air en un point  $(x=0,013m, y=1,4m)$  au cours du temps



**Figure 12:** a) Profil de vitesse d'un maillage fin ( $x:0,00125m - y:0,001m$ ) pour un nombre d'itérations différent et comparaison avec les résultats de Ostrach [12]. b) Profil de vitesse d'un maillage fin ( $x:0,0025m - y:0,002m$ ) pour un nombre d'itérations différent et comparaison avec les résultats de Ostrach [10].

En effet, il est intéressant d'observer l'évolution des valeurs de la vitesse maximale en fonction d'itérations. Le Tableau 2a) et 2b) montrent les valeurs de la vitesse maximale pour le maillage 0,00125m-0,001m(10) et 0,0025m-0,002m(10) pour différentes itérations. On définit que la différence entre deux valeurs est l'erreur de convergence itérative (ECI).

**Tableau 2a) :** Etude d'erreur de convergence itérative

Iterations \ Maillage	14000	18000	28000
0,00125m-0,001m(10)	0,004	0,004	0,0027
<b>ECI</b>	0,004-0,0027=		<b>0,0012</b>

**Tableau 2b) :** Etude d'erreur de convergence itérative

Iterations \ Maillage	5000	7000	9000
0,0025m-0,002m(10)	0,0035	0,0027	0,0027
<b>ECI</b>	0,0035-0,0027=		<b>0,0007</b>

\* erreur de convergence itérative

Enfin, le Tableau 2 représente les valeurs de la vitesse du point (0.07m, 1.4m)(la vitesse maximale) et ses valeurs de convergence itérative. Alors, pour le maillage 0.0025m-0.002m-(10) on constate une différence de 0.0007m/s et de 0.0012m/s pour le maillage de 0.00125m-0.001m (10).

### 3.4.3 Examen de la convergence spatiale

Les erreurs de discrétisation sont les erreurs qui se produisent à cause de la représentation des équations gouvernantes d'écoulement et les autres modèles physiques comme les expressions algébriques dans un domaine discret de l'espace (différences finies, volumes finis, éléments finis) et du temps. Le domaine spatial discret est connue sous le nom de maillage. L'erreur de discrétisation est également connue comme erreur numérique. Lorsque le modèle est correctement réalisé, la solution numérique s'approche de la solution physique.

**Tableau 3 :** Raffinage du maillage.

Mesh Size 320-300 (x:0.005m-y:0.004m-(10))	Mesh Size 640-600 (x:0.0025m-y:0.002m-(10))	Mesh Size 1280-1200 (x:0.00125m-y:0.001m-(10))
Cellules : 96000 Faces : 192620 Nodes : 96621	Cellules : 384000 Faces : 769240 Nodes : 385241	Cellules : 1536000 Faces : 3074480 Nodes : 1538481

L'erreur de discrétisation tend ainsi vers 0 lorsque le nombre de nœuds augmente et par conséquent l'espacement du maillage diminue [11]. Lorsqu'on raffine le maillage (Tableau 3), la solution doit être moins sensible à l'espacement de la grille et s'approcher de la solution de continuité. C'est ce qu'on appelle la *convergence spatiale*.

L'étude de la convergence du maillage est un procédé utile pour déterminer le niveau d'erreur de discrétisation existant dans une solution CFD. Les erreurs de discrétisation sont donc celles qui dépendent de la taille du maillage et disparaissent lorsque les nœuds du maillage augmentent. Les erreurs de discrétisation sont importantes à considérer car elles sont dépendantes de la qualité du maillage; toutefois, il est souvent difficile d'indiquer de façon précise la relation entre un maillage de qualité et une solution précise avant de commencer la simulation.

Avant de poursuivre et de simuler des écoulements avec un maillage, il est nécessaire de s'assurer de sa qualité. La grille doit être générée en tenant compte des éléments tels que l'obliquité d'une cellule (*skewness*), le rapport de forme (*aspect ratio*) et le lissage (*smoothness*) (plus de détails dans annexe C).

La notion de résolution concerne plus particulièrement les zones qui présentent un fort gradient, ainsi une bonne résolution —un maillage localement plus fin— permet de mieux décrire les phénomènes physiques qui ont lieu liés à la couche limite. Enfin, on considère, qui il faut au minimum une dizaine de mailles dans la couche limite. Lors de cet examen, il était important de maintenir les mêmes paramètres de génération de maillage que le maillage d'origine. En ce qui concerne la détermination de la taille de la cellule, on a employé l'équation suivante [3]:

$$dx = L * \frac{(1-b^n)^{\frac{1}{n}}}{1-b} \quad (40)$$

où  $L$  est la distance de la paroi,  $n$  est le nombre de cellules (discrétisation spatiale),  $b$  est le biais type et  $dx$  est la distance de la première cellule à la paroi.

Pour effectuer une étude de convergence spatiale, nous avons intensivement travaillé sur le maillage du modèle en le faisant varier progressivement (Figure 13). La Figure 13 représente tous les essais des maillages homogènes et dégradants qu'on a effectué pour ensuite choisir le plus adéquat et pour étudier le niveau de convergence des calculs.

Finalement, après une étude étendue de différents maillages on a conclu à un maillage de  $x:0.005m$  -  $y:0.004m$  où on a 14 mailles dans la couche limite et dont la vitesse approchait le mieux le profil de vitesse d'Ostrach. Ensuite on est passé à l'examen de la convergence spatiale pour

déterminer l'erreur de discrétisation ordonné dans notre simulation (modèle 1). Le procédé consiste à effectuer la simulation de deux ou trois types de maillage ou plus successivement plus fins. L'étude de la convergence spatiale est équivalente à une étude de raffinement du maillage.

Dans notre étude, comme le maillage est raffiné (les cellules de la grille deviennent de plus en plus petites ( $ratio=2$ ) et le nombre de cellules augmente dans la zone d'écoulement), les erreurs de discrétisation spatiales, respectivement, approchent asymptotiquement le zéro, à l'exclusion de l'erreur d'arrondi de l'ordinateur.

On a obtenu alors trois maillages, dont le plus gros correspond à  $x:0.005m - y:0.004m(10)$  et le plus fin correspond à  $x:0.00125m - y:0.001m(10)$  (à consulter Tableau 3 et Figure 14).

Les résultats obtenus dans notre étude, pour les trois différents maillages (Figure 14), montrent que plus le maillage est fin plus la solution numérique du profil de la vitesse s'approche de la solution d'Ostrach [10].

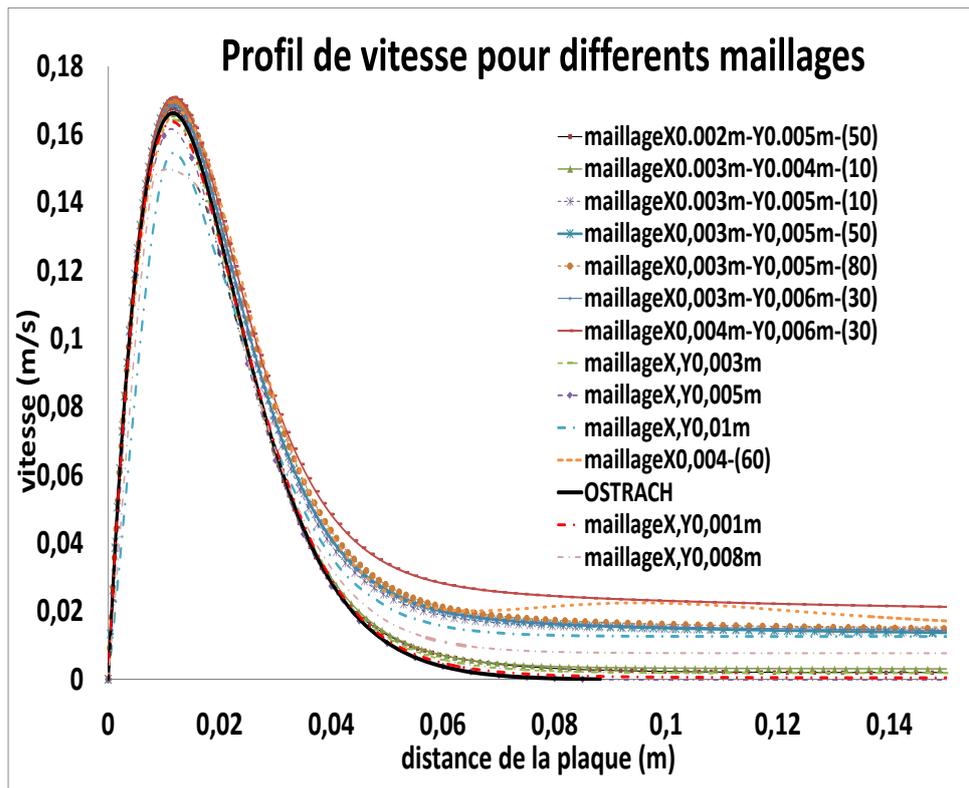
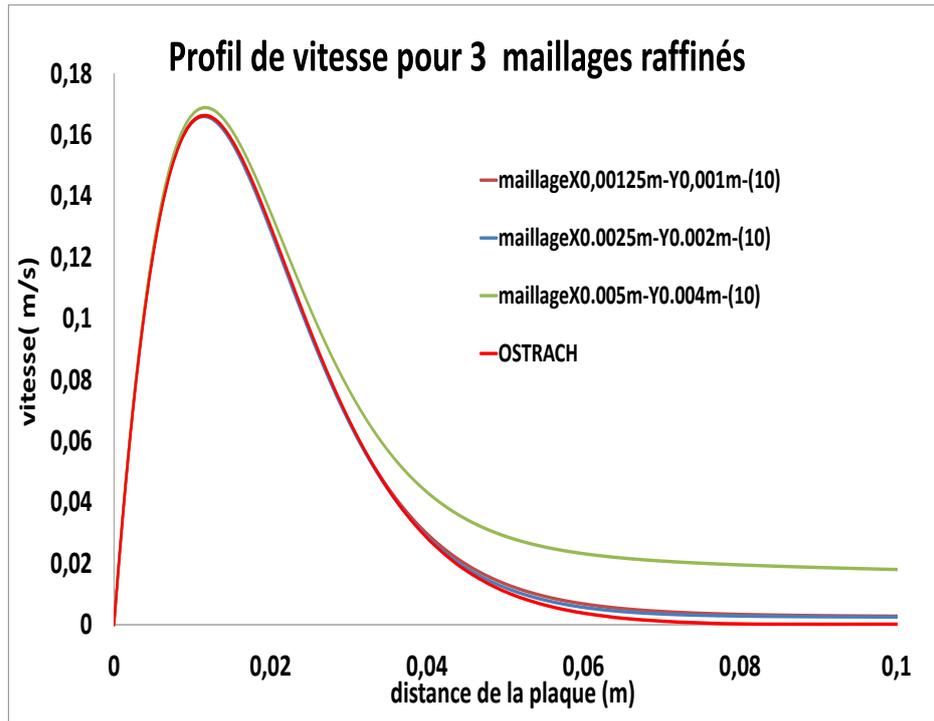
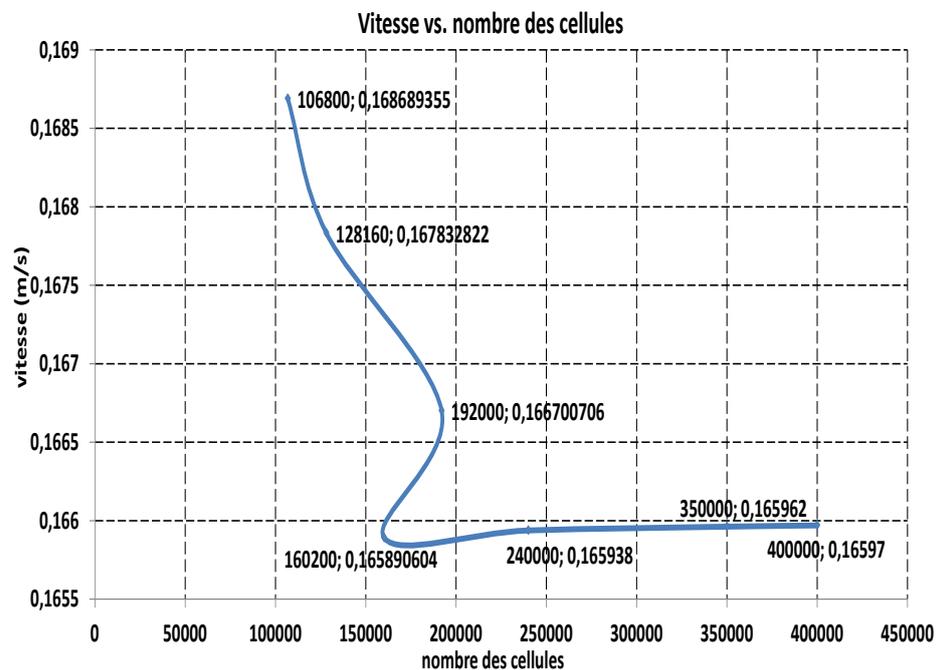


Figure 13: Le profil de vitesse pour différents maillages.



**Figure 14:** Le profil de vitesse pour 3 différents maillages du plus gros au plus fin (ratio 2).



**Figure 15:** Evolution de la vitesse de l'air d'un point en fonction du nombre de cellules.

La Figure 15 représente l'évolution de la vitesse au point ( $x=0,013m, y=1,4m$ ) en fonction de la taille du maillage. A partir de 240000 nœuds la vitesse se stabilise, ce qui signifie que la solution est indépendante de la densité du maillage en assurant du réalisme de la solution que donne le solveur après convergence. Il est important de noter que la différence entre les deux dernières valeurs est d'ordre  $10^{-4}$  contrairement aux valeurs précédentes qui est d'ordre  $10^{-3}$ .

De manière systématique, pour tout calcul par CFD on doit réaliser et présenter un test de convergence en maillage, en reportant l'évolution d'une grandeur en fonction de la taille du maillage que on raffine successivement.

Plus de détails sur les méthodes pour l'analyse de la convergence spatiale et temporelle des simulations CFD sont discutés dans le livre de Roache [12].

#### 3.4.4 Comparaison des résultats CFD à des solutions de référence

La véracité du code a été examinée en comparant les résultats du modèle 1 à une solution de référence (Ostrach). Plus précisément, nous avons confronté le profil de vitesse de notre code de calcul au profil de vitesse trouvé analytiquement par Ostrach [10] (Figures 13 et 14).

De plus, le nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh est représenté sur la Figure 16 pour différentes formules.

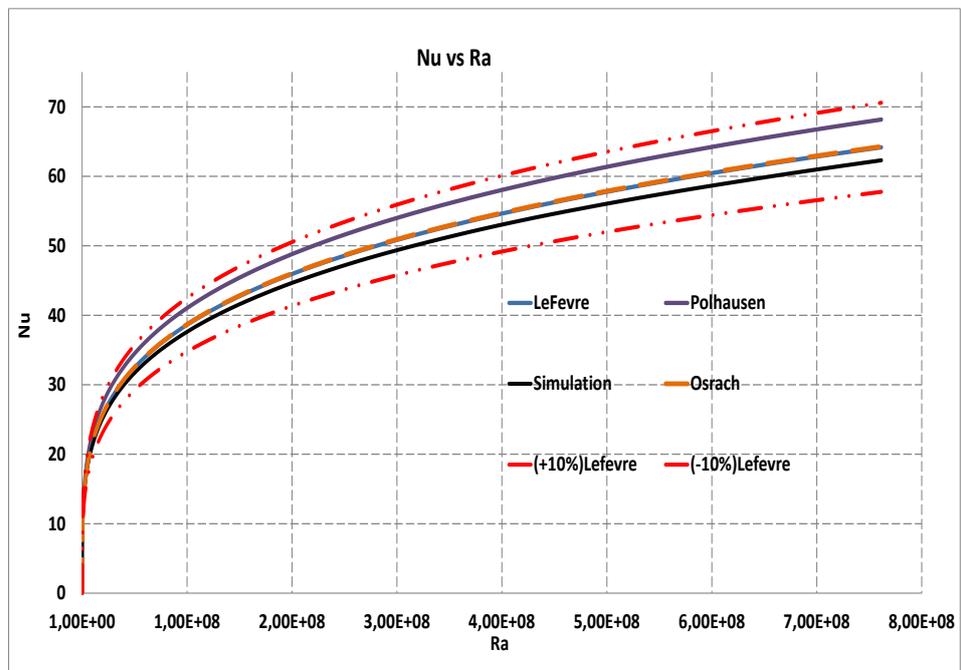


Figure 16 : Nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh pour différentes formules.

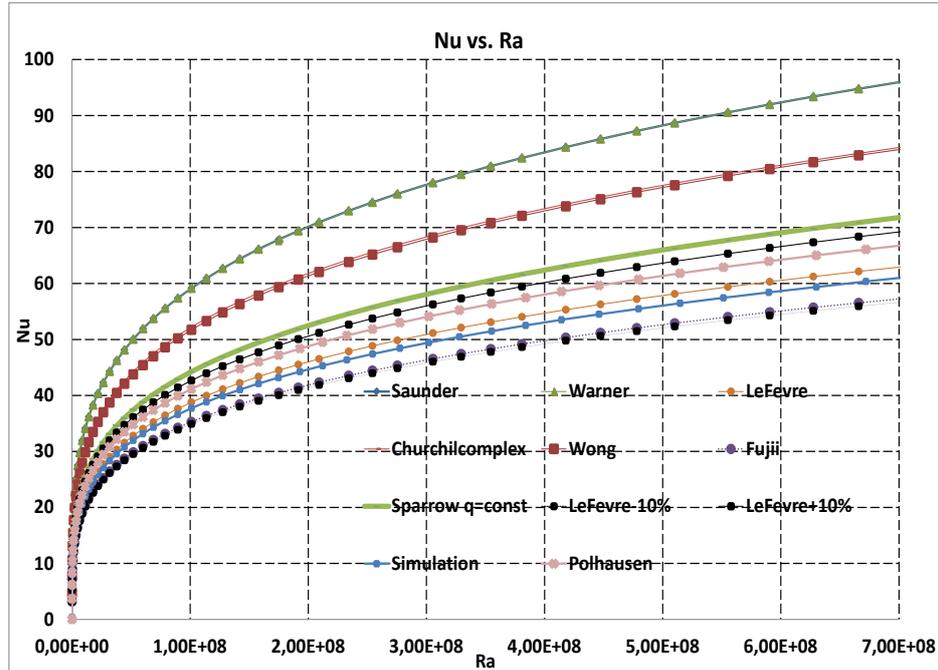


Figure 17: Nombre de Nusselt en fonction de Raleigh pour différents cas.

Sur la Figure 17 on a rassemblé tous les résultats possibles expérimentaux, analytiques et numériques pour la plaque verticale le long de laquelle se développe la convection naturelle due à la différence de température. Les courbes expérimentales ont la même forme que les courbes théoriques mais les nombres de Rayleigh sont plus élevés pour les premières. Les grands écarts qu'on observe sont liés à la différence dimensionnelle, aux conditions aux limites et à la présence du transfert de chaleur par rayonnement. Les modèles numériques et analytique de Gregg [13], Lefevre[15] et Paulhausen[14] valident parfaitement nos résultats de simulation (Figure 17) où on n'a pas pris en compte le transfert de chaleur par rayonnement.

#### 3.4.5 Ordre de convergence du maillage

L'ordre de convergence du maillage implique le comportement de l'erreur de la solution qui est définie comme la différence entre la solution discrète et la solution exacte, comme suit [16] :

$$E = f(h) - f_{exact} = Ch^p + H.O.T. \quad (41)$$

où  $C$  est une constante,  $h = \Delta x$  est une mesure de l'espacement de la grille, et  $p$  est l'ordre de convergence.

Pour l'évaluation de l'exactitude des codes et des calculs on doit s'assurer que la grille est suffisamment affinée si oui on dit que la solution (les résultats) est dans un intervalle asymptotique de convergence et ne

change pas important. La gamme asymptotique de convergence est obtenue lorsque l'espacement de grille est telle que les différents espacements de grille  $h=\Delta x$  et les erreurs  $E$  apparaissent sous la forme de la constante  $C$ , qui est obtenue comme suit :

$$C = E / h^p \quad (42)$$

Une solution de deuxième ordre doit avoir  $p=2$ . En négligeant les termes d'ordre supérieur et en prenant le logarithme des deux côtés des résultats de l'équation ci-dessus on obtient :

$$\log(E) = \log(C) + p \log(h) \quad (43)$$

L'ordre de convergence  $p$  peut être obtenu à partir de la pente de la courbe de  $\log(E)$  en fonction de  $\log(h)$ . Si ces points de données sont disponibles, la pente peut être lue à partir du graphique. Sinon, la pente peut être calculée à partir d'un ajustement des données utilisant la méthode des moindres carrés. Les moindres carrés seront probablement une méthode inexacte s'il n'y a pas suffisamment de données.

Dans notre étude, nous avons employé une évaluation plus directe de  $p$  qui peut être obtenue à partir de trois solutions différentes utilisant un rapport de raffinement de maillage  $r$  constant, comme suit :

$$p = \ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right) / \ln(r) \quad (44)$$

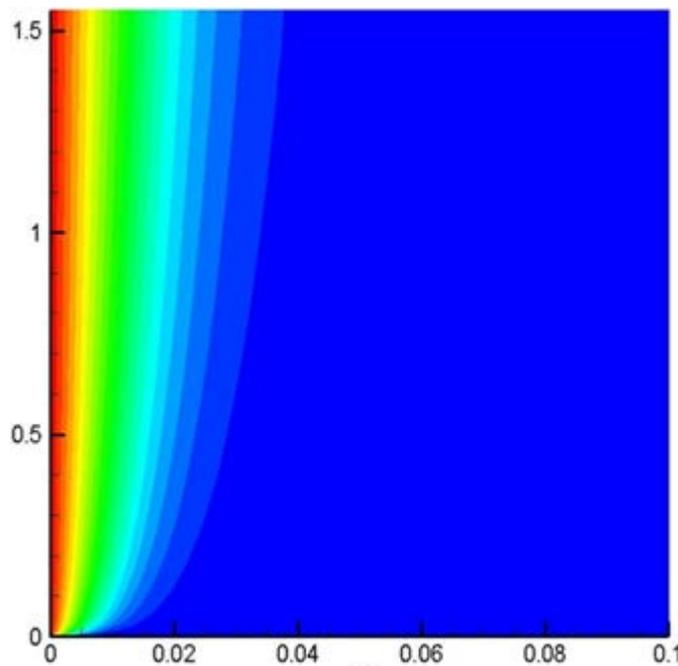


Figure 18: Le champ de température dans la cavité ouverte.

Dans le cadre de notre étude, nous avons supposé que  $f$  est le champ de température (Figure 3.4.5.1). La  $f_{h=0}$  est ensuite comme une estimation de  $f$  à la limite lorsque l'espacement où la grille passe à zéro. On a alors traité les champs de température pour trois différents maillages de plus gros à plus fin.

On a utilisé la définition de la norme 2 pour déduire une seule valeur du champ de température :

$$f_i = \|f_i\| = \frac{\sqrt{\sum_k^N (T_k^2)}}{N} \quad (45)$$

ou  $i$  indique les trois maillages raffinés où  $f_3$  est le maillage le plus fin et  $f_1$  le plus gros,  $T_k$  représente la température dans chaque cellule du maillage et  $N$  est le nombre de cellules et  $f_i$  représente la norme du champs de température pour trois différents maillages.

On a obtenu alors  $f_3 - f_2 = 0,0037$  et  $f_2 - f_1 = 0,000625$  (en interpolant les résultats). Finalement, on a obtenu une valeur d'ordre de convergence  $p = 2,56$ . L'ordre de convergence est supérieur de 2.

#### 3.4.6 Indices de convergence de maillage (ICM)

Roache [12, 13] suggère une méthode basée sur la théorie de l'extrapolation généralisée de Richardson qui permet d'estimer l'erreur due au maillage sans avoir besoin d'une solution analytique du problème. Pour cela, l'erreur est estimée par une fonction puissance de la taille caractéristique des mailles. La valeur du ICM indique de combien la solution est éloignée de la solution asymptotique.

Le ICM peut être calculé en utilisant seulement deux niveaux de grille. Toutefois, trois niveaux sont recommandés afin d'estimer avec précision l'ordre de convergence et de vérifier que les solutions sont proche à la solution asymptotique. ICM indique à quel point la solution va changer avec un raffinement de la grille. Une petite valeur de ICM montre que le calcul se trouve pleinement dans l'intervalle asymptotique. Ainsi, le GCI pour une grille fine comme la notre est défini comme suit :

$$ICM_{fine} = \frac{F_s |\varepsilon|}{(r^p - 1)} \quad (46)$$

où  $F_s$  est un facteur de sécurité. Le coefficient de sécurité est recommandé entre  $F_s=3.0$  pour les comparaisons des deux grilles et  $F_s=1.25$  pour les comparaisons de plus de trois grilles. Pour trouver les valeurs de l'indice de convergence on doit d'abord calculer les erreurs relatives  $\varepsilon_{12}$  et  $\varepsilon_{23}$  où  $f_1, f_2$

et  $f_3$  sont les variables significatives (champs de la température) calculées respectivement avec les maillages dont le nombre total de nœuds est  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$  ( $N_3 > N_2 > N_1$ ).

$$\varepsilon_{12} = \frac{f_1 - f_2}{f_1} \text{ et } \varepsilon_{23} = \frac{f_2 - f_3}{f_3}. \quad (47)$$

En employant les équations (47) on trouve :

$$\varepsilon_{12} = \frac{f_1 - f_2}{f_1} = 2,0824 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{f_2 - f_3}{f_3} = 1,2177 \times 10^{-5}$$

Ensuite les indices de convergence pour les trois maillages retenus sont calculés comme suit :

$$ICM_{12} = 1,25 * \frac{2,0824 \times 10^{-6}}{2^{2,56} - 1} = 5,31542 \times 10^{-7}$$

$$ICM_{23} = 1,25 * \frac{1,2177 \times 10^{-5}}{2^{2,56} - 1} = 3,10823 \times 10^{-6}$$

Il est important que chacune des solutions se trouve proche à la solution asymptotique. Ceci peut être vérifié en observant deux valeurs du ICM calculé sur trois grilles comme suit :

$$ICM_{23} = r^p ICM_{12} \quad (48)$$

Alors, on le vérifie et on obtient :

$$ICM_{23} = r^p ICM_{12} \Rightarrow 3,10823 \times 10^{-6} = 2^{2,56} \times 5,31542 \times 10^{-7} = 3,13454 \times 10^{-6}$$

Donc, notre solution se trouve proche à la solution asymptotique cars ICM approche zéro.

### 3.5 Conclusions du chapitre

Notre modèle numérique a passé avec succès par la procédure de la vérification : investigation de la convergence itérative et de la convergence spatiale. De plus, on a confronté les résultats de notre modèle numérique à des solutions de référence et on les a trouvés en accord.

En outre, on a calculé l'ordre de convergence du maillage qui est égale à 2,56. La valeur d'ICM est très petite le fait qui indique que les résultats numériques sont proche à la solution asymptotique et qu'ils ne sont pas influencés par l'erreur de discrétisation.

Le fait que le modèle 1 est validé nous permet de continuer l'enrichir afin de développer les modèles 2 et 3. Dans le chapitre 4 on décrit le phénomène de la convection naturelle aux abords d'une paroi verticale avec une capacité thermique. Et finalement, dans le chapitre 5 un modèle d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase pour un régime transitoire est décrit.

## Annexe A - Intégration des équations sur un volume de contrôle

L'équation de continuité est la suivante:

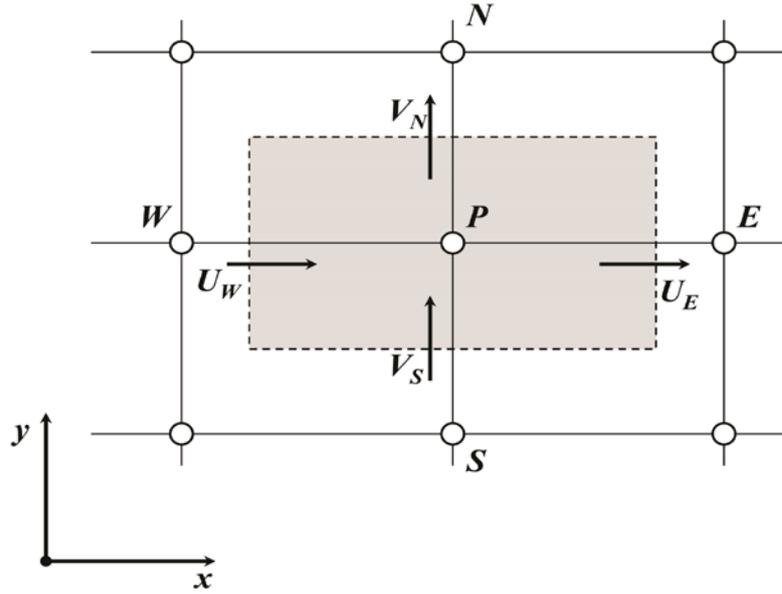
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) = 0 \quad (\text{Annexe A.1})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle de la Figure Annexe A.1 donne :

$$\begin{aligned} & \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial t}(\rho) dt dx dy + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x}(\rho U) dt dx dy + \\ & - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) dt dx dy = 0 \Rightarrow \\ & (\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y + [(\rho U)_e \Delta y - (\rho U)_w \Delta y] \Delta t + \\ & + [(\rho U)_n \Delta x - (\rho U)_s \Delta x] \Delta t = 0 \Rightarrow \\ & (\rho_P - \rho_P^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [F_e - F_w] + [F_n - F_s] = 0 \end{aligned} \quad (\text{Annexe A.2})$$

où  $F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_s$  et  $F_n$  sont les flux de masse de l'écoulement à travers les faces du volume de contrôle définis par :

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho U)_e \Delta y_{ns} \\ F_w &= (\rho U)_w \Delta y_{ns} \\ F_n &= (\rho V)_n \Delta y_{ew} \\ F_s &= (\rho U)_s \Delta y_{ew} \end{aligned} \quad (\text{Annexe A.3})$$


**Annexe A.1** : Volume d'intégration de l'équation de continuité.

Ensuite on procède à l'intégration de l'équation d'énergie sur un volume de contrôle. Pour l'équation de l'énergie le  $J_e$  de la figure 3.2.1.2 est calculé comme suit:

$$J_e = \int_s^e \left( \rho U T - \Gamma_\phi \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e dy = \left[ (\rho U)_e T_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{EP}} (T_E - T_P) \right] \Delta y_{ns} \quad (\text{Annexe A.4})$$

L'équation de l'énergie sur le volume de contrôle de la Figure 4.3.1.1 conduit à:

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{Annexe A.5})$$

On intègre les termes de l'équation de l'énergie sur un volume de contrôle représentatif de la Figure 3.2.1.2 :

$$\begin{aligned} C_p \int_s^e \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dy &= C_p (\rho_P^{t+\Delta t} T_P^{t+\Delta t} - \rho_P^t T_P^t) \Delta x \Delta y = \\ &= C_p (\rho T_P - \rho^0 T_P^0) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (\text{Annexe A.6})$$

$$C_p \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e u \frac{\partial T}{\partial x} dx dy dt = C_p \rho (u_e T_e - u_w T_w) \Delta y \Delta t \quad (\text{Annexe A.7})$$

$$C_p \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^e v \frac{\partial T}{\partial y} dy dx dt = C_p \rho (v_n T_n - v_s T_s) \Delta x \Delta t \quad (\text{Annexe A.8})$$

$$k \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dy dt = \left\{ k_e \left[ \frac{dT}{dx} \right]_e - k_w \left[ \frac{dT}{dx} \right]_w \right\} \Delta y \Delta x \quad (\text{Annexe A.9})$$

$$k \int_t^{t+\Delta t} \int_w^s \int_n^e \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy dx dt = \left\{ k_n \left[ \frac{dT}{dy} \right]_n - k_s \left[ \frac{dT}{dy} \right]_s \right\} \Delta x \Delta t \quad (\text{Annexe A.10})$$

Enfin, après intégration on obtient :

$$\begin{aligned} & C_p (\rho T_p - \rho^0 T_p^0) \Delta x \Delta y + C_p \rho (u_e T_e - u_w T_w) \Delta y \Delta t + C_p \rho (v_n T_n - v_s T_s) \Delta x \Delta t = \\ & = \left\{ k_e \left[ \frac{dT}{dx} \right]_e - k_w \left[ \frac{dT}{dx} \right]_w \right\} \Delta y \Delta t + \left\{ k_n \left[ \frac{dT}{dy} \right]_n - k_s \left[ \frac{dT}{dy} \right]_s \right\} \Delta x \Delta t \end{aligned} \quad (\text{Annexe A.11})$$

Cette équation peut être écrite sous la forme qui suit :

$$a_p T_p = a_E T_E + a_W T_W + a_S T_S + a_N T_N + a_p^0 T_p^0 \quad (\text{Annexe A.12})$$

Où la fonction  $A(|P|)$  est choisie en fonction du schéma de discrétisation désiré :

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + (-F_e, 0) \\ a_W &= D_w A(|P_w|) + (F_w, 0) \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + (-F_n, 0) \\ a_S &= D_s A(|P_s|) + (F_s, 0) \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + \rho C_p \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{Annexe A.13})$$

$$\text{Et } a_p^0 = \rho^0 C_p \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

Si  $D$  représente la diffusion sont définies par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
D_e &= \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y_{ns} \\
D_w &= \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y_{ns} \\
D_n &= \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x_{ew} \\
D_s &= \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x_{ew}
\end{aligned}
\tag{Annexe A.14}$$

En outre,  $P_i$  est le nombre de Peclet, qui est le rapport entre le temps caractéristique de diffusion sur le temps caractéristique d'advection, défini pour les différentes faces par :

$$\begin{aligned}
P_i &= F/D \\
\text{où :} \\
P_e &= \frac{F_e}{D_e} \quad ; \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad ; \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad ; \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}
\end{aligned}
\tag{Annexe A.15}$$

et

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e \max \left[ 0, (1 - 0.1 |Pe_e|)^5 \right] + \max [-F_e, 0] \\
a_W &= D_w \max \left[ 0, (1 - 0.1 |Pe_w|)^5 \right] + \max [-F_w, 0] \\
a_N &= D_n \max \left[ 0, (1 - 0.1 |Pe_n|)^5 \right] + \max [-F_n, 0] \\
a_S &= D_s \max \left[ 0, (1 - 0.1 |Pe_s|)^5 \right] + \max [-F_s, 0] \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \\
a_P^0 &= \rho^0 C_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}
\end{aligned}
\tag{Annexe A.16}$$

Puis, on effectue l'intégration de l'équation de quantité de mouvement sur un volume de contrôle en  $2D$  (axes  $x$  et  $y$ ). L'équation de quantité de mouvement sur l'axe  $x$  est calculée comme suit:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}
\tag{Annexe A.17}$$

On intègre l'équation de quantité de mouvement sur un volume de contrôle de la Figure 3.2.1.2:

$$\begin{aligned}
 & \int_s^e \int_w^e \int_t^{t+dt} \rho \frac{\partial u}{\partial t} dt dx dy + \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^e \rho u \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dt + \int_t^{t+dt} \int_w^e \int_s^e \rho v \frac{\partial u}{\partial y} dy dt dx = \\
 & = - \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dt + \mu \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx dy dt + \mu \int_t^{t+dt} \int_w^e \int_s^e \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy dt dx \Rightarrow \\
 & (u\rho - u^0\rho^0) \Delta x \Delta y + [(\rho uu)_e - (\rho uu)_w] \Delta t \Delta y + [(\rho uv)_n - (\rho uv)_s] \Delta t \Delta x = \\
 & = -(P_e - P_w) \Delta t \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_e - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] \Delta t \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_n - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_s \right] \Delta t \Delta x \Rightarrow \\
 & (u\rho - u^0\rho^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [F_e u_e - F_w u_w] + [F_n u_n - F_s u_s] = \\
 & = -(P_e - P_w) \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_e - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_n - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x
 \end{aligned}$$

(Annexe A.18)

Cette équation peut être écrite sous la forme qui suit :

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_S u_S + a_N u_N + a^0_P u^0_P - (P_e - P_w) \Delta y$$

(Annexe A.19)

Où la fonction  $A(|P|)$  est choisie en fonction du schéma de discrétisation désiré :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + (-F_e, 0)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + (F_w, 0)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + (-F_n, 0)$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + (F_s, 0)$$

(Annexe A.20)

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + \rho \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

$$a^0_P = \rho^0 C_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

Et selon les nouvelles notations  $D$  ( $D$  représente la diffusion) définies par :

$$D_e = \frac{\mu_e}{\delta x_e} \Delta y_{ns}$$

$$D_w = \frac{\mu_w}{\delta x_w} \Delta y_{ns}$$

$$D_n = \frac{\mu_n}{\delta y_n} \Delta x_{ew} \quad (\text{Annexe A.21})$$

$$D_s = \frac{\mu_s}{\delta y_s} \Delta x_{ew}$$

$P_i$  est le nombre de Peclet défini pour les différentes faces par :

$$P_i = F_i / D_i$$

où :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad ; \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad ; \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad ; \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (\text{Annexe A.22})$$

L'équation différentielle de quantité de mouvement sur l'axe y est la suivante:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \rho g \hat{k} \quad (\text{Annexe A.23})$$

La pression intervenant dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement est la pression statique qui représente la pression mesurée par une sonde se déplaçant à la vitesse de la particule du fluide. En introduisant la force d'Archimède locale définie à partir d'une masse volumique de référence  $\rho_o$  on obtient [20]:

$$\vec{A} = (\rho(T) - \rho_o) \vec{g} = (\rho_o - \rho(T)) g \hat{k} \quad (\text{Annexe A.24})$$

Le champ de pression hydrostatique  $\rho_h$  dans un fluide immobile dans lequel la masse volumique local serait  $\rho_o$  devrait vérifier la condition suivante :

$$\vec{\nabla} P_h = \rho_o \vec{g} \rightarrow \frac{\partial P_h}{\partial y} = -\rho g \hat{k} \quad (\text{Annexe A.25})$$

Si le fluide est en écoulement,  $\rho_o \neq \rho_h$ . On peut donc écrire :

$$\rho \vec{g} - \frac{\partial P}{\partial y} = (\rho - \rho_o) \vec{g} - \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial P_h}{\partial y} \right) \hat{k} = A - \frac{\partial P_m}{\partial y} \hat{k} = A - \frac{\partial P}{\partial y} \hat{k} + \frac{\partial P_h}{\partial y} \hat{k} \quad (\text{Annexe A.26})$$

Où  $P_m = P - P_h$  est appelée « *pression motrice* ». Il en résulte que l'équation de quantité de mouvement sur l'axe y peut toujours s'écrire sous la forme suivante :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \rho g \hat{k} \quad (\text{Annexe A.27})$$

où  $k$  est le vecteur unitaire dans la direction  $y$  (axe  $Oy$  dirigé vers le haut). On intègre ainsi l'équation de quantité de mouvement sur un volume de contrôle représentatif de la Figure 4.2.1.1 :

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^n \rho \frac{\partial v}{\partial t} dt dx dy + \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^n \rho u \frac{\partial v}{\partial x} dx dy dt + \int_t^{t+dt} \int_w^s \int_s^e \rho v \frac{\partial v}{\partial y} dy dt dx = \\ & = - \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dt + \mu \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx dy dt + \mu \int_t^{t+dt} \int_w^s \int_s^e \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dy dt dx - \int_t^{t+dt} \int_w^s \int_s^e \rho g \hat{k} dy dt dx \Rightarrow \\ & (v\rho - v^0\rho^0) \Delta x \Delta y + [(\rho v u)_e - (\rho v u)_w] \Delta t \Delta x + [(\rho v v)_n - (\rho v v)_s] \Delta t \Delta y = \\ & = -(P_e - P_w) \Delta t \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_e - \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_w \right] \Delta t \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_n - \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_s \right] \Delta t \Delta x - \rho g \hat{k} \Delta t \Delta x \Delta y \Rightarrow \\ & (v\rho - v^0\rho^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [F_e v_e - F_w v_w] + [F_n v_n - F_s v_s] = \\ & = -(P_e - P_w) \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_e - \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \mu \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_n - \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x - \rho g \hat{k} \Delta t \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

(Annexe A.28)

## Annexe B

Dans cette annexe on présente une étude concernant les schémas possibles que le logiciel CFD Fluent 14.5 nous propose. De plus, cette étude est menée pour différents maillages. En observant les figures de la vitesse d'air à un point précis ( $x=0,013m, y=1,4m$ ) (vitesse maximale) on constate que le choix du schéma Body Forced Weighted pour la pression et du schéma Power Law pour l'énergie et la quantité du mouvement est la meilleure combinaison car une telle application présente moins de fluctuations en comparaison à d'autres schémas.

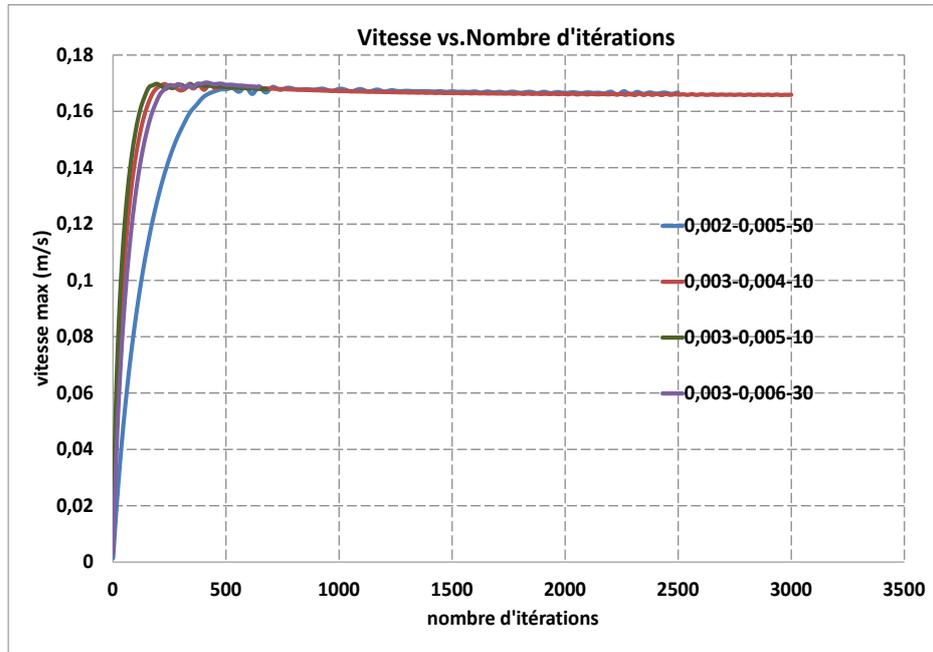


Figure Annexe B.1: Power-Law –Body Forced Weighted.

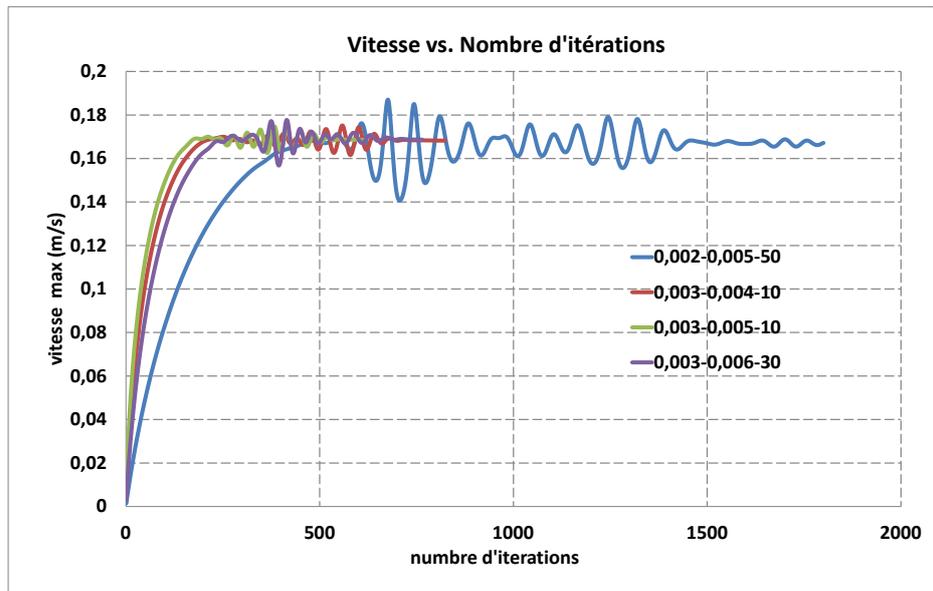


Figure Annexe B.2: Pression : Body Force Weighted, énergie, vitesse, QUICK.

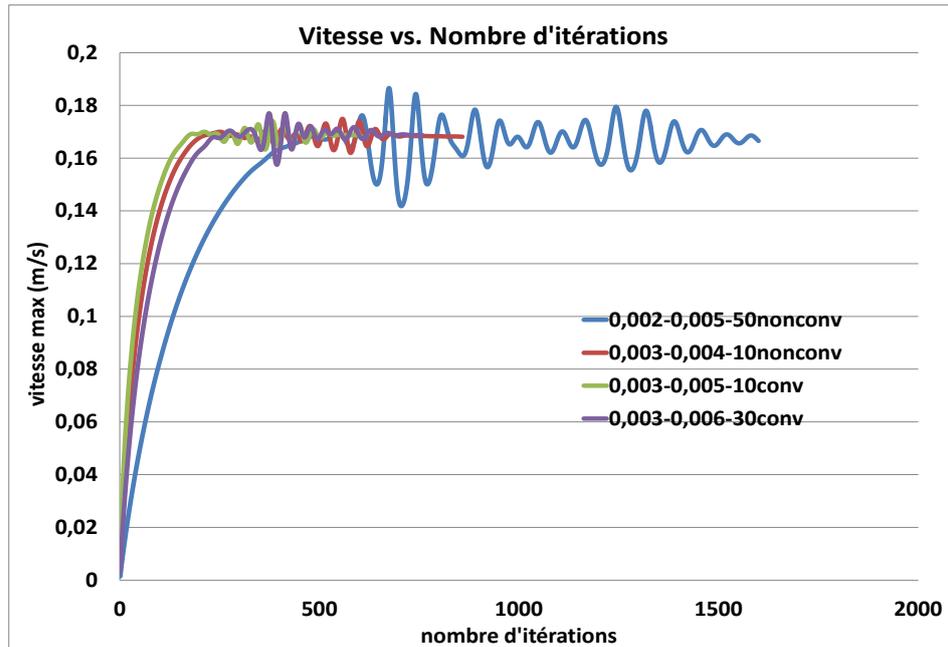


Figure Annexe B.3: Pression: Body Force Weighted, energie, vitesse: second order upwind.

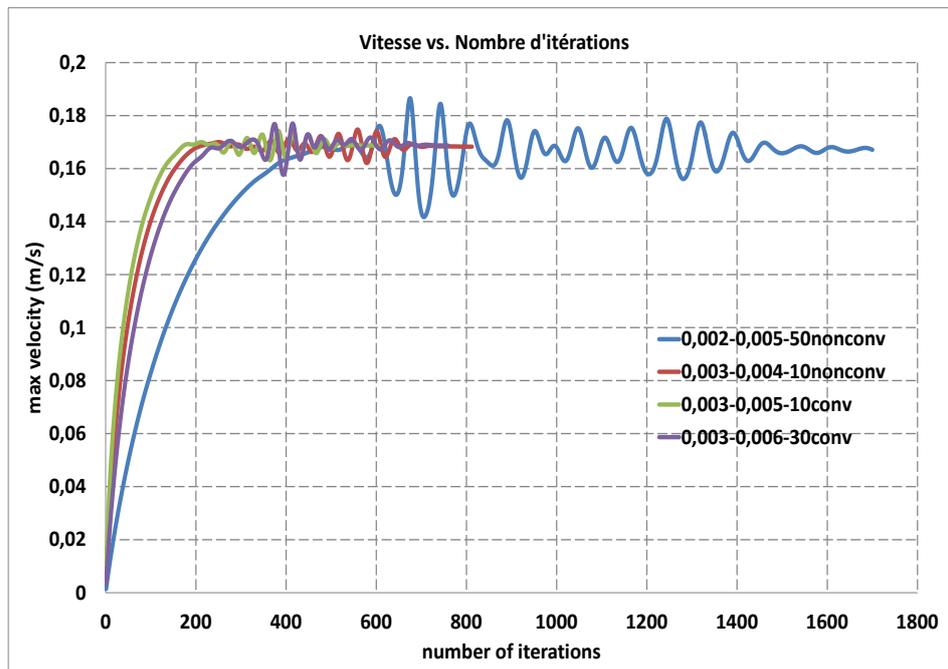


Figure Annexe B.4: Energie, vitesse: second order upwind, Pression: Presto!

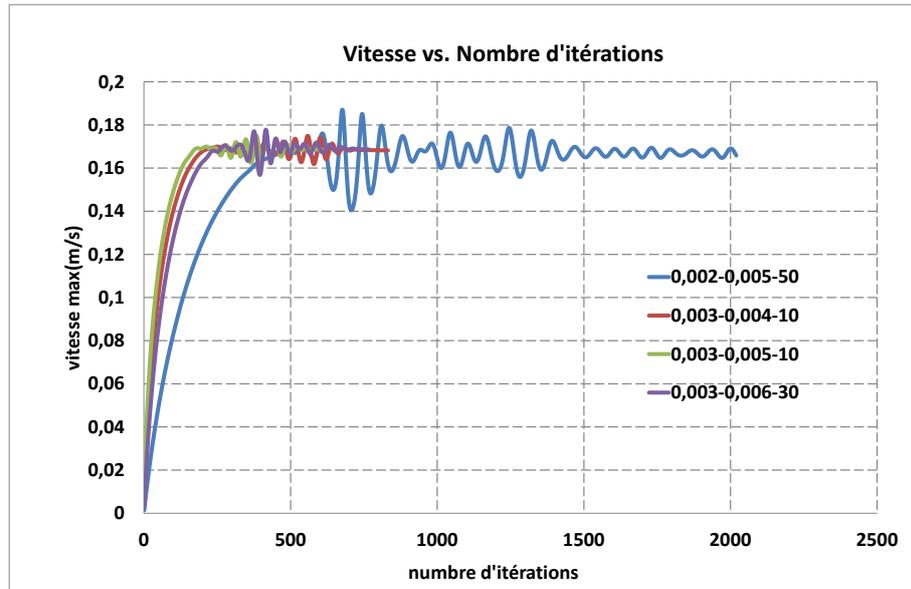


Figure Annexe B.5: Energie, vitesse : QUICK, Pression: Presto!

Il existe aussi de schémas de discrétisation qui assurent la continuité, la conservation et le transport des phénomènes physiques donnant des résultats physiquement réalistes et des solutions itératives stables. Les schémas décentrés en amont (upwind), hybride et loi de puissance conservent toutes les quantités, le transport, ne modifiant pas les bornes du problème et sont très stables mais souffrent parfois d'une fausse diffusion d'un flux multi-dimensionnelle si le vecteur vitesse n'est pas parallèle à l'une des directions des coordonnées du problème.

Il existe aussi le schéma de discrétisation appelé « *QUICK* » (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics). Ce schéma procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne s'applique pas à un maillage triangulaire.

Les schémas d'ordre supérieur, comme le schéma « *QUICK* », peuvent minimiser les fausses erreurs de diffusion mais ils sont moins stables en termes de calcul. Cela se manifeste par le biais d'une variabilité dans la solution de certains problèmes, y compris ceux avec de grands gradients de  $f$  qui conduisent à un comportement non physique : par exemple, on peut calculer des propriétés de turbulence  $k$  et  $e$  négatives, dans des cas extrêmes. Néanmoins, si on l'utilise avec soin et prudence, le schéma « *QUICK* » peut donner des solutions très précises. Le « *Second Order Upwind Scheme* » est de rigueur pour des écoulements non alignés au maillage.

## Annexe C

La grille doit être générée en tenant compte des éléments tels que l'obliquité d'une cellule (*skewness*), le rapport de forme (*aspect ratio*) et le lissage (*smoothness*). La forme de la cellule (*l'obliquité et le rapport de forme*) a un impact significatif sur la précision de la solution numérique. Le rapport de forme est une mesure de l'étirement de la cellule. Le guide de Fluent indique que pour des écoulements fortement anisotropes, des rapports d'aspect extrêmes peuvent donner des résultats précis avec moins de cellules. Toutefois, une règle générale est d'éviter les rapports d'aspect supérieurs à 5:1. Dans notre cas le rapport de forme est (*min : 1 et max : 4,88*). L'obliquité ou déformation d'une cellule est un paramètre sans dimension qu'on a calculé comme suit :

$$\max \left[ \frac{q_{\max} - q_e}{180 - q_e}, \frac{q_e - q_{\min}}{q_e} \right] \quad (\text{C.1})$$

où

$q_{\max}$  = le plus grand angle de la face ou de la cellule

$q_{\min}$  = le plus petit angle de la face ou de la cellule

$q_e$  = angle d'une face ou cellule parfaitement régulière, ex : 60° pour un triangle, 90° pour un carré

Dans notre cas l'obliquité d'une cellule a les valeurs (*min:1,30\*10<sup>-10</sup>, max : 1,32\*10<sup>-10</sup>*). Les valeurs approchent le 0 ce qui indique que tous les cellules ont des angles égaux. Il est important de noter que la valeur de 1 correspond à une cellule complètement dégénérée. La simulation devient impossible à mener si l'on observe des valeurs supérieures à 0.98. Puisque les grandes valeurs de « *skewness* » empêchent une bonne convergence des calculs.

En ce qui concerne le changement dans la taille des éléments du maillage (*lissage*) d'une zone maillée à une autre doit être graduel, la variation de la taille des éléments de deux zones adjacentes ne doit idéalement pas dépasser 20% à 30%. Dans notre cas le lissage est :

$$\frac{dx_{i+1}}{dx_i} = 10\% \quad (\text{C.2})$$

La notion de résolution concerne plus particulièrement les zones qui présentent un fort gradient, ainsi une bonne résolution —un maillage localement plus fin— permet de mieux décrire les phénomènes physiques qui ont lieu liés à la couche limite. Enfin, on considère, qui il faut au minimum une dizaine de mailles dans la couche limite. Lors de cet examen, il était important de maintenir les mêmes paramètres de génération de maillage que le maillage d'origine.

---

## Références du chapitre

- [1] A. Bejan, Convection Heat Transfer. John Wiley and Sons, 2004.
- [2] H.K. Versteeg, W. Malalasekera, An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method, Pearson Education 2007.
- [3] ANSYS FLUENT User's Guide, <http://cdlab2.fluid.tuwien.ac.at> (consulté le 01.07.2014)
- [4] D. G. Holmes and S. D. Connell, "Solution of the 2D Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids" Presented at the AIAA 9th Computational Fluid Dynamics Conference, June 1989.
- [5] R. D. Rauch, J. T. Batira, N. T. Y. Yang, "Spatial Adaption Procedures on Unstructured Meshes for Accurate Unsteady Aerodynamic Flow Computations", Technical Report AIAA-91-1106, aiaa, (1991).
- [6] D.A. Anderson, J.C. Tannehill, R.H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, McGraw-Hill Book Company, New York, 1984.
- [7] AIAA Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations (G-077-1998e), AIAA Standards – Online 19 pages, Digital, ISBN: 978-1-56347-354-8.
- [8] W.L. Oberkampf, F.G. Blottner, "Issues in Computational Fluid Dynamics Code Verification and Validation," AIAA Journal, Vol. 36, No. 5, May 1998, pp. 687-695.
- [9] U.B. Mehta, "Guide to Credible Computer Simulations of Fluid Flows," AIAA Journal of Propulsion and Power, Vol. 12, No. 5, September-October 1996, pp. 940-948. (Also AIAA Paper 95-2225).
- [10] S. Ostrach, "New aspects of natural convection heat transfer", in Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, vol 75, pp. 1287-1290 (1953).
- [11] P.J. Roache, "Verification of Codes and Calculations," AIAA Journal, Vol. 36, No. 5, May 1998, pp. 696-702.
- [12] P.J. Roache, "Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics". Annual Review of Fluid Mechanics, 29, pp. 123-160, 1997.
- [13] E.M. Sparrow, J.L. Gregg, "Unsteady free convection heat transfer", NASA, 1958.
- [14] H. Pohlhausen, Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit Kleiner Reibung und Kleiner Wärmeleitung, ZAMM 1 (1921) 115–121.
- [15] E.J. LeFevre, "Laminar free convection from a vertical plane surface, Mech. Eng. Res. Lab., Heat 113 5 (Great Britain), pp. 168, 1956
- [16] P.J. Roache, Verification and Validation in Computational Science and Engineering, Hermosa Publishers, Albuquerque, New Mexico, 1998.

[17] P.J. Roache, , K. Ghia, F. White, "Editorial Policy Statement on the Control of Numerical Accuracy," ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 108, No. 1., March 1986, p. 2.

[18] R. Ramponi, B. Blocken, CFD simulation of cross-ventilation flow for different isolated building configurations: Validation with wind tunnel measurements and analysis of physical and numerical diffusion effects, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 104-106, 2012, pp 408-418.

[19] C. Hirsch, Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume I: Fundamentals of Numerical Discretization. New York: John Wiley & Sons, 1988.

[20] G. Lauriat, D. Gobin, "Convection naturelle- Aspects théoriques", Dossier Techniques de l'ingénieur : l'expertise technique et scientifique de référence AF 4080, 2008.

[21] S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, N. Y: CRC PRESS, ISBN 0-89116-522-3, 1980.

# 4 Convection naturelle en régimes laminaire et turbulent au voisinage d'une plaque capacitive verticale

## 4.1 Introduction

## 4.2 Analyse Numérique

4.2.1 Description du modèle

4.2.2 Choix de l'approche numérique de résolution des équations NS

4.2.3 Equations pour régime laminaire

4.2.4 Conditions initiales et conditions aux limites

4.2.5 Equations en régime turbulent

4.2.5.1 *Le modèle k- $\omega$  SST*

4.2.5.2 *Détermination des paramètres turbulents*

## 4.3 Maillage

## 4.4 Solution

## 4.5 Validation, Résultats et Discussion

4.5.1 Résultats pour le régime laminaire

4.5.2 Résultats pour le régime turbulent

4.5.3 Validation

4.5.4 Discussion et évaluation des données numériques

## 4.6 Conclusions du chapitre et perspectives

### Résumé du chapitre

*Dans ce chapitre, une plaque verticale avec une capacité thermique soumise à une température d'air dynamique est modélisée dans le but d'étudier l'évolution de la couche thermique et cinétique ainsi que du coefficient d'échange convectif au voisinage d'une telle paroi. La particularité de ce travail réside dans le fait que le système a été conçu pour simuler le cas d'une plaque avec une capacité thermique dans des conditions nocturnes où la température ne cesse de diminuer. Ainsi, un modèle CFD bidimensionnel a été développé sous l'environnement Ansys Fluent 14.5. Cette étude donne des résultats de la température, du flux, du coefficient d'échange convectif et de la vitesse dans le voisinage d'une paroi capacitive à l'échelle du bâtiment. Tous les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une telle plaque sont analysés et discutés explicitement. Les principaux résultats de cette étude montrent que, après 1h en temps réel, l'écoulement turbulent commence à apparaître au plus haut niveau de la plaque, en témoignant alors de la coexistence de deux régimes (laminaire et turbulent). La valeur moyenne du coefficient d'échange convectif augmente au cours du temps et dépend de la capacité thermique du matériau.*

Anna BYKALYUK

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment

Ecole Doctorale MEGA / 2014

Institut national des sciences appliquées de Lyon

Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

89

---

## 4.1 Introduction

Même s'il existe une littérature importante sur la convection naturelle aux abords d'une plaque verticale pour différentes conditions initiales et aux limites (voir chapitre 2), seuls quelques sujets traitent d'une manière globale la convection naturelle au voisinage d'une plaque avec une capacité thermique au cours du temps. Alors, l'étude d'une manière holistique le transfert de chaleur à l'interface fluide-plaque avec une capacité thermique à l'échelle du bâtiment est impérative.

Donc dans ce chapitre, on présente l'analyse numérique des régimes laminaire et turbulent au voisinage d'une plaque verticale avec une capacité thermique soumise à une température dynamique. De plus, on est intéressé d'investiguer des modèles numériques pour simuler différents types d'écoulements existants au voisinage de la plaque soumise à une rampe de température. On a décidé alors de mener deux études distinctes en régime laminaire et en régime turbulent. Pour un écoulement turbulent, on présente le modèle  $k-\omega$  SST (shear stress transport). Ensuite afin d'observer l'évolution de différence de température ( $\Delta T = T_{\text{plaque}} - T_{\text{air}}$ ), de la couche thermique et du flux au voisinage de la plaque de ces deux écoulements, on a comparé les résultats obtenus. Nous avons observé que l'écoulement turbulent domine le long de la plaque car les résultats du flux sont en accord avec le flux calculé lorsque le système atteint le régime stationnaire. De plus, on déduit que les résultats obtenus pour les deux régimes laminaire et turbulent le long de la plaque ne présentent pas des écarts importants entre eux.

---

## 4.2 Analyse Numérique

---

### 4.2.1 Description du modèle

Nous considérons une cavité ouverte avec à l'extrémité une plaque verticale thermiquement capacitive, ayant une épaisseur de  $0,012\text{ m}$  et une hauteur de  $1,6\text{ m}$  (fig. 19). La plaque est immergée dans un fluide (air). En raison de la force de flottabilité, la plaque met en mouvement le fluide dans le domaine de la limite inférieure, et se décharge à travers la limite supérieure. Des conditions initiales et aux limites sont présentées en détail dans la partie 4.2.4.

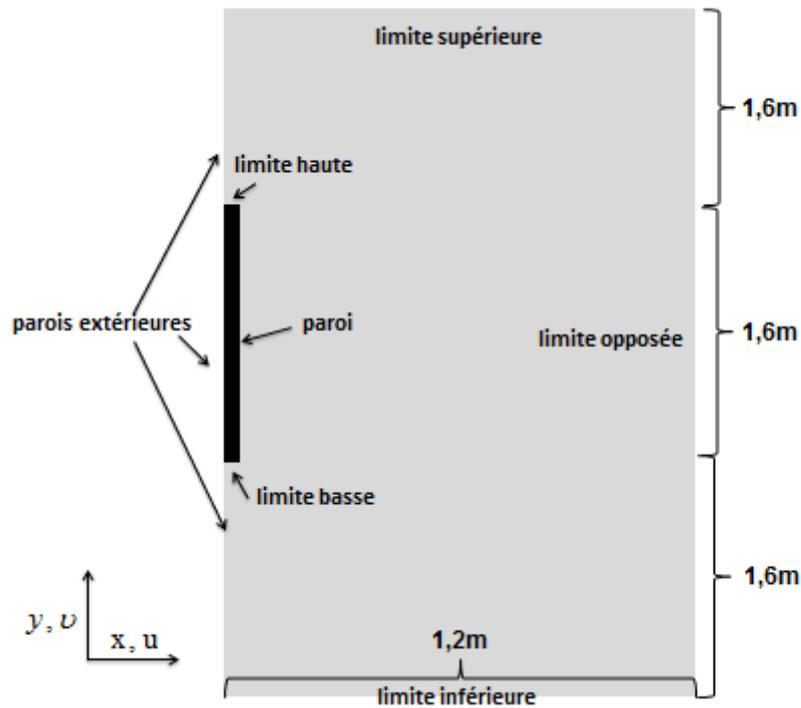


Figure 19 : Simulation d'une cavité ouverte où la plaque conductrice de la chaleur est sur la gauche.

#### 4.2.2 Choix de l'approche numérique de résolution des équations NS

Les équations de Navier-Stokes possèdent une forme unique pour les écoulements turbulent et laminaire. La question principale qui se pose est comment modéliser la turbulence. Il y a trois approches de résolution des équations d'un écoulement turbulent :

- Simulation numérique directe (DNS)
- L'approche moyennée (RANS)
- Simulation numérique de grandes échelles (LES)

La simulation numérique directe signifie que toutes les tailles de tourbillons sont résolues sans utiliser de modèles (de turbulences) supplémentaires. En effet, les tourbillons peuvent être de l'ordre du millimètre alors que le domaine peut s'étendre sur des mètres. Une grille assez fine pour une description assez précise de toutes les échelles de la turbulence exigerait un nombre considérable de cellules. Or, la capacité de stockage et la vitesse des ordinateurs demeurent insuffisantes à l'heure actuelle. Un autre inconvénient de cette approche est le fait que la grande finesse de la structure de la turbulence exige la prescription de données initiales et aux limites détaillées, ce qui pose parfois de sérieuses difficultés.

Afin d'éviter ces difficultés, deux solutions existent : l'approche moyennée (RANS) et la simulation des grandes structures turbulentes

(LES). Le modèle « Laminaire » dans Fluent 14.5 CFD (voir 4.2.3) peut être considéré comme une résolution directe (DNS) pour un gros maillage, dans notre cas. Dans un premier temps on a choisi la résolution directe (DNS) pour effectuer des calculs de l'écoulement (4.2.3).

En ce qui concerne les équations de Navier-Stokes moyennées (approche statistique) et complétées par un modèle de turbulence elles ne décrivent que le champ moyen. L'approche moyennée est peu coûteuse, mais elle échoue pour représenter des écoulements dans lesquels la structure cohérente joue un rôle crucial pour la physique. La différence principale entre les deux approches RANS et LES est que la première est moyennée en temps et la deuxième est filtrée en espace. Alors, les variables de RANS ne dépendent pas de temps contrairement aux variables de LES qui dépendent de temps. La simulation numérique de la turbulence (LES) est très précise mais très coûteuse en temps de calcul. Pour des raisons de temps et de moyens on a choisi d'employer l'approche moyennée (RANS) et en y adjoignant le modèle turbulent  $k-\omega$  SST (voir 4.2.5.1 et annexe C).

#### 4.2.3 Equations (l'approche DNS)

Les équations gouvernantes pour un écoulement de convection naturelle sont représentées sous la forme d'équations couplées aux dérivées partielles elliptiques. Les principaux problèmes concernant la résolution de ces équations résident dans la variation inévitable de la masse volumique de l'air en fonction de la température, ainsi que dans leur nature elliptique partielle. Plusieurs approximations sont généralement faites afin de simplifier considérablement le système de ces équations. Deux des plus importants d'entre eux qu'on a fait dans le cadre de notre étude sont l'approximation de Boussinesq et les approximations Blasius concernant la couche limite [1].

Le système initial d'équations pour décrire la convection naturelle au voisinage d'une plaque verticale est considéré ici comme un système des équations de Navier-Stokes et de l'équation de l'énergie. Pour un flux développé dans deux dimensions (2-D), ce système est écrit comme ci-dessous (équations 4.2.3.1 - 4.2.3.5). L'axe des  $y$  est dirigé le long de la plaque par rapport au bord d'attaque, l'axe des  $x$  est perpendiculaire à elle. Le système initial d'équations est le suivant [2-9] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'_s}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (50)$$

**Anna BYKALYUK**

Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut national des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

92

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'_s}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \beta(T - T_0)g \quad (51)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{k}{\rho_0 C_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (52)$$

$$\rho_{plate} C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_{plate} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (53)$$

où  $\rho_{plate}$  est la densité de la plaque en ( $kg/m^3$ ), et  $\rho_0$  est la densité de l'air en ( $kg/m^3$ ),  $C_p$  est la capacité thermique de la plaque en ( $J/kgK$ ),  $T$  est la température en  $K$ ,  $k$  est la conductivité thermique de l'air ( $W/mK$ ),  $k_{plate}$  est la conductivité thermique de la plaque ( $W/mK$ ) [une explication détaillée des symboles du chapitre est fourni en annexe A à la fin du chapitre]. L'équation (49) est l'équation de continuité, l'équation (50) est l'équation de la quantité de mouvement sur  $x$ , l'équation (51) est l'équation de la quantité de mouvement sur  $y$ , l'équation (52) est l'équation de l'énergie de l'air et enfin l'équation (53) est l'équation de l'énergie de la plaque.

**Tableau 4** : Propriétés des matériaux de la plaque étudiée

Matériau	k(W/mK)	Cp(J/Kkg)	$\rho(kg/m^3)$
Plâtre	0,208	1099	741,93
Matériau MCP en état solide $C_p=4350J/Kkg$	0,23	4350	1100

Les paramètres de base qui caractérisent le processus de transfert de chaleur par convection libre sont les nombres de Grashof ou de Rayleigh et le nombre de Prandtl. Ces nombres sont calculés comme suit [6] :

$$Gr_y = \frac{g\beta\Delta T y^4}{\nu^2 k} \quad (54)$$

$$Ra_y = \frac{g\beta\Delta T y^4}{\alpha\nu k} = Gr_y Pr \quad (55)$$

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (56)$$

Le nombre de Prandtl est déterminé par les paramètres physiques de l'air et représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique [11]. Le

nombre de Prandtl dépend de la viscosité et de la conductivité thermique, et pour cette raison, il est considéré comme une propriété du fluide, ainsi, il varie de fluide à fluide. Dans notre cas, le flux est l'air et le nombre de Prandtl est égal à 0,71. Le nombre de Grashof se produit en convection libre et correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Pour le régime laminaire le nombre de Rayleigh doit avoir des valeurs entre  $10^6 < Ra_y < 10^8$  [12].

#### 4.2.4 Conditions initiales et conditions aux limites

Nous considérons une cavité ouverte avec une plaque verticale thermiquement capacitive immergée dans une cavité ouverte (Figure 19). Les conditions aux limites influencent de manière significative au développement de la couche limite. Pour anticiper des perturbations provoquées par des calculs de domaine limité, nous avons appliqué localement une méthode de type pseudo-cellules (« *pseudo-cells* ») basée sur les résultats de recherches antérieures, qui ont montré que la condition à la limite de pression totale constante nécessite d'être placée assez loin ( $>0,5m$ ) de la plaque chauffée, sinon un bruit local apparaît et affecte les résultats globaux [13-16]. Par conséquent, les conditions aux limites supérieures ont été placées à une certaine distance de la plaque. La condition limite à la limite inférieure de la cavité a été également placée à une distance importante de 1,6m afin d'empêcher la perturbation de la couche limite et une petite vitesse ( $v=0,02m/s$ ) a été imposée (voir aussi les annexes B).

Les équations nécessitent des conditions initiales et des conditions limites. Dans notre cas, on a imposé les mêmes conditions aux limites pour la plaque et l'air :

$$t = 0, T_{plate} = 295,16K, T_{air} = 295,16K, v = u = 0 \quad (57)$$

En ce qui concerne la condition à la limite supérieure (Figure 19), on peut spécifier que la valeur de la pression a été prise en un point A situé loin de la plaque. Ce pseudo-point a une pression modifiée comme suit:

$$P' = P_{totaleA} - \rho \frac{(u_A^2 + v_A^2)}{2} \quad (58)$$

Etant donné que la valeur absolue de la pression de référence peut être choisie de façon arbitraire dans le contexte d'une simulation numé-

rique, nous avons fixé  $P_{totale}=0$ . Donc,  $P_{totaleA}=0$  et  $\rho(u_A^2 + v_A^2)/2$  est négligeable lorsque le point A est suffisamment éloigné de la plaque. C'est la raison pour laquelle cette condition limite nécessite d'être suffisamment éloignée de la plaque. Nous négligeons le second terme de l'équation (58) parce que la vitesse est très faible et n'a pas d'influence sur les résultats. Les gradients normaux des variables  $v$ ,  $u$ ,  $T$  aux surfaces limites sont égaux à 0. Une étude détaillée sur ce type de conditions limites est menée par Xiaoxiong Yuang [13], Georgantopoulou et Tsangaris [14] et Cebeci et Bradshaw [15]. Ainsi la condition à la limite supérieure est reprise comme suit:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, P_{totale} = 0, T = T_{air} \quad (59)$$

En ce qui concerne la condition à la limite inférieure (voir également la fig. 4.2.1.1), l'air a une très faible vitesse à l'orifice d'entrée tandis que des données instationnaires sont prévues pour la température qui décroît de  $2^\circ C$  toutes les  $1h$ . La condition limite inférieure est donc la suivante :

$$v = 0,02 \text{ m/s}, u = 0 \text{ m/s}, T = T_0 - 0.0005 * t, P_{totale} = 0 \quad (60)$$

La paroi extérieure (voir également fig. 4.2.1.1) est considérée comme adiabatique et par conséquent la condition limite est imposée comme suit:

$$q = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (61)$$

En ce qui concerne la condition à la limite opposée de la paroi (voir également Figure 19) nous avons considéré que la composante normale à la surface de la vitesse est mise à zéro, et les gradients perpendiculaires à la surface de délimitation de toutes les autres variables  $v$ ,  $T$ ,  $P$  sont également spécifiées égales à zéro. Ainsi, nous obtenons:

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (62)$$

En ce qui concerne la paroi, une condition limite solide (voir la Figure 19) est définie afin d'assurer que l'air ne peut pas s'écouler au sein

de la surface limite. Ainsi, l'air doit adhérer à la plaque, imposant une condition de non-glissement à la plaque d'un flux visqueux comme suit:

$$u = 0, v = 0 \quad (63)$$

et assurer la continuité du flux thermique comme suit:

$$k_{plate} \frac{\partial T}{\partial x} = k_{air} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (64)$$

Enfin, les limites haute et basse de la paroi sont également considérées adiabatiques, de sorte que:

$$q = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (65)$$

#### 4.2.5 Equations en régime turbulent

Les écoulements turbulents sont caractérisés par la fluctuation du champ de vitesse qui mélange à son tour des quantités transportées : la quantité de mouvement et l'énergie. Au cas où ces fluctuations ont lieu à de petites échelles et de hautes fréquences, le temps de calcul devient trop long. Pour éviter cela, les équations sont moyennées dans le temps ou manipulées pour enlever les fluctuations de petite échelle afin de rendre les calculs moins coûteux. Par conséquent, cette transformation fait apparaître dans les équations modifiées des variables supplémentaires et inconnues.

L'approche RANS dans Fluent dispose les modèles Spalart-Allmaras,  $k-\epsilon$  et ses variantes,  $k-\omega$  et ses variantes et la RSM. Le terme supplémentaire dans les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS), le tenseur de Reynolds  $-\overline{\rho u_i u_j}$ , représente les effets turbulents. L'approche de la moyenne de Reynolds pour la turbulence demande la modélisation du tenseur de Reynolds. Une méthode de modélisation est l'hypothèse de Boussinesq qui relie le tenseur de Reynolds au gradient de la vitesse moyennée (68).

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \quad (66)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u_i u_j}) \quad (67)$$

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (68)$$

En ce qui concerne les conditions aux limites qu'on a imposées pour le régime turbulent, elles sont identiques à celles imposées pour le régime laminaire sauf que les conditions aux limites des équations de  $k$  et  $\omega$  ont été ajoutées (annexe C). Les flux turbulents sont significativement affectés par la présence de la paroi. La paroi est la cause de turbulence. On observe un gradient important de la température et de la vitesse près de la paroi. Il est évident que la vitesse est affectée par la condition du non-glissement qui doit être satisfaite à la surface la paroi. Très proche de la paroi, l'amortissement visqueux réduit les fluctuations de la vitesse tangentielle, tandis que le blocage cinématique réduit les fluctuations de la vitesse normale. Vers la région extérieure de la couche limite de la paroi, la turbulence augmente rapidement à cause de l'énergie cinétique turbulente en raison des forts gradients de vitesse moyenne. Enfin à propos du modèle turbulent on emploie le modèle de  $k$ - $\omega$  SST (plus d'explications dans la section 4.2.5.1).

---

#### 4.2.5.1 Le modèle $k$ - $\omega$ SST

La région simulée proche de la paroi influence la fidélité de la solution numérique dans la mesure où la paroi représente la source principale de la verticalité moyenne et de la turbulence. Les variables au voisinage de la paroi présentent des gradients importants qui influencent le quantité de mouvement et les autres scalaires de transport.

Le modèle  $k$ - $\omega$  SST a été développé par Menter [17]. Il est un mélange d'un modèle  $k$ - $\omega$ , qui est utilisé à proximité de murs et d'un modèle  $k$ - $\varepsilon$ , qui est utilisé dans les régions éloignées des parois. Ce modèle est suffisamment robuste et offre une précision à proximité des frontières solides en général. Il est également souvent employé de part sa capacité à mieux capturer les régions de tourbillons que les autres modèles. Le modèle  $k$ - $\omega$  SST (annexe E) a une forme similaire à celle du modèle  $k$ - $\omega$  standard.

---

#### 4.2.5.2 Détermination des paramètres turbulents: conditions aux limites

Plutôt que de commencer par les variables du modèle de turbulence, il est souvent plus facile de penser la turbulence en termes d'intensité de turbulence, de rapport de viscosité turbulente et de paramètre turbulent d'échelle de longueur. L'intensité de la turbulence,  $I$ , est définie comme le rapport de la racine carrée moyenne des fluctuations d'une vitesse d'air  $\mathbf{u}'$  et la vitesse du courant libre moyen  $\bar{u}$  :

$$I = \frac{u'}{\bar{u}} \quad (69)$$

Pour un écoulement externe, la valeur de l'intensité de turbulence loin de la paroi peut être aussi faible que 0,05% en fonction des caractéristiques d'écoulement. Il est assez difficile pour nous de calculer l'intensité turbulente car la vitesse du courant libre est proche de zéro pour la convection naturelle. On peut supposer que l'intensité turbulente est très faible car la géométrie est simple et la vitesse maximale est faible ( $u_{max}=0,021m/s$ ). La documentation du Fluent [18] nous donne une formule de l'intensité turbulente pour un écoulement pleinement développé dans un conduit qui est:

$$I = 0.16Re^{-1/8} \quad (70)$$

Pour obtenir une valeur approximative on modifie l'équation (70) et on obtient :

$$I = 0,16(Ra)^{-1/8} = 0,01 \quad (71)$$

Le paramètre d'échelle de longueur,  $l$ , est une quantité physique qui représente la taille des grands tourbillons dans les écoulements turbulents. Une relation empirique qui lie la taille physique de la longueur caractéristique,  $L$ , et la taille du tourbillon,  $l$ , peut être utilisée pour obtenir une échelle de longueur approximative :  $l = 0,07L$

Selon le guide du CFD Fluent [18] pour une plaque verticale pour calculer l'échelle de la longueur de turbulence, on emploie la formule :  $l = 0,4\delta_u$ , où  $\delta_u$  est la largeur de la couche cinétique de la plaque. Pour calculer la largeur de la couche cinétique de la plaque,  $\delta_u$ , on utilise l'expression de Miyamoto [19]:

$$\frac{(gb\Delta T\nu)^{1/3} \delta_u}{\nu} = 0,331 * Gr_y^{0,250} \Rightarrow \tilde{\delta}_u = \frac{0,331 Gr_{1,4}^{0,250} \nu}{(gb\Delta T\nu)^{1/3}} \approx 0,075m$$

$$Gr_y = \frac{bg(T - T_\infty) y^3}{\nu^2} \quad (72)$$

Et finalement on obtient des valeurs inférieures pour l'échelle de longueur de turbulence et l'intensité turbulente :

$$l = 0,4\delta_u = 0,03m$$

$$I = 0,16(Ra)^{-1/8} = 0,01$$

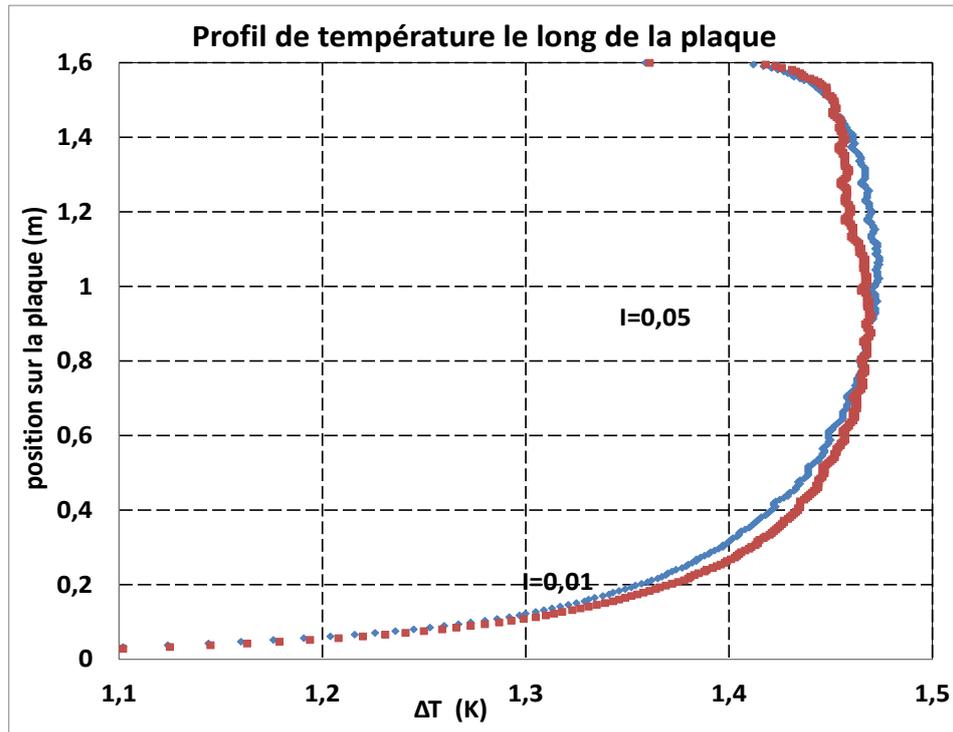


Figure 20 : Profil de température le long de la paroi pour deux valeurs différentes de l'intensité turbulente.

Avant de choisir la valeur de l'intensité turbulente on fait un essai avec une autre valeur  $I = 0,01 * 5 = 0,05$  et on compare les résultats (fig. 20). On observe que les deux courbes présentent localement l'écart maximal de  $9 * 10^{-3}$  K. Alors, l'intensité turbulente pour nos calculs aura la valeur de 0,05%.

### 4.3 Maillage

Pour capturer tous les détails de l'écoulement et accélérer le temps de calcul nous avons utilisé un maillage irrégulier ; fin à proximité de la paroi et plus lâche loin de la paroi. Dans un premier temps, on a particulièrement affiné et adapté le maillage pour le régime turbulent. Ensuite, on l'a utilisé aussi pour le régime laminaire.

Nous pouvons observer que pour la plaque plane (et pour la plupart des problèmes de flux), la vitesse tangentielle à la paroi change très lentement dans la direction du flux, mais assez rapidement dans le sens normal. Cette observation justifie l'utilisation d'une maille fine proche de la paroi et un grand rapport de forme pour régler les variations de la vitesse d'écoulement.

Les calculs précis d'un écoulement turbulent nécessitent un examen détaillé du maillage. Étant donné que la turbulence joue un rôle dominant dans le transport de quantité de mouvement moyenne avec d'autres paramètres, la vérification des quantités turbulentes pour un maillage fin est indispensable.

En raison de la forte interaction entre l'écoulement moyen et la turbulence, les résultats numériques pour les écoulements turbulents ont tendance à être plus sensibles à la grille que l'écoulement laminaire. Il est donc recommandé de résoudre, avec des mailles suffisamment fines, les régions où la vitesse change rapidement.

La vérification du maillage passe donc par la vérification du critère  $y^+$  (la taille de la première cellule à l'interface fluide/paroi). Il convient de rappeler que  $y^+$  n'est pas fixe mais dépend de la solution. Par exemple, quand on double le maillage (réduction de la distance de la paroi à la moitié), la nouveau  $y^+$  ne devient pas nécessairement la moitié des  $y^+$  du maillage d'origine [15].

Ainsi, on a choisi de construire un maillage qui permet de résoudre entièrement la région proche de la paroi. La Figure 21 représente l'évolution du  $y^+$  le long de la paroi capacitive dont les valeurs du  $y^+ \leq 0,55$ , où  $y^+$  est la taille de la première cellule à l'interface fluide/paroi.

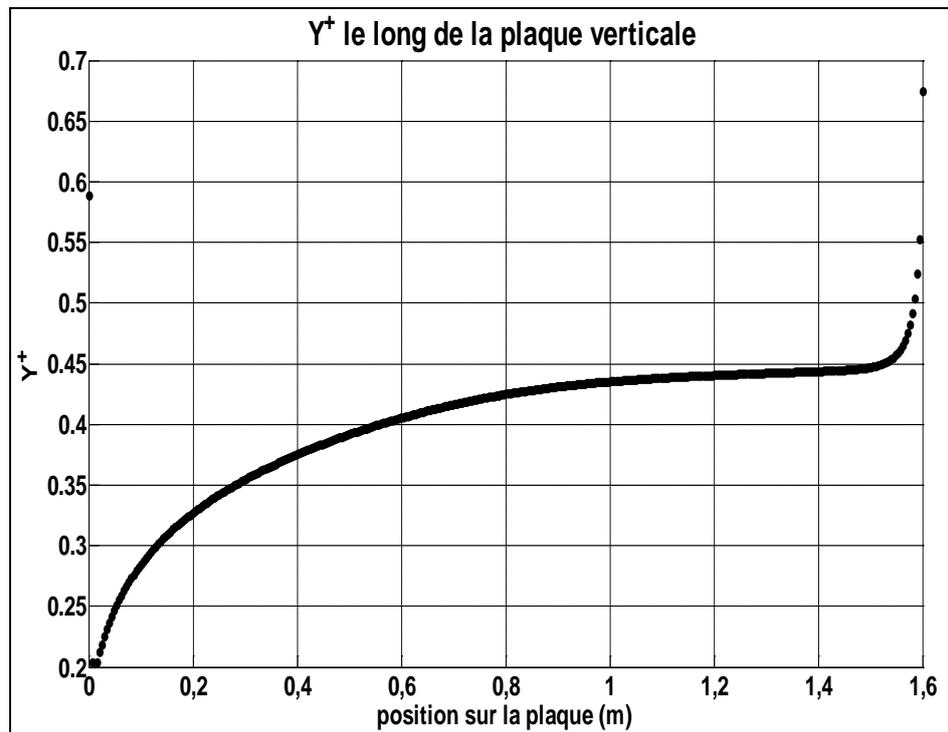


Figure 21 : Evolution du  $y^+$  le long de la paroi verticale.

Avant de procéder à la génération du maillage on a effectué une étude du  $y^+$  (taille de la première cellule à l'interface fluide/paroi). Il est recommandé que  $y^+$  soit 1. La définition du  $y^+$  est la suivante [16]. :

$$y^+ = \frac{y^+ \mu}{\rho U_\tau} \quad (73)$$

Alors, on calcule  $U_\tau$  qu'on peut trouver par l'équation:

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (74)$$

De plus, le tenseur de déformation peut être calculé par le coefficient de friction,  $C_f$  :

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho U_\infty^2 \quad (75)$$

Selon la littérature le coefficient de friction sur la plaque est:

$$C_f = 0.664 \text{Re}_x^{-1/2}$$

Par ailleurs, la force de friction exercée à la plaque par l'écoulement de la convection naturelle peut être calculée par la loi de Newton (contrainte visqueuse) :

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (76)$$

$$\eta = \frac{y}{x} \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \quad (77)$$

$$u = \frac{2y}{x} Gr_x^{1/2} f'(\eta) \quad (78)$$

$$\tau_w = 4\mu\nu x^{1/4} \left( \frac{gb\Delta T}{4\nu^2} \right)^{3/4} f''(0) \quad (79)$$

$$\tau_w = 4\mu\nu x^{1/4} \left( \frac{gb\Delta T}{4\nu^2} \right)^{3/4} 0.6421 = 0,00058324 \quad (80)$$

On obtient alors,

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 0,02228 \quad (81)$$

Finalement, on trouve en utilisant

$$y = \frac{y^+ \mu}{\rho U_\tau}$$

la largeur de la première cellule  $y$  qui est calculée:

$$\mu = 1.846 \times 10^{-5} \text{ kg / ms}$$

$$\rho = 1.177 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$y = 0.7 \text{ mm} = 0.0007 \text{ m}$$

Le Tableau 5 présente les valeurs des  $y$  qui correspondent aux différentes valeurs de  $y^+$ .

**Tableau 5** : Les valeurs des  $y$  et les valeurs différentes du  $y^+$ .

$y^+$	1	5	10	30	50	60
$y$	0,0007	0,0038	0,0076	0,0227	0,0379	0,0454

#### 4.4 Solution

L'algorithme SIMPLEC (Simple-Consistent) a été choisi pour la résolution du système d'équations pour les raisons précisées dans le chapitre précédent. En ce qui concerne le schéma temporel, un schéma implicite de deuxième ordre a été choisi au lieu d'un schéma de premier ordre afin de ne pas perdre en précision. Le modèle a été lancé en régime stationnaire pour stabiliser des variables. Ensuite on a employé le régime transitoire en ajustant le nombre d'itérations par pas de temps en observant les valeurs des résidus des variables. Au début le pas de temps était  $0.1s$  pendant  $5000$  itérations pour observer la convergence des résidus de la vitesse ( $10^{-3}$ ), de l'énergie ( $10^{-7}$ ) et de la continuité ( $10^{-3}$ ). Après plusieurs essais on a fixé  $20$  itérations par pas de temps de  $0.7s$ . Lorsque les résidus de l'énergie s'approchaient à  $10^{-7}$  et pour les autres variables s'approchaient à  $10^{-3}$  on augmentait le pas de temps pour accélérer la solution.

#### 4.5 Validation, Résultats et discussion

Ce sous chapitre est divisé en 4 parties :

**Anna BYKALYUK**  
Thèse en Génie Civil – Thermique du Bâtiment  
Ecole Doctorale MEGA / 2014  
Institut national des sciences appliquées de Lyon  
Centre de Thermique de Lyon (CETHIL)

- Résultats pour le régime laminaire (4.5.1)
- Résultats pour le régime turbulent (4.5.2)
- Validation (4.5.3)
- Discussion et évaluation des données numériques (4.5.4)

Dans un premier temps on présente les résultats du modèle pour un régime laminaire. On suppose que l'écoulement est laminaire au fil du temps, même si le nombre de Rayleigh signale la présence de l'écoulement turbulent. Dans cette première étape, on n'a pas utilisé le modèle turbulent, mais on a calculé que, après environ  $1 h$  (en temps réel) l'écoulement devient turbulent ou transitoire près de la plaque en utilisant la valeur de nombre de Rayleigh:  $Ra > 10^8$ . On a fait ce choix parce qu'on a voulu observer l'évolution des courbes pour le régime laminaire avant de les comparer aux courbes correspondantes à un écoulement turbulent. Dans un deuxième temps, dans la partie suivante, les résultats du modèle turbulent sont présentés. On a décidé qu'il serait inexact de passer directement au régime turbulent dès le début comme les trois régimes (laminaire, transitoire et turbulent) coexistent le long de la paroi, alors on a employé le modèle  $k-\omega$  SST à partir de  $1h$  (en temps réel). Dans la partie trois on a constaté que la courbe de flux en régime turbulent est en bon accord avec la courbe du flux calculé. Ce fait nous montre que le régime turbulent est dominant quand le système est arrivé en régime permanent. Finalement, dans la dernière partie on confronte les résultats des profils de vitesse et de température et des différences de température ( $\Delta T = T_{plaque} - T_{air}$ ) de deux écoulement laminaire et turbulent. De plus, on calcule les valeurs moyennes du flux et du coefficient d'échange convectif aux abords de deux différents matériaux (différentes capacités thermiques).

#### 4.5.1 Résultats pour le régime laminaire

Sur la Figure 22, on observe l'évolution de la couche thermique ( $\Delta T$ ) au cours du temps. On peut voir que la couche thermique ( $\Delta T$ ) devient plus développée au fil du temps. Ce phénomène se produit parce que la température de l'air dans la cavité ouverte diminue en fonction du temps selon l'équation  $T_{air} = 295,16 - 0,0005 * t$ . D'autre part, la réponse de la plaque est retardée en raison de son inertie. Ainsi, la différence  $\Delta T = T_{plate} - T_{air}$  augmente. En outre, la courbe de flux de chaleur a tendance à devenir verticale au fil du temps (Figure 23). Ainsi, après  $5h$  de simulation (temps réel), la courbe est presque verticale.

Le flux de chaleur constant de  $4,88 W / m^2$  est la valeur théorique calculée lorsque le système atteint des conditions de régime permanent (toujours pour un écoulement laminaire). Enfin, on peut supposer que le système a atteint le régime stationnaire, puisque le flux et la couche limite thermique ne changent pas.

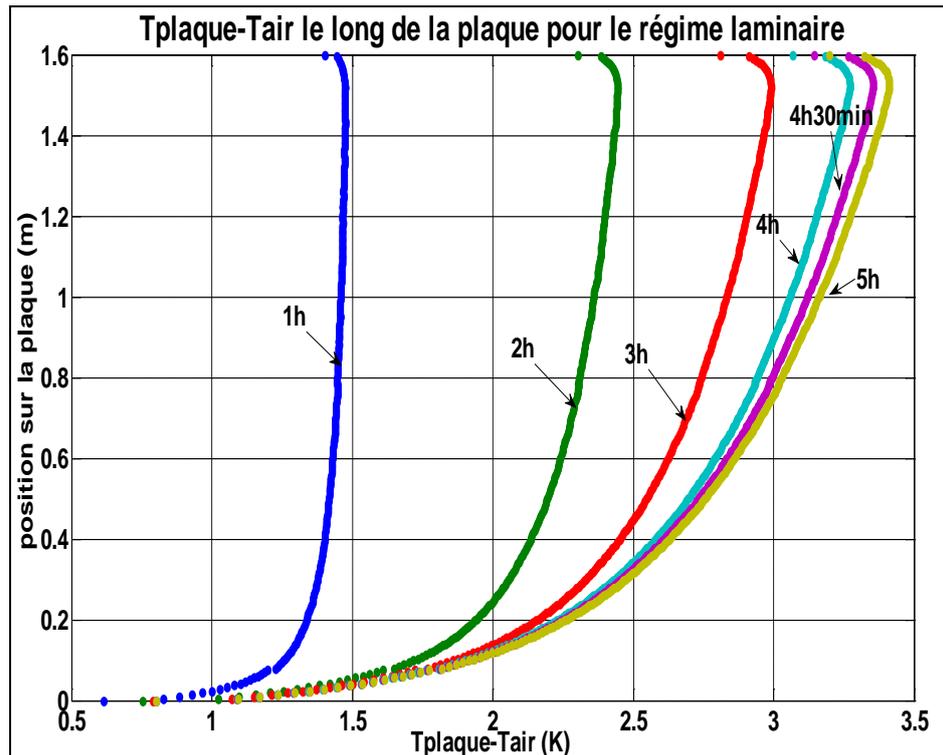


Figure 22 : Evolution de différence de température  $T_{plaque}-T_{air}$  au fil du temps le long de la plaque (régime laminaire).

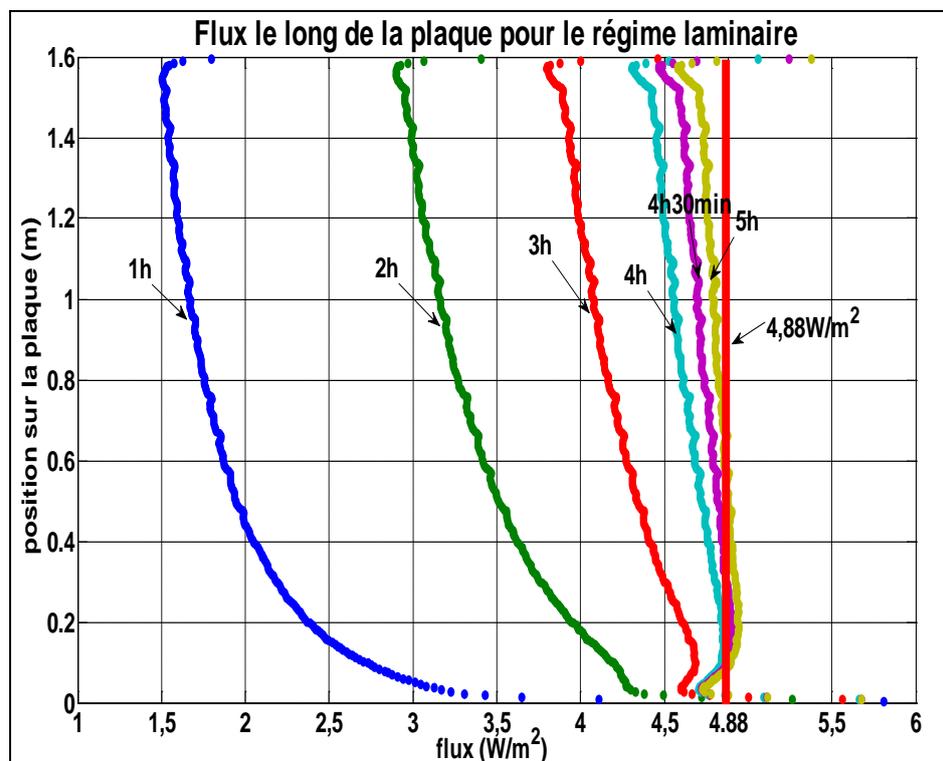


Figure 23: L'évolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage d'une plaque avec la capacité thermique (régime laminaire).

Expliquons maintenant comment la valeur de  $4,88W/m^2$  a été calculée. Si nous changeons la variable de  $T$  à  $\Delta T$  on obtient le système de 3 équations suivantes:

$$\begin{aligned} T_{\infty} &= T_{\infty,0} + b_{\infty}t \\ \Delta T &= T - T_{\infty} \\ T &= \Delta T + T_{\infty} = \Delta T + T_{\infty,0} + b_{\infty}t \end{aligned} \quad (82)$$

Ainsi, en utilisant l'équation de l'énergie, nous calculons comme suit le  $\phi_{ref}$  qui représente la valeur du flux de chaleur lorsque le système atteint le régime permanent [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + v \frac{\partial \Delta T}{\partial y} &= \frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} - b_{\infty} \quad x=0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho C_p \int_0^{e_w} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} dt &= k \int_0^{e_w} \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} dx - \int_0^{e_w} b_{\infty} \rho C_p dx \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho C_p \frac{\partial \Delta T}{\partial t} e_w &= k \left( \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{e_w} - \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_0 \right) - b_{\infty} \rho C_p e_w \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow k \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{e_w} &= b_{\infty} \rho C_p e_w \Rightarrow \\ \Rightarrow \phi_{ref} = b_{\infty} \rho C_p e_w &= 4,88W / m^2 \end{aligned}$$

où  $x=0$  est la limite de la paroi solide.

#### 4.5.2 Résultats pour le régime turbulent

Une fois terminé l'analyse des résultats pour le régime laminaire, on a commencé l'étude de l'écoulement turbulent au voisinage de la plaque, qui doit apparaître lorsque les valeurs de Rayleigh sont supérieures à  $10^8$  [20]. La différence de température entre la surface de la plaque et l'air loin de la plaque,  $\Delta T = T_{plaque} - T_{air}$ , augmente au cours du temps. Cela augmente le nombre de Rayleigh. Initialement l'écoulement turbulent apparaît en partie supérieure de la plaque et se propage au cours du temps au milieu de la plaque. Ceci s'explique par la formule suivante qu'on utilise pour calculer la valeur de Rayleigh local pour une plaque verticale:

$$Ra_y = \frac{g \beta \Delta T y^3}{\nu \alpha} \quad (83)$$

qui dépend de la différence de température ( $\Delta T = T_{wall} - T_{air}$ ) et de la hauteur de la plaque ( $y$ ). Sur la Figure 24, les valeurs de Rayleigh sont représentées en fonction de la hauteur de la plaque et des différentes valeurs de  $\Delta T$ . En utilisant les Figures 22 et 24, on peut voir pour quel  $\Delta T$  et à quel niveau de la plaque l'écoulement est turbulent. Plus le  $\Delta T$  est important plus l'écoulement turbulent apparaît en partie basse de la plaque. Cependant, après 1h de refroidissement de la plaque, nous passons à un écoulement turbulent (Figure 22) où  $\Delta T$  est d'environ 1,5 K, ce qui signifie que  $Ra = 1 * 10^8$  pour la hauteur d'une plaque égale à 1m.

La Figure 25 montre les courbes de flux en régime turbulent. Comme on l'a expliqué ci-dessus, l'écoulement turbulent commence à apparaître après 1 heure à 1m de hauteur de la plaque.

Ainsi, après le refroidissement de la plaque pour 1h, nous passons à un écoulement turbulent en utilisant le modèle turbulent  $k-\omega$  SST. On remarque que les courbes de flux turbulents ont la même tendance que les courbes de flux en régime laminaire (Figure 23) dans le régime laminaire à devenir verticales au fil du temps.

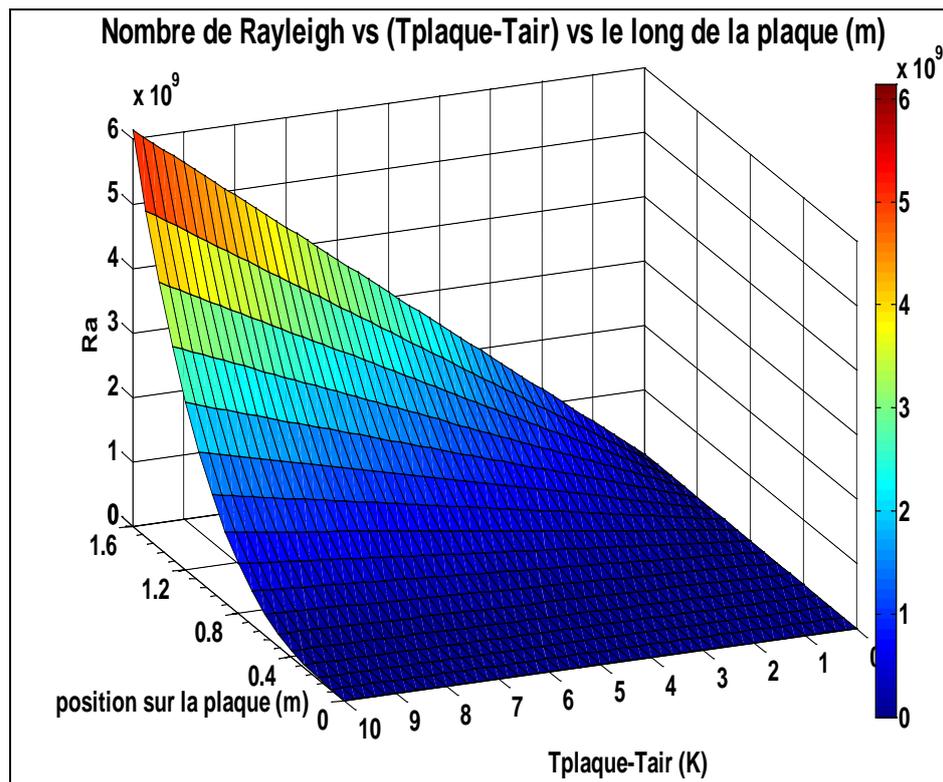


Figure 24 : Nombre de Rayleigh local en fonction de la différence de température et de la hauteur de la plaque.

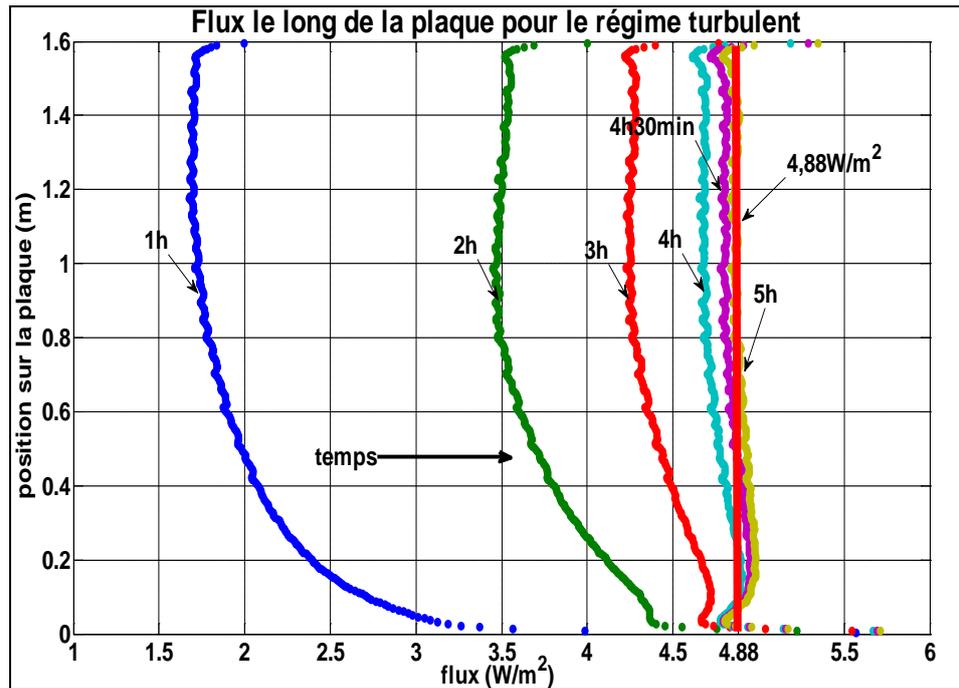


Figure 25 : L'évolution du flux au cours du temps dans le voisinage de la plaque avec la capacité thermique (passage de l'écoulement laminaire au turbulent).

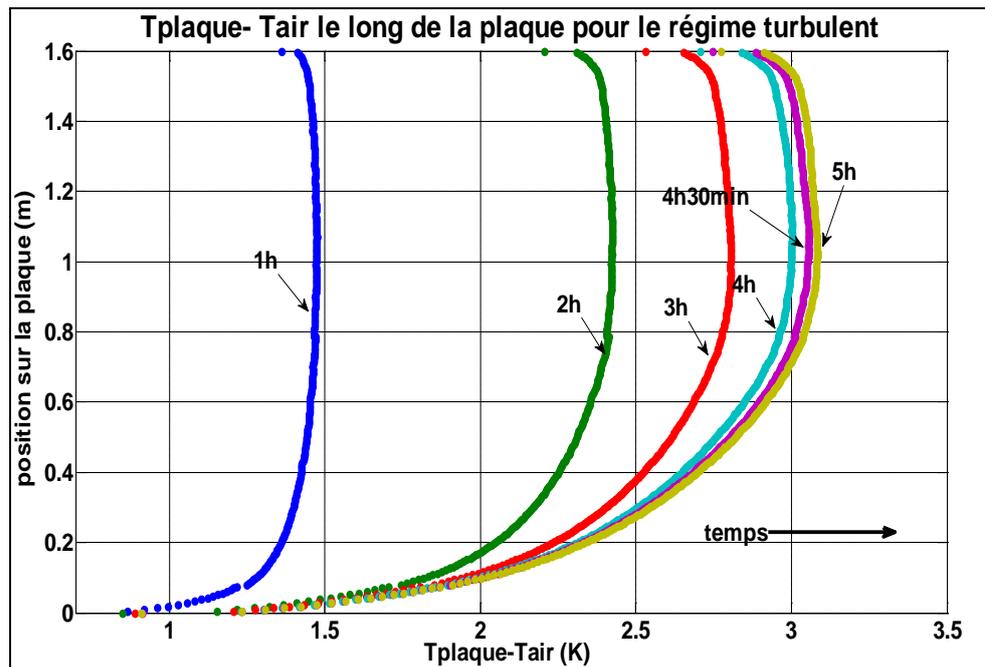


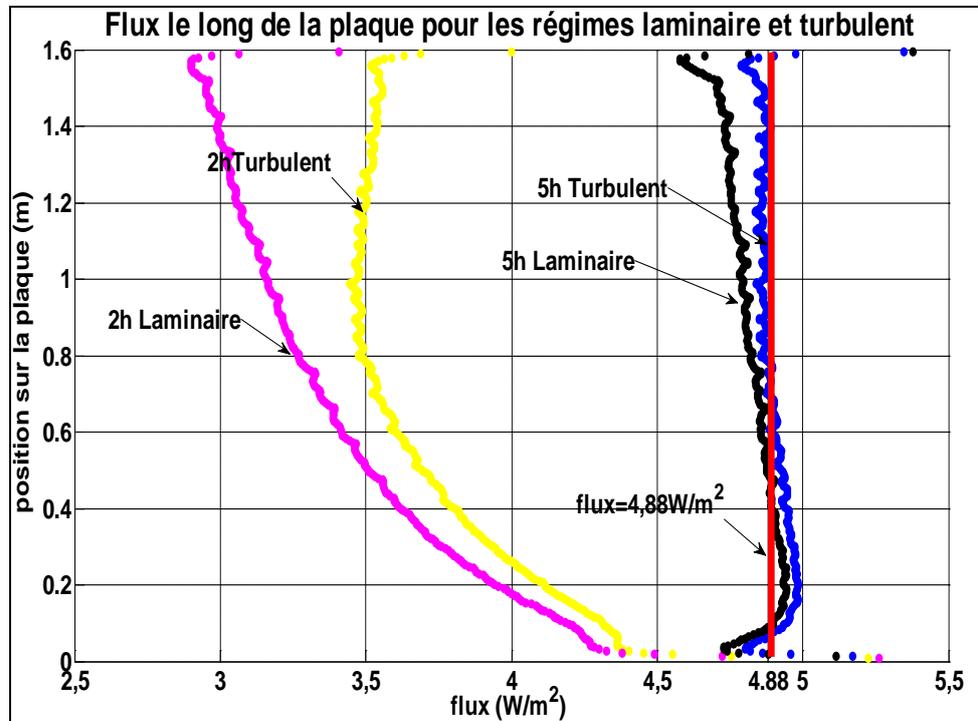
Figure 26 : Evolution de l'écart  $T_{\text{plaque}} - T_{\text{air}}$  de température au cours du temps (régime turbulent).

La Figure 26 montre les courbes de la couche thermique le long de la plaque, en fonction du temps, en régime turbulent. Les courbes sont d'abord tracées pour un régime laminaire mais après 1h (temps réel) on a

employé le modèle turbulent *SST k- $\omega$* . On note que les couches thermiques, dans les deux cas, ont tendance à augmenter au cours du temps. Les courbes de la Figure 26 sont plus plates au-dessus de  $0,6m$  de hauteur. L'apparition de ces courbes plates le long de la plaque en régime turbulent a été observée par plusieurs études théoriques et expérimentales [17]. En outre, les trois dernières courbes présentent un écart maximal de  $0,05\text{ K}$  qui signifie que l'ensemble du système est arrivé au régime permanent.

#### 4.5.3 Validation

La Figure 27 illustre de manière comparative les deux régimes d'écoulement (laminaire et turbulent le long de la plaque) au cours du temps. Le flux ne présente pas de différences significatives dans le niveau inférieur de la plaque lorsque le régime laminaire domine.



**Figure 27** : Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque avec la capacité thermique ainsi que le flux de chaleur constant  $4,88\text{W/m}^2$  lorsque le système atteint le régime stationnaire.

En revanche, après  $2h$  dans la partie supérieure nous observons une différence significative d'environ  $1\text{W/m}^2$ . Après  $5h$  en temps réel les deux courbes sont très proches. On s'attend à ce que le flux turbulent soit plus important que le flux en régime laminaire parce que le transfert de chaleur est plus important en régime turbulent qu'en régime laminaire. Sur

la Figure 27 on voit que les valeurs du flux de l'écoulement turbulent sont supérieures aux valeurs de l'écoulement laminaire, ainsi que les courbes d'écoulement turbulent sont plus droites le long de la paroi. Enfin, quand on compare les courbes du flux pour les deux régimes au flux calculé (la courbe de flux constante) à l'état stationnaire, on observe que le flux du régime turbulent est plus proche de la valeur théorique et plus vertical. Ainsi, on peut conclure que le régime dominant dans l'état permanent est le régime turbulent. Au niveau bas de la plaque le flux n'est pas vertical, ceci est dû au fait que la plaque a une capacité thermique et dégage de la chaleur d'une manière non uniforme.

---

#### 4.5.4 Discussion et évaluation des données numériques

Étant donné que le flux turbulent est en bon accord avec le flux calculé ( $\varphi_{ref}$ ) quand le système atteint le régime permanent, on se concentre sur la détermination d'autres variables. Plus précisément, les premiers calculs ont été réalisés en régime laminaire puis après  $1h$  en temps réel, l'écoulement est devenu turbulent en partie supérieure de la plaque, de sorte que nous avons utilisé le modèle turbulent  $k-\omega$  SST en essayant de lier les deux régimes.

La Figure 28 compare des profils de température pour les modèles turbulent  $k-\omega$  SST et DNS afin de mieux étudier leurs différences. Il est important de noter que la turbulence commence à se développer au niveau supérieur de la plaque à partir de la première heure ( $1h$ ) lorsque la différence de température est d'environ  $1,5$  °C. On peut dire avec certitude que, après  $3h$  en temps réel l'écoulement turbulent ou transitoire domine le long de la plaque.

Par conséquent, la plaque de  $1h$  jusqu'à  $5h$  a deux régimes (laminaire, transitoire et turbulent) qui coexistent simultanément. Pour cette raison, nous avons mené deux études distinctes. Les dernières courbes sur la Figure 28 sont identiques pour la partie inférieure de la plaque jusqu'à  $1m$  de hauteur de la plaque, ce qui nous fait penser au régime laminaire. A partir de  $1m$  de hauteur l'écart de température entre les courbes augmente ce qui signifie l'apparition du régime turbulent.

En outre, les profils de température et de vitesse sont illustrés sur les Figures 29 et 30, à la fois pour les régimes laminaire et turbulent. En comparant les profils de vitesse et de température pour les deux régimes ( $5h$  temps réel), on peut remarquer que les couches cinétique et thermique pour l'écoulement turbulent sont légèrement plus larges que celles de l'écoulement laminaire.

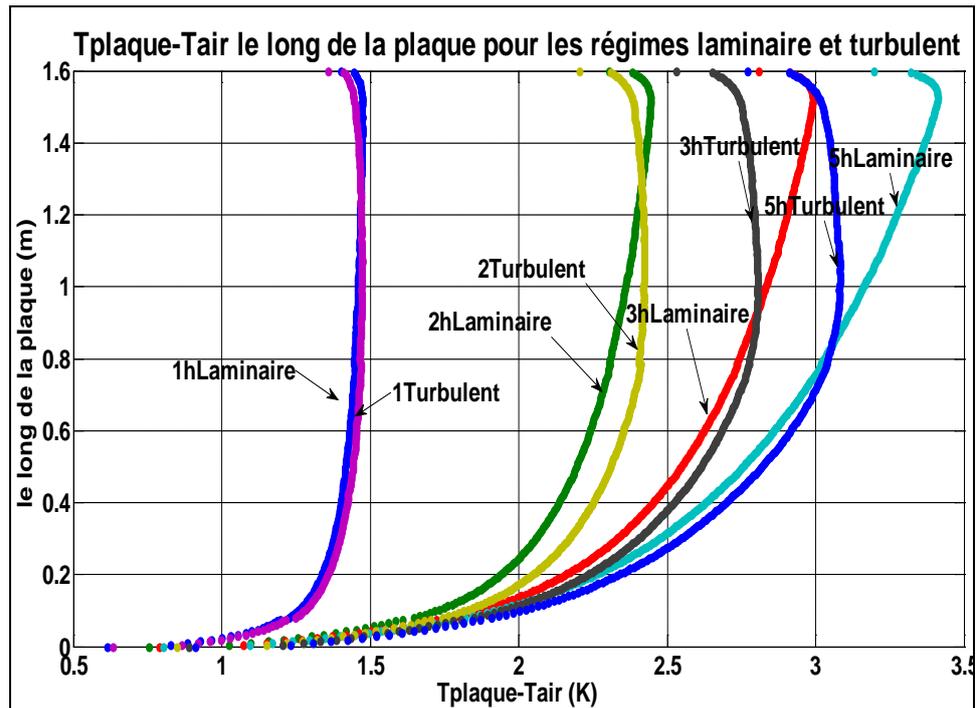


Figure 28 : Evolution de l'écart de température au fil du temps pour deux régimes.

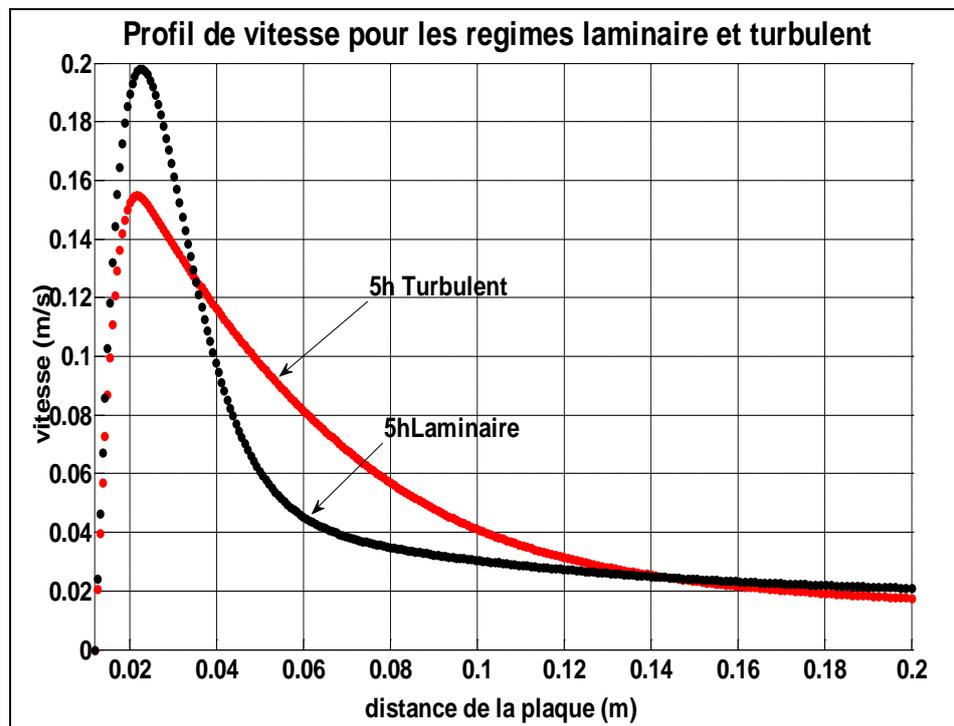
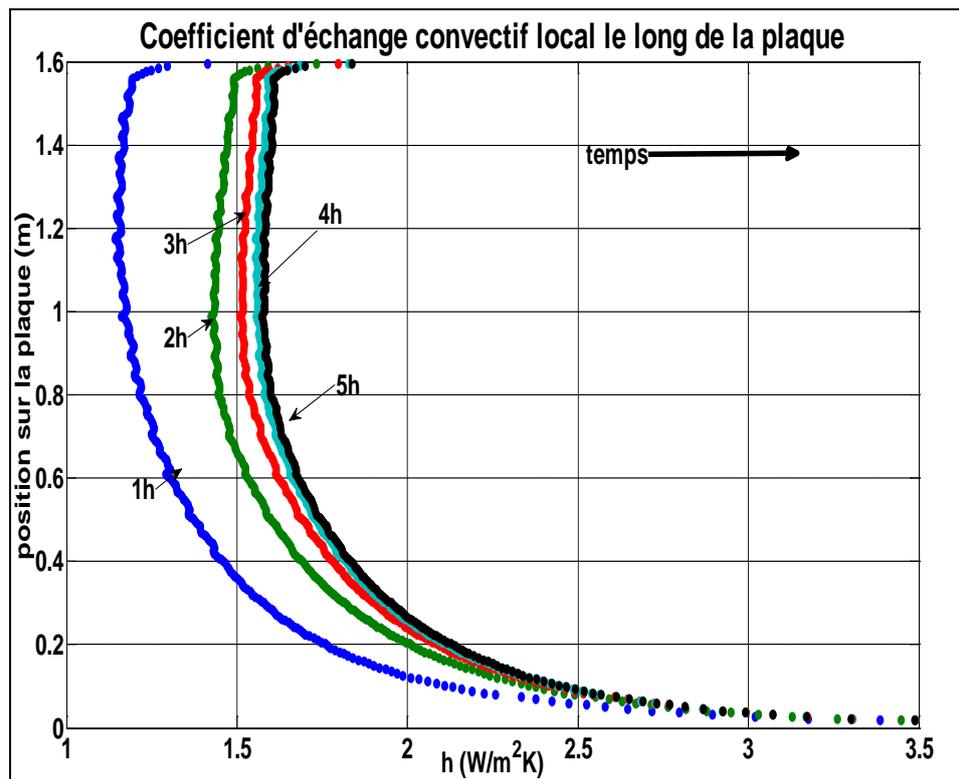
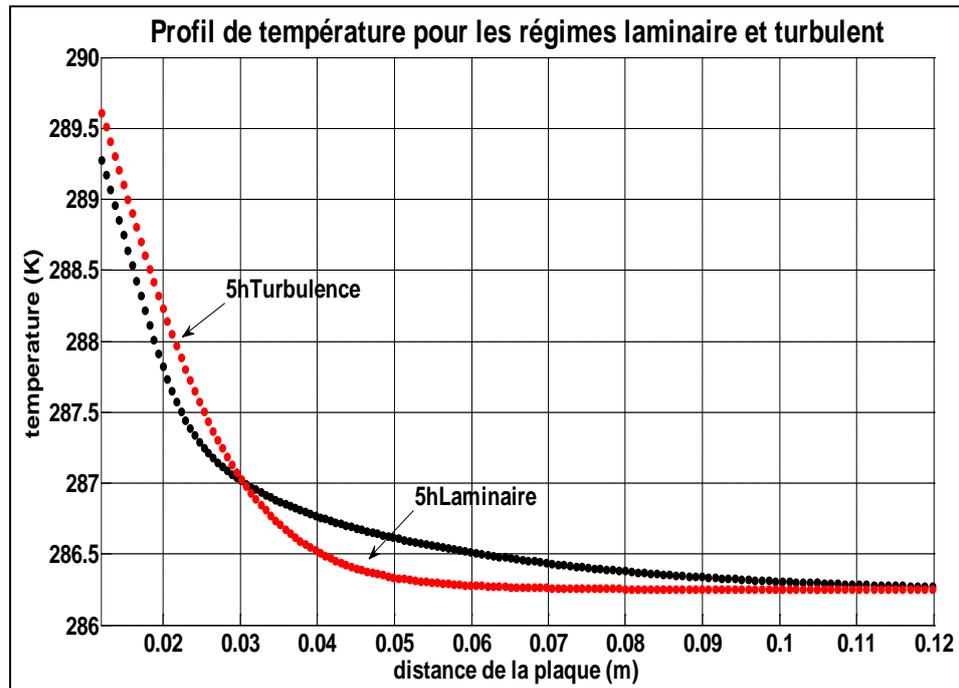


Figure 29 : Profil de la vitesse pour la hauteur 1,40m de la plaque.



La couche thermique pour un écoulement turbulent est légèrement plus grande que la couche thermique pour le régime laminaire. Cette observation s'explique par le fait que les tourbillons dans la couche limite diffusent plus facilement de l'énergie thermique et cinétique qui contribue à l'augmentation de la couche limite. De plus, la vitesse maximale de l'écoulement turbulent est inférieure à la vitesse maximale de l'écoulement laminaire.

La Figure 31 représente les valeurs locales du coefficient d'échange convectif au cours du temps en commençant par le régime laminaire et en continuant avec le régime turbulent. Le coefficient d'échange convectif local diminue lorsqu'on monte le long de la plaque. Cette observation est en accord avec la théorie.

Le coefficient d'échange convectif local diminue étant donné que le flux à partir de  $4h$  est constant (avec de très faibles fluctuations) tout au long de la plaque et le  $\Delta T$  augmente en fonction de la hauteur de la plaque ; ce qui est conforme à la relation suivante :

$$h = \frac{q}{\Delta T} \quad (84)$$

Enfin sur la Figure 32, on peut voir que le coefficient d'échange convectif moyen atteint la valeur maximale d'environ  $1,8 \text{ W/Km}^2$ .

La Figure 33 représente le coefficient d'échange convectif moyen pour un matériau d'une capacité thermique  $4350 \text{ J/Kkg}$ . On a choisi d'étudier l'évolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque de ce matériau parce que les MCP (étudiés dans le chapitre 5) ont la même capacité thermique avant le changement de phase.

Il est important alors de confronter les valeurs moyennes du  $h$  obtenus à celles du matériau à changement de phase (voir au chapitre qui suit). On peut voir que l'évolution du coefficient d'échange convectif moyen représenté sur la Figure 33, atteint la valeur maximale d'environ  $2,3 \text{ W/Km}^2$ . Il est évident alors que le coefficient d'échange convectif dépend de la capacité thermique du matériau.

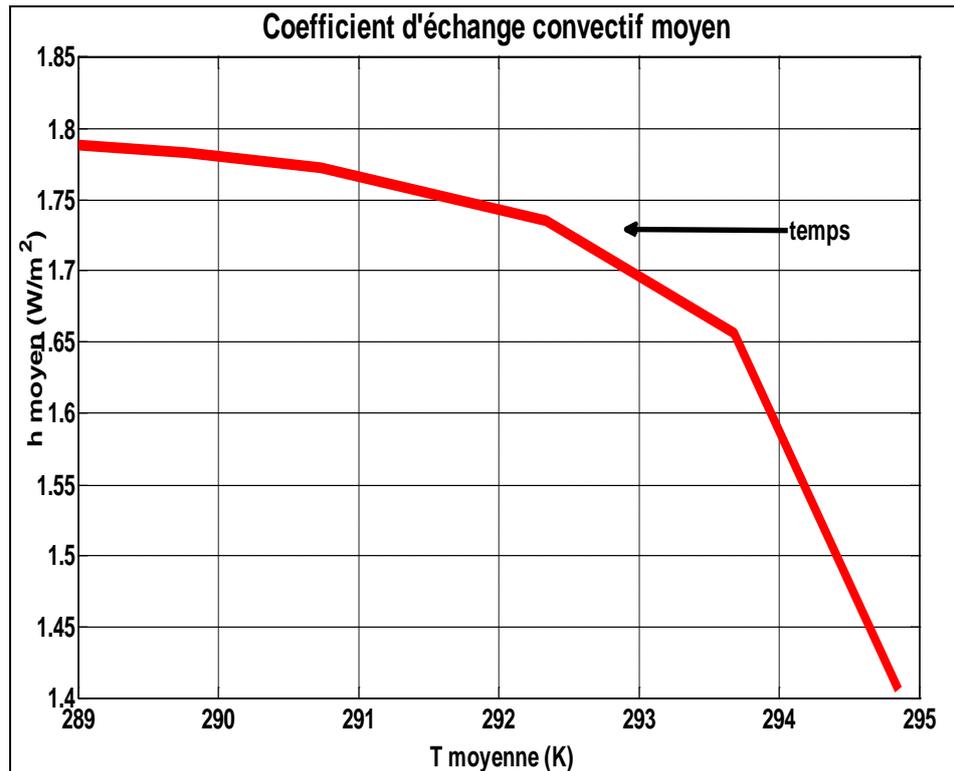


Figure 32 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque avec  $C_p=1100J/Kkg$  au cours du temps.

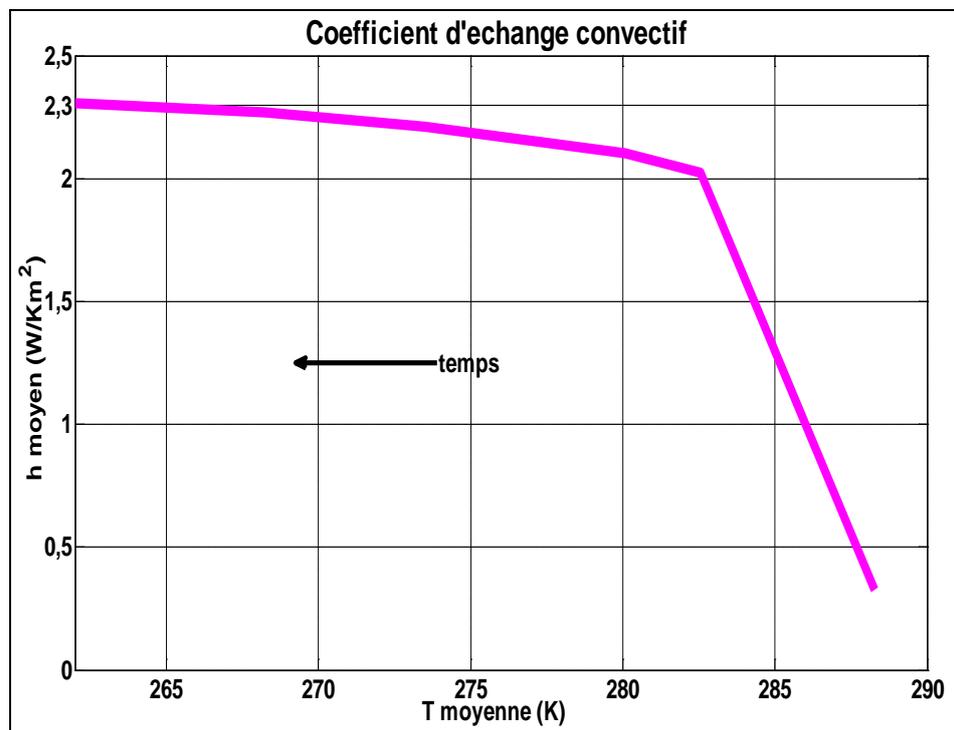


Figure 33 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque avec  $c_p=4350J/Kkg$  au cours du temps.

---

## 4.6 Conclusions du chapitre et perspectives

Nous avons réussi à obtenir des conclusions quantitatives et qualitatives très importantes sur le comportement au voisinage d'une plaque verticale avec la capacité thermique à l'échelle 1:1 placée dans une cavité ouverte et soumise à une température d'air diminuant. Nos conclusions sont résumées comme suit:

- La courbe du flux de chaleur a tendance à devenir verticale au fil du temps jusqu'à ce que le système atteigne le régime permanent.
- La courbe du flux à  $5h$  en régime turbulent est plus verticale que celui en régime laminaire et par conséquent s'approche mieux du flux théorique calculé ( $\varphi_{ref}=4,88W/m^2$ ). Il est clair alors qu'en régime établi l'écoulement turbulent est important en ce qui concerne la formulation de la couche limite de la plaque.
- La différence de température  $\Delta T$  en régime turbulent est faible le long de la paroi que celle en régime laminaire.
- A partir de  $1h$  l'écoulement turbulent commence à apparaître au niveau supérieur de la plaque. Au bout d'un moment les deux régimes (laminaire et turbulent) coexistent. Plus précisément, de  $0m-0,8m$  l'écoulement est plutôt laminaire et de  $0,8m-1,6m$  l'écoulement est turbulent.
- Les deux profils de vitesse (laminaire et turbulent) présentent des différences en ce qui concerne la vitesse maximale ainsi que la largeur du profil de vitesse turbulent qui est légèrement plus grand.
- Le profil de température en régime turbulent est légèrement plus grand que celui en régime laminaire.
- Le coefficient de transfert de chaleur convectif local diminue lorsque nous montons la plaque à la verticale.
- La valeur moyenne du coefficient d'échange par convection augmente au cours du temps en obtenant une valeur de  $1,8W/m^2$  pour une plaque en plâtre ( $C_p=1100J/Kkg$ ) et une valeur de  $2,4W/m^2$  pour une plaque avec  $C_p=4350J/Kkg$  en régime permanent.
- Le coefficient d'échange convectif dépend de la capacité thermique du matériau.

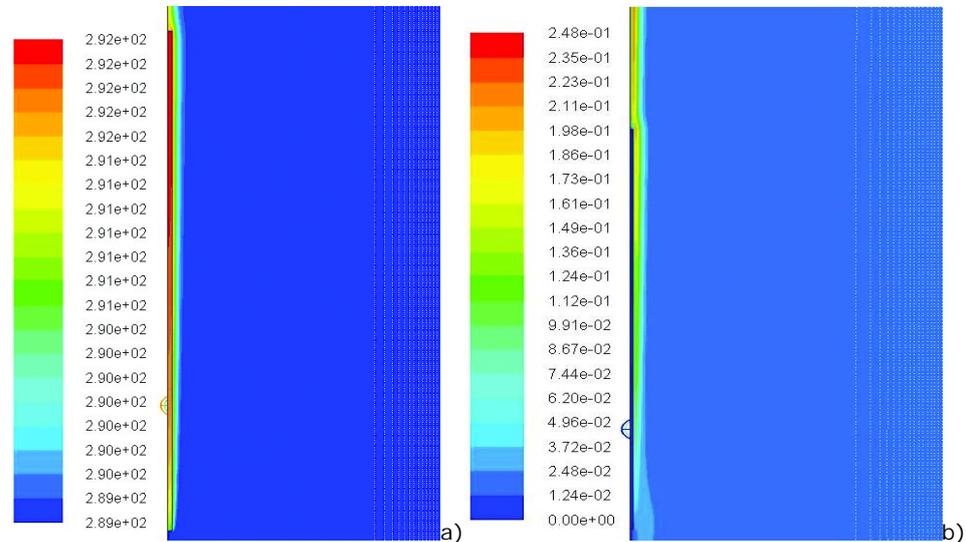
Dans le dernier chapitre, nous allons étudier en détail la structure de la couche limite thermique et cinétique, l'évolution du coefficient de transfert de chaleur convectif et les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une paroi contenant des Matériaux à Changement de Phase.

---

## Annexe A

Les images graphiques suivantes montrent la répartition thermique et cinétique à l'intérieur de la plaque et de la cavité ouverte après avoir simu-

lé  $2h$  (temps réel). On observe que l'évacuation de la chaleur de la plaque avance progressivement du niveau bas vers le niveau haut de la plaque.



**Figure Annexe A.1 :** a) La décharge thermique de la plaque et la couche limite thermique au voisinage de la plaque après avoir simulé 2 (temps réel) ; b) La couche limite cinétique après avoir simulé 2h (temps réel).

La couche limite cinétique présente une croissance significative importante à la partie supérieure de la plaque et elle est très faible en partie inférieure. Le fait que la température de la plaque est plus faible en partie inférieure entraîne une très faible vitesse (axe  $y$ ).

## Annexe B

Les conditions aux limites qu'on a imposées pour le régime turbulent sont identiques à celles imposées pour le régime laminaire mais les conditions aux limites des équations de  $k$  et  $\omega$  ont été ajoutées. Les flux turbulents sont significativement affectés par la présence de la paroi. La paroi est la source de turbulence. On observe un gradient important de la température et de la vitesse près de la paroi. Il est évident que la vitesse est affectée par la condition du non-glissement qui doit être satisfaite à la surface de la paroi. Très proche de la paroi, l'amortissement visqueux réduit les fluctuations tangentielles de la vitesse, tandis que le blocage cinématique (kinematic blocking) réduit les fluctuations de la vitesse normale. Vers la région extérieure de la couche limite de la paroi, la turbulence augmente rapidement à cause de l'énergie cinétique turbulente en raison des forts gradients de vitesse moyenne.

La région simulée proche de la paroi influence la fidélité de la solution numérique dans la mesure où la paroi représente la source principale de la vorticité moyenne et de la turbulence. Les variables au voisinage de la paroi présentent des gradients importants qui influencent le moment cinétique et les autres scalaires de transport. Par conséquent, la représentation précise de l'écoulement dans la région proche de la paroi est déterminée par le modèle  $k-w$  SST avec succès. On calcule le  $\omega$  proche de paroi :

$$\omega_w = \frac{\rho(u^*)^2}{\mu} \omega^+ \quad (\text{Annexe B.1})$$

On calcule la valeur asymptotique pour la sous-couche limite :

$$\omega^+ = \min \left( \omega_w^+, \frac{6}{\beta_i (y^+)^2} \right) \quad (\text{Annexe B.2})$$

où

$$\omega^+ = \begin{cases} \left( \frac{50}{k_s^+} \right)^2, & k_s^+ < 25 \\ \left( \frac{100}{k_s^+} \right), & k_s^+ \geq 25 \end{cases} \quad (\text{Annexe B.3})$$

où

$$k_s^+ = \max \left( 1.0, \frac{\rho k_s u^*}{\mu} \right) \quad (\text{Annexe B.4})$$

et  $k_s$  est la hauteur de rugosité. Dans la région logarithmique (ou turbulente), la valeur de  $\omega^+$  est

$$\omega^+ = \frac{1}{\sqrt{\beta_\infty^*}} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (\text{Annexe B.5})$$

qui conduit à la formule de  $w$  pour les cellules proche de la paroi :

$$\omega = \frac{u^*}{\sqrt{\beta_\infty^*} \kappa y} \quad (\text{Annexe B.6})$$

---

## Annexe C

Les équations du taux de dissipation de la turbulence  $k$  et du taux de dissipation spécification  $\omega$  sont les suivantes [18] :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k \quad (\text{Annexe C.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_\omega - Y_\omega \quad (\text{Annexe C.2})$$

Dans ces équations,  $\tilde{G}_k$  représente la génération de l'énergie cinétique turbulente,  $\tilde{G}_\omega$  représente la génération  $\omega$ ,  $\Gamma_k$  et  $\Gamma_\omega$  représentent la diffusivité effective de  $k$  et  $\omega$ , respectivement,  $Y_k$  et  $Y_\omega$  représentent la dissipation de la turbulence  $k$  et de  $\omega$  par suite de turbulence et  $D_\omega$  représente le terme de la diffusion transversale.

---

## Références du chapitre

[1] O.G. Martynenko, A.A. Berezovsky, "Laminar free convection from a vertical plate", in International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 27; 6, June 1984, pp. 869–881.

[2] S. Ostrach, "New aspects of natural convection heat transfer", in Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, vol 75, pp. 1287-1290 (1953).

[3] E. Schmidt, W. Beckmann, "Das Temperaturund Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechter Platte bei natürlicher Konvektion", in Tech. Mech. u. Thermodynamik, Bd.1, Nr.10, Okt. 1930, pp. 341-349; cont., Bd.1, Nr. 11, Nov. 1930, pp.391-406.

[4] R. Siegel, "Transient free convection from a vertical flat plate", in Transactions of the ASME, vol. 30, pp. 347-359 (1958).

[5] B. Gebhart, "Transient natural convection for vertical elements for time dependent internal energy generation—appreciable thermal capacity", in International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 6; 11, November 1963, pp. 951–957.

[6] E.M. Sparrow, "Laminar free convection on a vertical plate with prescribed nonuniform wall flux or prescribed nonuniform wall temperature", in NACA TN 35008 (1955).

[7] J.D. Hellums and S.W.Churchill, "Transient and steady state, free and natural convection, numerical solution: Part 1. The isothermal, vertical palte", in A.I.Ch.E. vol. 8, pp 690-6925 (1962).

[8] M. Santamouris, A. Argiriou, D. Asimakopoulos, N. Klitsikas, A. Dounis, "Heat and mass transfer through large openings by natural convection", Energy and Buildings, Volume 23, Issue 1, October 1995, Pages 1-8.

[9] H.B. Awbi, A. Hatton, "Natural convection from heated room surfaces", Energy and Buildings, Volume 30, Issue 3, August 1999, Pages 233-244.

[10] A.A. Berezovsky, O.G. Martynenko and Yu.A. Sokovishin, "Free convective heat transfer on a vertical semi infinite plate", in Journal of Engineering Physics, vol. 33, pp. 32-39, (1977).

[11] S. Ostrach, "Laminar natural convection flow and heat transfer of fluids with and without heat sources in channels with constant wall temperature", in NACA TN, 2863, (1952).

[12] K. Pohlhausen, "Zur näherungsweisen Integration der Differentialgleichung der Iaminaren Grenzschicht", in z.f.a.M.M vol.I, p.252, (1921).

[13] Y. Xiaoxiong, "Wall Function for Numerical Simulation of Natural Convection along Vertical Surfaces", Master of Science, Swiss Feral Institute of Technology, Juris Druck+Verlag (1995).

[14] G.C. Georgantopoulou, S. Tsangaris, "Block, mesh refinement of incompressible flows in curvilinear domains" in Applied Mathematical Modelling, vol. 31, pp. 2136-2148, (2007).

[15] T. Cebeci and P. Bradshaw, "Physical and Computational Aspect of Convective Heat Transfer", in Springer, (1984).

[16] A. Bykalyuk, F. Kuznik, K. Johannes, "Transient Free Laminar Convection in the Vicinity of a Thermal Conductive Vertical Plate", International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering Vol:7 No:12, 2013, pp. 1445-1454.

[17] F. R. Menter, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.

[18] ANSYS FLUENT User's Guide, <http://cdlab2.fluid.tuwien.ac.at> (consulté le 08.10.2014).

[19] M. Miyamoto, H. Kajino, J. Kurima, I. Takanami, "Development of Turbulence Characteristics in a Vertical Free Convection Boundary Layer, 7<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference, Munich, F.R.G., Vol. 2, pp. 323-328, 1982.

[20] D. David, "Etude expérimentale de la convection naturelle aux abords de parois contenant des matériaux à changement de phase", Thèse de Doctorat, soutenue le 09 décembre 2010, Ecole Doctorale MEGA, CETHIL, INSA de Lyon, pp. 264.

[21] S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", in Taylor&Francis (1980).



# 5 Etude numérique de la convection naturelle aux abords d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase

## 5.1 Introduction

## 5.2 Les conditions initiales et les conditions aux limites

## 5.3 La méthode de la capacité calorifique effective

## 5.4 Discussion et Résultats

### 5.4.1 Résultats du matériau MCP1

### 5.4.2 Confrontation qualitative des résultats numériques et expérimentaux

### 5.4.3 Résultats du matériau MCP2

### 5.4.4 Résultats du matériau MCP3

## 5.5 Conclusions du chapitre et perspectives

### Résumé du chapitre

*Dans le présent chapitre, notre travail se focalise sur l'étude numérique de transfert de chaleur par convection au voisinage des parois contenant MCP. On a utilisé le modèle du chapitre précédent en incluant le matériau à changement de phase dans la plaque de plâtre. Trois différents matériaux à changement de phase ont été étudiés et les résultats numériques correspondants ont été comparés et analysés. Les résultats numériques représentent la structure de la couche limite thermique, l'évolution du coefficient d'échange convectif et les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une paroi de bâtiment contenant des matériaux à changement de phase (MCP). Les résultats numériques obtenus dans le cadre de cette thèse sont aussi confrontés aux résultats expérimentaux trouvés par Damien David. Le principal résultat de cette étude est que le flux présente un pic local le long de la paroi-MCP au cours du temps. De plus, la valeur de l'énergie latente d'ordre 105000 J/kg augmente la valeur du coefficient d'échange convectif de 0,3 W/Km<sup>2</sup> (par exemple 2,5W/Km<sup>2</sup>-2,8W/Km<sup>2</sup>) contrairement à la valeur de l'énergie latente de 15000 J/kg qui ne l'influence pas.*

---

## 5.1 Introduction

Notre étude porte sur le coefficient d'échange convectif entre une paroi contenant des matériaux à changement de phase (MCP) et l'air pour évaluer le stockage / libération de chaleur. Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle dans l'environnement Ansys Fluent 14.5 (CFD), en employant la méthode de la capacité effective (la capacité thermique en fonction de la température à été intégrée dans le code de calcul de Fluent). On a utilisé le modèle du chapitre précédent avec les mêmes conditions aux limites, le même maillage et la même résolution en employant la méthode de la capacité calorifique effective pour simuler le changement d'état du matériau au sein de la plaque. Donc, on commence directement ce chapitre par la présentation de la méthode de la capacité calorifique effective. Les trois différentes courbes de la capacité effective des MCP étudiés sont également affichées. Les résultats obtenus pour trois différentes MCP sont expliqués, analysés et comparés entre eux.

De plus, ils ont été confrontés aux résultats expérimentaux obtenus par Damien David où on observe la présence du même phénomène, qui est un pic local le long de la paroi. Enfin, les résultats de cette étude présentent l'évolution des coefficients de transfert convectif de chaleur, la structure de la couche limite thermique et visent à mieux comprendre les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une paroi de bâtiment contenant des matériaux à changement de phase. Les valeurs moyennes du flux et du coefficient d'échange convectif au bord de la paroi-MCP sont présentées. On peut alors déduire que la valeur de chaleur latente de 105000 J/kg augmente la valeur du coefficient d'échange convectif de 0,3 W/Km<sup>2</sup> (par exemple 2,5W/Km<sup>2</sup>-2,8W/Km<sup>2</sup>) contrairement à la valeur de chaleur latente de 15000 J/kg ne l'influence pas.

---

## 5.2 Les conditions initiales et les conditions aux limites

Les conditions aux limites sont les mêmes qu'au chapitre 5 (voir chapitre 5) sauf les conditions aux limites inférieures. L'air a une très faible vitesse à l'entrée pour pousser l'air froid qui a tendance à stagner en bas tandis que des données instationnaires sont prévues pour la température qui décroît de 2°C par heure. La condition limite inférieure est donc la suivante:

$$v = 0,02 \text{ m/s}, u = 0 \text{ m/s}, T = T_0 - 0.0005 * t, P_{\text{totale}} = 0 \quad (85)$$

En ce qui concerne la température initiale ( $T_0$ ), elle change en fonction du matériau. Pour le MCP1 et le MCP3, la température initiale est  $T_0 = 297K$ , et pour MCP2,  $T_0 = 302K$  soit.

### 5.3 La méthode de la capacité calorifique effective

La méthode de la capacité thermique, traite la capacité calorifique comme une fonction de la température. Au-dessous de la température de fusion du matériau on considère que le matériau est complètement solide et l'énergie supplémentaire est stockée sous forme de chaleur sensible. Pendant le processus de changement de phase, les fluctuations de température au sein du matériau sont limitées à cause d'un processus [1] quasi isotherme.

L'expression de la capacité calorifique dans l'équation de l'énergie  $C(T) = dH/dT$  imite l'effet de l'enthalpie (chaleur sensible et latente) en augmentant la valeur de la capacité au cours de l'étape de changement de phase. Différentes approches sont utilisées pour rendre compte de la libération de la chaleur latente: [2, 3, 4, 5, 6]. Fang [7] a utilisé la courbe de la capacité thermique du test DSC d'un matériau à changement de phase pour l'intégrer dans l'équation de l'énergie.

Pour mettre en œuvre l'équation d'enthalpie dans notre système/modèle numérique nous avons écrit l'équation gouvernante en fonction d'une seule variable inconnue où les effets non-linéaires de chaleur latente sont "isolés" dans une capacité effective,  $C(T)$  (86).

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla(k\nabla T) \quad (86)$$

où,  $k, H$  sont la conductivité thermique et l'enthalpie respectivement. Ainsi, dans l'approche de la capacité thermique effective, le comportement non linéaire associé au changement de phase est absorbé dans la définition de  $C(T)$ . La capacité thermique est utilisée pour tenir compte de l'enthalpie du MCP à différents régimes de température. On peut définir une chaleur spécifique efficace de la façon suivante pour exprimer le dérivé de  $H$  par rapport à la température  $T$ :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{dH}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (87)$$

$$C(T) = \frac{dH}{dT} \quad (88)$$

où

$$H = g_s \int_{T_{ref}}^T \rho_s c_s d\vartheta + g_l \int_{T_{ref}}^T \rho_l c_l d\vartheta + \rho_l g_l L \quad (89)$$

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k\nabla T) \quad (90)$$

Par conséquent, la formulation peut être facilement incorporée dans des codes existants comme celui de Fluent. Pour simuler le comportement du matériau à changement de phase on a intégré dans notre modèle les courbes de la capacité effective (Figure 84) en fonction de la température. La méthode de la capacité calorifique est la méthode la plus utilisée parce que la température est la seule variable de premier ordre qui doit être résolue.

La capacité calorifique du MCP2 est extraite des données obtenues avec une calorimétrie à balayage différentiel (DSC). En ce qui concerne les courbes du MCP1 celui-ci possède la même énergie latente mais sur un différent écart de température. A propos de MCP3, il a une énergie latente 7 fois inférieure à celle du MCP1 sur le même écart de température. La fonction effective de la capacité de chaleur présente un pic entre les températures de fusion et de solidification [8].

La Figure 34 représente trois courbes qui correspondent à des MCP de différente capacité thermique : MCP1, MCP2 et MCP3 qui ont été étudiées dans le présent chapitre. Les deux courbes MCP1 et MCP2 ont la même enthalpie  $H=105000 \text{ J/kg}$  mais sur une plage de température différente. Le MCP1 change d'état sur une plage de 18 degrés (273,15 K - 333,15 K) tandis que le MCP2 change d'état sur une plage de 2 degrés (293,9 K - 296,15 K). Le MCP3 change d'état sur une plage de 2 degrés (293,9 K - 296,15 K) pour une enthalpie  $H=15000 \text{ J/kg}$ .

La Figure 34 et le Tableau 6 présentent la capacité effective et le coefficient de conductivité thermique en fonction de la température. La densité du matériau à changement de phase est de  $1100\text{kg/m}^3$ .

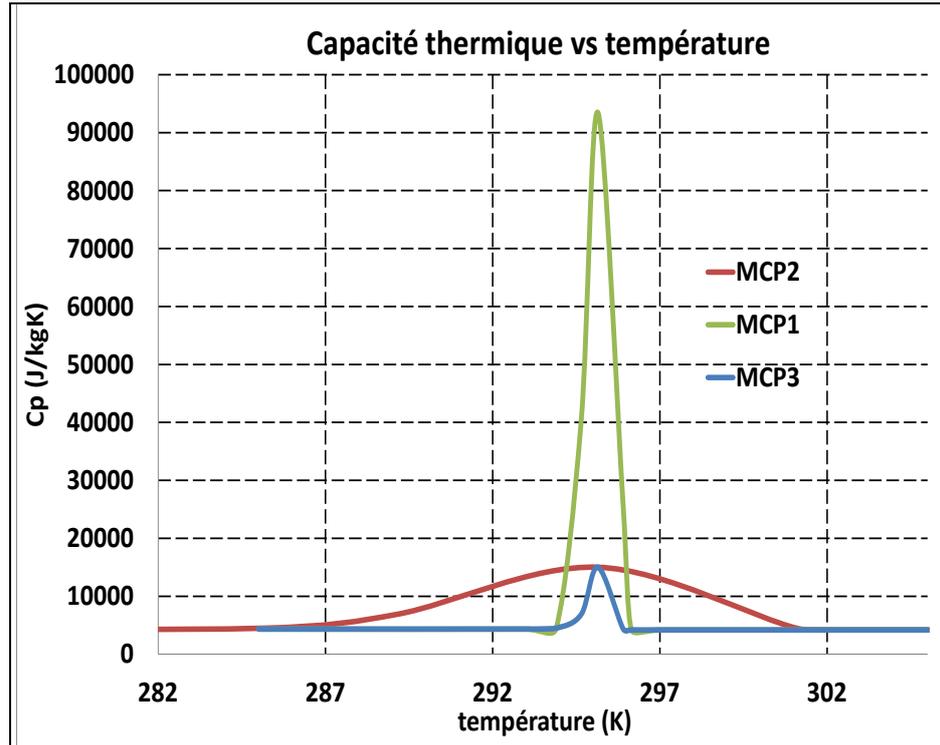


Figure 34 : Les différentes courbes du  $C_p=C(T)$  en fonction de la température.

Tableau 6 : La capacité effective et le coefficient de conductivité thermique en fonction de la température.

T[°C]	$C_p$ [J/kgK]	k [W/mK]	T[°C]	$C_p$ [J/kgK]	k [W/mK]
0	4350	0.25	22	15000	0.25
8	4350	0.25	23	14600	0.20
10	4400	0.25	24	11100	0.20
12	4500	0.25	26	6000	0.20
14	5200	0.25	28	4400	0.20
16	6900	0.25	30	4210	0.20
18	10000	0.25	32	4200	0.20
20	13500	0.25	60	4200	0.20
21	14600	0.25			

## 5.4 Discussion et Résultats

Dans cette partie on présente les résultats concernant les trois différentes courbes de la capacité thermique : MCP1, MCP2 et MCP 3 (Figure 34). L'étude de ces trois courbes nous offre une compréhension approfondie des phénomènes développés au voisinage d'une plaque contenant un MCP. De plus, on procède à une confrontation qualitative des résultats numériques et des résultats expérimentaux (David [9]).

### 5.4.1 Résultats du matériau MCP1

Grace à l'étude numérique détaillée effectuée, on peut obtenir les flux de chaleur, le coefficient convectif local ou moyen et la température ou l'écart de température à l'interface fluide/paroi MCP. La Figure 6.3.1.1 présente l'évolution du flux de chaleur de la plaque qui contient le matériau à changement de phase MCP1 en fonction du temps.

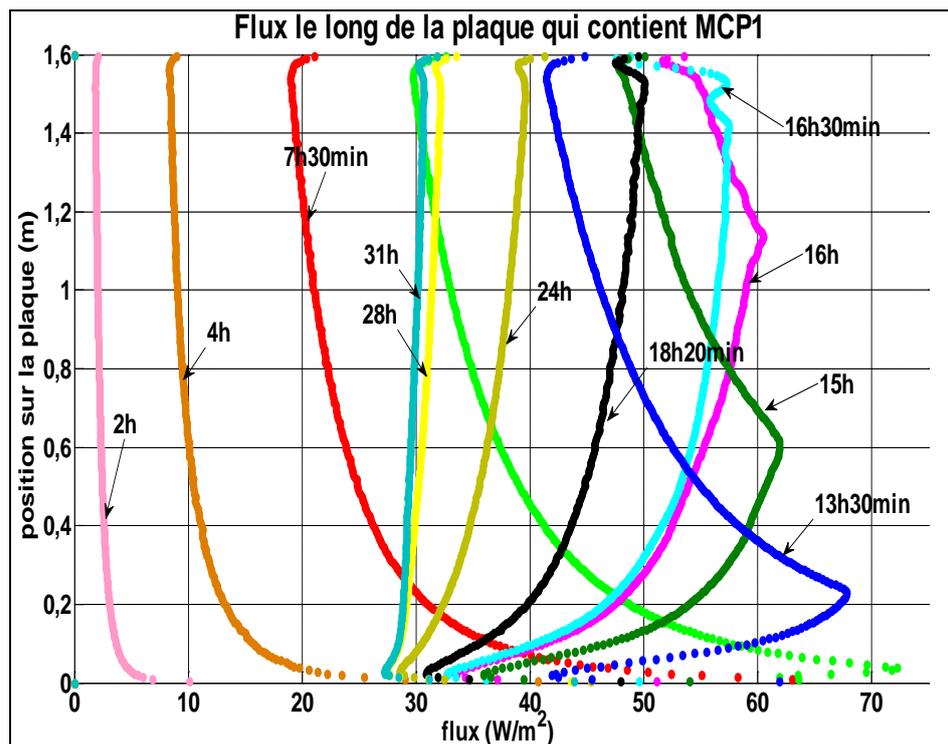


Figure 35 : Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient le MCP1.

Durant les premières heures de descente en température, on remarque qu'il existe un gradient de flux thermique sur la hauteur de la plaque. Le flux est ainsi plus important en bas de la plaque et se réduit au fur et à mesure que l'écoulement s'élève sur la hauteur de la plaque.

Par la suite pour 13h30, on observe un pic de flux à environ 40cm du bas de la plaque qui correspond au pic de chaleur latente (Figure 36). On retrouve ensuite le même comportement que pour le début de la descente lorsque l'on monte en hauteur le long de la plaque. Plus on avance dans le temps plus le pic de chaleur augmente et il correspond toujours à l'endroit où il y a le maximum d'énergie libérée (14h20, 15h). Finalement arrive le moment où le matériau est complètement cristallisé, il n'y a donc plus de pic de chaleur et on retrouve les comportements fréquemment rencontrés dans la littérature (16h30 → 24h). Les courbes ont tendance à devenir de plus en plus verticales, ce qui signifie que l'on atteint le régime stationnaire (28h, 31h). Expliquons maintenant le comportement du flux au bord de la paroi MCP. Sur la Figure 34, qui représente les courbes de la capacité thermique à l'intérieure de la plaque à une distance de 0,001m du bord extérieur adiabatique de la plaque, on observe l'évolution de la capacité thermique sur la surface de la plaque en fonction de la hauteur et du temps.

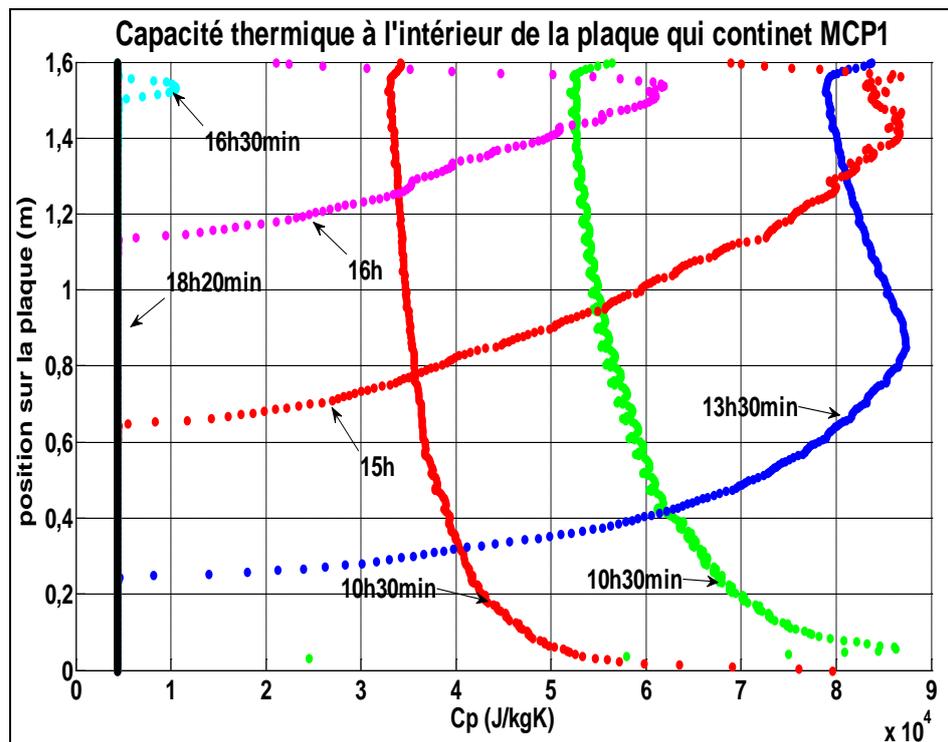


Figure 36 : Evolution de la capacité thermique au cours du temps à  $x=0,001m$  proche de la condition de flux nul, l'interface fluide/paroi est situé à  $x=0,013m$ .

La diminution de la température ambiante impose la diminution de la température de la plaque-MCP. Cette diminution entraîne par conséquent le début de la cristallisation qui se traduit par l'augmentation de la capacité thermique à l'intérieur de la plaque. Le matériau à changement de phase passe alors de l'état liquide à l'état solide.

L'augmentation de la capacité thermique à l'intérieur de la plaque influence alors le flux de chaleur dégagé par la paroi. On voit alors clairement qu'à l'instant *13h30min*, par exemple, la partie basse de la plaque s'est stabilisée à une capacité thermique constante égale à *4350 J/kgK*. Au contraire la capacité thermique de l'autre partie de la plaque est en train d'augmenter. On peut alors déduire que la partie qui a un  $c_p$  constant est devenue solide et la partie restante est en train de changer d'état.

La Figure 37 ci-dessous montre l'évolution de la capacité thermique à différentes profondeurs de la plaque pour l'instant *7h30min*. La Figure 38 illustre les mêmes courbes pour l'instant *10h30min*. On constate par exemple qu'à  $x=0.01$ , proche de l'interface, à *7h30* le changement de phase a lieu, on aperçoit alors le pic de chaleur à  $y=0.1m$ . A *10h30*, on approche du régime stationnaire pour cette même abscisse, on retrouve alors la forme de la littérature. En  $x=0.005$ , on constate qu'il y a un léger échange en bas de la plaque puis le pic arrive vers *10h30*. En  $x=0.001$ , la plaque est tout juste sollicitée.

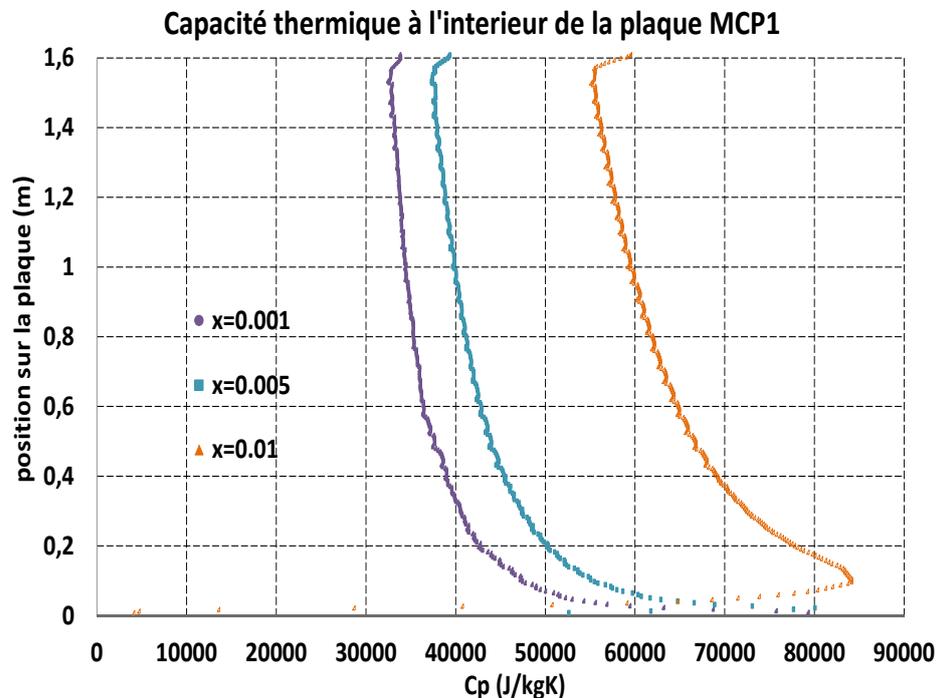


Figure 37 : Evolution de la capacité thermique de la plaque à l'instant *7h30min*.

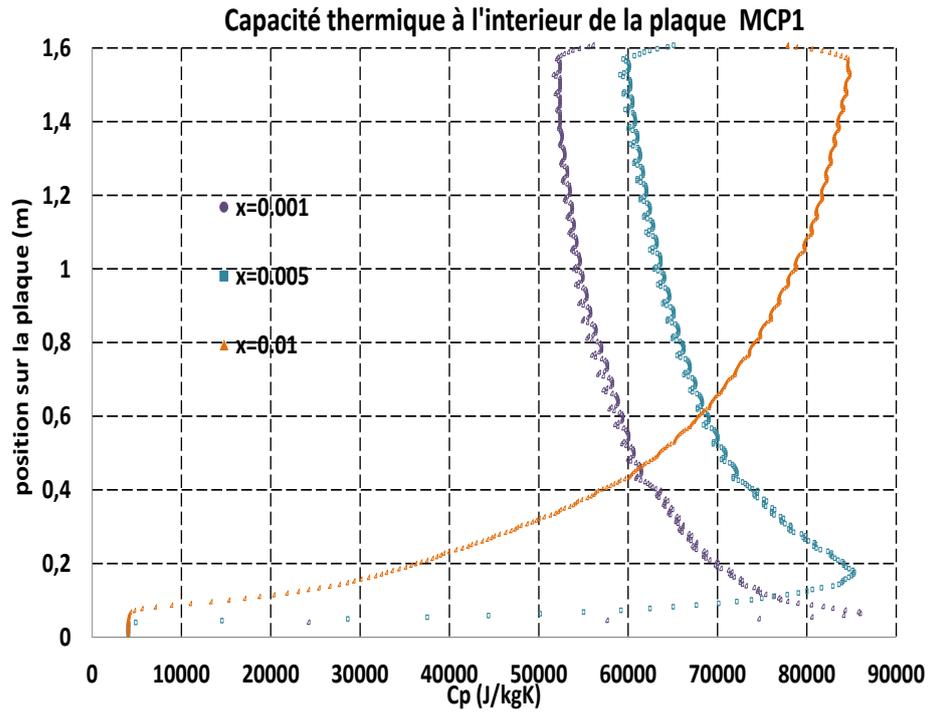


Figure 38 : L'évolution de la capacité thermique de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour l'instant 10h30min.

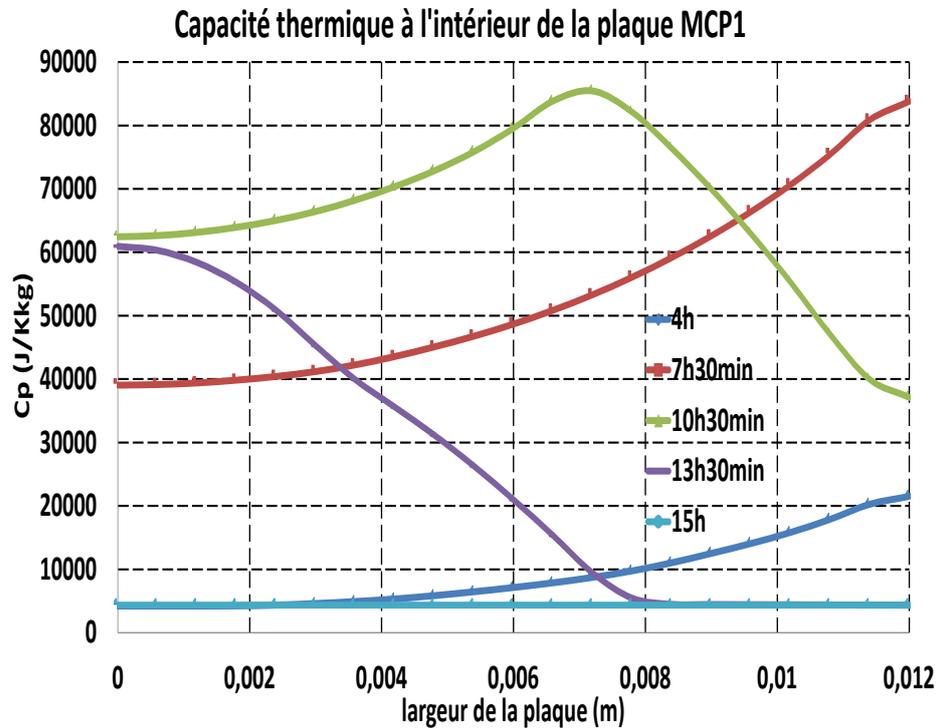


Figure 39 : L'évolution de la capacité thermique au cours du temps à l'intérieur de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase ( $y=0,4m$ ).

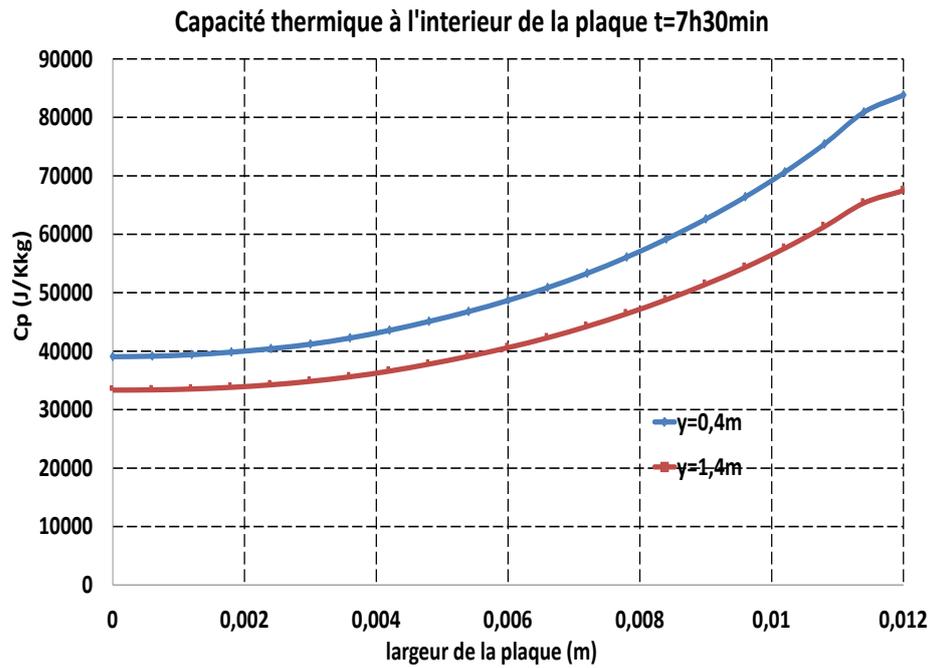


Figure 40 : L'évolution de la capacité thermique à l'intérieur de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour les hauteurs 0.4m et 1.4m pour l'instant 7h30min.

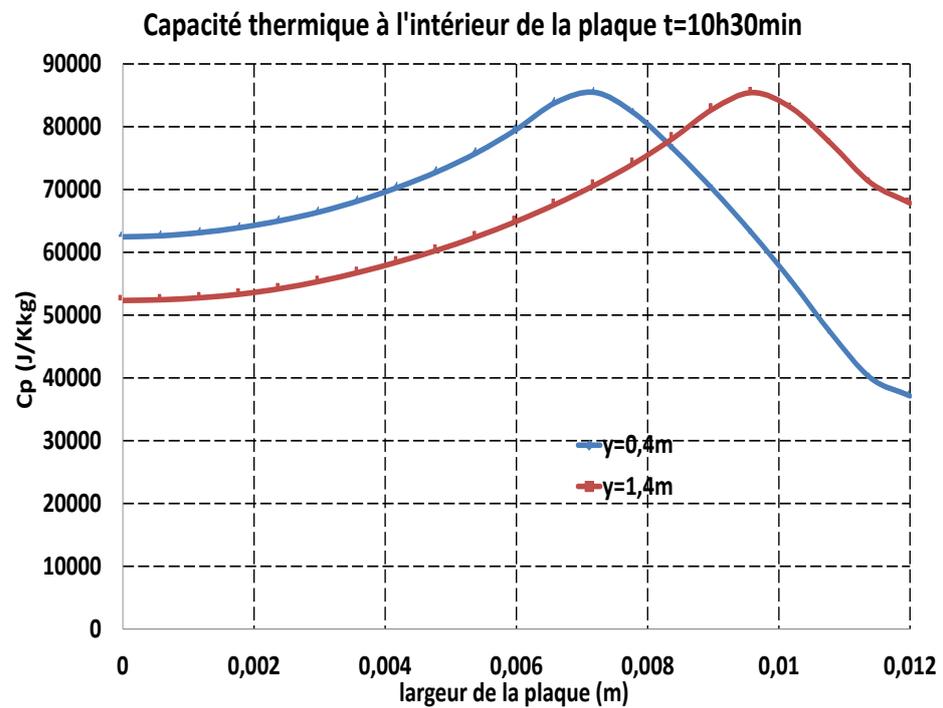


Figure 41 : L'évolution de la capacité thermique à l'intérieure de la plaque qui contient des matériaux à changement de phase pour les hauteurs 0.4m et 1.4m pour l'instant 10h30min.

La Figure 39 nous permet d'observer l'évolution de la capacité thermique en fonction de la profondeur de la plaque à une hauteur spécifique  $y=0.4m$ . On voit alors qu'aux étapes 1 et 2 à 4h et 7h30min le  $c_p$  augmente, ce qui traduit le début de la cristallisation du matériau sur les premières couches en contact avec l'air ambiant. La moitié de la courbe avec le chiffre 3 (10h30min) descend et l'autre moitié monte. En ce qui concerne les étapes 4 et 5 (13h30min et 14h) une partie se stabilise et l'autre descend. Finalement, l'étape 6 montre que le matériau est solide car le  $c_p$  est constant.

Maintenant, si on veut observer la solidification du matériau le long de la plaque pour des différentes hauteurs, les Figures 40 et 41 représentent pour les instants 7h30min et 10h30min les courbes de la capacité thermique pour  $y=0.4m$  et  $y=1.4m$ . Il est évident alors qu'à la hauteur  $y=1.4m$  la solidification est plus tardive qu'à la hauteur  $y=0.4m$ .

En outre, la Figure 42 illustre le profil de la température le long de la paroi qui contient le matériau à changement de phase (MCP1). On remarque que localement les courbes de  $\Delta T$  se déforment pendant les instants 13h30min et 15h. Ce phénomène est dû au fait que le flux augmente localement et a comme résultat de modifier la couche thermique le long de la paroi-MCP.

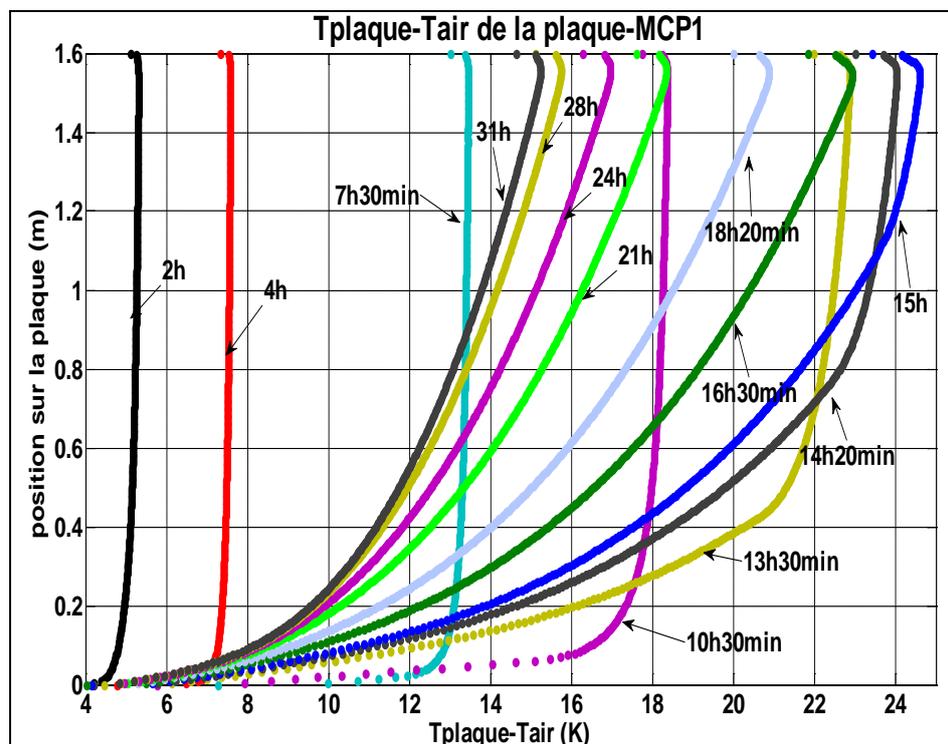


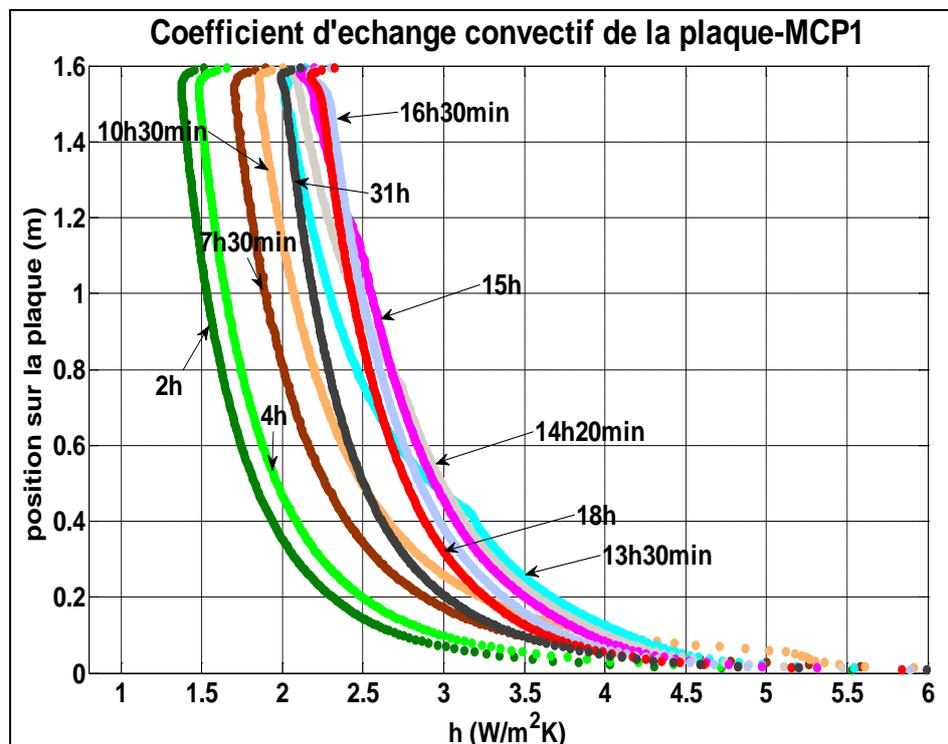
Figure 42 : Evolution de l'écart de température au fil du temps au voisinage de la plaque.

En particulier, à l'instant  $13h20min$  le changement de phase se produit à la hauteur  $y=0,4m$  (à la même hauteur pour l'instant  $13h20min$  la courbe du flux présente un pic du flux). La même chose se produit à la hauteur  $y=0,8m$  pour l'instant  $14h20min$ . La couche thermique de la plaque-MCP présente un comportement différent de celui de la plaque capacitive. On peut remarquer que entre les instants  $13h20min$  et  $15h$  la couche thermique présente une courbure plus large qui témoigne de la présence du changement d'état à l'intérieure de la plaque (de liquide à solide). A partir de  $16h30min$ , la plupart de la plaque est devenue solide si on observe les courbes de  $\Delta T$ ,  $h$  et flux. De plus, le  $\Delta T = T_{plate} - T_{air}$  augmente en raison du fait que la température de l'air dans la cavité ouverte décroît selon l'équation  $T_{air} = 297 - 0.0005t$  et que la température de la plaque reste presque constante due au changement de phase ou diminue lentement due à son inertie.

En ce qui concerne le coefficient d'échange convectif la Figure 43 montre l'évolution du coefficient d'échange convectif qui présente à son terme de petits pics. Plus précisément, les pics sont petits du fait que les  $\Delta T$  et  $q$  (flux) évoluent simultanément. Et que  $\Delta T$  et  $h$  sont des grandeurs physiques inversement proportionnelles, comme suit :

$$h = \frac{q}{\Delta T},$$

ce qui signifie que là où le flux augmente le  $\Delta T$  augmente à son tour.



**Figure 43** : Evolution du coefficient d'échange convectif au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient du matériau à changement de phase mcp1.

Afin d'avoir une meilleure idée des coefficients moyens, nous avons tracé respectivement sur les figures 44, 45 et 46 les coefficients du flux moyen, du coefficient d'échange convectif moyen et du  $\Delta T$  moyen en fonction de la température moyenne.

Les trois diagrammes présentent une augmentation importante et une diminution progressive. La Figure 44 nous montre que le coefficient d'échange convectif moyen augmente jusqu'à la valeur de  $2.8W/Km^2$  et à nouveau diminue jusqu'à  $2,4W/Km^2$ . La Figure 45 illustre l'évolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne. Le flux moyen est illustré sur la Figure 46. Il croit jusqu'à  $55W/m^2$  et diminue à  $30W/m^2$ . Et finalement, la Figure 47 présente l'évolution du  $\Delta T = T_{plaque} - T_{air}$  moyen en fonction de la température moyenne de la plaque qui présente le même comportement comme les autres courbes.

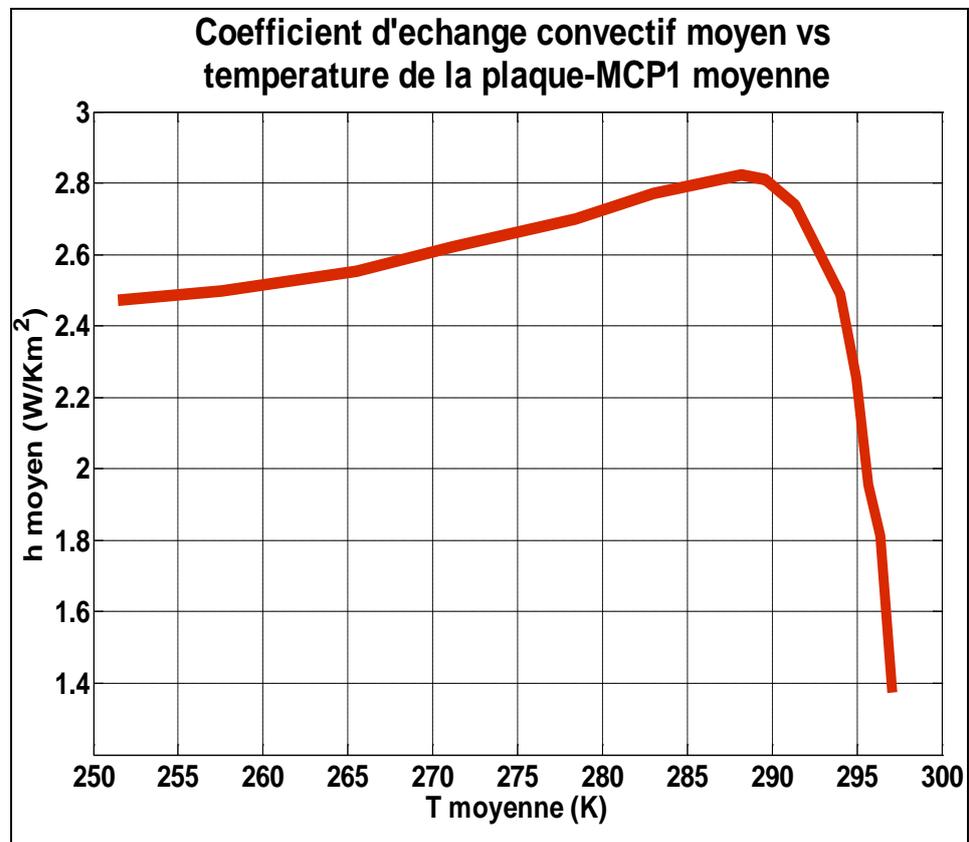


Figure 44 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

Les Figures représentent les variables moyennes dans le cas où les calculs ont démarré 2 degrés avant que la solidification du matériau commence pour diminuer le temps des calculs. Maintenant, considérons que nos

calculs ont démarré plusieurs degrés avant la température de fusion. Pour obtenir alors le coefficient d'échange moyen pour une période avant et après la solidification on a ajouté des résultats de la plaque avec la capacité thermique  $4350J/Kkg$  du chapitre précédent (seulement avec l'énergie sensible). On peut constater alors que l'augmentation du  $h$  est d'ordre  $0,3W/Km^2$  du à la présence de l'énergie latente.

Enfin concernant le profil de la température au voisinage de la plaque, nous avons remarqué que la température diminue de façon uniforme au cours du temps (Figure 48). Nous observons que les courbes sont identiques mais elles sont transposées vers la dimension verticale au cours du temps.

D'autre part, sur la Figure 49, nous remarquons que le profil de la vitesse ne présente aucune évolution importante à partir de  $10h30min$  (en temps réel). Cela signifie que la vitesse maximale de l'air au sein de la couche limite augmente localement que le profil de la température évolue. Par conséquent la couche limite thermique se développe. Ce fait montre que les variations de température ne sont pas suffisamment influentes pour modifier la largeur du profil de vitesse. Ainsi, la couche limite cinétique ne présente pas une évolution importante au fil du temps.

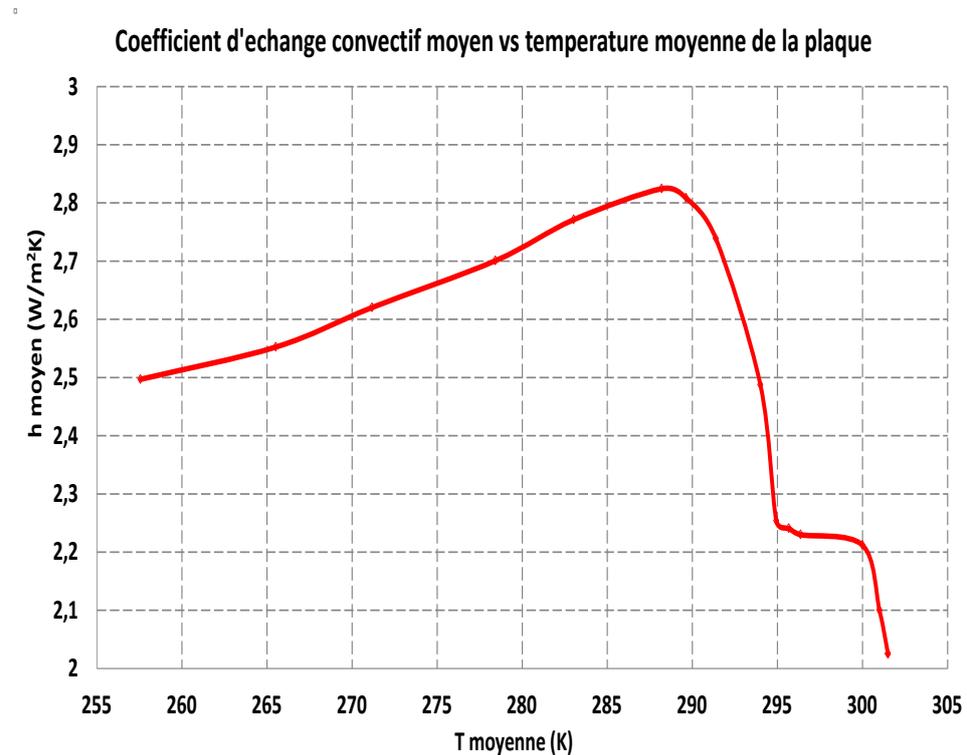


Figure 45 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

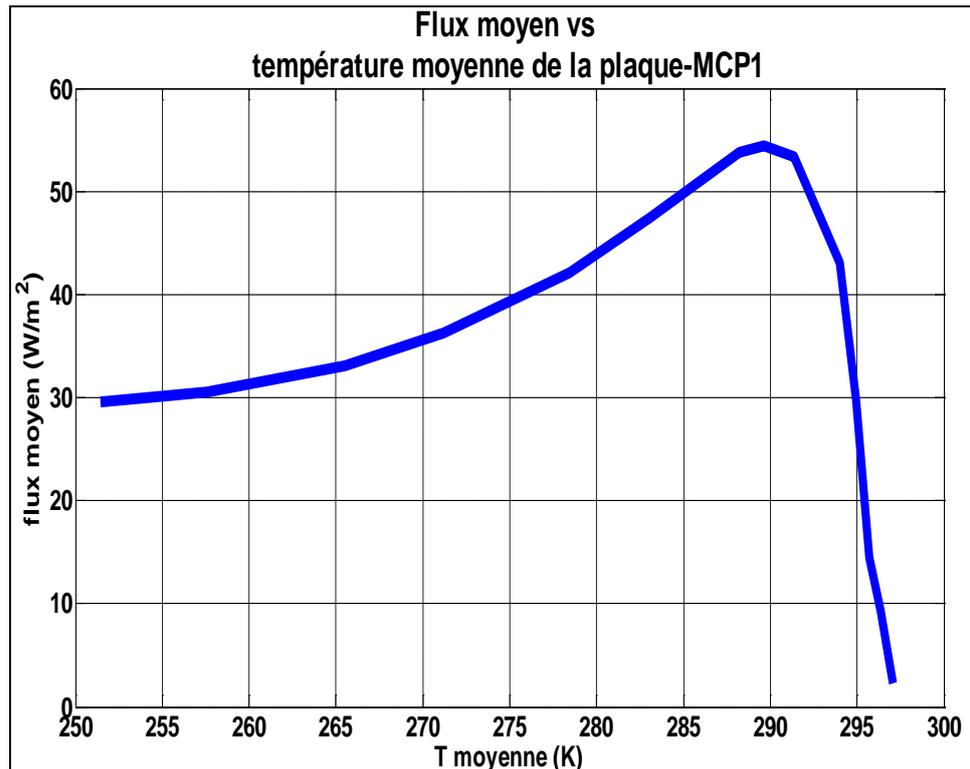


Figure 46 : Evolution du flux moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

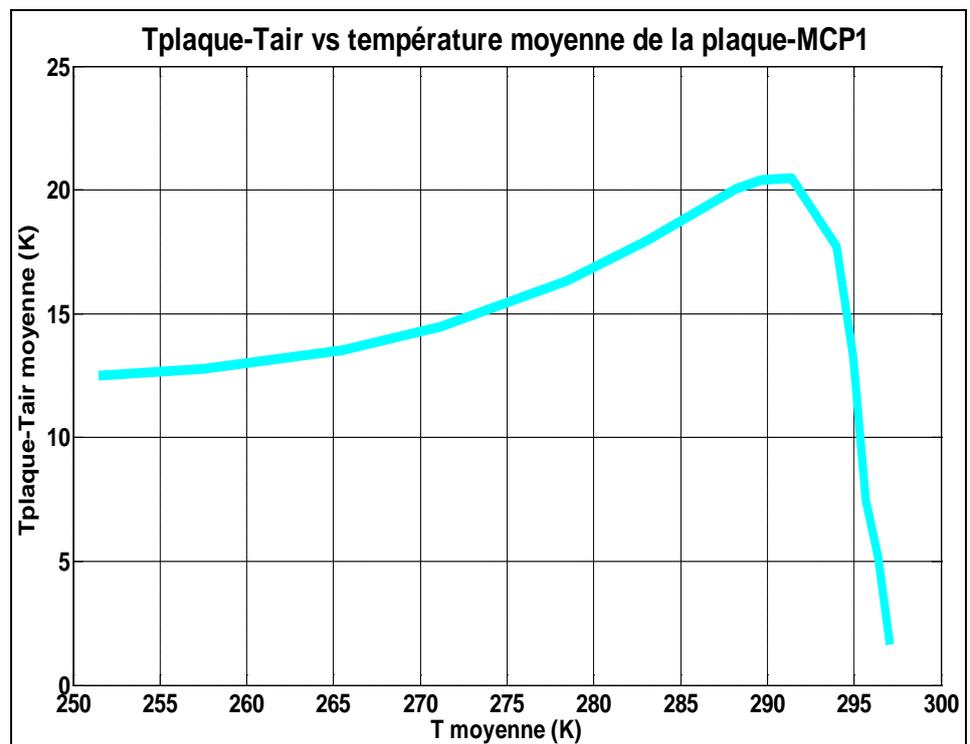


Figure 47 : Evolution du  $\Delta T$  moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP1.

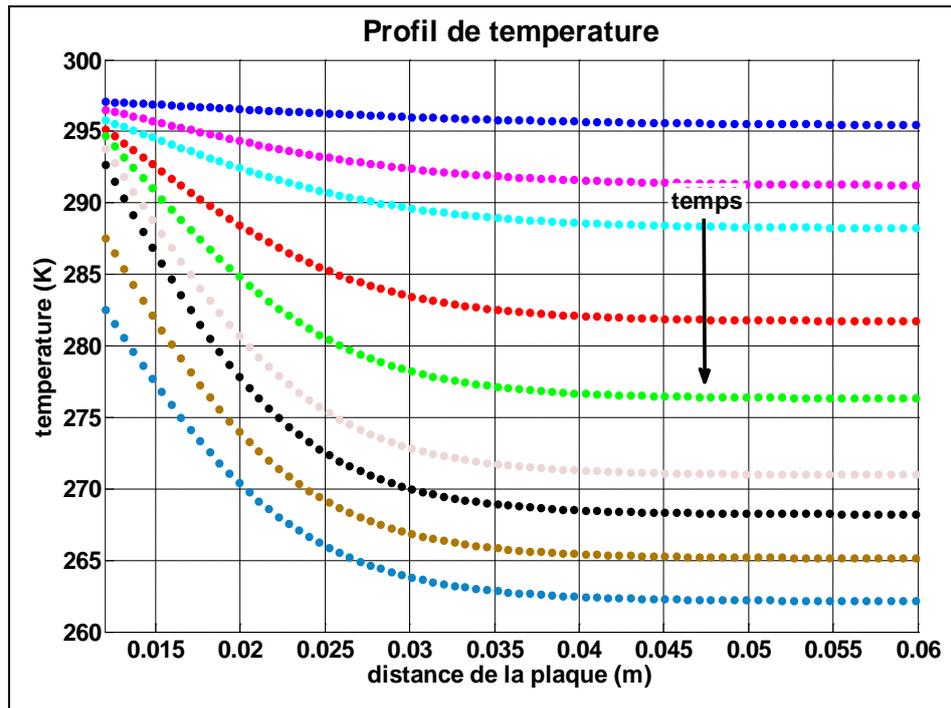


Figure 48 : Evolution du profil de température au fil du temps en s'éloignant de la plaque-MCP à la hauteur  $y=0.4m$ .

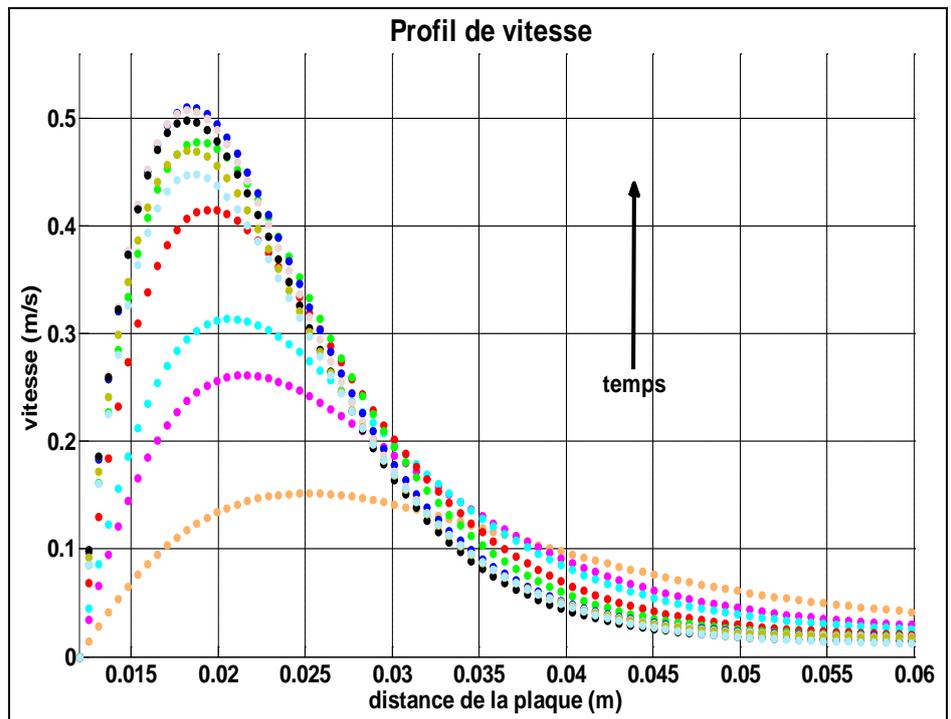


Figure 49 : Evolution du profil de vitesse au fil du temps pour la hauteur  $y=0,4m$ .

#### 5.4.2 Confrontation qualitative des résultats numériques et expérimentaux

La Figure 50 représente des résultats numériques du flux aux bords d'une plaque qui contient des matériaux à changement de phase. Les courbes du flux (Figure 50) correspondent au matériau MCP1 (Figure 34) où on peut observer clairement l'apparition d'un pic local qui monte le long de la plaque au cours du temps. Le pic qui se déplace témoigne que le changement d'état a lieu le long de la plaque. On observe alors le même phénomène dans les résultats de la thèse de D. David (plus de détails [9]).

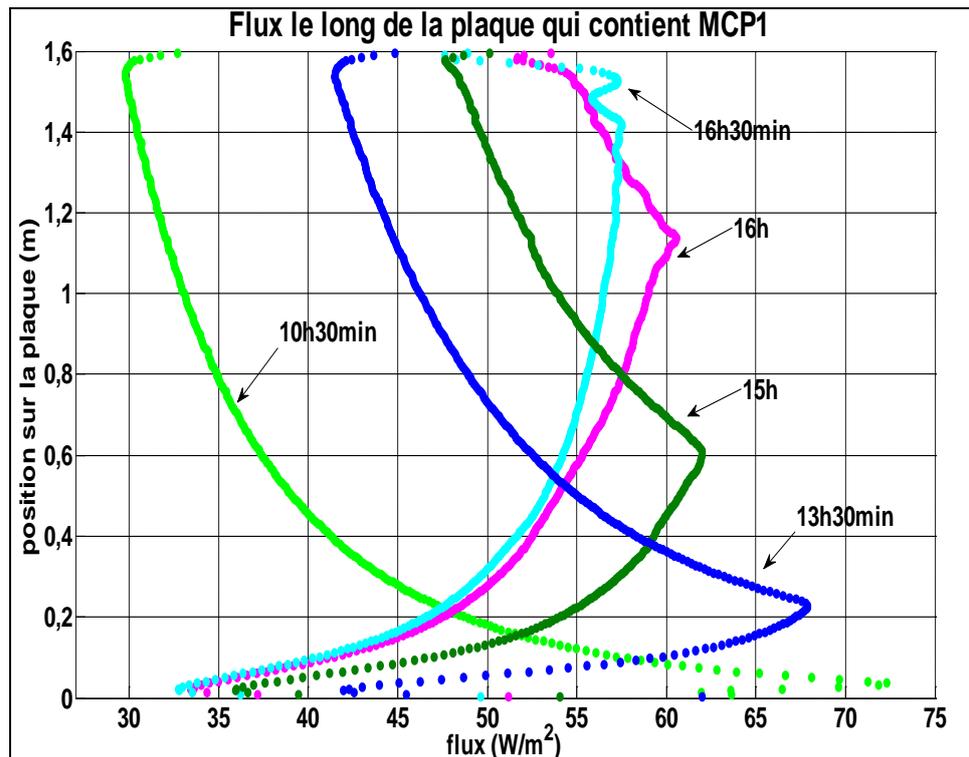


Figure 50 : Evolution du flux de chaleur au fil du temps au voisinage de la plaque qui contient le MCP1.

#### 5.4.3 Résultats du matériau MCP2

Le materieu MCP2 a la même enthalpie totale  $H= 250000J/kg$  que le MCP1 mais sur une plage de différence de température égale à 18 degrés (273,15K-333,15K). Les courbes du flux et du profil de deux matériaux ont la même tendance au cours du temps. La différence réside en ce qui concerne le temps d'évolution et les pics du flux. Le MCP2 change d'état

beaucoup plus lentement que le MCP1. De plus, le pic maximum atteint  $48W/m^2$  tandis que celui du MCP1 est de  $55W/m^2$  (Figures 50, 46).

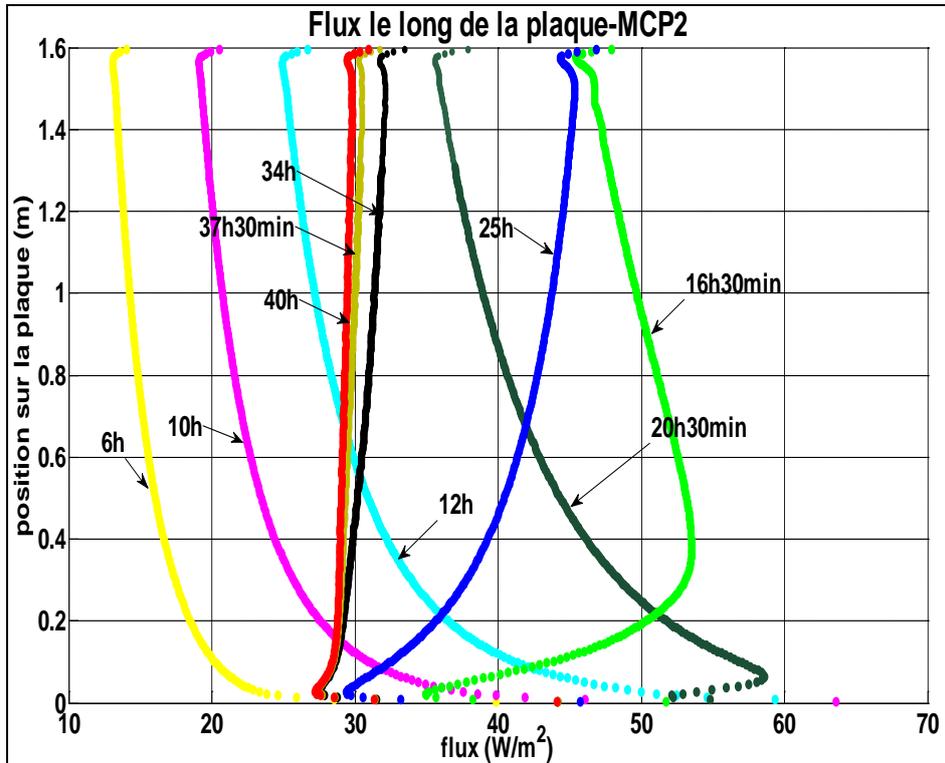


Figure 51 : Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

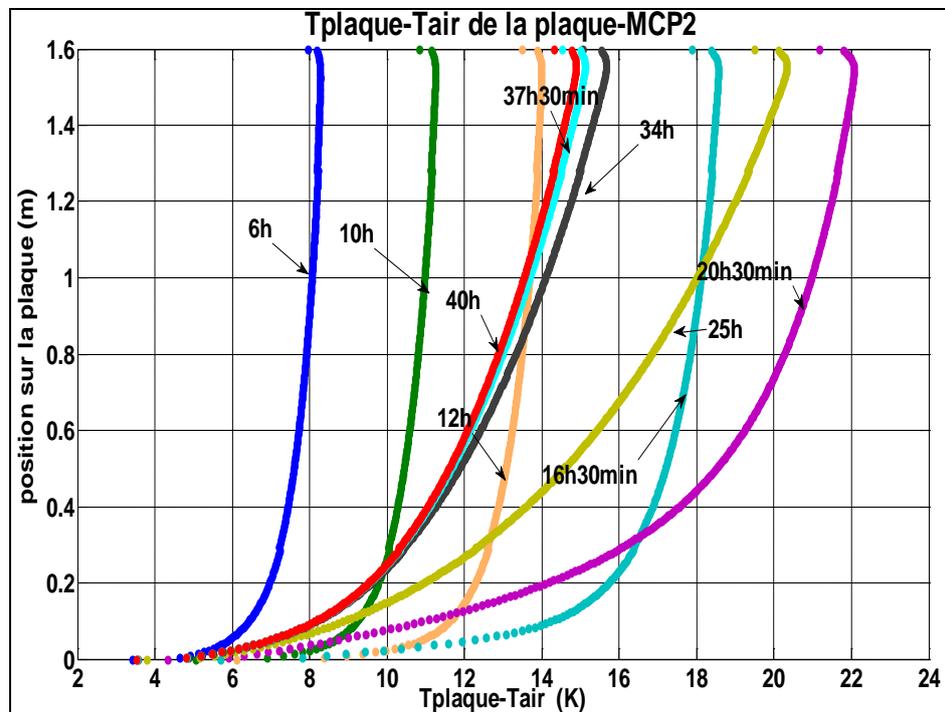


Figure 52 : Evolution de la différence de température au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

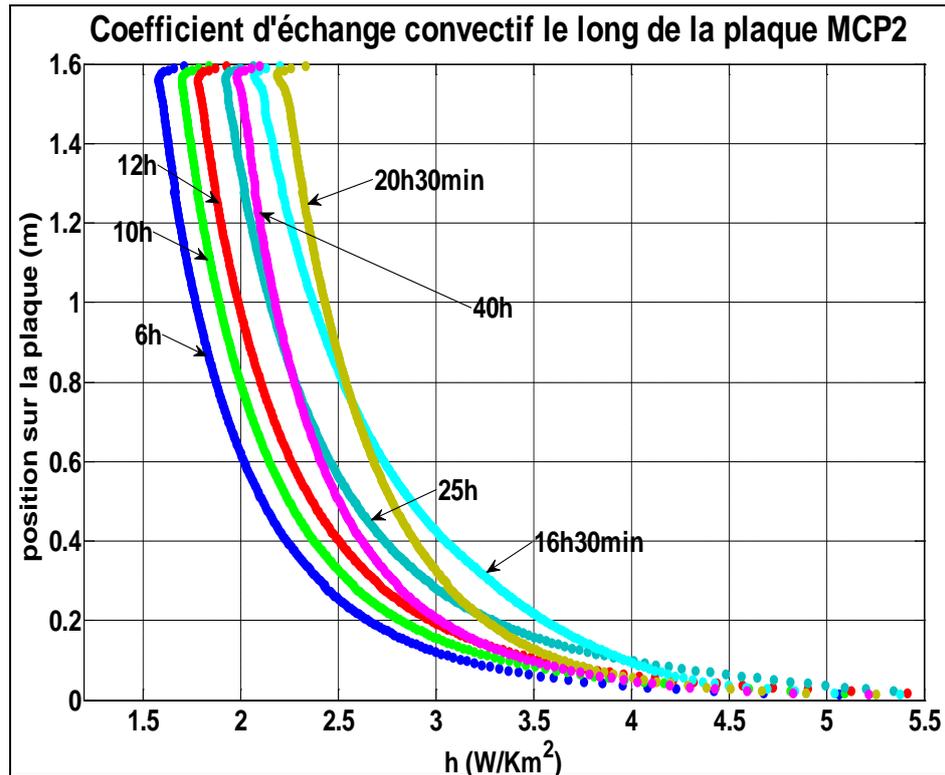


Figure 53 : Evolution du profil de température au fil du temps au voisinage de la plaque MCP2.

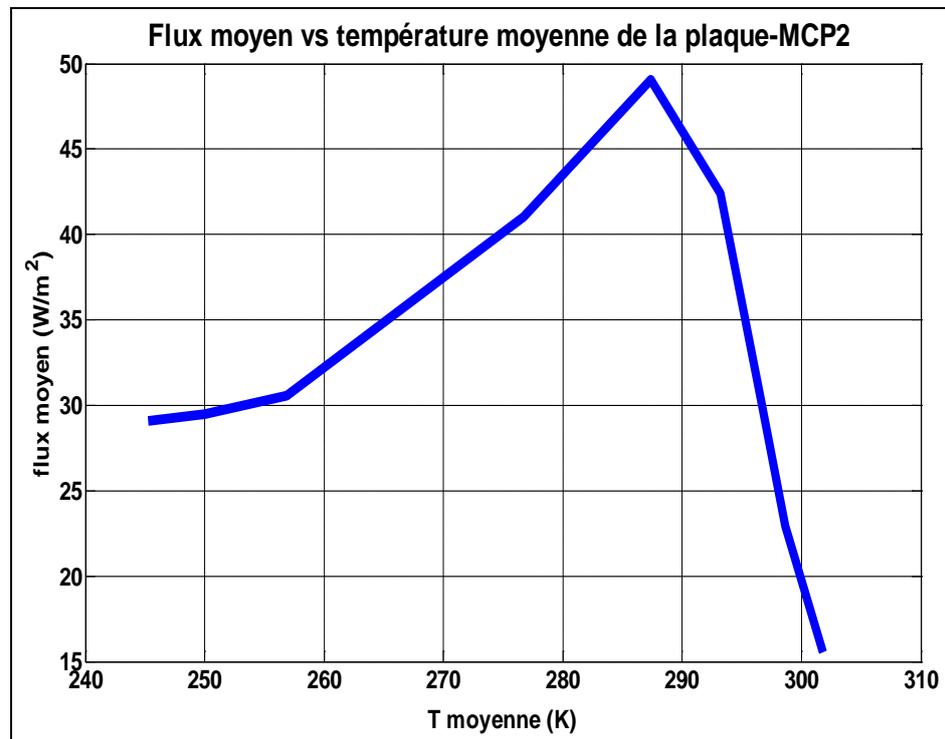


Figure 54 : Evolution du flux moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP2.

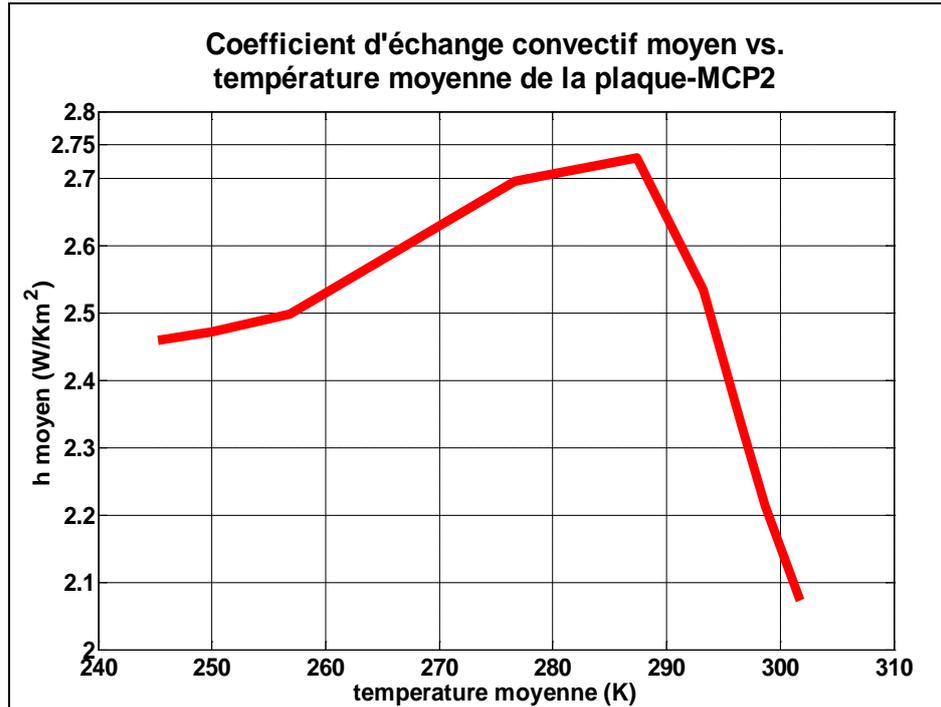


Figure 55 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP2.

En ce que concerne la couche thermique limite le long de la plaque-MCP2 on n'observe pas de déformations comme pour la couche thermique du MCP1 même si l'enthalpie est la même. Ces déformations proviennent de la forme de la courbe de la capacité effective. De plus, la Figure 55 montre que le coefficient d'échange convectif moyen a presque les mêmes valeurs que celui du MCP1. On peut donc conclure que les matériaux avec la même enthalpie ont le même coefficient peut import la courbe de la capacité thermique effective.

#### 5.4.4 Résultats du matériau MCP3

Le MCP3 change de phase sur une plage de fusion de 2 degrés (293,9K-296,15K) avec une enthalpie  $H=45000 J/kg$ . En observant les courbes du flux,  $\Delta T$  et  $h$  on remarque un comportement similaire à celui de la plaque capacitive (voir chapitre 4). La valeur de l'enthalpie est très faible pour faire changer l'évolution de la couche limite thermique, du  $q$  et du  $h$ .

Les valeurs du coefficient d'échange convectif sont comprises entre  $1,7W/Km^2$  et  $2,4W/Km^2$ . On peut dire que les valeurs sont en moyenne entre 2 et  $2,4W/Km^2$ . On n'observe pas d'importantes diminutions ou augmentations des valeurs moyennes du coefficient d'échange convectif moyen en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP3 en raison de la petite capacité du matériau d'absorber/dégager de la chaleur (Figures 56-60).

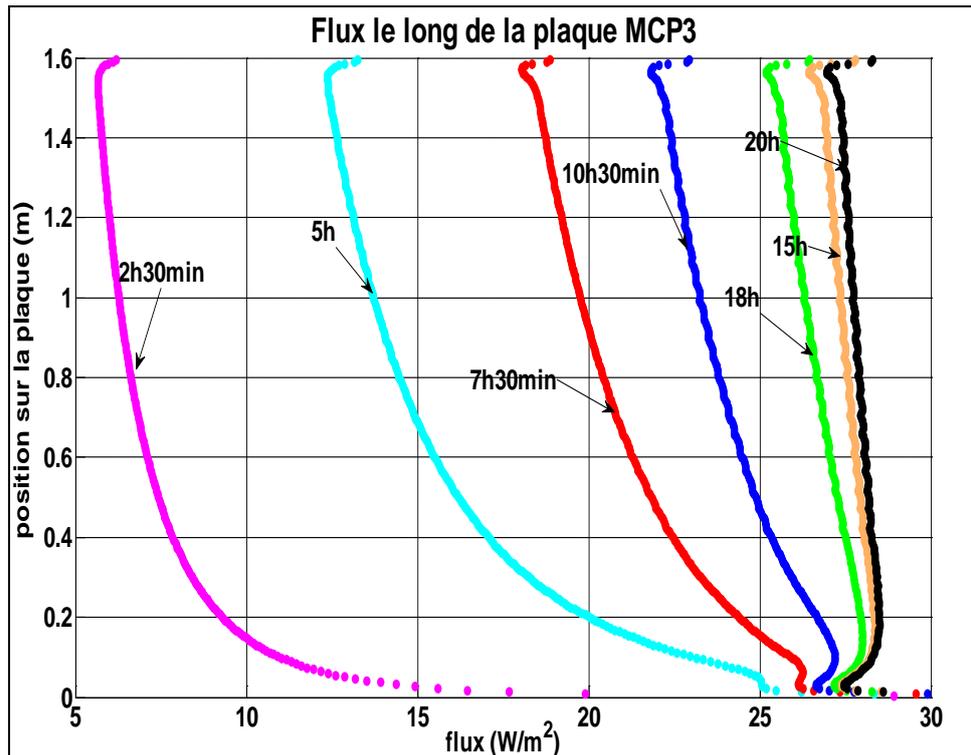


Figure 56 : Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3.

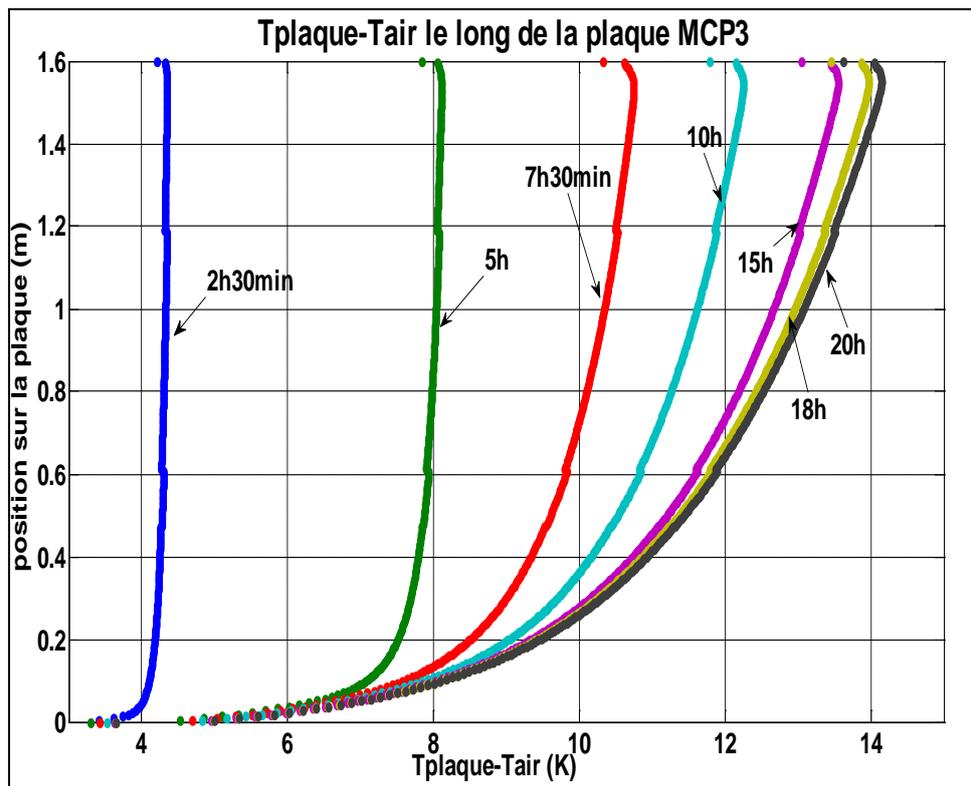


Figure 57 : Evolution de la couche thermique au fil du temps au voisinage de la plaque-MCP3.

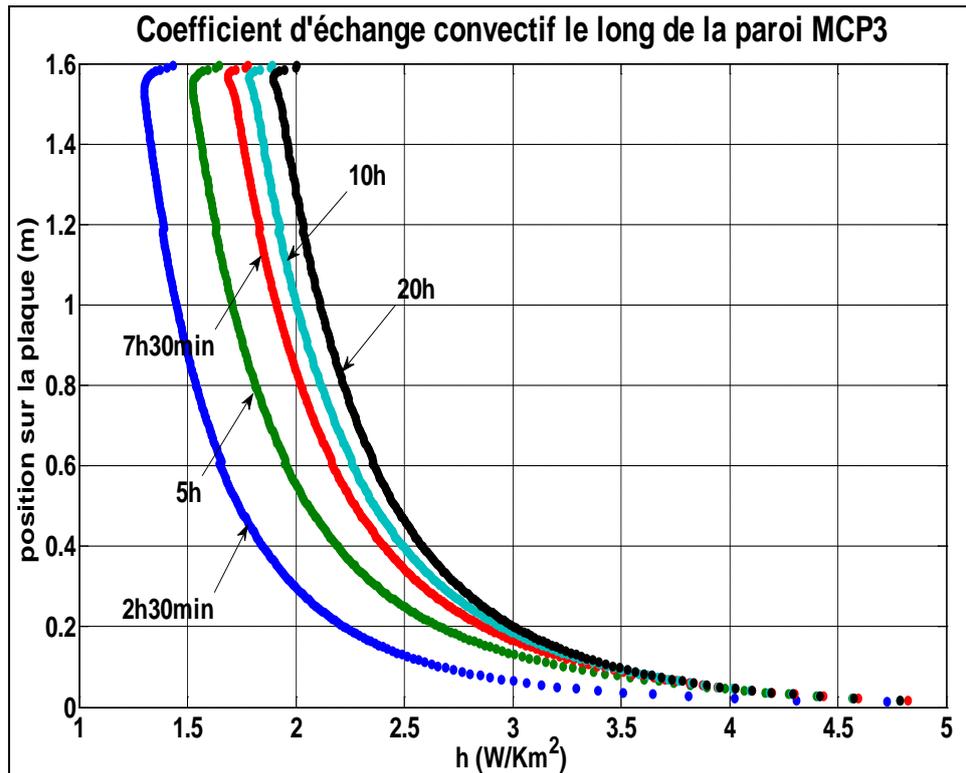


Figure 58 : Evolution du coefficient d'échange convectif au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3.

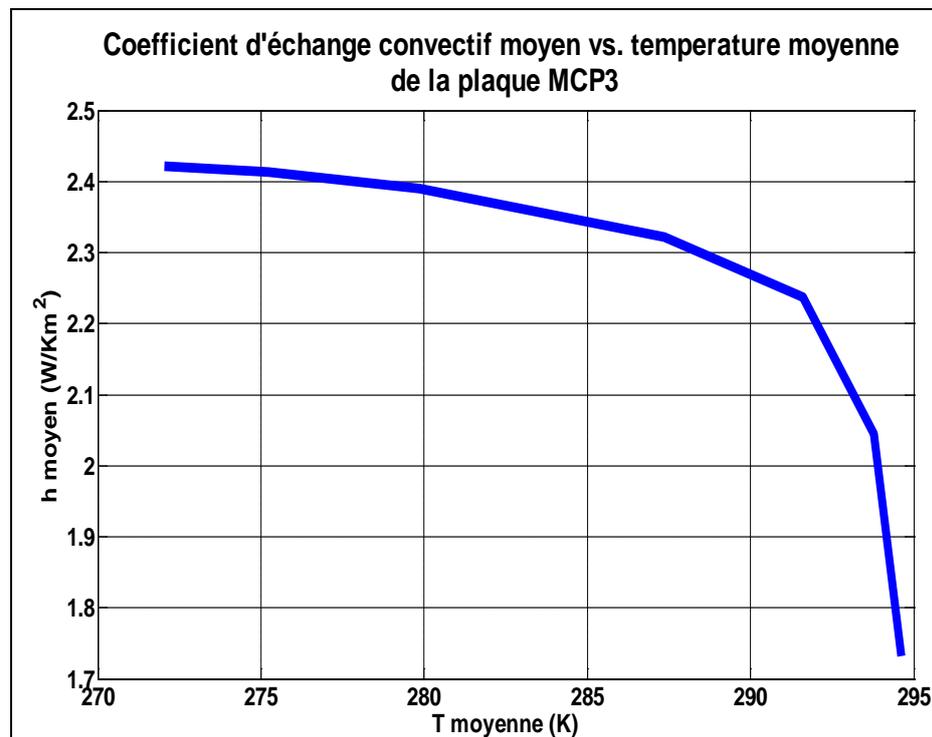
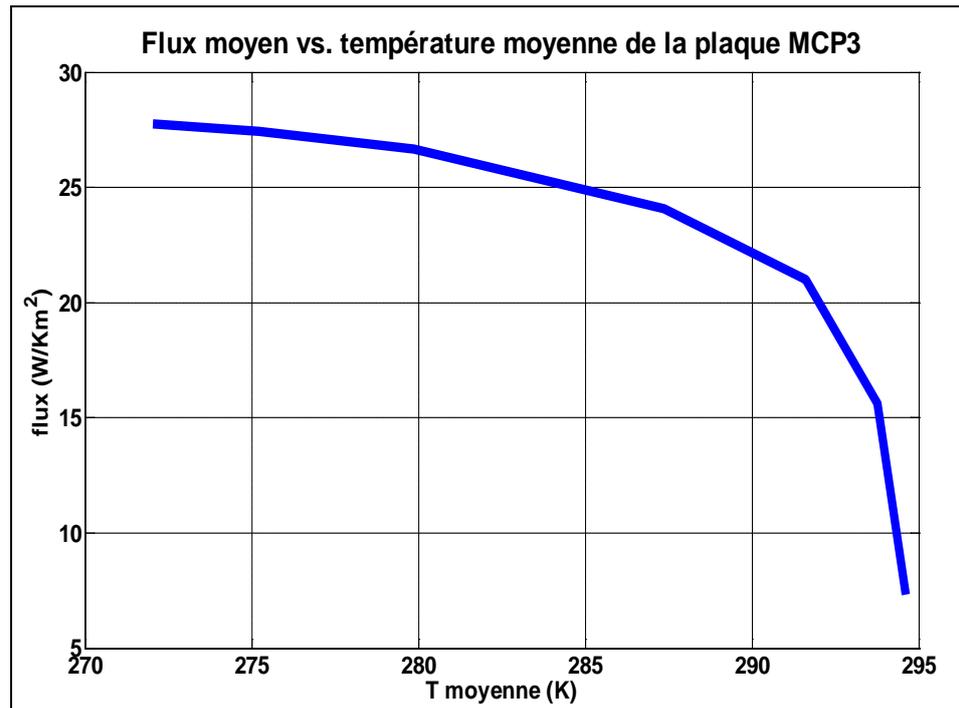


Figure 59 : Evolution du coefficient d'échange convectif moyen au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3 en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP3.



**Figure 60** : Evolution du flux au fil du temps au voisinage de la plaque MCP3 en fonction de la température moyenne de la plaque-MCP3.

Il est important de noter que la valeur du coefficient d'échange convectif qu'on a trouvé est loin de celle du Liu & Awbi [10] qui est rapportée  $4.43\text{W/m}^2\text{K}$ . Cette différence est due au fait que notre échantillon est placé dans une cavité ouverte où on a imposé une température ambiante décroissante contrairement au système expérimental de Liu & Awbi [10] qui ont utilisé une chambre fermée et chauffée à une température de fusion constante. Dans notre cas la différence de température augmente de façon constante ce qui fait que le coefficient d'échange convectif diminue parce que  $\Delta T$  et  $h$  sont inversement proportionnelles. Par contre, dans le cas d'une chambre fermée et chauffée (cavité fermée) la différence de température n'augmente pas de manière importante, ce qui signifie que la valeur du coefficient convectif devient plus grande.

## 5.5 Conclusions du chapitre

Un modèle numérique CFD a été développé dans l'environnement Ansys Fluent 14,5. Une plaque verticale a été placée dans une cavité ouverte. Nous avons obtenu des conclusions quantitatives et qualitatives quant à la convection naturelle au voisinage d'une plaque qui contient des MCP où la capacité thermique est exprimée en fonction de la température.

Dans ce chapitre, nous avons étudié la structure thermique de la couche limite, le flux et le coefficient d'échange convectif d'une plaque-MCP-composite pour trois différents cas de MCP. Les valeurs moyennes du coefficient d'échange convectif du flux pour ces matériaux ont été présentées. De plus, les phénomènes qui se produisent le long de la paroi-MCP ont été analysés et discutés. Les points importants à retenir sont les suivants :

- La courbe du flux de chaleur a tendance à devenir verticale au fil du temps jusqu'à ce que le système atteigne le régime permanent.
- Le coefficient d'échange convectif moyen au voisinage de la plaque-MCP1 et MCP2 augmente jusqu'à la valeur  $2,8W/Km^2$  et diminue jusqu'à  $2,4W/Km^2$ . Le coefficient moyen pour l'enceinte plaque-MCP3 est presque constant aux alentours de la valeur  $2,3W/Km^2$ . Finalement, les coefficients d'échange moyen pour la plaque-MCP2 et MCP1 suivent la même évolution contrairement à celui de la plaque-MCP3.
- Les courbes de flux présentent des pics locaux. Les pics témoignent du changement d'état à l'intérieur de la plaque-MCP.
- L'augmentation de la capacité thermique influence l'évolution et la forme de la couche thermique au cours du temps.
- La procédure du changement d'état se produit au rythme local et progressif en profondeur et en hauteur de la plaque en commençant de la partie basse et en avançant en partie haute de la plaque.
- Le flux moyen du MCP1 augmente jusqu'à  $55W/m^2$  et diminue jusqu'à  $30W/m^2$ . En ce qui concerne le flux moyen du MCP2 l'évolution est la même et les valeurs sont proches de  $48W/m^2$  concernant la valeur maximale et de  $28W/m^2$  concernant la valeur minimale. Le flux du MCP3 augmente jusqu'à  $27W/m^2$ .
- La valeur de l'énergie latente d'ordre  $105000J/kg$  augmente la valeur du coefficient d'échange convectif de  $0,3W/Km^2$  (par exemple  $2,5W/Km^2-2,8W/Km^2$ ) contrairement à la valeur de l'énergie latente de  $15000J/kg$  qui ne l'influence pas.

---

## Références du chapitre

[1] S. Nasser Al-Saadi, Z.(J.) Zhai, "Modeling phase change materials embedded in building enclosure: A review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 21 (2013), pp 659–673.

[2] G.C. Georgantopoulou, S. Tsangaris, "Block, mesh refinement of incompressible flows in curvilinear domains" *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 31 (2007), pp 2136–2148.

[3] D. G. Holmes, S. D. Connell, "Solution of the 2D Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids", AIAA 9th Computational Fluid Dynamics Conference, June 1989.

[4] F. Kuznik, D. David, K. Johannes, J.J. Roux, "A review on phase change materials integrated in building walls", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 15, Issue 1 (2011), pp 379–391.

[5] J. Miranda Fuentes, K. Johannes, F. Kuznik, M. Cosnier, J. Virgone, "Melting with convection and radiation in a participating phase change material", *Applied Energy*, Vol. 109 (2013), pp 454-461.

[6] T. Cebeci and P. Bradshaw, *Physical and Computational Aspect of Convective Heat Transfer*, in Springer, (1984).

[7] Y. Fang, M.A. Medina, "Proposed modifications for models of heat transfer problems involving partially melted phase change processes", *Journal of ASTM International* 6 (9), 1-20.

[8] D. Heim, "Two Solution Methods of Heat Transfer with Phase Change within whole Building Dynamic Simulation", Ninth International IBPSA Conference, Montréal, Canada, August 15-18, 2005.

[9] D. David, "Etude expérimentale de la convection naturelle aux abords de parois contenant des matériaux à changement de phase", Thèse de Doctorat, soutenue le 09 décembre 2010, Ecole Doctorale MEGA, CETHIL, INSA de Lyon, pp. 264.

[10] H. Liu, H.B. Awbi, "Performance of phase change material boards under natural convection", *Building and Environment*, Vol. 44 (2009), pp 1788–1793.



## 6 Conclusions et Perspectives

### 6.1 Conclusions

### 6.2 Perspectives

---

### 6.1 Conclusions

La détermination précise des coefficients d'échange convectif au voisinage de l'enveloppe est importante pour la thermique de bâtiment notamment en ce qui concerne la caractérisation performantielle des systèmes appliqués aux bâtiments qui visent à améliorer le confort thermique. Cette étude contribue dans le domaine de la recherche des matériaux à changement de phase à l'échelle du bâtiment. Son objectif est de clarifier le sujet de confusion sur les valeurs du coefficient d'échange convectif aux abords des parois qui contiennent des matériaux à changement de phase. Au moins quatre études (H. Liu et H. B. Awbi, A. Gracia et al., F. Kuznik et al., D. David) ont montré que les valeurs habituelles du coefficient d'échange convectif ne sont plus validées lorsque nous devons faire face à la présence de MCP. Alors, une attention particulière est nécessaire afin de modéliser précisément le problème physique. Selon l'étude H. Liu et H. B. Awbi les valeurs du coefficient d'échange convectif au voisinage d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase pouvant parfois atteindre 130% plus importantes que pour une paroi simple (sans MCP).

Actuellement, les coefficients d'échange convectif pour des surfaces intérieures, dans la plupart des cas, ont été basés sur des données pour des plaques avec une température ou un flux imposé et placées dans une ambiance de la température d'air constante. Par conséquent, l'objectif de notre étude est d'estimer l'influence de la capacité thermique d'une plaque verticale sur la structure des couches limite thermique, le coefficient d'échange convectif et de décrire les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une plaque verticale pour des régimes laminaire et turbulent.

Les résultats obtenus révèlent que le coefficient d'échange convectif dépend de la capacité thermique du matériau. Plus précisément, la valeur moyenne du coefficient d'échange par convection augmente au cours du temps en obtenant une valeur de  $1,8W/m^2$  pour une plaque en plâtre ( $C_p=1100J/Kkg$ ) et une valeur de  $2,4W/m^2$  pour une plaque avec  $C_p=4350J/Kkg$  en régime permanent.

Par ailleurs, on a déduit qu'à partir de 4h le système a atteint le régime permanent car le  $\Delta T$  et le flux n'évoluent plus. Les résultats numériques ont été obtenus en employant au début l'approche DNS et ensuite l'approche RANS (modèle turbulent  $k-\omega$  SST). On a validé le flux aux abords de la plaque avec le flux de référence  $\varphi_{ref}$  (la valeur du flux de la plaque avec

une capacité thermique lorsque le système atteint le régime permanent). Au régime permanent alors, l'écoulement turbulent est dominant en ce qui concerne la couche limite de la plaque.

En ce qui concerne la convection naturelle dans le voisinage d'une plaque MCP où la capacité thermique est exprimée en fonction de la température, on a obtenu des conclusions quantitatives et qualitatives. Plus précisément, on a étudié la structure thermique de la couche limite, le flux et le coefficient d'échange convectif d'une plaque-MCP pour trois différents cas des MCP. Les résultats principaux montrent que l'évolution de la capacité thermique influence l'évolution et la forme de la couche thermique au cours du temps. Les résultats obtenus révèlent des pics locaux du flux qui inversent la forme (courbure) du flux le long de la plaque. Les pics témoignent le changement d'état à l'intérieur de la plaque-MCP.

De plus, le coefficient d'échange convectif moyen au voisinage de la plaque-MCP1 et MCP2 augmente jusqu'à la valeur  $2.8W/Km^2$  et diminue jusqu'à  $2.4W/Km^2$ . D'un autre côté, le coefficient moyen de la plaque-MCP3 est presque constant aux alentours de la valeur  $2.3W/Km^2$ .

Il est important de noter que le flux moyen du MCP1 augmente jusqu'à  $55W/m^2$  et diminue jusqu'à  $30W/m^2$ . En ce qui concerne le flux moyen du MCP2 l'évolution est la même et les valeurs sont proches  $48W/m^2$  la valeur maximale et  $28W/m^2$  la valeur minimale. Le flux du MCP3 augment jusqu'à  $27 W/m^2$ .

Finalement, la présence des matériaux à changement de phase à l'intérieur de la paroi influence l'évolution et la forme de la couche thermique au cours du temps.

Comme on a employé le modèle turbulent  $k-\omega$  SST pour déduire des résultats principaux au voisinage de la paroi-MCP il sera utile de valider notre modèle turbulent  $k-\omega$  SST par rapport à l'évolution dynamique du profil de vitesse. Le fait qui n'était pas possible dans le cadre de cette thèse.

---

## 6.2 Perspectives

La vitesse est un des paramètres les plus importants de la dynamique des fluides. L'évolution du profil de vitesse au voisinage de la plaque pourrait servir comme une référence de validation dynamique du modèle turbulent  $k-\omega$  SST par la méthode PIV (Particule Image Velocimetry ou Vélocimétrie par Images de Particules) pour juger la pertinence du modèle choisit.

Par ailleurs, Il serait intéressant d'étudier l'interaction fluide-paroi avec capacité thermique et paroi-MCP respectivement en 3D. Les écoulements turbulents ont vorticités non nulle et sont caractérisés par un mécanisme de génération de tourbillon tridimensionnel par conséquent la modélisation CFD en 3-D est nécessaire pour étudier évolution d'un écoulement turbulent dans une cavité ouverte et améliorer la compréhension de la structure thermique et

cinétique de la couche limite à l'échelle 1:1. De plus les résultats numériques obtenus par le modèle numérique en 3D seront plus réalistes et plus proches aux résultats expérimentaux. En ce qui concerne les mesures expérimentales, il est impératif de maîtriser la vitesse d'insufflation d'abord en mesurant la vitesse et ensuite l'affaiblir. Un autre aspect intéressant serait d'étudier le coefficient d'échange convectif nuit/ jour (24h) en imposant l'évolution de la température jour-nuit. Finalement, pour approcher aux conditions réelles il sera utile de faire un couplage convection naturelle- rayonnement pour calculer le coefficient d'échange convectif total. De plus, le rayonnement dans les échanges fluide/paroi MCP joue un rôle important en ce qui concerne la fusion du matériau.

## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : BYKALYUK

DATE de SOUTENANCE : 12 Décembre 2014

Prénoms : Anna

**TITRE : Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase: application au bâtiment.**

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2014ISAL0132

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Génie Civil

#### RESUME :

De récentes études expérimentales ont montré que les valeurs usuelles du coefficient d'échange convectif ne sont plus valables en présence de matériaux à changement de phase.

Cette thèse de doctorat porte sur l'étude numérique des échanges convectifs fluide/paroi dans une cavité ouverte en régime dynamique. Plus précisément, les parois étudiées sont une paroi avec une capacité thermique et une paroi qui contient des matériaux à changement de phase. Trois modèles distincts ont été développés. Dans un premier temps un modèle (modèle 1) qui concerne l'interaction fluide-paroi à la surface d'une paroi résistive (température imposée) en régime laminaire stationnaire a été développé et validé. Les résultats ont été confrontés avec la littérature. Ensuite, les échanges convectifs à la surface d'une plaque capacitive (modèle 2) soumise à une rampe de température d'air ont été étudiés. Finalement, un troisième modèle (modèle 3) a été développé, à la suite du modèle 2. Ce dernier modèle concerne l'interaction fluide-paroi à la surface d'une paroi contenant des matériaux à changement de phase en régime dynamique.

Les résultats obtenus révèlent des pics locaux du flux de chaleur au cours du temps. Ce fait témoigne du changement d'état à l'intérieur de la paroi qui contient le matériau à changement de phase. De plus, les courbes des coefficients d'échanges convectifs moyens révèlent la dépendance du coefficient d'échange convectif à la capacité thermique du matériau. Par conséquent, la présence des matériaux à changement de phase à l'intérieur d'une paroi influence l'évolution et la forme de la couche limite thermique.

MOTS-CLES : modélisation CFD, matériaux à changement de phase, régimes laminaire et turbulente, coefficient d'échange convectif

Laboratoire (s) de recherche : CETHIL de l'Insa de Lyon (Centre d'Energétique et de Thermique de Lyon)

Directeur de thèse: Frédéric KUZNIK

Président de jury :--

Composition du jury : Christian INARD, Hassane NAJI, Joseph VIRGONE, Erwin FRANQUET, Frederic KUZNIK, Kevyn JOHANNES