



**HAL**  
open science

# Modes de Laguerre-Gauss et canalisation d'atomes froids

Naty Citlali Cabrera Gutiérrez

► **To cite this version:**

Naty Citlali Cabrera Gutiérrez. Modes de Laguerre-Gauss et canalisation d'atomes froids. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français. NNT: 2014PA112360. tel-01216481v2

**HAL Id: tel-01216481**

**<https://theses.hal.science/tel-01216481v2>**

Submitted on 17 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE 288 :  
ONDES ET MATIÈRE

Laboratoire : Aimé Cotton

*THÈSE DE DOCTORAT*

PHYSIQUE

par

**Naty Citlali CABRERA GUTIERREZ**

Modes de Laguerre-Gauss et canalisation d'atomes froids

Date de soutenance : 28/11/2014

Composition du jury :

Directeur de thèse :	Laurence PRUVOST	Chargée de recherche	LAC
Rapporteurs :	Alberto BRAMATI François HACHE	Professeur Directeur de recherche	LKB LOB
Examineurs :	Michèle LEDUC Peter ROSEBUSCH Yvan SORTAIS Patrice HELLO	Directrice de recherche Chargé de recherche Maître de conférences Professeur	LKB SYRTE IOGS LAL

Tout d'abord je voudrais remercier Laurence Pruvost de m'avoir accueilli au sein de son équipe de recherche. Merci pour tout ce que vous m'avez appris et pour votre temps. Je remercie aussi Bruno Viaris et Marion Jacquy, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler en salle de manip et qui ont toujours été très ouverts lorsque j'avais des questions. Je vous remercie aussi de m'avoir aidé à améliorer mon manuscrit en particulier lorsque le temps commençait à presser. Je remercie aussi Vincent Carrat qui m'a beaucoup aidé au début de ma thèse et avec qui j'ai pu travailler pendant la deuxième année. Je remercie le personnel du laboratoire, en particulier les gens de l'électronique et de l'atelier de mécanique qui nous ont toujours aidés lorsque nous avons besoin de quelque chose pour nos expériences.

Je dédie ce travail à ma famille au Mexique. Mamá y papá, les dedico este trabajo porque sin ustedes, sin su apoyo, sin su comprensión, sin sus enseñanzas y sin todos los valores que nos transmitieron, nunca habría llegado tan lejos. Gracias porque siempre han estado ahí para nosotros. También dedico este escrito a mis hermanos Xóchitl, Karla y Polo, con quienes he pasado momentos inolvidables. Gracias por todo. Aunque llevo varios años lejos, siempre los llevo conmigo. Los amo y los extraño. Maye, Paola y Gabriel, mis hermanos adoptivos, gracias por todas las risas y los buenos momentos juntos.

Je voudrais aussi dédier ce travail à mon mari Gautier, qui a été extrêmement patient lors de la période de rédaction et qui a dû supporter de me voir pratiquement absente lors des premiers mois de mariage. Merci d'être toujours là pour moi ! Tu es mon rayon de soleil de tous les jours ! Je t'aime !! Je remercie aussi ma belle famille, en particulier Michèle et Gilbert, qui ont toujours été très gentils avec moi et qui m'ont toujours donné leur soutien. Un grand merci !

Je remercie Licia Dono et Mickael Jamgocyan qui ont été mon premier contact avec la France et avec qui je garde de très bons souvenirs.

Un grand merci aussi à Catherine Cobat-Vittecoq et à Joy parce que sans le savoir vous êtes rentrées dans ma vie dans un moment un peu particulier et vous m'avez beaucoup aidé. Merci pour tout ce que vous avez fait pour moi ! Je vous considère aussi comme ma famille.

Je finis par remercier mes amis, qui ont toujours été là pour moi, et qui d'une façon ou d'une autre ont amené du bonheur dans ma vie. A mis amigos de Tuxtla, Alvaro Villafaña, Marco Montero, Mónica Vudoyra y Kir Pérez muchas gracias por su amistad y por todos los momentos que hemos pasado juntos a lo largo de tantos años. A mis amigos de la uni, Liz Ramiro, Andrés Covarrubias, Francisco Cervantes, Miguel García, Rodrigo Navarro y Fernando Cruz. La uni fue uno de los momentos más felices de mi vida, gracias por todas las aventuras que pasamos juntos. Ich bedanke mich auch bei meinen Freunden in Deutschland, weil sie mich immer zum Lächeln bringen : Claudi und Frank Mattick, Yu-Chun Liu und Benni Schröder. Das war so schön, euch wiederzusehen. Merci à mes amis en France/rencontrés en France : Nicolas Boillot, Laëtitia Lemuet, Marion Vidal, Carla Hermann, Samia J'nini, Itzel Guevara et Yerrick Moulin. Mllanos López y Andrés Sánchez gracias por todo su apoyo, todas sus atenciones y su buen humor. Cristina Marculescu and Alex Arama thank you for all the nice chats and for always having time to listen. Anne Boucon merci pour ta bonne humeur et merci d'avoir pris du temps pour lire mon manuscrit. Vladimir et Elena Shchur, Roberto et Elena Alessi thank you for all the nice moments we spent together and for the great Italian meals. Anna Kazeykina, Misha and Ksusha Isaev, thank you for all the fun game evenings. Andy McCulloch merci beaucoup pour ta bonne humeur et pour toutes les conversations toujours très intéressantes. Un grand merci à Benjamin Szymanski, qui a dû me supporter pendant la période de rédaction, merci pour ta bonne humeur et tes super gâteaux. Sam De, thank you for always having time for a cup of tea and a good laugh ! Mickaël Vandevraye merci pour les bonnes rigolades et les bons moments au labo. J'oublie sûrement des noms, mais je remercie tous ceux qui m'ont aidé à réussir ce projet.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>I Modes de Laguerre-Gauss</b>	<b>7</b>
<b>1 Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 Modes de Laguerre-Gauss et leurs propriétés . . . . .	12
1.2.1 Champ électrique d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	13
1.2.2 Intensité d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	14
1.2.3 Phase en hélice d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	19
1.3 Applications des modes de Laguerre-Gauss . . . . .	20
1.4 Méthodes de fabrication d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	22
1.5 Conclusion . . . . .	25
1.6 Annexe A : Orthogonalité des modes de Laguerre-Gauss . . . . .	27
<b>2 Génération d'un mode de Laguerre-Gauss par holographie</b>	<b>29</b>
2.1 Principe . . . . .	31
2.2 Modulateur de phase et son adressage . . . . .	32
2.2.1 SLMs à cristaux liquides. Généralités. Modèles utilisés . . . . .	33
2.2.2 Hologrammes adressés . . . . .	37
2.3 Montage expérimental . . . . .	39
2.4 Modes obtenus - Pureté d'un $\overline{LG}$ . . . . .	41
2.5 Propagation d'un mode $\overline{LG}$ - Rôle de la pureté . . . . .	43
2.5.1 Résultats expérimentaux . . . . .	43
2.5.2 Etude théorique de la propagation d'un mode $\overline{LG}$ . . . . .	47
2.6 Conclusion . . . . .	49
2.7 Annexe B : Décomposition des modes $\overline{LG}$ créés . . . . .	51
2.8 Annexe C : Waist d'un mode $\overline{LG}$ . . . . .	54
<b>3 Mesure des nombres azimutal <math>\ell</math> et radial <math>p</math> d'un mode de Laguerre-Gauss</b>	<b>57</b>
3.1 Introduction . . . . .	59
3.2 Deux méthodes illustrées pour déterminer le nombre azimutal $\ell$ . . . . .	60
3.2.1 Diffraction par une ouverture triangulaire . . . . .	60
3.2.2 Transformation par une lentille inclinée . . . . .	64
3.3 Mesure des indices azimutal $\ell$ et radial $p$ via un système astigmatique . . . . .	66
3.3.1 Expérience et résultats . . . . .	66
3.3.2 Optimisation de la fabrication d'un mode $LG_{p \neq 0}^{\ell}$ . . . . .	69
3.4 Conclusion . . . . .	72
3.5 Annexe D : Transformation d'un mode $LG$ par une lentille inclinée . . . . .	73

---

<b>II</b>	<b>Canalisation d'atomes froids</b>	<b>81</b>
<b>4</b>	<b>2D-MOT (Piège magnéto-optique à deux dimensions) et principe de la canalisation par effet dipolaire</b>	<b>83</b>
4.1	Introduction . . . . .	85
4.2	Piège magnéto-optique à deux dimensions . . . . .	85
4.2.1	Principe de l'effet magnéto-optique . . . . .	85
4.2.2	Applications d'un piège magnéto-optique à deux dimensions . . . . .	89
4.2.3	Jet atomique en sortie d'un 2D-MOT . . . . .	90
4.3	Principe de la canalisation par effet dipolaire des atomes issus d'un 2D-MOT	91
4.3.1	Force et potentiel dipolaires . . . . .	91
4.3.2	Chauffage dans un piège dipolaire . . . . .	95
4.3.3	Utilisation d'un mode laser creux ( $LG$ ) . . . . .	96
4.3.4	Chauffage dans un piège dipolaire créé par un mode $LG$ . . . . .	97
4.4	Conclusion . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Canalisation d'un jet atomique issu d'un 2D-MOT par un mode <math>\overline{LG}</math> : LG-Channeled-2D-MOT</b>	<b>99</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Configuration expérimentale . . . . .	101
5.2.1	Préparation du 2D-MOT . . . . .	101
5.2.2	Puits de potentiel formé par le mode $\overline{LG}$ . . . . .	107
5.2.3	Méthode de détection . . . . .	113
5.3	Résultats et analyse . . . . .	116
5.3.1	Canalisation des atomes en fonction de l'indice azimutal $\ell$ du $\overline{LG}$ . . . . .	117
5.3.2	Canalisation des atomes en fonction de la fréquence du $\overline{LG}$ . . . . .	124
5.3.3	Distribution de vitesses transversales des atomes canalisés . . . . .	125
5.4	Modélisation de la canalisation par un mode $\overline{LG}$ . . . . .	128
5.4.1	Canalisation par un mode $LG$ sans pertes . . . . .	128
5.4.2	Introduction des pertes et de l'effet de poussée . . . . .	130
5.4.3	Efficacité de canalisation . . . . .	134
5.5	Conclusion . . . . .	136
<b>6</b>	<b>LG-2D-MOT : Mode <math>\overline{LG}</math> réalisant repompage du 2D-MOT et canalisation du jet atomique</b>	<b>139</b>
6.1	Principe . . . . .	141
6.2	Configuration expérimentale . . . . .	141
6.3	Comparaison LG-Channeled-2D-MOT et LG-2D-MOT . . . . .	143
6.4	LG-2D-MOT en fonction de la puissance d'un mode $\overline{LG}$ . . . . .	145
6.5	Conclusion . . . . .	147
	<b>Conclusion</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>152</b>

# Introduction

Depuis les années 1990 les découvertes concernant le refroidissement d'atomes par laser se sont enchaînées. Les applications des atomes froids se sont diversifiées et touchent aujourd'hui de nombreux champs de la physique, comme par exemple, la métrologie, les gaz dégénérés, l'optique atomique, la physique des collisions et des molécules, l'information quantique, la gravimétrie, la magnéto-métrie, les tests fondamentaux, etc.

Les expériences associées à ces études utilisent des sources d'atomes dont les propriétés dépendent des applications. Pour certaines on a besoin de sources brillantes, pour d'autres d'atomes ultra-froids, pour d'autres de densités élevées, pour d'autres encore des pièges pour atomes exotiques (hors gaz rares et alcalins).

Depuis plus de 20 ans, des investissements et des progrès considérables ont été faits pour produire des sources d'atomes froids les mieux adaptées, les plus simples, les plus compactes, les plus brillantes, fonctionnant en régime continu ou en régime pulsé. Aujourd'hui certaines de ces sources sont devenues des sources couramment utilisées dans les salles d'expériences. C'est le cas du ralentisseur Zeeman [1], du 3D-MOT [2] (piège magnéto-optique à trois dimensions en cellule), de la puce à atomes (atom chip [3]) ou du 2D-MOT (piège magnéto-optique à deux dimensions [4]). Ces sources, pour lesquelles j'ai mentionné des références historiques de création, ont en fait beaucoup évolué, pour devenir des appareils plus "clés en main". Par exemple, beaucoup d'entre elles ont été équipées d'entrées fibrées qui permettent d'amener les faisceaux laser plus aisément. Certaines d'entre elles sont devenues des appareils "modèles" reproduits pour et par les équipes de recherche. Tel est le cas du 2D-MOT dit "modèle SYRTE" que l'on trouve installé dans de nombreux laboratoires français. Quoique performantes, ces sources ont néanmoins quelques inconvénients que l'on essaie de diminuer. Ainsi, le 2D-MOT dont nous venons de parler, possède de nombreuses qualités : source compacte continue avec un flux important. Cependant, quand le 2D-MOT fonctionne à haut flux, la température transversale du jet atomique issu du 2D-MOT n'est pas ultra-froide et la divergence du jet est importante. L'utilisateur est contraint à placer son objet d'étude près de la sortie du 2D-MOT. Dans le cas où l'utilisateur s'éloigne de la sortie du 2D-MOT, par exemple pour avoir un très bon vide ou pour ménager les accès optiques, alors il perd beaucoup sur la densité du jet. Cette thèse présente une alternative à ce problème, à savoir une canalisation des atomes à la sortie du 2D-MOT qui donne au jet atomique une directivité que l'on pourra mettre au profit, par exemple pour charger un piège dans une chambre d'expérience située loin en aval de la sortie du 2D-MOT.

Pour réaliser la canalisation nous avons utilisé le principe du piégeage dipolaire, dans une configuration à deux dimensions, laissant libre celle de propagation du jet. En plus, pour éviter de détériorer les propriétés des atomes en sortie du 2D-MOT, à savoir leur température transversale assez froide ( $400 \mu K$  typiquement), nous avons utilisé un faisceau laser façonné en anneau qui permet de garder les atomes dans la partie centrale, d'intensité nulle, et de limiter l'absorption des atomes. On limite ainsi les cycles d'absorption-émission qui sont la source d'un échauffement des atomes. Enfin, afin de canaliser les atomes sur une distance de plusieurs décimètres, nous avons utilisé un faisceau laser annulaire qui garde cette forme tout

---

au long de sa propagation. Un mode propre de propagation, un mode de Laguerre-Gauss par exemple, répond à ce cahier des charges pour peu qu'il ait été redimensionné en accord avec les contraintes de l'appareil. Le mode de Laguerre-Gauss m'amène à la première partie de mon travail qui a concerné la génération et l'étude de ces modes.

Au-delà de leur forme annulaire et de leur propagation, les modes de Laguerre-Gauss possèdent des propriétés de phase [5], qui sont mises à profit dans divers champs de la physique comme le codage de l'information [6] [7], le piégeage de particules [8] [9] ou le transfert de moment orbital angulaire [9] [10]. L'utilisation de la phase de ces modes pour interagir avec les atomes est un sujet en cours dans le groupe. Ajouté à la problématique de la canalisation des atomes, l'étude des modes de Laguerre-Gauss allait de soi dans le contexte de ce travail de thèse. Mon travail de thèse comporte donc deux volets : optique et atomes froids, le premier pour les modes de Laguerre-Gauss, l'autre pour la canalisation d'atomes froids.

Le travail de cette thèse s'est fait au sein de l'équipe "Rubidium froid et lumière twistée". Quand je suis arrivée en thèse, le 2D-MOT était en construction. Les lasers, l'enceinte, les systèmes de détection ont été largement mis au point par V. Carrat, qui préparait sa thèse "Correction dynamique d'un SLM pour une holographie de haute fidélité. Réalisation d'un MOT-2D pour l'application de modes de Laguerre-Gauss" [11], soutenue le 19 décembre, 2012. J'ai néanmoins contribué à ce montage en redéfinissant le montage des lasers (asservissement, modulateur acousto-optique, fibres) pour le rendre plus flexible et adaptable aux études ultérieures. J'ai fait, avec V. Carrat, les premières séries d'expériences sur la canalisation d'atomes. Ces données d'expériences m'ont permis d'avancer dans l'analyse et la modélisation de la canalisation du jet d'atomes. J'ai personnellement réalisé une version particulière appelée LG-2D-MOT qui utilise un laser réalisant le repompage dans le 2D-MOT et la canalisation en aval du jet issu du 2D-MOT. Pendant le début de ma thèse, je me suis principalement intéressée aux modes de Laguerre-Gauss, en fabriquant le montage pour les générer et en étudiant leur pureté, leur propagation et leurs propriétés de phase.

La manuscrit est organisé en deux parties, l'une intitulée "Modes de Laguerre-Gauss", l'autre "Canalisation d'atomes froids".

La première partie est constituée de trois chapitres. Le premier introduit les modes de Laguerre-Gauss, présente leurs propriétés, donne quelques unes de leurs applications, et décrit quelques méthodes expérimentales couramment utilisées pour générer ces modes. Dans le second chapitre, je présente en détail la méthode que nous avons utilisée pour générer des modes de Laguerre-Gauss, à savoir la méthode d'holographie. Ce second chapitre décrit les modulateurs à cristaux liquides que nous employons comme hologrammes de phase et présente les modes de Laguerre-Gauss obtenus. On y discute la pureté des modes et le rôle de la pureté dans leur propagation. Dans le troisième chapitre je présente une méthode mise au point pour caractériser en phase le mode obtenu. Cette méthode utilise la transformation opérée par un système astigmatique à savoir une lentille inclinée par rapport à l'axe de propagation. Je montre qu'elle permet de déterminer les deux indices (azimutal et radial) d'un mode de Laguerre-Gauss. Dans ce chapitre, pour une comparaison, je discute d'autres méthodes qui permettent de caractériser un mode.

La seconde partie de ce manuscrit concerne la réalisation de sources d'atomes froids canalisés par un mode de Laguerre-Gauss. Elle est composée de trois chapitres. Le premier chapitre (noté chapitre 4) présente des généralités sur les 2D-MOT et le principe de la canalisation par un mode de Laguerre-Gauss. Le chapitre 5 décrit une réalisation expérimentale dans laquelle la canalisation par un mode de Laguerre-Gauss du jet atomique issu d'un 2D-MOT est étudiée en fonction de l'ordre du mode et de la fréquence du laser. On y montre que la méthode est efficace, avec près de 90% d'atomes canalisés, et qu'elle permet un fort

---

gain en densité du jet. Dans le sixième chapitre je présente une version particulière de la canalisation, LG-2D-MOT, dans laquelle le mode de Laguerre-Gauss est maintenu sur une fréquence adaptée de sorte à réaliser deux fonctions à la fois : le repompage dans le 2D-MOT et la canalisation du jet qui en est issu. Le LG-2D-MOT est étudié en fonction de la puissance laser du mode.

Le manuscrit se termine par une conclusion dans laquelle je discute les applications de la méthode démontrée au chapitre 3, ainsi que celles du LG-2D-MOT.



Première partie

Modes de Laguerre-Gauss



# Chapitre 1

## Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Modes de Laguerre-Gauss et leurs propriétés</b> . . . . .	<b>12</b>
1.2.1	Champ électrique d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	13
1.2.2	Intensité d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	14
1.2.3	Phase en hélice d'un mode de Laguerre-Gauss . . . . .	19
<b>1.3</b>	<b>Applications des modes de Laguerre-Gauss</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>1.4</b>	<b>Méthodes de fabrication d'un mode de Laguerre-Gauss</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>1.6</b>	<b>Annexe A : Orthogonalité des modes de Laguerre-Gauss</b> . . . . .	<b>27</b>

---



## 1.1 Introduction

Dans les dernières années, les modes de Laguerre-Gauss (*LG*) ont éveillé l'intérêt des physiciens car ils ont des caractéristiques particulières qui les rendent intéressants pour plusieurs applications. Ces modes de lumière ont la forme d'un ou plusieurs anneaux concentriques et présentent une phase hélicoïdale. Je liste ici de manière chronologique quelques applications des modes de Laguerre-Gauss. Cette liste n'est pas exhaustive mais permet d'avoir une idée des différentes façons dont ces modes peuvent être utilisés. Nous y reviendrons au paragraphe 1.3.

En 1992, Allen et al. ont suggéré que les modes de Laguerre-Gauss possèdent un moment orbital angulaire associé à leur phase hélicoïdale [5]. La démonstration expérimentale arrive en 1995, quand He et al. ont montré qu'il était possible de transférer le moment orbital angulaire d'un mode de Laguerre-Gauss focalisé à des particules micrométriques de graphite piégées dans un mode *LG* [9]. Ce transfert a mis les particules en rotation autour de l'axe du faisceau.

Puisque les modes de Laguerre-Gauss ont la forme d'un anneau avec un centre noir, lorsqu'ils sont désaccordés vers le bleu d'une transition atomique ils peuvent être utilisés pour créer des pièges dipolaires pour piéger les atomes refroidis. En 1997, Kuga et al. ont créé un piège tridimensionnel en utilisant trois faisceaux désaccordés vers le bleu [8] : un mode *LG* pour piéger les atomes dans deux directions et deux faisceaux gaussiens pour clore les extrémités et piéger les atomes dans la troisième direction.

Dans cette même année, une autre application a été proposée et réalisée. Elle consiste à construire un piège magnéto-optique avec des faisceaux lasers gaussiens de faible intensité et de les entourer par un mode Laguerre-Gauss intense [12]. Ce système permet de réduire l'effet Stark dynamique au centre du piège. Dans ce cas, les atomes du nuage sont principalement dans leur état fondamental. Un tel système est adapté pour effectuer des mesures de spectroscopie impliquant l'état fondamental de l'atome, par exemple. Les mesures peuvent être effectuées en présence des lasers refroidissants.

En 1997, Courtial et al. ont utilisé des modes *LG* dans la génération de second harmonique [13]. Ils ont constaté que lorsque la fréquence du mode *LG* était doublée, le moment orbital angulaire par photon l'était aussi. Ils sont partis d'un faisceau *LG* infrarouge qu'ils ont doublé en fréquence pour obtenir un faisceau visible. Ces expériences ont été réalisées avec des modes *LG* ayant des moments orbitaux angulaires qui valent 1 et 2.

Quatre ans plus tard, Mair et al. ont montré qu'il était possible d'intriquer le moment orbital angulaire des photons [14]. L'intrication de différents états de moment orbital angulaire peut être utilisée pour définir un espace d'Hilbert discret infini ce qui est de grande importance dans les domaines de l'information et la cryptographie quantiques.

En 2003, Barreiro et al. ont réalisé un mélange à quatre ondes dans un nuage d'atomes froids, où une des trois ondes incidentes est un mode *LG* [15]. Alors l'onde émise est aussi un mode *LG*. Dans une variante, l'onde incidente est une superposition d'un mode *LG* et d'un faisceau gaussien. Dans ce cas, l'onde émise est aussi une superposition d'un mode *LG* et d'un faisceau gaussien.

Dans la même année, Gibson et al. ont montré qu'il était possible de coder l'information dans le moment orbital angulaire d'un mode *LG* [6].

Deux ans plus tard, il a été démontré qu'il était également possible de transférer le moment orbital angulaire d'un mode de Laguerre-Gauss à un condensat de sodium [10]. Pour cela, les auteurs se sont servis d'une transition Raman à deux photons désaccordée de résonance, où un des faisceaux est un mode *LG* portant un moment orbital angulaire. Le transfert d'impulsion est accompagné d'un transfert de moment orbital angulaire. L'utilisation d'une

transition Raman est fondamentale car n'y a pas d'émission spontanée et la cohérence du condensat est préservée. Le moment orbital angulaire transféré au condensat est détecté par une méthode d'interférences atomiques.

En 2010 Jaouadi et al. [16] ont proposé d'utiliser des modes *LG* pour créer un piège non-harmonique pour la condensation de Bose-Einstein. Les auteurs montrent que dans ce cas il est possible de condenser les atomes à des températures plus élevées que dans un piège harmonique et avec un temps de formation plus court. Le résultat a été confirmé expérimentalement en 2013 [17].

Les exemples donnés ici seront complétés dans la section 1.3.

Dans ce premier chapitre nous allons d'abord voir ce que sont ces modes, quelles sont leurs propriétés ainsi que leurs distributions d'intensité et de phase.

En particulier, nous nous sommes intéressés aux modes de Laguerre-Gauss car, comme on le verra dans le chapitre 5, on va utiliser ces modes pour créer un piège dipolaire pour canaliser des atomes froids à la sortie d'un piège magnéto-optique à deux dimensions. L'avantage d'utiliser un mode de Laguerre-Gauss réside dans le fait que puisque les atomes sont piégés dans le centre noir, le chauffage (dû à l'absorption de lumière par les atomes) est limité. Si la fréquence du mode *LG* utilisé est bien choisie, il est possible de simplifier le montage utilisé. Cette situation est décrite dans le chapitre 6.

## 1.2 Modes de Laguerre-Gauss et leurs propriétés

Les modes de Laguerre-Gauss sont une famille de solutions monochromatiques de l'équation de propagation dans l'approximation paraxiale, à savoir :

$$\Delta_{\perp}\xi - 2ik\frac{\partial}{\partial z}\xi = 0 \quad (1.1)$$

Dans cette équation l'onde se propage selon  $z$  avec le vecteur d'onde  $k$  ;  $\Delta_{\perp}$  indique le laplacien selon les variables transverses à  $O_z$  et  $\xi$  est l'amplitude du champ électrique s'il est écrit sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{u}\xi e^{-i(kz-\omega t)} \quad (1.2)$$

où  $\vec{u}$  est la polarisation du champ.

Pour obtenir l'équation 1.1 on cherche les solutions monochromatiques à l'équation d'onde sous la forme  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}$ .  $\vec{E}(\vec{r})$  vérifie alors l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta\vec{E}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (1.3)$$

On recherche ensuite les solutions se propageant selon  $z$  (de vecteur d'onde  $k$ ) et on applique l'approximation paraxiale. Elle consiste à négliger les variations de  $\vec{E}(\vec{r})$  selon  $z$  comparées à celles selon les axes transverses. Cela revient à dire que pendant la propagation, les rayons lumineux restent peu inclinés par rapport à l'axe. Cette approche est justifiée si la taille transversale du faisceau lumineux est grande devant la longueur d'onde. L'équation paraxiale 1.1 admet plusieurs familles de solutions, dont parmi elles, les modes de Hermite-Gauss et les modes de Laguerre-Gauss. Les modes de Hermite-Gauss respectent la symétrie cartésienne, les modes de Laguerre-Gauss la symétrie cylindrique.

### 1.2.1 Champ électrique d'un mode de Laguerre-Gauss

En coordonnées cylindriques, un mode  $LG$  monochromatique qui se propage selon la direction  $z$  a un champ électrique qui est donné par :

$$E_p^\ell(r, \theta, z) = A_p^\ell(r, z) \times e^{i\frac{kr^2}{2R(z)}} \times e^{i\ell\theta} \times e^{-i\varphi_{G_p^\ell}(z)} \times e^{-i(kz-\omega t)} \quad (1.4)$$

$(r, \theta, z)$  définissant le point d'observation en coordonnées cylindriques,  $k$  est le nombre d'onde,  $R$  est le rayon de courbure,  $\omega$  est la fréquence angulaire et  $\varphi_{G_p^\ell}$  est la phase de Gouy.

Dans cette expression,  $A_p^\ell(r, z)$  est le terme d'amplitude et les autres termes sont des termes de phase : la phase de courbure, la phase polaire, la phase de Gouy et la phase de propagation du mode. Dans la suite nous verrons chacun de ces termes plus en détail.

- **Amplitude**

Le terme d'amplitude  $A_p^\ell(r, z)$  est égal à :

$$A_p^\ell(r, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|\ell|)!} \frac{\sqrt{P_0}}{w(z)}} \times \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|\ell|} \times L_p^{|\ell|} \left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \times e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} \quad (1.5)$$

où  $P_0$  est la puissance,  $w$  est le waist du mode  $LG$  et

$$L_p^{|\ell|}[x] = \frac{x^{-\ell} e^x}{p!} \frac{d^p}{dx^p} (e^{-x} x^{p+\ell}) \quad (1.6)$$

représente le polynôme de Laguerre généralisé d'ordres  $\ell$  et  $p$ . L'expression de l'amplitude 1.5 comporte aussi un terme de normalisation et une enveloppe gaussienne de largeur  $w(z)$ .

Avec l'équation paraxiale (1.1), on montre que nécessairement la variation du waist  $w$  en fonction de la position  $z$  suit la relation

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2 \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (1.7)$$

où  $w_0$  est le waist du mode  $LG$  au col du faisceau et  $\lambda$  est la longueur d'onde. C'est la variation de la taille du waist le long de  $z$  qui donne la propagation hyperbolique d'un mode  $LG$ . La quantité  $\frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  correspond à la distance au cours de laquelle la divergence du faisceau est négligeable. Cette distance est connue sous le nom de longueur de Rayleigh, notée  $z_R$  :

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1.8)$$

Elle est la même que dans le cas d'un faisceau gaussien.

Revenons maintenant sur les différents termes de phase présents dans le champ d'un mode  $LG$ .

- **Phase de propagation d'une onde monochromatique**

Juste par le fait de se propager, un faisceau  $LG$  monochromatique accumule une phase qui est donnée par le facteur  $e^{-i(kz-\omega t)}$ . Cette phase ne dépend ni de  $p$  ni de  $\ell$  et est la même que celle d'un faisceau gaussien monochromatique lors de sa propagation.

- **Phase de courbure**

Cette phase est donnée par le terme  $e^{i\frac{kr^2}{2R(z)}}$  où le rayon de courbure varie comme  $R(z) = z(1 + (z/z_R)^2)$ . De la même façon que pour les faisceaux gaussiens, au col du faisceau, le rayon de courbure  $R$  tend vers l'infini et le faisceau a un front d'onde plan. Lorsque le faisceau

se propage, le front d'onde devient sphérique. La phase de courbure ne dépend pas non plus de  $p$  et de  $\ell$ .

- **Phase polaire**

La phase polaire en forme d'hélice est donnée par le terme  $e^{i\ell\theta}$ . Elle dépend de  $\ell$  mais pas de  $p$ . C'est ce terme qui définit la phase chirale d'un mode  $LG$  par rapport à son axe de propagation. Cette phase est caractéristique des modes  $LG$  et sera discutée plus en détail dans la sous-section 1.2.3.

- **Phase de Gouy**

La phase de Gouy est donnée par le terme

$$\varphi_{G_p^\ell}(z) = (2p + |\ell| + 1) \arctan \frac{z}{z_R} \quad (1.9)$$

et correspond au changement rapide de la phase longitudinale acquise lors du passage d'un faisceau par un point focal. A la différence du cas gaussien, où la phase de Gouy est donnée par  $\arctan \frac{z}{z_R}$ , un mode  $LG$  possède une phase de Gouy qui dépend des deux indices  $p$  et  $\ell$ . En conséquence, la phase de Gouy d'un mode  $LG$  dépendra non seulement de la position à laquelle elle est mesurée, mais aussi du mode  $LG$  étudié. Ainsi, le changement total de la phase d'un faisceau  $LG$  lors d'un passage par un point focal correspond à  $(2p + |\ell| + 1)\pi$ , au lieu de  $\pi$  dans le cas gaussien. Dès que  $|\ell| > 1$ , la phase de Gouy d'un mode  $LG$  est supérieure à  $2\pi$ , sauf pour le cas où  $2p + |\ell| = 0$ . De plus, étant donné que la phase de Gouy dépend de la valeur absolue de  $\ell$ , les modes  $\ell$  et  $-\ell$  se propagent avec la même phase de Gouy.

Maintenant qu'on connaît le champ d'un mode  $LG$ , nous allons voir dans les sous-sections suivantes l'intensité de ces modes et leur phase en hélice.

## 1.2.2 Intensité d'un mode de Laguerre-Gauss

L'intensité d'un mode de Laguerre-Gauss est donnée par le carré de l'amplitude (équation 1.5) soit :

$$I_p^\ell(r, \theta, z) = \frac{2p!}{\pi(p + |\ell|)!} \frac{P_0}{w^2(z)} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{2|\ell|} \left( L_p^{|\ell|} \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (1.10)$$

L'intensité ne dépend pas de  $\theta$ , donc est à symétrie de révolution autour de  $O_z$ .

- **Cas  $p = 0$**

Lorsque  $p = 0$ , l'intensité du mode est :

$$I_{p=0}^\ell(r, \theta, z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!} \frac{P_0}{w^2(z)} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{2|\ell|} e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (1.11)$$

La valeur  $\frac{2r^2}{w^2}$  est une grandeur caractéristique que nous définissons égale à  $X = \frac{2r^2}{w^2}$ . Ainsi, il est possible de réécrire l'expression de l'intensité pour un mode  $p = 0$  sous une forme simple :

$$I_{p=0}^\ell(r, \theta, z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!} \frac{P_0}{w^2(z)} X^{|\ell|} e^{-X} \quad (1.12)$$

cette expression met en évidence que lorsque  $X \approx 0$ , l'exponentielle vaut 1 et l'intensité varie comme  $X^\ell$  (c'est-à-dire comme  $r^{2\ell}$ ). Par contre, lorsque  $X$  est grand, c'est le terme  $X^{|\ell|}e^{-X}$  qui donne à l'intensité une variation asymptotique semi-gaussienne.

Il est intéressant de remarquer que dans le cas où  $\ell = 0$  et  $p = 0$  le mode  $LG$  correspond exactement au mode gaussien  $TEM_0^0$ . Ce mode est le seul à faire partie de deux familles : Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss.

Lorsque  $\ell \neq 0$  et  $p = 0$  les modes de Laguerre-Gauss correspondent à un seul anneau de lumière dont le diamètre est déterminé par l'optimum de  $X^{|\ell|}e^{-X}$  soit

$$d_{LG}(z) = w(z)\sqrt{2\ell} \quad (1.13)$$

Ainsi, l'intensité d'un mode  $LG$  peut se réécrire en fonction de son diamètre

$$I'_{p=0}{}^\ell(r, \theta, z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!} \frac{2\ell P_0}{d_{LG}^2(z)} \left( \frac{2r\sqrt{\ell}}{d_{LG}(z)} \right)^{2|\ell|} e^{-\frac{4\ell r^2}{d_{LG}^2(z)}} \quad (1.14)$$

Nous avons choisi d'écrire l'intensité sous cette forme car elle nous sera utile plus tard. On peut comparer l'intensité de ces modes dans deux conditions différentes : à puissance  $P_0$  et waist  $w_0$  constants ou à puissance  $P_0$  et diamètre  $d_{LG}$  constants.

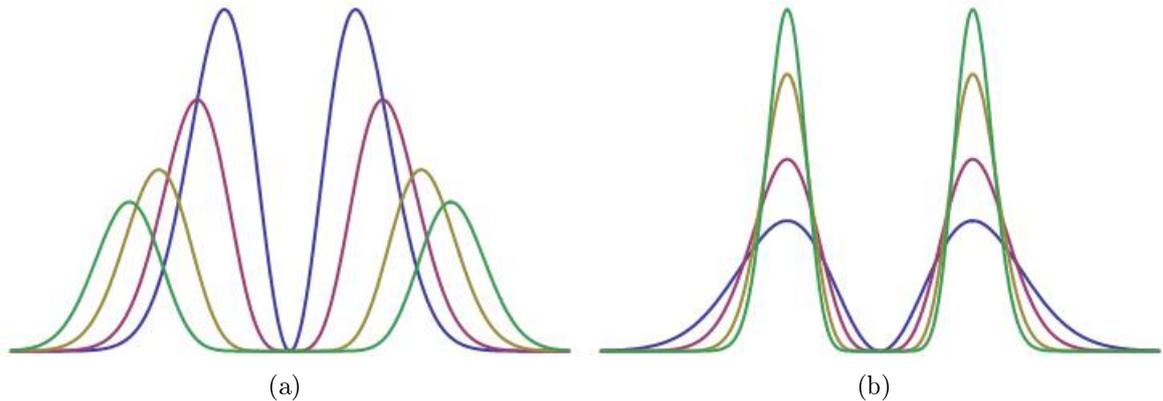


FIGURE 1.1 – Profils d'intensité des modes  $LG_0^1$  (bleu),  $LG_0^2$  (magenta),  $LG_0^4$  (vert-jaune) et  $LG_0^6$  (vert) lorsque (a) la puissance  $P_0$  et le waist  $w$  sont constants et (b) lorsque la puissance  $P_0$  et le diamètre  $d_{LG}$  sont constants.

\* *Puissance et waist constants*

La figure 1.1(a) illustre les profils d'intensité des modes  $LG$  pour différentes valeurs de  $\ell$  et pour  $p = 0$  lorsque la puissance  $P_0$  et le waist  $w$  sont constants . Ces profils mettent en évidence le centre noir de ces modes de lumière que l'on dit "creux" pour cette raison. Lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ , le diamètre du mode  $LG$  augmente aussi selon la relation 1.13. Puisque l'énergie est conservée, lorsqu'on augmente l'ordre  $\ell$  du  $LG$  l'intensité maximale de celui-ci diminue car l'épaisseur de l'anneau reste constante.

\* *Puissance et diamètre constants*

La figure 1.1(b) montre le profil d'intensité des modes  $LG$  pour différentes valeurs de  $\ell$  et pour  $p = 0$  lorsque la puissance  $P_0$  et le diamètre  $d_{LG}$  sont constants . Au centre, l'intensité varie comme  $r^{2\ell}$ . Ainsi, pour  $\ell = 1$  l'intensité au centre du mode  $LG$  varie de manière parabolique, et lorsque  $\ell$  augmente, la variation de

l'intensité présente une pente plus raide. Finalement, lorsqu'on augmente l'ordre  $\ell$  du mode  $LG$  l'intensité maximale du mode augmente aussi mais l'épaisseur de l'anneau diminue.

Dans la pratique on travaille plutôt à puissance constante, mais lorsqu'on crée des modes  $LG$  de façon expérimentale, les modes fabriqués correspondent à un cas mixte entre le waist et le diamètre constants.

De façon similaire, on peut penser à comparer la forme de ces modes lorsque l'intensité maximale et le waist  $w$  sont fixés, ou lorsque l'intensité et le diamètre  $d_{LG}$  sont constants. Le cas où l'intensité maximale et le waist du mode  $LG$  sont constants s'illustre dans la figure 1.2(a). Lorsqu'on augmente l'ordre du mode  $LG$ , son diamètre augmente aussi, mais l'épaisseur de l'anneau reste constante. Dans le cas où l'intensité maximale et le diamètre du  $LG$  sont constants (1.2(b)), la variation de l'intensité au centre présente une pente plus raide et l'épaisseur de l'anneau diminue avec la valeur de  $\ell$ .

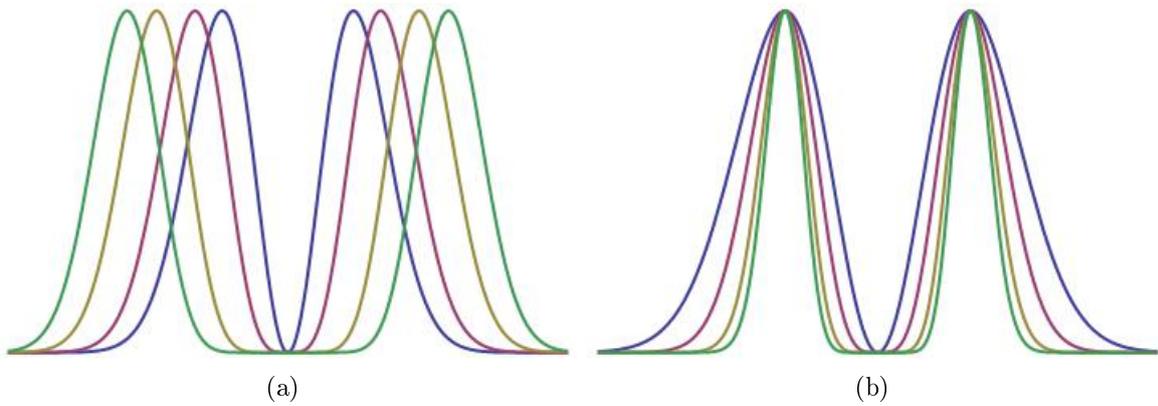


FIGURE 1.2 – Profils d'intensité des modes  $LG_0^1$  (bleu),  $LG_0^2$  (magenta),  $LG_0^4$  (vert-jaune) et  $LG_0^6$  (vert) lorsque l'intensité maximale est constante et (a) le waist  $w$  est constant, (b) le diamètre  $d_{LG}$  est constant.

- **Cas  $p \neq 0$**

Si on augmente la valeur de l'indice radial  $p$  on obtient des modes  $LG$  constitués de  $p + 1$  anneaux concentriques. La figure 1.3 illustre les intensités des modes de Laguerre-Gauss pour  $\ell = 4$  et différentes valeurs de  $p$  ainsi que leurs profils d'intensité. Les profils d'intensité s'annulent entre deux anneaux consécutifs, donnant lieu à  $p$  rayons où l'intensité est nulle. La valeur de ces rayons est déterminée par les zéros des polynômes généralisés de Laguerre.

Nous nous sommes intéressés à la façon dont la position du premier maximum d'intensité (ce qu'on appellera le rayon  $r_{1max}$ ) et celle du premier zéro d'intensité (ce qu'on appellera le rayon  $r_0$ ) varient, ainsi qu'à la façon dont le rapport entre les rayons des zéros suivants  $r_i$  (avec  $i = 1, 2, \dots$ ) et le premier zéro évoluent. Ces valeurs sont utiles lorsqu'on veut fabriquer un mode  $LG$  d'ordre  $p$  élevé. Les différents rayons sont illustrés dans la figure 1.4. Pour calculer les rayons des différents zéros, il suffit de calculer les zéros des polynômes de Laguerre généralisés :  $L_p^{|\ell|} \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right]$ . Pour cela, nous avons fixé  $w = 1$ . La valeur des rayons  $r_{1max}$  et  $r_0$  et celle des trois premiers rapports  $r_i/r_0$  (avec  $i = 1, 2, 3$ ) sont présentées dans le tableau 1.1. Ces valeurs ont été calculées pour un mode  $LG$  d'ordre 4 pour différentes valeurs de  $p$ .

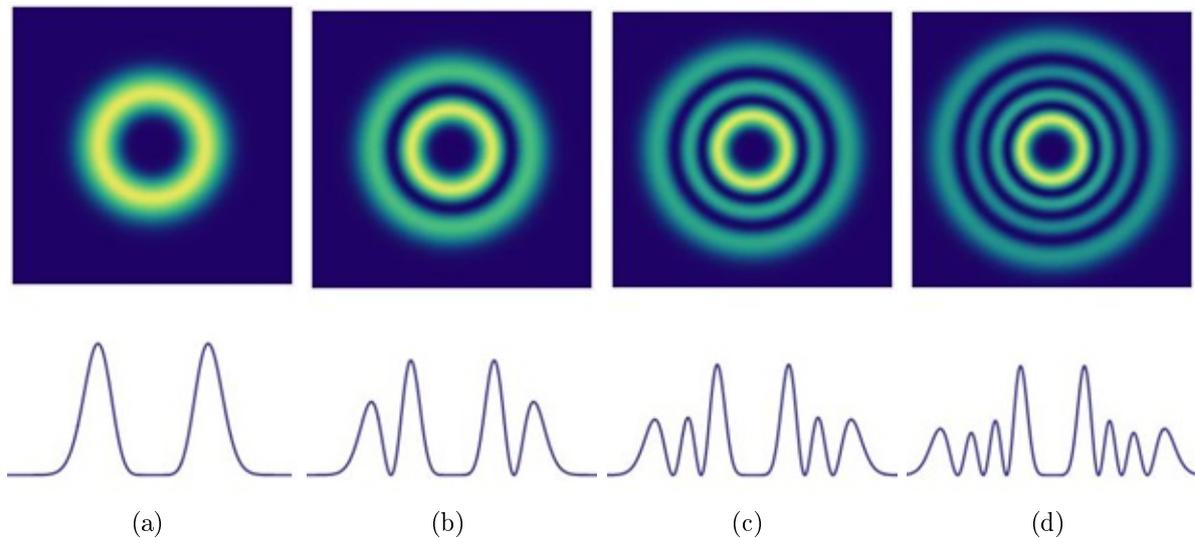


FIGURE 1.3 – Intensité des modes de Laguerre-Gauss théoriques (a)  $LG_0^4$ , (b)  $LG_1^4$  (c)  $LG_2^4$  (d)  $LG_3^4$  ainsi que leurs profils d'intensité respectifs.

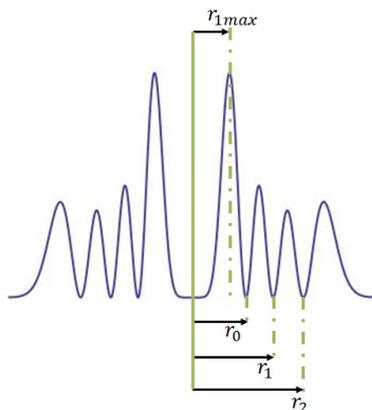


FIGURE 1.4 – Définition de  $r_{1max}$  et  $r_i$  (avec  $i = 0, 1, 2$ ) correspondants aux rayons du premier maximum d'intensité et des trois premiers zéros d'intensité.

Afin de mieux visualiser les données du tableau 1.1, nous avons tracé la variation de  $r_{1max}$  et  $r_0$  en fonction de  $p$  en échelle logarithmique (figure 1.5(a)). Dans les deux cas, la variation est presque linéaire. Ceci est particulièrement vrai pour des valeurs de  $p$  supérieures à 10. Ainsi, puisque ces valeurs sont tracées en échelle logarithmique, une variation linéaire correspond à une loi de puissance où l'exposant est donné par la pente de la courbe linéaire. Cette pente dépend un peu de  $p$ , même si cela est peu perceptible sur la figure 1.5(a). Elle dépend surtout de  $\ell$ .

La courbe 1.5(b) illustre l'évolution des rapports entre les rayons des zéros et le rayon du premier zéro :  $r_i/r_0$  (avec  $i = 1, 2, 3$ ). On remarque que lorsque  $p > 10$  la valeur des rapports varie faiblement. Ainsi, les valeurs des rapports des rayons des zéros d'intensité et le premier zéro d'intensité tendent asymptotiquement vers une valeur constante. Ceci veut dire que, lorsque  $p$  est suffisamment grand (supérieur à 10), l'écart entre un zéro d'intensité et le premier zéro d'intensité des modes  $LG_p^\ell$  est le même pour une valeur  $\ell$  fixée mais pour différentes valeurs de  $p$ . Pour de grandes valeurs de  $p$ , c'est donc plutôt le rayon  $r_0$  qui est intéressant, car c'est cette valeur qui varie avec  $p$ . Une fois la valeur de  $r_0$  connue, il est possible de calculer les rayons des autres zéros d'intensité. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous parlerons de la fabrication des modes  $LG_p^\ell$  dans

la sous-section 3.2.2.

$p$	$r_{1max}$	$r_0$	$r_1/r_0$	$r_2/r_0$	$r_3/r_0$
0	1,4100				
1	1,0720	1,5811			
2	0,9187	1,3324	1,5427		
3	0,8205	1,1825	1,5031	2,0616	
4	0,7495	1,0768	1,4871	1,9918	2,5728
5	0,6948	0,9965	1,4786	1,9604	2,4774
6	0,6509	0,9324	1,4735	1,9427	2,4314
7	0,6145	0,8796	1,4701	1,9315	2,4042
8	0,5837	0,8350	1,4678	1,9239	2,3865
9	0,5572	0,7967	1,4661	1,9184	2,3741
10	0,5340	0,7634	1,4648	1,9144	2,3650
20	0,3969	0,5666	1,4601	1,9000	2,3339
50	0,2595	0,3704	1,4585	1,8951	2,3237
100	0,1857	0,2650	1,4582	1,8943	2,3220

Tableau 1.1 – Valeurs du rayon du premier maximum ( $r_{1max}$ ) et du premier zéro d'intensité ( $r_0$ ) pour le cas d'un mode  $LG$  d'ordre 4 pour différentes valeurs de  $p$ . Valeurs des rapports entre les rayons des trois zéros suivants et le premier zéro  $r_i/r_0$  (avec  $i = 1, 2, 3$ ). Ces valeurs ont été obtenues en fixant  $w = 1$ .

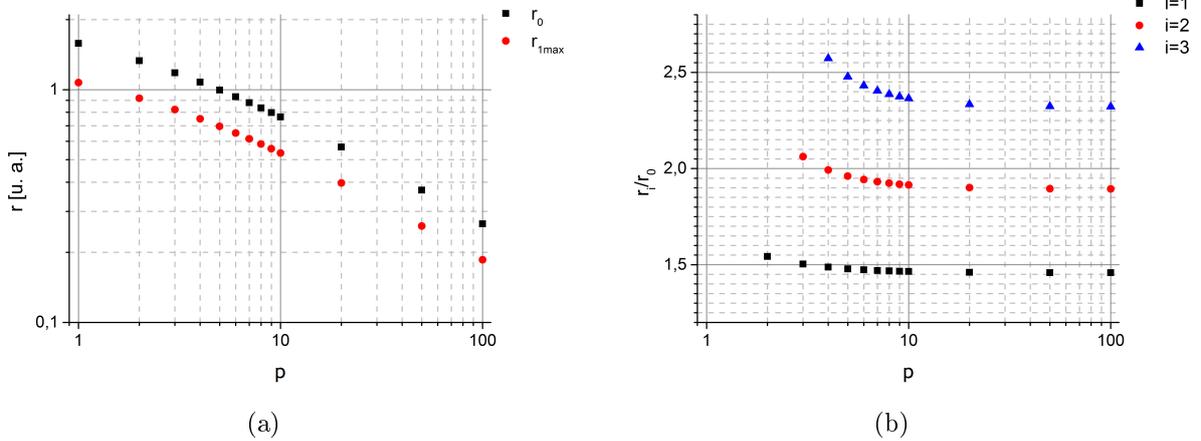


FIGURE 1.5 – (a) Evolution des rayons du premier maximum  $r_{1max}$  et du premier zéro d'intensité pour un mode  $LG$  d'ordre 4 pour différentes valeurs de  $p$ . Les valeurs ont été calculées pour  $w = 1$  (b) Variation des rapports entre les rayons des zéros et le rayon du premier zéro :  $r_i/r_0$  (avec  $i = 1, 2, 3$ ).

La figure 1.6 résume la forme des modes  $LG$  pour différentes valeurs de  $p$  et de  $\ell$ . Comme on l'a vu dans cette sous-section, la valeur de  $p$  détermine le nombre d'anneaux de lumière concentriques ( $p + 1$ ) qui composent le mode  $LG$  et la valeur de  $\ell$  définit leur taille. Le cas  $\ell = 0$  est facilement identifiable car c'est le seul à avoir de la lumière en son centre.

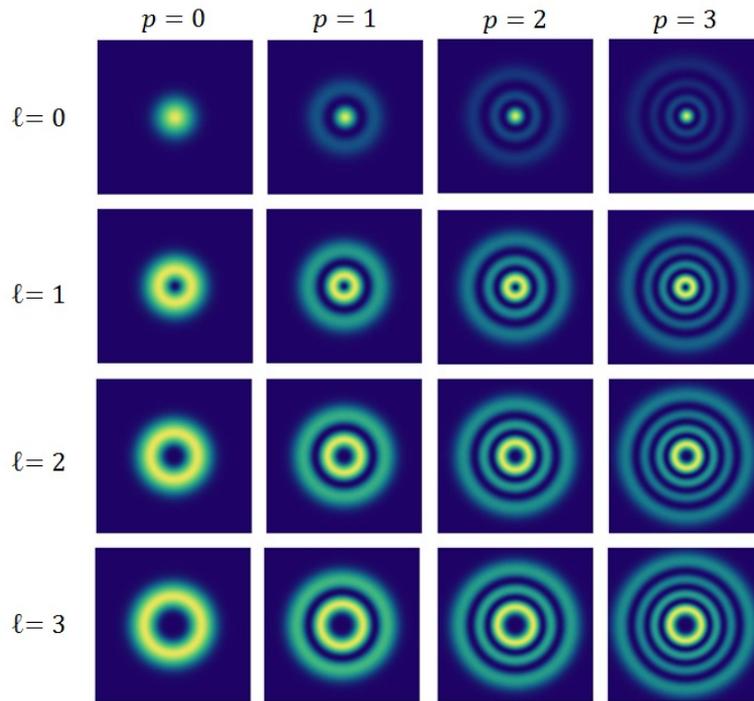


FIGURE 1.6 – Intensité des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de  $\ell$  et de  $p$ .

### 1.2.3 Phase en hélice d'un mode de Laguerre-Gauss

Regardons maintenant la variation du terme de phase  $\ell\theta$  de ces modes dans un plan  $z = cte$ .

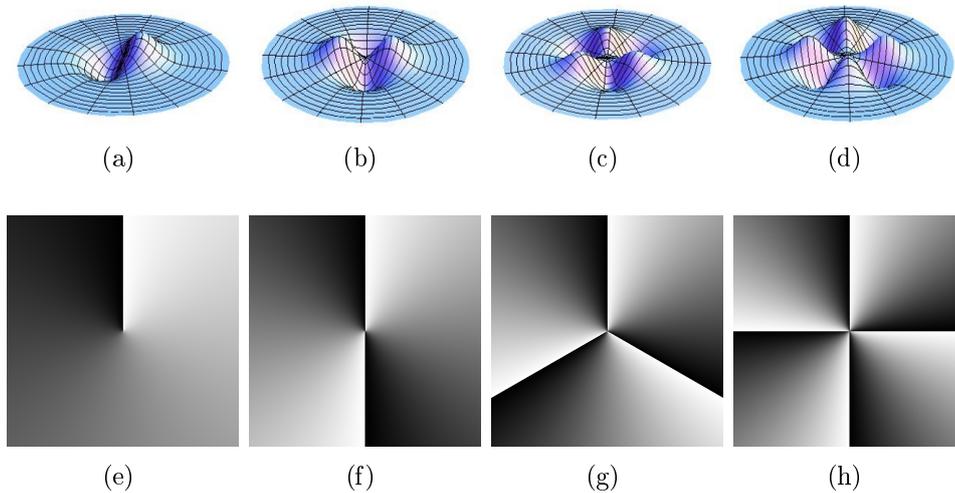


FIGURE 1.7 – Champ des modes de Laguerre-Gauss en 3D pour les cas (a)  $LG_0^1$ , (b)  $LG_0^2$  (c)  $LG_0^3$  et (d)  $LG_0^4$ . Les images (e)-(h) montrent la phase modulo  $2\pi$ . La couleur noire correspond à une phase de 0 alors que la couleur blanche correspond à une phase de  $2\pi$ .

- **Cas  $p = 0$**

Pour mieux comprendre la phase des modes  $LG$  il est nécessaire de voir comment le champ varie. Les courbes 1.7(a) - 1.7(d) montrent des vues 3D du champ électrique des modes  $LG$  pour différentes valeurs de  $\ell$  dans le cas où  $p = 0$ . Ces courbes mettent en évidence l'alternance entre les zones de champ positif et négatif. On remarque qu'il

existe  $\ell$  zones où la phase du champ oscille entre 0 et  $2\pi$ . Lorsqu'on trace la phase du champ modulo  $2\pi$ , elle présente  $\ell$  secteurs comme illustré par les images 1.7(e) - 1.7(h).

- **Cas  $p \neq 0$**

Lorsqu'il s'agit de modes avec  $p > 0$ , la phase du mode présente  $p$  discontinuités radiales, dont les positions sont données par les zéros des polynômes de Laguerre généralisés. Après chaque discontinuité, la phase est décalée de  $\pi$ . Les vues 3D des champs (1.8(a) - 1.8(d)) correspondants aux modes  $LG_0^4$ ,  $LG_1^4$ ,  $LG_2^4$  et  $LG_3^4$ , montrent bien l'existence de  $p+1$  zones où le champ alterne entre valeurs positives et négatives, ainsi que le déphasage de  $\pi$  entre deux zones consécutives. La figure 1.8(e)- 1.8(h) montre les phases correspondantes à ces modes modulo  $2\pi$ .

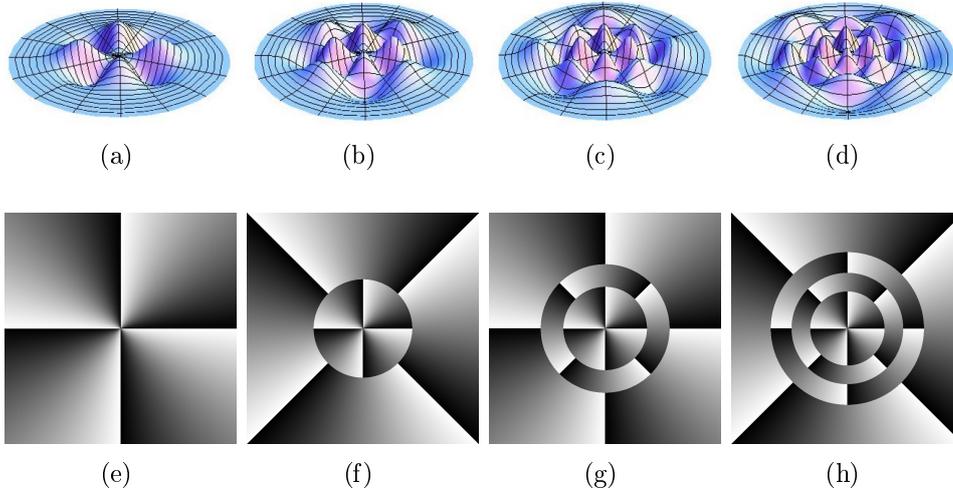


FIGURE 1.8 – Champ des modes  $LG$  en 3D pour les cas (a)  $LG_0^4$ , (b)  $LG_1^4$ , (c)  $LG_2^4$  et (d)  $LG_3^4$ . Les images (e)-(h) montrent les phases respectives modulo  $2\pi$ .

### 1.3 Applications des modes de Laguerre-Gauss

Comme on l'a vu dans ce chapitre, les modes de Laguerre-Gauss ont des propriétés de forme (liée à la distribution d'intensité) et de phase qui leur sont caractéristiques et qui peuvent être mises au profit dans plusieurs applications.

- **Applications liées à la distribution d'intensité**

Les modes  $LG$  étant de modes creux, avec un centre bien noir, ils peuvent être utilisés pour créer des pièges dipolaires. Ainsi, les atomes peuvent être piégés et guidés dans le centre noir d'un mode  $LG$  [8] [18].

Le centre noir des modes  $LG$  peut aussi être utilisé pour piéger des particules absorbantes présentant une force de diffusion plus importante que celle des particules transparentes empêchant de former un piège stable lorsqu'un faisceau gaussien est utilisé [9] [19].

Egalement, puisque les modes  $LG$  sont des anneaux de lumière avec un centre noir, leur utilisation permet d'obtenir une configuration de piège magnéto-optique, ayant des faisceaux lasers composés de la superposition d'un mode  $LG$  et un mode gaussien [12], qui réduit l'effet Stark dynamique comme dit en introduction.

La forme des modes  $LG$  est aussi intéressante dans d'autres domaines. L'utilisation des modes  $LG$  d'ordre élevé a été proposée dans les interféromètres à ondes gravitationnelles

comme Virgo, car dans un mode  $LG$  la distribution de l'intensité est en moyenne plus "uniforme" que dans un mode gaussien. Les modes  $LG$  moyennent ainsi plus efficacement les fluctuations thermiques de la surface des miroirs de l'interféromètre ce qui réduit l'incertitude de la position du miroir détectée par la lumière [20] [21].

Dans l'astronomie, les modes  $LG$  ont été mis au profit pour créer un coronographe permettant supprimer 97% de l'étoile principale dans un système binaire. Pour cela, la lumière provenant de l'étoile principale a été transformée en un mode  $LG$ , qui a ensuite été bloqué à l'aide d'un stop de Lyot, permettant ainsi uniquement le passage de la lumière provenant de l'étoile secondaire [22].

La distribution d'intensité des modes  $LG$  s'est aussi montrée avantageuse pour la microscopie STED (de l'anglais *stimulated-emission-depletion*) [23], technique reconnue par le prix Nobel de Chimie 2014 attribué à S. Hell, E. Betzig et W. Moerner. Ce type de microscopie fait une désexcitation sélective de l'atome par émission stimulée sauf au centre du mode et permet de dépasser la limite de diffraction. La première version du microscope STED utilisait cinq faisceaux lasers focalisés à des positions différentes. Dans chaque direction, le faisceau destiné à l'excitation des atomes était placé entre deux autres faisceaux à une autre longueur d'onde (appelés faisceaux STED), le recouvrant légèrement, et qui induisaient la désexcitation de l'atome par émission stimulée. L'émission stimulée et spontanée des photons ayant lieu à des longueurs d'onde différentes, il est possible séparer les deux signaux. L'utilisation d'un mode  $LG$  en tant que faisceau STED fut d'abord proposée par Török et Munro [24] en 2004 et mise en place par Bokor et al. [25] en 2005. Cette configuration a révolutionné la microscopie STED, car la désexcitation de l'atome par émission stimulée est effectuée avec un seul faisceau STED et la résolution obtenue est bien inférieure à la taille du mode  $LG$ .

Jusqu'à maintenant nous avons cité que des applications liées à la forme annulaire des modes  $LG$ . Toutefois, on pourrait aussi s'intéresser à la forme dont l'intensité varie au centre de ces modes. En effet, les modes de Laguerre-Gauss ouvrent aussi la possibilité de créer des puits potentiels correspondants à des cas bien connus de la mécanique quantique. Par exemple, lorsque  $\ell = 1$  on retrouve le cas du potentiel harmonique et lorsque  $\ell$  est suffisamment grand on retrouve un puits de potentiel carré.

### • Applications liées à la phase

Les modes  $LG$  ont une phase en hélice qui peut être mise au profit dans certaines applications. En particulier, cette phase en hélice est associée à un moment orbital angulaire de  $\ell\hbar$  par photon [5].

Ce moment orbital angulaire porte un grand potentiel pour le stockage d'information, car au lieu de stocker l'information dans deux différents états de polarisation de la lumière ils ouvrent la possibilité de le faire dans plusieurs moments angulaires correspondant à différentes valeurs de  $\ell$ . Ce sujet a donc une grande importance dans le domaine de l'information quantique et de la cryptographie [26] [14]. D'un autre côté, il est aussi intéressant d'étudier l'interaction de ces modes possédant un moment angulaire orbital avec des systèmes atomiques [27].

Récemment, Wang et al. ont montré qu'il était possible d'utiliser des modes  $LG$  de différents ordres pour multiplexer et démultiplexer différents signaux [7]. Ils ont rapporté une transmission dans l'espace libre de l'ordre du téra-bit en effectuant du multiplexage sur quatre moments orbitaux angulaires différents et deux états de polarisation. L'utilisation du moment orbital angulaire de la lumière permet d'augmenter le taux de transmission d'information à une même fréquence, c'est-à-dire, sans devoir augmenter la bande passante. L'équipe de Wang a aussi démontré qu'il est possible d'avoir des échanges d'information entre deux modes  $LG$  différents, ce qui peut être intéressant pour effectuer un traitement adaptable de l'information. Pour que le moment orbital angulaire puisse être utilisé dans

les télécommunications il faudrait créer des fibres optiques adaptées, ayant par exemple des anneaux à fort indice de réfraction. Des études sur ceci sont en cours [28] [29].

Le moment orbital angulaire des modes  $LG$  est aussi intéressant dans d'autres domaines. Par exemple, en astrophysique, la détection de lumière portant du moment orbital angulaire pourrait confirmer l'existence de trous noirs en rotation. Ces trous noirs sont des éléments des prédictions de la théorie de la relativité générale d'Einstein. Tamburini et al. ont montré numériquement que les trous noirs en rotation modifient la phase de la lumière qui est émise dans leur proximité en lui imprimant un moment orbital angulaire [30].

Le moment orbital angulaire est aussi d'intérêt dans d'autres intervalles de fréquence. Dans le domaine des micro-ondes, l'utilisation moment orbital angulaire des modes  $LG$  pour transférer l'information a aussi été démontrée. Le transfert d'information s'est effectué dans espace ouvert sur une distance de 442  $m$ .

Récemment, il fut aussi démontré qu'il était possible de transférer du moment orbital angulaire à un objet macroscopique. Emile et al. ont utilisé un mode  $LG_0^1$  dans le domaine des micro-ondes pour mettre en rotation un anneau de cuivre de 15  $cm$  de diamètre [31].

La question des transitions atomiques violant les règles de sélection reste une question ouverte. Picon et al. ont étudié numériquement cette problématique lorsqu'on utilise un mode  $LG$  pour effectuer la transition et c'est son moment orbital angulaire qui contribue à un transfert de moment angulaire supérieur à  $\pm\hbar$  [32].

Zürchner et al. ont questionné le rôle du moment orbital angulaire dans la génération d'harmoniques élevés. Dans une première expérience, il fut montré que l'harmonique 10 portait le même moment orbital angulaire que le faisceau incident [33]. Cette expérience a été dédite en 2013 par Hernández García et al. qui ont montré que l'harmonique  $q$  porte un moment orbital angulaire  $q$  fois plus grand que le faisceau incident [34].

L'utilisation des modes  $LG$  et de leur moment orbital angulaire n'est pas limitée aux ondes électromagnétiques. En 2010, Verbeeck et al. ont produit un jet électronique ayant la forme d'un mode  $LG$ , portant donc un moment orbital angulaire, et ont démontré que ces jets électroniques peuvent être utilisés pour étudier le dichroïsme magnétique circulaire sans perte d'énergie [35]. Ceci peut être utile pour cartographier l'état magnétique local dans des matériaux avec une résolution atomique dans un microscope électronique de transmission. En mode  $LG$  électronique peut aussi ouvrir des nouvelles possibilités de structuration nanométrique.

Comme nous l'avons vu, on sait fabriquer des modes  $LG$  dans une large gamme de fréquences, allant des micro-ondes aux rayons X, et aussi dans les ondes de matière. Ces modes ont multiples applications dans des domaines très variés.

## 1.4 Méthodes de fabrication d'un mode de Laguerre-Gauss

Il existe plusieurs méthodes de fabrication des modes de Laguerre-Gauss. Dans cette section, quatre de ces méthodes couramment utilisées seront brièvement discutées.

- **Insertion d'un absorbant dans une cavité laser**

Les modes  $LG$  peuvent être fabriqués dans une cavité laser. Pour cela, Tamm [36] et ensuite Harris et al. partent du fait qu'il est possible d'obtenir un mode creux de lumière en introduisant un absorbant de forme circulaire dans l'axe d'une cavité laser (figure 1.9) [37]. Cela permet d'éliminer l'ordre  $TEM_{00}$  et donne comme résultat une superposition de modes TEM à différentes fréquences qui peuvent être accordés pour qu'ils aient la même

fréquence. Ceci est le cas lorsque leurs plans nodaux sont inclinés de  $45^\circ$ . Ainsi, un mode  $LG_0^1$  a des composantes  $TEM_{01}$  et  $TEM_{10}$  en quadrature de phase. L'absorbant circulaire (dont le diamètre mesure quelques dizaines de micromètres) est déposé sur une lame de verre et celle-ci sur une platine de déplacement à l'intérieur de la cavité laser. Une ouverture circulaire est aussi placée sur une platine de déplacement à l'intérieur de la cavité laser. Ce sont ces deux éléments, l'absorbant et l'ouverture circulaires, qui définissent, avec leur taille l'ordre du mode  $LG$  créé et avec leur position par rapport à l'axe de la cavité laser la position des plans nodaux des modes transverses composant le mode  $LG$ . Ce système a l'inconvénient de devoir modifier les éléments de l'intérieur de la cavité laser si on veut changer l'ordre du mode  $LG$  généré. Il est donc nécessaire de pouvoir intervenir dans la cavité laser, ce qui n'est pas toujours possible notamment dans le cas des lasers à semiconducteur.

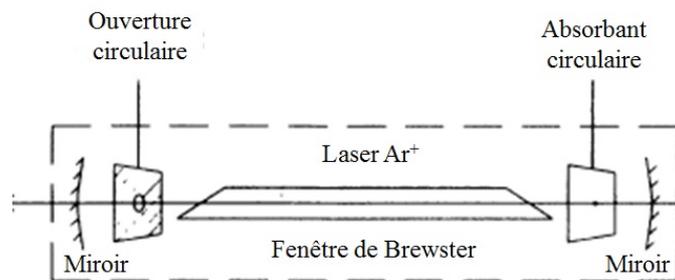


FIGURE 1.9 – Mode  $LG$  créé dans une cavité laser à l'aide d'un absorbant et une ouverture circulaires qui définissent l'ordre du mode  $LG$  créé. Image adaptée de [37].

#### • Transformation d'un mode de Hermite-Gauss par des lentilles cylindriques

Une deuxième méthode consiste à convertir des modes de Hermite-Gauss en modes de Laguerre-Gauss en ajustant correctement la phase de Gouy à l'aide d'une paire de lentilles cylindriques. Cette méthode a été utilisée initialement par Tamm et Weiss [38] pour des modes d'ordre bas et généralisée par Beijersbergen et al. [39]. Pour créer un mode de Hermite-Gauss ( $HG_{nm}$ ), des fils métalliques sont introduits dans une cavité laser. Ces fils forcent la cavité à opérer dans des modes ayant des noeuds à l'endroit où les fils métalliques sont positionnés. Lorsque l'axe principal d'un mode  $HG$  présente un angle de  $45^\circ$  d'inclinaison, ce mode peut être décomposé sur la base des modes  $HG$ , toutes ses composantes étant en phase. D'un autre côté, un mode  $LG_p^\ell$  peut être décomposé sur la base des modes  $HG_{nm}$  où  $p = \min(m, n)$  et  $\ell = m - n$ . Il s'avère que la décomposition d'un mode  $LG_p^\ell$  a le mêmes composantes qu'un mode  $HG_{nm}$  incliné de  $45^\circ$ , mais dans le cas du  $LG_p^\ell$  il existe un déphasage de  $\pi/2$  entre composantes successives. Ainsi, il est possible de convertir un mode  $HG$  en un mode  $LG$  en ajustant la phase des différentes composantes. Cela est fait en ajustant la phase de Gouy, qui est la phase acquise par un faisceau lors de sa focalisation. Pour cela, une paire de lentilles cylindriques est utilisée. Une lentille cylindrique permet de focaliser le faisceau, et donc de modifier sa phase de Gouy, uniquement dans une direction transversale. La différence de phase entre les deux composantes transversales du faisceau dépend alors de la position. Pour obtenir un faisceau non astigmatique à la sortie du convertisseur, il est nécessaire d'ajouter une deuxième lentille cylindrique (identique à la première) à la position où les composantes ont la même taille. On démontre que pour que le déphasage entre composantes soit  $\pi/2$ , les deux lentilles cylindriques doivent être séparées de  $\sqrt{2}f$ . Pour que ce système fonctionne correctement il faut que le faisceau initial soit focalisé. Cette méthode permet de créer des modes  $LG$  de n'importe quel ordre, mais suppose pour cela l'accès à la cavité laser pour l'induire à produire des modes  $HG$  d'ordre élevé.

- **Modification du front d'onde avec une hélice de phase**

Une autre méthode consiste à partir d'un faisceau gaussien et lui imprimer une phase polaire en forme d'hélice. Ceci peut être fait à l'aide d'une lame de verre ou d'un modulateur spatial de lumière (SLM) modifiant la phase. Ces deux configurations sont expliquées ci-dessous.

- \* **Utilisation d'une lame de verre en spirale**

Dans ce type de lame, l'épaisseur augmente graduellement formant une spirale [40] comme illustré sur la figure 1.10. La différence d'épaisseur modifie localement la phase du faisceau et transforme ainsi le faisceau gaussien incident en un faisceau  $LG$ . Pour modifier l'ordre du  $LG$  créé, il suffit d'augmenter la variation de la phase, la phase maximale de la lame étant donnée par  $2\pi\ell$ . Cette méthode permet de créer des modes  $LG_0^\ell$  pour un prix modéré et présente l'inconvénient de devoir changer de lame lorsqu'on veut modifier l'ordre du  $LG$  généré.

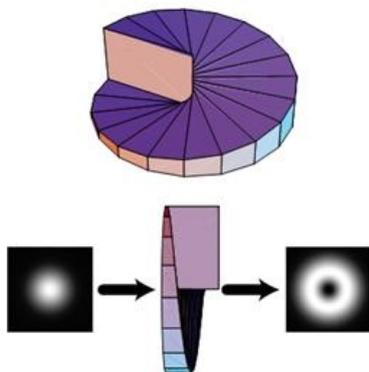


FIGURE 1.10 – *Lame en spirale permettant de produire un faisceau  $LG$  en partant d'un faisceau gaussien. Image prise de [41].*

- \* **Génération par holographie de phase avec un SLM**

En partant du même principe, on peut se servir d'un hologramme pour imprimer la phase polaire à un faisceau gaussien et le transformer en un faisceau  $LG$ . Cet hologramme peut être appliqué sur le faisceau gaussien au moyen d'un SLM [42]. Pour comprendre comment cet hologramme modifie la forme du faisceau incident, il faut savoir en quoi consiste l'holographie. L'holographie se base sur l'enregistrement d'interférences entre une onde de référence et une onde objet. Lorsque l'enregistrement (l'hologramme) est éclairé par l'onde de référence, l'onde objet est restituée. Si on connaît l'onde qu'on veut produire, il n'est pas nécessaire de réaliser l'enregistrement, mais on peut directement créer l'hologramme dont on a besoin. On sait que l'interférence entre un faisceau gaussien et un mode  $LG_p^\ell$  ayant le même axe de propagation donne un motif en forme d'hélice lorsque  $p = 0$  et un motif en forme d'hélices concentriques alternées lorsque  $p \neq 0$ . On peut donc fabriquer ces motifs d'interférences par ordinateur [43] et les utiliser pour créer une carte de phase à l'aide d'un SLM. Ainsi, lorsque le SLM est éclairé par un faisceau gaussien, le mode  $LG$  correspondant est restitué (figure 1.11).

Le fonctionnement d'un SLM sera expliqué plus en détail dans le chapitre 2, où nous parlerons aussi des caractéristiques des SLMs que nous avons utilisés.

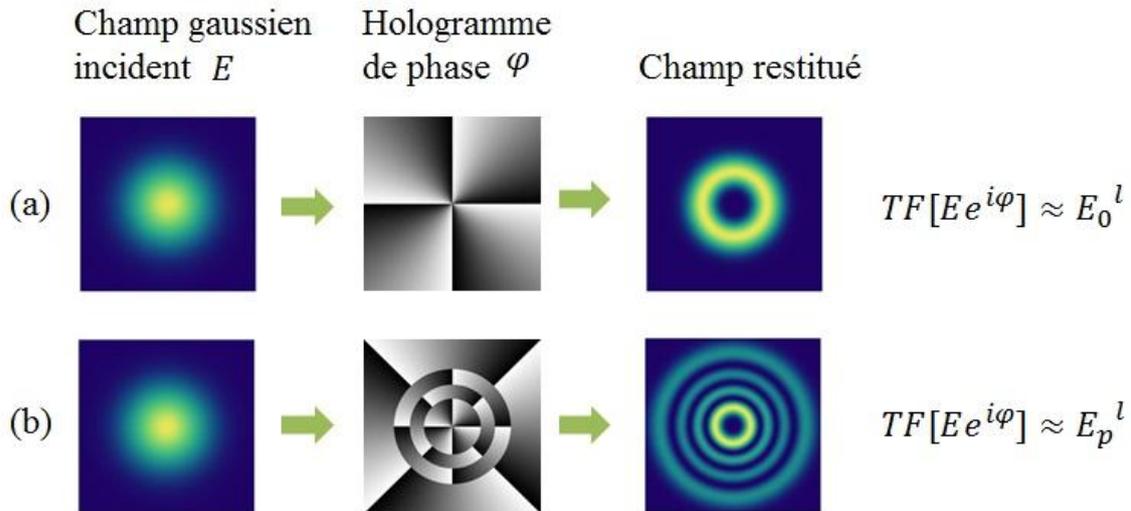


FIGURE 1.11 – Fabrication d'un mode  $LG$  en partant d'un hologramme de phase éclairé par un faisceau gaussien. L'hologramme correspond à (a) une hélice lorsqu'on veut créer un mode  $LG_0^\ell$  et (b) des hélices concentriques alternées lorsqu'on veut créer un mode  $LG_p^\ell$ .

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié ce que sont les modes  $LG$  et quelles sont leurs propriétés. Comme nous l'avons vu, ces modes sont caractérisés par deux indices : l'indice azimutal  $\ell$  et l'indice radial  $p$ . A la différence des modes gaussiens, les modes  $LG$  présentent une phase de Gouy qui dépend des indices  $p$  et  $\ell$  et une phase en hélice qui leur est propre et ne dépend que de l'indice  $\ell$ .

Si on s'intéresse à l'intensité du mode, lorsque  $p = 0$  et  $\ell = 0$ , le mode de  $LG$  correspond à un mode gaussien. Si  $p = 0$  et  $\ell \neq 0$  ces modes ont la particularité d'avoir une distribution d'intensité en forme d'un seul anneau avec un centre noir, dont le diamètre dépend de  $\ell$ , et une phase en forme d'hélice. Si on considère le cas où le waist et la puissance du mode  $LG$  sont maintenus constants pour  $p = 0$  et différentes valeurs de  $\ell$ , on voit le diamètre du mode  $LG$  augmenter avec la valeur de  $\ell$  et l'intensité maximale diminuer alors que l'épaisseur de l'anneau reste constante. Ceci est dû à la conservation de l'énergie. Si par contre, on maintient le diamètre et la puissance constants, c'est l'intensité maximale qui augmente avec  $\ell$  alors que l'épaisseur de l'anneau qui diminue. Ces mêmes variations concernant l'épaisseur de l'anneau ont lieu lorsqu'on fixe l'intensité maximale et on maintient soit le waist soit le diamètre constants. Dans le cas où  $\ell \neq 0$  l'intensité du centre du mode  $LG$  varie comme  $r^{2\ell}$ , alors que loin du centre elle varie de façon semi-gaussienne.

Lorsque  $p \neq 0$ , le mode  $LG$  est constitué de  $p + 1$  anneaux concentriques et  $p$  zéros d'intensité radiaux. Les positions des zéros d'intensité de ces modes sont données par les zéros des polynômes généralisés Laguerre.

Ce sont uniquement les modes pour lesquels  $\ell = 0$ , qui présentent de la lumière au centre, ce qui les rend faciles à identifier.

Si on s'intéresse à la phase d'un mode  $LG$ , lorsque  $p = 0$ , la valeur de  $\ell$  définit le nombre de zones où la phase du champ oscille entre 0 et  $2\pi$ , le champ alternant ainsi entre des valeurs positives et négatives. Si  $p \neq 0$ , le champ du mode  $LG$  présente  $p$  points de renversement de phase (qui correspondent aussi aux positions des zéros des polynômes généralisés de Laguerre), après lesquelles la phase est décalée de  $\pi$ .

On peut calculer les positions des minimums d'intensité et du renversement de la phase du champ pour les modes avec  $p \neq 0$  en calculant la position des zéros des polynômes généralisés

de Laguerre. Ainsi, il est possible de calculer le rapport entre la position des différents zéros et celle du premier zéro d'intensité. Ces rapports tendent vers une constante lorsque  $p$  est suffisamment grand ( $> 10$ ). Cependant, la position du premier zéro continue à dépendre de  $p$  même pour des valeurs de  $p$  élevées. Si on connaît donc la position du premier zéro, il est possible de définir les positions des autres zéros d'intensité.

Comme nous l'avons vu dans ce chapitre, grâce à leurs caractéristiques de forme et de phase les modes  $LG$  ont plusieurs applications dans de domaines très variés comme l'astrophysique, la microscopie, l'astronomie, le transfert d'information, le piégeage de particules de petite taille ou d'atomes froids, la détection d'ondes gravitationnelles, etc.

Puisque nous travaillons avec des atomes froids, c'est le fait que ces modes aient un centre noir qui a attiré notre attention, car ils peuvent être utilisés pour créer un potentiel dipolaire désaccordé vers le bleu permettant de piéger et guider des atomes à la sortie d'un piège magnéto-optique à deux dimensions dans leur centre noir. D'un autre côté, les modes  $LG$  possèdent un moment orbital angulaire qui a un grand potentiel dans les domaines de stockage de l'information et de la cryptographie, à condition de pouvoir les identifier de manière non-équivoque. C'est dans ces deux contextes que nous nous intéressons aux modes  $LG$ .

Finalement, nous avons passé en revue quatre différentes méthodes couramment utilisées pour la fabrication d'un mode  $LG$  : la fabrication intracavité, avec une paire de lentilles cylindriques, avec une lame de phase en spirale et avec un modulateur spatial de lumière. C'est cette dernière méthode que nous avons choisie par sa flexibilité. Son fonctionnement est expliqué plus en détail dans le chapitre suivant. Les modes  $LG$  ainsi créés, leur propagation et leur caractérisation sont étudiés dans la suite.

## 1.6 Annexe A : Orthogonalité des modes de Laguerre-Gauss

Les modes  $LG$  sont des modes orthogonaux, c'est qui veut dire que le produit scalaire entre deux modes différents est nul. Le produit scalaire de deux modes  $LG$  est donné par :

$$\langle E_p^\ell | E_{p'}^{\ell'} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E_p^\ell(r, \theta, z) E_{p'}^{\ell'}(r, \theta, z) r dr d\theta \quad (1.15)$$

si on néglige les termes correspondants à la phase de courbure et la phase de Gouy, cette expression devient

$$\langle E_p^\ell | E_{p'}^{\ell'} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty A_p^\ell(r, z) e^{i\ell\theta} A_{p'}^{*\ell'}(r, z) e^{i\ell'\theta} r dr d\theta \quad (1.16)$$

ceci peut se séparer en deux intégrales

$$\langle E_p^\ell | E_{p'}^{\ell'} \rangle = \int_0^\infty A_p^\ell(r, z) A_{p'}^{*\ell'}(r, z) r dr \int_0^{2\pi} e^{i\ell\theta} e^{i\ell'\theta} d\theta \quad (1.17)$$

où on remarque que

$$\int_0^{2\pi} e^{i\ell\theta} e^{i\ell'\theta} d\theta = 2\pi \delta_{\ell\ell'} \quad (1.18)$$

cette intégrale est différente de zéro seulement si  $\ell = \ell'$ , dans ce cas on a

$$\langle E_p^\ell | E_{p'}^{\ell'} \rangle = 2\pi \int_0^\infty A_p^\ell(r, z) A_{p'}^{*\ell}(r, z) r dr \quad (1.19)$$

On sait que les polynômes généralisés de Laguerre sont orthogonaux :

$$\int_0^\infty x^{|\ell|} e^{-x} L_p^{|\ell|}[x] L_{p'}^{|\ell|}[x] = \frac{(|\ell| + p)!}{p!} \delta_{pp'} \quad (1.20)$$

En prenant cette relation en compte on obtient :

$$\langle E_p^\ell | E_{p'}^{\ell'} \rangle = 2\pi \int_0^\infty A_p^\ell(r, z) A_{p'}^{*\ell}(r, z) r dr = \delta_{pp'} \quad (1.21)$$

Le produit scalaire est différent de zéro seulement si  $\ell = \ell'$  et  $p = p'$ , ce qui confirme que deux modes  $LG$  différents sont orthogonaux.



# Chapitre 2

## Génération d'un mode de Laguerre-Gauss par holographie

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Principe</b> . . . . .	<b>31</b>
<b>2.2</b>	<b>Modulateur de phase et son adressage</b> . . . . .	<b>32</b>
2.2.1	SLMs à cristaux liquides. Généralités. Modèles utilisés . . . . .	33
2.2.2	Hologrammes adressés . . . . .	37
<b>2.3</b>	<b>Montage expérimental</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>2.4</b>	<b>Modes obtenus - Pureté d'un <math>\overline{LG}</math></b> . . . . .	<b>41</b>
<b>2.5</b>	<b>Propagation d'un mode <math>\overline{LG}</math> - Rôle de la pureté</b> . . . . .	<b>43</b>
2.5.1	Résultats expérimentaux . . . . .	43
2.5.2	Etude théorique de la propagation d'un mode $\overline{LG}$ . . . . .	47
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>49</b>
<b>2.7</b>	<b>Annexe B : Décomposition des modes <math>\overline{LG}</math> créés</b> . . . . .	<b>51</b>
<b>2.8</b>	<b>Annexe C : Waist d'un mode <math>\overline{LG}</math></b> . . . . .	<b>54</b>

---



## 2.1 Principe

Maintenant que nous connaissons les propriétés des modes  $LG$  et leurs méthodes de fabrication nous allons nous focaliser sur la méthode que nous avons utilisée : la génération d'un mode  $LG$  par holographie de phase. Comme nous l'avons vu dans la section 1.4, cette méthode se base sur le principe de l'holographie et permet de modifier la phase et/ou l'amplitude d'un faisceau laser. Dans notre cas, nous modifions uniquement la phase du faisceau lumineux incident.

Pour comprendre le principe, revenons au principe de l'holographie. On sait que pour créer un hologramme, il est nécessaire d'utiliser de la lumière cohérente. Celle-ci est divisée en deux faisceaux, l'un qui sert de faisceau de référence et l'autre qui est diffracté par un objet et constitue le faisceau objet. Ces deux faisceaux sont recombinaés et puisqu'ils sont cohérents, ils interfèrent. Ces motifs d'interférences sont enregistrés sur une résine photosensible et donnent lieu à ce qu'on appelle un hologramme qui contient de l'information sur la phase et l'amplitude du faisceau objet. Lorsqu'on illumine l'hologramme avec le faisceau de référence il est possible de restituer le faisceau objet dans le champ lointain.

On peut enregistrer un hologramme contenant les motifs d'interférences entre un faisceau gaussien et un faisceau  $LG$ . Si on éclaire cet hologramme avec le faisceau gaussien, on restitue alors le faisceau  $LG$ .

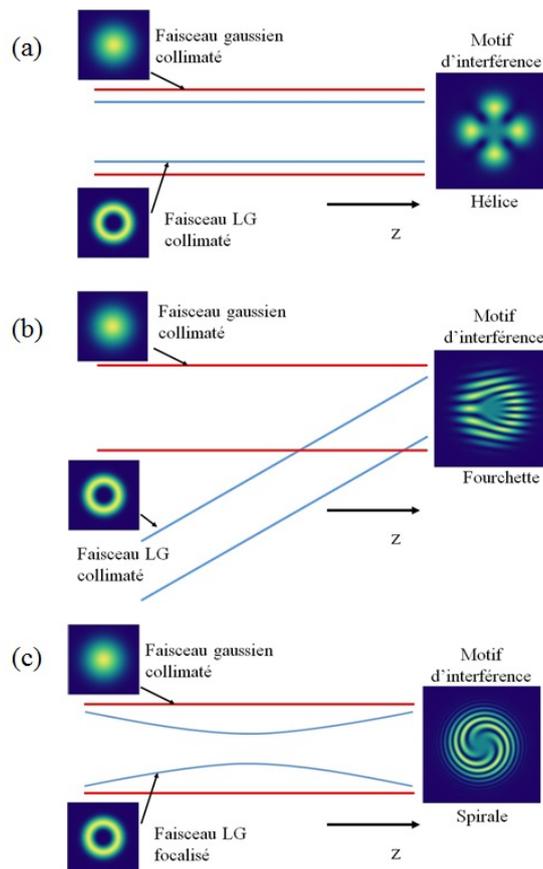


FIGURE 2.1 – Motifs d'interférences de (a) un faisceau gaussien collimaté et un mode  $LG_0^4$  collimaté (b) un faisceau gaussien collimaté et un mode  $LG_0^4$  collimaté ayant un angle avec le faisceau gaussien (c) un faisceau gaussien collimaté et un mode  $LG_0^4$  focalisé

La figure 2.1 illustre les motifs d'interférences d'un faisceau gaussien et un faisceau  $LG_0^4$  dans différentes conditions. L'image (a) montre que lorsque les deux faisceaux sont collimatés, le motif d'interférences a une forme d'hélice. Lorsqu'on introduit un angle entre ces deux

faisceaux (image (b)), le motif d'interférences prend une forme de fourchette. Si le faisceau gaussien est collimaté et le faisceau  $LG$  est focalisé (image (c)) le motif d'interférences a une forme de spirale. Lorsqu'on l'illumine un hologramme contenant ces différents motifs d'interférences avec un faisceau gaussien on restituera un faisceau  $LG_0^4$  collimaté pour le cas d'un hologramme en forme d'hélice, un faisceau  $LG_0^4$  décalé d'un angle pour le cas d'un hologramme en forme de fourchette et un faisceau  $LG_0^4$  focalisé pour le cas d'un hologramme en forme de spirale.

On remarquera que ces motifs d'interférences présentent un centre non modulé (l'intensité reste constante) car le mode  $LG_0^4$  ne contient pas de lumière au centre. Il est aussi possible de générer ces motifs de façon numérique. En pratique, les motifs fabriqués numériquement ne prennent pas compte de la modulation radiale de l'intensité. C'est justement cette méthode d'holographie numérique que nous allons utiliser pour créer un mode  $LG$ .

En particulier, nous nous intéressons à la fabrication d'un mode  $LG$  collimaté. Dans ce cas, l'hologramme nécessaire pour générer le mode  $LG$  a une forme d'hélice si  $p = 0$  et une forme d'hélices concentriques alternées si  $p \neq 0$ . Ainsi, les éléments clés pour créer un mode  $LG$  par la méthode d'holographie de phase sont : un faisceau gaussien de bonne qualité (par exemple celui obtenu à la sortie d'une fibre monomode), un hologramme donnant la modulation de phase en hélice ou en hélices concentriques alternées, un élément qui permet d'effectuer la modulation de la phase (dans notre cas cet élément est un modulateur spatial de lumière) et un détecteur.

L'élément central de cette méthode est le modulateur spatial de lumière (SLM) car c'est celui-ci qui permet de moduler la phase du faisceau incident. C'est pour cette raison, que dans la section 2.2 nous expliquons le fonctionnement d'un SLM et comment la phase du faisceau incident est modifiée. Nous présentons ensuite les détails techniques des SLMs que nous avons utilisés.

Dans la sous-section 2.2.2 nous indiquons quels sont les hologrammes nécessaires pour fabriquer un mode  $LG$  et comment on peut astucieusement s'affranchir de lumière résiduelle due à l'efficacité de diffraction limitée du SLM. Nous signalons aussi quel est le montage expérimental utilisé pour créer des modes  $LG$  au moyen d'un SLM.

Avant de nous servir des modes  $LG$  fabriqués expérimentalement pour d'autres expériences nous avons étudié leur pureté dans la section 2.4 et leur propagation dans la section 2.5 lorsqu'ils présentent différentes ouvertures numériques. Une étude théorique a permis de comprendre le rôle joué par l'impureté des modes créés et leur phase de Gouy lors de leur propagation dans la sous-section 2.5.2.

## 2.2 Modulateur de phase et son adressage

Un modulateur spatial de lumière (SLM) est un dispositif qui permet de moduler spatialement la phase ou l'amplitude du faisceau laser incident. Quand on module l'amplitude d'un faisceau lumineux on parlera d'un masque alors et quand on module la phase on parlera d'une carte de phase ou d'un hologramme. En général, un SLM est piloté par un ordinateur donc il présente l'avantage de pouvoir passer d'une modulation à une autre de manière très rapide, typiquement la cadence la plus élevée est de l'ordre du  $kHz$ . Cette technique a été retenue par notre équipe pour sa flexibilité. Dans notre cas, nous avons travaillé avec un modulateur spatial de lumière à cristaux liquides qui effectue uniquement une modulation de phase. Pour réaliser un changement local de la phase on se sert d'images (hologrammes) créées par ordinateur, où la phase est codée sur 256 niveaux, qui permettent d'obtenir une carte de phase dans le SLM.

Dans les sous-sections suivantes nous expliquons le fonctionnement général d'un SLM, ainsi que les caractéristiques des modèles de SLM que nous avons utilisés : Hamamatsu X8267 et Holoeye Pluto NIR-II.

### 2.2.1 SLMs à cristaux liquides. Généralités. Modèles utilisés

Le SLM est un dispositif qui contient des cristaux liquides placés entre deux électrodes. Il utilise les hologrammes pour modifier l'orientation des cristaux liquides, ce qui modifie la biréfringence du milieu et crée ainsi une carte de phase. Lorsqu'on illumine la carte de phase créée par les cristaux liquides du SLM avec un faisceau gaussien on récupère le mode  $LG_0^\ell$  souhaité. Comme nous l'avons déjà vu, l'hologramme nécessaire pour créer un mode  $LG_0^\ell$  est une hélice et celui nécessaire pour créer un mode  $LG_p^\ell$  sont des hélices concentriques alternées.

Pour mieux comprendre comment le changement de biréfringence a lieu au niveau des cristaux liquides, on prend en compte que les cristaux liquides avec lesquels nous travaillons sont des cristaux liquides nématiques. Ceux-ci sont composés de molécules qui ont une position aléatoire mais une orientation définie. Ces molécules forment un milieu biréfringent (image (b) de la figure 2.2), dont l'indice de réfraction dépend de l'orientation moléculaire mais aussi de la direction de propagation de la lumière et de sa polarisation. Pour obtenir une modulation de phase, la polarisation de la lumière doit être linéaire et sa direction doit être adéquate par rapport aux axes d'anisotropie.

Les cristaux liquides nématiques se basent sur l'interaction entre un champ électrique et l'orientation moléculaire. L'orientation des molécules est contrôlée avec un système d'adressage. Les molécules se comportent comme un dipôle induit par le champ électrique. Ainsi, lors de l'interaction avec un champ électrique apparaît un moment dipolaire perpendiculaire à l'axe de la molécule et centré sur elle qui l'entraîne dans un mouvement de rotation. C'est cette rotation qui conduit à un changement de la biréfringence des cristaux liquides [44] (image (c) de la figure 2.2). Les cristaux liquides nématiques sont placés entre deux électrodes. Pour que, en absence d'un champ électrique, l'alignement général des molécules soit le même, on polit les surfaces des électrodes les contenant. Le polissage définit les axes d'ancrage des molécules nématiques et donne leur orientation. Nous travaillons avec des molécules qui sont orientées parallèlement aux surfaces des électrodes les contenant et qui ont la même orientation sur la surface avant et arrière (image (a) de la figure 2.2).

L'adressage des cristaux liquides peut se faire optiquement ou électriquement comme nous le verrons dans la suite. Dans les deux cas, la couche de cristaux liquides est soumise à une tension alternative, qui donne en moyenne l'orientation à laquelle on souhaite que les cristaux liquides soient. L'utilisation d'une tension alternative est indispensable pour ne pas abîmer les molécules de cristaux liquides.

En général, les SLMs fonctionnent en réflexion car cela permet d'installer les connecteurs ou optiques nécessaires pour l'adressage dans la partie postérieure. La polarisation du faisceau incident reste inchangée après la réflexion. Dans le cas d'un SLM fonctionnant en réflexion, le faisceau lumineux traverse deux fois la couche de cristaux liquides. Pour que les cristaux liquides traversés par la lumière soient les mêmes à l'aller et au retour, on peut par exemple choisir de travailler avec un faisceau incident perpendiculaire à la surface du SLM et de séparer le retour à l'aide d'une lame 50%. Toutefois, dans cette configuration on a une perte importante de puissance, car au maximum on ne peut récupérer que 25% de la puissance du faisceau de départ. Pour éviter ces pertes en puissance, on peut choisir d'utiliser un faible angle d'incidence de la lumière de sorte que la zone traversée à l'aller soit à peu près la même que celle traversée au retour. Ce montage a cependant l'inconvénient

d'allonger le montage car il faut se placer à une certaine distance pour pouvoir séparer l'aller et le retour du faisceau lumineux.

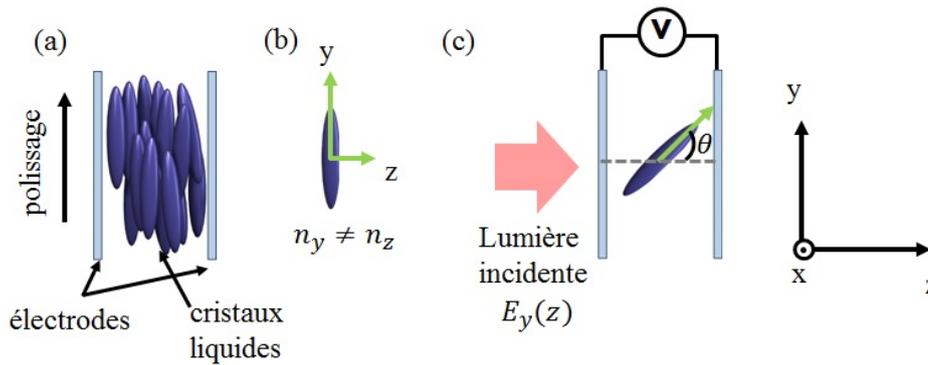


FIGURE 2.2 – (a) Molécules nématiques orientées parallèlement aux surfaces des électrodes et ayant la même orientation sur la surface avant et arrière. Image adaptée de [45]. (b) L'indice de réfraction d'une molécule nématique est différent dans son axe long et ses axes courts. (c) La lumière utilisée doit être polarisée linéairement dans une direction adéquate par rapport aux axes d'anisotropie.

Nous présentons ici le fonctionnement, permettant de modifier la phase d'un faisceau lumineux incident, des deux modèles de SLM utilisés : Hamamatsu X8267 et Holoeye Pluto NIR-II. Une comparaison des deux dispositifs est faite, nous permettant de comprendre les avantages et inconvénients de chacun.

### • SLM Holoeye Pluto NIR-II

Le SLM Pluto NIR-II d'Holoeye contient une matrice d'électrodes permettant d'adresser les cristaux liquides individuellement et dont le voltage appliqué est piloté par un ordinateur (figure 2.3(a)). Une couche réfléchissante est installée devant la matrice d'électrodes. Chaque pixel de la matrice d'électrodes a une taille de  $8 \mu\text{m}$ , et la zone active totale du dispositif est de 1920 par 1080 pixels, soit 15.36 par 8.64 mm. Lorsqu'on lui envoie une image codée en niveaux de gris (hologramme), chaque niveau de gris représente un certain voltage qui est appliqué individuellement sur un pixel de la matrice d'électrodes, ce qui induit localement une inclinaison sur les molécules de cristaux liquides.

Dans le cas du SLM Pluto NIR-II, la tension appliquée aux pixels utilise la technique de modulation de largeur d'impulsion : c'est un signal carré dont le rapport cyclique donne la valeur moyenne du voltage appliqué. Le fabricant propose trois configurations différentes avec différentes résolutions temporelles : 7, 17 ou  $32 \mu\text{s}$ . Pour une résolution temporelle fixée ( $7 \mu\text{s}$ ), plus la période de modulation est longue, mieux on définit le rapport cyclique et donc la tension moyenne. Mais, si la période est trop longue, les cristaux liquides commencent à avoir le temps de suivre les variations de tension, ce qui provoque des fluctuations de phase. Il y a donc un compromis à faire entre la précision avec laquelle on définit la phase et les variations temporelles de celle-ci.

Ce dispositif fonctionne en réflexion et a un taux de remplissage de 87%. Le SLM Pluto NIR-II peut être éclairé avec une intensité maximale de  $2 \text{ W/cm}^2$ , ce qui est suffisant pour les expériences que nous réaliserons, où nous utilisons une intensité de l'ordre de  $1.5 \text{ W/cm}^2$ . Le modèle que nous avons acheté, le NIR-II, a une couche anti réfléchissante pour les longueurs d'onde entre 700 et 1000 nm. Ce choix a été fait en accord avec la longueur d'onde dont nous aurons besoin pour nos expériences sur les atomes froids.

A cause de la matrice d'électrodes, lorsqu'on utilise ce dispositif on observe d'ordres multiples correspondant à la diffraction par une grille.

Compte tenu de la taille d'un pixel ( $8 \mu m$ ) et de l'épaisseur de la couche de cristaux liquides ( $4 \mu m$ ) on peut calculer quel est l'angle maximal d'incidence qu'on peut utiliser pour que le faisceau réfléchi traverse le même pixel que le faisceau incident. Pour le SLM Pluto NIR-II l'angle maximal d'incidence est de  $45^\circ$  par rapport à la normale.

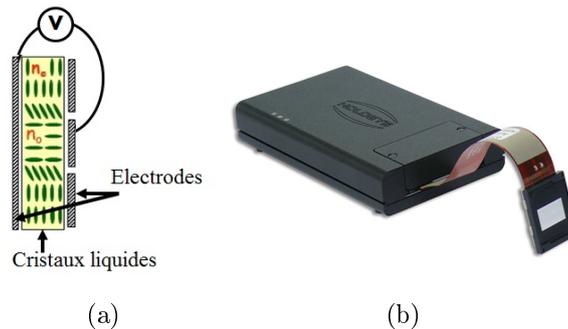


FIGURE 2.3 – (a) Schéma de coupe du SLM Pluto NIR-II d'Holoeye montrant sa partie active (b) Photographie du SLM Pluto NIR-II d'Holoeye

• SLM Hamamatsu X8267

Nous avons aussi utilisé le modèle X8267 d'Hamamatsu. La figure 2.4(a) montre les différents composants de ce dispositif, ainsi que leur fonctionnement.

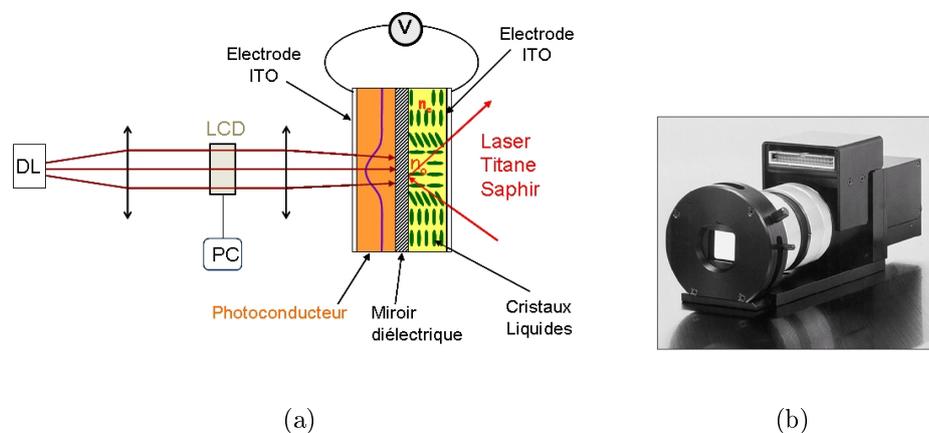


FIGURE 2.4 – (a) Schéma de coupe du SLM Hamamatsu X8267 montrant ses différents composants (b) Photographie du SLM X8267 d'Hamamatsu.

Dans ce système la modulation du champ électrique se fait au moyen d'une couche photoconductrice. Une diode laser<sup>1</sup> collimatée, indiquée par DL dans le schéma de la figure 2.4(a), est utilisée pour adresser optiquement une image sur la couche photoconductrice. Pour cela, le laser traverse un LCD adressé électriquement par un ordinateur. L'ordinateur lui envoie l'hologramme préalablement créé et lors du passage du laser (en rouge dans la figure 2.4(a)), l'image du LCD est projetée sur le photoconducteur, à l'aide d'une lentille. L'image du LCD donne lieu à 768 par 768 cases (qui correspondent au nombre des pixels du LCD) que nous appellerons pixels effectifs, même si physiquement il n'y a pas de pixels pour l'adressage

1. Le laser d'adressage n'est pas le même qu'on façonne

des cristaux liquides. Le photoconducteur est placé entre deux électrodes transparentes lui appliquant une tension alternative. Ainsi, un champ électrique est produit dans les zones du photoconducteur où la lumière est incidente. Les cristaux liquides, initialement en position horizontale vont s'aligner selon la direction du champ local du photoconducteur, changeant ainsi leur biréfringence et donc la phase appliquée sur le faisceau à façonner. Un miroir diélectrique permet de réfléchir d'un côté le laser d'adressage et de l'autre côté, le faisceau laser qu'on souhaite façonner.

Le SLM X8267 fonctionne en réflexion et est capable d'appliquer une modulation en phase et en amplitude selon la position de l'axe propre de la couche de cristaux liquides par rapport à la polarisation du faisceau laser incident (lorsqu'on veut appliquer une modulation d'amplitude, il est aussi nécessaire de placer un analyseur après le SLM. Son axe doit être perpendiculaire à la polarisation du faisceau laser incident). Nous avons utilisé ce dispositif uniquement pour appliquer des modulations de phase. La zone active de ce SLM a une taille de  $2\text{ cm}$  par  $2\text{ cm}$ , c'est-à-dire,  $768$  par  $768$  pixels effectifs. Chaque pixel effectif a une taille de  $26\ \mu\text{m}$ . Dans un travail précédent rapporté dans la thèse de Mestre [46] on a analysé ce SLM en détail et on a vu qu'il n'était pas possible de faire un changement de phase de  $0$  à  $2\pi$  de manière abrupte. Un changement de phase de  $0$  à  $2\pi$  est obtenu avec un minimum de six pixels effectifs. Ce système supporte une intensité maximale de  $200\text{ mW/cm}^2$  et est adapté pour travailler avec des longueurs d'onde allant de  $750$  à  $850\text{ nm}$ , en accord avec la longueur d'onde nécessaire pour nos expériences sur les atomes froids.

Puisque ce dispositif n'a pas de pixels, on n'observe pas l'effet de diffraction par une grille, ce qui représente un avantage. Lors de son utilisation il faut tenir compte du fait que ce dispositif n'est pas adapté pour faire des sauts de phase brusques.

- **Remarque : Comparaison des deux SLMs utilisés**

Si on compare les caractéristiques des deux dispositifs utilisés, on observe plusieurs différences :

- \* Dans les deux modèles, la tension appliquée aux cristaux liquides est une tension alternative pour éviter de les abîmer. Dans le cas du SLM Pluto NIR-II, la tension appliquée aux pixels utilise la technique de modulation de largeur d'impulsion. Le fabricant propose trois configurations avec différentes résolutions temporelles. Pour une résolution temporelle fixée, une période de modulation longue permet de mieux définir la phase, mais si la période de modulation est trop longue elle peut conduire à des fluctuations de phase. Par conséquent, il y a un compromis à faire entre la précision avec laquelle on définit la phase et les fluctuations temporelles de celle-ci.
- \* Le SLM X8267 a des pixels de  $26\ \mu\text{m}$  alors que le SLM Pluto NIR-II a des pixels trois fois plus petits ( $8\ \mu\text{m}$ ). Si on utilise un faisceau incident de même taille pour les deux SLMs, la différence de taille des pixels permet d'avoir une meilleure résolution spatiale lorsqu'on fabrique des hologrammes avec le SLM Pluto NIR-II. Ainsi, avec des pixels de taille plus petite on peut augmenter la séparation des ordres diffractés lorsqu'on utilise un réseau de diffraction et dans le cas des modes  $LG$ , on peut créer de modes avec des valeurs de  $\ell$  plus élevées. Toutefois, il faut tenir compte du fait que la taille de la zone active des deux SLMs est différente. Pour optimiser l'utilisation du SLM, il est nécessaire d'adapter la taille du faisceau incident à la taille de la zone active. Ainsi, dans le cas du SLM NIR-II on peut au maximum utiliser  $1080$  pixels et dans le cas du SLM Hamamatsu,  $768$  pixels. Lorsqu'on adapte la taille du faisceau incident à la taille de la zone active, l'utilisation du SLM NIR-II conduit à une amélioration de la résolution d'un facteur  $1.4$ .

- \* Dans le SLM Pluto NIR-II l'adressage se fait électriquement sur une matrice de pixels. L'existence d'une structure pixelisée donne lieu à plusieurs ordres de diffraction correspondants à la diffraction par une grille. Dans le cas du SLM X8267 l'adressage se fait optiquement et puisqu'il n'y a pas de pixels on n'observe pas l'effet de diffraction par une grille.

### 2.2.2 Hologrammes adressés

Nous utilisons des hologrammes où la phase est codée en 256 niveaux de gris<sup>2</sup>. Pour nos expériences, nous avons besoin d'être capables de faire varier la phase de  $2\pi$  et d'avoir une résolution spatiale convenable par rapport au faisceau incident.

Au moyen d'un SLM, l'hologramme permet de créer une carte de phase (hologramme physique) sur une couche de cristaux liquides. En particulier, l'hologramme qui nous intéresse est celui nécessaire pour créer un mode  $LG$ . Comme nous l'avons déjà vu, ces hologrammes comportent des motifs en forme d'hélice.

#### • Hologrammes en forme d'hélice

Dans un premier temps nous nous intéressons à créer des modes de Laguerre-Gauss avec un seul anneau de lumière, c'est-à-dire à des modes de Laguerre-Gauss avec  $p = 0$  (ce sont ces modes que nous utiliserons pour travailler avec des atomes froids). Dans ce cas, l'hologramme fabriqué ajoute au faisceau gaussien incident une phase polaire donnée par :

$$\varphi_{LG}(\theta) = \ell\theta \quad (2.1)$$

où  $\ell$  est l'ordre du Laguerre-Gauss et  $\theta$  est l'angle azimutal. L'hologramme a ainsi une forme d'hélice où le nombre de secteurs est donné par  $\ell$ . La phase dans chaque secteur varie de 0 à  $2\pi$ .

Par principe, un hologramme en forme d'hélice donne toujours un mode de lumière creux avec un centre noir.

Des exemples d'hologrammes en forme d'hélice utilisées pour fabriquer les modes de Laguerre-Gauss  $LG_0^1$ ,  $LG_0^2$ ,  $LG_0^3$  et  $LG_0^4$  sont donnés dans la figure 2.5.

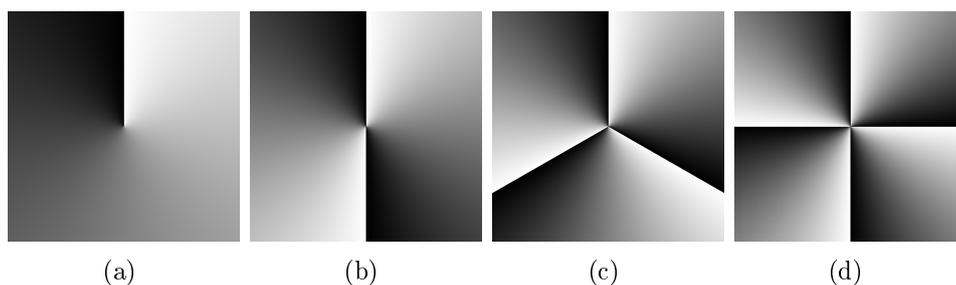


FIGURE 2.5 – Hologrammes en hélice correspondants aux modes des Laguerre-Gauss (a)  $LG_0^1$ , (b)  $LG_0^2$  (c)  $LG_0^3$  (d)  $LG_0^4$

Ces hologrammes présentent une singularité au centre. Pour obtenir un mode de Laguerre-Gauss avec une intensité homogène, il est important de centrer le faisceau gaussien incident sur la singularité de la phase. Ceci est un point de réglage dont on aura besoin dans l'expérience.

2. dans le cas du SLM Pluto NIR-II ces 256 niveaux de gris sont transformés par un convertisseur en 1216, 192 ou 64 niveaux. Nous n'avons pas étudié comment la phase varie dans ces différentes configurations.

On remarquera que ces hologrammes montrent la variation de la phase  $\varphi_{LG}(\theta)$ . Un faisceau qui traverse cet hologramme verra son champ multiplié par un facteur  $e^{i\varphi_{LG}(\theta)}$ .

Pour étudier maintenant la diffraction du faisceau obtenu dans le champ proche on se sert du formalisme de la transformée de Fresnel et dans le champ lointain utilise le formalisme de la transformée de Fourier. La transformée de Fourier d'un faisceau gaussien multiplié par le terme de phase  $e^{i\varphi_{LG}(\theta)}$  est le produit de convolution de la transformée de Fourier d'un faisceau gaussien et de la transformée de Fourier du terme de phase, c'est-à-dire, le produit de convolution d'une gaussienne et d'un mode qui correspond à peu près à un mode  $LG$  d'ordre  $\ell$ .

Dans la pratique, l'efficacité de diffraction du SLM est inférieure à 100%, ce qui donne de la lumière résiduelle au centre du mode  $LG$ . Il existe une astuce pour éliminer cette lumière résiduelle, elle consiste à appliquer un réseau blazé.

### • Ajout d'un réseau blazé

Un SLM ne diffracte pas 100% de la lumière incidente. En effet, son efficacité de diffraction dépend de sa réflectivité et lorsqu'il a des pixels, elle dépend aussi des pertes dues à la structure pixelisée. Les deux SLMs utilisés par notre équipe (Holoeye et Hamamatsu) présentent une efficacité de diffraction de l'ordre de 80%. Pour séparer la lumière qui est diffractée de celle qui est uniquement réfléchi par le SLM nous utilisons un réseau blazé qui déplace le mode  $LG$  fabriqué.

Un réseau blazé est composé de plusieurs pas de la même longueur et qui ont une forme de scie. Dans un réseau de diffraction en créneaux, la diffraction de la lumière incidente par les différents pas du réseau en créneau donne lieu à une différence de chemin optique. La lumière diffractée interfère et génère des spots lumineux aux positions où la différence de chemin optique correspond à un multiple de sa longueur d'onde. Dans le cas d'un réseau blazé, l'angle d'inclinaison du réseau par rapport à sa base est optimisé pour que la lumière soit diffractée principalement dans l'ordre 1 de diffraction. Le réseau blazé peut être vu comme une base sur laquelle on ajoute de petits prismes, chaque prisme ajoutant une phase linéaire. La figure 2.6 illustre un réseau blazé classique.

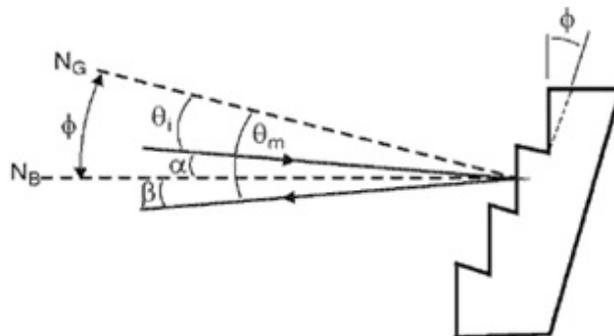


FIGURE 2.6 – Dessin d'un réseau blazé pris de [47].  $\phi$  est l'angle des pas du réseau par rapport à sa base,  $N_G$  est la normale de la base du réseau blazé,  $N_B$  est la normale du réseau blazé,  $\theta_i$  est l'angle d'incidence par rapport à la normale de la base du réseau,  $\theta_m$  est l'angle de diffraction de l'ordre  $m$  par rapport à la normale de la base du réseau,  $\alpha$  est l'angle d'incidence par rapport à la normale du réseau blazé et  $\beta$  est l'angle de diffraction de l'ordre  $m$  par rapport à la normale du réseau blazé.

Avec un SLM on crée facilement des hologrammes avec des formes prédéterminées. Nous pouvons donc l'utiliser pour créer un réseau blazé qu'on incorpore à l'hologramme en forme d'hélice (voir figure 2.7(b)). Ceci correspond à ajouter une phase linéaire  $\alpha y$  :

$$\varphi = \ell\theta + \alpha y \quad (2.2)$$

La phase de ces deux hologrammes est additionnée et mise en modulo  $2\pi$ . En 2D l'hologramme obtenu a la forme d'une fourchette où le nombre de dents est égal à  $\ell + 1$  (figure 2.7(c)).

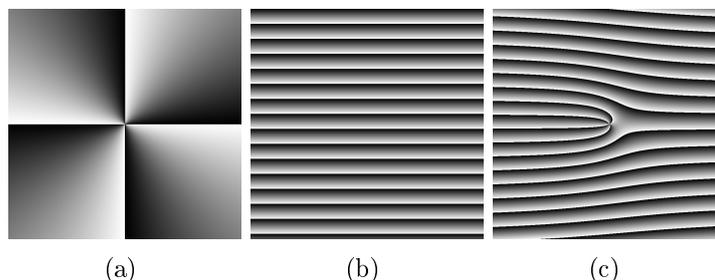


FIGURE 2.7 – (a) Image en hélice utilisée pour fabriquer un  $LG_0^4$ , (b) Réseau blazé avec une période de 50 pixels (c) Image obtenue en combinant l'image en hélice avec le réseau blazé.

Cet hologramme en forme de fourchette est le même (à la modulation de l'intensité près) qu'on avait obtenu dans l'image (b) de la figure 2.1 lorsqu'on faisait interférer un faisceau gaussien et un mode  $LG$  collimatés présentant un angle entre eux. La diffraction en champ lointain de cet hologramme est donné par le produit de convolution de la transformée de Fourier d'une gaussienne avec la transformée de Fourier de la phase donnée par l'hologramme en hélice, qui correspond à peu près à un mode  $LG$ , et la transformée de Fourier d'un réseau blazé, qui correspond à une delta de Dirac. Ainsi le mode  $LG$  créé est décalé vers l'ordre de diffraction optimisé par le réseau blazé.

Le spot principal du réseau blazé étant situé dans l'ordre 1, le mode de Laguerre-Gauss se trouve dans cet ordre, tandis que le faisceau non diffracté se trouve dans l'ordre zéro. Nous noterons modes  $\overline{LG}_p^\ell$  les modes fabriqués par la méthode d'holographie numérique car comme nous le verrons plus tard ces faisceaux ne sont pas des modes  $LG$  purs. Un mode  $\overline{LG}$  correspond à ce qu'on trouve dans la littérature sous le nom de *holographically generated LG mode* (mode de Laguerre-Gauss généré holographiquement).

L'angle de diffraction d'un réseau diminue lorsqu'on augmente la taille du pas du réseau (ce que nous appelons la période du réseau). Ainsi, pour que les spots lumineux soient suffisamment séparés il est convenable d'utiliser des réseaux blazés de petite période. Toutefois, pour que la phase varie correctement de  $0$  à  $2\pi$ , un certain nombre des pixels est nécessaire. Dans la pratique, nous choisissons la période du réseau suffisamment petite pour bien séparer les différents ordres de diffraction mais permettant de bien définir un changement de phase de  $0$  à  $2\pi$  (pour le cas du SLM X8267 6 pixels suffisent pour avoir cette variation de phase). En pratique, je travaille avec des périodes du réseau allant de 10 à 30 pixels.

## 2.3 Montage expérimental

La figure 2.8 montre le montage expérimental que nous avons utilisé pour un SLM. Celui-ci doit répondre à certaines exigences :

- Il faut éclairer le SLM avec un faisceau gaussien de bonne qualité. Si le faisceau gaussien initial n'est pas de bonne qualité, ceci répercutera sur la qualité du mode  $\overline{LG}$  qu'on fabrique. Par exemple, si on part d'un faisceau gaussien astigmatique, l'astigmatisme sera

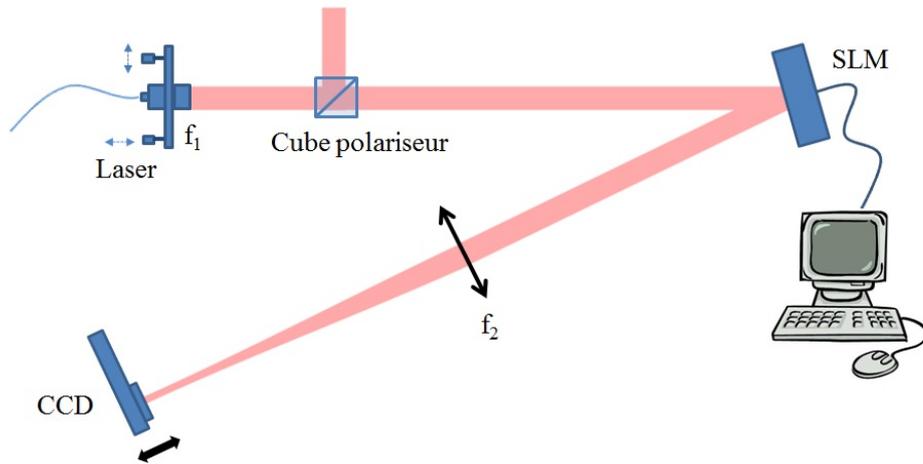


FIGURE 2.8 – Montage pour l'utilisation du SLM

aussi présent dans le mode  $\overline{LG}$  créé et cela répercutera dans la forme du mode lors de sa propagation. Afin d'éviter ce type de problèmes, pour assurer la qualité du faisceau gaussien initial, nous partons d'un faisceau laser sortant d'une fibre monomode.

- Il faut que la polarisation du faisceau gaussien incident soit linéaire et que sa direction soit adaptée par rapport aux axes d'anisotropie du SLM. Pour cela, on utilise un cube séparateur de polarisation.
- Pour centrer le faisceau gaussien incident sur le défaut topologique de l'hologramme il est nécessaire d'installer un élément permettant le mouvement dans deux axes avant le SLM. C'est ce centrage qui va permettre d'obtenir une distribution d'intensité homogène sur tout le contour de l'anneau. Nous verrons plus tard que si on veut utiliser un mode  $\overline{LG}$  pour créer un potentiel dipolaire il est important que son intensité soit uniforme autour de l'anneau car celle-ci détermine la profondeur du potentiel dipolaire. Dans la figure 2.8 c'est la monture du laser fibré qui constitue l'élément permettant le déplacement dans deux axes.
- On a besoin d'un faible angle d'incidence sur le SLM si on veut préserver la puissance du faisceau lumineux incident. Puisque le SLM utilisé fonctionne en réflexion, le laser doit traverser deux fois la couche de cristaux liquides. Un faible angle d'incidence permet d'assurer que la zone traversée à l'aller soit la même que celle traversée au retour, évitant ainsi des erreurs dans la phase ajoutée au faisceau. Dans la pratique, on travaille avec un angle d'incidence d'environ 7 degrés par rapport à la normal du SLM<sup>3</sup>.
- Pour optimiser l'utilisation du SLM, la taille du faisceau incident doit être adaptée par rapport à la taille de la surface active. En pratique, nous utilisons un faisceau incident ayant une taille quatre fois plus petite que la zone active. Ceci permet d'éviter les effets de diffraction par les bords.
- Nous utilisons un faisceau gaussien incident à 780 nm qui est la longueur d'onde dont nous aurons besoin pour réaliser nos expériences sur les atomes froids. Les SLM utilisés ont aussi été choisis pour travailler à cette longueur d'onde.

Une fois le faisceau  $\overline{LG}$  créé, il est détecté avec une caméra CCD soit directement soit après un élément optique. En pratique, nous utilisons une lentille  $f_2$  pour adapter la taille du faisceau à la taille du détecteur que nous avons.

3. cet angle ne correspond à celui du dessin

## 2.4 Modes obtenus - Pureté d'un $\overline{LG}$

Pour fabriquer un mode  $\overline{LG}$  nous nous sommes servis du montage illustré dans la figure 2.8 et nous avons utilisé un laser à  $780 \text{ nm}$  avec une puissance de quelques  $mW$  en sortie de fibre. En réalité, le laser utilisé n'est pas parfaitement collimaté et présente une légère convergence. Nous avons mesuré le waist à la sortie du collimateur et  $61 \text{ cm}$  plus loin, les valeurs ainsi trouvées sont  $w_1 = 2.7 \text{ mm}$   $w_2 = 2.6 \text{ mm}$ . Ces deux valeurs nous ont permis d'estimer que la convergence du faisceau est de l'ordre de  $0.16 \text{ mrad}$ . Vu que notre montage tient dans  $150 \text{ cm}$ , l'effet de la convergence reste très faible et peut être négligé. Dans notre montage, le SLM Pluto NIR-II est placé à  $68 \text{ cm}$  de la sortie du collimateur et l'angle d'incidence du faisceau gaussien est de  $7.5^\circ$  par rapport à la normale du SLM. Nous avons installé une lentille de focale  $f_2 = 500 \text{ mm}$ . Nous savons que lorsqu'un objet se trouve dans le plan focal d'une lentille, son image est rejetée à l'infini. Afin d'éviter d'observer l'image du SLM dans nos mesures, nous avons mis la lentille à  $50.5 \text{ cm}$  du SLM.

Le mode  $\overline{LG}$  a été détecté avec une caméra CCD (WinCam) ayant des pixels de  $6.7 \mu\text{m}$  de taille. La figure 2.9(a) montre une image expérimentale d'un mode  $\overline{LG}_0^4$  obtenue en plaçant une caméra (WinCam) à  $32 \text{ cm}$  de la lentille. La méthode d'holographie numérique nous a permis de créer un mode bien rond avec une distribution d'intensité homogène et un centre bien noir (lorsqu'on compare la lumière au centre avec celle de l'anneau principal on obtient une différence d'un facteur  $10^{-3}$ ). Cependant, puisque nous créons un mode  $\overline{LG}$  avec  $p = 0$ , nous devrions observer un seul anneau de lumière, or on en observe plusieurs. Ceci indique que nous avons affaire à un mode  $\overline{LG}$  qui n'est pas pur. En effet, à la sortie du SLM on a un champ électrique qui s'écrit  $E_{out} = E_G e^{i\ell\theta}$  (où  $E_G$  est le champ électrique du mode gaussien incident). Cette expression diffère de l'expression du champ électrique d'un mode  $LG$  (équation 1.4). Si on décompose  $E_{out}$  sur la base des modes  $LG_p^{\ell'}$  (voir annexe B dans la section 2.7) on montre que  $\ell = \ell'$  et que  $p$  prend plusieurs valeurs, mais que la composante  $p = 0$  domine.

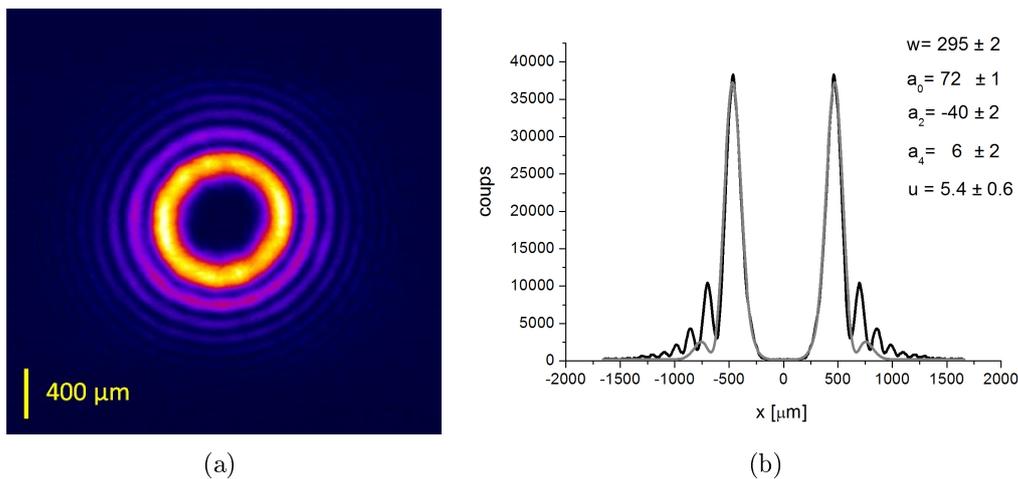


FIGURE 2.9 – (a) Image expérimentale d'un mode  $\overline{LG}_0^4$  et (b) son profil (courbe noire) ajusté avec un fit (courbe grise) prenant en compte des composantes ayant une seule valeur de  $\ell$  ( $\ell = 4$ ) et les valeurs de  $p$  ( $p = 0, 2, 4$ ).

Pour estimer le pourcentage du mode  $p = 0$  créé, nous avons tracé le profil horizontal de l'image (figure 2.9(b)) obtenu en moyennant sur 3 pixels (soit  $20.1 \mu\text{m}$ ), à l'aide du logiciel imageJ et nous l'avons symétrisé. Nous avons ajusté cette courbe avec une somme de modes

$LG_p^\ell$  avec  $p = 0$ ,  $p = 2$  et  $p = 4$  (la théorie montre que ce sont les premiers modes  $p$  les plus importants et que les composantes avec  $p$  impair ne contribuent pratiquement pas), soit l'expression suivante :

$$I(x) = E_0^2(x) + E_2^2(x) + E_4^2(x) + 2E_0E_2 \cos(2u) + 2E_2E_4 \cos(2u) + 2E_0E_4 \cos(4u) \quad (2.3)$$

où

$$E_p = a_p E_p^\ell \quad (2.4)$$

$E_p^\ell$  étant le champ du mode  $LG_p^\ell$  donné par 1.4 et  $a_p$  étant des coefficients réels.  $u$  est introduite pour tenir compte de la différence entre les phases de Gouy de deux modes  $LG$  avec des valeurs de  $p$  consécutives :

$$u = \varphi_{g_{LG_p^\ell}} - \varphi_{g_{LG_{p-1}^\ell}} = 2 \arctan \frac{z}{z_R} \quad (2.5)$$

La proportion du mode  $LG_p^\ell$  créé expérimentalement est donnée par :

$$|d_p^\ell|^2 = \frac{|a_p|^2}{|a_0|^2 + |a_2|^2 + |a_4|^2} \quad (2.6)$$

Le fit permet d'ajuster les paramètres  $w$ ,  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $a_4$  et  $u$ . Pour le cas présenté ici, nous avons trouvé les valeurs  $w = 295 \pm 2 \mu m$ ,  $a_0 = 72 \pm 1$ ,  $a_2 = -40 \pm 2$ ,  $a_4 = 6 \pm 2$  et  $u = 5.4 \pm 0.6$ , ce qui donne les proportions  $|d_0^4|^2 = 0.760$ ,  $|d_2^4|^2 = 0.235$  et  $|d_4^4|^2 = 0.005$ . Ces valeurs prouvent que le mode  $LG_0^4$  est le mode dominant. La déphasage entre deux modes  $p$  consécutifs est donné par  $u$ . Avec le fit, nous avons retrouvé une valeur de  $5.4 \text{ rad}$ . Puisqu'on connaît la distance entre la caméra de détection et le col du faisceau, il est possible de déduire une valeur de la longueur de Rayleigh de  $38 \text{ cm}$ .

L'image 2.9(b) montre que le fit utilisé permet d'expliquer la présence des deux anneaux plus intenses validant ainsi l'hypothèse que plusieurs modes ( $p$ ) sont présents lorsqu'on cherche à créer un mode  $LG_{p=0}^\ell$ . Pour pouvoir justifier la présence des autres anneaux, il faudrait prendre en compte de modes  $LG$  avec des valeurs de  $p$  plus élevées. Le mode produit expérimentalement correspond donc majoritairement au mode  $LG_0^4$ , qui est celui que l'on souhaitait fabriquer. La valeur de  $|d_0^4|^2$ , est toutefois surestimée car le fit utilisé n'ajuste pas correctement les anneaux de lumière moins intenses (anneaux plus externes).

On remarque que même si le fit utilisé ne permet pas d'expliquer la présence des anneaux de lumière moins intenses, au centre du mode  $\overline{LG}$  créé l'ajustement est bon, ce qui confirme une variation de l'intensité dans cette zone de  $r^{2\ell}$ .

Sur cet exemple nous avons donc vu que même si les modes  $\overline{LG}$  fabriqués expérimentalement ne sont pas purs, la composante  $LG_0^\ell$  est celle qui domine. Les autres modes présents se manifestent sous la forme d'anneaux secondaires concentriques. La pureté du mode créé est de 76%. La forme ronde du mode reste cependant inchangée, ainsi que son centre bien noir, ce qui est crucial pour l'utilisation de ces modes dans le domaine des atomes froids. Nous n'avons pas étudié la pureté pour différentes valeurs de  $\ell$  mais selon le calcul de la décomposition on sait que lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ , la pureté du mode fabriqué diminue. Si on veut créer un mode  $LG$  pur on peut utiliser la méthode de l'holographie de phase pour créer un mode  $\overline{LG}$  qu'on peut ensuite faire passer par un filtre pour l'épurer, comme cela a été fait par Granata [48].

Afin de garantir la permanence du centre noir, nous avons étudié la propagation des modes  $\overline{LG}$  créés. Cette étude nous permet aussi de connaître l'évolution de la taille du faisceau produit et est présentée dans la section suivante.

## 2.5 Propagation d'un mode $\overline{LG}$ - Rôle de la pureté

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus lorsque nous étudions la propagation d'un mode  $\overline{LG}$ . Puis, une étude théorique est réalisée permettant d'expliquer nos résultats.

### 2.5.1 Résultats expérimentaux

Pour étudier la propagation du mode  $\overline{LG}$  crée nous avons utilisé un montage similaire à celui montré dans la figure 2.8. Pour détecter le mode  $\overline{LG}$  créé, nous avons installé une lentille focalisante  $f_2$  à 46 cm du SLM et nous avons utilisée une caméra CCD que nous avons déplacé le long de l'axe de propagation du mode  $\overline{LG}$ . Pour cette étude, nous utilisé un laser à 780 nm et une puissance de quelques mW à la sortie d'une fibre monomode. Ce faisceau a été collimaté à une taille de 2.67 mm et ensuite façonné par le SLM X8267 d'Hamamatsu. Dans cette sous-séction nous montrerons la propagation d'un mode  $\overline{LG}$  lorsqu'il est focalisé avec une lentille de focale 500 mm et une autre de focale 150 mm.

Pour donner un ordre de grandeur des rayons que nous devons obtenir au foyer des deux lentilles utilisées nous les calculons en supposant que le mode fabriqué est pur et se comporte comme un faisceau gaussien.

Il a été montré que le waist d'un mode  $\overline{LG}_0^\ell$  est défini selon la relation (voir annexe C dans la section 2.8) :

$$w = \frac{w'}{\sqrt{\ell + 1}} \quad (2.7)$$

où  $w'$  est le waist du mode gaussien utilisé pour fabriquer le mode  $\overline{LG}_0^\ell$ . Notre faisceau gaussien de waist  $w' = 2.67$  mm fabrique donc un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  avec un waist de  $w = 0.80$  mm.

Si le mode  $\overline{LG}_0^\ell$  est un mode pur il se propage comme un faisceau gaussien et il a un waist de 154  $\mu\text{m}$  au foyer d'une lentille de focale  $f_2 = 500$  mm et un waist de 46  $\mu\text{m}$  au foyer d'une lentille de focale  $f_2 = 150$  mm. Par ailleurs, le rayon d'un mode  $\overline{LG}_0^\ell$  est lié à son waist par la relation  $r_{LG} = \sqrt{\frac{\ell}{2}}w$ . Ainsi, au foyer d'une lentille de focale  $f_2 = 500$  mm on doit avoir un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  avec un rayon de 344  $\mu\text{m}$  et au foyer d'une lentille de focale  $f_2 = 150$  mm on doit avoir un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  avec un rayon de 103  $\mu\text{m}$ . On s'attend donc à ce qu'il ait un facteur 3 de différence entre le rayon du mode  $\overline{LG}$  focalisé par une lentille de focale  $f_2 = 150$  mm et une autre de focale  $f_2 = 500$  mm. Ce facteur 3 correspond au rapport entre les focales des deux lentilles considérées.

- **Propagation d'un mode  $\overline{LG}$  focalisé avec une lentille de focale  $f = 500$  mm**

Dans un premier temps nous avons étudié la propagation d'un mode  $\overline{LG}$  lorsqu'il est focalisé par une lentille  $f_2 = 500$  mm et présente une ouverture numérique ( $w_l/f_2$ ) de  $5.34 \times 10^{-3}$ . Le mode a été détecté par une caméra (WinCam) à différentes positions sur l'axe de propagation. La figure 2.10 montre des exemples des images obtenues pour le cas d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$ .

On observe que lorsque le faisceau s'est propagé suffisamment loin du point focal il présente une forme circulaire homogène (voir 2.10(a) et 2.10(e)). Toutefois, au voisinage du point focal (voir 2.10(b) - 2.10(d)), le faisceau est légèrement déformé et devient moins homogène. Malgré sa déformation et sa perte en homogénéité autour du point focal, le mode  $\overline{LG}$  fabriqué ne présente aucune ouverture et continue à avoir un centre bien noir tout le

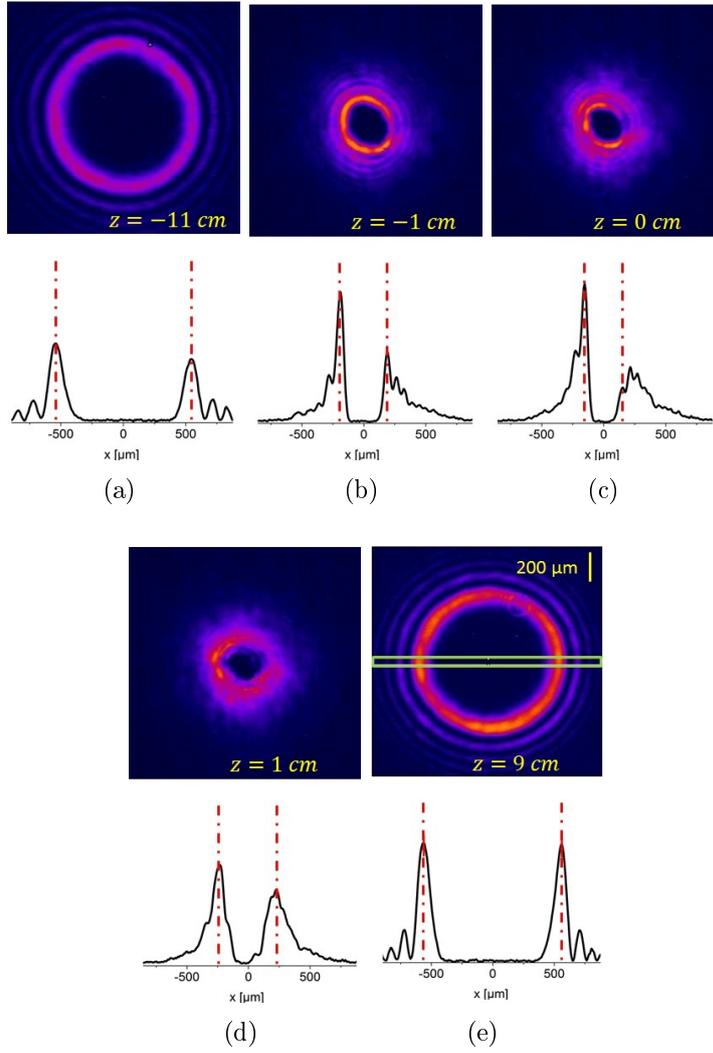


FIGURE 2.10 – Images expérimentales d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  (focalisé avec une lentille et ayant une ouverture numérique égale à  $5.3 \times 10^{-3}$ ) et leurs profils horizontaux moyens respectifs à différentes positions : (a)  $-11$  cm (b)  $-1$  cm (c)  $0$  cm (d)  $1$  cm et (e)  $9$  cm. La position  $z = 0$  correspond au point focal. La figure (e) montre la zone sélectionnée pour tracer les profils moyens. Les lignes rouges sur le profil montrent la position des maxima principaux.

long de sa propagation. Dans cette étude on va s'intéresser plutôt à la taille du faisceau et pas à sa forme.

A partir des images obtenues on a sélectionné, à l'aide du logiciel ImageJ, une zone dont la largeur correspond à celle de l'image et la hauteur est de 8 pixels (égal à  $53.6 \mu m$ ) de la caméra (rectangle vert sur la figure 2.10(e)), qui nous a permis d'obtenir le profil moyen. On a pointé manuellement la valeur maximale des deux pics principaux obtenant de cette façon leur position. On a ensuite calculé la différence entre les positions de ces deux pics pour obtenir le diamètre du mode  $\overline{LG}$ . Cette valeur a été divisée par 2 pour obtenir la valeur du rayon. Nous avons utilisé la même procédure pour obtenir le rayon vertical. Ainsi, les deux séries de données présentées sur la courbe 2.11 correspondent aux rayons horizontal et vertical. On estime une erreur de  $20 \mu m$  au point focal. Toutefois, l'erreur est plus faible lorsqu'on mesure le rayon à d'autres positions. C'est pour cette raison que les barres d'erreur ne sont pas observables sur la courbe 2.10(e).

Si le mode créé est pur, le rayon du mode  $\overline{LG}_0^{10}$  est lié au waist par la relation 1.13 et on

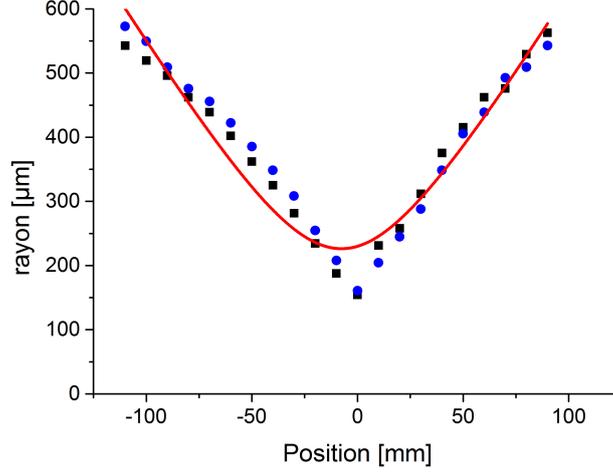


FIGURE 2.11 – Propagation d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  lorsqu'il est focalisé avec une lentille de 500 mm de focale et son meilleur ajustement avec un fit correspondant à une propagation gaussienne (courbe rouge). Les carrés noirs montrent la valeur du rayon horizontal et les cercles bleus celle du rayon vertical.

s'attend à une variation du rayon en hyperbole selon l'équation :

$$r_{LG}(z) = \sqrt{\frac{\ell}{2}}w(z) = \sqrt{\frac{\ell}{2}}w_0\sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (2.8)$$

où  $w_0$  est la valeur minimale du waist (le col du faisceau) et  $z_R$  est la longueur de Rayleigh.

Clairement les données expérimentales ne présentent pas une variation hyperbolique. Pour indication, la courbe rouge de la figure 2.11 montre le comportement qu'aurait un faisceau pur. En particulier, on remarque que près du point focal, le rayon du mode  $\overline{LG}_0^{10}$  ( $r_{LG} = 154 \mu m$ ) est inférieure à celle d'un faisceau  $LG$  pur ( $r = 226 \mu m$ , valeur du minimum de la courbe rouge). On observe aussi que lorsqu'on s'éloigne du point focal, la pente de la courbe change. Ce comportement en pointe avait déjà été évoqué dans la thèse de F. Diry [49], mais n'avait pas été étudié en détail. Dans la suite on montrera que ce comportement en forme de pointe est dû au fait que les modes  $\overline{LG}$  créés expérimentalement ne sont pas purs. Ainsi, le mode créé est en réalité composé de plusieurs modes, tous de même ordre  $\ell$ , mais avec une valeur  $p$  différente. Pour comprendre la propagation du mode  $\overline{LG}$  expérimental il faut donc prendre en compte la propagation de chacune de ses composantes. Comme on l'a indiqué dans la section 1.2, la phase de Gouy d'un mode  $LG$  dépend de  $\ell$  et de  $p$ . Par conséquent, chaque composante aura sa propre phase de Gouy qui évolue de manière indépendante. Ceci va conduire à une propagation du mode créé différente de celle d'un mode  $LG$  pur.

Si on est capables de réduire le  $\overline{LG}$  fabriqué à une taille de l'ordre de quelques microns, on peut envisager de l'utiliser pour créer des pièges pour des atomes uniques. Pour cela, il faudrait que le faisceau ait une forte ouverture numérique. Nous n'avons pas étudié ce cas car nous n'avons pas un détecteur adapté pour faire cette mesure, mais nous avons voulu voir ce qui se passait lorsqu'on augmentait l'ouverture numérique d'un facteur trois.

• Propagation d'un mode  $\overline{LG}$  focalisé avec une lentille de focale  $f = 150 \text{ mm}$

Pour notre deuxième série de mesures nous avons remplacé la lentille  $f_2$  de  $500 \text{ mm}$  utilisée précédemment par une lentille de  $150 \text{ mm}$ , obtenant ainsi une ouverture numérique de  $17.7 \times 10^{-3}$ , c'est-à-dire, 3.3 fois plus grande que dans le cas précédent. Cette lentille nous permet de focaliser plus fortement le mode  $\overline{LG}$ . Pour pouvoir détecter ce mode correctement il est convenable d'augmenter aussi la résolution de la caméra utilisée. Pour cette raison, nous avons utilisé une caméra OV5642 dont la taille du pixel est de  $1.4 \mu\text{m}$ , environ 5 fois plus petite que dans la caméra Wincam utilisée dans le cas précédent. En particulier, nous nous sommes intéressés aux positions voisines du point focal. Pour mieux contrôler le déplacement de notre caméra, nous l'avons installée sur une platine de déplacement ayant une précision de  $10 \mu\text{m}$ . La figure 2.12 présente le mode  $\overline{LG}_0^{10}$  à différentes positions. On observe que le mode est légèrement déformé près du point focal, et récupère sa forme circulaire lorsqu'il se trouve loin. Le centre reste cependant noir et la zone lumineuse ne présente pas d'ouvertures.

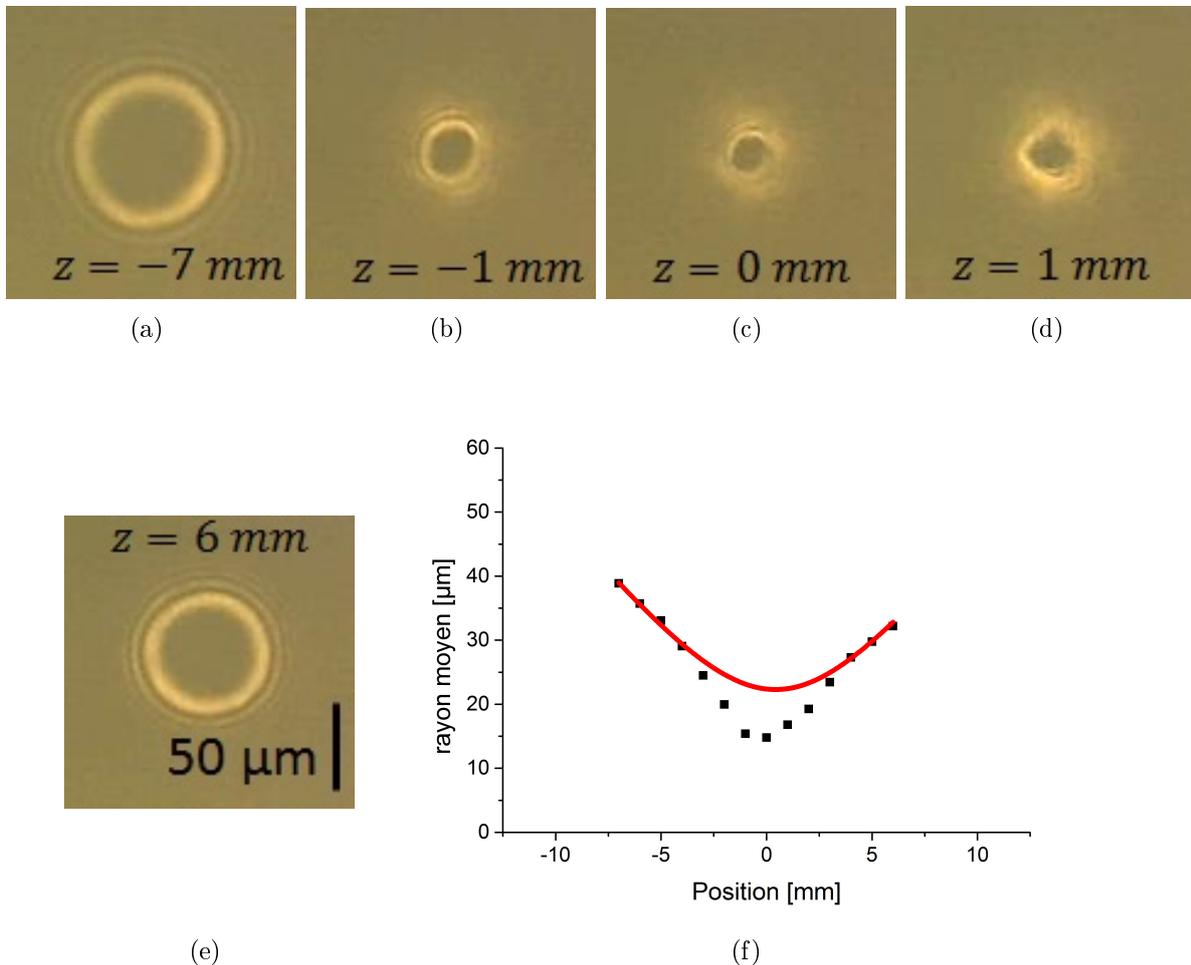


FIGURE 2.12 – Images expérimentales d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  à différentes positions lorsqu'il est focalisé avec une lentille de  $150 \text{ mm}$  et présente une ouverture numérique de  $17.7 \times 10^{-3}$  : (a)  $-7 \text{ mm}$  (b)  $-1 \text{ mm}$  (c)  $0 \text{ mm}$  (d)  $1 \text{ mm}$  et (e)  $6 \text{ mm}$ . Le signe négatif (positif) indique une position en amont (aval) du point focal. (f) Propagation du mode  $\overline{LG}_0^{10}$ . Les carrés noirs indiquent les valeurs expérimentales du rayon moyen du mode lors de sa propagation. La courbe rouge montre le comportement du meilleur ajustement obtenu en fittant les données par la propagation d'une gaussienne.

Pour calculer la taille du faisceau, nous avons extrait le diamètre de l'anneau des images obtenues, de la même façon que cela a été fait dans la section précédente mais cette fois-ci le profil est obtenu en moyennant sur 2 pixels, c'est-à-dire  $2.8 \mu m$ . Nous avons obtenu le rayon horizontal et le rayon vertical et nous avons tracé la valeur moyenne de ces deux rayons. La figure 2.12(f) montre la propagation d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$ . Nous estimons une erreur de  $1 \mu m$  au point focal et une erreur plus petite dans les autres positions.

Comme dans le cas précédent, la courbe expérimentale présente une allure de pointe qui ne correspond pas à celle d'un mode pur (courbe rouge). En particulier, le rayon moyen du mode  $\overline{LG}$  est de  $14.8 \mu m$  et est plus petit que les  $22.3 \mu m$  donnés par le minimum de la courbe rouge. Comme précédemment, lorsqu'on s'éloigne du foyer on observe un changement de la pente de la courbe.

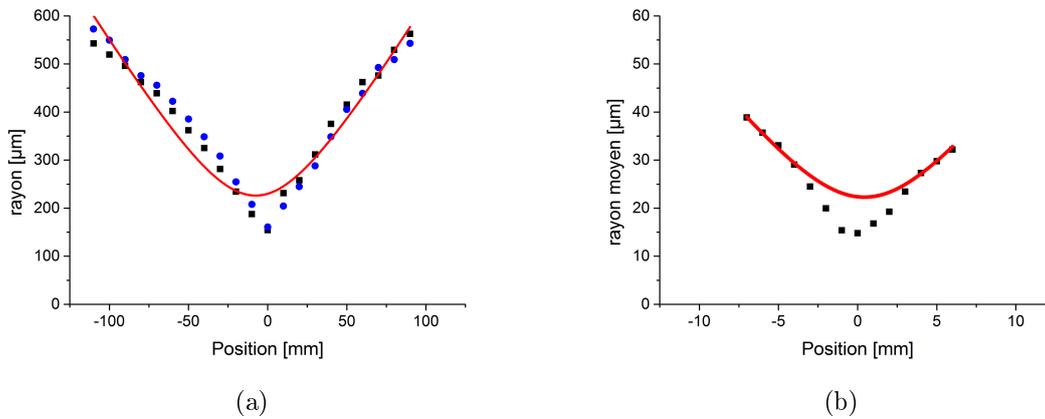


FIGURE 2.13 – Propagation d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  lorsqu'il est focalisé par une lentille de (a) 500 mm et (b) 150 mm

La figure 2.13 permet de comparer nos données expérimentales pour les deux lentilles utilisées (de focale 500 mm et 150 mm). Ces deux courbes sont homothétiques et ont un facteur d'homothéticité de 10, qui ne correspond pas au facteur 3 attendu pour un faisceau ayant une propagation gaussienne.

Dans cette section nous avons vu que la propagation d'un mode  $\overline{LG}$  ne correspond pas à celle d'un mode  $LG$  pur. C'est l'impureté du mode créé qui est à l'origine de la forme pointue de la courbe de propagation et qui lui donne au point focal une taille inférieure à celle d'un mode  $LG$  pur.

Puisque les modes créés ne présentent pas d'ouvertures et gardent un centre noir au cours de leur propagation, il est possible de les utiliser pour créer des pièges de petite taille pour les atomes bien que la taille de ces pièges ne soit pas encore suffisamment réduite pour pouvoir piéger des atomes uniques.

Pour mieux comprendre la propagation observée d'un mode  $\overline{LG}$  expérimental, nous allons maintenant réaliser une étude théorique.

## 2.5.2 Etude théorique de la propagation d'un mode $\overline{LG}$

Dans la section précédente nous avons pu constater que la propagation d'un mode  $\overline{LG}$  expérimental ne correspond pas à celle d'un mode de Laguerre-Gauss pur. Pour comprendre l'origine de cette différence de comportement nous avons réalisé une étude théorique.

Nous avons repris les valeurs de paramètres expérimentaux afin de pouvoir comparer nos résultats. L'étude que nous présentons ici correspond au cas de la propagation d'un mode de Laguerre-Gauss lorsqu'il est focalisé par une lentille de  $f = 500 \text{ mm}$ .

Nous avons commencé par supposer que le mode créé correspond à un mode  $LG$  pur. Dans ce cas, il devrait présenter une propagation hyperbolique comme dans le cas d'un mode gaussien. Ce comportement est illustré sur l'image (a) de la figure 2.14 où on a tracé l'intensité du mode  $LG_0^{10}$ . Cette image montre une coupe de la propagation du mode où la couleur orange correspond à la valeur maximale de l'anneau, c'est-à-dire, au rayon.

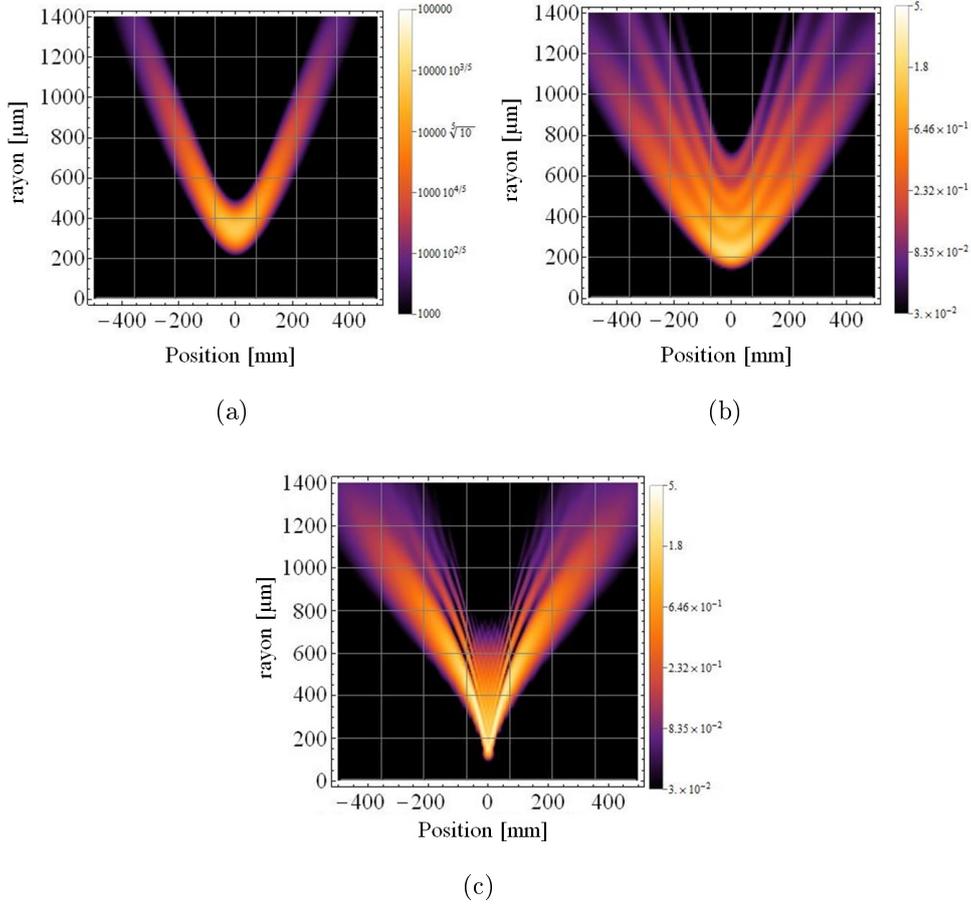


FIGURE 2.14 – Propagation théorique d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  focalisé avec une lentille de  $f = 500 \text{ mm}$  lorsqu'on considère qu'il s'agit de (a) un mode pur  $LG_0^{10}$  (b) un mode impur  $\overline{LG}_0^{10}$  avec ses composantes des modes  $p = 0, 2, 4, 6$  sans prendre en compte leurs phases de Gouy respectives et (c) un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  avec ses premières 20 composantes  $p$  en prenant en compte leurs phases de Gouy respectives.

Nous savons toutefois que le mode créé n'est pas pur. Si on calcule les coefficients théoriques (pour plus de détails voir l'annexe 2.7) des différentes composantes qu'on produit lorsqu'on veut fabriquer un mode  $LG_0^\ell$ , on remarque que les modes avec des valeurs  $p$  impaires ne contribuent que très peu par rapport aux composantes avec des valeurs  $p$  paires. En prenant ceci en compte nous avons tracé la propagation d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  avec les proportions  $c_p^{10}$  (obtenues de manière théorique en supposant que  $w = \frac{w'}{\sqrt{\ell+1}}$ ) des modes  $p = 0, 2, 4, 6$  présents, mais sans considérer les termes correspondants à la phase de Gouy (nous notons ces champs  $E_p'^{10}$ ). Dans ce cas, le champ du mode correspond à  $c_0^{10} E_0'^{10} + c_2^{10} E_2'^{10} + c_4^{10} E_4'^{10} + c_6^{10} E_6'^{10}$ . On obtient déjà un résultat intéressant. Si bien la propagation du mode reste hyperbolique, on

voit apparaître plusieurs traits lumineux, ce qui indique la présence de plusieurs anneaux de lumière (voir figure 2.14(b)). De plus, on remarque que le rayon du mode créé diminue au foyer. S'il est vrai que le mode créé présente aussi des anneaux secondaires, une simple somme de ses composantes ne suffit pas à expliquer le comportement observé expérimentalement.

Jusqu'à maintenant nous avons ignoré la phase de Gouy des champs des modes présents dans le mode  $\overline{LG}$  construit. Comme cela a été indiqué précédemment, la phase de Gouy d'un mode  $LG$  dépend des indices  $p$  et  $\ell$  et est donnée par l'expression 1.9 :

$$\varphi_{G_p^\ell}(z) = (2p + |\ell| + 1) \arctan \frac{z}{z_R} \quad (2.9)$$

où  $z_R$  est la longueur de Rayleigh. Ainsi, la phase de Gouy relative entre deux modes  $LG$  ayant de valeurs de  $p$  consécutives est donnée par :

$$\varphi_{Gr}(z) = 2 \arctan \frac{z}{z_R} \quad (2.10)$$

Nous avons calculé la propagation d'un mode  $\overline{LG}_0^{10}$  en prenant en compte les premières 20 composantes ( $p = 0, 1, \dots, 20$ ) ainsi que leur phase de Gouy relative. Dans ce cas, le champ s'exprime sous la forme  $\sum_{p=0}^{20} c_p^{10} E_p^{10}$ . Le résultat est illustré sur la figure 2.14(c). On observe que la propagation n'est plus hyperbolique et présente maintenant une forme pointue près du point focal ainsi qu'un changement de concavité lorsqu'on s'en éloigne (la propagation montre une courbure vers le bas alors qu'une propagation hyperbolique présente une courbure vers le haut). Ces comportements sont similaires à ceux observés expérimentalement. De plus, au foyer, le rayon diminue encore plus que dans les cas où on considère les différentes composantes sans prendre en compte leur phase de Gouy, et est en bon accord avec la valeur mesurée expérimentalement (154  $\mu m$ ).

La forme particulière de la courbe de propagation d'un mode  $\overline{LG}$  créé expérimentalement est donc due à la présence de différentes composantes  $p$  et à leurs différentes phases de Gouy. Puisque la phase de Gouy de chaque mode évolue indépendamment, ceci conduit à différents états d'interférences lors de la propagation. C'est pour cette raison qu'expérimentalement on ne voit pas toujours le même nombre d'anneaux au cours de la propagation d'un mode.

La forme pointue de la courbe de propagation du mode  $\overline{LG}$  expérimental constitue donc une signature de l'impureté du mode créée. Ce comportement pourrait être mis au profit par exemple pour effectuer une focalisation locale.

## 2.6 Conclusion

Dans un premier temps, nous avons présenté la méthode d'holographie numérique (au moyen d'un SLM), choisie par notre équipe pour la fabrication des modes  $LG$  par sa simplicité et sa flexibilité. Nous avons montré que ce sont des hologrammes en forme de fourchette qui doivent être utilisés pour créer différents modes  $LG$  à partir d'un faisceau gaussien tout en séparant le résidu de celui-ci dû à l'efficacité de diffraction du SLM.

Nous avons aussi passé en revue les caractéristiques techniques des deux différents SLMs utilisés et nous avons présenté le montage expérimental utilisé. Comme cela a été montré dans ce chapitre, les modes  $\overline{LG}$  obtenus expérimentalement ne sont pas purs, ils présentent des anneaux secondaires correspondants à des modes du même ordre  $\ell$  mais différentes valeurs  $p$ . Cependant la composante dominante correspond bien à l'ordre que l'on cherchait à fabriquer et le mode créé présente bien un centre noir. Lorsque nous avons étudié la propagation de ces modes en les faisant passer par une lentille focalisante nous avons observé que près du foyer, les modes devenaient moins homogènes et se déformaient, mais ils avaient

toujours un centre noir et ne présentaient aucune ouverture. A la différence du cas gaussien et d'un mode  $LG$  pur, la propagation observée n'est pas hyperbolique. En particulier, nous avons remarqué qu'au foyer la taille du mode  $\overline{LG}$  expérimental est inférieure à celle prédite par une propagation gaussienne et lorsqu'on s'éloigne du foyer les données expérimentales montrent un changement de pente. Une étude numérique nous a permis de comprendre que ce comportement est dû au fait que le mode créé ne correspond pas à un mode  $LG$  pur. Puisque chacune des composantes du mode créé a sa propre phase de Gouy, celles-ci évoluent de manière indépendante au cours de la propagation et conduisent à différents états d'interférences. Comme mentionné avant, le comportement des modes  $\overline{LG}$  expérimentaux autour du point focale pourrait être mis au profit pour focaliser localement.

Maintenant que nous connaissons les propriétés des modes  $LG$ , comment les fabriquer, quelle est leur pureté et comment ils se propagent, nous allons étudier leur caractérisation.

## 2.7 Annexe B : Décomposition des modes $\overline{LG}$ créés

Pour connaître plus précisément ce qu'on a fabriqué, on peut réaliser une analyse théorique du mode créé.

La méthode d'holographie numérique part d'un faisceau gaussien, dont le champ est donné par :

$$E_G(r, z) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w'(z)} e^{-\frac{r^2}{w'^2(z)}} e^{\frac{ikr^2}{2R'(z)}} e^{-i\varphi_G(z)} \quad (2.11)$$

où  $w'(z)$  est le waist du faisceau,  $R'(z)$  est le rayon de courbure et  $\varphi_G(z)$  est la phase de Gouy à la position  $z$  qui, dans le cas d'un faisceau gaussien, correspond à :

$$\varphi_G(z) = \arctan \frac{z}{z'_R} \quad (2.12)$$

$z'_R$  étant la longueur de Rayleigh.

Lors de son passage par le SLM, on ajoute au faisceau gaussien la phase polaire correspondante au mode  $LG$  qu'on souhaite fabriquer. On retrouve ainsi que :

$$E_{out}(r, \theta, z) = E_G e^{i\ell\theta} \quad (2.13)$$

En comparant ce champ avec celui correspondant à un mode  $LG_\ell^l$ , on remarque qu'il ne sont pas identiques, mais ils présentent tous les deux une enveloppe gaussienne et une phase polaire. On sait, toutefois, qu'il est possible de décomposer n'importe quel champ électromagnétique sur la base des modes  $LG$ . En faisant ainsi, on peut connaître quels sont les modes présents dans le mode fabriqué et quelles sont leurs proportions.

On exprime donc le champ obtenu à la sortie du SLM comme une combinaison linéaire des champs  $E_{LG_{p'}^{\ell'}}$  :

$$E_{out}(r, \theta, z) = \sum_{p'=0}^{\infty} c_{p'}^{\ell'} E_{p'}^{\ell'}(r, \theta, z) \quad (2.14)$$

Pour calculer les valeurs des coefficients  $c_{p'}^{\ell'}$  il suffit de projeter le champ créé  $E_{out}$  sur le champ des différents modes  $LG$  :

$$c_{p'}^{\ell'} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{out}^*(r, \theta, z) E_{p'}^{\ell'}(r, \theta, z) r dr d\theta \quad (2.15)$$

En introduisant les expressions de ces champs on retrouve

$$c_{p'}^{\ell'} = B_{p'}^{\ell'}(z) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-\frac{r^2}{w'^2(z)}} e^{-\frac{ikr^2}{2R'(z)}} e^{-i\ell\theta} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell'|} L_{p'}^{|\ell'|} \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{\frac{ikr^2}{2R(z)}} e^{i\ell'\theta} r dr d\theta \quad (2.16)$$

où

$$B_{p'}^{\ell'}(z) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w'(z)} e^{i\varphi_G(z)} \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p' + |\ell'|)!}} \frac{1}{w(z)} e^{-i\varphi_{G_{p'}^{\ell'}}(z)} \quad (2.17)$$

L'intégrale de 2.16 sur  $\theta$  est différente de zéro uniquement si  $\ell = \ell'$ , cas dans lequel elle prend la valeur de  $2\pi$ . On a donc :

$$c_{p'}^{\ell'} = 2\pi B_{p'}^{\ell'}(z) \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{-\frac{ikr^2}{2R(z)}} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell'|} L_{p'}^{|\ell'|} \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{\frac{ikr^2}{2R(z)}} r dr \quad (2.18)$$

La proportion de chaque mode  $LG$  étant donnée par le module au carré de ces coefficients  $|c_{p'}^{\ell'}|$ , l'expression 2.18 peut être simplifiée en ne gardant que le module (ce qui implique une perte d'information sur la phase). Puisque cette décomposition doit être vérifiée pour toutes les valeurs de  $z$ , on peut faire une deuxième simplification en choisissant de se placer au waist du faisceau, c'est-à-dire, à  $z = 0$ . En supposant que le waist du  $LG$  se trouve à la même position que celui du faisceau gaussien, on trouve que  $w'(z = 0) = w'_0$  et  $w(z = 0) = w_0$ . On retrouve ainsi que les coefficients sont donnés par :

$$|c_{p'}^{\ell'}| = \frac{4}{w'_0 w_0} \sqrt{\frac{p!}{(p' + |\ell'|)!}} \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{w_0^2}} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^{|\ell'|} L_{p'}^{|\ell'|} \left[ \frac{2r^2}{w_0^2} \right] e^{-\frac{r^2}{w_0^2}} r dr \quad (2.19)$$

Le calcul des coefficients  $|c_{p'}^{\ell'}|$  donnant la proportions des différents modes  $LG$  présents dans le mode créé revient à voir quel est le recouvrement entre les champs de ces modes et celui du mode gaussien de départ. L'annexe 2.8 montre en détail comment en prenant en compte les termes de phase du faisceau gaussien initial et du mode  $LG$  qu'on cherche à créer on trouve la valeur de  $w_0$  qui optimise le recouvrement de ces deux modes. Ainsi, lorsqu'on veut créer un mode  $LG_0^\ell$ , c'est la valeur  $w_0 = \frac{w'_0}{\sqrt{\ell+1}}$  qui optimise le recouvrement. La figure 2.15 montre les recouvrements pour les modes  $LG_0^4$ ,  $LG_1^4$ ,  $LG_2^4$ ,  $LG_3^4$  et  $LG_4^4$  lorsque  $w_0 = \frac{w'_0}{\sqrt{5}}$ .

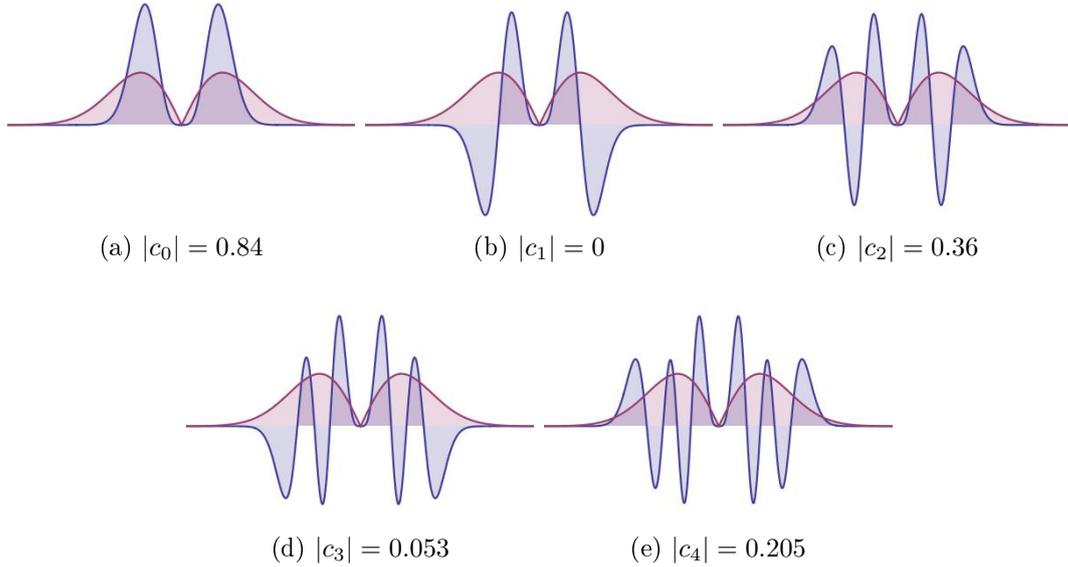


FIGURE 2.15 – Recouvrement du champ d'un faisceau gaussien  $E_G(r, z)|r|$  (le terme  $|r|$  provenant de l'intégrale de recouvrement) avec le champ de différents modes  $LG$  lorsque  $w_0 = \frac{w'_0}{\sqrt{5}}$  : (a)  $LG_0^4$ , (b)  $LG_1^4$ , (c)  $LG_2^4$ , (d)  $LG_3^4$  et (e)  $LG_4^4$

Si on regarde les images 2.15(b) et 2.15(c) on observe que le mode  $LG_2^4$  a une zone de recouvrement plus grande que le mode  $LG_1^4$ . La figure 2.16 montre les proportions  $|c_p^\ell|^2$  des modes  $LG_p^\ell$  qui sont présents lorsqu'on applique au faisceau gaussien de départ la phase en hélice correspondante au mode  $LG_0^4$ , les cinq premières composantes ayant les valeurs :  $|c_0^4|^2 = 0.71$ ,  $|c_1^4|^2 = 0$ ,  $|c_2^4|^2 = 0.13$ ,  $|c_3^4|^2 = 0.0028$  et  $|c_4^4|^2 = 0.042$ . Clairement cet

histogramme nous permet de voir que ce sont les composantes avec  $p$  pair qui contribuent le plus au mode créé. Ce sont ces composantes qui présentent aussi un recouvrement plus grand avec un mode gaussien.

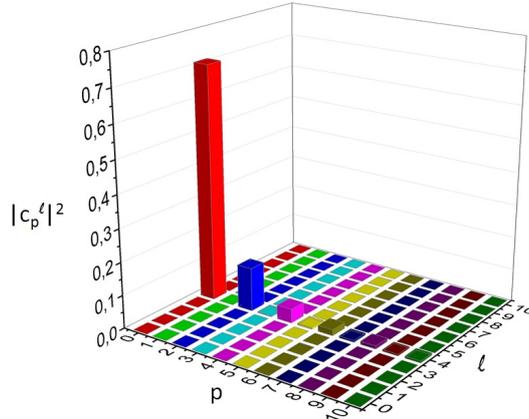


FIGURE 2.16 – Proportions  $|c_p^4|^2$  des modes  $LG_p^4$  créés lorsqu'on imprime la phase correspondante à un mode  $LG_0^4$  à un faisceau gaussien avec le choix  $w_0 = \frac{w_0'}{\sqrt{5}}$ .

La figure 2.18 montre comment le recouvrement évolue lorsqu'on prend progressivement en compte les ordres  $p$  présents dans le mode créé, les coefficients étant donnés par  $|c_p^4|$ .

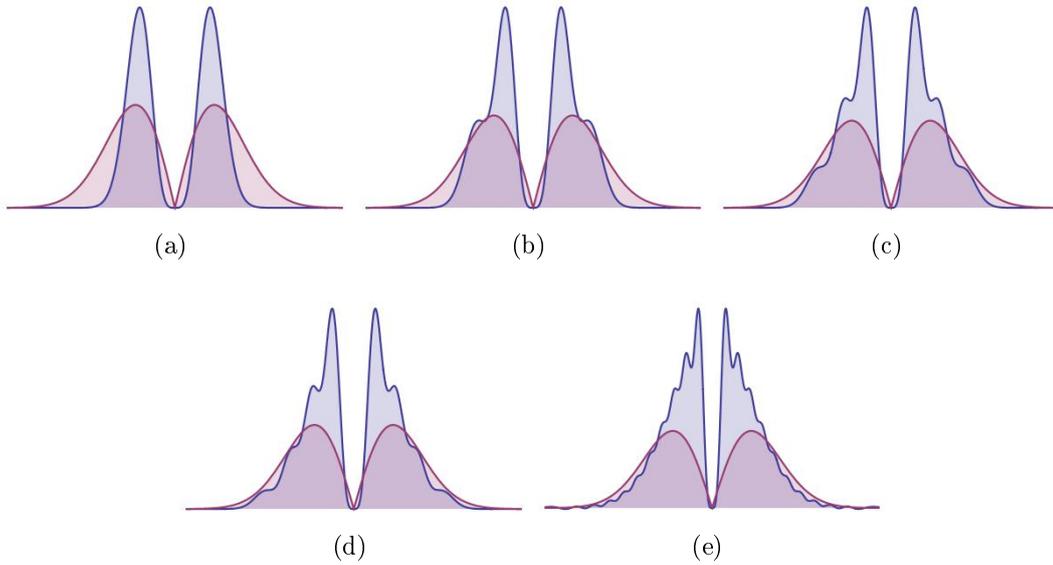


FIGURE 2.17 – Evolution du recouvrement du champ d'un faisceau gaussien avec le champ d'un mode  $LG$  théorique auquel on ajoute progressivement des composantes avec des valeurs  $p$  plus élevées. Nous notons  $E_p^{\prime\ell}$  le champ du mode  $LG$  lorsqu'il ne prend pas en compte le terme correspondant à la phase de Gouy. Les figures illustrent le recouvrement lorsqu'on considère un champ du mode  $\overline{LG}$  créé donné par : (a)  $c_0^4 E_0^{\prime 4}$  (b)  $\sum_{p=0}^2 c_p^4 E_p^{\prime 4}$  (c)  $\sum_{p=0}^4 c_p^4 E_p^{\prime 4}$  (d)  $\sum_{p=0}^6 c_p^4 E_p^{\prime 4}$  et (e)  $\sum_{p=0}^{20} c_p^4 E_p^{\prime 4}$ .

On remarque que le recouvrement augmente lorsqu'on prend en compte la présence de modes  $LG$  secondaires avec des valeurs  $p$  plus élevées. Ce serait donc à cause de cette optimisation du recouvrement que le mode  $\overline{LG}$  créé n'est pas pur.

## 2.8 Annexe C : Waist d'un mode $\overline{LG}$

Lorsqu'on génère un mode  $\overline{LG}$  en partant d'un mode gaussien, on peut se demander comment le waist du mode créé est défini. Pour répondre à cette question, il faut reprendre l'équation 2.14. Si on considère que le faisceau gaussien initial tombe sur le SLM à la position  $z_{in}$  et que le mode  $LG_0^\ell$  est le mode dominant, alors on doit remplir la condition de phase suivante :

$$\frac{kr^2}{2R'(z_{in})} + \arctan\left(\frac{z_{in}}{z'_R}\right) = \frac{kr^2}{2R(z_{out})} + (\ell + 1) \arctan\left(\frac{z_{out}}{z_R}\right) \quad (2.20)$$

ceci correspond à satisfaire les équations :

$$\frac{kr^2}{2R'(z_{in})} = \frac{kr^2}{2R(z_{out})} \quad (2.21)$$

$$\arctan\left(\frac{z_{in}}{z'_R}\right) = (\ell + 1) \arctan\left(\frac{z_{out}}{z_R}\right) \quad (2.22)$$

Le rayon de courbure étant donné par

$$R(z) = \frac{z^2 + z_R^2}{z} \quad (2.23)$$

Si on considère que  $z_{in} \ll z'_R$  et  $z_{out} \ll z_R$ , ces conditions peuvent se réécrire sous la forme :

$$\frac{z_R'^2}{z_{in}} = \frac{z_R^2}{z_{out}} \quad (2.24)$$

$$\frac{z_{in}}{z'_R} = (\ell + 1) \frac{z_{out}}{z_R} \quad (2.25)$$

on les réordonnant on obtient :

$$\frac{z_{out}}{z_{in}} = \frac{z_R^2}{z_R'^2} \quad (2.26)$$

$$\frac{z_{out}}{z_{in}} = \frac{1}{\ell + 1} \frac{z_R}{z'_R} \quad (2.27)$$

en remplaçant 2.26 dans 2.27 on trouve :

$$\frac{z_R}{z'_R} = \frac{1}{\ell + 1} \quad (2.28)$$

ce qui se simplifie à :

$$\frac{w_0}{w'_0} = \frac{1}{\sqrt{\ell + 1}} \quad (2.29)$$

qui est la relation cherchée définissant le waist du faisceau  $\overline{LG}$  en fonction du waist du faisceau gaussien du départ.

La figure 2.18 illustre le recouvrement du champ gaussien  $E_G(r, z)|r|$  (le terme  $|r|$  provenant de l'intégrale de recouvrement) avec le champ d'un mode  $LG_0^4$  théorique pour différentes valeurs du waist  $w_0$ , ainsi que le recouvrement obtenu du produit de ces deux champs. On remarque que c'est lorsque le waist vaut  $w_0 = \frac{w'_0}{5}$  ( $w_0 = \frac{w'_0}{\ell+1}$  avec  $\ell = 4$ ) que le recouvrement est maximale, ce qui correspond au résultat obtenu par l'accord de phase.

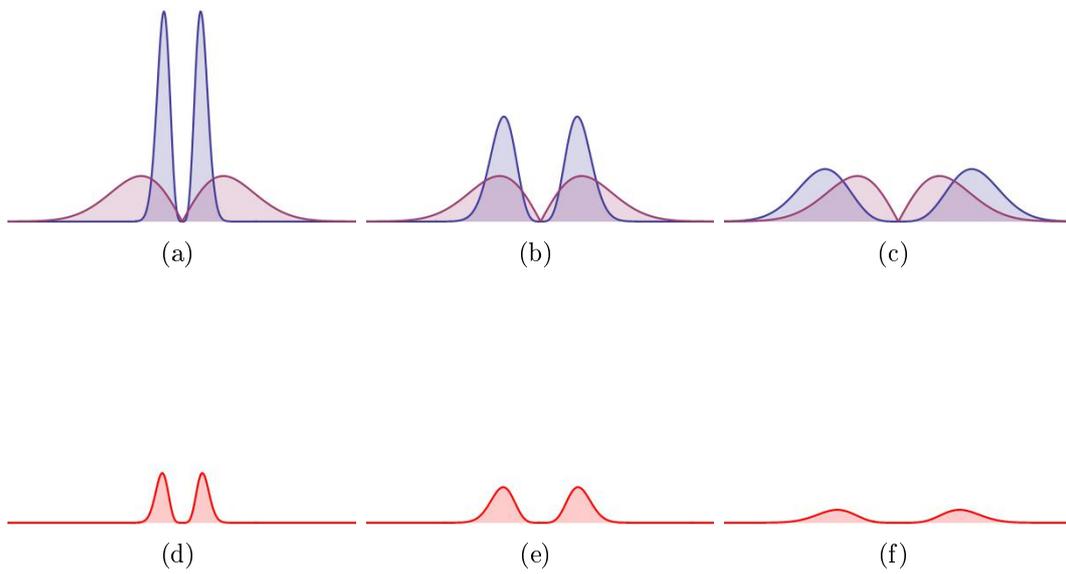


FIGURE 2.18 – Recouvrement du champ gaussien  $E_G(r, z)|r|$  (le terme  $|r|$  provenant de l'intégrale de recouvrement) avec le champ d'un mode  $LG_0^4$  théorique lorsqu'on change la valeur choisie pour  $w_0$  : (a)  $w_0 = \frac{0.5w'_0}{\sqrt{\ell+1}}$ , (b)  $w_0 = \frac{w'_0}{\sqrt{\ell+1}}$  et (c)  $w_0 = \frac{2w'_0}{\sqrt{\ell+1}}$  (où  $\ell = 4$ ). Les recouvrements respectifs obtenus par le produit de ces deux courbes sont montrés dans les figures (d), (e) et (f).



# Chapitre 3

## Mesure des nombres azimutal $\ell$ et radial $p$ d'un mode de Laguerre-Gauss

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>59</b>
<b>3.2</b>	<b>Deux méthodes illustrées pour déterminer le nombre azimutal <math>\ell</math></b>	<b>60</b>
3.2.1	Diffraction par une ouverture triangulaire	60
3.2.2	Transformation par une lentille inclinée	64
<b>3.3</b>	<b>Mesure des indices azimutal <math>\ell</math> et radial <math>p</math> via un système astigmatique</b>	<b>66</b>
3.3.1	Expérience et résultats	66
3.3.2	Optimisation de la fabrication d'un mode $LG_{p \neq 0}^{\ell}$	69
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>72</b>
<b>3.5</b>	<b>Annexe D : Transformation d'un mode <math>LG</math> par une lentille inclinée</b>	<b>73</b>

---



### 3.1 Introduction

Les modes de Laguerre-Gauss ont la particularité de posséder un moment orbital angulaire (OAM) de  $\ell\hbar$  par photon. Comme on l'a déjà mentionné, cette caractéristique a un grand potentiel dans les domaines de l'information quantique et de la cryptographie. Toutefois, avant de pouvoir utiliser l'OAM pour coder, stocker et relire l'information il est fondamental de pouvoir le mesurer de façon non équivoque. Un mode  $LG_p^\ell$  possède aussi une phase structurée radialement. Elle est caractérisée par un entier  $p$ . Cet indice pourrait aussi être utilisé pour coder l'information.

Plusieurs techniques permettant de mesurer l'OAM ( $\ell$ ) ont été rapportées, mais peu d'elles n'ont permis de mesurer la valeur de  $p$ .

Une première méthode pour mesurer l'OAM d'un faisceau  $LG_p^\ell$  consiste à faire interférer le mode  $LG_p^\ell$  avec un faisceau gaussien. Si ces deux faisceaux se propagent avec un angle entre eux, ils interfèrent pour donner lieu à une fourchette dont le nombre de dents correspond à  $\ell + 1$  [50]. On peut donc mesurer l'OAM en comptant le nombre de dents.

Une autre méthode, consiste à faire interférer le faisceau  $LG_p^\ell$  avec son image miroir, possédant un OAM opposé. Ceci est réalisé en utilisant un biprisme qui sépare le faisceau en deux bouts (dont un est réfléchi) qu'on fait interférer. Les franges d'interférences ont la forme d'une fourchette. La valeur de  $\ell$  est déterminée en divisant par deux le nombre de dents de la fourchette [51].

Une alternative à la méthode interférométrique, consiste à mesurer directement l'OAM d'un faisceau  $LG_p^\ell$  en utilisant un détecteur de front d'onde de type Shack-Hartmann [52].

On peut aussi utiliser un élément optique de diffraction (DOE) incorporant de multiples fréquences porteuses spatiales. A chaque fréquence spatiale un mode avec une valeur de  $\ell$  différente est détecté. Le DOE est composé d'un ensemble de phases spirales allant de  $-\ell_{max}$  à  $\ell_{max}$ . Lorsque le faisceau incident contient un OAM opposé à l'une de ces valeurs, cela donne un point lumineux dans l'ordre de diffraction correspondant [53]. Cette méthode permet en principe de mesurer des superpositions de modes, tant que leurs valeurs d'OAM opposées soient comprises entre celles du DOE.

Il est aussi possible de mesurer l'OAM d'un faisceau en effectuant une transformation de coordonnées polaires à coordonnées linéaires [54]. Ainsi, l'anneau de lumière est transformé en une ligne ayant un gradient de phase qui est d'autant plus important que  $\ell$  augmente. Un prisme appliqué à cette ligne donne un spot lumineux dont la position est définie par le gradient de phase. La valeur de l'OAM est déterminée par la position du spot lumineux. Cette méthode requiert de l'utilisation de deux SLMs supplémentaires pour l'analyse, mais elle permet aussi de mesurer un faisceau contenant une superposition d'OAMs.

Il existe une autre méthode qui permet de déterminer l'OAM d'un faisceau  $LG_p^\ell$  en le diffractant par une ouverture triangulaire [55]. Les motifs de diffraction ainsi obtenus présentent une forme triangulaire avec  $\ell + 1$  points lumineux de chaque côté.

L'OAM peut également être mesuré en faisant passer un mode  $LG_p^\ell$  par une lentille inclinée, ce qui donne un motif d'intensité contenant  $\ell$  lignes noires et qui est proportionnel à un polynôme d'Hermite [56].

Ces deux dernières méthodes ont été étudiées au sein de notre équipe et seront présentées plus en détail et illustrées avec des expériences dans la section suivante.

## 3.2 Deux méthodes illustrées pour déterminer le nombre azimutal $\ell$

### 3.2.1 Diffraction par une ouverture triangulaire

La méthode consiste à placer une ouverture triangulaire équilatérale sur la propagation d'un mode  $LG$  et à observer sa diffraction à l'infini (au foyer d'une lentille) [55]. L'ouverture triangulaire doit avoir une taille adaptée à celle du  $LG$  incident de telle sorte que les pointes du triangle soient illuminées par l'anneau de lumière (figure 3.1). Ceci est obtenu lorsque deux tiers de la hauteur du triangle correspondent à peu près au rayon du mode  $LG$ .

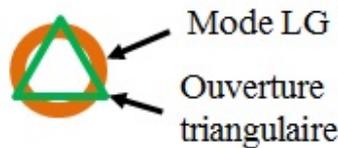


FIGURE 3.1 – Les pointes de l'ouverture triangulaire sont illuminées par l'anneau de lumière.

Les motifs de diffraction sont donnés par les interférences de la lumière diffractée par chacun des trois bords du triangle. Lorsque le faisceau incident possède un OAM, la lumière diffractée par chaque bord du triangle est décalée d'une quantité proportionnelle à l'OAM. Lorsque la lumière diffractée par les trois bords est superposée elle interfère et donne lieu à une matrice de points lumineux, dont la taille de chaque côté du triangle est donnée par  $\ell + 1$  points lumineux. Un mode avec un OAM de valeur négative, produira un décalage de la lumière diffractée opposé au cas d'un OAM positif et la matrice triangulaire de points lumineux sera tournée de  $180^\circ$  par rapport au cas positif. Cette méthode a aussi été démontrée avec des lasers femtosecondes [57]. Dans ce cas, les auteurs ont été capables de mesurer des OAMs allant de -7 à 7, valeurs pour lesquelles les motifs de diffraction commençaient à être moins bien définis.

Nous avons refait cette expérience. Notre objectif était de voir si la méthode est utilisable pour analyser une superposition de modes comportant plusieurs valeurs de  $\ell$  différentes. Dans le montage présenté à la figure 3.2 on a inséré une ouverture triangulaire, installée sur une translation dans deux directions ( $X$  et  $Y$ ) pour pouvoir centrer le triangle sur le mode  $\overline{LG}$ . Nous avons créé une ouverture en forme de triangle équilatéral en utilisant du scotch métallique. Nous avons utilisé la même configuration que dans la section 2.4 (faisceau gaussien incident de  $2.7\text{ mm}$  de waist et lentille de focale  $f_2 = 500\text{ mm}$ ). Le triangle utilisé a une taille de  $1.6\text{ mm}$  de côté. La figure 3.3 montre les résultats obtenus pour différentes valeurs de l'OAM.

On obtient un motif de diffraction triangulaire dont chaque côté est constitué par  $\ell + 1$  points lumineux, mais on remarque que ces points lumineux deviennent moins nets lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Clairement, pour des valeurs de  $\ell$  supérieures à 3, les motifs de diffraction deviennent moins facilement identifiables et la lecture de l'OAM devient moins précise. En réalité, pour pouvoir mesurer correctement des valeurs plus élevées d'OAM il faudrait adapter la taille du triangle utilisé pour faire la diffraction. En effet, si on augmente la valeur de  $\ell$  on augmente aussi le diamètre du mode  $\overline{LG}$ . Nous n'avons pas adapté la taille du triangle pour mesurer des OAMs d'ordre plus élevé car ce qui nous intéresse est de trouver un dispositif d'analyse qui donne directement la valeur de  $\ell$  sans qu'on ait besoin de le modifier.

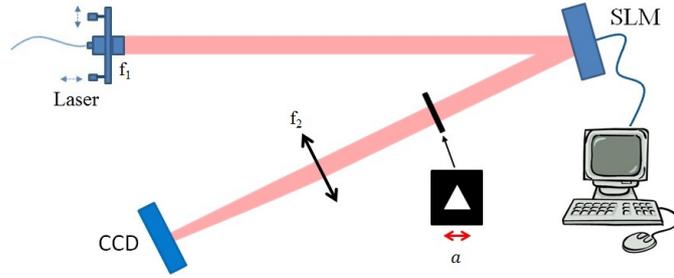


FIGURE 3.2 – Montage pour mesurer l'OAM d'un mode  $LG$  en utilisant la technique de diffraction par un triangle. Un mode  $\overline{LG}$  est créé à l'aide d'un SLM. Le  $\overline{LG}$  est diffracté par une ouverture en forme de triangle équilatéral de taille  $a$ . La diffraction dans le champ lointain est détectée à l'aide d'une lentille  $f_2$  et d'une caméra CCD.

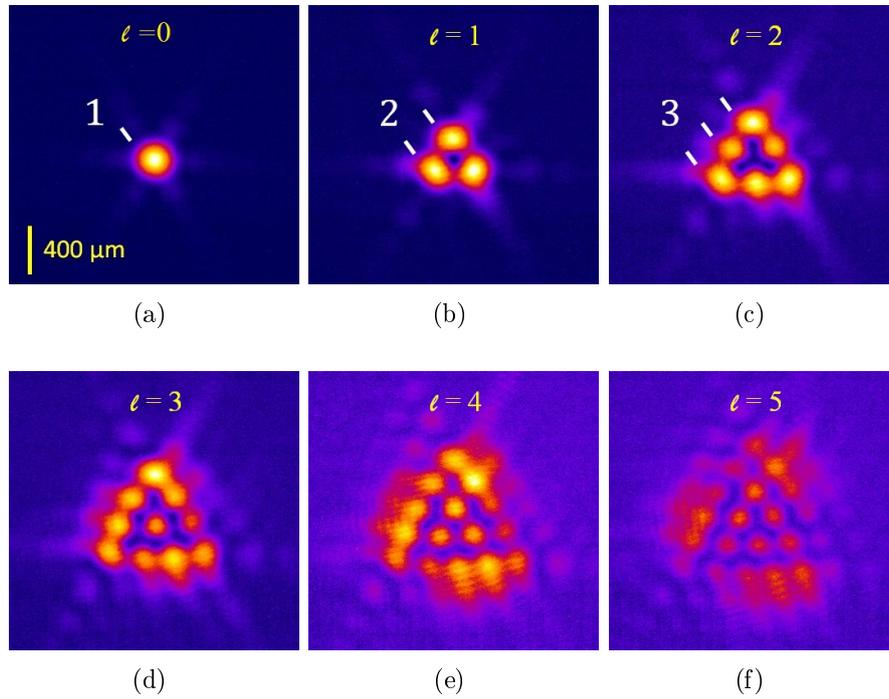


FIGURE 3.3 – Images expérimentales montrant la diffraction par un triangle de différents modes  $\overline{LG}_0^\ell$  avec : (a)  $\ell = 0$ , (b)  $\ell = 1$ , (c)  $\ell = 2$ , (d)  $\ell = 3$ , (e)  $\ell = 4$  et (f)  $\ell = 5$ .

On remarque aussi que la figure est noire au centre excepté pour  $\ell = 0$  et  $\ell = 3$ . En fait, la figure comporte un spot lumineux au centre seulement si  $\ell$  est multiple de 3. Cette propriété provient de la symétrie  $C_{3v}$  du problème : les phases aux trois extrémités du triangle étant respectivement  $0$ ,  $\frac{\ell 2\pi}{3}$  et  $\frac{\ell 4\pi}{3}$ , l'onde sur l'axe donnée par  $1 + e^{i\frac{\ell 2\pi}{3}} + e^{i\frac{\ell 4\pi}{3}}$  est nulle sauf si  $\ell$  est multiple de 3.

Pour tester cette méthode, nous avons étudié des modes plus complexes. Pour cela, nous avons appliqué une phase en forme d'hélice modulée de manière sinusoïdale. La phase totale appliquée au faisceau gaussien incident est :

$$\varphi_P(\ell) = \ell (\theta + \beta \sin(m(\theta + \theta_0))) \quad (3.1)$$

où  $m$  est un nombre entier,  $\beta$  est un nombre réel positif et  $\theta_0$  est l'angle d'origine de la modulation. Ce type de modes avait déjà été étudié par F. Diry [49]. Comme rapporté

dans son manuscrit de thèse, l'ajout de cette modulation sinusoïdale permet d'obtenir des faisceaux creux avec une forme polygonale. Ainsi, le paramètre  $m$ , qui représente la fréquence de modulation, définit le nombre de côtés du polygone. Le paramètre  $\beta$  représente l'amplitude de modulation et lorsque sa valeur augmente, on passe d'un mode  $\overline{LG}$  en forme d'anneau à un polygone. Si on continue à augmenter la valeur de  $\beta$  la modulation devient trop importante causant l'inhomogénéité des côtés du polygone jusqu'à devenir une collection de  $m$  points (images (a)-(c) de la figure 3.4). Finalement,  $\theta_0$  ne modifie que l'orientation de l'image de diffraction du mode créé, nous avons donc fixé  $\theta_0$  à 0. Dans une première approche, on peut dire que lorsqu'on applique la phase donnée par l'équation 3.1, on module la phase d'un mode  $LG_0^\ell$  et les modes  $LG_0^{\ell+m}$  et  $LG_0^{\ell-m}$  apparaissent. Nous avons donc utilisé la méthode de diffraction par un triangle pour voir s'il était possible d'identifier les différents OAMs présents dans le mode créé.

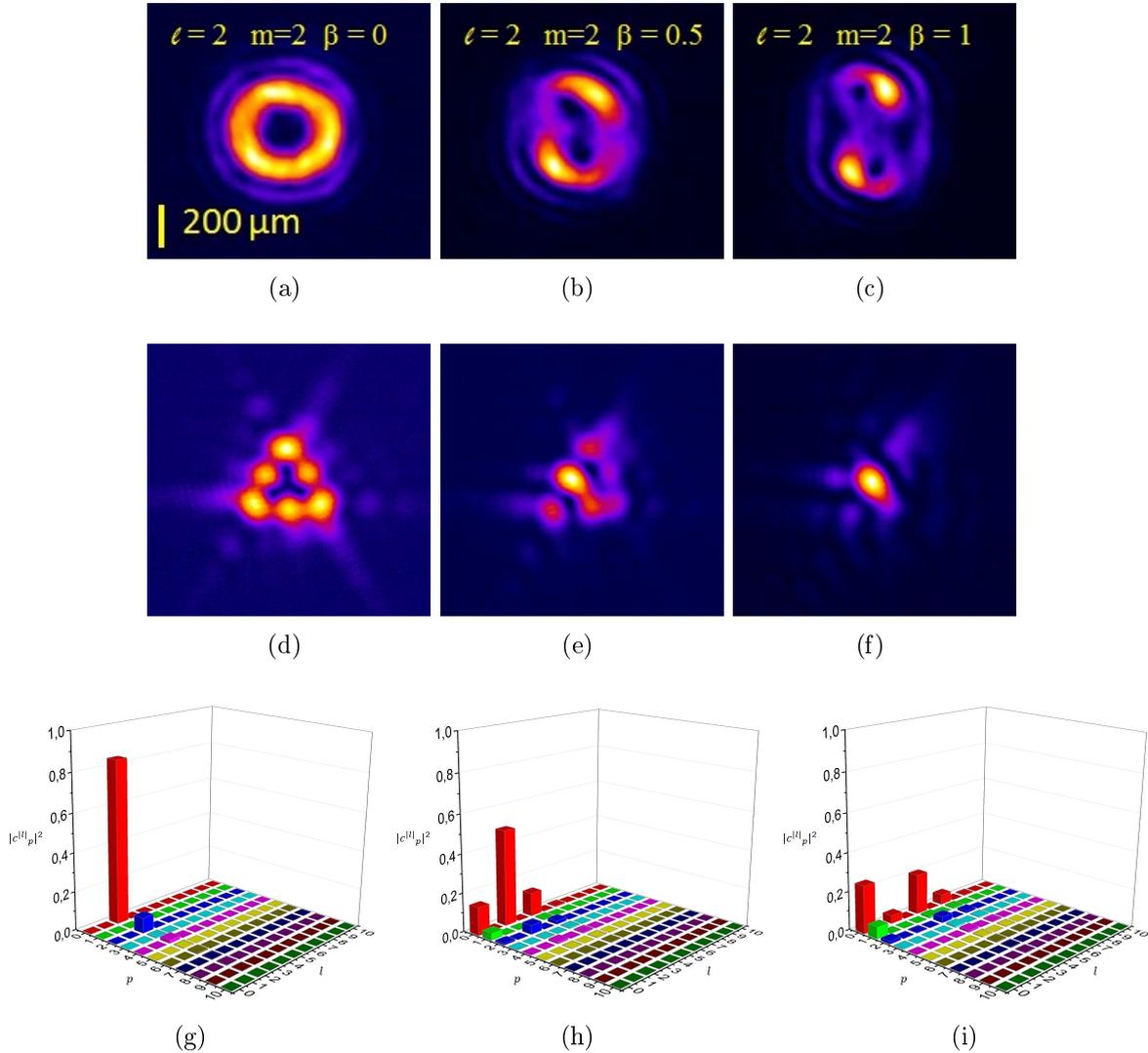


FIGURE 3.4 – Images expérimentales du mode  $\ell = 2$  obtenu lorsqu'on lui applique une modulation sinusoïdale avec les paramètres  $m = 2$  et différentes amplitudes de modulation : (a)  $\beta = 0$ , (b)  $\beta = 0.5$  et (c)  $\beta = 1$  ainsi que leurs respectifs motifs de diffraction par un triangle (d)-(f) et leur décomposition théorique respective (g)-(i).

La figure 3.4 montre les résultats expérimentaux obtenus lorsqu'on applique la phase donnée par l'équation 3.1 lorsqu'on fixe  $\ell = 2$  et  $m = 2$ , pour différentes valeurs de l'ampli-

tude de modulation. Puisque la modulation sinusoïdale de la phase fait intervenir des modes  $LG_0^2$  et  $LG_0^{-2}$ , on s'attend à ce que le mode créé ait des composantes  $\ell + m$  et  $\ell - m$ , ce qui dans le cas actuel correspond à des composantes d'ordre 4 et 0. Lorsqu'on augmente l'amplitude de modulation on voit le motif de diffraction se modifier jusqu'à prendre la forme correspondante à un mode  $LG_0^0$ . Toutefois, on est incapables d'identifier les différents modes présents et on n'observe pas la composante  $LG_0^4$ . Pour vérifier que ce type de modulation fait intervenir les ordres 0 et 4 nous avons fait le calcul théorique de la décomposition du mode créé. Les diagrammes en barres 3.4(g), 3.4(h) et 3.4(i) montrent les résultats obtenus pour une amplitude de modulation  $\beta$  égale à 0, 0.5 et 1 respectivement. Si on ne module pas le mode  $\overline{LG}$  créé ( $\beta = 0$ ), la proportion du mode  $\overline{LG}_0^2$  créé est de 0.84. Lorsqu'on commence à moduler ce mode ( $\beta \neq 0$ ), on voit que sa proportion diminue à 0.49 (pour  $\beta = 0.5$ ) et les modes  $\overline{LG}_0^0$  et  $\overline{LG}_0^4$  apparaissent avec les proportions 0.14 et 0.12 respectivement. D'autres modes sont aussi présents avec les mêmes valeurs de  $\ell$  mais différentes valeurs de  $p$ , toutefois ils se trouvent dans des proportions plus faibles. Si on continue à augmenter l'amplitude de modulation, on voit que pour  $\beta = 1$  la proportion du mode  $\overline{LG}_0^2$  diminue à 0.04 et les proportions des modes  $\overline{LG}_0^0$  et  $\overline{LG}_0^4$  augmentent à 0.25 et 0.21, respectivement. On voit aussi que même si elle est faible, il y aussi une composante du mode  $\overline{LG}_0^6$  avec une proportion de 0.05. D'autres modes ayant ces valeurs de  $\ell$  (0, 2, 4 et 6) mais différentes valeurs de  $p$  sont aussi présents mais dans des proportions plus faibles. Le fait que le mode  $\overline{LG}_0^0$  soit le mode dominant explique pourquoi c'est ce mode qu'on détecte lorsqu'on diffracte le mode créé par un triangle (figure 3.4(f)). Néanmoins, le motif de diffraction détecté ne permet pas de retrouver la décomposition du mode créé.

Nous avons ensuite étudié le cas où  $\ell = 2$  et  $m = 3$  avec différentes amplitudes de modulation comme illustré dans la figure 3.5. Cette fois-ci, on module la phase d'un mode  $\overline{LG}_0^2$  avec les phases correspondantes aux modes  $\overline{LG}_0^3$  et  $\overline{LG}_0^{-3}$  et on s'attend à retrouver des composantes  $\overline{LG}_0^5$  et  $\overline{LG}_0^{-1}$ . Si on observe l'évolution du motif de diffraction lorsqu'on augmente l'amplitude de modulation, on remarque que les points lumineux centraux de chaque côté du triangle disparaissent progressivement. Si on considère maintenant l'ensemble des points qui disparaissent, on remarque qu'ils ont la même distribution que le motif de diffraction correspondant à un mode  $\overline{LG}_0^{-1}$ , qui est justement l'une des composantes qu'on devrait créer avec la modulation appliquée. Le fait que ces points disparaissent pourrait s'expliquer si la composante  $\overline{LG}_0^{-1}$  qu'on crée a une phase opposée à celle du mode initial, ce qui conduirait à des interférences destructives. Comme dans le cas précédent, on n'est pas capables d'identifier les différentes composantes présentes et on n'observe qu'une des composantes attendues. Si on regarde maintenant la décomposition théorique du mode créé on obtient les diagrammes en barres des figures 3.5(g), 3.5(h) et 3.5(i) pour les cas où l'amplitude de modulation  $\beta$  vaut 0, 0.2 et 0.5. Comme dans le cas précédent, si on ne module pas la phase du mode  $\overline{LG}_0^2$ , sa proportion est de 0.84. Cette proportion diminue ensuite à 0.78 lorsque  $\beta = 0.2$  et on voit apparaître des composantes des modes  $\overline{LG}_0^{-1}$  et  $\overline{LG}_0^5$  avec les proportions 0.03 et 0.02, respectivement. D'autres modes ayant ces valeurs de  $\ell$  mais différentes valeurs de  $p$  sont aussi présents dans de faibles proportions. Pour  $\beta = 0.5$ , les proportions des modes  $\overline{LG}_0^{-1}$ ,  $\overline{LG}_0^2$  et  $\overline{LG}_0^5$  sont 0.17, 0.49, 0.10, respectivement. Il y a aussi d'autres modes ayant ces valeurs de  $\ell$  mais différentes valeurs de  $p$ , ce modes se trouvent toutefois dans de faibles proportions. Les deux composantes principales correspondent donc aux modes  $\overline{LG}_0^{-1}$  et  $\overline{LG}_0^2$ . Calculons maintenant la phase de Gouy de ces deux modes. Avant le passage par le foyer de la lentille la phase de Gouy correspond à  $\varphi_{G_p^\ell} = (2p + |\ell| + 1) \frac{\pi}{2}$ . Ainsi, la phase de Gouy du mode  $\overline{LG}_0^{-1}$  est  $\varphi_{G_0^{-1}} = \pi$  et celle du mode  $\overline{LG}_0^2$  est  $\varphi_{G_0^2} = 3\frac{\pi}{2}$ . On voit donc que ces deux modes sont en opposition de phase, ce qui donne lieu à des

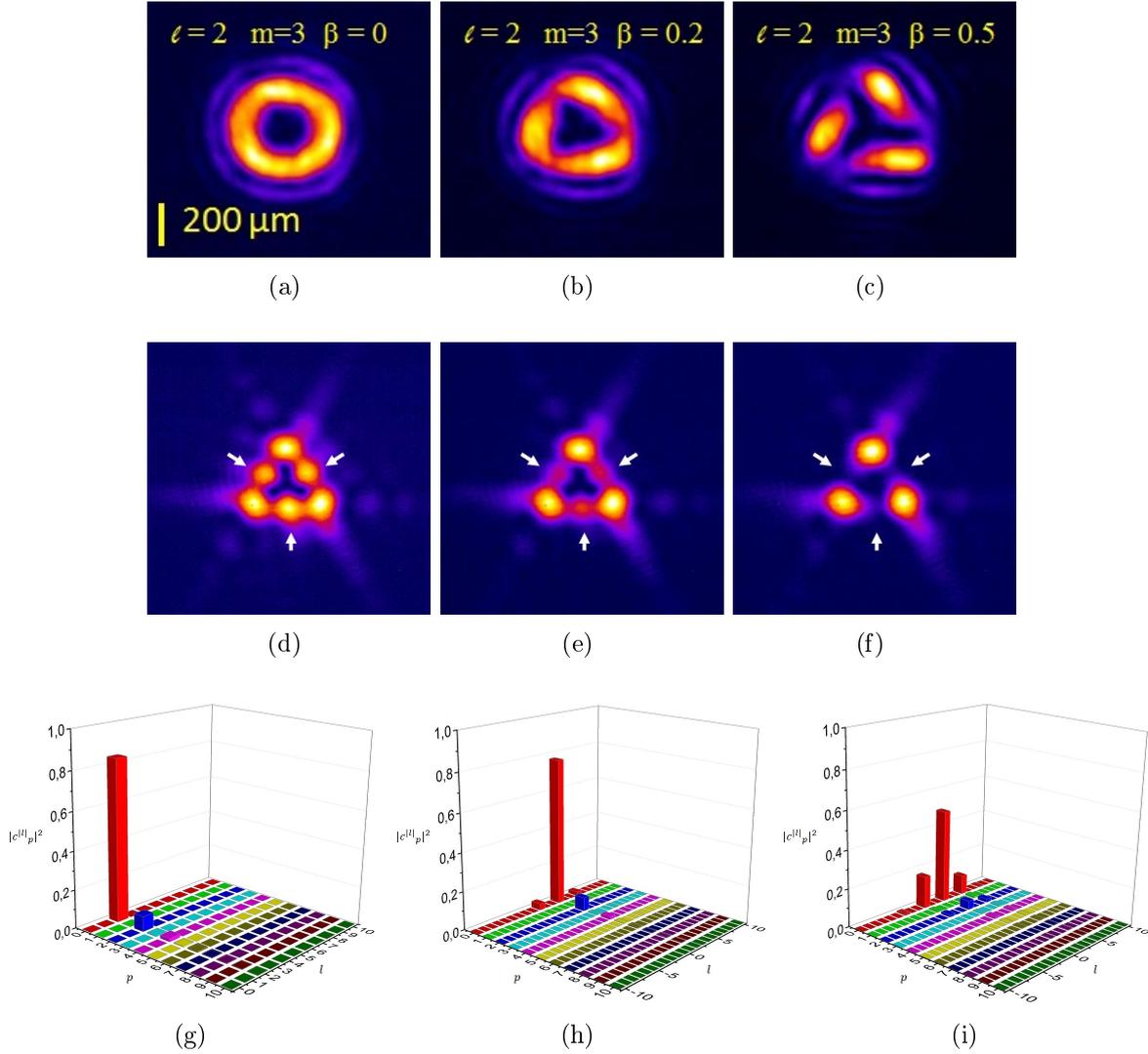


FIGURE 3.5 – Images expérimentales du mode  $\ell = 2$  obtenu lorsqu'on lui applique une modulation sinusoïdale avec les paramètres  $m = 3$  et différentes amplitudes de modulation : (a)  $\beta = 0$ , (b)  $\beta = 0.2$  et (c)  $\beta = 0.5$ , ainsi que leurs respectifs motifs de diffraction par un triangle (d)-(f) et leur décomposition théorique respective (g)-(i).

interférences destructives et permet d'expliquer la disparition des points centraux de chaque côté du motif de diffraction.

Nous pouvons donc conclure que cette méthode permet de mesurer d'une manière simple l'OAM des modes  $\overline{LG}_0^\ell$  même si elle présente l'inconvénient de devoir adapter la taille du triangle destiné à diffracter la lumière quand on change l'ordre du mode  $\overline{LG}$  qu'on étudie. De ce fait, elle n'est pas très pratique dans le cas où on cherche justement à mesurer l'OAM d'un  $\overline{LG}$  quelconque. De plus, nous avons vu que lorsque nous l'appliquons pour un cas plus complexe, la mesure des différentes composantes contenant un OAM n'est pas toujours facile à interpréter et ne permet pas de mesurer toutes les composantes qui interviennent.

### 3.2.2 Transformation par une lentille inclinée

Reçemment Vaity et al. [56] ont montré qu'il est possible de mesurer l'OAM d'un mode  $LG$  en le transformant via une lentille inclinée par rapport à l'axe de propagation.

Ils ont utilisé un mode  $\overline{LG}_p^\ell$  dont ils ont ensuite sélectionné le mode  $LG_0^\ell$  désiré en utilisant une diaphragme. Ce mode a été focalisé avec une lentille tournée autour de l'axe vertical, donc inclinée d'un angle  $\vartheta$  par rapport à l'axe horizontal. Le résultat a été détecté à l'aide d'une caméra CCD. Avec ce système astigmatique le mode  $LG_0^\ell$  est transformé en une série de points lumineux dont le nombre est relié à la valeur  $\ell$ .

- **Mesure de l'indice azimutal  $\ell$**

Vaity et al. [56] ont démontré la méthode de la lentille inclinée et ont observé les motifs d'intensité près du foyer de la lentille permettant de mesurer l'OAM du mode  $\overline{LG}$  utilisé :  $\ell + 1$  points lumineux et  $\ell$  lignes noires. Ces motifs d'intensité présentent une inclinaison vers la droite lorsque l'OAM a une valeur positive et vers la gauche lorsqu'il a une valeur négative. Ce système leur a permis de mesurer des OAMs allant de -14 à 14. Ils ont aussi réalisé une étude théorique qui permet de voir que lorsque la lentille est inclinée, elle introduit non seulement un terme de phase quadratique mais aussi un terme de phase linéaire en  $x'$  et  $y'$  (les coordonnées transversales dans le plan d'observation). En conséquence, le champ obtenu après la lentille correspond à un faisceau gaussien elliptique modulé par un polynôme d'Hermite.

Nous avons utilisé cette méthode pour voir si elle était capable de déterminer des modes  $LG_p^\ell$  avec  $p \neq 0$  et des faisceaux plus complexes composés d'une superposition de modes  $LG_p^\ell$ . Avant cela, nous avons observé les motifs d'intensité près du foyer lorsqu'on utilisait un mode  $LG_0^\ell$ . Ceci afin de confirmer que nous trouvons les mêmes résultats que Vaity et al. Nous utilisons la même configuration que dans la section 2.4 (laser avec un waist de  $2.7 \text{ mm}$  à  $780 \text{ nm}$ ) à la différence près que la lentille ( $f_2 = 500 \text{ mm}$ ) est placée sur une platine de rotation, ayant une précision de  $2^\circ$ , ce qui nous a permis de mesurer l'angle  $\vartheta$  de la lentille par rapport à la normale du faisceau laser. Ce montage est illustré sur la figure 3.6. L'angle d'incidence du faisceau gaussien est de  $7.5^\circ$  par rapport à la normale du SLM. A la différence du montage utilisé par Vaity et al. nous avons décidé d'enlever le diaphragme afin d'éviter d'avoir des effets de diffraction supplémentaires. Les images présentées ont été obtenues en plaçant une caméra (WinCam) à  $32 \text{ cm}$  de la lentille.

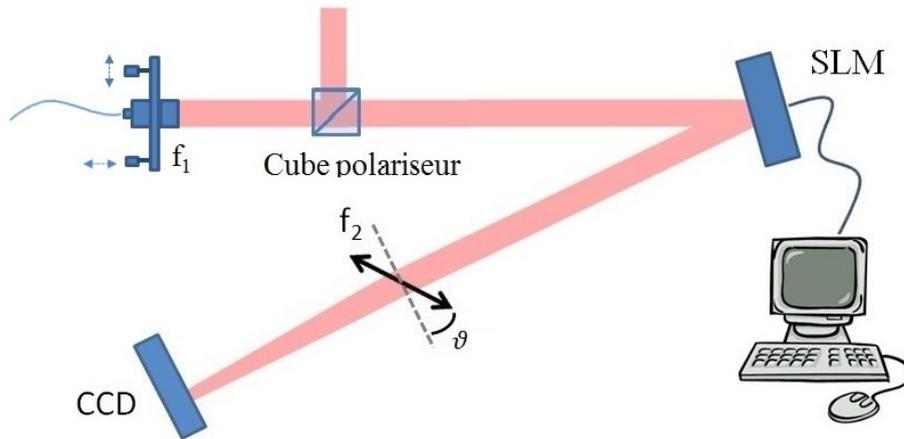


FIGURE 3.6 – Montage pour mesurer l'OAM d'un  $\overline{LG}$  en effectuant une transformation par une lentille inclinée. La lentille  $f_2$  est placée sur une platine de rotation.

Comme cela avait été rapporté par Vaity et al. on voit que pour le bon angle d'inclinaison de la lentille on trouve un motif d'intensité avec  $\ell + 1$  points lumineux et  $\ell$  lignes noires. Une autre façon d'interpréter ces motifs d'intensité consiste à dire que lorsqu'on modifie l'angle d'inclinaison de la lentille, la lumière est déviée différemment selon sa position d'incidence.

Ainsi lorsqu'on continue à augmenter l'angle d'inclinaison de la lentille (figure 3.7), le mode  $\overline{LG}$  se replie progressivement sur lui-même et donne lieu à des interférences entre les côtés droit et gauche. Ce sont ces interférences qui permettent de mesurer l'OAM du mode  $\overline{LG}$ . Dans notre montage, l'angle qui permet d'observer ces motifs correspond à  $\vartheta = 36 \pm 2^\circ$ . Dans la figure 3.7 les motifs d'intensité ne sont pas centrés sur l'image, car lorsqu'on modifie l'inclinaison de la lentille, ces motifs se déplacent. Sur les images suivantes, nous avons centré le motif d'intensité obtenu.

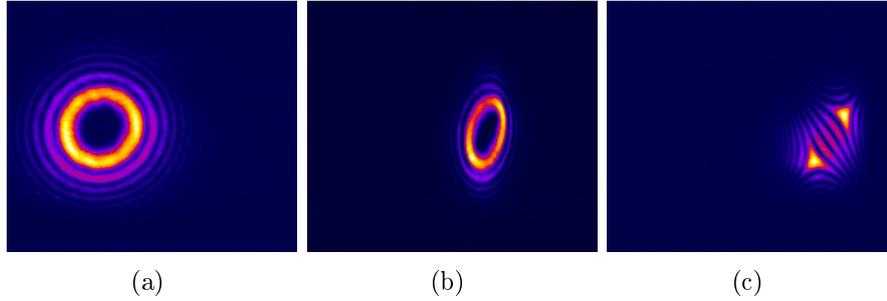


FIGURE 3.7 – Motifs d'intensité observés à différents angles d'inclinaison de la lentille : (a)  $0^\circ$ , (b)  $26^\circ$  et (c)  $36^\circ$ .

La figure 3.8 présente les motifs d'intensité obtenus lorsqu'on utilise la méthode de la lentille inclinée pour déterminer les modes  $\overline{LG}_0^2$ ,  $\overline{LG}_0^4$  et  $\overline{LG}_0^8$ . Les lignes noires ont été indiquées avec des pointeurs blancs pour faciliter l'analyse de l'image. On retrouve bien les  $\ell$  lignes noires nous permettant de déterminer la valeur de  $\ell$ .

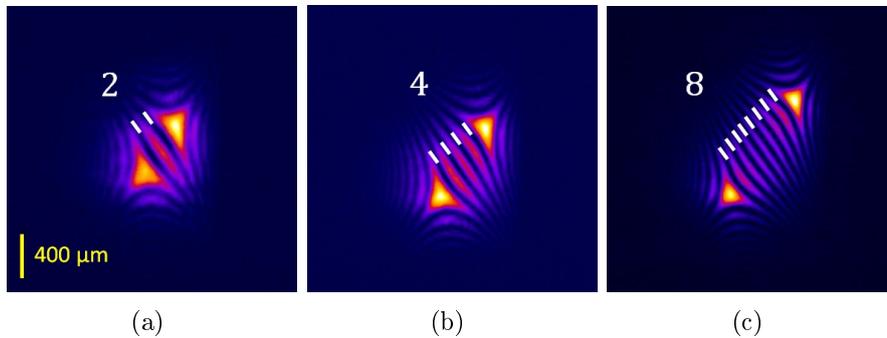


FIGURE 3.8 – Motifs d'intensité observés lorsqu'on utilise la méthode de transformation par une lentille inclinée pour un mode (a)  $\overline{LG}_0^2$ , (b)  $\overline{LG}_0^4$  et (c)  $\overline{LG}_0^8$ .

### 3.3 Mesure des indices azimutal $\ell$ et radial $p$ via un système astigmatique

La méthode de la lentille inclinée n'ayant été utilisée que pour mesurer des modes  $\overline{LG}_0^\ell$  nous avons décidé de continuer cette étude pour les cas où  $p \neq 0$ .

#### 3.3.1 Expérience et résultats

Afin de tester la méthode de la lentille inclinée pour la mesure de  $p$ , nous avons fabriqué les hologrammes permettant de créer des modes  $\overline{LG}_{p \neq 0}^\ell$  en reprenant la méthode utilisée par

Arlt et al. [43]. Dans ce cas, les hologrammes de phase présentent  $p$  discontinuités radiales où la phase est décalée de  $\pi$ . La position des discontinuités est donnée par la position des zéros des polynômes de Laguerre généralisé (voir chapitre 1, section 1.2.2).

Tout d'abord, nous avons vérifié en intensité les modes créés avec ces hologrammes lorsque la lentille se trouve à  $0^\circ$ . La figure 3.9 montre les hologrammes utilisés pour créer des modes  $LG_0^4$ ,  $LG_1^4$ ,  $LG_2^4$  et  $LG_3^4$ , ainsi que les intensités théoriques de ces modes.

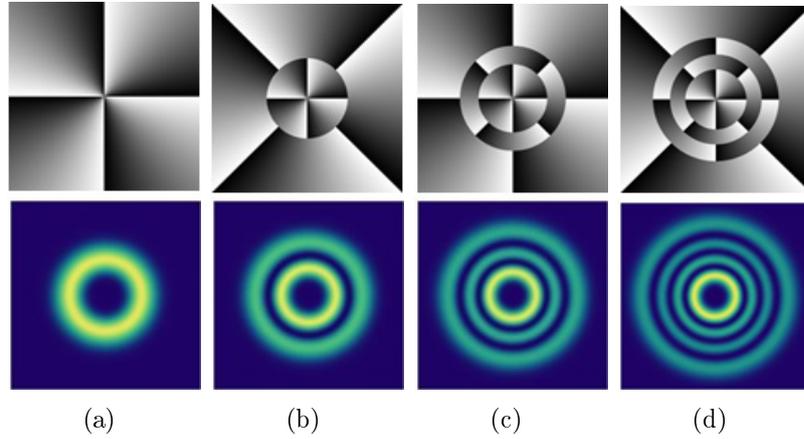


FIGURE 3.9 – Cartes de phase utilisées pour créer des modes (a)  $LG_0^4$ , (b)  $LG_1^4$ , (c)  $LG_2^4$  et (d)  $LG_3^4$ , ainsi que les intensités théoriques de ces modes.

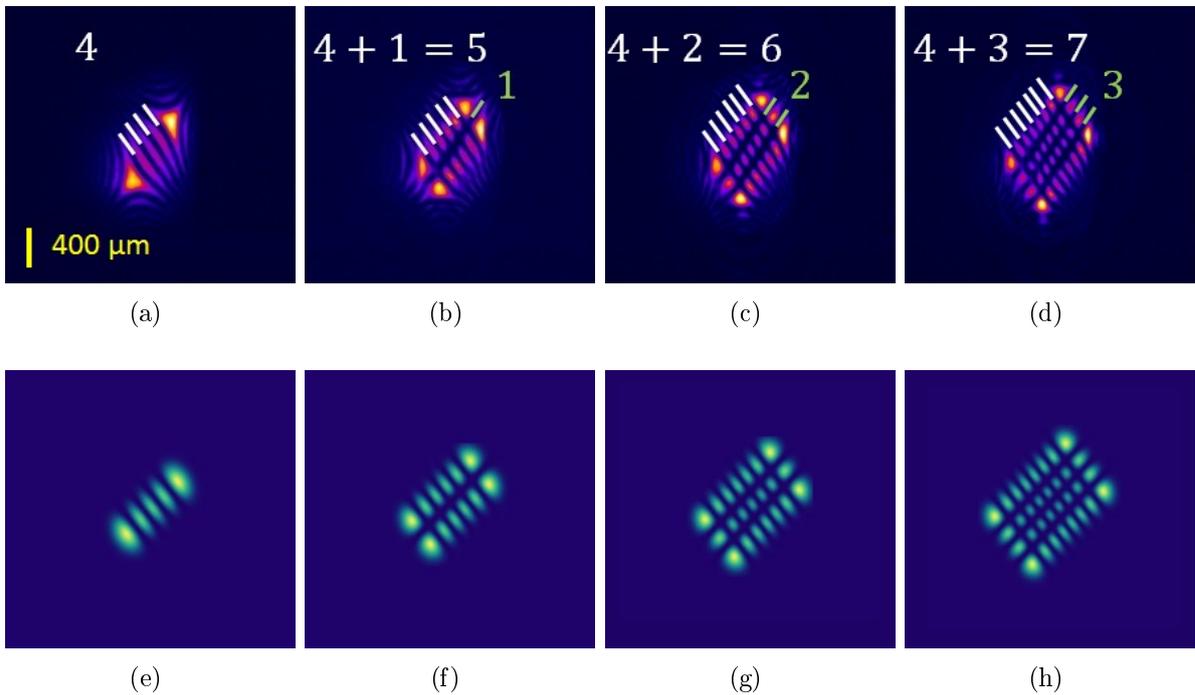


FIGURE 3.10 – Motifs d'intensité observés lorsqu'on utilise la méthode de transformation par une lentille inclinée pour un mode (a)  $LG_0^4$ , (b)  $LG_1^4$ , (c)  $LG_2^4$  et (d)  $LG_3^4$ . Motifs d'intensité calculés correspondants à la méthode de transformation par une lentille inclinée pour un mode (e)  $LG_0^4$ , (f)  $LG_1^4$ , (g)  $LG_2^4$  et (h)  $LG_3^4$ .

Nous avons ensuite incliné la lentille à  $\vartheta = 36^\circ$  et nous avons étudié les motifs d'intensité obtenus pour de modes  $\overline{LG}$  où  $p \neq 0$ . La figure 3.10 montre les résultats expérimentaux

obtenus lorsqu'on enregistre les motifs d'intensité obtenus pour les modes  $\overline{LG}_0^4$ ,  $\overline{LG}_1^4$ ,  $\overline{LG}_2^4$  et  $\overline{LG}_3^4$  avec la méthode de transformation par une lentille inclinée.

On observe que, dans la direction où précédemment (cas  $p = 0$ ) on avait  $\ell + 1$  points lumineux (et  $\ell$  lignes noires) on a maintenant  $p + \ell + 1$  points lumineux (et  $p + \ell$  lignes noires), et dans la direction perpendiculaire on voit maintenant apparaître  $p + 1$  points lumineux ( $p$  lignes noires). Des pointeurs ont été placés sur les images pour aider à leur analyse. Les pointeurs blancs indiquent la position des  $p + \ell$  lignes noires dans une direction alors que les pointeurs verts indiquent la position des  $p$  lignes noires dans la direction perpendiculaire.

Dans le cas d'un mode  $\overline{LG}$  avec  $p \neq 0$ , le passage par la lentille inclinée transforme ce mode en un faisceau gaussien elliptique modulé par deux polynômes d'Hermite orthogonaux d'ordres  $p + \ell$  et  $p$ . Lorsqu'on calcule la distribution d'intensité correspondante aux modes  $LG_0^4$ ,  $LG_1^4$ ,  $LG_2^4$  et  $LG_3^4$  (figures 3.10(e)-3.10(h)), ces dernières confirment les résultats obtenus expérimentalement. Si on compare les images expérimentales aux calculs, on observe que la distribution d'intensité est légèrement différente aux extrémités, mais on trouve le même nombre de lignes noires permettant de mesurer la valeur de  $\ell$  et de  $p$ .

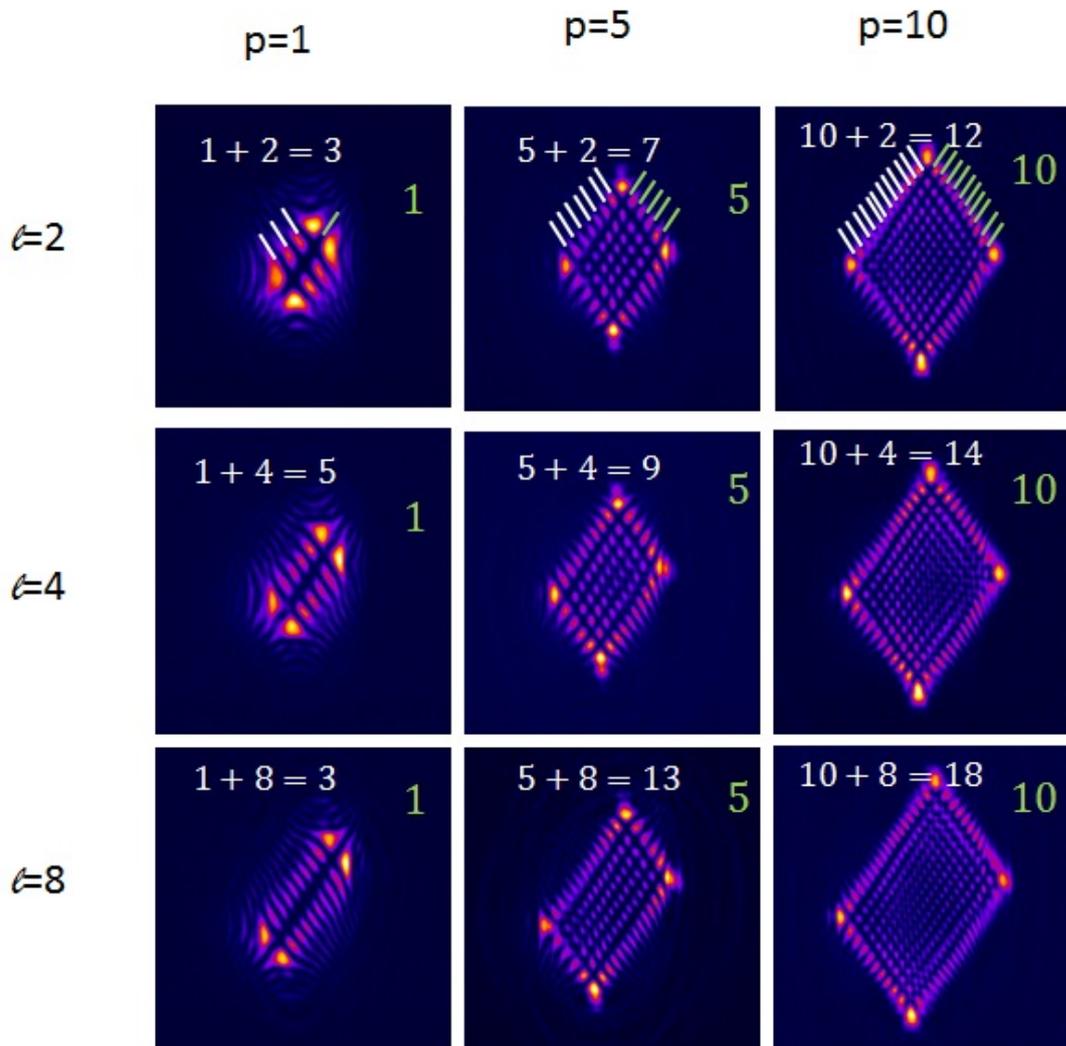


FIGURE 3.11 – Motifs d'intensité observés lorsqu'on utilise la méthode de transformation par une lentille inclinée pour des modes  $\overline{LG}$  avec différentes valeurs de  $\ell$  et de  $p$ .

Nous avons essayé expérimentalement cette méthode pour différentes valeurs de  $\ell$  et de  $p$ , jusqu'à  $\ell = 8$  et  $p = 10$ . Les résultats sont illustrés dans la figure 3.11. D'un autre côté,

nous avons effectué le calcul de la distribution d'intensité de ces différents cas. Les résultats sont en bon accord avec les images expérimentales et se montrent dans la figure 3.12.

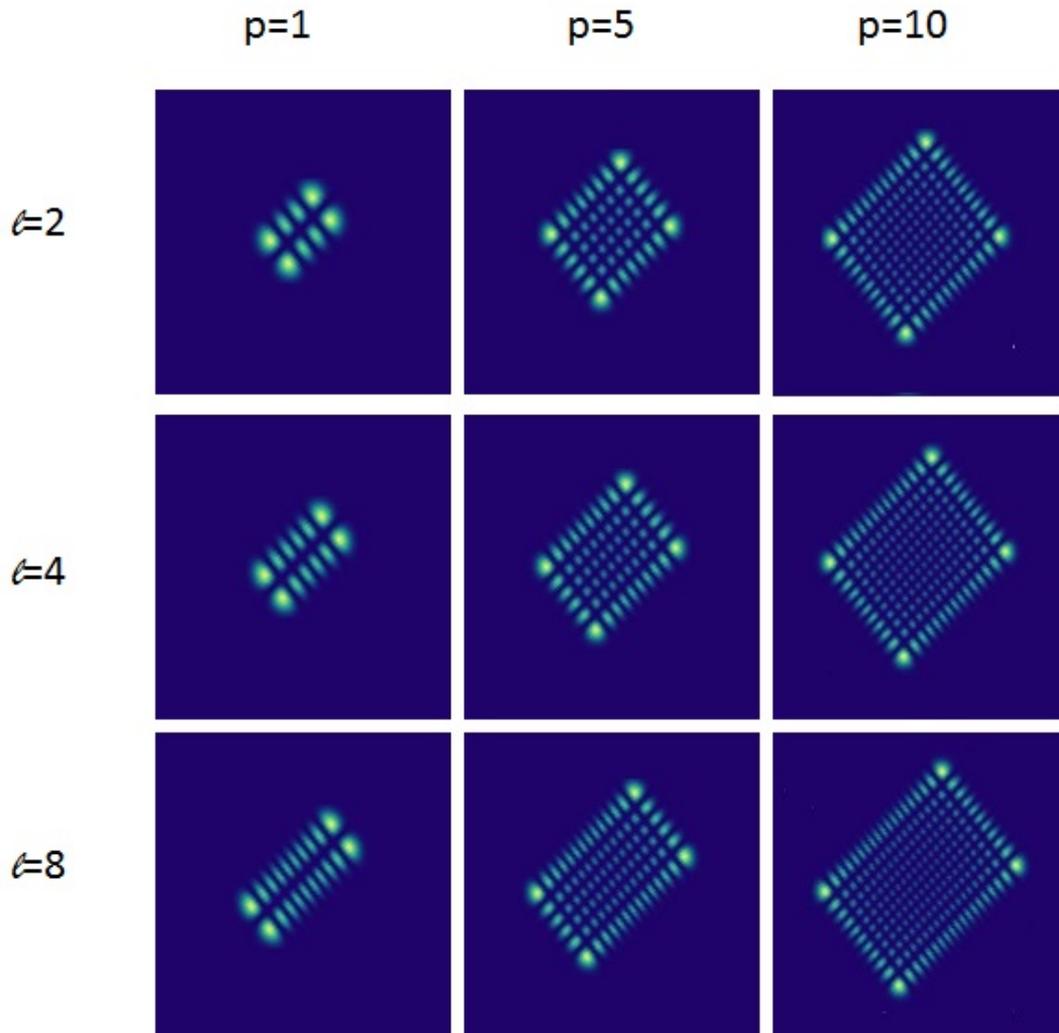


FIGURE 3.12 – Motifs d'intensité calculés correspondants à la méthode de transformation par une lentille inclinée pour des modes  $LG$  avec différentes valeurs de  $\ell$  et de  $p$ .

En utilisant cette méthode nous avons été capables de mesurer non seulement la valeur de l'indice  $\ell$  du mode créé mais aussi la valeur de l'indice  $p$  et ça pour des valeurs de ce dernier allant jusqu'à 10, ce qui montre que cette méthode est robuste. La résolution de cette méthode est limitée par la capacité de distinguer correctement les points lumineux et les lignes noires composant le motif d'intensité.

### 3.3.2 Optimisation de la fabrication d'un mode $LG_{p \neq 0}^{\ell}$

Nous savons que pour fabriquer des modes  $LG_{p \neq 0}^{\ell}$  par la méthode d'holographie de phase l'hologramme nécessaire a la forme de plusieurs hélices concentriques alternées. Si on n'adapte pas les positions de renversement de phase à la taille du mode gaussien incident, cela conduit à la fabrication d'un mode impur. Nous avons mis ceci au profit pour étudier des modes impurs. On aurait pu aussi modifier la taille du faisceau gaussien incident, mais expérimentalement il est plus simple de modifier l'hologramme utilisé.

Les zéros des modes  $LG$  étant donnés par les zéros des polynômes de Laguerre généralisés (figure 3.13), nous avons calculé leur position ainsi que le rapport de leurs positions avec celle

du premier zéro (voir tableau 1.1). Puisque les positions des zéros des polynômes de Laguerre généralisés déterminent la position où il y a un renversement de la phase du champ électrique d'un mode  $LG$ , si on connaît ses rapports on peut définir les positions du renversement de la phase en ne définissant que le rayon  $r_0$  correspondant à la position du premier zéro des polynômes de Laguerre généralisés.  $r_0$  est donc laissé comme un paramètre libre. Pour que la génération du mode  $LG_{p \neq 0}^\ell$  soit optimisée par l'hologramme de phase, il est nécessaire d'adapter la valeur de  $r_0$  à la taille du faisceau gaussien utilisé pour créer le mode  $LG$ . Ceci se comprend facilement, car si  $r_0$  est trop petit par rapport à la taille du faisceau gaussien, ce dernier verra plutôt la phase de l'hélice externe (figure 3.14(a)), si par contre  $r_0$  est trop grand le faisceau gaussien verra plutôt les hélices internes mais pas les plus externes (figure 3.14(c)).

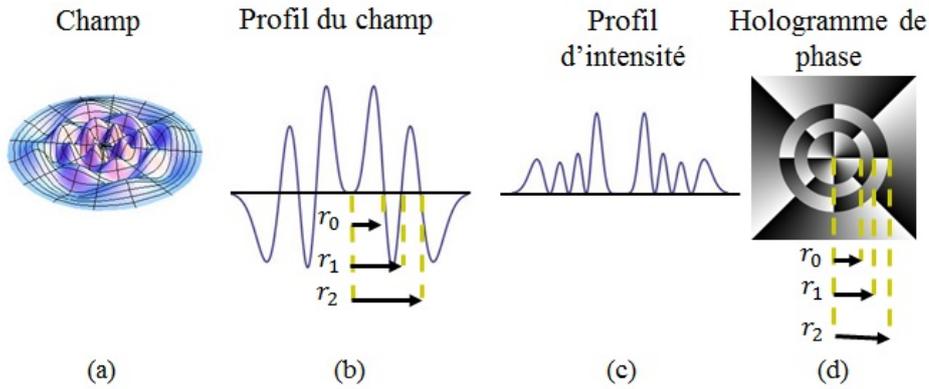


FIGURE 3.13 – (a) Le champ, (b) le profil du champ, (c) le profil d'intensité et (d) l'hologramme de phase correspondants à un mode  $LG_3^4$ . Les positions des zéros sont indiquées et notées  $r_0$ ,  $r_1$  et  $r_2$ .

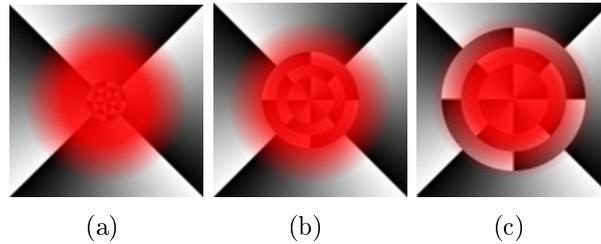


FIGURE 3.14 – Faisceau gaussien lorsqu'on lui applique un hologramme pour créer le mode  $\overline{LG}_3^4$   $r_0$  étant (a) trop petit par rapport à la taille du mode gaussien, (b) adapté à la taille du mode gaussien et (c) trop grand par rapport à la taille du mode gaussien.

La valeur de  $r_0$  sera optimisée lorsqu'elle optimise l'intégrale de recouvrement du mode gaussien initial et du mode  $LG_p^\ell$  que l'on souhaite fabriquer :  $c_p^\ell = \int_0^\infty E_p^\ell E_G e^{i\varphi}$  où  $E_p^\ell$  est le champ du mode  $LG_p^\ell$ ,  $E_G$  est le champ du mode gaussien et  $\varphi$  est la phase imprimée par l'hologramme. La figure 3.15 illustre ce recouvrement pour différentes valeurs de  $r_0$ . Pour le cas du mode  $LG_2^4$ , c'est la valeur  $r_0 = 0.46 \times w'$  (où  $w'$  est le waist du faisceau gaussien incident) qui optimise le recouvrement. Le fait de ne pas adapter la valeur de  $r_0$  à la taille du mode gaussien conduit à fabrication de modes impurs.

Afin de tester la méthode de la lentille inclinée pour des modes  $\overline{LG}$  impurs, nous avons modifié la valeur de  $r_0$  pour changer la composition du mode créé. L'image 3.16(b) montre le cas dans lequel le rayon  $r_0$  optimise la fabrication d'un mode  $LG_3^4$ . On reconnaît le motif

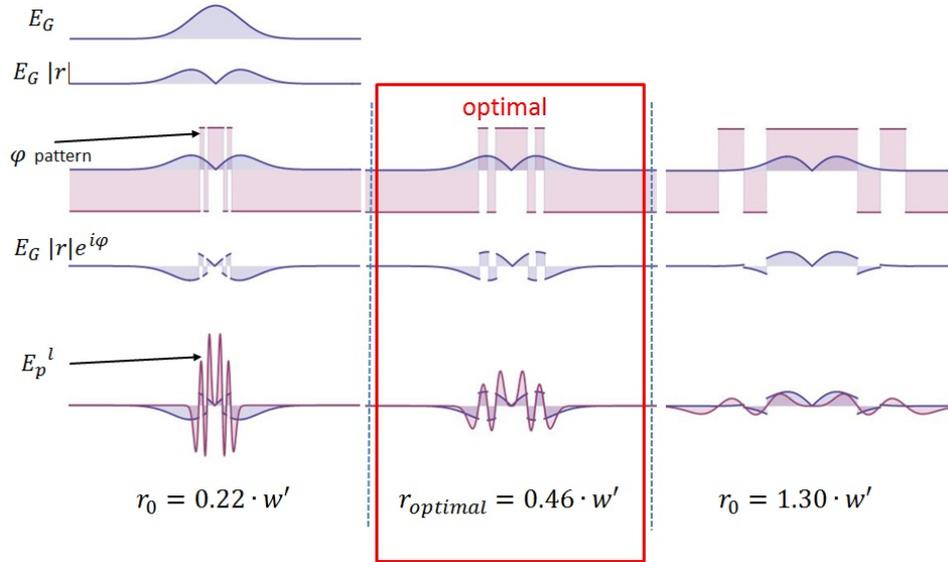


FIGURE 3.15 – Recouvrement du mode gaussien initial de waist  $w'$  avec le mode  $LG_p^\ell$  qu'on souhaite fabriquer pour le cas où  $p = 3$  et  $\ell = 4$ . Dans ce cas, la valeur de  $r_0$  qui optimise le recouvrement correspond à  $r_{\text{optimal}} = 0.46 \times w'$ . Si  $r = 0$  est différent de cette valeur, le recouvrement du mode gaussien initial et du mode  $LG_p^\ell$  est moins bon.

attendu avec 7 lignes noires dans une direction et 3 dans la direction perpendiculaire. Si le rayon  $r_0$  est inférieur à cette valeur optimale, on observe l'apparition de plusieurs points lumineux et le motif général prend une forme convexe (figure 3.16(a)). On peut essayer d'identifier les différentes composantes en comptant les lignes noires du motif d'intensité. On trouve ainsi que des modes avec  $p = 2$ ,  $p = 4$  et  $p = 5$  (et  $\ell = 4$ ) sont présents, mais il n'est pas possible d'identifier leur poids. Si le rayon  $r_0$  est supérieur à la valeur optimale, on observe un motif avec moins de points lumineux et une forme globale concave (figure 3.16(c)). Lorsqu'on essaie d'identifier les différentes composantes du faisceau, on trouve les modes  $p = 2$  et  $p = 4$  (avec  $\ell = 4$ ). Nous avons trouvé que la valeur de  $r_0$  qui optimise la fabrication du mode  $LG_3^4$  est de  $1.22 \text{ mm}$ , ce qui correspond à  $0.457$  fois la valeur du waist du faisceau gaussien incident ( $2.7 \text{ mm}$ ). Cette valeur est en bon accord avec la valeur théorique de  $0.46$ , ce qui prouve que cette méthode permet de trouver expérimentalement la valeur de  $r_0$  qui optimise la fabrication d'un mode  $LG_p^\ell$ .

Nous avons utilisé cette méthode pour fabriquer d'autres modes  $\overline{LG}_p^\ell$ . Lorsque  $r_0$  n'est pas optimisé nous avons observé le même comportement de changement de concavité du motif d'intensité. Ceci montre que cette méthode est très sensible au choix de  $r_0$ .

La méthode de la lentille inclinée peut donc être utilisée non seulement pour mesurer les indices  $\ell$  et  $p$  d'un mode  $\overline{LG}$  de manière directe, mais aussi pour trouver expérimentalement quelle est la valeur du rayon  $r_0$  qui permet d'optimiser la fabrication d'un mode  $LG$  avec  $p \neq 0$ , et ça en n'ajoutant qu'un seul élément optique : une lentille inclinée. Cette méthode n'est toutefois pas parfaite. Nous l'avons utilisée pour mesurer des combinaisons de modes  $\overline{LG}$  et dans ce cas les motifs d'intensité peuvent devenir très complexes, ce qui rend difficile l'identification de leurs différentes composantes. Cette méthode permet donc d'avoir une idée de la pureté du mode étudié, mais ne permet pas d'avoir sa décomposition.

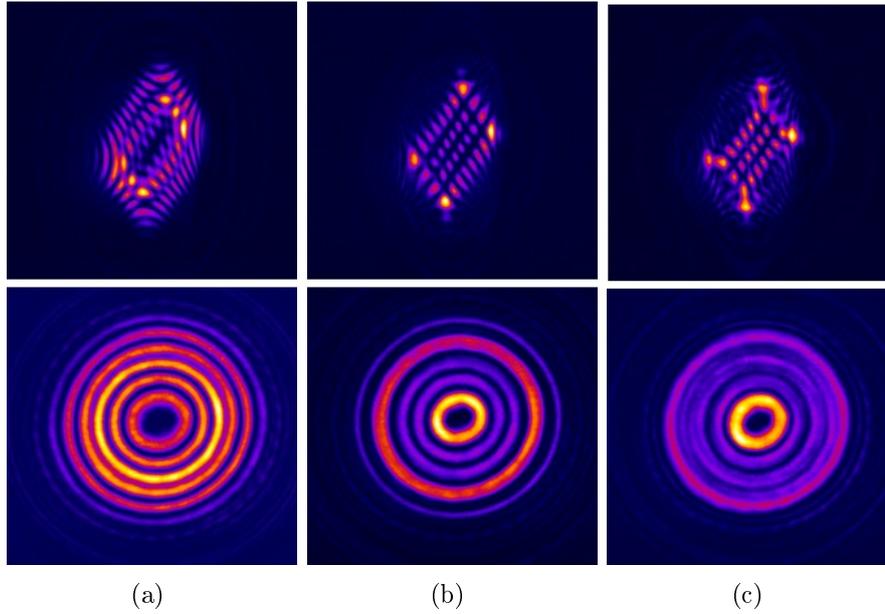


FIGURE 3.16 – Motifs d'intensité observés lorsqu'on utilise la méthode de transformation par une lentille inclinée pour un mode  $\overline{LG}_3^4$  avec un rayon  $r_0$  de (a) 0.85 mm, (b) 1.22 mm et (c) 1.46 mm, ainsi que les images des modes créés.

### 3.4 Conclusion

Les deux méthodes présentées ici pour effectuer la mesure de l'OAM d'un faisceau  $\overline{LG}$  ont la particularité d'être simples car elles consistent toutes les deux qu'à ajouter un seul élément optique dans la trajectoire du faisceau à étudier : une ouverture triangulaire ou une lentille inclinée.

Les deux méthodes permettent de mesurer de manière directe l'OAM d'un faisceau lorsqu'il n'a qu'une seule composante prédominante. Toutefois, la méthode de diffraction par un triangle présente l'inconvénient de devoir adapter la taille du triangle selon la valeur de l'OAM que l'on mesure, ce qui n'est pas pratique lorsqu'on veut effectuer plusieurs mesures d'OAMs. Dans le cas de la transformation par une lentille inclinée, il n'est pas nécessaire de faire modifier le montage lorsqu'on mesure différentes valeurs d'OAM, la résolution de cette méthode est uniquement donnée par la capacité d'identifier correctement les différents points lumineux composant le motif d'intensité.

Lorsqu'on veut mesurer un mode contenant plusieurs composantes d'OAM, la méthode de diffraction par un triangle n'est pas très adaptée car elle ne permet pas de mesurer toutes les différentes composantes et l'analyse n'est pas toujours simple. De son côté, la méthode de la lentille inclinée donne une idée de la pureté du mode créé et même s'il est possible d'identifier certaines des composantes présentes, cette méthode ne permet pas de mesurer leurs proportions.

Dans ce chapitre, nous avons montré que la méthode de transformation par une lentille inclinée présente l'avantage de pouvoir mesurer simultanément et de manière directe les deux indices caractérisant un mode  $LG : p$  et  $\ell$ . De plus, elle peut être utilisée pour trouver expérimentalement le rayon  $r_0$  pour optimiser l'obtention d'un mode  $LG$  avec  $p \neq 0$ .

Maintenant que nous connaissons les propriétés des modes  $LG$ , comment les fabriquer, comment ils se propagent et comment on peut les caractériser, nous allons passer, dans le chapitre suivant, à leurs applications dans le domaine des atomes froids.

### 3.5 Annexe D : Transformation d'un mode $LG$ par une lentille inclinée

- Cas d'un mode  $LG_{p=0}^\ell$

Le champ d'un mode de  $LG_{p=0}^\ell$  de waist  $w$  peut s'écrire, à un facteur de norme près comme :

$$E_{p=0}^\ell(x, y) = (x + i\epsilon y)^\ell e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (3.2)$$

par commodité je garde  $\ell$  au lieu de  $|\ell|$ . Si  $\ell < 0$  on en tient compte par le signe de  $\epsilon = \pm 1$ .

En introduisant la fonction  $F(t) = e^{t(x+i\epsilon y) - \frac{x^2+y^2}{w^2}}$  le champ s'écrit

$$E_{p=0}^\ell(x, y) = \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} F(t) \right]_{t=0} \quad (3.3)$$

Nous allons utiliser cette forme pour calculer le champ diffracté après une lentille inclinée. Le champ diffracté observé au point  $(x_2, y_2)$  situé à la distance  $z$  de la lentille est donné par la transformée de Fresnel du champ incident ajouté de la phase de la lentille et peut s'écrire sous la forme

$$E_2 = C \iint E_{p=0}^\ell(x, y) e^{-i\frac{k}{2}L} dx dy \quad (3.4)$$

où  $C = \frac{i}{\lambda\sqrt{b_1 b_2}}$  et  $\frac{k}{2}L$  contient la phase introduite par la lentille inclinée et la phase ajoutée par la propagation. On montre que  $L$  ne contient que des termes linéaires et quadratiques et s'écrit [56] :

$$L = \frac{x^2 a_1}{b_1} + \frac{y^2 a_2}{b_2} + \frac{x_2^2 d_1}{b_1} + \frac{y_2^2 d_2}{b_2} - \frac{2x x_2}{b_1} - \frac{2y y_2}{b_2} \quad (3.5)$$

où  $a_1, a_2, b_1, b_2, d_1$  et  $d_2$  ne dépendent que de la focale  $f$ , de l'angle d'inclinaison  $\vartheta$ , de la distance de propagation  $z$  et des caractéristiques du faisceau incident. Pour un faisceau incident parallèle (son col près de la lentille) on a

$$\begin{aligned} c_1 &= 1/\cos\vartheta, & d_1 &= 1, & b_1 &= z, & a_1 &= 1 - \frac{z}{f \cos\vartheta} \\ c_2 &= \cos\vartheta, & d_2 &= 1, & b_2 &= z, & a_2 &= 1 - \frac{z \cos\vartheta}{f} \end{aligned} \quad (3.6)$$

En utilisant la forme donnée par 3.3 et en utilisant la commutation des dérivées en  $t$  et des intégrales on obtient

$$E_2 = C \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} \iint F(t) e^{-i\frac{k}{2}L} dx dy \right]_{t=0} \quad (3.7)$$

Pour calculer l'intégrale on remarque :

- \* les termes de phase en  $x_2^2$  et  $y_2^2$  vont sortir de l'intégrale
- \* puisque  $\frac{k}{2}L$  ne contient pas de termes en  $x_1 y_1$ , l'intégrale est séparable

Donc on a

$$E_2 = C_1 \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} (I_1 J_1) \right]_{t=0} \quad (3.8)$$

avec

$$C_1 = C e^{-i\frac{k}{2}\frac{d_1}{b_1}x_2^2} e^{-i\frac{k}{2}\frac{d_2}{b_2}y_2^2} \quad (3.9)$$

$$I_1 = \int e^{-\frac{x^2}{w_1^2}} e^{x(t+i\frac{kx_2}{b_1})} dx \quad (3.10)$$

$$J_1 = \int e^{-\frac{y^2}{w_2^2}} e^{y(i\epsilon t+i\frac{ky_2}{b_2})} dy \quad (3.11)$$

où on a posé les grandeurs complexes  $w_j$  telles que

$$\frac{1}{w_j^2} = \frac{1}{w^2} + i\frac{ka_j}{2b_j} \quad (3.12)$$

Les intégrales  $I_1$  et  $J_1$  ont la même forme. Ce sont des transformées de Fourier (ou presque) de gaussiennes. Pour calculer  $I_1$  (calcul similaire pour  $J_1$ ), on pose  $-i\varsigma = t + i\frac{kx_2}{b_1}$  et  $\Gamma = \frac{1}{w_1^2}$ , d'où

$$\begin{aligned} I_1 &= \int e^{-\frac{x^2}{w_1^2}} e^{x(t+i\frac{kx_2}{b_1})} dx = \int e^{-\Gamma x^2} e^{-ix\varsigma} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\Gamma}} e^{-\frac{\varsigma^2}{4\Gamma}} \\ &= w_1 \sqrt{\pi} e^{-\frac{w_1^2}{4} \left(it - \frac{kx_2}{b_1}\right)^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

En suivant la même procédure pour  $J_1$  on obtient

$$J_1 = w_2 \sqrt{\pi} e^{-\frac{w_2^2}{4} \left(-\epsilon t - \frac{ky_2}{b_2}\right)^2} \quad (3.14)$$

donc

$$E_2 = C_1 \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} \left( w_1 w_2 \pi e^{\left(\frac{w_1^2}{4} - \frac{w_2^2}{4}\right)t^2} e^{\left(i\frac{kw_1^2}{2b_1}x_2 - \epsilon\frac{kw_2^2}{2b_2}y_2\right)t} e^{-\frac{k^2 w_1^2}{4b_1^2}x_2^2} e^{-\frac{k^2 w_2^2}{4b_2^2}y_2^2} \right) \right]_{t=0} \quad (3.15)$$

On sort ensuite les termes qui ne dépendent pas de  $t$  dans une constante notée  $C_2$

$$E_2 = C_2 \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} \left( e^{\left(\frac{w_1^2}{4} - \frac{w_2^2}{4}\right)t^2} e^{\left(i\frac{kw_1^2}{2b_1}x_2 - \epsilon\frac{kw_2^2}{2b_2}y_2\right)t} \right) \right]_{t=0} \quad (3.16)$$

avec

$$C_2 = C_1 w_1 w_2 \pi e^{-\frac{k^2 w_1^2}{4b_1^2}x_2^2} e^{-\frac{k^2 w_2^2}{4b_2^2}y_2^2} \quad (3.17)$$

En posant  $\alpha_j = \frac{kw_j^2}{2b_j}$ ,  $\beta_j = \left(\frac{kw_j}{2b_j}\right)^2 + i\frac{kd_j}{2b_j}$  et  $\gamma = \sqrt{w_1^2 - w_2^2}$ , le champ diffracté se réécrit alors sous la forme :

$$E_2 = C_2 \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} \left( e^{\frac{\gamma^2}{4}t^2} e^{i(\alpha_1 x_2 - \epsilon \alpha_2 y_2)t} \right) \right]_{t=0} \quad (3.18)$$

avec

$$C_2 = C w_1 w_2 \pi e^{-(\beta_1 x_2^2 + \beta_2 y_2^2)} \quad (3.19)$$

L'équation 3.18 laisse apparaître un polynôme d'Hermite dont on rappelle l'expression

$$H_\ell[x] = \left[ \frac{\partial^\ell}{\partial t^\ell} e^{2xt-t^2} \right]_{t=0} \quad (3.20)$$

Pour appliquer 3.20 on pose  $-t_1^2 = \frac{t^2}{4}\gamma^2$ , soit  $it_1 = \frac{t}{2}\gamma$

$$E_2 = C_2 \left[ \left( -i\frac{\gamma}{2} \right)^\ell \frac{\partial^\ell}{\partial t_1^\ell} \left( e^{-t_1^2} e^{-\frac{2}{\gamma}(\alpha_1 x_2 + i\epsilon\alpha_2 y_2)t_1} \right) \right]_{t_1=0} \quad (3.21)$$

d'où

$$E_2 = C_2 \left( i\frac{\gamma}{2} \right)^\ell (-1)^\ell H_\ell \left[ -\frac{\alpha_1 x_2 + i\epsilon\alpha_2 y_2}{\gamma} \right] \quad (3.22)$$

avec la propriété de parité suivante

$$H_\ell[-x] = (-1)^\ell H_\ell[x] \quad (3.23)$$

le champ diffracté est alors

$$E_2 = C_2 \left( i\frac{\gamma}{2} \right)^\ell H_\ell \left[ \frac{\alpha_1 x_2 + i\epsilon\alpha_2 y_2}{\gamma} \right] \quad (3.24)$$

En remplaçant  $C_2$ , l'expression finale du champ diffracté est

$$E_2 = \frac{ik}{2} \frac{w_1 w_2}{\sqrt{b_1 b_2}} e^{-(\beta_1 x_2^2 + \beta_2 y_2^2)} \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^\ell H_\ell \left[ \frac{\alpha_1 x_2 + i\epsilon\alpha_2 y_2}{\gamma} \right] \quad (3.25)$$

L'intensité observée dans le plan  $z$  est une tache gaussienne elliptique (terme donné par  $e^{-2(Re(\beta_1)x_2^2 + Re(\beta_2)y_2^2)}$ ) modulée par le polynôme d'Hermite au carré, soit  $H_\ell^2$ .

#### \* Discussion

On rappelle qu'un polynôme d'Hermite d'ordre  $\ell$  ( $H_\ell[x]$ ) est de même parité que  $\ell$  avec  $\ell$  zéros et que pour  $x \rightarrow \infty$   $H_\ell[x] \approx (2x)^\ell$ . Les caractéristiques des fonctions impliquées dans l'intensité, largeur et oscillations dépendent des coefficients  $\alpha_j$ ,  $Re[\beta_j]$  ( $j = 1, 2$ ) et  $\gamma$ . Ces coefficients sont tous reliés aux  $w_j^2$ . Dans le cas d'un faisceau incident parallèle on a

$$w_1^2 = w^2 \frac{1 - iF_z \left( 1 - \frac{z}{f \cos \vartheta} \right)}{1 + F_z^2 \left( 1 - \frac{z}{f \cos \vartheta} \right)^2} \quad (3.26)$$

$$w_2^2 = w^2 \frac{1 - iF_z \left( 1 - \frac{z \cos \vartheta}{f} \right)}{1 + F_z^2 \left( 1 - \frac{z \cos \vartheta}{f} \right)^2} \quad (3.27)$$

avec

$$F_z = \frac{\pi w^2}{\lambda z} \quad (3.28)$$

qui est un facteur sans dimension (et correspond au coefficient de Fresnel).

Avec ces notations

$$\alpha_1 = F_z \frac{1 - iF_z \left(1 - \frac{z}{f \cos \vartheta}\right)}{1 + F_z^2 \left(1 - \frac{z}{f \cos \vartheta}\right)^2} \quad (3.29)$$

$$\alpha_2 = F_z \frac{1 - iF_z \left(1 - \frac{z \cos \vartheta}{f}\right)}{1 + F_z^2 \left(1 - \frac{z \cos \vartheta}{f}\right)^2} \quad (3.30)$$

$$Re[\beta_1] = \frac{1}{w^2} F_z^2 \frac{1}{1 + F_z^2 \left(1 - \frac{z}{f \cos \vartheta}\right)^2} \quad (3.31)$$

$$Re[\beta_2] = \frac{1}{w^2} F_z^2 \frac{1}{1 + F_z^2 \left(1 - \frac{z \cos \vartheta}{f}\right)^2} \quad (3.32)$$

$$\gamma^2 = w_1^2 - w_2^2 \quad (3.33)$$

Analysons ces quantités. Pour  $\vartheta = 0$  on remarque que  $w_1^2 = w_2^2$ . Dans ce cas  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $Re[\beta_1] = Re[\beta_2]$  et  $\gamma = 0$ . Le polynôme d'Hermite se réduit à  $\left(\frac{\alpha_1}{\gamma}(x_2 + iy_2)\right)^\ell$  et l'intensité est celle d'un mode de type  $LG_{p=0}^\ell$ . Ceci traduit au résultat connu, à savoir : un mode  $LG$  garde sa forme au passage à travers une lentille.

Pour  $\vartheta \neq 0$  on remarque que les  $w_j^2$  présentent des résonances lorsque  $1 - \frac{z}{f \cos \vartheta} \approx 0$  ou  $1 - \frac{z \cos \vartheta}{f} \approx 0$ , selon que  $z < f$  ou  $z > f$ . Loin de ces résonances (loin en  $z$  ou en  $\vartheta$ ) on a  $w_1^2 \approx w_2^2$ , donc  $\gamma \rightarrow 0$  et on retrouve le cas précédent, c'est-à-dire, une forme de  $LG_{p=0}^\ell$ , à ceci près que  $Re[\beta_1]/Re[\beta_2] \neq 1$ . Donc le mode a la forme d'une ellipse. En pratique puisque  $F_z \gg 1$  (dans notre cas  $F_z \approx 20$ ) on a un rapport d'ellipse valant  $(1 - z \cos \vartheta / f)^2 / (1 - z / (f \cos \vartheta))^2$ .

Près des résonances l'étude montre que les oscillations du polygone d'Hermite structurent la tache de diffraction. L'évolution de la forme de la tache en fonction de  $\vartheta$  est montrée sur le graphe 3.17.

Dès qu'on est au voisinage d'une résonance, par exemple  $\cos \vartheta = \frac{z}{f}$  si  $z < f$ , on observe une structure avec  $\ell$  lignes noires. Une position est particulière : figure inclinée à environ  $45^\circ$  avec un contraste maximum. Cette figure apparaît lorsque  $\alpha_1 = \alpha_2^*$  (à peu près  $45^\circ$ ) et correspond à  $Re[\gamma] = 0$  et  $Im[\gamma]$  optimum. L'angle obtenu vérifie

$$1 - \frac{z}{f \cos \vartheta} = -1 + \frac{z \cos \vartheta}{f} \quad (3.34)$$

soit

$$\cos \vartheta = \frac{f}{z} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{z}\right)^2 - 1} \quad (3.35)$$

Pour  $z < f$  la solution acceptable est  $\cos \vartheta = \frac{f}{z} - \sqrt{\left(\frac{f}{z}\right)^2 - 1}$ . Expérimentalement la condition est assez bien vérifiée, compte tenu du fait qu'on n'est pas exactement dans la situation d'un faisceau incident parallèle. Le cas général peut se traiter ([56]) et donne une correction à la formule précédente, mais la figure obtenue est la même.

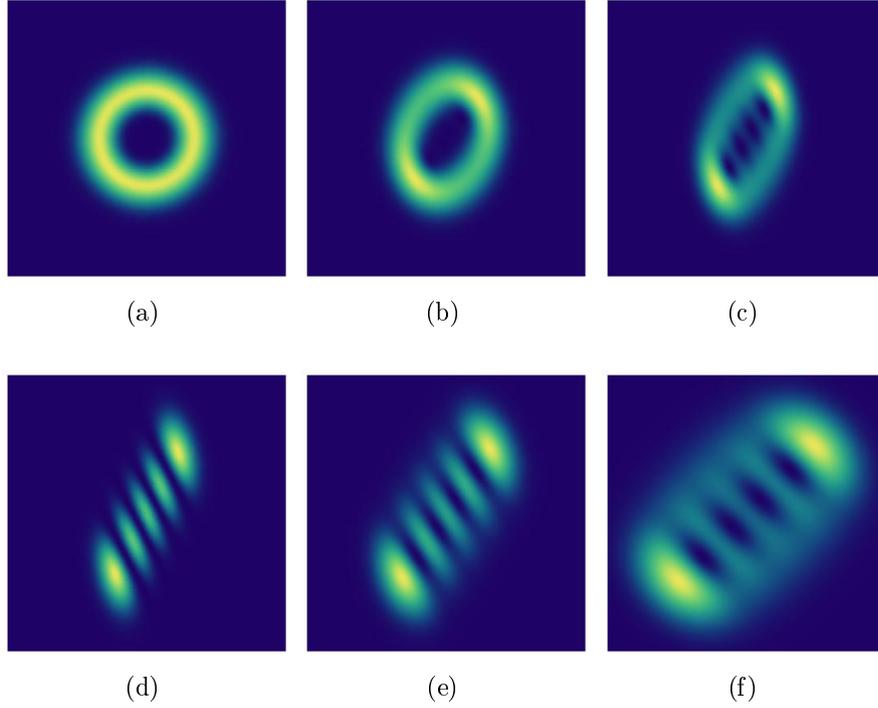


FIGURE 3.17 – Motifs d'intensité lorsqu'on utilise la méthode de transformation par une lentille inclinée pour un mode  $LG_0^4$  à différents angles  $\vartheta$  d'inclinaison de la lentille pour  $f = 500 \text{ mm}$  et  $z = 320 \text{ mm}$  (a)  $6^\circ$ , (b)  $29^\circ$  (c)  $40^\circ$ , (d)  $57^\circ$ , (e)  $63^\circ$  et (f)  $69^\circ$ .

• Cas d'un mode  $LG_p^\ell$

Le champ électrique d'un mode  $LG_p^\ell$  de waist  $w$  peut s'écrire, à un facteur de norme près comme :

$$E_p^\ell(x, y) = (x + i\epsilon y)^\ell \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2}(x^2 + y^2) \right)^n e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (3.36)$$

où

$$g_n = (-1)^n \frac{(p + \ell)!}{(p - n)!(\ell + n)!n!} \quad (3.37)$$

L'expression 3.36 peut se réécrire (pour  $\ell \geq 0$ ) sous la forme

$$E_p^\ell(x, y) = \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2} \right)^n (x + i\epsilon y)^{\ell+n} (x - i\epsilon y)^n e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (3.38)$$

En introduisant la fonction

$$F_2(t, u) = e^{t(x+i\epsilon y)+u(x-i\epsilon y)-\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (3.39)$$

le champ s'écrit aussi

$$E_p^\ell(x, y) = \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2} \right)^n \left[ \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \frac{\partial^n}{\partial u^n} F_2(t, u) \right]_{t=0, u=0} \quad (3.40)$$

En adoptant une démarche similaire à celle utilisée pour  $LG_{p=0}^\ell$  on a un champ diffracté donné par

$$E_2 = C \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2} \right)^n \left[ \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \frac{\partial^n}{\partial u^n} \int \int F_2(t, u) e^{-i\frac{k}{2}L} dx dy \right]_{t=0, u=0} \quad (3.41)$$

Comme précédemment, les dérivées en  $t$  et  $u$  et les intégrales commutent. On sort de l'intégrale les termes de phase en  $x_2^2$  et  $y_2^2$ , et puisqu'il n'y a pas des termes en  $xy$  l'intégrale double est séparable. Ainsi, on a

$$E_2 = C_1 \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2} \right)^n \left[ \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \frac{\partial^n}{\partial u^n} (I_2 J_2) \right]_{t=0, u=0} \quad (3.42)$$

avec

$$I_2 = \int e^{-\frac{x^2}{w_1^2}} e^{x(t+u+i\frac{kx_2}{b_1})} dx \quad (3.43)$$

$$J_2 = \int e^{-\frac{y^2}{w_2^2}} e^{y(ict-i\epsilon u+i\frac{ky_2}{b_2})} dy \quad (3.44)$$

où  $C_1$  et  $w_j$  sont définis par 3.9 et 3.12, respectivement. Le calcul des intégrales donne

$$I_2 = w_1 \sqrt{\pi} e^{-\frac{w_1^2}{4} \left( it+iu-\frac{kx_2}{b_1} \right)^2} \quad (3.45)$$

$$J_2 = w_2 \sqrt{\pi} e^{-\frac{w_2^2}{4} \left( -\epsilon t+\epsilon u-\frac{ky_2}{b_2} \right)^2} \quad (3.46)$$

le produit des deux intégrales est alors écrit en séparant les termes en  $t^2$ ,  $t$ ,  $tu$ ,  $u^2$  et  $u$ .

$$\begin{aligned} I_2 J_2 &= w_1 w_2 \pi e^{-\left(\frac{kw_1}{2b_1}\right)^2 x_2^2} e^{-\left(\frac{kw_2}{2b_2}\right)^2 y_2^2} e^{\left(\frac{w_1^2}{4}-\frac{w_2^2}{4}\right) t^2} e^{\left(i\frac{kw_1^2}{2b_1} x_2 - \epsilon\frac{kw_2^2}{2b_2} y_2\right) t} e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right) tu} \\ &\times e^{\left(\frac{w_1^2}{4}-\frac{w_2^2}{4}\right) u^2} e^{\left(i\frac{kw_1^2}{2b_1} x_2 + \epsilon\frac{kw_2^2}{2b_2} y_2\right) u} \end{aligned} \quad (3.47)$$

En utilisant les paramètres  $\alpha_j$ ,  $\beta_j$  et  $\gamma$  définis précédemment on a

$$C_1 I_2 J_2 = C w_1 w_2 \pi e^{-(\beta_1 x_2^2 + \beta_2 y_2^2)} e^{\frac{\gamma^2}{4} t^2} e^{(i\alpha_1 x_2 - \epsilon\alpha_2 y_2) t} e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right) tu} e^{\frac{\gamma^2}{4} u^2} e^{(i\alpha_1 x_2 + \epsilon\alpha_2 y_2) u} \quad (3.48)$$

Ainsi le champ diffracté sera

$$E_2 = C_2 \sum_{n=0}^p g_n \left( \frac{2}{w^2} \right)^n \xi_{\ell, n} \quad (3.49)$$

où  $C_2$  est défini comme en 3.19 et  $\xi_{\ell, n}$  est obtenu en dérivant  $I_2 J_2$  respectivement  $\ell + n$  fois par rapport à  $t$  et  $n$  fois par rapport à  $u$

$$\xi_{\ell, n} = \left[ \frac{\partial^n}{\partial u^n} \left( e^{\frac{\gamma^2}{4} u^2} e^{(i\alpha_1 x_2 + \epsilon\alpha_2 y_2) u} \left[ \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \left( e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right) tu} e^{\frac{\gamma^2}{4} t^2} e^{(i\alpha_1 x_2 - \epsilon\alpha_2 y_2) t} \right) \right]_{t=0} \right) \right]_{u=0} \quad (3.50)$$

on va d'abord dériver par rapport à la variable  $t$ . Soit la quantité

$$B = \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \left( e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right)tu} e^{\frac{\gamma^2}{4}t^2} e^{(i\alpha_1x_2-\epsilon\alpha_2y_2)t} \right) \quad (3.51)$$

qui s'écrit

$$B = e^{\frac{\gamma^2}{4}t^2} e^{(i\alpha_1x_2-\epsilon\alpha_2y_2)t} \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \left( e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right)tu} \right) + e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right)tu} \frac{\partial^{\ell+n}}{\partial t^{\ell+n}} \left( e^{\frac{\gamma^2}{4}t^2} e^{(i\alpha_1x_2-\epsilon\alpha_2y_2)t} \right) \quad (3.52)$$

Le premier terme donne

$$e^{\frac{\gamma^2}{4}t^2} e^{(i\alpha_1x_2-\epsilon\alpha_2y_2)t} \left( \frac{w_1^2+w_2^2}{2} \right)^{\ell+n} u^{\ell+n} e^{\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{2}\right)tu} \quad (3.53)$$

et lorsque  $t = 0$ , il donne  $u^{\ell+n}$ , qui va être dérivé  $n$  fois par rapport à  $u$ , soit  $u^\ell$  et qui s'annulera pour  $u = 0$ .

Le deuxième terme de 3.52 va se mettre sous la forme 3.20, et on obtient pour  $t = 0$

$$B = \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^{\ell+n} (-1)^{\ell+n} H_{\ell+n} \left[ -\frac{\alpha_1x_2 + i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \quad (3.54)$$

on remplace cette expression dans 3.50

$$\xi_{\ell,n} = \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^{\ell+n} (-1)^{\ell+n} H_{\ell+n} \left[ -\frac{\alpha_1x_2 + i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \left[ \frac{\partial^n}{\partial u^n} \left( e^{\frac{\gamma^2}{4}u^2} e^{(i\alpha_1x_2+\epsilon\alpha_2y_2)u} \right) \right]_{u=0} \quad (3.55)$$

on applique maintenant la relation 3.20, ce qui donne

$$\xi_{\ell,n} = \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^{\ell+n} (-1)^{\ell+n} H_{\ell+n} \left[ -\frac{\alpha_1x_2 + i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^n (-1)^n H_n \left[ -\frac{\alpha_1x_2 - i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \quad (3.56)$$

on applique la propriété de parité 3.23

$$\xi_{\ell,n} = \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^{\ell+n} H_{\ell+n} \left[ \frac{\alpha_1x_2 + i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^n H_n \left[ \frac{\alpha_1x_2 - i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \quad (3.57)$$

L'expression finale du champ diffracté est

$$E_2 = \frac{ik}{2} \frac{w_1w_2}{\sqrt{b_1b_2}} \left( \frac{i\gamma}{2} \right)^\ell e^{-(\beta_1x_2^2+\beta_2y_2^2)} \times \sum_{n=0}^p \frac{(p+\ell)!}{(p-n)!(\ell+n)!n!} \left( \frac{1}{2} \right)^n \left( \frac{\gamma}{w} \right)^{2n} H_{\ell+n} \left[ \frac{\alpha_1x_2 + i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] H_n \left[ \frac{\alpha_1x_2 - i\epsilon\alpha_2y_2}{\gamma} \right] \quad (3.58)$$

Le champ diffracté est donc la somme du produit de deux polynômes d'Hermite orthogonaux  $H_{\ell+n} \times H_n$ . Dans cette expression on remarque que puisque  $\frac{\gamma}{w} \approx 1$  alors  $\left(\frac{\gamma}{w}\right)^{2n} \approx 1$  et ce terme ne compte pas dans la somme. Par ailleurs, expérimentalement on voit que le terme dominant est  $H_{\ell+p} \times H_p$ . Comme pour le cas d'un mode  $LG_{p=0}^\ell$  les remarques sur l'inclinaison à environ  $45^\circ$  de la figure de diffraction et le contraste maximum restent les mêmes, c'est pourquoi l'angle de "magique" est le même.



Deuxième partie

Canalisation d'atomes froids



# Chapitre 4

## 2D-MOT (Piège magnéto-optique à deux dimensions) et principe de la canalisation par effet dipolaire

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>85</b>
<b>4.2</b>	<b>Piège magnéto-optique à deux dimensions</b>	<b>85</b>
4.2.1	Principe de l'effet magnéto-optique	85
4.2.2	Applications d'un piège magnéto-optique à deux dimensions	89
4.2.3	Jet atomique en sortie d'un 2D-MOT	90
<b>4.3</b>	<b>Principe de la canalisation par effet dipolaire des atomes issus d'un 2D-MOT</b>	<b>91</b>
4.3.1	Force et potentiel dipolaires	91
4.3.2	Chauffage dans un piège dipolaire	95
4.3.3	Utilisation d'un mode laser creux ( <i>LG</i> )	96
4.3.4	Chauffage dans un piège dipolaire créé par un mode <i>LG</i>	97
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>98</b>

---



## 4.1 Introduction

Les pièges magnéto-optiques à deux dimensions sont des systèmes qui permettent de refroidir et de piéger des atomes dans deux directions de l'espace. Leur utilisation est très répandue car ils présentent un flux continu élevé, qui peut être utilisé pour charger d'autres pièges, notamment un piège magnéto-optique à trois dimensions. C'est dans ce contexte que nous nous intéressons aux pièges magnéto-optiques à deux dimensions.

Un inconvénient des pièges magnéto-optiques à deux dimensions est que le jet atomique récupéré à sa sortie présente une divergence non négligeable qui va limiter son utilisation. Si l'expérimentateur se place loin de la sortie du piège magnéto-optique à deux dimensions, il devra utiliser des faisceaux laser de grande taille et de puissance élevée pour interagir avec tous les atomes, récupérer le jet atomique et pouvoir charger un piège magnéto-optique à trois dimensions. Pour contourner ce problème, l'expérimentateur peut se placer près de la sortie du piège magnéto-optique, mais au prix d'un accès optique limité.

Plusieurs équipes se sont intéressées à ce problème et ont généré différentes méthodes pour le pallier. Quelques unes seront exposées brièvement dans la sous-section 4.2.3. Nous présentons ici une nouvelle méthode basée sur le confinement des atomes à l'intérieur d'un tube de lumière. Ce tube de lumière est créé en utilisant un mode  $\overline{LG}$ . Le confinement des atomes est obtenu grâce à la génération d'un puits de potentiel dipolaire.

Afin de mieux comprendre le dispositif avec lequel nous travaillons, nous expliquons dans ce chapitre les deux éléments sur lesquels il se base : un piège magnéto-optique à deux dimensions et un potentiel dipolaire. Dans la section 4.2 nous introduisons l'effet magnéto-optique utilisé pour refroidir et piéger les atomes dans un piège magnéto-optique à deux dimensions et nous discutons brièvement ses applications ainsi que les méthodes existantes pour l'extraction des atomes.

Dans la section 4.3 nous présentons le principe de la canalisation des atomes d'un piège magnéto-optique à deux dimensions lorsqu'on utilise un potentiel dipolaire. En particulier, nous étudions le cas où le potentiel dipolaire est créé par un mode  $\overline{LG}$ .

## 4.2 Piège magnéto-optique à deux dimensions

Afin de comprendre le fonctionnement d'un piège magnéto-optique à deux dimensions, dans cette section nous allons d'abord introduire le principe de l'effet magnéto-optique utilisé pour refroidir et piéger les atomes. Ensuite nous discuterons brièvement quelles sont les applications les plus courantes de ce type de piège et, puisque nous nous intéressons à l'extraction des atomes froids, nous présenterons aussi les méthodes d'extraction qui ont déjà été utilisées.

### 4.2.1 Principe de l'effet magnéto-optique

Les pièges magnéto-optiques se basent sur le principe de refroidissement par laser (proposé par Hänsch et Schawlow [58]) pour réduire la température des atomes et les piéger. On considère ici le cas le plus simple correspondant à un atome à deux niveaux, dont la différence d'énergie correspond à une fréquence égale à  $\omega_a$ . Si l'atome est au repos, et qu'on le fait interagir avec un faisceau laser, il absorbera des photons que lorsque la fréquence du laser  $\omega_L$  est proche (de l'ordre de la largeur de raie de la transition atomique  $\Gamma$ ) de la fréquence de la transition atomique  $\omega_a$ . Le désaccord en fréquence étant défini comme  $\delta = \omega_L - \omega_a$ , ceci correspond au cas  $\delta \approx 0$ . L'absorption d'un photon modifie la vitesse de l'atome de la vitesse de recul  $v_{rec} = \hbar k/m$  ( $\hbar$  est la constante de Planck réduite,  $k = \omega_L/c$ ,  $c$  est la vitesse

de la lumière et  $m$  est la masse de l'atome) dans la direction de propagation de la lumière. Si l'atome se trouve en mouvement, il faut prendre en compte l'effet Doppler, qui modifie la fréquence du laser vue par l'atome à  $\omega'_L = \omega_L + kv > \omega_L$  et l'empêche d'absorber un photon. Pour pouvoir refroidir un atome en mouvement, il faut utiliser un laser contrepropageant désaccordé vers le rouge ( $\delta < 0$ ). L'atome peut donc absorber un photon, et sa vitesse est modifiée de la vitesse de recul  $v_{rec}$  comme dans le cas précédent. Si l'atome réémet le photon par émission stimulée, le photon émis aura la même direction que le photon absorbé et le transfert net de moment sur un cycle sera nul. En revanche, si l'atome réémet le photon de façon spontanée, le photon peut être réémis dans n'importe quelle direction et en moyenne, après plusieurs cycles d'absorption et d'émission spontanée, l'effet mécanique de l'émission spontanée s'annule. L'atome ne sent donc que l'effet de l'absorption de photons, ce qui lui fait réduire sa vitesse et le refroidit.

Pour refroidir un nuage d'atomes selon un axe, il est nécessaire d'utiliser deux faisceaux laser en directions opposées et désaccordés vers le rouge de la transition. L'atome absorbera plutôt les photons contrepropageants car, à cause de l'effet Doppler, ce sont ces photons que l'atome voit à une fréquence plus proche de la fréquence de résonance. C'est la force résultante des deux faisceaux laser qui agit comme une force de friction et qui permet de diminuer la vitesse des atomes et donc de baisser leur température. De la même façon, pour refroidir les atomes dans deux directions il faut ajouter une deuxième paire de faisceaux laser contrepropageants désaccordés vers le rouge de la transition atomique, et en suivant la même logique, trois paires de faisceaux sont nécessaires pour refroidir un nuage atomique dans les trois directions de l'espace. Cette technique est connue sous le nom de "mélasse" optique.

Pour qu'une mélasse optique soit transformée en un piège il est nécessaire d'ajouter une force de rappel. Une des méthodes utilisées consiste à ajouter une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz (figure 4.1). Celles-ci créent un champ magnétique qui lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Le gradient de champ magnétique créé par les bobines génère une dépendance spatiale des niveaux d'énergie atomiques et donc de la condition de résonance avec le laser. Si on choisit correctement la polarisation de chaque paire de faisceaux laser ( $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ ) ceci conduit à un déséquilibre dans l'absorption et diffusion des photons provenant d'un faisceau et ceux provenant d'un faisceau opposé.

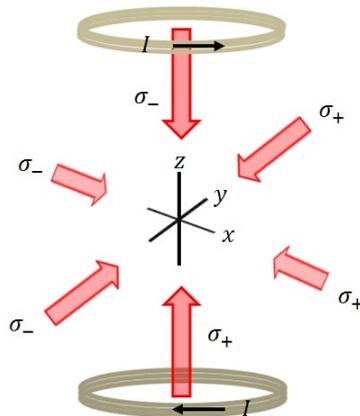


FIGURE 4.1 – Schéma d'un piège magnéto-optique à trois dimensions. Ce système est composé de trois paires de faisceaux laser contrepropageants de polarisation  $\sigma_-$  et  $\sigma_+$  et d'un gradient de champ créé par une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz.

La figure 4.2 montre ceci pour le cas d'une transition entre les niveaux  $J = 0$  et  $J' = 1$ .

En présence d'un champ magnétique, les atomes absorbent un photon de polarisation  $\sigma_-$  pour faire la transition vers l'état  $m = -1$  et un photon de polarisation  $\sigma_+$  pour faire la

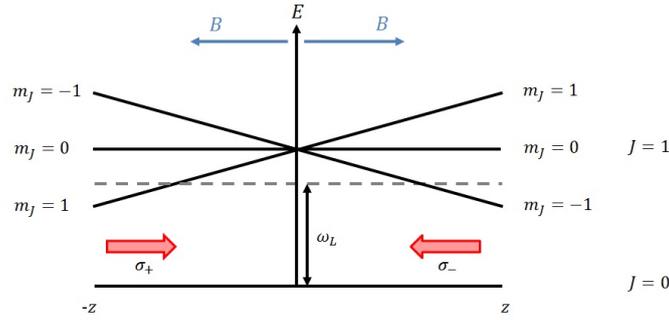


FIGURE 4.2 – Fonctionnement d'un piège magnéto-optique pour le cas d'une la transition entre les niveaux  $J = 0$  et  $J' = 1$ . Lorsqu'on ajoute un champ magnétique, on lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Un gradient de champ magnétique conduit à une dépendance spatiale des niveaux d'énergie atomiques. Ainsi un atome se trouvant dans la région  $z < 0$  ( $z > 0$ ) interagit préférentiellement avec un faisceau laser contrepropageant de polarisation  $\sigma_+$  ( $\sigma_-$ ).

transition vers l'état  $m = +1$ . A cause du gradient de champ magnétique, lorsque l'atome se trouve dans région  $z > 0$  c'est le sous-niveau Zeeman  $m = -1$  qui est plus proche de l'énergie d'un photon du laser et à cause des règles de sélection absorbe un photon avec une polarisation  $\sigma_-$  (à droite dans l'image). Ceci a pour effet de ramener l'atome vers  $z = 0$  où le champ magnétique  $B$  est nul. Lorsque l'atome est dans la région  $z < 0$ , c'est le sous-niveau Zeeman  $m = 1$  qui est plus proche de l'énergie de résonance d'un photon du laser et l'atome absorbe un photon de polarisation  $\sigma_+$  (à gauche dans l'image) qui refroidit l'atome et le ramène vers le zéro du champ magnétique. La présence du gradient du champ magnétique fait donc apparaître une force de rappel qui ramène les atomes vers la position du zéro du champ magnétique. Les atomes sont de cette façon refroidis et piégés dans cette position ( $z = 0$ ).

Dans le cas où on travaille avec de faibles intensités, il est possible d'additionner les forces dues à la présence des deux faisceaux laser, ce qui permet de trouver l'expression [59] :

$$F_{MOT} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left[ \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4(\delta - kv - \mu B/\hbar)^2/\Gamma^2} - \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4(\delta + kv + \mu B/\hbar)^2/\Gamma^2} \right] \quad (4.1)$$

où  $I_s$  est l'intensité de saturation (c'est à dire, l'intensité pour laquelle la population de l'état excité devient appréciable),  $v$  est la vitesse de l'atome selon la direction de refroidissement,  $B$  est le champ magnétique et  $\mu$  le moment magnétique de l'atome. Les termes  $kv$  et  $\mu B/\hbar$  correspondent aux changements de la fréquence dus à l'effet Doppler et à l'effet Zeeman. Puisque le champ magnétique varie linéairement avec la distance, on peut considérer que le changement en fréquence dû à l'effet Zeeman est égal à  $\omega_Z = \mu B/\hbar = \mu bz/\hbar = \beta z$ . L'expression de la force devient alors

$$F_{MOT} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left[ \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4(\delta - kv - \beta z)^2/\Gamma^2} - \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4(\delta + kv + \beta z)^2/\Gamma^2} \right] \quad (4.2)$$

où on remarque bien que la présence de la force de friction est due à l'effet Doppler et celle de la force de rappel est due à l'effet Zeeman. Si on considère que le terme de la force correspondant à un seul faisceau laser, on voit que lorsqu'on modifie la vitesse ou la position de l'atome ou bien le désaccord  $\delta$  ce terme a la forme d'une Lorentzienne. Ainsi, la force totale est la somme de deux Lorentziennes. Ceci est illustré dans la figure 4.3 pour le cas du

$^{87}\text{Rb}$  ( $\Gamma = 2\pi \times 6.07 \text{ MHz}$ ,  $I_{\text{sat}} = 1.67 \times 10^{-2} \text{ mW/mm}^2$ ,  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ) avec un gradient de champ magnétique  $b = 20 \text{ G/cm}$  et une intensité  $I = I_s$ .

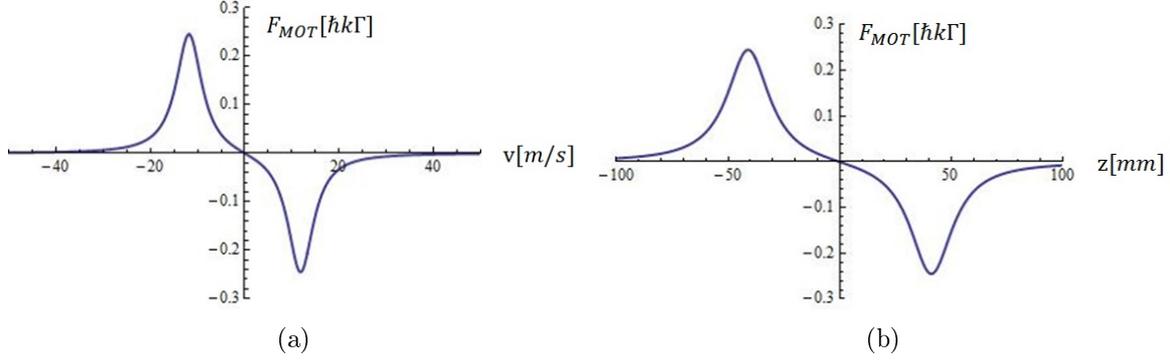


FIGURE 4.3 – Variation de la force d'un piège magnéto-optique pour le cas du  $^{87}\text{Rb}$  ( $\Gamma = 2\pi \times 6.07 \text{ MHz}$ ,  $I_{\text{sat}} = 1.67 \times 10^{-2} \text{ mW/mm}^2$ ,  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ) avec un gradient de champ magnétique  $b = 20 \text{ G/cm}$  en fonction (a) de la vitesse de l'atome dans la direction de refroidissement (en fixant  $\delta = -2.6\Gamma$ ,  $z = 0 \text{ mm}$  et  $I = I_s$ ) et (b) de la position de l'atome (en fixant  $\delta = -2.6\Gamma$ ,  $v = 0 \text{ m/s}$  et  $I = I_s$ ).

On définit la vitesse (figure 4.3(a)) et la distance de capture (figure 4.3(b)) comme les valeurs pour lesquelles la force est maximale. Ainsi, lorsqu'on fixe le désaccord en fréquence  $\delta$  à  $-2.6\Gamma$  (nous avons choisi cette valeur car comme nous le verrons plus tard elle correspond à nos conditions expérimentales) et on ne considère que des atomes à  $z = 0$ , la vitesse de capture du piège magnéto-optique est de l'ordre de  $12 \text{ m/s}$ .

Dans le cas des faibles vitesses  $kv \ll \Gamma$ , d'un effet Zeeman faible  $\beta z \ll \Gamma$  (ce qui correspond à ce placer dans la zone linéaire des courbes 4.3(a) et 4.3(b)) et faibles intensités  $I/I_s \ll 4\delta^2/\Gamma^2$ , alors l'expression de la force subie par l'atome peut s'écrire sous la forme :

$$F_{MOT} = \frac{2\hbar k(2I/I_s)(2\delta/\Gamma)(kv + \beta z)}{(1 + (2\delta/\Gamma)^2)^2} \quad (4.3)$$

cette équation a un terme dépendant de  $z$  et un terme dépendant de  $v$ . Ainsi, l'équation 4.3 peut être réécrite sous la forme

$$F_{MOT} = m\ddot{z} = m\gamma\dot{z} + m\omega_p^2 z \quad (4.4)$$

avec

$$\gamma = \frac{4\hbar k^2(I/I_s)(2\delta/\Gamma)}{m(1 + (2\delta/\Gamma)^2)^2} \quad (4.5)$$

et

$$\omega_p^2 = \frac{4\hbar k\beta(I/I_s)(2\delta/\Gamma)}{m(1 + (2\delta/\Gamma)^2)^2} \quad (4.6)$$

L'expression 4.4 met en évidence qu'un atome soumis à cette force magnéto-optique présente un mouvement similaire à celui d'un oscillateur harmonique amorti. Le terme  $\gamma m$  correspond au coefficient de friction, qui permet de définir le temps d'amortissement  $\tau_a = \frac{1}{\gamma}$ . De son côté,  $\omega_p$  représente la fréquence d'oscillation de l'atome dans le piège magnéto-optique. Ainsi, le comportement de l'atome dans le piège est déterminé par le ratio  $\frac{\gamma^2}{4\omega_p^2}$ , s'il est plus

petit que 1, on se retrouve dans le régime oscillant amorti et s'il est plus grand que 1 le mouvement de l'atome est sur-amorti.

Dans le cas des atomes de Rubidium 87, ayant une masse de  $1.44 \times 10^{-25}$  kg, le temps d'amortissement est de l'ordre de 0.8 ms lorsqu'on utilise un piège magnéto-optique avec des faisceaux laser ayant une intensité de  $I = I_{sat}$  et un désaccord en fréquence de  $\delta = -2.6\Gamma$ . Dans notre système, l'atome parcourt environ 45 mm avant de sortir de la zone de refroidissement. Ainsi, ce sont les atomes qui ont une vitesse longitudinale inférieure à 60 m/s qui passeront assez de temps dans le piège magnéto-optique pour être refroidis.

On remarquera que le modèle que nous avons vu dans cette sous-section est un modèle simple, valable à faibles intensités, faibles vitesses et faible effet Zeeman. Ceci ne correspond pas exactement à nos conditions expérimentales, mais permet d'avoir une bonne compréhension de ce qui se passe dans un piège magnéto-optique.

Lorsqu'on refroidit et piège les atomes dans trois directions avec trois paires (orthogonales) de faisceaux laser opposés et un gradient de champ magnétique dans ces trois directions également, on obtient ce qu'on connaît sous le nom de piège magnéto-optique. Ce type de piège fut démontré pour la première fois en 1987 par E. L. Raab et al. [60]. Si le refroidissement et le piégeage ont lieu que dans deux directions de l'espace (deux paires orthogonales de faisceaux laser opposés) on parle plutôt d'un piège magnéto-optique à deux dimensions. Les atomes n'étant pas piégés dans une direction de l'espace, un piège magnéto-optique à deux dimensions devient une source continue d'atomes froids.

## 4.2.2 Applications d'un piège magnéto-optique à deux dimensions

Les pièges magnéto-optiques à deux dimensions (2D-MOT) sont des systèmes très utilisés dans le domaine des atomes froids car ils permettent de refroidir les atomes dans deux directions à des températures de l'ordre de 400  $\mu K$  (20 cm/s) pour le cas du Rubidium 87 créant ainsi un jet atomique avec un flux continu important de  $\sim 10^{10}$  at/s [61] [62] et une vitesse longitudinale de l'ordre de 10 m/s.

Ces dispositifs sont souvent utilisés pour créer des sources d'atomes froids et pour charger d'autres pièges comme un "atom chip" (micro piège réalisé sur un microcircuit électronique) ou un piège magnéto-optique à trois dimensions (3D-MOT). Ces derniers ont plusieurs applications : les horloges atomiques, les études de collisions, la spectroscopie d'ultra-haute résolution, les condensats de Bose-Einstein (BEC), entre autres.

Pour certaines de ces expériences, par exemple pour les études avec des BECs, il est important de partir d'un nombre élevé d'atomes. Dans ce cadre-là, il est nécessaire d'utiliser une source atomique intense permettant de charger un 3D-MOT de manière efficace dans un temps court. Pour augmenter le nombre d'atomes il est possible d'utiliser des atomes à une pression élevée. Toutefois, cette méthode gêne les expériences car le temps de vie du piège est réduit par la présence de collisions entre atomes chauds et froids. Pour éviter cet effet, il est nécessaire de garder un niveau de vide correct. Une des méthodes principales consiste à utiliser deux enceintes, une à forte pression et l'autre à basse pression. Une autre alternative, est d'utiliser un dispensateur qui chauffe les atomes et les fait sortir pendant une durée de temps limitée, permettant d'obtenir une source d'atomes pulsée. Un ralentisseur Zeeman peut aussi être utilisé pour obtenir un jet d'atomes froids. Dans ce cas, un laser est utilisé pour refroidir les atomes longitudinalement et on se sert de l'effet Zeeman pour maintenir les atomes à résonance. Ce dispositif présente l'inconvénient d'être encombrant et de ne refroidir les atomes que dans la direction longitudinale mais pas transversalement.

Un piège magnéto-optique à deux dimensions présente l'avantage de fournir une source continue d'atomes froids avec un flux important. Comme nous le verrons dans la suite,

certaines méthodes ont été mises en place pour extraire le jet atomique d'un 2D-MOT et augmenter le nombre d'atomes transférés à un 3D-MOT ou d'autres pièges.

### 4.2.3 Jet atomique en sortie d'un 2D-MOT

Malgré la faible vitesse transversale des atomes sortant d'un 2D-MOT, le fait que celle-ci soit non nulle conduit à la divergence du jet atomique lorsqu'il s'éloigne du point de sortie. Ainsi, si on décide de travailler loin de la sortie, on se retrouve avec un jet atomique d'une taille importante. Pour récupérer les atomes il faudra donc utiliser des faisceaux laser de grande taille et à une puissance non négligeable. Pour contourner ce problème on peut décider de réduire la distance à laquelle on travaille, mais ceci est au prix d'un accès optique limité.

Plusieurs méthodes ont déjà utilisées pour réduire la divergence ou augmenter la densité du jet atomique. Nous en discuterons brièvement quelques-unes.

Une première méthode consiste à utiliser un faisceau laser pousseur installé dans l'axe du jet atomique et qui permet d'accélérer les atomes longitudinalement afin de réduire le temps qu'ils passent entre la sortie du 2D-MOT et la région de travail [63] [64]. Cette réduction du temps de transit se traduit en une diminution de l'expansion du jet atomique car la vitesse transversale des atomes reste inchangée. Cependant, le changement de la vitesse longitudinale peut aussi modifier le comportement du 3D-MOT et notamment son chargement.

Une autre configuration consiste à utiliser un 2D-MOT dans lequel le laser refroidissant n'est pas perpendiculaire à l'axe du jet atomique ( $4^\circ$ ) et comporte ainsi une composante selon l'axe du jet qui pousse les atomes et les fait sortir. Ce montage fut utilisé en 2011 par Kellogg et al. [65]. L'avantage de ce système, c'est qu'il permet d'augmenter le flux d'atomes juste en modifiant légèrement la structure d'un 2D-MOT classique sans avoir besoin d'un faisceau supplémentaire pour pousser les atomes.

Il est aussi possible d'extraire les atomes à la sortie d'un 2D-MOT de façon continue en utilisant un gradient magnétique anisotropique qui induit une vitesse de dérive sur les atomes [66]. Dans ce système, une troisième paire de faisceaux laser orthogonale est ajoutée au 2D-MOT et le gradient magnétique anisotrope est créé en appliquant des courants opposés dans quatre fils de cuivre. Cette méthode d'extraction est compatible avec des mesures de haute précision en spectroscopie, interférométrie atomique, études des collisions, etc. et a déjà été utilisée pour obtenir un signal de résonance atomique en faisant une mesure des franges de Ramsey.

Une autre façon d'augmenter le flux, consiste à utiliser un 2D-MOT en lui ajoutant une troisième paire de faisceaux laser orthogonale et une paire de bobines permettant de refroidir les atomes dans le troisième axe. Pour extraire les atomes, le miroir qui réfléchit ce troisième faisceau laser présente un trou au centre [67]. Ceci conduit à un déséquilibre de la pression de radiation et pousse les atomes se trouvant dans la zone du trou vers l'extérieur de 2D-MOT. Cela crée une source intense d'atomes à faible vitesse (LVIS- de l'anglais *Low-Velocity Intense Source*), avec une divergence de l'ordre de  $5 \text{ mrad}$  et un flux de  $5 \times 10^9 \text{ at/s}$ .

On peut aussi imaginer d'utiliser des faisceaux laser pour créer un potentiel dipolaire permettant de guider les atomes à la sortie d'un 2D-MOT. Selon la fréquence du laser, on peut différencier deux types de guidage : dans le premier, l'atome est attiré vers le maximum d'intensité et le guidage peut s'effectuer avec un mode gaussien, tandis que dans le deuxième, l'atome est attiré vers le minimum d'intensité et on a besoin d'un mode "creux" de lumière pour pouvoir le guider.

Le guidage des atomes en utilisant le potentiel dipolaire créé par un mode gaussien a déjà été réalisé pour des atomes refroidis et piégés dans une mélasse optique [68] et récemment,

il a été aussi utilisé pour guider et focaliser le jet atomique à la sortie d'un 2D-MOT [69].

Nous nous sommes intéressés à cette dernière méthode dans le cas où l'atome est attiré vers le minimum d'intensité. C'est pour cela que nous discuterons plus en détail la force et le potentiel dipolaires.

## 4.3 Principe de la canalisation par effet dipolaire des atomes issus d'un 2D-MOT

Un faisceau laser peut être utilisé pour effectuer le confinement des atomes. Ceci est possible grâce à l'interaction entre la lumière et les atomes qui donne lieu à la création d'un puits de potentiel dipolaire. C'est pour cette raison que la force et le potentiel dipolaires seront expliqués dans cette section.

### 4.3.1 Force et potentiel dipolaires

La force dipolaire est utilisée dans plusieurs domaines, à l'échelle macroscopique et à l'échelle des atomes. Afin de mieux comprendre comment elle agit, elle est présentée ici dans ces deux cadres.

- **Force dipolaire à l'échelle macroscopique**

A l'échelle macroscopique, l'origine de la force dipolaire provient de la réfraction de la lumière par un objet [70]. Lorsque la lumière est réfractée par un objet, elle exerce une force opposée à son propre changement de moment sur l'objet la réfractant. Considérons un faisceau gaussien incident sur une sphère dont l'indice de réfraction  $n_s$  est plus grand que celui de son milieu  $n_m$ . Dans ce cas, la lumière traversant la sphère sera réfractée vers l'intérieur de celle-ci, mais à cause de la distribution gaussienne du faisceau lumineux la lumière au centre du faisceau est plus intense que dans les bords. Ainsi, quand le centre de cette sphère se trouve dans le gradient d'intensité, il y aura plus de lumière réfractée vers le bord du faisceau (zone d'intensité plus faible). La sphère sentira alors une force résultante (force dipolaire) qui la conduira à se déplacer dans la direction opposée, c'est-à-dire vers le centre du faisceau (zone de forte intensité). Ceci est illustré dans la figure 4.4(a).

Dans le cas où l'indice de réfraction de la sphère  $n_s$  est inférieur à l'indice de son milieu  $n_m$ , la lumière sera réfractée vers l'extérieur de la sphère et majoritairement vers le centre du faisceau gaussien (zone de forte intensité). La sphère sentira une force dipolaire résultante l'amenant à se déplacer vers la zone de faible intensité comme le montre la figure 4.4(b).

Jusqu'à maintenant on n'a considéré que la réfraction de la lumière à l'intérieur d'un objet et on a vu que dans le cas où son indice de réfraction est supérieur à celui de son milieu, l'objet est ramené vers la zone de plus forte intensité. Si maintenant on prend en compte la réflexion de la lumière par l'objet, celle-ci va contribuer à une force de diffusion dont l'effet net va pousser l'objet dans la direction de propagation de la lumière. Si on veut piéger un objet, il faut trouver un équilibre entre la force dipolaire et la force de diffusion. Cette condition est réalisable si le faisceau laser est fortement focalisé [71] et l'objet est piégé dans le voisinage du point focal. Dans la pratique, on utilise un faisceau gaussien focalisé par une lentille à grande ouverture numérique (communément l'objectif d'un microscope). Ce système est ce qu'on connaît sous le nom de "pinces optiques" et est très utilisé dans le domaine de la biologie car il permet de manipuler des objets sans aucun contact.

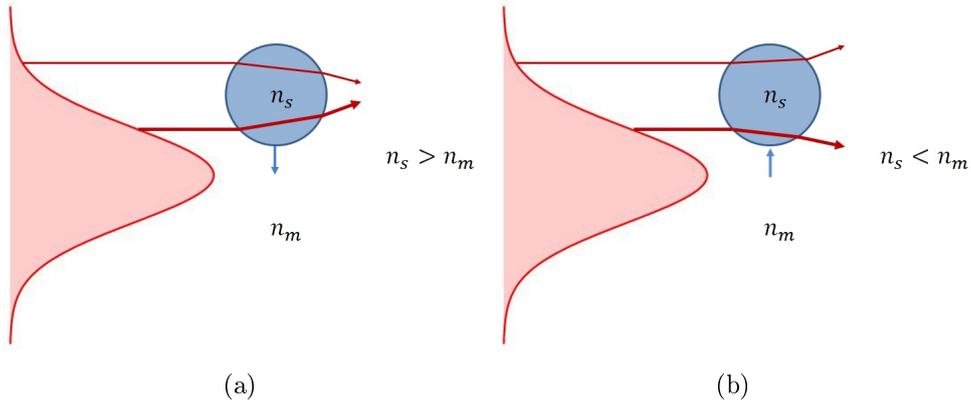


FIGURE 4.4 – Réfraction d'un faisceau gaussien par une sphère d'indice de réfraction  $n_s$  dans un milieu d'indice de réfraction  $n_m$  pour les cas où (a)  $n_s > n_m$  et (b)  $n_s < n_m$ .

Si on considère maintenant un atome de gaz, l'optique géométrique n'est plus adaptée pour comprendre comment il interagit avec la lumière et il faut se servir d'un autre formalisme. C'est ce cas que nous discutons dans la suite.

#### • Force dipolaire à l'échelle des atomes

Pour comprendre comment la force dipolaire agit à l'échelle des atomes, on peut la regarder dans le cadre de "l'atome habillé" [72]. On considère d'abord un atome à deux niveaux, où  $|g\rangle$  est l'état fondamental,  $|e\rangle$  est l'état excité lorsque l'atome n'interagit pas avec le champ du laser.  $\omega_a$  est l'écart en fréquence entre ces deux niveaux. Si le laser n'interagit pas avec l'atome, il a des niveaux d'énergie quantifiés  $|n\rangle$  où  $n$  correspond au nombre de photons présents dans le mode. On considère que le laser a une fréquence  $\omega_L$ , proche de la fréquence de résonance de l'atome (l'écart en fréquences étant donné par  $\delta$ , nous considérons ici les cas  $\delta > 0$ ).

Si on considère maintenant la somme des niveaux énergétiques des deux systèmes sans prendre en compte les interactions, on obtient une base dans laquelle les nouveaux états correspondent à l'état de l'atome avec un certain nombre de photons du mode laser. Dans cette base, on retrouve que l'état où l'atome est à l'état fondamental avec  $n$  photons est quasi dégénéré (l'écart étant donné par  $\delta$ ) avec l'état où l'atome est à l'état excité avec  $n - 1$  photons (voir le côté gauche de la figure 4.5).

Pour avoir les niveaux d'énergie de "l'atome habillé" il faut prendre en compte l'interaction entre l'atome et le champ du laser. Cette interaction est déterminée par la fréquence de Rabi  $\Omega(\vec{r}) = -2\sqrt{n+1}\vec{d} \times E_L(\vec{r})/\hbar$ , où  $\vec{d}$  est le moment dipolaire électrique de l'atome et  $E_L$  est le champ électrique à la position  $r$ . Dû aux interactions, les niveaux  $|g, n+1\rangle$  et  $|e, n\rangle$  vont se mélanger et donner lieu à deux nouveaux états  $|1, n\rangle$  et  $|2, n\rangle$  qui seront un mélange de l'état fondamental et l'état excité et où la valeur  $n$  est associée au nombre de photons présents dans l'état excité de la base sans interactions (figure 4.5). L'écart entre ces deux nouveaux niveaux est maintenant donné par  $\sqrt{\delta^2 + \Omega(\vec{r})^2}$ . C'est ce déplacement entre les niveaux, qui est à l'origine de la force et du potentiel dipolaires.

En effet, les énergies propres des nouveaux états  $|1, n\rangle$  et  $|2, n\rangle$  sont données par :

$$E_{1n}(\vec{r}) = (n+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar(\delta + \sqrt{\Omega(\vec{r})^2 + \delta^2})}{2} \quad (4.7)$$

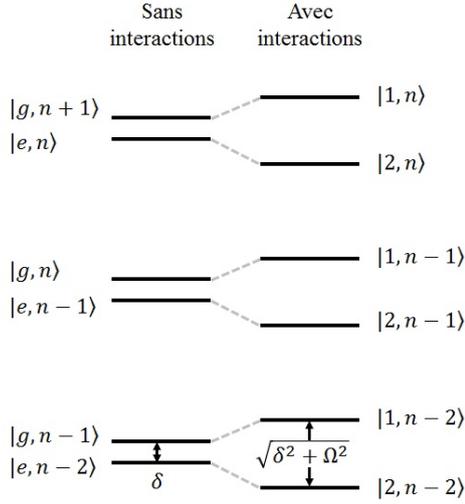


FIGURE 4.5 – Base d'états du système atome-lumière lorsqu'on prend en compte (côté droit) ou pas (côté gauche) leurs interactions.

$$E_{2n}(\vec{r}) = (n+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar(\delta - \sqrt{\Omega(\vec{r})^2 + \delta^2})}{2} \quad (4.8)$$

L'état habillé  $|1, n\rangle$  qui coïncide avec l'état  $|g, n+1\rangle$  lorsqu'il n'y a pas de lumière sera moins contaminé par l'état  $|e, n\rangle$  que l'état  $|2, n\rangle$ . Par conséquent il y aura moins d'émission spontanée dans les états 1 que dans les états 2 et ils seront donc plus peuplés. C'est l'interaction avec cet état (1) qui va être dominante. Dans le cas où  $\delta > 0$ , cet état correspond à l'état plus énergétique, un atome dans cet état est donc repoussé de la zone de forte intensité. Si l'atome est dans l'autre état habillé, il est au contraire, attiré vers la zone de forte intensité, mais la différence de population fait qu'en moyenne l'atome est repoussé de la zone de forte intensité. De manière inverse, lorsque  $\delta < 0$ , l'état habillé qui coïncide avec l'état fondamental correspond à l'état moins énergétique, et l'atome est en moyenne attiré vers la zone de forte intensité. Ceci est illustré dans la figure 4.6 pour le cas d'un faisceau gaussien.

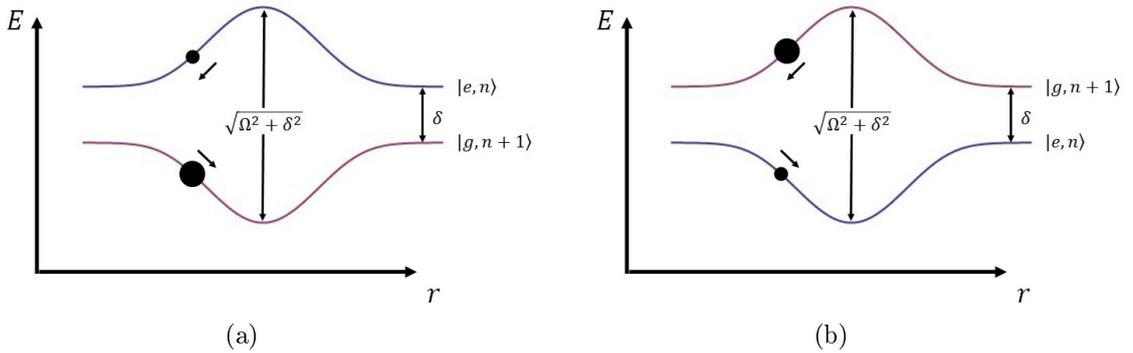


FIGURE 4.6 – Déplacement des niveaux d'énergie de l'atome dû à son interaction avec un faisceau gaussien donnant lieu à un potentiel dipolaire qui varie selon la position  $\vec{r}$ . Deux cas sont illustrés : (a)  $\delta < 0$  et (b)  $\delta > 0$ .

Si  $\delta = 0$ , les deux états, 1 et 2, ont la même proportion des états  $g$  et  $e$ , et ils ont donc la même population. Ainsi, les effets sur les deux états s'annulent, ce qui conduit à une force dipolaire moyenne nulle.

Des équations 4.7 et 4.8, on voit que lorsqu'on se place dans le cas d'un fort désaccord en fréquence il est possible de faire le développement limité  $\frac{\hbar}{2}\sqrt{\Omega(\vec{r})^2 + \delta^2} \approx \frac{\hbar\delta}{2} + \frac{\hbar\Omega(\vec{r})^2}{4\delta}$  et

les énergies propres des états  $|1, n\rangle$  et  $|2, n\rangle$  deviennent :

$$E_{1n}(\vec{r}) \approx (n+1)\hbar\omega_L - \hbar\delta - \frac{\hbar\Omega(\vec{r})^2}{4\delta} \quad (4.9)$$

$$E_{2n}(\vec{r}) \approx (n+1)\hbar\omega_L + \frac{\hbar\Omega(\vec{r})^2}{4\delta} \quad (4.10)$$

Puisque c'est le déplacement des niveaux d'énergie, produit par l'interaction entre l'atome et le laser, qui donne lieu au potentiel dipolaire, celui-ci varie comme le terme dépendant de  $\Omega(\vec{r})$ , c'est-à-dire, comme :

$$U_{dip} \approx \frac{\hbar\Omega(\vec{r})^2}{4\delta} \quad (4.11)$$

Or, on sait que le carré de la fréquence de Rabi est lié à l'intensité d'un faisceau laser par l'expression

$$\Omega(\vec{r})^2 = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I(\vec{r})}{I_s} \quad (4.12)$$

en se servant de la relation 4.12 on obtient

$$U_{dip} \approx \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{4\delta/\Gamma} \quad (4.13)$$

Si au lieu d'utiliser le formalisme de l'atome habillé pour calculer le potentiel dipolaire vu par les atomes, on avait utilisé les équations de Bloch ainsi que l'approximation du champ tournant (rotating wave approximation) négligeant les termes à des fréquences trop élevées pour donner lieu à des processus résonants, la solution stationnaire permet d'obtenir des expressions pour la force et le potentiel dipolaires.

Le potentiel dipolaire vu par l'atome est

$$U_{dip} = \frac{\hbar\delta}{2} \log \left[ 1 + \frac{I/I_s}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \right] \quad (4.14)$$

et la force dipolaire correspond à

$$F_{dip} = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{\nabla I/I_s}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_s}} \quad (4.15)$$

Dans le cas où  $\delta/\Gamma \gg 1$ , l'expression 4.14 peut se simplifier et on retrouve la même expression qu'on avait obtenu pour le potentiel dipolaire dans le cadre de l'atome habillé (équation 4.13).

Lorsqu'on utilise le potentiel dipolaire pour guider des atomes, c'est la profondeur du puits potentiel qui est importante. On obtient la profondeur du puits lorsque  $I$  atteint sa valeur maximale  $I_{max}$ . De cette façon, on reprenant 4.13 on obtient

$$U_{max} \approx \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{I_{max}/I_s}{4\delta/\Gamma} \quad (4.16)$$

La profondeur du puits de potentiel est directement proportionnelle à l'intensité du faisceau laser et inversement proportionnelle à son désaccord en fréquence  $\delta$ .

L'utilisation de la force dipolaire pour piéger des atomes a été proposé en 1968 par Letokhov [73] et réalisée expérimentalement pour la première fois en 1986 par Chu et al.[74] pour le cas  $\delta < 0$ .

• **Conclusion**

Dans cette sous-section nous avons vu qu'à l'échelle macroscopique la force dipolaire est la force résultante de la réfraction de la lumière ayant un gradient d'intensité sur l'objet alors qu'à l'échelle des atomes la force dipolaire est la force résultante de la modification des niveaux d'énergie interne des atomes (par un gradient d'intensité lumineuse) et de leur population. Ainsi en utilisant l'optique géométrique à l'échelle macroscopique et le formalisme de l'atome habillé à l'échelle des atomes on arrive au même résultat : la lumière présentant un gradient d'intensité donne lieu à une force dipolaire qui permet de piéger des objets que ça soit de taille macroscopique ou des atomes.

**4.3.2 Chauffage dans un piège dipolaire**

Lorsqu'on utilise un faisceau laser pour créer un piège dipolaire il faut aussi tenir compte du fait que les atomes diffusent la lumière. Ils vont ainsi absorber et réémettre des photons spontanément. Ceci donne lieu au chauffage des atomes et peut conduire, après plusieurs cycles d'émission spontanée, à la perte des atomes lorsqu'ils ont une énergie cinétique supérieure à la profondeur du piège dipolaire.

A cause de la diffusion de photons, la vitesse de l'atome change comme une marche aléatoire de pas  $v_{rec}$  :

$$\Delta v = \sqrt{N}v_{rec} \tag{4.17}$$

où  $N$  correspond au nombre de photons diffusés.

Ceci conduit à un changement de la température de l'atome donné par

$$dT = \frac{m\Delta v^2}{k_B} = \frac{mNv_{rec}^2}{k_B} \tag{4.18}$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann.

On peut réécrire cette expression sous la forme

$$dT = NT_{rec} \tag{4.19}$$

où  $T_{rec}$  est la température de recul donnée par

$$T_{rec} = \frac{mv_{rec}^2}{k_B} \tag{4.20}$$

Or, le nombre de photons diffusés est donné par

$$N = \eta_{sp}dt \tag{4.21}$$

où  $dt$  est l'intervalle de temps considéré et  $\eta_{sp}$  est le taux d'émission spontanée :

$$\eta_{sp} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2}} \tag{4.22}$$

la variation du taux d'émission spontanée en fonction du désaccord en fréquence a la forme d'une Lorentzienne. Si on trace le taux d'émission spontanée en fonction de l'intensité du faisceau laser, le taux d'émission spontanée augmente jusqu'à atteindre la saturation à  $\Gamma/2$  lorsque  $I/I_s \gg 1$ .

L'expression 4.18 peut se réécrire sous la forme

$$dT = T_{rec}\eta_{sp}dt \tag{4.23}$$

ce qui nous donne le taux de chauffage, qui correspond au changement de la température de l'atome dans un intervalle de temps

$$\varsigma = \frac{dT}{dt} = T_{rec}\eta_{sp} \quad (4.24)$$

dans le cas du  $^{87}Rb$ , qui est l'atome avec lequel nous travaillons, la température de recul correspond à  $T_{rec} = 362 \text{ nK}$ .

Le taux d'émission spontanée, et donc le chauffage, est directement proportionnel à l'intensité du faisceau laser  $I$  et inversement proportionnel au carré du désaccord en fréquence  $\delta^2$ .

Pour augmenter la profondeur du puits de potentiel (équation 4.16), on aurait tendance à travailler à faibles désaccords en fréquence, mais lorsqu'on est près de la résonance le chauffage devient important. Pour éviter le chauffage, on augmente le désaccord en fréquence, mais aussi l'intensité du faisceau laser  $I$  afin de garder puits de potentiel suffisamment profond pour piéger les atomes.

A grands désaccords en fréquence ( $4\frac{\delta^2}{\Gamma^2} \gg \frac{I}{I_s}$ ), ce qui est souvent le cas lorsqu'on utilise des pièges dipolaires, l'expression 4.22 devient :

$$\eta_{sp} \approx \frac{\Gamma I/I_s}{2 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2}} \quad (4.25)$$

### 4.3.3 Utilisation d'un mode laser creux ( $LG$ )

Nous nous sommes intéressés à utiliser le potentiel dipolaire pour piéger des atomes dans le cas où le désaccord en fréquence  $\delta$  est positif, c'est qui correspond à créer ce qu'on appelle un piège désaccordé vers le bleu de la transition atomique. Dans ce type de piège les atomes sont attirés vers les zones de faible intensité de lumière, ce qui veut dire que pour pouvoir vraiment piéger les atomes il est nécessaire de mettre en forme le laser utilisé. Un mode  $LG_0^\ell$  comportant un seul anneau de lumière avec un centre bien noir, est un bon candidat pour créer un piège dipolaire désaccordé vers le bleu.

Dans le cas d'un mode  $LG_0^\ell$ , la profondeur du potentiel dipolaire est donnée par l'expression 4.16, la valeur de  $I_{max}$  étant donnée par l'intensité à la position du rayon du mode  $LG_0^\ell$  :

$$I_{max} = I_p^\ell(d_{LG}/2, \theta, z) = \frac{2P_0}{\pi(|\ell|)!} \frac{2^\ell}{d_{LG}^2(z)} \ell^{|\ell|} e^{-\ell} \quad (4.26)$$

si on considère des valeurs de  $\ell$  supérieures à 2, on peut utiliser la formule de Stirling ( $\ell! \approx \sqrt{2\pi\ell} \left(\frac{\ell}{e}\right)^\ell$ ) pour retrouver une expression encore plus simple :

$$I_{max} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\ell}}{d_{LG}^2} P_0 \quad (4.27)$$

Cette équation montre que l'intensité maximale d'un mode  $LG$  varie comme la racine carrée de  $\ell$ . Elle présente aussi une variation linéaire avec la puissance du mode  $LG$  et est inversement proportionnelle au carré de son diamètre  $d_{LG}$ .

Par ailleurs, comme on l'a vu dans le chapitre 1, au centre d'un mode  $LG$  l'intensité varie comme  $r^{2\ell}$ . Ainsi, le potentiel dipolaire créé par un mode  $LG$  devient rapidement carré lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Si on se place dans la configuration de diamètre  $d_{LG}$  constant, alors le centre devient plus noir avec l'augmentation de  $\ell$  et l'atome piégé à l'intérieur passe moins de temps dans les zones de lumière.

L'avantage de piéger les atomes dans une zone noire, réside dans le fait que les atomes ne diffusent que peu de photons ce qui se traduit par un chauffage limité comme on le verra dans la sous-section suivante.

#### 4.3.4 Chauffage dans un piège dipolaire créé par un mode $LG$

Dans le cas d'un atome guidé dans un mode  $LG$  il faut redéfinir le taux d'émission spontanée car l'atome ne diffuse pas la lumière lorsqu'il se trouve au centre noir du mode. A cause de sa vitesse transverse, l'atome atteint la zone de lumière constituant l'anneau et rebondit si son énergie est inférieure à la profondeur du puits de potentiel produit par le mode  $LG$ . C'est à ce moment-là qu'il peut absorber des photons. L'atome oscille donc à l'intérieur du mode  $LG$  tant que son énergie reste inférieure à la profondeur du puits. Ainsi, lorsque le puits de potentiel est créé par un mode  $LG$  il est convenable de définir le taux d'émission spontanée en fonction du nombre de photons diffusés par oscillation dans le guide  $N_{osc}$  et de la période d'oscillation  $\tau_{osc}$  :

$$\eta_{LG} = \frac{N_{osc}}{\tau_{osc}} \quad (4.28)$$

L'intérêt d'utiliser un mode  $LG$  pour créer un piège dipolaire réside dans le fait qu'à différence d'un piège créé par un faisceau gaussien les atomes sont piégés dans le centre noir du mode  $LG$ , ce qui permet de réduire le chauffage. Dans un travail préalable, présenté dans la thèse de Carrat [11] le dépacement d'un atome à l'intérieur d'un mode  $LG$  a été calculé numériquement. On en a déduit le temps d'une oscillation  $\tau_{osc}$  et le nombre moyen de photons diffusés dans une oscillation  $N_{osc}$ . Ces valeurs ont permis de calculer le taux d'émission spontanée dans ce mode  $LG$  ( $\eta_{LG}$ ). Dans le cas d'un mode  $LG_0^8$  avec un diamètre de  $1.5\text{ mm}$ , une puissance de  $500\text{ mW}$  et un désaccord en fréquence de  $6\text{ GHz}$  le taux d'émission spontanée, pour un atome ayant une vitesse transversale initiale de  $10\text{ cm/s}$ , est de l'ordre de  $10^3\text{ photons/s}$ . Un calcul similaire pour le cas d'un faisceau gaussien ayant la même taille et la même puissance, mais un désaccord en fréquence de  $5.5\text{ GHz}$  (le désaccord en fréquence est adapté pour garder une profondeur de puits de potentiel de  $2.5\text{ mK}$ ) donne un taux d'émission spontanée de l'ordre de  $2 \times 10^5\text{ photons/s}$ . Le fait d'utiliser un mode  $LG$  pour guider les atomes permet de réduire le chauffage d'un facteur 200 par rapport au cas d'un faisceau gaussien ayant la même profondeur de puits.

Pour un jet atomique à la sortie d'un 2D-MOT, l'utilisation d'un mode  $LG$  copropageant pour créer un potentiel dipolaire permet de guider le jet atomique tant que la vitesse transverse des atomes est inférieure à la profondeur du puits de potentiel créé. Ainsi, si on considère un atome à une vitesse transversale initiale de  $10\text{ cm/s}$  ( $100\text{ }\mu\text{K}$ ) dans un potentiel dipolaire ayant une profondeur de  $2.5\text{ mK}$ , pour que l'atome sorte du puits de potentiel il faudrait qu'il absorbe  $7 \times 10^3\text{ photons}$ , ce qui avec un taux de chauffage de  $362\text{ }\mu\text{K/s}$  (obtenu pour un taux d'émission spontanée de  $10^3\text{ photons/s}$ ) correspond au nombre de photons absorbés lors d'un temps d'environ  $7\text{ s}$  dans le potentiel dipolaire. Si le puits de potentiel est créé avec un mode gaussien, alors l'atome sortira du potentiel après un temps de  $33\text{ ms}$  (nous avons considéré un taux d'émission spontanée de  $2 \times 10^5\text{ photons/s}$ ), ce qui donne un taux de chauffage de  $72\text{ mK/s}$ . Comme nous le verrons plus tard, dans notre expérience nous travaillons avec un puits de potentiel ayant une profondeur de  $1\text{ mK}$ . Puisque cette valeur est inférieure à  $2.5\text{ mK}$ , on s'attend donc à ce que le temps de chauffage soit plus court.

Plus l'atome passe du temps dans un piège dipolaire, plus il interagira avec la lumière et plus il chauffera. Si on augmente la distance sur laquelle les atomes doivent être guidés, on

augmente le temps d'interaction et donc la possibilité de les perdre.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons expliqué comment on peut refroidir et piéger les atomes en utilisant des paires de lasers contrepropageants désaccordés vers le rouge de la transition atomique en combinaison avec un gradient de champ magnétique. Lorsque cette configuration est utilisée dans deux directions de l'espace cela donne lieu à un piège magnéto-optique à deux dimensions. Les pièges magnéto-optiques à deux dimensions permettent d'obtenir un jet continu d'atomes froids avec un flux élevé qui est couramment utilisé pour charger d'autres pièges comme un piège magnéto-optique à trois dimensions. Toutefois, ce type de pièges présente une divergence importante de l'ordre de  $40 \text{ mrad}$ . Ceci s'avère problématique car pour pouvoir récupérer ce jet atomique l'expérimentateur doit se placer près de la sortie où il a un accès optique limité, ou plus loin où il a un meilleur accès optique mais où la divergence du jet atomique est telle que pour récupérer les atomes il doit utiliser des lasers de grande taille et à une puissance élevée.

Pour plusieurs expériences il est intéressant de partir d'un nombre d'atomes élevé. C'est pour cette raison que différentes méthodes d'extraction des atomes provenant d'un 2D-MOT ont été proposées. Notre équipe s'est aussi intéressée à cette problématique, en particulier à l'utilisation d'un potentiel dipolaire pour canaliser les atomes en sortie d'un 2D-MOT. Comme nous l'avons vu, le potentiel dipolaire est dû au déplacement des niveaux d'énergie des atomes causé par leur interaction avec la lumière. La profondeur d'un puits de potentiel est directement proportionnelle à l'intensité du laser utilisé et inversement proportionnelle à son désaccord en fréquence. Lorsqu'on travaille à faible désaccord en fréquence, l'atome absorbe et réémet spontanément des photons. Ceci conduit au chauffage de l'atome et peut causer des pertes. Pour éviter cet effet, il est convenable de travailler à fort désaccord en fréquence. Toutefois, à forts désaccords en fréquence la profondeur du puits de potentiel diminue et on est obligé de travailler à fortes intensités. Le chauffage peut aussi être réduit en utilisant un potentiel dipolaire désaccordé vers le bleu. Dans ce cas, le potentiel dipolaire est créé avec un mode creux de lumière et les atomes sont piégés dans son centre noir. Notre groupe de recherche ayant une expertise dans la fabrication de modes  $\overline{LG}$ , ce sont ces modes que nous avons choisis pour créer un potentiel dipolaire bleu. Comme nous l'avons vu dans la sous-section 4.3.4, l'utilisation de ces modes devrait permettre de réduire le chauffage des atomes d'un facteur 200 par rapport au cas d'un potentiel dipolaire rouge. Ceci a motivé la réalisation expérimentale d'un puits de potentiel créé par un mode  $\overline{LG}$  pour extraire les atomes à la sortie d'un 2D-MOT qui sera présentée dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Canalisation d'un jet atomique issu d'un 2D-MOT par un mode $\overline{LG}$ : LG-Channeled-2D-MOT

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>101</b>
<b>5.2</b>	<b>Configuration expérimentale</b>	<b>101</b>
5.2.1	Préparation du 2D-MOT	101
5.2.2	Puits de potentiel formé par le mode $\overline{LG}$	107
5.2.3	Méthode de détection	113
<b>5.3</b>	<b>Résultats et analyse</b>	<b>116</b>
5.3.1	Canalisation des atomes en fonction de l'indice azimutal $\ell$ du $\overline{LG}$	117
5.3.2	Canalisation des atomes en fonction de la fréquence du $\overline{LG}$	124
5.3.3	Distribution de vitesses transversales des atomes canalisés	125
<b>5.4</b>	<b>Modélisation de la canalisation par un mode <math>\overline{LG}</math></b>	<b>128</b>
5.4.1	Canalisation par un mode $LG$ sans pertes	128
5.4.2	Introduction des pertes et de l'effet de poussée	130
5.4.3	Efficacité de canalisation	134
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>136</b>

---



## 5.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous avons proposé une nouvelle méthode d'extraction des atomes à la sortie d'un 2D-MOT basée sur le confinement des atomes à l'intérieur d'un tube de lumière. Ce tube de lumière est créé en utilisant un mode  $\overline{LG}$ . L'intérêt de ce système réside dans le fait que les atomes ne diffusent que peu de lumière, ce qui limite leur chauffage. C'est cette configuration que nous avons mis en place, et que nous présentons dans ce chapitre.

Sa réalisation expérimentale est expliquée dans la section 5.2. Les résultats que nous avons obtenus et leur analyse en fonction de l'ordre  $\ell$  du mode  $\overline{LG}$  utilisé et de son désaccord en fréquence sont présentés dans la section 5.3. Nous avons aussi étudié la distribution des vitesses transversales du jet atomique extrait d'un piège magnéto-optique à deux dimensions par un mode  $\overline{LG}$ . Afin de mieux comprendre les résultats obtenus sur la canalisation des atomes nous avons créé un modèle simple permettant d'expliquer nos mesures. Ce modèle est présenté dans la section 5.4.

Finalement, nos conclusions sont présentées dans la section 5.5.

## 5.2 Configuration expérimentale

### 5.2.1 Préparation du 2D-MOT

Comme on l'a vu dans 4.2.1 un 2D-MOT permet de refroidir et piéger des atomes dans deux directions. Pour cela on a besoin d'une enceinte sous vide, d'une cellule d'atomes, d'une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz pour créer un gradient de champ magnétique et de deux paires de faisceaux laser avec une fréquence inférieure à la fréquence de transition atomique ( $\delta < 0$ ). Pour chaque paire, les faisceaux sont contrepropageants et ils ont des polarisations circulaires inverses  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ .

Dans cette sous-section nous présentons les transitions utilisées pour effectuer le refroidissement des atomes que nous utilisons ainsi que le 2D-MOT avec lequel nous travaillons.

- **Refroidissement du  $^{87}\text{Rb}$**

Nous travaillons avec des atomes de Rubidium 87 ( $^{87}\text{Rb}$ ). En particulier, nous utilisons la transition  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ . Le niveau fondamental ayant une valeur  $J = 1/2$ , donne lieu à deux sous-niveaux différents lorsqu'il est en présence d'un champ magnétique :  $F = 1$  et  $F = 2$ . De son côté, le niveau  $5P_{3/2}$  se sépare en quatre différents sous-niveaux :  $F' = 0$ ,  $F' = 1$ ,  $F' = 2$  et  $F' = 3$  (figure 5.1). Ainsi, deux transitions sont possibles pour refroidir l'atome :  $F = 1 \rightarrow F' = 0$  et  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Nous avons décidé de refroidir l'atome en utilisant la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Toutefois, puisque les niveaux atomiques ont une largeur de raie  $\Gamma$  (égale à  $2\pi \times 6.07 \text{ MHz}$  dans le cas du  $^{87}\text{Rb}$ ), l'atome a une certaine probabilité de se retrouver dans le niveau  $F' = 2$ . Une fois dans ce niveau, il a une probabilité de l'ordre de 50% de tomber dans le sous-niveau  $F = 1$ . Ceci a un taux d'occurrence d'environ 1/1200. Un atome se trouvant dans l'état  $F = 1$  ne peut pas être refroidi par le laser. Dans la sous-section 4.2.1, nous avons calculé que dans notre configuration un atome de  $^{87}\text{Rb}$  est refroidi dans un temps d'environ 0.8 ms. Pendant ce temps-là, l'atome effectue des milliers de cycles et l'effet de tomber dans le niveau  $F = 1$  n'est pas négligeable. C'est pour cette raison qu'en pratique on a besoin d'un laser supplémentaire permettant de ramener l'atome dans un état lié à la transition de piégeage et de refroidissement. Nous avons choisi d'utiliser ce laser supplémentaire à la fréquence de la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ . On a donc besoin

d'un premier laser pour refroidir et piéger les atomes et d'un deuxième laser pour remettre les atomes dans un niveau lié à transition piégeante. On appellera respectivement ces deux faisceaux laser le laser piégeant et le laser repompeur.

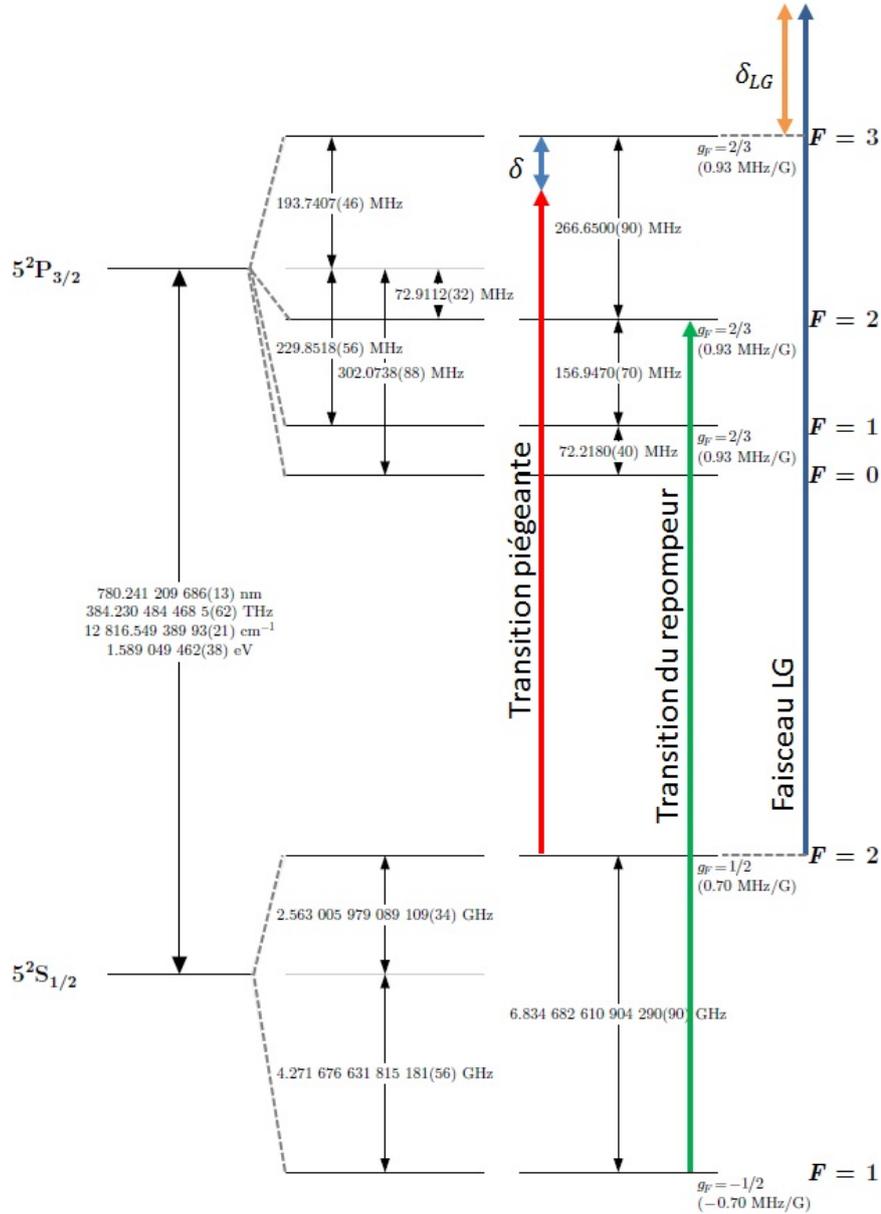


FIGURE 5.1 – Structure hyperfine de la transition  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ . Les écarts entre niveaux énergétiques de la structure hyperfine sont indiqués. Ce diagramme a été adapté de [75]

### • Le 2D-MOT du SYRTE

Nous avons utilisé un 2D-MOT conçu par le SYRTE [62] pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . L'enceinte à vide principale est une pièce de titane ayant une taille de  $4 \times 4 \times 23 \text{ cm}^3$ , dont les faces rectangulaires sont fermées avec quatre hublots ayant une taille de  $90 \times 25 \text{ mm}^2$  (figure 5.2). Les côtés carrés de cette enceinte sont connectés, d'une part au réservoir d'atomes et à une pompe ionique et d'autre part à une deuxième enceinte destinée aux mesures et aux expériences. Le raccordement de l'enceinte principale à l'enceinte des expériences est fait avec un trou de  $1.5 \text{ mm}$  de diamètre permettant un pompage différentiel. Ainsi, dans l'enceinte principale, un vide de  $10^{-7} \text{ mbar}$  assure une bonne efficacité de chargement pour le 2D-MOT et on maintient un vide de l'ordre de  $10^{-8} \text{ mbar}$  dans l'enceinte des expériences.

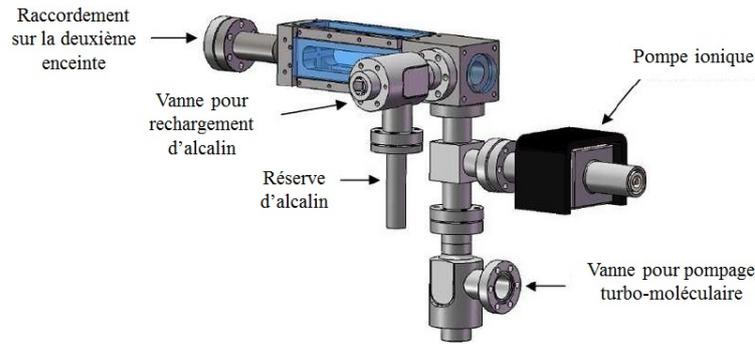


FIGURE 5.2 – Enceinte à vide principale du 2D-MOT du SYRTE montrant ses différents raccords. Image extraite du manuel de mise en route du 2D-MOT créé par le SYRTE.

Les atomes sont contenus dans une réserve chauffée par un courdon chauffant. Typiquement, nous augmentons la température à  $80^{\circ}\text{C}$ , ce qui permet aux atomes de sortir thermiquement de la cellule et d'arriver à la zone de refroidissement.

Les lasers effectuant le refroidissement sont amenés par deux fibres à maintien de polarisation, un pour le refroidissement vertical (axe  $z$ ) et l'autre pour le refroidissement horizontal (axe  $y$ ).

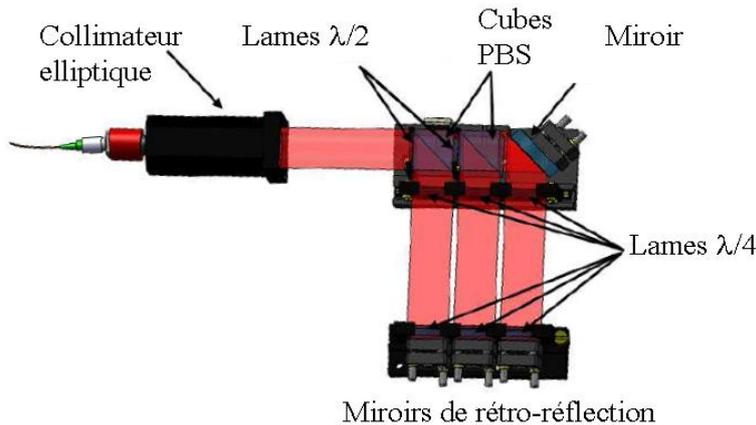


FIGURE 5.3 – 2D-MOT du SYRTE. Ce schéma montre le montage utilisé pour créer les trois zones de refroidissement.

Les collimateurs en sortie de fibre ont été choisis de sorte qu'à leur sortie les faisceaux soient elliptiques de façon à optimiser la taille de la zone de refroidissement. Chaque faisceau laser (vertical et horizontal) passe par un système optique composé de lames  $\lambda/2$  et de cubes polariseurs permettant de le diviser en trois (figure 5.3). On obtient ainsi trois zones de refroidissement, ce qui donne une zone totale de refroidissement de  $8\text{ mm} \times 80\text{ mm}$ . Chacun de ces faisceaux traverse ensuite l'enceinte contenant les atomes et est réfléchi par un miroir qui le renvoie dans l'enceinte. Pour refroidir les atomes on a besoin de faisceaux à polarisation circulaire. Pour cette raison, des lames  $\lambda/4$  sont placées pour adapter la polarisation des faisceaux. Chaque zone de refroidissement consiste donc en deux faisceaux contrepropageants de polarisations  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . Pour équilibrer la puissance entre les trois zones de refroidissement les lames  $\lambda/2$  sont utilisées.

Pour bon fonctionnement du système utilisé, le SYRTE conseille d'utiliser des puissance en sortie de fibre de l'ordre de  $50\text{ mW}$  pour le laser piégeant et de  $2\text{ mW}$  pour le laser repompeur.

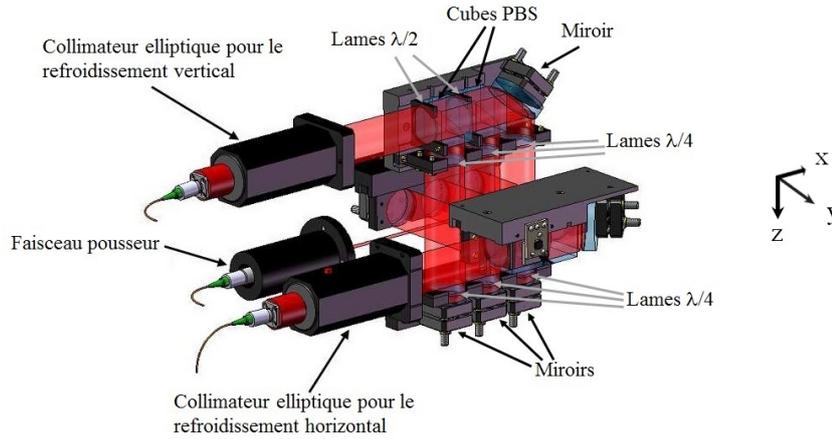


FIGURE 5.4 – 2D-MOT du SYRTE. Les faisceaux laser sont amenés par des fibres à maintien de polarisation puis envoyés dans l'enceinte via des collimateurs. Ce montage montre les optiques nécessaires pour créer trois zones de refroidissement dans les directions horizontale et verticale. Cette image a été extraite du manuel de mise en route du 2D-MOT créé par le SYRTE.

Pour créer un champ magnétique quadrupolaire nous utilisons deux paires de bobines rectangulaires, (chacune mesure  $90 \times 25 \text{ mm}$  en accord avec la taille de l'enceinte à vide où le refroidissement laser est effectué) en configuration anti-Helmholtz. Elles sont placées autour de l'enceinte contenant les atomes dans les directions horizontale et verticale. Ainsi, lorsqu'on fait circuler un courant de  $1.5 \text{ A}$  on obtient un gradient de champ de  $20 \text{ G/cm}$  dont le zéro se trouve au centre des bobines.

Le 2D-MOT du SYRTE dispose également d'un accès à la cellule le long de l'axe du jet de sorte à y envoyer un faisceau pousseur. Nous avons retiré le collimateur correspondant pour faire passer notre faisceau  $\overline{LG}$  dans cet espace et l'aligner dans l'axe du jet atomique.

### • Les laser du 2D-MOT

Pour refroidir les atomes nous nous plaçons dans une configuration où le laser piégeant est désaccordé de  $-2.6\Gamma$  de la transition  $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 3$ . Nous avons choisi cette valeur car, selon des études menées par le SYRTE, elle est proche de la valeur qui maximise la force (autour de  $-2\Gamma$ ) qui agit sur les atomes dans le piège magnéto-optique que nous avons. De son côté, le laser repompeur est accordé à la fréquence de la transition  $5S_{1/2}F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 2$ . La structure hyperfine de la transition  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  est montrée dans la figure 5.1. Les transitions correspondantes au laser piégeant et repompeur sont indiquées avec une flèche rouge et verte respectivement.

On sait que dans le cas d'un laser à semiconducteur, sa fréquence est définie par la longueur de sa cavité et par le milieu amplificateur. La longueur de la cavité dépend de la température et le gain du milieu amplificateur dépend de la température et du courant appliqués. De l'extérieur du laser, on peut contrôler la température et le courant et changer ainsi les conditions de sa cavité et de son milieu amplificateur. Ces deux paramètres sont ajustés au mieux, pour que le laser fonctionne à la fréquence souhaitée. L'augmentation du courant ou de la température conduit à une augmentation de la fréquence du laser. Or, pour pouvoir refroidir les atomes, nous avons besoin de lasers à des fréquences bien précises, avec une stabilité de l'ordre du  $\text{MHz}$ . Pour cela, un asservissement en température et en courant sans un référentiel atomique n'est pas suffisant. Afin d'atteindre le  $\text{MHz}$  de stabilité, les faisceaux laser sont asservis en fréquence en utilisant une référence atomique. Cet asservissement est réalisé au moyen d'un montage d'absorption saturée suivi d'un système de détection synchrone pour fixer la fréquence du laser au sommet d'une raie spectroscopique.

Les asservissements utilisés pour le laser piégeant et le laser repompeur sont expliqués ci-dessous.

### • Le laser repompeur

Dans le cas du faisceau repompeur (diode Sanyo DL-7140), nous verrouillons le laser directement sur le pic correspondant à la transition du repompeur  $5S_{1/2}F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 2$  (voir figure 5.5(b)). Pour cela, on prélève un faisceau de  $1\text{ mW}$  qu'on envoie dans une cellule d'absorption saturée (5.5(c)). Le signal de la photodiode obtenu en balayant le courant du laser et donc sa fréquence est représenté dans la figure 5.5(b). Pour verrouiller le laser sur le pic de la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  (à droite sur l'image 5.5(b)), on module légèrement le courant à  $2\text{ kHz}$  et on extrait un signal d'erreur par un système de détection synchrone. Un correcteur PID effectue une contre-réaction sur le courant moyen du laser.

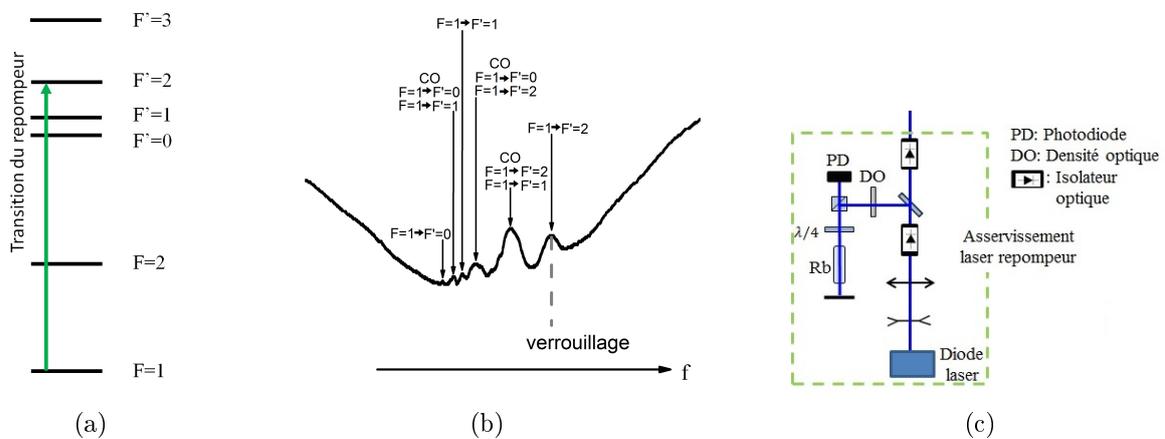


FIGURE 5.5 – (a) Niveaux atomiques liés par la transition du repompeur (b) signal transmis d'un montage d'absorption saturée pour la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  montrant les transitions du cas où l'atome part du niveau  $F = 1$ . CO indique les cross-overs entre les différentes transitions. La partie inférieure montre le pic sur lequel le laser repompeur est verrouillé (c) Montage utilisé pour l'asservissement du laser repompeur

### • Le laser piégeant

Dans le cas du laser piégeant (laser DLX 110 de Toptica), il faut asservir la fréquence non pas sur une transition mais à la distance  $\delta$  (de typiquement  $-15.8\text{ MHz}$ ) de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Pour cela, on commence par décaler la fréquence du faisceau d'asservissement par un modulateur acousto-optique fonctionnant à  $f_{AOM} = 98\text{ MHz}$  (par passage) utilisé en double passage dans l'ordre  $-1$  (figure 5.6(c)). Ce faisceau a donc une fréquence  $f = f_{DLX} - 2f_{AOM} = f_{DLX} - 196\text{ MHz}$ , et c'est lui qu'on envoie dans la cellule d'absorption saturée. La figure 5.6(b) montre le spectre ainsi obtenu. On utilise le pic correspondant au cross-over des transitions  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  et  $F = 2 \rightarrow F' = 1$  à  $-211.8\text{ MHz}$  de la la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  pour verrouiller le laser et assurer que  $f = f_{F=2 \rightarrow F'=3} - 211.8\text{ MHz}$ . Comme pour le laser repompeur on crée un signal d'erreur par un système de détection synchrone sur le signal d'absorption saturée en appliquant une modulation au courant du laser, ici à  $15\text{ kHz}$ . Cette fois-ci, la correction s'effectue sur un piézo-électrique qui modifie la longueur de la cavité et donc la fréquence du laser.

Ainsi, la fréquence du laser piégeant peut s'exprimer sous la forme :

$$f_{\text{piégeant}} = f_{F=2 \rightarrow F'=3} - 2.6 \times \Gamma \quad (5.1)$$

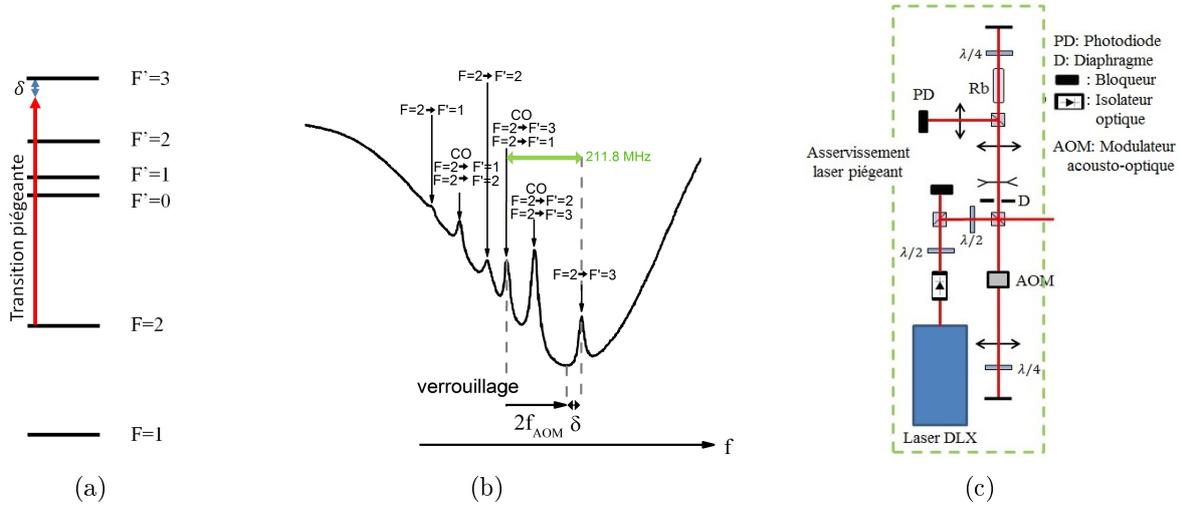


FIGURE 5.6 – (a) Niveaux atomiques liés par la transition piégeante (b) signal transmis d'un montage d'absorption saturée pour la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  montrant les transitions du cas où l'atome part du niveau  $F = 2$ . CO indique les cross-overs entre les différentes transitions. La partie inférieure montre le pic sur lequel le laser piégeant est verrouillé, ainsi que la contribution du modulateur acousto-optique ( $f_{\text{AOM}}$  par passage) et le désaccord  $\delta$  (c) Montage utilisé pour l'asservissement du laser piégeant.

### • Montage optique de préparation des lasers piégeant et repompeur

La figure 5.7 schématise le montage optique de préparation des lasers piégeant et repompeur. On distingue dans les encadrés en pointillés les montages d'asservissement décrits précédemment. Le reste du montage sert à superposer le piégeant et le repompeur précisément, avec des puissances contrôlées pour pouvoir les injecter dans différentes fibres.

La partie principale du faisceau piégeant est divisée en trois donnant lieu à trois faisceaux qu'on superpose à trois faisceaux du laser repompeur. Lors de la première superposition des deux lasers on obtient deux faisceaux qui sont conduits vers le 2D-MOT pour créer les deux axes de refroidissement. Une deuxième superposition des lasers piégeant et repompeur permet d'obtenir deux faisceaux, dont le premier est utilisé pour mesurer la fréquence des lasers avec un lambdamètre et le deuxième est un faisceau que nous gardons en réserve. Les trois premiers faisceaux sont ensuite injectés dans des fibres à maintien de polarisation et amenés ainsi vers le 2D-MOT et le lambdamètre, respectivement. La troisième superposition des lasers piégeant et repompeur permet d'obtenir un faisceau non-fibré qui constitue la sonde, dont la taille est contrôlée avec un diaphragme, et qui sert à détecter les atomes par fluorescence.

L'avantage du montage utilisé réside dans le fait qu'à différence du montage typique, où le faisceau principal du laser piégeant donnant lieu aux faisceaux refroidissants passe par l'AOM, c'est un faisceau secondaire, qui ne sert qu'à asservir la fréquence, qui effectue le passage par l'AOM. De cette façon, si on décide de changer la fréquence de modulation de l'AOM, par exemple pour travailler avec une autre valeur de désaccord en fréquence, le faisceau principal ne change pas de position et on ne doit pas refaire la superposition du laser piégeant avec le laser repompeur ni la réinjection des fibres. Ce montage nous permet aussi d'éviter les pertes de puissance dans le faisceau principal, inhérentes à l'efficacité de

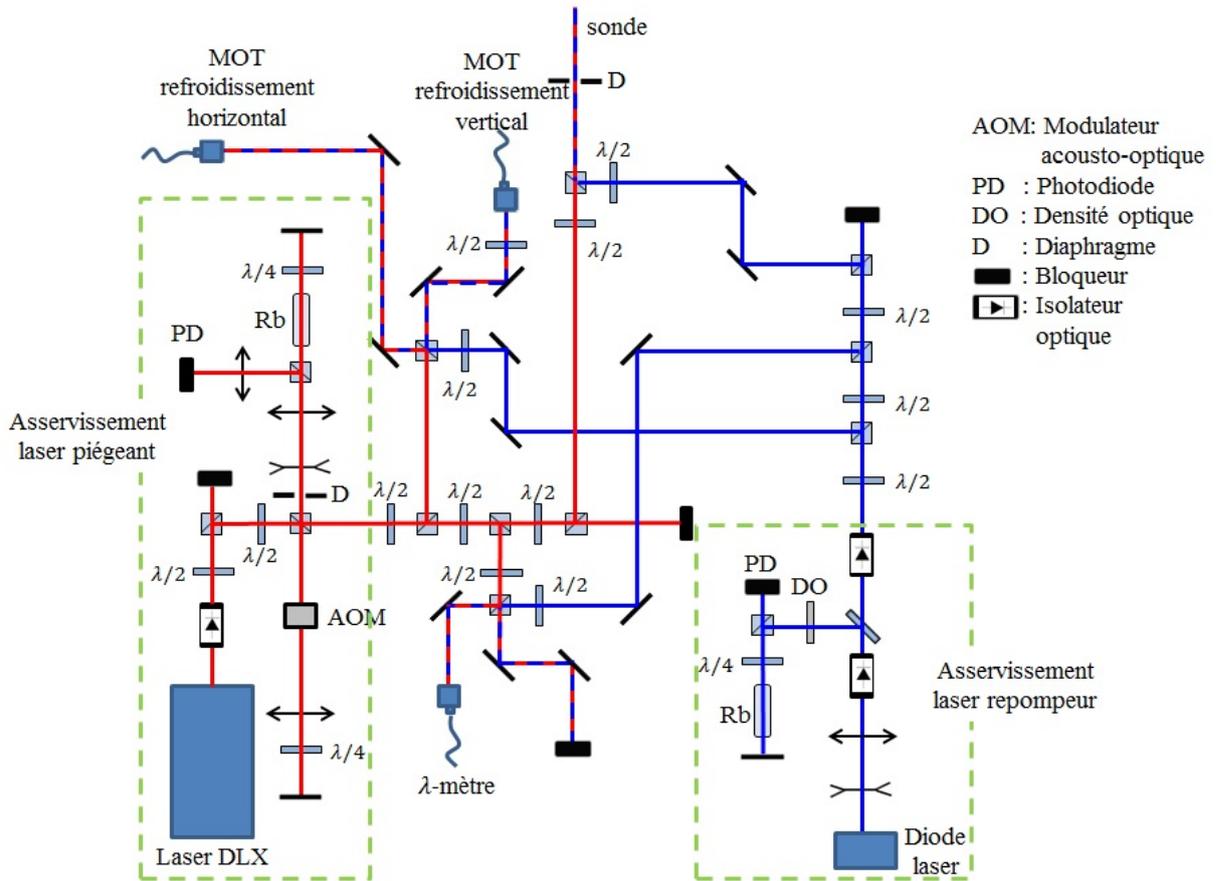


FIGURE 5.7 – Montage utilisé pour asservir les lasers piègeant et repompeur (carrés en pointillés verts) et les superposer en ayant la possibilité de modifier la puissance utilisée. On obtient ainsi 4 faisceaux laser qu'on injecte dans des fibres à maintien de polarisation. 2 de ces faisceaux sont conduits vers le 2D-MOT pour créer les deux axes de refroidissement, un troisième faisceau est utilisé pour contrôler la fréquence des lasers avec un  $\lambda$ -mètre. Le dernier faisceau est gardé en réserve. Un dernier faisceau non-fibré est utilisé pour créer le faisceau sonde qui permet de détecter les atomes par fluorescence.

diffraction de l'AOM. Par ailleurs, on peut remarquer au niveau des bloqueurs qu'il reste des faisceaux laser disponibles utilisables ultérieurement.

### 5.2.2 Puits de potentiel formé par le mode $\overline{LG}$

Nous avons décidé d'utiliser un mode  $LG$  pour créer un puits de potentiel pour guider les atomes froids à la sortie d'un 2D-MOT. Pour cela, on crée un mode  $\overline{LG}$  et on le met à la bonne fréquence pour que les atomes voient un puits de potentiel qui permet de les garder dans le centre noir du mode  $\overline{LG}$ .

- Préparation du mode  $\overline{LG}$

Pour créer le mode  $\overline{LG}$  nous avons besoin d'un laser et d'un SLM. En particulier, nous utilisons un laser Titane :Saphire modèle MR-110 de la compagnie Coherent qui est pompé par un laser Millennia à  $532\text{ nm}$  avec une puissance de  $10\text{ W}$ . Ce laser présente une largeur spectrale de quelques dizaines de  $\text{kHz}$  et une stabilité de l'ordre de  $100\text{ MHz}$ . Le mode laser à la sortie correspond à un faisceau gaussien de bonne qualité ayant puissance maximale de

1 W. Pour créer un puits de potentiel dipolaire il n'est pas nécessaire d'avoir une faisceau laser si fin spectralement, toutefois, le laser Titane :Saphire se trouvait déjà à notre disposition car il avait été utilisé pour mener des expériences de spectroscopie de haute résolution au sein de notre équipe.

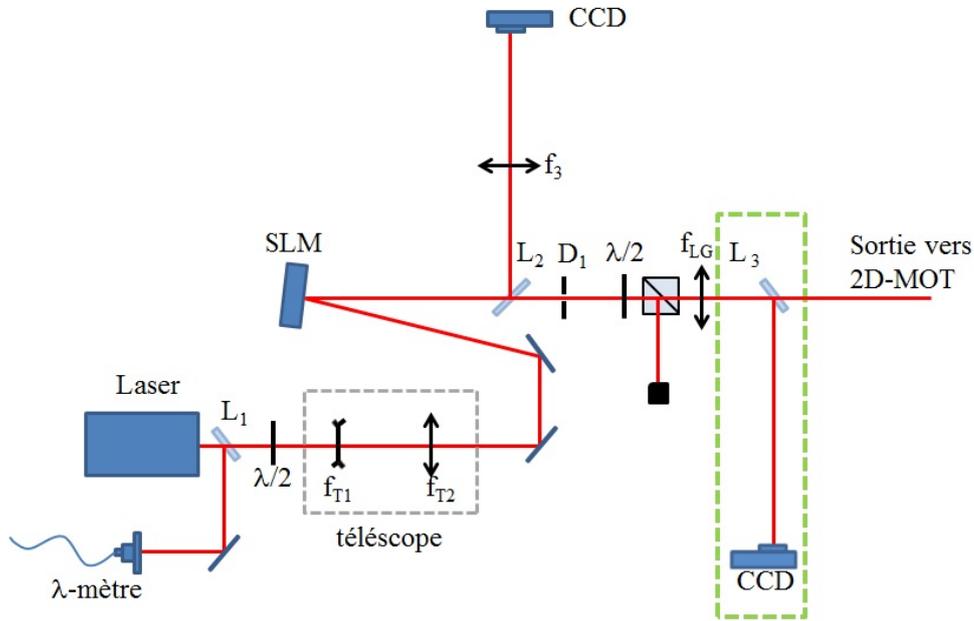


FIGURE 5.8 – Montage utilisé pour créer le mode  $\overline{LG}$  et le diriger vers le 2D-MOT. Un télescope composé des lentilles  $f_{T1}$  et  $f_{T2}$  permet d'adapter la taille du faisceau gaussien à l'aire utile du SLM. La lame de verre  $L_2$  sépare le faisceau  $\overline{LG}$  en deux. La première partie sert à vérifier la qualité du mode  $\overline{LG}$  créé et la deuxième partie est envoyée vers le 2D-MOT. Une lame  $\lambda/2$  et un cube séparateur de polarisation sont utilisés pour contrôler la puissance du faisceau. La divergence ce faisceau  $LG$  est modifiée au moyen d'une lentille  $f_{LG}$ . Une lame de verre ( $L_3$ ) sur un support amovible, installée selon besoin, est utilisée pour mesurer la taille du mode  $\overline{LG}$  à différentes positions à l'aide d'une caméra CCD. Le mode  $\overline{LG}$  est finalement conduit vers le 2D-MOT. Le carré vert en pointillés indique que la lame de verre  $L_3$  et la caméra CCD sont installés de manière provisoire pour effectuer des mesures sur le mode  $\overline{LG}$ .

Le montage utilisé est schématisé dans la figure 5.8. Afin de garder le maximum de puissance disponible et puisque la qualité du faisceau est bonne, nous avons décidé d'envoyer ce faisceau sur le SLM sans le fibrer. Le faisceau laser à la sortie du Ti :Sa présente un waist de  $0.7 \text{ mm}$ , qui est petit par rapport à la taille de la zone active du SLM Hamamatsu X8267 de  $2 \text{ cm}$  par  $2 \text{ cm}$ . Pour optimiser l'éclairement de celui-ci, nous avons élargi la taille du faisceau laser en le faisant passer par un télescope de grandissement 6, composé d'une lentille de focale  $f_{T1} = -50 \text{ mm}$  et une deuxième lentille de focale  $f_{T2} = 300 \text{ mm}$  séparées de  $25 \text{ cm}$ . Le faisceau incident sur le SLM a ainsi un waist de  $4.2 \text{ mm}$ . Nous envoyons sur le SLM Hamamatsu X8267 l'hologramme correspondant au mode que nous voulons créer. Nous nous assurons que celui-ci est bien homogène en détectant le faisceau qui est réfléchi par la lame de verre  $L_2$  à l'aide d'une lentille  $f_3 = 500 \text{ mm}$  et d'une caméra CCD. Pour que le mode  $\overline{LG}$  créé soit considéré homogène, l'intensité de l'anneau de lumière doit être comparable sur tout son périmètre. Si ce n'est pas le cas, il faut retoucher l'alignement entre le laser et l'hologramme. Le mode  $\overline{LG}$  traverse ensuite un diaphragme  $D_1$  qui nous permet d'enlever la lumière provenant des autres ordres de diffraction. Une lame  $\lambda/2$  et un cube séparateur en polarisation sont utilisés pour contrôler la puissance de ce faisceau. Il

est ensuite focalisé par une lentille de focale  $f_{LG} = 700 \text{ mm}$ <sup>1</sup>. Comme il n'est pas possible d'étudier le mode  $\overline{LG}$  à l'intérieur de l'enceinte sous vide, nous avons installé un montage annexe (indiqué par le carré vert en pointillés de la figure 5.8) composé d'une lame de verre  $L_3$  sur un support amovible et d'une caméra CCD que l'on déplace le long de l'axe, qui nous permet d'étudier la propagation du faisceau  $\overline{LG}$  à des positions équivalentes à celles où nous réalisons le guidage des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . Lorsque la lame de verre est retirée, le mode  $\overline{LG}$  créé est dirigé vers l'entrée du 2D-MOT à l'aide d'un périscope. Les deux miroirs du périscope offrent la possibilité de régler l'alignement du mode  $\overline{LG}$  avec l'axe du jet atomique. A l'entrée du 2D-MOT nous avons placé un diaphragme qui nous sert de repère pour l'alignement et qui permet aussi d'enlever les éventuels résidus des autres ordres de diffraction, qui ne se seraient pas assez séparés de l'ordre de diffraction principal (l'ordre 1 dans notre cas) lors du passage par le premier diaphragme. La figure 5.9 montre une version simplifiée du montage que nous avons utilisé.

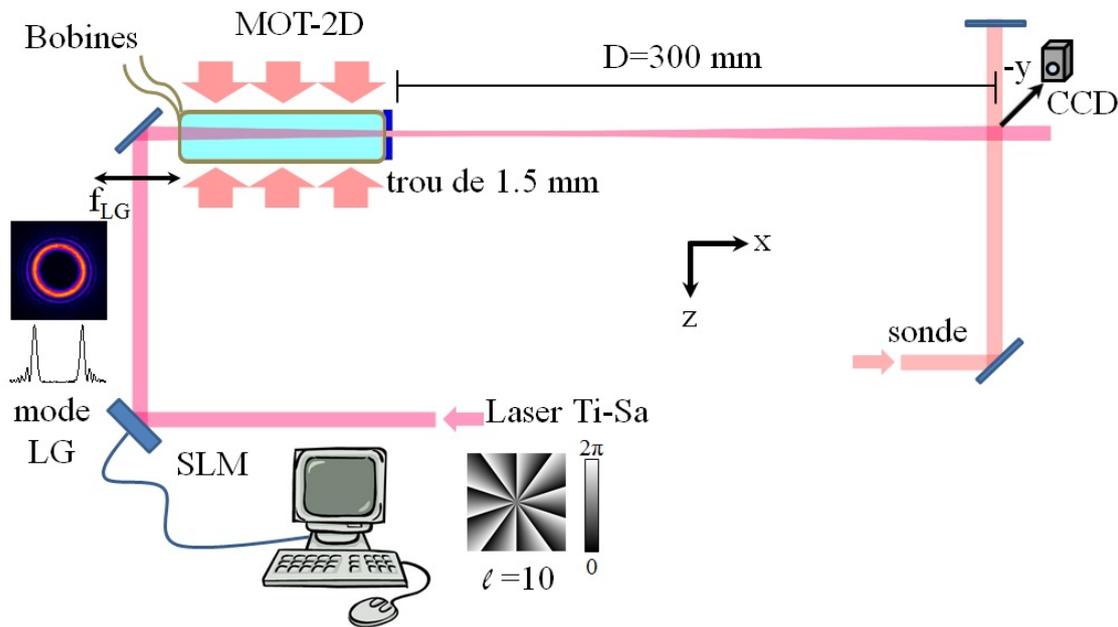


FIGURE 5.9 – Montage utilisé pour guider le jet atomique d'un 2D-MOT à l'intérieur d'un mode  $\overline{LG}$ . Pour des raisons de simplicité les faisceaux lasers permettant le refroidissement des atomes dans la direction  $Y$  n'ont pas été dessinés.

Comme indiqué avant, le montage sous vide que nous utilisons est constitué de deux enceintes. La première est celle où les atomes sont refroidis et la deuxième, ayant un meilleur vide de l'ordre de  $10^{-8} \text{ mbars}$ , permet d'effectuer de mesures ou d'utiliser le jet atomique pour créer d'autres pièges. Ces deux enceintes sont connectées par un trou de  $1.5 \text{ mm}$  de diamètre permettant le pompage différentiel. Nous avons dû prendre en compte la taille du trou de pompage différentiel pour choisir la taille du faisceau laser introduit pour effectuer le guidage. Afin de limiter la diffusion de la lumière par le bord du trou, on choisit un mode  $\overline{LG}$  de taille inférieure. La taille du mode  $\overline{LG}$  est adaptée en utilisant une lentille  $f_{LG}$  qui focalise le mode près de la position du trou de pompage différentiel. Il faut faire attention à ce que la taille du faisceau ne soit pas trop petite, car sinon elle limiterait le nombre d'atomes guidés à l'intérieur du mode. De plus, une petite taille du faisceau au foyer est associée à une forte divergence de celui-ci lors de sa propagation.

Pour assurer que l'intensité du mode  $\overline{LG}$  utilisé pour le guidage a suffisamment décru radialement à la position correspondante au trou de pompage différentiel du 2D-MOT, nous

1. Une erreur concernant cette valeur est apparue dans l'article que nous avons publié [76]

avons considéré que  $\sqrt{2}d_{LG}$  (où  $d_{LG}$  est le diamètre du  $\overline{LG}$ ) doit être inférieur à la taille de ce trou. Nous avons choisi cette valeur, car à cette position l'intensité du mode  $\overline{LG}$  est inférieure à 10% de sa valeur maximale (figure 5.10) et nous estimons que, dans le cas où la lumière serait diffusée à l'intérieur de l'enceinte, son effet serait négligeable.

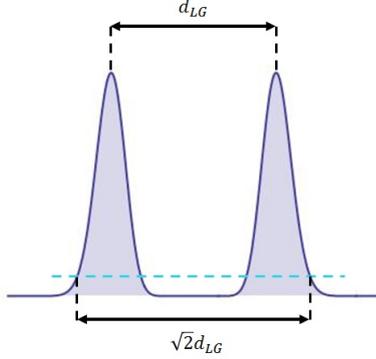


FIGURE 5.10 – Intensité d'un mode  $LG$  d'ordre 8. Les pointillés noirs indiquent les distances  $d_{LG}$  et  $\sqrt{2}d_{LG}$  correspondent respectivement à la distance entre les deux maxima d'intensité et à distance où l'intensité est environ 10% de l'intensité maximale (pointillés bleus).

D'autre part, pour que le guidage ait un intérêt, il faut que le faisceau présente une faible divergence entre la sortie du 2D-MOT (la position du trou) et la zone de détection. Pour être certains que le mode  $\overline{LG}$  n'est pas diffusé à l'intérieur du 2D-MOT et faciliter l'alignement, nous avons choisi d'utiliser un mode  $\overline{LG}$  dont la taille est inférieure à  $\sqrt{2}d_{LG}$ . De plus, un mode de petite taille favorise la hauteur du potentiel dipolaire créé. Le mode  $\overline{LG}$  est focalisé par une lentille  $f_{LG} = 700 \text{ mm}$ . Cette focale nous permet de focaliser un mode  $\overline{LG}_0^8$  au niveau du trou avec un diamètre de  $d_{LG} = 0.52 \text{ mm}$  ( $w_0 = 0.13 \text{ mm}$ ) et une zone de Rayleigh de  $6.8 \text{ cm}$ .

### • Préparation et caractérisation du puits de potentiel

Pour que le mode  $\overline{LG}$  créé agisse comme un puits de potentiel pour les atomes et puisse les guider dans son centre noir, il est nécessaire que sa fréquence soit supérieure à celle de la transition atomique (figure 5.1). Pour commencer nous avons choisi de travailler avec un désaccord de  $6 \text{ GHz}$  par rapport à la transition du laser piégeant. Ce paramètre ainsi que la taille du faisceau ont été choisis selon une étude de faisabilité réalisée par Carrat [11] qui permet d'optimiser le guidage en prenant en compte des conditions de chauffage ( $d_{LG} \frac{\delta_{LG}}{\Gamma} > 240 \text{ mm}$ ), de profondeur du puits ( $d_{LG}^2 \frac{\delta_{LG}}{\Gamma} < 2800 \text{ mm}^2$ ), d'efficacité de capture ( $d_{LG} > 0.45 \text{ mm}$ ) et la contrainte expérimentale imposée par le trou de sortie du 2D-MOT ( $d_{LG} < 1.5 \text{ mm}$ ). Le laser Ti :Sa utilisé pour créer le mode  $\overline{LG}$  ayant une stabilité de l'ordre de  $100 \text{ MHz}$ , suffisante pour la fabrication un puits de potentiel, nous n'avons pas besoin de l'asservir en fréquence sur une référence atomique.

Afin de mesurer le diamètre du mode  $\overline{LG}$  et son intensité, nous avons provisoirement installé la lame de verre  $L_3$  nous permettant d'étudier le mode aux distances correspondantes à la position du trou de sortie du 2D-MOT et au point de détection.

### \* Mesure du diamètre

Pour mesurer le diamètre du mode  $\overline{LG}$ , nous avons utilisé une caméra CCD (WinCam) que nous avons déplacé entre les distances correspondantes au trou de sortie du 2D-MOT et le point de détection, situés à environ  $70 \text{ cm}$  et  $105 \text{ cm}$  de la lentille  $f_{LG}$  respectivement. A chaque position nous avons pris une image pour différentes valeurs de  $\ell$ . Chaque image a ensuite été traitée avec le logiciel ImageJ. Afin de pouvoir éliminer le bruit de fond nous avons aussi pris une image lorsque le mode  $\overline{LG}$  était bloqué. Cette image a ensuite été soustraite

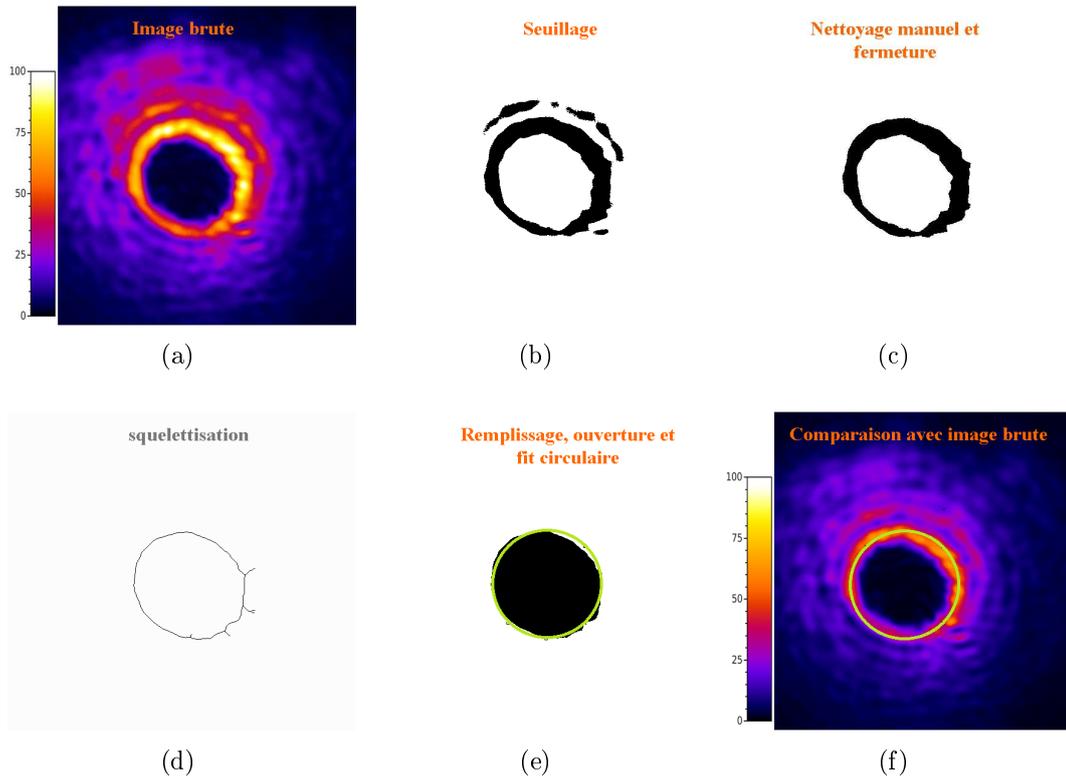


FIGURE 5.11 – Procédure suivie pour calculer le diamètre du mode  $\overline{LG}$ . Les images utilisées correspondent au cas  $\ell = 8$  à la position de la détection, soit à 105 cm de la lentille de focale  $f_{LG} = 700$  mm.

à toutes les autres images prises. Une fois le fond retiré, on a effectué une opération de seuillage binaire dans laquelle l'image a pris les couleurs noir et blanc, dont on a choisi le seuil de façon à ce que l'image montre encore un cercle bien fermé. Ceci est illustré dans la figure 5.11(b) (si le seuil est trop bas, on retrouvera une zone noire trop large ou aussi des anneaux secondaires, par contre si le seuil est trop haut, à cause des inhomogénéités dans le repartition de puissance du mode  $\overline{LG}$ , il est possible de retrouver un cercle ouvert). L'image est ensuite nettoyée manuellement des éventuels îlots restants pour ne laisser qu'un seul anneau noir (figure 5.11(c)). Pour éliminer d'éventuel parasites nous appliquons une opération morphologique de fermeture qui remplit les petits trous, puis une squelettisation (5.11(d)) qui réduit l'anneau à une ligne d'un pixel de large. Nous effectuons ensuite un remplissage qui noircit toute la zone centrale et enfin une fonction d'ouverture qui élimine les ramifications extérieures. Cette sélection (la zone noire) est ajustée avec un cercle. La figure 5.11(e) représente en vert le cercle ainsi obtenu. A partir de son diamètre, on déduit le diamètre du mode  $\overline{LG}$ . Si on revient sur l'image originale, on remarque que ce cercle vert est bien adapté pour décrire le diamètre du mode  $\overline{LG}$  (fig. 5.11(f), le contraste de cette image a été modifié afin de mieux distinguer la sélection du cercle).

#### \* Mesure de la profondeur du puits

On peut utiliser les mêmes images pour mesurer la profondeur du puits de potentiel. Nous avons tout d'abord procédé à une recalibration de chaque image pour que la valeur des pixels corresponde à une intensité en  $mW/cm^2$ . Pour cela nous avons mesuré l'intégrale de l'image (paramètre *Integrated Density* des mesures de ImageJ) sur une sélection correspondant à environ trois fois le diamètre du mode  $\overline{LG}$  et qui comprend pratiquement toute la lumière.

Ce nombre est donc proportionnel à la puissance du faisceau mesurée au wattmètre. Pour que ces deux valeurs coïncident, nous divisons la puissance mesurée au wattmètre par la valeur de l'intégrale de l'image, et nous multiplions l'image par la valeur obtenue de cette division. Si l'unité de mesure de l'image est le  $cm$  et celle du wattmètre le  $mW$ , chaque pixel mesure l'intensité en  $mW/cm^2$ . Il faut ensuite mesurer l'intensité minimale de l'anneau qui définit la profondeur du puits de potentiel car c'est par le côté le moins profond que les atomes peuvent plus facilement s'échapper. Pour cela on déplie l'anneau grâce à la fonction transformation polaire à partir du centre déterminé précédemment. On obtient une image de 360 lignes, chacune correspondant à un secteur de  $1^\circ$  (figure 5.12(a)). On cherche ensuite le maximum de chaque ligne, que l'on trace en fonction du numéro de ligne ce qui donne un profil azimuthal du puits de potentiel (figure 5.12(b)). Si on trie ces valeurs par ordre décroissant, on obtient un histogramme cumulatif. La courbe 5.12(c) illustre par exemple que 90% du pourtour a une hauteur supérieure à  $8500 mW/cm^2$ , valeur que nous retenons comme l'intensité de l'anneau. C'est cette valeur qu'on définit comme  $I_{max}$  et qu'on substitue ensuite dans l'équation 4.16 pour calculer la profondeur du puits de potentiel  $U_{max}$ .

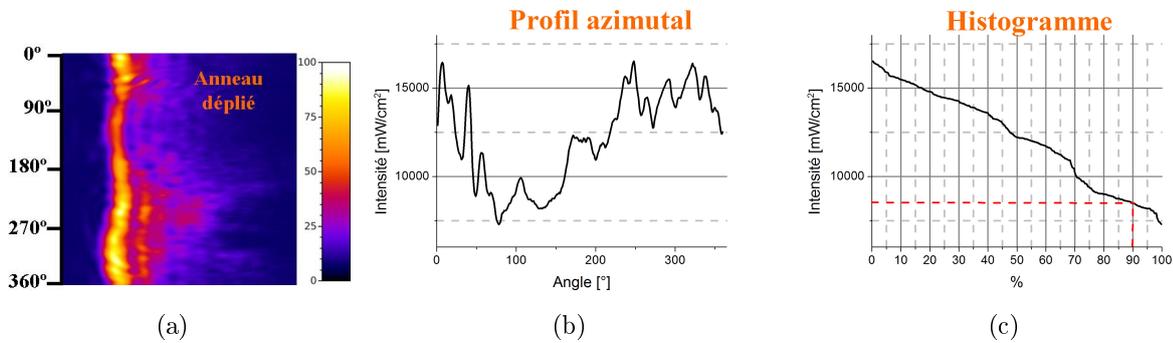


FIGURE 5.12 – Procédure suivie pour calculer la profondeur du puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$ . Les images utilisées correspondent au cas  $\ell = 8$  à la position de la détection, soit à  $105 cm$  de la lentille de focale  $f_{LG} = 700 mm$ . (a) Image originale. (b) L'opération de seuillage permet d'obtenir une image binaire et aide à éliminer la lumière des anneaux secondaires, ce qui est fait manuellement, suivi par une opération de fermeture pour assurer la continuité du contour du cercle. (c) L'opération de squelettisation réduit la largeur du contour à un seul pixel. (d) Le remplissage du cercle et une opération d'ouverture permettent d'éliminer des éventuelles ramifications du contour et un fit circulaire est utilisé pour déterminer le diamètre du mode. (e) Comparaison du fit obtenu avec l'image originale.

La figure 5.13 présente l'ensemble de ces mesures : les diamètres et la profondeur du puits de potentiel pour  $\ell = 2, 4, 6, 8$  et  $10$ .

La variation du diamètre du mode  $\overline{LG}$  montre que celui-ci est focalisée à environ  $70 mm$  de la lentille. Comme dans le chapitre 2, on retrouve une propagation non-gaussienne due à l'impureté du mode créé.

Puisque le mode  $\overline{LG}$  est focalisé près la sortie du 2D-MOT (position du trou de pompage différentiel), lorsqu'on s'en éloigne, le diamètre du mode augmente et la profondeur du puits potentiel diminue, devenant comparable pour les différents ordres  $\ell$  au point de détection. Le fait que la profondeur du puits de potentiel diminue peut occasionner des pertes d'atomes, en particulier si elle devient inférieure à la température des atomes qui est estimée à  $400 \mu K$ . Au point de détection, nous avons mesuré une profondeur du puits de potentiel de  $200 \mu K$ , qui est inférieure à la température des atomes. Or, on sait que si les changements de taille et profondeur du puits potentiel sont suffisamment lents les atomes peuvent les suivre adiabatiquement et rester piégés.

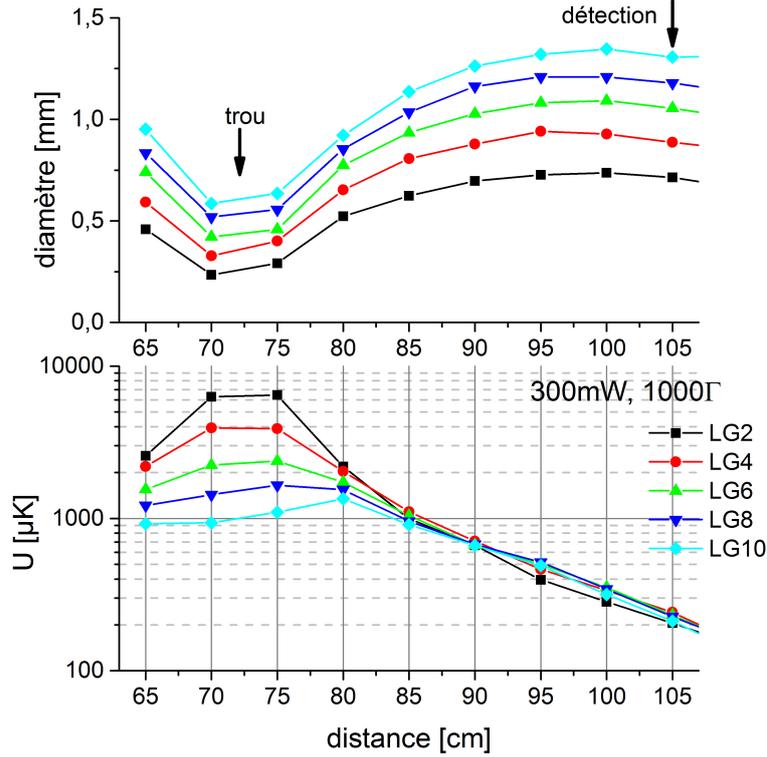


FIGURE 5.13 – En haut : Evolution du diamètre du mode  $\overline{LG}$  en fonction de la distance de propagation. La position du trou de sortie du 2D-MOT ainsi que celle de la détection sont indiquées avec des flèches. En bas : Profondeur du puits potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$  pour le cas où  $P = 300 \text{ mW}$  et  $\delta_{LG} = 1000\Gamma$  en fonction de la position.

Nous devons donc vérifier la condition d'adiabaticité. Pour cela, nous vérifions la fréquence d'oscillation de l'atome  $\omega$  dans le puits de potentiel le long de sa propagation et sa variation dans le temps  $\frac{d\omega}{dt}$ . Pour que la condition d'adiabaticité soit vérifiée il faut que  $\frac{\sqrt{2\pi} \frac{d\omega}{dt}}{\omega} < 1$  [68]. On peut modéliser simplement le potentiel par des puits de forme harmonique ou carré (pour grandes valeurs de  $\ell$ ). Dans le cas d'un potentiel harmonique, la fréquence d'oscillation de l'atome correspond à  $\omega = \sqrt{\frac{2U}{m} \frac{1}{r_\ell}}$  (où  $r_\ell$  est le rayon du mode  $\overline{LG}$ ) et elle est donnée par  $\omega = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2U}{m} \frac{1}{r_\ell}}$  si on considère un potentiel carré. Nous avons un puits de potentiel qui a une forme intermédiaire entre un puits harmonique et un puits carré. Par conséquent, la condition d'adiabaticité doit être vérifiée pour ces deux cas. Le critère de suivi adiabatique est vérifié pour les différentes valeurs de  $\ell$ . Si on prend par exemple le cas  $\ell = 8$  (on considère ici un potentiel carré) on trouve que  $\frac{\sqrt{2\pi} \frac{d\omega}{dt}}{\omega} = 0.3$  ce qui est inférieur à 1 et confirme la condition d'adiabaticité. Il suffit donc qu'au trou de sortie du 2D-MOT le puits potentiel ait une profondeur supérieure à l'énergie totale de l'atome pour que ce dernier suive adiabaticquement l'évolution de la profondeur du puits de potentiel et reste piégé à l'intérieur.

### 5.2.3 Méthode de détection

Nous détectons le jet atomique sortant du 2D-MOT par fluorescence lorsqu'il traverse un faisceau sonde vertical. Les atomes absorbent ce faisceau et réémettent de la lumière que nous détectons grâce à une caméra. Les caractéristiques de la caméra utilisée et la configuration

du faisceau sonde sont présentées ci-dessous.

- **Caractéristiques de la caméra de détection**

La caméra que nous utilisons est une CDD à multiplication d'électrons (EMCCD) : Andor Luca S. Afin de réduire le courant d'obscurité, cette caméra est équipée d'un système de refroidissement qui permet de baisser sa température à  $-20^{\circ}\text{C}$ . Elle présente une surface active de 658 par 496 pixels, chaque pixel ayant une taille de  $10\ \mu\text{m}$ . Cette caméra présente une efficacité quantique de 24% à  $780\ \text{nm}$  et une sensibilité de 1.93 électrons par coup. La caméra est fixée sur un côté de l'enceinte (dans la direction Y), elle est donc perpendiculaire au jet atomique et au faisceau sonde. La fluorescence des atomes est collectée à l'aide d'un doublet Melles-Griot de focale  $f_{cam} = 60\ \text{mm}$ . Afin de ne détecter que le signal qui nous intéresse, un filtre interférentiel EALING 35-5537 a été placé devant le capteur de la CDD. Ce filtre a une transmission de 88% dans une bande spectrale de  $30\ \text{nm}$  centrée sur  $780\ \text{nm}$ . Dans ce système, 1 pixel de la caméra correspond à  $31.5\ \mu\text{m}$  dans le plan objet. La profondeur du champ estimée dans le plan objet est de  $190\ \mu\text{m}$  [11].

La caméra a un temps d'exposition qui est fixé par un obturateur électronique global. On peut donc introduire le temps d'exposition souhaité dans le logiciel de la caméra et déclencher l'acquisition manuellement en utilisant un bouton. L'acquisition peut aussi être déclenchée par un front montant TTL sur l'entrée *Ext Trig*. La caméra présente deux modes de déclenchement : *External* et *Fast external*. Le premier ouvre l'obturateur avec retard de  $10\ \text{ms}$  par rapport au front montant donnant le déclenchement. Ce temps de retard permet à la caméra de vider la caméra des photo-électrons générés. Le deuxième mode de déclenchement n'effectue pas ce vidage et ouvre l'obturateur de façon immédiate.

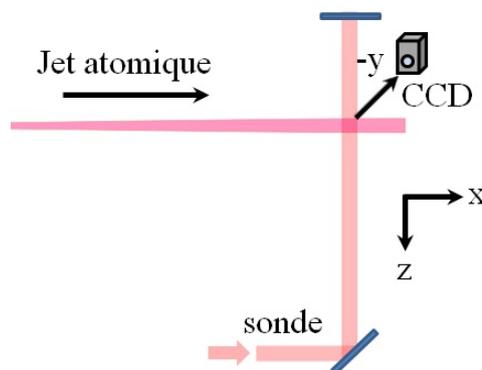


FIGURE 5.14 – Montage utilisé pour détecter les atomes par fluorescence. Les atomes sont excités par un faisceau sonde réfléchi pour éviter l'effet de poussée et une caméra CCD est placée perpendiculairement à celui-ci pour détecter la fluorescence induite des atomes.

Le signal de fluorescence détecté par la caméra est proportionnel à la densité atomique intégrée dans la direction Y (figure 5.14). Puisque nous travaillons avec un jet atomique continu nous pulsons la détection en ajustant le temps d'exposition de la caméra. Typiquement on utilise un temps d'exposition de l'ordre de  $100\ \text{ms}$ .

- **Configuration du faisceau sonde**

Le faisceau sonde que nous utilisons est une superposition des faisceaux piègeant ( $\delta_{sonde} = -2.6\Gamma$ ) et repompeur. En réalité, on aurait pu choisir d'effectuer la détection à une autre fréquence, mais le fait d'utiliser la fréquence du laser piègeant simplifie notre montage. Pour ne pas observer l'effet de la variation de l'intensité de la sonde sur le signal de fluorescence,

nous avons choisi de contrôler la taille de la sonde avec un diaphragme. Ceci permet d'avoir une sonde avec des bords nets. Afin d'être moins sensibles aux éventuelles inhomogénéités de la sonde nous avons décidé de travailler avec une sonde intense. Nous utilisons un faisceau sonde de diamètre  $2.1 \text{ mm}$  avec  $3.7 \text{ mW}$  de laser piégeant (et  $67 \mu\text{W}$  de laser repompeur), ce qui correspond à 126 fois l'intensité de saturation ( $I_{sat} = 1.67 \times 10^{-2} \text{ mW/mm}^2$ ) et donne un taux d'émission spontanée de  $0.8 \times \frac{\Gamma}{2}$ . Puisque le faisceau sonde est intense, il a un risque que les atomes soient poussés par le faisceau. Pour compenser cet effet nous utilisons une sonde qui est réfléchi. Ainsi, le faisceau sonde de polarisation linéaire est introduit de manière verticale dans la deuxième enceinte à  $30 \text{ cm}$  du trou de pompage différentiel et il est ensuite réfléchi par un miroir qui le renvoie dans l'enceinte. La polarisation du faisceau réfléchi est contrôlée par une lame  $\lambda/4$  qui nous permet de nous placer dans une configuration lin $\perp$ lin (polarisation croisée) évitant que les atomes soient perturbés par une modulation d'intensité. Les atomes absorbent ce faisceau et réémettent de la lumière que nous détectons grâce à une caméra.

La présence du mode  $\overline{LG}$  produit un déplacement lumineux des niveaux atomiques qui peut perturber les mesures effectuées. Cet effet est évalué ci-dessous.

• L'effet du *light-shift*

Lorsqu'on utilise un faisceau laser pour créer un piège dipolaire, les atomes en présence de lumière voient l'énergie de leurs niveaux se déplacer. Ce déplacement, connu sous le nom de *light shift* (ou déplacement lumineux), dépend l'intensité du laser et de son désaccord en fréquence par rapport à la transition atomique. Ainsi, lorsque le désaccord en fréquence du laser  $\delta_{laser}$  est négatif les niveaux atomiques s'écartent et lorsqu'il est positif ils se reserrent.

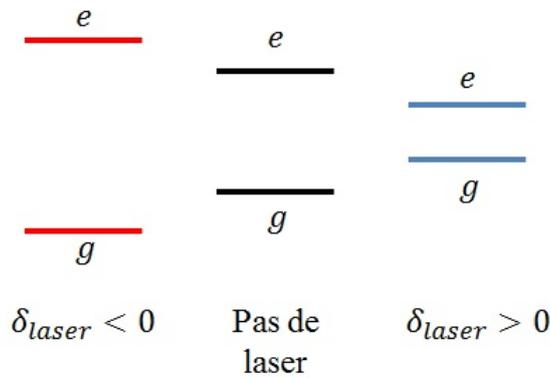


FIGURE 5.15 – Niveaux d'énergie internes d'un atome. Lorsque l'atome interagit avec le laser utilisé pour créer une piège dipolaire ses niveaux se déplacent. Si le désaccord en fréquence est négatif (désaccord vers le rouge) les niveaux s'écartent et, au contraire, si le désaccord en fréquence est positif (désaccord vers le bleu) les niveaux se reserrent.

Nous travaillons avec un guide ayant un désaccord  $\delta_{LG} > 0$ , c'est-à-dire, désaccordé vers le bleu. Les zones de lumière du mode  $\overline{LG}$  produisent donc le reserrement des niveaux internes de l'atome.

Lorsqu'on détecte les atomes avec le faisceau sonde il faut prendre en compte le déplacement des niveaux internes de l'atome pour connaître le taux de fluorescence, car cela conduit à la modification du désaccord en fréquence. Le désaccord en fréquence effectif est donné par

$$\delta_{eff} = \delta_{sonde} + \delta_{LS} \tag{5.2}$$

où  $\delta_{sonde}$  est le désaccord en fréquence de la sonde en absence du mode  $\overline{LG}$  et  $\delta_{LS}$  est le désaccord en fréquence dû au déplacement des niveaux internes de l'atome (*light shift*) produit par le mode  $\overline{LG}$  et correspond à

$$\delta_{LS} = \frac{2U_{dip}}{\hbar} \quad (5.3)$$

où  $U_{dip}$  est le potentiel dipolaire donné par l'équation 4.14. En prenant ceci en compte, le taux de fluorescence des atomes dans le guide dipolaire créé par le mode  $\overline{LG}$  et traversant le faisceau sonde est donné par :

$$\eta_{LS} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I_{sonde}/I_s}{1 + I_{sonde}/I_s + 4 \frac{(\delta_{sonde} + \delta_{LS})^2}{\Gamma^2}} \quad (5.4)$$

Nous voulons savoir si l'effet du *light shift* produit par le guide  $\overline{LG}$  conduit à un changement important du signal de fluorescence des atomes au niveau de la détection. Nous avons estimé qu'au niveau de la détection la profondeur du puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$  est de  $200 \mu K$ , ce qui nous permet d'évaluer un désaccord en fréquence maximal dû au *light shift*  $\delta_{LS} = 1.4\Gamma$ . Cette valeur correspond à celle du maximum d'intensité du mode  $\overline{LG}$ . Au centre du mode  $\overline{LG}$  l'intensité est nulle est donc  $\delta_{LS} = 0$ , ce qui donne  $\delta_{eff} = \delta_{sonde}$ . Pour connaître l'effet du *light shift* il faut donc comparer le taux de fluorescence lorsque  $\delta_{eff} = \delta_{sonde} + \delta_{LS}$  et  $\delta_{eff} = \delta_{sonde}$ .

Ainsi, au centre du guide, le taux de fluorescence induit par le faisceau sonde ( $I_{sonde} = 2.1 \text{ mW/mm}^2$ ,  $\delta_{sonde} = -2.6\Gamma$ ) est de  $\eta = 1.5 \times 10^7 \text{ photons/s}$ . Au maximum d'intensité du mode  $\overline{LG}$  le taux de fluorescence est de  $\eta_{LS} = 1.8 \times 10^7 \text{ photons/s}$ . La présence du mode  $\overline{LG}$  fait donc augmenter le taux de fluorescence de 14%. Puisque cette valeur correspond au changement de taux de fluorescence maximal et que le changement de taux de fluorescence ne se fait que dans une zone très réduite correspondante à la zone de lumière du mode  $\overline{LG}$ , nous avons négligé l'effet du *light shift*. L'effet du *light shift* devient plus important si on travaille avec une sonde de faible intensité. Il y a donc un intérêt supplémentaire à travailler avec une sonde intense.

### 5.3 Résultats et analyse

Tout d'abord, nous avons étudié le guidage des atomes à la sortie d'un 2D-MOT en fonction de l'ordre du mode  $\overline{LG}$  utilisé pour créer le potentiel dipolaire. Pour cette étude, nous avons utilisé  $75 \text{ mW}$  du laser piégeant et  $2 \text{ mW}$  du laser repompeur (valeurs mesurées en sortie de fibre) pour effectuer le refroidissement dans le 2D-MOT.

Nous avons utilisé le laser Ti :Sa pour créer un mode  $\overline{LG}$  ayant une puissance de  $300 \text{ mW}$ . Cette valeur a été maintenue constante tout le long de l'expérience.

Comme nous l'avons indiqué dans la section précédente, nous effectuons une détection par fluorescence à l'aide d'un faisceau sonde et d'une caméra. Les images par fluorescence ont été acquises en réalisant un binning  $2 \times 2$  (on somme le signal sur quatre pixels). Puisque nous travaillons avec un jet atomique continu, la détection s'effectue sur un intervalle de temps, correspondant au temps d'exposition de la caméra, que nous avons fixé à  $70 \text{ ms}$ . Afin de pouvoir analyser correctement les images obtenues il faut s'assurer que le signal détecté correspond bien à un signal de fluorescence et ne provient pas de la diffusion de la lumière dans l'enceinte. Pour cela, lors de chaque mesure nous prenons aussi une image lorsque tous les lasers sont allumés mais le courant des bobines produisant le gradient du champ magnétique nécessaire pour le fonctionnement d'un 2D-MOT est éteint. Chacune

de ces images constitue une image de fond qui doit être soustraite à l'image de la mesure correspondante.

### 5.3.1 Canalisation des atomes en fonction de l'indice azimutal $\ell$ du $\overline{LG}$

Nous avons étudié le cas du 2D-MOT conventionnel, sans mode  $\overline{LG}$ , et le cas du 2D-MOT avec un mode  $\overline{LG}$  pour les cas où  $\ell = 2, 4, 6, 8$  et  $10$ . Comme cela a déjà été mentionné avant, pour créer un puits de potentiel le mode  $\overline{LG}$  est désaccordé vers le bleu de la transition piégante, sa fréquence étant  $6 \text{ GHz}$  (soit environ  $10^3 \Gamma$ ) au-dessus de celle-ci.

Avant d'étudier en détail le guidage réalisé pour différentes valeurs de  $\ell$ , nous comparons le cas  $\ell = 8$  avec un 2D-MOT classique.

- Comparaison entre un 2D-MOT classique et la canalisation par un mode  $\ell = 8$

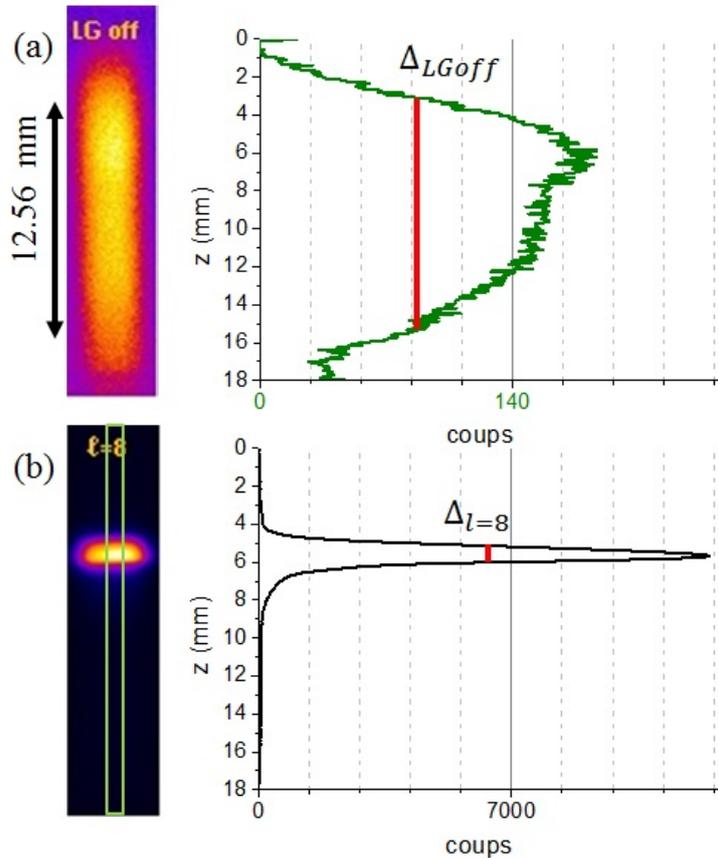


FIGURE 5.16 – Images obtenues avec un temps d'exposition de  $70 \text{ ms}$  pour le cas d'un jet atomique (a) sans mode  $\overline{LG}$  (LG off) et (b) guidé par un mode  $\overline{LG}$  lorsque  $\ell = 8$  à  $30 \text{ cm}$  de la sortie du 2D-MOT. Les profils  $S(z)$  sont obtenus en moyennant le signal sur 10 pixels horizontaux. Cette zone est représentée par le carré vert sur l'image (b). Puisque le signal de fluorescence ne représente qu'une petite partie des images acquises (la taille originale étant de  $329 \times 248$  pixels), nous les avons découpées pour ne montrer qu'une zone correspondant à une taille de  $329 \times 64$  pixels, suffisante pour observer le signal. Les profils  $S(z)$  ont été tournés de  $90$  degrés pour qu'ils aient la même orientation que les images.

La figure 5.16 donne les images de fluorescence du cas "LG-off" et  $\ell = 8$  et permet de comparer l'effet d'un mode  $\overline{LG}$  d'ordre 8 par rapport au cas d'un 2D-MOT classique,

c'est-à-dire lorsqu'on n'utilise aucun mode  $\overline{LG}$  (c'est pour cette raison que nous l'appelons le cas "LG-off"). A première vue on remarque que la taille du signal atomique est réduite d'un facteur 10 lorsqu'on utilise un mode  $\overline{LG}$ , car les atomes se concentrent au niveau de la localisation du mode  $\overline{LG}$ .

En utilisant ces images et en moyennant le signal sur 10 pixels horizontaux nous avons obtenu les profils  $S(z)$  qui se trouvent à droite. En regardant ces profils, on constate que le signal maximal du cas  $\overline{LG8}$  est beaucoup plus important que dans le cas "LG-off". En effet, lorsqu'on observe les échelles des signaux on remarque qu'il y a un facteur 50 de différence.

Regardons maintenant ces profils de plus près. Dans le cas "LG off", le signal a une largeur à mi-hauteur (FWHM)  $\Delta$  de  $12.56 \text{ mm}$ . Dorénavant lorsque nous parlerons du diamètre du signal nous nous référerons justement à la largeur à mi-hauteur du signal de fluorescence du jet atomique. Sur la figure 5.17 on remarque que le profil est asymétrique et présente deux pics. En ajustant cette courbe avec un fit à deux pics gaussiens, on obtient une séparation entre les deux centres de  $5 \text{ mm}$ . Ceci peut se comprendre si on prend en compte la gravité. Dans notre analyse, nous considérons que les atomes rapides restent horizontaux. La première gaussienne correspond ainsi à la distribution des atomes rapides qui sortent du 2D-MOT. Ces atomes ont un temps de transit plus court et ne sentent que peu l'effet de la gravité. La deuxième gaussienne correspond aux atomes lents qui tombent sous l'effet de la gravité. Nous pouvons utiliser cette courbe pour estimer la vitesse longitudinale des atomes. On sait que la distance parcourue par les atomes entre le trou de sortie du 2D-MOT et le point de détection est  $D = 30 \text{ cm}$ . Le temps que les atomes mettent à traverser cette distance est donné par  $t_{at} = D/v_L$  où  $v_L$  est la vitesse longitudinale. De plus, on sait que la distance de chute pendant un temps  $t_{at}$  est donnée par  $d_z = \frac{gt_{at}^2}{2}$  où  $g$  est la gravité. Grâce à la mesure de  $d_z$  sur le profil nous pouvons combiner ces deux équations pour estimer la vitesse longitudinale du jet atomique qui sort de notre 2D-MOT, et qui correspond à  $v_L = D\sqrt{\frac{g}{2d_z}}$ . Dans notre cas, ce calcul donne une valeur de  $v_L = 9.4 \text{ m/s}$ . Nous pouvons aussi calculer la divergence du jet atomique en nous servant de la largeur de la gaussienne inférieure, car ce sont les atomes lents qui définissent la divergence du jet. La largeur de cette courbe est de  $11 \text{ mm}$ . En considérant une taille du jet atomique de  $1 \text{ mm}$  au niveau du trou de pompage différentiel, cela donne une expansion de  $10 \text{ mm}$ , soit  $5 \text{ mm}$  dans chaque direction. Sur une distance de  $30 \text{ cm}$  cela donne une demi-divergence de  $16 \text{ mrad}$ . Si on multiplie cette valeur par la vitesse longitudinale  $v_L$ , on obtient un vitesse transversale de  $0.16 \text{ m/s}$ , soit  $275 \text{ } \mu\text{K}$ .

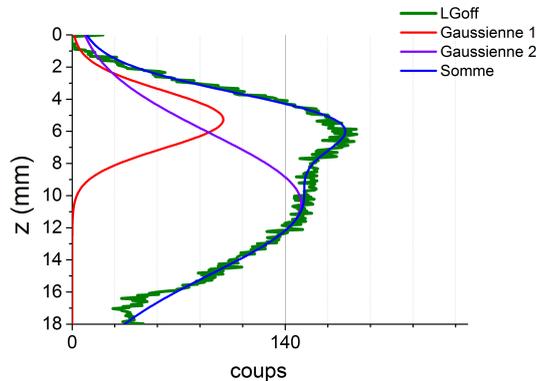


FIGURE 5.17 – Signal du cas "LG off" ajusté par deux gaussiennes.

Passons maintenant au cas où le mode  $\overline{LG8}$  est envoyé dans le 2D-MOT. Dans ce cas le diamètre du jet atomique est  $\Delta_{\ell=8} = 0.87 \text{ mm}$ , ce qui montre que les atomes ont été concentrés dans une zone plus petite. On remarque aussi que le centre du signal s'est déplacé

de la position  $z = 9 \text{ mm}$  pour le cas "LG off" à  $z = 5.6 \text{ mm}$ . Si on regarde attentivement l'image obtenue par fluorescence, on voit que la partie inférieure du signal a une forme plate alors que la partie supérieure est légèrement arrondie. Ceci est aussi visible lorsqu'on regarde le profil (voir zoom sur la figure 5.18(a)), sa forme étant asymétrique, avec une aile plus prononcée vers le haut. Cette asymétrie est due à la force gravité qui modifie la forme du puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$ . L'effet de la gravité sur une distance de  $1 \text{ mm}$ , qui est l'ordre de grandeur du diamètre du mode  $\overline{LG}_0^8$  au niveau de la détection, est de  $100 \mu\text{K}$  pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  ayant une masse de  $1.44 \times 10^{-25} \text{ kg}$ . L'effet de la gravité est illustré dans la figure 5.18(b). Dû à la force de gravité le minimum du puits de potentiel ne se trouve plus au centre du mode  $\overline{LG}$  mais près de sa partie inférieure. C'est à cette position qu'il y aura un nombre maximal d'atomes et donc qu'on retrouvera la maximum du signal par fluorescence. Cette illustration met en évidence que lorsqu'on se déplace vers l'axe positif des  $z$ , le potentiel varie rapidement jusqu'à prendre une valeur maximale (un maximum local). A cause de la gravité, c'est cette valeur maximale qui va définir la profondeur effective du puits de potentiel. Si maintenant on se déplace du minimum du puits de potentiel vers l'axe négatif des  $z$ , la profondeur du potentiel varie lentement et la zone où les atomes peuvent être guidés est plus large.

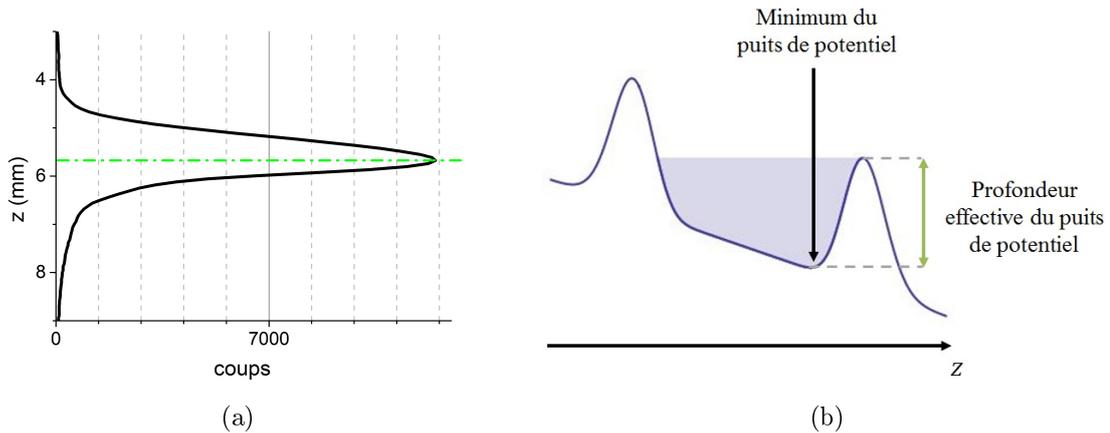


FIGURE 5.18 – (a) Zoom sur le profil  $S(z)$  du mode  $\overline{LG}$  d'ordre  $\ell = 8$  (b) Effet de la gravité sur un puits de potentiel de  $200 \mu\text{K}$  créé par un mode  $\overline{LG}$  avec  $\ell = 8$  (ayant diamètre de  $= 1.18 \text{ mm}$ ).

Maintenant qu'on a vu la différence entre les signaux d'un jet atomique pour les cas "LG off" et  $\overline{LG}_0^8$  et qu'on comprend leur formes, regardons ce qui se passe lorsqu'on modifie l'ordre du mode  $\overline{LG}$  utilisé pour créer le puits de potentiel.

#### • Canalisation en fonction de $\ell$

Puisque nous utilisons un SLM pour créer les modes  $\overline{LG}$ , il suffit de changer l'hologramme affiché pour modifier le mode  $\overline{LG}$  produit. La figure 5.21 montre les images obtenues par fluorescence pour les différents cas étudiés. Les profils  $S(z)$  correspondants sont tracés en-dessous.

Pour pouvoir comparer les différentes courbes obtenues, il faut remarquer que, comme pour dans le cas "LG off" où il y a une différence d'échelles d'un facteur 50, pour le cas  $\ell = 2$  la différence d'échelle correspond à un facteur 10. De ce fait, les échelles utilisées pour montrer les profils  $S(z)$  de ces deux cas et leurs courbes sont en différentes couleurs.

On constate que pour les cas où on a utilisé un mode  $\overline{LG}$  la largeur à mi-hauteur  $\Delta_\ell$  est de l'ordre d'un millimètre, ce qui montre que les atomes ont été concentrés dans une zone

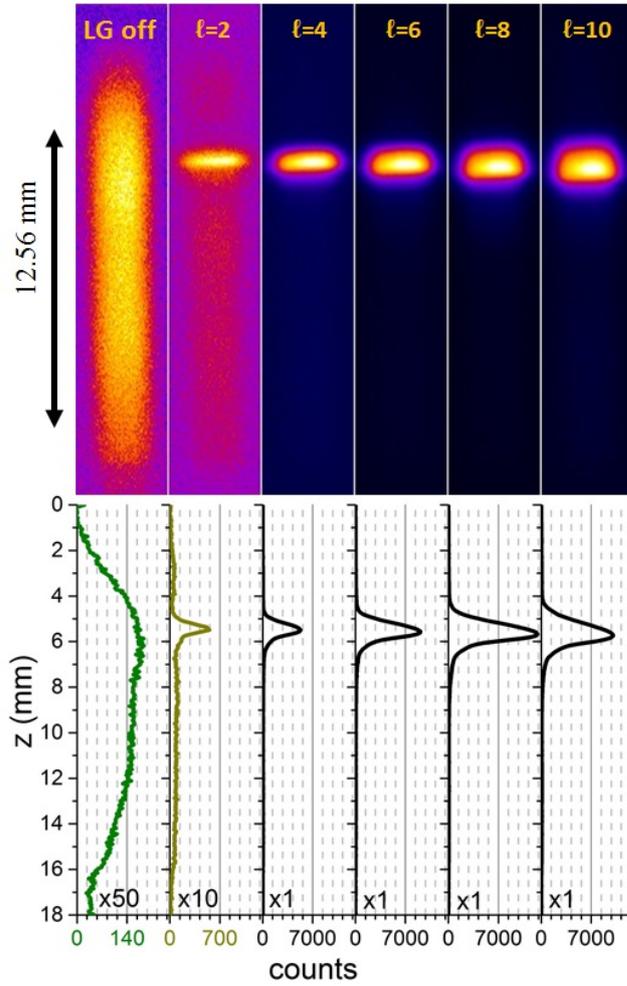


FIGURE 5.19 – Images obtenues avec un temps d'exposition de 70 ms pour le cas d'un jet atomique sans mode  $\overline{LG}$  ( $LG$  off) et guidé par un mode  $\overline{LG}$  lorsque  $\ell = 2, 4, 6, 8$  et  $10$  à 30 cm de la sortie du 2D-MOT. Les profils  $S(z)$  sont obtenus en moyennant le signal sur 10 pixels horizontaux.

plus petite. Si on compare la valeur de  $\Delta_\ell$  pour les différents ordres du  $\overline{LG}$  on voit que sa valeur augmente avec  $\ell$ . Ceci est consistant avec les mesures du diamètre du mode  $\overline{LG}$  que nous avons effectuées dans la section 5.2.2.

En comparant la forme des différents signaux atomiques (différentes valeurs de  $\ell$ ), on remarque que le signal de fluorescence devient plus asymétrique lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Comme on l'a expliqué précédemment pour le cas  $\ell = 8$ , cette asymétrie est due à la force de gravité qui modifie le puits du potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$ . Lorsqu'on diminue la valeur de  $\ell$  la taille du puits potentiel est plus petite et la différence entre la forme des zones au-dessus et au-dessous du minimum du puits de potentiel devient moins importante (figure 5.20(b)).

Si on observe maintenant l'image par fluorescence correspondant au cas  $\ell = 2$ , on voit clairement qu'il y a un signal de fond au-dessus et au-dessous de la zone où les atomes ont été piégés par le mode  $\overline{LG}$  (ce signal est aussi appréciable lorsqu'on trace son profil  $S(z)$ , voir agrandissement sur la figure 5.20(a)). Le signal qui se trouve au-dessus de la position du mode  $\overline{LG}$  correspond aux atomes qui ne sont pas piégés à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$  car ils ont un mauvais recouvrement énergétique ou spatial. On s'attend donc à ce que les atomes détectés dans cette zone soient des atomes rapides et chauds. Le signal au-dessous de la position du mode  $\overline{LG}$  correspond aussi aux atomes ayant mauvais recouvrement énergétique ou spatial, et aux atomes qui ont échappé du piège par chauffage ou par la diminution de

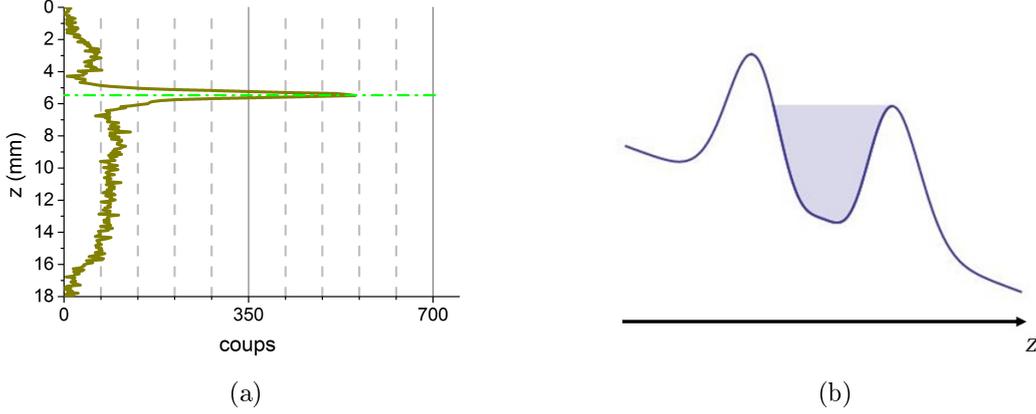


FIGURE 5.20 – (a) Zoom sur le profil  $S(z)$  du mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 2$  (b) Effet de la gravité sur un puits de potentiel de  $200 \mu K$  créé par un mode  $LG$  avec  $\ell = 2$  (ayant diamètre de  $= 0.71 \text{ mm}$ ).

la profondeur du potentiel lors de la propagation du  $\overline{LG}$ . On s'attend à ce que les atomes détectés dans cette zone soient plutôt des atomes lents.

Au niveau de la détection, nous avons mesuré une profondeur du puits de potentiel de  $200 \mu K$  pour tous les différents ordres de  $\overline{LG}$  étudiés ( $\ell = 2, 4, 6, 8, 10$ , voir figure 5.13).

Cette valeur est inférieure à la température transverse des atomes ( $275 \mu K$ ). En réalité, les atomes qui sont guidés jusqu'à la position de détection sont ceux qui ont été piégés à l'intérieur du puits de potentiel à la sortie du 2D-MOT et qui ont suivi adiabatiquement son évolution (voir section 5.2.2). Pour expliquer le signal de fluorescence détecté, il faut donc comprendre ce qui se passe à la position du trou de sortie du 2D-MOT.

A cette position, lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$  on augmente le diamètre du mode  $\overline{LG}$  mais on diminue son intensité maximale et donc la profondeur du puits de potentiel (figure 5.13). De cette façon si on considère le mode  $\ell = 2$  à la position du trou de sortie du 2D-MOT, c'est celui-ci qui présente un profondeur de puits de potentiel plus importante, mais un diamètre plus petit, par rapport aux autres cas étudiés. C'est le diamètre qui est le facteur limitant pour le guidage des atomes. Le signal de fluorescence au-dessus et au-dessous de la position du mode  $\overline{LG}$  est aussi visible sur l'image correspondant au cas  $\ell = 4$ , même si cet effet est moins marqué. Ceci s'explique de la même façon que dans le cas  $\ell = 2$

Si on prend le maximum du signal  $S_{max}$ , on voit qu'il a tendance à augmenter lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Pour mieux comprendre ces résultats, nous avons mesuré les valeurs de  $S_{max}$  et  $\Delta_\ell$  afin d'effectuer une étude quantitative de ce qui se passe.

La première chose que nous avons vérifiée est que  $\Delta_\ell$  est toujours inférieur au diamètre du mode  $\overline{LG}$  utilisé et qu'il varie de la même manière. Ceci est illustré dans la courbe (a) de la figure 5.21 et confirme que les atomes sont bien guidés à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$ . Contrairement à ce qu'on aurait pu attendre, on observe que le diamètre du mode  $\overline{LG}$  ne varie pas comme  $\sqrt{\ell}$  mais plutôt de façon linéaire. Ce comportement avait déjà été rapporté par Curtis et Grier [77] et est dû au fait que le mode  $\overline{LG}$  créé n'est pas pur.

Lors du guidage des atomes avec un mode  $\overline{LG}$ ,  $\Delta_\ell$  est inférieur à la taille de la sonde qui a un diamètre de  $2.1 \text{ mm}$  (figure 5.22(b)). Si  $n(y, z)$  est la densité atomique locale, alors le signal  $S(z)$  est proportionnel à  $\int_{-\infty}^{\infty} n(y, z) dy$ . Pour calculer le nombre d'atomes il faudrait intégrer tout le signal de l'image obtenue par fluorescence. Toutefois, il est plus simple d'utiliser un profil (qui moyenne le signal sur 10 pixels) et de calculer son aire. Pour cela, on a considéré que le signal a une forme gaussienne, qui se caractérise par sa valeur

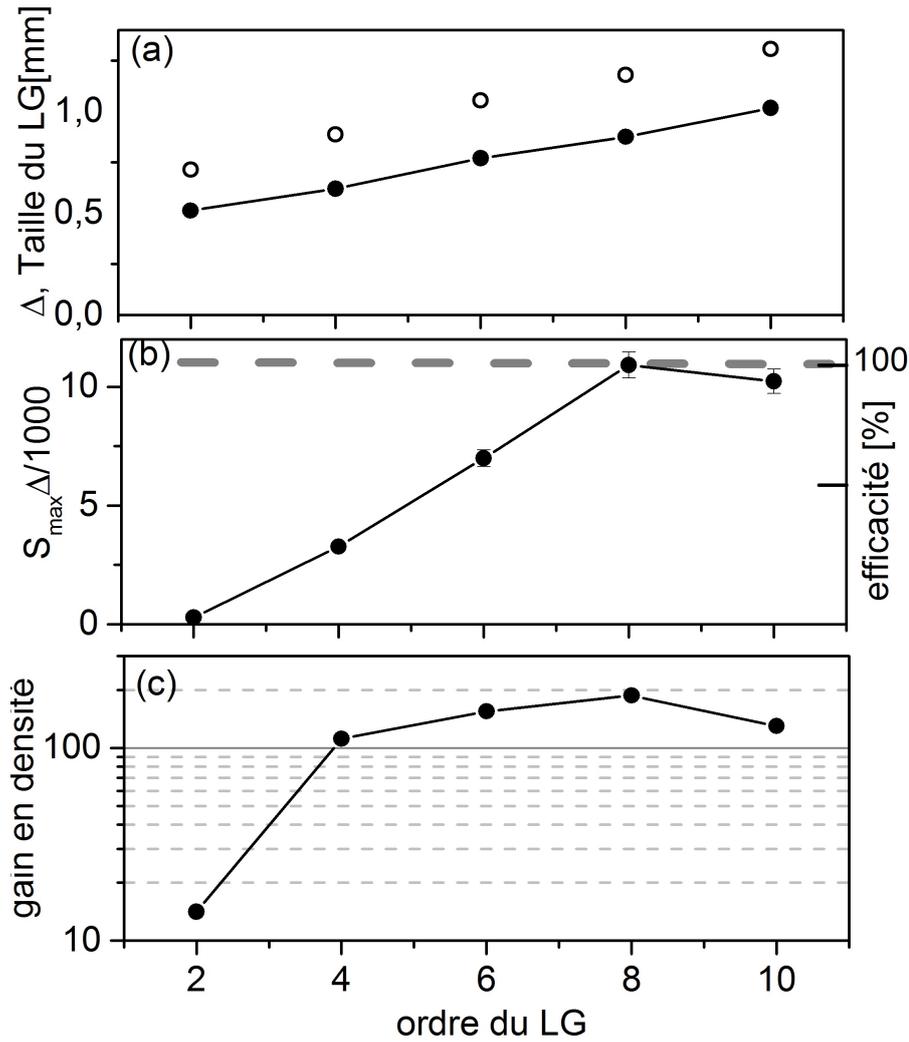


FIGURE 5.21 – Etude du guidage dans un piège bleu pour différents ordres  $\ell$  du LG. (a) taille du mode  $\overline{LG}$  (o) et FWHM du jet atomique ( $\Delta_\ell$ , •) au point de détection, (b) quantité  $\overline{S} = S_{\max}\Delta_\ell$  proportionnelle au nombre d'atomes guidés à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$ , la ligne grise en pointillé correspond au cas "LG off" qui définit le nombre d'atomes sortant du MOT-"2D et permet d'évaluer l'efficacité du guidage ( $\overline{S}/\overline{S}_{LG-off}$ ) et (c) le gain en densité donné par  $\overline{s}/\overline{s}_{LG-off}$  (la densité étant donnée par  $\overline{s} = S_{\max}/\Delta_\ell$ ). Les barres d'erreur sont indiquées mais les valeurs étant faibles, elles sont souvent recouvertes par les points expérimentaux.

maximale et sa largeur, son aire étant proportionnelle au produit de ces deux valeurs. Si on veut compter précisément le nombre d'atomes, cette méthode n'est pas adéquate. Toutefois, si on ne s'intéresse qu'à faire des comparaisons entre les différents cas, une quantité qui est proportionnelle au nombre d'atomes est suffisante. Nous avons donc mesuré la valeur maximale du pic de signal de fluorescence  $S_{\max}$  et son diamètre  $\Delta_\ell$  et nous avons utilisé ces valeurs pour définir  $\overline{S} = S_{\max}\Delta_\ell$  qui est une quantité proportionnelle au nombre d'atomes guidés à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$ .

Pour le cas "LG off", il est nécessaire de réaliser une correction car  $\Delta_{LGoff}$  est plus large que la taille du faisceau sonde, ce qui veut dire que la sonde ne peut pas faire fluorescer tous les atomes dans la direction  $y$  (figure 5.22(a)). Pour effectuer cette correction, nous supposons que notre système a une symétrie cylindrique. Il faut donc multiplier le signal

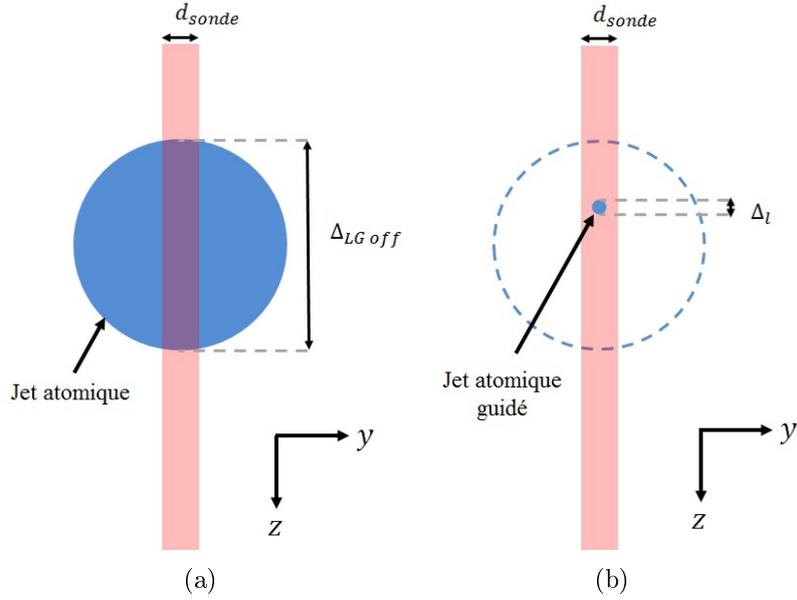


FIGURE 5.22 – Schéma de la détection pour (a) le cas "LG off" où le jet atomique est plus large que la sonde et (b) le cas où le jet atomique est guidé par le puits potentiel créé par un mode  $\overline{LG}$  et le jet atomique a une taille plus petite que la sonde.

$S(z)$  par le rapport entre  $\Delta_{LG\text{off}}$  et la taille de la sonde :  $12.56/2.1 = 5.98$ .

La courbe (b) de la figure 5.21 montre comment varie la quantité  $S_{max}\Delta_\ell$  (proportionnelle au nombre d'atomes) lorsqu'on change la valeur  $\ell$  du mode  $\overline{LG}$ . La ligne grise en pointillé correspond au cas "LG off" qui définit une quantité proportionnelle au nombre d'atomes sortant du 2D-MOT et permet d'évaluer l'efficacité du guidage dans les modes  $\overline{LG}$ . Nous observons que la quantité  $S_{max}\Delta_\ell$  augmente progressivement avec l'ordre du  $\overline{LG}$  jusqu'à  $\ell = 8$  et redescend ensuite. Dans nos conditions expérimentales, c'est donc pour  $\ell = 8$  que l'efficacité du guidage est maximale, et sa valeur est proche de 100%. Ce comportement peut se comprendre qualitativement en prenant compte de la variation du diamètre du  $\overline{LG}$  et de la profondeur du puits en fonction de  $\ell$  au niveau de la détection. Le fait que l'efficacité de guidage soit proche de 100% prouve aussi que le 2D-MOT peut fonctionner correctement même en présence du mode  $\overline{LG}$ .

Une autre quantité intéressante à étudier est la densité atomique, et plus précisément le gain en densité obtenu par le guidage dans un mode  $\overline{LG}$ . Pour cela, nous avons calculé la quantité  $\bar{s} = S_{max}/\Delta_\ell$  qui est proportionnelle à la densité atomique moyenne à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$ . Pour calculer le gain en densité, nous avons divisé ces valeurs par  $\bar{s}_{LG\text{-off}}$  correspondant à la densité atomique obtenue pour le cas "LG off". Le courbe (c) de la figure 5.21 montre le gain en densité pour les différentes valeurs de  $\ell$ . On constate que, à l'exception du cas  $\ell = 2$ , on obtient un gain en densité supérieur à 100. Le meilleur résultat correspond au cas  $\ell = 8$ , où pratiquement tous les atomes ont été guidés, et le diamètre du signal est passé de 12.56 mm à 0.87 mm, ce qui a conduit à un gain en densité d'un facteur 190.

On peut aussi imaginer d'étudier la canalisation des atomes d'un 2D-MOT par un mode  $\overline{LG}$  en fonction de la profondeur du puits de potentiel. Une façon simple de modifier la profondeur du puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$  consiste à changer son désaccord en fréquence  $\delta_{LG}$ . Nous avons réalisée cette étude, dont les résultats obtenus sont présentés dans la sous-section suivante.

### 5.3.2 Canalisation des atomes en fonction de la fréquence du $\overline{LG}$

Puisque la profondeur du puits de potentiel dipolaire dépend du désaccord en fréquence du mode  $\overline{LG}$   $\delta_{LG}$ , nous avons aussi mesuré le signal pour différentes valeurs de  $\delta_{LG}$ . Nous avons effectué cette étude en particulier pour le cas  $\ell = 6$  et lorsque  $\delta_{LG}$  prend des valeurs allant de 2 à 120  $GHz$ .

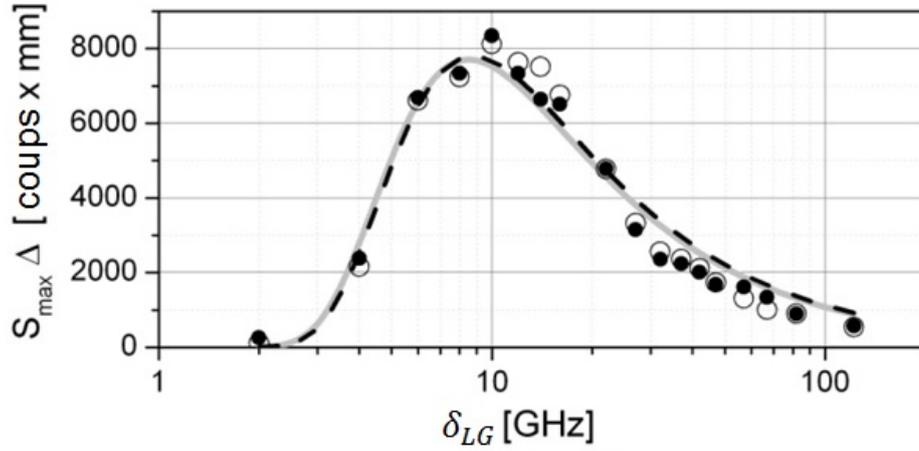


FIGURE 5.23 – La quantité  $\overline{S} = S_{max}\Delta$  proportionnelle au nombre d'atomes guidés à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$  lorsque  $\ell = 6$  pour différentes valeurs du désaccord en fréquence  $\delta_{LG}$  (celles-ci présentées en échelle logarithmique). Les données  $\bullet$  correspondent au cas où  $\Delta$  est obtenu directement de la courbe  $S(z)$  alors que les données  $\circ$  ont été obtenues en utilisant un fit à pics multiples. La courbe grise (noire en pointillé) montre le fit obtenu pour les données  $\bullet$  ( $\circ$ ) lorsqu'on utilise un modèle de taux de variation.

La figure 5.23 montre la quantité  $\overline{S}$ , proportionnelle au nombre d'atomes, en fonction du désaccord en fréquence  $\delta_{LG}$  en échelle logarithmique. Puisqu'on retrouve souvent des cas de guidage partiel, la valeur de  $\Delta$  a été déterminée en utilisant deux méthodes. La première consiste à mesurer directement la largeur à mi-hauteur (FWHM) du signal  $S(z)$  ( $\circ$ ) et la deuxième consiste à obtenir la valeur FWHM d'un fit gaussien à pics multiples ( $\bullet$ ), ceci afin de prendre en compte la contribution des atomes guidés et non-guidés. Un exemple est donné dans la figure 5.24 qui correspond au cas où  $\delta_{LG} = 39 GHz$  et on a ajusté le signal avec un fit gaussien à trois pics. Comme expliqué précédemment, le pic central correspond aux atomes guidés et les autres deux pics aux atomes non-guidés. En comparant le signal expérimental et la somme des trois pics gaussiens du fit on constate que ce fit est bien adapté et on ne garde que la valeur FWHM du pic central, correspondant au signal des atomes guidés, qu'on définit comme la valeur  $\Delta$ .

Sur la courbe 5.23 on observe que lorsque le désaccord en fréquence du  $\overline{LG}$  est très important, le signal diminue. Cette variation est expliquée par le fait que la profondeur du potentiel dipolaire varie comme  $1/\delta$ . Ainsi, lorsqu'on travaille avec un désaccord en fréquence important, le puits de potentiel est peu profond et limite la capture des atomes. S'il n'y avait que la profondeur du potentiel dipolaire à prendre en compte on verrait que lorsque la fréquence du  $LG$  se rapproche de la fréquence de la transition atomique, le potentiel serait suffisamment profond pour contenir tous les atomes et on observerait un effet de saturation car une fois qu'on a guidé tous les atomes, même si on augmente la profondeur du puits de potentiel il n'y aurait plus rien à capturer. Nos données expérimentales ne montrent pas cet effet de saturation, mais un pic de maximum de signal centré autour d'un désaccord de 10  $GHz$ . Ceci est expliqué par le fait que, lorsqu'on se rapproche de la fréquence de résonance l'absorption résiduelle de photons et par conséquent l'émission

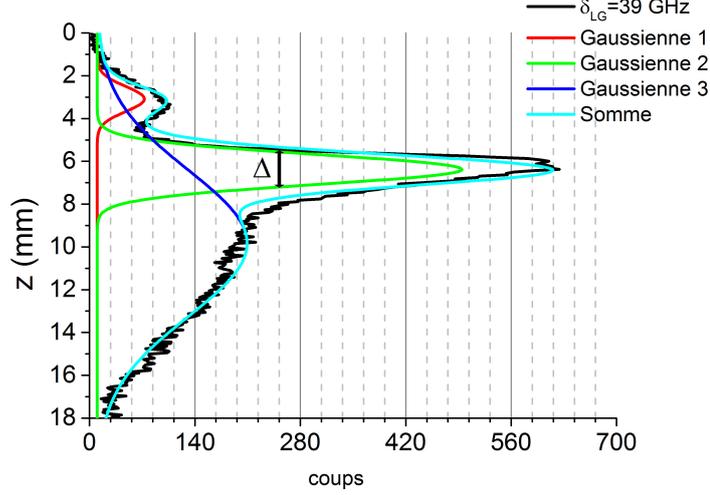


FIGURE 5.24 – Profil du signal par fluorescence pour le cas  $\ell = 6$  lorsque le désaccord en fréquence vaut  $\delta_{LG} = 39 \text{ GHz}$ . Cet exemple montre la forme typique du signal lorsque le puits de potentiel ne permet pas de piéger tous les atomes. Nous avons ajusté ce signal avec un fit gaussien à trois pics.

spontanée ( $\eta_{sp} \propto \frac{1}{\delta^2}$ ) provoquant le chauffage, n'est plus négligeable. Si le chauffage subi par les atomes est important, les atomes vont pouvoir s'échapper du puits de potentiel. Le signal obtenu correspond alors au résultat de la compétition entre deux effets : la profondeur du puits et le chauffage. En prenant ceci en compte, nous avons utilisé un modèle simple de taux de variation pour ajuster nos données expérimentales. Le guidage est dû à la profondeur du puits de potentiel qui varie comme  $\frac{1}{\delta}$ , alors que les pertes sont dues au chauffage produit par l'émission spontanée qui varie comme  $\frac{1}{\delta^2}$ . Nous nous attendons à ce que le signal  $\bar{S}$  varie comme  $\frac{A}{\delta} e^{-B\tau/\delta^2}$ , où  $A$  et  $B$  sont deux constantes et  $\tau$  est le temps de transit des atomes dans le mode  $\overline{LG}$ . Nous reviendrons sur ce modèle dans la section 5.4. Sachant que la distance parcourue par les atomes de la sortie du 2D-MOT jusqu'au point de détection est de  $30 \text{ cm}$  et qu'ils se propagent avec une vitesse longitudinale d'environ  $9.6 \text{ m/s}$  nous estimons un temps de transit de  $30 \text{ ms}$  que nous fixons dans le fit. L'ajustement nous permet de trouver une valeur de  $B = 1.2 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$ . Au pic du signal, à  $\delta = 10 \text{ GHz}$ , la valeur de  $B$  nous permet de calculer un taux de chauffage de  $2.4 \text{ mK/s}$ . Ce taux de chauffage étant faible (dans  $30 \text{ ms}$  cela correspond à un chauffage d'environ  $60 \mu\text{K}$  pour le cas  $\ell = 6$ . Si on extrapole ce résultat pour  $\ell = 8$ , cela correspond à un chauffage d'environ  $60 \mu\text{K}$ ), nous concluons que dans ces conditions il y a peu d'absorption à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$ .

En observant la figure 5.23 on remarque que le nombre d'atomes guidés est maximal lorsque le désaccord en fréquence du mode  $\overline{LG}_0^6$  utilisé pour créer le puits de potentiel est autour de  $10 \text{ GHz}$ . Si on balaye cette valeur du désaccord en fréquence sur une plage d'environ  $10 \text{ GHz}$ , on constate que le signal ne varie que de 25%, ce qui prouve que ce système est souple et qu'il peut être utilisé pour plusieurs valeurs du désaccord en fréquence.

### 5.3.3 Distribution de vitesses transversales des atomes canalisés

Il est possible d'étudier la distribution des vitesses transversales des atomes après leur guidage par le puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$  en coupant brusquement le potentiel et en étudiant l'expansion des atomes. Pour cela, on bloque le faisceau  $\overline{LG}$  à l'aide d'un obturateur contrôlé et on laisse les atomes se propager pendant un temps  $t$  que l'on peut varier à l'aide d'une chaîne de retardement, puis seulement on prend une image.

On peut ensuite mesurer le diamètre (FWHM) du signal atomique  $\sigma$  et en déduire la

distribution de vitesses transversales  $\Delta v_T$ . Pour cela, on considère que les atomes ont une distribution gaussienne des vitesses et des positions et que ces deux distributions sont indépendantes. On sait que l'expansion ballistique d'une gaussienne donne aussi une gaussienne. Au point de détection la largeur  $\sigma$  mesurée dépend de la largeur du jet atomique lorsque les atomes sont guidés  $\sigma_g$  et de la largeur du jet atomique lorsqu'ils ne sont plus guidés  $\sigma_{ng} = \Delta v_T t$  pendant un temps  $t$ . La relation entre ces quantités est donnée par :

$$\sigma^2 = \sigma_g^2 + \Delta v_T^2 t^2 \quad (5.5)$$

En réalité, la position des atomes n'est pas vraiment indépendante de leur vitesse. Toutefois, l'approche utilisée ici est appropriée pour un ordre de grandeur de la distribution de vitesses.

Le montage utilisé pour cette expérience est similaire à celui décrit dans la section 5.3 à la différence près que maintenant le mode  $\overline{LG}$  est bloqué par un obturateur et que la caméra de détection est utilisée avec un temps d'exposition de 5 ms.

Nous avons utilisé un front montant TTL pour déclencher la caméra Andor Lucas S sur le mode *External*. Pour créer la séquence temporelle nécessaire pour effectuer les mesures (figure 5.25) nous avons pris en compte le fait que dans ce mode d'opération la caméra a un temps de réponse aux consignes de 10 ms et que l'obturateur utilisé a un temps d'ouverture et fermeture de 480  $\mu s$ .

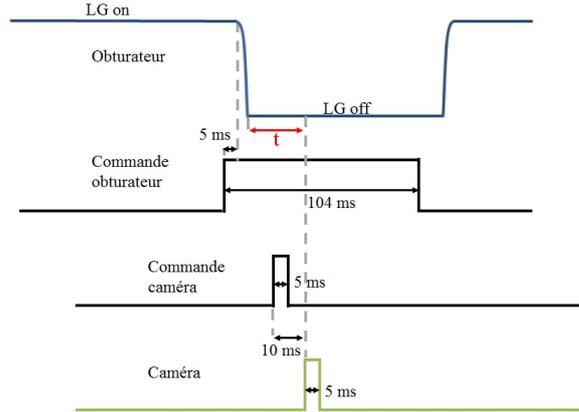


FIGURE 5.25 – Séquence temporelle utilisée pour mesurer la distribution de vitesses transversales des atomes à la sortie du guidage avec un mode  $\overline{LG}_0^8$ .  $t$  est le temps écoulé entre le moment de blocage du puits de potentiel et la détection des atomes. Pour augmenter la valeur de  $t$  on n'a qu'à augmenter l'écart entre les commandes de l'obturateur et de la caméra.

Les mesures présentées ici correspondent au cas d'un mode  $\overline{LG}$  d'ordre  $\ell = 8$  avec 200 mW de puissance et un désaccord en fréquence de  $\delta_{LG} = 10$  GHz. La figure 5.26(a) montre les profils du signal de fluorescence obtenus en moyennant sur 10 pixels pour différentes valeurs de  $t$  : 0, 10 et 20 ms. On voit clairement que lorsqu'on augmente le temps  $t$  le jet atomique s'élargit. En partant de ces courbes nous avons extrait manuellement la largeur à mi-hauteur  $\sigma$  que nous avons ensuite ajusté avec l'équation 5.5 (figure 5.26(b)), ce qui nous a permis de retrouver les valeurs  $\sigma_g = 0.7 \pm 0.1$  mm et  $\Delta v_T = 0.13 \pm 0.01$  m/s (180  $\mu K$ ). Cette dernière valeur correspond bien à l'ordre de grandeur de la vitesse transversale que nous avons mesurée pour notre 2D-MOT en fonctionnement classique dans la section 5.3 (0.16 m/s) et est même en-dessous.

Ceci peut s'expliquer par le fait que les atomes suivent adiabatiquement l'évolution du puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}_0^8$  comme ça a déjà été discuté dans la sous-section 5.2.2. Ainsi, puisque la taille du puits de potentiel augmente au cours de la propagation les

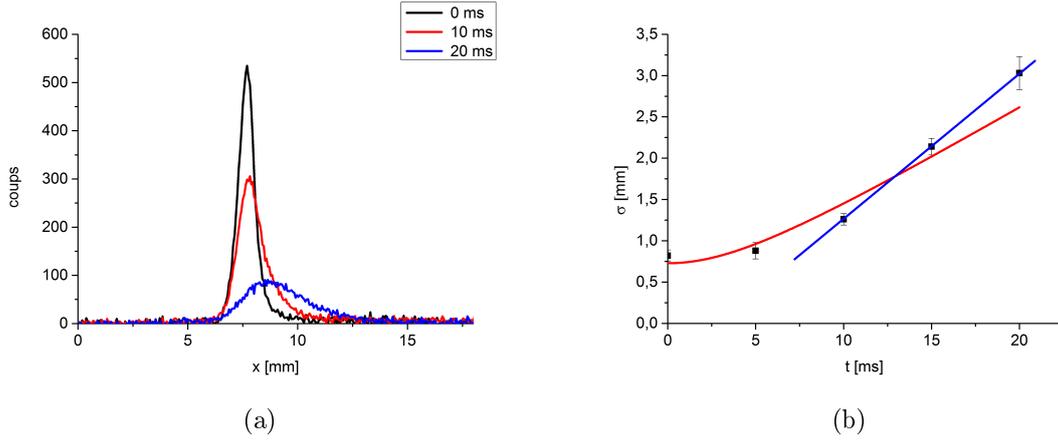


FIGURE 5.26 – (a) Exemple des profils obtenus en moyennant le signal sur 10 pixels pour différentes valeurs de  $t$  : 0, 10 et 20 ms (b) Ajustement de la largeur à mi-hauteur  $\sigma$  mesurée avec l'équation 5.5 (courbe rouge). La ligne bleue indique la pente lorsqu'on considère des temps entre 10 et 20 ms.

atomes réduisent aussi leur vitesse transversale jusqu'à atteindre  $0.13 \text{ m/s}$  ( $180 \mu\text{K}$ ) qui correspond à peu près à la profondeur du puits mesurée à la position de détection ( $200 \mu\text{K}$ ).

Nous avons voulu savoir si ces valeurs changeaient aussi lorsqu'on modifiait la profondeur du puits de potentiel. Pour vérifier cela, on peut choisir soit de modifier la puissance soit de modifier le désaccord en fréquence. Nous avons décidé de travailler à différentes valeurs de désaccord en fréquence  $\delta_{LG}$  et nous avons mesuré la largeur à mi-hauteur du signal pour trois différentes valeurs de  $t$  : 10, 15 et 20 ms. Dans cette plage des valeurs, la variation de la largeur à mi-hauteur est pratiquement linéaire, c'est pour cette raison, qu'au lieu d'ajuster nos données avec l'équation 5.5 nous avons utilisé un fit linéaire dont la valeur de la pente correspond à  $\Delta v_T$ .

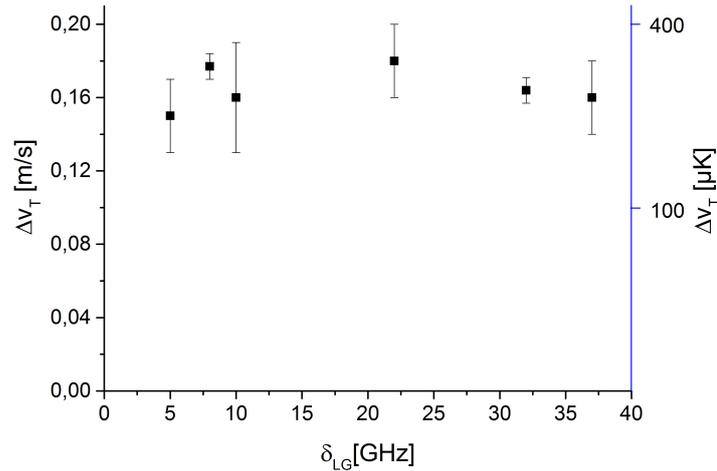


FIGURE 5.27 – Variation de  $\Delta v_T$  pour différentes valeurs du désaccord en fréquence  $\delta_{LG}$  pour le cas d'un mode  $LG_0^8$ .

La figure 5.27 montre les résultats que nous avons obtenus. On remarque que sur une plage de  $40 \text{ GHz}$  (ce qui correspond à diviser la profondeur du potentiel par un facteur 40) la valeur de  $\Delta v_T$  ne varie que peu et elle reste de l'ordre de  $0.16 \text{ m/s}$ , qui est la valeur mesurée pour notre 2D-MOT en fonctionnement classique. Ceci montre que le chauffage dans

le guide fabriqué par le mode  $\overline{LG}$  est faible.

## 5.4 Modélisation de la canalisation par un mode $\overline{LG}$

Afin de mieux comprendre ce qui se passe dans le guidage des atomes et comment les différents paramètres qui rentrent en jeu modifient la canalisation des atomes à l'intérieur du mode  $LG$ , un modèle est présenté dans ce sous-chapitre. Nous commençons avec un modèle simple qui ne tient pas compte des pertes dues au chauffage et qui est progressivement modifié pour inclure ces pertes.

### 5.4.1 Canalisation par un mode $LG$ sans pertes

Dans cette section ainsi que la suivante, on propose un modèle pour décrire la canalisation des atomes dans un mode  $LG$ . On suppose d'abord que le potentiel utilisé pour effectuer la canalisation des atomes ne change pas de taille tout au long de leur trajectoire comme illustré par la figure 5.28. On considère ici le cas d'une canalisation idéale où le nombre d'atomes capturés  $N_c$  reste le même depuis la sortie du 2D-MOT jusqu'à la fin du guidage. Ainsi, ce sont les conditions de capture à la sortie du 2D-MOT qui déterminent le nombre d'atomes détectés.

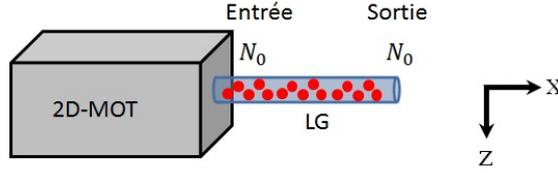


FIGURE 5.28 – 2D-MOT dont les atomes à la sortie sont guidés par un mode  $LG$ . Cette image montre le cas d'un mode  $LG$  à taille constante et d'un système sans pertes, ainsi le nombre d'atomes à la sortie est le même que le nombre d'atomes capturé initialement  $N_c$ .

La capture du système dépend du recouvrement entre l'espace de phase des atomes et celui autorisé par le mode  $LG$  utilisé. Pour qu'un atome puisse être piégé dans les directions  $y$  et  $z$ , il doit se trouver dans le centre noir du mode  $LG$  et avoir une énergie transversale inférieure à la profondeur du puits de potentiel créé par le mode  $LG$ . Ces deux conditions s'expriment sous la forme :

$$r < r_{LG} \quad (5.6)$$

$$\frac{mv^2}{2} + U_{dip}(r) < U_{max} \quad (5.7)$$

où  $m$ ,  $v$  et  $r$  sont respectivement la masse, la vitesse et la position radiale des atomes.  $r_{LG}$  et  $U_{max}$  correspondent au rayon du mode  $LG$  et à la profondeur du puits créé par ce mode.

La condition 5.7 peut être réécrite en termes de la vitesse, ce qui nous permet de définir la vitesse maximale pour que l'atome reste à l'intérieur du puits de potentiel :

$$v < \sqrt{\frac{2(U_{max} - U_{dip}(r))}{m}} = v_{max} \quad (5.8)$$

On suppose que les atomes ont une distribution de Maxwell-Boltzmann en vitesse et une repartition gaussienne en position, soit :

$$W(r, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_v^2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \quad (5.9)$$

où  $\sigma_0$  et  $\sigma_v$  sont la demi-largeur à  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  de la distribution de positions et vitesses.  $\sigma_v$  et la température transverse des atomes  $T$  sont reliées par la relation  $\sigma_v^2 = \frac{k_B T}{m}$ , où  $k_B$  est la constante de Boltzmann.

Pour connaître la quantité d'atomes capturés à l'intérieur d'un mode  $LG$  (supposé  $LG_{p=0}^\ell$  pur), il faut calculer l'intégrale de la densité de probabilité limitée au volume défini par 5.6 et 5.8. Avec la symétrie cylindrique on obtient

$$\eta_c = \int_0^{r_{LG}} \int_0^{v_{max}} W(r, v) 2\pi r dr 2\pi v dv \quad (5.10)$$

Ce modèle a été présenté par Mestre et al. [78] et il montre que la capture des atomes dépend du recouvrement spatial et énergétique. Lorsque le puits de potentiel créé par le mode  $LG$  est suffisamment large et profond tous les atomes sont capturés et on a une efficacité de capture égale à 1. Pour un puits de faible profondeur  $U_{max} \ll k_B T$ , l'efficacité de capture est proportionnelle au rapport  $U_{max}/k_B T$ . Pour un puits de taille faible  $r_{LG} \ll \sigma_0$ , l'efficacité est proportionnelle au rapport  $r_{LG}^2/\sigma_0^2$ .

Avec une très bonne approximation on montre que l'efficacité de capture peut s'écrire sous la forme :

$$\eta_c = \left(1 - e^{-\frac{r_{LG}^2}{\sigma_0^2}}\right) \times \left(1 - e^{-\frac{U_{max}}{k_B T}}\right) \quad (5.11)$$

Le premier terme du produit est l'efficacité maximale possible lorsque  $U_{max} \rightarrow \infty$  et ne dépend que de la géométrie du mode, c'est-à-dire de  $\ell$ . On le note  $C_\ell$ . Par ailleurs, puisque  $U_{max}$  est proportionnelle à  $\frac{P}{\delta}$  et que nos études sont faites selon ces variables, on écrira le second terme du produit comme  $\left(1 - e^{-A_\ell \frac{P}{\delta}}\right)$  où  $A_\ell$  est une constante qui dépend de  $\ell$  (et varie comme  $\ell$ ), de  $r_{LG}$  (qui varie comme  $1/r_{LG}^2$ ) et de la température des atomes (qui varie comme  $1/T$ ). Ainsi, on obtient une forme pour  $\eta_c$  :

$$\eta_c = C_\ell \left(1 - e^{-A_\ell \frac{P}{\delta}}\right) \quad (5.12)$$

Avec des atomes à 400  $\mu K$  et les conditions expérimentales décrites en 5.2 ( $d_{LG2} = 0.71$  mm,  $d_{LG6} = 1.06$  mm,  $d_{LG8} = 1.18$  mm) on obtient :

$A_{\ell=2} = 5.64$  GHz/mW,  $A_{\ell=6} = 1.50$  GHz/mW,  $A_{\ell=8} = 1.05$  GHz/mW. Ce sont ces valeurs que nous utiliserons dans la suite.

Lorsque la valeur de  $\delta$  est fixée et la puissance  $P$  du mode  $LG$  augmente, l'efficacité de capture augmente aussi jusqu'à atteindre la saturation, quand tous les atomes sont capturés. La figure 5.29(a) montre ceci lorsqu'on considère qu'on a un bon recouvrement spatial ( $C_\ell = 1$ ) pour les cas où un mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 8$  (courbe bleue) et  $\ell = 2$  (courbe magenta) sont utilisés avec un désaccord en fréquence  $\delta = 6.7$  GHz pour guider des atomes à 400  $\mu K$ . On remarque que dans le cas où  $\ell = 2$  on atteint la saturation plus vite. Ceci est dû au fait que à puissance  $P$  et waist  $w$  constants, l'intensité maximale du mode  $LG$  (définissant la profondeur du puits de potentiel) diminue lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Du point de vue du recouvrement énergétique, un mode  $LG$  avec un  $\ell$  petit a une meilleure capture. Ici nous n'avons toutefois pas pris en compte le fait que le recouvrement spatial augmente avec la valeur de  $\ell$ . En effet, lorsqu'on choisit la valeur de  $\ell$ , il faut tenir compte du compromis entre le recouvrement spatial et le recouvrement énergétique.

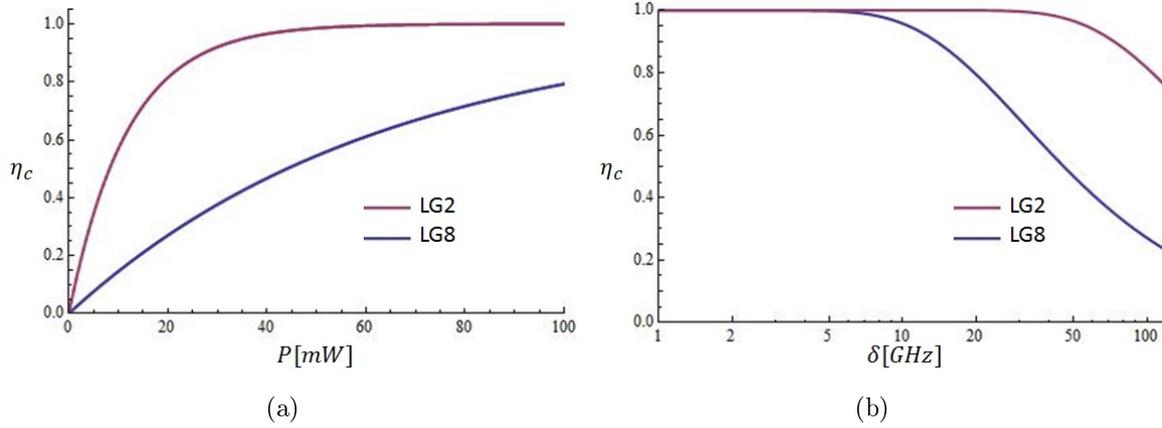


FIGURE 5.29 – Variation de l'efficacité de capture lorsqu'on suppose qu'on a un recouvrement spatial nous permettant de piéger tous les atomes ( $C_\ell = 1$ ) et pour les cas où  $A_\ell = 1.05 \text{ GHz/mW}$  correspondant à l'utilisation d'un mode  $LG$  avec  $\ell = 8$  (courbe bleue) et  $A_\ell = 5.64 \text{ GHz/mW}$  correspondant à l'utilisation d'un mode  $LG$  avec  $\ell = 2$  (courbe magenta) pour guider des atomes ayant une température transverse de  $400 \mu\text{K}$  en fonction de (a) la puissance  $P$  avec  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$ , et (b) du désaccord en fréquence  $\delta$  en échelle logarithmique avec  $P = 300 \text{ mW}$ .

Si maintenant on fixe la puissance  $P$  du mode  $LG$  et on augmente la valeur de  $\delta$  l'efficacité de capture diminue. La figure 5.29(b) montre la variation de l'efficacité de capture lorsqu'on considère qu'on a un bon recouvrement spatial ( $C_\ell = 1$ ) pour les cas où un mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 8$  (courbe bleue) et  $\ell = 2$  (courbe magenta) sont utilisés avec une puissance  $P = 300 \text{ mW}$  pour guider des atomes à  $400 \mu\text{K}$ . On remarque que l'efficacité de capture diminue plus lentement dans le cas où  $\ell = 2$ . Ceci est aussi dû au fait que la profondeur du puits de potentiel diminue lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ . Ainsi, la diminution de la profondeur du puits de potentiel (par l'augmentation du désaccord en fréquence  $\delta$ ) conduit à plus de pertes dans la capture lorsque la profondeur du puits est dès le départ moins importante.

Ce modèle très simple permet d'avoir une première idée de comment la capture varie en fonction de la puissance  $P$  et du désaccord en fréquence  $\delta$ . Cependant, pour bien comprendre le signal détecté dans notre expérience il est nécessaire de prendre en compte l'effet des pertes dans notre système. C'est ce cas que nous considérons dans la suite.

#### 5.4.2 Introduction des pertes et de l'effet de poussée

Les principales pertes dans le système utilisé sont dues au chauffage. Puisque les atomes ont une certaine vitesse transversale, ils vont parcourir la largeur du puits de potentiel. Lorsqu'un atome interagit avec les zones de lumière du mode  $LG$ , il peut absorber un photon. Ceci conduit à un changement de la vitesse de l'atome. L'atome peut ainsi, après plusieurs cycles d'absorption et d'émission, atteindre des vitesses transversales supérieures à la vitesse maximale déterminée par la profondeur du puits de potentiel et s'échapper.

De cette façon, si on considère un modèle simple, plus l'atome passe du temps dans le puits de potentiel, plus il absorbera des photons qui le feront chauffer et s'échapper. On verra donc augmenter les pertes dans le système et diminuer le nombre d'atomes guidés (figure 5.30).

On sait que les pertes sont dues à la diffusion de photons et le taux de diffusion varie comme  $\frac{P}{\delta^2}$ , on peut donc s'attendre à ce que le nombre d'atomes considérés dans le guide

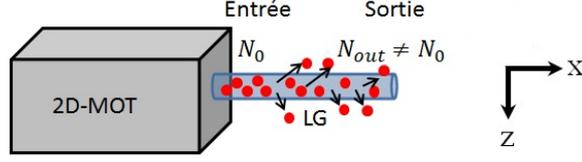


FIGURE 5.30 – 2D-MOT dont les atomes à la sortie sont guidés par un mode LG. Cette image montre le cas d'un mode LG à taille constante et d'un système avec pertes. Le nombre d'atomes à la sortie n'est pas le même que le nombre d'atomes capturé initialement  $N_c$ .

varie comme

$$G_\ell = e^{-B_\ell \frac{P}{\delta^2} t_D} \quad (5.13)$$

où  $B_\ell$  est une constante et  $t_D$  est le temps de transit des atomes dans le guide. Si on suppose que le guide n'agit pas sur la vitesse longitudinale alors le temps de transit est donné par  $t_D = \frac{D}{v_L}$ , où  $D$  est la distance de guidage et  $v_L$  la vitesse longitudinale moyenne. Dans notre cas,  $t_D = 30 \text{ ms}$ .

Le taux de pertes est  $\alpha_\ell = B_\ell \frac{P}{\delta^2}$ .

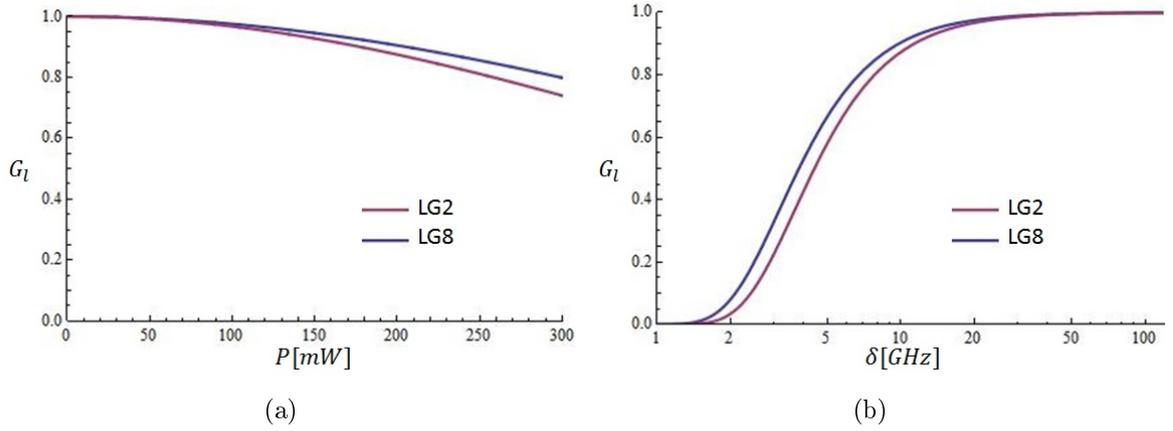


FIGURE 5.31 – Variation de  $G_\ell$  pour les cas où  $B_\ell = 1.12 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$  correspondant à l'utilisation d'un mode LG avec  $\ell = 8$  (courbe bleue) et  $B_\ell = 1.50 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$  correspondant à l'utilisation d'un mode LG avec  $\ell = 2$  (courbe magenta) pour guider des atomes ayant une température transverse de  $400 \mu\text{K}$  en fonction de (a) la puissance  $P$  avec  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$ , et (b) le désaccord en fréquence  $\delta$  en échelle logarithmique avec  $P = 300 \text{ mW}$ .

La figure 5.31 permet d'avoir une idée de comment  $G_\ell$  varie en fonction du désaccord en fréquence et de la puissance. Nous avons considéré le cas où  $B_\ell = 1.12 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$  correspondant à l'utilisation d'un mode LG avec  $\ell = 8$  (courbe bleue) et  $B_\ell = 1.50 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$  correspondant à l'utilisation d'un mode LG avec  $\ell = 2$  (courbe magenta) pour guider des atomes ayant une température transverse de  $400 \mu\text{K}$  (les valeurs de  $B_\ell$  que nous utilisons ici ont été paramétrisées en fonction de la valeur  $B_{\ell=6}$  obtenue expérimentalement dans la section 5.3.2. Pour cela on a pris en compte que  $B_\ell \propto \frac{\ell}{d_{LG}^2} \frac{\ell^\ell}{\ell!} e^\ell$ ). La courbe 5.31(a) montre la variation du guidage lorsqu'on fixe  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$  et on modifie la puissance  $P$ . Quand on augmente la puissance, plus de photons sont disponibles et peuvent être absorbés par l'atome. Cette absorption conduit au chauffage et se traduit par la perte d'atomes et donc par une diminution des atomes guidés. Plus la valeur  $\ell$  du mode LG est faible, plus les pertes sont importantes car le diamètre du mode diminue avec  $\ell$ . Ainsi, pour

la même puissance, on a une intensité plus importante lorsque  $\ell$  est plus petit. Quand  $\ell$  est faible on a donc plus de chauffage. Si maintenant on fixe la puissance à  $P = 300 \text{ mW}$  et on varie le désaccord en fréquence  $\delta$  (voir 5.31(b)) le nombre d'atomes guidés augmente. Lorsqu'on augmente le désaccord en fréquence, les atomes absorbent moins de photons et sont moins chauffés, et plus d'atomes sont donc guidés à l'intérieur du mode  $LG$  jusqu'à la détection. Lorsque la valeur de  $\delta$  est suffisamment grande, les atomes n'absorbent que peu de photons. On réduit ainsi les pertes par chauffage et le nombre d'atomes guidés atteint la saturation. Le guidage est moins bon pour les cas où  $\ell$  est petit car la taille de l'anneau de lumière est plus petite, ce qui augmente l'intensité et aussi le chauffage.

Jusqu'à maintenant on a considéré que la vitesse longitudinale  $v_\ell$  reste constante tout au long du guidage, ce qui n'est pas vraiment le cas dans le système réel. L'absorption de photons du mode  $LG$  conduit aussi à une force de poussée qui accélère les atomes et modifie donc leur vitesse longitudinale et par conséquent leur temps de transit dans le guide. Pour le cas d'un mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 8$ , avec un diamètre de  $d_{LG} = 1.18 \text{ mm}$  ayant une puissance de  $P = 300 \text{ mW}$  et un désaccord de  $6.7 \text{ GHz}$  on estime que l'accélération subie par un atome de  $^{87}\text{Rb}$  est de l'ordre de  $2900 \text{ m/s}^2$  (cette valeur est calculée en considérant que l'accélération due à la force de poussée correspond à  $a = \frac{\hbar k \eta_{sp}}{m}$ . Pour calculer  $\eta_{sp}$  on a considéré l'intensité moyenne du mode  $LG$  donnée par  $\frac{P}{\pi(d_{LG}/2)^2}$ ). L'effet de cette accélération réduit le temps de passage (entre la sortie du 2D-MOT et la détection dans notre montage) de typiquement  $30 \text{ ms}$  à environ  $10 \text{ ms}$ . Comme on le verra dans la suite, la valeur de l'accélération est surestimée pour un mode  $LG$ .

#### • Effet de la force de poussée

Afin d'avoir un modèle qui reflète mieux la situation réelle de l'atome, on peut commencer par prendre en compte un système où l'atome subit force de poussée qui lui donne une accélération constante  $a_\ell$  tout le long du potentiel de guidage. Dans ce cas, le temps de transit du guide est donné par l'expression :

$$t_D = \frac{v_L}{a_\ell} \left[ \left( 1 + \frac{2a_\ell D}{v_L^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (5.14)$$

où  $\frac{2a_\ell D}{v_L^2}$  représente l'augmentation relative de l'énergie cinétique due à l'accélération, cette dernière étant proportionnelle à  $\frac{P}{\delta^2}$  on peut poser

$$\gamma_\ell = \frac{2a_\ell D \delta^2}{v_L^2 P} \quad (5.15)$$

le temps de transit se réécrit ainsi sous la forme

$$t_D = \frac{2D\delta^2}{v_L \gamma_\ell P} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma_\ell P}{\delta^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (5.16)$$

Si  $\frac{\gamma_\ell P}{\delta^2} \gg 1$  (ceci correspond au cas où l'absorption de photons est importante), le temps de transit n'est pas constant et varie comme  $\frac{\delta}{\sqrt{P}}$ . Dans ce cas,  $G_\ell$  est donné par

$$G_\ell = e^{-\frac{2}{\sqrt{1+\frac{\gamma_\ell P}{\delta^2}+1}} \frac{B_\ell P D}{v_L \delta^2}} \quad (5.17)$$

La figure 5.32 permet de comparer le cas du guidage lorsqu'on néglige l'accélération subie par les atomes (courbe bleue) au cas où on considère une accélération constante (courbe magenta).

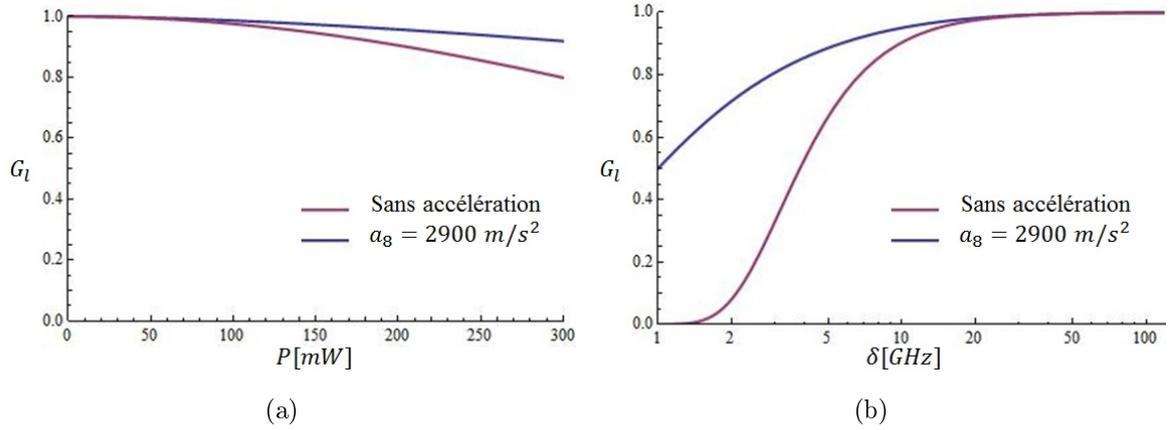


FIGURE 5.32 – Variation de  $G_\ell$  pour les cas où  $B_\ell = 1.12 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$  correspondant à l'utilisation d'un mode  $LG$  avec  $\ell = 8$  pour guider des atomes ayant une température transverse de  $400 \mu\text{K}$  lorsqu'on considère une accélération constante  $a_8 = 2900 \text{ m/s}^2$  causée par le mode  $LG$  (courbe bleue) et lorsqu'on néglige l'effet de l'accélération (courbe magenta) en fonction de (a) la puissance  $P$  avec  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$ , et (b) le désaccord en fréquence  $\delta$  en échelle logarithmique avec  $P = 300 \text{ mW}$ . On considère ici que  $v_L = 10 \text{ m/s}$  et  $D = 0.30 \text{ m}$ .

Les courbes 5.32(a) et 5.32(b) présentent les variations de  $G_\ell$  lorsqu'on prend en compte (courbe bleue) ou pas (courbe magenta) l'accélération due au mode  $LG$ . Elles montrent qu'une accélération constante due au mode  $LG$  a un effet positif sur le guidage. Ceci est dû au fait que lorsque les atomes sont accélérés ils passent moins de temps dans le guide et ils ont donc moins de temps pour interagir avec la lumière et absorber des photons. L'accélération conduit donc à une diminution du chauffage et donc des pertes et augmente le nombre d'atomes conservés dans le mode  $LG$ .

La courbe 5.32(b) montre que l'effet de l'accélération est important (il permet de garder environ 50% plus d'atomes) lorsque la fréquence du mode  $LG$  est proche de la fréquence de la transition atomique. Ceci s'explique par le fait que c'est quand le désaccord en fréquence est faible que les atomes absorbent le plus de photons et chauffent le plus, mais ils sont aussi plus accélérés, ce qui réduit leur temps de transit du guide et diminue le chauffage. Si le désaccord en fréquence est important, on observe que les deux courbes se superposent. Ceci est dû au fait que les atomes n'absorbent que peu de photons lorsque la fréquence du laser est très loin de la résonance atomique.

Remarque : nous savons que la force de poussée est proportionnelle au taux d'émission spontanée. Puisque les atomes dans le guide ont une vitesse longitudinale  $v_L$ , ils voient un mode  $LG$  à une fréquence modifiée par l'effet Doppler. Ceci modifie le taux d'émission spontanée et la force de poussée. De cette façon, la force de poussée varie comme  $\frac{1}{1+(\delta - \frac{v_L}{\lambda})^2/\Gamma^2}$ . Si on fait le calcul de l'ordre de grandeur de l'effet Doppler on remarque que dans notre cas, pour  $\lambda = 780 \text{ nm}$  et  $v_L = 10 \text{ m/s}$  il correspond à environ  $10 \text{ MHz}$ . Dans notre système nous travaillons avec désaccords en fréquence  $\delta$  de l'ordre du  $\text{GHz}$ , on peut donc négliger la variation de la force de poussée due à l'effet Doppler et considérer qu'elle reste constante. Par conséquent, le modèle présenté ici constitue une approche pertinente pour expliquer le système utilisé.

### 5.4.3 Efficacité de canalisation

Si maintenant on veut étudier la variation des atomes guidés, on doit prendre en compte l'efficacité de capture (donnée par l'équation 5.12) et la variation du nombre d'atomes le long de la trajectoire du  $LG$  (donné par 5.17). On retrouve ainsi l'expression suivante :

$$\eta_{out} = \frac{N_{out}}{N_0} = C_\ell \left(1 - e^{-A_\ell \frac{P}{\delta}}\right) e^{-\frac{2}{\sqrt{1 + \frac{\gamma_\ell P}{\delta^2} + 1}} \frac{B_\ell P D}{v_L \delta^2}} \quad (5.18)$$

où  $N_0$  est le nombre d'atomes initial et  $N_{out}$  est le nombre d'atomes à la sortie du guide.

La figure 5.33(a) retrace les courbes 5.29(a) et 5.32(a) montrant la variation de l'efficacité de capture (courbe bleue) et  $G_\ell$  d'un mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 8$  en prenant en compte une accélération constante (courbe magenta) avec la puissance du mode  $LG$ . La courbe en vert montre la variation de l'efficacité de la canalisation à la sortie lorsqu'on modifie la puissance. Puisque  $G_\ell$  et la capture ont des comportements opposés, on remarque l'efficacité de canalisation augmente avec la puissance, et tend vers une valeur maximale suivant la variation de  $G_\ell$ .

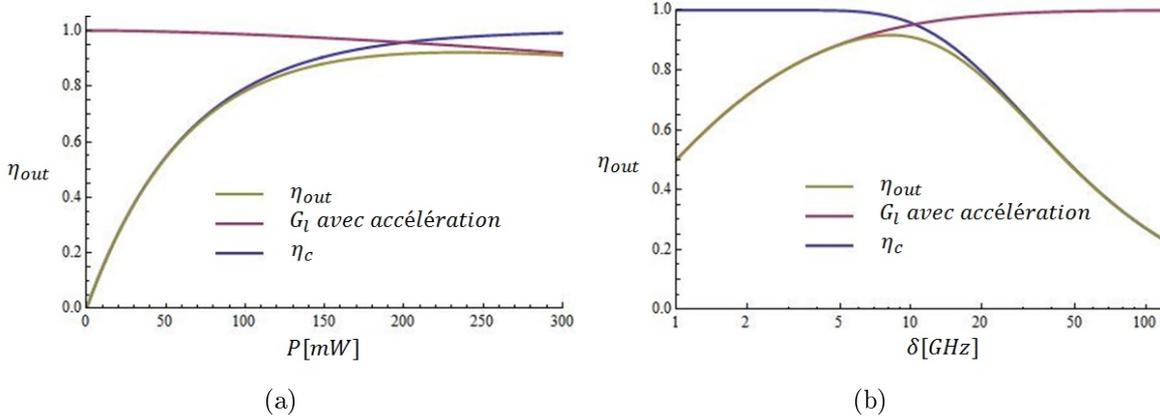


FIGURE 5.33 – Variation de l'efficacité de canalisation (courbe en vert) pour le cas  $\ell = 8$  ( $C_\ell = 1$ ,  $A_\ell = 1.05 \text{ GHz/mW}$ ,  $B_\ell = 1.12 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$ ,  $v_L = 10 \text{ m/s}$  et  $D = 0.30 \text{ m}$ ) en fonction de (a) la puissance  $P$  avec  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$  et (b) du désaccord en fréquence  $\delta$  en échelle logarithmique avec  $P = 300 \text{ mW}$ . Ce résultat est obtenu en prenant en compte les contributions de l'efficacité de capture (figure 5.29(a), ici en bleu) et de  $G_\ell$  lorsqu'on considère que le mode  $LG$  accélère les atomes de façon constante avec  $a_8 = 2900 \text{ m/s}^2$  (figure 5.32(a), ici en magenta).

De la même façon, lorsqu'on étudie la variation de l'efficacité de canalisation d'un mode  $LG$  avec  $\ell = 8$  (on reprend ici les courbes 5.29(b) et 5.32(b) montrant l'efficacité de capture et  $G_\ell$ , ici en bleu et magenta respectivement) pour différentes valeurs du désaccord en fréquence  $\delta$ , on observe que lorsqu'on augmente  $\delta$ , l'efficacité canalisation (et donc le nombre d'atomes guidés) augmente jusqu'à retrouver une valeur maximale. Le nombre d'atomes diminue ensuite car lorsque le désaccord devient important, le puits de potentiel devient moins profond, permettant la sortie des atomes.

En réalité, l'accélération due à un mode  $LG$  que nous avons considérée ici est surestimée, car nous avons considéré l'intensité moyenne du mode  $LG$ , mais au centre d'un mode  $LG$  les atomes n'interagissent pas avec la lumière. Les atomes diffusent des photons uniquement lorsqu'ils atteignent l'anneau de lumière du mode  $LG$ . Ainsi, il est plus adapté d'utiliser l'équation 4.28 pour calculer le taux d'émission spontanée. Un taux d'émission spontanée de  $10^3 \text{ photons/s}$  a été calculé par Carrat [11] pour un mode  $LG$  d'ordre  $\ell = 8$  de  $1.5 \text{ mm}$  de

diamètre, avec une puissance de  $500 \text{ mW}$  et un désaccord en fréquence de  $6 \text{ GHz}$ . Ceci permet de calculer une accélération de  $6 \text{ m/s}$  sur un atome de  $^{87}\text{Rb}$  (en réalité nous travaillons à des puissances plus faibles, donc l'accélération doit aussi être plus faible. Nous prenons toutefois cette valeur de l'accélération car elle nous permet d'avoir un ordre de grandeur). Cette valeur est environ 480 fois plus petite que celle que nous avons calculée dans la section 5.4.2. Nous pouvons conclure que l'effet de l'accélération par le mode  $LG$  est faible sur le guidage et peut être négligé.

Dans la figure 5.34 nous traçons l'efficacité de canalisation mais cette fois-ci en négligeant l'effet de l'accélération par le mode  $LG$ . Si on compare cette figure avec la figure 5.33 on remarque pour des valeurs élevées de la puissance (courbes 5.33(a) et 5.34(a)) l'efficacité de canalisation diminue lorsqu'on considère que les atomes ne sont pas accélérés par le mode  $LG$ . L'efficacité de canalisation est aussi modifiée pour des faibles valeurs du désaccord en fréquence du mode  $LG$  si on considère que le mode  $LG$  accélère (courbe 5.33(b)) ou pas (courbe 5.34(b)) les atomes. Ainsi, lorsqu'on néglige l'accélération due au mode  $LG$ , on voit que l'efficacité de canalisation augmente exponentiellement et la courbe devient moins large.

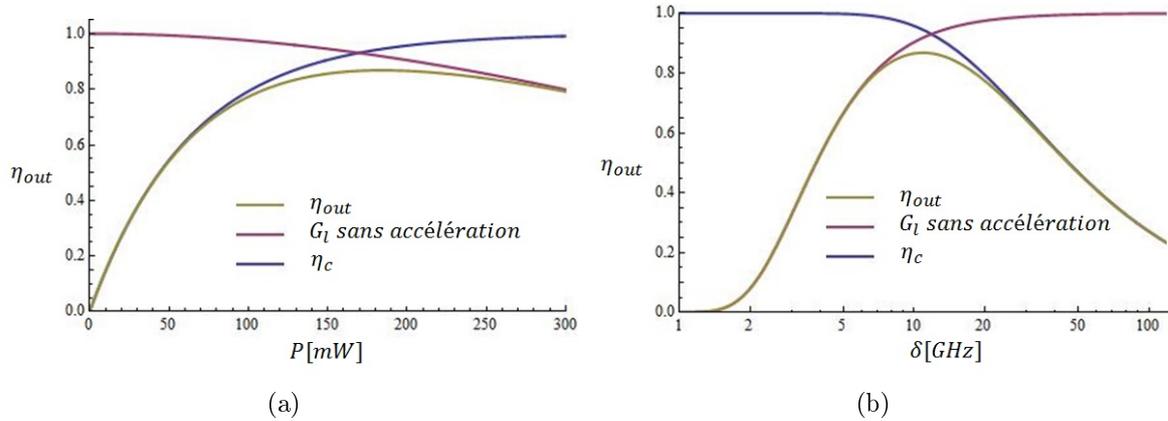


FIGURE 5.34 – Variation de l'efficacité de canalisation (courbe en vert) pour le cas  $\ell = 8$  ( $C_\ell = 1$ ,  $A_\ell = 1.05 \text{ GHz/mW}$ ,  $B_\ell = 1.12 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$ ,  $v_L = 10 \text{ m/s}$  et  $D = 0.30 \text{ m}$ ) en fonction de (a) la puissance  $P$  avec  $\delta = 6.7 \text{ GHz}$  et (b) du désaccord en fréquence  $\delta$  en échelle logarithmique avec  $P = 300 \text{ mW}$ . Ce résultat est obtenu en prenant en compte les contributions de l'efficacité de capture (ici en bleu) et de  $G_\ell$  (ici en magenta) lorsqu'on considère que le mode  $LG$  n'accélère pas les atomes.

Pour pouvoir comparer ces résultats avec la courbe expérimentale 5.23 nous avons étudié l'efficacité de canalisation d'un mode  $LG$   $\ell = 6$ . Dans ce cas, on a  $A_\ell = 1.50 \text{ GHz/mW}$  et  $B_\ell = 1.2 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$ . La courbe en vert de la figure 5.35 montre l'efficacité de canalisation en fonction du désaccord en fréquence (tracé en échelle logarithmique) pour le cas  $\ell = 6$  lorsqu'on considère que le mode  $LG$  n'accélère pas les atomes.

En comparant cette courbe avec la courbe expérimentale (5.23) on remarque que les maxima des deux courbes se trouvent autour de la même valeur du désaccord en fréquence (10 GHz). Toutefois, la courbe que nous avons obtenu de façon théorique est plus large que la courbe expérimentale et est en particulier plus étendue vers les valeurs de  $\delta$  élevées. Ceci voudrait dire que expérimentalement nous avons une efficacité de capture qui décroît plus vite lorsque  $\delta$  est grand. En réalité, dans les résultats présentés ici nous n'avons pas pris compte du recouvrement spatial du mode  $LG$  avec les atomes. Ceci peut donc expliquer pourquoi expérimentalement nous voyons l'effet d'une efficacité de capture plus faible. Le fait que les deux courbes (expérimentale et théorique) présentent une allure similaire confirme que la forme de la courbe expérimentale 5.23 est due à la compétition entre la profondeur

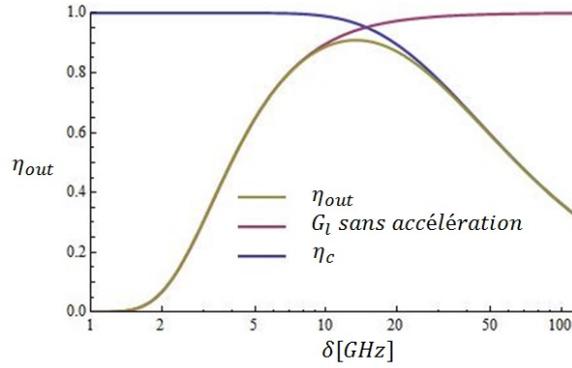


FIGURE 5.35 – Variation de l'efficacité de canalisation (courbe en vert) pour le cas  $\ell = 6$  ( $C_\ell = 1$ ,  $A_\ell = 1.50 \text{ GHz/mW}$ ,  $B_\ell = 1.2 \times 10^3 \text{ photons} \times \text{GHz}^2/\text{s}$ ,  $v_L = 10 \text{ m/s}$  et  $D = 0.30 \text{ m}$ ) lorsque  $P = 300 \text{ mW}$  en fonction du désaccord en fréquence  $\delta$  avec une échelle logarithmique. Ce résultat est obtenu en prenant en compte les contributions de l'efficacité de capture (courbe bleue) et de  $G_\ell$  (courbe magenta). Nous traçons  $G_\ell$  lorsqu'on néglige l'effet de l'accélération.

du puits de potentiel et l'effet du chauffage. A grandes valeurs du désaccord en fréquence la profondeur du puits de potentiel diminue et donc on réduit le nombre d'atomes qui peuvent être capturés à l'intérieur du mode  $LG$ . Lorsqu'on se rapproche de la fréquence de résonance la profondeur du puits de potentiel augmente, mais les atomes absorbent plus de photons et sont donc plus chauffés. Le chauffage limite le nombre d'atomes guidés à l'intérieur du mode  $LG$ .

Le modèle présenté ici montre que lorsque le mode  $LG$  est utilisé à faibles désaccords de fréquence et à puissances élevées il faut tenir compte des pertes pour comprendre la variation du nombre d'atomes guidés. Ainsi, ce modèle permet de comprendre que le nombre d'atomes guidés dépend de l'efficacité de capture du mode  $LG$  utilisé et des pertes dues au chauffage.

## 5.5 Conclusion

La configuration que nous avons présentée dans ce chapitre, se base sur l'utilisation d'un potentiel dipolaire créé par un mode  $\overline{LG}$ . Pour obtenir un puits de potentiel dipolaire nous permettant de guider les atomes dans le centre noir du mode  $\overline{LG}$ , il a été nécessaire de fabriquer un mode  $\overline{LG}$  qu'on aligne sur l'axe de sortie du jet atomique du 2D-MOT et de le faire fonctionner à une fréquence supérieure à la fréquence de transition atomique. Nous avons choisi la taille du mode  $\overline{LG}$  adaptée à notre dispositif expérimental en utilisant une lentille qui nous a permis de focaliser le faisceau près du trou de sortie du 2D-MOT et de contrôler sa divergence. Ceci nous a permis d'utiliser le mode  $\overline{LG}$  pour guider les atomes à la sortie d'un 2D-MOT. Nous avons étudié le guidage des atomes à l'intérieur du mode  $\overline{LG}$  pour différentes valeurs de  $\ell$ , un désaccord en fréquence de  $6 \text{ GHz}$  et une puissance de  $300 \text{ mW}$ . Le diamètre du jet atomique est fortement réduit lorsqu'on utilise un mode  $\overline{LG}$  qui atteint une taille de l'ordre du millimètre contre un dizaine de millimètres (mesurés à  $30 \text{ cm}$  de la sortie du 2D-MOT) lorsqu'aucun mode  $\overline{LG}$  n'est employé. Ceci correspond à une réduction de la divergence du jet atomique de  $42 \text{ mrad}$  à seulement  $3 \text{ mrad}$ . Puisque la condition de suivi adiabatique est vérifiée, nous savons que le puits de potentiel créé par le mode  $\overline{LG}$  varie assez lentement permettant aux atomes piégés à l'intérieur de suivre son évolution adiabatiquement et rester piégés. Ainsi, si on néglige le chauffage, une fois que l'atome est piégé à l'intérieur du potentiel dipolaire dû au mode  $\overline{LG}$ , il y reste, même lorsque la profondeur du puits de potentiel devient inférieure à la température transverse

initiale des atomes. Le signal détecté dépend donc des conditions du puits de potentiel à la position du trou de sortie du 2D-MOT. Lorsque les atomes à cette position-là ont un mauvais recouvrement spatial ou énergétique avec le puits de potentiel il ne sont pas piégés. Ceci donne lieu à des cas de guidage partiel, notamment pour les cas où  $\ell$  est petit (mauvais recouvrement spatial) ou grand (mauvais recouvrement énergétique). Le chauffage, dû à l'absorption et à l'émission spontanée de photons, conduit à des pertes qui augmentent avec le temps de transit de l'atome dans le potentiel dipolaire.

Comme on l'a vu dans ce chapitre, la canalisation des atomes à la sortie d'un 2D-MOT au moyen d'un puits de potentiel créé par un mode  $\overline{LG}$  est très efficace et permet de récupérer la quasi totalité des atomes sortant du 2D-MOT, en particulier pour le mode  $\ell = 8$  (dans nos conditions expérimentales). Puisque le diamètre du jet atomique est aussi réduit, cela permet d'atteindre un gain en densité de l'ordre de 190 par rapport au cas où d'un piège magnéto-optique conventionnel, c'est-à-dire, sans mode  $\overline{LG}$ .

Nous avons aussi étudié la variation du nombre d'atomes guidés pour le cas  $\ell = 6$  lorsque qu'on faisait varier la profondeur du puits de potentiel. Pour cela, nous avons modifié la profondeur du puits de potentiel en faisant varier le désaccord en fréquence du mode  $\overline{LG}$ . La courbe ainsi obtenue montre un maximum d'atomes guidés autour de la valeur du désaccord de  $10 \text{ GHz}$ . La forme de cette courbe est le résultat de la compétition entre deux effets, la profondeur du puits de potentiel qui contribue au guidage et le chauffage qui contribue à la perte des atomes. Le fait que ce signal soit aussi large (sur un intervalle de  $10 \text{ GHz}$  autour du maximum le signal ne varie que de 25%), prouve que ce système est souple et peut être utilisé pour une large plage de fréquences. Le modèle présenté dans ce chapitre nous a permis de confirmer que la forme de cette courbe est due à la compétition entre l'effet du chauffage et la profondeur du puits de potentiel.

Finalement, nous avons utilisé une séquence temporelle pour étudier la distribution des vitesses transversales des atomes guidés à l'intérieur d'un mode  $\overline{LG}$ . Cette étude nous a permis d'estimer une largeur de vitesse transversale d'environ  $0.13 \text{ m/s}$  pour un mode  $\overline{LG}_0^8$  ayant un désaccord en fréquence de  $10 \text{ GHz}$  et une puissance de  $200 \text{ mW}$ . Nous avons aussi étudié la distribution des vitesses transversales pour différentes valeurs de profondeur de puits de potentiel. La profondeur du puits de potentiel a été modifiée en changeant la valeur du désaccord en fréquence. Dans ce cas, nous avons mesuré une largeur de vitesse transversale qui reste à peu près constante et est de l'ordre de  $0.16 \text{ m/s}$ . Cette valeur étant celle que nous avons mesurée pour notre 2D-MOT en fonctionnement classique, nous pouvons conclure que le chauffage dans le guide fabriqué par un mode  $\overline{LG}$  est faible.

Nous avons vu que la canalisation des atomes d'un 2D-MOT avec un piège dipolaire créé par un mode  $\overline{LG}$  est très efficace et fonctionne correctement pour une large plage de valeurs du désaccord en fréquence du mode  $\overline{LG}$ . On peut imaginer une nouvelle configuration dans laquelle la fréquence du mode  $\overline{LG}$  est fixée à la fréquence du laser repompeur. Cette configuration est intéressante car le mode  $\overline{LG}$  pourrait donc être utilisé non seulement pour guider les atomes dans son centre noir, mais aussi pour les repomper dans le 2D-MOT. C'est justement ce cas que nous présentons dans le chapitre suivant.



# Chapitre 6

## LG-2D-MOT : Mode $\overline{LG}$ réalisant repompage du 2D-MOT et canalisation du jet atomique

### Sommaire

---

6.1	Principe . . . . .	141
6.2	Configuration expérimentale . . . . .	141
6.3	Comparaison LG-Channeled-2D-MOT et LG-2D-MOT . . . . .	143
6.4	LG-2D-MOT en fonction de la puissance d'un mode $\overline{LG}$ . . . . .	145
6.5	Conclusion . . . . .	147

---



## 6.1 Principe

Dans le chapitre précédent, on a montré que l'utilisation d'un mode  $\overline{LG}$  permet de contrôler la divergence du jet atomique à la sortie d'un 2D-MOT et d'augmenter sa densité d'un facteur 200. Ce système fonctionne sur une gamme de fréquence centrée autour de 10 GHz avec  $\pm 5$  GHz de large. La fréquence 6.7 GHz se trouve dans la plage de valeurs pour lesquelles le nombre d'atomes guidés reste maximale.

Les questions auxquelles on va tenter de répondre dans ce chapitre sont les suivantes :

- † Peut-on remplacer le faisceau repompeur du 2D-MOT par un faisceau creux à la même fréquence ? Pour répondre à cette question il faut évaluer si l'utilisation d'un mode  $\overline{LG}$  pour le refroidissement des atomes ne perturbe pas le fonctionnement du 2D-MOT. Ceci revient à se poser la question de si la présence d'un faisceau repompeur creux est suffisante pour le bon fonctionnement du 2D-MOT. En réalité, l'utilisation d'un faisceau repompeur creux n'est pas nouvelle. Ceci avait déjà été réalisé par Ketterle et al. [79], par exemple. Dans une variante de ce travail, Radwell et al. [80] ont utilisé un 3D-MOT avec un faisceau repompeur en forme d'anneau et un faisceau dépompeur au centre de celui-ci pour mettre les atomes dans un état noir qui n'interagit pas avec les lasers, ce qui évite les effets de réémission et permet d'augmenter la densité du nuage atomique par rapport à un 3D-MOT conventionnel. En nous basant sur ces résultats, nous nous attendons à ce que notre système fonctionne aussi correctement.
- † Si c'est le cas, le guidage est-il aussi efficace que dans le cas présenté au chapitre précédent ?
- † Et finalement, quelles sont les conditions expérimentales, notamment la puissance du mode  $\overline{LG}$  nécessaire au bon fonctionnement de ce montage ?

A la différence du système étudié dans le chapitre 5 où les faisceaux repompeur et piégeant composent l'ensemble refroidissant, si le mode  $\overline{LG}$  est utilisé comme repompeur, les atomes ne seront repompés que lorsqu'ils approchent l'anneau de lumière et voient une intensité correspondante à l'intensité de saturation. Pour tester le bon fonctionnement du 2D-MOT avec le mode  $\overline{LG}$  comme repompeur, on commence par comparer le signal de fluorescence obtenu quand le mode  $\overline{LG}$  est à la fréquence de la transition du faisceau repompeur et le laser repompeur du 2D-MOT est présent ou pas. Cette étude est présentée dans la section 6.3.

En nous basant sur ces résultats nous avons ensuite décidé d'enlever le faisceau repompeur du 2D-MOT et nous avons mesuré le gain en densité ainsi obtenu. Cette étude est présentée dans la section 6.4. Enfin, la section 6.4 décrit le gain en densité qu'il est possible d'atteindre en fonction de la puissance du mode  $\overline{LG}$ .

## 6.2 Configuration expérimentale

Le montage que nous utilisons est le même que celui décrit au chapitre 5, à la différence près que la fréquence du mode  $\overline{LG}$  est maintenant asservie sur une transition atomique pour la maintenir à la fréquence du laser repompeur du 2D-MOT. Les détails de cet asservissement sont présentés ci-dessous.

- **L'asservissement en fréquence du mode  $\overline{LG}$**

Dans les expériences précédentes, la fréquence du Ti :Sa était asservie, via le boîtier de contrôle laser, sur une cavité de référence stabilisée en température, ce qui était suffisant. Puisque dans cette expérience nous voulons utiliser le mode  $\overline{LG}$  pour effectuer le repompage

des atomes dans un 2D-MOT, il est nécessaire d'asservir sa fréquence au  $MHz$  près sur une transition atomique.

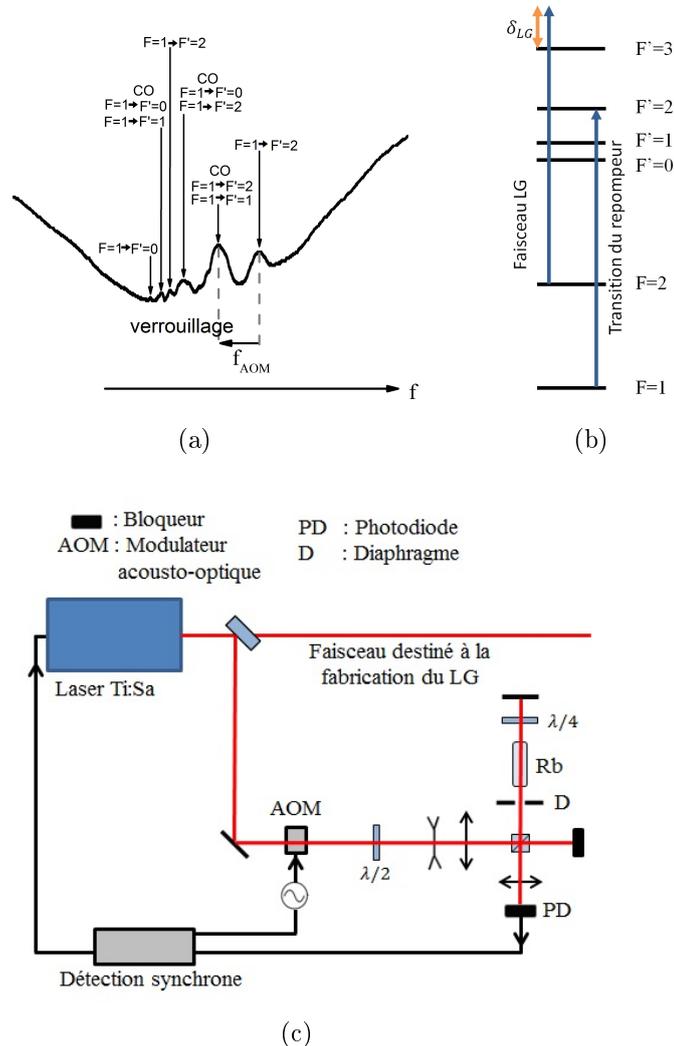


FIGURE 6.1 – (a) Signal transmis d'un montage d'absorption saturée pour la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  montrant les transitions du cas où l'atome part du niveau  $F = 1$ . CO indique les cross-overs entre les différentes transitions. La partie inférieure montre le pic sur lequel le faisceau  $\overline{LG}$  est verrouillé, ainsi que la contribution du modulateur acousto-optique ( $f_{AOM}$ ) (b) Niveaux atomiques du  $^{87}\text{Rb}$  et fréquence utilisée pour le mode  $\overline{LG}$  (c) Schéma du montage d'asservissement.

Lors de l'asservissement du laser, nous avons rencontré une difficulté. La bande passante de l'unité de contrôle du laser Ti :Sa était limitée et ne permettait pas d'effectuer une rétro-action sur le laser dans un temps de l'ordre de la milliseconde. Pour résoudre ce problème, nous avons décidé d'appliquer la modulation de fréquence en externe, sur un modulateur acousto-optique (schéma sur la figure 6.1(c)). Cette configuration est proche de celle connue sous le nom de Pound-Drever-Hall [81]. Pour asservir la fréquence du laser sur une transition atomique nous avons utilisé un montage d'absorption saturée, précédé par un modulateur acousto-optique à simple passage. Notre boîte de détection synchrone<sup>1</sup> contient un générateur de fréquences qui envoie un signal de modulation de  $30\text{ kHz}$  sur l'alimentation du

1. La boîte de détection synchrone que nous utilisons a été fabriquée au laboratoire Aimé Cotton et contient un générateur de fréquences à  $30\text{ kHz}$ , une détection synchrone, un régulateur PID et un filtre

modulateur acousto-optique sous la forme d'une tension. Un convertisseur tension-fréquence convertit ce signal de modulation en une modulation de fréquence qui est appliquée sur le modulateur acousto-optique, qui à son tour module la fréquence du laser. Le signal d'absorption saturé est détecté par une photodiode et envoyé vers la boîte de détection synchrone. Une fois le signal filtré, il est envoyé vers le boîtier de contrôle du laser où la rétroaction est effectuée sur la cavité de référence du laser.

Le modulateur acousto-optique (simple passage) que nous utilisons décale la fréquence du laser de  $-78.5 \text{ MHz}$ . Le laser est asservi sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  et  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ . Pour cela, à cause du modulateur acousto-optique, on utilise le pic correspondant au cross-over (CO) des transitions  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  et  $F = 1 \rightarrow F' = 1$ , qui se trouve à  $-78.5 \text{ MHz}$  de la transition du repompeur (figure 6.1(a)).

### 6.3 Comparaison LG-Channeled-2D-MOT et LG-2D-MOT

Nous devons donc d'abord vérifier que le fait que les atomes soient repompés par un mode de lumière creux n'a pas un effet négatif sur le nombre d'atomes guidés. Pour cela, nous avons étudié le guidage lorsque le mode  $\overline{LG}$  est asservi à la fréquence du laser repompeur, et le 2D-MOT fonctionne d'abord de manière conventionnelle (le faisceau repompeur étant superposé au laser piégeant) et ensuite lorsque le 2D-MOT fonctionne sans faisceau repompeur (le repompage étant donc effectué uniquement par le mode  $\overline{LG}$ ). Ces deux configurations sont illustrées dans la figure 6.2.

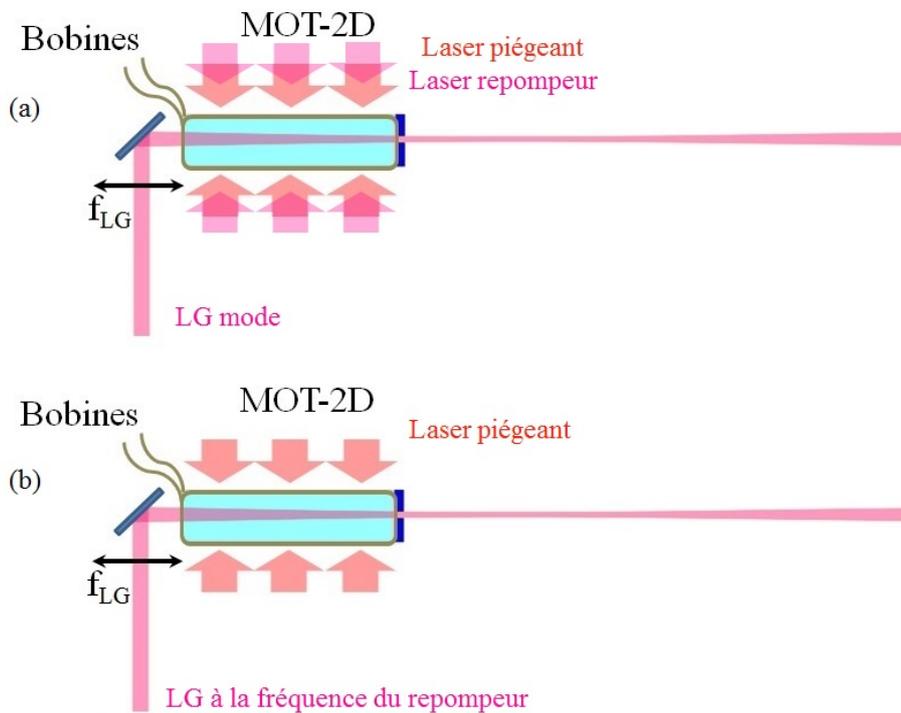


FIGURE 6.2 – (a) Schéma du montage lorsque le faisceau  $\overline{LG}$  canalise le jet atomique à la sortie d'un 2D-MOT (b) Schéma du montage simplifié lorsque le faisceau  $\overline{LG}$  repompe les atomes ( $\omega_{LG} = \omega_{\text{repompeur}}$ ) et les canalise à la sortie d'un 2D-MOT.

Les mesures que nous présentons ici ont été prises lorsque nous avons utilisé  $60 \text{ mW}$  de laser piégeant et  $1.5 \text{ mW}$  de laser repompeur en sortie de chaque fibre du 2D-MOT.

La détection est la même que dans la section 5.3. Pour chaque image de fluorescence nous prenons aussi une image dans les mêmes conditions, avec un courant appliqué sur les bobines de gradient de champ magnétique du 2D-MOT nul (on a donc une mélasse). Cette image constitue l'image de fond et elle est soustraite à l'image de la mesure correspondante.

La figure 6.3 présente le profil du signal de fluorescence obtenu pour le cas  $\ell = 8$  à une puissance d'environ 200  $mW$  lorsque le faisceau repompeur est présent (profil 6.3(a)) ou pas (profil 6.3(b)) dans le 2D-MOT. On remarque que la forme des deux profils est la même, mais ils présentent une différence dans leur valeur maximale. La différence dans le cas présenté est de l'ordre de 13%, et correspond au cas où l'écart était le plus grand.

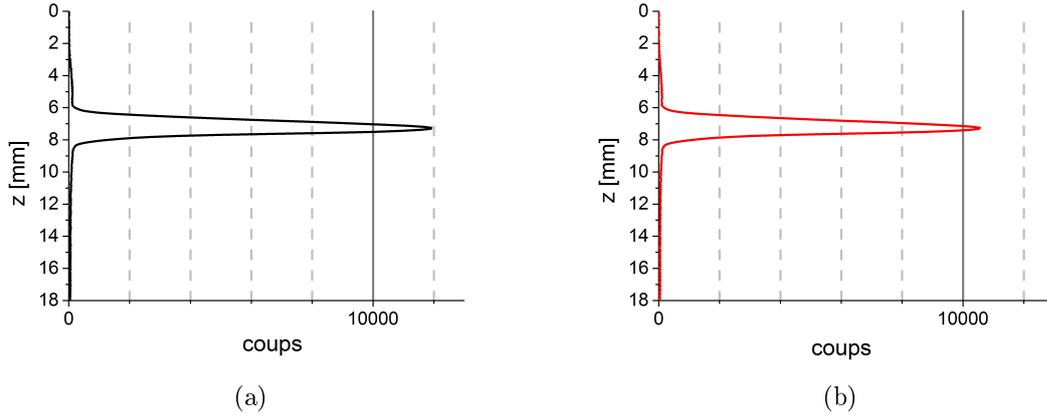


FIGURE 6.3 – Signal obtenu lorsque le mode  $\overline{LG}$  est asservi à la fréquence du laser repompeur. Le cas illustré ici correspond à  $\ell = 8$  lorsque (a) le laser repompeur du 2D-MOT est présent et (b) le laser repompeur du 2D-MOT n'est pas présent.

Nous avons effectué cette mesure pour différents ordres du mode  $\overline{LG}$  afin de vérifier que la différence entre le cas où le repompeur est utilisé ou pas dans le 2D-MOT reste du même ordre de grandeur. Les résultats que nous avons obtenus sont présentés dans la figure 6.4, où nous avons tracé la valeur maximale  $S_{max}$  de chaque profil pour différentes valeurs de  $\ell$  lorsque la puissance du mode  $\overline{LG}$  est d'environ 200  $mW$ . La figure 6.4 met en évidence que la différence du signal de fluorescence détecté en présence ou pas du laser repompeur dans le 2D-MOT est faible quelle que soit la valeur de  $\ell$ . Ceci indique qu'une fois que le mode  $\overline{LG}$  se trouve à la fréquence du faisceau repompeur, l'ajout du faisceau repompeur dans le 2D-MOT a un effet négligeable sur le refroidissement des atomes, le repompage étant déjà fait par le mode  $\overline{LG}$ . Afin d'avoir un ordre de grandeur de l'intensité du repompeur disponible, nous calculons l'intensité du repompeur conventionnel et l'intensité d'un mode  $\overline{LG}$  agissant comme repompeur. L'aire de la zone de refroidissement dans le 2D-MOT est d'environ 6  $cm^2$ , et typiquement on a une puissance de 1  $mW$ . En prenant en compte les quatre paires de faisceaux laser dans le 2D-MOT, on obtient une intensité de l'ordre de 0.7  $mW/cm^2$ . Dans le cas du mode  $\overline{LG}$  on considère un rayon d'environ 0.6  $mm$  (correspondant au cas  $\ell = 8$ ) ce qui donne une aire de  $10^{-2} cm^2$ . Si on considère une puissance de 200  $mW$  on obtient une intensité moyenne de l'ordre de  $2 \times 10^4 mW/cm^2$ . L'intensité disponible dans le mode  $\overline{LG}$  est donc bien plus importante que dans le cas du repompeur conventionnel. Toutefois, lorsqu'on change la géométrie du faisceau on change aussi le volume refroidissant. Dans le cas du repompeur conventionnel il est de 5.1  $cm^3$ , alors que dans le cas du  $\overline{LG}$  il est d'environ 0.07  $cm^3$ . La zone d'éclairage étant plus faible dans le cas du  $\overline{LG}$ , il n'est pas évident que le système fonctionne. En pratique, nous avons vérifié que ce système fonctionne, on conclut

donc qu'on peut retirer le faisceau repompeur du 2D-MOT conventionnel.

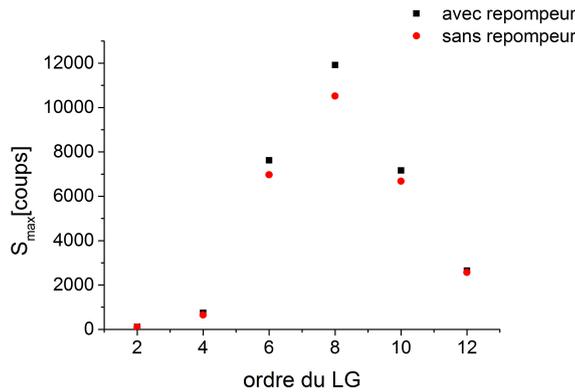


FIGURE 6.4 – Evolution du signal maximal  $S_{max}$  en fonction de l'ordre  $\ell$  du mode  $\overline{LG}$  lorsque le laser repompeur est présent (points noirs) ou pas (points rouges) dans le 2D-MOT et lorsque la fréquence du mode  $\overline{LG}$  est fixée à la fréquence du laser repompeur. Ces mesures ont été prises pour un mode  $\overline{LG}$  de puissance d'environ 200 mW.

## 6.4 LG-2D-MOT en fonction de la puissance d'un mode $\overline{LG}$

On voudrait savoir maintenant s'il est nécessaire d'avoir un mode  $\overline{LG}$  à une puissance de l'ordre de 200 mW pour repomper et guider les atomes, ou s'il est possible d'utiliser un faisceau moins puissant. Pour cela, nous avons étudié le guidage des atomes pour différentes puissances du mode  $\overline{LG}$  lorsque le repompage des atomes est effectué uniquement par le mode  $\overline{LG}$ . Pour cette série de mesures nous avons mesuré la puissance plus précisément. Pour cela, nous avons utilisé un puissance-mètre que nous avons placé avant la lentille  $f_{LG}$  de la figure 6.2. La valeur de puissance mesurée ne prend pas en compte des éventuelles pertes par réflexion par exemple sur la cellule de l'enceinte à vide.

Nous avons étudié le changement du guidage en fonction de la puissance pour différentes valeurs de  $\ell$ . Avant d'effectuer ces mesures nous avons réaligné notre montage afin d'optimiser le nombre d'atomes guidés.

En modifiant la puissance du mode  $\overline{LG}$  nous changeons la profondeur du puits de potentiel créé par celui-ci, mais aussi le taux de diffusion de photons par les atomes lorsqu'ils interagissent avec le mode  $\overline{LG}$  et donc le chauffage. Puisque c'est le mode  $\overline{LG}$  qui agit en tant que repompeur, on modifie également l'intensité du repompeur.

En suivant la même procédure que dans le chapitre 5, nous avons évalué le gain en densité obtenu pour différentes valeurs de  $\ell$  lorsqu'on modifie la puissance du mode  $\overline{LG}$ . La figure 6.5 montre comment le gain en densité varie selon la puissance du mode  $\overline{LG}$  pour seulement trois des cas étudiés  $\ell = 4$ ,  $\ell = 6$  et  $\ell = 8$  lorsque la fréquence du mode  $\overline{LG}$  est asservie à la fréquence du laser repompeur (et le laser repompeur du 2D-MOT n'est pas présent). On observe un maximum qui se déplace vers les grandes puissances lorsqu'on augmente  $\ell$ . Ce maximum n'apparaît pas pour le cas  $\ell = 8$ , mais il devrait être atteint pour des puissances supérieures à 250 mW. Si on regarde la variation du gain en densité à faibles puissances, on remarque que celle-ci n'est pas linéaire. Comme dans la section 5.3.1, le meilleur résultat est obtenu pour  $\ell = 8$ . Par ailleurs, le réalignement du système nous a permis de mesurer un gain en densité plus important de 25%.

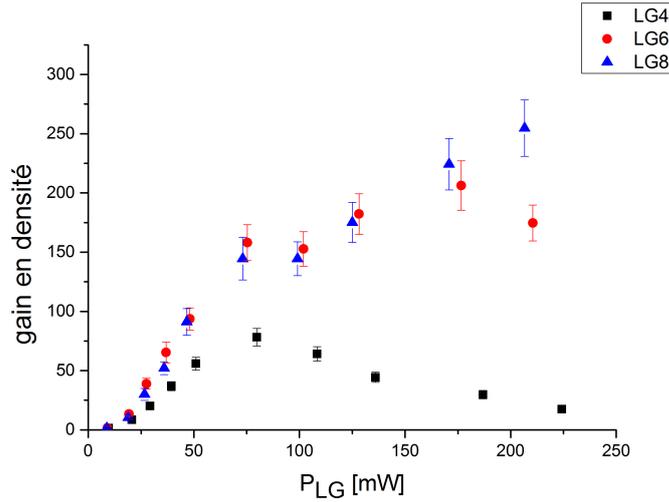


FIGURE 6.5 – Variation du gain en densité avec la puissance du mode  $\overline{LG}$  lorsque  $\omega_{LG} = \omega_{\text{repompeur}}$  pour le cas de  $\ell = 4$  (carrés noirs),  $\ell = 6$  (cercles rouges) et  $\ell = 8$  (triangles bleus).

Puisque c'est le mode  $\overline{LG}$  qui effectue maintenant la fonction de repompeur, à puissances très faibles, l'intensité du mode  $\overline{LG}$  ne sature pas la transition du repompeur et certains atomes tombent dans le niveau  $5S_{1/2} F = 1$ , où il ne peuvent pas être refroidis. Une fois que l'intensité du mode  $\overline{LG}$  est au-dessus de l'intensité de saturation, tous les atomes sont refroidis et on s'attend à voir un comportement du signal qui ne dépend que de la profondeur du puits de potentiel et des pertes occasionnées par le chauffage. Cet effet n'est pas visible sur nos mesures car l'intensité nécessaire pour saturer la transition du repompeur est faible et donc vite atteinte.

A faible puissance, on voit le gain en densité augmenter avec la puissance (figure 6.5). Ce comportement est dû au fait que lorsqu'on augmente la puissance on augmente la profondeur du puits de potentiel. Si on compare maintenant les résultats obtenus pour les différentes valeurs de  $\ell$ , on remarque que lorsqu'on augmente  $\ell$  on augmente aussi le gain en densité car le potentiel a une taille plus grande et on a un meilleur recouvrement spatial du mode  $\overline{LG}$  avec le jet atomique.

A faible puissance l'effet des pertes par chauffage est négligeable. Par contre, lorsque la puissance du mode  $\overline{LG}$  augmente, on s'attend à ce que le gain diminue car le chauffage n'est plus négligeable et on perd de plus en plus d'atomes. Ceci est perceptible par exemple pour le cas  $\ell = 4$ . Cependant, on constate que cet effet dépend fortement de  $\ell$ . En effet, puisque le diamètre du mode  $\overline{LG}$  augmente avec  $\ell$ , l'atome met plus de temps à parcourir la distance entre deux zones de lumière pour un mode  $\overline{LG}$  d'ordre élevé (il passe plus de temps dans le centre noir) et l'effet de chauffage est moins important. De plus, lorsqu'on augmente la valeur de  $\ell$ , on s'approche plus d'un potentiel carré, ce qui est aussi favorable pour avoir un faible chauffage.

La courbe 6.5 est le résultat d'une compétition entre l'efficacité de capture et l'effet des pertes par chauffage. Lorsque le chauffage est important, ceci donne lieu à un pic de gain optimal dont la position dépend de  $\ell$ . L'optimum du gain en densité se déplace vers les grandes puissances lorsqu'on augmente  $\ell$  car dans ce cas les pertes sont moins importantes. Le guidage des atomes en fonction de la puissance a été modélisé au chapitre précédent. La figure 5.33(a) montre l'existence d'un maximum lorsqu'on étudie le nombre d'atomes en fonction de la puissance. Nous avons observé ce maximum pour les cas  $\ell = 4$  et  $\ell = 6$ , mais pas pour le cas  $\ell = 8$ . L'existence d'un maximum pour le cas  $\ell = 8$  est attendue pour de valeurs de la puissance supérieures à 250 mW, ce qui diffère de la valeur pour laquelle on

observe un maximum avec notre modèle.

Lorsqu'on choisit la puissance du mode  $\overline{LG}$  il faut tenir compte du compromis entre le guidage et les pertes par chauffage. La figure 6.5 met en évidence qu'il n'est pas nécessaire d'avoir un faisceau  $\overline{LG}$  très puissant pour avoir un gain en densité convenable. En effet, lorsqu'on utilise un mode  $\ell = 6$  ou  $\ell = 8$ ,  $50 \text{ mW}$  suffisent pour obtenir un gain en densité de 100.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le cas particulier de la canalisation du jet atomique à la sortie d'un 2D-MOT effectuée à l'aide d'un mode  $\overline{LG}$  à la fréquence du repompeur. Le but de cette configuration était d'utiliser le mode  $\overline{LG}$  non seulement pour le guidage des atomes, mais aussi pour les repomper. Dans un premier temps (section 6.3), nous avons comparé le signal de fluorescence obtenu lorsque le laser repompeur du 2D-MOT est ou pas présent et nous avons observé que, même si le repompage par un mode  $\overline{LG}$  est moins efficace, la différence dans le signal de fluorescence atomique ne constitue que 13%.

Cet écart reste raisonnable et nous permet de conclure que lorsque le mode  $\overline{LG}$  est utilisé à la fréquence du repompeur, on n'a plus besoin d'introduire le faisceau repompeur habituel dans un 2D-MOT, car c'est le mode  $\overline{LG}$  qui effectue le repompage ainsi que le guidage des atomes. Ceci conduit à une simplification importante de montage car au lieu d'utiliser trois laser (le laser piégeant, le laser repompeur et le mode  $\overline{LG}$ ) on n'a plus besoin que de deux : le laser piégeant et le mode  $\overline{LG}$  à la fréquence du repompeur ( l'image (b) de la figure 6.2). On économise donc un laser. Par ailleurs, on n'a plus besoin d'injecter deux lasers dans la même fibre du 2D-MOT.

Dans la section 6.4 nous avons étudié le gain en densité obtenu avec cette configuration en fonction de la puissance. Pour de faibles puissances le gain en densité est limité par un puits de potentiel peu profond. Pour des puissances élevées, c'est le chauffage qui devient le facteur limitant, en particulier pour les modes  $\overline{LG}$  de faible ordre  $\ell$  où les atomes explorent plus souvent les zones de lumière.

Nous avons souvent travaillé avec des puissances de l'ordre de quelques centaines de milliwatts, mais des puissances plus faibles permettent aussi d'avoir un gain en densité important. Comme nous l'avons vu, lorsqu'on utilise un mode  $\ell = 6$  ou  $\ell = 8$ , une puissance de  $50 \text{ mW}$  suffit pour obtenir un gain en densité d'un facteur 100.

Cette dernière configuration est donc très intéressante car elle permet d'avoir un montage simple, où seulement deux faisceaux, un gaussien et un mode  $\overline{LG}$ , effectuent le refroidissement et le guidage des atomes. Le gain en densité ainsi obtenu reste élevé même pour des puissances du mode  $\overline{LG}$  de l'ordre de  $50 \text{ mW}$ .



# Conclusion

Dans ce manuscrit nous avons vu qu'un mode  $LG$  est un mode annulaire de lumière caractérisé par deux indices  $p$  et  $\ell$ . Ces modes présentent une phase polaire qui les caractérise, qui ne dépend que de  $\ell$  et une phase de Gouy dépendant de  $p$  et  $\ell$  et qui est supérieure à celle d'un faisceau gaussien dès que  $|\ell| > 1$  (sauf si  $2p + |\ell| = 0$ ). Lorsque  $p = 0$  et  $\ell \neq 0$  les modes  $LG$  correspondent à un seul anneau de lumière dont le diamètre varie avec  $\ell$ . Le champ électrique de ces modes présente  $\ell$  zones où la phase varie de  $0$  à  $2\pi$ , ce qui leur donne une phase en forme d'hélice. Si  $p \neq 0$ , le mode  $LG$  correspond à  $p + 1$  anneaux concentriques de lumière dont les zéros de champ électrique sont donnés par les zéros des polynômes de Laguerre généralisés. Chaque anneau de lumière a un champ avec  $\ell$  zones où la phase varie de  $0$  à  $2\pi$ . La phase du champ électrique entre deux anneaux consécutifs est renversée. Ces modes ont donc des phases en forme d'hélices concentriques alternées.

Comme nous l'avons vu, les modes  $LG$  présentent de propriétés intéressantes de phase et de forme. Leur phase est liée à l'OAM et est utile pour plusieurs applications dont l'optique non-linéaire, le codage et transfert de l'information, la mise en rotation d'objets de petite taille. La distribution d'intensité de ces modes leur donne une forme d'anneau (si  $\ell \neq 0$ ) qui peut être mise à profit pour créer des pièges, dans la microscopie STED, dans l'interférométrie, entre autres.

Il existe plusieurs méthodes pour fabriquer des modes  $LG$ . C'est la méthode d'holographie numérique que nous avons choisie pour sa flexibilité. Elle consiste à fabriquer des modes de Laguerre-Gauss en utilisant un modulateur spatial de lumière modulant uniquement la phase d'un faisceau gaussien incident avec un hologramme. Ainsi, il suffit de connaître la phase du mode  $LG$  qu'on souhaite fabriquer pour créer l'hologramme nécessaire. Dans le cas d'un mode  $p = 0$ , l'hologramme utilisé est une hélice de phase et lorsque  $p \neq 0$  l'hologramme correspond à des hélices concentriques alternées. Connaître les positions des zéros des polynômes de Laguerre généralisés est utile lorsqu'on veut fabriquer des modes  $LG$  avec  $p \neq 0$ . Si on calcule le rapport entre les différentes positions des zéros de champ électrique et le premier zéro, il suffit de définir la position du premier zéro pour que toutes les positions des autres zéros soient aussi définies. Cette méthode est robuste et efficace car 80% du faisceau incident est transformé en un faisceau  $LG$ , mais présente certaines exigences : d'une part il faut un faisceau incident de qualité, ceci ne signifie pas qu'on a besoin d'un mode  $TEM_{00}$  de  $M^2 = 1$ , un faisceau à symétrie cylindrique est la clé d'un mode  $LG$  bien rond et bien symétrique, d'autre part il faut avoir de bonnes optiques pour le centrage et le redimensionnement du faisceau incident.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, les modes ainsi fabriqués ne sont pas purs. En effet, ils contiennent des composantes ayant différentes valeurs de  $p$  mais la même valeur de  $\ell$ . Cependant, le mode  $p$  prédominant est bien celui pour lequel l'hologramme a été fabriqué. La pureté des modes fabriqués décroît avec la valeur de  $\ell$ . Le fait qu'un mode créé expérimentalement ne contienne qu'une seule valeur de  $\ell$  veut dire que son OAM est bien défini. Ceci est important lorsqu'on veut exploiter l'OAM d'un mode  $\overline{LG}$ .

A cause des impuretés du mode créé sa propagation ne correspond pas à une propagation

gaussienne. Lorsque nous avons étudié la propagation d'un mode  $\overline{LG}$  nous avons observé qu'au voisinage du foyer d'une lentille, la taille du mode  $\overline{LG}$  est inférieure à celle d'un mode gaussien et le mode  $\overline{LG}$  devient moins rond, mais ne présente aucune ouverture et garde un centre noir. Nous avons réalisé une étude numérique qui nous a permis de comprendre nos mesures. La propagation d'un seul mode  $LG$  ne suffit pas à expliquer la courbe de propagation obtenue expérimentalement. Toutefois, lorsqu'on considère que le mode  $\overline{LG}$  fabriqué n'est pas un mode pur et qu'on prend en compte les composantes des autres modes  $p \neq 0$  présents et notamment leurs phases de Gouy respectives, nous retrouvons la propagation observée expérimentalement.

On pourrait épurer les modes créés, si on a besoin par exemple d'avoir la forme d'un mode  $LG$  pur ou si on cherche à avoir une propagation gaussienne. Pour cela on peut filtrer le mode  $\overline{LG}$  avec une cavité. Ceci a déjà été par Granata [48]. On pourrait aussi utiliser un faisceau incident préalablement façonné de sorte qu'il ait déjà la forme d'un cercle, car les composantes  $p \neq 0$  proviennent du recouvrement entre le faisceau incident dont la phase a été modulée par le SLM et la base des modes  $LG$ . Dans ce cas, il faudrait utiliser deux SLMs, ce qui conduirait à une perte en puissance et augmente le coût de fabrication du mode.

Le montage que nous avons utilisé pour la fabrication des modes  $\overline{LG}$  a une taille typique d'environ 1 m de long car il y faut insérer un collimateur, un SLM avec un petit angle d'incidence et une lentille. On pourrait toutefois avoir un montage plus compact. Pour cela, l'utilisation d'un SLM plus petit n'est pas possible (pas disponible sur le marché), mais si on connaît la valeur  $\ell$  du mode voulu on peut utiliser une lame de phase en spirale en transmission pour le fabriquer, ceci évite l'angle d'incidence et la place que cela prend et permet de réduire la taille du montage.

Dans le chapitre 2 nous avons également étudié différentes méthodes pour caractériser un mode  $\overline{LG}$ , ceci étant de grand intérêt dans les domaines de l'information et de la cryptographie quantique. Les techniques utilisées jusqu'à maintenant permettaient de mesurer l'indice  $\ell$ , mais peu d'entre elles mesuraient l'indice  $p$ . Ainsi, la transformation d'un mode  $\overline{LG}$  par une lentille inclinée avait déjà été utilisée pour mesurer  $\ell$ . Nous avons repris cette méthode et montré qu'elle peut être utilisée pour mesurer  $\ell$  et  $p$  de manière directe et simultanée. La méthode de la transformation par une lentille inclinée est robuste et économique car nécessite uniquement une lentille et une caméra. Je l'ai montrée en infrarouge, mais elle est universelle quelle que soit la longueur d'onde utilisée. Cette méthode est très sensible à la pureté du mode, mais ne permet pas la détermination immédiate des différentes composantes présentes. Nous avons montré que cette sensibilité à la pureté du mode peut être mise à profit pour optimiser la fabrication d'un mode  $LG_{p \neq 0}^\ell$ . Cette méthode peut donc être utilisée pour le codage et l'enregistrement de l'information, ou pour des expériences d'optique non-linéaire où on mesure les indices  $\ell$  et  $p$ . De plus, elle peut être utilisée dans les expériences où il est nécessaire de créer un mode  $LG_{p \neq 0}^\ell$ . Si on veut déterminer les différentes composantes dans un mélange de différents modes  $LG$  on peut imaginer de faire une analyse de phase et d'amplitude. Pour cela, on pourrait utiliser un montage avec deux branches, l'une pour faire une analyse de phase avec la méthode de la transformation par une lentille inclinée et l'autre pour faire une analyse d'amplitude avec une caméra. Il est aussi possible d'analyser l'intensité et la phase sur une seule branche en modifiant la position de la caméra le long de l'axe de propagation. Ainsi, près du point focal on analyse la phase et ailleurs on analyse l'amplitude.

Dans la deuxième partie de ce manuscrit, nous avons présenté deux expériences utilisant les modes  $\overline{LG}$  dans le domaine des atomes froids. Dans un premier temps, nous avons utilisé un mode  $\overline{LG}$  pour extraire de manière contrôlée les atomes d'un piège magnéto-optique de  $^{87}\text{Rb}$ . Un mode  $\overline{LG}$  désaccordé vers le bleu de la transition atomique a été utilisé pour créer

un potentiel dipolaire permettant de guider les atomes dans son centre noir. L'intérêt de cette configuration réside dans le fait qu'un atome guidé dans ce potentiel n'absorbe que peu de photons, ce qui permet d'avoir moins de chauffage que dans le cas où le puits de potentiel est créé avec un mode gaussien. Le mode  $\overline{LG}$  a été installé le long de l'axe du jet atomique sortant d'un 2D-MOT. En contrôlant sa divergence à l'aide d'une lentille, nous avons contrôlé et réduit la taille du jet atomique. Nous avons montré que cette configuration est très efficace car elle permet de guider la quasi-totalité des atomes. De plus, puisque les atomes sont concentrés dans une taille plus petite (de l'ordre du millimètre) la densité atomique est augmentée d'un facteur 200. Nous avons étudié le gain en densité pour différentes valeurs de  $\ell$  et nous avons vu que celui-ci dépend de la profondeur du puits de potentiel et de sa taille. En effet, à puissance et waist constants, les modes  $\overline{LG}$  ayant de faibles valeurs de  $\ell$  donnent lieu à un puits de potentiel profond, mais de petite taille, ce qui limite le nombre d'atomes guidés. A l'inverse, pour des valeurs de  $\ell$  élevées le puits de potentiel est moins profond, mais de taille plus grande. A cela, il faut ajouter l'effet du chauffage qui est plus important dans le cas des modes à faible valeur de  $\ell$ . Leur diamètre étant plus petit, l'atome passe plus souvent par les zones de lumière où il diffuse des photons.

Dans ce travail, nous n'avons pas cherché à mesurer le nombre d'atomes détectés à la fin de la canalisation par le mode  $\overline{LG}$ . Pour cela, il aurait fallu s'assurer que la sonde saturait le taux d'émission spontanée à  $\Gamma/2$ . Toutefois, puisque nous connaissons le flux atomique de notre système, ainsi que la vitesse longitudinale des atomes et la taille du jet atomique canalisé par un mode  $\overline{LG}$  nous estimons que nous avons une densité atomique de l'ordre de  $10^8 \text{ atomes/cm}^3$ . Nous avons ainsi une colonne d'atomes avec une densité optique estimée à environ 10. Cette colonne d'atomes pourrait être utilisée pour créer une source brillante d'ions ou d'électrons, par exemple. En optimisant la source (2D-MOT) on peut espérer avoir une densité optique de 100 et ainsi former un ensemble d'atomes très absorbants et idéal pour le stockage de photons.

La réduction de la taille du jet atomique et le gain en densité obtenus dans cette configuration devraient aussi permettre de faciliter le chargement d'un 3D-MOT utilisé dans nombreuses expériences d'optique atomique. Celui-ci devrait être possible avec des faisceaux laser de taille comparable à celle du jet atomique et moins puissants que ceux utilisés actuellement pour le chargement d'un 3D-MOT en partant d'un 2D-MOT conventionnel. Cette démonstration doit être réalisée dans les mois qui suivent au sein de notre équipe.

Nous avons aussi étudié le guidage pour différentes fréquences du mode  $\overline{LG}$ . Dans ce cas, le nombre d'atomes guidés est maximal pour des désaccords en fréquence de l'ordre de  $10 \text{ GHz}$ , ne varie que de 25% dans un intervalle de  $10 \text{ GHz}$  et diminue fortement pour des désaccords en fréquence faibles ou trop importants. Ces variations sont expliquées par la compétition entre deux effets opposés : la profondeur du puits et le chauffage. A grands désaccords en fréquence, le chauffage est faible mais le puits de potentiel est peu profond et limite le guidage. A faibles désaccords en fréquence, le puits de potentiel est profond mais le chauffage devient très important et c'est celui-ci qui limite le guidage. Le fait que le guidage reste maximal dans un large intervalle de fréquences montre que le système utilisé est assez souple et peut être utilisé dans différentes conditions. En utilisant un modèle simple nous avons montré que la forme de la courbe obtenue est expliquée par l'effet de capture (lié à la profondeur du puits de potentiel) et l'effet des pertes dues au chauffage.

Ces résultats ont donné lieu à une deuxième version dans laquelle le mode  $\overline{LG}$  est utilisé pour guider et extraire les atomes d'un 2D-MOT à une fréquence fixée à la fréquence du repompeur. Le mode  $\overline{LG}$  peut ainsi effectuer non seulement le guidage mais aussi le repompage des atomes. Nous avons étudié le guidage des atomes lorsque le repompeur était ou pas présent dans le 2D-MOT. La différence du signal obtenu ne fut que de 13%, ce qui nous

a permis de conclure qu'il était suffisant d'utiliser le mode  $\overline{LG}$  pour repomper les atomes. Ceci permet de simplifier considérablement le montage, car au lieu d'utiliser trois faisceaux laser (le piégeant, le repompeur et le mode  $\overline{LG}$ ) pour refroidir et guider les atomes, on n'a plus besoin que de deux : le piégeant et le mode  $\overline{LG}$ . Par ailleurs, comme on n'a plus besoin du repompeur, l'alignement du système devient également plus simple car on a juste besoin d'injecter dans une fibre le laser piégeant sans le superposer préalablement au laser repompeur.

Nous avons donc adopté cette configuration pour étudier le gain en densité en fonction de la puissance et cela pour des modes  $\overline{LG}$  de différent ordre  $\ell$ . A faibles puissances le gain en densité est limité d'une part par l'efficacité de repompage des atomes et d'autre part par un puits de potentiel peu profond. Lorsqu'on augmente la puissance, l'efficacité de repompage et la profondeur du puits augmentent, mais aussi le chauffage. C'est ce dernier qui devient le facteur limitant, en particulier pour les modes  $\overline{LG}$  de faible ordre  $\ell$  où les atomes explorent plus souvent les zones de lumière du  $\overline{LG}$  et sont donc soumis à plus de chauffage. Finalement, nous avons montré qu'il est possible d'obtenir un gain en densité de l'ordre de 100, en utilisant un mode  $\overline{LG}$  avec une puissance de l'ordre de 50 *mW*. Une telle puissance est disponible sans un coût excessif. Si en plus, on remplace le SLM par une lame de phase en spirale, on pourrait faire un montage compact pour cette source atomique.

# Bibliographie

- [1] W. D. Phillips and H. Metcalf, “Laser deceleration of an atomic beam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, pp. 596–599, 1982.
- [2] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, “Very cold trapped atoms in a vapor cell,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, pp. 1571–1574, 1990.
- [3] R. Folman, P. Krueger, J. Schmiedmayer, J. Denschlag, and C. Henkel, “Microscopic atom optics : from wires to an atom chip,” *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 48, p. 263, 2002.
- [4] S. Weyers, E. Aucouturier, C. Valentin, and N. Dimarcq, “A continuous beam of cold cesium atoms extracted from a two-dimensional magneto-optical trap,” *Opt. Commun.*, vol. 143, pp. 30–34, 1997.
- [5] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes,” *Phys. Rev. A*, vol. 45, pp. 8185–8190, 1992.
- [6] G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett, M. Vasnetsov, V. Pas’ko, S. M. Barnett, and S. Franke-Arnold, “Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum,” *Opt. Exp.*, vol. 12, pp. 548–556, 2004.
- [7] J. Wang, J.-Y. Yang, I. M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, and A. E. Willner, “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing,” *Nat. Photonics*, vol. 6, pp. 488–496, 2012.
- [8] T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, and T. Hirano, “Novel optical trap of atoms with a doughnut beam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, pp. 4713–4716, 1997.
- [9] H. He, M. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 826–829, 1995.
- [10] M. F. Andersen, C. Ryu, P. Cladé, V. Natarajan, A. Vaziri, K. Helmerson, and W. D. Phillips, “Quantized rotation of atoms from photons with orbital angular momentum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 170406, 2006.
- [11] V. Carrat, *Correction dynamique d’un SLM pour une holographie de haute fidélité. Réalisation d’un MOT-2D pour l’application de modes de Laguerre-Gauss*. Université Paris-Sud XI, 2012.
- [12] M. J. Snadden, A. S. Bell, R. B. M. Clarke, E. Riis, and D. H. McIntyre, “Doughnut mode magneto-optical trap,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, pp. 544–552, 1997.
- [13] J. Courtial, K. Dholakia, L. Allen, and J. Padgett, “Second-harmonic generation and the conservation of orbital angular momentum with high-order laguerre-gaussian modes,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, pp. 4193–4196, 1997.
- [14] A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, and A. Zeilinger, “Entanglement of the orbital angular momentum states of photons,” *Nat.*, vol. 412, pp. 313–316, 2001.

- [15] S. Barreiro and J. W. R. Tabosa, “Generation of light carrying orbital angular momentum via induced coherence grating in cold atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 133001, 2003.
- [16] A. Jaouadi, N. Gaaloul, B. Viaris de Lesegno, M. Telmini, L. Pruvost, and E. Charron, “Bose-Einstein condensation in dark power-law laser traps,” *Phys. Rev. Lett. A*, vol. 82, p. 023613, 2010.
- [17] A. L. Gaunt, T. F. Schmidutz, I. Gotlibovych, R. P. Smith, and Z. Hadzibabic, “Bose-Einstein condensation of atoms in a uniform potential,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, pp. 1144–1149, 200406.
- [18] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock, “Waveguide for Bose-Einstein condensates,” *Phys. Rev. A*, vol. 63, p. 031602, 2001.
- [19] M. Padgett and R. Bowman, “Tweezers with a twist,” *Nat. photonics*, vol. 78, pp. 4713–4716, 2011.
- [20] S. Chelkowski, S. Hild, and A. Freise, “Prospects of higher-order laguerre gauss modes in future gravitational wave detectors.” <http://arxiv.org/pdf/0901.4931v2.pdf>.
- [21] T. A. et al., “Status of the virgo project,” *Class. Quantum Grav.*, vol. 28, p. 114002, 2011.
- [22] G. A. Swartzlander, J. E. L. Ford, R. S. Adbul-Malik, L. M. Close, M. A. Peters, D. M. Palacios, and D. W. Wilson, “Astronomical demonstration of an optical vortex coronagraph,” *Opt. Exp.*, vol. 16, p. 96196, 2008.
- [23] S. W. Hell and J. Wichmann, “Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy,” *Opt. Lett.*, vol. 19, pp. 780–782, 1994.
- [24] P. Torok and P. R. T. Munro, “The use of gauss-laguerre vector beams in sted microscopy,” *Opt. Exp.*, vol. 12, p. 4292, 2004.
- [25] N. Bokor, Y. Iketaki, T. Watanabe, and M. Fujii, “Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order laguerre-gaussian beams by 2d scanning with a single fluorescent microbead,” *Opt. Exp.*, vol. 13, pp. 10440–10447, 2005.
- [26] A. Vaziri, G. Weighs, and A. Zeilinger, “Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 240401, 2002.
- [27] W. L. Power, L. Allen, M. Babiker, and V. E. Lembessis, “Atomic motion in light beams possessing orbital angular momentum,” *Phys. Rev. A*, vol. 52, pp. 479–488, 1995.
- [28] S. Ramachandran, P. Kristensen, and M. F. Yan, “Generation and propagation of radially polarized beams in optical fibers,” *Opt. Lett.*, vol. 34, pp. 225–227, 2009.
- [29] N. Bozinovic, P. Kristensen, and S. Ramachandran, “Long-range fiber-transmission of photons with orbital angular momentum,” *Opt. Soc. of Am.*, 2011.
- [30] F. Tamburini, B. Thidé, G. Molina-Terriza, and G. Anzolin, “Twisting of light around rotating black holes,” *Nat. Phys.*, vol. 7, pp. 195–197, 2010.
- [31] O. Emile, C. Brousseau, J. Emile, R. Niemiec, K. Madhjoubi, and B. Thidé, “Electromagnetically induced torque on a large ring in the microwave range,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 053902, 2014.
- [32] A. Picón, A. Benseny, J. Mompart, J. R. Vázquez de Aldana, L. Plaja, G. F. Calvo, and L. Roso, “Transferring orbital and spin angular momentum of light to atoms,” *New J. Phys.*, vol. 12, p. 083053, 2010.

- [33] M. Zuerch, C. Kern, P. Hansinger, A. Dreischuh, and C. Spielmann, “Strong-field physics with singular light beams,” *Nat. Phys.*, vol. 8, pp. 743–746, 2012.
- [34] C. Hernández-García, A. Picón, J. San Román, and L. Plaja, “Attosecond extreme ultraviolet vortices from high-order harmonic generation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, p. 083602, 2013.
- [35] J. Verbeeck, H. Tian, and P. Schattschneider, “Production and application of electron vortex beams,” *Nat.*, vol. 467, pp. 301–304, 2010.
- [36] C. Tamm, “Frequency locking of two transverse optical modes of a laser,” *Phys. Rev. A*, vol. 38, pp. 5960–5964, 1988.
- [37] M. Harris, C. A. Hill, P. R. Tapster, and J. M. Vaughan, “Laser modes with helical wave fronts,” *Phys. Rev. A*, vol. 49, pp. 3119–3122, 1994.
- [38] C. Tamm and C. O. Weiss, “Bistability and optical switching of spatial patterns in a laser,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 7, p. 1034, 1991.
- [39] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, “Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum,” *Opt. Commun.*, vol. 96, pp. 123–132, 1993.
- [40] S. S. R. Oemrawsingh, J. A. W. van Houwelingen, E. R. Eliel, J. P. Woerdman, E. Verspagen, J. Kloosterboer, and G. W. ’t Hooft, “Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths,” *Appl. Opt.*, vol. 43, pp. 688–694, 2004.
- [41] J. Curtial and K. O’Holleran, “Experiments with twisted light,” *Eur. Phys. J.*, vol. 145, pp. 35–47, 2007.
- [42] M. Reichert, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani, “Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display,” *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 608–610, 1999.
- [43] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, “The production of multiringed laguerre-gaussian modes by computer-generated holograms,” *J. Mod. Opt.*, vol. 45, pp. 1231–1237, 1998.
- [44] P. Joffre and N. Fraval, “Etude des cristaux liquides et des dispositifs de visualisation.” <http://www.micromodule.fr/telechargement/1163612003.pdf>, 2005.
- [45] C. Xiang and A. R. Barron, “The analysis of liquid crystal phases using polarized optical microscopy.” <http://cnx.org/content/m38343/latest/>, 2011.
- [46] M. Mestre, “Holographie dynamique appliquée aux atomes froids,” *Université Paris Sud XI*, 2008.
- [47] T. C. for Occupational Research and Development, “Gratings.” [http://pe2bz.philpem.me.uk/Lights/-%20Laser/Info-902-LaserCourse/c06-09/mod06\\_09.htm](http://pe2bz.philpem.me.uk/Lights/-%20Laser/Info-902-LaserCourse/c06-09/mod06_09.htm), 1988.
- [48] M. Granata, “Second- and third- generation gravitational-wave detectors : Stable recycling cavities for advanced virgo and higher-order laguerre-gauss modes,” *Université Paris Diderot VII*, 2011.
- [49] F. Diry, *Holographie dynamique pour les atomes froids : modes de Laguerre-Gauss et leurs variantes*. Université Paris-Sud XI, 2009.
- [50] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White, “Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms,” *Opt. Lett.*, vol. 17, pp. 221–223, 1992.

- [51] M. Harris, C. A. Hill, and J. M. Vaughan, “Optical helices and spiral interference fringes,” *Opt. Commun.*, vol. 106, pp. 161–166, 1994.
- [52] J. Leach, S. Keen, M. J. Padgett, C. Saunter, and G. D. Love, “Direct measurement of the skew angle of the poynting vector in a helically phased beam,” *Opt. Exp.*, vol. 14, pp. 11919–11924, 2006.
- [53] M. A. Golub, L. Shimshi, N. Davidson, and A. A. Friesem, “Mode-matched phase diffractive optical element for detecting laser modes with spiral phases,” *Appl. Opt.*, vol. 46, pp. 7823–7828, 2007.
- [54] G. C. G. Berkhout, M. P. J. Lavery, J. Courtial, M. W. Beijersbergen, and M. Padgett, “Efficient sorting of orbital angular momentum states of light,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 153601, 2010.
- [55] J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, W. C. Soares, and S. Chávez-Cerda, “Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light’s orbital angular momentum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 053904, 2010.
- [56] P. Vaity, J. Banerji, and R. P. Singh, “Measuring the topological charge of an optical vortex by using a tilted convex lens,” *Phys. Lett. A*, vol. 377, pp. 1154–1156, 2013.
- [57] L. E. E. de Araujo and M. E. Anderson, “Measuring vortex charge with a triangular aperture,” *Opt. Lett.*, vol. 36, pp. 787–789, 2011.
- [58] T. W. Haensch and A. L. Schawlow, “Cooling of gasses by laser radiation,” *Opt. Commun.*, vol. 13, pp. 68–69, 1975.
- [59] W. D. Phillips, “Laser cooling and trapping of neutral atoms.” [http://cua.mit.edu/8.422/Reading%20Material/phil92\\_varenna.pdf](http://cua.mit.edu/8.422/Reading%20Material/phil92_varenna.pdf), 1991.
- [60] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 2631–2634, 1987.
- [61] J. Schoser, A. Bataer, R. Loew, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov, and T. Pfau, “Intense source of cold rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap,” *Phys. Rev. A*, vol. 66, p. 023410, 2002.
- [62] P. Cheinet, *Conception et réalisation d’un gravimètre à atomes froids*. Université Paris VI, 2006.
- [63] L. Cacciapuoti, A. Castrillo, M. de Angelis, and G. M. Tino, “A continuous cold atomic beam from a magneto-optical trap,” *Eur. Phys. J. D*, vol. 15, pp. 245–249, 2001.
- [64] W. Wohlleben, F. Chevy, K. Madison, and J. Dalibard, “An atom faucet,” *Eur. Phys. J. D*, vol. 15, pp. 237–244, 2001.
- [65] J. R. Kellogg, D. Schlippert, J. M. Kohel, R. J. Thompson, D. C. Aveline, and N. Yu, “A compact high-flux cold atom beam source,” *ArXiv*, 2011. <http://arxiv.org/pdf/1107.5602.pdf>.
- [66] P. Berthoud, A. Joyet, G. Dudle, N. Sagna, and P. Thomann, “A continuous beam of slow, cold cesium atoms magnetically extracted from a 2d magneto-optical trap,” *Europhys. Lett.*, vol. 41, 1998.
- [67] Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, “Low-velocity intense source of atoms from a magneto-optical,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 3331–3334, 1996.
- [68] L. Pruvost, D. Marescaux, O. Houde, and H. T. Duong, “Guiding and cooling of cold atoms in a dipole guide,” *Opt. Commun.*, vol. 166, pp. 199–209, 1999.

- 
- [69] Y. Bruneau, G. Khalili, P. Pillet, and D. Comparat, “Guided and focused slow atomic beam from a 2 dimensional magneto optical trap,” *Eur. Phys. J. D*, vol. 68, pp. 3331–3334, 2014.
- [70] A. Ashkin, “Acceleration and trapping of particles by radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 156–159, 1970.
- [71] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, “Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles,” *Opt. Lett.*, vol. 11, pp. 288–290, 1986.
- [72] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, “Dressed-atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 2, pp. 1707–1720, 1985.
- [73] V. S. Letokhov *J. Exp. Theor. Phys Lett.*, vol. 7, 1968.
- [74] S. Chu, A. A. J. E. Bjorkholm, and A. Cable, “Experimental observation of optically trapped atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, pp. 314–318, 1986.
- [75] D. A. Steck, “Rubidium 87 d line data.” <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>, 2010.
- [76] V. Carrat, C. Cabrera-Gutiérrez, M. Jacquy, J. W. Tabosa, B. Viaris de Lesegno, and L. Pruvost, “Long distance channeling of cold atoms exiting a 2d magneto-optical trap by a laguerre gaussian laser beam,” *Opt. Lett.*, vol. 39, pp. 719–722, 2014.
- [77] J. E. Curtis and D. G. Grier, “Structure of optical vortices,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 133901, 2003.
- [78] M. Mestre, F. Diry, B. Viaris de Lesegno, and L. Pruvost, “Cold atom guidance by a holographically-generated laguerre-gaussian laser mode,” *Eur. Phys. J. D*, vol. 57, pp. 87–94, 2010.
- [79] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, “High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, pp. 2253–2256, 1993.
- [80] N. Radwell, G. Walker, and S. Franke-Arnold, “Cold-atom densities of more than  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  in a holographically shaped dark spontaneous-force optical trap,” *Phys. Rev. A*, vol. 88, p. 043409, 2013.
- [81] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Appl. Phys. B*, vol. 31, pp. 97–105, 1983.