



**HAL**  
open science

# Etude et développement d'un concept de caractérisation rapide d'antennes basé sur le principe du retournement temporel du champ électromagnétique en chambre réverbérante

Philippe Meton

## ► To cite this version:

Philippe Meton. Etude et développement d'un concept de caractérisation rapide d'antennes basé sur le principe du retournement temporel du champ électromagnétique en chambre réverbérante. Electromagnétisme. Université Paris Sud - Paris XI, 2015. Français. NNT : 2015PA112190 . tel-01224995

**HAL Id: tel-01224995**

**<https://theses.hal.science/tel-01224995>**

Submitted on 5 Nov 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE 422 :  
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION DES TÉLÉCOMMUNICATIONS  
ET DES SYSTÈMES

Laboratoire : *Génie électrique et électronique de Paris*

## THÈSE DE DOCTORAT

PHYSIQUE

par

**Philippe Meton**

ÉTUDE ET DÉVELOPPEMENT D'UN CONCEPT DE CARACTÉRISATION RAPIDE  
D'ANTENNES BASÉ SUR LE PRINCIPE DU RETOURNEMENT TEMPOREL DU  
CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN CHAMBRE RÉVERBÉRANTE

Date de soutenance : 18/09/2015

**Composition du jury :**

Directeur de thèse :	Andrea COZZA	Professeur (Centrale-Supélec)
Co-directeur de thèse :	Marc LAMBERT	Chargé de recherche (Paris-Sud)
Rapporteurs :	Farhad RACHIDI-HAERI	Professeur (École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse)
	Julien de ROSNY	Directeur de recherche (Institut Langevin)
Examineurs :	Marc HELIER	Professeur (Paris 6)
	Florian MONSEF	Maître de conférences (Paris-Sud)
Membres invités :	Pierre BRUGUIERE	Assistant scientifique (CEA-Gramat)
	Franco MOGLIE	Professeur (Université Polytechnique des Marches, Italie)



## Remerciements

Les premières personnes que je tiens à remercier sont mes directeurs de thèse et mon encadrant. Je remercie donc Andrea Cozza, Marc Lambert, et Florian Monsef pour leurs aides et encouragements tout au long de ces années de doctorat.

Mes remerciements vont au CEA Gramat et à Centrale-Supélec pour le cofinancement de cette thèse. Je remercie donc notamment Pierre Bruguière, Jean-Christophe Joly du CEA-Gramat et Dominique Lecointe, Claude Marchand de Centrale-Supélec.

Je remercie, par ailleurs, Mr Farhad Rachidi-Haeri, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, et Mr Julien de Rosny, Directeur de recherche à l'Institut Langevin d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Vos remarques et suggestions ont été très constructives. Je tiens à remercier particulièrement Mr Marc Hélier, Professeur à l'Université Paris 6 d'avoir été examinateur dans le jury de thèse. Je remercie chaleureusement Mr Franco Moglie, Professeur à l'Université Polytechnique des Marches (Italie) pour le temps et les moyens qu'il m'a octroyés dans la réalisation de simulations numériques.

Ces années ont été intenses à de nombreux points de vue. Je suis notamment très content d'avoir pu partager un bout de chemin avec mes collègues doctorants et post-doctorants. Je salue donc Henri Vallon, Mohamed Farouk, Guillaume Defrance, Giacomo Rodeghiero, Mouad Djedidi, Safaa al Ali, Ashish Rojatkar, Boutheina Hafassa, Iyad Lahsen-Cherif, Abdul Youssef, Pierre-Luc Mignot, Xi Cheng, Moussa Kafal, Sebastien Penz, Serge Balma, Leïla Gharsalli, Moussa Houmam, Hidayet Zaimaga, Changyou Li, Badreddine Ratni, Panagiotis Piteros...

Un grand merci, aussi, au personnel travaillant dans les locaux de Centrale-Supélec avec qui j'ai pu échanger. Donc merci, notamment, à Mohammed Serhir, Laetitia Thirion-Lefèvre, Vincent Lescarret, Antoine Diet, Dominique Picard, Laurence Frémy, Vincent Polledri, Carles Catty, Bernard Duchêne, Raul De Lacerda, Joël Legrand, François Jouvie, Christophe Connessa, Nadine Joachimowicz, Céline Labrude, Frederic Desprez, Gaëlle Perusson, Lionel Pichon...



# Résumé

La thèse porte sur la génération de fronts d'ondes de test en milieu réverbérant pour la mesure d'antennes Ultra Large Bande. L'objectif est de générer des fronts d'ondes déterministes convergents, respectant les standards de mesure d'antennes, dans un milieu diffusif caractérisé par une décohérence spatiale, temporelle et fréquentielle. Les performances intéressantes, visées pour l'application, sont la génération temps réel, l'utilisation d'un nombre limité de sources et l'obtention d'un rendement de conversion d'énergie élevé.

Tout d'abord, nous présentons des concepts de mesure d'antennes et montrons, les limites des méthodes actuelles pour la réalisation de caractérisations rapides permettant un niveau de rapport signal à bruit satisfaisant et n'utilisant pas de sources multiples. Puis, nous introduisons notre moyen d'essai, le système Time reversal Electromagnetic Chamber (TREC), constitué notamment d'une chambre réverbérante, dans laquelle un principe non standard de retournement temporel est utilisé pour générer des fronts d'ondes cohérents et convergents d'espace libre.

Nous cherchons alors à étendre les capacités de la TREC à la génération des fronts d'ondes de test convergents et localement plans. Dans une phase d'étude préalable, nous développons deux approches pour synthétiser la propagation en espace libre des fronts d'ondes de mesure. Les techniques utilisées reposent sur l'utilisation de l'opérateur Slepian, permettant la résolution des contraintes imposées par les propriétés spécifiques des distributions de champ. La solution optimale de caractérisation a permis de générer des fronts d'ondes comportant une résolution angulaire. La synthèse des fronts d'ondes de test est utilisée dans des simulations électromagnétiques de TREC 2D et 3D. Les résultats ont validé la faisabilité de la génération de fronts d'ondes convergents, localement plans et résolus angulairement.

**Mots clefs :** Chambres réverbérantes, Retournement temporel, Fronts d'ondes pulsés convergents, Zone tranquille, TREC, Mesure impulsionnelle d'antennes.



# Summary

This contribution corresponds to the generation of test wavefronts in reverberation chamber for antenna Ultra Wide Band characterization.

We were interested in generating deterministic convergent wavefronts, fulfilling the antenna measurement standard, in a diffusive medium characterized by a spatial, temporal and frequency decoherence. The interesting performances referred to the application, are the real-time synthesis, the use of a limited number of sources and the high energy conversion efficiency.

First we present the concepts of antenna measurement and the limitations of current methods for achieving quick characterization with a sufficient signal to noise ratio without multiple sources. Then, we introduce our system, the Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC), which is mainly constituted by a reverberation chamber, in which a non-standard time reversal principle is used for coherent convergent free space wavefronts generation.

Then we try to extend the TREC capacities to the generation of free space convergent and locally plan wavefronts. In a preliminary study, we develop two approaches to synthesize the free space propagation of the wavefronts. The used techniques are based on the utilization of the operator Slepian, allowing the resolution of the constraints determined by the specific properties of the field distribution. The optimal solution allowed generating wavefronts characterized by angular resolution. Test wavefronts synthesis is used in 2D and 3D TREC electromagnetic simulations. Results validated the feasibility of the generation of locally plan convergent wavefronts with angular resolution.

**Key-words :** Reverberation chambers, Time Reversal, Convergent pulsed wavefronts, Quiet zone, TREC, Pulsed antenna measurements.



# Table des Matières

<b>Liste de Figures</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Mesure usuelle d'antennes	2
1.1.1 Caractéristiques des antennes	2
1.1.2 Conditions pour la mesure	4
1.1.3 Bases de mesure	7
1.1.4 Systèmes amont dans le domaine de la recherche	15
1.2 Caractérisation des antennes Ultra Large Bande (ULB)	18
1.2.1 Caractéristiques des antennes ULB	18
1.2.2 Spécificités de la mesure en temporelle	21
1.3 Méthode en chambre réverbérante à retournement temporel, Time Reversal Electromagnetic Chamber	22
<b>2 Retournement temporel</b>	<b>25</b>
2.1 Retournement temporel classique	26
2.1.1 Technique du retournement temporel	26
2.1.2 Principes de base	28
2.1.3 Milieux à propagations complexes	30
2.2 Étude en Chambre Réverbérante	35
2.2.1 Introduction	35
2.2.2 Physique des chambres	36
2.2.3 Adaptation du retournement temporel au milieu réverbérant	41
2.2.4 Potentiel en terme de test	41
2.3 TREC et retournement temporel généralisé	43
2.3.1 Introduction et potentiel	43
2.3.2 Qualité de focalisation sur zone focale étendue	46

<b>3</b>	<b>Génération de fronts d'ondes focalisants localement plans</b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Contraintes sur zone focale de test . . . . .	56
3.2.1	Déviations d'amplitude . . . . .	56
3.2.2	Concentration spatiale . . . . .	57
3.2.3	Contrainte spectrale . . . . .	57
3.2.4	Synthèse des contraintes . . . . .	61
3.3	Base de fonctions Slepian . . . . .	63
3.4	Optimisation de la déviation sur la zone tranquille . . . . .	67
3.5	Paradigme avec source virtuelle . . . . .	73
3.5.1	Zone tranquille et source virtuelle associée . . . . .	73
3.5.2	Description de la source virtuelle . . . . .	75
3.5.3	Présentation du paradigme . . . . .	76
3.5.4	Calcul analytique du champ de refocalisation . . . . .	80
3.5.5	Expression vectorielle du champ . . . . .	85
3.5.6	Détermination vectorielle du courant . . . . .	88
3.5.7	Exemples de synthèse de fronts d'ondes de test . . . . .	89
3.6	Paradigme avec spectre d'ondes planes . . . . .	93
3.7	Extension 3D de la technique de synthèse . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Validation numérique de la Zone Tranquille</b>	<b>111</b>
4.1	Validation et simulation 2D . . . . .	111
4.1.1	Description de la configuration numérique . . . . .	111
4.1.2	Performances des modèles . . . . .	116
4.1.3	Front d'onde de commande . . . . .	119
4.1.4	Résultats . . . . .	120
4.1.5	Reproductibilité suivant la direction d'incidence . . . . .	129
4.1.6	Contraste de pic étendu . . . . .	130
4.2	Validation avec une simulation 3D . . . . .	131
4.2.1	Présentation de la modélisation . . . . .	131
4.2.2	Résultats de simulation . . . . .	135
	<b>Conclusion</b>	<b>141</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>147</b>
	<b>Annexe A Calcul des fonctions Slepian</b>	<b>155</b>

---

<b>Annexe B</b>	<b>Discussion sur l'utilisation de la base des fonctions Slepian</b>	<b>159</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Fonction de Green 2D du RT en espace libre</b>	<b>163</b>



# Liste de Figures

1.1	Gain d'une antenne cornet TEM, figure obtenue avec le logiciel CST. . . . .	4
1.2	Position de l'antenne source et de l'antenne sous test repéré dans un repère sphérique standard associé à la mesure d'antenne. . . . .	5
1.3	Mesure à la distance minimum acceptable de $R = \frac{2D^2}{\lambda}$ avec un déphasage associé sur l'ouverture d'antenne $22.5^\circ$ . . . . .	6
1.4	Front de test interférant avec un front d'onde intempestif. Les interférences créent des déviations d'amplitudes. . . . .	6
1.5	Coupe de champ sur une zone tranquille de dimension $W_e$ . La déviation d'amplitude sur l'extension de la zone tranquille est de 10%. . . . .	7
1.6	Distances de champ lointain et de champ proche. . . . .	8
1.7	Figure représentant les distances de champ proche réactif, de champ proche rayonné correspondant à $R_1 > 0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$ (appelée zone de Fresnel) et de zone de champ lointain commençant à $R_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$ . . . . .	8
1.8	Mesure en espace libre dans un site ouvert. . . . .	9
1.9	Géométrie de la base de mesure surélevée. . . . .	9
1.10	Géométrie de la base utilisant la réflexion du sol. . . . .	10
1.11	Schéma synthétique de la chambre anéchoïque. . . . .	11
1.12	Schéma synthétique de la base compacte. . . . .	12
1.13	Mesure en base compacte. . . . .	13
1.14	Technique de mesure champ proche champ lointain en coordonnées cylindriques. . . . .	14
1.15	Schéma synthétique de la méthode focalisante utilisée sur une antenne à réflecteur, le déplacement de la source du point focal $F$ au point $F'$ , permet de réaliser une mesure en transmission au point $F''$ . . . . .	14
1.16	Méthode de génération d'ondes planes. . . . .	15
1.17	Chambre réverbérante. . . . .	16

1.18	Méthode de mesure du diagramme de rayonnement par discrimination du trajet direct. . . . .	17
1.19	Schéma synoptique du mode opératoire pour la mesure de l'antenne sous test par effet doppler. L'AST (Antenne Sous Test) est animée d'une vitesse $\vec{v}$ . L'antenne source rayonne à une fréquence fixe $f_c$ . $f_r$ est la fréquence associée au trajet direct du front d'onde de test, comprenant le décalage de fréquence par effet doppler noté $f_d$ . . . . .	18
2.1	Représentation synthétique du retournement temporel avec sa phase d'apprentissage et sa phase d'émission de l'onde focalisante. . . . .	26
2.2	Illustration du principe de Huygens. De gauche à droite, deux configurations équivalentes pour une valeur identique du champ électromagnétique dans la région extérieure $\Omega_e$ , dans la configuration de gauche une région interne $\Omega_i$ contenant des sources électriques et magnétiques, dans la configuration de droite les sources électriques et magnétiques équivalentes sont distribuées sur la surface équivalente $\Sigma$ . . . . .	29
2.3	Front d'onde émis par une source et observé par un réseau de MRT, source dans un milieu homogène (a) et dans un milieu hautement réverbérant (b). . . . .	30
2.4	Retournement temporel du signal émis par la source en utilisant $N$ MRT dans un milieu diffractant. . . . .	31
2.5	Focalisation temporelle et fluctuations inhérentes au retournement temporel. . . . .	33
2.6	L'élément principal de la chambre réverbérante (CR) est la cage de Faraday (figure de gauche); l'intérieur de la CR comporte un brasseur de modes (figure de droite). . . . .	35
2.7	Réponse fréquentielle d'une chambre, pour les fréquences basses, les modes sont discrets et non recouverts entre eux, pour les fréquences hautes les modes sont superposés. . . . .	36
2.8	Variation de la réponse d'un mode en fréquence, en fonction du facteur de qualité. . . . .	38
2.9	Retournement temporel dans une chambre réverbérante. De gauche à droite et de bas en haut, la phase d'apprentissage avec l'émission du pulse et l'enregistrement des signaux de sortie du MRT, puis réinjection, dans le MRT, du signal inversé temporellement et finalement focalisation d'une réplique non idéale du pulse d'excitation sur l'emplacement du point source. . . . .	42
2.10	Schéma synthétique de la Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC). Elle est constituée d'une cavité diffuseuse dans laquelle, on trouve, une ou plusieurs antennes MRT et une surface de sources équivalentes. . . . .	44

2.11 Schéma synthétique de la technique de retournement temporel généralisé. Figure (a) la sortie de l'antenne MRT est calculée synthétiquement grâce à la détermination préalable des fonctions de transferts entre la surface équivalente et l'antenne. Figure (b) le front RT est généré. . . . .	44
2.12 Étapes respectives pour l'utilisation du retournement temporel généralisé pour le test (a) et pour une méthode classique en chambre anéchoïque (b).	45
2.13 Schéma synthétique 2D d'un front d'onde créant une zone tranquille et représentation synthétique de l'antenne sous test (AST) dans la zone tranquille.	47
2.14 Pic de focalisation et fluctuations inhérentes au RT. . . . .	47
2.15 Représentation 2D d'un front d'onde focalisant sur une tache ponctuelle à gauche. Puis d'un front d'onde focalisant sur une zone focale de surface $S_1$ à droite. . . . .	48
2.16 Focalisation sur une zone ponctuelle de surface $S_1$ à gauche et focalisation sur zone étendue de surface $S_2$ à droite. . . . .	51
2.17 Focalisation d'un front d'onde interceptant les surfaces $S_1$ et $S_2$ . . . . .	51
2.18 Ensemble des N points de focalisation constituant la zone focale étendue. .	53
3.1 Front d'onde focalisant générant une zone tranquille sur l'emplacement de sa zone focale, la zone tranquille en rouge fait partie de la zone de test. . .	55
3.2 Schéma d'une coupe de champ dans la zone focale. La distribution de champ varie entre $E_{min}$ et $E_{max}$ et la déviation est inférieure à 10% sur l'extension, notée $W_e$ , de la zone tranquille. . . . .	57
3.3 Faisceau focalisant sur une zone focale sur-étendue par rapport à l'ouverture de l'antenne, lors de la mesure, le RSB en sortie d'AST n'est pas optimisé. .	58
3.4 Faisceau focalisant sur une zone focale idéalement concentrée sur l'emplacement de l'ouverture de l'antenne permettant l'optimisation du RSB en sortie d'AST. . . . .	58
3.5 Distribution de champ sous la forme d'une fonction rectangle de largeur électrique $W_e = 2$ (courbe bleue) et le résultat (courbe rouge) de sa troncature spectrale par la fonction Bessel J d'ordre 0. . . . .	62
3.6 Représentation des spectres ondes planes de la fonction porte (sinus cardinal, courbe bleue) et de la fonction Bessel J d'ordre 0 (courbe rouge). . . . .	63
3.7 Fonctions Slepian paires et impaires de la base concentrées sur $[-1 \ 1]$ et confinées spectralement pour $\eta \in ] - 2\pi \ 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 0.99, 0.99, 0.95, 0.72. . . . .	65
3.8 Fonctions Slepian concentrées sur $[-2 \ 2]$ et confinées spectralement pour $\eta \in ] - 2\pi \ 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 1, 1, 0.99, 0.94, 0.32.	66

3.9 Fonctions Slepian concentrées sur $[-1 \ 1]$ et confinées spectralement pour $\eta \in ] - 2\pi \ 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 1, 0.96, 0.3. . . . .	67
3.10 Représentation du masque associé à la fonction coût. $W_i$ la demi-extension de la zone tranquille, $e_i$ , la zone d'insensibilité de la zone centrale, $W_t$ l'extension de la zone de transition permettant le retour vers 0 des fonctions, $e_0$ la zone d'insensibilité externe. . . . .	68
3.11 Représentation du masque et des distances associées à la fonction coût. Elle comptabilise linéairement les distances $d_i$ et $l_i$ pour tous les points, $M_i$ et $N_i$ , se situant à l'extérieur du masque. . . . .	68
3.12 Coupes de champ obtenues pour $W_i = 1$ , $e_i = 0.1$ et $e_0 = 0.2$ avec zone de transition (a) et sans celle-ci (b). . . . .	69
3.13 Coupes de champ obtenues pour $W_i = 2$ , $W_t = 0.5$ et $e_0 = 0.2$ avec deux zones d'insensibilité différentes (cas (a) et (b)) sur la zone tranquille. . . . .	70
3.14 Coupe de champ obtenue pour $W_i = 2$ , $W_t = 0.5$ $e_0 = 0.4$ et une zone d'insensibilité nulle sur la zone tranquille. . . . .	70
3.15 Coupes de champ obtenus pour $W_i = 2$ , $W_t = 0.5$ et $e_i = 0.1$ avec deux zones d'insensibilité différentes (cas (a) et (b)) sur la zone externe. . . . .	71
3.16 Coupe de champ obtenue pour $W_i = 2$ , $W_t = 0.5$ et $e_i = 0.1$ avec une zone d'insensibilité d'épaisseur nulle sur la zone externe. . . . .	72
3.17 Résultats obtenus avec la méthode SVR pour $W_i = 4$ , $W_t = 0.5$ avec $e_i = 0.1$ et $e_0 = 0.2$ . . . . .	72
3.18 Présentation des spectres des profils de champ obtenus par optimisation (présentés sur la figure Fig. 3.17) avec les commandes $W_i = 4$ , $W_t = 0.5$ , $e_i = 0.1$ et $e_0 = 0.2$ . . . . .	73
3.19 A gauche, distribution de champ convergent focalisant sur une zone de test de largeur $L_e$ permettant de générer la zone tranquille d'extension $W_e$ , à droite, distribution de champ divergent de la source virtuelle. . . . .	74
3.20 Distribution de champ divergent associée à la source virtuelle à gauche et emplacement de la source virtuelle dans la surface de sources équivalentes de la TREC. . . . .	74
3.21 Surface de Huygens de rayon $r_H$ entourant la source virtuelle linéique associée à une distribution virtuelle de courant $J(y_\Gamma)$ . . . . .	75
3.22 Source magnétique linéique directive d'extension électrique $L_e$ (a) et son repère cylindrique associé (b). . . . .	76
3.23 Représentation du lien bijectif entre le courant et la distribution de champ de refocalisation sur la zone de test. . . . .	78

3.24 Schéma bloc du paradigme permettant de déterminer la distribution de courant à partir de la distribution de champ sur la zone de test. . . . .	79
3.25 Source magnétique placée à l'intérieur d'une surface de Huygens de rayon $r_H$ . 80	
3.26 Figures de gauche et de droite illustrant les repères associés aux calculs respectifs des champs divergent et convergent. . . . .	81
3.27 Commande de la distribution de champ sur la zone focale pour une ZT de demi-extension $W_i = 1$ comportant une zone de transition $W_t = 0.5$ , avec des paramètres de minimisation sur les zones tranquille et externe, respectivement, de $e_i = 0.1$ et de $e_0 = 0.2$ . . . . .	89
3.28 Représentation topographique de la distribution de champ de refocalisation CW synthétisée, ayant comme commande, le profil de champ présenté en Fig. 3.27. . . . .	89
3.29 Représentation topographique en dB de la matrice $\mathbf{G}$ dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.27. . . . .	90
3.30 Comparaison du profil simulé et de la commande dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.27. . . . .	90
3.31 Commande de la distribution de champ sur la zone focale pour une ZT de demi-extension $W_i = 2$ avec $e_i = 0.1$ , $e_0 = 0.2$ et une zone de transition $W_t = 0.5$ . . . . .	91
3.32 Représentation en dB de la topographie de la matrice $\mathbf{G}$ dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.31. . . . .	91
3.33 Représentation topographique de la distribution de champ de refocalisation CW synthétisée, ayant comme commande, le profil présenté en Fig. 3.31. . . . .	92
3.34 Comparaison du profil simulé et de la commande pour le profil correspondant à Fig. 3.31. . . . .	92
3.35 Coupes de champ effectuées sur la zone focale et sur des plans éloignés à des distances croissantes, notées $d_1$ , $d_2$ et $d_3$ , de la zone focale. . . . .	94
3.36 Topographies du nombre de fonctions bien concentrées en fonction de $W$ (la demi-extension de la zone de concentration) et de l'angle maximum du spectre d'ondes planes $\theta$ . . . . .	94
3.37 Fonctions solutions résolvant le problème de concentration et de résolution angulaire du spectre d'ondes planes. La demi-extension de la zone de concentration est $W_i = 4$ , l'angle maximal d'incidence du spectre est $\theta = 30^\circ$ . 96	
3.38 Spectre d'ondes planes des fonctions solutions représentés sur Fig. 3.37. . . . .	97

- 3.39 Topographies des trois premiers fronts d'ondes les plus concentrés pour une demi-extension de la zone de concentration  $W_i = 4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes,  $\theta = 30^\circ$ . . . . . 97
- 3.40 Résultats d'optimisation sur la zone focale avec  $W_i = 1$ ,  $W_t = 0.7$ ,  $e_i = 0.1$ ,  $e_0 = 0.4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ . 98
- 3.41 Front d'onde obtenue après optimisation avec  $W_i = 1$ ,  $W_t = 0.7$ ,  $e_i = 0.1$ ,  $e_0 = 0.4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ . 98
- 3.42 Coupe de champ obtenue pour  $W_i = 2$  et  $W_t = 0.6$ ,  $\theta = 30^\circ$  avec  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.4$ ; la concentration obtenue sur la ZT est de 0.87. . . . . 99
- 3.43 Représentation de la direction principale de propagation des fronts d'ondes solutions et de la zone de concentration générée. . . . . 101
- 3.44 La direction principale de propagation du front d'onde solution est confondue avec l'axe -x;  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\phi$  sont respectivement les angles maximum d'incidence du spectre ondes planes dans les plans Oxz et Oxy. . . . . 102
- 3.45 Schéma synthétique du spectre d'ondes planes d'un élément solution et représentation de ses parités; des couleurs identiques représentent des valeurs spectrales identiques. . . . . 102
- 3.46 Topographies des fonctions concentrées sur un carré de demi-côté  $W_i = 2.2$ , associées à un spectre d'ondes planes ayant des angles maximum d'incidence  $\theta = 30^\circ$  et  $\phi = 30^\circ$  et rangées par ordre décroissant de concentration. Les traits pointillés blancs délimitent le 1/4 supérieur de la zone de concentration. 104
- 3.47 Topographies des spectres d'ondes planes des 9 fonctions les plus concentrées (cf. Fig. 3.46) pour  $W_i = 2.2$ , ayant des angles maximum d'incidence  $\theta = 30^\circ$  et  $\phi = 30^\circ$  et rangés par ordre décroissant des concentrations spatiales. . . 105
- 3.48 Représentation du masque 3D. Sa partie centrale, correspondant à la surface de la ZT, comporte une zone d'insensibilité d'épaisseur  $e_i$  suivant z; Aucune minimisation n'est associée à la zone de transition; sur la zone externe, l'épaisseur de la zone d'insensibilité,  $e_0$ , permet de minimiser les déviations autour de 0. . . . . 105
- 3.49 Topographie de la zone de focale optimisée pour  $W_i = 1.5$  et  $W_t = 0.7$ . Le plus petit tracé pointillé délimite le quart supérieur de la ZT. L'espace entre le premier et le second matérialise la zone de retour à 0. Le profil utilise les 5 premières fonctions les plus concentrées représentées sur la figure Fig. 3.46 pour réaliser une déviation inférieure à 10% sur la ZT. . . . . 106

- 3.50 Topographie du spectre d'ondes planes associée aux fronts d'ondes réalisant la zone focale correspondant à la figure Fig. 3.49; les angles  $\theta$  et  $\phi$  représentent les angles du spectre ondes planes avec la direction principale de propagation dans les plans respectifs Oxz et Oxy. . . . . 107
- 3.51 Coupes spatiales de la topographie, représentée sur Fig. 3.49, selon les axes Oz (tracé en bleu) et Oy (tracé en vert). 100% des points réalisent la déviation tolérable. . . . . 107
- 3.52 Topographie spatial du champ sur la zone focale optimisée pour  $W_i = 1$  et  $W_t = 0.7$ . Le plus petit tracé pointillé blanc délimite le quart supérieur de la ZT. . . . . 108
- 3.53 Spectre d'ondes planes associé aux fronts d'ondes réalisant la topographie présentée sur Fig. 3.52. . . . . 108
- 3.54 Coupes spatiales de la topographie, représentée sur Fig. 3.52, selon les axes Oz (en bleu) et Oy (en rouge). . . . . 109
- 4.1 Configuration 2D du champ électromagnétique dans une cavité 2D; Les parois parallèles au plan Oxy sont parfaitement conductrices électriques et leur inter-distance,  $h$  est inférieur à la longueur d'onde minimum de travail. Le champ électrique,  $\vec{E}$ , est alors polarisé et invariant suivant  $\vec{e}_z$ , le champ magnétique  $\vec{H}$  et le vecteur d'onde  $\vec{k}$  sont parallèles au plan Oxy. . . . . 112
- 4.2 Illustration de la méthode alternative utilisant une double couche de courants électriques.(a) La source de courant originelle  $J(y_\Gamma)$  ; (b) Double couche de courants électriques permettant de générer une bonne reproduction des champs obtenus par le théorème de Love (cf. Fig. 2.2). Les distributions de courant  $\vec{J}_1, \vec{J}_2$  incluses sur les surfaces respectives  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont optimisées pour obtenir des distributions de champ tendant vers le résultat idéal. . . . . 113
- 4.3 Représentation de la double couche de distributions de courants électriques et des distributions de champ associées, pour une source virtuelle directive. Les distributions de courant sont des courants électriques équivalents, déjà définis par le théorème de Love, pondérés respectivement par les coefficients  $A_1$  et  $A_2$ . Chaque distribution de courant électrique reproduit bien la partie propagative de  $\vec{E}^I(\vec{r})$  à l'extérieur de leur surface respective (application partielle du théorème de Love). Le champ résultant des deux couches tend vers  $\vec{E}^I(\vec{r})$  à l'extérieur de  $\Sigma_2$  et vers le champ nul à l'intérieur de  $\Sigma_1$ . . . . . 113

- 4.4 Figure (a) : Représentation du Réseau de Sources Équivalentes (RSE) placé à l'origine du repère dans le plan  $z = 0$ , il est composé de deux cercles de sondes de champ électrique. Figure (b), schéma représentant la TREC 2D comportant 12 antennes et un réseau planaire de sondes de champ électrique inscrit dans le plan  $z = 0$ , centré sur l'origine du repère. . . . . 114
- 4.5 Représentations synthétiques de deux modèles de TREC; à gauche représentation d'une TREC de dimension  $8 \times 6.6 \times 0.3 \text{ m}^3$  comportant une seule antenne et à droite schéma synthétique de la cavité asymétrique de dimension maximale  $10.4 \times 7 \times 0.3 \text{ m}^3$  utilisant 2 antennes MRT. . . . . 114
- 4.6 Caractéristique de la cavité asymétrique dans le plan défini par les axes  $x$  et  $y$ ; la cavité est symétrique par rapport à ce dernier plan, les côtes suivant  $z$  des points sont 150mm et  $-150\text{mm}$ . . . . . 115
- 4.7 Signal d'excitation gaussien de bande passante 0.4GHz à la fréquence centrale 0.75GHz. . . . . 116
- 4.8 Décroissances temporelles des cavités; à gauche cavité comportant 12 antennes et à droite cavité comportant 2 antennes. . . . . 117
- 4.9 Décroissance temporelle de la cavité comportant une antenne :  $8 \mu\text{s}$ . . . . . 117
- 4.10 Représentation du pic de focalisation dans la cavité régulière comportant 12 antennes. . . . . 118
- 4.11 Représentation du pic de focalisation dans la cavité asymétrique comportant 2 antennes. . . . . 118
- 4.12 Représentation du pic de focalisation dans la cavité régulière comportant une antenne. . . . . 119
- 4.13 A gauche, distribution de champ de commande sur la zone focale et à droite, le spectre d'ondes planes associé; Le profil spatial réalise une déviation tolérable de 10% sur une zone tranquille de demi extension  $W_i = 1$ . Sa zone de transition est  $W_t = 0.65$ . Son spectre d'ondes planes a un angle maximum d'incidence de  $30^\circ$ . . . . . 120
- 4.14 Topographies de l'évolution temporelle du front d'onde de commande avec une direction principale de propagation  $-y$ , aux instants temporels  $t = -3\text{ns}$ ,  $t = 0\text{ns}$  et  $t = 3\text{ns}$ ; Son profil focal à  $t = 0\text{ns}$  (axe  $x$ ) et son spectre sont représentés sur Fig. 4.13. . . . . 120

4.15 Comparaison des topographies des fronts d'ondes, aux instants temporels $t = [-2 \ 0 \ 2]$ ns, obtenues avec la procédure pour les différents modèles de chambre et pour un même front d'onde de commande; sur la ligne (a), fronts d'ondes simulés dans la chambre asymétrique; (b), chambre comportant 12 antennes; (c), chambre comportant une antenne; (d), commande d'espace libre. . . . .	121
4.16 Comparaison du signal enregistré sur la sonde du RSE placée à $\theta = 0^\circ$ avec la commande. . . . .	122
4.17 Comparaison du front d'onde obtenu avec la cavité asymétrique et du front d'onde cohérent de référence (à droite), à l'instant $t = 0$ ns, pour une optimisation décrite Fig. 4.13. . . . .	123
4.18 A gauche, front d'onde simulé à l'instant de la focalisation et à droite topographie de sa partie incohérente. Le front d'onde de commande reste celui donné sur Fig. 4.13. . . . .	124
4.19 Comparaison du profil focal du champ de commande à $t = 0$ ns (cf. Fig. 4.13) et de celui obtenu par simulation ; les traits pointillés rouges délimitent l'extension du RSE. . . . .	124
4.20 Comparaison de la forme du signal d'excitation avec les signaux obtenus sur la ZT; tous les signaux sont normalisés à 1. . . . .	125
4.21 Profil focal de la distribution de champ à $t = 0$ ns et spectre associé du front d'ondes A, réalisant une ZT de 3 longueurs d'ondes avec un angle maximum d'incidence du spectre de $30^\circ$ ( $W_i = 1.5$ , $W_t = 0.7$ , $e_i = 0.05$ et $e_0 = 0.17$ ). . . . .	125
4.22 Profil focal de la distribution de champ à $t = 0$ ns et spectre associé du front d'ondes B, réalisant une zone de concentration de 2 longueurs d'ondes avec un angle maximum d'incidence du spectre de $90^\circ$ . . . . .	126
4.23 Comparaison de la distribution focale du champ simulée et de la commande à l'instant $t = 0$ ns pour le front d'onde A (cf. Fig. 4.21). . . . .	126
4.24 Comparaison de la distribution focale du champ simulée et de la commande à l'instant $t = 0$ ns pour le front d'onde B (cf. Fig. 4.22). . . . .	127
4.25 Comparaison des topographies de commande et de simulation à $t = 0$ ns du front d'onde A. . . . .	127
4.26 Comparaison des topographies de commande et de simulation à $t = 0$ ns du front d'onde B. . . . .	128

- 4.27 A gauche, Distribution angulaire de champ simulé sur chacune des positions angulaire du RSE au temps de passage du maximum du champ cohérent pour différentes directions d'incidence principale du front d'onde; A droite, représentation identique pour le front d'onde cohérent. Les deux topographies sont normalisées à 1. . . . . 129
- 4.28 Comparaison du contraste de pic étendu simulé pour des extensions de zones tranquilles comprises entre  $[0.25 \ 3]$  longueurs d'onde et de son modèle approché donné par l'équation (4.6). . . . . 131
- 4.29 Schéma synthétique de la TREC 3D de dimension  $6 \times 8 \times 4.4\text{m}^3$ . . . . . 132
- 4.30 La direction principale du front d'onde de commande est  $-Ox$ ; Le plan horizontal de sondes est centré sur l'origine du repère et inclus dans  $Oxy$ , il permet de visualiser la propagation du front d'onde; Le plan de sondes vertical, inclus dans  $Oyz$ , et centré sur l'origine du repère, permet de visualiser le plan focal. . . . . 132
- 4.31 Signal d'excitation utilisé, gaussienne de bande passante 0.6 GHz à la fréquence centrale 0.8 GHz. . . . . 133
- 4.32 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan  $Oxy$ . Le front d'onde de commande a une extension de ZT de 3 longueurs d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre ondes planes est de  $30^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]\text{ns}$ . . . . . 133
- 4.33 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal ( $Oyz$ ). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.32. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]\text{ns}$ . . . . . 134
- 4.34 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan  $Oxy$ . Le front d'onde de commande a une extension de ZT de 2 longueurs d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre est de  $30^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]\text{ns}$ . . . . . 135

- 4.35 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal (Oyz). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.34. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$ ns. . . . . 136
- 4.36 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan Oxy. Le front d'onde de commande a une extension de ZT de une longueur d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre ondes planes est de  $80^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]$ ns. . . . . 137
- 4.37 De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal (Oyz). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.36. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$ ns. . . . . 138
- B.1 Couplage des 6 premiers éléments Slepian concentrés sur une extension de deux longueurs d'onde, sur les 16 premières fonctions Bessel J. . . . . 160
- C.1 Sur la figure (a) : Position de la source électrique à l'intérieur de la surface de Huygens et repère associé pour le calcul du champ divergent; Sur la figure (b) : Repère utilisé pour le calcul du champ convergent. . . . . 164



# Chapitre 1

## Introduction

L'utilisation des antennes Ultra Large Bande (ULB) a connu un fort engouement depuis la création en février 2002 aux États Unis d'un cadre réglementaire autorisant les communications large bande dans la gamme de fréquence comprise entre 3.1 et 10.6 GHz au dessous d'un certain niveau de puissance [1]. Selon ce standard une antenne large bande dispose de 25% de bande relative ou de 500 MHz de bande passante [2]. On dénombre deux principaux types d'antennes large bande. Le premier regroupe les antennes couvrant une large bande et utilisant donc des impulsions très courtes [3]. Les applications sont la localisation [4] [5], les radars [6] [7] les tests de compatibilité électromagnétique [8], les armes électromagnétiques [9]. L'approche du second groupe est multi-bandes avec l'utilisation simultanée de plusieurs porteuses. La modulation utilisée dans chaque sous bande est l'Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)[3].

Dans cette thèse nous nous intéresserons au développement d'une méthode de caractérisation temporelle en chambre réverbérante destinée à la mesure d'antennes impulsionnelles. Les caractéristiques usuelles des antennes bande étroite ne suffisent pas pour définir les performances des antennes ULB impulsionnelles. Celles-ci opèrent sur une large bande de fréquences et filtrent temporellement les signaux pulsés. La caractérisation de ces antennes doit faire apparaître l'information de phase. Il existe plusieurs types d'approches possibles pour la mesure : la caractérisation fréquentielle, obtenue grâce à un balayage sur toute la bande d'intérêt et la mesure temporelle utilisant une impulsion de courte durée. Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter les caractéristiques décrivant les antennes bandes étroites. Puis nous passerons en revue les standards de mesure utilisés pour la caractérisation d'antennes en réception. Nous étudierons alors différentes bases de mesure. Plusieurs techniques de mesures à distance de champ lointain seront décrites. Puis nous porterons notre intérêt sur les méthodes à distance de champ proche. Nous présenterons des méthodes exclusives comme le générateur d'ondes planes. Enfin nous aborderons des

méthodes plus en amont et se situant dans le domaine de la recherche utilisant la chambre réverbérante comme milieu de propagation. Nous nous intéresserons aux caractéristiques représentatives des antennes larges bandes et à la méthode de mesure temporelle. Enfin nous présenterons notre méthode temporelle et nous la situerons par rapport aux systèmes existants afin de montrer ses potentialités.

## 1.1 Mesure usuelle d'antennes

### 1.1.1 Caractéristiques des antennes

L'objectif de cette section est de définir et de décrire les quantités habituellement utilisées pour caractériser les antennes. L'antenne effectue le couplage entre le générateur et l'onde électromagnétique émise dans le milieu l'entourant. Celle-ci peut être considérée comme un transformateur d'impédance entre une structure guidée et l'espace libre [10]. Chaque type d'antenne dispose de propriétés différentes pour transformer l'énergie injectée par une ligne de transmission en énergie rayonnée en espace libre, celles-ci sont caractérisées par différentes métriques : coefficient de réflexion entre la ligne et l'antenne, efficacité de rayonnement, diagramme de rayonnement, directivité et gain.

La qualité d'adaptation d'impédance sur la bande de fréquences d'utilisation est décrite par le coefficient de réflexion  $\Gamma$ . Ce paramètre est égal au rapport de puissance réfléchie par le port d'entrée de l'antenne et la puissance incidente sur le port [11].

L'efficacité quantifie le rapport entre la puissance rayonnée par l'antenne et l'énergie qui lui a été délivrée. Elle peut s'exprimer en fonction de l'impédance d'entrée de l'antenne [10].

Regardons maintenant comment intervient le champ électromagnétique dans le diagramme de rayonnement, le gain et la directivité [10] [11].

Considérons une antenne rayonnante placée au point origine d'un repère sphérique. En régime harmonique, les champs magnétique et électrique rayonnés au point  $\vec{r}(r, \theta, \phi)$  sont reliés à l'aide des équations de Maxwell par :

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{E}(\vec{r}) \quad (1.1)$$

avec  $\eta$  l'impédance d'onde.

Le vecteur densité de puissance au point  $\vec{r}$ , noté  $\vec{p}(\vec{r})$ , est donné par :

$$\vec{p}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}^*(\vec{r}) \right) \hat{r} \quad (1.2)$$

avec  $\hat{r}$ , le vecteur unitaire porté par  $\vec{r}$ , et avec Re désignant la partie réelle.

Le vecteur  $\vec{p}(\vec{r})$  peut être exprimé en fonction de la densité de puissance par unité d'angle solide, notée  $U(\theta, \phi)$ , par la relation suivante :

$$U(\theta, \phi) = \|\vec{r}\|^2 (\vec{p}(\vec{r}) \cdot \hat{r}) \quad (1.3)$$

En utilisant (1.1) dans (1.2) et en remplaçant la nouvelle expression de  $\vec{p}(\vec{r})$  dans (1.3),  $U(\theta, \phi)$  peut se réécrire en fonction du carré du module du champ électrique rayonné sous la forme suivante :

$$U(\theta, \phi) = -\frac{\|\vec{r}\|^2 \|\vec{E}\|^2}{2\eta} \quad (1.4)$$

Le diagramme de rayonnement, noté  $r_a(\theta, \phi)$ , est la représentation graphique de la puissance rayonnée par l'antenne dans la direction  $\hat{r}(\theta, \phi)$ . Il s'exprime en fonction de  $U(\theta, \phi)$ , de la façon suivante :

$$r_a(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_M} \quad (1.5)$$

avec  $U_M$  la valeur maximum de  $U(\theta, \phi)$ .

La directivité  $D(\theta, \phi)$  permet de comparer les performances d'une antenne dans la direction  $\hat{r}$ , par rapport à une antenne de référence isotrope. C'est le rapport des puissances rayonnées par unité d'angle solide de l'antenne à caractériser et de la source isotrope. Cette quantité s'exprime en fonction de  $U(\theta, \phi)$ , sous la forme suivante :

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{\int_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega} \quad (1.6)$$

avec  $\Omega$  l'angle solide. La directivité peut être déduite à partir de la connaissance du diagramme de rayonnement et de la puissance rayonnée par l'antenne.

Le gain  $G(\theta, \phi)$  est le pouvoir "d'amplification" de l'antenne dans la direction  $\hat{r}$ . C'est le rapport entre la puissance rayonnée par unité d'angle solide dans la direction  $\hat{r}$ , de

l'antenne sous test et d'une source isotrope sans perte. Il peut s'exprimer selon l'expression suivante avec  $P_t$ , la puissance transmise à l'antenne :

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_t} \quad (1.7)$$

On donne un exemple Fig. 1.1 du gain d'une antenne cornet.

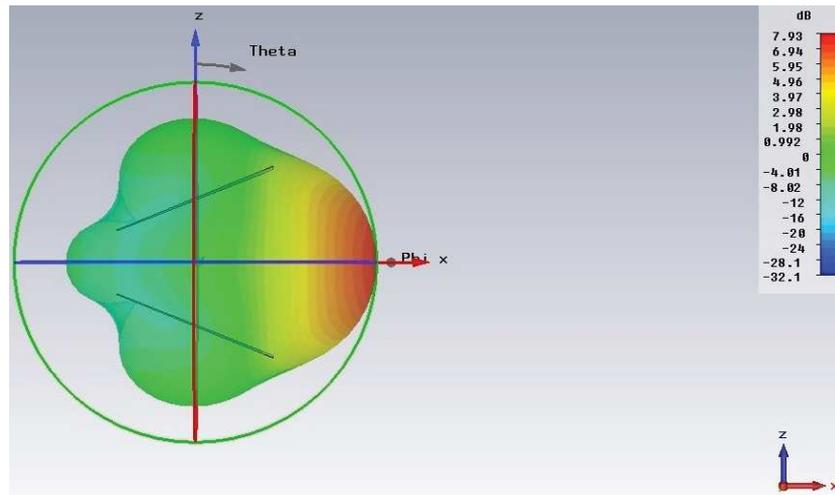


Figure 1.1: Gain d'une antenne cornet TEM, figure obtenue avec le logiciel CST.

### 1.1.2 Conditions pour la mesure

Les antennes que nous testons sont considérées comme réciproques. La réciprocité permet d'affirmer que le gain, la directivité, le diagramme de rayonnement sont des quantités égales en émission et en réception [10] [11]. Dans le cas d'une mesure en réception, l'antenne test est illuminée par un front d'onde émis par l'antenne source placée en regard. L'amplitude du signal de sortie de l'antenne sous test est mesurée pour différentes incidences du front d'onde de test. Le standard IEEE pour la mesure d'antenne fixe les positions des antennes test et source et les angles d'arrivée des fronts d'ondes [12].

L'AUT est placée à l'origine d'un repère sphérique comme montré Fig. 1.2. L'antenne source est, elle, positionnée à une distance fixe  $r$  de l'antenne test. Sa position est repérée à l'aide des coordonnées sphériques. Pour chaque position  $(\theta, \phi)$  l'antenne émet radialement dans la direction de l'antenne test.

La mesure peut être effectuée sur des plans de coupe où les angles de pointages de l'antenne source sont constants dans l'élévation  $\theta$  ou dans les angles azimutaux  $\phi$ . La mesure des antennes peu directives nécessite que deux plans de coupe. Ce sont les plans

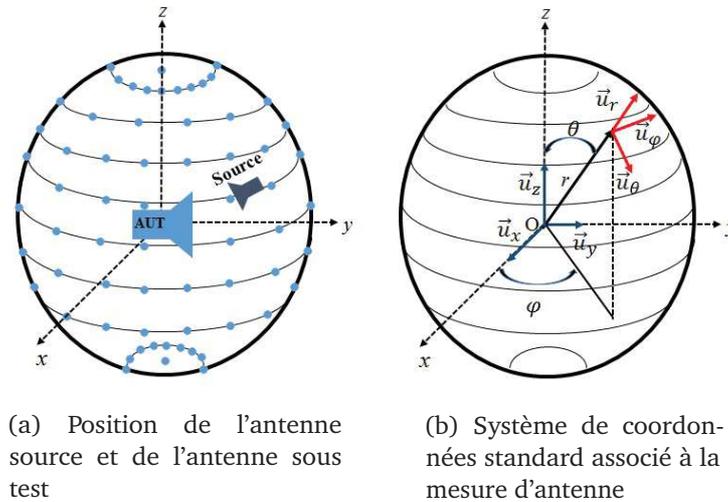


Figure 1.2: Position de l'antenne source et de l'antenne sous test repéré dans un repère sphérique standard associé à la mesure d'antenne.

E et H. Le plan E est porté par la direction principale de rayonnement et la polarisation prépondérante du vecteur électrique associée. Les vecteurs formant le plan H sont les directions principales de rayonnement et de la polarisation du vecteur champ magnétique [12].

Le front d'onde de test idéal impactant l'antenne sous test est un front d'onde plan. Cependant, celui-ci n'est pas réalisable et la mesure est effectuée avec un front d'onde quasi-plan. La distance minimale acceptable entre les deux antennes (cf. Fig. 1.3) doit être supérieure à la distance de champ lointain soit  $R = \frac{2D^2}{\lambda}$  avec  $D$  la dimension maximale de l'antenne et  $\lambda$  la longueur d'onde [12]. A cette distance le front d'onde impactant l'antenne sous test présente un rayon de courbure entraînant des déviations de phase et d'amplitude du champ sur l'ouverture de l'antenne. La variation de phase associée est de  $22.5^\circ$  entre l'extrémité de l'ouverture de l'antenne test et le centre de l'antenne test.

Cet espacement conduit à une difficulté majeure dans la mesure d'antenne en champ lointain. Des distances grandes peuvent être nécessaires entre la source et l'antenne sous test, si la dimension maximale de l'antenne sous test est grande. Plus l'antenne sous test est large, plus il est alors nécessaire de disposer d'un site de mesure étendu.

Tandis que la taille du site peut être adaptée, garantir un site sans ondes intempestives entraînant des défauts de planéité du front d'onde sur l'ouverture d'antenne peut être difficile. Ceux-ci peuvent être générés par des sources électromagnétiques extérieures

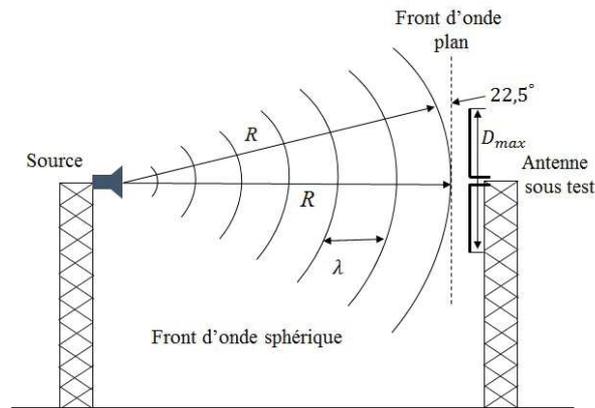


Figure 1.3: Mesure à la distance minimum acceptable de  $R = \frac{2D^2}{\lambda}$  avec un déphasage associé sur l'ouverture d'antenne  $22,5^\circ$ .

à la mesure ou bien provenir des réflexions parasites du front d'onde de test avec le milieu. Ces déviations de phase et d'amplitude sur l'ouverture de l'antenne sont des sources d'imprécisions dans la détermination des figures de mérite de l'antenne de test.

Sur la figure Fig. 1.4, nous avons représenté l'amplitude de l'onde sur l'emplacement de l'ouverture de l'antenne. C'est une figure d'interférence entre le trajet direct des fronts d'ondes provenant de l'antenne source vers l'antenne test et les trajets indirects issus de réflexions parasites avec le milieu. Le champ sur l'emplacement de l'antenne test est donc la somme des contributions direct  $E_D$  et réfléchi  $E_R$ . L'amplitude sur le plan d'interférence varie entre les valeurs minimum  $E_{min}$  et maximum  $E_{max}$ .

L'expression de la déviation d'amplitude  $\sigma$  est donné par

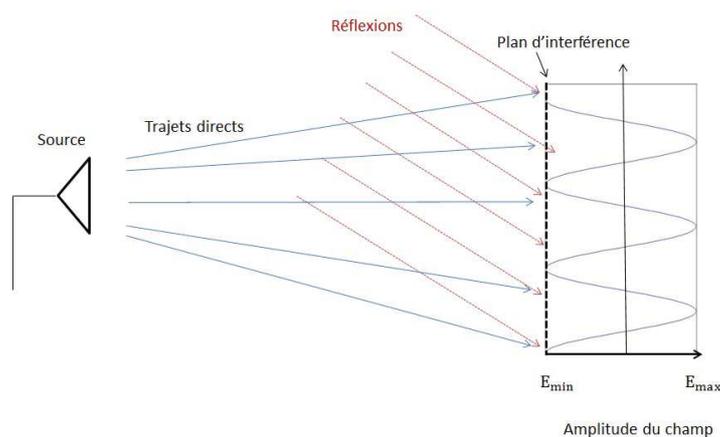


Figure 1.4: Front de test interférant avec un front d'onde intempestif. Les interférences créent des déviations d'amplitudes.

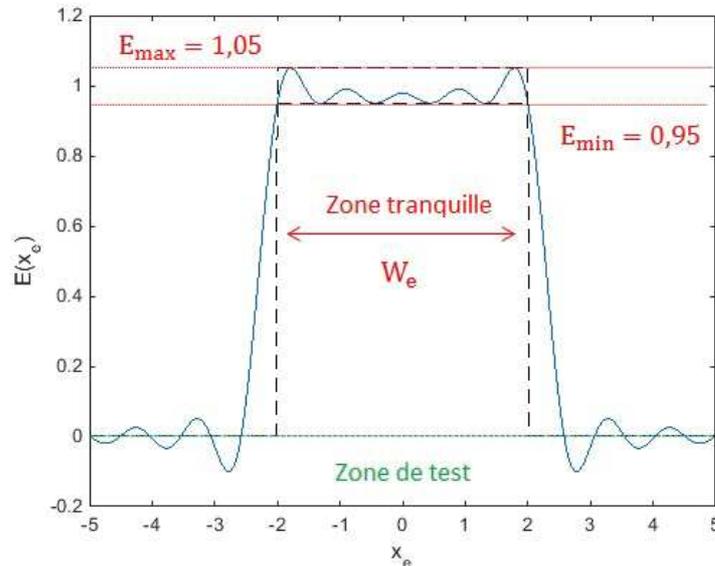


Figure 1.5: Coupe de champ sur une zone tranquille de dimension  $W_e$ . La déviation d'amplitude sur l'extension de la zone tranquille est de 10%.

$$\sigma = 20 \log \left( \frac{E_{max}}{E_{min}} \right) \quad (1.8)$$

La zone de test garantissant des erreurs tolérables de déviations d'amplitudes et de phase est appelée zone tranquille (ZT). Dans la pratique, dans le cas d'une mesure en base compacte (qui sera présentée après), une valeur satisfaisante de la déviation d'amplitude est de 1 dB [12] [13] correspondant à environ 10% de déviation en linéaire (voir Fig. 1.5); et une déviation de la phase de  $10^\circ$  sont considérés comme garantissant une mesure acceptable.

### 1.1.3 Bases de mesure

Nous avons vu que la caractérisation de l'antenne requiert la connaissance du champ rayonné à distance de champ lointain. De nombreuses techniques ont été développées pour mesurer le champ rayonné en espace libre. Certaines d'entre elles effectuent une caractérisation du champ lointain à distance de champ lointain alors que d'autres permettent la détermination du champ lointain par une mesure à distance de champ proche [12] [14].

On représente sur Fig. 1.6 et Fig. 1.7, les distances de champ proche et de champ

lointain. A celles de champ proche, le champ est réactif et propagatif. Pour celles de champ lointain, le champ est propagatif.

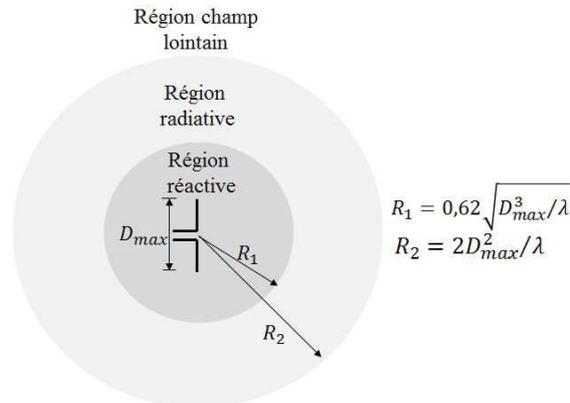


Figure 1.6: Distances de champ lointain et de champ proche.

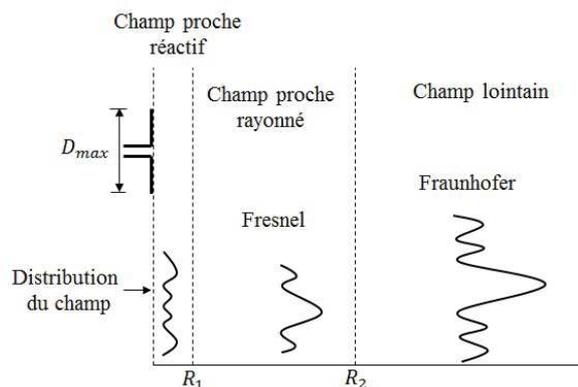


Figure 1.7: Figure représentant les distances de champ proche réactif, de champ proche rayonné correspondant à  $R_1 > 0,62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$  (appelée zone de Fresnel) et de zone de champ lointain commençant à  $R_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$ .

Nous allons en premier lieu présenter les équipements de mesure permettant la mesure à distance de champ lointain. Dans cette catégorie on compte les méthodes extérieures comprenant les bases surélevées de mesures, les bases de mesures avec réflexions au sol, les bases inclinées et les méthodes en site clos comme la chambre anéchoïque. Nous présenterons dans un deuxième temps, les méthodes où la mesure s'effectue à distance de champ proche comme les bases compactes, les méthodes de champ proche, et les méthodes focalisantes. Enfin nous aborderons des méthodes plus en amont se situant dans le domaine de la recherche et utilisées en chambre réverbérante.

## Mesure en champ lointain

### La base de mesure surélevée



Figure 1.8: Mesure en espace libre dans un site ouvert.

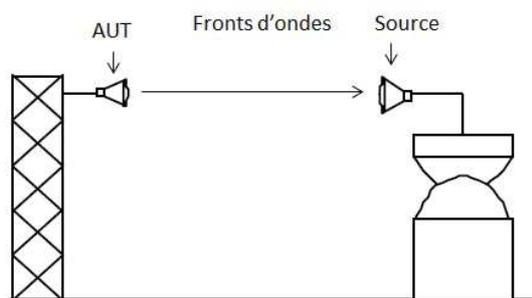


Figure 1.9: Géométrie de la base de mesure surélevée.

La base de mesure surélevée utilise un site extérieur de test, comme illustré sur Fig. 1.8. Les antennes source et réception sont montées sur des tours ou des emplacements surélevés (cf. Fig. 1.9). Les deux antennes sont placées en regard [12]. Les sources potentielles et principales de perturbations sont le couplage entre les antennes, la courbure de phase du front d'onde illuminant et les réflexions parasites du front d'onde de test sur le sol séparant les deux antennes. Pour éviter ces perturbations, la distance entre la source et l'antenne sous test, la hauteur des supports doivent être adaptées en fonction des dimensions de l'antenne source, de l'antenne test, de la fréquence de travail et du diagramme de rayonnement des antennes.

### *Les bases de mesures avec réflexions au sol*

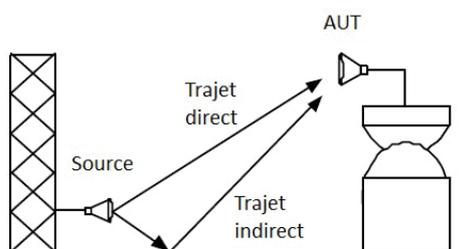


Figure 1.10: Géométrie de la base utilisant la réflexion du sol.

Les bases de mesures avec réflexions au sol sont utilisées pour tester des antennes ayant un lobe principal large à des fréquences basses [14] [15]. On en illustre une représentation sur Fig. 1.10.

La base surélevée n'est pas adaptée pour tester des antennes ayant un lobe principal large à des fréquences basses, car à celles-ci, ce type d'antenne test est trop sensible aux possibles réflexions du front d'onde de test provenant du sol. La base avec réflexion au sol permet de réaliser ce type de mesure. Le front d'onde de test est la superposition du front d'onde en ligne direct entre les antennes et le front d'onde réfléchi par le sol de la base. La hauteur de l'antenne test est ajustée pour que le trajet direct entre les antennes source et sous test soit une demi longueur d'onde plus courte que le trajet réfléchi. La réflexion sur le sol ajoute une déviation de phase de  $\pi$  au signal réfléchi et les fronts d'ondes interfèrent constructivement au centre de l'antenne test. Un postraitement permet alors de déterminer le champ rayonné en ligne direct pour caractériser l'antenne.

### *La base inclinée de mesure*

Dans les bases inclinées de mesure ("Slant range") [12], l'antenne source est placée au sol et l'antenne sous test est positionnée sur une structure surélevée non conductrice. L'antenne source pointe sur le centre de la zone de test et son premier lobe est dirigé vers le sol. Ce type d'équipement a des dimensions plus compacte par rapport à une base surélevée et l'antenne sous test n'est pas illuminée par un front d'onde provenant du sol.

Les avantages liés à l'utilisation des systèmes de mesure en site extérieur sont l'adaptabilité de la mesure dans n'importe quel site isolé des perturbations électromagnétiques et donc la possibilité de mesurer des antennes sans avoir à disposer d'un équipement confiné. Les inconvénients associés sont les déplacements mécaniques nécessaires entre chaque mesure lors des réorientations des antennes, l'obligation de disposer d'un site étendu où les perturbations extérieures restent tolérables et une dépendance aux conditions météorologiques. Si l'utilisation des bases en site extérieur a été largement répandue jusque dans les années 90 [14], celle-ci est maintenant devenue plus confidentielle. Les mesures dans des bases en site clos, comme la chambre anéchoïque, ont l'avantage évident de ne pas être limitées par les conditions climatiques ou des perturbations radioélectriques ambiantes (radars, radios, communications sans fil).

### *Chambre anéchoïque*

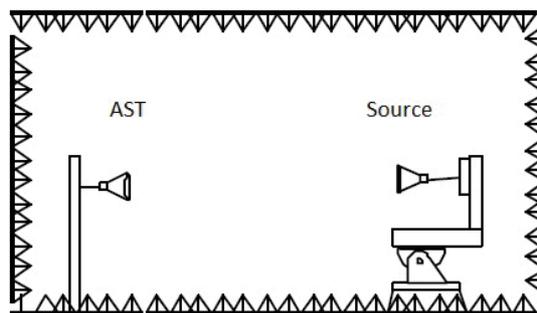


Figure 1.11: Schéma synthétique de la chambre anéchoïque.

Parmi les moyens de mesure en site intérieur et en espace libre, on trouve la chambre anéchoïque [12] [14]. Elle est constituée d'une cavité métallique recouverte totalement d'absorbants électromagnétiques. La chambre anéchoïque permet donc de simuler un milieu avec des réflexions atténuées pour la réalisation de mesures d'antennes (cf. Fig. 1.11). La cavité métallique est une cage de faraday. Elle assure une protection efficace contre le rayonnement des sources extérieures potentiellement perturbatrices. Inversement elle protège les dispositifs placés en dehors de la cavité. Dans la chambre anéchoïque, l'antenne source est disposée généralement à une extrémité de la chambre sur l'axe longitudinal. L'antenne sous test est disposée dans la zone dite tranquille où le champ satisfait aux conditions tolérables pour la mesure [12]. Les points forts de cette méthode sont une adaptation à la caractérisation d'antennes comportant des lobes larges

d'émission. Les inconvénients sont les déplacements mécaniques suivant différents angles, pour différentes fréquences et la nécessité de disposer d'une chambre anéchoïque assez grande pour loger une mesure en champ lointain. Les nombreux déplacements mécaniques impactent sur le temps de mesure, notamment pour le test d'antennes électriquement larges.

D'autres techniques de mesures ont été développées permettant une réduction des dimensions de l'emplacement de test [10]. Ce sont les méthodes de mesure en champ proche pour lesquelles l'antenne sous test est placée à distance de champ proche de l'antenne source.

### *Mesure à distance de champ proche*

Parmi les bases de mesure en champ proche, on trouve les bases compactes, les méthodes champs proches, la méthode dite générateur d'ondes planes et les méthodes focalisantes [12] [16].

#### *Base compacte*

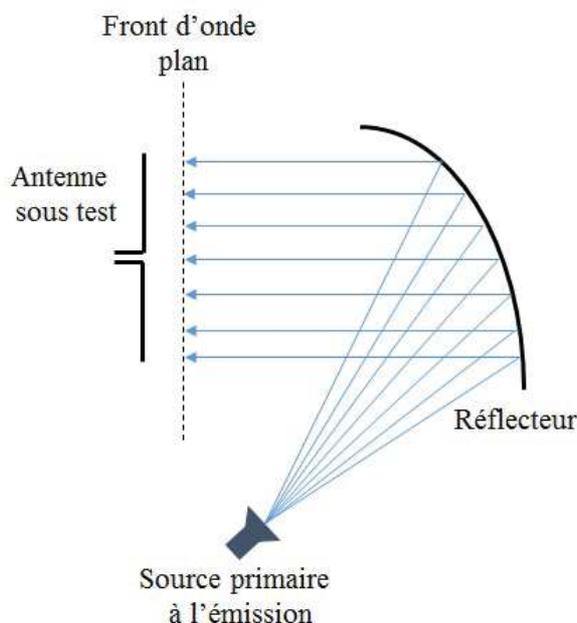


Figure 1.12: Schéma synthétique de la base compacte.

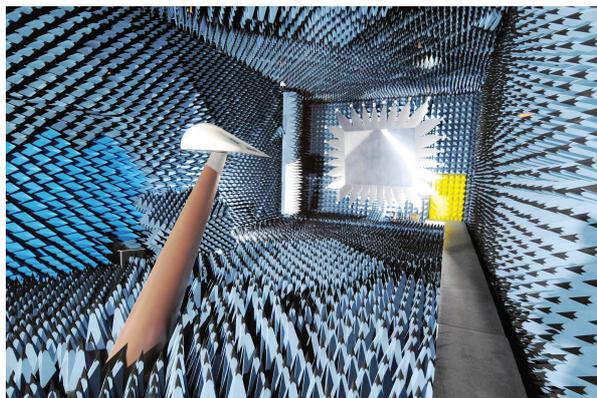


Figure 1.13: Mesure en base compacte.

La base compacte est composée notamment d'une source et d'un réflecteur (cf. Fig. 1.12 et Fig. 1.13). La compacité provient du fait que l'antenne sous test est placée à distance de champ proche du réflecteur. La source est au point focal du réflecteur. Pour éviter les diffractions parasites de celui-ci, des diffracteurs en forme de dents de scie sont placés sur son contour. Le champ émis par la source est divergent, il est transformé par réflexion sur le réflecteur en fronts d'ondes quasi-plans qui impactent l'antenne sous test. La base compacte permet donc de créer des fronts d'ondes générant une zone tranquille dans un espace restreint et à une distance de champ proche.

### *Méthode champ proche*

C'est une méthode en site intérieur, compacte et ayant la capacité de tester l'antenne ou de caractériser des éléments d'antennes un à un si cette antenne est un réseau [14] [17]. Le champ de l'antenne sous test est détecté en phase et en amplitude par une sonde placée en champ proche (cf. Fig. 1.14). L'utilisation conjointe du théorème de Huygens [18] [19] et de décompositions en modes de propagation du champ [18] permet de calculer le champ lointain à partir du champ proche.

### *Méthodes de mesure focalisantes en transmission*

Les techniques focalisantes [12] [20] sont des méthodes de mesure à distance de champ proche en transmission. Elles utilisent une modification de la structure de l'antenne pour la caractérisation du champ lointain à distance de champ proche (Fig. 1.15). Cette technique peut être utilisée dans le cas d'antennes à réflecteurs. Celles-ci sont constituées

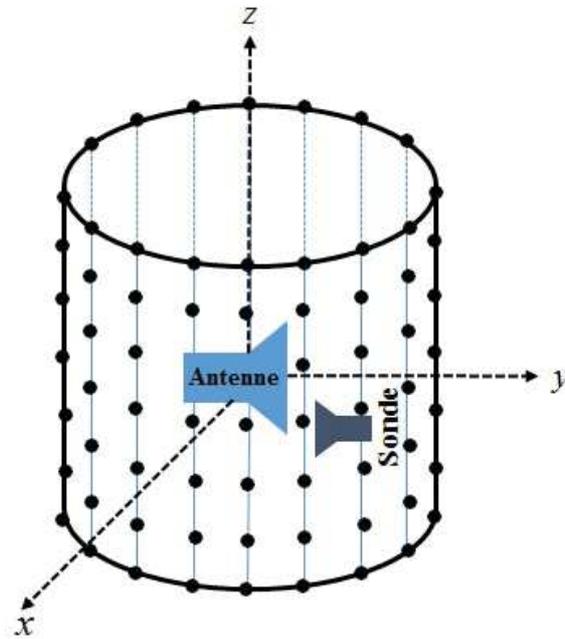


Figure 1.14: Technique de mesure champ proche champ lointain en coordonnées cylindriques.

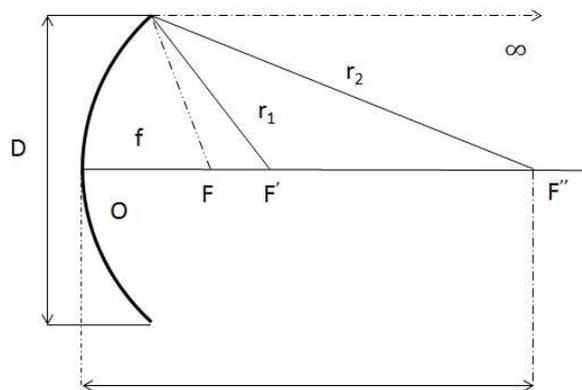


Figure 1.15: Schéma synthétique de la méthode focalisante utilisée sur une antenne à réflecteur, le déplacement de la source du point focal  $F$  au point  $F'$ , permet de réaliser une mesure en transmission au point  $F''$ .

d'un réflecteur et d'une source placée sur leur centre focal. Dans la configuration d'origine, la source est placée à la distance focale  $f$  du réflecteur et l'antenne focalise ainsi à l'infini (cf. Fig. 1.15). En éloignant la source du réflecteur et en la positionnant sur le point  $F'$ , des fronts d'ondes quasi-plans sont obtenus à une distance finie notée  $r_2$  sur la figure Fig. 1.15. La distance à adapter entre la source et le réflecteur dépend de la fréquence. Cette méthode permet d'obtenir les caractéristiques du lobe principale de l'antenne sous

test, mais les lobes secondaires sont obtenus avec des erreurs.

### 1.1.4 Systèmes amont dans le domaine de la recherche

#### *Méthode de génération d'ondes planes*

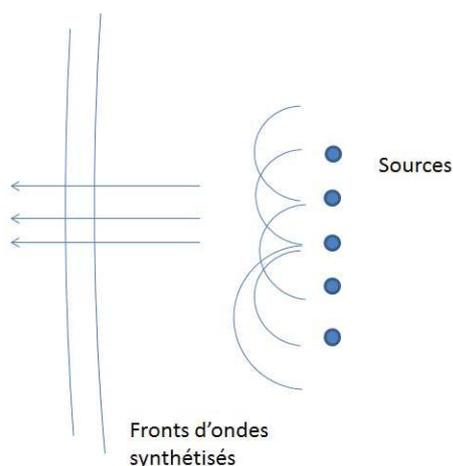


Figure 1.16: Méthode de génération d'ondes planes.

C'est une méthode de mesure en réception, il s'agit de synthétiser un front d'onde en utilisant un réseau de sources [13] [14] [21] [22]. Il y a deux approches différentes pour synthétiser une onde quasi-plane avec l'utilisation d'une méthode de génération d'ondes planes. L'une consiste en l'utilisation d'une antenne réseau de plusieurs sources (Fig. 1.16). Dans cette méthode tous les éléments rayonnent simultanément. Dans l'autre méthode, il n'y a qu'une seule source rayonnante. Celle-ci sera déplacée d'une position à une autre pour créer le champ de test par superposition. La première approche permet la génération de fronts d'ondes quasi-plans en temps réel en utilisant un réseau de sources nécessitant une électronique compliquée et coûteuse pour l'alimentation. La seconde méthode requiert plus de temps mais est moins coûteuse que la première.

#### *Méthode en milieu réverbérant*

Toutes les techniques présentées auparavant font appel à des méthodes où l'antenne est caractérisée dans un environnement où les réflexions perturbatrices sont maîtrisées. Les méthodes que nous considérons maintenant utilisent un milieu à propagation complexe.



Figure 1.17: Chambre réverbérante.

En théorie, une chambre réverbérante est un système parfaitement diffus, défini par un champ isotrope et homogène dans tout le volume de la cavité [23]. Les directions de propagations sont donc multiples et la mesure d'antenne dans ces caractéristiques de propagation paraît donc contre-intuitive.

Nous allons ici présenter de façon synthétique des techniques utilisées pour la mesure d'antenne en chambre réverbérante. Les méthodes introduites permettent de mesurer le gain de l'antenne. La diffusivité est le principe physique utilisé pour la première méthode que nous allons présenter. La seconde méthode présentée "Méthode de mesure utilisant l'effet Doppler" n'a pas recourt au principe physique de diffusivité de la chambre réverbérante. Au contraire, la technique utilisée filtre les directions d'arrivée ne parvenant pas avec un chemin de propagation direct de l'antenne source vers celle de test. Dans cette dernière méthode donc, la chambre réverbérante n'est qu'un site possible pour la mesure.

#### *Méthode de mesure du diagramme de rayonnement par discrimination du trajet direct*

Nous avons vu que de façon classique, la mesure du diagramme de rayonnement nécessite de disposer d'un environnement où la propagation en espace libre peut être émulée. Dans la méthode qui nous intéresse ici, l'antenne source est placée en regard de l'antenne test dans la chambre réverbérante [24]. Le signal en sortie de l'antenne test est une superposition des signaux issus de la propagation en ligne directe entre les antennes source et test et ceux provenant des réflexions multiples parcourant la chambre.

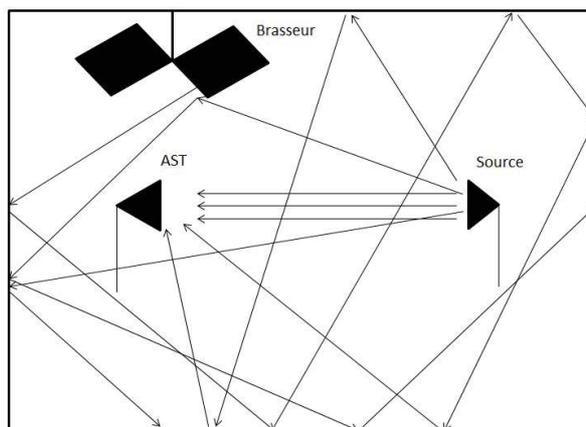


Figure 1.18: Méthode de mesure du diagramme de rayonnement par discrimination du trajet direct.

La méthode permet d'extraire le signal de sortie de l'antenne, issu de la propagation en ligne direct. Cette technique repose sur un moyennage du signal de sortie pour des configurations différentes de la chambre obtenue par rotation du brasseur de la chambre. Nous verrons, dans la section consacrée à la chambre réverbérante dans le chapitre "Retournement temporel", que la diffusivité du champ dans la CR (chambre réverbérante) permet de conclure que la partie réelle et imaginaire du champ est à moyenne nulle. En conséquence la moyenne sur le signal de sortie de l'antenne test permet d'extraire l'information utile correspondant à la propagation en espace libre.

La répétition de la mesure pour différents angles d'incidence entre les antennes source et test permet alors de caractériser le diagramme de l'antenne.

### *Méthode de mesure utilisant l'effet Doppler*

Cette méthode en chambre réverbérante permet de déterminer le gain [25]. C'est un procédé très récent qui a apporté des résultats satisfaisants. Dans cette technique, (cf. Fig. 1.19), les antennes sous test et source sont placées en ligne directe dans la chambre réverbérante. L'antenne source est fixée tandis que celle sous test est dirigée suivant un angle  $\alpha$  d'un repère cylindrique. Cette dernière est montée sur un rail aligné suivant sa direction  $\alpha$  de pointage. Elle est animée d'une vitesse  $\vec{v}$  pendant que son signal de réception est acquis. L'effet Doppler créé par le déplacement de l'antenne sous test entraîne une variation de fréquence du signal reçu. Un filtrage fréquentiel permet d'isoler les signaux

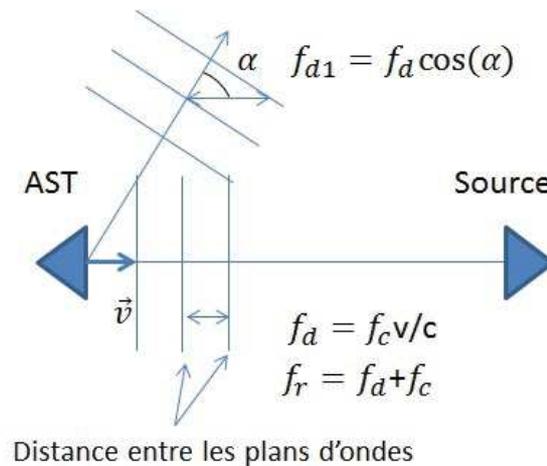


Figure 1.19: Schéma synoptique du mode opératoire pour la mesure de l'antenne sous test par effet doppler. L'AST (Antenne Sous Test) est animée d'une vitesse  $\vec{v}$ . L'antenne source rayonne à une fréquence fixe  $f_c$ .  $f_r$  est la fréquence associée au trajet direct du front d'onde de test, comprenant le décalage de fréquence par effet doppler noté  $f_d$ .

provenant en ligne direct de ceux ayant subis des réflexions. La mesure et le filtrage sont reproduits pour différents angles afin de déterminer le gain.

## 1.2 Caractérisation des antennes Ultra Large Bande (ULB)

### 1.2.1 Caractéristiques des antennes ULB

Les antennes Ultra Large Bande se distinguent des antennes bande étroite notamment par l'étendue de la bande relative d'adaptation. Depuis 2002, la loi américaine (articles 15.501 à 15.525) intègre les systèmes ULB conformément aux recommandations de la Federal Communications Commission. Elle définit la largeur de bande des signaux, les différents types d'applications ULB ainsi que la puissance maximale autorisée pour chaque application. D'après ce standard une antenne large bande doit disposer d'une bande relative supérieure à 25% ou d'une bande de 500 MHz minimum [2] [26]. Pour une antenne à bande passante étroite, les critères de choix dans une chaîne de communication, dépendent de l'adaptation et du gain pour les fréquences d'intérêt [27]. La caractérisation des antennes ULB est plus complexe [28] [29]. En effet l'antenne ULB est un filtre spatial comme l'antenne bande étroite. Mais c'est aussi un filtre temporel [30]. Ce filtrage agit de façon différente sur la forme, la puissance instantanée pic et l'énergie d'un signal

injecté pour chacune des directions d'émission. La forme du front d'onde émis dépend donc du signal injecté mais aussi des caractéristiques fréquentielles de l'antenne et de son adaptation avec l'alimentation. La dépendance en fréquence du gain, le caractère dispersif de l'impédance d'entrée, la dépendance fréquentielle du temps de groupe agissent tous sur la distorsion de la forme du front d'onde émis par rapport au signal pulsé injecté dans l'antenne large bande [27] [29]. Le gain utilisé classiquement pour caractériser les antennes bande étroite ne comporte pas d'information de phase [11]. La connaissance du gain et de l'adaptation ne permettent pas de caractériser le comportement temporel de l'antenne. Par conséquent il faut choisir d'autres critères de qualité pour qualifier le comportement des antennes ULB et pouvoir les distinguer. La description de l'antenne sous la forme d'un quadripôle est particulièrement bien adaptée pour les antennes ULB [27][28]. La matrice de distribution permet de relier les ondes sortantes et entrantes du quadripôle. Il est alors possible de décrire la réception et l'émission par des fonctions de transfert. Ces dernières sont complexes et portent en elles l'information temporelle. Le champ rayonné par l'antenne, à distance de champ lointain, est relié à l'amplitude vectorielle  $\vec{A}(f, \hat{r})$  par l'équation suivante :

$$\vec{E}^\infty(f, \vec{r}) = \frac{\exp(-jkr)}{r} \sqrt{\frac{\eta}{4\pi}} \vec{A}(f, \hat{r}) \quad (1.9)$$

où  $\eta$  l'impédance d'onde du vide.

L'amplitude vectorielle porte toute l'information du rayonnement lointain et sa relation avec la fonction de transfert en transmission, pour une polarisation donnée et dans la direction  $\hat{r}$ , s'écrit :

$$H^T(f, \hat{r}) = \frac{A(f, \hat{r})}{a_1(f)} \quad (1.10)$$

avec  $a_1(f)$ , le signal incident sur l'entrée de l'antenne.

En réception  $b_2(f, \hat{r})$  correspond au signal reçu par l'antenne lorsqu'elle est adaptée, pour une illumination dans la direction  $\hat{r}$ . La fonction de transfert en réception s'écrit sous la forme suivante :

$$H^R(f, \hat{r}) = \frac{b_2(f, \hat{r})}{A_{pw}(f)} \quad (1.11)$$

où  $A_{pw}(f)$  est une composante de l'amplitude vectorielle de l'onde incidente pour la polarisation considérée.

Les fonctions de transfert en émission et réception d'une antenne sont liées par la relation

suivante établie à partir du théorème de réciprocité :

$$H^R(f, \hat{r}) = -j \frac{\lambda}{4\pi} H^T(f, \hat{r}) \quad (1.12)$$

Les réponses impulsionnelles des antennes en transmission,  $h^T(t, \hat{r})$ , et en réception,  $h^R(t, \hat{r})$ , sont reliées par la relation [27] [31] [32] :

$$h^T(t, \hat{r}) = \frac{2}{c} \partial h^R(t, \hat{r}) \quad (1.13)$$

Nous venons de voir que l'utilisation de fonctions de transfert est particulièrement bien adaptée pour caractériser une antenne ULB en réception et en émission. Regardons maintenant comment sont définis les critères de qualité permettant de qualifier à la fois le transfert d'énergie et la distorsion des signaux injectés.

Si l'on souhaite caractériser le transfert en énergie de la source vers l'espace libre pour une forme d'excitation  $a_1(f)$ , il faut définir le gain énergétique qui qualifie un comportement temporel et fréquentiel. Celui-ci est le même en émission et en réception et s'exprime sous la forme suivante [30] [33] [34] :

$$G_r^t(\hat{r}) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_r(f, \hat{r}) |a_1(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |a_1(f)|^2 df} \quad (1.14)$$

avec  $G(f, \hat{r})$ , le gain.

Afin de connaître, la capacité de l'antenne à transmettre une forme d'onde fidèle au signal d'excitation, un critère de ressemblance a été défini entre la forme du front d'onde émis et le signal injecté dans l'antenne. Il s'agit de la fidélité [30]. En transmission pour une polarisation donnée, elle se calcule de la façon suivante :

$$F(\hat{r}) = \max \left( \mathcal{F}^{-1} \left( \frac{H^T(f, \hat{r}) |a_1(f)|^2}{\left( \int_{-\infty}^{\infty} G_r(f, \hat{r}) |a_1(f)|^2 df \right)^{1/2}} \right) \right) \quad (1.15)$$

### 1.2.2 Spécificités de la mesure en temporelle

Le test d'une antenne large bande se fait sur une bande de fréquences étendue. Si l'on utilise une méthode de mesure à fréquence constante, celle-ci doit être répétée sur un nombre important de fréquences échantillonnées sur la bande d'intérêt. Cela impacte le temps de caractérisation de l'antenne. L'utilisation de la méthode temporelle est alors une alternative intéressante pour la mesure des antennes ULB de type impulsionnel [35]. La méthode de mesure temporelle a été initialement utilisée pour la mesure de section efficace radar [36]. Plus récemment, son utilisation a démontré son efficacité dans le domaine des antennes [32] [35] [37] [38]. Dans la méthode temporelle, la mesure ne se fait pas à fréquence fixe mais avec un pulse ULB [26]. L'équipement nécessaire pour la mesure temporelle est constitué d'un générateur de pulse en émission et d'un oscilloscope en réception [35] [36] [39] [40]. Outre le temps de mesure réduit, la méthode dispose de nombreux avantages [35] [40]:

- les réponses de l'antenne sous test peuvent être fenêtrées ("gating"). Le signal de sortie de l'antenne correspondant au signal en ligne directe entre l'antenne d'émission et celle de réception est extrait des signaux parasites provenant des diffractions l'entourant temporellement [36] [38] [39].
- le temps de mesure est réduit grâce à la possibilité de caractériser le comportement de l'antenne sur toute la bande d'intérêt sans répéter la mesure pour différentes fréquences.

Grâce au fenêtrage, la méthode temporelle est moins sensible aux réflexions du sol que les méthodes fréquentielles. Elle a été implantée dans des environnements de test en site extérieur [39], dans des chambres anéchoïques [36] ou dans les bases compactes [38]. Elle peut être réalisée à distance de champ lointain ou de champ proche [35].

La principale limitation est le niveau du rapport du signal sur bruit (RSB) en sortie de la chaîne de réception [35]. La puissance de bruit en fin de la chaîne de réception est proportionnelle à la bande passante du signal. L'utilisation des signaux large bande, entraîne alors une diminution du RSB et donc de la dynamique de mesure. Une solution possible pour améliorer cette métrique est alors de répéter la mesure. Le moyennage des différents signaux de sortie de l'antenne permet de réduire le bruit et d'améliorer par conséquent la dynamique de mesure. En contrepartie, la répétition des mesures ralentit la caractérisation de l'antenne sous test.

### 1.3 Méthode en chambre réverbérante à retournement temporel, Time Reversal Electromagnetic Chamber

L'alternative que nous proposons pour la génération temps réel de fronts de test pulsés pour la mesure d'antenne en réception s'appelle la Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC). C'est sur la base de ce concept que nous allons développer une méthode permettant de créer des conditions standards de test d'antennes. La TREC est composée d'une chambre réverbérante dans laquelle un principe de retournement temporel non classique, permet de générer des fronts d'ondes cohérents pulsés. Des études ont montrées la capacité de la TREC dans la génération de fronts d'ondes de tests cohérents, arbitraires, et cela avec une maîtrise des polarisations [41]. Son principe de retournement temporel non standard, allié aux propriétés hautement réfléchissantes des chambres réverbérantes, lui donnent l'avantage de réaliser des synthèses de fronts d'ondes avec un nombre limité d'antennes excitatrices [42]. La faisabilité et le potentiel de la TREC, comme moyen de test de compatibilité électromagnétique en immunité, ont été présentés dans des travaux expérimentaux et théoriques [43] [44].

Notre objectif est d'étendre les potentialités de la TREC à la génération de fronts d'ondes de tests localement plans et résolus angulairement. Les fronts d'ondes de tests seront directifs et les conditions de tests seront donc proches des conditions de caractérisation standard d'antennes. Cela ferait de la TREC, un outil de test intéressants pour la mesure impulsionnelle d'antennes ultra large bande. Des applications, notamment, dans le test série d'antennes en fin de chaine de production, seraient adaptées grâce à la génération temps réel des fronts.

Comparons maintenant notre méthode par rapport aux méthodes existantes pour voir ses potentialités. Elle fait partie des méthodes temporelles permettant de générer des fronts d'ondes pulsés cohérents. Notre méthode peut être mise en parallèle avec les générateurs d'ondes planes ou à la génération de fronts d'ondes pulsés dans une base compact :

- Le premier équipement nécessite des sources multiples dont la gestion peut s'avérer compliquée et couteuse mais qui permettent une génération en temps réel.
- Le second requiert une source, un réflecteur de grande taille et un positionneur pour tourner mécaniquement l'antenne sous test. C'est un dispositif qui suivant la taille de l'antenne sous test peut devenir volumineux et onéreux.

La TREC permet de générer des fronts d'ondes cohérents en temps réel, à l'image des générateurs d'ondes planes, mais avec le recours potentiel d'un nombre limité de sources

[42]. C'est aussi une méthode temporelle utilisant des signaux pulsés, elle bénéficie donc des avantages liés à ce type de méthode :

-L'utilisation de fronts d'ondes pulsés permet de caractériser l'antenne sur toute la bande d'intérêt en une seule fois.

-La technique de fenêtrage temporelle utilisée pour l'acquisition des signaux en fin de chaîne de réception, permet d'isoler le signal cohérent des signaux indésirables.

De plus, l'utilisation du retournement temporel permet potentiellement d'obtenir un meilleur rapport signal à bruit en fin de la chaîne de réception de l'antenne sous test qu'une méthode traditionnelle comme la base compacte. Deux raisons à cela peuvent être avancées :

-En premier lieu, la convergence des ondes inhérente au RT (Retournement Temporel) permet de concentrer l'énergie du front d'onde cohérent sur l'ouverture de l'antenne. A contrario, dans le cas de la base compacte, le faisceau est collimaté sur la largeur du réflecteur représentant 3 fois, au minimum, la dimension maximale de l'antenne [14].

-En second lieu, la qualité de focalisation du front de test, retourné temporellement, a la particularité d'augmenter en fonction de la bande passante [45]. Cette augmentation pourrait potentiellement permettre de compenser la puissance de bruit en fin de chaîne de réception dont la dépendance est, elle aussi, proportionnelle à la bande passante.

### *Conclusion*

Dans ce chapitre, nous avons fait un état de l'art des méthodes existantes pour la mesure d'antennes bande étroite. Nous avons présenté les critères d'évaluation des performances des équipements de mesure d'antennes. L'antenne mesurée en réception doit, en effet, être impactée par une onde quasi-plane. Les déviations par rapport aux conditions idéales doivent rester dans des limites tolérables pour la précision de mesure. Il est d'usage de considérer des déviations tolérables en amplitude de  $\pm 0.5$  dB et de  $\pm 5^\circ$  en déphasage [13]. Nous avons présenté plusieurs techniques de caractérisation opérant à des distances champ lointain ou de champ proche. Nous avons aussi décrit des méthodes moins répandues comme la méthode du générateur d'ondes planes dont la spécificité est de permettre la mesure de champ proche à l'aide d'un réseau de sources, en temps réel et sans déplacements mécaniques. Nous avons aussi introduit des mesures non classiques utilisant des milieux réverbérants. Dans ce type de méthode le critère d'évaluation de la zone de test est contre intuitif, le champ doit être diffusif.

Après s'être intéressé aux bases de mesure, nous nous sommes penchés sur les spécificités des antennes larges bandes et à leur caractérisation. Les caractéristiques fréquentielles de l'antenne, son adaptation varient en fonction de la fréquence. La mesure doit donc permettre de retrouver l'information de phase. La détermination de la fonction de transfert sur la bande ou de la réponse impulsionnelle est alors adaptée pour la caractérisation.

Enfin nous avons présenté pour la première fois la méthode que nous envisageons avec le système TREC et l'avons comparée avec des bases de mesures ayant des spécificités proches. La TREC utilise le retournement temporel généralisé qui sera présenté dans le chapitre suivant. Elle permet la génération de fronts d'ondes focalisants arbitraires. Elle dispose de plusieurs avantages par rapport à ses concurrentes :

- Un plus haut rendement de conversion d'énergie qu'une méthode utilisant un front d'onde divergent grâce à la concentration d'énergie des ondes convergentes.
- Une possibilité de générer des fronts d'ondes cohérents à l'image des moyens traditionnelles de test comme la chambre anéchoïque mais avec l'avantage d'une génération en temps réel [41].
- Une génération temps réel à l'instar du générateur d'ondes planes mais avec l'utilisation d'un nombre limité de sources [42].

## Chapitre 2

# Retournement temporel

La technique de retournement temporel permet de générer des fronts d'ondes vers leur source dans des milieux faiblement dissipatifs [46]. Le front d'onde retourné temporellement est la réplique non idéale et convergente du front d'onde divergent associé à la source. C'est une méthode efficace pour focaliser des fronts d'ondes dans des milieux à propagations complexes. Elle a la capacité de tirer avantage de la diversité spectrale du milieu et permet une focalisation à la fois spatiale et temporelle [47]. La focalisation spatiale et temporelle signifie que la forme spatiale et temporelle du front d'onde est reproduite sur l'emplacement de la source associée au front d'onde divergent [48].

Le principe du retournement temporel consiste à imposer des conditions aux limites permettant une évolution en chronologie inverse de la propagation. Il n'est applicable que si les principes de réciprocité dans le milieu, de symétrie des équations de propagation des ondes par inversion du temps sont vérifiés [45]. La réciprocité du milieu signifie l'invariance de la fonction de Green entre 2 points quelconques du milieu par interversion des fonctions récepteurs et émetteurs [49]. La condition de symétrie des équations de propagation par inversion de la variable temporelle, garantit que la version retournée temporellement d'un front est elle aussi solution de ces équations. Elle assure donc qu'un front d'onde peut bien se propager "à rebours". Ces conditions nécessaires à l'utilisation du retournement temporel sont réalisées pour la propagation scalaire des ondes ultrasonores [46] [50] et des ondes vectorielles de l'électromagnétisme dans des milieux faiblement dissipatifs [51]. Enfin, la détermination des sources associées aux front d'ondes retournés temporellement fait intervenir le principe d'équivalence en surface [18] [41].

Le retournement temporel s'est fortement développé dans les années 90 dans le domaine de l'acoustique sonore et ultra sonore grâce aux travaux de recherche de l'équipe de Mathias Fink de l'ESPCI [46] [52] [53]. C'est depuis le début des années 2000 que le retournement temporel a été utilisé dans le domaine de l'électromagnétisme [54].

Son développement a permis de créer des applications utilisées dans les domaines de l'acoustique et de l'électromagnétisme. Le principe a permis en acoustique de développer des systèmes dans les domaines du sonar [55], du médical [56], de la domotique [57] ou de l'imagerie [58] [59].

Son utilisation dans le domaine de l'électromagnétisme a permis de créer des dispositifs dans le domaine du médical [60], du radar [61], des télécommunications sans fil [62] ou encore des tests CEM [44]. En télécommunications ses propriétés de focalisation permettent d'améliorer les communications entre émetteurs et récepteurs dans les milieux à multi-trajets [63]. La capacité de focalisation spatiale et temporelle a permis d'améliorer le débit de transmission sans fil et de diminuer la corrélation entre signaux reçus sur des récepteurs distincts [62]. Le retournement temporel a été aussi utilisé dans le domaine de l'imagerie micro-ondes pour la détection et la localisation d'individus à travers les parois [64].

Nous présenterons plus concrètement les principes du retournement temporel [45] et les techniques du retournement temporel dans la première section.

## 2.1 Retournement temporel classique

### 2.1.1 Technique du retournement temporel

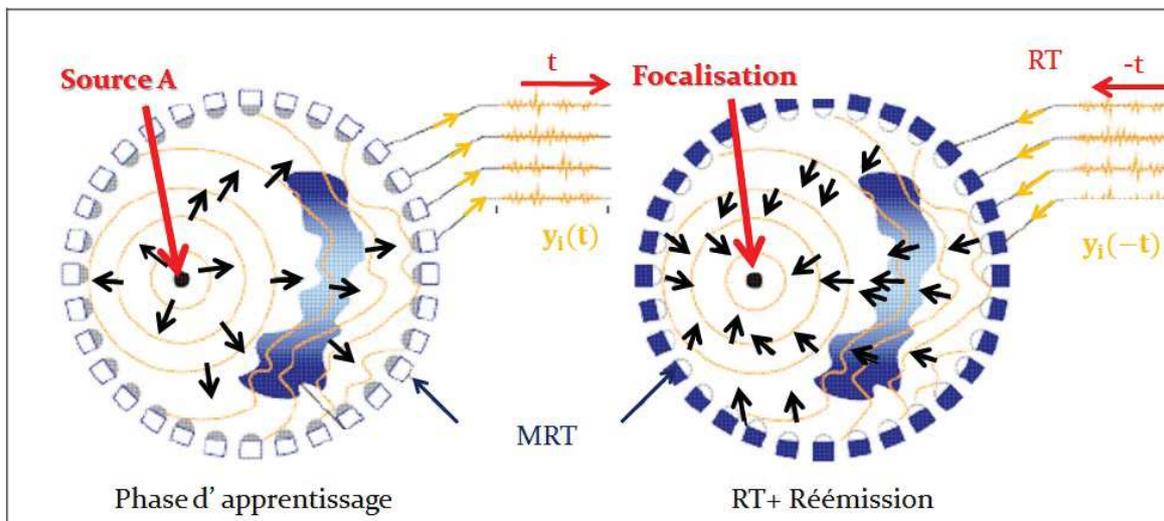


Figure 2.1: Représentation synthétique du retournement temporel avec sa phase d'apprentissage et sa phase d'émission de l'onde focalisante.

Dans un milieu à propagation complexe, le retournement temporel permet de focaliser spatio-temporellement un signal déterministe en utilisant la réplique non idéale et convergente d'un front d'onde divergent. Nous allons présenter dans cette section cette technique. La théorie du retournement temporel est une version spatio-temporelle du filtrage adapté [65]. Cette dernière nous apprend que pour maximiser le rapport signal à bruit d'un système dont la réponse impulsionnelle est  $h(t)$ , l'entrée de ce système doit être égale à  $h(-t)$ . La sortie maximisée est alors  $h(t) * h(-t)$ . Pour illustrer la mise en œuvre du retournement temporel, nous avons considéré le schéma présenté sur la figure Fig. 2.1, où un émetteur noté A est entouré de N récepteurs/émetteurs appelés MRT (Miroir à Retournement Temporel) [66] [67] [68]. Le processus de retournement temporel, permettant de focaliser l'onde, comporte deux phases.

La première est une phase d'apprentissage ; elle consiste à faire rayonner l'émetteur A alimenté par le signal  $s(t)$  et d'enregistrer les réponses en sortie de chaque MRT. On appellera ces réponses  $y_i(t)$  avec  $i \in [1..N]$ , les indices correspondant aux différents MRT. En notant,  $h_i(t)$  la réponse impulsionnelle du MRT n°i, le signal reçu en sortie du MRT numéro i s'écrit :

$$y_i(t) = h_i(t) * s(t) \quad (2.1)$$

Dans la seconde phase, les signaux reçus par chaque MRT sont inversés temporellement et injectés dans les MRT respectifs. Le front d'onde émis par le réseau de MRT est alors une réplique non idéale et convergente du front d'onde émis par la source. Le signal focalisé  $\hat{s}(t)$  en sortie du récepteur émetteur A s'écrit alors :

$$\hat{s}(t) = \sum_{i=1}^{i=N} h_i(-t) * s(-t) * h_i(t) \quad (2.2)$$

et peut se simplifier en :

$$\hat{s}(t) = \sum_{i=1}^{i=N} R_{ii}(t) * s(-t) \quad (2.3)$$

où  $R_{ii} = h_i(-t) * h_i(-t)$  est la fonction d'autocorrélation de chacune des réponses impulsionnelles.

Le signal focalisé  $\hat{s}(t)$  est une réplique non exacte du signal d'excitation  $s(-t)$ . Le retournement temporel permet donc de focaliser de façon temporelle et spatiale une réplique non idéale et inversée temporellement du signal  $s(t)$ .

### 2.1.2 Principes de base

Comme nous l'avons vu en introduction, les principes constitutifs du retournement temporel sont au nombre de trois. Il s'agit de la réciprocité du milieu, de la symétrie des équations de propagation par inversion temporelle et du principe d'équivalence en surface. Le principe de réciprocité est bien connu et a été présenté en introduction. Nous allons donc nous attarder sur le principe de symétrie des équations de propagation par inversion temporelle et sur celui d'équivalence sur une surface.

Nous allons ici vérifier qu'une condition nécessaire à la rétropropagation d'un front d'onde est la symétrie des équations de Helmholtz par inversion temporelle. Nous introduisons  $\epsilon_{wf}(\vec{r}, t)$ , décrivant la dépendance spatio-temporelle du front d'onde cible à retourner temporellement. Celle-ci est une solution de l'équation de Helmholtz en espace libre :

$$\Delta \epsilon_{wf}(\vec{r}, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \epsilon_{wf}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.4)$$

Propager la version retournée temporelle du front  $\epsilon_{wf}(\vec{r}, t)$ , soit  $\epsilon_{wf}(\vec{r}, -t)$  n'est possible que si la distribution spatio-temporelle  $\epsilon_{wf}(\vec{r}, -t)$  résout l'équation de Helmholtz. En inversant la variable temporelle dans l'équation de Helmholtz nous obtenons :

$$\Delta \epsilon_{wf}(\vec{r}, -t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \epsilon_{wf}(\vec{r}, -t)}{\partial (-t)^2} = 0 \quad (2.5)$$

En utilisant la relation  $\partial(-t)^2 = \partial(t)^2$  l'équation (2.5) peut être réécrite suivant l'expression de l'équation (2.6). Cette dernière permet de conclure d'une part à la symétrie de l'équation de Helmholtz par inversion du temps et à la résolution de l'équation de Helmholtz par le champ retourné temporellement :

$$\Delta \epsilon_{wf}(\vec{r}, -t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \epsilon_{wf}(\vec{r}, -t)}{\partial (t)^2} = 0 \quad (2.6)$$

En conséquence nous pouvons conclure que le champ retourné temporellement peut se propager grâce à l'invariance de l'équation de Helmholtz par inversion du temps.

Pour que la propagation soit effective, il faut déterminer les sources de courants associées à cette distribution de champ retourné temporellement. L'utilisation du principe d'équivalence en surface va permettre de définir les distributions de courants permettant de générer ce front d'onde. Le principe d'équivalence est issu des théorèmes de Love et Mc Donald énoncés il y a plus de 100 ans [69].

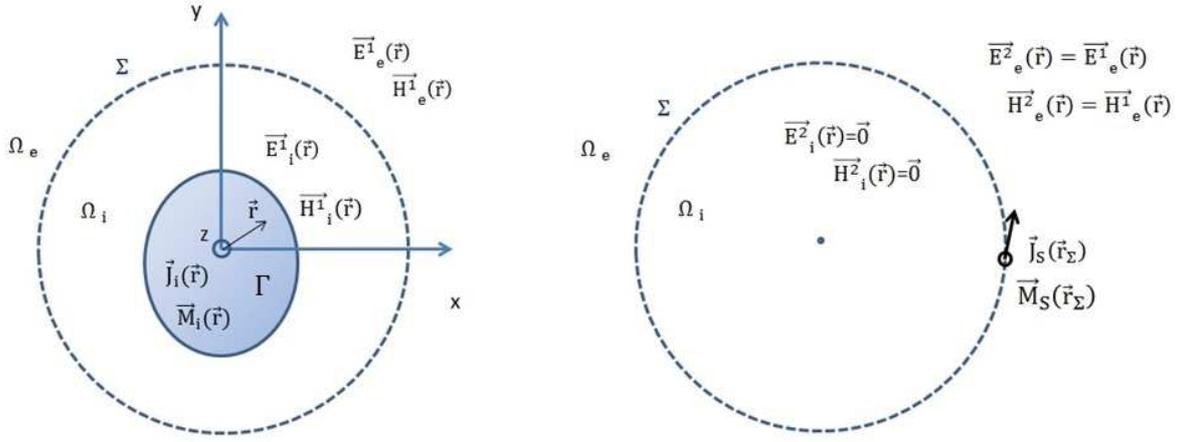


Figure 2.2: Illustration du principe de Huygens. De gauche à droite, deux configurations équivalentes pour une valeur identique du champ électromagnétique dans la région extérieure  $\Omega_e$ , dans la configuration de gauche une région interne  $\Omega_i$  contenant des sources électriques et magnétiques, dans la configuration de droite les sources électriques et magnétiques équivalentes sont distribuées sur la surface équivalente  $\Sigma$ .

Considérant une source originale de distribution de courant volumique  $J_i(\vec{r})$  occupant un volume  $\Gamma$ , il existe des courants équivalents sur la surface  $\Sigma$  entourant  $\Gamma$  et permettant de générer la même distribution de champ électromagnétique dans la région externe à  $\Sigma$  (Fig. 2.2). Dans le même temps les courants équivalents génèrent une distribution de champ nul à l'intérieur de  $\Sigma$ . L'équivalence est obtenue entre les deux configurations pour des courants équivalents électriques notés  $\vec{J}_S$  et magnétiques notés  $\vec{M}_S$  donnés par :

$$\vec{J}_S(\vec{r}_\Sigma) = \vec{n} \times \vec{H}_i^1(\vec{r}_\Sigma) \quad (2.7)$$

et

$$\vec{M}_S(\vec{r}_\Sigma) = -\vec{n} \times \vec{E}_i^1(\vec{r}_\Sigma) \quad (2.8)$$

avec  $\vec{n}$  le vecteur normal à la surface de Huygens et  $\vec{H}_i^1(\vec{r}_\Sigma)$  et  $\vec{E}_i^1(\vec{r}_\Sigma)$ , les champs électriques et magnétiques sur la surface  $\Sigma$ .

L'utilisation du principe de Huygens est différent dans le retournement temporel. Nous souhaitons trouver les sources équivalentes permettant de générer la version retournée temporellement de la distribution spatio-temporelle du champ généré par la source  $\Gamma$  dans la région  $\Omega_i$  et une distribution de champ nulle dans la région  $\Omega_e$  (cf. Fig. 2.2). La propriété de symétrie par inversion temporelle de l'équation d'Helmholtz, montre que les

distributions de courants équivalentes  $\vec{J}_S^*(\vec{r}_\Sigma)$  et  $\vec{M}_S^*(\vec{r}_\Sigma)$  permettent de générer la version retournée temporellement du champ dans la région [70].

Le principe du RT fait donc bien appel au théorème d'équivalence en surface pour la définition des sources permettant de générer la distribution de champ retournée temporellement.

### 2.1.3 Milieux à propagations complexes

Pour les expériences de retournement temporel dans des milieux à propagation complexe, la résolution de la focalisation profite de la présence des diffracteurs. De façon paradoxale, la résolution est améliorée dans les milieux diffractants. Elle est optimisée lorsque des diffracteurs sont placés entre les MRT et la source par rapport à ce qui est obtenu dans des milieux espace libre à configuration similaire par ailleurs [71].

Nous avons représenté, sur Fig. 2.3, deux configurations identiques qui se distinguent seulement par le changement de milieux de propagation entre la source et les antennes MRT.

Dans les milieux à propagation complexe, la focalisation est caractérisée par une

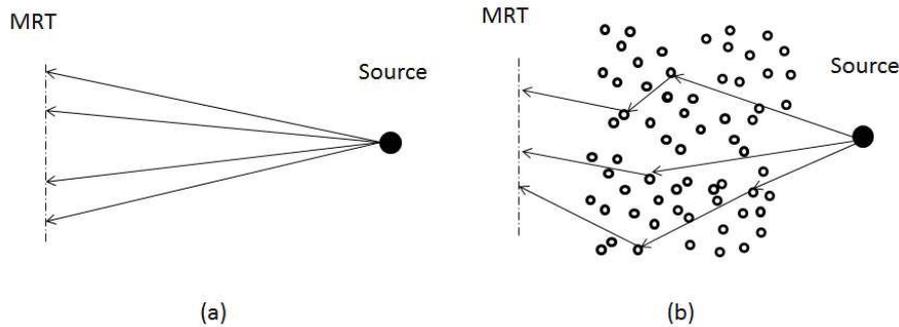


Figure 2.3: Front d'onde émis par une source et observé par un réseau de MRT, source dans un milieu homogène (a) et dans un milieu hautement réverbérant (b).

diversité de trajets parvenant au point de focalisation. Ces multi-trajets permettent une super-résolution de la tâche focale. Le milieu, en augmentant le nombre de trajets possibles [72], agit comme une lentille qui focalise le signal retourné temporellement sur le réseau de MRT [73]. En conséquence l'ouverture effective de l'antenne MRT est plus élevée que son ouverture réelle [74] [75].

Au travers des deux sections suivantes, nous allons présenter les principes expliquant le fonctionnement du RT dans les milieux hétérogènes en étudiant la focalisation sous l'angle spatial et temporel.

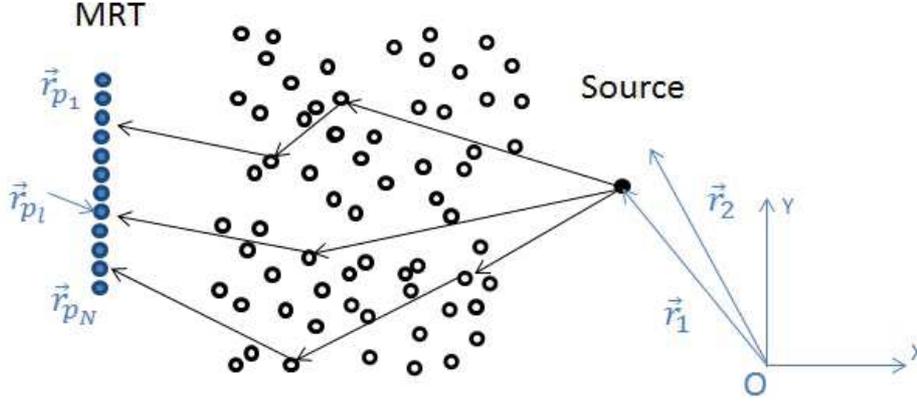
*Focalisation spatiale*

Figure 2.4: Retournement temporel du signal émis par la source en utilisant  $N$  MRT dans un milieu diffractant.

La figure Fig. 2.4 représente la configuration que nous allons utiliser pour mettre en valeur l'effet des multi-trajets sur la résolution de la focalisation.

Considérons une source placée au point  $\vec{r}_1$  et  $N$  MRT situés aux points  $[\vec{r}_{p1} \dots \vec{r}_{pN}]$ . On appellera  $E(\vec{r}_{pl}, \vec{r}_1, \omega)$  le signal sur l'emplacement du MRT numéro  $l$ , généré par la source alimentée par le signal  $J(\omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_1)$ . On nommera  $E(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega)$  le signal sur l'emplacement de l'antenne source généré par le MRT numéro  $l$  dans laquelle on injecte  $J_{pl}(\omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_{pl})$ .  $E(\vec{r}_{pl}, \vec{r}_1, \omega)$  et  $E(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega)$  sont donc les fonctions de Green du milieu que l'on peut noter respectivement  $G(\vec{r}_{pl}, \vec{r}_1, \omega)$  et  $G(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega)$ .

Le signal injecté dans le MRT  $l$  permet de générer la distribution de champ retourné temporellement. Celui ci est donné par:

$$J_{RT\ p_l}(\omega) = G^*(\vec{r}_{pl}, \vec{r}_1, \omega) \delta(\vec{r} - \vec{r}_{pl}) \quad (2.9)$$

Le champ retourné temporellement rayonné par l'antenne  $l$  en un point noté  $\vec{r}_2$ , en utilisant la réciprocité du milieu, est donné par l'équation suivante :

$$E_{RT_l}(\vec{r}_2, \omega) = G^*(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega) G(\vec{r}_2, \vec{r}_{pl}, \omega) \quad (2.10)$$

Le champ retourné temporellement par les  $N$  antennes au point  $\vec{r}_2$ , nommé  $E_{RT}(\vec{r}_2, \omega)$ , sera donné par l'équation suivante :

$$E_{RT}(\vec{r}_2, \omega) = \sum_{l=1}^{l=N} E_{RT_l}(\vec{r}_2, \omega) = \sum_{l=1}^{l=N} G^*(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega) G(\vec{r}_2, \vec{r}_{pl}, \omega) \quad (2.11)$$

L'expression (2.11) est un estimateur de la corrélation spatiale du milieu dont la formule est donnée par :

$$W(\vec{r}_2, \vec{r}_1, \omega) = \langle G^*(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, \omega) G(\vec{r}_2, \vec{r}_{p_l}, \omega) \rangle \quad (2.12)$$

avec les doubles crochets  $\langle \rangle$  représentant une moyenne d'ensemble sur un nombre infini de réalisations.

La dimension la plus fine de la tâche de focalisation sera limitée par la valeur de la fonction de corrélation du milieu complexe. En conséquence, les milieux à propagation complexe permettent d'affiner la résolution par rapport à des milieux en espace libre. De la même façon, ils autorisent l'utilisation d'un nombre réduit de MRT [50].

### ***Focalisation temporelle***

Regardons maintenant comment nous pouvons montrer l'apport des multi-trajets pour l'amélioration de la focalisation temporelle. Dans cette étude, nous reprendrons les notations précédentes utilisées pour la focalisation spatiale et présentées sur la figure Fig. 2.4. Nous n'utiliserons qu'un MRT, de façon arbitraire et sans que cela change quelque chose aux résultats nous choisirons le MRT numéro  $l$ .

L'émetteur transmet dans la première phase du RT une impulsion dont l'expression temporelle est donnée par  $x(t)$ ; sa réponse est enregistrée par le MRT  $N^{\circ}l$ . La seconde phase permet la génération du front retourné temporel focalisant ponctuellement. Le signal reçu par le MRT  $n^{\circ}l$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s(t) = x(t) * h(\vec{r}_{p_l}, \vec{r}_1, t) \quad (2.13)$$

où  $h(\vec{r}_{p_l}, \vec{r}_1, t)$  est la réponse impulsionnelle du MRT  $l$  à l'impulsion  $x(t)$  émis par la source. Le champ interagit avec le milieu diffractant, en conséquence le front d'onde émis par la source va être déformé et étendu temporellement par les multiples réflexions du milieu. Par souci de simplification nous pouvons considérer que la réponse impulsionnelle reçue par le MRT est une somme d'échos du pulse  $x(t)$  décalés temporellement et pondérés par des coefficients multiplicateurs  $\alpha_i$  avec  $i$  variant de  $[1..N_e]$  avec  $N_e$  le nombre d'échos. La réponse impulsionnelle en sortie du MRT numéro  $l$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$h(\vec{r}_{p_l}, \vec{r}_1, t) = \sum_{i=1}^{i=N_e} \alpha_i \delta(t - t_i), \text{ où } \delta(t) \text{ correspond à la distribution de Dirac} \quad (2.14)$$

Le signal  $y(t)$  à injecter dans le MRT est de la forme suivante :

$$y(t) = x(-t) * h(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, -t). \quad (2.15)$$

En utilisant la réciprocité du milieu, la réponse impulsionnelle au point  $\vec{r}_1$ , d'une impulsion émise au point  $\vec{r}_{p_l}$ , que nous noterons  $h(\vec{r}_{p_l}, \vec{r}_1, t)$ , est égale à  $h(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, t)$ . Le signal retourné temporellement sur l'emplacement de la source, noté  $v(t)$ , s'écrit alors :

$$v(t) = x(-t) * h(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, t) * h(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, -t). \quad (2.16)$$

En remplaçant l'expression de  $h(\vec{r}_1, \vec{r}_{p_l}, -t)$  obtenue grâce à l'équation (2.14), le signal  $v(t)$  sur l'emplacement de la source s'écrit :

$$v(t) = x(-t) * \left( \sum_{i=1}^{N_e} \alpha_i \delta(t - t_i) \right) * \left( \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j \delta(-t + t_j) \right) \quad (2.17)$$

Le signal retourné temporellement sur l'emplacement de la source peut s'exprimer de la façon suivante :

$$v(t) = \sum_{j=1}^{N_e} \alpha_j^2 x(-t) + \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j x(t + t_i - t_j) \quad (2.18)$$

avec  $i \in [1..N_e]$  et  $j \in [1..N_e]$ .

La Fig. 2.5 montre le signal focalisé temporellement,  $v(t)$ , à l'emplacement du point

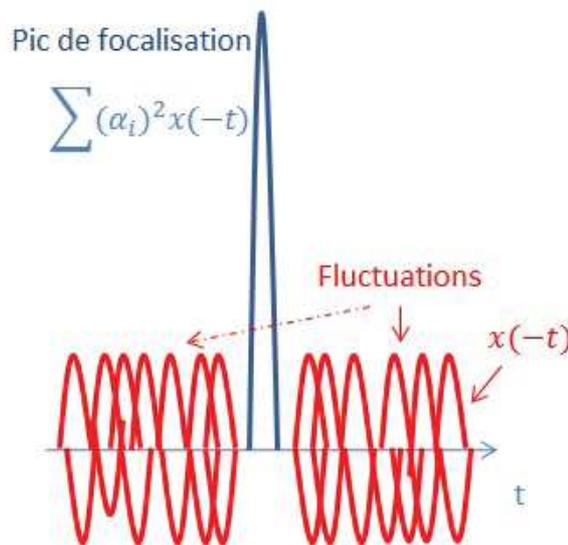


Figure 2.5: Focalisation temporelle et fluctuations inhérentes au retournement temporel.

source. Les signaux interfèrent constructivement à l'instant de focalisation et forment alors un pic de focalisation. Celui-ci correspond au pulse  $x(t)$  cible retourné temporellement, pondéré par le facteur positif  $\sum \alpha_i^2$  (cf. (2.18)). En dehors de la fenêtre de focalisation, les signaux  $x(-t)$  se somment de façon incohérente. Cela correspond à une somme de signaux qui interfèrent de façon destructive. Cette partie incohérente du signal constitue le bruit de reconstruction du retournement temporel. L'utilisation d'un milieu fortement diffractant permet d'augmenter le nombre de multi-trajets. La sommation en phase sur un nombre élevé de multitrajets optimise l'amplitude du signal cohérent. A contrario, et en considérant des chemins de propagations décorrélés, une augmentation de ceux-ci permet de diminuer l'amplitude des signaux incohérents [76].

Une autre façon de voir le signal focalisé temporel est de le considérer comme une transformée de Fourier du produit de corrélation sur les points  $\vec{r}_2$  et  $\vec{r}_1$  de la fonction de Green, en posant :

$$\psi_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega, l) = G^*(\vec{r}_1, \vec{r}_{pl}, \omega) G(\vec{r}_2, \vec{r}_{pl}, \omega) \quad (2.19)$$

le champ de refocalisation au point  $\vec{r}_2$  et à l'instant  $t$ , nommé  $E_{RT}(\vec{r}_2, t)$  peut s'écrire :

$$E_{RT}(\vec{r}_2, t) = 2 \sum_{l=1}^{l=N} \int_0^{B_T} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega, l) X^*(\omega) \exp(i2\pi f t) df \quad (2.20)$$

où  $[0 B_T]$  est la bande de fréquence du signal  $X(\omega)$ . Dans un régime asymptotique où la propagation a lieu dans un milieu diffus, nous avons une décorrélation statistique des fonctions de corrélation du champ pour des pulsations différentes [23]. Ainsi l'intégration sur les fréquences dans l'équation (2.20) agit comme une somme sur des réalisations indépendantes. Le signal temporel de  $E_{RT}(\vec{r}_2, t)$  est donc la transformée de Fourier d'une somme de fonctions décorrélées lorsque  $\vec{r}_2$  ne pointe pas sur la tâche de focalisation. La résolution de celle-ci profite de la largeur de bande. Nous mettrons en valeur dans la section 2.3.2, ce caractère automoyennant du retournement temporel en mettant en évidence, entre autre, la relation entre la qualité de la focalisation ponctuelle et la bande passante d'excitation [73].

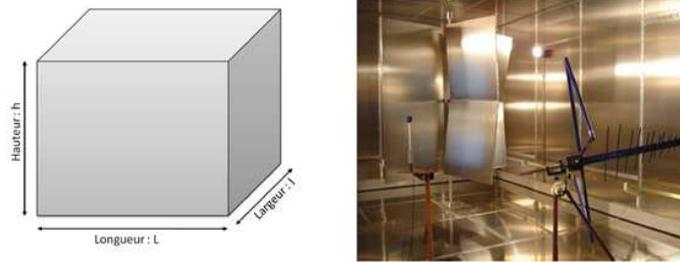


Figure 2.6: L'élément principal de la chambre réverbérante (CR) est la cage de Faraday (figure de gauche); l'intérieur de la CR comporte un brasseur de modes (figure de droite).

## 2.2 Étude en Chambre Réverbérante

### 2.2.1 Introduction

Une chambre réverbérante est un milieu fermé délimité par des parois hautement réfléchissantes (cf. Fig. 2.6). C'est un milieu à propagations complexes. La structure réverbérante de la chambre conduit à une propagation multi-trajet du champ. Le champ rayonné par une source excitatrice à l'intérieur de la chambre interagit avec les parois et ce champ diffracté par les multiples réflexions est dit diffusif. Il est alors isotrope et identique en moyenne partout [77]. Chaque point de la chambre est le lieu de passage de propagation d'ondes dans toutes les directions. Il est impossible de savoir d'où est émis originellement le champ [78]. L'utilisation des chambres réverbérantes n'a cessé de progresser depuis la fin des années 60. Elles sont notamment de plus en plus utilisées dans le domaine de la CEM [77]. Les propriétés diffusives de la propagation permettent d'obtenir des résultats de test indépendants des détails fins de la cavité [79]. La chambre est alors un outil de test intéressant car ceux-ci deviennent reproductibles pour différentes cavités. En immunité, les propriétés diffusives du champ, induisant des directions aléatoires de propagation du champ, permettent de solliciter l'objet sous test sous toutes les directions d'incidence. Il est alors possible de tester le cas le plus critique d'illumination sans avoir à déplacer ni l'équipement sous test ni la source. Dans ce type de mesure, la particularité et les avantages apportés sont donc l'absence de déplacements mécaniques. De façon réciproque, son utilisation s'étend aussi aux mesures d'émissivité d'équipement sous test. Cette fois-ci, la diffusivité est mise à profit pour calculer le champ total rayonné. L'équipement est placé dans la chambre et une antenne placée dans l'enceinte permet de capter l'amplitude du signal électromagnétique dont la particularité est d'être directement relié à la puissance rayonnée par l'équipement sous test [78].

L'utilisation n'est pas restreinte à la CEM, elle concerne aussi de façon plus récente la

mesure d'antenne. Nous avons abordé de façon synthétique et non exhaustive dans la partie mesure d'antenne, les techniques employées pour la caractérisation d'antennes utilisant la diffusivité du champ. En marge de l'utilisation de la diffusivité, nous avons vu que des méthodes amonts ont été développées pour mesurer le gain d'antenne en discriminant les directions d'arrivée en ligne direct entre antennes test et source [25]. Cette dernière utilisation ne nécessite pas des propriétés de diffusivité du champ et reste marginale. Elle est pour l'instant cantonnée au stade de recherche.

## 2.2.2 Physique des chambres

Étudions maintenant de plus près la physique des chambres. Une cavité est susceptible de résonner pour une infinité de fréquences propres correspondant à des trajets différents du champ électromagnétique dans la chambre réverbérante [78]. Ceux-ci correspondent à des fréquences de résonances pour lesquelles l'énergie est entretenue dans le cas de chambres sans pertes. La Fig. 2.7 représente un exemple de fonction de transfert en fonction de la fréquence dans une chambre réverbérante. On visualise les fréquences pour lesquelles la chambre résonne [80]. Le nombre de fréquences de résonance est dépendant de la taille de la chambre et la densité de modes augmentent avec la fréquence [81].

Notre étude ne se situera pas dans les fréquences les plus basses où les modes de résonances sont distinguables et la chambre RC joue un rôle de filtre. Notre étude du retournement

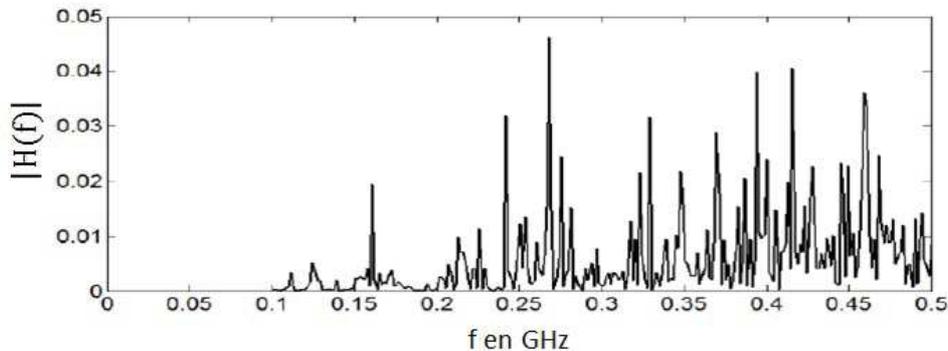


Figure 2.7: Réponse fréquentielle d'une chambre, pour les fréquences basses, les modes sont discrets et non recouverts entre eux, pour les fréquences hautes les modes sont superposés.

temporel pour la mesure d'antenne se fera dans des conditions de champ diffus. Les propriétés statistiques sont indépendantes des détails fins de l'équipement de test et le test est reproductible pour d'autres chambres. La chambre réverbérante dans les conditions de diffusivité n'est pas un filtre sélectif, elle pourra être excitée sur un continuum de

fréquences correspondant à la bande de fréquence d'excitation du signal large bande, du fait du recouvrement modal lié aux pertes.

Nous avons vu dans la section précédente que les fonctions de corrélation spatiale ont une grande importance pour connaître la qualité de focalisation du retournement temporel (cf. 2.1.3). Pour exprimer l'autocorrélation spatiale du champ, nous avons besoin d'exprimer la fonction de Green du milieu. Mais la détermination analytique de la fonction de Green n'est envisageable que si la cavité a une forme canonique. La caractérisation d'un modèle pour la fonction de transfert peut être alors simplifiée en utilisant une décomposition spectrale pour les modes de résonance de la cavité. La démarche consiste à exprimer la fonction de Green comme une combinaison linéaire de solutions en modes propres  $\vec{e}_p(\vec{r})$  associées aux modes de résonance de la cavité. Le champ électrique  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  s'écrit alors comme une décomposition sur les modes propres de la façon suivante :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = 4\pi \sum_{p=1}^{p=M} \gamma_p \vec{e}_p(\vec{r}) \phi_p(\omega), \quad (2.21)$$

où  $M$  est le nombre de modes excités dans la chambre,  $k_p$  le nombre d'onde du mode  $p$ , et les  $\phi_p(\omega)$  correspondent aux amplitudes complexes d'excitation de ce mode. En outre, on a  $\gamma_p$  s'écrivant sous la forme suivante :

$$\gamma_p = \int_{V_S} \vec{J}_e(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{e}_p(\vec{r}) d^3\vec{r} \quad (2.22)$$

où  $V_S$  est le volume contenant la distribution de courant excitatrice  $\vec{J}_e$ . En considérant que  $\phi_p(\omega)$  est une fonction Lorentzienne, on a  $\phi_p(\omega) = \frac{1}{k_p^2 - k^2}$  et l'équation (2.21) s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = 4\pi \sum_{p=1}^{p=M} \frac{\gamma_p \vec{e}_p(\vec{r})}{k_p^2 - k^2} \quad (2.23)$$

Dans le cas réel, la chambre n'est pas idéale et elle est le siège de pertes. Les dissipations introduisent dans  $k_p$ , l'apparition d'une partie imaginaire.

La nouvelle expression de  $\phi_p(\omega)$  est alors :

$$\phi_p(\omega) = \frac{1}{k_p^2 - k^2 - jk_p/Q_p} \quad (2.24)$$

où  $Q_p$  est le facteur de qualité du mode.

Lorsque la valeur de  $Q_p$  augmente, la fonction devient alors plus concentrée autour de

sa fréquence de résonance (cf. Fig. 2.8). A contrario, avec l'introduction de pertes, la contribution du mode autour de la fréquence de résonance est alors non nulle. Les pertes créent un élargissement de la fonction autour de la fréquence de résonance. Cela permet d'exciter des fréquences autour de la résonance d'un mode. La bande de fréquence sur laquelle s'effectue la contribution s'appelle la bande modale. Elle correspond à la bande à -3dB du mode et représente l'intervalle de fréquence sur lequel les modes recouverts sont comptabilisés. L'expression de cette bande centrée sur la fréquence de résonance est donnée par la formule suivante :

$$\frac{B_{m,p}}{f_p} \approx \frac{1}{Q_p} \quad (2.25)$$

Le nombre de modes  $M$  excités dans la chambre dépend donc du facteur de qualité de la chambre.

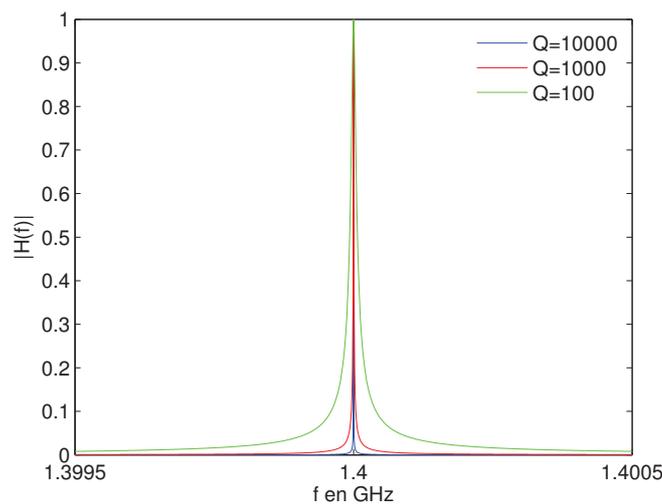


Figure 2.8: Variation de la réponse d'un mode en fréquence, en fonction du facteur de qualité.

Une description purement physique de la chambre grâce à des fonctions analytiques n'est pas toujours possible. La forme d'une chambre réverbérante n'est jamais canonique et nous ne savons pas comment déterminer les poids modaux et les fonctions d'ondes. La solution alors utilisée est alors statistique. Les expressions analytiques des poids modaux et de la topographie modale ne sont pas nécessaires. En effet dans cette approche l'obtention d'une valeur exacte d'une variable physique n'est pas recherchée. On souhaite plutôt déterminer une valeur avec une marge de probabilité donnée. L'idée de l'approche statistique est de conserver les propriétés globales du système qui sont observables pour un

grand nombre de mesures indépendantes tout en faisant des considérations statistiques sur les paramètres microscopiques. Les variables aléatoires utilisées sont les fréquences de résonances  $f_p$ , leur répartition, les topographies modales  $\vec{e}_p(\vec{r})$  et les coefficients modaux. La statistique utilisée pour chacun des coefficients n'est pas primordiale car l'utilisation du théorème central limite permet de conclure à une statistique globalement gaussienne.

Dans la modélisation utilisée précédemment, il n'y a pas d'information sur le comportement des fonctions modales  $e_n(r)$ . Cela compromet toute tentative de déterminer les fonctions d'auto corrélation du champ. Pour résoudre ce problème, l'approche modale est étendue. Les fonctions propres sont considérées aléatoires et le champ est écrit sur un spectre d'ondes planes. En considérant la diffusivité du milieu, le spectre d'ondes planes est alors statistiquement indépendant de la direction d'observation. En utilisant le théorème central limite, la modélisation spectrale permet de déterminer les propriétés statistiques du champ [77] [81] :

- Les parties réelles et imaginaires de chacune des composantes spatiales du champ peuvent être considérées comme indépendantes et identiquement distribuées
- La valeur moyenne de chacune des composantes est nulle
- Les parties imaginaires et réelles du champ obéissent chacune à des distributions gaussiennes
- La phase du champ est répartie uniformément sur  $2\pi$

On peut définir la diffusivité de façon pratique, sur les bases du modèle mise en place par Schroeder [81]. Dans celui-ci, on cherche à obtenir une superposition de 3 modes sur la bande modale. Pour chaque fréquence, ces 3 degrés de liberté permettent de solliciter de façon uniforme l'ensemble des directions de propagation.

On peut choisir une définition moins conservatrice de la diffusivité. Dans celle-ci on considère la réalisation de ses propriétés non pas sur chaque fréquence mais sur toute la bande. C'est l'ensemble des degrés de liberté définis sur la bande qui permettent d'atteindre les propriétés de diffusivité du champ. En un point, à chaque instant  $t$ , les modes excités pour toutes les fréquences de la bande d'intérêt incident de toutes les directions. En considérant un nombre suffisant de réalisations (typiquement supérieur à une centaine pour le pire cas où chaque distribution n'est pas proche d'une loi normale), le théorème

central limite s'applique pour la partie réelle et imaginaire du champ résultant, dont la décomposition est donnée par l'équation (2.26).

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = 4\pi \sum_{p=1}^{p=M} \mathcal{F}^{-1} \left( \gamma_p \vec{e}_p(\vec{r}) \phi_p(\omega) \right) \quad (2.26)$$

où le nombre de modes  $M$  sur la bande de fréquence  $B_T$  est donné par la formule :

$$M = \frac{B_T}{B_c} \quad (2.27)$$

avec  $B_c$ , la bande de cohérence représentant la distance entre chaque modes [82]. Lorsque le nombre de modes,  $M$ , est suffisant ( $>100$ ), le champ est dit diffusif selon le critère décrit.

Dans un milieu diffus selon le critère de Schroeder, la fonction de corrélation spatiale entre deux points  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  de la cavité, traduisant la qualité de focalisation, peut s'exprimer grâce à l'approche statistique basée sur le spectre d'ondes planes [83]. En prenant  $r_1 = 0$ ,  $r_2 = \hat{r}z$  et en considérant une excitation du champ suivant la polarisation  $\hat{e}_z$ , la fonction de corrélation peut être écrite en fonction de la distance  $r$  de la façon suivante :

$$\rho(r) = \frac{\langle \mathbf{E}(0) \mathbf{E}^*(\hat{\mathbf{z}}r) \rangle}{\langle |\mathbf{E}(0)|^2 \rangle \langle |\mathbf{E}^*(\hat{\mathbf{z}}r)|^2 \rangle}, \quad (2.28)$$

où  $\langle \rangle$  indique la moyenne d'ensemble.

La dernière équation peut être réécrite :

$$\rho(r) = \frac{\sin(kr)}{kr} \quad (2.29)$$

La fonction de corrélation peut s'exprimer aussi pour les composantes tangentielle et longitudinale par rapport à la polarisation de l'excitation ici définie suivant la direction  $\hat{\mathbf{z}}$ . Ainsi la fonction de corrélation pour la composante longitudinale s'écrit :

$$\rho_l(r) = \frac{\langle E_z(0) E_z^*(\hat{\mathbf{z}}r) \rangle}{\sqrt{\langle |E_z(0)|^2 \rangle \langle |E_z(\hat{\mathbf{z}}r)|^2 \rangle}}. \quad (2.30)$$

et peut se simplifier en [83] :

$$\rho_l(r) = \frac{3}{(kr)^2} \left( \frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right) \quad (2.31)$$

Pour finir, la composante transversale, qui est ici définie de façon indifférenciée pour les composantes  $E_x$  et  $E_y$ , s'écrit :

$$\rho_t(r) = \frac{\langle E_x(0) E_x^*(\hat{\mathbf{z}}r) \rangle}{\sqrt{\langle |E_x(0)|^2 \rangle \langle |E_x(\hat{\mathbf{z}}r)|^2 \rangle}} \quad (2.32)$$

ou,

$$\rho_t(r) = \frac{\langle E_y(0) E_y^*(\hat{\mathbf{z}}r) \rangle}{\sqrt{\langle |E_y(0)|^2 \rangle \langle |E_y(\hat{\mathbf{z}}r)|^2 \rangle}} \quad (2.33)$$

se simplifie sous la forme suivante [83] :

$$\rho_t(r) = \frac{3}{2} \left( \frac{\sin(kr)}{kr} - \frac{1}{(kr)^2} \left( \frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right) \right) \quad (2.34)$$

### 2.2.3 Adaptation du retournement temporel au milieu réverbérant

Une chambre réverbérante est un milieu à propagation complexe où le champ est diffusif. Le retournement temporel dans les chambres réverbérantes a donné lieu à des utilisations dans le domaine des télécommunications notamment pour le test de moyens de communications MIMO [84] ou la génération de champs de haute intensité pour le test CEM d'équipements [44].

La particularité des cavités réverbérantes par rapport aux milieux diffractants ouverts sont à la fois le confinement et la haute réflectivité des parois. Ces deux éléments constituent un avantage pour améliorer le rendement énergétique et la qualité de focalisation. Il a été démontré que l'utilisation d'un milieu fermé réverbérant permet de diminuer le nombre nécessaire de MRT [76] [85].

Nous avons rappelé sur Fig. 2.9, les différentes phases du retournement temporel, cette fois ci appliquées à la chambre. Ces phases demeurent inchangées par rapport à une application du retournement temporel dans un milieu ouvert.

### 2.2.4 Potentiel en terme de test

Le retournement temporel est surtout utilisé pour ces propriétés de focalisation.

Dans les diverses applications du retournement temporel (télécommunications, radar, médical...), l'objectif commun est de focaliser ponctuellement de façon spatiale et temporelle en compensant la propagation complexe dans le medium. L'attention est donc beaucoup moins portée sur la distribution du front d'onde retourné temporel que sur la focalisation elle même.

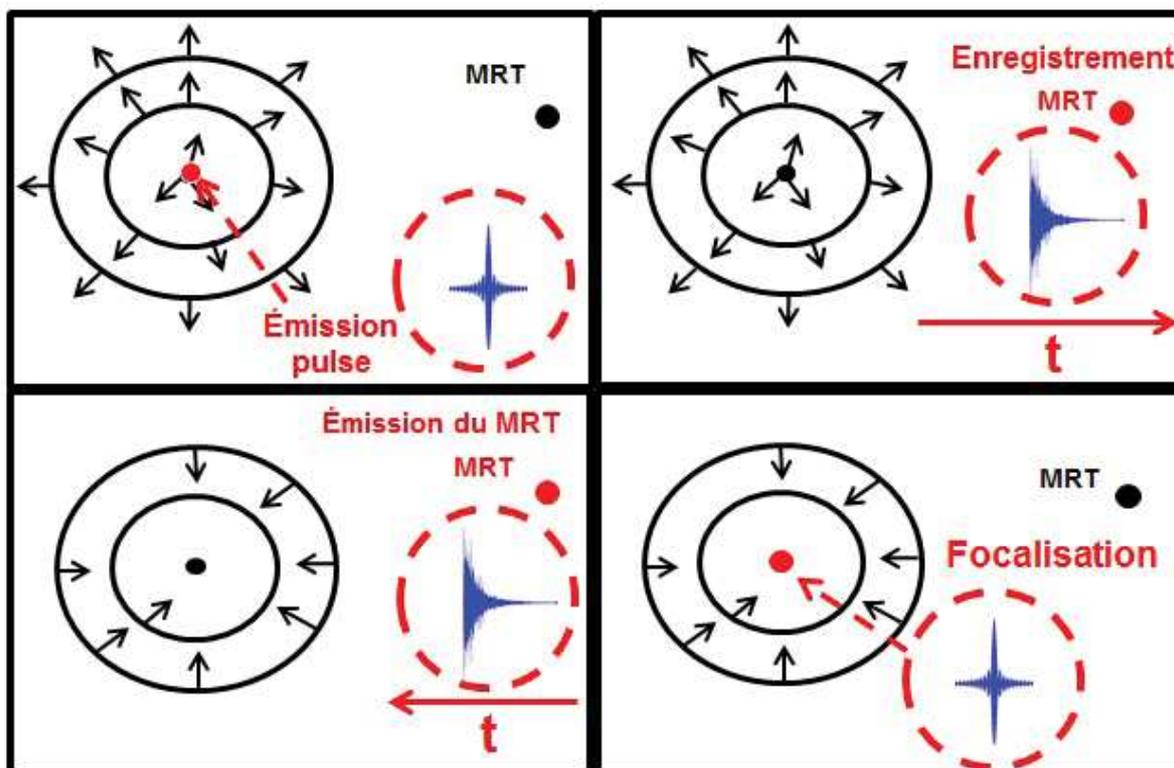


Figure 2.9: Retournement temporel dans une chambre réverbérante. De gauche à droite et de bas en haut, la phase d'apprentissage avec l'émission du pulse et l'enregistrement des signaux de sortie du MRT, puis réinjection, dans le MRT, du signal inversé temporellement et finalement focalisation d'une réplique non idéale du pulse d'excitation sur l'emplacement du point source.

Dans le cas de l'application que nous envisageons pour la mesure d'antenne, le front d'onde de test doit être généré de façon rapide et reproductible selon n'importe quelle direction d'incidence. Nous allons confronter ici, le retournement temporel classique avec les objectifs de la mesure rappelés ci-dessus.

On s'aperçoit tout d'abord qu'il n'est pas possible de générer des fronts d'ondes arbitraires avec le retournement classique. Le front d'onde de test est la réplique convergente non idéale du front d'onde émis par la source. Ce front d'onde est donc déterminé par le type de source utilisé.

Continuons encore à regarder qu'elles seraient les potentialités du retournement classique. L'objectif est de générer successivement des fronts d'ondes de test avec des directions différentes d'illumination de l'antenne test. Pour chacune des directions d'incidence, avec le retournement classique, la première phase du RT doit être répétée pour obtenir les

différents enregistrements des signaux de sorties des MRT. L'antenne source doit alors être tournée pour chaque mesure. L'utilisation du retournement temporel classique conduit donc à effectuer des déplacements mécaniques ralentissant la mesure.

Par conséquent, le RT classique n'est pas adapté ni pour la génération de front d'onde arbitraire ni pour une génération rapide de fronts d'ondes de tests ayant des directions de propagations différentes.

Une solution potentielle pourrait être recherchée du côté des méthodes comme la DORT [67] [86] [87]. Avec cette méthode, il n'y a pas de source active utilisée, les miroirs à retournement temporel sont utilisés en mode échographique pour solliciter des sources secondaires diffractantes du milieu. Grâce à un procédé de retournement itératif et l'utilisation d'un formalisme matriciel décrivant le processus itératif, il est possible de focaliser sur les diffracteurs de son choix. Le front d'ondes de test est uniquement susceptible d'être choisi parmi les fronts d'ondes diffractants engendrés par les différents points de diffraction. En conséquence, le choix du front d'onde de test ne peut pas être arbitraire et l'utilisation de la méthode DORT est donc inenvisageable.

Pour développer notre méthode de génération de fronts d'ondes localement plans, nous avons fait appel à la méthode de retournement temporel généralisée utilisée dans la TREC. Nous allons présenter la méthode dans la section suivante.

## 2.3 TREC et retournement temporel généralisé

### 2.3.1 Introduction et potentiel

Le système de test que nous allons utiliser s'appelle la Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC), il a été présenté originellement dans l'article [44] et est décrit sur la figure Fig. 2.10. La TREC est un système de test composé d'une chambre réverbérante utilisant un procédé de retournement temporel non standard. Celui-ci permet la génération en espace libre de fronts d'ondes arbitraires. Il a été en effet montré pratiquement et théoriquement que le retournement temporel permet l'émission de front d'onde pulsé, le contrôle de la polarisation et de la distribution spatiale et temporelle du front d'onde. De plus, il a été confirmé pratiquement et théoriquement que la TREC est un environnement de test permettant la génération de fronts arbitraires [41]. La TREC allie les avantages des chambres anéchoïques et des cavités réverbérantes : elle permet la génération de fronts d'ondes tout en profitant de la haute efficacité énergétique des chambres réverbérantes

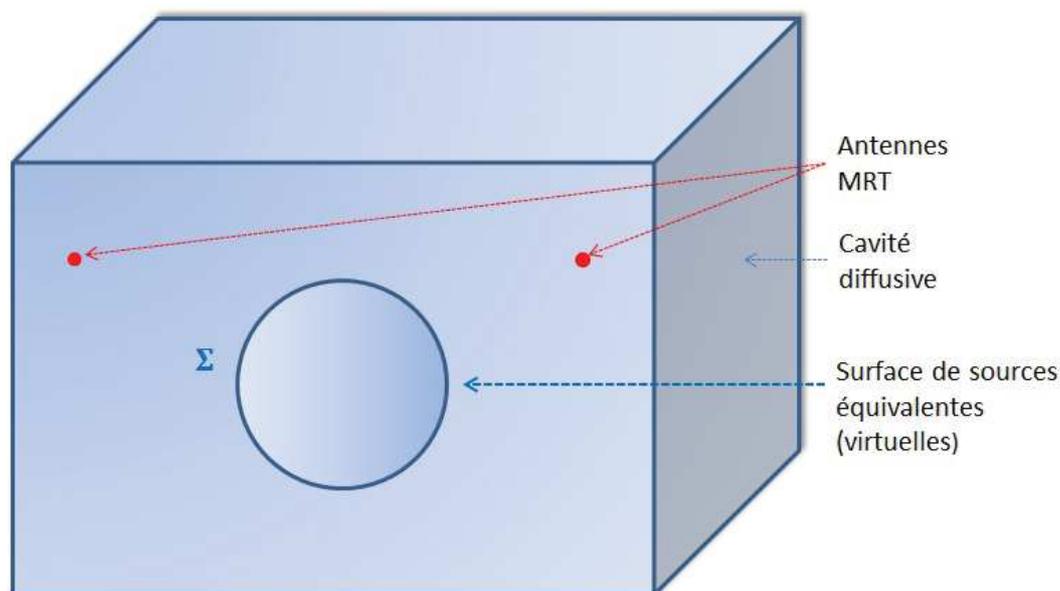


Figure 2.10: Schéma synthétique de la Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC). Elle est constituée d'une cavité diffuseuse dans laquelle, on trouve, une ou plusieurs antennes MRT et une surface de sources équivalentes.

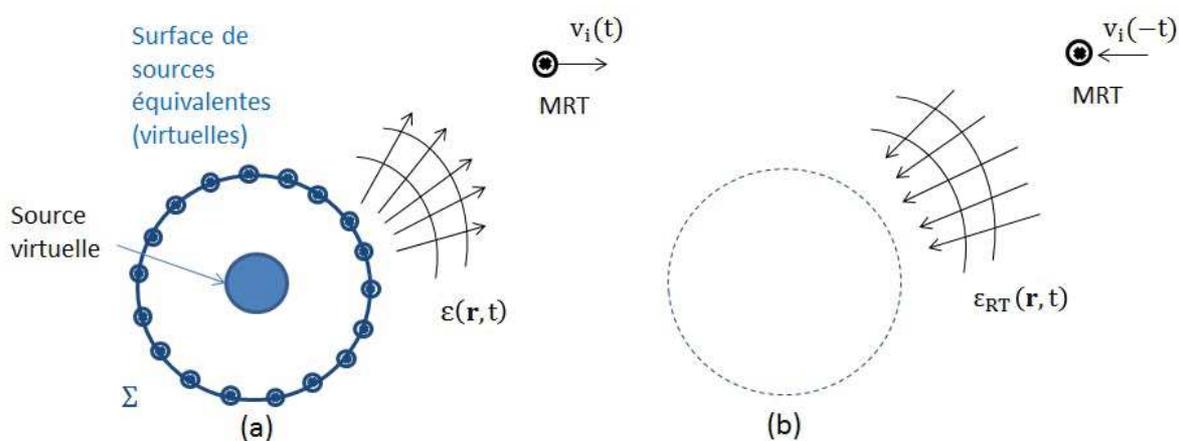


Figure 2.11: Schéma synthétique de la technique de retournement temporel généralisé. Figure (a) la sortie de l'antenne MRT est calculée synthétiquement grâce à la détermination préalable des fonctions de transferts entre la surface équivalente et l'antenne. Figure (b) le front RT est généré.

[88]. En terme d'application, la faisabilité et le potentiel de la TREC comme outil de test d'immunité complémentaire à l'utilisation des chambres anéchoïques et réverbérantes ont été présentés dans [44].

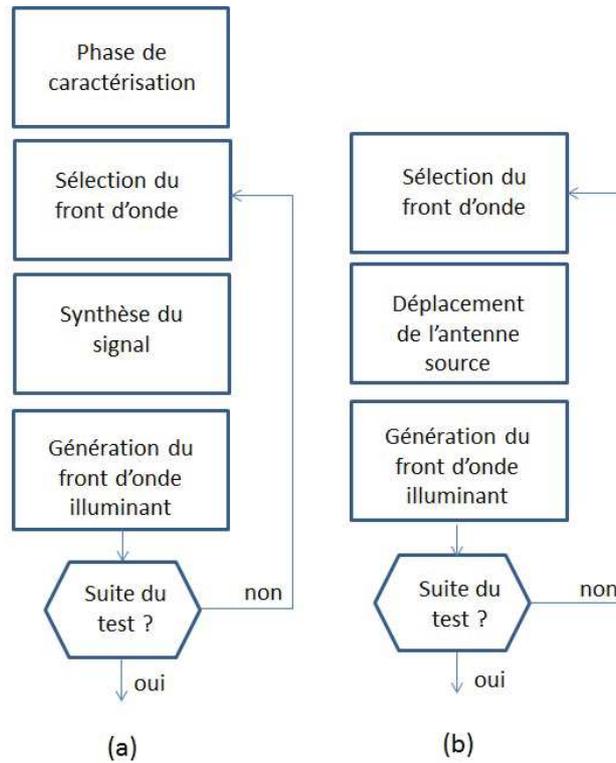


Figure 2.12: Étapes respectives pour l'utilisation du retournement temporel généralisé pour le test (a) et pour une méthode classique en chambre anéchoïque (b).

Présentons maintenant le retournement temporel généralisé. À l'image du retournement temporel classique, celui-ci permet la focalisation spatio-temporelle de fronts. Mais le but premier du retournement temporel généralisé est la génération de fronts d'ondes convergents d'espace libre. En effet la source associée au front d'onde divergent à retourner temporellement est virtuelle. Celle-ci n'émet donc pas physiquement et sa détermination reste optionnelle. C'est la caractérisation du front d'onde divergent qui permet d'initier le RT généralisé et l'on s'intéresse donc plus spécifiquement à sa reproduction par RT [41]. Regardons maintenant en détail le procédé du retournement temporel généralisé. Le front d'onde de commande divergent à retourner temporellement sera appelé  $\epsilon(\vec{r}, t)$ . Sa description dans le domaine des fréquences :

$$E(\vec{r}, \omega) = \mathcal{F}(\epsilon(\vec{r}, t)) \quad (2.35)$$

avec  $\vec{r}$  le vecteur pointant sur la zone d'espace libre et  $\mathcal{F}$  représentant la transformée de Fourier. Le front d'onde retourné temporellement sera une réplique non idéale et convergente du front d'onde  $\epsilon(\vec{r}, t)$  et l'on notera par la suite ce front d'onde  $\epsilon_{RT}(\vec{r}, t)$ . Nous avons vu auparavant que la source associée au front d'onde divergent n'émet pas,

et par voie de conséquence que les MRT n'enregistrent la réponse à l'excitation de la source. Le calcul des tensions de sorties de l'antenne MRT se fait de façon synthétique. Dans le retournement temporel généralisé, on définit une surface fermée  $\Sigma$  entourant l'emplacement de la source virtuelle (cf. Fig. 2.11). Celle-ci joue le rôle de surface de Huygens. Le théorème d'équivalence en surface de Love [70] permet de définir les courants équivalents magnétiques et électriques permettant d'une part de reproduire parfaitement la distribution de champ associée à la source virtuelle pour des points extérieurs à la surface et d'autre part d'annuler le champ à l'intérieur de  $\Sigma$  même en présence d'un objet sous test dans  $\Sigma$ . La connaissance de la distribution de champ sur la surface de Huygens  $\Sigma$  alliée à la détermination préalable des fonctions de Green entre cette surface  $\Sigma$  et chaque antennes MRT, permet de déterminer le champ sur les antennes MRT de façon synthétique. En conséquence, l'obtention de la tension en sortie des antennes MRT, se fait sans émission physique.

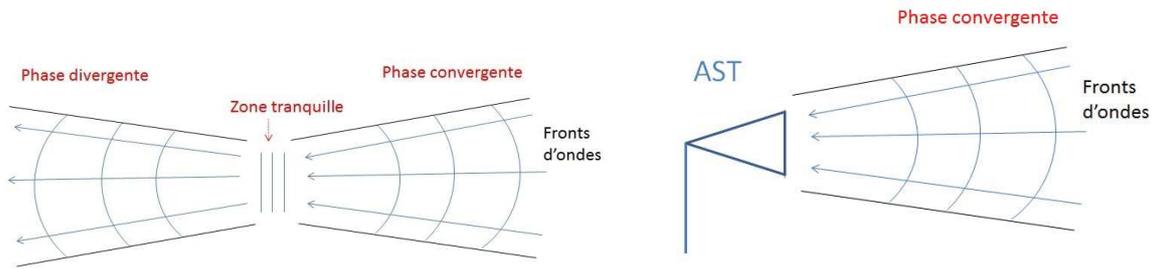
Après la détermination synthétique des signaux en sortie des MRT, ceux-ci doivent alors être inversés temporellement. Ils sont ensuite injectés dans les antennes MRT. Celles-ci rayonnent alors la réplique non idéale convergente du front d'onde divergent associé à la source virtuelle. La phase d'émission des antennes MRT dans le retournement temporel généralisé est équivalente à la seconde phase du retournement temporel classique.

Nous avons vu que le calcul des sorties des antennes MRT nécessite la détermination préalable des fonctions de Green entre les courants équivalents sur la surface  $\Sigma$  et les sorties des antennes MRT. Cette détermination est une étape préalable à l'utilisation du retournement temporel généralisé. Ces fonctions de transfert sont mesurées dans la configuration de test et dépendent donc du chargement de la chambre. Cette détermination se fait en présence de l'objet à tester. Elle doit être renouvelée si l'objet à tester change et donc si la charge induite dans la chambre est différente.

La figure Fig. 2.12 représente les différentes étapes nécessaires pour générer des fronts d'ondes de test. Ces étapes sont comparées avec celles nécessaires dans le cas d'une mesure classique en chambre anéchoïque. Grâce au calcul synthétique des sorties des MRT, il n'est pas nécessaire de déplacer l'antenne source lors d'une utilisation du retournement temporel généralisé. Le RT généralisé permet d'effectuer des mesures en temps réel, avec un gain de temps conséquent sur une technique nécessitant des déplacements pour chaque angle d'incidence du front d'onde de test.

### 2.3.2 Qualité de focalisation sur zone focale étendue

Notre objectif est de bénéficier des avantages de notre moyen de génération et de la capacité du RT à focaliser spatio-temporellement sur une zone focale. Les fronts d'ondes de



(a) Schéma synthétique d'une coupe 2D d'un front d'onde créant une zone tranquille dans sa zone focale étendue

(b) Schéma synthétique d'une AST à l'emplacement de la zone tranquille

Figure 2.13: Schéma synthétique 2D d'un front d'onde créant une zone tranquille et représentation synthétique de l'antenne sous test (AST) dans la zone tranquille.

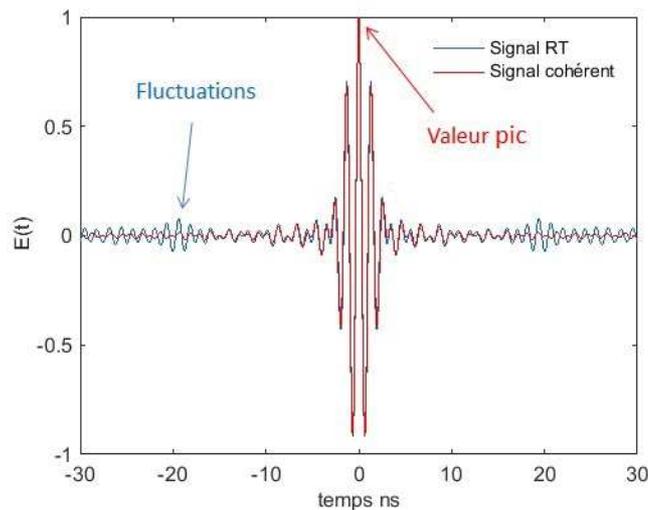


Figure 2.14: Pic de focalisation et fluctuations inhérentes au RT.

test que nous avons définis convergent sur une zone focale étendue couvrant l'ouverture d'antenne de l'AST (cf. Fig. 2.13). Pour utiliser le retournement temporel pour le test, il faut être capable d'évaluer ses performances en focalisation spatio-temporelle sur l'emplacement de la zone focale. La qualité du pulse focalisé est bien décrite par le contraste de pic pour une zone focale ponctuelle. Celui-ci est défini comme le rapport entre la puissance instantanée pic à l'instant de la focalisation et de la puissance maximale instantanée des fluctuations. Pour illustrer le contraste de pic, nous avons représenté un signal pulsé généré par RT à l'emplacement d'une zone focale sur la Fig. 2.14. La courbe

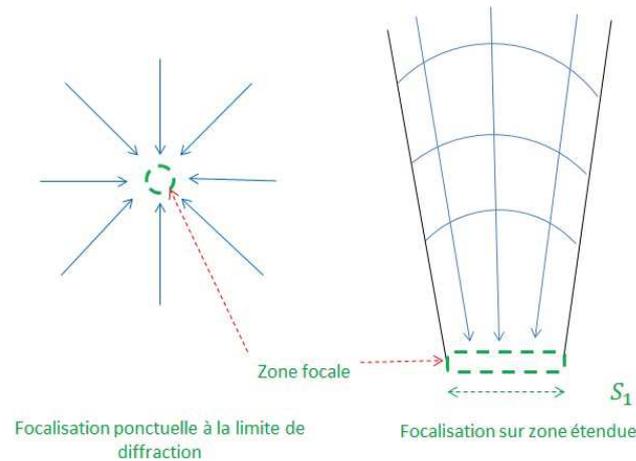


Figure 2.15: Représentation 2D d'un front d'onde focalisant sur une tache ponctuelle à gauche. Puis d'un front d'onde focalisant sur une zone focale de surface  $S_1$  à droite.

en rouge correspond au signal cohérent du test. Le signal pulsé retourné temporel tracé en bleu, est une réplique non exacte de l'impulsion d'excitation cohérente. La reconstruction du signal par RT est accompagnée de bruit de reconstruction. Les fluctuations maximum sont visibles ici pour  $t \cong 20\text{ns}$ . Les fronts d'onde de test que nous allons utiliser focalisent sur une zone focale étendue qui couvre l'ouverture de l'antenne. Nous allons étendre le concept du contraste de pic ponctuel à celui du contraste de pic sur une zone focale élargie. Nous le nommerons contraste de pic étendu, et le noterons,  $\Lambda_{pe}$ . Il définira de la même façon que le contraste de pic, le rapport entre la puissance instantanée pic à l'instant de la focalisation sur la puissance maximale instantanée des fluctuations. Cependant la puissance instantanée pic sera recherchée sur la zone focale étendue.

Nous avons représenté sur Fig. 2.15 deux configurations illustrant respectivement une focalisation ponctuelle et étendue. La tâche de focalisation ponctuelle a une résolution contrainte par la limite de diffraction et sa dimension à mi hauteur de l'amplitude pic est d'environ  $\lambda/2$  [65]. La zone focale étendue est aussi contrainte par la limite de diffraction et couvre une surface  $S_1$ .

Nous allons maintenant présenter plus précisément le contraste de pic ponctuel puis étendre ce concept à la focalisation sur une zone étendue.

### *Contraste de pic ponctuel*

Nous allons rappeler ici, les expressions du contraste de pic en fonction de quantités relatives au signal d'excitation et aux propriétés de la cavité en présence d'antennes MRT.

Considérons une configuration où une antenne source et plusieurs antennes MRT sont disposées dans une chambre réverbérante. Pour plus de simplicité, nous considérerons  $x(-t)$  le signal à retourner temporellement sur l'emplacement de la source. Le signal focalisé par retournement temporel sera donc  $x(t)$ . Lorsque la totalité des antennes MRT est utilisée, par superposition des différentes contributions des antennes, le signal focalisant  $y(t)$  peut s'écrire :

$$y(t) = \alpha p(t) + f(t) \quad (2.36)$$

où  $f(t)$  est le signal correspondant aux fluctuations, et  $\alpha$  le coefficient de projection du signal pulsé retourné temporellement sur le signal cohérent  $p(t)$ .

En supposant que la focalisation ait lieu pour  $t = 0$  ns, une expression possible du contraste  $\Lambda_p$  est donnée par l'équation suivante :

$$\Lambda_p = \frac{\alpha^2 p^2(0)}{\max \langle f^2(t) \rangle} \quad (2.37)$$

La résolution du retournement temporel dépend de la forme du pulse et de sa bande passante. C'est pour cette raison qu'est introduit dans l'expression du contraste de pic, un facteur de forme relatif au pulse d'excitation et aux fluctuations. En posant le facteur de forme du pulse  $\chi_p = \frac{\alpha^2 |p(0)|^2}{\epsilon_p}$  et en introduisant celui des fluctuations  $\chi_f = \frac{\max \langle f^2(t) \rangle}{\epsilon_f}$ , on peut réécrire l'expression (2.37) sous la forme approchée suivante [42] :

$$\langle \Lambda_p \rangle \cong \langle \Lambda \rangle \frac{\chi_p}{\chi_f} \quad (2.38)$$

où  $\langle \Lambda \rangle$  est le contraste d'énergie, rapport de l'énergie cohérente sur celle des fluctuations. Dans le cas d'une unique source, en appelant  $\Lambda_0$ , la contribution individuelle du contraste d'énergie de cette source dans la chambre, l'équation (2.38) peut être réécrite sous la forme suivante [42] :

$$\langle \Lambda_p \rangle \cong \langle \Lambda_0 \rangle \frac{\chi_p}{\chi_f}, \quad (2.39)$$

La valeur de  $\langle \Lambda_0 \rangle$  dépend des propriétés statistiques de la fonction de Green du milieu et est indépendante de la forme du signal et de sa bande passante. Il y a donc deux types de quantités intervenant pour exprimer la qualité du pic de refocalisation : le contraste d'énergie individuel qui ne dépend que du milieu et le facteur de forme des signaux. Par conséquent, l'énergie cohérente disponible est limitée par le médium et ce sont les caractéristiques de forme et de bande passante qui peuvent jouer sur la qualité de

focalisation.

L'expression (2.39) peut être approximée par :

$$\langle \Lambda_p \rangle \cong \langle \Lambda_0 \rangle > \frac{T_f}{T_p} \quad (2.40)$$

où  $T_f$  le temps de décroissance de la chambre et  $T_p$  la demi extension du signal.

Dans le cas multi-sources le contraste d'énergie individuel est multiplié par un facteur dépendant du nombre  $N_A$  d'antennes et donné par :

$$D(N_A, \mu_r) = \frac{N_A}{1 + (N_A - 1) \mu_r} \quad (2.41)$$

avec  $\mu_r$  correspondant au degré de cohérence spatial moyen entre antennes. On a donc une expression de  $\langle \Lambda_p \rangle$  [42] :

$$\langle \Lambda_p \rangle \cong D(N_A, \mu_r) \langle \Lambda_0 \rangle > \frac{\chi_p}{\chi_f} \quad (2.42)$$

Dans des conditions idéales, le degré de cohérence moyen entre antennes  $\mu_r$  tendrait vers 0, on aurait un facteur multiplicatif égal à  $N_A$ . Cependant, même pour des conditions de cohérence décrite comme faible dans les applications, le facteur multiplicatif atteint une valeur limite de 10 [42].

La zone focale, que nous considérons pour l'application, est étendue et couvre l'ouverture de l'antenne. Nous allons dans la prochaine section donner une estimation du contraste de pic sur cette zone étendue.

### *Contraste de pic sur zone étendue*

Le contraste de pic pour une tâche de focalisation ponctuelle est connue. Sa valeur est donnée par l'équation (2.40) pour une antenne excitatrice. Nous voulons ici déterminer un modèle approché de son expression pour une zone de focalisation étendue.

Le signal reçu sur la zone étendue, noté  $y_e(t)$ , est la superposition du signal cohérent,  $p(t)$  pondéré par un coefficient  $\alpha_e$  (correspondant à la projection du signal  $y_e(t)$  sur le signal cohérent), et des fluctuations notées  $f_e(t)$  :

$$y_e(t) = \alpha_e p(t) + f_e(t) \quad (2.43)$$

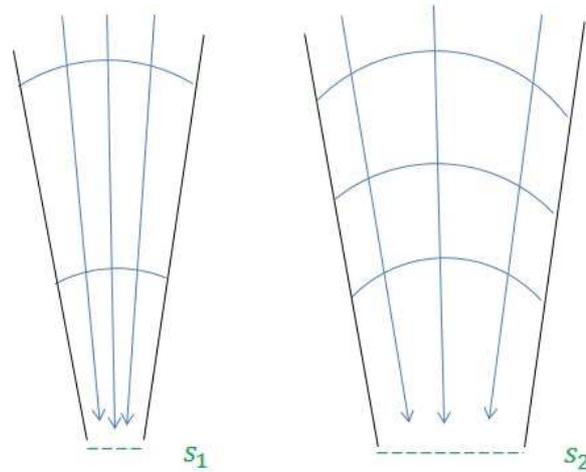


Figure 2.16: Focalisation sur une zone ponctuelle de surface  $S_1$  à gauche et focalisation sur zone étendue de surface  $S_2$  à droite.

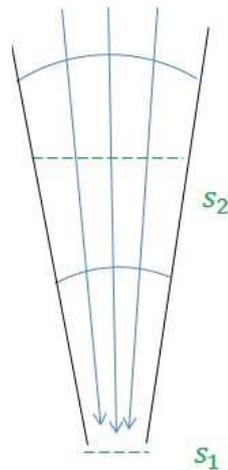


Figure 2.17: Focalisation d'un front d'onde interceptant les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .

En considérant la définition donnée en début de section, le contraste de pic étendu, noté  $\Lambda_{pe}$  peut s'écrire :

$$\Lambda_{pe} = \frac{\alpha_e |p(0)|^2}{\max(f_e^2(t))} \quad (2.44)$$

Sur la figure Fig. 2.16, nous avons représenté côte à côte une focalisation ponctuelle et une focalisation sur une zone étendue, respectivement sur des surfaces  $S_1$  et  $S_2$  (avec donc  $S_2 > S_1$ ). Nous définissons maintenant un second modèle pour trouver la relation entre puissances instantanées sur les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ . Celui-ci est représenté sur la Fig. 2.17. Il est constitué d'un faisceau focalisant interceptant à des instants différents les surfaces  $S_2$  puis  $S_1$ . L'énergie incidente, à travers les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  reste identique dans ce modèle et

celui de référence. L'équation liant les densités de puissance surfacique permet déterminer une relation de proportionnalité entre les amplitudes cohérentes du champ prises sur les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  :

$$|\alpha_e p(0)|^2 = \frac{S_1}{S_2} |\alpha p(0)|^2 \quad (2.45)$$

En introduisant l'expression de  $\alpha_e$  donnée par (2.45) dans (2.44), l'expression de  $\Lambda_{pe}$  devient :

$$\Lambda_{pe} \cong \frac{S_1}{S_2} \frac{|\alpha p(0)|^2}{\max(f_e^2(t))} \quad (2.46)$$

En introduisant l'expression de (2.37) dans (2.46) on trouve :

$$\Lambda_{pe} \cong \frac{S_1}{S_2} \Lambda_p \frac{\max(f^2(t))}{\max(f_e^2(t))} \quad (2.47)$$

Pour simplifier le rapport des maximum des fluctuations, de l'équation (2.47), nous allons maintenant établir la relation entre le contraste d'énergie  $\langle \Lambda_0 \rangle$  pour une focalisation ponctuelle et celui que nous noterons  $\langle \Lambda_{0e} \rangle$  correspondant au contraste d'énergie pour une focalisation sur une zone étendue. Nous ferons le choix simplificateur de considérer la zone étendue comme un juxtaposition de  $N$  tâches de focalisations ponctuelles placées sur la zone focale étendue et espacées d'une distance de cohérence du champ, notée  $D$  (cf. Fig. 2.18). Cette distance est sensiblement égale à dimension de la tâche de focale, soit  $\lambda/2$  à  $-3$  dB du pic. Les points de focalisation sont alors assez espacés pour que les fluctuations relatives soient décorréélées entre elles en énergie. L'énergie totale des fluctuations est alors la somme des contributions individuelles de chacun des points de focalisation. De manière approchée nous pouvons alors écrire  $\langle \Lambda_{0e} \rangle$  de la façon suivante :

$$\langle \Lambda_{0e} \rangle \cong \frac{N \epsilon_c}{N \epsilon_f} \quad (2.48)$$

avec  $\epsilon_c$ ,  $\epsilon_f$ , respectivement l'énergie cohérente et l'énergie des fluctuations. L'équation précédente se simplifie et l'on a :

$$\langle \Lambda_{0e} \rangle \cong \langle \Lambda_0 \rangle \quad (2.49)$$

La relation précédente montre que l'énergie totale injectée dans la chambre se répartie de façon similaire pour la focalisation ponctuelle ou étendue. Par conséquent, l'énergie des fluctuations est la même pour les deux types de focalisation. De plus celles-ci suivent, dans les deux cas, la même loi de décroissance dépendante de la constante de temps de la CR.

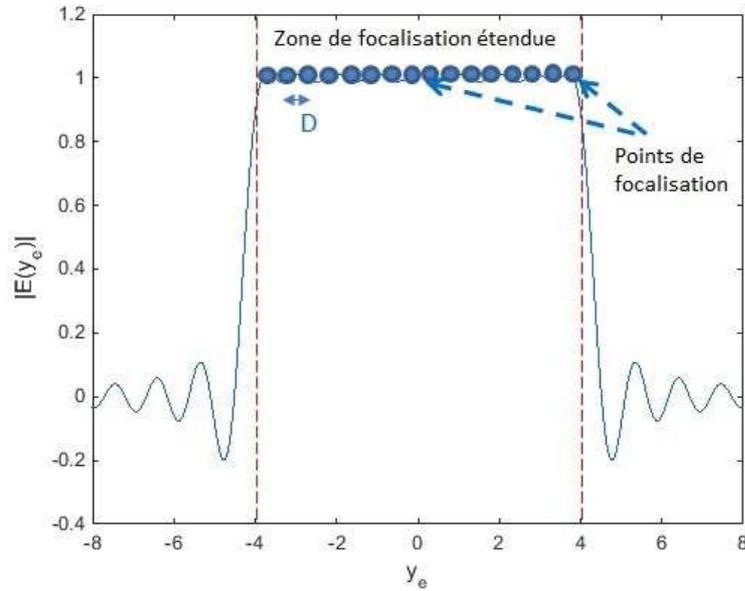


Figure 2.18: Ensemble des  $N$  points de focalisation constituant la zone focale étendue.

Les maxima respectifs des fluctuations seront donc proches dans les deux cas et l'on a :

$$\max(f_e^2(t)) \cong \max(f^2(t)) \quad (2.50)$$

On peut alors réécrire différemment (2.47) en utilisant (2.49) et (2.50) sous la forme suivante :

$$\langle \Lambda_{pe} \rangle \cong \frac{S_1}{S_2} \langle \Lambda_p \rangle \quad (2.51)$$

Le rapport des contraste de pic étendu et ponctuel peut donc être approché par le rapport inverse des surfaces de focalisation. Nous testerons et discuterons de ce modèle dans le chapitre 4 section 4.1.6.

### *Conclusion*

Cette chapitre a été consacré au retournement temporel classique en chambre réverbérante et à sa version non standard utilisée dans la TREC. Nous avons vu que le RT classique permet de générer des fronts d'ondes convergents vers leur source dans des milieux faiblement dissipatifs. Celui-ci est une méthode efficace pour focaliser des fronts d'ondes dans des milieux diffractants où la propagation des ondes est complexe. L'utilisation du RT dans une chambre réverbérante profite de la diffusivité et permet de diminuer le nombre d'antennes excitatrices par rapport à son application dans les milieux ouverts. Le RT appliqué en cavité permet la génération de front d'ondes d'espace libre convergent avec un rendement de conversion d'énergie potentiellement élevé et l'utilisation d'un nombre réduit de sources.

Cependant nous avons montré que le retournement temporel classique n'est pas adapté pour la mesure. En effet, il nécessite des déplacements mécaniques ralentissant son utilisation et ne permet pas de générer des fronts d'ondes arbitraires de test.

L'alternative que nous utiliserons est une version généralisée du RT, utilisée dans le système TREC. Celle-ci permet la génération de la version RT de fronts d'ondes de commande arbitraire en temps réel sans déplacement mécaniques. Dans le cadre de la mesure d'antennes, les fronts d'ondes générés doivent converger sur une zone focale étendue couvrant l'ouverture de l'antenne. Il faut donc être capable d'évaluer la précision de génération du RT sur cette zone. La qualité de focalisation est bien définie par le contraste de pic ponctuel. Nous avons élargi ce concept à la focalisation sur une zone focale étendue. Nous avons alors montré que la qualité de focalisation est à la fois proportionnelle à la bande passante du signal et inversement proportionnel à l'extension de la zone focale.

Afin d'optimiser la qualité de focalisation des front d'ondes de test, nous devons donc générer des zones focales concentrées sur l'emplacement de l'ouverture de l'AST.

# Chapitre 3

## Génération de fronts d'ondes focalisants localement plans

### 3.1 Introduction

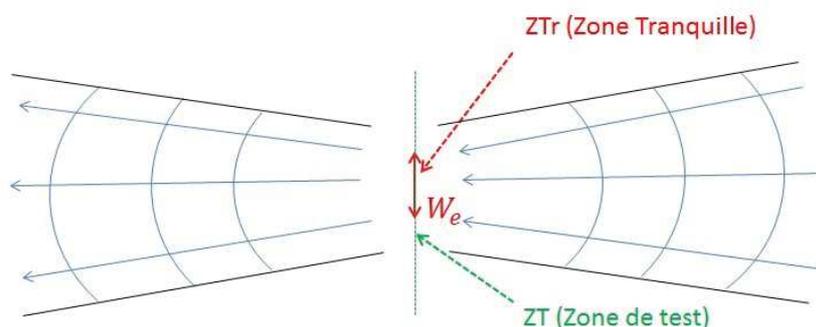


Figure 3.1: Front d'onde focalisant générant une zone tranquille sur l'emplacement de sa zone focale, la zone tranquille en rouge fait partie de la zone de test.

La TREC a été présentée dans le chapitre précédent. Nous avons pu mettre en évidence ses intérêts en termes de génération de fronts d'ondes de test. Nous allons dans cette partie présenter les paradigmes que nous avons développés pour générer un front d'onde associé à une zone tranquille déterminée. On aborde dans ce chapitre le problème de génération de fronts d'ondes localement plans à une fréquence donnée. Le cas des signaux RT large bande, consistera à étendre l'approche à plusieurs fréquences discrètes sur la bande utile du signal. Nous commencerons cette étude par un cas 2D, dans lequel le champ électrique se réduit à un champ scalaire (modes TM) se propageant suivant le plan Oxy. C'est dans un souci de simplification que nous choisirons tout d'abord cette modélisation 2D. L'extension

au 3D se fera en dernier lieu, sans entrainer de complications supplémentaires.

Nous commencerons par rechercher les contraintes liées à une zone tranquille dans un champ convergent. Nous verrons qu'elles proviennent à la fois des caractéristiques standards de la mesure d'antennes, et aussi, à des spécificités de notre front d'onde de test. Nous ferons la synthèse de ces contraintes et présenterons une base de fonctions permettant de les concilier.

Nous présenterons alors un premier paradigme permettant la génération de fronts d'ondes localement plans. Celui-ci a la spécificité d'introduire une source virtuelle dans ce problème de génération de zone tranquille. Nous illustrerons sa résolution du problème par des cas pratiques de générations de fronts d'ondes localement plans que nous visualiserons sur des topographies ou des coupes de champ. Puis nous présenterons un autre paradigme permettant de générer une zone tranquille avec une base de fronts d'ondes solutions. Nous montrerons sur des cas pratiques, ses capacités à générer des solutions optimales. Ce dernier paradigme sera étendu à une propagation 3D générant une zone 2D. La base de fronts d'ondes sera revue pour la génération 3D. Nous présenterons le paradigme 3D avec des exemples illustrés de génération de fronts localement plans 3D et de zones focales associées 2D.

## 3.2 Contraintes sur zone focale de test

Cette partie va permettre d'exprimer les différentes contraintes associées à la distribution de champ convergent sur la zone tranquille. Celle-ci doit vérifier les critères de déviations tolérables en phase et en amplitude conformément aux critères de mesure d'antenne [12]. Par ailleurs, elle doit aussi être la plus concentrée possible pour optimiser le contraste de pic étendu. Nous allons présenter en détail, dans cette section, l'ensemble des contraintes et en ferons la synthèse.

### 3.2.1 Déviations d'amplitude

Nous rappelons que la zone tranquille est créée dans la zone focale du front d'onde test. Nous montrons sur la Fig. 3.1, un front de test focalisant sur l'emplacement de sa zone focale 1D. Une distribution de champ sur la zone focale est représentée sur la Fig. 3.2. Ce profil s'étend sur une extension que nous appellerons zone de test. Les variations de l'amplitude du champ sur la ZT respectent la déviation tolérable de la mesure fixée à  $\pm 0.5$  dB soit environ 10% en linéaire.

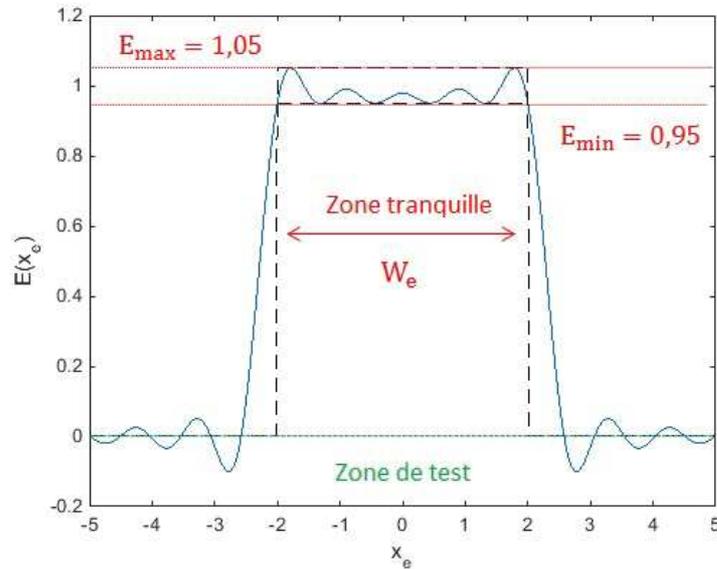


Figure 3.2: Schéma d'une coupe de champ dans la zone focale. La distribution de champ varie entre  $E_{min}$  et  $E_{max}$  et la déviation est inférieure à 10% sur l'extension, notée  $W_e$ , de la zone tranquille.

### 3.2.2 Concentration spatiale

Dans le chapitre II, section 2.44, nous avons constaté que le rapport des contrastes de pic étendu et ponctuel peut être approché par le rapport inverse des surfaces de focalisation (cf. (2.51)). Pour maximiser le contraste de pic étendu, nous devons utiliser des fronts d'ondes générant des zones focales concentrées sur la zone tranquille. Nous avons présenté respectivement sur les figures Fig. 3.3 et Fig. 3.4 des faisceaux focalisants sur l'emplacement d'une AST. Pour la configuration décrite sur la figure Fig. 3.4, le faisceau a une zone focale fortement concentrée sur l'emplacement de l'ouverture de l'antenne. A contrario sur la figure Fig. 3.3, la zone focale est étalée sur l'ouverture de l'antenne. Dans cette configuration la densité d'énergie sur l'ouverture d'antenne est moins bien optimisée que dans la configuration correspondante à Fig. 3.3. En fin de chaîne de réception des AST, le RSB de la configuration Fig. 3.4 est donc maximisé par rapport à celui de la configuration Fig. 3.3.

### 3.2.3 Contrainte spectrale

Nous allons donner dans cette section une expression analytique du champ sur la zone focale et présenter la contrainte spectrale liée à ce champ. Dans ce problème, la zone focale est 1D et on l'a considère incluse dans l'axe des  $y$ .

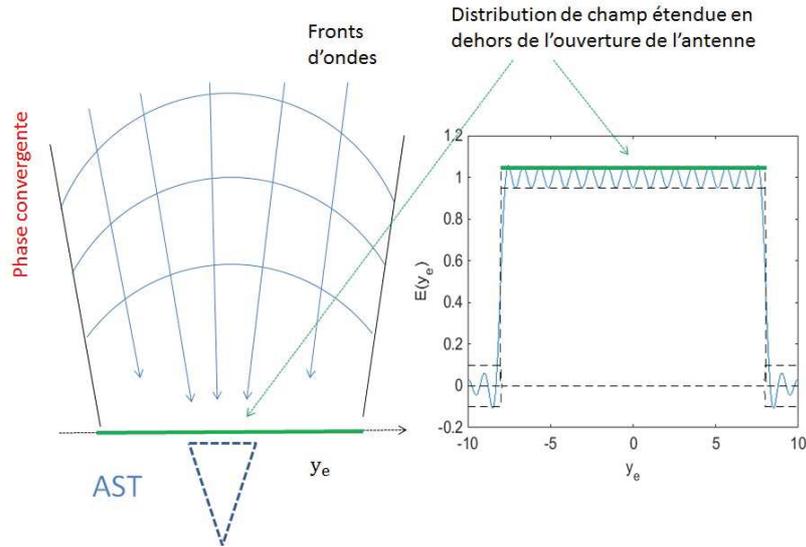


Figure 3.3: Faisceau focalisant sur une zone focale sur-étendue par rapport à l'ouverture de l'antenne, lors de la mesure, le RSB en sortie d'AST n'est pas optimisé.

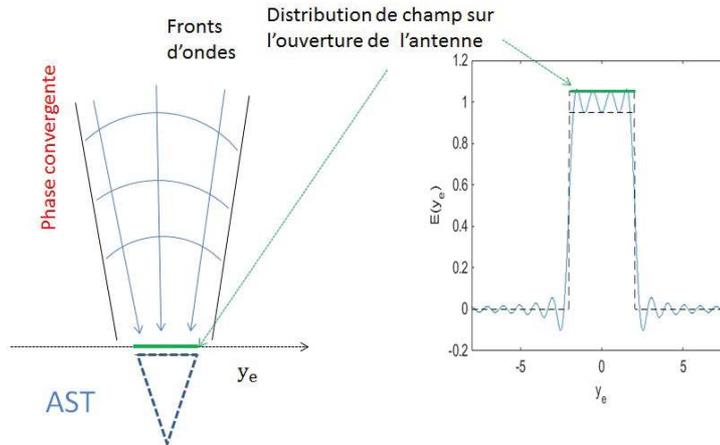


Figure 3.4: Faisceau focalisant sur une zone focale idéalement concentrée sur l'emplacement de l'ouverture de l'antenne permettant l'optimisation du RSB en sortie d'AST.

Déterminons, tout d'abord, l'expression du champ sur la zone de focalisation. Le champ de test se propage suivant le plan Oxy. Le champ électrique est invariant suivant Oz et orienté suivant cet axe (modes TM).

Le champ scalaire  $E_z$  est solution de l'équation d'Helmholtz.

$$\Delta E_z + k_0^2 E_z = 0, \quad (3.1)$$

où  $k_0$  le vecteur d'onde calculé à la fréquence de travail  $f_0$ .

Pour un problème 2D, la solution en coordonnées cylindriques du champ  $E_z(r, \theta)$  est une somme de fonctions de Bessel de première espèce d'ordre  $m$ , notée  $J_m$ , et de fonctions de Neumann de première espèce d'ordre  $m$ , notée  $Y_m$ , sous la forme suivante [18]:

$$E_z(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} A_m J_m(k_0 r) \exp(im\theta) + B_m Y_m(k_0 r) \exp(im\theta) \quad (3.2)$$

En considérant que la fonction de Neumann  $Y_m(r)$  est divergente pour  $r$  tendant vers 0, l'équation (3.2) peut se simplifier et s'écrire de la façon suivante :

$$E_z(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \psi_m(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} A_m J_m(k_0 r) \exp(im\theta), \quad (3.3)$$

où  $\psi_m(r, \theta) = J_m(k_0 r) \exp(im\theta)$  est la fonction harmonique de Bessel  $J$  d'ordre  $m$ .

Nous venons de calculer le champ en zone de focalisation sur une décomposition de fonctions harmoniques Bessel de première espèce. Nous allons ici donner son expression sur la zone focale. Le champ s'écrit sous la forme suivante :

$$E_z(\|y\|, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \psi_m(\|y\|, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} A_m J_m(k_0 \|y\|) \exp(im\theta) \quad (3.4)$$

L'expression de la fonction harmonique  $\psi_m(\|y\|, \theta)$  peut se simplifier respectivement, pour les indices paires et impaires sous les formes (3.5) et (3.6) :

$$\psi_{2m}(y\vec{e}_y) = J_{2m}(k_0 \|y\|) \exp(i(2m)\theta) = (-1)^{2m} J_{2m}(k_0 y) \quad (3.5)$$

$$\psi_{2m+1}(y\vec{e}_y) = J_{2m+1}(k_0 \|y\|) \exp(i(2m+1)\theta) = i(-1)^m J_{2m+1}(k_0 y) \quad (3.6)$$

En utilisant (3.5) et (3.6), l'expression du champ donné par (3.4) peut se développer sous cette nouvelle expression :

$$E_z(y) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-1)^{2m} A_{2m} J_{2m}(k_0 y) + i \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-1)^m A_{2m+1} J_{2m+1}(k_0 y) \quad (3.7)$$

Nous avons maintenant une expression analytique du champ sur la zone focale. Nous allons utiliser la décomposition en spectre ondes planes pour déterminer sa contrainte spectrale.

Une onde électromagnétique peut s'exprimer comme une somme d'ondes planes, chacune

caractérisée par un vecteur d'onde  $\vec{k}_0 = \eta \hat{y} + \xi \hat{x}$  avec  $\eta$  et  $\xi$  les composantes du vecteur d'onde respectivement sur les axes  $y$  et  $x$ . Le champ électrique,  $E(\vec{r})$ , s'exprime alors sous la forme suivante :

$$E(\vec{r}) = \int d\eta d\xi \tilde{E}(\eta, \xi) \exp(-i(\xi x + \eta y)) \quad (3.8)$$

où  $\tilde{E}(\eta, \xi)$  est le spectre d'ondes planes. En considérant que  $\xi = \sqrt{k_0^2 - \eta^2}$ , l'équation (3.8) peut se simplifier sous la forme suivante :

$$E(\vec{r}) = \int_{-k_0}^{k_0} d\eta \tilde{E}(\eta) \exp(-i(\sqrt{k_0^2 - \eta^2} x + \eta y)). \quad (3.9)$$

La zone focale a été définie sur l'axe des  $y$ , l'équation (3.9) peut donc être réécrite en :

$$E(x=0, y) = \int_{-k_0}^{k_0} d\eta \tilde{E}(\eta) \exp(-i(\eta y)). \quad (3.10)$$

En normalisant le vecteur d'onde  $k_0$  à  $2\pi$ , on peut écrire l'équation (3.10) sous la forme :

$$E(0, y_e) = \int_{-2\pi}^{2\pi} d\eta \tilde{E}(\eta) \exp(-i(\eta y_e)) \quad (3.11)$$

où  $y_e = \frac{y}{\lambda}$  est exprimé en longueur d'onde électrique

Le spectre d'ondes planes peut être relié au champ électrique sur le plan focal suivant la relation suivante :

$$\tilde{E}(\eta) = \frac{\lambda_0}{2\pi} \mathcal{F}(E(0, y_e)) \quad (3.12)$$

Cette dernière relation montre que  $\eta$  et  $y_e$  sont des variables duales par transformée de Fourier. On peut substituer, l'expression du champ sur la zone focale donnée par (3.7) dans l'équation (3.12); on trouve alors :

$$\tilde{E}(\eta) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-1)^{2m} A_{2m} \mathcal{F}(J_{2m}(2\pi y_e)) + i \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-1)^m A_{2m+1} \mathcal{F}(J_{2m+1}(2\pi y_e)) \quad (3.13)$$

La contrepartie fréquentielle de la fonction de Bessel intervenant dans l'équation (3.13) est donnée par la formule suivante en utilisant les travaux de [89] :

$$\mathcal{F}(J_n(2\pi y_e)) = \begin{cases} \frac{2(-j)^n}{2\pi k_0 \sqrt{1 - (\eta/2\pi)^2}} T_n(\eta/2\pi) & \text{pour } |\eta| < 2\pi \\ 0 & \text{pour } |\eta| \geq 2\pi \end{cases} \quad (3.14)$$

où  $T_n$  est le polynôme de Chebyshev.

Le spectre d'ondes planes du champ de focalisation,  $\tilde{E}(\eta)$ , s'exprime en fonction de celui de la fonction de Bessel dans l'équation (3.13), et l'on peut écrire :

$$\tilde{E}(\eta) = \begin{cases} \neq 0 & \text{pour } |\eta| < 2\pi \\ 0 & \text{pour } |\eta| \geq 2\pi \end{cases} \quad (3.15)$$

En conséquence, les composantes du vecteur d'onde  $k_0$  (ici normalisé à  $2\pi$ ) sont réelles et strictement inférieure à  $2\pi$ . La distribution de champ de focalisation est propagative et n'a pas de composante réactive. Cette propriété est une nouvelle contrainte à intégrer pour définir la distribution de champ sur la zone focale de test.

### 3.2.4 Synthèse des contraintes

Dans les sections précédentes, nous avons vu, les contraintes de concentration spatiale, de confinement spectral et de déviation d'amplitude. Dans cette section, nous allons montrer l'impossibilité de concilier à la fois les contraintes de confinement spectral et spatial. La distribution de champ  $E(y)$  est liée au spectre d'ondes planes  $\tilde{E}(\eta)$  par une transformée de Fourier (cf. (3.12)). Les concentrations spatiale et spectrale sont alors liées par le principe d'incertitude. Notons respectivement  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  les concentrations d'énergie dans le domaine spatial et spectral d'une fonction concentrée dans l'espace spatial sur  $[-\frac{W_e}{2}, \frac{W_e}{2}]$  et dans le domaine spectral sur  $[-K, K]$ .

La concentration spatiale de la distribution, sur la zone  $[-W_e/2, W_e/2]$ , s'écrit [90]:

$$\alpha^2 = \frac{\int_{-W_e/2}^{W_e/2} |E_z(y_e)|^2 dy_e}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_y(y_e)|^2 dy_e} \quad (3.16)$$

et la concentration spectrale sur  $[-K K]$  peut s'écrire :

$$\beta^2 = \frac{\int_{-K}^K |\tilde{E}_y(\eta)|^2 d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{E}_y(\eta)|^2 d\eta} \quad (3.17)$$

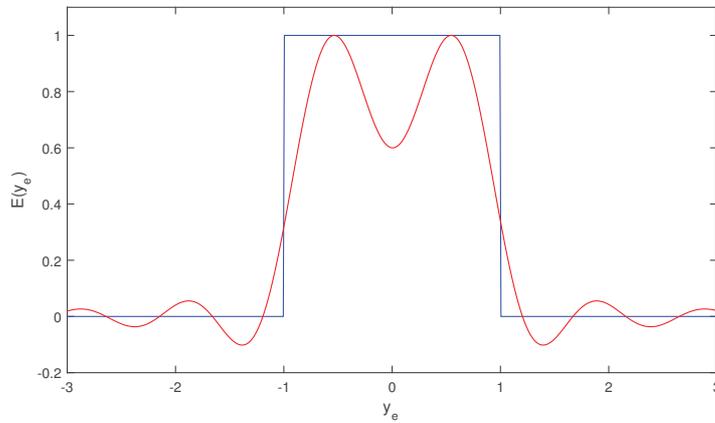


Figure 3.5: Distribution de champ sous la forme d'une fonction rectangle de largeur électrique  $W_e = 2$  (courbe bleue) et le résultat (courbe rouge) de sa troncature spectrale par la fonction Bessel J d'ordre 0.

Considérant une fonction confinée spectralement dans  $[-K K]$ , on a  $\beta^2 = 1$ . Il a été démontré alors que la concentration  $\alpha^2$  est strictement inférieur à 1. Un spectre confiné entraîne donc une concentration partielle.

Pour illustrer cette propriété nous avons représenté en bleu, sur la figure Fig. 3.5, une distribution de champ confinée spatialement sur une longueur électrique  $W_e = 2$ . Son spectre d'ondes planes est un sinus cardinal représenté en bleu sur la figure Fig. 3.6. Sur cette dernière figure, le spectre d'ondes planes de la fonction Bessel J d'ordre 0 est tracé en rouge. On constate bien un confinement du spectre de la fonction Bessel J pour  $\eta < 2\pi$  comme il est démontré avec [89]. Nous avons calculé le signal spatial résultant de la troncature spectrale du sinus cardinal par le spectre de la fonction de Bessel J. Ce profil est représenté en rouge sur la figure Fig. 3.5. Ce signal n'est plus confiné sur l'extension spatiale de la porte. Il comporte des déviations d'amplitude sur toute la zone. On voit donc par l'exemple qu'il n'est pas possible d'avoir à la fois une fonction confinée spatialement et spectralement. Autrement dit confinements spectral et spatial du champ de

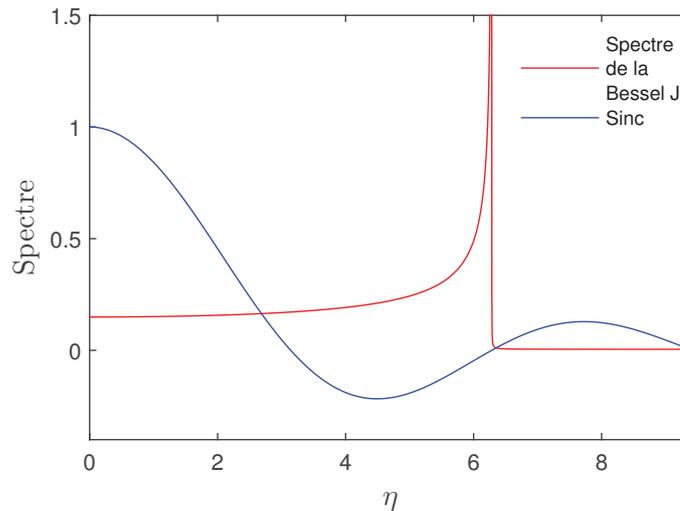


Figure 3.6: Représentation des spectres ondes planes de la fonction porte (sinus cardinal, courbe bleue) et de la fonction Bessel J d'ordre 0 (courbe rouge).

focalisation ne sont pas conciliables. S'il n'est pas possible d'obtenir le confinement spatial pour la distribution de champ de focalisation, nous devons faire en sorte de concentrer au maximum l'énergie du front d'onde focalisant sur la zone focale.

En définitive la création de la zone de test est soumise à trois contraintes : spectre de la distribution de champ confiné, concentration d'énergie sur la zone tranquille, et déviations tolérables d'amplitude sur la ZT.

### 3.3 Base de fonctions Slepian

Dans cette section nous allons présenter une base de fonctions adaptées, pour l'expression du champ, permettant de résoudre le problème de concentration spatiale et de confinement spectral.

Les fonctions adaptées sont des fonctions résolvant les contraintes de concentration et de confinement spectral de notre problème. Nous avons constaté que sur la zone de focalisation, la distribution spatiale est liée au spectre ondes planes par une transformée de Fourier (cf. (3.12)). Une solution à ce problème de concentration et de confinement peut être trouvée dans le travail de Slepian [91] [92]. Le problème auquel, il a fait face dans les années 60 était quasiment similaire. La finalité était d'obtenir des signaux limités dans le domaine fréquentiel avec la meilleure concentration spatiale. L'approche de Slepian

est basée sur l'introduction d'un opérateur de concentration  $C$  s'appliquant à une fonction  $g(x)$ , tel que :

$$Cg(x) = \int_{-W}^W dx' D(x, x') g(x') \quad (3.18)$$

où  $[-W, W]$  est l'extension spatiale sur laquelle la fonction doit être concentrée et où l'opérateur  $D$  agit comme un passe bande sur la variable spectrale  $\eta$ , tel que :

$$D(x, x') = \int_{-K}^K d\eta \exp(-j\eta(x - x')) \quad (3.19)$$

Slepian a montré que les fonctions résolvant l'équation aux valeurs propres de l'opérateur  $C$  sont les fonctions concentrées sur l'intervalle spatiale  $[-W, W]$  et confinées sur  $[-K, K]$ . Les fonctions solutions, notées  $s_n(x)$ , résolvent donc l'équation suivante :

$$Cs_n(x) = \lambda_n s_n(x) \quad (3.20)$$

Les valeurs propres associées, notées  $\lambda_n$ , correspondent à la concentration d'énergie des Slepian dans l'intervalle  $[-W, W]$ . Les fonctions  $s_n(x)$  forment une base complète à bande limitée et sont orthogonales :

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_i(x) s_j(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (3.21)$$

Par ailleurs, les fonctions  $s_n(x)$  sont orthogonales sur  $[-W, W]$  et forment une base; et l'on a donc :

$$\int_{-W}^W s_i(x) s_j(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \lambda_i & i = j \end{cases} \quad (3.22)$$

Le nombre total,  $N$ , de fonctions bien concentrées ( $\lambda_n \simeq 1$ ) peut être estimé par la somme des valeurs propres, sous la forme suivante :

$$N = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = 2W \quad (3.23)$$

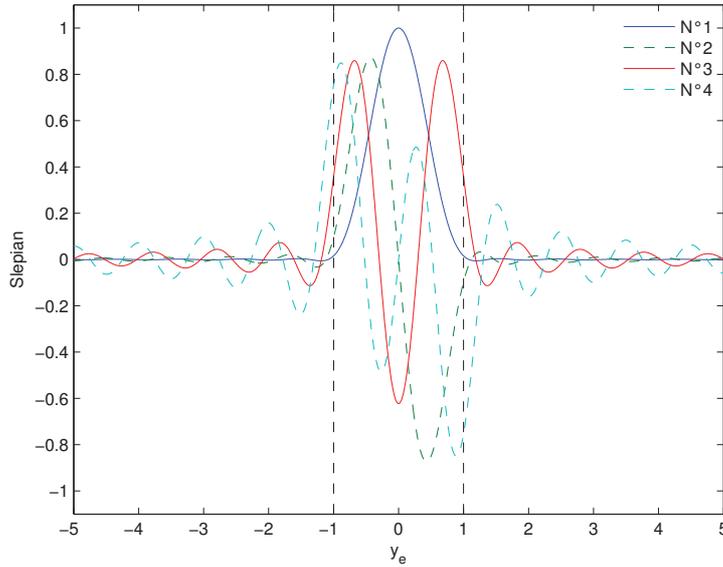


Figure 3.7: Fonctions Slepian paires et impaires de la base concentrées sur  $[-1 \ 1]$  et confinées spectralement pour  $\eta \in ]-2\pi \ 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 0.99, 0.99, 0.95, 0.72.

Les fonctions solutions du problème de concentration spatiale sur la zone focale et de confinement spectral, sont donc solutions de l'équation (3.20). Le champ associé à la zone focale est propagatif, la composante du vecteur d'onde,  $\eta$ , normalisée à  $2\pi$  doit être telle que  $|\eta| \in [0 \ 2\pi[$ . En utilisant (3.18), (3.19) et (3.20), les fonctions  $s_n(y_e)$  résolvant le problème de concentration sur l'intervalle  $[-W \ W]$  et de confinement spectral sur  $] -2\pi \ 2\pi[$  sont données par l'égalité suivante :

$$\int_{-W}^W dx' \int_{-2\pi}^{2\pi} d\eta \exp(-j\eta(x-x')) s_n(x') = \lambda_n s_n(x) \quad (3.24)$$

La résolution cette équation aux valeurs propres fait appel à la méthode Galerkin. Les fonctions Slepian sont décomposées sur une base de fonctions de Fourier et l'opérateur  $C$  (cf. (3.18)) peut alors être approximé en un opérateur matriciel, comme il avait été fait dans [93]. Le détail des calculs se trouvent dans l'annexe A. La résolution de ces équations permet d'obtenir des fonctions paires et impaires les plus concentrées sur l'intervalle  $[-W \ W]$ , résolvant le problème de confinement spectral.

Nous avons représenté sur Fig. 3.7, les 4 fonctions paires et impaires les plus concentrées sur  $W = 1$ . Le profil de champ que nous souhaitons réaliser avec les Slepian est pair. Nous n'utiliserons que des fonctions paires pour réaliser ce profil. En conséquence les fonctions

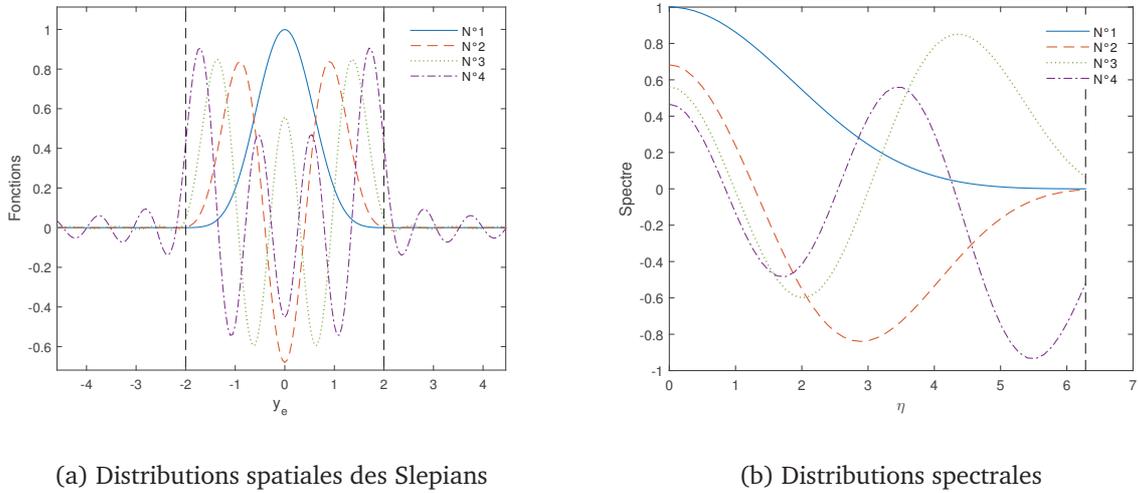


Figure 3.8: Fonctions Slepian concentrées sur  $[-2, 2]$  et confinées spectralement pour  $\eta \in ]-2\pi, 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 1, 1, 0.99, 0.94, 0.32.

impaires seront inutiles pour notre problème.

Sur la figure Fig. 3.8, nous avons représenté les 4 fonctions paires les plus concentrées et leurs spectres associés, pour  $W = 2$  et pour un confinement fréquentiel tel que  $\eta \in ]-2\pi, 2\pi[$ .

Leurs concentrations respectives sont 1, 1, 0.99 et 0.94. Les solutions les moins concentrées ont des coefficients de concentration qui chutent très vite ; la concentration de la 5ème fonction est de 0.3 et celles des suivantes tendent vers 0.

Par construction, leurs spectres sont confinés à  $2\pi$ . Les fonctions dont les spectres tendent vers 0 de la façon la moins brutale, sont celles qui sont les plus concentrées spatialement.

Nous avons représentés sur Fig. 3.9, les 4 fonctions les plus concentrées et leur spectres associés pour  $W = 1$  et pour  $\eta \in ]-2\pi, 2\pi[$ . Les concentrations respectives sont de 1, 0.96, 0.30. Le nombre de fonctions bien concentrées est de 2.

On vérifie bien que le nombre de fonctions bien concentrées est égal à la largeur électrique de la zone de concentration (cf. (3.23)). Le nombre d'éléments pour créer une zone tranquille concentrée et optimisée dépendra donc de l'extension de la zone de concentration et sera donné par (3.23).

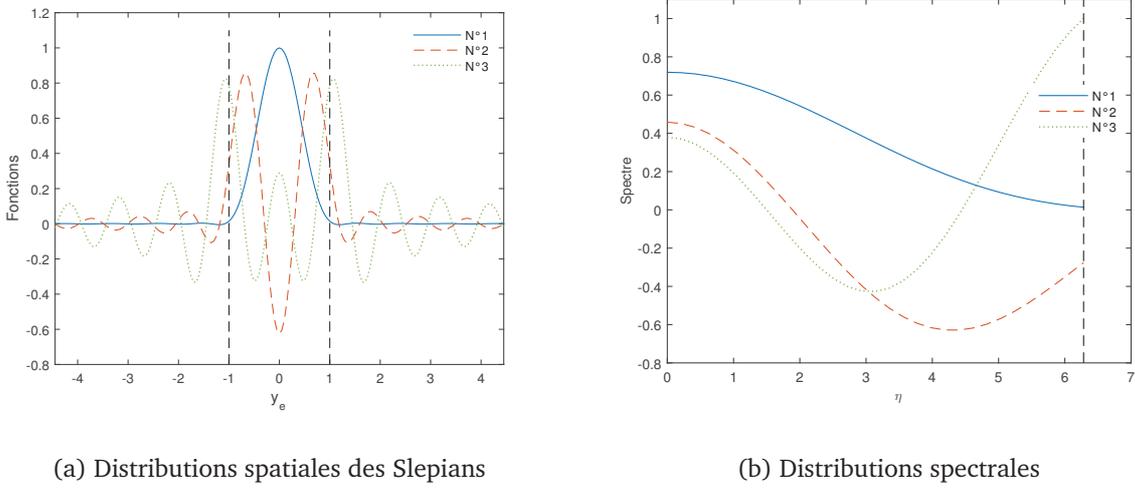


Figure 3.9: Fonctions Slepian concentrées sur  $[-1 \ 1]$  et confinées spectralement pour  $\eta \in ] -2\pi \ 2\pi[$ ; leurs concentrations respectives sont 1, 0.96, 0.3.

### 3.4 Optimisation de la déviation sur la zone tranquille

Nous disposons de bases de fonctions concentrées spatialement et confinées spectralement. La distribution de champ sur la zone focale s'exprime à partir de ces éléments.

$$E(y_e) = \sum_{i=1}^{i=N_s} \alpha_i s_i(y_e), \quad (3.25)$$

où  $N_s$  est le nombre de fonctions bien concentrées sur l'extension  $W_e$ . Le champ  $E(y_e)$  doit réaliser une variation tolérable d'amplitude sur l'extension de la zone tranquille et les coefficients  $\alpha_i$  de la décomposition doivent donc être optimisés. Pour réaliser l'optimisation, nous avons défini un masque associé à une fonction coût. Ce masque est représenté sur Fig. 3.10. La fonction coût a la particularité de ne pas prendre en compte les points présents dans le masque. Cette région constitue une zone d'insensibilité. La fonction comptabilise linéairement et uniquement la distance entre les points extérieurs et le masque (cf. Fig. 3.11). Dans la ZT, la zone d'insensibilité d'épaisseur  $e_i$ , matérialise les variations tolérables du champ pour la mesure. La zone tranquille de demi-extension  $W_i$  est entourée par une zone, d'extension  $W_t$ , de retour à 0 du champ. Sur cet espace, il n'y a pas de minimisation imposée. Cette zone est cernée par une zone d'insensibilité d'épaisseur  $e_0$  permettant de minimiser les variations des fonctions autour de 0. Ce masque

réalise l'optimisation de la déviation d'amplitude, des fonctions Slepian concentrées sur le domaine  $[-W_t - W_i, W_t + W_i]$  inclus dans la zone focale.

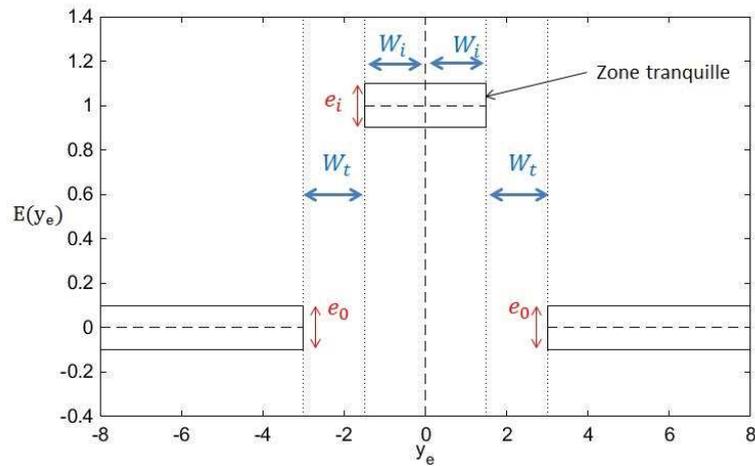


Figure 3.10: Représentation du masque associé à la fonction coût.  $W_i$  la demi-extension de la zone tranquille,  $e_i$ , la zone d'insensibilité de la zone centrale,  $W_t$  l'extension de la zone de transition permettant le retour vers 0 des fonctions,  $e_0$  la zone d'insensibilité externe.

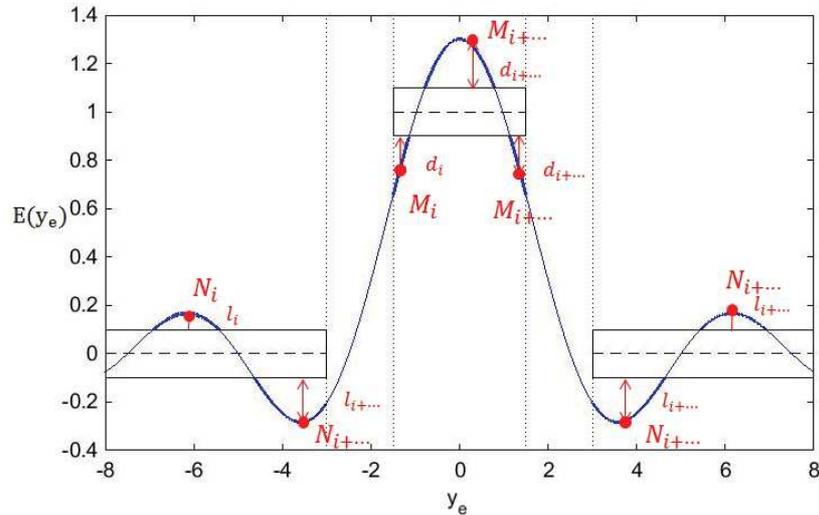


Figure 3.11: Représentation du masque et des distances associées à la fonction coût. Elle comptabilise linéairement les distances  $d_i$  et  $l_i$  pour tous les points,  $M_i$  et  $N_i$ , se situant à l'extérieur du masque.

Nous avons utilisé une méthode d'optimisation Support Vector Regression (SVR) pour optimiser la fonction coût [94] [95]. Nous allons, à l'aide d'exemples, illustrer l'action des diverses variables d'optimisation sur les résultats.

### *Influence de l'extension de la zone de transition*

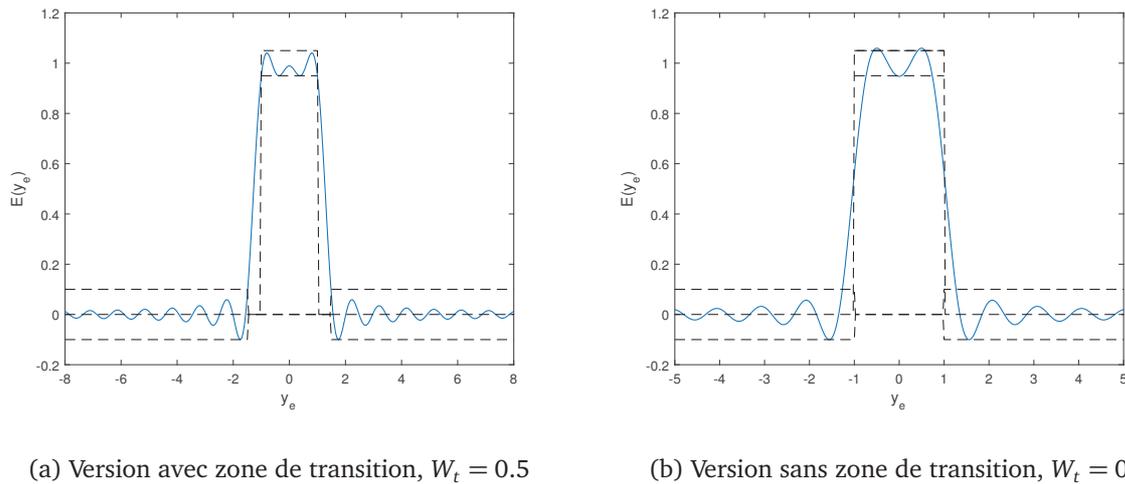


Figure 3.12: Coupes de champ obtenues pour  $W_i = 1$ ,  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.2$  avec zone de transition (a) et sans celle-ci (b).

Nous avons représenté deux profils d'optimisation sollicitant la même demi-extension de zone tranquille  $W_i = 1$  et la même zone d'insensibilité ( $e_i = 0.1$ ) sur la ZT. Leur seule différence provient de l'extension de la zone de transition. Leurs profils optimisés sont représentés sur la Fig. 3.12. Le profil (a) utilise une zone de transition  $W_t = 0.5$  tandis que celle-ci est inexistante sur le profil (b). L'utilisation de la zone de transition sur le profil (a) permet de réaliser intégralement l'optimisation de la zone centrale. 100% des points sont dans le masque. Au contraire l'absence de zone de transition dans le cas (b) ne permet pas une optimisation totale de la zone interne.

En l'absence de zone de transition, les fonctions Slepian les plus concentrées effectuent un retour à 0 à l'intérieur de l'extension de la ZT. L'extension, dédiée au retour à zéro, élargit la zone de concentration et permet de bénéficier, pour l'optimisation, de fonctions Slepian concentrées avec un profil optimal sur la ZT (cf. Fig. 3.12).

### *Action du paramètre $e_i$ sur la zone tranquille*

La figure Fig. 3.13 permet de voir l'influence du paramètre  $e_i$  définissant la zone d'insensibilité pour la ZT. Les deux figures (a) et (b) de Fig. 3.13 conservent des paramètres

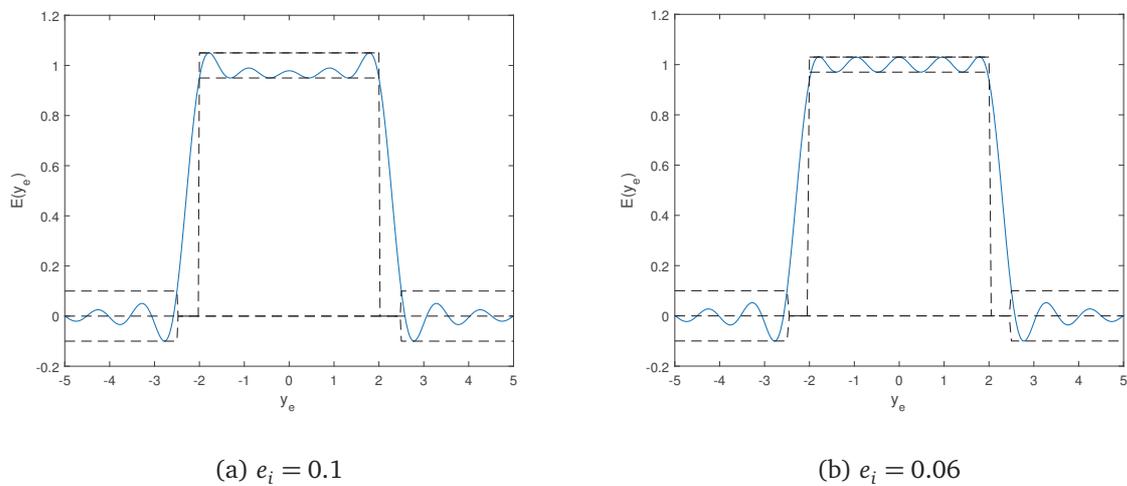


Figure 3.13: Coupes de champ obtenues pour  $W_i = 2$ ,  $W_t = 0.5$  et  $e_0 = 0.2$  avec deux zones d'insensibilité différentes (cas (a) et (b)) sur la zone tranquille.

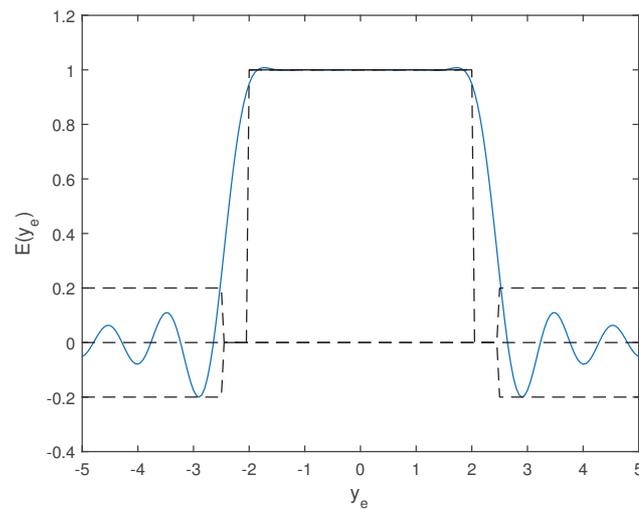


Figure 3.14: Coupe de champ obtenue pour  $W_i = 2$ ,  $W_t = 0.5$   $e_0 = 0.4$  et une zone d'insensibilité nulle sur la zone tranquille.

égaux pour  $W_i = 2$ ,  $W_t = 0.5$  et  $e_0 = 0.1$ , mais avec des valeurs de  $e_i$  différentes. Le cas (b) est réalisé avec un paramètre d'insensibilité,  $e_i = 0.06$ , tandis que dans le cas (a) cette valeur moins exigeante vaut 0.1. Les déviations tolérables des zones tranquilles, correspondant aux zones d'insensibilité centrales des masques ( $e_i$ ), sont atteintes dans les deux cas. Les distributions de champ varient sans jamais dépasser des masques. La figure Fig. 3.14 montre un cas extrême où la commande de déviation d'amplitude correspondant

à  $e_i$ , est fixée à 0. Le profil du champ sur la zone tranquille est presque plan avec des variations maximum d'amplitude de 4%. Ce résultats est obtenu au détriment de fortes variations d'amplitude sur la zone extérieure.

### Action du paramètre $e_0$ sur la zone externe

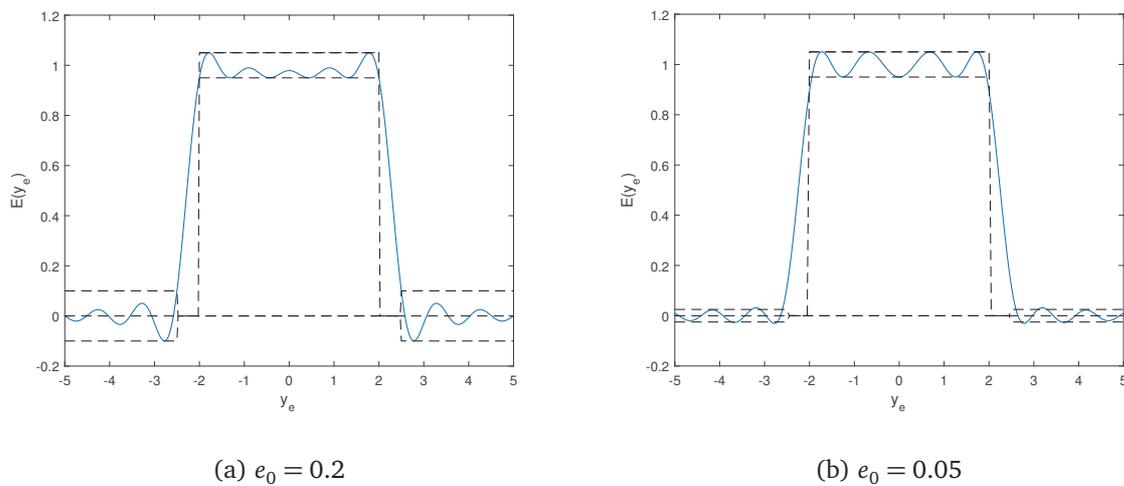


Figure 3.15: Coupes de champ obtenus pour  $W_i = 2$ ,  $W_t = 0.5$  et  $e_i = 0.1$  avec deux zones d'insensibilité différentes (cas (a) et (b)) sur la zone externe.

Si l'on souhaite concentrer la ZT, on peut diminuer la zone d'insensibilité,  $e_0$ , définie sur les régions externes. Sur la Fig. 3.15 sont représentées deux coupes de champ avec  $W_i = 2$  et  $W_t = 0.5$ ,  $e_i = 0.1$ , obtenues respectivement pour  $e_0 = 0.2$  (a) et  $e_0 = 0.05$  (b). Les deux cas parviennent à optimiser le champ dans la zone tranquille, mais la zone d'insensibilité plus faible dans le cas (b) permet d'obtenir une concentration d'énergie plus forte dans la zone centrale. Pour le cas (b) et (a), on obtient en effet une concentration de 0.94 et de 0.91. La concentration peut encore être améliorée en restreignant encore la zone d'insensibilité externe. La Fig. 3.16 représente un cas où  $e_0$  est fixé à 0, la concentration est alors optimisée à la valeur 0.95.

Les paramètres multiples d'optimisation permettent une souplesse d'utilisation avec à la fois une possibilité de minimiser la déviation jusqu'à un certain seuil sur la zone tranquille et de diminuer les variations du profil par rapport à 0 sur la partie externe afin de concentrer l'énergie dans la ZT.

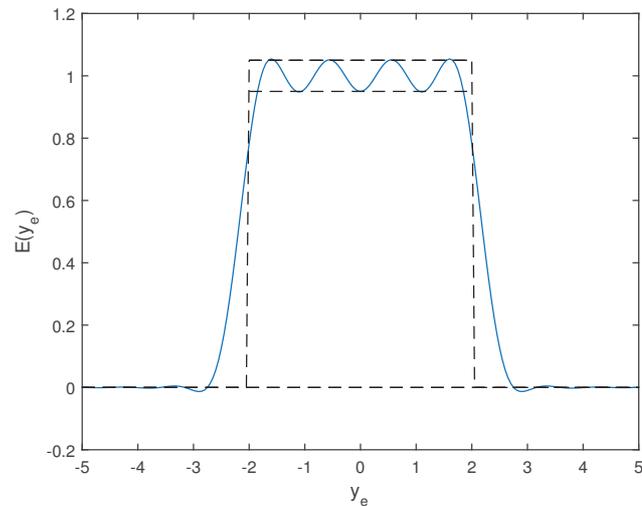


Figure 3.16: Coupe de champ obtenue pour  $W_i = 2$ ,  $W_t = 0.5$  et  $e_i = 0.1$  avec une zone d'insensibilité d'épaisseur nulle sur la zone externe.

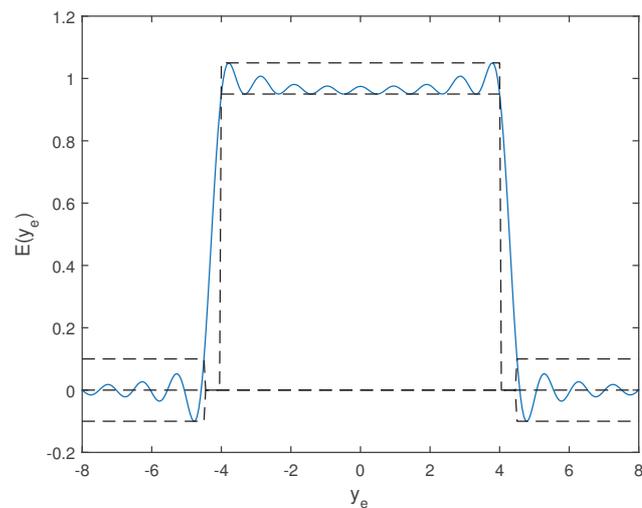


Figure 3.17: Résultats obtenus avec la méthode SVR pour  $W_i = 4$ ,  $W_t = 0.5$  avec  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.2$ .

Grâce à l'utilisation des fonctions Slepian confinées spectralement le résultat d'optimisation de la méthode SVR est lui aussi confiné spectralement. Nous avons représenté sur la Fig. 3.17, les résultats obtenus avec un cas d'optimisation comportant une demi-extension de la zone tranquille  $W_i = 3$ , un paramètre  $W_t = 0.5$ , des zones d'insensibilité  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.2$ . Son spectre est comparé à celui du sinus cardinal d'un profil focal idéalement confiné de largeur  $2 \times W_i = 4$  sur la Fig. 3.18. On constate bien que

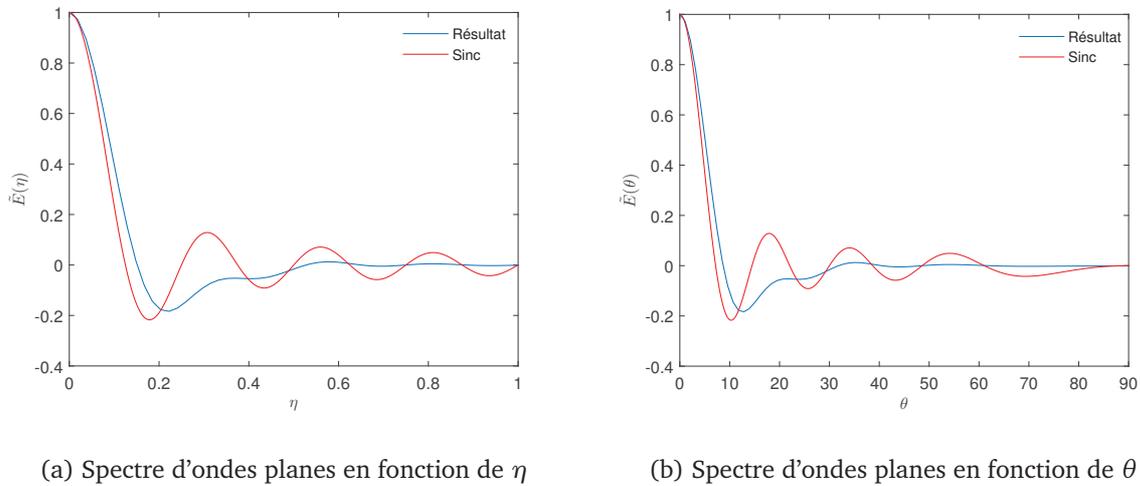


Figure 3.18: Présentation des spectres des profils de champ obtenus par optimisation (présentés sur la figure Fig. 3.17) avec les commandes  $W_i = 4$ ,  $W_t = 0.5$ ,  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.2$ .

le confinement du spectre de la fonction optimisée, et à contrario, l'extension illimitée du spectre en sinus cardinal.

En conclusion, nous pouvons dire que la souplesse de la méthode SVR associée au masque, permet d'optimiser les déviations d'amplitude sur la ZT, d'améliorer la concentration tout en garantissant un confinement spectral de la distribution de champ de focalisation grâce à l'utilisation des fonctions Slepian.

## 3.5 Paradigme avec source virtuelle

### 3.5.1 Zone tranquille et source virtuelle associée

Notre problématique est la synthèse d'un front d'onde convergent localement plan, permettant de réaliser un profil de champ préalablement déterminé sur la zone focale contenant la ZT.

Dans le paradigme qui nous intéresse ici, nous introduisons une source virtuelle de courant. C'est le front d'onde de refocalisation de la source virtuelle de dimension  $L_e$  qui générera, sur l'emplacement de cette dernière, une zone de test. La zone tranquille de dimension  $W_e$  sera incluse dans la zone de test (cf. Fig. 3.19). Le front d'onde divergent sera la commande du procédé de RT généralisé (cf. Fig. 3.20). Dans le procédé de retournement

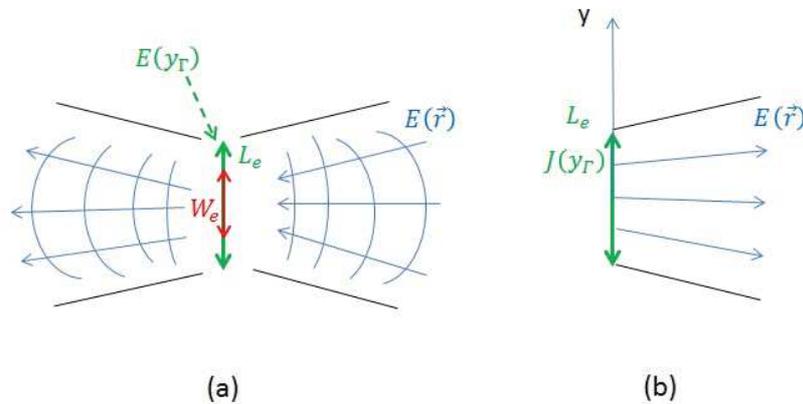


Figure 3.19: A gauche, distribution de champ convergent focalisant sur une zone de test de largeur  $L_e$  permettant de générer la zone tranquille d'extension  $W_e$ , à droite, distribution de champ divergent de la source virtuelle.

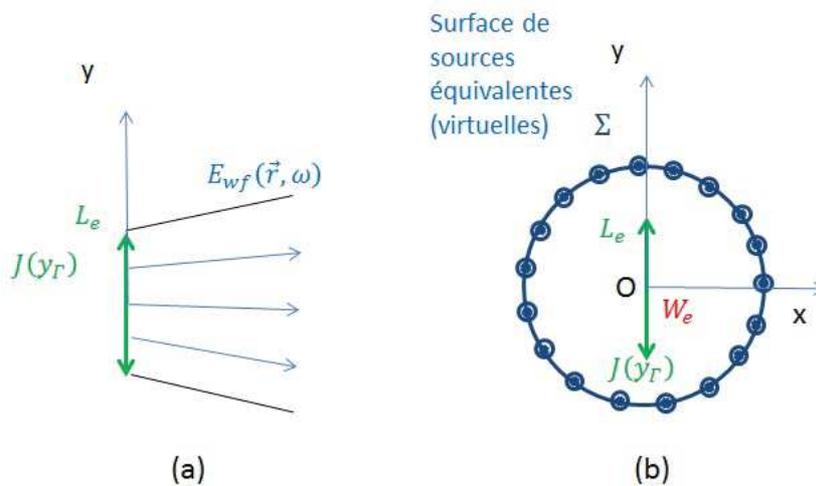


Figure 3.20: Distribution de champ divergent associée à la source virtuelle à gauche et emplacement de la source virtuelle dans la surface de sources équivalentes de la TREC.

temporel généralisé, la surface de courants équivalents reproduit la distribution de champ en espace libre de la source virtuelle. Le champ de refocalisation de la source virtuelle est donc aussi le champ de refocalisation des sources de Huygens placées sur la surface équivalente. Nous utiliserons donc pour modéliser le champ de refocalisation de la source virtuelle, une surface de Huygens l'entourant. Ce modèle est aussi celui de la cavité à retournement temporel [87]. Celui ci est représenté sur la Fig. 3.21. Le rayon de la surface de Huygens, noté  $r_H$  est pris grand devant la distance de Fraunhofer.

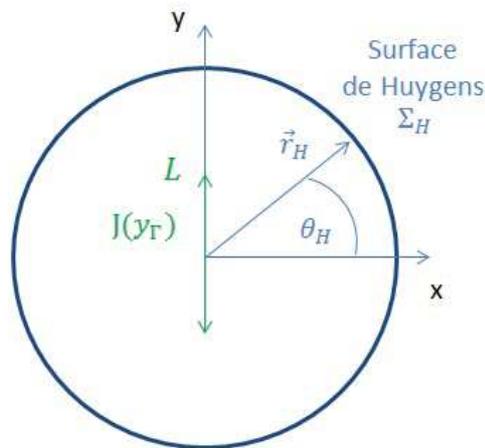


Figure 3.21: Surface de Huygens de rayon  $r_H$  entourant la source virtuelle linéique associée à une distribution virtuelle de courant  $J(y_T)$ .

Le choix d'une zone tranquille dans la zone focale d'une source linéique est motivé par plusieurs raisons. En premier lieu, cet emplacement constitue la zone focale du faisceau de refocalisation, il y a donc une concentration maximum d'énergie sur cet emplacement. En second lieu, la forme linéique de la source permet une arrivée des fronts d'ondes de refocalisation aux mêmes instants sur tout l'emplacement linéique de l'antenne dans la mesure où celle-ci est alimentée sans déphasage. Dans ce cas, il y a donc, par construction, réalisation d'une zone sans déviations de phase.

Nous allons, dans la section suivante, décrire l'antenne virtuelle que nous avons utilisée pour ce paradigme.

### 3.5.2 Description de la source virtuelle

Nous allons maintenant présenter, de façon synthétique, la source que nous avons utilisée pour générer le front d'onde de refocalisation (cf. Fig. 3.19).

C'est une source virtuelle directive. Nous avons représenté schématiquement sur la Fig. 3.22, le champ directif rayonné par cette source. Le champ divergent est nul dans le domaine délimité par  $\theta \in ]\pi/2 \ 3\pi/2[$ .

Cette source virtuelle correspond à une distribution de courant magnétique équivalent au champ diffracté par une plaque métallique (plan Oxy) infinie et fendue sur une dimension  $L$  suivant l'axe Oy. Celle-ci est présentée en détail dans la référence [96].

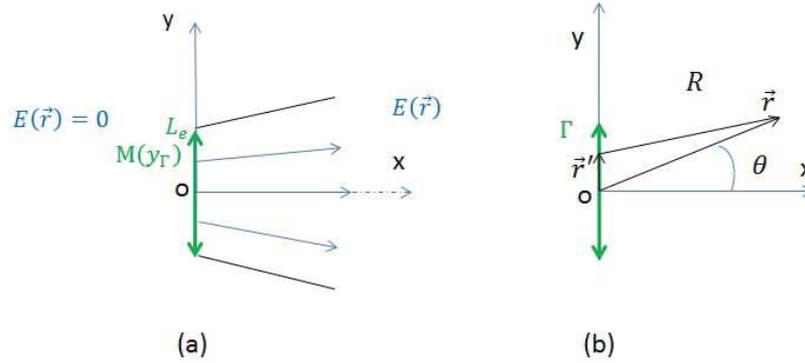


Figure 3.22: Source magnétique linéique directive d'extension électrique  $L_e$  (a) et son repère cylindrique associé (b).

Il a été montré que son champ rayonné, noté  $E(\vec{r}, \omega)$ , est donné par [96] :

$$E(\vec{r}, \omega) = \begin{cases} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{kx}{R} M(y', \omega) H_1(kR) dy' & (\vec{r}, \omega) \text{ pour } \theta \in [-\pi/2 \ \pi/2] \\ 0 & \text{pour } \theta \in ]\pi/2 \ 3\pi/2[ \end{cases} \quad (3.26)$$

où  $\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y$ ,  $R = \|\vec{r}' - \vec{r}\|$  et  $M$  est la distribution de courant magnétique orientée suivant l'axe  $y$ .

### 3.5.3 Présentation du paradigme

L'expression du courant magnétique,  $M(y_\Gamma)$  et de sa distribution de champ de refocalisation sur la zone focale, notée  $E_{RT}(\vec{r}_\Gamma)$ , sont liées par les étapes du retournement temporel.  $M(y_\Gamma)$  permet de calculer la distribution de champ divergent sur l'emplacement de la surface de Huygens en utilisant (3.26) (cf. Fig. 3.22). Les MRT génèrent la distribution de champ focalisant  $E_{RT}(\vec{r})$  avec  $\vec{r}$  le vecteur pointant dans la zone de focalisation (cf. Fig. 3.21).

La relation entre distribution de courant magnétique linéique occupant une région notée  $\Gamma$ , et la distribution de champ sur la surface de Huygens s'écrit selon l'expression intégrale suivante :

$$E(\vec{r}_H) = \begin{cases} \int_{\Gamma} \frac{kx_H}{\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|} M(y) H_1(k\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|) dy & \text{pour } \theta \in [-\pi/2 \ \pi/2] \\ 0 & \text{pour } \theta \in ]\pi/2 \ 3\pi/2[ \end{cases} \quad (3.27)$$

où  $\vec{r}_H(r_H, \theta_H)$  est le vecteur sur la surface de Huygens et  $x_H = r_H \cos(\theta_H)$ .

L'utilisation d'une surface de Huygens en champ lointain permet d'écrire simplement la relation entre champs magnétique et électrique en fonction de l'impédance d'onde sous la forme suivante :

$$\vec{H}(\vec{r}_H) = \frac{1}{\eta} \vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}_H) \quad (3.28)$$

Le courant électrique équivalent sur la surface de Huygens, notée  $\Sigma_H$ , est défini par :

$$\vec{J}_s(\vec{r}_H) = \vec{n} \times \vec{H}(\vec{r}_H) \quad (3.29)$$

en remplaçant (3.28) dans (3.29), on obtient, en considérant  $\vec{J}$  scalaire :

$$J_s(\vec{r}_H) = -\frac{E(\vec{r}_H)}{\eta} \quad (3.30)$$

En notant  $\vec{r}_{\Gamma} = y_{\Gamma}\vec{e}_y$  le vecteur pointant sur la zone de test, la distribution de champ électrique retourné temporel,  $E_{TR}(\vec{r}_{\Gamma})$  générée par  $J_s^*(\vec{r}_H)$  est [18]:

$$E_{TR}(\vec{r}_{\Gamma}) = \frac{-k\eta}{4} \int_{\Sigma_H} H_0(k\|\vec{r}_{\Gamma} - \vec{r}_H\|) J_s^*(\vec{r}_H) d\vec{r}_H \quad (3.31)$$

En utilisant la valeur de  $J_s(\vec{r}_H)$  donnée par l'équation (3.30) dans l'équation (3.31), on trouve l'expression suivante de  $E_{TR}(\vec{r}_{\Gamma})$  :

$$E_{TR}(\vec{r}_{\Gamma}) = \frac{k^2}{4} \int_{\Sigma_H} \left( \int_{\Gamma} \frac{x_H M^*(y)}{\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|} H_1^*(k\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|) dy \right) H_0(k\|\vec{r}_{\Gamma} - \vec{r}_H\|) d\vec{r}_H \quad (3.32)$$

Le champ  $E_{TR}(\vec{r}_\Gamma)$  sur la zone de test peut être calculé numériquement en fonction de la distribution  $M(y_\Gamma)$  (cf. (3.32)). Mais l'équation intégrale n'est pas adaptée pour résoudre le problème inverse.

La solution que nous avons développée est présentée en détails dans les deux prochaines sections. Nous avons relié le front d'onde convergent à la distribution de courant sur la zone focale grâce à une décomposition en harmoniques cylindriques de l'équation intégrale du retournement temporel. Cette décomposition utilise un nombre déterministe de termes. Le champ sur la zone focale écrit sur une base de Slepian peut être identifié à un produit matriciel du courant décomposé sur une base de Slepian par un opérateur de propagation; cette relation matricielle est inversible et le courant est alors exprimable en fonction de la distribution de champ sur la zone focale. L'obtention du courant sur la base de Slepian permet de faire la synthèse des fronts d'ondes divergents et convergents.

La figure Fig. 3.23 représente la relation bijective entre distribution de courant de la source virtuelle et celle du champ sur la zone de test. La connaissance de la distribution de courant permet de calculer matriciellement le profil du champ de refocalisation sur la zone focale et celui-ci permet de déterminer de façon bijective la distribution de courant.

Nous avons représenté schématiquement sur la figure Fig. 3.24, le paradigme permettant

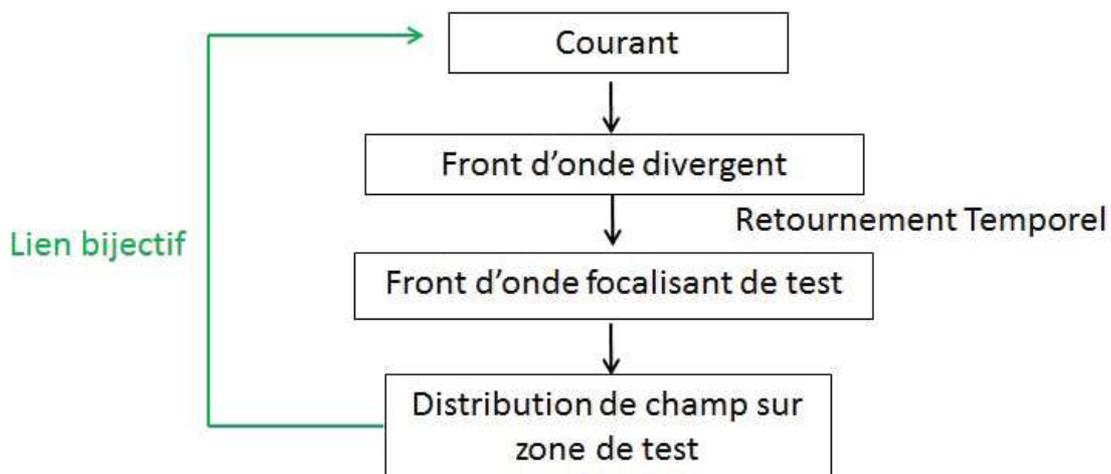


Figure 3.23: Représentation du lien bijectif entre le courant et la distribution de champ de refocalisation sur la zone de test.

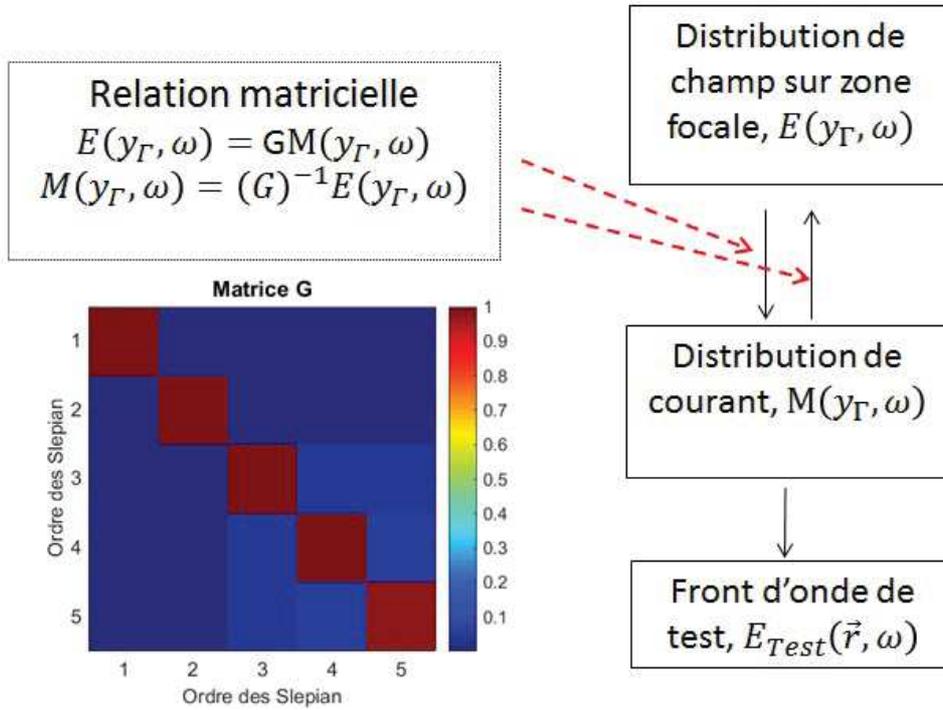


Figure 3.24: Schéma bloc du paradigme permettant de déterminer la distribution de courant à partir de la distribution de champ sur la zone de test.

de résoudre notre problème inverse. Les expressions matricielles reliant la distribution de champ sur la zone de test  $E_{TR}(\vec{r}_\Gamma)$  à la distribution de courant  $M(y_\Gamma)$  seront données dans la section 3.5.5, par l'équation (3.70). Dans la même section, les expressions matricielles reliant la distribution de courant  $M(y_\Gamma)$  à la distribution de champ  $E_{TR}(\vec{r}_\Gamma)$  seront exprimées par l'équation (3.72).

La relation finale et non simplifiée au niveau du formalisme entre coefficients respectifs des distributions de champ sur la zone focale et de courant réécrite ici (cf. (3.70)), est :

$$\mathbf{E}_{TR}^S = \frac{-k}{4\eta} \mathbf{G} \mathbf{M} \quad (3.33)$$

où  $\mathbf{E}_{TR}^S$  et  $\mathbf{M}$  regroupent les coefficients des décompositions sur une base de Slepian des distributions respectives du champ sur la zone focale et du courant. La matrice  $\mathbf{G}$  carrée correspond à l'opérateur de propagation du RT. La dimension de  $\mathbf{G}$  est égal au nombre d'éléments Slepian utilisés pour réaliser le profil de champ sur la zone focale et donc au nombre de fonctions Slepian bien concentrées sur l'extension de la zone tranquille donné par l'équation (3.23). La relation (3.33) constitue la résolution du problème direct.

Le problème inverse peut être résolu car la matrice  $\mathbf{G}$  est quasiment diagonale et donc

inversible. La résolution, réécrite (cf. (3.72)) ici, est donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{M} = \frac{-4\eta}{k} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{E}_{TR}^S \quad (3.34)$$

La distribution de courant permet alors de calculer la distribution de champ convergent grâce à l'équation (3.57) et la distribution de champ divergent grâce l'équation (3.26).

Dans l'annexe B, nous montrons l'intérêt de l'utilisation de la base de fonctions Slepian par rapport à une potentielle utilisation d'une base de fonctions Bessel J qui pourrait être utilisée pour exprimer à la fois les distributions de champ sur la zone focale et de courant. Dans la section suivante, le front d'onde de refocalisation est relié à la distribution de courant grâce à une décomposition en harmoniques cylindriques de l'équation intégrale du retournement temporel.

### 3.5.4 Calcul analytique du champ de refocalisation

Dans cette partie, nous allons calculer le champ de refocalisation de la source magnétique. Nous déterminerons, tout d'abord, son champ divergent sur la surface de Huygens de rayon  $r_H$  pris grand devant la distance de Fraunhofer (cf. Fig. 3.25), puis nous calculerons le champ de refocalisation généré par la surface de Huygens. L'utilisation d'une décomposition en fonctions de Bessel H et J de la fonction de Green 2D permettra de discrétiser les calculs intégraux des champs divergents et focalisants.

Le théorème qui nous permet de passer d'une formulation intégrale du champ à une somme

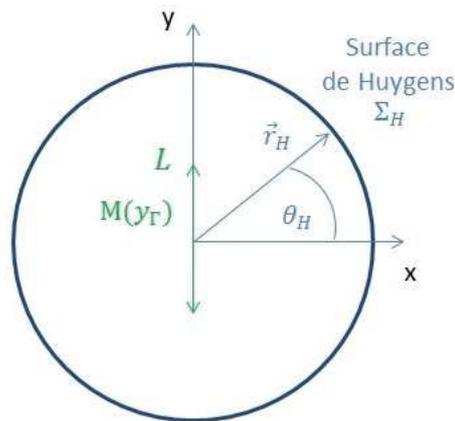


Figure 3.25: Source magnétique placée à l'intérieur d'une surface de Huygens de rayon  $r_H$ .

discrète de fonctions de Bessel est le théorème d'addition [97]. Il assure un développement

de la fonction de Green 2D sur une décomposition en harmoniques cylindriques Bessel J et Bessel H. Il a la particularité de réaliser, une séparation des variables  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  pointant respectivement sur le point d'observation et la source.

L'expression du théorème d'addition est donné par [97]:

$$H_l(k \|\vec{r} - \vec{r}'\|) \exp(il\theta'') =$$

$$= \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} J_{n-l}(kr') \exp(-i(n-l)\theta') H_n(kr) \exp(in\theta) & \text{pour } r > r' \\ \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} H_{n-l}(kr') \exp(-i(n-l)\theta') J_n(kr) \exp(in\theta) & \text{pour } r < r' \end{cases} \quad (3.35)$$

avec  $\theta$ ,  $\theta'$  et  $\theta''$  les angles que font respectivement les vecteurs  $\vec{r}$ ,  $\vec{r}'$  et  $\vec{r} - \vec{r}'$  avec l'axe des x (cf. Fig. 3.26).

### Calcul du champ divergent

La distribution de champ rayonné par la source magnétique est donnée par la formule :

$$E(\vec{r}_H) = \int_{\Gamma} \frac{kx_H}{\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|} M(y) H_1(k\|\vec{r}_H - y\vec{e}_y\|) dy \quad (3.36)$$

pour  $\theta \in [-\pi/2 \ \pi/2]$ .

Le rayon de la surface de Huygens a été défini grand devant la distance de Fraunhofer,

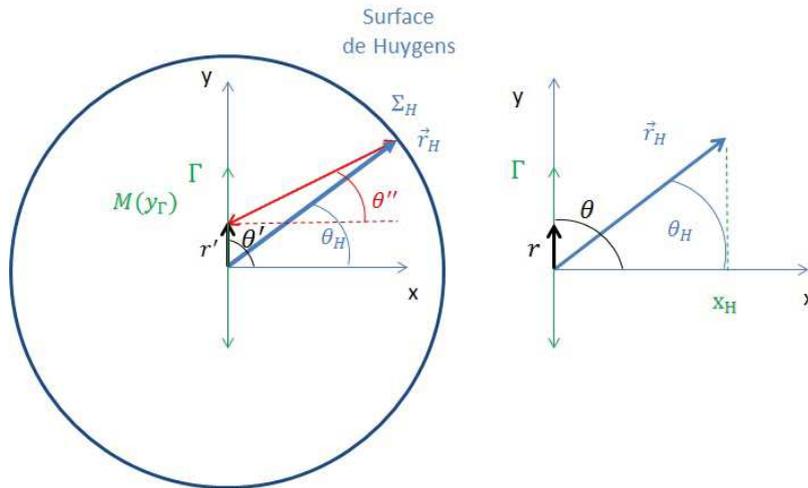


Figure 3.26: Figures de gauche et de droite illustrant les repères associés aux calculs respectifs des champs divergent et convergent.

on pourra prendre comme approximation  $r_H \gg y$ , l'équation (3.36) s'écrit alors (cf.

Fig. 3.26):

$$E(\vec{r}_H) = \frac{kx_H}{r_H} \int_{\Gamma} M(y') H_1(k\|\vec{r}_H - \vec{r}'\|) dy' \quad (3.37)$$

Grâce au théorème d'addition où  $l = 1$  et  $r > r'$  (3.35), l'équation (3.37) devient

$$E(\vec{r}_H) = \frac{kx_H}{r_H} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \int_{\Gamma} M(y') J_{n-1}(k\|y'\|) \exp(-i(n-1)\theta') dy' \right) \exp(-i\theta'') H_n(kr_H) \exp(in\theta_H) \quad (3.38)$$

Le rayon de la surface de Huygens est très grand devant les dimensions de la source, on a par conséquent  $r_H \gg r'$  et donc  $\theta'' \cong \theta_H$ .

Nous posons alors la variable  $\gamma_n^J$  telle que :

$$\gamma_n^J = \int_{\Gamma} M(y') J_{n-1}(k\|y'\|) \exp(-i(n-1)\theta') d\vec{r}' \quad (3.39)$$

L'utilisation de (3.39) et l'hypothèse sur les angles introduite dans (3.38) permet de réécrire  $E(\vec{r}_H)$  :

$$E(\vec{r}_H) = \frac{kx_H}{r_H} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \gamma_n^J H_n(kr_H) \exp(i(n-1)\theta_H) \quad (3.40)$$

Cette décomposition du champ à distance de champ lointain peut être tronquée à un indice de sommation fixé par la dimension de la source virtuelle. En utilisant la loi empirique énoncé dans [98], l'indice maximum, noté  $N$ , est égal à la partie entière de la quantité  $kr_0$ , où  $k$  et  $r_0$  sont respectivement le vecteur d'onde et le rayon d'un cylindre centré sur l'origine du repère permettant d'entourer la source virtuelle.  $N$  est donné par :

$$N = [kr_0] \quad (3.41)$$

où le symbole  $[ ]$  représente la partie entière.

En conséquence, en utilisant (3.41), l'expression (3.40) peut être réduite à une sommation sur  $2N + 1$  fonctions harmoniques. On obtient alors une nouvelle expression de  $E(\vec{r}_H)$  donnée par l'équation suivante :

$$E(\vec{r}_H) = \frac{kx_H}{r_H} \sum_{n=-N}^{n=N} \gamma_n^J H_n(kr_H) \exp(i(n-1)\theta_H) \quad (3.42)$$

### Expression du champ convergent

Nous allons dans cette section, calculer le champ convergent associé aux sources de Huygens (cf. Fig. 3.26). La distribution de courant électrique équivalent, notée  $J_{E_s}$ , est reliée au champ électrique divergent par l'expression (3.30) réécrite ci dessous :

$$J_{E_s}(\vec{r}_H) = -\frac{E(\vec{r}_H)}{\eta} \quad (3.43)$$

Sa version conjuguée de phase peut être écrite en utilisant l'expression (3.42) de la façon suivante :

$$J_{E_s}^*(\vec{r}_H) = -\left(\frac{kx_H}{\eta r_H} \sum_{n=-N}^{n=N} \gamma_n^J H_n(kr_H) \exp(i(n-1)\theta_H)\right)^* \quad (3.44)$$

Le champ RT sur un point  $\vec{r}$  de la zone de focalisation s'écrit alors :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k\eta}{4} \int_{\Sigma_H} H_0^1(k\|\vec{r} - \vec{r}_H\|) J_{E_s}^*(\vec{r}_H) d\vec{r}_H \quad (3.45)$$

Le théorème d'addition (cf. (3.35)) avec  $l = 0$  et  $r < r_H$  s'exprime alors sous la forme suivante :

$$H_0(k\|\vec{r} - \vec{r}_H\|) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} H_m(kr_H) \exp(-im\theta_H) J_m(kr) \exp(im\theta) \text{ pour } r < r_H \quad (3.46)$$

En limitant la somme sur les indices (cf. (3.41)), on obtient une nouvelle expression de  $E_{TR}(\vec{r})$  sous la forme suivante :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k}{4\eta} \sum_{m=-N-1}^{m=N-1} \gamma_m^E J_m(kr) \exp(im\theta) \quad (3.47)$$

où l'expression de  $\gamma_m^E$  est donnée par :

$$\gamma_m^E = \int_{\Sigma_H} H_m(kr_H) J_{E_s}^*(\vec{r}_H) \exp(-im\theta_H) d\vec{r}_H \quad (3.48)$$

Cherchons, maintenant, la relation liant  $\gamma_m^E$  et  $\gamma_n^J$ ; en introduisant l'expression de (3.44) dans (3.48), la nouvelle expression de  $\gamma_m^E$ , prenant en compte la directivité de la source

sur les bornes d'intégration, est :

$$\gamma_m^E = - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{kx_H}{\eta r_H} \sum_{n=-N}^{n=N} (\gamma_n^J)^* H_m(kr_H) H_n^*(kr_H) \exp(-i(n-1)\theta_H) \exp(-im\theta_H) r_H d\theta_H \quad (3.49)$$

En posant  $\frac{x_H}{r_H} = \cos(\theta_H)$ , l'équation (3.49) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\gamma_m^E = - \frac{kr_H}{\eta} \sum_{n=-N}^{n=N} (\gamma_n^J)^* H_m(kr_H) H_n^*(kr_H) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\theta_H) \exp(-i(n-1)\theta_H) \exp(-im\theta_H) d\theta_H \quad (3.50)$$

Cette dernière équation est équivalente à :

$$\gamma_m^E = - \frac{kr_H}{\eta} \sum_{n=-N}^{n=N} \begin{cases} 0 & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ pair} \\ A_{nm}(kr_H) B_{nm} & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ impair} \\ \frac{\pi}{2} A_{nm}(kr_H) & \text{pour } m+n = 0 \text{ ou } m+n = 2 \end{cases} \quad (3.51)$$

où  $A_{nm}(kr_H)$  est donné par :

$$A_{nm}(kr_H) = (\gamma_n^J)^* H_m(kr_H) H_n^*(kr_H) \quad (3.52)$$

et où  $B_{nm}$  s'écrit :

$$B_{nm} = \frac{-2(i)^{m+n-1}}{(m+n)(m+n-2)} \quad (3.53)$$

Une nouvelle forme de  $A_{nm}(kr_H)$  peut être recalculée en utilisant l'expression champ lointain de la fonction de Hankel d'espèce, notée  $s$ , et dont la formule est la suivante [99]:

$$H_m^s(r_H) = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi r_H}\right)} \exp\left((-1^{s+1}) i \left(r_H + (-1^s) \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (3.54)$$

ainsi l'expression de  $A_{nm}(kr_H)$  peut se simplifier en :

$$A_{nm} = (\gamma_n^J)^* \frac{2}{\pi k r_H} \exp\left(i(n-m)\frac{\pi}{2}\right) \quad (3.55)$$

en remplaçant (3.53) et (3.55) dans (3.51) on obtient alors :

$$\gamma_m^E = \sum_{n=-N}^{n=N} \begin{cases} 0 & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ pair} \\ \frac{4}{\pi\eta} \frac{(i)^{2n-1} (\gamma_n^J)^*}{(m+n)(m+n-2)} & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ impair} \\ -\frac{1}{\eta} (i)^{n-m} (\gamma_n^J)^* & \text{pour } m+n = 0 \text{ ou } m+n = 2 \end{cases} \quad (3.56)$$

L'expression du champ de refocalisation de la distribution de courant magnétique est alors donnée par :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k}{4\eta} \sum_{m=-N-1}^{m=N-1} \gamma_m^E J_m(kr) \exp(im\theta) \quad (3.57)$$

où la formule de  $\gamma_m^E$  se trouve en (3.56).

### 3.5.5 Expression vectorielle du champ

Nous allons maintenant chercher la relation matricielle permettant d'écrire le champ de refocalisation en fonction de la distribution de courant. L'expression du champ en zone de focalisation est rappelée ci dessous :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k}{4\eta} \sum_{m=-N-1}^{m=N-1} \gamma_m^E J_m(kr) \exp(im\theta) \quad (3.58)$$

$E_{TR}(\vec{r})$  s'exprime en fonction de  $\gamma_m^E$ , dont l'expression est fonction de  $\gamma_n^J$  (cf. (3.56)).

L'expression de  $\gamma_n^J$  dépend de la distribution de courant (cf. (3.39)).

En écrivant la distribution de courant magnétique sur une base de fonctions Slepian nous obtenons :

$$M(y') = \sum_{k=1}^{k=N_s} \alpha_k s_k(y') \quad (3.59)$$

où les  $\alpha_k$  sont les coefficients de la décomposition.

En utilisant la dernière équation, l'expression de  $\gamma_n^J$  (3.39) est alors changée en :

$$\gamma_n^J = \sum_{k=1}^{k=N_s} \alpha_k \int_{\Gamma} s_k(y') J_{n-1}(k||y'||) \exp(-i(n-1)\theta') d\vec{r}' \quad (3.60)$$

Nous allons maintenant traduire l'équation (3.60) matriciellement :

Une expression possible regroupant les valeurs de  $\gamma_n^J$  est un vecteur colonne de dimension  $2N + 1$ , noté  $\gamma^J$ , et d'éléments  $\gamma_n^J$ ,  $\forall n \in [-N N]$ .

Pour exprimer  $\gamma^J$ , nous considérerons la matrice de projection de la base des Slepian sur les harmoniques cylindriques Bessel J, notée  $P$  (de dimension  $(N_s) \times (2N + 1)$ ) et d'éléments, notés  $p_{nk}$ , s'écrivant :

$$p_{nk} = \int_{\Gamma} s_k(y) J_{n-1}(k||y'||) \exp(-i(n-1)\theta') d\vec{r}' , \forall n \in [-N N] \text{ et } \forall k \in [1 N_s] \quad (3.61)$$

Nous désignerons le vecteur colonne  $M$ , regroupant les coefficients, notés  $\alpha_k$ ,  $\forall k \in [1..N_s]$  de la décomposition du courant sur la base des fonctions Slepian.

En utilisant (3.60),  $\gamma^J$  est alors donné par la relation matricielle suivante, utilisant les vecteurs  $M$  et  $P$ , suivant la forme :

$$\gamma^J = PM \quad (3.62)$$

Nous allons introduire l'expression vectorielle (3.62) dans la relation (3.56) pour obtenir une expression vectorielle de  $\gamma_m^E$ , notée  $\gamma_m^E$ , et qui permettra d'obtenir une formulation vectorielle de  $E_{TR}(\vec{r})$  avec l'équation (3.57).

En appelant  $T$  la matrice d'éléments :

$$T_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ pair} \\ \frac{4}{\pi\eta} \frac{(i)^{2n-1}}{(m+n)(m+n-2)} & \text{pour } m+n \neq 0 \text{ et } m+n \neq 2 \text{ et } m+n \text{ impair} \\ -\frac{1}{\eta} (i)^{n-m} & \text{pour } m+n = 0 \text{ ou } m+n = 2 \end{cases} \quad (3.63)$$

on peut écrire  $\gamma_m^E$ , en utilisant (3.56) et (3.63), sous la forme suivante :

$$\gamma_m^E = T\gamma_n^{J*} \quad (3.64)$$

En utilisant (3.62) nous pouvons réécrire (3.64) sous l'expression suivante :

$$\gamma_m^E = TP^*M^* \quad (3.65)$$

Le champ de refocalisation (3.58) peut être écrit vectoriellement sur une base d'harmoniques cylindriques  $\mathbf{B}(\vec{r}, \omega) = (b_{-N-1}(\vec{r}, \omega) .. b_{N-1}(\vec{r}, \omega))$  d'éléments  $b_m(\vec{r}, \omega) = J_m(kr) \exp(im\theta)$ . En utilisant cette base, et en introduisant (3.65) dans (3.58) et en considérant que  $M$  est sans déphasage sur son extension dans ce modèle, le champ s'exprime sous la forme:

$$\mathbf{E}_{TR}^B = \frac{-k}{4\eta} T\mathbf{P}^*M \quad (3.66)$$

avec  $\mathbf{E}_{TR}^B$  le vecteur regroupant les coefficients de la décomposition du champ RT sur la base de Bessel. Les éléments de  $\mathbf{E}_{TR}^B$ , notés  $e_m$ , sont tels que,  $e_m = \frac{-k}{4\eta} \gamma_m^E \forall m \in [-N-1..N-1]$ . On a alors l'expression du champ de refocalisation au point  $\vec{r}$  donné par l'équation :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \langle \mathbf{E}_{TR}^B, (\mathbf{B}(\vec{r}))^t \rangle \quad (3.67)$$

avec  $\langle, \rangle$  représentant le produit scalaire des vecteurs. Cette dernière expression permet de calculer le champ de refocalisation à partir d'une base de fonctions de Bessel.

Nous allons maintenant restreindre le calcul à la zone de test et utiliser non pas la base de Bessel mais celle de Slepian. En effet celle-ci a été choisie pour exprimer de façon optimale le champ de focalisation sur la zone de test (cf. annexe B).

La matrice de passage entre les vecteurs respectifs de la base de Bessel et de celle de Slepian est notée  $\mathbf{P}_1$  avec des éléments s'écrivant,  $o_{km}, \forall m \in [-N-1..N-1]$  et  $\forall k \in [1..N_s]$ , donnés par l'équation suivante :

$$o_{km} = \int_{\Gamma} s_k(y') J_m(k||y'||) \exp(im\theta') d\vec{r}' \quad (3.68)$$

L'expression du vecteur  $\mathbf{E}_{TR}^S$  de la distribution de champ sur la zone focale dans la base des Slepian, s'écrit en utilisant (3.66) et en considérant que  $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}_1^t$  :

$$\mathbf{E}_{TR}^S = \frac{-k}{4\eta} \mathbf{P}_1 T\mathbf{P}_1^t M \quad (3.69)$$

En notant  $\mathbf{G} = \mathbf{P}_1 \mathbf{T} \mathbf{P}_1^t$  (matrice carrée de dimension  $N_S$ ), nous pouvons réécrire la relation (3.69) sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}_{TR}^S = \frac{-k}{4\eta} \mathbf{G} \mathbf{M} \quad (3.70)$$

L'équation (3.70) est l'expression matricielle de la résolution du problème direct liant les coefficients respectifs des distributions de champ sur la zone focale et de courant sur la base de Slepian.

Le champ RT peut être exprimé sur l'emplacement de la zone de test pointé par le vecteur  $\vec{r}_\Gamma = y_\Gamma \vec{e}_y$ , par l'expression suivante :

$$E_{TR}(\vec{r}_\Gamma = y_\Gamma \vec{e}_y) = \left\langle \frac{-k}{4\eta} \mathbf{G} \mathbf{M}, \mathbf{S}(y_\Gamma) \right\rangle \quad (3.71)$$

où  $\mathbf{S}(y_\Gamma)$  est un vecteur colonne regroupant les valeurs de chacune des fonctions de base Slepian sur l'ordonnée  $y_\Gamma$ .

### 3.5.6 Détermination vectorielle du courant

L'équation (3.71) est l'expression matricielle de la résolution du problème direct. Nous allons maintenant inverser celle-ci, et exprimer dans la base des Slepian, le vecteur de la distribution du courant en fonction de celui du champ sur la zone focale. La matrice  $\mathbf{G}$  est une matrice carrée bien conditionnée, elle est inversible (section 3.5.7 du chapitre III) et l'on obtient :

$$\mathbf{M} = \frac{-4\eta}{k} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{E}_{TR}^S \quad (3.72)$$

L'équation matricielle (3.72) permet de déterminer l'expression vectorielle de la distribution de courant dans la base des Slepian, notée  $\mathbf{M}$ , en fonction de la distribution de champ convergent sur la zone focale décomposée sur une base de Slepian.

### 3.5.7 Exemples de synthèse de fronts d'ondes de test

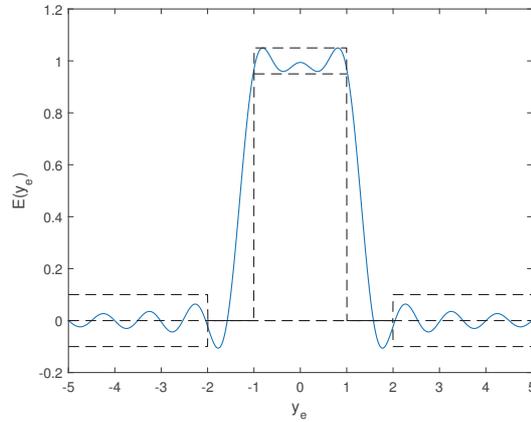


Figure 3.27: Commande de la distribution de champ sur la zone focale pour une ZT de demi-extension  $W_i = 1$  comportant une zone de transition  $W_t = 0.5$ , avec des paramètres de minimisation sur les zones tranquille et externe, respectivement, de  $e_i = 0.1$  et de  $e_0 = 0.2$ .

Nous allons ici donner deux exemples de synthèse de fronts d'ondes focalisant réalisant une ZT préalablement déterminée sur la zone focale. Les profils de champ s'écrivent sur la base de Slepian et ont été optimisés par la méthode SVR.

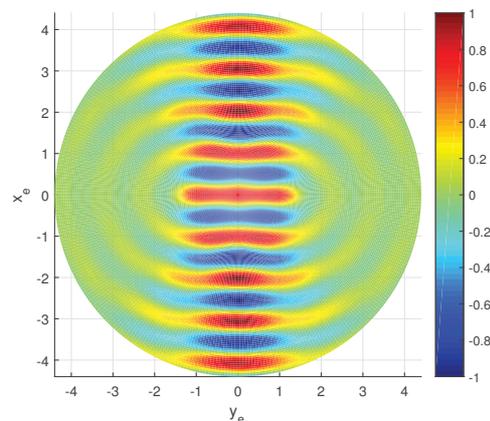


Figure 3.28: Représentation topographique de la distribution de champ de refocalisation CW synthétisée, ayant comme commande, le profil de champ présenté en Fig. 3.27.

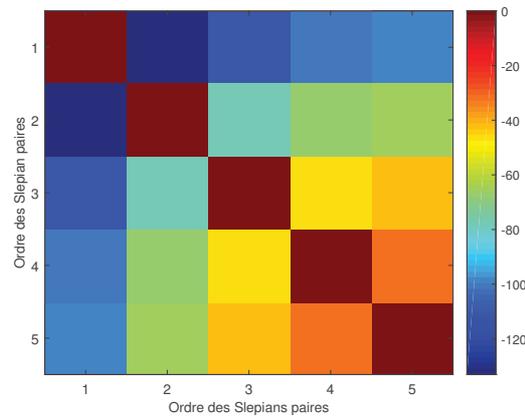


Figure 3.29: Représentation topographique en dB de la matrice  $G$  dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.27.

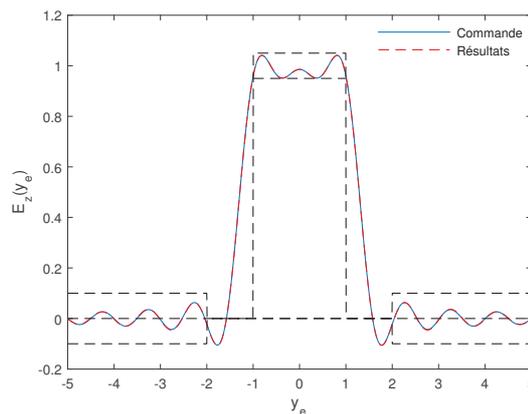


Figure 3.30: Comparaison du profil simulé et de la commande dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.27.

### Exemple 1

Nous avons représenté sur la Fig. 3.27, la distribution de champ que nous souhaitons réaliser sur la zone focale. Ce profil de champ est optimisé par la méthode SVR utilisant les 5 Slepian paires les plus concentrées et réalisant une ZT de 2 longueurs d'onde. Sa concentration, sur la ZT, est égale à 0.99.

La topographie de la matrice  $G$  est représentée en dB sur la Fig. 3.29. Elle est donc quasiment diagonale. L'utilisation de la technique de synthèse permet de déterminer la distribution de courant à partir de la distribution de champ sur la zone focale. La connaissance de cette dernière permet la synthèse de la distribution de champ de

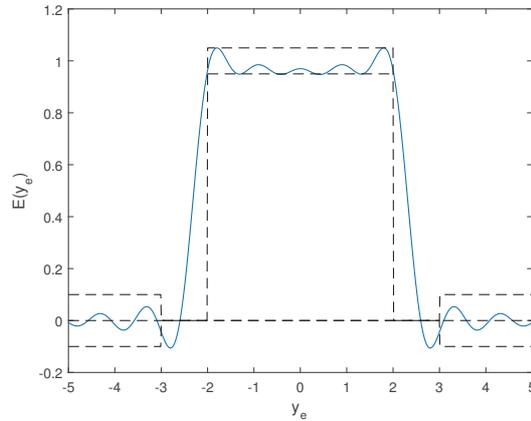


Figure 3.31: Commande de la distribution de champ sur la zone focale pour une ZT de demi-extension  $W_i = 2$  avec  $e_i = 0.1$ ,  $e_0 = 0.2$  et une zone de transition  $W_t = 0.5$ .

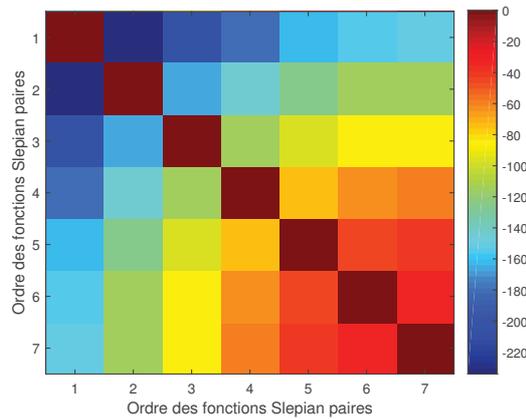


Figure 3.32: Représentation en dB de la topographie de la matrice  $\mathbf{G}$  dans le cas du profil optimisé présenté sur Fig. 3.31.

refocalisation  $E_{RT}(\vec{r})$  sur tout l'espace grâce à l'équation (3.57). Sa topographie est représentée sur la figure Fig. 3.28. Une coupe de champ sur la zone de focalisation nous permet de comparer la commande  $E(y_\Gamma)$  et la synthèse sur la zone focale,  $E_{RT}(y_\Gamma)$  (cf. Fig. 3.30). Nous pouvons voir que les courbes sont confondues et que par conséquent la commande est réalisée.

### Exemple 2

Nous présentons un autre exemple, cette fois ci avec une zone tranquille élargie de 4 longueurs d'onde. La commande est représentée sur Fig. 3.31. Sa concentration

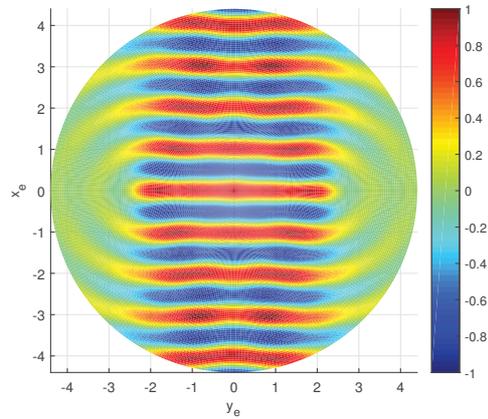


Figure 3.33: Représentation topographique de la distribution de champ de refocalisation CW synthétisée, ayant comme commande, le profil présenté en Fig. 3.31.

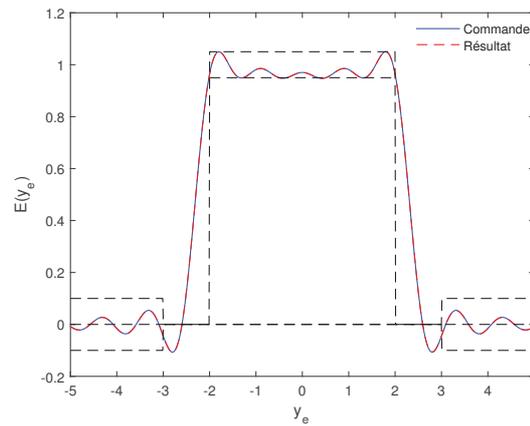


Figure 3.34: Comparaison du profil simulé et de la commande pour le profil correspondant à Fig. 3.31.

est de 0.99 sur la ZT. Nous avons représenté sur la Fig. 3.32, la matrice diagonale  $\mathbf{G}$  définie précédemment. La topographie du front d'onde de refocalisation obtenue grâce au paradigme est représentée Fig. 3.33. Les profils de la commande et de la distribution de champ synthétisée sont similaires (cf. Fig. 3.34).

Dans, les deux exemples précédents, les matrices  $\mathbf{G}$  représentant l'opérateur de propagation sont quasiment diagonales. Il est donc possible d'inverser le problème direct et de déterminer le courant permettant de générer la distribution de champ sur la zone focale. La distribution de courant permet alors de synthétiser la distribution de champ

focalisant (cf. Fig. 3.28 et Fig. 3.33). La technique utilisant la source virtuelle permet donc d'associer à une distribution de champ de test sur la zone focale, les expressions du front d'onde focalisant et de sa version divergente.

Dans la section suivante, nous allons aborder un paradigme ne faisant pas intervenir de sources virtuelles.

### 3.6 Paradigme avec spectre d'ondes planes

Notre objectif est de générer un front d'onde de test focalisant concentré spatialement et confiné spectralement générant une zone focale déterminée contenant la ZT. En utilisant le paradigme de l'antenne virtuelle, la détermination de ce front d'onde de test se faisait en 2 étapes. Dans une première, le champ sur la zone focale était optimisé en utilisant des bases de fonctions Slepian concentrées spatialement et confinées spectralement. Dans un second temps, le paradigme de l'antenne virtuelle permettait de déterminer la distribution de courant associée à la zone focale quasi-plane. On calculait alors avec la distribution de courant, le champ de refocalisation et le champ divergent.

Cette utilisation a plusieurs inconvénients :

- en premier lieu, ce paradigme n'est pas direct, il nécessite l'utilisation du concept de la source virtuelle pour calculer le champ de refocalisation en fonctions des harmoniques cylindriques Bessel  $J$ .

- en second lieu, aucune contrainte n'est imposée sur la résolution angulaire du front d'onde de test alors que nous souhaitons réaliser des fronts d'ondes directifs (cf. 1.3). Une focalisation, utilisant une ouverture angulaire large du spectre ondes planes, ne permet pas de conserver la quasi-planéité du champ et la concentration sur des plans parallèles à la zone focale où le front d'onde défocalise très vite. La qualité du front d'onde obtenue sur la zone focale est rapidement dégradée. La Fig. 3.35 compare des coupes de champ placées à des distances variables de la zone focale et parallèles à celle-ci. Sur la zone focale, la distribution de champ (tracée en bleu) est optimisée sur une extension  $W_e = 6$ . Pour une distance de  $0.5\lambda$ , la forme de la distribution de champ (tracée en jaune) est modifiée, on a perdu la quasi-planéité de la ZT sur la zone focale.

Dans cette section, l'approche étudiée n'introduit pas de source virtuelle, permettant de relier le champ sur la zone focale exprimé en harmoniques cylindriques ou en Slepian en fonction de la distribution de courant. L'opérateur de Slepian est utilisé pour définir une base de fronts d'ondes focalisant exprimés en spectres d'ondes planes, concentrés spatialement et confinés angulairement. Ces fronts d'ondes sont utilisés par la suite comme

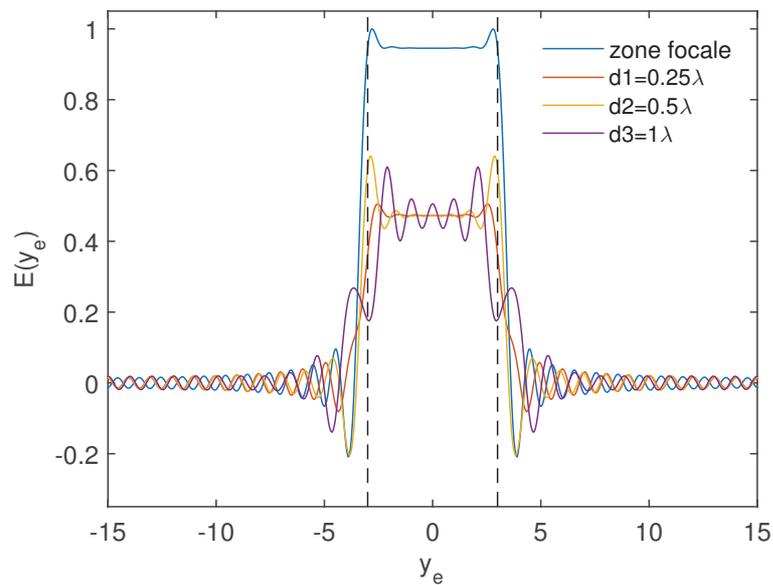


Figure 3.35: Coupes de champ effectuées sur la zone focale et sur des plans éloignés à des distances croissantes, notées  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ , de la zone focale.

base de fronts d'ondes de test réalisant un compromis optimal entre concentration et résolution angulaire des directions de propagation de leur spectre ondes planes [100]. L'objectif poursuivi est de pouvoir définir à partir d'un développement sur cette base,

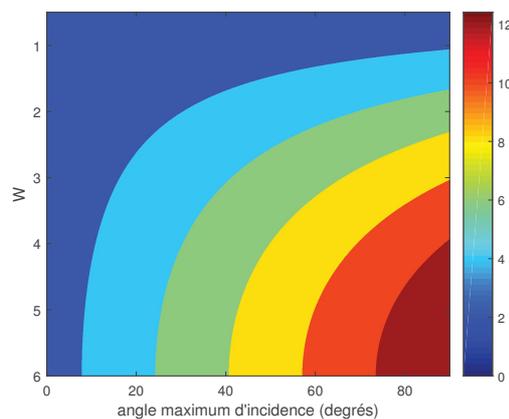


Figure 3.36: Topographies du nombre de fonctions bien concentrées en fonction de  $W$  (la demi-extension de la zone de concentration) et de l'angle maximum du spectre d'ondes planes  $\theta$ .

un front d'onde de test quasi-plan avec un angle maximum du spectre ondes planes par rapport à la direction principale d'incidence. Cette approche possède plusieurs avantages

par rapport à la précédente. Sa fonctionnalité est d'abord plus riche car elle apporte un confinement angulaire et donc potentiellement une profondeur de zone tranquille. Enfin, elle est beaucoup plus facile à mettre en œuvre, car dans cette méthode la distribution de champ du front d'onde de test est, nous allons le voir, directement reliée à la distribution de champ sur la zone focale, et cela on le rappelle, sans faire appel au concept de source virtuelle. La méthode utilise l'opérateur Slepian pour définir une base de fronts d'ondes focalisants concentrés spatialement et confinés angulairement. Nous avons vu auparavant que le spectre ondes planes est relié au champ sur la zone focale par transformée de Fourier faisant correspondre à  $y$ , la variable duale  $\eta$  déjà définie comme la projection du vecteur d'onde  $\vec{k}$  sur l'axe Oy (cf. (3.12)). Le lien entre la détermination des éléments de la base et l'utilisation de l'opérateur Slepian est le spectre d'ondes planes. L'approche Slepian va, en effet, permettre de calculer les profils focaux des fronts d'ondes et la détermination des spectres associés caractérisera les distributions de champ des éléments de la base sur tout l'espace. L'approche de Slepian avait été précédemment utilisée pour la détermination des distributions de champ résolvant le problème de concentration spatiale et de confinement spectral de la variable  $\eta$  sur l'intervalle  $]-2\pi \ 2\pi[$  imposé par la caractéristique strictement propagative du champ. L'équation aux valeurs propres permettant de résoudre le problème de concentration et de confinement, déjà présentée dans la section Slepian peut être adaptée aux nouveaux profils de champ associés à des fronts d'ondes résolus angulairement :

$$\int_{-W}^W dx' D(x, x') s_n(x) = \lambda_n s_n(x) \quad (3.73)$$

où

$$D(x, x') = \int_{-K}^K d\eta \exp(-j\eta(x - x')) \quad (3.74)$$

où l'intervalle  $[-W \ W]$  est la zone de concentration spatiale de la fonction et où  $D$ , agit comme un passe bande sur la variable spectrale  $\eta$  dont la valeur maximale dépend, maintenant, d'un angle d'incidence maximum du spectre d'ondes planes, noté  $\theta$  (cf. (3.74)). Les valeurs de  $\eta$  sont limités à  $[-K \ K]$  avec  $K = 2\pi \sin(\theta)$ .

La résolution de l'équation aux valeurs propres a déjà été présentée dans le chapitre Slepian et les détails du calcul figurent dans l'annexe A. Le nombre de fonctions bien

concentrées,  $N$ , peut être estimé par la formule empirique suivante :

$$N = 2W \sin(\theta) \quad (3.75)$$

La figure Fig. 3.36 représente la topographie du nombre,  $N$ , de fonctions bien concentrées disponibles en fonction de l'extension de la zone de concentration et de l'angle maximum du spectre ondes planes.

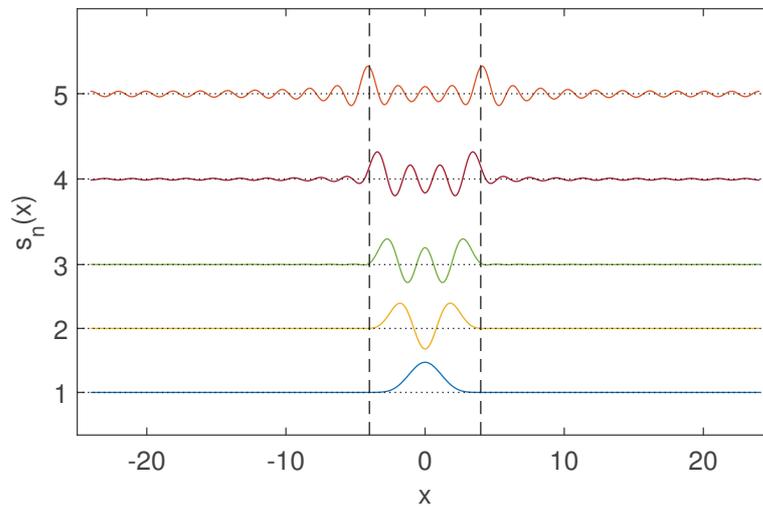


Figure 3.37: Fonctions solutions résolvant le problème de concentration et de résolution angulaire du spectre d'ondes planes. La demi-extension de la zone de concentration est  $W_i = 4$ , l'angle maximal d'incidence du spectre est  $\theta = 30^\circ$ .

### *Base des fonctions et des fronts d'ondes résolus angulairement*

Dans le but d'illustrer les fonctions solutions du problème de concentration et de confinement spectral, nous avons représenté 5 éléments les plus concentrés pour une demi-extension de la zone tranquille  $W_i = 4$ , et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$  sur la Fig. 3.37. Les cinq premières fonctions ont des concentrations respectives de 1, 1, 0.99, 0.94, 0.32. Le nombre de fonctions bien concentrées est de 4, pour des ordres supérieurs, les concentrations diminuent extrêmement rapidement. Les fonctions 6, 7, et 8 ont des concentrations respectives de 0.31, 0.009 et 0.0001. La formule empirique donne, elle aussi, un nombre de fonctions bien concentrées égal à 4. Les spectres associés à ces fonctions sont représentés sur la Fig. 3.38. On vérifie bien leur

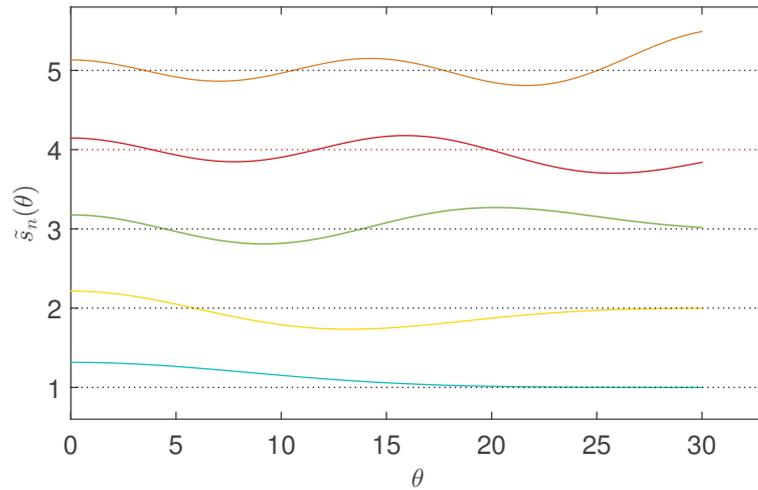


Figure 3.38: Spectre d'ondes planes des fonctions solutions représentés sur Fig. 3.37.

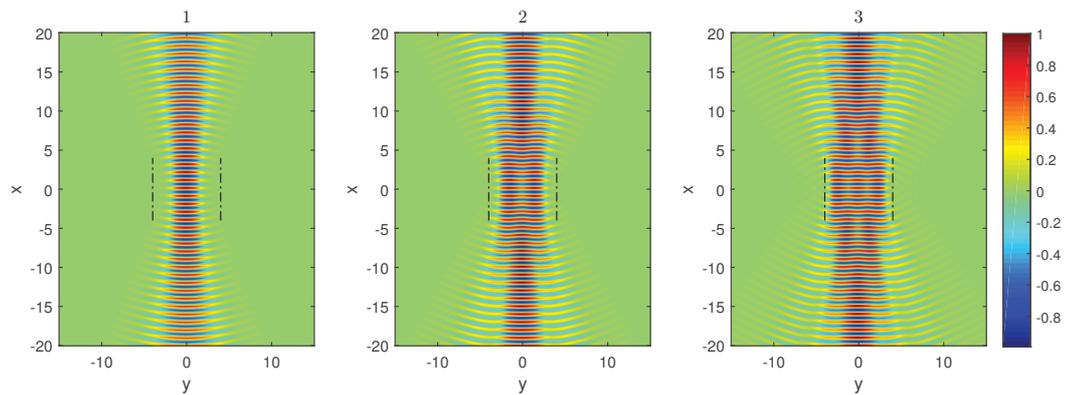


Figure 3.39: Topographies des trois premiers fronts d'ondes les plus concentrés pour une demi-extension de la zone de concentration  $W_i = 4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes,  $\theta = 30^\circ$ .

confinement pour un angle maximum de  $30^\circ$ . On peut observer que les spectres respectifs de deux premières fonctions les plus concentrées ont un retour doux vers 0. Les fonctions les moins concentrées ont, elles, des spectres d'ondes planes avec un retour plus brutal. Cette constatation est une illustration du théorème de Paley-Wiener. Celui-ci énonce que l'obtention d'un profil spatial compact est liée à une forme spectrale décroissant exponentiellement. Nous avons représenté les 3 fronts d'ondes associés aux 3 distributions spatiales les plus concentrées que nous venons de présenter (cf. Fig. 3.39). Nous pouvons observer leur concentration dans la zone matérialisée par les traits pointillés noir.

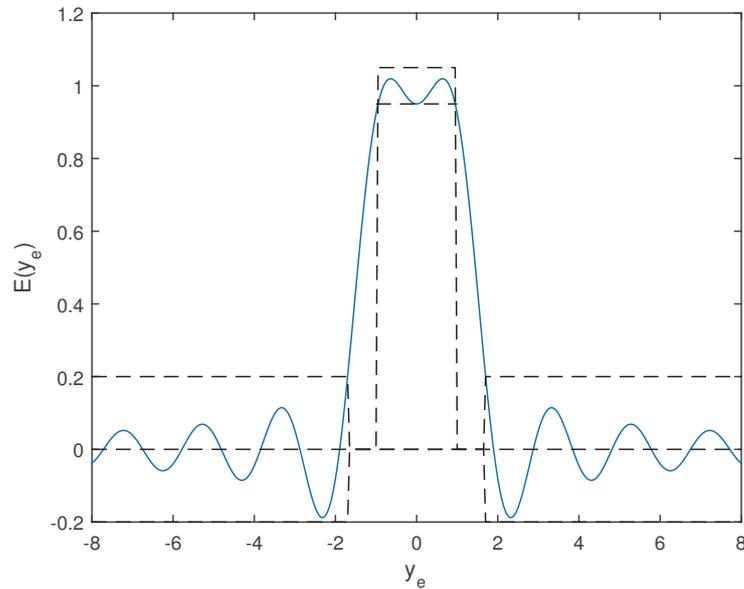


Figure 3.40: Résultats d'optimisation sur la zone focale avec  $W_i = 1$ ,  $W_t = 0.7$ ,  $e_i = 0.1$ ,  $e_0 = 0.4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ .

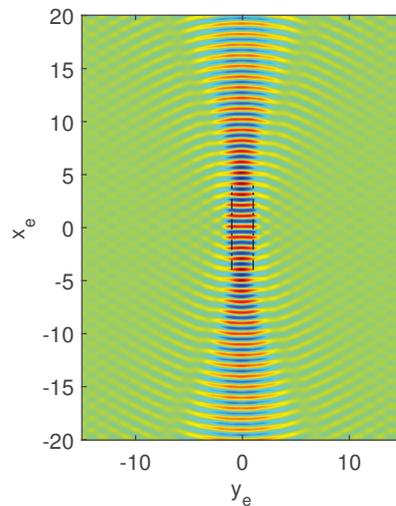


Figure 3.41: Front d'onde obtenue après optimisation avec  $W_i = 1$ ,  $W_t = 0.7$ ,  $e_i = 0.1$ ,  $e_0 = 0.4$  et un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ .

### *Quelques résultats, Exemple 1*

Nous avons réalisé un exemple de front d'onde de test composé d'éléments de base des fronts d'ondes concentrés et confinés angulairement calculés avec l'approche Slepian. La

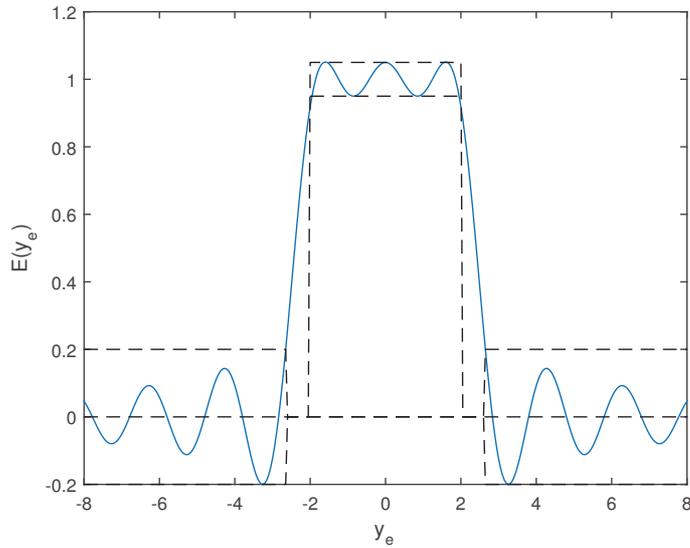


Figure 3.42: Coupe de champ obtenue pour  $W_i = 2$  et  $W_t = 0.6$ ,  $\theta = 30^\circ$  avec  $e_i = 0.1$  et  $e_0 = 0.4$ ; la concentration obtenue sur la ZT est de 0.87.

décomposition du front d'onde de test a été optimisée par la méthode SVR (cf. 3.4) pour réaliser la zone tranquille. Nous avons représenté, sur la figure Fig. 3.40, l'optimisation de fronts d'ondes concentrés sur une zone tranquille d'extension 2 longueurs d'onde et résolu angulairement avec un angle maximum d'incidence du spectre de  $\theta = 30^\circ$ . La zone d'insensibilité définie sur la zone tranquille, correspondant aux déviations tolérables, est  $e_i = 0.1$ . L'optimisation est réalisée à 100% sur toute l'étendue de la zone tranquille. Le front d'onde associé est représenté sur la Fig. 3.41. Sa concentration sur la zone tranquille est de 0.73.

### Exemple 2

Nous allons, ici, montrer un autre résultat d'optimisation de fronts d'ondes de test, concernant une zone tranquille plus large. Celle-ci s'étend sur une extension électrique de 4 longueurs d'onde avec une zone de transition,  $W_t = 0.6$ . Les autres paramètres d'optimisation utilisés restent identiques à ceux utilisés dans le cas précédent (cf. Fig. 3.40). Le champ simulé possède une déviation tolérable sur toute la zone tranquille (cf. Fig. 3.42). Sa concentration sur la zone tranquille est de 0.87, celle-ci est supérieure à celle obtenue dans l'exemple 1. Le nombre de fonctions avec des concentrations proches de 1 est de 3 (concentrations égales à 1, 0.99 et 0.81). L'optimisation profite, par rapport à l'exemple 1, d'un nombre de fronts d'ondes de

base bien concentrés plus élevé, permettant d'obtenir une concentration plus forte sur la ZT.

L'utilisation conjuguée de la technique du spectre ondes planes et de l'optimisation permet de résoudre totalement notre problème de contraintes. En effet, les fronts d'ondes de test synthétisés sont résolus angulairement et résolvent le problème de concentration et de déviation maîtrisée sur la zone tranquille. Cette technique est celle qui sera retenue pour définir les fronts d'ondes de test générés dans la TREC.

### 3.7 Extension 3D de la technique de synthèse

Nous allons étendre le paradigme précédent à une propagation 3D permettant de générer des ZT 2D. Nous utiliserons, donc, de nouveau l'approche Slepian pour déterminer une base de fronts d'ondes focalisants 3D, concentrés spatialement sur une zone 2D et résolus angulairement. Le spectre ondes planes est relié au champ sur la zone focale 2D par transformée de Fourier faisant correspondre les variables cartésiennes du profil spatial aux coordonnées cartésiennes respectives du vecteur d'ondes  $\vec{k}$ . Le lien entre la détermination des éléments de la base et l'utilisation de l'opérateur Slepian est le spectre d'ondes planes. L'approche Slepian va, en effet, permettre de calculer les profils focaux 2D des fronts d'ondes 3D et la détermination des spectres associés caractérisera les distributions de champ des éléments de la base sur tout l'espace 3D. Nous choisissons, pour la suite, une expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$  donnée par l'équation suivante :

$$\vec{k} = \eta \hat{e}_y + \beta \hat{e}_z + \left( \sqrt{((2\pi)^2 - \eta^2 - \beta^2)} \right) \hat{e}_x \quad (3.76)$$

L'équation aux valeurs propres, définie par Slepian, permet donc de déterminer des fonctions solutions aux problèmes de concentration et de confinement spectral de la distribution de champ sur la zone focale. Un repère sphérique est utilisé pour repérer les directions de propagation associées au spectre d'ondes planes des fronts d'ondes solutions. Nous avons choisi une direction d'incidence principale suivant l'axe Ox dans le sens des x négatifs. Sur cet axe, l'azimut est défini (contrairement à l'axe Oz) et le repère sphérique permet de repérer les angles d'incidence azimutaux et d'élévation d'un front d'onde par rapport à l'axe x. La zone de concentration rectangulaire est centrée à l'origine du repère. Elle est incluse dans le plan focal Oyz et a pour extensions respectives  $[-W_z \ W_z]$  et  $[-W_y \ W_y]$  suivant les axes Oz et Oy (cf. Fig. 3.43). L'ouverture angulaire du spectre ondes planes sur l'élévation est  $[\Delta\theta + \pi/2 \ -\Delta\theta + \pi/2]$  avec l'angle maximum d'incidence, noté,  $\Delta\theta$ . L'angle maximal d'incidence sur l'azimut est  $\Delta\phi$  (cf. Fig. 3.44) et l'ouverture angulaire correspondante est

$[-\Delta\phi \ \Delta\phi]$ . La bande spectrale sera passante pour  $\eta$  compris dans  $[-K1 \ K1]$  et pour  $\beta$  compris dans  $[-K2 \ K2]$  avec  $K1 = 2\pi \sin(\Delta\theta)$  et  $K2 = 2\pi \sin(\Delta\phi)$ .

Les éléments de la base des fonctions solutions, notés  $g_n(y', z')$  sont donnés par l'équation

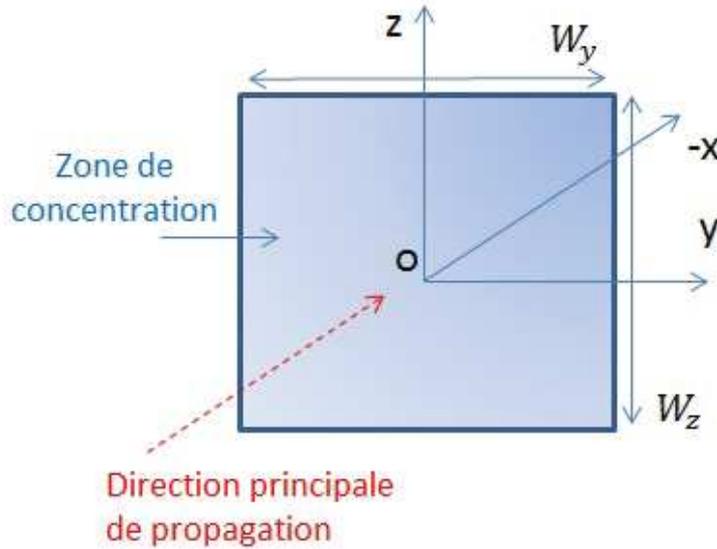


Figure 3.43: Représentation de la direction principale de propagation des fronts d'ondes solutions et de la zone de concentration générée.

aux valeurs propres définie par Slepian :

$$C g_n(y, z) = \int_{-W_z}^{W_z} \int_{-W_y}^{W_y} dz' dy' D_2(z, z') D_1(y, y') g_n(y', z') = \lambda_n g_n(y, z) \quad (3.77)$$

où l'opérateur,  $D_1$ , agit comme un passe bande sur les composantes  $\eta$  comprises entre  $[-K1 \ K1]$  et s'écrit :

$$D_1(y, y') = \int_{-K1}^{K1} d\eta \exp(-j\eta(y - y')) \quad (3.78)$$

où l'opérateur,  $D_2$ , agit comme un passe bande sur les composantes  $\beta$  appartenant à  $[-K2 \ K2]$  et s'écrit :

$$D_2(z, z') = \int_{-K2}^{K2} d\beta \exp(-j\beta(z - z')) \quad (3.79)$$

et où  $\lambda_n$  est la concentration de l'élément  $n$ .

La résolution de ces équations a déjà été présentée dans leur version 1D dans l'annexe A.

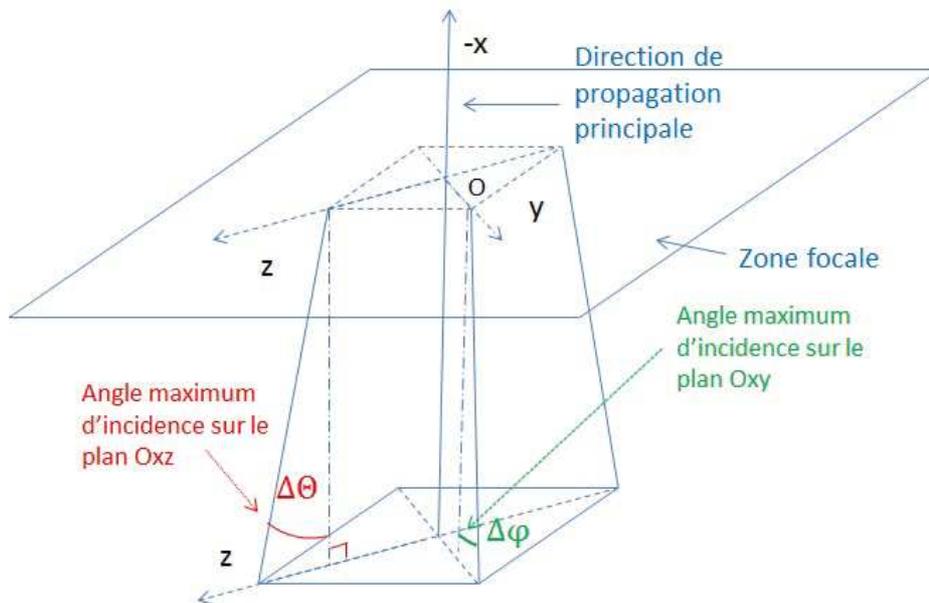


Figure 3.44: La direction principale de propagation du front d'onde solution est confondue avec l'axe  $-x$ ;  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\phi$  sont respectivement les angles maximum d'incidence du spectre ondes planes dans les plans  $Oxz$  et  $Oxy$ .

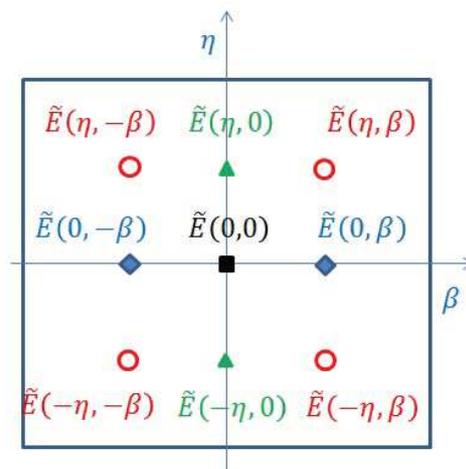


Figure 3.45: Schéma synthétique du spectre d'ondes planes d'un élément solution et représentation de ses parités; des couleurs identiques représentent des valeurs spectrales identiques.

Celle du problème 2D reste similaire sans apporter de complications supplémentaires. Les fonctions solutions sont décomposées sur une base d'ondes planes. Cependant et afin de simplifier la résolution, nous avons imposé, à priori, des parités à l'inconnue [100]. Le choix d'un front d'onde symétrique par rapport aux plans  $Oxy$  et  $Oxz$ , est le plus adapté pour la mesure. Son spectre d'ondes planes noté,  $\tilde{E}(\eta, \beta)$ , est alors pair par rapport aux variables

$\eta$  et  $\beta$ . Nous avons représenté sur Fig. 3.45, les symétries du spectre ondes planes. Nous pouvons voir que pour des directions d'arrivée  $\eta \neq 0$  et  $\beta \neq 0$ , il y a quatre ondes planes qui partagent la même valeur spectrale ( $\tilde{E}(\eta, \beta) = \tilde{E}(-\eta, \beta) = \tilde{E}(\eta, -\beta) = \tilde{E}(-\eta, -\beta)$ ). Lorsque qu'une composante du vecteur d'onde est nulle ( $\eta = 0$  ou  $\beta = 0$ ), les ondes planes fonctionnent par pair. L'onde plane arrivant perpendiculairement par rapport au plan Oyz fonctionne de façon autonome. En associant les ondes arrivant symétriquement, il est possible de simplifier l'expression en spectre d'ondes planes de la solution, de la façon suivante :

$$s(y, z) = \sum_{p=0}^{N_p} \tilde{s}_p \cos(\eta_p y) \cos(\beta_p z) \quad (3.80)$$

en appelant  $N_p$  la somme du nombre total des quadruplés, des paires et de singleton. Par ailleurs, le nombre de fonctions, noté  $N$ , bien concentrées peut être estimé de la façon suivante.

$$N = 8W_y W_z \sin(\Delta\theta) \sin(\Delta\phi) \quad (3.81)$$

Nous allons donner une illustration des éléments de la base des fonctions solutions résolvant le problème de concentration sur la zone focale et de confinement angulaire du spectre ondes planes. Nous avons représenté, sur Fig. 3.46, les fonctions les plus concentrées pour des demi-extensions de la zone tranquille, suivant les axes Oy et Oz, identiques et égales à 2.2 longueurs d'onde et sollicitant un angle maximum d'incidence du spectre égal à  $30^\circ$  pour l'azimut et l'élévation. Comme nous l'avons déjà dit, les profils sur la zone focale sont paires par rapport à  $z$  et  $y$ , les fonctions sont donc représentées uniquement pour  $z \geq 0$  et  $y \geq 0$ . Les spectres seront représentés en fonction de  $\theta$  et  $\phi$  décrivant les angles entre les vecteurs d'ondes du spectre ondes planes et la direction principale de propagation dans les plans respectifs Oxz et Oxy. Sur l'exemple, les concentrations des 9 fonctions les plus concentrées sont respectivement de 1, 0.98, 0.98, 0.96, 0.47, 0.45, 0.45, 0.36 et 0.13. Le nombre de fonctions bien concentrées est de 4. Leurs spectres ondes planes associés sont représentés sur la figure Fig. 3.47. On constate que les fonctions les plus concentrées possèdent des spectres d'ondes planes avec une décroissance douce vers 0. C'est à rapprocher des propriétés du théorème de Paley Wiener déjà vu en 3.6.

Ces éléments servent de fonctions de base pour décomposer les fronts d'ondes solutions. Les coefficients de la décomposition sont optimisés pour réaliser la zone tranquille 2D. La technique d'optimisation utilisée est une extension 2D de la méthode d'optimisation SVR des profils focaux 1D. Le masque utilisé est représenté sur la figure Fig. 3.48. La

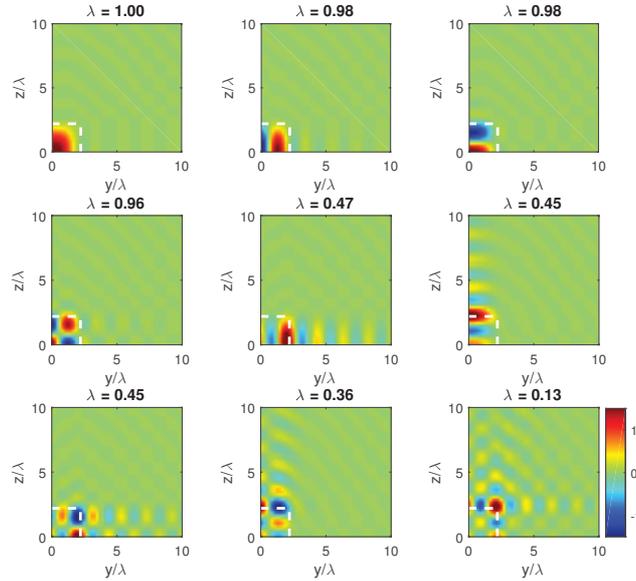


Figure 3.46: Topographies des fonctions concentrées sur un carré de demi-côté  $W_i = 2.2$ , associées à un spectre d'ondes planes ayant des angles maximum d'incidence  $\theta = 30^\circ$  et  $\phi = 30^\circ$  et rangées par ordre décroissant de concentration. Les traits pointillés blancs délimitent le 1/4 supérieur de la zone de concentration.

partie correspondante à la zone tranquille est un parallélépipède de demi-côtés respectifs suivant Oy et Oz,  $W_{iy}$  et  $W_{iz}$  et d'épaisseur  $e_i$  suivant l'axe des z (cf. Fig. 3.48). Cette zone tranquille est entourée par une région, dédiée au retour à 0 des fonctions, et où aucune optimisation n'est effectuée. Celle-ci est entourée d'un masque d'épaisseur  $e_0$  permettant de minimiser les variations des fonctions autour de 0. La fonction coût ne comptabilise que les points extérieurs au masque. Ce dernier peut être vu comme une zone d'insensibilité. Les épaisseurs des zones d'insensibilité  $e_i$ ,  $e_0$  correspondent respectivement aux variations tolérables d'amplitude pour la ZT et aux déviations souhaitées par rapport à 0 sur la zone externe. Ce masque permet d'optimiser les éléments de la base de fonctions concentrées sur une zone de concentration décrivant un parallélogramme de cotés  $[-W_t - W_{iz} \ W_t + W_{iz}]$  et  $[-W_t - W_{iy} \ W_t + W_{iy}]$  sur la zone focale (cf. Fig. 3.48).

Nous allons maintenant donner des exemples d'optimisation. Dans tous les exemples proposés, nous avons choisis des paramètres d'optimisation identiques suivant les axes y et z. Les masques sont carrés, la demi-extension électrique de leur côté est notée  $W_i$ . Les angles maximum d'incidence du spectre ondes planes, suivant l'azimut et l'élévation, sont pris égaux à  $30^\circ$ .

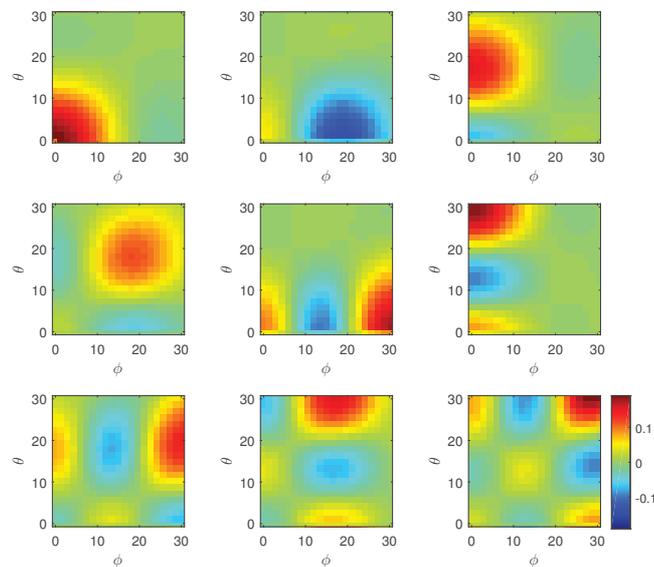


Figure 3.47: Topographies des spectres d'ondes planes des 9 fonctions les plus concentrées (cf. Fig. 3.46) pour  $W_i = 2.2$ , ayant des angles maximum d'incidence  $\theta = 30^\circ$  et  $\phi = 30^\circ$  et rangés par ordre décroissant des concentrations spatiales.

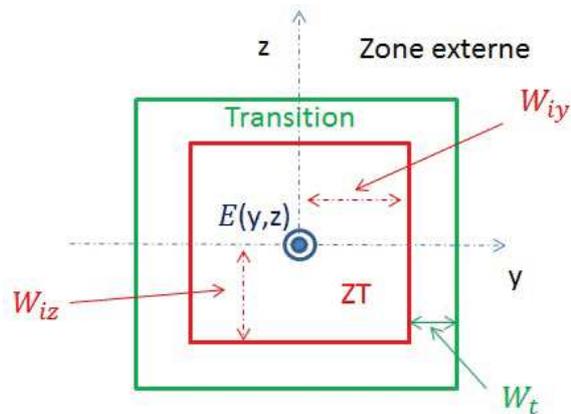


Figure 3.48: Représentation du masque 3D. Sa partie centrale, correspondant à la surface de la ZT, comporte une zone d'insensibilité d'épaisseur  $e_i$  suivant  $z$ ; Aucune minimisation n'est associée à la zone de transition; sur la zone externe, l'épaisseur de la zone d'insensibilité,  $e_0$ , permet de minimiser les déviations autour de 0.

### Exemple 1

Dans cette illustration, la zone tranquille carrée a pour demi-extension  $W_i = 1.5$ . La zone de transition est définie telle que  $W_t = 0.7$ . L'optimisation utilise 5 fonctions concentrées pour réaliser une déviation inférieure à 10% dans la ZT. La distribution de champ sur la zone focale est représentée sur la figure Fig. 3.49. Les zones tranquille et de transition sont matérialisées en traits pointillés blancs respectivement par les tracés intérieur et extérieur. La fonction optimisée est concentrée majoritairement dans la zone tranquille (cf. Fig. 3.49), avec une concentration de 0.73. Son spectre d'ondes planes est représenté sur la figure Fig. 3.50. Les profils de la fonction 2D suivant les axes Oz et Oy sont représentés sur Fig. 3.51. Leurs optimisations sont réussies pour 100% des points.

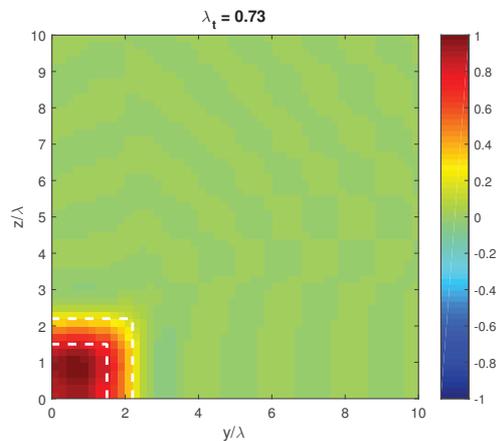


Figure 3.49: Topographie de la zone de focale optimisée pour  $W_i = 1.5$  et  $W_t = 0.7$ . Le plus petit tracé pointillé délimite le quart supérieur de la ZT. L'espace entre le premier et le second matérialise la zone de retour à 0. Le profil utilise les 5 premières fonctions les plus concentrées représentées sur la figure Fig. 3.46 pour réaliser une déviation inférieure à 10% sur la ZT.

### Exemple 2

Dans notre second exemple, seul l'extension de la ZT, diffère par rapport au précédent cas. La zone tranquille est, ici, réduite et sa demi-largeur est de une longueur d'onde. L'optimisation sollicite les 3 fonctions les plus concentrées pour réaliser une déviation de 10% dans la zone tranquille. On représente la topographie de la distribution de champ sur la zone focale, sur la figure Fig. 3.52. La concentration du champ est de 0.63 dans la zone tranquille. Le spectre ondes planes associé est représenté sur la figure Fig. 3.53, celui-ci à une décroissance rapide vers 0. La faible concentration de la fonction spatiale est associée à une décroissance du spectre brutale vers 0. De nouveau, c'est une illustration

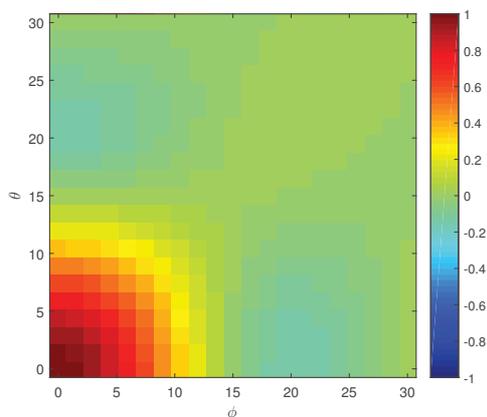


Figure 3.50: Topographie du spectre d'ondes planes associée aux fronts d'ondes réalisant la zone focale correspondant à la figure Fig. 3.49; les angles  $\theta$  et  $\phi$  représentent les angles du spectre ondes planes avec la direction principale de propagation dans les plans respectifs  $Oxz$  et  $Oxy$ .

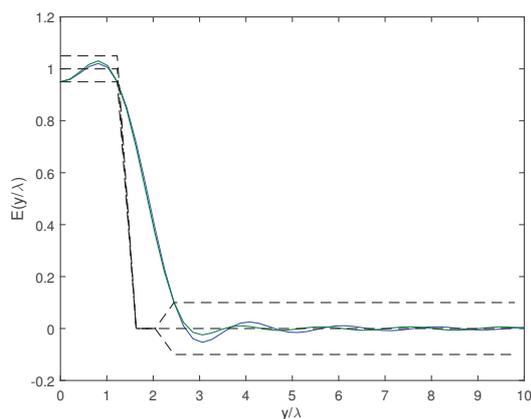


Figure 3.51: Coupes spatiales de la topographie, représentée sur Fig. 3.49, selon les axes  $Oz$  (tracé en bleu) et  $Oy$  (tracé en vert). 100% des points réalisent la déviation tolérable.

du théorème de Paley Wiener (cf. 3.6). La figure Fig. 3.54 représente les distributions de champ sur les axes  $Oz$  et  $Oy$ , la déviation tolérable est atteinte pour l'ensemble des points.

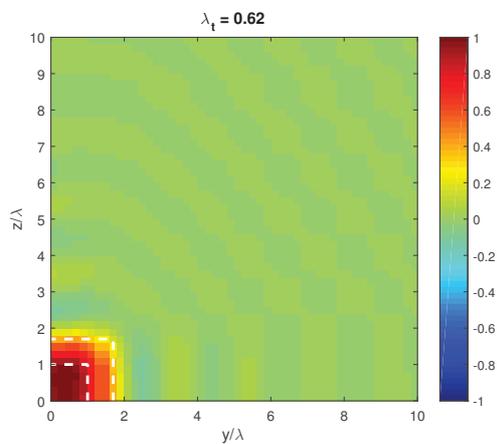


Figure 3.52: Topographie spatiale du champ sur la zone focale optimisée pour  $W_i = 1$  et  $W_t = 0.7$ . Le plus petit tracé pointillé blanc délimite le quart supérieur de la ZT.

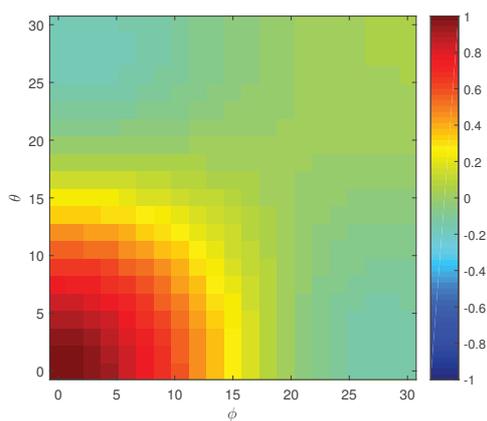


Figure 3.53: Spectre d'ondes planes associé aux fronts d'ondes réalisant la topographie présentée sur Fig. 3.52.

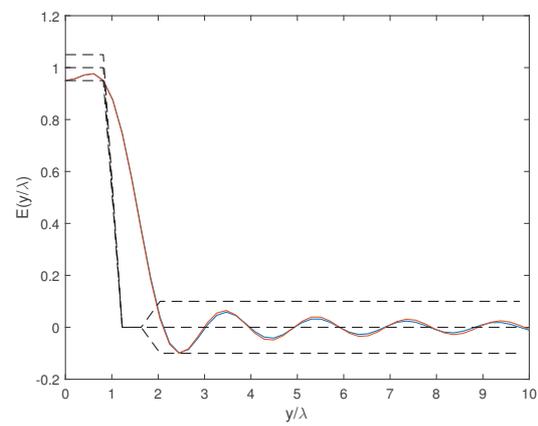


Figure 3.54: Coupes spatiales de la topographie, représentée sur Fig. 3.52, selon les axes Oz (en bleu) et Oy (en rouge).

### *Conclusion*

Cette partie a permis de présenter deux types de techniques de synthèse de fronts d'ondes convergents localement plans générant des profils de champ préalablement déterminés et incluant une ZT.

Afin de caractériser ce champ sur la zone tranquille, nous avons commencé par dresser la liste des contraintes liées à l'établissement d'une ZT dans un champ convergent. La zone tranquille doit premièrement répondre au standard de la mesure d'antenne, les déviations d'amplitude doivent donc être maîtrisées. En second lieu, le champ de test est propagatif et a donc la propriété d'être borné spectralement.

Notre objectif est d'impacter l'antenne sous test avec un signal cohérent puissant durant la fenêtre temporelle de mesure. La zone tranquille doit donc être placée sur une zone focale concentrée pour bénéficier d'un contraste pic étendu optimisé. Le principe d'incertitude montre que le confinement spectral ne peut pas être associé à la concentration totale. Nous avons donc utilisé des fonctions permettant de résoudre le problème de concentration spatiale et de confinement spectral pour synthétiser le champ sur la zone focale. Ces fonctions de bases ont été optimisées pour réaliser un profil de champ avec une déviation tolérable sur la ZT.

Ayant défini le champ à générer sur la zone tranquille, nous avons alors présenté notre première technique de synthèse de fronts d'ondes de test associés à ces ZT pré-définies. Nous avons introduit dans cette caractérisation du front, la synthèse d'une source virtuelle de courant associée au champ de test par RT. Nous avons relié la distribution de champ convergent sur la zone focale à la distribution de courant grâce à une décomposition de l'équation intégrale du RT sur des bases de fonctions harmoniques Bessel J et Hankel. Cette dernière relation est bijective. Le courant peut alors être déterminé et permet la synthèse des champs convergent et divergent.

L'autre technique ne faisait pas intervenir de source virtuelle, elle permettait directement de déterminer des bases de fronts d'ondes concentrés et avait l'avantage de définir des fronts d'ondes de test résolus angulairement. L'optimisation de la déviation d'amplitude des éléments de la base permettait de résoudre l'ensemble des contraintes. C'est cette dernière technique qui sera utilisée dans la définition des fronts d'ondes de commande localement plans et résolus angulairement dans la TREC.

# Chapitre 4

## Validation numérique de la Zone Tranquille

Le chapitre précédent a montré les capacités de la technique du spectre ondes planes pour la génération de fronts d'ondes focalisants convergents, localement plans et comportant une résolution angulaire du spectre ondes planes. Il a permis de caractériser des distributions de champ en espace libre générant des zones tranquilles préalablement déterminées dans la zone focale. Nous allons utiliser cette technique dans des simulations de TREC. Dans un premier temps, nous validerons la génération de fronts d'ondes 2D convergents localement plans dans des simulations 2D de la TREC où le champ scalaire se propage suivant un plan. On étudiera la reproduction de la commande sur la zone de focalisation. Nous comparerons en particulier la distribution de champ sur la zone focale à l'instant de la focalisation par rapport à la commande. Puis nous effectuerons la validation de la génération de fronts d'ondes 3D, réalisant des ZT 2D, dans une simulation 3D de la TREC. Nous utiliserons la technique 3D du spectre d'ondes planes afin de définir les fronts d'ondes de test et initier le RT généralisé.

Le front d'onde de commande, utilisé dans la TREC, sera la version inversée temporellement du champ focalisant défini par la technique de synthèse. Le calcul des sources équivalentes sur l'emplacement du RSE, lancera la procédure de retournement temporel généralisé.

### 4.1 Validation et simulation 2D

#### 4.1.1 Description de la configuration numérique

Dans cette section, l'étude est limitée à un cas de propagation 2D dans la TREC. C'est dans un souci de simplification que nous avons choisi, au préalable, une modélisation 2D de la

TREC.

Si l'on considère la cavité 2D représentée sur Fig. 4.1, le confinement du champ électrique 2D suivant  $\vec{e}_z$ , est imposé par les conditions aux limites parfaitement conductrices électriques des parois perpendiculaires à l'axe  $z$  et par l'utilisation de longueurs d'onde de travail supérieures à la distance séparant les 2 plans parfaitement conducteurs. Le champ électrique se réduit alors à un champ scalaire et invariant suivant l'axe  $z$  et se propage, selon des modes TM ( $H_z$  nul partout), dans les plans parallèles au plan Oxy.

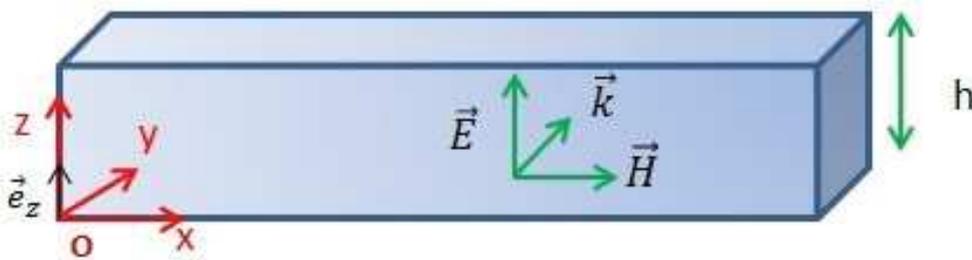


Figure 4.1: Configuration 2D du champ électromagnétique dans une cavité 2D; Les parois parallèles au plan Oxy sont parfaitement conductrices électriques et leur inter-distance,  $h$  est inférieure à la longueur d'onde minimum de travail. Le champ électrique,  $\vec{E}$ , est alors polarisé et invariant suivant  $\vec{e}_z$ , le champ magnétique  $\vec{H}$  et le vecteur d'onde  $\vec{k}$  sont parallèles au plan Oxy.

Les données nécessaires à l'expérimentation numérique proviennent de simulations utilisant le logiciel CST. Nous avons utilisé plusieurs modèles de TREC 2D et toutes avaient une hauteur de 30cm suivant l'axe Oz.

Le principe d'équivalence en surface dans sa forme classique (cf. Fig. 2.2) n'est pas utilisé dans la TREC pour calculer synthétiquement les signaux de sortie des MRT. En effet son application requerrait la connaissance des champs magnétiques et électriques échantillonnés sur la surface équivalente, alors qu'est réalisé uniquement l'échantillonnage du champ électrique, dans le cas pratique lors de phase de caractérisation [43]. Nous utilisons une méthode alternative au principe d'équivalence en surface, décrite dans [101]. Celle-ci utilise deux couches de distributions de courants électriques placées dans un milieu homogène et sur des surfaces notées  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  (cf. Fig. 4.2). Les sources électriques de chaque couche sont les sources équivalentes déjà définies par le théorème de Love, mais pondérées par des coefficients prenant en compte notamment la distance entre les couches. Les deux courants sont respectivement les produits de chacune des distributions de courant équivalent, permettant individuellement de bien reproduire le champ propagatif de la

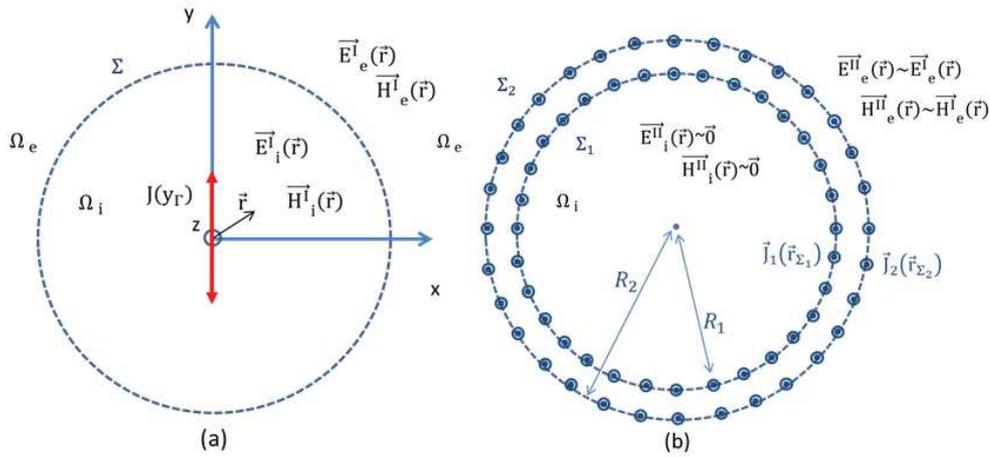


Figure 4.2: Illustration de la méthode alternative utilisant une double couche de courants électriques.(a) La source de courant originelle  $J(y_r)$  ; (b) Double couche de courants électriques permettant de générer une bonne reproduction des champs obtenus par le théorème de Love (cf. Fig. 2.2). Les distributions de courant  $\vec{J}_1, \vec{J}_2$  incluses sur les surfaces respectives  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont optimisées pour obtenir des distributions de champ tendant vers le résultat idéal.

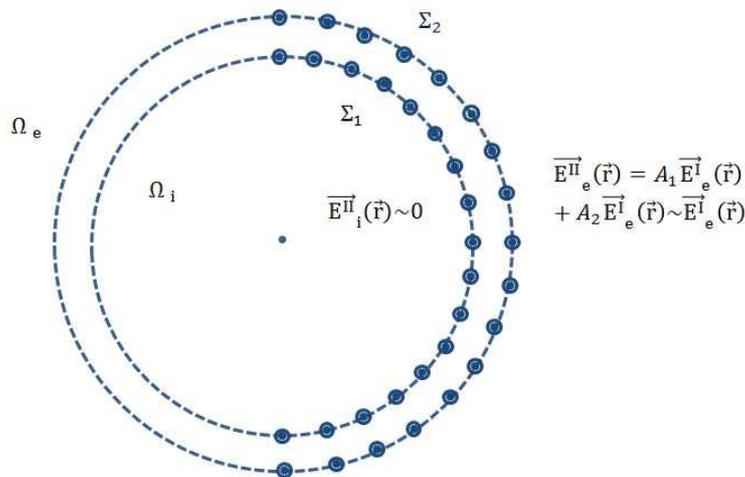


Figure 4.3: Représentation de la double couche de distributions de courants électriques et des distributions de champ associées, pour une source virtuelle directive. Les distributions de courant sont des courants électriques équivalents, déjà définis par le théorème de Love, pondérés respectivement par les coefficients  $A_1$  et  $A_2$ . Chaque distribution de courant électrique reproduit bien la partie propagative de  $\vec{E}^I(\vec{r})$  à l'extérieur de leur surface respective (application partielle du théorème de Love). Le champ résultant des deux couches tend vers  $\vec{E}^I(\vec{r})$  à l'extérieur de  $\Sigma_2$  et vers le champ nul à l'intérieur de  $\Sigma_1$ .

source originelle à l'extérieur de  $\Sigma_2$ , par les coefficients respectifs  $A_1$  et  $A_2$  [101]. La solution dite asymptotique caractérise les pondérations  $A_1$  et  $A_2$  permettant d'obtenir une faible distorsion des coefficients modaux de la décomposition modale du champ électrique par rapport au cas idéal. Il a été montré que cette solution alternative apporte de bons résultats par rapport à la résolution parfaite du problème [101].

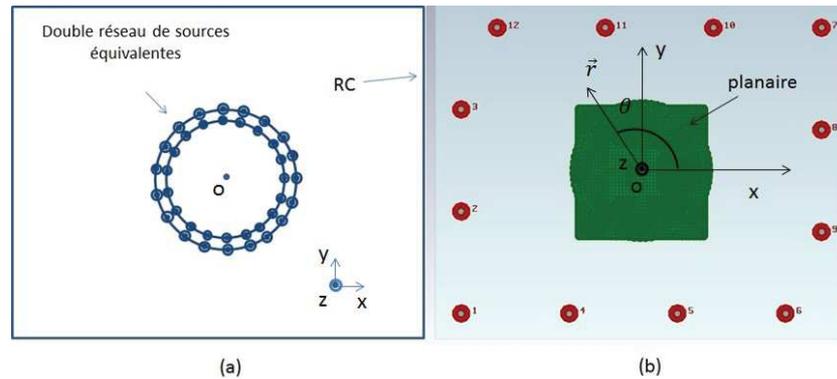


Figure 4.4: Figure (a) : Représentation du Réseau de Sources Équivalentes (RSE) placé à l'origine du repère dans le plan  $z = 0$ , il est composé de deux cercles de sondes de champ électrique. Figure (b), schéma représentant la TREC 2D comportant 12 antennes et un réseau planaire de sondes de champ électrique inscrit dans le plan  $z = 0$ , centré sur l'origine du repère.

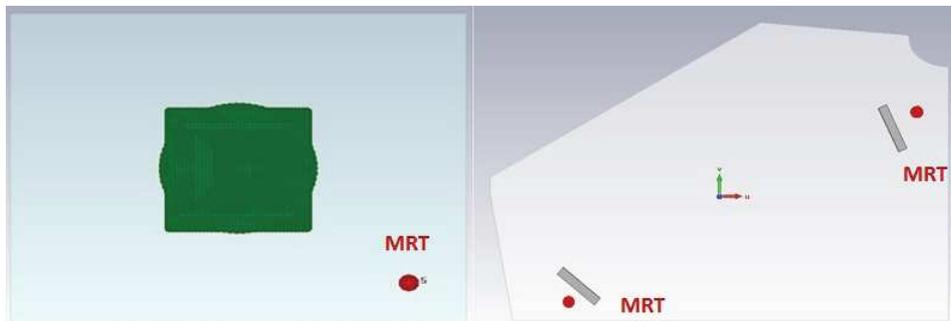
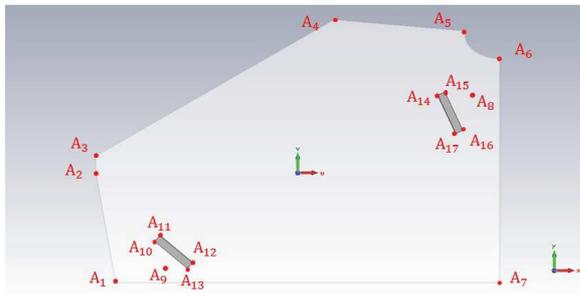


Figure 4.5: Représentations synthétiques de deux modèles de TREC; à gauche représentation d'une TREC de dimension  $8 \times 6.6 \times 0.3 \text{ m}^3$  comportant une seule antenne et à droite schéma synthétique de la cavité asymétrique de dimension maximale  $10.4 \times 7 \times 0.3 \text{ m}^3$  utilisant 2 antennes MRT.

La simulation permet de caractériser deux types de fonctions de transfert pour d'une part simuler et d'autre part visualiser le retournement temporel généralisé des fronts d'ondes de test. Les premières correspondent aux fonctions de transfert nécessaires au fonctionnement du retournement temporel généralisé. Celles-ci sont simulées entre chaque source équivalente du RSE et chaque TRM. Elles permettent, comme nous l'avons déjà vu



(a) Représentation des points délimitant les contours de la cavité

Points	X	Y	Points	X	Y
A <sub>1</sub>	-4693,6	-2860,4	A <sub>2</sub>	-5200,4	13,8
A <sub>3</sub>	-5200,4	420,7	A <sub>4</sub>	937,6	3964,5
A <sub>5</sub>	5200,4	-2860,4	A <sub>6</sub>	5200	2940,6
A <sub>7</sub>	5200	-2860,4	A <sub>8</sub>	4500	2057
A <sub>9</sub>	-3400	-2557	A <sub>10</sub>	-3677,7	-1789,9
A <sub>11</sub>	-3549,2	-1636,6	A <sub>12</sub>	-2706,5	-2343,7
A <sub>13</sub>	-2835,1	-2496,9	A <sub>14</sub>	3600	2000
A <sub>15</sub>	3781,3	2084,5	A <sub>15</sub>	4246,1	1087,6
A <sub>17</sub>	4064,9	1003,1			

(b) Côte des points en mm dans un repère cartésien

Figure 4.6: Caractéristique de la cavité asymétrique dans le plan défini par les axes  $x$  et  $y$  ; la cavité est symétrique par rapport à ce dernier plan, les côtes suivant  $z$  des points sont 150mm et  $-150$ mm.

dans le chapitre II, de synthétiser, par postraitement, les signaux des sorties des antennes MRT. Les secondes ne sont pas nécessaires au fonctionnement du RT généralisé mais permettent de calculer par postraitement la distribution de champ RT dans la zone de focalisation. La transformée de Fourier de la distribution de champ générée permet de visualiser l'évolution temporelle du front d'onde dans ses phases de focalisation ou de défocalisation. Pour tous les modèles de TREC 2D que nous présenterons le nombre, la disposition, l'échantillonnage spatial des sondes de champ électrique du réseau de sources équivalentes (RSE) et du réseau de sondes de champ électrique de visualisation restent inchangés. Le réseau de sources équivalentes est inscrit dans le plan  $z = 0$  et centré sur l'origine du repère  $Oxyz$ . Il est constitué de deux cercles de sondes de rayons respectifs 1.2 et 1.3 mètre (cf. Fig. 4.4). Le nombre de sondes sur chacun des réseaux circulaires est de 75 et l'échantillonnage spatial des sondes de champ électrique est de  $\lambda/3$  à la fréquence 1 GHz. Le réseau de sondes d'observation est carré et centré sur l'origine du repère  $Oxyz$ . Le planaire de sondes a pour dimensions  $2.4 \times 2.4 \text{ m}^2$  sur le plan  $Oxy$  et se situe entre les abscisses  $-1.2 < x < 1.2$  et les ordonnées  $-1.2 < y < 1.2$ . Les sondes sont placées sur un quadrillage carré régulier suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$ . Ces 1024 sondes sont distribuées avec un échantillonnage spatial de  $\lambda/4$  à 1 GHz.

Pour toutes les TREC 2D présentées, les ondes se propagent dans le vide et les conditions aux limites sur les parois, les diffracteurs ou les antennes sont imposées par un matériau conducteur électrique parfait.

Nous avons utilisé en premier lieu des modèles de chambres parallélépipédiques pour limiter le nombre de mailles nécessaires pour le calcul numérique basée sur la technique

d'intégration finie (FIT) et réduire ainsi le temps de calcul. Nous avons simulé tout d'abord une chambre régulière de dimension  $8 \times 6.6 \times 0.3 \text{ m}^3$  selon  $x, y, z$  et comportant 12 antennes MRT. Cette TREC est représentée sur Fig. 4.4. L'antenne MRT, utilisée est une antenne biconne de 20 cm de hauteur, adaptée sur la bande de fréquence  $[0.6 \text{ } 1] \text{ GHz}$ . Le second modèle de TREC utilisé est un cavité régulière de dimension identique à celle du modèle précédent, soit  $8 \times 6.6 \times 0.3 \text{ m}^3$  comportant cette fois ci une unique antenne MRT (cf. Fig. 4.5). Le troisième modèle est une cavité asymétrique, utilisant 2 antennes MRT et de dimensions maximales  $10.4 \times 7 \times 0.3 \text{ m}^3$  respectivement suivant les axes  $x, y, z$  et dont les côtes sont décrites sur Fig. 4.6. Cette dernière chambre reverbérante a été choisie irrégulière pour augmenter la décorrélation spatiale et temporelle du champ et améliorer potentiellement le contraste de pic du RT. Deux diffracteurs rectangulaires, dont les côtes représentatives apparaissent dans Fig. 4.6, ont été disposés dans les prolongements des antennes MRT et de l'antenne virtuelle. Ils permettent d'éviter les trajets directs entre les MRT et l'antenne virtuelle. Ils contribuent donc à la décohérence spatiale et temporelle du champ.

#### 4.1.2 Performances des modèles

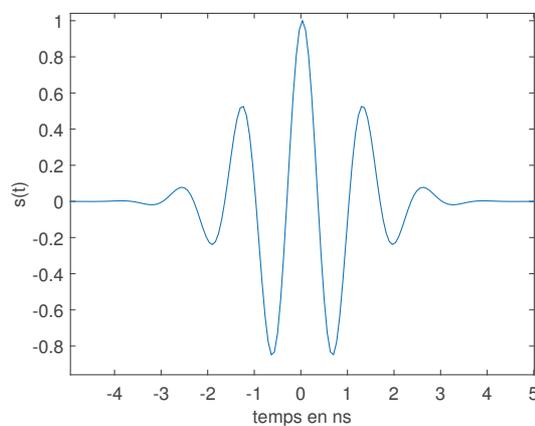


Figure 4.7: Signal d'excitation gaussien de bande passante 0.4GHz à la fréquence centrale 0.75GHz.

Nous allons présenter, ici, les performances des différentes chambres en termes de temps de réponse et de pic de focalisation ponctuelle (cf. (2.39)). Le signal de référence utilisé dans toute cette partie est un signal gaussien de bande passante 400 MHz et de fréquence centrale  $f_0 = 0.75 \text{ GHz}$ . Ce signal est représenté sur Fig. 4.7. Nous avons représenté sur Fig. 4.8, les décroissances temporelles des TREC comportant respectivement

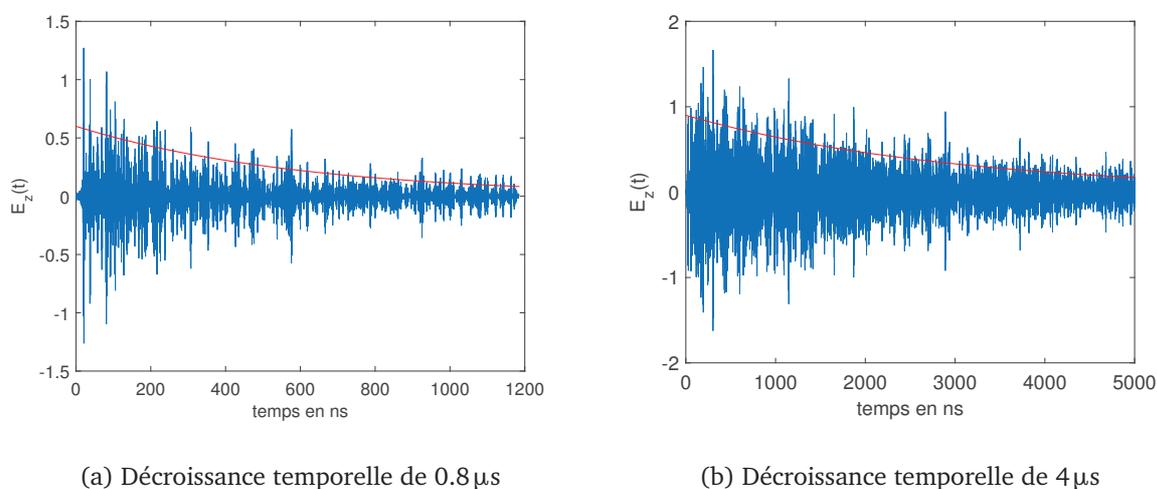


Figure 4.8: Décroissances temporelles des cavités; à gauche cavité comportant 12 antennes et à droite cavité comportant 2 antennes.

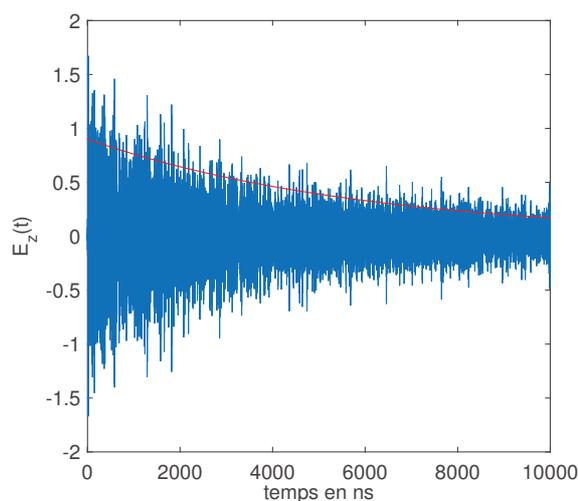


Figure 4.9: Décroissance temporelle de la cavité comportant une antenne :  $8\mu\text{s}$ .

12 antennes et 2 antennes. La décroissance temporelle de la TREC comportant une unique antenne est représentée sur Fig. 4.9. Les temps de décroissance respectifs de ces chambres intégrant respectivement 12, 2, et 1 antenne sont de  $0.8\mu\text{s}$ ,  $4\mu\text{s}$  et de  $8\mu\text{s}$ . La constante de temps de la cavité régulière varie avec le nombre d'antenne. L'absorption d'énergie par les douze antennes fait chuter le facteur de qualité et le temps de décroissance de la chambre. Nous allons maintenant donner les valeurs du contraste de pic de focalisation pour chaque chambre. Les signaux de focalisation correspondant aux chambres incluant respectivement

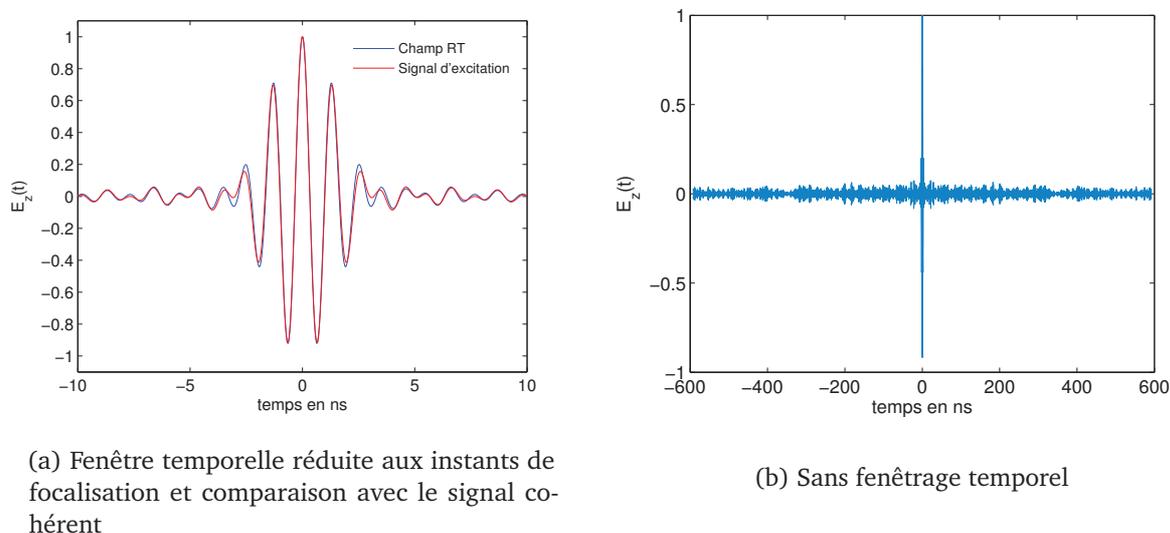


Figure 4.10: Représentation du pic de focalisation dans la cavité régulière comportant 12 antennes.

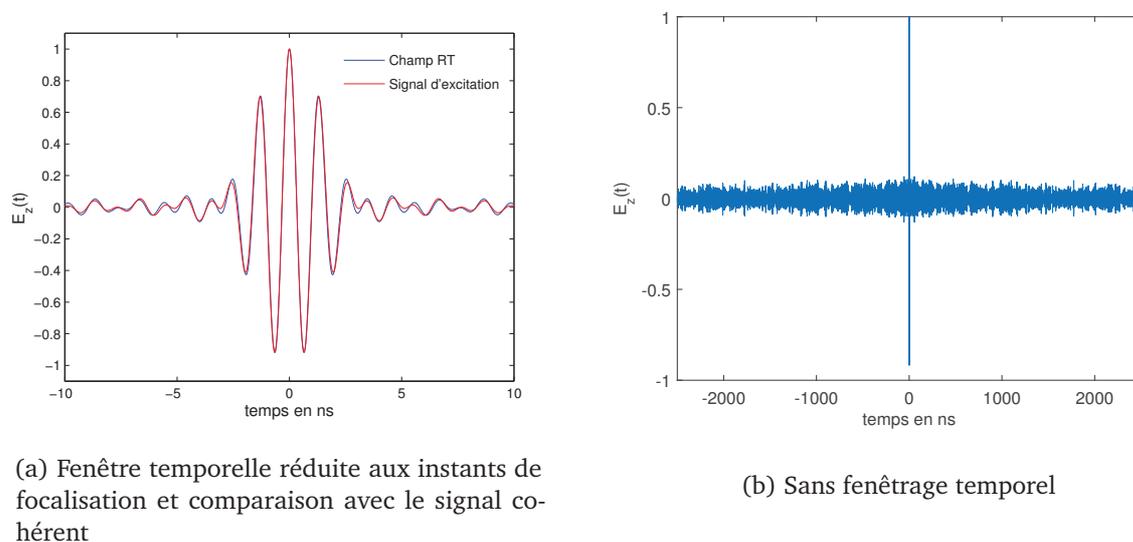


Figure 4.11: Représentation du pic de focalisation dans la cavité asymétrique comportant 2 antennes.

un nombre d'antennes de 12, 2, et 1 sont représentés sur les figures Fig. 4.10, Fig. 4.11, et Fig. 4.12. Les contrastes de pic respectifs sont de 3684, 1800 et 971. La cavité comportant 12 antennes est la plus performante en terme de contraste de pic.

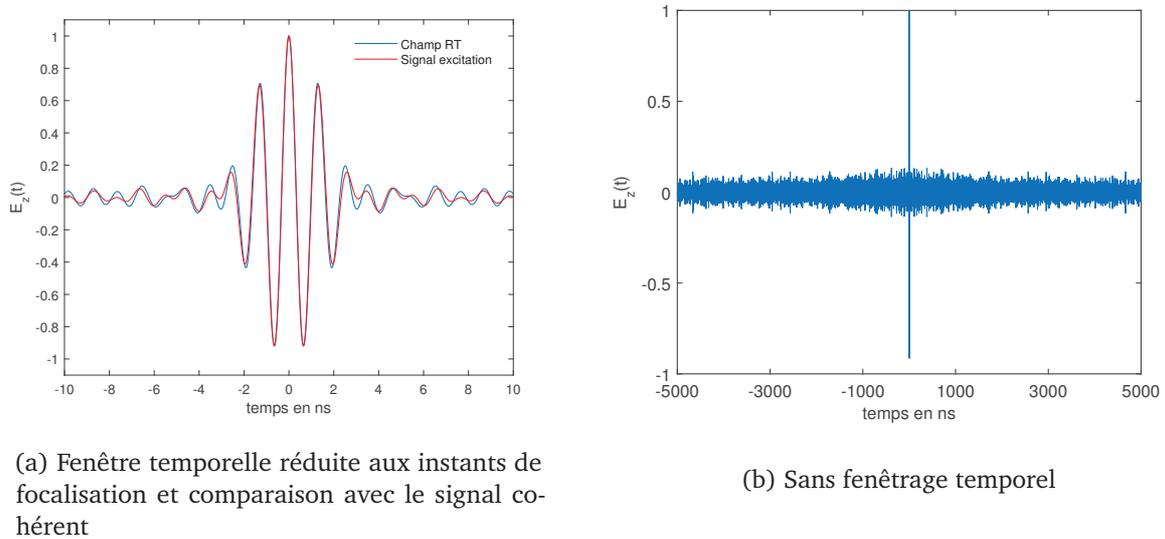


Figure 4.12: Représentation du pic de focalisation dans la cavité régulière comportant une antenne.

### 4.1.3 Front d'onde de commande

Nous allons ici présenter le front d'onde focalisant de référence utilisé pour cette validation. Ce front de test optimisé réalise, avec un angle maximal d'incidence du spectre ondes planes  $\theta = 30^\circ$ , une zone tranquille d'extension 2 longueurs d'onde à la fréquence centrale, à l'instant de focalisation  $t = 0$  ns, et incluse dans la zone focale 1D. La distribution de champ sur la zone focale à  $t = 0$  ns et le spectre d'ondes planes sont représentés sur Fig. 4.13. La concentration du profil simulé est de 0.74 sur la zone tranquille. L'évolution temporelle du front d'onde de commande est représentée, dans la zone de focalisation, sur la région couverte par le plan de sondes sur la figure Fig. 4.14. Les topographies représentent l'évolution temporelle du front d'onde aux instants temporels  $t = [-3 \ 0 \ 3]$  ns. La distribution de champ représenté sur Fig. 4.13 correspond à la coupe de champ suivant l'axe x de la topographie à  $t = 0$  ns. Le front d'onde d'onde est convergent puis divergent, respectivement pour les instants  $t = -3$  ns et  $t = 3$  ns.

Nous venons de définir le front d'onde de commande. Le calcul du champ électrique sur l'emplacement du réseau de sources équivalentes (RSE) permet d'entamer la procédure de retournement temporel généralisé. L'utilisation combinée, des fonctions de transfert entre le RSE et les MRT, et, de la loi de déphasage adaptée pour créer la directivité (cf. 4.1.1), permet de calculer synthétiquement les signaux de sortie de l'antenne MRT. Le

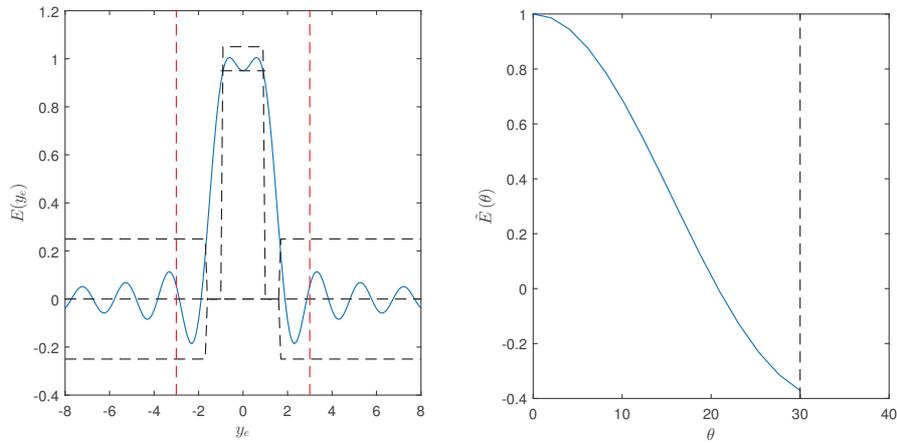


Figure 4.13: A gauche, distribution de champ de commande sur la zone focale et à droite, le spectre d'ondes planes associé ; Le profil spatial réalise une déviation tolérable de 10% sur une zone tranquille de demi extension  $W_i = 1$ . Sa zone de transition est  $W_t = 0.65$ . Son spectre d'ondes planes a un angle maximum d'incidence de  $30^\circ$ .

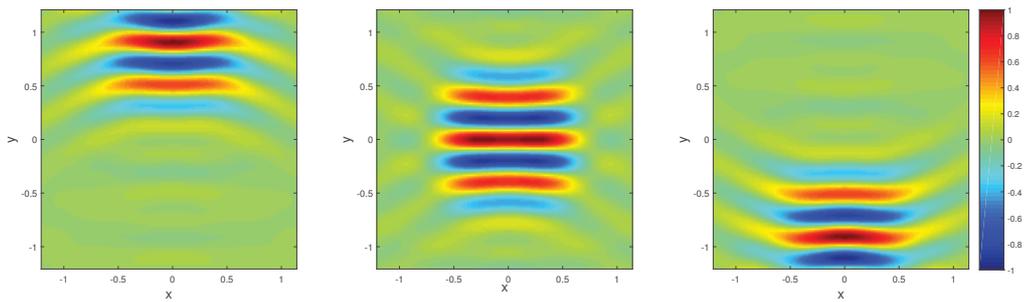


Figure 4.14: Topographies de l'évolution temporelle du front d'onde de commande avec une direction principale de propagation  $-y$ , aux instants temporels  $t = -3\text{ns}$ ,  $t = 0\text{ns}$  et  $t = 3\text{ns}$ ; Son profil focal à  $t = 0\text{ns}$  (axe  $x$ ) et son spectre sont représentés sur Fig. 4.13.

champ de focalisation est alors déterminé grâce aux fonctions de transfert entre les MRT et le planaire de sondes.

#### 4.1.4 Résultats

Les nombres de modes sur la bande  $B_T = 0.4\text{GHz}$ , calculés à partir de l'approximation de Weyl [102], sont respectivement de 530 et de 585 pour les chambres régulières et la chambre asymétrique. Ces nombres de modes sont suffisants pour assurer la diffusivité, selon le critère le moins conservatif (cf. 2.2.2), pour les trois chambres décrites

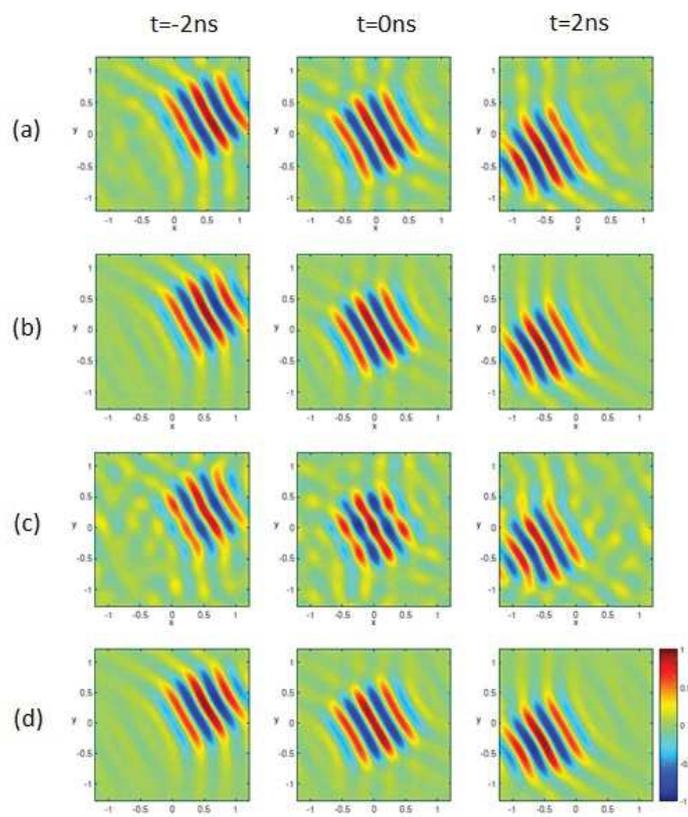


Figure 4.15: Comparaison des topographies des fronts d’ondes, aux instants temporels  $t = [-2 \ 0 \ 2]$ ns, obtenues avec la procédure pour les différents modèles de chambre et pour un même front d’onde de commande; sur la ligne (a), fronts d’ondes simulés dans la chambre asymétrique; (b), chambre comportant 12 antennes; (c), chambre comportant une antenne; (d), commande d’espace libre.

précédemment. Nous avons donc utilisé la procédure de retournement temporel dans tous les modèles de chambre présentés. Nous avons représenté sur la figure Fig. 4.15, les topographies respectives des fronts d’ondes simulés pour les 3 modèles de TREC ainsi que le front d’onde de commande. La direction d’incidence du front d’onde est de  $201^\circ 8$  dans le repère cylindrique ayant pour origine le centre du RSE (cf. Fig. 4.4). Les instants d’observation des topographies sont, de gauche à droite,  $[-2 \ 0 \ 2]$ ns. Les topographies des 3 fronts d’ondes générés, dans chacun des modèles de cavité, sont normalisées par rapport à leur maximum. Il est ainsi possible de faire une première comparaison entre les fronts d’ondes obtenus dans les différents modèles de chambre et leur version cohérente. On constate facilement que le front d’onde obtenu dans la cavité régulière contenant 12 antennes a des topographies très similaires au front d’onde de commande.

Cette chambre semble donc être la plus performante pour réaliser la génération des fronts d'ondes. Cependant notre objectif est de générer un front d'onde localement plan avec un nombre restreint d'antenne, par conséquent une utilisation d'une chambre régulière avec de nombreuses antennes ne semble pas pertinente pour poursuivre ce travail. Nous utiliserons donc, dans la suite de cette étude, la chambre irrégulière comportant 2 antennes excitatrices et continuons l'analyse des résultats obtenus par retournement temporel généralisé avec le front d'onde de commande.

### *Reproduction de la commande*

Nous poursuivons donc cette étude avec la chambre asymétrique. Nous allons maintenant comparer, de façon plus approfondie, les signaux obtenus en simulation et ceux correspondant à la commande.

Nous avons comparé (cf. Fig. 4.16), pour une direction principale de propagation  $\theta = 0^\circ$  du front d'onde de commande, le signal simulé acquis par la sonde située à  $\theta = 0^\circ$  sur la première couche de RSE avec le signal cohérent. La Fig. 4.16 montre que les signaux sont superposés sur toute l'extension du signal d'excitation gaussien. Il y a donc une bonne reconstruction du signal au niveau du RSE dans cette configuration et pour cette sonde.

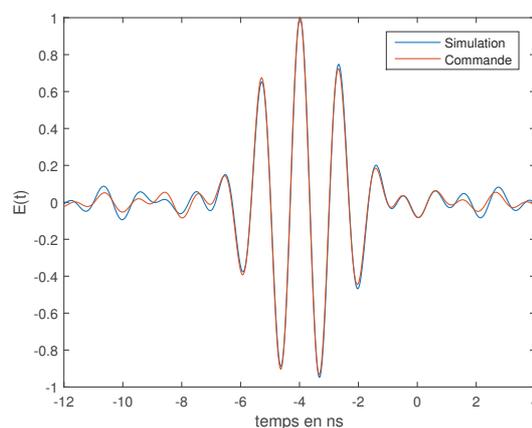


Figure 4.16: Comparaison du signal enregistré sur la sonde du RSE placée à  $\theta = 0^\circ$  avec la commande.

Sur la figure Fig. 4.17 nous avons représenté côte à côte, les topographies du front d'onde cohérent à  $t = 0$  ns et du front d'onde retourné temporel comportant un angle principal de propagation  $\theta = 0^\circ$ . On constate que le front d'onde simulé a bien la même

extension spatial que celui de commande. Afin de comparer les deux fronts d'ondes, nous

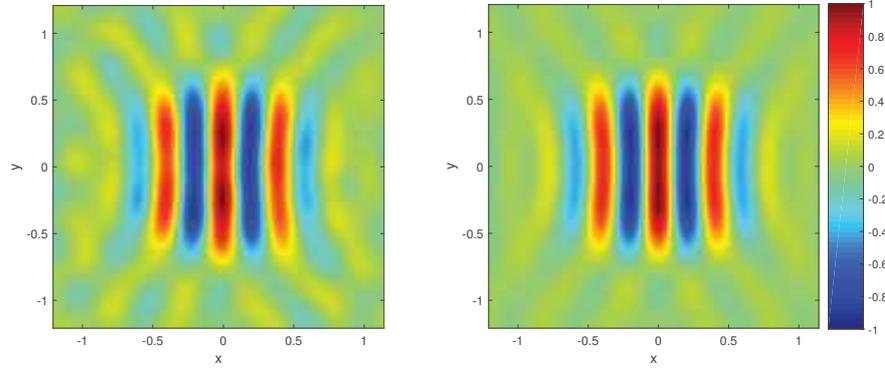


Figure 4.17: Comparaison du front d'onde obtenu avec la cavité asymétrique et du front d'onde cohérent de référence (à droite), à l'instant  $t = 0$  ns, pour une optimisation décrite Fig. 4.13.

allons projeter, le front d'onde simulé sur celui de commande pour avoir une estimation de l'amplitude de sa partie cohérente et du niveau de ses fluctuations. En effet, nous pouvons écrire, le front d'onde retourné temporellement comme une réplique imparfaite du front d'onde de commande et donc comme la somme du front d'onde cohérent pondéré et de fluctuations :

$$\epsilon_{RT}(\vec{r}, t) = \rho \epsilon(\vec{r}, t) + n(\vec{r}, t) \quad (4.1)$$

La variable  $\rho$  correspond à la projection de  $\epsilon_{RT}(\vec{r}, t)$  sur  $\epsilon(\vec{r}, t)$  et  $n(\vec{r}, t)$  représente la distribution spatio-temporelle fluctuations.  $\rho$  se calcule par une intégration spatiale sur la zone de focalisation,  $\Gamma$ , à un instant  $t$  de la fenêtre temporelle de focalisation, de la façon suivante :

$$\rho = \frac{\int_{\Gamma} \epsilon_{RT}(\vec{r}, t) \epsilon(\vec{r}, t) d\vec{r}}{\int_{\Gamma} \epsilon(\vec{r}, t) \epsilon(\vec{r}, t) d\vec{r}} \quad (4.2)$$

et l'on a grâce à la détermination de  $\rho$ , l'expression de  $n(t)$  :

$$n(\vec{r}, t) = \epsilon_{RT}(\vec{r}, t) - \rho \epsilon(\vec{r}, t) \quad (4.3)$$

Nous avons présenté sur la figure Fig. 4.18, le front d'onde simulé à l'instant de la focalisation et la topographie de ses fluctuations obtenues grâce à l'équation (4.3). Les fluctuations peuvent représenter jusqu'à 15% de la valeur maximum du front d'onde à l'instant de focalisation. L'écart-type des fluctuations à l'instant  $t = 0$  ns, toujours par

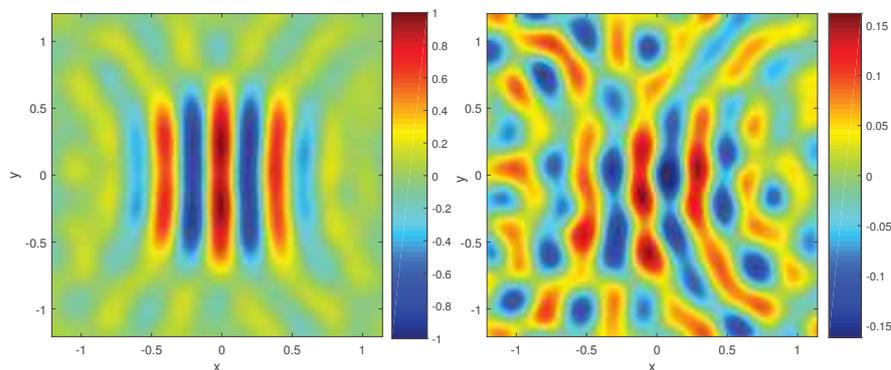


Figure 4.18: A gauche, front d'onde simulé à l'instant de la focalisation et à droite topographie de sa partie incohérente. Le front d'onde de commande reste celui donné sur Fig. 4.13.

rapport au maximum du front d'onde à l'instant de la focalisation, est de 6%.

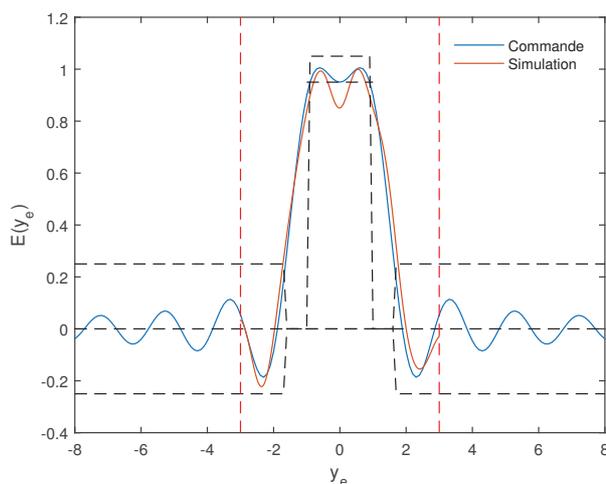


Figure 4.19: Comparaison du profil focal du champ de commande à  $t = 0$ ns (cf. Fig. 4.13) et de celui obtenu par simulation ; les traits pointillés rouges délimitent l'extension du RSE.

Nous allons maintenant, regarder qu'elles sont les performances obtenues à  $t = 0$ ns sur la zone focale. Nous avons représenté sur Fig. 4.19, le champ obtenu sur la zone de focale à l'instant  $t = 0$ ns, et l'avons comparé avec le profil de commande. Les deux courbes suivent quasiment le même profil pour les points formant les transitions vers 0. Les signaux diffèrent dans la zone tranquille uniquement sur l'extension  $|x| < 0.33$ m. Le signal simulé présente plus de ripple que le signal de référence et sort du gabarit. L'écart-type de la distribution de champ sur la zone tranquille par rapport à la distribution cohérente est de

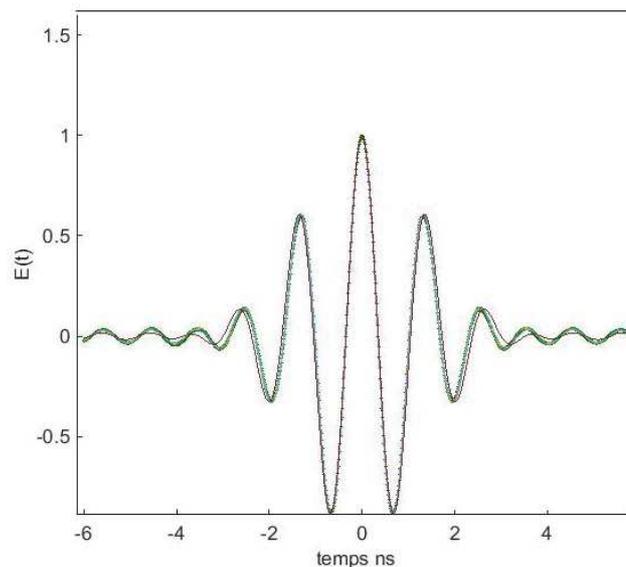


Figure 4.20: Comparaison de la forme du signal d'excitation avec les signaux obtenus sur la ZT; tous les signaux sont normalisés à 1.

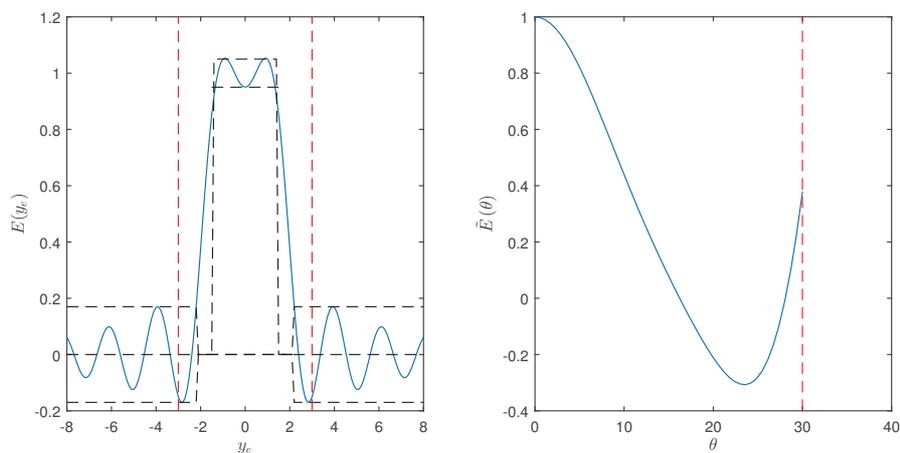


Figure 4.21: Profil focal de la distribution de champ à  $t = 0$  ns et spectre associé du front d'ondes A, réalisant une ZT de 3 longueurs d'ondes avec un angle maximum d'incidence du spectre de  $30^\circ$  ( $W_i = 1.5$ ,  $W_t = 0.7$ ,  $e_i = 0.05$  et  $e_0 = 0.17$ ).

6%.

Vérifions, maintenant, si le signal sur la ZT est cohérent avec le signal d'excitation. Nous avons tracé, sur la figure Fig. 4.20, l'ensemble des signaux temporels enregistrés par les sondes de champ électrique de la zone tranquille. Nous pouvons observer, sur cette

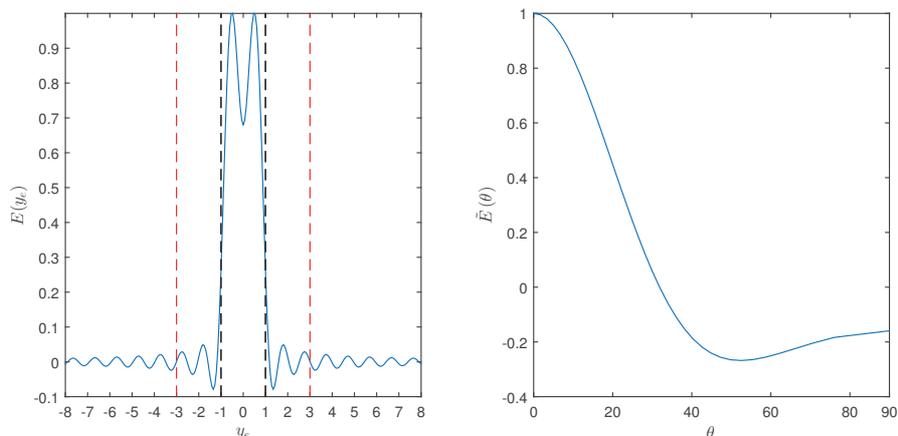


Figure 4.22: Profil focal de la distribution de champ à  $t = 0$  ns et spectre associé du front d'ondes B, réalisant une zone de concentration de 2 longueurs d'ondes avec un angle maximum d'incidence du spectre de  $90^\circ$ .

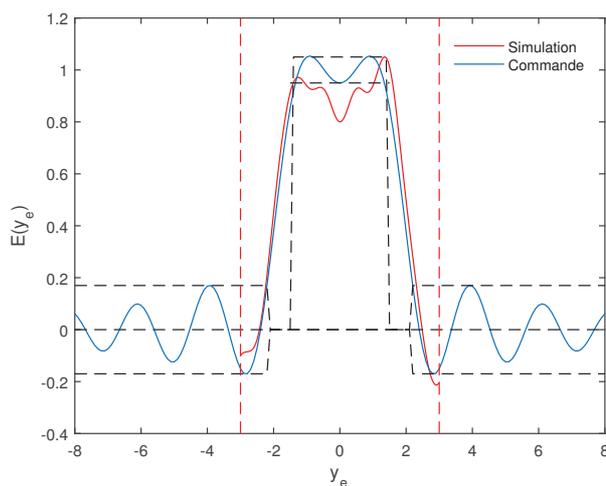


Figure 4.23: Comparaison de la distribution focale du champ simulée et de la commande à l'instant  $t = 0$  ns pour le front d'onde A (cf. Fig. 4.21).

dernière figure, une très bonne reproduction de la forme d'onde.

### *Écarts à la commande*

Les écarts constatés entre front d'onde de test et de référence ont deux origines. Les fluctuations inhérentes au retournement temporel entraînent une déformation du

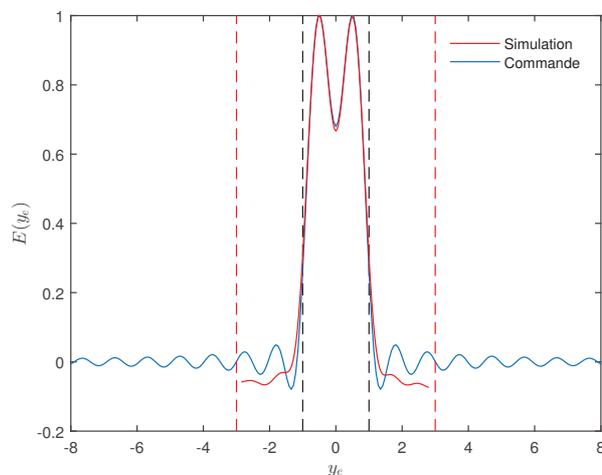


Figure 4.24: Comparaison de la distribution focale du champ simulée et de la commande à l'instant  $t = 0$  ns pour le front d'onde B (cf. Fig. 4.22).

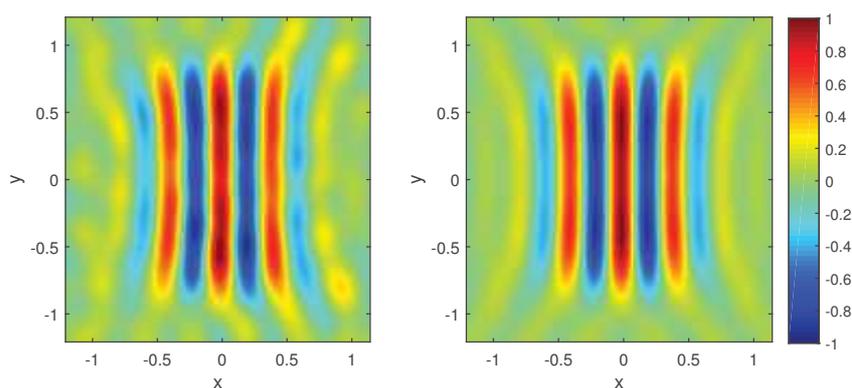


Figure 4.25: Comparaison des topographies de commande et de simulation à  $t = 0$  ns du front d'onde A.

front d'onde de test par rapport à la commande. L'autre limitation est d'ordre physique et technique. On le rappelle, le RSE est une source déportée de la source virtuelle. L'application du principe d'équivalence en surface n'est possible que si la source virtuelle est contenue à l'intérieur de la surface équivalente. Les distributions de courant dépassant du RSE n'ont pas de sources équivalentes et le front d'onde de commande associé ne peut pas être pris en compte de façon exacte. Lors de la synthèse du front d'onde par la technique du spectre d'ondes planes, la caractérisation de la commande de la distribution de courant n'est pas nécessaire. Pour la déterminer, nous pouvons utiliser l'équation la reliant avec le profil du champ sur la zone focale (donnée par (3.34)). Celle-ci montre que les coefficients de projection de la distribution de courant sur la base de Slepian sont obtenus par le produit

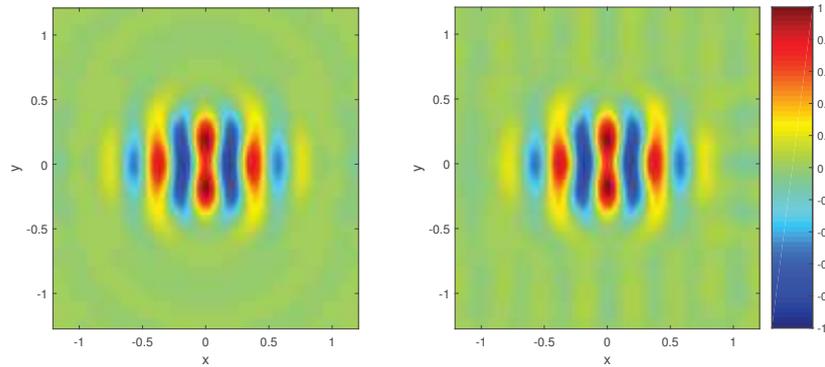


Figure 4.26: Comparaison des topographies de commande et de simulation à  $t = 0$  ns du front d'onde B.

des coefficients du champ avec une matrice quasiment diagonale. Le profil du courant peut donc être considéré en première approximation comme confondu avec celui du champ.

Afin d'illustrer la limitation due à une sur-extension de la distribution de courant par rapport au diamètre du RSE, nous avons introduit 2 nouveaux fronts d'ondes. Ils représentent deux cas de figure différents avec des concentrations dans le RSE pour l'un inférieure, et, pour l'autre supérieure à celle de la distribution de courant associée au front d'onde de référence.

Le premier, noté front d'onde A, sollicite un angle maximum du spectre d'ondes planes égal à  $\theta = 30^\circ$  et génère une zone tranquille optimisée de demi extension  $W_t = 1.5$  comportant une zone de transition  $W_t = 0.7$ . Nous avons présenté sur Fig. 4.21, sa distribution de champ et son spectre d'ondes planes. L'extension spatiale du RSE est matérialisée par des traits pointillés verticaux rouges. La concentration dans le RSE de sa distribution de courant (quasiment confondue avec la distribution de champ) de valeur, 0.95, est inférieure à celle du front d'onde de référence (0.98).

Le second front d'onde, noté front d'onde B, fait appel à un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $\theta = 90^\circ$ . Son profil focal est composé des deux éléments Slepian les plus concentrés sur une zone de concentration de deux longueurs d'ondes. Celui-ci, ainsi que son spectre sont représentés sur la figure Fig. 4.22. La concentration de sa distribution de courant dans le RSE, approchant l'unité, est la plus importante des trois fronts d'ondes présentés.

Si l'on compare maintenant la topographie des 3 fronts d'ondes de commande avec leurs simulations respectives (Fig. 4.17 Fig. 4.25 et Fig. 4.26), on constate que les meilleurs reproductions interviennent par ordre décroissant pour les fronts d'ondes B, de référence

et A. C'est le même classement pour la qualité de reproduction du profil de la distribution de champ sur la zone focale (respectivement, Fig. 4.24, Fig. 4.19 et Fig. 4.23).

On voit donc sur ces exemples, l'impact sur la qualité de la reproduction du front d'onde de commande, d'une sur-extension de la distribution de courant par rapport au diamètre du RSE.

### 4.1.5 Reproductibilité suivant la direction d'incidence

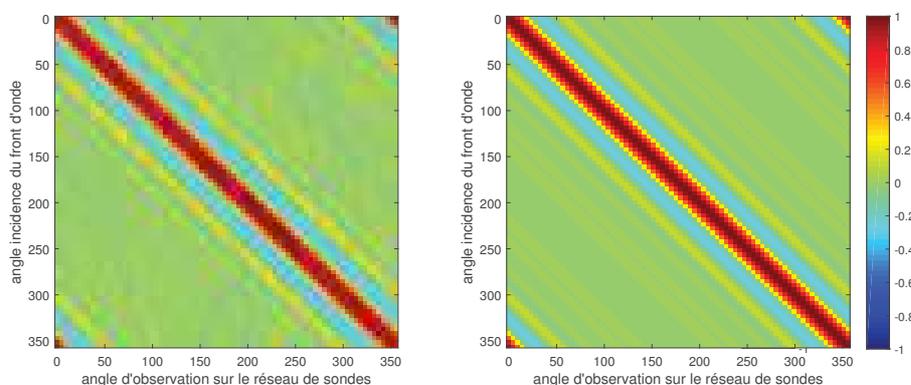


Figure 4.27: A gauche, Distribution angulaire de champ simulé sur chacune des positions angulaire du RSE au temps de passage du maximum du champ cohérent pour différentes directions d'incidence principale du front d'onde; A droite, représentation identique pour le front d'onde cohérent. Les deux topographies sont normalisées à 1.

Nous allons étudier pour différents angles d'incidence principale du front d'onde, la distribution du champ sur l'ensemble du réseau de sondes à l'instant du passage du maximum de l'amplitude du champ du front d'onde cohérent. Nous avons comparé cette distribution d'amplitudes avec ses valeurs cohérentes (cf. Fig. 4.27). Pour les deux figures, les lignes correspondent aux directions d'incidence principale du front d'onde et les colonnes correspondent à la distribution de champ sur les 75 positions angulaires des sondes sur tout le périmètre du RSE. Le modèle cohérent est naturellement invariant pour les différents angles d'incidence du front d'onde. Chaque ligne est la permutation circulaire de la suivante. La distribution d'amplitude pour le cas du front d'onde simulé est moins régulière. L'écart type des valeurs maximum d'amplitude du champ, pour tout les angles d'incidence du front d'onde de test, est de 2.64%. On constate donc une bonne reproduction du front d'onde simulé pour l'ensemble des directions d'incidence principale.

### 4.1.6 Contraste de pic étendu

Nous allons dans cette section simuler le contraste de pic étendu pour différentes extensions de zones tranquilles. Le contraste de pic étendu a été présenté dans le chapitre II (cf. 2.44), il permet d'évaluer la qualité de refocalisation sur la zone focale étendue. Nous avons vu qu'il peut être défini comme le rapport de la puissance instantanée du pic du champ sur la valeur maximum de la puissance instantanée des fluctuations. Nous avons donné un modèle empirique du contraste de pic étendu (cf. (2.51)). Le rapport des contrastes de pic de focalisation étendue et ponctuelle varie comme le rapport inverse de leurs surfaces focales. Nous rappelons son expression ci dessous :

$$\langle \Lambda_{pe} \rangle \cong \frac{S_1}{S_2} \langle \Lambda_p \rangle \quad (4.4)$$

avec  $S_1$  et  $S_2$  les surfaces respectives des zones focales ponctuelles et étendues. Le rapport de ces surfaces a été définies comme la fraction inverse des densités de puissance surfacique incidente sur les deux zones focales. Mais nous ne savons pas exactement comment les quantifier. La simulation va être l'occasion de les définir. Nous avons paramétré ce modèle en introduisant des coefficients au numérateur et dénominateur du rapport des surfaces et l'avons comparé à des simulations du contraste de pic effectuées dans la TREC. En 2D, la fonction représentant notre modèle, notée  $g(a, b, W_e)$ , s'écrit comme un rapport inverse d'extension électrique multipliée par  $\Lambda_p$ . Ce modèle s'exprime en fonction de paramètres d'ajustement  $a$  et  $b$ , homogènes à des extensions électriques de la façon suivante :

$$g(a, b, W_e) = \Lambda_p \frac{a}{b + W_e} \quad (4.5)$$

Nous avons simulé les contrastes de pic étendu pour différentes extensions de zone tranquille  $W_e = [0.25 \ 3]$  avec une zone de retour à 0 de dimension  $W_t = 0.7$ . Le contraste de pic étendu et la courbe optimisée du modèle sont représentés sur une échelle linéaire sur la Fig. 4.28. La courbe de notre modèle optimisé approche les valeurs de simulation. Son équation s'écrit :

$$g(W_e) = \Lambda_p \frac{0.46}{0.22 + W_e} \quad (4.6)$$

L'identification avec (4.4) permet de trouver  $L_1 = 0.46$  et  $L_2 = W_e + 0.22$  avec  $L_1$  et  $L_2$ , les extensions respectives de la tâche de focalisation et de la zone focale étendue.

La fonction de Green 2D du retournement temporel est la fonction de Bessel  $J$  d'ordre 0, notée  $J_0(k||\vec{r} - \vec{r}'||)$  [68] (cf. annexe C). La fonction d'étalement du point (PSF) est donc la fonction  $J_0(kr)$ . L'amplitude de la tâche de focalisation effectue donc ses deux premiers

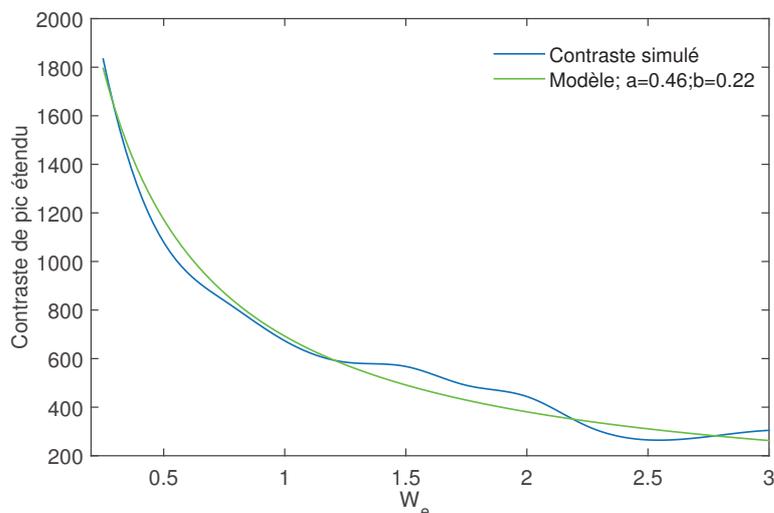


Figure 4.28: Comparaison du contraste de pic étendu simulé pour des extensions de zones tranquilles comprises entre  $[0.25 \ 3]$  longueurs d'onde et de son modèle approché donné par l'équation (4.6).

retours à 0 pour  $\pm 0.5$  longueur d'onde.

$L_1$  correspond donc pratiquement à la demi extension de la tâche englobant le retour à 0. Quant à  $L_2$ , sa valeur est peu différente de l'extension de la zone tranquille.

Nous avons montré que la simulation permettait de valider le modèle et avons mis en évidence la variation du contraste de pic étendu avec le contraste de pic ponctuel comme l'inverse de l'extension de la zone tranquille.

## 4.2 Validation avec une simulation 3D

### 4.2.1 Présentation de la modélisation

Nous avons utilisé une simulation 3D de la TREC pour valider la synthèse de fronts d'ondes focalisants 3D sur une zone tranquille 2D dans la TREC. La simulation de la TREC 3D a été réalisée grâce à une collaboration avec l'équipe "Champ électromagnétique" de l'Université Polytechnique des Marches en Italie. Le calcul FDTD a été effectué sur un supercalculateur. La mémoire vive, le nombre de cœurs et la fréquence maximum de calcul sollicités était

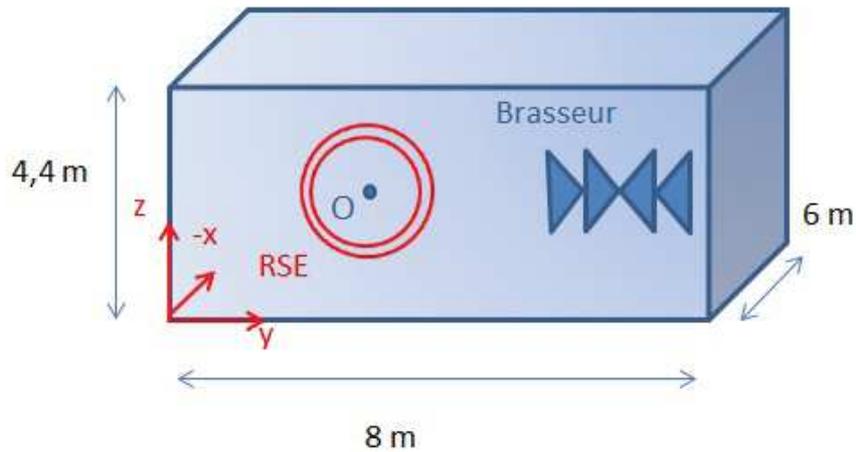


Figure 4.29: Schéma synthétique de la TREC 3D de dimension  $6 \times 8 \times 4.4 \text{ m}^3$ .

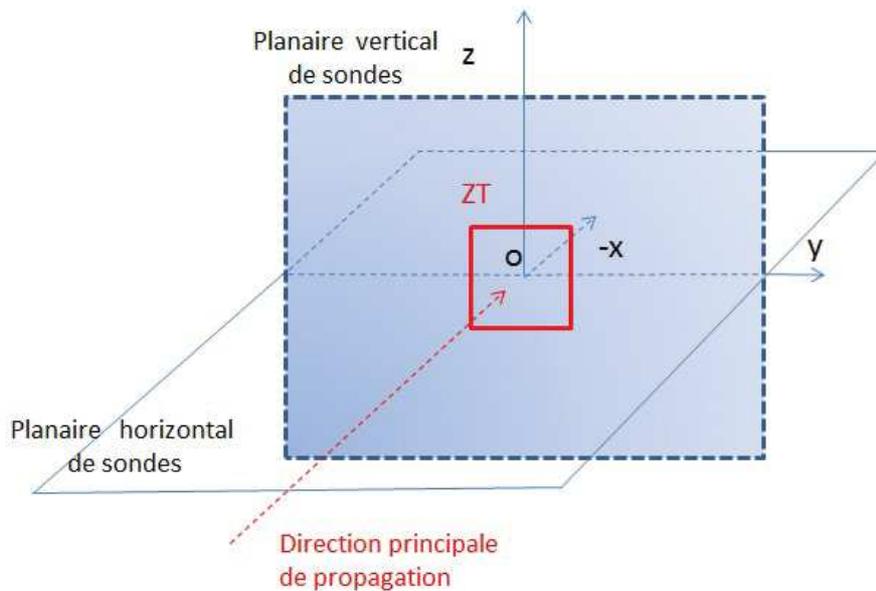


Figure 4.30: La direction principale du front d'onde de commande est  $-Ox$ ; Le plan horizontal de sondes est centré sur l'origine du repère et inclus dans  $Oxy$ , il permet de visualiser la propagation du front d'onde; Le plan de sondes vertical, inclus dans  $Oyz$ , et centré sur l'origine du repère, permet de visualiser le plan focal.

respectivement de  $0.2 \cdot 10^6 \text{ GBytes}$ ,  $163000$  et  $0.2 \cdot 10^6 \text{ GHz}$ . Le volume des données traités représentait  $1 \text{ To}$ .

Dans cette simulation 3D de la TREC, les conditions aux limites sur les parois, les diffracteurs ou les antennes sont imposées par un matériau conducteur électrique parfait. Le

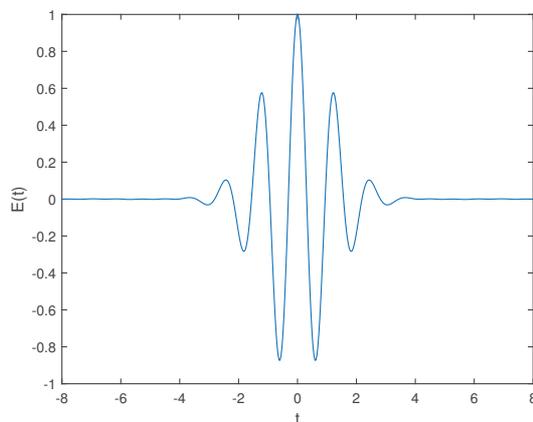


Figure 4.31: Signal d'excitation utilisé, gaussienne de bande passante 0.6GHz à la fréquence centrale 0.8 GHz.

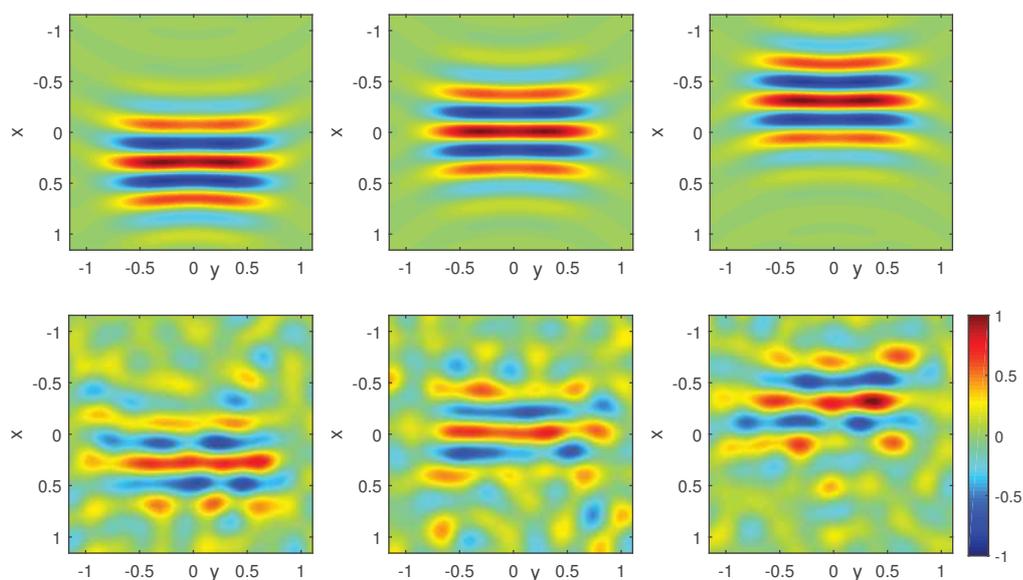


Figure 4.32: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan Oxy. Le front d'onde de commande a une extension de ZT de 3 longueurs d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre ondes planes est de  $30^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]$  ns.

milieu de propagation dispose d'une constante diélectrique imaginaire (correspondant à une conductivité électrique,  $\sigma = 10^{-5} \text{S.m}^{-1}$ ) et les pertes ainsi générées simulent de façon réaliste la décroissance temporelle du champ d'une chambre. La dimension de la cavité est de  $6 \times 8 \times 4.4 \text{ m}^3$ , celle-ci dispose de 2 antennes MRT discones et de 3 brasseurs

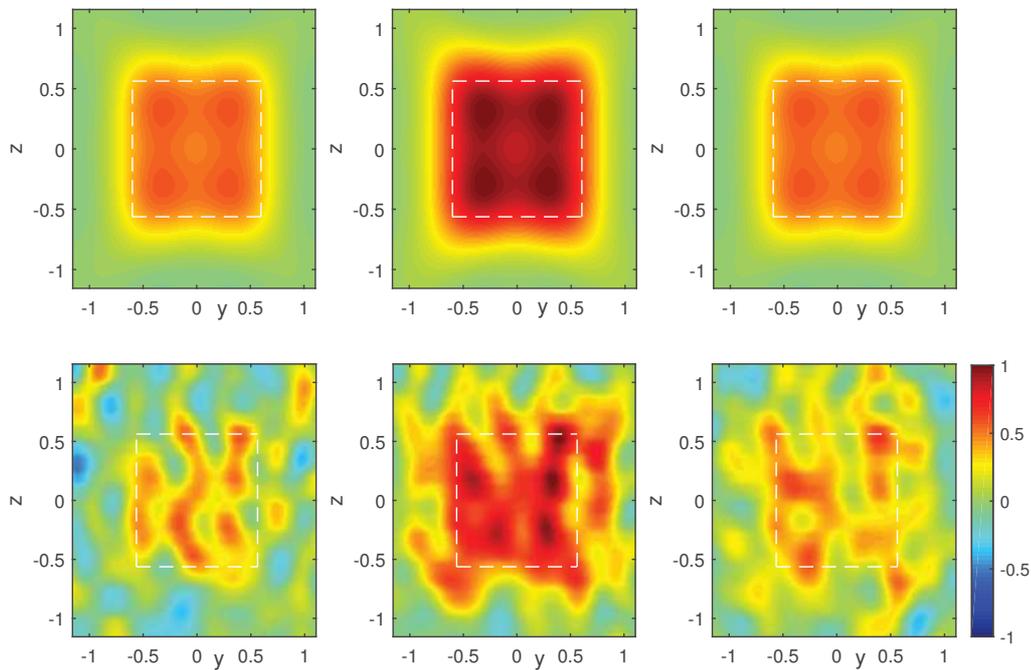


Figure 4.33: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal (Oyz). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.32. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$  ns.

fixes permettant de casser la géométrie parallélépipédique de la cavité (cf. Fig. 4.29). La chambre a été simulée en  $\lambda/10$  à la fréquence maximum de 1.2 GHz. Le nombre de mailles total est d'environ 13 Millions. Le réseau de sources équivalentes est constitué de deux sphères de rayons respectifs 1.1 m et 1.2 m centrées sur l'origine du repère Oxyz. Il regroupe un total de 12882 sondes vectorielles de champ électrique. Le front de test peut être observé sur deux 2 plans de coupe; un plan vertical et un autre horizontal de sondes vectorielles de champ électrique, tous deux carrés de largeur 2.4 m et centrés au centre du RSE (cf. Fig. 4.30). La constante de temps de la chambre est de  $2 \mu\text{s}$ . Le signal pulsé utilisé pour les simulations est une gaussienne de 0.6 GHz de bande à la fréquence centrale 0.8 GHz (cf. Fig. 4.31). Le pic de focalisation ponctuelle associé est de 6000. Le nombre de modes sur la bande, calculé avec l'approximation de Weyl [102], est de 7000 sur la bande de fréquence et le recouvrement modal de 1.4. La diffusivité est donc atteinte, selon le critère le moins strict, présenté en 2.2.2.

Nous avons considéré 2 fronts d'ondes optimisés pour la génération de la zone tranquille. Leurs optimisations ont déjà été présentées au chapitre III dans la section 3.7 (cf. Fig. 3.49 et Fig. 3.52).

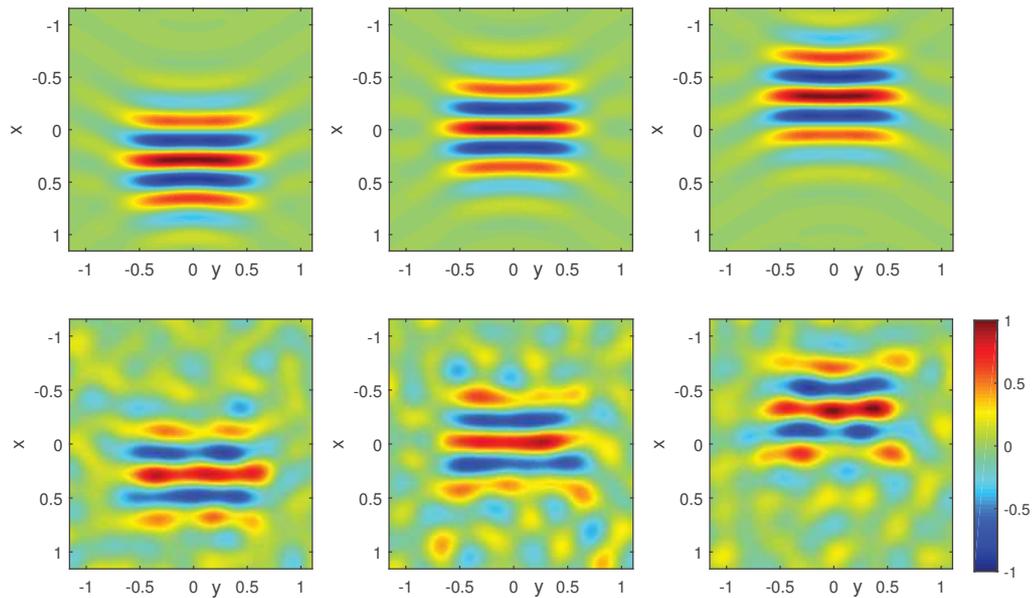


Figure 4.34: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan Oxy. Le front d'onde de commande a une extension de ZT de 2 longueurs d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre est de  $30^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]$  ns.

Leurs caractéristiques communes sont un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ , une déviation d'amplitude tolérée de 10% sur la zone tranquille. Leur zone de retour à 0 est de 0.7 longueur d'onde à la fréquence centrale. Tous deux se propagent dans le sens des  $x$  négatifs (cf. Fig. 4.30) et leurs polarisations sont suivant  $\vec{e}_z$ . Leurs zones focales sont centrées sur l'origine 0 du repère et contenue dans le plan Ozy (cf. Fig. 4.30). Le planaire horizontal de sondes permet de visualiser la progression du front d'ondes sur le plan Oxy. Le plan vertical de sondes réalise une coupe de champ sur la zone focale. Par faute de temps, nous n'étudierons, que la réalisation par le front d'onde de test de la copolarisation  $\vec{e}_z$  du champ électrique. Dans cette section les longueurs seront données en longueurs électriques à la fréquence centrale 0.8 GHz du signal d'excitation.

## 4.2.2 Résultats de simulation

### *Premier front d'onde*

Le premier front d'onde de commande que nous utilisons génère une zone tranquille de 3 longueurs d'onde à la fréquence centrale. Nous comparons la propagation du front

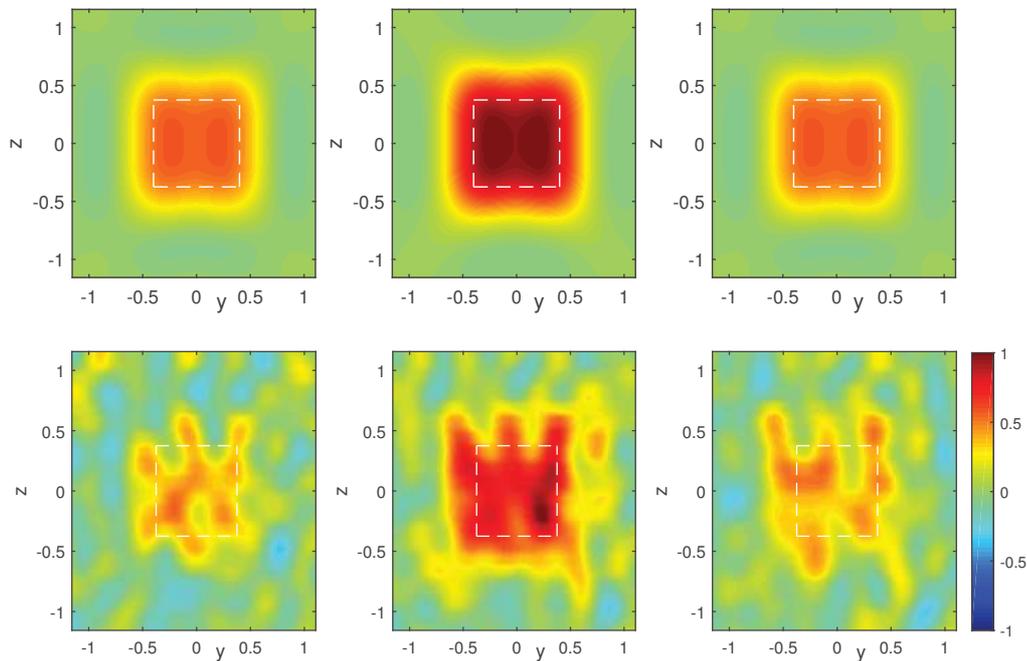


Figure 4.35: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal (Oyz). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.34. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$  ns.

d'onde de test avec la commande aux temps  $t = [-1 \ 0 \ 1]$  ns (cf. Fig. 4.32). De gauche à droite les topographies suivent la progression du front d'onde dans la direction des  $x$  négatifs sur le plan horizontal de sondes. Les fluctuations sont très visibles. Le contraste de pic étendu est faible et sa valeur est de 31. Les fronts d'ondes sont comparés sur le plan focal (Oyz) aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$  ns sur la figure Fig. 4.33. Le front d'onde simulé est largement bruité.

### *Second front d'onde*

L'unique caractéristique différenciant ce nouveau front d'onde de commande, avec le front d'onde  $N^{\circ}1$ , est l'extension de la zone tranquille. Le second front d'onde génère une zone tranquille carré d'extension 2 longueurs d'onde à la fréquence centrale. Les mêmes simulations ont été reproduites avec ce second front d'onde. Les résultats sont représentés sur Fig. 4.34 et Fig. 4.35 pour les plan respectifs Oxy et Ozy. Ce front d'onde est moins étendu que le premier et son contraste de pic atteint une valeur plus élevée de 63. Le niveau des fluctuations reste très important. Les fronts d'ondes simulés demeurent donc

fortement déformés par rapport aux fronts d'ondes de commande.

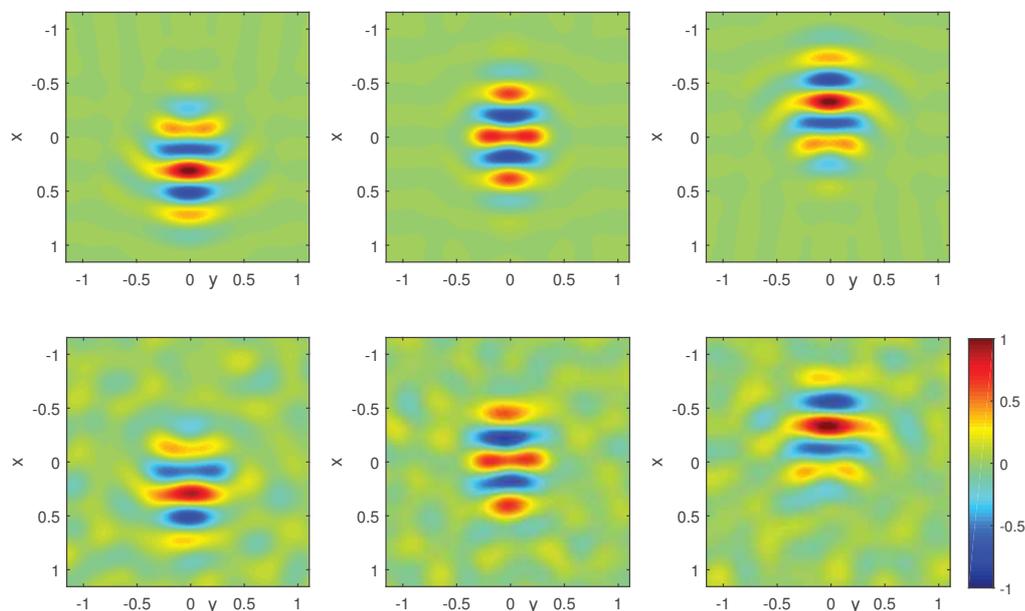


Figure 4.36: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan Oxy. Le front d'onde de commande a une extension de ZT de une longueur d'onde et une zone de transition,  $W_t = 0.7$ . Son angle maximum d'incidence du spectre ondes planes est de  $80^\circ$  et sa déviation tolérable sur la ZT est 10%. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1 \ 0 \ 1]$  ns.

Sur les deux cas présentés le contraste de pic est faible, et les fronts d'ondes de test sont donc distordus ; Il a été envisagé de réaliser une simulation avec une zone tranquille moins étendue d'extension une longueur d'onde à la fréquence centrale, avec un angle maximum d'incidence du spectre ondes planes de  $30^\circ$ . Mais, dans ce cas, le nombre de fonctions concentrées n'est alors pas suffisant pour réaliser la zone tranquille. Nous éloignant de notre paradigme, nous avons relâché la contrainte de résolution angulaire en prenant un angle maximum d'incidence du spectre de  $80^\circ$  et avons conservé la contrainte spatiale d'une longueur d'onde. L'angle d'incidence plus élevé permet de concentrer l'énergie sur la zone tranquille conformément au principe d'incertitude. Les topographies horizontales et du plan focal sont respectivement représentés sur les figures Fig. 4.36 et Fig. 4.37. Les fronts d'ondes de test ont une ressemblance forte avec la commande. Nous avons projeté les fronts d'ondes de test sur les commandes à l'instant de la focalisation. La commande est réalisée avec des écarts type respectifs de 10% et de 7% pour le planaire de sondes horizontal et vertical.

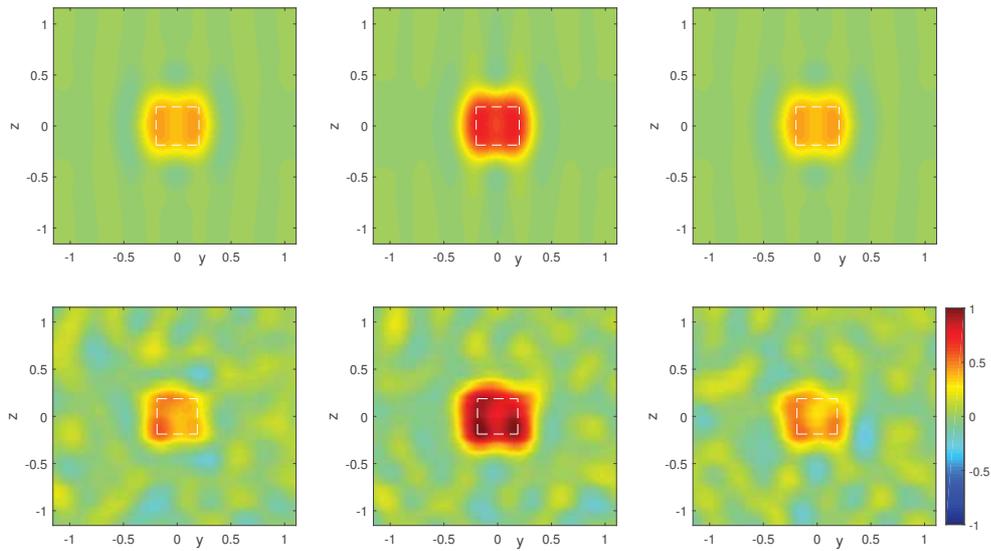


Figure 4.37: De haut en bas topographies respectives des fronts d'ondes de commande et de simulation sur le plan focal ( $Oyz$ ). Les caractéristiques du front d'onde de commande restent inchangées par rapport à Fig. 4.36. Les tracés pointillés délimitent la ZT. De gauche à droite les topographies correspondent aux instants  $t = [-1.25 \ 0 \ 1.25]$  ns.

Pour les deux premiers fronts d'ondes directifs, le contraste de pic étendu est insuffisant (30 et 63) et les fronts de test sont donc déformés. Ouverture angulaire et extension du front d'onde de test sont régies par le principe d'Heisenberg (variables duales par TF, cf. 3.2.3). Nous avons alors utilisé un troisième front d'onde non résolu angulairement, donc plus concentré. Son contraste de pic étendu a été donc majoré (136) et la reproduction de la commande a été la meilleure des trois fronts d'ondes .

### *Conclusion*

Nous avons étudié dans cette quatrième partie, la validation de la génération de fronts d'ondes 2D et 3D dans la TREC, associés à des zones tranquilles respectives 1D et 2D.

Nous sommes parvenus à générer les fronts d'ondes avec des extensions et des temps d'arrivée requis par les commandes. Nous avons vérifié une quasi-invariabilité du front d'onde suivant les directions d'arrivée et une reproduction presque parfaite de la forme d'onde.

Cependant des écarts à la commande ont pu être constatés pour le profil du champ sur la zone focale ou de la distribution de champ sur la zone de focalisation.

Ceux-ci proviennent à la fois des limites pratiques et techniques du RT généralisé dans la TREC.

Premièrement nous avons vu que les distributions de courant sur-étendus par rapport au diamètre du RSE ne peuvent pas être prise en compte par les sources équivalentes.

En second lieu, nous avons pu constaté que la reproduction des fronts d'ondes est entachée de fluctuations, pouvant être importantes et entraîner une déformation par rapport à la commande. Le contraste de pic diminue lorsque l'extension transversal du front d'onde ou la largeur temporelle de la forme d'onde sont étendus. L'énergie cohérente est alors étalée et peine à émerger par rapport aux fluctuations. Nous avons vu une illustration claire de ce phénomène dans la génération de fronts d'ondes 3D focalisant dans le volume  $3\lambda \times 3\lambda \times \lambda/2$ . Le contraste de pic, qui atteint 6000 pour une focalisation ponctuelle, n'a alors qu'une valeur de 30 pour cette zone élargie.



# Conclusion

L'alternative que nous avons proposée, pour la génération de fronts d'ondes pulsés quasi-plans pour le test d'antennes, repose sur l'utilisation de la Time Reversal Electromagnetic Chamber (TREC). Son principal élément est la cavité dans laquelle une version généralisée du retournement temporel (RT) permet la génération de fronts d'ondes cohérents et focalisants. Dans le RT généralisé, le front d'onde convergent n'est pas la version RT d'un front d'onde divergent émis physiquement par une source. Cette dernière est, en effet, virtuelle. La connaissance de la distribution de champ divergent permet de caractériser des sources équivalentes virtuelles, définies sur une surface entourant l'emplacement de la source, et relayant cette dernière dans la propagation du champ. La détermination des signaux de sortie des antennes MRT s'effectue alors synthétiquement grâce à la caractérisation préalable des fonctions de transfert reliant la surface de sources équivalentes et les MRT. L'utilisation de sources équivalentes permet donc de se dispenser de la génération physique du front d'onde. Dans la TREC, les caractéristiques du front d'onde peuvent donc être changées en temps réel. L'agilité à générer des fronts d'ondes cohérents, permet l'obtention dans une chambre réverbérante de conditions très intéressantes pour effectuer des tests.

La TREC réunit notamment :

- une possibilité de générer des fronts d'ondes cohérents à l'image des moyens traditionnels de test comme la chambre anéchoïque, tout en profitant de la haute efficacité énergétique des chambres réverbérantes, et avec l'avantage d'une génération temps réel.
- une utilisation d'un nombre limité de sources.
- un rapport de signal à bruit en fin de chaîne de réception d'AST, potentiellement meilleur qu'une méthode traditionnelle grâce à la concentration d'énergie des fronts d'ondes convergents.

Notre objectif a été de bénéficier de ces potentialités pour développer une méthode innovante de génération de fronts d'ondes de test pour la caractérisation d'antennes ULB. Les fronts d'ondes retournés temporellement sont convergents. Afin d'approcher au plus

près le standard de mesure d'antennes, des fronts d'ondes résolus angulairement ont été considérés. C'est sur l'emplacement de leur zone focale étendue qu'a été réalisée la zone tranquille. La qualité de la focalisation ponctuelle est bien décrite par le contraste de pic. Cette métrique a été étendue à une zone de focalisation élargie. La qualité de cette focalisation est proportionnelle, à la bande passante, et, à l'inverse de l'extension de la zone focale. Nous avons donc utilisé, dans notre application, des zones focales concentrées sur la zone tranquille.

Deux techniques pour la génération de fronts d'ondes convergents localement plans ont été présentées. Elles ont été conçues, au préalable, pour une propagation 2D permettant de créer une zone tranquille linéique 1D et la fonctionnalité de la seconde a été étendue au 3D avec une zone tranquille 2D.

En préambule, nous avons cherché l'ensemble des contraintes régissant une zone tranquille d'un champ convergent. Celle-ci nécessite, en premier lieu, une déviation d'amplitude tolérable. En second lieu, la distribution de champ sur la zone tranquille doit être concentrée pour améliorer le contraste de pic. Enfin son spectre d'ondes planes a la propriété d'être confiné, du fait des caractéristiques propagatives du champ convergent. Nous avons mis en évidence la relation duale par transformée de Fourier, du spectre d'ondes planes et de la distribution de champ. D'après le principe d'incertitude, leurs résolutions ne peuvent pas être limitées en même temps. Le confinement spectral du champ interdit la concentration totale de la distribution de champ sur la zone tranquille. Nous avons utilisé alors une base de fonctions adaptées pour résoudre ce problème de concentration sur la zone tranquille et de confinement spectral. Nous avons alors présenté la technique d'optimisation, appliquée aux fonctions caractérisant le champ et permettant d'obtenir une déviation tolérable d'amplitude sur une ZT. Celle-ci utilise une méthode SVR assurant la minimisation d'une fonction coût associée à un masque.

Nous avons ensuite présenté les deux techniques permettant de synthétiser la distribution de champ convergent générant une ZT préalablement définie. La première a fait intervenir une source virtuelle de courant. Le champ RT est le front d'onde de refocalisation de la distribution de courant. Nous avons relié le champ convergent au profil du champ sur la zone focale grâce à une décomposition en fonctions modales de l'équation intégrale du RT. Cette dernière utilise un nombre déterministe de termes. Le problème direct peut être alors exprimé matriciellement puis inversé. Cette technique permet la synthèse de fronts d'ondes solutions sans contrôle de la résolution angulaire du spectre d'ondes planes. Nous sommes parvenus à imposer cette dernière propriété dans le second paradigme. Dans celui-ci, l'approche n'introduit pas de sources virtuelles. Nous avons défini une base

de fronts d'ondes focalisants résolvant le problème de concentration et de résolution angulaire. Le front d'onde de test s'écrit sur cette base. La méthode d'optimisation a été utilisée pour réaliser la ZT sur la décomposition en éléments de base. De nombreux résultats de génération de fronts d'ondes optimisés ont été présentés montrant la capacité de la technique à générer des solutions pour des extensions de ZT variables. Enfin nous avons étendu ces approches à la propagation 3D de fronts d'ondes résolus angulairement, permettant de créer une zone tranquille 2D préalablement définie.

Ce dernier paradigme a été utilisé pour synthétiser des fronts d'ondes de test dans des simulations de TREC 2D et 3D. Nous sommes parvenus à générer des fronts d'ondes comportant les extensions et les temps d'arrivée requis par les commandes. Nous avons vérifié une quasi-invariabilité du front d'onde suivant les directions d'arrivée et une reproduction parfaite de la forme d'onde.

Cependant, nous avons constaté des écarts entre la commande et le front d'onde de test simulé. Ceux-ci ont deux origines. Les fluctuations inhérentes au retournement temporel entraînent une déformation du front d'onde de test notamment lorsque la zone tranquille est étendue et donc peu concentrée. L'autre limitation concernait les distributions de courant sur-étendue par rapport au diamètre du RSE. Ces commandes ne pouvaient être prise en compte exactement par le retournement temporel généralisé.

La problématique centrale est la qualité de génération des fronts d'ondes et donc l'augmentation du contraste de pic. Celui-ci est proportionnel à la bande passante relative, notée  $B_r$ , et au facteur de qualité de la chambre [103].

Une génération avec un  $B_r$  majorée serait envisageable si ces caractéristiques fréquentielles restaient adaptées aux antennes ULB pour la communication. Leurs plages fréquentielles, définies en Europe par le Comité des Communications Electroniques (ECC) de la Conférence Européenne des Postes et Télécommunications (CEPT), sont comprises dans les bandes basses [3.4 4.8]GHz, et hautes [6 8.5]GHz [104]. La valeur de  $B_r$ , considérée dans les simulations, est de 0.75. Celle-ci est déjà donc relativement surévaluée par rapport aux caractéristiques fréquentielles, ci-dessus présentées, des antennes ULB impulsionnelles. Concernant la valeur du facteur de qualité, celui de la chambre 3D simulée est de 10000. Cette métrique est proportionnelle au rapport du volume sur la surface de la chambre réverbérante [77]. Une augmentation de 20 dB du contraste de pic étendu nécessiterait l'utilisation d'une chambre réverbérante comportant un facteur de qualité de 100000 et dotée de dimensions quasiment doublées par rapport aux côtes originales, soit  $17,8 \times 14,2 \times 9.8 \text{ m}^3$ . Ce sont, en l'occurrence, des dimensions difficilement réalisables.

Par conséquent, la génération des fronts d'ondes de test resterait possible mais nécessiterait des facteurs de qualité et des dimensions de chambres difficilement accessibles dans la réalité.

## Perspectives

Nous avons vu que les fronts d'ondes focalisants permettent d'obtenir des contrastes de pic majorés (cf. 4.2.2). Regardons si leurs utilisations comme fronts d'ondes de test, permettraient d'obtenir le diagramme de rayonnement d'une antenne sous test.

Dans la mesure classique à distance de champ lointain, l'antenne est impactée par un front d'onde directif sur son ouverture. En notant,  $\vec{k}_{inc}$  le vecteur d'onde associé à l'onde plane incidente, la tension de sortie en fin de chaîne de réception de l'antenne, notée  $V(\omega, \vec{k}_{inc})$  est donnée par:

$$V(\omega, \vec{k}_{inc}) = \int_K F(\vec{k}) \tilde{E}(\vec{k}) d\vec{k} \quad (.1)$$

où  $\tilde{E}(\vec{k})$  le spectre ondes planes du front d'onde de test,  $F(\vec{k})$  l'inconnue représentant la réponse de l'antenne au spectre d'ondes planes et  $K$  l'ensemble des vecteurs d'ondes. Dans le cas évoqué, une unique direction de propagation portée par  $\vec{k}_{inc}$ , est sollicitée et nous obtenons :

$$V(\omega, \vec{k}_{inc}) = \int_K F(\vec{k}) \delta(\vec{k} - \vec{k}_{inc}) d\vec{k} = F(\vec{k}_{inc}) \quad (.2)$$

La tension de sortie correspond à la réponse de l'antenne et la détermination du diagramme de rayonnement de l'antenne est donc directe.

Si maintenant nous changeons de paradigme et utilisons un front d'onde focalisant, utilisant un angle maximum du spectre ondes planes grand, associées à une distribution spatiale sur la zone focale sollicitant uniquement la fonction Slepian la plus concentrée, regardons comment serait-il alors possible de déterminer le diagramme de rayonnement de l'antenne. Nous pouvons réécrire l'équation (.1) en l'adaptant à ce nouveau contexte.

La tension de sortie de l'AST est alors donnée par :

$$V(\omega, \vec{k}_{inc}) = \int_K F(\vec{k}) \tilde{E}(\vec{k}) d\vec{k} \quad (.3)$$

où cette fois,  $F(\vec{k})$  est la réponse de l'antenne à chacune des composantes du spectre d'ondes planes. En répétant la mesure pour différentes directions principales d'incidence, l'équation (.3) peut être réécrite matriciellement. En regroupant les sorties d'antennes relatives aux différentes directions d'incidence sous la forme d'un vecteur colonne, noté  $V$ , celles-ci peuvent s'exprimer comme le produit d'une matrice de convolution carrée  $F$  constituée des différentes inconnues  $F(\vec{k})$  et d'un noyau connu, noté  $\tilde{E}$ , regroupant les éléments spectraux du front d'onde de test. Cette relation de convolution s'écrit alors sous la forme suivante :

$$V = F \times \tilde{E} \quad (.4)$$

Le spectre d'ondes planes de la fonction Slepian la plus concentrée est positif, la déconvolution peut alors être effectuée pour obtenir la solution  $F$ .

Il est alors donc possible d'obtenir le diagramme de rayonnement de l'antenne sous test et en bénéficiant de plus, d'un contraste de pic optimisé grâce à la forte focalisation du front d'onde de test.



# Références bibliographiques

- [1] X. Begaud, F. Bucaille, J.-Y. Dauvignac, C. Delaveaud, N. Fortino, S. Hetuin, G. Kossivas, C. Roblin, and A. Sibille, “Les antennes ultra large bande,” 2010.
- [2] N. Hecimovic and Z. Marincic, “The improvements of the antenna parameters in ultra-wideband communications,” *Ericsson Nikola Tesla, dd, Croatia*, 2008.
- [3] H. Schantz, “Ultrawideband antennas,” *Artech House, Inc*, 2005.
- [4] A. G. Yarovoy, T. G. Savelyev, P. J. Aubry, P. E. Lys, and L. P. Ligthart, “Uwb array-based sensor for near-field imaging,” *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 6, pp. 1288–1295, 2007.
- [5] D. Cermak, J. Pidanic, and V. Schejbal, “Through-wall propagation measurements,” in *Radioelektronika, 2007. 17th International Conference*, pp. 1–4, IEEE, 2007.
- [6] K. A. Shubert and G. T. Ruck, “Canonical representation of the radar range equation in the time domain,” in *OE/LASE’92*, pp. 2–12, International Society for Optics and Photonics, 1992.
- [7] M. I. Skolnik, “An introduction to impulse radar,” tech. rep., DTIC Document, 1990.
- [8] A. Mallahzadeh, R. Pazoki, and S. Karimkashi, “A new uwb skeletal antenna for emc applications,” in *Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2007 International Symposium on*, pp. 543–546, IEEE, 2007.
- [9] D. Giri, *High-power electromagnetic radiators: nonlethal weapons and other applications*. Harvard University Press, 2004.
- [10] C. A. alanis, *Antenna Theory: Analysis And Design*. Wiley-Interscience, 2005.
- [11] J. D. Kraus and R. J. Marhefka, *Antenna for all applications*. McGraw-Hill, 2002.
- [12] A. S. Committee *et al.*, “Ieee standard test procedures for antennas,” *ANSI/IEEE Std*, pp. 1949–1979, 1979.
- [13] O. M. Bucci, M. D. Migliore, G. Panariello, and D. Pinchera, “Plane-wave generators: Design guidelines, achievable performances and effective synthesis,” *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 4, pp. 2005–2018, 2013.
- [14] D. Davies and A. Rudge, “The handbook of antenna design,” *London: Peregrinus*, vol. 2, 1983.

- [15] L. Hemming and R. Heaton, "Antenna gain calibration on a ground reflection range," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 4, pp. 532–538, 1973.
- [16] R. C. Johnson, H. A. Ecker, and J. S. Hollis, "Determination of far-field antenna patterns from near-field measurements," *Proceedings of the IEEE*, vol. 61, no. 12, pp. 1668–1694, 1973.
- [17] A. D. Yaghjian, "An overview of near-field antenna measurements," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 1, pp. 30–45, 1986.
- [18] R. F. Harrington, *Time-harmonic electromagnetic fields*. McGraw-Hill, 1961.
- [19] S. Schelkunoff, "Some equivalence theorems of electromagnetics and their application to radiation problems," *Bell System Technical Journal*, vol. 15, no. 1, pp. 92–112, 1936.
- [20] D. Cheng and S. Moseley, "On-axis defocus characteristics of the paraboloidal reflector," *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, vol. 3, no. 4, pp. 214–216, 1955.
- [21] A. Capozzoli and G. D Elia, "On the plane wave synthesis in the near-field zone," in *Proc. of the Int. Conf. on Antenna Tech., Ahmedabad, India*, pp. 273–277, 2005.
- [22] H. Wang, J. Miao, J. Jiang, and R. Wang, "Plane-wave synthesis for compact antenna test range by feed scanning," *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 22, pp. 245–258, 2012.
- [23] D. A. Hill, "Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 3, pp. 209–217, 1998.
- [24] G. Ferrara, A. Gifuni, and A. Sorrentino, "Test on antennas in a reverberating chamber and comparison with anechoic chamber," in *Antennas and Propagation (EUCAP), 2012 6th European Conference on*, pp. 2154–2157, IEEE, 2012.
- [25] M. Garcia-Fernandez, D. Carsenat, and C. Decroze, "Antenna gain and radiation pattern measurements in reverberation chamber using doppler effect," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 62, pp. 5389–5394, Oct 2014.
- [26] D. Ghosh, A. De, M. C. Taylor, T. K. Sarkar, M. C. Wicks, and E. L. Mokole, "Transmission and reception by ultra-wideband (uwb) antennas," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 48, no. 5, pp. 67–99, 2006.
- [27] A. Sibille, C. Roblin, S. Bories, A. C. Lepage, and X. Begaud, "Conception et caractérisation d'antennes ulb pour communications multimédia haut débit," *Revue de l'Electricité et de l'Electronique*, no. 4, pp. 73–80, 2004.
- [28] C. Roblin, S. Bories, and A. Sibille, "Characterization tools of antennas in the time domain," in *Int. Workshop on Ultra Wideband Systems IWUBS*, pp. 2–5, 2003.
- [29] K. Rambabu, A. E.-C. Tan, K. K.-M. Chan, M. Y.-W. Chia, and S. Leong, "Study of antenna effect on uwb pulse shape in transmission and reception," in *Proceedings IEEE International symposium on Antennas and Propagation, Singapore*, 2006.

- [30] D. Lamensdorf and L. Susman, "Baseband-pulse-antenna techniques," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 36, no. 1, pp. 20–30, 1994.
- [31] A. Shlivinski, E. Heyman, and R. Kastner, "Antenna characterization in the time domain," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 7, pp. 1140–1149, 1997.
- [32] S. Saboktakin and B. Kordi, "Application of time-domain antenna techniques in electromagnetic field sensors characterization," in *Antenna Technology and Applied Electromagnetics & the American Electromagnetics Conference (ANTEM-AMEREM), 2010 14th International Symposium on*, pp. 1–4, IEEE, 2010.
- [33] A.-C. Tan, M.-W. Chia, K.-M. Chan, and K. Rambabu, "Modeling the transient radiated and received pulses of ultra-wideband antennas," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 1, pp. 338–345, 2013.
- [34] C.-H. Liao, P. Hsu, and D.-C. Chang, "Energy patterns of uwb antenna arrays with scan capability," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 4, pp. 1140–1147, 2011.
- [35] R. De Jough, M. Hajian, and L. Ligthart, "Antenna time-domain measurement techniques," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 39, no. 5, pp. 7–11, 1997.
- [36] W. Van Cappellen, R. De Jongh, and L. Ligthart, "Potentials of ultra-short-pulse time-domain scattering measurements," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 42, no. 4, pp. 35–45, 2000.
- [37] J. Andrieu, S. Nouvet, V. Bertrand, B. Beillard, and B. Jecko, "Transient characterization of a novel ultrawide-band antenna: the scissors antenna," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 4, pp. 1254–1261, 2005.
- [38] J. Marti-Canales, L. P. Ligthart, and A. G. Roederer, "Performance analysis of a compact range in the time domain," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 4, pp. 511–516, 2002.
- [39] W. S. Bigelow, E. G. Farr, L. H. Bowen, T. C. Tran, C. E. Baum, and W. D. Prather, "Automated time domain antenna range initial implementation," *Sensor and Simulation Notes*, 2001.
- [40] L. M. Atchley, E. G. Farr, H. Bowen, W. S. Bigelow, H. J. Wagnon, D. E. Ellibee, and T. C. Tran, "Characterization of a time domain antenna range," 2003.
- [41] A. Cozza, "Emulating an anechoic environment in a wave-diffusive medium through an extended time-reversal approach," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 8, pp. 3838–3852, 2012.
- [42] A. Cozza and F. Monsef, "Multiple-source time-reversal transmissions in random media," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 62, pp. 4269–4281, Aug 2014.

- [43] M. Moussa, *Etude théorique et expérimentale des techniques de retournement temporel application à la caractérisation de composants et dispositifs dans une chambre réverbérante*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2011.
- [44] H. Moussa, A. Cozza, and M. Cauterman, “Directive wavefronts inside a time reversal electromagnetic chamber,” in *Electromagnetic Compatibility, 2009. EMC 2009. IEEE International Symposium on*, pp. 159–164, IEEE, 2009.
- [45] J. De La Gorgue De Rosny, *Milieux réverbérants et réversibilité*. PhD thesis, 2000.
- [46] M. Fink, “Time reversal of ultrasonic fields. i. basic principles,” *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 5, pp. 555–566, 1992.
- [47] F. Wu, J.-L. Thomas, and M. Fink, “Time reversal of ultrasonic fields. il. experimental results,” *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 5, pp. 567–578, 1992.
- [48] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J.-L. Thomas, and F. Wu, “Time-reversed acoustics,” *Reports on progress in Physics*, vol. 63, no. 12, p. 1933, 2000.
- [49] R. Carminati, M. Nieto-Vesperinas, and J.-J. Greffet, “Reciprocity of evanescent electromagnetic waves,” *Journal of Optical Society of America A*, vol. 15, pp. 706–712, Mar 1998.
- [50] C. Draeger and M. Fink, “One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2d-silicon cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 3, p. 407, 1997.
- [51] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, A. Derode, and M. Fink, “Time reversal of wideband microwaves,” *Applied Physics Letters*, vol. 88, no. 15, pp. 154101–154101, 2006.
- [52] S. Kim, G. Edelmann, W. Kuperman, W. Hodgkiss, H. Song, and T. Akal, “Spatial resolution of time-reversal arrays in shallow water,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 110, no. 2, pp. 820–829, 2001.
- [53] M. Fink, “Time reversal in acoustics,” *Contemporary Physics*, vol. 37, no. 2, pp. 95–109, 1996.
- [54] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, “Time reversal of electromagnetic waves,” *Physical review letters*, vol. 92, no. 19, p. 193904, 2004.
- [55] W. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D. R. Jackson, “Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror,” *The journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, no. 1, pp. 25–40, 1998.
- [56] M. Fink, “Time reversal and phase conjugation with acoustic waves: industrial and medical applications,” in *Lasers and Electro-Optics, 2005.(CLEO). Conference on*, vol. 3, pp. 2334–2335, IEEE, 2005.

- [57] C. Hudin, J. Lozada, and V. Hayward, "Localized tactile feedback on a transparent surface through time-reversal wave focusing," 2015.
- [58] C. H. Wang, J. T. Rose, and F.-K. Chang, "A synthetic time-reversal imaging method for structural health monitoring," *Smart materials and structures*, vol. 13, no. 2, p. 415, 2004.
- [59] G. Montaldo, D. Palacio, M. Tanter, and M. Fink, "The time reversal kaleidoscope: a new concept of smart transducers for 3d imaging," in *Ultrasonics, 2003 IEEE Symposium on*, vol. 1, pp. 42–45, IEEE, 2003.
- [60] P. Kosmas and C. M. Rappaport, "Time reversal with the fdtd method for microwave breast cancer detection," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 7, pp. 2317–2323, 2005.
- [61] R. Dubroca, N. Fortino, J.-Y. Dauvignac, L. Bellomo, S. Pioch, M. Saillard, T. Lepetit, J. De Rosny, C. Prada, P. Millot, *et al.*, "Time reversal-based processing for human targets detection in realistic through-the-wall scenarios," in *Radar Conference (EuRAD), 2011 European*, pp. 1–4, IEEE, 2011.
- [62] P. Kyritsi, G. Papanicolaou, P. Eggers, and A. Oprea, "Time reversal techniques for wireless communications," in *Vehicular technology conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th*, vol. 1, pp. 47–51, IEEE, 2004.
- [63] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, "Time reversal of electromagnetic waves and telecommunication," *Radio Science*, vol. 40, no. 6, 2005.
- [64] W. Zhang, A. Hoorfar, and L. Li, "Through-the-wall target localization with time reversal music method," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 106, pp. 75–89, 2010.
- [65] G. Lerosey, *Retournement temporel d'ondes électromagnétiques et application à la télécommunication en milieux complexes*. Theses, ESPCI ParisTECH, Dec. 2006.
- [66] D. Cassereau and M. Fink, "Focusing with plane time-reversal mirrors: An efficient alternative to closed cavities," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 94, no. 4, pp. 2373–2386, 1993.
- [67] M. Fink and C. Prada, "Acoustic time-reversal mirrors," *Inverse Problems*, vol. 17, no. 1, pp. R1–R38, 2001.
- [68] J. de Rosny, G. Lerosey, and M. Fink, "Theory of electromagnetic time-reversal mirrors," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 10, pp. 3139–3149, 2010.
- [69] A. Love, "The integration of the equations of propagation of electric waves.," *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 68, no. 442-450, pp. 19–21, 1901.
- [70] S. R. Rengarajan and Y. Rahmat-Samii, "The field equivalence principle: Illustration of the establishment of the non-intuitive null fields," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 42, no. 4, pp. 122–128, 2000.

- [71] A. Derode, P. Roux, and M. Fink, "Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering," *Physical review letters*, vol. 75, no. 23, p. 4206, 1995.
- [72] G. Bal and R. Verástegui, "Time reversal in changing environments," *Multiscale Modeling & Simulation*, vol. 2, no. 4, pp. 639–661, 2004.
- [73] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, "Random multiple scattering of ultrasound. ii. is time reversal a self-averaging process?," *Physical Review E*, vol. 64, no. 3, p. 036606, 2001.
- [74] P. Blomgren, G. Papanicolaou, and H. Zhao, "Super-resolution in time-reversal acoustics," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 1, pp. 230–248, 2002.
- [75] D. R. Jackson and D. R. Dowling, "Phase conjugation in underwater acoustics," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, no. 1, pp. 171–181, 1991.
- [76] C. Oestges, A. D. Kim, G. Papanicolaou, and A. J. Paulraj, "Characterization of space-time focusing in time-reversed random fields," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 1, pp. 283–293, 2005.
- [77] D. A. Hill, "Electromagnetic theory of reverberation chambers," *NIST Technical note*, no. 1506, 1998.
- [78] B. Démoulin and P. Besnier, *Les chambres réverbérantes en électromagnétisme*. Collection Telecom, Hermes Lavoisier, 2010.
- [79] P. Corona, G. Ferrara, and M. Migliaccio, "Reverberating chambers as sources of stochastic electromagnetic fields," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 3, pp. 348–356, 1996.
- [80] B.-H. Liu, D. C. Chang, and M. T. Ma, *Eigenmodes and the composite quality factor of a reverberating chamber*. National Bureau of Standards, 1983.
- [81] M. R. Schroeder, "Statistical parameters of the frequency response curves of large rooms," *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 35, no. 5, pp. 299–306, 1987.
- [82] A. Cozza, *Stochastic modelling of large cavities : random and coherent field applications*. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris Sud - Paris XI, Sept. 2012.
- [83] D. A. Hill and J. M. Ladbury, "Spatial-correlation functions of fields and energy density in a reverberation chamber," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 1, pp. 95–101, 2002.
- [84] A. Tourin, J. de Rosny, A. Derode, G. Lerosey, and M. Fink, "Télécommunications par retournement temporel dans les environnements complexes,"
- [85] P. Roux, B. Roman, and M. Fink, "Time-reversal in an ultrasonic waveguide," *Applied Physics Letters*, vol. 70, no. 14, pp. 1811–1813, 1997.

- [86] M. Saillard, G. Micolau, H. Tortel, P. Sabouroux, J.-M. Geffrin, K. Belkebir, and A. Dubois, "Dort method and time reversal as applied to subsurface electromagnetic probing," in *URSI*, 2004.
- [87] M. Davy, *Application du retournement en micro-ondes à l'amplification d'impulsions et l'imagerie*. PhD thesis, Paris 7, 2010.
- [88] A. Cozza and H. Moussa, "Enforcing deterministic polarisation in a reverberating environment," *Electronics Letters*, vol. 45, no. 25, pp. 1299–1301, 2009.
- [89] H. Beca, "An orthogonal set based on bessel functions of the first kind," *Univ. Beograd. Public. Elektrotehnicki. Fak. Ser. Mat*, pp. 85–90, 1980.
- [90] H. J. Landau and H. O. Pollak, "Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis and uncertainty-ii," *Bell System Technical Journal*, vol. 40, no. 1, pp. 65–84, 1961.
- [91] D. Slepian, "Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis, and uncertainty-v: The discrete case," *Bell System Technical Journal*, vol. 57, no. 5, pp. 1371–1430, 1978.
- [92] D. Slepian, "On bandwidth," *Proceedings of the IEEE*, vol. 64, no. 3, pp. 292–300, 1976.
- [93] F. J. Simons, "Slepian functions and their use in signal estimation and spectral analysis," in *Handbook of Geomathematics*, pp. 891–923, Springer, 2010.
- [94] M. Martínez-Ramón and C. Christodoulou, "Support vector machines for antenna array processing and electromagnetics," *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics*, vol. 1, no. 1, pp. 1–120, 2005.
- [95] V. N. Vapnik, "Statistical learning theory. adaptive and learning systems for signal processing, communications, and control," *Simon Haykin*, 1998.
- [96] J. G. Van Bladel, *Electromagnetic fields*, vol. 19. John Wiley & Sons, 2007.
- [97] M. D. Toro, R. O. H. Hoernig, and J.-C. Nédélec, *Mathematical methods for wave propagation in science and engineering*. Eds. Universidad Católica de Chile, 2012.
- [98] J. E. Hansen, *Spherical near-field antenna measurements*, vol. 26. Iet, 1988.
- [99] M. Lambert, "Obstacles et cibles," *Notes de cours, DEA Méthodes Physiques en Télé-détection*, 2001.
- [100] P. Meton, A. Cozza, and F. Monsef, "A class of focusing waves with controllable spatial extension and directivity," *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE*, vol. 13, pp. 1636–1639, 2014.
- [101] A. Cozza and F. Monsef, "Layered electric current approximations of cylindrical sources," *Wave Motion, soumis*, 2015.
- [102] H. Weyl, "Über das spektrum der hohlraumstrahlung.," *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. 141, pp. 163–181, 1912.

- 
- [103] A. Cozza, “Statistics of the performance of time reversal in a lossy reverberating medium,” *Physical Review E*, vol. 80, no. 5, p. 056604, 2009.
- [104] E. CEPT, “Ecc decision of 24 march 2006 on the harmonised conditions for devices using ultra-wideband (uwb) technology in bands below 10.6 ghz,” *ECC/DEC/(06)*, vol. 4, 2006.
- [105] H. Koelink and R. F. Swarttouw, “A q-analogue of graf’s addition formula for the hahn-exton q-bessel function,” *Journal of Approximation theory*, vol. 81, no. 2, pp. 260–273, 1995.

# Annexe A

## Calcul des fonctions Slepian

Dans le Chapitre 3, section "Base de fonctions Slepian" (cf. 3.3), les fonction solutions,  $s_n(x)$ , du problème de concentration spatiale et de confinement spectral, résolu par Slepian sont données par l'équation :

$$\int_{x'=-W}^W dx' \int_{\eta=-2\pi}^{2\pi} d\eta \exp(-j\eta(x-x')) s_n(x') = \lambda_n s_n(x) \quad (\text{A.1})$$

où l'intervalle  $[-W \ W]$  représente la zone de concentration et  $\eta$  la variable spectrale confinée dans  $[-2\pi \ 2\pi]$ . Cette dernière équation, peut se réécrire sous la forme suivante :

$$4\pi \int_{x'=-W}^W dx' \frac{\sin(2\pi(x-x'))}{2\pi(x-x')} s_n(x) = \lambda_n s_n(x) \quad (\text{A.2})$$

Comme nous l'avons signalé dans la section section "Base de fonctions Slepian", la résolution de l'équation aux valeurs propres (A.2) fait appel à la méthode de Galerkin. Les fonctions Slepian sont décomposées sur une base de fonctions de Fourier et l'équation peut s'écrire alors matriciellement. La base de fonctions de Fourier utilisée contient  $N_f + 1$  éléments, sa variable spectrale  $\eta_f$  est distribuée uniformément sur  $[-2\pi \ 2\pi]$ . L'élément  $f$  de la base s'écrit  $F_f(x) = \exp(i\eta_f x)$ . La décomposition de la fonction inconnue peut être formulée de la manière suivante :

$$s_n(x) = \sum_{f=0}^{N_f} \tilde{s}_n(\eta_f) \exp(i\eta_f x) \Delta\eta \quad (\text{A.3})$$

avec  $\tilde{s}_n(\eta_f)$  coefficient spectral de la décomposition. Dans la méthode Galerkin, chacun des membres de l'équation (A.2) est projeté sur l'élément  $f'$  de la base de Fourier. En utilisant la projection du membre de droite de l'équation (A.2), noté  $D$ , (A.3) peut s'écrire :

$$D = \lambda_n \Delta \eta \int_{x=-\infty}^{\infty} dx \sum_{f=0}^{N_f} \tilde{s}_n(\eta_f) \exp(i\eta_f x) \exp(-i\eta_{f'} x) \quad (\text{A.4})$$

se simplifiant en :

$$D = \frac{\lambda_n \Delta \eta}{4\pi^2} \tilde{s}_n(\eta_{f'}) \quad (\text{A.5})$$

La projection, notée  $G$ , du membre de gauche de l'équation (A.2) sur l'éléments  $f'$  de la base de Fourier est de la forme suivante :

$$G = 4\pi \int_{x'=-W}^W dx' s_n(x') \int_{x=-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin(2\pi(x-x'))}{2\pi(x-x')} \exp(-i\eta_{f'} x) \quad (\text{A.6})$$

en utilisant (A.3) dans (A.6), on obtient :

$$G = 4\pi \Delta \eta \sum_{f=0}^{N_f} \tilde{s}_n(\eta_f) \int_{x'=-W}^W dx' \exp(i\eta_f x') \exp(-i\eta_{f'} x') \quad (\text{A.7})$$

en identifiant les membres  $G$  et  $D$ , on peut écrire :

$$16\pi^3 \sum_{f=0}^{N_f} \tilde{s}_n(\eta_f) \int_{x'=-W}^W dx' \exp(i\eta_f x') \exp(-i\eta_{f'} x') = \lambda_n \tilde{s}_n(\eta_{f'}) \quad (\text{A.8})$$

Cette équation est valable pour tout  $f' \in [0, N_f]$ . Nous noterons  $\tilde{\mathbf{s}}_n$ , le vecteur colonne de dimension  $N_f + 1$  contenant les éléments spectraux  $\tilde{s}_n(\eta_{f'})$ . La matrice carrée de dimension  $N_f + 1$  représentant la projection des fonctions de Fourier sera notée  $\mathbf{F}$ , ses éléments  $\mathbf{F}_{f'f}$ , sont donnés par l'équation suivante :

$$\mathbf{F}_{f'f} = \int_{x'=-W}^W dx' 16\pi^3 \exp(i\eta_f x') \exp(-i\eta_{f'} x') \quad (\text{A.9})$$

L'équation aux valeurs propres (A.8) s'écrit alors matriciellement sous la forme suivante :

$$F\tilde{\mathbf{s}}_n = \lambda_n\tilde{\mathbf{s}}_n \quad (\text{A.10})$$

avec  $\lambda_n$ , les valeurs propres et  $\tilde{\mathbf{s}}_n$ , le vecteur propre.

La résolution de cette équation permet d'obtenir les coefficients spectraux  $\tilde{s}_n(\eta_{f'})$  et leur utilisation dans (A.3) détermine la fonction solution Slepian,  $s_n(x)$ .



## Annexe B

# Discussion sur l'utilisation de la base des fonctions Slepian

### *Efficacité de la base de Slepian*

Les éléments Slepian résolvent le problème de concentration et de confinement spectral. Ils sont bien adaptés pour servir de base au champ de refocalisation sur la zone de test. Nous allons ici présenter un argument supplémentaire nous confortant dans le choix des Slepian pour l'expression du champ sur la zone focale.

La formule matricielle du problème direct fait intervenir la matrice de passage entre base de fonctions Slepian et les harmoniques cylindriques Bessel J (cf. (3.69)). Nous allons ici discuter de l'efficacité de cette matrice de passage, déjà notée  $\mathbf{P}_1$ . Les éléments de la matrice  $\mathbf{P}_1$ , notés  $o_{km}$ , sont définis  $\forall m \in [-N - 1 \ N - 1]$  et  $\forall k \in [1 \ N_s]$  par l'intégrale :

$$o_{km} = \int_{\Gamma} s_k(y') J_m(k||y'||) \exp(im\theta') d\vec{r}' \quad (\text{B.1})$$

Nous avons représenté la topographie de  $\mathbf{P}_1$  (cf. Fig. B.1), pour des projections des 6 fonctions Slepian les plus concentrées sur l'extension spatiale  $W_e = 2$ , sur les 16 premières fonctions de Bessel d'ordre paire. Les couplages les plus forts, sur la zone  $W_e$ , interviennent entre les fonctions Slepian et Bessel d'ordre peu élevé. Ce couplage tend vers 0 lorsque que l'ordre des fonctions de Bessel croit.

L'utilisation des Slepian ne requiert donc pas une base illimitée de Bessel. Ceci représente un argument pour considérer que la projection du champ sur une base de Slepian est efficace.

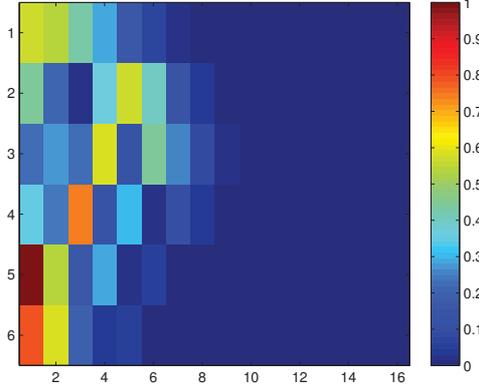


Figure B.1: Couplage des 6 premiers éléments Slepian concentrés sur une extension de deux longueurs d'onde, sur les 16 premières fonctions Bessel J.

### *Intérêt de l'utilisation de la base de Slepian par rapport à une base Bessel J*

Les harmoniques cylindriques Bessel J résolvent l'équation d'Helmholtz pour le champ focalisant. La base associée est donc adaptée pour la décomposition du champ sur la zone de test (cf. (3.57)). Nous avons choisi, pour la résolution de notre problème, d'utiliser une base de Slepian. Celles-ci sont efficaces pour exprimer le champ et adaptées pour obtenir la concentration spatiale et le confinement spectral. Nous allons ici apporter un argument supplémentaire, montrant l'intérêt de l'utilisation de la base de Slepian, et ceci, en soulevant un inconvénient lié à l'utilisation de la base de Bessel J. Nous reprendrons, pour cela, succinctement quelques étapes du calcul matriciel permettant la résolution du problème direct. L'écriture du champ vectoriel en base de Bessel en fonction de l'expression vectorielle du courant sur la base de Slepian s'écrit (cf. (3.66)), en considérant que  $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}_1^t$ :

$$\mathbf{E}_{TR}^B = \frac{-k}{4\eta} \mathbf{T} \mathbf{P}_1^t \mathbf{M} \quad (\text{B.2})$$

avec  $\mathbf{P}_1$  (cf. (3.68)), la matrice de projection de la base de Slepian vers une base de Bessel J. Le choix d'une base de Bessel J pour écrire le champ conduirait à réécrire l'équation (B.2) sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}_{TR}^B = \frac{-k}{4\eta} \mathbf{T} \mathbf{M}_B \quad (\text{B.3})$$

où le champ de refocalisation en base de Bessel s'exprime comme le produit matriciel d'une matrice de propagation  $\mathbf{T}$  par l'expression vectorielle du courant sur la base de Bessel,

notée  $M_B$ .

Le vecteur  $E_{TR}^B$  a une dimension égale à  $N$  déterminée par la relation empirique présentée en (3.41) :

$$N = 2\pi N_{ay} W_e \quad (\text{B.4})$$

où  $N_{ay}$  est défini comme le rapport des extensions respectives de la source virtuelle et de la zone de concentration (cf. Fig. 3.19).

Pour une expression du champ de refocalisation sur les fonctions Slepian, la dimension de la base associée est égale au nombre de fonctions concentrées sur  $W_e$ . Celui-ci, noté  $N_s$ , est donné par (cf. (3.23)) :

$$N_s = W_e \quad (\text{B.5})$$

Le rapport des dimensions respectives des bases de Bessel ( $N$ ) et de Slepian ( $N_s$ ), noté  $\gamma$ , s'exprime sous la forme suivante :

$$\gamma(N_{ay}) = 2\pi N_{ay} \quad (\text{B.6})$$

Considérant que  $N_{ay} > 1$ , on a donc  $\gamma(N_{ay}) > 2\pi$ .

Par conséquent, l'utilisation des Slepian à la place des Bessel, permet une expression vectorielle du champ et du courant sur une base de dimension réduite. Ceci constitue donc un argument supplémentaire confortant dans le choix de la base de Slepian.

A l'issue de ces deux sections, nous mis en évidence la pertinence de l'utilisation de la base de Slepian sur deux points. Premièrement, le passage de la base de Bessel à la base de Slepian est efficace et secundo, l'utilisation de la base de Slepian réduit la dimension des matrices et des vecteurs utiles à la résolution de notre problème. Il y a, de plus, un argument supplémentaire en faveur de l'utilisation de la base de Slepian. L'utilisation d'une base de Bessel aurait, en effet, contraint à réaliser une optimisation de la concentration, alors que la résolution de ce problème est constitutive des Slepian. Par conséquent, au vu de toutes ces constatations, la base de Slepian est adaptée pour la résolution de notre problème.



# Annexe C

## Fonction de Green 2D du RT en espace libre

Dans cette annexe, nous allons mettre en évidence la fonction de Green 2D en espace libre du retournement temporel par une surface de Huygens placée en champ lointain. Nous souhaitons donc déterminer l'équation intégrale du retournement temporel en espace libre dans une cavité à RT 2D. Nous allons utiliser une démarche identique à celle qui avait été employée pour le calcul du champ de refocalisation de la source magnétique dans le chapitre III (cf. 3.5.4). La source sera cette fois ci linéique et constituée de filaments infiniment longs dans l'axe des z parcourus par des distributions de courant électrique constantes [18]. Nous allons successivement calculer le champ divergent et convergent de l'antenne en harmoniques cylindriques puis nous déterminerons la relation intégrale entre la distribution de courant électrique et le champ de refocalisation de la source faisant apparaître la fonction de Green du RT 2D en espace libre.

### *Expression du champ divergent*

Soit le vecteur  $\vec{r}_H$  le vecteur pointant sur la surface de Huygens, notée  $\Sigma_H$ , le champ en  $\vec{r}_H$  s'écrit [18] (cf. Fig. C.1) :

$$E(\vec{r}_H) = \frac{-k^2}{4\omega\epsilon_0} \int_{\Gamma} H_0(k\|\vec{r}_H - \vec{r}'\|) J(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{C.1})$$

Nous utiliserons le théorème d'addition [97] présenté en (3.35) pour décomposer la fonction de Hankel d'ordre  $H_0$ , présente dans (C.1), sur des fonctions de Hankel et de

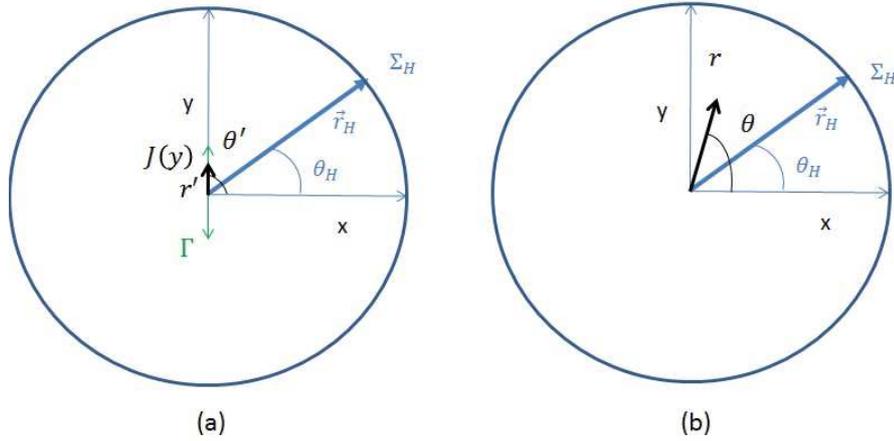


Figure C.1: Sur la figure (a) : Position de la source électrique à l'intérieur de la surface de Huygens et repère associé pour le calcul du champ divergent; Sur la figure (b) : Repère utilisé pour le calcul du champ convergent.

Bessel de première espèce. On obtient alors une nouvelle expression de (C.1) :

$$E(\vec{r}_H) = \frac{-k^2}{4\omega\epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \int_{\Gamma} J(\vec{r}') J_n(kr') \exp(-in\theta') d\vec{r}' \right) H_n(kr_H) \exp(in\theta_H) \quad (C.2)$$

en posant :

$$\gamma_n^J = \int_{\Gamma} J(\vec{r}') J_n(kr') \exp(-in\theta') d\vec{r}' \quad (C.3)$$

nous pouvons réécrire l'expression du champ divergent (C.2), de la façon suivante:

$$E(\vec{r}_H) = \frac{-k^2}{4\omega\epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \gamma_n^J H_n(kr_H) \exp(in\theta_H) \quad (C.4)$$

### Expression du champ convergent

En utilisant (3.30) l'expression du courant électrique équivalent surfacique  $J_S$  s'écrit alors :

$$J_S(\vec{r}_H) = \frac{k^2}{4\omega\epsilon_0 c \mu} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \gamma_n^J(k) H_n(kr_H) \exp(in\theta_H) \quad (C.5)$$

Le champ  $E_{TR}(\vec{r})$  en zone de focalisation peut se mettre sous la forme :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k^2}{4\omega\epsilon_0} \int_{\Sigma_H} H_0^1(k\|\vec{r} - \vec{r}_H\|) J_S^*(\vec{r}_H) d\vec{r}_H \quad (\text{C.6})$$

En utilisant (3.35), cette dernière équation, s'écrit alors :

$$E_{TR}(\vec{r}) = \frac{-k^2}{4\omega\epsilon_0} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \gamma_m^E J_m(kr) \exp(im\theta) \quad (\text{C.7})$$

où  $\gamma_m^E$  est donné par :

$$\gamma_m^E = \int_{\Sigma_H} H_m(kr_H) J_S^*(\vec{r}_H) \exp(-im\theta_H) d\vec{r}_H \quad (\text{C.8})$$

Afin de trouver la relation entre champ de refocalisation et champ divergent nous allons établir l'équation liant  $\gamma_m^E$  et  $\gamma_m^J$  et utilisant l'expression (C.8) et (C.5).

En reprenant l'expression de  $\gamma_m^E$ , on obtient :

$$\gamma_m^E = \frac{k^2}{4\omega\epsilon_0 c \mu} \int_{\Sigma_H} H_m(kr_H) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (\gamma_n^J H_n(kr_H) \exp(in\theta_H))^* \exp(-im\theta_H) d\vec{r}_H \quad (\text{C.9})$$

En effectuant l'intégration sur le contour circulaire de la surface de Huygens, l'équation précédente peut s'écrire :

$$\gamma_m^E = \frac{k^2}{4\omega\epsilon_0 c \mu} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (\gamma_n^J)^* H_m(kr_H) H_n^*(kr_H) \int_{\Sigma_H} \exp(-im\theta_H) \exp(-in\theta_H) r_H d\theta_H \quad (\text{C.10})$$

en utilisant,

$$\int_{\Sigma_H} \exp(-im\theta_H) \exp(-in\theta_H) d\theta_H = 2\pi \delta(n, -m) \quad (\text{C.11})$$

avec  $\delta$  le symbole de Kronecker, l'expression (C.10) peut évoluer en :

$$\gamma_m^E = \frac{2\pi r_H k^2}{4\omega\epsilon_0 c \mu} (\gamma_{-m}^J)^* H_m(kr_H) H_{-m}^*(kr_H) \quad (\text{C.12})$$

Le produit des fonctions de Hankel dans l'expression (C.12) peut être simplifié en utilisant la relation (3.54), on a alors :

$$H_m(kr_H)H_{-m}^*(kr_H) = (-1)^m \frac{2}{\pi kr_H} \quad (\text{C.13})$$

Par ailleurs en utilisant les propriétés des fonctions Bessel J, on peut établir l'équation suivante :

$$(\gamma_{-m}^J)^* = (-1)^m \gamma_m^J \quad (\text{C.14})$$

Les relations précédentes (C.14) et (C.13) introduite dans (C.12) permettent d'obtenir :

$$\gamma_m^E = +\gamma_m^J \quad (\text{C.15})$$

L'utilisation de (C.15) dans (C.7) donne une nouvelle expression du champ focalisant :

$$E_{TR}(\vec{r}) = -\frac{k^2}{4\omega\epsilon_0} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \gamma_m^J J_m(kr) \exp(im\theta) \quad (\text{C.16})$$

Le champ de focalisation s'exprime dans une base d'harmoniques cylindriques Bessel J. L'expression du théorème d'addition pour la fonction de Bessel J d'ordre 0 est [105]:

$$J_0(k\|\vec{r}' - \vec{r}\|) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} J_m(kr) \exp(im\theta) J_m(kr') \exp(-im\theta') \quad (\text{C.17})$$

En utilisant l'expression (C.17), dans l'équation (C.16), nous obtenons l'expression intégrale du champ de refocalisation  $E_{TR}(\vec{r})$  :

$$E_{TR}(\vec{r}) = -\frac{k^2}{4\omega\epsilon_0} \int_{\Gamma} J_0(k\|\vec{r}' - \vec{r}\|) J(\vec{r}', \omega) d\vec{r}' \quad (\text{C.18})$$

Dans (C.18), la formulation intégrale du champ de refocalisation fait intervenir le produit de la distribution de courant,  $J(\vec{r}', \omega)$ , avec la fonction  $J_0(k\|\vec{r}' - \vec{r}\|)$ .

La fonction Bessel J d'ordre 0,  $J_0(k\|\vec{r}' - \vec{r}\|)$ , est donc la fonction de Green 2D du retournement temporel en espace libre.