HAL
open science

Intermittence interne de la turbulence pleinement développée : Calcul de fonctions de structure d'ordres élevés et applications à la combustion

Fabien Anselmet

▶ **To cite this version:**

Fabien Anselmet. Intermittence interne de la turbulence pleinement développée : Calcul de fonctions de structure d'ordres élevés et applications à la combustion. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Institut National Polytechnique de Grenoble, 1983. Français. NNT : . tel-01220840

HAL Id: tel-01220840

https://theses.hal.science/tel-01220840v1

Submitted on 27 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE

ET

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Fabien ANSELMET

Ingénieur E.N.S.H.G.

SUJET

Intermittence interne de la turbulence pleinement développée : Calcul de fonctions de structure d'ordres élevés et applications à la combustion.

Soutenue le 8 Décembre 1983 devant la Commission d'Examen

M. M. LESIEUR	Président
M. J.-C. ANDRÉ	Examinateurs
M. R. BORGHI	
M. R.-A. ANTONIA	
M. E.-J. HOPFINGER	

GRENOBLE

AVANT-PROPOS

Le travail expérimental présenté dans ce mémoire a été effectué au sein de l'Institut de Mécanique de Grenoble. Je remercie Monsieur J.M. PIERRARD de m'y avoir accueilli, ce qui m'a permis de bénéficier de la grande qualité de l'environnement humain et des moyens techniques attachés aux études des écoulements turbulents.

Je prie Monsieur E. HOPFINGER, Maître de Recherche au C.N.R.S., de trouver ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance; j'ai en effet beaucoup tiré profit tout au long de la direction scientifique de ce travail qu'il a assurée, de sa grande compréhension des phénomènes physiques liés à la turbulence et de sa large ouverture sur nombre de domaines qui s'y rattachent.

Je tiens également à adresser mes plus chaleureux remerciements à Monsieur R.A. ANTONIA, Professeur à l'Université de Newcastle (Australie), dont la collaboration pendant deux mois a très fortement influencé le développement de cette étude.

Monsieur M. LESIEUR, Professeur à l'I.N.P.G., dont j'ai pu apprécier la qualité des enseignements en Turbulence et en Ecoulements géophysiques, a bien voulu accepter la présidence du Jury d'Examen et je l'en remercie très vivement.

Mes remerciements vont également à Messieurs J.C. ANDRE, Ingénieur en chef de la Météorologie Nationale, et R. BORGHI, Professeur à l'Université de Rouen, qui ont pris en considération le travail présenté en faisant partie du Jury.

Je ne saurais oublier d'adresser également mes remerciements à Monsieur Y. GAGNE, Assistant à l'Université, qui a su être un aide précieux tant du point de vue théorique qu'instrumental tout au long de ces deux années, ainsi qu'à Monsieur J.P. BARBIER-NEYRET dont j'ai énormément apprécié les conseils et la disponibilité de tout instant pour appréhender les problèmes techniques très délicats.

Je suis également très reconnaissant à Frances d'avoir pris tant de soin à la dactylographie de ce mémoire, et de l'avoir fait avec tant de gentillesse. Le service Reprographie a également assuré avec diligence la finition de ce rapport, et je les en remercie.

o
o o

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I

INTRODUCTION 1

CHAPITRE II

PRESENTATION DES MODELES THEORIQUES 11

A. Les modèles statistiques 13

1. *Rappels sur les hypothèses K41. Hypothèse K62* . 14

2. *Le modèle lognormal* 16

3. *Le β modèle* 18

4. *Les dimensions fractales de MANDELBROT* 20

B. Situation théorique et expérimentale 21

CHAPITRE III

CONDITIONS EXPERIMENTALES ET VALIDITE DES MESURES 27

A. Conditions expérimentales 29

1. *Hypothèse de TAYLOR* 29

2. *Conditions d'écoulement* 31

a) Jet 32

b) Canal 33

c) Caractéristiques expérimentales 34

3. *Mesures de la vitesse turbulente et traitement du signal analogique* 35

a) Fils chauds 35

b) Caractéristiques des anémomètres 36

c) Traitement du signal 38

4. *Echantillonnage du signal* 39

5. *Traitement numérique* 40

a) Linéarisation 40

b) Programmes de traitement 41

6. *Erreurs instrumentales* 42

B. Fiabilité des valeurs des moments 46

1. *Méthode des densités de probabilité* 47

2. *Convergence temporelle des moments* 52

3. *Conclusions* 59

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DES MOMENTS D'ORDRES ELEVES DE LA FONCTION DE STRUCTURE 61

A. Définition de la zone inertielle 64

1. *Moment d'ordre trois* 65

2. *Moment d'ordre deux* 70

3. *Moment d'ordre six. Détermination de la valeur du paramètre* μ 73

B. Fonctions de structure d'ordres élevés 78

C. Lois quadratique ou linéaire : présentation de VASILENKO et al. 83

D. Conclusions sur l'étude des fonctions de structure 87

CHAPITRE V

DENSITES DE PROBABILITE DE LA TEMPERATURE. APPLICATIONS A LA COMBUSTION 99

A. Importance des petites structures dans la combustion turbulente 101

1. *Introduction* 101

2. *Densités de probabilité de la température et de différences de température* 103

3. *Densité conjointe de la température et de sa dissipation* 107

B. Conclusions 108

ANNEXE

PRESENTATION DES THEORIES MODERNES DE COMBUSTION TURBULENTE 109

A. Calcul du taux de production 111

B. Modèle des flammes de diffusion 114

C. Equations d'évolution des densités de probabilité 120

1. *Présentation de la méthode* 120

2. *Techniques de fermeture* 124

D. Conclusions 129

Bibliographie relative aux fonctions de structure 95

Bibliographie relative à la combustion 131

Figures 135

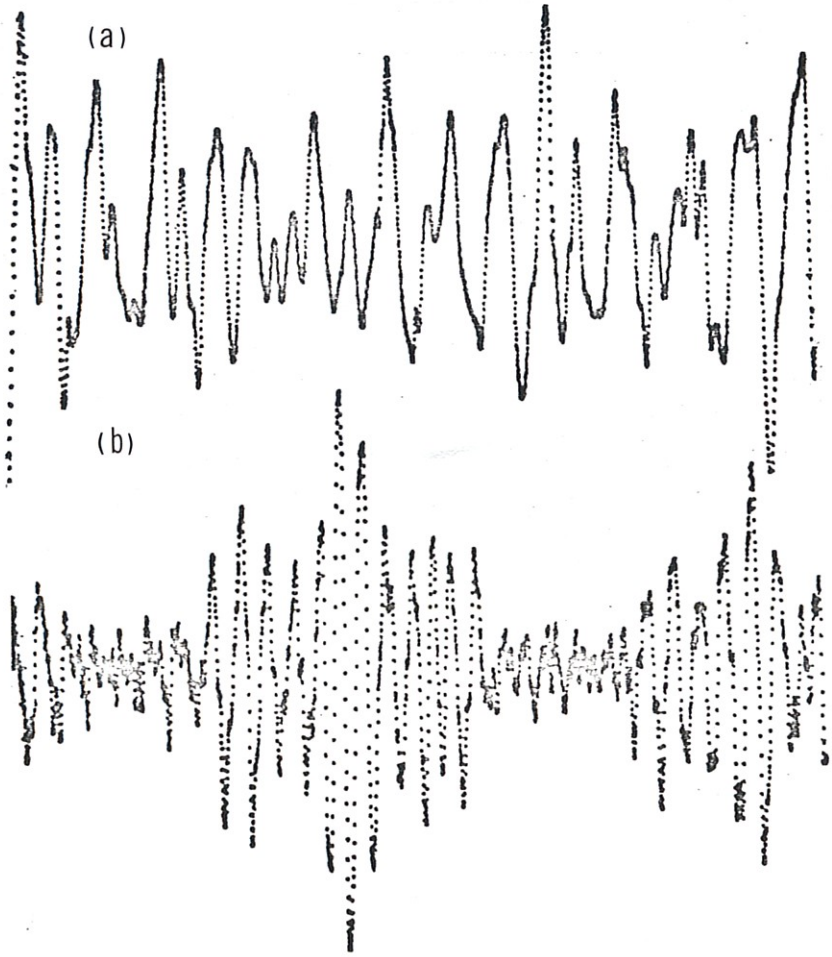
°
° °

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Le signal de vitesse turbulente délivré par un capteur ponctuel, un anémomètre à fil chaud par exemple, contient les informations relatives à toutes les tailles de tourbillons présentes dans l'écoulement étudié. Lorsque ce signal n'est pas filtré, son observation traduit principalement le comportement des grosses structures caractéristiques des basses fréquences porteuses d'énergie.

La décomposition de ce signal en bandes de fréquences par des filtrages passe bande successifs permet de mettre en évidence des propriétés fort différentes pour les gammes de fréquences extrêmes : si les basses fréquences présentent l'aspect chaotique continu que l'on attend d'un signal aléatoire, les hautes fréquences apparaissent de façon intermittente, les portions actives de ce signal étant séparées par de grandes plages d'absence de signal, comme le montre l'exemple présenté ci-dessous.



Signaux de vitesse non filtré(a), filtré à 300 Hz en passe haut(b), obtenus dans une turbulence de grille à $R_\lambda = 60$.
(Les enregistrements ne sont pas simultanés).

La nature intermittente des petites structures turbulentes apparait bien sûr également à l'observation d'un signal de dérivée de vitesse, caractéristique des échelles dissipatives d'énergie; c'est en étudiant un tel signal que BATCHELOR et TOWNSEND (1949) ont les premiers remarqué ce phénomène. Ce n'est cependant que dix ans plus tard que LANDAU (1959) a traduit cette constatation expérimentale en remarquant que, du point de vue théorique, il fallait donc considérer le taux de dissipation ε comme une variable aléatoire dépendant de la position du point et du temps. Ceci remettait donc en cause la théorie élaborée par KOLMOGOROV en 1941 quant au transfert d'énergie des gros tourbillons de l'écoulement vers les plus petits et la dissipation de celle-ci par ces derniers : ce schéma de cascade repose en effet sur l'hypothèse d'un taux de dissipation moyen $\overline{\varepsilon}$ constant, reporté identiquement à toutes les échelles.

La remarque de LANDAU suggère au contraire qu'il faut prendre en compte la distribution statistique réelle de la dissipation ε autour de sa valeur moyenne $\overline{\varepsilon}$. Ceci a donc conduit au développement de théories statistiques basées sur des schémas de fractionnement des tourbillons en plus petits qui prennent en compte l'aspect intermittent des structures dissipatives : ce sont principalement le modèle lognormal (YAGLOM 1966), qui repose sur l'hypothèse de distribution lognormale du taux de dissipation local ε_r défini en chaque point de l'espace sur la sphère de rayon r, et le β modèle (FRISCH, NEKLIN et SULEM 1978), qui reprend un schéma de fractionnement "en tout ou rien" identique à celui proposé par NOVIKOV et STEWART (1964). Il existe également d'autres modèles théoriques (NOVIKOV 1971, MANDELBROT 1976), basés sur des répartitions statistiques qui généralisent les deux précédentes.

Tous ces modèles font intervenir un paramètre d'intermittence, dénommé μ, introduit pour la première fois par KOLMOGOROV (1962) et OBUKHOV (1962) dans la formulation de la troisième hypothèse de KOLMOGOROV décrivant le schéma de cascade d'énergie. Cette constante est en principe universelle à nombre de REYNOLDS infini, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas de l'écoulement considéré. MANDELBROT (1974) a relié la dimension fractale D des petites échelles à ce paramètre μ, par l'égalité $D = 3-\mu$.

Ces théories, à partir de distributions particulières des structures dissipatives, proposent des lois de variation pour certaines corrélations de la différence de vitesse ou des dérivées de la vitesse qu'il est possible de valider par des mesures expérimentales. Il s'agit d'obtenir le maximum de renseignements sur la distribution réelle de ces structures, afin de mieux se représenter géométriquement leur répartition spatiale au sein de l'écoulement. Le but ultime serait bien sûr d'expliquer pour quelle raison et par quel processus physique l'intermittence apparait lors des fractionnements successifs des tourbillons en tourbillons plus petits.

Au delà de cet intérêt lié a une meilleure connaissance de la morphologie des écoulements turbulents, l'étude de ces petites structures est importante pour de nombreuses applications plus pratiques. Ainsi dans des domaines assez variés, l'intermittence interne affecte le comportement des échelles dissipatives et nécessiterait d'être prise en compte pour une amélioration des théories actuelles. C'est bien sûr le cas des simulations numériques des grandes échelles, qui emploient une modélisation sous maille à l'aide d'une viscosité turbulente pour représenter globalement le comportement des nombres d'onde supérieurs à celui défini à partir de la maille. (Voir par exemple, CHOLLET et LESIEUR 1981).

Il en est de même pour la diffusion turbulente, où l'intermittence interne affecte les lois classiques qui décrivent les transferts : la diffusion est en effet gouvernée par les gradients à petite échelle de densité ou de concentrations de traceurs, et la distribution spatiale intermittente de ces échelles la modifie donc. Ainsi HENTSCHEL et PROCACCIA (1983) ont proposé des modifications aux lois classiques de diffusion turbulente énoncées par RICHARDSON (1926), qui découlent soit d'une distribution lognormale soit d'un schéma de fractionnement "en tout ou rien". PRESS (1981) a également utilisé ces deux distributions pour calculer la loi de variation en fonction du nombre de RICHARDSON de la vitesse d'érosion d'un milieu stratifié stable par un écoulement turbulent.

Dans le cas des réactions chimiques ou de la combustion turbulentes, les modèles récents basés sur la connaissance de la densité de probabilité d'un scalaire passif ou de ce scalaire et de son gradient ne prennent pas explicitement en compte la nature intermittente de ces échelles; celle-ci affecte cependant le taux de production chimique en modifiant la répartition des zones réactives dans l'écoulement.

Le caractère intermittent des structures dissipatives a donc des conséquences dans nombre de processus physiques affectés par la turbulence, et une meilleure connaissance de la distribution réelle de ces structures est indispensable au développement dans ces domaines de nouvelles théories; celles qui sont déjà proposées ne sont que des applications des modèles actuels d'intermittence à ces processus, et leurs validations expérimentales restent peu probantes car les corrections apportées aux théories classiques sont relativement faibles.

Si ce sujet a été peu étudié dans le passé, en regard du comportement des grosses structures notamment, grâce à l'amélioration des matériels de mesure et des moyens de calcul, l'intérêt porté à ce domaine s'est considérablement développé depuis une dizaine d'années. Les études, tant expérimentales que numériques, aboutissent toutes à la détermination du paramètre d'intermittence μ , relié à la dimension fractale D des structures.

Les mesures effectuées dans des écoulements - en souffleries ou dans la couche limite atmosphérique, ce qui permet d'atteindre des nombres de REYNOLDS plus élevés - concernent principalement l'étude des corrélations de dissipation ou des moments de la fonction de structure de la vitesse. Le comportement expérimental de ces grandeurs permet en effet de déterminer la valeur de μ et d'obtenir des renseignements sur la distribution des petites structures, notamment par comparaison avec les prévisions théoriques des différents modèles. Le développement de techniques d'acquisition autorisant le stockage de longues portions de signal sur ordinateur a de ce point de vue été essentiel, même si par exemple le calcul des fonctions de structure s'était jusqu'à présent limité à l'ordre 8 ou 9 faute de moyens numériques suffisants (MESTAYER 1980, VAN ATTA et PARK 1971, ANTONIA et al. 1982a ...). L'analyse détaillée de ces travaux expérimentaux sera faite à la fin du chapitre II.

Les simulations numériques des équations de NAVIER-STOKES permettent, en plus du calcul des différents coefficients d'aplatissement des dérivées de vitesse, de visualiser la répartition des zones dissipatives à un instant donné (SIGGIA 1981) ou, par le calcul des spectres d'énergie ou de dissipation, de proposer une valeur de la constante μ (BRACHET 1983). CHORIN (1982) s'est intéressé à l'évolution d'un vortex dans un domaine

tridimensionnel, qui après perturbation aboutit à un objet fractal dont la dimension a été estimée et reliée au paramètre d'intermittence μ.

Ces études numériques présentent l'avantage d'aboutir à des visualisations des objets fractaux ou de la répartition des structures dissipatives obtenus; elles permettent également d'atteindre toutes les composantes des tenseurs que sont la vorticité ou la déformation pure, ce qui est impossible expérimentalement. Elles restent cependant toutes limitées à des nombres de REYNOLDS assez faibles ($R_\lambda \lesssim 110$), imposés par la dimension du maillage (64^3 dans la plupart des cas, sauf BRACHET (1983) : 256^3), bien loin des conditions de nombres de REYNOLDS très grands recquises pour l'existence d'un domaine inertiel étendu.

Le travail actuel porte principalement sur l'étude du comportement des moments d'ordres élevés de la fonction de structure de la vitesse. S'il n'est pas directement caractéristique des échelles dissipatives comme celui de dérivée de vitesse, le signal de vitesse autorise le calcul des moments de corrélations jusqu'à des ordres bien plus élevés; sa mesure est en effet réalisée dans des conditions de rapport signal sur bruit bien meilleures, et sa dynamique d'amplitude est bien moins importante. Le but est d'atteindre les ordres les plus élevés possibles, afin de mieux caractériser la distribution statistique du signal étudié : la différence de vitesse, $\Delta u(r) = u(x+r) - u(x)$, mesurée au point x est en effet un signal intermédiaire entre celui de vitesse (limite lorsque r tend vers l'infini) et celui de dérivée longitudinale de vitesse (limite lorsque r tend vers zéro, la direction du vecteur $\vec{r}$ étant parallèle à $\vec{u}$), et l'étude de ses moments selon la distance r est donc très intéressante pour mieux connaître le phénomène d'intermittence à petite échelle.

Les mesures ont été effectuées dans un jet axisymétrique et dans un écoulement en canal plan, à nombres de REYNOLDS R_λ compris entre 500 et 850. Pour les trois conditions expérimentales décrites, l'étude de la convergence statistique des calculs montre que l'ordre maximal fiable est égal à douze; ceci est suffisant pour notamment pouvoir différencier sans ambiguïté les prédictions lognormale et du β modèle, ce qui n'était pas possible avec les études antérieures (ANTONIA et al. 1982a, VAN ATTA et PARK 1971, MESTAYER 1980) dont les ordres s'étaient limités à huit ou neuf.

Après un bref rappel des principales prévisions théoriques dans le chapitre II - le détail de celles-ci peut être trouvé dans GAGNE (1980) - nous présenterons dans le chapitre III les techniques de mesures et les conditions expérimentales.
Une grande partie de ce chapitre est également consacrée à la description des deux méthodes choisies pour la vérification de la fiabilité des calculs présentés, du point de vue convergence statistique mais aussi erreurs instrumentales. Nous montrerons ainsi que l'ordre maximal fiable est égal à douze, et expliquerons pourquoi quelques points obtenus pour les ordres quatorze, seize et dix huit indiquent sans doute une tendance qualitativement correcte.

Le chapitre IV présente l'évolution de ces moments d'ordres élevés en fonction de l'écart r et la détermination des exposants ξ_p relatifs à celle-ci sur la zone inertielle. On a en effet $< (\Delta u(r))^p > \alpha\ r^{\xi p}$. Une attention particulière est accordée à la définition précise des limites de la zone inertielle, dont l'absence peut expliquer certains résultats antérieurs erronés sur la valeur de la constante μ notamment. Celle-ci a été estimée égale à 0.2 à partir du comportement du moment d'ordre six, pour

lequel les prédictions des deux modèles s'identifient en la loi $< (\Delta u(r))^6 > \alpha\ r^{2-\mu}$. L'évolution expérimentale de l'exposant ξ_p avec l'ordre P est très bien représentée par la prédiction lognormale jusqu'à l'ordre douze; la tendance proposée par les ordres supérieurs s'écarte de celle-ci, suggérant une distribution des structures dissipatives différente de la lognormale - à ces nombres de REYNOLDS relativement faibles tout du moins.

Le chapitre V est relatif au champ de température. Nous avons mesuré les densités de probabilité de la température et de différences de température, $\Delta T(r) = T(x+r) - T(x)$, et discutons l'hypothèse de scalaire passif par comparaison avec les courbes relatives à la vitesse longitudinale. Ces résultats, ainsi que la densité conjointe de la température et de son gradient, ont des applications directes pour les modélisations de la combustion turbulente qui se développent actuellement. Un bref rappel de celles-ci, orienté vers les problèmes de fermeture des équations de conservation des espèces liés au mélange à petite échelle, sera trouvé en annexe de cette thèse.

CHAPITRE II

PRESENTATION DES MODELES THEORIQUES

A. LES MODELES STATISTIQUES

1. Rappels sur les hypothèses K41. Hypothèse K62.
2. Le modèle lognormal.
3. Le β modèle.
4. Les dimensions fractales de MANDELBROT.

B. SITUATION THEORIQUE ET EXPERIMENTALE

Suite à l'observation de bouffées dissipatives intermittentes dans un signal de dérivée de vitesse (BATCHELOR et TOWNSEND 1949) et à la remarque théorique de LANDAU (1959) concernant les hypothèses émises par KOLMOGOROV (1941) pour développer son schéma de cascade d'énergie, ce dernier a formulé en 1962 une troisième hypothèse qui a entrainé le développement de théories statistiques de l'intermittence. Nous allons rapidement les exposer, en insistant plus particulièrement sur les comportements des moments de fonctions de structure ou des corrélations de dissipation qu'elles proposent; le détail de celles-ci peut être trouvé dans GAGNE (1980).

La seconde partie de ce chapitre sera consacrée à la présentation des principaux résultats antérieurs, tant expérimentaux que numériques, et aux problèmes que l'analyse de ceux-ci soulève.

A. LES MODELES STATISTIQUES

Les deux hypothèses de base énoncées par KOLMOGOROV (1941), ainsi que leurs prédictions, seront dans tout ce travail désignées par K41, la troisième hypothèse émise en 1962 par K62. Celles-ci, de même que tous les modèles d'intermittence qui les ont suivies, sont développées dans le cadre d'une turbulence pleinement développée à très grand nombre de REYNOLDS supposée localement isotrope : il existe donc une hiérarchie d'échelles suffisamment large - infinie à la limite - pour que celles-ci soient statistiquement indépendantes entre elles.

1. Rappels sur les hypothèses K41. Hypothèse K62.

Soit un domaine $\mathcal{D}(\vec{x},t)$ pris dans un tel écoulement turbulent : les lois gouvernant le transfert d'énergie depuis les grosses échelles, où elle est apportée au taux moyen $\overline{\varepsilon}$, $\varepsilon = \nu(\overrightarrow{rot}\ \vec{u})^2$, vers les plus petites, où elle est dissipée par la viscosité ν, ne dépendent pas de la direction spatiale ni du point considérés dans le domaine.

KOLMOGOROV a proposé en 1941 les deux hypothèses suivantes pour représenter ce mécanisme :

- si la taille des tourbillons correspond à une distance r située dans la zone inertielle, le transfert ne dépend que du taux moyen $\overline{\varepsilon}$; c'est ce que l'on appelle le quasi-équilibre de la zone inertielle;

- si la taille correspond à une distance r située dans la zone dissipative, alors le transfert dépend à la fois du taux moyen $\overline{\varepsilon}$ et de la viscosité ν; c'est le quasi-équilibre de la zone dissipative.

Ces hypothèses ne font donc intervenir qu'un taux moyen $\overline{\varepsilon}$ reporté identiquement à toutes les échelles dans les lois décrivant la cascade d'énergie, et apparaissent ainsi en contradiction avec les observations expérimentales et la remarque théorique de LANDAU (1959) que celles-ci ont entrainée . Il faudrait au contraire considérer que pour chaque tourbillon, de taille correspondant à une distance r comprise soit dans la zone inertielle soit dans la zone dissipative, le transfert ou la dissipation d'énergie se fait à un taux ε qui contient des fluctuations spatiales autour du taux moyen $\overline{\varepsilon}$.

Ceci a donc amené KOLMOGOROV à formuler en 1962 une troisième hypothèse dans laquelle il définit à chaque étape un taux de dissipation ε_r qui remplace $\overline{\varepsilon}$ dans les deux premières. Si l'on considère un volume de taille caractéristique r compris dans le domaine $\mathcal{D}$, ce taux local ε_r est défini par

$$\varepsilon_r(t) = \frac{3}{4\Pi r^3} \int_{/\vec{h}/< r} \varepsilon(\vec{x}+\vec{h},t)\, d\vec{h}$$

La variable aléatoire $\varepsilon_r(\vec{x},t)$ ainsi introduite est supposée suivre une loi lognormale, c'est-à-dire que son logarithme possède une distribution gaussienne.

A partir de 1962, les modèles principaux développés pour prendre en compte ces fluctuations du taux de dissipation ont été de deux types :

- ceux qui retrouvent l'hypothèse K62 de lognormalité à partir de schémas de fractionnement autosimilaire pondéré; ce sont le modèle lognormal de YAGLOM (1966) et les généralisations proposées par NOVIKOV, (1970) notamment;

- ceux qui sont basés sur un schéma de fractionnement autosimilaire absolu; ce sont le modèle de NOVIKOV et STEWART (1964) et sa version dynamique, le β modèle développé plus tard par FRISCH et al. (1978).

MANDELBROT, (1974) et (1976) notamment, a développé une approche probabiliste plus globale qui retrouve ces théories comme des cas particuliers, et qui s'appuie sur le concept clé de dimension fractale.

Un exposé détaillé de ces différents modèles pourra être trouvé dans GAGNE (1980), et une analyse très complète de ceux-ci et de nombreux résultats expérimentaux dans MONIN et YAGLOM (1975) (chapitre 8).

2. Le modèle lognormal

YAGLOM (1966) a proposé un modèle de fractionnement qui permet de retrouver et de justifier la troisième hypothèse de KOLMOGOROV.

Partons d'un cube de taille l_0 de l'ordre de l'échelle intégrale, il se subdivise en n sous-cubes de taille l_1, $l_1 = l_0\, n^{-1/3}$; supposons le fractionnement se développer de façon autosimilaire et discrète, de sorte que chaque sous-cube de taille l_j se subdivise lui-même en n sous-cubes de taille l_{j+1}, $l_{j+1} = l_j\, n^{-1/3}$. On obtient alors après s subdivisions des cubes de taille l_s, $l_s = l_{s-1}\, n^{-1/3} \ldots = l_0\, n^{-s/3}$.

YAGLOM suppose alors que ces fractionnements successifs suivent les trois principes suivants :

- La valeur spatiale de la dissipation d'énergie ε à l'intérieur d'un cube quelconque est une variable aléatoire, de densité de probabilité et de valeur moyenne indépendantes du cube considéré.

- Le fractionnement se fait de façon autosimilaire : si l'on se place à l'ordre j, tous les cubes de taille l_j, $l_j = l_0\, n^{-j/3} \ll l_0$, possèdent la même répartition conditionnelle de taux de dissipation moyenné sur le cube, et celle-ci est indépendante de j tant que la viscosité n'intervient pas.

Si ε_j désigne le taux de dissipation aléatoire moyen dans le cube j et e_j le taux adimensionnel associé, $e_j = \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j-1}}$, alors la répartition des e_j est universelle et indépendante de j tant que $\eta \ll l_j \ll l_0$.

Alors, $\varepsilon_j = \langle\varepsilon_0\rangle\, e_1 . e_2 \ldots e_j$, où les variables e_j sont indépendantes entre elles sauf pour les premiers termes.

- Le logarithme des e_j possède une moyenne m_e et une variance finie σ_e^2. Ainsi,

$$\ln \varepsilon_j = \ln \langle\varepsilon_0\rangle + \ln \langle e_1\rangle \ldots + \ln \langle e_j\rangle .$$

Et en appliquant le théorème de la limite centrale (FELLER 1966) on trouve que pour j suffisamment grand $\ln \varepsilon_j$ est une variable approximativement gaussienne de moyenne et de variance telles que

$$m_j = \ln \langle\varepsilon_0\rangle + A_1(\vec{x},t) + j\, m_e$$
$$\sigma_j^2 = A_2(\vec{x},t) + j\, \sigma_e^2 .$$

Les termes $A_1(\vec{x},t)$ et $A_2(\vec{x},t)$ proviennent des premiers termes pour lesquels la deuxième hypothèse ne peut s'appliquer.

Le rapport des tailles des cubes successifs étant constant, $l_{j+1}/l_j = n^{-1/3}$, on a $j \propto \ln(l_0/l_j)$. Et si l'on considère qu'un cube de taille l_j correspond à une échelle r, on a alors

$$m_r = \ln \langle\varepsilon_0\rangle + A_1(\vec{x},t) + m^* \ln(\frac{l_0}{r})$$
$$\sigma_r^2 = A_2(\vec{x},t) + \mu \ln(\frac{l_0}{r}) \qquad \text{(II-1)}$$

les constantes μ et m^* sont des paramètres probablement universels - indépendants de l'écoulement considéré - puisqu'elles proviennent des termes relatifs à la zone inertielle, au contraire de $A_1(\vec{x},t)$ et $A_2(\vec{x},t)$ qui sont liées aux gros tourbillons porteurs d'énergie.

De l'hypothèse de lognormalité et de la relation (II-1) on peut alors déduire la nouvelle expression du spectre d'énergie E(k)

$$E(k) \propto \langle\varepsilon_0\rangle^{2/3}\, k^{-5/3}\, (kl_0)^{-\mu/9}$$

ainsi que les lois de variation des moments d'ordres p de fonction de structure et de la corrélation de dissipation. On a respectivement

$$\langle (u(\vec{x}+\vec{r}) - u(\vec{x}))^p \rangle \propto \langle\varepsilon_0\rangle^{p/3}\, r^{p/3} \left(\frac{l_0}{r}\right)^{\mu p(p-3)/18}$$

$$\text{et} \quad \langle \varepsilon(\vec{x}+\vec{r})\, \varepsilon(\vec{x})\rangle \propto \langle\varepsilon_0\rangle^2 \left(\frac{l_0}{r}\right)^{\mu} \qquad \text{(II-2)}$$

3. <u>Le β modèle de FRISCH et al. (1978)</u>

Ce modèle constitue une version dynamique de celui proposé par NOVIKOV et STEWART (1964); en reprenant un schéma de fractionnement en "tout ou rien" identique à celui-ci il s'intéresse à des quantités inertielles telles que la vitesse, le temps de retournement des tourbillons et le transfert d'énergie entre tourbillons.

A partir d'un tourbillon de taille l_0 de l'ordre de

l'échelle intégrale il apparaît à chaque étape j du fractionnement n sous-cubes de taille l_{j+1}, $l_{j+1} = l_j/2$; ces n sous-cubes n'occupent qu'une partie du volume initial, la fraction β (qui a donné son nom au modèle) définie par $\beta = \frac{n}{2^3}$. Le nombre n est relié à une dimension autosimilaire D par $n = 2^D$, où D est un entier compris entre 2 et 3 qui caractérise l'objet fractal ainsi créé.

Les n sous-cubes apparaissant à chaque étape sont tous dissipatifs, de sorte qu'après j subdivisions seule la fraction β_j de l'espace - $\beta_j = \beta^j = (\frac{2^D}{2^3})^j$ - sera dynamiquement active. Si δv_j représente une différence de vitesse caractéristique d'un tourbillon de taille l_j (situé dans une zone active), l'énergie moyennée par unité de masse pour cette échelle est donc donnée par $E_j \propto \beta_j \, \delta v_j^2$. Cette énergie est transférée vers les cubes de taille l_{j+1} en un temps t_j de l'ordre de $t_j = l_j/\delta v_j$ au taux moyen ε_j, $\varepsilon_j \propto E_j/t_j \propto \beta_j \, \delta v_j^3/l_j \simeq \bar{\varepsilon}$; où $\bar{\varepsilon}$ représente le taux moyen de transfert qui se conserve bien sûr tout au long de la zone inertielle.

Ce transfert d'énergie s'effectue donc de manière intermittente : si dans les zones actives l'énergie est de plus en plus concentrée, au taux $\bar{\varepsilon}_j = \bar{\varepsilon}_0(\frac{l_0}{l_j})^{3-D}$ pour l'échelle l_j, sa distribution spatiale est de plus en plus intermittente puisque seule la portion β_j de l'espace correspond aux zones dynamiquement actives. La relation $\mu = 3-D$, proposée précédemment par MANDELBROT (1974) et (1976), lie la dimension fractale D des structures dissipatives au paramètre d'intermittence μ.

L'expression de la densité spectrale d'énergie E(k) est alors

$$E(k) \propto \langle\varepsilon_0\rangle^{2/3} \, k^{-5/3} (k l_0)^{-\mu/3}$$

En estimant la différence de vitesse relative à une région de taille l_j dynamiquement active, et en moyennant celle-ci de façon à tenir compte de la distribution intermittente de ces zones actives, on obtient alors la loi de variation des moments d'ordres p de la fonction de structure pour la distance r située dans la zone inertielle égale à l_j :

$$< (u(\vec{x}+\vec{r}) - u(\vec{x}))^p > \propto <\varepsilon_0>^{p/3} \; r^{p/3 + \mu\frac{(3-p)}{3}} \qquad \text{(II-3)}$$

Pour la corrélation de dissipation la même démarche conduit à

$$<\varepsilon(\vec{x}+\vec{r}) \; \varepsilon(\vec{x})> = <\varepsilon_0>^2 \; (\frac{r}{l_0})^{-\mu}$$

4. Les dimensions fractales de MANDELBROT (1976)

Après analyse des principales théories présentées ci-dessus MANDELBROT a proposé un modèle d'intermittence qui permet de les englober comme cas particuliers de celui-ci. Ce modèle conduit à interpréter le paramètre d'intermittence μ introduit par KOLMOGOROV (1962) en terme de dimension fractale D. Pour une turbulence homogène tridimensionnelle il propose la relation

$$\mu = 3-D \qquad \text{avec} \qquad D > 2.$$

Pour cela il utilise la fonction de détermination

$$f(h) = \log_n <W^h>$$

dans laquelle n représente le nombre de sous-cubes engendrés à chaque fractionnement et W une variable aléatoire quelconque.

Le modèle de NOVIKOV-STEWART correspond alors à une distribution binominale pour W, tandis que la théorie lognormale correspond à une distribution telle que $\langle W \rangle = 1$.

Tous les résultats présentés précédemment se retrouvent comme valeurs particulières de la fonction f ou de sa dérivée première. Ainsi la dimension fractale D est reliée à f par la relation $D = f'(1) = \langle W \log_n W \rangle$, et la correction apportée à la loi en -5/3 de la densité spectrale d'énergie est déterminée par $B = f(2/3)$. Cette dernière quantité doit également vérifier l'inégalité $0 \leqslant B \leqslant \mu/3$, de sorte que le cas lognormal correspond au cas intermédiaire $B = \mu/9$ et les modèles à fractionnement absolu au cas limite $B = \mu/3$. La valeur particulière $f(2)$ intervient quant à elle dans l'exposant des corrélations de dissipation et dans la loi de variation du coefficient d'aplatissement de la dérivée longitudinale de vitesse.

B. SITUATION THEORIQUE ET EXPERIMENTALE

Si de nombreuses études aussi bien expérimentales que de simulation numérique ont été conduites pour tenter de mieux comprendre le phénomène d'intermittence à petite échelle, aucune n'a pour l'instant permis de retenir une valeur fiable et reconnue pour le paramètre d'intermittence μ supposé universel, ni de confirmer ou infirmer l'un ou l'autre des deux types principaux de modèles statistiques. Les valeurs les plus fréquemment proposées pour μ sont comprises entre 0.2 et 0.5, bien que certains remettent en cause son caractère universel.

Ce domaine d'étude recquiert une zone inertielle

suffisamment large, ce qui nécessite des nombres de REYNOLDS R_λ, basés sur l'échelle de TAYLOR, très grands. Expérimentalement de telles conditions se trouvent dans l'atmosphère, où l'on obtient aisément 3000 et des zones inertielles se développant sur plus de 3 décades. Dans les écoulements de laboratoires habituels les nombres de REYNOLDS restent inférieurs à 1000. Dans la grande soufflerie de l'ONERA à Modane on peut cependant atteindre des conditions voisines des atmosphériques. La plupart des mesures relatives à ce sujet ont néanmoins été effectuées en laboratoires, parce que les conditions sont plus facilement reproductibles et les écoulements bien mieux connus. Les simulations numériques qui se sont récemment développées avec l'apparition des ordinateurs vectorisés restent quant à elles limitées à des nombres $R_\lambda \lesssim 110$, imposés par la taille du maillage.

La grande dispersion qui existe dans les mesures expérimentales de μ s'explique par les nombreuses méthodes utilisées à cette fin, dont les résultats peuvent ne pas se correspondre à relativement faible nombre de REYNOLDS. Le plus souvent μ a été déterminé à partir de spectres de dissipation déduits de la mesure de la dérivée temporelle de vitesse (FRIEHE et al. 1971, GIBSON et al. 1970, KHOLMYANSKII 1972, VAN ATTA et CHEN 1970 ...) ou plus récemment de corrélations de la dissipation non centrée ε' (GAGNE et HOPFINGER 1979, GAGNE 1980). Outre le problème lié au passage par transformation de FOURIER des grandeurs spectrales à celles dans l'espace physique (NELKIN 1981), ces techniques comportent une incertitude quant à l'emploi de corrélations centrées ou non : ANTONIA et al (1982b) ont les premiers suggéré le recours aux grandeurs non centrées pour ces calculs, au lieu des fluctuations de dissipation centrées ε' classiquement retenues pour le calcul des corrélations ou par les méthodes spectrales. Les relations

suivantes, obtenues par FRISCH et al.(1978) et MONIN et YAGLOM (1975) (page 618), confortent cette idée :

$$<\varepsilon(x)\ \varepsilon(x+r)> = \frac{1}{2}\frac{d^2(r^2<\varepsilon_r{}^2>)}{d\ \ r^2} \propto <\varepsilon_r{}^2> \propto \frac{<(\Delta u(r))^6>}{r^2} \qquad \text{(II-4)}$$

puisque le transfert d'énergie de l'échelle r vers les plus petites se fait au taux ε_r,

$$\varepsilon_r \propto \frac{\Delta u(r)^3}{r} \quad .$$

Il se trouve assez curieusement que le tracé des corrélations centrées conduit (par l'intermédiaire de la relation

$$<\varepsilon(x)\ \varepsilon(x+r)> \propto (\frac{l_0}{r})^{\mu} \ ,$$

indépendante des modèles) à μ voisin de 0.5 alors que les mêmes données, non centrées, conduisent à μ de l'ordre de 0.2; ces quantités s'identifient lorsque le nombre de REYNOLDS est très grand, ce qui explique que le développement des théories ne se soit pas heurté à ce problème. Il semble donc que les valeurs de μ voisines de 0.5 estimées à partir de l'étude des corrélations centrées ou des spectres de dissipation ne soient pas en contradiction avec les valeurs proches de 0.2 obtenues par FRENKIEL et KLEBANOFF (1975) à l'aide de la relation asymptotique de la variance de ln ε_r (relation II-1) ou par ANTONIA et al. (1982a) à partir de la fonction de structure d'ordre six; il s'agit seulement d'un problème lié à la définition du paramètre d'intermittence μ.

Les valeurs obtenues de simulations numériques par BRACHET (1983) ($\mu \simeq 0.5$, en étudiant des spectres de dissipation)

ou par CHORIN (1982) ($\mu \simeq 0.5$, en calculant la dimension fractale de l'objet obtenu après évolution d'un vortex dans un domaine tridimensionnel) peuvent être critiquables à cause des faibles nombres de REYNOLDS que ces approches imposent pour l'instant. La comparaison des modèles de diffusion turbulente proposés par HENTSCHEL et PROCACCIA (1983) avec les résultats expérimentaux de RICHARDSON (1926) a conduit ces auteurs à une valeur de μ voisine de 0.35.

Nous allons dans ce travail estimer μ à l'aide du moment d'ordre six de la fonction de structure; les prévisions des deux modèles principaux présentent l'avantage d'être identiques : pour les distances r situées dans la zone inertielle on a en effet $<(\Delta u(r))^6> \propto r^{2-\mu}$.

Une étude plus détaillée de la distribution des structures dissipatives passe par le calcul de moments statistiques d'ordres plus élevés. Pour les moments de corrélations de dissipation, les qualités de signal de dérivée de vitesse que l'on peut actuellement atteindre limitent ces ordres à des corrélations $<\varepsilon^2(x)\ \varepsilon^2(x+r)>$, que ce soit par l'approche directe (GAGNE 1980) ou par l'approche spectrale (FRIEHE et al. 1971), ce qui parait insuffisant ne serait ce que pour différencier la prévision quadratique du modèle lognormal de la linéaire du β modèle. Le signal de vitesse autorise au contraire le calcul de moments d'ordres bien plus élevés de façon fiable.

Nous allons donc utiliser ici les moments de la fonction de structure, en essayant d'atteindre les ordres les plus élevés possible. Les études antérieures avaient toutes été limitées, faute de moyens de calcul suffisamment performants, aux

ordres 8 ou 9 (ANTONIA et al. 1982a, MESTAYER 1980, VAN ATTA et PARK 1971, VAN ATTA et CHEN 1970 . Une exception est VASILENKO et al. 1975 , mais la validité de ces résultats n'a pas été démontrée), ceci est insuffisant pour seulement différencier le comportement quadratique prédit par le modèle lognormal (équation (II-2)) du comportement linéaire prédit par le β modèle (équation (II-3)), et ne permet donc pas de détecter les écarts éventuels à ces deux distributions théoriques.

Nous vérifierons en premier lieu la validité des calculs effectués, ce qui permet de déterminer l'ordre maximal atteint avec les garanties nécessaires de convergence statistique; nous définirons également avec précision les limites de la zone inertielle, préalablement à la recherche de comportements en loi puissance et à l'estimation des coefficients correspondants. Nous verrons que ce problème est très important pour l'interprétation des mesures et que sa sousestimation peut conduire à des conclusions erronées.

CHAPITRE III

CONDITIONS EXPERIMENTALES ET VALIDITE DES MESURES

A. CONDITIONS EXPERIMENTALES

1. Hypothèse de TAYLOR
2. Conditions d'écoulement
   a) Jet
   b) Canal
   c) Caractéristiques expérimentales
3. Mesures de la vitesse turbulente et traitement du signal analogique
   a) Fils chauds
   b) Caractéristiques des anémomètres
   c) Traitement du signal
4. Echantillonnage du signal
5. Traitement numérique
   a) Linéarisation
   b) Programmes de traitement
6. Erreurs instrumentales

B. FIABILITE DES VALEURS DES MOMENTS

1. Méthode des densités de probabilité
2. Convergence temporelle des moments
3. Conclusions.

L'étude des structures dissipatives d'un écoulement turbulent, même si elle se limite comme ici au comportement de quantités statistiques liées au champ de vitesse, impose tant du point de vue expérimental que du traitement numérique des contraintes très importantes. Nous allons dans ce chapitre exposer les conditions expérimentales dans lesquelles les mesures ont été effectuées, en insistant sur les problèmes propres à de telles études. Ainsi la seconde partie de ce chapitre sera-t-elle consacrée à la présentation des méthodes que nous avons utilisées pour nous assurer de la fiabilité des valeurs numériques obtenues lors du calcul des moments d'ordres élevés (jusqu'à 18).

A. CONDITIONS EXPERIMENTALES

1. Hypothèse de TAYLOR

Le calcul de la différence de vitesse et de ses moments statistiques, $<(\Delta u(r))^p> = <(u(x+r) - u(x))^p>$, nécessite de connaître simultanément la vitesse en deux points de l'espace, séparés d'une distance r. On pourrait envisager d'utiliser deux capteurs de vitesse, dont l'écart varierait de sorte qu'il décrive toute la zone inertielle; ceci implique une démarche expérimentale très lourde (acquisition de signaux, puis traitement numérique pour chaque valeur de r), qui pour les petites distances comporte de plus beaucoup d'imprécision (GAGNE 1980). En se limitant à la fonction de structure longitudinale les difficultés sont considérablement réduites par l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR, ce qui permet de développer les calculs à partir de signaux enregistrés en un point.

L'hypothèse de TAYLOR consiste à transformer un décalage temporel τ en décalage spatial longitudinal r suivant l'égalité $\tau = - r/\langle U \rangle$, où $\langle U \rangle$ représente la vitesse moyenne de l'écoulement dans la direction x.

On doit néanmoins s'assurer de la validité de cette hypothèse : comme l'a montré en détail CHAMPAGNE (1978), trois hypothèses essentielles sont implicitement incluses dans cette expression. Premièrement, les fluctuations turbulentes sont supposées très petites comparées à la vitesse moyenne $\langle U \rangle$. Deuxièmement, on suppose que les temps caractéristiques des structures turbulentes sont grands devant le temps nécessaire à la convection de celles-ci devant le fil chaud; ceci correspond au schéma classique de turbulence gelée. Enfin la vitesse de convection du champ turbulent est supposée égale à la vitesse moyenne $\langle U \rangle$ de l'écoulement.

La dernière hypothèse n'est généralement pas vérifiée, notamment en ce qui concerne les petites échelles de la turbulence. En effet, comme l'a indiqué LUMLEY (1965), en plus de la convection globale dûe à la vitesse moyenne $\langle U \rangle$, les petits tourbillons sont advectés à l'intérieur des gros tourbillons par une vitesse v^*. Ainsi, la vitesse de convection réelle non stationnaire des petites structures est égale à $\langle U \rangle + v^*$.

Il n'existe pas pour l'instant de méthode satisfaisante qui permette de corriger les résultats obtenus après passage de quantités temporelles à des grandeurs spatiales. Ainsi, FRISCH (1978) et LUMLEY (1965) proposent deux méthodes contradictoires puisque la correction à apporter pour obtenir un spectre spatial revient dans un cas à une intégration sur le spectre temporel et

dans l'autre à une dérivation sur ce même spectre. ANTONIA et al. (1982b) ont également envisagé de corriger la valeur de la dissipation moyenne déduite de la mesure de la dérivée temporelle de vitesse : l'une des deux méthodes multiplie celle-ci par un facteur supérieur à 1 (FRISCH), l'autre par un facteur inférieur à 1 (LUMLEY).

Ces études montrent cependant que pour un taux de turbulence inférieur à 10 % les erreurs induites par l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR sont de l'ordre des incertitudes de mesures. De plus, celle-ci n'est ici employée qu'à l'obtention d'un décalage spatial pour des distances comprises dans la zone inertielle sur un signal de vitesse, et non par exemple pour passer d'un signal de dérivée temporelle à une dérivée spatiale - quantité impliquant beaucoup plus directement le comportement des petites structures. Nous verrons au chapitre IV l'effet de l'utilisation de cette hypothèse sur les moments d'ordres élevés, qui présentent de fortes oscillations au delà de l'ordre 12 dans le jet où le taux de turbulence est voisin de 25 %.

2. Conditions d'écoulement

Les mesures décrites plus loin ont été effectuées dans deux types différents d'écoulements, offrant des nombres de REYNOLDS relativement élevés pour des expérimentations de soufflerie : un jet axisymétrique et un écoulement de canal plan. Ces deux écoulements présentent l'avantage d'être bien connus, étudiés en détail par MATHIEU et COMTE-BELLOT (1958), WYGNANSKI et FIEDLER (1969) et ANTONIA et al. (1980) pour le jet et COMTE-BELLOT (1965) pour le canal.

a) Jet

Le diamètre ϕ de la buse est 12 cm, et la vitesse à la buse peut varier continûment de 0 à 40 m/s; ceci permet d'obtenir des nombres de REYNOLDS R_λ basés sur l'échelle de TAYLOR voisins de 900. Des résistances chauffantes dont la puissance peut être choisie entre 0 et 12 kW permettent d'étudier également le champ de température. Toutes les mesures ont été effectuées sur l'axe du jet, à des distances de la buse comprises entre x/ϕ égal à 25 et x/ϕ égal à 35. La limite supérieure nous est imposée par la situation du jet dans le hall expérimental.

Bien que l'écoulement ne soit pas encore pleinement établi, les mesures du taux de turbulence, de λ et de R_λ effectuées à x/ϕ égal à 25,30 et 35 (voir tableau (III-1)) sont en bon accord avec les résultats de WYGNANSKI et FIEDLER (1969) et de ANTONIA et al. (1980); elles montrent que l'évolution de la fluctuation longitudinale de vitesse pour $x/\phi > 25$ est très lente et que l'écoulement est presque autosimilaire. De plus nous n'avons ici besoin que d'une zone inertielle bien établie, ce qui est réalisé à 25 diamètres quoique l'équilibre spectral ne soit pas tout à fait atteint. Le test d'isotropie locale envisagé dans le chapitre IV confirme également que l'écoulement est suffisamment développé dès x/ϕ égal à 25.

Cet écoulement possède cependant un taux de turbulence voisin de 25 à 30 % qui, s'il permet d'obtenir des nombres de REYNOLDS élevés, pose des problèmes quant à la validité de l'hypothèse de TAYLOR et à la non linéarité de la réponse du fil chaud. Nous examinerons plus loin l'importance de ces deux questions, à la présentation des résultats expérimentaux (chapitre IV, paragraphe

B) pour la première et à la description de la démarche de linéarisation (5e partie de ce paragraphe) pour la seconde.

b) Canal

La configuration du canal rectangulaire étudiée par COMTE-BELLOT (1965) a été modifiée depuis pour des raisons qui n'ont pas de lien avec l'étude actuelle; sa longueur a été réduite et un conduit de distorsion rajouté en amont (MARECHAL 1970). Actuellement la longueur utile n'est plus que de 72 d au lieu de 135 initialement. Afin d'accélérer la mise en régime de l'écoulement, qui est commandée par le développement des couches limites, une rugosité de paroi supplémentaire a été placée à l'entrée du canal rectangulaire par GAGNE (1980). Elle est constituée de neuf rangées de baguettes carrées de 6 mm de côté, espacées de 50 mm.

Avec ce dispositif, la vitesse de frottement et l'intensité de turbulence correspondant à la distance x/d = 90 de la configuration d'origine ont été retrouvées à la distance x/d = 59 (la demi-largeur du canal est égale à 9 cm). L'intérêt principal de cet écoulement se trouve dans les grands nombres de REYNOLDS qu'il permet d'atteindre ($R_\lambda \lesssim 600$ environ) tout en restant à des taux de turbulence faibles (inférieurs à 7 %).

Les mesures ont été effectuées au point x/d = 59 situé à la distance y/d = 0.4 de la paroi. L'écoulement n'est certes pas pleinement développé à cette abscisse, comme le révèle notamment le test d'isotropie locale (voir le prochain chapitre); celui-ci ne le serait (COMTE-BELLOT 1965) qu'après la distance x/d = 120 originelle. Les faibles taux de turbulence qu'offre cet écoulement nous ont cependant paru un attrait suffisant pour motiver ces mesures.

c) Caractéristiques expérimentales

Toutes les conditions expérimentales utilisées pour cette étude sont définies par rapport au nombre de REYNOLDS R_λ basé sur la microéchelle de TAYLOR λ_g :

$$R_\lambda = \frac{\sqrt{<u_1^2>}\,\lambda_g}{\nu}$$

où $\sqrt{<u_1^2>}$ représente l'écart type de la fluctuation longitudinale de vitesse et ν la viscosité. L'évaluation de R_λ a été faite en supposant l'isotropie locale et en utilisant l'hypothèse de TAYLOR :

$$\lambda_g^2 = \frac{2<u_1^2>}{<(\partial u_1/\partial x_2)^2>} = \frac{<u_1^2>}{<(\partial u_1/\partial x_1)^2>} = <U>^2 \frac{<u_1^2>}{<(\partial u_1/\partial t)^2>}$$

Les mesures ont été effectuées dans les trois situations expérimentales décrites dans le tableau (III-1).

3. Mesures de la vitesse turbulente et traitement du signal analogique

a) Fils chauds

Malgré certaines limitations inhérentes à son principe, l'anémométrie à fil chaud permet d'atteindre des qualités de signal tout à fait compatibles avec les contraintes imposées par l'étude des structures dissipatives quant au rapport signal sur bruit, en offrant de plus une grande bande passante en fréquences et une dynamique importante.

Les difficultés proviennent essentiellement de la détermination de la sensibilité du fil à la vitesse ou la température, les lois classiques de modélisation des échanges thermiques entre le fil et l'écoulement n'étant valables que si le rapport entre la longueur l_f et le diamètre d_f du fil est suffisamment grand, infini en théorie; cependant une longueur du fil trop importante provoque un moyennage spatial néfaste, surtout lorsque l'on étudie comme ici les plus petites échelles de l'écoulement turbulent. Il y a donc un compromis à trouver entre ces deux contraintes pour lequel on adopte généralement la condition $l_f/d_f \geqslant 200$, de façon à rendre les pertes de chaleur vers les supports négligeables (FULACHIER 1978). Pour minimiser l'erreur introduite sur la mesure des hautes fréquences, on admet souvent (WYNGAARD 1968 notamment) que doive être vérifiée la relation $l_f/\eta \leqslant 2.5$, où η représente l'échelle de KOLMOGOROV.

Nous avons donc utilisé des fils de types suivants :

- avec un anémomètre à température constante de type DISA 55M10, la résistance du fil froid devant rester inférieure à 6 Ω pour une bonne marche de l'appareil, pour les signaux de vitesse : un fil de 5 µm de diamètre et de 1.1 mm de longueur dans le jet à 25 diamètres, et un de 3 µm et 0.3 mm dans le canal où les échelles de longueur sont plus petites. Ce dernier a également été employé dans le jet à 35 diamètres;

- avec un anémomètre à intensité constante bas bruit décrit dans GAGNE (1980), des fils de 0.6 µm de diamètre et de longueur voisine de 0.3 mm, pour les signaux de température.

Le rapport l_f/η est alors voisin de trois; l_f/d_f de 500 pour les fils fins, de 100 pour ceux de 3 µm et de 200

pour les plus gros. Ces fils de type WOLLASTON sont fabriqués au laboratoire selon une technique de décapage par gouttes successives mise au point par POLYCHRONIDIS (1980).

b) Caractéristiques des anémomètres

L'anémomètre à intensité constante bas bruit construit au laboratoire par J-P. BARBIER-NEYRET a été utilisé pour les signaux de température, avec des fils de 0.6 µm de diamètre. L'emploi de tels fils, fins et de courte longueur, nous dispense de compenser électroniquement l'inertie du fil, sa fréquence de coupure étant de l'ordre de 10 kHz (des mesures récentes effectuées par ANTONIA (communication privée) suggèrent que celle-ci ne serait peut-être que de l'ordre de 5 à 6 kHz; ce problème justifierait une étude très précise et détaillée). Sa réponse est alors parfaitement linéaire, sur une plage de températures de plus de 60°C; le coefficient de sensibilité du fil à été trouvé égal à $S_\theta = bi\ R_{20}$, où b est égal à $0.0036°C^{-1}$ et i désigne le courant de chauffe du fil. Celui-ci a été choisi égal à 150 µA, de façon à ne pas contaminer le signal de température par des fluctuations de vitesse tout en offrant un rapport signal sur bruit suffisamment grand, mesuré égal à 3000. (Pour plus de détails concernant la détection du signal de température, on peut se reporter à POLYCHRONIDIS (1977), POLYCHRONIDIS (1980) et FULACHIER (1978)).

Pour la mesure du signal de vitesse nous avons préféré un anémomètre à température constante, de type DISA 55M10. Ses caractéristiques sont très bien connues et son emploi est classique pour la détection des signaux de vitesse; il offre par exemple un rapport signal sur bruit (avec la surchauffe de 1.8 habituelle) équivalent à un taux de turbulence de 0.013 % avec les

fils de 5 µm et de 0.010 % avec ceux de 3 µm suffisant pour les conditions expérimentales de ce travail. Sa réponse en fréquence et son déphasage sont donnés par la figure (III-1).

De plus ce type d'appareils autorise, au contraire des anémomètres à intensité constante, le calcul des moments statistiques d'ordres impairs. Cet inconvénient lié aux anémomètres à intensité constante n'est pas encore très bien expliqué; il semble dû à une distorsion importante des basses fréquences du signal (HELLAND et VAN ATTA 1976), car il n'apparait aucune différence dans le calcul des moments d'ordres impairs des dérivées de vitesse qui contiennent essentiellement des hautes fréquences. Le calcul du moment d'ordre trois est dans notre cas indispensable, pour la détermination exacte des limites de la zone inertielle comme nous le verrons plus loin (chapitre IV) : c'est en effet le seul dont l'exposant ne soit pas affecté par le phénomène d'intermittence.

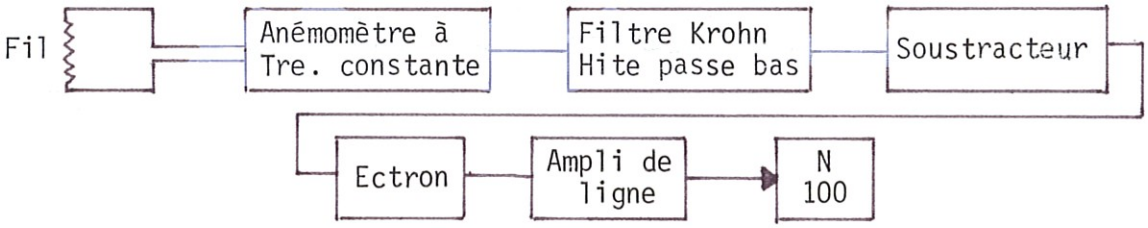
Il était également intéressant de vérifier si la non linéarité de ce type d'anémomètres, moins marquée qu'en intensité constante, nécessiterait ou non de linéariser le signal pour le calcul des courbes de densité de probabilité nécessaires à la vérification de la fiabilité des moments d'ordres élevés (seconde partie de ce chapitre). Dans les écoulements à fort taux de turbulence utilisés ici la déformation de ces courbes pour les grandes excursions du signal (voir figure (III-2)) s'est révélée beaucoup trop importante pour nous dispenser de cette démarche très pénalisante (en temps de calcul); cette étape de linéarisation du signal sera décrite en détail plus loin.

c) Traitement du signal

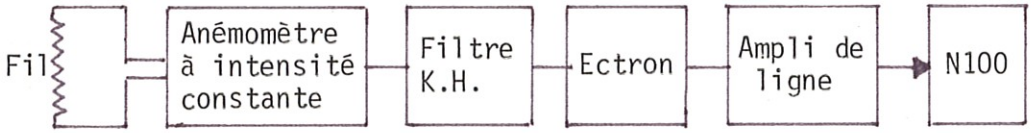
Le signal analogique délivré par l'anémomètre est mis en forme avant son émission sur la ligne et son échantillonnage et stockage sur le disque de l'ordinateur N100. Ce traitement analogique consiste en un filtrage passe-bas à 50 kHz dans un filtre KROHN HITE 3348 de pente 48 db par octave suivi de la soustraction de la tension continue à l'aide d'un générateur Codavolt de haute précision. Le signal est ensuite émis sur la ligne reliée à l'ordinateur par un amplificateur de type ECTRON 750 DM puis un amplificateur de ligne.

Les signaux de température sont filtrés par le KROHN HITE puis émis sur la ligne comme ceux de vitesse. Ces deux chaînes de mesures correspondent donc aux schémas suivants.

Pour le signal de vitesse



Pour le signal de température



4. Echantillonnage du signal

L'échantillonnage et le stockage sur disque du signal sont effectués en temps réel avec un convertisseur de type PRESTON GMADII, qui travaille avec 14 bits plus le signe. Les tensions admises à l'entrée sont comprises entre +5120 mV et -5120 mV, qui correspondent respectivement aux entiers le plus grand (+16 383) et le plus petit (-16 384). Ce convertisseur possède ainsi une dynamique égale à 32 768 équivalente à celle des éléments de la chaîne de mesures situés en amont, notamment les anémomètres.

Les acquisitions sont pilotées par un programme écrit en assembleur affecté d'une très grande priorité, de façon à n'autoriser aucun autre utilisateur pendant la durée d'une acquisition. Ce programme utilise deux mémoires tampon de stockage pour les données échantillonnées : pendant que l'une recueille celles-ci, l'autre copie les siennes sur le disque. La taille maximale des tampons disponible en mémoire centrale (24 576 points pour chacun) et le temps nécessaire à l'écriture de ces points sur le disque limitent la fréquence maximale d'échantillonnage à 50 kHz environ.

Pour cette étude, nous avons toujours utilisé des fréquences inférieures à 15 kHz, afin de pouvoir disposer d'au moins 10 minutes de signal sur le fichier de l'ordinateur d'une capacité de 9.2 millions de points. Ceci est nécessaire à la convergence statistique des moments d'ordre élevé calculés, compte tenu de la nature du signal qui comporte de très grandes excursions à très faible probabilité d'apparition (voir la seconde partie de ce chapitre).

Les caractéristiques des écoulements ont été choisies de sorte que la fréquence de KOLMOGOROV - que l'on a considérée comme la plus haute fréquence utile du signal - soit ainsi échantillonnée suivant le critère de SHANNON.

5. Traitement numérique

a) Linéarisation

L'opération de linéarisation du signal stocké sur disque est apparue indispensable après examen des courbes de densité de probabilité calculées pour la vitesse u et pour plusieurs différences de vitesse $\Delta u(r)$: celles-ci présentaient de fortes déformations, principalement dans leur partie négative, dûes à la courbure de la réponse de l'anémomètre (figure (III-2)). La linéarisation a été ainsi réalisée :
Au signal de vitesse délivré par l'anémomètre à température constante est retranchée la composante continue E_0 avant amplification. Connaissant le gain exact $\frac{1}{G}$ de toute la chaîne d'acquisition depuis le soustracteur jusqu'au stockage des données sur le disque et la courbe précise d'étalonnage du fil, nous avons pu calculer pour chaque point du fichier représenté par une tension e la vitesse u correspondante. Après calcul de la moyenne m du fichier, la démarche consiste pour chaque point en :

- calcul de la fluctuation réelle en tension, e-m
- calcul de la fluctuation juste après la soustraction, $\varepsilon = (e-m) \times G$
- calcul de la tension avant le soustracteur, $E = \varepsilon + E_0$
- calcul de la vitesse instantanée par l'intermédiaire de la relation d'étalonnage $E^2 = A+B\ u^{0.45}$, $u = ((E^2-A)/B)^{2.22}$.

La validité de cette relation de linéarisation sera discutée au paragraphe 6; nous y estimerons l'erreur introduite sur le calcul des moments d'ordre élevé.

Cette subroutine de linéarisation du signal échantillonné sur le disque était présente dans tous les programmes, qu'il s'agisse des calculs des fonctions de densité de probabilité ou des moments de fonction de structure. Il n'a pas en effet été possible de créer un fichier linéarisé correspondant au fichier d'acquisition, par manque de place sur le disque : chaque donnée brute est représentée dans l'ordinateur par un entier, soit un mot, alors que la donnée linéarisée est un réel, ce qui équivaut à trois entiers; il eut donc fallu disposer d'un fichier trois fois plus gros pour pouvoir substituer un fichier linéarisé au brut. Ceci implique des temps de calcul très longs, aussi nous avons essayé de grouper au maximum les calculs de façon à ce que chacun nécessite à peu près dix ou douze heures de temps d'unité centrale (une nuit chaque fois). Pour les fonctions de densité de probabilité des différences de vitesse $\Delta u(r)$ cela correspond à quatre distances r, pour les moments d'ordres 2, 3 et 6 à 16 distances r, et pour les moments d'ordres pairs compris entre 2 et 14 à 8 distances.

b) Programmes de traitement

- Les programmes de calcul des fonctions de densité de probabilité.

Ils classent chaque valeur du signal considéré - vitesse ou température, ou différence de vitesse ou de température pour une certaine distance r - dans l'une des 2048 classes qui recouvrent la plage de vitesses ou de températures liées aux fluctuations de

celui-ci. L'histogramme porte sur la totalité du fichier, soit 9.2 millions de points; il est ensuite normalisé de sorte que l'intégrale de l'aire comprise sous la courbe soit égale à l'unité.

- Les programmes de calcul des moments de fonction de structure.

Ils calculent, selon le besoin, les moments de différents ordres compris entre 2 et 12 (certains ont été effectués jusqu'à l'ordre 18). Une variante du programme de base permet de conserver les résultats intermédiaires obtenus toutes les 500 pages de calcul (soit 0.5 millions d'échantillons) pour étudier la convergence des moments (voir la seconde partie de ce chapitre). Chaque valeur est normalisée par la puissance appropriée de l'écart type du signal de vitesse, avant prise du logarithme décimal.

- Le programme de calcul de fonction de densité de probabilité conjointe.

Pour le signal de température, nous avons calculé la densité de probabilité conjointe de celle-ci et de sa dérivée longitudinale; cette dernière a été estimée par la différence entre deux points successifs (MESTAYER et al. 1976) du fichier et l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR. Chaque couple (température, dérivée) est positionné dans l'une des 336 classes retenues (21 classes pour la température et 16 classes pour la dérivée). La normalisation est telle que l'intégrale du volume situé sous cette surface soit égale à l'unité.

6. Erreurs instrumentales

Le calcul de moments statistiques jusqu'à des ordres aussi élevés que ceux que l'on cherche à atteindre ici doit être

effectué avec beaucoup de précautions : les incertitudes liées aux mesures risquent en effet de se cumuler de manière très néfaste au fur et à mesure que l'ordre croît.

Nous n'envisagerons pas dans ce paragraphe les erreurs liées à la non convergence statistique des valeurs numériques obtenues; celles-ci font l'objet de la deuxième partie de ce chapitre, dans laquelle nous présentons les deux critères employés pour contrôler la convergence des calculs et définir l'ordre maximal pour lequel la fiabilité des résultats est assurée.

Il faut considérer que chaque élément de la chaîne de mesures - du fil chaud au convertisseur analogique/digital - est source d'incertitudes vis-à-vis du signal échantillonné avec lequel les calculs sont effectués sur l'ordinateur. Il est cependant très difficile d'estimer quantitativement l'influence qu'ont le fil chaud, l'anémomètre ou même le filtre passe-bas sur le résultat numérique obtenu pour chaque moment. Nous nous sommes assurés que tous ces éléments étaient utilisés de manière optimale et étaient compatibles entre eux au niveau des performances (rapport signal sur bruit, réponse en fréquence, ...); ainsi tout l'appareillage électronique était mis sous tension deux ou trois heures avant l'acquisition de signal, et la soufflerie était également en action pendant tout ce temps afin d'obtenir l'équilibre thermique du hall de mesures et de toutes les masses d'air en action. Sa stabilité pendant l'acquisition était vérifiée, ainsi que celle de toute la chaîne d'acquisitions, par le calcul périodique de la moyenne du signal analogique à l'aide d'un voltmètre intégrateur de type SOLARTRON.

Une autre source d'erreurs à prendre en compte est dûe à la précision de l'étalonnage. Celle-ci a deux origines différentes : la première est liée à la courbe d'étalonnage, dont la précision dépend de la mesure de vitesse au tube de PITOT et de la dérive du système anémométrique ("vieillissement" du fil et dérive thermique de l'anémomètre), la seconde à l'approximation de cette courbe à une fonction mathématique du type $E^2 = A+B\ u^{0.45}$, où E représente la tension délivrée par l'anémomètre et u la vitesse correspondante.

Les courbes d'étalonnage obtenues avant et après l'acquisition - à la buse pour les mesures de vitesse effectuées dans le jet à cause des taux de turbulence élevés aux points de mesure, et in situ pour le canal - se superposaient remarquablement bien (figure III-3); ceci nous affranchit donc de tout risque de dérive de la chaîne anémométrique, et semble également prouver que l'incertitude liée à la lecture des vitesses (de 20 % pour celles voisines de 1 m/s à quelques pour mille pour les plus élevées) n'a qu'une très faible influence sur la détermination de la loi mathématique. L'estimation des constantes A et B de la relation de linéarisation a été faite et par la méthode des moindres carrés appliquée à l'ensemble des points expérimentaux et "à la main", en accordant plus de poids à ceux situés près du point de fonctionnement (vitesse moyenne). Les deux résultats sont identiques, et la loi de régression ainsi définie s'écarte de plus en plus des points correspondants lorsque ceux-ci représentent de plus fortes fluctuations autour de la moyenne : ainsi l'incertitude est égale à 0.5 % à ± 10 écarts types. Comme l'écart est nul pour les fluctuations nulles, il nous a semblé raisonnable d'envisager une variation linéaire de cette erreur avec la valeur de la fluctuation de vitesse.

Nous avons quadruplé celle-ci pour prendre en compte l'incertitude liée à la courbe d'étalonnage, dont l'influence sur la loi de linéarisation est difficile à quantifier, et pour traduire le fait que les plus fortes fluctuations de la différence de vitesse $\Delta u(r) = u(x+r) - u(x)$ proviennent certainement d'une vitesse extrême $u(x+r)$ associée à une vitesse également extrême $u(x)$, mais de signe opposé. Finalement, la loi d'erreur linéaire est donc nulle pour la vitesse moyenne et égale à ± 2 % pour une fluctuation de dix écarts types.

L'influence de cette incertitude sur les moments d'ordre élevé a été calculée par l'intermédiaire des courbes de densité de probabilité des différents signaux $P(\Delta u(r))$. Tous les moments statistiques d'ordre p d'une variable aléatoire v peuvent en effet être calculés à partir de sa courbe de densité de probabilité $P(v)$ par la relation

$$M_p = \int_{-\infty}^{+\infty} v^p \, P(v) \, dv.$$

A partir de ces courbes de densité de probabilité, nous avons retracé les intégrantes $\{\alpha \pm \Delta\alpha\}^p \, P(\alpha)$ puisque la fluctuation α n'est en fait connue qu'à la précision $\pm \Delta\alpha$ près définie précédemment; le calcul des aires situées sous ces intégrantes permet alors d'estimer l'erreur qui affecte chacun des moments de fonction de structure.

Pour un écart r voisin de la microéchelle de TAYLOR λ_g, cette méthode conduit à une incertitude de ± 7 % sur le moment d'ordre 6 et de ± 20 % sur celui d'ordre 12, normalisés avec l'écart type de la différence de vitesse $\sqrt{\langle \Delta u(r)^2 \rangle}$. (Voir figure (III-4), et seconde partie de ce chapitre pour une description plus détaillée de cette méthode des intégrantes).

B. FIABILITE DES VALEURS DES MOMENTS

Nous nous sommes proposés d'étudier le caractère intermittent des structures dissipatives turbulentes par l'intermédiaire du comportement inertiel des moments d'ordre élevé de la fonction de structure de la vitesse, $<\Delta u(r)^p> = <(u(x+r) - u(x))^p>$. Bien que représentatif des grosses structures de l'écoulement le signal de vitesse est plus intéressant à étudier que ses dérivées, car les contraintes expérimentales moins sévères liées à sa mesure autorisent le calcul de moments d'ordres plus élevés. Pour notamment différencier le comportement quadratique prédit par le modèle lognormal (équation (II-2)) du linéaire prédit par le β modèle (équation (II-3)) sans ambiguïté, il serait nécessaire de dépasser l'ordre critique p_c égal à $\frac{3(\mu+2)}{2\mu}$ au-delà duquel la loi quadratique redécroit alors que la loi linéaire est bien sûr toujours croissante. Au vu des valeurs de μ couramment proposées dans la littérature, p_c est compris entre $8(\mu = 0.5)$ et $16.5(\mu = 0.2)$.

Les calculs de moments d'ordres aussi élevés sont très rares et très délicats; il suffit en effet de l'ordre 4, voire 6, pour déterminer le type de loi statistique à laquelle sont liés la plus grande partie des phénomènes physiques, l'étude se limite souvent à l'écart de celle-ci par rapport à la loi gaussienne. Il est alors primordial de s'assurer que chaque moment calculé représente une valeur suffisamment proche de la quantité "réelle", c'est-à-dire que la convergence statistique du calcul numérique est atteinte pour chaque valeur de r et quelque soit l'ordre considéré.

Nous avons pour cela envisagé deux méthodes qui permettent de contrôler la fiabilité des résultats numériques et de

déterminer l'ordre p maximal que l'on peut raisonnablement atteindre. La première est liée à la densité de probabilité du signal dont nous calculons les moments, c'est-à-dire chaque différence de vitesse $\Delta u(r)$. La seconde consiste en l'étude de la convergence statistique du calcul de chaque moment : nous avons pour cela considéré que l'utilisation d'un fichier de 9.2 millions de points permettait d'établir l'équivalence entre convergences temporelle et statistique; ceci pourrait être mis en défaut si bien sûr le signal n'était pas lui-même ergodique.

1. Méthode des densités de probabilité

Il est bien connu que lorsque l'on calcule les moments statistiques d'une variable aléatoire quelconque, la contribution principale à la valeur numérique de chacun provient des excursions de plus en plus grandes du signal lorsque l'ordre augmente. Cela apparaît clairement dans l'expression théorique qui définit le moment d'ordre p de la variable aléatoire v, dont la densité de probabilité P(v) est connue. On a en effet :

$$M_p = \int_{-\infty}^{+\infty} P\left(\frac{v}{\sigma_v}\right)\left(\frac{v}{\sigma_v}\right)^p d\left(\frac{v}{\sigma_v}\right)$$

où σ_v représente l'écart type du signal v considéré.

Ainsi, pour les ordres p faibles ce sont les excursions voisines de la valeur de l'écart type qui contribuent le plus parce que les plus probables; alors que plus p augmente plus ce sont les grandes excursions ($\frac{v}{\sigma_v}$ grand) qui sont importantes pour le calcul quoique leur probabilité d'apparition soit de plus en plus faible.

Pour qu'à un ordre p élevé le moment soit calculé avec suffisamment d'acuité, il faut que l'intégrant $P(\frac{v}{\sigma_v})(\frac{v}{\sigma_v})^p$ puisse atteindre son maximum, dépasser celui-ci et revenir à des valeurs voisines de zéro : la valeur numérique du moment représente en effet l'aire comprise sous cette courbe et il convient donc de ne pas la tronquer si l'on veut obtenir des résultats fiables. Il est pour cela nécessaire de connaître avec précision la courbe de densité de probabilité jusqu'à des probabilités très faibles (10^{-7} à 10^{-8} si possible), et en particulier son étalement vers les grandes valeurs de $(\frac{v}{\sigma_v})$.

Les signaux turbulents, qu'il s'agisse de ceux de vitesse ou de température, et encore plus de leurs dérivées, possèdent des courbes de densité de probabilité très larges, et notamment bien plus étendues que la distribution gaussienne à laquelle s'apparentent de nombreux phénomènes physiques. Or, la différence de vitesse représente un signal intermédiaire entre celui de vitesse (limite lorsque r tend vers l'infini) et celui de dérivée de vitesse (limite lorsque r tend vers zéro); le problème de fermeture des ailes des intégrantes est donc pour les ordres élevés ($p \geqslant 8$) bien plus important que pour un signal de distribution gaussienne.

Nous avons calculé dans les trois conditions expérimentales principales (Jet, $R_\lambda = 535$ et $R_\lambda = 850$, et canal, $R_\lambda = 515$) les courbes de densité de probabilité de la différence de vitesse pour différentes valeurs de la distance r comprises dans la zone inertielle, pour la plus petite que l'on peut atteindre avec l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR compte tenu de la fréquence d'échantillonnage qui approxime ainsi la dérivée, et celle de la vitesse u. (Figures (III-5) et (III-6)). Il était pour cela indispensable

de linéariser le signal délivré par le fil chaud, dans le jet et même dans le canal. On peut à cet égard comparer les courbes obtenues pour le signal brut (tension) et pour le signal linéarisé (vitesse) (figure (III-2)). La déformation est très importante aussi bien du côté positif que du négatif; ce dernier étant le plus distordu parce que la courbure de la relation de passage entre le signal électrique et le signal de vitesse, $E^2 = A+B\ u^{0.45}$, est beaucoup plus importante pour les vitesses faibles inférieures à 2 m/s que pour les plus élevées.

L'examen de ces différentes courbes conduit aux mêmes conclusions que celles déjà énoncées par VAN ATTA et PARK (1971) :

- lorsque r diminue et que le signal s'apparente de plus en plus à la dérivée, les courbes sont de plus en plus larges à probabilité égale : le signal possède en effet un facteur de crête de plus en plus élevé;

- les courbes sont dissymétriques du côté négatif, et le sommet de chacune se déplace progressivement d'une faible valeur positive vers la valeur zéro lorsque r diminue. Cette dissymétrie se traduit par une contribution plus importante des excursions négatives du signal que des positives à la valeur numérique d'un moment d'ordre p; ainsi les moments d'ordres impairs seront-ils tous négatifs, propriété qui n'apparait pas très clairement dans les prédictions théoriques si ce n'est pour celui d'ordre 3 qui est relié à la relation de KARMAN-HOWARTH.

Il est intéressant de constater que pour le signal de température, également mesuré sur l'axe du jet, la dissymétrie est inversée (figure (V-). Nous discuterons ce problème dans le chapitre V.

A partir de ces courbes de densité de probabilité, le tracé des intégrantes du type

$$P\left(\frac{\Delta u(r)}{\sigma_{\Delta u(r)}}\right) \left(\frac{\Delta u(r)}{\sigma_{\Delta u(r)}}\right)^p$$

pour différentes valeurs de r comprises dans la zone inertielle et pour les exposants supérieurs à 8 montre que la fermeture des ailes est assurée jusqu'à l'ordre p égal à 10, quelque soit la valeur de r (figure (III-7)). Pour p supérieur à 10 il est nécessaire d'extrapoler les courbes de densité de probabilité au-delà des excursions $\frac{\Delta u(r)}{\sigma_{\Delta u(r)}}$ atteintes expérimentalement, voisines de 9, afin d'assurer la fermeture des courbes intégrantes. L'extrapolation a été faite par des exponentielles, des droites dans un tracé semi-logarithmique, courbes qui représentent bien les points obtenus expérimentalement et semblent donc tout à fait appropriées pour le prolongement de ceux-ci (figure (III-8)). Ce comportement exponentiel des ailes de densité de probabilité avait également été remarqué et utilisé comme extrapolation par TENNEKES et WYNGAARD (1972) et FRENKIEL et KLEBANOFF (1975) pour des signaux de dérivée de vitesse.

Cette méthode d'extrapolation permet la fermeture des intégrantes d'ordres 12 et 14 si l'on prolonge les courbes expérimentales jusqu'aux probabilités égales à 10^{-10}; elle doit cependant être utilisée avec précautions pour conserver une justification physique, car il serait risqué de prendre en compte des excursions trop grandes : il se peut que le signal réel soit borné, indépendamment des limitations imposées par la chaîne de mesures et notamment le fil chaud. Ainsi dans le jet, avec un taux de turbulence voisin de 25 %, on ne peut détecter avec un fil chaud de fluctuations négatives plus grandes que quatre écarts-types.

Afin de rechercher dans le signal de vitesse la présence éventuelle de très grandes excursions possédant une probabilité d'apparition inférieure à celles que la taille du fichier permet d'enregistrer, nous avons utilisé sur des durées très longues des comparateurs électriques : pendant toute la durée de l'expérience (soit plusieurs heures), un compteur était incrémenté à chaque détection d'une excursion dépassant la valeur seuil fixée. Ainsi, dans le canal rectangulaire, après deux heures et demi de fonctionnement, il a été enregistré 20 excursions négatives supérieures à -5.5 écarts types, alors qu'aucune excédant -6 écarts types n'a été détectée. Du côté des excursions positives, aucune n'a dépassé le seuil de 4.5 écarts types après trois heures d'expérimentation (figure (III-9)). Des observations similaires effectuées dans le jet semblent également montrer que le signal de vitesse turbulente est borné, du moins pour les fluctuations positives par rapport à la vitesse moyenne. Dans ce cas, le principe même de fonctionnement du fil chaud interdit en effet la détection d'excursions inférieures à -3.5 écarts types environ.

Les valeurs calculées à partir des courbes extrapolées pour les ordres 12 et 14 sont de l'ordre de 30 % supérieures à celles obtenues directement. Il est à noter que ces dernières sont très bien retrouvées par le calcul à partir des courbes de densité de probabilité non extrapolées. Cet écart entre valeurs extrapolées et non extrapolées est apparu être peu dépendant de la distance r considérée dans la zone inertielle : bien que pour les écarts faibles les distributions soient plus larges et donc la fermeture des intégrantes plus délicate, la valeur ajoutée par l'extrapolation au moment calculé sans extrapolation représente à peu près le même pourcentage que pour les écarts plus grands (figure (III-10)).

Ceci nous autorise donc à estimer sur la zone inertielle les pentes des moments calculés directement sans extrapolation, tout en limitant la présentation à ceux d'ordre 12 voire 14.

Il apparait d'ailleurs au traçage de ces courbes (figures (IV-4) et (IV-5)) que dans le jet ce sont les fortes oscillations liées à l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR qui engendrent le plus d'incertitude lors de l'estimation des pentes. C'est pourquoi il nous a paru intéressant de comparer ces résultats à ceux obtenus dans le canal, où l'écoulement n'est certes pas totalement développé mais le taux de turbulence faible ($\lesssim$ 7 %).

2. Convergence temporelle des moments

Nous avons tracé les courbes de convergence temporelle des moments (figures (III-11) et (III-12)), pour les ordres p élevés et différentes distances r situées dans la zone inertielle : nous avons pour cela normalisé les valeurs numériques intermédiaires atteintes après différents temps t de signal par la valeur finale obtenue sur la durée totale t_0 du signal stocké sur disque. Ceci permet de vérifier si les quantités calculées convergent statistiquement vers une valeur finale.

Deux hypothèses sont implicitement posées pour justifier une telle démarche :

- la valeur numérique du moment obtenue après prise en compte de tout le fichier est la "vraie", c'est-à-dire que l'on considère la convergence alors effectivement atteinte.

- le fichier est suffisamment gros pour que le principe d'ergodicité puisse être appliqué, la convergence temporelle est alors équivalente à la convergence statistique.

L'échelle de temps des courbes est graduée de deux façons : en nombre de points pris en compte pour le calcul et en temps de retournement caractéristique des tourbillons de la taille r considérée. Ce temps $\tau_{\Delta u}$ est défini par

$$\tau_{\Delta u} = r/<(\Delta u(r))^2>^{1/2}$$

où $<(\Delta u(r))^2>^{1/2}$ représente donc l'écart type des différences de vitesse à cette échelle r.

L'examen de ces figures entraîne plusieurs remarques sur la manière de converger des moments :

- les oscillations présentées par les courbes, d'amplitudes décroissantes avec le temps de signal utilisé pour le calcul, sont en phase pour les ordres de même parité et il arrive que les ordres pairs soient en opposition de phase avec les impairs pour certaines valeurs de r;

- l'amplitude des oscillations d'un moment d'ordre impair est toujours supérieure à celles des deux ordres pairs adjacents et elle décroit beaucoup moins vite que celles-ci. Cette tendance avait été également notée par ANTONIA et VAN ATTA (1978) et ANTONIA et al. (1982a) pour les moments de fonctions de structure de température et de vitesse d'ordres inférieurs à 8. Plus généralement il est habituel que le calcul de tout moment statistique est plus délicat pour les ordres impairs que pour les pairs.

Ceci nous a conduits à éliminer l'ordre 11 dont le comportement montre que la convergence soudaine est artificielle, provoquée par la normalisation qui impose la valeur 1 à la fin de l'enregistrement;

- pour les distances faibles les oscillations possèdent des amplitudes bien plus importantes et plus longues à décroître que celles des grandes distances : la présence dans le signal de différence de vitesse de grandes excursions à faible probabilité d'apparition rend nécessaire la prise en compte d'une durée plus longue de signal avant d'atteindre la convergence statistique des moments d'ordres élevés.

Toutes ces courbes sont bien sûr très différentes de celles liées aux processus gaussiens dont la distribution ne possède pas d'excursions supérieures à 4.5 écarts type, ce qui rend les conditions de convergence bien moins délicates.

Elles permettent d'évaluer pour les différentes valeurs de r le temps de signal nécessaire à la convergence de chaque moment à ± 5 % de sa valeur finale. Ce critère consiste à estimer qu'un moment quelconque est connu avec suffisamment de précision dès que l'amplitude des oscillations autour de la valeur atteinte sur la totalité du fichier reste inférieure à 5 %. Le relevé de ces temps t traduit les observations décrites précédemment (figure (III-13)); on note de plus que si les temps de convergence d'un même ordre pair croissent lorsque r diminue, ils restent à peu près constants pour un ordre impair.

TENNEKES et LUMLEY (1972) ont montré en appliquant le principe d'ergodicité que l'erreur ω entre la moyenne temporelle

et la moyenne statistique d'un moment d'ordre p d'une variable aléatoire stationnaire quelconque u(t) était donnée par

$$\omega^2 = 2 \left\{\frac{\langle u^{2p}\rangle}{\langle u^p\rangle^2} - 1\right\} \frac{I_p}{T} \qquad \text{(III-1)}$$

où T est le temps d'intégration utilisé et I_p l'échelle intégrale de temps de la variable $u^p(t)$. Cette formule est difficile d'emploi car elle nécessite la connaissance du moment d'ordre 2p pour évaluer l'erreur commise sur celui d'ordre p.

Si l'on considère la différence de vitesse sur une distance r l'expression de l'échelle intégrale I_1 est donnée par

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\langle\{u(t+\tau) - u(t)\}\ \{u(t'+\tau) - u(t')\}\rangle}{\langle\Delta u(\tau)^2\rangle}\ d(t'-t)$$

en utilisant l'hypothèse de TAYLOR ($r = - \langle U\rangle\ \tau$). Si l'on pose $t' = t+\tau_1$, on a alors

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\langle\{u(t+\tau) - u(t)\}\ \{u(t+\tau+\tau_1) - u(t+\tau_1)\}\rangle}{\langle\Delta u(\tau)^2\rangle}\ d\tau_1$$

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\langle u(t+\tau)u(t+\tau+\tau_1) - u(t)u(t+\tau+\tau_1) - u(t+\tau)u(t+\tau_1)+u(t)u(t+\tau_1)\rangle}{\langle\Delta u(\tau)^2\rangle} d\tau_1 \qquad \text{(III-2)}$$

En introduisant le coefficient de corrélation ρ de la vitesse u, l'expression (III-2) devient

$$I_1(\tau) = \int_0^{+\infty} \{2\ \rho(\tau_1) - \rho(\tau_1-\tau) - \rho(\tau_1+\tau)\}\ d\tau_1 \times \frac{<u^2>}{<\Delta u(\tau)^2>}$$

puisque

$$< u(t+\tau)\ u(t+\tau+\tau_1)> = <u^2>\rho(\tau_1)\ ,$$

$$< u(t+\tau+\tau_1)\ u(t)> = <u^2>\ \rho(\tau_1+\tau)\ ,$$

$$< u(t+\tau)\ u(t+\tau_1)> = <u^2>\ \rho(\tau_1-\tau)\ ,$$

et

$$< u(t+\tau_1)\ u(t)> = <u^2>\ \rho(\tau_1).$$

Il est aisé d'obtenir les différents coefficients de corrélation nécessaires au calcul de I_1 à partir du moment d'ordre 2 de la fonction de structure :

$$\frac{<\Delta u(\tau)^2>}{<u^2>} = \frac{<\{u(t+\tau) - u(t)\}\ \{u(t+\tau) - u(t)\}>}{<u^2>} = 2 - 2\,\rho(\tau)$$

Soit $\quad \rho(\tau) = 1 - \frac{1}{2}\ \frac{<\Delta u(\tau)^2>}{<u^2>}$

Cette méthode semble préférable à la méthode classique de calcul des corrélations par transformation de FOURIER inverse de la densité spectrale d'énergie, car elle ne met pas en jeu les problèmes liés aux basses fréquences et permet donc d'obtenir la courbe des corrélations de la vitesse u avec toute la précision désirée.

Les courbes intégrantes nécessaires aux calculs des échelles intégrales $I_1(\tau)$ sont portées sur la figure (III-14) pour six distances r, avec la courbe de corrélation utilisée pour le tracé de celles-ci. Elles correspondent au cas du jet, $R_\lambda = 535$. Lorsque r se rapproche de zéro on note que les contributions positive et négative des intégrantes deviennent égales, ce qui conduit à une valeur nulle de l'échelle intégrale correspondante; ce résultat n'est pas surprenant puisqu'il est bien connu que l'échelle intégrale de temps de la dérivée temporelle de vitesse est égale à zéro. On constate également que toutes ces courbes présentent un minimum négatif atteint à l'instant qui correspond à la distance r considérée par l'hypothèse de TAYLOR ($r = \langle U \rangle \tau$). Ce phénomène remarquable n'a malheureusement pas pu être expliqué pour l'instant.

Les échelles de longueur déduites de ces intégrantes, $I'_1 = I_1 \langle U \rangle$, croissent avec r de la valeur nulle obtenue pour la dérivée de vitesse à celle de la vitesse. La courbe obtenue, où I'_1/η est tracée en fonction de r/η (figure (III-15)), est tout à fait semblable à celle présentée par ANTONIA et VAN ATTA (1978) pour l'échelle intégrale de la différence de température.

Les échelles intégrales I_p nécessaires à l'estimation des temps de convergence par la formule (III-1) peuvent être obtenues à partir de la valeur de I_1. On a en effet d'après ANTONIA et VAN ATTA (1978) et SREENIVASAN et al. (1978), pour p égal à 2 : $I_2 = 0.6\ I_1$, et pour p égal à 6 : $I_6 = 0.4\ I_1$. Cette formule ne peut être utilisée pour les ordres supérieurs à 6 puisqu'elle nécessite de connaître la valeur du moment d'ordre 2p pour le calcul du temps de convergence de celui d'ordre p; nous avons vu précédemment que les densités de probabilité ainsi que le tracé

des courbes de convergence temporelle limitaient le calcul de moments suffisamment fiables à l'ordre 12. Ainsi pour r égal à λ le facteur d'aplatissement

$$\frac{<\Delta u(r)^4>}{<\Delta u(r)^2>^2}$$

de la fonction de structure est égal à 4.4, ce qui conduit à une erreur de 0.05 % sur le moment d'ordre 2 calculé avec 1310 s de signal (la durée totale d'enregistrement sur disque). Pour l'ordre 6, avec les valeurs de $<\Delta u^{12}>/<\Delta u^2>^6$ et de $<\Delta u^6>/<\Delta u^2>^3$ égales respectivement à 1.05×10^6 et à 44.6, l'erreur est d'environ 0.4 %.

La durée d'enregistrement à prendre en compte pour obtenir ce même moment avec une erreur de 5 % serait égale à 23 secondes, alors que le tracé des courbes de convergence temporelle indique que les oscillations du moment courant autour de sa valeur finale ne restent dans la bande des ± 5 % qu'après un temps de 410 s. Il semble en fait que l'on ne puisse pas établir de correspondance directe entre les deux méthodes et leurs résultats; en effet l'erreur impliquée dans la formule de LUMLEY représente l'écart type des oscillations du moment courant. Ce critère est donc bien moins sévère puisque si l'écart type est égal à 5 %, l'amplitude de certaines oscillations peut atteindre 10, voire 15 %, de la valeur moyenne, ici la valeur convergée du moment. La démarche exposée en début de ce paragraphe permet au contraire d'affirmer qu'aucune oscillation n'excédera la bande des ± 5 % si l'on utilise un temps d'intégration supérieur à celui déduit de ces courbes de convergence temporelle.

3. Conclusions

Les deux méthodes d'étude de la convergence des moments d'ordres élevés présentées précédemment montrent que l'ordre maximal atteint avec suffisamment de fiabilité est égal à 12, l'ordre 11 devant cependant être délaissé. Nous avons également estimé l'erreur instrumentale sur les valeurs numériques calculées, à ± 7 % pour le moment d'ordre 6 et à ± 20 % pour celui d'ordre 12, relatifs à une distance r voisine de l'échelle de TAYLOR λ_g proche de la limite inférieure de la zone inertielle.

Le chapitre suivant présente quelques résultats pour les ordres supérieurs pairs, jusqu'à 18 dans le cas du jet $R_\lambda = 850$; nous pensons en effet que ceux-ci indiquent une tendance correcte de la pente du moment pour plusieurs raisons. L'étude des courbes de densité de probabilité montre que l'extrapolation exponentielle utilisée permet la fermeture des ailes des intégrantes jusqu'à l'ordre 14; bien que la valeur de chaque moment calculée à partir des densités extrapolées soit environ 30 % supérieure à la valeur non extrapolée les pentes déduites de ces moments extrapolés restent très voisines de celles estimées avec les moments non extrapolés. Comme le signal de vitesse turbulente semble de plus borné il apparait que les pentes déduites de ces ordres très élevés apparemment non convergés peuvent être tout à fait correctes. Ceci est confirmé par le tracé des résultats obtenus lorsque seulement une partie du fichier est utilisée pour le calcul, qui montre que le relevé des pentes est très peu affecté même si les valeurs numériques de chaque moment sont très différentes; on note en fait l'apparition d'oscillations qui rendent l'estimation des pentes de plus en plus délicate : ainsi lorsque seulement un dixième du fichier total est utilisé celle-ci devient pratiquement impossible.

Ces constatations montrent donc que l'on peut accorder un certain crédit aux résultats pour les ordres supérieurs à 12; comme l'erreur instrumentale estimée à partir des courbes de densité de probabilité croit également beaucoup avec l'ordre, nous ne retiendrons que l'aspect qualitatif de la tendance indiquée par l'évolution de ces moments.

Nous terminons ce troisième chapitre par une remarque concernant la fréquence d'échantillonnage. TENNEKES et WYNGAARD (1972) suggèrent que le calcul des courbes de distribution devrait être effectué avec des points statistiquement indépendants, ce qui nécessiterait des fréquences d'échantillonnage très basses. Outre le problème lié au transfert des hautes fréquences du signal vers les basses dans l'espace spectral, le recours à de telles fréquences multiplierait par un facteur élevé le temps d'acquisition et serait donc très ennuyeux vis-à-vis de la stabilité des écoulements et de l'appareillage électronique.

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DES MOMENTS D'ORDRES ELEVES DE LA FONCTION DE STRUCTURE

A) DEFINITION DE LA ZONE INERTIELLE

1. Moment d'ordre trois
2. Moment d'ordre deux
3. Moment d'ordre six. Détermination de la valeur du paramètre μ.

B) FONCTIONS DE STRUCTURE D'ORDRES ELEVES

C) LOIS QUADRATIQUE OU LINEAIRE : PRESENTATION DE VASILENKO ET AL.

D) CONCLUSIONS SUR L'ETUDE DES FONCTIONS DE STRUCTURE

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus pour les moments d'ordres élevés -jusqu'à l'ordre 12 - des fonctions de structure de la vitesse. Les deux objectifs que nous voulons atteindre : d'une part la détermination d'une valeur fiable du paramètre d'intermittence μ, et d'autre part une meilleure connaissance de la distribution statistique des structures dissipatives, reposent sur l'identification du comportement inertiel de ces moments à des fonctions puissance.

Il était pour cela indispensable de s'assurer de la fiabilité des valeurs numériques de chacun d'eux, ce que nous avons fait dans la seconde partie du chapitre précédent; il faut également délimiter très exactement la zone inertielle pour chacune des conditions expérimentales. Celles-ci, conduites en souffleries, ne permettent en effet pas d'atteindre des nombres de REYNOLDS suffisamment élevés pour que la fonction puissance - ou portion linéaire en tracé logarithmique - soit très bien définie et identifiable sans ambiguïté; l'utilisation de l'hypothèse de TAYLOR dans ces écoulements à taux de turbulence assez fort provoque, pour les moments d'ordres supérieurs à dix, l'apparition d'oscillations qui rendent cette détermination encore plus délicate.

Nous avons donc envisagé de délimiter précisément la zone inertielle préalablement à la recherche des pentes, en utilisant les critères les plus précis et les plus objectifs possible. C'est ce à quoi est consacrée la première partie de ce chapitre, dans laquelle nous présentons également le paragraphe relatif à la détermination de la valeur de μ, car les démarches sont identiques.

Les deuxième et troisième parties comparent les prédictions des deux modèles : la deuxième partie, par l'estimation des pentes des moments et leur variation avec l'ordre p; la troisième, par une normalisation appropriée des moments de différents ordres exposée par VASILENKO (1975), permet de différencier un comportement quadratique d'un linéaire en fonction de l'ordre p sans calcul des pentes. Enfin, nous concluerons en comparant les résultats de ces deux démarches avec les expérimentations antérieures qui, rappelons le, avaient toutes été limitées aux moments d'ordres 8 ou 9[§], faute de moyens numériques suffisants : fichiers de données trop petits pour permettre la convergence des moments d'ordres supérieurs, et temps de calcul prohibitifs.

A) DEFINITION DE LA ZONE INERTIELLE

L'analyse des résultats numériques repose sur la recherche, pour les distances situées dans la zone inertielle, d'un comportement en loi puissance de chaque moment. Les nombres de REYNOLDS R_λ offerts par les écoulements de soufflerie, relativement faibles, ne permettent pas à cette zone inertielle de se développer sur plus d'une décade; il est donc nécessaire de définir précisément ses limites avant de chercher à identifier un comportement en loi puissance.

Les critères retenus à cette fin doivent être les plus précis et objectifs possible, en particulier ne pas être affectés par le phénomène d'intermittence ce qui ferait intervenir le paramètre μ et les modèles développés à partir de différentes hypothèses de distribution des structures dissipatives. Parmi

---

§ Une exception est VASILENKO (1975), mais la fiabilité de ces résultats n'a pas été démontrée.

les moments des fonctions de structure de la vitesse, celui d'ordre trois présente l'avantage de ne pas être modifié par le phénomène étudié; c'est donc lui que nous avons retenu, de préférence à celui d'ordre deux qui est généralement choisi. Ce dernier est en effet - quoique faiblement - affecté par l'intermittence, et nous verrons plus loin que ceci peut conduire à des zones inertielles notablement différentes selon que l'on recherche la pente déduite des hypothèses K41 (égale à 2/3) qui ne prennent pas en compte la nature intermittente des structures dissipatives, ou l'une de celles prédites par le modèle lognormal (égale à 0.69) ou le β modèle (égale à 0.73) calculées avec la valeur du paramètre μ estimée plus loin ($\mu = 0.2$). Le problème serait évidemment le même si l'on utilisait le spectre d'énergie; son exposant est en effet affecté par l'intermittence de la même façon que le moment d'ordre deux, puisque l'un et l'autre se correspondent par transformation de FOURIER.

1. Moment d'ordre trois

Le comportement inertiel du moment d'ordre trois de la fonction de structure est donné par

$$\langle (u(x + r) - u(x))^3 \rangle = - C_3 \langle \varepsilon \rangle r \qquad \text{(IV-1)}$$

où la constante C_3 est égale à 4/5 si l'on suppose la turbulence localement isotrope.

Ce résultat simple, lié à l'équation de KARMAN-HOWARTH, n'est pas altéré par l'intermittence interne; en effet les deux modèles théoriques prévoient que la correction apportée à la loi en p/3 déduite des hypothèses K41 est nulle pour ce moment d'ordre trois.

La relation (IV-1) présente de plus l'avantage de définir la valeur du coefficient multiplicatif C_3, universel en turbulence isotrope. Il est donc intéressant de comparer les résultats expérimentaux à cette quantité théorique, comme test de l'isotropie des trois écoulements turbulents étudiés. Rappelons notamment que le modèle K41, ainsi que ceux développés plus tard pour prendre en compte le phénomène d'intermittence, suppose la turbulence localement isotrope.

Si l'on normalise dans l'égalité (IV-1) les vitesses par la vitesse de KOLMOGOROV v_k, définie par $v_k = (\nu\langle\varepsilon\rangle)^{1/4}$, et les longueurs par l'échelle de KOLMOGOROV η, définie par $\eta = (\nu^3/\langle\varepsilon\rangle)^{1/4}$, on obtient

$$\frac{\langle(u(x+r) - u(x))^3\rangle}{v_k^{\,3}} = -\frac{4}{5}\,\frac{r}{\eta} \qquad \text{(IV-2)}$$

Nous avons donc tracé, en coordonnées logarithmiques, les variations de la quantité sans dimension

$$\frac{\langle(\Delta u(r))^3\rangle}{v_k^{\,3}}\left(\frac{r}{\eta}\right)^{-1}$$

en fonction de r/η, afin de rechercher l'existence d'un plateau caractéristique de la zone inertielle. Cette méthode est beaucoup plus précise que le tracé de la fonction

$$\frac{\langle(\Delta u(r))^3\rangle}{v_k^{\,3}} \quad ,$$

puis la recherche dans cette courbe d'une portion linéaire de pente égale à 1 : les écarts à la loi puissance sont mieux mis en évidence, et la valeur de la constante C_3 est très bien définie.

L'examen des deux courbes, présentées respectivement sur les figures (IV-1) et (IV-2), obtenues sur l'axe du jet axisymétrique, à R_λ = 535 et 25 diamètres de la buse, et à R_λ = 850 et 35 diamètres de la buse, montre l'existence de plateaux qui s'étendent sur les zones $35 \leqslant r/\eta \leqslant 80$ pour le premier cas et $30 \leqslant r/\eta \leqslant 100$ pour le second. Si l'on prend également en compte les points s'écartant de 2 % du niveau moyen, on peut étendre celles-ci à $25 \leqslant r/\eta \leqslant 105$ et $20 \leqslant r/\eta \leqslant 150$ respectivement. Ce sont ces dernières délimitations que nous avons retenues pour chacune de ces deux conditions expérimentales.

Les valeurs numériques de la constante C_3 sont remarquablement proches de la quantité théorique attendue; en particulier pour la condition R_λ = 535, la valeur obtenue égale à 0.70 (figure IV-1) montre que, bien que l'on ne soit qu'à 25 diamètres de la buse, la condition d'isotropie locale est très bien satisfaite. Ceci permet donc de confirmer a posteriori le bien fondé des mesures effectuées en ce point. Pour la condition R_λ = 850, nous avons obtenu la valeur 0.82 (figure IV-2), en très bon accord avec la condition imposée par l'isotropie locale.

Ces résultats constituent également une certaine validation de l'expression retenue pour le calcul de la dissipation $\langle\varepsilon\rangle$, qui suppose le principe d'isotropie locale satisfait :

$$\langle\varepsilon\rangle = 15\nu U^{-2} \langle(\frac{\partial u}{\partial t})^2\rangle ,$$

et confirment ainsi les quantités calculées pour les différentes échelles caractéristiques de ces écoulements.

Dans le cas de l'écoulement en canal plan, cette démarche conduit à une valeur de la constante C_3 égale à 1.40, très

différente de celle attendue. Nous avons pensé que cela pouvait traduire un écart au principe d'isotropie locale de cet écoulement, ce qui avait été remarqué par COMTE-BELLOT (1965) lors de mesures de λ_f et λ_g effectuées dans la configuration originelle de la soufflerie. A la distance x/d = 90 équivalente à la nôtre actuelle (x/d = 59), ces mesures montrent une tendance vers l'isotropie locale lorsque l'on se déplace jusqu'au centre du canal (y/d = 1); l'écoulement ne serait en fait pleinement développé qu'au delà de l'abscisse x/d = 118, mais une telle condition expérimentale ne peut plus actuellement être atteinte.

Nous avons cependant, à titre de vérification, développé cette méthode du moment d'ordre trois au centre du canal : il se confirme une nette tendance vers l'isotropie locale puisque nous avons alors obtenu la valeur 1, au lieu de 1.40 à y/d = 0.4.

Ceci nous a conduits à recalculer les échelles de vitesse et de longueur de KOLMOGOROV qui vérifient le concept d'isotropie locale. Pour différentes distances r comprises dans la zone inertielle (plateau) définie précédemment avec la valeur 1.40, nous avons recalculé à partir du moment d'ordre trois la dissipation moyenne $<\varepsilon^*>$ isotrope :

$$<\varepsilon^*> = - \frac{<(\Delta u(r))^3>}{4/5 \quad r}$$

Avec cette quantité nous avons alors évalué les échelles de KOLMOGOROV isotropes ν_k^* et η^*.

L'utilisation de celles-ci pour le tracé des courbes de la figure (IV-3) ne modifie en rien la délimitation du plateau inertiel : d'après l'équation (IV-1), celui-ci sera en effet

constitué des mêmes points expérimentaux que ceux déterminés avec l'utilisation de $<\varepsilon>$. Seule la graduation de l'échelle horizontale r/η est affectée, ainsi que les niveaux des plateaux (ordres trois, deux et six, voir la suite de cette première partie) mis en évidence. Ces derniers coincident alors avec ceux trouvés dans le jet, à $R_\lambda = 535$ et $R_\lambda = 850$ (figures (IV-1), (IV-2) et (IV-3)).

Le tracé de la fonction

$$\frac{<(\Delta u(r))^3>}{v_k^{*3}} \left(\frac{r}{\eta^*}\right)^{-1}$$

conduit à un plateau très large (figure (IV-3)) situé jusqu'en des valeurs de r/η^* élevées par rapport à celles obtenues dans le jet à des nombres de REYNOLDS très voisins. Nous avons donc quelque peu écourté la délimitation de la zone inertielle par rapport à ce plateau, ce qui permet de mieux recouper le résultat du moment d'ordre deux (voir la suite de cette première partie), de mieux situer l'échelle de TAYLOR λ_g et le quart de l'échelle intégrale $l_0/4$ par rapport à la zone inertielle, et d'être en meilleur accord avec les limites définies dans le jet pour des nombres de REYNOLDS voisins. Les distances situées dans la zone inertielle s'échelonnent donc dans la gamme $30 \leqslant r/\eta^* \leqslant 130$.

La valeur 0.80 de la constante C_3 pour ces distances r/η^* (figure (IV-3)) est alors imposée par la méthode de calcul des grandeurs isotropes $<\varepsilon^*>$, η^* et v_k^*.

2. Moment d'ordre deux

Nous avons utilisé la même technique de normalisation pour le moment d'ordre deux, afin de comparer les résultats quant aux limites de la zone inertielle, mais aussi d'estimer avec plus de précision la valeur de l'exposant ξ_2 de la fonction puissance; l'écart par rapport à la quantité déduite des hypothèses K41, dû à la prise en compte de l'intermittence, est en effet faible, $\mu/3$ pour le β modèle et $\mu/9$ pour le modèle lognormal.

Le moment d'ordre deux vérifie l'égalité

$$<(u(x + r) - u(x))^2> = C_2^* \; r^{\xi_2} <\varepsilon>^{2/3}$$

Celle-ci, en normalisant les vitesses par celle de KOLMOGOROV et les distances r par l'échelle de longueur de KOLMOGOROV, devient

$$\frac{<(\Delta u(r))^2>}{v_k^2} = C_2 \left(\frac{r}{\eta}\right)^{\xi_2} \qquad \text{(IV-3)}$$

où la constante adimensionnelle C_2 est définie par $C_2 = C_2^* \; \eta^{-\mu_{2/3}}$, ξ_2 est l'exposant recherché ($\xi_2 = 2/3$ pour K41, $\xi_2 = 2/3 + \mu/9$ pour le modèle lognormal et $\xi_2 = 2/3 + \mu/3$ pour le β modèle) et $\mu_{2/3}$ désigne la correction apportée par la prise en compte de l'intermittence à l'exposant 2/3.

Le tracé des fonctions du type

$$\frac{<(\Delta u(r))^2>}{v_k^2} \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-\xi_2}$$

pour les trois modèles théoriques évoqués (figures (IV-1) et (IV-2)), en donnant à la constante μ la valeur 0.2 estimée expérimentalement (voir le prochain paragraphe), montre l'existence de plateaux bien marqués. Dans les deux conditions expérimentales du jet axisymétrique, ces trois plateaux s'étendent sur une zone plus large que la zone inertielle définie précédemment avec le moment d'ordre trois.

L'influence de l'exposant est de ce point de vue très importante puisque, de la valeur de ξ_2 égale à 2/3 à celle égale à 0.73, on constate un déplacement de la portion réellement plane vers les petites valeurs de r/η. Il est ainsi intéressant de constater que la détermination des limites de la zone inertielle à l'aide de l'exposant 2/3, qui est une méthode fréquemment employée, conduit à un important décalage vers les grandes valeurs de r/η par rapport à celles déterminées à partir du moment d'ordre trois. Le coefficient correcteur apporté par l'intermittence, quoique numériquement petit, a donc une contribution très importante qui malheureusement a souvent été sous estimée et qui traduit l'effet non négligeable qu'a l'intermittence sur ce moment d'ordre le plus faible, ainsi qu'évidemment sur son équivalent spectral.

Il est quelque peu surprenant de constater que, pour les trois exposants retenus dans la présentation des courbes, la zone inertielle définie par le plateau et autorisant 2 % d'écart par rapport à celui-ci est nettement plus large que celle déduite du moment d'ordre trois. Tous les moments, quelque soit leur ordre et la parité de celui-ci, devraient en effet impliquer la même définition de la zone inertielle.

Les résultats présentés par VAN ATTA et CHEN (1970) avaient également montré cette différence entre les zones inertielles définies à partir des moments d'ordre deux et trois. Les mesures, effectuées dans la couche limite au-dessus de l'océan, montrent que la portion linéaire du moment d'ordre trois de pente 1 est beaucoup moins étendue que celle présentée par le moment d'ordre deux. Si l'on considère la zone inertielle déduite de l'ordre trois, l'exposant ξ_2 est égal à 0.72; alors que si l'on trace la meilleure pente sur tous les points de la portion quasi-linéaire de l'ordre deux, cet exposant prend la valeur 2/3. Les données obtenues par ANTONIA et al.(1982a) dans un jet axisymétrique à nombre de REYNOLDS voisin des nôtres ($R_\lambda \simeq 1000$), ne montrent au contraire aucune différence entre ces deux méthodes de délimitation de la zone inertielle; le comportement du moment d'ordre deux indique un exposant voisin de 2/3, c'est-à-dire non influencé par le phénomène d'intermittence à petite échelle.

Nous avons retenu pour cet exposant la valeur 0.71 - intermédiaire entre les prédictions lognormale et du β modèle calculées avec la valeur de μ estimée plus loin - qui définit un plateau recouvrant la zone inertielle déterminée à partir du moment d'ordre trois, quoique plus large. Il faut de ce point de vue souligner que seule la présentation normalisée utilisée dans les figures (IV-1), (IV-2) et (IV-3) permet de définir avec suffisamment de précision les limites de la zone inertielle et d'estimer la valeur de l'exposant qui convient le mieux pour le moment d'ordre deux.

Dans l'écoulement en canal plan, la normalisation du moment d'ordre deux avec les échelles de KOLMOGOROV isotropes définies précédemment conduit (figure (IV-3)) aux mêmes résultats quant à l'influence de l'exposant ξ_2 sur la position du plateau servant à définir la zone inertielle. Nous avons également retenu la valeur 0.71 pour délimiter celle-ci : l'utilisation des échelles isotropes, si elle avait permis de retrouver la constante C_3 prédite par la condition d'isotropie, avait considérablement étendu la largeur du plateau. La zone inertielle ainsi définie, beaucoup plus étendue que celle obtenue dans le jet axisymétrique à des nombres de REYNOLDS voisins, n'avait alors pas été retenue. C'est pourquoi nous utilisons les résultats du moment d'ordre deux, avec le même exposant que celui estimé dans le jet, pour la délimitation de celle-ci : elle se situe pour les valeurs de r/η^* comprises dans la gamme $30 \leqslant r/\eta^* \leqslant 130$.

La constante multiplicative C_2 qui est définie par l'équation (IV-3) est, pour les trois conditions d'écoulement, voisine de 2.2. Ceci conduit à la valeur 0.55 pour la constante de KOLMOGOROV α_1 du spectre longitudinal . On a en effet (MONIN et YAGLOM 1975 - pages 110 et 355) $\alpha_1 = C_2/4.02$. Nous avons bien sûr choisi la valeur correspondant à l'exposant 2/3, c'est-à-dire à la théorie K41 qui a introduit cette constante.

3. Moment d'ordre six. Détermination de la valeur du paramètre μ.

La valeur du paramètre d'intermittence μ a été évaluée à partir du moment d'ordre six. Celui-ci présente en effet deux propriétés très intéressantes :

- les exposants ξ_6 prédits par le modèle lognormal et le β modèle sont identiques, égaux à $2 - \mu$; ceci affranchit donc le résultat de tout choix a priori de modèle;

- ce moment s'identifie avec celui des corrélations de la dissipation (FRISCH et al. 1978) selon l'égalité

$$< (u(x + r) - u(x))^6 > \alpha <\varepsilon(x + r)\varepsilon(x)> r^2$$

Cette relation est très intéressante puisqu'elle permet de relier le comportement d'une quantité dissipative (la corrélation de dissipation) à celui d'une quantité inertielle (la fonction de structure); elle met également en parallèle la méthode utilisée ici pour la détermination de la constante μ avec la technique la plus souvent employée à cette fin.

Nous avons tracé sur les figures (IV-1), (IV-2) et (IV-3) les fonctions normalisées

$$\frac{<(\Delta u(r))^6>}{V_k^{\,6}} \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-\xi_6}$$

pour des valeurs de ξ_6 égales à 1.75, 1.80 et 1.85; ceci permet de mieux comparer les comportements inertiaux respectifs des moments d'ordre deux, trois et six pour lesquels les résultats sont très sensibles à la délimitation de la zone inertielle. Le moment d'ordre six ainsi normalisé ne montre pas l'existence d'un véritable plateau, néanmoins les trois courbes obtenues présentent une symétrie par rapport au point central de la zone inertielle. La valeur de ξ_6 égale à 1.80 parait la mieux convenir, c'est pourquoi nous retiendrons pour μ la valeur $\mu = 0.2 \pm 0.05$.

Ce résultat dépend énormément du choix de la zone inertielle, ainsi une définition de celle-ci décalée vers des valeurs r/η plus petites conduirait à un exposant ξ_6 plus grand (1.90 à 1.95); alors que si l'on déplaçait celle-ci vers les grandes valeurs de r/η, l'exposant ξ_6 diminuerait fortement (1.60 à 1.65). En particulier une zone inertielle définie à partir de l'exposant 2/3 pour le moment d'ordre deux ($60 \lesssim r/\eta \lesssim 200$ dans le cas du jet)révèle un plateau très bien marqué avec la valeur de μ égale à 0.35.

Notre évaluation de la constante μ à 0.2 est en remarquable bon accord avec les résultats obtenus par ANTONIA et al. (1982b) à partir des corrélations de dissipation non centrées et par FRENKIEL et KLEBANOFF (1975) à l'aide de la relation asymptotique de la variance de $\ln \varepsilon_r$ ($\sigma^2 = A + \mu \ln(L/r)$, où L est une échelle de longueur représentative des tourbillons énergétiques et A une constante dépendant des grosses structures de l'écoulement) proposée par KOLMOGOROV (1962) et OBUKHOV (1962). Il faut noter que ANTONIA et al.(1982b) ont été les premiers à proposer le calcul des corrélations avec la dissipation non centrée $\varepsilon(x)$ et on peut dire de ce point de vue que les résultats expérimentaux obtenus sur les corrélations de la fluctuation ε' ou sur le comportement inertiel du spectre de ε - deux méthodes spectralement équivalentes qui ont le plus souvent conduit à des valeurs de μ égales à 0.5 - confirment la valeur estimée ici, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment.

Les résultats obtenus par VAN ATTA et PARK (1971) et par MESTAYER (1980), également à partir du moment d'ordre six, diffèrent cependant de celui-ci pour la valeur de la constante μ : les premiers ont abouti à μ égal à 0.5, alors que le second propose une valeur voisine de 0.35

Les calculs effectués par VAN ATTA et PARK (1971) portaient, dans un écoulement à nombre de REYNOLDS R_λ élevé voisin de 3000, sur des enregistrements contenant 615 000 échantillons, ce qui semble insuffisant pour assurer la convergence statistique des moments d'ordre six relatifs aux petites distances de la zone inertielle. Si, pour les plus grandes valeurs de r comprises dans celle -ci les courbes de densité de probabilité montrent que la convergence des moments est assurée, pour les plus petites valeurs de r de la zone inertielle - qui s'étend sur presque trois décades à ces nombres de REYNOLDS - les auteurs indiquent seulement que les intégrantes atteignent à peine leurs maxima dès les ordres supérieurs ou égaux à cinq. Les courbes des figures (III-11) et (III-12) montrent qu'à des nombres de REYNOLDS voisins de 500, 3×10^6 échantillons sont nécessaires à la convergence du moment d'ordre six pour les plus petites valeurs de r de la zone inertielle, soit cinq fois plus que ce dont disposaient VAN ATTA et PARK. Nous avons dans cette optique tracé les résultats obtenus pour différents ordres des moments en prenant en compte seulement une partie du fichier de données. Quand le nombre d'échantillons utilisés pour le calcul ne représente que la moitié ou le tiers du fichier total, les valeurs des pentes ne semblent pas beaucoup affectées, quoique pour chaque valeur de r, la valeur numérique du moment soit altérée. Les courbes présentent de fortes oscillations qui s'amplifient de plus en plus quand le nombre des échantillons considérés diminue. Ainsi, lorsque l'on n'utilise qu'un dixième du fichier, l'estimation d'une pente devient pratiquement impossible.

Les courbes des moments d'ordres pairs obtenues par MESTAYER dans les mêmes conditions expérimentales que les nôtres (mesures en un point de la vitesse longitudinale avec un fil

droit, et utilisation de l'hypothèse de TAYLOR) dans une couche limite révèlent l'existence d'une zone de comportement en fonction puissance très largement développée; les moments d'ordres impairs possèdent quant à eux une bosse semblable un petit peu à celle que l'on remarque dans le cas du canal (figure (IV-3)).

L'estimation des pentes sur la zone des moments d'ordres pairs conduit, par l'intermédiaire de celui d'ordre six, à μ égal à 0.34; alors que si l'on définit la zone inertielle comme la région de pente égale à 1 de l'ordre trois, on obtient une valeur de μ voisine de 0.25, beaucoup plus faible. Il se présente donc de nouveau une incertitude sur la valeur de μ, et plus généralement sur l'estimation de toutes les pentes, liée uniquement à la délimitation de la zone inertielle. Ces pentes ont semble-t-il été déduites des zones de "meilleure pente", c'est-à-dire sans délimitation précise de la zone inertielle; le moment d'ordre deux induit alors une zone bien plus large que la réalité, puisqu'il ne présente pas - au contraire de l'ordre trois - de bosse qui tend à la limiter.

Ceci démontre bien tout l'intérêt que présente une définition précise des limites de la zone inertielle, préalable à la recherche des comportements en loi puissance. Le recours à des critères indépendants des modèles d'intermittence et à des présentations normalisées qui permettent de faire apparaître des plateaux est pour cela tout à fait indispensable; les résultats très précis obtenus dans cette première partie permettent donc d'assurer que les pentes estimées dans la prochaine pour les moments d'ordres élevés (jusqu'à 12) sont tout à fait fiables. Cet énorme progrès ainsi réalisé par rapport aux études antérieures, qui s'étaient limitées aux ordres 8 et 9, permet alors

d'envisager le deuxième but de cette étude : obtenir le maximum de renseignements sur la distribution statistique des structures dissipatives par l'étude des moments d'ordres élevés; la limitation aux ordres 8 ou 9 par exemple étant insuffisante pour différencier celles qui sont à la base du modèle lognormal et du β modèle, comme nous le verrons dans la prochaine partie de ce chapitre.

B) FONCTIONS DE STRUCTURE D'ORDRES ELEVES

Le tracé des fonctions de structure d'ordres élevés de la vitesse permet d'obtenir des renseignements importants sur la distribution des structures dissipatives turbulentes, et notamment de comparer celle-ci à celles des modèles théoriques que proposent le modèle lognormal ou le β modèle. Ainsi que nous l'avons vu dans le second chapitre de ce travail, le modèle lognormal conduit à un comportement quadratique des exposants ξ_p des lois de puissance avec l'ordre p, $<(\Delta u(r))^p> \alpha r^{\xi_p}$, ($\xi_p = p/3 - \mu p(p - 3)/18$), alors que le β modèle conduit à une loi linéaire ($\xi_p = p/3 - \mu(p - 3)/3$). Ces deux modèles font bien sûr intervenir la constante μ; aussi nous ne les envisagerons qu'avec la valeur de μ égale à 0.2 obtenue dans la précédente partie, avec semble-t-il toutes les précautions indispensables à sa fiabilité.

L'ordre critique p_c au-delà duquel le modèle quadratique devient une fonction décroissante de l'ordre p est alors égal à 16.5 ($p_c = \frac{3(\mu + 2)}{2\mu}$). Il n'a malheureusement pas pu être atteint avec toutes les garanties de fiabilité nécessaires, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent. Nous verrons que

l'ordre 12 atteint expérimentalement avec précision est cependant suffisant pour différencier sans ambiguïté le comportement quadratique du linéaire, et les comparer avec les résultats expérimentaux. Nous avons également pris en compte, dans le cas du jet $R_\lambda = 850$, les moments d'ordres supérieurs, jusqu'à 18 : compte tenu des remarques faites au chapitre précédent sur l'estimation des pentes pour des moments non convergés, on peut en effet raisonnablement penser que pour les ordres 14, 16 et 18 la tendance mise en évidence n'a pas été inversée par la mauvaise convergence des calculs numériques.

Les figures (IV-4), (IV-5) et (IV-6) présentent donc respectivement :

- dans le cas du jet, $R_\lambda = 535$, les moments normalisés

$$\frac{<(\Delta u(r))^p>}{<u^2>^{p/2}}$$

tracés en diagramme logarithmique en fonction de la distance normalisée r/η, pour les ordres p = 7,8,9,10 et 12.

- dans le cas du jet, $R_\lambda = 850$, les ordres p = 8,10,12,14,16 et 18

- dans le cas du canal, $R_\lambda = 515$, la distance normalisée étant r/η^*, les ordres p = 7,8,9,10,12 et 14.

Les résultats du canal révèlent un comportement en loi puissance dans la zone inertielle précédemment définie, y compris pour la fonction de structure d'ordre 14. Pour les deux conditions expérimentales du jet, on remarque au contraire des oscillations qui apparaissent dès l'ordre 10 et qui s'amplifient avec les ordres croissants. Pour les ordres 14, 16 et 18 le problème de la non convergence doit certes avoir une certaine importance,

mais l'origine principale des oscillations se trouve dans l'utilisation quelque peu abusive de l'hypothèse de TAYLOR dans ces écoulements à taux de turbulence élevé, voisin de 25 %. Il est intéressant de noter que ces oscillations se reproduisent à chaque doublement d'échelle.

Si dans le cas du canal l'estimation des pentes pour les points compris dans la zone inertielle peut se faire "à l'oeil nu" sans ambiguïté, les oscillations présentes dans le cas du jet rendent celle-ci beaucoup plus délicate. Nous avons donc utilisé trois méthodes différentes pour le calcul des pentes dans les trois conditions expérimentales, afin de vérifier la fiabilité de chacune :

- estimation de la meilleure pente "à l'oeil nu", prenant en compte tous les points situés dans la zone inertielle. On remarque alors que les premier et dernier points de celle-ci sont décollés de la droite retenue dans le cas du canal (pour le jet il y a bien sûr les oscillations), traduisant un léger écart à la loi puissance;

- estimation de la pente par la méthode des moindres carrés, excluant ces deux points limites de la zone inertielle;

- estimation de la pente par la méthode des moindres carrés, incluant aux points de la zone inertielle le premier à l'extérieur de celle-ci pour les petites et les grandes distances; ces deux points supplémentaires sont très proches des limites de la zone inertielle.

De ces trois méthodes nous avons constaté avec quelque

surprise (tableau (IV-2)) que, si la première et la dernière méthodes conduisaient à des résultats très concordants pour les trois conditions expérimentales, la seconde menait à des pentes systématiquement supérieures aux deux autres. Cette erreur provient en fait de la non convergence de la méthode d'estimation par les moindres carrés, parce qu'employée sur un nombre insuffisant de points. Nous avons donc retenu pour la constitution du tableau (IV-1) la moyenne des deux résultats corrects.

Nous avons également tracé sur les figures (IV-4), (IV-5) et (IV-6) les droites correspondant aux pentes prédites par le modèle lognormal et le β modèle, pour l'ordre 8 et l'ordre 12. On constate que pour la fonction de structure d'ordre 8, qui constituait la limite atteinte de façon fiable par les études antérieures, il est impossible de trancher définitivement entre les deux modèles théoriques d'intermittence. A l'inverse, la fonction de structure d'ordre 12 montre que les points expérimentaux de la zone inertielle s'alignent nettement mieux sur la prévision lognormale que sur celle du β modèle, ces deux théories étant alors bien distinctes pour cet ordre.

Il faut à nouveau remarquer l'importance d'une délimitation précise et objective de la zone inertielle sur les résultats présentés ici. Ainsi, la définition de celle-ci vers des distances r légèrement plus faibles aurait conduit à des jugements tout à fait opposés : pour la fonction de structure d'ordre 12, c'est alors la pente du β modèle qui aurait le mieux représenté les points expérimentaux.

La figure (IV-7) présente l'évolution de l'exposant ξ_p avec l'ordre p pour les trois conditions expérimentales; elle

reprend les résultats du tableau (IV-1) et comprend de plus les prédictions des modèles lognormal, K41 et β modèle, ainsi que les résultats expérimentaux antérieurs de MESTAYER (1980), VASILENKO et al. (1975), VAN ATTA et PARK (1971) et ANTONIA et al. (1982a).

Les résultats des trois présentes conditions expérimentales sont remarquablement bien cohérents entre eux, y compris à l'ordre 14. Si jusqu'à l'ordre 8, ainsi que nous l'avons déjà remarqué sur les tracés des fonctions de structure, aucune conclusion n'est possible quant à la validité de l'un ou l'autre des deux principaux modèles théoriques, les ordres supérieurs excluent définitivement le β modèle dont la croissance linéaire est nettement trop rapide; le modèle lognormal représente au contraire très bien l'évolution des pentes expérimentales jusqu'à l'ordre 12 inclus. Pour les ordres supérieurs il apparait un écart important à ce modèle - rappelons que l'on ne peut accorder à ces points expérimentaux d'ordres supérieurs à 12 qu'une valeur qualitative puisque la convergence des moments n'est plus assurée - comme la décroissance du modèle lognormal au delà de l'ordre 16 ne semble pas confirmée expérimentalement.

Si le modèle linéaire est assurément mis en défaut, il apparait que le modèle lognormal n'est qu'un bonne approximation de la réalité physique, dont les conséquences sur le comportement des moments des fonctions de structure d'ordres élevés sont très bien vérifiées jusqu'à l'ordre 12. L'écart pour les ordres supérieurs suggère que pour ces ordres le développement à l'ordre deux de la véritable loi que constitue le modèle quadratique n'est plus suffisant. Celle-ci est sûrement de nature plus compliquée, puisque le modèle lognormal est le seul modèle quadratique qui puisse vérifier à la fois les propriétés des moments d'ordre trois

($\xi_3 = 1$) et six ($\xi_6 = 2 - \mu$). Ainsi, dans un modèle généralisant le modèle lognormal de YAGLOM (1966), NOVIKOV (1970) a obtenu pour les moments de la variable aléatoire $e_{r,l} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_l}$ la relation

$$<(e_{r,l})^p> \alpha(\frac{l}{r})^{\mu_p}$$

où les coefficients μ_p sont tels que $\mu_1 = 0, \mu_2 = \mu$ et $\forall p > 2$, $\mu_p \leqslant p + \mu - 2$. Dans le cas particulier où $\alpha_{r,2r}$ aurait une densité de probabilité constante, égale à 1/2, NOVIKOV (1970) montre alors que μ_p serait donné par $\mu_p = p - \log_2(p + 1)$. Même si à la limite, lorsque le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini, le logarithme de la variable $e_{r,l}$ est une variable gaussienne, on peut envisager de nombreuses distributions différentes de celle du modèle lognormal dont seuls les moments d'ordres très élevés des fonctions de structure s'écarteront du modèle quadratique.

Les conclusions de ce chapitre sont toutes dépendantes de l'estimation de pentes, ce qui pour les deux cas du jet est quelque peu délicat. Il existe une présentation des résultats différente, dûe à VASILENKO et al.(1975), qui nous affranchit du calcul de ces pentes. Nous la présentons donc dans la prochaine partie, parce qu'elle permet de différencier un modèle linéaire d'un quadratique sans estimation de pente et sans aucune hypothèse sur les coefficients apparaissant dans ces deux types de lois.

C) LOIS LINEAIRE OU QUADRATIQUE : PRESENTATION DE VASILENKO ET AL. (1975)

La technique de normalisation et de présentation de différents moments entre eux décrite ici offre plusieurs propriétés intéressantes. Si l'on cherche à vérifier expérimentalement un comportement

en loi puissance pour les moments d'ordre p d'une variable aléatoire, cette démarche permet en effet de différencier une évolution quadratique d'une linéaire en p sans faire intervenir la valeur des coefficients apparaissant dans ces lois; cela nous affranchit donc de la détermination préalable de la valeur de la constante μ. De plus, cette méthode est appliquée directement aux fonctions de structure pour les distances r de la zone inertielle, ce qui dispense de l'estimation des pentes.

Nous recherchons pour les moments des fonctions de structure $<(\Delta u(r))^p>$ un comportement inertiel en loi puissance, soit

$$<(\Delta u(r))^p> \alpha\ r^{\xi_p} \quad , \text{ où } \quad \xi_p = p/3 - \mu_{p/3}$$

Nous savons que le modèle lognormal prévoit une loi quadratique pour la fonction $\mu_{p/3}$,

$$\mu_{p/3} = \mu \frac{p}{18} (p - 3) \ ,$$

alors que le β modèle prédit une loi linéaire, $\mu_{p/3} = \frac{\mu}{3} (p - 3)$. Définissons les fonctions $\phi_{1p}(r)$ et $\phi_{2p}(r)$, pour une distance r appartenant à la zone inertielle fixée, par

$$\phi_{1p}(r) = <(\Delta u(r))^p> \alpha\ r^{p/3 - \mu_{p/3}}$$

$$(\phi_{2p}(r))^{1/2} = <(\Delta u(r))^{2p}>^{1/2} \ \alpha\ r^{\ p/3 - \frac{1}{2}\mu_{2p/3}}$$

Nous pouvons alors introduire les fonctions $F_{np}(r)$, telles que

$$F_{np}(r) = \frac{<(\Delta u(r))^{np}>}{(\phi_{2p}(r))^{n/2}} \alpha\ r^{-\mu_{np/3} + \frac{n}{2}\mu_{2p/3}} \qquad \text{(IV-4)}$$

Pour n et m, entiers différents, les fonctions $F_{np}(r)$ et $F_{mp}(r)$ sont puissances l'une de l'autre, puisque toutes les deux fonctions puissance de r. Nous pouvons donc définir la constante α_{mn} telle que

$$F_{mp}(r) \alpha (F_{np})^{\alpha_{mn}}$$

Puisque cette constante est indépendante de r, cela conduit à partir de l'équation (IV-4) à l'égalité

$$\mu_{mp/3} - \mu_{np/3}\, \alpha_{mn} + \frac{1}{2} \{n\, \alpha_{mn} - n\}\, \mu_{2p/3} = 0 \qquad \text{(IV-5)}$$

Si l'on suppose que μ_q suit une loi du second degré, alors

$$\mu_q = aq^2 + bq + c$$

et l'équation (IV-5) s'écrit

$$2a\, \{m(m-2) - n(n-2)\alpha_{mn}\}p^2 - 9c\, \{(m-2) - (n-2)\alpha_{mn}\} = 0$$

Enfin, si un modèle quadratique du type lognormal est recherché pour μ_q, la constante c est nulle. Ce qui impose alors

$$2a\, \{m(m-2) - n(n-2)\alpha_{mn}\}\, p^2 = 0$$

et

$$\alpha_{mn} = \frac{m(m-2)}{n(n-2)}$$

Si, au contraire, un modèle linéaire du type β modèle est attendu , alors la constante a est nulle. Et donc

$$9c\ \{m-2-(n-2)\alpha_{mn}\} = 0$$

soit

$$\alpha_{mn} = \frac{m-2}{n-2}$$

Ainsi, le tracé de la grandeur log F_{mp} en fonction de log F_{np} pour les différentes distances r comprises dans la zone inertielle doit conduire à une droite de pente α_{mn}. Si le modèle lognormal est exact, alors la pente sera égale à $\alpha_{mn} = m(m-2)/n(n-2)$; si c'est au contraire le β modèle, celle-ci sera égale à $\alpha_{mn} = (m-2)/(n-2)$.

Cette normalisation des moments entre-eux permet donc de rechercher un résultat indépendant des constantes a,b et c apparaissant dans la loi de variation de μ_q, en particulier de s'affranchir de la détermination préalable de la valeur de la constante μ. Elle est également très intéressante puisqu'elle permet de regrouper sur la même figure les résultats de conditions expérimentales différentes, et de vérifier ainsi la cohérence de ceux -ci entre eux.

Nous avons porté sur la figure (IV-8) log F_{1p} en fonction de log F_{4p} pour les valeurs de p égales à 2 et à 3, ceci associe donc les moments d'ordres 2 et 3 respectivement avec ceux d'ordres 8 et 12. Sur la figure (IV-9) est tracé log F_{1p} en fonction de log F_{3p} pour les valeurs de p égales à 2, 3 et 4, ce qui associe les moments d'ordres 2 et 6, 3 et 9, et 4 et 12 entre eux. Nous avons également indiqué sur chacune de ces deux figures les pentes estimées par la méthode des moindres carrés, ainsi que les prévisions théoriques déduites du modèle lognormal et du β modèle - ce sont respectivement $-\frac{1}{8}$ et $-\frac{1}{2}$ pour α_{14}, et $-\frac{1}{3}$ et - 1 pour α_{13}.

On note que tous les points expérimentaux sont fort bien regroupés pour les ordres les plus bas, preuve de la bonne cohésion des résultats provenant des trois différentes conditions expérimentales; les courbes faisant intervenir le moment d'ordre 12 révèlent cependant une plus grande dispersion des points relatifs à l'écoulement du jet, ce qui ne fait que traduire les oscillations importantes relevées lors du tracé des fonctions de structure.

Les pentes expérimentales sont très voisines de celles déduites d'un modèle quadratique du type lognormal, ce qui confirme les résultats obtenus dans le chapitre précédent par la méthode classique d'étude des moments des fonctions de structure. Leur légère dépendance avec l'ordre semble également indiquer qu'un modèle quadratique n'est qu'une très bonne approximation de la vraie variation, la distribution des structures dissipatives pouvant alors être fort différente d'une lognormale, à relativement faible nombre de REYNOLDS tout du moins.

D) CONCLUSIONS SUR L'ETUDE DES FONCTIONS DE STRUCTURE

Dans cette étude sur les structures dissipatives des écoulements turbulents, nous voulions apporter une réponse claire à deux problèmes essentiels quoiqu'apparament assez limités sur la connaissance des propriétés et de la nature physique de ces structures. Malgré un certain nombre d'études tant expérimentales que numériques, la distribution statistique des structures et la valeur du paramètre d'intermittence μ restent très controversées. Ainsi, les résultats de ANTONIA et al.(1982b) relatifs aux propriétés statistiques de certaines grandeurs liées à la

dérivée longitudinale de vitesse sont en meilleur accord soit avec les prévisions du β modèle soit avec celles du modèle lognormal selon la variable étudiée.

Nous avions fixé à cette étude les deux buts suivants : mesurer le plus précisément possible la constante μ en comprenant pourquoi une grande dispersion existe, et apporter une réponse franche sur la validité de l'un ou l'autre des modèles. Pour atteindre ces deux objectifs, nous nous sommes intéressés au comportement des moments d'ordres élevés de la fonction de structure de la vitesse; ceux-ci sont en effet beaucoup plus accessibles expérimentalement que ceux d'un signal de dérivée de vitesse, et sont nécessaires à l'étude fine de la distribution des structures dissipatives. Comme nous l'avons vu dans ce chapitre, il serait impossible à partir des seuls ordres inférieurs à 8 de différencier les propriétés qui découlent de distributions aussi distinctes que celles qui sont à la base du modèle lognormal et du β modèle. Cette démarche expérimentale procure de plus les critères objectifs qui sont nécessaires à la délimitation précise de la zone inertielle et à la mesure de la constante μ. Grâce à la chaîne de mesure de haute qualité et aux possibilités d'acquisition en temps réel et de calculs numériques performantes dont l'Institut de Mécanique de Grenoble dispose, il nous a été possible d'atteindre avec la fiabilité indispensable les moments d'ordre 12 et d'estimer - ne serait-ce que qualitativement - le comportement des ordres supérieurs jusqu'à 18.

A partir du moment d'ordre 6, pour lequel les prévisions des deux modèles sont identiques, nous avons obtenu pour la constante μ la valeur 0.2. Ce résultat est en très bon accord

avec ceux présentés par ANTONIA et al.(1982b), et FRENKIEL et KLEBANOFF (1975) relatifs à des quantités liées à la dissipation ε, et peut s'identifier à la valeur 0.5 déduite notamment par GAGNE (1980) et GAGNE et HOPFINGER (1979) de l'étude des corrélations des fluctuations de dissipation $\langle\varepsilon'(x + r)\ \varepsilon'(x)\rangle$. Nous avons pu constater à cette occasion la grande influence qu'a la détermination des limites précises de la zone inertielle sur les conclusions expérimentales, phénomène qui avait été sousestimé jusqu'à présent nous semble-t-il.

Nous avons présenté pour les moments d'ordres élevés de la fonction de structure de la vitesse des résultats d'une grande fiabilité qui, en atteignant l'ordre douze, permettent de conclure à l'inexactitude du β modèle; seul le progrès considérable que représente le dépassement de l'ordre huit pouvait conduire, comme nous l'avons déjà souligné, à ce résultat très important. Il semble cependant, au vu des quelques mesures des ordres supérieurs réalisées, que le modèle lognormal ne soit qu'une très bonne approximation du phénomène réel, dont les conséquences sur le comportement des fonctions de structure sont très bien vérifiées expérimentalement jusqu'à l'ordre douze. Il ne s'agit là, rappelons le, que d'une tendance qualitative puisque la convergence des moments n'est assurée que jusqu'à cet ordre douze. Les légères variations des pentes avec l'ordre p observées dans la technique de présentation proposée par VASILENKO et al. (1975) aboutissent également à cette conclusion, en ne faisant intervenir que des moments dont la fiabilité a été assurée.

Ces résultats obtenus dans trois écoulements différents, pour des nombres de REYNOLDS R_λ compris entre 500 et 900, nécessiteraient d'être vérifiés par des mesures effectuées dans des

écoulements à nombres de REYNOLDS plus élevés (voisins de 2000 ou 3000) puisque, rappelons le, toutes les théories statistiques de l'intermittence ne sont en principe valables que pour des nombres de REYNOLDS infinis. Cela permettrait notamment de préciser si la distribution lognormale est foncièrement différente de la réelle, ou si l'écart à cette distribution théorique que nous avons constaté ici n'est dû qu'à la valeur insuffisamment élevée des nombres de REYNOLDS.

† Conditions de mesure des moments de fonction de structure

	y/d	x/ϕ	U_0 ms^{-1}	U ms^{-1}	$\langle u^2 \rangle^{1/2}/U$ %	λ mm	R_λ	η mm	η' mm	L cm	f_K kHz	f_s kHz
Canal	0.4†	---	-----	22.40	6.3	5.52	515	0.123	0.106	7.3	33.5	10
$x/d = 59$	1	---	-----	25.62	4.0	4.9	340	0.135	-----	----		
	---	25†	15.19	4.12	26.6	7.33	535	0.16	-----	17	4.12	7
Jet	---	25	32.04	8.97	24.9	6.02	895	0.10	-----	----	-----	
axisymétrique	---	30	31.87	7.21	26.2	6.24	785	0.11	-----	----	-----	
	---	35†	31.87	6.32	26.7	7.50	850	0.13	-----	24	7.65	15

Tableau III-1 Caractéristiques des conditions expérimentales.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
Jet, R_λ = 535	0.71	1	1.35	1.54	1.80	2.06	2.28	2.41	2.60	2.74			
Jet, R_λ = 850	0.71	1	1.33		1.80		2.27		2.64	2.94	3.32	3.49	3.71
Jet, R_λ = 515	0.71	1	1.33	1.65	1.80	2.12	2.22	2.52	2.59	2.84	3.28		

Tableau IV-1 Tableau des pentes des moments estimées pour les trois conditions expérimentales.

8	2.23	2.31	2.32	2.27
10	2.65	2.63	2.67	2.64
12	2.94	2.94	3.02	2.94
14	3.35	3.25	3.38	3.32
16	3.49	3.50	3.76	3.49
18	3.60	3.89	4.15	3.71

Tableau IV-2 Tableau des pentes des moments estimées "à la main", et par deux méthodes des moindres carrés. Jet, $R_\lambda = 850$.

BIBLIOGRAPHIE

ANTONIA, R.A, SATYAPRAKASH, B.R et HUSSAIN, A.K.M.F : 1980. Physics of Fluids, 23, 695-700.

ANTONIA, R.A, SATYAPRAKASH, B.R et CHAMBERS, A.J : 1982a. Physics of Fluids, 25, 29-37.

ANTONIA, R.A, SATYAPRAKASH, B.R et HUSSAIN, A.K.M.F : 1982b. Journal of Fluid Mechanics, 119, 55-89.

ANTONIA, R.A et VAN ATTA, C.W : 1978. Physics of Fluids, 21, 1096-1099.

BATCHELOR, G.K et TOWNSEND, A.A : 1949. Proc. Roy. Soc., A199, 238-255.

BRACHET, M : 1983. Thèse de Docteur ès Sciences Physiques. Université de Nice.

CHAMPAGNE, F.H : 1978. Journal of Fluid Mechanics, 86, 67-108.

CHOLLET, J-P et LESIEUR, M : 1981. Journal of Atmospheric Sciences, 38, 2747-2757.

CHORIN, A.J : 1982. Comm. in Mathem. Phys., 83, 517-535.

COMTE-BELLOT, G : 1965. P.S.T Ministère de l'Air, 419.

CORRSIN, S : 1963. Handb. Phys., 8/2, 523-589.

FELLER, W : 1966. "An introduction to probability theory and its applications", vol. 2, Wiley. New York.

FRENKIEL, F.M et KLEBANOFF, P.S : 1975. Boundary Layer Meteorology, 8, 173-200.

FRIEHE, C.A, VAN ATTA, C.W et GIBSON, C.H : 1971. Proc. AGARD Spec. Meeting on turbulent shear flows. Londres.

FRISCH, U : 1978. Non publié. Ecole d'été "Turbulence", Nice.

FRISCH, U, SULEM, P.L et NELKIN, M : 1978. Journal of Fluid Mechanics, 87, 719-736.

FULACHIER, L : 1978. Proceedings of the Dynamic flow Conference. Marseille - Baltimore, 465-487.

GAGNE, Y : 1980. Thèse de Docteur Ingénieur. Grenoble.

GAGNE, Y et HOPFINGER, E.J : 1979. Second Symposium on Turbulent Shear Flow. Londres.

GIBSON, C.H, STEGEN, G.R et McCONNELL, S : 1970. Physics of Fluids, 13, 2448-2451.

HELLAND, K.N et VAN ATTA, C.W : 1976. Physics of Fluids, 19, 1109-1117.

HENTSCHEL, H.G.E et PROCACCIA, I : 1983. Physical Review, A27, 1266.

KHOLMYANSKII, M.Z : 1972. Akad. Nauk. Fiz. Atmos. Okeana, 8, 818-828.

KOLMOGOROV, A.N : 1941. C. R. Akad. Sci. U.S.S.R, 30, 301-305.

KOLMOGOROV, A.N : 1962. Journal of Fluid Mechanics, 13, 82-85.

LANDAU, L.D et LIFCHITZ, E.M : 1959. Fluid Mechanics Addison Wesley.

LUMLEY, J.L : 1965. Physics of Fluids, 8, 1056-1062.

MANDELBROT, B : 1974. Journal of Fluid Mechanics, 62, 331-358.

MANDELBROT, B : 1976. Lecture notes in Mathematics, 565, 121-145.

MARECHAL, J : 1970. Thèse de Docteur Ingénieur. Grenoble.

MATHIEU, J et COMTE-BELLOT, G : 1958. C.R. Acad. Sci. Paris, 246, 2220-2223.

MESTAYER, P : 1980. Thèse de Docteur ès Sciences Physiques. Université d'Aix - Marseille.

MESTAYER, P, GIBSON, C.M, COANTIC, M et PATEL, A.S : 1976. Physics of Fluids, 19, 1279-1287.

MONIN, A.S et YAGLOM, A.M : 1975. Statistical Fluid Mechanics, vol. 2. M.I.T. Press.

NELKIN, M : 1981. Physics of Fluids, 24, 556-557.

NOVIKOV, E.A : 1970. Prikl. Math. Mech., 35, 266-277.

NOVIKOV, E.A et STEWART, R.W : 1964. Izv. Geophys., 3, 408-413.

OBUKHOV, A.M : 1962. Journal of Fluid Mechanics, 13, 77-81.

POLYCHRONIDIS, H.C : 1977. Rapport de D.E.A. Grenoble.

POLYCHRONIDIS, H.C : 1980. Thèse de Docteur Ingénieur. Grenoble.

PRESS, W.H : 1981. Journal of Fluid Mechanics, 107, 455-463.

RICHARDSON, L.F : 1926. Proc. Roy. Soc., A110, 709-737.

SIGGIA, E.D : 1981. Journal of Fluid Mechanics, 107, 375-406.

SREENIVASAN, K.R, CHAMBERS, A.J et ANTONIA, R.A : 1978. Boundary Layer Meteorology, 14, 341-359.

TENNEKES, H et LUMLEY, J.L : 1972. "A First Course in Turbulence", M.I.T Press.

TENNEKES, H et WYNGAARD, J.C : 1972. Journal of Fluid Mechanics, 55, 93-103.

VAN ATTA, C.W et CHEN, W.Y : 1970. Journal of Fluid Mechanics, 44, 145-159.

VAN ATTA, C.W et PARK, J : 1971. "Statistical Models and Turbulence", Springer-Verlag, 402-426.

VASILENKO, V.M, LYUBIMTSEV, M.N et OZMIDOV, R.V : 1975. Izv. Atmos. Ocean. Phys., 11, 926-932.

WYGNANSKI, I et FIEDLER, H : 1969. Journal of Fluid Mechanics, 38, 577-612

YAGLOM, A.M : 1966. Sov. Phys. Dokl., 11, 26-29.

CHAPITRE V

DENSITES DE PROBABILITE DE LA TEMPERATURE. APPLICATIONS A LA COMBUSTION

A. IMPORTANCE DES PETITES STRUCTURES DANS LA COMBUSTION TURBULENTE

1. Introduction.
2. Densités de probabilité de la température et de différences de température.
3. Densité conjointe de la température et de sa dissipation.

B. CONCLUSIONS

A. IMPORTANCE DES PETITES STRUCTURES DANS LA COMBUSTION TURBULENTE

1. Introduction

Le phénomène d'intermittence interne des structures dissipatives étudié dans les premiers chapitres de cette thèse a une grande importance dans de nombreux domaines liés à la turbulence tels que le transport de chaleur, d'énergie ou des concentrations des espèces chimiques; c'est en effet à ces petites échelles que se situent les forts gradients locaux qui sont à l'origine de la diffusion ou des réactions chimiques.

La prise en compte du rôle des fluctuations turbulentes de température ou de concentrations chimiques dans les phénomènes de combustion ne date que d'une dizaine d'années. L'intérêt croissant porté à ce sujet s'explique par ses nombreuses implications industrielles directes, qui concernent tant les brûleurs ou les réacteurs de l'aéronautique que les réactions de la chimie industrielle; la nécessité d'une optimisation toujours plus poussée de ces dispositifs a rendu indispensable le développement de nouvelles théories qui incluent la nature turbulente de ces écoulements, négligée pendant très longtemps.

La difficulté de ce domaine est liée à la conjonction des problèmes dûs à la réaction chimique d'une part et à la turbulence d'autre part, qui sont encore assez mal compris et modélisés individuellement. De plus, les méthodes classiques de fermeture des équations utilisées en turbulence sont inapplicables à ce cas car les distributions statistiques de la température et des concentrations chimiques sont très différentes de celles

couramment utilisées pour le traitement du champ de vitesse. Ainsi, ces différentes quantités sont de nature très fortement non gaussienne ce qui exclut le recours à l'hypothèse quasi-normale, classique dans l'étude des écoulements turbulents non réactifs (ORSZAG 1970); à ces grandeurs sont également imposées des conditions d'encadrement, puisque par exemple les fractions massiques des différents constituants sont toujours comprises entre les valeurs égales à zéro et à un, qui rendent leurs propriétés fort différentes de celles de la vitesse.

Quoique les réactions chimiques ou de combustion se produisent au niveau des petites structures turbulentes sièges des forts gradients de température et de concentrations de constituants, il est pour l'instant hors de question de prendre en considération le caractère intermittent de ces échelles dans les modélisations numériques. Cependant les caractéristiques particulières des densités de probabilité de ces grandeurs et le développement de théories liées à l'évolution de celles-ci faisant intervenir la répartition conjointe d'une quantité et de son gradient mettent en jeu les propriétés de ces petites structures turbulentes. De plus leur nature intermittente est implicitement prise en compte dans les densités de probabilité; celles-ci traduisent en effet la répartition statistique des fluctuations de la grandeur étudiée et l'intermittence les affecte donc globalement, même si aucun modèle ne peut pour l'instant traduire de manière explicite cette influence.

Nous allons dans ce chapitre présenter certains résultats relatifs aux densités de probabilité de la température et de différences de température, et les comparer aux courbes obtenues pour les fluctuations de vitesse longitudinale. Celles-ci révèlent

des comportements très différents des champs de température et de vitesse, déjà remarqués par MESTAYER (1982) et MESTAYER et al. (1976) qui se sont intéressés à l'isotropie locale de ces quantités, et par ANTONIA et VAN ATTA (1975) et ANTONIA et CHAMBERS (1980) qui ont mesuré le coefficient de corrélation ρ entre $\ln \varepsilon_r$ et $\ln \chi_r$ (où ε_r et χ_r représentent respectivement les transferts d'énergie et de variance de température à l'échelle r) non égal à 1.

Nous avons également calculé les densités conjointes de la température et de son gradient temporel, et de la température et de sa dissipation. Celles-ci jouent en effet un grand rôle dans les théories récentes de combustion, comme nous le montrons dans l'analyse de ces modèles présentée en annexe.

Les mesures thermiques ont été effectuées sur l'axe du jet axisymétrique à la distance x/ϕ égale à 35 (R_λ = 850). Les résultats seront comparés à ceux obtenus pour la vitesse à x/ϕ égal à 25 (R_λ = 535); bien que les nombres de REYNOLDS soient différents le comportement des fonctions de densité de probabilité ne semble pas modifié, comme le montre la comparaison effectuée avec les mesures de VAN ATTA et PARK (1971) effectuées dans l'atmosphère (R_λ = 3000). Les gradients de température ont été calculés par différence entre deux points successifs; cela correspond à un écart de 3.2η suffisamment faible si l'on se réfère aux résultats de BROWNE et al. (1983).

2. Densités de probabilité de la température et de différences de température.

Les théories de la combustion turbulente basées sur la

connaissance des densités de probabilité d'un ou de plusieurs scalaires passifs ou d'un scalaire et de sa dissipation se sont développées parce que - bien que le concept de scalaire passif soit utilisé - les champs de ces grandeurs ont des propriétés fort différentes de celles du champ de vitesse. Ainsi ALBER et BATT (1976), LA RUE et LIBBY (1974) et VENKATARAMINI et al. (1975) notamment ont montré que la distribution de la température est très différente de la répartition gaussienne, cette propriété étant bien plus marquée que pour la vitesse; ces études avaient surtout souligné l'influence importante de l'intermittence de frontière sur cet aspect.

On peut s'attendre à ce que l'intermittence interne, étudiée dans ce travail, quoique de nature tout à fait différente, conduise aux mêmes tendances. MESTAYER (1982) a par exemple déjà montré que le concept d'isotropie locale est très bien satisfait pour les échelles du champ de vitesse inférieures à 20η, alors que pour la température l'isotropie n'existe pas encore à 3η.

Ces différences de comportements se manifestent à l'examen des différentes fonctions de densité de probabilité présentées ici. La figure (V-1) compare la distribution de la température avec celle de la composante longitudinale de vitesse. Le signal de température possède des fluctuations plus grandes que celles de la vitesse , principalement pour les excursions positives qui atteignent 6 écarts types; les fluctuations négatives sont du même ordre de grandeur (rappelons néanmoins que -3.5σ représente dans le jet une vitesse nulle, et que le fil chaud ne peut donc détecter de fluctuations négatives plus larges). Il est cependant très intéressant de remarquer que ces fluctuations négatives extrêmes d'amplitude égale à 4σ représentent la borne inférieure

de température imposée à l'écoulement, c'est-à-dire la température extérieure au jet; il existe également une borne supérieure pour les fluctuations positives, la température à la buse du jet, mais cette limite (12.5σ) n'est pas atteinte. Ces deux courbes possèdent des dissymétries de même signe, du côté des excursions positives.

Les figures (V-2) et (V-3) présentent les distributions des différences de température et de vitesse pour différentes distances r, présentées pour les mêmes valeurs de r/η. On remarque que les dissymétries sont inversées, les fluctuations les plus grandes étant les positives pour la température et les négatives pour la vitesse. Pour toutes les valeurs de r, ces distributions sont beaucoup plus larges pour la température que ce soit du côté positif ou du côté négatif, et sont très différentes quelque soit l'amplitude des fluctuations considérée : pour les petites fluctuations (2 à 3 écarts types) on note un creusement des courbes relatives à la température par rapport à celles de vitesse, suivi d'un élargissement très rapide pour les fluctuations plus grandes (supérieures à 5 ou 6 écarts types) jusqu'à de très grandes excursions (10σ, dès r/η égal à 100). Ceci traduit donc une répartition statistique des fluctuations de température très différente de celle des fluctuations de vitesse, puisque malgré la présence de fluctuations nulles plus nombreuses (les sommets des courbes de température sont plus élevés que ceux de vitesse) on constate un déficit des petites fluctuations (2 à 3σ) compensé par un plus grand nombre de très grandes excursions (supérieures à 6σ). L'écart à la distribution gaussienne est ainsi très important, bien plus encore que pour la vitesse. De plus, les sommets de toutes ces courbes sont décalés par rapport au zéro, légèrement positifs.

Les différences de température extrêmes présentes à chaque échelle r diminuent progressivement avec la distance r, au fur et à mesure que le mélange se réalise; les gradients locaux de température augmentent néanmoins rapidement comme attendu. Il est intéressant de constater que - à l'inverse du signal de vitesse - les dissymétries de la température et des différences de température sont semblables quelque soit l'échelle r. Cette observation recoupe les résultats de MESTAYER et al. (1976) qui avaient les premiers relié le signe du coefficient de dissymétrie de la dérivée de température à l'écart de température imposé par les conditions extérieures, et ceux de MESTAYER (1982) qui avait relevé que les caractéristiques extérieures à grande échelle se retrouvent jusqu'aux plus petites, qui à 3η ne présentent aucun caractère d'isotropie. Dans le jet, ces conditions sont la différence entre la température à la buse et la température extérieure, qui est positive comme les plus fortes excursions mises en évidence.

On peut cependant remarquer que ces différences semblent s'atténuer pour les plus petites valeurs de r, notamment celle qui approxime ici la dérivée ($r \simeq 3\eta$); il se peut que cela ne soit qu'une apparence dûe à la limitation du calcul aux probabilités égales à 10^{-7}. Cela peut cependant avoir une existence physique réelle : quoique les gradients locaux de température soient plus élevés que ceux de vitesse à même échelle r située dans la zone inertielle, la limitation de ceux-ci par la diffusion moléculaire ou par la viscosité conduit à des valeurs tout à fait semblables à très petite échelle (de l'ordre de 1 à 2η) puisque le nombre de PRANDTL est voisin de l'unité.

3. Densité conjointe de la température et de sa dissipation.

Nous avons calculé les fonctions de densité conjointe de la température et de son gradient longitudinal $(\frac{\partial T}{\partial x})$, et de la température et de sa dissipation représentée par $(\frac{\partial T}{\partial x})^2$. Ces deux réseaux d'isoprobabilités (figures (V-4) et (V-5)) ont l'allure d'ellipses aplaties de grand axe parallèle à l'axe des températures. Elles retrouvent les observations précédentes, notamment le fait que les fluctuations les plus probables de T et de $\frac{\partial T}{\partial x}$ ne sont pas nulles mais respectivement légèrement négatives et positives.

Ainsi T apparait décorrélée aussi bien du gradient que de la dissipation puisque les zones de fortes fluctuations de ces quantités ne sont pas liées à celles des grandes excursions de température. Ceci peut sembler en contradiction avec l'observation des rampes de température dans ce signal turbulent qui ont été modélisées (ANTONIA et VAN ATTA 1978) par des sortes de dents de scie superposées à un signal turbulent habituel; les régions de forte rupture de pente dans ces dents de scie devraient être les zones de plus forts gradients, et donc liées aux fortes fluctuations de température (sommet de la dent de scie).

La décorrélation de ces quantités est très importante dans l'optique des modèles de combustion turbulente présentés en annexe : ainsi par exemple dans l'écriture des équations d'évolution des densités de probabilité cela autorise le remplacement de la probabilité conjointe $P(\xi,\chi)$ par le produit des densités simples $P(\xi)P(\chi)$, ce qu'avait proposé BILGER (1976) par ailleurs.

B. CONCLUSIONS

Les courbes de densité de probabilité présentées dans ce chapitre révèlent des caractéristiques très différentes pour les champs de température et de vitesse; ainsi la distribution des zones actives thermiques semble fort différente de celle des zones dynamiques, ce qui implique une répartition des foyers combustifs très intermittente dans les écoulements turbulents réactifs. Ceci apparait également dans une étude basée sur le comportement inertiel des moments de fonction de structure (ANTONIA, HOPFINGER, GAGNE et ANSELMET 1983), bien que les valeurs des paramètres d'intermittence μ et μ_θ soient relativement voisines (0.20 et 0.25 respectivement, voir aussi ANTONIA et al. (1982)). D'autre part, cette étude a montré la décorrélation de la température et de son gradient ou de sa dissipation, dont l'application aux modèles de combustion est immédiate (équations (V-8) et (V-9) de l'annexe).

Il serait très utile de mesurer d'autres termes liés au mélange à petite échelle qui apparaissent dans ces théories, afin d'améliorer les techniques de fermeture actuelles qui dérivent pour la plupart de celles développées pour la vitesse.

A N N E X E

PRESENTATION DES THEORIES MODERNES DE COMBUSTION TURBULENTE

A) CALCUL DU TAUX DE PRODUCTION

B) MODELE DES FLAMMES DE DIFFUSION

C) EQUATIONS D'EVOLUTION DES DENSITES DE PROBABILITE

1. Présentation de la méthode

2. Techniques de fermeture

D) CONCLUSIONS

A) CALCUL DU TAUX DE PRODUCTION

Dans une réaction chimique du type $\alpha M + \beta N \rightarrow \gamma P + \delta Q$, ou d'une nature plus compliquée faisant intervenir plus de deux réactifs, un ingénieur n'est intéressé que par la connaissance des taux moyens $\overline{\dot{W}}_i$ de création des produits P ou Q ou de disparition des réactifs M ou N. En fait, l'influence mutuelle de la réaction chimique et de la nature turbulente de l'écoulement a un effet considérable sur les taux instantanés $\dot{W}_i$: les fluctuations de température ou de concentrations dûes à la turbulence modifient fortement les conditions de la réaction, et de même l'exothermicité ou l'endothermicité de celle-ci perturbe les champs de pression et de vitesse par l'intermédiaire des variations de densité qu'elle entraîne. Les méthodes anciennes de calcul des réactions chimiques, faute de mieux, ne considéraient que les moyennes de température ou de concentrations des différentes espèces pour le calcul des taux de réaction moyens $\overline{\dot{W}}_i$.

La schématisation globale de la réaction ainsi présentée, $\alpha M + \beta M \rightarrow \gamma P + \delta Q$, n'est pas appropriée à l'étude de l'influence de la turbulence, parce que ce sont les différentes grandeurs instantanées qui importent lors du phénomène réactif; et l'on sait qu'une réaction globale ainsi décrite se décompose en réalité en plusieurs étapes élémentaires successives du type $A + B \rightarrow C$. Nous nous limiterons donc dans toute cette présentation à l'étude de l'une de ces réactions élémentaires, pour laquelle nous considérerons pour simplifier la description que les densités molaires des différents éléments sont égales, à ρ, ainsi que les coefficients stoechiométriques, à 1, et les différentes diffusivités moléculaires, à D. Ceci n'enlève rien à la généralité du problème, car il suffit de normaliser correctement les variables par

les coefficients stoechiométriques pour y arriver. On définit pour chaque espèce i sa concentration molaire Γ_i par le nombre de moles de l'espèce par unité de volume : $\Gamma_i = N_i/v$, et sa fraction massique Y_i par le rapport de sa masse présente à la masse totale du système. Les deux sont reliées par la relation

$$\Gamma_i = \rho \frac{Y_i}{M_i}$$

où M_i est la masse molaire du constituent i et ρ la densité du système.

Si k_f désigne la constante de la réaction, la loi d'Arrhénius donne le taux instantané de disparition de l'espèce A ou B (en moles/volume seconde)

$$W = - \rho^2 k_f \, Y_A Y_B \exp \{-T_a/T\}$$

où T_a représente la température d'activation de la réaction.

Avec l'introduction des fluctuations des différentes grandeurs autour de leur valeur moyenne, le taux moyen $\overline{W}$ s'écrit alors (BORGHI 1974)

$$\overline{W} = - \overline{\rho}^2 k_f \, \overline{Y}_A \overline{Y}_B \exp \{-T_a/\overline{T}\} \Big[1 + \overline{\rho^2}/\overline{\rho}^2 + \overline{Y'_A Y'_B}/\overline{Y}_A \overline{Y}_B + \overline{\rho' Y'_A}/\overline{\rho}\,\overline{Y}_A$$
$$+ \overline{\rho' Y'_B}/\overline{\rho}\,\overline{Y}_B + \frac{T_a}{\overline{T}} \{\overline{Y'_A T'}/\overline{Y}_A \overline{T} + \overline{Y'_B T'}/\overline{Y}_B \overline{T}\} + \ldots \Big]$$

Même si, comme nous le ferons plus loin, on néglige les fluctuations de densité, on voit que le terme de disparition fait intervenir une somme infinie de corrélations de tous ordres

(l'écriture s'est ici limitée à l'ordre deux) qu'il est très difficile de modéliser (BORGHI 1974). De plus, même dans le cas de l'hypothèse habituelle de réactions très rapides à faible taux de turbulence, O'BRIEN (1971) a montré que les écarts type de fluctuations de concentrations étaient très importants par rapport à la moyenne ce qui interdit toute simplification de cette expression.

Ce terme $\dot{W}$ apparait dans l'équation de conservation de chaque élément i, qui s'écrit

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + u.\nabla Y_i - \nabla(D\,\nabla Y_i) = \dot{W}\,M_i, \quad i = A,B \qquad (V\text{-}1)$$

Pour l'élément C, le terme $\dot{W}M_C$ est affecté du signe moins.

C'est cette difficulté très importante liée au terme de création qui rend les méthodes de fermeture des équations de moment, classiques en turbulence, inapplicables au cas réactif. Elle a conduit au développement de deux théories de la combustion turbulente basées sur des hypothèses opposées : ce sont les cas extrêmes où les réactifs sont soit prémélangés, soit non prémélangés. Dans ces deux théories, la réaction est supposée infiniment rapide de sorte que c'est l'écoulement turbulent qui détermine le taux de réaction et non le phénomène chimique, ce qui peut a priori sembler contradictoire.

Nous allons présenter dans un premier paragraphe les techniques de calcul déduites de l'hypothèse de chimie rapide appliquée à un écoulement dans lequel les réactifs sont non prémélangés. Cette théorie, élaborée de façons parallèles par

O'BRIEN (1971), LIN et O'BRIEN (1974) et LIBBY (1974), a mis en évidence l'importance des densités de probabilité des concentrations des différents réactifs dans la modélisation du phénomène. Elle a conduit à l'élaboration d'un modèle plus récent (O'BRIEN 1980) qui s'intéresse aux équations d'évolution de ces densités de probabilité. Celui-ci sera l'objet du second paragraphe, dans lequel nous mettrons en évidence les problèmes de fermeture qui apparaissent pour les termes représentant le mélange des réactifs à petite échelle.

Dans les deux cas nous supposerons le nombre de Mach suffisamment faible pour ne pas avoir à introduire de variations de la densité dûes à la nature supersonique de l'écoulement, et le nombre de LEWIS - rapport des diffusivités moléculaires de chaleur et d'espèces - égal à l'unité.

B) MODELE DES FLAMMES DE DIFFUSION

Dans le cas où les réactifs sont non prémélangés et où l'échelle de temps caractérisant la cinétique chimique est très faible devant toute échelle caractéristique du transport par l'écoulement, la réaction se produit à un taux dépendant plus du transport par le fluide que par la cinétique chimique.

C'est ce qui se passe si l'on considère que la réaction se produit dans la couche de mélange turbulente qui se développe entre un fluide transportant uniquement l'espèce A et un contenant l'espèce B seule, réparties de façon homogène et à des température et pression telles que la réaction se produise immédiatement dès que le mélange turbulent met en contact les deux produits réactifs

en un même point de l'espace. La zone de réaction peut être alors représentée comme une flamme qui oscille à l'intérieur de la couche de mélange à cause de la turbulence (LIBBY 1974). Ce peut être aussi le cas où l'écoulement contenant le réactif A seul traverse une grille où le réactif B est injecté par l'intermédiaire des barreaux (LIBBY et WILLIAMS 1976).

On peut alors se représenter l'écoulement tel que la réaction se produise à la fine interface qui apparait entre un tourbillon contenant du réactif A, des produits, et du fluide diluant et un contenant du réactif B, des produits et du fluide diluant; on comprend alors que, si la réaction est suffisamment rapide, c'est uniquement le transport de la turbulence et la diffusion des réactifs vers cette interface qui détermine le taux de réaction. Les réactifs A et B sont supposés suffisamment dilués pour que les fluctuations de densité soient négligeables et pour que le dégagement de chaleur accompagnant la réaction ne perturbe ni le champ de pression ni la densité du mélange. La conséquence fondamentale de l'hypothèse de chimie rapide est alors que, en tout point de l'espace et à tout instant, le produit $Y_A Y_B$ est nul.

Si l'on reprend la description de la couche de mélange exposée par LIBBY (1974), les conditions aux limites sont définies par la fraction massique Y_{A1} du réactif A dans son écoulement advectant, et Y_{B2} celle du réactif B dans le sien. Outre l'équation de NAVIER-STOKES, le système réactif est régi par l'équation (V-1) et l'équation de continuité.

Compte tenu de la linéarité de l'opérateur L

$$L = \frac{\partial}{\partial t} + u.\nabla - D\nabla^2 ,$$

l'introduction des variables $Z_1 = Y_A + \frac{M_A}{M_C} Y_C$

et $Z_2 = Y_B + \frac{M_B}{M_C} Y_C$ (V-2)

transforme le système (V-1) en

$$\frac{\partial}{\partial t} Z_i + u.\nabla Z_i = D\nabla^2 Z_i \ , \ i = 1, 2 \qquad \text{(V-3)}$$

La réaction chimique n'est alors plus présente explicitement dans les équations (V-3), puisque les termes de création ou de destruction chimique ont disparu. Elle est cependant implicitement contenue dans l'opérateur linéaire L puisque les fluctuations de température et le dégagement (ou la consommation) de chaleur perturbent le champ de vitesse décrit par les équations de NAVIER-STOKES et les conditions aux limites. Pour s'affranchir de ce problème, nous négligerons les échanges de chaleur entre la réaction chimique et l'écoulement, ce qui revient à considérer tous les scalaires comme passifs vis-à-vis du champ de vitesse. Nous supposerons donc celui-ci connu indépendamment de la réaction.

Pour traduire l'hypothèse de chimie rapide, définissons la variable $\xi = Z_2 - (M_B/M_A)Z_1$. D'après les équations (V-2), ξ est égale à $\xi = Y_B - (M_B/M_A)Y_A$. Cette grandeur s'identifie ainsi à Y_B si ξ est positif, et à $-(M_B/M_A)Y_A$ si ξ est négatif. Ce scalaire ξ vérifie alors l'équation

$$L(\xi) = 0$$

A partir de la connaissance de la densité de probabilité du scalaire ξ en chaque point de l'espace $x = (x_1, x_2, x_3)$, il est possible de calculer la valeur moyenne $\overline{Y}_A$ en ce point. On a en effet :

$$-\frac{M_B}{M_A}\overline{Y}_A = \int_{\xi_{min}}^{0} P(\xi;x)\xi_d\xi$$

où la valeur ξ_{min} est la plus petite valeur prise par ξ. La valeur moyenne de Y_B en ce point est alors donnée par la relation

$$\overline{Y}_B = \overline{\xi} + \frac{M_B}{M_A}\overline{Y}_A$$

Si l'on peut également connaître $\overline{Z}_1$ - par exemple en résolvant l'équation (V-3) pour Z_1, transformée grâce à l'approximation de couche de mélange en

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u}_k\overline{Z}_1) \simeq -\frac{\partial}{\partial x_2}(\overline{u_2' Z_1'})$$

on peut alors déterminer $\overline{Y}_3$ et $\overline{\dot{W}}$ en ce point.

LIN et O'BRIEN (1974), dans une démarche parallèle, ont recours à la connaissance de la densité de probabilité conjointe de ξ et d'un second scalaire passif pour déterminer $\overline{Y}_A$, $\overline{Y}_B$, $\overline{Y}_C$ et $\overline{\dot{W}}$ dans des configurations d'écoulements plus générales que la couche de mélange.

La grandeur ξ, ainsi définie, n'est pas mesurable expérimentalement. Il est nécessaire d'introduire l'analogie suivante pour l'obtenir : si l'on conserve le modèle de la couche de mélange comme lieu de la réaction, supposons l'écoulement 1

transportant l'espèce A à la fraction massique Y_{A1}, et l'écoulement 2 l'espèce B à la fraction Y_{B2}, de sorte que la réaction chimique se produise dans la couche de mélange turbulente qui se développe entre ces deux écoulements. Si l'on considère que ces deux écoulements, avec des champs de vitesse rigoureusement identiques au cas réactif, transportent respectivement les températures T_1 et T_2, alors les grandeurs $\hat{\xi}$ et θ définies par

$$\hat{\xi} = \frac{\xi - Y_{B2}}{-\frac{M_B}{M_A} Y_{A1} - Y_{B2}} \qquad \text{dans le premier cas et}$$

$$\theta = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2} \qquad \text{dans l'analogie}$$

ont les mêmes conditions initiales et aux limites :

$$\hat{\xi}(0,x_2 > 0,x_3,t) = \theta(0,x_2 > 0,x_3,t) = \hat{\xi}(x_1,x_2 \to +\infty,x_3,t)$$

$$= \theta(x_1,x_2 \to +\infty,x_3,t) = 1$$

$$\hat{\xi}(0,x_2 < 0,x_3,t) = \theta(0,x_2 < 0,x_3,t) = \hat{\xi}(x_1,x_2 \to -\infty,x_3,t)$$

$$= \theta(x_1,x_2 \to -\infty,x_3,t) = 0$$

et vérifient toutes les deux la même équation différentielle

$$L(\hat{\xi}) = L(\theta) = 0$$

puisque ces deux scalaires sont passifs, et que le nombre de LEWIS est supposé égal à 1.

Notons au passage l'importance du paramètre C défini par

$$C = Y_{B2} / (\frac{M_B}{M_A} Y_{A1}) ,$$

qui détermine à lui seul la position de la zone réactive dans la couche de mélange turbulente :

$- \frac{M_B}{M_A} \overline{Y}_A$ est définie par l'intégrale

$$- \frac{M_B}{M_A} \overline{Y}_A = \int_{\hat{\xi}_{min}}^{C/(1+C)} \hat{\xi} \, P(\hat{\xi};x) \, d\hat{\xi}$$

de sorte que si $C \ll 1$ (Y_{A1} est grand), alors la zone de réaction est située dans la partie de la couche de mélange proche de l'interface avec l'écoulement 2; et inversement si $C \gg 1$, la réaction est localisée près de l'interface avec l'écoulement 1.

Toutes les propriétés, et en particulier la courbe de distribution, du scalaire $\hat{\xi}$ peuvent ainsi être déterminées expérimentalement par la mesure de celles de tout autre scalaire passif, tel la température T.

Malgré les nombreuses hypothèses simplificatrices qu'elles recquièrent, ces théories de flammes de diffusion ont fait ressortir la nécessité qu'il y a de connaître les densités de probabilité d'un ou de deux scalaires passifs pour aboutir à une modélisation des écoulements turbulents réactifs performante; l'introduction du concept de scalaire passif ξ est très importante.

Les mesures de température réalisées par ALBER et BATT (1976) dans une couche de mélange, LA RUE et LIBBY (1974) dans le sillage d'un cylindre chauffé et VANKATARAMINI et al.(1975) dans un jet chauffé ont montré que les fluctuations de température possèdent une distribution très différente d'une gaussienne. L'écart à cette répartition théorique est bien-sûr d'autant plus grand que l'on se trouve dans une région de l'écoulement turbulent où l'intermittence de frontière est importante. La connaissance des courbes de densité de probabilité recquises pour l'application de la méthode présentée ne peut donc être déduite de l'ajustement de courbes gaussiennes à partir des valeurs expérimentales de la moyenne et des moments d'ordres deux et trois du scalaire; technique couramment utilisée pour les densités de probabilité des composantes de la vitesse.

C) EQUATIONS D'EVOLUTION DES DENSITES DE PROBABILITE

1. Présentation de la méthode

Cette technique d'écriture des équations d'évolution des densités de probabilité a été appliquée au cas des écoulements turbulents réactifs par O'BRIEN (1980). Il s'agit d'une généralisation de la méthode présentée par LUNDGREN (1967) pour le champ de vitesse à partir des équations de NAVIER-STOKES et étendue par DOPAZO (1979) au cas du scalaire passif qu'est la température.

A partir de l'équation de conservation des espèces i (V-1) de la réaction élémentaire A+B → C étudiée

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + u.\nabla Y_i - D\,\nabla^2 Y_i = \begin{cases} \dot{W} M_i & i = A, B \\ -\dot{W} M_i & i = C \end{cases} \qquad (V-1)$$

nous allons écrire l'équation d'évolution du champ de variations fines en probabilité $P(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;x,t)$. Celui-ci est défini par

$$P(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;x,t) = \prod_{i=1}^{3} \delta\{\hat{Y}_i - Y_i(x,t)\} \qquad \text{(V-4)}$$

Ainsi la probabilité que au point x et à l'instant t, $Y_1(x,t)$ soit compris entre $\hat{Y}_1$ et $\hat{Y}_1+d\hat{Y}_1$, $Y_2(x,t)$ soit compris entre $\hat{Y}_2$ et $\hat{Y}_2+d\hat{Y}_2$, et $Y_3(x,t)$ soit compris entre $\hat{Y}_3$ et $\hat{Y}_3+d\hat{Y}_3$, est égale à $P(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;x,t)\ d\hat{Y}_1\ d\hat{Y}_2\ d\hat{Y}_3$. Les quantités $\hat{Y}_i$ sont des grandeurs fixes, tandis que les $Y_i(x,t)$ sont des variables aléatoires. Pour une seule variable aléatoire Y_1, le champ de variations fines en probabilité $P(\hat{Y}_1;x,t)$ est donc égal à $\delta\{\hat{Y}_1 - Y_1(x,t)\}$: il prend la valeur zéro si au point x, à l'instant t, la réalisation du champ aléatoire considérée $Y_1(x,t)$ n'est pas égale à $\hat{Y}_1$, et la valeur infinie si $Y_1(x,t)$ est égale à $\hat{Y}_1$.
La propriété de normalisation est bien sûr satisfaite puisque

$$\int P(\hat{Y}_1;x,t)\ d\hat{Y}_1 = 1$$

On pourrait introduire un champ de variations fines en probabilité encore plus général, en y incorporant les trois composantes de la vitesse et la densité ρ. Le nombre de variables indépendantes serait alors trop élevé pour que la méthode reste performante, et il faudrait ajouter au système d'équations (V-1) les équations de NAVIER-STOKES et l'équation de continuité.
Nous supposerons donc, comme dans le paragraphe précédent, le champ de vitesse découplé du phénomène réactif connu et les fluctuations de densité négligeables. Aucune hypothèse relative au prémélange des réactifs n'est nécessaire.

On déduit alors de (V-4)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial\, \delta\{\hat{Y}_i - Y_i(x,t)\}}{\partial t} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{3} \delta\{\hat{Y}_j - Y_j(x,t)\}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial\, \delta}{\partial Y_i} \frac{\partial Y_i}{\partial t} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{3} \delta\{\hat{Y}_j - Y_j(x,t)\}$$

Et $$\frac{\partial P}{\partial t} = - \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial Y_i}{\partial t} \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}$$

L'équation (V-1) devient alors

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3} (u.\ \nabla Y_i - D\nabla^2 Y_i - \dot{W}_i) \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}$$

où $\dot{W}_i = -k_f Y_A Y_B = -\dot{W}_C$, $i = A, B$.

Soit $$\frac{\partial P}{\partial t} = - \sum_{i=1}^{3} u.\ \nabla Y_i \frac{\partial P}{\partial Y_i} - \sum_{i=1}^{3} (D\nabla^2 Y_i + \dot{W}_i) \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}$$

Et finalement

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u.\ \nabla P + \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i} (\dot{W}_i P) = - \sum_{i=1}^{3} D\nabla^2 Y_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}, \quad i = A, B, C \tag{V-5}$$

Le terme de production chimique est alors connu puisque $\dot{W}_i$ est une fonction connue de Y_1, Y_2 et Y_3. On a en effet :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i}(\dot{W}_i P) = \frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i}\left[\dot{W}_i(Y_1,Y_2,Y_3)\,\delta\{\hat{Y}_1-Y_1(x,t)\}\,\delta\{\hat{Y}_2-Y_2(x,t)\}\,\delta\{\hat{Y}_3-Y_3(x,t)\}\right]$$

Soit $$\frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i}(\dot{W}_i P) = \frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i}\{\dot{W}_i(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3)\,P(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;\,x,t)\}$$

L'équation d'évolution de la densite de probabilité $p(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;x,t)$ est obtenue à partir de (V-5) en prenant la moyenne d'ensemble, puisque par définition du champ de variations fines en probabilité on sait que

$$p(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;\,x,t) = \langle P(\hat{Y}_1,\hat{Y}_2,\hat{Y}_3;\,x,t)\rangle$$

On a donc

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \langle u.\nabla P\rangle + \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i}(\dot{W}_i p) = -\left\langle \sum_{i=1}^{3} D\nabla^2 Y_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}\right\rangle \qquad i = A, B, C \tag{V-6}$$

Deux termes de l'équation (V-6) nécessitent d'être fermés : le terme d'advection, $\langle u.\nabla P\rangle$, et le terme de diffusion, $\left\langle \sum_{i=1}^{3} D\nabla^2 Y_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}\right\rangle$.

Nous ne nous intéresserons ici qu'au second, qui met en jeu le phénomène de mélange à petite échelle.

2. Techniques de fermeture

Le terme de diffusion est celui qui pose le plus de problèmes; les techniques classiques de fermeture en un point qui lui ont été souvent appliquées ne peuvent qu'être une bonne approximation de la réalité physique. Ce terme traduit en effet, comme le remarque O'BRIEN (1981), un phénomène physique qui met en jeu plusieurs points, et il ne saurait donc être représenté par des techniques de fermeture en un point. Il nécessiterait pour être correctement fermé une bonne compréhension du processus de mélange à petite échelle, ce qui est loin d'être réalisé.

L'écriture de ce terme peut être transformée de deux façons. La première s'inspire de LUNDGREN (1967), qui a le premier établi les équations d'évolution des densités de probabilité du champ de vitesse déduites des équations de NAVIER-STOKES. La seconde est dûe à FOX (1971) : elle permet la décomposition en deux parties de cette expression, l'une traduisant le transport dans l'espace physique, et l'autre celui dans l'espace des concentrations.

La relation démontrée par LUNDGREN (1967) pour le terme de dissipation visqueuse de l'équation de NAVIER-STOKES unidimensionnelle

$$\left\langle \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \hat{u}} \delta(\hat{u}-u) \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial \hat{u}} \lim_{x' \to x} \nu \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \int \hat{u}' \delta(\hat{u}-u)\, \delta(\hat{u}'-u')\, d\hat{u}' \right\rangle$$

où les primes définissent les conditions en un point x' voisin de x, peut facilement être transposée au terme de diffusion.

On obtient alors

$$<D\nabla^2 Y_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}> = <D \lim_{x'\to x} \nabla^2_{x'} Y'_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i}>$$

$$= <D \lim_{x'\to x} \frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i} \nabla^2_{x'} \int \hat{Y}'_i \; P_2 \; (\hat{Y}'_i, \hat{Y}_i, \hat{Y}_2, \hat{Y}_3; x', x, t) \; d\hat{Y}'_i>$$

Et

$$\sum_{i=1}^{3} < D\nabla^2 Y_i \frac{\partial P}{\partial \hat{Y}_i} > = \sum_{i=1}^{3} D \frac{\partial}{\partial \hat{Y}_i} \lim_{x'\to x} \nabla^2_{x'} \int \hat{Y}'_i \; p_2 \; d\hat{Y}'_i$$

Le champ de variations fines en probabilité P_2 représente une densité conjointe en deux points, définie de façon similaire à la densité en un point par

$$P_2(\hat{Y}'_i, \hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \hat{Y}_3; x', x, t) = \delta\{\hat{Y}_i - Y_i(x', t)\} \prod_{j=1}^{3} \delta\{\hat{Y}_j - Y_j(x, t)\}$$

Pour un constituant unique Y, c'est-à-dire un scalaire passif advecté par le champ de vitesse, la technique habituelle de fermeture est dérivée de la méthode d'estimation linéaire des moindres carrés (LSME); celle-ci relie, grâce au théorème de BAYE, $p_2(\hat{Y}', \hat{Y}; x', x)$ à la probabilité conditionnelle $E(\hat{Y}'/\hat{Y}; x', x)$ de connaître $\hat{Y}'$ en x' lorsque $\hat{Y}$ est supposée donnée en x. Cette fermeture, développée par LUNDGREN (1967) pour le champ de vitesse puis par DOPAZO (1979) pour un scalaire passif, permet alors de calculer $E(\hat{Y}'/\hat{Y}; x', x)$ comme fonction linéaire de $\overline{Y}(x')$ et de $\overline{Y}(x)$.

La généralisation à la densite p_2, qui fait intervenir $\hat{Y}'_i, \hat{Y}_1, \hat{Y}_2$ et $\hat{Y}_3$, est compliquée et les équations ne s'identifient

à celle du cas du scalaire passif que si l'on admet que $\hat{Y}_i'$ ne dépend que de $\hat{Y}_i$. Cette hypothèse très contestable, ainsi que le fait que cette fermeture n'est de toute façon qu'une approximation assez grossière, laisse ce terme encore non clos. L'estimation linéaire ne peut en effet pas traduire le phénomène de mélange à petite échelle, qui nécessiterait d'être bien compris avant de pouvoir être modélisé correctement : ainsi, comme le remarque O'BRIEN (1981), si l'on suppose le mélange de deux écoulements aux températures T_1 et T_2, les diracs initiaux présents dans la distribution $\mathcal{P}$ ne seront jamais effacés par la méthode LSME, et la distribution finale continue que l'on attend physiquement ne sera jamais atteinte.

FOX (1971) a proposé de transformer l'écriture du terme de diffusion. On a en effet :

$$\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_k \partial x_k} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \hat{Y}_i} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x_k} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \hat{Y}_i} \right) - \frac{\partial Y_i}{\partial x_k} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial x_k \partial \hat{Y}_i}$$

Soit

$$D \nabla^2 Y_i \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \hat{Y}_i} = - D \nabla^2 \mathcal{P} - \frac{\partial Y_i}{\partial x_k} \prod_{j=1}^{3} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial \hat{Y}_i \partial \hat{Y}_j} \frac{\partial Y_j}{\partial x_k}$$

Et finalement

$$< \sum_{i=1}^{3} D \nabla^2 Y_i \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \hat{Y}_i} > = - 3 D \nabla^2 \mathcal{P} - \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}_i \partial \hat{Y}_j} <(\nabla Y_i \nabla Y_i) \mathcal{P}> \qquad (V\text{-}7)$$

Le premier terme du membre droit de l'équation (V-7) représente la diffusion spatiale de la densité de probabilité,

alors que le second traduit la diffusion dans l'espace des concentrations d'une quantité compliquée qui n'existe pas en turbulence non réactive.

Pour un seul scalaire Y, ce dernier terme s'écrit également

$$D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} < (\nabla Y)^2 P > = D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} < (\nabla Y)^2 P \int d\hat{Z}\ \delta\{\hat{Z} - \nabla Y(x,t)\} >$$

puisque l'intégrale d'une fonction dirac est égale à l'unité.

On obtient alors

$$D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} < (\nabla Y)^2 P > = D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} \int d\hat{Z}\ \hat{Z}^2\ p(\hat{Y},\hat{Z};x,t)$$

où $p(\hat{Y},\hat{Z};x,t)$ est la densité de probabilité conjointe de Y et de son gradient.

Par utilisation du théorème de BAYE,

$$p(\hat{Y},\hat{Z};x,t) = p(\hat{Z}/\hat{Y};x,t)\ p(\hat{Y};x,t)$$

on obtient finalement

$$D \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} < (\nabla Y)^2 P > = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \hat{Y}^2} \{\varepsilon(x,t/\hat{Y})\ p(\hat{Y};x,t)\} \qquad \text{(V-8)}$$

où $\varepsilon(x,t/\hat{Y})$ représente la dissipation conditionnelle de Y calculée lorsque Y est égal à $\hat{Y}$, définie par

$$\varepsilon(x,t/\hat{Y}) = 2D \int d\hat{Z}\ \hat{Z}^2\ p(\hat{Z}/\hat{Y};x,t)$$

Cette nouvelle écriture du terme de diffusion contient donc la densité de probabilité conjointe du scalaire Y et de son gradient Z. C'est une quantité très importante qui apparait également dans les méthodes de traitement des écoulements turbulents réactifs non prémélangés proposées récemment par BILGER (1980) et par LIBBY et WILLIAMS (1981). Celles-ci expriment le taux de production de l'élément i par

$$\dot{W}_i = - \rho D \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \frac{\partial^2 Y_i^e}{\partial \xi^2}$$

soit en moyenne

$$\overline{\dot{W}}_i = - \frac{1}{2} \overline{\rho} \int_0^1 \int_0^\infty \chi \frac{d^2 Y_i^e}{d \xi^2} p(\chi,\xi) \, d\chi \, d\xi \qquad \text{(V-9)}$$

où Y^e représente la fraction massique de l'élément i à l'équilibre et χ la dissipation du scalaire passif ξ,

$$\chi = 2 D \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \frac{\partial \xi}{\partial x_k} .$$

Si les réactifs sont prémélangés, second cas extrême que nous n'avons pas exposé ici pour ne pas alourdir la présentation, on montre également (voir BRAY 1980 et références dans cet article) que le taux moyen de production est relié à un scalaire c et a sa dissipation moyenne $\overline{\chi}$,

$$\overline{\chi} = 2 \rho D \overline{\frac{\partial c}{\partial x_k} \frac{\partial c}{\partial x_k}} ,$$

par la relation simple à grand nombre de REYNOLDS :

$$\overline{\dot{W}} = \frac{1}{2c_m - 1} \overline{\chi} .$$

Le scalaire c représente l'état d'avancement de la réaction : il est égal à un en un point de l'écoulement si la combustion est complète, et égal à zéro si en ce point le mélange n'a pas du tout brûlé, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de produit. La valeur particulière c_m est celle où la corrélation $\overline{c'\dot{W}}$ change de signe.

D) CONCLUSIONS ET ORIENTATION DES MESURES THERMIQUES

La présentation de ces deux méthodes de modélisation des écoulements turbulents réactifs a permis d'introduire les techniques couramment utilisées, ainsi que les termes qui nécessitent une méilleure compréhension des phénomènes physiques avant d'obtenir une fermeture des équations performante.

Nous nous sommes volontairement limités à la présentation d'un modèle décrivant les écoulements où les réactifs sont non prémélangés, en omettant le deuxième cas extrême où ceux-ci sont prémélangés : cette théorie permet d'introduire, moyennant des hypothèses assez limitatives, le concept du scalaire passif qui est très souvent utilisé dans la modélisation de ces écoulements, ainsi que de mettre en évidence tout l'intérêt qui découle de la connaissance de la courbe de distribution de ce scalaire. Elle révèle également l'analogie qui existe entre ce scalaire passif défini à partir des fractions massiques des éléments réactifs et un scalaire relié à la température ou tout autre scalaire passif.

Le second modèle présenté est beaucoup plus général, puisqu'il ne différencie pas par exemple les deux cas extrêmes

de réactifs prémélangés et non prémélangés. Il révèle des difficultés importantes pour le terme de diffusion, directement relié aux petites structures de l'écoulement turbulent, ce qui a motivé cette étude. La mauvaise compréhension des phénomènes physiques qui se produisent n'a pas encore permis le développement de techniques de fermeture satisfaisantes.

L'absence de résultats expérimentaux relatifs aux densités de probabilité de certaines grandeurs retarde le développement de ces nouvelles idées. La distribution conjointe d'un scalaire et de son gradient est celle qui manque le plus; elle intervient en effet dans l'écriture du terme de diffusion de la seconde méthode présentée ici (O'BRIEN 1980), ainsi que pour les théories récentes des écoulements prémélangés (BRAY 1980), et références incluses dans cet article) ou non prémélangés (BILGER 1980, LIBBY et WILLIAMS 1981) dans l'expression du terme de production chimique.

BIBLIOGRAPHIE COMBUSTION

ALBER, I.E et BATT, R.G : 1976. AIAA Journal, 14, 70-76.

ANTONIA, R.A et CHAMBERS, A.J : 1980. Boundary Layer Meteorology, 18, 399.

ANTONIA, R.A, HOPFINGER, E.J, GAGNE, Y et ANSELMET, F : 1983. Soumis à Physical Review Letters.

ANTONIA, R.A, RAJAGOPALAN, S, BROWNE, L.W et CHAMBERS, A.J : 1982. Physics of Fluids, 25, 1156-1158.

ANTONIA, R.A et VAN ATTA, C.W : 1975. Journal of Fluid Mechanics, 67, 273-288.

ANTONIA, R.A et VAN ATTA, C.W : 1978. Journal of Fluid Mechanics, 84, 561-580.

BILGER, R.W : 1976. Combustion Sci. Techn., 13, 155.

BILGER, R.W : 1980. "Turbulent reacting Flows", Springer-Verlag, 44, 65-113.

BORGHI, R : 1974. AGARD. Conf. Proc. 164, II 4, 1-16.

BRAY, K.M.C : 1980. "Turbulent reacting Flows", Springer-Verlag, 44, 115-183.

BROWNE, L.W, ANTONIA R.A et RAJAGOPALAN, S : 1983. Physics of Fluids, 26, 1222-1227.

DOPAZO, C : 1975. Physics of Fluids, 18, 397-404.

DOPAZO, C : 1979. Physics of Fluids, 22, 20-29.

FOX, R.L : 1971. Physics of Fluids, 14, 1806-1808.

LA RUE, J et LIBBY, P.A : 1974. Physics of Fluids, 17, 1956-1967.

LIBBY, P.A : 1974. AGARD. Conf. Proc. 164, II 5, 1-18.

LIBBY, P.A et WILLIAMS, F.A : 1976. Annual Review of Fluid Mechanics, 8, 351-376.

LIBBY, P.A et WILLIAMS, F.A : 1981. AIAA Journal, 19, N° 3, 261-274.

LIN, C.H et O'BRIEN, E.E : 1974. Journal of Fluid Mechanics, 64, 195-206.

LUNDGREN, T.S : 1967. Physics of Fluids, 10, 969-975.

MESTAYER, P : 1982. Journal of Fluid Mechanics, 125, 475-503.

MESTAYER, P, GIBSON, C.M, COANTIC, M et PATEL, A.S : 1976. Physics of Fluids, 19, 1279-1287.

O'BRIEN, E.E : 1971. Physics of Fluids, 14, 1326-1331.

O'BRIEN, E.E : 1980. "Turbulent reacting Flows", Springer-Verlag, 44, 185-218.

O'BRIEN, E.E : 1981. AIAA Journal, 19, 366-371.

ORSZAG, S.A : 1970. Journal of Fluid Mechanics, 41, 363-386.

VAN ATTA, C.W et PARK, J : 1971. "Statistical models and turbulence", Springer-Verlag, 402-426.

VANKATARAMANI, K.S et CHEVRAY, R : 1978. Journal of Fluid Mechanics, 86, 513-543.

VANKATARAMANI, K.S, TUTU, N.K et CHEVRAY, R : 1975. Physics of Fluids, 18, 1413-1420.

Pour les figures, qui ont toutes été tracées à la main sur du papier dessin épais, il n'y a que des pages impaires. Il est donc inutile de chercher des pages paires à ce niveau (ou de penser qu'elles ont été oubliées à la numérisation du mémoire).

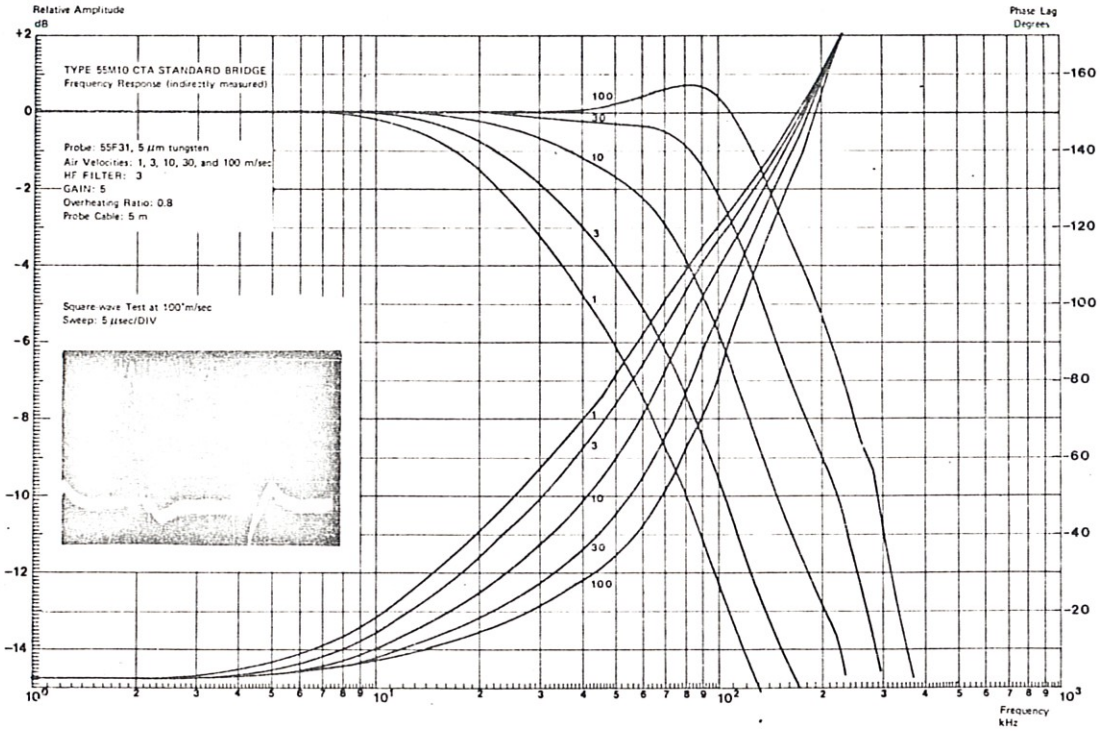


Figure III-1 Courbes de réponse en fréquence et de déphasage de l'anémomètre à température constante DISA 55M10 (d'après la notice du constructeur).

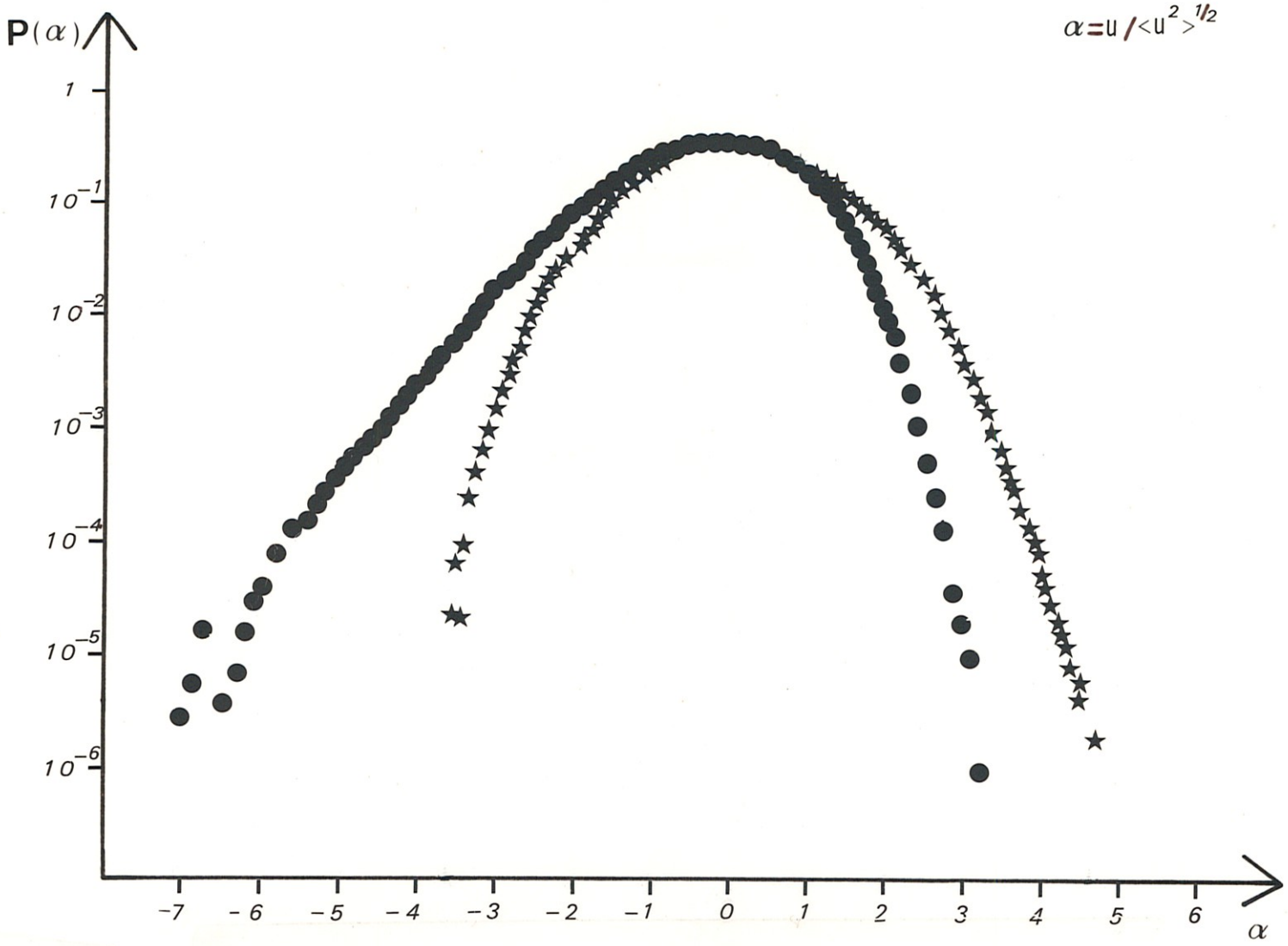


Figure III-2 Courbes de densité de probabilité du signal de vitesse linéarisé (★) et non linéarisé (●).

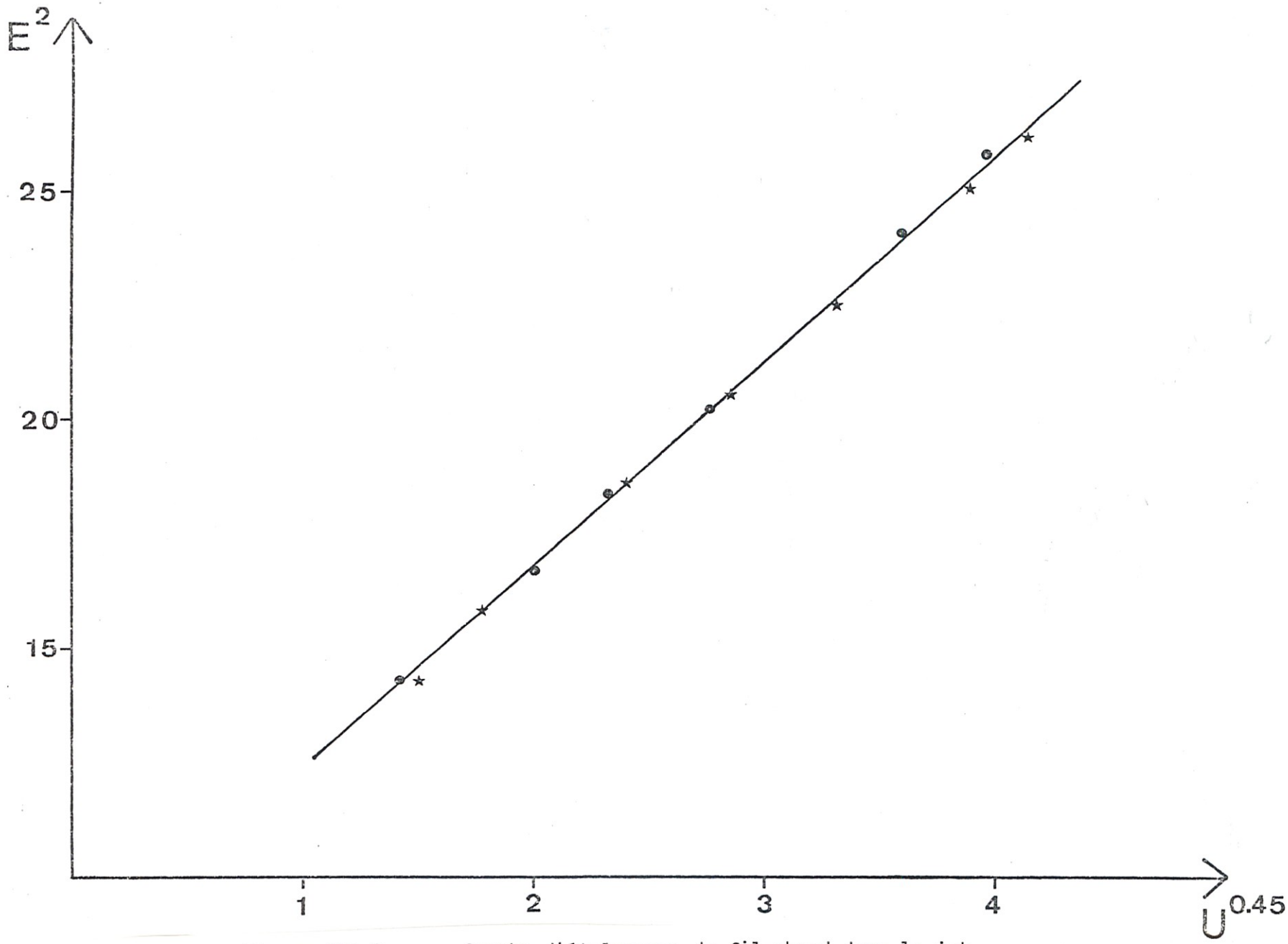


Figure III-3 Courbe d'étalonnage du fil chaud dans le jet, U ≃ 4 m/s, obtenue avant (★) et après (●) l'acquisition.

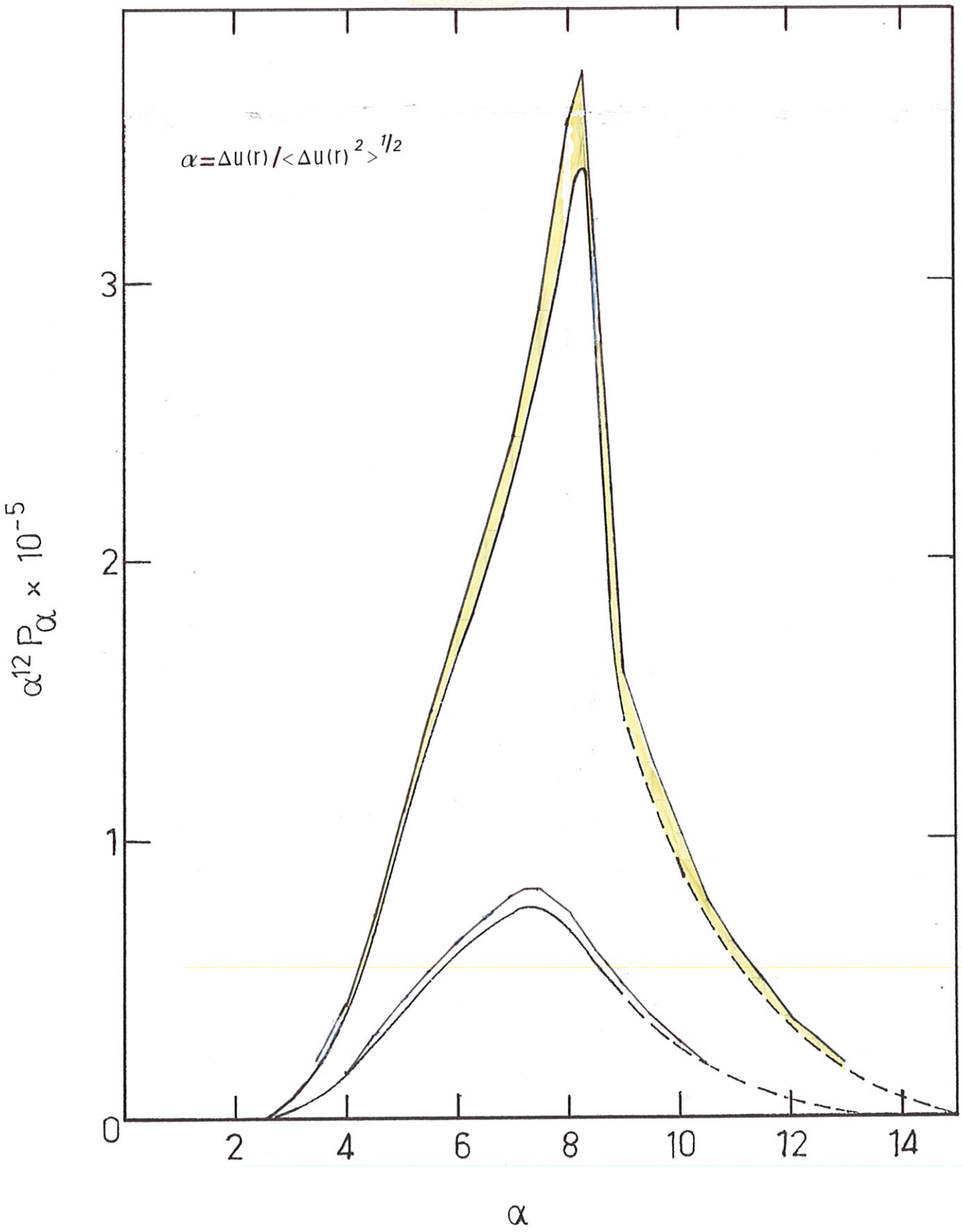


Figure III-4 Evaluation de l'erreur de linéarisation sur le calcul du moment d'ordre 12 ($r \simeq \lambda$. Jet, $R_\lambda = 535$).

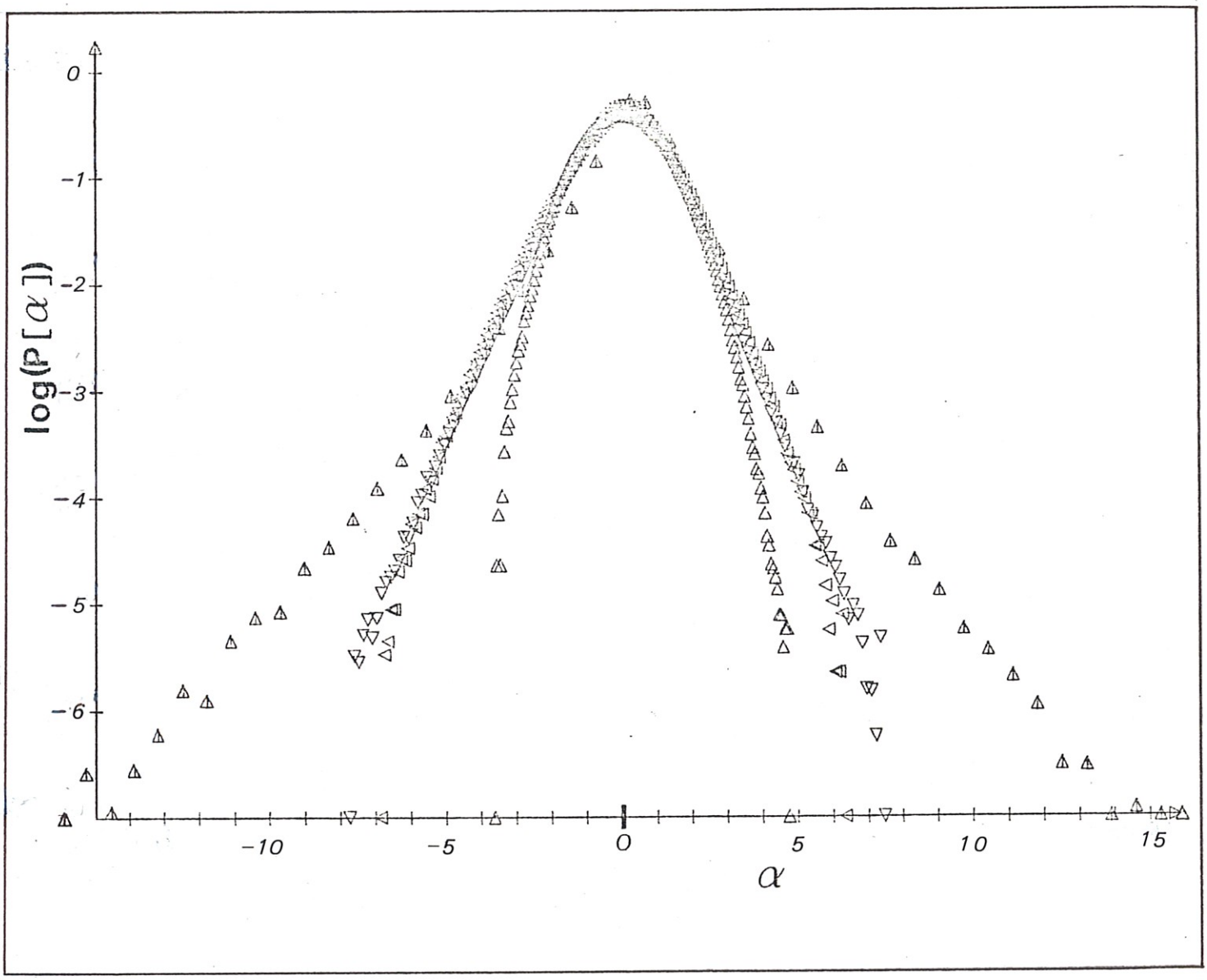


Figure III-5 Courbes de densité de probabilité de la vitesse (Δ) et de différences de vitesse $\Delta u(r)$ pour r = 0.6 mm (▲), 7.7 mm (▽) et 17.2 mm (◁). Jet, R_λ = 535.

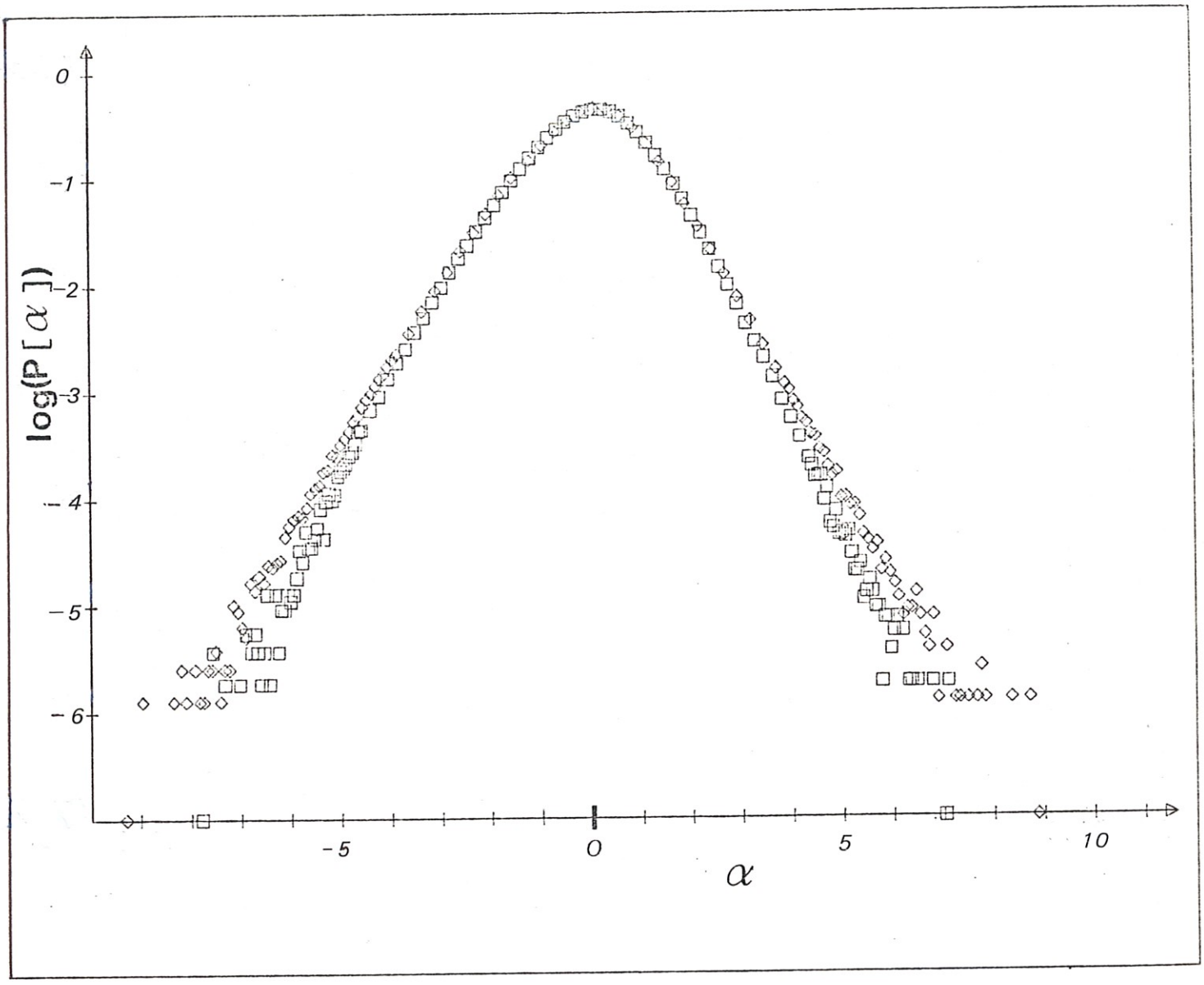


Figure III-6 Courbes de densité de probabilité de différences de vitesse pour r = 4.5 mm (◇) et 13.5 mm (□). Canal, R_λ = 515.

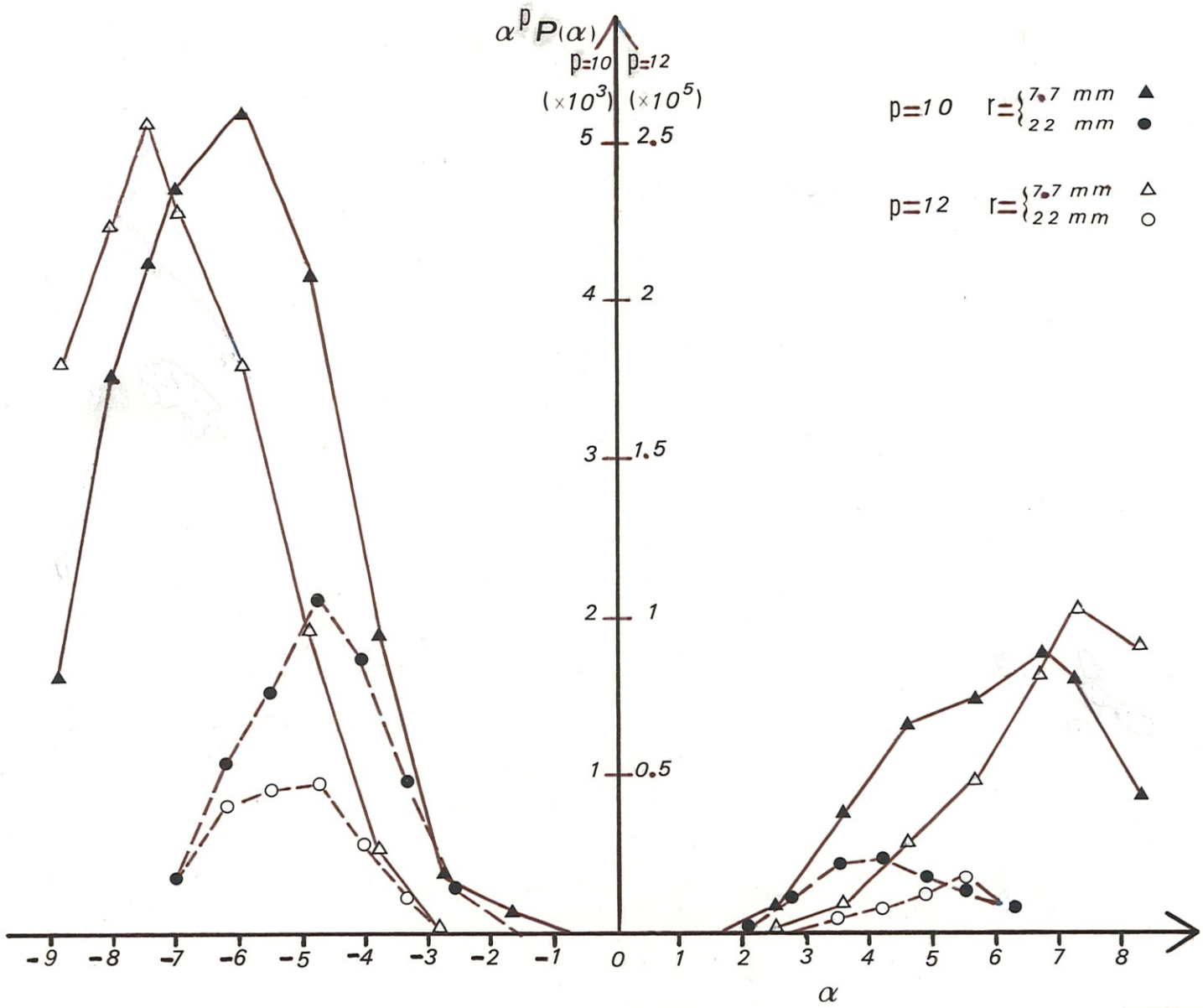


Figure III-7 Courbes intégrantes des moments d'ordres 10 et 12 pour deux distances extrêmes de la zone inertielle. Jet, R_λ = 535.

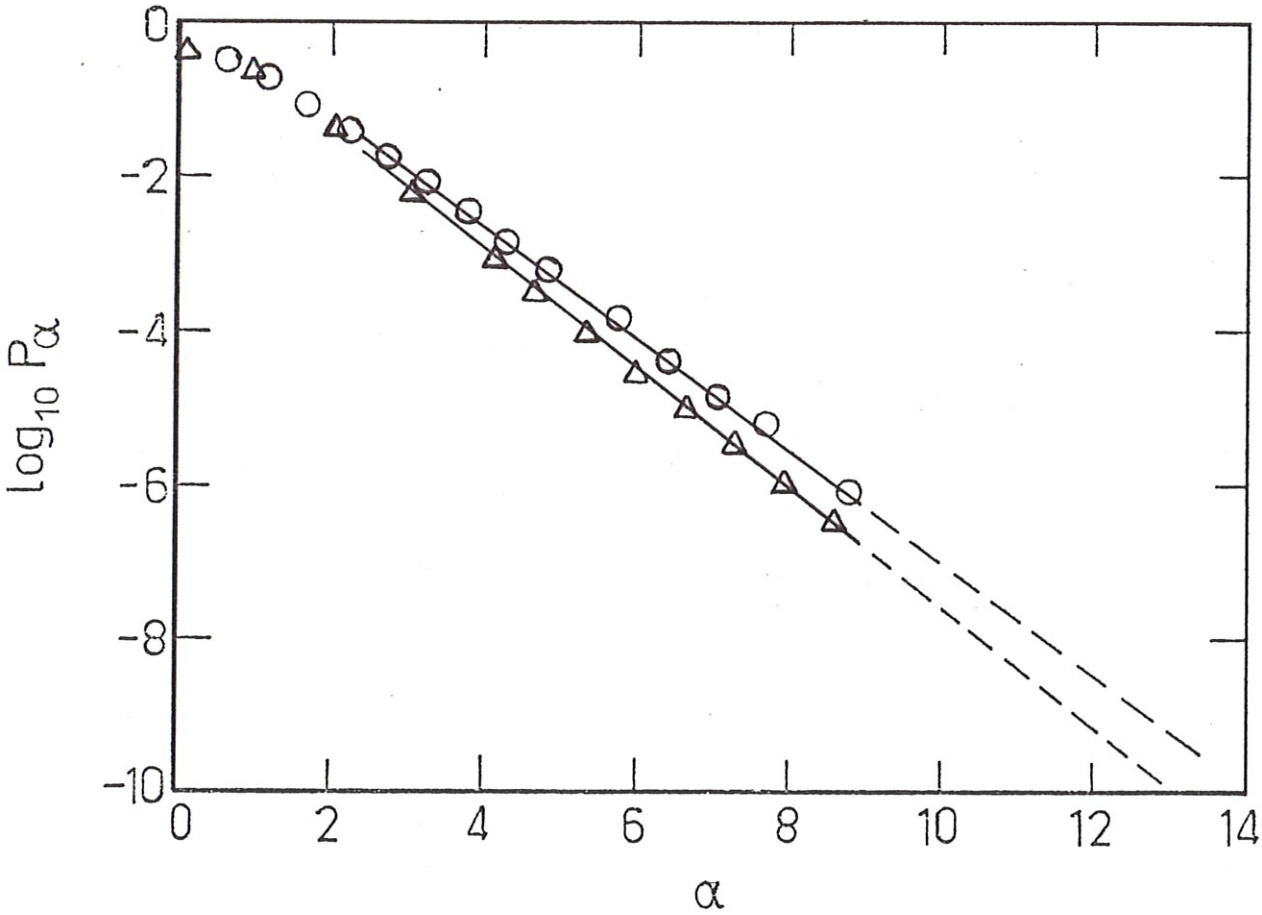


Figure III-8 Extrapolation exponentielle de la courbe de densité de probabilité de la différence de vitesse pour $r = \lambda$. Jet $R_\lambda = 535$.

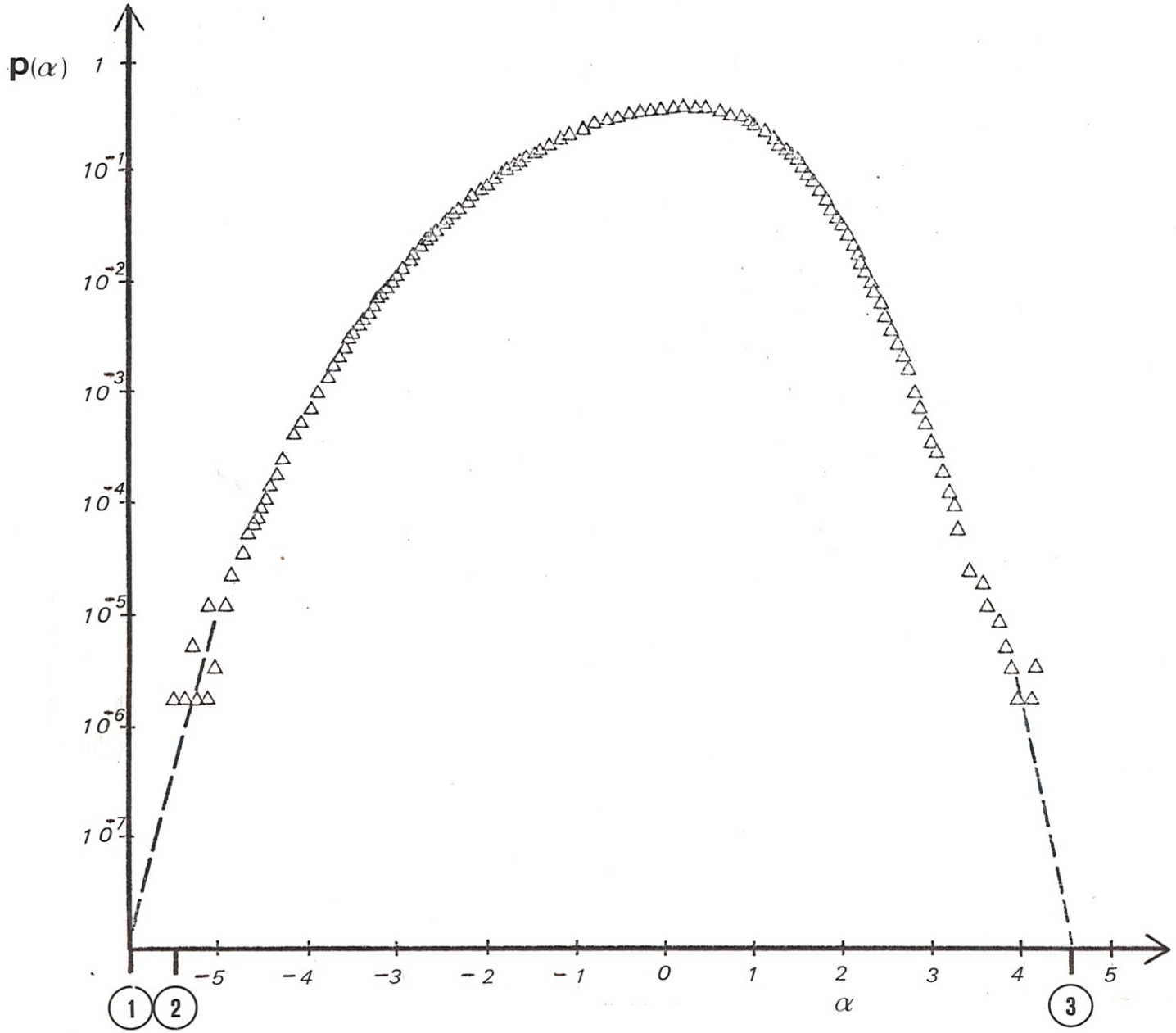


Figure III-9 Courbe de densité de probabilité de la vitesse et seuils de vitesse détectés par les compteurs électroniques. Canal, R_λ = 515.

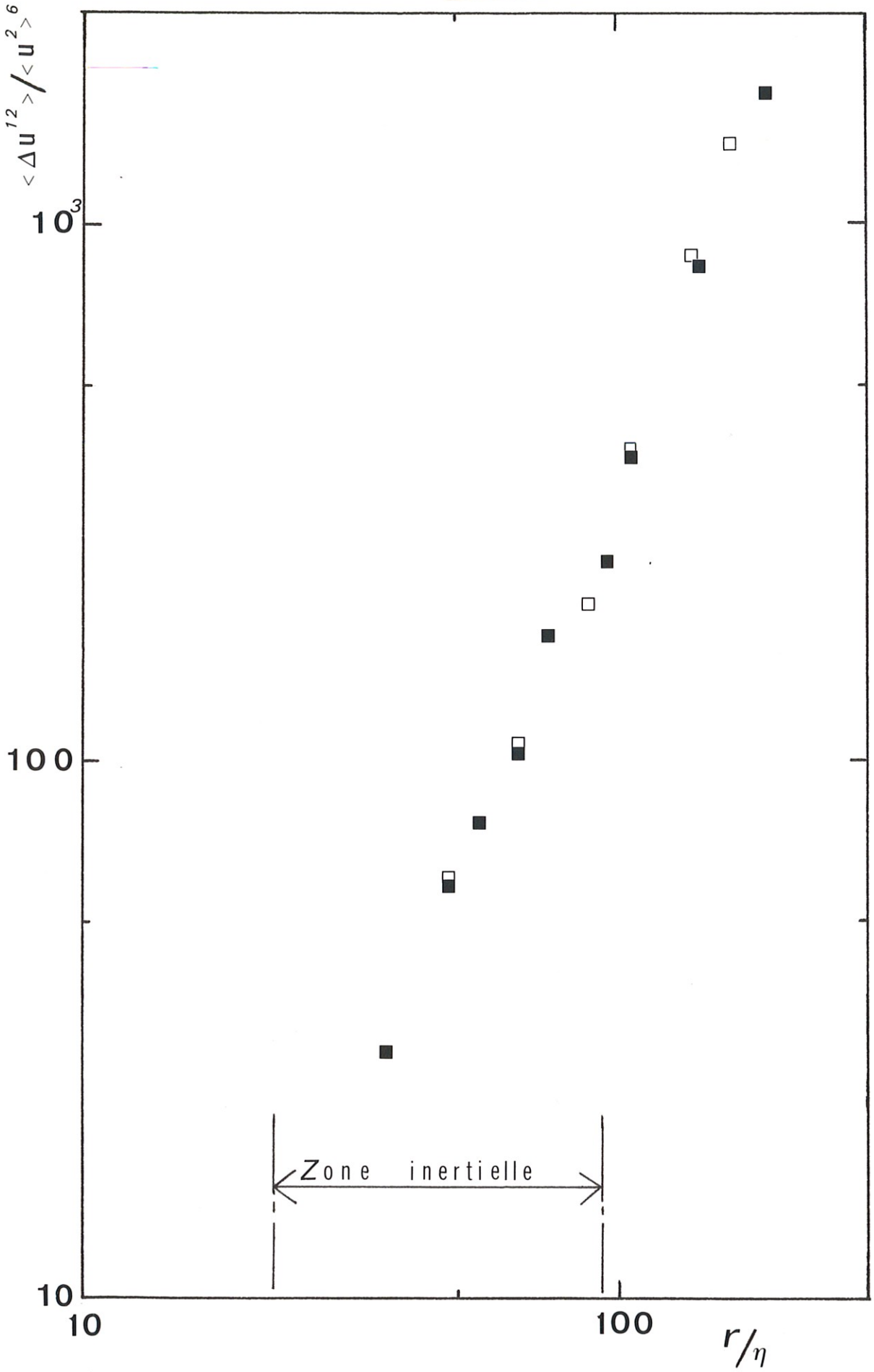


Figure III-10 Comparaison des moments d'ordre 12 extrapolés (□) et non extrapolés (■) pour différentes distances situées dans la zone inertielle. Jet, R_λ = 535.

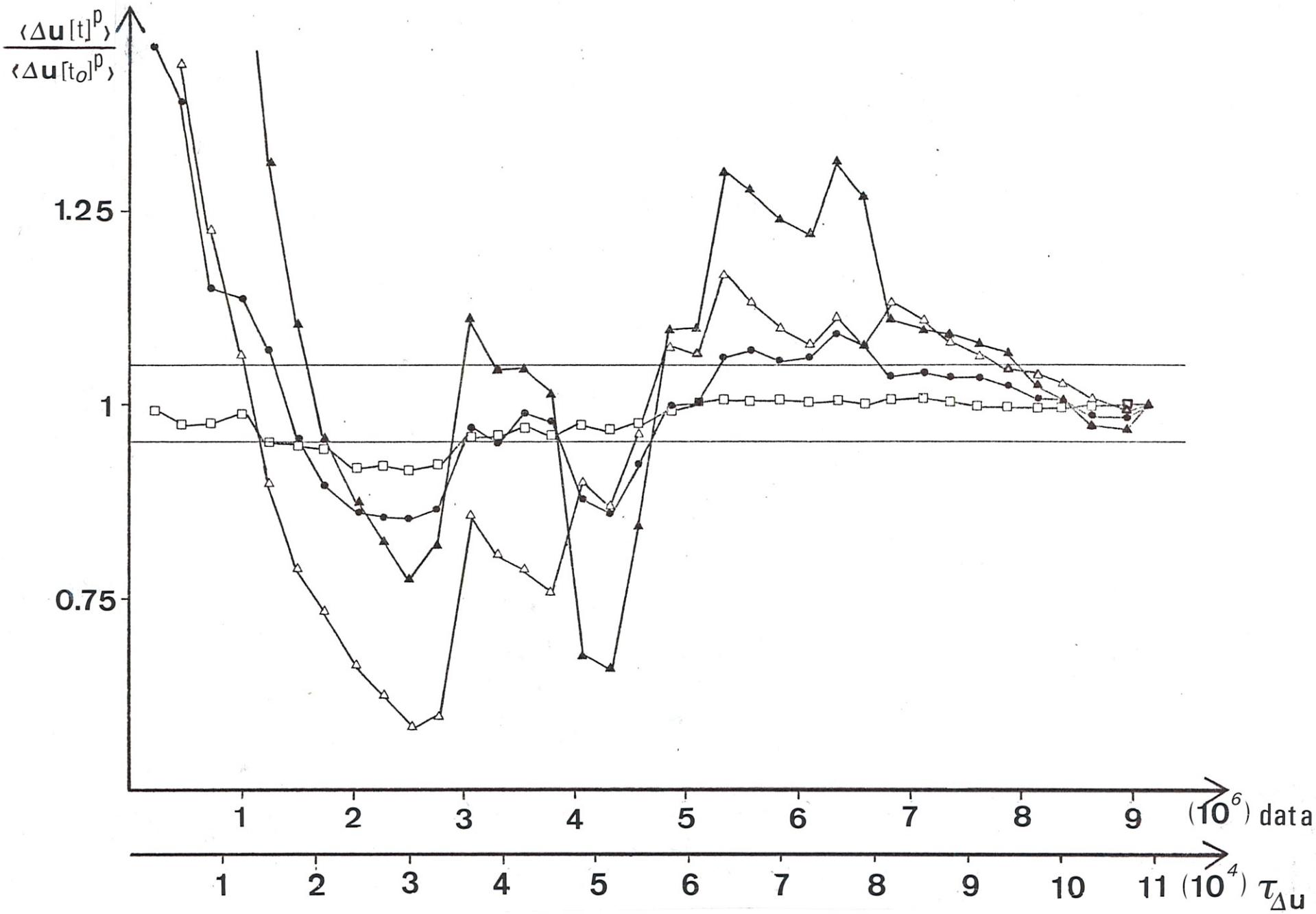


Figure III-11 Convergence temporelle des moments d'ordres 6 (□), 7 (●), 11 (▲) et 12 (△) pour r = 4.6 mm. Jet, R_λ = 535.

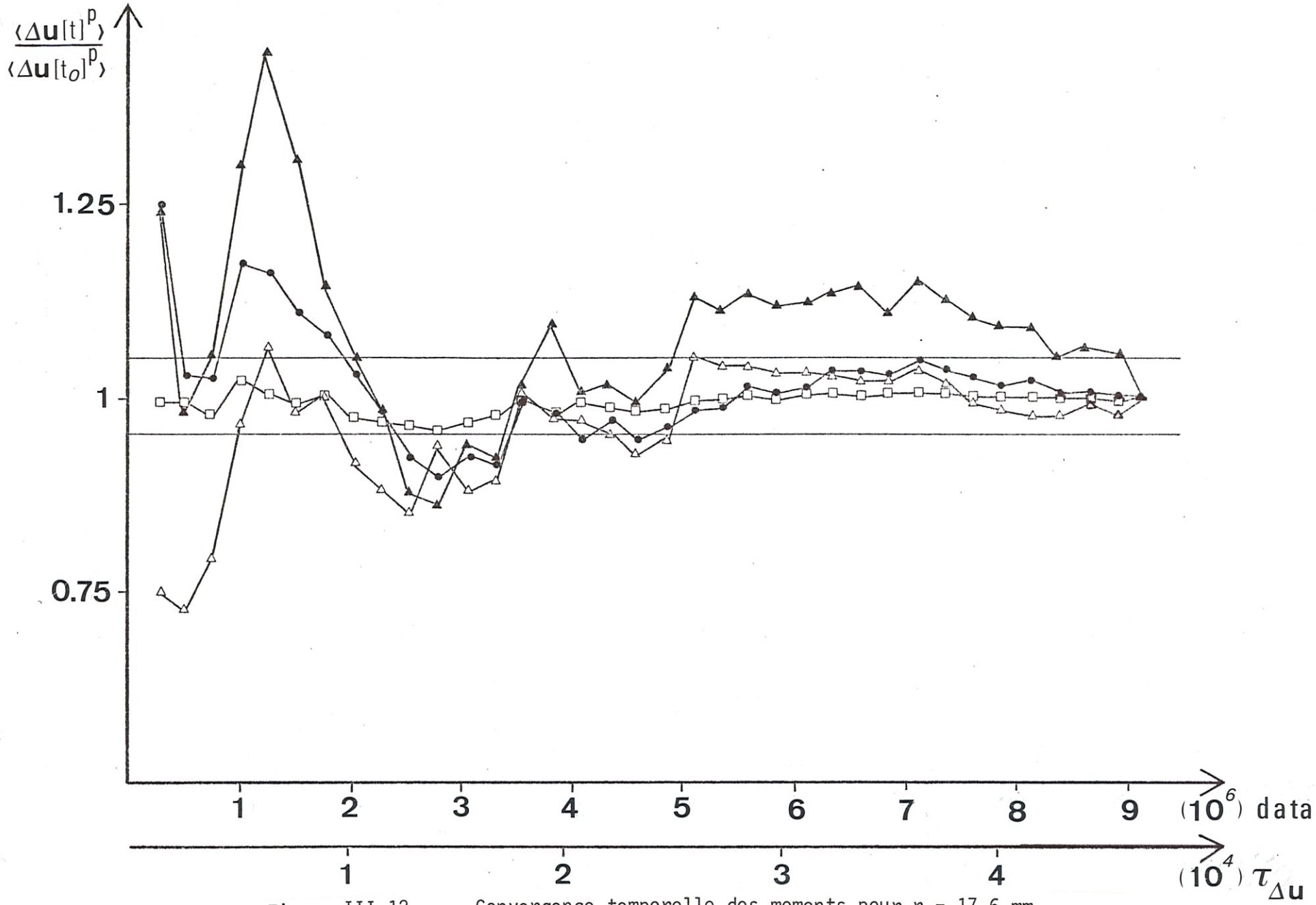


Figure III-12 Convergence temporelle des moments pour r = 17.6 mm (mêmes conditions que la figure III-11).

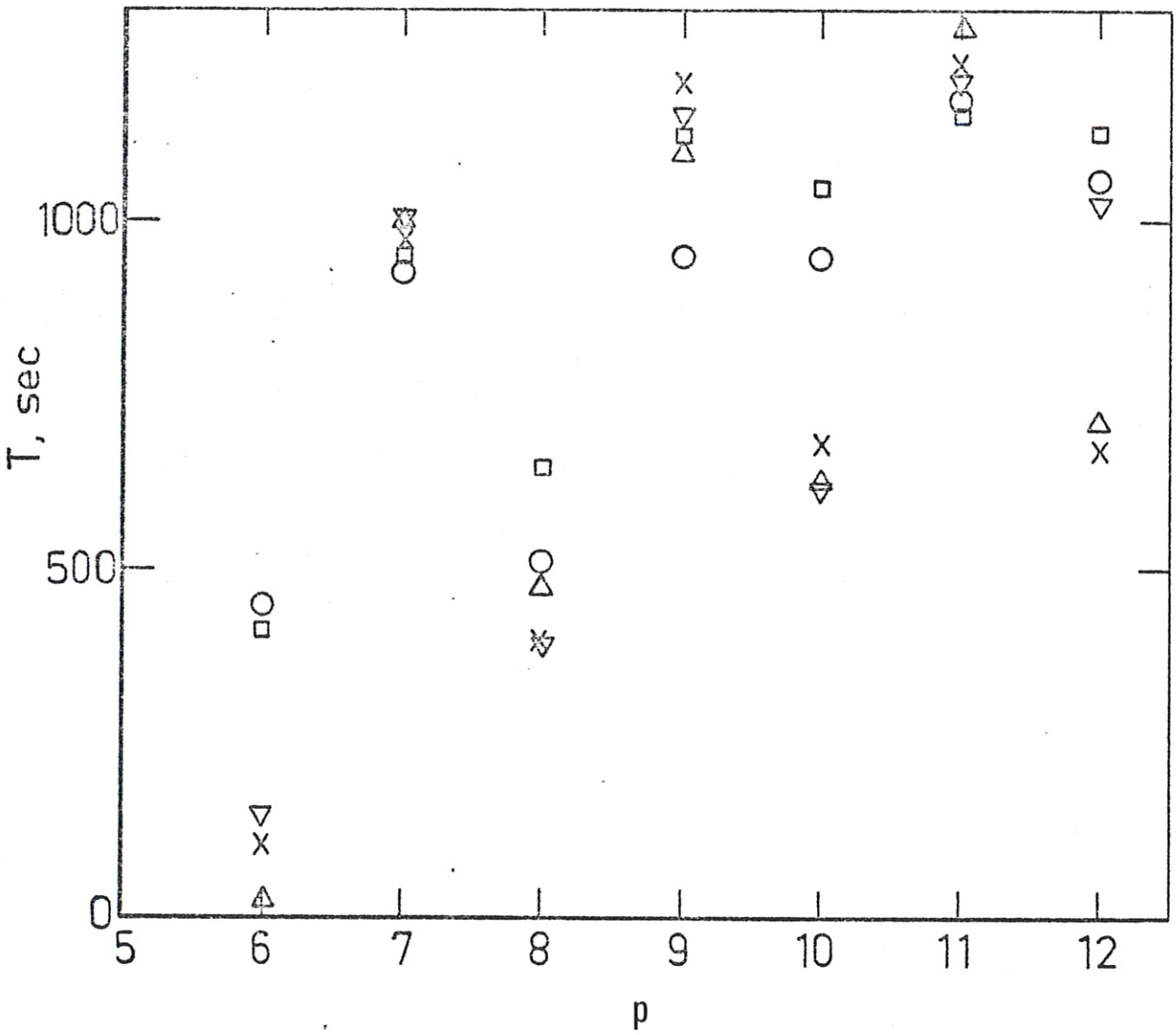


Figure III-13 Temps de convergence à ± 5 % des moments courants pour r = 4.6 mm (□), 7.7 mm (o), 10 mm (▽), 17.6 mm (△) et 29.4 mm (x). Jet, R_λ = 535.

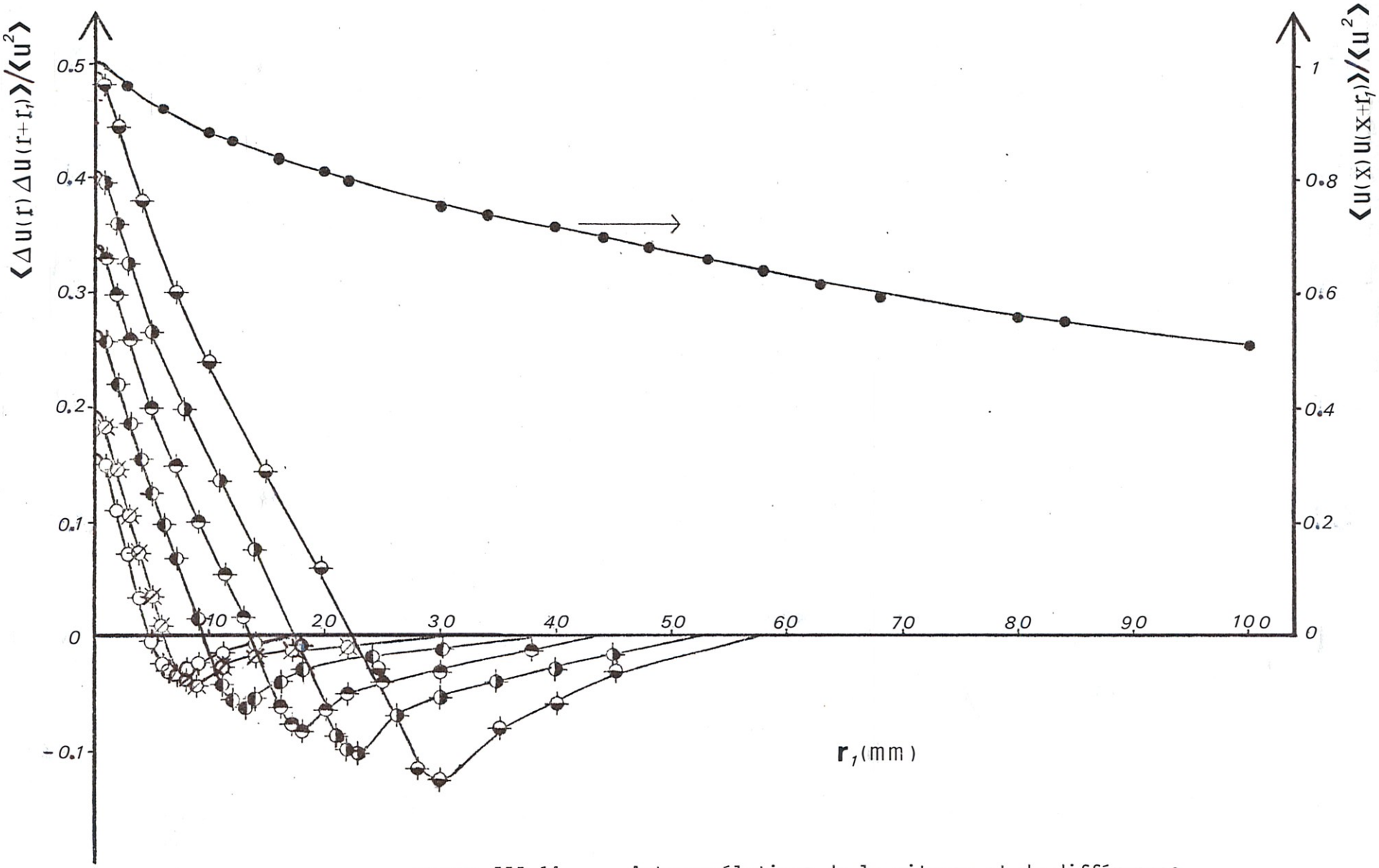


Figure III-14 Autocorrélations de la vitesse et de différences de vitesse $\Delta u(r)$ pour r = 6 mm (⊙), 7.7 mm (✲), 12 mm (◐), 17 mm (⊕), 22 mm (◐) et 29.4 mm (⊕). Jet, R_λ = 535.

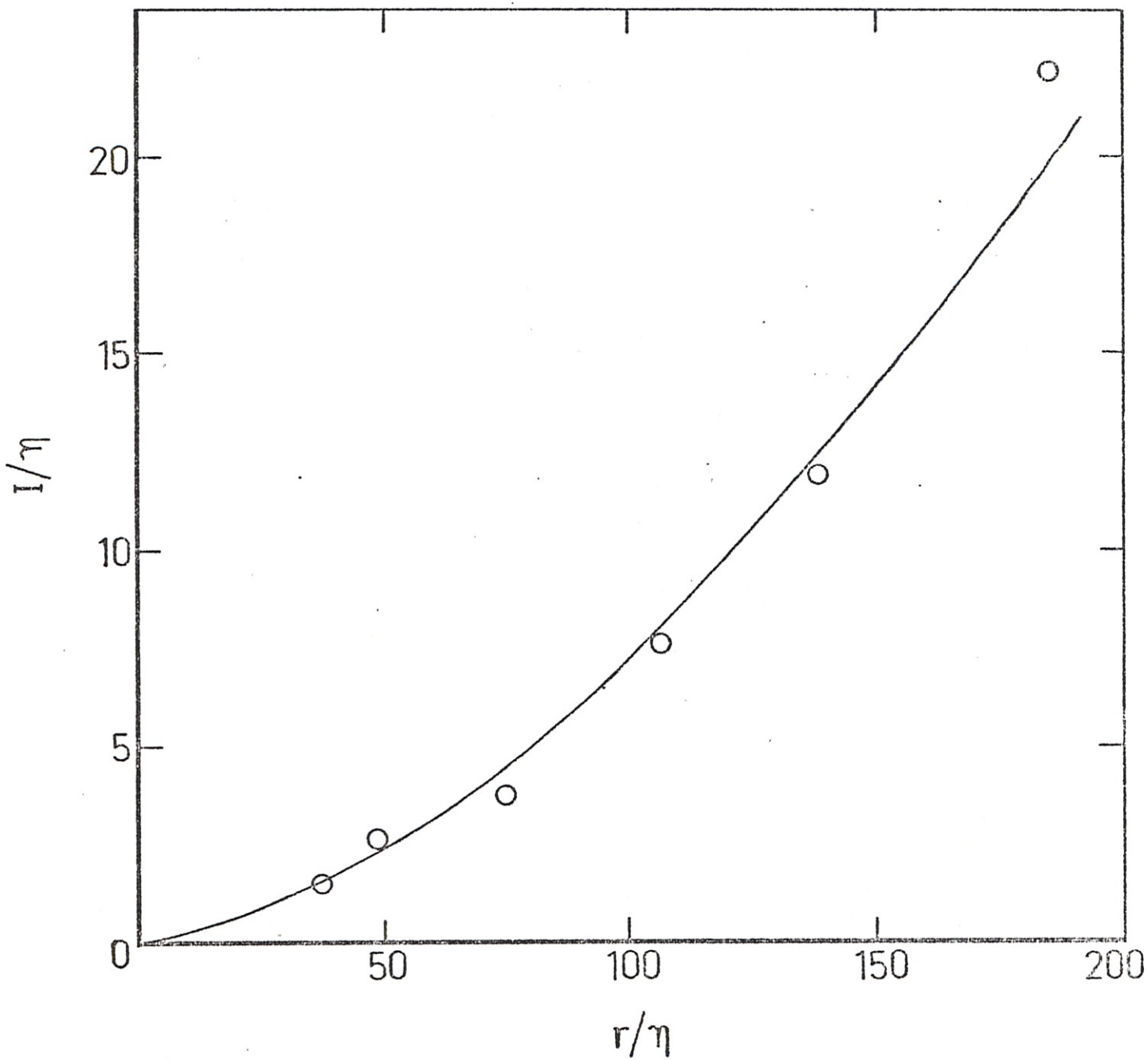


Figure III-15 Evolution de l'échelle intégrale de longueur de la différence de vitesse avec la distance r.

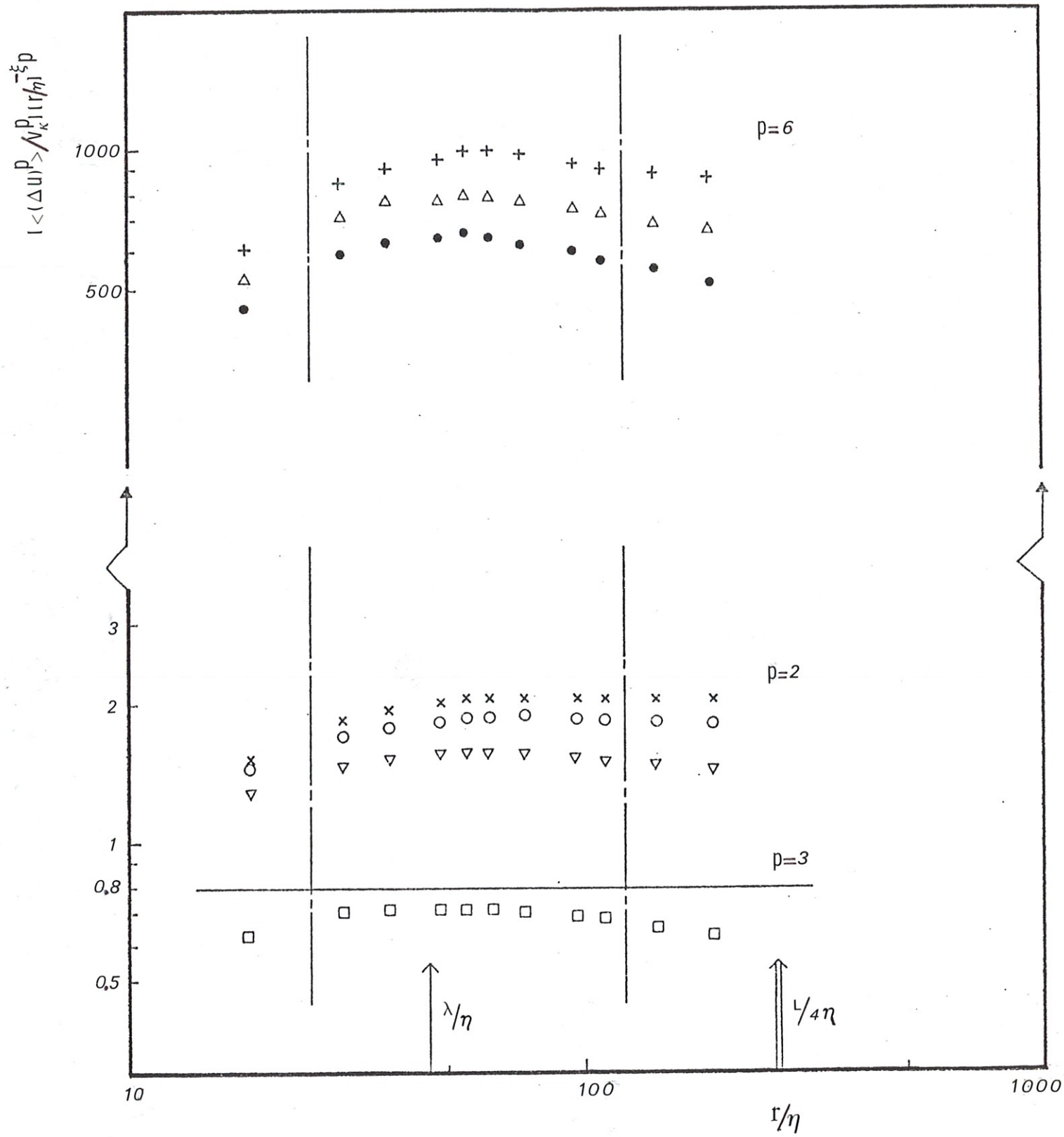


Figure IV-1 Moments d'ordres deux, trois et six de fonctions de structure compensés. Jet, R_λ = 535.

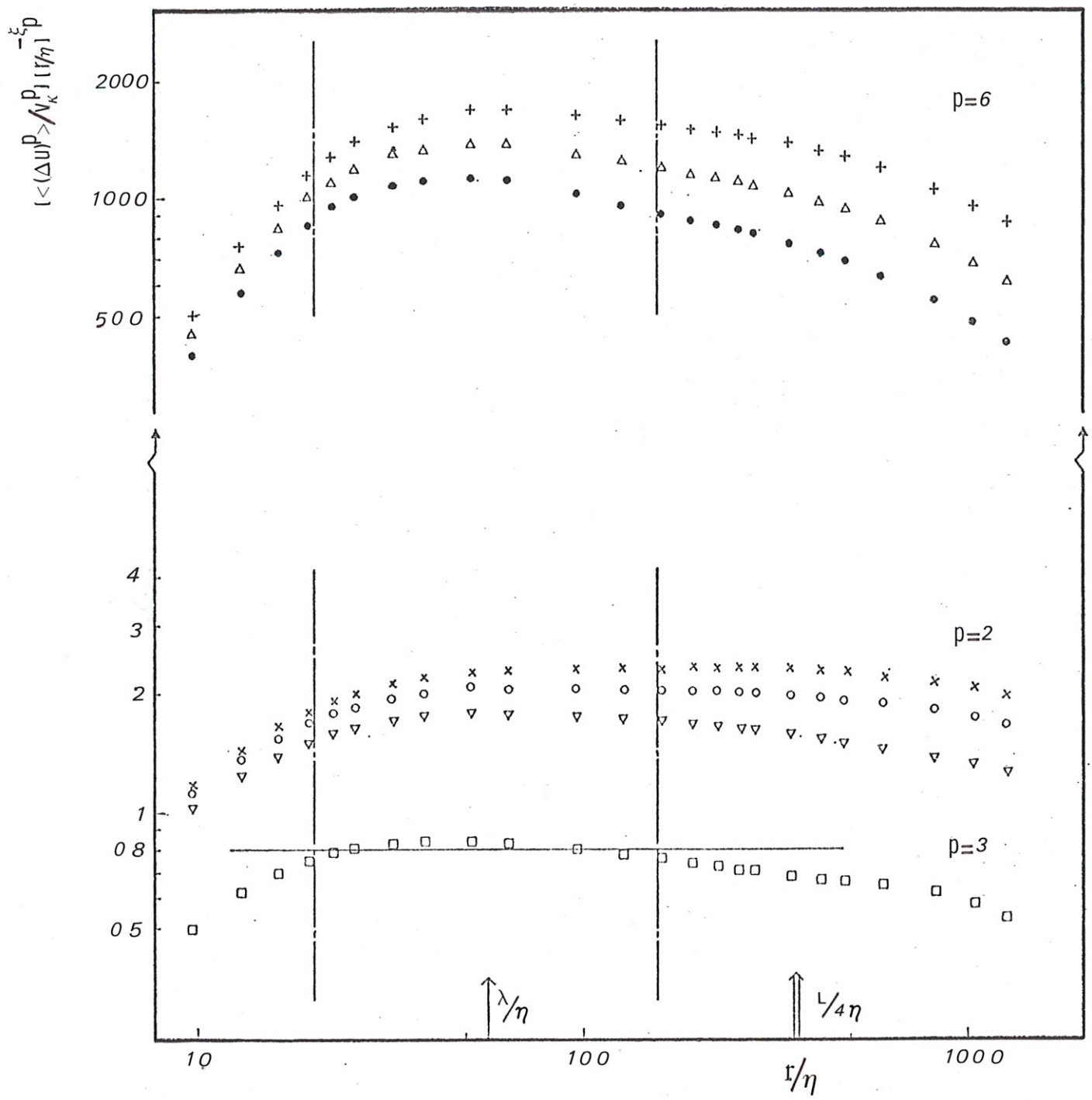


Figure IV-2 Moments d'ordres deux, trois et six de fonctions de structure compensés. Jet, R_λ = 850.

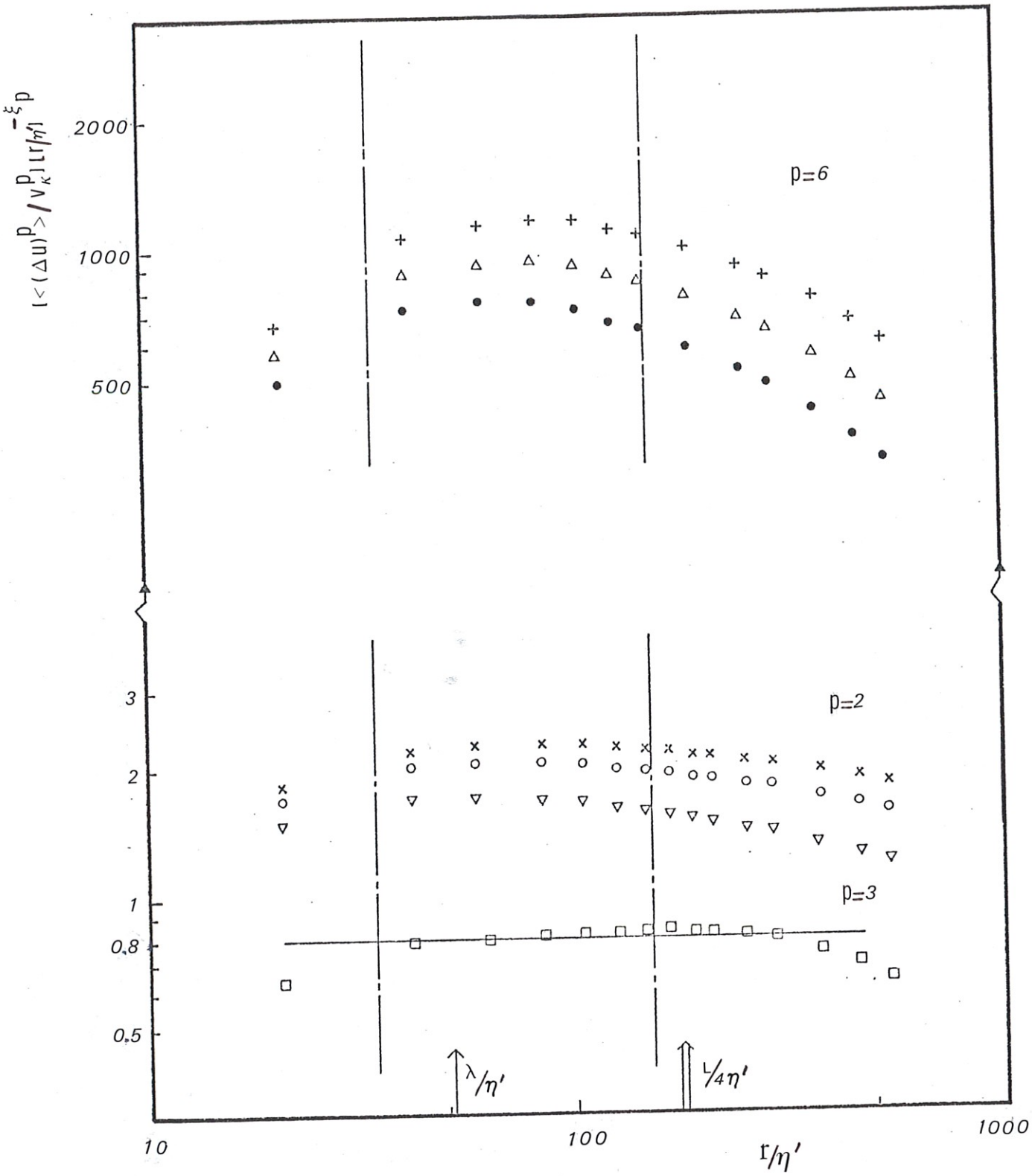


Figure IV-3 Moments d'ordres deux, trois et six de fonctions de structure compensés. Canal, R_λ = 515.

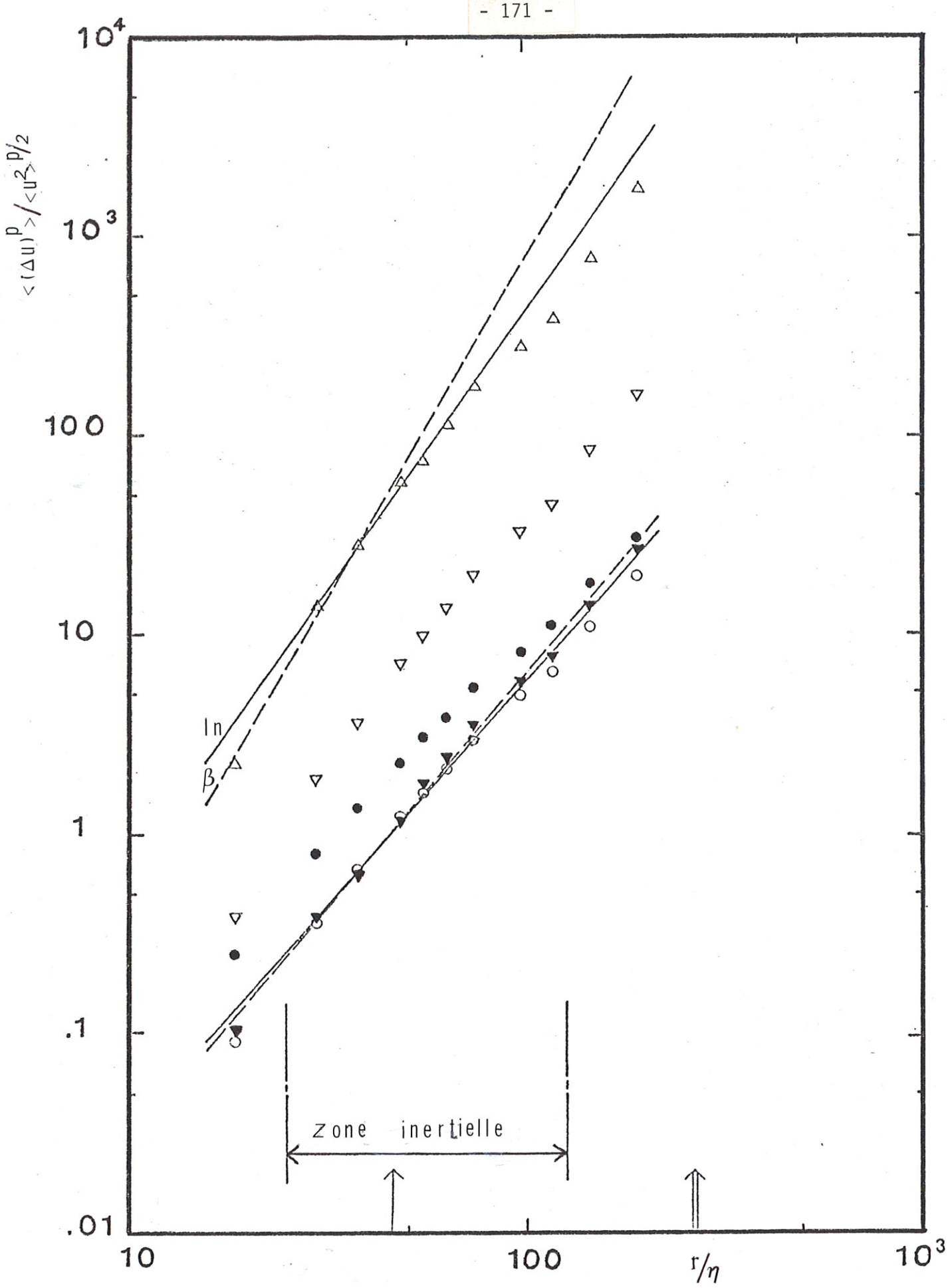


Figure IV-4 Moments d'ordres 7(●), 8(o), 9(▼), 10(▽), 12(Δ) de fonctions de structures. Jet, R_λ = 535.

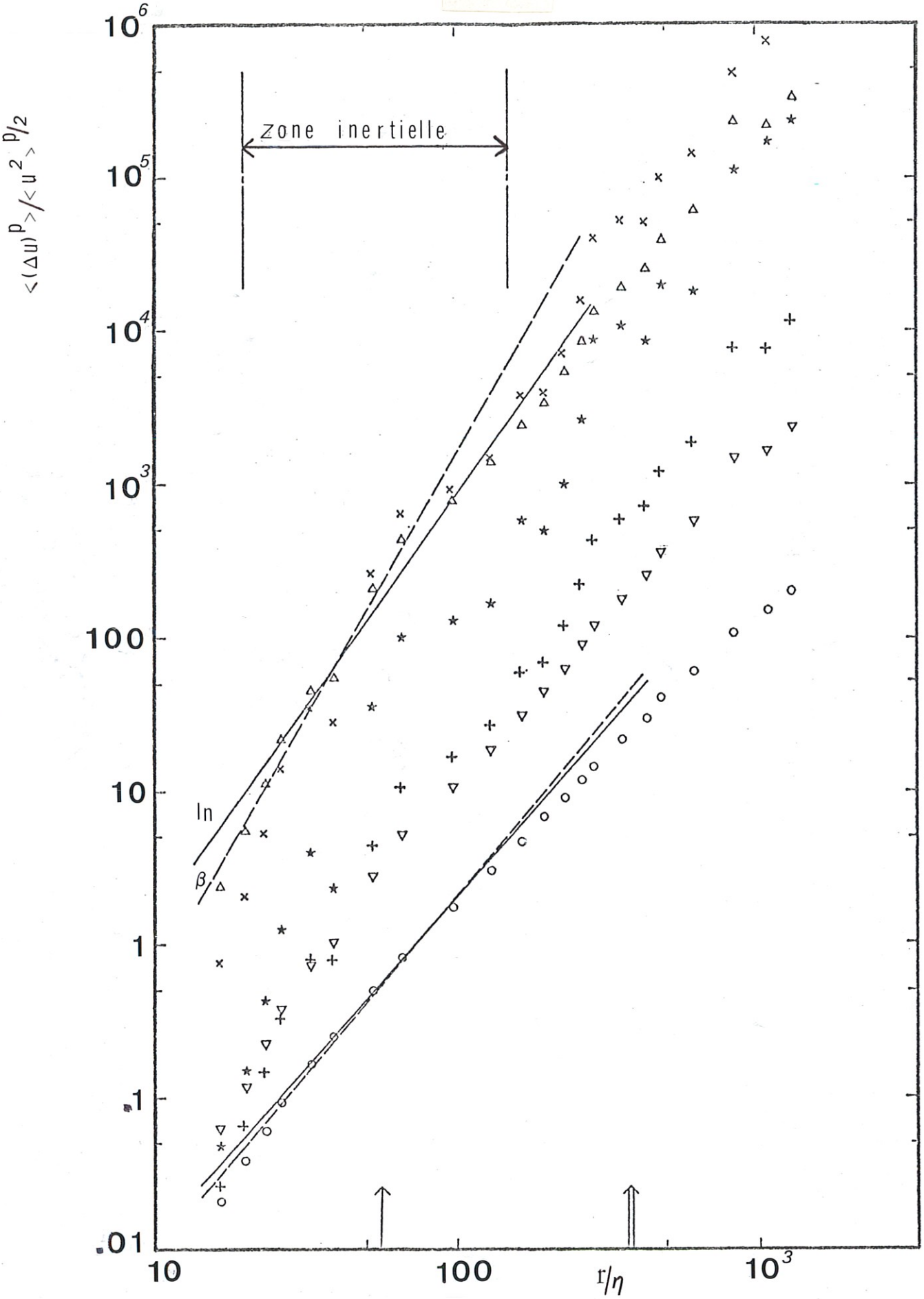


Figure IV-5 Moments d'ordres 8(o), 10(▽), 12(Δ), 14(+), 16(x), 18(★) de fonctions de structures. Jet, R_λ = 850.

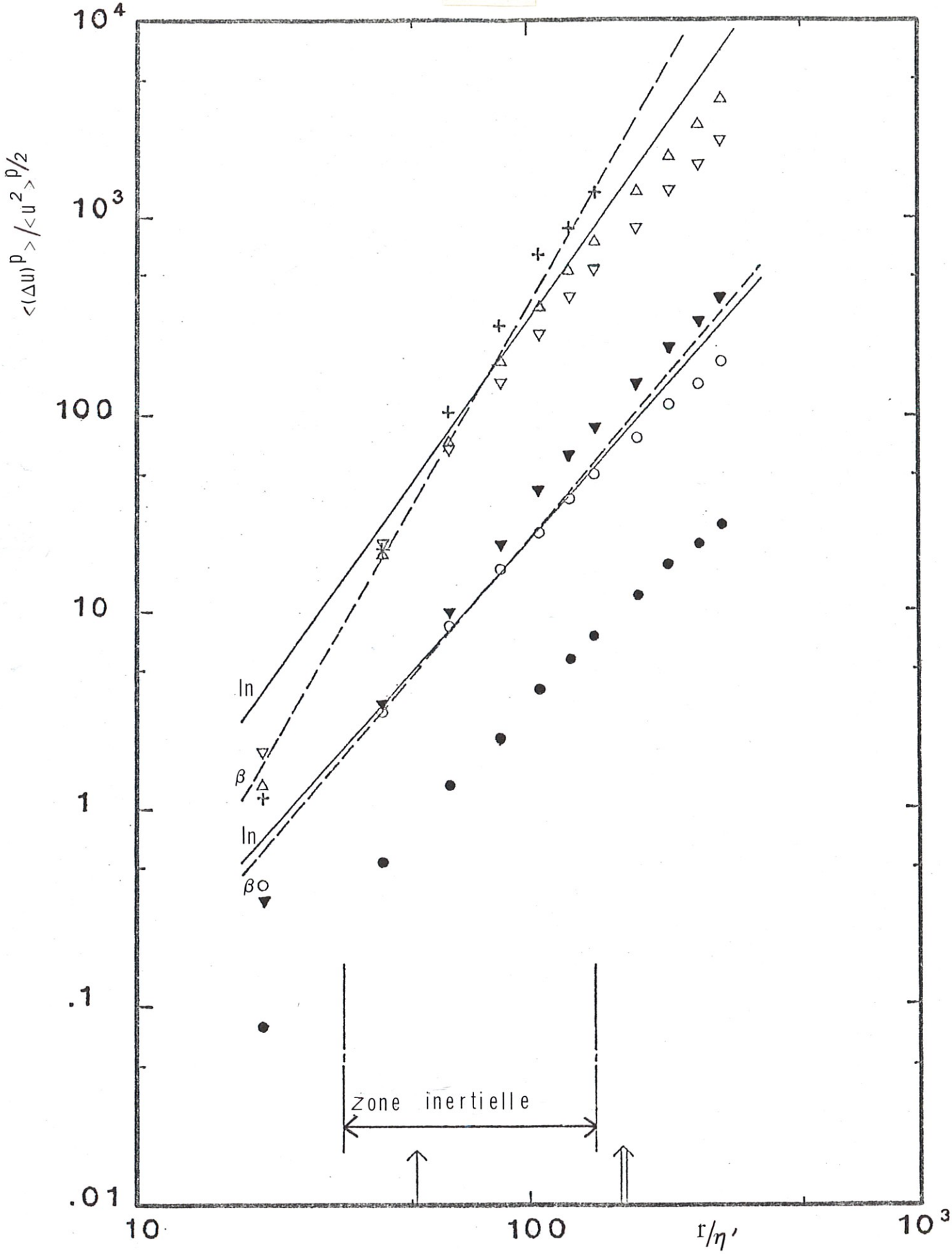


Figure IV-6 Moments d'ordres 7(●), 8(o), 9(▼), 10(▽), 12(Δ), 14(+) de fonctions de structure. Canal, R_λ = 515.

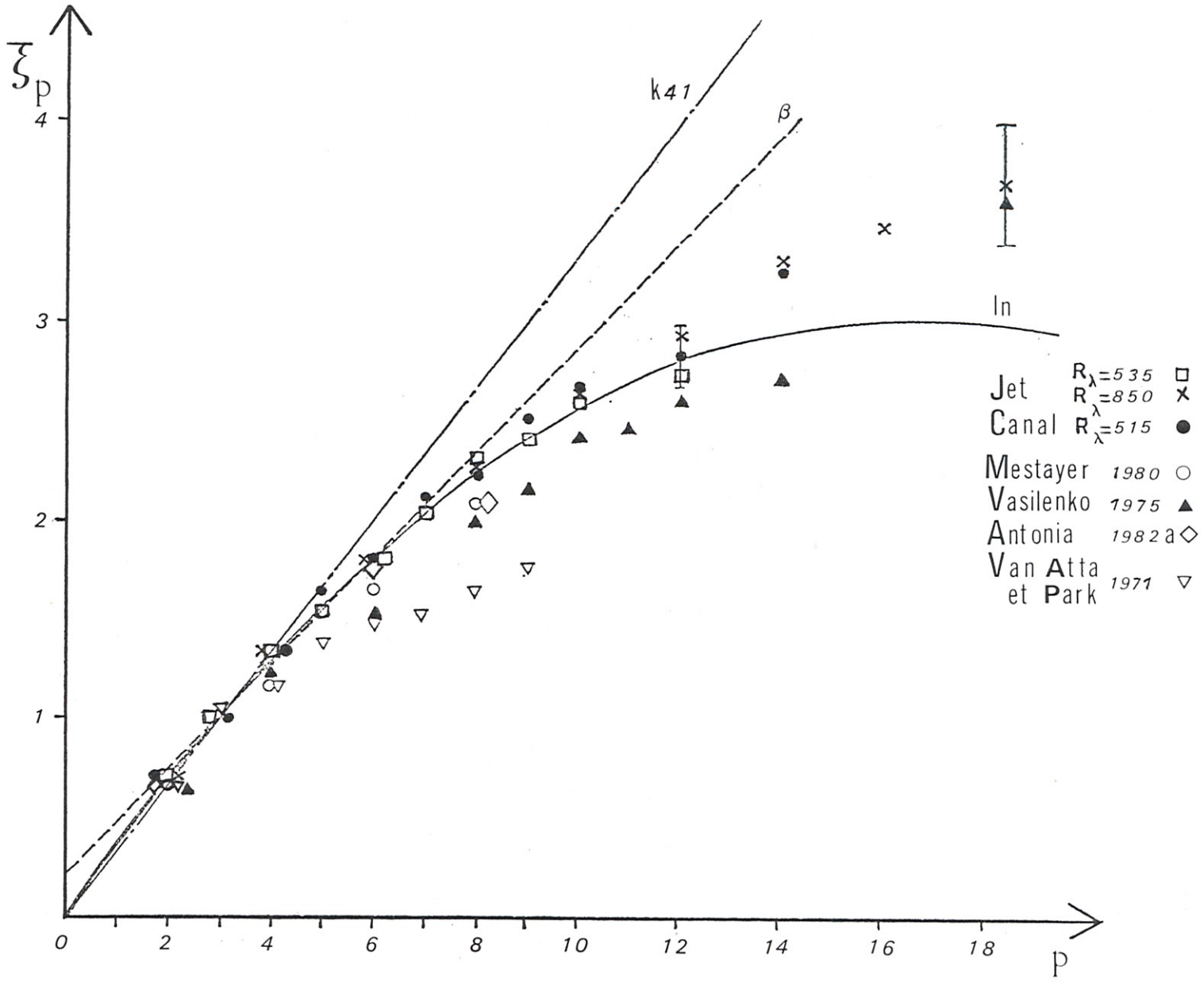


Figure IV-7 Variation de l'exposant ξ_p avec l'ordre p.

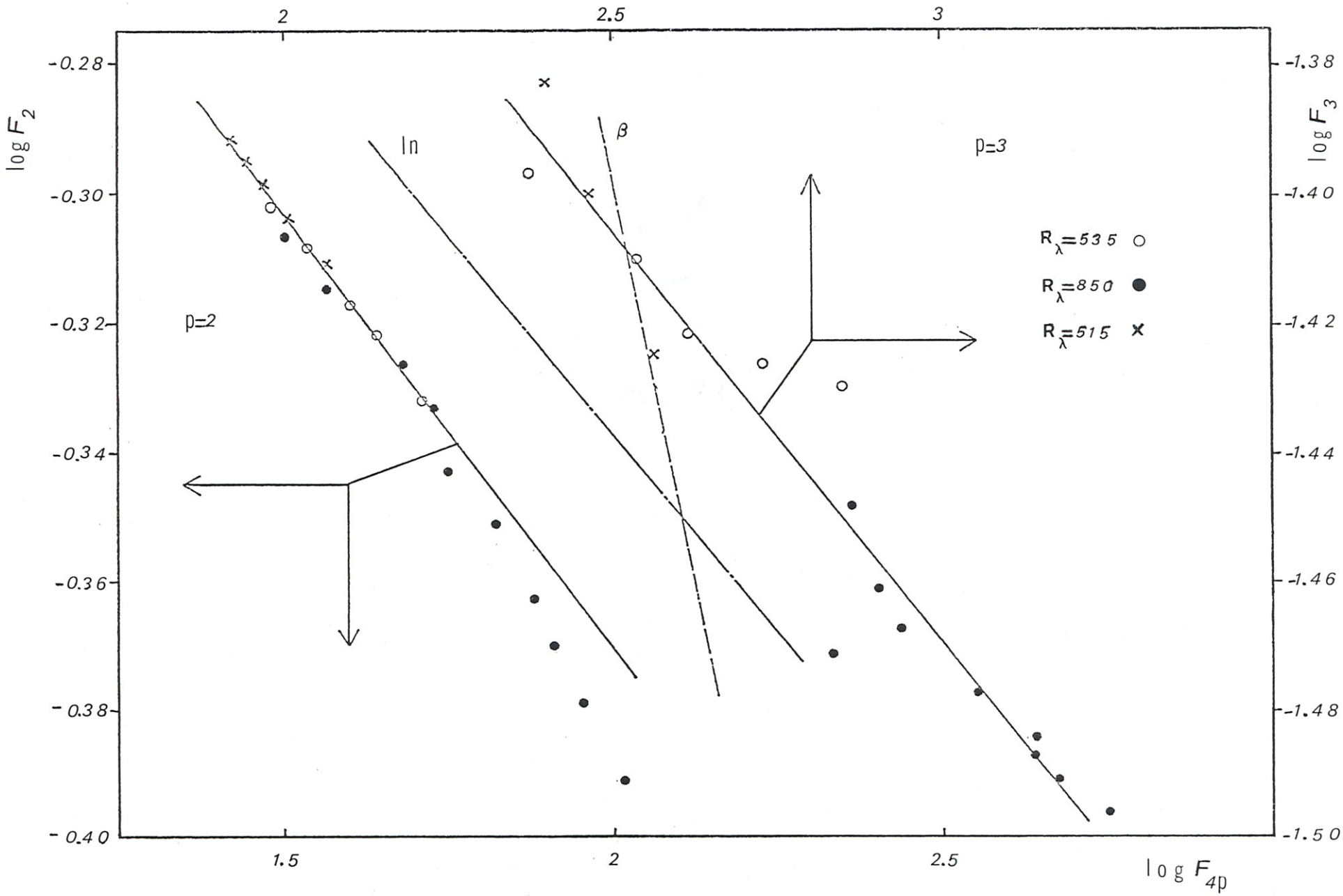


Figure IV-8 Variation de F_{1p} avec F_{4p}.

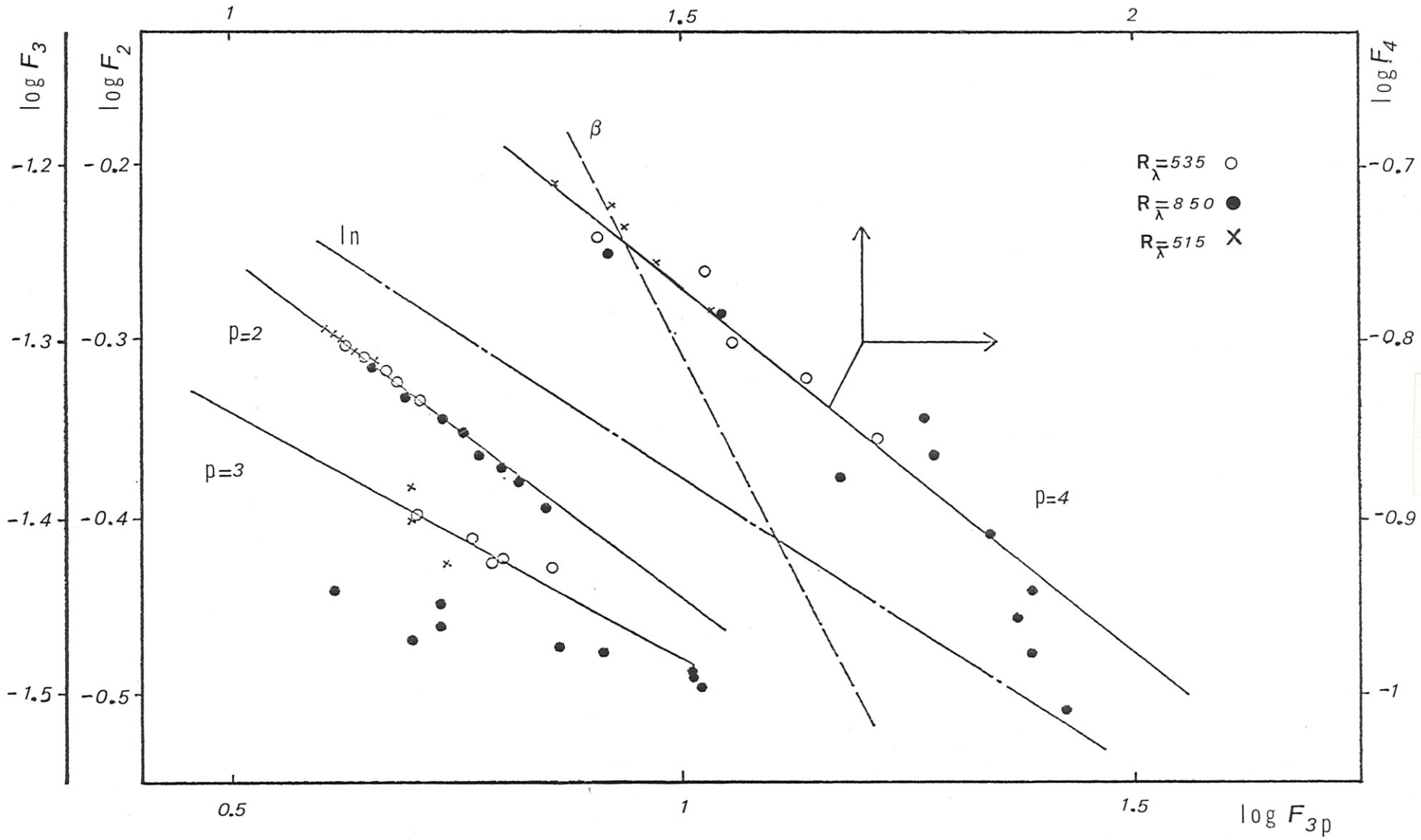


Figure IV-9 Variation de F_{1p} avec F_{3p}.

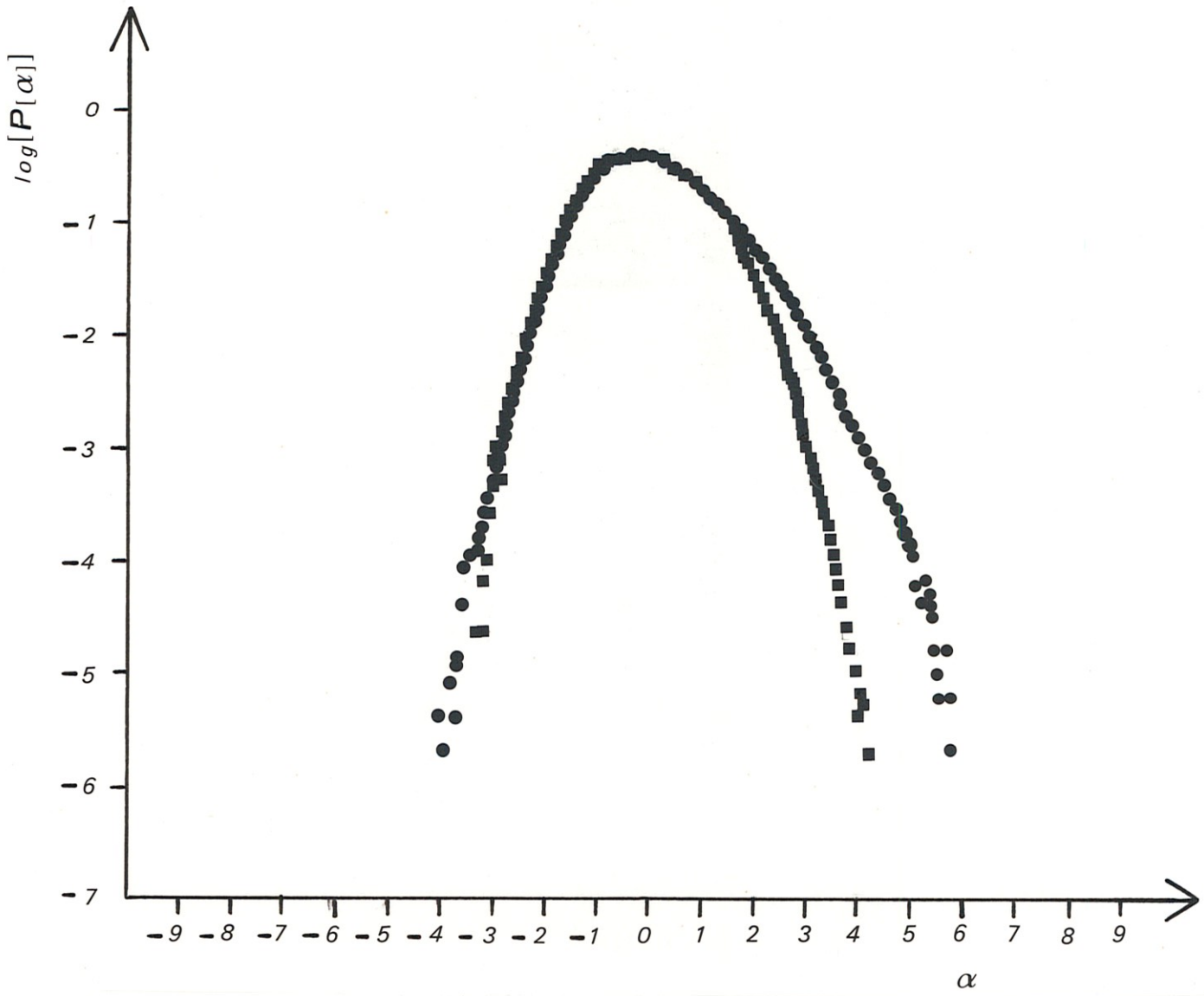


Figure V-1 Courbes de densité de probabilité de la température, $R_{\bar{\lambda}}=850$ (●), et de la vitesse, (■) $R_{\bar{\lambda}}=535$.

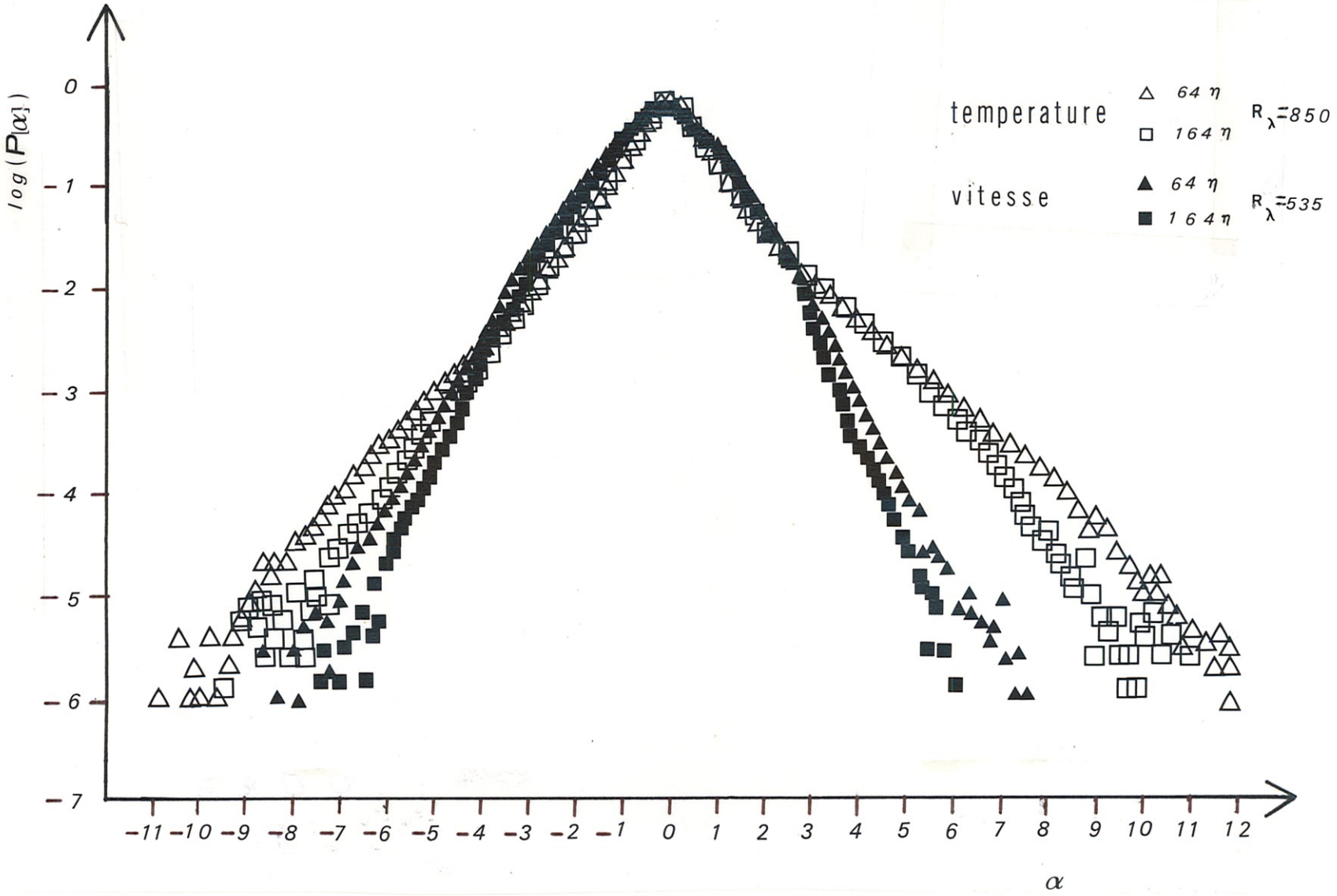


Figure V-2 Courbes de densité de probabilité de différences de température et de différences de vitesse pour $r \simeq 64\eta$ et $r \simeq 164\eta$.

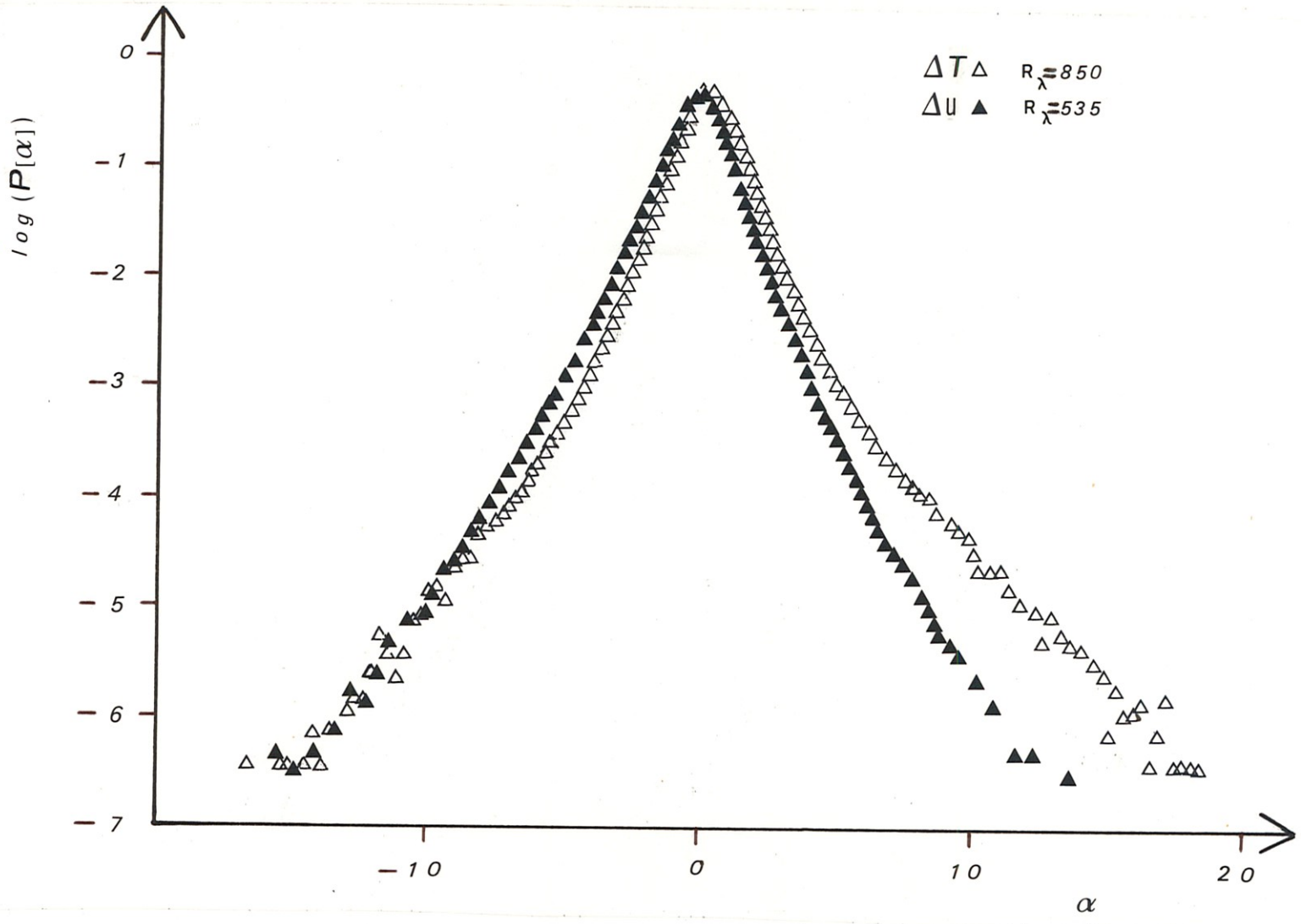


Figure V-3 Courbes de densité de probabilité de différences de vitesse et de différences de température pour $r \simeq 3.5\eta$.

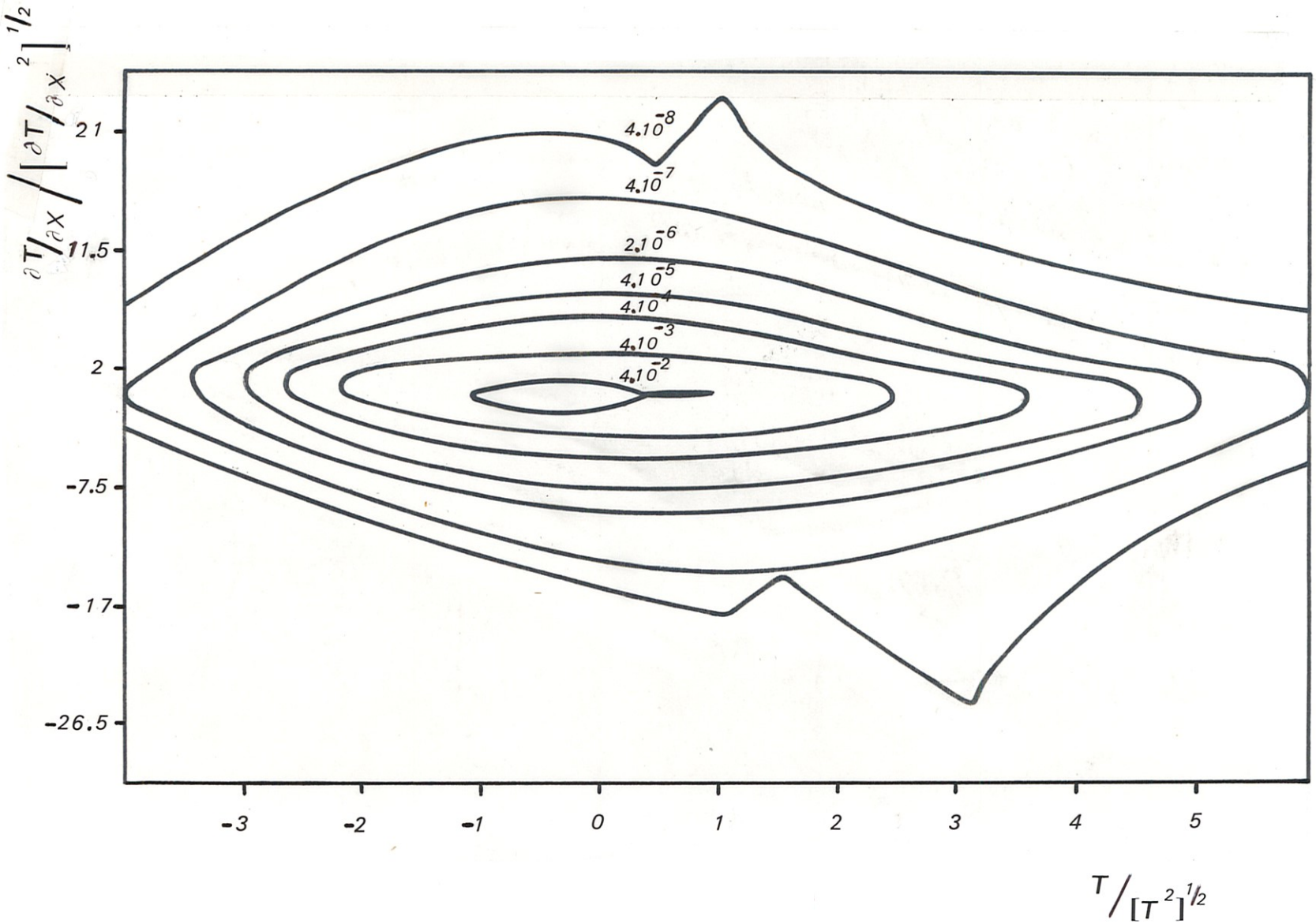


Figure V-4 Courbes d'isoprobabilité de la densité conjointe de la température et de sa dérivée longitudinale.

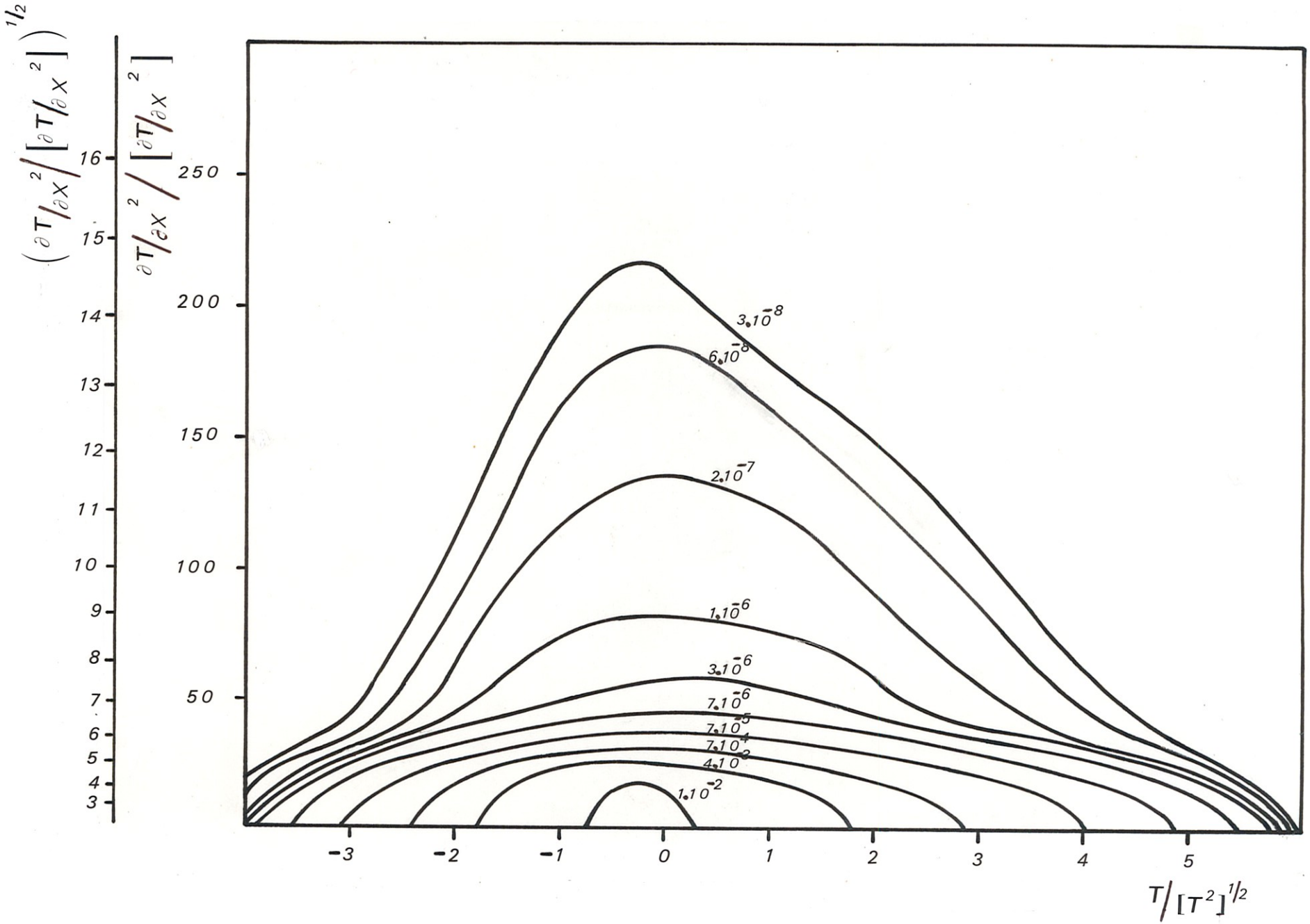


Figure V-5 Courbes d'isoprobabilité de la densité conjointe de la température et de sa dissipation.

THESE de DOCTEUR-INGENIEUR

Titre de l'ouvrage :

INTERMITTENCE INTERNE DE LA TURBULENCE PLEINEMENT DEVELOPPEE : CALCUL DE FONCTIONS DE STRUCTURE D'ORDRES ELEVES, ET APPLICATIONS A LA COMBUSTION

Nom de l'auteur : Fabien ANSELMET

Etablissement : Université Scientifique et Médicale de Grenoble

RESUME

Pour obtenir expérimentalement des renseignements précis sur la distribution statistique des structures dissipatives dans un écoulement turbulent, il est nécessaire de calculer des moments d'ordre le plus élevé possible. Ce travail présente des résultats sur ceux de la fonction de structure de la vitesse jusqu'à l'ordre de 18, obtenus de façon fiable dans trois écoulements différents. De l'ordre six nous avons estimé une valeur pour le paramètre d'intermittence μ ; l'évolution des exposants de ces moments avec l'ordre p est comparée aux prévisions théoriques des principaux modèles, basés sur différentes hypothèses de répartition des zones dynamiquement actives. L'importance de la délimitation de la zone inertielle sur ces résultats est soulignée.

Nous présentons également certaines densités de probabilité du champ de température, importantes pour la modélisation des écoulements turbulents réactifs, qui sont liées au comportement de ces petites structures et au mélange des réactifs à petite échelle.

MOTS-CLES

Turbulence ; Intermittence interne ; Fonctions de structure ; Zone inertielle ; Densités de probabilité ; Convergence ; Combustion turbulente ; Scalaire passif.