



HAL
open science

Imagerie par rayons X résolue en énergie : Méthodes de décomposition en base de matériaux adaptées à des détecteurs spectrométriques

Alexandra-Iulia Potop

► **To cite this version:**

Alexandra-Iulia Potop. Imagerie par rayons X résolue en énergie : Méthodes de décomposition en base de matériaux adaptées à des détecteurs spectrométriques. Imagerie médicale. INSA de Lyon, 2014. Français. NNT : 2014ISAL0096 . tel-01211091

HAL Id: tel-01211091

<https://theses.hal.science/tel-01211091v1>

Submitted on 3 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

Imagerie par rayons X résolue en énergie : méthodes de décomposition en base de matériaux adaptées à des détecteurs spectrométriques

Présentée devant
L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur

École Doctorale
Électronique, Électrotechnique et Automatique de Lyon
Spécialité : STIC Santé

Présentée par
Alexandra – Iulia POTOP
(Ingénieur)

Soutenue le 2 octobre 2014

<i>Rapporteurs :</i>	G. MONTAROU	Directeur de Recherche (CNRS) (Clermont-Ferrand)
	F. TRUCHETET	Professeur (IUT Le Creusot)
<i>Examineurs :</i>	C. FETIȚA	Maître de Conférences (Telecom SudParis)
	J-M. LETANG	Maître de Conférences (INSA de Lyon)
	V. REBUFFEL	Ingénieur Chercheur (CEA LETI)
<i>Directrice de thèse :</i>	F. PEYRIN	Directeur de Recherche (INSERM) (INSA de Lyon)

Thèse préparée au CEA – LETI – Direction de la Recherche Technologique
Service des Technologies de Détection
sous la direction de Françoise PEYRIN et l'encadrement de Véronique REBUFFEL et Andréa
BRAMBILLA

Remerciements

Après trois années de thèse, le moment est venu pour laisser un petit mot à ceux qui m'ont entouré. Ces dernières lignes cachent derrière un peu de mon cœur. Même si elles se situent en début du manuscrit, elles laissent derrière en douceur la porte qui enferme trois ans de ma vie pour reprendre le chemin d'une nouvelle aventure.

Je souhaite remercier M. Gérard Montarou, M. Frédéric Truchetet, M. Cătălin Fetița et M. Jean-Michel Letang, qui ont tenu respectivement le rôle de Président du Jury, Rapporteurs et d'Examineurs. Même si votre contribution ne vient qu'à la fin de ma thèse, elle n'est pas moins importante. Je vous remercie pour vos remarques et vos conseils qui m'ont permis d'améliorer la qualité de mon manuscrit, ainsi que pour l'intérêt que vous avez porté à mes travaux de thèse.

Je remercie également Mme. Françoise Peyrin, ma Directrice de thèse, pour son suivi conséquent pendant ces trois années.

Il y a trois ans j'ai intégré le laboratoire LDET, et je voudrais remercier à tous. Votre amitié, votre accueil chaleureux et le soutien permanent m'ont permis de traverser plus sereinement des périodes parfois délicates de la thèse. Votre présence m'a été indispensable, que ce soit en point thèse, en salle manip, en salle café ou autour d'un repas à midi.

Je voudrais remercier Jean, Alexia et Georges pour les idées partagées et votre aide. Je remercie aussi à Emil, pour tous le partage de connaissances et des pratiques, et pour les quelques après-midis passées à mes côtés pour me remonter le moral durant la première année.

Durant ces trois années, mes travaux n'auraient pas abouti sans le soutien et les conseils de mes encadrants, Véronique et Andréa. Vous avez répondu présent pour mes questions et les problèmes rencontrés et vous m'avez encouragé d'aller vers l'avant.

Je voudrais remercier aussi à Loïck, le chef du laboratoire LDET, qui a toujours été à l'écoute et qui a veillé sur le bon déroulement de mes travaux au sein du laboratoire.

Au cours de mes trois années de thèse j'ai partagé des bons moments entre thésards. J'ai été pendant trois ans une des locataires du bureau des filles. Marie-Laure, nous n'avons partagé le bureau que pour quelques mois, mais nous avons passée des très bons moments. Merci Camille et Fanny pour avoir été toujours là pour partager des larmes et des fous rires. Merci également au bureau des garçons, Amr, Artur, Damien et Yoann. Cette dernière année de thèse a été plus facile grâce à vous aussi. Je vous remercie pour votre soutien, votre enthousiasme et bon humeur, et votre présence dans les moments les plus marquantes. Nous avons partagé aussi des pauses thé, des soirées entre thésards, des randonnées, et j'espère que cette amitié va continuer.

Mes remerciements ne seraient pas complets sans avoir une pensée à ma famille et mes amis. Je remercie à tous mes amis pour leur soutien permanent, même à ceux qui ont été loin géographiquement pendant ces dernières années. Merci plus particulièrement à Lavinia, Cristina, Andra. Je remercie également Alina. Notre amitié a commencé grâce au Creatis et elle continue au-delà. Je te remercie Tatiana pour avoir été toujours près de moi. Je vous remercie les filles pour avoir eu confiance en moi et pour votre support qui m'a été si nécessaire pour pouvoir aller jusqu'au bout !

Je tiens enfin remercier à ma famille. Merci à mes parents, à ma sœur et à mes grands-parents pour avoir toujours été à mes côtés. Je sais que ma décision de partir loin n'a pas été facile pour vous. Je vous remercie pour votre soutien quasi-quotidien qui m'a été indispensable et pour m'avoir toujours fait confiance, surtout pendant les périodes les plus difficiles. J'espère que vous êtes fiers de moi, comme je suis fier de vous !

Résumé

Les systèmes d'imagerie par rayons X conventionnels utilisent des détecteurs à base de scintillateur en mode intégration d'énergie. La nouvelle génération de détecteurs à base de semi-conducteur CdTe/CdZnTe permet de compter le nombre de photons et de mesurer l'énergie avec laquelle les photons arrivent sur le détecteur. Le laboratoire LDET (CEA LETI) a développé des détecteurs spectrométriques pixellisés à base de CdTe pour l'imagerie par rayons X associés à un circuit de lecture rapide permettant de travailler à fort taux de comptage avec une bonne résolution en énergie.

Ces travaux de thèse proposent d'apporter une contribution au traitement des données acquises sur ces détecteurs résolus en énergie pour la quantification des constituants des matériaux en radiographie et en tomographie. Le cadre médical applicatif choisi est l'ostéodensitométrie.

Des simulations de radiographie, qui prennent en compte les imperfections du système de détection, comme le partage de charges et les empilements, ont été réalisées. Nous avons choisi d'étudier des méthodes de traitements des données spectrales basées sur la décomposition en base de matériaux. Cette technique de réduction des données consiste à modéliser le coefficient d'atténuation linéique d'un matériau par une combinaison linéaire des fonctions d'atténuation de deux matériaux de base. Deux approches, utilisant toutes les deux un apprentissage par calibrage, ont été adaptées pour notre application. La première est une adaptation de l'approche polynômiale standard, appliquée pour deux et trois canaux d'énergie. Un processus d'optimisation des seuils des canaux a été réalisé afin de trouver la configuration optimale des bandes d'énergie. Une étude sur le nombre de canaux a permis d'évaluer les limites de la formulation polynômiale.

Pour aller plus loin dans l'exploitation du potentiel des nouveaux détecteurs, une approche statistique développée dans notre laboratoire a été adaptée pour la décomposition en base de matériaux. Elle peut se généraliser à un grand nombre de canaux (100 par exemple). Une comparaison des deux approches a été réalisée selon des critères de performance comme le bruit et la précision sur l'estimation des longueurs des matériaux traversés.

La validation des deux approches étudiées sur des données expérimentales acquises en radiographie, dans notre laboratoire, avec des détecteurs spectrométriques, a montré une bonne quantification des constituants des matériaux, en accord avec les résultats obtenus en simulation.

Mots clé : imagerie X spectrale, décomposition en base de matériaux, détecteur spectrométrique, empilements, quantification de l'os

Abstract

Scintillator based integrating detectors are used in conventional X-ray imaging systems. The new generation of energy-resolved semiconductor radiation detectors, based on CdTe/CdZnTe, allows counting the number of photons incident on the detector and measure their energy. The LDET laboratory developed pixelated spectrometric detectors for X-ray imaging, associated with a fast readout circuit, which allows working with high fluxes and while maintaining a good energy resolution.

With this thesis, we bring our contribution to data processing acquired in radiographic and tomographic modes for material components quantification. Osteodensitometry was chosen as a medical application.

Radiographic data was acquired by simulation with a detector which presents imperfections as charge sharing and pile-up. The methods chosen for data processing are based on a material decomposition approach. Basis material decomposition models the linear attenuation coefficient of a material as a linear combination of the attenuations of two basis materials based on the energy related information acquired in each energy bin.

Two approaches based on a calibration step were adapted for our application. The first is the polynomial approach used for standard dual energy acquisitions, which was applied for two and three energies acquired with the energy-resolved detector. We searched the optimal configuration of bins. We evaluated the limits of the polynomial approach with a study on the number of channels.

To go further and take benefit of the elevated number of bins acquired with the detectors developed in our laboratory, a statistical approach implemented in our laboratory was adapted for the material decomposition method for quantifying mineral content in bone.

The two approaches were compared using figures of merit as bias and noise over the lengths of the materials traversed by X-rays.

An experimental radiographic validation of the two approaches was done in our laboratory with a spectrometric detector. Results in material quantification reflect an agreement with the simulations.

Keywords: X-ray Imaging, Basis Material Decomposition, Energy-Resolved Detector, Pile-up, Bone Quantification

Notations

$[\cdot]$	<i>matrice</i>
${}^t[\cdot]$	<i>transposé</i>
$\langle \cdot \rangle$	<i>produit scalaire</i>
$\hat{\cdot}$	<i>estimateur</i>
$\{\cdot\}$	<i>ensemble de coefficients d'un polynôme</i>
ρ	<i>masse volumique [g/cm³]</i>
Z	<i>numéro atomique</i>
ω	<i>fraction massique du matériau</i>
μ	<i>atténuation massique du matériau [cm⁻¹]</i>
N_0	<i>nombre de photons détectés par le détecteur en plein flux</i>
N	<i>nombre de photons détectés par le détecteur avec objet</i>
att	<i>coefficient d'atténuation</i>
$\phi(E', E)$	<i>matrice de réponse de détecteur</i>
T_d	<i>temps mort du détecteur</i>
A	<i>longueur d'un matériau</i>
a	<i>concentration d'un matériau</i>
$f(x, y)$	<i>image de référence en radiographie et en tomographie</i>
$\hat{f}(x, y)$	<i>image de décomposition en radiographie et en tomographie (simulations non bruitées)</i>
$\hat{f}_b(x, y)$	<i>image de décomposition en radiographie et en tomographie (simulations bruitées)</i>
$\hat{f}_d(x, y)$	<i>image de décomposition en radiographie et en tomographie (simulations bruitées)</i>
σ	<i>écart type</i>
$p(u, \theta)$	<i>projection 2D</i>
$P(\rho, \theta)$	<i>transformée Fourier 2D de la projection</i>
h_θ	<i>rétroprojection de la projection 2D</i>
H_p	<i>rétroprojection sur l'ensemble des angles de projection</i>
$\mathcal{F}(\cdot)$	<i>information de Fisher</i>
T_{expo}	<i>temps d'acquisition</i>
$S^{(c)}$	<i>base de données de spectres de calibrage</i>
$S^{(a)}$	<i>base de données de spectres d'acquisition</i>

Sommaire

<i>Introduction</i>	13
<i>Chapitre 1 : Formation de l'image en imagerie X médicale</i>	16
1.1. <i>Le tube à rayons X</i>	17
1.2. <i>L'interaction rayonnement matière</i>	20
1.2.1. Effet photoélectrique	20
1.2.2. Diffusion Compton	21
1.2.3. Diffusion Rayleigh	22
1.2.4. Loi d'atténuation du rayonnement X	22
1.2.5. Dose absorbée	25
1.3. <i>Les détecteurs de rayons X</i>	27
1.3.1. Détecteurs à base de scintillateur	27
1.3.2. Détecteurs à base de semi-conducteur	28
1.3.3. Mesures multi énergies	31
1.4. <i>De la radiographie à la tomographie à rayons X</i>	34
1.5. <i>Le principe de la reconstruction analytique : la rétroprojection filtrée</i>	36
1.6. <i>Cadre médical applicatif : l'ostéodensitométrie</i>	38
<i>Chapitre 2 : Etat de l'art sur l'imagerie X spectrale</i>	41
2.1. <i>Introduction</i>	42
2.2. <i>Détecteurs et systèmes</i>	43
2.2.1. Nouveaux systèmes de détection	43
2.2.2. Modélisation de la fonction de réponse du détecteur	46
2.2.3. Modélisation des empilements.....	49
2.3. <i>Approche basée image pour le traitement des données spectrales tomographiques</i> 54	
2.4. <i>Traitement des données spectrales radiographiques</i>	58
2.4.1. Formalisme.....	59
2.4.2. Approche par apprentissage.....	62
2.4.3. Modèle direct de la réponse du détecteur	64

2.5. Optimisation des canaux d'énergie pour les détecteurs en mode comptage.....	66
2.6. Applications médicales	69
2.7. Contexte du travail de thèse	70
2.8. Conclusions.....	72
Chapitre 3 : Système de simulation et critères de performance.....	73
3.1. Introduction	74
3.2. Sindbad	74
3.3. Paramètres de simulation	75
3.4. Détecteur	77
3.4.1. Matrice de réponse du détecteur	77
3.4.2. Empilements.....	81
3.4.2.1. Modèle d'empilements.....	81
3.4.2.2. Application du modèle d'empilements.....	82
3.5. Variation du flux photonique et de la statistique photonique	84
3.6. Algorithme de reconstruction.....	86
3.7. Fantômes	86
3.7.1. Fantôme de calibrage.....	87
3.7.2. Fantômes de test	88
3.8. Détecteur en intégration couplé avec le protocole double acquisition.....	92
3.9. Critères de performance	93
3.9.1. Biais sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux.....	95
3.9.2. Bruit sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux	96
3.10. Conclusion.....	97
Chapitre 4 : Approche polynômiale pour la décomposition en base de matériaux.....	98
4.1. Introduction	99
4.2. Approche polynômiale en bi-comptage	99
4.2.1. Rappel sur la décomposition en base de fonctions de matériaux	100
4.2.2. Choix des seuils pour deux canaux d'énergie.....	103
4.3. Approche polynômiale appliquée à trois canaux d'énergie	106
4.3.1. Choix des seuils pour trois canaux d'énergie	106
4.3.2. Modèle polynômial simplifié pour trois canaux d'énergie	109

4.4. Quantification des longueurs des matériaux en radiographie	113
4.4.1. Biais et bruit avec la matrice de réponse réaliste	113
4.4.2. Influence des empilements.....	115
4.4.3. Influence de la statistique photonique.....	118
4.5. Quantification des concentrations des matériaux en tomographie	120
4.5.1. Influence du flux photonique.....	120
4.5.2. Influence du détecteur	123
4.5.3. Influence des empilements.....	126
4.6. Généralisation du modèle polynômial.....	127
4.7. Conclusions.....	128
Chapitre 5 : Approche statistique basée sur le calcul du maximum de vraisemblance pour la décomposition en base de matériaux	
130	
5.1. Introduction	131
5.2. Méthode statistique développée.....	131
5.2.1. Formalisation du problème	132
5.2.2. Interpolation	134
5.2.3. Recherche du maximum de vraisemblance	136
5.2.4. Paramètres de simulation pour la méthode statistique	138
5.3. Comparaison avec la méthode polynômiale pour l'estimation des longueurs des matériaux en radiographie	139
5.3.1. Performances en absence des empilements.....	139
5.3.2. Influence des empilements.....	141
5.3.3. Influence de la statistique photonique.....	143
5.4. Comparaison avec la méthode polynômiale pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie.....	145
5.5. Variation du nombre de canaux.....	148
5.6. Comparaison avec la technique double acquisition standard pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie.....	149
5.7. Conclusions.....	152
Chapitre 6 : Validation expérimentale des approches polynômiale et statistique pour la décomposition en base de matériaux	
155	
6.1. Conditions expérimentales.....	156

6.1.1.	Caractéristiques du détecteur spectrométrique	156
6.1.2.	Paramètres expérimentaux à faible flux photonique	157
6.1.3.	Paramètres expérimentaux à fort flux photonique	157
6.1.4.	Base de calibrage et base de test	158
6.2.	<i>Conditions de simulation</i>	161
6.3.	<i>Traitement des données expérimentales</i>	163
6.3.1.	Décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale	163
6.3.2.	Décomposition en base de matériaux avec l'approche statistique	164
6.4.	<i>Quantification des épaisseurs des matériaux utilisant les deux approches</i>	165
6.4.1.	Résultats expérimentaux à faible flux photonique	165
6.4.2.	Résultats expérimentaux à fort flux photonique	166
6.4.3.	Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation	168
6.5.	<i>Quantification expérimentale de l'hydroxyapatite avec un détecteur spectrométrique</i>	170
6.6.	<i>Conclusions</i>	172
	<i>Conclusions</i>	173
	<i>Annexe A : Formulation analytique du bruit</i>	177
A.1.	<i>Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en intégration</i>	178
A.2.	<i>Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en comptage</i>	180
A.3.	<i>Formulation analytique du bruit sur les épaisseurs estimées avec la méthode de décomposition en base de matériaux</i>	181
A.4.	<i>Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée utilisant un détecteur en comptage avec une matrice de réponse linéaire</i>	183
	<i>Annexe B : Approche basée image en tomographie : étude du CNR</i>	185
B.1.	<i>Formulation optimale du contraste à bruit</i>	186
B.2.	<i>Evaluation du CNR avec un détecteur spectrométrique</i>	188
	<i>Liste de travaux personnels</i>	193
	<i>Bibliographie</i>	195

Introduction

L'imagerie par rayons X en transmission présente un intérêt dans différents domaines, comme le diagnostic médical, la sécurité et le contrôle non destructif. Le progrès des techniques de détection des rayonnements X, concernant notamment la possibilité d'acquérir des informations sur l'énergie des photons transmis, ouvre des nouvelles perspectives en ce qui concerne la caractérisation des objets. La mesure du flux transmis dans au moins deux domaines d'énergie permet d'obtenir une information sur la fonction d'atténuation et donc sur la composition chimique des matériaux imagés, en particulier sur le numéro atomique effectif. Les premiers avoir montré qu'un objet peut être mieux caractérisé à partir de deux mesures d'acquisition à deux énergies sont [Alvarez and Macovski, 1976]. Depuis, de nombreux développements en imagerie par rayons X utilisant deux énergies différentes ont été effectués dans le domaine de la sécurité, du contrôle non destructif et de la santé.

Un problème rencontré par de nombreuses équipes de recherche est la bonne séparation des mesures provenant des différents canaux d'énergie. Les dispositifs médicaux d'imagerie par rayons X commercialisés par les grands fournisseurs d'équipements, comme Siemens, Philips ou General Electric, utilisent des détecteurs à base de scintillateur, qui fonctionnent en mode intégration d'énergie. Pour effectuer des mesures à deux ou plusieurs énergies différentes, il est nécessaire de faire des acquisitions séquentielles avec plusieurs réglages de la source de rayons X (tension du tube, filtration). Les inconvénients sont la mauvaise séparabilité des matériaux et les mouvements des patients entre les acquisitions. D'autre part cette méthode ne permet pas d'utiliser un nombre important de plages d'énergies.

Depuis quelques années, le développement des détecteurs utilisés en mode comptage, à base de semi-conducteur, pixellisés, présente un intérêt particulier. Les progrès réalisés en termes de résolution spatiale et de taux de comptage ouvrent la voie à leur utilisation pour des applications en imagerie par rayons X. Cette technologie permet d'obtenir, en une seule acquisition, des mesures multiples, sur des bandes d'énergies différentes. Les enjeux de cette nouvelle génération de détecteurs sont l'électronique associée et les méthodes de traitement des données brutes issues de ces détecteurs. Des prototypes d'imageurs pour la recherche, qui intègrent ces détecteurs, ont été développés par Siemens [Kappler et al., 2014], Philips [Schlomka et al., 2008] et General Electric [Taguchi et al., 2011]. Ces imageurs utilisent des détecteurs pixellisés en CdTe ou CdZnTe associés à des circuits de lecture pouvant traiter des taux de comptage de plusieurs millions de coups par seconde. Dans chaque pixel plusieurs discriminateurs permettent de comparer l'amplitude du signal à un seuil réglable pour classer les rayons X détectés dans des canaux d'énergie. Le nombre de canaux d'énergie varie de deux à huit selon les systèmes développés.

Le Laboratoire DETecteur (LDET) a développé des détecteurs spectrométriques pixellisés à base de CdTe pour l'imagerie par rayons X associés à un circuit de lecture rapide permettant

de travailler à fort taux de comptage avec une bonne résolution en énergie. Le détecteur dit « spectrométrique » a la capacité de réaliser des mesures sur 256 canaux d'énergie avec une résolution inférieure à 10 keV [Brambilla et al., 2013].

Les bénéfices attendus pour la nouvelle génération de détecteurs sont l'augmentation du contraste entre les tissus proches, une meilleure identification et quantification des matériaux et la diminution des artéfacts dans les images en tomographie. D'autre part, par rapport aux détecteurs en intégration, ils présentent l'avantage de ne nécessiter qu'une seule acquisition, ce qui réduit les problèmes de bougé du patient.

Ces détecteurs présentent toutefois des imperfections dues aux effets de partage de charges et aux empilements. Il est nécessaire donc de mettre en œuvre des méthodes de traitement qui tiennent compte de ces imperfections.

Dans ces travaux de thèse, nous nous sommes intéressés à mettre en œuvre des méthodes de traitement utilisables pour un grand nombre de canaux d'énergie et à quantifier les bénéfices liées à l'utilisation des mesures multi-énergie dans le cadre médical de l'ostéodensitométrie. L'ostéoporose est une maladie caractérisée par une diminution de la masse osseuse et une détérioration de la microarchitecture de l'os qui entraînent une fragilité de l'os et le risque de fracture. Pour estimer la fragilité osseuse, des informations sur les propriétés matérielles et géométriques sont nécessaires. L'os est un mélange de matières minérale et organique en pourcentages variables. Il est important de pouvoir quantifier localement la densité minérale osseuse de façon précise. Cette caractéristique peut se généraliser à tout type d'application qui implique la caractérisation des matériaux avec des propriétés proches et concentrations différentes.

Nous avons choisi d'utiliser des méthodes de traitement par apprentissage basées sur la décomposition en base de matériaux, qui permet de quantifier séparément les constituants d'un objet. Cette méthode consiste à trouver les longueurs équivalentes des matériaux de base qui présentent la même atténuation que l'objet imagé. Elle s'applique en radiographie pour la quantification des longueurs des matériaux. En tomographie, pour des approches basées projections, elle est utilisée pour la quantification des concentrations des constituants de l'objet d'étude.

Nous proposons deux approches de décomposition en base de matériaux pour l'estimation des longueurs équivalentes. La première approche repose sur un modèle polynômial de l'atténuation en fonction des longueurs équivalentes. C'est la méthode de référence pour deux canaux d'énergie et nous proposons une adaptation pour trois canaux. Afin de travailler avec un plus grand nombre de canaux d'énergie, nous avons mis en œuvre une méthode statistique de recherche des longueurs équivalentes utilisant un critère de maximum de vraisemblance. Ces méthodes ont été testées par simulation en utilisant un modèle réaliste du détecteur spectrométrique qui tient compte des effets de partage de charges et d'empilements. Des

mesures expérimentales ont permis de valider l'étude par simulation. Enfin, une comparaison avec un système standard double acquisition a été réalisée.

Ce manuscrit est organisé de la façon suivante.

Dans le premier chapitre de la thèse nous décrivons l'interaction entre le rayonnement X et la matière ainsi que les différents systèmes de détection. Les techniques qui permettent l'acquisition des mesures multiples à des énergies différentes, ainsi que leurs caractéristiques, sont présentées. Nous décrivons également la technique de formation des images radiographiques et tomographiques. A la fin du chapitre nous présentons le cadre médical applicatif.

Dans le deuxième chapitre, nous établissons l'état de l'art des systèmes de détection existants et exploités dans le domaine médical, ainsi qu'en sécurité. Nous présentons ensuite les méthodes d'exploitation des données spectrales, en radiographie et en tomographie spectrale.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons les outils de simulation utilisés dans ces travaux de thèse, ainsi que les critères utilisés pour quantifier les performances obtenues avec la nouvelle génération de détecteurs multi-énergie. Le fantôme imagé pour simuler les différents types d'os est également décrit dans ce chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons la méthode analytique de décomposition en base de matériaux utilisant l'approche polynômiale. Une étude sur les limites de la méthode et de ses performances avec l'augmentation du nombre de canaux d'énergie est exposée.

Dans le chapitre cinq, nous présentons la méthode statistique pour la décomposition en base de matériaux, généralisable pour un nombre important de canaux d'énergie. Nous comparons les performances des deux méthodes. Nous confrontons les résultats obtenus avec un détecteur spectrométrique et les résultats obtenus avec un détecteur en intégration, qui utilise la technique standard d'acquisition à deux énergies différentes.

L'évaluation de ces deux méthodes, en radiographie et en tomographie, est effectuée par simulation. La validation expérimentale avec un détecteur spectrométrique développé dans notre laboratoire fait l'objet du chapitre 6.

Chapitre 1 : Formation de l'image en imagerie X médicale

Sommaire

1.1.	<i>Le tube à rayons X</i>	17
1.2.	<i>L'interaction rayonnement matière</i>	20
1.2.1.	Effet photoélectrique	20
1.2.2.	Diffusion Compton	21
1.2.3.	Diffusion Rayleigh	22
1.2.4.	Loi d'atténuation du rayonnement X	22
1.2.5.	Dose absorbée	25
1.3.	<i>Les détecteurs de rayons X</i>	27
1.3.1.	Détecteurs à base de scintillateur	27
1.3.2.	Détecteurs à base de semi-conducteur	28
1.3.3.	Mesures multi énergies	31
1.4.	<i>De la radiographie à la tomographie à rayons X</i>	34
1.5.	<i>Le principe de la reconstruction analytique : la rétroprojection filtrée</i>	36
1.6.	<i>Cadre médical applicatif : l'ostéodensitométrie</i>	38

1.1. Le tube à rayons X

Le tube à rayons X est constitué d'une enceinte sous vide à l'intérieur de laquelle on trouve une cathode et une anode. La cathode est constituée d'un filament. Un courant de forte intensité traverse le filament pour le chauffer afin de générer des électrons par effet thermoïonique. Les électrons sont accélérés entre la cathode et l'anode par une forte différence de potentiel délivrée par le générateur de haute tension. Les électrons, chargés négativement, arrivent à grande vitesse sur la cible de l'anode, chargée positivement, sont ralentis et subissent des déviations. Un schéma simplifié est présentée dans la Figure 1. 1.

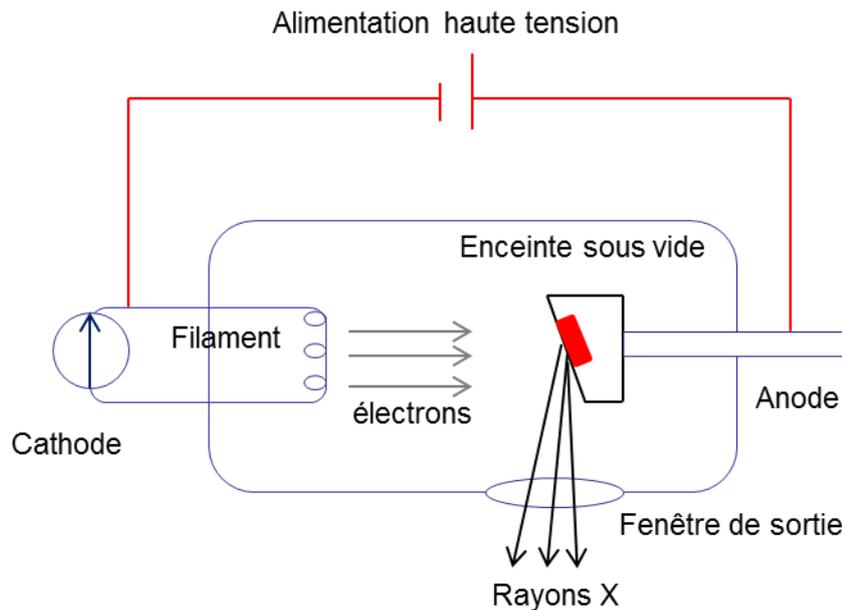


Figure 1. 1 : Schéma simplifié du tube à rayons X

Le ralentissement et la déviation de la particule chargée au voisinage du champ électromagnétique du noyau cible entraînent une perte d'énergie par rayonnement de freinage, appelé aussi Bremsstrahlung. Le Bremsstrahlung est un processus durant lequel l'énergie cinétique perdue se transforme en un rayonnement électromagnétique X (Figure 1. 2).

Le spectre de photons ainsi émis est un spectre continu dont l'énergie maximale est égale à l'énergie cinétique des électrons incidents. Si l'énergie cinétique des électrons accélérés est suffisamment élevée pour les éjecter du cortège électronique de l'atome, intervient l'ionisation des atomes du milieu. Un électron est retiré d'une couche interne atomique laissant une place vacante qui sera occupée par un électron des couches supérieures. Cette transition s'accompagne de l'émission d'un électron Auger ou l'émission d'un rayonnement électromagnétique X. Cette dernière a une énergie égale à la différence d'énergie entre les deux niveaux électroniques. C'est ce qu'on appelle le « rayonnement caractéristique » ou pics de fluorescence.

Les phénomènes de Bremsstrahlung et de rayonnement caractéristique vont conduire à un spectre comme celui présenté dans la Figure 1. 3.

Celui-ci est ensuite émis à travers la fenêtre de sortie du tube, ensuite collimaté. L'anode est orientée sous un certain angle pour faciliter la sortie du rayonnement.

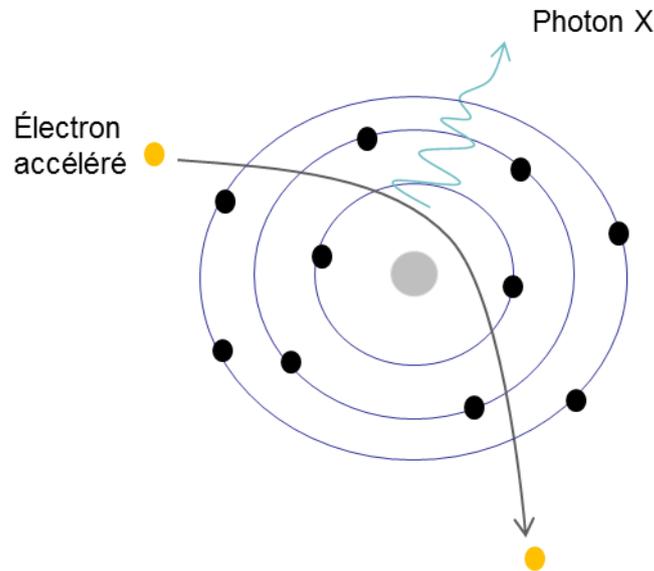


Figure 1. 2 : Effet de Bremsstrahlung qui permet la création des rayons X

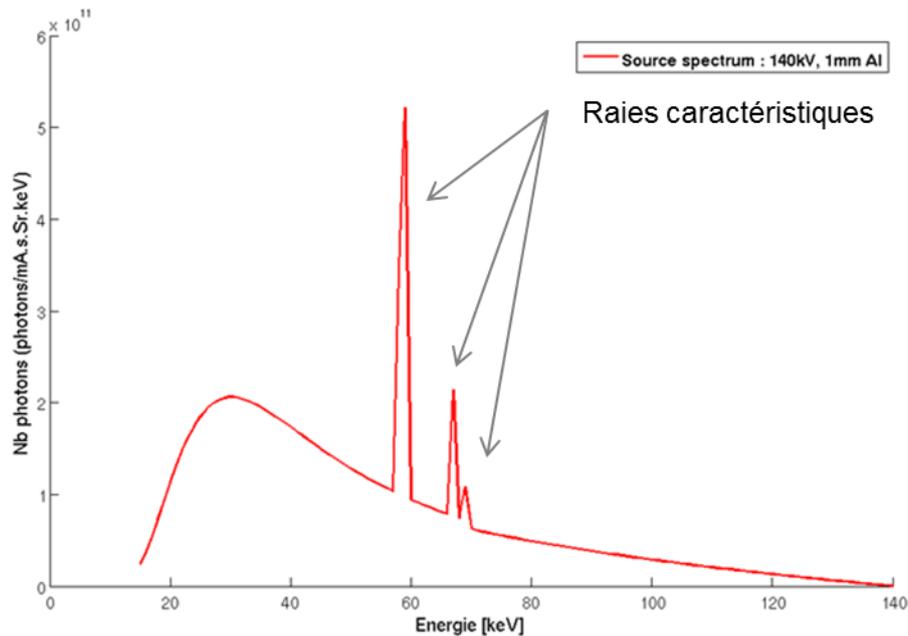


Figure 1. 3 : Spectre photonique obtenu par simulation, représenté en nombre de photons par mAs et par angle solide

Les paramètres de réglage du tube sont :

- La tension, exprimée en kilovolts (kV), qui permet de régler l'énergie moyenne et le flux du faisceau de photons
- Le courant circulant dans le filament exprimé en milliampères (mA) et en secondes (s), qui conditionnent le flux du faisceau

Le spectre dans la Figure 1. 3 a été généré à une tension de 140 kV. Les pics correspondent au tungstène, le matériau de l'anode. En imagerie X, pour le domaine médical, la tension du tube prends des valeurs entre 30 kV et 150 kV. En ce qui concerne le courant qui circule dans le filament, il peut aller jusqu'à 800mA dans les tubes existants, notamment en tomographie, où les flux photoniques sont plus importants.

Filtrage du spectre à la sortie du tube

Les rayons X de basse énergie sont absorbés presque complètement par le corps humain, donc ils ne vont pas contribuer au signal, mais à la dose absorbée.

Le rôle des filtres installés à la sortie du tube est d'éliminer les basses énergies. En général ce sont des filtres de titane ou d'aluminium, avec des épaisseurs qui vont jusqu'à deux millimètres.

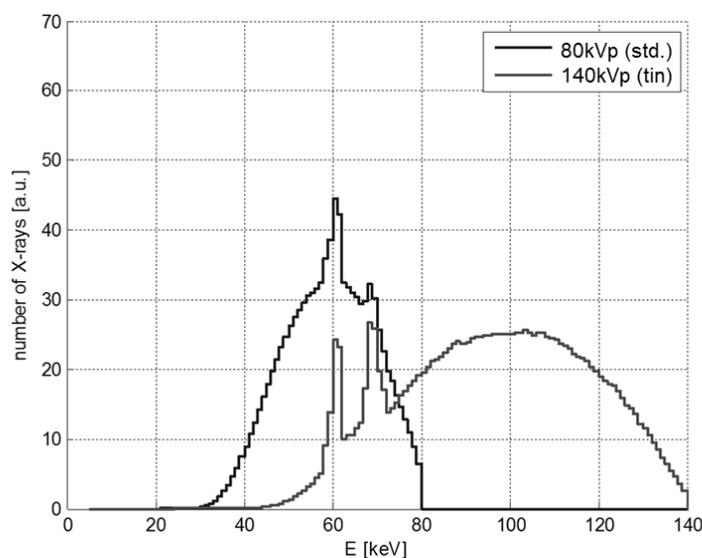


Figure 1. 4 : Exemple de spectres obtenus avec deux sources

Un autre rôle des filtres est la séparation des spectres dans les systèmes qui utilisent deux sources, comme celles de Siemens Definition Flash (Siemens AG, Forchheim, Germany). Pour des applications qui nécessitent l'utilisation de deux sources, il est important d'assurer une bonne séparation entre les deux spectres. En général les deux tubes travaillent à deux tensions différentes, un à basse énergie et l'autre à haute énergie. Les rayons X de très basse énergie sont absorbés par l'objet car ils n'ont pas la puissance d'arriver sur le détecteur. Un filtre est appliqué au tube de basse tension afin de les éliminer. Au tube travaillant à haute tension on lui applique également un filtre, afin d'éliminer les basses énergies. Un exemple de spectres obtenus avec deux tubes est présenté dans les travaux de [Kappler et al., 2009] et illustré dans la Figure 1. 4, où un filtre métallique est utilisé pour durcir le spectre de haute énergie.

1.2. L'interaction rayonnement matière

Lorsque les rayons X traversent la matière, on constate une diminution du nombre de photons. Ce processus est appelé atténuation et c'est la principale conséquence des interactions entre les photons et les électrons.

On connaît quatre types d'interaction entre le rayonnement et la matière :

- L'absorption photoélectrique
- La diffusion Compton
- La diffusion Rayleigh
- La création de paires

En fonction de l'énergie du rayonnement, ces phénomènes contribuent ou pas à l'atténuation totale. Le processus de création de paires n'est possible qu'au-delà de 1.02 MeV. Comme dans le domaine médical la tension du tube ne dépasse pas les 150 kV, ce processus ne sera pas pris en compte. La diffusion Rayleigh introduit du rayonnement diffusé, mais pour nos applications nous essayons de réduire au maximum cet effet.

Les deux phénomènes physiques qui ont un impact sur l'atténuation et qui présentent un intérêt dans le domaine d'énergie utilisé dans le médical sont l'absorption photoélectrique et la diffusion Compton.

1.2.1. Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est dominant aux faibles énergies.

Dans l'interaction entre le photon X et l'atome, le photon cède toute son énergie à un électron des couches internes de l'atome et l'éjecte de sa couche. L'électron éjecté est appelé photoélectron. L'énergie du photoélectron est égale à la différence entre l'énergie du photon incident et l'énergie de liaison. Cette dernière est l'énergie nécessaire pour extraire l'électron interne.

Si l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron à lieu l'effet photoélectrique. Lorsque le photon incident a été absorbé, l'atome se trouve dans un état ionisé. L'éjection d'un électron laisse une place vide qui sera occupée par les électrons des couches supérieures, ce qui va entraîner soit l'émission d'un photon de fluorescence, soit un électron Auger (Figure 1. 5).

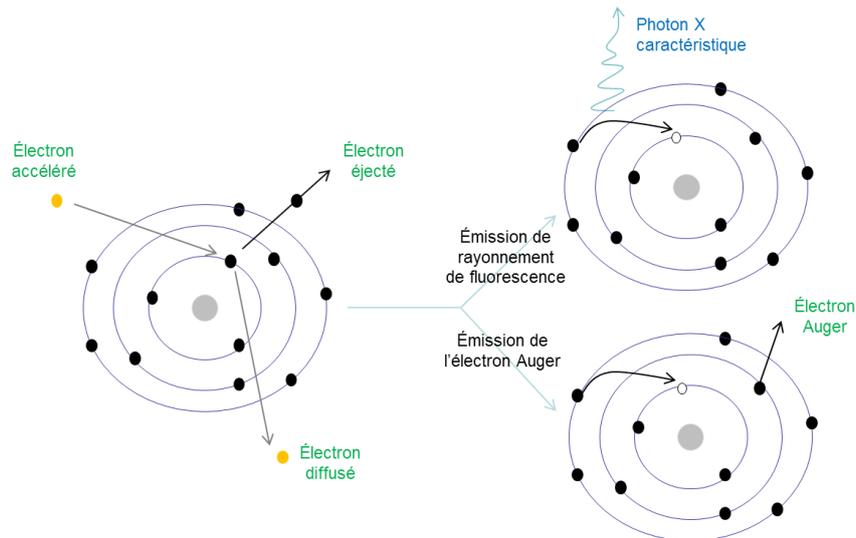


Figure 1. 5 : Interaction entre un électron accéléré et un atome du matériau de l'anode

1.2.2. Diffusion Compton

Si le photon incident entre en collision avec un électron des couches superficielles de l'atome, il lui cède une partie de son énergie et l'éjecte. Cela entraîne la diffusion inélastique du photon qui suit une trajectoire différente de celle d'origine. L'énergie E du photon diffusé est égale à

$$E = \frac{E_0}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \quad (1.1)$$

où E_0 est l'énergie du photon incident, $\alpha = \frac{E_0}{m_e c^2}$, avec $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$, et θ est l'angle de diffusion.

Une illustration de l'interaction de type diffusion Compton est donnée dans la Figure 1. 6.

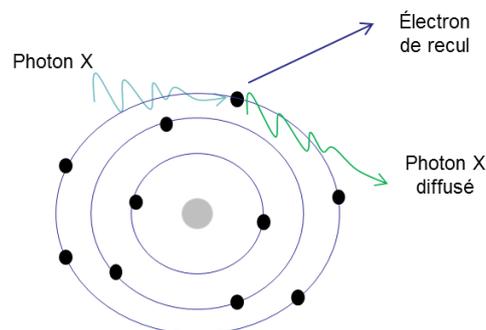


Figure 1. 6 : Interaction de type diffusion Compton

1.2.3. Diffusion Rayleigh

La diffusion Rayleigh est un mode de diffusion élastique. Lors de l'interaction entre le faisceau de rayons X et les électrons de l'atome du matériau étudié, l'énergie est conservée. Le schéma illustrant ce type d'interaction est donnée dans la Figure 1. 7.

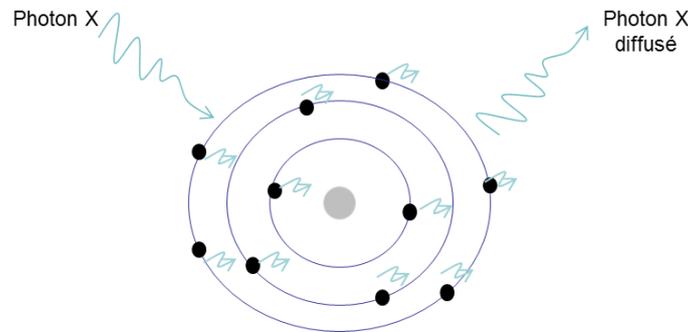


Figure 1. 7 : Interaction de type Rayleigh. L'énergie du photon diffusé est égale à la somme des énergies des photons émises par chaque électron et égale aussi à l'énergie du photon X incident

1.2.4. Loi d'atténuation du rayonnement X

Suite à l'interaction avec la matière, le rayonnement X est atténué. L'atténuation d'un faisceau unidirectionnel monochromatique de photons X qui traverse un matériau est quantifiée par le coefficient d'atténuation linéique, noté $\mu(E, \rho, Z)$ et exprimé en cm^{-1} . Ce coefficient d'atténuation linéique dépend de la nature chimique du matériau (le numéro atomique Z), de la densité (ou masse volumique ρ , mesurée en g/cm^3) et de l'énergie E des photons X.

Si le matériau traversé est composé de plusieurs éléments, la loi des mélanges permet d'écrire l'atténuation massique du matériau, $\frac{\mu(E)}{\rho}$, exprimée en cm^2/g , comme :

$$\left(\frac{\mu(E)}{\rho} \right)^{\text{Composé}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{éléments}}} \omega_i \cdot \frac{\mu(E, \rho_i, Z_i)}{\rho_i} \quad (1. 2)$$

où ω_i sont les fractions massiques de chaque élément dans le matériau composé et $N_{\text{éléments}}$ le nombre d'éléments contenus dans le matériau composé. Un exemple de l'atténuation massique de l'eau est illustré dans la Figure 1. 8.

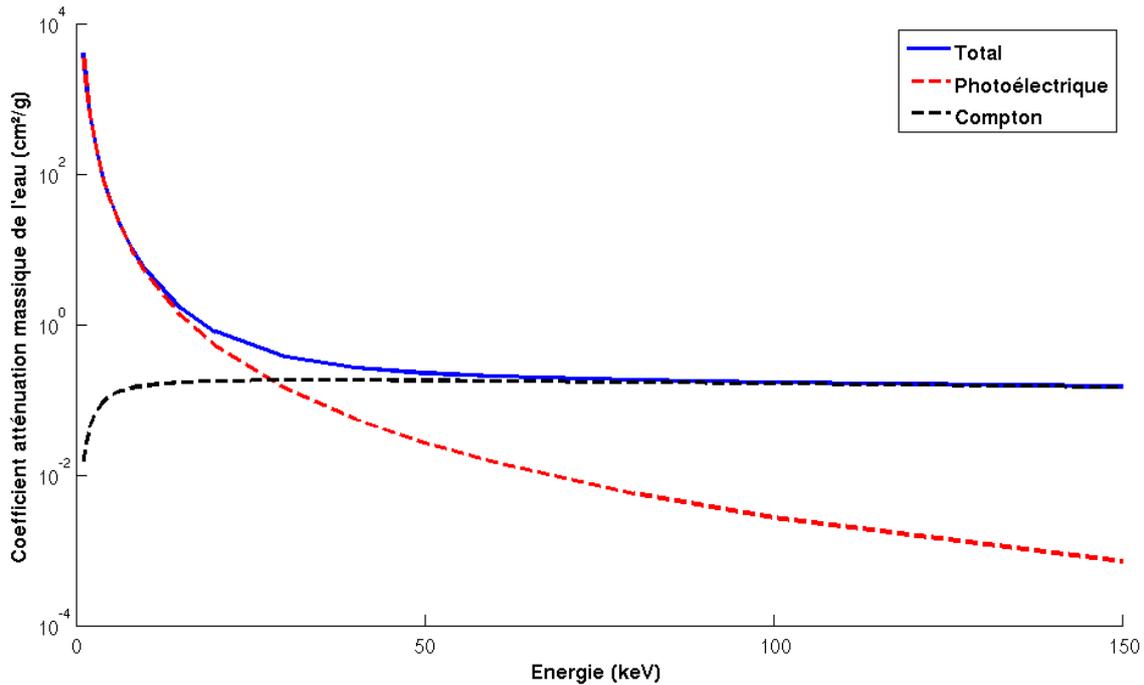


Figure 1. 8 : Coefficient d'atténuation massique du matériau « eau » en fonction de l'énergie

En ce qui concerne l'évolution du nombre de photons présents dans le faisceau de rayons X qui traversent le matériau d'intérêt, ils s'expriment en fonction de l'énergie et de l'espace traversé, comme présenté dans la Figure 1. 9.

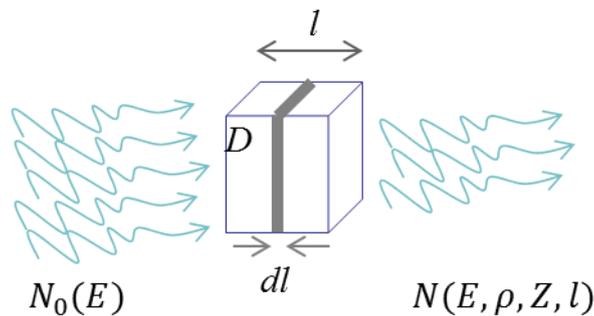


Figure 1. 9 : Evolution du nombre de photons traversant un objet d'épaisseur l , numéro atomique Z et densité ρ

Dans le cas d'un objet homogène d'épaisseur l , la variation du nombre de photons d'énergie E , qui le traversent, dans une seule direction, est définie comme $dN(E,l) = N(E,l) - N(E,l=0)$. La variation du nombre de photons $dN(E,l)$ sur une épaisseur très fine dl du matériau est proportionnelle au nombre de photons incidents et de l'épaisseur l :

$$dN(E,l) = -N(E,l) \cdot \mu(E, \rho, Z) dl \quad (1.3)$$

L'intégration de la différentielle écrite dans l'équation (1. 3) permet de déterminer la loi d'atténuation d'un faisceau de rayons X à travers un matériau d'intérêt.

Pour simplifier l'écriture, on va noter le coefficient $\mu(E, \rho, Z)$ avec $\mu(E)$.

$$\begin{aligned}\frac{dN(E,l)}{N(E,l)} &= -\mu(E)dl \\ \int_{l=0}^l \frac{dN(E,l)}{N(E,l)} &= -\int_{l=0}^l \mu(E)dl \\ [\ln(N(E,l))]_{l=0}^l &= -\mu(E) \cdot [l]_{l=0}^l\end{aligned}$$

Pour un matériau homogène on peut écrire : $N(E) = N_0(E) \cdot \exp(-\mu(E) \cdot l)$.

Les termes présents dans la dernière équation, notés $N_0(E)$ et $N(E)$ représentent le nombre de photons X à l'énergie E présents dans le faisceau avant et respectivement après l'interaction avec un objet de numéro atomique Z , masse volumique ρ et épaisseur l .

On retrouve ainsi la loi de Beer-Lambert :

$$N(E) = N_0(E) \cdot \exp(-\mu(E) \cdot l) \quad (1.4)$$

Connaissant les mesures du faisceau de photons avant et après l'objet, on arrive à déterminer la nature de l'objet d'intérêt, caractérisé par l'atténuation linéique $\mu(E, \rho, Z)$ et l'épaisseur l .

Dans le cas d'un objet non homogène, quand μ varie dans l'objet, la loi de Beer-Lambert se généralise à :

$$N(E) = N_0(E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(x, y, E) \cdot dl\right) \quad (1.5)$$

où D dénote la droite matérialisant le trajet des rayons X et $\mu(x, y, E)$ représente la carte des coefficients d'atténuation linéiques dans l'objet.

La grandeur physique à laquelle nous allons souvent faire référence dans ce manuscrit sera l'atténuation, définie en fonction du logarithme du rapport du nombre de photons en sortie sur le nombre de photons en entrée, qui dans le cas d'un matériau homogène, est égal au produit entre le coefficient d'atténuation linéique et l'épaisseur du matériau traversé :

$$att(E, l) = -\ln\left(\frac{N(E)}{N_0(E)}\right) = \mu(E) \cdot l \quad (1.6)$$

Le coefficient d'atténuation linéique correspond au coefficient total qui regroupe toutes les interactions qui ont lieu dans le matériau. On peut l'exprimer comme la somme des interactions présentées précédemment, l'effet photoélectrique et l'effet Compton.

L'atténuation massique totale, définie par le rapport entre l'atténuation linéique μ et la masse volumique ρ , peut donc être exprimée comme la somme des contributions des deux effets :

$$\left(\frac{\mu(E, \rho, Z)}{\rho}\right)_{Total} = \left(\frac{\mu(E, \rho, Z)}{\rho}\right)_{Photoélectrique} + \left(\frac{\mu(E, \rho, Z)}{\rho}\right)_{Compton} \quad (1.7)$$

Cette formule reste vraie pour un matériau composé :

$$\left(\frac{\mu(E)}{\rho}\right)_{Total}^{Composé} = \sum_{i=1}^{N_{\text{éléments}}} \omega_i \cdot \left(\frac{\mu(E, \rho_i, Z_i)}{\rho_i}\right)_{Total} \quad (1.8)$$

Ainsi, chaque matériau est caractérisé de manière unique à partir des fractions massiques des différents éléments qui le composent.

En radiographie, les grandeurs physiques que nous voulons déterminer sont les longueurs des matériaux, l . En tomographie, nous cherchons à retrouver la carte des μ . La tomographie spectrale permettra, dans une certaine mesure, de déterminer les fractions massiques ω_i des différentes composantes de l'objet.

Cas idéal monochromatique

Dans le cas idéal d'un faisceau monochromatique, l'atténuation est directement donnée par la relation (1. 6).

Cas polychromatique

Dans le cas d'un faisceau polychromatique correspondant à une bande d'énergie $[E_k^{\min}, E_k^{\max}]$, l'atténuation, s'écrit comme :

$$att = -\ln \left[\frac{\int_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} p \cdot N(E) dE}{\int_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} p \cdot N_0(E) dE} \right] \quad (1. 9)$$

où p est égal à E si on utilise un détecteur qui fonctionne en mode intégration d'énergie, ou égal à 1 si on utilise un détecteur capable de compter les photons et de les classer suivant leur énergie.

Si on introduit la relation de Beer-Lambert dans l'équation (1. 9), on obtient l'équation suivante :

$$att = -\ln \left[\frac{\int_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} p \cdot N_0(E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(x, y, E) dl\right) dE}{\int_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} p \cdot N_0(E) dE} \right] \quad (1. 10)$$

On constate que cette relation n'est pas linéaire avec l'épaisseur l du matériau composé. La simple inversion du système n'est plus une solution, donc des méthodes plus complexes sont à envisager.

1.2.5. Dose absorbée

Lors des interactions entre les rayons X et la matière, l'énergie des photons est transférée en partie aux électrons. Les électrons vont disperser cette énergie dans le milieu et vont provoquer des ionisations. On s'intéresse à l'énergie absorbée par la matière qui donne la dose. Les définitions de quatre termes utilisés couramment pour exprimer le phénomène sont données par la suite, ainsi présenté par [LADEN et EDP Sciences, 2007].

Le sievert ou Sv est l'unité utilisée pour mesurer les doses biologiques les plus significatives pour un être vivant : dose efficace, dose équivalente. Le sievert constituant une unité est assez grande, on exprime généralement les doses en millième de sievert (mSv). En Europe, la dose efficace annuelle à laquelle la population est exposée est en moyenne de 4 mSv par personne. Le sievert a remplacé une ancienne unité, le rem : $1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}$).

L'unité de dose de dépôt d'énergie par les rayonnements radioactifs est le gray (Gy) ou le milli gray (mGy). Un gray correspond à un dépôt d'énergie d'origine radioactive d'un joule par kilogramme de matière. Contrairement au sievert, le gray ne distingue pas si le dépôt a lieu dans la matière inerte ou dans la matière vivante. Cette unité est très employée en thérapie (elle mesure la dose délivrée à la tumeur), ou pour mesurer l'exposition d'un organe lors d'un accident ou d'un diagnostic. Le gray supplante aujourd'hui une ancienne unité, le rad : $1 \text{ gray} = 100 \text{ rad}$).

La « dose efficace » est une dose biologique. Très utilisée en radioprotection, elle mesure l'exposition d'une personne individuelle aux rayonnements. Elle tient compte de la sensibilité des tissus affectés. C'est la dose à considérer quand il s'agit d'estimer le risque résultant d'une exposition à la radioactivité. Elle s'exprime en sieverts ou milli sieverts (mSv). C'est une dose « corps entier », à ne pas confondre avec la dose équivalente relative à un organe ou un tissu.

La dose équivalente est une dose qui mesure l'exposition d'un organe ou d'un tissu. Cette dose est obtenue en multipliant la dose d'énergie absorbée par l'organe ou le tissu par un facteur de pondération qui tient compte de la nocivité du rayonnement (photons, électrons, neutrons, alpha). La dose équivalente s'exprime comme la dose efficace, en sieverts ou milli sieverts.

Valeurs de dose issues d'une étude de l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN) en 2010

Les doses reçues par les organes lors des actes de radiologie conventionnelle étudiés sont nettement inférieures à celles reçues lors d'actes tomographiques. A titre d'exemple, la dose reçue par les poumons lors d'un examen radiologique pulmonaire classique est 100 fois inférieure à celle reçue lors d'un scanner thoracique (0,2 mGy vs 20 mGy). Le rapport des doses reçues par les seins pour ces deux types d'acte est de l'ordre de 400 (0,05 mGy vs 20 mGy). Par ailleurs, la dose délivrée au patient en radiologie conventionnelle est hétérogène dans le volume exploré : elle est maximale au niveau de la peau, dans la zone « d'entrée » du faisceau de rayons X, et décroît progressivement dans les tissus. Par exemple, lors d'une radiographie du thorax en incidence postéro-antérieure, réalisée avec une haute tension de 120 kV, le rapport entre la dose aux poumons et la dose cutanée (au niveau du dos) est environ égal à 0,5. Le rapport entre la dose aux seins et la dose cutanée est dans ce cas de l'ordre de 8. L'incidence postéro-antérieure des clichés thoraciques limite ainsi les doses délivrées aux organes superficiels antérieurs tels que les seins et la thyroïde.

En tomographie, les doses efficaces moyennes sont comprises entre 2 mSv (scanner cérébral sans injection de produit de contraste) et 18,5 mSv (scanner thoraco-abdomino-pelvien). En radiologie conventionnelle, ces doses sont beaucoup plus faibles, comprises entre 0,05 mSv (radiographie thoracique) et 2,4 mSv.

Des valeurs de dose issues d'une étude de l'Institut de Radioprotection de et Sûreté Nucléaire (IRSN) en 2010, pour des examens médicaux en imagerie X sont aussi évoquées [IRSN, 2010].

Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous avons utilisé comme dose de référence la dose dans l'air. Nous avons travaillé à dose constante, car dans les configurations de détecteurs qui ont été testées, le spectre incident et les mAs n'ont pas été changés.

1.3. Les détecteurs de rayons X

Nous allons nous intéresser par la suite aux dispositifs qui permettent d'effectuer des mesures d'atténuation.

Les détecteurs de rayons X permettent la conversion de la radiation X déjà atténuée en charges électriques. Ils se distinguent par leur principe de fonctionnement (des détecteurs à base de scintillateur ou des détecteurs à base de matériau semi-conducteur) et par le signal fourni à la sortie (en intégration d'énergie ou en comptage).

Nous expliquons dans la suite de ce paragraphe le principe de chacune de ces modalités. On va s'intéresser aussi aux différentes modalités ainsi qu'à leur capacité de fournir des mesures multi-énergies.

1.3.1. Détecteurs à base de scintillateur

La majorité des systèmes de détection des rayonnements X, existant aujourd'hui pour l'imagerie médicale, utilisent des détecteurs à base de cristal scintillateur.

Ce sont des systèmes à conversion indirecte, car les photons X sont transformés en photons lumineux, avant d'être convertis en charges électriques.

Il y a deux types de détecteurs à base de scintillateur :

- Des détecteurs à base de scintillateur – photomultiplicateur

Après avoir traversé un objet, les photons arrivent sur le détecteur. Ici, le spectre incident interagit avec le cristal scintillateur. Le photon X interfère par des effets photoélectriques et Compton avec un électron du milieu et lui cède une partie de son énergie, qui sera transformée en photon lumineux. Les photons lumineux sont collectés par un photomultiplicateur qui les transforme en charges électriques. Cette technique est à la base des gammas caméras. Elle est inadaptée à la radiologie conventionnelle et à la tomographie, car la résolution spatiale n'est pas suffisante.

- Des détecteurs à base de scintillateur – photodiodes

Le principe de fonctionnement de ces détecteur est le même que celui présenté dans le paragraphe précédent. Les cristaux scintillateur les plus utilisés sont l'iodure de césium CsI (dopé ou non au thallium) et l'oxysulfure de gadolinium (Gd_2O_2S). Une matrice de Thin Film Transistor (TFT) permet d'enregistrer le signal. La différence est que les photons

lumineux sont transformés en charges électriques par une matrice de photodiodes en silicium amorphe pour la radiographie standard et des photodiodes en silicium cristallin pour la tomographie conique.

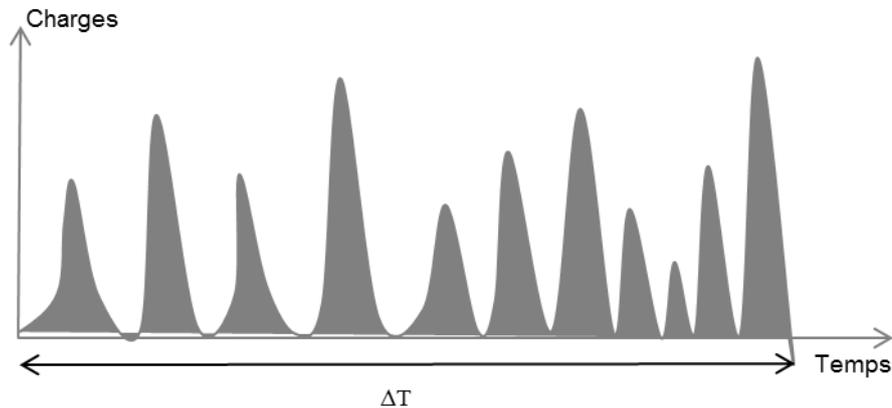


Figure 1. 10 : Signal mesuré avec un détecteur en intégration d'énergie. L'ensemble des impulsions pendant ΔT est intégré

Ces détecteurs fonctionnent en mode intégration d'énergie (Figure 1. 10). Cela signifie que le courant issu du détecteur est intégré pendant le temps d'acquisition. Le signal est donc égal à la somme de tous les photons, pondérés par leur énergie:

$$N_{\text{intégration}} = \int_{E=0}^{E_{\text{max}}} N(E) \cdot E \cdot dE \quad (1.11)$$

où E_{max} est l'énergie maximale du spectre et $N(E)$ est le nombre de photons incidents sur le détecteur à l'énergie E .

Dans cette équation on observe qu'on donne plus de poids aux photons de haute énergie qu'à ceux de basse énergie.

1.3.2. Détecteurs à base de semi-conducteur

Contrairement aux détecteurs à base de scintillateur, les détecteurs à base de semi-conducteur permettent la conversion directe des photons X en charges électriques.

Lors de l'exposition d'un matériau semi-conducteur aux rayons X, le numéro atomique élevé de ce matériau donne un fort pouvoir d'absorption par effet photoélectrique. Les photons caractéristiques générés lors de l'interaction peuvent à leur tour interagir par effet photoélectrique.

Le mode de fonctionnement d'un détecteur à base de semi-conducteur est illustré dans la Figure 1. 11. Il est constitué d'une électrode pleine face (la cathode) et d'une électrode souvent pixellisée (l'anode). L'interaction d'un photon dans le semi-conducteur va générer une quantité de charge proportionnelle à l'énergie déposée. Ces charges, en migrant vers les

électrodes sous l'effet du champ appliqué, vont induire une charge proportionnelle à l'énergie déposée.

Les détecteurs à base de semi-conducteur sont des détecteurs qui peuvent être utilisés en mode comptage. Ce mode de fonctionnement permet de compter le nombre de photons qui arrivent sur le détecteur. Différents seuils peuvent être fixés sur cette mesure afin de définir différents compteurs d'énergie (Figure 1. 12).

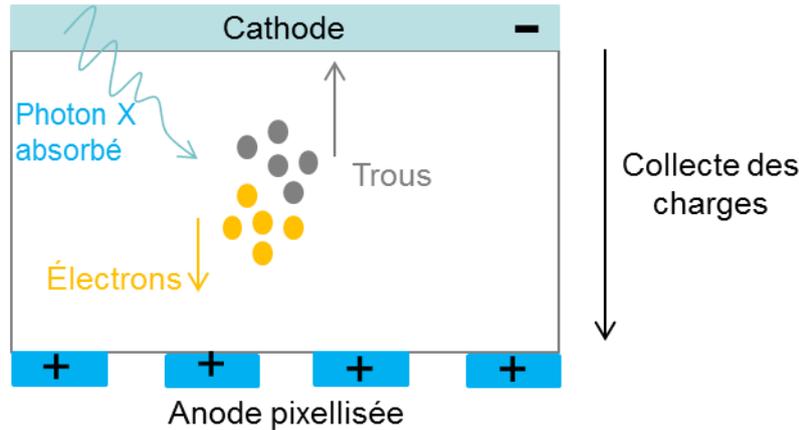


Figure 1. 11 : Principe de fonctionnement d'un détecteur à base de semi-conducteur

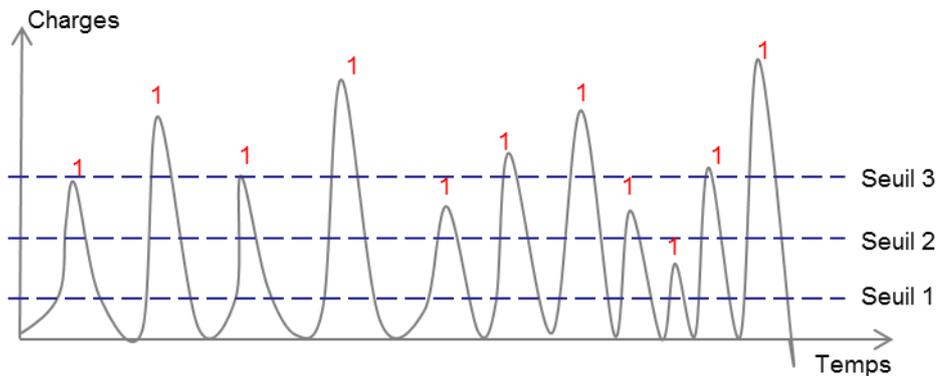


Figure 1. 12 : Signal mesuré avec un détecteur en mode comptage

Le signal mesuré dans un compteur défini sur la gamme d'énergie $[E_{min}, E_{max}]$ est exprimé comme :

$$N_{\text{comptage}} = \int_{E=E_{min}}^{E_{max}} N(E) \cdot dE \quad (1. 12)$$

où $N(E)$ représente le nombre de photons absorbés dans le détecteur.

Détecteur en comptage

A bas flux photonique on constate un bon fonctionnement de ces détecteurs. Si la taille des pixels varie en fonction de l'application, en ce qui concerne les matériaux, les plus utilisés pour les détecteurs qui fonctionnent en mode comptage sont le silicium (Si), la telluride de cadmium (CdTe) et la telluride de cadmium dopé de zinc (CdZnTe ou CZT).

Des effets indésirables apparaissent dans ces détecteurs, et les principaux phénomènes sont:

- *Partage de charges* : Le nuage de charges créé par le photon va s'étaler sur les pixels voisins du détecteur situés autour du pixel où a eu lieu l'interaction. Cet effet augmente lorsque la taille des pixels du détecteur diminue. Il a un impact aussi sur la résolution spatiale du détecteur et provoque une corrélation entre le signal et le bruit entre les pixels voisins.
- *Fluorescence et échappement* : L'interaction entre un photon X incident sur le semi-conducteur par effet photoélectrique peut créer dans le pixel du détecteur un photon de fluorescence qui a une énergie caractéristique. Si ce photon de fluorescence est lu par un pixel voisin, il sera interprété comme un photon X incident. C'est le phénomène de fluorescence. Dans le pixel d'interaction initial, l'énergie du photon détecté sera égale à la différence entre l'énergie initiale du photon et l'énergie du photon de fluorescence. Si le photon de fluorescence n'est pas détecté par le même pixel, cette perte d'énergie va donner naissance au phénomène d'échappement.
- *Induction* : L'anode du pixel du détecteur va collecter les charges qui sont le résultat de l'interaction entre un photon X et le pixel du détecteur. Par effet d'induction, la collecte des charges sur l'anode va induire un signal de faible intensité sur les pixels voisins. Ce signal va apparaître dans les canaux de faible énergie des pixels voisins du pixel où a eu lieu l'interaction.

L'ensemble de ces phénomènes peut être modélisé par une fonction de réponse du détecteur qui correspond au signal généré par un photon dans un pixel d'intérêt.

La Figure 1. 13 présente un exemple de fonction de réponse mesurée avec une source de Cobalt-57 et représentée pour tous les 16 pixels d'un détecteur en comptage à base de CdTe fourni par ACRO RAD [Brambilla et al., 2013], sur des mesures effectuées dans notre laboratoire. La largeur du canal d'énergie est de 1.2 keV. Les variations d'un pixel à l'autre ne peuvent pas être ignorées. Des méthodes de traitement par calibrage sont nécessaires pour tenir compte du comportement de chaque pixel.

La fonction de réponse du détecteur permet de caractériser le détecteur par deux paramètres :

- *La résolution en énergie du détecteur*, définie comme la largeur à mi-hauteur de la réponse. Ce paramètre mesure la capacité du détecteur à séparer des photons d'énergies proches.
- *La hauteur et la forme de la trainée* sont la conséquence du partage d'induction, du partage de charges et de la fluorescence.

L'amélioration de la réponse du détecteur dépend de l'électronique utilisée et du traitement associé. Des méthodes de correction des phénomènes d'induction et de partage de charges sont développées afin de limiter la traînée.

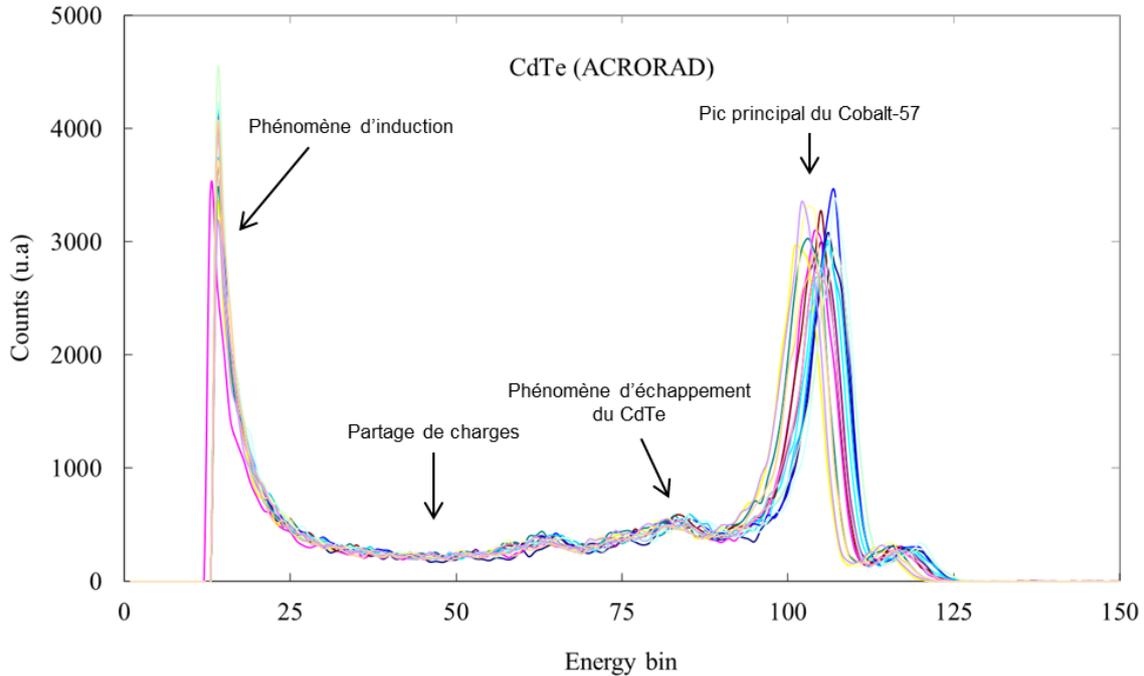


Figure 1.13 : Exemple de spectre mesuré avec un détecteur barrette de 16 pixels à base de CdTe fourni par ACRORAD, avec une largeur du canal de 1.2 keV. Mesures effectuées avec une source Cobalt-57 (^{57}Co). Représentation des différents phénomènes physiques

Pour des forts flux photoniques, comme c'est par exemple le cas de la tomographie, un autre phénomène indésirable présent dans les détecteurs en comptage pixellisés est *l'effet des empilements de photons*. Quand deux photons interagissent de manière quasi instantanée dans un même pixel, les impulsions générées se superposent. Ils seront comptés comme un seul photon d'énergie supérieure à celle des deux photons qui ont interagi. Ce phénomène n'est pas modélisé par la fonction de réponse du détecteur car le modèle est plus complexe et non-linéaire.

1.3.3. Mesures multi énergies

Pour obtenir deux mesures à deux énergies différentes, en radiographie et en tomographie, il existe plusieurs techniques : soit on va acquérir deux spectres avec deux sources différentes, soit on va acquérir un seul spectre et la séparation des énergies a lieu au niveau du détecteur.

Deux acquisitions

- **Deux sources :** Une des premières modalités pour obtenir deux mesures à deux énergies différentes est d'utiliser deux sources. Pour la tomographie, le système consiste à utiliser deux ensembles source-détecteur, groupés et orientés sous un angle fixe. Une illustration du système d'acquisition en tomographie est donnée dans la Figure 1.14 A. Les deux scans réalisés simultanément, à deux tensions du tube différentes, sont en déphasage de 90° , ce qui introduit des artéfacts provoqués par les

mouvements (cardiaque, respiratoire, bougé) du patient entre les deux acquisitions. Des travaux sur les filtrations ont été effectuées afin d'obtenir une meilleure séparation des spectres. Le filtre en métal associé à la source de tension plus haute permet d'enlever les basses énergies du spectre de haute énergie.

- **Deux sources en commutation rapide** : Une autre possibilité pour réaliser deux acquisitions en tomographie est d'utiliser un système de sources commutées et de changer rapidement le tube de rayons X entre deux acquisitions comme illustré dans la Figure 1. 14 B. Comme le temps d'intégration est de l'ordre de quelques milli secondes maximum, le changement des tubes doit se faire rapidement. Le courant du tube doit être ajusté en fonction de la tension du tube afin d'optimiser la dose des deux acquisitions. Ce système a été conçu dans l'idée d'éviter les artefacts liés au mouvement. En revanche, le système souffre toujours d'une moins bonne séparation des énergies, car il est impossible de changer les filtres entre les acquisitions basse énergie et haute énergie.

Une seule acquisition

- **Détecteur double-couches (ou sandwich)** : La technologie double-couches implique, en radiographie et en tomographie, l'utilisation d'un seul tube de rayons X. Le système de détection est composé de deux détecteurs superposés à base de scintillateurs couplés à des photodiodes qui fonctionnent en mode intégration d'énergie. Le premier scintillateur est constitué d'un matériau à faible numéro atomique Z et une épaisseur permettant l'absorption des photons de faibles énergies. Le spectre non absorbé est durci par un filtre métallique avant d'interagir avec la deuxième couche de scintillateur, qui a un numéro atomique Z fort permettant l'absorption des photons de haute énergie. Une illustration pour la tomographie est donnée dans la Figure 1. 14 C. Malgré les filtres optimisés et les épaisseurs des couches de détection utilisés par exemple dans les travaux de Kappler [Kappler et al., 2009], on obtient une séparation des spectres médiocre.
- **Détecteur spectrométrique** : Une autre possibilité pour faire de la multi-énergie en une seule acquisition, en radiographie et en tomographie, est d'utiliser un détecteur à base de semi-conducteur qui fonctionne en mode comptage. Cette technologie a été détaillée dans la section 1.3.2.

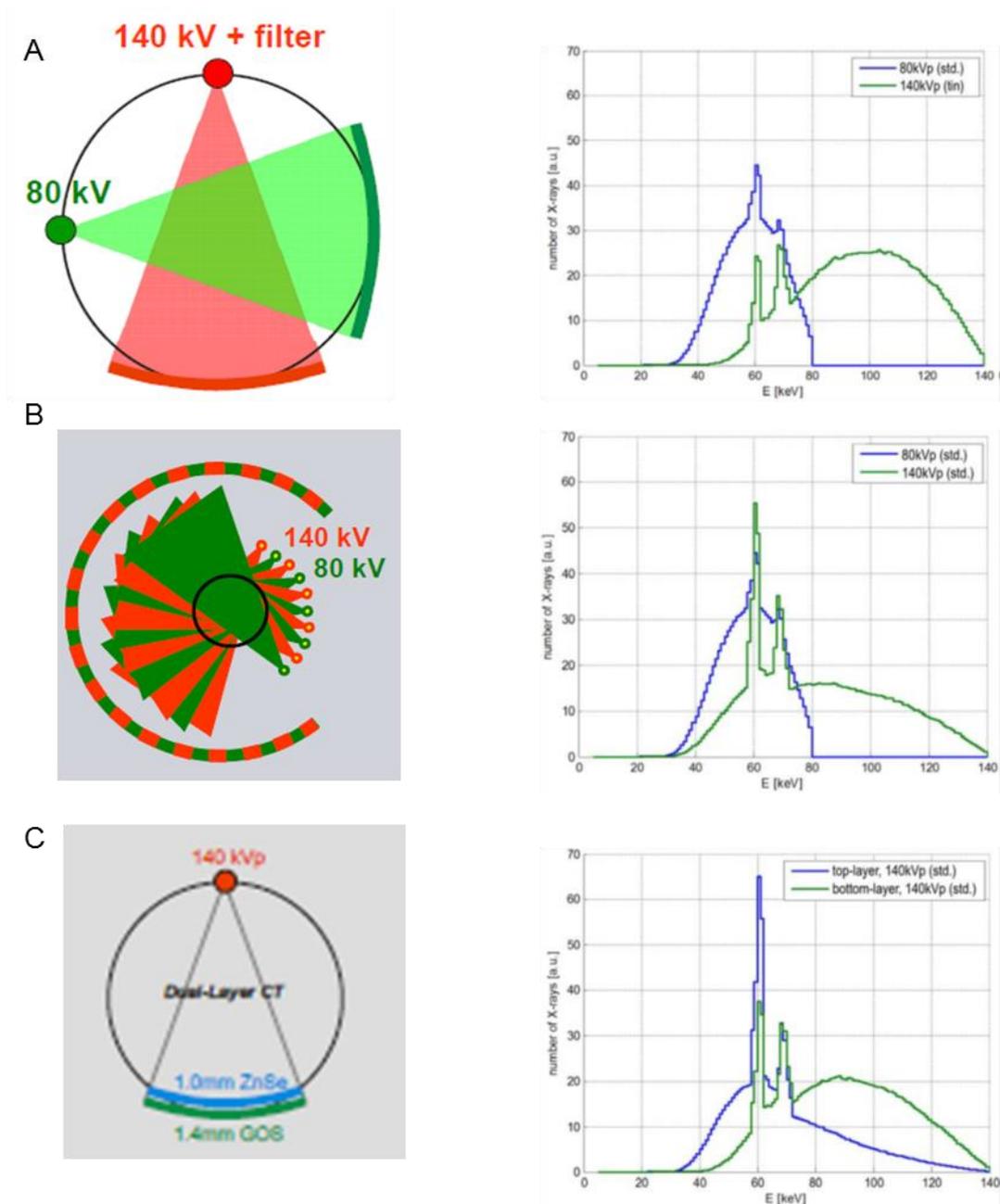


Figure 1. 14 : Spectres simulés par [Kappler et al., 2009], obtenus après l'interaction du faisceau avec un fantôme d'eau de 20 cm d'épaisseur. (A) Spectres générés avec deux sources, une à 80 kV et une à 140kV+filtre métallique, et un détecteur constitué de 1.4 mm de Gd_2O_2S . (B) Spectres générés dans des conditions similaires au A, sans filtre et avec une commutation rapide des deux sources. (C) Spectres générés avec une seule source à 140 kV, sans filtre, et un détecteur constitué de deux couches superposées de 1 mm de ZnSe et 1.4 mm de GOS

1.4. De la radiographie à la tomographie à rayons X

La radiographie permet d'obtenir une projection à deux dimensions de l'objet qu'on veut étudier. Elle correspond à la superposition des atténuations des différentes structures de l'objet. Elle ne donne donc pas d'information sur la localisation des structures de l'objet dans la direction de projection. Afin de reconstituer la forme originale de l'objet il est nécessaire d'acquérir plusieurs projections 2D sous différentes incidences angulaires. A partir de ces projections il est possible de reconstruire un volume 3D de l'objet.

Plaçons nous tout d'abord dans le cas 2D, où l'on cherche à reconstruire une image 2D du coefficient d'atténuation linéique $\mu(x,y)$ à partir de ces projections 1D.

Pour écrire les équations, on utilise un détecteur parfait et on se place dans une géométrie parallèle. Chaque projection est caractérisée par l'angle θ d'acquisition et par la position le long de l'axe u , qui est perpendiculaire à l'axe de la direction du flux incident, v . La Figure 1.15 illustre une projection $p(u,\theta)$.

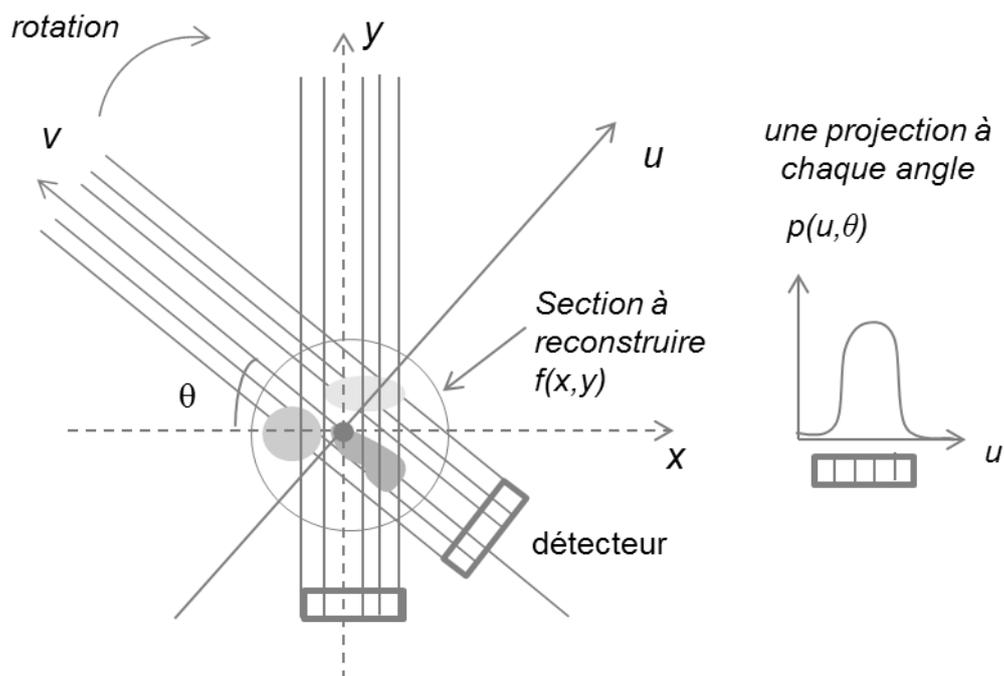


Figure 1.15 : Géométrie parallèle

La mesure à un angle θ et à une position u correspond à la mesure du nombre de photons atténués par l'objet, égal d'après la loi de Beer-Lambert à :

$$N(E) = N_0(E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(x,y) dv\right) \quad (1.13)$$

On appelle projection $p(u, \theta)$ l'intégrale du coefficient d'atténuation linéique sur la droite D,

$$\text{avec } p(u, \theta) = \int_D \mu(x, y) dv = \ln \left(\frac{N_0(E)}{N(E)} \right).$$

où $\mu(x, y)$ représente le coefficient d'atténuation linéique à la position (x, y) dans le plan cartésien et dv est le volume élémentaire d'intégration le long de l'axe v .

L'image qui regroupe l'ensemble des projections $p(u, \theta)$ est appelée sinogramme. C'est encore la transformée Radon de l'image $\mu(x, y)$.

Par la suite, nous noterons l'image à reconstruire $g(x, y)$ au lieu de $\mu(x, y)$.

Pour expliciter la relation liant l'image à ses projections, on peut réécrire l'intégrale curviligne sur la droite en fonction de u et θ . Pour cela, on considère l'équation paramétrique de la droite D :

$$\begin{cases} x = u \cdot \cos \theta - v \cdot \sin \theta \\ y = u \cdot \cos \theta + v \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (1.14)$$

La transformée de Radon, en (u, θ) s'écrit alors :

$$p(u, \theta) = \int_D g(u \cdot \cos \theta - v \cdot \sin \theta, u \cdot \cos \theta + v \cdot \sin \theta) dv \quad (1.15)$$

La symétrie de la rotation permet d'effectuer des mesures de projection dans un espace réduit à $\theta \in [0, \pi]$. A partir des mesures de projection $p(u, \theta)$, la reconstruction consiste à remonter aux valeurs des atténuations $g(x, y)$ dans le plan cartésien.

Pour résoudre le problème d'inversion de la transformée de Radon, plusieurs méthodes ont été développées : des méthodes analytiques, des méthodes itératives (algébriques) et des méthodes statistiques (bayésiennes).

Les méthodes analytiques ont l'avantage d'être plus rapides, mais pour avoir des bons résultats il est nécessaire de disposer d'un nombre suffisamment grand de projections.

En ce qui concerne les méthodes algébriques, elles permettent de reconstruire l'objet à partir de moins de données de projection. Un a priori sur l'image qu'on cherche à reconstruire est nécessaire. Le modèle statistique permet de prendre en compte la nature statistique des données par une interprétation probabiliste du problème. Un exemple est la distribution de type Poisson ou Gaussienne des photons X, prise en compte pour des reconstructions statistiques [Schirra et al., 2011]. Ce type de méthodes demande un temps de calcul important, mais des nombreuses études sont en cours afin de les rendre plus efficaces.

Dans cette thèse on utilise la méthode de reconstruction analytique par rétroprojection filtrée (connue aussi sur l'acronyme FBP en anglais), rappelée par la suite.

1.5. Le principe de la reconstruction analytique : la rétroprojection filtrée

Dans ces travaux de thèse nous allons utiliser la méthode analytique de reconstruction par rétroprojection filtrée. Le schéma de principe est illustré dans la Figure 1. 16. Il repose sur le théorème coupe-projection et sur l'opérateur de rétroprojection [Peyrin and Engelke, 2012].

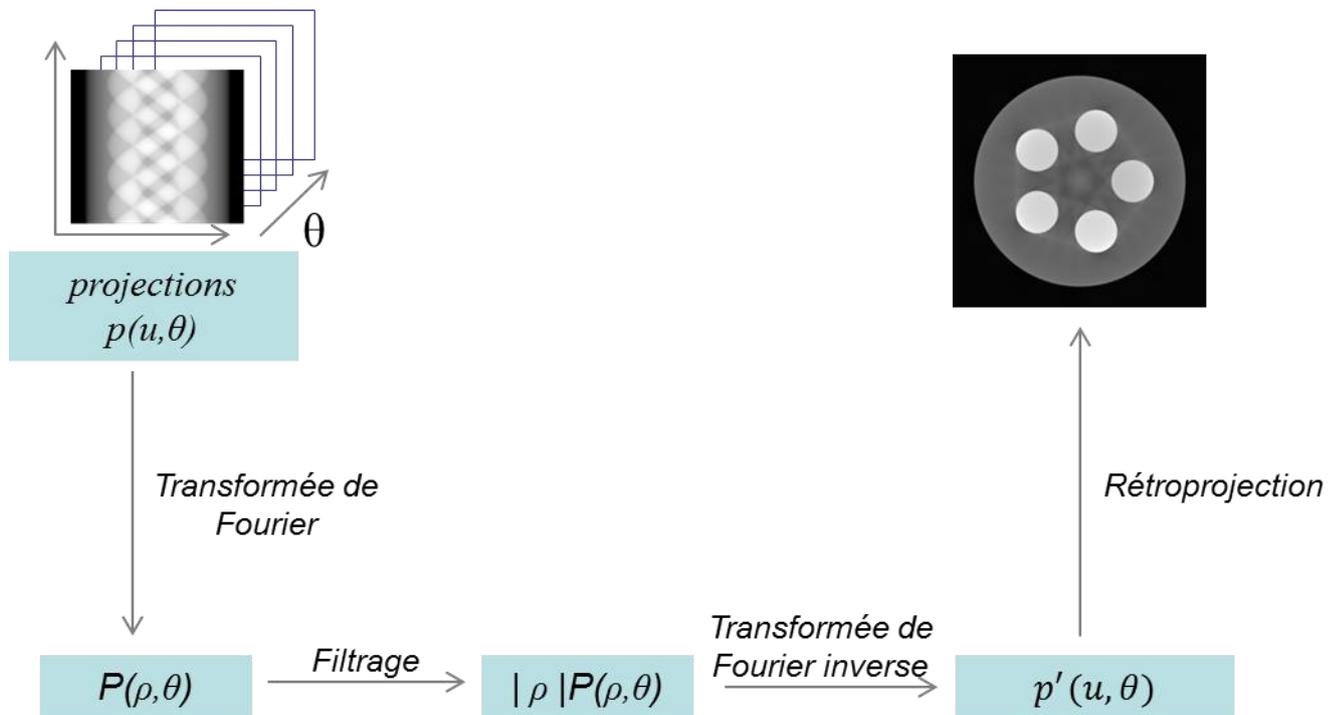


Figure 1. 16 : Principe de la reconstruction par rétroprojection filtrée

Opérateur de rétroprojection

L'opérateur de rétroprojection est le dual de la transformation de Radon. La rétroprojection d'une projection $p(u, \theta)$ est définie comme l'image $h_\theta(x, y)$ égale à :

$$h_\theta(x, y) = p(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta, \theta) \quad (1. 16)$$

La rétroprojection de toutes les projections est la somme des rétroprojections de chaque projection. C'est donc l'image $Hp(x, y)$ définie comme :

$$Hp(x, y) = \int_0^\pi h_\theta(x, y) d\theta = \int_0^\pi p(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta, \theta) d\theta \quad (1. 17)$$

La rétroprojection ne correspond pas à la transformée de Radon inverse.

Théorème coupe-projection

La transformée Fourier de la projection $p(u, \theta)$ s'écrit comme

$$P(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(u, \theta) \cdot \exp(-2\pi i \rho u) du \quad (1. 18)$$

où ρ est la fréquence spatiale.

Si on introduit dans cette dernière relation l'équation (1. 15) et on applique un changement de variable :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1. 19)$$

pour passer de l'espace de projections (u,v) à l'espace de l'image (x,y) , on obtient :

$$P(\rho, \theta) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} g(x, y) \cdot \exp(-2\pi i \rho(x \cos \theta + y \sin \theta)) dudv \quad (1. 20)$$

Les fréquences spatiales ρ_x et ρ_y dans l'espace Fourier sont égales à :

$$\begin{cases} \rho_x = \rho \cdot \cos \theta \\ \rho_y = \rho \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (1. 21)$$

Si on les introduit dans l'équation (1. 20), on obtient :

$$P(\rho, \theta) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} g(x, y) \cdot \exp(-2\pi i(x \cdot \rho_x + y \cdot \rho_y)) dudv \quad (1. 22)$$

La partie droite de l'équation peut s'interpréter comme la transformée de Fourier de l'image 2D au point $(\rho \cdot \cos \theta, \rho \cdot \sin \theta)$.

$$P(\rho, \theta) = G(\rho \cdot \cos \theta, \rho \cdot \sin \theta) \quad (1. 23)$$

où G est la transformée Fourier 2D de $g(x,y)$.

Ce résultat signifie donc que la transformée d'une projection est égale à une coupe de la transformée de Fourier 2D de l'image. Il est appelé théorème coupe-projection.

Formule de rétroprojection filtrée

Cette formule va permettre d'exprimer l'image $g(x,y)$ en fonction de ses projections.

Pour cela, on part de la transformée de Fourier inverse de $G(\rho_x, \rho_y)$.

$$g(x, y) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} G(\rho_x, \rho_y) \cdot \exp(2\pi i(x \cdot \rho_x + y \cdot \rho_y)) d\rho_x d\rho_y \quad (1. 24)$$

On effectue le changement de variable de (ρ_x, ρ_y) vers (ρ, θ) :

$$\begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cdot \cos \theta \\ \rho \cdot \sin \theta \end{bmatrix} \quad (1. 25)$$

dont le Jacobien est ρ . En introduisant le théorème coupe-projection on peut écrire :

$$g(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\rho, \theta) \cdot |\rho| \cdot \exp(2\pi i \rho(x \cos \theta + y \sin \theta)) d\rho d\theta \quad (1. 26)$$

Cette formule peut s'exprimer comme la rétroprojection des projections filtrées par le filtre $|\rho|$ dans le domaine fréquentiel. Ce filtre est appelé filtre Ram-Lak ou filtre rampe.

Cette méthode est appelée rétroprojection filtrée, FBP en abrégé.

Généralisation de la rétroprojection filtrée à une géométrie éventail

La représentation de la géométrie en éventail donnée dans la Figure 1. 17 est la plus utilisée en pratique. Il est possible de généraliser la méthode par rétroprojection filtrée à une géométrie éventail. Pour cela, on effectue un changement de variable qui permet de passer de la géométrie parallèle à une géométrie éventail. On obtient alors une formule de reconstruction similaire, moyennant une légère adaptation du filtre.

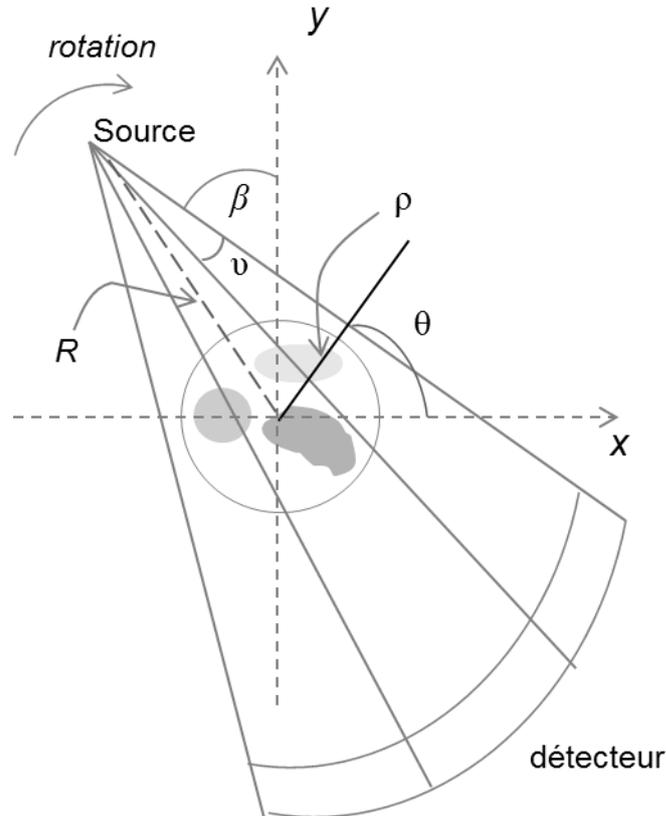


Figure 1. 17 : Géométrie en éventail

1.6. Cadre médical applicatif : l'ostéodensitométrie

L'ostéoporose est une maladie caractérisée par une diminution de la masse osseuse et une détérioration de la microarchitecture de l'os qui entraînent une fragilité de l'os et le risque de fracture. Pour estimer la fragilité osseuse, il est nécessaire d'avoir des informations sur ses propriétés matérielles et géométriques [Petit et al., 2005]. L'os est un mélange de matières minérale et organique [Rueggsegger and Kalender, 1993], [Kalender et al., 1995], [Nazarian et al., 2008]. La partie extérieure, qu'on appelle os cortical, est plus compacte, contrairement à la partie intérieure, l'os trabéculaire, qui est moins dense [Mulder et al., 2007].

Une illustration de la structure de l'os est donnée dans la Figure 1. 18, issue des travaux de [Salomé et al., 1999], [Nuzzo et al., 2002], [Bousson et al., 2004].

L'os cortical représente 85% de la masse du squelette total du corps [Kolta, 2008], [Mitton, 2008]. L'épaisseur de l'os cortical donne des informations sur le risque de fracture, notamment à l'extrémité supérieure du fémur. Des informations comme la quantité (définie par la densité), la qualité (définie par la porosité) et la géométrie donnent des informations sur la fragilité osseuse [Rho et al., 1998].

L'os trabéculaire, situé à l'intérieur, assure les échanges métaboliques et la vascularisation, assurant aussi l'innervation de l'os compacte. Il est situé très près de la moelle osseuse et des cellules souches. Les propriétés mécaniques de l'os cortical et de l'os trabéculaire sont différentes. La densité trabéculaire diminue notamment avec l'âge [Kolta, 2008], [Mitton, 2008].

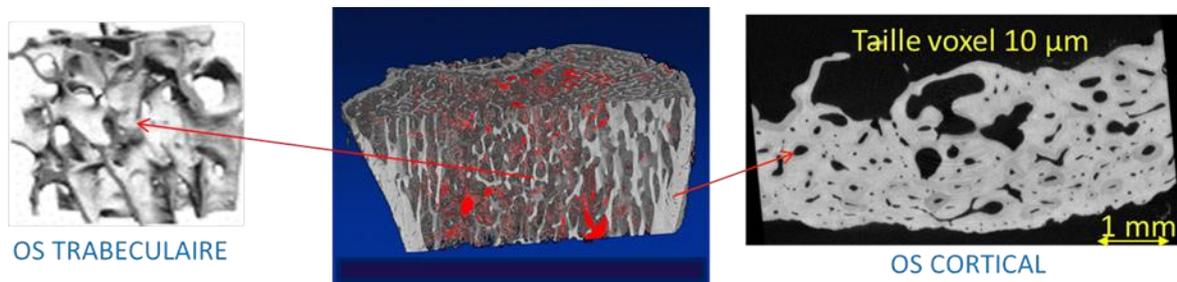


Figure 1.18 : Structure de l'os : images d'os cortical et trabéculaire obtenues en micro-CT synchrotron [Salomé et al., 1999], [Nuzzo et al., 2002], [Bousson et al., 2004]

Il existe deux techniques pour diagnostiquer l'ostéoporose : l'absorptiométrie double énergie (DXA) et tomographie quantitative (QCT). Leur objectif est de prévenir le risque de fracture et de contrôler les changements du squelette.

La DXA est une technique en radiographie qui fournit la densité sur l'unité de surface et se mesure en g/cm^2 [Krmr et al., 2010]. C'est la méthode la plus utilisée pour mesurer la densité minérale osseuse (BMD), qui permet de prédire le risque de fracture dans le cas de l'ostéoporose [Engelke et al., 2008].

La DXA permet de mesurer la densité de l'os cortical dans des régions qui sont presque entièrement composées d'os cortical, comme le fémur et l'avant-bras, ou des zones riches en os cortical, comme la hanche. Les pourcentages sont variables en fonction de la zone, mais l'inconvénient d'utiliser la DXA comme mesure de base est que ces pourcentages ne sont pas constants chez tous les patients [Engelke et al., 2008].

Le T-score, défini comme l'écart type par rapport à la valeur maximale de densité qui se situe à l'âge de 20 ans, est un indicateur de présence de l'ostéoporose. Les valeurs qui permettent d'établir le diagnostic sont données dans le Tableau 1.1 [Engelke et al., 2008].

<i>Diagnostic</i>	<i>BMD T-score [g/cm²]</i>
<i>Normale</i>	≥ -1
<i>Masse osseuse basse ou ostéopénie</i>	entre -1 et -2.5
<i>Ostéoporose</i>	≤ 2.5
<i>Ostéoporose sévère</i>	≤ 2.5 et au moins une fracture due à la fragilité des os

Tableau 1. 1 : Valeurs de référence dans le diagnostic de l'ostéoporose avec DXA

Le progrès de la technologie en tomographie, la possibilité de séparer l'os cortical de l'os trabéculaire, ainsi que les informations sur la géométrie qui sont indépendantes de la taille et du poids du patient, font l'intérêt de privilégier la QCT [Bergot et al., 2009]. Elle fournit une mesure volumique qui permet de déterminer la densité minérale osseuse en g/cm³ [Petit et al., 2005], [Roschger et al., 2008].

La tomographie périphérique (pQCT) définit l'application de la tomographie quantitative dans des zones situées à la terminaison du squelette, comme les pieds ou les bras. La séparation de l'os cortical et de l'os trabéculaire est importante, car par exemple, l'os trabéculaire dans la colonne vertébrale est huit fois plus actif du point de vue métabolique que l'os cortical, donnant plus d'information par rapport à la technique de la DXA. En ce qui concerne les valeurs, la densité minérale corticale est normale chez un patient qui souffre de l'ostéoporose (entre 1.1 et 1.2 g/cm³), alors que chez un patient qui souffre de l'ostéomalacie elle est réduite (< 1 g/cm³) [Engelke et al., 2008]. L'ostéomalacie est liée à une carence de vitamine D, caractérisée par un défaut de minéralisation de l'os qui entraîne une fragilité osseuse.

Des dispositifs médicaux basés sur la technologie pQCT sont développés pour mesurer la densité minérale osseuse, afin d'estimer le risque de fracture. Chez les enfants et les adolescents il est difficile de faire la distinction entre la croissance de l'os et l'augmentation de la densité minérale osseuse mesurée par DXA. L'avantage de la pQCT est la capacité de mesurer indépendamment la taille et la densité des os, sachant que la densité minérale osseuse est indépendante de la taille de l'os. L'autre objectif, déjà mentionnée dans les avantages de la QCT est l'estimation de la géométrie. La distribution spatiale de l'os est un indicateur de leur solidité.

Les mesures effectuées avec la DXA ou la QCT sont influencées aussi par la graisse existante dans la moelle jaune. Pour la DXA, un autre facteur d'influence est le tissu mou qui entoure l'os.

Chapitre 2 : Etat de l'art sur l'imagerie X spectrale

Sommaire

2.1.	<i>Introduction</i>	42
2.2.	<i>Détecteurs et systèmes</i>	43
2.2.1.	Nouveaux systèmes de détection	43
2.2.2.	Modélisation de la fonction de réponse du détecteur	46
2.2.3.	Modélisation des empilements	49
2.3.	<i>Approche basée image pour le traitement des données spectrales tomographiques</i>	54
2.4.	<i>Traitement des données spectrales radiographiques</i>	58
2.4.1.	Formalisme	59
2.4.2.	Approche par apprentissage	62
2.4.3.	Modèle direct de la réponse du détecteur	64
2.5.	<i>Optimisation des canaux d'énergie pour les détecteurs en mode comptage</i>	66
2.6.	<i>Applications médicales</i>	69
2.7.	<i>Contexte du travail de thèse</i>	70
2.8.	<i>Conclusions</i>	72

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons un état de l'art sur l'imagerie X spectrale, en décrivant tout d'abord les détecteurs spectrométriques et les systèmes développés pour des applications comme la sécurité et le diagnostic médical en radiographie et en tomographie, puis nous nous intéressons aux méthodes de traitement qui leur sont associées.

Les détecteurs spectrométriques font l'objet de nombreuses recherches depuis quelques années. Nous présentons les détecteurs en mode comptage développés et les méthodes qui permettent de modéliser la physique du détecteur. Nous nous intéressons à la fonction de réponse du détecteur [Schlomka et al., 2008], [Michel et al., 2009], et au modèle d'empilement [Taguchi et al., 2011]. Pour des détecteurs en comptage qui n'utilisent que quelques canaux d'énergie (de 2 à 8 maximum), un aspect important est la définition des canaux d'énergie [Roessl and Proksa, 2007], [Wang and Pelc, 2011]. Nous présentons aussi dans ce chapitre quelques prototypes de scanners expérimentaux qui intègrent des détecteurs en mode comptage [Schlomka et al., 2008], [Kappler et al., 2012], [Faby et al., 2014].

Des méthodes de traitement des données sont associées à la nouvelle génération de détecteurs à base de semi-conducteur. Les points d'intérêt sont l'amélioration du contraste à bruit [Shikhaliyev, 2008], la correction des artefacts et la diminution du bruit [Faby et al., 2014], la correction des non-linéarités due à la nature polychromatique des spectres, la décomposition en base de matériaux [Roessl and Proksa, 2007], [Wang and Pelc, 2011]. L'objectif des travaux de recherche est de développer des méthodes de traitement efficaces pour une meilleure quantification des grandeurs physiques, une meilleure identification des matériaux, un meilleur contraste entre les différents matériaux traversés et une diminution de la dose à qualité d'image constante.

En tomographie spectrale, la plupart des auteurs classifient les méthodes de traitement des données dans deux catégories. La première est appelée « approche basée image » et concerne les méthodes de traitement qui sont appliquées sur les images, après la reconstruction des données [Carmi et al., 2008], [Kappler et al., 2014].

La deuxième est appelée « approche basée projections ». Dans ce cas, les algorithmes développés pour la radiographie peuvent être appliqués en tomographie, en traitant les projections.

Cet état de l'art sur les travaux de recherche n'est pas exhaustif. Nous présentons à la fin de ce chapitre les approches qui ont été choisies pour nos travaux de thèse et adaptées à notre application.

2.2. Détecteurs et systèmes

Des nombreuses équipes de recherche s'intéressent au développement des nouveaux systèmes de détection intégrant des détecteurs pour l'imagerie à rayons X, à base de semi-conducteur, travaillant en mode comptage de photons (Medipix, Pixirad, DxRay). Parmi les avantages de ces détecteurs, nous pouvons citer la sensibilité aux photons X de basse énergie, la possibilité de compter les photons et de discriminer leurs énergies avec des seuils prédéfinis dans chaque pixel.

Des prototypes expérimentaux intégrant ces nouveaux détecteurs sont développés par les grands fournisseurs d'équipements. Nous présentons quelques exemples de scanners développés par Siemens, Philips ou General Electric, utilisés pour la recherche expérimentale, ainsi que les détecteurs qui sont utilisés.

2.2.1. Nouveaux systèmes de détection

Medipix est un détecteur pixellisé, à base de semi-conducteur, composé de 256 x 256 pixels carrés avec un pas de 55 μm [Dammer et al., 2009], développé par le Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN, Suisse). Les circuits Medipix peuvent être connectés à des détecteurs en Silicium (Si), Arséniure de Gallium (GaAs) ou Telluride de Cadmium (CdTe). La dernière version du circuit, Medipix3, permet de travailler avec 8 canaux d'énergie [Ballabriga et al., 2011]. Pour des taux de comptage qui ne dépassent pas les 10^6 photons/pixel/s, valeur pour laquelle le phénomène d'empilement est faible, les détecteurs qui travaillent en mode comptage sont plus performants que les détecteurs qui fonctionnent en mode intégration d'énergie [Jakubek, 2007].

Siemens propose un prototype de scanner, pour des applications dans la recherche, composé de 30 modules de détecteurs à base de CdTe, avec 128 x 64 pixels carrés de 225 x 225 μm^2 [Kappler et al., 2013], [Kappler et al., 2014]. L'épaisseur du cristal CdTe est de 1.6 mm. Le tube à rayons X travaille à une tension maximale de 140 kV et un courant maximal de 550 mA. Le système offre la possibilité de travailler soit avec des pixels de 225 x 225 μm^2 , soit de les grouper 4 par 4, afin d'obtenir des pixels de 0.9 x 0.9 mm^2 , qui correspondent à la taille typique des pixels pour la tomographie. Une illustration du prototype de scanner développé par Siemens est présentée dans la Figure 2. 1.

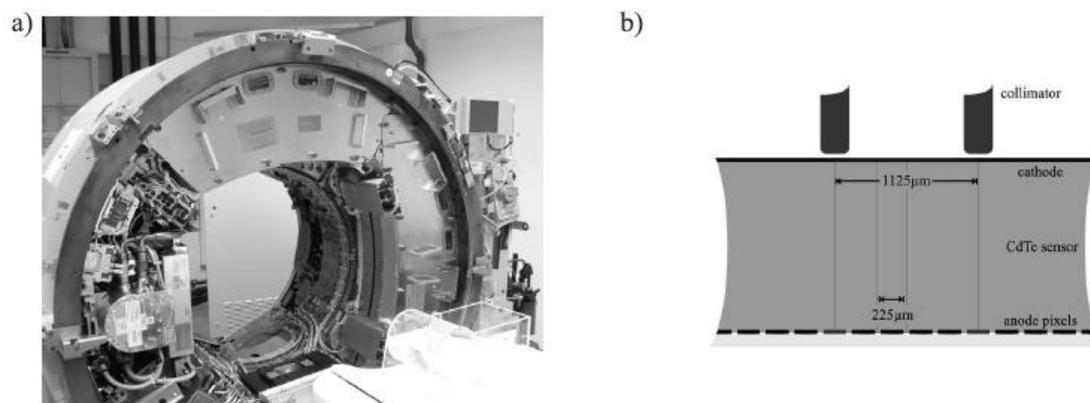
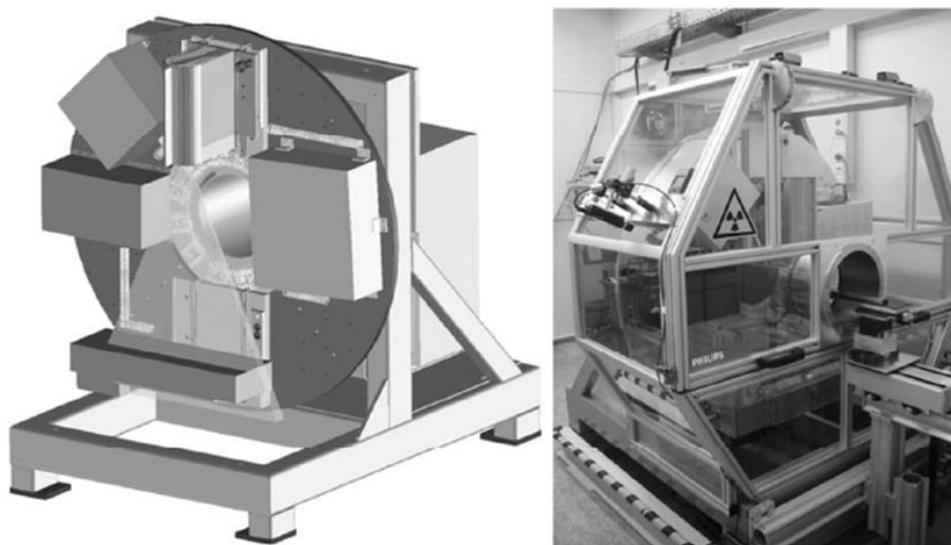


Figure 2. 1 : (a) Prototype hybride de scanner proposé par Siemens et (b) schéma de la géométrie des pixels [Kappler et al., 2014]

Pour obtenir des données en mode tomographique, 2304 projections sont acquises à chaque rotation, dans un temps limité à 0.5 s. Afin de reconstruire les volumes des objets, une reconstruction standard par rétroprojection filtrée est appliquée.

Philips [Schlomka et al., 2008] propose un système de détection expérimental, illustré dans la Figure 2. 2, intégrant un détecteur barrette fourni par GammaMedicalIdeas (Northridge, Ca., USA). Il est composé de 1024 pixels avec un pas de 400 μm . L'épaisseur du cristal CdTe est de 3 mm. Chaque pixel est doté de six comparateurs indépendants. La vitesse de rotation est limitée à 0.33 s^{-1} pour éviter les des forces centrifuges élevées.



Schematic drawing and photograph of the pre-clinical spectral CT system used for this study. The key components on a rotating gantry are a micro-focus x-ray tube (top) and a single-line energy-binning photon-counting detector (bottom).

Figure 2. 2 : Prototype de scanner pré-clinique proposé par Philips [Schlomka et al., 2008]

Un détecteur utilisé pour des études cliniques en tomographie est DXMCT-1, développé par DxRay Inc., Northridge, CA. Il est intégré dans un scanner CT de GE Healthcare, LightSpeed VCT, utilisé pour des études cliniques avec deux compteurs d'énergie [Taguchi et al., 2011]. Les blocs de 16 x 16 pixels avec un pas de 1 mm sont composés de cristaux de CdTe de 3 mm d'épaisseur. Deux comparateurs sont intégrés dans chaque pixel. L'électronique associée à chaque pixel du détecteur pour assurer le fonctionnement avec deux compteurs d'énergie est illustrée dans la Figure 2. 3.

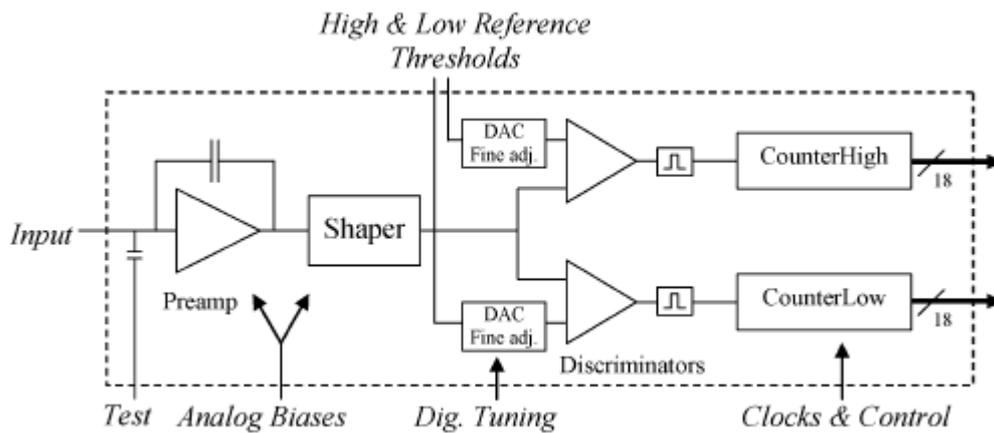


Figure 2. 3 : Electronique associée à chaque pixel du détecteur avec deux compteurs proposé par DxRay [Taguchi et al., 2011]

Le laboratoire LDET dispose de détecteurs spectrométriques pixellisés à base de semi-conducteur CdTe pour l'imagerie par rayons X associés à un circuit de lecture rapide permettant de travailler à fort taux de comptage avec une bonne résolution en énergie [Brambilla et al., 2013]. Le prototype du détecteur utilisé dans ces travaux de thèse est un cristal de CdTe avec 16 pixels au pas de 800 μm et 256 canaux d'énergie, avec une largeur du canal de 1 keV. Son épaisseur de 3 mm assure la bonne détection des énergies comprises entre 20 et 150 keV. Les performances du détecteur ont été testées avec une source gamma (^{57}Co) et une source X (tungstène). Les spectres obtenus sont illustrés dans la Figure 2. 4.

Une comparaison entre les spectres en énergie, obtenus avec les deux types de sources, dans chacun des 16 pixels (Figure 2. 4), montre que la variation d'un pixel à l'autre est très faible si un calibrage est associé. La trainée vers les basses énergies est due au phénomène de partage de charges. Les principaux effets physiques qui contribuent au partage de charges sont la diffusion Compton et la fluorescence.

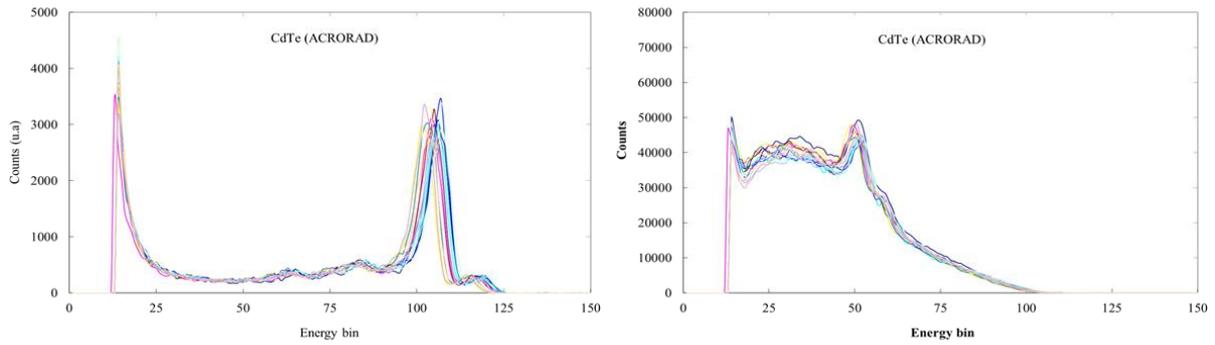


Figure 2. 4 : Spectres obtenus avec un détecteur CdTe 16 pixels à 120 kV [Brambilla et al., 2013]. (Gauche) Spectres obtenus avec une source Cobalt-57, (droite) spectres obtenus avec une source tungstène

Notons que ce détecteur a fait l'objet d'un transfert industriel auprès de la société MULTIX, qui commercialise un module de détection linéaire de 128 pixels pour les applications de contrôle de bagage dans les aéroports. Ces modules ont une géométrie équivalente à celle du prototype développé au LDET et peuvent être aboutés pour obtenir un détecteur de grande dimension.

2.2.2. Modélisation de la fonction de réponse du détecteur

Comme présenté dans le chapitre 1, les détecteurs en mode comptage peuvent être modélisés par une fonction de réponse du détecteur.

Une solution pour mesurer la réponse du détecteur est l'utilisation des mesures synchrotron, afin de déterminer les spectres d'énergie à la sortie du détecteur soumis à des faisceaux de rayons X monochromatique [Schlomka et al., 2008], [Zuber et al., 2012].

Les travaux de [Schlomka et al., 2008] utilisent des mesures synchrotron, dans un intervalle d'énergie compris entre 25 keV et 60 keV. Les expérimentations ont été réalisées à DESY / Hasylab facility (Hamburg, Allemagne).

Le détecteur comporte p pixels ($p = 1 .. 1024$) et k canaux d'énergie ($k = 1 .. 6$). Le seuil inférieur d'énergie qui correspond à un canal k et à un pixel p est noté $e'_{T,p,k}$. Le taux de comptage associé à cette énergie est $N(e'_{T,p,k})$.

La réponse spectrale pour l'énergie E en entrée, dans le pixel p , pour le canal d'énergie k , est notée $\phi(E'_{T,p,k}, E)$, où $E'_{T,p,k}$ est l'énergie en sortie, dans le canal k et le pixel p . Cette réponse spectrale mesure la probabilité que l'énergie E soit compté à une énergie égale à $E'_{T,p,k}$. Cette probabilité est déterminée par calibrage en énergie.

Calibrage en énergie

La réponse à deux énergies E_l ($l = 1, 2$) est mesurée. La valeur maximale de la dérivée $\frac{dN(e'_{T,p,k})}{de'_{T,p,k}}$ est notée e'_{T,p,k,MAX,E_l} . Pour chaque pixel, et pour chaque seuil [Schlomka et al.,

2008] considère une dépendance linéaire entre l'énergie en sortie du détecteur E' et les seuils d'énergie $e'_{T,p,k}$, exprimée par l'équation (2. 1), où $g_{p,k}$ est le gain en énergie

$$g_{p,k} = \frac{e'_{T,p,k,MAX,E_2} - e'_{T,p,k,MAX,E_1}}{E_2 - E_1} \text{ et } o_{p,k} \text{ est le décalage entre la valeur maximale de la dérivée}$$

et le gain, $o_{p,k} = e'_{T,p,k,MAX,E_1} - g_{p,k} \cdot E_1$.

$$e'_{T,p,k} = g_{p,k} \cdot E' + o_{p,k} \quad (2. 1)$$

L'objectif de cette étape de calibrage du détecteur est d'obtenir la même valeur d'énergie en sortie $E'_{T,k}$ pour tous les pixels, ce qui amène aussi à des réponses égales $\phi(E'_{T,k}, E)$ pour tous les pixels du détecteur.

L'intégrale sur la réponse $\phi(E', E)$ pour une énergie E' qui prend des valeurs entre le seuil du canal k , $E'_{T,k}$, et le seuil du canal $(k+1)$, $E'_{T,k+1}$, mesure la sensibilité des canaux, notée $\phi(E_k, E)$ et écrite dans l'équation (2. 2). Cette mesure est la probabilité qu'un photon d'énergie E soit mesuré dans le canal k .

$$\phi(E_k, E) = \int_{E'_{T,k}}^{E'_{T,k+1}} \phi(E', E) dE' \quad , \quad k = 1..6 \quad , \quad E'_{T,7} = \infty \quad (2. 2)$$

Le pic pour des énergies incidentes comprises entre 25 keV et 60 keV peut être modélisé par une Gaussienne, comme dans la Figure 2. 5. La largeur de la Gaussienne augmente avec l'énergie. Les données sont normalisées à un taux de comptage de 1 coup/s.

Le pic principal dû à l'effet photoélectrique et le pic d'échappement peuvent être observés à certaines énergies. Le pic d'échappement est créé par un photon de fluorescence. Si ce photon a été détecté par un pixel voisin, une perte d'énergie égale à l'énergie caractéristique du photon de fluorescence sera enregistrée. Dans le Cd et dans le Te, les énergies de fluorescence sont de 22.7 keV et 31.7 keV, ce qui donne une énergie moyenne autour de 25 keV, en cohérence avec la localisation du pic d'échappement, autour de 25 keV en dessus du pic principal.

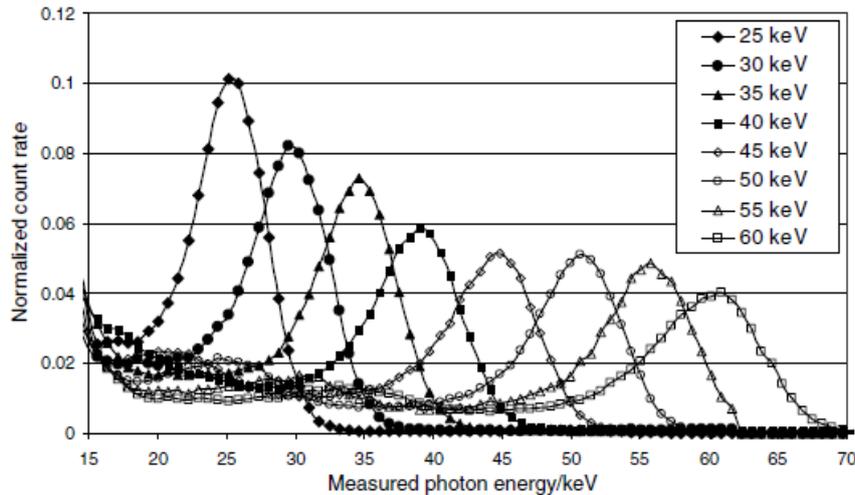


Figure 2. 5 : Réponse du détecteur dans un pixel obtenue avec des mesures synchrotron pour des énergies comprises entre 25 keV et 60 keV et pour un taux de comptage de 10^5 photons/pixel/s. Les données sont normalisées à un taux d'intégration de 1 coup/s à une énergie au-dessus de 20 keV [Schlomka et al., 2008]

Schlomka [Schlomka et al., 2008] modélise la fonction de réponse ϕ par une distribution Gaussienne, écrite dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \phi(E', E) = & c_1(E) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1(E)} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(E' - E)^2}{\sigma_1^2(E)}\right) + \\ & + c_2(E) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2(E)} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(E' - E_e - E)^2}{\sigma_2^2(E)}\right) + c_3(E) \cdot B(E', E) \end{aligned} \quad (2.3)$$

La première Gaussienne correspond à l'énergie incidente et la deuxième à une énergie réduite par l'énergie de fluorescence E_e (E_e pour CdTe est 25 keV). Le terme $B(E', E)$ est une constante si $E' < (E - 3\sigma_1)$ et tend vers zéro pour une largeur de la Gaussienne égale à $6\sigma_1$. Pour le calcul des coefficients, un ajustement entre le spectre mesuré et le spectre modélisé par une gaussienne a été effectué.

Une autre solution pour la modélisation de la réponse du détecteur consiste à simuler la réponse du détecteur aux différentes énergies. On utilise un code Monte-Carlo ROSI [Durst et al., 2008], [Michel et al., 2009] ou Monte-Carlo PENELOPE [Gorecki et al., 2013] pour simuler toutes les interactions physiques entre les photons X incidents dans le détecteur ainsi que les particules secondaires (photons et électrons) pour déterminer l'énergie déposée et en déduire la répartition initiale des charges générées. Ensuite, le transport des charges générées sur les pixels est modélisé en appliquant les équations de transport et le signal induit est calculé à l'aide du théorème de Ramo [Ramo, 1939], [He, 2001]. Dans nos travaux de thèse nous utilisons le logiciel TASMANIA basée sur le code Monte-Carlo PENELOPE qui sera décrit dans le chapitre 3.

2.2.3. Modélisation des empilements

Un autre phénomène présent dans les détecteurs spectrométriques pixellisés sont les empilements. Deux ou plusieurs photons interagissent de manière quasi instantanée dans un même pixel, et les impulsions générées se superposent. Le phénomène est très présent pour des taux de comptage qui dépassent les 10^6 photons/pixel/s. Pour éviter ce phénomène, et pour ne pas dégrader la réponse du détecteur, des taux de comptages inférieurs peuvent être utilisés.

Le détecteur développé dans le laboratoire LDET a la capacité de travailler à des forts taux de comptage qui vont au-delà de 10^7 photons/mm²/s pour lesquels les phénomènes d'empilement apparaissent. Une solution envisagée pour les limiter est d'utiliser des tailles de pixel inférieures. L'inconvénient de la diminution de la taille des pixels est l'effet de partage de charges qui provoque la dégradation des performances spectrométriques. Des techniques pour réduire ces effets ont été développées. La méthode de correction du partage de charges prise en compte dans la simulation de la matrice de réponse [Brambilla et al., 2012] est la sommation des amplitudes des deux impulsions collectées par deux pixels adjacents. Le résultat est stocké dans le pixel où l'amplitude est la plus grande. La correction fonctionne seulement si les charges sont partagées entre les pixels voisins. Nous avons pris en compte ce modèle de corrections pour nos simulations.

L'influence des empilements sur le taux de comptage peut être décrite avec un modèle paralysable ou avec un modèle non-paralysable. L'arrivée d'un photon incident va mettre le détecteur dans un état inactif durant un intervalle de temps appelé temps mort et noté T_d . Tous les photons incidents sur le détecteur durant cet intervalle vont contribuer aux charges mesurées. Nous retrouvons les définitions des deux modèles de détection, le modèle non-paralysable et le modèle paralysable, dans le livre « Radiation Detection and Measurement » de Glenn Knoll [Knoll, 2010].

Pour le modèle *non-paralysable*, le détecteur est dans un état inactif durant le temps mort, donc les photons qui arrivent durant cet intervalle seront comptés comme une seule charge à la sortie du détecteur. Pour un nombre réel d'évènements, noté n , le nombre d'évènements m ,

mesuré durant le temps mort du détecteur, T_d , est égal à :
$$m = \frac{1}{1 + n \cdot T_d}.$$

Pour un modèle *paralysable*, le détecteur reste dans un état actif, durant un intervalle de temps égal à T_d , à l'arrivée de chaque photon. S'il y a d'autres photons qui arrivent durant le temps mort, ils ne seront pas comptés par le détecteur, mais ils vont prolonger le temps mort avec une période égale à T_d . Le nombre d'évènements mesurés, m , est égal à :
$$m = n \cdot \exp(-n \cdot T_d).$$

Les empilements ne modifient pas seulement le taux de comptage, mais également la forme du spectre. Plusieurs équipes ont proposé des modèles pour décrire la distorsion du spectre induite par les empilements [Roessl et al., 2011], [Wang et al., 2011], [Cammin et al., 2013], [Asgar et al., 2011].

Des modèles utilisant des impulsions Dirac [Wang et al., 2011] ont été considérés trop optimistes. D'autres modèles utilisant des formes d'impulsions plus réalistes ont été proposés [Roessl et al., 2011].

Nous présentons par la suite la solution proposée par [Taguchi et al., 2011]. Il modélise des impulsions bipolaires (Figure 2. 6 centre), où la partie positive de grande amplitude a un impact sur les empilements et la partie négative, la trainée longue, aura un impact sur le bruit. Nous nous intéressons à la modélisation des impulsions positives, qui correspondent également à la forme des impulsions de notre détecteur.

En reprenant les travaux de [Taguchi et al., 2010], on peut exprimer le nombre moyen de photons enregistrés à une énergie E , $N(E)$, par :

$$N_{total}(E) = N(E) \times T_{expo} \times P(rec) \times \sum_{m=0}^{\infty} [P(E|m) \cdot P(m)] \quad (2.4)$$

où $N(E)$ est le nombre de photons incidents, T_{expo} est le temps d'acquisition, $P(rec)$ est la probabilité qu'un évènement soit enregistré, pour un nombre de photons incidents et le temps mort T_d , $P(m)$ est la probabilité d'empilement d'ordre m , et $P(E|m)$ est la probabilité d'enregistrer les évènements à l'énergie E pour des empilements d'ordre m . Les trois probabilités sont indépendantes.

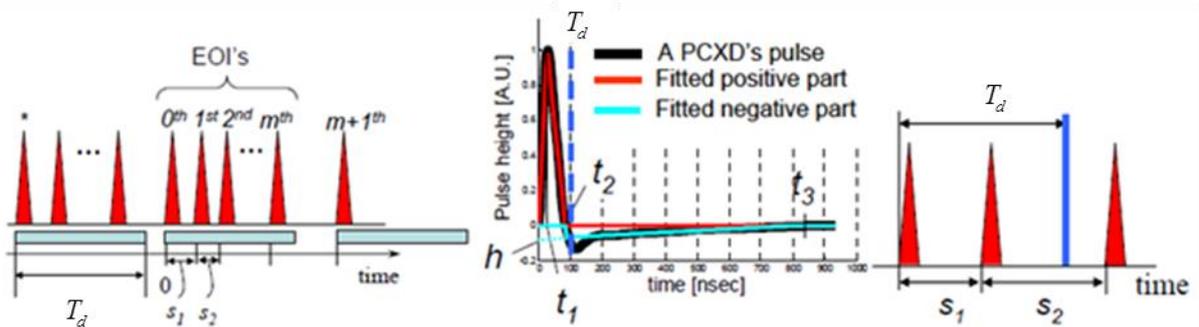


Figure 2. 6 : Modèle d'impulsions utilisé dans les travaux de [Taguchi et al., 2011]. (Gauche) Phénomène des empilements avec un modèle de détecteur non-paralysable. Les $(m+1)$ évènements, comptés de 0 à m , durant le temps mort $T_d = 100$ ns, seront enregistrés comme un seul évènement. (Centre) Impulsion normalisée acquise avec un détecteur en comptage DxDxRay représentée en noir. La partie positive de l'impulsion est modélisée par un triangle asymétrique en rouge, et la partie négative est modélisée par un triangle rectangulaire, en bleu. (Droite) Représentation des empilements d'ordre $m = 1$ et définition des temps d'acquisition s_1 et s_2

Deux des probabilités exprimées dans l'équation (2. 4) ont été proposées par Knoll [Knoll, 2010] dans son livre, et sont exprimées par les équations (2. 5) et (2. 6).

$$P(rec) = \frac{1}{1 + N(E) \cdot T_d} \quad (2.5)$$

$$P(m) = (N(E) \cdot T_d)^m \times \frac{\exp(-N(E) \cdot T_d)}{m!} \quad (2.6)$$

La troisième probabilité, $P(E|m)$, est déterminée suite à l'hypothèse des impulsions triangulaires. [Taguchi et al., 2011] développe le modèle pour des empilements d'ordre 1 et 2, ce qui signifie que deux ou trois photons peuvent arriver en même temps sur le détecteur.

[Taguchi et al., 2011] modélise des impulsions acquises avec un détecteur DxRay, avec une durée des impulsions indépendante de leur énergie. La forme des impulsions présentées dans la Figure 2. 6 est triangulaire. Un triangle asymétrique modélise la partie positive des impulsions durant un intervalle de temps $[0, t_2]$. Un triangle rectangulaire est utilisé pour modéliser la partie négative des impulsions, représentant la trainée des empilements, dans un intervalle de temps $[t_2, t_3]$ mais nous n'allons pas nous intéresser ici à cet aspect.

La probabilité d'enregistrer les événements à l'énergie E comme des empilements d'ordre $m = 1$, est égale, selon [Taguchi et al., 2011], à :

$$P(E|m=1) = \int_0^\infty \int_0^\infty \Pr(E; E_0, E_1) \cdot N(E_0) \cdot N(E_1) dE_0 dE_1 \quad (2. 7)$$

où N est le spectre incident.

La probabilité d'empilement entre deux photons (équation (2. 8)) pendant une durée d'acquisition s_1 entre les arrivées des deux photons sert comme point de départ pour la définition du premier terme de la probabilité dans l'équation (2. 7).

$$d \Pr(s_1|m=1) = \frac{1}{T_d} ds_1 \quad (2. 8)$$

Dans l'équation (2. 7), la probabilité d'enregistrer de photons à l'énergie E , étant données les énergies incidentes E_0 et E_1 , est égale à :

$$\Pr(E; E_0, E_1) = \int d \Pr(s_1|m=1) \Big|_{E_R(s_1; E_0, E_1) = E} dE \quad (2. 9)$$

Cette probabilité a été développée par [Taguchi et al., 2011] selon différentes situations, illustrées dans la Figure 2. 7.

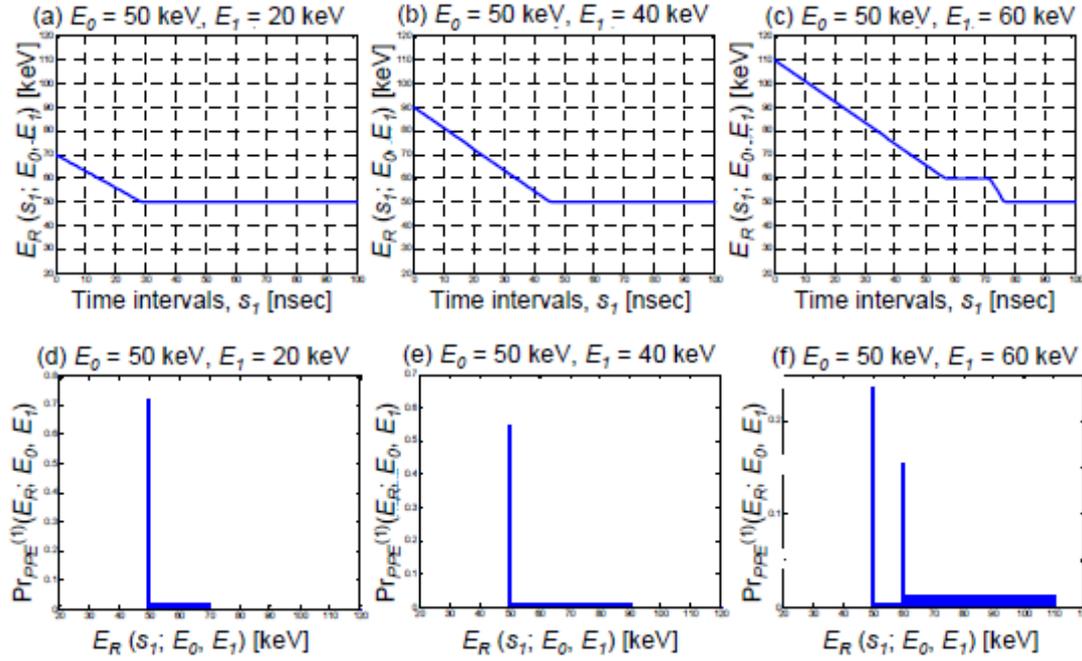


Figure 2. 7 : (a-c) Energies enregistrées en fonction des intervalles de temps d'acquisition s_1 pour deux photons avec des énergies E_0 et E_1 . (d-f) La probabilité des énergies enregistrées E_R , pour des empilements d'ordre $m = 1$

Pour les cas (a) et (b) dans la Figure 2. 7, pour $E_1 \leq E_0$, la probabilité d'enregistrer l'énergie E , étant données les énergies incidents E_1 et E_2 , est exprimée dans l'équation (2. 10).

$$\text{Pr}(E; E_0, E_1) = \begin{cases} \frac{T_d - t_A}{T_d} & , \text{ pour } E_R = E_0 \\ \frac{t_A}{E_1} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta s_1} & , \text{ pour } E_0 \leq E_R \leq E_0 + E_1 \\ 0 & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (2. 10)$$

avec

$$t_A = \begin{cases} t_1 & , \text{ pour } E_0 > \frac{t_2 - t_1}{t_1} \cdot E_1 \\ \frac{E_1}{E_0} \cdot (t_2 - t_1) & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (2. 11)$$

Pour le cas (c) illustré dans la Figure 2. 7, pour $E_0 \leq E_1$, la probabilité devient :

$$\Pr(E; E_0, E_1) = \begin{cases} \frac{T_d - t_B}{T_d} & , \text{ pour } E_R = E_0 \\ \frac{t_B - t_C}{E_1 - E_0} \cdot \frac{\Delta E_R}{\Delta S_1} & , \text{ pour } E_0 < E_R < E_1 \\ \frac{t_C - t_D}{T_d} & , \text{ pour } E_R = E_1 \\ \frac{t_D}{E_0} \cdot \frac{\Delta E_R}{\Delta S_1} & , \text{ pour } E_1 < E_R \leq E_0 + E_1 \\ 0 & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

avec $t_B = t_2 - t_1$; $t_C = T_d - t_1$; $t_D = T_d - \frac{E_0}{E_1} \cdot t_1$.

La validité de ce modèle a été évaluée par [Taguchi et al., 2011] avec des simulations Monte Carlo, pour des empilements allant jusqu'à l'ordre $m = 3$, comme montrés dans la Figure 2. 8.

Nous avons utilisé un modèle d'empilement similaire, à deux photons, pour des impulsions triangulaires, qui sera présenté dans le chapitre 3.

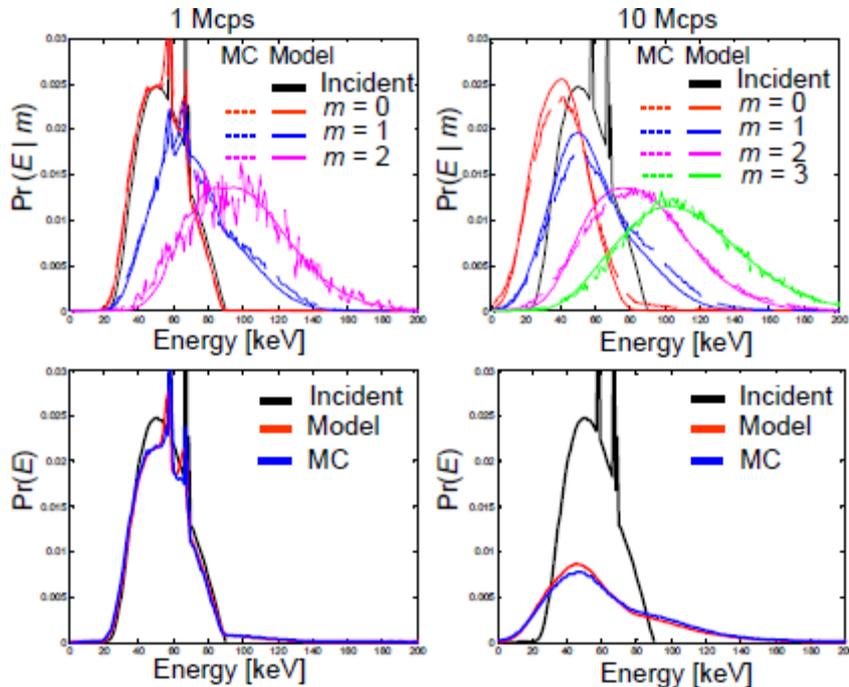


Figure 2. 8 : Fonction de probabilité pour un spectre polychromatique acquis à 90 kV. Comparaison réalisé par [Taguchi et al., 2011] entre les simulations Monte Carlo (lignes en pointillé) et son modèle d'empilements (lignes pleines). A gauche, simulations à 1 million de coups par seconde et à droite, simulations à 10 millions de coups par seconde

2.3. Approche basée image pour le traitement des données spectrales tomographiques

La première classe de méthodes présentées concerne les algorithmes de traitement qui sont appliqués sur les images obtenues après la reconstruction des données, en tomographie. Cette classe de méthodes est appelée dans la littérature l'approche basée image.

Des projections sont acquises selon différents angles. En tomographie spectrale, un réarrangement des données selon le nombre de canaux d'énergie permet d'obtenir un sinogramme pour chaque canal d'énergie du détecteur. La reconstruction fournit le volume d'intérêt pour chaque canal d'énergie. Après cette étape, des méthodes de post-traitement spectral sont appliquées pour quantifier ou identifier les matériaux constituant l'objet [Carmi et al., 2008], pour décomposer en base de matériaux les objets traversés [Faby et al., 2014]. La Figure 2. 9 illustre le principe de l'approche basée image.

L'inconvénient de cette classe de méthodes est que les imperfections du détecteur sont plus difficilement corrigibles après la reconstruction. Dans le cas où le détecteur spectrométrique dont on dispose permet de travailler avec un nombre important de canaux d'énergie, la reconstruction par canal qu'implique cette méthode devient une opération longue et on se retrouve avec un nombre important d'images reconstruites à traiter.

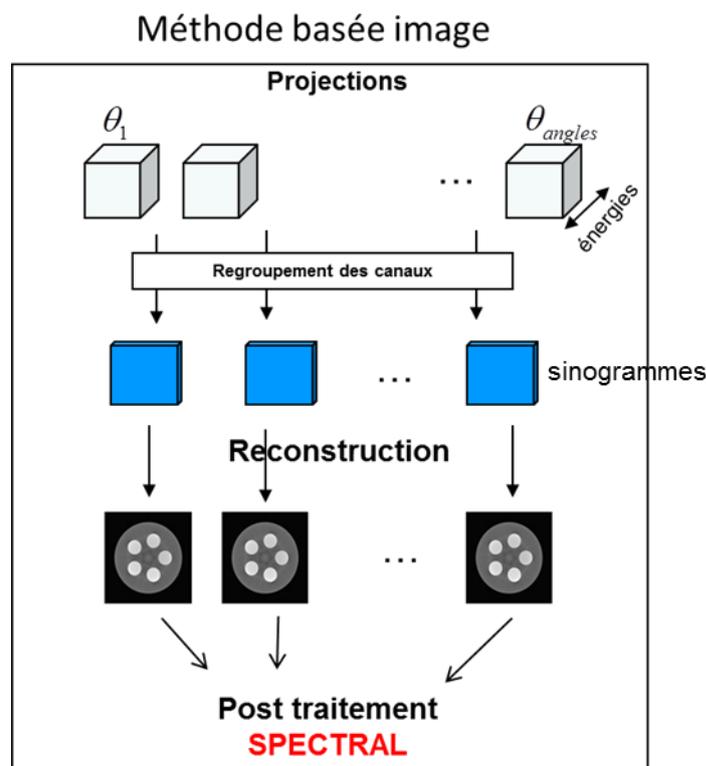


Figure 2. 9 : Approche basée image

Carmi [Carmi et al., 2008] propose une méthode d'identification des matériaux avec une approche basée image, utilisant un détecteur à six compteurs d'énergie, programmables. L'identification est réalisée en deux étapes. La première étape est le calibrage, avec un fantôme qui contient des mélanges de matériaux pour reproduire l'effet de volumes partiels. Une reconstruction des données est réalisée dans chaque canal d'énergie. Des régions d'intérêt sont sélectionnées sur les images reconstruites. La valeur moyenne des valeurs dans chaque région permet de déterminer le coefficient d'atténuation linéaire moyen du matériau représenté dans la région respective. Pour chaque canal, les auteurs obtiennent des valeurs de $\mu(E, \rho, Z)$ qui dépendent de l'énergie. Ainsi, pour tous les matériaux dans le fantôme on dispose d'une base de données des coefficients d'atténuation linéaire. Le fantôme expérimental est illustré dans la Figure 2. 10.

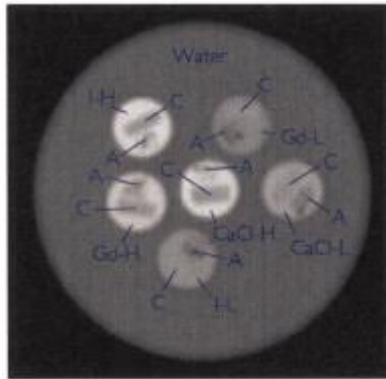


Figure 2. 10 : Fantôme expérimental utilisé par [Carmi et al., 2008], constitué de l'eau et différents matériaux : (I) Iode (agent de contraste), (Gd) Gadolinium (agent de contraste), (CaCl) Chlorure de Calcium (associé à l'os), (C) Carbone (associé aux tissus mous denses), (A) Air (présent dans les poumons et dans la colonne vertébrale). Les indices H et L font référence aux concentrations fortes ou faibles des solutions dans l'eau

Dans la deuxième étape de la méthode, pour un matériau inconnu, l'écart minimal entre les mesures d'atténuation reconstruites et les mesures de calibrage est calculé afin de déterminer la nature du matériau. Ce procédé est effectué en chaque pixel. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 2. 11.

On observe une meilleure séparation des matériaux lors de l'utilisation de six canaux d'énergie par rapport à deux. La présence des bulles d'air dans ces images a été corrigée en rajoutant l'air dans la base de calibrage. Ainsi, l'air peut être distingué des autres matériaux, comme dans la Figure 2. 12 pour des applications comme l'imagerie des poumons ou de la colonne vertébrale, là où l'air est présent.

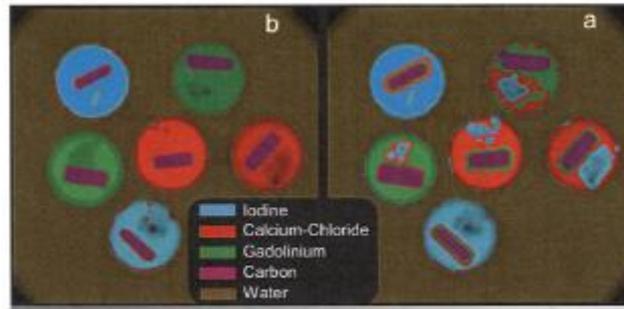


Figure 2. 11 : Résultats expérimentaux obtenus par [Carmi et al., 2008] en identification des matériaux : (a) deux canaux d'énergie (25-46) et (85-125) keV (les deux canaux sont suffisamment écartés afin d'optimiser la séparation des matériaux) ; (b) six canaux d'énergie (25-46), (46-54), (54-65), (65-75), (75-85), (85-125) keV

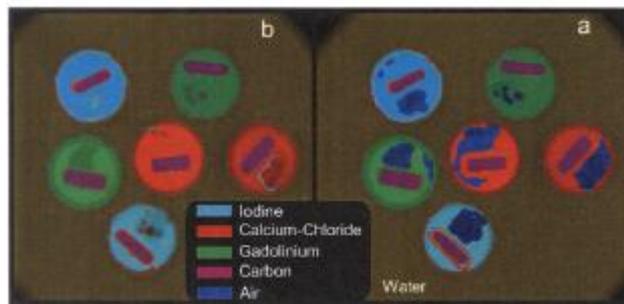


Figure 2. 12 : Résultats expérimentaux obtenus par [Carmi et al., 2008] en identification des matériaux. L'air a été ajouté dans la base de calibration. (a) six canaux d'énergie (25-46), (46-54), (54-65), (65-75), (75-85), (85-125) keV ; (b) trois canaux d'énergie (25-54), (54-75), (75-125) keV

Cette méthode est considérée rapide, mais elle devient plus complexe dès que le nombre de canaux d'énergie augmente, car une reconstruction des données pour chaque canal est nécessaire.

Dans le cadre de la même approche, [Faby et al., 2014] propose une méthode de décomposition en base de matériaux. Les images des matériaux de base sont des combinaisons linéaires des images reconstruites. Les coefficients de pondération des images reconstruites sont appris par calibration sur un fantôme en tomographie, contenant des inserts d'iode et de l'eau. Pour leur calcul, la méthode des moindres carrées est utilisée.

Des simulations avec un détecteur en comptage à base de CdTe, de 1.6 mm d'épaisseur, sont réalisées. Une tension de source de 140 kV, avec un filtre de 1 mm d'aluminium et 0.9 mm de titane, a été appliquée.

Le détecteur en comptage avec deux, quatre et huit canaux d'énergie, est comparé avec un détecteur en intégration couplé avec la technique de la double acquisition utilisant deux sources. L'augmentation du nombre de canaux et l'optimisation du bruit ne peuvent pas atteindre les performances obtenues avec la technique double acquisition. La minimisation du bruit devient importante si le nombre de canaux augmente. Le calibration et la méthode de

diminution du bruit réduisent de manière significative le bruit dans les images décomposées avec l'approche basée image si le nombre de canaux augmente.

Dans ses derniers travaux, Kappler [Kappler et al., 2014] fait une analyse sur la stabilité du contraste, du bruit et de la séparation des matériaux comme l'iode et le calcium avec des détecteurs spectrométriques à base de CdTe. L'effet des empilements est étudié sur l'homogénéité des mesures avec la taille de l'objet, sur le bruit, sur le contraste obtenu avec des produits de contraste comme l'iode et sur la séparation des matériaux. Deux fantômes cylindriques composés d'eau, avec des diamètres de 10 cm et respectivement 20 cm sont utilisés pour le test.

Des expérimentations avec deux compteurs d'énergie, avec un seuil bas mis à 25 keV et un seuil au milieu à 65 keV sont effectuées. La tension du tube est de 140 kV et le courant prend des valeurs qui varient entre 50 mA et 500 mA. Des exemples d'images reconstruites avec deux canaux d'énergie sont illustrés dans la Figure 2. 13.

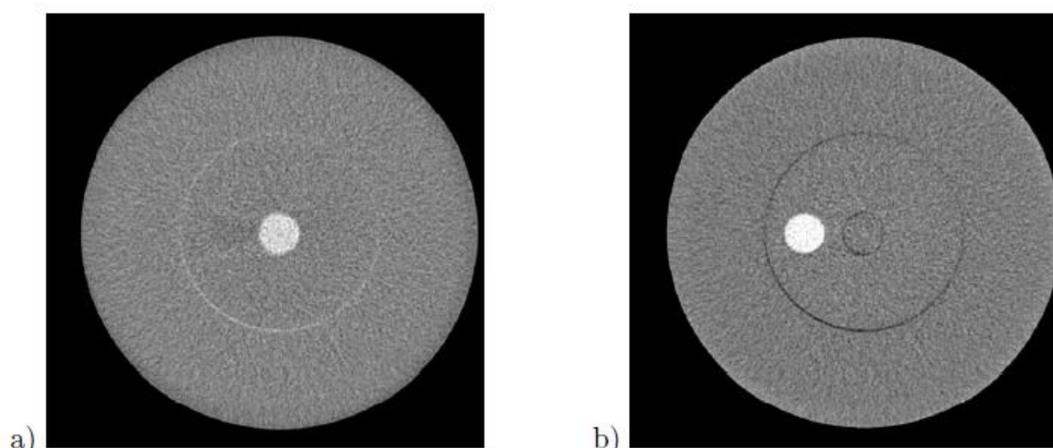


Figure 2. 13 : Images reconstruites d'iode (a) et de calcium (b) obtenus par [Kappler et al., 2014] en expérimental avec un détecteur en comptage avec deux canaux d'énergie, à 140 kV / 500mA

L'utilisation des pixels de petite dimension (ici 225 μm) est privilégiée, afin de réduire l'effet des empilements à des forts flux photoniques. Les auteurs observent que, à fort flux photonique, correspondant à un courant de source de 533 mA, le spectre incident dans le canal de basse énergie contient seulement 40% du nombre total de photons incidents, alors que dans canal de haute énergie sont comptés 85% du total de photons. Une correction des empilements avec une fonction inverse correspondant à un détecteur non-paralysable est appliquée.

Concernant les résultats obtenus, le contraste, le bruit et la séparation des matériaux semblent stables suite aux variations du courant du tube pour un fantôme de 20 cm de diamètre, contrairement aux dégradations observées avec un fantôme de 10 cm de diamètre (Figure 2. 14). Une explication possible pour l'augmentation du contraste de l'iode avec le courant du tube pourrait être l'effet des empilements pour les basses énergies. Si le flux photonique

augmente, le canal de haute énergie enregistre plus d'impulsions correspondant aux énergies basses, qui contiennent des informations sur l'iode, car le K-edge de l'iode est à 33.2 keV.

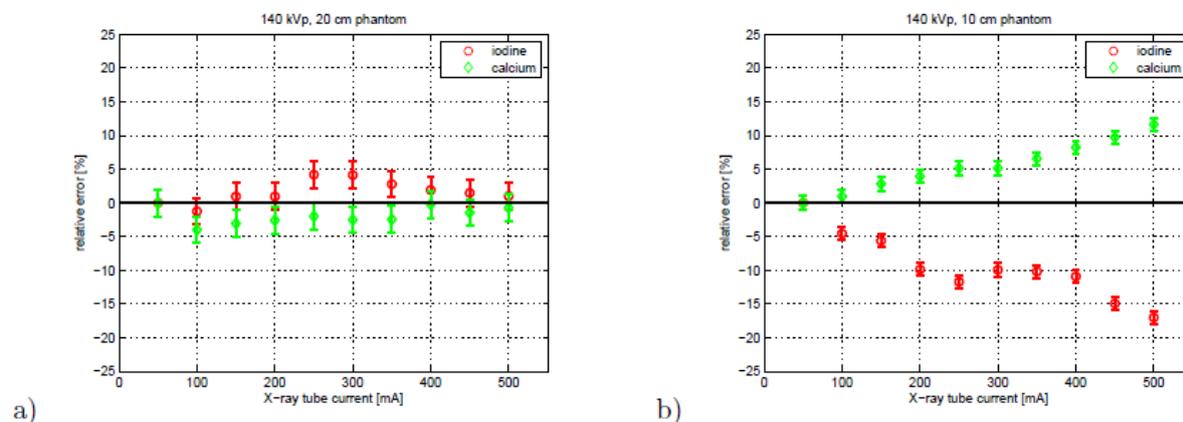


Figure 2. 14 : Erreur relative sur les concentrations d'iode et de calcium présentées dans les figures de décomposition [Kappler et al., 2014]. Représentation en fonction de différents courants du tube, pour des fantômes de 20 cm (a) et respectivement 10 cm (b) d'eau

2.4. Traitement des données spectrales radiographiques

Dans cette partie nous allons nous intéresser aux méthodes de traitement des données spectrales radiographiques. Elles peuvent être appliquées également en tomographie, sur les projections, et dans ce cas-là il s'agit des approches basées projections.

En radiographie et en tomographie, pour des données acquises avec des détecteurs spectrométriques utilisant un grand nombre de canaux d'énergie, cette approche est un moyen de réduire la dimension de données. Pour la tomographie, cela présente un avantage, car le nombre d'images à reconstruire diminue. Le principe de l'approche est illustré dans la Figure 2. 15.

Parmi les méthodes utilisées pour réduire la dimension des données on peut mentionner l'analyse en composantes principales [Gonzales and Lalush, 2012] et la décomposition en base de fonctions.

L'analyse en composantes principales utilise des matériaux avec des propriétés connus pour caractériser l'objet étudié. Une base orthogonale des vecteurs propres qui caractérisent ces matériaux est utilisée pour écrire l'atténuation linéique de l'objet. Un espace est ainsi défini par ces matériaux. La méthode est utilisée surtout pour l'identification des matériaux qui composent l'objet, car elle fournit des informations indépendantes des épaisseurs des matériaux.

Nous nous sommes concentrées, dans cet état de l'art sur le traitement des données spectrales avec des méthodes de décomposition en base de fonctions. A partir des projections acquises

dans chaque canal d'énergie, utilisant la décomposition en base de fonctions, nous pouvons écrire l'atténuation totale qui traverse l'objet comme une combinaison linéaire de fonctions de base. Ces fonctions peuvent être soit les fonctions physiques Photoélectrique et Compton, initialement proposées par [Alvarez and Macovski, 1976], soit des fonctions de matériaux [Brody et al., 1981].

La décomposition en base de fonctions est effectuée soit utilisant une approche par apprentissage des matériaux de base, une approche classique qui existe pour la biénergie standard et qui a été adaptée pour le spectral par [Wang et al., 2007], [Brendel et al., 2009], soit utilisant une approche par apprentissage avec une méthode statistique [Beldjoudi et al., 2011], soit faisant une inversion du modèle utilisé [Schlomka et al., 2008].

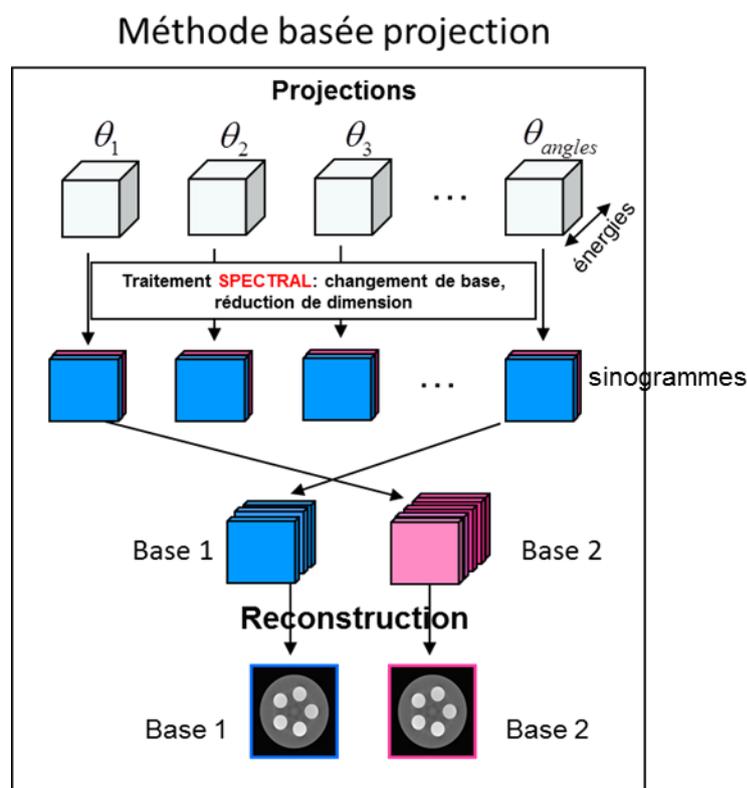


Figure 2. 15 : Approche basée projections

2.4.1. Formalisme

Décomposition en base de fonctions physiques

Dans le chapitre 1 nous avons évoqué l'hypothèse que l'ensemble des interactions entre un faisceau de rayons X et un matériau est une combinaison linéaire de fonctions physiques, qui correspondent principalement à l'effet photoélectrique et à l'effet Compton. Alvarez et Macovski [Alvarez and Macovski, 1976] sont les premiers à exploiter cette hypothèse. Ainsi, on peut écrire le coefficient d'atténuation linéique d'un matériau de densité ρ et numéro

atomique Z , comme une somme des effets photoélectrique (f_{PE}) et Compton (f_C). Chacune de ces fonctions est pondérée par un coefficient $a_{PE}(\rho, Z)$ et respectivement $a_C(\rho, Z)$, qui est caractéristique pour chaque matériau :

$$\mu(\rho, Z, E) = a_{PE}(\rho, Z) \cdot f_{PE}(E) + a_C(\rho, Z) \cdot f_C(E) \quad (2.13)$$

Les valeurs des deux fonctions qui apparaissent dans l'équation (2.13) sont définies dans les équations (2.14) et (2.15) :

$$f_{PE}(E) = \frac{1}{E^3} \quad (2.14)$$

$$f_C(E) = \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \quad (2.15)$$

La fonction qui définit l'effet Compton est la fonction Klein-Nishina. Le terme α qui apparaît dans cette fonction est défini par [Alvarez and Macovski, 1976] comme étant égal à

$$\alpha = \frac{E}{510.975 \text{keV}}.$$

Pour simplifier les équations, nous notons $\mu(\rho, Z, E)$ avec $\mu(E)$.

Pour un matériau homogène traversé, d'épaisseur l , ayant un ρ et un Z donnés, l'atténuation en fonction de l'énergie, $\mu(E) \times l$ a été notée $att(E, l)$ dans le chapitre 1. On peut exprimer cette atténuation par l'équation suivante :

$$att(E, l) = A_{PE}(l) \cdot f_{PE}(E) + A_C(l) \cdot f_C(E) \quad (2.16)$$

avec :

$$A_{PE}(l) = a_{PE} \times l \quad (2.17)$$

$$A_C(l) = a_C \times l \quad (2.18)$$

En théorie, pour déterminer ces deux coefficients, deux acquisitions monochromatiques, une à l'énergie E_1 et une à l'énergie E_2 , seraient nécessaires afin de construire un système de deux équations avec deux inconnues :

$$\begin{cases} att(E_1, l) = A_{PE}(l) \cdot f_{PE}(E_1) + A_C(l) \cdot f_C(E_1) \\ att(E_2, l) = A_{PE}(l) \cdot f_{PE}(E_2) + A_C(l) \cdot f_C(E_2) \end{cases} \quad (2.19)$$

Si le système est bien conditionné, les coefficients A_{PE} et A_C peuvent être déterminés facilement.

Ces équations peuvent être généralisées dans le cas où l'objet traversé est composé de plusieurs matériaux superposés.

Dans ce cas-là, l'atténuation devient égale à

$$\int_D \mu(x, y, E) dl = A_{PE}(x, y) \cdot f_{PE}(E) + A_C(x, y) \cdot f_C(E) \quad (2.20)$$

avec D la droite qui matérialise le trajet des rayons X et

$$\begin{cases} A_{PE}(x, y) = \int_D a_{PE}(x, y) dl \\ A_C(x, y) = \int_D a_C(x, y) dl \end{cases} \quad (2.21)$$

En réalité il est très difficile d'obtenir des mesures monochromatiques. Comme évoqué dans le chapitre 1, les protocoles d'acquisitions fournissent des mesures sur une gamme d'énergie. En intégration d'énergie, la mesure sera égale à :

$$N_{\text{intégration}} = \int_{E=0}^{E_{\max}} N(E) \cdot E \cdot \exp[-A_{PE}(x, y) \cdot f_{PE}(E) - A_C(x, y) \cdot f_C(E)] dE \quad (2.22)$$

où E_{\max} est l'énergie maximale du spectre.

Pour un détecteur en mode comptage, la mesure correspondante à un compteur avec des énergies comprises dans l'intervalle $[E_{\min}; E_{\max}]$ est égale à :

$$N_{\text{comptage}} = \int_{E=E_{\min}}^{E_{\max}} N(E) \cdot \exp[-A_{PE}(x, y) \cdot f_{PE}(E) - A_C(x, y) \cdot f_C(E)] dE \quad (2.23)$$

Dans des conditions réalistes, le modèle du nombre de photons prend en compte la fonction de réponse du détecteur, ϕ . Le nombre de photons détectés dans chaque canal k d'énergie est exprimé par l'équation :

$$N_k = \int_{E' \in \text{canal } k} \int_E N_0(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(E, x, y) dl\right) dE dE' \quad (2.24)$$

avec $N_0(E)$ est le spectre incident sur le détecteur en absence de l'objet.

L'atténuation mesurée dans chaque canal devient égale à :

$$\text{att}_k = -\log \frac{N_k}{N_{0k}} = -\log \frac{\int_{E' \in \text{canal } k} \int_E N_0(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(E, x, y) dl\right) dE dE'}{\int_{E' \in \text{canal } k} \int_E N_0(E) \cdot \phi(E', E) dE dE'} \quad (2.25)$$

Décomposition en base de fonctions de matériaux

Une autre approche pour la décomposition est proposée pour la première fois par [Brody et al., 1981]. L'hypothèse sur laquelle ils travaillent est que l'atténuation linéaire d'un matériau quelconque peut être modélisée avec une combinaison linéaire des fonctions d'atténuation de deux matériaux de base, aux propriétés proches de ceux qui composent l'objet :

$$\mu(E) = a_1 \cdot \mu_1(E) + a_2 \cdot \mu_2(E) \quad (2.26)$$

Comme dans le cas précédent, elle peut être généralisée pour un objet composé d'un ensemble de matériaux superposés :

$$\int_D \mu(x, y, E) dl = A_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + A_2(x, y) \cdot \mu_2(E) \quad (2.27)$$

Dans cette dernière équation, les termes A_1 et A_2 sont les épaisseurs équivalentes des deux matériaux de base.

$$\begin{cases} A_1(x, y) = \int_D a_1(x, y) dl \\ A_2(x, y) = \int_D a_2(x, y) dl \end{cases} \quad (2. 28)$$

Utilisant un de ces deux formalismes, l'objectif est soit d'estimer les longueurs A en radiographie et les pourcentages volumiques a en tomographie, correspondant soit aux effets photoélectrique et Compton, soit aux matériaux de base.

2.4.2. Approche par apprentissage

Formulation polynômiale

On peut observer que dans des conditions réalistes, la relation entre l'atténuation et les longueurs des matériaux n'est pas linéaire. La solution utilisée avec la technique standard à deux énergies [Alvarez and Macovski, 1976], [Brody et al., 1981], et adaptée pour des détecteurs en comptage avec maximum 6 canaux d'énergies, est l'utilisation des formulations polynômiales. L'ordre des polynômes peut varier en fonction des choix de l'utilisateur (degré deux pour [Brendel et al., 2009], degré trois pour [Brody et al., 1981], [Wang et al., 2007]).

$$\begin{cases} att_1 = b_0 + b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_1^2 + b_4 A_2^2 + b_5 A_1 A_2 + b_6 A_1^3 + b_7 A_2^3 \\ att_2 = c_0 + c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_1^2 + c_4 A_2^2 + c_5 A_1 A_2 + c_6 A_1^3 + c_7 A_2^3 \end{cases} \quad (2. 29)$$

Le modèle présenté dans l'équation (2. 29) exprime les atténuations en fonction des épaisseurs des deux matériaux de base. Une autre possibilité, adopté par [Wang et al., 2007] ou [Brendel et al., 2009] est d'exprimer sous forme polynômiale les longueurs des matériaux en fonction des coefficients d'atténuation.

Dans la technique standard d'acquisition des données multi-énergie, avec des détecteurs en mode intégration, ainsi que dans la nouvelle technique qui utilise des détecteurs spectrométriques, un apprentissage des matériaux de base est réalisé par calibrage. Des mesures d'atténuation sont acquises pour des combinaisons des matériaux qui font partie de la base de données de calibrage. Les méthodes qui utilisent des fantômes de calibrage pour l'apprentissage des matériaux ont l'avantage d'intégrer implicitement toutes les imperfections du système. L'inconvénient est la complexité des fantômes et du nombre de mesures à réaliser.

Connaissant les matériaux de base, leurs épaisseurs, ainsi que les mesures d'atténuation effectuées sur les différentes combinaisons d'épaisseurs variables, les coefficients des polynômes, $\{b_i\}$ et $\{c_i\}$, peuvent être déterminés par calibrage, utilisant la méthode des moindres carrées [Brody et al., 1981], [Wang et al., 2007], [Brendel et al., 2009]. Ces

coefficients dépendent des mesures acquises, car si les gammes d'énergie changent, les coefficients $\{b_i\}$ et $\{c_i\}$ doivent être de nouveau déterminés.

A partir des mesures acquises sur un matériau inconnu, il est ainsi possible de déterminer les épaisseurs équivalentes A_1 et A_2 correspondantes, utilisant les coefficients déjà déterminés.

Les matériaux de base choisis pour le calibrage ont en général des caractéristiques proches des matériaux qui composent l'objet étudié.

L'avantage de cette classe de méthodes, est le temps de calcul plus rapide. Une sensibilité de l'approche polynômiale avec le courant du tube est observée par [Brendel et al., 2009], sur les valeurs du signal sur bruit.

Formulation statistique

Une autre méthode pour décomposer en base de matériaux consiste à faire des tests statistiques. Des méthodes qui comparent l'atténuation de l'objet imagé avec l'atténuation calculée à partir des mesures des atténuations des matériaux qui composent la base de calibrage sont proposées par [Zhang et al., 2008], [Choi et al., 2013]. Une approche similaire a été développée dans notre laboratoire pour une autre application, l'identification des matériaux [Beldjoudi et al., 2012].

Philips [Schirra et al., 2014] propose une approche similaire, utilisant à la place des atténuations le modèle analytique en nombre de photons. Le modèle analytique en nombre de photons prend en compte la réponse de détecteur, mais pas les empilements. La base de calibrage est composée uniquement du PMMA.

Des bons résultats sont obtenus avec cette méthode ainsi que les premiers résultats in-vivo en imagerie avec produit de contraste, illustrés dans la Figure 2. 16. Une réduction des artéfacts en anneau est également observée.

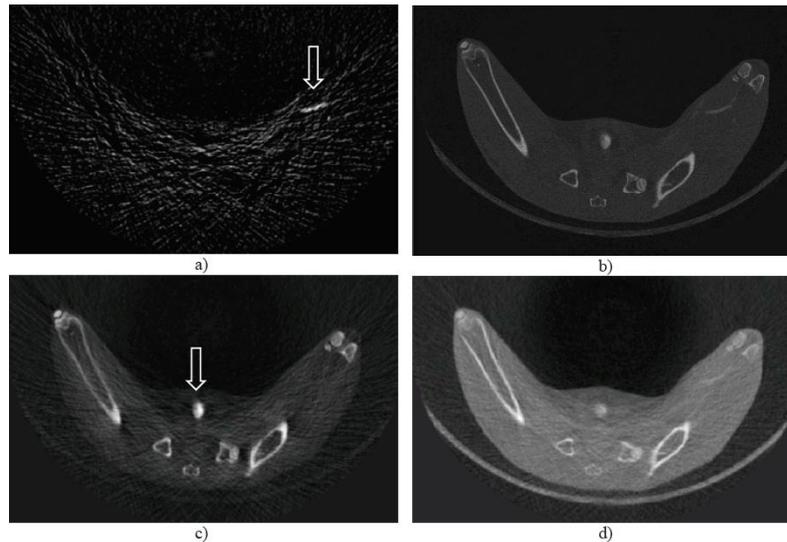


Figure 2. 16 : Images in-vivo des hanches du lapin, après injection de produit de contraste ytterbium dans l'artère fémorale [Schirra et al., 2014]. (a) Imagerie K-edge pour la quantification exclusive du produit de contraste. (b) Image anatomique obtenue avec CT conventionnel. (c) Image de décomposition correspondant à l'effet photoélectrique où l'iode est aperçu. (d) Image de décomposition correspondant à l'effet Compton.

2.4.3. Modèle direct de la réponse du détecteur

Une combinaison entre les fonctions physiques et les fonctions des matériaux est utilisée par l'équipe de Philips [Roessl and Proksa, 2007], [Schlomka et al., 2008]. Le troisième, voire le quatrième matériau utilisé sont des produits de contraste, comme l'iode et le gadolinium. Dans ce cas-là, l'équation (2. 27) devient égale à :

$$\int_D \mu(x, y, E) dl = A_{PE}(x, y) \cdot f_{PE}(E) + A_C \cdot f_C(E) + A_I(x, y) \cdot f_I(E) + A_{Gd}(x, y) \cdot f_{Gd}(E)$$

$$= \sum_{i=1}^4 A_i(x, y) \cdot f_i(E) \quad (2. 30)$$

Les valeurs i représentent les quatre fonctions de base : l'effet photoélectrique, l'effet Compton, et les agents de contraste iode et gadolinium. Pour simplifier les notations, nous notons $A_i(x, y)$ avec A_i .

Pour déterminer les quatre estimateurs des longueurs, au moins quatre mesures sont nécessaires. Les auteurs [Schlomka et al., 2008] utilisent un détecteur avec 6 compteurs, modélisé par une fonction de réponse $\phi(E', E)$ qui prend en compte les imperfections dus au bruit électronique, qui est celle présentée dans la partie 2.2.2.

Une méthode de traitement statistique est présentée [Schlomka et al., 2008]. L'objectif est d'estimer les longueurs A à partir des mesures photoniques dans chaque canal d'énergie k , exprimés par l'équation (2. 31).

$$N_k(A_i) = \int_{E' \in \text{canal } k} \int_E N_0(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp\left(-\sum_{i=1}^4 A_i \cdot f_i(E)\right) dE dE' , \quad k = 1..6 \quad (2.31)$$

Les auteurs disposent de six mesures et doivent déterminer quatre inconnues. Pour résoudre ce système, la méthode de maximum de vraisemblance est utilisée.

Les auteurs supposent que dans chaque canal d'énergie k , $\mathcal{N}_k(A_i)$ photons sont détectés, avec une valeur moyenne égale à $\nu_k(A_i)$. Une distribution Poisson des photons détectés dans chaque canal est utilisée. La probabilité que les variables aléatoires $\mathcal{N}_k(A_i)$ ($\mathcal{N}_1 = N_1, \dots, \mathcal{N}_{N_C} = N_{N_C}$, $N_C =$ nombre total de canaux, $N_C = 6$ dans cet exemple) soient égales aux moyennes $\nu_k(A_i)$ est ainsi modélisée par l'équation (2.32).

$$P(N_1, \dots, N_{N_C} \mid \nu_1, \dots, \nu_{N_C}) = \prod_{k=1}^{N_C} \frac{(\nu_k(A_i))^{N_k(A_i)}}{N_k(A_i)!} \cdot \exp(-\nu_k(A_i)) \quad (2.32)$$

Pour estimer les paramètres A_i , le log vraisemblance est minimisé.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(N_1, \dots, N_{N_C} \mid A_i) &= -\ln(P(N_1(A_i), \dots, N_{N_C}(A_i) \mid \nu_1(A_i), \dots, \nu_{N_C}(A_i))) \\ &= \sum_{k=1}^{N_C} [\nu_k(A_i) + \ln(N_k(A_i)!) - N_k(A_i) \cdot \ln(\nu_k(A_i))] \\ &\cong \sum_{k=1}^{N_C} [\nu_k(A_i) - N_k(A_i) \cdot \ln(\nu_k(A_i))] \end{aligned} \quad (2.33)$$

L'objectif est de minimiser le log vraisemblance par rapport aux paramètres A_i . Dans la dernière équation ont été gardés uniquement les termes qui dépendent de ces paramètres. L'optimisation a été effectuée avec la méthode de simplex proposée par Nelder et Mead [Nelder and Mead, 1965]. Une illustration des quatre images reconstruites est donnée dans la Figure 2.17.

Les auteurs [Schlomka et al., 2008] utilisent un modèle explicite du détecteur, qui nécessite une inversion afin d'estimer les paramètres, ce qui rend la méthode sensible aux inhomogénéités dans la matrice de réponse de détecteur lors de l'inversion du modèle.

L'avantage de la méthode est qu'elle s'est montrée stable à la variation du bruit photonique, contrairement à la méthode polynômiale proposée par [Brendel et al., 2009].

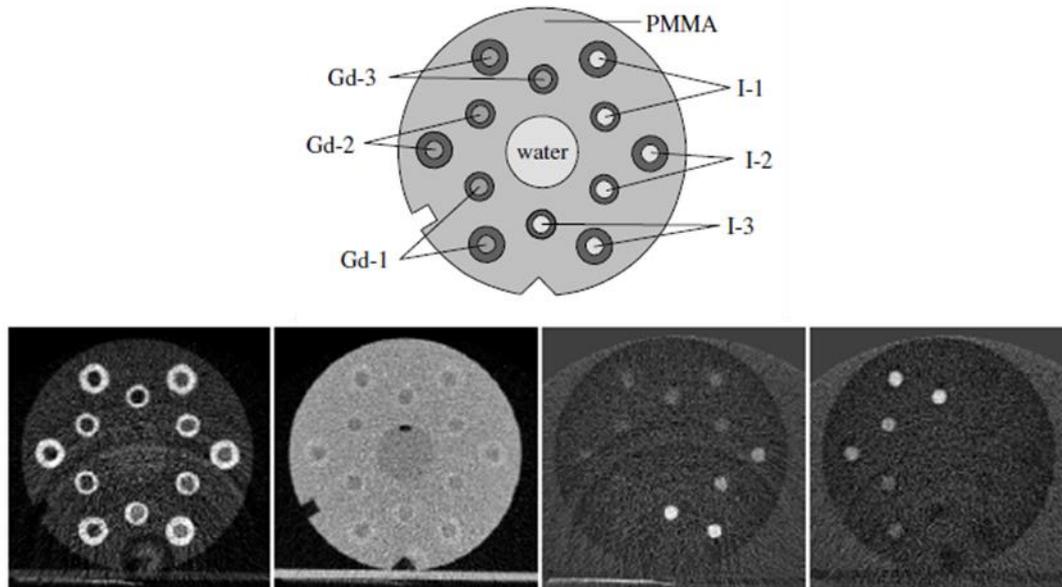


Figure 2. 17 : Fantôme expérimentales utilisé par [Schlomka et al., 2008]. En haut, l'illustration du fantôme avec les inserts d'Iode et de Gadolinium avec des concentrations de faibles (1), moyenne (2) et forte (3). En bas les images de décomposition reconstruites. De gauche à droite : l'image équivalente correspondant à l'effet photoélectrique, l'image équivalente correspondant à l'effet Compton, l'image équivalente correspondant à l'Iode et l'image équivalente correspondant au Gadolinium

2.5. Optimisation des canaux d'énergie pour les détecteurs en mode comptage

Des études sur l'optimisation des seuils des canaux d'énergie ont été effectuées depuis l'arrivée des nouvelles techniques de détection en mode comptage. Cette démarche est importante dans le cas où le nombre de canaux utilisé n'est pas très élevé.

Une méthode analytique de détermination des seuils optimaux des canaux d'énergie est basée sur la borne de Cramér-Rao (Cramér-Rao lower bound ou CRLB en anglais) [Roessl and Herrmann, 2009], [Alvarez, 2010], [Wang and Pelc, 2011].

La borne de Cramér-Rao exprime une borne inférieure sur la variance d'un estimateur sans biais, basée sur l'information de Fisher. L'information de Fisher, exprimée par l'équation (2. 34), quantifie l'information relative à un paramètre, contenue dans une distribution. Pour une fonction de distribution, $f(x;\theta)$, la technique d'estimation du paramètre θ par le maximum de vraisemblance, introduite par Fisher, consiste à choisir la valeur qui maximise la vraisemblance des observations de la grandeur x , comme exprimé par l'équation (2. 35).

$$\mathcal{F}(\theta) = E \left[\left(\frac{\partial \log f(x;\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \middle| \theta \right] \quad (2. 34)$$

$$E\left[\frac{\partial \log f(x; \theta)}{\partial \theta} \middle| \theta\right] = 0 \quad (2.35)$$

L'information de Fisher est la variance associée à cette valeur maximale : $\text{var}(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{F(\theta)}$.

[Roessl and Herrmann, 2009] utilisent des mesures indépendantes qui permettent d'estimer les matériaux composant l'objet, acquises avec un détecteur en comptage avec N_C canaux d'énergie. En ce qui concerne la statistique photonique, les mesures en comptage suivent une distribution Poisson.

Pour le détecteur en comptage, les auteurs considèrent N_k photons détectés dans le canal k ($k = 1..N_C$), pour la mesure \mathcal{N}_k , de moyenne ν_k .

Supposant que toutes les mesures en intégration et en comptage sont indépendantes, la densité de probabilité $\rho(N_1, \dots, N_{N_C})$ pour obtenir les mesures $\mathcal{N}_1 = N_1, \dots, \mathcal{N}_{N_C} = N_{N_C}$, est égale à :

$$dP(N_1, \dots, N_{N_C}) = \rho(N_1, \dots, N_{N_C}) = \prod_{k=1}^{N_C} \frac{\nu_k^{N_k}}{N_k!} e^{-\nu_k} \quad (2.36)$$

Les auteurs utilisent le log vraisemblance, exprimé par l'équation (2.37).

$$\mathcal{L} = -\ln \rho(N_1, \dots, N_{N_C}) = \sum_{k=1}^{N_C} [\nu_k - N_k \ln \nu_k + \ln(N_k!)] \quad (2.37)$$

Le log vraisemblance est une fonction des paramètres A_i , comme présenté dans l'équation (2.33).

L'information de Fisher, écrite en fonction de deux paramètres A_α et A_β devient égale à

$$\mathcal{F}_{\alpha\beta} = E\left[-\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial A_\alpha \partial A_\beta}\right] = \sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{\partial \nu_i}{\partial A_\alpha} \cdot \frac{\partial \nu_i}{\partial A_\beta} \quad (2.38)$$

Le théorème de Cramér-Rao permet de définir un estimateur de la borne inférieure de la variance de l'ensemble des estimateurs sans biais du paramètre A_i , comme défini dans l'équation (2.39).

$$\sigma_{A_i}^2 \geq \mathcal{F}_{ii}^{-1} \quad , \quad i = 1..M \quad (2.39)$$

Ce formalisme a été appliqué pour l'optimisation des seuils des canaux d'énergie pour un bruit minimal sur les longueurs estimées des matériaux. Le modèle suppose soit une décomposition en base de fonctions physiques Photoélectrique et Compton, comme dans le cas d'étude de [Roessl and Herrmann, 2009], soit une décomposition en base de fonctions de matériaux [Wang and Pelc, 2011].

Le seul bruit considéré est le bruit photonique. Le bas flux pris en compte permet d'éviter l'effet des empilements. Dans le cas des empilements les mesures ne sont pas dé-corrélées, comme supposé dans l'étude de [Roessl and Herrmann, 2009].

Une autre application de ce critère est donnée par [Beldjoudi et al., 2012] qui a adapté la borne de Cramér-Rao pour un critère d'identification des matériaux. Les auteurs travaillent sur l'hypothèse que les matériaux sont superposés. Pour un objet homogène, l'épaisseur du matériau est une information qui aide à l'identification. Les simulations ont été réalisées avec

un détecteur en comptage idéal avec deux, trois, quatre, cinq et respectivement 90 canaux d'énergie.

Pour une base de calibrage construite avec trois matériaux, les auteurs considèrent une distribution normale des trois matériaux. Les zones noires dans la Figure 2. 18 représentent des zones de mauvaise identification. Cette zone peut être diminuée si la variance associée à la distribution des épaisseurs est minimisée. L'estimation de la variation est donnée par le théorème de Cramér-Rao et la matrice de Fisher correspondante doit être déterminée. Pour des matériaux avec des propriétés proches, le déterminant de cette matrice tend vers zéro, donc l'inverse de la matrice pose problèmes. Pour éviter ces inconvénients, la nouvelle approche implémentée par [Beldjoudi et al., 2012] propose de calculer la matrice de Fisher pour des paires de deux matériaux.

Pour minimiser la zone de mauvaise identification, la variance associée à chaque épaisseur doit être minimale.

Des résultats similaires concernant les seuils des canaux d'énergie sont obtenus pour les deux critères, le critère d'identification et le critère de la borne de Cramér-Rao.

Les résultats en identification montrent que l'utilisation de toute l'information spectrale (90 canaux) est plus performante et ne nécessite pas une optimisation des seuils des canaux d'énergie.

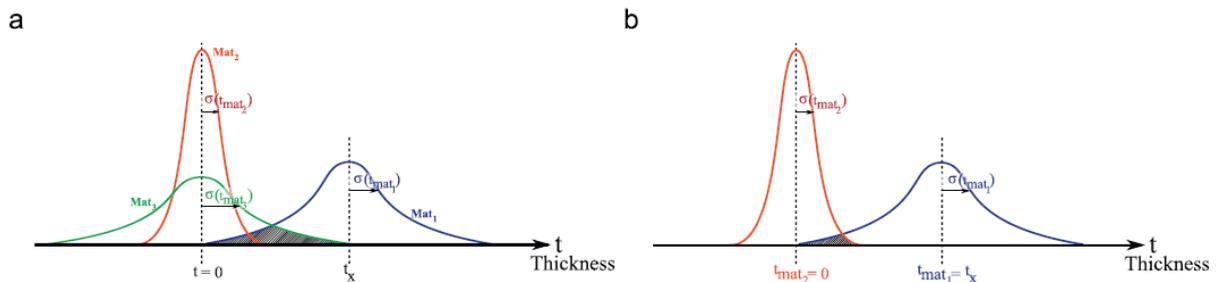


Figure 2. 18 : Estimation des épaisseurs des matériaux utilisant une distribution normale pour chaque matériau [Beldjoudi et al., 2012]. L'aire hachurée correspond à une zone de superposition des matériaux. (a) Exemple avec 3 matériaux. (b) Exemple pour une paire de matériaux

Une autre approche pour l'optimisation des canaux d'énergie est présentée par Wang [Wang et al., 2007]. Une recherche exhaustive selon cinq critères est lancée et la solution optimale trouvée est l'utilisation des canaux avec un nombre de photons incidents égal dans chaque canal.

Pour l'optimisation des seuils d'énergie d'un détecteur utilisant deux et 15 canaux, [Shikhaliev, 2008] utilise le critère de contraste à bruit optimal sur des images reconstruites en tomographie.

[Wang and Pelc, 2009] montrent qu'un gap entre les canaux d'énergie, pour des études avec deux et trois canaux d'énergie, améliore la séparabilité des matériaux. Il y a un compromis à faire sur le bruit, car nous avons montré dans l'annexe A que le bruit sur la mesure de

l'atténuation mesurée dans un canal d'énergie est inversement proportionnel à la largeur du canal d'énergie.

[Choi et al., 2013] s'intéresse au problème du choix des seuils optimaux des canaux d'énergie pour la mammographie. Les seuils optimaux sont déterminés en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre les épaisseurs estimées et les vraies épaisseurs des matériaux.

Dans cette partie nous avons présenté les principales méthodes pour l'optimisation des seuils des canaux d'énergie pour les détecteurs en mode comptage, pour des matrices de réponses idéales et sans empilements. La plupart des auteurs réalisent ces algorithmes pour deux canaux d'énergie en général, sauf [Beldjoudi et al., 2012] qui va un peu plus loin et l'applique l'optimisation pour cinq canaux d'énergie.

L'optimisation des seuils des canaux d'énergie reste un problème d'actualité, car selon l'emplacement des seuils des canaux d'énergie nous pouvons mieux exploiter l'information spectrale afin de minimiser le bruit, ou mieux quantifier ou identifier les matériaux.

2.6. Applications médicales

Les méthodes de traitement évoquées jusqu'à présent ont comme objectif l'exploitation optimale de l'information multi-énergie fournie par la nouvelle génération de détecteurs spectrométriques. L'intérêt de leur utilisation est montré dans des domaines comme la sécurité, le contrôle non destructif et le diagnostic médical.

Nous nous intéressons dans cette partie aux applications médicales pour lesquelles les détecteurs spectrométriques et le traitement spectral sont susceptibles d'apporter des améliorations.

La grande majorité des équipes travaillent dans le domaine de l'imagerie de contraste [Roessl and Proksa, 2007], [Schlomka et al., 2008], [Brendel et al., 2009], [Kappler et al., 2012], [Schirra et al., 2014], [Faby et al., 2014]. Les produits de contraste les plus utilisés sont l'iode et le gadolinium, qui présentent un K-edge dans le domaine d'énergie utilisé pour la plupart des applications (à 33.2 keV pour l'iode et à 50.2 keV pour le gadolinium). Cette caractéristique aide à mieux séparer les matériaux entre eux, ainsi qu'à augmenter le contraste entre les matériaux qui présentent un K-edge et les matériaux qui n'ont pas de K-edge dans la gamme d'énergie dans laquelle on travaille. Les agents de contraste se fixent sur les tumeurs, donc ils ont un rôle important dans le dépistage des cancers.

L'utilisation des détecteurs en comptage avec plusieurs canaux d'énergie présente aussi un intérêt pour la séparation des tissus avec des propriétés très proches. Une des applications est la mammographie [Shikhaliev, 2008], [Laidevant et al., 2010], [Choi Yu-Na, 2011], [Ding et al., 2012], [Choi et al., 2013]. Le sein est composé de tissu adipeux et de tissu fibroglandulaire. La concentration en protéines caractérise le tissu fibroglandulaire et est à l'origine de la plupart des cancers. Les tissus fibroglandulaires malignes ont une concentration

plus forte en eau que les tissus normaux. Les concentrations lipidiques qui se trouvent dans les tissus adipeux peuvent être utilisées pour le dépistage des lésions bénignes.

Une autre composante qui doit être dépistée dans la maladie des seins est le calcium, qui est à l'origine des calcifications.

Le calcium peut être présent dans d'autres affections médicales, comme les cailloux qui se forment dans les reins [Joshi et al., 2010] ou la calcification des artères coronaires [Wang et al., 2009].

Une autre application médicale est la séparation des os et des tissus mous. Elle fait l'objet de nombreuses recherches avec des systèmes de détection standard [Dinten et al., 2001], mais aussi avec les nouveaux systèmes de détection [Wang et al., 2007], [Wang et al., 2009]. L'objectif de l'application est la quantification des os, pour le dépistage de l'ostéoporose. On a vu pourtant, dans le premier chapitre, lors de la présentation de ce domaine médical, que l'os est plus complexe, donc la simple séparation entre l'os et les tissus mous ne suffit pas dans le dépistage de cette maladie.

Pour le domaine médical, les détecteurs spectrométriques présentent un avantage, car des informations peuvent être obtenues en une seule acquisition, et donc éviter les problèmes de bougé.

Dans ces travaux de thèse nous allons nous intéresser au domaine de l'ostéodensitométrie, pour la quantification de la matière minérale osseuse.

2.7. Contexte du travail de thèse

Le laboratoire LDET a développé des détecteurs spectrométriques pixellisés à base de CdTe pour l'imagerie par rayons X associés à un circuit de lecture rapide permettant de travailler à fort taux de comptage avec une bonne résolution en énergie.

L'objectif de la thèse est d'apporter des contributions pour la quantification des constituants des objets d'intérêt. Pour atteindre cet objectif, nous avons choisi d'étudier des méthodes de traitements des données spectrales basées sur la décomposition en base de matériaux dans le cadre des approches basées projections. Avec cette classe de méthodes nous pouvons corriger les non linéarités dues aux imperfections du détecteur et réduire la dimension des données. Nous pouvons travailler en radiographie, pour quantifier les longueurs des matériaux traversés, et en tomographie, pour quantifier les concentrations des constituants de l'objet d'étude.

Deux approches, utilisant toutes les deux un apprentissage par calibrage, ont été développées pour notre application. Le calibrage nous permet de prendre en compte implicitement les imperfections du détecteur, comme le partage de charges et les empilements, et d'apprendre

les longueurs des matériaux de base à partir des mesures acquises dans chaque canal d'énergie, pour chaque combinaison des deux matériaux.

La première approche implémentée est une adaptation de l'approche polynômiale standard [Brody et al., 1981] pour des détecteurs travaillant en mode intégration d'énergie. Cette méthode empirique a été adaptée pour les détecteurs en comptage par plusieurs équipes [Wang et al., 2007], [Wang et al., 2009], [Brendel et al., 2009].

Nous nous intéresserons à l'optimisation des seuils des canaux d'énergie afin de trouver la configuration optimale pour un bruit minimal sur les épaisseurs estimées en radiographie et les concentrations estimées en tomographie. Dans l'état de l'art nous avons vu que la méthode d'optimisation la plus utilisée est l'approche analytique de la borne de Cramér-Rao, [Roessl and Proksa, 2007], [Alvarez, 2010]. Il est difficile avec cette méthode d'intégrer toutes les imperfections du détecteur, comme le partage de charges et les empilements. Nous proposons une étude basée sur la recherche exhaustive des bandes d'énergies optimales, sur un critère de bruit minimal sur les épaisseurs et les concentrations estimées des matériaux.

Nous nous intéressons aussi au nombre de canaux d'énergie à utiliser, afin de déterminer les limites de la formulation polynômiale. Dans ces travaux de thèse, nous avons adapté l'approche polynômiale pour deux et trois canaux d'énergie. Nous allons voir que pour plus de trois canaux d'énergie le modèle devient plus complexe.

Nous avons vu dans l'état de l'art que la méthode statistique inverse proposée par [Schlomka et al., 2008] utilise le modèle explicite de la matrice de réponse du détecteur et est sensible à l'inversion du modèle.

Pour aller plus loin dans l'exploitation du potentiel des détecteurs développés au LDET, nous proposons une approche statistique pour la décomposition en base de matériaux qui peut se généraliser facilement à un grand nombre de canaux. Une méthode statistique similaire est développée par [Beldjoudi et al., 2012], pour une application qui concerne l'identification des matériaux en sécurité.

Pour éviter les problèmes d'inversion, nous apprenons les spectres des matériaux de base par calibrage, prenant en compte implicitement la matrice de réponse du détecteur et les empilements. Nous utilisons l'estimateur de maximum de vraisemblance pour comparer les spectres d'acquisition avec les spectres de calibrage, afin de déterminer les longueurs des matériaux de base traversées. Comme dans le cas de la méthode polynômiale, la base de calibrage n'est pas exhaustive.

L'application médicale choisie pour la validation des deux approches est l'ostéodensitométrie. Nous avons présenté dans le chapitre 1 l'intérêt de la tomographie dans le cadre de cette application. L'estimation des pourcentages faibles des constituants d'un matériau, spécifique à l'os, peut être élargie à d'autres domaines, comme par exemple la sécurité.

Une validation en simulation, en radiographie et en tomographie, est réalisée pour les deux méthodes.

Nous nous intéressons aussi à la validation expérimentale des deux méthodes, en radiographie, utilisant le détecteur spectrométrique développé au sein du laboratoire LDET. Dans l'état de l'art nous avons vu que les détecteurs en comptage disponibles sur le marché n'ont pas plus de 8 canaux d'énergie. Celui dont on dispose permet de faire des mesures spectrales utilisant 100 canaux d'énergie.

2.8. Conclusions

Dans l'état de l'art réalisé dans ce chapitre nous avons présenté une partie des méthodes de traitement des données spectrales acquises avec des détecteurs à base de semi-conducteur en mode comptage. Nous nous sommes intéressés d'abord à la modélisation de ces détecteurs : la fonction de réponse et les empilements.

Des applications comme l'identification, la quantification des matériaux ou l'amélioration de la qualité des images aident à comprendre l'intérêt croissant pour ce type de détecteurs. Ils présentent également des bénéfices pour une variété d'applications, desquelles nous avons surtout privilégié les applications médicales.

Des études sur l'optimisation des seuils d'énergie ont été effectuées depuis l'arrivée des nouvelles techniques de détection en mode comptage. Cette étape reste difficile à réaliser, car le nombre de canaux d'énergie à exploiter avec les systèmes expérimentaux est en pleine croissance.

Nous avons retenu deux classes de méthodes de traitement des données spectrales, que nous avons présenté à travers des différents exemples existants dans la littérature.

Pour ces travaux de thèse, nous nous sommes orientés vers les méthodes basées projections, avec une décomposition en base de matériaux, utilisant un apprentissage préalable des matériaux et prenant en compte implicitement les imperfections du détecteur. Cette classe de méthode permet de traiter les données en radiographie et en tomographie, pour la quantification des constituants des objets d'étude.

Chapitre 3 : Système de simulation et critères de performance

Sommaire

3.1.	<i>Introduction</i>	74
3.2.	<i>Sindbad</i>	74
3.3.	<i>Paramètres de simulation</i>	75
3.4.	<i>Détecteur</i>	77
3.4.1.	<i>Matrice de réponse du détecteur</i>	77
3.4.2.	<i>Empilements</i>	81
3.4.2.1.	<i>Modèle d'empilements</i>	81
3.4.2.2.	<i>Application du modèle d'empilements</i>	82
3.5.	<i>Variation du flux photonique et de la statistique photonique</i>	84
3.6.	<i>Algorithme de reconstruction</i>	86
3.7.	<i>Fantômes</i>	86
3.7.1.	<i>Fantôme de calibrage</i>	87
3.7.2.	<i>Fantômes de test</i>	88
3.8.	<i>Détecteur en intégration couplé avec le protocole double acquisition</i>	92
3.9.	<i>Critères de performance</i>	93
3.9.1.	<i>Biais sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux</i>	95
3.9.2.	<i>Bruit sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux</i>	96
3.10.	<i>Conclusion</i>	97

3.1. Introduction

Dans le premier chapitre nous avons présenté le principe de la détection des rayonnements X en imagerie médicale. Pour atteindre l'objectif de cette thèse, qui est de montrer l'apport des détecteurs en comptage, avec un grand nombre de canaux, pour la quantification des concentrations faibles de matériaux, des simulations ont été mises en place. Pour des résultats comparables à ceux obtenus avec les systèmes de rayons X présentés dans le deuxième chapitre, les outils de simulation doivent modéliser de manière fidèle la physique qui existe dans la chaîne de simulation, fournir une description détaillée du générateur et du détecteur et permettre l'utilisation des fantômes complexes.

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à la mise en place d'un système de simulation réaliste de la chaîne de mesure. Cela concerne le tube à rayons X, les objets à étudier et le détecteur qui permet la formation de l'image. Cette simulation sera effectuée grâce au logiciel Sindbad (section 2). Les paramètres de simulation et la prise en compte de la réponse de détecteur seront décrites (sections 3 et 4). Le bruit photonique est décrit dans la section 5. Les données brutes simulées seront ensuite traitées par une étape de décomposition en base de matériaux et éventuellement reconstruites par la méthode de rétroprojection filtrée dans le cas de la tomographie (section 6).

Dans le cadre applicatif de cette étude ciblée sur l'ostéodensitométrie, on cherchera particulièrement à quantifier la densité minérale osseuse. Des fantômes spécifiques à cette application seront considérés (section 7).

Finalement on donnera les critères de performance retenus pour évaluer les résultats obtenus en radiographie et également en tomographie (section 9).

3.2. Sindbad

Sindbad est un outil de simulation des radiographies par rayons X conçu au laboratoire LDET [Tabary et al., 2007]. Il a été utilisé pour construire la chaîne de simulation. Il permet de modéliser plusieurs types de détecteurs (film, panneau plat, écran scintillateur couplée avec une caméra CCD, photomultiplicateur) qui travaillent en mode intégration d'énergie.

L'architecture de Sindbad est divisée en trois parties : le générateur de rayons X, l'interaction du rayonnement avec la matière et le processus de création des images.

La source peut travailler à des tensions comprises entre 30 et 450 kV. Des fantômes complexes, voxelisés ou en format CAO (conception assistée par ordinateur), peuvent être considérés dans Sindbad. Des fonctionnalités ont été rajoutées pour simuler l'acquisition d'un ensemble de projections en mode tomographique, en simulant la rotation du système. L'illustration de l'architecture Sindbad pour une simulation effectuée sur le fantôme XCAT pour la radiographie et pour la tomographie est donnée dans la Figure 3. 1 [Tabary et al., 2009].

En fonction du type de détecteur simulé, Sindbad permet le calcul du spectre d'interaction. Avec l'arrivée des nouveaux détecteurs à rayons X à base de semi-conducteur, le laboratoire a développé un détecteur capable de fournir des mesures spectrométriques de haute résolution, avec un grand nombre de canaux d'énergie. Ce type de détecteurs, qui offrent des fonctionnalités spectrales en radiographie et en tomographie, ont été modélisés et intégrés dans une nouvelle version, dite spectrale, de Sindbad [Rebuffel et al., 2012].

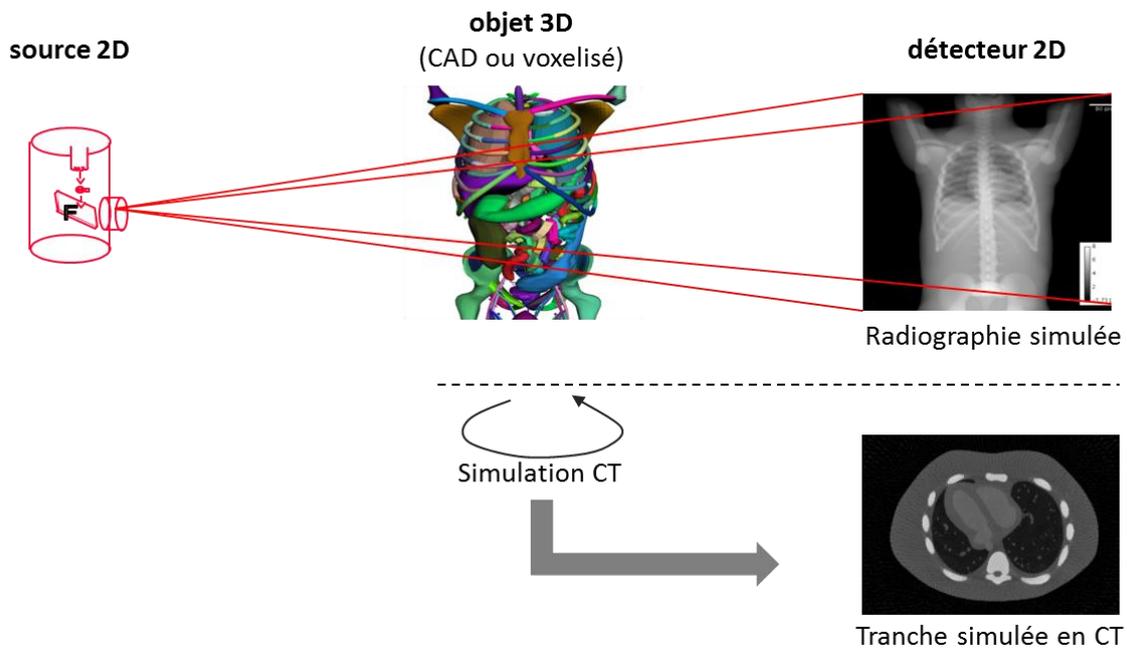


Figure 3. 1 : Architecture Sindbad : exemple de simulation du fantôme XCAT en radiographie (haut) et en tomographie (bas)

3.3. Paramètres de simulation

Le flux photonique est dépendant à la fois des paramètres utilisés pour générer les rayons X et de la géométrie du système. Le tube à rayons X est caractérisé par le spectre de rayonnement émis (la tension du tube) et le filtre associé. Il est quantifié en nombre de photons par mA.s.Sr émis sur l'ensemble des énergies du spectre. Dans la Figure 3. 2 nous montrons un exemple de spectre pour une tension de 140kV et une filtration de 1 mm d'aluminium.

L'interaction entre le rayonnement direct et l'objet est modélisée analytiquement. Le calcul repose sur la loi d'atténuation exponentielle de Beer-Lambert rappelée dans le chapitre 1. Le rayonnement diffusé est ensuite simulé par la méthode Monte Carlo.

Dans le cadre de ces travaux de thèse le rayonnement diffusé n'est pas quantifié. Un exemple de spectre obtenu après l'interaction entre le spectre à la sortie du tube de rayons X et un objet est donné dans la Figure 3. 3. Dans cet exemple, l'objet est constitué de 2.5 mm d'hydroxyapatite pure.

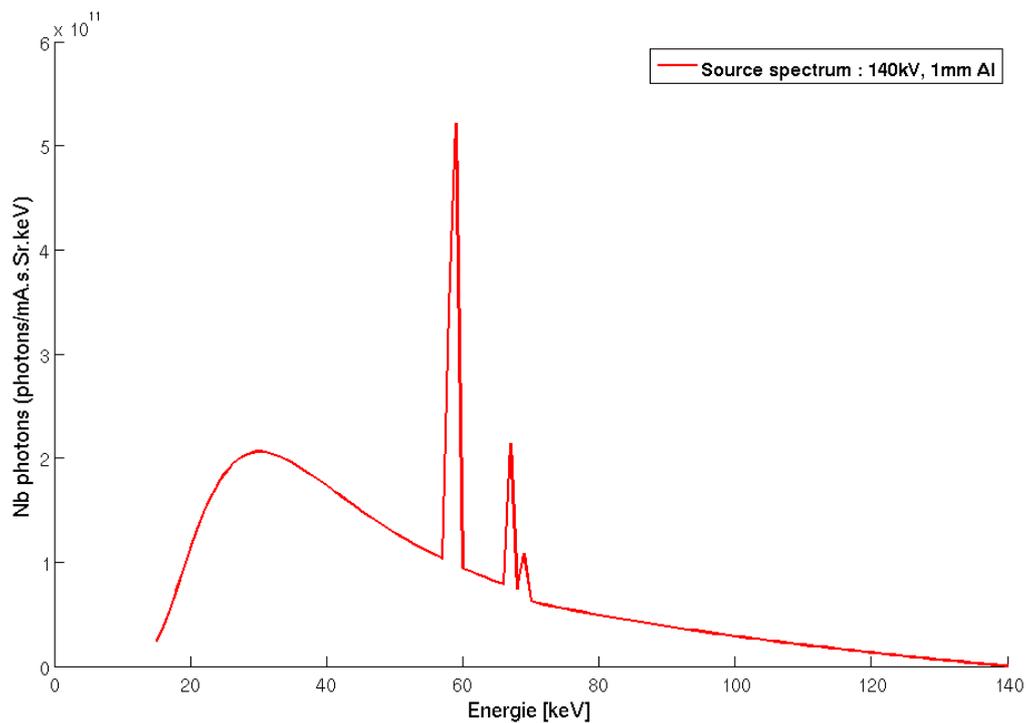


Figure 3. 2 : Spectre à la sortie du tube à rayons X à 140 kV, 1 mm Al

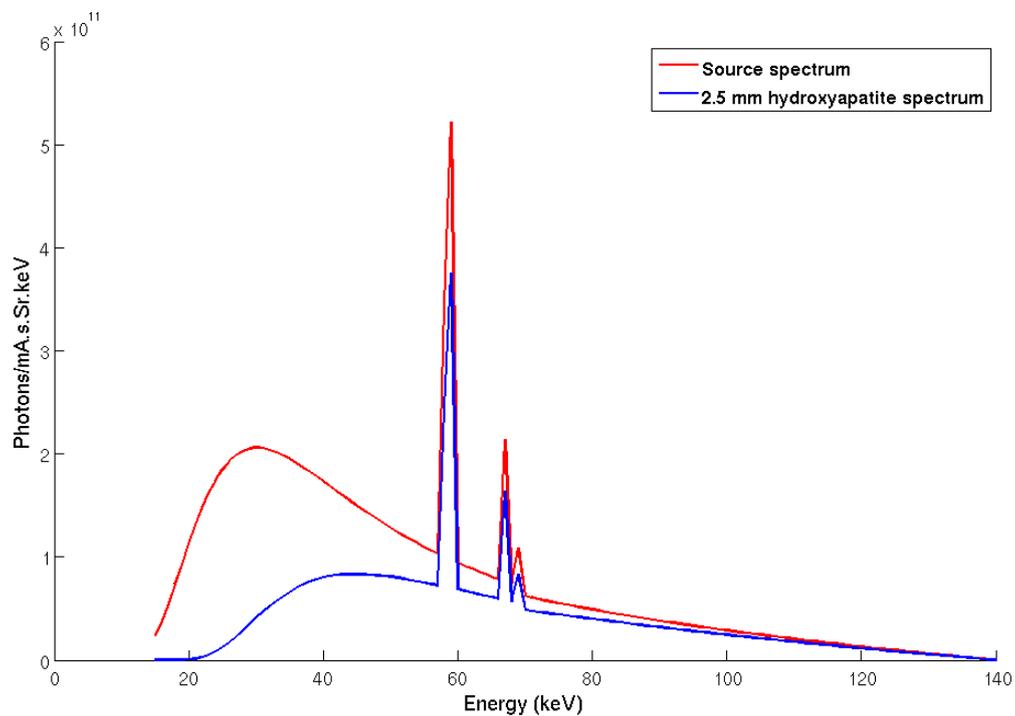


Figure 3. 3 : Spectre après objet (2.5 mm hydroxyapatite)

Deux autres paramètres à prendre en compte pour la modélisation de la source sont le courant et le temps d'exposition. Pour un réglage de tension et une filtration donnée, la dose est proportionnelle au produit entre le courant de source et le temps d'exposition mesuré en mAs.

Dans le cadre de nos simulations, l'ensemble des paramètres choisis sont indiqués dans le Tableau 3. 1 et correspondent à des conditions de simulations réalistes pour la tomographie.

<i>Paramètre du tube à rayons X</i>	<i>Valeur</i>
<i>Matériau de la source</i>	tungstène
<i>Tension</i>	140 kV
<i>Intensité du courant</i>	10 mA
<i>Temps d'exposition</i>	10 ms
<i>Matériau et épaisseur filtre</i>	Al, 1 mm
<i>Distance générateur-détecteur</i>	100 cm
<i>Distance générateur-objet</i>	75 cm

Tableau 3. 1 : Paramètres du tube à rayons X

3.4. Détecteur

Le laboratoire LDET a développé des détecteurs spectrométriques pixellisés à base de semi-conducteur CdTe pour l'imagerie à rayons X associés à un circuit de lecture rapide permettant de travailler à des forts taux de comptage avec une bonne résolution en énergie.

Pour nos simulations, une barrette de détecteurs à base de CdTe, avec des pixels ayant une taille de $225 \times 225 \mu\text{m}^2$, et une épaisseur de 1.6 mm, a été modélisé. Un taux de comptage de 10^8 photons/ mm^2/s correspond, pour nos pixels physiques, à un taux de comptage de 5×10^6 photons/pixel $_{225\mu\text{m} \times 225\mu\text{m}}/\text{s}$. Des canaux d'énergie de 1 keV de large ont été simulés.

Dans le chapitre 1, nous avons rappelé que les forts taux de comptage créent des effets indésirables comme le partage de charges, des pics d'induction et de fluorescence et des empilements. L'ensemble de ces phénomènes, sauf les empilements, peut être modélisé par une fonction de réponse du détecteur, qui correspond au signal généré par un photon dans un pixel du détecteur. La version spectrale de Sindbad permet de prendre en compte la fonction de réponse du détecteur spectrométrique sous la forme d'une matrice.

3.4.1. Matrice de réponse du détecteur

La fonction de réponse du détecteur est considérée linéaire, ce qui permet de la modéliser sous forme matricielle. On l'appelle la matrice de réponse du détecteur (DRM) notée ϕ .

Le nombre de colonnes correspond au nombre d'énergies dans le spectre en entrée et le nombre de lignes correspond au nombre d'énergies dans le spectre en sortie. Dans nos simulations, les spectres contiennent 126 énergies, de 15 à 140 keV, échantillonnées avec un pas de 1 keV, ce qui correspond à une matrice de taille 126 x 126.

Dans cette partie du chapitre, nous allons illustrer la modélisation de la matrice de réponse, effectué avec TASMANIA, un logiciel développé au laboratoire LDET, et présenter les matrices utilisées durant les travaux de thèse pour construire des simulations réalistes.

TASMANIA utilise le code Monte Carlo PENELOPE [Sempau et al., 1997] pour simuler toutes les interactions physiques des photons et des électrons dans le cristal CdTe pour fournir la position et le nombre de charges créées à chaque interaction. L'équation de transport est intégrée numériquement pour chaque nuage de charges vers les anodes de collecte. La dérive, la force de Coulomb, la diffusion et le partage de charges sont des phénomènes pris en compte pour le calcul des signaux induits vers les anodes de collecte et les anodes voisins, et pour cela on utilise le théorème de Skockley-Ramo [Ramo, 1939], [He, 2001]. Le bruit électronique est aussi modélisé pour arriver à la forme finale des impulsions. La réponse du détecteur est calculée à toutes les énergies, pour des canaux de 1 keV de large, et le résultat est stocké dans une matrice de réponse notée ϕ . Un exemple de modélisation de la matrice de réponse d'un détecteur spectrométrique est présenté dans les travaux de [Gorecki et al., 2013].

Pour un détecteur spectral parfait, illustré dans la Figure 3. 4, la réponse à chaque énergie est une distribution Dirac, et par conséquent la DRM est une matrice diagonale.

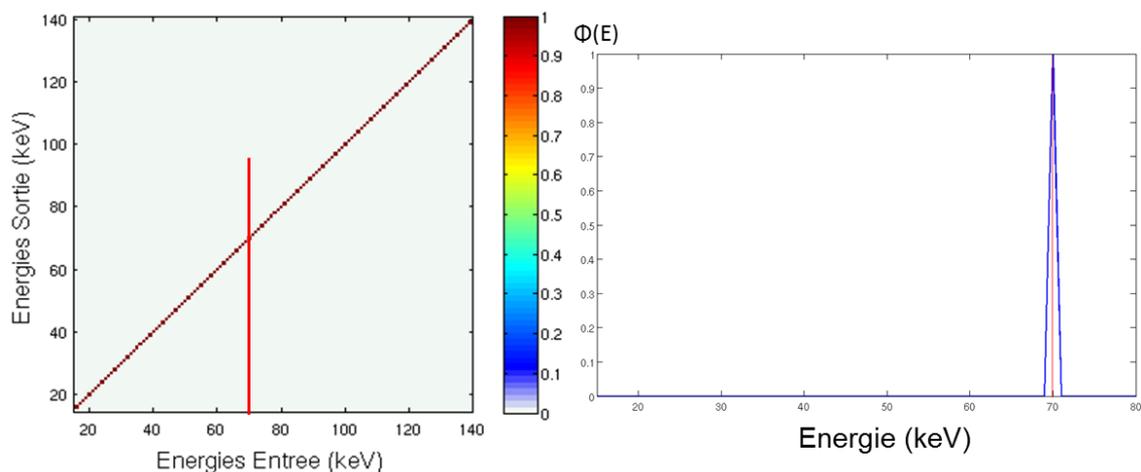


Figure 3. 4 : Matrice de réponse simulée pour un capteur parfait (à gauche) et la réponse à 70keV (à droite)

Pour un détecteur spectral réaliste, la matrice de réponse prend en compte les effets physiques évoqués ci-dessus et décrites en détail dans le chapitre 1. La matrice de réponse sera alors non diagonale. Dans les matrices de réponse pour un détecteur à base de CdTe, utilisées dans nos travaux de thèse, on observe l'effet de la fluorescence et l'effet de l'énergie déposée sur les

pixels voisins, conduisant à un élargissement de la diagonale et à l'apparition des pics secondaires.

Trois types de matrices correspondant à trois types de détecteurs avec des pixels de $225 \times 225 \mu\text{m}^2$ seront utilisées par la suite. Elles sont illustrées sur les Figure 3. 5 – Figure 3. 7, qui montrent les différents niveaux de partage de charges. Dans la Figure 3. 5, pour le détecteur de 3 mm d'épaisseur, on constate un niveau élevé de partage de charges due à un accroissement de la taille du nuage de charges lié à la diffusion. Pour le détecteur d'épaisseur 1.6 mm, le partage de charges est considérablement réduit grâce à un temps de collection de charges plus court (Figure 3. 6). Enfin, dans la Figure 3. 7 est représentée la réponse du détecteur d'épaisseur 1.6 mm avec correction de partage de charges [Brambilla et al., 2012].

La matrice de réponse peut caractériser le détecteur par deux paramètres, présentés dans le chapitre 1 : la *résolution en énergie*, définie par la largeur à mi-hauteur (FWHM) et la *hauteur et la forme de la trainée*, définie par la « vallée sur pic » (VsP). Pour le calcul de la largeur à mi-hauteur, nous avons réalisé un ajustement gaussien pour en déduire l'écart-type et la position du pic. La largeur à mi-hauteur est égale à $2.35 \cdot \sigma$. Pour le calcul du rapport de la « vallée sur pic », nous avons calculé le nombre de coups dans le « pic », défini comme tout ce qui se trouve entre la position maximale - 3σ et la position maximale + 3σ , ainsi que le nombre de coups dans la « vallée », défini comme tout ce qui se trouve en dessous de la position maximale - 3σ .

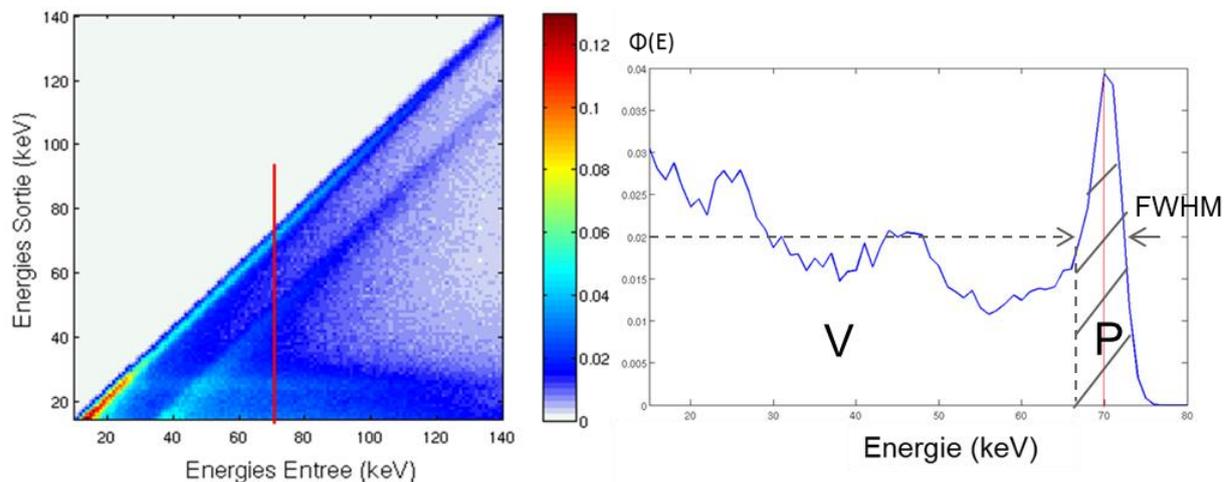


Figure 3. 5: Matrice de réponse simulée pour un capteur réaliste avec un pas de $225 \mu\text{m}$ et une épaisseur de 3 mm (à gauche) et la réponse à 70keV (à droite)

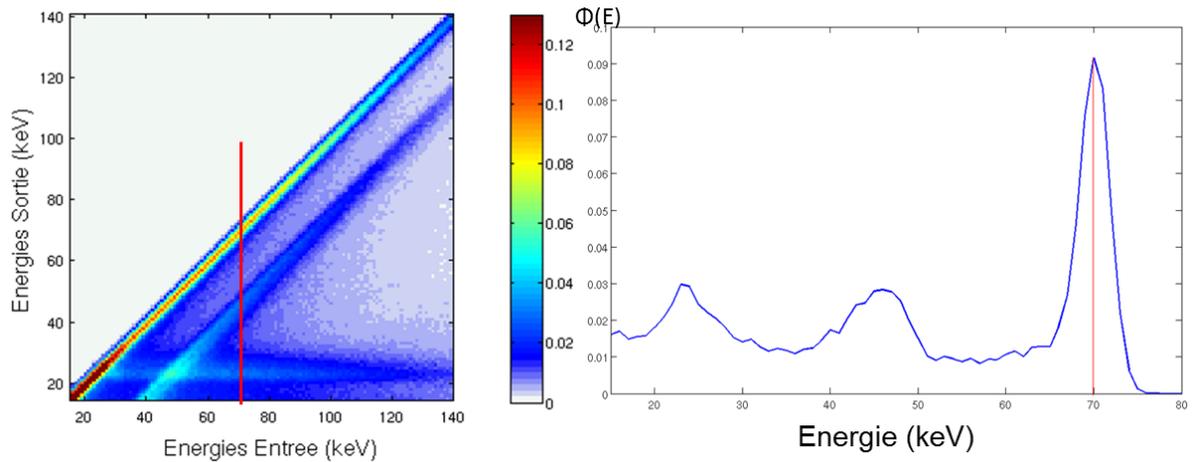


Figure 3. 6 : Matrice de réponse simulée pour un capteur réaliste avec un pas de $225\mu\text{m}$ et une épaisseur de 1.6 mm (à gauche) et la réponse à 70keV (à droite)

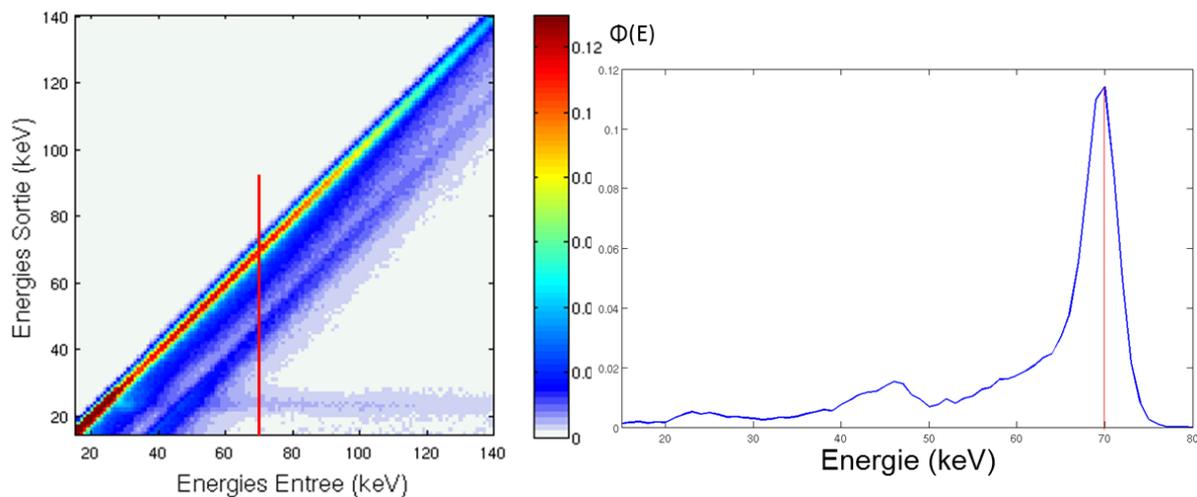


Figure 3. 7: Matrice de réponse simulée pour un capteur réaliste avec un pas de $225\mu\text{m}$ et une épaisseur de 1.6 mm avec correction de partage de charges (à gauche) et la réponse à 70keV (à droite)

Le Tableau 3. 2 donne les valeurs qui caractérisent les détecteurs modélisés par les matrices présentées dans les figures ci-dessous (Figure 3. 5 – Figure 3. 7).

Détecteur	FWHM [keV]	VsP [%]
Figure 3. 5	5.44	3.62
Figure 3. 6	4.25	1.76
Figure 3. 7	4.72	0.63

Tableau 3. 2 : Caractérisation des détecteurs spectrométriques réalistes par la résolution en énergie et la trainée

3.4.2. Empilements

Un autre phénomène présent dans les détecteurs en comptage pixélisés qui travaillent à des forts flux photoniques est l'effet des empilements de photons. Il n'est pas modélisé par la fonction de réponse du détecteur car le modèle est plus complexe et non linéaire. Dans cette partie nous nous intéressons au modèle utilisé dans ces travaux de thèse pour prendre en compte l'effet des empilements.

3.4.2.1. Modèle d'empilements

Le modèle d'empilement utilisé a été développé au sein du laboratoire LDET. Nous utilisons un modèle d'empilements analytique du premier ordre, à deux photons, pour un système non-paralysable.

Soit Nb^p le nombre de paires de photons empilés.

$$Nb^p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_c} N(E_k) \cdot p(E_k) \quad (3.1)$$

où $N(E_k)$ est le nombre de photons dans le canal d'énergie E_k et $p(E_k)$ est la probabilité d'avoir des photons à une énergie comprise entre $E_k - \frac{\Delta E}{2}$ et $E_k + \frac{\Delta E}{2}$.

La fonction d'empilements à deux photons associée à un couple de photons d'énergies (E_i, E_j) l'énergie mesurée en fonction du décalage Δt entre les instants d'arrivée des deux photons. Cette fonction est continue et décroissante, donc inversible. Le modèle de fonction pris pour la simulation est un modèle d'impulsions triangulaires avec une largeur égale au temps mort (Figure 3. 8). Cette hypothèse est proche de celle de Taguchi [Taguchi et al., 2011], illustrée dans le chapitre 2. Quand les photons arrivent sur le détecteur dans un intervalle de temps Δt , l'énergie est égale à la somme des deux, $E_i + E_j$ si le Δt tend vers 0 et décroît linéairement vers $\max(E_i, E_j)$ quand Δt tend vers T_d .

Le nombre de photons dans le canal d'énergie E_k est donné par le nombre de paires de photons d'énergie (E_i, E_j) , avec $E_k \in [\max(E_i, E_j), E_i + E_j]$, multiplié par la probabilité d'avoir l'énergie entre $E_k - \frac{\Delta E}{2}$ et $E_k + \frac{\Delta E}{2}$. Cette dernière probabilité est égale à :

$$p(E_k) = \begin{cases} 0, & \text{si } E_k < \max(E_i, E_j) \\ \frac{\Delta E}{E_i + E_j - \max(E_i, E_j)}, & \text{si } E_k \in [\max(E_i, E_j), E_i + E_j] \\ 0, & \text{si } E_k > E_i + E_j \end{cases} \quad (3.2)$$

Le nombre de photons d'énergie E_i est donné par la probabilité p_i :

$$p_i = \frac{N(E_i)}{\sum_{k=1}^{N_c} N(E_k)} \quad (3.3)$$

Par analogie on déduit la probabilité p_j qui correspond aux photons d'énergie E_j .

On procède au calcul du spectre des empilements de manière itérative. Pour chaque valeur d'énergie E_i et pour chaque valeur d'énergie E_j , on boucle sur toutes les valeurs possibles d'énergie $E_k \in [\max(E_i, E_j), E_i + E_j]$. On initialise le spectre $Emp(E_k)$ à 0 et on ajoute la valeur Q_{ij}^k donnée par :

$$Q_{ij}^k = Nb^p \cdot p_i \cdot p_j \cdot p(E_k) \quad (3.4)$$

Si on remplace $p(E_k)$ par la valeur exprimée dans l'équation (3.2) on obtient :

$$Q_{ij}^k = Nb^p \cdot p_i \cdot p_j \cdot \frac{\Delta E}{E_i + E_j - \max(E_i, E_j)} \quad (3.5)$$

Q_{ij}^k est indépendante de k . Le spectre d'empilements est égal à :

$$Emp(E_k) = \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_c} Q_{ij}^k \quad (3.6)$$

avec Q_{ij}^k donné par l'équation (3.5) si $E_k \in [\max(E_i, E_j), E_i + E_j]$ ou 0 sinon.

Le spectre final mesuré est égal à la somme entre le spectre d'empilement et le spectre de photons qui n'ont pas subi d'empilement

$$N_{pile-up}(E_k) = N(E_k) \cdot (1 - p(E_k)) + Emp(E_k) \quad (3.7)$$

ou $N(E_k)$ est le spectre de photons mesuré dans le détecteur et qui ne se sont pas empilés avec d'autres photons.

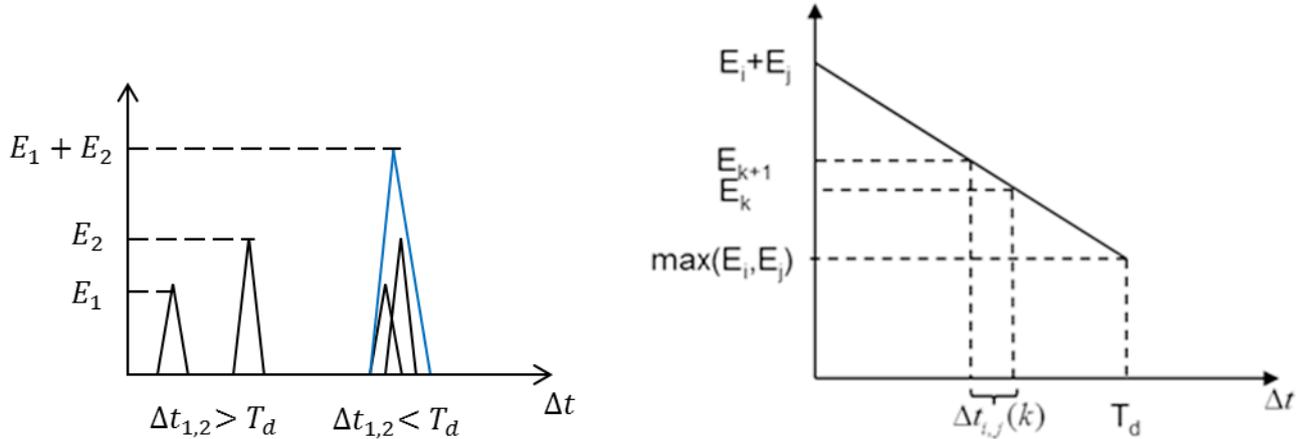


Figure 3. 8: Fonction d'empilement à deux photons

L'hypothèse que les empilements à deux photons sont les plus probables est valable surtout à des faibles flux. Elle devient fautive à très fort flux où le modèle d'empilement à deux photons commence à ne plus être juste et il faut prendre en compte des empilements à plus de deux photons.

3.4.2.2. Application du modèle d'empilements

Pour cette partie de l'étude nous gardons l'ensemble des conditions de simulation utilisées jusqu'à présent, auxquelles on rajoute l'hypothèse que les empilements ont lieu seulement

entre deux photons et on applique le modèle présenté ci-dessus. La réponse de détecteur représentée dans la Figure 3. 6 est utilisée.

Sous ces conditions, le Tableau 3. 3 présente le bilan photonique avant et après avoir appliqué les empilements. On observe un taux d'empilement élevé pour un flux de photons important. Les valeurs correspondent au nombre de photons en plein flux et avec objet pour un pixel situé au milieu de l'image, pour un temps mort fixé à 220 ns et pour un temps d'acquisition de 10 ms.

Sous l'effet des empilements, le nombre de coups diminue. En même temps les coups vont migrer vers les hautes énergies. Les figures suivantes (Figure 3. 9 et Figure 3. 10) illustrent les spectres correspondant aux valeurs présentées dans le Tableau 3. 3.

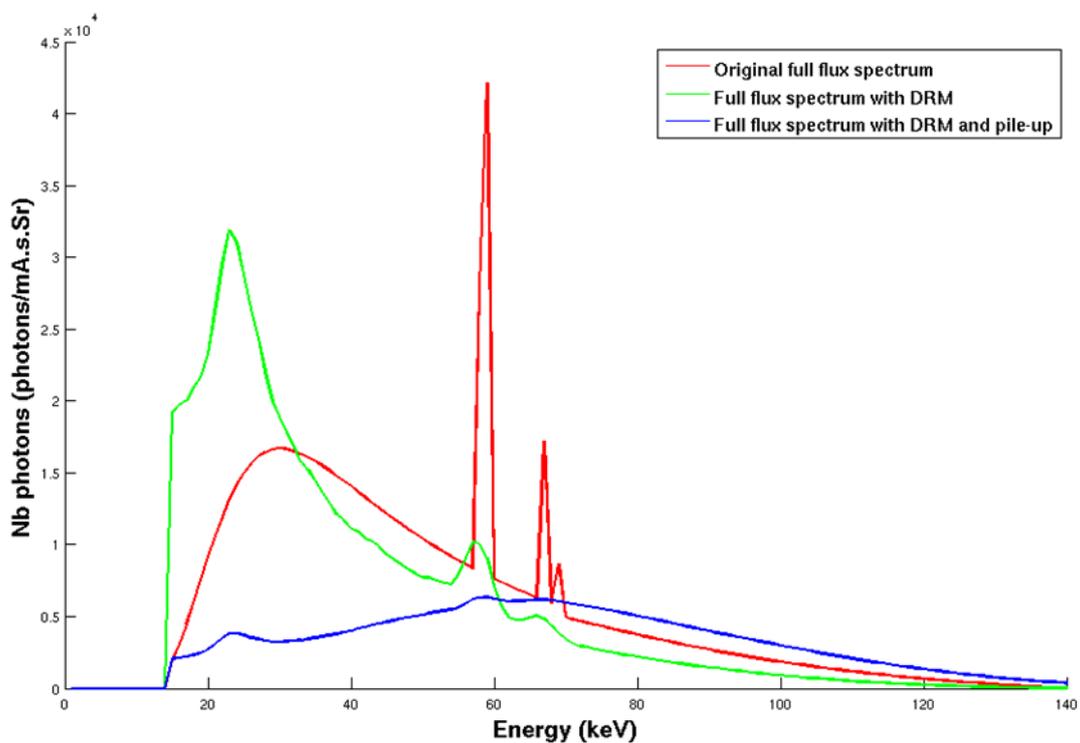


Figure 3. 9: Spectres correspondant à un pixel dans l'image de plein flux avant et après l'application des empilements

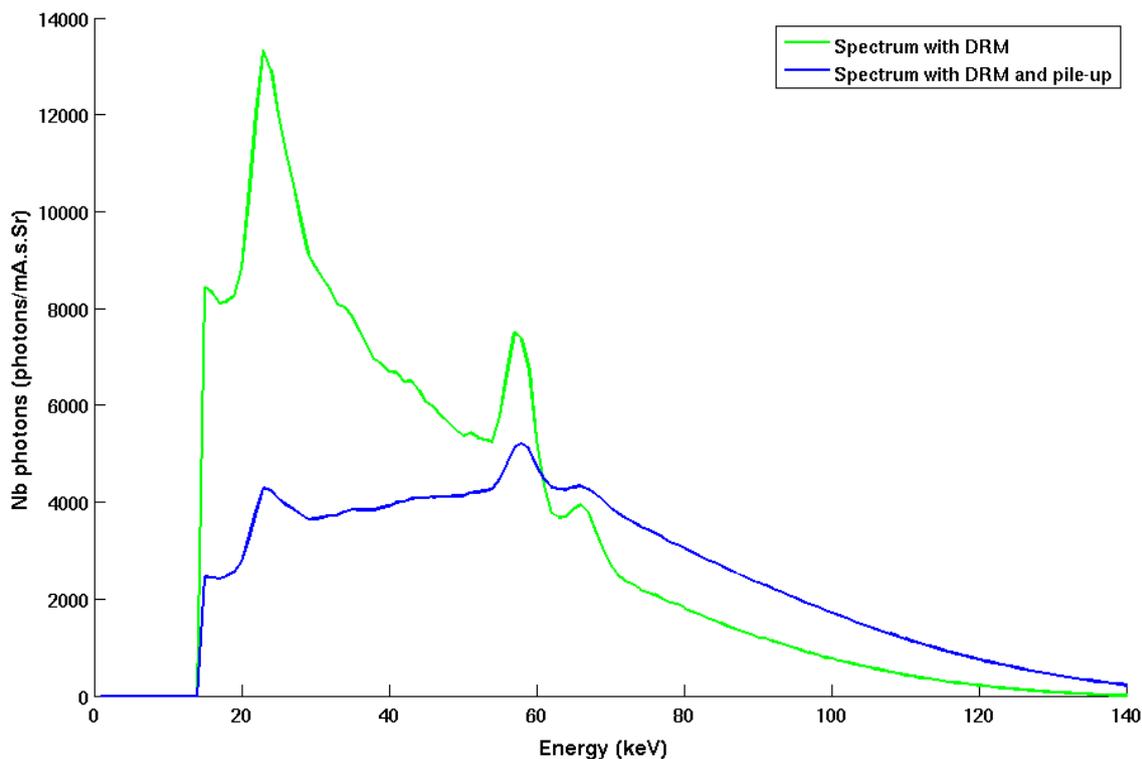


Figure 3. 10 : Spectres correspondant à un pixel dans l'image avec 2.5 mm hydroxyapatite avant et après l'application des empilements

	Photons/ pixel _{225μm×225μm} /10ms	Taux d'empilement
Plein flux	5×10^4	45.5%
Plein flux empilements	2.8×10^4	
2.5 mm HA	5×10^3	7.8%
2.5 mm HA empilements	4.7×10^3	

Tableau 3. 3: Valeurs des flux avant et après l'application des empilements pour un temps d'acquisition de 10ms et pour un courant de source de 10mA

3.5. Variation du flux photonique et de la statistique photonique

Nous avons défini jusqu'à présent les parties composantes de la chaîne de simulation et nous avons précisé les paramètres utilisés. Toutefois, une variation de certains de ces paramètres, comme le courant de la source et le temps d'intégration, a été effectuée afin de quantifier les performances des détecteurs spectrométriques en fonction du bruit photonique.

Le paramètre qui nous intéresse est la dose reçue par le patient ou la dose en entrée du détecteur. Pour un réglage de kV et une filtration donnée, la dose est proportionnelle au

produit entre le courant de source et le temps d'exposition (mAs). Pour un détecteur en intégration, dans les limites de sa dynamique, augmenter les mA ou les secondes est équivalent. Il est préférable d'augmenter les mA, dans les limites de la puissance du générateur, pour limiter la durée de l'examen (exemple : bougé du patient, confort). Pour un détecteur en comptage, à cause du phénomène des empilements, à mAs constant les taux d'empilements ne seront pas les mêmes.

Prenons un exemple de plein flux obtenu pour mAs constant. Trois possibilités sont envisagées :

- 1 mA, 100 ms
- 10 mA, 10 ms
- 20 mA, 5ms

Le nombre de photons par pixel est le même, mais le temps d'acquisition varie, ce qui amène à des taux de comptage différents (Tableau 3. 4).

<i>Plein flux</i>	<i>Photons/</i>	<i>Photons/</i>
<i>Courant /Temps exposition</i>	<i>pixel_{225µm}x_{225µm}/Temps exposition</i>	<i>pixel_{225µm}x_{225µm}/s</i>
<i>1 mA, 10 ms</i>	5×10^4	5×10^5
<i>10 mA, 10 ms</i>	5×10^4	5×10^6
<i>20 mA, 5 ms</i>	5×10^4	10^7

Tableau 3. 4 : Variation du flux photonique à mAs constant

Les paramètres de base du tube à rayons X sont 10 mA pour l'intensité du courant et 10 ms pour le temps d'intégration. Le comportement des méthodes implémentées avec la variation de ces deux paramètres a été étudié.

Pour les simulations effectuées dans ces travaux de thèse deux cas de figure ont été testés :

- La variation du flux photonique : un temps d'intégration constant (10 ms) et trois courants de source (1 mA, 10 mA, 100 mA)
- La variation de la statistique photonique : un courant de source constant (10 mA) et trois temps d'intégration (2 ms, 10 ms, 50 ms)

Des exemples de spectres simulés à trois temps d'intégration différents pour un courant de source constant de 10 mA, ainsi que des spectres simulés à trois courants de source différents à un temps d'acquisition constant de 10 ms, sont données dans la Figure 3. 11.

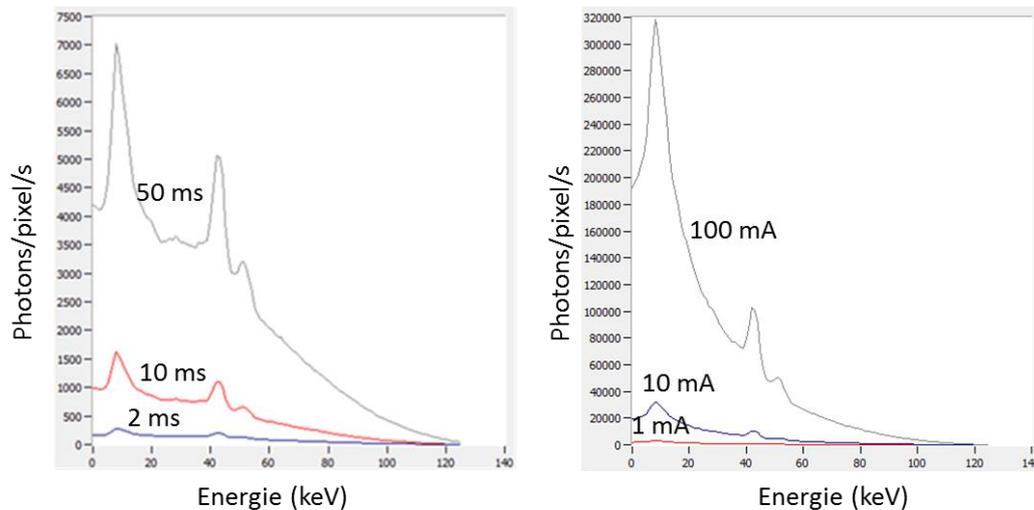


Figure 3.11 : Statistique photonique pour trois temps d'intégration différents (à gauche) et trois courants de source différents (à droite)

3.6. Algorithme de reconstruction

A partir des projections simulées avec Sindbad, le volume 3D de l'objet est reconstruit avec la méthode de reconstruction analytique standard décrite dans le chapitre 1, la rétroprojection filtrée.

Afin d'accomplir l'étude en tomographie, 360 projections ont été acquises. La rétroprojection filtrée dans une géométrie en éventail, avec un filtre Hanning 0.8 a été appliquée. Une coupe reconstruite contient $180 \times 180 \times 1$ voxels de dimensions $0.675 \times 0.675 \times 0.675 \text{ mm}^3$.

3.7. Fantômes

Le système de simulation Sindbad permet l'intégration des fantômes complexes dans la chaîne de simulation. Par la suite nous décrivons les fantômes dédiés au calibrage et aux tests, pour la radiographie et pour la tomographie, utilisés durant les travaux de thèse.

Dans cette thèse nous nous concentrons sur l'étude de l'os. On a vu dans le premier chapitre qu'il existe deux types d'os, l'os cortical et l'os trabéculaire. La différence entre les deux ce sont les proportions des parties minérale et organique. Travailler en simulation nous permet de choisir des matériaux très proches de la composition de l'os. Nous avons choisi de l'hydroxyapatite pour simuler la partie minérale et de la résine pour la partie organique dans le fantôme de calibrage, ainsi que dans le fantôme de test. Ces deux matériaux ont des propriétés proches des vrais os et sont utilisés dans des fantômes expérimentaux comme celles fabriqués par SCANCO [Kalender et al., 1987], [Ruegsegger and Kalender, 1993]. La partie minérale de l'os est simulée avec de l'hydroxyapatite ($\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{OH}$) et la partie organique est un mélange de résine époxy ($\text{C}_{21}\text{H}_{25}\text{ClO}_5$), carbonate de calcium (CaCO_3) et polyéthylène

(C₂H₄). Le choix des matériaux s'explique par le fait que le fantôme doit être stable, dû au fait que c'est un modèle utilisé dans l'expérimental. La résine époxy contient des plastiques avec les mêmes atténuations que l'eau sous rayons X dans l'intervalle d'énergie 30–150 keV. Le carbonate de calcium (CaCO₃) permet d'ajuster le numéro atomique et le polyéthylène (C₂H₄) aide à contrôler la viscosité. La composition exacte est détaillée dans le Tableau 3. 7.

3.7.1. Fantôme de calibrage

Le calibrage consiste à apprendre les longueurs des matériaux de décomposition afin de déterminer les longueurs des matériaux qui composent l'objet de test. La base de calibrage demande l'utilisation des matériaux avec des propriétés physiques similaires, comme la densité ρ et le numéro atomique efficace Z .

Pour cela, un fantôme représentant un escalier bi matériaux superposés a été modélisé. 13 épaisseurs de résine et 9 épaisseurs d'hydroxyapatite ont été utilisées. Les valeurs exactes se trouvent dans le Tableau 3. 5. Le travail en simulation nous permet d'utiliser pour le calibrage les mêmes matériaux que pour le test. L'image du fantôme de calibrage est présentée dans la Figure 3. 12. Les profils correspondant aux deux escaliers sont illustrés dans la Figure 3. 13.

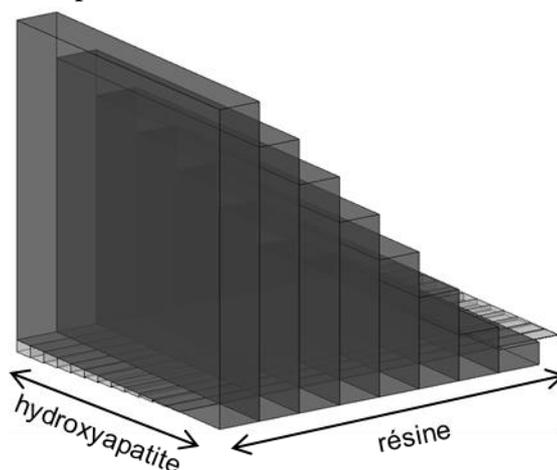


Figure 3. 12 : Fantôme de calibrage bi matériaux

<i>Matériaux</i>	<i>Épaisseurs</i>
<i>Résine</i>	10 ; 20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100 ; 120 ; 140 [mm]
<i>Hydroxyapatite</i>	0.2 ; 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5 ; 4 ; 4.5 ; 5 ; 5.2 [mm]

Tableau 3. 5 : Épaisseurs des matériaux dans le fantôme de calibrage

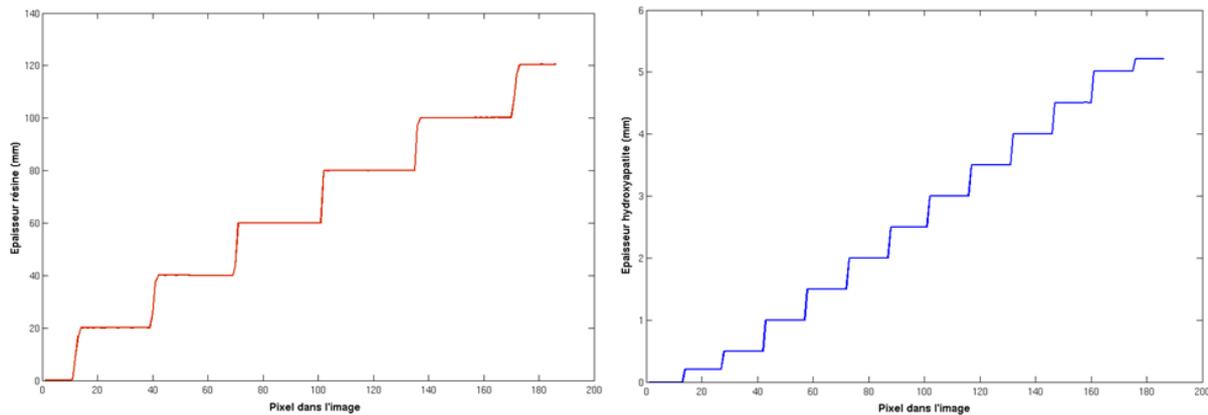


Figure 3.13 : Profils représentant les épaisseurs des deux escaliers : résine (à gauche) et hydroxyapatite (à droite)

3.7.2. Fantômes de test

Les concentrations de matériaux mesurées en tomographie correspondent à des longueurs de matériaux en radiographie. Pour quantifier les deux mesures recherchées, deux fantômes ont été construits. Le premier est dédié à l'étude en radiographie et se ressemble au fantôme de calibrage et le deuxième, dédié à l'étude en tomographie, est une reproduction du fantôme expérimental proposé par SCANCO. Pour déterminer les valeurs mesurées dans le fantôme de test un changement de base est nécessaire.

Radiographie

Le fantôme utilisé est similaire à celui utilisé lors de l'étalonnage (Figure 3.14). Les deux matériaux sont les mêmes, la résine et de l'hydroxyapatite et les valeurs des épaisseurs utilisés sont présentées dans le Tableau 3.6.

Les valeurs normales de la densité minérale osseuse se situent autour de 1 g/cm² [Engelke et al., 2008]. Dans cette étude nous utilisons l'hydroxyapatite pour simuler la partie minérale de l'os. La densité de l'hydroxyapatite est de 3.16 g/cm², ce qui correspond à des épaisseurs situées autour de 3 mm.

<i>Matériaux</i>	<i>Épaisseurs</i>
<i>Résine</i>	20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100 ; 120 [mm]
<i>Hydroxyapatite</i>	0.3 ; 0.6 ; 0.9 ; 1 ; 1.1 ; 1.2 ; 1.3 ; 1.4 ; 2.2 ; 3.4 ; 3.7 ; 4.5 ; 4.75 ; 5 [mm]

Tableau 3.6: Les épaisseurs des matériaux dans le fantôme de test

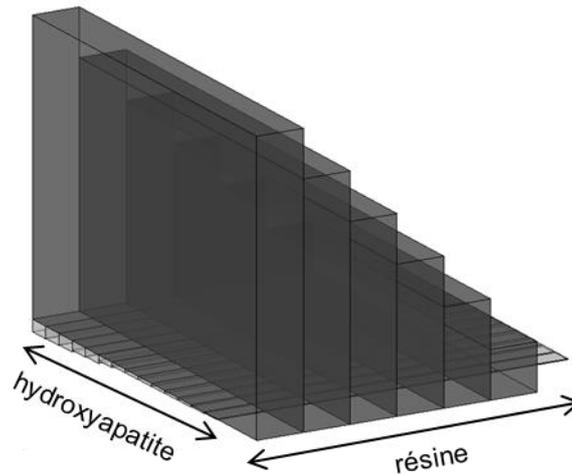


Figure 3. 14: Fantôme de test bi matériaux pour la radiographie

Tomographie

Le fantôme, illustré dans la Figure 3. 15, est composé d'un cylindre de 10 cm de diamètre, qui simule le tissu et 5 inserts cylindriques de 2 cm de diamètre qui simulent les différents types d'os.

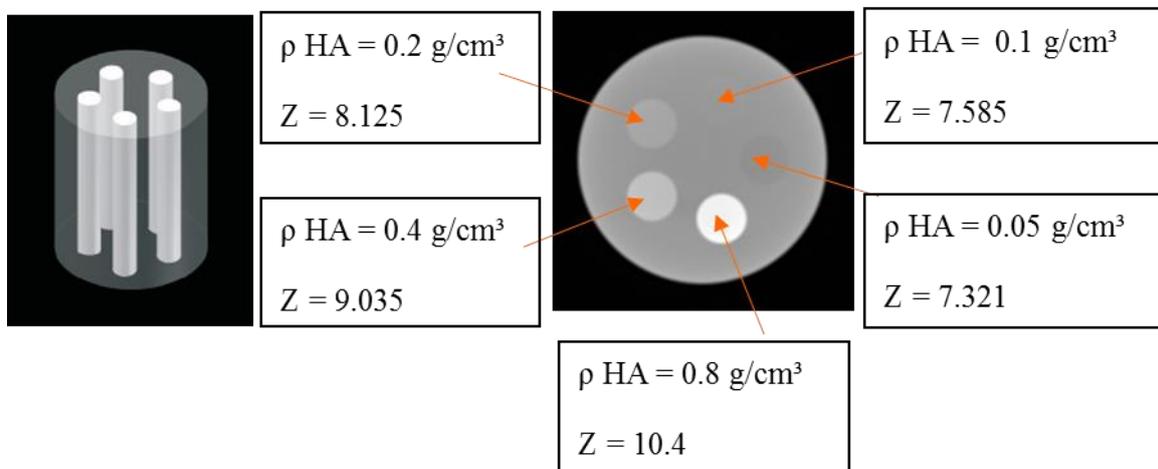


Figure 3. 15 : Fantôme de test pour la tomographie : 5 inserts avec densités et numéros atomiques variables qui simulent les différents types d'os (à gauche le modèle expérimental proposé par QRM GmbH Möhrendorf et à droite l'image reconstruite en simulation)

Les valeurs prises comme référence sont fournis par QRM GmbH Möhrendorf [QRM GmbH, 2008]. Les densités partielles d'hydroxyapatite qu'ils produisent vont de 0 jusqu'à 800 mg/cm³, ce qui correspond à des densités de l'os de 1.14 jusqu'à 1.65 g/cm³. Les valeurs inférieures à 400 mg/cm³ sont considérées comme faisant partie de l'os trabéculaire. Celles qui dépassent cette valeur correspondent à l'os cortical.

Le Tableau 3. 7 donne les pourcentages massiques du matériau présent dans chacun des inserts. On utilise des densités partielles variables d'hydroxyapatite et par la loi des mélanges on obtient des numéros atomiques variables. On utilise l'équation (3. 8) pour calculer le numéro atomique effectif :

$$Z_{eff} = \sum \%massique_{constituant} \cdot Z_{eff\ constituant} \quad (3. 8)$$

où les constituants sont la résine et l'hydroxyapatite. Le Tableau 3. 8 présente les valeurs obtenues. Cela montre que le fantôme contient des matériaux différents.

Composition OS	Résine	Hydroxyapatite	
	ρ_{OS} [g/cm ³]	8% CaCO ₃ + 16% Polyéthylène + 76% Résine époxy (% massique)	HA (% massique)
1.16	95.69 %	4.31 %	50
1.2	91.7 %	8.3 %	100
1.26	84.13 %	15.87 %	200
1.38	71.02 %	28.98 %	400
1.65	51.52 %	48.48 %	800

Tableau 3. 7: Composition du fantôme et les pourcentages massiques

	Résine époxy	CaCO ₃	Polyéthylène	HA	Os 1.16	Os 1.2	Os 1.26	Os 1.38	Os 1.65
Z_{eff}	7.03	12.5	5.3	14.06	7.321	7.585	8.125	9.035	10.4

Tableau 3. 8: Numéros atomiques dans chaque insert

Les courbes du coefficient d'atténuation linéaire obtenues après reconstruction pour les cinq inserts contenant des concentrations différentes d'hydroxyapatite en fonction de l'énergie sont illustrées dans la Figure 3. 16. Les simulations ont été effectuées pour un détecteur réaliste avec 20 canaux réguliers d'énergie. La comparaison entre les courbes théoriques et les courbes obtenues par simulation dans la Figure 3. 17 montre l'effet des détecteurs spectrométriques sur la valeur de l'atténuation linéaire estimée dans chaque insert.

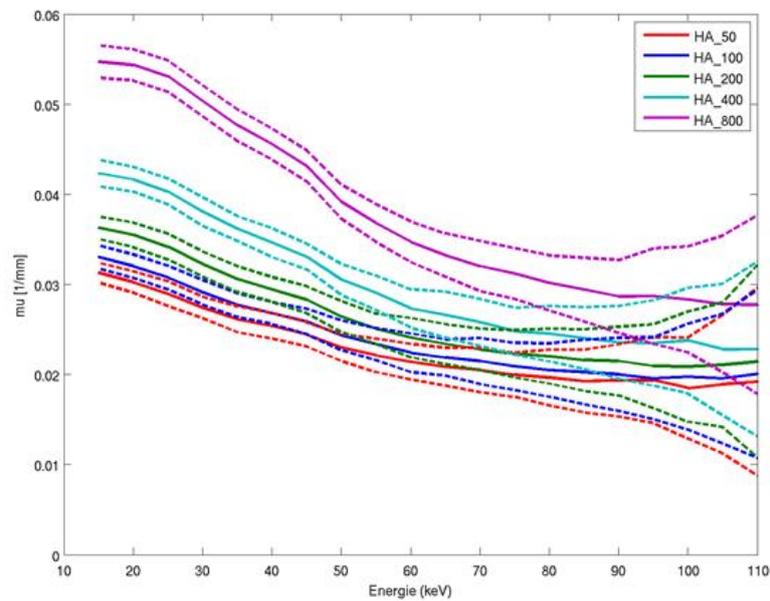


Figure 3. 16 : Courbes d'atténuation linéaire correspondant aux cinq inserts d'hydroxyapatite, obtenus par simulation avec un détecteur réaliste. Valeur moyenne dans un insert représentée par les courbes pleines et la valeur avec un écart de $\pm\sigma$ représentée en pointillé

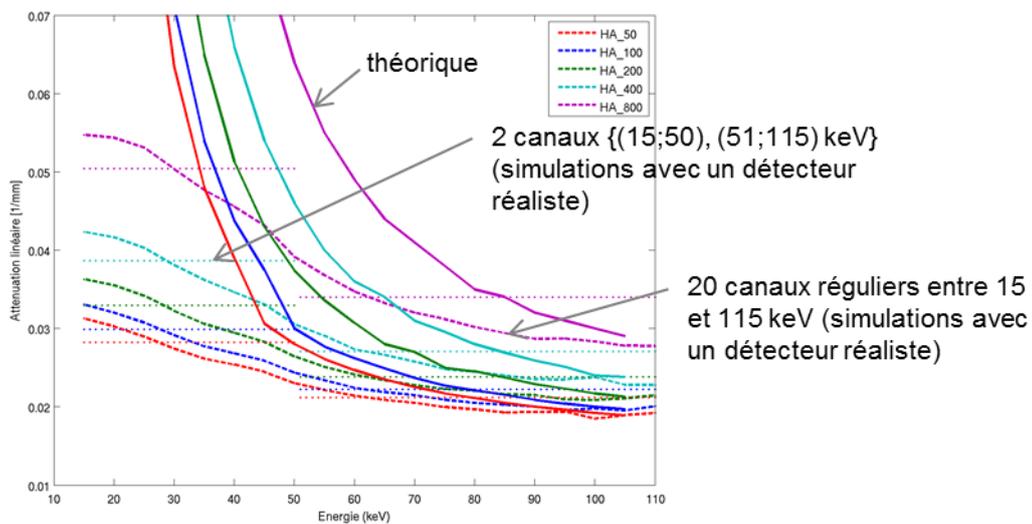


Figure 3. 17 : Courbes d'atténuation correspondant aux cinq inserts d'hydroxyapatite. Comparaison entre les courbes théoriques (lignes pleines) et les courbes obtenues avec un détecteur réaliste (courbes en pointillé)

Avec les valeurs données dans le Tableau 3. 7, nous avons calculé les longueurs et les pourcentages volumiques d'hydroxyapatite correspondant aux densités partielles. Les valeurs

sont écrites dans le Tableau 3. 9. Dans nos calculs, la valeur de densité de résine est égale à $\rho_{résine} = 1.24 \text{ g/cm}^3$ et la valeur de densité d'hydroxyapatite pure est égale à $\rho_{HA} = 3.16 \text{ g/cm}^3$.

ρ OS [g/cm ³]	ρ partielle HA [mg/cm ³]	% massique HA = ρ partielle HA / ρ OS	ρ partielle résine [g/cm ³]	% massique résine = ρ partielle résine / ρ OS	% volumique résine = ρ partielle résine / ρ résine	% volumique HA = ρ partielle HA / ρ HA	Longueurs recherchées HA (maximale) en mm (%volumique*20mm)
1.16	50	4.31 %	1.11	95.69 %	89 %	1.58 %	0.316
1.2	100	8.3 %	1.1	91.7 %	88.7 %	3.16 %	0.632
1.26	200	15.87 %	1.06	84.13 %	85 %	6.3 %	1.26
1.38	400	28.98 %	0.98	71.02 %	79 %	12.6 %	2.52
1.65	800	48.48 %	0.85	51.52 %	68.5 %	25 %	5

Tableau 3. 9 : Longueurs d'hydroxyapatite et pourcentages volumiques correspondants

3.8. Détecteur en intégration couplé avec le protocole double acquisition

L'étude a été enrichie avec des simulations avec un capteur en intégration couplé avec le protocole double acquisition. On a vu dans le chapitre 2 que cette technique, déjà utilisée sur certains systèmes, consiste à faire séquentiellement des mesures à deux énergies différentes, avec deux sources différentes.

Pour une bonne séparation du spectre à basse énergie et du spectre à haute énergie, le choix des filtres joue un rôle important. Dans cette thèse nous avons utilisé les conditions de simulation proposées dans des travaux antérieurs [Dinten et al., 2001]. Une double acquisition avec un détecteur en intégration et deux sources a été utilisée. La première source simule la basse énergie et travaille à 75kV avec un filtrage constitué de 2 mm d'aluminium et 0.1 mm d'holmium. La deuxième source simule la haute énergie et travaille à 140kV avec un filtrage constitué de 4 mm d'aluminium, 2 mm de cuivre et 0.1 mm d'holmium. Le filtre d'holmium apparaît dans les deux cas pour des raisons pratiques. En expérimental il a été intégré dans la source et il n'a pas été enlevé durant les deux acquisitions. Une représentation des deux spectres est donnée dans la Figure 3. 18.

Une étude de comparaison à dose constante a été réalisée entre la technique de la biénergie en double acquisition et la technique spectrale. Pour le calcul de dose, le réglage des mAs a été pris en compte et les valeurs utilisées sont représentées dans le Tableau 3. 10. La dose dans l'air détectée dans la face avant du détecteur est égale à 0.567 μGy par projection.

Paramètres	Biénergie double acquisition		Spectral
Tension source	75 kV	140 kV	140 kV
Courant source	10 mA	10 mA	10 mA
Temps acquisition	120 ms	100 ms	10 ms

Tableau 3. 10 : Paramètres du tube à rayons X pour la comparaison entre la technique biénergie double acquisition et la technique spectrale

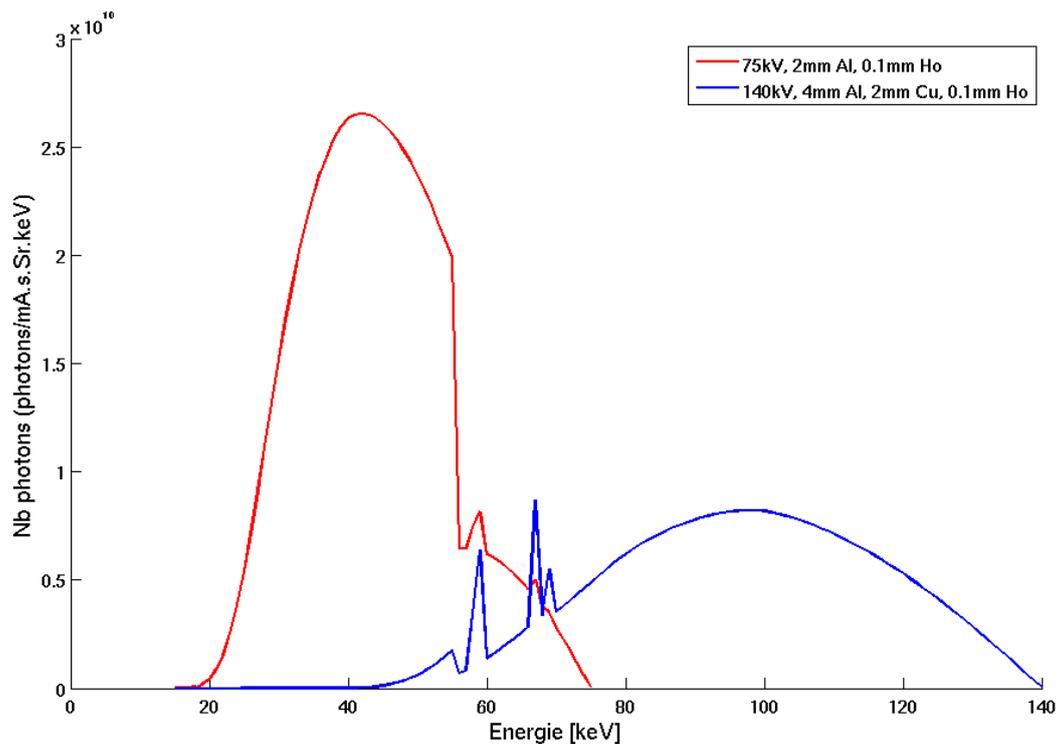


Figure 3. 18: Spectres correspondant aux deux énergies choisies pour la biénergie double acquisition

3.9. Critères de performance

L'objectif de cette thèse est de mettre en œuvre des algorithmes permettant d'estimer les longueurs équivalentes en radiographie et les concentrations d'hydroxyapatite en tomographie. La technique de décomposition en base de matériaux permet d'obtenir deux images différentes représentant les estimateurs des longueurs équivalentes en radiographie et respectivement les concentrations des matériaux de base en tomographie.

Dans ce paragraphe, nous définissons les critères de performance qui seront utilisés pour quantifier les résultats obtenus. Le bruit et le biais sur les valeurs estimées sont les deux critères identifiés.

Le nombre de photons suit une statistique Poisson, donc le bruit photonique simulé sur les spectres est le bruit Poissonien. Nous avons procédé à r réalisations de bruit en radiographie, ainsi qu'en tomographie. Le bruit a été simulé sur les projections acquises avec Sindbad. Par la suite les formalismes valables pour le calcul du biais et du bruit sur les mesures sont détaillés.

Nous utilisons les notations suivantes :

- $f(x, y)$: image de référence qui contient les valeurs réelles des épaisseurs en radiographie, ainsi que les pourcentages volumiques en tomographie
- $\hat{f}(x, y)$: image obtenue en radiographie ou en tomographie avec des simulations non bruitées après la décomposition en base de matériaux
- $\hat{f}_b(x, y)$: image obtenue en radiographie ou en tomographie avec des simulations bruitées après la décomposition en base de matériaux
- $\hat{f}_d(x, y) = \hat{f}_b(x, y) - \hat{f}(x, y)$: image de bruit, définie comme la différence entre les images de décomposition issues des simulations bruitées et respectivement non-bruitées

Nous définissons des régions d'intérêt contenant n pixels dans les images en radiographie et en tomographie, comme illustré dans la Figure 3. 19.

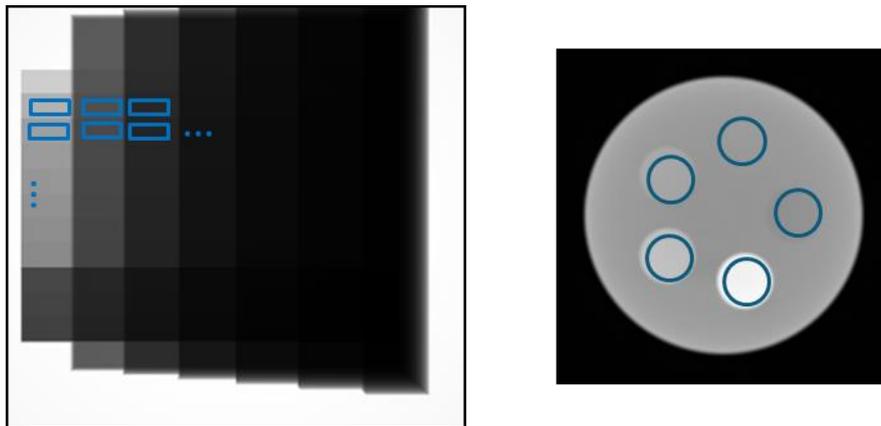


Figure 3. 19: Régions d'intérêt en radiographie (à gauche) et en tomographie (à droite)

Radiographie

Des régions d'intérêt de $m \times m$ pixels (Figure 3. 19, à gauche) ont été définies dans les images de décomposition en base de matériaux ($n = m \times m$, avec $m = 11$). A une longueur donnée lui correspond plusieurs calles de calibration du deuxième matériau et la superposition des deux correspond aux régions d'intérêt.

Tomographie

Des régions d'intérêt circulaires contenant n pixels ($n \approx 300$) ont été définies sur les images reconstruites, comme illustré dans la Figure 3. 19, à droite.

3.9.1. Biais sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux

Ce paragraphe présente le calcul du biais sur les estimateurs des longueurs des matériaux en radiographie et sur les concentrations de matériaux en tomographie.

En radiographie nous disposons d'un fantôme en escalier qui contient deux matériaux superposés. Pour une longueur donnée du matériau 2, nous avons K ($K = 7$) régions d'intérêt qui correspondent aux paliers où il est superposé avec du matériau 1. Une moyenne spatiale des longueurs équivalentes du matériau 2 est calculée dans chacune de ces régions avec l'équation (3. 10). Nous répétons cette opération pour toutes les r réalisations de bruit et on calcule la moyenne temporelle sur les r réalisations pour une région d'intérêt donnée avec l'équation (3. 9).

$$\bar{f}_{b\ ROI_K}^j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_b(x_i, y_i), \quad \text{où } (x_i, y_i) \in ROI_K ; \quad j = 1..r \quad (3. 9)$$

$$\bar{f}_{b\ ROI_K} = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r \bar{f}_{b\ ROI_K}^j \quad (3. 10)$$

Le biais est la différence en valeur absolue entre les valeurs des moyennes obtenues en chaque région d'intérêt et la valeur réelle de l'épaisseur au centre de la région d'intérêt.

$$Biais(k) = \left| \bar{f}_{b\ ROI_K} - f(x_c, y_c) \right| \quad (3. 11)$$

Dans l'équation (3. 11), les coordonnées (x_c, y_c) correspondent au point central de la région d'intérêt k dans l'image de référence contenant les valeurs réelles des épaisseurs.

Après toutes ces étapes, pour une épaisseur donnée de matériau 2 nous disposons de K valeurs de biais correspondant aux superpositions avec le matériau 1. La valeur finale du biais est la moyenne sur les K valeurs calculées.

$$Biais = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Biais(k) \quad (3. 12)$$

En tomographie nous disposons de K ($K = 5$) régions d'intérêt qui correspondent aux concentrations de matériau 1 et de matériau 2. Dans ce cas-là il n'y a plus de superposition, donc à chaque région d'intérêt lui correspond une valeur de concentration du matériau 2. On procède au calcul de la moyenne spatiale et de la moyenne temporelle, définies dans les équations (3. 9) et (3. 10). Dans ce cas d'étude, le biais est la différence en valeur absolue entre les moyennes calculées dans chaque région et le pourcentage réel d'hydroxyapatite au centre de chaque région d'intérêt, calculé avec la formule (3. 11).

En simulation, en radiographie et également en tomographie, une moyenne spatiale dans une région de n pixels, suivie d'une moyenne temporelle sur r réalisations, est l'équivalent de $n \times r$ réalisations de bruit dans un seul point, ce qui permet avoir une bonne statistique.

L'incertitude sur le biais

Comme l'évaluation du biais a été réalisée sur des simulations bruitées, l'incertitude sur les r mesures a été calculée pour une épaisseur donnée et une concentration donnée, en radiographie et respectivement en tomographie (équation (3. 13)).

$$\sigma_b(k) = \left(\frac{1}{r} \sum_{j=1}^r \left(\bar{f}_b^{j, ROI_k} - \bar{f}_{b, ROI_k} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3. 13)$$

A cause des superpositions des deux matériaux en radiographie, une moyenne sur les k valeurs obtenues a été calculée, comme dans le cas du biais.

$$\sigma = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_b(k) \quad (3. 14)$$

3.9.2. Bruit sur les estimateurs des longueurs et des concentrations des matériaux

Le bruit a été évalué sur la différence entre les images de décomposition obtenues avec des simulations bruitées et celles obtenues avec des simulations non bruitées, notée $\hat{f}_d(x, y)$. Ce calcul a été effectué en deux étapes, comme dans le cas du calcul du biais. La première étape consiste à calculer la déviation standard sur les valeurs obtenues dans chaque région d'intérêt (équation (3. 15)). On obtient la valeur de bruit pour chacune des r réalisations.

La deuxième étape consiste à calculer la déviation standard de toutes les r valeurs obtenues.

Ce calcul est valable en radiographie, ainsi qu'en tomographie. Comme en radiographie on dispose de k régions d'intérêt différents (Figure 3. 19) pour une seule épaisseur de matériau 2, on calcule leur valeur moyenne afin d'obtenir la valeur finale du bruit.

$$\left(\sigma_{ROI_k}^j \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\hat{f}_d^j(x_i, y_i) - \bar{f}_d^{j, ROI_k} \right)^2, \quad j = 1..r \quad (3. 15)$$

$$\text{avec } \bar{f}_d^{j, ROI_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_d(x_i, y_i), \quad \text{où } (x_i, y_i) \in ROI_k \quad (3. 16)$$

On exprime le bruit sur la l'image de différence entre les images de décomposition bruitées et les images de décomposition non-bruitées. Si on développe l'équation (3. 15) en fonction de $\hat{f}_b^j(x, y)$ et de $\hat{f}(x, y)$ on obtient

$$\left(\sigma_{ROI_k}^j \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\left(\hat{f}_b^j(x_i, y_i) - \hat{f}(x_i, y_i) \right) - \left(\bar{f}_b^{j, ROI_k} - \bar{f}_{ROI_k} \right) \right)^2, \quad j = 1..r \quad (3. 17)$$

Comme dans une image non-bruitée, $\hat{f}(x_i, y_i) \approx \bar{f}_{ROI_k}$, l'équation (3. 17) devient

$$\left(\sigma_{ROI_k}^j \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\hat{f}_b^j(x_i, y_i) - \bar{f}_b^{j, ROI_k} \right)^2, \quad j = 1..r \quad (3. 18)$$

Ce qui devient l'équivalent de l'écart type sur le biais calculé avec l'équation (3. 13).

3.10. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la mise en place du système de simulation réaliste que nous allons utiliser par la suite pour valider, par simulation, dans les chapitres 4 et 5, deux méthodes de décomposition en base de matériaux. L'objectif de nos travaux est la quantification des épaisseurs et des concentrations faibles des constituants, en radiographie et en tomographie. Pour le cadre médical applicatif choisi, l'ostéodensitométrie, des fantômes spécifiques ont été construites.

A la fin de ce chapitre nous avons défini les critères de performance que nous allons utiliser pour quantifier les résultats obtenus avec les deux approches.

Chapitre 4 : Approche polynômiale pour la décomposition en base de matériaux

Sommaire

4.1. Introduction	99
4.2. Approche polynômiale en bi-comptage	99
4.2.1. Rappel sur la décomposition en base de fonctions de matériaux	100
4.2.2. Choix des seuils pour deux canaux d'énergie	103
4.3. Approche polynômiale appliquée à trois canaux d'énergie	106
4.3.1. Choix des seuils pour trois canaux d'énergie	106
4.3.2. Modèle polynômial simplifié pour trois canaux d'énergie	109
4.4. Quantification des longueurs des matériaux en radiographie	113
4.4.1. Biais et bruit avec la matrice de réponse réaliste	113
4.4.2. Influence des empilements	115
4.4.3. Influence de la statistique photonique	118
4.5. Quantification des concentrations des matériaux en tomographie	120
4.5.1. Influence du flux photonique	120
4.5.2. Influence du détecteur	123
4.5.3. Influence des empilements	126
4.6. Généralisation du modèle polynômial	127
4.7. Conclusions	128

4.1. Introduction

Afin de montrer l'apport des détecteurs en comptage pour la quantification des concentrations faibles des matériaux, il est nécessaire de traiter les données fournies par le détecteur. Nous nous intéressons aux méthodes basées projections, qui permettront de quantifier les performances de cette nouvelle génération de détecteurs à la fois en radiographie et en tomographie. Afin de réduire l'espace des projections dans la perspective où on travaille avec un grand nombre de canaux d'énergie, nous avons choisi la méthode de décomposition en base de matériaux, associée à une étape d'apprentissage des matériaux de base par calibrage.

Ce chapitre présente la méthode de décomposition en base de matériaux avec une approche polynômiale. Nous avons vu dans l'état de l'art présenté dans le chapitre 2 que cette méthode est souvent utilisée pour des détecteurs en intégration couplés avec des techniques d'acquisition à deux énergies différentes. Nous avons étudié les possibilités de cette méthode pour le traitement des données issues d'un détecteur en comptage à plusieurs canaux d'énergie.

Nous nous sommes placés dans des conditions de simulation réalistes, prenant notamment en compte des imperfections comme le partage de charges et les empilements, présentées en détail dans le chapitre 3. Les fantômes de calibrage et de test présentés dans le chapitre 3 ont été utilisés pour tester la méthode.

La méthode a été implémentée pour des acquisitions avec deux et trois canaux d'énergie. Pour le cas des trois canaux d'énergie, une adaptation de la méthode a été nécessaire.

Les résultats obtenus en radiographie et en tomographie ont été quantifiés selon les deux critères de performance, le biais et le bruit sur les estimateurs des longueurs et respectivement des concentrations, détaillés dans le chapitre 3.

4.2. Approche polynômiale en bi-comptage

Pour appliquer la méthode polynômiale pour une acquisition avec deux canaux d'énergie nous avons utilisé les équations illustrées dans le chapitre 2, lors de la présentation de l'approche polynômiale.

On sait que le spectre d'énergie à la sortie du tube à rayons X est polychromatique et la relation entre l'atténuation et les longueurs des matériaux est non-linéaire. Pour modéliser cette relation, nous utilisons une approche polynômiale, en occurrence un polynôme de degré deux, pour écrire les longueurs des matériaux de base en fonctions de mesures d'atténuation dans chacun des canaux d'énergie du détecteur spectrométrique.

4.2.1. Rappel sur la décomposition en base de fonctions de matériaux

Lors de la définition de la loi d'atténuation du rayonnement X présentée dans le chapitre 1, on a vu que pour un rayonnement polychromatique, la relation entre l'atténuation et l'épaisseur du matériau n'est pas linéaire. Les solutions envisagées par Alvarez et Macovski [Alvarez and Macovski, 1976] et plus tard par Brody [Brody et al., 1981] sont la décomposition de l'atténuation dans deux fonctions de base, qui sont soit les fonctions physiques photoélectrique et Compton, soit les fonctions de deux matériaux de base avec des caractéristiques proches des celles des matériaux qui composent l'objet imagé. Les deux approches ont été présentées dans le chapitre 2.

Dans ces travaux de thèse nous avons choisi d'utiliser les fonctions de deux matériaux de base pour écrire l'atténuation de l'objet traversé. Comme dans les travaux de [Wang et al., 2007], [Brendel et al., 2009], nous avons fait l'hypothèse que les longueurs équivalentes des deux matériaux de base sont décrites chacune en fonction des mesures d'atténuation acquises dans chaque canal d'énergie. Ces relations ont été modélisées par deux polynômes d'ordre deux. Nous avons déterminé les coefficients des deux polynômes par calibrage.

Avec les notations utilisées dans le chapitre 2, nous écrivons l'atténuation dans un canal d'énergie de manière discrète comme :

$$att_k = -\log \sum_{E'} \sum_E N_0'(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp\left(-\sum_i A_i \cdot \mu_i(E)\right), \quad E' \in canal\ k \quad (4.1)$$

où $N_0'(E)$ est le nombre de photons incidents en plein flux, $\phi(E', E)$ est la matrice de réponse du détecteur, A_i sont les épaisseurs des deux matériaux de base et $\mu_i(E)$ sont les atténuations linéiques des deux matériaux de base.

Nous avons utilisé la formulation indirecte du modèle polynômial de degré deux qui exprime les longueurs des deux matériaux de base en fonction des mesures d'atténuation acquises dans deux canaux d'énergie. La formulation de cette approche est écrite dans l'équation (4. 2), où \hat{A}_i sont les épaisseurs estimées des deux matériaux de base, avec i l'indice du matériau, att_1 et att_2 sont les mesures d'atténuation dans le premier et respectivement dans le deuxième canal d'énergie et $b_i^{(n,m)}$ sont les coefficients des polynômes correspondant aux deux matériaux de base.

$$\hat{A}_i = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=0}^{2-n} b_i^{(n,m)} \cdot att_1^n \cdot att_2^m, \quad i = \text{indice du matériau} \quad (4.2)$$

$(i = \text{résine, HA})$

La méthode polynômiale fait partie des méthodes par apprentissage. Durant l'étape de calibrage on apprend les mesures d'atténuation des deux matériaux de base utilisés pour faire

la décomposition. Ces mesures sont intégrées dans la formulation polynômiale afin de calculer les coefficients $b_i^{(n,m)}$.

Dans le chapitre 3, qui détaille les conditions de simulation, nous avons présenté la base de calibrage qui comporte deux matériaux, la résine et l'hydroxyapatite. L'étape d'apprentissage des coefficients des polynômes est effectuée en radiographie, sur un fantôme composé de deux escaliers superposés. Nous disposons de p ($p = 117$) mesures d'atténuation correspondant aux combinaisons des épaisseurs des deux matériaux de base. Pour chaque matériau et pour chaque combinaison on peut écrire les polynômes qui modélisent les épaisseurs en fonction des mesures d'atténuation. Nous avons utilisé deux fenêtres de comptage, donc nous disposons de deux mesures, une pour chaque canal d'énergie, att_1 et att_2 . Dans l'équation (4. 3) nous écrivons les longueurs estimées des deux matériaux issues de chacune des p combinaisons possibles des deux matériaux ($\hat{A}_{i,j}$) en fonction des deux mesures d'atténuation correspondantes, att_{1j} et att_{2j} ($j =$ indice de la mesure).

$$\hat{A}_{i,j} = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=0}^{2-n} b_i^{(n,m)} \cdot att_{1j}^n \cdot att_{2j}^m, \quad i = \text{résine}, \text{ HA}; \quad j = 1 \dots p \quad (4. 3)$$

Dans ce cas, on doit donc trouver les 6 coefficients $b_i^{(n,m)}$ des polynômes associés à chaque matériau, définis par l'équation (4. 3).

En notant $[Y_i]$ le vecteur des épaisseurs du matériau de base i de dimension ($p \times 1$), $[b_i]$ le vecteur des coefficients du matériau i , de dimension (6×1), et $[M]$ la matrice des mesures, de dimension ($p \times 6$), le problème revient à résoudre, pour chaque matériau i , le système linéaire suivant :

$$[Y_i] = [M] \cdot [b_i] \quad (4. 4)$$

avec

$$[b_i] = \begin{bmatrix} b_i^{(00)} \\ b_i^{(01)} \\ b_i^{(02)} \\ b_i^{(10)} \\ b_i^{(11)} \\ b_i^{(20)} \end{bmatrix}, \quad i = \text{résine}, \text{ HA} \quad (4. 5)$$

et

$$[Y_i] = [A_{i,j}], \quad i = \text{résine}, \text{ HA} \quad (4. 6)$$

La matrice $[M]$ n'étant pas carrée, le vecteur des coefficients peut être estimé par la méthode des moindres carrés :

$$\{b_i^{(n,m)}\} = \arg \min \left\| \sum_{j=1}^p (A_{i,j} - \hat{A}_{i,j}) \right\|^2 \quad (4. 7)$$

où $A_{i,j}$ sont les vraies valeurs des épaisseurs des deux matériaux de base.

Après la dérivation de $\left\| \sum_{j=1}^p (A_{i,j} - \hat{A}_{i,j}) \right\|^2$ par rapport aux coefficients $\{b_i^{(n,m)}\}$, nous obtenons le système d'équations:

$$[b_i] = ({}^t[M] \cdot [M])^{-1} \cdot {}^t[M] \cdot [Y_i] \quad (4.8)$$

La matrice ${}^t[M] \cdot [M]$ est donnée par l'équation (4.9),

$${}^t[M] \cdot [M] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^p 1 & \sum_{j=1}^p att_{1j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j} \\ \sum_{j=1}^p att_{1j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^3 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j} \\ \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^3 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^4 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^3 \cdot att_{2j} \\ \sum_{j=1}^p att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{2j}^3 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^2 \\ \sum_{j=1}^p att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{2j}^3 & \sum_{j=1}^p att_{2j}^4 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^3 \\ \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j}^3 \cdot att_{2j} & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^2 & \sum_{j=1}^p att_{1j} \cdot att_{2j}^3 & \sum_{j=1}^p att_{1j}^2 \cdot att_{2j}^2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

et le vecteur ${}^t[M][Y_i]$ est égal à :

$${}^t[M][Y_i] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^p A_{i,j} \\ \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cdot att_{1j} \\ \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cdot att_{1j}^2 \\ \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cdot att_{2j} \\ \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cdot att_{2j}^2 \\ \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cdot att_{1j} \cdot att_{2j} \end{bmatrix}, \quad i = \text{resine}, \text{ HA} \quad (4.10)$$

A la fin de l'étape de calibrage on obtient les coefficients $[b_i]$ correspondant à chacun des deux matériaux de décomposition.

Nous utilisons ensuite les coefficients ainsi déterminés, du polynôme de degré deux, sur les mesures d'atténuation correspondant aux fantômes de test afin d'obtenir les épaisseurs

estimées des deux matériaux de base. Jusqu'à cette étape on procède de la même manière en radiographie et en tomographie et on obtient deux images correspondant aux épaisseurs estimées des deux matériaux de décomposition. En tomographie, cette étape est suivie d'une reconstruction standard (FBP) afin d'obtenir les images qui contiennent les concentrations des deux matériaux de base.

Une illustration des images théoriques en radiographie, représentant les épaisseurs des deux matériaux de base, est montrée dans la Figure 4. 1.

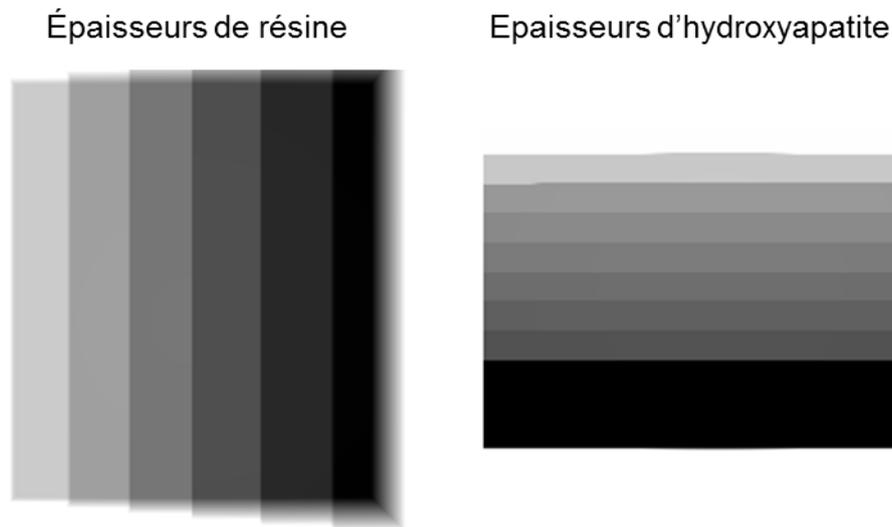


Figure 4. 1 : Longueurs de test théoriques des matériaux de base

4.2.2. Choix des seuils pour deux canaux d'énergie

Les seuils des canaux d'énergie font le sujet de multiples études [Roessl and Herrmann, 2009], [Wang et al., 2007]. On a vu dans le chapitre 2 que la méthode la plus utilisée pour trouver le seuil optimal est la borne de Cramér-Rao (Cramér-Rao Lower Bound ou CRLB en anglais).

Dans cette thèse nous avons fait une étude exhaustive pour choisir le seuil optimal qui sépare les deux canaux d'énergie, sous l'hypothèse que l'objet imagé est connu. Les imperfections du détecteur, comme le partage de charges et les empilements sont implicitement prises en compte. L'a priori sur la connaissance de l'objet est également une des hypothèses de la borne de Cramér-Rao [Roessl and Proksa, 2007], [Alvarez, 2010]. La difficulté de cette méthode est sa formulation avec la réponse de détecteur et le modèle des empilements. La solution proposée dans ces travaux de thèse permet d'éviter les problèmes posés par l'inversion du modèle.

Comme présenté dans le chapitre 3, le spectre obtenu avec le détecteur spectrométrique utilisé dans nos simulations est échantillonné par pas de 1 keV. En fonction du nombre de canaux d'énergies choisis, les photons de chaque canal sont ensuite sommés dans des bandes d'énergie délimités par des seuils d'énergie.

Un seuil bas et un seuil haut ont été fixés pour délimiter le spectre de photons. Dans le cas de deux canaux d'énergie, l'objectif est de trouver le seuil optimal qui sépare les deux compteurs. Une illustration de deux compteurs est donnée dans la Figure 4. 2.

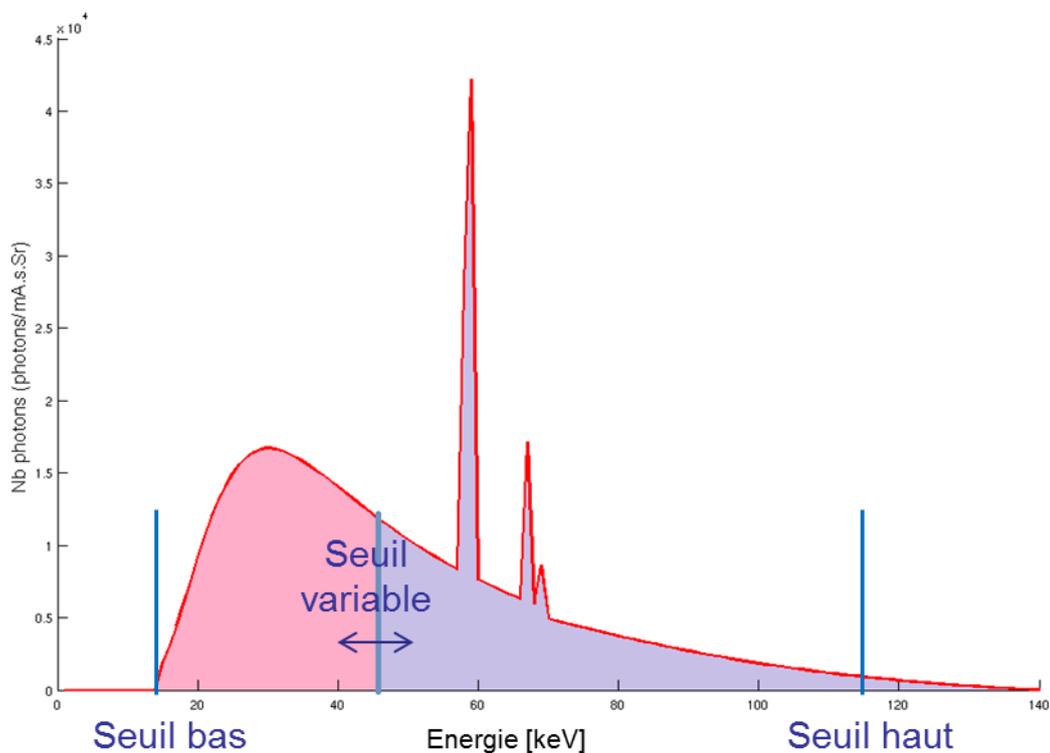


Figure 4. 2: Choix du seuil en bi-comptage (cas d'un détecteur parfait)

Nous avons réalisé l'étude exhaustive d'optimisation des seuils d'énergie en radiographie et en tomographie. Pour chaque position du seuil variable, nous appliquons la méthode de décomposition en base de matériaux. Pour évaluer les performances dans chacun des cas, on utilise les critères de performances définis dans le chapitre 3. Le critère de performance utilisé est le bruit sur les longueurs équivalentes d'hydroxyapatite en radiographie et le bruit sur les estimateurs des concentrations des matériaux dans les images de décomposition en tomographie. L'optimisation des seuils des canaux d'énergie a été réalisée pour chaque type de détecteur utilisé dans les simulations.

Pour nos simulations réalistes, qui prennent en compte la réponse de détecteur, le seuil bas est fixé à 15 keV et le seuil haut à 115 keV. Une variation de 20 à 100 keV a été étudiée pour le partage du spectre en deux compteurs d'énergie.

Les résultats sont illustrés pour l'étude en tomographie. Nous montrons les résultats obtenus dans le cas de 1 mA, 10 ms, pour un détecteur de 3 mm d'épaisseur avec des pixels de 225 μm x 225 μm , sans empilement.

La Figure 4. 3 montre la variation du bruit sur les concentrations estimées dans l'image de décomposition d'hydroxyapatite en fonction du seuil choisi. Chaque insert est représenté avec une couleur différente. On observe la variation du niveau de bruit, sur les concentrations estimées dans chacun des inserts du fantôme d'os, avec la taille du canal d'énergie. Les résultats montrent que si le seuil se situe vers les basses ou vers les hautes énergies, le niveau de bruit est plus élevé. La variation du bruit suit la même tendance pour les cinq inserts, ce qui permet de choisir un unique seuil en énergie pour les cinq matériaux. La variation du biais sur les longueurs estimées des matériaux donne des résultats en cohérence avec ceux du bruit.

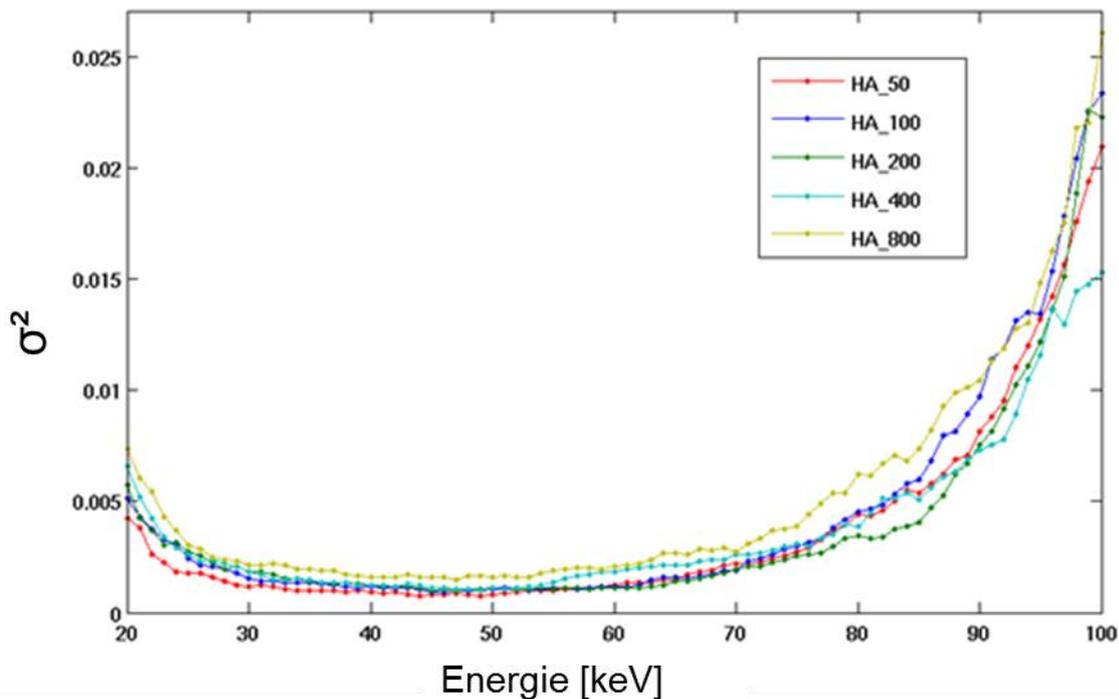


Figure 4. 3 : Bruit sur les concentrations estimées dans des inserts d'hydroxyapatite en tomographie

On observe une amplification du bruit quand le seuil est vers les hautes énergies. Cet effet est causé par le détecteur auquel on associe une réponse réaliste, avec des différents niveaux de partage de charges. Pour un détecteur idéal, pour lequel il n'y a pas de phénomène de partage de charges, le niveau de bruit est à peu près similaire pour un seuil proche des basses ou des hautes énergies. L'effet de partage de charges, présent dans les matrices de réponse réalistes, induit une déformation du spectre et un compromis entre la statistique photonique et la quantité d'information dans les canaux de basse énergie et de haute énergie.

Le seuil optimal se situe vers le milieu de l'intervalle, entre 40 et 50 keV. Dans cet intervalle d'énergie, pour un seuil égal à 46 keV, nous avons trouvé une valeur minimale du bruit sur les concentrations estimées. Les deux canaux d'énergie utilisés dans la suite de nos simulations sont : $\{(15 ; 46) \text{ keV} ; (47 ; 115) \text{ keV}\}$.

Des simulations qui prennent en compte le modèle d'empilements ont été effectuées également avec deux compteurs d'énergie. Les résultats obtenus selon le même critère de performance, le bruit, ont montré la stabilité du seuil d'énergie par rapport à ces effets. Les mêmes compteurs d'énergie ont été utilisés pour faire la décomposition en base de matériaux.

4.3. Approche polynômiale appliquée à trois canaux d'énergie

Nous avons voulu tester les performances de l'approche polynômiale pour un nombre plus élevé de compteurs. Une adaptation du polynôme de degré deux a été nécessaire pour appliquer le modèle dans le cas où on dispose de trois mesures d'atténuation.

L'équation (4. 2) devient :

$$\hat{A}_i = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=0}^{2-n} \sum_{q=0}^{2-m-n} c_i^{(n,m,q)} \cdot att_1^n \cdot att_2^m \cdot att_3^q, \quad i = \text{résine, HA} \quad (4. 11)$$

Comme pour deux fenêtres de comptage, l'apprentissage des coefficients $c_i^{(n,m,q)}$ du polynôme de degré deux est réalisé par calibrage, utilisant toujours les p mesures issues des combinaisons d'épaisseurs connues ($p=117$). Pour chaque matériau i , correspondant à une mesure j ($j = 1 \dots p$), nous avons exprimé le polynôme de la manière suivante :

$$\hat{A}_{i,j} = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=0}^{2-n} \sum_{q=0}^{2-m-n} c_i^{(n,m,q)} \cdot att_{1j}^n \cdot att_{2j}^m \cdot att_{3j}^q, \quad i = \text{résine, HA}; \quad j = 1..p \quad (4. 12)$$

Comme dans le cas précédent, avec deux canaux d'énergie, les coefficients peuvent être estimés par la méthode des moindres carrés.

$$\{c_i^{(n,m,q)}\} = \arg \min \left\| \sum_{j=1}^p (A_{i,j} - \hat{A}_{i,j}) \right\|^2 \quad (4. 13)$$

Le même raisonnement que pour deux fenêtres de comptage a été appliqué pour le calcul des coefficients. Certaines équipes, [Wang et al., 2007], [Brendel et al., 2009], ont proposé d'utiliser des polynômes d'ordre supérieur. Dans le cas d'un polynôme trivarié de degré trois, on obtient 19 coefficients. Nous avons fait le choix de nous limiter au degré deux du polynôme, représenté par 10 coefficients, car l'utilisation d'un degré supérieur demande plus d'épaisseurs de calibrage et donc plus de mesures. Si dans le cas de deux canaux d'énergie le nombre d'inconnus est 6 et la matrice ${}^t[M] \cdot [M]$ est une matrice de dimensions 6 x 6, dans le cas présent le nombre d'inconnus est 10 et la matrice devient de dimensions 10 x 10, donc le problème devient plus lourd lorsqu'on augmente le nombre de compteurs.

4.3.1. Choix des seuils pour trois canaux d'énergie

Il est également nécessaire de déterminer les seuils optimaux des trois compteurs d'énergie. Dans le cas de trois canaux, deux seuils variables sont à déterminer, comme illustré dans la Figure 4. 4. Le seuil bas et le seuil haut qui délimitent les spectres mesurés sont les mêmes que dans le cas des simulations avec deux compteurs. Des tests combinatoires ont été

effectués en radiographie, ainsi qu'en tomographie, afin de trouver le couple de seuils optimal.

Le critère de choix est le même que pour le cas des deux compteurs : le bruit sur les concentrations d'hydroxyapatite estimées dans les images reconstruites après la décomposition en base de matériaux. Les deux seuils d'énergie vont varier en parallèle et pour chaque combinaison on va estimer le bruit sur les concentrations dans chaque insert.

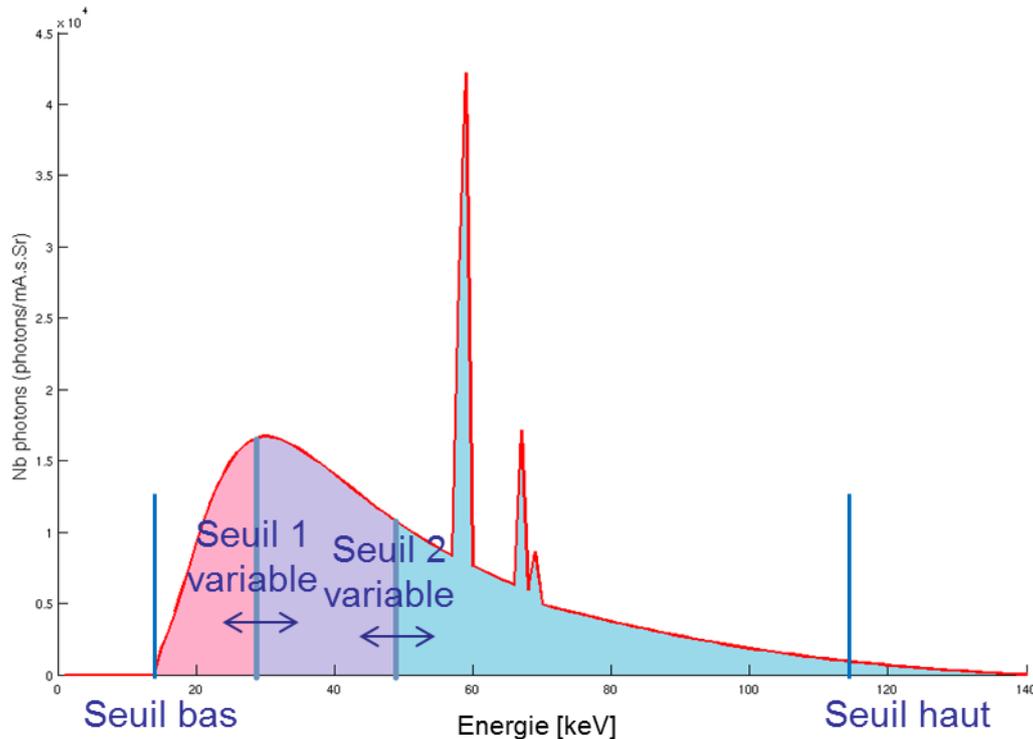


Figure 4. 4: Choix des seuils avec 3 canaux d'énergie (cas d'un détecteur parfait)

Nous présentons les résultats obtenus en tomographie dans le cas de 1 mA, 10 ms, pour un détecteur de 3 mm d'épais avec des pixels de $225 \mu\text{m} \times 225 \mu\text{m}$, sans empilement.

La Figure 4. 5 représente la variation du bruit estimé sur les concentrations en fonction de toutes les combinaisons possibles des deux seuils, pour l'insert d'hydroxyapatite de densité partielle de 100 mg/cm^3 . Des résultats similaires ont été obtenus pour les autres quatre inserts.

Les valeurs minimales de bruit ont été trouvées dans des zones isolées de l'image. On observe une instabilité du bruit par rapport aux choix des deux seuils. Quelques keV de différence au niveau des seuils vont entraîner des grands changements au niveau du bruit. Le même raisonnement a été appliqué sur plusieurs réalisations de bruit photonique et les résultats sont représentés dans la Figure 4. 6, pour des simulations en tomographie. On observe la même variation du bruit estimé sur les concentrations d'hydroxyapatite pour d'autres réalisations de bruit photonique.

Une évaluation du modèle polynômial avec trois canaux d'énergie a été nécessaire afin de comprendre la cause de ce comportement.

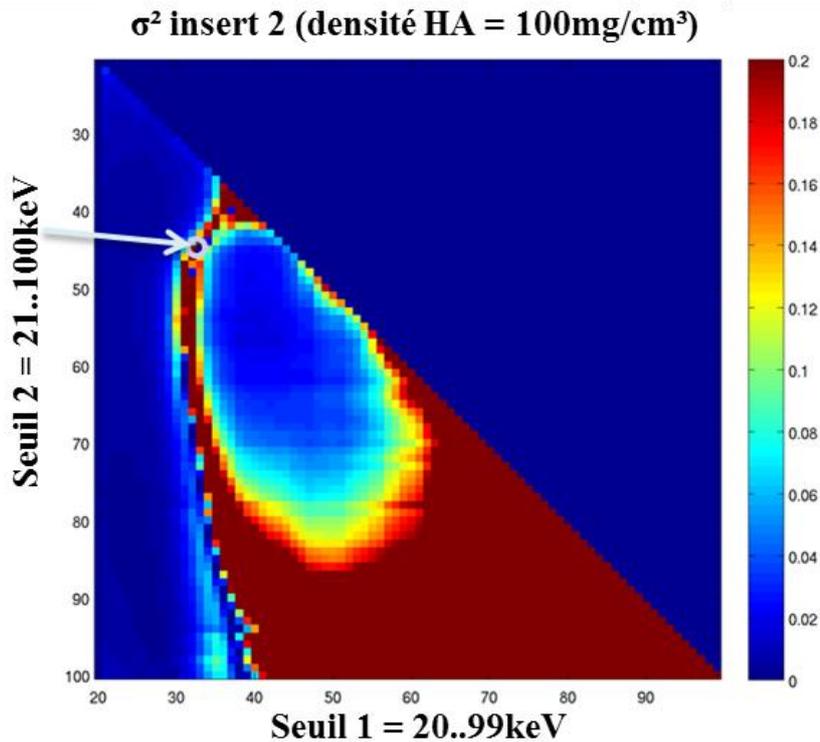


Figure 4. 5 : Variation du bruit en fonction des deux seuils d'énergie pour un détecteur réaliste. Simulations avec un modèle polynômial avec 10 coefficients

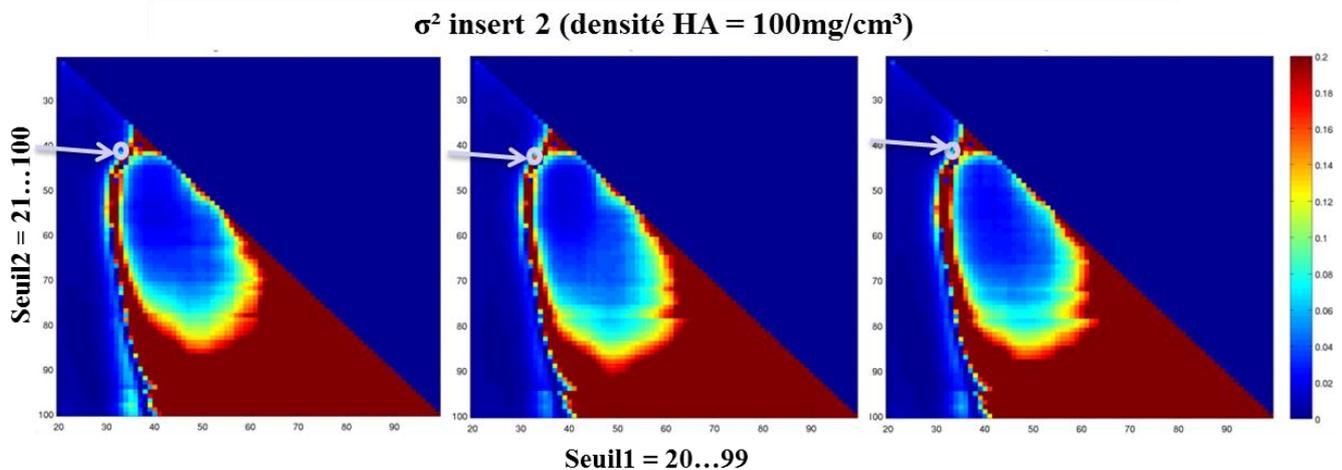


Figure 4. 6: Variation du bruit avec trois canaux d'énergie pour trois réalisations de bruit photonique différentes avec un détecteur réaliste. Simulations avec un modèle polynômial avec 10 coefficients

La matrice ${}^t[M] \cdot [M]$ définie dans l'équation (4. 9) intervient dans le calcul des coefficients du polynôme. Elle est de taille 6 x 6 pour deux canaux d'énergie et de taille 10 x 10 pour trois canaux d'énergie. Comme cette matrice doit être inversée, son conditionnement donne une

indication sur la stabilité de son inversion. Il traduit la stabilité de la solution du système d'équations dans le cas de légères variations des données. Le conditionnement de la matrice ${}^t[M] \cdot [M]$ est défini comme le rapport entre le maximum et le minimum des valeurs singulières de la matrice.

Le conditionnement a été calculé pour toutes les combinaisons possibles des deux seuils d'énergie dans le cas des trois canaux. Le résultat est représenté sous forme d'image dans la Figure 4. 7. On observe que l'image du conditionnement est similaire à celle du bruit. Le modèle polynômial de degré deux avec trois canaux d'énergie est un modèle instable au bruit, d'où la nécessité de trouver la meilleure modalité d'exploiter ce modèle. Nous avons donc pris la décision de simplifier le modèle polynômial.

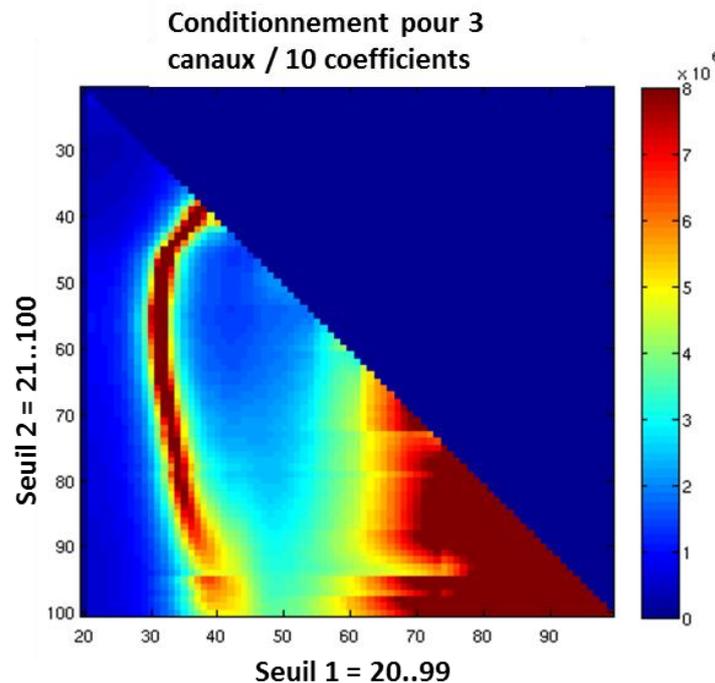


Figure 4. 7 : Conditionnement de la matrice des mesures d'atténuation pour le modèle polynômial de degré deux avec 10 coefficients pour trois canaux d'énergie

4.3.2. Modèle polynômial simplifié pour trois canaux d'énergie

La solution envisagée pour stabiliser le modèle a été de restreindre le polynôme de 10 à 7 coefficients. L'équation (4. 11) est modifiée, en éliminant dans un cas les termes croisés et dans un deuxième cas les termes au carré. Les deux cas de figure sont illustrés dans les équations suivantes :

- Un modèle polynômial de degré deux qui ne contient pas des termes croisés

$$\hat{A}_i = c_{000}^{(i)} + c_{100}^{(i)} att_1 + c_{010}^{(i)} att_2 + c_{001}^{(i)} att_3 + c_{200}^{(i)} att_1^2 + c_{020}^{(i)} att_2^2 + c_{002}^{(i)} att_3^2 \quad (4. 14)$$

- Un modèle polynômial de degré deux qui ne contient pas des termes au carré

$$\hat{A}_i = c_{000}^{(i)} + c_{100}^{(i)}att_1 + c_{010}^{(i)}att_2 + c_{001}^{(i)}att_3 + c_{110}^{(i)}att_1att_2 + c_{101}^{(i)}att_1att_3 + c_{011}^{(i)}att_2att_3 \quad (4.15)$$

Les résultats de bruit sur les pourcentages d'hydroxyapatite estimés dans chaque insert ont été évalués pour toutes les combinaisons possibles des deux seuils et représentés sous forme d'image pour les deux nouveaux modèles polynômiaux restreints.

Nous présentons les résultats de simulation pour l'insert de 100 mg/cm³ d'hydroxyapatite. La Figure 4. 8 et la Figure 4. 9 montrent la variation du bruit en fonction de deux seuils variables des canaux pour les deux situations présentées dans les équations (4. 14) et (4. 15). On trouve des valeurs minimales de bruit situées dans des zones homogènes. Si on trace le profil du bruit, pour une valeur d'énergie fixe du Seuil 1 et un Seuil 2 variable, on obtient des profils semblables à ceux obtenus avec deux canaux d'énergie (Figure 4. 3). On a plus de bruit vers les canaux qui contiennent moins de photons, donc pour un Seuil 2 qui prend des valeurs vers les extrémités basses et hautes de l'intervalle d'énergie.

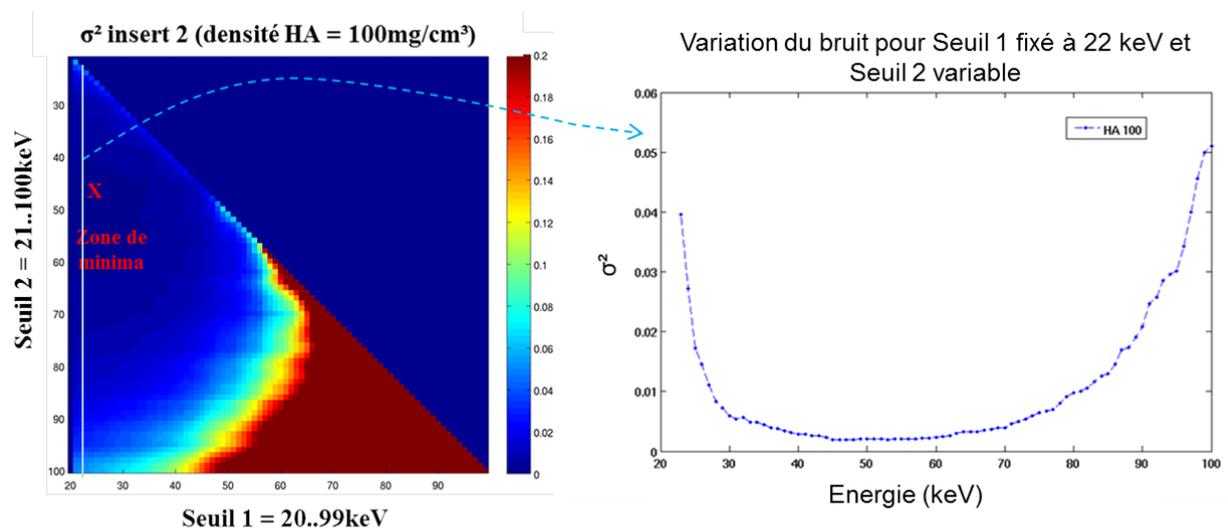


Figure 4. 8: Variation du bruit pour 3 canaux d'énergie avec un modèle polynômial restreint à 7 coefficients sans les termes croisés. Simulation avec un détecteur réaliste. A droite le profil représenté pour un Seuil 1 = 22 keV et le Seuil 2 variable

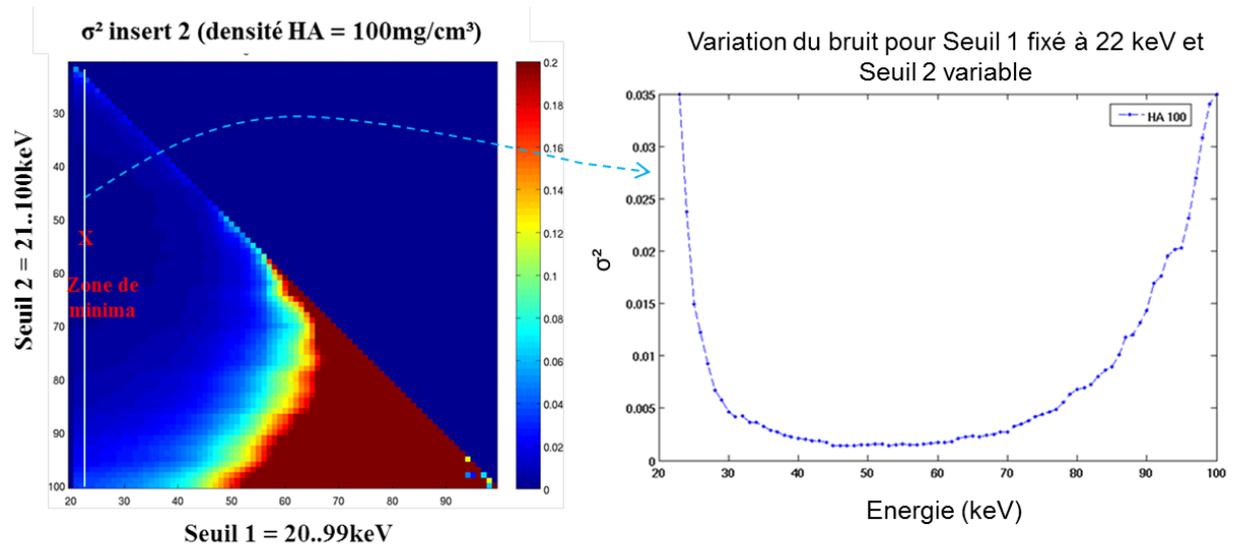


Figure 4. 9 : Variation du bruit pour 3 canaux d'énergie avec un modèle polynômial restreint à 7 coefficients sans les termes au carré. Simulation avec un détecteur réaliste. A droite le profil représenté pour un Seuil 1 = 22 keV et le Seuil 2 variable

Avec le nouveau modèle polynômial de degré deux avec trois canaux d'énergie restreint à 7 coefficients, on calcule le conditionnement de la matrice ${}^t[M] \cdot [M]$ et on obtient les résultats représentés dans la Figure 4. 10, pour un modèle polynômiale correspondant à l'équation (4. 15). On peut observer que les valeurs de conditionnement sont nettement inférieures à celles de la Figure 4. 7, traduisant une meilleure stabilité du problème dans ce cas. L'image de conditionnement se ressemble à l'image du bruit estimé sur les concentrations d'hydroxyapatite illustrée dans la Figure 4. 9.

Cela nous permet de choisir la combinaison optimale des seuils d'énergie en termes de bruit pour des simulations avec trois canaux.

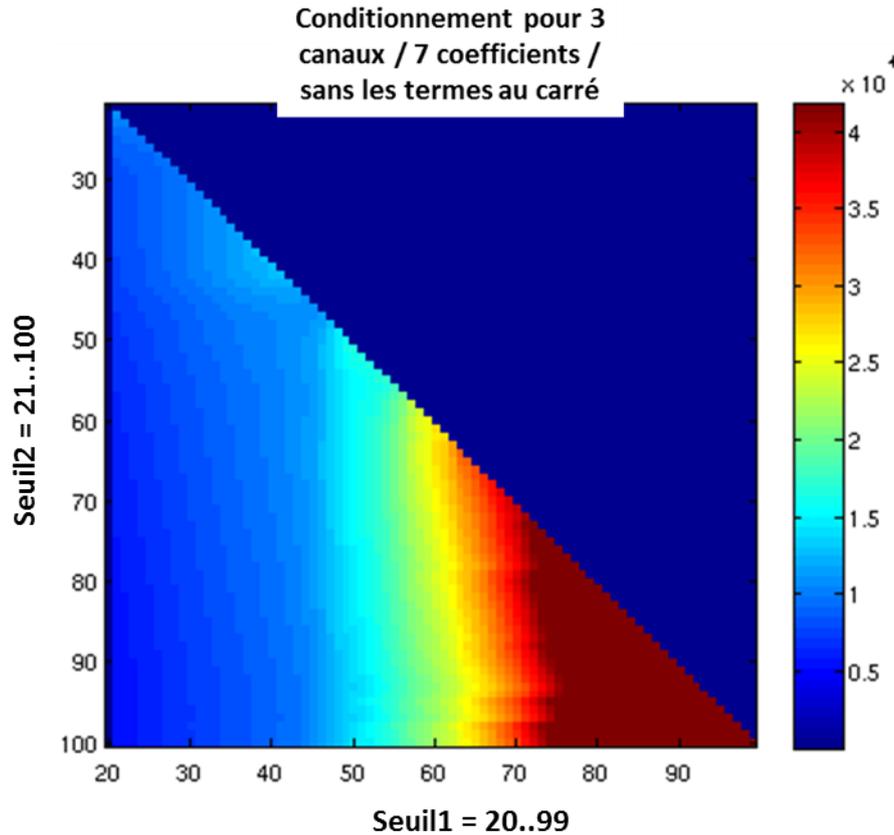


Figure 4. 10 : Conditionnement de la matrice des mesures d'atténuation pour le modèle polynômial de degré deux avec 7 coefficients pour trois canaux d'énergie

Conclusion sur le choix du modèle polynômial

Pour la décomposition en base de matériaux avec trois canaux d'énergie, le modèle polynômial de degré deux a été restreint à sept coefficients. Les deux formulations ont été écrites dans les équations (4. 14) et (4. 15) et selon les résultats de bruit sur les longueurs et les concentrations estimées en radiographie et en tomographie obtenus dans les deux cas de figure, nous avons retenu le modèle écrit dans l'équation (4. 15), car les résultats de bruit étaient légèrement inférieures à ceux obtenus avec le modèle décrit par l'équation (4. 14).

Conclusion sur le choix des seuils d'énergie

Les résultats précédents ont été obtenus dans un cas de simulation pour l'insert de 100 mg/cm³ d'hydroxyapatite.

Pour chaque jeu de paramètres utilisés durant les simulations, nous avons procédé à l'optimisation des seuils des canaux d'énergie en nous basant sur le bruit sur les estimateurs des épaisseurs équivalentes dans les images de décomposition d'hydroxyapatite. Les conclusions énoncées pour le bruit sont valables également pour le biais estimé sur les longueurs équivalentes dans les images de décomposition. Nous avons finalement retenu les trois canaux suivants :

- $\{(15 ; 21) ; (22 ; 50) ; (51 ; 115)\}$ pour des simulations qui prennent en compte la réponse du détecteur réaliste
- $\{(15 ; 19) ; (20 ; 45) ; (46 ; 115)\}$ pour des simulations qui prennent en compte la réponse du détecteur réaliste et les empilements

Nous avons constaté qu'il y a une faible influence de la qualité du détecteur sur les seuils des canaux d'énergie.

4.4. Quantification des longueurs des matériaux en radiographie

La base de calibrage a été construite tenant compte des divers paramètres qui varient durant les simulations (flux photonique, réponse de détecteur, empilements). Systématiquement, un jeu de mesure est traité avec une base de calibrage acquise dans les mêmes conditions d'irradiation.

Deux images différentes représentant chacune les longueurs des deux matériaux de base sont obtenues lors de la décomposition en base de matériaux. Compte tenu de l'application médicale choisie, l'ostéodensitométrie, nous avons considéré une décomposition en hydroxyapatite et résine. Les images des épaisseurs théoriques sont représentées dans la Figure 4. 1, avec à gauche les épaisseurs de résine et à droite les épaisseurs d'hydroxyapatite.

Les résultats présentés par la suite correspondent au biais et au bruit estimés sur les longueurs d'hydroxyapatite obtenues sur le fantôme de test décrit en détail dans le chapitre 3 (longueurs entre 0.3 et 5 mm). Les simulations avec un détecteur réaliste en comptage, avec deux et trois canaux d'énergie, ont été réalisées avec les méthodes décrites dans les paragraphes précédents. L'objectif est d'étudier l'impact des conditions de simulation (matrice de réponse, empilements, statistique photonique) sur les critères de performance définis dans le chapitre 3.

4.4.1. Biais et bruit avec la matrice de réponse réaliste

Nous présentons tout d'abord les résultats correspondant à la simulation suivante : détecteur CdTe de 1.6 mm d'épaisseur, pixels de $225\mu\text{m} \times 225\mu\text{m}$, courant de source 10 mA, temps d'acquisition 10 ms, sans empilement.

Les résultats de bruit et de biais sur les longueurs estimées d'hydroxyapatite sont présentés respectivement dans la Figure 4. 11 et dans la Figure 4. 12. Les valeurs de bruit représentent la valeur moyenne sur les 30 réalisations de bruit effectuées.

Nous avons un bruit plus élevé et un gain en biais sur les longueurs équivalentes d'hydroxyapatite pour trois canaux d'énergie, en comparaison avec deux canaux d'énergie. Les vraies valeurs cherchées sont situées dans l'intervalle [0.3 ; 5] mm. Ce sont des valeurs faibles qu'on cherche à quantifier, et les résultats de biais et de bruit sur les estimateurs des longueurs restent faibles. Nous sommes donc face à un compromis entre le niveau de bruit et le niveau de biais obtenus avec deux et trois canaux d'énergie.

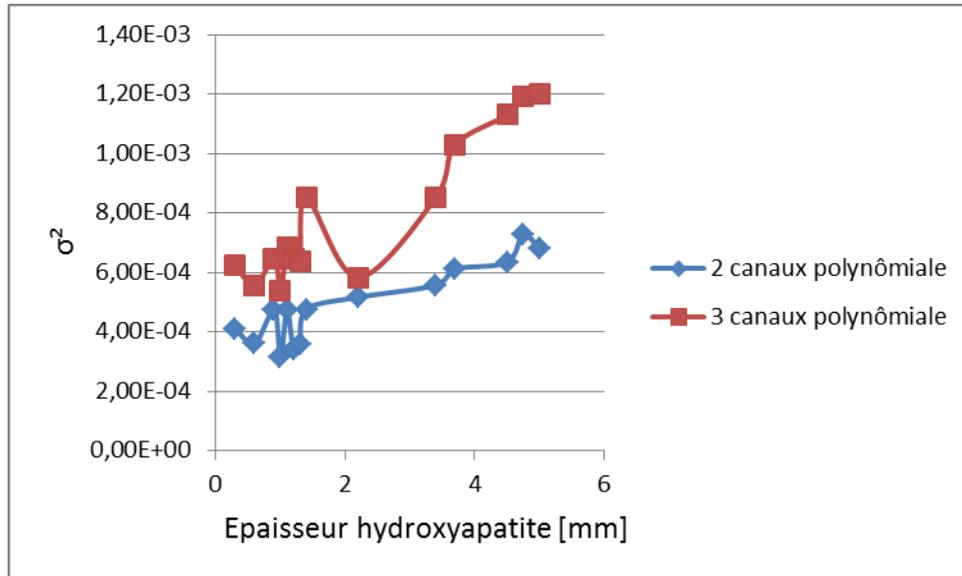


Figure 4.11: Bruit sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite pour une réponse du détecteur réaliste

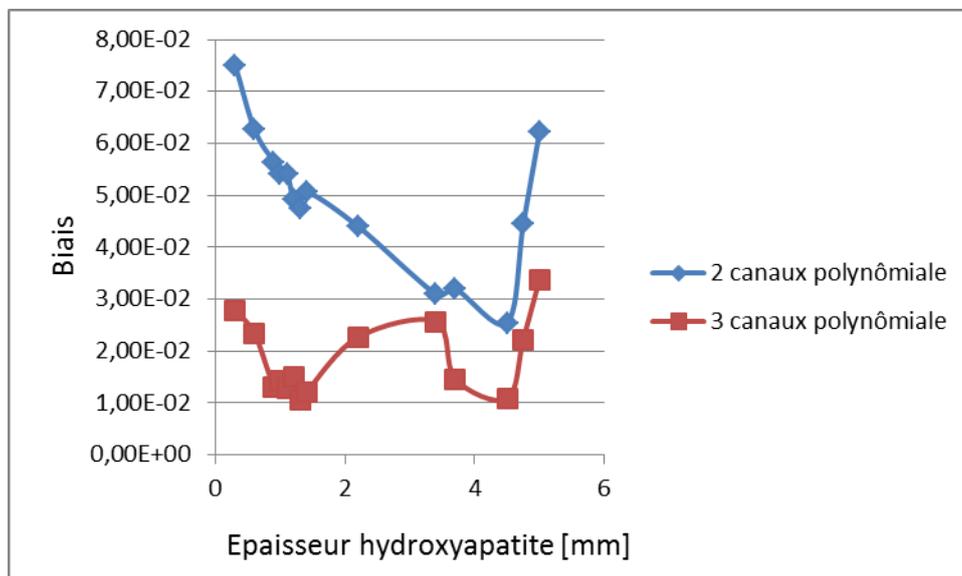


Figure 4.12: Biais sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite pour une réponse du détecteur réaliste

L'analyse de la variance sur les longueurs estimées des matériaux lors de la décomposition remonte à l'expression analytique de la variance sur les mesures d'atténuation. Nous avons

montré, dans l'annexe A, que le bruit sur les atténuations, mesurées avec un détecteur en comptage, est inversement proportionnel au nombre de photons dans un canal d'énergie. Cela signifie que la variance augmente quand le nombre de photons diminue. Le bruit sur les longueurs estimées augmente avec le nombre de canaux (Figure 4. 11).

En termes de précision par rapport aux valeurs réelles attendues pour chacune des marches de l'escalier, l'utilisation des trois canaux d'énergie fait diminuer le biais (Figure 4. 12). Sur les courbes présentées on observe une augmentation du biais vers les extrémités de l'intervalle des valeurs due au placement de ces épaisseurs de test dans l'espace de calibrage. Pour les épaisseurs situées proche des limites du domaine de calibrage, la précision du modèle polynômial pour estimer les longueurs traversées est moins juste, surtout avec deux canaux d'énergie.

4.4.2. Influence des empilements

En plus de la réponse du détecteur, nous avons appliqué le modèle d'empilements à deux photons présentés dans le chapitre 3. Notons que l'étape de calibrage doit s'effectuer dans les mêmes conditions d'irradiation pour tenir compte correctement de l'effet des empilements dans l'apprentissage.

Les spectres affectés par les empilements, illustrés lors de la présentation du modèle dans le chapitre 3, montrent une déformation du spectre due au déplacement des photons vers les hautes énergies. Par rapport au cas précédent, où on ne tient compte que de la réponse du détecteur, le nombre de photons comptés dans les canaux de basse énergie diminue. La Figure 4. 13 synthétise les résultats du bruit sur les longueurs estimées d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie, avec ou sans empilement, pour des différentes épaisseurs d'hydroxyapatite. Le bruit avec trois canaux d'énergie augmente fortement sous l'influence des empilements. Dans ce cas, on s'aperçoit que les deux premiers canaux sont situés vers les basses énergies. Dans cette situation le nombre de photons est faible, ce qui explique un bruit important sur les longueurs estimées d'hydroxyapatite (Figure 4. 13).

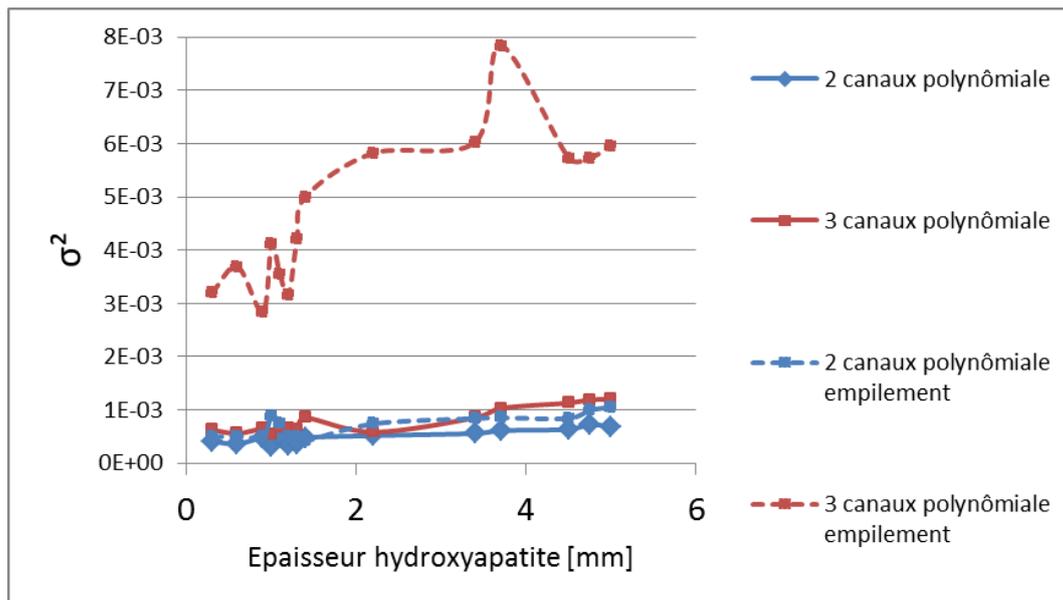


Figure 4.13 : Bruit sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite. Comparaison entre des simulations sans empilements et avec empilements

De la même façon, la Figure 4.14 montre le biais sur les longueurs estimées d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie, avec ou sans empilement. On observe une augmentation des valeurs de biais sur les longueurs estimées pour les simulations qui intègrent les effets des empilements. Dans ce cas, le gain obtenu avec trois canaux d'énergie n'est intéressant que pour des épaisseurs d'hydroxyapatite supérieures à 2.5 mm.

Pour essayer de comprendre le comportement du biais sur les longueurs estimées, nous avons regardé le comportement de l'ajustement des polynômes sur les mesures de calibrage. La différence entre les résultats obtenus avec empilement et sans empilement provient de l'ajustement entre les épaisseurs théoriques et les épaisseurs obtenues avec les coefficients calculés par calibrage et les mesures d'atténuation de calibrage.

Dans la Figure 4.15 et la Figure 4.16 sont représentées les épaisseurs d'hydroxyapatite théoriques utilisées dans le calibrage, ainsi que les épaisseurs obtenues après ajustement avec des polynômes de degré deux, avec deux et trois canaux d'énergie lors de la vérification de l'ajustement, pour des simulations avec et sans empilements. Les valeurs représentées correspondent à des mesures dans le fantôme de calibrage qui ne contiennent que de l'hydroxyapatite. Pour des épaisseurs inférieures à 2.5 mm le modèle polynômial avec deux canaux d'énergie donne des résultats plus proches des valeurs théoriques pour des simulations avec empilement. Ces résultats sont obtenus en utilisant les seuils d'énergie optimaux mentionnés dans la partie 4.3.2.

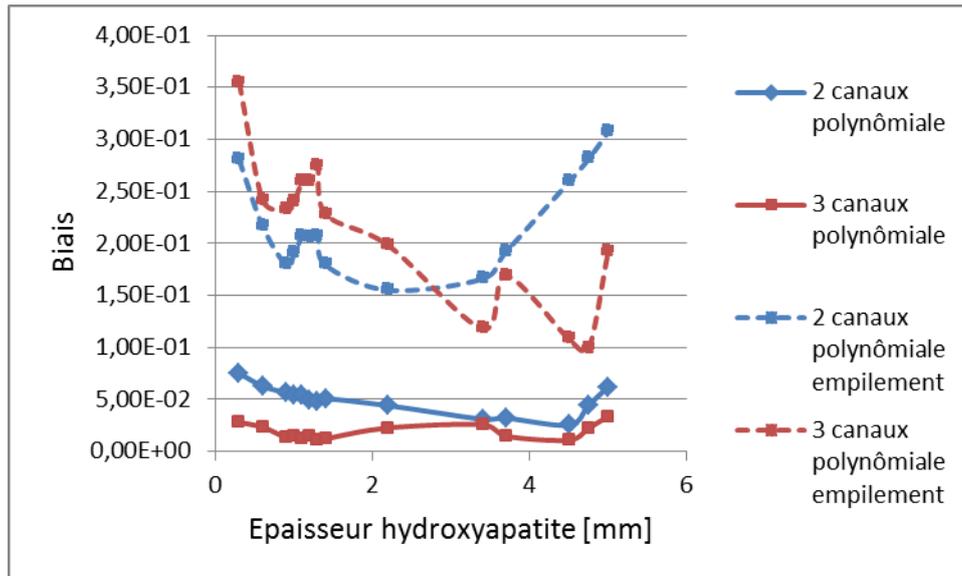


Figure 4. 14 : Biais sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite. Comparaison entre des simulations sans empilements et avec empilements

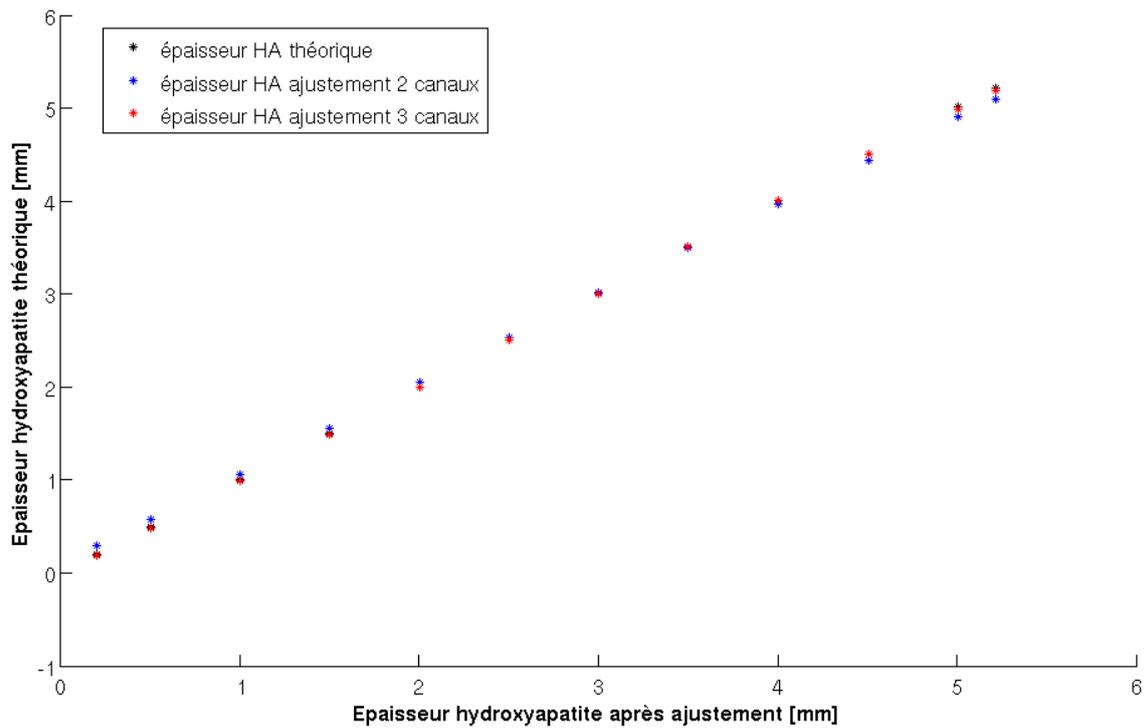


Figure 4. 15 : Epaisseurs théoriques et épaisseurs calculées lors de l'ajustement avec un polynôme de degré deux pour deux et trois canaux d'énergie. Simulations sans empilements

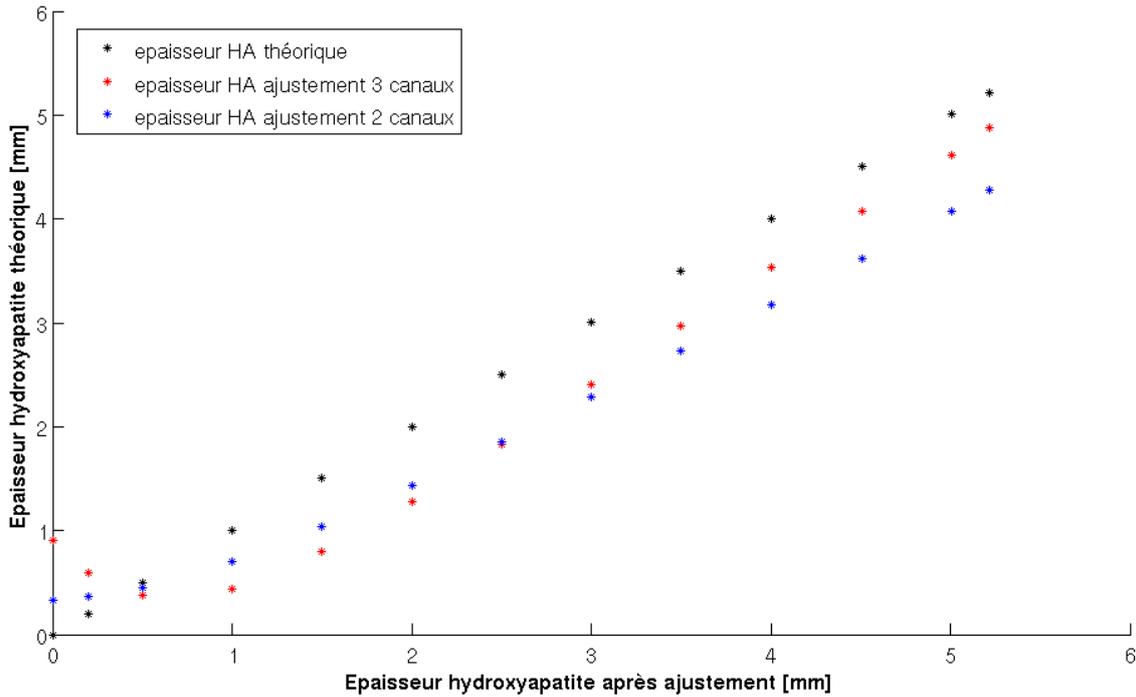


Figure 4. 16 : Epaisseurs théoriques et épaisseurs calculées lors de l'ajustement avec un polynôme de degré deux pour deux et trois canaux d'énergie. Simulations avec empilements

4.4.3. Influence de la statistique photonique

Comme présenté dans le chapitre 3, pour faire varier la statistique photonique nous utilisons un courant de source constant de 10 mA et nous faisons varier le temps d'exposition. Cela nous permet de garder constant le nombre de coups par pixel et par seconde, ce qui permet de découpler l'effet de la statistique et le taux d'empilement.

La Figure 4. 17 représente les images de longueurs d'hydroxyapatite obtenues pour une variation de la statistique photonique pour trois temps d'intégration différents, pour deux et trois canaux d'énergie. Visuellement, on observe une amélioration de la qualité des images avec l'augmentation du nombre de photons. Le niveau de bruit obtenu lors des simulations avec deux canaux d'énergie reste inférieur au niveau de bruit obtenu avec trois canaux. Le bruit sur les épaisseurs équivalentes d'hydroxyapatite varie avec la racine carrée du nombre de photons quand on fait varier la statistique photonique. Dans notre cas de simulation, le facteur de variation entre les différents niveaux de bruit, à 2 ms, 10 ms et 50 ms, est autour de $\sqrt{5}$.

On observe que le biais sur les longueurs estimées d'hydroxyapatite, illustré dans la Figure 4. 18, est peu sensible à la variation de la statistique photonique.

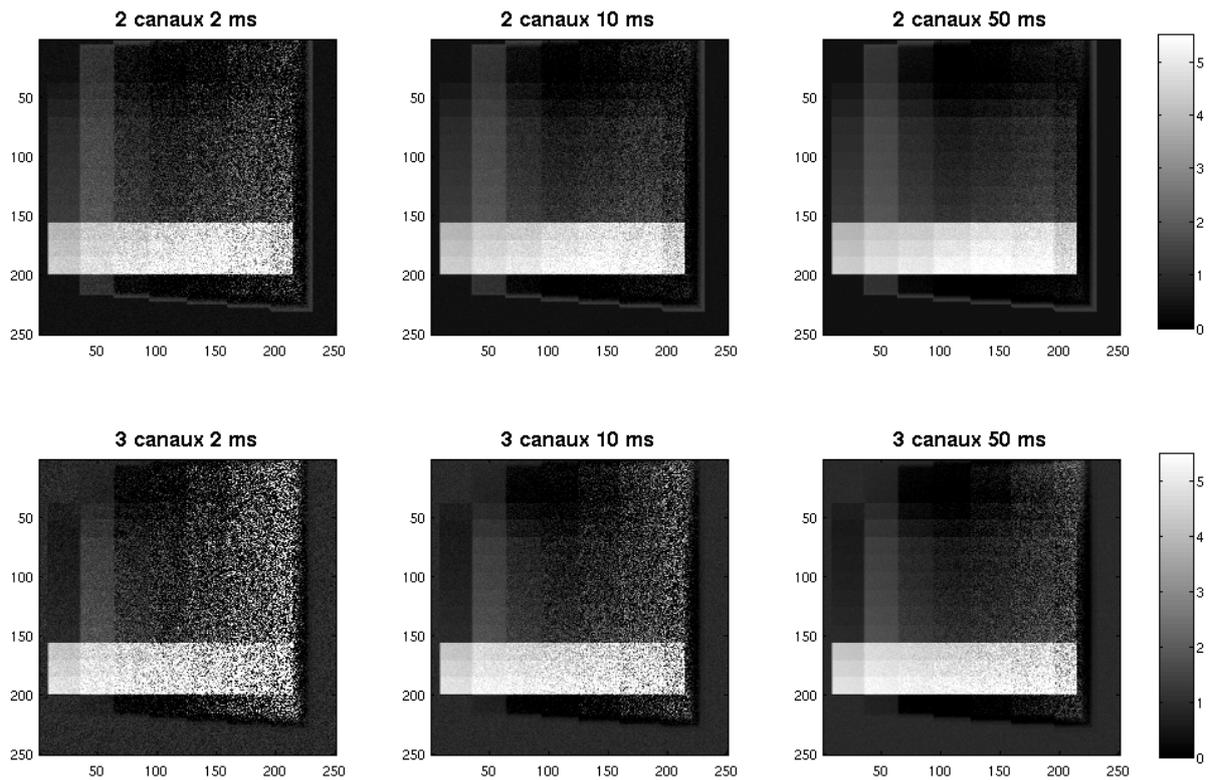


Figure 4. 17: Images de décomposition d'hydroxyapatite pour trois temps d'intégration différents

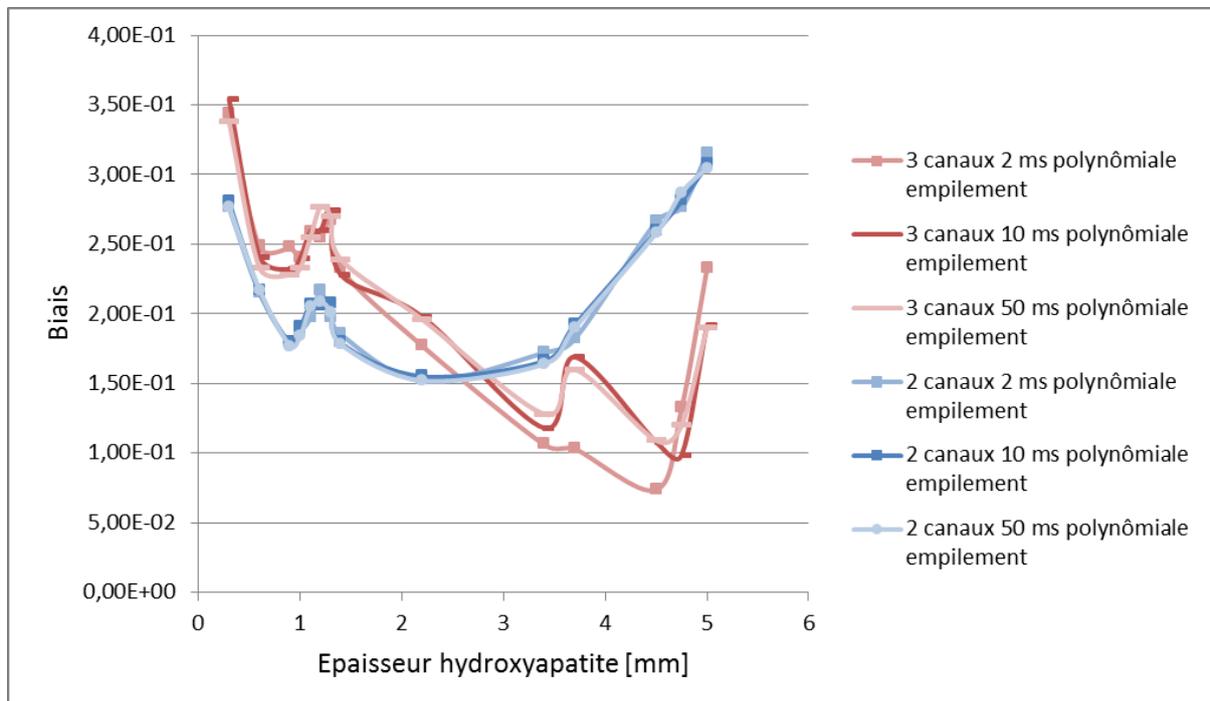


Figure 4. 18 : Biais sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite. Simulations avec empilements pour des temps d'intégration de 10 ms et 50 ms

4.5. Quantification des concentrations des matériaux en tomographie

En tomographie on s'intéresse à la quantification des pourcentages volumiques des constituants, la résine et l'hydroxyapatite dans notre cas. Dans la suite, nous présenterons les résultats obtenus sur les pourcentages volumiques d'hydroxyapatite. Par rapport à la radiographie, une étape supplémentaire de reconstruction par rétroprojection filtrée (FBP cf. chapitre 1, section 1.5) permet de passer des longueurs équivalentes des matériaux aux pourcentages volumiques des constituants en 3D. Nous allons ainsi retrouver la plupart des effets observés pour la quantification des longueurs des matériaux, avec néanmoins quelques différences.

Les concentrations d'hydroxyapatite dans chaque région d'intérêt sont comprises entre 1.6% et 25% du matériau présent dans chacun des cylindres. L'objectif est de quantifier l'apport des détecteurs spectrométriques pour mesurer les concentrations de la partie minérale osseuse en tomographie. Les mêmes critères de performance, le bruit et le biais sur les concentrations d'hydroxyapatite, ont été utilisés pour évaluer l'influence du flux photonique, l'apport de différentes qualités de détecteurs avec des différents niveaux de partage de charges et l'influence des empilements.

Nous présentons essentiellement les résultats obtenus pour l'insert d'hydroxyapatite de densité partielle de 100 mg/cm³, mais les conclusions sont valables pour tous les autres inserts.

4.5.1. Influence du flux photonique

Trois valeurs des courant de source ont été utilisées pour faire varier le flux photonique : flux faible (1 mA), flux moyen (10 mA) et fort flux (100mA), ce qui amène à trois niveau de bruit photonique différents. Nous avons réalisé des simulations en absence des empilements, ce qui est équivalent à faire varier la statistique photonique pour un courant du tube de 10 mA et trois niveaux de temps d'intégration (1 ms, 10 ms, 100 ms). Les simulations ont été réalisées avec un détecteur réaliste (épaisseur 1.6 mm, pixels de 225 µm x 225 µm).

Les images reconstruites d'hydroxyapatite, pour des décompositions avec deux et trois canaux d'énergie, sont illustrées dans la Figure 4. 19, pour les trois valeurs de courant de source.

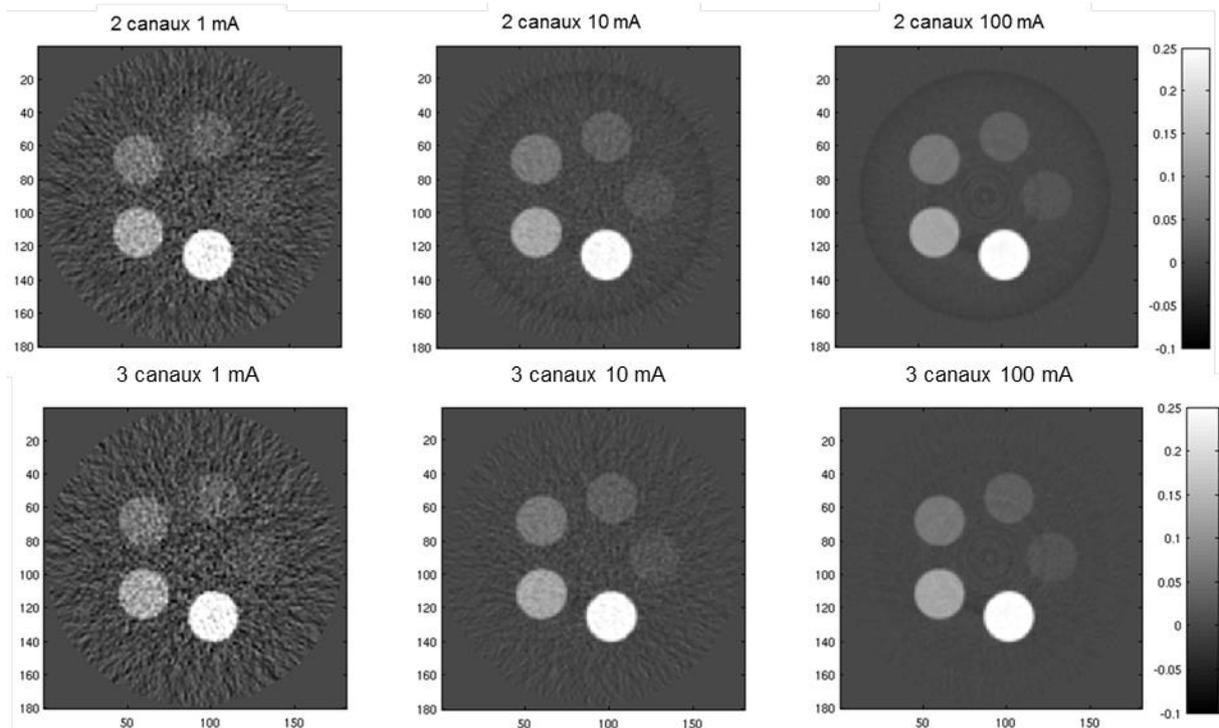


Figure 4. 19: Images reconstruites d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie. Simulations avec une réponse du détecteur avec un niveau moyen de partage de charges à trois courants de source différents

Les images obtenues avec trois canaux d'énergie sont visiblement bruitées. L'augmentation du flux photonique entraîne une augmentation du nombre de photons dans chaque canal, et donc moins de bruit sur les concentrations estimées. Un exemple est illustré dans la Figure 4. 20, pour l'insert de 100 mg/ cm³ d'hydroxyapatite, avec un détecteur idéal ou réaliste, pour deux et trois canaux d'énergie. Le passage de deux à trois canaux entraîne une augmentation du bruit. La hausse du flux photonique permet de se rapprocher des performances obtenues avec deux canaux d'énergie. Les conclusions concernant la variation du bruit en fonction du nombre de canaux sont donc similaires à celles de l'étude en radiographie.

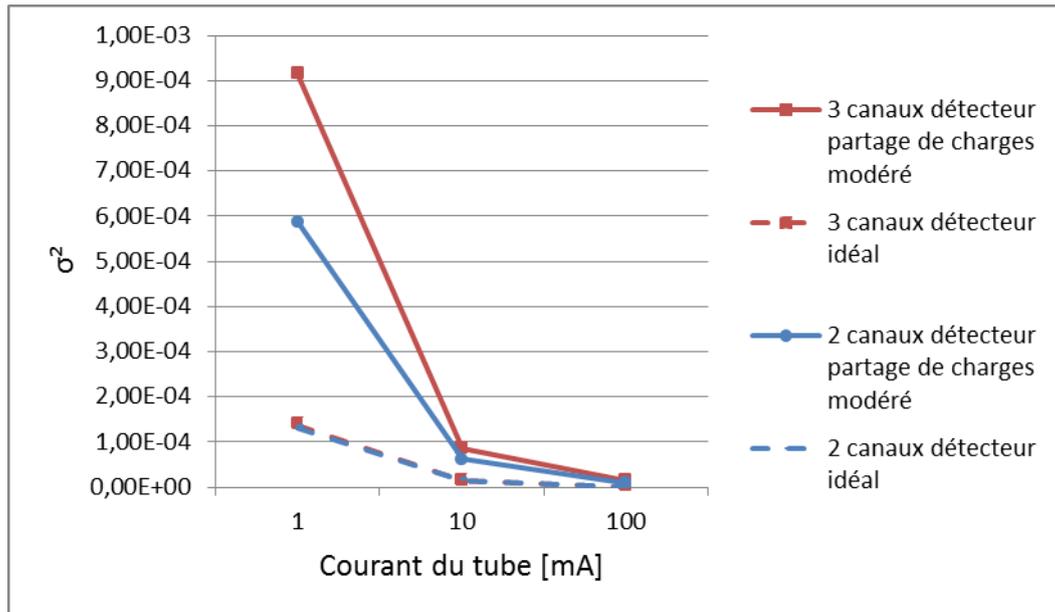


Figure 4. 20: Bruit sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite pour trois intensités des courants différents. Résultats pour l'insert contenant 100 mg/cm^3 d'hydroxyapatite

Concernant le biais (Figure 4. 21), on observe une diminution du biais quand le nombre de photons augmente dans chaque canal, ce qui montre qu'il est sensible au bruit photonique. C'est un comportement observé aussi par Brendel [Brendel et al., 2009] dans une étude en tomographie pour l'imagerie de produit de contraste avec une décomposition en base de fonctions physiques et gadolinium utilisant cinq canaux d'énergie par une approche polynômiale.

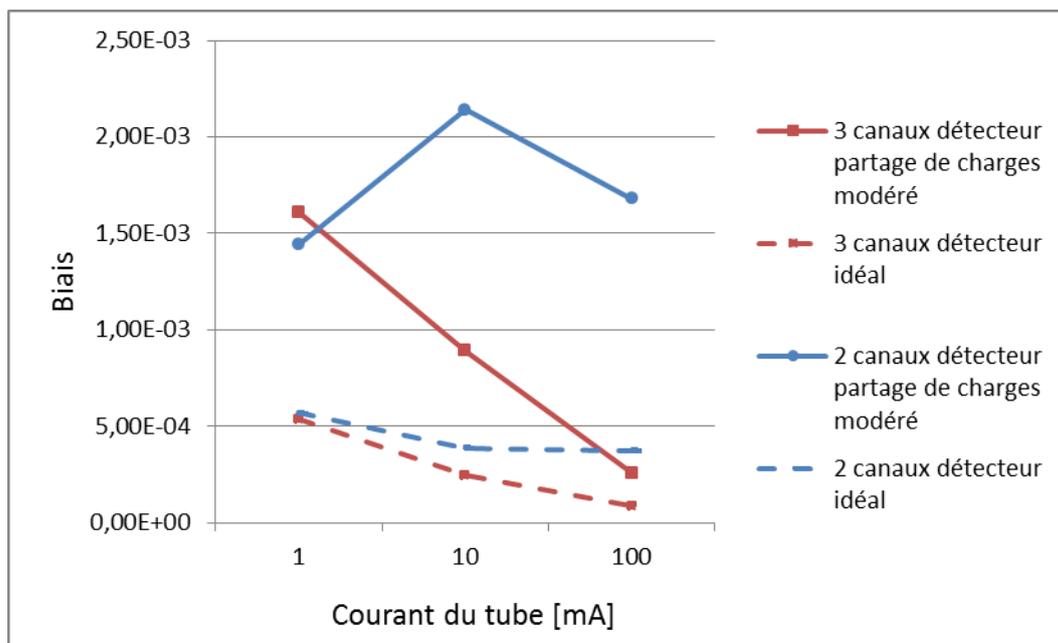


Figure 4. 21 : Biais sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite pour trois intensités de courants différents. Résultats pour l'insert contenant 100 mg/cm^3 d'hydroxyapatite

4.5.2. Influence du détecteur

Nous considérons les quatre matrices de réponse du détecteur présentées dans le chapitre 3. La première correspond au détecteur spectrométrique parfait et les trois autres aux détecteurs spectrométriques réalistes avec trois niveaux différents de partage de charges. Plus précisément, les trois matrices de réponse correspondent à un détecteur ayant des pixels de $225 \mu\text{m} \times 225 \mu\text{m}$ dans les cas suivants :

- Détecteur d'épaisseur 3 mm : *partage de charges élevé*
- Détecteur d'épaisseur 1.6 mm : *partage de charges modéré*
- Détecteur d'épaisseur 1.6 mm et traitement de correction de partage de charges : *partage de charges faible*

La Figure 4. 22 présente les images reconstruites d'hydroxyapatite prenant en compte les trois types de détecteurs réalistes.

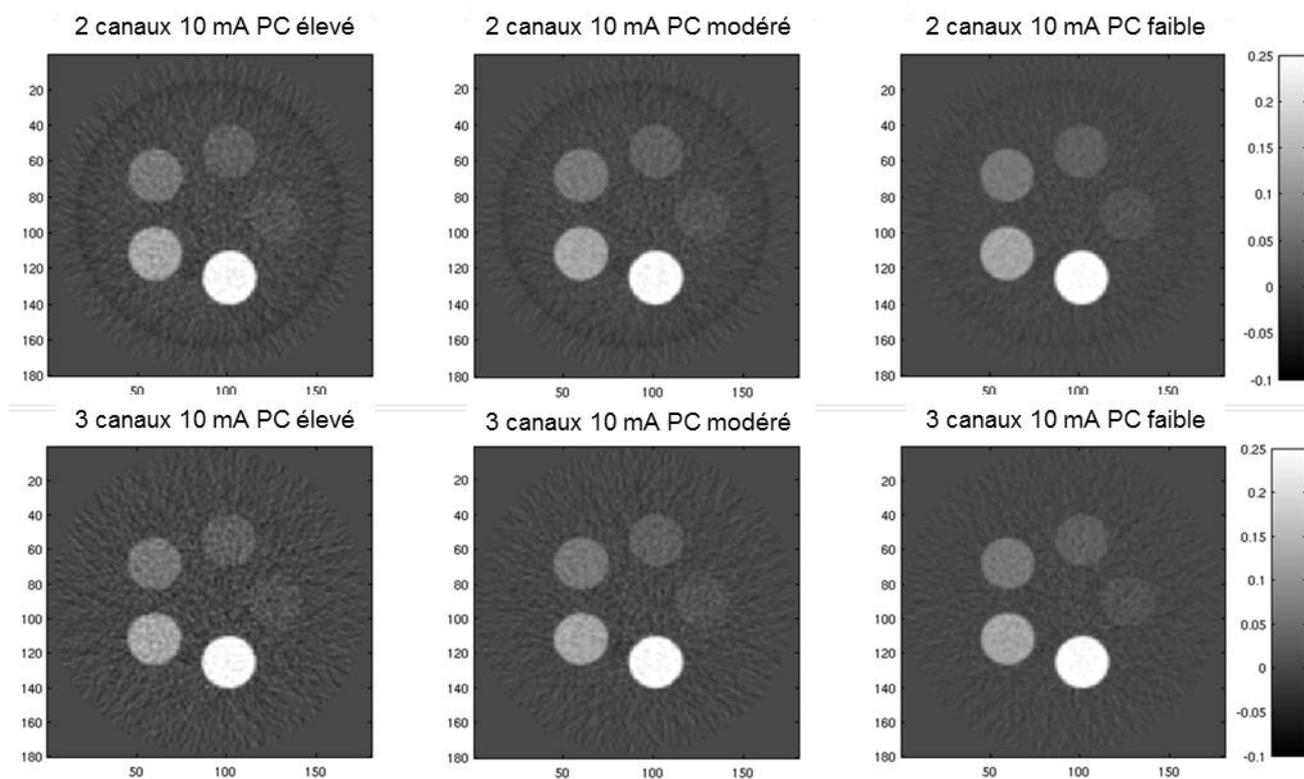


Figure 4. 22: Images reconstruites d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie. Simulations pour trois types de réponses réalistes du détecteur. Nous avons utilisé ici la notation PC pour partage de charges

Le bruit sur les concentrations estimées (Figure 4. 23) diminue considérablement pour un flux photonique bas. La différence de qualité des détecteurs est moins marquée pour des flux photoniques hauts, grâce au bilan photonique qui augmente dans chaque canal.

En ce qui concerne le biais sur les pourcentages de constituant estimées dans les inserts (Figure 4. 24 et Figure 4. 25), on a un gain si on améliore la qualité du détecteur en même temps qu'on augmente le nombre de canaux d'énergie et le flux photonique. Une diminution du niveau de partage de charges rapproche les performances des détecteurs réalistes de celles obtenues avec un détecteur parfait (Figure 4. 25).

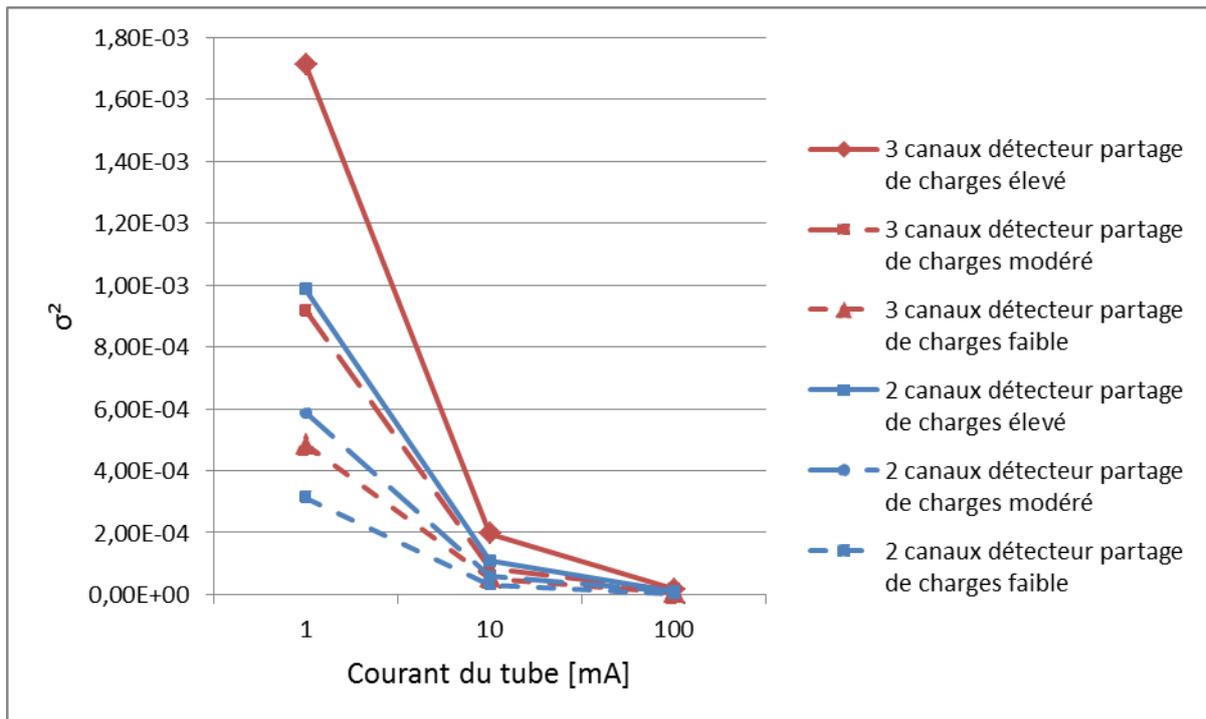


Figure 4. 23 : Bruit sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite pour trois intensités de courants différents et trois niveaux de partage de charges différents. Résultats pour l'insert contenant 100 mg/cm³ d'hydroxyapatite

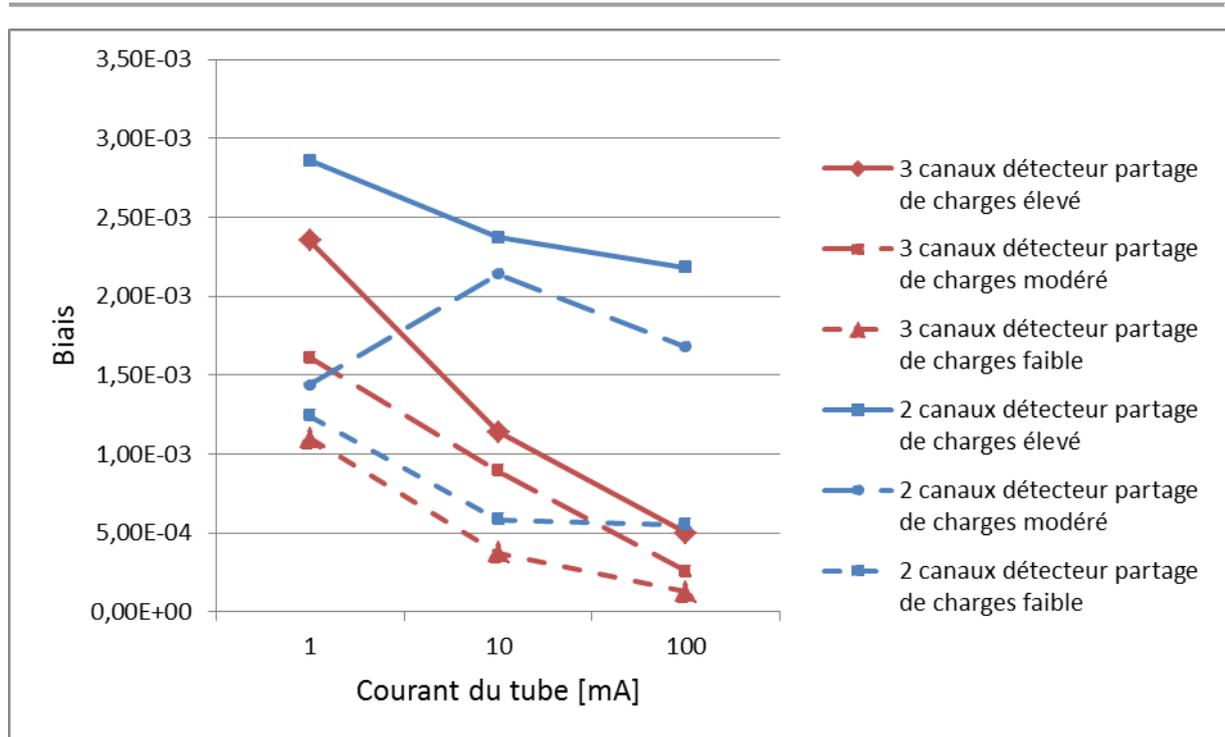


Figure 4. 24: Biais sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite pour trois intensités de courants différents et trois niveaux de partage de charges différents. Résultats pour l'insert contenant 100 mg/cm³ d'hydroxyapatite

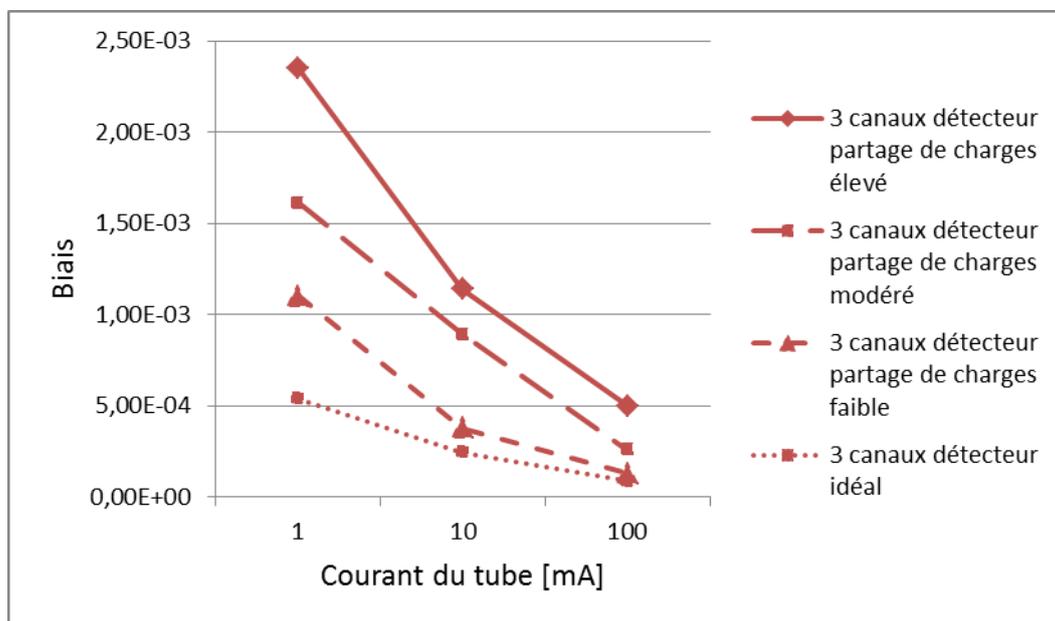


Figure 4. 25: Biais sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite pour trois intensités de courants différents et trois niveaux de partage de charges différents. Résultats pour l'insert contenant 100 mg/cm³ d'hydroxyapatite avec trois canaux d'énergie

4.5.3. Influence des empilements

Jusqu'à maintenant, seulement le phénomène de partage de charges a été pris en compte pour simuler les imperfections des détecteurs spectrométriques réalistes. Pour cette dernière partie de l'étude en tomographie pour la décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale, nous considérons le phénomène des empilements en utilisant le modèle à deux photons présenté dans le chapitre 3.

La Figure 4. 26 présente les images reconstruites d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie, avec et sans empilements.

Les empilements introduisent plus de bruit, surtout pour les simulations avec trois canaux d'énergie, ainsi qu'une forte variation du biais par rapport aux simulations sans empilements comme on peut voir dans la Figure 4. 27. Les résultats de biais estimé dans trois inserts de concentrations différents sont présentés. Une hausse du biais avec la concentration apparaît dans le cas des simulations où le phénomène des empilements est présent.

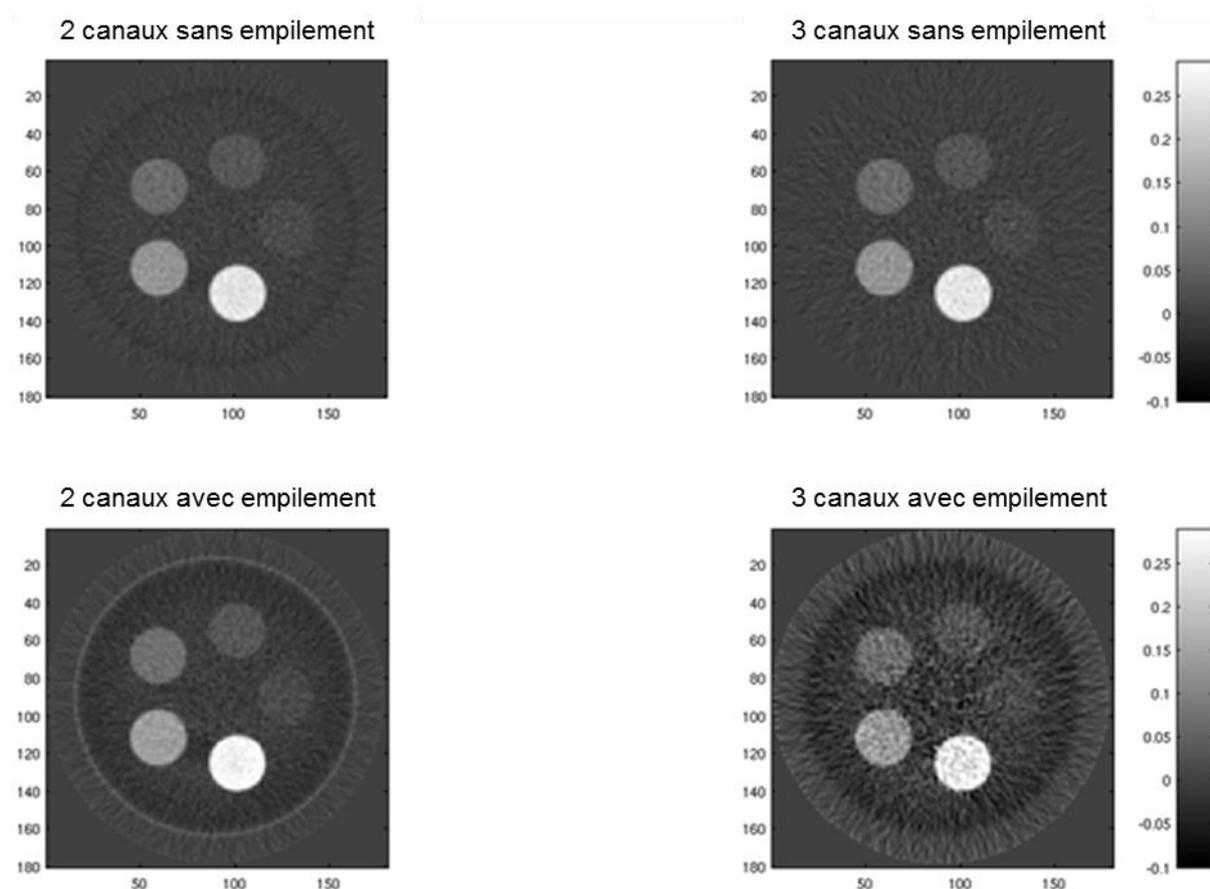


Figure 4. 26 : Images reconstruites d'hydroxyapatite pour deux et trois canaux d'énergie utilisant une réponse de capteur réaliste, avec et sans empilements

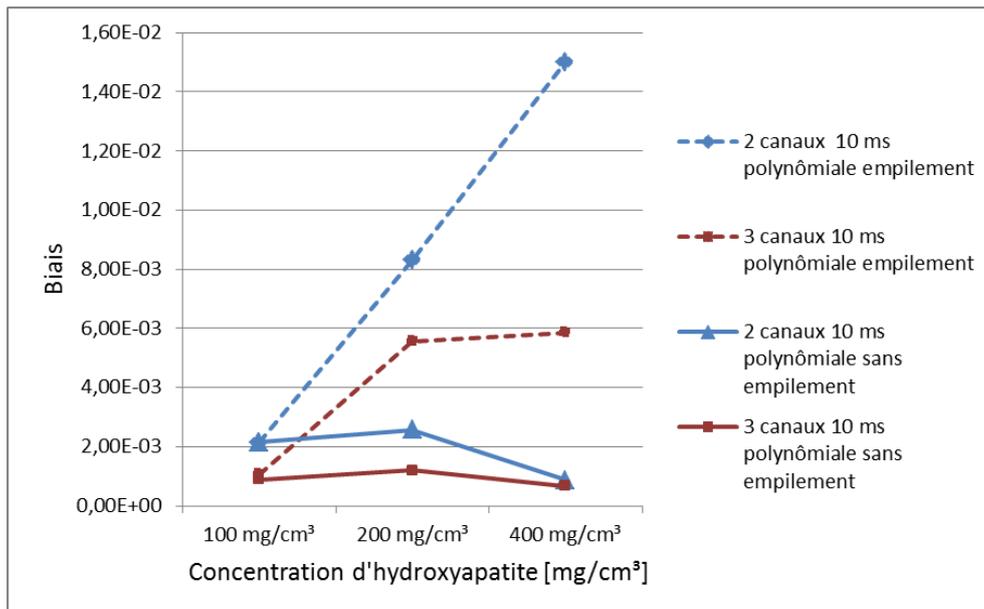


Figure 4. 27 : Biases sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison entre les simulations sans empilements et avec empilements

4.6. Généralisation du modèle polynômial

L'augmentation du nombre de canaux demande une formulation polynômiale plus complexe qui implique finalement un degré plus élevé du polynôme. Des formulations polynômiales plus complexes, qui utilisent jusqu'à 5 ou 6 canaux d'énergie, ont été proposées pour la décomposition en base de matériaux, [Wang et al., 2007], [Brendel et al., 2009].

Des formulations à 4, 5 et 6 canaux d'énergie ont été testées durant les travaux de thèse, avec le même modèle polynômial de degré deux. Parmi les difficultés rencontrées pour rendre le modèle généralisable on peut évoquer la recherche exhaustive des seuils optimaux des canaux d'énergie et la formulation polynômiale qui devient plus complexe et qui demande des mesures de calibrage supplémentaires. L'instabilité au bruit, retrouvée pour des simulations avec un modèle polynômial de degré deux et trois canaux d'énergie, rend difficile la généralisation de cette formulation. Les conditions de bruit utilisées dans nos simulations, ainsi que les valeurs faibles qu'on cherche à quantifier, ne sont pas les mêmes que celles utilisées par les équipes de Wang [Wang et al., 2007] ou Brendel [Brendel et al., 2009].

Suite à ces essais, il ne nous a pas paru judicieux de poursuivre avec l'approche polynômiale dans le cas de plus de trois canaux d'énergie. Nous avons pris la décision de nous orienter vers un autre type de méthode, plus facilement généralisable à un nombre plus élevé de canaux d'énergie, pour laquelle il n'est pas nécessaire d'augmenter le nombre de points de calibrage.

4.7. Conclusions

L'objectif de ce chapitre était de montrer l'apport de la décomposition en base de matériaux avec une approche polynômiale pour la quantification des longueurs des matériaux estimées en radiographie, ainsi que la quantification des concentrations des constituants en tomographie. Les simulations ont été effectuées avec des conditions réalistes. Cela implique une modélisation du détecteur spectrométrique qui prend en compte le niveau de partage de charges et d'empilement à fort flux. Un fantôme représentatif pour l'ostéodensitométrie a été considéré.

Les détecteurs en comptage développés au LDET permettent d'utiliser autour de 100 canaux d'énergie. Avec ce type de détecteurs, la première question concerne le nombre de canaux d'énergie à utiliser et le choix des seuils des canaux. La difficulté de l'approche polynômiale est de la généraliser à un grand nombre de canaux d'énergie et d'optimiser les seuils des compteurs dès qu'on veut utiliser plus de deux canaux d'énergie. Etant donné ces difficultés, nous avons choisi de réaliser des simulations avec deux et trois canaux d'énergie. En ce qui concerne les seuils d'énergie optimaux, nous avons effectué une recherche exhaustive d'optimisation selon un critère de bruit minimal sur les mesures. Les performances en biais et en bruit ont été évaluées pour chaque seuil ou couple de seuils. Nous avons remarqué que l'augmentation du nombre de canaux a un impact plus fort sur le bruit que sur le biais. En même temps, le biais et le bruit suivent les mêmes tendances selon le seuil d'énergie. Comme remarqué sur les figures qui illustrent la variation du bruit il y a un intervalle d'énergie, une zone stable, où la variation est très faible selon le seuil en énergie. C'est dans cette zone que se trouvent les seuils que nous avons choisis pour faire la décomposition en base de matériaux. Il est possible d'envisager des critères plus complexes, qui réunissent le biais et le bruit par exemple, mais ils sont sensibles à la taille des régions d'intérêt, comme d'ailleurs le bruit. D'autre part, ils doivent être spécifiques aux applications visées. Le choix que nous avons fait n'est pas lié à un critère, comme ceux de Cramér-Rao ou le critère de conditionnement, qui sont liés plutôt à des étapes intermédiaires (amplification du bruit). L'évaluation du bruit à la fin du processus de décomposition est plus globale et permet de prendre en compte l'influence des facteurs réalistes comme la réponse de détecteur et les empilements, ainsi que la reconstruction, dans le cas de la tomographie.

Nous avons étudié les performances des détecteurs spectrométriques avec cette approche polynômiale dans différentes conditions de simulation prenant notamment en compte le niveau de partage de charges, les empilements à deux photons et la statistique photonique.

Pour ce qui est de la comparaison des résultats entre deux et trois canaux d'énergie, il faut faire face à un compromis entre le gain en biais et l'augmentation du bruit.

Les simulations réalisées avec des détecteurs caractérisés par des matrices de réponse idéales ou simulant différents niveaux de partage de charges montrent que le biais et le bruit s'améliorent si on améliore la qualité du détecteur.

On a constaté qu'en radiographie, ainsi qu'en tomographie, la méthode polynômiale est sensible aux empilements et induit une augmentation du biais. Bien que l'effet des empilements soit appris par calibrage, les empilements induisent une augmentation du biais, et dans le cas à trois canaux d'énergie une hausse importante du bruit, due probablement à une baisse du nombre de photons dans les canaux de basse énergie.

L'étude sur la variation de la statistique photonique réalisée en radiographie, montre la stabilité du biais avec la variation du nombre de photons. Contrairement à ce résultat, en tomographie, la variation du flux photonique entraîne une variation du biais. Ce comportement a été observé avec une méthode similaire par Brendel [Brendel et al., 2009], avec une méthode de décomposition en base de fonctions physiques photoélectrique et Compton à laquelle il rajoute une fonction de matériau du produit de contraste, avec 5 canaux d'énergie.

Les limites de la méthode polynômiale sont surtout liées à la généralisation pour un nombre plus grand de canaux d'énergie et à l'instabilité du biais par rapport au bruit photonique. Le modèle polynômial de degré deux devient instable si on augmente le nombre de canaux d'énergie. Dans l'étude réalisée avec trois canaux on a vu la nécessité de restreindre à sept le nombre de coefficients du modèle à cause de son instabilité au bruit sur les mesures estimées. Un autre aspect qui rend le modèle difficile à généraliser est la complexité du calibrage quand on veut augmenter le nombre de canaux. Cela demande l'utilisation de plus de mesures, une procédure qui va complexifier le calibrage expérimental.

Suite aux conclusions de cette étude, nous avons orienté la suite des travaux de la thèse vers une méthode généralisable pour un nombre plus important de canaux (jusqu'à 100 canaux), toujours dans une approche basée projections qui se base sur l'apprentissage des épaisseurs des matériaux, et qui intègre de manière implicite des imperfections du détecteur.

Chapitre 5 : Approche statistique basée sur le calcul du maximum de vraisemblance pour la décomposition en base de matériaux

Sommaire

5.1. Introduction	131
5.2. Méthode statistique développée	131
5.2.1. Formalisation du problème	132
5.2.2. Interpolation	134
5.2.3. Recherche du maximum de vraisemblance	136
5.2.4. Paramètres de simulation pour la méthode statistique	138
5.3. Comparaison avec la méthode polynômiale pour l'estimation des longueurs des matériaux en radiographie	139
5.3.1. Performances en absence des empilements	139
5.3.2. Influence des empilements	141
5.3.3. Influence de la statistique photonique	143
5.4. Comparaison avec la méthode polynômiale pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie	145
5.5. Variation du nombre de canaux	148
5.6. Comparaison avec la technique double acquisition standard pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie	149
5.7. Conclusions	152

5.1. Introduction

Dans ce chapitre nous considérons une approche différente pour la décomposition en base de matériaux mais faisant également partie des approches basées projections utilisant un apprentissage des matériaux de base par calibrage. Il s'agit d'une méthode statistique, basée sur une approche de maximum de vraisemblance. Son avantage par rapport à la modélisation polynômiale est de pouvoir se généraliser à un grand nombre de canaux d'énergie.

Après avoir présenté le principe de la méthode, nous effectuons une étude en simulation, en radiographie et en tomographie. Nous comparons cette méthode à la décomposition par approche polynômiale dans différentes conditions de simulation, comme la prise en compte des empilements ou la variation de la statistique photonique.

A la fin de ce chapitre, nous présentons une comparaison entre un détecteur en intégration utilisant la technique double acquisition et le détecteur spectrométrique.

5.2. Méthode statistique développée

L'objectif de la décomposition en base de matériaux est l'estimation des longueurs équivalentes des deux matériaux de base. Pour cela, nous avons utilisé une approche par apprentissage et l'étape de calibrage permet de construire une base de données contenant les spectres correspondant à toutes les combinaisons possibles des épaisseurs des deux matériaux de base. Nous avons utilisé la fonction de vraisemblance pour quantifier le degré d'affinité de la mesure de test vis-à-vis des mesures comprises dans la base de calibrage, tout en tenant compte du caractère stochastique de la mesure.

Des études similaires menées par [Zhang et al., 2008], [Choi et al., 2013] pour la décomposition en base de matériaux, appliquent un test statistique sur les mesures d'atténuation. Une méthode statistique similaire pour l'identification des matériaux a été développée par [Beldjoudi et al., 2012].

Nous avons travaillé directement sur les spectres. Contrairement à d'autres équipes (par exemple celle de [Schlomka et al., 2008]), qui utilisent le maximum de vraisemblance pour inverser le modèle en nombre de photons afin d'estimer les épaisseurs équivalentes, nous avons fait le choix de ce critère juste pour comparer le spectre mesuré avec les spectres de calibrage, en particulier parce qu'il permet de tenir compte de la loi statistique de Poisson de notre modèle.

Comme dans le cas de l'approche polynômiale, la base de mesures de calibrage ne contient que des valeurs discrètes d'épaisseurs des deux matériaux de base. Pour la compléter, nous avons fait appel à des interpolations en fonction des épaisseurs. Dans la base de calibrage

ainsi complétée, nous cherchons le spectre qui est le plus proche de la mesure selon le critère de vraisemblance, ce qui donne les longueurs équivalentes recherchées.

5.2.1. Formalisation du problème

Pour simplifier les équations, nous avons intégré dans la formalisation du problème seulement la matrice de réponse du détecteur, mais le raisonnement reste valable si on rajoute le modèle d'empilement.

Nous disposons d'un ensemble de mesures de calibration simulées sans bruit, ou acquises expérimentalement avec des temps d'acquisition suffisants pour être considérées comme non bruitées, qui peuvent être écrites comme :

$$S^{(c)}(A_1, A_2) = \{N_k^{(c)}(A_1, A_2)\}, \quad k = 1..N_C, \quad N_C = \text{nombre de canaux} \quad (5.1)$$

où le nombre de photons mesurés dans chaque canal k , sur l'ensemble de N_C canaux de calibration, s'exprime comme :

$$N_k^{(c)}(A_1, A_2) = \sum_{E'} \sum_E N_0^{(c)}(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp(-A_1 \mu_1(E) - A_2 \mu_2(E)), \quad E' \in \text{canal } k \quad (5.2)$$

où $N_0^{(c)}$ est le nombre de photons acquis en plein flux et ϕ est la matrice de réponse du détecteur.

D'autre part, les spectres de l'acquisition s'écrivent aussi en fonction des longueurs équivalentes A_1 et A_2 à déterminer:

$$S^{(a)}(A_1, A_2) = \{N_k^{(a)}(A_1, A_2)\}, \quad k = 1..N_C, \quad N_C = \text{nombre de canaux} \quad (5.3)$$

avec

$$N_k^{(a)}(A_1, A_2) = \sum_{E'} \sum_E N_0^{(a)}(E) \cdot \phi(E', E) \cdot \exp(-A_1 \mu_1(E) - A_2 \mu_2(E)), \quad E' \in \text{canal } k \quad (5.4)$$

Les spectres de photons en plein flux pour le calibration et respectivement pour une mesure courante, mesurés sur l'ensemble des N_C canaux, sont exprimés dans les équations (5.5) et (5.6).

$$N_{0k}^{(c)} = \sum_{E'} \sum_E N_0^{(c)}(E) \cdot \phi(E', E), \quad E' \in \text{canal } k \quad (5.5)$$

$$N_{0k}^{(a)} = \sum_{E'} \sum_E N_0^{(a)}(E) \cdot \phi(E', E), \quad E' \in \text{canal } k \quad (5.6)$$

L'objectif est d'estimer les épaisseurs équivalentes des matériaux de base, A_1 et A_2 . Pour cela nous avons utilisé l'estimateur de maximum de vraisemblance pour déterminer quel spectre de la base de calibration $S^{(c)}(A_1, A_2)$ est le plus proche de celui de l'acquisition $S^{(a)}(A_1, A_2)$.

L'estimateur de maximum de vraisemblance

La méthode de maximum de vraisemblance permet de trouver le spectre de calibration qui ressemble le plus à celui d'acquisition, pour un ensemble fini de données, afin de remonter aux épaisseurs équivalentes des matériaux de base.

On considère que le nombre de photons N est une variable aléatoire exprimée par la densité de probabilité $f(N; (A_1, A_2))$. La probabilité que la première mesure N_1 , correspondant au nombre de photons dans le premier canal, soit comprise dans l'intervalle $[N_1, N_1 + dN_1]$ est égale à $f(N_1; (A_1, A_2))dN_1$. Comme les mesures sont supposées indépendantes, la probabilité que la mesure N_k soit comprise dans l'intervalle $[N_k, N_k + dN_k]$, pour tous les canaux k , est égale à $\prod_{k=1}^{N_c} f(N_k; (A_1, A_2))dN_k$. Comme dN_k ne dépend pas des paramètres (A_1, A_2) , on peut appliquer le même raisonnement pour exprimer la fonction de vraisemblance $V(A_1, A_2)$ qui dépend des paramètres (A_1, A_2) pour des valeurs de N_k connues et fixées.

$$V(A_1, A_2) = \prod_{k=1}^{N_c} f(N_k; (A_1, A_2))dN_k \quad (5.7)$$

Les estimateurs des paramètres qui maximisent la fonction de vraisemblance sont les solutions des équations

$$\frac{\partial V}{\partial A_i} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (5.8)$$

Au lieu d'utiliser l'équation (5.7), il est plus pratique d'utiliser le logarithme de la vraisemblance. La fonction logarithme est croissante et monotone, et les paramètres qui maximisent V vont maximiser également $\log V$. L'avantage est que le produit qui apparaît dans l'équation (5.7) sera transformé en somme.

La vraisemblance est définie à partir du théorème de Bayes, qui énonce que la probabilité d'avoir les paramètres, sachant la mesure, est proportionnelle à la probabilité d'avoir la mesure, sachant la valeur des paramètres. Ici, les paramètres en question sont les épaisseurs des deux matériaux de base.

$$P((A_1, A_2) | S^{(a)}) \propto P(S^{(a)} | (A_1, A_2)) \times P(A_1, A_2) \quad (5.9)$$

Le terme $P((A_1, A_2) | S^{(a)})$ est la probabilité a posteriori d'avoir les épaisseurs A_1 et A_2 sachant les mesures $S^{(a)}$. Nous cherchons à déterminer cette probabilité a posteriori. Le terme $P(S^{(a)} | (A_1, A_2))$ est la probabilité d'observer les mesures, sachant les valeurs des deux épaisseurs. $P(A_1, A_2)$ est la probabilité a priori d'avoir les épaisseurs A_1 et A_2 . Sans connaissance a priori sur les valeurs des épaisseurs, nous pouvons fixer la probabilité a priori $P(A_1, A_2)$ à une constante. Ainsi l'estimateur de maximum de vraisemblance peut être considéré comme un cas particulier d'estimateur de Bayes.

La probabilité $P(S^{(a)} | (A_1, A_2))$ est dans ce cas la fonction de vraisemblance et on la note $V(A_1, A_2)$.

La fonction de vraisemblance sur l'ensemble des canaux d'énergie s'exprime comme

$$V(A_1, A_2) = \prod_{k=1}^{N_c} P(N_k^{(a)} | (A_1, A_2)) \quad (5.10)$$

La probabilité d'avoir le spectre d'acquisition sachant le spectre de calibrage pour les paramètres A_1 et A_2 s'écrit comme

$$V(A_1, A_2) = \prod_{k=1}^{N_c} P(N_k^{(a)} | (A_1, A_2)) P(N_k^{(c)} | (A_1^{(c)}, A_2^{(c)})) \quad (5.11)$$

On cherche à estimer les valeurs des deux épaisseurs, donc il faut maximiser la vraisemblance. Ceci est équivalent à maximiser le logarithme de la vraisemblance. Ainsi, l'estimateur s'écrit comme

$$\hat{A}_i = \arg \max(\ln V(A_1, A_2)), \quad i = 1, 2 \quad (5.12)$$

Sachant que la statistique photonique du nombre d'entrées dans chaque canal suit une distribution Poisson, la fonction de densité de probabilité sera exprimée par la loi de Poisson.

$$P(N^{(a)}(A_1, A_2)|(A_1, A_2)) = f(N^{(a)}(A_1, A_2)) = \prod_{k=1}^{N_c} e^{-\nu_k} \cdot \frac{\nu_k^{N_k^{(a)}(A_1, A_2)}}{N_k^{(a)}(A_1, A_2)!} \quad (5.13)$$

$$\text{où } \nu_k = N_k^{(c)}(A_1, A_2) \quad (5.14)$$

Le logarithme de la fonction de vraisemblance s'écrit comme:

$$\ln(V(A_1, A_2)) \propto \text{cste} - \sum_{k=1}^{N_c} N_k^{(c)}(A_1, A_2) + \sum_{k=1}^{N_c} N_k^{(a)}(A_1, A_2) \cdot \ln(N_k^{(c)}(A_1, A_2)) \quad (5.15)$$

Les estimateurs des épaisseurs ne dépendent que des dérivées du logarithme de la vraisemblance, donc le terme constant ne sera pas pris en compte.

5.2.2. Interpolation

La fonction de vraisemblance sera utilisée pour comparer les spectres d'acquisition avec les spectres de calibrage afin de trouver les spectres les plus probables qui correspondent aux épaisseurs des deux matériaux de base. La base de calibrage étant discrète n'est pas exhaustive. La solution pour la compléter est de procéder à des interpolations bilinéaires entre les différentes épaisseurs des deux matériaux de base, $A_1^{(c)}$ et $A_2^{(c)}$.

Pour écrire les lois d'interpolation, nous avons utilisé un cas simplifié, faisant l'hypothèse que le détecteur est parfait. Nous notons $A_1^{(i)}$ et $A_2^{(i)}$ les épaisseurs interpolées correspondant à chacun des deux matériaux. Les intervalles qui contiennent les valeurs des épaisseurs interpolées sont $[A_1', A_1'']$ et $[A_2', A_2'']$. Ce sont des valeurs d'épaisseurs qui font partie de la base de calibrage. Une interpolation bilinéaire sera réalisée pour calculer les spectres de photons correspondant aux épaisseurs interpolées des deux matériaux de base.

Interpolation linéaire mono matériau

L'hypothèse de linéarité de la mesure d'atténuation est valable pour des petites variations d'épaisseurs, donc il faut disposer d'un nombre suffisant d'épaisseurs de calibrage. Nous avons utilisé cette hypothèse pour appliquer l'interpolation. Nous nous sommes placés dans un cas mono matériau, mono chromatique, où l'atténuation linéaire de l'objet traversé peut s'écrire comme une combinaison linéaire de deux matériaux de base. Le nombre de photons est exprimé comme :

$$N(A_1, A_2) = N_0 \cdot \exp(-\mu_1 A_1 - \mu_2 A_2) \quad (5.16)$$

Pour déterminer par interpolation le spectre de photons correspondant à l'épaisseur $A_1^{(i)}$, comprise dans l'intervalle $[A_1', A_1'']$, pour une épaisseur constante du deuxième matériau, A_2 , nous écrivons les équations suivantes :

$$\begin{cases} N(A_1^{(i)}, A_2) \approx N_0 \cdot \exp(-\mu_1 A_1^{(i)} - \mu_2 A_2) \\ N(A_1', A_2) \approx N_0 \cdot \exp(\mu_1 A_1' - \mu_2 A_2) \\ N(A_1'', A_2) \approx N_0 \cdot \exp(-\mu_1 A_1'' - \mu_2 A_2) \end{cases} \quad (5.17)$$

Nous considérons le même spectre de photons en plein flux N_0 pour les trois équations.

Si on applique le logarithme, les trois équations peuvent se réécrire comme :

$$\begin{cases} -\ln N(A_1^{(i)}, A_2) \approx -\ln N_0 + \mu_1 A_1^{(i)} + \mu_2 A_2 \\ -\ln N(A_1', A_2) \approx -\ln N_0 + \mu_1 A_1' + \mu_2 A_2 \\ -\ln N(A_1'', A_2) \approx -\ln N_0 + \mu_1 A_1'' + \mu_2 A_2 \end{cases} \quad (5.18)$$

On peut calculer μ_1 à partir des deux dernières équations:

$$\mu_1 = \frac{\ln N(A_1', A_2) - \ln N(A_1'', A_2)}{A_1'' - A_1'} \quad (5.19)$$

Si on utilise les deux premières équations et on introduit le μ_1 calculé dans l'équation (5.19) on obtient :

$$A_2 \cdot \mu_2 = \ln N_0 + \frac{A_1' \cdot \ln N(A_1'', A_2) - A_1'' \cdot \ln N(A_1', A_2)}{A_1'' - A_1'} \quad (5.20)$$

En reportant ces deux dernières équations dans la première, on peut réécrire

$$\begin{aligned} \ln \frac{N_0}{N(A_1^{(i)}, A_2)} &= \ln N_0 + \frac{A_1^{(i)} \cdot (\ln N(A_1', A_2) - \ln N(A_1'', A_2))}{A_1'' - A_1'} \\ &+ \frac{A_1' \cdot \ln N(A_1'', A_2) - A_1'' \cdot \ln N(A_1', A_2)}{A_1'' - A_1'} \end{aligned} \quad (5.21)$$

ce qui donne :

$$\ln N(A_1^{(i)}, A_2) = \ln N(A_1', A_2) \frac{A_1'' - A_1^{(i)}}{A_1'' - A_1'} + \ln N(A_1'', A_2) \frac{A_1^{(i)} - A_1'}{A_1'' - A_1'} \quad (5.22)$$

A partir de l'équation (5.22) le nombre de photons issus de l'interpolation pour une épaisseur constante du deuxième matériau est égal à :

$$N(A_1^{(i)}, A_2) = N(A_1', A_2) \frac{A_1'' - A_1^{(i)}}{A_1'' - A_1'} \cdot N(A_1'', A_2) \frac{A_1^{(i)} - A_1'}{A_1'' - A_1'} \quad (5.23)$$

Le même raisonnement est suivi pour le calcul des spectres d'interpolation correspondant aux épaisseurs interpolées du deuxième matériau, et par analogie on écrit :

$$N(A_1, A_2^{(i)}) = N(A_1, A_2) \frac{A_2'' - A_2^{(i)}}{A_2'' - A_2'} \cdot N(A_1, A_2') \frac{A_2^{(i)} - A_2'}{A_2'' - A_2'} \quad (5.24)$$

Pour les spectres de calibrage acquis dans chaque canal k , dans une première étape, pour une épaisseur fixée A_2 , le nombre de photons correspondant à une épaisseur $A_1^{(i)}$ interpolé

comprise entre A_1' et A_1'' , est déduit en fonction du nombre de photons $N_k^{(c)}(A_1', A_2)$ et $N_k^{(c)}(A_1'', A_2)$:

$$N_k(A_1^{(i)}, A_2) = N_k^{(c)}(A_1', A_2)^{\frac{A_1'' - A_1^{(i)}}{A_1'' - A_1'}} \cdot N_k^{(c)}(A_1'', A_2)^{\frac{A_1^{(i)} - A_1'}{A_1'' - A_1'}} \quad (5.25)$$

Selon le même raisonnement, les spectres d'interpolation correspondant à une épaisseur fixée A_1 , et une épaisseur d'interpolation $A_2^{(i)}$, comprise dans l'intervalle $[A_2', A_2'']$, seront déduites :

$$N_k(A_1, A_2^{(i)}) = N_k^{(c)}(A_1, A_2')^{\frac{A_2'' - A_2^{(i)}}{A_2'' - A_2'}} \cdot N_k^{(c)}(A_1, A_2'')^{\frac{A_2^{(i)} - A_2'}{A_2'' - A_2'}} \quad (5.26)$$

Dans les conditions utilisées jusqu'à présent, le spectre en plein flux a été considéré constant. Si les spectres en plein flux ne sont pas les mêmes, les formules d'interpolation deviennent :

$$N_k(A_1^{(i)}, A_2) = N_{0k}^{(c)}(A_1^{(i)}, A_2) \cdot \frac{N_k^{(c)}(A_1', A_2)^{\frac{A_1'' - A_1^{(i)}}{A_1'' - A_1'}}}{N_{0k}^{(c)}(A_1', A_2)} \cdot \frac{N_k^{(c)}(A_1'', A_2)^{\frac{A_1^{(i)} - A_1'}{A_1'' - A_1'}}}{N_{0k}^{(c)}(A_1'', A_2)} \quad (5.27)$$

avec

$$N_{0k}^{(c)}(A_1^{(i)}, A_2) = \frac{N_{0k}^{(c)}(A_1'', A_2) - N_{0k}^{(c)}(A_1', A_2)}{A_1'' - A_1'} \cdot A_1^{(i)} + \frac{N_{0k}^{(c)}(A_1', A_2) \cdot A_1'' - N_{0k}^{(c)}(A_1'', A_2) \cdot A_1'}{A_1'' - A_1'} \quad (5.28)$$

pour une épaisseur A_2 fixée. Des expressions similaires ont été déduites pour exprimer le nombre de photons des spectres interpolés correspondant aux épaisseurs du deuxième matériau.

5.2.3. Recherche du maximum de vraisemblance

La recherche des longueurs des matériaux consiste à calculer la vraisemblance entre les spectres d'acquisition et les spectres de la base de calibration complétée avec des interpolations (Figure 5. 1).

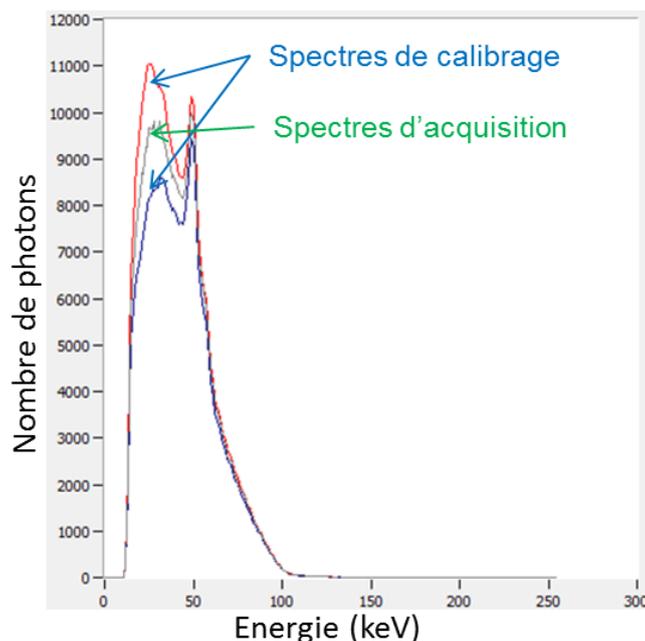


Figure 5. 1 : Exemple de spectres de calibration et d'acquisition pour lesquels la vraisemblance sera calculée

La recherche du maximum de vraisemblance est réalisée en plusieurs étapes successives, avec des recherches de plus en plus fines en épaisseurs, pour les deux matériaux de base. Une première étape consiste à calculer la vraisemblance entre le spectre d'acquisition et les spectres de calibration pour des valeurs des épaisseurs du deuxième matériau présents dans la base de calibration. Nous avons appliqué une interpolation selon les épaisseurs du premier matériau, avec un pas d'interpolation de départ de 1 mm, suivie d'une recherche plus fine avec un pas d'interpolation plus fin, de 0.1 mm. Pour chaque valeur de l'épaisseur du deuxième matériau de la base de calibration on retient les trois valeurs les plus probables de la vraisemblance. Nous avons appliqué une recherche plus approfondie dans la zone où se situe la vraisemblance maximale. L'interpolation sera appliquée cette fois-ci pour les deux épaisseurs avec un pas d'interpolation beaucoup plus fin, de 10 μm . Pour cette dernière étape, le calcul de la vraisemblance sera effectué dans une zone de voisinage autour du point le plus probable. Les valeurs des paramètres d'interpolation et des voisinages sont choisies en fonction des épaisseurs de calibration et selon l'objet cherché. Une illustration de ces étapes est présentée dans la Figure 5. 2.

Le pas d'interpolation est un paramètre important pour l'interprétation des résultats, car il peut induire un biais entre les valeurs estimées et les vraies valeurs des épaisseurs des matériaux de décomposition.

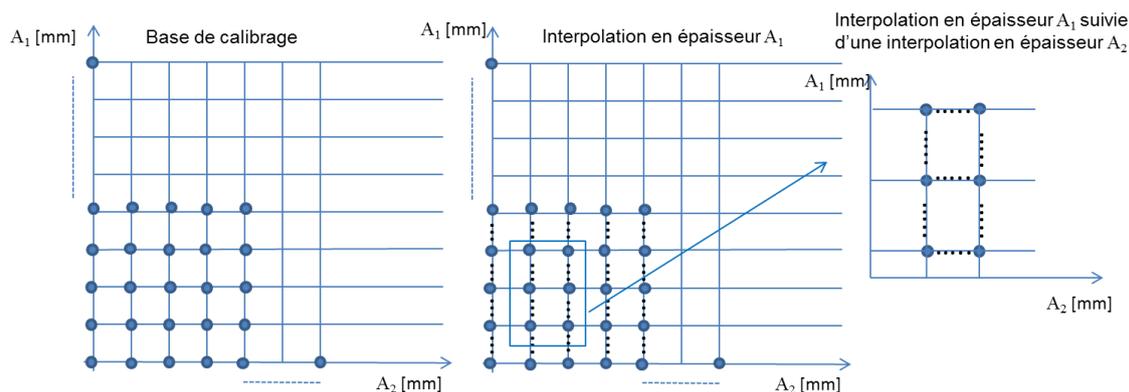


Figure 5. 2 : Les étapes de recherche des épaisseurs du matériau 1 et du matériau 2

5.2.4. Paramètres de simulation pour la méthode statistique

Pour appliquer la décomposition en base de matériaux utilisant l'approche statistique, nous avons utilisé le même jeu de données de simulation que pour la méthode polynômiale. Lors de l'étape de calibrage, les spectres utilisés proviennent du même fantôme de calibrage constitué de deux escaliers superposés, le premier construit avec de la résine et le deuxième avec de l'hydroxyapatite. Pour le calibrage, nous avons utilisé exactement les mêmes spectres de photons correspondant aux 13 x 9 combinaisons des deux matériaux de base que dans le cas de la méthode précédente.

Des mesures de test ont été acquises sur les deux fantômes de test évoqués dans le chapitre 3, un double escalier pour la radiographie, construit avec les mêmes matériaux que dans la base de calibrage et un fantôme réaliste d'os pour la tomographie. L'ensemble des mesures ont été acquises avec un détecteur de 1.6 mm d'épais, avec des pixels de 225 μm x 225 μm . L'effet des empilements, à deux photons, a également été pris en compte.

En ce qui concerne le nombre de canaux d'énergie, la méthode statistique permet l'utilisation du nombre maximal de canaux fourni par le détecteur, en occurrence 100 canaux.

Des études en radiographie et en tomographie ont été menées. Les performances des deux approches, statistique et polynômiale, ont été quantifiées selon les deux critères, le biais et le bruit sur les estimateurs des longueurs d'hydroxyapatite en radiographie et respectivement sur les estimateurs de concentrations d'hydroxyapatite en tomographie. Les images théoriques de décomposition en radiographie, représentant la résine et l'hydroxyapatite sont les mêmes que celles représentées dans le chapitre 4, Figure 4.1. La reconstruction par rétroprojection filtrée, présentée dans le chapitre 1, permet de passer des longueurs équivalentes aux pourcentages des constituants.

5.3. Comparaison avec la méthode polynômiale pour l'estimation des longueurs des matériaux en radiographie

Dans un premier temps, nous comparons cette nouvelle approche exploitant 100 canaux d'énergie à l'approche polynômiale à deux et trois canaux d'énergie. Les simulations ont été réalisées avec une réponse de détecteur avec un niveau de partage de charges modéré (cf. chapitre 3, paragraphe 3.4.1). Les critères de comparaison des deux méthodes sont le biais et le bruit sur les estimateurs de longueurs des matériaux.

5.3.1. Performances en absence des empilements

Les images de décomposition d'hydroxyapatite sont illustrées dans la Figure 5. 3, pour des simulations réalisées en absence et en présence des empilements. De manière qualitative, on peut observer qu'il y a plus de bruit dans l'image de décomposition avec la méthode polynômiale pour trois canaux d'énergie.

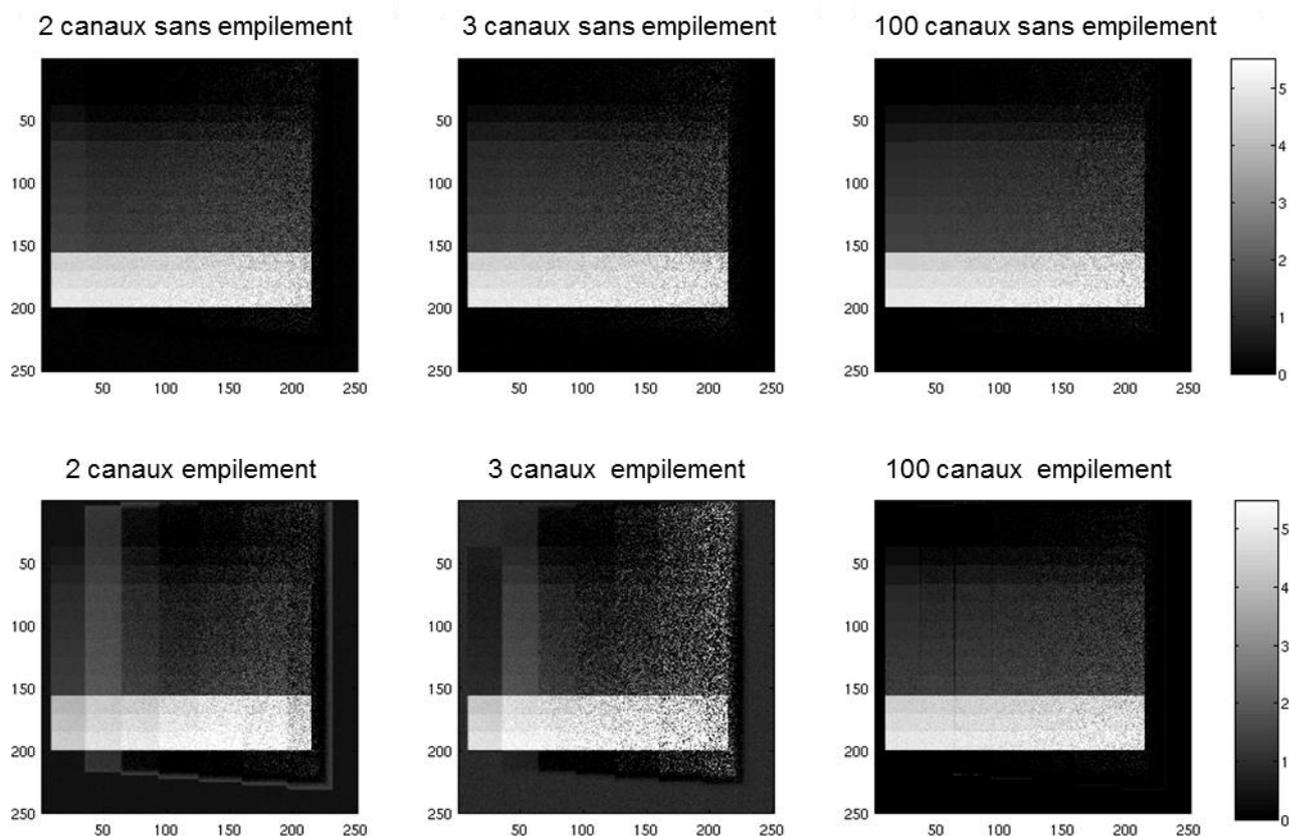


Figure 5. 3 : Images de décomposition d'hydroxyapatite en radiographie. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des

simulations en absence des empilements (en haut de l'image) et en présence des empilements (en bas de l'image)

Pour les valeurs de biais sur les estimateurs des longueurs des matériaux obtenues avec la méthode statistique on observe que les valeurs ne descendent pas en dessous de $10\ \mu\text{m}$, la valeur du pas d'interpolation en épaisseurs.

Les performances en biais obtenues avec l'approche statistique avec 100 canaux d'énergie sont comparables à celles obtenues avec trois canaux d'énergie pour l'approche polynômiale (Figure 5. 4), avec le grand avantage que dans ce cas on garde un niveau bas de bruit en dessous de celui obtenu avec deux canaux d'énergie (Figure 5. 5).

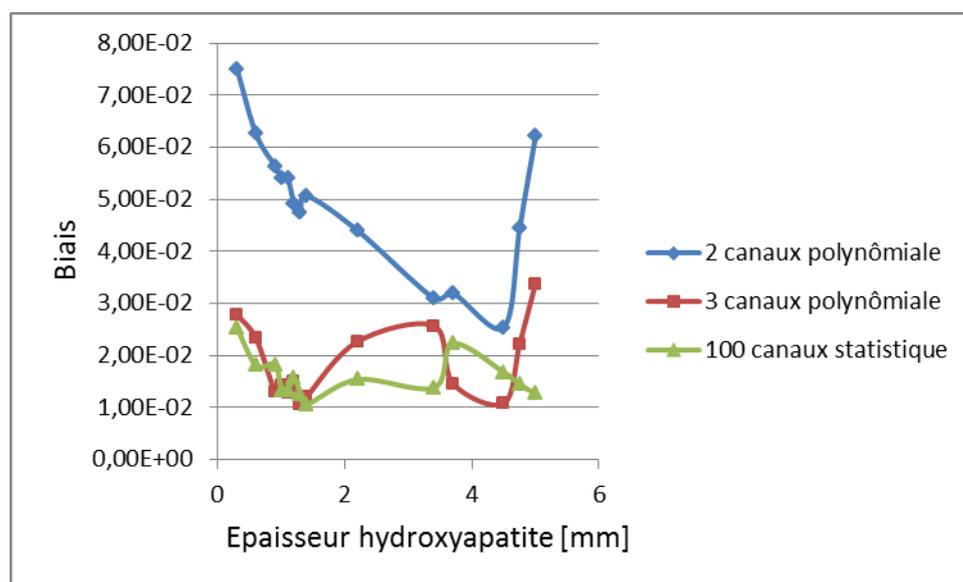


Figure 5. 4 : Biais sur les longueurs estimées dans les images de décomposition d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux)

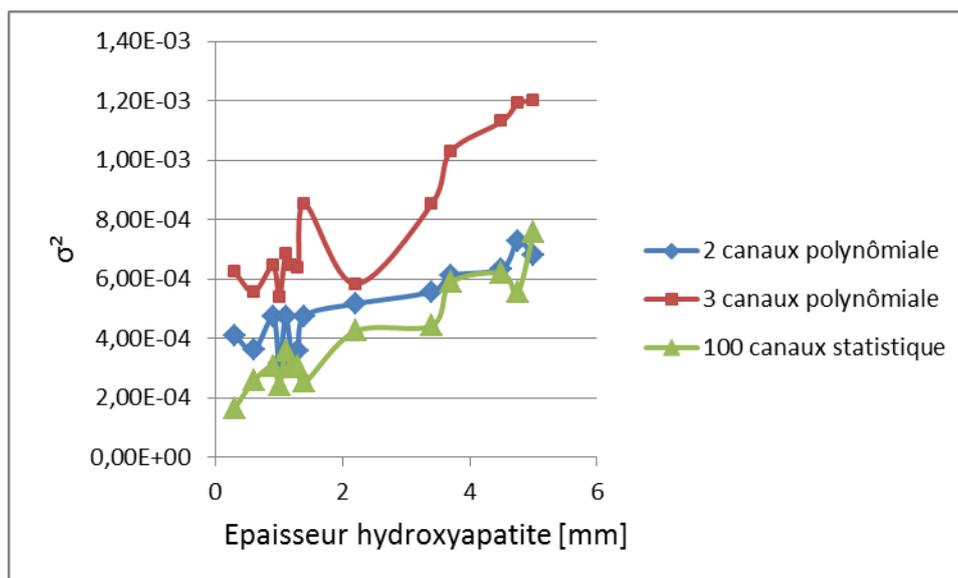


Figure 5. 5: Bruit sur les longueurs estimées dans les images de décomposition d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux)

Pour la méthode statistique, une solution pour diminuer le biais sur les estimateurs serait de décroître le pas d'interpolation.

Une autre solution qui pourrait être envisagée pour les deux approches, serait d'augmenter le nombre d'épaisseurs des deux matériaux de calibrage. Pour l'approche statistique cela va rendre plus petite la distance entre les spectres de mesure et les spectres de calibrage, donc l'hypothèse de linéarité que nous utilisons pour l'interpolation bilinéaire sera plus juste.

5.3.2. Influence des empilements

En plus de la réponse du détecteur, nous avons appliqué l'effet des empilements à deux photons. Nous avons comparé les résultats en termes de biais et de bruit sur les longueurs équivalentes des deux matériaux de base obtenues lors de la décomposition en base de matériaux suivant les deux approches.

La Figure 5. 3 illustre la comparaison des images de décomposition d'hydroxyapatite obtenues pour des simulations sans empilements et avec empilements.

Nous avons observé qu'en considérant les empilements, le biais induit par la résine sur les images d'hydroxyapatite obtenues avec la méthode polynômiale est plus important.

Pour le biais (Figure 5. 6), ainsi que pour le bruit (Figure 5. 7), on observe que les empilements affectent peu les performances obtenues avec l'approche statistique, contrairement aux résultats obtenus avec la méthode polynômiale.

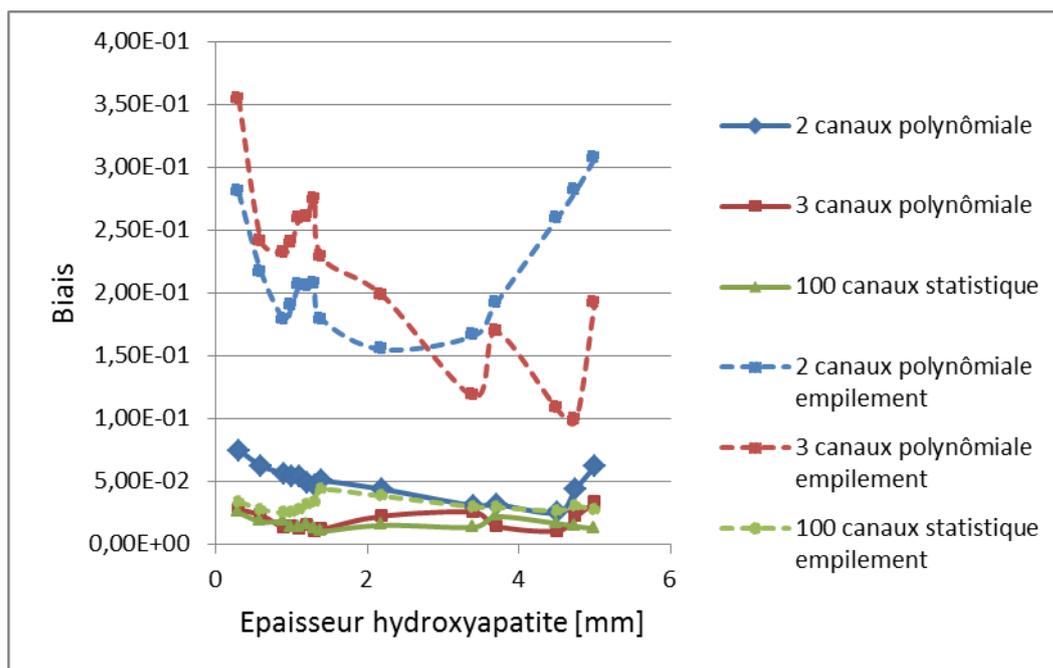


Figure 5.6 : Biases sur les longueurs estimées dans les images de décomposition d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des simulations avec empilements (traits pointillés) et sans empilements (traits pleins)

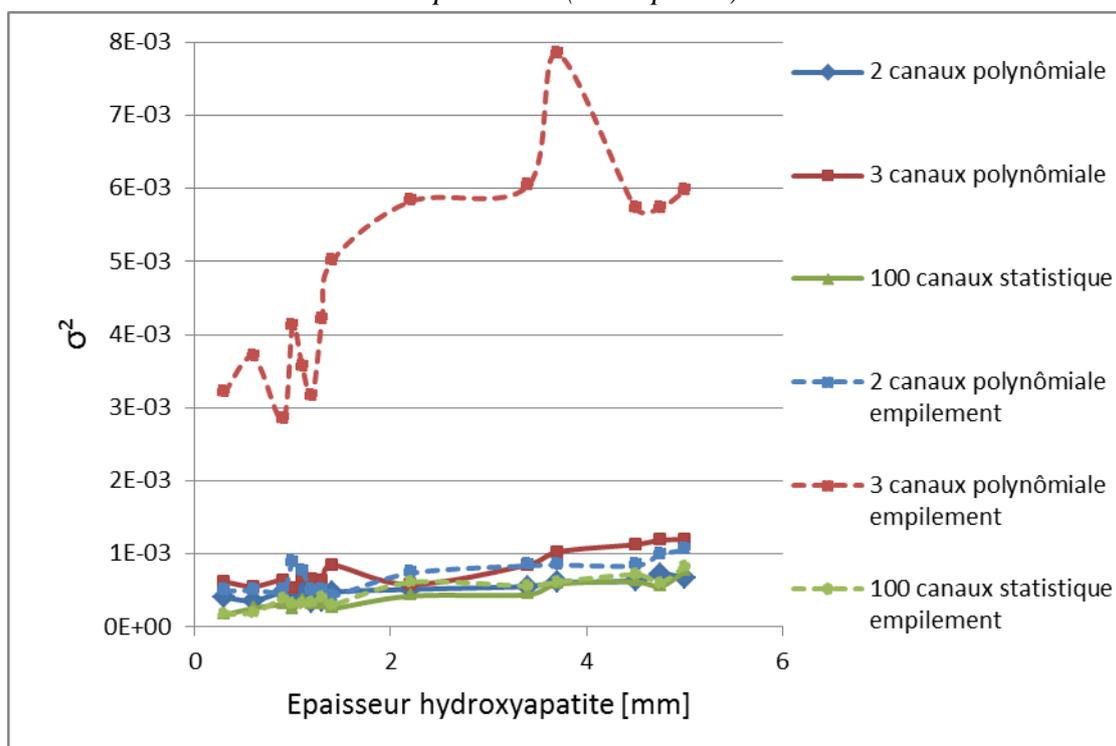


Figure 5.7 : Bruit sur les longueurs estimées dans les images de décomposition d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des simulations avec empilements (traits pointillés) et sans empilements (traits pleins)

Nous avons déjà observé, dans le chapitre 4, l'influence des empilements pour l'approche polynômiale avec deux et trois canaux d'énergie sur le biais et le bruit estimés sur les épaisseurs des matériaux de base. Pour la décomposition avec l'approche statistique, les empilements ne modifient pas de manière significative le biais et le bruit. Bien que les deux approches utilisent l'apprentissage des matériaux de base par calibrage, la différence entre les deux approches pourrait venir de la manière différente dont les deux méthodes modélisent la réponse de détecteur. Pour l'approche statistique on effectue une interpolation qui suppose que l'atténuation en fonction des épaisseurs varie linéairement entre deux points de calibrage très proches. Avec l'approche polynômiale, nous avons modélisé l'atténuation avec un polynôme d'ordre deux unique pour l'ensemble des épaisseurs comprises dans le domaine de calibrage. Ce modèle semble moins performant, en particulier quand on prend en compte la présence des empilements.

On peut observer la faible variation du biais sur les épaisseurs estimées avec l'approche statistique, contrairement à l'approche polynômiale. Cette différence entre les deux approches est due au domaine de définition. Pour l'approche polynômiale il s'agit d'une définition globale du domaine de calibrage, et plus on se rapproche des bords, plus le biais augmente. Pour l'approche statistique, la recherche locale des épaisseurs des matériaux permet une meilleure estimation.

5.3.3. Influence de la statistique photonique

Comme expliqué dans le chapitre 3, pour faire varier la statistique photonique, on garde un courant de source constant de 10 mA et on fait varier le temps d'intégration (2 ms, 10 ms et 50 ms). Dans ces conditions, le nombre total de photons est variable, mais le nombre de photons incidents par pixel et par seconde reste constant, ce qui va permettre de garder un niveau d'empilement constant.

Les images de décomposition d'hydroxyapatite (Figure 5. 8) montrent une meilleure séparation des deux matériaux par approche statistique. Ce sont des images sur lesquelles on ne distingue plus l'escalier de résine comme dans le cas des images de décomposition avec l'approche polynômiale. Plus le temps d'intégration est élevé, moins le bruit est présent dans les images.

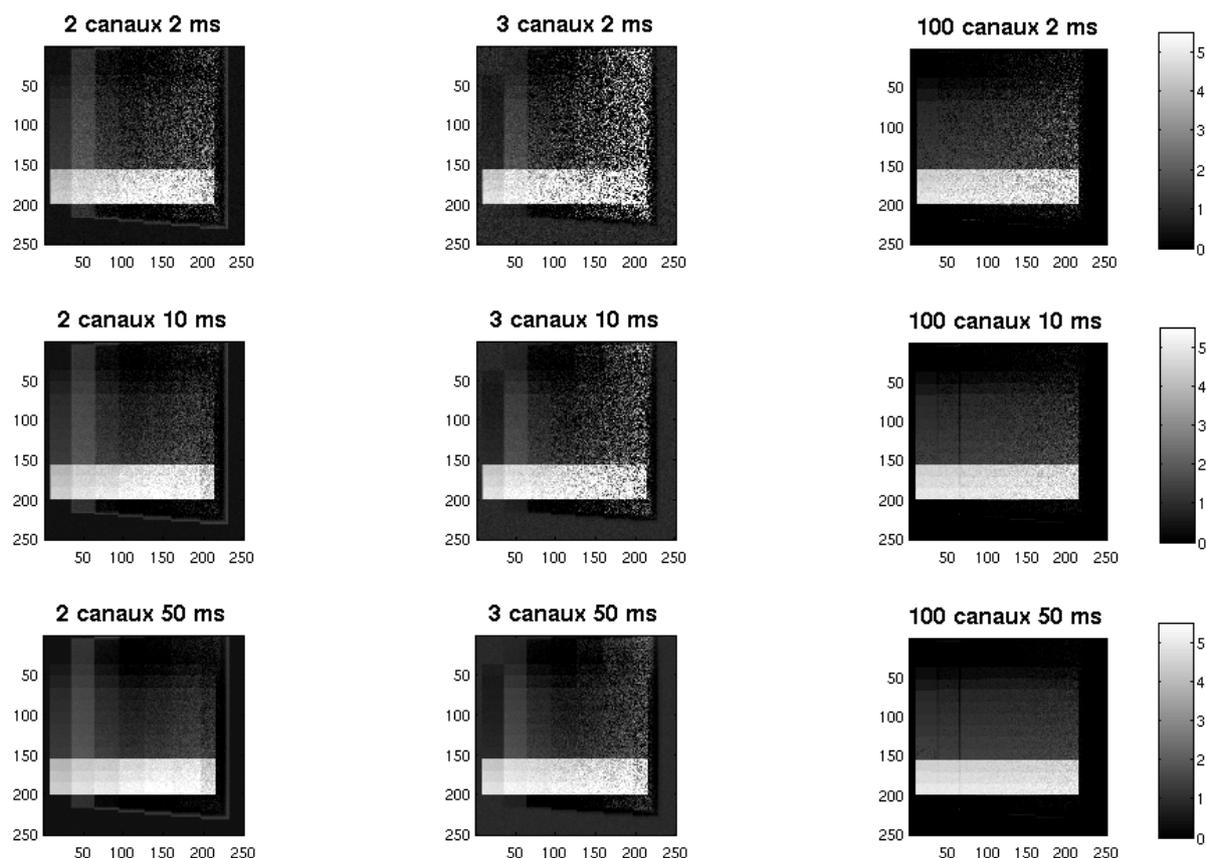


Figure 5. 8 : Images de décomposition d'hydroxyapatite en radiographie. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour trois temps d'intégrations différents

La variation de la statistique photonique a un impact différent sur le comportement du biais dans le cas des deux approches. On a vu dans le chapitre 4, pour une approche polynômiale, que le biais reste presque constant avec la variation de la statistique photonique.

Dans le cas de l'approche statistique on observe une augmentation du biais sur les longueurs estimées lorsque le temps d'intégration diminue. Malgré cela, l'approche statistique reste plus performante en biais sur les estimateurs, même à faible statistique photonique (Figure 5. 9).

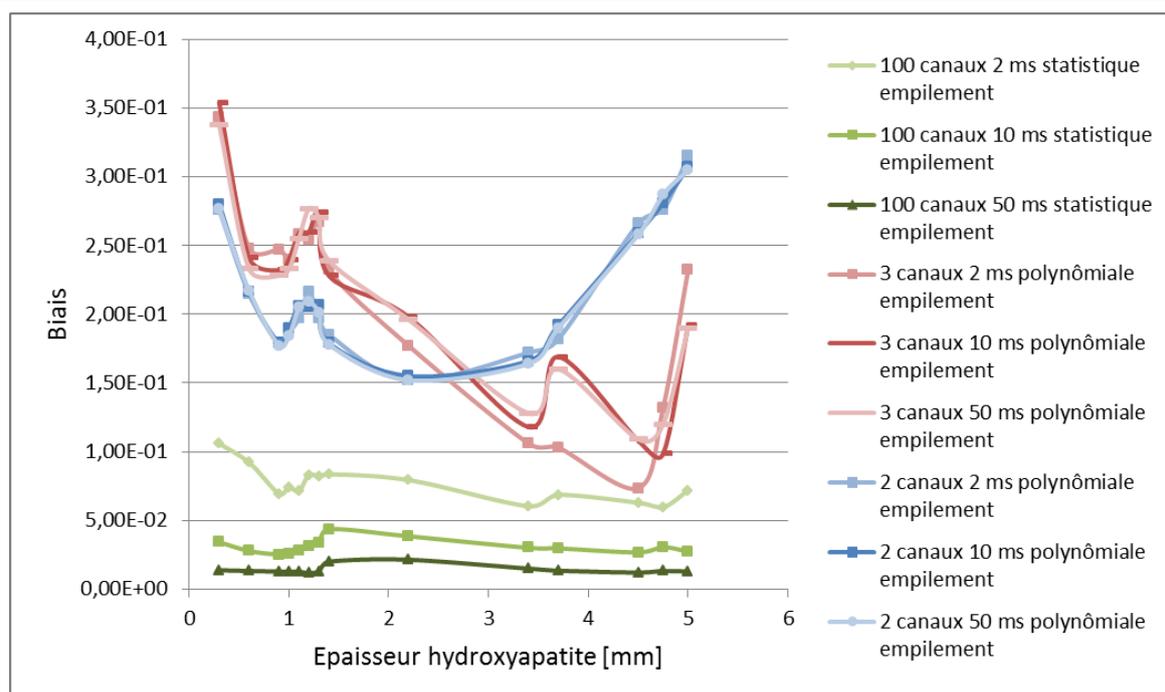


Figure 5. 9 : Biais les longueurs estimées dans les images de décomposition d'hydroxyapatite pour 2 et 3 canaux d'énergie (approche polynômiale) et 100 canaux d'énergie (approche statistique) pour trois temps d'intégration différents (2, 10 et 50 ms)

5.4. Comparaison avec la méthode polynômiale pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie

En tomographie, nous quantifions les pourcentages volumiques des constituants, en l'occurrence de l'hydroxyapatite. Les simulations ont été effectuées comme décrit dans le chapitre 3.

Le niveau bas de bruit et de biais sur les estimateurs des concentrations pour l'approche statistique, comparé à l'approche polynômiale, est encore mis en évidence sur des images reconstruites d'hydroxyapatite (Figure 5. 10) issues des simulations avec empilements.

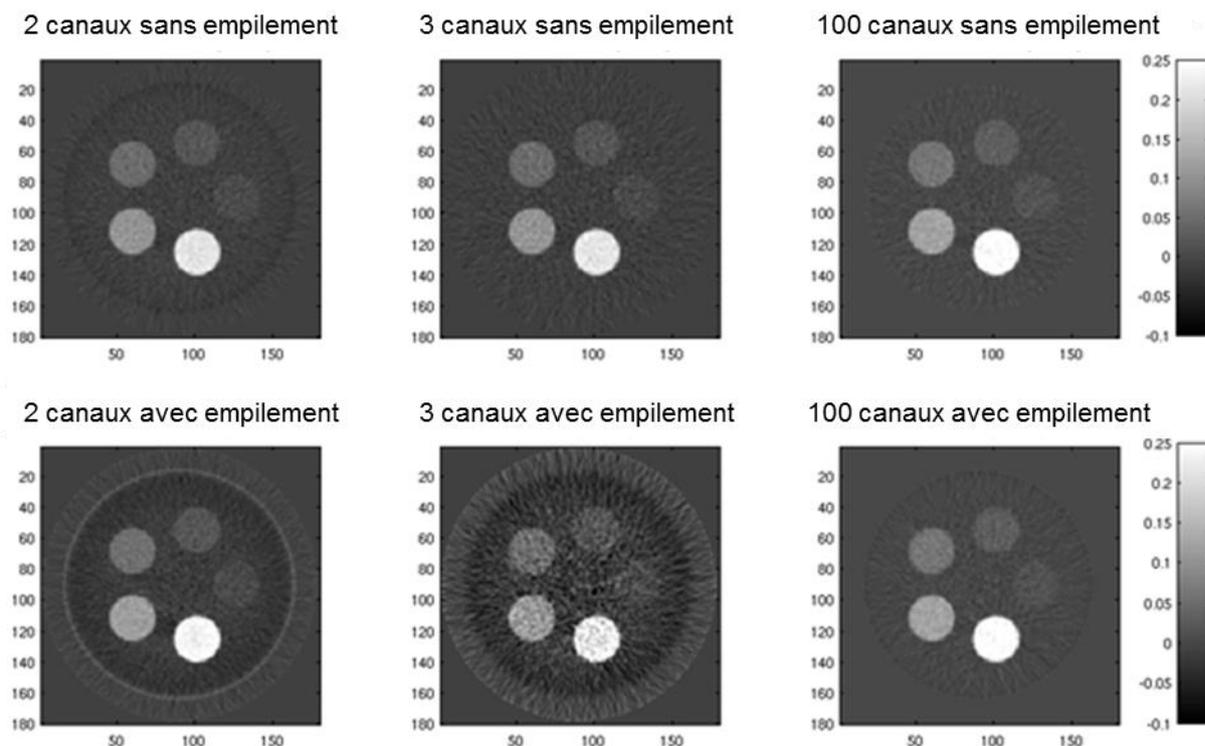


Figure 5. 10 : Images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des simulations avec et sans empilements

Les performances des deux méthodes en tomographie sont similaires à celles obtenues en radiographie. Les résultats de biais sur les pourcentages volumiques d'hydroxyapatite obtenus dans les inserts du fantôme d'os (Figure 5. 11) montrent que le gain obtenu avec la méthode statistique avec 100 canaux d'énergie n'est plus si marquant par rapport à la méthode polynômiale avec 3 canaux d'énergie. Le niveau de bruit sur les estimateurs, pour des simulations avec empilements, représenté dans la Figure 5. 12, pour chaque épaisseur d'hydroxyapatite, reste toujours le plus élevé dans le cas de l'approche polynômiale avec trois canaux d'énergie. Dans ces conditions, on est obligé de faire un compromis si on veut augmenter le nombre de canaux avec la méthode polynômiale.

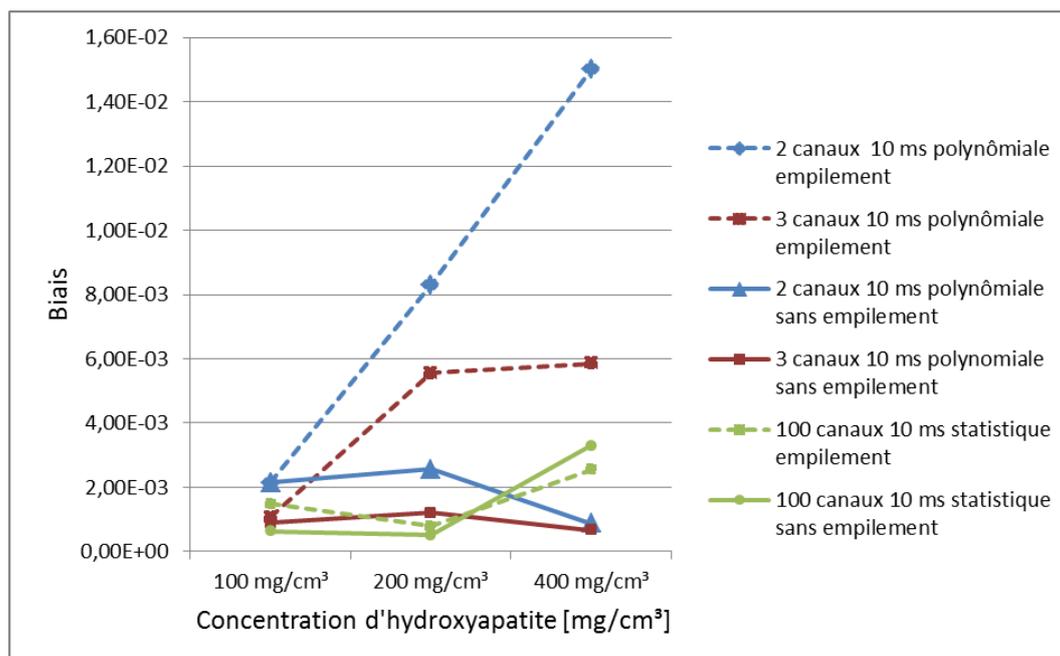


Figure 5. 11: Biais sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des simulations avec empilements (traits pointillés) et sans empilements (traits pleins)

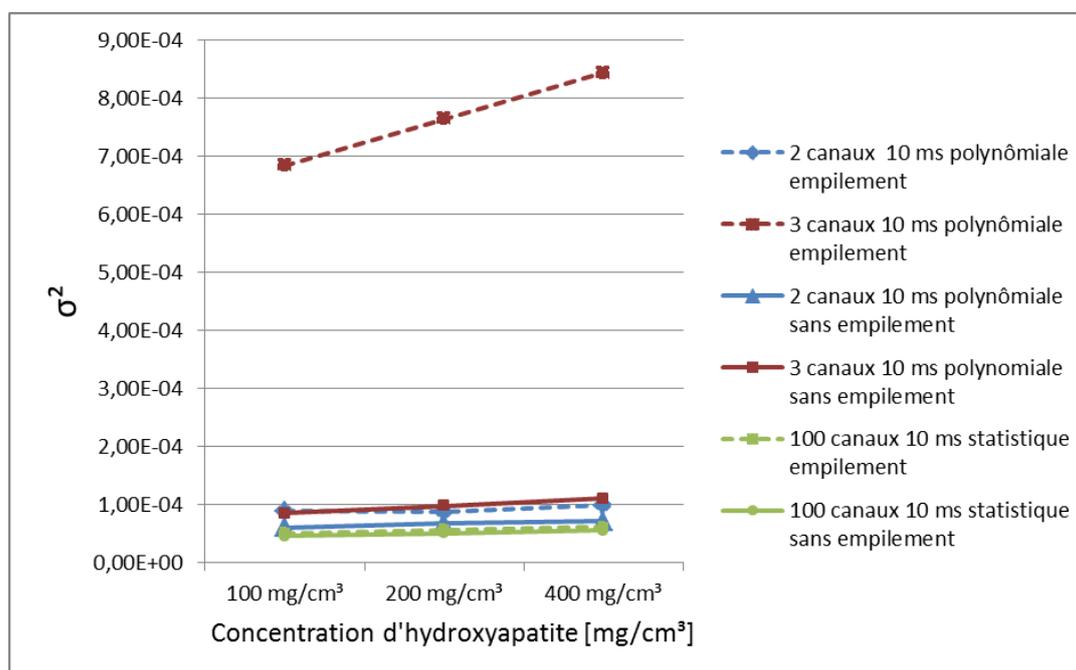


Figure 5. 12 : Bruit sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison entre l'approche polynômiale (2 et 3 canaux) et l'approche statistique (100 canaux) pour des simulations avec empilements (traits pointillés) et sans empilements (traits pleins)

La méthode statistique permet d'aller au-delà de ce compromis, en améliorant le biais par rapport à la méthode polynômiale à deux canaux d'énergie, tout en préservant la performance en bruit. Surtout, elle n'est que peu affectée par les empilements, contrairement à la méthode polynômiale à deux ou trois canaux d'énergie.

5.5. Variation du nombre de canaux

Nous nous sommes également intéressés à la réduction du nombre de canaux exploités avec l'approche statistique pour la décomposition en base de matériaux, afin de réduire le temps de calcul. Des regroupements en 5 et 10 canaux réguliers d'énergie ont été effectués et les résultats comparés.

La diminution du nombre de canaux ne modifie pas la qualité visuelle des images de décomposition (Figure 5. 13).

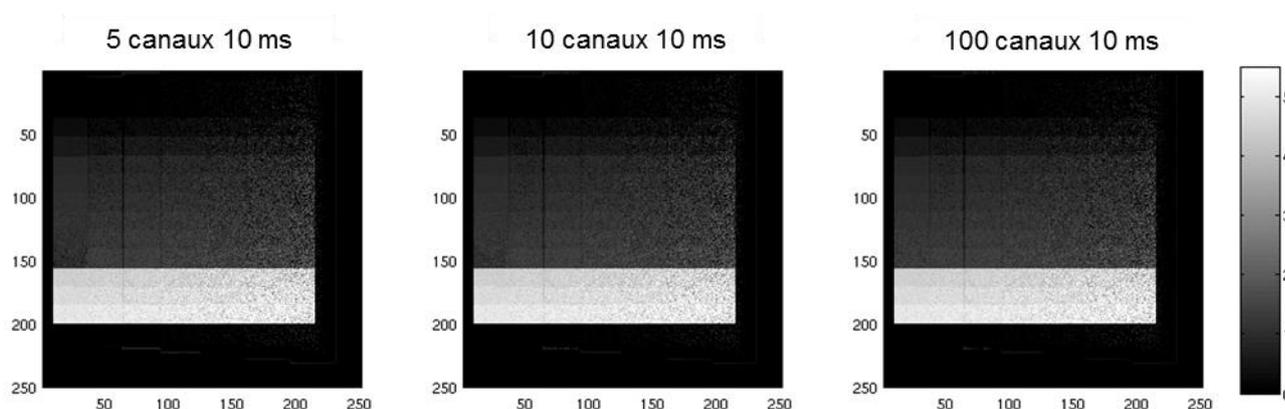


Figure 5. 13 : Images de décomposition d'hydroxyapatite pour 5, 10 et 100 canaux d'énergie utilisant l'approche statistique

Sur les radiographies, nous avons observé que la différence entre les trois cas présentés n'est pas significative en biais (Figure 5. 14), ce qui nous encourage à diminuer le nombre de canaux afin de gagner en temps de calcul. On garde des niveaux de bruit similaires, illustrés dans la Figure 5. 15, pour chacune des épaisseurs d'hydroxyapatite.

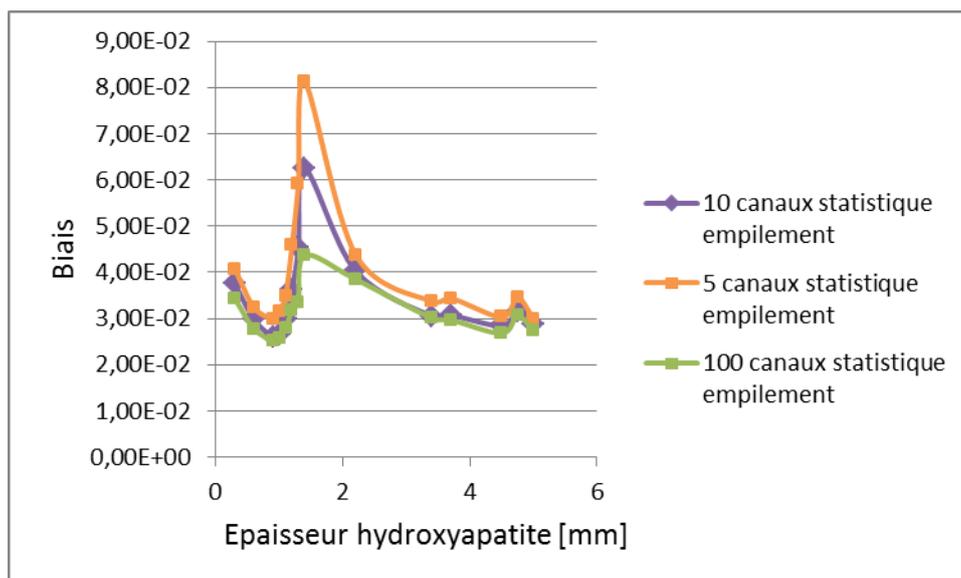


Figure 5. 14 : Biais sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite pour 5, 10 et 100 canaux d'énergie

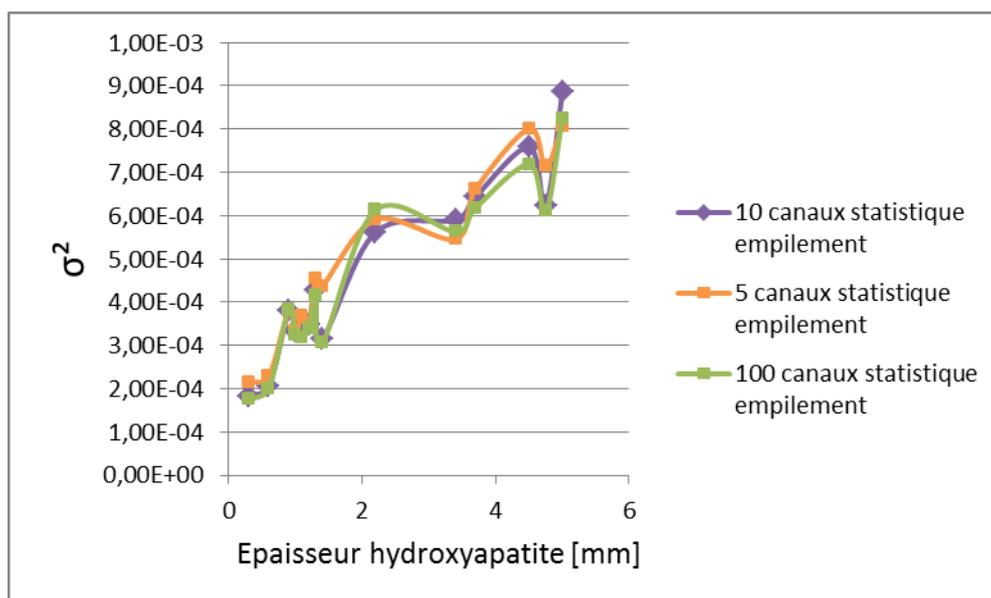


Figure 5. 15 : Bruit sur les épaisseurs estimées dans les images d'hydroxyapatite pour 5, 10 et 100 canaux d'énergie

5.6. Comparaison avec la technique double acquisition standard pour la quantification des concentrations des matériaux en tomographie

Une étude de comparaison entre deux types de détecteurs, un détecteur en intégration et un détecteur en comptage, a été effectuée pour quantifier l'apport de la nouvelle génération de

détecteurs spectrométriques pour la quantification des constituants des matériaux. Les simulations ont été effectuées à dose constante, égale à $5.67 \mu\text{Gy}$ par projection.

Nous avons comparé des résultats obtenus en tomographie pour la décomposition en base de matériaux.

Pour le détecteur en intégration d'énergie utilisant un protocole double acquisition avec deux sources, la décomposition en base de matériaux a été effectuée avec l'approche polynômiale. Les conditions de simulation utilisées pour obtenir les deux spectres correspondant à la source basse énergie et à la source haute énergie ont été présentées dans le chapitre 3. Les informations dont on dispose sont dans ce cas d'étude les deux atténuations, une pour la basse et une pour la haute énergie. Nous avons utilisé les fantômes de calibrage et de test présentés dans le chapitre 3.

Pour la technique spectrale nous avons gardé les mêmes conditions de simulation évoquées jusqu'à présent dans ce chapitre. Pour la décomposition en base de matériaux nous utilisons les deux approches, polynômiale et statistique.

Les mêmes critères de performance, le biais et le bruit sur les pourcentages des concentrations estimées dans les 5 inserts du fantôme d'os, ont été utilisés pour comparer les résultats obtenus avec les deux détecteurs.

Des images de décomposition reconstruites sont illustrées dans la Figure 5. 16.

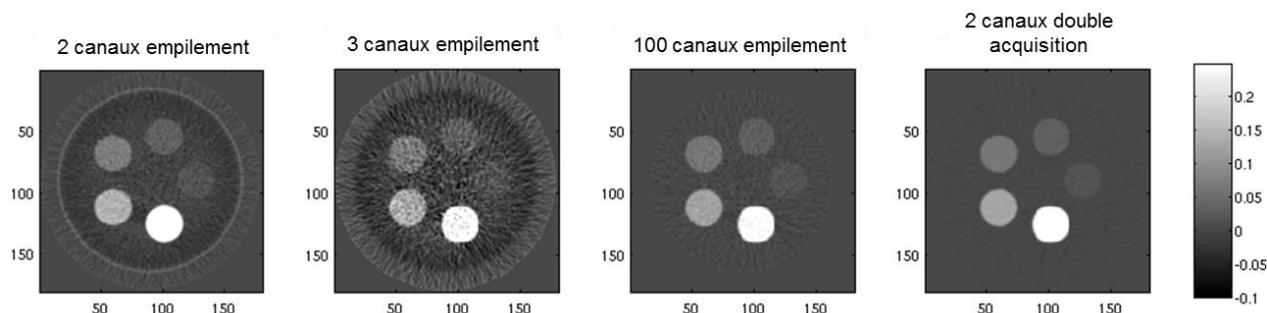


Figure 5. 16 : Images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison entre un détecteur en comptage et un détecteur en intégration à dose constante

Dans la Figure 5. 17 nous avons représenté le biais sur les concentrations estimées, obtenu pour des simulations avec un détecteur en intégration et avec un détecteur spectrométrique sans empilement. On observe que les résultats sont comparables pour certaines concentrations.

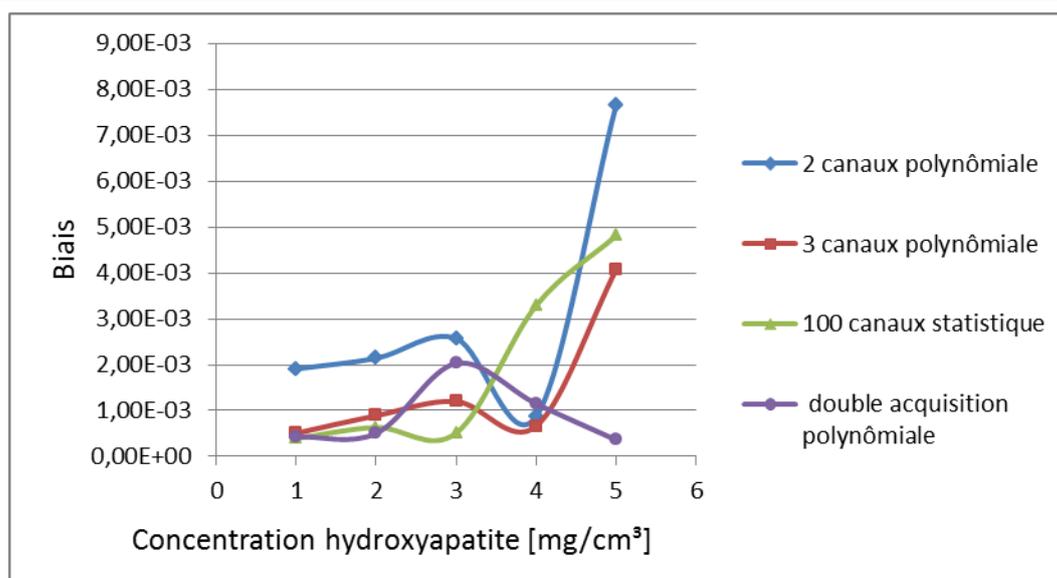


Figure 5. 17 : Biases sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison à dose constante entre un détecteur en comptage sans empilement et un détecteur en intégration

Le bruit et le biais sur les estimateurs (Figure 5. 18 et Figure 5. 19) montrent que la technique double acquisition avec un détecteur en intégration reste performante par rapport à la technique spectrale avec un détecteur spectrométrique avec empilements. Néanmoins, avec une méthode statistique de décomposition en base de matériaux avec 100 canaux d'énergie, les performances en biais et en bruit sur les estimateurs sont comparables, sans faire de compromis sur le biais ou le bruit, comme on a vu que c'est le cas pour la décomposition avec une approche polynômiale.

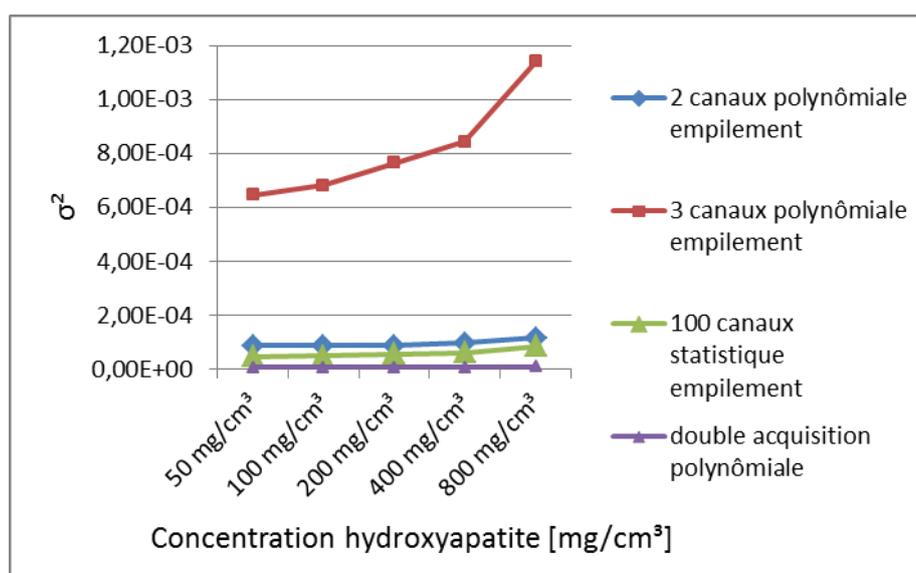


Figure 5. 18 : Bruit sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison à dose constante entre un détecteur en comptage avec empilement et un détecteur en intégration

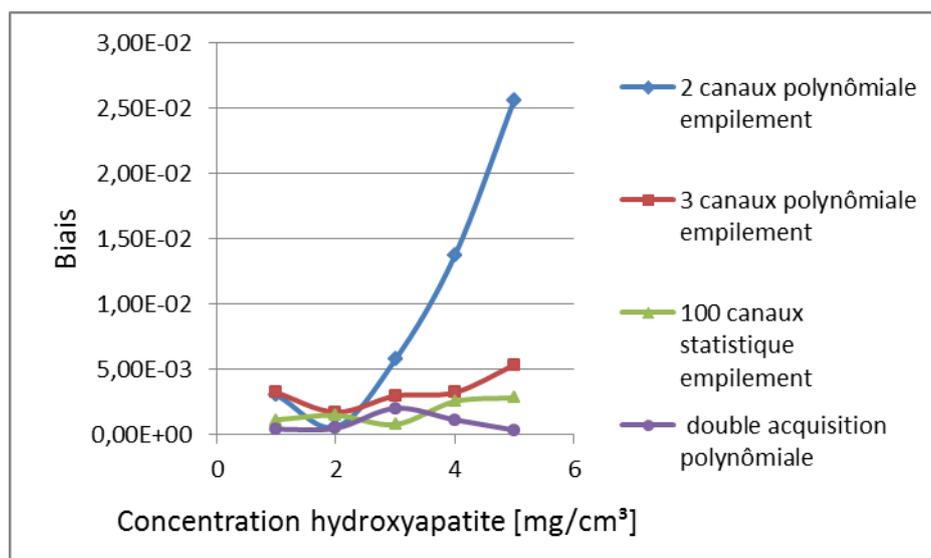


Figure 5.19 : Biais sur les concentrations estimées dans les images reconstruites d'hydroxyapatite. Comparaison à dose constante entre un détecteur en comptage avec empilement et un détecteur en intégration

La technique de la double acquisition bénéficie d'une optimisation des spectres de chacune des deux acquisitions, afin d'assurer une bonne séparation du spectre basse énergie de celui de haute énergie. A cause des phénomènes indésirables comme le partage de charges et les empilements, les détecteurs en mode comptage avec une acquisition unique ont un pouvoir de séparation moins bon, ce qui se traduit par des performances en bruit légèrement dégradées. En revanche, l'utilisation des méthodes par apprentissage permet de prendre en compte les imperfections des mesures, ce qui permet d'obtenir des bonnes performances en biais, notamment pour la méthode statistique.

Plusieurs études menées par [Kappler et al., 2012], [Kappler et al., 2014], sur l'apport des détecteurs sur le contraste à bruit sur les matériaux, en tomographie, donnent les mêmes conclusions sur la comparaison des deux détecteurs. Leur étude par simulation montre que le cas d'un détecteur spectrométrique parfait permet de gagner en biais ou en contraste, alors que pour un détecteur réaliste qui tient compte du partage de charges et des empilements, les résultats obtenus peuvent être moins bons.

Il faut néanmoins insister sur l'avantage des détecteurs spectrométriques de ne nécessiter qu'une seule acquisition, ce qui permet d'éviter les effets de bougé du patient durant l'examen, qui peuvent induire des erreurs d'interprétation importantes.

5.7. Conclusions

Notre objectif est la bonne estimation des épaisseurs et des concentrations des constituants des matériaux. Dans ce chapitre, nous avons présenté la comparaison des performances obtenues

pour la décomposition en base de matériaux avec deux approches différentes, l'approche polynômiale présentée dans le chapitre 4 et l'approche statistique présentée dans ce chapitre. Des conditions de simulation réalistes avec un détecteur spectrométrique ont été utilisées et l'apport de ces détecteurs a été quantifié en radiographie, ainsi qu'en tomographie, selon les mêmes critères de performance, le biais et le bruit sur les estimateurs.

Nous avons obtenu une amélioration des performances pour la décomposition avec l'approche statistique selon les études conduites en radiographie, ainsi qu'en tomographie, bien que dans le cas de la tomographie le gain soit moins important.

Une première comparaison des résultats obtenus lors des simulations qui prennent en compte seulement la réponse du détecteur a montré que l'utilisation de la méthode statistique permet de gagner en biais sans dégrader le bruit sur les épaisseurs d'hydroxyapatite estimées en radiographie.

On a vu dans le chapitre précédent que l'approche polynômiale pour la décomposition en base de matériaux est sensible aux empilements. Dans cette étude on peut remarquer une stabilité du bruit et du biais sur les estimateurs des longueurs, ainsi que sur les estimateurs des concentrations, face à ce phénomène.

Une particularité commune aux deux approches est la nécessité de l'apprentissage des matériaux avec une étape de calibrage qui est complexe. Pour le calibrage avec l'approche polynômiale, même si nous rajoutons des points de calibrage, le modèle polynômial de degré deux ne sera pas plus juste. Avec l'approche statistique, nous avons enrichi la base de données de calibrage par interpolation. Dans le cas de cette approche, augmenter le nombre de points de calibrage augmente la vraisemblance entre les mesures d'acquisition et les mesures de calibrage, afin de mieux estimer les épaisseurs des matériaux de décomposition.

Un autre point sensible dans la comparaison des deux approches est le temps de calcul, qui dans le cas de l'approche statistique peut être très long si on veut travailler avec un nombre élevé de canaux d'énergie. Nous avons montré que les performances en biais et en bruit, sur les épaisseurs estimées, restent satisfaisantes pour des simulations avec 5 et 10 canaux réguliers d'énergie pour l'approche statistique.

Une comparaison à dose constante entre un détecteur en intégration, utilisant la technique double acquisition, et un détecteur réaliste en comptage, avec partage de charges et empilements, a été réalisée. Les résultats montrent un niveau de bruit plus bas pour le système double acquisition avec la méthode polynômiale, ainsi qu'une meilleure précision sur l'estimation des concentrations d'hydroxyapatite. Ces résultats sont cohérents avec les études de Kappler [Kappler et al., 2012], [Kappler et al., 2014]. Cependant, malgré les défauts inhérents d'un détecteur spectrométrique (partage de charges, empilements), l'utilisation de l'approche statistique permet d'obtenir des performances en biais et en bruit proches de celles

obtenues avec un système double acquisition, tout en s'affranchissant des artéfacts liés au bougé du patient.

Chapitre 6 : Validation expérimentale des approches polynômiale et statistique pour la décomposition en base de matériaux

Sommaire

6.1. Conditions expérimentales	156
6.1.1. Caractéristiques du détecteur spectrométrique	156
6.1.2. Paramètres expérimentaux à faible flux photonique	157
6.1.3. Paramètres expérimentaux à fort flux photonique	157
6.1.4. Base de calibrage et base de test	158
6.2. Conditions de simulation	161
6.3. Traitement des données expérimentales	163
6.3.1. Décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale	163
6.3.2. Décomposition en base de matériaux avec l'approche statistique	164
6.4. Quantification des épaisseurs des matériaux utilisant les deux approches	165
6.4.1. Résultats expérimentaux à faible flux photonique	165
6.4.2. Résultats expérimentaux à fort flux photonique	166
6.4.3. Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation	168
6.5. Quantification expérimentale de l'hydroxyapatite avec un détecteur spectrométrique	170
6.6. Conclusions	172

6.1. Conditions expérimentales

L'objectif des travaux expérimentaux présentés dans ce chapitre est de valider les deux approches de décomposition présentées en simulation dans les chapitres 4 et 5. L'application visée est la quantification des épaisseurs faibles des matériaux constituant les objets. Une comparaison entre des résultats obtenus en expérimental avec un détecteur spectrométrique développé au laboratoire LDET (Laboratoire DETecteur) et des résultats obtenus en simulation a été réalisée.

Une image du banc expérimental est illustrée dans la Figure 6. 1.

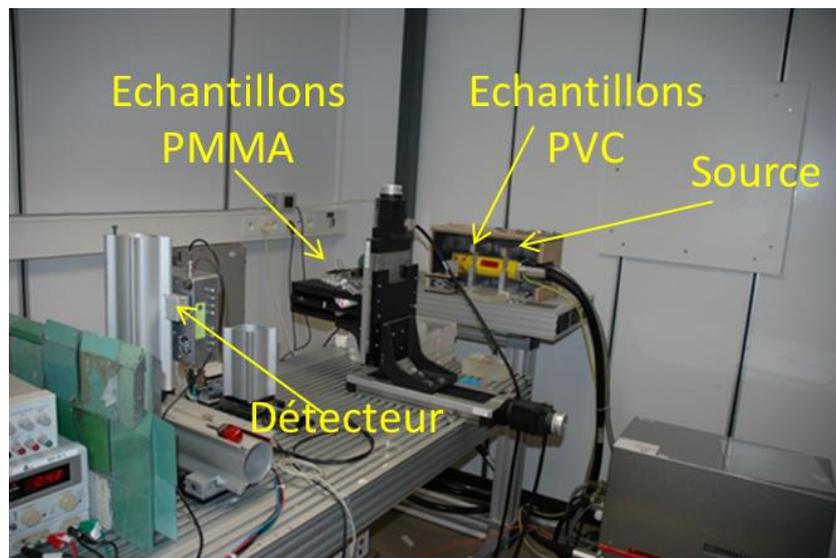


Figure 6. 1 : Banc expérimental

6.1.1. Caractéristiques du détecteur spectrométrique

Ce détecteur spectrométrique est un détecteur en comptage qui permet de faire des mesures dans des canaux fins d'énergie (environ 1.2 keV), sous des flux photoniques qui peuvent aller au-delà de 10^7 photons/mm²/s. Les caractéristiques de ce détecteur sont présentées dans les travaux de Brambilla et al. [Brambilla et al., 2009] et Rinkel et al. [Rinkel et al., 2011].

Le détecteur est une barrette de 16 pixels à base CdTe. Le signal électrique issu du matériau semi-conducteur est converti en signal numérique par un convertisseur Analogique-Numérique (CAN) qui travaille à une fréquence de 100 MHz. Un circuit logique programmable de type FPGA (Field Programmable Gate Array) est associé au détecteur. Il permet de reconstruire les spectres sur tous les 256 compteurs, dans chaque pixel du détecteur.

Le prototype conçu dans le laboratoire est constitué de 16 pixels de 800 μ m x 800 μ m. Le matériau CdTe a une épaisseur de 3 mm, ce qui permet d'assurer l'absorption des photons avec une énergie maximale de 150 keV. Une illustration de l'électronique associée au détecteur barrette de 16 pixels, à base de CdTe, est montrée dans la Figure 6. 2.



Figure 6. 2 : Electronique associée au détecteur barrette de 16 pixels à base de CdTe

Des mesures sur les performances des détecteurs ont été réalisées avec une source de rayons γ , à base de Cobalt-57, ainsi qu'avec une source de rayons X, [Brambilla et al., 2013]. Les réponses obtenues dans chacun des 16 pixels ont déjà été illustrées dans le chapitre 1, Figure 1.13.

6.1.2. Paramètres expérimentaux à faible flux photonique

Les conditions des expérimentations sont décrites par la suite. Une tension de source de 120 kV, avec une filtration de 1 mm d'aluminium et 0.8 mm de béryllium, avec un courant de source de 0.5 mA et un temps d'acquisition de 1 s ont été utilisés pour obtenir une statistique photonique de 9×10^5 photons/pixel en plein flux. La valeur est déterminée en faisant la somme de tous les photons du spectre d'acquisition.

Nous avons choisi cette fluence photonique pour réaliser des mesures dans des conditions de très faibles empilements.

6.1.3. Paramètres expérimentaux à fort flux photonique

Nous avons réalisé des acquisitions expérimentales pour des flux photoniques plus importants. Nous avons travaillé à mAs constant. Les paramètres expérimentaux utilisés sont une tension de source de 120 kV avec une filtration de 1 mm d'aluminium, un courant de source de 1.4 mA et un temps d'acquisition de 380 ms. Sous ces conditions nous avons obtenu un flux photonique autour de 2×10^6 photons/pixel/s.

Dans des conditions de forts flux photoniques nous avons observé des empilements par rapport aux mesures précédentes. Le taux d'empilement par rapport aux mesures effectuées à faible flux est de 11% pour des mesures réalisées sans objet et de 2% pour des mesures réalisées avec 0.452 g/cm² de PVC et 7.477 g/cm² de PMMA. Une illustration de l'influence des empilements, sur les spectres acquises en expérimental, est donnée dans la Figure 6. 3.

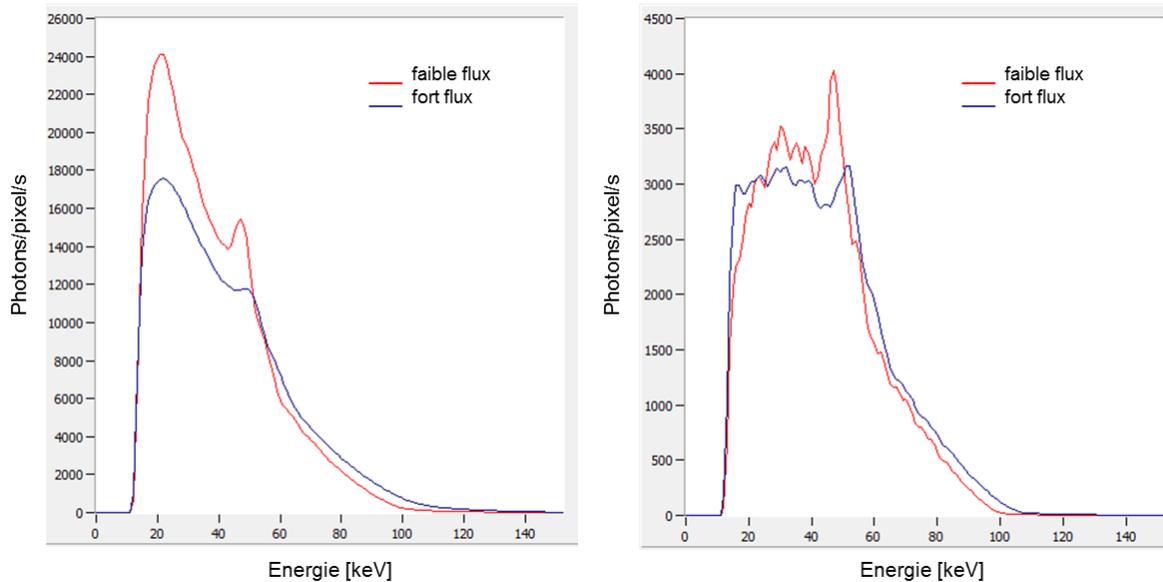


Figure 6.3 : Comparaison des spectres de calibrage acquis à faible flux et fort flux, sans objet (à gauche) et avec 0.452 g/cm^2 de PVC et 7.477 g/cm^2 de PMMA (à droite)

6.1.4. Base de calibrage et base de test

Deux matériaux, le polychlorure de vinyle (PVC) et le poly méthacrylate de méthyle (PMMA), avec des numéros atomiques effectifs Z , similaires à celles de l'hydroxyapatite et à la résine, ont été utilisés pour l'application expérimentale. Les numéros atomiques de ces matériaux sont : $Z_{PVC} = 14.26$, $Z_{HA} = 14.06$, $Z_{PMMA} = 6.56$, $Z_{Résine} = 7.23$.

Nous avons utilisé neuf échantillons de PMMA et six échantillons de PVC, de forme cylindrique, avec 2 cm de diamètre, pour constituer la base de calibrage. Les valeurs de ces échantillons sont écrites dans le Tableau 6. 1. Dans ce tableau on retrouve les valeurs en masse surfacique [g/cm^2], ainsi que l'équivalent en millimètres [mm]. Pour le calcul des valeurs équivalentes en épaisseur on a utilisé le rapport entre les valeurs en masse surfacique et les valeurs des densités des matériaux, qui sont égales à 1.18 g/cm^3 pour le PMMA et 1.38 g/cm^3 pour le PVC.

<i>Base de données de calibrage</i>			
<i>[g/cm²]</i>		<i>[mm]</i>	
<i>PMMA</i>	<i>PVC</i>	<i>PMMA</i>	<i>PVC</i>
0.589	0.153	4.99	1.1
1.184	0.452	10.03	3.27
2.369	0.742	20.07	5.37
3.592	1.044	30.44	7.56
4.745	1.34	40.21	9.7
6.187	1.64	52.43	11.88
7.477		63.36	
9.757		82.68	
11.894		100.8	

Tableau 6. 1 : Base de données de calibrage constituée d'échantillons de PMMA et PVC. A gauche les valeurs en masse surfacique et à droite les valeurs équivalentes en mm

Pour construire la base de test, trois échantillons cylindriques de PMMA et trois échantillons cylindriques de PVC, avec un diamètre de 2 cm, ont été utilisés. Les valeurs des masses surfaciques, ainsi que les épaisseurs équivalentes, sont écrites dans le Tableau 6. 2.

<i>Base de test</i>			
<i>[g/cm²]</i>		<i>[mm]</i>	
<i>PMMA</i>	<i>PVC</i>	<i>PMMA</i>	<i>PVC</i>
2.369	0.289	20.07	2.09
6.776	0.888	57.42	6.43
9.757	1.493	82.68	10.8

Tableau 6. 2 : Base de données de test constituée d'échantillons de PMMA et PVC. A gauche les valeurs en masse surfacique et à droite les valeurs équivalentes en mm

La base de données de calibrage a été construite en faisant l'acquisition de 100 spectres pour chaque combinaison d'épaisseurs des deux matériaux et pour chaque pixel du détecteur.

Une représentation des 100 spectres de la base de calibrage, acquises sans objet, dans le premier pixel du détecteur, est illustrée dans la Figure 6. 4, à gauche. A droite de la Figure 6. 4 sont représentées les moyennes des 100 spectres pour chaque pixel du détecteur. Il y a des légères différences entre les mesures observées dans chacun des 16 pixels. Un autre exemple de spectres qui font partie de la base de calibrage est illustré dans la Figure 6. 5, pour une combinaison des deux matériaux (0.452 g/cm² de PVC et 7.477 g/cm² de PMMA).

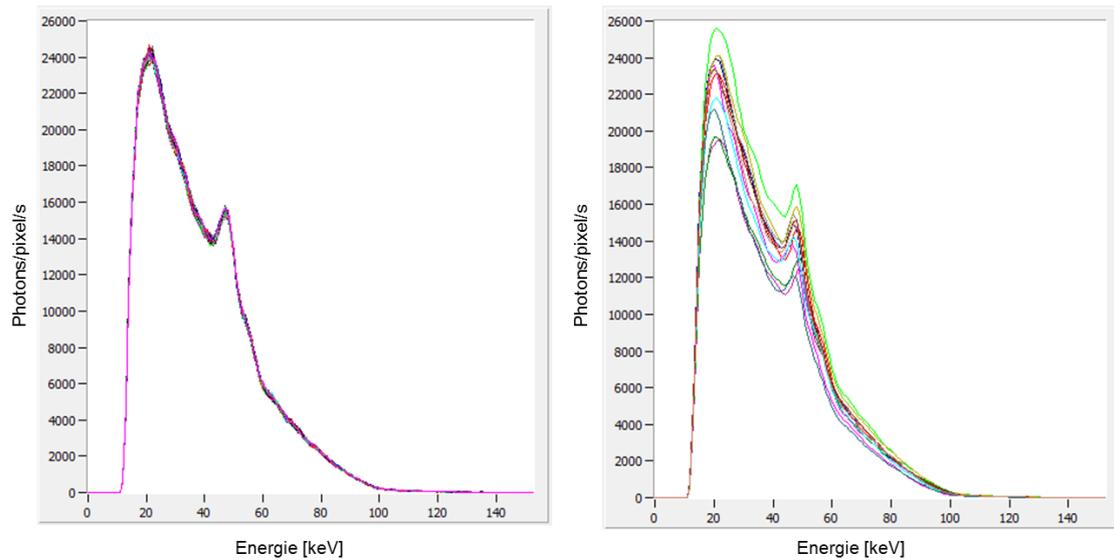


Figure 6. 4 : (Gauche) Spectres de la base de calibration représentant 100 acquisitions en plein flux enregistrés par le sixième pixel. (Droite) Spectres représentant les moyennes des 100 réalisations, enregistrés dans chaque pixel du détecteur

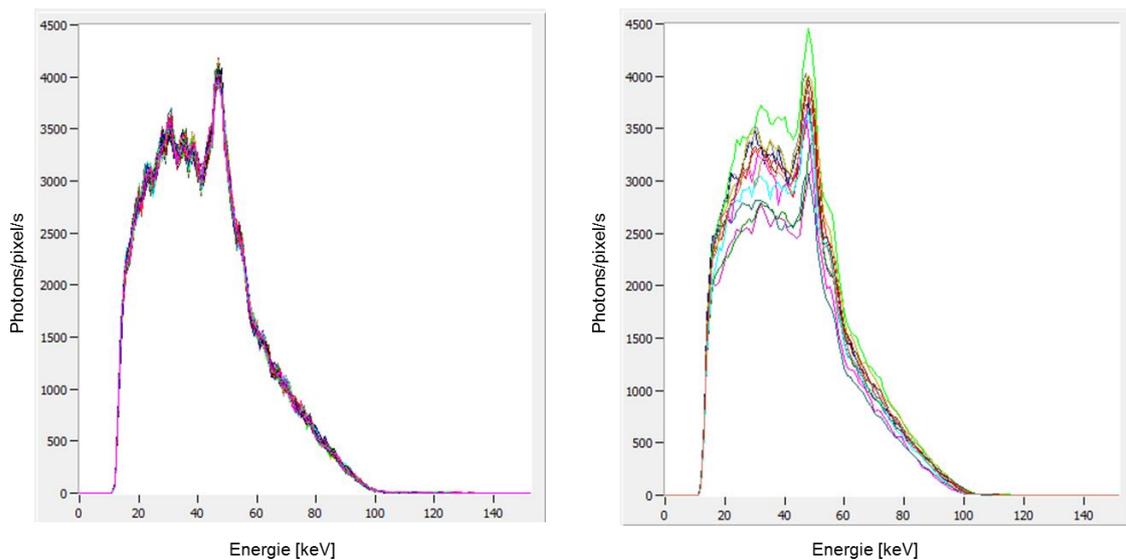


Figure 6. 5 : (Gauche) Spectres de la base de données de calibration représentant 100 acquisitions, pour 0.452 g/cm^2 de PVC et 7.477 g/cm^2 de PMMA, enregistrés par le sixième pixel. (Droite) Spectres représentant les moyennes des 100 réalisations, enregistrés dans chaque pixel du détecteur

Pour constituer la base de données de test, 1000 spectres pour chaque combinaison d'épaisseurs ont été acquises. Un exemple, pour des acquisitions avec 0.888 g/cm^2 de PVC et 2.369 g/cm^2 de PMMA, est illustré dans la Figure 6. 6.

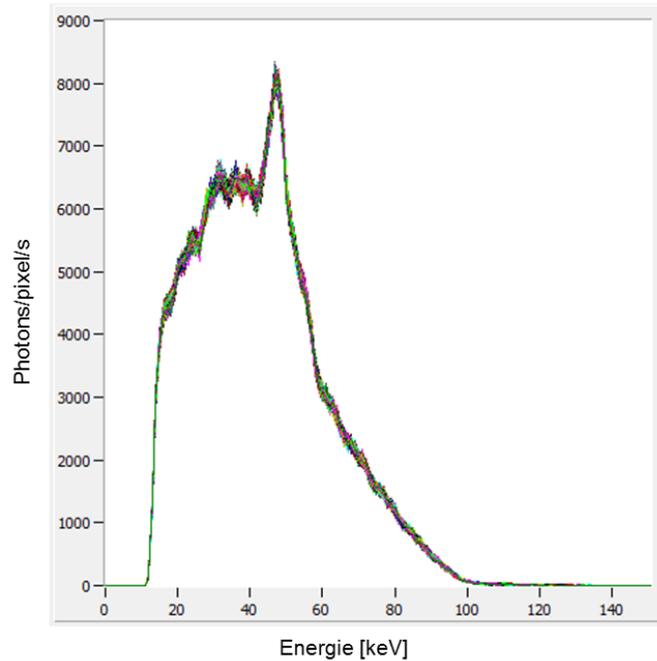


Figure 6. 6 : Spectres de la base de données de test, représentant 1000 acquisitions pour 0.888 g/cm^2 de PVC et 2.369 g/cm^2 de PMMA, enregistrés par le sixième pixel

6.2. Conditions de simulation

Pour la validation expérimentale des résultats, nous avons réalisé des simulations dans les mêmes conditions, afin de travailler avec la même statistique photonique.

Nous avons présenté dans le chapitre 3 les outils de simulation de radiographies par rayons X, Sindbad [Rebuffel et al., 2012]. La matrice de réponse du détecteur spectrométrique avec des pixels de $800 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$, de 3 mm d'épaisseur, ainsi qu'un exemple de réponse à l'énergie de 70 keV, sont illustrés dans la Figure 6. 7.

Les paramètres de simulation à faible flux sont présentés dans le Tableau 6. 3 et dans le Tableau 6. 4 se trouvent les valeurs des paramètres de simulation à fort flux photonique.

Deux fantômes composés de PVC et de PMMA, avec les épaisseurs équivalentes utilisées en expérimental, ont été construites. Il s'agit de deux escaliers bi-matériaux, superposés, construites de la même manière que pour les simulations précédentes (chapitre 3).

Conditions de simulation à faible flux photonique	
<i>Paramètres de simulation</i>	<i>Valeur</i>
<i>Matériau de la source</i>	tungstène
<i>Tension</i>	120 kV
<i>Intensité du courant</i>	0.2 mA
<i>Temps d'exposition</i>	1 s
<i>Matériaux et épaisseurs filtres</i>	Al (1 mm), Be (0.8 mm)
<i>Distance générateur-détecteur</i>	100 cm
<i>Distance générateur-objet</i>	75 cm

Tableau 6. 3 : Paramètres de simulation pour un flux photonique faible

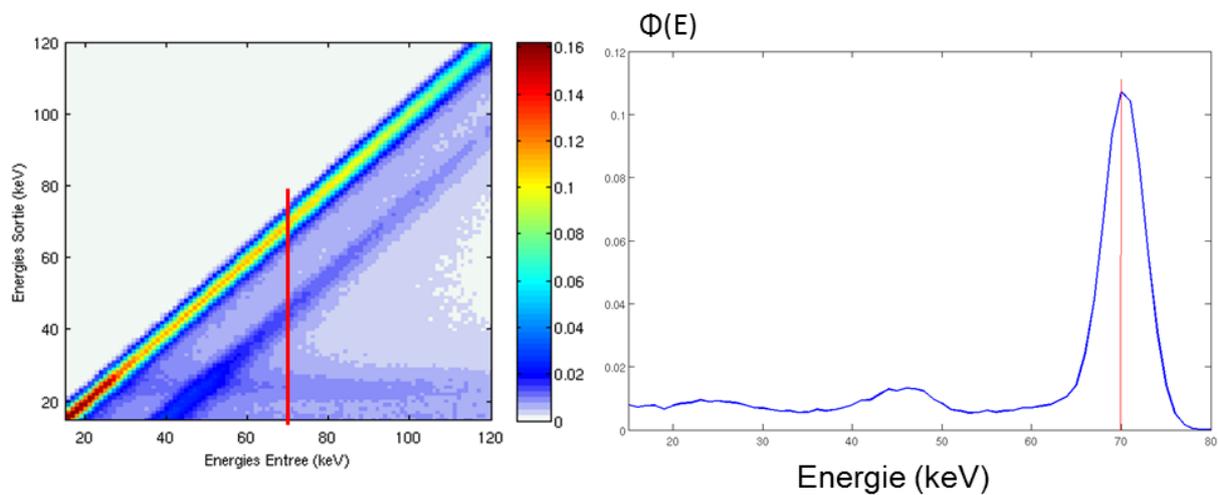


Figure 6. 7 : Matrice de réponse simulée pour un capteur réaliste avec un pas de 800 μm et une épaisseur de 3 mm (à gauche) et la réponse à 70keV (à droite)

Conditions de simulation à fort flux photonique	
<i>Paramètres de simulation</i>	<i>Valeur</i>
<i>Matériau de la source</i>	tungstène
<i>Tension</i>	120 kV
<i>Intensité du courant</i>	0.5 mA
<i>Temps d'exposition</i>	380 ms
<i>Matériaux et épaisseurs filtres</i>	Al (1 mm)
<i>Distance générateur-détecteur</i>	100 cm
<i>Distance générateur-objet</i>	75 cm

Tableau 6. 4 : Paramètres de simulation pour un flux photonique fort

6.3. Traitement des données expérimentales

Dans le cadre de l'application expérimentale pour la quantification des épaisseurs des matériaux en radiographie, les deux approches pour la décomposition en base de matériaux ont été appliquées pour chaque pixel du détecteur.

Comme dans les travaux illustrés dans les chapitres 4 et 5, la décomposition en base de matériaux avec une approche polynômiale a été appliquée pour deux et trois canaux d'énergie. Pour la décomposition en base de matériaux avec une approche statistique nous avons utilisé les propriétés spectrales de notre détecteur et nous avons utilisé 100 canaux d'énergie. Nous avons quantifié les performances du détecteur selon les critères définis dans le chapitre 3, le biais et le bruit sur les épaisseurs estimées des deux matériaux.

Nous avons observé des légères différences d'un pixel à l'autre. Les méthodes de décomposition par apprentissage que nous avons utilisées dans ces travaux de thèse nous permettent de s'affranchir de ces imperfections en réalisant le calibrage de chaque pixel du détecteur.

La manière dont on applique les deux approches, les résultats obtenus, ainsi qu'une comparaison entre des résultats obtenus en expérimental et des résultats obtenus en simulation, dans les mêmes conditions, sont présentées dans la suite de ce chapitre.

6.3.1. Décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale

Nous avons appliqué l'approche polynômiale, présentée dans le chapitre 4, pour les acquisitions expérimentales réalisées avec notre détecteur spectrométrique.

Pour cette application, les deux matériaux de base sont le PVC et le PMMA, et les atténuations ont été mesurées pour deux ou trois canaux d'énergie. Dans le cas des trois canaux d'énergie, nous avons utilisé la formulation polynômiale de degré deux restreinte à sept coefficients.

Afin de procéder à la décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale, pour deux et trois canaux, des bandes d'énergie ont dû être définies. Pour trouver la combinaison optimale des seuils des canaux d'énergie, nous avons appliqué la même étude exhaustive que pour la simulation, utilisant le critère de bruit minimal sur les épaisseurs estimées. Nous avons réalisé la recherche des seuils optimaux dans chaque pixel du détecteur. Grâce à la faible différence entre les seuils des canaux d'énergie trouvés pour chaque pixel, nous avons utilisé les canaux suivants:

- $\{(12 ; 38) ; (39 ; 115)\}$ pour deux canaux d'énergie à faible flux photonique
- $\{(12 ; 17) ; (18 ; 42) ; (43 ; 115)\}$ pour trois canaux d'énergie à faible flux photonique
- $\{(12 ; 40) ; (41 ; 115)\}$ pour deux canaux d'énergie à fort flux photonique
- $\{(12 ; 57) ; (58 ; 98) ; (99 ; 115)\}$ pour trois canaux d'énergie à fort flux photonique

Les coefficients des polynômes ont été déterminés par calibrage, pour chacun des pixels du détecteur et appliqués sur les données de test afin de déterminer les épaisseurs équivalentes de PMMA et de PVC présentes dans la base de données de test (Tableau 6. 2).

6.3.2. Décomposition en base de matériaux avec l'approche statistique

Le détecteur spectrométrique utilisé permet de faire des mesures dans des canaux fins d'énergie. On a vu dans le chapitre 4 que l'approche polynômiale restait restrictive en ce qui concerne la généralisation pour un nombre plus important de canaux d'énergie. Nous avons donc également appliqué l'approche statistique, présentée dans le chapitre 5, pour traiter des mesures issues des 100 canaux d'énergie.

Pour compléter la base de données de calibrage, des pas d'interpolation de plus en plus fins, de 1 mm, 0.1 mm et 10 μm ont été utilisés. Le calibrage a été réalisé dans chaque pixel du détecteur. Nous avons appliqué l'algorithme de décomposition en base de matériaux, en faisant une recherche de la vraisemblance maximale entre les spectres de calibrage et les spectres d'acquisition, afin de déterminer les épaisseurs équivalentes de PMMA et de PVC présents dans la base de données de test (Tableau 6. 2).

Adaptation de méthode pour des acquisitions expérimentales

En expérimental, une différence entre les spectres de photons en plein flux pour le calibrage et pour l'acquisition peut provenir d'une dérive du système Générateur + Détecteur X. Nous utilisons les mêmes équations que dans le chapitre 5, et pour normaliser le spectre de calibrage par rapport au spectre d'acquisition, les spectres de calibrage seront multipliés par un facteur égal au rapport $N_0^{(a)}/N_0^{(c)}$. Dans ce rapport, $N_0^{(a)}$ est le nombre de photons en plein flux pour l'acquisition et $N_0^{(c)}$ est le nombre de photons en plein flux pour le calibrage, définis comme :

$$N_0^{(a)} = \sum_{k=1}^{N_C} N_{0k}^{(a)} \quad \text{et} \quad N_0^{(c)} = \sum_{k=1}^{N_C} N_{0k}^{(c)} \quad , \quad N_C = \text{nombre de canaux} \quad (6.1)$$

Le logarithme de la vraisemblance, pour des traitements des données expérimentales, écrit dans le chapitre 5, équation (5.15), devient égal à :

$$\ln(V(A_1, A_2)) \propto \text{cste} - \frac{N_0^{(a)}}{N_0^{(c)}} \cdot \sum_{k=1}^{N_C} N_k^{(c)}(A_1, A_2) + \sum_{k=1}^{N_C} N_k^{(a)}(A_1, A_2) \cdot \ln \left(\frac{N_0^{(a)}}{N_0^{(c)}} \cdot N_k^{(c)}(A_1, A_2) \right) \quad (6.2)$$

6.4. Quantification des épaisseurs des matériaux utilisant les deux approches

Des résultats de biais et de bruit sur les épaisseurs estimées de PVC ont été représentés pour chaque pixel et pour chacune des épaisseurs de la base de test.

Le biais a été calculé comme la différence entre les valeurs vraies et estimées pour chacune des trois épaisseurs. Pour ce calcul, nous avons utilisé la valeur moyenne des épaisseurs de PVC, estimées pour toutes les combinaisons de PVC et PMMA.

Pour estimer le bruit, nous avons calculé la déviation standard sur les 1000 acquisitions correspondant à chaque combinaison de PVC avec du PMMA. Pour chaque épaisseur de PVC, nous avons calculé la moyenne des valeurs des déviations standard obtenues pour chaque combinaison avec du PMMA.

Les différences observées sur les mesures acquises dans chaque pixel se retrouvent également sur les résultats de biais et de bruit obtenus suite à la décomposition en base de matériaux avec les deux approches.

6.4.1. Résultats expérimentaux à faible flux photonique

Pour chacune des trois épaisseurs de PVC présente dans la base de données de test, nous avons calculé le biais et le bruit sur les épaisseurs estimées. Les résultats obtenus sont illustrés dans les figures Figure 6. 8 - Figure 6. 10. Pour chaque épaisseur de PVC, les valeurs correspondent aux valeurs moyennes sur toutes les combinaisons possibles avec le PMMA.

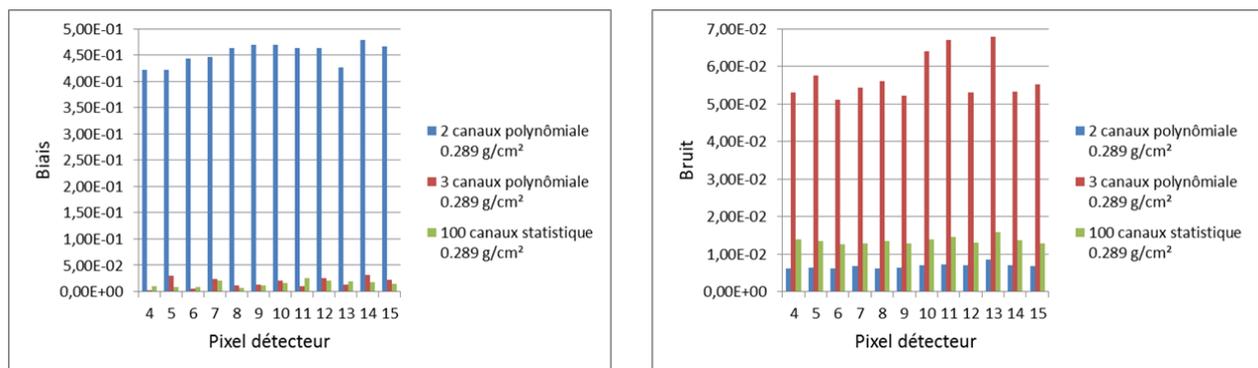


Figure 6. 8 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseur estimée de PVC correspondant à 0.289 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à faible flux photonique

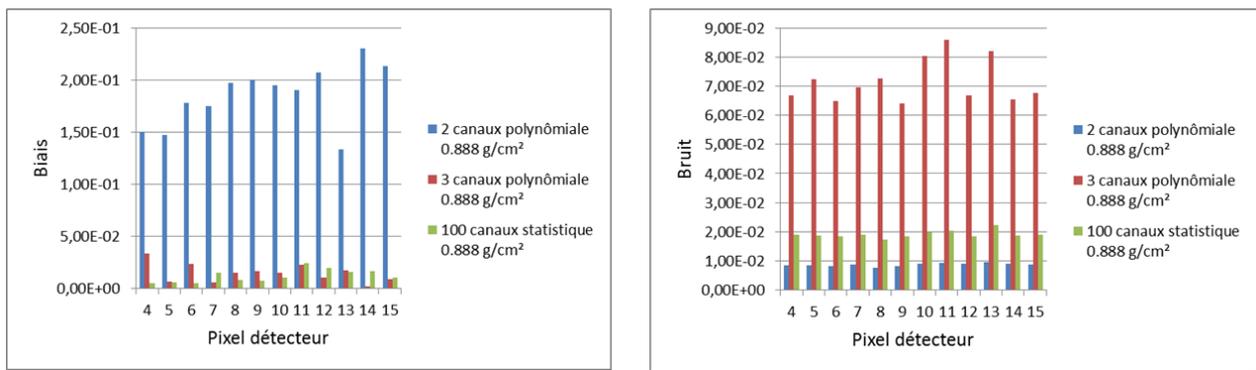


Figure 6. 9 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseurs estimée de PVC correspondant à 0.888 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à faible flux photonique

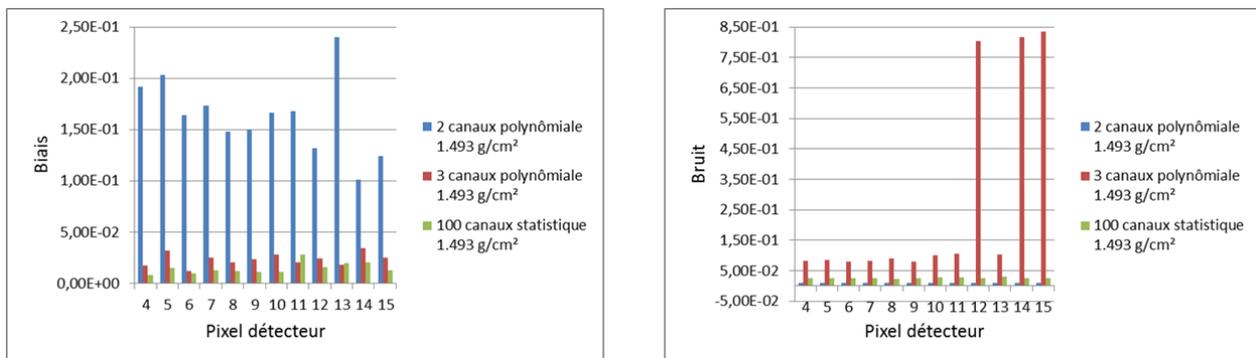


Figure 6. 10 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseurs estimée de PVC correspondant à 1.493 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à faible flux photonique

Nous avons obtenu des résultats de biais et de bruit sur les épaisseurs estimées de PVC qui varient selon chaque pixel du détecteur. Le biais sur les épaisseurs estimées est important pour une décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale utilisant deux canaux d'énergie. Une bonne estimation des épaisseurs de PVC a été obtenue avec la décomposition en base de matériaux avec l'approche statistique et avec la décomposition avec l'approche polynômiale utilisant trois canaux d'énergie. L'inconvénient de l'approche polynômiale avec trois canaux d'énergie reste le bruit élevé, valable pour chacune des trois épaisseurs estimées de PVC de la base de données de test, comme déjà observé en simulation, dans le chapitre 4.

6.4.2. Résultats expérimentaux à fort flux photonique

Nous avons quantifié le biais et le bruit estimés sur les épaisseurs de PVC pour des expérimentations à fort flux photonique. Les résultats sont illustrés dans les Figure 6. 11 - Figure 6. 13. Les résultats de bruit et de biais estimés sur les épaisseurs de PVC montrent que, même si avec l'approche polynômiale avec trois canaux d'énergie on obtient un biais faible, le bruit est toujours important, contrairement aux résultats obtenus avec l'approche statistique.

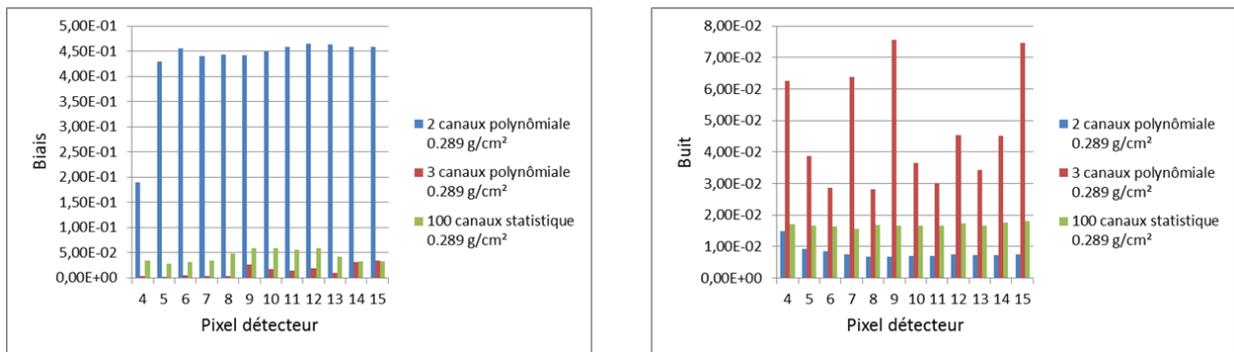


Figure 6.11 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseur estimée de PVC correspondant à 0.289 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à fort flux photonique

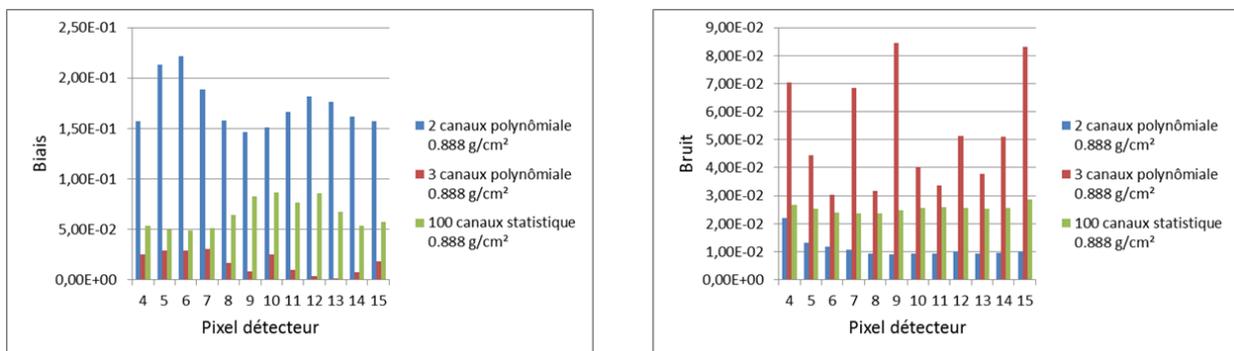


Figure 6.12 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseur estimée de PVC correspondant à 0.888 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à fort flux photonique

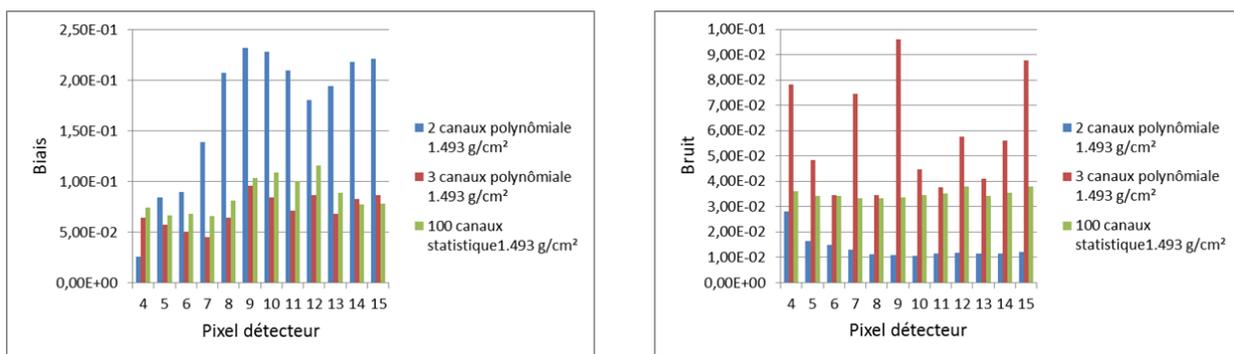


Figure 6.13 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur l'épaisseur estimée de PVC correspondant à 1.493 g/cm^2 , déterminés dans chaque pixel du détecteur, à fort flux photonique

Dans la Figure 6.14 nous avons représenté les valeurs de biais et de bruit moyennées sur tous les pixels, pour chaque épaisseur de PVC. Comme le taux d'empilement rajouté aux acquisitions expérimentales réalisées à fort flux est faible, les différences entre les deux résultats ne sont pas significatives.

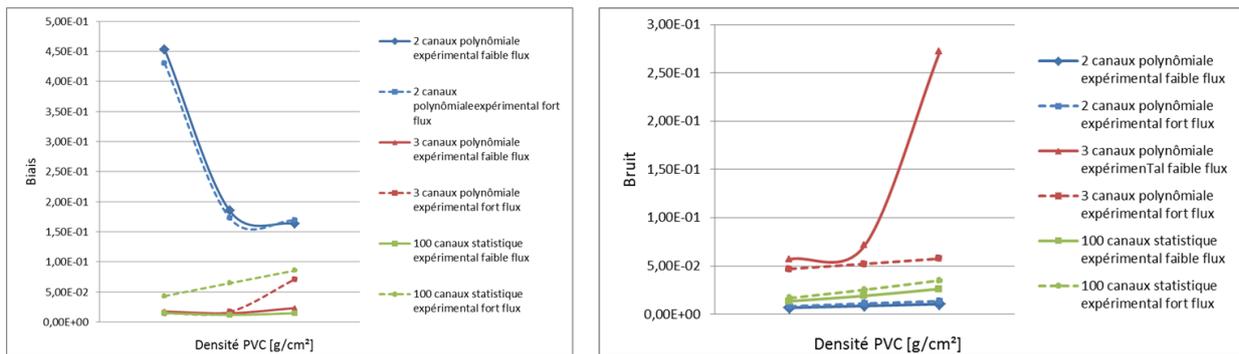


Figure 6. 14 : Biases (à gauche) et bruit (à droite) sur les épaisseurs estimées de PVC correspondant à 0.289 g/cm², 0.888 g/cm² et 1.493 g/cm². Comparaison entre les expérimentations à faible flux (traits plein) et à fort flux (traits pointillés)

6.4.3. Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation

La décomposition en base de matériaux avec la méthode polynômiale et la méthode statistique a été appliquée sur des données acquises en simulation avec les conditions décrites dans la section 6.2.

Les canaux d'énergie utilisés dans nos simulations, choisis sur un critère de bruit minimal sur les longueurs de PVC, comme expliqué dans le chapitre 4, sections 4.2.2 et 4.3.2, sont :

- {(15 ; 45) keV ; (46 ; 110) keV} pour des simulations avec deux canaux d'énergie, à faible flux et à fort flux photonique
- {(15 ; 26) keV ; (27 ; 52) keV ; (53 ; 110) keV} pour des simulations avec trois canaux d'énergie à faible flux photonique
- {(15 ; 22) keV ; (23 ; 42) keV ; (43 ; 110) keV} pour des simulations avec trois canaux d'énergie à fort flux photonique

Notons que le détecteur expérimental permet faire des mesures dans des canaux fins d'environ 1.2 keV de large, donc le canal 12 utilisé pour nos mesures expérimentales correspond à 14.4 keV. Des différences entre les seuils optimaux en simulation et les seuils optimaux en expérimental existent, car le spectre en simulation ne reproduit pas de manière identique le spectre expérimental.

Pour la décomposition en base de matériaux avec l'approche statistique nous avons utilisé 100 canaux d'énergie.

Dans la Figure 6. 15 nous avons représenté le biais (à gauche) et le bruit (à droite), sur les épaisseurs estimées avec deux et trois canaux d'énergie pour la méthode polynômiale et pour

100 canaux d'énergie pour l'approche statistique, à faible flux photonique. Les résultats à fort flux photonique sont représentés dans la Figure 6. 16.

Une comparaison entre les résultats obtenus en simulation et les résultats obtenus en expérimental a été effectuée. Pour chaque épaisseur de PVC, en expérimental, nous avons calculé la valeur moyenne de biais et de bruit sur tous les pixels du détecteur.

Globalement, nous retrouvons les mêmes tendances sur les simulations et les expérimentations. La décomposition avec trois canaux d'énergie est toujours plus bruitée, que ce soit en simulation ou en expérimental. Les performances en biais obtenues avec l'approche statistique avec 100 canaux d'énergie sont comparables à celles obtenues avec trois canaux d'énergie pour l'approche polynômiale avec le grand avantage que dans ce cas on garde un niveau bas de bruit.

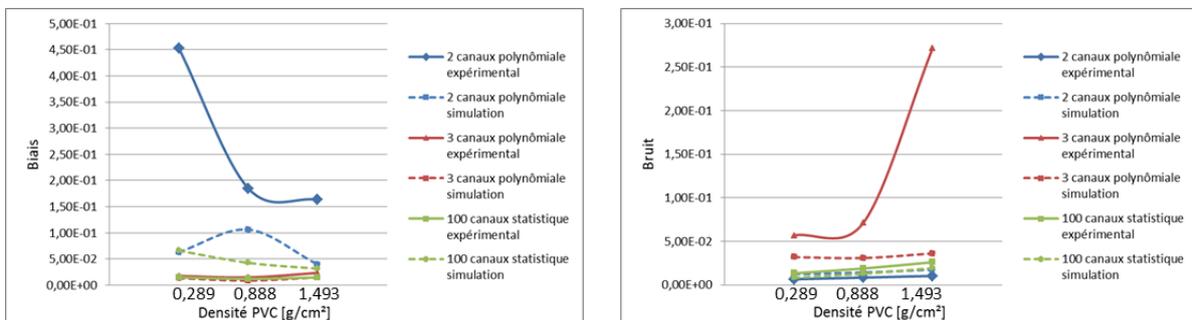


Figure 6. 15 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur les épaisseurs estimées de PVC correspondant à 0.289 g/cm², 0.888 g/cm² et 1.493 g/cm². Comparaison entre l'expérimental (traits pleins) et la simulation (traits pointillés) à faible flux

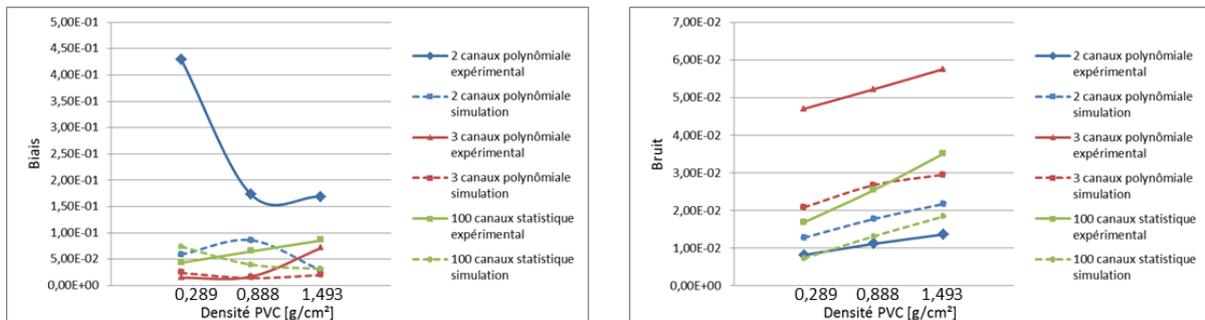


Figure 6. 16 : Biais (à gauche) et bruit (à droite) sur les épaisseurs estimées de PVC correspondant à 0.289 g/cm², 0.888 g/cm² et 1.493 g/cm². Comparaison entre l'expérimental (traits pleins) et la simulation (traits pointillés) à fort flux

6.5. Quantification expérimentale de l'hydroxyapatite avec un détecteur spectrométrique

Nous avons réalisé des acquisitions utilisant comme matériau de test l'hydroxyapatite, que nous avons quantifié utilisant la décomposition en base de matériaux avec les deux approches. La base de données de calibrage est composée de PVC et de PMMA, illustrée dans le Tableau 6. 1.

Deux cylindres de 2 cm de diamètre, avec des épaisseurs de 1 cm et 3 cm et des densités massiques égales à 1.27 g/cm² et 3.85 g/cm², ont été imagés. Les deux échantillons contiennent 31.193% d'hydroxyapatite pure et 68.807% de résine en pourcentages massiques, mais les compositions exactes des deux constituants ne sont pas connues.

Les performances du détecteur ont été quantifiées afin de vérifier la linéarité des mesures. Les valeurs des épaisseurs obtenues pour les deux matériaux de base, suite à la décomposition en base de matériaux, sont écrites dans le Tableau 6. 5. Les valeurs des épaisseurs dans le tableau correspondent aux valeurs moyennes sur tous les pixels du détecteur.

<i>Nombre canaux</i>	<i>HA 1 cm</i>			<i>HA 3 cm</i>		
	<i>PVC [cm]</i>	<i>PMMA [cm]</i>	<i>Epaisseur totale [cm]</i>	<i>PVC [cm]</i>	<i>PMMA [cm]</i>	<i>Epaisseur totale [cm]</i>
<i>2 canaux (polynômiale)</i>	0.55	0.378	0.928	1.072	2.36	3.432
<i>3 canaux (polynômiale)</i>	0.478	0.53	1.008	1.2	1.96	3.16
<i>100 canaux (statistique)</i>	0.416	0.655	1.071	1.22	1.68	2.9

Tableau 6. 5 : *Épaisseurs estimées des matériaux de base pour la décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale et l'approche statistique*

Dans la Figure 6. 17 (à gauche) et dans la Figure 6. 18 (à gauche), nous avons représenté les densités massiques des deux matériaux de décomposition correspondant aux épaisseurs estimées reportées dans le Tableau 6. 5. La linéarité des mesures se traduit par un rapport égal à environ 3 entre les valeurs de PVC estimées pour l'échantillon de 1 cm et les valeurs de PVC estimées pour l'échantillon de 3 cm. Cette relation est valable également pour le matériau PMMA.

Nous avons observé des mesures qui ne respectent pas cette linéarité pour la décomposition en base de matériaux avec l'approche polynômiale avec deux canaux d'énergie. Nous avons obtenu des valeurs linéaires suite à la décomposition avec la méthode statistique et avec la méthode polynômiale avec trois canaux d'énergie, mais cette dernière approche garde toujours l'inconvénient des valeurs élevées de bruit sur les épaisseurs estimées, comme on

peut observer dans la Figure 6. 17 (à droite) pour le PVC et dans la Figure 6. 18 (à droite) pour le PMMA.

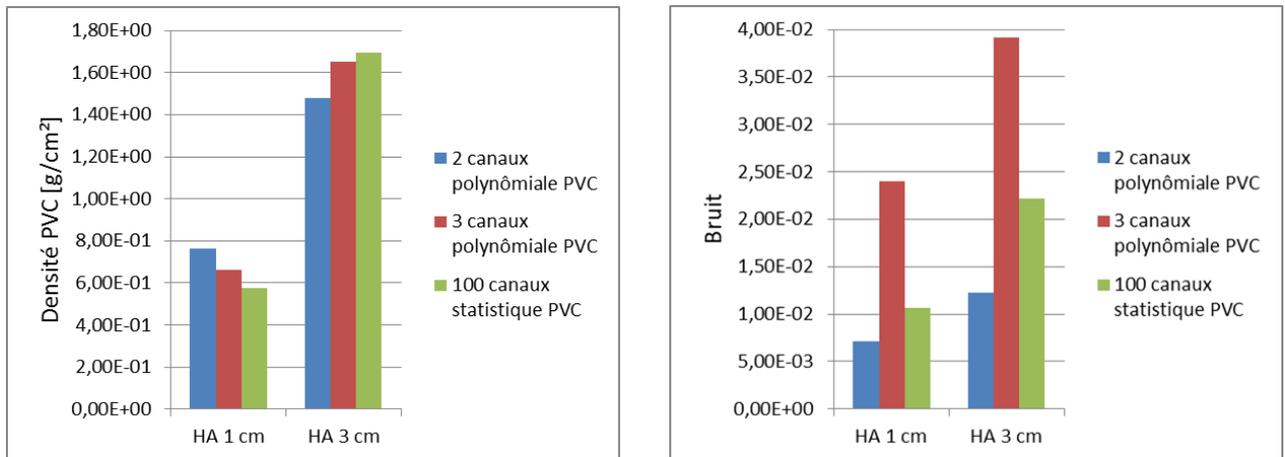


Figure 6. 17 : Densités massiques de PVC estimées suite à la décomposition en base de matériaux avec les deux approches (à gauche) et bruit estimé sur les densités (à droite)

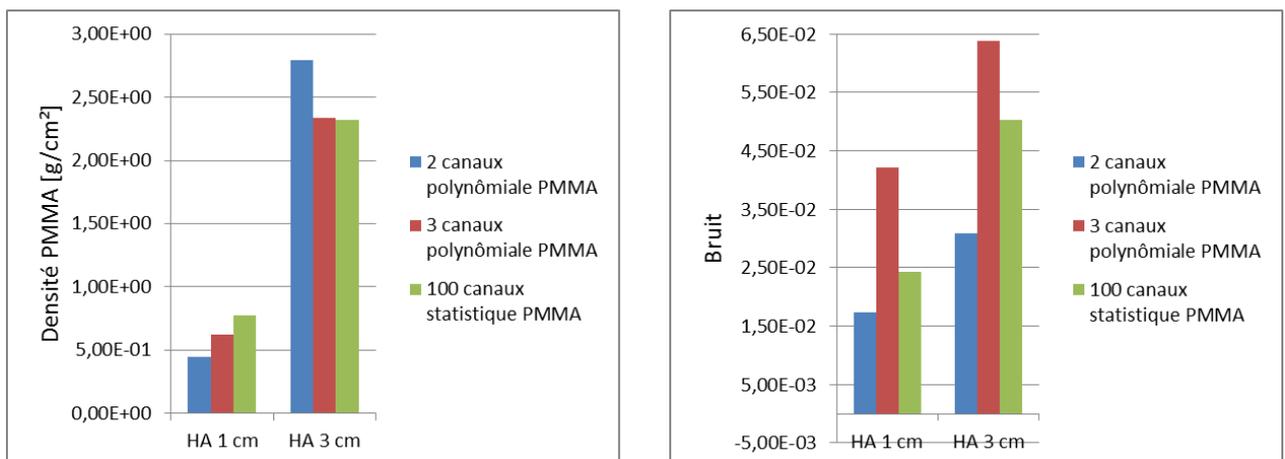


Figure 6. 18 : Densités massiques de PMMA estimées suite à la décomposition en base de matériaux avec les deux approches (à gauche) et bruit estimé sur les densités (à droite)

Comme la composition exacte des échantillons d'hydroxyapatite n'est pas connue, nous ne pouvons pas estimer les valeurs vraies des épaisseurs équivalentes de PVC et de PMMA, et donc le biais pour les deux méthodes de décomposition. La non-linéarité est toutefois la conséquence du biais important induit par l'approche polynômiale avec deux canaux d'énergie. Pour l'approche polynômiale avec trois canaux et pour l'approche statistique, la linéarité est correcte, ce qui montre que ces deux méthodes continuent à fonctionner, même si les matériaux testés ne sont pas ceux de la base de calibrage.

6.6. Conclusions

Dans ce chapitre, notre objectif était la validation expérimentale des deux approches pour la décomposition en base de matériaux. Nous avons utilisé des matériaux ayant des propriétés proches de la résine et de l'hydroxyapatite, les deux matériaux utilisés en simulation dans les deux chapitres précédents pour la validation des deux méthodes en simulation pour la quantification des épaisseurs d'hydroxyapatite pour l'ostéodensitométrie.

Les résultats obtenus confirment les tendances observées dans les chapitres 4 et 5. La méthode polynômiale à deux et trois canaux d'énergie ne permet pas d'obtenir en même temps des bonnes performances en biais et en bruit. L'approche statistique permet d'utiliser un grand nombre de canaux tout en conservant de bonnes performances à la fois en biais et en bruit. Une bonne estimation des épaisseurs de PVC est obtenue tout en gardant des niveaux de bruit faibles. Des simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions en termes de géométrie du détecteur et de conditions d'acquisition. Les résultats en biais et en bruit sont cohérents avec les mesures, ce qui conforte la validité des modèles de simulation que nous avons mis en œuvre dans le cadre de cette thèse.

Nous avons également imagé des échantillons d'hydroxyapatite, que nous avons quantifié utilisant la méthode de décomposition en base de matériaux avec les deux approches. Bien que nous n'ayons pas pu calculer le biais, nous avons vérifié que la relation entre les épaisseurs de PVC et de PMMA obtenues entre les deux échantillons est linéaire, notamment avec l'approche statistique. Ce résultat confirme que les approches de décomposition en base de matériaux utilisant un apprentissage préalable, peuvent être utilisées dans le cas où les matériaux de l'objet à imager n'appartiennent pas à la base de calibrage.

Conclusions

Nous avons montré, à travers l'état de l'art et les travaux effectués dans cette thèse, l'intérêt croissant pour l'utilisation des détecteurs spectrométriques dans des domaines comme la sécurité, le diagnostic médical ou le contrôle non destructif. A présent, des détecteurs pixellisés pour l'imagerie à rayons X à fort taux de comptage avec quelques canaux d'énergie (2 à 8) sont disponibles sur le marché. Certains sont intégrés dans des prototypes d'imageurs X destinés à la recherche, développés par Siemens, Philips ou General Electric.

Le laboratoire LDET a développé un détecteur spectrométrique pixellisé, à base de CdTe, qui permet d'effectuer des mesures sur 256 canaux d'énergie, avec une largeur du canal de 1,2 keV et une bonne résolution en énergie, inférieure à 10 keV [Brambilla et al. 2013]. L'objectif de cette thèse est d'étudier l'apport de ce type de détecteur spectrométrique, associé à des méthodes de traitement de l'information spectrale, pour les applications d'imagerie médicale.

Nous avons choisi comme application médicale l'ostéodensitométrie, dont l'objectif est le dépistage de l'ostéoporose. L'ostéoporose se manifeste par une perte de masse osseuse et des altérations de la microstructure osseuse. Son diagnostic repose sur la DXA, méthode de radiographie double énergie, mais qui souffre de limitations. La tomographie permet d'obtenir des informations à la fois géométriques et densitométriques sur l'os. Pour améliorer la quantification de la composante minérale, il est intéressant d'étudier le potentiel des méthodes de tomographie spectrale. Cette application présente des caractéristiques qui se retrouvent également dans d'autres domaines, en médical ou en sécurité, dès que l'on souhaite quantifier les pourcentages variables des constituants.

Dans ces travaux de thèse, nous avons mis en œuvre des méthodes de traitement des données radiographiques spectrales pouvant être appliquées en radiographie et en tomographie. Pour cela, nous nous sommes orientés vers des méthodes basées projections, reposant sur le principe de la décomposition en base de matériaux. Ces méthodes permettent de faire une réduction de la dimension de l'information spectrale, en décrivant l'objet de chaque projection par les longueurs équivalentes des matériaux de la base qui donnent la même atténuation. Grâce à une étape de calibrage, les imperfections du détecteur, comme les non linéarités dus à la fonction de réponse et les empilements, peuvent être potentiellement corrigées.

Nous avons tout d'abord étudié une approche analytique, basée sur un modèle polynômial de l'atténuation en fonction des longueurs équivalentes, que nous avons appliquée à des images spectrales avec deux et trois canaux d'énergie. Pour bénéficier de l'ensemble de l'information spectrale, nous avons mis ensuite en œuvre une méthode statistique basée sur la recherche du maximum de vraisemblance. Cette dernière méthode peut être utilisée pour un nombre quelconque de canaux d'énergie.

Ce travail repose principalement sur des simulations réalistes de l'ensemble de la chaîne image en partant de la source de rayons X, jusqu'à l'atténuation de l'objet imagé, prenant en

compte différentes imperfections des détecteurs. La réponse du détecteur a été modélisée de manière réaliste par une matrice de réponse du détecteur qui tient compte des mécanismes physiques et électroniques de formation du signal (interaction des photons dans le détecteur, transport de charges, formation du signal, amplification et mise en forme par le circuit de lecture). Nous avons également tenu compte de la présence des empilements à fort taux de comptage, avec un modèle analytique à deux photons.

Les performances des deux méthodes ont été testées à travers une étude paramétrique, prenant en compte la variation de la statistique photonique et du flux photonique. Pour cela nous avons défini des critères de qualité de biais et de bruit sur les longueurs équivalentes estimées pour la radiographie et sur les pourcentages des constituants pour la tomographie.

La particularité des détecteurs en comptage est l'utilisation des canaux d'énergie adaptés selon les applications visées. Dans le cas de l'approche polynômiale, pour laquelle nous avons utilisé deux et trois canaux d'énergie, une recherche exhaustive des seuils optimaux des canaux a été réalisée, selon un critère de bruit minimal sur les grandeurs physiques estimées en radiographie et en tomographie.

L'approche statistique se prête mieux à l'utilisation d'un plus grand nombre de canaux. Avec 100 canaux d'énergie, il n'est pas nécessaire d'optimiser des seuils. Toutefois, le temps de traitement étant important, des simulations avec 5 et 10 canaux d'énergie réguliers ont été réalisées. Les résultats sont encourageants.

Les méthodes utilisées ici, basées sur un calibrage préalable, prennent implicitement en compte les imperfections des détecteurs, comme le partage de charges et les empilements. Cela représente un avantage par rapport à des méthodes comme celle de [Schlomka et al. 2008], qui nécessitent une connaissance précise de la réponse du détecteur et qui sont sensibles aux inhomogénéités entre pixels. Toutefois, l'apprentissage des matériaux de la base de calibrage est une étape complexe et sensible aux changements des conditions d'acquisition. Dans le cas de l'approche polynômiale, le calibrage est utilisé pour déterminer les coefficients des polynômes. Si nous voulons augmenter le nombre de canaux d'énergie, la nécessité d'augmenter le degré du polynôme s'impose, donc plus de mesures seront nécessaires.

Nous avons constaté des différences sur les performances de la quantification des grandeurs physiques entre les deux approches. L'utilisation de trois canaux d'énergie avec la méthode polynômiale permet de réduire le biais, mais le bruit augmente significativement par rapport au cas avec deux canaux. Avec la méthode statistique on peut s'affranchir de ce compromis. Les deux approches sont basées sur un apprentissage par calibrage. Cependant, pour l'approche polynômiale, il s'agit d'une modélisation globale avec un polynôme unique qui décrit l'ensemble du domaine de calibrage. Ce modèle est d'autant plus imparfait que les distances sont grandes (en termes d'épaisseurs). Pour l'approche statistique, la recherche des spectres les plus proches du spectre d'acquisition, afin d'estimer les épaisseurs des matériaux, est locale, ce qui permet une meilleure estimation des longueurs équivalentes, avec des bonnes performances à la fois en biais et en bruit.

Nous avons remarqué la robustesse de la méthode statistique en présence des empilements, ainsi que les performances en termes de biais, qui sont supérieures par rapport à celles obtenues avec l'approche polynômiale, même à statistique photonique faible.

On retrouve ces résultats en tomographie, bien que les différences entre les performances des deux approches ne soient véritablement importantes qu'à fort empilement. Ce gain plus faible est dû à la méthode de reconstruction analytique, qui est sensible aux non linéarités des atténuations mesurées.

Nous avons comparé à dose constante nos résultats avec ceux obtenus avec un système d'imagerie biénergie standard. Un tel système utilise un détecteur en intégration à base de scintillateur. Les deux acquisitions, de basse et de haute énergie, sont obtenues avec deux distributions spectrales bien séparées, ce qui permet d'obtenir d'excellentes performances en termes de biais et de bruit sur les estimations des longueurs équivalentes. Cependant, malgré les défauts inhérents du détecteur spectrométrique, l'utilisation de l'approche statistique permet d'obtenir, dans une seule acquisition, des performances proches de celles à double acquisition, tout en s'affranchissant des artéfacts provoqués par les mouvements (cardiaque, respiratoire, bougé) du patient.

Dans ces travaux de thèse nous avons réussi montrer, à travers deux méthodes de décomposition en base de matériaux, qu'il y a un vrai intérêt pour l'utilisation des détecteurs spectrométriques pour la quantification de la matière minérale de l'os.

Finalement, les méthodes développées ont aussi été validées par une étude expérimentale en radiographie. Les résultats obtenus expérimentalement sont cohérents avec ceux obtenus en simulation. Une validation expérimentale des deux méthodes en tomographie pourrait être envisagée, mais cela nécessite l'utilisation d'un banc plus complexe incluant rotation et déplacement du détecteur.

Concernant les perspectives pour l'approche polynômiale, une optimisation des polynômes par zones serait une solution possible afin de trouver la meilleure estimation des épaisseurs cherchées. Des polynômes de degré supérieur à deux pourraient également être testés, vu que l'imagerie spectrale permet l'utilisation de plus de deux canaux d'énergie, mais il faut toujours prendre en compte la complexité du modèle.

En perspective, des améliorations sont à envisager pour améliorer la méthode statistique. Le calibrage et l'interpolation sont concernés. Des hypothèses simplificatrices ont été utilisées pour effectuer l'interpolation bilinéaire en épaisseurs. Nous avons supposé que, entre deux points de calibrage, correspondant à un seul matériau, l'atténuation est linéaire. Nous avons considéré suffisamment de points pour que l'hypothèse soit vraie. La mise en œuvre d'une formulation qui modélise les imperfections comme la réponse du détecteur et les empilements pourrait diminuer le nombre de points de calibrage considérés.

Un autre aspect concerne le nombre de canaux utilisés avec l'approche statistique, vue les temps de calcul importants pour 100 canaux d'énergie. Des optimisations des seuils des canaux sont nécessaires en fonction des applications envisagées.

La correction des non-linéarités des atténuations effectuée grâce aux approches par apprentissage utilisées n'est pas suffisante pour la tomographie. Des méthodes de correction supplémentaires sont à envisager concernant l'algorithme de reconstruction analytique par rétroprojection filtrée. Même si cette approche est implémentée dans la plupart des systèmes et applications grâce au temps de traitement court, elle présente des limitations comme la robustesse par rapport au bruit et les artefacts de reconstruction dus principalement au nombre limité de projections. La recherche se concentre dernièrement sur les méthodes de reconstruction statistiques ou itératives qui permettent de mieux gérer le nombre limité de projections et les artefacts de reconstruction.

La correction du rayonnement diffusé est un autre axe de recherche en imagerie spectrale. Dans nos simulations, nous ne l'avons pas pris en compte, mais en pratique cela pose des problèmes en tomographie. L'utilisation des grilles anti-diffusé, ainsi que le développement des algorithmes de correction du rayonnement diffusé peuvent être envisagés.

En perspective, l'imagerie spectrale est un domaine vaste de recherche. L'accès à plus de deux canaux d'énergie permet d'appliquer la méthode de décomposition en base de matériaux pourrait à plus de deux matériaux. Les méthodes de traitement développées peuvent être appliquées dans d'autres domaines médicaux, en sécurité, ou dans le contrôle non destructif, pour lesquels on cherche à quantifier les concentrations des matériaux distincts avec des numéros effectifs Z proches. Une application intéressante pour la méthode statistique avec minimum trois canaux d'énergie est l'imagerie K-edge, où l'objectif est de déterminer la concentration du produit de contraste.

La méthode statistique permet d'exploiter le potentiel des détecteurs spectrométriques, prenant en compte implicitement les imperfections.

Annexe A : Formulation analytique du bruit

Sommaire

A.1. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en intégration	178
A.2. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en comptage	180
A.3. Formulation analytique du bruit sur les épaisseurs estimées avec la méthode de décomposition en base de matériaux	181
A.4. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée utilisant un détecteur en comptage avec une matrice de réponse linéaire	183

A.1. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en intégration

Dans cette partie nous détaillons l'expression analytique de la variance sur les mesures d'atténuation. La nature stochastique des photons fait que les mesures d'atténuation, calculées à partir des spectres mesurés avec objet et en plein flux sont bruitées et sont donc considérées comme des variables aléatoires. Une mesure bruitée du nombre de photons qui traverse un matériau quelconque à une énergie E est noté $N(E)$ et suit la loi de Poisson. L'espérance et la variance s'expriment donc de la manière suivante : $E[N(E)] = \bar{N}(E)$ et $\sigma^2[N(E)] = \bar{N}(E)$.

Utilisant le développement limité de la fonction logarithme, nous pouvons écrire le bruit pour une variable x , avec une très faible variation Δx_0 autour de la moyenne x_0 sous la forme :

$$\sigma^2[\ln(x)] \approx \frac{\sigma^2(x)}{x_0^2} \quad (A. 1)$$

Nous utilisons cette équation pour exprimer analytiquement le niveau de bruit photonique avec un détecteur qui fonctionne en mode intégration d'énergie. L'atténuation mesurée est égale à :

$$att = -\ln \frac{\int N(E) \cdot E dE}{\int N_0(E) \cdot E dE} \quad (A. 2)$$

avec $N(E) = N_0(E) \cdot \exp\left(-\int_D \mu(x, y, E) dl\right)$.

La mesure du spectre plein flux, $N_0(E)$, est considérée non bruitée si on prend en compte la moyenne suite à un grand nombre d'acquisitions. Nous la considérons constante et nous la notons avec I_0 : $\int_E N_0(E) \cdot E dE = I_0$.

Le bruit sur la mesure d'atténuation s'écrit comme :

$$\sigma^2(att) = \sigma^2\left(-\ln \frac{1}{I_0} \int_E N(E) \cdot E dE\right) = \sigma^2\left(\ln \int_E N(E) \cdot E dE\right) \quad (A. 3)$$

Utilisant l'équation (A. 1), la variance sur la mesure d'atténuation devient égale à :

$$\sigma^2(att) \approx \frac{1}{\left(\int_E \bar{N}(E) \cdot E dE\right)^2} \cdot \sigma^2\left(\int_E N(E) \cdot E dE\right), \quad \text{où } \bar{N}(E) = E[N(E)] \quad (A. 4)$$

Or

$$\begin{aligned}
\sigma^2\left(\int_E N(E) \cdot E dE\right) &= \int_E \sigma^2(N(E) \cdot E) dE \\
&= \int_E E^2 \cdot \sigma^2(N(E)) dE \\
&= \int_E E^2 \cdot \bar{N}(E) dE
\end{aligned}
\tag{A. 5}$$

La formulation analytique du bruit pour un détecteur qui fonctionne en mode intégration d'énergie peut s'écrire comme :

$$\sigma^2(att) = \frac{\int E^2 \cdot \bar{N}(E) dE}{\left(\int_E \bar{N}(E) \cdot E dE\right)^2}
\tag{A. 6}$$

La formulation discrète sur les énergies, transforme l'équation (A. 6) dans la relation suivante :

$$\sigma^2(att) = \frac{\sum_E E^2 \cdot \bar{N}(E)}{\left(\sum_E \bar{N}(E) \cdot E\right)^2}
\tag{A. 7}$$

A.2. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en comptage

Pour un détecteur *en mode comptage*, avec une réponse idéale, la mesure d'atténuation dans un canal k , qui contient des énergies dans l'intervalle $[E_k^{\min}, E_k^{\max}]$, s'écrit comme :

$$att_k = -\ln \frac{\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N(E)}{\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N_0(E)} \quad (A. 8)$$

avec $N(E) = N_0(E) \cdot \exp\left(-\sum_D \mu(x, y, E)\right)$ la mesure de photons qui traversent l'objet.

Nous rappelons que nous travaillons sous l'hypothèse que la mesure du spectre plein flux, $N_0(E)$, est considérée non bruitée si on prend en compte la moyenne suite à un grand nombre d'acquisitions. C'est une constante I_0 , égale à $I_0 = \sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N_0(E)$ pour un détecteur en comptage.

Nous utilisons l'hypothèse (A. 1) pour estimer analytiquement le bruit sur la mesure d'atténuation dans le canal k .

$$\sigma^2(att_k) = \sigma^2\left(-\ln \frac{1}{I_0} \cdot \sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N(E)\right) = \sigma^2\left(\ln \sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N(E)\right) \quad (A. 9)$$

Nous pouvons écrire le bruit sur la mesure d'atténuation comme

$$\sigma^2(att_k) \approx \frac{1}{\left(\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} \bar{N}(E)\right)^2} \cdot \sigma^2\left(\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} N(E)\right) = \frac{1}{\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} \bar{N}(E)} \quad (A. 10)$$

avec $\bar{N}(E) = E[N(E)]$.

L'estimation analytique du bruit pour un détecteur en comptage avec une réponse de détecteur idéale s'écrit comme:

$$\sigma^2(att_k) = \frac{1}{\sum_{E=E_k^{\min}}^{E_k^{\max}} \bar{N}(E)} \quad (A. 11)$$

Selon l'équation (A. 11), le bruit sur l'atténuation dans un canal est inversement proportionnel au nombre de photons dans le canal respectif.

A.3. Formulation analytique du bruit sur les épaisseurs estimées avec la méthode de décomposition en base de matériaux

Nous considérons le cas idéal monochromatique. Dans le chapitre 2 nous avons vu que l'atténuation linéaire peut s'écrire comme une combinaison linéaire de deux matériaux de base :

$$\int_D \mu(x, y, E) = A_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + A_2(x, y) \cdot \mu_2(E) \quad (A. 12)$$

Les A_1 et A_2 sont les longueurs équivalentes des deux matériaux de base,

$$A_1 = \int_D a_1(x, y) dl \quad \text{et} \quad A_2 = \int_D a_2(x, y) dl \quad (A. 13)$$

avec a_1 et a_2 pourcentages volumiques des matériaux traversés.

La mesure des photons qui traversent l'objet est égale à :

$$N(E) = N_0(E) \cdot \exp(-A_1 \cdot \mu_1(E) - A_2 \cdot \mu_2(E)) \quad (A. 14)$$

L'atténuation mesurée est égale à :

$$\text{att}(E) = -\log \frac{N(E)}{N_0(E)} = A_1 \cdot \mu_1(E) + A_2 \cdot \mu_2(E) \quad (A. 15)$$

Pour estimer les longueurs équivalentes des matériaux de base nous avons besoin de deux mesures. A partir d'ici, pour simplifier l'écriture des équations, nous omettons E , car le spectre est supposé monochromatique.

Nous avons alors à résoudre un système de deux équations avec deux inconnues :

$$\begin{cases} \text{att}_1 = A_1 \cdot \mu_{11} + A_2 \cdot \mu_{21} \\ \text{att}_2 = A_1 \cdot \mu_{12} + A_2 \cdot \mu_{22} \end{cases} \quad (A. 16)$$

Les termes μ_{ij} sont les atténuations massiques des matériaux de base i , correspondant aux énergies E_j , avec $i, j=1, 2$.

On note le déterminant de la matrice des atténuations massiques avec $|\mu|$, $|\mu| = \mu_{11} \cdot \mu_{22} - \mu_{12} \cdot \mu_{21}$.

On a une solution à ce système uniquement si le déterminant est différent de zéro, qui est d'autant plus proche de zéro quand les deux matériaux sont proches. Les longueurs des deux matériaux de base sont égales à :

$$A_1 = \frac{\text{att}_1 \cdot \mu_{22} - \text{att}_2 \cdot \mu_{12}}{|\mu|} \quad (A. 17)$$

$$A_2 = \frac{\text{att}_2 \cdot \mu_{11} - \text{att}_1 \cdot \mu_{21}}{|\mu|} \quad (A. 18)$$

Nous volons estimer le bruit sur les longueurs des deux matériaux de base, $\sigma^2(A_1)$ et $\sigma^2(A_2)$, qui est égal à :

$$\sigma^2(A_1) = \left(\frac{\mu_{22}}{|\mu|} \right)^2 \cdot \sigma^2(att_1) + \left(\frac{\mu_{12}}{|\mu|} \right)^2 \cdot \sigma^2(att_2) \quad (A. 19)$$

$$\sigma^2(A_2) = \left(\frac{\mu_{11}}{|\mu|} \right)^2 \cdot \sigma^2(att_1) + \left(\frac{\mu_{21}}{|\mu|} \right)^2 \cdot \sigma^2(att_2) \quad (A. 20)$$

La variance sur les longueurs va dépendre de la variance sur les atténuations mesurées, ainsi que de la proximité des deux matériaux de base.

A.4. Formulation analytique du bruit sur l'atténuation mesurée utilisant un détecteur en comptage avec une matrice de réponse linéaire

La matrice de réponse du détecteur, $\phi(E', E)$, contient des informations sur les fractions des photons à une énergie E , détectés à une énergie E' . Dans le cas où le détecteur est parfait, on retrouve la matrice identité, avec $\phi(E', E) = \begin{cases} 1, & \text{pour } E' = E \\ 0, & \text{pour } E' \neq E \end{cases}$. Nous retrouvons ainsi les conditions déjà présentées dans l'annexe A.2.

Avec la loi de Beer-Lambert nous écrivons le nombre de photons à une énergie E' qui traversent un objet d'épaisseur l , comme :

$$N(E') = N_0(E') \cdot \exp(-\mu(E', l)l) \quad (\text{A. 21})$$

Pour un détecteur réaliste, le nombre de photons détectés à une énergie E est dépendant de la matrice de réponse de détecteur, ϕ , comme dans les équations (A. 22) et (A. 23):

$$N(E) = \sum_{E'} N(E') \cdot \phi(E', E) = \sum_{E'} N_0(E') \cdot \phi(E', E) \cdot \exp(-\mu(E', l) \cdot l) \quad (\text{A. 22})$$

pour le nombre de photons qui traversent l'objet et

$$N_0(E) = \sum_{E'} N_0(E') \cdot \phi(E', E) \quad (\text{A. 23})$$

le nombre de photons en plein flux.

Pour grouper les photons dans des canaux larges, nous avons fait la somme de tous les photons détectés dans le canal respectif.

$$\begin{aligned} N_k &= \sum_{E'} \sum_{E' \in \text{canalk}} N(E') \cdot \phi(E', E) \\ &= \sum_{E'} \sum_{E' \in \text{canalk}} N_0(E') \cdot \phi(E', E) \cdot \exp(-\mu(E', l) \cdot l) \end{aligned} \quad (\text{A. 24})$$

Le nombre de photons en plein flux, dans le canal k , est égal à :

$$N_{0k} = \sum_{E'} \sum_{E' \in \text{canalk}} N_0(E') \cdot \phi(E', E) \quad (\text{A. 25})$$

Pour exprimer l'atténuation dans chaque canal d'énergie, on écrit l'équation suivante:

$$\text{att}_k = -\ln \frac{N_k}{N_{0k}} \quad (\text{A. 26})$$

Une mesure effectuée avec un détecteur en comptage suit une loi de Poisson, même en présence de la réponse du détecteur, comme montré dans la thèse de [Beldjoudi, 2011], Annexe B.

Nous utilisons l'hypothèse que la mesure en plein flux, N_{0k} , est issue de la moyenne sur un grand nombre d'acquisitions, donc elle peut être considérée constante.

Le bruit sur la mesure d'atténuation s'exprime donc :

$$\sigma^2(att_k) = \sigma^2\left(-\ln \frac{N_k}{N_{0k}}\right) \approx \sigma^2(\ln N_k) \quad (A. 27)$$

Utilisant l'hypothèse exprimée dans l'équation (A. 1), le bruit sur l'atténuation mesurée avec un détecteur en comptage avec une réponse du détecteur linéaire, est égal à :

$$\sigma^2(att_k) = \frac{1}{(\bar{N}_k)^2} \cdot \sigma^2(N_k) = \frac{1}{\bar{N}_k} \quad (A. 28)$$

avec $\bar{N}_k = E[N_k]$.

Annexe B : Approche basée image en tomographie : étude du CNR

Sommaire

B.1. Formulation optimale du contraste à bruit	186
B.2. Evaluation du CNR avec un détecteur spectrométrique	188

Nous avons présenté à la fin du chapitre 2 les raisons pour lesquelles nous avons choisi de travailler avec une approche basée projections, utilisant la décomposition en base de matériaux comme méthode de quantification des constituants.

Nous avons également réalisé une étude sur le contraste à bruit (contrast to noise ratio ou CNR en anglais) appliqué sur les images reconstruites en tomographie pour quantifier l'apport des détecteurs spectrométriques. Dans la première partie nous présentons le calcul du contraste à bruit et dans la deuxième partie nous montrons les résultats obtenus avec un détecteur spectrométrique avec deux et 20 canaux réguliers d'énergie.

B.1. Formulation optimale du contraste à bruit

Nous nous intéressons au critère de contraste à bruit appliqué sur les images reconstruites dans quelques canaux d'énergie, en tomographie, pour l'ostéodensitométrie. Nous utilisons le fantôme décrit en détail dans le chapitre 3, section 3.7.2. Nous évaluons le contraste à bruit en dimension nombre de canaux dans chacun des cinq inserts du fantôme, selon l'équation (B. 1).

$$CNR_K = \sqrt{\frac{\left(\bar{f}_{ROI_1} - \bar{f}_{ROI_K}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\sigma_{b_{ROI_1}}^2 + \sigma_{b_{ROI_K}}^2\right)}}, \quad K = 1..4 \quad (B. 1)$$

avec K le nombre de régions d'intérêt, \bar{f}_{ROI_K} la valeur moyenne sur les n pixels dans chaque région d'intérêt, et $\sigma_{b_{ROI_K}}^2$ le bruit calculé sur l'image de différence entre l'image reconstruite bruitée et l'image reconstruite non bruitée.

Pour le calcul du contraste à bruit nous avons choisi comme insert étalon celui avec la densité partielle la plus faible d'hydroxyapatite, à 50 mg/cm³. Le calcul a été réalisé entre cet insert et les quatre autres inserts, comme illustré dans la Figure A. 1. Dans l'équation (B. 1), l'indice 1 correspond à l'insert étalon et l'indice K correspond aux quatre autres inserts.

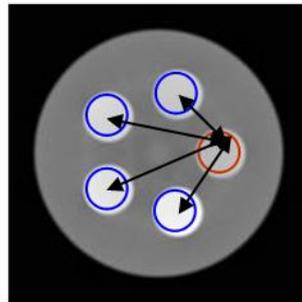


Figure A. 1 : Image reconstruite dans un canal d'énergie avec un détecteur en comptage

Nous avons utilisé des conditions de simulation réalistes, à 1 mA, 10 ms, 140 kV, avec un détecteur de 3 mm d'épaisseur, avec des pixels de 225 μm x 225 μm. Nous avons comparé les résultats de CNR pour deux canaux d'énergie et pour 20 canaux réguliers. Une combinaison optimale de ces images a été calculée, afin de déterminer le CNR optimal.

Deux canaux d'énergie

Pour le cas des deux canaux d'énergie, nous avons, après la reconstruction, deux images, une pour la basse énergie, notée \hat{f}_{BE} , et une pour la haute énergie, notée \hat{f}_{HE} . Une combinaison linéaire optimale des deux images, en termes de CNR , a été réalisée:

$$\hat{f}_{combinée} = (1 - \alpha) \cdot \hat{f}_{BE} + \alpha \cdot \hat{f}_{HE}.$$

$$CNR_K^2(\hat{f}_{combinée}) = CNR_K^2\left((1-\alpha) \cdot \hat{f}_{BE} + \alpha \cdot \hat{f}_{HE}\right) = \frac{\left((1-\alpha) \cdot \left|\bar{f}_{BE ROI_1} - \bar{f}_{BE ROI_K}\right| + \alpha \cdot \left|\bar{f}_{HE ROI_1} - \bar{f}_{HE ROI_K}\right|\right)^2}{(1-\alpha)^2 \cdot \sigma_{BE ROI_1}^2 + \alpha^2 \cdot \sigma_{HE ROI_K}^2} \quad (B. 2)$$

Pour simplifier, nous avons utilisé les notations suivantes : $\Delta_{BE ROI_K} = \left|\bar{f}_{BE ROI_1} - \bar{f}_{BE ROI_K}\right|$ et $\Delta_{HE ROI_K} = \left|\bar{f}_{HE ROI_1} - \bar{f}_{HE ROI_K}\right|$. Nous faisons aussi l'hypothèse que les bruits calculés pour la basse énergie et pour la haute énergie ne sont pas corrélés.

Avec ces notations, l'équation (B. 2) devient :

$$CNR_K^2\left((1-\alpha) \cdot \hat{f}_{BE} + \alpha \cdot \hat{f}_{HE}\right) = \frac{\left((1-\alpha) \cdot \Delta_{BE} + \alpha \cdot \Delta_{HE}\right)^2}{(1-\alpha)^2 \cdot \sigma_{BE ROI_1}^2 + \alpha^2 \cdot \sigma_{HE ROI_K}^2} \quad (B. 3)$$

Notre objectif est de déterminer le coefficient α optimal.

Nous avons dérivé l'équation (B. 3) par rapport à α , et après les calculs nous avons obtenu comme résultat :

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\Delta_{BE}}{\Delta_{HE}} \cdot \frac{\sigma_{HE}^2}{\sigma_{BE}^2}} \quad (B. 4)$$

Avec le α trouvé, on l'introduit dans l'équation (B. 2) et on retrouve la formule du CNR optimal pour deux canaux d'énergie, qui est égale à :

$$CNR_{K optimal}^2 = CNR_{K BE}^2 + CNR_{K HE}^2 \quad (B. 5)$$

Spectral (N_C canaux d'énergie)

En spectral, pour N_C canaux d'énergie, nous avons considéré la combinaison linéaire des images écrite comme $\hat{f}_{combinée} = \sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \hat{f}_i$.

La combinaison linéaire optimale en termes de CNR est égale à :

$$CNR_K^2(\hat{f}_{combinée}) = CNR_K^2\left(\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \hat{f}_i\right) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \bar{f}_{i ROI_1} - \sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \bar{f}_{i ROI_K}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i^2 \cdot \sigma_{i ROI_K}^2} \quad (B. 6)$$

Pour simplifier la formulation, nous notons avec $\Delta_{i ROI_K} = \left|\bar{f}_{i ROI_1} - \bar{f}_{i ROI_K}\right|$.

Avec cette notation, l'équation (B. 6) devient égale à :

$$CNR_K^2 \left(\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \hat{f}_i \right) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \Delta_{i ROI_K} \right)^2}{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i^2 \cdot \sigma_{i ROI_K}^2} \quad (B. 7)$$

Après le calcul de la dérivée,

$$\alpha_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \Delta_i} \quad (B. 8)$$

Dans cette dernière équation, nous notons $\beta = \frac{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \Delta_i}$.

Si dans l'équation (B. 7) du CNR nous remplaçons les α , le CNR optimal pour la combinaison des N_C images spectrales reconstruites est égal à :

$$\begin{aligned} CNR_K^2(\alpha_i \cdot I_i) &= \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i \cdot \Delta_{i ROI_K} \right)^2}{\sum_{i=1}^{N_C} \alpha_i^2 \cdot \sigma_{i ROI_K}^2} \\ &= \frac{\left(\frac{\Delta_{1 ROI_K}}{\sigma_{1 ROI_K}^2} \cdot \beta \cdot \Delta_{1 ROI_K} + \frac{\Delta_{2 ROI_K}}{\sigma_{2 ROI_K}^2} \cdot \beta \cdot \Delta_{2 ROI_K} + \dots \right)^2}{\left(\frac{\Delta_{1 ROI_K}}{\sigma_{1 ROI_K}^2} \right)^2 \cdot \beta^2 \cdot \sigma_{1 ROI_K}^2 + \left(\frac{\Delta_{2 ROI_K}}{\sigma_{2 ROI_K}^2} \right)^2 \cdot \beta^2 \cdot \sigma_{2 ROI_K}^2 + \dots} \\ &= \sum_{i=1}^{N_C} \frac{\Delta_{i ROI_K}^2}{\sigma_{i ROI_K}^2} = \sum_{i=1}^{N_C} CNR_{i ROI_K}^2 \end{aligned} \quad (B. 9)$$

B.2. Evaluation du CNR avec un détecteur spectrométrique

Le critère du CNR est utilisé notamment dans des études qui quantifient l'apport des détecteurs en comptage pour l'imagerie de produit de contraste [Shikhaliev 2008], [Rousseau et al. 2011], [Shikhaliev 2012].

Nous évaluons l'apport du CNR avec des détecteurs spectrométriques, en ostéodensitométrie. Pour des simulations avec deux canaux d'énergie, nous avons utilisé les canaux $\{(15 ; \text{Seuil}) \text{ keV} ; (\text{Seuil}+1 ; 115) \text{ keV}\}$, avec un Seuil variable qui prend des valeurs entre 20 keV et 100 keV. Dans la Figure A. 2 nous représentons la variation du CNR calculé sur des images

reconstruites selon la basse énergie et la haute énergie. Les quatre valeurs correspondent aux *CNR* calculé entre l'insert étalon de densité partielle de 50 mg/cm^3 et les quatre autres inserts. Le *CNR* correspondant à un canal d'énergie augmente ou diminue, selon le nombre de photons présent dans le canal respectif.

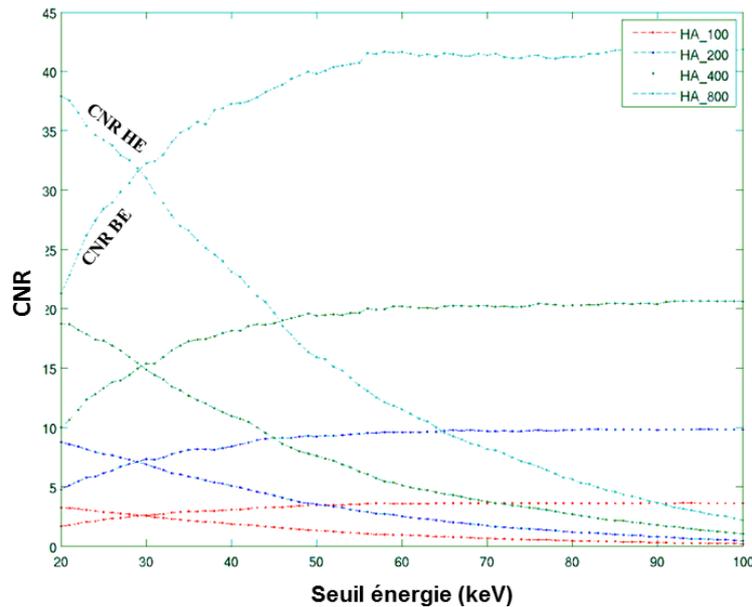


Figure A. 2 : *CNR* calculé en fonction du seuil d'énergie pour l'image reconstruite correspondant à la basse énergie et pour l'image reconstruite correspondant à la haute énergie

Pour des simulations en spectral, nous avons utilisé 20 canaux réguliers d'énergie entre 15 keV et 115 keV, avec une largeur de 5 keV. Les résultats sont présentés dans la Figure A. 3, pour des valeurs de *CNR* calculées entre l'insert étalon et les quatre autres. On observe que le *CNR* diminue car vers les canaux de haute énergie nous avons de moins en moins de photons.

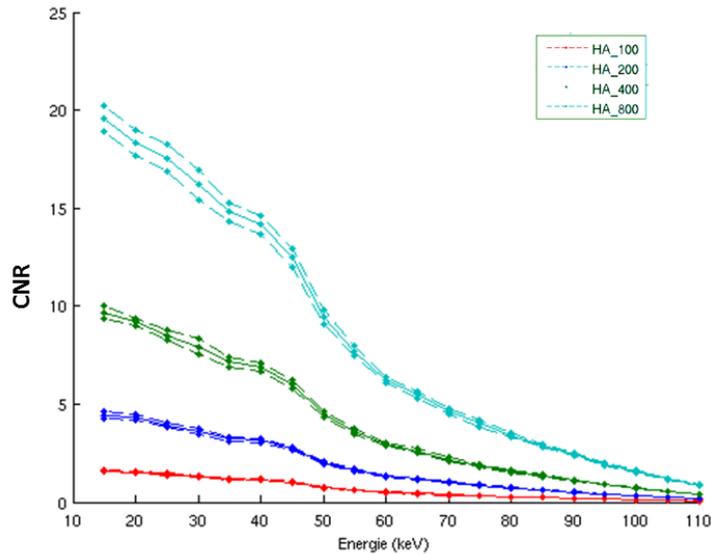


Figure A. 3 : CNR calculé dans les 20 images reconstruites correspondant aux canaux réguliers d'énergie en spectral. L'incertitude est égale à σ

Avec la formule (B. 5) nous avons calculé le *CNR* optimal pour deux canaux d'énergie, en fonction du seuil variable (Figure A. 4). Nous avons comparé les résultats avec le *CNR* calculé sur une image reconstruite unique, correspondant au canal d'énergie (15 ; 115) keV et avec le *CNR* optimal calculé sur les 20 images reconstruites en spectral. Les résultats sont illustrés dans la Figure A. 5, pour l'insert d'hydroxyapatite avec une densité partielle de 800 mg/cm³.

Le gain obtenu en *CNR*, avec le détecteur spectrométrique est très faible. [Shikhaliev 2008] montre que, en imagerie de contraste, 15 canaux d'énergie suffisent pour augmenter le contraste entre les matériaux.

En ostéodensitométrie, l'objectif est de quantifier les constituants minéraux. Le *CNR* est un critère qui mesure la qualité des images, mais qui ne quantifie pas les besoins en ostéodensitométrie. Nous nous sommes donc dirigés vers une méthode adaptée, la décomposition en base de matériaux, présentée dans ces travaux de thèse.

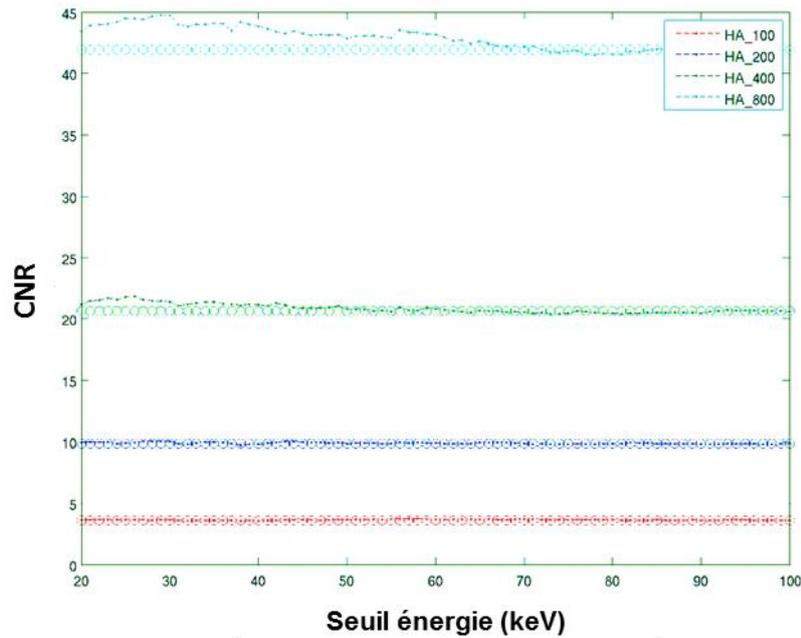


Figure A. 4 : Comparaison entre le CNR optimal, calculé pour deux canaux d'énergie, en fonction du seuil d'énergie variable, et le CNR pour une seule image reconstruite dans le canal d'énergie (15 ; 115) keV

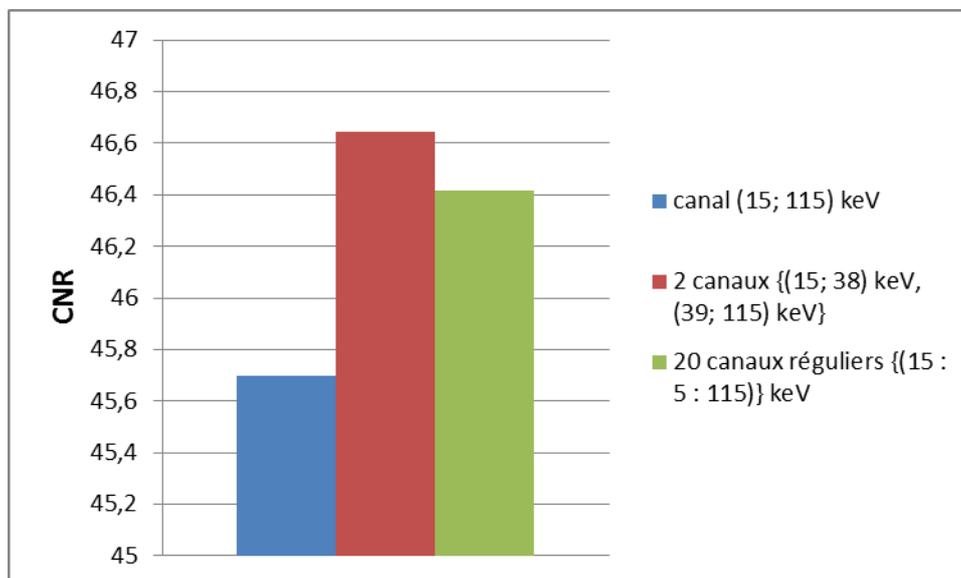


Figure A. 5 : Comparaison entre le CNR optimal, calculé pour deux canaux d'énergie, en fonction du seuil d'énergie variable, le CNR pour une seule image reconstruite dans le canal d'énergie (15 ; 115) keV, et le CNR optimal des 20 canaux d'énergie réguliers. Exemple pour l'insert de densité partielle de 800 mg/cm³

Liste de travaux personnels

- Potop, A., V. Rebuffel, J. Rinkel, A. Brambilla, F. Peyrin, et L. Verger.
« Investigation of the polynomial approach for material decomposition in spectral X-ray tomography using an energy-resolved detector », SPIE 2014 Conference Record
- Potop, A., V. Rebuffel, A. Brambilla, A. Gorecki, F. Peyrin, et L. Verger.
« Comparison between an analytical and a statistical approach for basis material decomposition using an energy-resolved detector » - soumis au *Journal of Instrumentation* en 2014

Bibliographie

- [Alvarez, 2010] Alvarez, R.E., Near optimal energy selective x-ray imaging system performance with simple detectors. *Medical Physics*, 37(2), pp.822–841, 2010.
- [Alvarez and Macovski, 1976] Alvarez, R.E. & Macovski, A., Energy-selective reconstructions in X-ray computerised tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 21(5), pp.733–744, 1976.
- [Asghar et al., 2011] Asghar, A., de, M. & Rosa, M., Monte Carlo Simulation of Pile-up Effect in Gamma Spectroscopy. In S. Mordechai, ed. *Applications of Monte Carlo Method in Science and Engineering*. InTech, 2011. Available at: <http://www.intechopen.com/books/applications-of-monte-carlo-method-in-science-and-engineering/monte-carlo-simulation-of-pile-up-effect-in-gamma-spectroscopy> [Accessed July 1, 2014].
- [Ballabriga et al., 2011] Ballabriga, R., Campbell, M., Heijne, E., Llopart, X., Tlustos, L., Wong, W., Medipix3: A 64 k pixel detector readout chip working in single photon counting mode with improved spectrometric performance. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 633(SUPPL. 1), pp.S15–S18, 2011.
- [Beldjoudi et al., 2012] Beldjoudi, G., Rebuffel, V., Verger, L., Kaftandjian, V., Rinkel, J., An optimised method for material identification using a photon counting detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 663(1), pp.26–36, 2012.
- [Beldjoudi, 2011] Beldjoudi, G., *Approche multi-énergies associée à un détecteur spectrométrique rayons X pour l'identification de matériaux*. septembre 2011, 251 pages, INSA de Lyon.
- [Beldjoudi et al., 2011] Beldjoudi, G., Rebuffel, V., Verger, L., Kaftandjian, V., Rinkel, J., Multidimensional Data Processing Methods for Material Discrimination Using an Ideal X-Ray Spectrometric Photon Counting Detector. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 58(6), pp.3190–3203, 2011.
- [Bergot et al., 2009] Bergot, C., Wu, Y., Jolivet, E., Zhou, L.Q., Laredo, J.D., Bousson, V., The degree and distribution of cortical bone mineralization in the human femoral shaft change with age and sex in a microradiographic study. *Bone*, 45(3), pp.435–442, 2009.
- [Bousson et al., 2004] Bousson, V., Peyrin, F., Bergot, C., Hausard, M., Sautet, A., Laredo, J.-D., Cortical bone in the human femoral neck: Three-dimensional appearance and porosity using synchrotron radiation. *Journal of Bone and Mineral Research*, 19(5), pp.794–801, 2004.
- [Brambilla et al., 2012] Brambilla, A., Ouvrier-Bufferet, P., Gonon, G., Rinkel, Boudou, C., J., Verger, L., CdTe linear pixel X-ray detector with enhanced spectrometric performance for high flux X-ray imaging. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 59(4 PART 3), pp.1552–1558, 2012.

- [Brambilla et al., 2013] Brambilla, A., Ouvrier-Bufferet, P., Gonon, G., Rinkel, J., Moulin, V., Boudou, C., Verger, V., Fast CdTe and CdZnTe Semiconductor Detector Arrays for Spectroscopic X-Ray Imaging. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 60(1), pp.408–415, 2013.
- [Brambilla et al., 2009] Brambilla, A., Boudou, C., Ouvrier-Bufferet, P., Mougel, F., Gonon, G., Rinkel, J., Verger, L., Spectrometric performances of CdTe and CdZnTe semiconductor detector arrays at high X-ray flux. In *2009 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC)*. 2009 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC). pp. 1753–1757, 2009.
- [Brendel et al., 2009] Brendel, B., Roessler, E., Schlomka, J.-P., Proksa, R., Empirical, projection-based basis-component decomposition method. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2009.
- [Brody et al., 1981] Brody, W.R., Butt, G., Hall, A., Macovski, A., A method for selective tissue and bone visualization using dual energy scanned projection radiography. *Medical Physics*, 8(3), pp.353–357, 1981.
- [Cammin et al., 2013] Cammin, J., Xu, J., Barber, W.C., Iwanczyk, J.S., Hartsough, N.E., Taguchi, K., Modeling photon-counting detectors for x-ray CT: Spectral response and pulse-pileup effects and evaluation using real data. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2013.
- [Carmi et al., 2008] Carmi, R., Livne, A., Gringauz, A., Berma, A., Fuksman, A., Wainer, N., Experimental evaluation of image-based spectral analysis method for multi energy window photon counting X-ray CT. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. pp. 3903–3905, 2008.
- [Choi et al., 2013] Choi, J., Kang, D.-G., Kang, S., Sung, Y., Ye, J.C., A unified statistical framework for material decomposition using multienergy photon counting x-ray detectors. *Medical Physics*, 40(9), 2013.
- [Choi Yu-Na, 2011] Choi Yu-Na, C.H.-M., Material Decomposition in Contrast-enhanced Digital Mammography Based on Photon Counting: Monte Carlo Simulation Studies. *Journal of Korean Physical Society*, 59(1), p.161–, 2011.
- [Dammer et al., 2009] Dammer, J., Frallicciardi P.M., Jakubek, J., Jakubek, M., Pospisil, S., Prenerova, E., Vavrik, D., Volter, L., Weyda, F., Zemek, R., Real-time in-vivo μ -imaging with Medipix2. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 607(1), pp.205–207, 2009.
- [Ding et al., 2012] Ding, H., Ducote, J.L. & Molloy, S., Breast composition measurement with a cadmium-zinc-telluride based spectral computed tomography system. *Medical Physics*, 39(3), p.1289, 2012.
- [Dinten et al., 2001] Dinten, J.-M., Robert-Coutant, C. & Darboux, M., Dual-energy x-ray absorptiometry using 2D digital radiography detector: application to bone

- densitometry. In pp. 459–468, 2001. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.430945> [Accessed May 19, 2014].
- [Durst et al., 2008] Durst, J., Bartl, P., Kreisler, B., Michel, T., Anton, G., Monte carlo simulation of pixelated photon counting X-ray detectors like the medipix2 and the medipix3 using high-Z sensor materials. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. pp. 4990–4994, 2008.
- [Engelke et al., 2008] Engelke, K., Adams, J.E., Armbrecht, G., Augat, P., Bogado, C.E., Bouxsein, M.L., Felsenberg, D., Ito, M., Prevrhal, S., Hans, D.B., Lewiecki, E.M., Clinical use of quantitative computed tomography and peripheral quantitative computed tomography in the management of osteoporosis in adults: the 2007 ISCD Official Positions. *Journal of clinical densitometry: the official journal of the International Society for Clinical Densitometry*, 11(1), pp.123–162, 2008.
- [Faby et al., 2014] Faby, S., Kuchenbecker, S., Simons, D., Schlemmer, H.-P., Lell, M., Kachelrieß, M., CT calibration and dose minimization in image-based material decomposition with energy-selective detectors. In pp. 903318–903318–12, 2014. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.2042877> [Accessed May 19, 2014].
- [Gonzales and Lalush, 2012] Gonzales, B.J. & Lalush, D.S., Eigenvector decomposition of full-spectrum x-ray computed tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 57(5), pp.1309–1323, 2012.
- [Gorecki et al., 2013] Gorecki, A., Brambilla, A., Moulin, V., Gaborieau, E., Radisson, P., Verger, L., Comparing performances of a CdTe X-ray spectroscopic detector and an X-ray dual-energy sandwich detector. *Journal of Instrumentation*, 8(11), p.P11011, 2013.
- [He, 2001] He, Z., Review of the Shockley-Ramo theorem and its application in semiconductor gamma-ray detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 463(1-2), pp.250–267, 2001.
- [IRSN, 2010] IRSN, 2010. Doses délivrées aux patients en scanographie et en radiologie conventionnelle. Rapport DRPH/SER N° 2010-12. Disponible sur: http://www.irsn.fr/FR/expertise/rapports_expertise/Documents/radioprotection/IRSN-Rapport-dosimetrie-patient-2010-12.pdf [consulté le 23.06.2014].
- [Jakubek, 2007] Jakubek, J., Data processing and image reconstruction methods for pixel detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 576(1), pp.223–234, 2007.
- [Joshi et al., 2010] Joshi, M., Langan, D.A., Sahani, D.S., Kambadakone, A., Aluri, S., Procknow, K., Wu, X., Bhotika, R., Okerlund, D., Kulkarni, N., Xu, D., Effective atomic number accuracy for kidney stone characterization using spectral CT. In p. 76223K–76223K–12, 2010. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.844372> [Accessed June 2, 2014].

- [Kalender et al., 1995] Kalender, W.A., Felsenberg, D., Genant, H.K., Fisher, M., Dequeker, J., Reeve, J., The European Spine Phantom - A tool for standardization and quality control in spinal bone mineral measurements by DXA and QCT. *European Journal of Radiology*, 20(2), pp.83–92, 1995.
- [Kalender et al., 1987] Kalender, W.A., Hebel, R. & Ebersberger, J., Reduction of CT artifacts caused by metallic implants. *Radiology*, 164(2), pp.576–577, 1987.
- [Kappler et al., 2009] Kappler, S., Grasruck, M., Niederlöhner, D., Strassburg, M., Wirth, S., Dual-energy performance of dual-kVp in comparison to dual-layer and quantum-counting CT system concepts. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2009.
- [Kappler et al., 2012] Kappler, S., Hannermann, T., Kraft, E., Kreisler, B., Niederloehner, D., Stierstorfer, K., Flohr, T., First results from a hybrid prototype CT scanner for exploring benefits of quantum-counting in clinical CT. In p. 83130X–83130X–11, 2012. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.911295> [Accessed March 28, 2014].
- [Kappler et al., 2013] Kappler, S., Henning, A., Krauss, B., Stierstorfer, K., Weidinger, T., Flohr, T., Multi-energy performance of a research prototype CT scanner with small-pixel counting detector. In p. 86680O–86680O–8, 2013. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.2006747> [Accessed March 28, 2014].
- [Kappler et al., 2014] Kappler, S., Henning, A., Kreisler, B., Schoeck, F., Stierstorfer, K., Flohr, T., Photon counting CT at elevated X-ray tube currents: contrast stability, image noise and multi-energy performance. In p. 90331C–90331C–8, 2014. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.2043511> [Accessed May 19, 2014].
- [Knoll, 2010] Knoll, G.F., *Radiation Detection and Measurement*, John Wiley & Sons, 860 pages, chapitre 4, 2010.
- [Kolta, 2008] Kolta, S., Measurement of cortical bone by dual X-ray absorptiometry. *Osteoporosis International*, 19(6), pp.855–857+885–886, 2008.
- [Krmr et al., 2010] Krmr, M., Shukla, S. & Ganezer, K., Bone densitometry using x-ray spectra. *Physics in Medicine and Biology*, 55(20), pp.6105–6123, 2010.
- [LADEN et EDP Sciences, 2007] LADEN et EDP Sciences, 2007. Doses radioactives, Disponible sur: <<http://www.laradioactivite.com/>> [consulté le 30.06.2014] .
- [Laidevant et al., 2010] Laidevant, A.D., Malkov, S., Flowers, C.I., Kerlikowske, K., Shepherd, J.A., Compositional breast imaging using a dual-energy mammography protocol. *Medical physics*, 37(1), pp.164–174, 2010.
- [Michel et al., 2009] Michel, T., Talla, P.T., Firching, M., Durst, J., Böhnelt, M., Anton, G., Reconstruction of X-ray spectra with the energy sensitive photon counting detector Medipix2. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 598(2), pp.510–514, 2009.

- [Mitton, 2008] Mitton, D., Cortical bone composition and biomechanical implications. *Osteoporosis International*, 19(6), pp.853–855+885, 2008.
- [Mulder et al., 2007] Mulder, L. et al., Intratrabecular distribution of tissue stiffness and mineralization in developing trabecular bone. *Bone*, 41(2), pp.256–265, 2007.
- [Nazarian et al., 2008] Nazarian, A., Snyder, B.D., Zurakowski, D., Müller, R., Quantitative micro-computed tomography: A non-invasive method to assess equivalent bone mineral density, 2008. *Bone*, 43(2), pp.302–311, 2008.
- [Nelder and Mead, 1965] Nelder, J.A. & Mead, R., A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*, 7(4), pp.308–313, 1965.
- [Nuzzo et al., 2002] Nuzzo, S., Peyrin, F., Cloetens, P., Baruchel, J., Boivin, G., Quantification of the degree of mineralization of bone in three dimensions using synchrotron radiation microtomography. *Medical Physics*, 29(11), pp.2672–2681, 2002.
- [Petit et al., 2005] Petit, M.A., Beck, T.J. & Kontulainen, S.A., Examining the developing bone: What do we measure and how do we do it? *Journal of musculoskeletal & neuronal interactions*, 5(3), pp.213–224, 2005.
- [Peyrin and Engelke, 2012] Peyrin, F. & Engelke, K., CT Imaging: Basics and New Trends. In *Handbook of Particle Detection and Imaging*. p. 883, 2012. Disponible sur: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2012hopd.book..883P> [consulté le 30.06.2014].
- [QRM GmbH, 2008] QRM GmbH, 2008. Quality Assurance in Radiology and Medicine. Disponible sur: http://www.qrm.de/content/products/microct/microct_ha.htm [consulté le 07.07.2014].
- [Ramo, 1939] Ramo, S., Currents Induced by Electron Motion. *Proceedings of the IRE*, 27(9), pp.584–585, 1939.
- [Rebuffel et al., 2012] Rebuffel, V., Tabary, J., Hugonnard, P., Popa, E., Brambilla, A., Montemont, G., Verger, L., New functionalities of SINDBAD simulation software for spectral X-ray imaging using counting detectors with energy discrimination. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. pp. 2550–2554, 2012.
- [Rho et al., 1998] Rho, J.-Y., Kuhn-Spearing, L. & Zioupos, P., Mechanical properties and the hierarchical structure of bone. *Medical Engineering & Physics*, 20(2), pp.92–102, 1998.
- [Rinkel et al., 2011] Rinkel, J., Beldjoudi, G., Gonon, G., Brambilla, A., Rebuffel, V., Boudou, C., Ouvrier-Buffet, P., Verger, L., Experimental evaluation of material identification methods with CdTe X-ray spectrometric detector. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 58(5 PART 2), pp.2371–2377, 2011.
- [Roessl et al., 2011] Roessl, E., Daerr, H., Engel, K.J., Thran, A., Schirra, C., Proksa, R., Combined effects of pulse pile-up and energy response in energy-resolved, photon-counting computed tomography. In *IEEE*, pp. 2309–2313, 2011. Available at:

- <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6153869> [Accessed April 16, 2012].
- [Roessl and Herrmann, 2009] Roessl, E. & Herrmann, C., Cramér–Rao lower bound of basis image noise in multiple-energy x-ray imaging. *Physics in Medicine and Biology*, 54(5), p.1307, 2009.
- [Roessl and Proksa, 2007] Roessl, E. & Proksa, R., Optimal energy threshold arrangement in photon-counting spectral x-ray imaging. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. pp. 1950–1954, 2007.
- [Roschger et al., 2008] Roschger, P., Paschalis, E.P., Fratzl, P., Klaushofer, K., Bone mineralization density distribution in health and disease. *Bone*, 42(3), pp.456–466, 2008.
- [Rousseau et al., 2011] Rousseau, J., Radisson, P. & Boudou, C., Energy weighting with a CdTe spectrometric detector. In *Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC), 2011 IEEE*. pp. 4632 –4635, 2011.
- [Ruegsegger and Kalender, 1993] Ruegsegger, P. & Kalender, W.A., A phantom for standardization and quality control in peripheral bone measurements by PQCT and DXA. *Physics in Medicine and Biology*, 38(12), pp.1963–1970, 1993.
- [Salomé et al., 1999] Salomé, M., Peyrin, F., Cloetens, P., Odet, C., Laval-Jeantet, A.-M., Baruchel, J., Spanne, P., A synchrotron radiation microtomography system for the analysis of trabecular bone samples. *Medical Physics*, 26(10), pp.2194–2204, 1999.
- [Schirra et al., 2014] Schirra, C., Thran, A., Daerr, H., Roessl, E., Proksa, R., Towards in-vivo K-edge imaging using a new semi-analytical calibration method. In p. 90330N–90330N–9, 2014. Available at: <http://dx.doi.org/10.1117/12.2043539> [Accessed May 19, 2014].
- [Schirra et al., 2011] Schirra, C.O., Roessl, E., Koehler, T., Brendel, B., Thran, A., Proksa, R., Maximum Likelihood CT reconstruction from material-decomposed sinograms using fisher information. In *2011 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC)*. 2011 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC). pp. 4063 –4065, 2011.
- [Schlomka et al., 2008] Schlomka, J.P., Roessl, E., Dorscheid, R., Dill, S., Martens, G., Istel, T., Bäumer, C., Herrmann, C., Steadman, R., Zeitler, G., Livne, A., Proksa, R., Experimental feasibility of multi-energy photon-counting K-edge imaging in pre-clinical computed tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 53(15), pp.4031–4047, 2008.
- [Sempau et al., 1997] Sempau, J., Acosta, E., Baro, J., Fernández-Varea, J.M., Salvat, F., An algorithm for Monte Carlo simulation of coupled electron-photon transport. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 132(3), pp.377–390, 1997.
- [Shikhaliyev, 2008] Shikhaliyev, P.M., Computed tomography with energy-resolved detection: A feasibility study. *Physics in Medicine and Biology*, 53(5), pp.1475–1495, 2008.

- [Shikhaliev, 2012] Shikhaliev, P.M., Photon counting spectral CT: improved material decomposition with K-edge-filtered x-rays. *Physics in Medicine and Biology*, 57(6), pp.1595–1615, 2012.
- [Tabary et al., 2009] Tabary, J., Marache-Francisco, S., Valette, S., Segars, W.P., Lartizien, C., Realistic X-ray CT simulation of the XCAT phantom with SINDBAD. In *2009 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC)*. 2009 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC). pp. 3980–3983, 2009.
- [Tabary et al., 2007] Tabary, J., Hugonnard, P. & Mathy, F., SINDBAD: a realistic multi-purpose and scalable Xray simulation tool for NDT applications. In *Int. Symp. on DIR and CT*, 2007.
- [Taguchi et al., 2010] Taguchi, K., Frey, E.C., Wang, X., Iwanczyk, J.S., Barber, W.C., An analytical model of the effects of pulse pileup on the energy spectrum recorded by energy resolved photon counting x-ray detectors. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2010.
- [Taguchi et al., 2011] Taguchi, K., Zhang, M., Frey, E.C., Wang, X., Iwanczyk, J.S., Nygard, E., Hartsough, N.E., Tsui, B.M.W., Brber, W.C., Modeling the performance of a photon counting x-ray detector for CT: Energy response and pulse pileup effects. *Medical Physics*, 38(2), pp.1089–1102, 2011.
- [Wang A et al., 2011] Wang, A.S., Harrison, D., Lobastov, V., Tkaczyk, J.E., Pulse pileup statistics for energy discriminating photon counting x-ray detectors. *Medical Physics*, 38(7), pp.4265–4275, 2011.
- [Wand and Pelc, 2009] Wang, A.S. & Pelc, N.J., Optimal energy thresholds and weights for separating materials using photon counting x-ray detectors with energy discriminating capabilities. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2009.
- [Wang and Pelc, 2011] Wang, A.S. & Pelc, N.J., Sufficient statistics as a generalization of binning in spectral X-ray imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 30(1), pp.84–93, 2011.
- [Wang et al., 2009] Wang, X., Xu, J., Taguchi, K., Frey, E.C., Patt, B.E., Wagenaar, D.J., Enhanced discrimination of calcified and soft arterial plaques using computed tomography with a multi-energy-Window photon counting X-ray detector. In *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, 2009.
- [Wang et al., 2007] Wang, X., Xu, J. & Frey, E.C., Optimization of energy window widths in basis material decomposition using a multi-window photon counting X-ray detector. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. pp. 3826–3829, 2007.
- [Zhang et al., 2008] Zhang, G., Cheng, J., Zhang, L., Chen, Z., Xing, Y., A practical reconstruction method for dual energy computed tomography. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 16(2), pp.67–88, 2008.
- [Zuber et al., 2012] Zuber, M., Koenig, T, Hamann, E., Butzer, J., Cecilia, A., Fiederle, M., Oelfke, U., Synchrotron measurements of the energy response functions of CdTe

Medipix2 MXR detectors with pixel pitches of 110 and 165 μm . *Journal of Instrumentation*, 7(12), p.C12018, 2012.