



**HAL**  
open science

# Bose-Einstein condensation: from finite size periodic potentials to phase space manipulations

Gabriel Condon

► **To cite this version:**

Gabriel Condon. Bose-Einstein condensation: from finite size periodic potentials to phase space manipulations. Physics [physics]. Université Paul Sabatier, 2015. English. NNT: . tel-01238405

**HAL Id: tel-01238405**

**<https://theses.hal.science/tel-01238405v1>**

Submitted on 4 Dec 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

---

---

Présentée et soutenue le *21/10/2015* par :

**GABRIEL CONDON**

---

**Condensation de Bose-Einstein: des potentiels périodiques  
d'extension finie aux manipulations dans l'espace des phases**

---

---

### JURY

DAVID GUÉRY-ODELIN  
HÉLÈNE PERRIN  
PASCAL SZRIFTGISER  
PIERRE PUJOL  
FRÉDÉRIC CHEVY

Professeur d'Université  
Chargée de recherche  
Directeur de recherche  
Professeur d'Université  
Professeur d'Université

Directeur de thèse  
Rapporteur  
Rapporteur  
Président du jury  
Examinateur

---

### École doctorale et spécialité :

*SDM : Physique de la matière - CO090*

### Unité de Recherche :

*Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité (UMR5589)*

### Directeur de Thèse :

*D. Guéry-Odelin*

### Rapporteurs :

*Pascal Szriftgiser et Hélène Perrin*



# Remerciements

## Des gens d'ici...

Ce manuscrit est le résultat de mes trois ans de thèse au Laboratoire Collision Agrégats et Réactivité. Si je suis l'auteur de ce manuscrit, je n'ai pas accompli ce travail seul et je tiens à remercier tous les gens qui y ont participé de près ou de loin. Je remercie naturellement Béatrice Chatel, la directrice du laboratoire au moment de mon arrivée, de m'y avoir accueilli. Je remercie mon directeur de thèse David Guéry-Odelin pour m'avoir donné cette possibilité et pour avoir été présent tout du long pour m'aiguiller dans mon travail. De même, je tiens à remercier Juliette Billy qui a beaucoup participé à mon encadrement ainsi qu'à la mise en place de l'expérience. Je remercie fortement les membres de mon jury : Hélène Perrin, Pascal Szriftgiser, Pierre Pujol et Frédéric Chevy pour leurs critiques et commentaires constructifs ainsi que pour m'avoir accordé le titre de docteur.

Au début de ma thèse j'ai eu l'occasion de travailler avec Pierrick Cheiney, en dernière année de thèse à l'époque, ainsi que Gabriel Hétet, en Post-Doc, qui m'ont beaucoup appris sur la physique expérimental et l'art de lever le coude, je les remercie tous deux pour cela. Je remercie aussi Charlotte Fabre qui finissait sa thèse au moment de mon arrivée et qui a quand même pris le temps de venir en salle de manip de temps en temps pour faire fonctionner des appareils parfois trop capricieux...

Je remercie Aéla Fortun qui a commencé sa thèse un an après moi et avec qui nous avons passé de très bons moments aussi bien en salle de manip qu'en dehors, rendant les journées encore plus agréables par sa bonne humeur. De la même manière, je remercie François Damon, camarade depuis la licence qui a commencé sa thèse théorique en même temps que moi avec qui nous avons partagé beaucoup de choses, tant de manière scientifique qu'amicale. Je remercie aussi les autres membres de l'équipe qui nous ont rejoints plus tard : Citlali Cabrera en Post-Doc, Lucille Sanchez en stage et Éric Michon qui vient de commencer sa thèse.

Je remercie l'ensemble de l'équipe interférométrie atomique : Alexandre Gauquet, Boris Decamps et Julien Alibert avec qui nous avons pu discuter et nous entraider au travers des séminaires mensuels ou simplement au quotidien par des discussions ou des prêts de matériel. Je tiens à remercier l'ensemble des services techniques du laboratoire et en particulier Stéphane Faure pour son soutien informatique et Laurent Polizzi pour la partie design et fabrication de l'expérience. De même un grand merci aux secrétaires du laboratoire Sylvie Boukhari et Christine Soucasse qui m'ont bien rendu service lors de mes départs en mission ou pour les commandes de matériel. Je remercie aussi Jacques Vigué, Jean-Marc l'Hermite,

Aziz Bouchène, Jean-Philippe Loisel, Patrick Moretto-Capelle et Benoît Chalopin, chercheurs ou ingénieurs au LCAR qui m'ont aidé d'une manière ou d'une autre au cours de ma thèse.

Un clin d'œil à tous les thésards avec qui j'ai eu le plaisir de passer du temps au labo ou en dehors (au dub quoi) et que je n'ai pas encore cité : Simon maître contesté mais néanmoins invaincu du babyfoot et de la fermeture du bar, Annaël la joyeuse râleuse, Guillaume, Florian, Isabelle, Mina, Etienne, Lionel, Medha, Thibault, Romain et tous ceux que j'ai oublié.

## **... et d'ailleurs**

Je n'aurais pas commencé ni fini cette thèse (et encore moins mes études) sans le soutien morale et financier de l'ensemble de ma famille à qui je dois beaucoup et que je remercie donc : Papa, Maman, mes frères Pierre-Alexis et Pablo, ma grande sœur Jennifer, mes grands-parents, ma marraine Marie-Christine, Michel, Benoît et Joëlle.

Un mot de plus pour tous les amis restants qui ont participé à faire des ces trois ans une belle expérience : Clément, Vincent et Pascal mes anciens collocs qui m'ont supporté pendant les deux premières années avec qui nous avons passé de bons moments de détente et de rigolade, Morane qui a donné son nom à Tony notre condensat, Aymeric le maître des jeux et Camille aux mille points d'exclamation !

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Dispositif expérimental</b>	<b>9</b>
1.1 Ensemble à vide . . . . .	10
1.1.1 Structure générale . . . . .	10
1.1.2 Caractéristiques de la cellule en verre . . . . .	11
1.2 Principe des pièges magnéto-optiques . . . . .	12
1.3 Piège magnéto-optique 2D . . . . .	14
1.3.1 Configuration PMO 2D . . . . .	14
1.3.2 Flux atomique . . . . .	15
1.4 Piège magnéto-optique 3D . . . . .	18
1.4.1 Configuration du piège magnéto-optique 3D . . . . .	18
1.4.2 Phase sombre . . . . .	18
1.4.3 Mélasse à désaccord dynamique . . . . .	19
1.4.4 Séquence de Chargement . . . . .	20
1.5 Piégeage magnétique . . . . .	20
1.5.1 Configuration du piège quadrupolaire . . . . .	22
1.5.2 Polarisation des atomes . . . . .	23
1.5.3 Capture dans le piège quadrupolaire . . . . .	27
1.5.4 Compression adiabatique du piège quadrupolaire . . . . .	28
1.5.5 Modèle de pertes par effet Majorana . . . . .	30
1.6 Évaporation dans le piège quadrupolaire . . . . .	32
1.6.1 Principe de l'évaporation . . . . .	33
1.6.2 Production des micro-ondes . . . . .	33
1.6.3 Caractérisation de l'évaporation micro-onde . . . . .	34
1.6.4 Mesure des pertes Majorana après évaporation . . . . .	36
<b>2 Préparation des lasers résonants</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction . . . . .	40
2.2 Asservissement par modulation de phase . . . . .	40
2.2.1 Fonctionnement de l'EOM . . . . .	41
2.2.2 Production du signal d'erreur . . . . .	42
2.2.3 Importance de la polarisation du laser . . . . .	44
2.2.4 Application au cas de l'absorption saturée en rétro-reflection	45
2.2.5 Le contrôleur analogique FALC 110 . . . . .	46
2.3 Configuration des tables d'optique . . . . .	49

2.3.1	Refroidisseur PMO 3D . . . . .	51
2.3.2	Refroidisseur PMO 2D . . . . .	52
2.3.3	Pousseur . . . . .	53
2.3.4	Imageur . . . . .	54
2.3.5	Dépompeur $ F = 2\rangle \rightarrow  F' = 2\rangle$ . . . . .	54
2.3.6	Repompeur PMO 2D et 3D . . . . .	54
2.3.7	Polariseur $ F = 1\rangle \rightarrow  F' = 1\rangle$ . . . . .	56
2.4	Conclusion . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Production d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège hybride croisé</b>	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	60
3.2	Rappels sur la condensation dans un piège harmonique . . . . .	60
3.3	Potentiel dipolaire pour un faisceau seul . . . . .	62
3.4	Piège dipolaire croisé . . . . .	64
3.5	Système d'imagerie . . . . .	66
3.5.1	Imagerie par absorption . . . . .	66
3.5.2	Mise en place . . . . .	67
3.5.3	Mesure quantitative . . . . .	68
3.6	Évaporation dans le piège hybride . . . . .	69
3.6.1	Décompression du piège quadrupolaire . . . . .	69
3.6.2	Transfert dans le piège hybride . . . . .	70
3.6.3	Calcul des fréquences du piège . . . . .	70
3.6.4	Évaporation forcée . . . . .	72
3.7	Caractéristiques du piège : Analyse par Composante Principale . . . . .	76
3.7.1	Principe mathématique . . . . .	77
3.8	Conclusion . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Réalisation d'une barrière tunnel pour onde de matière avec des gaps locaux</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	82
4.2	Structure de bande dans un réseau infini . . . . .	82
4.2.1	Théorème de Bloch . . . . .	82
4.2.2	Calcul de la structure de bande . . . . .	83
4.3	Équation de Mathieu . . . . .	84
4.3.1	Régions de stabilité . . . . .	85
4.3.2	Calcul de l'exposant caractéristique . . . . .	86
4.4	Configuration expérimentale du réseau à enveloppe gaussienne . . . . .	87
4.4.1	Potentiel et notations . . . . .	88
4.4.2	Mise en place expérimentale . . . . .	90
4.4.3	Méthode d'alignement des faisceaux croisés . . . . .	92
4.4.4	Calibration du réseau par diffraction Kapitza-Dirac . . . . .	93
4.5	Structure de bande locale . . . . .	96
4.5.1	Structure de bande dépendant de la position . . . . .	96
4.5.2	Probabilité de transmission . . . . .	97
4.5.3	Comparaison avec une barrière répulsive . . . . .	98
4.6	Expérience . . . . .	100

4.6.1	Préparation du paquet d'onde initial . . . . .	100
4.6.2	Propagation dans le réseau . . . . .	103
4.6.3	Propriétés des paquets transmis . . . . .	104
4.7	Perspectives . . . . .	107
4.7.1	Généralisation à deux dimensions . . . . .	107
4.7.2	Structure de bande dépendant du temps . . . . .	109
4.8	Conclusion . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Manipulation de fonctions d'onde à N corps dans l'espace des phases</b>	<b>113</b>
5.1	Introduction . . . . .	114
5.2	Rappels sur la fonction de Wigner . . . . .	115
5.3	Fonction de Wigner pour les systèmes $N$ corps auto-similaires . .	116
5.3.1	Loi d'échelle pour un paquet d'onde gaussien sans interactions	116
5.3.2	Loi d'échelle pour un condensat de Bose-Einstein dans la limite de Thomas-Fermi . . . . .	117
5.4	Compression dans l'espace des positions . . . . .	119
5.5	Compression dans l'espace des vitesses . . . . .	120
5.5.1	Refroidissement percussif ( $\delta$ -kick) . . . . .	122
5.5.2	Renversement du temps . . . . .	124
5.6	Comparaison quantitative entre les cas avec et sans interaction . .	125
5.6.1	Dispersion de vitesse dans le régime de Thomas-Fermi . . . . .	125
5.7	Anharmonicités du potentiel . . . . .	128
5.8	Protocole d'ordre supérieur : augmentation de la fiabilité du refroidissement . . . . .	129
5.9	Accélération du mode de respiration d'un nuage d'atomes confiné	130
5.9.1	Potentiel effectif et caractéristiques . . . . .	131
5.9.2	Impression de phase . . . . .	132
5.9.3	Ordre de grandeur pour la mise en place expérimentale . . . . .	134
5.10	Conclusion . . . . .	135
	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>
	<b>A Articles publiés et soumis</b>	<b>141</b>
A.1	Realization of tunnel barriers for matter waves using spatial gaps	141
A.2	Phase-space manipulations of many-body wave functions . . . . .	141
A.3	Band gap structures for matter waves . . . . .	142
	<b>Bibliographie</b>	<b>143</b>





# Introduction

## Ondes de matière

La description de la lumière en terme d'onde ou de corpuscule est discutée depuis le 17ème siècle. Christian Huygens a posé les bases de l'optique ondulatoire dans son *Traité de la lumière* en 1690 [1], se confrontant alors au concept de grains de lumière proposé par Isaac Newton. Il était difficilement imaginable de considérer la matière comme une onde à cette époque, tant la matière est de nature palpable contrairement aux ondes habituelles.

L'onde de matière est un concept qui provient de la description quantique de la matière. Ce n'est qu'en 1923 que l'idée d'onde de matière fut introduite par Louis de Broglie pour des particules massives [2]. Louis de Broglie associe à chaque particule une onde de matière de longueur d'onde :

$$\Lambda = \frac{h}{mv},$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $m$  la masse de la particule et  $v$  sa vitesse.

La nature ondulatoire de la matière fut démontrée expérimentalement pour la première fois par Davisson et Germer en 1927 grâce à la diffraction d'électrons bombardés sur un cristal de nickel [4]. Quelques mois plus tard George Paget Thomson publia un article démontrant la diffraction d'électrons sur des films cristallins (figure 1) [3]. Davisson et Thomson obtinrent le prix Nobel en 1937 « pour leur découverte expérimentale de la diffraction d'électrons par des cristaux » [5]. Dans les années suivantes, des expériences similaires furent menées pour l'hélium [6] et les neutrons [7].

Ces expériences et celles qui suivirent étaient difficiles à réaliser. En effet, à température  $T$  la vitesse moyenne des particules donne la longueur d'onde de de Broglie comme :  $\Lambda = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ , avec  $k_B$  la constante de Boltzmann. À température ambiante, de l'ordre de la centaine de kelvin, la longueur d'onde thermique est de l'ordre de l'ångström ( $10^{-10}$  m). Cela signifie que pour observer des effets de diffraction, il faut utiliser des structures spatiales très petites.

Si l'ordre de grandeur de la masse des particules pouvant être utilisées est relativement contraint (les électrons, neutrons et atomes ont une masse fixée),

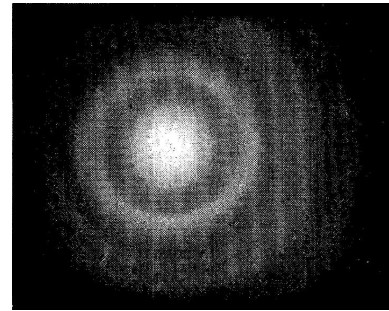


FIGURE 1 – *Diffraction d'électrons sur un film d'or. L'image est extraite de l'article [3].*

la température peut être diminuée drastiquement pour augmenter la longueur d'onde de de Broglie. L'expérience des fentes d'Young avec des atomes d'hélium [8] réalisée par O. Carnal et J. Mlynek en 1991 s'inscrit dans la continuité du développement de l'optique atomique. Dans cette expérience, un jet thermique d'atomes d'hélium est diffracté par une première fente puis est recombinaisonné par une double fente (voir figure 2) produisant ainsi un interféromètre pour onde de matière.

Ce type d'expériences à température ambiante étaient réalisées avec des moyens mécaniques, limités en stabilité et en précision. Deux solutions ont été proposées dans l'article [8]. La première repose sur l'utilisation du refroidissement transverse du jet atomique à l'aide de lasers pour augmenter le signal de détection et avoir une meilleure cohérence spatiale. La deuxième solution proposée est de ralentir le jet atomique longitudinalement pour augmenter la séparation spatiale des deux bras. De cette manière la période des franges d'interférences serait plus grande et plus facile à observer.

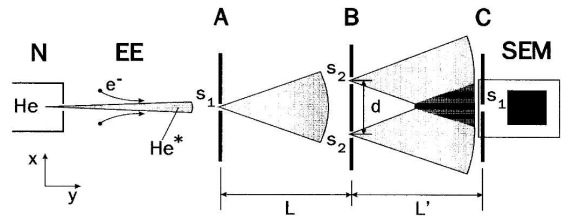


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience des fentes Young avec un jet thermique d'hélium métastable tiré de l'article [8].

C'est dans ce contexte que s'inscrit le domaine des atomes froids : atteindre des températures très basses, permettant de faire exprimer aux atomes et aux molécules leurs caractères quantiques et ondulatoires.

## Refroidissement laser

Le refroidissement d'atomes à l'aide de lasers fut une étape majeure du développement du domaine des atomes froids, permettant d'atteindre des températures de l'ordre du  $\mu\text{K}$  grâce aux mélasse optiques utilisant une ou plusieurs paires de faisceaux résonants contra-propageants [9]. Ce développement a été récompensé par le prix Nobel de Physique attribué à Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji et William D. Phillips en 1997 "pour le développement de méthodes de refroidissement et de piégeage d'atomes avec des lasers" [10–12]. La description des interactions rayonnement-matière a permis de développer de nouveaux outils de contrôle et de manipulation des atomes, tels que le piège magnéto-optique (PMO) combinant refroidissement laser et confinement magnétique. On peut citer aussi le refroidissement et la mise en mouvement de nuage d'atomes grâce à des faisceaux Raman [13–15] et l'effet Sisyphus permettant d'obtenir des températures plus basses que la limite Doppler prévue par le modèle de mélasse [16]. Le premier PMO a été obtenu en 1987 par E.L. Raab, S. Chu et D. Pritchard avec du sodium [17]. Depuis les expériences se sont diversifiées, et aujourd'hui tous les alcalins (dont le rubidium) ont été piégés dans un PMO. D'autres atomes plus exotiques tels que l'erbium [18], le strontium [19], l'ytterbium [20], le dysprosium [21] sont aujourd'hui étudiés. L'avantage des alcalins est d'avoir une

structure électronique simple avec un seul électron de valence, cela permet de faire une approximation d'atome à deux niveaux. La manipulation et le contrôle de tels atomes dit hydrogénoïdes en raison de leur structure électronique est alors simplifiée.

## Condensation de Bose-Einstein

Inspiré par les travaux de Satyendra Nath Bose relatifs aux photons [22], Albert Einstein décrit en 1925 comment des bosons à l'état gazeux peuvent s'accumuler dans l'état fondamental d'un potentiel piégeant en dessous d'une certaine température critique [23], produisant ainsi un nouvel état de la matière appelé aujourd'hui condensat de Bose-Einstein. Dans cet état les longueurs d'ondes de de Broglie des différents atomes deviennent de l'ordre de la distance inter-atomique moyenne. C'est à-dire que la densité dans l'espace des phases du nuage d'atomes  $D = n\Lambda^3$  est de l'ordre de 1, avec  $n$  la densité atomique.

Le nuage d'atomes forme alors une onde de matière cohérente dont la taille est macroscopique et qui peut être décrite par une seule fonction d'onde. Les premiers condensats de Bose-Einstein sur des gaz dilués ont été obtenus en 1995 par E. A. Cornell et C. E. Wiemann avec du rubidium [25] et par W. Ketterle avec du sodium [26]. Les propriétés de cohérence de la fonction d'onde caractérisant un condensat de Bose-Einstein ont été mises en évidence peu de temps après, grâce à l'observation de l'interférence de deux condensats distincts [27]. Le prix Nobel de physique de 2001 leur a été décerné "pour la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein dans des gaz dilués d'atomes alcalins, et pour de premières études fondamentales des propriétés des condensats". La figure 3 est issue de la conférence Nobel de W. Ketterle [24]; elle schématise les différentes étapes vers la condensation de Bose-Einstein.

La longueur d'onde de de Broglie de chaque atome s'étend au fur et à mesure que la température diminue. Lorsque l'extension des paquets d'onde finit par être de l'ordre de la distance inter-atomique, une transition de phase se produit pour laquelle le nuage peut être décrit comme une onde de matière macroscopique.

## Évaporation

À cause de l'effet de recul, il est difficile d'atteindre la condensation de Bose-Einstein avec des méthodes reposant sur les phénomènes d'absorption et d'émission de photons. La technique qui a permis d'atteindre des densités dans l'espace des phases suffisamment grandes pour obtenir des condensats de Bose-Einstein est basée sur l'évaporation forcée, c'est-à-dire l'élimination continue des atomes

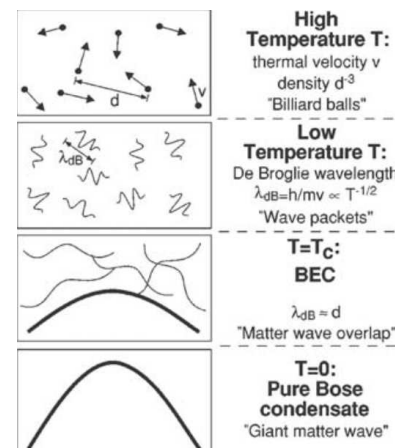


FIGURE 3 – Schémas des différentes étapes de la condensation de Bose-Einstein. Figure issue de [24].

les plus énergétiques d'un piège, tout en maintenant un état d'équilibre thermique par le biais des collisions élastiques entre les atomes. De cette façon il est possible d'augmenter la densité dans l'espace des phases d'atomes piégés de plusieurs ordres de grandeur malgré une perte conséquente d'atomes.

Il existe plusieurs types d'évaporation. La méthode avec laquelle le premier condensat a été obtenu est une évaporation dite radio-fréquence [28]. Dans ce cas, des ondes radio-fréquences sont dirigées sur les atomes d'un piège magnétique et induisent des transitions atomiques d'un sous-niveau Zeeman d'atomes confiné vers un sous-niveau Zeeman non confiné. En changeant la fréquence des ondes radio-fréquences, on peut évaporer continûment les atomes de plus hautes énergies. On peut aussi mentionner l'évaporation micro-onde reposant sur le même principe mais utilisant des transitions entre niveaux hyperfins de l'atome [29], et l'évaporation par contact sur une surface qui a permis de refroidir des jets atomiques [30]. Un dernier type d'évaporation est basé sur l'utilisation du confinement des atomes dans un piège dipolaire produit par un faisceau très désaccordé vers le rouge par rapport aux transitions atomiques. En abaissant la profondeur du potentiel lumineux progressivement, les atomes de plus hautes énergies sont évaporés indépendamment de leur état magnétique interne [31, 32].

Dernièrement la production de condensat de Bose-Einstein grâce à un nouveau protocole utilisant un piège hybride, combinant un piège magnétique et un piège dipolaire, a été démontrée par J. V. Porto [33]. Ce protocole d'évaporation a permis d'obtenir des condensats Bose-Einstein de même nombre d'atomes que pour une évaporation purement magnétique ( $\sim 10^6$  atomes) tout en gardant un taux de répétition inférieur à 20 secondes (contre 60 secondes en moyenne pour les pièges magnétiques et 1 à 10 secondes pour les pièges optiques).

Dans cette thèse les trois premiers chapitres seront consacrées à la description de notre nouveau dispositif expérimental produisant des condensats de Bose-Einstein de  $^{87}\text{Rb}$  dans un piège hybride combinant un piège magnétique quadripolaire et un piège dipolaire croisé.

## Manipulation d'onde de matière

Il y a de nombreux champs de recherche en atomes froids parmi lesquelles on peut citer :

1. Le domaine de l'optique atomique, dans lequel on transpose les concepts de l'optique géométrique et ondulatoire aux atomes. En particulier, on peut citer l'interférométrie atomique dont le but est la mesure de précision de différentes grandeurs comme l'accélération de la gravité [34, 35], la vitesse de rotation de la terre [36], la constante de structure fine [37] ou de tester des principes fondamentaux comme le principe d'équivalence [38].
2. L'information quantique avec le développement de portes logiques utilisant les degrés de libertés internes des atomes avec, par exemple, des états de Rydberg [39] ou la création d'intrication lors d'une collision contrôlée entre deux atomes [40].
3. La simulation quantique dont l'idée est d'utiliser les atomes froids pour

simuler les hamiltoniens d'autres systèmes tels que ceux de la matière condensée. L'utilisation de réseaux optiques à plusieurs dimensions permet de simuler la transition d'un supraconducteur vers l'état d'isolant de Mott [41] ou l'équation d'état de fermions fortement corrélés [42]. L'étude de systèmes comportant du désordre a permis de mettre en évidence la localisation d'Anderson dans un potentiel désordonné [43] et l'effet tunnel dynamique dans un système chaotique produit par un réseau modulé en temps a été observé [44].

Dans tous ces exemples, il est important de pouvoir contrôler l'état initial des ondes de matière en terme de position et d'impulsion. Plusieurs outils de manipulation et de contrôle ont déjà été démontrés. Il est possible d'obtenir des miroirs pour atomes en utilisant des potentiels optiques évanescents [45, 46], un faisceau gaussien focalisé [46] ou des champs magnétiques [45]. Il est possible d'obtenir un effet de lentille grâce à une configuration appropriée de champs magnétiques [47, 48] ou grâce à l'utilisation d'un réseau optique [49, 50]. La diffraction sur des réseaux optiques dans le régime de Bragg est souvent utilisée pour créer des lames séparatrices en interférométrie atomique [51, 52].

Comme le montre la figure 4, cela permet de séparer les deux bras d'un interféromètre puis de les recombinaison plus loin pour former un interféromètre de type Mach-Zehnder [53].

Dans ce genre de configuration il est intéressant d'avoir un temps d'interrogation le plus long possible de façon à accumuler le déphasage lors du parcours des atomes dans l'interféromètre. Cela peut être réalisé en utilisant un guide optique ou magnétique. Le temps d'interrogation de l'interféromètre est aussi limité par la taille des nuages après le parcours dans chacun des bras. Pour s'affranchir de cette limitation, il est important d'avoir une dispersion de vitesse la plus basse possible.

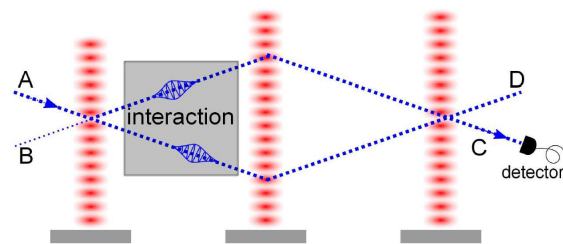


FIGURE 4 – Schéma d'un interféromètre atomique dont les bras sont séparés par diffraction de Bragg sur des réseaux optiques. La figure est extraite de [53]

Les thématiques de recherche de notre équipe s'inscrivent dans le développement de nouveaux outils pour l'optique atomique et sont centrées autour de la manipulation et du transport d'ondes de matière. Avant mon arrivée dans le groupe plusieurs outils ont été développés. On peut citer la production et l'étude d'un guide optique pour laser à atomes [54, 55], la réalisation d'une lame séparatrice pour ondes de matière guidées produite par le croisement de deux faisceaux dipolaires horizontaux [56] et d'un miroir de Bragg pour ondes de matière créé par un réseau optique de taille finie [57]. Une expérience de diffusion d'un nuage d'atomes froids sur un réseau de taille finie a permis de démontrer l'ouverture de nouveaux gaps dans la structure de bande du réseau dont la profondeur est modulée temporellement [58].

Pendant ma thèse j'ai eu l'occasion de travailler sur l'ancien dispositif de l'équipe

pendant une année. Dans la continuité de l'article [57], nous nous sommes intéressés aux effets d'un réseau optique de taille finie sur la dynamique d'un paquet d'onde. En plaçant un condensat au milieu de deux miroirs de Bragg produits par le réseau d'enveloppe gaussienne, nous avons démontré un nouveau type de barrières tunnel et caractérisé la structure de bande locale du réseau utilisé [59]. Cette expérience a été suivie d'une étude théorique sur les diverses possibilités qu'offre ce système, notamment en ce qui concerne la généralisation à deux dimensions et la modulation temporelle de l'amplitude du réseau [60].

Pendant les deux années suivantes je me suis concentré sur la construction du nouveau dispositif expérimental. Ce nouveau dispositif produit depuis mai 2015 des condensats de Bose-Einstein d'atomes de rubidium 87 de manière stable. Nous avons changé radicalement l'ensemble du dispositif et la méthode de production des faisceaux résonants. Nous produisons désormais les condensats de Bose-Einstein dans un piège hybride combinant les avantages d'un piège magnétique avec ceux d'un piège dipolaire croisé.

En parallèle à la construction de l'expérience, nous nous sommes intéressés de façon théorique à la manipulation de fonctions d'onde dans l'espace des phases [61]. Le développement d'un formalisme basé sur la fonction de Wigner et l'utilisation d'une loi d'échelle nous a permis de décrire des protocoles de manipulation de fonctions d'onde à plusieurs particules. Nous avons imaginé plusieurs protocoles permettant de contrôler la forme et la position d'un nuage d'atomes dans l'espace des phases pour des nuages avec et sans interaction. Ce travail, qui porte sur la préparation d'états initiaux de dispersion spatiale et d'impulsion bien définies, s'inscrit particulièrement bien dans le contexte de la simulation quantique et de l'interférométrie atomique.

## Plan de la thèse

- Dans le premier chapitre je présenterai la structure de notre nouveau dispositif expérimental ainsi que les différentes étapes et dispositifs utilisés lors de la préparation d'un nuage d'atomes froids non condensés dans un piège magnétique quadrupolaire.
- Dans le deuxième chapitre je donnerai des détails techniques concernant la production de tous les faisceaux résonants utilisés lors d'une séquence de production d'un condensat de Bose-Einstein. Dans un premier temps, je détaillerai la méthode d'asservissement de fréquence impliquant la modulation de la phase d'un laser. Dans un deuxième temps, je détaillerai les montages optiques de préparation des faisceaux refroidisseurs, repompeurs, imageur et polariseur.
- Le troisième chapitre sera consacré à la production et à la caractérisation du condensat de Bose-Einstein dans notre piège hybride. Il y sera présenté le principe et la configuration du piège hybride que nous utilisons.

Je détaillerai aussi les étapes de chargement et d'évaporation dans le piège hybride. Enfin, je caractériserai théoriquement et expérimentalement les fréquences du piège hybride à l'aide d'une méthode d'analyse statistique nommée Analyse par Composante Principale [62].

- Dans le quatrième chapitre je présenterai la réalisation d'une cavité de Bragg pour des atomes placés dans un réseau de taille finie. Dans un premier temps je donnerai les outils théoriques permettant de définir une structure de bande locale du réseau de taille finie. Ensuite je présenterai la configuration de faisceaux permettant de produire un réseau 1D à enveloppe gaussienne. Je montrerai que cette configuration crée une cavité de Bragg pour onde de matière et qu'il en résulte un nouveau type de barrières tunnel dans l'espace des positions. Je montrerai alors que ces barrières tunnels sont équivalentes à des barrières répulsives de largeur inférieure au micromètre. Enfin nous verrons deux développements possibles de ce travail concernant la généralisation à deux dimensions et l'ajout de la modulation temporelle de l'amplitude du réseau.
- Dans le cinquième chapitre je détaillerai l'établissement du formalisme reposant sur la fonction de Wigner et une loi d'échelle permettant de définir des protocoles de manipulation de fonctions d'onde à  $N$  corps dans l'espace des phases. J'expliquerai un protocole de compression de la dispersion de vitesse en deux étapes, impliquant une expansion libre et l'impression d'une phase sur la fonction d'onde du nuage à l'aide d'un potentiel harmonique. Pour ce protocole, je comparerai le cas d'un nuage d'atomes interagissant à celui d'un nuage non-interagissant et je discuterai de l'effet des anharmonicités du potentiel appliqué. Je définirai ensuite deux protocoles de manipulations. Le premier est un protocole permettant d'augmenter la fiabilité de la réduction de dispersion de vitesse du protocole en deux étapes. Le deuxième est un protocole permettant d'accélérer le mode de respiration d'un nuage d'atomes dans un piège décomprimé.





# Chapitre 1

## Dispositif expérimental

### Sommaire

---

<b>1.1 Ensemble à vide</b>	<b>10</b>
1.1.1 Structure générale	10
1.1.2 Caractéristiques de la cellule en verre	11
<b>1.2 Principe des pièges magnéto-optiques</b>	<b>12</b>
<b>1.3 Piège magnéto-optique 2D</b>	<b>14</b>
1.3.1 Configuration PMO 2D	14
1.3.2 Flux atomique	15
<b>1.4 Piège magnéto-optique 3D</b>	<b>18</b>
1.4.1 Configuration du piège magnéto-optique 3D	18
1.4.2 Phase sombre	18
1.4.3 Mélasse à désaccord dynamique	19
1.4.4 Séquence de Chargement	20
<b>1.5 Piégeage magnétique</b>	<b>20</b>
1.5.1 Configuration du piège quadrupolaire	22
1.5.2 Polarisation des atomes	23
1.5.3 Capture dans le piège quadrupolaire	27
1.5.4 Compression adiabatique du piège quadrupolaire	28
1.5.5 Modèle de pertes par effet Majorana	30
<b>1.6 Évaporation dans le piège quadrupolaire</b>	<b>32</b>
1.6.1 Principe de l'évaporation	33
1.6.2 Production des micro-ondes	33
1.6.3 Caractérisation de l'évaporation micro-onde	34
1.6.4 Mesure des pertes Majorana après évaporation	36

---

Nous avons commencé le montage du nouveau dispositif en septembre 2013, un an après le début de ma thèse. L'ancien dispositif conçu à Paris [63] et déménagé en 2009 à Toulouse [64] ne permettait plus d'atteindre la condensation à cause du vieillissement des lasers de puissance, de l'apparition de fluctuations du nombre d'atomes provenant des différents asservissements de fréquence des diodes artisanales que nous utilisons et à cause d'une détérioration de la qualité du vide. Le choix de changer de dispositif nous a permis d'améliorer l'accès optique en utilisant une cellule en verre. Nous avons aussi échangé le ralentisseur à effet Zeeman contre un piège-magnéto-optique bidimensionnel (PMO 2D) fabriqué par le SYRTE. Nous avons simplifié la préparation des faisceaux résonants dont nous avons besoin en réduisant le nombre de diodes lasers (cf : chapitre 2). Enfin, nous procédons à une évaporation en deux étapes. La première étape est une évaporation micro-onde dans un piège quadrupolaire, la seconde est une évaporation forcée dans un piège hybride produit par un gradient de champ magnétique et un piège dipolaire [33]. Cela permet de commencer l'évaporation avec un grand nombre d'atomes tout en gardant une séquence d'évaporation assez rapide.

Je décris dans ce chapitre le dispositif expérimental et toutes les étapes d'une séquence expérimentale jusqu'à l'évaporation d'un nuage de  $^{87}\text{Rb}$  dans le piège quadrupolaire. Je détaille dans un premier temps la structure de l'ensemble à vide autour de laquelle nous avons bâti l'expérience. J'explique ensuite succinctement le principe des pièges magnéto-optiques (PMO) et décris comment nous chargeons un PMO 3D à 25  $\mu\text{K}$  avec un flux d'atomes refroidis par un PMO 2D [65]. Dans un deuxième temps, je décris le chargement des atomes dans le piège quadrupolaire et le principe de l'évaporation micro-onde. Enfin, je décris le montage expérimental et caractérise l'efficacité de l'évaporation. L'étape d'évaporation dans le piège hybride sera décrite dans le chapitre 3.

## 1.1 Ensemble à vide

Dans cette section je présente une vue d'ensemble des différents éléments de notre dispositif. Je détaille dans un premier temps la structure du système à vide. Dans un second temps je décris la cellule en verre dans laquelle nous piégeons les atomes.

### 1.1.1 Structure générale

La figure 1.1 montre la disposition des différents éléments du système à vide. Le PMO 2D est situé derrière deux tubes à vide différentiel dont chacun est à proximité d'une pompe ionique, permettant d'obtenir une pression inférieure  $10^{-10}$  mbar au niveau de la cellule. Le PMO 2D dispose en sortie d'un tube à vide différentiel connecté sur une croix  $C_1$ . Une pompe ionique<sup>1</sup>  $P_1$  et une vanne  $V_1$  sont branchés sur  $C_1$ . À cet endroit la pression est déjà à la limite des  $10^{-10}$  mbar que peut indiquer la pompe ionique. La croix  $C_1$  est connectée à une deuxième

---

1. Pompe NEXTorr 100 5 avec getter : 100 L/s.

croix  $C_2$  par un tube à vide différentiel<sup>2</sup>. Cette croix dispose d'une autre pompe ionique<sup>3</sup>  $P_2$  de plus grande capacité de pompage. Un accès vers une vanne  $V_2$  permet de connecter un té de manière à relier  $C_1$  à  $C_2$  via  $V_1$ . Lors de la mise en place du système à vide, nous avons effectué le pompage dans les deux zones grâce à une pompe turbo-moléculaire branchée sur le té. La cellule en verre<sup>4</sup> est connectée à la suite de  $C_2$  et termine l'ensemble à vide. Pour caractériser la vacuité de notre système au niveau de la cellule, nous nous fions à la durée de vie des atomes dans le piège quadrupolaire (voir section 1.5).

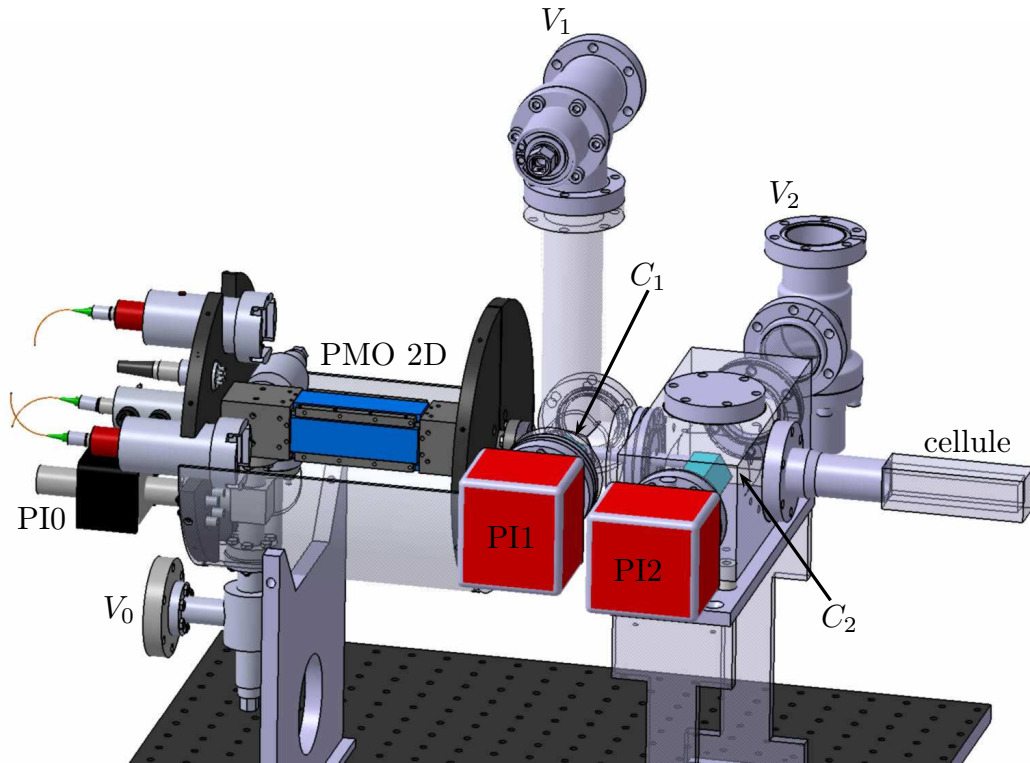


FIGURE 1.1 – Vue d'ensemble de la structure à vide. Le PMO 2D à gauche est connecté à une croix  $C_1$  par une tube à vide différentiel. Une deuxième croix  $C_2$  est branchée à la suite avec un deuxième tube à vide différentiel. La croix  $C_2$  est connectée à la cellule par la droite. Les croix  $C_1$  et  $C_2$  disposent d'une vanne  $V_1$  et  $V_2$  permettant un pompage efficace dans l'ensemble de la structure.

### 1.1.2 Caractéristiques de la cellule en verre

La cellule en verre que nous utilisons est de longueur  $L_{\text{cell}} = 10$  cm et de section carrée de côté extérieur  $l_{\text{cell}} = 3$  cm. La paroi de la cellule a une épaisseur  $e_{\text{cell}} = 0.5$  cm. Cela limite la taille des faisceaux que l'on peut utiliser à un diamètre de 2 cm. Nous avons prévu pour nos expériences d'utiliser au moins deux longueurs d'onde différentes (780 nm et 1064 nm). Nous avons donc décidé

2. Le tube mesure 8 cm de long, de diamètre externe 0.8 cm et de diamètre interne 0.6 cm.

3. Pompe NEX Torr 200 5 avec getter : 200 L/s.

4. Fabriqué par Hellma Analytics

qu'il était préférable de ne pas avoir de revêtement anti-reflets sur la cellule. Nous avons en conséquence des pertes de l'ordre de 4 % en réflexion à chaque interface air-verre. Ces réflexions peuvent être problématiques pour nos expériences. En effet, un faisceau se propageant perpendiculairement à la surface de la cellule est en partie rétro-réfléchi, ce qui provoque des interférences<sup>5</sup>. Pour contourner ce problème, on envoie les faisceaux avec un petit angle par rapport à la cellule.

## 1.2 Principe des pièges magnéto-optiques

Le principe des pièges magnéto-optiques (PMO) a été proposé par J. Dalibard, il requiert l'utilisation conjointe d'une mélasse optique [9] et d'un gradient de champ magnétique. E.L. Raab, S. Chu et D. Pritchard ont obtenu le premier PMO en 1987 [17]. Une description détaillée de son fonctionnement peut être trouvée dans la thèse de B. Lounis [66], j'en présente ici succinctement le principe. Nous utilisons le rubidium 87 dont la structure hyperfine est détaillée dans [67]. La raie  $D_2$  (cf : figure 2.6) correspond à la transition  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$  dont la longueur d'onde est de 780.24 nm. Les deux niveaux de cette raie présentent une levée de dégénérescence en sous-niveaux hyperfins dont le nombre quantique approprié est  $F = J + I$  avec  $J$  le moment cinétique électronique (orbital et de spin) et  $I$  le spin nucléaire. Il en résulte une séparation d'énergie en six niveaux hyperfins : deux pour  $J = 1/2$  et  $I = 3/2$  (le niveau fondamental) et quatre pour  $J = 3/2$  et  $I = 3/2$  (état excité). Le ralentissement et le refroidissement des atomes reposent sur l'utilisation de cycles d'absorption-émission spontanée répétés pour lesquels les transitions hyperfines quasi-fermées sont mises à profit.

### Mélasse optique

La mélasse optique se sert du ralentissement Doppler produit par la force de pression de radiation d'un laser de pulsation  $\omega_L$  pour ralentir les atomes dans toutes les directions. En étant légèrement désaccordé de  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  vers le rouge par rapport à une transition atomique de pulsation  $\omega_0$ , le laser peut ralentir les atomes. La figure 1.2 permet d'avoir une idée du mécanisme de la mélasse optique. Un atome se déplaçant à une vitesse  $v$  dans une direction opposée au sens de propagation du laser de vecteur d'onde  $k_L$  voit une fréquence augmentée de  $\delta'_L = \delta_L + k_L v$  au premier ordre pour l'effet Doppler non relativiste. Les atomes se déplaçant dans le sens opposé par rapport au laser sont ralentis car ils sont plus proches de résonance. En ajoutant un deuxième faisceau contra-propageant au premier et dans l'approximation de faible vitesse  $|k_L v| \ll \delta_L$  on obtient une force de friction [68] d'amplitude donnée par :

$$F = -\alpha v, \quad (1.1)$$

avec  $\alpha = \hbar k_L^2 \frac{-\Omega^2 \delta_L \Gamma}{(\Gamma^2/4 + \Omega^2/2 + \delta_L^2)^2}$ . Ici  $\Omega$  est la pulsation de Rabi et  $\Gamma$  est la largeur naturelle de l'état excité. Pour produire cet effet nous utilisons la transition quasi-fermée  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  : lorsque un atome absorbe un photon, il y a ensuite

5. Le contraste peut atteindre  $C = 0.38$  pour le cas d'une seule réflexion à l'intérieur de la cellule.

émission spontanée d'un photon de même fréquence et l'atome revient dans l'état  $|F = 2\rangle$ . Si on applique ce principe à trois dimensions, on obtient une mélasse optique où tous les atomes présents dans la zone de croisement des faisceaux subissent une force de friction.

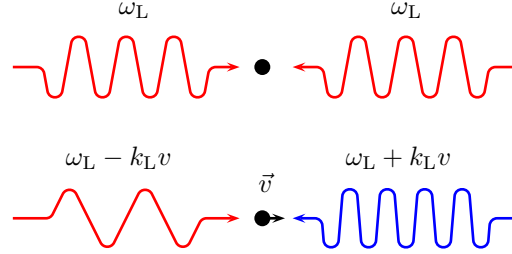


FIGURE 1.2 – Principe de la mélasse optique, les atomes se déplaçant dans une direction voient une fréquence augmentée des photons se propageant dans en sens inverse. Si le photon est désaccordé vers le rouge par rapport à une transition fermée, il y a ralentissement des atomes quelle que soit la direction de leur vecteur vitesse.

### Confinement magnétique

La mélasse optique est indépendante de la position des atomes ; or pour piéger les atomes il faut avoir cette dépendance. Grâce à une configuration quasi anti-Helmholtz d'une paire de bobines, on lève la dégénérescence des sous niveaux Zeeman (voir figure 1.3). Ainsi, en maintenant un gradient de champ magnétique  $b'$  tel que  $B = 0$  au centre du piège,  $B < 0$  pour  $x < 0$  et  $B > 0$  pour  $x > 0$ , le désaccord s'écrit :

$$\delta'_L = \delta_L \mp \left( k_L v + \frac{g_e \mu_B b'}{\hbar} x \right), \quad (1.2)$$

avec  $g_e$  le facteur de Landé de l'état excité et  $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{J.T}^{-1}$  le magnéton de Bohr. On favorise alors l'absorption d'un photon polarisé  $\sigma^-$  pour le sous-niveau  $|F = 3, m_F = -3\rangle$  pour  $x < 0$  et  $\sigma^+$  pour le sous-niveau  $|F = 3, m_F = +3\rangle$  pour  $x > 0$ . En utilisant un laser polarisé circulaire gauche se propageant vers les  $x > 0$  et un laser polarisé circulaire droite se propageant dans le sens des  $x < 0$ , on obtient un déséquilibre des forces de pression de radiation qui, quelle que soit la position  $x$ , tend à ramener les atomes au centre du piège. Pour  $|k_L v|$  et  $|\frac{g_e \mu_B b'}{\hbar} x| \ll \delta_L$ , en définitive les atomes subissent une force de la forme :

$$F = -\alpha v - \kappa x, \quad (1.3)$$

avec  $\kappa = \frac{\hbar k_L}{g_e \mu_B b'} \alpha$ .

### Le repompage

Lors des multiples cycles nécessaires au ralentissement des atomes, il arrive qu'un atome ne se désexcite pas vers le niveau  $|F = 2\rangle$ , mais vers le niveau  $|F = 1\rangle$  qui est un état noir pour les cycles absorption-émission (probabilité de l'ordre de

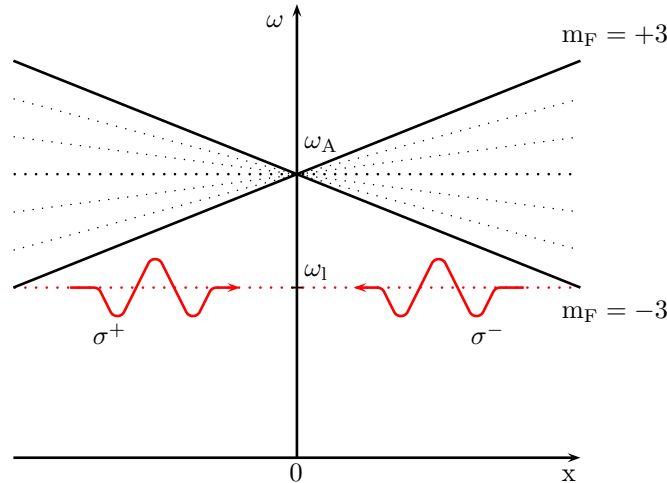


FIGURE 1.3 – Évolution des sous-niveaux magnétiques en fonction de la position dans le PMO. Le gradient de champ associé aux différentes polarisations des lasers permet aux atomes d'absorber un photon résonant lorsque ils se situent de part et d'autre du piège.

1/1000). Au bout d'un certain temps, faible par rapport au temps nécessaire au ralentissement laser, les atomes s'accumulent dans cet état. Les atomes ne peuvent plus être ralentis. Pour éviter cet effet on utilise un laser accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ , appelé faisceau repompeur. Du niveau  $|F' = 2\rangle$  les atomes peuvent se désexciter dans l'état  $|F = 2\rangle$  par émission spontanée et sont donc à nouveau dans l'état cyclant.

### 1.3 Piège magnéto-optique 2D

Lors du changement de dispositif expérimental nous avons choisis de remplacer l'ancien ralentisseur Zeeman par un piège magnéto-optique 2D (PMO 2D). Le PMO 2D est fabriqué par le SYRTE, c'est une des améliorations que nous avons apporté à notre dispositif. Il est moins encombrant que le ralentisseur Zeeman et ne nécessite pas d'être refroidi à l'eau. Il permet de créer un flux d'atomes pour le chargement du piège magnéto-optique 3D (PMO 3D) au niveau de la cellule. La mise en place s'est faite sous atmosphère d'azote en le branchant directement sur l'ensemble à vide que nous avons monté au préalable. La pression dans la zone du PMO 2D (avant le premier tube à vide différentiel) est de quelques  $10^{-8}$  mbar lorsque le four est à sa température de fonctionnement (100 °C).

#### 1.3.1 Configuration PMO 2D

On peut voir la configuration PMO 2D sur la figure 1.4. Les bobines du PMO 2D sont allongées dans le sens de la chambre, nous y faisons passer un courant de deux ampères. Nous acheminons les faisceaux refroidisseurs, repompeur et pousseur du PMO 2D séparément.

- Deux fibres à maintien de polarisation acheminent la lumière résonante pour le refroidissement laser (refroidisseur PMO 2D). À la sortie de chaque fibre nous avons 55 mW de refroidisseur. Du fait de l'injection directe des faisceaux refroidisseurs par un collimateur fixé à la structure du PMO 2D, il est difficile d'en asservir les intensités. Nous avons choisi de travailler la polarisation des faisceaux avant la fibre pour avoir le moins de fluctuations possible sans avoir à changer la façon dont on amène les faisceaux dans le PMO 2D. Nous atteignons des valeurs de fluctuations sur la puissance des refroidisseurs inférieures à 4%. Les faisceaux sortant des fibres sont chacun séparés en trois bras parallèles retro-réfléchis. Nous avons alors trois faisceaux parallèles dans le plan vertical et trois faisceaux parallèles dans le plan horizontal.
- Nous avons choisi d'injecter le faisceau repompeur (5 mW) par le hublot situé à l'arrière du PMO 2D, en enlevant le collimateur prévu par le SYRTE. De cette manière, seul le refroidisseur est injecté directement par les fibres. Cela simplifie l'utilisation ainsi que la maintenance de l'efficacité du PMO 2D. Avec cette configuration, nous obtenons trois nuages d'atomes froids allongés et sur une même ligne.
- Les atomes sont poussés par un autre faisceau résonant (faisceau pousseur) vers la cellule où ils sont capturés par le PMO 3D. Nous utilisons de 240  $\mu\text{W}$  de pousseur. Les faisceaux repompeur et pousseur sont alignés l'un sur l'autre après avoir été combinés sur un cube séparateur de polarisation.

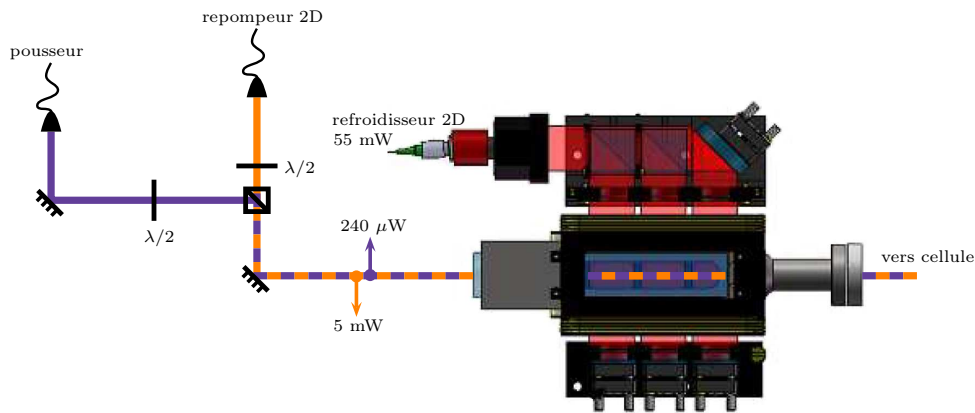


FIGURE 1.4 – Configuration de l'injection des faisceaux repompeur PMO 2D (orange) et du pousseur (violet), les deux faisceaux se rejoignent sur un cube et sont injectés par le hublot derrière le PMO 2D. Un seul des deux axes de refroidissement est représenté, le second étant perpendiculaire au plan de l'image. Le refroidisseur est injecté directement via un collimateur de fibre puis est séparé en trois faisceaux rétro-réfléchis pour former les trois nuages d'atomes.

### 1.3.2 Flux atomique

Le chargement du PMO 3D est directement lié au flux d'atomes produit par le PMO 2D. Nous voulons caractériser ce flux pour savoir si le PMO 2D fonctionne



de manière optimale. Comme le montre la figure 1.5, nous avons mesuré le flux d'atomes par fluorescence à l'aide d'une lentille de collection de focale  $f = 25$  mm et de rayon  $r_l = 25$  mm placée à une distance  $R = 35$  mm au dessus de la cellule. Nous avons éclairé le faisceau d'atomes provenant du PMO 2D à l'aide des faisceaux horizontaux du PMO 3D de diamètre  $d_{\text{PMO3D}} \approx 20$  mm et accordés à résonance de la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Les atomes se déplacent perpendiculairement aux faisceaux, l'effet Doppler dans la direction transverse au flux est négligeable et les photons sont absorbés efficacement. Nous allumons aussi le repompeur PMO 3D pour que tous les atomes du faisceau émettent des photons.

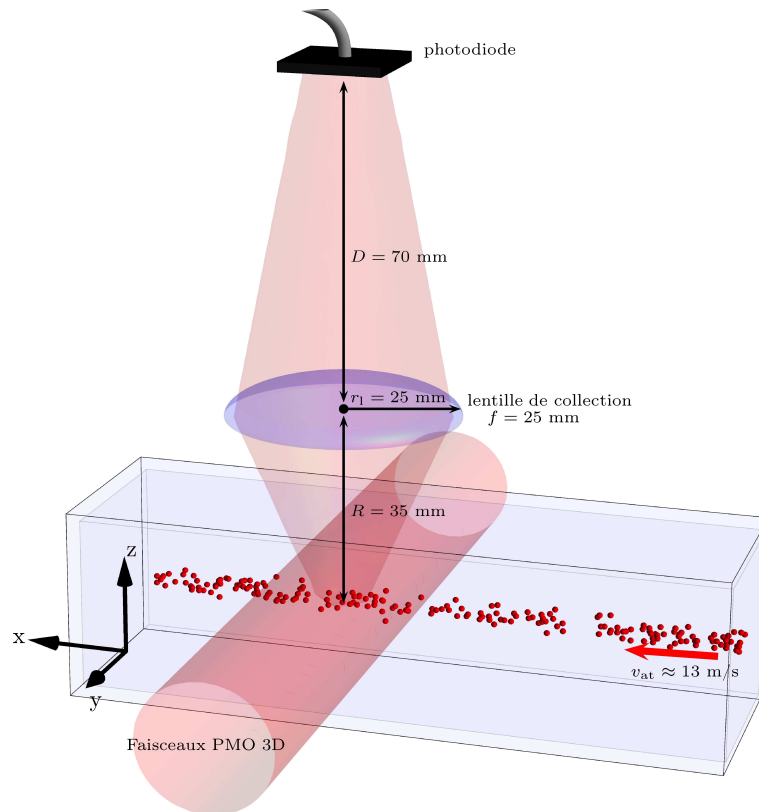


FIGURE 1.5 – *Mesure de la fluorescence du jet atomique produit par le PMO 2D. les faisceaux refroidisseurs horizontaux du PMO 3D sont allumés à résonance. La lumière re-émise par les atomes est collectée par une lentille de collection et une photodiode*

### Volume de capture des photons

Les atomes éclairés par le faisceau refroidisseur PMO 3D ré-émettent des photons dans toutes les directions. Pour évaluer le nombre d'atomes émettant ces photons nous avons besoin de connaître le volume d'où proviennent les photons. Nous ne collectons qu'une partie de la lumière avec la lentille de collection. Cette fraction de lumière totale émise est envoyée sur une photodiode placée à une distance  $D = 70$  mm derrière la lentille, à l'endroit où se forme l'image des

atomes. Cela donne un grandissement  $G = 2$ . Le capteur que nous utilisons est un carré d'arête 8 mm. Nous pouvons donc capter la lumière émise par un cylindre de longueur  $l_{\text{fluo}} = 4$  mm et de section donnée par la divergence du jet atomique après le tube à vide différentiel du PMO 2D (de rayon  $r_{\text{tube}} = 0.75$  mm). La température transverse du jet atomique de 400  $\mu\text{K}$  donne une divergence du jet atomique de 20 cm/s. La zone de fluorescence est située à peu près à 20 cm du tube à vide différentiel et il faut 20 ms pour des atomes de vitesse 10 m/s pour les parcourir. Le jet s'étend donc transversalement d'à peu près 4 mm. Pour calculer le flux il faut alors considérer un cylindre de 4.75 mm de rayon et de section :  $S_{\text{sect}} = \pi \times (r_{\text{tube}} + v_{\perp} t_{\text{transport}})^2 \approx 71 \text{ mm}^2$ .

### Nombre de photons émis

Le signal de fluorescence obtenu est de 0.17 mV<sup>6</sup>, soit  $P_{\text{fluo}} = 0.21 \mu\text{W}$  d'après notre calibration. Le nombre de photons détectés est donné par  $N_{\gamma} = P_{\text{fluo}}/h\nu = 9 \times 10^{11}$  photons/s. Il faut maintenant intégrer sur tout l'angle solide, c'est-à-dire calculer le rapport de l'angle solide total et de l'angle solide de capture défini par notre lentille située à  $R = 35$  mm des atomes. L'angle solide de capture des photons par notre lentille s'écrit :  $A_l = 2\pi \left[1 - \cos\left(\arctan\frac{r}{R}\right)\right]$ . Le nombre total de photons émis par seconde est donc  $N_{\gamma, \text{tot}} = N_{\gamma} \times \frac{4\pi}{A_l} = 9.7 \times 10^{12}$  photons/s.

Remarque : Lorsque l'on intègre sur tout l'angle solide on considère que les atomes sont situés en un point de l'espace. Or ils sont dispersés dans un cylindre de longueur 4 mm et de rayon 4.75 mm. On peut calculer plus précisément l'angle solide donné par les atomes sur les bords du cylindre. L'erreur due aux atomes les plus excentrés est de l'ordre de 20% :  $A_{R=35\text{mm}}/A_{R=40\text{mm}} = 1.23$  et  $A_{R=35\text{mm}}/A_{R=30\text{mm}} = 0.80$ . On reste tout de même dans le même ordre de grandeur et l'effet des atomes les plus proches compense celui des atomes les plus éloignés.

### Calcul du flux

À partir du nombre de photons émis par seconde nous pouvons remonter au flux atomique. Le nombre d'atomes émettant ces photons est donné par  $N_{\text{at}} = N_{\gamma, \text{tot}} / (\frac{1}{2\pi}\Gamma/2)$  où  $\Gamma = 2\pi \times 6.065$  MHz est le taux d'émission spontanée de la raie  $D_2$  [67]. On obtient ensuite la densité surfacique d'atomes dans la section du faisceau atomique en divisant par la longueur du cylindre  $l_{\text{fluo}}$ . Finalement le flux atomique est calculé en multipliant la densité par la vitesse moyenne des atomes et on a :  $\phi_{\text{at}} = \frac{N_{\text{at}}}{l_{\text{fluo}}} v_{\text{at}} \approx 10^{10}$  atomes/s. Cela correspond bien aux spécifications données par le SYRTE.

---

6. Nous avons amplifié le signal d'un facteur 1000 pour pouvoir le visualiser sur un oscilloscope.

## 1.4 Piège magnéto-optique 3D

Le flux d'atomes arrivant dans la cellule permet de charger un deuxième piège magnéto-optique (PMO 3D). Je décris dans cette section la configuration géométrique du piège et ses conséquences sur les caractéristiques du PMO. Je détaille ensuite la séquence de chargement du piège en expliquant succinctement les principes de phase sombre [69] et de mélasse à désaccord dynamique basée sur le refroidissement par gradient de polarisation [70].

### 1.4.1 Configuration du piège magnéto-optique 3D

Le PMO 3D est confiné dans les trois dimensions de l'espace par un jeu de trois paires de faisceaux et d'une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz très proches de la cellule. On peut voir la configuration de l'ensemble du PMO 3D sur la figure 1.6. Les bobines de diamètre 4 cm pour 15 spires sont espacées de 5 cm l'une par rapport à l'autre et produisent un gradient de champ dans l'axe transversal de la cellule ( $y$ ) de 28 G/cm en faisant passer un courant de deux ampères dans chacune. Le courant utilisé est assez faible pour ne pas avoir besoin de les refroidir et le temps de coupure du champ est de 100  $\mu$ s. Pour les expériences que nous voulons faire nous avons décidé de garder l'axe vertical de la cellule libre. Cela nous a obligé à utiliser des faisceaux obliques pour le confinement longitudinal et vertical. Cette configuration affaiblit le confinement dans l'axe longitudinal ( $x$ ) par rapport au vertical ( $z$ ), le nuage est allongé dans le sens de la cellule et la vitesse de capture des atomes s'en trouve réduite.

Les faisceaux verticaux font un angle de 30° avec l'axe vertical. Leur polarisation circulaire a été difficile à régler car l'angle d'arrivée sur le dernier miroir n'est pas de 45°. Nous avons utilisé des lames demi-onde avant ces miroirs de manière à ce que la polarisation reste la plus rectiligne possible après réflexion et avant les lames quart d'onde. Nous utilisons une seule fibre pour les faisceaux refroidisseurs dont la puissance de sortie est de 200 mW. La puissance est répartie dans les six faisceaux après en avoir dévié une petite partie avec une lame séparatrice pour asservir l'intensité. Les faisceaux refroidisseurs ont un diamètre de deux centimètres et l'intensité maximale  $I_0$  de chaque faisceau est de l'ordre de  $4 I_{\text{sat}} \approx 10 \text{ mW/cm}^2$ . Le faisceau repompeur est envoyé sur le même trajet que la paire de faisceaux refroidisseurs horizontaux grâce au cube séparateur de polarisation qui sépare les deux bras horizontaux du refroidisseur PMO 3D. La puissance du repompeur est aussi asservie et nous disposons de 20 mW répartis également sur les deux bras. Nous chargeons grâce à ce système un nuage contenant  $2.5 \times 10^9$  atomes en 3 s à une température de 120  $\mu$ K.

### 1.4.2 Phase sombre

Cette étape a pour but d'augmenter la densité d'atomes dans le PMO en réduisant sa taille. Cette technique a été démontrée par W. Ketterle [69]. Le principe est de créer un point noir (Dark SPOT) sur le centre du faisceau repompeur permettant d'éviter la ré-absorption de photons émis au centre du PMO. En effet, les atomes capturés dans le PMO sont déjà suffisamment ralentis pour

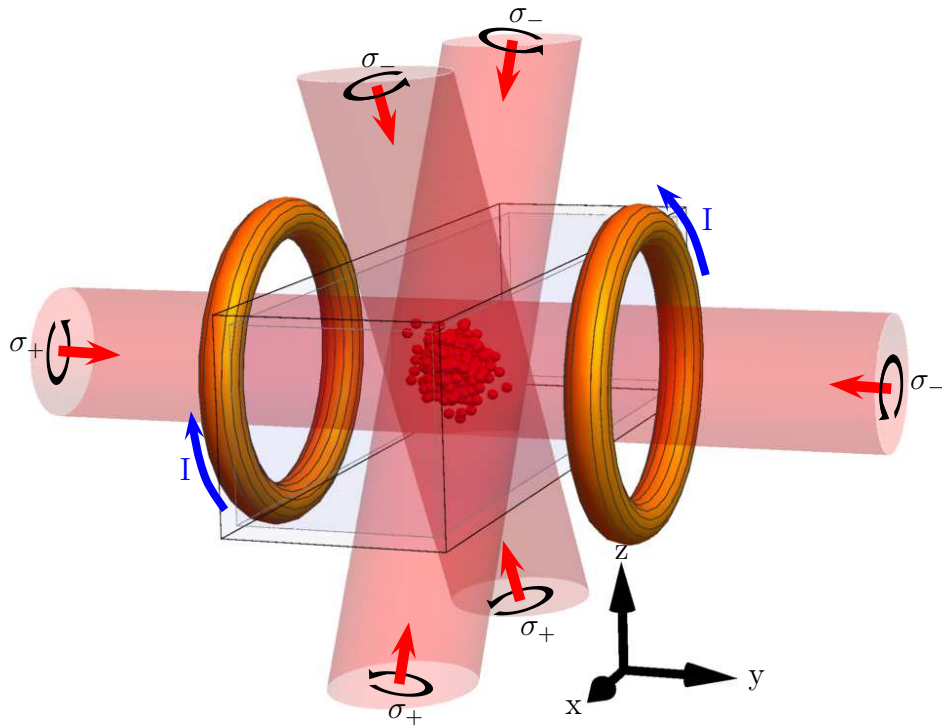


FIGURE 1.6 – Configuration géométrique du PMO 3D. Deux faisceaux sont horizontaux et quatre faisceaux sont inclinés de  $30^\circ$  symétriquement par rapport à l'axe vertical. Les bobines de 15 tours et de rayon moyen  $r_{3D} = 2$  cm sont positionnées en  $y_{+/-} = \pm 2.5$  cm par rapport au centre de la cellule. Le courant dans chaque bobine est de 2 A et le gradient dans l'axe transverse de la cellule est de 28 G/cm.

que la force nécessaire pour les garder dans le piège soit faible. Il est alors possible de supprimer localement le repompeur pour diminuer les interactions par émission-absorption entre atomes limitant la densité du nuage. Dans notre cas nous procédons à une phase sombre pendant laquelle nous diminuons la puissance du repompeur d'un facteur 1000 pendant 50 ms. Les atomes se concentrent alors au centre du piège sans perte d'atomes.

### 1.4.3 Mélasse à désaccord dynamique

#### Température Doppler

La température minimale  $T_{\min}$  du refroidissement Doppler pour des atomes à deux niveaux dans une mélasse à trois dimensions est déterminée par le taux d'émission spontanée et le désaccord du laser vis-à-vis de la transition considérée [68, 71]. Lorsque le désaccord vaut  $\delta_L = -\Gamma/2$  on a :

$$k_B T_{\min} = \hbar \Gamma / 2. \quad (1.4)$$

Un calcul formel de cette température limite est présenté dans [72, 73] et montre qu'elle provient de la compétition entre les mécanismes de refroidissement et de

chauffage présents dans une mélasse optique. Dans le cas du  $^{87}\text{Rb}$  on trouve  $T_{\min} = 140 \mu\text{K}$ .

### Refroidissement en dessous de la limite Doppler

En réalité la température d'une mélasse est inférieure à cette limite. Dans [70] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji<sup>7</sup> détaillent les mécanismes de processus de refroidissement par gradient de polarisation, apparaissant lorsque les faisceaux refroidisseurs opposés d'un PMO forment un réseau de polarisation<sup>8</sup> ou lorsqu'ils créent une rotation de polarisation linéaire lorsque les faisceaux sont en configuration  $\sigma^+ - \sigma^-$ . Dans cette dernière configuration, les atomes se déplaçant le long d'un des axes des faisceaux refroidisseurs voient la polarisation du champ électrique tourner. À paramètre de saturation faible  $s \ll 1$ , il apparaît une différence de population des sous-états magnétiques et donc un déséquilibre des forces de pression de radiation des faisceaux  $\sigma^-$  et  $\sigma^+$ . La température pour une mélasse est alors proportionnelle au carré de la pulsation de Rabi et inversement proportionnelle au désaccord :  $T \propto \frac{\Omega^2}{|\delta_L|}$ .

### Protocole

Après le chargement du PMO, nous éteignons le gradient de champ magnétique et augmentons le désaccord linéairement en partant de  $-3 \Gamma$  jusqu'à  $-7.5 \Gamma$  en 15 ms, en même temps nous divisons la puissance des faisceaux refroidisseurs par 10 et nous rallumons le repompeur. La température chute alors de  $120 \mu\text{K}$  à  $25 \mu\text{K}$  sans pertes d'atomes.

#### 1.4.4 Séquence de Chargement

La figure 1.7 montre la séquence que nous utilisons pour obtenir un PMO de  $2.5 \times 10^9$  atomes à  $25 \mu\text{K}$ . Dans un premier temps nous chargeons le PMO 3D avec le PMO 2D pendant 3 s. Vient ensuite la phase sombre de 50 ms. Nous déclenchons alors l'étape de mélasse à désaccord dynamique de 15 ms en coupant rapidement les champs magnétiques du PMO 3D. À ce moment là, les atomes ne sont pas polarisés et la capture des atomes dans le piège quadrupolaire ne permet de garder qu'à peu près un tiers des atomes<sup>9</sup>.

## 1.5 Piégeage magnétique

Après le chargement du PMO 3D nous chargeons le nuage obtenu dans un piège magnétique quadrupolaire. Dans cette section je décris le dispositif que nous utilisons pour produire un nuage de  $5 \times 10^7$  atomes de  $^{87}\text{Rb}$  à  $30 \mu\text{K}$  dans un piège quadrupolaire à l'aide d'une évaporation forcée par transition micro-ondes.

7. On trouvera une description plus quantitative dans la thèse de D. Grison [74].

8. Cela produit l'effet Sisyphe pour des polarisations linéaires et perpendiculaires ( $\pi \perp \pi$ ).

9. Nous capturons un tiers des atomes si nous coupons le faisceaux repompeur pendant 2 ms après la mélasse à désaccord dynamique, de manière à depomper les atomes vers  $|F = 1\rangle$  grâce aux faisceaux refroidisseurs PMO 3D.

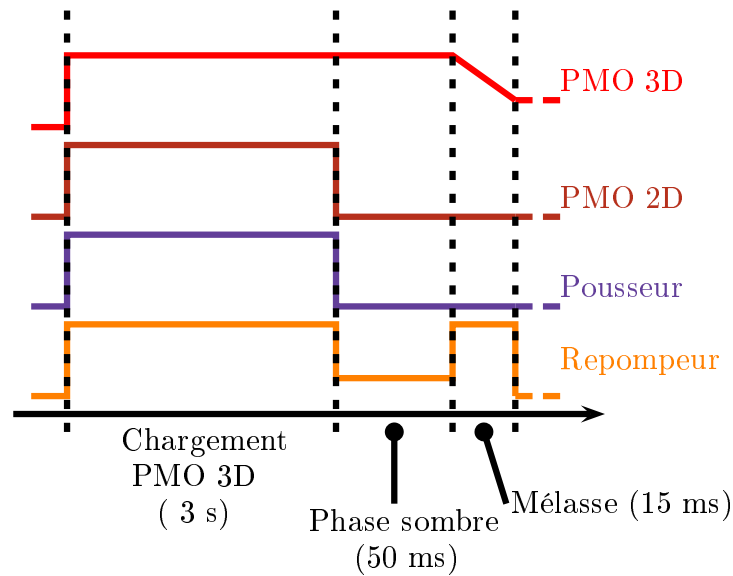


FIGURE 1.7 – Séquence de chargement du PMO 3D. On commence par charger le PMO 3D en 3 seconde avec le PMO 2D. On coupe ensuite les faisceaux PMO 2D (refroidisseur et pousseur) et on diminue la puissance du repompeur d’un facteur 1000 pour effectuer la phase sombre pendant 50 ms. Ensuite nous déclenchons la mélasse à désaccord dynamique (mélasse) pendant 15 ms durant lesquelles la puissance du refroidisseur PMO 3D est divisée par 10 et le désaccord passe de  $-3 \Gamma$  à  $-7.5 \Gamma$ .

Dans un premier temps nous considérons le piégeage non dissipatif dans un piège magnétique quadrupolaire [75]. Il est réalisé en exploitant le moment magnétique des atomes dans un gradient de champs magnétiques produit par deux bobines en position anti-Helmholtz. Ce type de piège requiert une polarisation préalable de l’échantillon atomique. Je détaille ci-après les principes ainsi que le montage optique utilisés pour obtenir une polarisation de 90 % des atomes dans le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  à partir des atomes du PMO 3D. Une fois piégé, le gaz est comprimé puis soumis à un refroidissement par évaporation micro-onde dont la dynamique est dictée par le taux de collisions élastiques. Nous commencerons par extraire les lois d’échelle de la densité dans l’espace des phases et du taux de collisions dans un tel piège.

Le champ magnétique d’un quadrupole s’annule au centre de symétrie ce qui est susceptible de provoquer des renversements de spins, cela engendre des pertes connues sous le nom de pertes Majorana. Ces pertes concernent les atomes qui passent à proximité du zéro de champ magnétique ; et en particulier les moins énergétiques ; elles provoquent par suite un phénomène d’anti-évaporation pouvant réchauffer le nuage. Le modèle simple présenté dans cette section montre notamment que ces pertes sont d’autant plus importantes que la masse de l’atome est faible et que la température est basse. Après l’évaporation micro-onde, nous transférerons les atomes dans un piège hybride produit par la combinaison d’un piège magnétique et d’un piège dipolaire croisé. C’est dans ce piège que nous procédons à une seconde évaporation forcée et atteignons la température critique

de condensation, cette dernière étape est décrite dans le chapitre 3.

### 1.5.1 Configuration du piège quadrupolaire

Nous utilisons un piège quadrupolaire créé par deux jeux de trois bobines placés au dessus et en dessous de la cellule pour confiner nos atomes. Comme on peut le voir sur la figure 1.8, nous utilisons des bobines de forme évasée pour dégager l'accès optique vertical, permettant de faire passer les faisceaux PMO 3D avec le plus grand angle possible. La configuration à six bobines indépendantes permet également de diminuer l'inductance des bobines et donc de diminuer les temps de montée/coupure des champs magnétiques ( $\tau_{m/c} \approx 1$  ms). Chaque bobine est constituée d'un tube de cuivre<sup>10</sup> enroulé sur lui même. Les deux jeux de bobines sont espacées de  $\Delta_{z,quad} = 4$  cm, laissant suffisamment d'espace pour placer la cellule au milieu tout en ayant les bobines les plus proches possible.

#### Champ magnétique quadrupolaire

Nos bobines en configuration anti-Helmoltz séparées de  $\Delta_{z,quad}$  produisent au voisinage de  $(x = 0, y = 0, z = 0)$  un champ magnétique de forme :

$$\vec{B}(x, y, z) = b' \begin{pmatrix} x/2 \\ y/2 \\ -z \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

où  $b'$  est le gradient et dépend des courants circulant dans les bobines. En tenant compte de la résistance des cables et des connections, nous pouvons monter avec nos alimentations<sup>11</sup> jusqu'à 160 A dans chaque bobine pour un gradient maximal  $b'_{\max} \sim 300$  G/cm.

#### Piégeage magnétique des atomes

Dans un tel champ magnétique les atomes de  $^{87}\text{Rb}$  voient un potentiel :

$$U(\mathbf{r}) = \mu |\vec{B}| = \mu b' \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{4} + z^2}, \quad (1.6)$$

avec  $\mu = m_F g_F \mu_B$  le moment magnétique où  $g_F \approx \frac{(-1)^F}{2}$  est le facteur de Landé de l'état hyperfin considéré. Pour que les atomes soient piégés [75], il faut qu'ils soient dans un sous-état magnétique tel que  $\mu > 0$ , l'atome est alors dit chercheur de champ faible. C'est le cas pour le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  pour lequel  $\mu = 4.65 \times 10^{-24}$  J/T. Il est aussi possible de polariser les atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  qui est aussi un sous-état confiné. Mais dans ce cas il est nécessaire d'avoir une polarisation parfaite car tous les  $m_F > 0$  de l'état  $|F = 2\rangle$  sont confinés.

10. Cela permet de refroidir les bobines en faisant passer de l'eau à l'intérieur. Ils ont un diamètre externe de 4 mm et un diamètre interne 3 mm.

11. Nous utilisons des alimentations  $\delta$ -electronika SM 15 200 D pouvant délivrer 15 V et 200 A pour chaque bobine.

Remarque : Pour pouvoir évaporer dans un piège quadrupolaire il est nécessaire que lors d'une collision élastique les atomes ne changent pas de sous-état Zeeman. Les sous-états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  satisfont cette condition puisque la règle de conservation du moment magnétique entraîne que si l'un des deux atomes impliqués dans la collision change de  $m_F$  l'autre atome changera aussi d'état. Or les sous-états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  sont en bord de spectre, la condition de conservation ne peut pas être respectée si l'un des atomes change de sous-état.

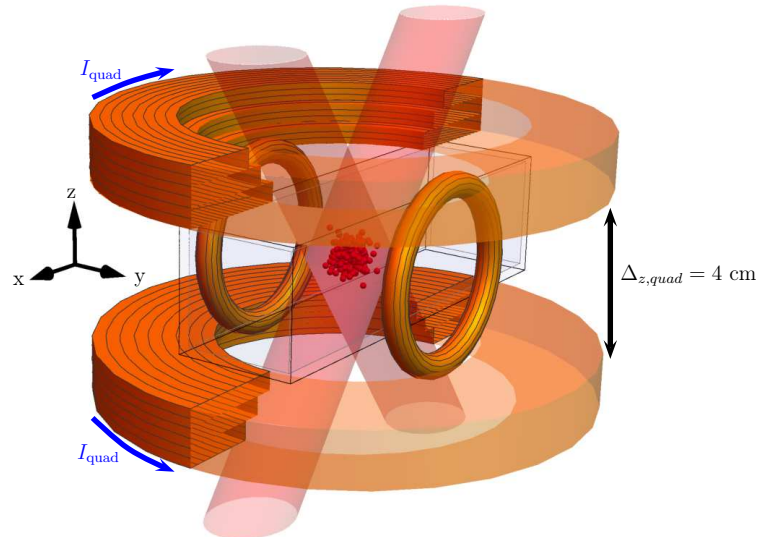


FIGURE 1.8 – Configuration des bobines du piège quadrupolaire. Les trois bobines du dessus sont superposées et forment un creux évasé pour laisser passer les faisceaux obliques du PMO 3D. Les trois bobines du dessous sont placées symétriquement en dessous de la cellule.

## 1.5.2 Polarisation des atomes

Notre PMO ne polarise pas les atomes dans un sous état magnétique spécifique. Pour augmenter le taux de capture dans le piège quadrupolaire, nous ajoutons une étape de polarisation des atomes juste avant le chargement dans le piège magnétique. Je présente ici le principe de la polarisation dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Ensuite je décris le montage optique que nous utilisons et je caractérise la bobine permettant de définir l'axe de quantification. Enfin je compare le nombre d'atomes dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  avec et sans polarisation grâce à la séparation des sous-états magnétiques obtenue avec un protocole Stern et Gerlach.

### Principe de la polarisation atomique

Nous avons besoin d'avoir des atomes dans un seul sous-état magnétique pour avoir le meilleur taux de capture possible. Les atomes du PMO sont répartis dans les différents sous états  $|F = 2, m_F = \pm 2, \pm 1, 0\rangle$ . Nous voulons d'une part



transférer les atomes vers  $|F = 1\rangle$  et d'autre part choisir le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ .

Il faut tout d'abord définir l'axe de polarisation avec un champ magnétique homogène (de quelques Gauss) au niveau des atomes. Une fois l'axe de quantification défini, on utilise un faisceau dépompeur de polarisation rectiligne et accordé sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Les atomes sont pompés vers  $|F' = 2\rangle$  et peuvent se désexciter par émission spontanée vers  $|F = 1\rangle$ . Pour que les atomes s'accumulent dans le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , on utilise un faisceau polariseur polarisé  $\sigma_-$  et accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$ , le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  est alors un état noir dans lequel les atomes s'accumulent au bout de plusieurs cycles. Remarque : avec cette configuration l'état  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  est un état noir car le coefficient de Clebsch-Gordan associé à la transition  $|F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F' = 2, m_{F'} = 0\rangle$  est nul. Cependant le protocole fonctionne quand même car la polarisation  $\pi$  du laser n'est pas parfaite.

### Bobine de polarisation

Pour définir l'axe de quantification nous utilisons une bobine de 10 spires positionnée entre les bobines du quadrupole à 3 cm des atomes et inclinée de  $23^\circ$  par rapport aux faisceaux PMO 3D horizontaux (voir figure 1.9). Les dimensions de la bobine sont de 3 cm de haut et de 8 cm de long, la forme allongée permet de ne pas encombrer l'accès optique. Nous faisons passer un courant de 7 A pendant 2 ms pour produire un champ quasi-homogène au niveau des atomes ( $B_{\text{pol}} = 2.5$  G) orienté perpendiculairement à la bobine. Un tel courant peut chauffer la bobine en quelques secondes mais nous ne l'utilisons que pendant 2 ms lors d'une séquence totale de 10 à 20 secondes et la température ne change pas de façon visible. Les temps de montée et de coupure du courant sont respectivement de  $180 \mu\text{s}$  et  $30 \mu\text{s}$ .

### Montage optique

Comme on peut le voir sur la figure 1.9, les faisceaux dépompeur ( $70 \mu\text{W}$ ) et polariseur ( $140 \mu\text{W}$ ) sont superposés et perpendiculaires à la bobine de polarisation faisant un angle de  $23^\circ$  avec les faisceaux PMO 3D. Les collimateurs de sortie de fibre ont un diamètre assez grand pour ne pas avoir à agrandir le faisceau ( $\phi \approx 1$  cm). Pour superposer les faisceaux nous utilisons une lame séparatrice de manière à pouvoir garder une polarisation rectiligne pour le dépompeur et circulaire pour le polariseur. Les faisceaux dépompeur et polariseur sont rétro-réfléchis de façon à compenser la force de pression de radiation, cela évite le déplacement du nuage d'atomes lorsque l'on allume les faisceaux. La production des fréquences des faisceaux dépompeur et polariseur est décrite dans le chapitre 2.

### Protocole de polarisation

On peut voir la séquence habituelle utilisée pour la polarisation sur la figure 1.10. Après l'étape de mélasse à désaccord dynamique nous branchons la bobine de polarisation et nous allumons les faisceaux dépompeur et polariseur pendant

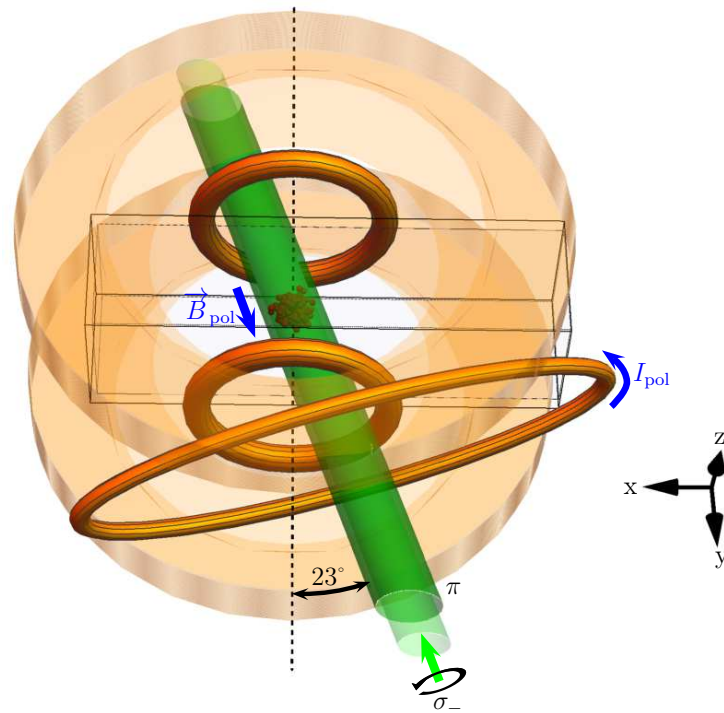


FIGURE 1.9 – *Étape de polarisation des atomes. L'axe de quantification est défini par la bobine inclinée de  $23^\circ$  par rapport à l'axe des faisceaux PMO 3D horizontaux (pointillés) dans laquelle passe  $I_{\text{pol}} = 7 \text{ A}$  pour produire un champ  $B_{\text{pol}} = 2.5 \text{ G}$  au niveau des atomes. Les faisceaux polariseur (vert clair) et dépompeur (vert foncé) sont envoyés perpendiculairement à la bobine de polarisation et ont respectivement une polarisation  $\sigma_-$  et  $\pi$  par rapport à l'axe de quantification.*

1 ms. Les obturateurs sont déclenchés 3 ms avant pour être sûr qu'ils soient complètement ouverts. Ensuite nous coupons le faisceau polariseur et maintenons le faisceau dépompeur pendant 1 ms de manière à dépomper tous les atomes dans  $|F = 1\rangle$ . Durant cette étape nous déclenchons l'allumage du piège quadrupolaire pour ne pas dépolariiser les atomes lorsque l'on coupe le champ magnétique de polarisation.

### Stern et Gerlach

Nous vérifions le bon fonctionnement de cette étape à l'aide d'un protocole reposant sur l'expérience de Stern et Gerlach. On peut voir une comparaison avec et sans polarisation sur la figure 1.10. Grâce à un gradient de champ magnétique vertical produit par une des bobines du quadrupole, nous séparons les différents sous-états magnétiques verticalement pendant un temps de vol. Avant l'étape de polarisation les atomes sont dans un mélange de sous-états de  $|F = 1\rangle$  et  $|F = 2\rangle$ . À la fin de la séquence on voit qu'il ne reste plus qu'un sous-état présent, c'est le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Grâce à cette séquence 90 % des atomes sont

polarisés<sup>12</sup>.

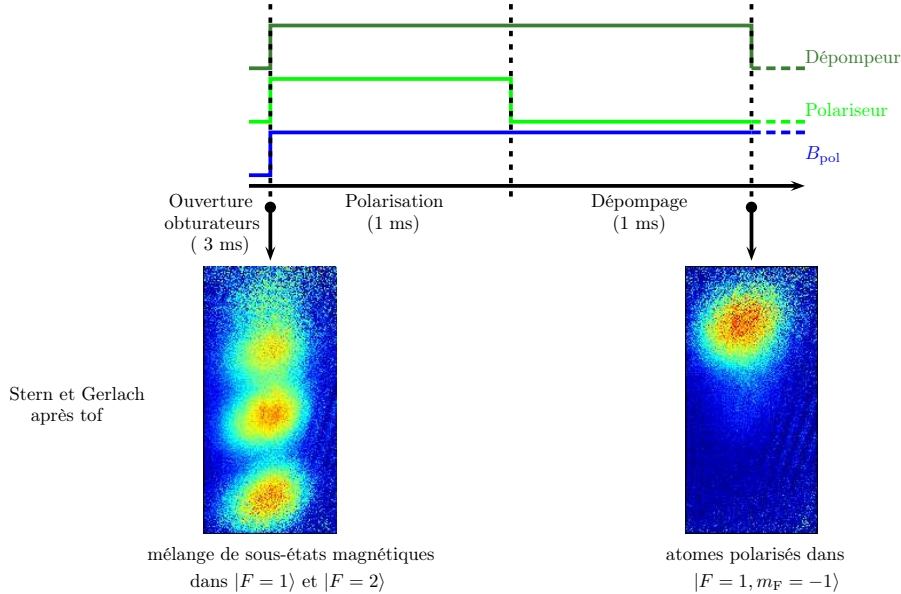


FIGURE 1.10 – Séquence de polarisation des atomes. Après ouverture des obturateurs, les faisceaux polariseur (vert clair) et dépompneur (vert foncé) sont allumés ainsi que le champ magnétique (bleu). Les atomes sont pompés vers le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  pendant 1 ms, il reste cependant des atomes dans  $|F = 2\rangle$ . Après 1 ms le polariseur est éteint et on commence l'étape de dépompement. Pendant cette étape de 1 ms les atomes restants sont dépompés vers  $|F = 1, m_F = 0, \pm 1\rangle$ . À la fin de la séquence, 90% des atomes sont polarisés. Les images du bas de la figure représentent l'état de polarisation au début et à la fin de la séquence, les sous-états sont séparés grâce à un gradient de champ magnétique vertical appliqué pendant le temps de vol.

### Suivi adiabatique

Lors du chargement des atomes dans le piège quadrupolaire, le champ magnétique au niveau des atomes change brutalement. Il est intéressant de regarder comment cette variation brusque du champ peut perturber la polarisation des atomes initialement dans le champ magnétique de quelques gauss produit par la bobine de polarisation.

La pulsation de Larmor de l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  vaut  $\Omega_L = 2\pi \times \frac{\mu}{h}|B|$ , elle correspond à la fréquence de precession et détermine la capacité des atomes à suivre un changement de direction du champ magnétique. Il faut comparer cette pulsation à la vitesse angulaire du changement de direction du champ magnétique  $\frac{d\theta_B}{dt}$  produit par l'allumage du quadrupole. Si  $\Omega_L \ll \frac{d\theta_B}{dt}$  les atomes peuvent changer de sous-état ; ce phénomène est appelé transition Majorana [76] et peut

12. Nous mesurons le nombre d'atomes grâce à l'ajustement d'une gaussienne sur une image du nuage par absorption. Le système d'imagerie est décrit dans le chapitre 3.

produire des pertes lors du chargement puisque les atomes ne sont plus confinés. À sa valeur finale lors de la capture des atomes, le gradient produit par le quadrupole atteint 60 G/cm dans la direction  $z$ . À une distance  $z_0 = 0.5$  cm (qui correspond au rayon typique du nuage d'atomes) le champ magnétique atteint alors 30 G. Si on fait l'approximation que le champ  $\vec{B}_{\text{pol}}$  est orienté uniquement selon  $y$  (bobine de polarisation non inclinée), le champ magnétique total au point ( $x = 0, y = 0, z_0 = 0.5$  cm) en fonction du temps s'écrit :

$$\vec{B}_{\text{quad}}(x = 0, y = 0, z_0 = 0.5 \text{ cm}, t) \approx \begin{pmatrix} 0 \\ B_{\text{pol}} \\ -b'z_0(1 - e^{-t/\tau_{\text{quad}}}) \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

où  $\tau_{\text{quad}} = 3$  ms est le temps caractéristique d'établissement du courant dans les bobines du quadrupole. L'angle  $\theta_B(t)$  entre l'axe de quantification à  $t = 0$  et  $\vec{B}(t)$  s'écrit :

$$\theta_B(t) = \arccos \left[ \frac{\sqrt{B_{\text{pol}}^2}}{\sqrt{B_{\text{pol}}^2 + b'^2 z_0^2 (1 - e^{-t/\tau_{\text{quad}}})^2}} \right] \quad (1.8)$$

Pour avoir un suivi adiabatique de l'axe de quantification, il faut que la vitesse angulaire du champ magnétique  $\dot{\theta}_B = \frac{d\theta_B}{dt}$  soit faible devant la pulsation de Larmor :

$$\dot{\theta}_B \ll \Omega_L. \quad (1.9)$$

La pulsation de Larmor s'exprime de manière analytique :

$$\Omega_L = 2\pi \times \frac{\mu}{h} \sqrt{B_{\text{pol}}^2 + b'^2 z_0^2 (1 - e^{-t/\tau_{\text{quad}}})^2} \quad (1.10)$$

La figure 1.11 représente le rapport  $\Omega_L/\dot{\theta}_B$  en fonction du temps pour les paramètres  $b' = 60$  G/cm,  $\tau_{\text{quad}} = 3$  ms et  $B_{\text{pol}} = 2.5$  G en ( $x = 0, y = 0, z_0 = 0.5$  cm) correspondant à l'étape de chargement du piège magnétique.

Ce rapport vaut au moins 2700, cela garantit le suivi adiabatique du spin lors de l'allumage du quadrupole. Ce rapport augmente durant toute la montée du champ pour des temps supérieurs à 1 ms et jusqu'à l'établissement complet du courant.

Remarque : Pour être certain du critère d'adiabaticité, il faut regarder l'évolution de ce rapport en fonction de la distance avec le centre du piège. Cependant autour du centre du piège le champ magnétique produit par le quadrupole est plus faible et  $\dot{\theta}_B$  diminue tandis que la fréquence de Larmor devient essentiellement définie par la bobine de polarisation et est donc constante.

### 1.5.3 Capture dans le piège quadrupolaire

Après l'étape de polarisation, nous alimentons les deux bobines les plus proches des atomes avec un courant de 60 A, produisant un gradient  $b'_{\text{capt}} = 62$  G/cm. Nous capturons habituellement entre  $1 \times 10^9$  et  $1.5 \times 10^9$  atomes dans le piège quadrupolaire ; le nombre d'atomes dans l'état  $|F = 2\rangle$  est inférieur à quelques

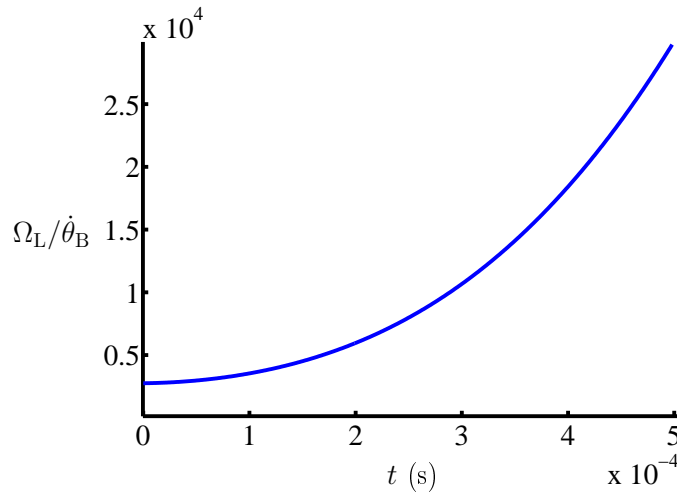


FIGURE 1.11 – Évolution du rapport de la pulsation de Larmor et de la vitesse angulaire du changement de la direction du champ magnétique  $\Omega_L/\dot{\theta}_B$  en fonction du temps pendant l'allumage du quadrupole au point ( $x = 0, y = 0, z = 0.5$  cm). Les valeurs des paramètres utilisés sont les valeurs expérimentales :  $b' = 60$  G/cm,  $\tau_{\text{quad}} = 3$  ms et  $B_{\text{pol}} = 2.5$  G.

$10^5$  atomes. La température du nuage vaut  $T_{\text{capt}} = 130$   $\mu\text{K}$ . Pour obtenir ce résultat il faut adapter la position du piège quadrupolaire à la position des atomes dans le PMO 3D de manière à capturer un maximum d'atomes sans les chauffer. Pour cela on disymétrise le courant dans les deux bobines du quadrupole pour ajuster l'axe vertical ( $z$ ) et on se sert d'une bobine de compensation placée au bout de la cellule pour l'axe longitudinal ( $x$ ). Pour l'axe transversal ( $y$ ), on déplace directement le PMO 3D en changeant un peu le courant dans les bobines du PMO 3D.

#### 1.5.4 Compression adiabatique du piège quadrupolaire

La compression adiabatique est une étape pratiquée avant l'évaporation micro-onde dans le piège magnétique dont le but est d'augmenter le taux de collisions élastiques  $\gamma_c$  des atomes dans le piège. Elle consiste à augmenter le gradient de champ magnétique de manière adiabatique, c'est-à-dire sur une échelle de temps lente devant le temps de thermalisation ; cette transformation s'opère à entropie constante. Je montre dans la suite comment la compression du piège permet d'augmenter le taux de collision  $\gamma_c$  des atomes et donc d'augmenter l'efficacité de l'évaporation.

Nous considérons ici un piège quadrupolaire contenant des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ , cet ensemble peut être étudié dans le cadre de l'ensemble canonique, pour lequel l'entropie s'écrit sous la forme :

$$S/k_b = \ln Z - \beta \partial_\beta \ln Z, \quad (1.11)$$

où  $\beta = 1/k_B T$  et  $Z$  est la fonction de partition à  $N$  particules définie par :

$$Z = \frac{\xi^N}{N!}, \quad \text{où} \quad \xi = \frac{1}{h^3} \int e^{-\frac{\beta p^2}{2m}} d^3 p \int e^{-\beta U(\mathbf{r})} d^3 r, \quad (1.12)$$

est la fonction de partition à une particule. L'intégrale sur l'impulsion  $p$  se calcule facilement et on déduit que la fonction de partition s'écrit :

$$\xi = V_0(T)/\Lambda^3. \quad (1.13)$$

Avec  $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$  la longueur d'onde thermique de de Broglie et

$$V_0(T) = \int e^{-\beta U(\mathbf{r})} d^3 r, \quad (1.14)$$

le volume effectif du potentiel confinant.

L'entropie (1.11) s'écrit alors :  $S/k_b = N \ln \xi - \ln N! - N\beta \partial_\beta \ln \xi$ . Nous pouvons calculer  $\xi$  dans le cas du potentiel quadrupolaire ; cela revient à calculer :

$$V_{0,\text{quad}} = \int e^{-\beta \mu b' \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2}} d^3 r. \quad (1.15)$$

Ce qui donne :

$$\xi = \frac{32\pi}{\Lambda^3} \times \left( \frac{1}{\beta \mu b'} \right)^3 \Rightarrow \beta \partial_\beta \ln \xi = -\frac{3}{2} - 3. \quad (1.16)$$

En utilisant la formule de Stirling, nous obtenons le lien entre  $D = \xi/N$  la densité dans l'espace des phases et l'entropie :

$$S/k_b = \ln(D) + \frac{11}{2}. \quad (1.17)$$

Ce résultat important montre qu'en effectuant une compression adiabatique du piège quadrupolaire, c'est-à-dire en augmentant  $b'$ , on ne modifie pas la densité dans l'espace de phase<sup>13</sup> ; l'augmentation de  $b'$  s'adjoint néanmoins d'une augmentation de la température. On peut évaluer cette augmentation en exploitant le caractère isentropique de la transformation :

$$D = Cte = \frac{\xi}{N} = \frac{1}{N\Lambda^3} \times 32\pi \left( \frac{k_b T}{\mu b'} \right)^3, \quad (1.18)$$

soit  $D \propto T^{9/2} b'^{-3}$ , donc

$$T \propto b'^{2/3}. \quad (1.19)$$

Nous avons caractérisé l'évolution de la température en fonction du gradient  $b'$  du piège magnétique. Nous voulons maintenant calculer le taux de collisions des atomes dans ce piège :

$$\gamma_c = \bar{n} \sigma \bar{v}. \quad (1.20)$$

---

13. Ce résultat se généralise à tout potentiel de forme  $U(r) = A(r/B)^\alpha$ , on voit que la densité dans l'espace de phase est quand même fonction de la forme du potentiel  $\alpha$ .

Avec  $\sigma = 8\pi a^2$  la section efficace de collision de l'onde  $s$  où  $a = 110 a_0$  est la longueur de diffusion du  $^{87}\text{Rb}$ . La vitesse moyenne  $\bar{v}$  a pour expression :

$$\bar{v} = 4\sqrt{k_{\text{B}}T/\pi m} \quad (1.21)$$

et ne dépend que de la température.  $\bar{n}$  est la densité moyenne définie par :

$$\bar{n} = \frac{\int n^2(\mathbf{r})d\mathbf{r}}{\int n(\mathbf{r})d\mathbf{r}}. \quad (1.22)$$

Elle dépend de la température et des caractéristiques du potentiel de piégeage.

Il faut donc calculer  $\bar{n}$  en fonction du potentiel et de la température pour déterminer le taux de collisions élastique  $\gamma_c$ . Pour un nuage thermique, la densité est donnée par la relation de Boltzmann :  $n(\mathbf{r}) = n(\mathbf{0})e^{-\frac{U(\mathbf{r})}{k_{\text{B}}T}}$ . Connaissant le potentiel, nous pouvons calculer  $\gamma_c$  à condition de connaître  $n(\mathbf{0})$  la densité au centre du piège, définie par  $n(\mathbf{0}) = N/V_0$ . Dans le cas d'un piège quadrupolaire de type  $U(\mathbf{r}) = b'r$ , le volume du piège est  $V_{0,\text{quad}} = 32\pi \left(\frac{k_{\text{B}}T}{\mu b'}\right)^3$ , la densité moyenne vaut alors<sup>14</sup>  $\bar{n} = n(\mathbf{0})/8$  et il vient :

$$\gamma_c = \bar{n} \times \sigma \bar{v} = \frac{n_0}{8} \times \sigma \times 4\sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{\pi m}} = \frac{N}{8V_0} \sigma \times 4\sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{\pi m}} = \frac{Na^2}{8\sqrt{\pi m}} \times (k_{\text{B}}T)^{-5/2} (\mu b')^3, \quad (1.23)$$

Connaissant la variation de  $T$  avec le gradient  $b'$  lors d'une compression adiabatique (1.19), nous en déduisons que :

$$\gamma_c \propto b'^{4/3} \quad (1.24)$$

## Résultat de la compression

Juste après le chargement dans le piège magnétique (deux bobines allumées sur six), nous avons  $T = 130 \mu\text{K}$  et  $b' = 62 \text{ G/cm}$ . Après compression à un gradient  $b' = 250 \text{ G/cm}$  (six bobines allumées), la température du nuage est de l'ordre de  $T_{\text{comp}} = 350 \mu\text{K}$ . Le taux de collisions est alors multiplié par 6.4. Sans changer la densité dans l'espace des phases nous avons augmenté le taux de collisions. Cela augmentera l'efficacité de l'évaporation qui suivra.

### 1.5.5 Modèle de pertes par effet Majorana

#### Principe

Dans son cours du collège de France sur les pièges non dissipatifs d'atomes neutres, C. Cohen-Tannoudji présente un modèle extrait de [28] permettant de comprendre et d'obtenir un ordre de grandeur du taux de pertes par effet Majorana. Un atome se déplaçant au voisinage du zéro de champ magnétique d'un piège quadrupolaire "voit" une rotation de ce champ dépendant de sa position.

14. Pour un potentiel harmonique  $U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m \sum_i \omega_i^2 x_i^2$ ,  $\bar{n} = \frac{n(\mathbf{0})}{2\sqrt{2}}$ .

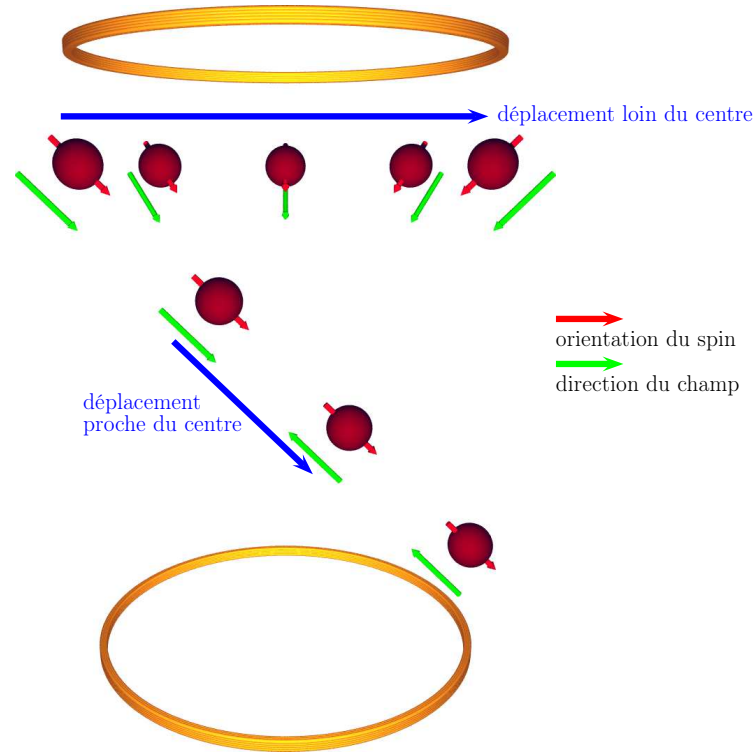


FIGURE 1.12 – Un atome se déplace au voisinage d'un zéro de champ magnétique en  $r = 0$ . Plus l'atome passe proche du centre plus il lui est difficile de suivre l'orientation du champ. Le spin initialement parallèle au champ devient anti-parallèle et l'atome n'est plus confiné par le quadrupole.

Le spin de l'atome est initialement orienté selon le champ magnétique. Si la fréquence de rotation du champ  $\Omega_R$  est très grande devant  $\Omega_L$  où  $\Omega_L$  est la fréquence de Larmor du spin, alors le spin n'a pas le temps de suivre adiabatement le changement d'orientation du champ magnétique local (figure 1.12). Il s'ensuit une transition non adiabatique connue sous le nom de transition Majorana. Ces transitions engendrent un chauffage des atomes et induit des pertes que l'on peut caractériser par un taux de pertes  $\gamma_m$ .

### Ordre de grandeur

On peut évaluer  $\Omega_R$  de la manière suivante : un atome A de vitesse  $v$  est à une distance minimale  $a$  du centre du piège ; la vitesse de rotation du champ le long de cette trajectoire est donc donnée par  $\Omega_R = v/a$ . D'autre part le champ au voisinage du centre du piège est de l'ordre de  $B \sim b'a$ , ce qui correspond à une fréquence de Larmor  $\Omega_L \sim \frac{1}{\hbar}\mu b'a$ . Les transitions Majorana se manifestent quand  $\Omega_L \sim \Omega_R$ , c'est-à-dire lorsque l'atome est à une distance inférieure ou égale à  $a_{\text{capt}} \sim \sqrt{\frac{v\hbar}{\mu b'}}$ . Ceci définit un volume de capture  $V_{\text{capt}} \sim \frac{4}{3}\pi a_{\text{capt}}^3$  dans lequel on considère que les atomes sont perdus par suite du retournement de leur spin.

On exprime ainsi le taux de pertes  $\gamma_m$  à l'aide du flux d'atomes à travers la surface de  $V_{\text{capt}}$  :  $\phi_{\text{capt}} = -\frac{dN}{dt} \sim \frac{N}{l_0} v a_{\text{capt}}^2$ . Ici  $l_0 = k_B T / \mu b'$  est la taille du nuage,



définie par la demi-largeur à mi-hauteur de la densité atomique  $n(\mathbf{r})$  dans un piège quadrupolaire :

$$\gamma_m \sim v a_{\text{capt}}^2 / l_0^3 = \frac{1}{l_0^3} \frac{\hbar v^2}{\mu b'}. \quad (1.25)$$

De plus l'ordre de grandeur de l'énergie des atomes piégés est donné par leur énergie potentielle  $E \sim \mu b' l_0$ . Le piège étant conservatif, le théorème du viriel donne  $\frac{1}{2} m v^2 \sim \mu b' l_0$ , ce qui permet de remplacer  $v$  par  $\sqrt{\frac{2\mu b' l_0}{m}}$  dans l'équation (1.25).

On obtient finalement l'expression du taux de pertes :

$$\gamma_m \sim \frac{\hbar}{m l_0^2}. \quad (1.26)$$

Ce que l'on peut exprimer en fonction de  $b'$  et  $T$  :

$$\gamma_m \sim \frac{\hbar \mu^2 b'^2}{m k_{\text{B}}^2 T^2}. \quad (1.27)$$

Il est intéressant de noter que  $\gamma_m$  diminue quand la température augmente. Cela veut dire que les pertes Majorana posent moins de problèmes en début d'évaporation lorsque la valeur de  $T$  est la plus grande. D'autre part la dépendance de  $\gamma_m$  en  $b'^2$  montre qu'avoir un gradient de champ le plus grand possible peut ne pas être idéal vis-à-vis du processus d'évaporation. Il faut pouvoir évaluer le taux de collisions en fonction de  $T$  et  $b'$  pour avoir une idée de l'importance des pertes Majorana à basse température.

Pour contourner la limitation due aux pertes Majorana, deux stratégies purement magnétiques ont été mises au point : le piège TOP de Cornell [77] qui fait intervenir un champ dépendant du temps et le piège statique de Ioffe-Pritchard [68, 78].

Nous avons envisagé dans un premier temps d'utiliser un piège de ce dernier type car il permet de faire des condensats avec un plus grand nombre d'atomes. Pour ce faire, plusieurs géométries étaient envisageables. Nous avons regardé celle impliquant trois bobines sous la forme du QUIC trap [79]. Pour conserver un maximum d'accès optique, nous avons étudié également un dispositif à 4 bobines [80]. Nous avons toutefois renoncé à ces choix car l'accès optique était fortement contraint, de plus ces solutions nécessitaient un transport ou un déplacement du nuage sur plusieurs mm voire cm entre la position du PMO et la position du piège magnétique. D'autre part, le temps d'évaporation dans des pièges purement magnétiques peut être relativement long, de l'ordre de 30-60 secondes sur certains dispositifs.

## 1.6 Évaporation dans le piège quadrupolaire

L'évaporation micro-onde est utilisée depuis [29] pour évaporer des atomes neutres confinés dans un piège magnéto-statique. Malgré une évaporation lente par rapport aux évaporations dans des pièges dipolaires, l'évaporation micro-onde permet d'obtenir des condensats avec plus d'atomes [81]. Je décris ici le

principe de ce type d'évaporation et détaille notre dispositif ainsi que la chaîne de production de fréquence. Enfin, je caractérise les performances de l'évaporation micro-ondes.

### 1.6.1 Principe de l'évaporation

Le but dans ce type d'évaporation est de provoquer des transitions micro-onde de  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  vers l'état anti-confinant  $|F = 2, m_F = -1\rangle$  ( $g_2 = -1/2$ ) en sélectionnant les atomes de plus hautes énergies. Pour cela on utilise le fait que l'énergie de la transition est dépendante de la position dans le piège magnétique. Le potentiel magnétique de l'atome permet d'écrire la différence d'énergie entre les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = -1\rangle$  en fonction de leur distance au centre du piège :

$$h\nu_{\text{mo}} \equiv h\nu_{(1;-1)\rightarrow(2;-1)}(r) = h\nu_{\text{HF}} - \mu_B b' r, \quad (1.28)$$

où  $r = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2}$  et  $\nu_{\text{HF}} = 6.8347$  GHz est la fréquence de la transition en champ nul. À l'intérieur du piège, seuls les atomes les plus énergétiques peuvent se trouver sur les bords du nuage tels que leur énergie totale soit égale à l'énergie potentielle. Le principe est d'envoyer les micro-ondes polarisées  $\pi$  à la fréquence correspondant à la transition pour cette position, pour évaporer les atomes les plus énergétiques ; c'est ce que nous appelons le couteau micro-ondes. Il définit un rayon d'évaporation<sup>15</sup> qui diminue quand la fréquence des micro-ondes augmente :

$$R_{\text{evap}} = \frac{h}{\mu_B b'} (\nu_{\text{HF}} - \nu_{\text{mo}}). \quad (1.29)$$

La profondeur du piège associée à la fréquence micro-onde  $\nu_{\text{mo}}$  s'écrit alors

$$U_{\text{quad,mo}}(\nu_{\text{mo}}) = \frac{h}{2} (\nu_{\text{HF}} - \nu_{\text{mo}}) \quad (1.30)$$

Grâce aux micro-ondes tous les atomes acquérant une énergie supérieure à  $U_{\text{quad,mo}}(\nu_{\text{mo}})$  par collision élastique seront évacués du piège magnétique.

### 1.6.2 Production des micro-ondes

Nous avons conçu une chaîne de production de micro-ondes. Un générateur de radio-fréquences<sup>16</sup> est piloté par un programme Labview. Sa fréquence de sortie  $\nu_{\text{rf}}$  est multipliée<sup>17</sup> par 7 et on a  $\nu_{\text{mo}} = 7 \times \nu_{\text{rf}}$ . Ensuite nous filtrons<sup>18</sup> les harmoniques produites par le multiplicateur puis nous amplifions deux fois le signal pour obtenir 28 dBm à l'entrée d'un cornet micro-onde placé devant la cellule. La figure 1.14 (a) montre les éléments constitutifs de la chaîne et leur agencement.

15. Il y a en réalité deux autres rayons d'évaporation correspondant aux transitions vers  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  pour des micro-ondes polarisés  $\sigma_+$  et  $|F = 2, m_F = -2\rangle$  pour une polarisation  $\sigma_-$ .

16. Agilent E4428C 250 kHz - 3 GHz

17. diode Herotek GC-1026-RC

18. Tiger TGF226-6800 GHz - 05

### 1.6.3 Caractérisation de l'évaporation micro-onde

Notre nuage d'atomes dans le quadrupole comprimé à  $b' = 250$  G/cm contient  $N = 10^9$  atomes à une température de  $T = 350$   $\mu$ K. Nous allumons le couteau micro-onde à  $\nu_{\text{mo}} = 7 \times 950$  MHz = 6.65 GHz. Cela correspond à une profondeur de piège  $U_{\text{quad,mo}}(\nu_{\text{mo}})/k_B = 4200$   $\mu$ K, soit un ordre de grandeur supérieur à la température des atomes, nous garantissant de ne pas éliminer trop d'atomes dès le départ. Nous augmentons la fréquence jusqu'à  $\nu_{\text{mo}} = 7 \times 974.5$  MHz = 6.82 GHz correspondant à une profondeur de piège de 300  $\mu$ K. Finalement nous obtenons dans le piège  $6 \times 10^7$  atomes à une température de 30  $\mu$ K. La figure 1.13 montre une courbe d'évaporation micro-onde donnant la température du nuage en fonction du nombre d'atomes dans le nuage  $T(N)$  pour ces valeurs.

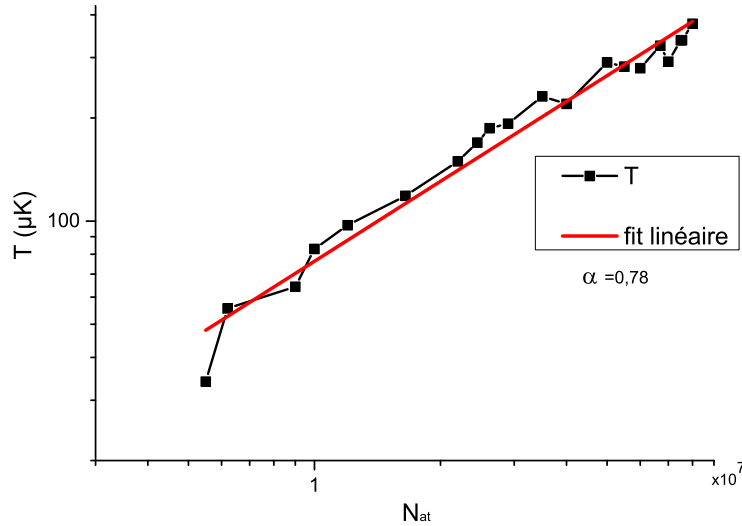


FIGURE 1.13 – Courbe d'évaporation  $T(N)$  pour une rampe linéaire de 15 secondes avec  $\nu_{\text{mo}}(t = 0) = 7 \times 950$  MHz = 6.65 GHz et  $\nu_{\text{mo}}(t = 15\text{s}) = 7 \times 974.5$  MHz = 6.82 GHz.

Pour un potentiel de type  $Cr^{3/\delta}$  avec  $\delta = 3$  (piège linéaire), on peut calculer les paramètres de la loi d'échelle [82] associée à l'évaporation dans le piège quadrupolaire :

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{N_f}{N_i}\right)^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2}{9}\left(\eta + \kappa - \frac{9}{2}\right). \quad (1.31)$$

Le paramètre  $\eta = U_{\text{quad,mo}}(\nu_{\text{mo}})/k_B T$  représente la profondeur du piège par rapport à la température  $T$  des atomes ;  $\kappa$  caractérise le fait qu'un atome ne peut sortir du piège qu'avec une énergie légèrement supérieure à  $U_{\text{quad,mo}}(\nu_{\text{mo}})$ , il est compris entre 0 et 1. Pour avoir une évaporation la plus efficace possible il faut  $\alpha$  relativement grand de sorte que la diminution de température soit plus importante par rapport à la perte d'atomes. Comme on peut le voir sur la figure 1.13 nous avons une pente en échelle logarithmique  $\alpha = 0.78$  correspondant à  $\eta \sim 7.5$ .

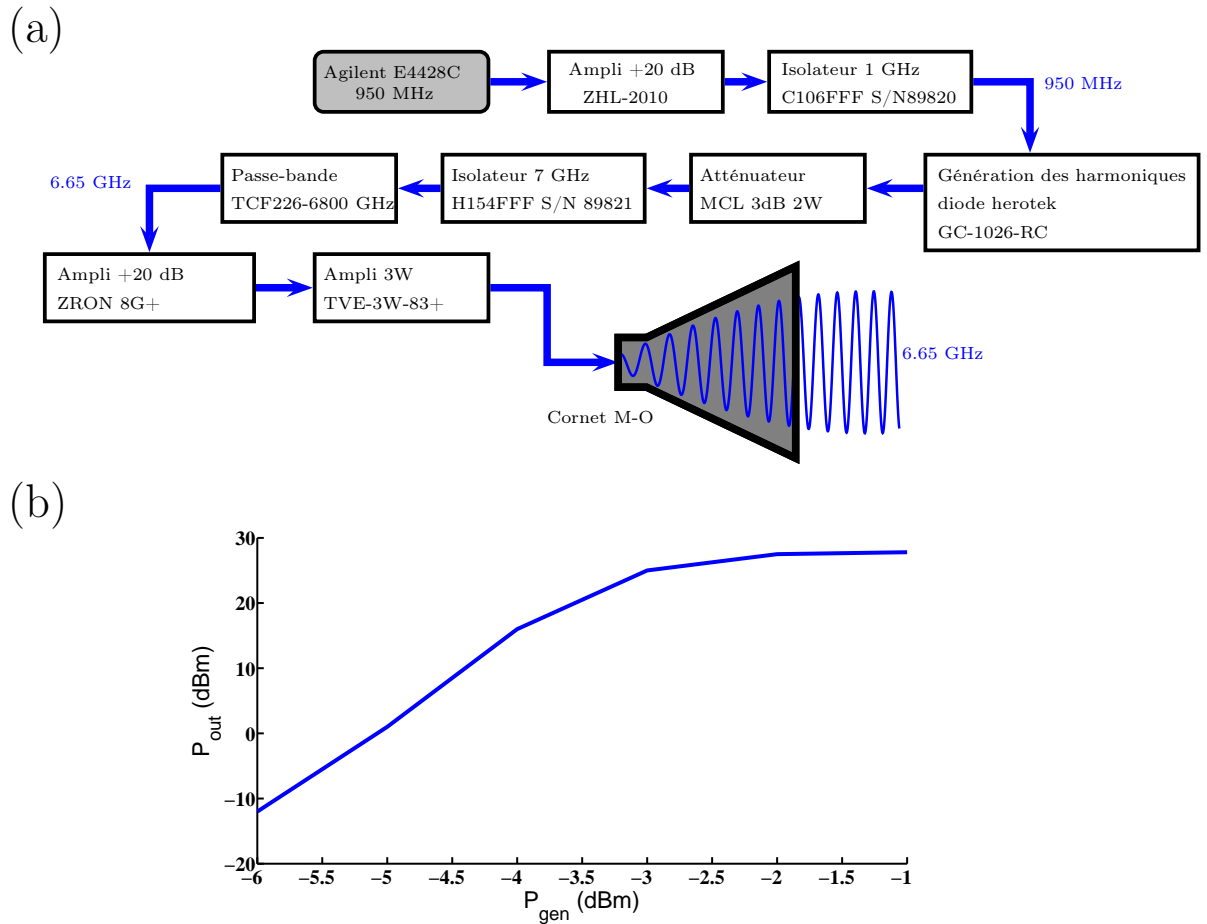


FIGURE 1.14 – (a) : Schéma de la chaîne de production de fréquences micro-ondes. Toute les connections sont en SMA. Un signal de fréquence  $\nu_{\text{gen}} = 950 \text{ MHz}$  est produit par un Agilent contrôlé par ordinateur. Cette fréquence est amplifiée puis passe par une diode SRD (Step Recovery System) qui produit un peigne de fréquences harmoniques de  $\nu_{\text{rf}}$  que l'on filtre avec un passe-bande centré à  $6.8 \text{ GHz}$  et de largeur  $300 \text{ MHz}$  pour ne garder que la composante à  $\nu_{\text{mo}} = 7\nu_{\text{rf}}$  Nous amplifions ensuite le signal deux fois pour avoir une puissance maximale de sortie vers le cornet de  $28 \text{ dBm}$ . Nous utilisons des isolateurs pour ne pas avoir de retour sur le générateur et la diode SRD. (b) : calibration de la puissance de sortie du deuxième amplificateur juste avant le cornet en fonction de la puissance délivrée par le générateur. La puissance sature vers  $28 \text{ dBm}$ .

Ce chiffre est typique de l'évaporation dans un piège magnétique linéaire<sup>19</sup> et garantit l'efficacité de l'évaporation.

### 1.6.4 Mesure des pertes Majorana après évaporation

Nous ne pouvons pas continuer l'évaporation micro-onde plus loin car les pertes Majorana deviennent trop importantes. La figure 1.15 représente l'évolution du nombre d'atomes et de la température dans le piège quadrupolaire après l'évaporation pour différents temps de maintien dans le piège.

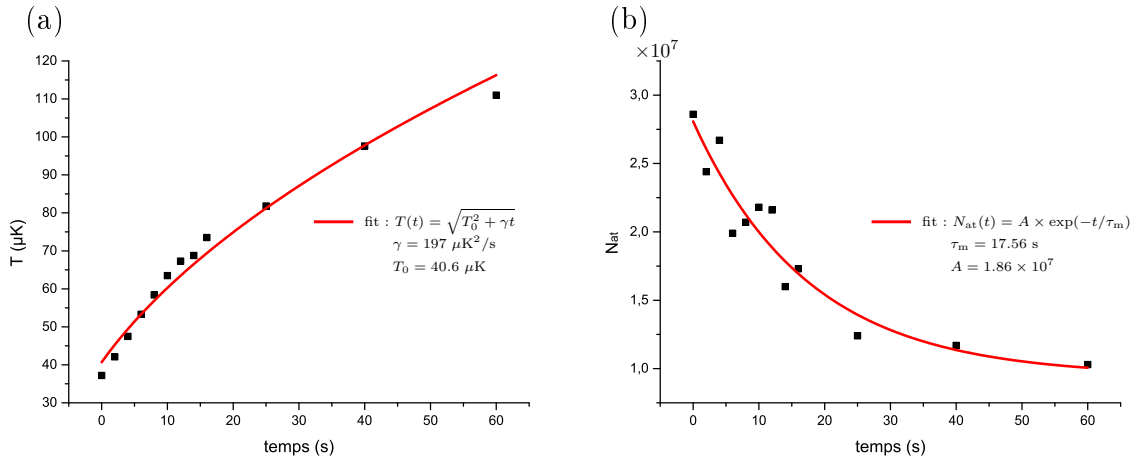


FIGURE 1.15 – (a) : Température en fonction du temps de maintien dans le quadrupole. Les données expérimentales sont ajustées avec la fonction  $T(t) = \sqrt{T_0^2 + \gamma t}$  (en rouge) pour trouver le taux de chauffage  $\gamma = 197 \mu\text{K}^2/\text{s}$ . (b) : Nombre d'atomes restants dans le piège en fonction du temps de maintien ajusté par une exponentielle décroissante (en rouge), on trouve  $\tau_m = 17 \text{ s}$ .

Le temps de vie des atomes après évaporation est de 17 s, ce chiffre est très inférieur au temps de vie des atomes avant évaporation (120 s), impliquant qu'il ne s'agit pas uniquement de collisions avec le gaz résiduel dans la cellule. La courbe d'évolution de la température en fonction du temps de maintien permet de calculer le taux de chauffage Majorana  $\gamma = \frac{8}{9} \chi \frac{\hbar}{m} \left( \frac{2\mu b'}{k_B} \right)^2 \sim \gamma_m T^2$  où  $\chi$  est un facteur géométrique sans dimension. Ce taux de chauffage apparaît dans la loi d'évolution :

$$T(t) = \sqrt{T_0^2 + \gamma t}. \quad (1.32)$$

On pourra trouver le développement amenant à cette formule dans la thèse de Karina Merloti [84]. Grâce à un ajustement d'après la formule précédente nous trouvons un taux de chauffage de  $\gamma \sim 200 \mu\text{K}^2/\text{s}$ , ce qui correspond à  $\chi \sim 0.1$ . Ce taux de chauffage assez grand implique qu'à ce stade de l'évaporation nous chauffons de quelques  $\mu\text{K}$  par seconde alors que nous voudrions refroidir d'autant. Il n'est pas souhaitable de continuer plus loin l'évaporation dans le quadrupole.

19. Pour comparaison, dans l'article [83] les auteurs trouvent un paramètre  $\alpha = 0.9$  avec une évaporation radio-fréquence.

Dans le chapitre 3 je décris les caractéristiques du piège hybride dans lequel nous finissons l'évaporation et produisons un condensat de Bose-Einstein de  $^{87}\text{Rb}$ .



# Chapitre 2

## Préparation des lasers résonants

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>2.2</b>	<b>Asservissement par modulation de phase</b>	<b>40</b>
2.2.1	Fonctionnement de l'EOM	41
2.2.2	Production du signal d'erreur	42
2.2.3	Importance de la polarisation du laser	44
2.2.4	Application au cas de l'absorption saturée en rétro-reflection	45
2.2.5	Le contrôleur analogique FALC 110	46
<b>2.3</b>	<b>Configuration des tables d'optique</b>	<b>49</b>
2.3.1	Refroidisseur PMO 3D	51
2.3.2	Refroidisseur PMO 2D	52
2.3.3	Pousseur	53
2.3.4	Imageur	54
2.3.5	Dépompeur $ F = 2\rangle \rightarrow  F' = 2\rangle$	54
2.3.6	Repompeur PMO 2D et 3D	54
2.3.7	Polariseur $ F = 1\rangle \rightarrow  F' = 1\rangle$	56
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>58</b>

---



## 2.1 Introduction

Sur le dispositif que nous utilisons au début de ma thèse, nous avions quatre diodes laser libres pour obtenir les différents lasers nécessaires au fonctionnement du ralentisseur Zeeman, du PMO 3D, et pour imager les atomes. Ces diodes étaient asservies en fréquence indépendamment les unes des autres grâce au signal d'erreur obtenu à partir d'un montage par absorption saturée. La modulation de fréquence permettant d'obtenir le signal d'erreur résultait d'une modulation rapide (de l'ordre de 100 kHz) et d'assez faible amplitude du courant envoyé à chaque diode laser. D'autre part, nous avions quatre asservissements d'intensité différents pour le PMO 3D (un par paire de bras et un pour le repompeur). Ce mode de fonctionnement posait des problèmes au niveau de la stabilité des asservissements, nous obligeant à asservir les lasers plusieurs fois par jour. Nous avons passé du temps à essayer de fiabiliser ce système. Les fréquences des lasers nous posaient aussi des problèmes, le nombre d'atomes dans notre PMO n'était pas stable sur des temps longs de l'ordre de deux minutes. Ayant contrôlé les différents asservissements d'intensité, les fluctuations de champ magnétique et la polarisation de sortie des fibres optiques sur la table de l'expérience, nous avons acquis la certitude que le problème venait de nos diodes et/ou de leurs asservissements de fréquence.

Nous avons décidé de simplifier le système et d'adopter une stratégie radicalement différente pour ajuster les lasers aux fréquences requises. En utilisant une diode sur réseau (DL pro Toptica) et une diode libre artisanale, nous produisons désormais toute la lumière des PMO 2D et 3D ainsi que celle de la polarisation des atomes nécessaire à notre nouveau dispositif.

Dans un premier temps je présente notre nouvelle méthode d'asservissement en fréquence par modulation de phase grâce à un modulateur électro-optique (EOM). Le système requiert différents réglages et un montage particulier qui seront détaillés dans cette première section. Je présente ensuite les montages optiques permettant la production des différents faisceaux résonants dont nous avons besoin pour obtenir un nuage d'atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  dans un piège quadrupolaire tel que décrit dans le chapitre 1 ainsi que pour imager les atomes (cf chapitre 3).

## 2.2 Asservissement par modulation de phase

La lumière émanant de la diode sur réseau (Toptica photonics) est stabilisée par un asservissement par modulation de phase [85]. Dans cette section je décris le fonctionnement de l'EOM<sup>1</sup> et la production d'un signal d'erreur grâce à la modulation de phase de façon générale. Ensuite, nous verrons de quelle façon nous utilisons ce principe dans le montage optique et électronique (cf : figure 2.2) de notre dispositif. La dernière sous-section, plus technique, détaille le fonctionnement du contrôleur analogique de la diode Toptica (FALC 110) et la méthode de réglage de l'asservissement.

---

1. Nous utilisons un Qubig EO-F5M3-VIS résonant à 4.95 MHz.

### 2.2.1 Fonctionnement de l'EOM

Un EOM utilise l'effet électro-optique linéaire (effet Pockels) pour moduler la phase d'un laser. Un champ électrique appliqué au cristal constitutif de l'EOM selon une direction, induit un changement de son indice de réfraction  $\eta_e$  dans cette même direction. Pour obtenir une modulation sinusoïdale de la phase du laser on applique un champ électrique sinusoïdal à la fréquence voulue pour les bandes latérales. L'amplitude de la modulation de phase  $\Delta\phi$  est donnée par le coefficient électro-optique du cristal  $r_{ij}$  et le champ électrique  $E_m$  appliqué<sup>2</sup> :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\eta_e \ell \quad (2.1)$$

où  $\ell$  est la longueur du cristal et  $\Delta\eta_e = \frac{1}{2}\eta_e^3 r_{33} E_m$  est la variation d'indice.

#### EOM résonant

Pour bénéficier d'une efficacité maximale sur la modulation de phase, certains EOMs sont construits de manière à être résonants avec la fréquence de modulation voulue [86]. Cette résonance est obtenue en plaçant le cristal dans un circuit LC (cf : figure 2.1). La tension nécessaire à appliquer au cristal est alors moins importante et dépend du facteur de qualité du circuit électronique.

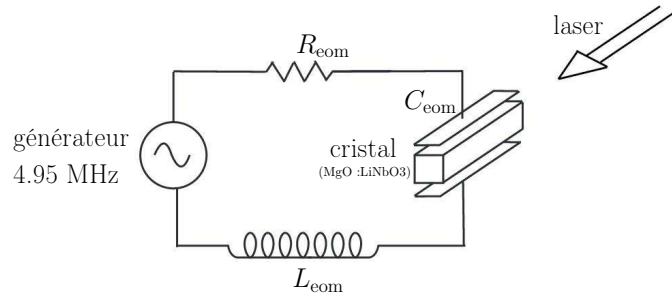


FIGURE 2.1 – Schéma simplifié d'un EOM résonant : la résistance  $R_{eom}$  est assez faible pour considérer un simple circuit LC.

En contrepartie, il n'est plus possible de choisir librement la fréquence de modulation et il est nécessaire de bien calculer la fréquence que l'on souhaite selon l'application que l'on en fait. Dans le cas de l'asservissement par modulation de phase, ce n'est pas très restrictif car la fréquence de modulation doit simplement être plus basse que la largeur de la transition atomique. Nous avons choisi une fréquence de 4.95 MHz car c'est une fréquence facile à utiliser électroniquement et dont le rapport signal sur bruit est meilleur qu'à plus basse fréquence.

2. Le tenseur  $r_{ij}$  caractérise le changement de l'indice de réfraction dans une direction  $i$  du cristal en fonction de la direction  $j$  du champs électrique appliqué.

## 2.2.2 Production du signal d'erreur

### Champ électrique d'un laser après passage dans un EOM

L'amplitude du champ électrique d'un laser polarisé linéairement en un point du faisceau s'écrit :

$$E_1(t) = E_0 e^{i\phi_L(t)} \quad (2.2)$$

avec  $\phi_L(t) = \omega_L t$  la phase dépendante du temps du champ électrique.

Après passage dans l'EOM, le champ électrique dans l'axe de modulation devient :

$$E_2(t) = E_0 e^{i(\phi_L(t) + \Delta\phi(t))} \quad (2.3)$$

où  $\Delta\phi(t) = a_m \sin(\omega_m t)$  traduit le changement de phase introduit par l'EOM résonant à 4.95 MHz ( $\omega_m = 2\pi \times 4.95$  MHz).

On montre facilement en faisant un développement en série de Fourier et en utilisant la définition de la fonction de Bessel  $J_n$  d'ordre  $n$ , que le champ après passage dans l'EOM s'écrit :

$$E_2(t) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(a_m) e^{i(\omega_L t + n\omega_m t)}. \quad (2.4)$$

On voit ici qu'il y a un spectre infini de fréquences et d'amplitudes déterminées par les fonctions de Bessel dû à la modulation de phase.

D'autre part, pour  $a_m \ll 1$  on peut faire un développement de Taylor de l'équation (2.3) pour obtenir :

$$E_2(t) \simeq E_0 e^{i\omega_L t} (1 + ia_m \sin(\omega_m t)) \simeq E_0 \left( e^{i\omega_L t} + \frac{a_m}{2} e^{i(\omega_L + \omega_m)t} - \frac{a_m}{2} e^{i(\omega_L - \omega_m)t} \right). \quad (2.5)$$

Dans cette égalité apparaissent des bandes latérales aux fréquences  $\frac{1}{2\pi}(\omega_L \pm \omega_m)$  d'égales amplitudes mais de phases opposées. Elles correspondent aux ordres  $n = \pm 1$  de l'équation (2.4). Ces deux bandes sont à la base de la production du signal d'erreur que l'on utilise pour asservir la fréquence de notre laser.

### Champ électrique d'un laser après passage dans la cellule de rubidium

Le passage de la lumière dans un milieu de longueur  $L$  peut se représenter par la grandeur complexe  $T_n = e^{-\theta} e^{-\delta_n - i\phi_n}$  où  $\delta_n = \alpha_n L/2$  détermine l'atténuation et  $\phi_n = \eta_n L(\omega_L + n\omega_m)/c$  le déphasage du champ électrique pour chaque fréquence dans le spectre.  $\alpha_n$  est le coefficient d'absorption,  $\eta_n$  l'indice de réfraction et  $\theta$  est une constante complexe relative à une atténuation et un déphasage constant (typiquement le profil Doppler de l'absorption).

Le champ transmis après l'échantillon s'écrit alors :

$$E_3(t) = E_0 \left[ T_0 e^{i\omega_L t} + T_1 \frac{a_m}{2} e^{i(\omega_L + \omega_m)t} - T_{-1} \frac{a_m}{2} e^{i(\omega_L - \omega_m)t} \right]. \quad (2.6)$$

### Signal de détection de la photodiode

Le signal de détection de la photodiode est proportionnel à l'intensité du laser. En négligeant les termes d'ordre  $a_m^2$  et en multipliant par la constante  $e^{2\delta_0}$  on a :

$$S_{\text{det}}(t) \propto |E_3(t)|^2 e^{2\delta_0} = E_0^2 |e^{-\theta}|^2 \times (1 + a_m \cos(\omega_m t) [e^{\delta_0 - \delta_1} \cos(\phi_1 - \phi_0) - e^{\delta_0 - \delta_{-1}} \cos(\phi_0 - \phi_{-1})] + a_m \sin(\omega_m t) [e^{\delta_0 - \delta_1} \sin(\phi_1 - \phi_0) - e^{\delta_0 - \delta_{-1}} \sin(\phi_0 - \phi_{-1})]) \quad (2.7)$$

Dans le cas qui nous intéresse, nous avons  $|\delta_0|, |\delta_0 - \delta_1|, |\delta_0 - \delta_{-1}|, |\phi_0 - \phi_1|, |\phi_0 - \phi_{-1}| \ll 1$ , en effet, l'indice de réfraction  $\eta_n$  et le coefficient d'atténuation  $\alpha_n$  varient peu dans ces gammes de fréquences. On peut alors écrire :

$$S_{\text{det}}(t) \propto E_0^2 |e^{-\theta}|^2 (1 - a_m \Delta\delta \cos(\omega_m t) + a_m \Delta\phi \sin(\omega_m t)) \quad (2.8)$$

avec  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_{-1}$  et  $\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_0) - (\phi_0 - \phi_{-1})$ .

Il y a donc un battement de pulsation  $\omega_m$  dans le signal de détection à condition que  $\Delta\delta$  ou  $\Delta\phi$  soit non nul. L'amplitude  $\Delta\delta$  du terme en quadrature  $\cos(\omega_m t)$  dépend de la différence d'absorption entre les deux bandes latérales, elle est donc proportionnelle à la dérivée du signal d'absorption si la largeur de la structure est beaucoup plus grande que  $\omega_m$ , c'est le signal qui nous intéresse. L'amplitude  $\Delta\phi$  du terme en phase  $\sin(\omega_m t)$  est proportionnelle à la dérivée seconde de la dispersion. Pour choisir quelle quadrature on détecte il faut que la détection hétérodyne soit réglée avec la phase adéquate.

### Production du signal d'erreur

En multipliant  $S_{\text{det}}$  par un signal sinusoïdal, de fréquence  $\omega_m/2\pi$  appelé oscillateur local et de phase  $\phi_{\text{LO}}$  bien choisie, on réalise une détection hétérodyne permettant de transférer le signal d'intérêt vers les basses fréquences. Il suffit ensuite d'appliquer un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c \ll \omega_m$  pour récupérer le signal d'erreur. En multipliant  $S_{\text{det}}$  (2.8) par un oscillateur local  $V_{\text{LO}} = V_{0,\text{LO}} \cos(\omega_m t + \phi_{\text{LO}})$  on obtient :

$$S_{\text{het}}(t) = S_0 [\cos(\omega_m t + \phi_m) - \frac{\Delta\delta}{2} (\cos(2\omega_m t + \phi_{\text{LO}}) + \cos(\phi_{\text{LO}})) + \frac{\Delta\phi}{2} (\sin(2\omega_m t + \phi_{\text{LO}}) - \sin(\phi_{\text{LO}}))] \quad (2.9)$$

Après filtrage et amplification d'un facteur  $A_{\text{ampl}}$  on obtient le signal d'erreur :

$$S_{\text{err}}(t) = A_{\text{ampl}} S_0 \left( -\frac{\Delta\delta}{2} \cos(\phi_{\text{LO}}) - \frac{\Delta\phi}{2} \sin(\phi_{\text{LO}}) \right) \quad (2.10)$$

On choisit alors  $\phi_{\text{LO}} = 0$  en compensant les déphasages éventuels intervenant entre l'EOM et la photodiode grâce à la différence de phase entre les deux sorties du générateur de fonction<sup>3</sup>. Pour cela il suffit de minimiser l'amplitude du signal

3. Agilent 33500B double sorties.

en changeant le déphasage, puis d'ajouter ou de soustraire  $\pi/2$  en fonction de la polarité de l'asservissement :

$$S_{\text{err}}(t) = -A_{\text{ampl}}S_0 \frac{\Delta\delta}{2}. \quad (2.11)$$

Ce signal est ensuite envoyé au PID<sup>4</sup> pour asservir la fréquence du laser. À la différence de la méthode précédemment utilisée, le courant de la diode n'est pas modulé.

### 2.2.3 Importance de la polarisation du laser

L'EOM est un cristal biréfringent dont l'indice de réfraction change sur un axe en fonction de la tension appliquée. On comprend alors que si la polarisation du laser n'est pas alignée avec celle de l'axe de modulation de l'EOM, la polarisation ne reste pas linéaire, seul un des axes voit une modulation de l'indice de réfraction et donc de phase. L'ellipticité de l'onde change périodiquement à la fréquence  $\omega_m$ . Cela se traduit par une modulation de la puissance du laser après passage dans un cube séparateur ou un polariseur ; cet effet est communément appelé RAM (Residual Amplitude Modulation). Cela a aussi un effet sur l'offset du signal d'erreur que nous voulons obtenir. En se servant du calcul de la section précédente, on peut montrer que, si le champ électrique n'est pas parfaitement aligné, on aboutit à une variation de l'offset du signal d'erreur. Pour résoudre ce problème il faut avoir une polarisation très propre et réglée très finement. On utilise pour cela un prisme de Glan-Thompson<sup>5</sup> (G-T).

#### Méthode de réglage de la polarisation

Pour régler la polarisation du faisceau, on utilise un analyseur de spectre branché sur une photodiode placée après le passage dans l'EOM et dans un cube séparateur de polarisation (voir figure 2.2). L'idée est de régler la polarisation à l'entrée de l'EOM, de manière à minimiser le pic de modulation d'amplitude après le cube. On change la polarisation petit à petit tout en maintenant la puissance du faisceau constante à l'entrée de l'EOM. Il faut commencer par se placer à peu près sur le bon axe de polarisation grâce au prisme G-T. On maximise la puissance en entrée de l'EOM grâce à une lame demi-onde positionnée avant le prisme G-T. Ensuite, en tournant légèrement le prisme G-T, on re-maximise la puissance de manière à ce qu'elle soit la même qu'à l'étape précédente. La polarisation ayant tourné, la puissance à la sortie du cube après l'EOM a aussi varié, il faut re-maximiser la puissance à la sortie du cube à l'aide d'une lame demi-onde placée en sortie de l'EOM. On peut finalement vérifier si la modulation d'amplitude a diminué ou non sur l'analyseur de spectre. Il faut itérer plusieurs fois la méthode pour atteindre une précision inférieure degré sur l'angle du prisme G-T.

---

4. FALC 110 de Toptica.

5. Thorlabs GTH10M-B extinction 100 000 :1.



En pratique nous utilisons un télescope pour agrandir le faisceau de manière à ce qu'il ait un diamètre égal à la section de la cellule de rubidium, permettant ainsi d'utiliser plus de puissance dans le faisceau tout en gardant une intensité  $I < I_{\text{sat}}$ . Le rapport signal sur bruit de la détection est alors augmenté.

### Principe du montage électronique

Le signal de détection est multiplié à l'oscillateur local grâce à un mixer<sup>7</sup>. Ce signal est envoyé au pré-amplificateur<sup>8</sup> avant d'être filtré par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c = 3$  kHz puis amplifié d'un facteur  $A_{\text{ampl}} = 50$ . Ce signal (voir figure 2.3) est visualisé sur l'oscilloscope. L'amplitude de balayage de la fréquence est de l'ordre de la largeur Doppler de la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  du rubidium 87. On peut voir qu'il persiste un offset de quelques mV sur le signal d'erreur. Il est possible de compenser cet offset grâce au FALC 110.

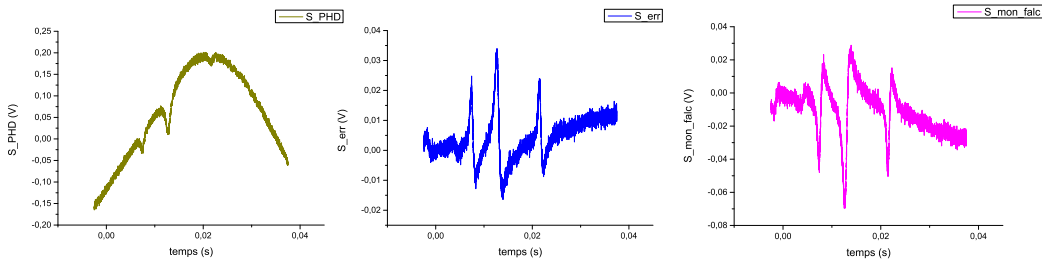


FIGURE 2.3 – En jaune : signal photodiode, en bleu : signal d'erreur délivré par le pré-ampli. En magenta : signal d'erreur utilisé par le FALC 110.

### 2.2.5 Le contrôleur analogique FALC 110

Le FALC 110 (Fast Analog Linewidth Controls) de Toptica est un système de contrôle de la fréquence du laser. Branché sur la carte de contrôle de la diode laser DL pro, il est conçu pour la stabilisation en fréquence de lasers sur réseau. Il possède deux branches d'asservissements : une rapide composée de quatre filtres (XSLI, SLI, FLI et FLD) et une branche séparée (ULI) (cf : figure 2.4) qui compense les dérives très lentes (son gain maximal est plus élevé) et allège la charge de l'asservissement rapide en lui permettant de ne pas avoir à ajouter un offset dû à la dérive du laser. Le FALC 110 possède deux entrées, une entrée inverseuse et une entrée non-inverseuse. Le signal d'erreur utilisé pour stabiliser la fréquence est donné par :  $S_{\text{err,FALC}} = (V_{\text{noninv-input}} - V_{\text{inv-input}}) \times G_{\text{input}} + \text{Off}_{\text{input}}$ . Il est possible de régler l'offset  $\text{Off}_{\text{input}}$  ( $\pm 2$  V) du signal et de l'amplifier ( $A_{\text{FALC,max}} = 10$ ) au détriment de la performance dans les hautes fréquences (l'asservissement ne corrige plus le bruit dans les MHz). Le pré-amplificateur est branché à l'entrée inverseuse et l'entrée non inverseuse est mise à la masse de telle sorte que  $V_{\text{inv-input}} = S_{\text{err}}(t)$  et  $V_{\text{noninv-input}} = 0$ .

7. ZFDC-10-1-5+ : 1 – 500 MHz

8. Stanford research system SR560.

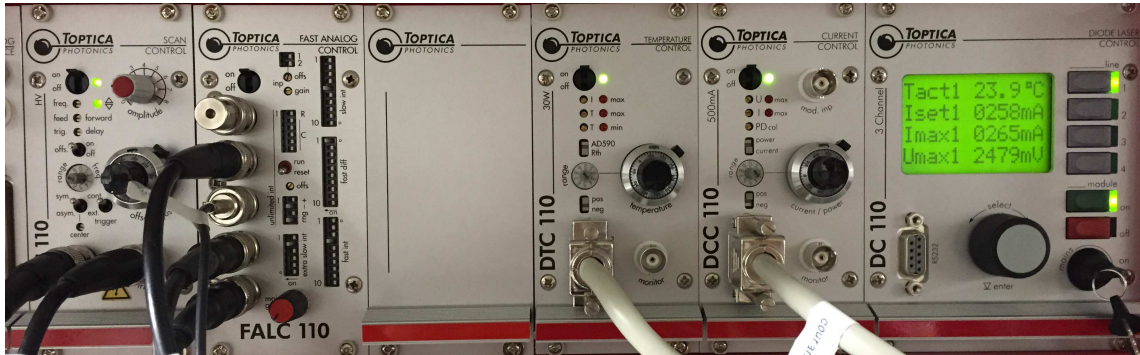


FIGURE 2.4 – Face avant du contrôleur de la DL PRO. De gauche à droite : DC 110 génère la rampe de scan, le FALC 110 permet l’asservissement à partir du signal d’erreur, le DTC 110 permet l’asservissement en température de la diode laser et le DCC 110 contrôle le courant envoyé à la diode.

### Réglage branche rapide

La branche rapide étant composée de plusieurs filtres de différentes fréquences de coupure et de gains différents, le réglage s’effectue en plusieurs étapes. Dans un premier temps le XSLI (eXtra Slow Limited Integrator) ainsi que le FLD (Fast Limited Differentiator) doivent être éteints (réponse plate en fonction de la fréquence). Le SLI doit être réglé à une fréquence de coupure assez basse  $f_c \approx 240$  Hz et le FLI (Fast Limited Integrator) à une fréquence de coupure de l’ordre de 30 kHz (qui est aussi une fréquence assez basse puisque la fréquence de coupure maximale est de 650 kHz). Ces paramètres constituent un point de départ pour le réglage de l’asservissement. Le but va être ensuite d’augmenter toutes les fréquences de coupure de manière à ce que l’asservissement corrige les bruits sur une plage de fréquences la plus grande possible. Il faut régler les différents filtres les uns après les autres de manière à garder un signal d’erreur stable à 0 V tout en augmentant la fréquence de coupure de chaque filtre.



Pour ajuster les différentes fréquences de coupures (figure 2.5) il faut répéter plusieurs fois un protocole décrit dans le manuel du FALC 110. Brièvement, il faut commencer par réduire la rampe du scan autour du point auquel on veut asservir le laser, augmenter le gain jusqu'à ce que la pente du signal proche du point où l'on veut asservir reste à zéro. À ce moment là, le FALC 110 corrige l'effet du scan encore en marche mais le gain n'est pas assez fort pour maintenir le signal d'erreur à zéro tout le temps.

Ensuite il faut réduire la rampe du scan en maintenant son offset pour bien centrer le signal d'erreur sur la fréquence où l'on veut asservir. On peut alors vérifier si les fréquences de coupures des filtres sont bien choisies en augmentant le gain jusqu'à l'apparition d'oscillation montrant que le FALC n'arrive plus à asservir correctement. On reprend alors à la première étape en augmentant la fréquence de coupure du FLI. En répétant plusieurs fois, il ne devient plus possible d'empêcher les oscillations d'apparaître, il faut alors redescendre la fréquence de coupure d'un cran. Cela fait pour le FLI, on procède de la même manière pour le SLI. Dans ce type d'asservissement le FLD n'est pas utilisé. Il est plutôt utilisé lorsque l'asservissement doit se faire sur une grandeur dynamique. Une fois les deux premiers intégrateurs réglés, le XSLI peut être mis en marche et suit la même procédure d'ajustement.



FIGURE 2.5 – Le FALC 110, on peut voir les différents filtres et leurs interrupteurs d'ajustement, ici le FALC 110 est déjà réglé pour asservir le laser sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  de la raie D2 du rubidium.

### Réglage branche lente : ULI

La branche ULI (UnLimited Integrator) se sert du même signal d'erreur que la branche rapide mais passe par un chemin séparé pour asservir le laser. Elle agit sur le courant envoyé au cristal piézo-électrique du réseau de la diode, ce qui permet une plus grande plage de correction que d'agir directement sur le courant de la diode mais avec un temps de réponse plus lent. Le ULI doit être réglé de plusieurs manières. Dans un premier temps, la gamme de fréquences doit être définie grâce aux six interrupteurs du sélecteur de vitesse (voir figure 2.5) le gain peut aller de  $10^4$  V/s si l'on veut agir sur des plus hautes fréquences à  $10^{-2}$  V/s pour les basses fréquences. D'autre part, il est nécessaire de régler l'offset de l'ULI pour que le zéro du signal d'erreur corresponde à celui de la branche rapide, les deux offset se règlent séparément.

Enfin il faut choisir la polarité par rapport à celle utilisée dans la branche rapide avec les interrupteurs "+", "-". La plage de tension maximale est choisie grâce aux interrupteur "rng" permettant d'avoir trois calibres différents : +5/ - 5 V,

+0.5/ - 0.5 V, +0.05/ - 0.05 V. En pratique il faut lancer l'asservissement avec l'interrupteur *run/reset* puis adapter l'offset pour que le signal de contrôle de l'ULI reste à zéro. Si le réglage est trop sensible il faut diminuer le gain et changer la plage de tension utilisée. Utiliser une plus grande plage de tension permet de compenser des dérives plus grandes.

## 2.3 Configuration des tables d'optique

Nous voulons disposer de plusieurs fréquences lasers pour faire fonctionner l'expérience. Les différentes transitions utilisées sont représentées sur la figure 2.6 :

- D'une part il faut faire fonctionner les PMO 2D et 3D. Pour cela deux fréquences sont nécessaires : une désaccordée de  $\Delta\nu_{3D} = -3\frac{\Gamma}{2\pi}$  de la transition cyclante  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  pour le PMO 3D et une désaccordée de  $\Delta\nu_{2D} = -2.4\frac{\Gamma}{2\pi}$  pour le PMO 2D (nous avons remarqué que le PMO 2D avait un meilleur flux d'atomes à ce désaccord). Il faut ensuite une fréquence à résonance ( $\Delta\nu_{\text{rep}} = 0$ ) pour repomper les atomes de  $|F = 1\rangle$  vers  $|F' = 2\rangle$ .
- D'autre part, on veut imager les atomes par absorption. On utilise un faisceau résonant ( $\Delta\nu_{\text{im}} = 0$ ) par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ .
- Enfin, pour piéger les atomes du PMO dans un piège quadrupolaire, il faut polariser les atomes vers un sous-état magnétique confinant par rapport au gradient de champ utilisé. Nous avons choisi le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . On utilise pour cela deux faisceaux résonants. Le premier doit être résonant avec la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Il sert à dépomper les atomes dans  $|F' = 2\rangle$  vers  $|F = 1\rangle$  : c'est le faisceau dépompeur. Le second doit être proche de la résonance de la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$  et doit avoir une polarisation circulaire  $\sigma_-$ . Ce faisceau transfère les atomes dans l'état noir  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et est appelé dans la suite faisceau polariseur.

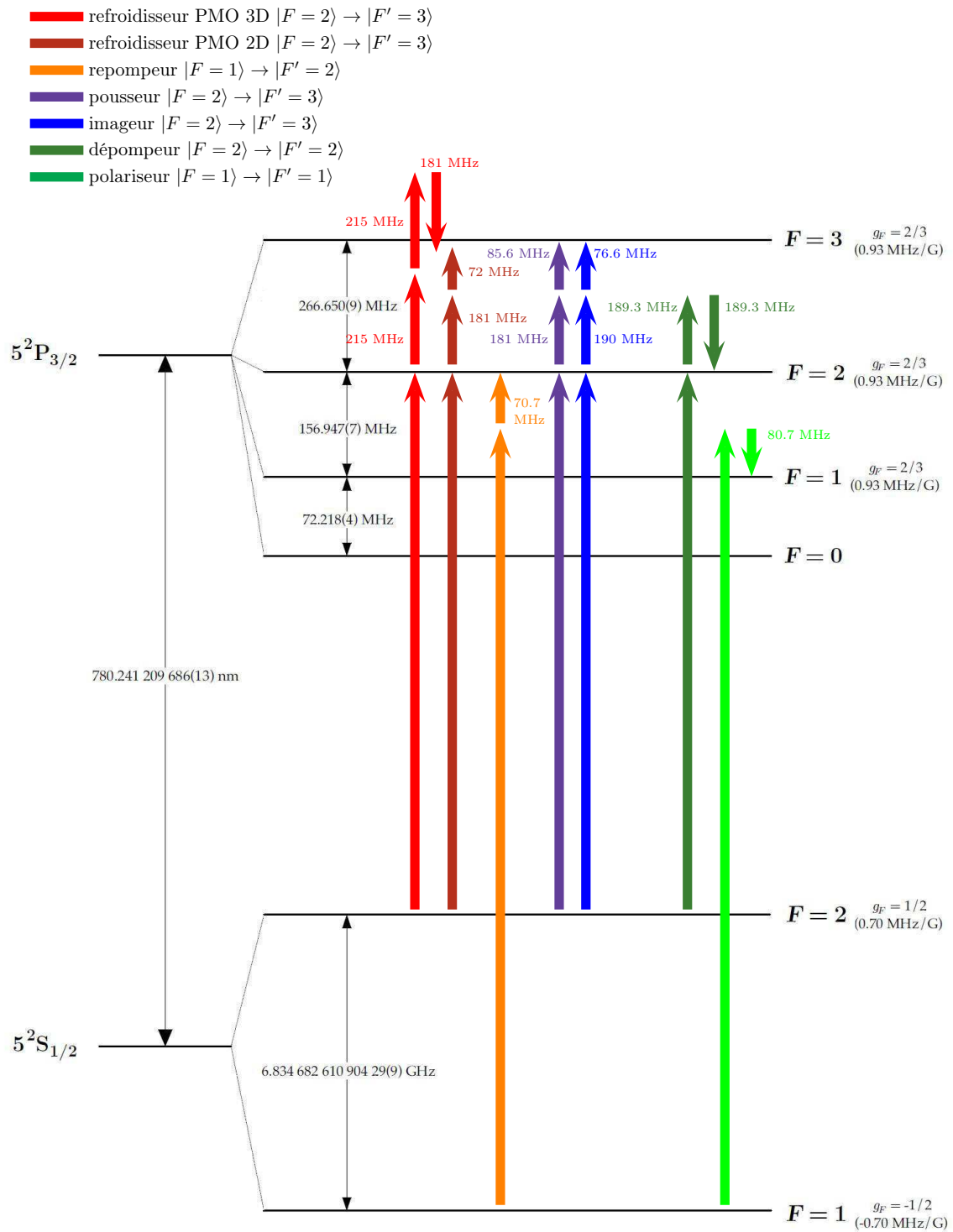


FIGURE 2.6 – Raie  $D_2$  du rubidium 87. Fréquences utilisées pour les faisceaux PMO 2D/3D, imageur, polariseur et dépompeur.

Dans cette section, je présente le système optique permettant la production des différentes fréquences. Nous avons adapté au mieux le système optique, fortement contraint par la répartition des puissances dans les différents faisceaux et l'espace disponible sur les tables. Chaque faisceau peut être contrôlé indépendamment des autres que ce soit en fréquence ou en puissance, ce qui permet de disposer d'un grand nombre de degrés de liberté pour l'optimisation de la production de nuages d'atomes froids. Les différents faisceaux sont préparés sur deux tables optiques : la table principale regroupe les faisceaux refroidisseurs, l'imageur, le pousseur et le dépompeur (figure 2.9). Toute la lumière de cette table est produite par la diode Toptica dont le trajet optique est séparé en plusieurs branches. La table secondaire regroupe les repompeurs et le polariseur (figure 2.10) dont la lumière est produite par une diode libre asservie par modulation de courant. Les différents faisceaux sont injectés dans des fibres séparément. Chaque faisceau est muni d'un obturateur SRS<sup>9</sup> permettant de couper la totalité du faisceau à l'entrée de la fibre lorsque les AOMs sont éteints. Les fibres optiques à maintien de polarisation sont injectées avec des coupleurs Shäfter-Kirchoff permettant l'injection de faisceau dont le diamètre à  $1/e^2$  est compris entre 0.5 et 3.6 mm<sup>2</sup>.

### 2.3.1 Refroidisseur PMO 3D

#### Fréquence refroidisseur PMO 3D

On veut un désaccord  $\Delta\nu_{3D} = -3\frac{\Gamma}{2\pi}$  par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Sachant que l'on asservit le laser sur  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ , il faut changer la fréquence de  $\nu_{3D} = +266.6 - 3\frac{\Gamma}{2\pi} = 249.5$  MHz. Pour cela on utilise un AOM en simple passage à  $\nu_{3D,1} = 181$  MHz en prenant l'ordre -1 puis un AOM en double passage à  $\nu_{3D,1} = 215$  MHz sur l'ordre +1 (en rouge sur la figure 2.6).

#### Montage refroidisseur PMO 3D

Le trajet du faisceau refroidisseur PMO 3D est indiqué en rouge sur la figure 2.9. Après un cube séparateur de polarisation, 14.4 mW sont utilisés pour passer dans un premier AOM à 181 MHz, dont on prend l'ordre -1 placé avant l'amplificateur optique<sup>10</sup>. De cette manière on maximise la puissance disponible pour l'injection de la fibre placée après l'amplificateur.

Le montage optique un peu particulier permet de changer la fréquence du deuxième AOM (après l'amplificateur) dynamiquement pendant l'étape de mélasse optique. Le faisceau passe une première fois dans l'AOM à 215 MHz où l'on prend l'ordre +1 puis dans une lentille de focalisation, un miroir de rétro-réflexion placé au foyer image de la lentille permet de repasser dans l'AOM en suivant le même trajet. On récupère alors une deuxième fois l'ordre +1. La lentille est utile lors de l'étape de mélasse optique, elle permet de moins dévier le faisceau lorsque l'on change la fréquence de l'AOM et donc le désaccord par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . La perte de puissance est ainsi réduite (par rapport au cas

9. SR475 laser shutter : délai 2.5 ms, temps de coupure 250  $\mu$ s.

10. SACHER 2.5 W.

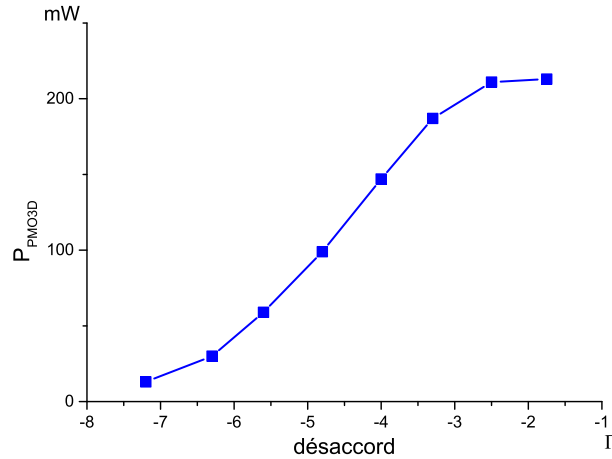


FIGURE 2.7 – Puissance en sortie de la fibre PMO 3D en fonction du désaccord par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Dans ce réglage nous pouvons passer de  $-1.5 \Gamma$  pour une puissance de 200 mW en sortie de fibre à  $-7 \Gamma$  avec 20 mW en sortie de fibre.

sans lentille) tout en gardant un faisceau collimaté. La figure 2.7 montre l'évolution de la puissance en sortie de la fibre du refroidisseur PMO 3D en fonction du désaccord. À un désaccord de  $-3 \Gamma$ , nous avons une puissance de l'ordre de 500 mW à l'entrée de la fibre.

## 2.3.2 Refroidisseur PMO 2D

### Fréquence refroidisseur PMO 2D

Ici contrairement au cas du PMO 3D, il n'y a pas besoin de changer la fréquence pendant la séquence. On veut une fréquence à  $\Delta\nu_{2D} = -2.4\frac{\Gamma}{2\pi}$  par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Il faut donc changer la fréquence de  $\nu_{32} = +266.6 - 2.4\frac{\Gamma}{2\pi} = 252.9$  MHz par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  sur laquelle le laser est asservi. On utilise deux AOMs en simple passage dans l'ordre +1 : le premier à  $\nu_{2D,1} = 181$  MHz et le deuxième à  $\nu_{2D,2} = 72$  MHz (en rouge briqué sur la figure 2.6).

### Montage PMO 2D

À l'aide du cube séparateur de polarisation séparant le faisceau PMO 3D du faisceau PMO 2D, nous prenons 20 mW pour être diffractés dans le premier AOM à 181 MHz dont on prend l'ordre +1. On injecte ensuite l'amplificateur optique<sup>11</sup> de façon analogue à celui du faisceau PMO 3D. Le deuxième AOM à 72 MHz est placé avant la séparation des deux bras du PMO 2D mais après celle du pousseur. Les deux bras sont munis d'un même obturateur SRS et ont respectivement 129 mW et 143 mW à l'entrée de leur fibre (voir trajet rouge briqué sur la figure 2.9).

11. SACHER 1.5 W

### 2.3.3 Pousseur

#### Fréquence pousseur

Nous avons étudié l'efficacité du faisceau pousseur lors du chargement du PMO 3D (figure 2.8). Pour maximiser l'efficacité du pousseur le faisceau doit être résonant avec  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ , on contrôle donc ce faisceau séparément des deux bras du PMO 2D. On produit la fréquence grâce à deux AOMs. Le premier AOM est placé avant l'amplificateur et est donc commun aux faisceaux du PMO 2D et du pousseur, il ajoute 181 MHz. Le deuxième AOM complète les 266.6 MHz nécessaires avec une fréquence de 85.6 MHz dans l'ordre +1 (en violet sur la figure 2.6).

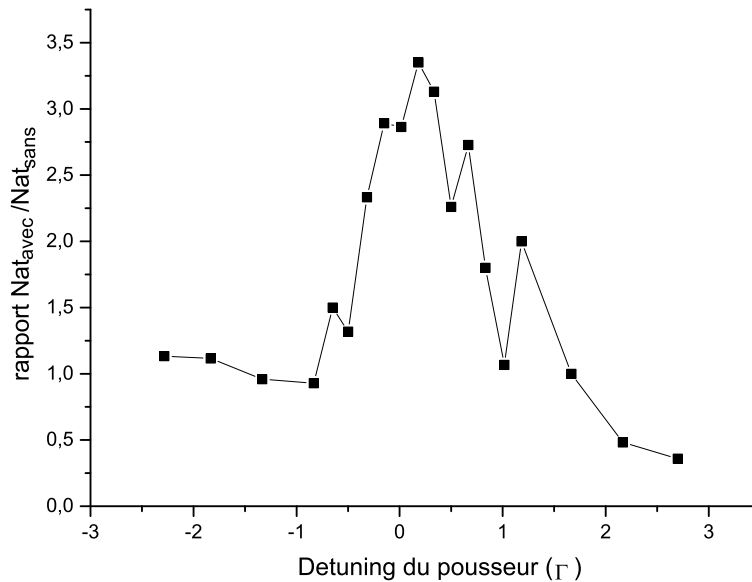


FIGURE 2.8 – Efficacité relative du pousseur en fonction du désaccord par rapport à la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . La grandeur représentée est le rapport du nombre d'atomes dans le PMO 3D chargé avec et sans pousseur, toutes choses étant égales par ailleurs, pour un temps de chargement du PMO 3D de 3 s. Le chargement optimal du PMO 3D est obtenu pour un désaccord proche de 0  $\Gamma$ .

#### Montage pousseur

Après l'isolateur optique en sortie de l'amplificateur, 12.5 mW sont déviés du trajet du refroidisseur PMO 2D pour produire le faisceau pousseur. La fréquence du pousseur n'a pas besoin d'être modifiée durant une séquence expérimentale et est donc contrôlée à la main sur le boîtier de production de radio-fréquence si nécessaire. Nous disposons de 1.6 mW à l'entrée de la fibre (en violet sur la figure 2.9).

### 2.3.4 Imageur

#### Fréquence imageur

On veut être résonant avec la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  et la fréquence n'a pas besoin d'être changée en cours de séquence. On utilise de même deux AOMs en simple passage dans l'ordre +1 pour obtenir  $\nu_{\text{pol/im}} = +266.6$  MHz : le premier à  $\nu_{\text{im},1} = 76.6$  MHz et le deuxième  $\nu_{\text{im},2} = 190$  MHz (en bleu sur la figure 2.6).

#### Montage imageur

Un cube situé avant le cube de séparation PMO 2D et 3D permet de prendre la puissance de 11,3 mW nécessaire à l'obtention des faisceaux imageur et dépompeur. Le faisceau passe dans un premier AOM commun à 191 MHz dont on prend l'ordre +1 puis un deuxième cube sépare l'imageur du dépompeur. On garde 1 mW pour l'imageur. Après mise en forme et passage dans un AOM à 76 MHz, dont on récupère l'ordre +1, nous avons 0.42 mW à l'entrée de la fibre (trajet bleu sur la figure 2.9).

### 2.3.5 Dépompeur $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$

#### Fréquence dépompeur

Pour cette fréquence on utilise deux AOMs à 189.3 MHz dans l'ordre +1 et -1 de manière à rester résonant avec  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  (en vert foncé sur la figure 2.6). L'utilisation de ces deux AOM permet de couper ou d'allumer le faisceau plus rapidement qu'avec un simple obturateur.

#### Montage dépompeur

Le premier AOM est le même que celui de l'imageur, les deux faisceaux sont séparés par un cube dont nous prenons 5 mW en transmission. Après la mise en forme et le passage dans le deuxième AOM, nous utilisons 0.9 mW pour injecter le faisceau dans la fibre (trajet vert foncé sur la figure 2.9).

### 2.3.6 Repompeur PMO 2D et 3D

La lumière repompeur est produite sur une deuxième table d'optique à partir d'une diode laser artisanale, après un premier isolateur optique nous avons une puissance disponible de 42 mW. Le faisceau est divisé dans les différentes branches mais nous n'avons pas besoin de beaucoup de puissance pour ces faisceaux, l'amplificateur optique<sup>12</sup> et les AOMs ne sont donc pas utilisés à leur puissance maximale.

---

12. SACHER 1.5W

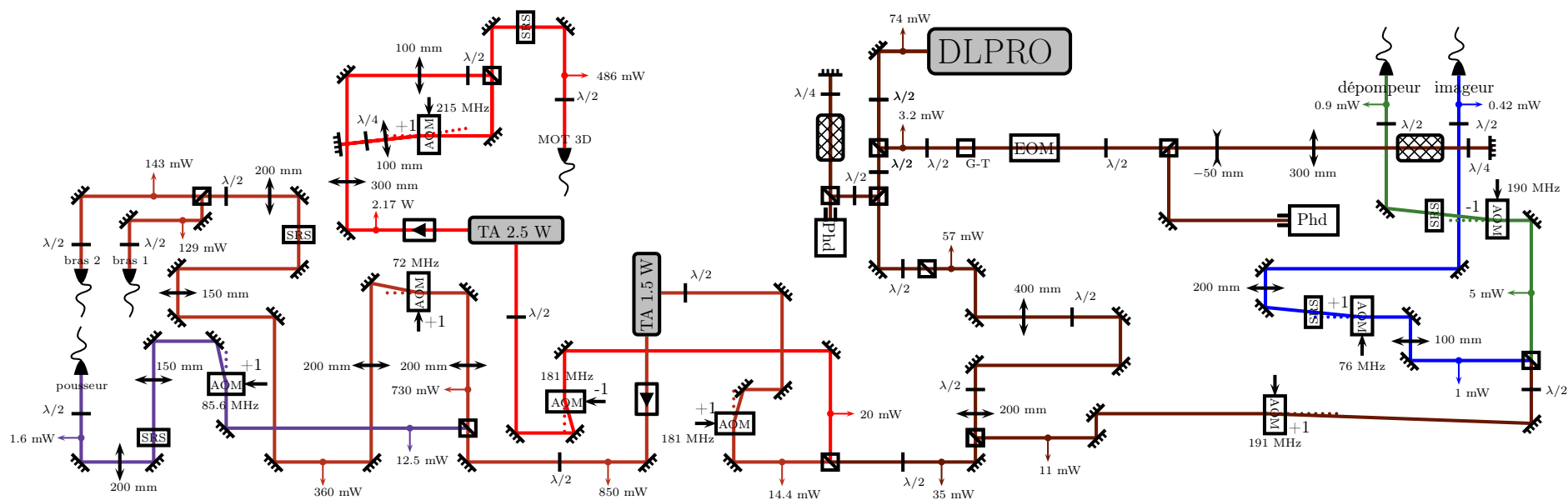


FIGURE 2.9 – Table optique de la diode Toptica asservie sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Les différentes couleurs représentent l'utilisation de chaque branche dérivée du faisceau principal (marron) : refroidisseur du PMO 3D (rouge), refroidisseur PMO 2D (marron clair), pousseur (violet), imageur (bleu) et dépompeur (vert).



### Fréquence repompeur PMO 2D et 3D

La diode est asservie à une fréquence de -70.7 MHz de la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . L'asservissement se fait par absorption saturée en modulant directement le courant de la diode (en orange sur la figure 2.6). En prenant l'ordre +1 d'un AOM placé dans le trajet du faisceau de l'asservissement, on obtient le désaccord de -70.7 MHz. Un deuxième AOM de même fréquence est placé sur le trajet du faisceau repompeur. On récupère aussi l'ordre +1 pour avoir un faisceau résonant avec  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Les faisceaux repompeurs PMO 2D et 3D sont séparés de manière à contrôler leur puissance indépendamment.

### Montage repompeur PMO 2D et 3D

Les deux faisceaux repompeurs sont représentés par les trajets orange sur la figure 2.10. Le faisceau principal en sortie de l'amplificateur optique est séparé en deux après l'isolateur optique : une partie du faisceau (460 mW), passe dans un AOM puis 100 mW sont injectés dans la fibre. L'autre partie du faisceau (80 mW) forme le repompeur PMO 2D. Nous avons 20 mW à l'entrée de la fibre après passage dans l'AOM.

### 2.3.7 Polariseur $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$

#### Fréquence polariseur

Le faisceau étant asservi à -70.7 MHz de la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ , on utilise un AOM à 80.7 MHz dont on prend l'ordre -1 de manière à se placer à  $+\Gamma$  de la transition (en vert sur la figure 2.6). Cette valeur du désaccord résulte de l'optimisation du nombre d'atomes polarisés après une séquence de polarisation.

#### Montage polariseur

Le faisceau polariseur est récupéré en réflexion sur le trajet du repompeur 2D (7 mW). Un cube séparateur est placé avant l'entrée dans la fibre pour avoir une polarisation la plus propre possible en sortie de fibre. Nous utilisons 1 mW en entrée de fibre pour polariser les atomes (trajet en vert sur la figure 2.10).

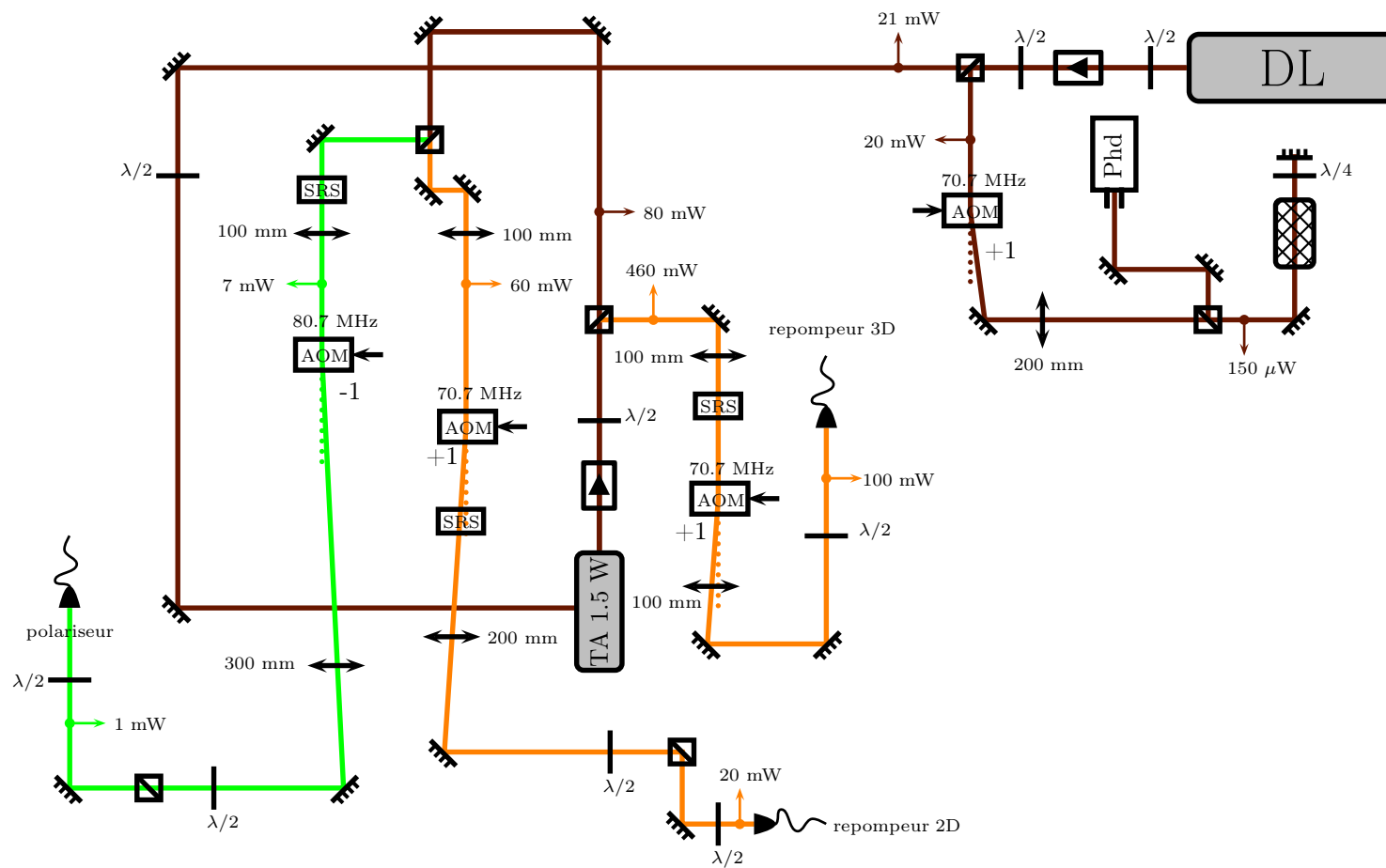


FIGURE 2.10 – Table optique de la diode artisanale asservie à  $-70.7$  MHz de la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Les différentes couleurs représentent l'utilisation de chaque branche dérivée du faisceau principal (marron) : repompeur PMO 3D et 2D (orange) et polariseur (vert)

## 2.4 Conclusion

Nous avons modifié l'ensemble du système de production de la lumière résonante de notre dispositif expérimental. En passant de quatre diodes à deux et en minimisant le nombre de fibres à injecter, nous avons simplifié le système et sommes désormais capable de produire un PMO 3D dont le nombre d'atomes fluctue beaucoup moins qu'avant d'une séquence à la suivante.

La figure 2.11 montre l'évolution du nombre d'atomes dans le PMO 3D après un chargement de 4 s en fonction du temps avant améliorations (en noir) et après améliorations (en rouge). Depuis ces améliorations, nous avons des fluctuations inférieures à 10 % sur le nombre d'atomes.

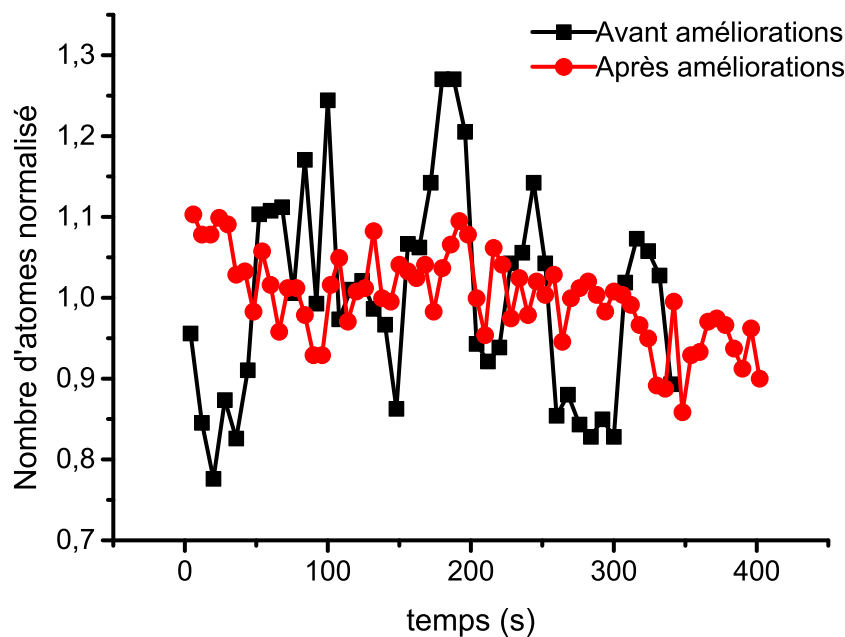


FIGURE 2.11 – *Fluctuations du nombre d'atomes dans le PMO 3D avant et après améliorations (respectivement en noir et rouge) pour un temps de chargement de 4 s. Le nombre d'atomes a été normalisé par la moyenne pour chaque courbe.*

En outre, le nombre d'atomes maximal que nous permet d'obtenir ce nouveau système est cinq fois plus grand qu'avant, passant de  $4\text{-}5 \times 10^8$  à  $2,5 \times 10^9$ . D'autre part, le nouvel asservissement par modulation de phase peut tenir une journée entière sans avoir besoin de le relocker et nous assure que la modulation à 4.95 MHz ne parasite pas la fréquence des différents faisceaux.

# Chapitre 3

## Production d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège hybride croisé

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>60</b>
<b>3.2</b>	<b>Rappels sur la condensation dans un piège harmonique</b>	<b>60</b>
<b>3.3</b>	<b>Potentiel dipolaire pour un faisceau seul</b>	<b>62</b>
<b>3.4</b>	<b>Piège dipolaire croisé</b>	<b>64</b>
<b>3.5</b>	<b>Système d'imagerie</b>	<b>66</b>
3.5.1	Imagerie par absorption	66
3.5.2	Mise en place	67
3.5.3	Mesure quantitative	68
<b>3.6</b>	<b>Évaporation dans le piège hybride</b>	<b>69</b>
3.6.1	Décompression du piège quadrupolaire	69
3.6.2	Transfert dans le piège hybride	70
3.6.3	Calcul des fréquences du piège	70
3.6.4	Évaporation forcée	72
<b>3.7</b>	<b>Caractéristiques du piège : Analyse par Composante Principale</b>	<b>76</b>
3.7.1	Principe mathématique	77
<b>3.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>80</b>

---

## 3.1 Introduction

La condensation de Bose-Einstein apparaît lorsque la densité dans l'espace des phases  $D = n\Lambda^3$ , avec  $n$  la densité atomique et  $\Lambda = \hbar(2\pi/mk_B T)^{1/2}$  la longueur d'onde de de Broglie, est de l'ordre de 1. Pour atteindre la condensation, il est nécessaire d'augmenter la densité (tout en gardant les atomes en phase gazeuse) et de diminuer la température. La condensation de Bose-Einstein a été observée pour la première fois en 1995 dans des gaz dilués d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  et de  $^{23}\text{Na}$  confinés magnétiquement [25, 26]. Depuis, les techniques d'évaporation ont beaucoup évolué ; l'utilisation de pièges purement optiques [31] a permis de gagner un ordre de grandeur sur la durée d'évaporation grâce à de grandes fréquences de piégeage. Plus récemment, le développement de pièges hybrides a permis l'obtention de condensats avec de grands nombres d'atomes tout en gardant une certaine rapidité. Ces pièges hybrides combinent piégeage magnétique et piégeage optique. Plusieurs dispositifs utilisant ce type de pièges ont été mis au point, utilisant soit un faisceau bouchon [26, 83], soit un faisceau "collecteur" d'atomes [33, 89]. Nous souhaitons mettre en place un piège de ce dernier type démontré initialement par J.V. Porto [33] en 2009 avec un faisceau dipolaire horizontal.

Dans cette méthode, le réservoir d'atomes issu du piège magnéto-optique (PMO) est transféré dans un piège magnétique après polarisation du nuage dans un sous-état magnétique Zeeman. Ainsi la séquence expérimentale débute avec plusieurs centaines de millions d'atomes voire quelques milliards d'atomes dans un piège magnétique. La procédure totale d'évaporation reste relativement rapide. Elle est typiquement de 20 secondes, ce qui est certes moins bien que le tout optique mais plus rapide que le tout magnétique. Le nuage d'atomes est transféré dans le piège hybride (optique + magnétique) en milieu d'évaporation.

Dans ce chapitre, je rappelle les bases de la condensation de Bose-Einstein. Je décris ensuite le principe des pièges dipolaires. Je poursuis par la description du système d'imagerie que nous utilisons pour obtenir des mesures quantitatives sur les nuages d'atomes. Enfin je détaille le protocole expérimental utilisé pour obtenir un condensat de Bose-Einstein (CBE) de  $^{87}\text{Rb}$  et je caractérise le piège hybride que nous utilisons en comparant nos résultats avec les prédictions théoriques.

## 3.2 Rappels sur la condensation dans un piège harmonique

Dans cette section, je rappelle le principe de la condensation de Bose-Einstein dans un piège harmonique. La condensation de Bose-Einstein est une transition de phase qui se traduit par la condensation d'un nombre macroscopique d'atomes dans l'état fondamental d'un piège et résulte seulement d'effets statistiques quantiques. Comme les nuages d'atomes sont assez dilués, l'effet des interactions sur les propriétés thermodynamiques ne conduisent qu'à de légères corrections. Dans le formalisme de l'ensemble grand canonique (dont on peut trouver les calculs

dans [90]<sup>1</sup>), le nombre de particules  $N$  et l'énergie  $E$  fluctuent. Le potentiel chimique  $\mu$  et la température  $T$  sont des paramètres. L'occupation moyenne dans un état  $i$  d'énergie  $\epsilon_i$  suit la statistique de Bose :

$$\bar{n}_i(T, \mu) = \frac{1}{\exp(\beta(\epsilon_i - \mu)) - 1}, \quad (3.1)$$

avec  $\beta = 1/k_B T$ . Seules les valeurs du potentiel chimique  $\mu$  inférieures à l'énergie de l'état fondamental  $\epsilon_0$  ont un sens physique. On écrit le nombre d'atomes total  $N = \sum \bar{n}_i$  comme

$$N = N_0 + N_T, \quad (3.2)$$

avec  $N_0$  le nombre d'atomes dans l'état fondamental et

$$N_T(T, \mu) = \sum_{i \neq 0} \bar{n}_i(T, \mu), \quad (3.3)$$

le nombre de particules non condensées (partie thermique). À trois dimensions, pour une température fixée,  $N_T$  est une fonction croissante en  $\mu$  avec un maximum  $N_c(T) = N_T(T, \epsilon_0)$  pour  $\mu = \epsilon_0$ .  $N_0$  est toujours très petit sauf lorsque  $\mu \rightarrow \epsilon_0$  où il diverge. Si  $N_c(T)$  est plus petit que le nombre d'atomes total  $N$ , il y a forcément un nombre macroscopique d'atomes condensés de manière à satisfaire la condition de normalisation (3.2). La température à laquelle  $N_c(T) = N$  est la température critique  $T_c$ . Si  $T < T_c$ ,  $N_0$  est non négligeable et la partie thermique sature à  $N_T = N_c(T)$ .

Les caractéristiques du confinement sont prises en compte dans la distribution des niveaux d'énergie  $\epsilon_i$ . Pour un piège harmonique à trois dimensions et de fréquences angulaires  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ , on a :

$$\epsilon_i = \epsilon_{n_x, n_y, n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_z, \quad (3.4)$$

où  $n_x, n_y, n_z$  sont des entiers positifs. Il est alors possible de calculer la fonction  $N_c(T)$  explicitement en remplaçant la somme de l'équation (3.3) par une intégrale sur les différents états. Cela est justifié par le fait que les nombres d'occupation varient lentement en fonction des énergies  $\epsilon_i$ , *i.e.* si la température est beaucoup plus grande que la différence d'énergie entre les états. On écrit alors :

$$N_c(T) = \int dn_x dn_y dn_z \frac{1}{\exp(\beta \hbar(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z)) - 1}. \quad (3.5)$$

En utilisant (3.5) et la condition de normalisation (3.2) on obtient la température critique :

$$k_B T_c = \hbar \bar{\omega} \left( \frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} = 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad (3.6)$$

avec  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  la moyenne géométrique des fréquences du piège et  $\zeta(n)$  la fonction de Riemann. On vérifie ici que  $k_B T \gg \hbar \bar{\omega}$ , condition nécessaire pour

---

1. On trouvera aussi le développement détaillé dans le cours au collège de France de C. Cohen-Tannoudji de 1997 : *Condensation de Bose-Einstein, Bosons sans interactions dans un piège*.

établir la relation (3.5). Le phénomène de condensation est donc très différent d'un simple effet de gel du déplacement des atomes. On peut aussi déduire la fraction d'atomes condensés lorsque  $T < T_c$  :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3. \quad (3.7)$$

Il est intéressant d'évaluer la densité dans l'espace des phases à la température  $T_c$ . La densité d'un gaz classique à température  $T$  dans un piège isotrope de fréquence  $\bar{\omega}$  s'écrit :

$$n(x) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} \Delta x^3} e^{-x^2/2\Delta x^2}, \quad (3.8)$$

avec  $x$  la distance par rapport au centre du piège. La taille du nuage est déterminée par la température :  $\Delta x = (k_B T / \bar{\omega}^2 m)^{1/2}$ . En utilisant la définition de la densité dans l'espace des phases  $D = n\Lambda^3$  et la relation (3.6), on voit que lorsque l'on atteint la température critique, la densité dans l'espace des phases au centre du piège vaut 1. Cela veut dire que la taille du paquet d'onde dans l'espace des phases est de l'ordre de  $\hbar$ ; il a atteint la limite de Heisenberg.

### 3.3 Potentiel dipolaire pour un faisceau seul

La force dipolaire que subit un atome est due à l'interaction du champ électrique  $\vec{E}$  du laser avec le dipole électrique qu'il induit dans l'atome. Il en résulte un potentiel donnant naissance à une force conservative aussi connue sous le nom d'effet Stark dynamique [91]. Cette force joue un rôle prépondérant quand l'intensité lumineuse  $I$  du laser n'est pas uniforme spatialement et que l'on est assez loin des résonances atomiques. Un calcul quantitatif est fait dans [92] par la méthode de l'atome habillé. Il donne l'expression du potentiel dipolaire dont dérive la force dans le cas du  $^{87}\text{Rb}$  pour un laser de polarisation linéaire  $\pm\pi$  et circulaire  $\sigma_{\pm}$ , très désaccordé par rapport aux raies  $D_1$  et  $D_2$  :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \chi \times I(\mathbf{r}), \quad (3.9)$$

avec

$$\chi = \frac{\Gamma_{D_2} \lambda_{D_2}^3}{16\pi^2 c} \left[ \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_1 + 2\omega_L} \right) (1 - qg_F m_F) + \left( \frac{1}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_2 + 2\omega_L} \right) (2 + qg_F m_F) \right]. \quad (3.10)$$

Les  $\Delta_i = \omega_L - \omega_{D_i}$  sont les désaccords avec les raies  $D_1$  et  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .  $q$  correspond à la polarisation de la lumière ( $q = 0$  pour une polarisation  $\pi$  et  $q = \pm 1$  pour les polarisations  $\sigma^{\pm}$ ).  $\Gamma_{D_2}$  est le temps de vie de l'état excité  $|5^2P_{3/2}\rangle$  de la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$  et  $\lambda_{D_2}$  la longueur d'onde de la transition correspondante.

Pour un atome de  $^{87}\text{Rb}$  et un laser de longueur d'onde  $\lambda = 1064$  nm polarisé  $\pi$ , on a  $\chi = -2.10 \times 10^{-36}$  J/(W/m<sup>2</sup>).

Dans le cas d'un faisceau laser gaussien (TEM<sub>00</sub>), le profil d'intensité est de la forme :

$$I(\mathbf{r}) = \frac{2P}{\pi w(y)^2} \exp\left(-\frac{2(x^2 + z^2)}{w(y)^2}\right), \quad (3.11)$$

avec

$$w(y) = w_0 \times \sqrt{1 + \frac{y^2}{z_R^2}} \quad (3.12)$$

où  $w_0$  est le col du faisceau (waist) et  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$  la longueur de Rayleigh qui dépend de la longueur d'onde du laser  $\lambda$  et est définie telle que  $w(z_R) = \sqrt{2}w_0$ . La figure 3.1 montre un profil gaussien typique avec les notations usuelles.

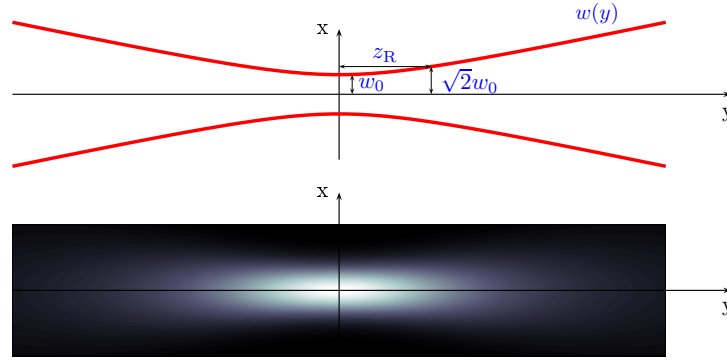


FIGURE 3.1 – Profil d'intensité d'un faisceau Gaussien TEM<sub>00</sub>.

### Taux de chauffage

Le piège dipolaire est conservatif dans une certaine limite. En effet, la diffusion de photons par les atomes du piège entraîne un chauffage résiduel des atomes. Il faut pour s'en rendre compte, mettre en regard le taux d'absorption des photons et le temps de maintien dans le piège dipolaire. Le taux de chauffage est donné par [91, 92] :

$$\frac{dT}{dt} = I_0 \frac{\Gamma^2 \hbar \lambda}{8ck_B m} \left( \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2} \right), \quad (3.13)$$

avec  $I_0$  l'intensité au centre du faisceau (on s'intéresse donc au taux de chauffage maximal). Le laser doit être suffisamment désaccordé des deux raies pour que l'effet de l'émission spontanée soit faible. D'autre part, la profondeur du potentiel est proportionnelle à  $1/\left(\frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2}\right)$  alors que le taux de chauffage est proportionnel à  $\frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2}$ , il donc est possible d'avoir un potentiel profond sans avoir trop de chauffage.

La profondeur du piège dipolaire peut être directement reliée à la température des atomes par  $U_0 = \eta k_B T$  avec  $\eta \sim 8$ , et on peut calculer le taux de chauffage en fonction de la température des atomes :

$$\frac{dT}{dt} = T \times 2.4 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1} \quad (3.14)$$

Ce qui reste négligeable pour des temps de piégeage de quelques secondes.



### 3.4 Piège dipolaire croisé

#### Configuration du piège

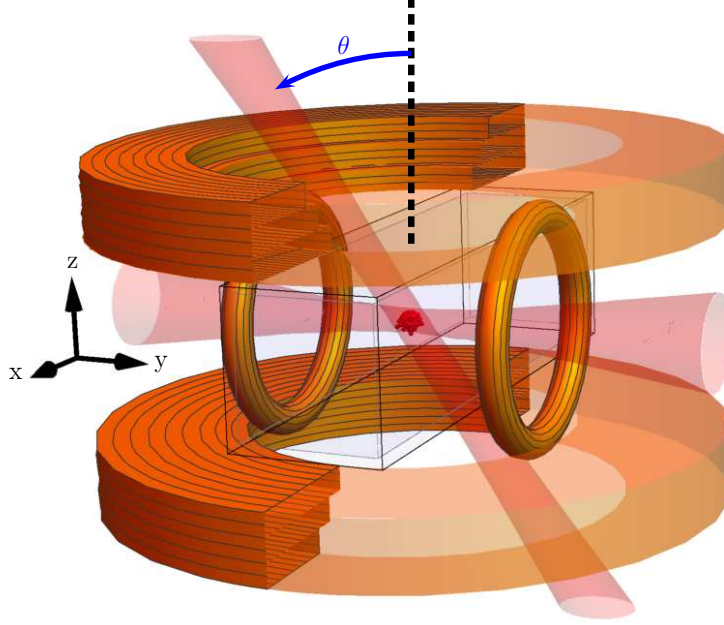


FIGURE 3.2 – Configuration du piège dipolaire croisé. Le faisceau horizontal est recyclé et revient par le haut de la cellule avec un angle  $\theta \simeq \pi/6$  par rapport à la verticale.

Le piège dipolaire de notre dispositif expérimental est produit par un laser fibré<sup>2</sup> de puissance de sortie 5 W et de longueur d'onde 1064 nm. On peut voir la configuration du piège sur la figure 3.2.

Le faisceau passe une première fois horizontalement dans la cellule avec un waist  $w_h = 65 \mu\text{m}$  à une hauteur  $z_0 \sim -w_h$  en dessous du zéro de champ du quadrupole et avec une puissance initiale  $P_h = 3.3 \text{ W}$ . Le faisceau horizontal est légèrement incliné ( $\sim 1^\circ$ ) par rapport à la cellule en verre pour éviter les effets d'interférences dues aux réflexions à l'intérieur de la cellule. Il est ensuite recyclé pour fermer le piège par dessus en arrivant avec un angle de  $\theta \approx \pi/6$  par rapport à l'axe vertical. Le faisceau a alors un waist  $w_v = 45 \mu\text{m}$  et sa puissance avant de repasser dans la cellule vaut  $P_v = 2.2 \text{ W}$ . La figure 3.3 montre le trajet optique permettant d'obtenir deux faisceaux croisés à partir d'un seul laser. Le faisceau est finalement récupéré en dessous de la cellule pour être absorbé dans un tube en cuivre refroidi à l'eau.

Le potentiel dipolaire dans notre configuration s'écrit :

$$U_{\text{crois}}(\mathbf{r}) = -U_{0,h} \exp\left(-2\frac{x^2 + (z - z_0)^2}{w_h^2}\right) - U_{0,v} \exp\left(-2\frac{x^2 + ((z - z_0) \sin(\theta) + y \cos(\theta))^2}{w_v^2}\right), \quad (3.15)$$

<sup>2</sup> Azur Light Systems IR-1064-5P

avec  $U_{0,h/v} = 2\chi P_{h/v}/\pi w_{h/v}^2$ . On néglige ici les variations d'intensité le long de l'axe du faisceau car les longueurs de Rayleigh sont grandes devant les waists :  $z_{R,h} = 1.25$  cm pour le faisceau horizontal et  $z_{R,v} = 0.6$  cm pour le vertical.

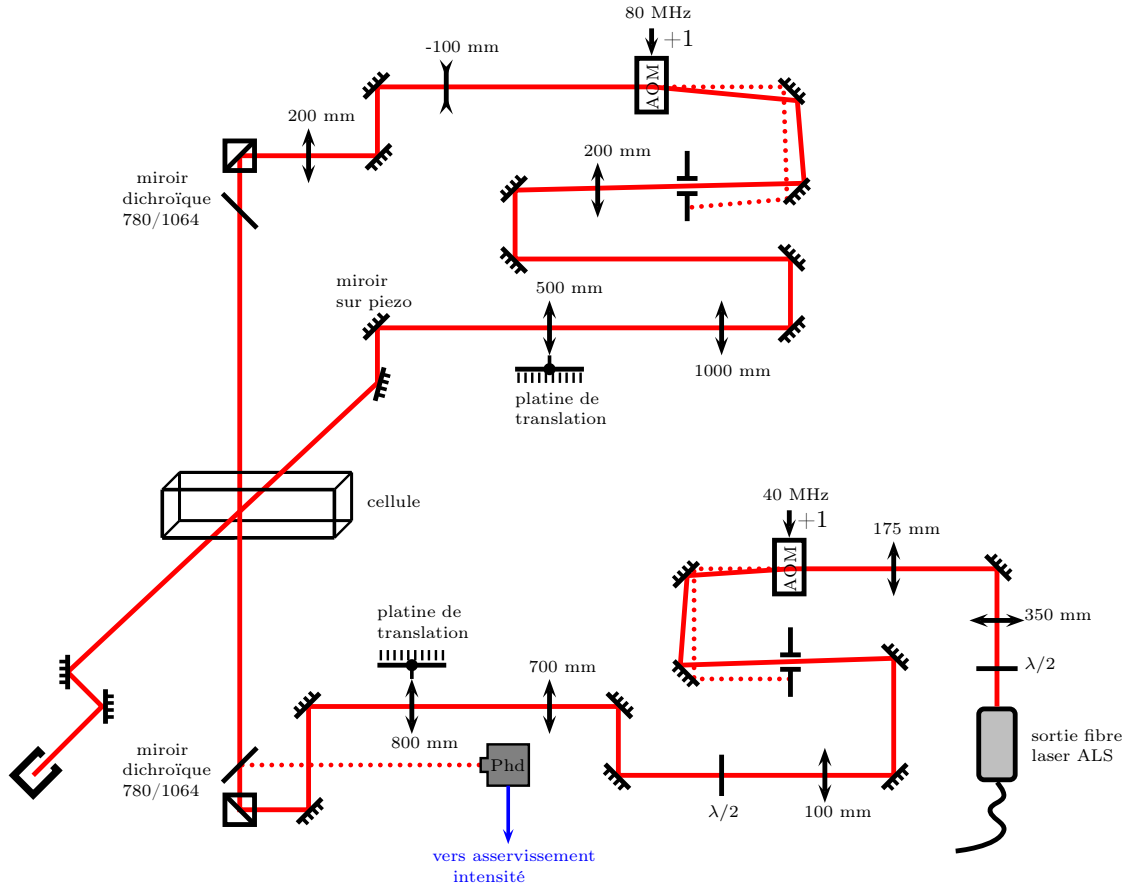


FIGURE 3.3 – Montage optique des faisceaux à 1064 nm créant le piège dipolaire croisé. Le faisceau horizontal est focalisé par une lentille de focale 800 mm sur une platine de translation. Son waist au point focal est  $w_h = 65 \mu\text{m}$ . Le faisceau vertical est focalisé grâce à une lentille de focale 500 mm aussi placée sur une platine de translation. Au point focal le faisceau a un waist  $w_v = 45 \mu\text{m}$ .

### Asservissement de puissance

Nous asservissons la puissance grâce à une fraction du faisceau de quelques mW réfléchi sur la face arrière du premier miroir dichroïque<sup>3</sup>. Cette fraction est alors détectée sur une photodiode. Le signal de la photodiode est envoyé sur une boucle de rétro-action constituée d'un intégrateur à gain réglable agissant sur l'AOM du faisceau horizontal. Le miroir dichroïque permet d'envoyer les faisceaux PMO horizontaux et le repompeur sur le même axe que le faisceau dipolaire horizontal.

3. DMLP 900 L Thorlabs haute puissance, transmet à 1064, réfléchit à 780 nm.

## Réglage du croisement

Le réglage du croisement est relativement délicat. En effet, la force produite dans l'axe du faisceau vertical est trop faible pour compenser la gravité. Pour pouvoir observer des atomes piégés dans le potentiel de ce faisceau, il faut que la température du nuage soit inférieure à  $10 \mu\text{K}$  et que le faisceau ne passe pas trop loin du centre du quadrupole. Dans un premier temps, nous l'avons aligné dans le plan vertical par lequel passe le faisceau horizontal grâce aux réflexions à 4 % sur la cellule et à l'aide d'une caméra infrarouge placée au dessus. Une fois aligné dans le plan du faisceau horizontal, nous avons symétrisé les points d'entrée et de sortie du faisceau dipolaire vertical par rapport au centre du PMO sur lequel est centré le quadrupole. Après ce réglage grossier, pour "chercher" la position du faisceau vertical, nous avons agi sur les courants dans les bobines du quadrupole et dans la bobine de compensation longitudinale pour déplacer le nuage d'atomes après évaporation micro-ondes et décompression du piège<sup>4</sup>. Une fois la position du faisceau vertical localisée (la présence du faisceau vertical provoque une augmentation locale de la densité atomique), il suffit de ramener les courants des bobines à leur valeur normale petit à petit tout en jouant sur les vis micro-métriques pour faire suivre le faisceau.

## 3.5 Système d'imagerie

### 3.5.1 Imagerie par absorption

Nous mesurons les différentes caractéristiques du nuage d'atomes grâce à une imagerie par absorption. Cette technique consiste à éclairer les atomes avec un laser résonant à 780 nm et collimaté. Les atomes absorbent une partie de ce faisceau sonde. Nous imageons alors l'ombre du nuage d'atomes sur une caméra CCD. Plus précisément, on considère un faisceau se propageant dans la direction  $z$ , absorbé par un nuage de densité  $n(x, y, z)$ . On peut alors définir la densité colonne  $n_c(x, y)$  comme la densité intégrée selon l'axe  $z$  :

$$n_c(x, y) = \int n(x, y, z) dz. \quad (3.16)$$

Dans le cas où le faisceau sonde est de faible intensité en regard de l'intensité de saturation de la transition, la loi de Beer-Lambert donne la relation entre l'intensité avant le nuage d'atomes et après le nuage d'atomes :

$$I_{\text{out}}(x, y) = I_{\text{in}}(x, y) e^{-\sigma_0 n_c(x, y)}, \quad (3.17)$$

avec  $\sigma_0$  la section efficace d'absorption. La densité optique (OD pour Optical Density) est définie par :

$$OD(x, y) = \ln \left( \frac{I_{\text{in}}(x, y)}{I_{\text{out}}(x, y)} \right) \quad (3.18)$$

---

4. La décompression permet d'avoir un nuage d'atome plus grand et plus froid (cf : section 3.6).

L'intensité du faisceau sonde n'est en général pas uniforme, nous prenons donc deux images : la première en présence du nuage d'atomes après un temps de vol, la deuxième en l'absence d'atomes mais toujours en présence du faisceau sonde. Ces deux intensités sont respectivement notées  $I_{\text{at}}$  et  $I_{\text{noat}}$ . On peut donc calculer la densité colonne à partir de l'équation (3.17). En réalité nous prenons une troisième image en l'absence du faisceau sonde pour soustraire le bruit de fond ( $I_{\text{bkg}}$ ) à l'image. Nous utilisons un temps d'exposition de 80  $\mu\text{s}$  de manière à ce que les atomes se déplacent de moins d'un pixel pendant la prise de l'image. La densité colonne s'écrit donc :

$$n_c(x, y) = \frac{1}{\sigma_0} \ln \left( \frac{I_{\text{at}}(x, y) - I_{\text{bkg}}(x, y)}{I_{\text{noat}}(x, y) - I_{\text{bkg}}(x, y)} \right), \quad (3.19)$$

### 3.5.2 Mise en place

Pour l'expérience, il est nécessaire de pouvoir mesurer deux objets de tailles différentes. Le PMO dont la taille est de l'ordre du centimètre et le CBE dont la taille est de quelques  $\mu\text{m}$ . Pour avoir une bonne résolution ainsi qu'un bon champ de vision, nous utilisons deux trajets optiques différents pour le faisceau sonde (dans le plan horizontal) ainsi que deux caméras CCD<sup>5</sup>. Les schémas de la figure 3.4 montrent ces deux configurations.

#### Mode PMO

Le faisceau sonde pour le PMO arrive presque dans l'axe des faisceaux PMO horizontaux avec un angle  $\theta_{\text{sonde,PMO}} \approx 5^\circ$ . Le faisceau a un diamètre de 2.5 cm. Le montage optique utilisé permet d'obtenir une image des atomes situés à 15 cm d'un triplet achromatique<sup>6</sup> de focale 150 mm, une lentille  $L_2$  de focale  $f_2 = 50$  mm est placée à 20 cm du triplet de manière à obtenir un grandissement  $G_{\text{PMO}} = 0.3$ . Nous calibrons le système d'imagerie en mesurant la chute libre des atomes : un ajustement de la trajectoire permet de calculer la taille que doit avoir un pixel pour que l'on ait la bonne valeur de l'accélération de la gravité  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ . Pour ce système d'imagerie, la taille effective d'un pixel de la caméra au niveau des atomes est de 18  $\mu\text{m}$ .

#### Mode CBE

Pour changer d'imagerie, nous changeons la fibre du faisceau sonde de colli-mateur. Le faisceau sonde du mode CBE arrive avec un angle  $\theta_{\text{sonde,CBE}} \approx 60^\circ$  par rapport aux faisceaux PMO. Son diamètre est de 3 mm. Pour former l'image des atomes, nous utilisons un doublet<sup>7</sup>  $L_3$  de focale  $f_3 = 200$  mm placé à 20 cm des atomes ; une lentille  $L_4$  de focale  $f_4 = 500$  mm placée à 70 cm de  $L_3$  permet de former l'image des atomes sur le capteur CCD.

Le faisceau sonde dans cette configuration est plus grand que le capteur CCD.

---

5. Basler A100f Series de  $1392 \times 1040$  pixels carrés de coté  $c = 6.45 \mu\text{m}$

6. triplet HAP 150-30.5

7. HAP 200 40.5

Ce n'est pas un problème pour la formation de l'image mais cela réduit l'intensité sur la caméra et donc le rapport signal sur bruit. D'autre part, le faisceau sonde étant plus petit avant la cellule, pour rester en dessous de  $I_{\text{sat}}$  nous sommes obligés de diminuer la puissance injectée à l'entrée de la fibre.

Le système de lentilles permet d'obtenir un grandissement de  $G_{\text{CBE}} = 2.5$  et la taille d'un pixel est de  $2.8 \mu\text{m}$  dans le plan des atomes. La calibration a été effectuée de la même manière que pour le mode PMO. La résolution est néanmoins limitée par l'optique. Pour l'imagerie CBE l'ouverture numérique du doublet vaut :  $O.N. = 0.075$  et le critère de Rayleigh pour la résolution optique donne :

$$R = 0.61 \frac{\lambda}{O.N.} = 8.65 \mu\text{m}. \quad (3.20)$$

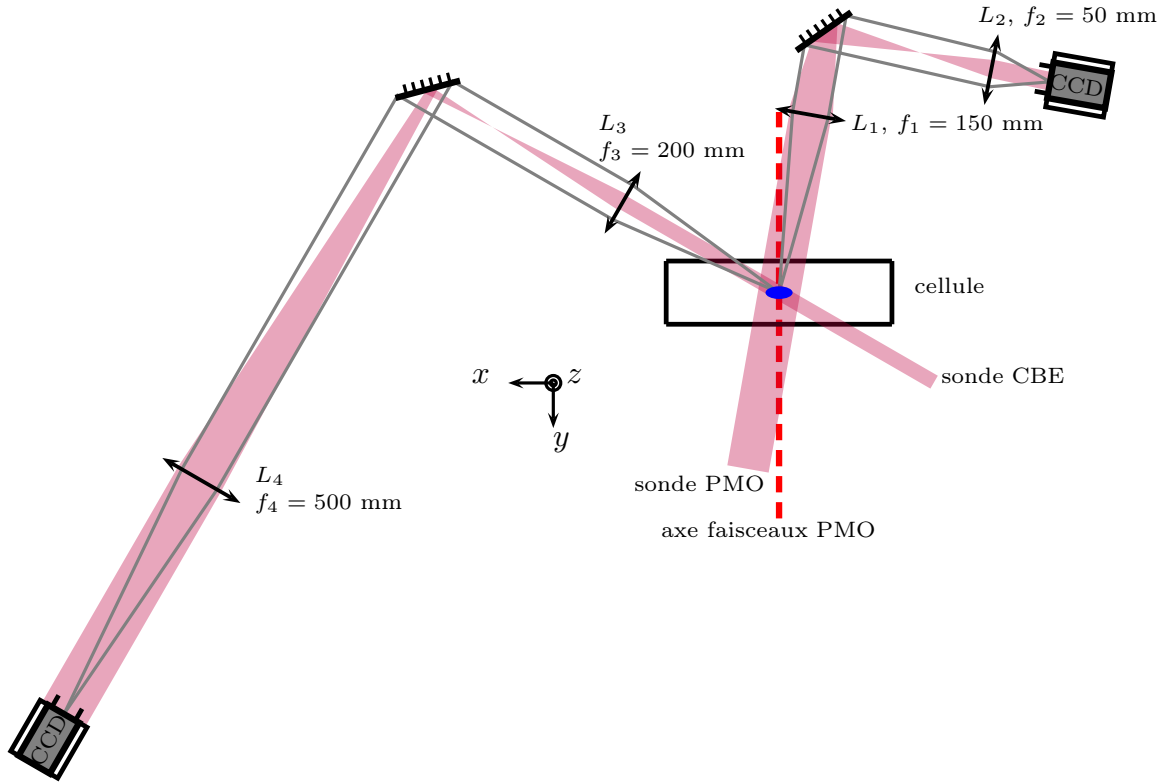


FIGURE 3.4 – Schéma des deux systèmes d'imagerie : nous avons  $G_{\text{PMO}} = 0.23$  et  $G_{\text{CBE}} = 2.5$ . Le faisceau sonde PMO mesure 2.5 cm de diamètre et arrive avec un angle de  $5^\circ$  sur la cellule. Le faisceau sonde CBE mesure 3 mm de diamètre et arrive avec un angle de  $60^\circ$  sur la cellule.

### 3.5.3 Mesure quantitative

Les images d'absorption permettent de déduire le nombre d'atomes et la taille du nuage. Nous pouvons alors en déduire la température. Pour mesurer le nombre d'atomes, nous utilisons la relation (3.19) que l'on intègre sur le plan  $x0y$ . Pour être précis, il faut que la densité optique ne soit pas trop élevée ( $OD < 2$ ). Il faut donc la plupart du temps faire un temps de vol allant jusqu'à 30 ms avant

de prendre les images de façon à réduire la densité atomique du nuage. Pendant cette étape tous les potentiels sont éteints et chaque atome tombe sous l'effet de la gravité selon une trajectoire balistique déterminée par sa vitesse initiale  $v_i$  telle que  $x(t) = x_0 + v_i t_{\text{tof}}$  selon l'axe horizontal de la caméra (selon l'axe vertical il faut ajouter l'accélération due à la gravité). Pour des temps de vol  $t_{\text{tof}}$  suffisamment longs la taille du nuage est directement reliée à sa dispersion de vitesse, *i.e.* à sa température. Si on peut négliger la taille initiale du nuage, on peut écrire la température :

$$T = \frac{m \langle \Delta x^2 \rangle}{k_B t_{\text{tof}}^2} \quad (3.21)$$

### 3.6 Évaporation dans le piège hybride

La séquence expérimentale est présentée sur la figure 3.5. Je détaille dans cette partie les caractéristiques du piège hybride ainsi que les étapes de décompression du piège quadrupolaire, de transfert dans le piège hybride et d'évaporation forcée. Après l'évaporation Micro-Onde (MO) durant laquelle la fréquence des micro-ondes  $\nu_{\text{MO}}$  est augmentée linéairement, le piège quadrupolaire est décomprimé adiabatiquement pour positionner le nuage juste au dessus du piège dipolaire croisé. Nous transférons ensuite les atomes dans le piège hybride grâce à une seconde décompression après laquelle le potentiel magnétique est légèrement inférieur à celui de la gravité. Enfin nous procédons à l'évaporation forcée dans le piège hybride en réduisant la profondeur du potentiel dipolaire.

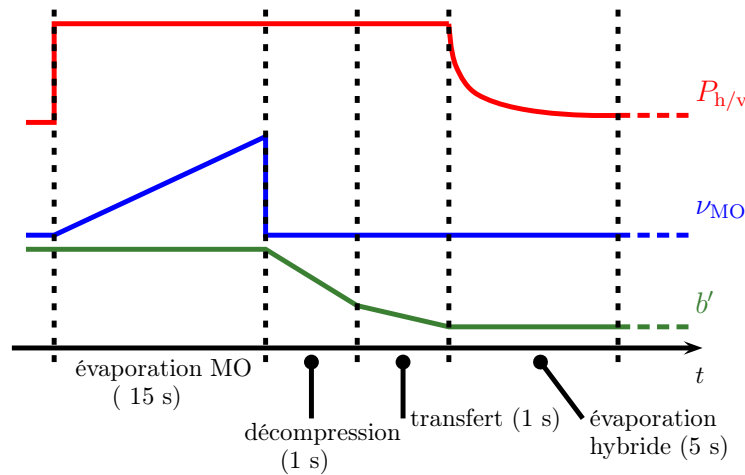


FIGURE 3.5 – Séquence d'évaporation totale pour la production d'un condensat de Bose-Einstein.  $P_{h,v}$  est la puissance dans les faisceaux dipolaires,  $\nu_{\text{MO}}$  la fréquence micro-onde et  $b'$  le gradient de champ magnétique.

#### 3.6.1 Décompression du piège quadrupolaire

Avant de transférer les atomes dans le piège hybride nous procédons à une décompression adiabatique du piège quadrupolaire permettant de refroidir le nuage

d'atomes et d'optimiser la position du piège quadrupolaire en vue du chargement des atomes dans le piège hybride. Cette décompression consiste simplement à baisser le gradient de champ linéairement en une seconde jusqu'à une valeur  $b'_{\text{decomp}} = 60$  G/cm. À la fin de la décompression, les atomes sont à une température de l'ordre de  $20 \mu\text{K}$ .

### 3.6.2 Transfert dans le piège hybride

Après cette décompression, nous transférons les atomes dans le piège hybride croisé. Pour cela nous effectuons une seconde décompression adiabatique du piège quadrupolaire en 1 seconde jusqu'à une valeur  $b'$  finale telle que l'on soit légèrement en dessous de la gravité :  $\mu b'_g \approx 0.9 \times mg$ . Cela correspond à un gradient de champ  $b'_g \approx 27.5$  G/cm. Nous atteignons cette valeur en alimentant en courant uniquement les deux bobines les plus proches des atomes avec  $I_{\text{quad},g} = 30$  A. Durant ce transfert, nous capturons 20 % des atomes dans le piège dipolaire croisé, soit à peu près  $10^7$  atomes et la température chute de  $20 \mu\text{K}$  à  $12 \mu\text{K}$  grâce à l'effet de décompression et au changement de forme du piège [33].

À partir de cette étape, le potentiel hybride s'écrit :

$$U_{\text{hyb}}(\mathbf{r}) = \mu b'_g \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2} + U_{\text{crois}}(\mathbf{r}) + mgz, \quad (3.22)$$

où  $b'_g \approx 27.5$  G/cm est le gradient de champ magnétique et  $m = 1.44 \times 10^{-25}$  kg la masse du  $^{87}\text{Rb}$ . La configuration de notre piège hybride étant compliquée, il est instructif de regarder l'évolution des caractéristiques du piège hybride lorsque l'on change la puissance des faisceaux dipolaires. La figure 3.6 représente la profondeur du potentiel en unité de température  $U_{\text{hyb}}/k_B$  dans le plan  $y0z$  pour différentes puissances dans le faisceau dipolaire horizontal ainsi que la projection des vecteurs propres du piège dans ce plan. Les valeurs propres associées à ces vecteurs propres sont données à droite de chaque figure.

### 3.6.3 Calcul des fréquences du piège

Pour estimer la température critique de condensation  $T_c$  donnée par la relation (3.6) lors de l'évaporation nous avons besoin de caractériser les fréquences du piège. Pour cela nous voulons mettre le potentiel sous la forme :

$$U_{\text{hyb}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m \left( \omega_{\tilde{x}}^2 \tilde{x}^2 + \omega_{\tilde{y}}^2 \tilde{y}^2 + \omega_{\tilde{z}}^2 \tilde{z}^2 \right) + U_{\text{hyb}}(\mathbf{r}_{\text{min}}), \quad (3.23)$$

où les  $\omega_{\tilde{i}}$  sont les fréquences angulaires selon les axes propres du piège. Il faut donc faire un développement limité à trois variables autour du minimum de potentiel au point  $\mathbf{r}_{\text{min}}$  tel que  $\frac{\partial U_{\text{hyb}}}{\partial x}|_{\mathbf{r}_{\text{min}}} = \frac{\partial U_{\text{hyb}}}{\partial y}|_{\mathbf{r}_{\text{min}}} = \frac{\partial U_{\text{hyb}}}{\partial z}|_{\mathbf{r}_{\text{min}}} = 0$  et calculer la matrice hessienne du potentiel hybride (3.22). On a alors à l'ordre 2 :

$$U_{\text{DL,hyb}}(\mathbf{r}) = U_{\text{hyb}}(\mathbf{r}_{\text{min}}) + \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \frac{1}{2} \nabla^2 U|_{\mathbf{r}_{\text{min}}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

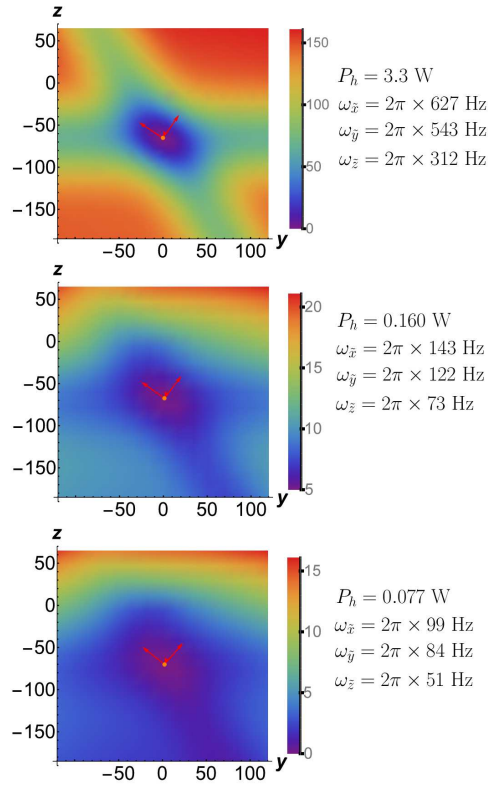


FIGURE 3.6 – *Potentiel hybride (3.22) en unités de température  $U_{\text{hyb}}/k_B$  avec  $w_h = 65 \mu\text{m}$ ,  $w_v = 45 \mu\text{m}$ ,  $z_0 = 65 \mu\text{m}$  et une compensation de la gravité fixée à  $\frac{\mu_B b'}{2} = 0.9 \times mg$ . Le potentiel est représenté pour trois valeurs de puissance  $P_h$  du faisceau dipolaire horizontal. De haut en bas :  $P_h = 3.3 \text{ W}$  (début de l'évaporation forcée,  $P_h = 0.220 \text{ W}$  (avant condensation) et  $P_h = 0.077 \text{ W}$  (seuil de condensation).*

*Le point orange représente la position du minimum du piège. Les flèches rouges représentent les axes propres du piège hybride aux différentes profondeurs. Deux des axes propres sont dans le plan  $(yOz)$ , le troisième lui est orthogonal. Les fréquences propres de chaque axe sont données à droite des figures correspondantes. .*

avec

$$\nabla^2 U|_{\mathbf{r}_{\min}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial y \partial y} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 U_{\text{hyb}}}{\partial z \partial z} \end{pmatrix}_{\mathbf{r}_{\min}}, \quad (3.25)$$

la matrice hessienne du potentiel. En diagonalisant  $\nabla^2 U|_{\mathbf{r}_{\min}}$  nous obtenons d'une part les vecteurs propres  $\mathbf{e}_{\tilde{x}}$ ,  $\mathbf{e}_{\tilde{y}}$  et  $\mathbf{e}_{\tilde{z}}$  qui nous renseignent sur l'évolution des axes propres du piège en fonction de la puissance dans les faisceaux dipolaires. D'autre part les valeurs propres  $\lambda_{\tilde{x}}$ ,  $\lambda_{\tilde{y}}$  et  $\lambda_{\tilde{z}}$  donnent les fréquences propres du piège telles que :

$$\omega_{\tilde{x}} = \sqrt{\lambda_{\tilde{x}}/m}, \quad \omega_{\tilde{y}} = \sqrt{\lambda_{\tilde{y}}/m} \quad \text{et} \quad \omega_{\tilde{z}} = \sqrt{\lambda_{\tilde{z}}/m}. \quad (3.26)$$

La figure 3.7 représente la valeur des fréquences propres du piège hybride en fonction de la puissance dans les faisceaux dipolaires. La puissance dans le faisceau vertical étant proportionnelle à la puissance dans le faisceau horizontal, on prend  $P_h$  comme référence. Les différentes fréquences de piégeage sont du même ordre de grandeur sauf en fin d'évaporation où la fréquence correspondant au mode propre le plus vertical chute rapidement. La force dipolaire et le gradient de champ magnétique ne compensent plus la gravité et l'approximation harmonique n'est plus valable.

### Validité de l'approximation

Puisque le calcul des fréquences propres du piège est basé sur un développement limité d'ordre 2 du potentiel hybride (3.22), on peut se demander quelle



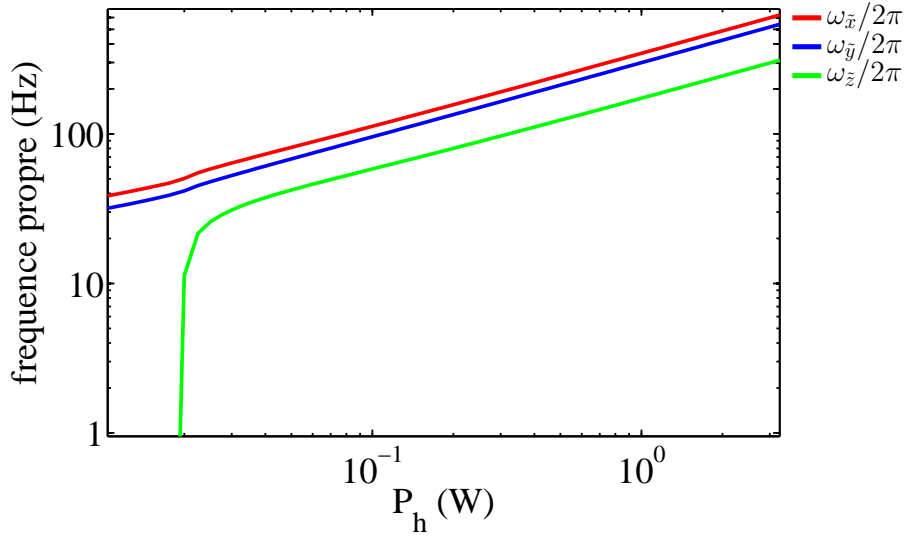


FIGURE 3.7 – Évolution des fréquences propres du piège hybride en fonction de la puissance dans le faisceau dipolaire horizontal. Lorsque la valeur du potentiel dipolaire ne compense plus la gravité,  $\omega_z$  chute rapidement. En réalité il n'y a plus de minimum et l'approximation harmonique n'est plus valable.

est la limite de validité du modèle. L'erreur relative  $\Delta U_{\text{hyb}} = \frac{U_{\text{hyb}}(\mathbf{r}) - U_{\text{DL,hyb}}(\mathbf{r})}{U_{\text{hyb}}(\mathbf{r})}$  est représentée (pour le plan  $y0z$ ) sur la figure 3.8, en début d'évaporation ( $P_h = 3.3$  W) et en fin d'évaporation ( $P_h = 0.077$  W). Nous faisons une erreur inférieure à 10 % dans une zone correspondant à un carré de  $25 \mu\text{m}$  de coté centré sur le minimum du potentiel.

Pour le début d'évaporation cela correspond à une hauteur du potentiel  $U_{\text{hyb}}(\mathbf{r})/(k_B) \approx 50 \mu\text{K}$  pour une température des atomes de  $20 \mu\text{K}$ . À la fin de l'évaporation, l'erreur est inférieure à 10 % jusqu'à peu près  $1 \mu\text{K}$  alors que les atomes ont une température de l'ordre de  $100 \text{ nK}$ . L'approximation fonctionne mieux pour la fin d'évaporation mais reste assez bonne au début. On peut donc calculer les fréquences propres pour déterminer la température de condensation sans faire une grande erreur<sup>8</sup>.

### 3.6.4 Évaporation forcée

Une fois les atomes transférés dans le piège hybride, nous commençons l'évaporation forcée qui consiste à diminuer la profondeur du piège dipolaire en diminuant la puissance dans les faisceaux dipolaires. Comme les deux faisceaux proviennent du même laser, leur puissance est diminuée en même temps, et le rapport de proportionnalité  $P_h(t)/P_v(t) = 1.68$  entre la puissance dans le faisceau horizontal et celle dans le faisceau vertical reste constant. Durant l'évaporation forcée, la

8. La même étude pour les plans  $(x0y)$  et  $(x0z)$  montre que l'approximation est valable sur une plus grande zone dans ces plans.

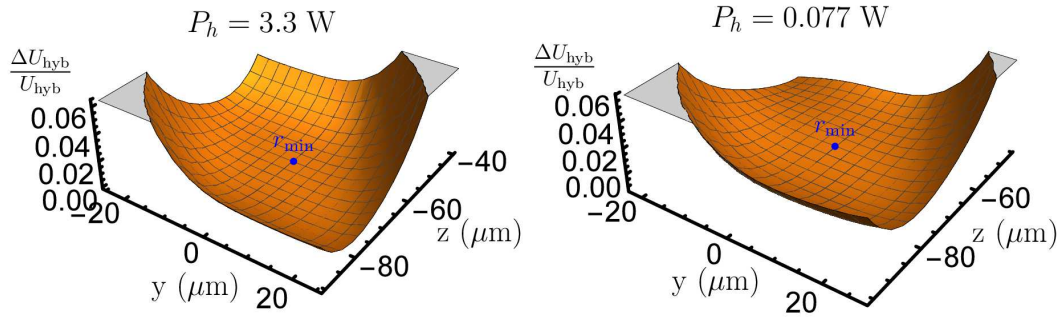


FIGURE 3.8 – *Erreur relative du développement limité du potentiel hybride à l'ordre deux par rapport au potentiel réel (3.22). L'erreur relative est tracée dans le plan  $x = 0$ . À gauche : avant évaporation forcée pour  $P_h = 3.3$  W et à droite en fin d'évaporation pour  $P_h = 0.077$  W. Dans les deux cas l'erreur est inférieure à 10 % dans une région de l'ordre de  $25 \times 25 \mu\text{m}^2$ . Le potentiel est bien approximé jusqu'à  $U_{\text{hyb}}/k_B \approx 50 \mu\text{K}$  avant évaporation et jusqu'à  $U_{\text{hyb}}/k_B \approx 1 \mu\text{K}$  en fin d'évaporation.*

puissance dans les faisceaux suit une courbe de forme :

$$P_{h/v}(t) = P_{0,h/v} \times \frac{1}{(1 + t/\tau)^4}, \quad (3.27)$$

où  $\tau = 3$  s. Cette courbe a été optimisée expérimentalement en utilisant différents exposants et temps caractéristiques.

### Trajectoire d'évaporation

La figure 3.9 présente la trajectoire d'évaporation dans le piège hybride, donnant la température du nuage en fonction du nombre d'atomes. Pendant l'évaporation dans le piège hybride le nombre d'atomes diminue de deux ordres de grandeur tandis que la température chute de trois ordres de grandeur. Les fréquences du piège perdent un ordre de grandeur. La densité dans l'espace des phases, proportionnelle à  $N\bar{\omega}/T^3$ , est augmentée de six ordres de grandeurs. Les deux derniers points sont des condensats purs obtenus bien en dessous du seuil de condensation.

Nous avons également reporté la trajectoire d'évaporation dans le piège magnétique sur la figure 3.9. Lors de la décompression du piège quadrupolaire la température des atomes diminue sans pertes d'atomes. Nous chargeons 20 % des atomes dans le piège hybride. À partir du chargement du piège hybride le nuage d'atomes devient trop petit pour évaluer correctement le nombre d'atomes et leur température, nous passons en imagerie CBE.

Grâce à cette courbe, on peut caractériser l'efficacité de l'évaporation dans le piège hybride de même manière que dans le chapitre 1. Le piège hybride a une forme de type  $Cr^{3/\delta} = Cr^2$  (potentiel harmonique). Le paramètre d'échelle de l'équation  $T_f/T_i = (N_f/N_i)^\alpha$  pour le piège hybride dans l'approximation harmo-

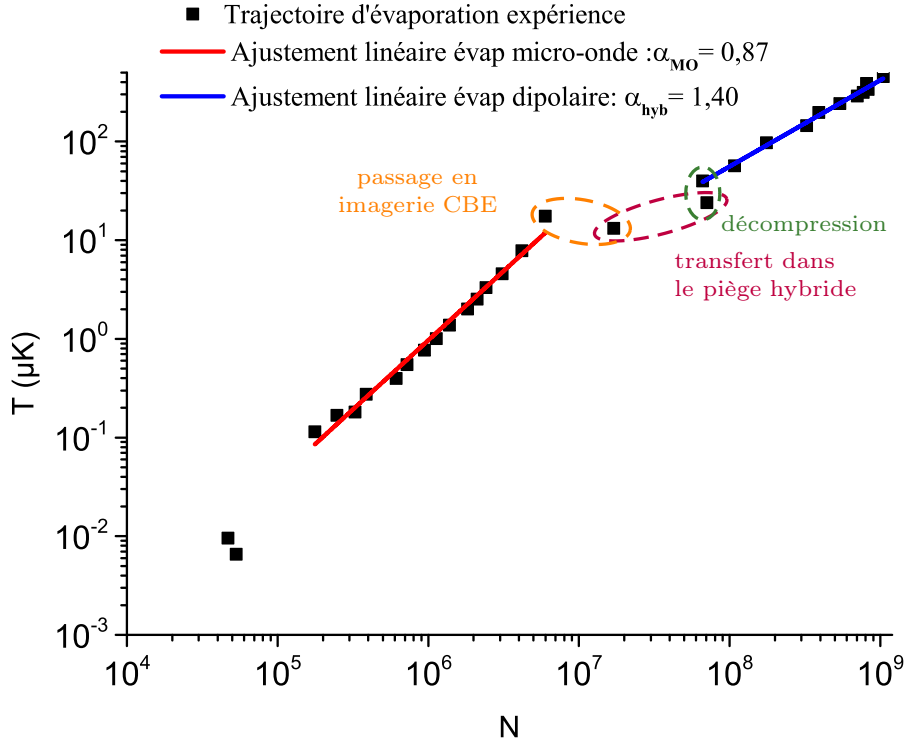


FIGURE 3.9 – Trajectoire d'évaporation totale de production d'un condensat. À partir du chargement du piège hybride, le nuage d'atomes devient trop petit pour évaluer correctement le nombre d'atomes et leur température. Nous passons alors en imagerie CBE. Les deux derniers points sont des condensats purs obtenus bien en dessous du seuil de condensation, leur température est mal estimée en raison du temps de vol insuffisant.

nique s'écrit [82] :

$$\alpha_{\text{hyb}} = \frac{\eta + \kappa}{3/2 + \delta} - 1 \quad (3.28)$$

en prenant  $\delta = 3/2$ . Nous avons ajusté les deux étapes d'évaporation avec la fonction  $\log(T) = \alpha_{\text{MO/hyb}} \log(N) + Cte$ . Dans notre cas, nous trouvons expérimentalement  $\alpha_{\text{hyb}} = 1.40$  donnant  $\eta + \kappa = 7.2$ , cette valeur typique nous dit que l'évaporation dans le piège hybride est assez efficace.

### Estimation expérimentale de la température de condensation

Il est possible d'identifier un CBE de plusieurs manières :

- Lorsque une partie des atomes est condensée, il y a deux distributions de vitesse visibles dans le nuage, la partie thermique de plus grande dispersion de vitesse et la fraction condensée dont la dispersion de vitesse plus étroite correspond à la transformée de Fourier de la distribution de Thomas-Fermi. Après un temps de vol, le profil de densité obtenu par absorption présente ces deux distributions comme on peut le voir sur l'image (b) de la figure 3.10.

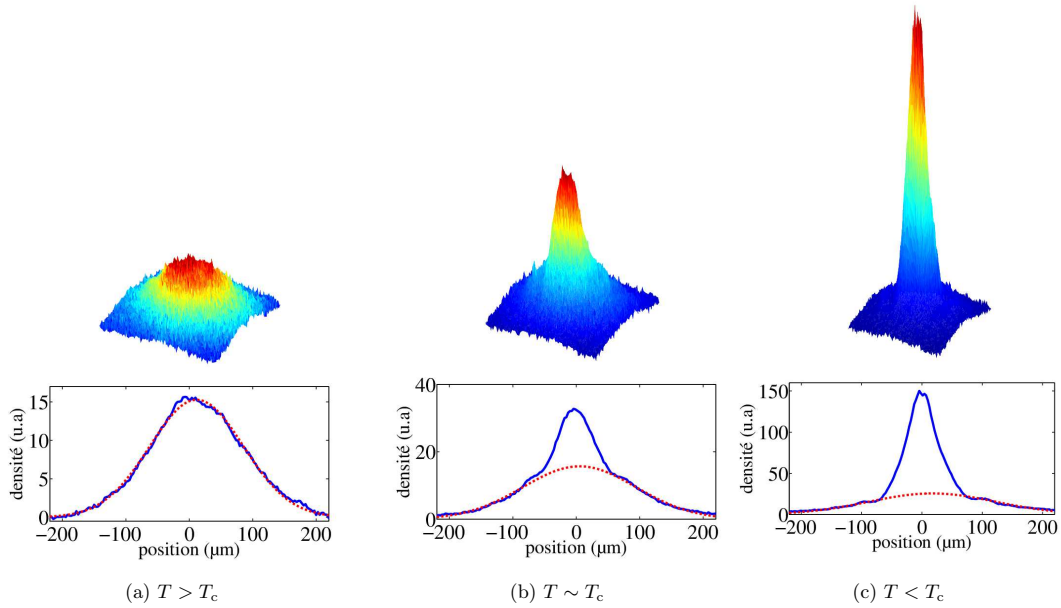


FIGURE 3.10 – *En haut* : Densité atomique du nuage d’atomes après 25 ms de temps de vol à différentes étapes de l’évaporation. *Sur les graphiques du bas* les profils de densité sont représentés dans la direction  $x$ . On peut voir un pic étroit apparaître au fur et à mesure que la température diminue. En ajustant le profil de densité avec l’équation (3.29), on peut calculer la température de la partie thermique et la fraction d’atomes condensés.

- Une autre manière de savoir que l’on observe un condensat est de regarder l’inversion d’ellipticité de la distribution des atomes lors d’un temps de vol. En effet, si l’un des axes propres du piège est plus confinant que les autres, la distribution des vitesses selon cet axe sera plus grande que pour les autres axes en respect du principe d’Heisenberg.

Nous voulons estimer la température de condensation. Pour cela nous faisons un ajustement de la densité colonne intégrée selon un axe, avec deux gaussiennes :

$$n_{\text{fit}}(x) = A_c \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\Delta x_c^2}\right) + A_{\text{th}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\Delta x_{\text{th}}^2}\right). \quad (3.29)$$

Le rapport de l’aire de la gaussienne représentant la partie condensée sur l’aire totale s’écrit (en supposant une symétrie cylindrique) :

$$\frac{A_c \Delta x_c}{A_c \Delta x_c + A_{\text{th}} \Delta x_{\text{th}}}. \quad (3.30)$$

La grandeur calculée de cette manière<sup>9</sup> fournit un critère qualitatif permettant d’estimer la température de condensation. La figure 3.11 représente ce rapport en fonction de la température du nuage thermique déterminée grâce à l’ajustement bi-modal. On obtient une estimation de la température de condensation :

9. Pour calculer la fraction condensée quantitativement, il faudrait faire un ajustement 2D et bi-modal avec une parabole inversée et une gaussienne.

$T_{c,\text{exp}} \sim 200$  nK. Le calcul de la température critique d'après (3.6) et le calcul des fréquences du piège donnent  $T_{c,\text{th}} = 150$  nK pour  $10^5$  atomes, ce qui est cohérent avec l'estimation expérimentale. Cependant les fréquences du piège sont calculées de manière théorique. Nous voulons avoir une deuxième caractérisation du seuil de condensation. Pour cela nous devons déterminer *in situ* les fréquences du piège au seuil de condensation.

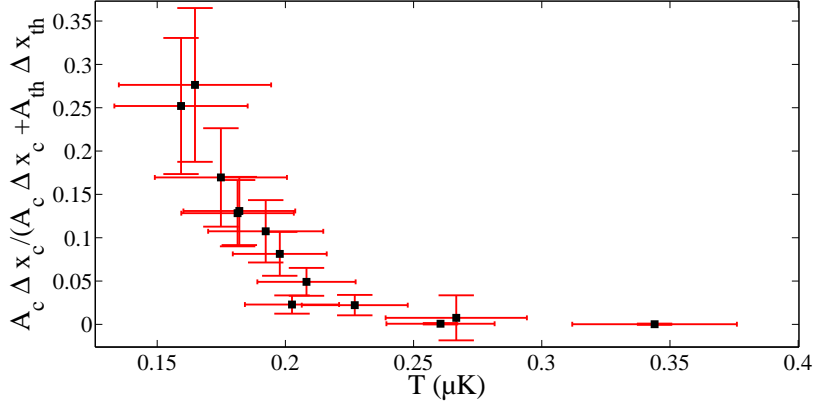


FIGURE 3.11 – Rapport de l'aire de la gaussienne représentant la partie condensée sur l'aire totale de la densité intégrée en fonction de la température de la partie thermique du nuage. Nous trouvons  $T_{c,\text{exp}} \sim 200$  nK.

### 3.7 Caractéristiques du piège : Analyse par Composante Principale

Nous voulons pouvoir comparer les prédictions théoriques concernant les fréquences du piège hybride au seuil de condensation aux résultats expérimentaux. Pour ce faire, nous avons besoin de connaître les fréquences propres du potentiel hybride (3.22) de manière expérimentale. Nous utilisons la méthode développée dans le groupe de Hélène Perrin à Villetaneuse, basée sur l'application d'une méthode d'analyse statistique nommée Analyse par Composante Principale (Principal Component Analysis : PCA) [93]. Cette méthode décrite et adaptée dans [62] permet d'obtenir des informations sur les variances et corrélations de grands nombres de variables aléatoires. Elle est utilisée dans de nombreux domaines. On peut citer par exemple : l'expérience AGLAE au C2RMF du Louvre où l'application de la PCA à des images par fluorescence de rayons X sur des céramiques anciennes [94, 95] a permis d'analyser les méthodes de lustrage (décoration) de poteries. La PCA a aussi été utilisée en microscopie en champ proche pour filtrer les images et déterminer les sources de bruit [96].

Dans le cas présent nous voulons regarder la réponse d'un condensat à l'excitation des modes propres du piège hybride au seuil de condensation. Avec plusieurs images d'absorption après temps de vol et pour différents temps de maintien dans le piège, on effectue une PCA pour déterminer les fréquences propres du

piège. Je reprends ici les idées développées dans l'article [62] pour expliquer le fonctionnement de cette méthode. Je rappelle d'abord brièvement le principe mathématique de la PCA. Ensuite, je détaille le protocole d'acquisition et de mise en forme de nos images d'absorption. Enfin j'analyse les résultats et les compare avec les prédictions théoriques de la section précédente.

### 3.7.1 Principe mathématique

Si nous disposons d'un jeu de  $i_{\max}$  variables aléatoires  $P_i$  (valeur de la densité optique de chaque pixel d'une image d'absorption) et si nous avons  $N$  observations de ces variables aléatoires ( $N$  images d'absorption), alors on peut construire une matrice  $A$  de taille  $N \times i_{\max}$  contenant toutes les informations : la matrice  $A$  est constituée de  $i_{\max}$  colonnes et  $N$  lignes où chaque ligne contient les  $P_i$  d'une acquisition. Dans un deuxième temps il faut centrer les données. Cela veut dire qu'il faut retirer la valeur moyenne  $P_{i,\text{cent}} = \frac{\sum_{n=1}^N P_{n,i}}{N}$  d'un pixel sur toutes les acquisitions (différents temps de maintien) à la valeur de chaque pixel  $P_i$  de chaque acquisition. On obtient alors une matrice centrée notée  $C$  :

$$C = A - \begin{pmatrix} P_{1,\text{cent}} & \cdots & \cdots & P_{i_{\max},\text{cent}} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ P_{1,\text{cent}} & \cdots & \cdots & P_{i_{\max},\text{cent}} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{image 1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \leftarrow \text{image } N \end{array} \quad (3.31)$$

Le centrage des données permet d'avoir une matrice dont la somme de chaque colonne est nulle, donnant pour chaque observation une mesure de la densité atomique par rapport à la moyenne. On calcule ensuite la matrice covariante  $S = C^T C / (N - 1)$  de taille  $i_{\max} \times i_{\max}$ . Dans cette matrice symétrique les éléments diagonaux sont les variances de chaque pixel d'une image par rapport à l'ensemble des observations. Les éléments non diagonaux  $S_{ij}$  sont les corrélations du  $i$ -ème pixel avec les autres pixels de la  $j$ -ème observation.

Cette matrice est souvent trop grande pour être diagonalisée simplement. Les valeurs propres et vecteurs propres de cette matrice de rang  $N$  peuvent être calculés grâce à la matrice  $\Sigma = C C^T / (N - 1)$  de taille  $N \times N$  qui a les mêmes valeurs propres  $\lambda_k$  et dont les vecteurs propres s'écrivent  $Y_k = C X_k$  où  $X_k$  est un vecteur propre de  $S$  tel que  $S X_k = \lambda_k X_k$ . Diagonaliser la matrice  $\Sigma$  permet donc de retrouver les  $\lambda_k$  et les  $X_k$  en calculant la matrice inverse  $C^{-1}$  telle que  $X_k = C^{-1} Y_k$ . La matrice  $\Sigma$  est en général bien plus facile à diagonaliser car le nombre d'observations  $N$  est souvent beaucoup plus petit que le nombre de variables aléatoires  $i_{\max}$ . Les vecteurs propres obtenus après diagonalisation sont les composantes principales (PCs) formant une base orthogonale permettant de reconstruire toutes les observations à l'aide des coefficients associés à chaque vecteur propre pour chaque observation.

#### Application au cas des images d'absorption

Notre système d'imagerie décrit dans la section 3.5 permet d'obtenir des images  $I_1, I_2 \dots I_N$  d'un nuage d'atomes par absorption. Ces images sont sto-

ckées sous la forme d'une matrice  $1392 \times 1040$  où la valeur de la densité optique de chaque pixel est stockée. Dans un premier temps nous sélectionnons une région d'intérêt de  $n_x \times n_y = 136 \times 121$  pixels (Region Of Interest : ROI) pour limiter la taille de la matrice. Nous transformons ces matrices en vecteurs de longueur  $n_x \times n_y$  en collant chaque ligne de  $n_x$  pixels les unes à la suite des autres. On forme alors les vecteurs lignes  $A_1, A_2, \dots, A_N$ . Chaque  $A_n$  correspond donc à une observation. Nous construisons la matrice  $A$  à l'aide de ces  $N$  observations. Nous utilisons ensuite une routine qui calcule et diagonalise  $\Sigma$  puis nous renvoie les  $N$  vecteurs propres  $PC_k$  de la base ainsi que  $N$  coefficients  $a_{n,k}$  pour chaque observation  $n$  tel que :

$$A_n = \sum_{k=1}^N a_{n,k} \times PC_k \quad (3.32)$$

Remarque : Les  $a_{n,k}$  ne sont pas les valeurs propres de  $\Sigma$  mais les coefficients des projections des  $A_n$  sur les  $PC_k$ . Ce sont donc les poids des différents PCs permettant de reconstruire les images d'origine. Pour filtrer les images, on peut ne garder que les PCs avec les plus grands coefficients. Nous visualisons les PCs en construisant les matrices correspondantes. Il faut pour cela découper les PCs en  $n_y$  vecteurs lignes que nous "collons" les uns au dessous des autres.

### Excitation des modes propres du piège hybride au seuil de condensation

Nous voulons appliquer la PCA pour extraire les fréquences propres de notre piège hybride au seuil de condensation. Pour cela nous faisons l'acquisition d'une série d'images d'un CBE dans le piège pour des temps de maintien  $t_{\text{hold}}$  allant de 0 à 80 ms. Pour exciter les modes propres du piège nous allumons une bobine placée dans l'axe longitudinal de la cellule (axe  $y$ ) pendant un temps d'excitation  $t_{\text{exc}} = 3$  ms ; nous éteignons le piège hybride pendant ce même laps de temps. Nous rallumons ensuite le piège hybride aux valeurs qui correspondent au seuil de condensation expérimental ( $P_h = 0.077$  W et  $b'_g \sim 27.5$  G/cm). Les atomes, tous dans le sous-état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , sont alors mis en mouvement dans le piège. La réponse des atomes à cette excitation nous permet d'identifier les modes propres grâce à la PCA. Nous prenons des images toutes les 1 ms de maintien dans le piège et faisons une moyenne de la densité optique sur 3 images pour chaque temps de maintien dans le piège.

### Résultats de la PCA

Sur la figure 3.12, les 4 premiers vecteurs propres sont représentés. On reconnaît certaines des PCs de l'article [62]. La première image (moyenne) est simplement l'image moyenne de la série d'images et n'est pas une composante principale à proprement parler. On voit sur les PCs 1 et 2 que la densité atomique est anti-corrélée selon un plan de symétrie. Ce sont deux modes d'oscillations du centre de masse dans le piège. La PC3 est un mode de compression. Nous n'avons pas excité le mode ciseaux [97] correspondant à une mise en rotation du condensat dans le piège hybride.

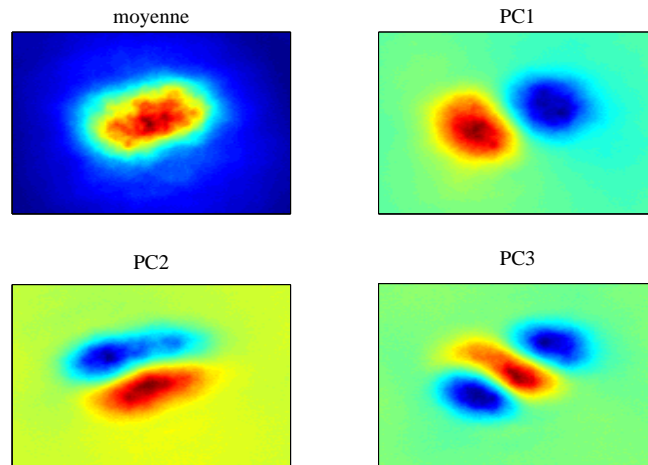


FIGURE 3.12 – De gauche à droite : les 4 premiers vecteurs propres calculés à partir d’images d’absorption d’un CBE excité par un gradient de champ magnétique et une chute libre des atomes de 3 ms. Le temps de maintien maximum est de  $t_{\text{hold}} = 80$  ms. Nous prenons une image toutes les 1 ms et chaque point est moyenné par trois images. La image représente la densité moyenne, les PC1 et PC2 correspondent à des modes d’oscillation dans le piège, la PC 3 à un mode de compression.

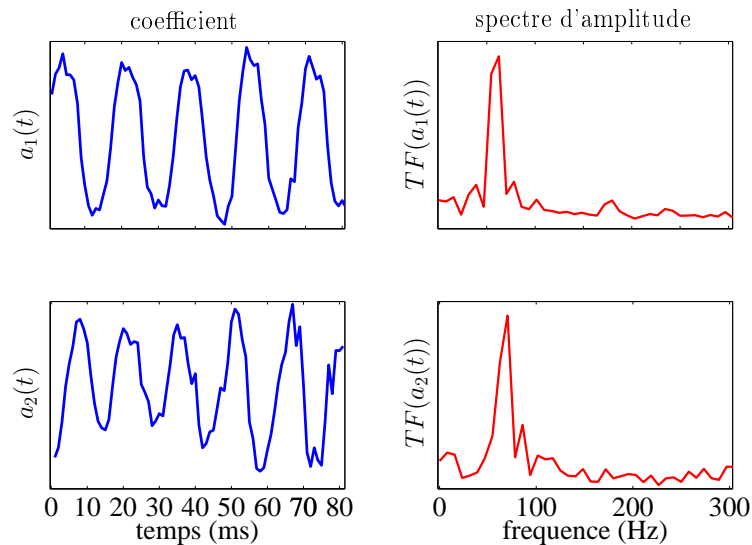


FIGURE 3.13 – À gauche représentation de l’évolution des coefficients  $a_1(t)$  et  $a_2(t)$  des PCs 1 et 2 en fonction du temps. À droite : Transformée de Fourier des coefficients  $a_1(t)$  et  $a_2(t)$ . On observe deux fréquences dans la TF du coefficient  $a_2$ .

Nous nous intéressons maintenant aux PCs 1 et 2 pour déterminer les fréquences de piégeage. La figure 3.13 donne les coefficients  $a_1(t)$  et  $a_2(t)$  des PC2 et PC3. Nous avons effectué la transformée de Fourier de ces coefficients pour



déterminer les fréquences d'oscillation :

$$\omega_{\tilde{x},\text{exp}} = 2\pi \times 86 \pm 6 \text{ Hz} \quad (3.33)$$

$$\omega_{\tilde{y},\text{exp}} = 2\pi \times 70 \pm 6 \text{ Hz} \quad (3.34)$$

$$\omega_{\tilde{z},\text{exp}} = 2\pi \times 63 \pm 6 \text{ Hz}. \quad (3.35)$$

Ces valeurs sont en bonne adéquation avec le calcul direct détaillé dans la section 3.6.

Remarque : Nous avons excité le nuage d'atomes horizontalement grâce à la bobine de compensation longitudinale (dans l'axe des  $x$ ) et verticalement en lâchant les atomes. Sur les PCs on peut voir qu'il semble n'y avoir que deux modes d'oscillation (PC1 et PC2). Cependant la PC2 contient deux fréquences. En réalité cette PC contient la projection du troisième axe propre du piège qui est quasiment perpendiculaire au plan de l'imagerie.

## 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu comment nous produisons un condensat de Bose-Einstein de  $^{87}\text{Rb}$  dans un piège hybride. Grâce à un protocole d'évaporation en plusieurs étapes, nous arrivons à obtenir des condensats de Bose-Einstein d'une centaine de milliers d'atomes de manière stable. Il est important de bien contrôler l'étape d'évaporation micro-onde pour optimiser le chargement du piège hybride en évitant les pertes Majorana. La condensation dans le piège hybride montre que ce type d'évaporation, bien que plus lent ( $\sim 20$  s) que le tout optique ( $\sim 10$  s) que nous utilisons sur l'ancien dispositif expérimental, permet d'obtenir des condensats plus gros et de manière plus reproductible. Nous avons caractérisé le piège avec une Analyse par Composante Principale, une méthode d'analyse innovante dans le domaine et permettant dans notre cas de déterminer facilement les fréquences de piégeage grâce à une seule série de mesures. À partir du condensat que nous produisons, nous pouvons mettre en place les différents éléments pour les expériences futures.

# Chapitre 4

## Réalisation d'une barrière tunnel pour onde de matière avec des gaps locaux

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>82</b>
<b>4.2</b>	<b>Structure de bande dans un réseau infini</b>	<b>82</b>
4.2.1	Théorème de Bloch	82
4.2.2	Calcul de la structure de bande	83
<b>4.3</b>	<b>Équation de Mathieu</b>	<b>84</b>
4.3.1	Régions de stabilité	85
4.3.2	Calcul de l'exposant caractéristique	86
<b>4.4</b>	<b>Configuration expérimentale du réseau à enveloppe gaussienne</b>	<b>87</b>
4.4.1	Potentiel et notations	88
4.4.2	Mise en place expérimentale	90
4.4.3	Méthode d'alignement des faisceaux croisés	92
4.4.4	Calibration du réseau par diffraction Kapitza-Dirac	93
<b>4.5</b>	<b>Structure de bande locale</b>	<b>96</b>
4.5.1	Structure de bande dépendant de la position	96
4.5.2	Probabilité de transmission	97
4.5.3	Comparaison avec une barrière répulsive	98
<b>4.6</b>	<b>Expérience</b>	<b>100</b>
4.6.1	Préparation du paquet d'onde initial	100
4.6.2	Propagation dans le réseau	103
4.6.3	Propriétés des paquets transmis	104
<b>4.7</b>	<b>Perspectives</b>	<b>107</b>
4.7.1	Généralisation à deux dimensions	107
4.7.2	Structure de bande dépendant du temps	109
<b>4.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>112</b>

---

## 4.1 Introduction

L'effet tunnel est l'un des effets spectaculaires et contre-intuitifs introduits par la mécanique quantique. Une particule peut traverser des barrières impénétrables classiquement. Cet effet résulte de la nature ondulatoire des particules et est observable dans de nombreux domaines de la physique tels que la désintégration de noyaux atomiques [98, 99], l'électronique quantique [100, 101], la microscopie à effet tunnel [102] et la supraconductivité [103]. Dans le domaine des atomes froids, la réalisation de barrières assez fines permettant d'étudier la dynamique des atomes passant au travers reste difficile. De telles barrières peuvent être réalisées de plusieurs manières : (i) en utilisant une combinaison d'un réseau optique et d'un piège harmonique [104], (ii) un faisceau laser fortement focalisé et désaccordé vers le bleu [105], (iii) des potentiels radio-fréquences habillés [106]. Le concept d'effet tunnel peut être généralisé à d'autres espaces : les transitions Landau-Zener entre bandes d'énergies dans un réseau peuvent être interprétées comme des transitions tunnel dans l'espace des quasi-moments [107]. D'autre part l'effet tunnel dynamique a été décrit pour des particules piégées classiquement dans l'espace des phases [108].

Dans ce chapitre je rappelle en partant du théorème de Bloch, comment un potentiel périodique structure l'espace des impulsions au travers des bandes interdites. Nous verrons ensuite que la résolution de l'équation de Mathieu permet de définir une structure de bande locale dans un réseau de taille finie projetant le diagramme de bande dans l'espace réel [109, 110]. Je présente enfin la réalisation expérimentale et l'analyse de la propagation d'un condensat de Bose-Einstein dans un réseau d'enveloppe gaussienne. Nous verrons que cette propagation met en évidence un nouveau type de barrière tunnel dans l'espace des positions [59, 60].

## 4.2 Structure de bande dans un réseau infini

### 4.2.1 Théorème de Bloch

Considérons une particule dans un potentiel périodique à une dimension et de période  $d$

$$U(z + d) = U(z). \quad (4.1)$$

L'équation de Schrödinger stationnaire décrivant la dynamique s'écrit :

$$H\psi(z) = \left( \frac{p^2}{2m} + U(z) \right) \psi(z) = E\psi(z). \quad (4.2)$$

Le théorème de Bloch [111] stipule que les états propres d'un hamiltonien périodique peuvent être écrits comme le produit d'une onde plane de vecteur d'onde  $k$  et d'une fonction  $u_{n,k}(z)$  qui a la même périodicité que le potentiel  $U$  :

$$\psi_{n,k}(z) = e^{ikz} u_{n,k}(z) \quad \text{avec} \quad u_{n,k}(z + d) = u_{n,k}(z). \quad (4.3)$$

L'indice  $n$  est un entier qui définit le numéro de la bande. Ces états de Bloch sont des états propagatifs (sauf pour  $k = 0$ ). En injectant cette forme dans l'équation (4.2), on voit que les  $u_{n,k}$  sont les états propres d'un Hamiltonien modifié dépendant de  $k$  :

$$H_k = \frac{(p + \hbar k)^2}{2m} + U(z). \quad (4.4)$$

En utilisant cette équation aux valeurs propres et la condition de périodicité  $u_{n,k}(z + d) = u_{n,k}(z)$ , on comprend la signification de l'indice  $n$  : les  $E_n(k)$  sont les valeurs propres d'un hamiltonien périodique défini dans une boîte de taille  $d$ . Ainsi, on s'attend à une quantification des énergies correspondant aux indices de bande  $n$ . Grâce à la périodicité des fonctions  $u_{n,k}$ , on peut se limiter à la première zone de Brillouin, c'est-à-dire que le pseudo-vecteur appartient à cette zone  $k \in ] -k_L/2, k_L/2]$  avec  $k_L = 2\pi/d$ . On peut maintenant développer les fonctions de Bloch  $\psi_{n,k}$  en séries de Fourier :

$$\psi_{n,k}(z) = e^{ikz} u_{n,k}(z) = \sum_l a_l e^{i(k+l k_L)z}. \quad (4.5)$$

Pour un  $k$  donné, trouver l'état de Bloch  $\psi_{n,k}(z)$  revient à trouver les coefficients  $a_l$ .

### 4.2.2 Calcul de la structure de bande

Comme le potentiel  $U$  est périodique on peut le développer en série de Fourier :

$$U(z) = \sum_p \tilde{U}_p e^{ip k_L z}. \quad (4.6)$$

En injectant (4.5) et (4.6) dans l'équation de Schrödinger et en identifiant les termes en  $e^{i(k+l k_L)z}$ , on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\hbar^2}{2m} (k + l k_L)^2 a_l + \sum_p \tilde{U}_p a_{p-l} = E a_l. \quad (4.7)$$

Pour le cas du potentiel produit par un réseau attractif et infini de forme :

$$U(z) = -U_0/2(\cos(k_L z) + 1), \quad (4.8)$$

l'équation (4.7) s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} b_{-N} & u & & & \\ u & b_{-N+1} & u & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & u & b_{N-1} & u \\ & & & u & b_N \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{-N} \\ a_{-N+1} \\ \vdots \\ a_{N-1} \\ a_N \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} a_{-N} \\ a_{-N+1} \\ \vdots \\ a_{N-1} \\ a_N \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

où

$$u = \frac{-U_0}{4} \quad \text{et} \quad b_l = E_L (k/k_L + l)^2 - \frac{U_0}{2}. \quad (4.10)$$

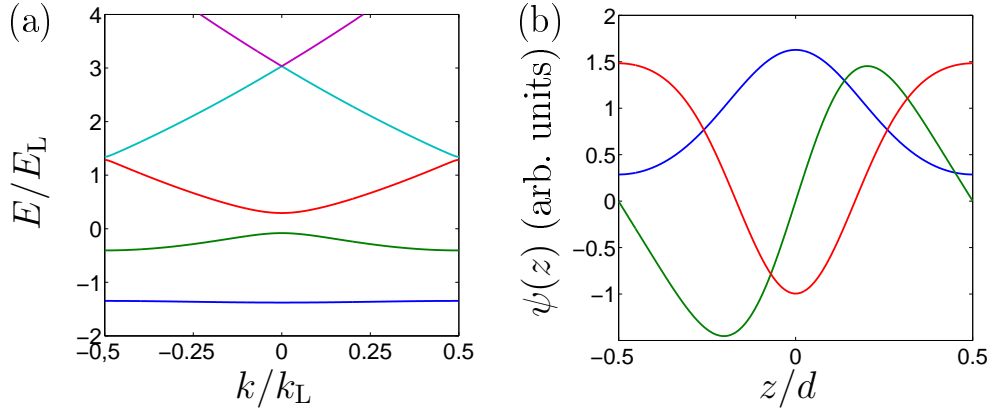


FIGURE 4.1 – (a) Structure de bande pour  $U_0 = 2E_L$ . (b) Les trois premiers états propres pour  $k = 0$  ( $n=1$  : bleu,  $n=2$  : vert,  $n=3$  : rouge). De la même manière que pour une particule dans un piège symétrique, les états propres sont successivement symétriques et anti-symétriques.

Nous définissons ici  $E_L = \hbar^2 k_L^2 / 2m$  l'énergie du réseau<sup>1</sup>. Pour des potentiels plus compliqués dont le spectre de Fourier contient d'autres composantes, la matrice inclut plus d'éléments non diagonaux. Ce système se résout<sup>2</sup> en utilisant des algorithmes de diagonalisation standard. Dans cette base, la matrice a l'avantage d'être tri-diagonale et la résolution numérique est plus efficace que si l'on veut résoudre le problème dans l'espace des positions. Si l'on veut décrire correctement les fonctions de Bloch, il est nécessaire de considérer un grand nombre  $N$  de composantes spectrales. En général on prend un nombre de composantes de l'ordre du nombre de bandes d'énergies que l'on veut décrire. Pour nos calculs nous avons choisi  $N$  égal à trois fois le nombre de bandes considérées. Les valeurs propres obtenues sont les énergies  $E_{n,k}$  pour un pseudo-vecteur d'onde donné  $k$  mais d'indices de bande  $n$  différents. La figure 4.1 (a) représente les énergies  $E_n(k)$  pour  $U_0 = 2E_L$ . Les énergies sont en bandes séparées par des bandes d'énergies interdites appelées "gaps".

De manière générale quand l'indice de bande augmente, la largeur des gaps d'énergie diminue. Sur la figure 4.1 (b) les états de Bloch correspondants sont représentés pour  $k = 0$  et  $n = 1, 2, 3$ . Comme des particules dans un piège symétrique, les états propres sont successivement symétriques et anti-symétriques.

### 4.3 Équation de Mathieu

Il est possible de compléter l'approche de Bloch pour avoir une représentation des fonctions d'onde entre les gaps. Pour cela, on peut mettre l'équation de Schrödinger stationnaire avec un potentiel périodique sous la forme d'une équation de

1. Parfois dans la littérature une autre notation est utilisée :  $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ , représentant l'énergie de recul transférée quand un atome absorbe un photon de vecteur d'onde  $k$ .

2. Pour être exact il faut que  $N \rightarrow \infty$  mais lorsque l'on résout ce système il est nécessaire de tronquer la matrice en choisissant un  $N$  fini.

Mathieu<sup>3</sup>

$$\frac{d^2\phi}{d\tilde{z}^2} + (a - 2q \cos(2\tilde{z})) \phi = 0, \quad (4.11)$$

où nous introduisons  $\tilde{z} = \pi z/d$  et identifions :

$$\begin{cases} a = 4E/E_L + 2U_0/E_L, \\ q = U_0/E_L. \end{cases} \quad (4.12)$$

À l'origine cette équation était étudiée pour déterminer les modes de vibrations de membranes elliptiques [112]. Elle est aujourd'hui répandue de part sa forme assez générale. On la retrouve notamment pour l'étude de la diffusion thermique et électrique [113] et la description du mouvement d'ions piégés dans un piège de Paul.

Remarque : Lorsque l'on considère des expériences de diffusion sur un réseau fini, on peut utiliser une autre approche pour trouver les états propres de l'équation de Schrödinger dépendant du temps. Supposons que les solutions de l'équation de Schrödinger s'écrivent sous la forme d'une fonction dépendant uniquement de la position mais ont une phase dépendant du temps de forme :

$$\psi(z, t) = e^{-iEt/\hbar} \phi(z). \quad (4.13)$$

En injectant cette forme dans l'équation de Schrödinger, on retrouve exactement l'équation indépendante du temps. L'énergie  $E$  est alors une contrainte (l'énergie de la particule incidente dans une expérience de diffusion), elle n'est plus la solution d'une équation aux valeurs propres et peut prendre n'importe quelle valeur. La fonction  $\phi$  peut diverger et  $\psi$  ne représente pas toujours un état propre de l'Hamiltonien.

### 4.3.1 Régions de stabilité

D'après le théorème de Floquet, la solution de l'équation de Mathieu 4.11 est une superposition linéaire de deux fonctions indépendantes :

$$f_1(z) = e^{ikz} p_1(z) \quad \text{et} \quad f_2(z) = e^{-ikz} p_2(z), \quad (4.14)$$

où  $p_1$  et  $p_2$  sont des fonctions de périodicité 1. Dans ce contexte,  $k$  est aussi appelé exposant caractéristique. Contrairement à l'approche du théorème de Bloch, l'exposant caractéristique  $k$  peut être imaginaire. La valeur et la nature de  $k$  (réel ou imaginaire) dépendent du couple de paramètres  $(a, q)$  ou de manière équivalente du couple  $(E, U_0)$ . Il y a deux types de solutions :

- Les solutions où  $k$  est réel : ces solutions sont finies et équivalentes aux états de Bloch.
- Les solutions où  $k$  possède une partie imaginaire : dans ce cas, les solutions ne sont pas finies et correspondent à une onde évanescence. La valeur de la partie imaginaire de  $k$  définit une échelle de longueur sur laquelle la solution tend vers zéro.

---

3. L'équation de Mathieu est un cas particulier de l'équation de Hill  $\frac{d^2\phi}{dz^2} + (a - \mathcal{O}(z)) \phi = 0$  où  $\mathcal{O}$  est une fonction périodique de période 1.

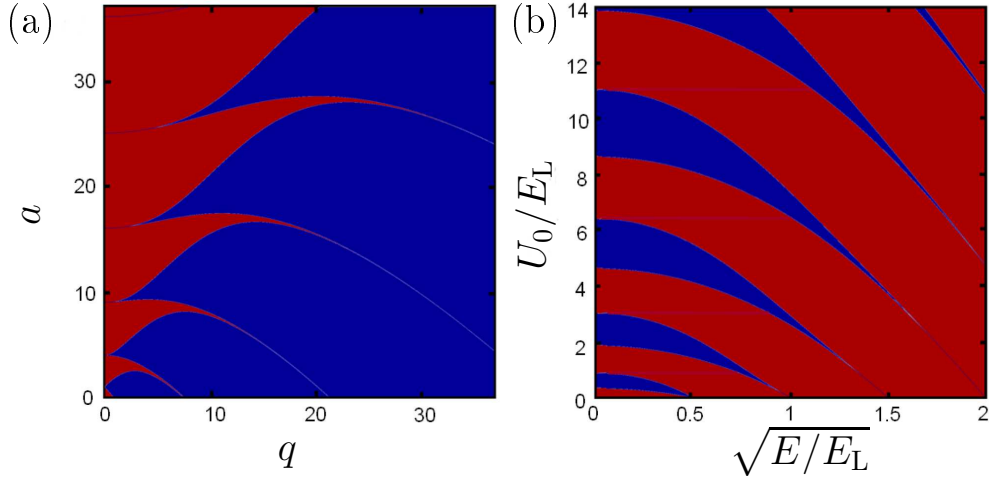


FIGURE 4.2 – Diagramme de stabilité de l'équation de Mathieu. Les régions stables (instables) sont représentées en rouge (bleu). (a) Diagramme en fonction des paramètres de la forme canonique de l'équation de Mathieu. (b) Diagramme en fonction des paramètres d'intérêt pour une particule dans un réseau.

Dans l'espace des paramètres  $(a, q)$  ou  $(U_0, E)$ , les régions où les solutions de l'équation (4.11) sont finies sont appelées régions de stabilité. Elle correspondent aux régions où il existe un état de Bloch d'énergie  $E$ . Les régions où les solutions ne sont pas finies sont dites instables. Dans ce cas, l'énergie est définie à l'intérieur du gap du diagramme de bande correspondant. Les figures 4.2 (a) et (b) montrent les différentes régions en fonction des paramètres  $(a, q)$  et  $(U_0, E)$  respectivement.

### 4.3.2 Calcul de l'exposant caractéristique

Nous allons maintenant décrire la méthode permettant de calculer l'exposant caractéristique  $k$ . Dans leur livre [114], Whittaker et Watson démontrent une méthode analytique élégante pour calculer  $k$ . Nous rappelons ici la démonstration, en suivant [113, 115]. On considère l'équation matricielle (4.9). En faisant passer le terme d'énergie à gauche et en divisant chaque ligne par le terme diagonal, on obtient le système :

$$A(k; E, U_0)\psi = \begin{pmatrix} 1 & \xi_{-N} & & & \\ \xi_{-N+1} & 1 & \xi_{-N+1} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \xi_{N-1} & 1 & \xi_{N-1} \\ & & & \xi_N & 1 \end{pmatrix} \psi = 0, \quad (4.15)$$

où

$$\xi_l = \frac{U_0/4E_L}{(k/k_L + l)^2 - \kappa} \quad \text{et} \quad \kappa = \frac{U_0/2 + E}{E_L}. \quad (4.16)$$

Ce système a des solutions non triviales si  $\Delta(k) = \det(A) = 0$ . Dans la limite où  $N \rightarrow \infty$ ,  $\Delta(k)$  est périodique de période  $k_L$ . On peut donc se restreindre à la première zone de Brillouin telle que  $0 < k < k_L$ . De plus, comme  $\Delta$  est un

déterminant et que les  $\xi_l(k)$  n'apparaissent qu'une seule fois par ligne,  $\Delta$  est une somme de produit des  $\xi_l(k)$ . À l'exception de leurs pôles, les  $\xi_l(k)$  sont analytiques. Le déterminant  $\Delta$  est donc analytique, excepté lorsque  $k/k_L = \pm\sqrt{\kappa} - l$  d'après (4.16). Chaque  $\xi_l(k)$  apparaît une seule fois dans  $\Delta$ , cela veut dire que les pôles de  $\Delta(k)$  en  $k/k_L = \pm\sqrt{\kappa} - l$  sont des pôles simples.

Pour résoudre ce système, l'idée principale de la solution de Whittaker provient de l'utilisation de la fonction analytique :

$$D(k) = \frac{1}{\cos(2\pi k/k_L) - \cos(2\pi\sqrt{\kappa})}. \quad (4.17)$$

Cette fonction possède exactement les mêmes pôles que  $\Delta$ . Ainsi, en choisissant une fonction  $C(k)$  adéquate, la fonction :

$$\Theta(k) = \Delta(k) - C(k) \cdot D(k), \quad (4.18)$$

n'a pas de singularités. Pour choisir  $C(k)$  il faut considérer que  $\Delta$  n'a qu'un seul pôle dans l'intervalle  $[0, k_L]$ . En prenant  $C$  constante et égale au rapport entre le résidu de  $\Delta$  et de  $D$  en cet unique pôle, on supprime toutes les singularités de  $\Theta$ . La fonction  $\Theta$  est alors analytique sur tout le plan complexe et n'a pas de pôles, elle est donc constante. Si on prend maintenant la limite  $k \rightarrow +i\infty$ , les éléments non diagonaux de la matrice  $A(k; E, U_0)$  tendent vers 0 :

$$\lim_{k \rightarrow +i\infty} \Delta(k) = 1. \quad (4.19)$$

En outre,  $\lim_{k \rightarrow +i\infty} D(k) = 0$  implique que  $\Theta(k) = 1$ . On peut alors écrire  $C$  comme :

$$C = \frac{\Delta(k) - 1}{D(k)}. \quad (4.20)$$

Pour  $k = 0$ , on a  $D(0) = 1/(1 - \cos(2\pi\sqrt{\kappa}))$ , on calcule alors la valeur de  $C$  :

$$C = (\Delta(0) - 1) \cdot (1 - \cos(2\pi\sqrt{\kappa})). \quad (4.21)$$

En injectant  $C$  dans (4.20) et en prenant  $\Delta(k) = 0$  (solutions non triviales), on trouve une solution analytique pour  $k$  :

$$\cos(2\pi k/k_L) = 1 - \Delta(0)(1 - \cos(2\pi\sqrt{\kappa})). \quad (4.22)$$

La figure 4.3 montre la partie réelle et la partie imaginaire de l'exposant caractéristique  $k$  pour  $U_0 = 2E_L$ . Dans la région instable ( $\text{Im}(k) \neq 0$ ), la partie réelle de  $k/k_L$  est fixée à 0 ou 0.5, c'est-à-dire au centre ou au bord de la zone de Brillouin. Entre ces régions, la partie réelle  $\text{Re}(k)$  varie lentement tandis que  $\text{Im}(k) = 0$ .

## 4.4 Configuration expérimentale du réseau à enveloppe gaussienne

Dans cette section, je décris comment nous produisons un réseau optique de taille finie ayant une enveloppe gaussienne [64, 116] sur l'ancien dispositif. L'utilisation de deux faisceaux cohérents et croisés dans une région de l'espace crée une



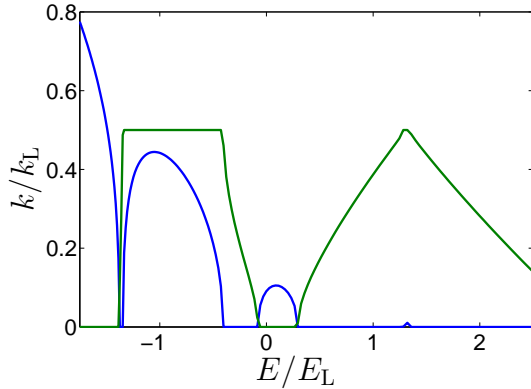


FIGURE 4.3 – *Partie réelle (vert) et partie imaginaire (bleu) de l'exposant caractéristique  $k$  en fonction de l'énergie normalisée  $E/E_L$  pour  $U_0 = 2E_L$ .*

onde stationnaire. Si ces faisceaux sont désaccordés par rapport à la transition atomique, l'onde stationnaire produit un potentiel dipolaire périodique.

Les réseaux optiques sont largement utilisés dans le domaine des atomes froids. On peut par exemple : (i) créer des réseaux à 1, 2, ou 3 dimensions en ajoutant des faisceaux dans les directions orthogonales, (ii) changer la géométrie du réseau en combinant plusieurs réseaux de pas différents ou en utilisant des lames de phases ou des SLMs (Spatial Light Modulator) [117] ou encore en changeant l'angle entre les deux faisceaux produisant l'onde stationnaire, (iii) mettre en mouvement un réseau en changeant légèrement la fréquence d'un des faisceaux créant l'onde stationnaire, (iv) moduler la profondeur du réseau en modulant l'intensité des faisceaux dans le temps.

Ces propriétés des réseaux optiques sont très utilisées pour l'étude de la physique des systèmes à plusieurs corps. En effet, il y a une forte analogie avec les problèmes de matière condensée concernant le transport d'électrons dans des réseaux d'ions cristallins. La polyvalence des réseaux optiques combinée au contrôle des interactions inter-atomiques (résonances de Feschbach, interaction dipolaire) a entre autres permis l'étude de la transition isolant de Mott/superfluide [41] et du magnétisme quantique [118, 119]. Les réseaux optiques sont aussi utilisés pour l'étude de problèmes à une particule. On peut citer parmi d'autres : la diffraction de Bragg par des réseaux optiques peu profonds utilisée comme lame séparatrice en interférométrie atomique [51]. Ou encore l'étude de l'effet tunnel dynamique dans un réseau modulé temporellement [120].

Dans cette section, je présente la configuration du réseau 1D que nous avons choisi pour l'étude d'une barrière tunnel pour onde de matière créée par des gaps locaux. Je décris ensuite comment nous avons calibré la profondeur du réseau à l'aide de la diffraction de Kapitza-Dirac sur un condensat de Bose-Einstein.

#### 4.4.1 Potentiel et notations

Nous voulons étudier la dynamique d'ondes de matière dans un réseau de taille finie. Le potentiel doit donc être périodique et posséder une enveloppe. Nous produisons ce type de réseau grâce à l'utilisation de deux faisceaux laser gaussiens se croisant avec un angle non nul. Nous utilisons un laser de longueur d'onde 850 nm (désaccordé vers le rouge par rapport à la transition) séparé en deux bras tous deux focalisés à un même waist  $w = 110 \mu\text{m}$ . La figure 4.4 représente le

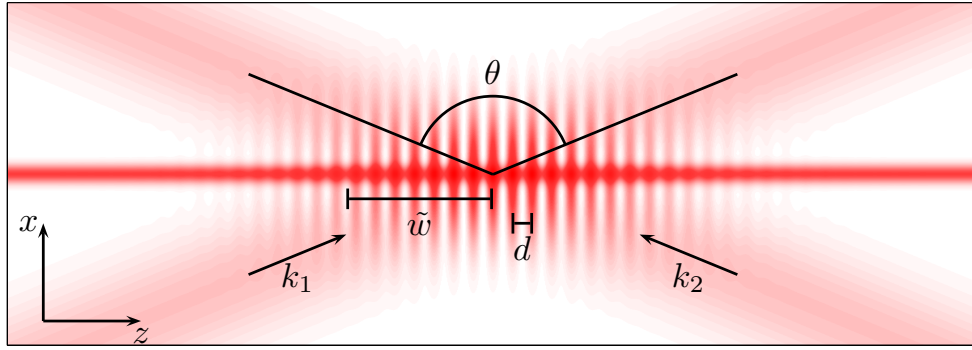


FIGURE 4.4 – Schéma du potentiel du réseau produit par le croisement de deux faisceaux et notations associées.

croisement des deux faisceaux et la forme du potentiel ressenti par les atomes avec les notations choisies.

Les deux faisceaux se croisent au niveau de leur waist avec un angle  $\theta = 81^\circ$  et sont polarisés verticalement dans la direction  $\mathbf{y}$ . D'autre part, leur longueur de Rayleigh (4.5 cm) est grande devant leur waist, on peut donc négliger la variation du rayon de courbure et de la phase de Gouy<sup>4</sup> dans le calcul du champ électrique. Le champ produit par l'un ou l'autre des faisceaux s'écrit :

$$\mathbf{E}_{1,2} = E_0 \exp\left(i\mathbf{k}_{1,2}\mathbf{r} - \frac{d_{1,2}^2}{2w^2}\right) \mathbf{y}, \quad (4.23)$$

où les  $\mathbf{k}_{1,2}$  sont les vecteurs d'onde des deux faisceaux,  $d_{1,2}$  est la distance radiale avec l'axe du faisceau considéré et  $E_0$  est l'amplitude maximale. En développant cette expression on obtient :

$$E_{1,2} = E_0 \exp\left(-\frac{[\sin(\theta/2)x \mp \cos(\theta/2)z]^2}{2w^2}\right) \exp(ik [\pm \sin(\theta/2)z + \cos(\theta/2)x]) \mathbf{y}, \quad (4.24)$$

où la direction  $\mathbf{z}$  définit l'axe du guide horizontal. Proche de l'axe du guide ( $x, y \ll w$ ) Le potentiel produit par l'interférence des deux faisceaux s'écrit alors :

$$U = \chi|E_1 + E_2|^2 = 2I_0\chi \exp\left(\frac{z^2}{2\tilde{w}^2}\right) (1 + \cos(k_L z)), \quad (4.25)$$

avec  $\chi = -7.7 \cdot 10^{-36} \text{ J.W}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$  le décalage lumineux défini au chapitre précédent dans l'équation (3.10) et pour une longueur d'onde  $\lambda = 850 \text{ nm}$ . Dans cette égalité, on définit  $\tilde{w} = w/\cos^2(\theta/2)$  comme étant le waist de l'enveloppe du réseau dans la direction du guide.  $I_0$  est l'intensité maximale d'un seul faisceau et  $k_L = 2k \sin(\theta/2)$  le vecteur d'onde associé à la périodicité du réseau. Le pas du réseau est alors donné par  $d = 2\pi/k_L = 650 \text{ nm}$ . On définit aussi les échelles de vitesse  $v_L = h/md = \hbar k_L/m$ , d'énergie  $E_L = \hbar^2 k_L^2/2m = mv_L^2/2$  et de fréquence  $\nu_L = E_L/h$  associées à cette périodicité.

4. Cette phase apparaît le long du trajet d'un faisceau gaussien (ou autre mode TEM) à cause de la superposition d'ondes planes dont les directions de propagation ne sont pas les mêmes.

## 4.4.2 Mise en place expérimentale

Le réseau est préparé en deux étapes sur deux tables d'optique différentes. La première table permet le contrôle de la puissance du laser à l'aide d'un AOM, le faisceau est injecté dans une fibre à maintien de polarisation pour rejoindre la table principale où se trouve la chambre d'expérience. Le faisceau y est alors séparé pour former les deux bras du réseau (voir figure 4.5).

Nous utilisons un laser monomode (Toptica Photonics) à 850 nm. Ce laser est constitué d'un laser maître placé dans une cavité qui injecte un amplificateur suivi d'un isolateur optique. À la sortie nous avons une puissance de 550 mW. Nous pouvons vérifier la monochromaticité du laser et sa fréquence grâce à une portion du faisceau déviée dans une cavité Fabry-Pérot et un lambdamètre commercial. La fréquence du laser étant assez stable nous n'avons pas besoin de l'asservir.

### Contrôle de la puissance

Un AOM à 100 MHz placé sur le trajet du faisceau le diffracte avec une efficacité de 72 % dans l'ordre +1 et permet ainsi de contrôler son intensité. La puissance d'un des bras du réseau est contrôlée à l'aide d'une photodiode de bande passante 100 MHz placée après la chambre à vide. Pour asservir nous utilisons une boucle de rétro-action constituée d'un intégrateur.

### Mise en forme des faisceaux

Sur la table principale un télescope ajuste la taille du faisceau qui est ensuite séparé en deux bras à l'aide d'une lame demi-onde et d'un cube séparateur de polarisation. Nous focalisons les deux faisceaux au centre de la chambre à vide avec deux lentilles de focale  $f = 1000$  mm pour obtenir le waist  $w = 110$   $\mu\text{m}$  voulu. Typiquement nous avons une puissance maximale de 50 mW par bras au niveau des atomes. Le potentiel correspondant (sans interférence) a une profondeur  $U_{\text{bras}}/k_B = 1.5$   $\mu\text{K}$  par bras. Les faisceaux sont polarisés verticalement en utilisant une lame demi-onde et un polariseur pour obtenir un contraste de 100 % sur la figure d'interférence.

### Croisement des faisceaux

Le croisement des faisceaux est critique pour les expériences. Cependant l'accès optique limité de l'ancien dispositif nous a obligé à positionner le dernier miroir à presque un mètre de la chambre à vide. Lorsque l'on change l'angle du miroir, la position du faisceau change avec une sensibilité de l'ordre de 2 cm par degré. Pour bouger un faisceau du réseau d'une distance de l'ordre de son waist, il est nécessaire d'avoir une précision inférieure 100  $\mu\text{rad}$ . En pratique, nous sommes limités par l'hystérésis des vis de la monture du miroir. Pour résoudre ce problème, nous utilisons des lames de verre épaisses sur chaque bras. Ces lames de verre placées après les lentilles de focalisation défléchissent les faisceaux. Une onde plane arrivant sur une lame d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$  avec un angle d'incidence

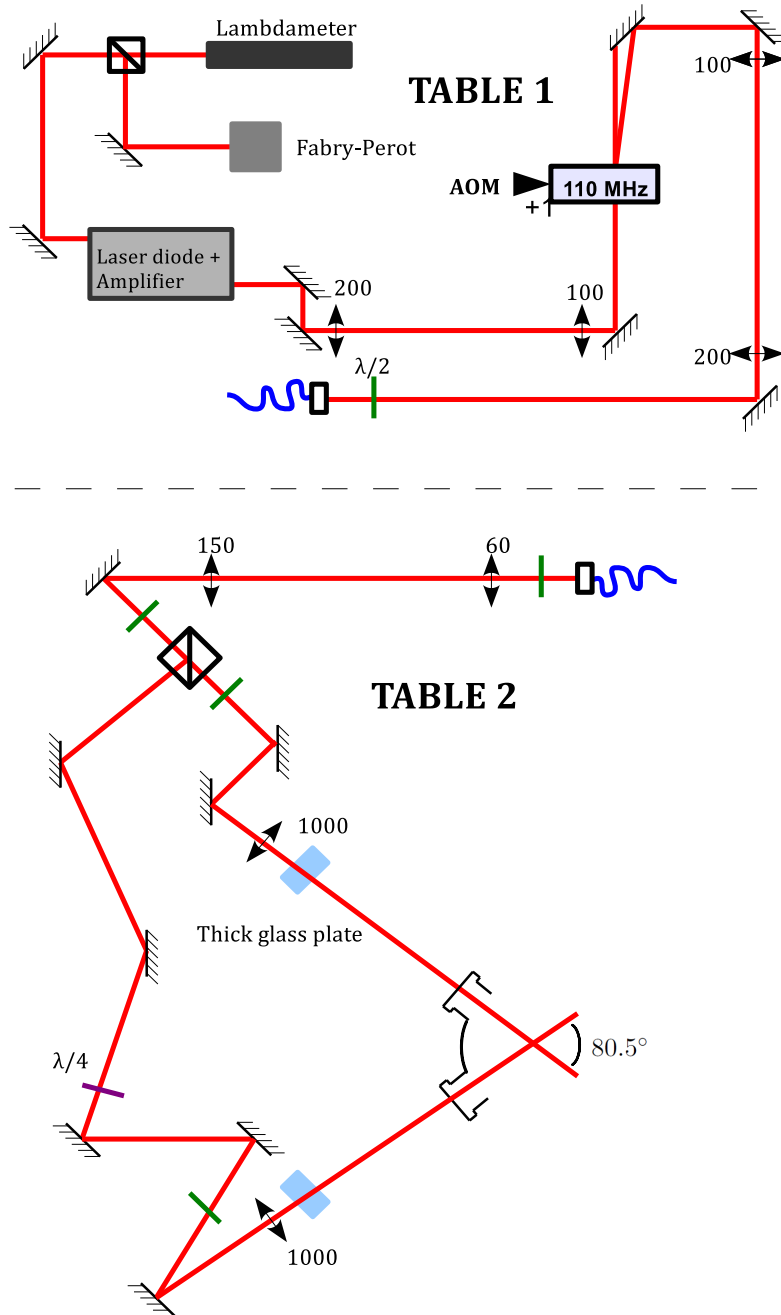


FIGURE 4.5 – Schéma de la préparation des faisceaux du réseau. La table 1 contient la diode laser et l'asservissement de puissance. La séparation et la mise en forme des faisceaux se fait sur la table 2.

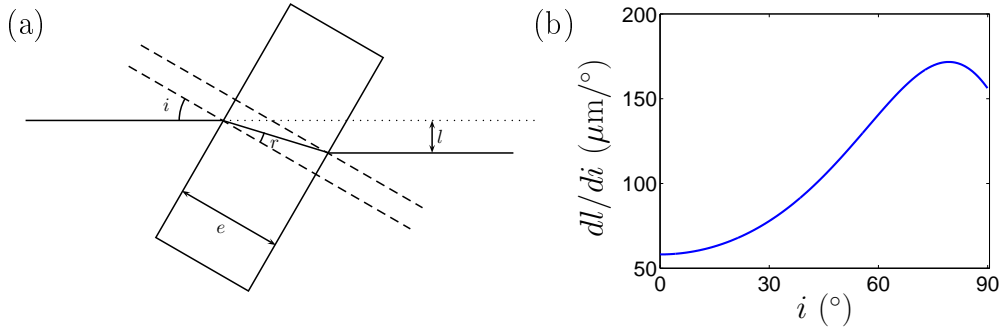


FIGURE 4.6 – (a) Schéma de la déviation du faisceau par la lame épaisse. (b) Sensibilité de la déviation de la lumière  $l$  au changement d'angle  $i$ .

$i$  est translatée d'une distance :

$$l(i) = e \frac{\cos(i - r)}{\cos r} = e \frac{\sin(i - \arcsin[\sin(i)/n])}{\cos(\arcsin[\sin(i)/n])}. \quad (4.26)$$

La figure 4.6 représente la sensibilité du déplacement résultant du changement de l'angle  $i$ . La sensibilité est réduite de deux ordres de grandeur comparé à un changement de l'angle du miroir. Dans un premier temps, nous utilisons le miroir pour croiser approximativement les deux faisceaux, puis nous utilisons la lame épaisse pour ajuster finement le croisement. Ce système est moins coûteux et moins encombrant que d'utiliser un miroir monté sur des cristaux piézo-électrique mais a l'inconvénient de ne pas permettre d'asservir la position des faisceaux du réseau.

### 4.4.3 Méthode d'alignement des faisceaux croisés

Dans cette configuration nous n'avons pas assez de puissance dans chaque bras pour capturer directement les atomes d'un PMO. On ne peut donc pas imager *in situ* la position des bras du réseau. Pour pouvoir croiser les faisceaux nous remplaçons la fibre de sortie du laser à 850 nm par une fibre issue d'un laser résonant à 780 nm accordé avec la transition du dépompeur  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Nous déclenchons une séquence expérimentale habituelle mais avec une séquence d'imagerie différente. Tout d'abord, le faisceau repompeur est allumé pendant 1 ms pour repomper les atomes dans  $|F = 2\rangle$ . Nous allumons ensuite le faisceau dépompeur (superposé aux bras du réseau) pendant 1 ms. Les atomes situés à la position des faisceaux du réseau sont localement dépompés vers l'état  $|F = 1\rangle$ . En n'utilisant pas de repompeur pendant la prise d'image nous obtenons une image contenant seulement les atomes dans  $|F = 2\rangle$ . Comme on peut le voir sur la figure 4.7, les bras du réseau apparaissent comme des trous dans la densité atomique. Grâce à cette méthode nous pouvons faire un premier réglage du croisement des faisceaux à l'aide des vis du dernier miroir tout en observant son déplacement sur les images d'absorption.

Une fois ce premier réglage effectué nous remettons la fibre du laser à 850 nm. Comme indiqué précédemment, la profondeur de chaque bras est de l'ordre de

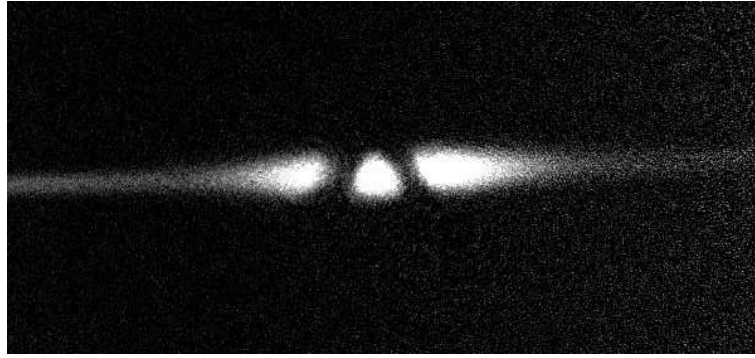


FIGURE 4.7 – *Image d'absorption d'atomes dans le piège dipolaire horizontal. Avant de prendre l'image nous allumons le faisceau dépompeur pendant 1 ms, ce faisceau suit le même trajet que les bras du réseau. Les atomes ne sont pas repompés pendant la séquence d'imagerie de sorte que les atomes localement dépompés dans l'état fondamental  $|F = 1\rangle$  n'absorbent pas le faisceau imageur. Sur cette image les bras du réseau ne sont pas encore alignés correctement.*

1.5  $\mu\text{K}$ . Pour observer directement le croisement nous évaporons donc les atomes dans le guide<sup>5</sup>. Les atomes sont alors à une température assez basse pour pouvoir les capturer dans le potentiel du réseau. Le croisement est ensuite optimisé en maximisant le nombre d'atomes piégés au niveau du croisement des deux bras du réseau.

#### 4.4.4 Calibration du réseau par diffraction Kapitza-Dirac

La profondeur réelle du réseau optique est très sensible aux paramètres expérimentaux. Parmi ces paramètres, il faut considérer la polarisation, la taille du waist de chaque bras qui peut être légèrement différente ou même un léger désalignement des faisceaux. Il faut pouvoir déterminer avec précision la profondeur du réseau que voient les atomes. Il y a plusieurs méthodes possibles, les plus communes étant la caractérisation par transition Landau-Zener [121] et la diffraction Kapitza-Dirac [122]. Nous utilisons cette dernière méthode. L'idée générale de ce type de calibration est de réaliser une diffraction du condensat en allumant soudainement le réseau pendant un temps  $\tau$ . De cette manière, les atomes redistribuent les photons entre les deux faisceaux lasers créant le réseau. Dans ce processus, l'impulsion des atomes est modifiée d'une quantité quantifiée. Après un temps de vol, les atomes de différents moments se séparent et dessinent une figure de diffraction à partir de laquelle on peut déduire la profondeur du réseau.

#### Diffraction dans le régime de Raman-Nath

On considère des temps d'interaction courts afin de se placer dans le régime de Raman-Nath [123]. Si le temps d'interaction est beaucoup plus petit que l'inverse

<sup>5</sup>. Sur l'ancien dispositif nous produisions les condensats de manière tout optique à l'aide de deux faisceaux dipolaires croisés dont l'un est horizontal, c'est ce faisceau qui sert de guide.

de la fréquence de piégeage de chaque puits du réseau  $\nu_s = \nu_L \sqrt{U_0/E_L}$ , alors on peut considérer que les atomes n'ont pas le temps de se déplacer pendant le temps d'interaction avec le réseau. Cela revient à négliger le terme d'énergie cinétique dans le hamiltonien. La résolution de la dynamique est alors directe. En utilisant l'opérateur d'évolution, la fonction d'onde du CBE après un temps d'interaction  $\tau$  s'écrit :

$$\psi(z, \tau) = e^{-iH\tau/\hbar}\psi(z, 0) \simeq e^{-iU(z)\tau/\hbar}\psi(z, 0). \quad (4.27)$$

Dans cette limite, l'application du réseau optique revient à imprimer une phase sur la fonction d'onde. La phase de la fonction d'onde est alors modulée avec une période  $d$ . Quantitativement, l'opérateur d'évolution peut être développé en une somme de fonctions de Bessel :

$$e^{-iU_0[1+\cos(k_L z)]\tau/2\hbar} = e^{-iU_0\tau/2\hbar} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-1)^n J_n \left( \frac{U_0\tau}{2\hbar} \right) e^{ink_L z}, \quad (4.28)$$

où les  $J_n$  sont les fonctions de Bessel d'ordre  $n$ . En mettant de côté le terme de phase global n'intervenant pas dans la dynamique, la fonction d'onde au temps  $\tau$  s'écrit :

$$\psi(z, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-1)^n J_n \left( \frac{U_0\tau}{2\hbar} \right) e^{ink_L z} \psi(z, 0). \quad (4.29)$$

En prenant la transformée de Fourier de  $\psi$  on obtient la fonction d'onde  $\varphi$  dans l'espace des impulsions :

$$\varphi(\kappa, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-1)^n J_n \left( \frac{U_0\tau}{2\hbar} \right) \delta(\kappa - nk_L) * \varphi(\kappa, 0). \quad (4.30)$$

Cette fonction d'onde est la convolution de la fonction d'onde initiale avec un peigne de Dirac de période définie par la fréquence spatiale du réseau. Les poids des différents ordres de diffraction sont donnés par les valeurs des fonctions de Bessel successives au temps d'interaction  $\tau$ . Si la dispersion de vitesse initiale est plus petite que  $v_L$ , alors les ordres de diffraction peuvent être séparés correctement après un temps de vol.

### Réalisation expérimentale

Après la préparation d'un condensat, nous éteignons tous les confinements<sup>6</sup> et allumons le réseau en un temps inférieur à 150 ns avec 48 mW par bras (profondeur totale  $U_0/k_B \sim 3 \mu\text{K}$ ) pour différents temps d'interaction  $\tau$ . Nous procédons ensuite à un temps de vol de 10 ms avant de prendre une image. La figure 4.8 montre une figure de diffraction typique dans laquelle les différentes images de diffraction aux différents temps d'interaction allant de 0 à 100  $\mu\text{s}$  ont été juxtaposées.

---

6. Sur l'ancienne expérience nous réalisons le condensat dans un piège dipolaire croisé. Couper tous les confinements revient à couper le piège optique. Sur le nouveau dispositif, la réalisation de la même expérience nécessite de couper aussi les champs magnétiques du piège hybride.

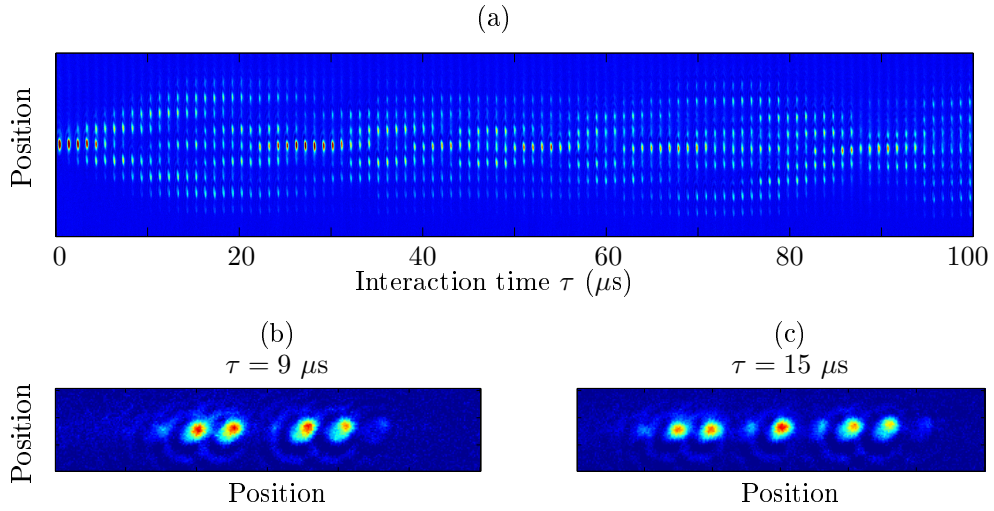


FIGURE 4.8 – *Figures de diffraction avec 48 mW par bras du réseau (profondeur totale  $U_0/k_B \sim 3 \mu K$ ). (a) Juxtaposition pour différents temps d'interaction  $\tau$ . (b) et (c) Figure de diffraction pour  $\tau = 9$  et  $15 \mu s$ .*

On peut voir que le condensat initial est diffracté en plusieurs ordres, séparés en impulsion par  $\hbar k_L$ . La population dans chaque ordre est extraite de ces images, on compare alors l'évolution des populations aux résultats des calculs. La figure 4.9 (carrés rouges) montre la population dans les ordres 0, 1 et 2 en fonction du temps d'interaction. Les lignes en pointillés représentent les carrés des fonctions de Bessel pour les ordres correspondants avec  $U_0 = 17 E_L$ . La correspondance est bonne aux temps courts mais très mauvaise pour des temps supérieurs à  $15 \mu s$ . Pour ces temps là, l'approximation de Raman-Nath ne tient plus. En effet, pour cette profondeur de réseau nous avons  $1/\nu_s = 44 \mu s$ .

Pour calibrer la profondeur du réseau nous nous intéressons à la première annulation de la population dans l'ordre de diffraction zéro pour laquelle nous sommes toujours dans le régime de Raman-Nath. Cela correspond à l'annulation de la première fonction de Bessel, impliquant que :

$$U_0\tau/2\hbar = 2.405. \quad (4.31)$$

On peut donc déduire la profondeur du réseau en trouvant expérimentalement le temps  $\tau_{\text{annul}}$  tel que la population dans l'ordre zéro soit minimale :

$$\frac{U_0}{E_L} = \frac{2.405}{\pi\nu_L\tau_{\text{annul}}}. \quad (4.32)$$

La profondeur théorique maximale avec la puissance disponible est de  $U_0 = 18.4 E_L$ . Nous trouvons expérimentalement  $\tau_{\text{annul}} = 9 \mu s$ , soit  $U_0/E_L = 15.7$ . Cette légère différence peut provenir d'un défaut de polarisation ou d'alignement.

Remarque : Nous vérifions aussi la calibration de l'imagerie grâce à cette méthode. La distance entre chaque pic de diffraction dépend du temps de vol  $\Delta t$  et est donnée par  $\Delta x = \frac{\hbar\Delta t}{md}$ .



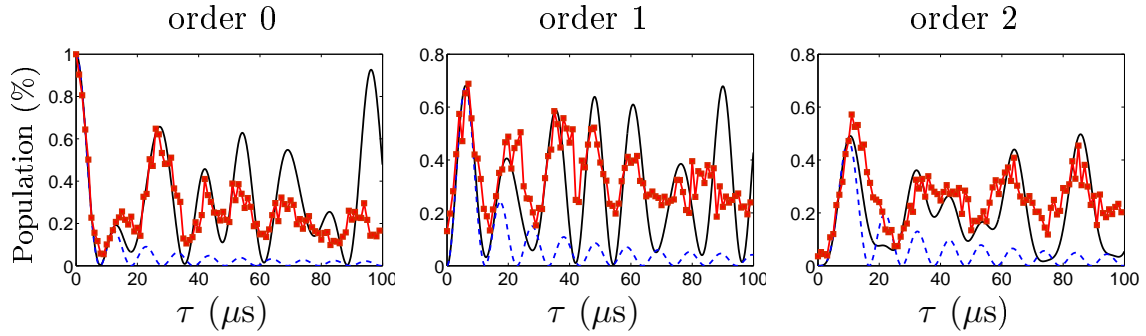


FIGURE 4.9 – Pourcentage de la population totale dans les différents ordres en fonction du temps d'interaction. Les carrés rouges représentent les résultats expérimentaux, les pointillés verts correspondent aux carrés des fonctions de Bessel pour  $U_0 = 17E_L$ . La correspondance est bonne dans le régime de Raman-Nath, i.e aux temps beaucoup plus courts que la période d'oscillation  $\sim 44 \mu\text{s}$  des puits du réseau. La ligne bleue est le résultat de l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger pour la même profondeur de réseau. La première annulation de l'ordre zéro apparaît pour  $\tau = 9 \mu\text{s}$  et la première résurgence pour  $\tau = 27 \mu\text{s}$ .

## 4.5 Structure de bande locale

Dans cette section, je présente le modèle de structure de bande locale permettant de comprendre la dynamique de particules dans un réseau de taille finie.

### 4.5.1 Structure de bande dépendant de la position

Par la suite nous considérerons le potentiel périodique à enveloppe gaussienne (4.25) d'expression :

$$U(z) = -U_0 e^{-2z^2/w^2} (1 + \cos(k_L z)). \quad (4.33)$$

On se place dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable  $d \ll w$ . La variation de la profondeur du réseau étant faible sur un grand nombre d'oscillations du potentiel, un atome à une position donnée ne ressent pas l'effet de l'enveloppe gaussienne et on peut considérer que chaque atome est dans un réseau infini de profondeur dépendant de sa position. Il est alors possible de calculer la structure de bande du réseau en fonction de la position des atomes dans le réseau.

On calcule l'exposant caractéristique  $k$  en fonction de la position  $z$  dans le réseau et en fonction de l'énergie  $E$  de la particule. La figure 4.10 montre une telle structure de bande locale pour une profondeur maximale du réseau  $U_0 = 2.5 E_L$ . Cela correspond à une structure de bande du réseau dépendant de la position et définit des gaps ayant une largeur spatiale, que nous appellerons "gaps spatiaux" dans la suite. Nous avons choisi de représenter  $k$  en fonction de la racine de l'énergie. De cette façon lorsque l'on se place loin du réseau ( $z \gg w$ ), on représente simplement  $k$  en fonction de la vitesse des atomes.

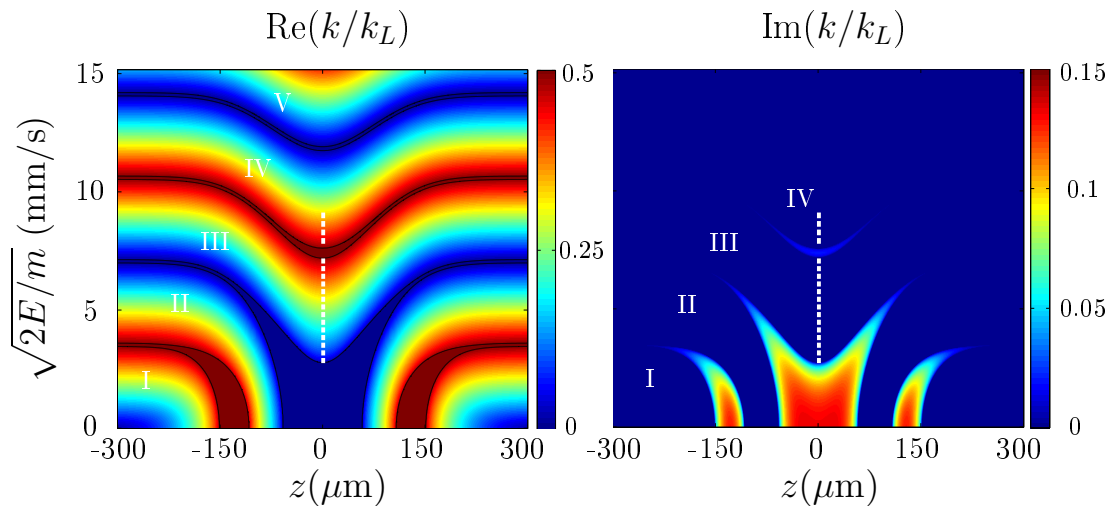


FIGURE 4.10 – Parties réelle et partie imaginaire de l'exposant de Mathieu  $k$  pour  $U_0/E_L = 2.5$ . Les régions où  $\text{Im}(k) \neq 0$  sont des gaps spatiaux et correspondent à des régions où les fonctions d'onde sont évanescentes. Les chiffres romains indiquent l'indice de la bande de conduction définie par  $\text{Im}(k) = 0$ . La ligne en pointillés blancs correspond à la dispersion d'énergie initiale des atomes (95 % des atomes sont contenus dans cet intervalle).

### Interprétation

Les régions où  $\text{Im}(k) \neq 0$  sont des gaps spatiaux qui séparent les différentes bandes autorisées. La symétrie de l'enveloppe conduit directement à une symétrie de la structure de bande locale et crée des cavités où les atomes resteront confinés en dépit d'avoir une énergie supérieure à la profondeur du réseau. Le potentiel après chargement adiabatique du réseau n'est pas dépendant du temps. Les atomes conservent donc leur énergie lors de leur déplacement dans le réseau et suivent une ligne horizontale sur la figure 4.10. Ils peuvent ainsi être partiellement réfléchis lorsqu'ils atteignent un gap. Si la largeur d'un gap spatial est assez fine, alors une particule peut passer à travers le gap par effet tunnel et sortir de la cavité. Dans cette représentation, la réflexion sur un gap correspond à une réflexion de Bragg. La transition tunnel à travers la barrière est l'analogue d'une transition Landau-Zener [121], transposée dans l'espace des positions. La structure de bande est représentée seulement pour des valeurs d'énergie positives (par rapport au continuum) ; dans ce contexte les réflexions n'ont pas d'équivalent classique. Pour une énergie se situant dans un gap, la partie réelle de  $k$  est donnée par la valeur de  $k$  en bord de bande :  $\text{Re}(k) = k_L/2$ . On peut noter également que loin du centre du réseau, les gaps spatiaux sont situés aux énergies satisfaisant la condition de Bragg  $\sqrt{2E}/m = nv_L/2$ , où  $n$  est un entier.

#### 4.5.2 Probabilité de transmission

La position et la largeur des gaps spatiaux dépend de l'énergie des atomes dans le réseau. La probabilité qu'un atome initialement dans le réseau puisse sortir du

réseau dépend donc de son énergie. À l'aide de l'exposant caractéristique  $k$  calculé précédemment on peut écrire la probabilité de transmission à travers un gap du réseau comme l'intégrale de la partie imaginaire de  $k$  à travers ce gap [109] :

$$T(E) = \exp \left( \int -2\text{Im}[k(z, E)]dz \right). \quad (4.34)$$

En utilisant cette formule on calcule la probabilité de transmission dans deux cas différents. La figure 4.11 (b) représente la probabilité de transmission à travers une moitié du réseau pour une profondeur  $U_0 = 2.5 E_L$  en fonction de la vitesse des atomes :

1. En bleu sur la figure 4.11 (b) : probabilité de transmission à la première rencontre d'un gap.

Pour des atomes sur la troisième bande mais de faibles vitesses, les gaps sont larges (cf : figure 4.10) et la probabilité de transmission s'annule rapidement. Nous nous attendons à voir les atomes osciller indéfiniment à cause de la symétrie spatiale de la structure de bande.

Quand l'énergie augmente, les barrières deviennent plus fines et la transmission augmente. Elle atteint son maximum pour une énergie telle que  $\sqrt{2E/m} \sim 7$  mm/s où aucun gap n'est rencontré dans tout le réseau. Les atomes sur la troisième bande mais de plus hautes vitesses ne rencontrent pas de gaps et quittent le réseau sans perturbation.

Entre ces deux cas extrêmes les atomes ont un taux de transition tunnel non nul et différent de 1. On s'attend à les voir osciller et être partiellement transmis à travers les gaps spatiaux.

La présence d'un gap spatial entre la troisième bande et la quatrième bande provoque une nouvelle chute dans la probabilité de transmission pour  $7.2 < \sqrt{2E/m} < 8.5$  mm/s.

Pour cette profondeur de réseau, il n'y a plus de gaps assez larges à plus haute énergie pour provoquer une chute significative de la transmission.

2. En pointillés verts sur la figure 4.11 (b) : probabilité  $T_2 = T(E)(1 - T(E))$  de sortir de la cavité après avoir été réfléchi une première fois sur un gap spatial (voir figure 4.11 (a)). Cette probabilité présente deux pics  $\alpha$  et  $\beta$  aux énergies pour lesquelles la probabilité de transition tunnel à travers le premier gap est de l'ordre de  $T \sim 0.5$ . Elle atteint un maximum  $T_2 = 0.25$ . Puisque les classes de vitesses concernées ont été réfléchies une première fois, on peut affirmer sans ambiguïté que cette transmission à la position symétrique est bien une transmission tunnel à travers un gap spatial.

### 4.5.3 Comparaison avec une barrière répulsive

La projection des bandes interdites dans l'espace des positions produit un nouveau type de barrières tunnel. Il est intéressant de les comparer avec une barrière gaussienne répulsive. Une façon de le faire est de calculer la probabilité de transmission à travers cette barrière en fonction de l'énergie de la particule incidente. Dans le régime classique correspondant à une barrière très large, cette

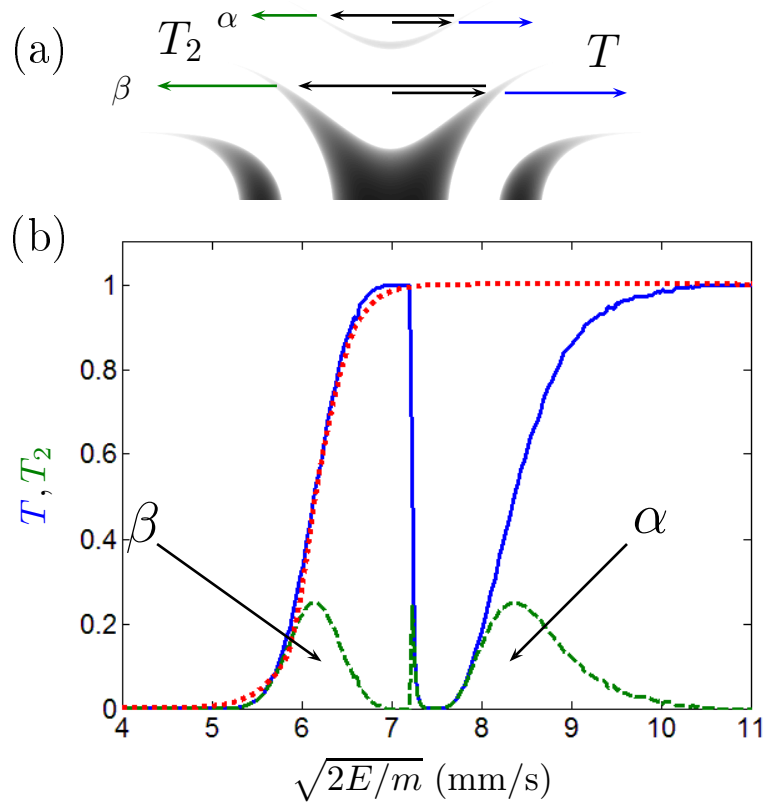


FIGURE 4.11 – (a) Schéma de l'évolution du paquet d'onde à l'intérieur du réseau et définition de  $T$  et  $T_2$ . (b) Probabilités de transmission. En bleu : transmission  $T$  à travers une moitié du réseau, les zones de réflexion correspondent à des gaps larges. En pointillés vert : probabilité  $T_2$  de sortir du réseau après une oscillation. En pointillés rouges : probabilité de transmission d'une barrière gaussienne répulsive de variance  $\sigma = 387$  nm.

probabilité est une fonction de Heaviside dont la position en énergie est égale à la hauteur de la barrière et dont la pente de la marche est infiniment grande. Plus la barrière devient fine plus la pente de la marche s'adoucit. La région où cette pente est finie est une région où peuvent apparaître l'effet tunnel et la réflexion quantique (réflexion pour des énergies supérieures à la hauteur de la barrière). La largeur de cette zone est alors une caractéristique de la barrière tunnel. Plus cette zone est large, plus il est facile d'observer de l'effet tunnel.

Dans notre cas, la courbe de transmission est plus complexe mais présente aussi cette forme de marche. Sur la figure 4.11 (b) en pointillés rouges, nous avons ajusté la probabilité de transmission à travers la première barrière (paquet  $\beta$ ) avec celle obtenue pour une barrière gaussienne répulsive, le paramètre d'ajustement est la largeur de la barrière gaussienne. Nous trouvons la meilleure correspondance pour une déviation standard de la barrière répulsive  $\sigma = 387$  nm. Il est difficile de produire une telle barrière avec des moyens optiques. Il faudrait avoir un laser désaccordé vers le bleu et de waist  $w = 2\sigma = 775$  nm, soit très proche de la limite de diffraction<sup>7</sup>. La barrière tunnel réalisée par les gaps spatiaux paraît être une

7. Par exemple, avec un laser à 532 nm il faudrait une ouverture numérique de  $O.N. \sim 0.5$

bonne alternative aux barrières répulsives.

## 4.6 Expérience

Je présente maintenant la démonstration expérimentale des barrières tunnels réalisées par des gaps spatiaux. Nous avons fait cette expérience sur l'ancien dispositif, la configuration de l'expérience est présentée sur la figure 4.12, elle est semblable à celle de l'expérience de diffusion d'un condensat sur un réseau à enveloppe gaussienne présentée dans [57] mais le condensat de Bose-Einstein est initialement au centre du réseau. Nous utilisons le réseau décrit dans la section 4.4 dont la profondeur est choisie à  $U_0 = 2.5 E_L$ . Sur l'ancien dispositif, le condensat est produit dans un piège dipolaire croisé ( $\lambda = 1064$  nm) chargé par un PMO 3D. Pendant l'évaporation nous procédons à une distillation de spin<sup>8</sup> pour filtrer le sous-état Zeeman  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  [63, 124]. Plus de détails sont disponibles dans les thèses de C. M. Fabre [64] et de P. Cheiney [116]. Les atomes sont polarisés dans le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = +1\rangle$ , de cette manière nous pouvons accélérer le condensat dans la direction du guide à l'aide d'une bobine placée dans l'axe. Après mise en mouvement du condensat, nous allumons adiabatiquement le réseau à enveloppe gaussienne. L'allumage du réseau est néanmoins assez rapide pour que le condensat soit toujours au centre du réseau. Les atomes sont alors chargés sur la troisième et la quatrième bande de conduction du réseau. Nous observons directement les oscillations du paquet d'onde dans le réseau ainsi que le découplage par effet tunnel de plusieurs paquets d'atomes à travers les gaps spatiaux. Nous démontrons ainsi un nouveau type de barrières tunnel dans l'espace réel.

### 4.6.1 Préparation du paquet d'onde initial

Nous préparons le condensat de Bose-Einstein au centre du réseau dans un piège dipolaire croisé. Nous décomprimons ensuite le confinement horizontal produit par le faisceau dipolaire vertical du piège dipolaire croisé de façon à ce que le condensat puisse se déplacer dans l'axe du guide. Nous chargeons ensuite adiabatiquement les atomes sur la troisième et la quatrième bande du réseau. Cette étape habituelle dans le domaine des atomes froids est en général utilisée pour charger des atomes au repos dans le réseau, c'est-à-dire sur la première bande. Le principe d'un chargement adiabatique repose sur le fait que les occupations des états du réseau ne changent pas durant le chargement, ce qui correspond à la conservation de l'indice de bande et du pseudo-moment. Nous mettons en mouvement les atomes avant d'allumer le réseau. De cette manière, avant la montée du réseau la dispersion d'énergie des atomes couvre initialement les bandes trois et quatre du diagramme d'énergie, dans la limite où le réseau a une profondeur nulle. Dans ce cas le diagramme de bande est une parabole repliée dans la première zone

---

8. Technique consistant à appliquer un gradient de champ magnétique dans une direction pour diminuer le confinement de certains sous-états magnétiques par rapport aux autres.

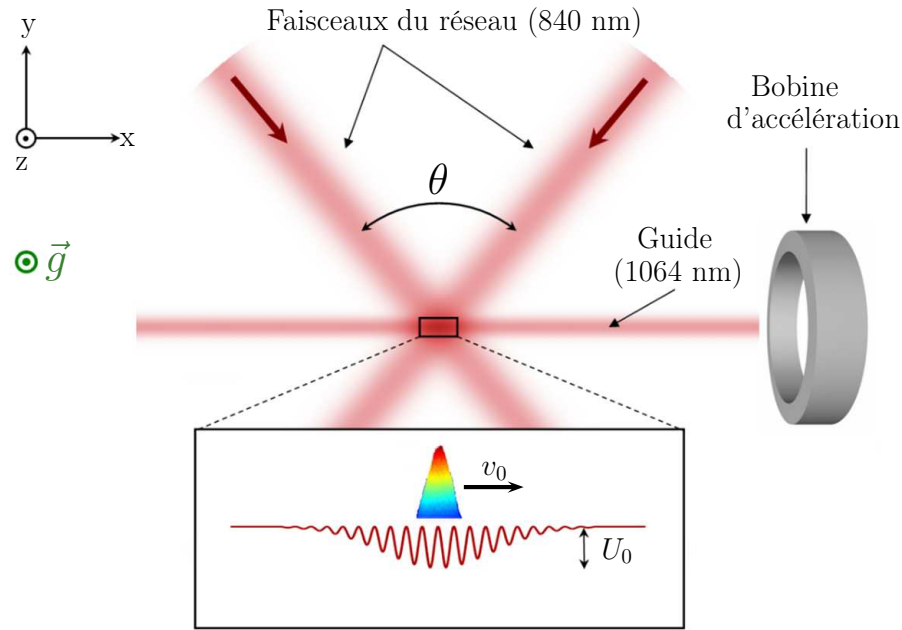


FIGURE 4.12 – Configuration de l'expérience : un condensat dans le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  est accéléré jusqu'à avoir une vitesse moyenne  $v_0$  à l'aide d'une bobine placée dans l'axe du guide. Les faisceaux du réseau se croisent avec un angle  $\theta = 81^\circ$  produisant le réseau 1D dans l'axe du guide.

de Brillouin et la  $n$ -ième bande couvre les vitesses :

$$(n - 1)/2 < v/v_L < n/2. \quad (4.35)$$

### Accélération du condensat

Pendant l'accélération du condensat, nous ne voulons pas que les atomes s'étalent spatialement sur tout le réseau. Cela veut dire qu'il faut les accélérer rapidement. C'est pour cette raison que nous utilisons le sous-état magnétique  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  qui est sensible à l'effet Zeeman au premier ordre. Pour cet état le décalage Zeeman s'écrit :

$$\Delta E = -\frac{\mu_B}{2} B. \quad (4.36)$$

Avec la bobine que nous utilisons, ce décalage Zeeman produit une accélération :

$$a_{m_F=+1} = -\frac{\mu_B}{2m} \frac{dB}{dz} = -3.2 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}/\text{A}. \quad (4.37)$$

Pour l'expérience nous choisissons d'accélérer les atomes pendant 4 ms à une vitesse moyenne finale  $v_0 = 9.4 \text{ mm/s}$  en utilisant le gradient produit par la bobine d'accélération. Ce choix correspond à un gradient de champ magnétique de 7.5 G/cm et le temps d'accélération assez court nous assure que les atomes ne se dispersent pas de plus de 10  $\mu\text{m}$  pendant cette étape, ce qui est très inférieur à la

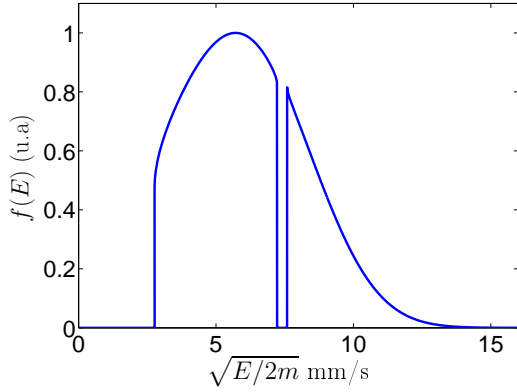


FIGURE 4.13 – *Distribution d'énergie juste après le chargement adiabatique du réseau. Cette distribution est calculée en supposant la conservation de l'indice de bande et du pseudo-moment pendant le chargement du réseau. La distribution d'énergie couvre essentiellement la troisième et quatrième bande et correspond à la ligne en pointillés blancs sur la figure 4.10.*

largeur de l'enveloppe du réseau. On considère alors que les atomes sont toujours au centre du réseau. La dispersion de vitesse des atomes après accélération est  $\Delta v_0 = 1.9$  mm/s.

### Allumage adiabatique du réseau

Immédiatement après l'étape d'accélération, nous allumons le réseau de manière adiabatique en suivant une rampe linéaire. La condition d'adiabaticité s'écrit [125, 126] :

$$\frac{dU_0}{dt} \ll \frac{E_L}{\hbar} \Delta E_k^2 / E_L^2, \quad (4.38)$$

où  $\Delta E_k$  est la différence d'énergie entre l'état initial  $|n, k\rangle$  et le premier état excitable  $|n', k\rangle$  de la bande supérieure. Dans notre cas nous avons  $E_L/\hbar = 2\pi \cdot 5.4$  kHz. La condition d'adiabaticité est facilement satisfaite pour des temps de montée du réseau de l'ordre de 1 ms, mis à part pour les états en bord de bande pour lesquels  $\Delta E_k$  s'annule.

Nous augmentons linéairement la puissance dans les bras du réseau en 1 ms pour une profondeur finale  $q = U_0/E_L = 2.5$ . Nous vérifions expérimentalement l'adiabaticité de la montée du réseau en redescendant la puissance du réseau de la même manière. On vérifie alors que la dispersion de vitesse n'a pas changée, prouvant que l'allumage est bien adiabatique. Au final cette procédure produit un paquet d'onde dont la distribution en énergie et la position initiale correspondent à la ligne en pointillés blanc sur la figure 4.10 (la ligne blanche délimite un intervalle contenant 95% des atomes).

La distribution en énergie du paquet d'onde dans le réseau est représentée sur la figure 4.13. Cette distribution en énergie n'est pas triviale et résulte du chargement adiabatique dans le réseau. Pour la calculer, nous considérons la distribution de vitesse initiale  $\Delta v_0 = 1.9$  mm/s avant chargement dans le réseau et nous calculons l'énergie associée à chaque pseudo-moment de cette distribution. Pendant le chargement adiabatique le pseudo-moment est conservé, contrairement aux énergies associées (calculées avec le théorème de Bloch). En traçant la distribution du pseudo-moment initial (donnée par la dispersion de vitesse initiale) en fonction de cette nouvelle échelle d'énergie, nous obtenons la distribution d'énergie dans le réseau.

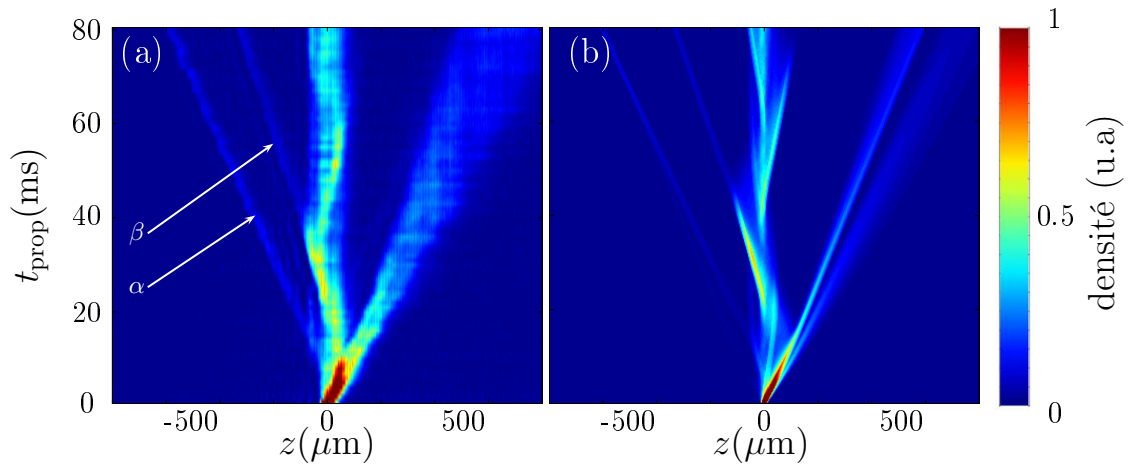


FIGURE 4.14 – (a) Densité du paquet d’onde mesurée pour différents temps de propagation dans le réseau. Chaque ligne est une moyenne de 4 images intégrées dans la direction transverse du réseau. (b) Intégration numérique directe de l’équation de Schrödinger pour un paquet d’onde dont la distribution de vitesse correspond à celle de l’expérience.

## 4.6.2 Propagation dans le réseau

Après l’étape de chargement des atomes, nous les laissons se propager dans le réseau pendant différents temps de propagation  $t_{\text{prop}}$  avant de les imager. La figure 4.14 (a) représente la densité atomique mesurée le long du guide pendant la propagation. Chaque ligne horizontale est une moyenne de 4 acquisitions obtenues pour un temps de propagation donné et intégrées dans la direction transverse du réseau. La figure 4.14 (b) est le résultat de l’intégration numérique directe et sans paramètres ajustables de l’équation de Schrödinger avec un paquet d’onde ayant les mêmes caractéristiques. Dans l’expérience les atomes sont accélérés vers le côté droit du réseau.

On peut noter trois effets distincts :

1. Une partie du paquet d’onde sort immédiatement du réseau, cela correspond aux classes de vitesses  $6.7 \lesssim v \lesssim 7.2$  et  $v \gtrsim 9.5$  mm/s, qui ne rencontrent pas de gaps significatifs.
2. Une oscillation périodique à l’intérieur du réseau peut être clairement observée. Les oscillations présentent une forme d’épi correspondant à des caustiques (concentration locale et ici temporelle de la densité) résultant de l’addition des différentes trajectoires associées aux différentes classes de vitesses. Les oscillations ont une période de l’ordre de 50 ms et deviennent floues après quelques oscillations. Cela résulte du déphasage entre les différentes classes de vitesses.
3. Dans la direction opposée à la vitesse initiale, on observe l’émission de deux paquets d’atomes  $\alpha$  et  $\beta$  vers la gauche. Ils quittent le réseau par effet tunnel à travers un gap spatial et se propagent ensuite librement. Ces



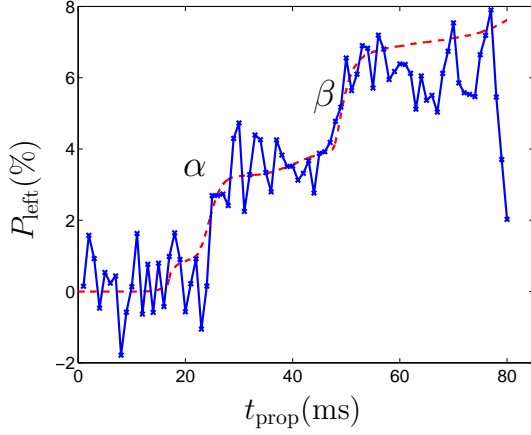


FIGURE 4.15 – Proportion d'atomes du côté gauche du réseau. Résultats expérimentaux (en bleu) et intégration numérique sans paramètres ajustables (en pointillés rouges).

paquets sont composés des atomes qui ont rebondis une première fois sur un premier gap puis passent par effet tunnel à travers le gap symétrique de l'autre côté du réseau. Leur probabilité de transmission est représentée sur la figure 4.11 (b). Sur la figure 4.15 nous avons représenté la fraction mesurée d'atomes sortant du côté gauche du réseau (à plus de 150  $\mu\text{m}$  du centre) en fonction du temps et nous avons comparé nos résultats expérimentaux aux simulations. On y voit deux marches que la simulation reproduit fidèlement. Chaque marche représente environ 3 % du total d'atomes et correspond à un événement tunnel.

### 4.6.3 Propriétés des paquets transmis

On détaille ici les propriétés des paquets  $\alpha$  et  $\beta$  transmis à gauche du réseau par effet tunnel.

#### Vitesse moyenne et interprétation

Nous mesurons la position moyenne des deux paquets d'onde transmis  $\alpha$  et  $\beta$  à partir des données de la figure 4.14 (a) en fonction du temps de propagation dans le réseau. On détermine alors les deux vitesses moyennes (voir figure 4.16 (b)). Nous trouvons :

$$\bar{v}_\alpha = 7.9 \pm 0.1 \text{ mm/s} \quad \text{et} \quad \bar{v}_\beta = 5.9 \pm 0.1 \text{ mm/s}. \quad (4.39)$$

La figure 4.16 (a) présente la distribution de vitesse théorique des paquets émis déterminée de deux façons :

- Par intégration de la probabilité de transmission  $T_2(E)$  sur la distribution d'énergie initiale dans le réseau (figure 4.13).
- En utilisant la résolution numérique de l'équation de Schrödinger (figure 4.14 (b)).

Les deux méthodes donnent des résultats similaires et prédisent deux pics centrés autour de 5.9 et 8.3 mm/s pour le calcul avec les bandes locales et autour de 6.1 et 8.1 mm/s pour l'intégration numérique. Les deux méthodes sont en bon accord avec les valeurs mesurées. Nous pouvons alors attribuer le premier paquet

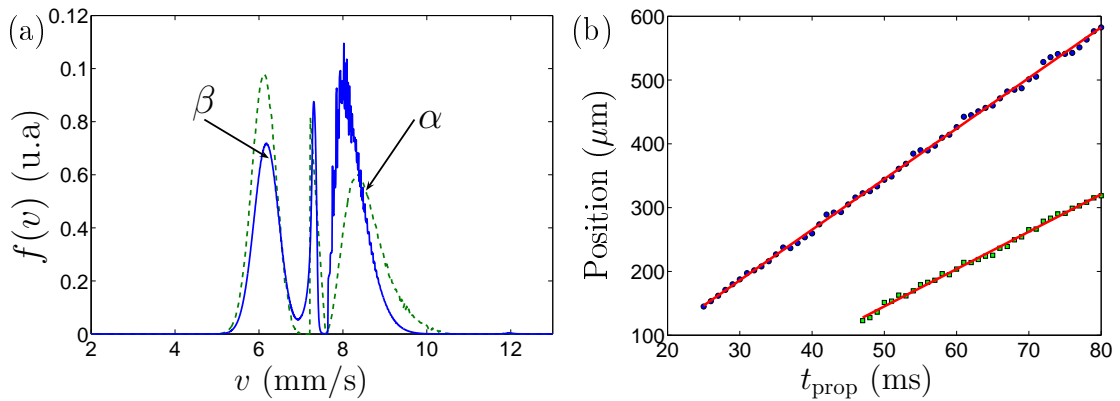


FIGURE 4.16 – (a) Distribution de vitesse des atomes quittant le réseau après une oscillation, calculée en utilisant le modèle de bandes locales (pointillés verts) et avec une intégration numérique (en bleu). (b) Mesure expérimentale de la position des paquets tunnel  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction du temps de propagation  $t_{\text{prop}}$ . Un ajustement linéaire donne les vitesses moyennes :  $\bar{v}_{\alpha} = 7.9 \pm 0.1$  mm/s et  $\bar{v}_{\beta} = 5.9 \pm 0.1$  mm/s.

$\alpha$  à une oscillation rapide des atomes initialement sur la quatrième bande et le second paquet  $\beta$  à une oscillation longue des atomes initialement sur la troisième bande.

### Dispersion de vitesse

En observant la probabilité de transmission  $T_2$  (figure 4.11), on s'attend à avoir une dispersion de vitesse des paquets  $\alpha$  et  $\beta$  de l'ordre de  $\Delta v \sim 250$   $\mu\text{m/s}$ . Cette sélectivité en vitesse est du même ordre de grandeur que celle des transitions Raman sélectives en vitesse [13] mais ne nécessite pas une préparation spécifique de l'état interne. Néanmoins le maximum de la probabilité de transmission  $T_2$  est plus petit que 1 dans notre cas. De manière surprenante les deux paquets ne semblent pas s'étaler après la sortie du réseau et ce pendant plusieurs dizaines de millisecondes. En accord avec leur dispersion de vitesse, on s'attendrait à une augmentation de leur largeur de plus de 10  $\mu\text{m}$  après 50 ms de propagation libre.

En réalité, la simulation numérique a permis de mettre en évidence que le paquet  $\alpha$  se focalise au bout de  $t_{\text{prop}} \approx 70$  ms (voir figure 4.17 (b)). Cela est dû au fait que les différentes classes de vitesses ne se découpent pas du réseau en même temps. Les atomes les plus énergétiques se déplacent plus vite dans la cavité. Cependant la taille de la cavité est aussi plus grande pour ces classes de vitesses (voir figure 4.17 (a))<sup>9</sup>. Au final c'est le deuxième effet qui prévaut et la période d'oscillation augmente avec l'énergie des particules. En ce qui concerne les paquets tunnel, cela produit une corrélation dans l'espace des phases. Au sein

9. Sur la figure 4.17 (b) nous avons utilisé un flou gaussien sur chaque point de la simulation pour simuler une résolution optique limitée. En réalité la dispersion spatiale du paquet au moment de la focalisation est inférieure à 10  $\mu\text{m}$ .

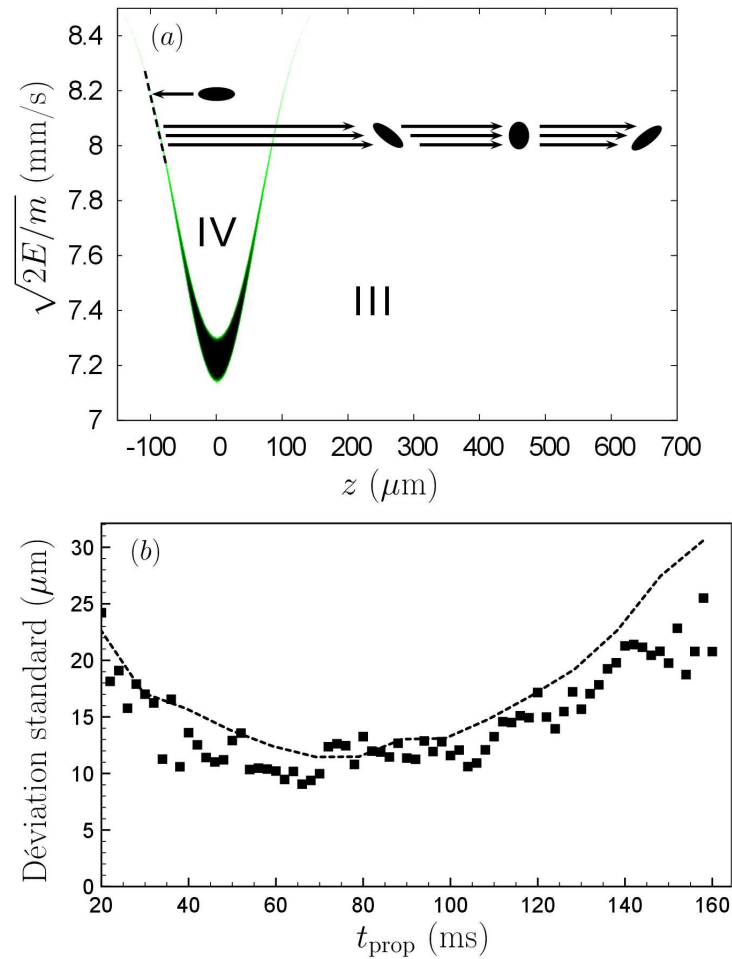


FIGURE 4.17 – (a) Représentation schématique de l'évolution de la distribution dans l'espace des phases du paquet  $\alpha$ . (b) Déviation standard du paquet  $\alpha$  en fonction du temps. Les mesures expérimentales sont représentées par des carrés et la simulation numérique en pointillés. Nous avons utilisé un flou gaussien sur les données de la simulation pour imiter l'effet de la résolution optique expérimentale.

d'une même bande de conduction, les atomes de plus hautes vitesses se trouvent derrière les plus basses. Les atomes de hautes vitesses rattrapent les atomes de basses vitesses au bout d'un certain temps pour lequel le paquet d'onde est focalisé spatialement. Cet effet empêche une mesure directe de la dispersion de vitesse.

## 4.7 Perspectives

Dans l'article théorique [60], nous approfondissons le concept de structure de bande dans l'espace des positions. Nous généralisons ce concept à deux dimensions en considérant un réseau 2D à enveloppe gaussienne permettant de créer des cavités à deux dimensions ou des guides d'ondes incurvés. Un autre développement reprend l'utilisation d'un réseau à enveloppe gaussienne 1D modulé en temps étudié précédemment dans l'article [58]. L'ajout d'un degré de liberté supplémentaire, le temps, permet d'induire des transitions inter-bandes à pseudo-moment constant, analogues à l'absorption ou l'émission d'un phonon dans un réseau cristallin. Nous montrons qu'il est alors possible de manipuler les paquets d'onde pour, par exemple, charger des cavités latérales de la structure de bande ou découpler des atomes du réseau.

### 4.7.1 Généralisation à deux dimensions

Nous nous intéressons ici à la structure de bande bi-dimensionnelle dans un réseau 2D carré produit par deux paires de faisceaux contra-propageants (figure 4.18 (a)). Le potentiel pour ce type de configuration s'écrit :

$$U(x, y) = -\frac{U_0}{1 + \frac{y^2}{y_R^2}} \exp \left[ -\frac{2x^2}{w_0^2 \left(1 + \frac{y^2}{y_R^2}\right)} \right] \sin^2 \left( \frac{\pi y}{d} \right) - \frac{U_0}{1 + \frac{x^2}{x_R^2}} \exp \left[ -\frac{2y^2}{w_0^2 \left(1 + \frac{x^2}{x_R^2}\right)} \right] \sin^2 \left( \frac{\pi x}{d} \right), \quad (4.40)$$

avec  $w_0$  le waist des faisceaux,  $x_R$  et  $y_R$  les longueurs de Rayleigh de chaque faisceau. La figure 4.18 représente différentes cavités pour onde de matière obtenues pour cette configuration de faisceaux pour différentes énergies et différentes profondeurs du potentiel. Les cavités sont délimitées par des gaps spatiaux. Pour déterminer la forme de ces cavités nous procédons en trois étapes :

1. Pour chaque position nous calculons le diagramme de bande à deux dimensions associé à la profondeur locale du réseau (de même manière qu'à une dimension).
2. Nous choisissons une énergie  $E_0$ .
3. Si  $E_0$  est dans une bande interdite nous traçons un point noir. Ainsi les zones en noir correspondent aux gaps spatiaux et les zones en blanc aux bandes de conduction.

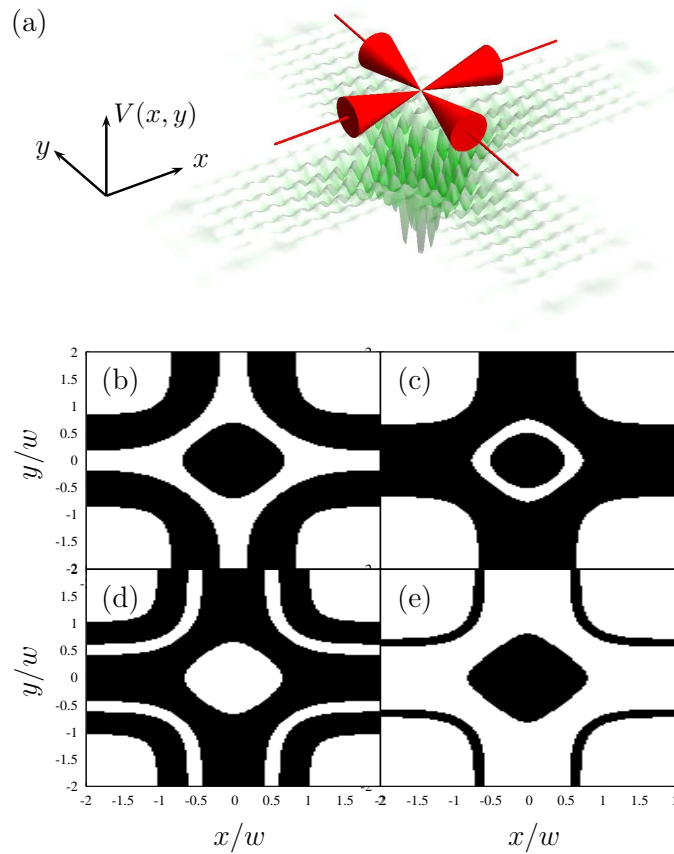


FIGURE 4.18 – (a) Schéma du potentiel (4.40) pour un réseau produit par des faisceaux gaussien avec  $x_R/w_0 = y_R/w_0 = 20$ . figure (b) à (e) représentation des gaps spatiaux (zones noires) pour différentes énergies  $E_0$  et différentes profondeurs du réseau  $U_0$ . (b)  $E_0 = 0.05E_L$  et  $U_0 = E_L/2$ , (c)  $E_0 = 0.25E_L$  et  $U_0 = E_L/2$  (d),  $E_0 = 0.35E_L$  et  $U_0 = E_L$ , (e)  $E_0 = 0.5E_L$  et  $U_0 = E_L/2$ .

Remarque : À deux dimensions l'exposant caractéristique des solutions de l'équation de Mathieu est un vecteur anisotrope et ne peut pas être représenté sur un diagramme en deux dimensions.

Sur la figure 4.18 nous donnons quatre exemples de cavités pour différentes énergies  $E_0$  et profondeurs  $U_0$  de potentiel.

La géométrie de la figure 4.18 (b) est intéressante pour le guidage d'ondes de matière. La symétrie des trajets possibles dans la cavité peut être utilisée en interférométrie atomique. La configuration de la figure 4.18 (d) pourrait être intéressante pour étudier des effets dynamiques complexe et l'effet tunnel à deux dimensions. Cette cavité ressemble à une cavité de type billard dont les bords sont des barrières tunnels au lieu de potentiels infinis. Cette forme de cavité est connue pour permettre d'atteindre des régimes où la dynamique du paquet d'onde est chaotique [127]. La présence de barrières tunnels sur les bords de la cavité ouvre de nouvelles possibilités concernant l'étude expérimentale de l'effet tunnel en présence de chaos tels que l'effet tunnel chaotique [128] ou l'effet tunnel assisté par le chaos [129].

## 4.7.2 Structure de bande dépendant du temps

Dans les cas précédents nous avons considéré des potentiels statiques. L'ajout d'une modulation temporelle du réseau permet de faire apparaître des nouveaux effets aux applications intéressantes [58, 130]. Je donne ici les idées principales développées dans [60] concernant des utilisations possibles de réseaux modulés en temps de type :

$$U(z; t) = - \left[ 1 + \alpha \sin^2(2\pi\nu t) \right] \times V_0(z) \sin^2 \left( \frac{\pi z}{d} \right), \quad (4.41)$$

avec  $V_0(z) = U_0 \exp(-2z^2/w^2)$ . Le coefficient  $\alpha$  représente l'amplitude de la modulation temporelle et  $\nu$  sa fréquence.

Les solutions de l'équation de Schrödinger pour ce potentiel peuvent s'exprimer localement grâce aux fonctions de Floquet-Bloch [58]. Physiquement la modulation temporelle ouvre de nouveaux gaps dans la structure de bande locale. Dans la limite de faibles amplitudes, une modulation de fréquence  $\nu$  crée un gap lorsque  $h\nu$  est égal à la différence d'énergie  $\Delta E$  entre deux bandes du diagramme d'énergie en l'absence de modulation. Différents cas tels que la diffusion sur le réseau d'un paquet d'onde initialement en dehors du réseau ainsi que la manipulation de paquets d'onde à l'intérieur du réseau sont étudiés en détails dans la thèse de F. Damon [131]. Nous décrivons ici le deuxième cas qui correspond à la configuration de l'expérience de cavité présentée dans la section 4.6 mais dont l'amplitude du réseau est modulée en temps.

### Cas d'un paquet d'onde initialement au centre du réseau

On considère la situation de la figure 4.19 (a). Un paquet d'onde est initialement lancé au centre du réseau avec une vitesse moyenne  $\bar{v}$  telle qu'il soit

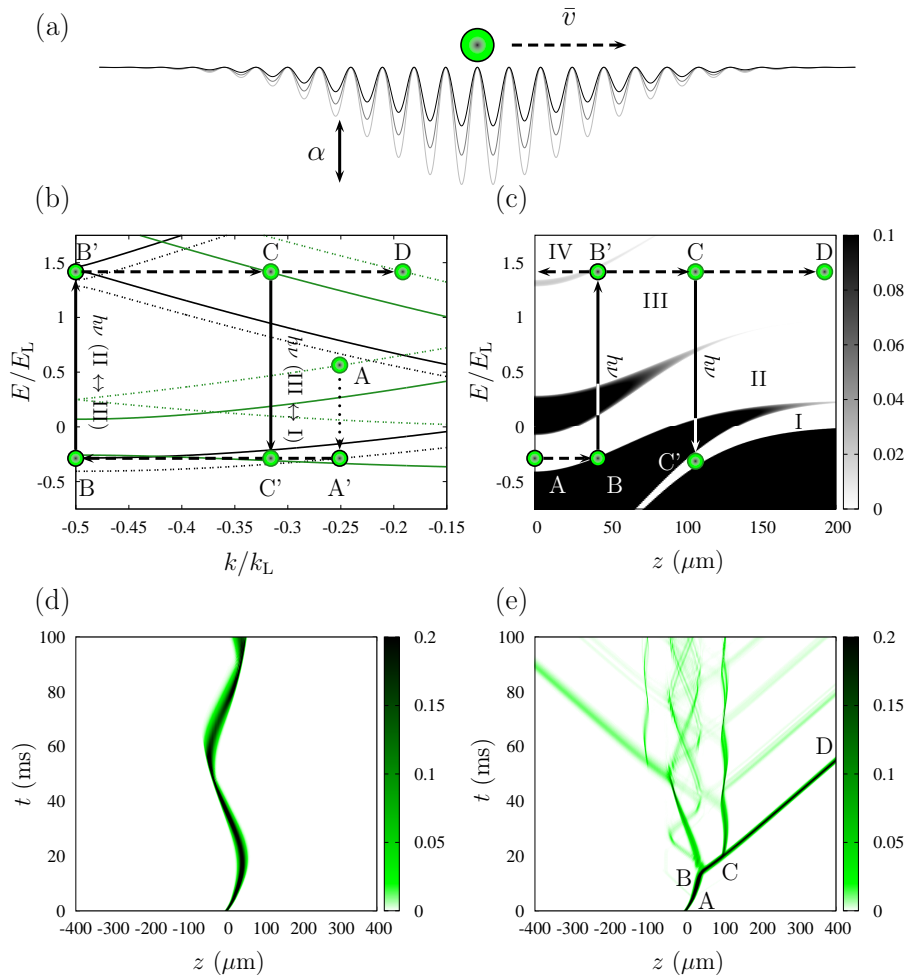


FIGURE 4.19 – (a) Propagation du paquet d'onde de vitesse moyenne  $\bar{v}$  dans le réseau modulé (4.41) de profondeur  $U_0 = 2E_L$ . (b) Position du paquet d'onde dans le diagramme de bande correspondant pour différentes profondeurs de potentiel (i.e. différentes positions). (c) Partie imaginaire de l'exposant caractéristique en fonction de la position dans le réseau et de l'énergie de la particule. (d) Oscillation du paquet d'onde de vitesse moyenne  $\bar{v}$  et de dispersion de vitesse  $\Delta v = 0.23$  mm/s dans la cavité de la seconde bande en l'absence de modulation. (e) Propagation du paquet d'onde dans les mêmes conditions avec une modulation du réseau de  $\alpha = 33$  % à la fréquence  $\nu = 5$  kHz.

initialement sur le milieu de la seconde bande de conduction après chargement adiabatique à une profondeur de réseau  $q = U_0/E_L = 2$  ( $A \rightarrow A'$  sur la figure 4.19 (b)).

Comme le montre la figure 4.19 (d), en l'absence de modulation le paquet d'onde oscille dans la cavité délimitée par le gap entre la première bande et la seconde bande de conduction. Lorsque l'on branche la modulation le paquet d'onde se propage à énergie constante dans la cavité jusqu'à la position où la condition de résonance  $h\nu = \Delta E$  est satisfaite. Les atomes peuvent alors être excités sur la bande supérieure. Pour une fréquence de modulation  $\nu = 5$  kHz cette condition est vérifiée au point B sur la figure 4.19 (c). Dans ce cas, à peu près 20% des atomes sont excités vers le point B' de la troisième bande. Les atomes promus sur la troisième bande ne sont plus dans une cavité et continuent à se propager jusqu'au point C, où la condition de résonance est satisfaite à nouveau. Une fraction des atomes est alors désexcitée vers la bande inférieure au point C'. À ce moment là, les atomes sont dans une cavité latérale du réseau et oscillent à l'intérieur. Les atomes sont passés "au dessus" d'un gap spatial grâce aux transitions Landau-Zener induites par la modulation du réseau.

La figure 4.19 (e) est une simulation de propagation dans le réseau de profondeur  $q = U_0/E_L = 2$  modulé à 5 kHz. En réalité la condition de résonance est aussi vérifiée en B pour une transition vers la cavité de la quatrième bande, il apparaît alors plusieurs trajectoires possibles au centre du réseau. On peut aussi voir des paquets d'atomes sortir vers la droite du réseau lorsqu'ils rencontrent la condition de résonance après une oscillation dans la cavité latérale. Dans cette cavité les gaps spatiaux sont très larges, si nous arrêtons la modulation de l'amplitude du réseau une fois les atomes chargés dans la cavité latérale, alors il est possible de les garder confinés indéfiniment.

Dans le cas présenté ici la profondeur du réseau est relativement faible ( $q = 2U_0/E_L$ ). Lorsque l'on augmente la profondeur, il apparaît d'autres cavités latérales. En utilisant une modulation de fréquence et d'amplitude bien choisie il devrait être possible de charger plusieurs cavités lors d'une expérience et de contrôler le couplage entre ces cavités. En allumant la modulation ou en l'éteignant il est aussi possible de choisir à quel moment les paquets d'atomes seront découplés du réseau, créant ainsi des sources d'atomes contrôlables.



## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu comment l'enveloppe finie d'un réseau peut produire une structure de bande locale à l'aide du théorème de Bloch et des solutions de l'équation de Mathieu. Nous avons détaillé la mise en place du réseau à enveloppe gaussienne sur l'ancienne expérience et la calibration de la profondeur du réseau à l'aide de la diffraction Kapitza-Dirac. Cette configuration nous a permis de démontrer la réalisation expérimentale de gaps spatiaux résultants de l'enveloppe finie du réseau. Ces gaps spatiaux peuvent avoir des probabilités de transmission équivalentes à de très fines barrières répulsives. Ils ouvrent de nouvelles perspectives pour l'étude de l'effet tunnel à travers des barrières simples incluant les barrières tunnels modulées en temps [58], l'effet tunnel sur des fonctions d'onde à  $N$  corps (tels que des solitons) [132–134], les expériences de type Josephson [105, 106]. Dans notre article le plus récent le problème a été généralisé à deux dimensions [60], créant ainsi des cavités présentant des caractéristiques proches de système tels que les billards quantiques. Enfin, nous avons vu comment l'ajout d'une modulation temporelle du réseau permet d'influencer la dynamique des atomes dans le réseau, produisant ainsi des sources d'atomes contrôlables.

# Chapitre 5

## Manipulation de fonctions d'onde à N corps dans l'espace des phases

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>114</b>
<b>5.2</b>	<b>Rappels sur la fonction de Wigner</b>	<b>115</b>
<b>5.3</b>	<b>Fonction de Wigner pour les systèmes <math>N</math> corps auto-similaires</b>	<b>116</b>
5.3.1	Loi d'échelle pour un paquet d'onde gaussien sans interactions	116
5.3.2	Loi d'échelle pour un condensat de Bose-Einstein dans la limite de Thomas-Fermi	117
<b>5.4</b>	<b>Compression dans l'espace des positions</b>	<b>119</b>
<b>5.5</b>	<b>Compression dans l'espace des vitesses</b>	<b>120</b>
5.5.1	Refroidissement percussif ( $\delta$ -kick)	122
5.5.2	Renversement du temps	124
<b>5.6</b>	<b>Comparaison quantitative entre les cas avec et sans interaction</b>	<b>125</b>
5.6.1	Dispersion de vitesse dans le régime de Thomas-Fermi	125
<b>5.7</b>	<b>Anharmonicités du potentiel</b>	<b>128</b>
<b>5.8</b>	<b>Protocole d'ordre supérieur : augmentation de la fiabilité du refroidissement</b>	<b>129</b>
<b>5.9</b>	<b>Accélération du mode de respiration d'un nuage d'atomes confiné</b>	<b>130</b>
5.9.1	Potentiel effectif et caractéristiques	131
5.9.2	Impression de phase	132
5.9.3	Ordre de grandeur pour la mise en place expérimentale	134
<b>5.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>135</b>

---

## 5.1 Introduction

Les manipulations dans l'espace des phases sont au cœur de développements spectaculaires dans la physique des atomes et des molécules. Le refroidissement laser d'échantillons d'atomes froids est un exemple fondamental de l'augmentation de la densité dans l'espace des phases [68]. D'autre part, le refroidissement par évaporation exploite la nature irréversible des collisions à 3D pour augmenter la densité dans l'espace des phases d'un sous-ensemble de particules confinées. La densité dans l'espace de phases des jets atomiques peut aussi être augmentée grâce à des techniques similaires [135,136]. La démonstration d'appareils de type démon de Maxwell, qui combinent des potentiels conservatifs à une étape irréversible, appartient à la même catégorie de manipulations dans l'espace des phases [135, 137]. En absence de mécanismes dissipatifs, le volume dans l'espace des phases est conservé. Les manipulations qui peuvent être mis en place dans l'espace des positions avec des potentiels dépendant du temps bien choisis, font intervenir séparément ou en combinaison :

- une translation (utilisée par exemple pour le ralentissement de paquet atomiques ou moléculaires [138–142])
- une déformation [139,143,144], incluant les compressions [48,143,145–149]
- les dilatations [150] dans l'espace des positions ou des vitesses. De telles méthodes sont assez générales.

Ces manipulations ne reposent pas sur une structure interne spécifique et peuvent donc être appliquées à une grande variété de particules, incluant les neutrons [151,152].

Dans l'article [146] les auteurs ont proposé un protocole manipulation dans l'espace des phases en deux étapes permettant la réduction de la dispersion de vitesse d'un paquet d'onde non-interagissant. Cette méthode est basée sur l'impression d'une phase sur la fonction d'onde et a démontré le refroidissement efficace de gaz thermiques et de condensats de Bose-Einstein, menant récemment à des températures très basses de l'ordre de 50 pK [153]. Cette réduction efficace de la dispersion de vitesse est d'un grand intérêt pour les mesures de précision basées sur l'interférométrie atomique [154, 155] ainsi que pour la réalisation de simulations quantiques [156].

De telles techniques ont commencées à être appliquées très récemment aux atomes fortement interagissant [157]. Dans ce chapitre on s'intéresse précisément à la généralisation de tels concepts de refroidissement et à la manipulation dans l'espace des phases de systèmes quantiques sans interactions ou à N corps mais dont la dynamique est auto-similaire [158,159].

Nous commencerons par un rappel sur la fonction de Wigner que nous utiliserons par la suite pour caractériser les distributions dans l'espace des vitesses. Nous montrerons ensuite que l'utilisation de lois d'échelles en partant des équations hydrodynamiques permet de calculer la dynamique dans l'espace des phases pour différentes classes d'ensemble de particules telles que des paquets d'onde gaussien à des condensats de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi. Dans

la section 5.4, on s'intéresse à la compression spatiale d'un nuage d'atomes par application d'une force soudaine et on en déduit le facteur de compression maximal pour une force donnée. Nous verrons ensuite le formalisme de Wigner général qui peut être utilisé pour une compression et un déplacement dans l'espace des vitesses. On définira ainsi un opérateur de renversement du temps permettant de refocaliser une fonction d'onde. La section 5.6 propose une comparaison concrète entre les cas avec et sans interactions. Nous verrons qu'il est possible de garder une certaine efficacité sur la compression en vitesse malgré la présence d'interactions répulsives. Nous étudierons l'effet des anharmonicités du potentiel appliqué dans le protocole de compression dans l'espace des vitesses. Enfin, dans les deux dernières sections nous proposons deux protocoles de manipulation dans l'espace des phases. Le premier est un protocole de compression en plusieurs étapes s'apparentant à un écho de spin. Le deuxième est un protocole permettant d'accélérer le mode de respiration d'un nuage d'atomes dans un piège décomprimé.

## 5.2 Rappels sur la fonction de Wigner

En mécanique quantique l'espace des phases ne peut pas être considéré de la même manière que dans le cas classique avec une fonction de distribution habituelle. En effet, la relation d'incertitude d'Heisenberg empêche d'associer un point  $(x, p)$  de l'espace des phases à une particule. Pour décrire cet espace des phases quantique, E. P. Wigner a introduit une représentation mixte de l'opérateur densité que l'on appelle aujourd'hui la fonction de Wigner [160] notée  $W(x, p; t)$ . Pour un mélange statistique (incluant le cas pur) la fonction de Wigner s'écrit :

$$W(x, p; t) = \frac{1}{\pi\hbar} \int g_1(x+y, x-y; t) e^{2ipy/\hbar} dy. \quad (5.1)$$

où  $g_1(x, x'; t)$  est l'opérateur matrice densité réduite à 1 corps [68]. La fonction de Wigner est par essence une transformation de Fourier, impliquant une convolution de la fonction d'onde avec elle-même, explorant symétriquement l'espace des phases autour d'un point  $(x, p)$  donné. En intégrant la fonction de Wigner sur la variable  $x$  (resp.  $p$ ) on obtient la densité de probabilité de présence dans la représentation  $p$  (resp.  $x$ ). On peut aussi définir la valeur moyenne d'une fonction  $A(x)$  à partir de la fonction de Wigner :

$$\langle A(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x, p, t) A(x) dx dp, \quad (5.2)$$

et de même manière pour une fonction de  $p$ . La fonction de Wigner n'est pour autant pas une densité dans l'espace des phases au sens classique du terme : elle peut prendre des valeurs négatives. C'est donc une fonction intrinsèquement quantique qui incorpore les effets d'interférences.

## 5.3 Fonction de Wigner pour les systèmes $N$ corps auto-similaires

Les systèmes quantiques à  $N$  corps montrant une dynamique auto-similaire incluent les condensats de Bose-Einstein [161, 162], le gaz de Tonks-Girardeau [163, 164], certains états de Lieb-Liniger [165], les mélanges de gaz fortement interagissant [166], etc. Un gaz classique non-interagissant décrit par sa fonction de distribution dans l'espace des phases et gouverné par l'équation de Boltzmann appartient aussi à la même classe de problème [167].

Je détaille ici la mise en place des lois d'échelle permettant par la suite de calculer la fonction de Wigner  $W(x, p; t)$  d'un paquet d'onde initialement au repos dont on relâche soudainement le confinement au temps  $t = 0$ . Sans perte de généralités deux cas spécifiques d'états purs seront comparés dans la suite : (i) un paquet d'onde gaussien sans interactions et (ii) la fonction d'onde de champ moyen associée à un condensat de Bose-Einstein (CBE) dans le régime de Thomas-Fermi. Dans les deux cas, la fonction d'onde initiale s'écrit  $\Psi(x, 0) = n_0^{1/2}(x)$ , où  $n_0$  est la densité atomique.

### 5.3.1 Loi d'échelle pour un paquet d'onde gaussien sans interactions

On considère ici un paquet d'onde gaussien à 1D sans interaction. Dans ce premier cas, la fonction d'onde atomique s'écrit avec :

$$n_0(x) = e^{-x^2/\sigma_0^2}(\pi^{1/2}\sigma_0)^{-1} \quad (5.3)$$

et peut être considérée comme l'état fondamental d'un piège harmonique de fréquence angulaire  $\omega_0$  [ $\sigma_0 = (\hbar/m\omega_0)^{1/2}$ ]. Le paquet d'onde est relâché de son confinement harmonique à  $t = 0$  dans un champ d'accélération constant  $g$  (typiquement l'accélération de la gravité). On commence par écrire l'équation de Liouville pour la fonction de Wigner :

$$\frac{dW}{dt} = \partial_t W + \dot{x}\partial_x W + \dot{p}\partial_p W = 0 \Rightarrow \partial_t W + (p/m)\partial_x W + mg\partial_p W = 0, \quad (5.4)$$

en prenant  $\dot{x} = p/m$  et  $\dot{p} = mg$ .

#### Transformation des coordonnées

Pour trouver la solution de l'équation (5.4), nous utilisons un ansatz faisant intervenir des paramètres d'échelle pour écrire la fonction de Wigner  $W(x, p; t)$  comme la fonction de Wigner initiale  $W_0(X, P)$  mais pour de nouvelles coordonnées  $X$  et  $P$  dépendants du temps.

On cherche alors les nouvelles coordonnées sous la forme [161] :

$$X(x, p, t) = (x - \eta)/\alpha \text{ et } P(x, p, t) = \alpha(p - m\dot{\eta}) - m\dot{\alpha}(x - \eta). \quad (5.5)$$

Les paramètres  $\alpha(t)$  et  $\eta(t)$  représentent respectivement le facteur de dilatation spatiale du nuage et la position du centre de masse du nuage [168]. Avec ces nouvelles coordonnées la fonction de Wigner s'écrit maintenant comme la fonction de Wigner initiale pour les nouvelles coordonnées :

$$W(x, p; t) = W_0(X, P) \quad (5.6)$$

Pour calculer la fonction de Wigner il faut calculer  $\alpha(t)$  et  $\eta(t)$ .

### Déduction des paramètres d'échelle

En calculant les différentes dérivées de  $W$  par rapport à  $x$ ,  $p$  et  $t$  on trouve une solution auto-consistante pour les équations différentielles relatives à  $\alpha(t)$  et  $\eta(t)$  suivantes [169] :

$$\ddot{\eta} = g \quad (5.7)$$

et

$$\ddot{\alpha} = \frac{\omega_0^2}{\alpha^3}. \quad (5.8)$$

La solution de l'équation différentielle sur  $\alpha(t)$  est analytique est s'écrit :

$$\alpha(t) = \sqrt{1 + \omega_0^2 t^2}, \quad (5.9)$$

avec  $\alpha(0) = 1$ ,  $\dot{\alpha}(0) = 0$  et  $\alpha > 0$ .

### 5.3.2 Loi d'échelle pour un condensat de Bose-Einstein dans la limite de Thomas-Fermi

On considère maintenant un condensat de Bose-Einstein dans la limite de Thomas-Fermi, initialement dans le même potentiel harmonique de fréquence angulaire  $\omega_0$ . On utilisera la transformation (5.5) de même manière que pour le cas gaussien. La fonction d'onde normalisée au nombre d'atomes s'écrit dans ce cas  $\Psi(x, 0) = \sqrt{n_0(x)}$ , où  $n_0$  est la densité atomique donnée par :

$$n_0(x) = \frac{\mu - m\omega_0^2 x^2 / 2}{\bar{g}}, \quad (5.10)$$

avec  $\mu$  est le potentiel chimique et  $\bar{g} = 4\pi\hbar^2 a_s / m$  représente la force des interactions avec  $a_s$  la longueur de diffusion. Pour décrire la dynamique nous utilisons l'ansatz :

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{n_0\left(\frac{x - \eta}{\alpha}\right)} e^{iS(x, t)}. \quad (5.11)$$

Pour obtenir l'expression du paramètre d'échelle  $\alpha(t)$  et de la phase  $S(x, t)$  il faut utiliser les équations hydrodynamiques. En injectant l'ansatz (5.11) dans l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps on peut identifier la partie imaginaire et la partie réelle aux équations de l'hydrodynamique [162, 170]. De cette manière l'équation de continuité pour la densité donne l'expression du champ de vitesse :

$$\partial_t n + \partial_x (n v_x) = 0 \Rightarrow v_x = \dot{\eta} + \dot{\alpha} \frac{x - \eta}{\alpha}. \quad (5.12)$$

La phase  $S$  peut être déduite directement du champ de vitesse grâce à la relation  $v_x = \hbar \partial_x S / m$  :

$$S(x, t) = \frac{m\alpha}{\hbar} \left[ \dot{\eta} \left( \frac{x - \eta}{\alpha} \right) + \frac{\dot{\alpha}}{2} \frac{(x - \eta)^2}{\alpha^2} \right] \quad (5.13)$$

D'autre part l'équation d'Euler pour le champ de vitesse dans le régime de Thomas-Fermi s'écrit :

$$m \partial_t v_x = \partial_x \left( -\frac{1}{2} m v_x^2 - m g x - \bar{g} n(x, t) \right). \quad (5.14)$$

En combinant les équations (5.10) et (5.11) dans (5.14), on trouve les équations satisfaites par la position du centre de masse et le facteur de dilatation :

$$\ddot{\eta} = g \text{ et } \ddot{\alpha} = \frac{\omega_0^2}{\alpha^2}. \quad (5.15)$$

On trouve ici un dénominateur en  $\alpha^2$  au lieu de  $\alpha^3$  pour le cas sans interactions (équation (5.8)).

### Généralisation

Grâce aux résultat précédent, on peut écrire une équation plus générale englobant les deux cas :

$$\ddot{\alpha} = \omega_0^2 / \alpha^\xi \quad (5.16)$$

où  $\xi$  distingue les deux types de fluides quantiques : dans le cas avec interactions d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi,  $\xi = 2$  et dans le cas sans interactions d'un paquet d'onde gaussien,  $\xi = 3$ . Dans les deux cas, l'utilisation de la loi d'échelle donne la fonction de Wigner instantanée  $W(x, p; t)$  lors de l'expansion d'un nuage d'atomes dans un champ d'accélération  $g$  comme étant simplement la fonction de Wigner initiale  $W_0(X, P)$ , avec  $X = (x - \eta) / \alpha$  et  $P = \alpha(p - m\dot{\eta}) - m\dot{\alpha}(x - \eta)$ . À la différence du cas sans interaction, la solution n'est plus analytique mais il est toujours possible de trouver la solution asymptotique pour les temps longs.

### Limite asymptotique aux temps longs

D'après (5.16) la dérivée du facteur de dilatation s'écrit :

$$\dot{\alpha} = \omega_0 \left[ 2(1 - \alpha^{-\xi+1}) / (\xi - 1) \right]^{1/2}, \quad (5.17)$$

Dans la limite des temps longs  $t \gg 1/\omega_0$  pour le cas non-interagissant on a :

$$\dot{\alpha} \sim \omega_0, \quad (5.18)$$

et dans le régime de Thomas-Fermi :

$$\dot{\alpha} \sim \sqrt{2}\omega_0. \quad (5.19)$$

Une fois que l'énergie de champ moyen est entièrement transférée dans l'énergie cinétique, l'expansion du nuage se comporte comme une expansion libre avec une évolution du facteur de dilatation correspondant à une fréquence angulaire initiale  $\sqrt{2}\omega_0$ . L'évolution garde une empreinte des interactions qui finalement ne dépend pas de  $\bar{g}$ .

## 5.4 Compression dans l'espace des positions

L'une des manipulations dans l'espace les plus simples est la réduction de la dispersion spatiale du paquet d'onde (voir figure 5.1). Une stratégie possible consiste à augmenter adiabatiquement la profondeur du piège jusqu'à la valeur voulue. Il est aussi possible d'utiliser une approche plus rapide en appliquant soudainement un potentiel harmonique de fréquence angulaire  $\omega$  sur le paquet d'onde pendant un temps très court  $\Delta t \ll 1/\omega_0$  après l'avoir relâché de son confinement initial. Cela imprime une phase quadratique telle que  $\psi(x, \Delta t) = e^{-i\gamma x^2} \psi(x, 0)$  avec  $\gamma = m\omega^2 \Delta t / 2\hbar$ . On redéfinit alors le facteur de dilatation  $\alpha$  par  $\dot{\alpha}(\Delta t) = -\omega^2 \Delta t$  de la manière suivante :

On considère un paquet d'onde initialement au repos, avec les conditions initiales  $\dot{\eta}(0) = 0$ ,  $\dot{\alpha}(0) = 0$ ,  $\eta(0) = 0$  (position du centre de masse) et  $\alpha(0) = 1$ . La phase s'écrit alors  $S(x, 0) = \frac{m}{\hbar} \frac{\dot{\alpha}(0)}{2\alpha(0)} x^2 = 0$ . Après l'application du potentiel harmonique il vient :

$$S(x, \Delta t) = -\frac{1}{2} \frac{m\omega^2 \Delta t}{\hbar} x^2 = \frac{m}{2\hbar} \frac{\dot{\alpha}(\Delta t)}{\alpha(\Delta t)} x^2. \quad (5.20)$$

Or  $\alpha(\Delta t) = 1$  (le système n'a pas le temps de s'étendre pendant  $\Delta t$ ). On obtient donc :

$$\dot{\alpha}(\Delta t) = -\omega^2 \Delta t. \quad (5.21)$$

Un tel potentiel peut être réalisé avec un champ magnétique pulsé ou un piège optique produit par un faisceau gaussien.

### Détermination du minimum de dilatation

Nous cherchons maintenant à déterminer le temps  $t_c$  au bout duquel le coefficient de dilatation devient minimum. L'équation différentielle (5.16) satisfaite par le facteur de dilatation dépendant du temps  $\alpha(t)$  permet de déduire une constante du mouvement analogue à l'énergie :

$$\frac{1}{2} \frac{d\dot{\alpha}^2}{dt} = \omega_0^2 \alpha^{-\xi} \dot{\alpha}. \quad (5.22)$$

En intégrant le terme de droite il vient :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \omega_0^2 \frac{\alpha^{-\xi+1}}{1-\xi} \right] = 0. \quad (5.23)$$

Cette équation est particulièrement adaptée pour déterminer la valeur minimale du facteur de dilatation  $\alpha_{\min}$  résultant de l'application soudaine du potentiel harmonique :

$$\frac{1}{2} \dot{\alpha}^2(\Delta t) - \omega_0^2 \frac{\alpha^{-\xi+1}(\Delta t)}{1-\xi} = -\omega_0^2 \frac{\alpha^{1-\xi}(t_c)}{1-\xi}, \quad (5.24)$$

où  $t_c$  est le temps d'évolution libre au bout duquel le paquet d'onde atteint sa taille minimale, c'est-à-dire tel que  $\dot{\alpha}(t_c) = 0$ . D'autre part, nous avons vu qu'en



$t = \Delta t$ , nous avons  $\alpha(\Delta t) = 1$  et  $\dot{\alpha}(\Delta t) = -\omega^2 \Delta t$ . Il vient naturellement :

$$\alpha^{-\xi+1}(t_c) = \frac{1}{2}(-\omega^2 \Delta t)^2 - \omega_0^2 \frac{1}{1-\xi} \times \left( -\frac{1-\xi}{\omega_0^2} \right). \quad (5.25)$$

On trouve alors :

$$\alpha_{\min}(\xi; \omega, \Delta t) = \left( 1 - (1-\xi) \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} (\omega \Delta t)^2 \right)^{1/(1-\xi)}. \quad (5.26)$$

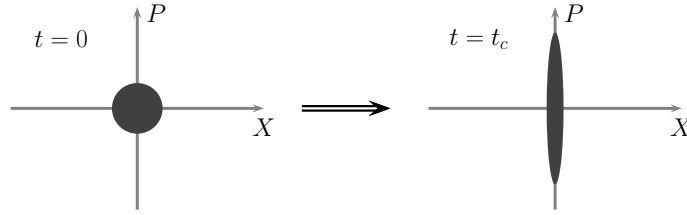


FIGURE 5.1 – Focalisation d'un paquet d'onde par application soudaine d'un potentiel harmonique attractif pendant un temps très court.

Le paquet d'onde atteint sa taille minimale,  $(\Delta r)_c = \alpha_{\min}(\Delta r)_0$ , à  $t \sim 1/\omega_0$  (l'équation 5.16 nous dit que l'évolution du facteur de dilatation  $\alpha(t)$  ne dépend que de  $\omega_0$  et de  $\xi$ ), où  $(\Delta r)_0$  est la taille initiale du nuage. Par conservation du volume dans l'espace des phases, la dispersion de vitesse augmente d'un même facteur  $(\Delta v)_c = (\Delta v)_0/\alpha_{\min}$ . Lorsque le nuage d'atomes atteint sa taille minimale, la fonction d'onde coïncide exactement avec celle de l'état fondamental du potentiel d'un oscillateur harmonique de fréquence angulaire  $\omega_c = \omega_0(\alpha_{\min}(\xi; \omega, \Delta t))^{1/(1-\xi)}$ ; cela veut dire que si à  $t_c$  on applique un tel potentiel, le paquet d'onde restera tel quel grâce à distribution spatiale adaptée au potentiel et à l'annulation de la phase  $S(x, t_c) = 0$ .

## 5.5 Compression dans l'espace des vitesses

Pour réduire la dispersion de vitesse, il est possible de réduire progressivement la force de piégeage. Cependant, plus la fréquence angulaire finale est faible, plus le temps nécessaire pour satisfaire le critère d'adiabaticité est long. De plus, la sensibilité aux bruits expérimentaux de basses fréquences limite intrinsèquement la dispersion de vitesse qu'il est possible d'atteindre. Le protocole en deux étapes présenté dans cette section permet de s'affranchir de ces limitations. Ce protocole a été initialement étudié pour les paquets d'onde sans interaction [146] et est communément appelé " $\delta$ -kick cooling protocol" en anglais (refroidissement par application d'une force soudaine ou refroidissement percussionnel). Dans la suite, nous l'appellerons protocole  $\delta$ -kick et la force soudaine appliquée sera appelée  $\delta$ -kick.

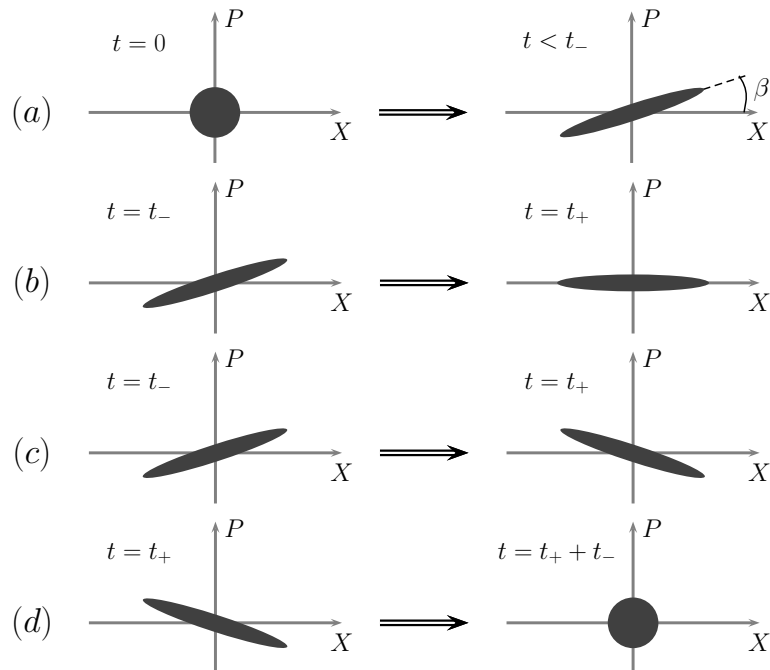


FIGURE 5.2 – Pour comprimer le paquet d'onde le long de l'axe des impulsions, deux étapes successives sont considérées : une expansion libre (a) suivie de l'application d'une force soudaine bien choisie pour assurer la rotation par l'angle  $\beta^*$  approprié (b). Une rotation de deux fois cet angle (c) est obtenue simplement en appliquant une force deux fois plus grande que celle utilisée pour la compression, cela renverse la corrélation position-vitesse et joue donc le rôle d'un opérateur renversement du temps. Le processus de renversement du temps complet implique trois étapes : propagation libre pendant un temps fini  $\tau$  (a), rotation d'un angle  $2\beta^*$  (c) et propagation libre pendant une durée égale  $\tau$  (d).

### 5.5.1 Refroidissement percussif ( $\delta$ -kick)

On prend ici le cas d'un état pur (fonction d'onde gaussienne sans interaction ou condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi). La généralisation pour les fonctions d'onde à  $N$  corps auto-similaires est étudiée dans [150], notamment pour le cas d'un gaz de Tonks-Girardeau. Le protocole considéré pour diminuer la dispersion en vitesse compte deux étapes :

1. Une expansion libre de la fonction d'onde (éventuellement dans un champ d'accélération  $g$  constant) jusqu'à un temps  $t = t_-$ . La figure 5.2 (a) présente un exemple schématique de l'évolution de la distribution dans l'espace des phases d'un paquet d'onde gaussien lors d'une expansion libre et sans champ d'accélération ( $g = 0$ ).
2. Ensuite, au temps  $t = t_-$ , une force linéaire  $F = -m\Omega^2(x - x_0)$  issue d'un potentiel harmonique est appliquée soudainement pour une très courte durée  $\Delta t = t_+ - t_-$  avec  $\Delta t \ll 1/\omega_0, t_-$ . La variable  $x_0$  définit l'écart entre le centre du potentiel harmonique et le centre de masse du nuage d'atomes.

Après l'application de la percussif (au temps  $t = t_+$ ), la fonction d'onde acquiert une phase supplémentaire :

$$\psi(x, t_+) = \exp\{-i\gamma(x - x_0)^2\} \psi(x, t_-), \quad (5.27)$$

où  $\gamma = m\Omega^2(t_+ - t_-)/(2\hbar)$ . Appliquer cette force revient à effectuer une rotation dans l'espace des phases (voir figure 5.2(b)). La fonction de Wigner correspondante s'écrit :

$$W(x, p, t_+) = \frac{1}{N\pi\hbar} \int dY f_0(X, Y) e^{2iPY/\hbar} \quad (5.28)$$

Avec  $P = \alpha(p + 2\hbar\gamma(x - x_0) - m\dot{\eta} - m\dot{\alpha}X)$ ,  $f_0(X, Y) = n_0^{1/2}(X+Y)n_0^{1/2}(X-Y)$  et  $Y = y/\alpha$ .

De cette expression, on déduit la valeur moyenne de l'impulsion :

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \int dx dp p W(x, p, t_+) \\ &= \frac{1}{N\pi\hbar} \int dX dY dP \left[ \frac{P}{\alpha} + aX + p_t \right] f_0(X, Y) e^{2iPY/\hbar} \\ &= \frac{\langle p \rangle_0}{\alpha} + a\langle x \rangle_0 + p_t, \end{aligned} \quad (5.29)$$

avec

$$a = m\dot{\alpha} - 2\hbar\gamma\alpha \quad (5.30)$$

et

$$p_t = m\dot{\eta} - 2\hbar\gamma(\eta - x_0). \quad (5.31)$$

La quantité  $p_t$  représente un décalage dans l'espace des impulsions produit par le décalage  $x_0$  du centre de la force appliquée avec le centre du nuage. On calcule maintenant  $\langle p^2 \rangle$  de la même manière :

$$\langle p^2 \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle_0}{\alpha^2} + a^2 \langle x^2 \rangle_0 + p_t^2 + \frac{2p_t}{\alpha} \langle p \rangle_0 + 2ap_t \langle x \rangle_0 + \frac{2a}{\alpha} \langle xp \rangle_0. \quad (5.32)$$

La variance de l'impulsion après le  $\delta$ -kick s'écrit finalement :

$$(\Delta p)^2 = \frac{(\Delta p)_0^2}{\alpha^2} + a^2 (\Delta x)_0^2 + \frac{2a}{\alpha} (\langle xp \rangle_0 - \langle x \rangle_0 \langle p \rangle_0). \quad (5.33)$$

On voit que la dispersion d'impulsion après le  $\delta$ -kick est une somme de trois termes dont le premier  $((\Delta p)_0^2/\alpha^2)$  est uniquement fonction de la dispersion d'impulsion initiale et est inversement proportionnel à  $\alpha^2$ . Les deux termes suivants sont proportionnels au paramètre  $a$ . Pour minimiser la dispersion d'impulsion  $(\Delta p)^2$ , il faut fixer le paramètre  $a$  (de l'égalité (5.30)) à zéro de sorte que :

$$(\Delta p)^2 = \frac{(\Delta p)_0^2}{\alpha^2}, \quad (5.34)$$

avec la condition :

$$a = 0 \Rightarrow m\dot{\alpha} = 2\hbar\gamma\alpha. \quad (5.35)$$

Cette condition signifie que la vitesse d'expansion du nuage ( $\dot{\alpha}$ ) a été compensée par l'application du  $\delta$ -kick représentée ici par le terme  $\gamma$  : la phase imprimée par l'application du  $\delta$ -kick compense celle acquise pendant l'expansion libre. En terme de distribution dans l'espace des phases, cela correspond à une rotation optimale d'angle  $\beta = \beta^*$ , comme illustrée sur la figure 5.2 (b). La valeur de  $\gamma$  nécessaire dépend alors de l'évolution du facteur de dilatation  $\alpha$ , et est ajustable expérimentalement en contrôlant la quantité  $\Omega^2(t_+ - t_-)$ .

La réduction de la dispersion de vitesse correspondante est  $\Delta v(t_+) = \Delta v(0)/\alpha_-$  avec  $\alpha_- = \alpha(t_-)$ . Ce résultat est particulièrement intéressant puisqu'il conduit à une réduction de la dispersion de vitesse uniquement dépendante de la dispersion de vitesse initiale en un temps court qui court-circuite n'importe quelle transformation adiabatique [171]. En l'absence d'interactions, on a (cf : (5.9))  $\alpha(t) = (1 + \omega_0^2 t^2)^{1/2}$  ainsi la dispersion de vitesse s'écrit :

$$\Delta v(t) = \Delta v(0)/(1 + \omega_0^2 t^2)^{1/2}. \quad (5.36)$$

La valeur spécifique de l'angle,  $\beta = \beta^*$ , est aussi celle qui annule le terme quadratique en  $x$  dans la phase  $S(x, t_+)$ . Il en résulte que la fonction d'onde au temps  $t_+$  prend la forme :

$$\Psi(x, t_+) = \frac{\sqrt{n_0(x/\alpha_-)}}{\alpha_-^{1/2}} e^{i\kappa x} \quad (5.37)$$

Le terme linéaire en  $x$  dans la phase rend compte de la valeur moyenne de l'impulsion  $\hbar\kappa$  qu'il est possible d'obtenir avec ce protocole et dépend des conditions initiales. Pour le cas de la rotation optimale d'angle  $\beta = \beta^*$ , l'impulsion moyenne est égale à  $\langle p \rangle = \langle p \rangle_0/\alpha + p_t$ . Après le protocole en deux étapes la valeur moyenne est donc translatée de la quantité  $\langle p \rangle - \langle p \rangle_0 = \langle p \rangle_0(\alpha_-^{-1} - 1) + p_t$ .

En accord avec l'équation (5.31), il y a deux façons indépendantes de communiquer une impulsion moyenne au paquet d'onde tout en réduisant sa dispersion d'impulsion :

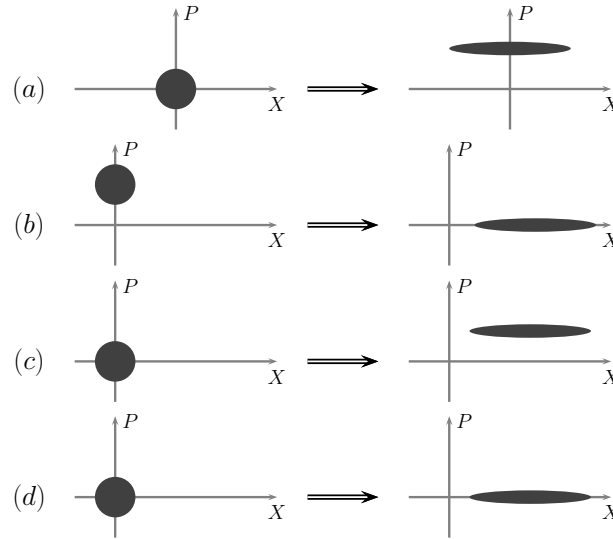


FIGURE 5.3 – (a) et (b) : En utilisant une force soudaine linéaire et décalée par rapport au centre du nuage, Il est possible de refroidir et de donner une impulsion moyenne au nuage simultanément. (c) et (d) : la position finale dans l'espace des phases du paquet d'onde comprimé peut être choisie grâce à une séquence appropriée d'expansion libre suivie d'un  $\delta$ -kick décalé spatialement ou non.

- En utilisant un champ d'accélération constant ( $g \neq 0$ ).
- En appliquant un potentiel harmonique décentré pour produire la force ( $x_0 \neq 0$ ).

Ces deux possibilités peuvent aussi être combinées (voir équation (5.31)). Dans la figure 5.3, quelques exemples de manipulations dans l'espace des phases sont décrites. En utilisant un potentiel harmonique décentré ( $x_0 \neq 0$ ) pour l'impression de phase, il est possible de mettre en mouvement le paquet d'onde et de le refroidir simultanément (figure 5.3 (a)). En utilisant des ordres de grandeurs réalistes pour un paquet d'onde sans interaction avec  $\omega_0 = 2\pi \times 150$  Hz et un temps d'expansion libre  $t_- = 5$  ms, on trouve  $\dot{\alpha}/\alpha = 192$  s<sup>-1</sup> ; pour un décalage  $x_0 = 20$   $\mu$ m, on obtient  $\bar{v} = 3.8$  mm/s.

Remarque : L'application d'une force linéaire soudaine imprime une phase quadratique avec la position de manière analogue à l'effet d'une lentille dans l'espace de Fourier en optique. Le rôle du protocole de refroidissement  $\delta$ -kick est de supprimer la phase acquise pendant la propagation. La vitesse qui résulte du refroidissement  $\delta$ -kick décentré correspond à l'utilisation de deux lentilles de focales opposées mais désalignées avec l'axe optique d'une distance  $d$ . L'analogue optique serait un faisceau collimaté et dévié d'un angle  $-d/f$  où  $f$  est la focale de la lentille. Cet angle joue le même rôle que le décalage de la vitesse moyenne.

## 5.5.2 Renversement du temps

Nous avons déjà vu que la rotation optimale par un angle  $\beta^*$  équivaut à annuler le terme quadratique de la phase de la fonction d'onde. En l'absence de

mouvement du centre de masse, si l'on effectue une rotation de la distribution dans l'espace des phases de deux fois cet angle,  $\beta = 2\beta^*$ , la phase est renversée :  $S(x, t_+) = -S(x, t_-)$ . Il en résulte que la fonction d'onde après application du  $\delta$ -kick est le conjugué de la fonction d'onde avant le  $\delta$ -kick :

$$\Psi(x, t_+) = \Psi^*(x, t_-) \quad (5.38)$$

Cette opération correspond exactement à l'opérateur renversement du temps. Cela veut dire que la fonction d'onde va se focaliser pour retrouver sa forme originelle en dépit des interactions répulsives (s'il y en a). Cette dernière situation est illustrée sur la figure 5.2 (c). L'évolution libre après rotation est alors une refocalisation vers l'état initial (figure 5.2 (d)).

Cette technique de renversement du temps permet de déterminer précisément le gain en dispersion de vitesse du refroidissement  $\delta$ -kick [153]. En effet, la valeur de la température peut être si basse ( $\sim 50$  pK) que le temps de vol utilisé pour pouvoir évaluer un changement de la taille d'un nuage de  $10 \mu\text{m}$  doit être de l'ordre de 200 ms. Cela peut poser des problèmes lorsque le nuage est en chute libre. Le nuage peut sortir de la zone d'imagerie ou simplement dans le cas de notre expérience, tomber sur le bord de la cellule. Nous verrons une autre application des possibilités qu'offre le renversement du temps dans la section 5.8.

## 5.6 Comparaison quantitative entre les cas avec et sans interaction

La dispersion de vitesse initiale pour un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi est petite comparée à celle d'un nuage non interagissant. Cependant, la dispersion de vitesse augmente lorsque l'on éteint le confinement car l'énergie d'interaction est convertie en énergie cinétique.

Dans la suite, nous comparons quantitativement les performances relatives du protocole de refroidissement  $\delta$ -kick pour une fonction d'onde gaussienne sans interaction et pour un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi. On se limite au cas d'un paquet d'onde initialement au repos ( $\dot{\eta} = 0$ ) et sans champ d'accélération ( $g = 0$ ). La généralisation de la solution proposée ici est directe pour  $g \neq 0$ .

### 5.6.1 Dispersion de vitesse dans le régime de Thomas-Fermi

**Dispersion de vitesse juste après le  $\delta$ -kick :  $t = t_+$**

Rappelons dans un premier temps l'expression de la dispersion de vitesse initiale d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi dans un potentiel harmonique de fréquence angulaire  $\omega_0$  [172] :

$$(\Delta v_{\text{TF}})(0) = \Delta v_0 \frac{\sqrt{2}}{\delta} \sqrt{\ln(\theta\delta)}, \quad (5.39)$$

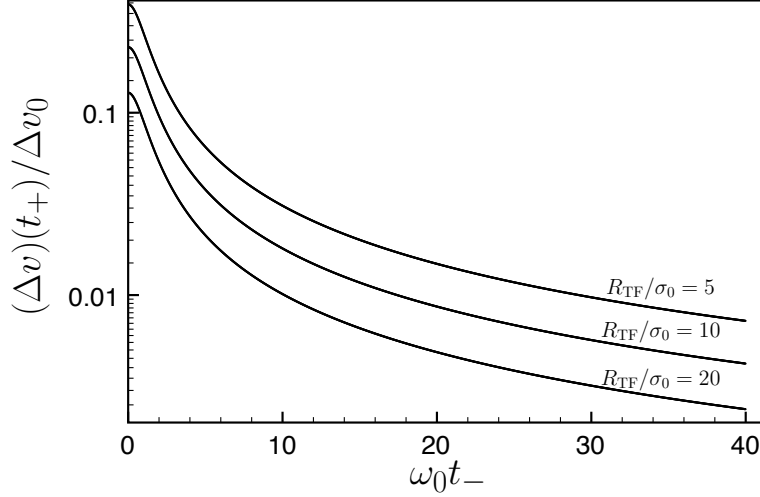


FIGURE 5.4 – Dispersion de vitesse juste après le protocole de refroidissement  $\delta$ -kick en fonction du temps  $t_-$  auquel la rotation est effectuée et pour différentes valeurs du rapport entre le rayon de Thomas-Fermi initial  $R_{\text{TF}}$  et la longueur harmonique  $\sigma_0$ . La dispersion de vitesse est normalisé à celle d'une fonction d'onde gaussienne dans l'état fondamental du même piège harmonique initial. Le temps est normalisé à  $\omega_0^{-1}$ .

avec  $\theta \simeq 1.373475\dots$  un facteur numérique,  $\delta = R_{\text{TF}}/\sigma_0$  avec  $\sigma_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega_0)}$  la taille du mode fondamental du potentiel et  $\Delta v_0 = (\hbar\omega_0/2m)^{1/2}$  la dispersion de vitesse de la fonction d'onde d'un paquet d'onde gaussien sans interaction dans le même potentiel harmonique. La rotation optimale d'angle  $\beta^*$  donnée par  $a = 0$  prend en compte la déformation de la surface dans l'espace des phases induite par les interactions à travers l'exposant  $\xi$  dans l'évolution du facteur de dilatation  $\alpha(t)$  (voir equation 5.16).

Avant l'application du  $\delta$ -kick ( $t < t_-$ ) la dispersion de vitesse est donnée par [168] :

$$(\Delta v)(t) = \Delta v_{\text{TF}}(0) \left[ \frac{1}{\alpha(t)^2} + \frac{1}{5} \left( 1 - \frac{1}{\alpha(t)} \right) \frac{\delta^4}{\ln(\theta\delta)} \right]^{1/2}. \quad (5.40)$$

À  $t = t_+$ , juste après le  $\delta$ -kick, nous avons  $\Delta v(t_+) = \Delta v_{\text{TF}}(0)/\alpha(t_-)$ . La figure 5.4 montre l'évolution du rapport  $(\Delta v)(t_+)/(\Delta v_0)$  en fonction du temps pour différentes valeurs du rapport  $\delta = R_{\text{TF}}/\sigma_0$  juste après le protocole en deux étapes. À première vue, on pourrait conclure que le gain en dispersion de vitesse du protocole de refroidissement  $\delta$ -kick est important pour le cas interagissant. Néanmoins l'énergie d'interaction est un réservoir qui peut augmenter significativement la dispersion de vitesse. Pour avoir une comparaison plus rigoureuse il faut s'intéresser à l'évolution de la dispersion de vitesse après le protocole en deux étapes, *i.e.* pour  $t > t_+$ .

**Dispersion de vitesse asymptotique :  $t \gg t_+$** 

D'un point de vue analytique, il n'est pas simple de déterminer l'évolution de la dispersion de vitesse après le  $\delta$ -kick, en dépit du fait que l'on connaisse l'expression exacte de la fonction d'onde à  $t_+$  :  $\Psi(x, t_+) = \sqrt{\tilde{n}(x)}$  où  $\tilde{n}(x) = n_0(x/\alpha_-)/\alpha_-^{1/2}$  et  $\alpha_- = \alpha(t_-)$ . En effet, cette forme de parabole inversée correspond à celle d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi pour lequel la force d'interaction serait  $g_+ = \bar{g}/\alpha_-^2$  et dont la force de confinement serait aussi réduite :  $\omega_+ = \omega_0/\alpha_-$ .

Le paramètre de Thomas-Fermi  $\chi = Na_s/\sigma_0$  avec  $a_s$  la longueur de diffusion de l'onde  $s$  caractérise le rapport de l'énergie d'interaction sur l'énergie cinétique (l'approximation de Thomas-Fermi est valable pour  $\chi \gg 1$ ). Après le  $\delta$ -kick ce paramètre est grandement réduit, on a  $\chi_+ = \chi/\alpha_-^{5/2}$ . Pour une expansion libre standard telle que  $3 \leq \alpha_- \leq 10$ , la fonction d'onde ne peut plus être considérée dans le régime de Thomas-Fermi. La dilution est trop importante et l'énergie d'interaction n'est plus assez grande comparée à l'énergie cinétique. Il en résulte que nous ne pouvons plus utiliser l'ansatz en loi d'échelle pour rendre compte de l'évolution temporelle de la fonction d'onde à  $t > t_+$ ; seuls des calculs numériques peuvent fournir la solution exacte [173].

Une autre façon de faire est d'obtenir la valeur asymptotique de la dispersion de vitesse analytiquement. Pour cela, nous calculons l'énergie cinétique  $E_{\text{kin}}(t_+)$  et l'énergie d'interaction  $E_{\text{int}}(t_+)$  puis nous utilisons la conservation de l'énergie :

$$(\Delta v)^2(\infty) = \frac{2}{mN} (E_{\text{kin}}(t_+) + E_{\text{int}}(t_+)). \quad (5.41)$$

Il est possible de calculer directement l'énergie d'interaction :

$$E_{\text{int}}(t_+) = E_{\text{int}}(0)/\alpha_-, \quad (5.42)$$

où  $E_{\text{int}}(0) = N\hbar\omega_0\delta^2/5$ . L'expression de l'énergie cinétique peut être obtenue de la référence [168] :

$$E_{\text{kin}}(t_+) = \frac{N\hbar\omega_0}{2\alpha_-^2\delta^2} \ln(\theta\delta). \quad (5.43)$$

Enfin, de l'équation (5.41), on déduit la dispersion de vitesse asymptotique pour  $t \gg t_+$  :

$$(\Delta v)(\infty) = \Delta v_0 \left[ \frac{4\delta^2}{5\alpha_-} + \frac{2\ln(\theta\delta)}{\alpha_-^2\delta^2} \right]^{1/2}. \quad (5.44)$$

La figure 5.5 montre l'évolution du rapport  $\Delta v(\infty)/\Delta v_0$  en fonction du temps pour différentes valeurs du rapport  $\delta = R_{\text{TF}}/\sigma_0$ . Asymptotiquement, le gain est plus modéré. Il est intéressant de noter que le rapport  $\Delta v(\infty)/\Delta v_0$  descend toujours en dessous de 1 si l'impression de phase est appliquée après un temps d'expansion libre assez long. Cela veut dire que la contribution des interactions répulsives à la dispersion de vitesse peut être complètement estompée en utilisant le protocole en deux étapes et qu'une dispersion inférieure au cas sans interaction peut être atteinte. En réalité la valeur asymptotique donne la prédiction la plus pessimiste. À cause de la dilution, le temps nécessaire pour atteindre la valeur asymptotique augmente considérablement après la rotation dans l'espace des



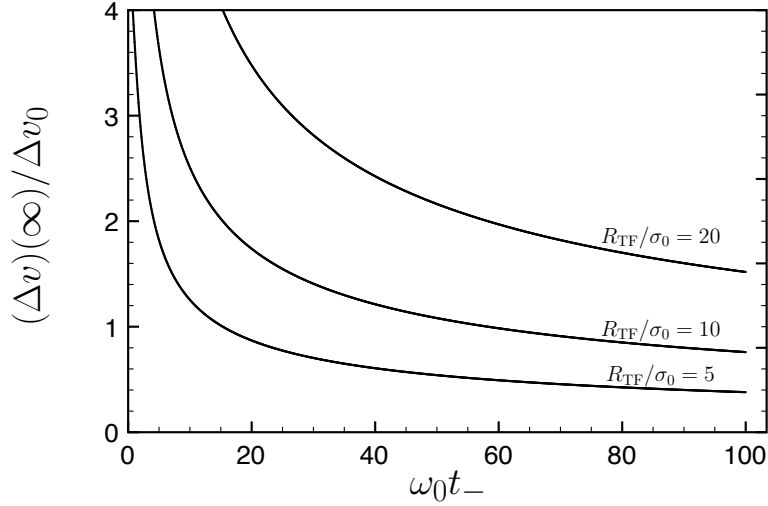


FIGURE 5.5 – Dispersion de vitesse asymptotique ( $t \gg t_+$ ) en fonction du temps  $t_-$  auquel la rotation est effectuée et pour différentes valeurs du rapport entre le rayon de Thomas-Fermi initial  $R_{TF}$  et la longueur harmonique  $\sigma_0$ . Le temps est normalisé à  $\omega_0^{-1}$ .

phases (d'un facteur  $\alpha_-$ ). Pour une expérience effectuée sur une échelle de temps courte devant  $\alpha_-/\omega_0$ , il est réellement possible de bénéficier du gain en dispersion de vitesse présenté sur la figure 5.4.

## 5.7 Anharmonicités du potentiel

Dans cette section, on s'intéresse à l'influence des anharmonicités du potentiel appliqué lors du protocole de refroidissement  $\delta$ -kick. Les calculs présentés concernent un état pur initialement au repos ( $\eta = 0$ ). On suppose ici que la phase imprimée ne correspond pas exactement à un potentiel quadratique mais qu'elle contient une correction cubique supplémentaire provenant d'un défaut du potentiel, dont l'analogie en optique serait la présence d'aberrations sphériques. Nous effectuons ici une analyse perturbative de l'effet des anharmonicités. L'hypothèse d'anharmonicité du potentiel implique que la fonction d'onde après impression de la phase s'écrit :

$$\begin{aligned} \psi(x, t_+) &= e^{-i\gamma x^2 + i\epsilon x^3} \psi(x, t_-) \\ &\simeq e^{-i\gamma x^2} \psi(x, t_-) \left( 1 + i\epsilon x^3 - \frac{\epsilon^2 x^6}{2} \right), \end{aligned} \quad (5.45)$$

avec  $\epsilon \ll 1$ . La fonction de Wigner contient un facteur supplémentaire  $\Lambda(x, y)$  par rapport au cas sans anharmonicités :

$$\begin{aligned} W(x, p, t_+) &= \frac{1}{N\pi\hbar} \int \psi^*(x+y, t_+) \psi(x-y, t_+) e^{2ipy/\hbar} dy \\ &= \frac{1}{N\pi\hbar} \int \psi^*(x+y, t_-) \psi(x-y, t_-) \Lambda(x, y) e^{2i\tilde{p}y/\hbar} dy \end{aligned} \quad (5.46)$$

avec  $\tilde{p} = p + 2\hbar\gamma x$ . Le développement au second ordre en  $\epsilon$  de  $\Lambda$  s'écrit :

$$\Lambda(x, y) \simeq 1 - 2i\epsilon y(3x^2 + y^2) - 2\epsilon^2 y^2 (9x^4 + 6x^2 y^2 + y^4). \quad (5.47)$$

On en déduit :

$$W(x, p, t_+) = \frac{1}{N\pi\hbar} \int dY g_0(X, Y) e^{2iPY/\hbar}, \quad (5.48)$$

avec  $g_0(X, Y) = f_0(X, Y)\Lambda(\alpha X, \alpha Y)$ ,  $P = \alpha\tilde{p} - m\dot{\alpha}x$  et  $X = x/\alpha$ ,  $Y = y/\alpha$ . En utilisant la même notation que dans la section 5.5, on obtient :

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \int dx dp p W(x, p, t_+) \\ &= \frac{1}{N\pi\hbar} \int dX dP dY \left[ \frac{P}{\alpha} + aX \right] g_0(X, Y) e^{2iPY/\hbar} \\ &= \frac{1}{N\pi\hbar} \frac{1}{\alpha} \int dX \left( -\frac{\pi\hbar^2}{2i} \right) \partial_Y g_0(X, Y) \Big|_{Y=0} + 0 \\ &= \frac{1}{N\pi\hbar} \frac{1}{\alpha} \left( -\frac{\pi\hbar^2}{2i} \right) (-6i\epsilon\alpha^3) \int X^2 \psi_0^2(X) dX \\ &= 3\epsilon\alpha^2 \hbar \langle x^2 \rangle_0. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Le même calcul pour  $\langle p^2 \rangle$  amène à  $\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle_0/\alpha^2 + a^2 \langle x^2 \rangle_0 + 9\epsilon^2 \alpha^4 \hbar^2 \langle x^4 \rangle_0$ . On en déduit alors que la variance optimale de l'impulsion est donnée par :

$$(\Delta p)^2 = (\Delta p)_0^2/\alpha^2 + (\Delta p)_\epsilon^2, \quad (5.50)$$

où  $(\Delta p)_\epsilon^2 = 9\epsilon^2 \alpha^4 \hbar^2 (\langle x^4 \rangle_0 - \langle x^2 \rangle_0^2)$ . L'angle de rotation optimal reste le même que pour le cas sans aberrations. La réduction de la dispersion de vitesse est par contre clairement affectée par la non-linéarité. Cet effet est particulièrement fort dans le régime où les deux termes sont du même ordre de grandeur, soit pour  $t > t_\epsilon$  avec  $t_\epsilon$  défini par  $\alpha(t_\epsilon) = (\Delta p)_0/(\Delta p)_\epsilon$ .

## 5.8 Protocole d'ordre supérieur : augmentation de la fiabilité du refroidissement

Les résultats développés dans ce chapitre permettent d'imaginer d'autres types de protocoles. On s'intéresse ici à un protocole en plusieurs étapes inspiré de la technique d'écho de spin utilisée en RMN [174]. Cette technique, utilisée pour le traitement d'informations quantiques, permet d'améliorer la fidélité d'une impulsion- $\pi$  lorsque la dispersion des fréquences de Rabi initiale est non négligeable. La version la plus simple consiste en une séquence de trois impulsions (voir figure 5.6) :  $(\pi/2)_Y(\pi)_X(\pi/2)_Y$ . Après la première impulsion les spins sont dispersés autour de l'angle  $\pi/2$ . Les spins de plus grande fréquence de Rabi (flèches rouge) ont pivoté d'un angle supérieur à  $\pi/2$  et les spins de moins grande fréquence ont pivoté d'un angle inférieur (flèches bleu). La deuxième impulsion inverse la position relative des spins plus lents et des spins plus rapides sur la sphère

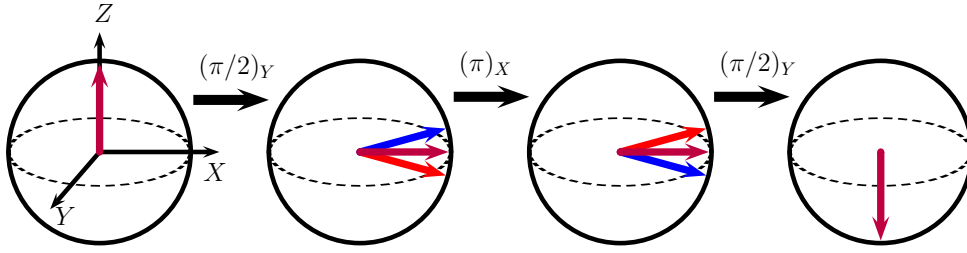


FIGURE 5.6 – Principe de l'écho de spin. Après la série de rotations  $(\pi/2)_Y(\pi)_X(\pi/2)_Y$  les spins sont refocalisés au pôle opposé de la sphère de Bloch

de Bloch. Finalement, la dernière impulsion refocalise tous les spins sur le pôle opposé à la position de départ.

La transposition de cette technique à la manipulation dans l'espace des phases est résumée sur la figure 5.7 (b). Ce protocole implique une propagation libre pendant un temps  $T'$ , une opération de renversement du temps (voir section 5.5), une seconde propagation libre pendant un temps  $T''$  et enfin, une rotation dans le sens trigonométrique. L'intervalle de temps  $T'$  est choisi tel que  $\alpha(T') = 2\alpha(T)$ , le temps  $T''$  est tel que l'état final soit le même que celui de la première stratégie. L'impulsion de renversement du temps joue le rôle de l'impulsion  $(\pi)_X$  lors d'un protocole de spin écho : elle échange la position des atomes les plus lents avec celle des plus rapides, *i.e.* échange la position des atomes qui initialement ressentent une fréquence de piégeage plus grande avec ceux ressentant une fréquence de piégeage plus faible. La rotation finale dans le sens trigonométrique refocalise ensuite les différentes trajectoires.

Nous évaluons maintenant la robustesse de cette technique par rapport aux fluctuations de la fréquence initiale du piège ( $\omega = \omega_0(1 + \varepsilon)$ ) et nous la comparons à la robustesse du protocole  $\delta$ -kick (figure 5.7 (a)). La figure 5.7(c) représente l'erreur relative faite sur la phase  $|S_\varepsilon/S_0 - 1|$  en fonction de l'erreur sur la fréquence du piège  $\varepsilon$ . La technique de refroidissement  $\delta$ -kick simple (pointillés) donne une erreur relative  $|S_\varepsilon/S_0 - 1|$  évoluant comme  $\varepsilon^2$ , alors que  $|S_\varepsilon/S_0 - 1| \sim \varepsilon^4$  pour le protocole de type spin écho (trait plein). Cette dernière stratégie se donc révèle beaucoup plus robuste.

## 5.9 Accélération du mode de respiration d'un nuage d'atomes confiné

Dans cette section nous intéressons à une application de l'opérateur renversement du temps décrit dans la section 5.5. Nous étudions l'effet d'une impression de phase sur un nuage d'atomes après décompression rapide du confinement initial. La décompression d'un piège de fréquence angulaire initiale  $\omega_0$  vers une fréquence angulaire  $\omega_1 < \omega_0$  excite un mode de respiration du nuage d'atome confiné [175]. Ce mode de respiration se traduit par une dilatation périodique de la densité atomique. Dans un piège harmonique l'évolution de la fonction d'onde peut être décrite grâce à une loi d'échelle telle que le coefficient de dilatation  $\alpha(t)$

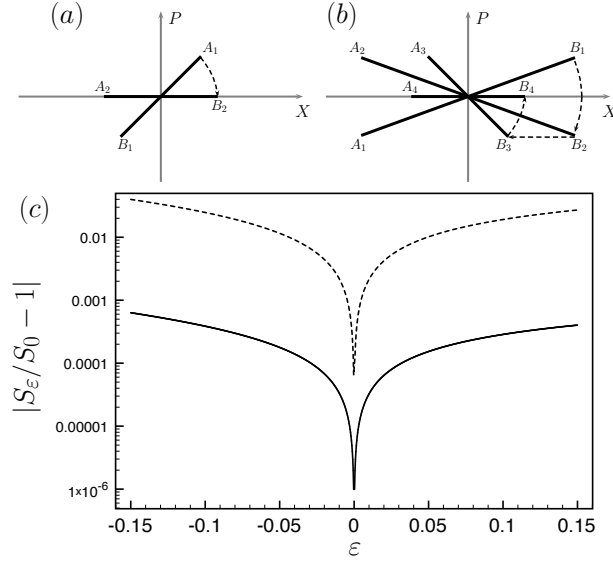


FIGURE 5.7 – (a) Stratégie 1 : rotation simple dans l'espace des phases (pointillés). (b) Stratégie 2 : manipulation dans l'espace des phases de type spin écho (trait plein). Pour simplifier, seul l'axe long de la forme d'ellipse du volume dans l'espace des phases est représenté. (c) L'erreur relative sur la phase  $|S_\varepsilon/S_0 - 1|$  en fonction de l'erreur sur la fréquence du piège  $\varepsilon$ .

soit solution de l'équation différentielle : [161] :

$$\ddot{\alpha} + \omega_1^2 \alpha = \frac{\omega_0^2}{\alpha^\xi}. \quad (5.51)$$

Par rapport à l'équation (5.16) on remarque l'apparition du terme en  $\omega_1^2$  qui traduit l'effet du confinement toujours présent.

### 5.9.1 Potentiel effectif et caractéristiques

En multipliant (5.51) par  $\dot{\alpha}$  et en intégrant on trouve :

$$\frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} \omega_1^2 \alpha^2 + \frac{\omega_0^2}{\xi - 1} \frac{1}{\alpha^{\xi-1}} = Cte \quad (5.52)$$

La dilatation du nuage d'atomes peut être décrite par l'équation d'évolution d'une particule fictive de masse  $m = 1$  évoluant dans un potentiel effectif (cf figure 5.8) :

$$V_{\text{eff}}(\alpha) = \frac{1}{2} \omega_1^2 \alpha^2 + \frac{\omega_0^2}{\xi - 1} \frac{1}{\alpha^{\xi-1}}. \quad (5.53)$$

#### Maxima de dilatation

Avec les conditions initiales  $\dot{\alpha}(0) = 0$  et  $\alpha(0) = 1$ , l'énergie totale s'écrit :

$$E = \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 + V_{\text{eff}}(\alpha) = \frac{1}{2} \omega_1^2 + \frac{\omega_0^2}{\xi - 1}. \quad (5.54)$$

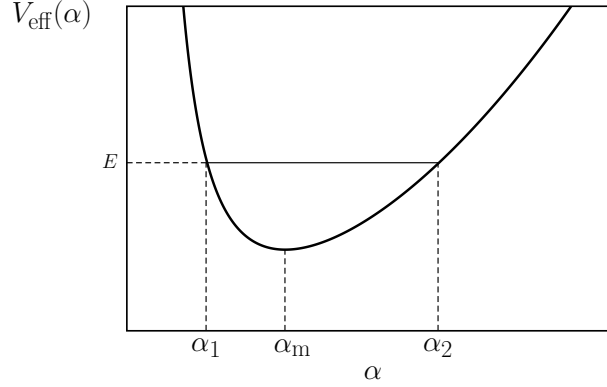


FIGURE 5.8 – Potentiel effectif  $V_{\text{eff}}(\alpha)$  pour le coefficient de dilatation. La vitesse de dilatation  $\dot{\alpha}$  s'annule lorsque  $V_{\text{eff}}(\alpha) = E$  et est maximale au point en  $\alpha_m$ .

La vitesse de dilatation  $\dot{\alpha}$  s'annule en deux points  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  tels que  $V_{\text{eff}}(\alpha_1) = V_{\text{eff}}(\alpha_2) = E$ . D'après les conditions initiales, on a  $\alpha_1 = \alpha(0) = 1$ . Pour trouver  $\alpha_2$  il faut distinguer le cas interagissant ( $\xi = 2$ ) du cas non-interagissant ( $\xi = 3$ ). Pour le paquet d'onde gaussien sans interactions on trouve  $\alpha_2(\xi = 3) = \omega_0/\omega_1 \equiv \alpha_0$ . Dans le cas du condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi ( $\xi = 2$ ), on trouve  $\alpha_2(\xi = 2) = \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8\alpha_0^2} - 1)$ .

### Minimum du potentiel effectif

Comme on peut le voir sur la figure 5.8, le potentiel effectif  $V_{\text{eff}}(\alpha)$  possède un minimum en  $\alpha_m$  tel que  $\left. \frac{dV_{\text{eff}}}{d\alpha} \right|_{\alpha_m} = 0$  avec :

$$\alpha_m = \alpha_0^{2/(1+\xi)} \quad (5.55)$$

En injectant  $\alpha_m$  dans l'énergie totale (5.54), on trouve la vitesse de dilatation maximale du nuage au minimum du potentiel :

$$\dot{\alpha}_M = \omega_1 \left[ \frac{2\alpha_0^2}{\xi - 1} \left( 1 - \alpha_0^{2(1-\xi)/(1+\xi)} \right) + \left( 1 - \alpha_0^{4/(1+\xi)} \right) \right]^{1/2}. \quad (5.56)$$

### 5.9.2 Impression de phase

Pendant l'oscillation dans le piège, la phase  $S(x, t)$  de la fonction d'onde évolue quadratiquement :

$$S(x, t) = \frac{m}{2\hbar} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} x^2 \quad (5.57)$$

Comme nous l'avons vu dans la section 5.5, il est possible de renverser la phase de la fonction d'onde en appliquant soudainement au temps  $t_-$  un potentiel harmonique de fréquence angulaire  $\Omega$  pendant un temps d'interaction  $\Delta t = t_+ - t_-$ . Si on choisit une combinaison de la fréquence angulaire et du temps d'interaction telle que  $\Omega^2 \Delta t = 2\dot{\alpha}(t_-)/\alpha(t_-)$  alors on obtient l'opérateur renversement du temps pour un paquet d'onde avec ou sans interaction. La différence entre ces deux cas s'exprimera par une valeur différente du produit  $\Omega^2 \Delta t$ . Par exemple,

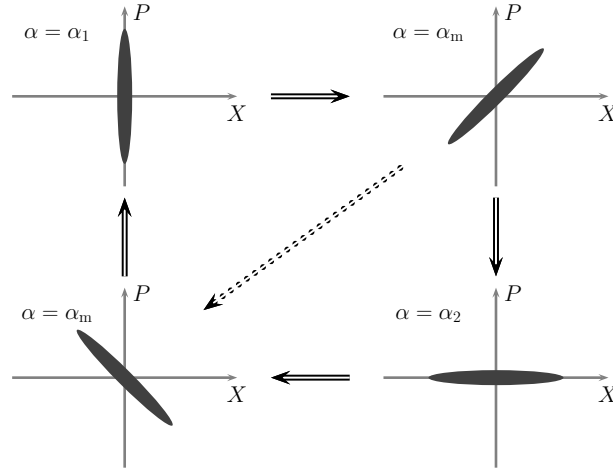


FIGURE 5.9 – Représentation schématique du mode de respiration dans le piège décomprimé (sens horaire). Le chemin indiqué par la flèche en pointillés représente l'effet de l'application soudaine du potentiel harmonique. La respiration du nuage est court-circuitée.

si on applique l'opération de renversement du temps à un temps  $t_-$  tel que que la particule fictive soit au minimum du potentiel effectif avec  $\alpha(t_-) = \alpha_m$ , *i.e.* tel que la vitesse de dilatation soit maximale ( $\dot{\alpha}(t_-) = \dot{\alpha}_M$ ), alors pour avoir l'opération de renversement du temps il faut satisfaire :

$$\Omega^2 \Delta t = 2 \frac{\dot{\alpha}_M}{\alpha_m}. \quad (5.58)$$

Dans le cas d'un paquet d'onde gaussien ( $\xi = 3$ ), nous avons :

$$\frac{\dot{\alpha}_M}{\alpha_m}(\xi = 3) = \omega_1 \left( \alpha_0^{-1/2} - \alpha_0^{1/2} \right). \quad (5.59)$$

Comme le montre la figure 5.9, l'impression de phase produit une rotation dans l'espace des phases, accélérant le mode de respiration dans le piège. Cependant la fonction d'onde n'atteint pas sa taille maximale naturelle, c'est-à-dire la taille maximale qu'aurait eu le nuage sans application du potentiel harmonique (voir flèche en pointillés sur la figure 5.9).

Sur la figure 5.10 (a), nous représentons le facteur de dilatation  $\alpha$  en fonction du temps de maintien dans le piège décomprimé pour le cas d'un paquet d'onde gaussien (trait plein) et d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi (pointillés). La taille du nuage est donnée par  $(\Delta r)(t) = \alpha(t)(\Delta r)_0$ .

L'effet de la décompression du piège initial est de faire osciller la largeur du nuage. Dans le cas où le facteur de décompression vaut  $\omega_1/\omega_0 = 1/5$ , la taille du nuage augmente d'un facteur 3.5 par rapport à sa taille initiale. La figure 5.10 (b) montre l'évolution de la phase  $\dot{\alpha}/(\omega_0\alpha)$  en fonction du temps pour les mêmes cas que la figure 5.10 (a). La valeur de ce rapport oscille et semble ne pas dépendre du rapport  $\omega_1/\omega_0$ . Pour donner un ordre de grandeur, si on regarde à  $\omega_0 t = 2.4$ , temps pour lequel la pente  $\dot{\alpha}(2.4)$  est maximale, on a  $\alpha = 2.4$  et  $\dot{\alpha}/\omega_0\alpha = 0.29$ .

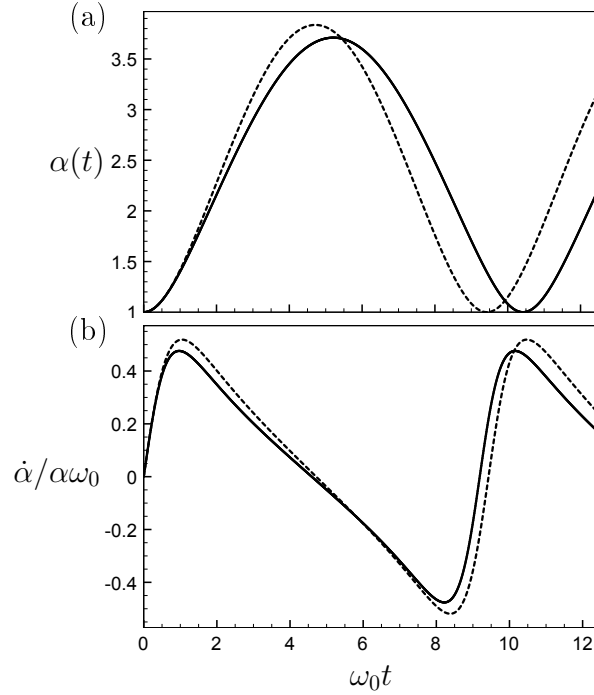


FIGURE 5.10 – Décompression soudaine ( $\omega_1 = \omega_0/5$ ). (a) Évolution du facteur de dilatation  $\alpha(t)$ . (b) Évolution du rapport  $\dot{\alpha}/(\alpha\omega_0)$ . En traits plein : paquet d'onde gaussien. En pointillés : condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi.

Cela veut dire que d'après (5.58), pour obtenir un renversement du temps dans le piège harmonique, il faut :

$$\Omega^2 \Delta t \sim 0.6\omega_0. \quad (5.60)$$

### 5.9.3 Ordre de grandeur pour la mise en place expérimentale

Nous nous intéressons ici aux ordres de grandeurs des différents paramètres expérimentaux nécessaires pour obtenir l'accélération du mode de respiration d'un nuage d'atomes. Dans notre expérience, les atomes de  $^{87}\text{Rb}$  seront confinés dans le faisceau dipolaire horizontal du piège hybride (voir chapitre 3), permettant de considérer le problème comme étant quasi-1D. On peut alors utiliser le faisceau dipolaire vertical du piège hybride pour obtenir une fréquence angulaire longitudinale de  $\omega_0 = 2\pi \times 10$  Hz. Réduire rapidement la puissance dans le faisceau vertical, revient à décompresser le piège. Si on choisit une fréquence angulaire  $\omega_1 = \omega_0/5 = 2\pi \times 2$  Hz, on doit vérifier  $\Omega^2 \Delta t \sim 0.6\omega_0$ . Nous voulons utiliser un faisceau dipolaire gaussien de longueur d'onde 1064 nm avec un waist  $w_{0,\text{kick}} = 70 \mu\text{m}$ . Ce faisceau doit être appliqué pendant un temps court, on choisit  $\Delta t = 10 \mu\text{s}$ . La fréquence angulaire d'un tel faisceau dans l'approximation harmonique est donnée par  $\Omega^2 = 4U_0/(mw_{0,\text{kick}}^2)$  où d'après (3.9), on a  $U_0 = 2.1 \times 10^{-36} \times 2P/(\pi w_{0,\text{kick}})^2$ . On trouve alors que la puissance nécessaire

pour obtenir la rotation voulue vaut  $P = 2.35$  W. Nous avons commencé l'installation du laser pour produire le potentiel harmonique. Il arrivera sur les atomes selon l'axe vertical de la cellule et aura une puissance maximale de 30 W.

## 5.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un cadre général permettant de calculer une grande variété de manipulations dans l'espace des phases. Nous avons décrit grâce à notre formalisme le cas du refroidissement par application d'une force soudaine (refroidissement  $\delta$ -kick) [146]. Nous avons montré comment ce formalisme se généralise pour le cas d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi. Ces calculs effectués pour des états purs restent valables pour beaucoup d'autres classes de systèmes à  $N$  corps qui suivent des lois d'échelles [158]. Nous avons discuté la méthode d'obtention d'un gain substantiel pour la réduction la dispersion de vitesse d'un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi. Nous avons discuté de l'effet des anharmonicités (de type aberrations sphériques en optique) du potentiel appliqué et montré qu'elles limitent l'efficacité du protocole de refroidissement. Finalement nous avons proposé un protocole en 4 étapes de type écho de spin, permettant d'augmenter la fiabilité du refroidissement. Dans la dernière section nous avons vu comment nous pourrions appliquer ces résultats à un gaz d'atomes dans un piège soudainement décomprimé de manière à accélérer le mode de respiration du nuage dans le piège. Ces résultats sont potentiellement intéressants pour la préparation d'états initiaux dans beaucoup d'expériences en atomes froids telles que la simulation quantique [156] et l'interférométrie atomique [154, 155].





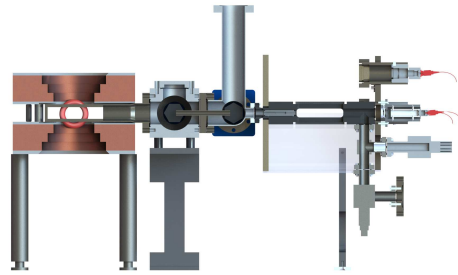
# Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons présenté l'essentiel des travaux effectués pendant ma thèse. Nous y avons abordé trois sujets distincts :

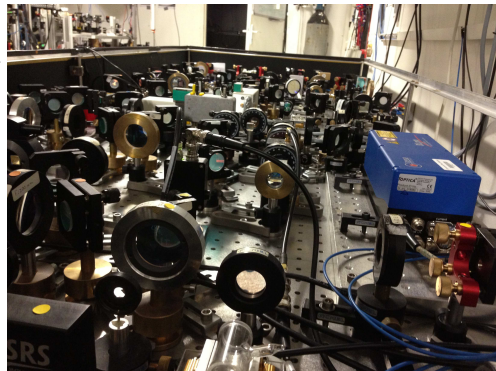
1. Nous avons vu dans les trois premiers chapitres comment nous avons reconstruit un dispositif expérimental produisant des condensats de Bose-Einstein de rubidium 87 dans un piège hybride, qui allie les avantages d'un piège magnétique à ceux d'un piège dipolaire. Nous avons passé en revue l'ensemble du dispositif en caractérisant quantitativement les différentes étapes.

- Dans le premier chapitre nous avons commencé par rappeler le principe du refroidissement laser et comment il est utilisé conjointement à un gradient de champ magnétique pour créer un piège magnéto-optique (PMO).

Avec notre nouveau dispositif nous chargeons un PMO 3D à l'aide d'un flux d'atomes important créé par un PMO 2D. Cette configuration permet d'obtenir un nuage de  $2.5 \times 10^9$  atomes à une température de  $30 \mu\text{K}$  en trois secondes. Après une étape de polarisation, les atomes sont chargés dans un piège magnétique quadrupolaire pour y être évaporés par micro-ondes. Nous avons vu que cette première évaporation permet d'obtenir un nuage de  $10^8$  atomes à une température de  $30 \mu\text{K}$  avant d'être limité par les pertes Majorana.



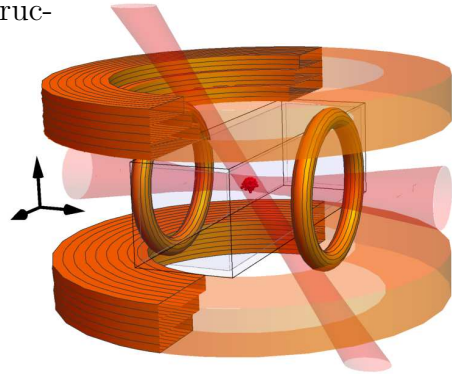
- Dans le deuxième chapitre nous avons décrit techniquement la production des différents faisceaux résonants pour le refroidissement, le repompage, la polarisation et l'imagerie. Nous nous sommes intéressés à l'asservissement d'un laser par modulation de phase avec un EOM. Nous avons caractérisé les différentes fréquences



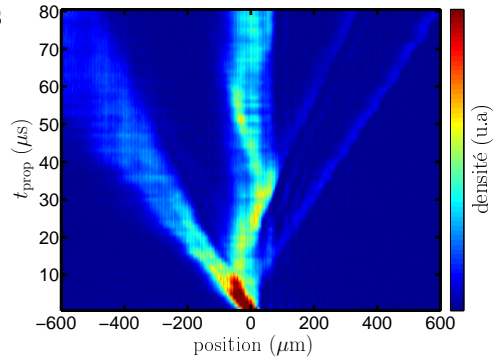
utilisées et les puissances des faisceaux lasers nécessaires au fonction-

nement du dispositif.

— Le troisième chapitre conclut la construction du dispositif. Nous y avons détaillé les deux systèmes d'imagerie permettant d'observer les atomes avec deux grossissements différents. Nous avons présenté le protocole de transfert et d'évaporation dans le piège hybride. Nous atteignons le seuil de condensation à une température critique de l'ordre de 200 nK et avec plus de  $10^5$  atomes. Pour estimer cette température, nous avons calculé les fréquences propres théoriques du piège hybride et comparé ces résultats aux résultats expérimentaux obtenus grâce à l'analyse par composantes principales des modes d'oscillations collectifs du nuage dans le piège.



2. Dans le quatrième chapitre nous avons présenté en détail la réalisation expérimentale d'une cavité de Bragg pour ondes de matière produite par des miroirs de Bragg positionnés symétriquement. Nous avons commencé par présenter les outils théoriques permettant d'interpréter la structure de bande locale produite par un réseau à enveloppe gaussienne.



Nous avons ensuite décrit la mise en place des faisceaux lasers produisant le réseau à enveloppe gaussienne que nous avons caractérisé grâce à la diffraction Kapitza Dirac.

Dans l'expérience nous chargeons adiabatement un condensat de Bose-Einstein en mouvement au centre du réseau. Les atomes sont ainsi chargés sur la troisième bande et la quatrième bande d'énergie. Ils ne sont pas confinés classiquement.

Pendant la propagation des atomes dans le réseau nous avons identifié plusieurs effets. Nous avons vu une oscillation d'une partie du paquet d'onde à l'intérieur du réseau. Lors de réflexions sur les "miroirs" semi-transparents produisant la cavité, nous avons mis en évidence le découplage de paquets d'ondes sortant du réseau. Ces paquets d'ondes sont transmis par effet tunnel au travers des gaps spatiaux produits par l'enveloppe du réseau. L'analyse de la probabilité de transmission directe des paquets d'onde ainsi que de leur probabilité de transmission après une première réflexion a montré que les gaps spatiaux sont équivalents à des barrières répulsives sub-micrométriques, difficiles à mettre en place avec des moyens optiques. Nous avons vu également que la taille de la cavité de Bragg dépend de la vitesse des atomes. Cela a pour effet d'inverser la distribution dans l'espace

des phases lors d'une réflexion sur un gap et se traduit par une focalisation spatiale des paquets d'ondes sortants. Cet effet est aussi responsable du fait que les oscillations se brouillent aux longs temps de propagation.

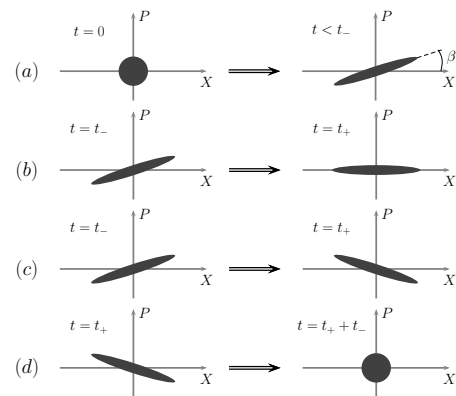
Enfin nous avons discuté deux des perspectives possibles des cavités de Bragg. La première est une généralisation à deux dimensions en utilisant un réseau 2D à enveloppe gaussienne produit par deux paires de faisceaux contra-propageants. Ce type de système pourrait être utilisé pour créer des guides d'ondes incurvés ou pour l'étude de la dynamique chaotique apparaissant dans les billards quantiques. La deuxième application concerne le découplage contrôlé des paquets d'ondes dans le réseau : en modulant temporellement la profondeur du réseau on induit des transitions Landau-Zener permettant aux atomes de passer "au dessus" des gaps locaux. Les simulations montrent qu'en choisissant une amplitude et une fréquence de modulation adéquate, il est possible de charger des cavités latérales du réseau. Ce type d'application pourrait produire un nouveau type de source atomique contrôlable.

3. Le cinquième chapitre a permis de définir différents protocoles de manipulation dans l'espace des phases de fonctions d'ondes à  $N$  corps.

En utilisant le formalisme de Wigner, nous avons calculé les lois d'échelle permettant de décrire des protocoles de compression et translation dans l'espace des phases.

Nous avons expliqué le fonctionnement du protocole en deux étapes (expansion libre de la fonction d'onde puis application d'un potentiel harmonique soudain) appelé refroidissement  $\delta$ -kick.

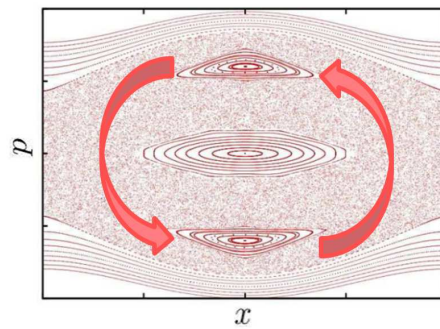
Ce protocole produit une compression de la distribution de vitesse d'un nuage d'atomes à l'aide d'une rotation de l'espace des phases. Nous avons comparé les résultats de ce protocole appliqué à une fonction d'onde gaussienne sans interaction et à un condensat de Bose-Einstein dans le régime de Thomas-Fermi. Nous avons pu montrer de cette manière qu'il est possible d'obtenir un gain sur la dispersion de vitesse malgré la présence d'interactions. Nous avons caractérisé l'effet produit par un défaut du potentiel harmonique appliqué lors du protocole en deux étapes et montré qu'il limite la température atteignable. Partant de ces résultats, nous avons imaginé un protocole ressemblant à un écho de spin pour fiabiliser la "collimation" de la fonction d'onde lorsque l'on comprime la distribution de vitesse. Enfin en utilisant un opérateur renversement du temps nous avons montré comment accélérer le mode de respiration d'un nuage dans un piège décomprimé soudainement et de quelle manière cela peut être réalisé expérimentalement.



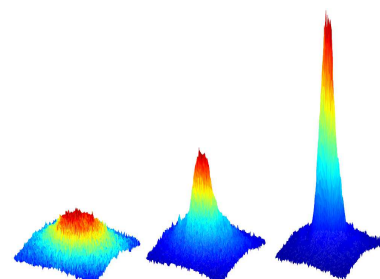
Le dispositif expérimental produit actuellement des condensats de manière stable. Deux expériences sont en cours de préparation. La première concerne la réalisation expérimentale de l'accélération du mode de respiration d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège décomprimé. Pour imprimer la phase quadratique sur la fonction d'onde permettant d'obtenir l'opérateur renversement du temps, nous avons mis en place un faisceau dipolaire dans l'axe vertical de la cellule. La puissance de ce faisceau au niveau des atomes peut monter jusqu'à 30 W.

La deuxième expérience implique l'utilisation d'un réseau optique uniforme dont l'amplitude est modulée temporellement pour observer l'effet tunnel dynamique [44] entre deux îlots de stabilité de l'espace des phases mixte de ce système [129].

La figure ci-contre représente l'espace des phases stroboscopique classique pour ce système. Il présente des régions où les trajectoires dans l'espace des phases sont stables. Par exemple, un atome dans l'îlot supérieur est classiquement piégé. Cela signifie qu'il se propage avec une impulsion donnée par son impulsion initiale dans le réseau. Nous nous intéressons aux deux îlots de stabilité symétriques en  $p$ . Quantiquement la physique s'avère différente, une particule de l'îlot supérieur peut rejoindre l'îlot inférieur par effet tunnel. Le taux de transitions tunnel entre ces deux îlots (flèches rouges sur la figure) varie par plusieurs ordres de grandeur et de manière erratique en fonction de la fréquence de modulation du réseau. Le transport d'un îlot à un autre est médié par un état délocalisé appartenant à la mer chaotique. Le taux de transition tunnel est inversement proportionnel à la largeur en énergie du gap ouvert par la modulation temporelle dans la structure de bande. La théorie des matrices aléatoires prédit que la largeur de ce gap suit une distribution de Cauchy qui n'a jamais été démontrée expérimentalement.



L'idée principale de l'expérience est de caractériser cet effet tunnel. Pour cela il faut préparer les atomes initialement sur un des îlots de stabilité. Cela implique d'avoir une distribution de vitesse étroite et une vitesse moyenne bien définie. Dans ce but le refroidissement  $\delta$ -kick pourrait être utilisé et un contrôle de la phase du réseau sera nécessaire. D'autre part nous voulons utiliser le faisceau dipolaire horizontal comme guide pour que les atomes ne tombent pas sous l'effet de la gravité pendant le temps de modulation du réseau. Le réseau optique avec un contrôle temporel de l'amplitude et de la phase est déjà installé et il est actuellement en cours de caractérisation. Ces deux sujets seront développés dans les thèses d'Aéla Fortun et d'Eric Michon.



# Annexe A

## Articles publiés et soumis

### A.1 Realization of tunnel barriers for matter waves using spatial gaps

P. CHEINEY, F. DAMON, G. CONDON, B. GEORGEOT & D. GUÉRY-ODELIN  
*EPL (Europhysics. Letters)* **103**, 50006 (2013)

We experimentally demonstrate the trapping of a propagating Bose-Einstein Condensate in a Bragg cavity produced by an attractive optical lattice with a smooth envelope. As a consequence of the envelope, the band gaps become position-dependent and act as mirrors of finite and velocity-dependent reflectivity. We directly observe both the oscillations of the wave packet bouncing in the cavity provided by these spatial gaps and the tunneling out for narrow classes of velocity. Synchronization of different classes of velocity can be achieved by proper shaping of the envelope. This technique can generate single or multiple tunnel barriers for matter waves with a tunable transmission probability, equivalent to a standard barrier of submicron size.

### A.2 Phase-space manipulations of many-body wave functions

G. CONDON, A. FORTUN, J. BILLY & D. GUÉRY-ODELIN  
*PRA (Physical Review A)* **90**, 063616 (2014)

We explore the manipulation in phase space of many-body wave functions that exhibit self-similar dynamics under the application of sudden force and/or in the presence of a constant acceleration field. For this purpose, we work out a common theoretical framework based on the Wigner function. We discuss squeezing in position space, phase-space rotation, and its implications in cooling for

both noninteracting and interacting gases and time-reversal operation. We discuss various optical analogies and calculate the role of a spherical-like aberration in cooling protocols. We also present the equivalent of a spin-echo technique to improve the robustness of velocity dispersion reduction protocols.

### A.3 Band gap structures for matter waves

F. DAMON, G. CONDON, P. CHEINEY, A. FORTUN, B. GEORGEOT, J. BILLY & D. GUÉRY-ODELIN  
*arXiv :1506.02528*, submitted and accepted to PRA (2015)

Spatial gaps correspond to the projection in position space of the gaps of a periodic structure whose envelope varies spatially. They can be easily generated in cold atomic physics using finite-size optical lattice, and provide a new kind of tunnel barriers which can be used as a versatile tool for quantum devices. We present in detail different theoretical methods to quantitatively describe these systems, and show how they can be used to realize in one dimension matter wave Fabry-Perot cavities. We also provide experimental and numerical results that demonstrate the interest of spatial gaps structures for phase space engineering. We then generalize the concept of spatial gaps in two dimensions and show that this enables to design multiply connected cavities which generate a quantum dot structure for atoms or allow to construct curved wave guides for matter waves. At last, we demonstrate that modulating in time the amplitude of the periodic structure offers a wide variety of possible atom manipulations including the control of the scattering of an incoming wave packet, the loading of cavities delimited by spatial gaps, their coupling by multiphonon processes or the realization of a tunable source of atoms. This large range of possibilities offered by space and time engineering of optical lattices demonstrates the flexibility of such band gap structures for matter wave control, quantum simulators and atomtronics.

# Bibliographie

- [1] C. Huyghens, *Traité de la lumière*, M. Solovine (1690).
- [2] L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta* (1924).
- [3] G. P. Thomson, Experiments on the diffraction of cathode rays, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* **117**, 778 (1928).
- [4] C. Davisson et L. H. Germet, Diffraction of electrons by a crystal of nickel, *Phys. Rev.* **30**, 705 (1927).
- [5] C. J. Davisson et G. P. Thomson, for their experimental discovery of the diffraction of electrons by crystals, *Nobel Lectures* (1937).
- [6] O. Stern, Beugung von molekularstrahlen, *Zeitschrift für Physik* **61** (1930).
- [7] E. Fermi et L. Marshall, Interference phenomena of slow neutrons, *Phys. Rev.* **71**, 666 (1947).
- [8] O. Carnal et J. Mlynek, Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).
- [9] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable et A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
- [10] W. D. Phillips, Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms, *Rev. Mod. Phys.* **70**(3), 721 (1998).
- [11] S. Chu, Nobel lecture : The manipulation of neutral particles, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [12] C. Cohen-Tannoudji, Nobel lecture : Manipulating atoms with photons, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [13] M. A. Kasevich et S. Chu, Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [14] A. Kerman, V. Vuletić, C. Chin et S. Chu, Beyond optical molasses : 3D Raman sideband cooling of atomic cesium to high phase-space density, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 439 (2000).
- [15] K. Moler, D. S. Weiss, M. A. Kasevich et S. Chu, Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions, *Phys. Rev. A* **45**, 342 (1992).
- [16] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am.* **B6**, 2023 (1989).
- [17] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu et D. E. Pritchard, Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).



- [18] A. Frisch, K. Aikawa, M. Mark, A. Rietzler, J. Schindler, E. Zupanič, R. Grimm et F. Ferlaino, Narrow-line magneto-optical trap for erbium, *Phys. Rev. A* **85**, 051401 (2012).
- [19] X. Xu, T. H. Loftus, J. L. Hall, A. Gallagher et J. Ye, Cooling and trapping of atomic strontium, *J. Opt. Soc. Am. B* **20**(5), 968 (2003).
- [20] K. Honda, Y. Takahashi, T. Kuwamoto, M. Fujimoto, K. Toyoda, K. Ishikawa et T. Yabuzaki, Magneto-optical trapping of yb atoms and a limit on the branching ratio of the  $^1P_1$  state, *Phys. Rev. A* **59**, R934 (1999).
- [21] M. Lu, N. Q. Burdick, S. H. Youn et B. L. Lev, Strongly dipolar Bose-Einstein condensate of dysprosium, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 190401 (2011).
- [22] S. Bose, Planck's law and light quantum hypothesis, *Zeitschrift für Physik* **26**, 178 (1926).
- [23] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen gases*, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften (1925).
- [24] W. Ketterle, Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).
- [25] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman et E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor, *Science* **269**(5221), 198 (1995).
- [26] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn et W. Ketterle, Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [27] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn et W. Ketterle, Observation of interference between two Bose condensates, *Science* **275**, 637 (1997).
- [28] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher et E. A. Cornell, Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [29] A. G. Martin, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis et D. E. Pritchard, Rf spectroscopy of trapped neutral atoms, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2431 (1988).
- [30] G. Reinaudi, T. Lahaye, A. Couvert, Z. Wang et D. Guéry-Odelin, Evaporation of an atomic beam on a material surface, *Phys. Rev. A* **73**, 035402 (2006).
- [31] M. D. Barrett, J. A. Sauer et M. S. Chapman, All-optical formation of an atomic Bose-Einstein condensate, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [32] D. Jacob, E. Mimoun, L. de Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard et F. Gerbier, Production of sodium Bose-Einstein condensates in an optical dimple trap, *New Journal of Physics* **13**(6), 065022 (2011).
- [33] Y.-J. Lin, A. R. Perry, R. L. Compton, I. B. Spielman et J. V. Porto, Rapid production of  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential, *Phys. Rev. A* **79**, 063631 (2009).

- [34] M. A. Kasevich et S. Chu, Atomic interferometry using stimulated Raman transitions, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [35] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk et M. A. Kasevich, Atom interferometer measurement of the newtonian constant of gravity, *Science* **315**(5808), 74 (2007).
- [36] T. L. Gustavson, P. Bouyer et M. A. Kasevich, Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).
- [37] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez et F. Biraben, New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 080801 (2011).
- [38] V. Ménoret, *Airborne cold atom accelerometer : towards a test of the equivalence principle*, Thèse, Université Paris Sud - Paris XI (2012).
- [39] M. Saffman, T. G. Walker et K. Mølmer, Quantum information with Rydberg atoms, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2313 (2010).
- [40] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner et P. Zoller, Entanglement of atoms via cold controlled collisions, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1975 (1999).
- [41] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch et I. Bloch, Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, *Nature* **415**, 39 (2002).
- [42] L. Tarruell, *Superfluidity in an ultracold Fermi gas*, Thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2008).
- [43] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer et A. Aspect, Direct observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder, *Nature* **453**, 891 (2008).
- [44] W. K. Hensinger, H. Haffner, A. Browaeys, N. R. Heckenberg, K. Helmerson, C. McKenzie, G. J. Milburn, W. D. Phillips, S. L. Rolston, H. Rubinsztein-Dunlop *et al.*, Dynamical tunnelling of ultracold atoms, *Nature* **412**, 52 (2001).
- [45] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Y. B. Ovchinnikov et A. I. Sidorov, Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [46] M. Kasevich, W. A., S. David et S. Chu, Normal-incidence reflection of slow atoms from an optical evanescent wave, *Optics Letters*, **15**, 607 (1990).
- [47] I. Bloch, M. Köhl, M. Greiner, T. W. Hänsch et T. Esslinger, Optics with an atom laser beam, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 030401 (2001).
- [48] E. Maréchal, S. Guibal, J.-L. Bossennec, R. Barbé, J.-C. Keller et O. Gorceix, Longitudinal focusing of an atomic cloud using pulsed magnetic forces, *Phys. Rev. A* **59**, 4636 (1999).
- [49] A. Bell, B. Brezger, U. Drodofsky, S. Nowak, T. Pfau, J. Stuhler, T. Schulze et J. Mlynek, Nano-lithography with atoms, *Surface Science* **433**, 40 (1999).

- [50] G. Timp, R. E. Behringer, D. M. Tennant, J. E. Cunningham, M. Prentiss et K. K. Berggren, Using light as a lens for submicron, neutral-atom lithography, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1636 (1992).
- [51] C. Keller, J. Schmiedmayer, A. Zeilinger, T. Nonn, S. Dürr et G. Rempe, Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms, *Applied Physics B : Lasers and Optics* **69**, 303 (1999).
- [52] P. J. Martin, P. L. Gould, B. G. Oldaker, A. H. Miklich et D. E. Pritchard, Diffraction of atoms moving through a standing light wave, *Phys. Rev. A* **36**, 2495 (1987).
- [53] S. Lepoutre, A. Gauguet, G. Tréneç, M. Büchner et J. Vigué, He-McKellar-Wilkens topological phase in atom interferometry, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 120404 (2012).
- [54] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet et D. Guéry-Odelin, A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate, *EPL (Europhysics Letters)* **83**(5), 50001 (2008).
- [55] G. L. Gattobigio, A. Couvert, M. Jeppesen, R. Mathevet et D. Guéry-Odelin, Multimode-to-monomode guided-atom lasers : An entropic analysis, *Phys. Rev. A* **80**, 041605 (2009).
- [56] G. L. Gattobigio, A. Couvert, G. Reinaudi, B. Georgeot et D. Guéry-Odelin, Optically guided beam splitter for propagating matter waves, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 030403 (2012).
- [57] C. M. Fabre, P. Cheiney, G. L. Gattobigio, F. Vermersch, S. Faure, R. Mathevet, T. Lahaye et D. Guéry-Odelin, Realization of a distributed Bragg reflector for propagating guided matter waves, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 230401 (2011).
- [58] P. Cheiney, C. M. Fabre, F. Vermersch, G. L. Gattobigio, R. Mathevet, T. Lahaye et D. Guéry-Odelin, Matter waves scattering on an amplitude-modulated optical lattice, *Phys. Rev. A* **87**, 013623 (2013).
- [59] P. Cheiney, F. Damon, G. Condon, B. Georgeot et D. Guéry-Odelin, Realization of tunnel barriers for matter waves using spatial gaps, *EPL (Europhysics Letters)* **103**(5), 50006 (2013).
- [60] F. Damon, G. Condon, P. Cheiney, A. Fortun, B. Georgeot, J. Billy et D. Guéry-Odelin, Band gap structures for matter waves, *arXiv* **1506.02528** (2015).
- [61] G. Condon, A. Fortun, J. Billy et D. Guéry-Odelin, Phase-space manipulations of many-body wave functions, *Phys. Rev. A* **90**, 063616 (2014).
- [62] R. Dubessy, C. D. Rossi, T. Badr, L. Longchambon et H. Perrin, Imaging the collective excitations of an ultracold gas using statistical correlations, *New J. Phys.* **16**(12), 122001 (2014).
- [63] A. Couvert, *Production et étude de lasers à atomes guidés et de leur interaction avec des défauts contrôlés*, Thèse, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie (2009).

- [64] C. M. Fabre, *Miroirs de Bragg pour ondes de matière et apport de la supersymétrie aux potentiels exponentiels*, Thèse, Université Paul-Sabatier (2012).
- [65] P. Cheinet, *Conception and realisation of a cold atom gravimeter*, Thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2006).
- [66] B. Lounis, *Atomes refroidis par laser : de la mélasse au cristal optique*, Thèse, Université Paris Sud - Paris XI (1993).
- [67] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, Oregon Center for Optics and Department of Physics, University of Oregon (2001).
- [68] C. Cohen-Tannoudji et D. Guéry-Odelin, *Advances in Atomic Physics*, World scientific (2011).
- [69] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe et D. E. Martin, A. and Pritchard, High densities of cold atoms in a *dark* spontaneous-force optical trap, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [70] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**(11), 2023 (1989).
- [71] V. Letokhov, *Laser Control of Atoms and Molecules*, Oxford (2007).
- [72] D. J. Wineland et W. M. Itano, Laser cooling of atoms, *Phys. Rev. A* **20**, 1521 (1979).
- [73] S. Stenholm, The semiclassical theory of laser cooling, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986).
- [74] D. Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (1992).
- [75] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman et H. J. Metcalf, First observation of magnetically trapped neutral atoms, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
- [76] E. Majorana, Atomi orientati in campo magnetico variabile, *Il Nuovo Cimento* **9**(2), 43 (1932).
- [77] E. A. Cornell et C. E. Monroe, C. and Wieman, Multiply loaded, ac magnetic trap for neutral atoms, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2439 (1991).
- [78] W. Ketterle, D. Durfee et D. Stamper-Kurn, Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates., S. S. M. Inguscio et . C.E. Wieman (IOS Press, Amsterdam, rédacteurs, *Bose-Einstein condensation in atomic gases, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXL*, 67–176. (1999).
- [79] T. Esslinger, I. Bloch et T. W. Hänsch, Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap, *Phys. Rev. A* **58**, R2664 (1998).
- [80] R. Dall et A. Truscott, Bose-Einstein condensation of metastable helium in a bi-planar quadrupole ioffe configuration trap, *ScienceDirect* **270**, 255 (2006).

- [81] Z. Hadzibabic, C. A. Stan, K. Dieckmann, S. Gupta, M. W. Zwierlein, A. Görlitz et W. Ketterle, Two-species mixture of quantum degenerate Bose and Fermi gases, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 160401 (2002).
- [82] C. Cohen-Tannoudji, *Condensation de Bose-Einstein : gaz sans interactions*.
- [83] R. Dubessy, K. Merloti, L. Longchambon, P.-E. Pottie, T. Liennard, A. Perrin, V. Lorent et H. Perrin, Rubidium-87 Bose-Einstein condensate in an optically plugged quadrupole trap, *Phys. Rev. A* **85**, 013643 (2012).
- [84] K. Merloti, *Condensat de Bose-Einstein dans un piège habillé : modes collectifs d'un superfluide en dimension deux*, Thèse, Université Paris-Nord - Paris XIII (2013).
- [85] G. C. Bjorklund, Frequency-modulation spectroscopy : a new method for measuring weak absorptions and dispersions, *Opt. Lett.* **5**(1), 15 (1980).
- [86] C. Mok, M. Weel, E. Rotberg et A. Kumarakrishnan, Design and construction of an efficient electro-optic modulator for laser spectroscopy, *Canadian Journal of Physics* **84**(9), 775 (2006).
- [87] J. H. Shirley, Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy, *Opt. Lett.* **7**(11), 537 (1982).
- [88] D. J. McCarron, S. A. King et S. L. Cornish, Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium, *Measurement Science and Technology* **19**(10), 105601 (2008).
- [89] R. Desbuquois, *Thermal and superfluid properties of the two-dimensional Bose gas*, Thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2013).
- [90] L. Pitaevskii et S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Oxford science publications (2003).
- [91] R. Grimm, M. Weidemüller et Y. B. Ovchinnikov, Optical dipole traps for neutral atoms, *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics* **42**, 95 (2000).
- [92] G. Reinaudi, *Manipulation et refroidissement par évaporation forcée d'ensembles atomique ultra-froids pour la production d'un jet intense dans le régime de dégénérescence quantique : vers l'obtention d'un laser à atomes continu.*, Thèse, Université Paris VI, École Normale Supérieure (2008).
- [93] I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*. (2002).
- [94] P. Fermo, E. Delnevo, M. Lasagni, S. Polla et M. de Vos, Application of chemical and chemometric analytical techniques to the study of ancient ceramics from Dougga (Tunisia), *Microchemical Journal* **88**(2), 150 (2008).
- [95] G. Padeletti, P. Fermo, A. Bouquillon, M. Aucouturier et F. Barbe, A new light on a first example of lustred majolica in Italy, journal = Applied Physics A, year = 2010, volume = 100, pages = 747-761, number = 3, doi = 10.1007/s00339-010-5688-y, issn = 0947-8396, language = English, owner = Gabriel, publisher = Springer-Verlag, timestamp = 2015.07.21, url = <http://dx.doi.org/10.1007/s00339-010-5688-y> .

- [96] D. Charraut, D. Courjon, C. Bainier et L. Moulinier, Analysis of optical near-field images by Karhunen–Loève transformation, *Appl. Opt.* **35**(20), 3853 (1996).
- [97] D. Guéry-Odelin et S. Stringari, Scissors mode and superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4452 (1999).
- [98] G. Gamov, Zur quantentheorie des atomkernes, *Zeitschrift für Physik* **51**, 204 (1928).
- [99] R. W. Gurney et E. U. Condon, Quantum mechanics and radioactive disintegration, *Phys. Rev.* **33**, 127 (1929).
- [100] L. Esaki, New phenomenon in narrow germanium  $p - n$  junctions, *Phys. Rev.* **109**, 603 (1958).
- [101] L. Esaki, Long journey into tunneling, *Rev. Mod. Phys.* **46**, 237 (1974).
- [102] G. Binnig et H. Rohrer, Scanning tunneling microscopy—from birth to adolescence, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 615 (1987).
- [103] B. Josephson, Possible new effects in superconductive tunnelling, *Phys. Lett.* **1**(7), 251 (1962).
- [104] M. Albiez, R. Gati, J. Fölling, S. Hunsmann, M. Cristiani et M. K. Oberthaler, Direct observation of tunneling and nonlinear self-trapping in a single bosonic Josephson junction, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 010402 (2005).
- [105] S. Levy, E. Lahoud, I. Shomroni et J. Steinhauer, The a.c. and d.c. Josephson effects in a Bose-Einstein condensate, *Nature* **449**, 579 (2007).
- [106] T. Betz, S. Manz, R. Bücker, T. Berrada, C. Koller, G. Kazakov, I. E. Mazets, H.-P. Stimming, A. Perrin, T. Schumm *et al.*, Two-point phase correlations of a one-dimensional bosonic Josephson junction, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 020407 (2011).
- [107] O. Morsch et M. Oberthaler, Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 179 (2006).
- [108] M. J. Davis et E. J. Heller, Quantum dynamical tunneling in bound states, *J. Chem. Phys.* **75**, 246 (1981).
- [109] T. Lauber, P. Massignan, G. Birkl et A. Sanpera, Atomic wave packet dynamics in finite time-dependent optical lattices, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **44**(6), 065301 (2011).
- [110] I. Carusotto, D. Embriaco et G. C. La Rocca, Nonlinear atom optics and bright-gap-soliton generation in finite optical lattices, *Phys. Rev. A* **65**, 053611 (2002).
- [111] N. M. N.W. Ashcroft, *Solid state physics*, Saunders College (1976).
- [112] E. Mathieu, Mémoire sur le mouvement vibratoire d'une membrane de forme elliptique, *J. Math. Pures Appl.* 137–203 (1868).
- [113] N.M.McLachlan, *Theory and Application of Mathieu Functions*, Dover (1947).
- [114] E. T. Whittaker et G. N. Watson, *A course of modern analysis*, Cambridge University Press (1962).

- [115] J. Sträng, On the characteristic exponents of Floquet solutions to the Mathieu equation, *Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci* **no. 7-12**, 269 (2007).
- [116] P. Cheiney, *Matter wave scattering on complex potentials*, Thèse, Université Paul Sabatier - Toulouse III (2013).
- [117] L. Amico, D. Aghamalyan, F. Auksztol, H. Crepaz, R. Dumke et L. C. Kwek, Superfluid qubit systems with ring shaped optical lattices, *Sci. Rep.* **4**, 4298 (2014).
- [118] J. Struck, C. Ölschläger, R. Le Targat, P. Soltan-Panahi, A. Eckardt, M. Lewenstein, P. Windpassinger et K. Sengstock, Quantum simulation of frustrated classical magnetism in triangular optical lattices, *Science* **333**(6045), 996 (2011).
- [119] D. Greif, T. Uehlinger, G. Jotzu, L. Tarruell et T. Esslinger, Quantum magnetism of ultracold fermions in an optical lattice, *arXiv* **1212.2634** (2012).
- [120] H. Haffner, A. Browaeys, N. R. Heckenberg, K. Helmerson, C. McKenzie, G. J. Milburn, W. D. Phillips, S. L. Rolston, H. Rubinsztein-Dunlop et B. Upcroft, Dynamical tunnelling of ultracold atoms, *Nature* **412**, 52 (2001).
- [121] C. Zener, Non-adiabatic crossing of energy levels, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* **137**(833), 696 (1932).
- [122] P. Kapitza et P. Dirac, The reflection of electrons from standing light waves, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **29**, 297 (1933).
- [123] C. V. Raman et N. S. N. Nath, The diffraction of light by sound waves of high frequency, *Proc. Indian Acad. Sci.* **2**, 406 (1936).
- [124] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler et M. Weitz, All-optical realization of an atom laser, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240408 (2003).
- [125] L. Schiff, *Quantum Mechanics*, New York : McGraw Hill (1968).
- [126] H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Haffner, C. Mc Kenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston et W. D. Phillips, A Bose-Einstein condensate in an optical lattice, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **35**, 3095 (2002).
- [127] M. Giannoni, A. Voros et J. Zinn-Justin, *Chaos and Quantum Physics*, Les Houches Session LII 1989 (Elsevier, Amsterdam) (1991).
- [128] S. C. Creagh et N. D. Whelan, Complex periodic orbits and tunneling in chaotic potentials, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4975 (1996).
- [129] S. Tomsovic et D. Ullmo, Chaos-assisted tunneling, *Phys. Rev. E* **50**, 145 (1994).
- [130] J. F. Sherson, S. J. Park, P. L. Pedersen, N. Winter, M. Gajdacz, S. Mai et J. Arlt, The pompe-probe coupling of matter wave packets to remote lattice states, *New Journal of Physics* **14**(8), 083013 (2012).
- [131] F. Damon, *Sonder des structures complexes avec des ondes de matières*, Thèse, Université Paul Sabatier (2015).

- [132] A. del Campo, F. Delgado, G. Garcia-Calderon, J. G. Muga et M. G. Raizen, Decay by tunneling of bosonic and fermionic Tonks-Girardeau gases, *Phys. Rev. A* **74**, 013605 (2006).
- [133] V. Ahufinger, B. A. Malomed, G. Birkl et A. S. R. Corbalán, Double-barrier potentials for matter-wave gap solitons, *Phys. Rev. A* **78**, 013608 (2008).
- [134] S. Hansen, N. Nygaard et K. Mølmer, Scattering of matter wave solitons on localized potentials, *arXiv* **1210.1681** (2012).
- [135] F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich et D. Meschede, High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam, *Phys. Rev. A* **61**, 013405 (1999).
- [136] T. Lahaye, Z. Wang, G. Reinaudi, S. Rath, J. Dalibard et D. Guéry-Odelin, Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam, *Phys. Rev. A* **72**, 033411 (2005).
- [137] A. Ruschhaupt, J. Muga et M. Raizen, One-photon atomic cooling with an optical Maxwell demon valve, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **39**, 3833 (2006).
- [138] F. Cromptoets, R. Jongma, H. Bethlem, A. van Roij et G. Meijer, Longitudinal focusing and cooling of a molecular beam, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 093004 (2002).
- [139] L. D. Carr, D. DeMille, R. V. Krems et J. Ye, Cold and ultracold molecules : science, technology and applications, *New J. Phys.* **11**, 055049 (2009).
- [140] G. Reinaudi, Z. Wang, A. Couvert, T. Lahaye et D. Guéry-Odelin, A moving magnetic mirror to slow down a bunch of atoms, *Eur. Phys. J. D* **40**, 405 (2006).
- [141] E. Narevicius, A. Libson, M. F. Riedel, C. G. Parthey, I. Chavez, U. Even et M. G. Raizen, Coherent slowing of a supersonic beam with an atomic paddle, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 103201 (2007).
- [142] E. Narevicius, A. Libson, C. G. Parthey, I. Chavez, J. Narevicius, U. Even et M. G. Raizen, Stopping supersonic beams with a series of pulsed electromagnetic coils : An atomic coilgun, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 093003 (2008).
- [143] M. Morinaga, I. Bouchoule, J.-C. Karam et C. Salomon, Manipulation of motional quantum states of neutral atoms, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4037 (1999).
- [144] S. Martínez-Garaot, E. Torrontegui, X. Chen, M. Modugno, D. Guéry-Odelin, S.-Y. Tseng et J. G. Muga, Vibrational mode multiplexing of ultracold atoms, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 213001 (2013).
- [145] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm et S. Chu, Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles, *Opt. Lett.* **11**, 5 (1986).
- [146] H. Ammann et N. Christensen, Delta kick cooling : A new method for cooling atoms, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2088 (1997).
- [147] S. H. Myrskog, J. K. Fox, H. S. Moon, J. B. Kim et A. M. Steinberg, Modified “ $\delta$ -kick cooling” using magnetic field gradients, *Phys. Rev. A* **61**, 053412 (2000).



- [148] T. Aoki, T. Kato, Y. Tanami et H. Nakamatsu,  $\delta$ -kick cooling using the Ioffe-Pritchard potential, *Phys. Rev. A* **73**, 063603 (2006).
- [149] S. Goldberg, D. Strasser, O. Heber, M. L. Rappaport, A. Diner et D. Zajfman, Phase-space manipulation of stored ions using the  $\delta$ -kick method, *Phys. Rev. A* **68**, 043410 (2003).
- [150] A. del Campo, Frictionless quantum quenches in ultracold gases : A quantum-dynamical microscope, *Phys. Rev. A* **84**, 031606 (2011).
- [151] A. Steyerl, H. Nagel, F.-X. Schreiber, K.-A. Steinhauser, R. Gähler, W. Gläser, P. Ageron, J. Astruc, W. Drexel, G. Gervais *et al.*, A new source of cold and ultracold neutrons, *Phys. Lett. A* **116**, 347 (1986).
- [152] L. N. J. Summhammer et H. Rauch, Focusing of pulsed neutrons by traveling magnetic potentials, *Z. Phys. B condensed matter* **62**, 269 (1986).
- [153] T. Kovachy, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, S. M. Dickerson, C. A. Donnelly, C. Overstreet et M. A. Kasevich, Matter wave lensing to picokelvin temperatures, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 143004 (2015).
- [154] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik, A. Wenzlawski, S. Arnold, D. Becker, K. Bongs, H. Dittus, H. Duncker, N. Gaaloul *et al.*, Interferometry with Bose-Einstein condensates in microgravity, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 093602 (2013).
- [155] G. D. McDonald, C. C. N. Kuhn, S. Bennetts, J. E. Debs, K. S. Hardman, M. Johnsson, J. D. Close et N. P. Robins,  $80\hbar k$  momentum separation with Bloch oscillations in an optically guided atom interferometer, *Phys. Rev. A* **88**, 053620 (2013).
- [156] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect et V. Josse, Coherent backscattering of ultracold atoms, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 195302 (2012).
- [157] P. A. Murthy, D. Kedar, T. Lompe, M. Neidig, M. G. Ries, A. N. Wenz, G. Zürn et S. Jochim, Matter-wave Fourier optics with a strongly interacting two-dimensional Fermi gas, *Phys. Rev. A* **90**, 043611 (2014).
- [158] A. del Campo, V. I. Man'ko et G. Marmo, Symplectic tomography of ultracold gases in tight waveguides, *Phys. Rev. A* **78**, 025602 (2008).
- [159] V. Gritsev, P. Barmettler et E. Demler, Scaling approach to quantum non-equilibrium dynamics of many-body systems, *New J. Phys.* **12**, 113005 (2010).
- [160] E. Wigner, On the quantum correction for thermodynamic equilibrium, *Phys. Rev.* **40**, 749 (1932).
- [161] Y. Castin et R. Dum, Bose-Einstein condensates in time dependent traps, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [162] Y. Kagan, E. L. Surkov et G. V. Shlyapnikov, Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [163] P. Öhberg et L. Santos, Dynamical transition from a quasi-one-dimensional Bose-Einstein condensate to a Tonks-Girardeau gas, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 240402 (2002).

- 
- [164] A. Minguzzi et D. M. Gangardt, Exact coherent states of a harmonically confined Tonks-Girardeau gas, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 240404 (2005).
- [165] H. Buljan, R. Pezer et T. Gasenzer, Fermi-Bose transformation for the time-dependent Lieb-Liniger gas, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 080406 (2008).
- [166] M. D. Girardeau et A. Minguzzi, Soluble models of strongly interacting ultracold gas mixtures in tight waveguides, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 230402 (2007).
- [167] D. Guéry-Odelin, Mean-field effects in a trapped gas, *Phys. Rev. A* **66**, 033613 (2002).
- [168] F. Impens et D. Guéry-Odelin, Classical phase-space approach for coherent matter waves, *Phys. Rev. A* **81**, 065602 (2010).
- [169] F. Damon, F. Vermersch, J. G. Muga et D. Guéry-Odelin, Reduction of local velocity spreads by linear potentials, *Phys. Rev. A* **89**, 053626 (2014).
- [170] Y. Kagan, E. L. Surkov et G. V. Shlyapnikov, Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
- [171] F. Damon, F. Vermersch, J. G. Muga et D. Guéry-Odelin, Reduction of local velocity spreads by linear potentials, *Phys. Rev. A* **89**, 053626 (2014).
- [172] E. Torrontegui, S. I. nez, S. Martínez-Garaot, M. Modugno, A. del Campo, D. Guéry-Odelin, A. Ruschhaupt, X. Chen et J. G. Muga, Shortcuts to adiabaticity, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **62**, 117 (2013).
- [173] F. Vermersch, C. M. Fabre, P. Cheiney, G. L. Gattobigio, R. Mathevet et D. Guéry-Odelin, Guided-atom laser : Transverse mode quality and longitudinal momentum distribution, *Phys. Rev. A* **84**, 043618 (2011).
- [174] J. E. L. Allen, *Optical resonance and two-level atoms* (1975).
- [175] B. Fang, G. Carleo, A. Johnson et I. Bouchoule, Quench-induced breathing mode of one-dimensional Bose gases, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 035301 (2014).