



HAL
open science

Transition métamatériau / sol réel pour radar HF à onde de surface

Nicolas Bourey

► **To cite this version:**

Nicolas Bourey. Transition métamatériau / sol réel pour radar HF à onde de surface. Electronique. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066560 . tel-01232126

HAL Id: tel-01232126

<https://theses.hal.science/tel-01232126>

Submitted on 23 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université Pierre et Marie Curie

Laboratoire d'Électronique et Électromagnétisme (L2E)

École doctorale : SMAER

Rapport de thèse

Spécialité : Électronique

Présentée par

Nicolas BOUREY

Transition métamatériau/sol réel pour radar HF à onde de surface

Thèse dirigée par M. Marc HÉLIER

Soutenue le 21 novembre 2014 devant le jury composé de :

Mme. V. VIGNERAS, <i>Professeur à l'Université de Bordeaux</i>	Rapporteur
M. A. REINEIX, <i>Directeur de Recherche CNRS au Xlim</i>	Rapporteur
Mme. F. OSSART, <i>Professeur à l'UPMC</i>	Examinatrice
M. Ph. POULIGUEN, <i>Responsable de domaine scientifique à la DGA</i>	Examinateur
M. Y. ERHEL, <i>Professeur à l'Université de Rennes 1, CREC Saint-Cyr</i>	Examinateur
M. F. JANGAL, <i>Ingénieur à l'Onera</i>	Examinateur
Mme. M. DARCES, <i>Maître de conférence à l'UPMC</i>	Examinatrice
M. M. HÉLIER, <i>Professeur à l'UPMC</i>	Examinateur
M. D. JACQUINOT, <i>Directeur général à AFT</i>	Invité

« La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul. »

Galileo Galilei

« Le vin est le breuvage le plus sain et le plus hygiénique qui soit. »

Louis Pasteur

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte	1
1.2	Travaux précédents	5
1.3	Objectifs	9
1.4	État de l’art	9
1.5	Organisation et contributions de ce manuscrit	13
2	Ligne de dipôles au-dessus d’un sol à faible valeur de permittivité	15
2.1	Introduction	16
2.2	Ligne de sources en espace libre	16
2.3	Impédance de surface	25
2.4	Ligne continue de dipôles électriques verticaux	27
2.5	Résolutions numériques	37
2.6	Résultats numériques	42
2.7	Extension de la validité de l’impédance de surface du premier ordre	55
2.8	Conclusion	59
3	Transition entre plusieurs milieux	61
3.1	Introduction	61
3.2	Modèle UIT pour la propagation à travers plusieurs milieux	63
3.3	Transition abrupte	65
3.4	Transition graduelle	69
3.5	Conclusion	81
4	Application dans le cadre du projet PRISME-HF	83
4.1	Introduction	83
4.2	Principe de la mesure avec EMIR	84
4.3	Métamatériaux électriques	85
4.4	Conception d’une structure	87
4.5	Résultats de mesures	91
4.6	Conclusion	111
	Conclusion générale	113

A	Condition d'impédance du premier ordre	117
A.1	Condition d'impédance en fonctions des composantes normales	117
A.2	Condition d'impédance en fonctions des composantes tangentielles	119
B	Condition d'impédance du deuxième ordre	123
B.1	Équations intermédiaires	123
B.2	Condition	124
C	Résolution de l'équation de Helmholtz	129
D	Intégration par parties	131
E	Résolution analytique de $Q(\alpha)$	133
E.1	Intégrale $Q_2(\alpha)$	133
E.2	Intégrale $Q_3(\alpha)$	135
F	Mesures EMIR avec des bandes de film	137
G	Effets de l'antenne	145
	Publications	153
	Bibliographie	155

Introduction

Sommaire

1.1	Contexte	1
1.1.1	Intérêt du radar HF à onde de surface	1
1.1.2	Principe du radar HF	2
1.1.3	Finalité de l'étude	4
1.2	Travaux précédents	5
1.3	Objectifs	9
1.4	État de l'art	9
1.4.1	Impédance de surface	9
1.4.2	Transition	10
1.5	Organisation et contributions de ce manuscrit	13

1.1 Contexte

1.1.1 Intérêt du radar HF à onde de surface

C'est en 1982, à la suite de la convention des Nations Unies sur le droit de la mer, que la notion de Zone Économique Exclusive (ZEE) trouve son fondement juridique. Cette zone, représentée sur la figure 1.1, s'étend de la ligne de côte jusqu'à 200 milles marins (environ 370 km). D'après l'article 56 de la convention des Nations Unies sur le droit de la mer, dans la ZEE, l'État côtier a des droits souverains aux fins d'exploration et d'exploitation, de conservation et de gestion des ressources naturelles, biologiques ou non biologiques, des fonds marins et de leur sous-sol. Par ses multiples possessions dans les océans du monde, la France possède la deuxième plus grande ZEE au monde, juste derrière les États Unis, avec 11 millions de km².

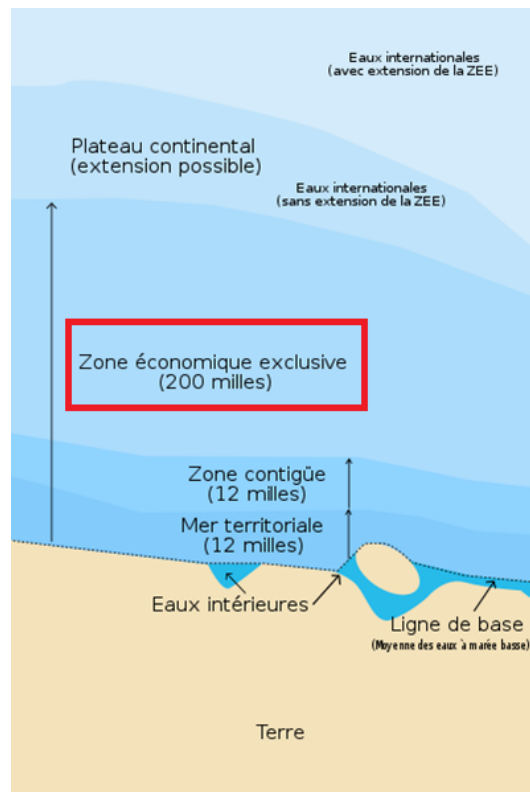


FIGURE 1.1 – Les zones maritimes du droit international de la mer.

Les pays étant souverains dans cette zone, sa surveillance est un point clé, que ce soit pour la régulation de la pêche, l’alerte avancée ou encore la détection des actes de piraterie pouvant menacer les intérêts des États ou mettre en danger leurs populations. Actuellement, la plus grande partie de la surveillance est réalisée par des instruments aéroportés et des instruments embarqués sur satellite ou navire. Le Radar HF (Hautes Fréquences) à Onde de Surface (RHFOS) est la solution optimale et bas coût pour la surveillance de la ZEE car il permet, depuis les côtes, la surveillance de larges zones (de l’ordre de 200 km^2) de façon permanente et continue. Il est actuellement à l’étude dans le monde entier [54][16] et particulièrement dans l’Union Européenne [31] comme capteur à longue portée pour les systèmes de surveillance maritime intégrée [2]. Ces systèmes tendent vers un moyen global et opérationnel pour la surveillance et la sécurité maritime. Toutefois, la majorité des RHFOS est aujourd’hui utilisée pour l’océanographie [3].

1.1.2 Principe du radar HF

Depuis plusieurs années, des recherches sur les radars HF sont conduites à l’ONERA. La principale particularité des radars fonctionnant dans cette bande de fréquence (3 à 30 MHz) est leur portée. En effet, avec ce type de radar, il est possible de détecter

des cibles situées au-delà de l'horizon radioélectrique. Pour cela, on les appelle radars transhorizons. L'horizon radioélectrique est à peu près équivalent à la ligne d'horizon optique. Il existe une formule approchée pour calculer cette portée radioélectrique, qui s'écrit comme :

$$distance = 2.23\sqrt{h} \quad (1.1)$$

où la distance est donnée en milles marins et h est la hauteur de positionnement, en mètres, de l'élément rayonnant. Par exemple, un radar se situant à une hauteur de 50 m a normalement une portée d'environ 29 km, ce qui est, bien sûr, bien inférieur à celle des radars transhorizons.

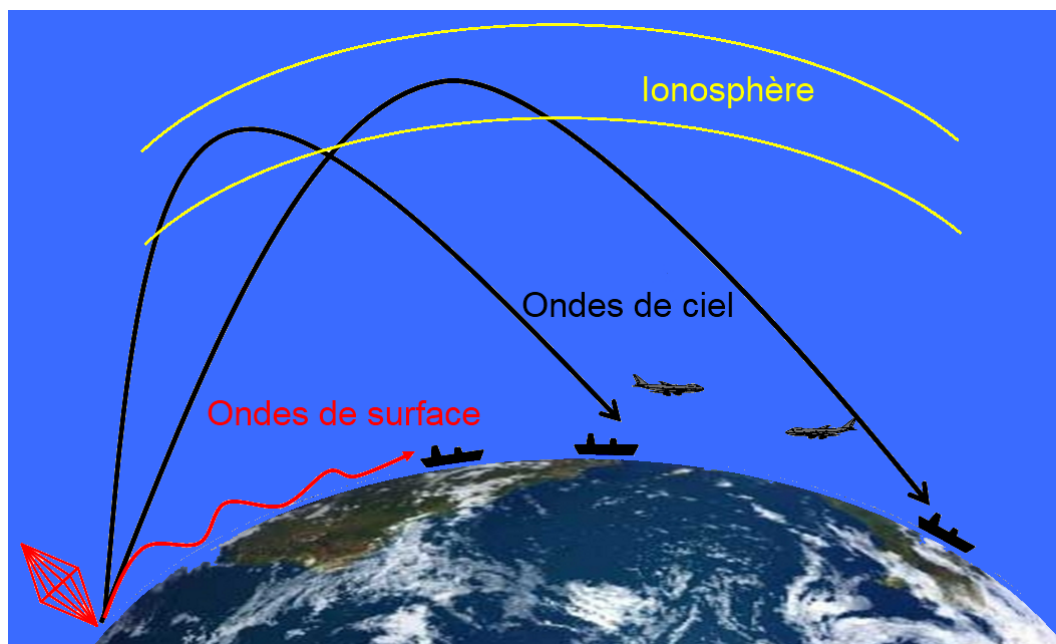


FIGURE 1.2 – Modes de propagation associés aux radars transhorizons

Il existe deux grands types de radars transhorizons : le radar à ondes de ciel et le radar à onde de surface. Les modes de propagation associés à chacun d'eux sont représentés sur la figure 1.2. Le premier est le radar ionosphérique et utilise la propriété de réfraction des ondes HF sur l'ionosphère pour détecter des cibles à très grande distance. Le deuxième, appelé RHFOS, est un radar côtier. Il utilise la propriété des ondes HF d'être guidées par l'interface air/mer, pour détecter des cibles jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres. Ce travail de recherche concerne le RHFOS.

1.1.3 Finalité de l'étude

Le système RHFOS de l'ONERA dispose d'antennes bicônes d'émission représentées sur figure 1.3. Ce type d'antennes présente un comportement similaire à celui d'un monopôle quart d'onde et rayonne donc un champ électromagnétique dans tout l'espace sans privilégier une direction de propagation comme c'est le cas pour la majorité des RHFOS dans le monde. Une étude de ce type d'antenne montre que la majeure partie de l'énergie électromagnétique est rayonnée vers le ciel [11] et une faible partie est rayonnée en onde de surface. Par conséquent, le radar est limité en portée à cause de l'énergie perdue en ondes de ciel. De plus, cette énergie peut être rétro-diffusée par l'ionosphère et perturber le signal radar. La figure 1.4 représente deux images doppler/distance obtenues avec le RHFOS. La première est centrée sur le fouillis de mer, caractéristique du RHFOS et la deuxième représente une image complète où le fouillis ionosphérique est présent de 100 km à environ 180 km.



FIGURE 1.3 – Antennes bicônes du démonstrateur RHFOS à Biscarosse.

Pour augmenter la portée du radar ou son rendement, il est nécessaire d'améliorer son rayonnement à la surface. Des études antérieures [11] [36] ont montré que des modifications géométriques, mêmes importantes, de l'antenne bicône n'augmentaient pas significativement l'excitation de l'onde de surface. Un retour vers la théorie électromagnétique était donc nécessaire [36]. Après une analyse des modes se propageant le long d'une interface

air/sol, une étude antérieure, menée à l'ONERA et à l'UPMC, a montré que le contrôle de l'onde de surface n'est pas possible sans celui de l'impédance de surface [37].

De plus, l'augmentation de la part de rayonnement en onde de surface par rapport aux ondes de ciel permettrait de réduire significativement le fouillis ionosphérique (figure 1.4) obtenu sur les images radar. Une réduction de ce fouillis permettrait donc un traitement plus simple des images et ainsi une meilleure détection des vaisseaux.

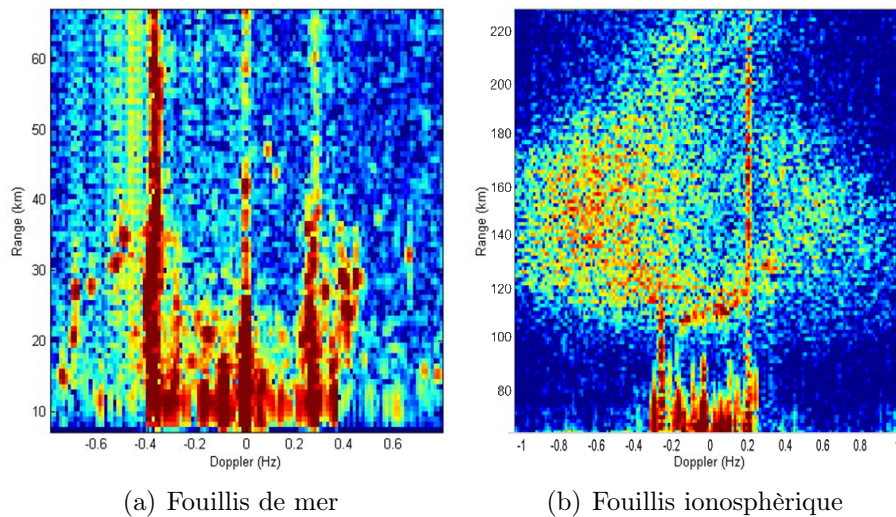


FIGURE 1.4 – Fouillis pour le radar HF à onde de surface

1.2 Travaux précédents

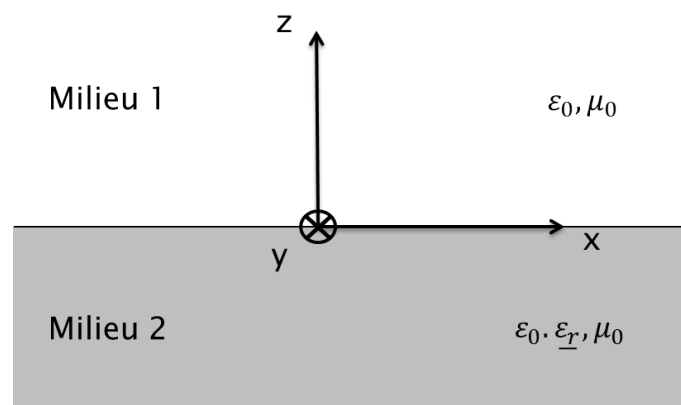


FIGURE 1.5 – Interface entre l'air (milieu 1) et une diélectrique à pertes (milieu 2).

Soit la géométrie (figure 1.5) d'une interface entre deux milieux où le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 est un diélectrique à pertes de conductivité σ , de permittivité

diélectrique relative ε_{rr} et de permittivité relative complexe $\underline{\varepsilon}_r$ égale à :

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_{rr} + i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (1.2)$$

On définit la convention temporelle $e^{-i\omega t}$ où ω est la pulsation angulaire. Il a été montré, lors de travaux précédents réalisés à l'ONERA et à l'UPMC [38], qu'il n'était pas possible d'exciter une forte onde de surface sur un milieu ayant une permittivité à partie réelle positive (tous les matériaux naturels aux fréquences HF). En revanche, une telle onde peut être excitée et se propager à la surface d'un métamatériau, caractérisé par une permittivité à partie réelle négative. Le métamatériau devra être placé sur le sol, devant les antennes d'émission du radar, ce qui lui permettra d'augmenter leur rayonnement vers la surface, sans pour autant modifier significativement l'architecture du système.

La solution en onde de surface recherchée est une onde transverse magnétique confinée à l'interface. Ceci signifie qu'elle est faiblement atténuée dans la direction de propagation, c'est-à-dire vers la mer et évanescence dans la direction perpendiculaire à la mer, c'est-à-dire vers le ciel. Les conditions pour avoir une forte onde de surface imposent $\varepsilon_{rr} < -1$ et σ très petit. L'impédance de surface est, alors, donnée par :

$$Z_s = i\eta \sqrt{\frac{1}{|\varepsilon_{rr}|}} \quad (1.3)$$

où η est l'impédance d'onde du vide. La notion d'impédance de surface permet de remplacer le sol par une condition aux limites et de calculer le champ électromagnétique seulement dans l'air. La notion d'impédance de surface sera plus largement développée dans le chapitre 2.

Ces deux conditions sur les propriétés du métamatériau ($\varepsilon_{rr} < -1$ et σ très petit) ont permis de définir une surface dite super inductive (SSI), équivalent à un métamatériau avec une permittivité négative. La figure 1.6 illustre la différence entre les répartitions du champ électrique rayonné quand l'antenne est positionnée sur un métamatériau et quand elle est sur un sol naturel. La solution théorique, reposant sur l'hypothèse d'une interface infinie, n'est, bien sûr, pas directement applicable à une configuration expérimentale : un métamatériau idéal ne peut pas être déployé sur la mer. Il sera nécessairement réduit à un espace proche de l'antenne, mais suffisamment grand pour permettre l'excitation d'une onde de surface.

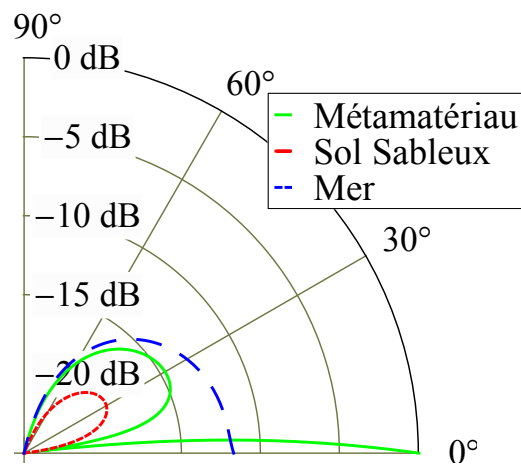


FIGURE 1.6 – Répartition du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz électrique vertical sur différents sols à une fréquence de 10 MHz et à une distance de 500 m.

Le résultat de la figure 1.6 est très intéressant et il permet de mettre en évidence l'importance du métamatériau pour générer une onde de surface; mais cela reste un résultat théorique. Dans le cadre d'une première campagne de mesures à l'ONERA, il a été mis en évidence expérimentalement l'intérêt d'un métamatériau dans la génération d'une forte onde de surface. Cette étude expérimentale a été menée grâce à la méthode EMIR qui sera largement décrite dans le chapitre 4 de ce manuscrit, et dont le principe est représenté sur la figure 1.7. Une antenne, positionnée sur un plan métallique, rayonne un champ électromagnétique. Sous l'effet de ce champ, le film EMIR, qui est résistif, chauffe. La caméra infra-rouge mesure cet échauffement. Connaissant les caractéristiques du film, il est possible de déterminer les niveaux de champ électrique correspondants. Pour des questions d'encombrement et de fonctionnement de la méthode EMIR, les mesures seront réalisées, autour du GHz, sur une maquette réalisée, à échelle réduite, après application du principe de similitude.

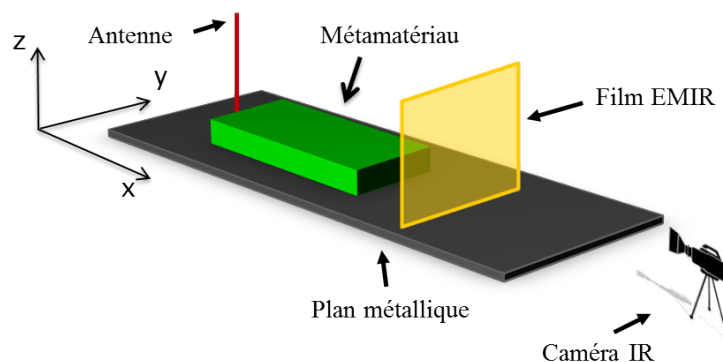


FIGURE 1.7 – Principe de mesure avec le système EMIR.

On peut voir, sur la figure 1.8, le champ électrique rayonné par une antenne bicône à la fréquence de 1.1 GHz au-dessus d'un plan métallique. Dans ce résultat, le champ électrique est diffus dans tout l'espace et à un niveau maximum de 60 V/m. Le résultat de la figure 1.9 reprend la même configuration avec l'ajout d'un métamatériau devant l'antenne d'émission. On voit alors clairement que le champ est confiné à la surface et qu'il est également beaucoup plus important avec un niveau maximum de 380 V/m.

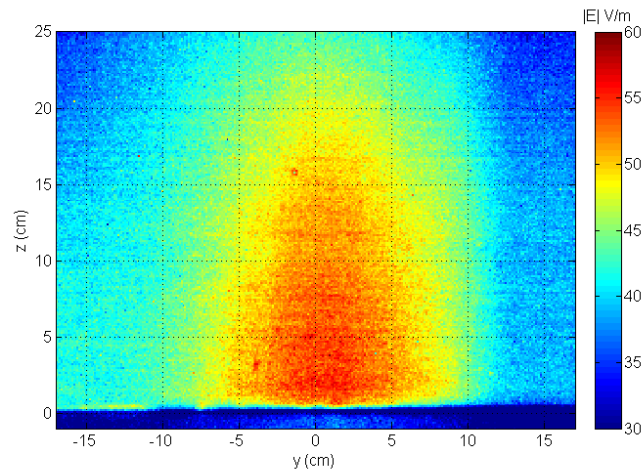


FIGURE 1.8 – Champ électrique rayonné par une antenne bicône au-dessus d'un plan métallique, vu dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation à 1.1 GHz.

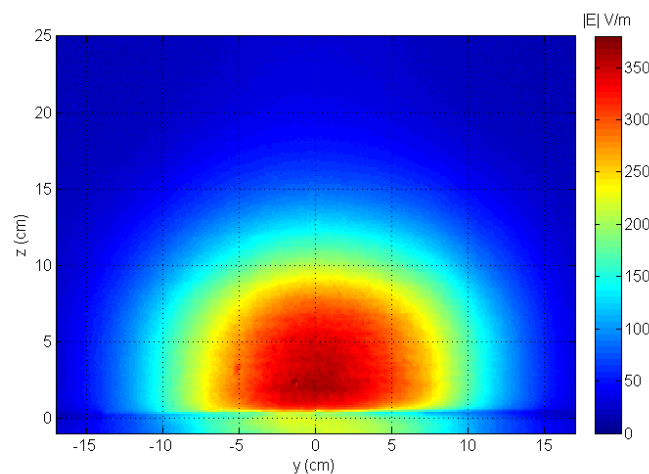


FIGURE 1.9 – Champ électrique rayonné par une antenne bicône au-dessus d'un plan métallique avec un métamatériau placé devant l'antenne, vu dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation à 1.1 GHz.

1.3 Objectifs

D'un côté, le métamatériau permet la création et la propagation d'une onde de surface, mais de l'autre, il crée une discontinuité à ses bords qui pourrait la diffracter. L'objectif principal de la thèse est de concevoir une transition permettant d'atténuer l'effet de la rupture d'impédance apparaissant entre le métamatériau et le sol réel, c'est-à-dire la mer ou encore le sable dans notre cas. Cette rupture d'impédance est due au passage d'un milieu à faible permittivité négative (métamatériau) à un milieu ayant une permittivité positive importante (sol réel).

On propose d'étudier le comportement des ondes électromagnétiques à l'endroit de la discontinuité et, si besoin, de réduire le phénomène de diffraction en ajoutant une transition entre ce métamatériau et la mer. Le premier point à traiter est la quantification de l'énergie diffractée par la rupture d'impédance entre le métamatériau et le sol. Une technique proposée par Clemmow [10] et utilisée par Wait [48] permet de calculer les champs se propageant à travers une ligne de côte. On va insérer un métamatériau entre les antennes d'émission du radar et la mer pour augmenter l'excitation en onde de surface et adapter les approches proposées dans les références [10][48] pour étudier cette transition.

1.4 État de l'art

1.4.1 Impédance de surface

À la fin des années 1930, plusieurs auteurs [27][39] travaillent sur le calcul du champ rayonné par un dipôle de Hertz au-dessus d'un sol très bon conducteur. Le calcul nécessite une résolution dans le sol, dans l'air et le raccord des solutions à l'interface, à l'aide des conditions de continuité des champs électromagnétiques. Pour faciliter les calculs, les auteurs développent alors une condition d'impédance à l'interface, ce qui évite de calculer les champs électromagnétiques dans le sol et donc de faire le raccord. Dans les travaux de Leontovich [27], la plus forte approximation est que le sol doit être plan et doit avoir une grande valeur de permittivité. Ce dernier point signifie que l'on néglige la variation au second ordre du champ le long de l'interface en comparaison avec la variation au second ordre du champ dans la direction normale à l'interface.

À la même période, Rytov [39] étend la formulation de l'impédance de surface à des surfaces non planes, mais toujours avec la restriction d'un sol à grande permittivité. Pour réaliser cela, il effectue des calculs sur l'effet de peau en utilisant la méthode des perturbations [40] et développe l'impédance de surface en séries asymptotiques contenant le paramètre de profondeur effective de pénétration des courants dans le sol conducteur.

Une trentaine d'années plus tard, Karp and Karal [25] proposent une condition générale de l'impédance de surface permettant d'étudier les milieux qui peuvent supporter la propagation de plus d'une onde de surface, comme par exemple une couche de diélectrique au-dessus d'un plan métallique. Dans le même temps, Kane and Karp [23][22] introduisent une impédance de surface dite du deuxième ordre pour étudier la réflexion d'une onde plane quand le sol a une permittivité proche de l'unité. À la même période, on trouve les travaux de Jones [21] sur la propagation d'une onde de surface au-dessus d'une couche diélectrique et en 1975 ceux d'Alexopoulos [5] portant sur la précision de la condition de Leontovich dans le cas de la propagation d'une onde électromagnétique au-dessus d'un cylindre. Bien que ces deux dernières études ne soient pas directement liées au problème posé dans ce manuscrit de thèse, elles soulignent l'intérêt de la condition de Leontovich dans diverses applications.

De 1960 à 1995, Senior travaille sur les problèmes des conditions aux limites à l'interface entre un diélectrique et l'air. Ainsi, il publie de nombreux articles [41][42][43] et écrit un livre sur les conditions d'impédance avec Volakis [44]. On y retrouve des détails sur le développement des différents ordres de l'impédance de surface qui seront exposés dans les annexes A et B. On trouve également des travaux de Wait [51] sur l'impédance de surface et plus récemment un article de Yuferev et Ida [55][56] portant sur la détermination de l'impédance de surface à choisir dans le cas des conducteurs cylindriques. Plus récemment, Dykne [13] s'est intéressé à la précision de la condition de Leontovich. Tout cela prouve qu'aujourd'hui, après 70 ans de travail sur le sujet, toutes les pistes n'ont pas encore été explorées.

1.4.2 Transition

Maintenant que le calcul peut être mené uniquement dans l'air grâce à l'impédance de surface, on va s'intéresser au cas d'un milieu inférieur non homogène. On décrit ici l'évolution des différentes méthodes permettant de résoudre le problème de la propagation des ondes électromagnétiques à travers plusieurs milieux, comme représenté sur la figure 1.10. Une grande partie des articles écrits sur ce sujet est consacrée à des milieux de grandes dimensions pour permettre de prendre en compte la topographie de la surface.

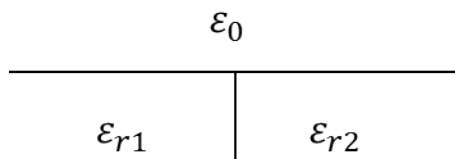


FIGURE 1.10 – Transition triple.

Un des premiers à considérer ce type de problème est Feinberg [14][15]. Dans ses publications, qui sont en fait un long article décomposé en trois parties, Feinberg introduit, en 1944, une formulation permettant de prendre en compte de faibles variations d'indice des milieux à la surface. Il se sert, pour cela, de la condition de Leontovich et est donc limité à des sols très conducteurs. À la même période, Grünberg [18] cherche à déterminer le champ électrique à travers une discontinuité sol/mer. Il détermine une équation permettant de rendre compte de ces changements, mais cette équation n'est valable qu'à quelques longueurs d'ondes de la discontinuité et ne permet pas de voir directement l'effet de celle-ci sur la propagation des ondes électromagnétiques. Le sol doit aussi avoir une grande conductivité. En 1948, Millington [29] détermine de façon empirique un moyen de prendre en compte, pour de grandes distances d'observation, l'effet d'une île lors de la propagation d'une onde électromagnétique sur la mer. Pour cela, il utilise une moyenne géométrique du champ électromagnétique se propageant dans le sens aller et de celui se propageant dans le sens retour. Ce modèle est maintenant la référence de l'Union Internationale des Télécommunications (UIT) pour la propagation des ondes à grande distance. Monteath [30] utilise le théorème de compensation [4] (utilisé dans les circuits) et il inclut différentes impédances de surface pour remplacer les deux milieux de propagation, ce qui lui permet d'avoir une impédance mutuelle prenant en compte la discontinuité. En 1952, Clemmow [10] introduit une formulation analytique permettant de prendre en compte la propagation au-dessus de deux sols arbitraires. Dans cet article, il utilise l'angle de Brewster car, pour une telle incidence, une onde plane arrivant sur une interface plane, se propage en onde de surface, ce qui permet de la déterminer. Clemmow prend en compte la présence d'une antenne d'émission et d'une antenne de réception. Il calcule une fonction d'atténuation, entre les deux antennes. Cette fonction prend en compte une discontinuité entre deux milieux et pour retrouver le champ électrique à n'importe quelle position, il suffit d'ajouter le champ électrique équivalent rayonné par l'antenne d'émission dans le vide. On présentera plus en détails cette formulation dans le chapitre 3. En 1964, Wait [48][49][52][50] s'intéresse également au problème d'une onde se propageant à travers une ligne de côte. Il introduit une fonction permettant de réaliser un changement graduel d'impédance à partir de l'impédance de surface du premier milieu, la terre, pour arriver à l'impédance de surface de la mer. Il utilise également le principe de l'impédance mutuelle entre les deux milieux. Cette méthode sera largement développée dans le chapitre 3 de ce manuscrit. À la même période, d'autres auteurs travaillent sur la propagation des ondes électromagnétiques à travers une ligne de côte. C'est le cas de Millar [28] en 1967. Il s'intéresse à la résolution numérique d'une partie des travaux de Clemmow [10]. Il prend toujours le cas d'une terre avec une grande permittivité. Dans ses résultats, il retrouve le phénomène de recouvrement décrit par Millington [29]. La seule différence notable qu'il

obtient intervient au voisinage de la ligne de côte et dépend principalement de la façon de décrire la discontinuité.

Après un bond dans le temps d'une vingtaine d'années, on trouve une formulation analytique de la propagation des ondes électromagnétiques à travers plusieurs milieux développée par Walsh et Donnelly [53]. On retrouve également une revue très complète des différents travaux sur la propagation à travers une ligne de côte dans les travaux de thèse de Donnelly [12]. Dans ces travaux, le point de départ est de travailler sur l'interface décrite sur la figure 1.10 en découpant l'espace en quatre parties. L'air est virtuellement découpé en deux espaces, par prolongation, dans le demi-espace supérieur, de la frontière entre les milieux 1 et 2. Walsh et Donnelly introduisent, pour réaliser leur développement, une permittivité dépendant de la position et écrivent de façon très précise les équations régissant chaque partie. Leur formulation reste exacte jusqu'à l'introduction d'une impédance de surface avec la restriction bien connue sur la valeur de la permittivité. Ce point aurait pu être levé en remplaçant cette impédance de surface par une extension de celle introduite à la fin du chapitre 2 de ce manuscrit.

Dans les années 2000, Sevgi [46][45] et Bourlier [7] s'intéressent à l'effet "Millington" appelé également effet de recouvrement. C'est le phénomène apparaissant lors d'une succession de deux milieux où le deuxième milieu est beaucoup plus conducteur que le premier, par exemple lors d'une transition terre/mer. Cet effet donne l'impression d'avoir un regain d'énergie lors du passage de la discontinuité. De son côté, Sevgi utilise les travaux de Norton [34][33] portant sur l'étude du rayonnement d'un dipôle de Hertz au-dessus d'un sol et des travaux de Wait [48] sur la propagation des ondes à travers une ligne de côte. Il développe un programme de calcul et retrouve les résultats de Millington [29] sur l'effet de recouvrement pour des grandes distances. Enfin, Bourlier [7] s'intéresse plus particulièrement aux hétérogénéités des surfaces rugueuses et utilise des méthodes de résolutions numériques dans le domaine de Fourier tout en utilisant également l'impédance mutuelle entre les différents milieux.

D'une manière générale, il n'y a pas de travaux spécifiques sur une succession de milieux où un des deux milieux a une valeur de permittivité négative et/ou proche de l'unité. Il est intéressant également de faire mention des travaux [20][8][6] portant sur l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques à travers une discontinuité géométrique entre les milieux. C'est un point qui ne sera pas abordé dans ce manuscrit mais qu'il aurait été utile d'étudier, par exemple dans le cas où les antennes d'émissions du radar sont localisées aux bords de falaises.

1.5 Organisation et contributions de ce manuscrit

Dans le chapitre 2, on commencera par définir plus concrètement le problème étudié. Il faudra donc dans un premier temps introduire l'équation de Helmholtz décrivant les différentes sources considérées. Dans un deuxième temps, on posera la géométrie du problème et on introduira le concept d'impédance de surface. À travers une présentation des impédances du premier et du deuxième ordres, on montrera que ces deux ordres peuvent être résumés en une seule impédance de surface généralisée. Dans la deuxième partie du chapitre, on développera une formulation permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné au-dessus d'un sol par une ligne source de dipôles de Hertz électriques et verticaux. Le développement se fera avec une impédance du premier ordre et une impédance du deuxième ordre afin de ne plus avoir de restriction sur la nature du sol. Enfin la dernière partie du chapitre sera consacrée à la présentation de différents résultats numériques afin de conclure sur l'intérêt de la formulation.

Le troisième chapitre traite de l'étude de la propagation des ondes le long de plusieurs milieux. Dans la première partie du chapitre, on présentera une méthode développée par Clemmow [10] permettant de calculer directement le champ électromagnétique entre deux milieux avec une méthode rigoureuse. Dans un deuxième temps, on se focalisera sur une méthode, introduite par Wait [48], permettant la modélisation d'une transition entre deux milieux par une variation graduelle de l'impédance de surface. On montrera que cette méthode n'est pas directement applicable à une transition entre deux milieux ayant un fort contraste d'impédance entre eux. On exposera également une modification de la méthode permettant de l'appliquer à une telle configuration.

Le chapitre 4 est consacré à une étude expérimentale à échelle réduite des métamatériaux, et d'une transition. L'étude est réalisée dans la bande UHF pour un souci d'encombrement et de fonctionnement de la méthode utilisée. Dans un premier temps, on présentera en détail la méthode EMIR permettant d'avoir une mesure du champ électrique rayonné par l'antenne d'émission placée sur un métamatériau. Dans un deuxième temps, on présentera des résultats de mesure avec un métamatériau unique puis avec un métamatériau présentant différentes transitions. Enfin, une conclusion générale permettra de dresser un bilan des travaux réalisés et d'ouvrir des perspectives.

Ligne de dipôles au-dessus d'un sol à faible valeur de permittivité

Sommaire

2.1	Introduction	16
2.2	Ligne de sources en espace libre	16
2.2.1	Équations de Helmholtz	16
2.2.2	Potentiels vecteurs	18
2.2.3	Fonction de Green	20
2.2.4	Ligne source et ligne de dipôles en espace libre	22
2.3	Impédance de surface	25
2.3.1	Géométrie	25
2.3.2	Principe	25
2.4	Ligne continue de dipôles électriques verticaux	27
2.4.1	Impédance du premier ordre	28
2.4.2	Impédance du deuxième ordre	33
2.5	Résolutions numériques	37
2.5.1	Intégrale du premier ordre	38
2.5.2	Intégrale du deuxième ordre	41
2.6	Résultats numériques	42
2.6.1	Indice de réfraction	43
2.6.2	Validation de la méthode	44
2.6.3	Analyse des différentes contributions	47
2.6.4	Comparaison 1 ^{er} - 2 ^e ordre	49
2.7	Extension de la validité de l'impédance de surface du premier ordre	55
2.8	Conclusion	59

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré au développement d'une formulation analytique permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné par une ligne de dipôles électriques de Hertz, placés au-dessus d'un sol ayant une faible valeur de permittivité. Cette étape, essentielle, permettra, dans le chapitre suivant, de calculer le champ électromagnétique à travers une succession de plusieurs milieux.

Dans la première partie de ce chapitre, on va calculer le champ électromagnétique quand la ligne source est en espace libre. Pour cela, on définira entièrement les équations de Helmholtz, on introduira les fonctions auxiliaires et les fonctions de Green dyadiques. La ligne source en espace libre pourra être une ligne de sources magnétiques ou une ligne de dipôles électriques verticaux. Dans la deuxième partie du chapitre, on introduira la notion d'impédance de surface et on expliquera en détail le développement de cette impédance au premier et au deuxième ordres. La troisième partie du chapitre détaillera le développement de la formulation analytique du champ magnétique rayonné par une ligne de dipôles quand le sol est remplacé par une impédance du premier ordre, puis par une impédance du deuxième ordre. On passera ensuite, dans la quatrième partie du chapitre, aux résolutions numériques des différentes équations suivies d'une comparaison des résultats obtenus dans le cas d'une impédance du premier ordre avec ceux obtenus dans le cas d'une impédance du deuxième ordre. La dernière partie du chapitre introduira une extension de la formulation du premier ordre permettant de considérer des sols ayant une faible valeur de permittivité.

2.2 Ligne de sources en espace libre

Cette partie, très générale, introduira toutes les équations nécessaires pour le développement d'une formulation permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné par une ligne continue de sources élémentaires électriques ou magnétiques.

2.2.1 Équations de Helmholtz

Les équations de Maxwell sont données en régime harmonique avec la convention temporelle $e^{-i\omega t}$ dans un milieu linéaire, homogène et isotrope par :

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = +i\omega \vec{B} - \vec{M} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\vec{D} + \vec{J} \quad (2.4)$$

où les différentes variables vectorielles représentent :

- \vec{E} , le champ électrique en V/m.
- \vec{D} , l'induction électrique en C/m.
- \vec{H} , le champ magnétique en A/m.
- \vec{B} , l'induction magnétique en T.
- \vec{J} , la densité de courant électrique en A/m².
- \vec{M} , la densité de courant magnétique en V/m².
- ρ , la densité de charge électrique en C/m³.
- ρ_m , la densité de charge magnétique en Wb/m³.

Dans le cas où le milieu de propagation est le vide, il est caractérisé par sa permittivité absolue $\varepsilon_0 = 8,854.10^{-12}$ F/m et sa perméabilité absolue $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m. On a alors les relations suivantes :

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} \quad (2.6)$$

Ce qui donne :

$$\nabla \cdot \vec{H} = \frac{\rho_m}{\varepsilon_0} \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\mu_0} \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \vec{E} = +i\omega\mu_0\vec{H} - \vec{M} \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0\vec{E} + \vec{J} \quad (2.10)$$

On en déduit :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = +i\omega\mu_0\nabla \times \vec{H} - \nabla \times \vec{M} = +i\omega\mu_0\vec{J} + \omega^2\varepsilon_0\mu_0\vec{E} - \nabla \times \vec{M} \quad (2.11)$$

On notera $k_0^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$, où k_0 est appelée la constante de propagation du vide et ω la pulsation.

Par ailleurs,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla\nabla \cdot \vec{E} - \Delta\vec{E} \quad (2.12)$$

La conservation de la charge indique que :

$$\nabla \cdot \vec{E} = +\frac{\nabla \cdot \vec{J}}{i\omega\varepsilon} \quad (2.13)$$

Ceci permet d'aboutir aux deux équations de Helmholtz vectorielles avec second membre :

$$\Delta \vec{E} + k_0^2 \vec{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} (\nabla \nabla \cdot + k_0^2) \vec{J} + \nabla \times \vec{M} \quad (2.14)$$

$$\Delta \vec{H} + k_0^2 \vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu} (\nabla \nabla \cdot + k_0^2) \vec{M} - \nabla \times \vec{J} \quad (2.15)$$

2.2.2 Potentiels vecteurs

Les équations de Helmholtz sont modifiées en introduisant les potentiels vecteurs électrique \vec{A} et magnétique \vec{F} . On détaillera les calculs pour le potentiel \vec{A} et on en déduira les expressions pour le potentiel \vec{F} . Le potentiel vecteur électrique est utilisé dans le cas d'une source électrique, $\vec{J} \neq 0$ et $\vec{M} = 0$. Il s'exprime en fonction de l'induction magnétique par :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.16)$$

En effet, la divergence d'un rotationnel étant toujours nulle en l'absence de charge magnétique ($\rho_m = 0$), on retrouve bien (2.2). Avec l'aide de (2.6), on exprime directement le champ magnétique en fonction du potentiel vecteur électrique par :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A} \quad (2.17)$$

Pour exprimer le champ électrique en fonction du potentiel vecteur électrique, on remplace l'équation précédente dans l'équation de Maxwell Faraday (2.9) avec $\vec{M} = 0$, cela permet d'obtenir :

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega \nabla \times \vec{A}$$

Le rotationnel est un opérateur linéaire, donc :

$$\nabla \times (\vec{E} - i\omega \vec{A}) = 0$$

où le terme entre parenthèses peut être identifié comme le gradient d'une fonction scalaire φ car le rotationnel d'un gradient est toujours nul. On a donc maintenant :

$$\nabla \times (\nabla \varphi) = 0$$

Le champ électrique s'exprime donc maintenant en fonction du potentiel vecteur électrique par :

$$\vec{E} = i\omega \vec{A} + \nabla \varphi \quad (2.18)$$

Il reste maintenant à identifier l'expression de la fonction φ qui peut être vue comme

un potentiel scalaire électrique. Pour cela, on injecte (2.17) et (2.18) dans l'équation de Maxwell Ampère (2.10), ce qui permet d'obtenir :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = -i\omega\varepsilon_0\mu_0(i\omega\vec{A} + \nabla\varphi) + \mu_0\vec{J} \quad (2.19)$$

De plus on a $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta\vec{A}$, l'équation à résoudre est maintenant :

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta\vec{A} = k_0^2\vec{A} - i\omega\varepsilon_0\mu_0\nabla\varphi + \mu_0\vec{J} \quad (2.20)$$

Le gradient est un opérateur linéaire, ainsi :

$$\Delta\vec{A} + k_0^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + i\omega\varepsilon_0\mu_0\varphi) \quad (2.21)$$

On reconnaît, dans l'équation (2.21), l'équation de Helmholtz pour le potentiel vecteur électrique sous réserve que le second terme du second membre soit nul. On a donc pour φ l'expression suivante :

$$\varphi = -\frac{\nabla \cdot \vec{A}}{i\omega\varepsilon_0\mu_0}$$

Le champ électrique, dans le cas d'une source électrique, a donc l'expression suivante :

$$\vec{E}_A = i\omega\vec{A} - \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{i\omega\varepsilon_0\mu_0} \quad (2.22)$$

En procédant de la même façon avec le potentiel vecteur électrique \vec{F} , correspondant à une source magnétique \vec{M} , on a maintenant les deux équations de Helmholtz suivantes :

$$\Delta\vec{A} + k^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J} \quad (2.23)$$

$$\Delta\vec{F} + k^2\vec{F} = -\varepsilon_0\vec{M} \quad (2.24)$$

Après avoir posé un problème donné et résolu une des deux équations de Helmholtz, on est capable de calculer le champ électrique et le champ magnétique à l'aide des deux équations suivantes :

$$\vec{E} = i\omega\vec{A} + \frac{i}{\omega\varepsilon_0\mu_0}\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \frac{1}{\varepsilon_0}\nabla \times \vec{F} \quad (2.25)$$

$$\vec{H} = i\omega\vec{F} + \frac{i}{\omega\varepsilon_0\mu_0}\nabla(\nabla \cdot \vec{F}) + \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{A} \quad (2.26)$$

2.2.3 Fonction de Green

Pour les deux équations de Helmholtz en champs électrique et magnétique ou en potentiels vecteurs, il s'agit de résoudre un problème du type $\Delta \vec{X} + k_0^2 \vec{X} = \vec{S}$, où \vec{S} est une distribution vectorielle donnée représentant la source et \vec{X} le vecteur inconnu.

Une solution particulière de ce type d'équation est la convolution $X_i = G * S_i$ où G est la fonction de Green scalaire, solution de l'équation :

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') + k_0^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (2.27)$$

où $\delta(\vec{r})$ est la distribution de Dirac ; \vec{r} et \vec{r}' sont respectivement la position d'observation et la position de la source. Les solutions des équations de Helmholtz en potentiels vecteurs s'expriment à l'aide de la fonction de Green de la façon suivante :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \mu_0 \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV' \quad (2.28)$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = \varepsilon_0 \iiint_V \vec{M}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV' \quad (2.29)$$

Comme pour déterminer l'expression du champ électrique en fonction des potentiels vecteurs électriques, on va, dans un premier temps, exprimer le champ électrique en fonction de la fonction de Green scalaire. Dans un deuxième temps, on introduira les fonctions de Green dyadiques. Enfin, à l'aide de la dualité des champs électromagnétiques, on en déduira l'expression du champ magnétique. On introduit les deux équations (2.28) et (2.29) dans (2.25) et on obtient :

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV' + \frac{i}{\omega\varepsilon_0} \nabla' \left[\nabla' \cdot \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV' \right] - \nabla' \times \iiint_V \vec{M}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV'$$

où ∇' signifie que l'opérateur ∇ s'applique sur le vecteur \vec{r}' . En inversant l'ordre du courant et de la fonction de Green, on applique maintenant l'opérateur ∇ sur le vecteur \vec{r} , l'expression du champ électrique devient :

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_V \left[G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') + \frac{1}{k_0^2} \nabla [\nabla G(\vec{r}, \vec{r}')] \cdot \vec{J}(\vec{r}') \right] dV' - \iiint_V \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \vec{M}(\vec{r}') dV'$$

À ce niveau on introduit la dyade unitaire notée $\bar{\bar{I}}$ qui s'exprime, dans un repère

cartésien, par :

$$\bar{\bar{I}} = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}$$

On en déduit directement :

$$\vec{J}(\vec{r}') = \bar{\bar{I}} \cdot \vec{J}(\vec{r}')$$

et également :

$$\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \vec{M}(\vec{r}') = \left[\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \bar{\bar{I}} \right] \cdot \vec{M}(\vec{r}')$$

Le champ électrique en fonction de la fonction de Green scalaire s'écrit donc :

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_V \left[\bar{\bar{I}} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \right] G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' - \iiint_V \left[\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \bar{\bar{I}} \right] \cdot \vec{M}(\vec{r}') dV' \quad (2.30)$$

Ce qui nous permet de définir deux fonctions de Green dyadiques :

$$\bar{\bar{G}}_e(\vec{r}, \vec{r}') = \left[\bar{\bar{I}} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \right] G(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.31)$$

$$\bar{\bar{G}}_m(\vec{r}, \vec{r}') = \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \bar{\bar{I}} \quad (2.32)$$

et d'écrire le champ électrique de la façon suivante :

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_e(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' - \iiint_V \bar{\bar{G}}_m(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}(\vec{r}') dV' \quad (2.33)$$

Par corrélation, on en déduit directement l'expression du champ magnétique :

$$\vec{H}(\vec{r}) = i\omega\varepsilon_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_e(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}(\vec{r}') dV' + \iiint_V \bar{\bar{G}}_m(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' \quad (2.34)$$

Les fonctions de Green dyadiques permettent de calculer directement toutes les composantes du champ électrique ou magnétique rayonné par une source donnée en fonction de son orientation. Pour simplifier la notation, on évitera d'écrire la position de la source et du point d'observation et on considèrera la source placée à l'origine, ce qui donne :

$$\bar{\bar{G}}_e = \begin{pmatrix} G_e^{xx} & G_e^{xy} & G_e^{xz} \\ G_e^{yx} & G_e^{yy} & G_e^{yz} \\ G_e^{zx} & G_e^{zy} & G_e^{zz} \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{k_0^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{pmatrix} \right] G \quad (2.35)$$

$$\overline{\overline{G}}_m = \begin{pmatrix} G_m^{xx} & G_m^{xy} & G_m^{xz} \\ G_m^{yx} & G_m^{yy} & G_m^{yz} \\ G_m^{zx} & G_m^{zy} & G_m^{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} G \quad (2.36)$$

On notera G_e^{ij} et G_m^{ij} les termes généraux des dyades de Green électrique et magnétique respectivement. L'indice i indique la composante considérée du champ et l'indice j l'orientation de la source en jeu. Par exemple, pour une source électrique orientée selon z , si l'on cherche à déterminer la composante E_z du champ électrique, on utilisera, d'après (2.33) et (2.35), la fonction de Green G_e^{zz} . Bien sûr, pour calculer les fonctions de Green dyadiques, il est nécessaire au préalable de connaître l'expression de la fonction de Green scalaire. La fonction de Green scalaire est la solution de (2.27), elle a plusieurs expressions en fonction de la géométrie du problème considéré :

Pour un problème à une dimension :

$$G_{1D}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{i}{2k_z} e^{ik_z|z-z'|} \quad (2.37)$$

à deux dimensions :

$$G_{2D}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 \rho_e) \quad (2.38)$$

et à trois dimensions :

$$G_{3D}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{ik_0 R}}{4\pi R} \quad (2.39)$$

2.2.4 Ligne source et ligne de dipôles en espace libre

On va s'intéresser maintenant à la résolution analytique du problème du champ rayonné par deux types de sources. La première est une ligne source magnétique orientée selon l'axe y . La seconde est une ligne infinie selon y de dipôles de Hertz électriques verticaux. Pour ces deux problèmes, on utilisera les fonctions de Green dyadiques.

D'après les équations de Maxwell-Faraday (2.9) et Maxwell Ampère (2.10) on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu_0 H_x - M_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= i\omega\mu_0 H_y - M_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= i\omega\mu_0 H_z - M_z \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -i\omega\varepsilon_0 E_x + J_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -i\omega\varepsilon_0 E_y + J_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= -i\omega\varepsilon_0 E_z + J_z\end{aligned}$$

Dans les deux cas, on considère un problème à deux dimensions sans aucune variation selon l'axe y . On a donc :

$$\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned}-\frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu_0 H_x - M_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= i\omega\mu_0 H_y - M_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= i\omega\mu_0 H_z - M_z \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z} &= -i\omega\varepsilon_0 E_x + J_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -i\omega\varepsilon_0 E_y + J_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= -i\omega\varepsilon_0 E_z + J_z\end{aligned}$$

Les lignes considérées donnent, toutes deux, lieu à une onde « Transverse Magnétique » (TM) avec une direction de propagation selon x . On a donc $H_x = 0$. De plus, la ligne source magnétique impose $M_x = M_z = 0$ et la ligne de dipôles électriques verticaux donne $J_x = J_y = 0$. On a donc, dans les deux cas, $E_y = H_z = 0$. Au final, les équations deviennent :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y - M_y \quad (2.40)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = -i\omega\varepsilon_0 E_x \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0 E_z + J_z \quad (2.42)$$

Dans les deux problèmes, les seules composantes non nulles sont donc E_x , E_z et H_y .

Champ électromagnétique rayonné par une ligne dans le vide

On considère tout d'abord la ligne source magnétique orientée selon y et positionnée en

$x = z = 0$. On pose donc $J_z = 0$ et M_y égale à :

$$M_y = I_m \delta(x) \delta(z) \quad (2.43)$$

où I_m est le courant magnétique égal à 1 A. Comme le courant est orienté selon y , les seuls éléments non nuls des matrices de Green dyadiques sont G_m^{xy} , G_m^{zy} et G_e^{yy} . D'après les expressions des dyades (2.35) et (2.36), on a :

$$G_e^{yy} = G_{2D} \quad (2.44)$$

$$G_m^{xy} = -\frac{\partial}{\partial z} G_{2D} \quad (2.45)$$

$$G_m^{zy} = \frac{\partial}{\partial x} G_{2D} \quad (2.46)$$

où G_{2D} est la fonction de Green scalaire à deux dimensions (2.38). On en déduit directement d'après (2.33) et (2.34) :

$$H_y = i\omega \varepsilon_0 G_{2D} \quad (2.47)$$

$$E_x = \frac{\partial}{\partial z} G_{2D} \quad (2.48)$$

$$E_z = -\frac{\partial}{\partial x} G_{2D} \quad (2.49)$$

On considère maintenant la ligne infinie selon y de dipôles de Hertz électriques verticaux positionnée en $x = z = 0$. On a donc $M_y = 0$ et J_z égale à :

$$J_z = I_e \delta(x) \delta(z) \quad (2.50)$$

où I_e est le courant électrique égal à 1 A. Comme le courant est orienté selon z , les seuls éléments non nuls des matrices de Green dyadiques sont G_m^{yz} , G_e^{xz} et G_e^{zz} . D'après les expressions des dyades (2.35) et (2.36) on a :

$$G_m^{yz} = -\frac{\partial}{\partial x} G_{2D} \quad (2.51)$$

$$G_e^{xz} = \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} G_{2D} \quad (2.52)$$

$$G_e^{zz} = G_{2D} + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} G_{2D} \quad (2.53)$$

On en déduit directement d'après (2.33) et (2.34), les expressions du champ électro-

magnétique comme :

$$H_y = -\frac{\partial}{\partial x} G_{2D} \quad (2.54)$$

$$E_x = i\omega\mu_0 \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} G_{2D} \quad (2.55)$$

$$E_z = i\omega\mu_0 \left(G_{2D} + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} G_{2D} \right) \quad (2.56)$$

On a ainsi les expressions des champs électromagnétiques quand les lignes sources sont en espace libre. On va maintenant prendre en compte la présence du sol et pour cela introduire la notion d'impédance de surface.

2.3 Impédance de surface

2.3.1 Géométrie

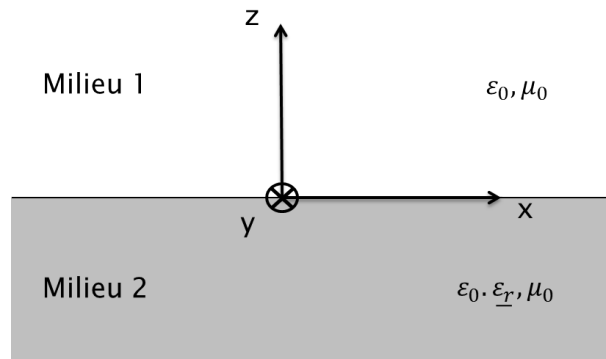


FIGURE 2.1 – Géométrie du problème.

Dans le système de coordonnées cartésiennes, on considère l'interface entre deux milieux, séparée par un plan xy , localisée en $z = 0$. Le milieu 1, situé en $z > 0$, est considéré comme de l'air avec une permittivité ε_0 et une perméabilité μ_0 . Le milieu 2, situé en $z < 0$, est un milieu diélectrique à pertes de conductivité σ et de permittivité diélectrique relative ε_{rr} . On écrit, alors, sa permittivité relative complexe $\underline{\varepsilon}_r$:

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_{rr} + i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (2.57)$$

2.3.2 Principe

L'utilisation de la notion d'impédance de surface permet de ne déterminer les champs électromagnétiques que dans le milieu 1 en remplaçant le milieu 2 par une condition

d'impédance et donc de réduire la complexité des calculs. Cette condition est une relation approchée à l'interface ($z = 0$) entre les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique.

Le premier auteur a avoir introduit cette condition d'impédance est Leontovich [27] dont le développement est détaillé en annexe A. Avec l'hypothèse $|\underline{\varepsilon}_r| \gg 1$, cette condition peut s'écrire :

$$\hat{n} \times \vec{E} = Z \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}) \quad (2.58)$$

où \hat{n} est la normale sortante à l'interface et $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}}$ est l'impédance de surface du milieu 2. Étant donné les lignes sources envisagées précédemment, cette relation est réduite à :

$$E_x = -Z H_y \quad (2.59)$$

Combinons (2.41) et (2.59), la condition d'impédance du premier ordre est alors :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \lambda_s \right) H_y(x, z) = 0, \quad z = 0 \quad (2.60)$$

où λ_s a la dimension d'un nombre d'onde (partie imaginaire de la composante le long de l'axe z) et s'écrit de la manière suivante :

$$\lambda_s = i\omega\varepsilon_0 Z = ik_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}} \quad (2.61)$$

Pour surmonter la contrainte sur le module de la permittivité ($|\underline{\varepsilon}_r| \gg 1$), Kane et Karp [23] ont introduit en 1964, une condition d'impédance du deuxième ordre dont le développement est détaillé en annexe B. Elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\left(\Lambda_{s2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} + \lambda_s \right) H_y(x, z) = 0, \quad z = 0 \quad (2.62)$$

où

$$\Lambda_{s2} = \frac{i}{2k_0 \sqrt{\varepsilon_r^3}} \quad (2.63)$$

En considérant (2.42), (2.60) et (2.62), il est possible d'écrire une seule condition (incluant les conditions d'ordre 1 et 2) ne faisant intervenir que la composante normale du champ électrique (voir B). Cette condition générale peut être écrite comme :

$$\sum_{m=0}^N \frac{a_m}{(ik_0)^m} \frac{\partial^m}{\partial z^m} E_z(x, z) = 0, \quad z = 0 \quad (2.64)$$

où N est l'ordre de la condition d'impédance. On a résumé les différents types de conditions dans le tableau suivant :

TABLE 2.1 – Ordre de la condition d'impédance

N	Nom de la condition	Nature du sol
0	Condition conducteur électrique parfait	CEP
1	Condition de Leontovich	$ \underline{\varepsilon}_r \gg 1$
2	Condition d'ordre 2	pas de restriction

2.4 Ligne continue de dipôles électriques verticaux

Dans cette partie, on va chercher à obtenir une expression analytique du champ magnétique rayonné par une ligne infinie de dipôles de Hertz électriques et verticaux. Ce calcul découle du cas d'une ligne source magnétique horizontale [25][24]. La décomposition du champ magnétique est obtenue en appliquant une condition d'impédance à l'interface. Dans un premier temps, la condition d'impédance sera la condition de Leontovich (2.60) comme dans [37]. Dans un deuxième temps, la condition d'impédance sera une condition du second ordre (2.62) permettant de considérer un milieu 2 présentant une permittivité proche de l'unité.

Le champ magnétique est décomposé en trois termes et s'écrit :

$$H_y(x, z) = H_y^{(d)}(x, z) + H_y^{(r)}(x, z) + H_y^{(sur)}(x, z) \quad (2.65)$$

où $H_y^{(d)}(x, z)$ et $H_y^{(r)}(x, z)$ sont respectivement le champ magnétique direct et le champ magnétique réfléchi, dont la somme définit le mode « onde de ciel », $H_y^{(ciel)}(x, z)$, et $H_y^{(sur)}(x, z)$ est le mode « onde de surface ».

On fait apparaître en rouge sur la géométrie de la figure 2.2, la ligne, infinie selon y , de dipôles, porteurs du courant J_z , localisée en $x = z = 0$.

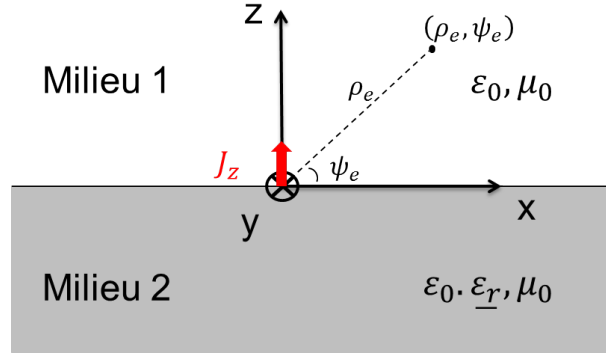


FIGURE 2.2 – Ligne infinie selon y de dipôles de Hertz électriques et verticaux localisés en $x = z = 0$ et porteurs d'un courant J_z .

Dans les deux cas envisagés, il y aura trois grandes étapes de calcul : déterminer l'expression du mode en onde de ciel, celui du mode en onde de surface et enfin le champ magnétique total avec d'éventuels calculs de constantes. Il est également important de noter que pour la résolution utilisant une impédance du premier ordre, la nature de la source et l'orientation des courants ne seront pris en compte que dans la dernière partie du calcul portant sur le champ magnétique total. En effet, on montrera qu'il est possible d'ajouter ces deux informations à la fin du calcul en utilisant les fonctions de Green comme dans le cas de l'espace libre.

2.4.1 Impédance du premier ordre

2.4.1.1 Détermination de l'onde de ciel

Pour exprimer le champ magnétique rayonné par la ligne source, il est nécessaire de résoudre l'équation de Helmholtz (2.15) et d'utiliser la condition de Leontovich (2.60) pour remplacer le milieu 2. L'idée est d'utiliser une fonction auxiliaire nulle à l'interface (en $z = 0$) et égale dans tout le reste de l'espace à la condition d'impédance. Cette fonction auxiliaire permettra de résoudre, dans le même temps, les deux équations.

On combine les deux équations (2.15) et (2.60) pour calculer la contribution en onde de ciel et on introduit donc la fonction auxiliaire $v(x, z)$ définie par :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \lambda_s \right) H_y(x, z) = v(x, z) \quad (2.66)$$

où $v(x, 0) = 0$. Une solution particulière à cette équation s'écrit en fonction de $v(x, z)$ par :

$$H_y(x, z) = e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} v(x, \eta) d\eta \quad (2.67)$$

La fonction auxiliaire $v(x, z)$ doit également être solution de l'équation de Helmholtz :

$$(\Delta + k_0^2) v(x, z) = 0 \quad (2.68)$$

Cette équation de Helmholtz est à deux dimensions, car il n'y a pas de variation selon l'axe y . On décide de la résoudre dans un système de coordonnées cylindriques (ρ_e, ψ_e, y) , représenté sur la figure 2.2. L'équation d'onde s'écrit alors comme suit :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial \rho_e} + \frac{1}{\rho_e^2} \frac{\partial^2}{\partial \psi_e^2} + k_0^2 \right) v(\rho_e, \psi_e) = 0 \quad (2.69)$$

Pour la résoudre, on réalise une décomposition des variables avec $v(\rho_e, \psi_e) = R(\rho_e) \phi(\psi_e)$. Cela donne pour les deux fonctions (voir l'annexe C) :

$$\phi(\psi_e) = A \cos(\nu \psi_e) + B \sin(\nu \psi_e) \quad (2.70)$$

$$R(k_0 \rho_e) = CH_\nu^{(1)}(k_0 \rho_e) + DH_\nu^{(2)}(k_0 \rho_e) \quad (2.71)$$

où $H_\nu^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre ν . La valeur de ν sera déterminée par la suite. À l'interface, on rappelle que la fonction auxiliaire doit être nulle, ce qui donne, d'après la figure 2.2, un angle d'élévation ψ_e nul et donc $A = 0$. On choisit des ondes se propageant selon l'axe des x croissants, ce qui donne $D = 0$. La fonction auxiliaire v en coordonnées cylindriques devient donc :

$$v(\rho_e, \psi_e) = c_1 \sin(\nu \psi_e) H_\nu^{(1)}(k_0 \rho_e) \quad (2.72)$$

Il s'agit maintenant de déterminer la valeur de l'indice ν . Si on choisit $\nu = 0$, la fonction auxiliaire v ne sera pas égale à 0 à l'interface, il faut donc prendre $\nu = 1$. En remplaçant ν par sa valeur et en repassant en coordonnées cartésiennes, on obtient :

$$v(x, z) = c_1 H_1^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + z^2} \right) \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (2.73)$$

Il est possible de relier la fonction de Hankel du premier ordre à celle de l'ordre zéro en utilisant la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)}(a(z)) = -H_1^{(1)}(a(z)) \frac{\partial}{\partial z} a(z)$$

ce qui nous donne pour la fonction auxiliaire v l'expression suivante :

$$v(x, z) = -\frac{c_1}{k_0} \frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + z^2} \right) \quad (2.74)$$

On insère (2.74) dans l'expression de la solution particulière du champ magnétique (2.67) et on obtient l'expression du mode en onde de ciel suivante :

$$H_y^{(ciel)}(x, z) = -\frac{c_1}{k_0} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) \right] d\eta \quad (2.75)$$

L'expression analytique du champ magnétique est obtenue pour le mode en onde de ciel est obtenue par intégration par parties (voir annexe D) et est donnée par :

$$H_y^{(ciel)}(x, z) = c_2 \left[+H_0^{(1)}(k_0 \rho_e) - \lambda_s e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_0^{(1)}(k_0 \rho_\eta) d\eta \right] \quad (2.76)$$

où $\rho_e = \sqrt{x^2 + z^2}$ et $\rho_\eta = \sqrt{x^2 + \eta^2}$ représentent les distances radiales entre la ligne de dipôles et le point d'observation.

2.4.1.2 Détermination de l'onde de surface

Le mode d'onde de surface est la solution homogène de l'équation de Helmholtz (2.15). Elle peut être résolue par la méthode de séparation des variables. La solution en est :

$$H_y^{(sur)}(x, z) = c_3 e^{ik_z z} e^{i\sqrt{k_0^2 - k_z^2}|x|} \quad (2.77)$$

où k_z est la composante du vecteur d'onde le long de l'axe z . On détermine maintenant les expressions de k_z et c_3 .

Pour la première, on remplace l'impédance de surface du premier ordre (2.60) dans (2.77) et la valeur de k_z est donc :

$$k_z = -i\lambda_s \quad (2.78)$$

Pour la constante c_3 , on applique la condition de continuité de la composante tangentielle E_z du champ électrique, le long de la ligne $x = 0$, au plan $(x0y)$. D'après (2.42), on la condition de continuité, exprimée en fonction de H_y , donne :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} H_y(x > 0, z) - \frac{\partial}{\partial x} H_y(x < 0, z) \right\} = 0 \quad (2.79)$$

En remplaçant le champ magnétique par son expression totale qui est la somme du mode en onde de ciel (2.76) et du mode en onde de surface (2.77), on obtient :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ 2c_2 \lambda_s k_0 e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_1^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) \frac{x}{\sqrt{x^2 + \eta^2}} d\eta \right. \\ \left. + 2c_3 i \sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2} e^{-\lambda_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}|x|} \right\} = 0$$

La limite de l'intégrale dans l'équation précédente est nulle partout sauf au voisinage de $\eta = 0$. On remplace l'exponentielle et la fonction de Hankel par le premier terme de la décomposition en série de Taylor autour de 0. L'expression de c_3 est maintenant donnée par :

$$c_3 = \frac{ic_2 k_0 \lambda_s}{\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}} \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} 1 \frac{-2i}{\pi k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + \eta^2}} d\eta \right\} \\ c_3 = \frac{2c_2 \lambda_s}{\pi \sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}} \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{x}{x^2 + \eta^2} d\eta \right\}$$

où la limite de l'intégrale est π , l'expression de la constante c_3 est donc finalement :

$$c_3 = \frac{2c_2 \lambda_s}{\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}} \quad (2.80)$$

2.4.1.3 Champ magnétique total

Le champ magnétique total est la somme de (2.76) et de (2.77), son expression est donc :

$$H_y(x, z) = c_2 \left[H_0^{(1)}(k_0 \rho_e) \right. \\ \left. - \lambda_s e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_0^{(1)}(k_0 \rho_\eta) d\eta \right. \\ \left. + \frac{2\lambda_s}{\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}} e^{-\lambda_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}|x|} \right] \quad (2.81)$$

L'expression précédente représentant le champ magnétique n'est pas complète. En effet, on ne connaît pas l'orientation des différents courants, ni leur nature. On sait que cette source permet l'excitation d'une onde TM dans la direction de propagation selon l'axe des x croissants et qu'elle est infinie en y . En fait, cette expression correspond à une

fonction de Green répondant à ces différentes hypothèses et elle est solution de :

$$(\Delta + k_0^2) G = \delta(x)\delta(z) \quad (2.82)$$

En considérant une ligne source magnétique, on connaît l'expression du champ magnétique en fonction de la fonction de Green donnée par (2.47) :

$$H_y = i\omega\varepsilon_0 G_{2D} \quad (2.83)$$

où G_{2D} est donnée par (2.38). L'expression analytique du champ magnétique total rayonné par une ligne source magnétique infinie selon y et se propageant selon les x croissants est donc donnée par :

$$H_y(x, z) = \frac{\omega\varepsilon_0}{4} \left[-H_0^{(1)}(k_0\rho_e) + \lambda_s e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_0^{(1)}(k_0\rho_\eta) d\eta - \frac{2\lambda_s}{\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}} e^{-\lambda_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}|x|} \right] \quad (2.84)$$

où cette expression est similaire à celle de Karp et Karal [24].

L'expression analytique du champ magnétique total rayonné par une ligne infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux est déterminée à l'aide de (2.54) :

$$H_y = -\frac{\partial}{\partial x} G \quad (2.85)$$

où G est donné par (2.81). On obtient donc :

$$H_y(x, z) = +\frac{ik_0}{4} H_1^{(1)}(k_0\rho_e) \cos\psi_e - \frac{ik_0\lambda_s}{4} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_1^{(1)}(k_0\rho_\eta) \cos\psi_\eta d\eta + \frac{\lambda_s}{2} e^{-\lambda_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \lambda_s^2}|x|} \quad (2.86)$$

On est capable d'identifier les différents termes de l'équation précédente. Le premier terme est le champ magnétique direct. Le deuxième terme est un spectre continu et il correspond au champ magnétique réfléchi par l'interface. Ces deux termes sont la contri-

bution en onde de ciel du champ magnétique total. Le troisième terme peut être identifié comme une onde de surface se propageant le long de l'interface.

2.4.2 Impédance du deuxième ordre

2.4.2.1 Transformée de Fourier

On réalise le même calcul en prenant maintenant la condition du deuxième ordre (2.62), pour caractériser le sol. Les étapes de calculs sont identiques à la résolution du problème avec une condition du premier ordre, mais après plusieurs essais de résolution dans le domaine temporel, il s'est avéré nécessaire de passer dans le domaine de Fourier pour le résoudre. Ces difficultés sont principalement dues à la résolution de l'équation (2.62) prenant en compte une fonction auxiliaire. On introduit donc, pour résoudre le problème dans le domaine de Fourier, les deux relations suivantes :

$$\hat{H}_y(s, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} H_y(x, z) e^{-isx} dx \quad (2.87)$$

$$H_y(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}_y(s, z) e^{isx} ds \quad (2.88)$$

où s est la variable spectrale associée à la variable spatiale x et le symbole $\hat{}$ signifie que la fonction est exprimée dans le domaine de Fourier.

L'impédance de surface du deuxième ordre dans le domaine de Fourier est donc donnée par :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \gamma_s \right) \hat{H}_y(s, z) = 0, \quad z = 0 \quad (2.89)$$

où $\gamma_s = \lambda_s - \Lambda_{s2}s^2$. On remarque que l'impédance de surface du deuxième ordre, dans le domaine de Fourier, a une expression similaire à l'impédance de surface du premier ordre dans le domaine spatial (2.60).

En considérant une ligne de dipôles électriques verticaux, on a $M_y = 0$ et J_z est donnée par (2.50). L'équation de Helmholtz (2.15) devient :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) H_y(x, z) = \frac{\partial}{\partial x} \delta(x) \delta(z) \quad (2.90)$$

Ce qui donne dans le domaine de Fourier :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 \right) \hat{H}_y(s, z) = -is\delta(z) \quad (2.91)$$

où $K = \sqrt{k_0^2 - s^2}$. Il faut maintenant résoudre le nouveau système dans le domaine de Fourier. La condition d'impédance est donnée par (2.89) et l'équation d'onde est donnée par (2.91)

2.4.2.2 Détermination de l'onde de ciel

On applique maintenant la même approche que pour le premier ordre. On va, dans un premier temps, déterminer le terme en onde de ciel et, pour cela, introduire une fonction auxiliaire $\hat{v}(s, z)$. La condition d'impédance s'écrit maintenant :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \gamma_s \right) \hat{H}_y(s, z) = \hat{v}(s, z) \quad (2.92)$$

dont une solution particulière est :

$$\hat{H}_y^{(ciel)}(s, z) = e^{-\gamma_s z} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} \hat{v}(s, \eta) d\eta \quad (2.93)$$

On rappelle que pour respecter la condition sur l'équation (2.89), la fonction auxiliaire \hat{v} doit être nulle à l'interface. Comme pour la résolution avec une impédance du premier ordre, la fonction auxiliaire $\hat{v}(s, z)$ est solution de l'équation de Helmholtz (2.91) mais cette fois-ci, on la calculera directement avec le second membre. Une solution possible est :

$$\hat{v}(s, z) = \frac{is}{2} e^{iKz} \quad (2.94)$$

où le facteur $\frac{1}{2}$ vient de la normalisation de la fonction de Green à une dimension donnée par (2.37). Il est possible d'exprimer cette solution en fonction de la dérivée selon z et on obtient :

$$\hat{v}(s, z) = \frac{s}{2K} \frac{\partial}{\partial z} e^{iKz} \quad (2.95)$$

On insère maintenant l'expression de la fonction auxiliaire dans l'équation (2.93) et on obtient l'équation suivante :

$$\hat{H}_y^{(ciel)}(s, z) = \frac{s}{2K} e^{-\gamma_s z} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} e^{iK\eta} d\eta \quad (2.96)$$

Pour résoudre cette équation, on effectue une intégration par parties. La solution en onde de ciel du champ magnétique dans le domaine de Fourier est donc :

$$\hat{H}_y^{(ciel)}(s, y) = \frac{s}{2K} \left(e^{iKz} - \gamma_s e^{-\gamma_s z} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{iK\eta} d\eta \right) \quad (2.97)$$

Pour obtenir le champ magnétique en onde de ciel dans le domaine spatial on effectue une transformée de Fourier inverse en utilisant l'équation (2.88) :

$$\begin{aligned} H_y^{(ciel)}(s, z) = & + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}z} e^{isx} ds \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s\gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} d\eta e^{isx} ds \end{aligned} \quad (2.98)$$

Le premier terme est le champ magnétique direct. Si on l'isole, on obtient :

$$H_y^{(d)}(s, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}z} e^{isx} ds \quad (2.99)$$

Cette intégrale, où le chemin d'intégration est constitué de l'axe des réels, peut être identifiée comme une fonction de Hankel de première espèce et d'ordre 1 telle que :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}z} e^{isx} ds = ik_0 H_1^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + z^2} \right) \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (2.100)$$

Cela permet d'obtenir le terme complet du champ magnétique direct dans le domaine temporel sous la forme de :

$$H_y^{(d)}(s, z) = \frac{ik_0}{4} H_1^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + z^2} \right) \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (2.101)$$

Finalement, le terme en onde de ciel du champ magnétique dans le domaine spatial est :

$$\begin{aligned}
 H_y^{(ciel)}(x, z) = & + \frac{ik_0}{4} H_1^{(1)}(k_0 \rho_e) \cos \psi_e \\
 & - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s \gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2} \eta} d\eta e^{isx} ds
 \end{aligned}
 \tag{2.102}$$

où le premier terme est identique au premier terme de (2.86). En effet, le champ magnétique direct ne dépend pas de l'ordre de l'impédance de surface.

2.4.2.3 Détermination de l'onde de surface

Comme lors de la résolution du premier ordre, l'onde de surface est la solution de l'équation de Helmholtz homogène (2.15). La solution est donnée par (2.77), on inclura directement $k_z = -i\beta_s$, donnée par (2.78) et $A_s = \frac{\beta_s}{2}$, donnée par (2.80), dans la solution pour avoir la même forme que dans le résultat final de l'ordre 1. L'expression du terme en onde de surface est donc :

$$H_y^{(sur)}(x, z) = \frac{\beta_s}{2} e^{-\beta_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \beta_s^2} |x|}
 \tag{2.103}$$

Pour déterminer l'expression de β_s il convient d'insérer l'équation précédente dans la condition d'impédance du deuxième ordre (2.60), cela permet d'obtenir l'équation suivante :

$$-\Lambda_{s2} \beta_s^2 - \beta_s + \lambda_s - k_0^2 \Lambda_{s2} = 0
 \tag{2.104}$$

Cette équation du second ordre a évidemment deux solutions :

$$\beta_s = - \frac{1 \pm i \sqrt{-1 - 4\lambda_s \Lambda_{s2} + 4(k_0 \Lambda_{s2})^2}}{2\Lambda_{s2}}
 \tag{2.105}$$

Il est nécessaire de choisir la solution physique. Pour déterminer cette solution, il est nécessaire de différencier les deux cas possibles. Le premier est celui d'un sol avec une partie réelle de la permittivité positive et le deuxième avec une partie réelle de la permittivité négative.

TABLE 2.2 – Valeur du champ magnétique en fonction de la nature du sol et de β_s .

ε_{rr}	Signe + dans β_s	Signe – dans β_s
$\varepsilon_{rr} > 0$	valeur finie	∞
$\varepsilon_{rr} < 0$	∞	valeur finie

Le tableau 2.2 résume les deux cas possibles. Quand on sélectionne les solutions en rouge dans le tableau 2.2, le champ magnétique obtenu avec cette valeur de β_s diverge. Les solutions physiques de cette équation dépendent donc de la nature du sol. Il faut prendre le signe positif quand la permittivité est positive et inversement quand la permittivité est négative. Le signe \pm dans (2.105) dépend donc du signe de la partie réelle de la permittivité.

2.4.2.4 Champ magnétique total

Le champ magnétique total a alors pour expression finale :

$$\begin{aligned}
H_y(x, z) = & + \frac{ik_0}{4} H_1^{(1)}(k_0 \rho_e) \cos \psi_e \\
& - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s \gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2} \eta} d\eta e^{isx} ds \\
& + \frac{\beta_s}{2} e^{-\beta_s z} e^{i\sqrt{k_0^2 + \beta_s^2} |x|}
\end{aligned} \tag{2.106}$$

2.5 Résolutions numériques

On a la formulation analytique du champ magnétique pour le cas d'une impédance du premier ordre et celui d'une impédance du deuxième ordre. Il convient maintenant d'effectuer la résolution numérique de ces deux formes.

Dans cette section, il sera question des deux ordres d'impédance à la fois. On notera donc le champ magnétique par $H_{yj}^{(r)}(x, z)$, où le terme j représente l'ordre de l'impédance de surface utilisé. La difficulté de la résolution numérique est principalement due à l'expression du champ magnétique réfléchi correspondant au deuxième terme dans les équations (2.86) et (2.106). Cette difficulté provient de la résolution numérique de l'in-

tégrale. Pour le premier ordre, cette résolution ne pose pas de difficulté particulière, il convient néanmoins de ne pas effectuer le calcul sur tout le chemin d'intégration mais de remplacer la borne $-\infty$ par une limite finie. Cette limite finie correspond à une valeur où la valeur de l'intégrale n'apporte plus de contribution à la valeur numérique du total. La figure 2.3 montre qu'à partir d'une limite d'intégration de -2000, il n'y a plus de variation de la valeur de l'intégrale. Cette limite d'intégration est donc suffisante pour la convergence de l'intégrale.

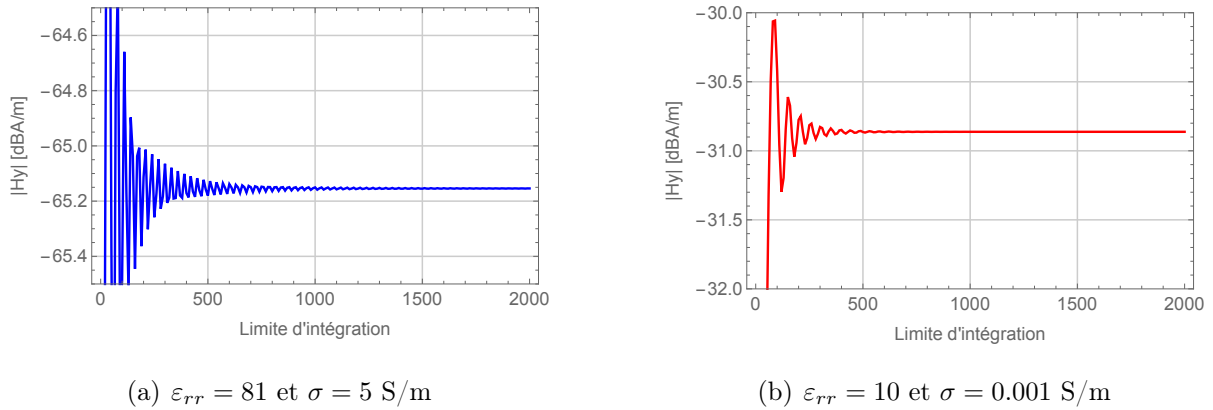


FIGURE 2.3 – Valeur numérique du champ magnétique réfléchi en fonction de la limite d'intégration η de l'intégrale de l'équation (2.86).

La résolution pour le deuxième ordre ajoute une difficulté supplémentaire. En effet, cette fois-ci, on a deux intégrales imbriquées à résoudre. On n'est pas capable d'avoir directement la valeur numérique du champ magnétique réfléchi. On rappelle que ce terme a pour expression :

$$H_{y2}^{(r)}(x, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s\gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2} \eta} d\eta e^{isx} ds \quad (2.107)$$

Pour calculer l'expression précédente, on va revenir, dans un premier temps, à la résolution du terme équivalent pour le premier ordre et dans un deuxième temps, appliquer la même méthode de résolution pour le deuxième ordre.

2.5.1 Intégrale du premier ordre

Avec une impédance du premier ordre, le champ magnétique réfléchi s'exprime sous la forme :

$$H_{y1}^{(r)}(x, z) = \frac{ik_0 \lambda_s}{4} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_1^{(1)}(k_0 \rho_\eta) \cos \psi_\eta d\eta \quad (2.108)$$

pour laquelle, on est capable de remplacer la fonction de Hankel par sa forme intégrale. et donc de vérifier l'exactitude du calcul. Une fois cette transformation effectuée, on pourra appliquer la même méthode de résolution pour le terme du deuxième ordre. La fonction de Hankel du premier ordre et de première espèce s'exprime sous forme intégrale par :

$$ik_0 H_1^{(1)}\left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2}\right) \frac{x}{\sqrt{x^2 + \eta^2}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} e^{isx} ds \quad (2.109)$$

On remplace dans l'équation (2.108) la fonction de Hankel par sa forme intégrale et on obtient :

$$H_{y1}^{(r)}(s, z) = \frac{\lambda_s}{4\pi} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} e^{isx} ds \right] d\eta$$

On change l'ordre des deux intégrales pour résoudre en premier celle dépendant de η et on obtient maintenant :

$$H_{y1}^{(r)}(s, z) = \frac{\lambda_s}{4\pi} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \left[\int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} d\eta \right] e^{isx} ds \quad (2.110)$$

où l'intégrale en η peut être résolue analytiquement et vaut :

$$I_1 = -\frac{1}{\lambda_s - i\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{(i\sqrt{k_0^2 - s^2} + \lambda_s)z}$$

Il est à noter que cette résolution analytique nécessite la restriction suivante : $Re[\lambda_s] > Im[\sqrt{k_0^2 - s^2}]$. La partie réelle de λ_s dépend de la fréquence et des propriétés du milieu. La partie imaginaire de la racine carrée dépend également de la fréquence mais aussi de la variable d'intégration s .

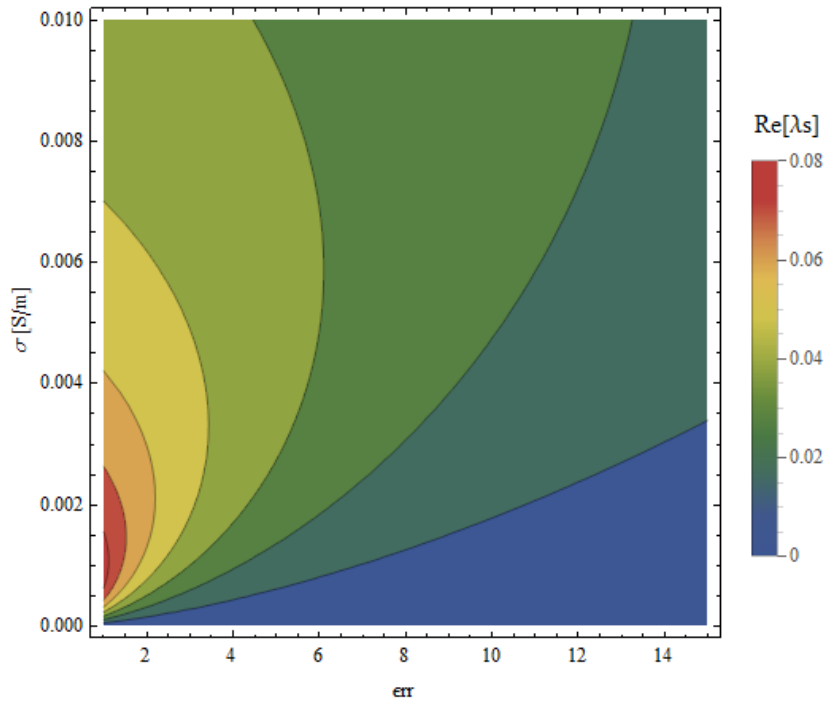


FIGURE 2.4 – $Re[\lambda_s]$ à 10 MHz

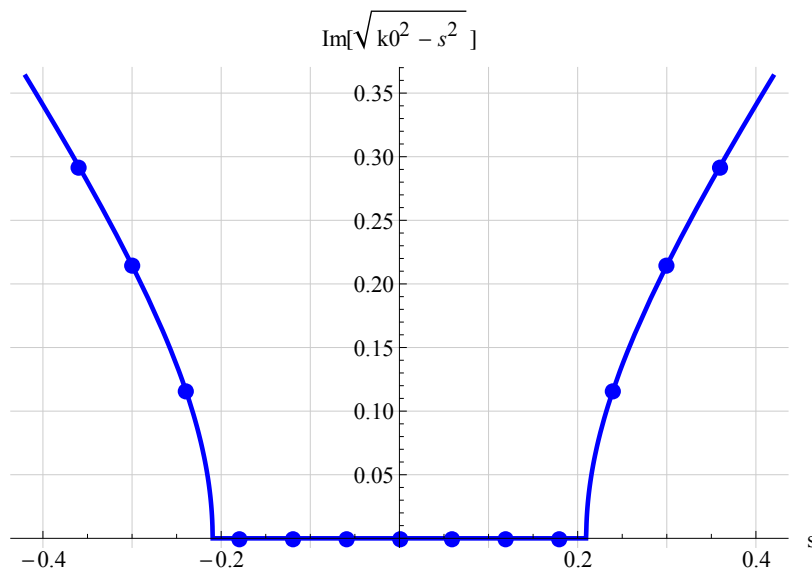


FIGURE 2.5 – Représentation de $Im[\sqrt{k_0^2 - s^2}]$ par rapport à la valeur de la variable d'intégration entre $-2k_0$ et $2k_0$ à 10 MHz

D'après la figure 2.4 sur tout le chemin d'intégration, la partie réelle de λ_s est positive quelles que soient les caractéristiques diélectriques du milieu. D'après la figure 2.5, il n'y a pas de difficulté quand la variable d'intégration est comprise entre $-k_0$ et k_0 mais quand la variable d'intégration s est supérieur à $|k_0|$, la restriction n'est pas respectée et l'intégration ne peut donc pas être réalisée directement. Pour effectuer cette intégration,

on simplifie le problème en considérant seulement la propagation du champ magnétique au niveau de l'interface $z = 0$. Il est alors possible de remplacer la fonction de Hankel par une autre forme intégrale donnée par :

$$ik_0 H_1^{(1)}\left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2}\right) \frac{x}{\sqrt{x^2 + \eta^2}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{-i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} e^{isx} ds \quad (2.111)$$

où on rappelle que η est la variable d'intégration selon z pour la première intégrale et dans ce cas elle variera de $-\infty$ à 0 . L'expression du champ magnétique réfléchi sous forme intégrale exprimée dans (2.110) s'écrit maintenant :

$$H_{y1}^{(r)}(s, z) = \frac{\lambda_s}{4\pi} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \left[\int_{-\infty}^0 e^{\lambda_s \eta} e^{-i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} d\eta \right] e^{isx} ds \quad (2.112)$$

La nouvelle résolution analytique de l'intégrale notée I_1^p vaut maintenant :

$$I_1^p = \frac{1}{\lambda_s + i\sqrt{k_0^2 - s^2}} \quad (2.113)$$

où cette résolution analytique a également une restriction qui est : $Re[\lambda_s] + Im[\sqrt{k_0^2 - s^2}] > 0$. D'après la figure 2.4, la partie réelle de λ_s est toujours positive et d'après la figure 2.5, la partie imaginaire de la racine carrée est également toujours positive. La restriction est donc bien respectée dans ce cas.

2.5.2 Intégrale du deuxième ordre

L'intégrale du deuxième ordre à résoudre est la suivante :

$$H_{y2}^{(r)}(s, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s\gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2}} \int_{-\infty}^z e^{\gamma_s \eta} e^{i\sqrt{k_0^2 - s^2}\eta} d\eta e^{isx} ds \quad (2.114)$$

On a vu, pour le premier ordre, que si l'on considère seulement le champ magnétique à l'interface, la résolution de l'intégrale en η est donnée par (2.113). Il convient pour le deuxième ordre de vérifier la restriction pour la résolution analytique de l'intégrale. La figure 2.6 montre que la restriction est applicable sur tout le chemin d'intégration.

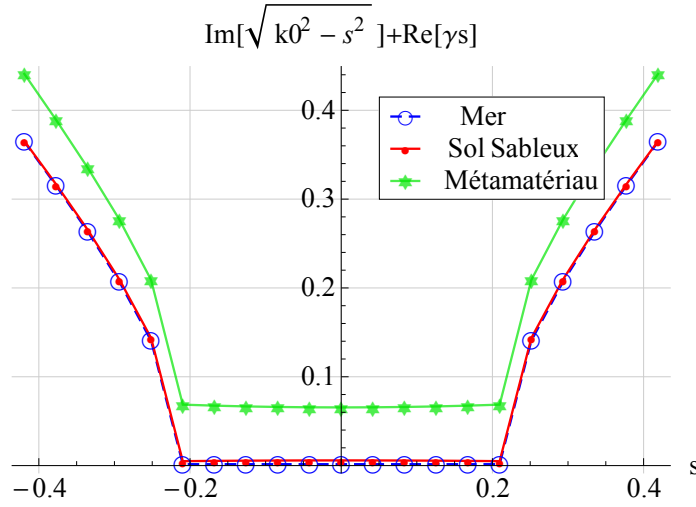


FIGURE 2.6 – Représentation de $Im[\sqrt{k_0^2 - s^2}] + Re[\gamma s]$ en fonction de la valeur de la variable d'intégration entre $-2k_0$ et $2k_0$ pour différents types de sol à 10 MHz

On utilise donc (2.113) pour remplacer l'intégrale en η dans (2.115) ce qui nous donne :

$$H_{y2}^{(r)}(s, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s\gamma_s e^{-\gamma_s z}}{\sqrt{k_0^2 - s^2} \lambda_s + i\sqrt{k_0^2 - s^2}} e^{isx} ds \quad (2.115)$$

On est maintenant capable de connaître le champ magnétique rayonné par la ligne de dipôles électriques quand le milieu 2 est remplacé par une impédance du premier ordre ou par une impédance du deuxième ordre.

2.6 Résultats numériques

Dans cette partie, on va s'intéresser, dans un premier temps, à la validation de la méthode de résolution pour calculer le champ magnétique rayonné par la ligne de dipôles électriques. Pour réaliser cela, on va comparer les résultats obtenus avec l'équation (2.86), caractéristique du premier ordre, et un réseau de dipôles de Hertz en utilisant la formulation de Norton [35]. Une fois cette validation effectuée, on va, dans un deuxième temps, effectuer une nouvelle comparaison entre l'utilisation d'une impédance du premier ordre (2.86) et d'une impédance du deuxième ordre (2.106). Dans cette comparaison, on s'intéressera à la décroissance du champ magnétique le long de l'interface ($z = 0$). On comparera la contribution en onde de surface et le champ magnétique total. Deux types de sols seront considérés : un sol avec une grande permittivité et un sol avec une faible permittivité. Dans ces cas, on examinera l'influence du signe de la permittivité.

2.6.1 Indice de réfraction

On présente ici le lien entre indice de réfraction et caractéristiques du milieu en terme de permittivité et conductivité comme le montre la figure 2.7. On rappelle que l'on a :

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} \quad (2.116)$$

où n est l'indice de réfraction. On trouve souvent dans la limitation des formulations de la littérature le terme « très conducteur » ou on impose également que la permittivité soit supérieure à 10 sans faire mention de la conductivité. Il est également possible de dire qu'un sol est très conducteur quand l'indice de réfraction (en module) est grand devant un. C'est pour cela qu'il est important d'étudier la relation entre ces différentes grandeurs (figure 2.7).

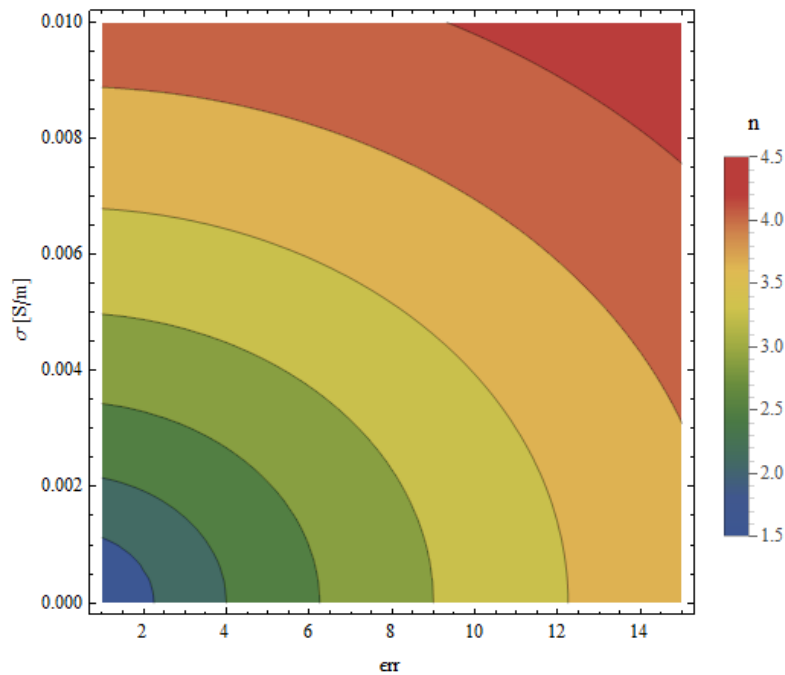


FIGURE 2.7 – Représentation du module de l'indice de réfraction en fonction de la permittivité relative et de la conductivité du milieu

Dans la suite des résultats numériques, on choisira pour tous les milieux, une conductivité fixe de 0.001 S/m correspondant à un sol sec à part quand il s'agira de la mer pour laquelle la conductivité est égale à 5 S/m. La figure 2.8 représente le module de l'indice de réfraction en fonction de la permittivité relative quand la conductivité est fixe. On remarque tout de suite que la limitation d'avoir une permittivité supérieure à 10 ne suffit pas quand la conductivité rentre en compte. Ici avec une conductivité fixe, il est nécessaire de regarder la valeur de l'indice de réfraction pour savoir si le milieu considéré est

très conducteur ou non. Pour cette valeur de conductivité, il faut donc une permittivité largement supérieure à 25 pour avoir un indice de réfraction grand devant un.

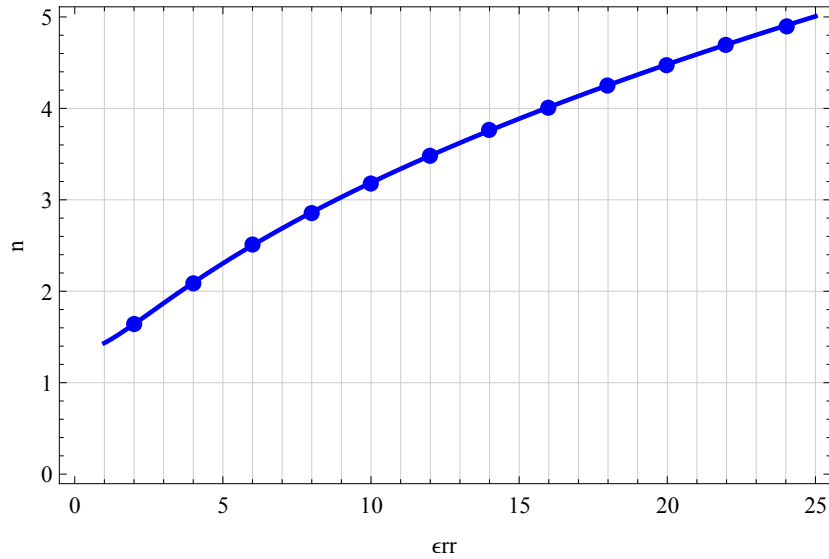


FIGURE 2.8 – Représentation du module de l'indice de réfraction en fonction de la permittivité relative du milieu pour une conductivité de 0.001 S/m.

2.6.2 Validation de la méthode

Cette section va permettre de vérifier que la formulation donnée par (2.86) est correcte. La figure 2.9 représente un réseau de $2N+1$ dipôles de Hertz électriques verticaux distants deux à deux, selon l'axe y , de δ_y . On va calculer le champ rayonné, au point d'observation situé à une distance R du réseau, en sommant la contribution de chaque dipôle. Cette contribution est calculée à partir de la formulation analytique développée par Norton [35]. On comparera les résultats à ceux obtenus par (2.86). D'après [36], un choix optimal est de prendre $\delta_y = 15$ m et $N = 2000$ pour une fréquence de 10 MHz.

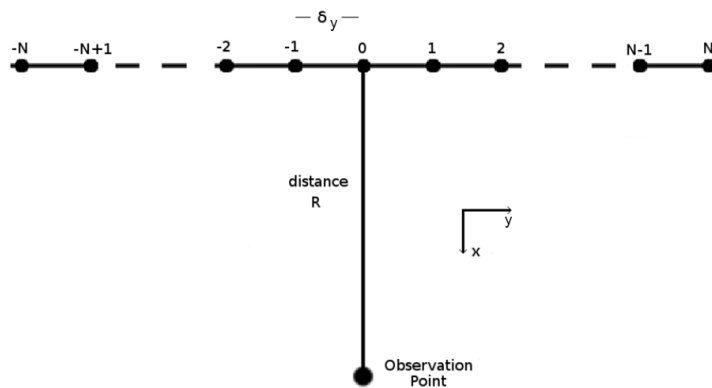


FIGURE 2.9 – Réseau de $2N+1$ de dipôles de Hertz.

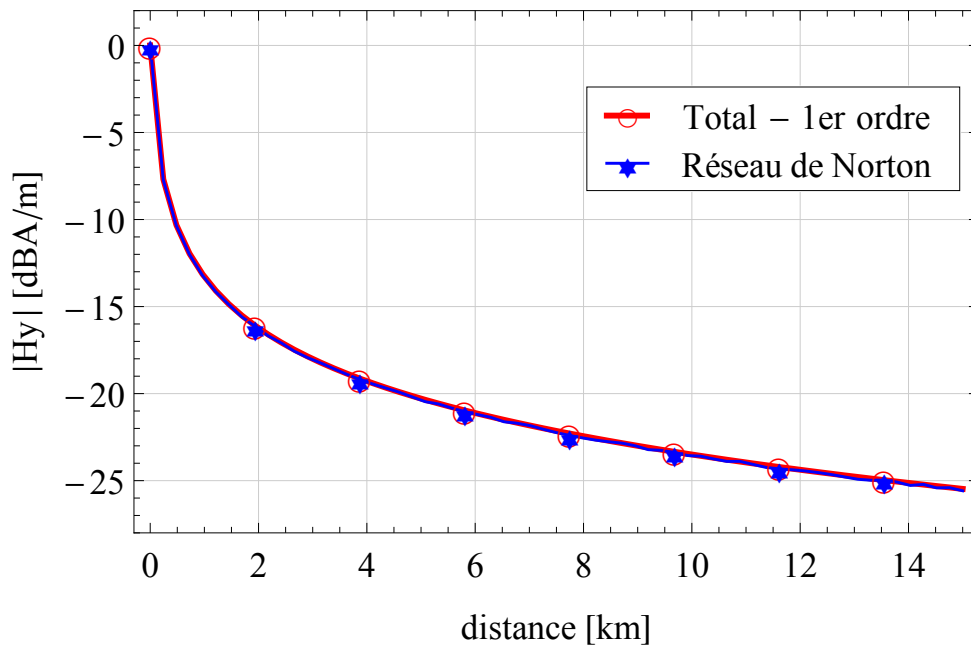


FIGURE 2.10 – Décroissance du champ magnétique rayonné : par une ligne source continue et infinie selon y de dipôles de Hertz électriques verticaux (en rouge) et par un réseau de $2N+1$ dipôles de Hertz de Norton électriques verticaux (en bleu), au-dessus de la mer : $\varepsilon_{rr} = 81$; $\sigma = 5$ S/m à 10 MHz, en fonction de la distance d’observation selon x , à $z = 0$.

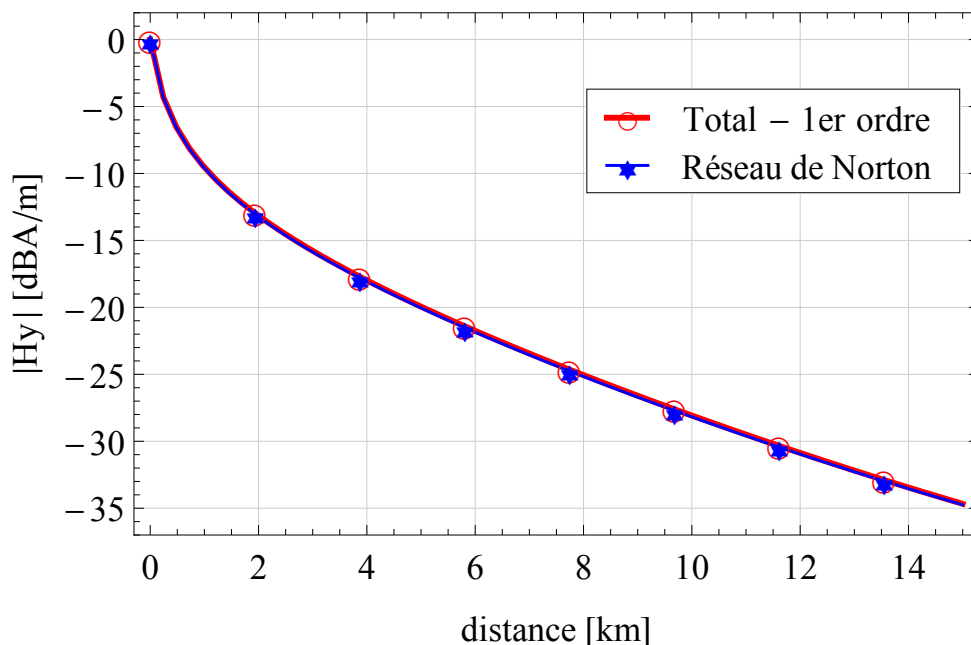


FIGURE 2.11 – Décroissance du champ magnétique rayonné : par une ligne source continue et infinie selon y de dipôles de Hertz électriques verticaux (en rouge) et par un réseau de $2N+1$ dipôles de Hertz de Norton électriques verticaux (en bleu), au-dessus d’un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -20$; $\sigma = 0.06$ S/m à 10 MHz, en fonction de la distance d’observation selon x , à $z = 0$.

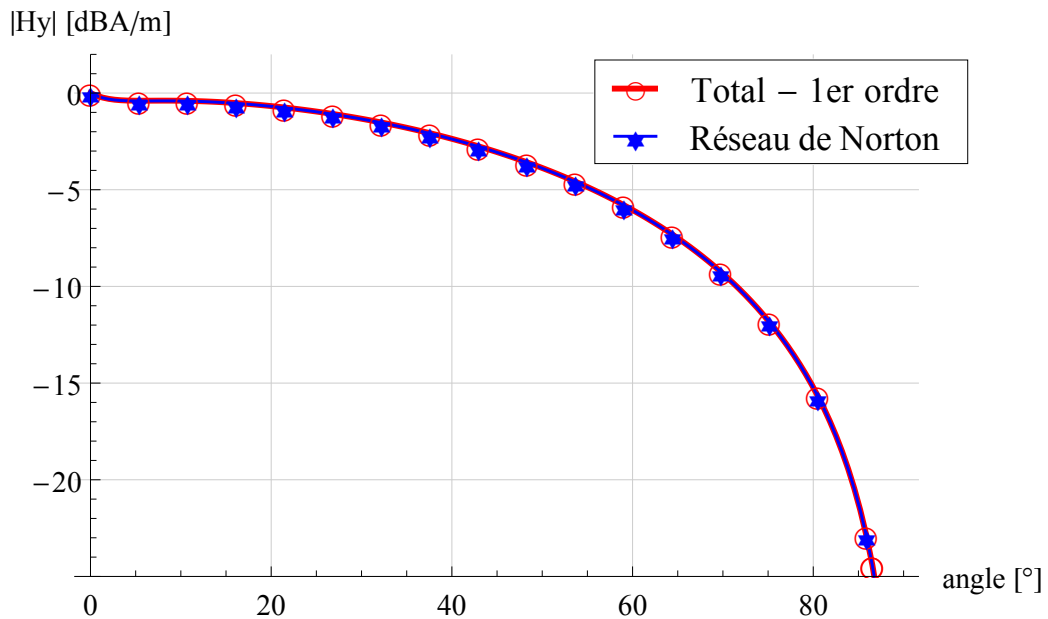


FIGURE 2.12 – Répartition du champ magnétique rayonné : par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux (en rouge) et par un réseau de $2N+1$ dipôles de Hertz de Norton électriques verticaux (en bleu), au-dessus de la mer : $\varepsilon_{rr} = 81$; $\sigma = 5$ S/m à 10 MHz et à une distance selon x de 1000 m, en fonction de l'angle d'élévation.

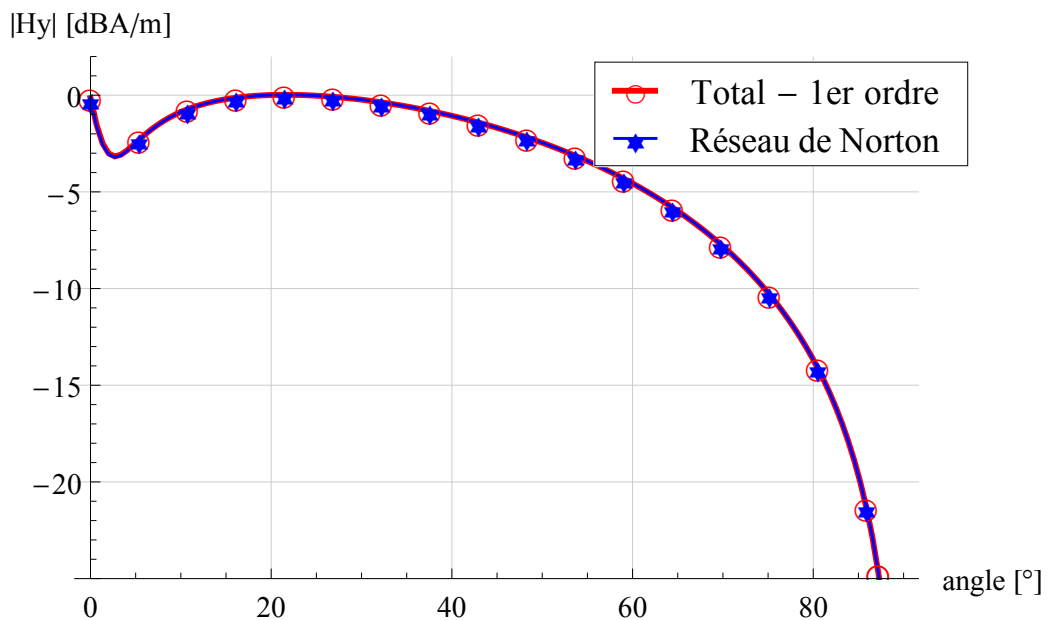


FIGURE 2.13 – Répartition du champ magnétique rayonné : par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux (en rouge) et par un réseau de $2N+1$ dipôles de Hertz de Norton électriques verticaux (en bleu), au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -20$; $\sigma = 0.006$ S/m à 10 MHz et à une distance selon x de 1000 m, en fonction de l'angle d'élévation.

On a représenté, sur les figures 2.10 et 2.11, la décroissance du champ magnétique et, sur les figures 2.12 et 2.13, la répartition du champ magnétique rayonné par le réseau continu de dipôles de Norton et par la ligne infinie selon x de dipôles qui utilise l'impédance du premier ordre exprimé en 2.86. Dans tous les cas, il y a une parfaite concordance entre les deux formulations pour les deux sols considérés qui sont très conducteurs, la mer et un métamatériau. On en déduit que la méthode employée pour le développement de la formulation analytique est correct.

2.6.3 Analyse des différentes contributions

On rappelle que le champ magnétique, dans la formulation analytique (2.86), est la somme de 3 termes. Les champs magnétiques direct et réfléchi, qui constituent la contribution en onde de ciel, et la contribution en onde de surface. On va s'intéresser ici à la part de ces deux contributions dans la décroissance du champ magnétique, quand le sol a une permittivité positive puis négative. La figure 2.14 montre la décroissance du champ magnétique à l'interface quand le milieu 2 est la mer. Ce milieu a une grande valeur de permittivité ($\varepsilon_{rr} = 81$, $\sigma = 5$ S/m). Dans ce cas, la contribution en onde de surface est complètement masquée et le champ magnétique total est égal à la contribution en onde de ciel. Cela confirme bien les résultats déjà connus sur la propagation des ondes au-dessus d'un sol à permittivité positive [37].

Au contraire, quand la ligne de dipôles est localisée au-dessus d'un sol avec une permittivité négative, comme montré sur la figure 2.15, il existe deux modes de propagation dépendants de la distance à la source et de la nature du sol. Près de la source, le champ magnétique total est égal à la contribution en onde de surface (zone A), à grande distance le champ magnétique total est égal à la contribution en onde de ciel (zone C). Dans la zone B, on a une transition entre les deux modes. La position de ce changement de mode dépend de la nature du sol : plus la permittivité du sol est proche de l'unité, plus ce changement de mode est proche de la source. Dans tous les cas, ce changement de mode n'est pas préoccupant. En effet, même avec un sol de permittivité relative égale à -2 , la position du changement intervient à une plus grande distance que la longueur que pourrait avoir le métamatériau positionné devant les antennes d'émissions du radar.

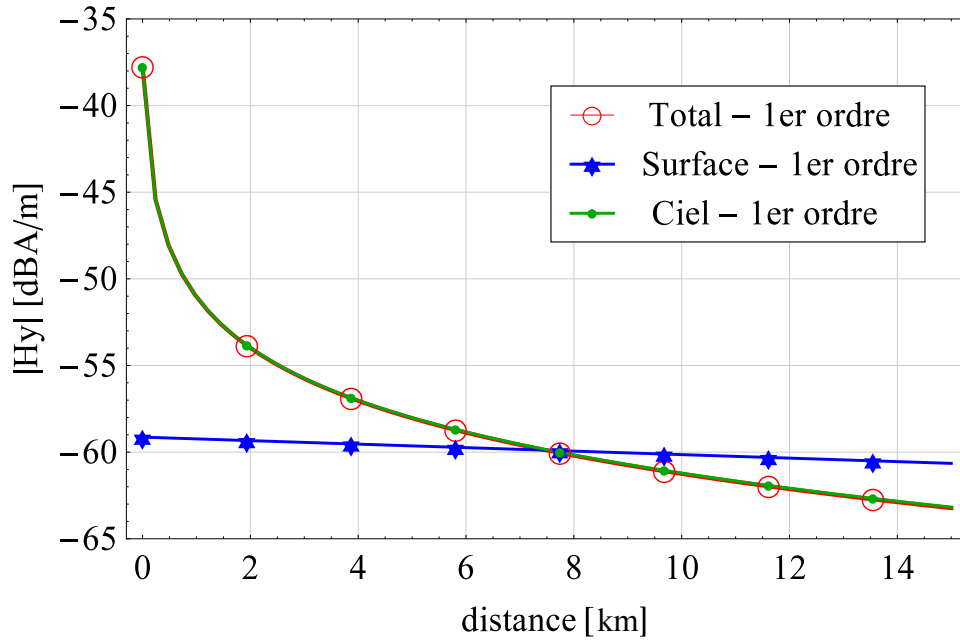


FIGURE 2.14 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus de la mer : $\epsilon_{rr} = 81$; $\sigma = 5$ S/m à 10 MHz.

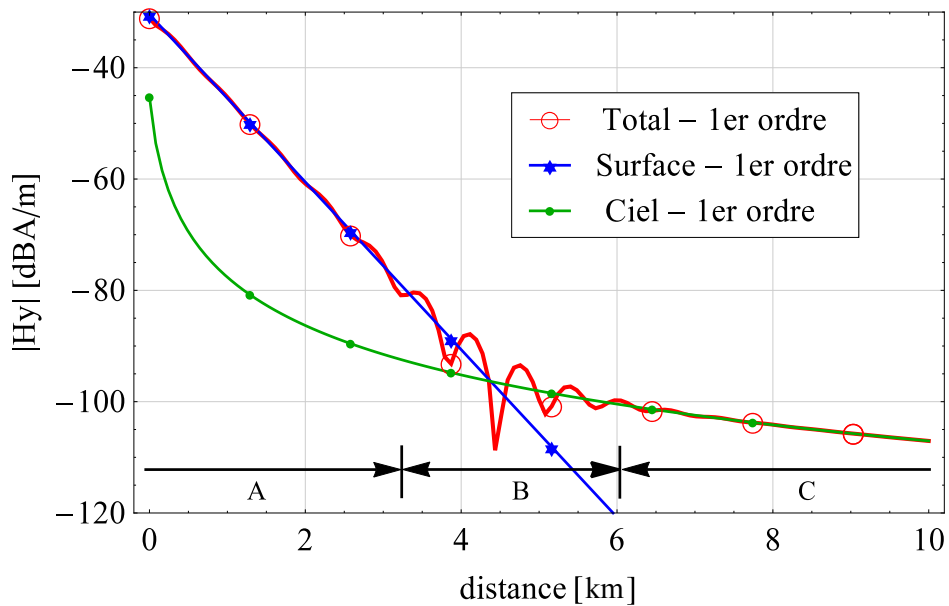


FIGURE 2.15 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\epsilon_{rr} = -10$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

2.6.4 Comparaison 1^{er} - 2^e ordre

Dans cette partie, on va comparer la contribution en onde de surface et le champ magnétique total quand le calcul se fait avec une impédance du premier ordre puis une impédance du deuxième ordre. Deux types de sols vont être considérés : un sol avec une permittivité grande et un sol avec une permittivité faible. Dans les deux cas, le signe de la permittivité pourra être positif ou négatif.

2.6.4.1 Décroissance du champ magnétique

La figure 2.16 montre la décroissance à l'interface de la composante H_y du champ magnétique quand le milieu 2 est la mer. Ce milieu a une grande valeur de permittivité ($\epsilon_{rr} = 81$, $\sigma = 5$ S/m). Dans ce cas, les résultats sont une parfaite concordance pour les deux ordres. En effet, quand la permittivité du milieu 2 est grande, l'impédance du premier ordre est suffisante pour représenter une interface plane et homogène.

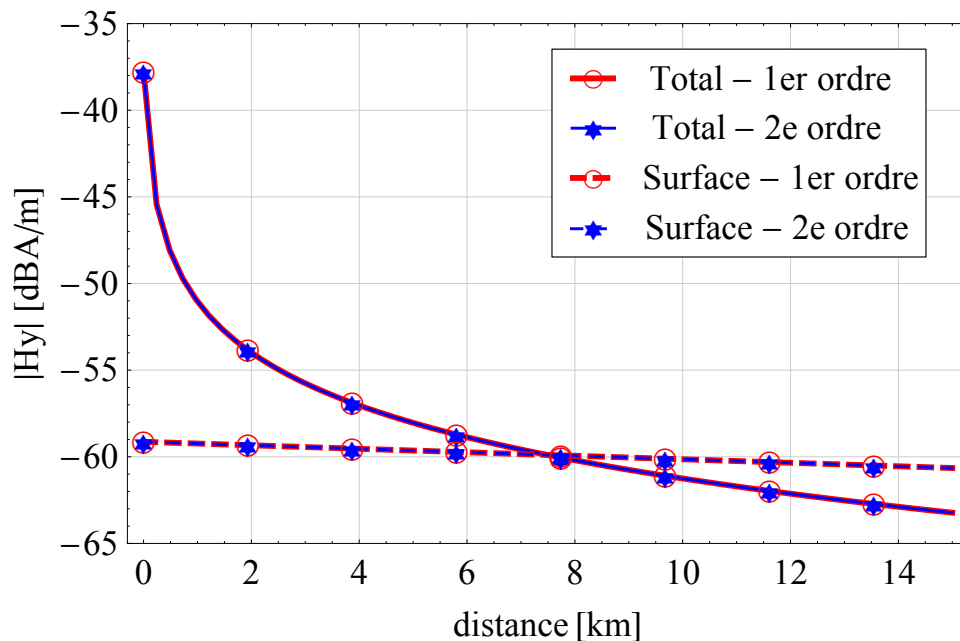


FIGURE 2.16 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus de la mer : $\epsilon_{rr} = 81$; $\sigma = 5$ S/m à 10 MHz.

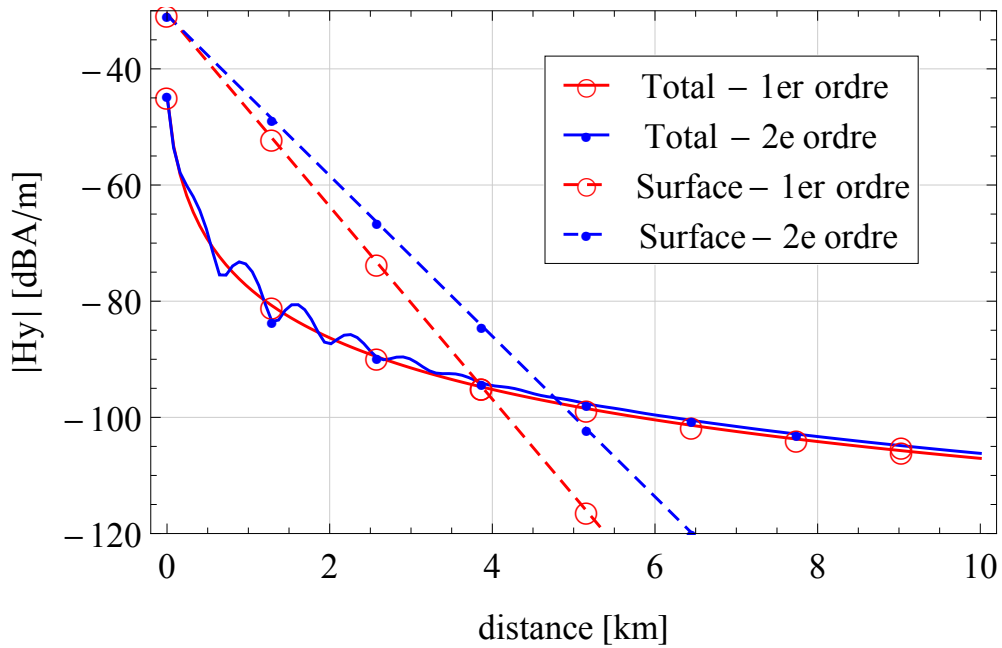


FIGURE 2.17 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un sol : $\epsilon_{rr} = 10$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

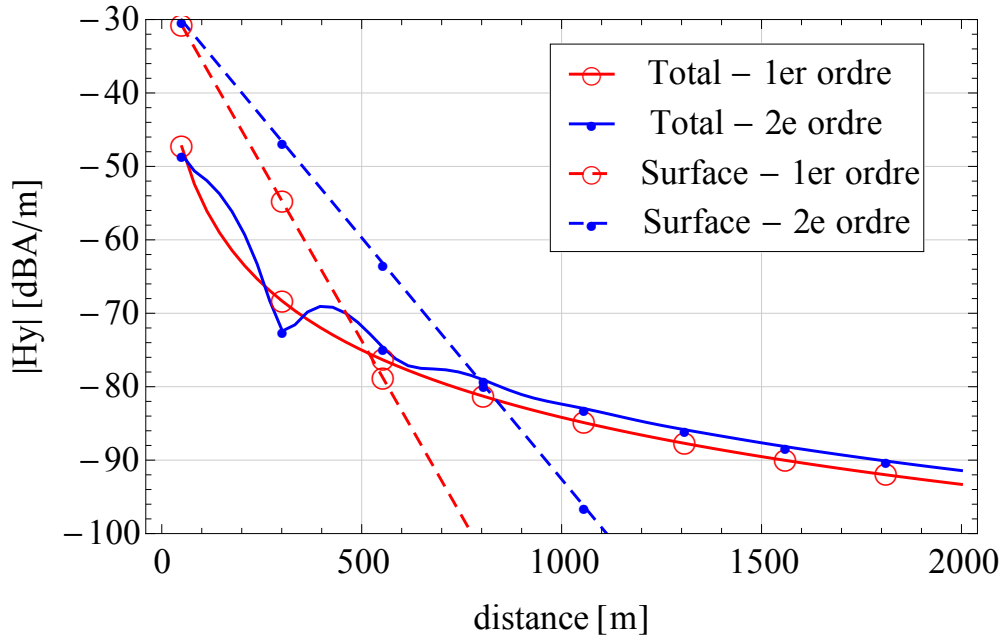


FIGURE 2.18 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un sol : $\epsilon_{rr} = 4$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

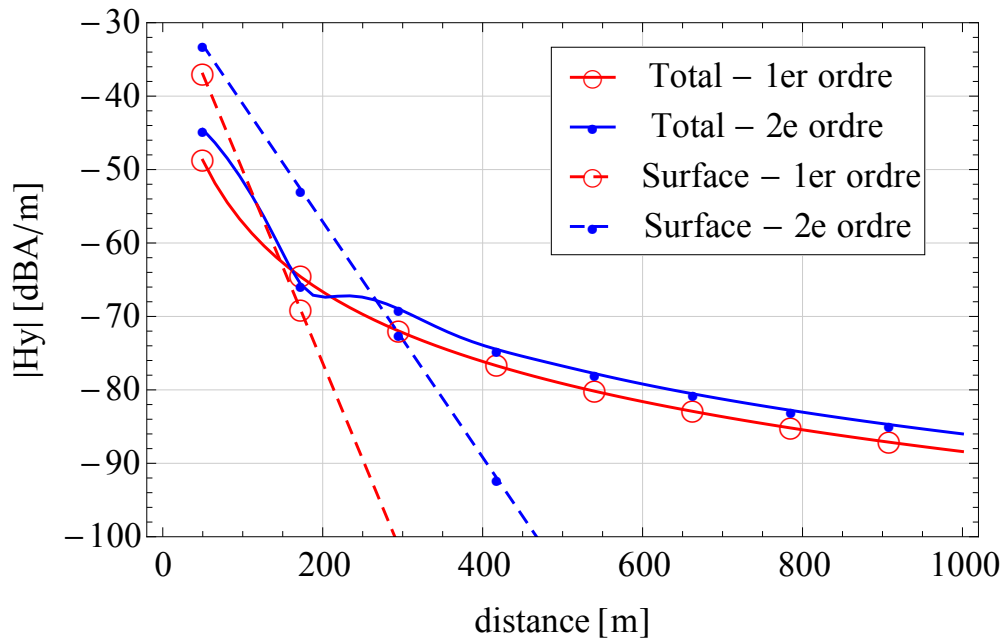


FIGURE 2.19 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un sol : $\varepsilon_{rr} = 2$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

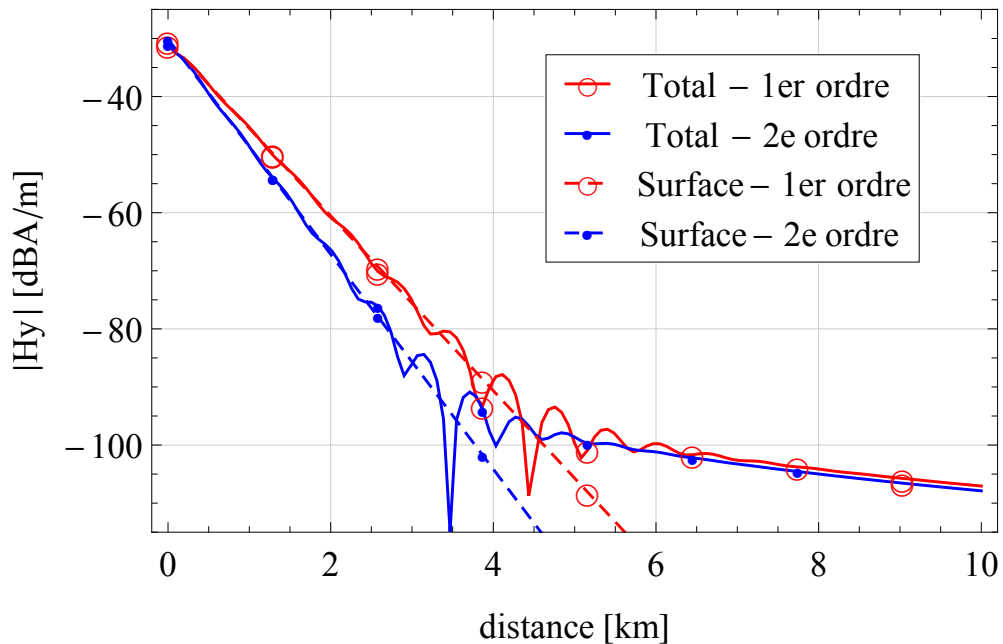


FIGURE 2.20 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -10$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

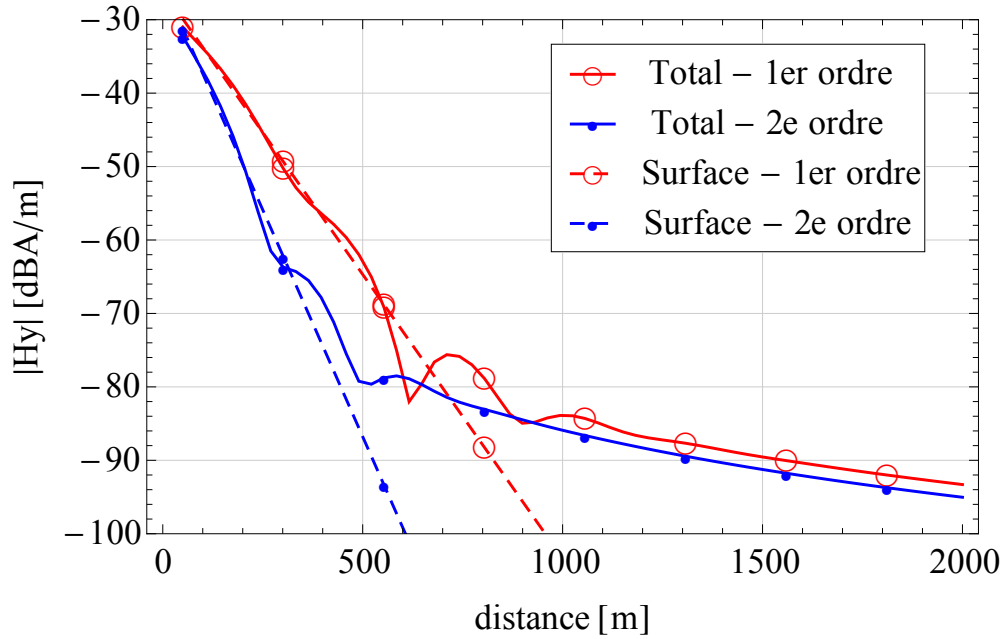


FIGURE 2.21 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -4$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

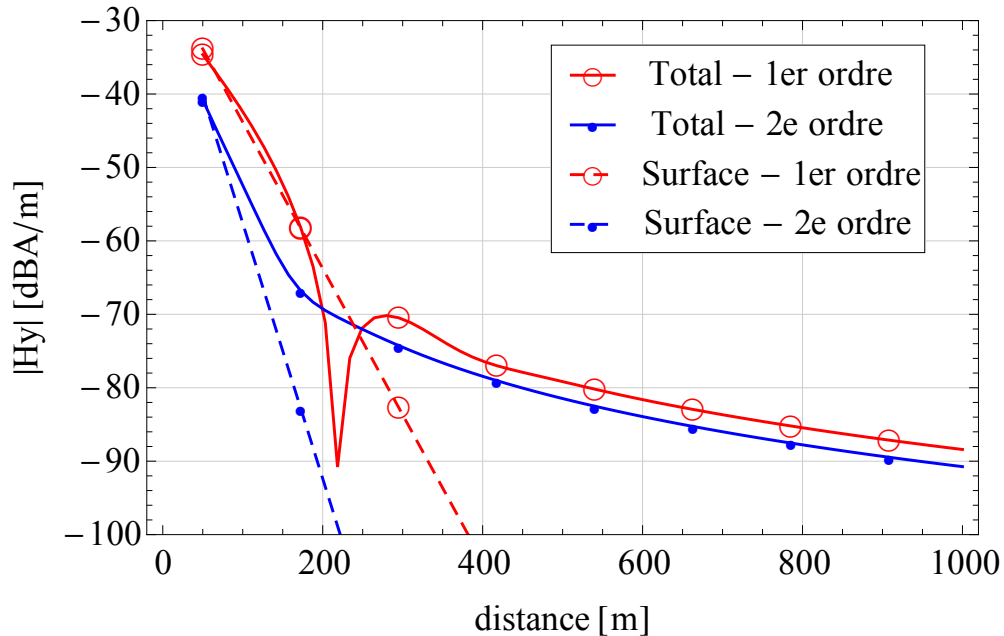


FIGURE 2.22 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -2$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

Les figures 2.17, 2.18 et 2.19 présentent la décroissance du champ magnétique à la

surface de différents sols ayant une permittivité positive respectivement égale à $\varepsilon_{rr} = 10, 4$ et 2 . Ici on voit clairement que plus la permittivité du milieu est faible et plus la différence entre les deux ordres est grande. Il est à noter que les oscillations visibles sur le champ magnétique total pour un calcul avec une impédance du deuxième ordre ne sont pas représentatifs du vrai comportement du champ magnétique, mais elles sont très probablement dues à la résolution numérique.

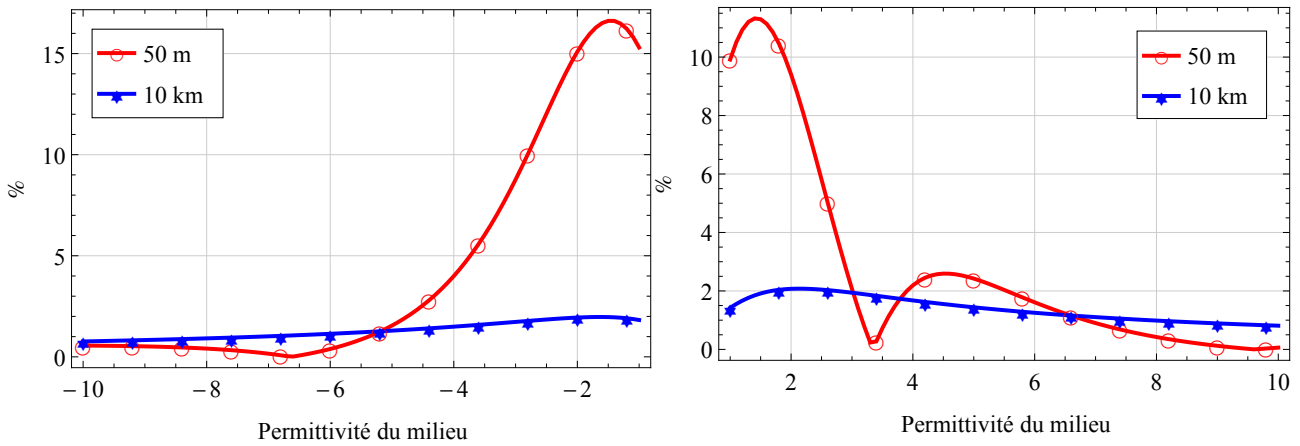
Les figures 2.20, 2.21 et 2.22 présentent la décroissance du champ magnétique à la surface de différents sols ayant une permittivité négative de respectivement égale à $\varepsilon_{rr} = -10, -4$ et -2 . On retrouve le comportement représentatif d'une propagation sur un milieu avec une permittivité négative. Au début de la propagation, c'est le mode de surface qui est prépondérant puis, à partir d'une certaine distance, on passe au mode en onde de ciel. La différence, à grande distance, entre les champs totaux de chacun des deux ordres est identique à la propagation sur un sol ayant une permittivité positive. La différence la plus importante est liée à la propagation sur de petites distances du mode en onde de surface. C'est celle qui est la plus critique dans notre cas, car le métamatériau aura une longueur au maximum de quelques longueurs d'ondes. Le dernier point à souligner est la position du changement de mode qui est différente en fonction de l'ordre de l'impédance.

2.6.4.2 Erreur relative sur la valeur du champ magnétique

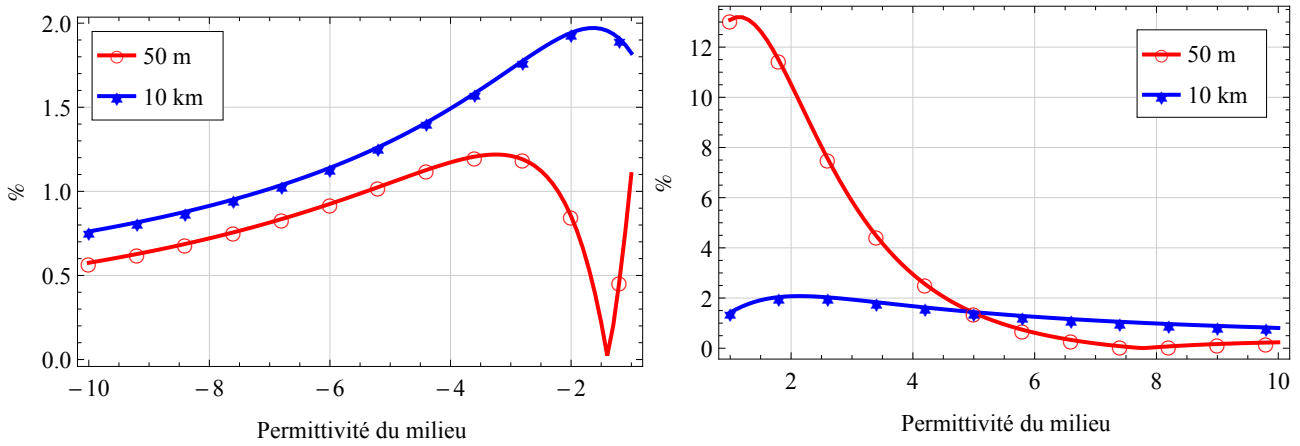
Dans ce paragraphe, on a calculé, l'erreur relative du champ magnétique entre l'utilisation d'une impédance du premier ordre (2.86) et celle du deuxième ordre (2.106).

On peut voir rapidement sur la figure 2.23 que plus la permittivité est proche de l'unité plus l'erreur relative est importante quelle que soit la distance d'observation. À la distance de 50 m, l'erreur sur le champ magnétique total est plus importante et elle provient, dans le cas d'une permittivité négative, du mode en onde de surface et, dans le cas d'une permittivité positive, du mode en onde de ciel.

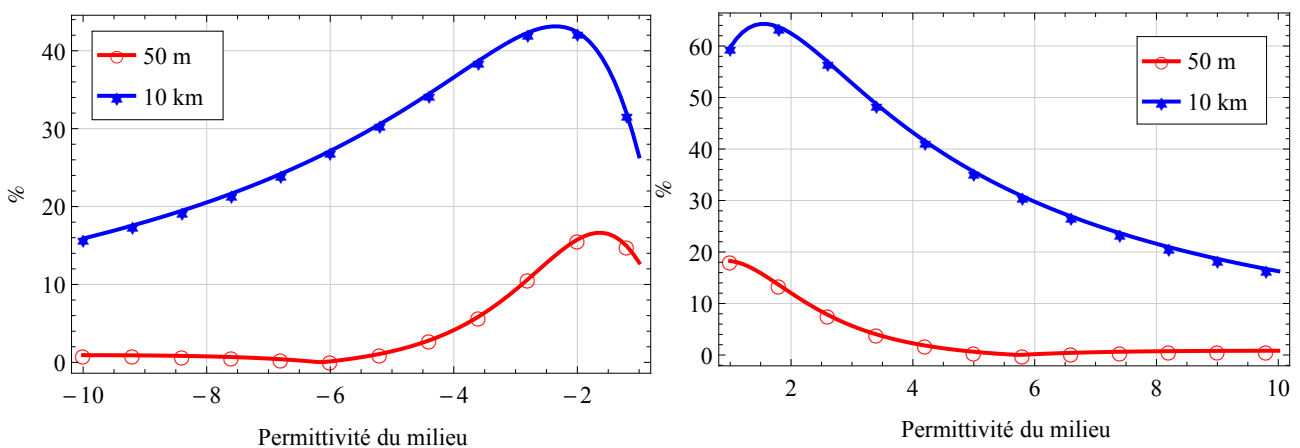
L'utilisation d'une impédance du deuxième ordre donne des résultats plus précis que l'utilisation d'une impédance du premier ordre (comme attendu en [23]) pour un faible indice de réfraction ($|\varepsilon_{rr}| > 1$ et $\sigma = 0.001$ S/m). Mais on va voir, par la suite, qu'il est possible d'utiliser la condition de Leontovich dans le cas où la permittivité est proche de l'unité en suivant une approche différente pour déterminer l'expression de l'impédance de surface.



(a) Erreur du champ magnétique total



(b) Erreur du mode en ondes de ciel



(c) Erreur du mode en ondes de surface

FIGURE 2.23 – Erreur relative du champ magnétique entre l'utilisation d'une impédance du premier ordre et celle du deuxième ordre en fonction de la partie réelle de la permittivité et d'une conductivité fixe de 0.001 S/m à une fréquence de 10 MHz et à deux distances de la ligne de dipôles.

2.7 Extension de la validité de l'impédance de surface du premier ordre

La condition de Leontovich n'est pas applicable pour un sol ayant une permittivité faible. Mais en supposant que l'interface est plane et homogène, l'impédance de surface du premier ordre peut être améliorée par une légère modification.

Considérons seulement l'onde de surface. La solution dans le milieu 1 pour le champ magnétique est déjà connue et exprimée dans (2.77) par :

$$H_{y1}(x, z) = A_1 e^{ik_{z1}z} e^{ik_x x} \quad (2.117)$$

Dans le milieu 1, la composante tangentielle du champ électrique E_x est facilement déduite de (2.41) :

$$E_{x1}(x, z) = A_1 \frac{k_{z1}}{\omega \varepsilon_0} e^{ik_{z1}z} e^{ik_x x} \quad (2.118)$$

Dans le milieu 2, les champs magnétique et électrique sont donnés par :

$$H_{y2}(x, z) = A_2 e^{-ik_{z2}z} e^{ik_x x} \quad (2.119)$$

$$E_{x2}(x, z) = -A_2 \frac{k_{z2}}{\omega \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r} e^{-ik_{z2}z} e^{ik_x x} \quad (2.120)$$

À l'interface ($z = 0$), la continuité du champ magnétique, H_y , impose que $A_1 = A_2$ et la continuité, E_x , du champ électrique implique que :

$$\frac{k_{z1}}{k_{z2}} = \frac{1}{\underline{\varepsilon}_r} \quad (2.121)$$

D'après la relation de dispersion entre les nombres d'ondes dans le milieu 1 ($k_0^2 = k_x^2 + k_{z1}^2$) et dans le milieu 2 ($\underline{\varepsilon}_r k_0^2 = k_x^2 + k_{z2}^2$), on détermine l'expression de k_x :

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\underline{\varepsilon}_r}{1 + \underline{\varepsilon}_r}} \quad (2.122)$$

et les expressions de k_{z1} et k_{z2} :

$$k_{z1} = k_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \underline{\varepsilon}_r}} \quad (2.123)$$

$$k_{z2} = k_0 \sqrt{\frac{\underline{\varepsilon}_r^2}{1 + \underline{\varepsilon}_r}} \quad (2.124)$$

L'expression générale de l'impédance de surface dans le cas d'un mode de propagation TM est donnée par (2.59) à l'interface ($z = 0$). On peut en déduire l'expression de l'impédance de surface modifiée Z_{mod} comme :

$$Z_{mod} = \frac{k_{z2}}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (2.125)$$

On remplace (2.124) dans (2.125) et l'impédance de surface modifiée peut être écrite comme :

$$Z_{mod} = \frac{k_0}{\omega \varepsilon_0} \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_r}} \quad (2.126)$$

et le nombre d'onde imaginaire modifié le long de l'axe z peut être écrit sous la forme :

$$\lambda_{smod} = ik_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_r}} \quad (2.127)$$

Maintenant on remplace λ_s par λ_{smod} dans (2.86) et on obtient la nouvelle expression du champ magnétique de surface rayonné par une ligne infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux. On compare maintenant les valeurs de la contribution en onde de surface et les valeurs du champ magnétique total sur les figures 2.24, 2.25, 2.26 et 2.27 obtenues avec cette approche et une impédance de surface du deuxième ordre (2.106), dans les cas de quatre sols, deux avec une faible valeur de permittivité positive ($\varepsilon_{rr} = 2$ puis 4 et $\sigma = 0.001$ S/m) et deux avec une faible valeur de permittivité négative ($\varepsilon_{rr} = -2$ puis -4 et $\sigma = 0.001$ S/m). Dans tous les cas, on a une très bonne concordance entre les résultats obtenus.

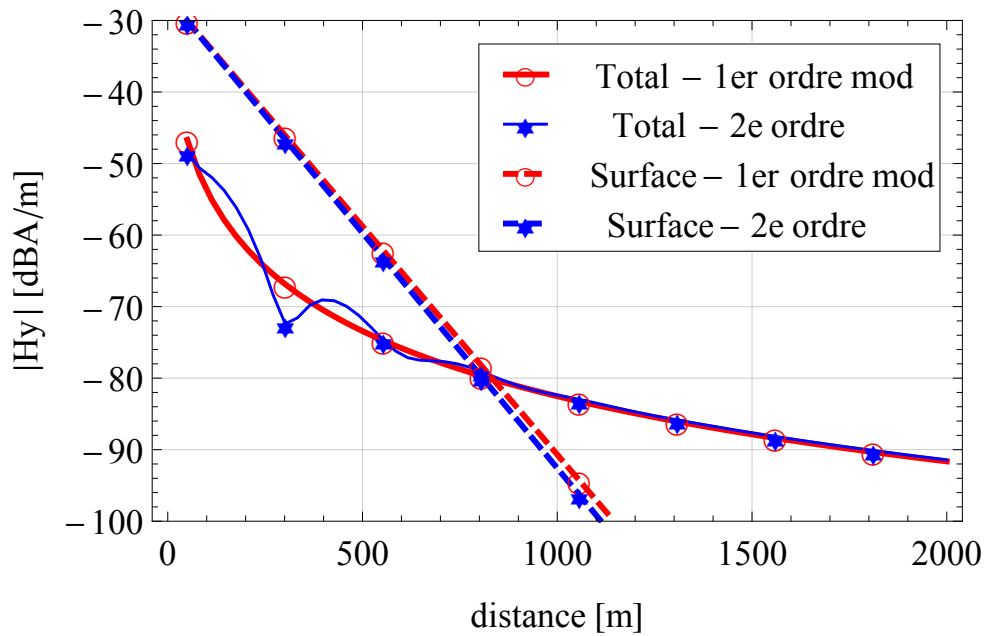


FIGURE 2.24 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = 4$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

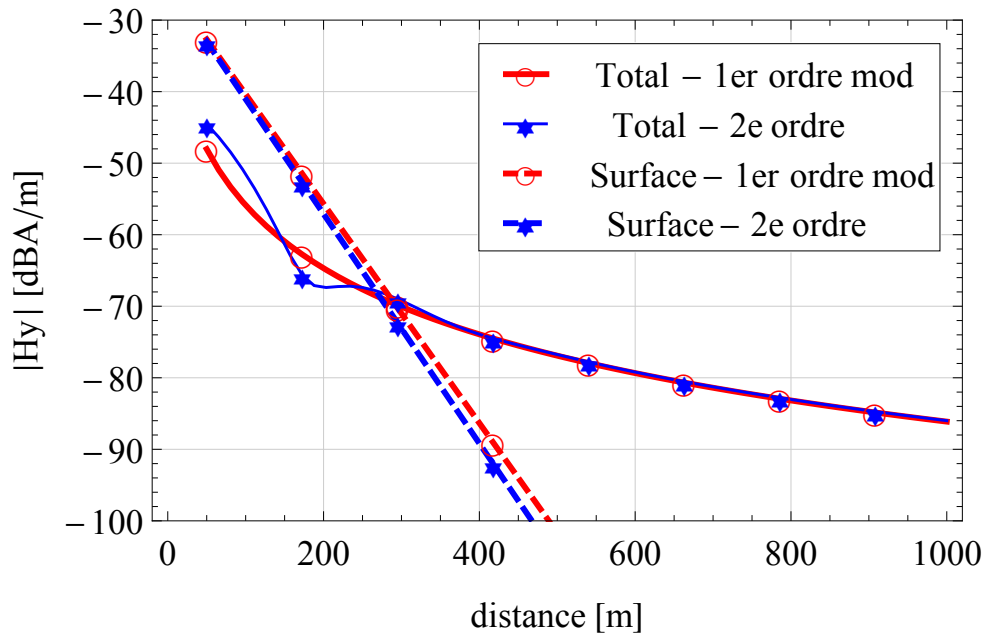


FIGURE 2.25 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = 2$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

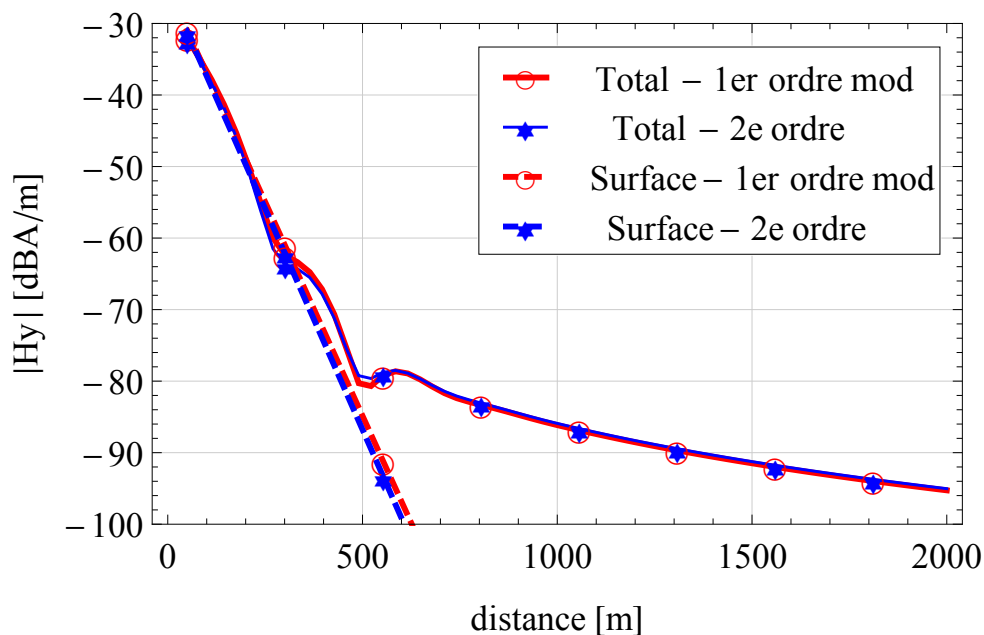


FIGURE 2.26 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -4$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

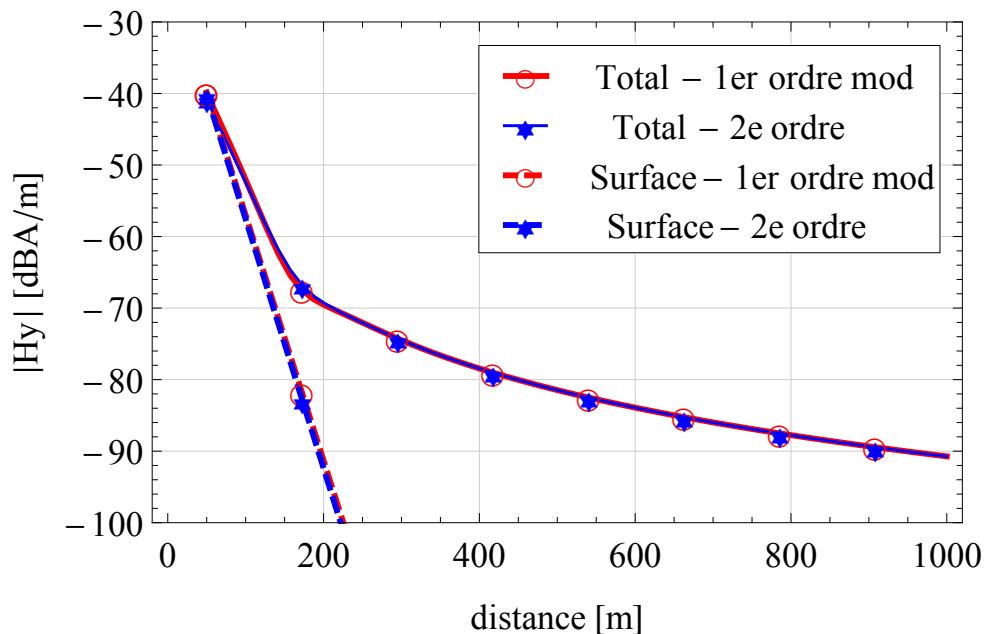


FIGURE 2.27 – Décroissance du champ magnétique rayonné à l'interface par une ligne source continue et infinie de dipôles de Hertz électriques verticaux au-dessus d'un métamatériau : $\varepsilon_{rr} = -2$; $\sigma = 0.001$ S/m à 10 MHz.

On a donc montré que cette impédance de surface modifiée peut être appliquée comme

un substitut au deuxième ordre dans le cas d'une interface plane et homogène. Elle permet d'utiliser le développement réalisé avec une impédance du premier ordre ce qui a pour effet de réduire significativement les temps de calculs.

2.8 Conclusion

Pour améliorer les performances du RHFOS, il est possible d'insérer un métamatériau devant les antennes d'émission. Il permettra la création et la propagation d'une forte onde de surface [37]. Dans ce chapitre, on a proposé une formulation analytique précise de l'impédance de surface permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné par les antennes d'émission au-dessus d'un sol ayant une faible permittivité, qu'elle soit positive ou négative. Cette décomposition du champ électromagnétique permet de séparer le rayonnement en trois termes : le champ direct, le champ réfléchi et le champ en onde de surface. Les résultats numériques obtenus avec une impédance de surface du deuxième ordre permettent d'obtenir des résultats plus précis que ceux obtenus avec une impédance de surface du premier ordre. Le calcul des champs électromagnétiques avec une impédance du deuxième ordre est assez lourd à mettre en œuvre et c'est pour cela que dans la dernière partie du chapitre, on introduit une extension de l'expression de l'impédance de surface du premier ordre permettant d'obtenir des résultats très similaires à l'utilisation d'une impédance de surface du deuxième ordre. C'est cette impédance de surface modifiée que l'on utilisera dans le prochain chapitre pour calculer la propagation des champs électromagnétiques rayonnés à travers une succession de milieux. Dans le cas où l'on serait amené à prendre en considération une interface non plane (mer formée, par exemple), la formulation du deuxième ordre de l'impédance de surface serait indispensable [39].

Transition entre plusieurs milieux

Sommaire

3.1	Introduction	61
3.2	Modèle UIT pour la propagation à travers plusieurs milieux	63
3.3	Transition abrupte	65
3.3.1	Description générale	65
3.3.2	Formulations	66
3.3.3	Résultats	68
3.4	Transition graduelle	69
3.4.1	Description générale	69
3.4.2	Fonction de transition	70
3.4.3	Champ électrique à travers deux milieux	76
3.4.4	Champ électrique à travers trois milieux	80
3.5	Conclusion	81

3.1 Introduction

Dans le chapitre 2, on a rassemblé tous les outils permettant de calculer les champs électromagnétiques se propageant à la surface d'un métamatériau pouvant avoir une permittivité proche de l'unité. On cherche maintenant à estimer l'effet de la discontinuité présente entre le métamatériau et la mer ainsi que l'intérêt « d'adoucir » cette discontinuité en insérant une transition entre les deux milieux. C'est pour cela que l'on va s'intéresser ici à différentes méthodes permettant de calculer le champ électromagnétique se propageant à travers plusieurs milieux. On aura, dans le cas général de l'utilisation d'un RHFOS, une discontinuité représentée par une ligne de côte entre un sol sableux et la mer. Dans un autre cas, on s'intéressera à une transition entre un métamatériau et la mer puis entre trois milieux (sol sableux/métamatériau/mer). La configuration avec le métamatériau est nouvelle. En effet, on sera en présence d'une transition au travers de laquelle la permittivité passera d'une valeur négative à une valeur positive. Dans ce genre de

situation, on a besoin d'avoir une formulation du champ électromagnétique valable pour un sol ayant un faible indice de réfraction. On se servira pour cela des résultats obtenus dans le chapitre 2. On utilisera pour simplifier les calculs, l'extension de l'impédance de surface du premier ordre, la mer étant supposée calme et donc plane.

On rappelle tout d'abord le modèle de référence UIT qui est celui de Millington [29]. Une formulation plus complète sera ensuite utilisée. Il s'agit de celle développée par Clemmow [10] qui rend compte, à la surface, de l'atténuation entre deux sols différents. Enfin, on présentera en détail un modèle développé par Wait [48] qui, à l'aide d'une fonction de transition, permet de décrire une transition graduelle entre deux milieux.

Enfin, dans une dernière partie, on fera une synthèse des différentes méthodes et on conclura sur l'utilité d'une transition. Ces résultats seront ensuite comparés à des résultats de mesure dans le chapitre 4.

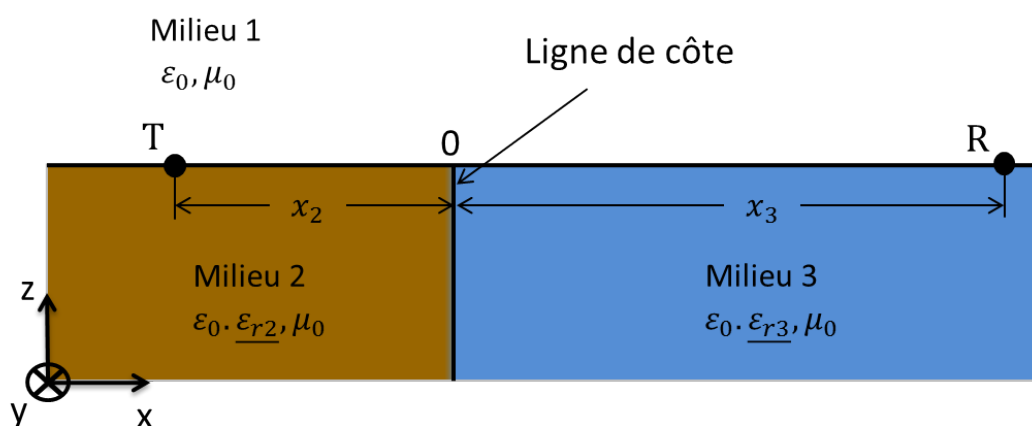


FIGURE 3.1 – Vue latérale de la transmission entre deux milieux

La figure 3.1 décrit la géométrie choisie pour évaluer la propagation à travers plusieurs milieux. Le milieu 1 localisé en $z > 0$ est de l'air. La ligne de côte est localisée en $x = 0$ et sépare les milieux 2 et 3. L'antenne d'émission est localisée à l'interface des milieux 1 et 2, au point T, à une distance x_2 du milieu 3. Cette antenne rayonne un champ électrique polarisé verticalement se propageant vers les x croissants. Le point R définit la position de l'antenne de réception, qui est localisée à l'interface des milieux 1 et 3, à une distance x_3 du milieu 2.

3.2 Modèle UIT pour la propagation à travers plusieurs milieux

On présente ici la référence UIT[1][29], employée pour calculer le champ électrique se propageant à travers plusieurs milieux. Cette méthode effectue une moyenne géométrique entre le champ obtenu à la réception (point R) et celui obtenu à l'émission (point T) quand on inverse les positions de l'émetteur et du récepteur. On considère l'interface décrite dans l'introduction et représentée en figure 3.1.

Le champ à la réception E_R (au point R) est alors défini par l'expression (en dBV/m) :

$$E_R = E_2(x_2) - E_3(x_2) + E_3(x_2 + x_3)$$

où E_2 et E_3 sont respectivement les valeurs en dBV/m du champ électrique se propageant sur les milieux 2 et 3. On inverse alors le processus en appelant R l'émetteur et T le récepteur ; on obtient ainsi un champ E_T défini par l'expression (en dBV/m) :

$$E_T = E_3(x_3) - E_2(x_3) + E_2(x_2 + x_3)$$

Le champ électrique total à travers deux milieux est donné en dBV/m par :

$$E = \frac{1}{2}(E_R + E_T) \quad (3.1)$$

ce qui correspond à une moyenne géométrique des valeurs linéaires. Il est également possible d'étendre facilement le calcul à plus de deux milieux. On utilisera un dipôle de Hertz comme source et on se servira de l'approche de Norton [35] pour déterminer le champ électrique rayonné par cette source au-dessus des différents sols.

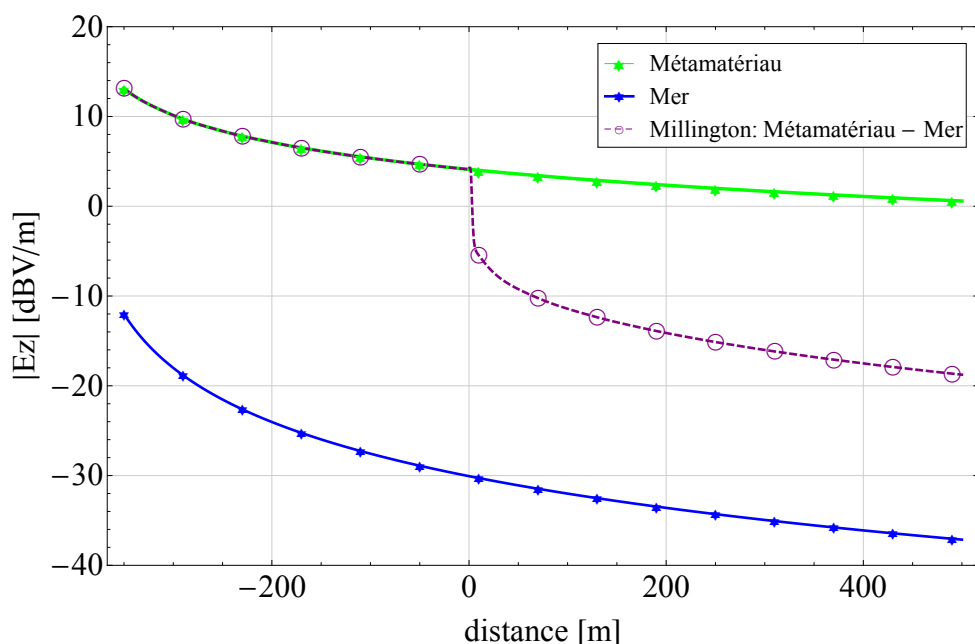


FIGURE 3.2 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical à travers deux milieux en utilisant l’approche de Millington à la fréquence de 10 MHz - la transition métamatériau/mer est localisée à 400 m de l’antenne d’émission.

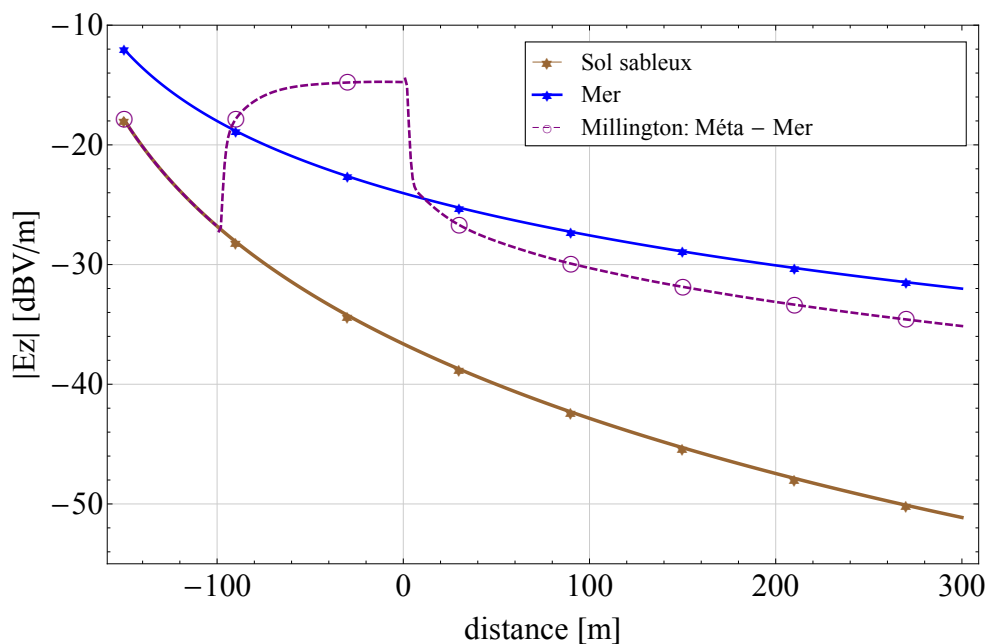


FIGURE 3.3 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical à travers trois milieux en utilisant l’approche de Millington à la fréquence de 10 MHz - la transition métamatériau/sol sableux est localisée à 100 m de l’antenne d’émission et la transition sol sableux/mer est à 200 m.

La figure 3.2 présente une transmission au-dessus d’un métamatériau ($\epsilon_{rr} = -1.5$ et $\sigma = 0$ S/m) et de la mer ($\epsilon_{rr} = 81$ et $\sigma = 5$ S/m) et la figure 3.3 présente une transmission

au-dessus d'un sol sableux ($\varepsilon_{rr} = 10$ et $\sigma = 2.10^{-3}$ S/m), d'un métamatériau et de la mer. Cette formulation permet de connaître le champ électrique à grande distance, mais ne donne pas d'information sur les niveaux de champ à travers la discontinuité. C'est une moyenne géométrique ne prenant pas en compte localement la discontinuité, et qui ne donne pas la possibilité de réaliser une transition graduelle entre les deux milieux.

3.3 Transition abrupte

3.3.1 Description générale

On s'intéresse dans cette partie à l'approche de Clemmow [10] permettant de calculer le champ électrique se propageant au-dessus de deux milieux.

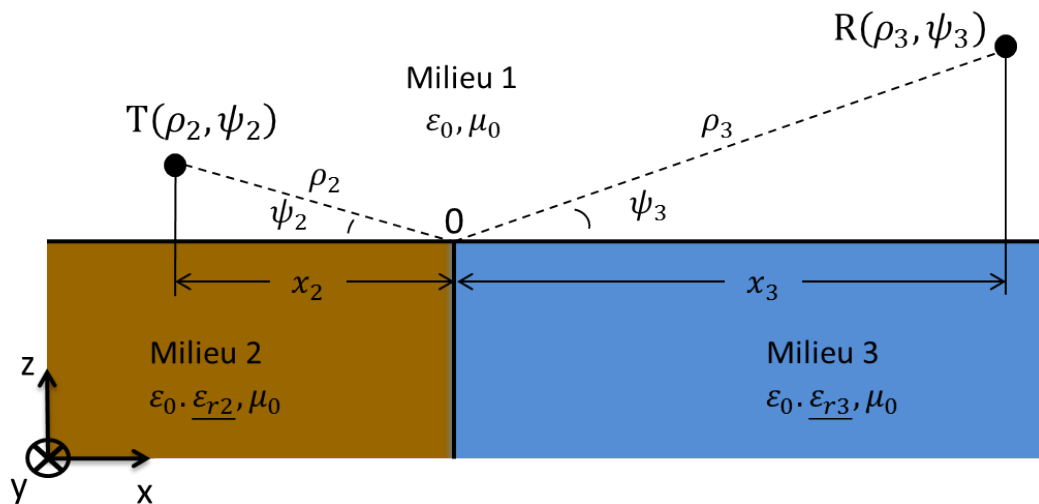
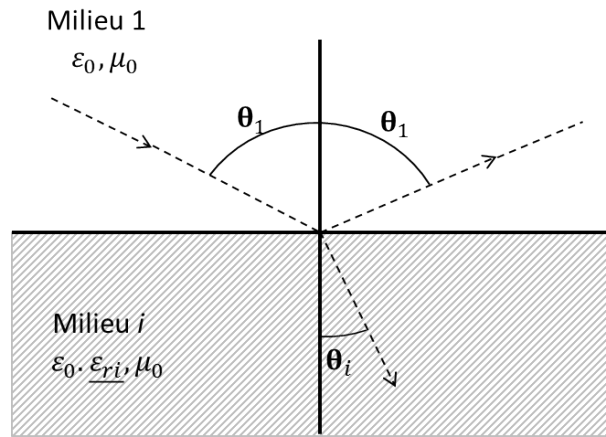


FIGURE 3.4 – Vue latérale de la transmission entre deux milieux quand les antennes ne sont pas posées sur le sol.

La figure 3.4 présente la géométrie du problème qui est la même que dans la figure 3.1. La seule modification est que, dans son approche, Clemmow est capable de positionner l'antenne d'émission et de réception en hauteur. On s'intéresse ici à la propagation d'une onde de surface sur la mer, l'antenne de réception sera donc mise directement sur la mer (milieu 3). Les antennes d'émission du RHFOS sont également posées au sol. On choisira donc de positionner l'antenne d'émission sur le sol (milieu 2).

FIGURE 3.5 – Angle de Brewster avec i égale à 2 ou 3.

Dans le cas de la propagation d'une onde TM, il est possible à l'aide de la formule de Snell-Descartes de déterminer l'angle de Brewster (figure 3.5). Pour cette valeur d'angle, l'onde incidente sur le milieu est totalement transmise et l'onde réfléchie est par conséquent nulle. À l'angle de Brewster, la direction de propagation de l'onde transmise dans le milieu 2 ou 3 forme un angle droit avec celle de l'onde réfléchie attendue dans le milieu 1. On rappelle la formule de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_i \sin \theta_i$$

où n_i est l'indice de réfraction du milieu i et θ_i est l'angle de l'onde transmise dans le milieu i . Un angle droit entre les directions de l'onde transmise et de l'onde réfléchie signifie que $\sin(\theta_1) = \cos(\theta_i)$. On considérera également que le milieu 1 sera toujours de l'air ce qui permet d'écrire $n_1 = 1$. L'expression de l'angle de Brewster est finalement :

$$\alpha_{Bi} = \arctan \left(\frac{n_1}{n_i} \right) = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{ri}}} \right) \quad (3.2)$$

où α_{Bi} est l'angle de Brewster dans le milieu i et ε_{ri} est la permittivité relative complexe du milieu i . L'intérêt de définir cet angle est qu'une onde plane arrivant sur un milieu avec l'angle d'incidence de Brewster permet de créer une onde à la surface du milieu considéré. C'est grâce à ce principe que Clemmow va développer sa formulation en prenant en compte la part en onde de surface.

3.3.2 Formulations

Dans son approche, analytique, Clemmow a introduit une fonction A appelée « ground to ground », permettant de calculer l'effet, sur la propagation d'une onde, d'un changement

de milieu. La fonction A est donnée par :

$$A = \frac{2}{\alpha_{B2} + \alpha_{B3}} \left\{ \begin{aligned} &+ \alpha_{B2}K(\gamma_2) + \alpha_{B3}K(\gamma_3) \\ &+ \frac{2e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \left[+\alpha_{B2}\gamma_2 G\left(\gamma_{02}, \gamma_{02}\sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_2}}\right) \right. \\ &\quad \left. +\alpha_{B3}\gamma_3 G\left(\gamma_{03}, \gamma_{03}\sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_2}}\right) \right. \\ &\quad \left. -2i\sqrt{\alpha_{B2}\alpha_{B3}\gamma_2\gamma_3}F(\gamma_{02})F(\gamma_{03}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

où les fonctions F , K et G sont définies de la manière suivante :

$$F(a) = e^{ia^2} \int_a^{+\infty} e^{-i\lambda^2} d\lambda$$

$$K(a) = 1 - 2iaF(a)$$

$$G(a, b) = be^{ia^2} \int_a^{+\infty} \frac{e^{-i\lambda^2}}{\lambda^2 + b^2} d\lambda$$

et où la fonction γ est une longueur électrique sans unité dépendant de l'angle de Brewster du milieu considéré. Elle s'exprime sous la forme :

$$\gamma(\varepsilon_{rr}, \sigma, x) = \sqrt{\frac{k_0 d}{2}} \alpha_B(\varepsilon_{rr}, \sigma)$$

avec

$$\gamma_{02} = \gamma(\varepsilon_{r2}, \sigma_2, \rho_2)$$

$$\gamma_{03} = \gamma(\varepsilon_{r3}, \sigma_3, \rho_3)$$

$$\gamma_2 = \gamma(\varepsilon_{r2}, \sigma_2, x_2 + x_3)$$

$$\gamma_3 = \gamma(\varepsilon_{r3}, \sigma_3, x_2 + x_3)$$

Pour obtenir le champ électrique à travers la transition, il est nécessaire d'ajouter à la fonction A le champ électrique rayonné par l'antenne d'émission en espace libre.

3.3.3 Résultats

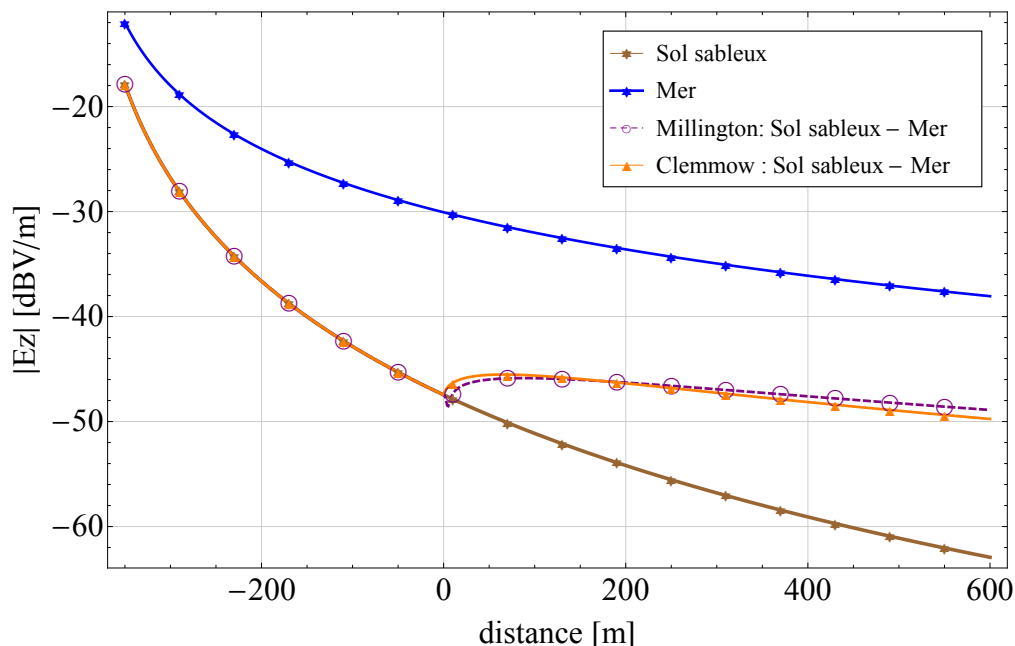


FIGURE 3.6 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la transition sol sableux/mer est localisée à 400 m de l'antenne d'émission.

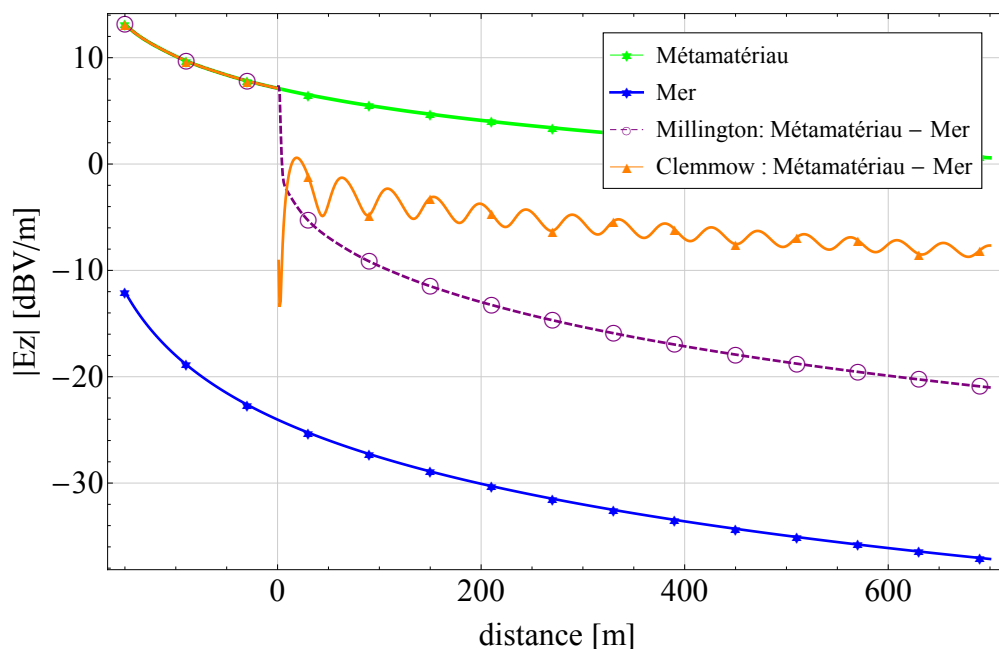


FIGURE 3.7 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la transition métamatériau/mer est localisée à 200 m de l'antenne d'émission.

Dans le cas d'une transmission entre un sol sableux ($\varepsilon_{rr} = 10$ et $\sigma = 2.10^{-3}$ S/m) et la mer ($\varepsilon_{rr} = 81$ et $\sigma = 5$ S/m), on a une très bonne concordance des approches de Millington et Clemmow, comme on peut le voir sur la figure 3.6. En revanche, dans le cas d'une transmission entre un métamatériau ($\varepsilon_{rr} = -1.5$ et $\sigma = 0$ S/m) et la mer, il n'y a pas du tout de concordance entre les deux approches. Est-ce que l'approche de Clemmow ne serait pas adaptée à un métamatériau ? Pour répondre à cette question, on va maintenant introduire une autre formulation où, cette fois, la transition se fera de façon graduelle entre les deux milieux.

3.4 Transition graduelle

On a vu que la formulation de Millington permet de prendre en compte un sol avec une permittivité négative ce qui n'est pas possible, ou tout du moins pas directement, avec la formulation de Clemmow. On va s'intéresser ici à une formulation permettant de prendre en compte les sols avec une permittivité négative en insérant une transition graduelle entre les deux milieux.

3.4.1 Description générale

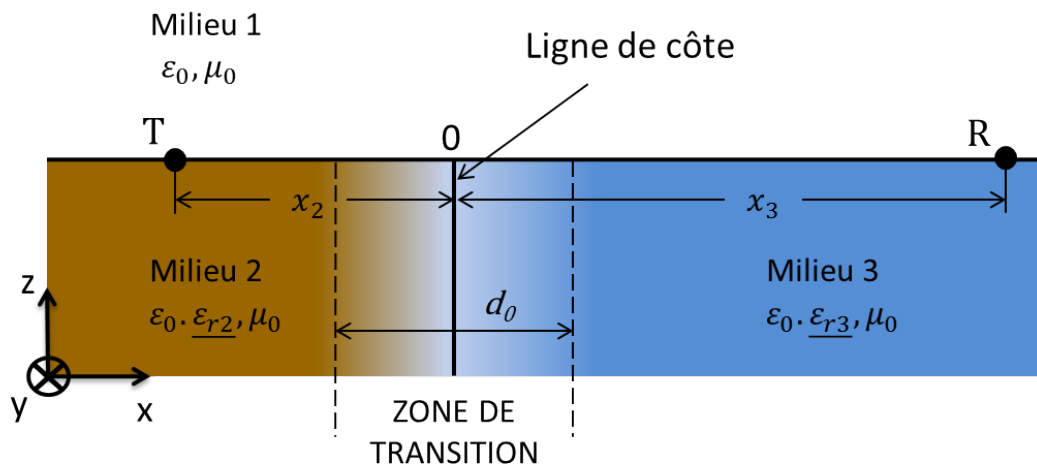


FIGURE 3.8 – Vue latérale de la transition terre/mer

On utilise la même interface que pour la figure 3.1. On a simplement inséré une zone de transition au niveau de la ligne de côte représentée sur la figure 3.8. Cette zone de transition permettra de passer de façon graduelle du milieu 2 au milieu 3. Dans un premier temps, on définit des longueurs électriques α et α_0 comme :

$$\alpha = k_0 x$$

$$\alpha_0 = k_0 d_0$$

où x est l'abscisse du point d'observation et d_0 est la longueur de la zone de transition.

Les différents milieux peuvent être caractérisés par leur impédance de surface Z_{si} . Ici, pour avoir des sols avec un faible indice de réfraction et pour simplifier les calculs, on choisit l'extension de l'impédance de surface du chapitre précédent qui peut s'écrire sous la forme :

$$Z_s = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \varepsilon_r} \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

Chaque milieu est caractérisé par son impédance de surface, et on peut définir un contraste d'impédances de surface entre les milieux 2 et 3 qui s'écrit sous la forme :

$$\Delta = (Z_{s2} - Z_{s3}) \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \quad (3.5)$$

où Z_{s2} et Z_{s3} sont respectivement l'impédance de surface du milieu 2 et celle du milieu 3.

3.4.2 Fonction de transition

La fonction de transition $Q(\alpha)$ introduite par Wait [48] est sans dimension et modélise les variations d'impédance de surface le long de la zone de transition. Elle permet d'avoir un changement progressif d'impédance du milieu 2 au milieu 3. Elle s'exprime sous la forme :

$$Q(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha}}{2} \left\{ \int_{-\alpha_0/2}^{\alpha_0/2} \left(\frac{\gamma - i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right) H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma + \int_{\alpha_0/2}^{+\infty} H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \right\} \quad (3.6)$$

où $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro. Pour calculer ces deux intégrales, on utilisera les égalités suivantes :

$$\frac{d}{dx} \left[x e^{\pm ix} \left[H_0^{(1)}(x) \mp i H_1^{(1)}(x) \right] \right] = e^{\pm ix} H_0^{(1)}(x) \quad (3.7)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{x e^{\pm ix}}{3} \left[x H_0^{(1)}(x) + (1 \mp ix) H_1^{(1)}(x) \right] \right] = x e^{\pm ix} H_0^{(1)}(x) \quad (3.8)$$

Pour résoudre l'intégrale en (3.6), il est nécessaire de la séparer en plusieurs parties selon la valeur de α . En effet, α est une longueur électrique correspondant au point d'observation par rapport à l'origine, α peut donc avoir une valeur positive ou une valeur négative. On pose :

$$u_{01} = -\frac{\alpha_0}{2} - \alpha \quad (3.9)$$

$$u_{12} = +\frac{\alpha_0}{2} - \alpha \quad (3.10)$$

$$u_{23} = +\frac{\alpha_0}{2} + \alpha \quad (3.11)$$

$$u_{30} = -\frac{\alpha_0}{2} + \alpha \quad (3.12)$$

On va séparer l'intégrale en trois parties en fonction de la position d'observation ; pour chaque partie, on effectuera un changement de variable pour calculer l'intégrale analytiquement. Les trois parties sont :

- 1^{re} partie : $\alpha < -\alpha_0/2$
- 2^e partie : $-\alpha_0/2 < \alpha < +\alpha_0/2$
- 3^e partie : $+\alpha_0/2 < \alpha$

L'intégrale est donc constituée de trois termes :

$$Q_1(\alpha) = \frac{1}{2} \left(-\frac{i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right) e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2}^{\alpha_0/2} H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (3.13)$$

$$Q_2(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_0} e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2}^{\alpha_0/2} \gamma H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (3.14)$$

$$Q_3(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha}}{2} \int_{\alpha_0/2}^{+\infty} H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (3.15)$$

On effectuera les calculs pour les trois parties de l'intégrale $Q_1(\alpha)$ et on détaillera les deux autres intégrales dans l'annexe E.

1^{re} partie avec $\alpha < -\alpha_0/2$:

Changement de variable $u = \gamma - \alpha$

$$Q_{11}(\alpha) = C_1 e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2 - \alpha}^{\alpha_0/2 - \alpha} H_0^{(1)}(u) e^{i(u+\alpha)} du \quad (3.16)$$

où $C_1 = \frac{1}{2} \left(-\frac{i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right)$. En utilisant (3.9) et (3.10) on obtient :

$$Q_{11}(\alpha) = C_1 \int_{u_{01}}^{u_{12}} H_0^{(1)}(u) e^{iu} du \quad (3.17)$$

On applique (3.7), ce qui permet d'obtenir :

$$Q_{11}(\alpha) = C_1 \left[u e^{+iu} \left(H_0^{(1)}(u) - i H_1^{(1)}(u) \right) \right]_{u_{01}}^{u_{12}} \quad (3.18)$$

L'expression analytique de l'intégrale $Q_1(\alpha)$ correspondant à la première partie est donc :

$$Q_{11}(\alpha) = C_1 \left[u_{12} e^{+iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - i H_1^{(1)}(u_{12}) \right) - u_{01} e^{+iu_{01}} \left(H_0^{(1)}(u_{01}) - i H_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \quad (3.19)$$

2^e partie avec $-\alpha_0/2 < \alpha < +\alpha_0/2$:

Pour la deuxième partie, il est nécessaire de séparer l'intégrale en deux. En effet, dans cette zone, en fonction du signe de la variable d'intégration, il faut effectuer des changements de variables différents. Les deux nouvelles intégrales sont :

$$Q_{12}(\alpha) = C_1 e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2}^0 H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma + C_1 e^{-i\alpha} \int_0^{\alpha_0/2} H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (3.20)$$

où on réalise le changement de variable $u = -\gamma + \alpha$ pour la première intégrale :

$$Q_{12a}(\alpha) = -C_1 e^{-i\alpha} \int_{+\alpha_0/2+\alpha}^{\alpha} H_0^{(1)}(u) e^{-i(-u+\alpha)} du \quad (3.21)$$

et le changement de variable $u = +\gamma - \alpha$ pour la deuxième intégrale :

$$Q_{12b}(\alpha) = +C_1 e^{-i\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha_0/2-\alpha} H_0^{(1)}(u) e^{+i(u+\alpha)} du \quad (3.22)$$

En combinant (3.10) et (3.11), on obtient :

$$Q_{12}(\alpha) = C_1 \left[- \int_{u_{23}}^{\alpha} H_0^{(1)}(u) e^{-iu} du + \int_{-\alpha}^{u_{12}} H_0^{(1)}(u) e^{iu} du \right] \quad (3.23)$$

On utilise, comme pour la première partie, l'égalité (3.7), ce qui permet d'obtenir :

$$Q_{12}(\alpha) = -C_1 \left[u e^{-iu} \left(H_0^{(1)}(u) + iH_1^{(1)}(u) \right) \right]_{u_{23}}^{\alpha} + C_1 \left[u e^{+iu} \left(H_0^{(1)}(u) - iH_1^{(1)}(u) \right) \right]_{-\alpha}^{u_{12}} \quad (3.24)$$

L'expression analytique de l'intégrale $Q_1(\alpha)$ correspondant à la première partie est :

$$Q_{12}(\alpha) = C_1 \left[+ u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{20}) \right) + u_{12} e^{+iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right] \quad (3.25)$$

3^e partie avec $\alpha < +\alpha_0/2$:

On effectue le changement de variable $u = -\gamma + \alpha$:

$$Q_{13}(\alpha) = -C_1 e^{-i\alpha} \int_{+\alpha_0/2+\alpha}^{-\alpha_0/2+\alpha} H_0^{(1)}(u) e^{i(-u+\alpha)} du \quad (3.26)$$

En se servant de (3.11) et (3.12), on obtient :

$$Q_{13}(\alpha) = -C_1 \int_{u_{23}}^{u_{30}} H_0^{(1)}(u) e^{-iu} du \quad (3.27)$$

On utilise l'égalité (3.7), ce qui permet d'obtenir :

$$Q_{13}(\alpha) = -C_1 \left[u e^{-iu} \left(H_0^{(1)}(u) + iH_1^{(1)}(u) \right) \right]_{u_{23}}^{u_{30}} \quad (3.28)$$

L'expression analytique de l'intégrale $Q_1(\alpha)$ correspondant à la troisième partie est donc :

$$Q_{13}(\alpha) = C_1 \left[- u_{30} e^{-iu_{30}} \left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30}) \right) + u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right] \quad (3.29)$$

Pour avoir l'expression analytique de l'intégrale $Q_1(\alpha)$, il suffit d'ajouter les trois parties (3.19), (3.25) et (3.29). On retrouve, dans l'annexe E le calcul détaillé des intégrales $Q_2(\alpha)$ et $Q_3(\alpha)$. L'expression finale de $Q(\alpha)$ en fonction de la position d'observation est

donnée pour chacune des parties sous la forme des expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
Q(\alpha < -\alpha_0/2) &= \frac{1}{2} \left(-\frac{i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right) \left[+ u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right. \\
&\quad \left. - u_{01} e^{+iu_{01}} \left(H_0^{(1)}(u_{01}) - iH_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \\
&+ \frac{1}{2\alpha_0} \left[+ \alpha u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right. \\
&\quad - \alpha u_{01} e^{iu_{01}} \left(H_0^{(1)}(u_{01}) - iH_1^{(1)}(u_{01}) \right) \\
&\quad + \frac{u_{12} e^{iu_{12}}}{3} \left(u_{12} H_0^{(1)}(u_{12}) + (1 - iu_{12}) H_1^{(1)}(u_{12}) \right) \\
&\quad \left. - \frac{u_{01} e^{iu_{01}}}{3} \left(u_{01} H_0^{(1)}(u_{01}) + (1 - iu_{01}) H_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \\
&- \frac{1}{2} u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \tag{3.30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(-\alpha_0/2 < \alpha < +\alpha_0/2) &= \frac{1}{2} \left(-\frac{i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right) \left[+ u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right. \\
&\quad \left. + u_{23} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right] \\
&+ \frac{1}{2\alpha_0} \left[+ \alpha u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right. \\
&\quad + \alpha u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \\
&\quad - \frac{u_{23} e^{-iu_{23}}}{3} \left(u_{23} H_0^{(1)}(u_{23}) + (1 + iu_{23}) H_1^{(1)}(u_{23}) \right) \\
&\quad \left. + \frac{u_{12} e^{iu_{12}}}{3} \left(u_{12} H_0^{(1)}(u_{12}) + (1 - iu_{12}) H_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right] \\
&- \frac{1}{2} u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \tag{3.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(\alpha_0/2 < \alpha) &= \frac{1}{2} \left(-\frac{i}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \right) \left[-u_{30} e^{-iu_{30}} \left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30}) \right) \right. \\
&\quad \left. + u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right] \\
&+ \frac{1}{2\alpha_0} \left[-\alpha u_{30} e^{-iu_{30}} \left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30}) \right) \right. \\
&\quad \left. + \alpha u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{u_{30} e^{-iu_{30}}}{3} \left(u_{30} H_0^{(1)}(u_{30}) + (1 + iu_{30}) H_1^{(1)}(u_{30}) \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{u_{23} e^{-iu_{23}}}{3} \left(u_{23} H_0^{(1)}(u_{23}) + (1 + iu_{23}) H_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right] \\
&+ \frac{1}{2} u_{30} e^{-iu_{30}} \left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30}) \right) \tag{3.32}
\end{aligned}$$

On est maintenant capable de calculer des valeurs numériques de $Q(\alpha)$. Les figures 3.9 et 3.10 représentent les parties réelles et imaginaires de la fonction $Q(\alpha)$ pour différentes longueurs électriques de transition. Les oscillations de $Q(\alpha)$ dans la région des α négatifs sont des interférences résultant de la combinaison d'ondes incidentes et d'ondes réfléchies. Au-delà de $\alpha = 5$, les parties réelle et imaginaire de la fonction $Q(\alpha)$ sont quasiment identiques et ne dépendent plus de la longueur de la transition. Ainsi, la longueur de la transition ne semble pas influencer de manière importante les ondes transmises comme cela avait été déjà mentionné par Wait [48].

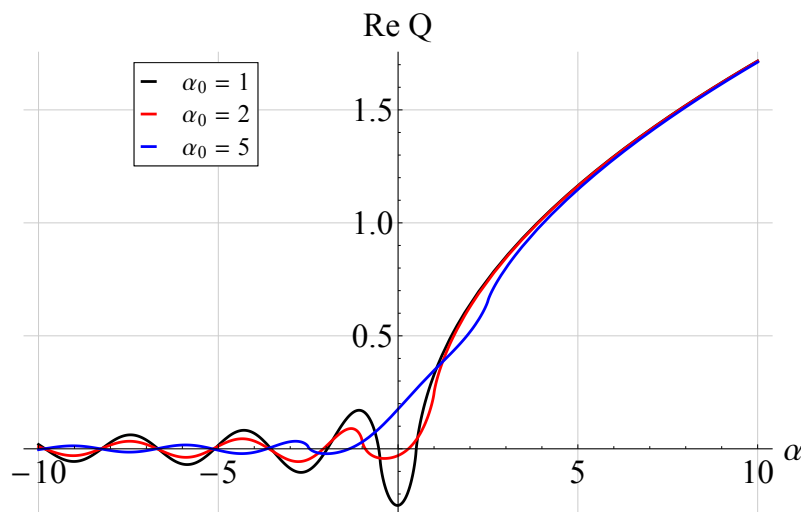
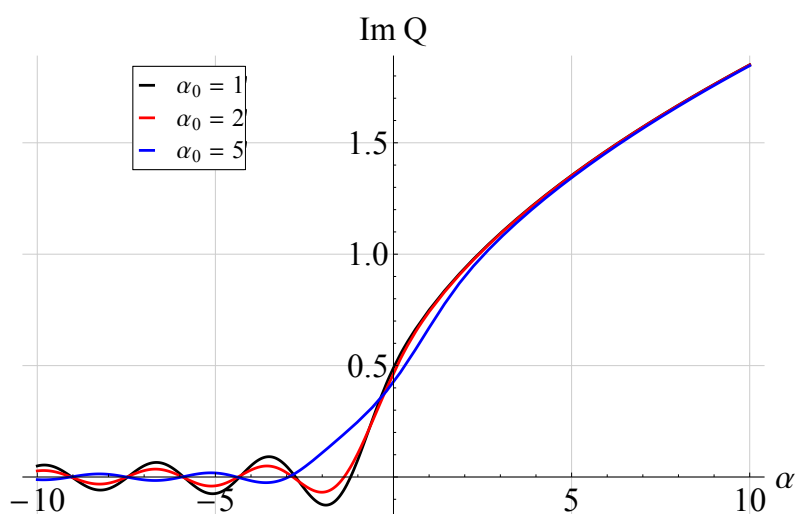


FIGURE 3.9 – Partie réelle de la fonction Q .

FIGURE 3.10 – Partie imaginaire de la fonction Q .

3.4.3 Champ électrique à travers deux milieux

On va maintenant calculer le champ électrique au-dessus d'une succession de deux milieux. Le champ électrique, après la transition, est donné par :

$$E_{zt}(x) = E_0(x) [1 + Q(k_0x) \Delta] \quad (3.33)$$

où E_0 est le champ électrique vertical obtenu au point R dans le cas d'une surface de terre homogène, $Q(\alpha)$ est la fonction de transition permettant un passage progressif de l'impédance de surface du milieu 2 à celle du milieu 3 et Δ est le contraste d'impédances entre les milieux 2 et 3.

La source localisée au point T dans la figure 3.8 est maintenant considérée comme un dipôle de Hertz. On utilisera la formulation de Norton [35] pour calculer le champ électrique rayonné par le dipôle de Hertz positionné au-dessus d'un sol. En appliquant (3.33), on calcule le champ électrique reçu au point R en fonction des distances x_2 et x_3 correspondant respectivement aux longueurs des milieux 2 et 3. Tous les résultats obtenus avec l'approche de Wait seront comparés, à grande distance, au modèle de propagation sur plusieurs milieux, proposé par Millington [29] et décrit dans la première partie de ce chapitre.

3.4.3.1 Transition arbitraire

On a représenté sur la figure 3.11, la décroissance du champ électrique de surface rayonné par un dipôle de Hertz à travers une transition entre un sol arbitraire ($\varepsilon_{rr} = 60$ et $\sigma = 0.05$ S/m) et la mer ($\varepsilon_{rr} = 80$ et $\sigma = 5$ S/m). Les valeurs numériques des différentes

distances sont $x_2 = 400$ m et $x_3 = 600$ m. Dans ce cas, on a une bonne concordance entre l'approche de Millington et celle de Wait.

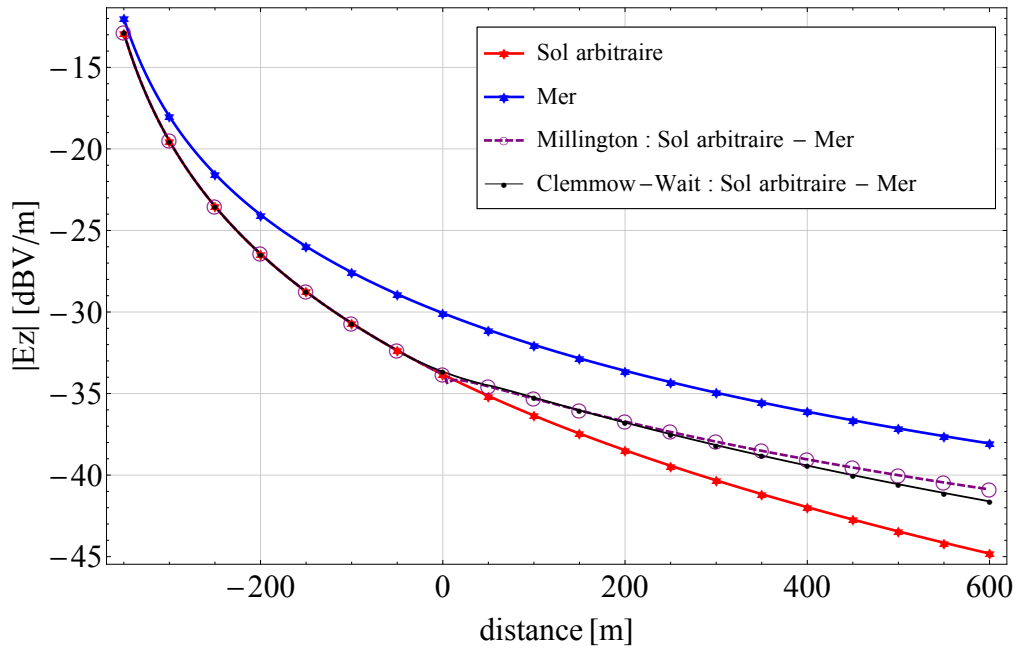


FIGURE 3.11 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la zone de transition simple sol arbitraire/mer est localisée à 400 m de l'antenne d'émission et a une longueur $d_0 = 100$ m.

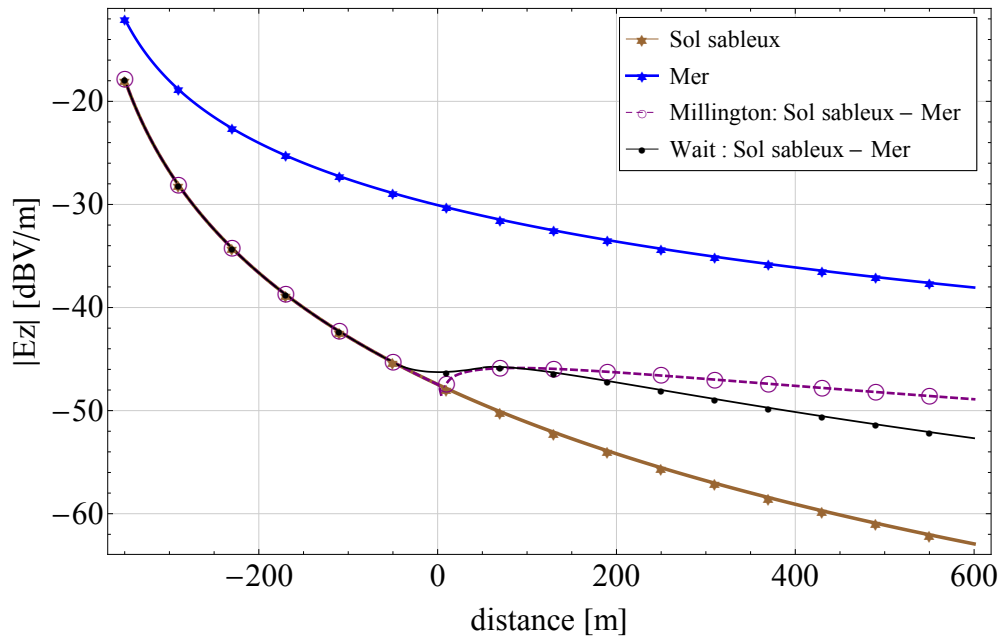


FIGURE 3.12 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la zone de transition simple sol sableux/mer est localisée à 400 m de l'antenne d'émission et a une longueur $d_0 = 100$ m.

3.4.3.2 Transition simple terre/mer

Dans cette partie, on a porté notre attention tout d'abord sur la transmission à travers une transition entre un sol sableux ($\varepsilon_{rr} = 10$ et $\sigma = 2.10^{-3}$ S/m) et la mer. Ensuite on a calculé la transmission à travers une transition entre un métamatériau ($\varepsilon_{rr} = -1.5$ et $\sigma = 0$ S/m) et la mer.

Comme on peut l'observer sur la figure 3.12, l'approche suivie ne permet pas de retrouver le comportement du champ électrique E_z à travers une transition sol sableux/mer. En effet, la transition calculée ne respecte pas la restriction $|Q(\alpha)\Delta| < 1$ imposée dans [48]. Pour respecter cette condition, on a réalisé une nouvelle transition, graduelle, constituée de multiples transitions, en cascade, de faibles longueurs, permettant de passer progressivement de l'impédance du milieu 2 à celle du milieu 3.

3.4.3.3 Transitions multiples terre/mer et métamatériau/mer

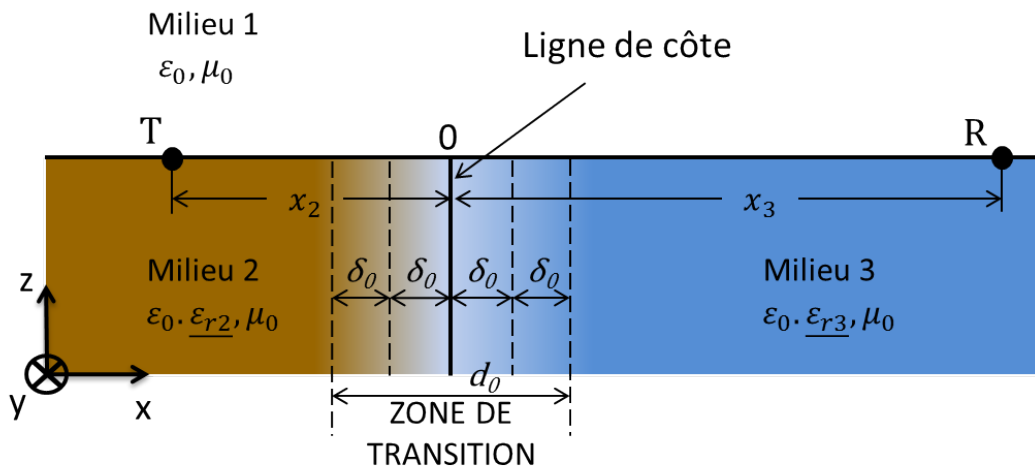


FIGURE 3.13 – Vue latérale de la zone de transitions multiples.

La géométrie représentant les multiples transitions est schématisée sur la figure 3.13. Le principe est simple : au lieu de calculer directement le champ électrique en utilisant l'équation (3.33), on découpe la zone de transition d_0 en Nb transitions de longueur δ_0 . Ce découpage permet d'une part de respecter la restriction sur $|Q(\alpha)\Delta| < 1$ imposée dans le modèle de Wait et d'autre part d'avoir également une zone de transition graduelle. Un exemple de la variation du module du champ électrique calculé en présence de transitions multiples permettant de passer d'un sol sableux à la mer, est présenté sur la figure 3.14 et en présence de transitions multiples permettant de passer d'un métamatériau à la mer sur la figure 3.15.

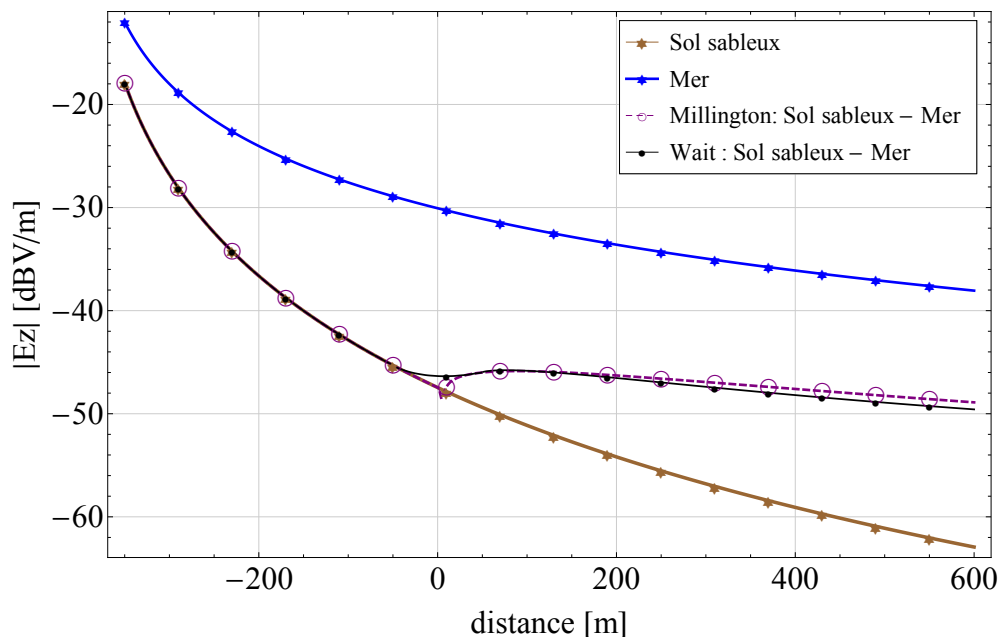


FIGURE 3.14 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la zone de transition multiple sol sableux/mer est localisée à 400 m de l'antenne d'émission et a une longueur totale de $d_0 = 100$ m.

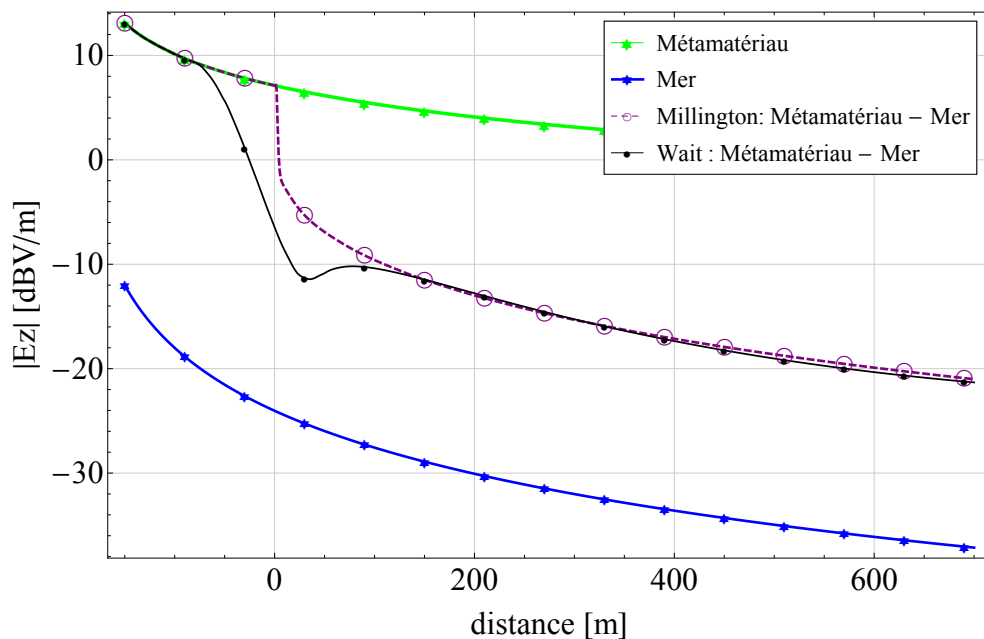


FIGURE 3.15 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux milieux à la fréquence de 10 MHz - la zone de transition multiple métamatériau/mer est localisée à 400 m de l'antenne d'émission et a une longueur totale de $d_0 = 100$ m.

Comme on peut le voir sur les figures 3.14 et 3.15, le comportement du champ électrique à travers un changement de milieu est bien retrouvé. De plus, d'un point de vue théorique, l'augmentation de l'amplitude de l'onde de surface d'approximativement 10 dB apportée par le métamatériau est conservée tout au long de la propagation (figure 3.15).

3.4.4 Champ électrique à travers trois milieux

Avec la méthode de Wait et l'introduction de transitions multiples entre les deux milieux, il est possible de calculer la propagation du champ électrique à travers une succession de trois milieux : sable, métamatériau et la mer.

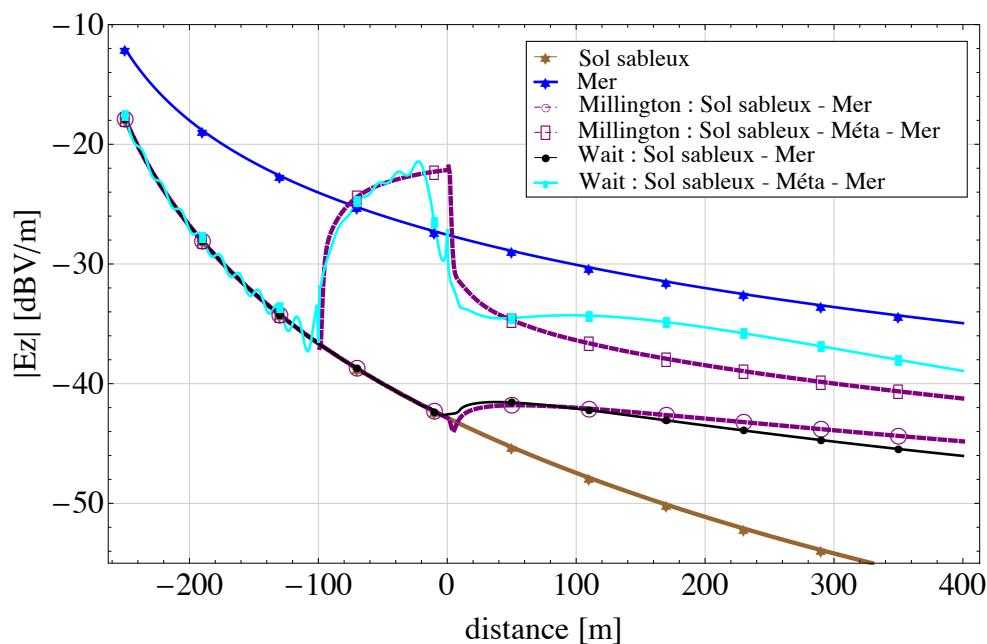


FIGURE 3.16 – Décroissance du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz vertical au-dessus de deux et trois milieux à la fréquence de 10 MHz - les différentes zones de transitions multiples ont des longueurs totales de $d_0 = 100$ m.

La figure 3.16 représente une comparaison entre la propagation du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz à travers une succession sol sableux/mer (noir) puis une succession sol sableux/métamatériau/mer (cyan). On constate que l'on a bien une augmentation d'amplitude dans le cas du remplacement du sable par un métamatériau, ce qui était attendu [37].

3.5 Conclusion

Afin d'analyser la propagation de l'onde de surface à l'extrémité du métamatériau, on a étudié, avec les approches de Clemmow et de Wait, le comportement du champ électrique le long d'une transition entre deux milieux. Cette transmission au-dessus de deux milieux est modélisée de façon abrupte par Clemmow et par une zone de transition où l'impédance de surface varie graduellement du milieu 1 au milieu 2 par Wait. La formulation de Clemmow ne permet pas de prendre en compte un sol avec une permittivité négative. Dans la méthode de Wait, la transition unique n'est pas compatible avec le modèle utilisé. Pour respecter les conditions de validité de [48], on a mis en œuvre des transitions multiples chaînées : la transition initiale est découpée en une multitude de transitions de faible longueur. On a montré ainsi que le champ électrique à travers une transition, même d'un métamatériau à un sol classique, reste conforme, à grande distance, à la théorie de Millington. Ainsi, d'un point de vue théorique, l'augmentation de l'amplitude de l'onde de surface, d'approximativement 10 dB, apportée par l'insertion du métamatériau, devrait être conservée tout au long de la propagation. Néanmoins, ces transitions multiples, nécessaires pour satisfaire les restrictions de l'approche de Clemmow-Wait, devront être validées sur le plan expérimental. La question de l'approche expérimentale est abordée dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

Application dans le cadre du projet PRISME-HF

Sommaire

4.1	Introduction	83
4.2	Principe de la mesure avec EMIR	84
4.3	Métamatériaux électriques	85
4.4	Conception d'une structure	87
4.5	Résultats de mesures	91
4.5.1	Caractérisation des éléments	91
4.5.2	Répartition spatiale de champ électrique	94
4.5.3	Transmission	101
4.5.4	Effets de l'antenne	107
4.6	Conclusion	111

4.1 Introduction

Dans la bande HF, les longueurs d'ondes mises en œuvre sont comprises entre 10 m et 100 m. Cela donne des longueurs de dispositif de même ordre de grandeur et un problème se pose rapidement lorsqu'il s'agit de réaliser des mesures. Par exemple, dans le cas du démonstrateur de l'Onera, le RHFOS possède trois antennes d'émission qui ont chacune une hauteur d'environ 12 m. Ces grandes tailles d'antennes font, qu'à l'heure actuelle, il n'existe pas de moyen de mesure permettant de connaître avec précision la répartition de champ rayonné par ce type d'antennes. De plus, dans cette application, il est primordial de prendre en compte l'influence du sol dans les calculs des champs électromagnétiques. Ainsi une mesure en espace libre ne suffit pas. On retrouve les mêmes problèmes lorsqu'il s'agit de réaliser des mesures sur les métamatériaux aux fréquences HF. Dans le cas de la conception des antennes bicônes, cela ne pose pas de problème majeur. En effet, le démonstrateur de l'Onera actuel fonctionne mais, bien sûr, les antennes ne sont pas

optimisées pour cette application. Dans le cas de la conception du métamatériau, il n'était pas possible de le déployer directement aux fréquences HF, car pour ce genre de dispositif, on ne possède pas encore l'expertise suffisante. Dans cette optique de conception et de taille de dispositif, on a voulu faire différentes mesures pour compléter l'étude théorique et on a eu l'opportunité de le faire en participant à un projet de recherche de l'Onera, intitulé PRISME-HF. Ce projet a permis la réalisation et le test de métamatériaux aux fréquences UHF (300 MHz à 3 GHz) permettant d'avoir des dispositifs de taille centimétrique en utilisant le principe de similitude. L'avantage d'effectuer des tests à ces fréquences est, d'une part, la réduction de l'encombrement des structures et la possibilité de travailler dans une chambre anéchoïque, et d'autre part, la possibilité d'utiliser une méthode de mesure existante qui est la méthode EMIR. Elle sera présentée plus en détails dans la section suivante.

Dans le cadre de ce projet, on a validé les éléments théoriques présentés dans les chapitres précédents en réalisant et en testant plusieurs types de transitions. On donne, dans ce chapitre, le détail des réalisations et des mesures effectuées sur les structures. La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du moyen de mesure EMIR. Dans une deuxième partie, on présentera différents métamatériaux. La troisième partie portera sur la conception d'un métamatériau permettant l'ajout d'une transition pour modifier sa permittivité relative. Enfin, la dernière partie du chapitre est consacrée aux résultats de mesures, avec, dans un premier temps, les mesures des coefficients de réflexion et de transmission des structures. Dans un second temps, on a réalisé des mesures sur la répartition du champ électrique rayonné par une antenne bicône en présence d'un métamatériau, à l'aide de la méthode EMIR.

4.2 Principe de la mesure avec EMIR

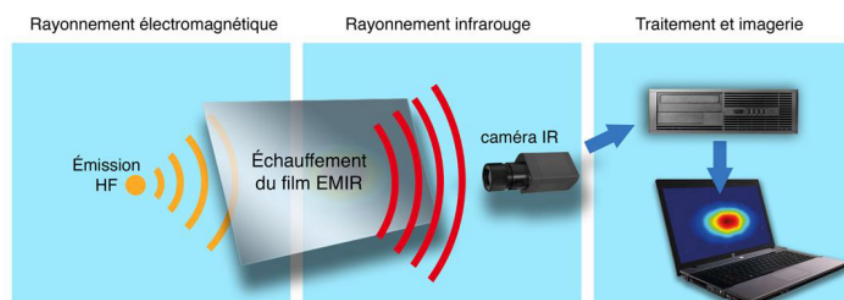


FIGURE 4.1 – Visualisation du champ électromagnétique par thermographie infrarouge

La méthode EMIR permet d'obtenir instantanément des images révélant l'intensité du champ électrique rayonné, par exemple, par une antenne. Le principe de cette méthode est représentée sur la figure 4.1. Cette méthode a été développée pour répondre à une préoccupation majeure de l'industrie sur la compatibilité électromagnétique (CEM). Ici, on l'utilisera pour connaître la répartition et l'atténuation du champ électrique rayonné par une antenne bicoûne en présence de différents métamatériaux et transitions.

Le procédé est efficace dans son principe et sa mise en œuvre. Le principe de la mesure repose sur un film résistif, capable d'absorber une partie de l'onde électromagnétique pour la transformer en chaleur et d'une caméra à optique infrarouge permettant de mesurer avec précision l'évolution de la température. Le film est conçu de manière à ne pas perturber la répartition du champ électrique rayonné par l'antenne. Cette information de température est ensuite envoyée sur un ordinateur pour réaliser les différents traitements d'images. L'élévation de température sur le film est proportionnelle à la puissance transportée par l'onde et en caractérisant le film, il est possible de retrouver les niveaux précis de champ électrique correspondant.

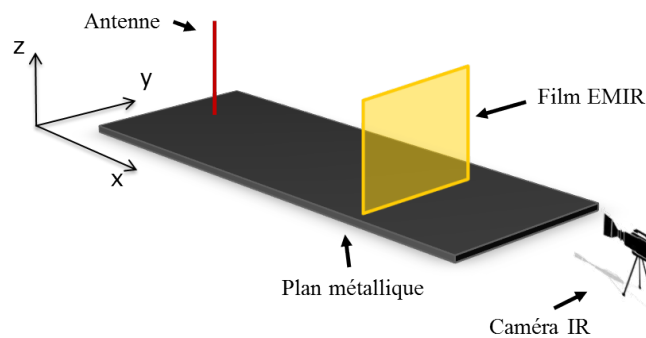


FIGURE 4.2 – Principe de la mesure avec EMIR

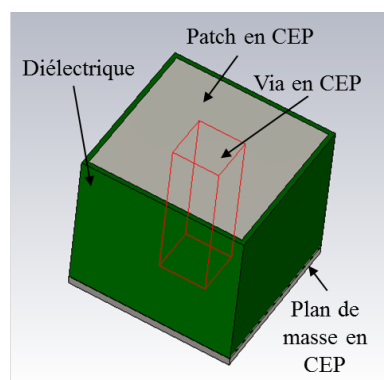
La figure 4.2 présente une configuration de mesure EMIR. Dans ce cas, on cherche à connaître, à une distance donnée, la répartition de champ électrique dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation selon l'axe x . Il est nécessaire, pour connaître l'atténuation du champ électrique, de réaliser plusieurs mesures en déplaçant le film. Il est possible également de placer le film parallèlement à la direction de propagation. Cela permettra, dans ce cas, de visualiser les maxima et les minima du champ électrique et donc de déterminer la longueur d'onde guidée sur un métamatériau.

4.3 Métamatériaux électriques

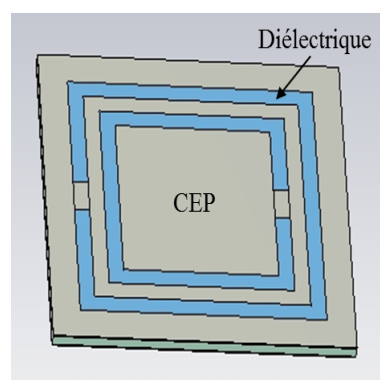
Le type de métamatériau recherché ici est un matériau ayant une partie réelle de la permittivité négative. On peut le construire sous la forme d'une structure périodique

caractérisée par une cellule élémentaire. Dans le cas, où la longueur de cette cellule est bien inférieure à la longueur d'onde guidée sur le métamatériau, on est en présence d'une structure homogène [9] et il est possible de lui associer une permittivité équivalente. Dans les cas étudiés dans ce chapitre, les différents métamatériaux seront donc caractérisés par une permittivité équivalente, ε_{rr} et on supposera une conductivité nulle. On souhaite, pour réaliser une structure avec une transition, définir un métamatériau pouvant avoir une permittivité équivalente variant en fonction de la distance.

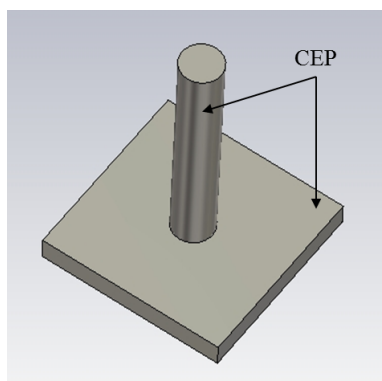
La figure 4.3 présente les cellules élémentaires de quatre métamatériaux.



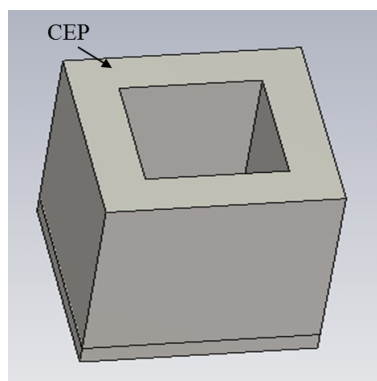
(a) Cellule élémentaire de la structure de Sievenpiper [47].



(b) Cellule élémentaire de la structure « Complementary Split Ring Resonator » [32].



(c) Cellule élémentaire de la structure « Fakir's Bed of Nails » [26].



(d) Cellule élémentaire de la structure « Array of Holes » [17].

FIGURE 4.3 – Exemples de métamatériau (CEP désigne un conducteur électrique parfait).

Pour définir le fonctionnement des différents métamatériaux, on détermine, à l'aide d'un logiciel de simulation (CST Microwave Studio), leur diagramme de dispersion. La figure 4.4 présente les diagrammes de dispersion des quatre structures, ainsi que la courbe de dispersion de la lumière, représentée en noir. La grandeur d représente la longueur de la cellule élémentaire de chaque structure périodique.

En utilisant l'équation (2.122) :

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_{rr}}{1 + \varepsilon_{rr}}} \quad (4.1)$$

qui considère que la valeur σ de la conductivité est nulle, on est capable de déterminer les différentes valeurs de permittivité en fonction de k_x . On obtient que dans un diagramme de dispersion, plus la courbe d'une structure est proche de la courbe de la lumière, plus sa permittivité équivalente est négative. Inversement plus la courbe d'une structure est éloignée de la courbe de dispersion de la lumière plus sa permittivité équivalente est proche de -1 . L'idéal pour réaliser une transition entre un métamatériau et un sol réel est donc de faire varier la géométrie du métamatériau jusqu'à arriver au plus proche de la courbe de dispersion de la lumière. C'est ce que l'on va réaliser dans la prochaine section.

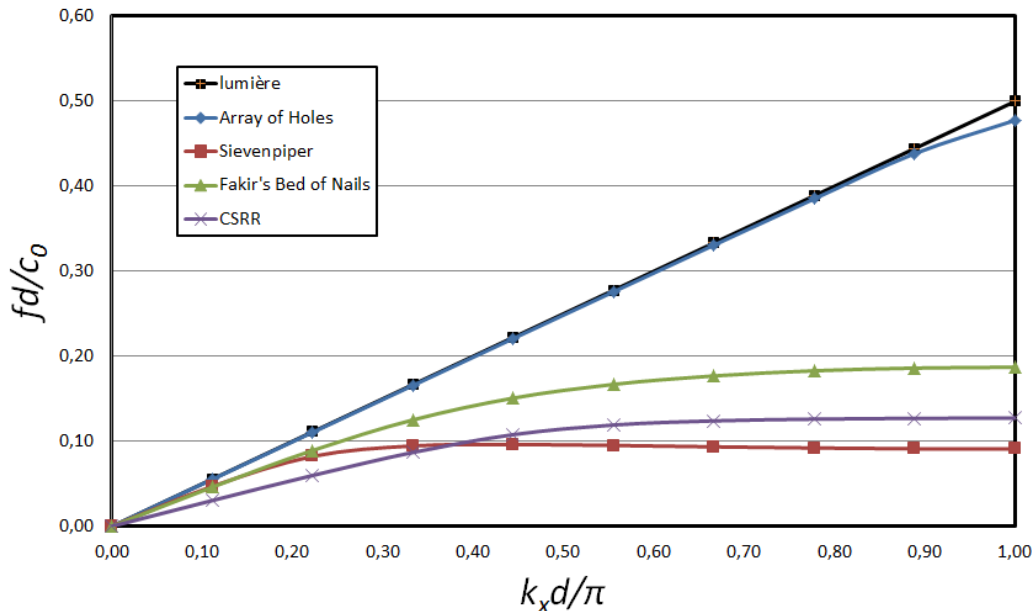


FIGURE 4.4 – Diagramme de dispersion des 4 structures.

4.4 Conception d'une structure

L'idée est donc de concevoir un métamatériau ayant une valeur de permittivité changeant en fonction de la distance. Cela revient à créer un changement de géométrie correspondant à un changement de permittivité. Pour réaliser cela, on a choisi de travailler sur une structure corruguée car, d'une part, elle est facile à réaliser et, d'autre part, on sait qu'elle donne lieu à la création d'une forte onde de surface. Cette structure fait l'objet d'un brevet [19].

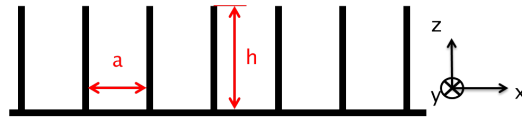
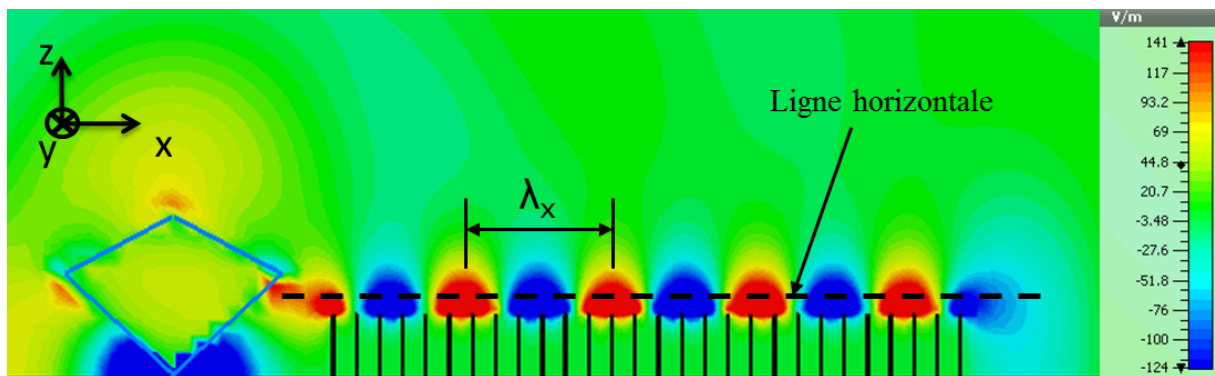


FIGURE 4.5 – Vue latérale de la structure corruguée.

La figure 4.5 présente une vue latérale de la structure corruguée. Cette structure a deux dimensions caractéristiques : la variable, a , représente l'espace entre deux plaques métalliques adjacentes et la variable, h , représente la hauteur des plaques métalliques. Le point de départ du travail a été de reprendre les caractéristiques d'un premier prototype de structure, réalisé dans le cadre de la thèse de Luca Petrillo [38] à la fréquence de 1.1 GHz. Dans ce prototype, on a $a = 16$ mm et $h = 45$ mm. On partira de ces dimensions pour concevoir une structure modulable qui permettra de faire varier la valeur de permittivité. On choisit de garder un espacement a fixe et de faire varier la hauteur h des plaques. Pour la réalisation d'une transition entre le métamatériau et le sol réel, il est nécessaire d'avoir une permittivité de plus en plus négative. Cela correspond, dans la conception de la structure modulaire à avoir des plaques de hauteur de plus en plus petite.

Dans un premier temps, on va déterminer, à l'aide d'un logiciel de simulation électromagnétique, le diagramme de dispersion d'une structure corruguée avec différentes hauteurs h . L'espace entre chaque plaque sera de $a = 16$ mm. Dans un second temps, on calculera la permittivité équivalente de chaque structure corruguée.

Pour déterminer le diagramme de dispersion de la structure corruguée, on va réaliser une simulation du champ électromagnétique se propageant au-dessus de la structure et déterminer la longueur d'onde guidée correspondante. La figure 4.6 représente l'amplitude de la composante selon z du champ électrique au-dessus de la structure corruguée. On retrouve clairement sur cette image la longueur d'onde guidée selon x .

FIGURE 4.6 – Amplitude de la composante selon z du champ électrique au-dessus d'une structure corruguée avec $a = 16$ mm, $h = 45$ mm et une fréquence de 1.26 GHz.

En prenant les valeurs du champ électrique le long d'une ligne horizontale, représentée

sur la figure 4.6, on obtient les oscillations du champ électrique en fonction de la distance et cela permet de déterminer directement la longueur d'onde guidée qui correspond à une période d'oscillations du signal. C'est ce que l'on a représenté sur la figure 4.7.

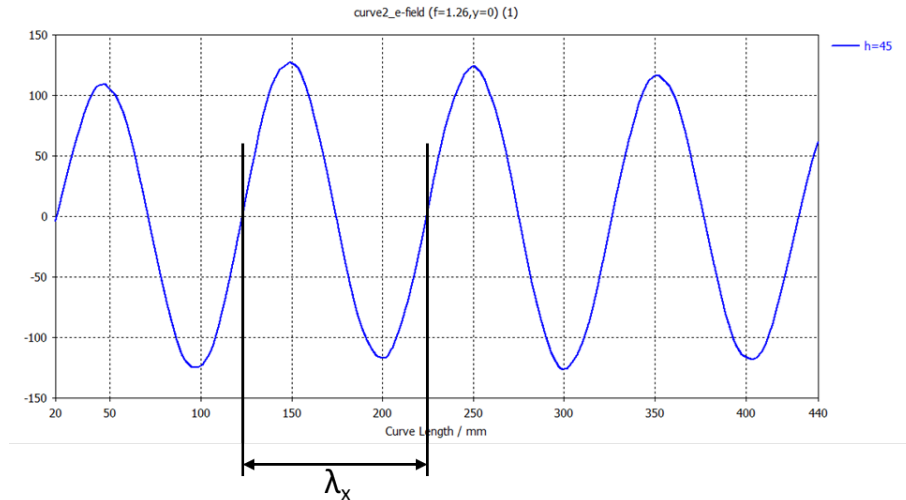


FIGURE 4.7 – Oscillations du champ électrique suivant une ligne horizontale.

En appliquant cette méthode pour des fréquences entre 1 et 2 GHz, on a représenté sur la figure 4.8 le diagramme de dispersion pour 5 hauteurs de plaques différentes. Ces diagrammes confirment bien que plus les plaques ont une hauteur faible, plus la dispersion de la structure associée se rapproche de la dispersion de la lumière (en noir sur la figure 4.8).

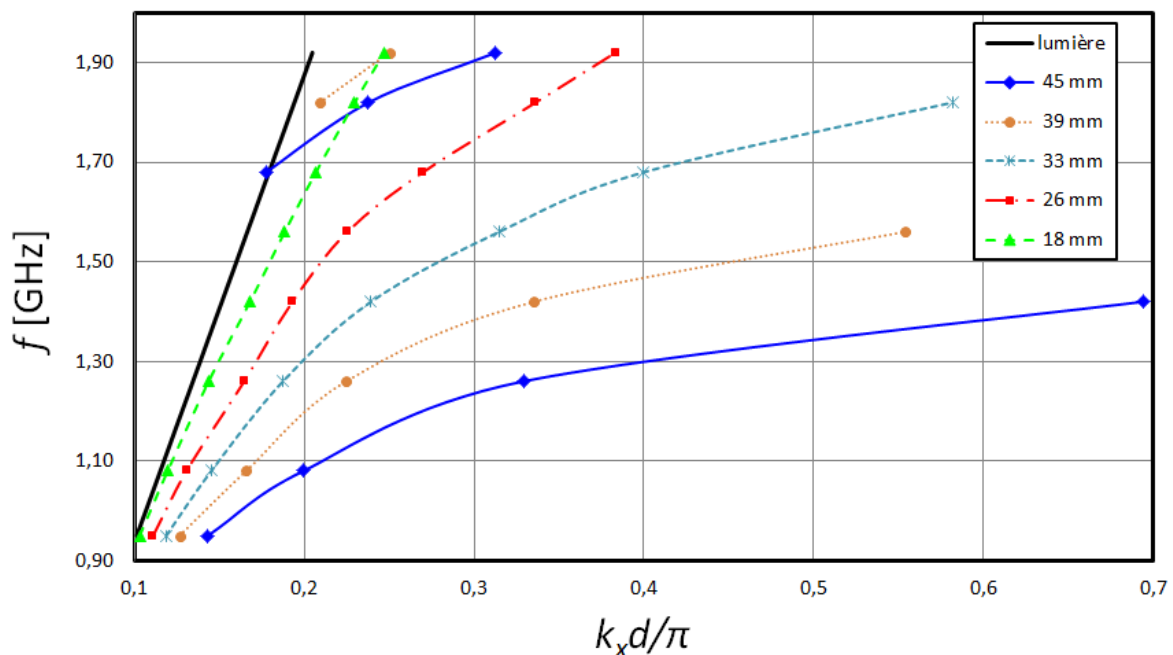


FIGURE 4.8 – Diagramme de dispersion de la structure corruguée avec 5 hauteurs de plaques différentes.

En utilisant l'équation (4.1), on calcule les différentes valeurs de permittivité en fonction de k_x . Pour les cinq structures, on a résumé, dans le tableau 4.1, les différentes permittivités obtenues.

Comme on peut le voir dans la majorité des cas, plus les plaques ont une hauteur faible, plus la permittivité équivalente de la structure simulée est négative. Ce n'est pas toujours le cas quand $f > 1.68$ GHz. En effet, au-delà de cette fréquence, on se trouve pour certaines structures, dans un deuxième mode de fonctionnement (voir figure 4.8 pour $h = 45$ et 39 mm). Cela donne donc une permittivité équivalente plus petite pour certaines fréquences avec une hauteur de plaques supérieure. Pour les hauteurs 45 mm et 39 mm, on ne trouve pas de permittivité équivalente à une fréquence car on est dans une bande interdite.

TABLE 4.1 – Permittivité équivalente de la structure en fonction de la fréquence.

f [GHz] \ h [cm]	45 mm	39 mm	33 mm	26 mm	18 mm
0.95	-2	-2.8	-3.7	-6	-30
1.08	-1.5	-1.9	-2.7	-4.3	-14
1.26	-1.2	-1.6	-2	-3	-8
1.42	-1.05	65.9	47	-2.6	-4.5
1.56		-1.09	-1.4	-2.2	-6
1.68	55		78.5	-2	-4
1.82	-3	41	114	-1.5	-3.5
1.92	-1.75	49	41	-1.4	-3.2

On a donc réalisé une structure corruguée modulaire, représentée sur la figure 4.9, c'est-à-dire qu'il est possible d'ajouter, de supprimer et de remplacer les plaques de différentes hauteurs. Cela permet donc, en fonction de la hauteur des plaques, d'ajouter une transition à la fin du métamatériau. Dans cette optique et d'après les résultats, on a fabriqué trois ensembles de plaques où les différentes hauteurs h sont 18, 26 et 45 mm. Il est également possible de changer l'espacement entre les plaques par pas de 8 cm. Dans la suite de ce chapitre, on notera G, M et P les plaques de hauteur respective 45, 26 et 18 mm.

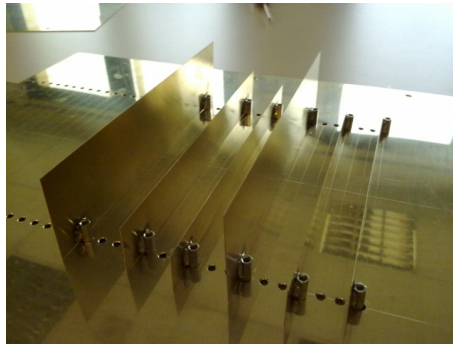


FIGURE 4.9 – Structure modulaire avec des corrugations.

4.5 Résultats de mesures

Les résultats de mesures vont servir à répondre à plusieurs questions. L'onde de surface continue-t-elle à se propager au-delà du métamatériau ou va t-elle se diffracter ? La deuxième grande question est de savoir si l'ajout d'une transition va changer le comportement du métamatériau.

On considérera, pour les mesures, trois métamatériaux avec un espacement fixe entre les plaques de 16 mm. Le premier est le 18G (18 plaques de 45 mm de hauteur), c'est le métamatériau de base sans transition. Les autres sont le 10G-8M (10 plaques de 45 mm et 8 plaques de 26 mm de hauteur) et le 10G-8P (10 plaques de 45 mm et 8 plaques de 18 mm de hauteur). Ce sont des métamatériaux pour lesquels on a remplacé les dernières plaques par des plaques de hauteurs différentes afin d'obtenir un changement de permittivité et donc de créer une transition. On choisira, comme référence, la mesure où l'antenne d'émission est sur un plan métallique seul.

La première partie de ces mesures permettra de caractériser les différents métamatériaux en mesurant les coefficients de réflexion et de transmission. Dans un deuxième temps, on présentera des résultats sur la répartition spatiale du champ électrique. Enfin, dans une dernière partie, on relèvera les niveaux de champ électrique sur des bandes de films, positionnées verticalement, à différentes distances de l'antenne d'émission.

4.5.1 Caractérisation des éléments

On veut vérifier le fonctionnement des différentes structures et déterminer leurs bandes de fonctionnement afin de sélectionner les fréquences de mesures pour la méthode EMIR. Pour réaliser les mesures dans la bande UHF, on utilisera l'antenne bicône représentée sur la figure 4.10 qui est une réplique au 1/100 des antennes bicônes utilisées pour le radar réel (voir figure 1.3). Il y a eu deux prototypes d'antennes bicônes construits. Dans cette partie, on appelle antenne 1, l'antenne d'émission et antenne 2, celle de réception.

On peut voir, en noir, sur la figure 4.11, la référence, correspondant au coefficient de réflexion de l'antenne 1. Avec l'ajout du métamatériau devant l'antenne 1, on remarque que le coefficient de réflexion peut varier de quelques dB mais le comportement reste globalement identique quel que soit le métamatériau utilisé.

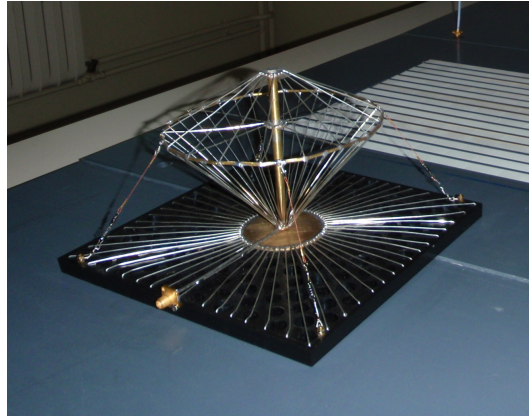


FIGURE 4.10 – Antenne bicône pour les mesures dans la bande UHF.

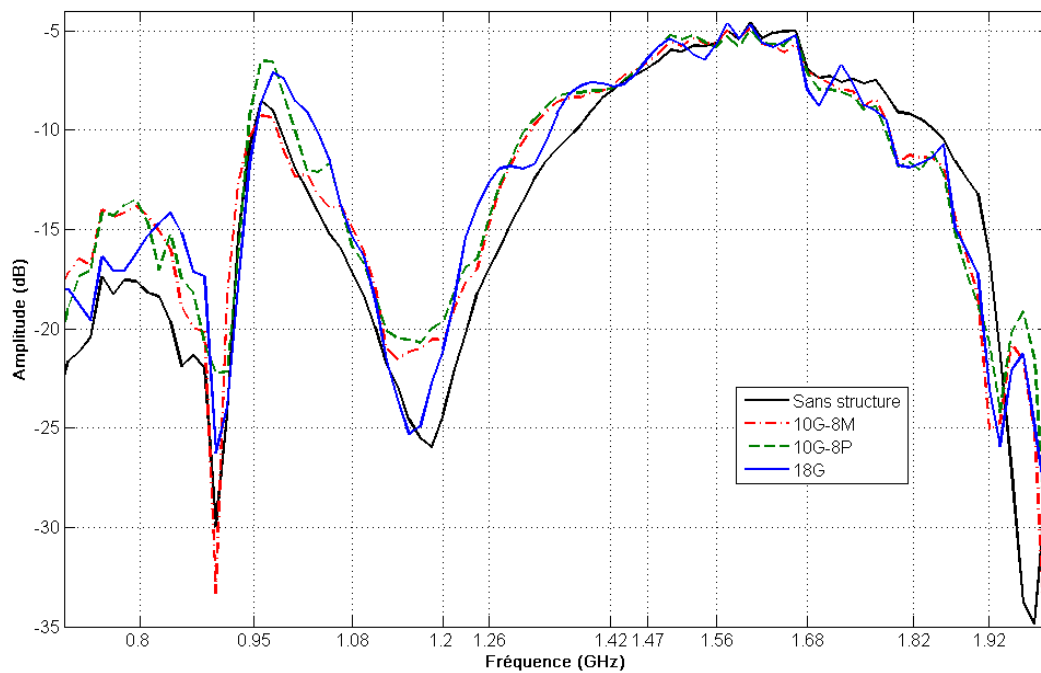


FIGURE 4.11 – Coefficient de réflexion de l'antenne 1 avec seulement le plan métallique (en noir), avec un métamatériau 18G devant l'antenne (en bleu) et avec un métamatériau plus une transition devant l'antenne (en vert et rouge.)

On va déterminer les bandes de fonctionnement des métamatériaux. Elles se définissent par une augmentation de l'amplitude du coefficient de transmission, quand un métamatériau est placé devant l'antenne d'émission par rapport à l'amplitude du coefficient de

transmission dans la configuration de la référence. La figure 4.12 représente le coefficient de transmission entre l'antenne 1 et 2 dans le cas représenté sur la figure 4.13. La courbe de référence est en noir. Le métamatériau 18G a donc 3 bandes de fonctionnement, la Bf1, autour de 0.8 GHz, la Bf2, autour de 1.26 GHz et la Bf3, autour de 1.56 GHz. Par la suite, la Bf1 ne sera pas exploitée.

Dans la bande Bf2, la différence d'amplitudes est de 5 dB entre le coefficient de transmission de la référence et celui avec un métamatériau 18G. Dans la même bande de fréquences, on remarque une augmentation du coefficient de transmission avec l'utilisation d'une structure mixte (10G-8M et 10G-8P). Par ailleurs, on constate un élargissement de la bande de fonctionnement, avec une limite haute, passant de 1.3 GHz dans le cas du métamatériau 18G à 1.5 GHz dans les deux autres cas. Ces changements permettent de définir une bande de fonctionnement Bf2t pour les deux métamatériaux mixtes, représentée sur la figure 4.12. Ce dernier point est très intéressant, car le RHFOS ne fonctionne pas à une seule fréquence, l'idéal est donc de concevoir un métamatériau pouvant fonctionner dans une bande de fréquences suffisamment large.

À la fréquence de 1.56 GHz, dans la bande Bf3, il y a un phénomène différent en fonction de la structure utilisée. La structure 18G donne une augmentation du coefficient de transmission par rapport à la référence alors que pour la structure 10G-8M, on a une amplitude similaire et que pour la 10G-8P, on se trouve dans une bande interdite. Autour de la fréquence de 1.68 GHz, on est dans la situation inverse avec une bande interdite pour la structure 18G et une bande de fonctionnement pour les deux structures mixtes (Bf4 sur la figure 4.12).

Aux fréquences 1.82 GHz et 1.92 GHz, on remarque que, pour toutes les structures, on se trouve dans une bande interdite. Les résultats obtenus avec la mesure du coefficient de transmission permettent d'avoir une première indication sur le fonctionnement des différents métamatériaux, mais elles ne permettent pas d'obtenir la distribution du champ électrique se propageant au-dessus et au-delà du métamatériau. De plus, les changements observés (augmentation de l'amplitude et de la bande de fonctionnement) en utilisant une structure mixte (10G-8M et 10G-8P) sont-ils dus à l'ajout d'une discontinuité entre les deux géométries du métamatériau ou à l'homogénéisation de la structure mixte? L'utilisation de la méthode EMIR permettra de répondre à ces questions.

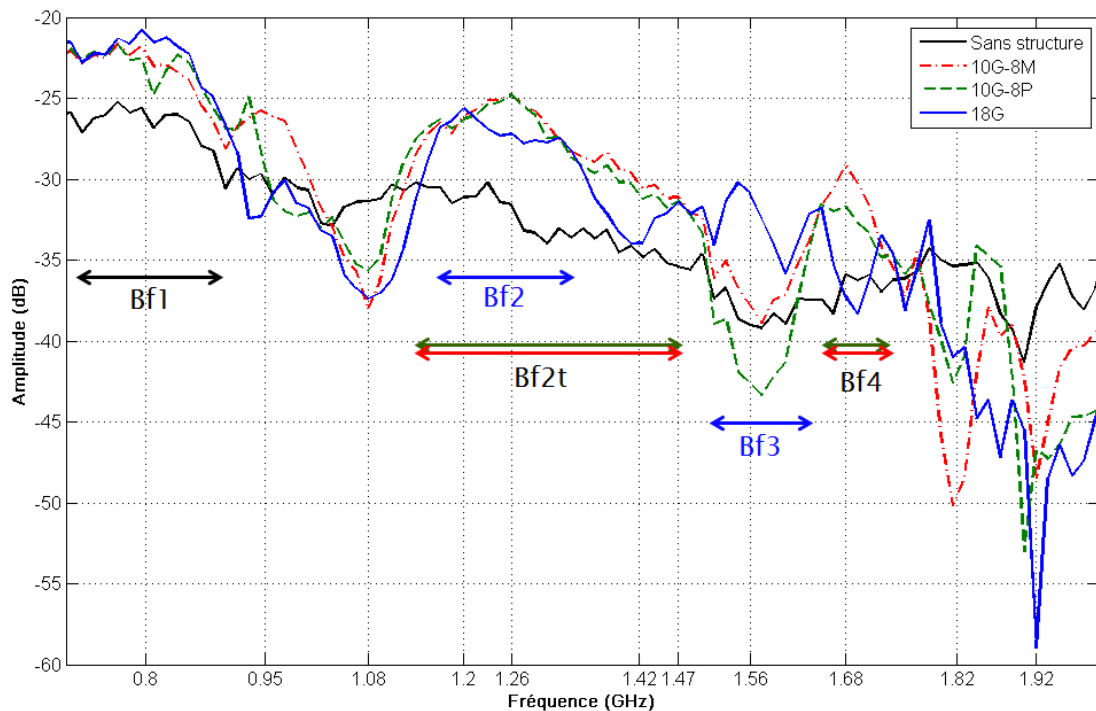


FIGURE 4.12 – Coefficient de transmission entre l’antenne 1 et l’antenne 2 avec seulement un plan métallique (en noir), avec un métamatériau 18G devant l’antenne 1 (en bleu) et avec un métamatériau plus une transition devant l’antenne 1 (en vert et rouge).

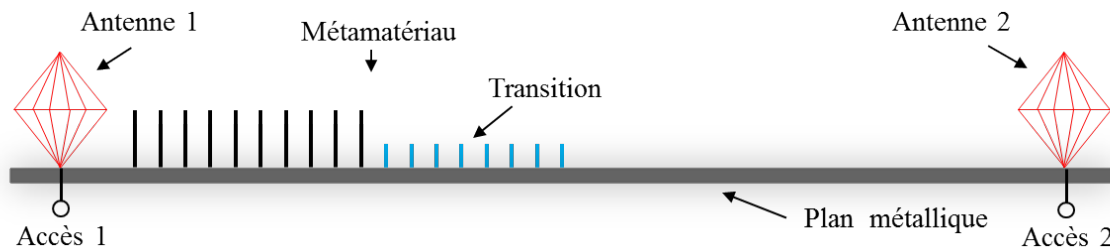


FIGURE 4.13 – Mesure du coefficient de transmission entre l’antenne 1 et l’antenne 2 avec un métamatériau devant l’antenne 1.

4.5.2 Répartition spatiale de champ électrique

D’après les résultats précédents, on a bien une augmentation de l’amplitude du coefficient de transmission quand un métamatériau est placé devant l’antenne d’émission. Il s’agit maintenant de vérifier les effets observés et de visualiser le champ électrique au niveau des changements de milieu, c’est-à-dire aux points Tr1 et Tr2 représentés sur la figure 4.14.

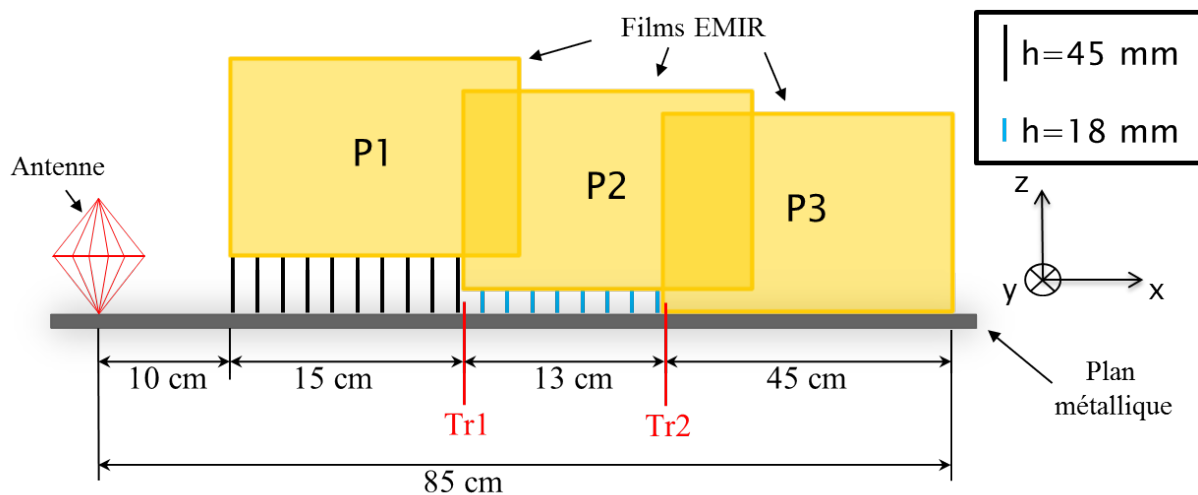


FIGURE 4.14 – Principe de la mesure avec trois films pour avoir la répartition de champ électrique rayonné par l’antenne. Schéma réalisé pour la structure 10G-8P.

La figure 4.14 présente le principe de la mesure pour déterminer la répartition du champ électrique à différentes fréquences et pour les différentes structures. On a représenté, sur la figure 4.14, la position des films pour le cas des deux structures avec une transition (10G-8M et 10G-P), qui nécessite trois films pour être réalisée. Il est nécessaire d’avoir plusieurs films car la caméra infra-rouge ne possède pas un angle d’ouverture assez important. Après une juxtaposition des différentes images, on obtient les résultats des figures 4.15, 4.16, 4.17 et 4.18 réalisés respectivement aux fréquences 1.26, 1.42, 1.68 et 1.82 GHz. Il existe, bien sûr, de légers sauts d’amplitude entre les différents films lorsque l’on raccorde les images mais ces sauts restent de niveaux négligeables. Cette mesure de répartition de champ électrique rayonné par une antenne bicône permet de voir clairement la structure du champ électrique au-dessus du métamatériau et à quelques longueurs d’onde de l’antenne. Plus la position d’observation sur le film est éloignée de l’antenne, plus le niveau de champ électrique est légèrement sous-estimé. Cela est dû à l’absorption du champ électrique dans le film. Bien que le film ne change pas la structure du champ électrique, il modifie légèrement les niveaux observés. Cet effet est dû à la position du film qui est situé dans la direction de propagation des ondes.

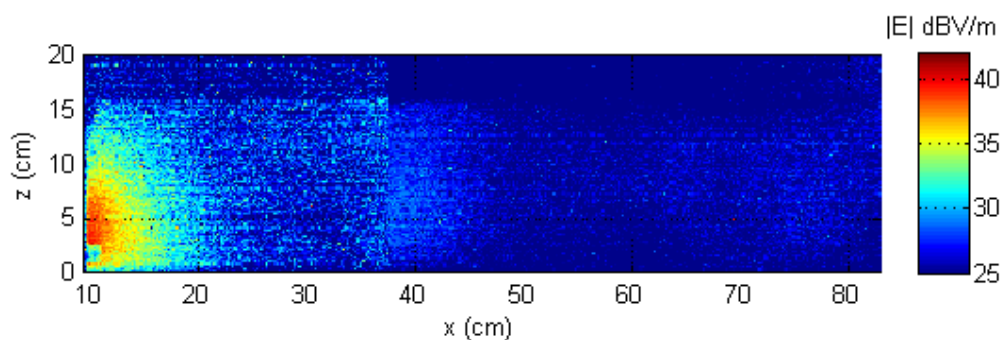
Ce type de mesure permet de visualiser, qu’en présence d’un métamatériau, on a, comme attendu, une focalisation du champ électrique au-dessus des différents métamatériaux. À certaines fréquences, le champ électrique continue à se propager au-delà du métamatériau. Les mesures de la répartition de champ électrique permettent de comparer le confinement du champ électrique à différentes fréquences.

C’est aux fréquences de 1.26 GHz et 1.42 GHz que les différents métamatériaux permettent à la fois la création d’une forte onde de surface au-dessus des métamatériaux et

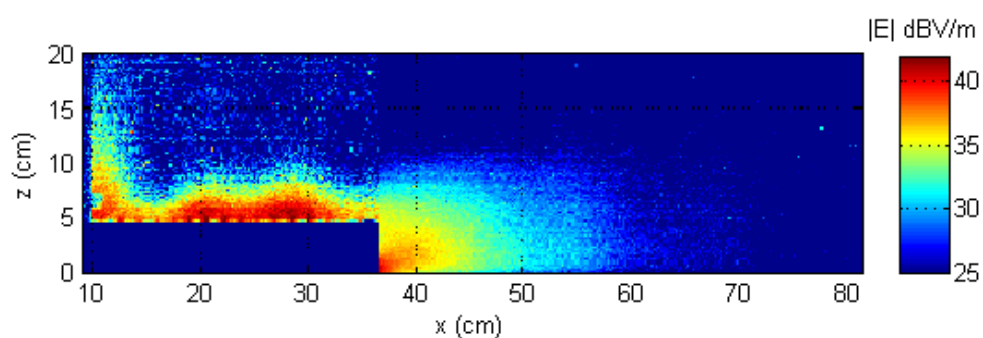
surtout la propagation au-delà de celui-ci. De plus, on remarque qu'il n'y pas de phénomène de diffraction aux points Tr1 et Tr2. À la fréquence de 1.82 GHz, représentée sur la figure 4.18, le champ électrique au-dessus des différents métamatériaux est important mais il n'y a aucune propagation au-delà.

Pour avoir le fonctionnement recherché à la fréquence de 1.68 GHz, on voit, d'après la figure 4.17, qu'il faudrait une structure avec une permittivité plus petite comme un métamatériau 18M. En effet, avec la structure 10G-8M, on a une focalisation du champ électrique beaucoup plus importante sur la structure que pour un métamatériau 18G.

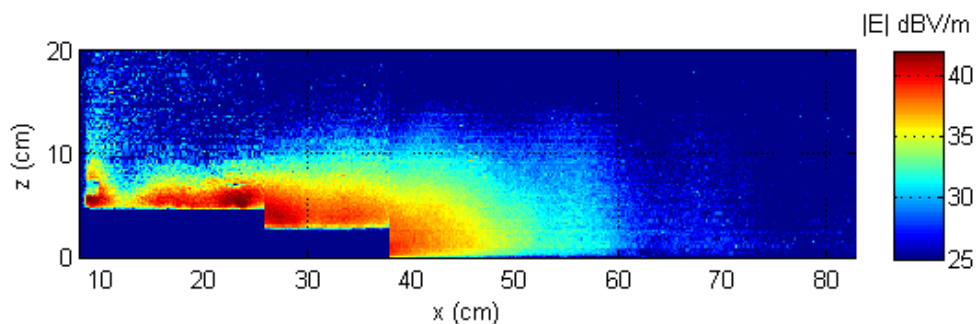
En conclusion, les mesures avec des films permettent de visualiser directement la distribution du champ électrique au-dessus et au-delà du métamatériau. Ces mesures ont permis de voir qu'il n'y a ni diffraction du champ électrique après le métamatériau 18G (point Pr2), ni diffraction du champ électrique lors de l'ajout d'une transition (point Pr1). Les effets observés lors de la mesure du coefficient de transmission sont donc dus à une homogénéisation de la structure mixte. De plus, l'ajout d'une transition semble, dans certaines conditions, améliorer le passage entre le métamatériau et le métal. Néanmoins, ces mesures ne permettent pas d'avoir des niveaux de champ précis, c'est ce que l'on va obtenir, dans la suite du chapitre, avec des mesures sur des bandes de films.



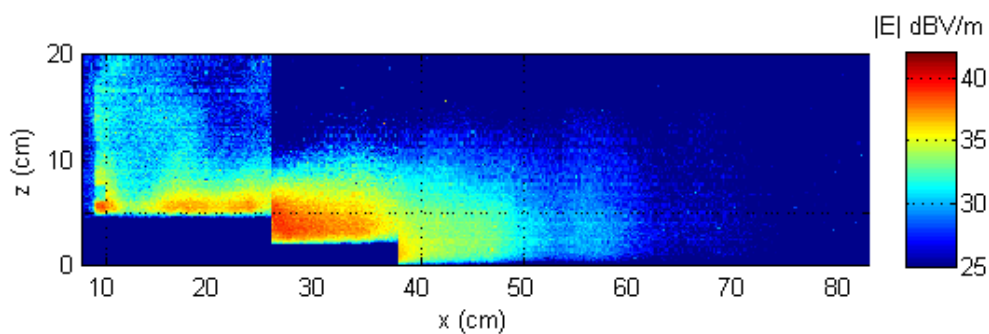
(a) sans structure



(b) 18G

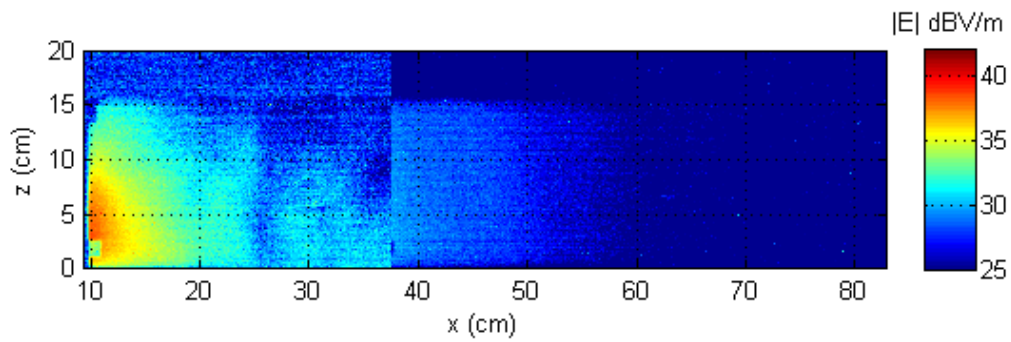


(c) 10G-8M

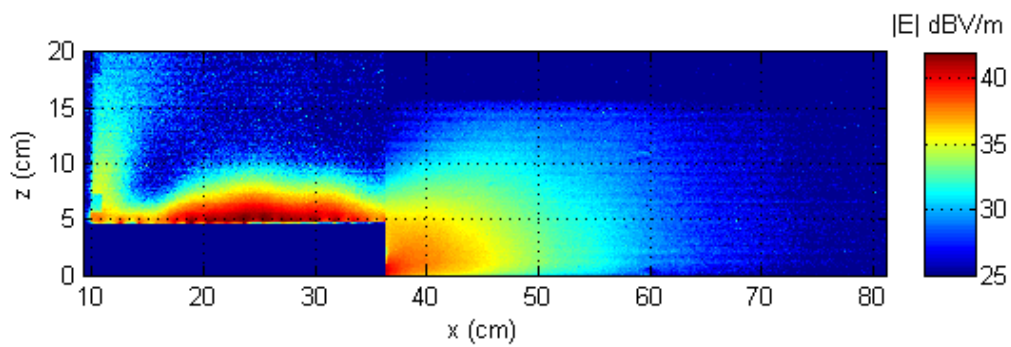


(d) 10G-8P

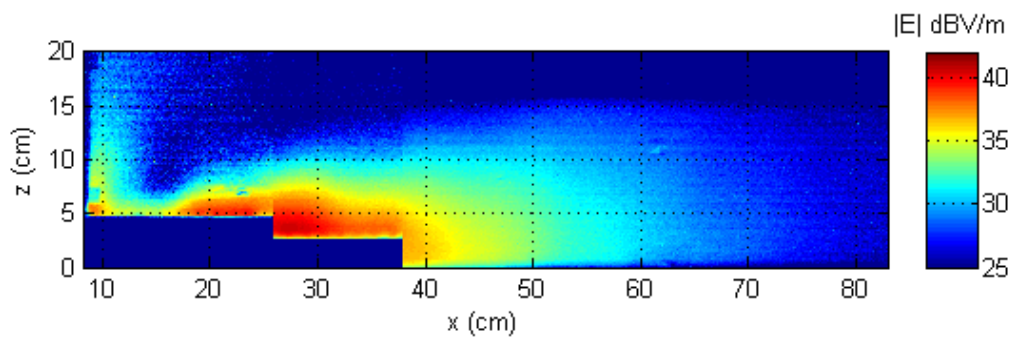
FIGURE 4.15 – Répartition du champ électrique rayonné par une antenne bicône à $f = 1.26$ GHz



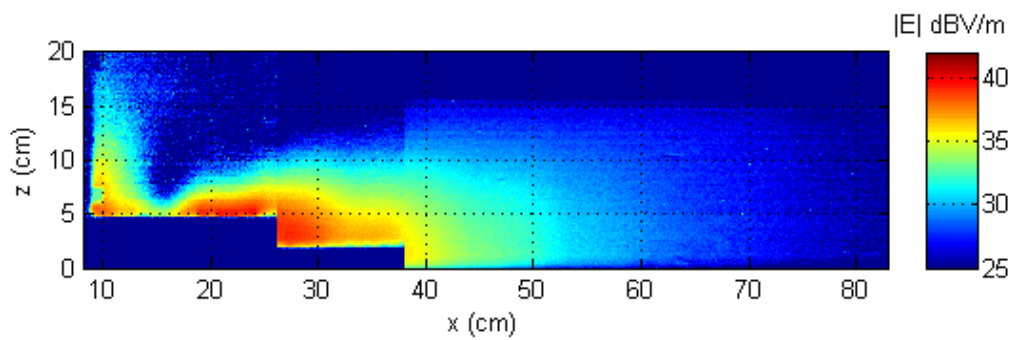
(a) sans structure



(b) 18G

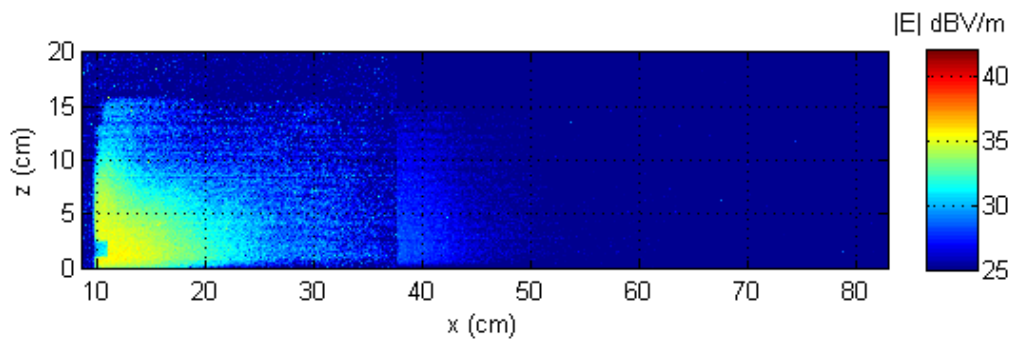


(c) 10G-8M

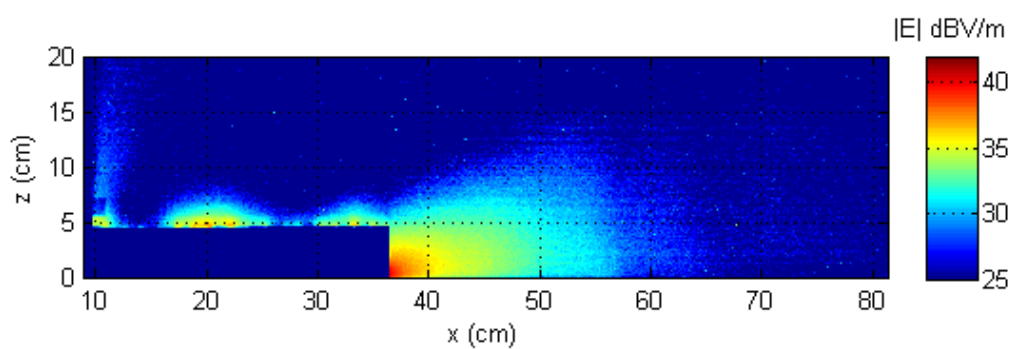


(d) 10G-8P

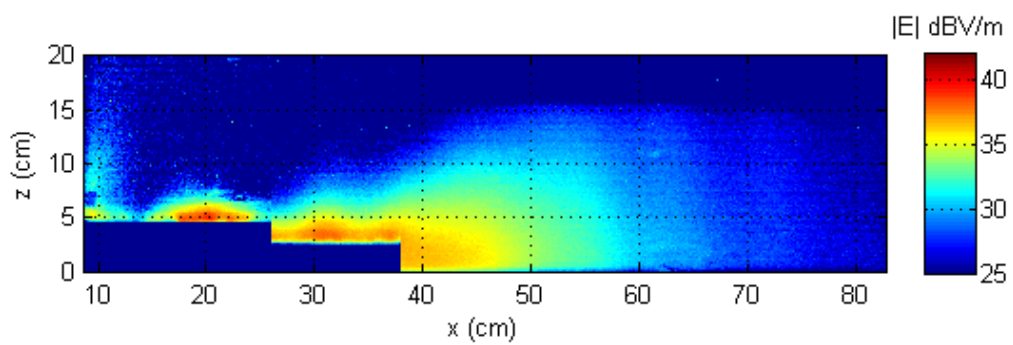
FIGURE 4.16 – Répartition du champ électrique rayonné par une antenne bicône à $f = 1.42$ GHz



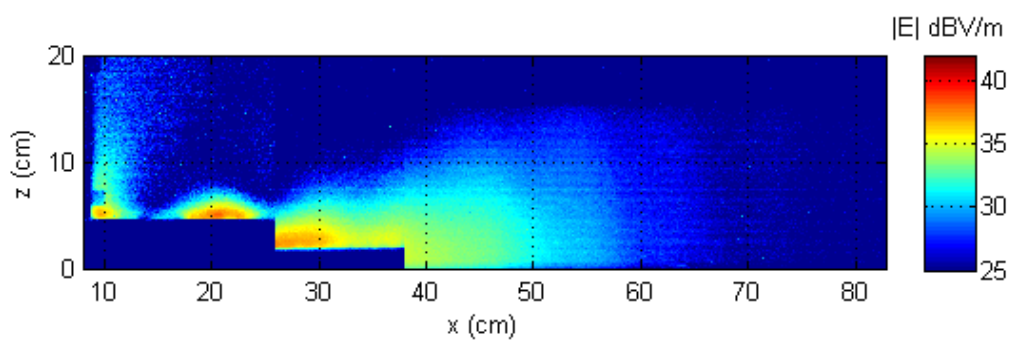
(a) sans structure



(b) 18G

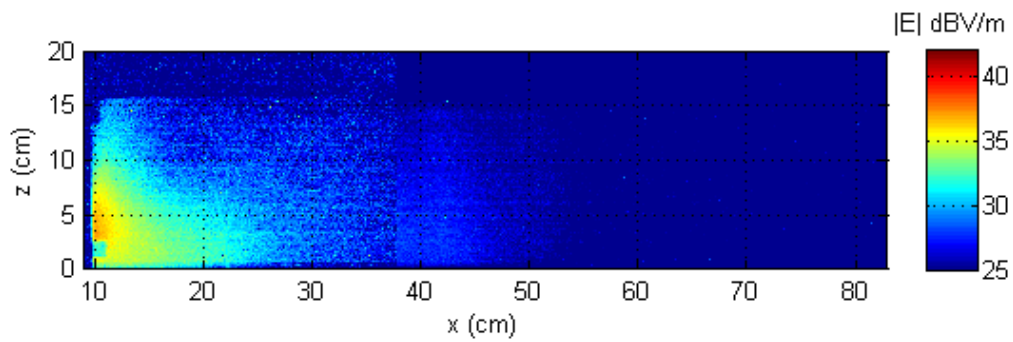


(c) 10G-8M

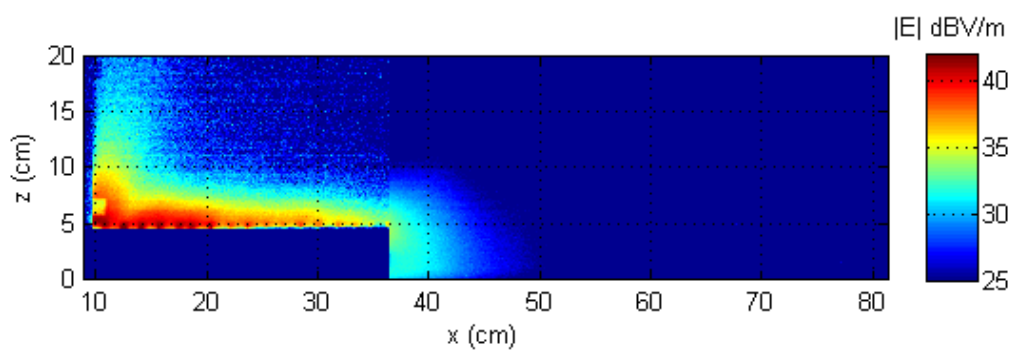


(d) 10G-8P

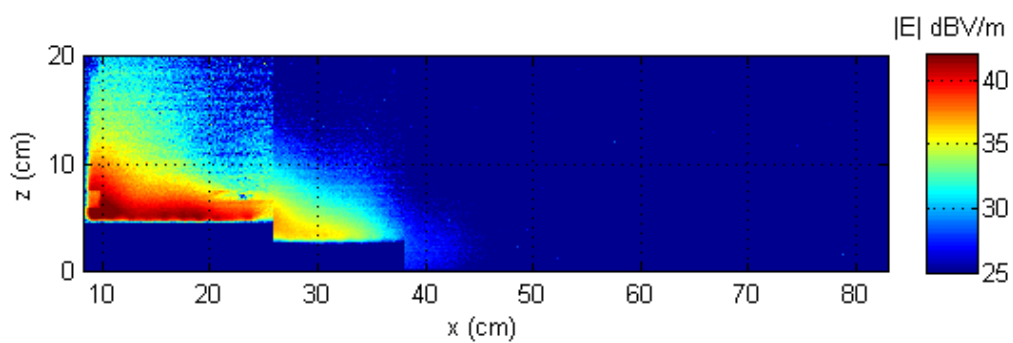
FIGURE 4.17 – Répartition du champ électrique rayonné par une antenne bicône à $f = 1.68$ GHz



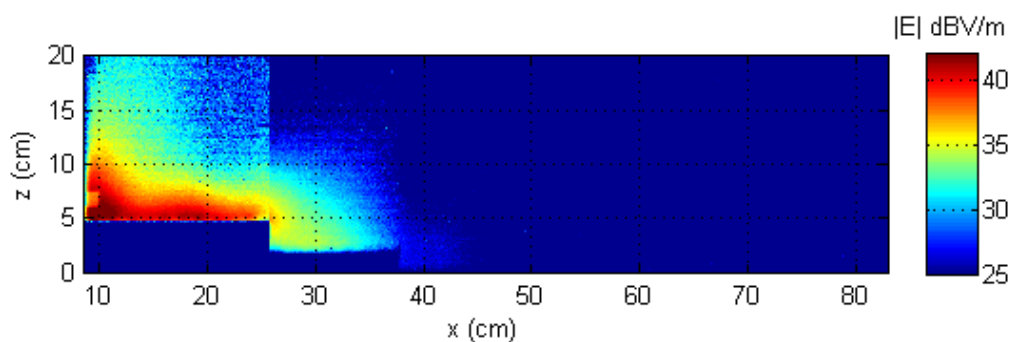
(a) sans structure



(b) 18G



(c) 10G-8M



(d) 10G-8P

FIGURE 4.18 – Répartition du champ électrique rayonné par une antenne bicône à $f = 1.82$ GHz

4.5.3 Transmission

Les mesures réalisées avec des films permettent de visualiser la répartition spatiale de champ électrique. Cependant, elles ont également pour effet d'atténuer les niveaux mesurés. En effet, plus la surface du film est importante, plus il y a de champ électrique absorbé par celui-ci, car le film est positionné parallèlement à la direction de propagation des ondes électromagnétiques. Pour résoudre ce problème, il suffit d'utiliser des bandes de film de faible largeur positionnées perpendiculairement à la direction de propagation. On va donc étudier ici, le niveau du champ électrique rayonné par l'antenne bicône à quatre distances différentes, 31 cm, 44 cm, 72 cm et 102 cm. Cela permettra de savoir si le gain obtenu à l'aide du métamatériau est conservé, quelle que soit la distance d'observation. Le principe de la mesure est représenté sur la figure 4.19. Les bandes sont positionnées à une distance fixe et permettent de mesurer le champ électrique selon l'axe z . On a résumé, dans le tableau 4.2, les correspondances en longueurs d'ondes pour chaque position des bandes et pour chacune des fréquences.

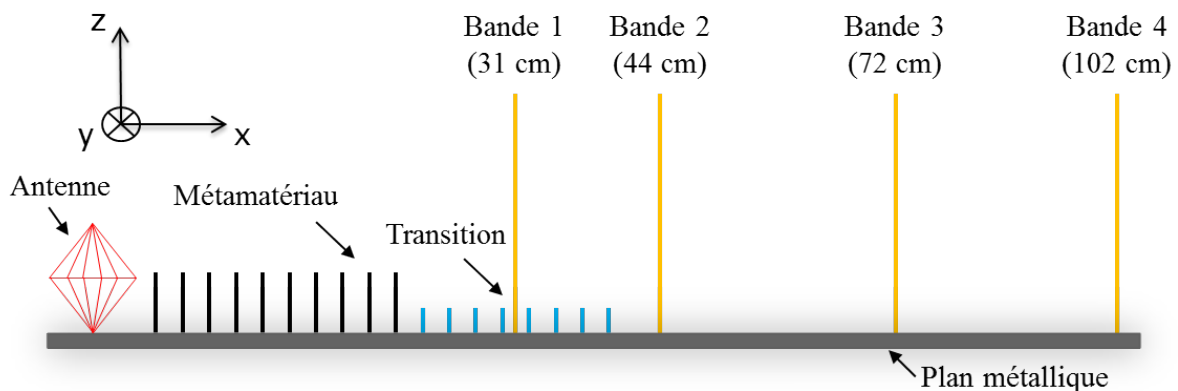


FIGURE 4.19 – Schéma correspondant à la mesure EMIR avec 4 bandes de films positionnées à 31 cm, 44 cm, 72 cm et 102 cm.

TABLE 4.2 – Correspondances en longueurs d’ondes pour chaque position des bandes

f (GHz)	λ_0 (cm)	bande 1 (31 cm)	bande 2 (44 cm)	bande 3 (72 cm)	bande 4 (102 cm)
0.95	31.6	$1 \lambda_0$	$1.4 \lambda_0$	$2.3 \lambda_0$	$3.2 \lambda_0$
1.08	27.8	$1.1 \lambda_0$	$1.6 \lambda_0$	$2.6 \lambda_0$	$3.7 \lambda_0$
1.26	23.8	$1.3 \lambda_0$	$1.9 \lambda_0$	$3 \lambda_0$	$4.3 \lambda_0$
1.42	21.1	$1.5 \lambda_0$	$2.1 \lambda_0$	$3.4 \lambda_0$	$4.8 \lambda_0$
1.56	19.2	$1.6 \lambda_0$	$2.3 \lambda_0$	$3.7 \lambda_0$	$5.3 \lambda_0$
1.68	17.9	$1.8 \lambda_0$	$2.5 \lambda_0$	$4 \lambda_0$	$5.7 \lambda_0$
1.82	16.5	$1.9 \lambda_0$	$2.7 \lambda_0$	$4.3 \lambda_0$	$6.2 \lambda_0$
1.92	15.6	$2 \lambda_0$	$2.8 \lambda_0$	$4.6 \lambda_0$	$6.5 \lambda_0$

Pour comparer directement l’augmentation ou la diminution du champ électrique en dB, on a défini un « gain » comme suit :

$$\text{Gain(dB)} = 20 \text{Log} \left(\frac{|E_m|}{|E_0|} \right) \quad (4.2)$$

où E_m est l’amplitude du champ électrique mesuré sur une bande en présence d’un des métamatériaux et E_0 est l’amplitude du champ électrique mesuré sur une bande dans le cas où l’antenne est positionnée sur un plan métallique. Pour toutes les mesures, on a tracé, pour la bande numéro 1, qui se trouve dans la structure, le niveau de champ au-dessus du métamatériau. Le métamatériau a une hauteur de 45 mm, ce qui signifie que, en-dessous de cette hauteur, on mesure le champ électrique dans la structure. Celui-ci est théoriquement nul, le résultat n’est donc à pas prendre en compte à cet endroit. On montre dans cette partie, les résultats des mesures réalisées à 5 fréquences qui sont 1.26, 1.42, 1.56, 1.68 et 1.82 GHz pour les types de structures suivantes 18G, 10G-8M et 10G-8P. Pour une question de visibilité, on présentera, dans le chapitre, les figures des résultats les plus pertinents. On retrouvera, dans l’annexe F, les résultats pour les 5 fréquences, pour chacune des bandes de film.

Lors d’une étude sur l’onde de surface et sur les ondes de ciel, il est intéressant de pouvoir séparer ces deux types d’ondes. C’est ce que l’on a réalisé, dans le chapitre 2, où l’on a décomposé le champ magnétique rayonné par une ligne de dipôles en deux termes. Pendant les mesures, il n’est bien sûr pas possible de séparer la part du champ

électromagnétique rayonné en onde de surface de celle en ondes de ciel. On va, par la suite, choisir deux angles d'élévation pour avoir deux références. Le premier angle d'élévation correspond à la limite entre le rayonnement en onde de surface et celui en ondes de ciel. Il est calculé, en visualisant les contributions du champ électrique rayonné par un dipôle de Hertz, positionné au-dessus d'un sol à partie réelle de la permittivité négative. Cet angle d'élévation est de 11° . La deuxième référence est un angle d'élévation de 26° correspondant à une direction des ondes de ciel. On a représenté, sur la figure 4.20, la distance selon z sur chaque bande, correspondant aux deux angles d'élévation.

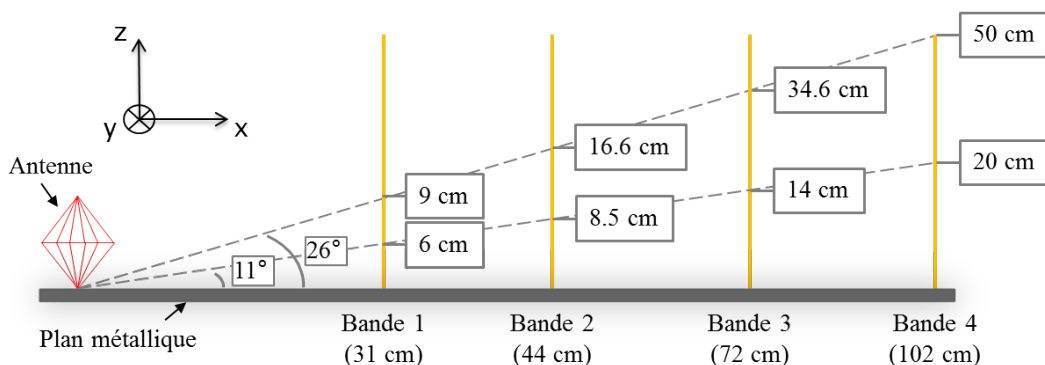


FIGURE 4.20 – Correspondance entre hauteur en cm et angle d'élévation en degrés.

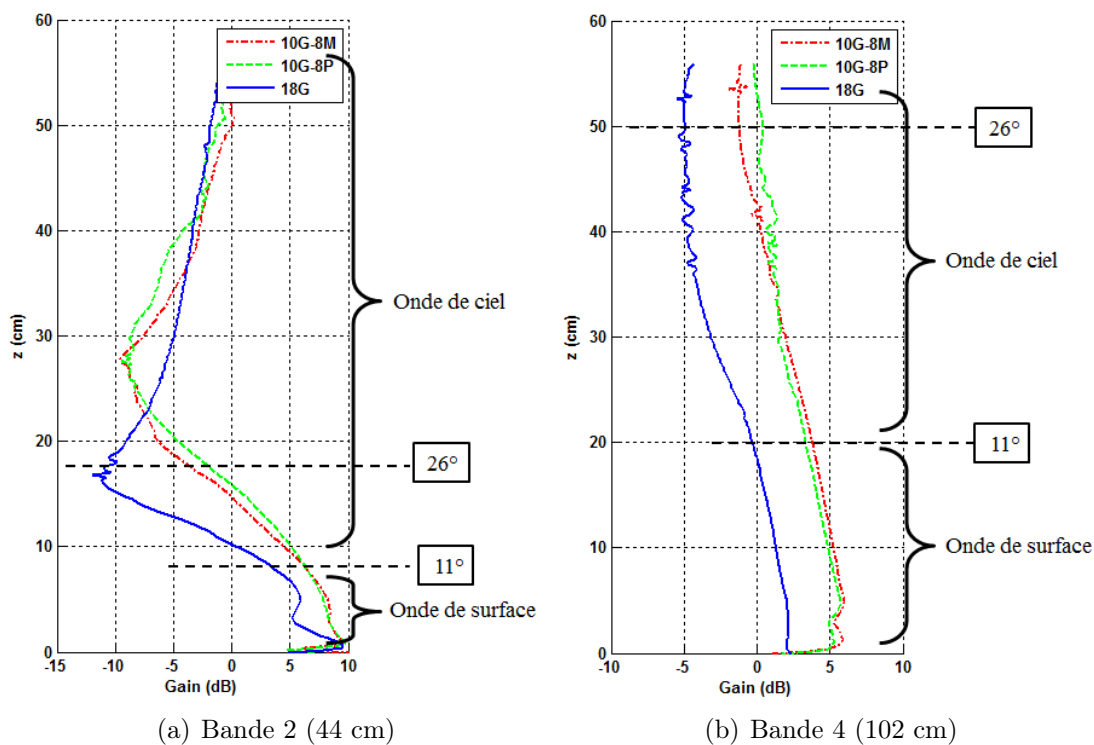


FIGURE 4.21 – Mesures EMIR sur les bandes 2 et 4 en utilisant trois structures à $f = 1.26$ GHz.

La figure 4.21 présente le gain à la fréquence de 1.26 GHz pour les bandes 2 et 4. On a représenté, pour chaque bande, la position du rayonnement en onde de surface (en-dessous de 11°) et en ondes de ciel (au-dessus de 11°). Pour la bande 4 (figure 4.21(b)), on a un gain d'environ 5 dB pour la part du rayonnement en onde de surface pour les deux structures mixtes (10G-8M et 10G-8P). Le gain, dans le cas de la structure 18G, est de 2 dB. On a bien, à cette fréquence, une augmentation de l'amplitude en utilisant une structure mixte.

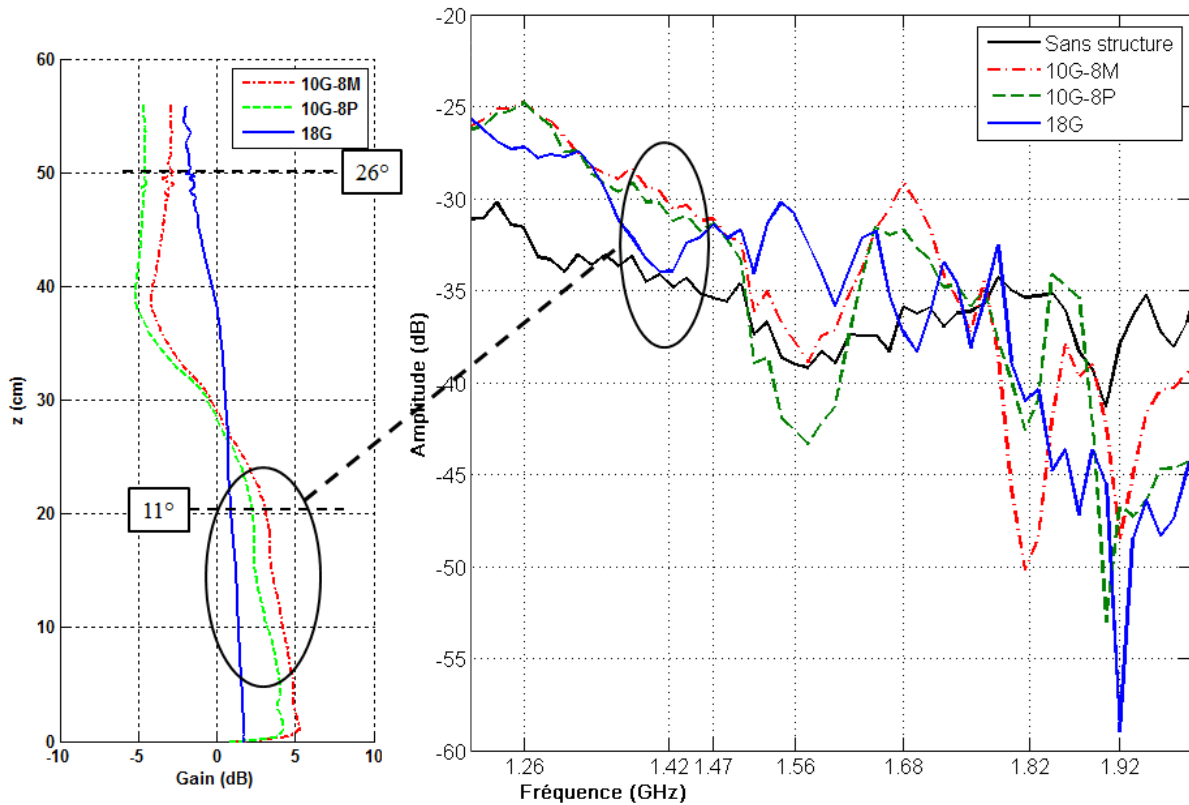


FIGURE 4.22 – Comparaison entre le coefficient de transmission (à droite) et une mesure EMIR sur la bande 4 avec trois structures à la fréquence de 1.42 GHz (à gauche).

La figure 4.22 présente le gain à la fréquence de 1.42 GHz. Elle confirme les résultats observés avec la mesure du coefficient de transmission. En effet, à cette fréquence, le gain sur la bande 4 pour l'onde de surface (en-dessous de 11°) est de 4 dB pour les deux structures mixtes (10G-8M et 10G-8P) et il est de 2 dB pour la structure 18G. De plus, pour les ondes de ciel, le gain sur la bande 4 est au minimum de -5 dB pour les deux structures mixtes. Cet effet ne pouvait pas être relevé avec seulement la mesure du coefficient de transmission. La bande de fonctionnement avec l'ajout d'une transition est donc effectivement plus large que sans transition.

La structure 18G a été conçue pour fonctionner autour de 1.26 GHz mais c'est à la

fréquence de 1.56 GHz que le gain est maximum (environ 8 dB) à la hauteur de l'onde de surface pour la bande 4 (figure 4.23(a)). C'était également le cas pour la mesure du coefficient de transmission de la figure 4.22. On rappelle qu'ici, on a un gain relatif, c'est-à-dire que l'on visualise le rapport du champ électrique rayonné par une antenne bicône placé devant un métamatériau et du champ électrique rayonné par une antenne bicône seule. Cela permet d'avoir, par exemple, des gains similaires sur la bande 4 aux fréquences 1.26 GHz et 1.42 GHz représentée respectivement sur les figures 4.21(b) et 4.22 alors que le champ électrique était nettement supérieur sur la représentation en répartition de champ électrique des figures 4.15 et 4.16. On voit également qu'à la fréquence 1.42 GHz, on a un gain plus important pour des hauteurs faibles dans le cas des deux structures ayant une transition (10G-8M et 10G-8P). Cela confirme le résultat en répartition de champ électrique de la figure 4.16.

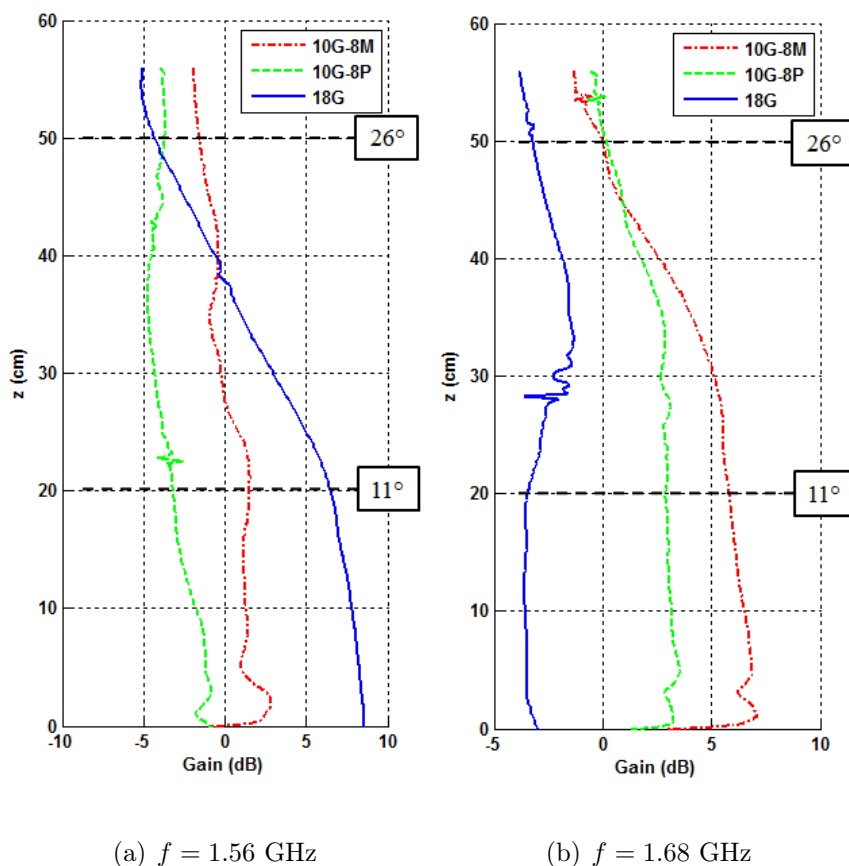


FIGURE 4.23 – Mesures EMIR sur la bande 4 (102 cm) en utilisant trois structures à deux fréquences.

Aux fréquences 1.56 GHz (figure 4.23(a)) et 1.68 GHz (figure 4.23(b)), on retrouve bien l'effet vu sur la mesure du coefficient de transmission de la figure 4.22 avec pour la

structure 18G un gain positif à 1.56 GHz et négatif pour 1.68 GHz et inversement pour les structures 10G-8M et 10G-8P avec un gain positif pour 1.68 GHz et négatif pour 1.56 GHz.

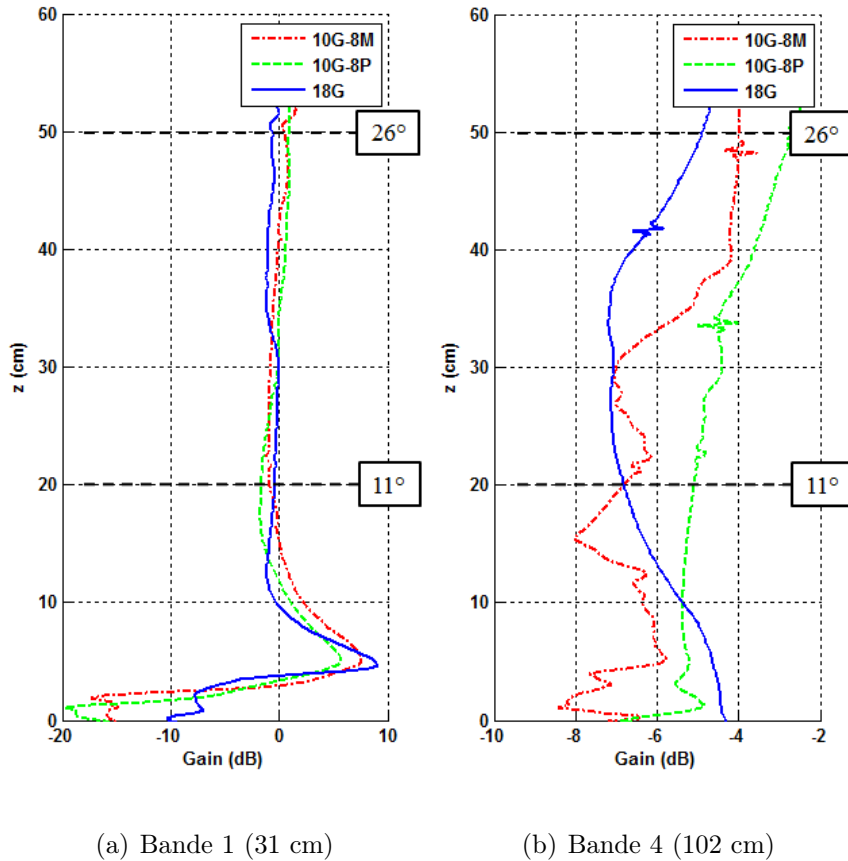


FIGURE 4.24 – Mesures EMIR avec 2 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.82$ GHz.

À la fréquence de 1.82 GHz, on a un niveau de champ élevé sur le métamatériau quelle que soit la structure utilisée comme on peut le voir sur la répartition du champ électrique de la figure 4.18 et sur la mesure de la bande 1 (figure 4.24(a)). Mais, à cette fréquence, on observe que, sur la bande 4 (figure 4.24(b)), le gain est nettement négatif, ce qui signifie que l'onde créée sur le métamatériau ne se propage pas au-delà. La création d'une forte onde sur le métamatériau ne signifie pas automatiquement sa propagation au-delà. De plus, l'ajout d'une transition à cette fréquence annule le champ électrique juste après le métamatériau comme on peut le voir sur la bande 2. Il est également intéressant de noter qu'à cette fréquence, la permittivité de la structure 18G et celle de la structure 10G-8P sont équivalentes selon le tableau 4.1. Le changement de comportement après le métamatériau provient peut-être de la rupture géométrique à la fin du métamatériau qui est de 45 mm pour la structure 18G et de 18 mm pour la structure 10G-8P.

4.5.4 Effets de l'antenne

Dans cette section, on va chercher à évaluer l'influence de l'élément rayonnant dans la propagation des ondes électromagnétiques lorsqu'un métamatériau est positionné devant celui-ci. Dans le cas d'étude, on utilise les deux antennes bicônes. Ce sont des antennes de même type et seuls leurs coefficients de réflexion diffèrent. On s'est placé dans deux configurations. La première, quand le métamatériau, est devant l'antenne 1 (figure 4.25(a)) et la deuxième, quand le métamatériau, est devant l'antenne 2 en rouge (figure 4.25(b)). La figure 4.26 présente le coefficient de réflexion et la figure 4.27 le coefficient de transmission pour les deux configurations. Il n'y a pas directement de corrélation entre les coefficients de transmission et d'adaptation. Il y a mêmes des comportements atypiques. Par exemple à la fréquence de 1.42 GHz, le coefficient de transmission est meilleur quand le métamatériau est devant l'antenne 1 alors que son coefficient de réflexion est moins bon dans ce cas-là. Cela reste une étude limitée, il aurait fallu avoir des antennes avec des architectures différentes pour déterminer l'influence de l'antenne.

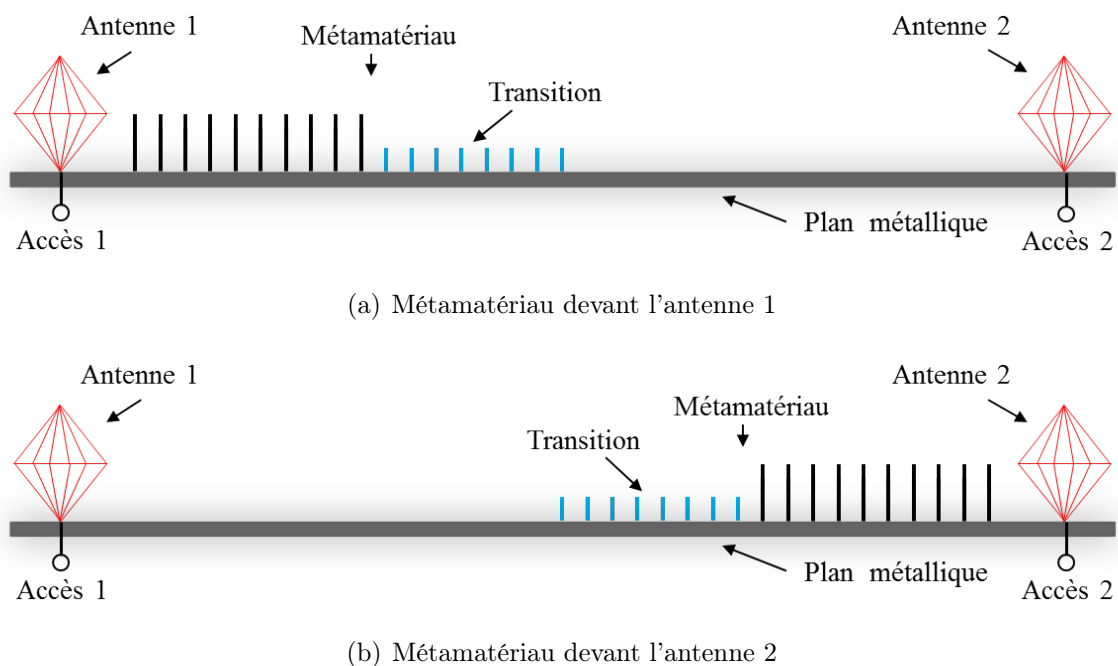


FIGURE 4.25 – Mesures des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la position du métamatériau

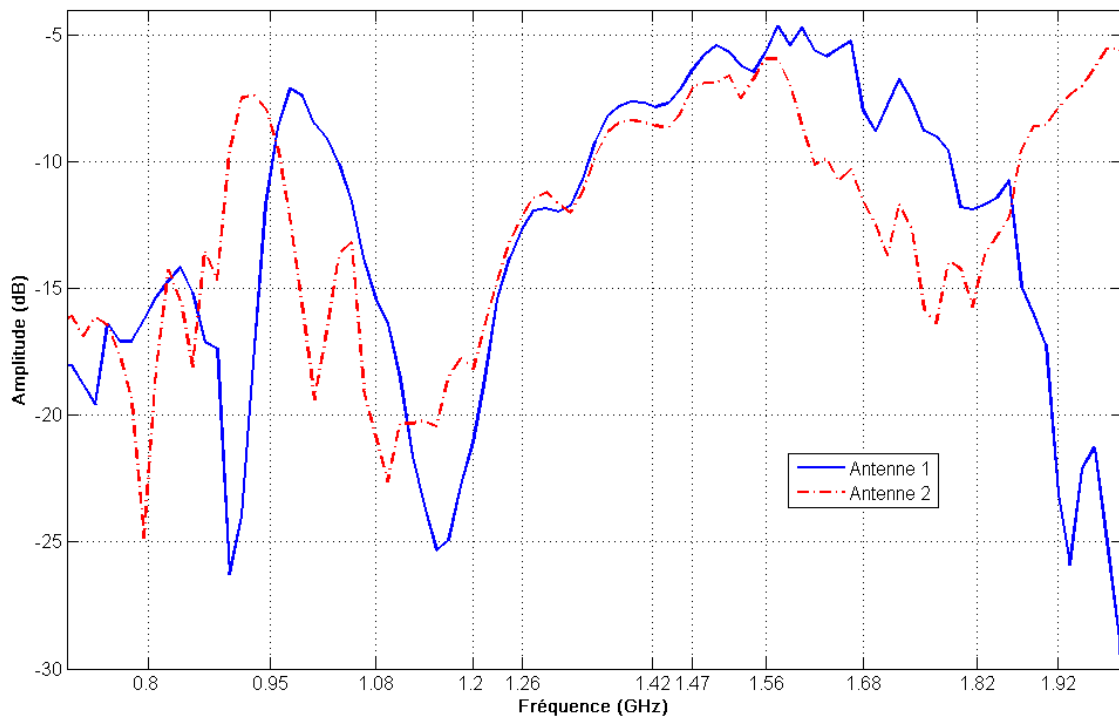


FIGURE 4.26 – Coefficient de réflexion de l’antenne 1 placée devant un métamatériau 18G (en bleu) et de l’antenne 2 placée devant un métamatériau 18G (en rouge pointillé).

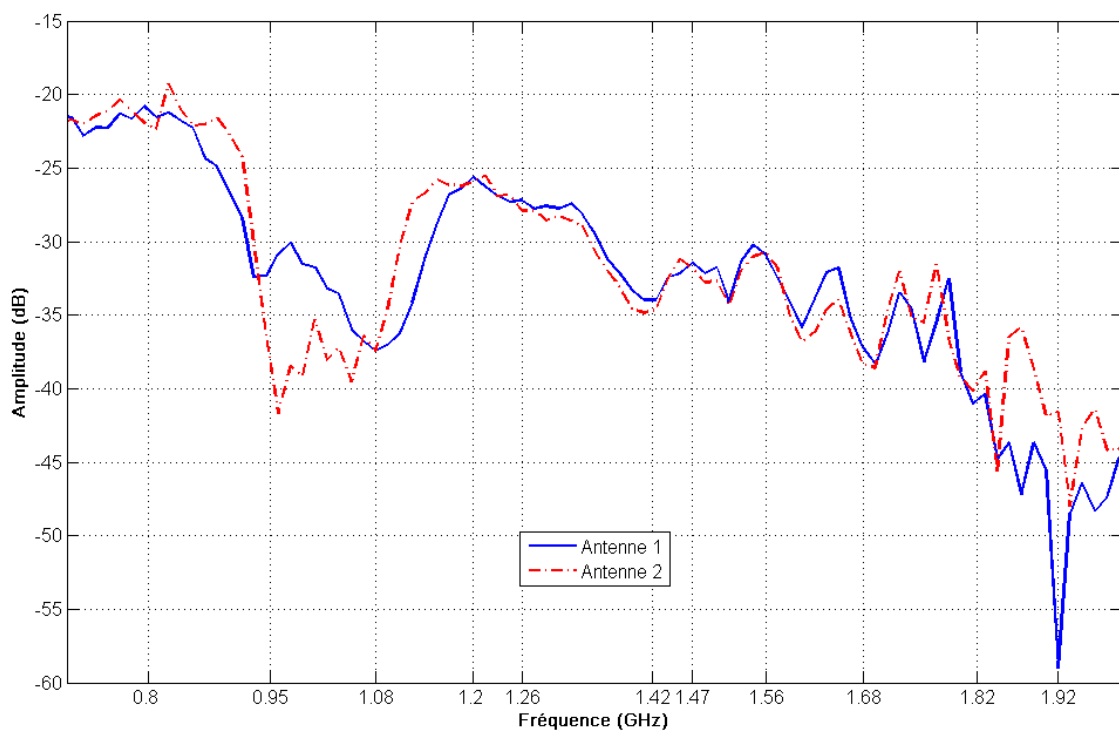


FIGURE 4.27 – Coefficient de transmission entre l’antenne 1 et l’antenne 2 avec un métamatériau 18G devant l’antenne 1 (en bleu) ou devant l’antenne 2 (en rouge pointillé).

On va maintenant visualiser les niveaux de champ électrique sur les bandes de films EMIR disposées selon le schéma de la figure 4.19. On utilise, comme pour la section précédente, le gain défini par l'équation (4.2). On présente ici les résultats les plus pertinents. On retrouve dans l'annexe G, les résultats pour toutes les bandes.

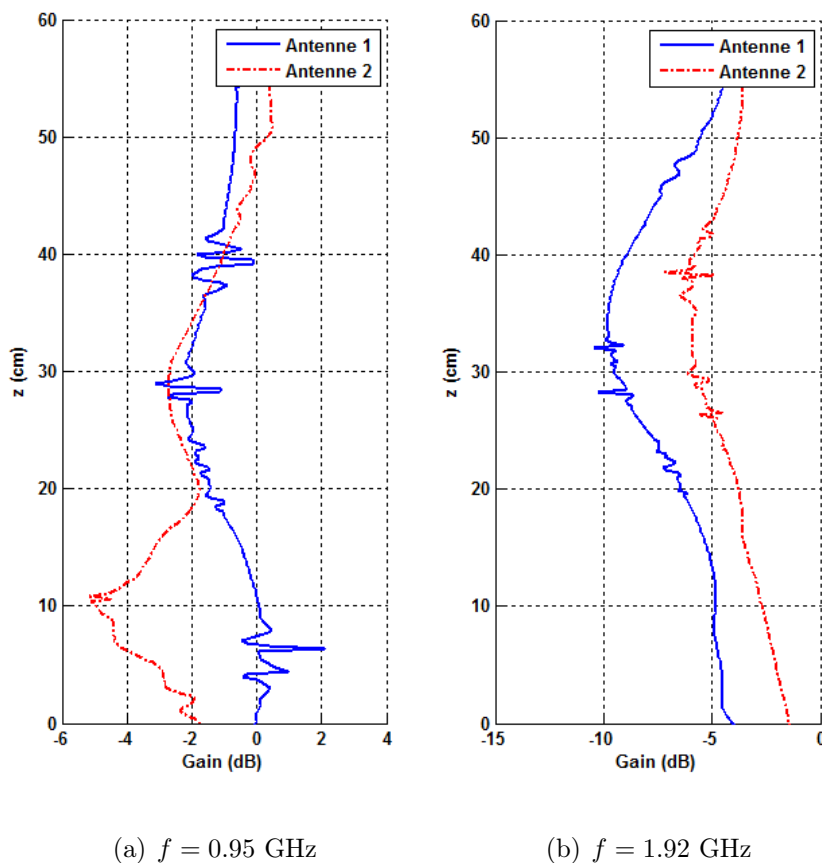


FIGURE 4.28 – Mesures EMIR sur la bande 4 en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G.

On retrouve, pour la bande 4, sur la figure 4.28(a), à la fréquence de 0.95 GHz, les différences vues sur le coefficient de transmission (figure 4.27). A contrario, l'atténuation du champ électrique, sur la bande 4, à la fréquence de 1.92 GHz n'est pas retrouvée dans le cas où le métamatériau est localisé devant l'antenne 1 et malgré la différence de coefficient de transmission entre les deux antennes, le résultat de la figure 4.28(b) est similaire pour les deux antennes.

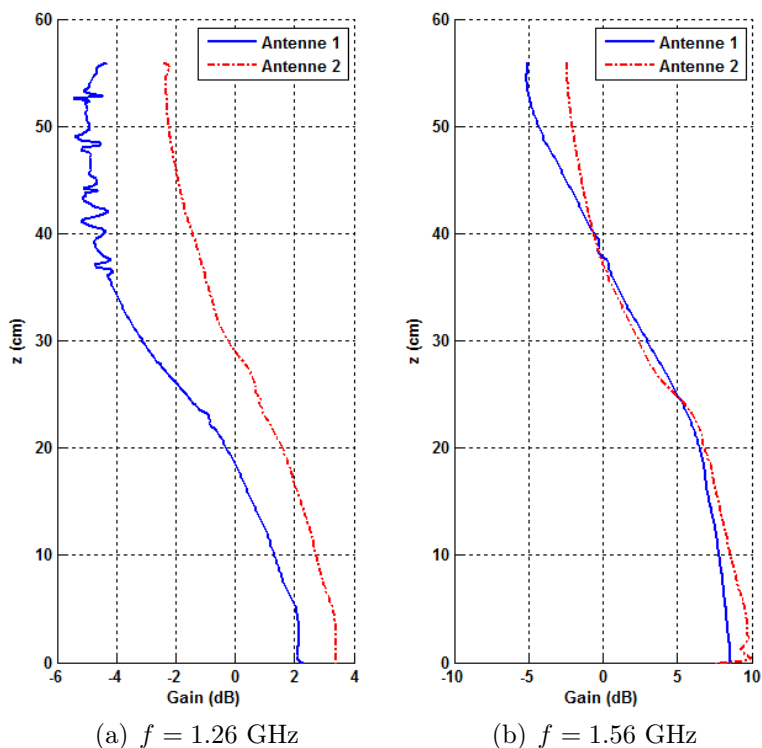


FIGURE 4.29 – Mesures EMIR sur la bande 4 en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G.

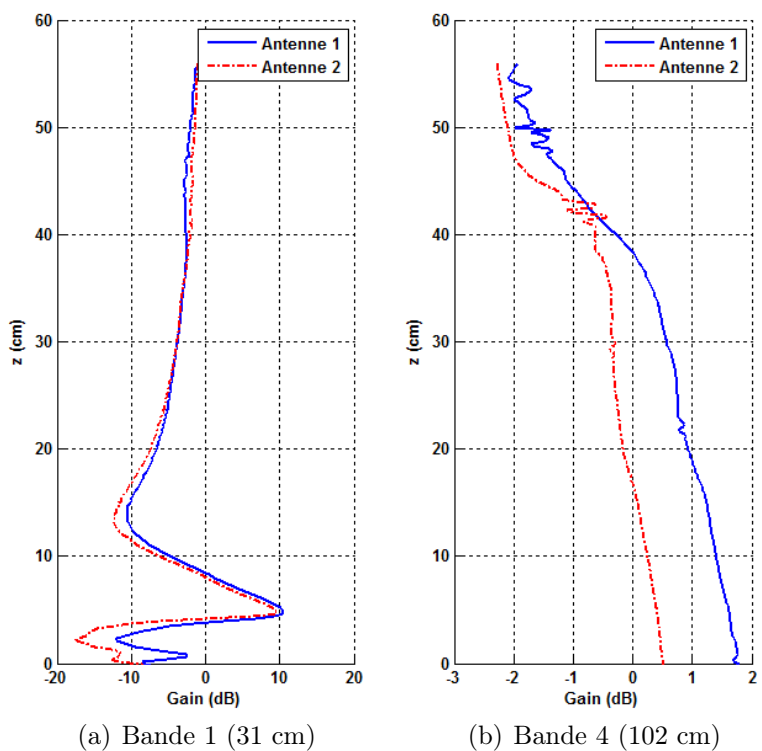


FIGURE 4.30 – Mesures EMIR en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 1.42$ GHz.

Aux fréquences 1.26 GHz et 1.56 GHz respectivement représentées pour la bande 4 sur la figure 4.29(a) et la figure 4.29(b), l'antenne n'a pas d'influence et on retrouve les mêmes niveaux de champ électrique sur toutes les bandes (Annexe G), avec une différence de 1 dB dans le cas de 1.26 GHz. Mais cette différence est présente pour toutes les bandes et quelle que soit la hauteur.

À la fréquence de 1.42 GHz, on s'attend, d'après la figure 4.27, à n'avoir aucune différence en fonction de l'antenne utilisée. C'est bien le cas sur la bande 1 (4.30(a)) et sur la bande 2 (Annexe G) où la mesure du champ électrique donne sensiblement la même amplitude et la même forme. En revanche sur les bandes 3 (Annexe G) et 4 (4.30(b)) on a un gain avec l'antenne 2 nettement plus faible qu'avec l'antenne 1. Il n'y a donc pas de changement de comportement en fonction de l'utilisation de l'antenne 1 ou 2 hormis à la fréquence de 1.42 GHz.

4.6 Conclusion

Ces mesures sont une opportunité car on sait qu'il est difficile de connaître le fonctionnement des dispositifs aux fréquences HF à cause principalement de leur encombrement. Ce chapitre est consacré aux vérifications des conclusions du chapitre 3 par des mesures réalisées dans le cadre du projet de recherche PRISME-HF.

Tout d'abord, on a réalisé des mesures des coefficients de réflexion et de transmission. Elles donnent une bonne indication sur la bande de fonctionnement des différents métamatériaux associés aux antennes d'émission et de réception. Mais elles ne permettent pas de connaître précisément la répartition du champ électrique et le type d'onde qui interviennent dans la transmission en vue directe. On rappelle que l'on s'intéresse à la propagation en onde de surface et non à la propagation en vue directe. La méthode EMIR permet de mesurer directement la répartition du champ électrique et donc de visualiser le confinement des ondes électromagnétiques.

Avec ces mesures, on a vu que la rupture d'impédance entre le métamatériau et le sol réel ne crée pas de diffraction de l'onde confinée grâce au métamatériau. De plus, on a vu que l'ajout d'une transition à la fin du métamatériau permet un élargissement de la bande de fonctionnement ainsi qu'une augmentation du gain par rapport à l'utilisation d'un métamatériau sans transition. C'est un point important dans le passage à échelle 1 car le radar ne fonctionne pas à une seule fréquence. De plus, la création d'une forte onde sur le métamatériau n'implique pas la propagation de celle-ci au-delà de la structure. Dans la dernière partie du chapitre, on a vu que deux antennes de même type avec des coefficients de réflexion différents n'influencent pas la propagation des ondes électromagnétiques au-dessus du métamatériau.

Bien sûr tous les gains déterminés dans ce chapitre pour les valeurs de l'onde de surface ne reflètent pas directement le gain obtenu dans les conditions à échelle 1 du radar. En effet, pour le RHFOS, les antennes d'émission sont positionnées dans la majorité des cas sur un sol sec comme du sable qui possède une conductivité faible ($2 \cdot 10^{-3}$ S/m). Dans les différents cas présentés ici, les mesures sont réalisées sur un plan métallique où le champ électrique rayonné par une antenne est plus important (voir figure 1.6). En ajoutant un métamatériau devant les antennes d'émission, on s'attend à obtenir la même focalisation et les mêmes niveaux de champ électrique, que l'ensemble (antenne + métamatériau) soit positionné sur un sol sableux ou un plan métallique. Le gain défini dans ce chapitre est un rapport entre le champ électrique mesuré en présence d'un métamatériau et celui mesuré sans métamatériau. On s'attend donc à obtenir un gain plus important quand l'antenne est positionnée sur un sol sableux.

Dans le projet de recherche PRISME-HF, on a également réalisé des mesures sur un sol représentant le comportement du sable aux fréquences UHF. Ces différentes mesures seront publiées après cette thèse et ne concernent pas directement le travail sur la transition.

Conclusion générale

Conclusion

Le radar HF à ondes de surface est actuellement le meilleur candidat pour la surveillance de la Zone Économique Exclusive. Bien que le démonstrateur de l'Onera, déployé actuellement sur l'île du Levant, fonctionne, un point important pour ce type de radar n'est pas encore optimisé. Il concerne la part en onde de surface rayonnée par les antennes bicônes de celui-ci. Pour réaliser cette optimisation, il est possible d'insérer un métamatériau devant les antennes d'émission qui contribuera à la création et à la propagation d'une forte onde de surface. Cela permettra d'augmenter la portée du radar ou de réduire la puissance des émetteurs. D'un côté, le métamatériau permet la création et la propagation d'une forte onde de surface, mais de l'autre, il crée une discontinuité à ses bords qui pourrait la diffracter. C'est ce qui a défini le point de départ de ces travaux de recherche.

Le premier chapitre a été consacré à une introduction générale sur les radars « trans-horizons », la surveillance maritime et les travaux précédents qui ont permis d'arriver à ces travaux de thèse. Ensuite, on a réalisé un état de l'art sur les différentes conditions d'impédance, servant dans le chapitre 2, et sur les différentes méthodes permettant de résoudre le problème de la propagation des ondes électromagnétiques à travers plusieurs milieux, utiles dans le chapitre 3.

Dans le deuxième chapitre, on a développé une formulation permettant de calculer le champ électromagnétique rayonné par les antennes d'émission positionnées sur un sol ayant une faible permittivité, qu'elle soit positive ou négative. Cette décomposition du champ électromagnétique permet de séparer la part rayonnée en onde de surface de la part rayonnée en onde de ciel.

Dans le troisième chapitre de la thèse, on s'est intéressé au comportement du champ électrique le long d'une transition entre deux milieux. Deux pistes ont été explorées. La première est définie par une transition abrupte entre les deux milieux et la deuxième, par une transition graduelle entre ceux-ci. On a montré ainsi que le champ électrique, à travers une transition, même d'un métamatériau à un sol classique, reste conforme, à grande distance, à la théorie de Millington et que l'augmentation de l'amplitude du champ électrique grâce au métamatériau devrait être conservée tout au long de la

propagation.

Le dernier chapitre de cette thèse a porté sur une campagne de mesures permettant de valider les travaux. Elle a été réalisée dans le cadre d'un projet de recherche interne à l'Onera. Comme les dimensions des éléments rayonnant aux fréquences HF sont importantes, il est difficile de les placer dans une chambre anéchoïque pour les caractériser. C'est pour cela que l'étude expérimentale a été menée aux fréquences UHF, sur une maquette réalisée après application du principe de similitude.

Finalement, ces travaux de thèse ont permis de répondre aux deux principales interrogations, concernant l'ajout d'un métamatériau devant les antennes d'émission du radar. Dans le cas du RHFOS, la rupture d'impédance apparaissant entre le métamatériau et la mer ne crée pas de diffraction. L'augmentation de l'amplitude de l'onde de surface, apportée par l'insertion du métamatériau, devrait être conservée tout au long de la propagation. Ces éléments ont été démontrés de façon théorique dans les chapitres 2 et 3 et de manière pratique dans le chapitre 4. De plus, l'ajout d'une transition entre les deux milieux a pour effet d'augmenter l'amplitude du champ électrique et d'élargir la bande de fonctionnement du métamatériau.

Perspectives

Il est possible pour la suite des travaux de compléter les différentes études des chapitres 2, 3 et 4.

Dans le chapitre 2, une extension de la formulation prenant en considération une interface non plane (mer formée, par exemple) pourrait être envisagée en utilisant comme point de départ la formulation de l'impédance de surface du deuxième ordre et les travaux de Rytov [39]. Pour cela il faudra commencer par prendre en compte une surface de terre courbe.

Dans le cas où les antennes d'émission du RHFOS seraient localisées en bordure de falaises (comme c'est le cas pour l'installation actuelle du radar de l'Onera sur l'île du Levant), il serait intéressant d'étudier la propagation des ondes électromagnétiques à travers une discontinuité géométrique entre les milieux. On pourra retenir comme point de départ les travaux de Johansen [20]. Il détermine la propagation d'une onde de surface à travers deux plans semi-infinis reliés par une marche, représentant la discontinuité

géométrique. L'idée serait, dans un premier temps, de remplacer l'impédance utilisée par une condition d'impédance du deuxième ordre, prenant en compte les milieux à faible permittivité. Dans un deuxième temps, afin de prendre en compte le métamatériau, il faudrait vérifier la possibilité d'utiliser ou d'adapter cette formulation avec un sol ayant une partie réelle de la permittivité négative.

La principale suite de ces travaux portera sur la réalisation à l'échelle 1 d'un prototype de métamatériau permettant la création et la propagation d'une forte onde de surface. En effet, toutes les mesures sur les différents métamatériaux ont permis de déterminer le fonctionnement des structures. Un point important dans cette réalisation portera sur l'encombrement du dispositif où une réalisation avec une technologie planaire est envisagée. Sur ce point, des mesures à échelle réduite ont déjà été réalisées et donneront lieu à de futures publications.

Enfin, dans la conception du nouveau système, il sera sûrement nécessaire de prendre en compte les interactions et de mener une optimisation conjointe entre les antennes d'émission et le métamatériau.

Condition d'impédance du premier ordre

A.1 Condition d'impédance en fonctions des composantes normales

En l'absence de charge, la divergence du champ électrique est nulle :

$$\operatorname{div}\vec{E} = 0$$

Dans le milieu 1, cela conduit à la relation :

$$\frac{\partial E_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial E_{y1}}{\partial y} + \frac{\partial E_{z1}}{\partial z} = 0$$

et dans le milieu 2 :

$$\frac{\partial E_{x2}}{\partial x} + \frac{\partial E_{y2}}{\partial y} + \frac{\partial E_{z2}}{\partial z} = 0$$

La continuité des composantes tangentielles du champ électrique se traduit par les équations :

$$E_{x1} = E_{x2}$$

$$\frac{\partial E_{x1}}{\partial x} = \frac{\partial E_{x2}}{\partial x}$$

$$E_{y1} = E_{y2}$$

$$\frac{\partial E_{y1}}{\partial y} = \frac{\partial E_{y2}}{\partial y}$$

On en déduit pour la composante normale :

$$\frac{\partial E_{z1}}{\partial z} = \frac{\partial E_{z2}}{\partial z} \tag{A.1}$$

L'équation de Helmholtz dans le milieu 2 s'écrit sous la forme :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \underline{\varepsilon}_r \right) E_{z2} = 0$$

En choisissant $\underline{\varepsilon}_r > 10$, on néglige les composantes x et y par rapport à la composante selon z et on obtient donc l'approximation suivante :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \underline{\varepsilon}_r \right) E_{z2} = 0$$

dont une solution possible est :

$$E_{z2} = Ae^{ik_0nz} + Be^{-ik_0nz}$$

avec $A = 0$ pour ne pas avoir de champ électrique infini quand z tend vers l'infini, on a maintenant :

$$E_{z2} = Be^{-ik_0nz} \quad (\text{A.2})$$

On dérive maintenant (A.2) par rapport à z et on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} E_{z2} = -ik_0nE_{z2} \quad (\text{A.3})$$

On est capable de lier la composante normale du champ électrique dans le milieu 1 et celle dans le milieu 2, on obtient ainsi :

$$E_{z2} = \frac{1}{\underline{\varepsilon}_r} E_{z1} \quad (\text{A.4})$$

On en déduit d'après (A.1)(A.3) et (A.4) l'expression de la condition d'impédance avec la composante normale du champ électrique :

$$\frac{\partial E_{z1}}{\partial z} = -\frac{ik_0}{n} E_{z1} \quad (\text{A.5})$$

De la même manière, on obtient la condition d'impédance avec la composante normale du champ magnétique :

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial z} = -ik_0nH_{z1} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Condition d'impédance en fonctions des composantes tangentielles

La divergence du champ électrique, dans le milieu 1, est nulle, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{\partial E_{z1}}{\partial z} = -\frac{\partial E_{x1}}{\partial x} - \frac{\partial E_{y1}}{\partial y} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial H_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x1}}{\partial y} = -i\omega\varepsilon_0 E_{z1}$$

Le rotationnel du champ magnétique, dans le milieu 2, sans source, donne :

$$E_{z1} = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x1}}{\partial y} \right) \quad (\text{A.8})$$

On remplace (A.7) et (A.8) dans (A.5) et on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_{x1}}{\partial x} - \frac{\partial E_{y1}}{\partial y} &= +\frac{ik_0}{n} \frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x1}}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

où $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ est l'impédance du vide.

De la même manière que précédemment, la divergence du champ magnétique est nulle, ce qui donne :

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial z} = -\frac{\partial H_{x1}}{\partial x} - \frac{\partial H_{y1}}{\partial y} \quad (\text{A.10})$$

Le rotationnel du champ électrique a pour expression :

$$H_{z1} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \left(\frac{\partial E_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial E_{x1}}{\partial y} \right) \quad (\text{A.11})$$

En ajoutant (A.10) et (A.11) dans (A.6), on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial H_{x1}}{\partial x} - \frac{\partial H_{y1}}{\partial y} &= -ik_0 n \frac{1}{i\omega\mu_0} \left(\frac{\partial E_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial E_{x1}}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

On dérive maintenant (A.9) par rapport à x et (A.12) par rapport à y et on obtient

la paire d'équations suivantes :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) = \frac{\partial}{\partial y \partial x} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) = -\frac{\partial}{\partial x \partial y} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \quad (\text{A.14})$$

Pour obtenir la deuxième paire d'équations, on dérive (A.9) par rapport à y et (A.12) par rapport à x et on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) \quad (\text{A.16})$$

On ajoute (A.13) et (A.14) ce qui permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(-E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1} \right) = 0 \quad (\text{A.17})$$

et on soustrait (A.16) à (A.15), d'où :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1} \right) = 0 \quad (\text{A.18})$$

Ces deux équations peuvent être écrites de la façon générale suivante :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{A.19})$$

où $\phi = -E_{x1} - \frac{Z_0}{n} H_{y1}$ ou $\phi = E_{y1} - \frac{Z_0}{n} H_{x1}$

L'équation (A.19) peut être résolue en utilisant la méthode de séparation des variables avec $\phi(x, y) = \phi_1(x)\phi_2(y)$ ce qui permet d'obtenir la paire d'équations suivante :

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + a^2 \phi_1 = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} - a^2 \phi_2 = 0 \quad (\text{A.21})$$

Les deux solutions sont les suivantes :

$$\phi_1 = A_1 e^{iax} + B_1 e^{-iax} \quad (\text{A.22})$$

A.2. Condition d'impédance en fonctions des composantes tangentielles 121

$$\phi_2 = A_2 e^{ay} + B_2 e^{-ay} \quad (\text{A.23})$$

Si $a \in \mathbb{C}$ on a $A_1 = B_1 = 0$ et si $a \in \mathbb{R}$ on a $A_2 = B_2 = 0$. Dans tous les cas, on a donc $\phi_1 = \phi_2 = 0$ et donc $\phi = 0$. Les deux conditions s'écrivent donc :

$$E_{x1} = -\frac{Z_0}{n} H_{y1} \quad (\text{A.24})$$

$$E_{y1} = \frac{Z_0}{n} H_{x1} \quad (\text{A.25})$$

Condition d'impédance du deuxième ordre

Dans cette annexe, on va faire le lien entre la condition d'impédance du premier ordre, la condition d'impédance du deuxième ordre et la condition générale, données respectivement par les équations (2.60), (2.62) et (2.64). On partira de cette dernière pour retrouver les deux autres. Au début de cette annexe, on développera les équations nécessaires à l'expression de la condition d'impédance.

B.1 Équations intermédiaires

En l'absence de charge, la divergence du champ électrique est nulle et elle s'écrit :

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = - \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) \quad (\text{B.1})$$

En l'absence de source, le rotationnel du champ magnétique est :

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E}$$

où, en le développant, on obtient pour la composante E_z du champ électrique la forme suivante :

$$E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (\text{B.2})$$

L'équation de Helmholtz sur la composante E_z du champ électrique dans l'air s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k_0^2 E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = - \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k_0^2 E_z \right) \quad (\text{B.3})$$

B.2 Condition

La condition générale selon la composante E_z est :

$$\sum_{m=0}^N \frac{a_m}{(ik_0)^m} \frac{\partial^m}{\partial z^m} E_z(x, z) = 0, \quad z = 0 \quad (\text{B.4})$$

et la condition générale selon la composante H_z est :

$$\sum_{m=0}^N \frac{a'_m}{(ik_0)^m} \frac{\partial^m}{\partial z^m} H_z(x, z) = 0, \quad z = 0 \quad (\text{B.5})$$

En prenant $N = 2$ dans (B.4), on obtient :

$$\begin{aligned} a_0 E_z + \frac{a_1}{ik_0} \frac{\partial E_z}{\partial z} + \frac{a_2}{(ik_0)^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} &= 0 \\ (ik_0)^2 a_0 E_z + ik_0 a_1 \frac{\partial E_z}{\partial z} + a_2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$ik_0 a_1 \frac{\partial E_z}{\partial z} = -a_2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - (ik_0)^2 a_0 E_z$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{ia_2}{k_0 a_1} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \frac{ik_0 a_0}{a_1} E_z$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = ik_0 \left[\frac{a_2}{k_0^2 a_1} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \frac{a_0}{a_1} E_z \right]$$

En utilisant (B.1) et (B.3) dans l'équation précédente on obtient :

$$-\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = ik_0 \left[-\frac{a_2}{k_0^2 a_1} \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k_0^2 E_z \right) - \frac{a_0}{a_1} E_z \right]$$

$$-\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = ik_0 \left[-\frac{a_2}{k_0^2 a_1} \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} \right) - \frac{a_2}{a_1} E_z - \frac{a_0}{a_1} E_z \right]$$

Et en utilisant (B.2), on obtient :

$$-\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = ik_0 \left[-\frac{a_2}{k_0^2 a_1} \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} \right) + \frac{a_2 + a_0}{i\omega \varepsilon_0 a_1} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{B.7})$$

En séparant les dérivées partielles selon x et y , on arrive à l'équation suivante :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[E_x + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial x} + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[E_y + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial y} - Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_x \right] \quad (\text{B.8})$$

où Z_0 est l'impédance du vide égale à $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

De la même manière, il est possible d'exprimer une condition générale selon la composante normale du champ magnétique. Si on prend $N = 2$ d'après (B.5), on obtient :

$$a'_0 H_z + \frac{a'_1}{ik_0} \frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{a'_2}{(ik_0)^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = 0$$

En utilisant, comme pour le champ électrique E_z , la divergence du champ magnétique, le rotationnel du champ électrique et l'expression de l'équation de Helmholtz en H_z , on arrive à l'équation suivante :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[H_x + \frac{a'_2}{ik_0 a'_1} \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{1}{Z_0} \left(\frac{a'_0 + a'_2}{a'_1} \right) E_y \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[H_y + \frac{a'_2}{ik_0 a'_1} \frac{\partial H_z}{\partial y} + \frac{1}{Z_0} \left(\frac{a'_0 + a'_2}{a'_1} \right) E_x \right] \quad (\text{B.9})$$

En choisissant $a_2 = a'_2 = 0$ ce qui est le cas quand on choisit $N = 1$ au départ, on retrouve directement dans les équations (B.8) et (B.9) la forme des deux équations (A.13) et (A.14) de l'annexe A pour le développement de la condition d'impédance du premier ordre sous réserve d'avoir :

$$\frac{a_0 + a_2}{a_1} = \frac{a'_1}{a'_0 + a'_2} \quad (\text{B.10})$$

En multipliant (B.9) par $Z_0 \frac{a'_1}{a'_0 + a'_2}$, on obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[-Z_0 \left(\frac{a'_1}{a'_0 + a'_2} \right) H_x - Z_0 \frac{a'_2}{ik_0 (a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} + E_y \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left[Z_0 \left(\frac{a'_1}{a'_0 + a'_2} \right) H_y + Z_0 \frac{a'_2}{ik_0 (a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial y} + E_x \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[E_y - Z_0 \frac{a'_2}{ik_0 (a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} - Z_0 \left(\frac{a'_1}{a'_0 + a'_2} \right) H_x \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left[E_x + Z_0 \frac{a'_2}{ik_0 (a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial y} + Z_0 \left(\frac{a'_1}{a'_0 + a'_2} \right) H_y \right] \end{aligned}$$

On ajoute maintenant (B.10) dans l'équation précédente pour avoir :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[E_y - Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} - Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_x \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left[E_x + Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial y} + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

On dérive maintenant (B.8) par rapport à x et (B.11) par rapport à y et on les soustrait ce qui permet d'obtenir l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left[E_x + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial x} + Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right] = 0 \quad (\text{B.12})$$

De la même manière, on dérive (B.8) par rapport à y et (B.11) par rapport à x et on les ajoute ce qui permet d'obtenir l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left[E_y - Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_x + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial y} - Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] = 0 \quad (\text{B.13})$$

Le couple d'équations (B.12) et (B.13) est similaire à celui de l'annexe A où l'équation à résoudre est de la forme (A.19) avec comme solution $\phi = 0$, ce qui donne pour les deux équations :

$$\begin{aligned} E_x + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial x} + Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial y} &= 0 \\ E_y - Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_x + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial y} - Z_0 \frac{a'_2}{ik_0(a'_0 + a'_2)} \frac{\partial H_z}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

La condition d'impédance du deuxième ordre en fonction des composantes tangentielles dans le cas de la propagation d'une onde TM s'écrit donc comme :

$$E_x + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y + \frac{a_2}{ik_0 a_1} \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.14})$$

où d'après le chapitre 2, on a $H_x = H_z = E_y = 0$. En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère, on est capable d'écrire la composante du champ magnétique en fonction de chacune des composantes du champ électrique sous la forme :

$$E_x = \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

$$E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

En les remplaçant dans l'équation (B.14), on obtient :

$$\frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z} + Z_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) H_y + \frac{a_2}{\omega\varepsilon_0 k_0 a_1} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = 0$$

$$\left(\frac{ia_2}{k_0 a_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} + ik_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right) \right) H_y = 0$$

On retrouve bien l'équation (2.62) correspondant à une condition d'impédance du deuxième ordre et qui s'écrit finalement :

$$\left(\Lambda_{s2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} + \lambda_s \right) H_y = 0$$

où $\Lambda_{s2} = \frac{ia_2}{k_0 a_1}$ et $\lambda_s = ik_0 \left(\frac{a_0 + a_2}{a_1} \right)$.

Résolution de l'équation de Helmholtz

Dans cette annexe, on détaillons le calcul de l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques. Elle s'écrit comme :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial \rho_e} + \frac{1}{\rho_e^2} \frac{\partial^2}{\partial \psi_e^2} + k_0^2 \right) v(\rho_e, \psi_e) = 0 \quad (\text{C.1})$$

Pour résoudre l'équation d'onde, on réalise une décomposition des variables avec $v(\rho_e, \psi) = R(\rho_e) \phi(\psi_e)$. L'équation est maintenant sous la forme :

$$\phi(\psi_e) \frac{\partial^2 R(\rho_e)}{\partial \rho_e^2} + \frac{\phi(\psi_e)}{\rho_e} \frac{\partial R(\rho_e)}{\partial \rho_e} + \frac{R(\rho_e)}{\rho_e^2} \frac{\partial^2 \phi(\psi_e)}{\partial \psi_e^2} + k_0^2 R(\rho_e) \phi(\psi_e) = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{1}{R(\rho_e)} \left(\frac{\partial^2 R(\rho_e)}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial R(\rho_e)}{\partial \rho_e} \right) + \frac{1}{\rho_e^2 \phi(\psi_e)} \frac{\partial^2 \phi(\psi_e)}{\partial \psi_e^2} + k_0^2 = 0$$

$$\frac{\rho_e^2}{R(\rho_e)} \left(\frac{\partial^2 R(\rho_e)}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial R(\rho_e)}{\partial \rho_e} \right) + \frac{1}{\phi(\psi_e)} \frac{\partial^2 \phi(\psi_e)}{\partial \psi_e^2} + k_0^2 \rho_e^2 = 0 \quad (\text{C.3})$$

La première équation selon $\phi(\psi_e)$ est :

$$\frac{1}{\phi(\psi_e)} \frac{\partial^2 \phi(\psi_e)}{\partial \psi_e^2} = -\nu^2 \quad (\text{C.4})$$

Après la résolution, on retrouve l'équation (2.70) :

$$\phi(\psi_e) = A \cos(\nu \psi_e) + B \sin(\nu \psi_e)$$

En remplaçant (C.4) dans (C.3), on obtient l'équation à calculer selon $R(\rho_e)$:

$$\frac{\rho_e^2}{R(\rho_e)} \left(\frac{\partial^2 R(\rho_e)}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial R(\rho_e)}{\partial \rho_e} \right) - \nu^2 + k_0^2 \rho_e^2 = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 R(\rho_e)}{\partial \rho_e^2} + \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial R(\rho_e)}{\partial \rho_e} \right) + R(\rho_e) \left(k_0^2 - \frac{\nu^2}{\rho_e^2} \right) = 0$$

On effectue le changement de variable $\rho_e = k_0 \rho_e$ ce qui permet d'avoir :

$$\left(\frac{\partial^2 R(k_0 \rho_e)}{\partial (k_0 \rho_e)^2} + \frac{1}{k_0 \rho_e} \frac{\partial R(k_0 \rho_e)}{\partial (k_0 \rho_e)} \right) + \left(1 - \frac{\nu^2}{(k_0 \rho_e)^2} \right) R(k_0 \rho_e) = 0$$

$$(k_0 \rho_e)^2 \frac{\partial^2 R(k_0 \rho_e)}{\partial (k_0 \rho_e)^2} + k_0 \rho_e \frac{\partial R(k_0 \rho_e)}{\partial (k_0 \rho_e)} + ((k_0 \rho_e)^2 - \nu^2) R(k_0 \rho_e) = 0 \quad (\text{C.5})$$

On reconnaît dans l'équation précédente une équation de Bessel. Une solution possible est la fonction de Hankel et on retrouve l'équation (2.71) :

$$R(k_0 \rho_e) = CH_\nu^{(1)}(k_0 \rho_e) + DH_\nu^{(2)}(k_0 \rho_e)$$

Intégration par parties

On va ici réaliser une intégration par parties pour déterminer l'expression du mode en ondes de ciel du champ magnétique :

L'équation à calculer, donnée par (2.75), est :

$$H_y^{(ciel)}(x, z) = -\frac{c_1}{k_0} e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) \right] d\eta \quad (\text{D.1})$$

On pose :

$$u = e^{\lambda_s \eta}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \lambda_s e^{\lambda_s \eta}$$

$$v = H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) \right]$$

avec

$$\int u \frac{\partial v}{\partial \eta} = [uv] - \int v \frac{\partial u}{\partial \eta}$$

L'équation D.1 devient :

$$H_y^{(ciel)}(x, z) = -\frac{c_1}{k_0} \left(+ \left[e^{-\lambda_s z} \lambda_s e^{\lambda_s z} H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) \right] \right) \quad (\text{D.2})$$

$$- \lambda_s e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_0^{(1)} \left(k_0 \sqrt{x^2 + \eta^2} \right) d\eta \quad (\text{D.3})$$

et on retrouve bien l'équation (2.75) :

$$H_y^{(ciel)}(x, z) = c_2 \left[+H_0^{(1)}(k_0 \rho_e) - \lambda_s e^{-\lambda_s z} \int_{-\infty}^z e^{\lambda_s \eta} H_0^{(1)}(k_0 \rho_\eta) d\eta \right] \quad (\text{D.4})$$

avec $c_2 = -\frac{c_1}{k_0}$.

Résolution analytique de $Q(\alpha)$

On va dans cette annexe développer un peu plus en détails le calcul de la fonction de transition représentée par l'intégrale $Q(\alpha)$. On se focalise ici sur la résolution de $Q_2(\alpha)$ et $Q_3(\alpha)$, la résolution de $Q_1(\alpha)$ étant détaillée dans le chapitre 3.

E.1 Intégrale $Q_2(\alpha)$

$$Q_2(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_0} e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2}^{\alpha_0/2} \gamma H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (\text{E.1})$$

1^{re} partie avec $\alpha < -\alpha_0/2$:

Changement de variable $u = \gamma - \alpha$

$$Q_{21}(\alpha) = C_2 e^{-i\alpha} \int_{-\alpha_0/2-\alpha}^{\alpha_0/2-\alpha} (u + \alpha) H_0^{(1)}(u) e^{i(u+\alpha)} du \quad (\text{E.2})$$

où $C_2 = \frac{1}{2\alpha_0}$. On sépare l'intégrale en deux parties ce qui donne :

$$Q_{21}(\alpha) = C_2 \int_{u_{01}}^{u_{12}} u H_0^{(1)}(u) e^{iu} du + C_2 \alpha \int_{u_{01}}^{u_{12}} H_0^{(1)}(u) e^{iu} du \quad (\text{E.3})$$

où la deuxième intégrale est identique à (3.16) et le résultat est donné par (3.19), ce qui donne ici :

$$Q_{212}(\alpha) = C_2 \left[\alpha u_{12} e^{+iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) - \alpha u_{01} e^{+iu_{01}} \left(H_0^{(1)}(u_{01}) - iH_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \quad (\text{E.4})$$

où $Q_{21}(\alpha) = Q_{211}(\alpha) + Q_{212}(\alpha)$. Pour la première intégrale, il est nécessaire d'utiliser l'équation (3.8), cela permet d'obtenir :

$$Q_{211}(\alpha) = C_2 \left[\frac{ue^{+iu}}{3} \left(uH_0^{(1)}(u) + (1 - iu)H_1^{(1)}(u) \right) \right]_{u_{01}}^{u_{12}} \quad (\text{E.5})$$

$$Q_{211}(\alpha) = C_2 \left[\frac{u_{12}e^{iu_{12}}}{3} \left(u_{12}H_0^{(1)}(u_{12}) + (1 - iu_{12})H_1^{(1)}(u_{12}) \right) - \frac{u_{01}e^{iu_{01}}}{3} \left(u_{01}H_0^{(1)}(u_{01}) + (1 - iu_{01})H_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \quad (\text{E.6})$$

L'expression analytique de l'intégrale $Q_2(\alpha)$ correspondant à la première partie est alors la somme de (E.4) et (E.6), ce qui donne :

$$Q_{21}(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_0} \left[+\alpha u_{12}e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) - \alpha u_{01}e^{iu_{01}} \left(H_0^{(1)}(u_{01}) - iH_1^{(1)}(u_{01}) \right) + \frac{u_{12}e^{iu_{12}}}{3} \left(u_{12}H_0^{(1)}(u_{12}) + (1 - iu_{12})H_1^{(1)}(u_{12}) \right) - \frac{u_{01}e^{iu_{01}}}{3} \left(u_{01}H_0^{(1)}(u_{01}) + (1 - iu_{01})H_1^{(1)}(u_{01}) \right) \right] \quad (\text{E.7})$$

2^e partie avec $-\alpha_0/2 < \alpha < +\alpha_0/2$:

Selon le même principe que pour l'intégrale $Q_1(\alpha)$, on va d'abord séparer l'intégrale en deux parties autour de zéro puis, selon le calcul de la première partie de l'intégrale $Q_2(\alpha)$, on va utiliser les deux équations d'équivalence pour la fonction de Hankel données par (3.7) et (3.8). L'expression analytique de l'intégrale $Q_2(\alpha)$ correspondant à la deuxième partie est alors :

$$Q_{22}(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_0} \left[+\alpha u_{23}e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) + \alpha u_{12}e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) - \frac{u_{23}e^{-iu_{23}}}{3} \left(u_{23}H_0^{(1)}(u_{23}) + (1 + iu_{23})H_1^{(1)}(u_{23}) \right) + \frac{u_{12}e^{iu_{12}}}{3} \left(u_{12}H_0^{(1)}(u_{12}) + (1 - iu_{12})H_1^{(1)}(u_{12}) \right) \right] \quad (\text{E.8})$$

3^e partie avec $\alpha > +\alpha_0/2$:

On donne directement le résultat de l'expression analytique de l'intégrale $Q_2(\alpha)$ correspondant à la troisième partie qui est :

$$\begin{aligned}
Q_{23}(\alpha) = & \frac{1}{2\alpha_0} \left[-\alpha u_{30} e^{-iu_{30}} \left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30}) \right) \right. \\
& + \alpha u_{23} e^{-iu_{23}} \left(H_0^{(1)}(u_{23}) + iH_1^{(1)}(u_{23}) \right) \\
& + \frac{u_{30} e^{-iu_{30}}}{3} \left(u_{30} H_0^{(1)}(u_{30}) + (1 + iu_{30}) H_1^{(1)}(u_{30}) \right) \\
& \left. - \frac{u_{23} e^{-iu_{23}}}{3} \left(u_{23} H_0^{(1)}(u_{01}) + (1 + iu_{23}) H_1^{(1)}(u_{23}) \right) \right] \quad (E.9)
\end{aligned}$$

E.2 Intégrale $Q_3(\alpha)$

$$Q_3(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha}}{2} \int_{\alpha_0/2}^{+\infty} H_0^{(1)}(|\gamma - \alpha|) e^{i\gamma} d\gamma \quad (E.10)$$

1^{re} et 2^e parties avec $\alpha < +\alpha_0/2$:

Pour le cas de l'intégrale $Q_3(\alpha)$, la première partie et la deuxième partie sont identiques et on effectue le changement de variable $u = \gamma - \alpha$

$$Q_{31}(\alpha) = Q_{32}(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha}}{2} \int_{\alpha_0/2 - \alpha}^{+\infty} H_0^{(1)}(u) e^{i(u+\alpha)} du \quad (E.11)$$

En utilisant (3.10), on obtient :

$$Q_{31}(\alpha) = Q_{32}(\alpha) = \frac{1}{2} \int_{u_{12}}^{+\infty} H_0^{(1)}(u) e^{iu} du \quad (E.12)$$

Et en utilisant l'expression (3.7), l'expression analytique de l'intégrale $Q_3(\alpha)$ correspondant à la première et deuxième parties est :

$$Q_{31}(\alpha) = Q_{32}(\alpha) = -\frac{1}{2} u_{12} e^{iu_{12}} \left(H_0^{(1)}(u_{12}) - iH_1^{(1)}(u_{12}) \right) \quad (E.13)$$

3^e partie avec $\alpha > +\alpha_0/2$:

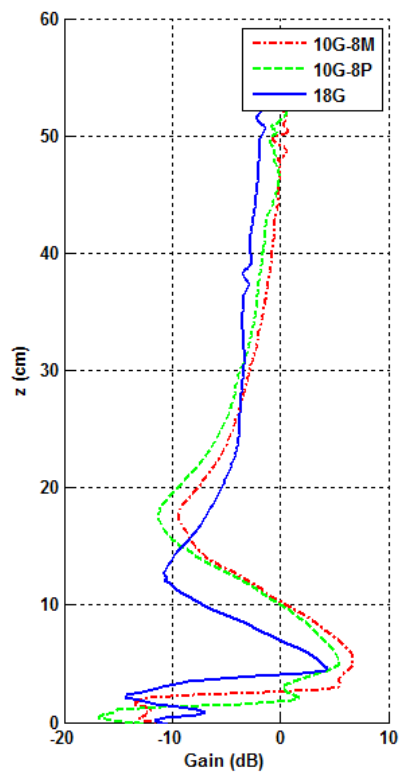
De la même manière et en utilisant le changement de variable $u = -\gamma + \alpha$, l'expression analytique de l'intégrale $Q_3(\alpha)$ correspondant à la troisième partie est :

$$Q_{33}(\alpha) = \frac{1}{2}u_{30}e^{-iu_{30}}\left(H_0^{(1)}(u_{30}) + iH_1^{(1)}(u_{30})\right) \quad (\text{E.14})$$

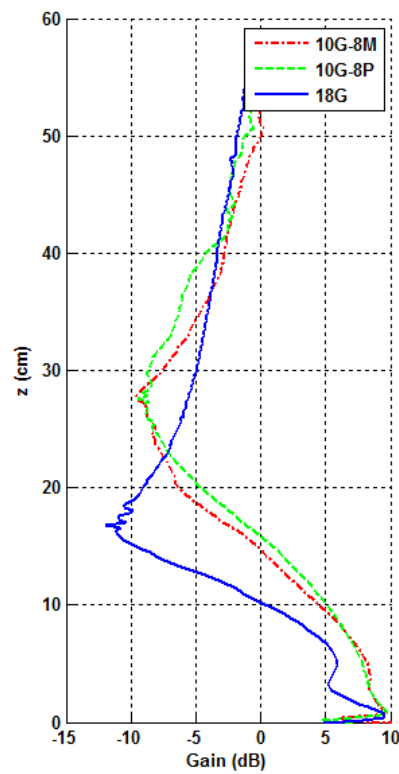
Les résultats finaux pour chacune des parties sont données par les équations (3.30), (3.31) et (3.32).

Mesures EMIR avec des bandes de film

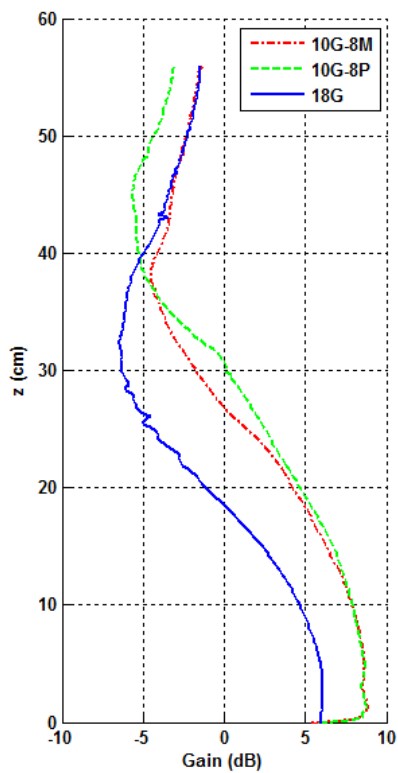




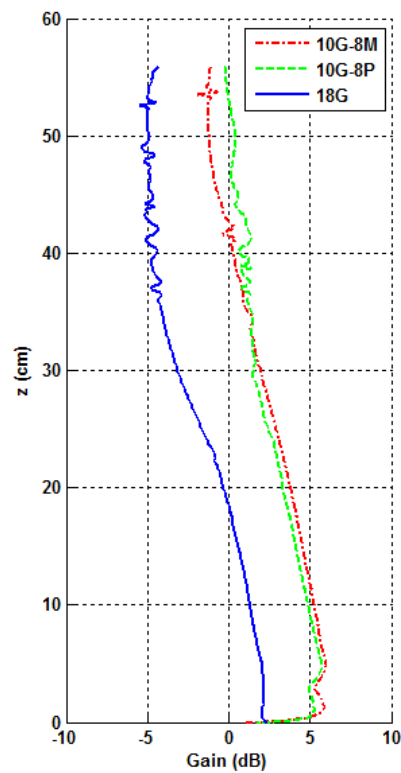
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

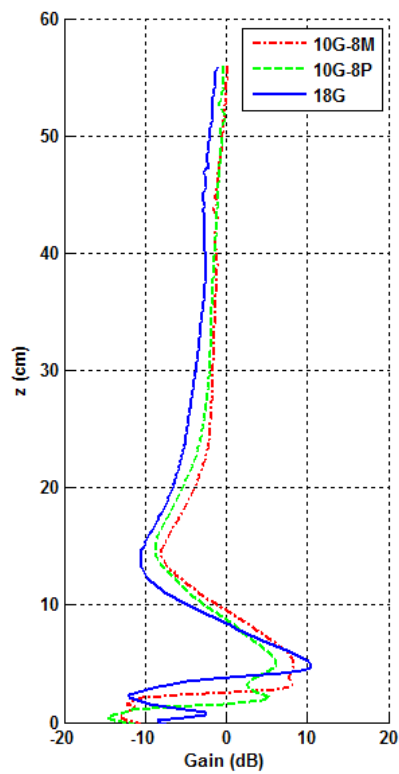


(c) Bande 3 (72 cm)

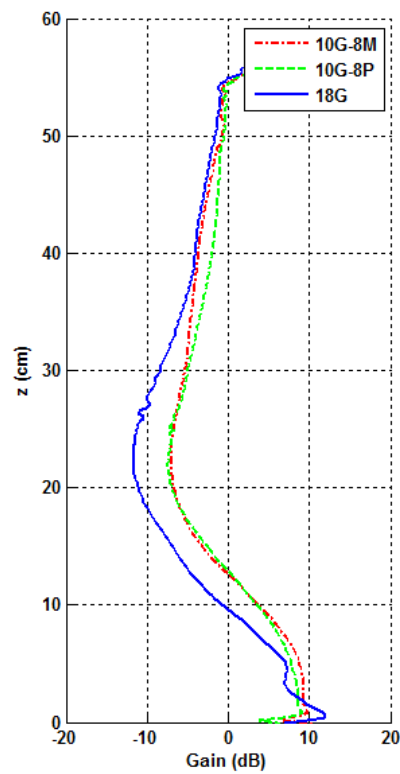


(d) Bande 4 (102 cm)

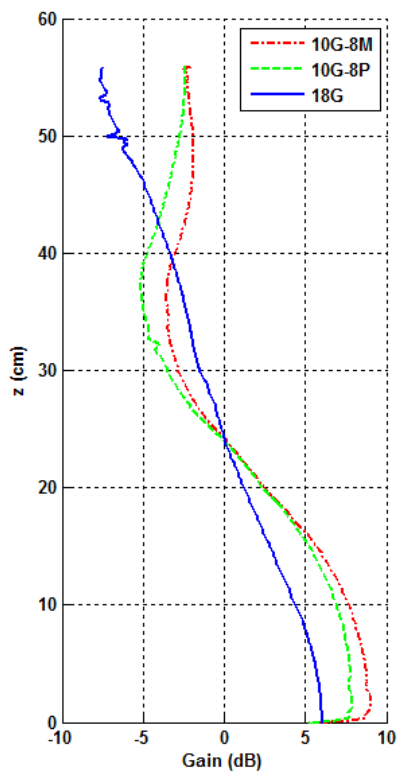
FIGURE F.1 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.26$ GHz.



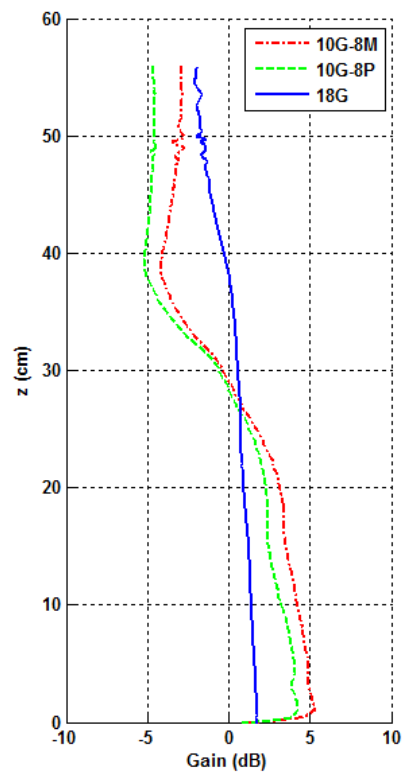
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

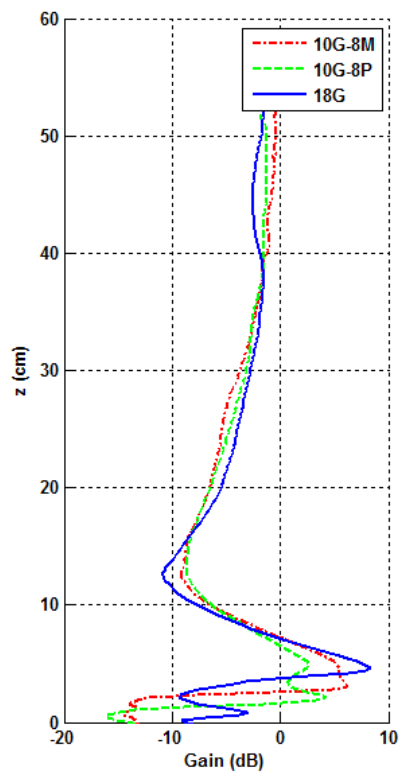


(c) Bande 3 (72 cm)

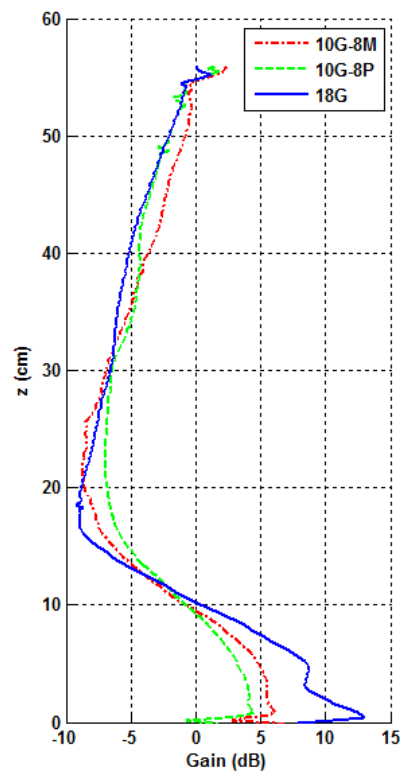


(d) Bande 4 (102 cm)

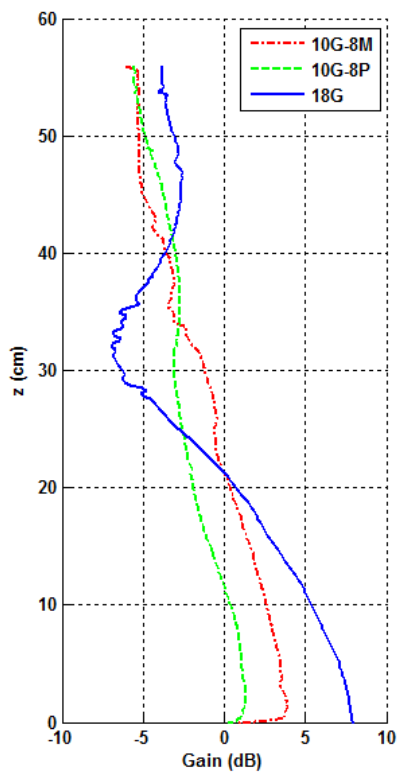
FIGURE F.2 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.42$ GHz.



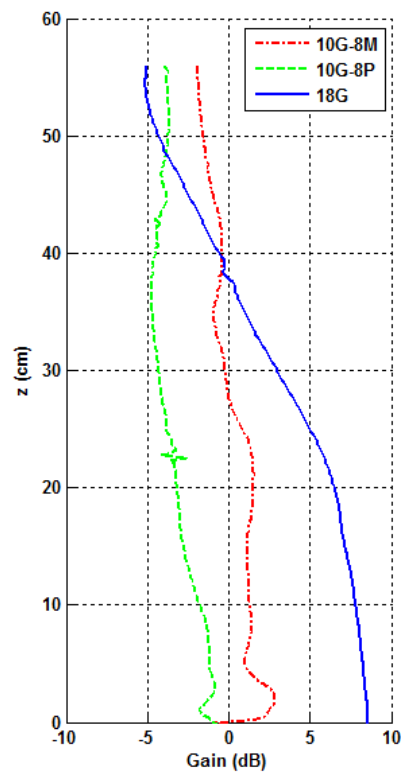
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

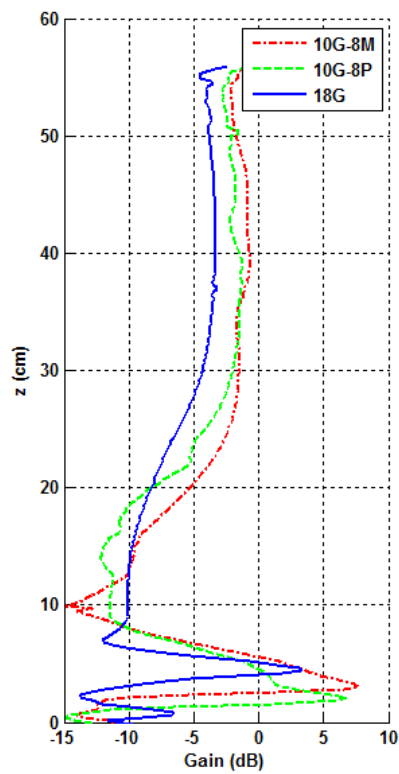


(c) Bande 3 (72 cm)

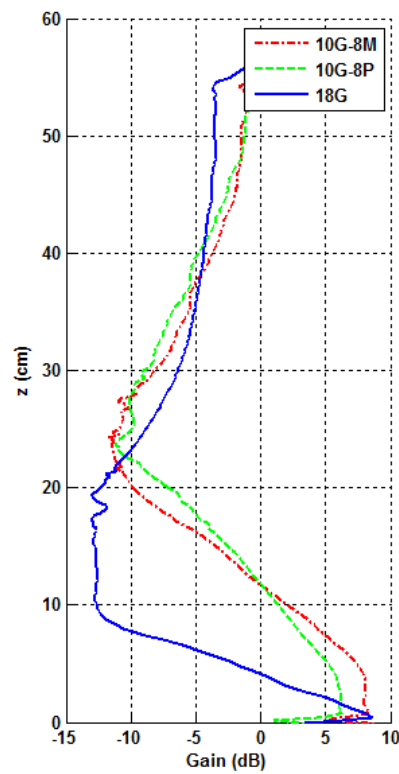


(d) Bande 4 (102 cm)

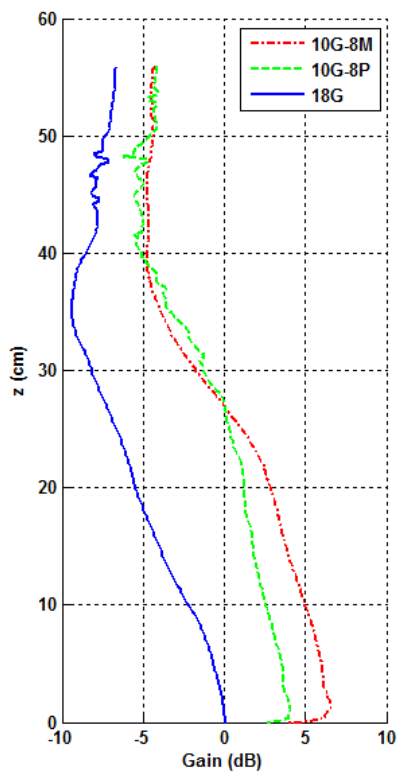
FIGURE F.3 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.56$ GHz.



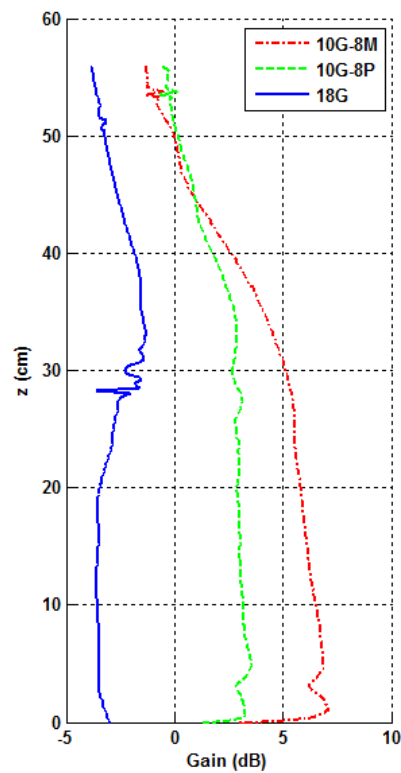
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

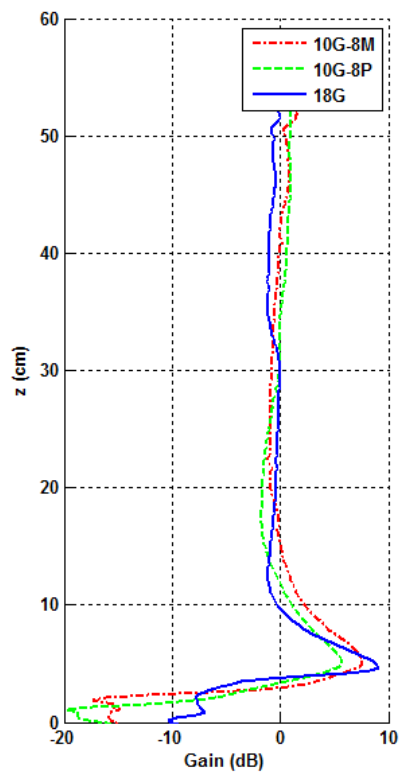


(c) Bande 3 (72 cm)

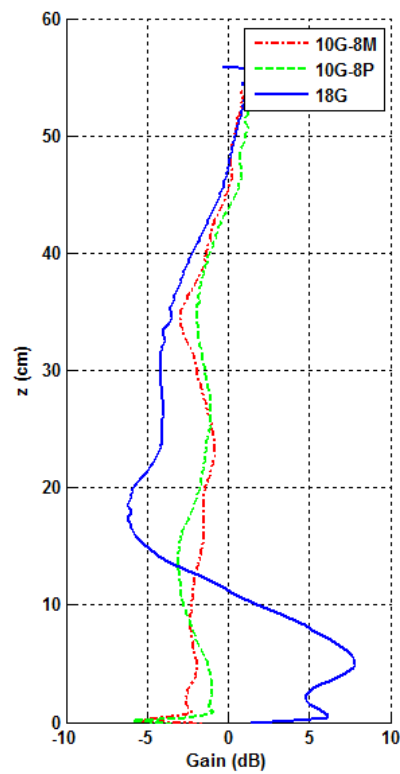


(d) Bande 4 (102 cm)

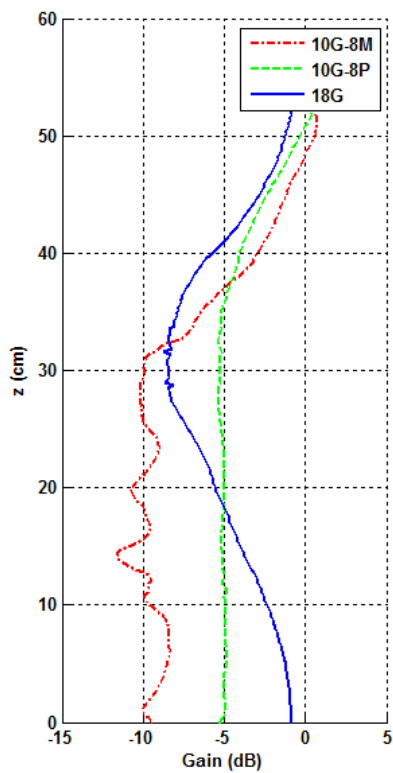
FIGURE F.4 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.68$ GHz.



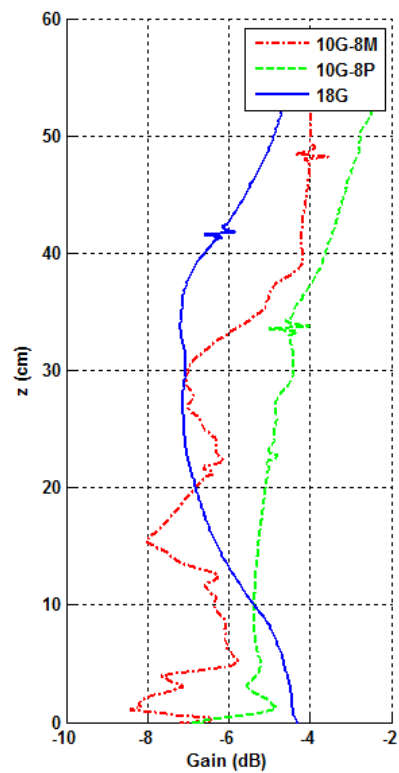
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)



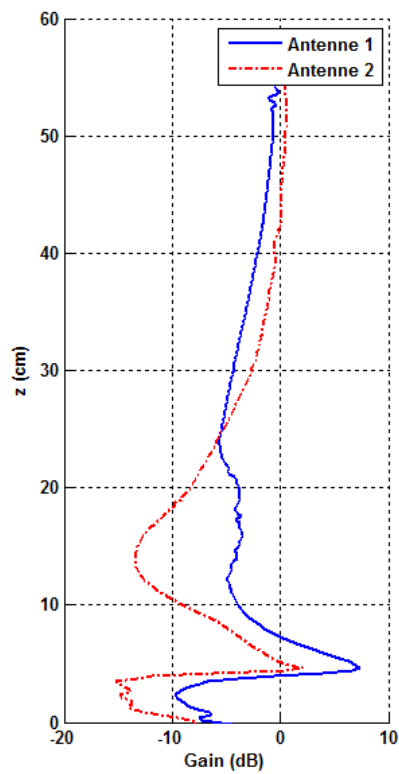
(c) Bande 3 (72 cm)



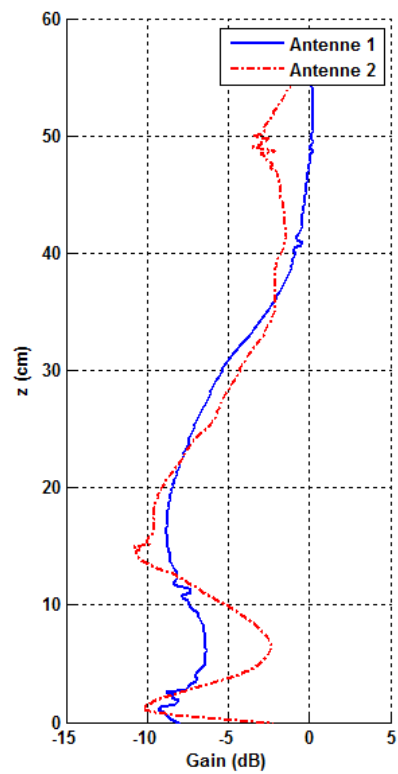
(d) Bande 4 (102 cm)

FIGURE F.5 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant trois structures à $f = 1.82$ GHz.

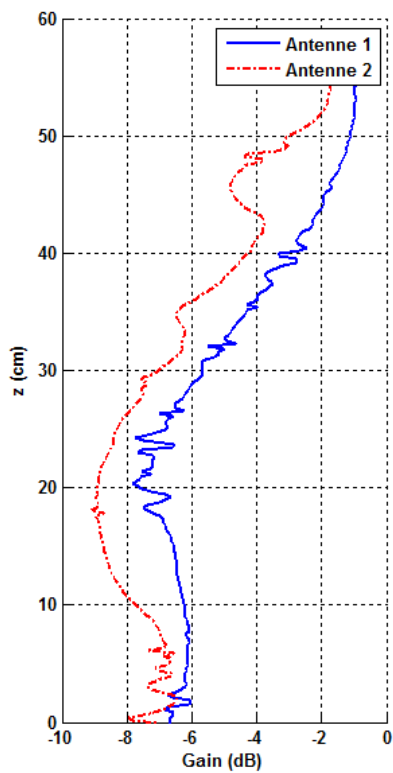
Effets de l'antenne



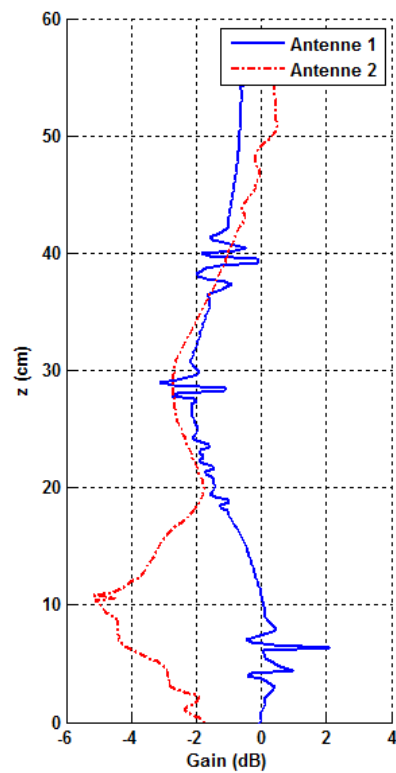
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

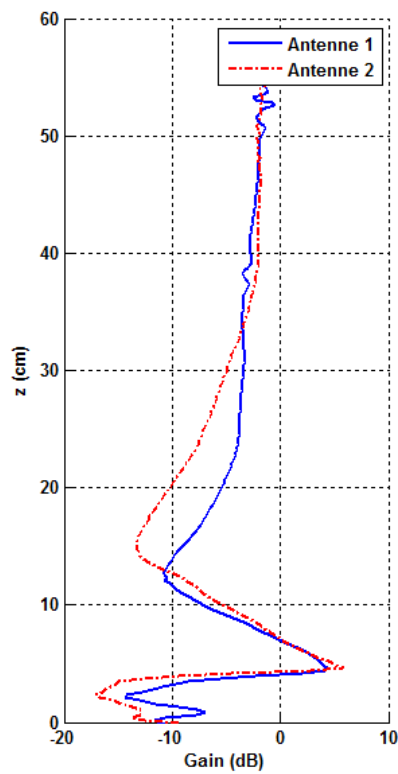


(c) Bande 3 (72 cm)

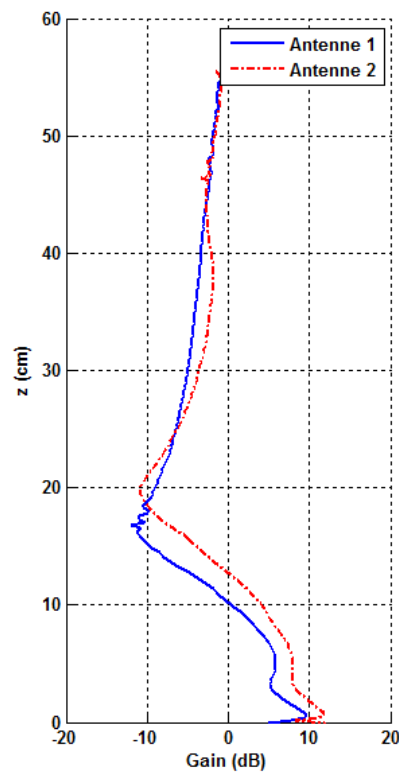


(d) Bande 4 (102 cm)

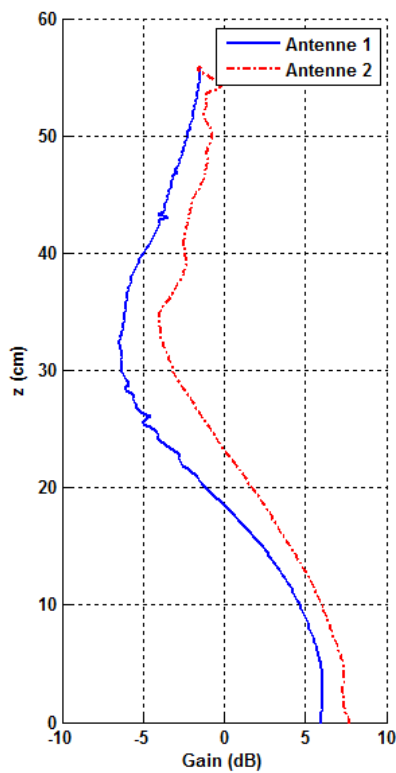
FIGURE G.1 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 0.95$ GHz.



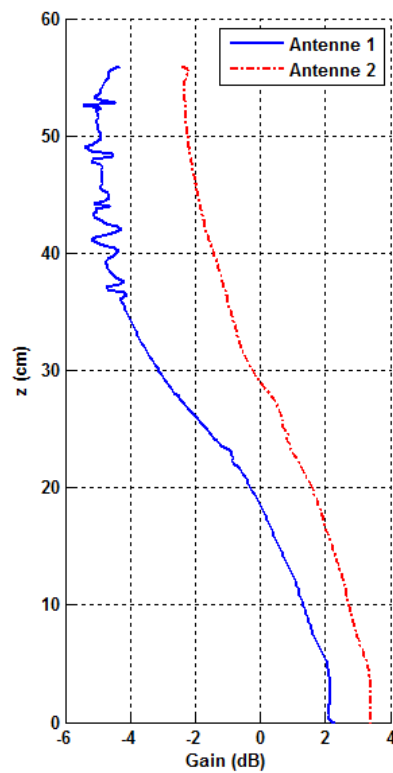
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

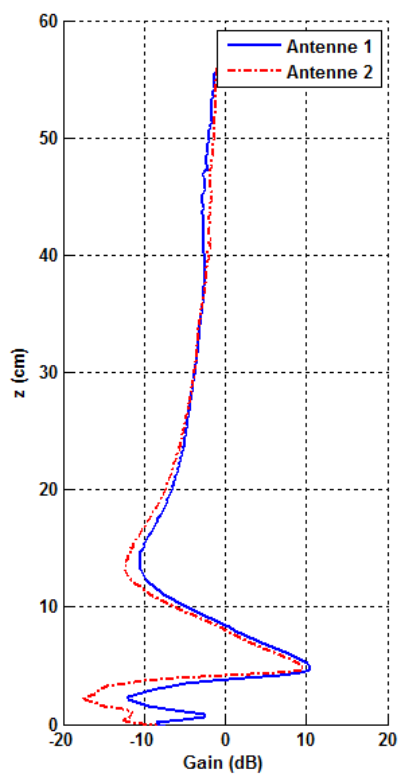


(c) Bande 3 (72 cm)

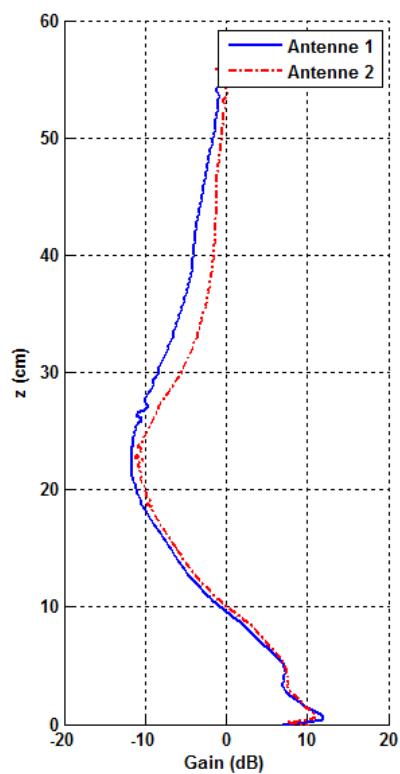


(d) Bande 4 (102 cm)

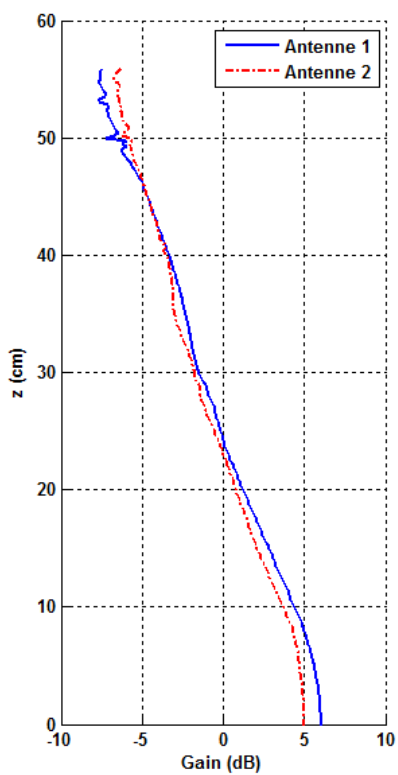
FIGURE G.2 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 1.26$ GHz.



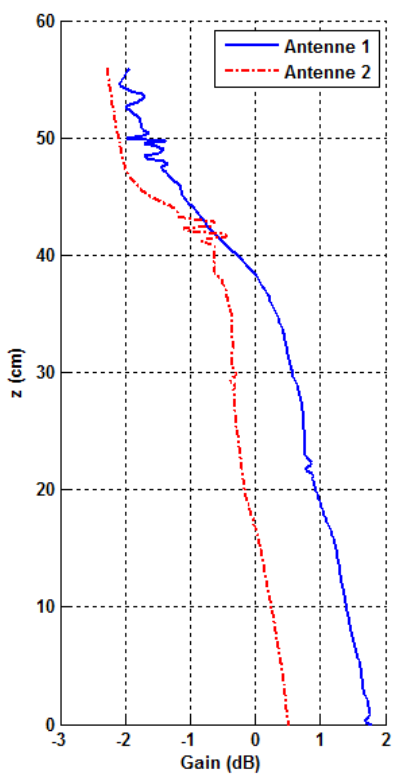
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

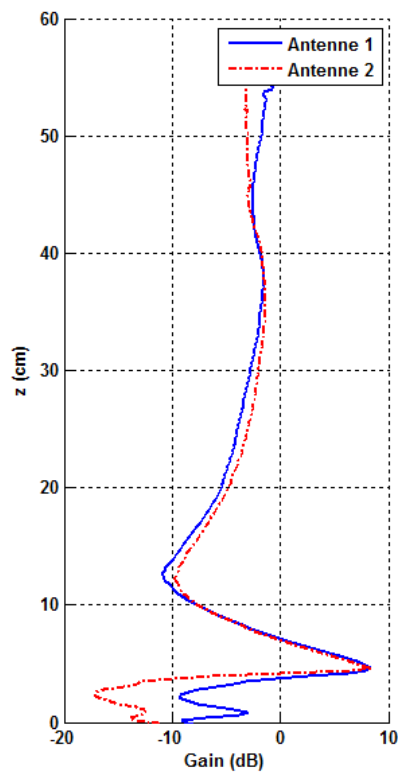


(c) Bande 3 (72 cm)

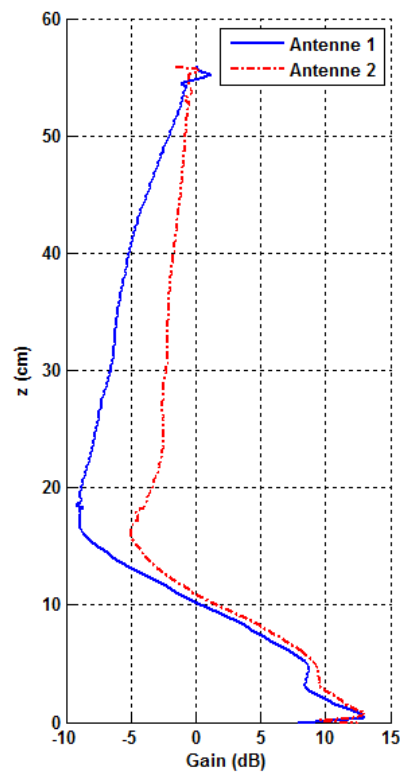


(d) Bande 4 (102 cm)

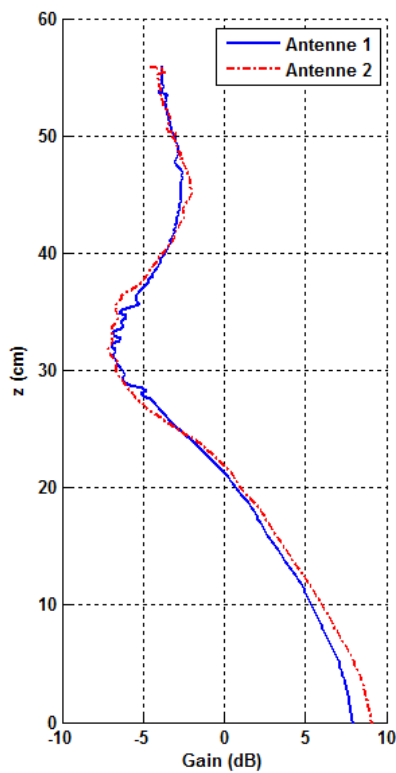
FIGURE G.3 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 1.42$ GHz.



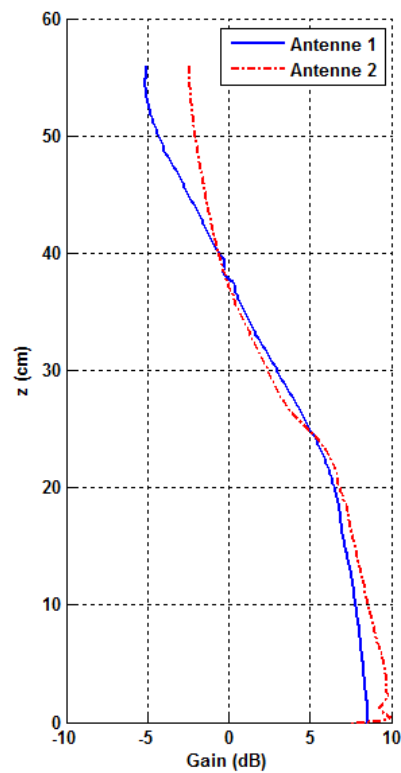
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)

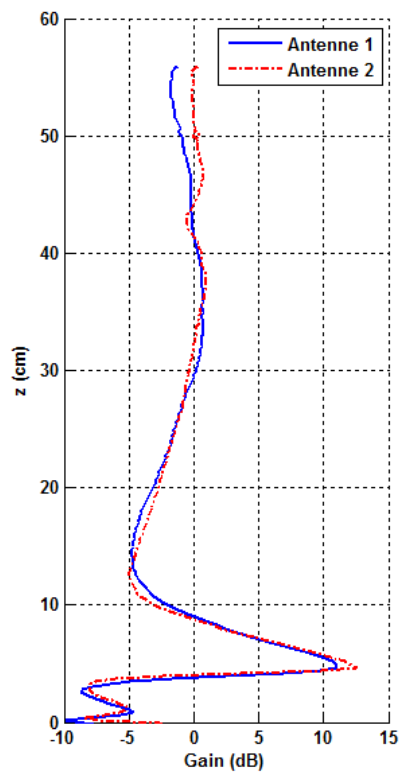


(c) Bande 3 (72 cm)

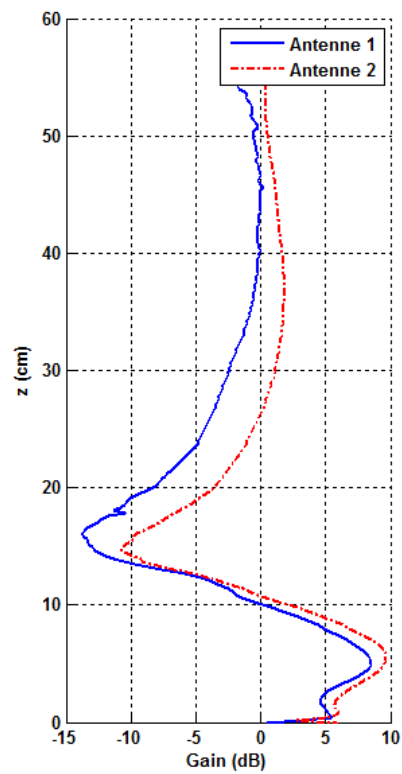


(d) Bande 4 (102 cm)

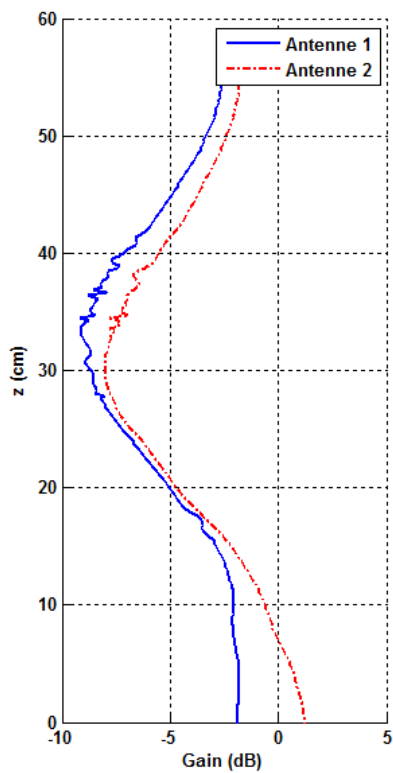
FIGURE G.4 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 1.56$ GHz.



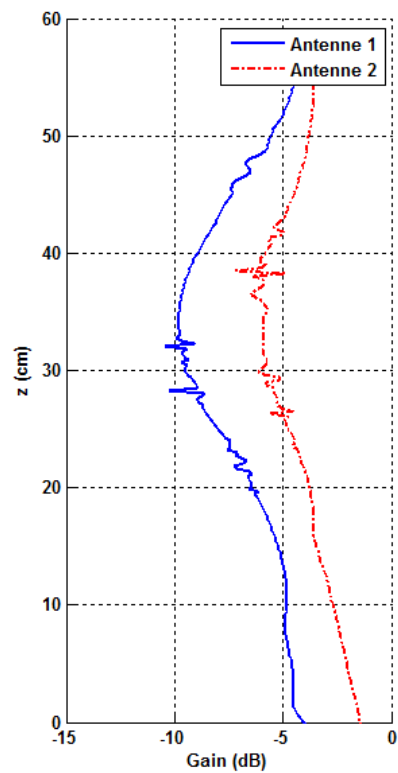
(a) Bande 1 (31 cm)



(b) Bande 2 (44 cm)



(c) Bande 3 (72 cm)



(d) Bande 4 (102 cm)

FIGURE G.5 – Mesures EMIR avec 4 bandes en utilisant deux antennes placées devant un métamatériau 18G à $f = 1.92$ GHz.

Publications

Conférences

F. Jangal and N. Bourey, "Enhance Efficiency of High Frequency Antennas using Lossy Metamaterials," International Symposium on Antennas and Propagation, ISAP 2012, Nagoya, Japan.

N. Bourey, F. Jangal, M. Darces and L. Petrillo, "Behaviour of Antenna Loaded with Periodic Structures in the High Frequency Band", Loughborough Antennas and Propagation Conference, LAPC 2012, Loughborough, UK

N. Bourey, F. Jangal, M. Darces and M. Hélier, "Enhancing Field Strength in HF Propagation by Using a Transition Between a Metamaterial and the Sea", European Conference on Antennas and Propagations, EUCAP 2013, Gothenburg, Sweden

F. Jangal, P. Dorey, M. Menelle and N. Bourey, "HF Radars and HF Propagations Simulations", European Conference on Antennas and Propagations, EUCAP 2013, Gothenburg, Sweden

N. Bourey, M. Darces, F. Jangal and M. Hélier, "Amélioration de l'excitation d'une onde de surface de radar HF", Journées Nationales Micro-ondes, JNM 2013, Paris

Revue à comité de lecture

En cours de soumission

N. Bourey, M. Darces, F. Jangal, M. Hélier and Ph. Pouliguen, Surface Impedance Conditions for ground with low refractive index

F. Jangal, N. Bourey, M. Darces, L. Petrillo, F. Issac, D. Prost, B. Urbani and M. Hélier, Existence of Zenneck Surface Waves

Bibliographie

- [1] “Courbes de propagation de l’onde de sol entre 10 kHz et 30 MHz,” Recommandation UIT-R P.368-7. (Cité en page 63.)
- [2] National oceanic and atmospheric administration. [Online]. Available : <http://www.noaa.gov/> (Cité en page 2.)
- [3] Surveillance maritime intégrée. [Online]. Available : http://ec.europa.eu/maritimeaffairs/policy/integrated_maritime_surveillance/index_fr.htm (Cité en page 2.)
- [4] Théorème de compensation. [Online]. Available : <http://www.electropedia.org/iev/iev.nsf/display?openform&ievref=131-15-15> (Cité en page 11.)
- [5] N. G. Alexopoulos and G. A. Tadler, “Unknown title,” Journal of Applied Physics, vol. 46, no. 8, pp. 3326–3332, August 1975. (Cité en page 10.)
- [6] M. Ayub, M. Ramzan, and A. B. Mann, “Line source and point source diffraction by a reactive step,” Journal of Modern Optics, vol. 56, no. 7, pp. 893–902, April 2009. (Cité en page 12.)
- [7] C. Bourlier and G. Kubické, “Ground wave propagation along an inhomogeneous rough surface in the HF band : Millington effect for a flat earth,” IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 49, no. 4, pp. 1374–1382, April 2011. (Cité en page 12.)
- [8] A. Büyükaksoy and F. Birbir, “Plane wave diffraction by an impedance step,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 41, no. 8, pp. 1160–1164, August 1993. (Cité en page 12.)
- [9] C. Caloz and T. Itoh, Electromagnetic Metamaterials. Wiley, 2006. (Cité en page 86.)
- [10] P. C. Clemmow, “Radio propagation over a flat earth across a boundary separating two different media,” Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 246, no. 905, pp. 1–55, June 1953. (Cité en pages 9, 11, 13, 62 et 65.)
- [11] M. Darces, V. Rannou, Y. Beniguel, and M. Hélier, “Optimizing a HF biconical antenna for an over-the-horizon radar,” in Proc URSI, 2007, p. 71. (Cité en page 4.)
- [12] R. K. Donnelly, “Electromagnetic scattering from a half-space vertical discontinuity : operator decomposition approach,” Ph.D. dissertation, 1983. (Cité en page 12.)
- [13] A. M. Dykhne and I. M. Kaganova, “The Leontovich boundary conditions and calculation of effective impedance of inhomogeneous metal,” Optics Communications, no. 206, pp. 39–56, May 2002. (Cité en page 10.)

- [14] E. Feinberg, "On the propagation of radio waves along an imperfect surface," Journal of Physics, vol. 8, no. 6, pp. 317–330, 1944. (Cité en page 11.)
- [15] —, "On the propagation of radio waves along an imperfect surface," Journal of physics, vol. 9, no. 1, pp. 1–6, 1945. (Cité en page 11.)
- [16] D. Fernandez, J. Vesecky, D. Barrick, C. Teague, M. Plume, and C. Whelan, "Detection of ships with multifrequency and CODAR seasonde HF radar systems," Canadian Journal of Remote Sensing, no. 4, pp. 277–290, August 2001. (Cité en page 2.)
- [17] F. J. Garcia-Vidal, L. Martin-Moreno, and J. B. Pendry, "Surfaces with holes in them : new plasmonic metamaterials," J. Opt. A : Pure Appl. Opt., vol. 7, pp. S97–S101, 2005. (Cité en page 86.)
- [18] G. Grünberg, "Suggestions for a theory of the coastal refraction," Physical review, vol. 63, no. 5, pp. 185–189, 1943 1943. (Cité en page 11.)
- [19] F. Jangal, L. Petrillo, M. Darces, M. Hélier, and J. Montmagnon, "Inductive surface element," Feb. 27 2014, WO Patent App. PCT/FR2013/051,953. [Online]. Available : <http://www.google.com/patents/WO2014029947A1?cl=en> (Cité en page 87.)
- [20] E. L. Johansen, "Surface wave scattering by a step," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-15, no. 3, pp. 442–448, May 1967. (Cité en pages 12 et 114.)
- [21] W. R. Jones, "A new approach to the diffraction of a surface wave by a semi-infinite grounded dielectric slab," IEEE Trans. Antennas Propag., pp. 767–777, 1964. (Cité en page 10.)
- [22] J. Kane and S. N. Karp, "An accurate boundary condition to replace transition conditions at dielectric-dielectric interfaces," New York University - Institute of Mathematical Sciences - Division of Electromagnetic Research, Tech. Rep. EM 153, 1960. (Cité en page 10.)
- [23] —, "Simplified theory of diffraction at an interface separating two dielectrics," J. Res. Natl. Bur. Stand., Sec. D : Radio Sci., vol. 68D, no. 3, pp. 303–310, 1964. (Cité en pages 10, 26 et 53.)
- [24] S. N. Karp and F. C. Karal, "Phenomenological theory of multi-mode surface wave excitation, propagation and diffraction," New York University - Institute of Mathematical Sciences - Division of Electromagnetic Research, Tech. Rep. EM 198, 1964. (Cité en pages 27 et 32.)
- [25] —, "Vertex excited surface waves on both faces of a right-angled wedge," Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 12, no. 3, pp. 435–455, 1959. (Cité en pages 10 et 27.)

- [26] R. J. King, D. V. Thiel, and K. S. Park, “The synthesis of surface reactance using an artificial dielectric,” IEEE Trans. Antennas and Propagat, vol. 31, no. 3, pp. 471–476, 1983. (Cité en page 86.)
- [27] M. A. Leontovich, “Approximate boundary conditions for the electromagnetic field on the surface of a good conductor,” Investigations Radiowave Propagation Part II, Academy of Sciences, 1978. (Cité en pages 9 et 26.)
- [28] R. F. Millar, “Propagation of electromagnetic waves near a coastline on a flat earth,” Radio science, vol. 2, no. 3, pp. 261–286, March 1967. (Cité en page 11.)
- [29] G. Millington, “Fundamental principles of inospheric transmission,” Inter-Service Ionosphere Bureau at the Great Baddow Research Laboratories of the Marconi Wireless Telegraph Company, 1948. (Cité en pages 11, 12, 62, 63 et 76.)
- [30] G. D. Monteath, “Application of the compensation theorem to certain radiation and propagation problems,” Monograph radio section, no. 3, pp. 23–30, 1951. (Cité en page 11.)
- [31] M. Morel and S. Claisse, “Integrated system for interoperable sensors and information sources for common abnormal vessel behaviour detection and collaborative identification of threat (I2C),” in Proc. of the Ocean and Coastal Observation : sensors and observing systems, numerical models and information systems, Brest, France, June 2010, pp. 21–23. (Cité en page 2.)
- [32] M. Navarro-Cia, M. Beruete, S. Agrafiotis, F. Falcone, M. Sorolla, and S. A. Maier, “Broadband spoof plasmons and subwavelength electromagnetic energy confinement on ultrathin metafilms,” Opt. Express, vol. 17, no. 20, pp. 18 184–18 195, 2009. (Cité en page 86.)
- [33] K. A. Norton, “The physical reality of space and surface waves in the radiation field of radio antennas - part i,” Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 24, no. 10, 1936. (Cité en page 12.)
- [34] —, “The physical reality of space and surface waves in the radiation field of radio antennas,” Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 25, no. 9, pp. 1192–1202,1203–1236, September 1937. (Cité en page 12.)
- [35] —, “The physical reality of space and surface waves in the radiation field of radio antennas,” Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 25, no. 9, pp. 1192–1202,1203–1236, September 1937. (Cité en pages 42, 44, 63 et 76.)
- [36] L. Petrillo, F. Jangal, M. Darces, J.-L. Montmagnon, and M. Hélier, “Periodic structures to efficiently launch HF surface waves,” PIER M, pp. 17–28, 2010. (Cité en pages 4 et 44.)

- [37] —, “Negative permittivity media able to support a complex surface wave,” PIER, vol. 115, pp. 1–10, 2011. (Cité en pages 5, 27, 47, 59 et 80.)
- [38] L. Petrillo, “Plasmonique pour radar HF,” Ph.D. dissertation, October 2011. (Cité en pages 6 et 88.)
- [39] S. M. Rytov, “Calcul du skin-effet par la méthode des perturbations,” Journal of Physics, vol. II, no. 3, pp. 233–242, 1940. (Cité en pages 9, 59 et 114.)
- [40] J. Salmon and A. Gervat, Mécanique quantique : Théorie des perturbations. Masson, 1967. (Cité en page 9.)
- [41] T. B. A. Senior, “Impedance boundary conditions for imperfectly conducting surfaces,” Appl. Sci. Res., vol. 8, pp. 418–436, 1960. (Cité en page 10.)
- [42] —, “Approximate boundary conditions, part I,” University of Michigan, Tech. Rep., June 1990. (Cité en page 10.)
- [43] —, “Approximate boundary conditions, part II,” University of Michigan, Tech. Rep., June 1990. (Cité en page 10.)
- [44] T. B. A. Senior and J. L. Volakis, Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics. IET, 1995. (Cité en page 10.)
- [45] L. Sevgi, “A mixed-path groundwave field-strength prediction virtual tool for digital radio broadcast systems in medium and short wave bands,” IEEE Antennas Propagat. Mag., vol. 48, no. 4, pp. 19–27, August 2006. (Cité en page 12.)
- [46] L. Sevgi, F. Akleman, and L. B. Felsen, “Groundwave propagation modeling : problem-matched analytical formulations and direct numerical techniques,” IEEE Antennas Propagat. Mag., vol. 44, no. 11, pp. 55–75, February 2002. (Cité en page 12.)
- [47] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. Broas, N. Alexopolous, and E. Yablonovitch, “High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band,” IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 47, no. 11, pp. 2059–2074, November 1999. (Cité en page 86.)
- [48] J. Wait and K. Spies, “Propagation of radio waves past a coast line with a gradual change of surface impedance,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 12, no. 5, pp. 570–575, September 1964. (Cité en pages 9, 11, 12, 13, 62, 70, 75, 78 et 81.)
- [49] J. R. Wait, “Oblique propagation of groundwaves across a coastline - part I,” Journal of Research National Bureau of Standards D. Radio Propagation, vol. 67D, no. 6, pp. 617–624, November 1963. (Cité en page 11.)

- [50] —, “Oblique propagation of groundwaves across a coastline - part III,” Journal of Research National Bureau of Standards D. Radio Propagation, vol. 68D, no. 3, pp. 291–295, March 1964. (Cité en page 11.)
- [51] J. R. Wait., “The scope of impedance boundary conditions,” IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 28, no. 4, pp. 721–723, July 1990. (Cité en page 10.)
- [52] J. R. Wait and C. M. Jackson, “Oblique propagation of groundwaves across a coastline - part II,” Journal of Research National Bureau of Standards D. Radio Propagation, vol. 67D, no. 6, pp. 625–630, November 1963. (Cité en page 11.)
- [53] J. Walsh and R. Donnelly, “A new technique for studying propagation and scattering for mixed paths with discontinuities,” Proc. R. Soc. Lond. A, no. 412, pp. 125–167, 1987. (Cité en page 12.)
- [54] W. Wiongbun, C. Feng, Y. Zijie, and K. Hengyu, “Broad beam HFSWR array calibration using sea echoes,” Radar 2006 CIE 06 International Conference, pp. 1–3, October 2006. (Cité en page 2.)
- [55] S. Yuferev and N. Ida, “Selection of the surface impedance boundary conditions for a given problem,” IEEE Trans. Magn., vol. 35, no. 3, pp. 1486–1489, May 1999. (Cité en page 10.)
- [56] —, Surface Impedance Boundary Conditions : A Comprehensive Approach. CRC Press, 2009. (Cité en page 10.)

Résumé : Depuis plusieurs années, des recherches sont conduites à l'ONERA, sur les radars « transhorizon » et notamment sur le radar de surveillance côtière à onde de surface (ROS). En vue d'augmenter les performances de ce radar, il est nécessaire d'améliorer son rayonnement en onde de surface. Lors de précédents travaux réalisés à l'ONERA et à l'UPMC, il a été proposé d'utiliser un métamatériau pour lancer, vers la surface de la mer, une onde confinée, ce qui est impossible avec un matériau à permittivité positive. Le métamatériau devra être placé sur le sol, devant les antennes d'émission du radar, ce qui permettra d'augmenter leur rayonnement vers la surface, sans pour autant modifier significativement l'architecture du système. Mais l'ajout du métamatériau crée une rupture d'impédance entre le métamatériau et le sol. L'objectif de ces travaux de thèse est de répondre à deux questions principales. La rupture d'impédance existant entre le métamatériau et le sol va-t-elle diffracter l'onde de surface créée sur celui-ci ? L'augmentation du niveau de champ électrique, à la surface du métamatériau, va-t-elle se conserver lors de la propagation sur la mer ?

Mots clés : Onde de surface, métamatériau, propagation, impédance de surface, radar HF, transition.

Abstract : For many years, researches on “over the horizon” radar are investigated, especially on the High Frequency Surface Wave Radar (HFSWR), which is dedicated to the maritime surveillance. In order to increase the efficiency of the HFSWR, we focus on the electromagnetic field radiated at low elevation angle. In a previous work, conducted at ONERA and UPMC, it has been suggested to insert a metamaterial in order to launch, at the interface between air and ground, a confined wave, which cannot propagate over a soil with a positive permittivity. The metamaterial is located on the interface in the vicinity of the transmitting antennas to allow the propagation of a strong surface wave without significantly modifying the architecture of the system. But, the inclusion of this metamaterial creates a discontinuity in permittivity. The principal aim of this research is to answer two main questions. Is the discontinuity of permittivity between the metamaterial and the soil, going to scatter the surface wave created over the metamaterial? Will the increase of the electric field level at low elevation angle remain throughout the propagation on the sea ?

Index terms : Surface wave, metamaterial, propagation, surface impedance, HF radar, transition.
