



HAL
open science

Intéractions calottes polaires/océan : modélisation des processus de vêlage au front des glaciers émissaires

Jean Krug

► **To cite this version:**

Jean Krug. Intéractions calottes polaires/océan : modélisation des processus de vêlage au front des glaciers émissaires. Sciences de la Terre. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : 2014GRENU033 . tel-01240106

HAL Id: tel-01240106

<https://theses.hal.science/tel-01240106>

Submitted on 8 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Science de la Terre et de l'Environnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Jean KRUG

Thèse dirigée par **Jérôme WEISS** et **Gaël DURAND**

préparée au sein du

Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement

et de l'École Doctorale

Terre, Univers, Environnement

Intéactions Calotte Polaire / Océan : Modélisation des proces- sus de vêlage au front des glaciers émissaires

Soutenue le **04 Décembre 2014**,

devant le jury composé de :

M. Jean BRAUN

Professeur, ISTerre, Grenoble, Président

M. Martin FUNK

Professeur, ETH, Zürich, Rapporteur

M. Andreas VIELI

Professeur, University of Zurich-Irchel, Zürich, Rapporteur

Mme. Frédérique RÉMY

Directrice de Recherche, LEGOS, Toulouse, Examinatrice

M. Jérôme WEISS

Directeur de Recherche, LGGE, Grenoble, Directeur de thèse

M. Gaël DURAND

Chercheur, LGGE, Grenoble, Co-Encadrant de thèse



La neige qui poudroie dans la solitude de notre enfance.

A. Astier.

Résumé

La contribution des calottes polaires à l'augmentation du niveau marin est un sujet de préoccupation majeure. Dans le cadre du réchauffement climatique, la dynamique de leurs glaciers émissaires évolue et ceux-ci accélèrent leur décharge de glace vers l'océan. En tant qu'exutoires des calottes polaires et régulateurs de leur perte de masse, la prise en compte de leur fonctionnement dans les prévisions d'augmentation du niveau marin est capitale. Cependant, les processus qui régissent leur dynamique sont mal contraints et il convient alors de réduire les incertitudes qui y sont liées. Les rétroactions entre la dynamique du front et la dynamique du glacier en sont un exemple représentatif.

Dans ce cadre, cette thèse se concentre sur la modélisation de la dynamique du front de vêlage, et vise à proposer une nouvelle approche physique des mécanismes aboutissant au vêlage d'iceberg. Le travail réalisé ici couple la mécanique de l'endommagement et la mécanique de la rupture. Il intègre ainsi la dégradation progressive des propriétés rhéologiques de la glace aboutissant à la formation d'un champ de crevasses et modélise ensuite la propagation des fractures caractéristiques de l'évènement de vêlage. Ce modèle nouvellement créé est contraint sur une géométrie 2D en ligne d'écoulement du glacier Helheim, au Groenland, dont on parvient à reproduire un comportement cohérent de la partie terminale. Les tests de sensibilité menés sur chacun des paramètres introduits dans le modèle contraignent l'importance de chacun d'eux.

On évalue ensuite l'impact sur la dynamique du front de deux forçages naturels couramment observés dans les fjords groenlandais : la fonte de la partie immergée du front et l'impact mécanique d'un mélange de glace (mélange de glace de mer et d'icebergs). Les résultats suggèrent que si la fonte affecte légèrement la dynamique du front, le mélange de glace provoque une réponse saisonnière d'une amplitude similaire aux variations observées dans la réalité. En frottant contre les parois du fjord, il empêche le vêlage et favorise l'avancée du glacier. On montre également que la fonte ne modifie pas le bilan de masse du glacier, mais que l'effet du mélange de glace est plus marqué. Enfin, nos résultats suggèrent que lorsque le glacier présente une extension flottante, un forçage élevé peut modifier l'équilibre du glacier et affecter plus considérablement son bilan de masse pluriannuel.

Mots clés : Glaciers émissaires, vêlage, processus, modélisation, éléments finis.

Abstract

Ice discharge from polar ice sheets and subsequent sea-level rise cause a major concern. The reason is that climate warming affects the behaviour of tidewater outlet glaciers and significantly influences their ice discharge. As these glaciers drain into the ocean, it is pivotal to incorporate their dynamics when modelling the ice-sheet response to global warming. However, tidewater glacier dynamics is complex as many processes on various scales are involved and mutually interact. The feedback between the dynamics of the calving front and the general glacier dynamics is fundamental.

This PhD thesis focuses on modelling the calving front of outlet glaciers in order to improve the representation of physical processes at play there. For this purpose, we suggest a new framework for calving based on damage mechanics and fracture mechanics. This twofold approach allows a representation of the slow degradation of ice rheological properties from a virgin state to high crevassing, as well as the rapid fracture propagation associated with calving events. Our 2D flowline implementation of this calving framework is then applied to Helheim Glacier, Greenland. We constrain the choice of intrinsic parameters so that changes in frontal position agree with maximal retreat and advance observed in the past century. Sensitivity tests are carried to assess the influence of each model parameter on the model behaviour.

This new calving law is then employed to study the impact of submarine frontal melting at the ice front and ice mélange (heterogeneous mixture of sea-ice and icebergs) on glacier dynamics. To this day, it remains controversial which of these two mechanisms is responsible for the seasonal variations of the calving margin. Our results show that both mechanisms exert control on frontal dynamics. The melting, however, influences the front position only secondarily. The ice mélange can force the glacier front to migrate by a few kilometers. Additionally, melting at the front is not sufficient to affect the inter-annual glacier mass balance, but this is not the case for the ice mélange. Finally, our model highlights a feature which is specific to floating glaciers: when the intensity of the applied perturbation is the most significant, the glacier equilibrium may be modified, as well as its pluri-annual mass balance.

Keywords: Tidewater outlet glaciers, calving, processes, modelling, finite-element.

Remerciements

Comment rédiger la page la plus importante d'un manuscrit, celle à laquelle on s'attelle en dernier, comme l'exutoire de longues heures de labeur aux rêves tourmentés, lors du diplôme acquis? Comment faire virevolter, lorsque tout est achevé, les mots que l'on a jusqu'ici, su tenir ordonnés? Classés. Lissés. Par où débiter toute cette histoire glacée?

Par un remerciement :

Celui que l'on adresse en guide d'encouragement, afin d'imprégner l'ambitieux lecteur d'une confiance renforcée qui l'aide à dépasser la table des matières.

Celui que l'on adresse à ceux qui ont oeuvré à la production de ce travail : Gaël, pour ce temps passé à discuter de science, mais pas que, pour tout ce que tu m'as appris, ce qui dépasse de loin l'étroit goulet de la glaciologie : ces voyages, ces conférences, ces gens que j'ai rencontrés, c'est surtout grâce à toi. Jérôme, de t'être impliqué dans cette thèse, qui sans ton investissement, n'aurait probablement pas dépassé la profondeur initiale de crevasse. Olivier, l'interaction subtile, l'interface volatile de la physique et du modèle, pour m'avoir aidé à l'identifier. Fabien, entre maillage et remaillé, comme elmerisé par tes commentaires ajustés. Laure, Hélène(s), Cyrille, Elsa, accompagnateurs/trices perché(e)s de galère et de joie.

Celui que l'on adresse aux amis de tous bords, ceux qui remontent dans l'arbre la pomme trop tôt écrasée et lui chuchotent à l'oreille : "tiens encore un peu". Thomas, évidemment ! Pour les innombrables coups d'patte, les discussions, les échanges, les repas. Julien et son armée de petits mutualistes, l'esprit ouvert sur tous les sujets et d'autres encore. Emilie, Benjamin, Cyril, Audrey, Olivier, et tous ceux que le format A4 m'empêche de mentionner, les autres amateurs de jeu de rôles, du bon mot et de Damasio, ceux qui donnent à la thèse une tout autre dimension (la bonne à mes yeux), et m'ont rappelé, à jamais poétiques : "cesse de te la péter avec ta glaciotruc".

Celui que l'on adresse enfin à sa famille, et dont on se rend compte combien il arrive tard. Celle qu'on ne voit pas très souvent, mais qui est toujours là et qui rappelle à chaque instant que le monde est *aussi* ailleurs, qu'il pense à vous. Merci, mes chers parents, merci frangine.

A ton tour, vaillant lecteur, ignorant de la glace ou son plus fin limier...

Table des matières

1	Introduction générale	11
1.1	Contexte de l'Etude	11
1.1.1	Calottes polaires dans le contexte climatique actuel	11
1.1.2	Mesures du bilan de masse	13
1.1.3	Rôle du vèlage d'iceberg dans le bilan de masse des calottes	17
1.2	Dynamique de l'écoulement	19
1.2.1	Lois de la dynamique	19
1.2.2	Relation constitutive	20
1.3	Modélisation de l'écoulement	21
1.3.1	Approximations de types couche mince	21
1.3.2	Modèles d'ordre supérieur	23
1.3.3	Modélisation full-Stokes	23
1.3.4	Modèle Elmer/Ice	24
1.4	Enjeux	25
2	Le vèlage d'iceberg, état de l'art des connaissances	27
2.1	Description et hiérarchie de processus	27
2.1.1	Contexte de l'étude	27
2.1.2	Terminologie	28
2.1.3	Processus de vèlage	29
2.2	Approches empiriques	40
2.2.1	Hauteur au-dessus de la flottaison (HAB)	40
2.2.2	Profondeur d'eau au terminus	41
2.2.3	Plateformes de glace	43
2.2.4	Limitations	44
2.3	Approches physiques	45
2.3.1	Propagation des crevasses	45
2.3.2	Critère de vèlage	52
2.4	Bilan	59

3	Modèle de vêlage	61
3.1	Introduction	62
3.2	Model Physics	64
3.2.1	Governing equations for ice flow	64
3.2.2	Continuum damage mechanics model	66
3.2.3	Fracture Mechanics	70
3.2.4	Possible further improvements	74
3.3	A case study	77
3.3.1	Data Sources	77
3.3.2	Flowline specifications and numerics	78
3.3.3	Results and discussion	80
3.4	Conclusion	88
	Appendices	91
3.A	Weight function for stress intensity factor	91
4	Impact de la fonte frontale et du mélange de glace	93
4.1	Introduction	94
4.2	Setup and forcing parameterizations	97
4.2.1	Geometries and boundary conditions	97
4.2.2	Model experiments	98
4.3	Results	103
4.3.1	Melting impact	103
4.3.2	Ice mélange impact	104
4.4	Discussion	108
4.4.1	Mechanical impact of the ice mélange on the glacier front	108
4.4.2	Differences between floating and grounded termini	112
4.5	Conclusion	114
5	Conclusions et perspectives	117
5.1	Conclusions	117
5.2	Perspectives	119
5.2.1	Développement numérique du modèle : endommagement et vêlage	119
5.2.2	Etude de sensibilité et exemples d'application	121
	Références bibliographiques	127

Liste des figures	149
Annexes	151
A Article: The stability of grounding lines on retrograde slopes	153

Introduction générale

1.1 Contexte de l'Etude

1.1.1 Calottes polaires dans le contexte climatique actuel

La cryosphère constitue l'ensemble des portions de la surface de la Terre où l'eau est présente sous forme solide. Elle se décompose sous la forme de neige, de glace de rivière et de lac, de glace de mer, de glaciers, de calottes polaires et de plateformes flottantes, ainsi que de sols gelés (pergélisol). Elle joue un rôle majeur dans le système climatique terrestre, via les échanges d'énergie avec le sol ou l'atmosphère, et dans le cycle de l'eau (*Church et al.*, 2013).

Parmi les composantes de la cryosphère, les calottes polaires représentent 90% du stockage de glace sur Terre et recouvrent 9,5% de la surface terrestre, sous forme de masses de glace posées sur le socle rocheux. Elles se forment à partir de précipitations de neige qui se compactent en glace, s'écoulent sous l'effet de la gravité depuis un sommet (appelé *dôme*) jusqu'à l'océan et s'évacuent par fonte ou par vêlage d'iceberg. L'Antarctique et le Groenland constituent les deux calottes polaires présentes actuellement et sont divisés en plusieurs bassins versants qui canalisent chacun l'écoulement de glace vers un ou plusieurs exutoires. La vitesse de cet écoulement, très faible au dôme (inférieure à 1.5 m an^{-1} , d'après *Rignot et al.*, 2011a), s'accélère progressivement jusqu'à l'exutoire en concentrant le flux de glace sous forme de larges glaciers émissaires pouvant atteindre jusqu'à 17000 m a^{-1} (*Joughin and Smith*, 2013). La glace atteignant l'océan peut se mettre à flotter et le glacier forme une plateforme de glace flottante. La ligne d'échouage distingue ainsi la glace posée de la glace flottante et s'applique aussi bien à la délimitation des langues flottantes des glaciers émissaires du Groenland qu'à celle des larges plateformes d'Antarctique (Figure 1.1). Ces dernières, qui peuvent s'étendre sur plusieurs centaines de kilomètres, sont délimitées en aval par le terminus (ou front) où s'effectue le vêlage et sont plus spécifiquement situées autour du continent Antarctique (Plateforme de Ronne-Filchner, plateforme de Ross, plateforme d'Amery ...).

L'observation de plages et de traces de coraux à des altitudes bien supérieures au niveau

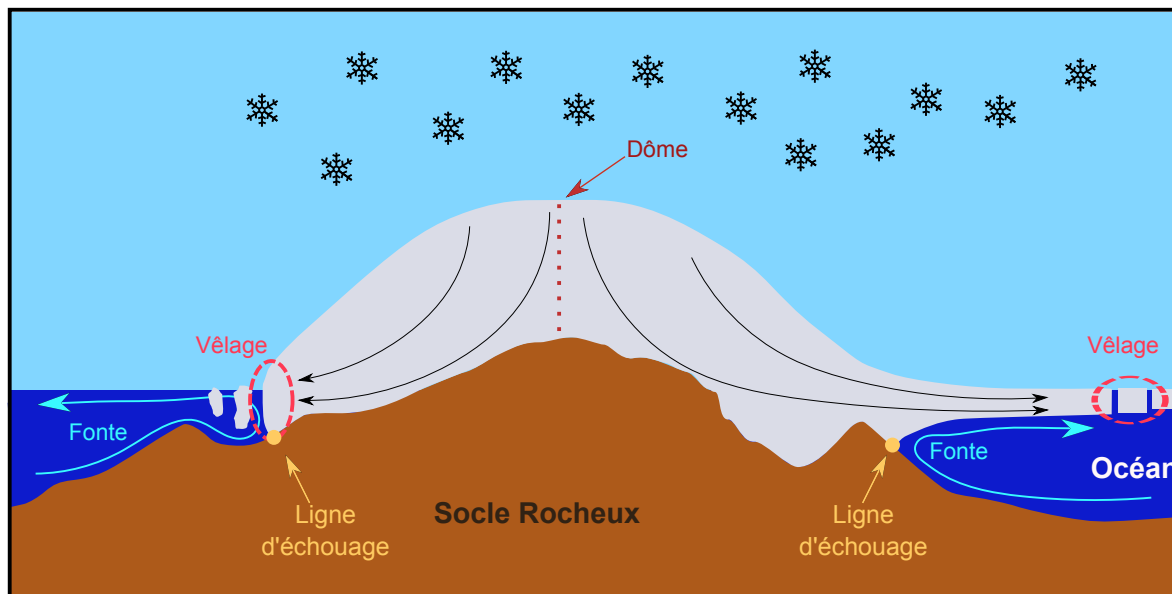


FIGURE 1.1 – Caractéristiques d’une calotte polaire. La calotte se forme par précipitation de neige sur un socle rocheux, qui se compacte, et s’écoule depuis le dôme jusqu’à l’océan. La partie gauche illustre un écoulement de glace posé jusqu’au front, caractéristique des glaciers émissaires posés ou à la limite de la flottaison distribués autour de la calotte du Groenland. La partie de droite représente la formation d’une plateforme de glace flottante délimitée par la ligne d’échouage.

marin actuel, associée à des preuves paléoclimatiques issues d’échantillons sédimentaires en Antarctique, ont apporté la preuve de fortes variations du volume des calottes et du niveau des océans durant le Pléistocène et l’Holocène (*Scherer et al.*, 1998; *Fox*, 2008; *Bamber et al.*, 2009). Par ailleurs, la comparaison d’archives géologiques des conditions préindustrielles souligne des corrélations nettes entre la concentration en CO_2 , principal gaz à effet de serre et facteur d’augmentation de la température et des variations importantes du niveau des océans (*Alley et al.*, 2005, 2008). Ces considérations illustrent le rôle fondamental des calottes polaires dans le niveau des océans et présagent également leur vulnérabilité aux variations de température.

Dans le cadre du réchauffement actuel, le dernier rapport du Groupe d’experts Intergouvernemental sur l’Evolution du Climat (GIEC) rappelle que la réponse des calottes polaires est soudaine, rapide et s’accélère, même si plusieurs processus dynamiques sont encore mal contraints. Leur contribution y a néanmoins été quantifiée en terme d’augmentation du niveau de la mer, en réponse à différents scénarios de forçage d’émissions de gaz à effet de serre liés à l’activité anthropique. Les résultats obtenus varient entre 0.26 m et 0.82 m en 2081-2100, par rapport à 1986-2005, selon le scénario envisagé (*Church et al.*, 2013). *Ni-*

cholls and Cazenave (2010) ont montré que cette augmentation risque d'affecter en priorité les zones les plus densément peuplées et les plus pauvres de la planète, que sont l'Asie du Sud-Est, l'Océanie et les côtes de l'Afrique. On comprend alors la nécessité d'améliorer la connaissance des processus dynamiques liés à la réponse glaciaire, tels que ceux affectant le front des glaciers émissaires.

1.1.2 Mesures du bilan de masse

La mesure physique permettant d'évaluer les variations de masse des calottes polaires est le bilan de masse. Celui-ci quantifie le gain ou la perte nette de masse des calottes, en prenant en compte tous les flux entrants (précipitation, accrétion) et sortants (fonte de surface, sous-marine, fonte au front, vêlage). La mesure expérimentale du bilan de masse est un processus complexe, tant les zones polaires sont difficiles d'accès et recouvrent une superficie importante. Trois méthodes permettent actuellement d'effectuer ce type de mesures : l'interférométrie radar, l'altimétrie ou la gravimétrie.

L'interférométrie radar (InSAR, pour Interferometric Synthetic Aperture Radar) fonctionne à partir d'une mesure orbitale du champ de vitesse de surface de la calotte. A l'aide de plusieurs mesures successives d'une même zone et comparaison entre elles, la vitesse de l'écoulement peut être obtenue (*Goldstein et al., 1993*). Ensuite, celle-ci peut être combinée avec une estimation de l'épaisseur de glace, ce qui permet d'évaluer son flux. Par comparaison avec l'accumulation de surface (généralement fournie par un modèle régional de climat atmosphérique), on peut alors calculer le bilan de masse (*Rignot et al., 2008a*). Un exemple de sortie de modèle régional atmosphérique pour le Groenland est proposé sur la figure 1.2 a et les données d'interférométrie correspondantes sur la figure 1.2 b.

L'altimétrie consiste en une mesure de l'altitude de surface de la calotte. L'altimétrie radar est généralement embarquée sur un satellite, tandis que l'altimétrie laser peut également être effectuée depuis un avion. Dans les deux cas, le principe reste le même : l'antenne émettrice envoie un signal réfléchi par la calotte et capté à nouveau par un système récepteur. La durée de trajet renseigne sur l'altitude de la calotte. Par répétition de mesures, cette méthode permet d'évaluer le taux d'amincissement d'une calotte et ainsi son bilan de masse (*Thomas et al., 2004; Pritchard et al., 2009; Flament and Rémy, 2012*). Le signal nécessite néanmoins plusieurs traitements pour prendre en

compte certains paramètres, tels que l'effet de marée pour les plateformes flottantes ou l'évolution de la densité de la neige avec la profondeur... Un exemple est donné pour le Groenland sur la figure 1.2 c.

La gravimétrie repose sur la mesure de la répartition des masses au sein de la planète . Le projet “Gravity Recovery and Climate Experiment” (GRACE) se base sur cette technique (*Velicogna and Wahr, 2006a,b*). Lancé en 2002, il est composé de deux satellites circulant l'un derrière l'autre, en orbite basse (500 km) et dont l'écartement est mesuré avec une grande précision. Une variation de masse (ici, de glace) modifie la vitesse du satellite et induit des écarts entre les deux, lesquels permettent de remonter au défaut ou à l'excès de matière présente au nadir, ainsi que d'en mesurer les variations entre plusieurs passages successifs. Cette technique possède une résolution spatiale large, d'environ 300 km. Un défaut majeur réside dans son manque de précision, en particulier dans la contamination du signal propre à la perte de masse de glace par d'autres signaux secondaires, tels que le rebond isostatique, par exemple. Cependant, en combinant les résultats de Grace à ceux d'un autre satellite de mesure du champ de gravité et de la circulation des océans (GOCE), *Bowman et al. (2014)* sont parvenus à estimer les variations de masse de plusieurs glaciers du secteur d'Amundsen, en Antarctique, avec une précision inégalée à l'échelle du bassin versant. Une illustration des résultats de gravimétrie pour le Groenland est fournie sur les Figures 1.2 d, 1.2 e, et 1.2 f.

Si ces différentes techniques de mesure indiquent toutes des tendances à la perte de masse, sa quantification exacte a longtemps présenté des différences, de par les biais inhérents à leurs fonctionnements (*Solomon, 2007*), dont certains ont été présentés ci-dessus. Depuis le dernier rapport du GIEC subsistent de nombreuses limitations dans chacune des techniques de mesure (mauvaise couverture spatiale, pénétration des signaux d'altimétrie sous de la surface de neige, blocage des signaux laser par forte nébulosité, ou rebond isostatique). Mais l'amélioration des jeux de données et l'homogénéisation de leur traitement réduisent les incertitudes sur de nombreux paramètres clefs, tels que la mesure de l'épaisseur de glace, par une meilleure représentation de la profondeur du socle rocheux en Antarctique et au Groenland (*Bamber et al., 2013; Fretwell et al., 2013*), ou l'amélioration des mesures de vitesse de surface (*Rignot et al., 2011a*). A présent, ces mesures s'accordent convenablement sur l'estimation du bilan de masse des calottes polaires et fournissent des résultats toujours plus précis (*Rignot et al., 2011b; Church et al., 2013*). Elles montrent toutes sans équivoque que depuis plusieurs décennies, on assiste à une accélération et un amincissement de nombre

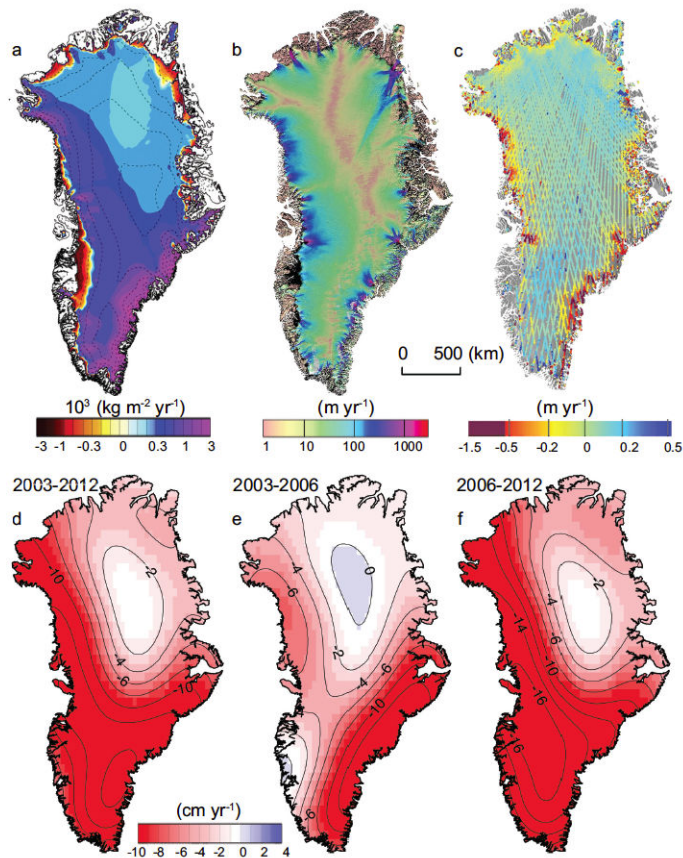


FIGURE 1.2 – Variables clés de la détermination du bilan de masse du Groenland. (a) Bilan de masse de surface entre 1989 et 2004 à partir de modélisation climatique régionale. (b) Vitesses de surface de la glace pour la période 2007-2009, obtenues par interférométrie radar. (c) Variation d'altitude de surface pour la période 2003-2008 à partir d'altimétrie embarquée sur satellite. (d-e-f) Variation de la perte de masse du Groenland, entre la période (d) 2003-2012; (e) 2003-2006; et (f) 2006-2012, exprimée en centimètre d'eau par an, à partir de données gravimétriques (GRACE). Les données (a) et (b) sont combinées pour calculer le bilan masse des calottes. D'après *Church et al.* (2013).

de glaciers émissaires du Groenland et de l'Antarctique, ainsi qu'une augmentation de la décharge de glace vers l'océan.

Le bilan masse annuel moyen du Groenland a été évalué à $-142 \pm 49 \text{ Gt a}^{-1}$ au cours des deux dernières décennies (*Shepherd et al.*, 2012). Le rapport du GIEC de 2007 faisait état d'une accélération de l'amincissement des zones englacées côtières de la calotte groenlandaise, en particulier au niveau des glaciers émissaires rapides situés dans la moitié sud (*Jakobshavn, Helheim, Kangerlussuaq*), et plus particulièrement la partie sud-est (*Solomon*, 2007). Plus récemment, cette perte s'est accentuée, atteignant $-263 \pm 30 \text{ Gt a}^{-1}$ entre 2005 et 2010 (*Schrama and Wouters*, 2011; *Shepherd et al.*, 2012) (Altimétrie, Interférométrie,

Gravimétrie), et $-359,8 \pm 28,9 \text{ Gt a}^{-1}$ entre 2009 et 2012 (*Khan et al.*, 2014, mesurée par altimétrie laser aérienne et spatiale). En outre, ces études précisent que cette perte de masse s'étend maintenant à une portion de plus en plus large à l'intérieur de la calotte (*Khan et al.*, 2010, 2014).

Pour l'Antarctique, *Rignot et al.* (2008a) ont estimé, par interférométrie radar, le bilan masse à $-112 \pm 91 \text{ Gt a}^{-1}$ en 1996, $-138 \pm 92 \text{ Gt a}^{-1}$ en 2000, et $-196 \pm 92 \text{ Gt a}^{-1}$ en 2006. Pour la période 2006 – 2009, *Velicogna* (2009) ont complété ces mesures par gravimétrie et aboutissent à un bilan de masse moyen de -246 Gt a^{-1} . Chiffrer la contribution de l'Antarctique à l'augmentation du niveau des océans se fait habituellement en divisant le continent en trois parties : la péninsule Antarctique, qui s'étend du sud de l'Amérique du Sud jusqu'à la plateforme flottante de Ronne-Filchner, l'Antarctique de l'Ouest (entre la Péninsule et la chaîne de montagnes transantarctique) et l'Antarctique de l'Est. La péninsule répond rapidement au changement climatique et a déjà subi la disparition de plusieurs plateformes de glace (*Scambos et al.*, 2004, 2009). L'Antarctique de l'Ouest possède un potentiel d'environ 5 mètres à l'augmentation du niveau marin et l'accélération de ses glaciers augmente elle aussi rapidement : en particulier, *Mouginot et al.* (2014) ont montré que la décharge de glace du secteur d'Amundson, qui à lui seul draine un tiers de la glace en Antarctique de l'Ouest, a augmenté de 77% depuis l'année 1973, et que la moitié de cette augmentation a eu lieu entre 2003 et 2009. Enfin, l'Antarctique de l'Est possède le plus grand volume de glace (environ 55 mètres d'augmentation du niveau marin) et reste actuellement à l'équilibre (*Shepherd et al.*, 2012). Ces valeurs sont résumées sur la Figure 1.3, entre 2003 et 2008.

En réponse à ces observations, le taux d'élévation du niveau de la mer par apport de glace continentale depuis les calottes uniquement (*i.e.* sans considérer l'expansion thermique de l'océan) a été chiffrée entre 1992 et 2011 à environ $0,5 \pm 0,17 \text{ mm a}^{-1}$, et a augmenté jusqu'à atteindre $1,2 \pm 0,40 \text{ mm a}^{-1}$ entre 2007 et 2011, comptant ainsi pour environ un tiers de l'élévation globale ($3,3 \pm 0,40 \text{ mm a}^{-1}$, *Nicholls and Cazenave*, 2010) (*Church et al.*, 2013). Ces chiffres soulignent de façon péremptoire le fait que la décharge de glace des calottes polaires augmente. Dès lors, il devient légitime de se demander dans quelle mesure cette augmentation va se poursuivre, diminuer ou s'accélérer. Les modèles d'écoulement de glace permettent d'effectuer ce type de projections, mais leur développement nécessite de préciser autant que possible les mécanismes physiques responsables de cette décharge.

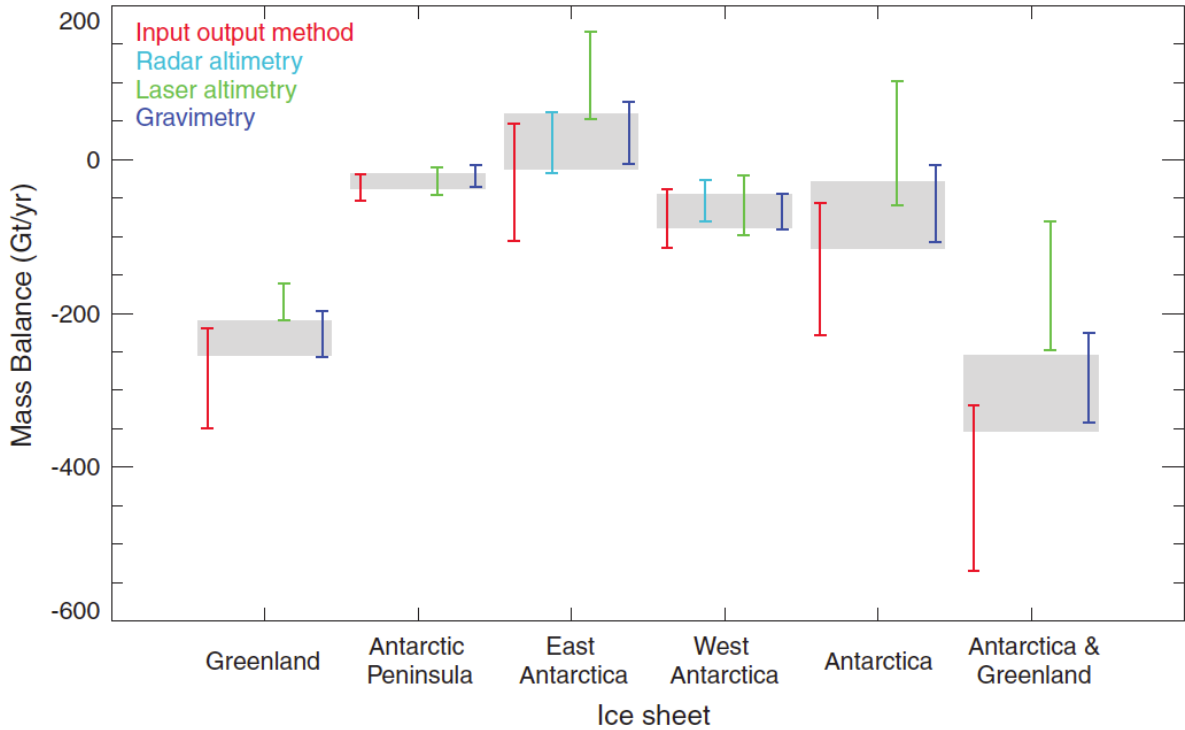


FIGURE 1.3 – Intercomparaison des différentes mesures du bilan de masse des calottes Antarctique et Groenlandaise, par interférométrie (rouge), altimétrie radar (bleu clair), altimétrie laser (vert), et gravimétrie (bleu foncé), entre 2003 et 2008. D'après *Shepherd et al. (2012)*.

1.1.3 Rôle du vêlage d'iceberg dans le bilan de masse des calottes

Le bilan de masse des calottes est la différence de deux composantes : le bilan masse de surface sur la partie posée des calottes (BMS) et la décharge de glace à la ligne d'échouage (lorsque la glace traverse la ligne d'échouage, elle se met à flotter et contribue à l'augmentation du niveau des océans). Le BMS regroupe l'ensemble des processus ayant lieu à la surface supérieure des calottes. Il se quantifie par la différence entre accumulation (terme source) et ablation (puits). La décharge de glace à la ligne d'échouage, quant à elle, se décompose ensuite sous la forme de fonte et de vêlage d'iceberg.

Le Groenland ne présente quasiment pas de plateformes flottantes. La majorité de ses glaciers s'écoule dans des fjords, et la partie flottante, lorsqu'elle existe, se réduit habituellement à une langue de quelques centaines de mètres, voire quelques kilomètres. Dans ce cas, le processus de vêlage affecte directement le bilan de masse, en rognant la portion de glace posée sur le socle rocheux.

A l'opposé, l'Antarctique présente de nombreuses plateformes flottantes dont la contri-

bution au niveau des océans est déjà prise en compte. C'est donc par un effet indirect que le vêlage modifie le bilan masse de la calotte posée : en fonction de la topographie du socle rocheux, les parties flottantes peuvent être plus ou moins confinées à l'intérieur de larges baies. La résistance latérale de la glace contre les parois rocheuses joue alors un rôle capital en s'opposant à l'écoulement et contribue ainsi à retenir le flux de glace en amont, limitant ainsi la décharge vers l'océan. On parle de mécanisme d'arc-boutement (*buttressing*, en anglais). Par ce processus, certaines plateformes flottantes freinent ainsi l'écoulement de plusieurs glaciers à la fois. Mais leur vêlage réduit la surface sur laquelle s'effectue cette résistance et affecte la dynamique glaciaire en favorisant l'accélération du glacier situé en amont. L'effet de *buttressing* a été largement illustré et discuté dans la communauté glaciologique. En particulier, les travaux de *Scambos et al.* (2004) ont rappelé l'importance de ce mécanisme lors de la désintégration de la plateforme du Larsen B, en 2002, qui s'est soldée par une accélération sensible de ses glaciers tributaires.

On comprend ainsi l'importance du processus de vêlage dans le bilan de masse du Groenland et de l'Antarctique. De nombreuses études ont été menées afin de quantifier le BMS et la décharge, ainsi que d'estimer la part du vêlage et de la fonte dans la décharge de glace (entre autres études, on citera : *van den Broeke et al.*, 2009; *Rignot et al.*, 2010, 2011b; *Shepherd et al.*, 2012; *Depoorter et al.*, 2013; *Rignot et al.*, 2013). Les travaux de *Rignot et al.* (2011b) ont chiffré, pour le Groenland, le BMS à environ $+300 \text{ Gt a}^{-1}$ et la décharge à -630 Gt a^{-1} , et pour l'Antarctique, le BMS à environ $+2000 \text{ Gt a}^{-1}$ et la décharge à -2300 Gt a^{-1} . Par la suite, on retiendra que le ratio de fonte par rapport au vêlage dans le terme de décharge est d'environ 0.5 pour l'Antarctique, et entre 0.2 et 0.8 pour le Groenland. Dans ce dernier cas, cette forte imprécision peut s'expliquer par la variabilité des conditions océaniques entre chaque système de fjord (*Sutherland and Straneo*, 2012; *Bartholomaus et al.*, 2013).

Ces chiffres à la fois considérables et imprécis reflètent la difficulté de contraindre la modélisation des processus ayant lieu aux fronts des glaciers et des plateformes flottantes, en particulier le vêlage d'iceberg. Pour représenter avec justesse la dynamique de la glace, on utilise un modèle d'écoulement dont la physique et les propriétés sont résumées dans la partie suivante. Dans la suite de ce manuscrit, nous conserverons la terminologie introduite dans cette partie, et ne référerons à la perte mécanique de glace que par l'usage des termes de "vêlage" ou "décharge d'iceberg".

1.2 Dynamique de l'écoulement

Sous la forme de glacier ou de calotte, la glace s'écoule par effet gravitaire. Son fluage est contraint par les déformations internes d'abord, et régit par les équations de la mécanique des fluides. La description complète de la rhéologie de glace et une analyse poussée des équations d'écoulement de la glace ainsi que leur discrétisation ont déjà été proposées à plusieurs reprises (*Schäfer, 2007; Greve and Blatter, 2009; Cook, 2012; Drouet, 2012; Bonan, 2013*). On laissera le lecteur intéressé se reporter à ces références et nous nous limitons dans cette partie à un bref rappel des équations utilisées dans l'ensemble de ce manuscrit.

1.2.1 Lois de la dynamique

L'écoulement d'un fluide newtonien est régi par les équations de *Navier-Stokes*. Elles comprennent l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation du moment.

$$\rho_i \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho_i \mathbf{g} - 2\rho_i \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (1.2)$$

où ρ_i correspond à la masse volumique de la glace, $\frac{d\mathbf{u}}{dt}$ représente la dérivée lagrangienne du vecteur vitesse \mathbf{u} , $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy, \mathbf{g} le vecteur d'accélération de la pesanteur, et le terme $\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u}$ représente la force de Coriolis.

La glace, cependant, de par sa rhéologie particulière, est un fluide non newtonien. Dans ce cadre, les termes inertiels des équations de Navier-Stokes (que sont la dérivée lagrangienne, et l'accélération de Coriolis) peuvent généralement être négligés. Dans ce cas, on parle d'équations de *Stokes*, qui s'écrivent de la manière suivante.

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho_i \mathbf{g} = 0 \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (1.4)$$

Le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ peut se décomposer comme la somme d'une partie déviatoire \mathbf{S} et de la pression glaciostatique dans la glace, notée p , et s'écrit alors $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} - p\mathbf{I}$, avec \mathbf{I} la matrice identité et $p = -\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3$ (Dans cette expression, la pression glaciostatique est définie positive en compression et le tenseur des contraintes positif en traction).

1.2.2 Relation constitutive

Le cristal de glace est un matériau anisotrope : pour une même contrainte appliquée, celui-ci ne se déforme pas de la même façon dans toutes les directions. De manière générale, la déformation d'un monocristal de glace s'effectue parallèlement à son plan de base. Dans le cas d'un agrégat de cristaux arrangés de manière aléatoire auquel on applique une contrainte constante, le processus de déformation s'effectue en trois étapes. On assiste d'abord à une déformation élastique, suivie par un fluage primaire, pendant lequel le taux de déformation décroît, jusqu'à atteindre une valeur minimale, quantifiée par un taux de fluage secondaire. Enfin, le taux de déformation augmente à nouveau jusqu'à se stabiliser et devenir constant (fluage tertiaire) (*Paterson, 1994*).

Ce comportement particulier est décrit par une équation reliant le tenseur des contraintes déviatoires \mathbf{S} au tenseur du taux de déformation (*i.e.* aux vitesses). Cette équation est donnée par la relation constitutive pour la glace, qu'on appelle communément la *loi de Glen*. Celle-ci s'écrit :

$$\mathbf{S} = 2\eta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1.5)$$

avec $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ le tenseur du taux de déformation et η la viscosité de la glace. Le tenseur du taux de déformation s'écrit en fonction des vitesses de l'écoulement, sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.6)$$

et la viscosité est donnée par :

$$\eta = \frac{1}{2} (EA)^{-1/n} \mathbf{I}_{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2}^{(1-n)/n} \quad (1.7)$$

où $\mathbf{I}_{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2}^2$ est le second invariant du tenseur des déformations (qui s'écrit $\mathbf{I}_{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}/2}$), A un paramètre de fluidité et E un *enhancement factor*. Ce paramètre varie habituellement entre 0,58 et 5,6 pour les modèles d'écoulement (*Ma et al., 2010*). L'exposant n , aussi appelé *exposant de Glen*, est généralement fixé à 3. En pratique, celui-ci dépend de la température, et d'autres études ont montré que cette valeur pouvait varier entre 1 et 5 (*Weertman, 1972; Gillet-Chaulet, 2006*). La fluidité de la glace dépend de la température via une loi d'Arrhénius, qui s'écrit de la façon suivante :

$$A = A_0 \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (1.8)$$

où A_0 est une fluidité de référence, Q une énergie d'activation, R la constante des gaz parfaits, et T la température de la glace.

1.3 Modélisation de l'écoulement

Modéliser l'écoulement des glaciers ou des calottes consiste à mailler l'ensemble de la géométrie que l'on souhaite étudier et résoudre les équations de Stokes, pour en déterminer à chaque noeud du maillage les propriétés physiques que l'on souhaite étudier. Mais la résolution complète des équations de Stokes requiert un temps de calcul et une puissance matérielle considérable, ce qui limite le nombre de modèles fonctionnant ainsi et la taille des applications. En étudiant les différents régimes de déformation des glaciers, on remarque que certains comportements spécifiques peuvent être identifiés, qui permettent de considérer comme négligeables certaines contraintes dans la glace par rapport à d'autres et ainsi les ignorer dans la résolution des équations. Des modèles font le choix de ces approximations et des limitations en découlent. Cette partie résume brièvement ces différentes approches.

Afin de mieux les comprendre, on introduit l'expression de l'équation 1.3 développée dans le repère cartésien $(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, qui sera réutilisé dans la suite :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho_i g \end{cases} \quad (1.9)$$

La résolution de ces équations pouvant devenir très couteuse en terme de ressources numériques, on peut chercher à en réduire le nombre de termes. Pour se faire, on s'appuie sur le rapport d'aspect, noté ε , qui correspond au ratio de la hauteur caractéristique du milieu H sur sa longueur caractéristique L . Cette constante physique permet de savoir dans quelle mesure on peut raisonnablement simplifier ces équations.

1.3.1 Approximations de types couche mince

Parmi les approximations répandues, l'approximation de la couche mince considère la calotte polaire comme un milieu ayant un rapport d'aspect inférieur à 10^{-3} (*i.e.* la calotte est beaucoup plus étendue qu'elle n'est épaisse). Celle-ci se décompose ensuite en deux parties, selon que la glace est posée ou flottante.

Lorsqu'elle est posée, on parle communément de *Shallow Ice Approximation (SIA)* (Hutter, 1983). Dans ce cas, on considère que l'écoulement de la glace est régi par le cisaillement

vertical (voir figure 1.4, partie gauche), qui prédomine sur toutes les autres contraintes dans le tenseur déviatoire des contraintes. On néglige ainsi dans l'équation (1.9) tous les termes faisant apparaître les dérivées horizontales. Dans ce cas, en exprimant les contraintes de Cauchy en fonction des contraintes déviatoires et de la pression glaciostatique, cette équation se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial S_{xz}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial S_{yz}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \rho_i g \end{cases} \quad (1.10)$$

Ce type d'approche permet ainsi de représenter avec une justesse satisfaisante l'écoulement des calottes sur des zones où la glace est soumise seulement à un frottement basal élevé et n'est régi que par le cisaillement vertical. En revanche, il ne permet ainsi pas de représenter avec exactitude l'écoulement au niveau des dômes, dans les vallées glaciaires confinées ou dans les endroits où le glissement basal trop important induit des gradients de vitesse longitudinaux.

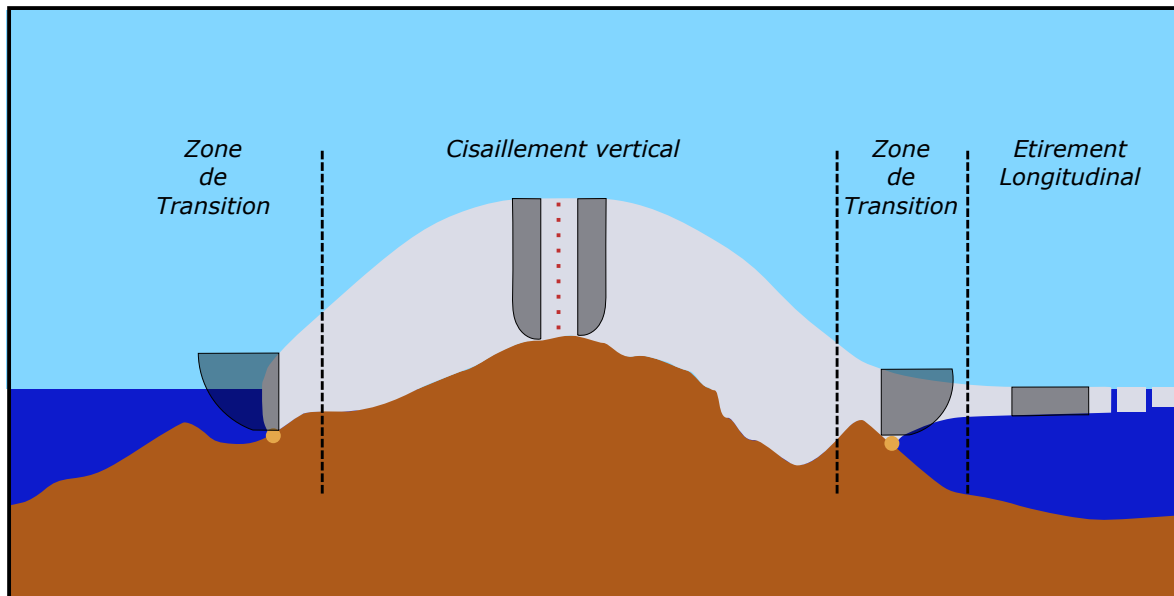


FIGURE 1.4 – Illustration des différents régimes de déformation au sein de la calotte.

Lorsque la glace se met à flotter, son écoulement est dominé par l'étirement longitudinal (Figure 1.4, partie droite). Dans ce cas, les vitesses sont indépendantes de la profondeur et

suivant la même procédure que pour l'approximation SIA, une simplification a été proposée par *Morland* (1987) et *MacAyeal* (1989), appelée *Shallow-Shelf Approximation* (SSA).

Ce modèle est davantage économe en ressources informatiques et après quelques réarrangements, ne présente plus que deux variables. Plusieurs modèles actuels reposent sur l'approximation SSA (*Winkelmann et al.*, 2011; *Joughin et al.*, 2014).

Néanmoins, un des inconvénients majeurs de ces paramétrisations est qu'elles ne peuvent pas représenter la zone de transition entre glace posée et glace flottante. Pour y remédier, les modèles SIA et SSA peuvent être couplés, en prescrivant par exemple le flux de glace à la ligne d'échouage comme condition aux limites (*Pollard and DeConto*, 2009). On peut aussi utiliser des modèles dits *SIA + SSA* pour lesquels l'équation de la SSA fournit la vitesse du glacier qu'on utilise ensuite dans l'équation de la SIA (*Bueler and Brown*, 2009).

1.3.2 Modèles d'ordre supérieur

Afin de prendre en compte certaines particularités topographiques induisant des contraintes qui ne peuvent pas être traitées par les modèles SIA/SSA, et en conservant toutefois un niveau d'approximation permettant un coût numérique faible, d'autres approximations ont été proposées. Elles sont généralement dénotées sous le terme de HOM, pour *Higher Order Models*. L'approximation HOM est également souvent appelée approximation Blatter-Pattyn, en référence aux deux travaux ayant permis de la développer (*Blatter*, 1995; *Pattyn*, 2003). Une comparaison des théories des différentes approximations et leur utilisation dans les modèles est proposée dans *Hindmarsh* (2004) et *Schoof and Hindmarsh* (2010). Récemment, plusieurs modèles intégrant cette approximation ont été proposés (*Fürst et al.*, 2011; *Larour et al.*, 2012; *Cornford et al.*, 2013).

1.3.3 Modélisation full-Stokes

La dernière catégorie de modèle n'effectue aucune approximation sur les équations de Stokes et sont les modèles dits *full-Stokes*. Dans certaines conditions d'écoulement, ce niveau de détail peut être requis pour représenter certaines particularités. Dans une simulation d'inversion des conditions basales, *Morlighem et al.* (2010) comparent les résultats obtenus entre les modèles SSA, HOM et full-Stokes. Les résultats montrent que le frottement basal obtenu est similaire pour les trois modèles sur une grande partie du domaine, hormis dans la région de la ligne d'échouage où le comportement full-Stokes est le seul capable de représenter réellement le changement de régime de déformation.

1.3.4 Modèle Elmer/Ice

Le modèle utilisé dans le cadre de ce travail est un modèle full-Stokes. Plus précisément, il s'agit d'une extension pour l'écoulement de la glace du modèle aux éléments finis Elmer, détaillée de façon complète dans *Gagliardini et al. (2013a)*. Le modèle Elmer est un code multi physique à partir duquel plusieurs modules spécifiques à la glaciologie ont été développés. L'extension Elmer/Ice permet de modéliser l'écoulement couplant thermique et mécanique de la glace à partir des équations présentées dans la Section 1.2.

Parmi les améliorations notables apportées au modèle au cours des dix dernières années, on trouve un module d'assimilation de donnée (*Gillet-Chaulet et al., 2012*) permettant d'évaluer par des méthodes d'inversion des paramètres physiques mal contraints. Ainsi, deux méthodes d'inversions (méthode de Robin et méthode de contrôle) sont proposées et utilisées pour déterminer le coefficient de frottement sur le socle rocheux ou la viscosité dans le milieu, à partir de la forme du socle rocheux et des observations des vitesses d'écoulement de la glace en surface. En outre, Elmer/Ice propose un traitement rigoureux de la ligne d'échouage par résolution du problème de contact entre la pression hydrostatique et la contrainte de la glace au socle (*Favier et al., 2012*). Récemment, une paramétrisation de friction basale a été implémentée et permet d'estimer la vitesse de glissement à la base des glaciers et couple ainsi l'hydrologie sous-glaciaire avec la dynamique de l'écoulement (*Fleurian et al., 2014*).

Par ailleurs, ce modèle autorise l'utilisation d'une formulation Arbitraire Lagrangienne Eulérienne (ALE) utile pour représenter les grandes déformations tout en conservant une qualité de maillage suffisante, en particulier sur les conditions aux limites. Elle est ainsi utilisée pour modéliser l'évolution des surfaces libres à la surface du glacier ou au front de vêlage. Couplée à un calcul de l'ensemble des composantes du tenseur des contraintes de Cauchy, elle permet ainsi de modéliser avec précision les processus se déroulant au front des glaciers.

Ces dernières années, Elmer/Ice a été appliqué avec succès à la modélisation glaciaire. Le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux décrits dans (*Durand et al., 2009; Otero et al., 2010; Gagliardini et al., 2010a; Seddik et al., 2012; Gillet-Chaulet et al., 2012; Favier et al., 2012; Cook et al., 2014; Krug et al., 2014; Todd and Christoffersen, 2014*). Il sert également d'outils de comparaison pour de nombreuses études de calibration et de validation des modèles (*Pattyn et al., 2008; Gudmundsson et al., 2012; Drouet et al., 2013; Favier et al., 2014*).

1.4 Enjeux

La détermination de l'élévation du niveau marin pour les décennies à venir est un sujet de préoccupation majeure qui exacerbe les consciences. La contribution des calottes polaires via les glaciers émissaires est de mieux en mieux évaluée, mais la compréhension des processus locaux reste encore insuffisante. Le vêlage d'iceberg peut participer de manière considérable à cette élévation et doit être intégré dans les modèles visant à estimer la décharge de glace à court et moyen terme. Ainsi, une modélisation pérenne doit être capable de capturer les différents types de vêlage, depuis le détachement de petites portions de glace au front des glaciers posés du Groenland jusqu'à la rupture des larges icebergs tabulaires depuis les plateformes flottantes de la côte Antarctique.

Dans cette optique, cette thèse propose le développement d'une modélisation de vêlage basée sur une approche physique, prenant en compte d'une part l'évolution de l'endommagement de la glace, son transport ainsi que la formation des champs de crevasse à la surface des glaciers ; et d'autre part, la propagation rapide des crevasses amenant à la rupture de la glace et au vêlage d'iceberg. Celle-ci est implémentée dans le modèle d'écoulement de glace Elmer/Ice et calibrée en deux dimensions le long d'une ligne d'écoulement. Elle permet ainsi d'étudier les processus ayant lieu au terminus des glaciers émissaires et d'examiner les rétroactions entre vêlage, retrait du front et dynamique glaciaire.

Le chapitre 2 de ce manuscrit propose un état de l'art des connaissances sur le vêlage d'iceberg. Il résume, d'une manière se voulant la plus exhaustive possible, les différents mécanismes connus et observés, ainsi que les lois empiriques et physiques proposées et utilisées actuellement dans les modèles d'écoulement. Il pointe également les limitations des modèles actuels et introduit les notions clefs reprises par la suite.

Dans le chapitre 3, on présente une modélisation de vêlage basée sur la mécanique de l'endommagement et la mécanique de la rupture. Elle permet de représenter le développement progressif de l'endommagement dans la glace et la fracturation fragile du milieu, caractéristique de l'évènement de vêlage. Cette formulation est appliquée sur une représentation en deux dimensions du glacier Helheim, glacier émissaire de la côte Sud-Est du Groenland. Des tests de sensibilité sont menés sur les différents paramètres et une évaluation de la taille et de la fréquence des événements de vêlage est réalisée.

Dans le chapitre 4, on discute de l'effet de la fonte frontale et du mélange de glace sur la dynamique des glaciers émissaires. Le mélange de glace est un agrégat de glace de mer, de

fragments d'icebergs et de neige, qui se forme en hiver au front des glaciers dans les fjords. La fonte de glace au niveau du front résulte de la combinaison de l'écoulement d'eau douce du glacier et de la circulation océanique à l'intérieur du fjord. Ces processus comptent parmi ceux avancés pour expliquer les cycles annuels d'avancé et de retrait du glacier.

Le chapitre 5 propose quelques études annexes, ainsi que des perspectives et ouvertures.

Le vêlage d'iceberg, état de l'art des connaissances

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes limités à une présentation générale de la dynamique des calottes polaires, et avons brièvement hiérarchisé les différentes contributions du bilan masse négatives. Nous avons insisté sur l'incertitude qui caractérise la quantification du vêlage d'iceberg. Dans cette partie, nous présentons l'état des connaissances liées aux mécanismes de vêlage d'iceberg, et détaillons les processus qui le caractérisent.

2.1 Description et hiérarchie de processus

2.1.1 Contexte de l'étude

Deux mécanismes sont responsables de la décharge de glace : celui lié à l'ablation surfacique, frontale et sous-marine, et celui entraînant le vêlage d'iceberg. Comme présenté au chapitre précédent, la contribution du vêlage à l'augmentation du niveau de la mer pour les calottes Antarctique et Groenlandaise a été largement documentée et évalué entre 40 et 60% de la décharge totale (*Hughes, 1992; Hagen et al., 2003; Rignot and Kanagaratnam, 2006; Rignot et al., 2008b; van den Broeke et al., 2009; Depoorter et al., 2013; Rignot et al., 2013; Khan et al., 2014*), malgré les fortes disparités régionales. C'est cependant un processus mal compris et dont l'observation directe est délicate, dangereuse, et nécessite beaucoup de temps (*Meier and Post, 1987; Mottram and Benn, 2009*). En outre, si plusieurs études in situ ont fourni quelques bases de données sur le vêlage, celles-ci restent toujours confinées à une période et une zone géographique bien particulière et sont difficilement extrapolables à l'ensemble des glaciers émissaires (*Haresign, 2004*). Par conséquent, la majorité des modèles d'écoulement 2D ou 3D font des approximations en implémentant des lois de vêlage limitées (*Hughes, 1992; MacAyeal et al., 2003; Nick et al., 2007; Alley et al., 2008; Nick et al., 2009; Post et al., 2011; Levermann et al., 2012*), et les auteurs insistent sur un réel besoin de représenter convenablement la physique du front.

Pour se faire, il est ainsi nécessaire de comprendre correctement les processus en jeu

aux terminii des glaciers. Le rapport du GIEC de 2007 indiquait que “La connaissance limitée des processus impliquant les nappes glaciaires et les plates-formes de glace conduit à des incertitudes non quantifiées dans les projections du futur bilan de masse des nappes glaciaires, ce qui entraîne ensuite des incertitudes concernant les projections de l’élévation du niveau de la mer” (*Pachauri and Reisinger, 2007*). En réponse à ces requêtes, plusieurs études portant sur la dynamique du terminus des glaciers ont été menées et commencent à être implémentées dans les modèles d’écoulement (*Amundson and Truffer, 2010; Otero et al., 2010; Nick et al., 2010; Bassis, 2011; Albrecht and Levermann, 2012; Cook et al., 2012; Bassis and Jacobs, 2013*). La compréhension des processus s’est en partie améliorée, comme l’a rappelé de dernier rapport du GIEC de 2013 (*Church et al., 2013*), en affirmant qu’ “il y a eu de récents développements et que les modèles de calotte polaire à l’échelle continentale reposent à présent sur de meilleures paramétrisations” , mais des efforts restent encore à fournir pour comprendre avec précision la dynamique du terminus des glaciers.

Ce chapitre a pour but de dresser un état de l’art des connaissances sur le thème du vêlage d’iceberg. Une précédente revue a été réalisée en 2007 par *Benn et al. (2007a)* puis réactualisée dans *Benn and Evans (2010)* et constitue à présent un ouvrage de référence. Le travail présenté ici s’en inspire et a été complété par de nombreuses études publiées depuis. La première partie portera sur la compréhension du concept de vêlage et la hiérarchisation des processus le gouvernant, puis une description des lois actuellement proposées dans les modèles sera établie. Elle discernera les approches empiriques des approches physiques plus récentes et pour chacune d’elles, les limites de leurs domaines d’applicabilité seront indiquées.

2.1.2 Terminologie

Le vêlage correspond à la perte mécanique de glace d’un glacier ou d’une plateforme de glace (ice shelf) au niveau de son terminus (*Lliboutry, 1965*). Ce processus est intimement couplé à la dynamique glaciaire, et la déstabilisation de l’un entraîne le déséquilibre de l’autre. La nature et l’ordre de cette relation a fait l’objet de nombreux débats parmi les scientifiques et continue encore aujourd’hui (*Scambos et al., 2004; Howat et al., 2005; Luckman et al., 2006; Benn et al., 2007a; Amundson et al., 2008; Joughin et al., 2008a,b; Ryan et al., 2014*). L’exemple couramment cité pour illustrer cette dépendance est celui de l’effondrement de la plateforme flottante du Larsen B, en 2002 (*Scambos et al., 2004*). Sa désintégration a eu pour conséquence la disparition du frottement latéral contre les parois rocheuses (*i.e. buttressing*), grâce à laquelle la plateforme ralentissait l’écoulement des glaciers tributaires en amont de

celle-ci, et a résulté en une rapide et importante accélération de ces derniers.

On différencie habituellement le vêlage d’iceberg qualifiant la chute d’un bloc de glace dans un corps d’eau, et le vêlage *sec* (*Benn and Evans, 2010*), pour lequel nous employons le terme de chute de séracs, qui se produit le plus couramment en montagne à partir de glaciers suspendus, et pour lequel des informations peuvent être trouvées dans *Pralong et al. (2003)*. Pour la suite de notre étude, nous ne considérerons que le cas du vêlage d’iceberg.

On parle de vêlage d’iceberg lorsqu’une fraction de la partie terminale du glacier se détache et tombe dans un corps d’eau en contact avec le front du glacier. Ce phénomène peut concerner toutes sortes de glaciers, certains dit “tempérés” en basse ou moyenne altitude (*Hooker and Fitzharris, 1999; Motyka et al., 2003a*) et d’autres “froids” ou “subpolaires”, dans les régions polaires, que leur terminaison s’effectue dans un lac pro-glaciaire (*Warren and Kirkbride, 2003*), un fjord ou un océan (*Warren et al., 1995*). Les terminii sont ainsi en contact avec de l’eau douce ou salée. On leur associe respectivement le nom de “front lacustre / terminaison lacustre” ou “front marin / terminaison marine” (*Lliboutry, 1965*). Certains de ces glaciers présentent une plateforme flottante (*Jenkins et al., 1997; Nick et al., 2012; Munchow et al., 2014*) et d’autres sont posés jusqu’au terminus ou à la limite de la flottaison (*Meier and Post, 1987; O’Neel et al., 2005; Howat et al., 2007*).

D’une façon générale, le phénomène de vêlage se caractérise par le taux de vêlage usuellement noté V_C . Il correspond à la différence entre la vitesse de la glace au front du glacier, à laquelle on retranche les variations de longueur du glacier. Il s’exprime couramment en $m a^{-1}$, et peut se calculer directement à partir de l’équation suivante :

$$V_C = \bar{V}_T - \frac{dL}{dt}, \quad (2.1)$$

où le terme \bar{V}_T correspond à la vitesse du terminus verticalement intégrée, et L la longueur du glacier. Etablir une loi de vêlage revient ainsi à déterminer V_C

2.1.3 Processus de vêlage

A tous les glaciers, que leur front soit marin ou lacustre, s’appliquent des contraintes physiques similaires. L’objectif de cette partie d’identifier les processus capables de modifier cet état de contrainte et conduire à la propagation de fractures suffisamment profondes pour faire vêler le glacier. Dans son article de revue, *Benn et al. (2007a)* hiérarchise certains de ces processus qu’il classe par ordre d’importance. Ceux-ci sont repris et détaillés dans cette

partie, en commençant par le mécanisme de première importance : (i) l'étirement longitudinal associé à des gradients spatiaux de vitesse de surface. Les mécanismes secondaires seront présentés ensuite. Il s'agit (ii) du déséquilibre des forces subies par la glace à proximité du front (iii) de la fonte de la partie immergée du front ou au niveau de l'eau et (iv) du moment induit par les forces de flottaison. Ils sont qualifiés de second ordre parce que leur occurrence est contrainte à une configuration donnée, et n'est pas forcément applicable sur tout glacier à terminaison marine ou lacustre.

2.1.3.1 Etirement longitudinal associé à des variations spatiales de vitesse de surface



FIGURE 2.1 – Champ de crevasse à proximité du front de vèlage. Glacier du Tunabreen, Svalbard. Crédit : Doug Benn.

La compréhension de ce processus part du principe que les variations spatiales des vitesses d'écoulement augmentent l'étirement longitudinal et peuvent générer l'ouverture de crevasses transverses (Fig. 2.1). Ces crevasses constituent ensuite des zones de faiblesses à partir desquelles le vèlage s'effectue. Certaines de ces crevasses peuvent être créées largement en amont du terminus, lorsque les gradients de vitesse le permettent, puis sont advectées par l'écoulement jusqu'au terminus, tandis que d'autres se forment à proximité du front, où le gradient de vitesse horizontal est plus fort.

L'augmentation de la vitesse d'écoulement à proximité du front, responsable de l'ouver-

ture de ces crevasses, est un sujet d'étude majeur. Elle est observée de façon commune sur de nombreux glaciers à terminaison lacustre et marine, en Antarctique et au Groenland (*Howat et al.*, 2005; *Rignot and Kanagaratnam*, 2006; *Pfeffer*, 2007; *Rignot et al.*, 2011a; *Joughin and Smith*, 2013). *Vieli et al.* (2004) étudient les variations spatiales et temporelles de vitesse du glacier Hansbreen, au Svalbard, et rapportent que l'augmentation des vitesses du glacier à proximité du terminus est "similaire pour toutes les périodes de temps et indépendante des variations temporelles de vitesse". En particulier, des mesures menées sur le glacier Columbia, en Alaska, montrent que la vitesse de surface le long de la ligne d'écoulement centrale croît de 2200 m a⁻¹ à 4400 m a⁻¹ en l'espace de 20 kilomètres, au niveau du terminus (*O'Neel et al.*, 2005). Le même type de mesures sur le glacier du Jakobshavn, sur la côte ouest du Groenland, rapporte un gradient de vitesse de 1000 m a⁻¹ à 13000 m a⁻¹ sur les 50 derniers kilomètres du glacier (*Joughin et al.*, 2004; *Joughin and Smith*, 2013). *Howat et al.* (2007) documentent aussi largement cet effet sur le glacier de Helheim, sur la côte est du Groenland.

La vitesse de la glace au terminus est régie principalement par la conservation de la masse : la glace drainée par les glaciers émissaires provient d'un bassin versant largement étendu. Par convergence de flux, l'écoulement s'accélère en s'approchant du front. Certains processus influencent ce gradient de vitesse, comme le frottement basal, par exemple, abordé notamment dans *Vieli et al.* (2004). L'explication repose sur la notion de pression effective, qui correspond à la différence entre la pression de la glace et celle de l'eau, à l'interface entre le glacier et le lit rocheux. Lorsque le glacier est posé, la pression de la glace est supérieure à celle de l'eau, et la pression effective est positive. Mais lorsque le glacier approche de la flottaison, celle-ci tend vers zéro, et la vitesse basale de la glace augmente par glissement facilité (*O'Neel et al.*, 2005). En conséquence, la vitesse de surface augmente. Lorsqu'une plateforme flottante se forme, celle-ci avance par déséquilibre des forces au front (voir Sect. 2.1.3.2), ce qui a pour conséquence de l'étirer et d'amincir la plateforme. Par conservation de la masse, la glace s'accélère en approchant du front.

En comparant différents types de glaciers du Svalbard (glaciers émissaires, calottes, *surging glaciers*), *Dowdeswell* (1989) discrimine plusieurs types de vêlages d'iceberg. Il affirme que les glaciers qui présentent les variations spatiales de vitesse les plus grandes développent davantage de crevasses, et produisent d'autant plus d'icebergs. Plus particulièrement, il identifie deux comportements principaux : les glaciers émissaires classiques qui vèlent des icebergs de taille moyenne inférieure à 50 m, et les calottes qui génèrent de larges icebergs tabulaires, d'une taille supérieure à 500 m. Ces derniers sont caractérisés par les processus se

déroulant sur les plateformes de glace, où l'apparition de crevasses transverses peut mener au détachement de larges icebergs tabulaires (voir Fig. 2.2). Ces situations sont souvent caractérisées par différents régimes de déformation au sein de la plateforme qui aboutissent à la formation de rifts (surfaces largement fracturées) dans les zones de cisaillement latérales, d'où peuvent ensuite se propager des crevasses transverses propices à isoler de larges surfaces de glace tabulaires (*Joughin and MacAyeal, 2005*) (voir Fig. 2.3).



FIGURE 2.2 – Icebergs tabulaires en bordure de Wilkins Ice Shelf (2008). Crédit : J. Elliot. D'après *Cook and Vaughan* (2010).

2.1.3.2 Déséquilibre des forces au front

Deux forces s'appliquent à la glace au niveau du front : la pression glaciostatique et la pression hydrostatique. La première représente le poids de la colonne de glace sur la verticale. Elle se note $P_i = \rho_i g H$, où ρ_i correspond à la masse volumique de la glace, g à la gravité, et H l'épaisseur de la glace au niveau du front. Elle augmente donc avec la profondeur et est dirigée vers l'aval. A cette force s'oppose la pression hydrostatique, générée par la pression de l'eau au front du glacier. Elle se note $P_w = \rho_w g H_w$, avec ρ_w la masse volumique de l'eau et H_w la profondeur d'eau au point considéré. Cette force est dirigée vers l'amont du glacier. La différence entre la pression de la glace et celle de l'eau au niveau du front crée un moment et de la traction dont le maximum se situe au niveau de la mer (*Hughes, 1989*) (Fig. 2.4).

Le mécanisme présenté dans cette partie a été identifié historiquement par *Weertman* (1957). Dans le cas d'un glacier posé, le déséquilibre des forces génère une force nette di-

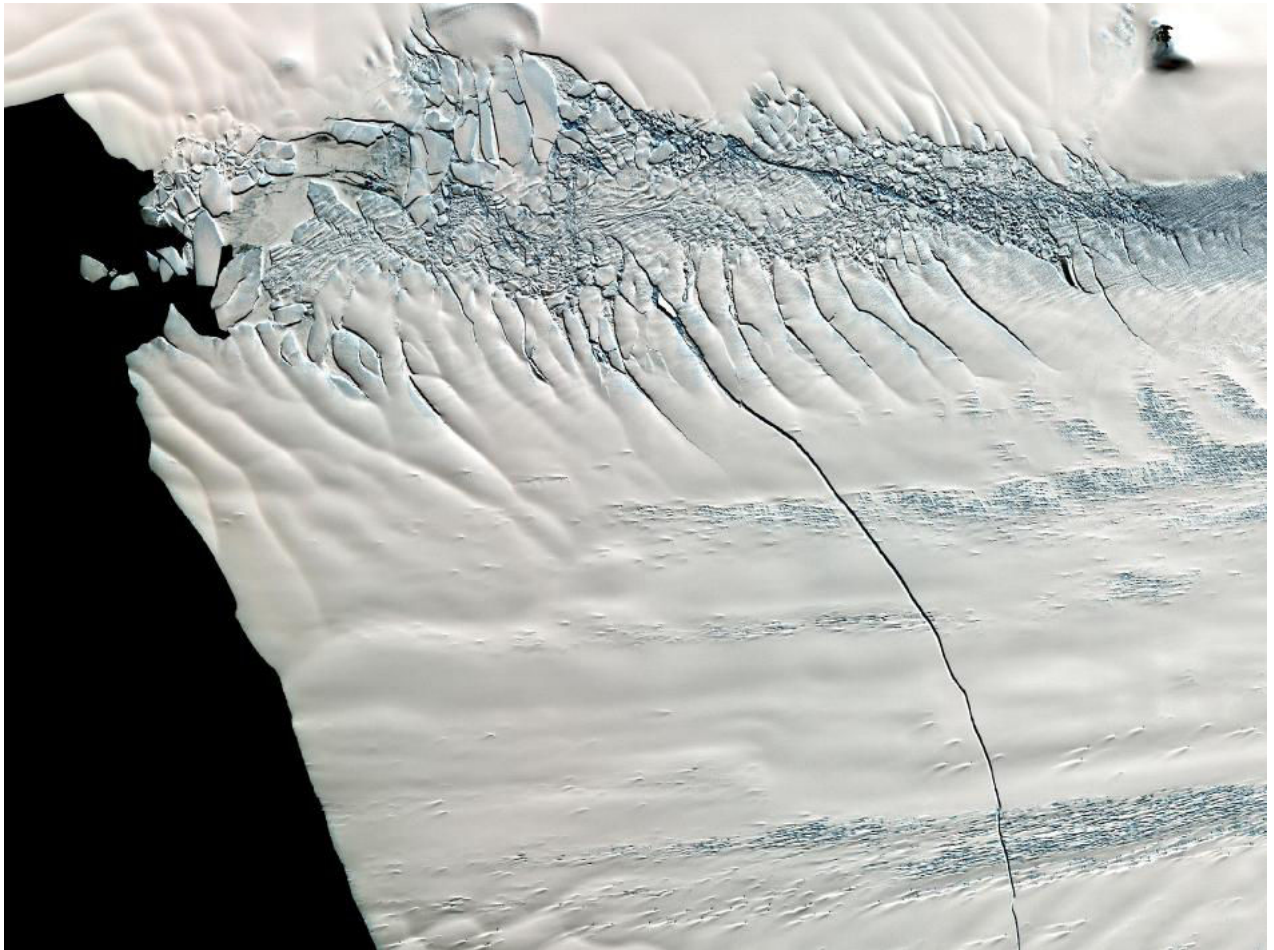


FIGURE 2.3 – Rift et crevasse transverse sur Pine Island Glacier, Antarctique (2013). Crédit : NASA

rigée vers l'extérieur ; lorsque le glacier est flottant, ce déséquilibre se traduit au front par l'apparition d'un moment. *Reeh* (1968) a analysé ce moment, via une étude sur l'état des contraintes dans la zone terminale. Il a montré que l'ordre de grandeur des contraintes dans la glace peut-être suffisant pour entraîner la fracturation. L'état des contraintes est tel que celles-ci sont maximales à une distance en amont du front à peu près égale à l'épaisseur du glacier. Cette dernière conclusion a été supportée par *Hanson and Hooke* (2003), lesquels ont simulé par éléments finis l'état de contrainte pour différents glaciers posés d'épaisseur variable.

En Antarctique, *Larour et al.* (2004) montrent que le déséquilibre des forces peut s'observer via l'étude des vitesses verticales de glace, au front, comme au bord des rifts, autour de Hemmen Ice Rise. En revanche, dans le cas d'une plateforme flottante, *Scambos et al.* (2009) suggèrent, à l'aide d'observations sur la plateforme de Wilkins combinées à un modèle

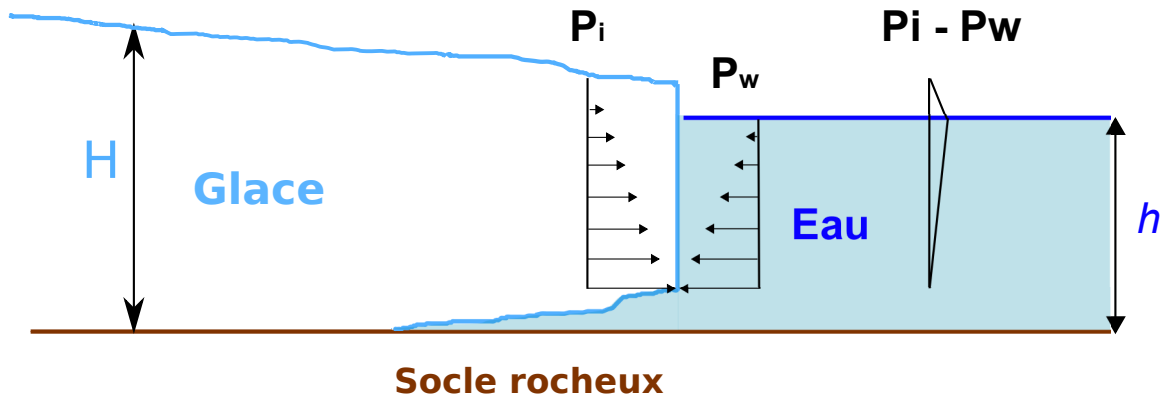


FIGURE 2.4 – Différence entre la pression glaciostatique (P_i) et la pression hydrostatique (P_w) au niveau du front.

simple de déformation de la glace, que dans le cas de cette plateforme, cette seule concentration de contraintes à proximité du terminus ne peut pas justifier la formation d'icebergs, à moins d'envisager la présence d'eau dans les crevasses, via l'existence préalable de lacs supra-glaciaires. En l'absence de telles conditions, la plateforme flottante tend à réduire les contraintes en ajustant sa géométrie, ce qui lui permet ainsi de conserver son intégrité. Ce mécanisme est avancé pour justifier la stabilité de certaines d'entre elles.

Ainsi, ce processus de second ordre revient à générer des crevasses uniques, répondant à une situation bien spécifique, et reste très dépendant de la dynamique de la glace gouvernée par le processus de premier ordre décrit précédemment.

2.1.3.3 Fonte de la partie immergée du front

Dans son document de revue, *Benn et al.* (2007a) hiérarchise un troisième processus : l'évènement de vêlage déclenché en réponse à un phénomène de fonte au niveau du front. Cette fonte frontale peut s'opérer de deux façons :

- homogène de la partie sous-marine
- localisée au niveau de la ligne d'eau

La fonte homogène sous-marine est couramment appelée *undercutting* : dans ce cas, l'ablation de la partie immergée entraîne la formation d'un bloc de glace surplombant la surface de l'eau qui se rompt, sous l'effet de la gravité. Ce procédé a été modélisé en 1977 par *Iken* (1977). Elle simule par éléments finis la chute d'un bloc de glace surplombant un lac, par la propagation d'une fracture s'ouvrant en réponse à un simple critère en traction. La propagation de la crevasse se fait en général en suivant des zones de fragilité préexistantes telles que

des couches de sédiments emprisonnés dans la glace, par exemple (*Benn et al.*, 2007a). Plus récemment, *O’Leary and Christoffersen* (2013) mènent le même type d’étude pour un glacier posé à front marin. La répartition des contraintes dans le milieu est particulièrement sensible aux différentes configurations de hauteur d’eau au terminus ou d’intensité de l’*undercutting*. En particulier, il est montré qu’une augmentation uniforme de la fonte produit une augmentation du taux de vêlage d’une à quatre fois la valeur du taux de fonte.

A partir de mesures sonar ainsi que de mesures d’échange de chaleur et de densité sur plusieurs glaciers de la côte ouest du Groenland, *Rignot et al.* (2010) montrent que les taux de fonte sous-marins pendant la saison estivale sont supérieurs d’environ deux ordres de grandeur aux taux de fontes de surface, atteignant entre 250 m a^{-1} et 1500 m a^{-1} . De la même façon, *Sutherland and Straneo* (2012) mesurent les échanges de chaleur entre le front du glacier et l’océan, dans un fjord du sud-est du Groenland, et en déduisent une évaluation de la fonte annuelle à environ 650 m a^{-1} . Plus récemment, *Bartholomaus et al.* (2013) chiffrent cette contribution à 3300 m a^{-1} en moyenne, soit une valeur égale à la moitié de la vitesse de la glace au front, sur le glacier Yahtse, en Alaska. Cette valeur particulièrement élevée est justifiée par la présence d’un courant sous marin, à forte salinité et à une température particulièrement élevée ($\sim 10 \text{ }^\circ\text{C}$).

La variabilité dans les taux de fonte est avancée comme argument par *Motyka et al.* (2003b) pour justifier l’observation de variations saisonnières de la position du terminus au front du glacier Le Comte, en Alaska. Les auteurs de l’étude suggèrent que celle-ci correspond probablement à des variations dans l’intensité de la fonte au niveau du front, elles-mêmes probablement générées en amont par des changements de température ou des apports d’eau fraîche d’origine sous-glaciaire (*Chu et al.*, 2009). Ce processus particulier est amplement décrit et considéré dans le chapitre 4.

D’un autre côté, la fonte spécifique au niveau de la ligne d’eau peut entraîner l’apparition d’un “noeud de fonte” (*waterline notch*, Fig. 2.5) qui peut avoir deux conséquences : la première est un évènement de vêlage aérien, via les mêmes processus que ceux décrits précédemment. La seconde est le développement d’un *ice-foot* immergé, pouvant atteindre une avancée de plusieurs centaines de mètres sous l’eau, et risquant de se détacher et remonter brutalement à la surface (*Warren et al.*, 1995). La présence d’une excroissance sous-marine a longuement été débattue, mais n’a été clairement prouvé qu’en 1998 par *Hunter and Powell* (1998) sur le glacier Bay, en Alaska, suite à une étude menée entre 1988 et 1996. Dans

cet article est décrite la formation de cette excroissance facilitée par la présence d'une moraine frontale protectrice et par regel au niveau du socle sédimentaire. Les auteurs montrent ensuite que le détachement brusque peut se produire à la verticale de la position du front émergé, lorsque la poussée d'Archimède excède une contrainte seuil.

En 1997, *Kirkbride and Warren (1997)* proposent un mécanisme pour le vèlage du glacier Maud, un glacier à terminaison lacustre situé en Nouvelle-Zélande. Ce processus cyclique est décomposé en quatre temps : (i) formation d'une dépression par fonte de la glace au contact entre le glacier et la surface de l'eau (ii) puis vèlage aérien de fines lames de glaces (environ 1m d'épaisseur) suivit par (iii) des évènements de vèlage plus importants d'icebergs d'une hauteur égale à la partie émergée, laissant se former (iv) un *ice foot* sous-marin de presque 200 m de long qui se détache soudainement sous l'effet des forces de flottaisons et remonte à la surface. Ce phénomène est également observé par *Benn et al. (2001)* sur le glacier Ngozumpa, au Népal, un glacier couvert se jetant dans un lac proglaciaire. Dans le cas d'un glacier à terminaison lacustre de Nouvelle-Zélande, le taux de fonte en été au niveau de l'eau est évalué par *Rohl (2006)* entre 40 m a^{-1} et 100 m a^{-1} .



FIGURE 2.5 – Fonte du glacier à la surface de l'eau. Terminus du Wahlenbergbreen, Svalbard (2012). Crédit : J. Krug.

Haresign and Warren (2005) réalisent des expériences en laboratoire, pour obtenir un ordre de grandeur des taux de fonte au front des glaciers, pour différentes valeurs de salinité

et de températures. Leurs résultats soulignent, à l'inverse des observations précédentes, que les taux de fonte sont légèrement supérieurs dans le cas d'un corps d'eau non salée. Dans ce cas, ceux-là peuvent atteindre 365 m a^{-1} , mais restent hautement dépendants des conditions de température, de salinité, et des conditions de circulation thermohaline.

La documentation sur ce type de vêlage est cependant assez limitée de par la difficulté d'observation (*Jenkins, 2011*), en particulier concernant les plateformes de glace. Ce mécanisme est un processus qualifié de second ordre pour lequel le taux de vêlage est largement contraint par le taux de fonte, et donc par les conditions en vigueur dans le milieu pro-glaciaire (eau salée, eau fraîche, stratification des couches, convection océanique, mouvements de vagues ou de marées, *c.f. Benn et al., 2007a*).

2.1.3.4 Moment induit par les forces de flottaison

Ce dernier processus est basé lui aussi sur le respect de la flottaison : sous certaines conditions, le glacier peut se situer sous la limite de flottaison. En réponse immédiate, la glace va se soulever, et induire un moment au niveau de la transition entre la partie posée et la partie flottante. Ce moment génère des contraintes en traction à sa base, qui peuvent propager des fractures et conduire au vêlage de larges icebergs tabulaires (*Benn et al., 2007a*). Ce comportement est alors similaire à celui du vêlage sous-marin décrit plus haut.

Ce cas de figure abordé notamment par *Reeh (1968)*, a été plus largement décrit par *Boyce et al. (2007)*. Son étude porte sur un glacier à terminus lacustre, le glacier Mendenhall, en Alaska. Pendant deux années, suite à une fonte surfacique importante, ce glacier posé s'est rapidement aminci et une large portion est brutalement devenue flottante, avant de vêler, en réponse au fléchissement généré par les forces de flottaison. Une autre étude similaire réalisée par *Warren et al. (2001)* sur un glacier à terminaison lacustre au Chili met elle aussi en avant l'importance de ce phénomène dans le comportement observé du glacier. Dans leur ouvrage, *Benn and Evans (2010)* rappellent que ce processus n'a été observé que sur des glaciers à terminaison lacustres sujets à de rapides modifications de leurs paramètres environnementaux.

Dans le cas de ces glaciers, plusieurs études ont été menées sur les contraintes générées par des forçages externes, tels que la houle, les marées, ou la présence de glace de mer (*Reeh, 1968; Schmeltz et al., 2002; Reeh et al., 2003*), et constituent une approche plus brutale et périodique de ce type de forçage. En 1985, *Holdsworth (1985)* montre que les effets de fatigue dus à la houle et aux marées peuvent fragiliser les plateformes flottantes au niveau de

la ligne d'échouage, où la flexion induite est la plus importante. En revanche, ces crevasses basales peuvent être rapidement transportées avec l'écoulement de glace dans des zones où la traction est moindre, et empêche ainsi leur propagation et la désintégration de ces plateformes. Ces études sont reprises, notamment par *MacAyeal et al.* (2006) et *Bromirski et al.* (2010), qui étudient à l'aide de sismomètres placés sur des plateformes flottantes, non loin de la plateforme de Ross, en Antarctique, les conséquences de la houle à basse fréquence générée lors des grandes tempêtes de l'hémisphère nord, et concluent que leur impact direct sur le vêlage d'iceberg, s'il ne peut pas être directement accusé de provoquer le déchargement d'icebergs, ne peut pas être totalement ignoré.

Bassis et al. (2008), en effectuant une étude analytique des contraintes environnementales (houle, marée, glace de mer, vent), montrent que les contraintes produites par les forçages environnementaux sont un à deux ordres de grandeur inférieurs aux contraintes glaciologiques au sein des plateformes de glace. Ils en concluent que les forçages externes ne sont pas suffisants pour expliquer la propagation des crevasses, bien qu'ils puissent jouer un rôle à proximité temporelle d'un évènement de vêlage.

2.1.3.5 Désintégration des plateformes flottantes

Un dernier type de vêlage a été identifié sur plusieurs glaciers d'Antarctique. Il s'agit de l'effondrement très rapide de toute une plateforme de glace. Ces évènements ont déjà eu lieu sur plusieurs glaciers de la péninsule Antarctique. *Scambos et al.* (2000) ont largement documenté ces évènements : l'élévation des températures entraîne une augmentation de la fonte à la surface, et une densification des lacs de fonte (Fig. 2.6), qui fragilisent toute la plateforme par des contraintes de flexion, et conduisent à sa désintégration complète (*Scambos et al.*, 2004; *Glasser and Scambos*, 2008; *Scambos et al.*, 2009; *Cook and Vaughan*, 2010; *Banwell et al.*, 2013).

MacAyeal et al. (2003) proposent un mécanisme pour expliquer l'accélération de la désintégration complète des plateformes de glace, telle qu'elle a été observée sur les plateformes du Larsen A en 1995 (*Rott et al.*, 1996) et du Larsen B en 2002 (*Scambos et al.*, 2004). La propagation de crevasses remplies d'eau à travers l'épaisseur de la plateforme isole de minces portions de glace sur toute sa surface. Ces icebergs tournent ensuite sur eux-mêmes de 90° jusqu'à se stabiliser, repoussant ainsi la glace en aval, et permettant à d'autres icebergs situés en amont de tourner. S'en suit alors une réaction en chaîne menant à la désintégration de la plateforme.



FIGURE 2.6 – Lacs de fonte de surface sur George VI Ice Shelf (2009). Crédit : A. Cook. D'après *Cook and Vaughan* (2010).

Le rôle des lacs supraglaciaires est étudié en détail par *Banwell et al.* (2013) et *MacAyeal and Sergienko* (2013) et un mécanisme plus poussé est proposé. Dans leur modèle, l'accumulation d'eau entraîne un enfoncement progressif de la plateforme, augmentant d'une part les contraintes surfaciques tout autour, et les contraintes basales sous le lac, fragilisant la glace. Par ailleurs, la propagation des fractures au fond des lacs est facilitée par la pression hydrostatique, leur permettant de se vider rapidement à travers la plateforme. Une fois le lac vidé, son ajustement glaciostatique génère des contraintes en traction à la base de la plateforme et la propagation de crevasses, fragilisant encore davantage l'ensemble de la plateforme et conduisant à sa désintégration.

2.1.3.6 Conclusion

Dans cette partie, on a essayé de dresser un résumé des différents mécanismes pouvant déclencher des événements de vêlage. Ces mécanismes ont été répartis en plusieurs catégories, et hiérarchisés selon leur impact spatial et temporel. Le mécanisme dominant le vêlage d'iceberg est l'étirement longitudinal associé à des variations spatiales de vitesse de surface. Si les gradients de vitesses sont suffisamment élevés, alors les crevasses sont capables de se propager plus rapidement et d'entraîner du vêlage. Au contraire, si ces gradients sont trop faibles, alors les crevasses peinent à se propager.

Les mécanismes de second ordre sont le déséquilibre des forces au front, la fonte de la partie immergée du front, et le moment induit par les forces de flottaison. Ces mécanismes sont considérés comme des processus de second ordre, car ils ont un domaine d’impact plus réduit, et restent applicables dans les limites accordées par le comportement global du glacier : si l’étirement longitudinal est faible, alors les processus de second ordre régissent la position et le taux de vêlage (*Benn et al., 2007a*). En sus, nous avons présenté un mécanisme expliquant les désintégrations de plate-forme de glace faisant intervenir les lacs de fonte, comme cela a été probablement le cas sur les plateformes du Larsen A et B.

Dans la suite, nous détaillons les lois de vêlage qui ont été proposées et utilisées dans les modèles. Dans un premier temps sont présentées les approches empiriques (Sect. 2.2), puis nous détaillons les approches physiques, sur lesquelles nous nous attarderons davantage (Sect. 2.3).

2.2 Approches empiriques

Dans cette partie, nous détaillons deux critères sur lesquels sont basées la plupart des lois de vêlage déterminées empiriquement : il s’agit de la “hauteur au-dessus de la flottaison”, et de la “profondeur d’eau au terminus”. Nous mentionnons également une approche proposée pour le vêlage des plateformes flottantes, et pour chacune d’elles, nous explicitons leurs limites d’applicabilité.

2.2.1 Hauteur au-dessus de la flottaison (HAB)

Le premier critère discuté ici est celui de la hauteur au-dessus de la flottaison (*van der Veen, 1996*). La hauteur au-dessus de la flottaison correspond à l’épaisseur de glace en excès par rapport à l’équilibre hydrostatique. En d’autres termes, c’est la hauteur de glace qui n’a pas (encore) apporté sa contribution au niveau de la mer ou du lac. Elle se définit mathématiquement par :

$$H_{AB} = H - \frac{\rho_w}{\rho_i} H_w \quad (2.2)$$

avec H l’épaisseur de glace (ici, au terminus), H_w la profondeur d’eau au terminus, ρ_i la densité de la glace, et ρ_w la densité du milieu proglaciaire (lac ou océan). Une illustration de la hauteur au-dessus de la flottaison est donnée sur la Fig. 2.7.

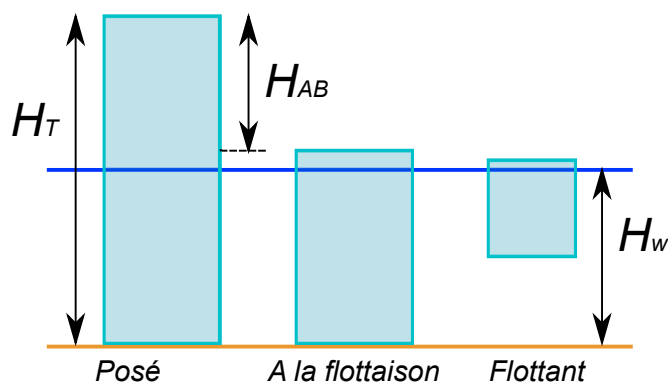


FIGURE 2.7 – Hauteur au-dessus de la flottaison (HAB). C'est l'épaisseur de glace qui n'a pas encore apporté sa contribution à l'augmentation du niveau de l'eau.

Basé sur une étude du glacier Columbia (Alaska) entre 1976 et 1992, l'article montre que le glacier n'a jamais supporté une hauteur au-dessus de la flottaison de moins de 50m. Van der Veen a observé que si le glacier s'amincit, et que la hauteur de glace au-dessus de la flottaison chute en dessous de 50m, le vêlage intervient et le glacier recule jusqu'à ce que ce critère soit à nouveau satisfait. Ce critère est inspiré d'un critère antérieur de *Meier and Post* (1987), selon lequel le terminus se situe au point où la pression effective devient nulle (*van der Veen*, 1996).

Bien que ce critère ne soit pas le premier du genre, il a été souvent employé. En particulier, il a été appliqué avec succès sur la modélisation du retrait de certains glaciers, tel que le glacier du Hansbreen, au Svalbard (*Vieli et al.*, 2001). *Venteris* (1999), quant à lui, compare le comportement de glaciers patagoniens avec le modèle HAB, et en conclue un comportement similaire.

2.2.2 Profondeur d'eau au terminus

Le second critère de vêlage empirique repose sur une idée selon laquelle le taux de vêlage dépend uniquement de la profondeur d'eau au terminus du glacier. La première loi empirique provient de *Brown et al.* (1982), qui relie le taux de vêlage proportionnellement à la profondeur d'eau au terminus, suite à des études statistiques de la décharge d'iceberg, au front de quinze glaciers d'Alaska. Il applique ensuite sa loi linéaire sur le glacier Columbia, et y trouve une concordance des résultats satisfaisante. Depuis, de nombreuses observations ont été réalisées sur différents types de glaciers à terminaison marine ou lacustre, dans toutes les régions du monde, sur des glaciers polaires et tempérés, des glaciers de montagne ou marins (*Warren et al.*, 2001; *van der Veen*, 2002; *Boyce et al.*, 2007). Suite aux différentes observa-

tions réalisées, deux comportements différents ont été reportés, selon que les glaciers sont à terminaison marine (*Pelto and Warren, 1991*) ou lacustre (*Warren and Kirkbride, 2003*).

Pelto and Warren (1991) ont mené leur étude sur des glaciers à front marin d'Alaska, du Groenland et du Svalbard, et en ont déduit une expression du taux de vège suivant :

$$V_C = 70 + 8.33H_w \quad (2.3)$$

Warren and Kirkbride (2003), quant à eux, se concentrent sur l'étude des glaciers à terminaison lacustre de Nouvelle-Zélande et proposent la loi suivante :

$$V_C = 17.4 + 2.3H_w \quad (2.4)$$

Ces données sont résumées par *Haresign* (2004) dans sa thèse de doctorat. La Figure 2.8 illustre l'ensemble de ces données. Ces résultats corroborent les observations faites précédemment selon lesquelles le taux de vège des glaciers à front marin est un ordre de grandeur supérieur à ceux à front lacustre.

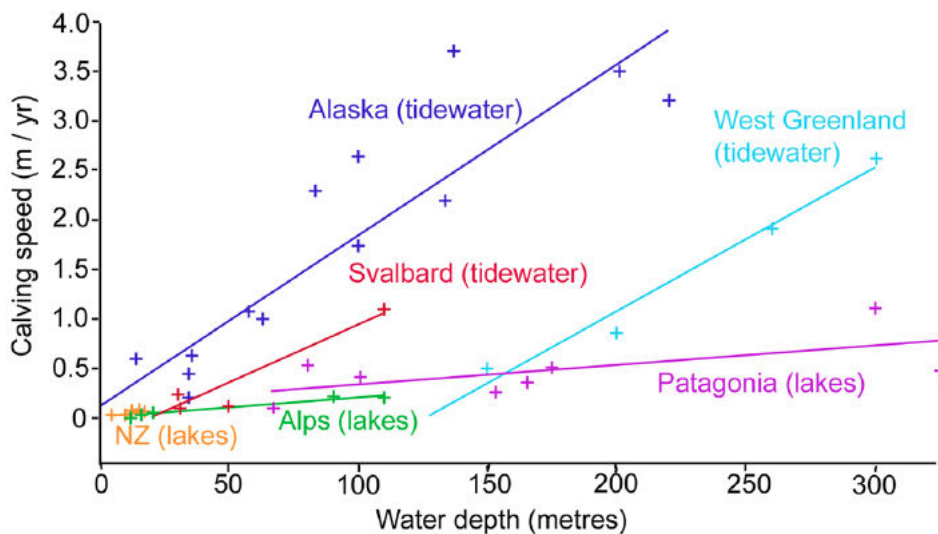


FIGURE 2.8 – Variation du taux de vège en fonction de la profondeur d'eau au terminus pour différents types de glaciers. D'après *Haresign* (2004).

La paramétrisation de *Pelto and Warren* (1991) a été utilisée à plusieurs reprises : en particulier par *Landvik et al.* (1998), pour évaluer l'extension de la calotte du Svalbard lors du dernier maximum glaciaire. De même, *Dowdeswell and Siegert* (1999); *Siegert et al.* (1999); *Siegert and Dowdeswell* (2004) l'emploient pour reconstruire les conditions glaciaires de la calotte eurasienne. Enfin, à l'aide de la même paramétrisation, *Bigg et al.* (1997) simule la

distribution de taille des icebergs vêlés le long de la côte Groenlandaise avant de modéliser leur dérive dans l'océan.

La paramétrisation de Warren et Kirkbride a été, quant à elle, utilisée pour la reconstruction de l'évolution des lacs d'eau douce proglaciaires dans la région du nord-ouest du Canada, lors de la dernière déglaciation, par *Stokes and Clark (2004)*. *Finlayson et al. (2010)* emploient cette relation dans l'évaluation de la décharge de glace de la calotte brittano irlandaise. En outre, les mesures de taux de vêlage proposées par *Warren and Kirkbride (2003)* ont été également confirmées par une étude indépendante de *Dykes et al. (2010)*, sur le retrait du glacier Tasman, en Nouvelle-Zélande.

En 2003, *Hanson and Hooke (2003)* modélisent par éléments finis l'état de contrainte dans la glace au niveau du front du glacier, pour différentes valeurs de profondeur d'eau au terminus. Les gradients du champ de vitesse horizontal ainsi obtenus confirment l'assertion selon laquelle taux de vêlage et profondeur d'eau sont corrélés.

2.2.3 Plateformes de glace

Pour l'estimation du taux de vêlage des plateformes flottantes, *Alley et al. (2008)* proposent une loi reliant le taux de déformation au taux de vêlage. Leur étude s'appuie sur des observations de plusieurs plateformes de glace antarctiques et glaciers à terminaison flottante groenlandais. La loi obtenue est de la forme :

$$V_C = 15000\dot{\epsilon}^{0.43}, \quad (2.5)$$

avec $\dot{\epsilon}$ le taux de déformation, donné par l'observation des gradients de vitesse à la surface des plateformes. Dans cette étude, les auteurs s'appuient sur le mécanisme de premier ordre décrit en Sect. 2.1.3.1. Le vêlage d'iceberg est régi au premier ordre par l'étirement longitudinal sur la plateforme.

Cette équation déterminée par observation a trouvé une consistance physique dans le travail de *Amundson and Truffer (2010)*, dans lequel les auteurs relient analytiquement le taux de vêlage avec le taux de déformation et l'épaisseur de glace au front avant et après un évènement de vêlage.

En outre, cette paramétrisation a été utilisée à plusieurs reprises ces dernières années. Elle est implémenté dans le modèle d'écoulement Ice Sheet System Modelling (ISSM) et utilisée dans *Larour et al. (2012)*. *Winkelmann et al. (2011)* s'inspire de cette formulation pour développer un critère de vêlage similaire. Elle est aussi validée par observation du com-

portement des glaciers à grande échelle, en Antarctique et au Groenland (*Joughin et al.*, 2012), et à petite échelle, au niveau du glacier Columbia, en Alaska, par *Walter et al.* (2010). *Hindmarsh* (2012) l'emploie comme condition limite dans une théorie de la couche limite analytique pour laquelle il modélise ensuite l'écoulement visqueux de glaciers et de plateformes de glace.

2.2.4 Limitations

Ce type de représentation présente l'intérêt majeur d'être facile à implémenter dans des codes de calculs, et représente avec une bonne fiabilité les comportements observés sur certains glaciers, ce qui promeut encore aujourd'hui son utilisation. En revanche, il présente de sévères limitations. Dans le cas du modèle HAB, étant donné que le vêlage intervient avant que le glacier n'atteigne la flottaison, il interdit la formation de plateformes flottantes, et ne peut pas représenter ou expliquer le vêlage des parties flottantes ni la formation de crevasses basales.

Hanson and Hooke (2000) étudient les processus physiques pouvant expliquer la viabilité du modèle empirique de *Warren and Kirkbride* (2003). Parmi leurs conclusions, ils relèvent le fait que l'augmentation de la hauteur d'eau au terminus augmente la contrainte déviatoire en traction à la base du glacier, et facilite le vêlage. Dans leur conclusion, ils soulignent néanmoins que la hauteur d'eau au terminus n'est probablement que l'un des nombreux paramètres qui modifient le taux de vêlage.

Par ailleurs, *Alley et al.* (2008) admettent l'impossibilité de prise en compte dans leur approche des forçages externes secondaires tels que les vagues, marées, les collisions avec des icebergs ou des propriétés du matériau glace (température, épaisseur, géométrie) qui peuvent intervenir dans le processus de vêlage. En outre, ayant été calibré sur les plateformes flottantes d'Antarctique, ce modèle ne permet pas de représenter le vêlage des glaciers émissaires posés, ou à la limite de la flottaison, présents en grand nombre sur les côtes groenlandaises.

De manière générale, ces lois empiriques soulèvent le problème de leur versatilité (cf. Fig. 2.8). La plupart, si elles peuvent être efficaces dans un cas précis, restent inapplicables dans d'autres situations et par conséquent, difficilement implémentables dans un modèle en vue de simulations complexes, d'estimation fiable de décharge de glace ou de projections à grande échelle.

2.3 Approches physiques

Compte tenu de la faible versatilité des lois de vèlage basées sur une analyse empirique (application unique à des glaciers marins ou des glaciers d'eau douce, spécificité géographique ou topographique des glaciers considérés) et dans le but d'améliorer la justesse des modèles numériques, il est nécessaire d'y intégrer les processus physiques sur lesquels repose la formation des icebergs (*Nick et al.*, 2009). Cela s'effectue en deux temps. D'abord, il s'agit de comprendre comment se forment les crevasses et la façon dont elles se propagent dans le milieu (*Nye*, 1957; *van der Veen*, 1998a,b; *Pralong et al.*, 2003). Ensuite, il est nécessaire de définir un critère de vèlage implémentable dans un modèle d'écoulement (*Benn et al.*, 2007a; *Nick et al.*, 2010). Ces deux étapes, bien que liées, sont à prendre en compte successivement. Plusieurs de ces critères ont été appliqués (*Rist et al.*, 1999; *Pralong and Funk*, 2005; *Jouvet*, 2010; *Cook*, 2012) et des comparaisons entre ces méthodes ont été réalisées (*Mottram and Benn*, 2009; *Nick et al.*, 2010). Dans cette partie, on se propose d'établir une liste des méthodes et critères physiques actuellement proposés dans la littérature.

2.3.1 Propagation des crevasses

2.3.1.1 Initiation et propagation d'une crevasse

Les crevasses sont formées par rupture fragile de la glace ou du névé soumis à des contraintes. L'initiation d'une crevasse et son extension macroscopique requièrent l'existence de micro défauts dans le matériau glace à l'échelle cristallographique se propageant à une échelle mésoscopique, à partir de laquelle la propagation s'effectue de manière fragile, au sens de la mécanique de la rupture linéaire élastique (LEFM) (*Weiss*, 2004).

Rist et al. (1996, 1999) étudient la propagation de fractures sur la plateforme flottante de Ross et de Ronne-Filchner, en Antarctique, et montrent que la taille des fissures initiales nécessaires pour la propagation des crevasses est de l'ordre de plusieurs dizaines de centimètres (environ 10 cm à 50 cm). Ces chiffres ont été également confirmés par *Nath and Vaughan* (2003), pour l'étude de propagation de crevasse à partir de fissures présentes sous la surface de la glace. Les modèles de vèlage présentés dans les sections 2.3.1.2 et 2.3.1.3 font l'hypothèse que ce type de fissure est déjà présent à la surface du glacier.

L'initiation d'une crevasse peut se faire selon trois modes de fracturation : le mode I correspond à l'ouverture d'une fracture dans le plan normal à l'axe d'extension maximal. En mode II, la crevasse se développe sous l'effet du cisaillement et dans la direction de celui-ci,

les deux parois de la crevasse restant en contact. Le mode III correspond à une ouverture sous un effet de cisaillement, comme pour le mode II, mais celle-ci se fait dans un plan parallèle au plan de la fissure et parallèle au plan du front de la fissure (déchirement) (voir Figure 2.9).

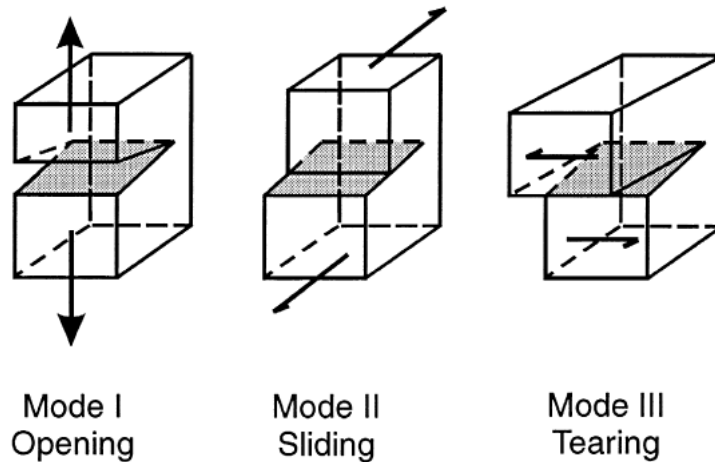


FIGURE 2.9 – Modes de fracturation. D'après *van der Veen* (1998b).

La plupart des études menées sur le sujet ne considèrent que l'ouverture des crevasses en Mode I, même si certaines études ont été menées en considérant également l'effet du cisaillement sur le développement des crevasses et leur orientation (*van der Veen*, 1999).

2.3.1.2 Critère de Nye

En 1957, Nye propose une loi permettant de calculer la profondeur maximale d'un champ de crevasse en partant du principe que celle-ci s'étend jusqu'au point où les forces qui tendent à ouvrir la crevasse sont exactement compensées par celles qui tendent à la fermer. La force tendant à ouvrir la crevasse est celle issue de l'étirement longitudinal, et celle visant à la fermer résulte du poids de la glace (*Nye*, 1957). Selon cette considération, la profondeur maximale de la crevasse d_s est celle pour laquelle $S_{xx} = P_i$, avec S_{xx} la contrainte en traction, et $P_i = -\rho_i g z$ la contrainte exercée par le poids de la glace, qui augmente avec la profondeur (voir Figure 2.10a). Au-delà d'une certaine profondeur, la pression glaciostatique devient alors plus forte que la contrainte longitudinale, et la pénétration de la crevasse s'interrompt.

Mathématiquement, ce critère s'écrit en fonction de la composante en traction du tenseur des déformations $\dot{\varepsilon}_{xx}$, à travers la loi de Glen reliant σ et ε . En accord avec notre système

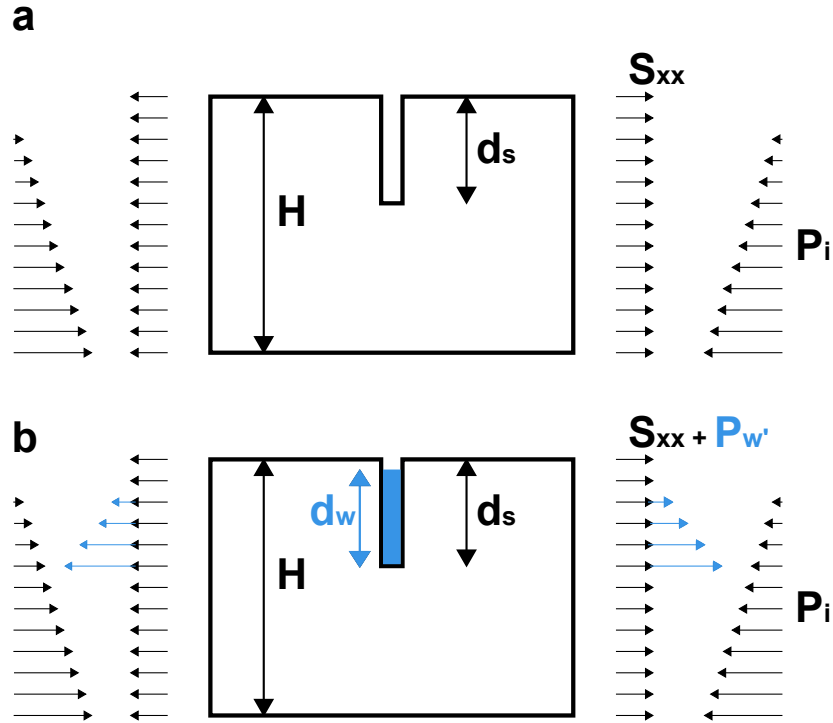


FIGURE 2.10 – Schéma des forces s'exerçant sur une fracture unique (a) sans eau dans la crevasse (b) avec de l'eau dans la crevasse. D'après *Weiss* (2004).

de notation, la crevasse se propage ainsi à une profondeur telle que $\sigma_{xx} = 0$, et s'écrit :

$$d_s = \frac{2}{\rho_i g} \left(\frac{\dot{\epsilon}_{xx}}{A} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.6)$$

où A est le paramètre de fluidité. *Weertman* (1973) a complété en premier cette étude en précisant qu'une crevasse isolée se propage plus profondément d'un facteur $\pi/2$, si l'on enlève l'effet d'écrantage des contraintes par les crevasses adjacentes. Par ailleurs, il montre qu'une crevasse remplie d'eau peut, en fonction du niveau d'eau dans celle-ci, se propager à travers toute l'épaisseur du glacier (*Paterson*, 1994). Dans cette configuration, en effet, s'ajoute un terme d'ouverture, à la contrainte longitudinale, correspondant à la pression de l'eau dans la crevasse $\rho_w g d_w$ (*Benn et al.*, 2007a) (cf. Fig. 2.10 b) :

$$d_s = \frac{2}{\rho_i g} \left(\frac{\dot{\epsilon}_{xx}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \frac{\rho_w}{\rho_i} d_w \quad (2.7)$$

avec d_w la hauteur d'eau dans la crevasse. Un effet de seuil nécessaire pour l'initiation de la fracturation ($\dot{\epsilon}^*$) est également proposé (*Benn et al.*, 2007a) et ajouté à ce critère, permettant d'y intégrer une particularité propre à la LEFM (voir Sect. 2.3.1.3).

Comme évoqué précédemment, les crevasses basales peuvent jouer un rôle non négligeable dans le processus de vêlage. Elles peuvent se former en particulier au niveau de la ligne d'échouage, lorsque les forces de flottaison imposent des contraintes en traction à la base du glacier. Dans leur papier, *Nick et al. (2010)* développent le critère de Nye en y implémentant une physique décrivant la formation de ce type de crevasse. Leur modèle s'applique ainsi aussi bien aux terminus de glaciers posés que flottants et fait l'hypothèse que les crevasses sont proches les unes des autres, ce qui permet d'ignorer la concentration des contraintes autour de l'extrémité d'une crevasse unique. Dans ce cas, la hauteur de la crevasse basale s'exprime en prenant en compte la pression glaciostatique, la pression hydrostatique à l'intérieur de la crevasse et la contrainte de traction liée à l'écoulement de la glace. Elle se résume alors par l'équation suivante :

$$d_b = \frac{\rho_i}{(\rho_w - \rho_i)} \left(\frac{2}{\rho_i g} \left(\frac{\dot{\epsilon}_{xx}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} - H_{ab} \right) \quad (2.8)$$

avec H_{AB} la hauteur de glace au-dessus de la flottaison (cf. Eq. 2.2).

Ce critère a été utilisé dans plusieurs modèles numériques, et est actuellement le plus répandu dans les modèles d'écoulement le long d'une ligne d'écoulement en 2D (*Nick et al., 2010; Cook et al., 2014; Lea et al., 2014; Todd and Christoffersen, 2014*). Il a été adapté en 3D et appliqué sur le glacier Johnsons, en Antarctique, par *Otero et al. (2010)*. Entre autres modifications, les auteurs l'ont rendu dépendant de l'épaisseur de glace et davantage sujet aux effets 3D.

Ce modèle à l'avantage d'être simple et facile à implémenter (*Mottram and Benn, 2009*), mais présente certaines approximations : d'une part, dans sa version principalement utilisée, il ne prend pas en compte l'effet de seuil nécessaire pour initier la propagation de la crevasse. D'autre part, il ne s'applique que dans un champ de crevasse, et ne représente donc pas la propagation d'une crevasse unique. En outre, il ignore ainsi la concentration de contraintes autour de la pointe de la crevasse et également la profondeur de celle-ci, dans son calcul de propagation.

Principalement, il est bon de noter que ce critère, le plus utilisé à l'heure actuelle dans les modèles physiques, n'est pas un critère de propagation des fractures basé sur la mécanique de la rupture linéaire élastique. Ainsi, il n'intègre pas l'effet du profil de contrainte le long de la fissure dans le calcul de sa propagation, mais considère uniquement le champ de contrainte à un point donné, pour lequel la profondeur est donnée par $\sigma_{xx} = 0$.

2.3.1.3 Mécanique de la rupture

Le problème de la concentration des contraintes autour de l'extrémité de la fissure a été largement discuté dans *Smith (1976)* and *Rist et al. (1996)* et plus précisément détaillé dans *van der Veen (1998a,b)*. Dans ces travaux, les auteurs appliquent la mécanique de la rupture linéaire élastique (*Griffith, 1921*) à des crevasses uniques ou à des champs de crevasses. Le principe de la LEFM repose sur le concept de facteur d'intensité de contrainte (*stress intensity factor*) qui caractérise l'intensité de la singularité du champ de contraintes à la pointe de la fissure (*Lemaitre et al., 1988*), et qui fournit un critère de rupture pour les matériaux fragiles (*Anderson, 2005*). Il s'écrit sous la forme K_I , K_{II} et K_{III} , symbolisant respectivement le facteur d'intensité de contraintes en mode I, mode II et mode III (voir Fig. 2.9). En mode I, on l'exprime mathématiquement sous la forme $K_I = \beta\sigma\sqrt{\pi d_s}$, avec β un facteur dimensionnel qui caractérise la géométrie du système, σ le profil de contraintes en traction ou compression le long de la fissure, et d_s la profondeur de la crevasse. La capacité de l'état de contrainte à propager ou non la fissure dépend alors du critère choisi.

Plusieurs approches successives ont été proposées pour décrire la propagation de la crevasse. *Smith (1976)* considère que la crevasse se propage dans le milieu tant que $K_I \geq 0$. *van der Veen (1998b)*, lui, fait intervenir la ténacité du matériau K_{Ic} (*fracture toughness*). Elle caractérise la résistance mécanique du matériau à la propagation de fissures. Ainsi, la rupture s'initie lorsque le facteur d'intensité de contrainte dépasse la ténacité de la glace : soit $K_I > K_{Ic}$. L'application de ce critère nécessite donc la connaissance de K_{Ic} : pour la glace, celle-ci a été mesurée sur des carottes de glace du Groenland et de de la plateforme de Ronne entre 0,1 MPa a^{1/2} et 0,4 MPa a^{1/2} (*Fischer et al., 1995; Rist et al., 1996*). *Schulson and Duval (2009)* proposent une valeur obtenue en laboratoire de 0,1 MPa a^{1/2}. Les résultats montrent que la ténacité de la glace augmente avec la densité, *i.e.* avec la profondeur de la glace.

Dans son étude, van der Veen applique le principe de superposition des contraintes, ce qui lui permet de modéliser la contrainte totale subie par la glace comme la somme de chacune des contraintes issues des différents processus (pression glaciostatique, hydrostatique, terme d'ouverture, présence d'eau dans les crevasses, densification du névé). Il permet ainsi de prendre en compte facilement, par exemple, la variation de la densité avec la profondeur, ce qui a pour effet d'augmenter sensiblement la profondeur théorique des crevasses (voir Figure 2.11). De même, la modélisation de la pression d'eau dans les crevasses montre qu'une crevasse remplie d'eau jusqu'à 15 mètres de la surface supérieure peut se propager de manière

instable jusqu'au lit rocheux, dans la mesure où la contrainte de traction subie par la glace dépasse les 150 kPa. Cette accumulation d'eau de fonte dans les crevasses a été reprise comme mécanisme pour justifier l'effondrement de certaines plateformes (*Scambos et al.* (2000, 2003); *Hulbe et al.* (2004); *Scambos et al.* (2009) et Sect. 2.1.3.5).

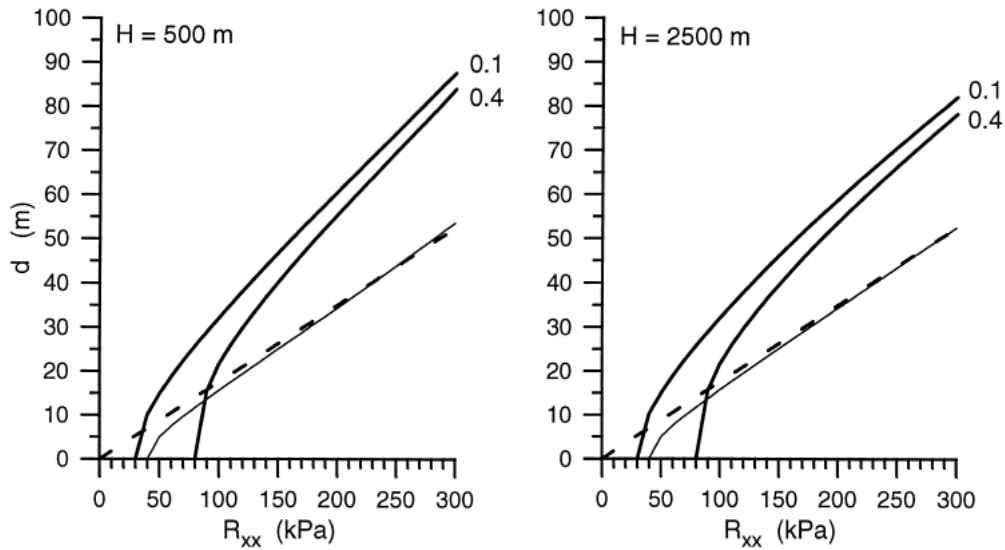


FIGURE 2.11 – Profondeur de pénétration d'une crevasse surfacique en fonction de la contrainte en traction dans le cas d'un glacier épais de 500m (gauche), et 2500m (droite). La profondeur de la crevasse est indiquée pour deux valeurs de ténacité (0,1 et 0,4 $MPa^{1/2}$), calculée avec une densité variable. Les courbes pointillées et celle en trait fin représentent la solution à densité constante de *Weertman* (1973) et de *van der Veen* (1998b). D'après *van der Veen* (1998b).

Un des points forts de cette approche est qu'elle s'applique aussi bien à une crevasse isolée qu'à un champ de crevasse. En outre, (*van der Veen*, 1998a) propose une extension pour modéliser de la même manière la propagation des crevasses basales. Par un calcul analytique, il montre que la propagation de celles-ci sur un glacier posé n'est possible que si la pression de l'eau dans la crevasse compense le poids de la glace. Elle requiert donc que le glacier approche la flottaison, et explique de cette façon la faible quantité d'observations de crevasses basales sur les glaciers posés, par rapport aux plateformes flottantes (*Luckman et al.*, 2011; *McGrath et al.*, 2012). Cependant, ces études menées dans le cadre de la mécanique de la rupture linéaire élastique sont incapables d'expliquer certaines observations, telles que l'initiation de l'ouverture d'une crevasse, ou l'accélération de celle-ci. Dans *Weiss* (2004) est proposé un mécanisme de rupture sous-critique, satisfaisant les observations d'accélération de fracturation qui précèdent des événements de vège. Cette théorie reste toutefois limitée

par le manque d'observations.

Rist et al. (2002) proposent une analyse de stabilité des plateformes de glace en Antarctique à partir de mesures expérimentales de carottes de glaces récupérées sur la plateforme de Ronne-Filchner. Les auteurs identifient une formulation empirique linéaire reliant le facteur d'intensité de contrainte avec la densité de la glace. En appliquant ces résultats à leur modèle, ils déduisent la contrainte nécessaire pour empêcher la propagation instable des crevasses basales et surfaciques. Ces résultats corroborent l'analyse de *van der Veen* (1998a,b), en affirmant que les crevasses de surfaces ne peuvent pas se propager au-delà d'une certaine profondeur, en l'absence d'eau à l'intérieure de celles-ci. Cette loi a été reprise par *Jansen et al.* (2010), qui l'appliquent sur une simulation d'écoulement sur la même plateforme flottante, afin d'identifier la position et l'orientation des crevasses surfaciques. En les comparant avec des observations de surface, ils trouvent une concordance satisfaisante entre modélisation et observation. La mécanique de la rupture linéaire élastique a également été comparée au critère de Nye et à des observations de terrain sur un glacier à terminaison lacustre d'Islande par *Mottram and Benn* (2009). Les auteurs n'observent pas de différence notable entre les deux modèles.

2.3.1.4 Mécanique de l'Endommagement

Le troisième outil employé pour évaluer la propagation de crevasses repose sur la mécanique l'endommagement. Selon *Lemaitre et al.* (1988), "La théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique". A la différence des deux méthodes présentées ci-dessus qui étudient le champ de contrainte à un instant donné, la mécanique de l'endommagement se concentre sur l'évolution de zones de glace endommagées à l'échelle mésoscopique. La théorie de l'endommagement repose sur l'évolution et le transport d'une variable d'endommagement (habituellement notée D , et dont la première apparition date de 1958 dans *Kachanov*, 1958) qui va affecter la rhéologie de la glace, en diminuant sa viscosité. Cette variable dépend de la densité de micro fissures dans le milieu, et elle est comprise entre 0 pour un matériau vierge et 1 pour un matériau complètement endommagé. La mécanique de l'endommagement a été appliquée à la fracturation de la glace à plusieurs reprises, surtout au cours des dernières années (*Xiao and Jordaan*, 1996; *Pralong et al.*, 2005, 2006; *Jouvet*, 2010; *von Bock und Polach and Ehlers*, 2013; *Keller*, 2013; *Keller and Hutter*, 2014; *Krug et al.*, 2014), aussi bien pour les fracturations de glaciers de montagne (chutes de séracs ou avalanches) (*Pralong et al.*, 2003; *Borstad*

and McClung, 2011; Jouvét et al., 2011) que pour des plateformes flottantes ou des glaces polaires (Borstad et al., 2012; Duddu and Waisman, 2013, 2012; Borstad et al., 2013), et dans différents types de modèles en deux dimensions.

En extension par rapport à la théorie de Lemaître, certains auteurs poussent l'utilisation de la mécanique de l'endommagement à la représentation du développement des crevasses macroscopiques, jusqu'au vêlage (Pralong and Funk, 2005; Duddu and Waisman, 2013; Duddu et al., 2013). Le débat reste ouvert sur le sujet. En théorie, la mécanique de l'endommagement peut être utilisée à de telles fins dans le cadre de la propagation de fracture dans un matériau ductile, dans le cas où la propagation se fait par croissance et coalescence de cavité s'opérant par déformations plastiques. En revanche, la fracturation de la glace se fait par rupture fragile, même à des températures très proches de 0°C, et donc ne rentre pas dans le cadre de la mécanique de l'endommagement.

Jusqu'à présent, les résultats obtenus avec la mécanique de l'endommagement sont en général cohérents avec les observations in situ. En particulier, Pralong and Funk (2005) arrivent à reproduire la formation d'une crevasse au terminus d'un glacier suspendu et l'accélération de la glace dans les derniers instants précédant la rupture. Par inversion de l'endommagement sur le Larsen B, Borstad et al. (2012) ont montré que l'effondrement du terminus flottant s'effectue lorsque la plateforme est endommagée à 60 %. Dans Borstad et al. (2013), les auteurs modélisent la production d'endommagement sur la plateforme flottante du larsen C, et reproduisent avec une bonne exactitude géographique les zones de crevasses observées par satellite.

Cependant, la mécanique de l'endommagement est encore peu utilisée dans les modèles, du fait de la difficulté numérique d'implémentation qui en découle. Elle n'a pas encore été employée pour simuler le vêlage d'iceberg. Elle sera décrite de façon plus détaillée et utilisée dans le cadre de cette thèse dans les chapitres suivants.

2.3.2 Critère de vêlage

Les méthodes présentées précédemment décrivent l'évolution des crevasses et leur profondeur maximale dans des glaciers posés et plateformes flottantes. Une fois la profondeur de crevasse calculée par une méthode donnée, il s'agit d'appliquer un critère afin de déterminer dans quelle condition le vêlage intervient.

Théoriquement, la décharge d'iceberg s'effectue lorsque les crevasses (basales ou surfaciques) ont traversé la totalité de l'épaisseur du glacier. En pratique, on définit une profondeur

critique de crevasse à partir de laquelle on considère que la portion située en aval de celle-ci est vêlée. Pour cela, deux critères sont principalement utilisés :

- les crevasses surfaciques atteignent le niveau de la mer
- les crevasses surfaciques et basales se rejoignent, signifiant une fracture sur toute l'épaisseur de la glace.

2.3.2.1 Propagation jusqu'au niveau de l'eau

Dans *Benn et al. (2007a)* est proposé un critère selon lequel la position du terminus d'un glacier posé est définie comme le point où la profondeur d'une crevasse surfacique est égale à la hauteur de glace émergée, ou encore, lorsque la pointe de la crevasse atteint le niveau de la mer (cf. Fig. 2.12 a). On considère ensuite que le vêlage s'effectue sur toute l'épaisseur du glacier. Deux observations soutiennent ce raisonnement : (i) le vêlage de la partie émergée est souvent rapidement suivi par le vêlage des parties sous-marines, qui remontent, par poussée d'Archimède (*Motyka, 1997*) (ii) les observations montrent que le vêlage intervenant à proximité du front, une connexion hydrologique peut se mettre en place entre la crevasse et le milieu pro-glaciaire, permettant à la crevasse de se remplir d'eau, et facilite ainsi sa propagation jusqu'au fond (*Benn et al., 2007a*).

L'intérêt de ce critère est qu'il est simple d'implémentation. Il est le plus employé dans les modèles de vêlage dynamiques (*Nick et al., 2010*). Mais il présente néanmoins plusieurs limitations : (i) on suppose que la crevasse se remplit d'eau (par jonction avec l'eau au terminus ou par fonte de surface) (*Cook et al., 2012*). Cette hypothèse peut paraître lourde, mais elle est soutenue par les observations selon lesquelles les fronts des glaciers sont souvent parcourus de crevasses parallèles à l'écoulement, qui permettent ainsi la formation d'un réseau entre les crevasses transverses et l'océan. (ii) Ce critère, en l'état, ne s'applique qu'à une simulation 2D en ligne d'écoulement. En réalité la crevasse doit se propager dans la direction transverse à l'écoulement pour isoler totalement un morceau de glace et entraîner le vêlage, ce qui nécessite de modifier le critère pour y intégrer les effets 3D (*Benn et al., 2007a; Otero et al., 2010*).

Dans un récent article, *Cook et al. (2014)* modélisent le comportement du glacier Helheim, au Groenland, et appliquent une série de forçages externes réalistes à proximité du front, qu'ils classifient ensuite par ordre d'importance, en fonction de la réponse observée du glacier. Ces quatre types de forçages sont la présence d'eau dans les crevasses supérieures, la variation de la pression effective au socle, l'*undercutting* par l'océan, et l'effet de la glace de mer et du

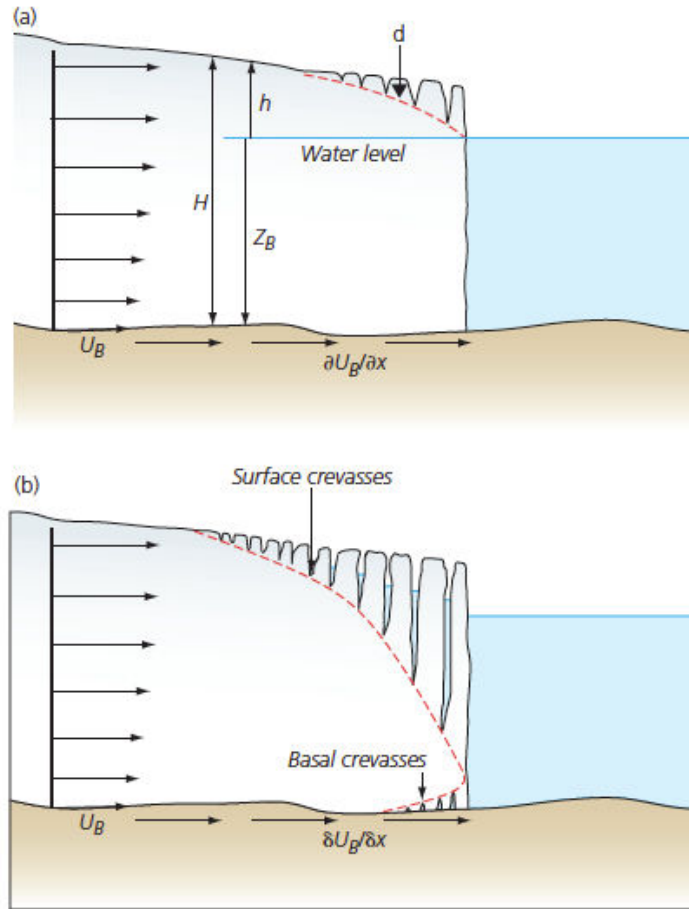


FIGURE 2.12 – Schéma illustratif des variables utilisées dans la description des critères de vêlage basés sur (a) la profondeur de crevasse jusqu'à la ligne de flottaison (b) la profondeur de crevasse jusqu'au lit rocheux. D'après *Benn and Evans* (2010).

mélange de glace au front du glacier.

De même, *Lea et al.* (2014) emploie également ce critère pour reconstruire le retrait du glacier Kangiata Nunaata Sermia depuis 1761, et testent la sensibilité de leur modèle en comparant l'évolution de la position du front en réponse à des forçages atmosphériques et océaniques avec des proxys environnementaux. Les auteurs concluent en affirmant que la profondeur d'eau dans les crevasses superficielles, contrainte par le taux de fonte superficielle est le paramètre le plus sensible de leur modèle.

2.3.2.2 Jonction des crevasses superficielles et basales

Une adaptation du critère précédent a été proposée par *Nick et al.* (2010). Dans ce nouveau critère, Nick considère que le vêlage se fait lorsque les crevasses superficielles atteignent

les crevasses basales. Dans le cas d'un glacier dont le terminus est posé, la faible occurrence de crevasses basales requiert la présence d'eau dans les crevasses surfaciques, nécessaire à celles-ci pour se propager au-delà d'une certaine profondeur (*van der Veen, 1998b*). Lorsque le glacier approche la flottaison, ou dans le cas d'une plateforme flottante, ce phénomène est facilité par le fait que les crevasses basales se propagent vers le haut plus aisément. Ce critère illustré sur la Figure 2.12 b s'adapte donc bien aux glaciers à la limite de la flottaison et aux plateformes flottantes.

La comparaison entre les deux critères de crevasse présentés ici et celui de hauteur au-dessus de la flottaison (Sect. 2.2) a été menée dans *Nick et al. (2010)*. Les auteurs comparent le déplacement du front d'un glacier émissaire synthétique, dans le cas de retrait ou d'avancée, forcée avec une intensité similaire dans chacun des cas. Les deux critères physiques montrent des résultats similaires, tandis que le critère de flottaison (HAB) s'écarte fortement de ce résultat. De même, *Vieli and Nick (2011)* utilisent ce critère pour évaluer les forçages externes capables de reproduire les variations de dynamique observées sur le glacier du Jakobshavn, et étudier les rétroactions entre vêlage, retrait du glacier, et diminution du frottement latéral. Plus récemment, *Nick et al. (2013)* proposent des projections de la décharge de quatre glaciers émissaires groenlandais (Petermann, Kangerdlugssuaq, Helheim et Jakobshavn) jusqu'à l'horizon 2200, à l'aide du même modèle. Une étude similaire à celle de *Cook et al. (2014)* est menée par *Todd and Christoffersen (2014)*, sur le glacier Store, au Groenland. La différence majeure réside dans le fait que les auteurs ne modélisent pas la présence d'eau dans les crevasses pour faciliter leur propagation, et que dans leur étude, le vêlage intervient lorsque les crevasses basales et surfaciques se rejoignent. Le modèle ainsi proposé permet de représenter convenablement la dynamique du front ainsi que la formation de langue flottante.

2.3.2.3 Taux de déformation

En reprenant l'étude menée par *Alley et al. (2008)*, *Levermann et al. (2012)* proposent une loi basée sur les taux de déformation dans les directions principales. Ce modèle développé et appliqué initialement aux plateformes de Ronne, Ross, et Larsen, a été développé et complexifié par *Albrecht and Levermann (2012, 2014)*. Dans ces derniers articles, les auteurs étudient l'initiation et développement des crevasses en 2D plan sur la plateforme de Ronne, à l'aide du modèle par différences finies PISM (Parallel Ice Sheet Model) (*Winkelmann et al., 2011*). Dans cette nouvelle formulation, ils font intervenir une densité de fracture Φ , qui affecte la rhéologie de la glace, d'une façon similaire à l'endommagement, mais s'appliquant

sur des crevasses macroscopiques, et non pas des micro fissures. Ensuite, l'initiation des crevasses se fait selon le critère de von Mises sur les contraintes principales, tandis que la croissance de la fracture se fait par satisfaction d'un critère uniquement basée sur les taux de déformation principaux $\dot{\epsilon}_{1,2}$. Ils obtiennent ainsi une loi de vêlage dépendant d'une constante de proportionnalité fonction de la densité de fractures dans le milieu k_Φ de la forme :

$$V_C = k_\Phi \dot{\epsilon}_1 \dot{\epsilon}_2 \quad (2.9)$$

Une des limites de cette loi est celle avancée par *Benn et al.* (2007a), à savoir que les évènements de vêlages individuels ou liés aux mécanismes de second ordre ne peuvent pas être prédits par cette relation.

2.3.2.4 Approche statistique

Une autre approche consiste à traiter le vêlage via une méthode statistique. *Bassis* (2011) proposent une formulation selon laquelle le détachement d'iceberg répond à une distribution probabiliste, pouvant être influencée par des forçages externes, via la modification de taux de transition, qui définissent la probabilité que le front avance ou recule. Les auteurs font l'hypothèse que le retrait du front est un processus ergodique. De cette façon, ils parviennent à représenter aussi bien le détachement ponctuel d'icebergs tabulaires et le vêlage à haute fréquence de plus petits blocs de glace. Cette formulation autorise la formation de langues de glaces et de plateformes de glaces, et ainsi permet de modéliser tout type de glacier émissaire.

Dans leur paramétrisation, en suivant les études de *Reeh* (1968) et *Hanson and Hooke* (2003) sur la localisation des contraintes maximales, dans le cas de glaciers posés, la probabilité de détachement est plus importante à une distance du front égale à une épaisseur du glacier. En revanche, dans le cadre de la modélisation des langues et plateformes flottantes, cette probabilité est équi répartie sur toute la longueur de la plateforme. Cette loi ne nécessite que de formuler les taux de transition par des termes physiques (basés sur la comparaison avec les données sismiques, ou les observations de propagation de crevasses), avec l'intérêt d'être applicable à une grande variété de simulations. La difficulté majeure étant bien entendu de trouver une formulation physique de ces taux de transition.

Néanmoins, les auteurs rappellent que ce type de critère, actuellement, se limite à une approche bidimensionnelle, en ligne d'écoulement, car la forme du front de vêlage, en deux dimensions planes, ou en trois dimensions, est définie respectivement par une courbe ou un plan courbe, ce qui n'est actuellement pas pris en compte dans la formulation proposée par

Bassis (2011). Ce type de modèle n'est encore que peu utilisé, malgré son implémentation en cours dans le modèle ISSM (*Larour et al.*, 2012).

2.3.2.5 Paramétrisation générale

Dans le but de les intégrer aux modèles d'écoulement, *Amundson and Truffer* (2010) essayent de rendre plus générale la loi empirique de profondeur d'eau au terminus (cf. 2.2). Ils prennent comme base de réflexion l'observation de *van der Veen* (1996), selon laquelle le vêlage intervient lorsque la hauteur de glace au-dessus de la mer décroît en dessous d'une valeur seuil. Ils ajoutent à ce critère d'initiation le fait que le front se retire jusqu'à une position pour laquelle l'épaisseur au terminus atteint une seconde valeur critique. Cette assertion repose sur le fait que l'épaisseur de glace après un évènement de vêlage est toujours supérieure à l'épaisseur précédant l'évènement. Les deux épaisseurs sont données par des fonctions inconnues dépendant du taux de déformation, de l'espacement des crevasses, de la température de la glace et de l'état de flottaison du glacier, ainsi que d'éventuels forçages externes (marée, houle, glace de mer, mélange de glace). Dans cette formulation, le taux de vêlage est gouverné au premier ordre par l'épaisseur de glace, la variation longitudinale d'épaisseur, le taux de déformation et la fonte au terminus.

Ce développement est destiné à améliorer les modèles de vêlages basés sur l'épaisseur de glace au terminus, leur permettant ainsi de prendre un compte un large panel d'évènements de vêlage, de type d'écoulements et de géométries. Les auteurs admettent néanmoins l'incapacité de cette paramétrisation à prendre en compte certains processus, tels que la stabilité des plateformes flottantes ou la relation entre la géométrie du glacier et l'espacement des crevasses. Comme pour l'approche précédente, une des difficultés majeures réside dans le fait de caler ces paramétrisations.

2.3.2.6 Modèles par éléments discrets

Le dernier type d'approche abordé dans cette partie concerne les modèles de particules, comme ceux utilisés dans *Åström et al.* (2013) et *Bassis and Jacobs* (2013). Dans ces modèles, le glacier est représenté par un assemblage de "particules" de glaces (d'une taille moyenne de 1 m) qui interagissent les unes avec les autres. Les collisions entre particules comme les liaisons sont traitées de façon élastique, et ces dernières se rompent lorsque les contraintes de cisaillement ou de traction excèdent une valeur donnée (respectivement 1 MPa et 0.1 MPa pour *Bassis and Jacobs*, 2013).

Åström et al. (2013) présentent plusieurs essais de validation. Ils modélisent un évènement de vêlage depuis un glacier posé sur un sur un plan incliné, pour lequel le frottement basal varie afin de simuler une transition rapide de glissement basal de type *surge* (voir Fig. 2.13).

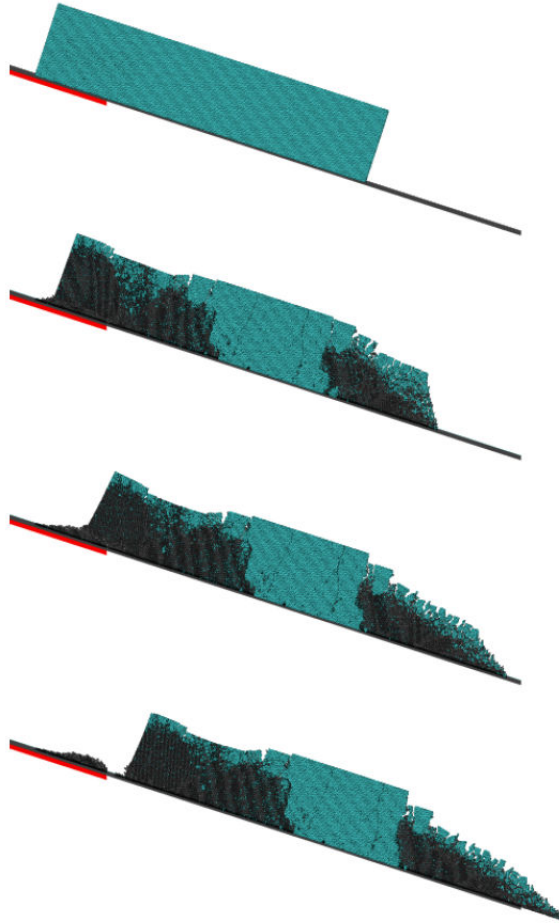


FIGURE 2.13 – Illustration d'un évènement de vêlage simulé par un modèle d'éléments discrets, à différents instants. Un bloc de glace de 200 m de long sur 50 m de haut est posé sur un plan incliné à 18° . Les liaisons entre les particules sont indiquées par des traits verts. Lorsque ces liaisons sont rompues, seules les particules noires sont visibles. Le trait épais rouge représente une zone de fort frottement basal. D'après *Åström et al.* (2013), Fig. 6.

Le modèle de *Bassis and Jacobs* (2013) reproduit plusieurs types de vêlages observés, des petits icebergs dans le cas de glaciers posés, jusqu'au vêlage de larges icebergs tabulaires via la fracturation de plateformes de glace. Les auteurs concluent que les différents régimes de vêlage dépendent en premier lieu de la géométrie du glacier, amenant à divers états de contrainte dans la glace. Ils mettent également en avant l'importance de l'évacuation des icebergs pour le vêlage d'autres icebergs, procédé observé et décrit plus précisément dans *Amundson et al.* (2010). De même, ils parviennent à reproduire le retrait du glacier Helheim,

au Groenland, entre 2001 et 2008.

Mais pour des raisons de coût numérique, ce type modèle reste pour l’instant limité à des applications en deux dimensions le long d’une ligne d’écoulement. Une comparaison de comportement de la déformation visqueuse d’un bloc de glace a été entreprise entre le modèle d’Åström et Elmer/Ice. Les résultats montrent que le comportement, s’il est similaire, présente un fort décalage temporel. L’écoulement dans Elmer/Ice est cinq ordres de grandeur plus rapide que le modèle d’Åström. Les auteurs le justifient par un effet de “blocage” du matériau granulaire lorsque les particules se retrouvent ordonnées dans une configuration spécifique, bloquant ainsi l’écoulement.

Cependant, la plus grosse limitation de ce type de modèle vient du fait qu’il est, de par sa conception, incapable de représenter un écoulement viscoplastique. En revanche, certaines avancées proposent son couplage avec Elmer/Ice. L’écoulement visqueux du glacier est ainsi modélisé avec Elmer/Ice. Puis, la géométrie du front est reproduite dans le modèle par éléments discret, qui représente ensuite la propagation fragile des fractures caractérisant le vêlage, jusqu’à l’obtention d’un nouveau front stable. Celui-ci, à son tour, est réinjecté dans Elmer/Ice pour la poursuite de la simulation (*Zwinger and Åström, 2014*).

2.4 Bilan

Le processus de vêlage est un phénomène complexe qui interagit avec la dynamique du glacier. Au-delà de l’étude qui consiste à comprendre les étroites interactions entre le vêlage, la dynamique du front et la réponse du glacier, nous nous sommes attachés à détailler les différents processus liés à la décharge de glace. Quatre mécanismes responsables de la décharge ont été identifiés et hiérarchisés entre le processus de premier ordre que constitue l’étirement longitudinal associé à des gradients de vitesse, et les processus de second ordre. Ces derniers ne sont pas d’importance moindre, mais simplement dépendants dans leur amplitude du processus principal.

On a ensuite détaillé les lois empiriques utilisées dans la représentation du vêlage d’iceberg et vu que celles-ci, même si elles montrent de sévères limitations, ont néanmoins permis de mettre en avant une distinction comportementale entre les glaciers à front marins, dont la réponse en terme de taux de vêlage est plus importante, et les glaciers à front lacustre, dont la réponse est inférieure d’environ un ordre de grandeur.

Les approches physiques se sont multipliées au court des dernières années. Elles se révèlent

aujourd'hui nécessaires pour quantifier précisément la quantité de glace rejetée dans les océans par ce mécanisme. A ce niveau, plusieurs critères sont proposés, tant pour la formation des crevasses que pour la représentation de la décharge mécanique des icebergs. Ils sont en majorité basés sur un bilan des forces en action à l'intérieur du glacier, mais se différencient par leurs approches (bilan des forces, mécanique de la rupture linéaire élastique, endommagement). Elles sont plus précises et semblent représenter avec une exactitude acceptable les observations réalisées sur le terrain, mais restent néanmoins marginales et toujours lourdes d'implémentation.

La question de la formation des icebergs et de leur impact sur la dynamique glaciaire qui se pose depuis les années 1960 reste toujours d'actualité, comme le prouvent les scientifiques dans la recherche d'une loi polyvalente et pérenne. Mais c'est avec le développement des techniques numériques et la facilité d'accès aux machines de calcul que les modélisations physiques se sont réellement développées. Néanmoins, comme cela est rappelé dans le dernier rapport du GIEC, la compréhension des processus reste à améliorer afin de réduire les incertitudes quant à l'estimation de la contribution des calottes polaires à l'augmentation du niveau des mers. Il devient donc évident que les futurs modèles numériques ne peuvent pas se contenter de lois de vèlage empirique, mais ils doivent approcher au maximum les réalités physiques et en incorporer les processus. C'est dans cette optique que s'articule le travail qui est présenté dans la suite de ce rapport.

CHAPITRE 3

Modèle de vêlage

Résumé

Comme cela a été évoqué aux chapitres précédents, la représentation convenable des processus de vêlage constitue un défi majeur pour la modélisation de la décharge des calottes. Il sont nécessaires pour intégrer les interactions entre dynamique du front et réponse glaciaire dans le cadre d'une évaluation précise de l'évolution des calottes aux longues échelles spatiales et temporelles.

Dans ce chapitre, on présente une paramétrisation de vêlage basée sur la mécanique de l'endommagement et celle de la rupture. Elle diffère des paramétrisations utilisées préalablement de par la combinaison de ces deux approches. La mécanique de l'endommagement permet de décrire les processus lents de dégradation de la glace à une méso échelle au moyen d'une variable d'endommagement, et rétroagit ainsi sur l'écoulement visqueux de la glace en modifiant sa rhéologie. Une particularité de cette approche réside dans le fait qu'elle permet de conserver un historique des dégradations subies par la glace lors de son écoulement. La mécanique de la rupture, quant à elle, permet de représenter la propagation rapide de fractures caractérisant la rupture fragile de la glace.

La réponse du modèle repose sur plusieurs paramètres numériques : ceux-ci sont échantillonnés par hypercube latin, et une analyse de sensibilité est menée sur une géométrie simplifiée (en 2D ligne d'écoulement) du glacier Helheim, au Groenland. Elle permet d'extraire les jeux de paramètres d'endommagement conduisant à une réponse glaciaire cohérente avec l'évolution passée. La dynamique glaciaire laisse alors émerger plusieurs populations de tailles d'évènements modestes (50 m à 150 m) et de courte période (4 à 15 jours). L'analyse fréquentielle révèle également une cyclicité intrinsèque dans la position du front, liée à la topographie du socle et au jeu de paramètres d'endommagement imposé. Elle suggère ainsi la probabilité d'une variabilité naturelle de la position du front des glaciers émissaires.

Le travail résumé ici fait l'objet d'un article en cours de revue :

Krug, J., Weiss, J., Gagliardini, O., and Durand, G.: Combining damage and fracture mechanics to model calving, *The Cryosphere Discuss.*, 8, 1631-1671, doi:10.5194/tcd-8-1631-2014, 2014.

Abstract Calving of icebergs is a major negative component of polar ice-sheet mass balance. We present a new calving modeling framework relying on both continuum damage mechanics and linear elastic fracture mechanics. This combination accounts for both the slow sub-critical surface crevassing and fast propagation of crevasses when calving occurs. First, damage of the ice occurs over long timescales and enhances the viscous flow of ice. Then brittle fractures propagate downward, on very short timescales, considering the ice body as an elastic medium. The model is calibrated on Helheim Glacier, South-West Greenland, one of the well monitored, fast-flowing outlet glacier. This allows to identify sets of model parameters giving a consistent response of the model and producing a dynamic equilibrium in agreement with observed stable positions of the Helheim ice front between 1930 and today.

3.1 Introduction

Over the last decades, discharge of ice from Greenland and Antarctic ice sheets strongly increased (*Shepherd et al., 2012*), due to either an intensified submarine melting, or an increasing rate of ice calving. Recent observations have shown that the ice loss is almost equally distributed between these two sink terms despite some regional differences (*Rignot et al., 2010; Depoorter et al., 2013*). Ice loss by iceberg calving has been evaluated to 1321 ± 144 gigatonnes per year for Antarctica in 2013 (*Depoorter et al., 2013*) and 357 gigatonnes per year for Greenland between 2000 and 2005 (*Rignot and Kanagaratnam, 2006*). These figures could become more significant, as the front destabilization can exert a strong positive feedback on glacier dynamics. Indeed, the abrupt collapse of the front can impact the whole glacier equilibrium, leading to both upstream thinning and acceleration by a loss of buttressing, in turn leading to a further increase in ice discharge (*Gagliardini et al., 2010b*). The collapse of Larsen B ice shelf in 2002 (*Scambos et al., 2004*) or the disintegration of the floating tongue of Jakobshavn Isbrae, on the West coast of Greenland ice sheet the same year (*Joughin et al., 2008a*) are two examples on how perturbations near the ice front affect the upstream and even grounded portion of the adjacent glaciers. In the sake of projecting ice sheet evolution, a deep understanding and representation of the processes occurring at the front are necessary, especially those concerning iceberg calving.

Most studies dealing with iceberg calving follow the approach proposed by *Benn et al. (2007b,a)*. They introduced a criterion suggesting that calving occurs when a crevasse penetrates the glacier below the water level. The computation of the crevasse penetration depth is

based on the work of *Nye* (1957), and depends on the equilibrium between longitudinal stretching (opening term) and cryostatic pressure (closing term). This so-called “crevasse-depth” criterion has been applied to individual marine-terminated glaciers of Greenland and Antarctica, allowing a successful reproduction of the front variations (*Nick et al.*, 2010; *Otero et al.*, 2010; *Nick et al.*, 2013; *Cook et al.*, 2014). Though the model of *Nick et al.* (2010) accounts for basal crevasse opening, which improves the capability to reproduce observed behaviour. However, this model is based on an instantaneous stress balance combined to an empirical criterion for calving. Consequently, it cannot account for the physical processes related to fracture propagation, such as the stress concentration at the tip of crevasses, and does not take into account the role of the stress history on the accumulation of damage, which may influence calving occurrence time and amplitude.

Another approach to model calving has been done using discrete elements models (*Bassis and Jacobs*, 2013; *Åström et al.*, 2013). These models show interesting results in terms of calving processes and iceberg size distribution. However, the coupling of such models with finite-difference or finite-element glacier or ice-sheet models is not straightforward, and their computational cost is important.

For a few years, some authors have focused on continuum damage mechanics in order to represent both the development of micro-defects in the ice to the development of macro-scale crevasses, and their effects on the viscous behaviour of the ice while keeping a continuum approach. Initially developed for metals deformation (*Kachanov*, 1958), damage mechanics has recently been applied to ice dynamics to study the apparition of a single crevasse (*Pralong et al.*, 2003; *Pralong and Funk*, 2005; *Duddu and Waisman*, 2013) or to average crevasse fields (*Borstad et al.*, 2012). On the other hand, linear elastic fracture mechanics (*van der Veen*, 1998a,b) has been used to describe the rapid propagation of surface and bottom crevasses through the ice. This approach has rarely been used in ice-sheet modeling. The reason is that a realistic representation of crevasses requires a high mesh refinement usually difficult to reach when modeling large ice masses.

Here we consider a combined approach between damage mechanics and fracture mechanics. The proposed physically-based calving model can cover both the accumulation of damage as the ice is transported through the glacier, and the critical fracture propagation in the vicinity of the calving front. The slow development of damage represents the long timescales evolution of purely viscous ice, while the use of fracture mechanics allows to consider calving events occurring at shorter timescales, for which the ice can be considered as a pu-

rely elastic medium. The description of the physics implemented is presented in Sect. 3.2, covering the damage initiation and its development, the fracture propagation and its arrest criterion. In Sect. 3.3, sensitivity tests are carried out on Helheim Glacier, and results are discussed.

3.2 Model Physics

3.2.1 Governing equations for ice flow

3.2.1.1 Ice flow and rheology

We consider an incompressible, isothermal and gravity-driven ice-flow in which the ice exhibits a non-linear viscosity. The ice flow is ruled by the Stokes equations (*i.e.* Navier-Stokes equations without inertial term), meaning the momentum and the mass balance:

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho_i \mathbf{g} = 0 \quad (3.1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (3.2)$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ represents the Cauchy stress tensor, \mathbf{g} the gravity force vector, ρ_i the density of ice and \mathbf{u} the velocity vector. The Cauchy stress tensor can be expressed as a function of the deviatoric stress tensor \mathbf{S} and the isotropic pressure p , with $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} - p\mathbf{I}$ and $p = -\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3$. Ice rheology is represented by a non-linear Norton-Hoff type flow law called *Glen's flow* law, which reads:

$$\mathbf{S} = 2\eta\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.3)$$

This equation links the deviatoric stress \mathbf{S} to the strain rate $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$. The effective viscosity η writes:

$$\eta = \frac{1}{2}(EA)^{-1/n} \mathbf{I}_{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_2}^{(1-n)/n} \quad (3.4)$$

where $\mathbf{I}_{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_2}^2$ represents the square of the second invariant of the strain rate tensor, A is the fluidity parameter and E is an *enhancement factor*, usually varying between 0.58 and 5.6 for ice-flow models (*Ma et al.*, 2010), depending on the fabric and on the stress state.

3.2.1.2 Boundary conditions

The upper surface is defined as a stress-free surface. In the coordinate system (x, y, z) , it obeys the following equation:

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial z_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial z_s}{\partial y} - w_s = a_s \quad (3.5)$$

where z_s refers to the elevation of the upper surface, and (u_s, v_s, w_s) are the surface velocities. The surface mass balance a_s is prescribed as a vertical component only. As we neglect any effect of atmospheric pressure, normal and tangential stresses at the surface are zero:

$$\begin{aligned}\sigma_{nn}|_s &= 0 \\ \sigma_{nt_i}|_s &= 0 \quad (i = 1, 2)\end{aligned}$$

Subscripts n and t_i respectively refers to normal (pointing outward) and tangential directions.

Similar to the upper free surface, the bottom surface evolution is described by:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial z_b}{\partial x} + v_b \frac{\partial z_b}{\partial y} - w_b = a_b \quad (3.6)$$

where (u_b, v_b, w_b) are the basal velocities, and a_b represents the vertical component of the basal mass balance (melting or accretion). At the bed, the glacier can be either grounded or floating. The grounded part of the glacier undergoes a shearing stress which is represented by a non-linear Weertman-type friction law:

$$\begin{aligned}\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} &= 0 \\ \sigma_{nt_i}|_b &= t_i \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})|_b = C u_b^{m-1} u_{t_i} \quad (i = 1, 2)\end{aligned}$$

where C and $m = 1/3$ are respectively the friction coefficient and exponent. u_b is the norm of the sliding velocity $\mathbf{u}_b = \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_b) \mathbf{n}_b$, with \mathbf{n}_b the normal outward-pointing unit vector to the bedrock. Where the ice is floating the free surface is forced by an external sea pressure normal to the surface:

$$\begin{aligned}\sigma_{nn}|_b &= -\rho_w g (l_w - z_b) \\ \sigma_{nt_i}|_b &= 0 \quad (i = 1, 2)\end{aligned}$$

where ρ_w is the water density, l_w the sea level, and z_b refers to the elevation of the bottom surface. The position between the grounded and floating part of the basal boundary, *i.e.* the grounding line, is part of the solution and computed solving a contact problem following *Durand et al. (2009)* and *Favier et al. (2012)*. The inverse method described in *Jay-Allemand et al. (2011)* is used to infer the basal friction coefficient C by reducing the mismatch between observed and modelled surface velocities.

The ice front is defined as a third free-surface, which can also undergo melting. In analogy to the other free surfaces we get:

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} + v_f \frac{\partial x_f}{\partial y} + w_f \frac{\partial x_f}{\partial z} - u_f = a_f \quad (3.7)$$

where (u_f, v_f, w_f) are the frontal velocities, and a_f characterizes the frontal mass balance. The ice front is exposed to the water pressure below sea level and is stress-free above sea level. These Neumann conditions read:

$$\begin{aligned}\sigma_{nn}|_f &= -\max(\rho_w g(l_w - z), 0) \\ \sigma_{nt_i}|_f &= 0 \quad (i = 1, 2)\end{aligned}$$

The list of physical and numerical parameters used in this paper is given in Tab. 3.1. Some boundary conditions are specific to the 2D flowline application conducted in Sect. 3.3, and are described in detail in Sect. 3.3.2.

3.2.2 Continuum damage mechanics model

Continuum Damage Mechanics (CDM) was introduced by *Kachanov* (1958) to quantify the degradation of mechanical properties resulting from the nucleation of internal defects such as microcracks or voids. In this case, the internal defects must be small compared to the representative volume element over which damage is considered. In case of ductile failure, when the propagation of a macrocrack is associated with the nucleation of defects (voids) ahead of crack tip in a so-called fracture process zone (FPZ), damage mechanics has been used to describe the macrocrack propagation itself. There is so far no evidence of such ductile failure in ice. Consequently, we use in the present work damage mechanics to deal with the effect of a field of crevasses on ice flow, and not to describe the propagation of an individual crevasse. Here, as stated by *Lemaitre et al.* (1988), we consider that CDM describes the evolution of phenomena in the medium from a virgin state to the initiation of macroscopic fractures. In this approach the material is always considered as a continuous material, even when the level of damage is very high. Slow deformation is typically encountered in glaciology, when ice flows slowly under its own weight following the surface slope. CDM has been successfully used in ice-flow models to deal with some glaciological problems such as the flow acceleration of large damaged areas or the opening of crevasses in hanging glaciers (*Xiao and Jordaan, 1996; Pralong et al., 2003; Pralong and Funk, 2005; Jouvè et al., 2011; Borstad et al., 2012*).

The principle of CDM models is based on the use of a damage variable, usually denoted D , which represents the degradation of mechanical properties (stiffness, viscosity,...) resulting from a population of defects which effect is averaged at a mesoscale. When considering an anisotropic approach, damage must be represented as a second order tensor (*Murakami and*

Ohno, 1981; *Pralong and Funk*, 2005). However, following *Pralong and Funk* (2005), we here consider isotropic damage as a first approximation. In this case, the state variable D is a scalar quantity, which varies between 0 and 1. While the ice is considered undamaged for $D = 0$, full damage is attainable with D approaching 1.

To describe the effect of damage on the ice flow, an effective deviatoric part of the Cauchy stress tensor is introduced:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \frac{\mathbf{S}}{(1 - D)}, \quad (3.8)$$

This effective stress can be understood as the original force applied on an effective undamaged area only. Using the equivalence principle of *Lemaitre et al.* (1988), strain is affected by the damage only through the effect of an effective stress entering the constitutive equation (see Eq. 3.3) at the place of \mathbf{S} , and thus change the expression of the Cauchy stress tensor $\boldsymbol{\sigma}$ in the Stokes equations (See Eq. 3.1). Thereby, there is no need to define an effective strain rate.

Our approach deals with a modelling of the viscoplastic flow of ice. The viscous behaviour of the ice is described using Glen's flow law, which links the deviatoric part of the Cauchy stress tensor to the strain rate tensor. Consequently, when accounting only for viscous deformation, damage of the ice only impacts the deviatoric part of the Cauchy stress tensor, and not the cryostatic pressure.

3.2.2.1 Damage evolution

Damage is a property of the material at the mesoscale. It is therefore advected by the ice flow, and evolves through time depending on the stress field. To take this evolution into account, we prescribe an advection equation reading:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla D = \begin{cases} f(\chi) & \text{if } f(\chi) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.9)$$

where the right hand side represents a damage source term $f(\chi)$. This term can be written as a function of a damage criterion χ and a numerical parameter B , which we will henceforth call *damage enhancement factor*:

$$f(\chi) = B \cdot \chi \quad (3.10)$$

In Sect. 3.3, some sensitivity experiments of the CDM model to the damage enhancement factor are presented.

The choice of the damage criterion is pivotal for the representation of damage increase, and its physical expression is a critical step in the formulation of a CDM model. Commonly used criteria are the Coulomb criterion (*Vaughan, 1993*), the von Mises criterion (*Albrecht and Levermann, 2012*), or the Hayhurst criterion (*Pralong and Funk, 2005; Duddu and Waisman, 2013, 2012*). However, these criteria are not necessarily applicable to the damage of ice: the Coulomb criterion is used for a representation of frictional process under compressive loading (*e.g. Weiss and Schulson, 2009*). The von Mises criterion is a plasticity criterion, aimed at describing the plastic yielding of ductile materials. Hence, it is expressed in terms of deviatoric stresses only, is independent of cryostatic “pressure” (either positive or negative), and symmetric in tension and compression. For all these reasons, it is not suited to describe ice fracturing processes. The Hayhurst criterion (*Hayhurst, 1972; Gagliardini et al., 2013b*), which involves the maximum principal stress, the cryostatic pressure, and the Von Mises stress invariant, was designed to describe creep damage in ductile materials, and it allows damage under uniaxial compression. Consequently, we think that it is not suited to describe crevasse opening under tension.

Here, we adopt a pure-tensile criterion, described as a function of the maximum principal Cauchy stress σ_I . This choice is consistent with the fact that we want to describe crevasse opening under pure traction, and is supported by *Rist et al. (1999)* who argued that crevasses tend to open normal to the direction of maximum tensile stress. This criterion would also be able to represent a broad variety of crevasses observed on glaciers, such as splaying crevasses. Anyway, the implementation of another criterion in the model would be straightforward, and would be an interesting parameter to investigate for future work. The criterion reads as follow:

$$\chi(\sigma_I, \sigma_{th}, D) = \max\left\{0, \frac{\sigma_I}{(1-D)} - \sigma_{th}\right\} \quad (3.11)$$

Here σ_{th} represents a stress threshold for damage initiation. The corresponding envelope of the damage criterion is represented in the space of Mohr circle in figure. 3.1.

The stress threshold for damage initiation σ_{th} corresponds to the overload which must be applied in order to reach the ice strength and initiate degradation. To account for sub-grid scale heterogeneity, we introduce some noise on σ_{th} : $\sigma_{th} = \overline{\sigma_{th}} \pm \delta\sigma_{th}$, where $\frac{\delta\sigma_{th}}{\overline{\sigma_{th}}}$ follows a standard normal distribution with a standard deviation of 0.05. $\overline{\sigma_{th}}$ is the mean stress threshold, and usually reaches several tens of kilo-Pascals (*Pralong and Funk, 2005*). To avoid negative values for σ_{th} arising from the sub-grid scale heterogeneity, the lower bound $\sigma_{th} > 0$ is prescribed. Sensitivity of the model to this parameter will be discussed in Sect. 3.3.

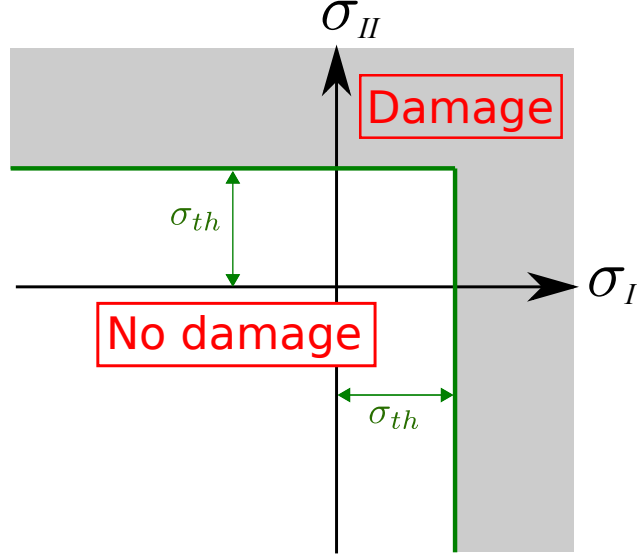


FIGURE 3.1 – Damage envelope in the space of principal stresses. σ_I and σ_{II} respectively represent the first and the second principal stress, while σ_{th} is the stress threshold. The shaded area corresponds to stress conditions that will cause damaging in the calving model.

This formulation of the damage criterion implies some limitations to the calving model. In particular, it does not account for shear and compressive failure mechanisms. However, it remains consistent with the approach of *Benn et al. (2007a)*, who stated that it is the longitudinal stretching associated to longitudinal velocity gradients which exert a first order control on the development of crevasses in glaciers. Moreover, it is consistent with the fracture mechanics approach explained in Sect. 3.2.3 which considers crevasses opening in pure tension only.

3.2.2.2 Viscosity modification

As pointed by *Pralong et al. (2003)* and *Pralong and Funk (2005)* on alpine hanging glaciers, the ice flow is altered by the accumulation of micro-defects in the ice: damage softens the ice and accelerates the creep. This softening is taken into account through the introduction of the effective stress within Glen's law.

When introducing the effective deviatoric stress tensor $\tilde{\mathbf{S}}$ and taking into account the equivalence principle, as described in Sect. 3.2.2, Eq. (3.3) reads :

$$\tilde{\mathbf{S}} = (A)^{-1/n} \mathbf{I}_{\dot{\epsilon}_2}^{(1-n)/n} \dot{\epsilon} \quad (3.12)$$

When combined with Eq. (3.8), it becomes:

$$\mathbf{S} = (A)^{-1/n}(1 - D)\mathbf{I}_{\dot{\epsilon}_2}^{(1-n)/n} \dot{\epsilon} \quad (3.13)$$

By identification with Eq. (3.3), one can link the enhancement factor E with the damage D , such as

$$E = \frac{1}{(1 - D)^n} \quad (3.14)$$

For undamaged ice (meaning $D = 0$), $E = 1$, the flow regime is unchanged. When the damage increases ($D > 0$), $E > 1$, the viscosity of the ice is reduced, and so the velocity of the flow increases. This formulation of the enhancement factor is consistent with the expected behaviour, and it has already been used in previous studies, such as *Borstad et al.* (2012). The damage then evolves under the effect of the stress field, where the ice undergoes a critical tensile stress σ_{th} in the direction of the principal stress, and it exerts a positive feedback on the velocity field.

3.2.3 Fracture Mechanics

Continuum damage mechanics is a reliable tool to deal with the degradation of ice viscosity with increasing damage over long timescales. It can be understood as a way to simulate sub-critical crevasse nucleation and propagation (*Weiss, 2004*) at a mesoscale, and its role on creep enhancement. However, calving events are triggered by rapid propagation of preexisting fractures, at very short timescales and speeds reaching a significant fraction of the speed of sound. Thus, this process cannot be represented by a viscous rheology (*Weiss, 2004*). Instead, at such short timescales, the medium should be considered as elastic. In these conditions, Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) provides a useful tool to account for these features and matches well with the observations done on crevasse depths (*Mottram and Benn, 2009*). The application of LEFM on the penetration of surface crevasses, originally introduced by *Smith (1976)*, was used by several authors since (*Rist et al., 1999; van der Veen, 1998a,b; Nath and Vaughan, 2003*). Here, a LEFM model is combined with the damage model previously described to achieve the formulation of a calving law taking into account fast and slow processes controlling glacier fracturing. In LEFM, three modes of crack propagation can be considered: Mode I, Mode II and Mode III, which respectively refer to opening, sliding and tearing. In the following, only the opening mode (Mode I) is considered.

3.2.3.1 LEFM theory

The key physical parameter of LEFM is the stress intensity factor K . *van der Veen* (1998a) proposed an expression for K_I in an idealized case where the opening stress is constant in the vertical direction. For the considered opening mode I, in the coordinate system (x, y, z) , K_I reads:

$$K_I = \beta \sigma_{xx} \sqrt{\pi d} \quad (3.15)$$

where σ_{xx} is the horizontal component of the Cauchy stress tensor, d is the crevasse depth and β is a parameter depending on the geometry of the problem. The crack is considered to propagate vertically. In the ideal case introduced by *van der Veen* (1998a), fracture propagation was a function of the difference between the opening deviatoric stress S_{xx} , resulting from horizontal velocity gradients, and the cryostatic pressure (*creep closure*) $\sigma_p = \rho_i g z$, corresponding to the weight of the ice, thus, $\sigma_{xx} = S_{xx} + \rho_i g z$.

However, when considering real cases, the opening term S_{xx} (and so σ_{xx}) is not constant over depth z or lateral coordinate y . Consequently, the appropriate formula to calculate the stress intensity factor for an arbitrary stress profile $\sigma_{xx}(y, z)$ applied to the crack is given by the weight functions method (*Labbens et al.*, 1974):

$$K_I = \int_{y=y_l}^{y=y_r} \int_{z=0}^{z=d} \beta(z, d, H) \sigma_{xx}(y, z) dy dz \quad (3.16)$$

where $y_l - y_r$ refers to the glacier width (see Fig. 3.22). This formula relies on the use of the superposition principle: in the case of linear elasticity, the value of the stress intensity factor at the tip of the crack can be seen as the sum of contributions of all individuals point loads along the crack length. In our case, instead of considering the value of the along-flow component of the deviatoric stress tensor at the tip of the crack, we multiplied it by the weight function $\beta(z, d, H)$ at each vertical coordinate and integrated it over the initial crevasse depth (*Labbens et al.*, 1974). In this way, the effect of an arbitrary stress profile on the stress intensity factor can be taken into account.

In LEFM theory, a fracture is able to propagate downward in the ice if the stress intensity factor is higher than the fracture toughness K_{Ic} . The toughness is a property of the material and strongly depends on the ice porosity. Several experiments have been carried out to relate the value of K_{Ic} to the porosity (*Fischer et al.*, 1995; *Rist et al.*, 1996; *Schulson and Duval*, 2009). Inferred values range from 0.1 MPa.m^{1/2} to 0.4 MPa.m^{1/2}. In our calving model, we

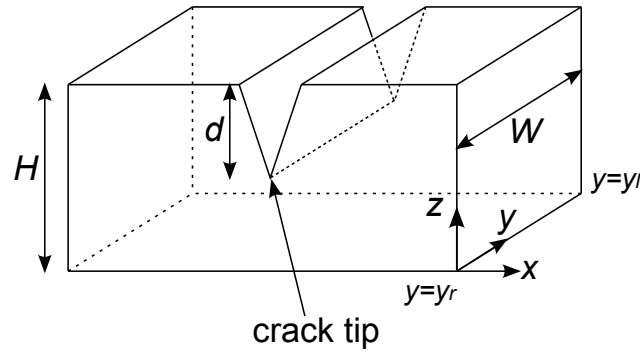


FIGURE 3.2 – Crevasse shape. See Tab. 3.1 for parameters list.

adopt a constant value of $0.2 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. The model sensitivity to this value will be discussed in Sect. 3.3.3.4.

The weight function $\beta(z, d, H)$ depends on the geometry of the crevasse, and so it depends on the considered problem. Among the weight functions for various crack and notched geometries, that have been proposed, we use the one corresponding to an edge crack in an infinitely wide plane plate (*Glinka, 1996*). A complete description of the weight function and an illustration of the geometry is given in Fig. 3.22 and Appendix 3.A.

3.2.3.2 Critical damage contour and fracture initiation

From Eq. (3.16), it is easily understandable that an initiation of crevasse propagation requires a combination of both sufficient tensile stress and large enough initial crevasse depth to exceed fracture toughness. In our model, the size of pre-existing flaws is dictated by a contour of critical damage on the near-surface of the glacier, where damage reaches a critical value D_c . For application to the LEFM theory, we consider that the depth of this damaged layer corresponds to the initial crevasse depth d (see Fig. 3.3). One must keep in mind that this value of D_c is another threshold which needs to be set. The sensitivity of the model to this parameter will be tested in Sect. 3.3.

Compared to the work of *van der Veen (1998a,b)*, we do not consider the presence of water-filled crevasses for the initiation of crack propagation, nor the formation of basal crevasses. These questions are briefly addressed in Sect. 3.2.4. Without these features, however, our model is sufficient to provide a lower bound for crevasse propagation.

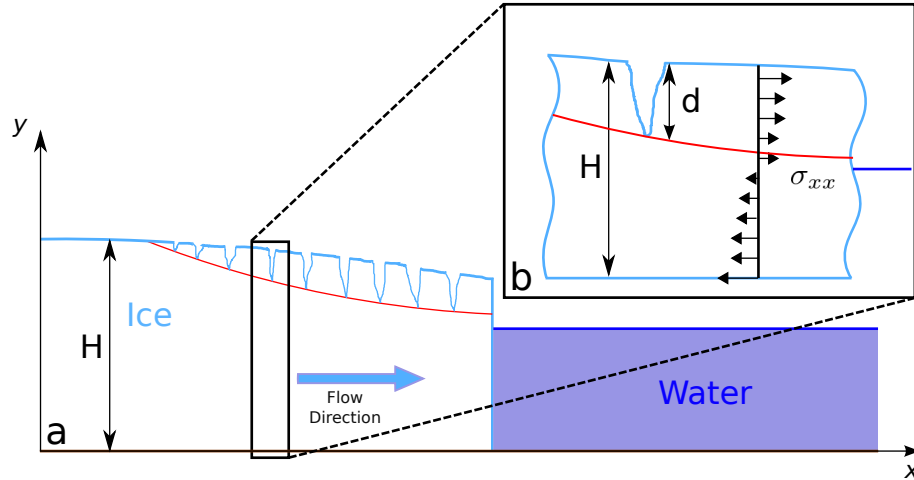


FIGURE 3.3 – (a) Shape of a grounded glacier and (b) zoom on one crevasse. The red curve illustrates the contour of critical damage $D = D_c$, for which we compute the along-flow component of the Cauchy stress tensor σ_{xx} multiplied by the weight function and integrated over the crevasse depth d .

3.2.3.3 Fracture Arrest

Once the conditions for fracture initiation are fulfilled, we consider that the crevasse propagates vertically. In *van der Veen (1998b)*, crevasses propagate downward as long as the inequation $K_I \geq K_{Ic}$ is satisfied, thus assuming that $K_I = K_{Ic}$ represents both a crack propagation and a crack arrest criterion. Such arrest criterion is probably misleading, as the stress intensity factor at arrest, though non-zero, is always lower than the stress intensity factor at propagation (*Ravi-Chandar and Knauss, 1984*), mostly as dynamical effects have to be taken into account for the arrest condition. Therefore, following *Ravi-Chandar and Knauss (1984)*, we use a crevasse arrest criterion: $K_I < K_{Ia}$, with $K_{Ia} = \alpha K_{Ic}$ and $0 < \alpha < 1$. The value of α for ice is unknown. In the following, we arbitrarily set α to 0.5. Sensitivity to this value will be discussed in Sect. 3.3.3.4.

In this simplified LEFM framework, calving would theoretically occur only if K_I remains larger than K_{Ia} down to the bottom of the glacier. However, as a result of the cryostatic pressure and hydrostatic pressure, K_I becomes negative before reaching $d = H$. To overcome this inconsistency, authors have proposed alternative criteria. *Benn et al. (2007b)* proposed a first-order approach considering that calving of the aerial part of the glacier occurs when a surface crevasse reaches the sea-level. This criterion is supported by two observations. Firstly, *Motyka (1997)* showed that calving of the aerial part occurs when the crevasse reaches the sea level, usually followed by the calving of the subaqueous part. Secondly, a surface crevasse

reaching sea level may be filled with water, if a connection exists to the open sea (*Benn et al.*, 2007a). In this case, the crevasse will propagate further downward. Indeed, the water adds a supplementary pressure $\rho_w g d_w$, where d_w represents the height of water in the crevasse, equal to the height between the sea level and the crack tip. This supplementary hydrostatic pressure, added to the tensile opening stress, counterbalances the cryostatic pressure and/or the ocean water back pressure. Consequently, the opening full stress S_{xx} dominates the force balance and one expects the crevasse to propagate downward. We performed the calculation of K_I in the case where a crevasse reaching sea level becomes water-filled. The resulting stress intensity factor becomes positive (up to one kilometer upstream from the front) over the entire glacier depth, thus supporting Benn's criterion. This parametrization was successfully applied by *Nick et al.* (2010) on an idealized geometry, and we choose to prescribe the same criterion. Thereby, the stress intensity factor is computed at a depth d_f equals to the sea level. If $K_I|_{d_f} \geq K_{Ia}$, the calving occurs.

This framework has two consequences. Firstly, the stress profile $\sigma_{x'x'}$ used to calculate $K_I|_{d_f}$ for the arrest criterion is estimated before the propagation of the crevasse. This propagation modifies $\sigma_{x'x'}$, but this effect is not considered here. Secondly, if the condition $K_I|_d \geq K_{Ic}$ is fulfilled but not $K_I|_{d_f} \geq K_{Ia}$, nothing happens in the model whereas one would expect some brittle crevasse propagation down to d_f to occur. In other words, our model considers LEFM to describe calving but not to simulate crevasse propagation upstream of the calving front.

The calving model described in the previous sections is summarized in Fig. 3.4.

The CDM and LEFM models have been implemented in the finite element ice sheet / ice flow model Elmer/Ice. More information regarding Elmer/Ice can be found in *Gagliardini et al.* (2013a). A specific improvement of the model was done by incorporating an automatic remeshing procedure when a calving event occurs. The mesh is rescaled, and the variables are interpolated onto the new geometry. The corresponding method is described in *Todd and Christoffersen* (2014)'s supplementary material. Additionally, we implemented a horizontal interpolation for the damage and the stress field, allowing calving to occur between nodes, thus reducing the horizontal mesh dependency.

3.2.4 Possible further improvements

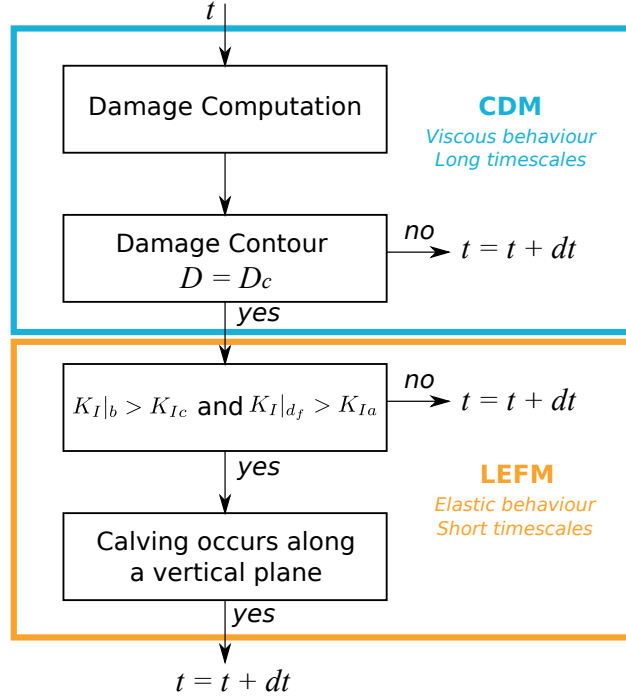


FIGURE 3.4 – Algorithm of the calving model where t refers to the time step. Blue shape indicates the area of CDM application, where ice undergoes a viscous behaviour and orange shape corresponds to the LEFM domain of application, where ice has an elastic behaviour, representing fracture propagation and calving event.

3.2.4.1 Water-filled crevasses

Among all the improvements which may be added to the model, the presence of surface melt water in crevasses is the most obvious. It has a major effect on their propagation, as it adds a supplementary hydrostatic force in the stress balance tending to favor crevasse opening. *van der Veen* (1998b) showed that a water-filled crevasse is able to propagate the whole thickness of the glacier, and trigger calving, as soon as its water-level remains higher than about 10 – 20 m below the surface.

The implementation of this feature in our modelling framework is straightforward. To do so, we just have to add a water pressure term in the expression of the Cauchy stress tensor, depending on the water level in the crevasse d_w , reading:

$$\begin{cases} \sigma'_{xx}(y, z) = \sigma_{xx}(y, z) & \text{if } z > d_w \\ \sigma'_{xx}(y, z) = \sigma_{xx}(y, z) + \rho_w g(d_w - z) & \text{if } z < d_w \end{cases} \quad (3.17)$$

Then, the stress intensity factor is computed following Eq. 3.16, using $\sigma'_{xx}(y, z)$ instead of $\sigma_{xx}(y, z)$. However, adding this feature requires the knowledge of the water depth in the

crevasse, or the rate of water input, which are currently poorly constrained and difficult to measure.

3.2.4.2 Basal crevasses

At the current stage of development, the model does not include the representation of basal crevasses. These latter are invoked as a possible explanation for the production of large tabular icebergs, as they require a full-thickness fracture penetration. This basal propagation is only possible if the glacier is near or at flotation, such that the tensile stress is large enough to initiate fracture opening (*van der Veen, 1998a*).

Nick et al. (2010) included basal crevasses in a physically-based calving law, by adding the pressure of water filling crevasses in the estimate of the penetration length. Once the penetration of top and basal crevasses covers the full thickness of the glacier, calving occurs. In our experiments, we did not notice a sufficient tensile stress in order to generate damage at the base of the glacier, and some work is currently undertaken to study this process. Technically, capturing the fracture propagation at the base of the glacier relies in integrating the effect from the water pressure at glacier base, reading:

$$\sigma_w(z) = \rho_w g (H_p - z), \quad (3.18)$$

with H_p the piezometric head, which represent “the height above the base to which water in a borehole to the bed will rise” (*van der Veen, 1998a*). But this implementation requires knowledge regarding the value of H_p , which is difficult to estimate if the glacier is grounded. Considering $H_p = l_w$ could be considered as a reliable upper bound in the vicinity of the front. At the present state, however, our framework still propose a lower bound for calving event size and front retreat.

3.2.4.3 Crevasse shielding

Considering the case of highly crevassed glacier surfaces and closely-spaced crevasses, our fracture propagation framework could not rely on a parametrization, which only consider lone crevasse propagation. In this case, problems arise from the fact that the stress concentrations at crevasse tips are reduced by the presence of neighbouring crevasses (*shielding effect*). The consequence is that it would become harder for a crevasse to propagate downward under the

same stress condition. *van der Veen* (1998b) proposed a parametrization, which could be a potential improvement of our model. In case of a constant tensile stress profile S_{xx} , the stress intensity factor is modified as a function of the distance between neighboring crevasses l and the crevasse depth d , and reads:

$$K_I|_{shielding} = D(L)S_{xx}\sqrt{(\pi dL)}, \quad (3.19)$$

$$L = \frac{l}{l+d}, \quad (3.20)$$

where S_{xx} is the tensile stress, and $D(L)$ is a weight function which depends on L . However, this kind of parametrization would require an estimation of l , which cannot be obtained from our modelling framework at the present stage. Once an estimation of l could be obtained from another mean, the introduction of such shielding effect in Eq. (3.16) would be straightforward.

The major effect which could arise from this development would be a supplementary delay in the time and the position of calving events, probably resulting in calving events occurring nearer to the calving front, where the tensile stress is higher, and as such resulting in smaller size distribution of icebergs.

3.3 A case study

The model is applied to Helheim Glacier, a fast flowing well-monitored glacier in South-East Greenland. The abundance of observations there allows to confront and constrain our model parameters against the past glacier evolution. For our model development, we focus on a two-dimensional flowline problem.

3.3.1 Data Sources

As stated by *Andresen et al.* (2011), Helheim glacier's front position remained within an extent of 8km over the last 80 years. During these decades, the glacier showed multiple advances and retreats. In particular, Helheim underwent a strong retreat between 2001 and 2005, before creating a floating tongue which readvanced between 2005 and 2006 (*Howat et al.*, 2007). In the last decade, it has been intensively surveyed and studied (*Luckman et al.*, 2006; *Joughin et al.*, 2008b; *Nick et al.*, 2009; *Bevan et al.*, 2012; *Cook*, 2012; *Bassis and Jacobs*, 2013), and therefore constitutes an interesting case study to calibrate a calving model.

As we focus on the front evolution and the calving representation, we only need a bedrock topography covering the last kilometers, in the vicinity of the front. For this reason, we choose to follow the work by *Nick et al.* (2009) and use their dataset in which the last 15 kilometers of the glacier are well represented. In this dataset, the initial front position corresponds to the May 2001 pre-collapse geometry. In addition, we choose to consider the glacier as isothermal near the ice front, prescribing a constant temperature of -4.6°C (following *Nick et al.*, 2009). It can be noted here that the constant negative temperature may be inconsistent with the calving criterion, as it will freeze any water in crevasses, and thus will prevent the glacier from establishing a hydraulic connection with the proglacial-water body. However, this constant value was chosen in order to produce a velocity field consistent with the observations, and, for sake of simplicity, we did not take into account the vertical variations of temperature. A constant surface mass balance a_s is taken from *Cook* (2012) who fitted direct observations from stakes placed over the glacier between 2007 and 2008, which are assumed to represent the annual surface mass balance.

3.3.2 Flowline specifications and numerics

Following our notation system, the ice flows along the horizontal “x-direction” and the “z-direction” is the vertical axis.

The geometry covers the last 30 km of the glacier, with an initial thickness varying between 900 m at the inlet boundary, and 700 m at the front. Using the metric from *Nick et al.* (2009), the beginning of the mesh is located at kilometer 319, and the front at kilometer 347 (see Fig. 3.5). This geometry is discretized through a structured mesh of 10500 quadrilateral elements, refined on the upper surface and at the front. The element size decreases from 150 m to 33 m approaching the front in the horizontal direction, and from 3.3 m to 68.0 m from top to bottom. Sensitivity tests have been carried out to optimize the mesh size in the vertical direction, and glacier behaviour appears to converge with increasing refinement, such as only negligible difference appears when refining more than 3.3 m at top surface. Thus, our choice allows for a proper fracture initiation and damage advection, as well as a relatively fast serial computation. We employed an Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) method to account for ice advection and mesh deformation, with a time step of 0.125 day. Sensitivity to the time step size was also undertaken. Below the chosen value, no more significant difference appears in the glacier behaviour, as well as in the calving event size and frequency.

The specific boundary conditions adopted for the 2D application are described below,

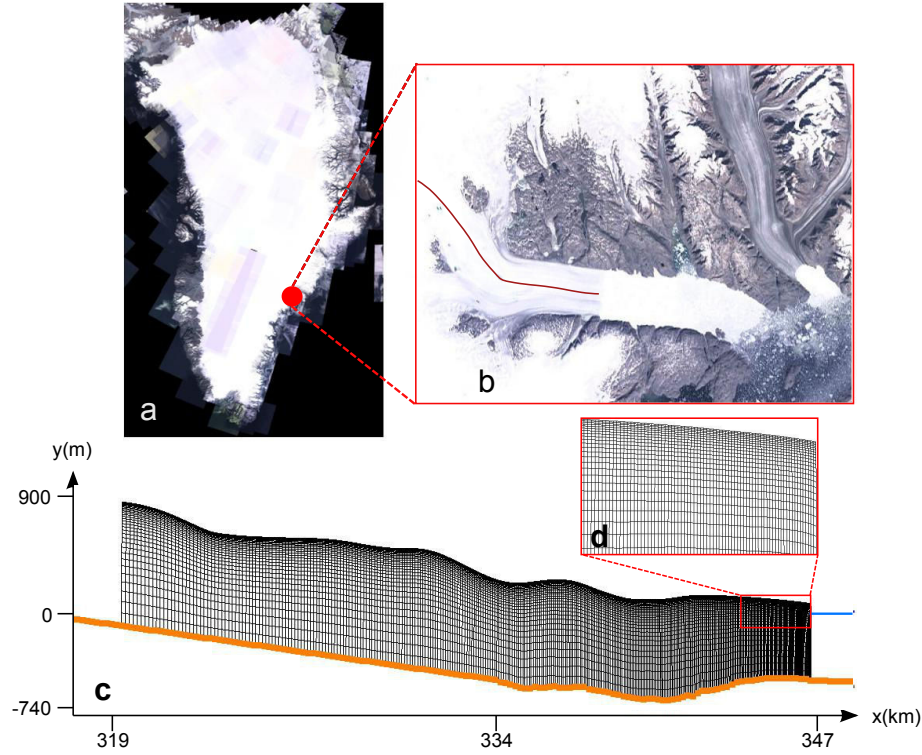


FIGURE 3.5 – Glacier location and geometry. (a) Location on the Greenland Ice Sheet (red point). (b) Zoom on the Helheim terminus and the considered flowline (red curve). (c) Mesh constructed for this flowline segment. The starting position correspond to the front position at 347km (May 2001). The blue line indicates the sea level. (d) Zoom on the upper surface at calving front.

with the boundary conditions presented in Sect. 3.2.1.2 :

The basal friction C is inferred from the 2001 surface velocity data presented in *Howat et al. (2007)*.

For melting at the calving front, we prescribe an ablation function, linearly increasing with depth, from zero at sea level to 1 m day^{-1} at depth. This constant melting parametrization is inspired from the work of *Rignot et al. (2010)* on four West Greenland glaciers.

The inflow boundary condition ($x = 319 \text{ km}$) does not coincide with the ice divide. As we only consider the last kilometers near the terminus, we assume that ice velocity is constant at the upstream boundary, and we impose a vertically-constant velocity profile of $u_x = 4000 \text{ m a}^{-1}$, in agreement with the observed surface velocity from *Howat et al. (2007)*. However, this is not the case for the inlet flux, which may vary, following the possible evolution of inlet boundary thickness.

When dealing with a 2D flowline representation of the ice flow, we have to take into

account some three-dimensional effects. Especially, lateral friction along the rocky-margins of the glacier can play a significant role, by adding a resistive stress to the flow. Here, we modify the gravitational force using a lateral friction coefficient k , as proposed by *Gagliardini et al.* (2010b).

$$k = \frac{(n+1)^{1/n}}{W^{\frac{n+1}{n}}(2A)^{1/n}} \quad (3.21)$$

This coefficient depends on the Glen’s flow law parameters A and n , as well as on the channel width W , which is taken from *Nick et al.* (2009). The lateral friction coefficient is applied over the whole glacier length, and covers the entire lateral ice surface. It does not account for the tributary glacier, which merges the principal stream near the center of the flow segment.

Even if the velocity and the surface topography are known and correspond to the observed state of the glacier in May 2001, some relaxation is necessary in order to obtain a stable steady state (*Gillet-Chaulet et al.*, 2012). We let the geometry adjust to the prescribed boundary conditions and inversed basal friction for 8 years.

3.3.3 Results and discussion

3.3.3.1 Model calibration: sampling strategy

The model is calibrated by varying the three parameters σ_{th} , B , and D_c in a given range. In order to distinguish the effect arising from different damage parameters, we use a Latin Hypercube Sampling (LHS) method with 16 distincts parameters combination for (σ_{th}, B) , that we reproduced for three values of D_c .

The stress threshold σ_{th} is estimated to lie in range of [0.01, 0.20] MPa. The lower bound is near to the one given in *Pralong and Funk* (2005). If $\sigma_{th} > 0.20$ MPa, the modeled stresses are not high enough to reach the damage threshold, and damaging, when existing, is too weak.

The damage enhancement factor B was chosen within [0.5, 2.0]. The explanation for this wide range is the following: when the damage criterion χ is positive, the corresponding damage increase releases the stress level in the ice. In reality, this process is happening continuously, such that the stress level cannot exceed the edge of the envelope defined in green line in Fig. 3.1. However, as our model deals with a finite time step size, the stress level may jump in the “damaging” area (grey-shaded area in Fig. 3.1). The role of damaging is then to “push” the stress back on the edge of the envelope: the rate of this stress displacement

is set by the value of B . Ultimately, this parameter should be set such that the stress is displaced right on the edge of the damaging envelope. However, this value is difficult to evaluate, especially because stress relaxation occurs through non-linear viscous flow.

The critical damage value D_c has already been inferred in several studies (*Pralong and Funk, 2005; Borstad et al., 2012; Duddu and Waisman, 2013*). Following these studies, we used three values of D_C (0.4; 0.5; 0.6).

3.3.3.2 Model calibration: spin-up

Damage can be produced anywhere in the glacier. As we need to obtain a steady state for the damage field, it is necessary to let the damage created upstream be advected to the front. The model is therefore spun-up for 8 years: the front is kept fix at its initial position, without submarine frontal melting, nor the calving procedure. After 8 years, the front is released, while frontal melting and calving procedure are activated.

3.3.3.3 Model response

Over the last century, Helheim Glacier has probably undergone several advance and retreat cycles (*Andresen et al., 2011*). The observations of sand deposits show that terminus variation did not exceed 10 km. The knowledge of the potential trigger mechanisms for these cycles is still poor: according to *Joughin et al. (2008b)* and *Andresen et al. (2011)*, the recent retreat may have been caused by higher summer air and ocean temperature. Yet, the role of the calving activity under these changes remains unclear. For these reasons, we do not try to reproduce the precise chronology of the Helheim's most recent retreat. Instead, we study the dynamical behaviour of the model with respect to the different sets of parameters, and try to distinguish between unrealistic and realistic behaviours. To distinguish different model behaviour, simulations were run for 10 years using the parameter sets. The model response can then be split in 3 classes, illustrated in Fig. 3.6. The first class of model behaviour corresponds to the case where the calving does not happen often. The glacier advances too far and builds up a floating tongue of several kilometers (blue line, Fig. 3.6). The second class illustrates a case with prolific calving, leading to a front retreat far upstream (yellow line). The last range of behaviour is consistent with observations, where the terminus is punctuated by regular or irregular calving events, forcing the glacier to keep its extent in an acceptable range of values (red line).

This threefold classification of glacier behaviour can be generalized to the 48 simulations.

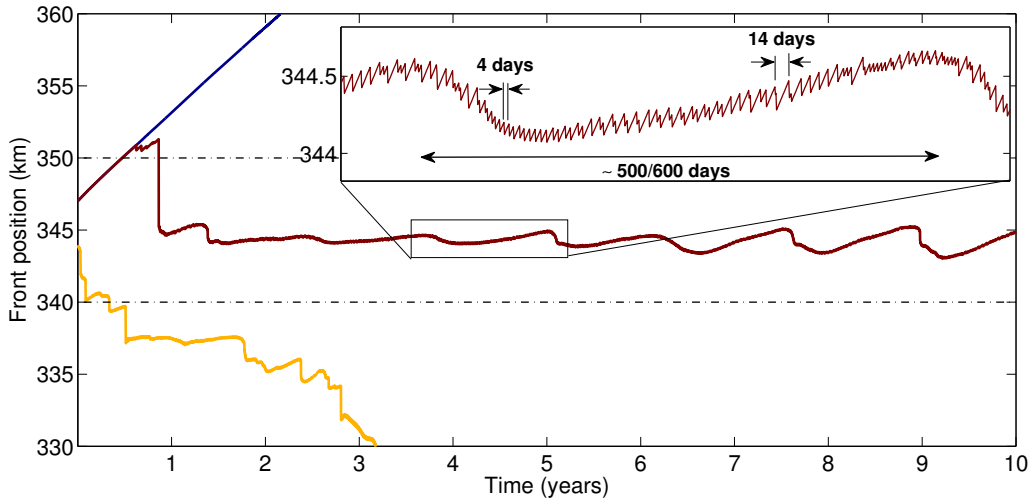


FIGURE 3.6 – Position of the calving front over ten years. Each color correspond to a set of parameter $\overline{\sigma_{th}}$, B , and D_c . The blue color represents an advance with almost no calving ($\overline{\sigma_{th}} = 0.15$ MPa, $B = 0.84$ MPa $^{-1}$, and $D_c = 0.6$); the yellow one corresponds to a severe retreat ($\overline{\sigma_{th}} = 0.11$ MPa, $B = 1.30$ MPa $^{-1}$, and $D_c = 0.4$); the red one presents a behaviour consistent against observations ($\overline{\sigma_{th}} = 0.10$ MPa, $B = 1.75$ MPa $^{-1}$, and $D_c = 0.50$). A zoom of the consistent case is given in the inset.

In order to eliminate aberrant behaviour, we set a sanity-check, by considering plausible sets of parameters as the ones which lead to a simulated front position within the range [340 km, 350 km]. The results are presented in Fig. 3.7, in the parameter space $(B, \overline{\sigma_{th}}, D_c)$. We distinguish again the three classes, blue triangles, yellow circles and red diamonds, representing respectively the case where the front exceeds 350 km, the case where the front retreats below 340 km, and the case where the front remains within this range.

The steady advance of the front without or with few calving events (blue triangles) can be explained considering the parameters $(B, \overline{\sigma_{th}})$ as a first approach. These underlying simulations are characterized by a low value of B and/or a high value of $\overline{\sigma_{th}}$. This means that either the incrementation of damage is too low, or the stress threshold is too high to allow damage initiation. In these cases, damage production may be not sufficient to reach the calving criterion $D = D_c$. In addition, when $\overline{\sigma_{th}}$ is too high, the damage may only increases in the area where the traction is very high, meaning at the top of bumps, in the immediate vicinity of the surface. As a consequence, the damage does never reach a sufficient depth to trigger calving.

On the contrary, the too fast retreat of the front (yellow circles) can be explained as

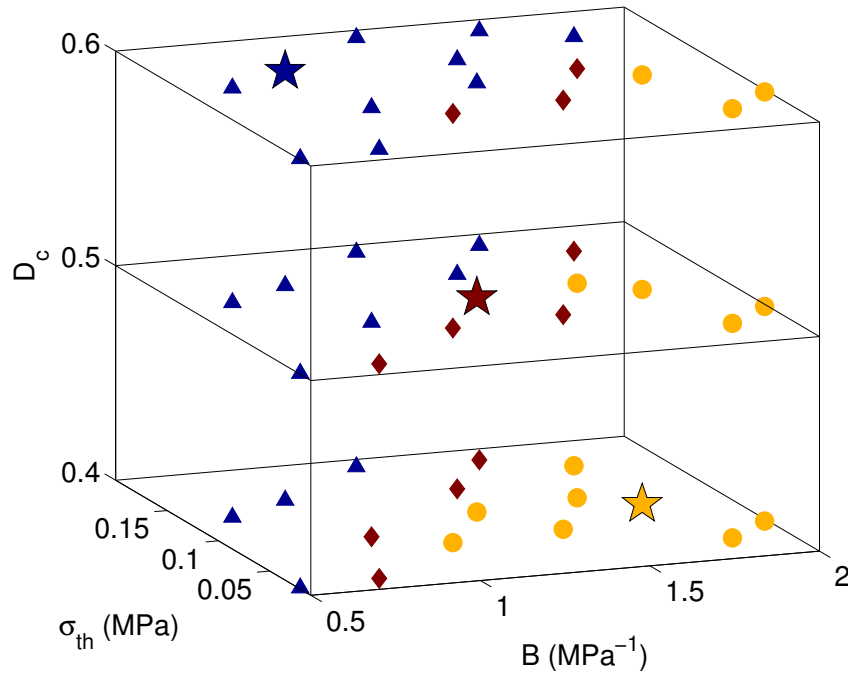


FIGURE 3.7 – Parameters set for the damage model discriminated by B , $\overline{\sigma_{th}}$, D_c . Blue triangles, and yellow circles respectively represent simulations for which front position exceed 350 km and simulation for which the front retreated below 340 km. Red diamonds are the successful simulations. Colored stars correspond to the three parameters sets illustrated in Fig. 3.6.

follows: when B is high and/or $\overline{\sigma_{th}}$ is low, the initiation of damage is easy, and increments quickly, leading to a high damage at the glacier surface. As a consequence, the criterion $D > D_c$ can be more easily reached, leading to a too rapid sequence of calving events.

The chosen range for σ_{th} produces acceptable results. When related to the tensile strength of snow and ice, it agrees with constraints from previous studies, especially *Borstad* (2011) who inferred the tensile strength of snow and firn at the surface to be in the range of 10-50 kPa. *Vaughan* (1993) found values in the range of 100-400 kPa in the vicinity of crevasses, which is slightly larger than our range. However, deeper knowledge of the firn density at Helheim surface could probably help constraining this parameter further.

At last, parameter D_c is a control on whether the fracture propagates. If it is low, the conditions for crevasse propagation are easily reached (as soon as the criterion on LEFM is fulfilled). If D_c is too high, damage may never reach a sufficient depth to initiate fracture propagation (See Fig. 3.7). As a consequence, this value controls the location of the calving front. However, it is tightly linked with $(B, \overline{\sigma_{th}})$ through the production of damage upstream

and it must be chosen in the same range as the level of damage at the front.

Nevertheless, the discretization into three classes of parameter should not hide the fact that there is a continuum in the behavior of the glacier, depending on the value of $(\overline{\sigma_{th}}, B, D_c)$, and the boundaries between classes are not abrupt. Thus, simulations may present some front position out of the range [340 km, 350 km] (and then considered as unrealistic), but still have a general dynamics which is not far from realistic behaviours (*e.g.* yellow curve on Fig. 3.6).

3.3.3.4 Realistic behaviour

The acceptable parameter combinations are lying on the 3D diagonal described with red diamonds in Fig. 3.7. During these simulations, the front remained between the two limits and has a consistent behaviour when compared to observations. The simulation corresponding to the parameter set $\overline{\sigma_{th}} = 0.11$ MPa, $B = 1.30$ MPa⁻¹, and $D_c = 0.50$ (red star in Fig. 3.7), can be seen as an example of consistent behaviour. As represented in Fig. 3.8a,b, damage increases in the area where the traction is high enough to exceed σ_{th} , mostly over bumps. This is consistent with observations of glaciers flowing over slope ruptures (*Pralong and Funk, 2005*). In these regions, the damage develops up to a depth of almost 15 m, at a rate high enough to reach the critical damage value D_c at the front and initiate calving (see Fig. 3.8c and Fig. 3.8d).

Mottram and Benn (2009) investigated crevasse depth in the vicinity of the terminus of an icelandic freshwater calving glacier, and showed that most crevasses were no deeper than 10 m. In our model experiment, damage reaches depths of 5 m to 15 m before calving occurs. As described previously, this value of d must be large enough to account for critical crevasse propagation, and is consistent with observations.

Focusing on this parameter set, we highlight the following main features of the glacier front dynamics. First, at short timescales, the calving activity can be described through a small sizes / high frequency events distribution. This activity is characterized by quasi-periodic front retreats of limited extent (between 50 m and 150 m), associated with a period varying from about 3 to 15 days (down to 1 day for very fast front retreat, see Sect. 3.3.3.5). These features can be seen in the inset in Fig. 3.6). Additionally, some outliers (calving events larger than 500 m) also punctuate the front dynamics from time to time.

The front glacier dynamics is also characterized by a larger amplitude / lower frequency oscillation (see Fig. 3.6), with a period of $\sim 500/600$ days and a 500 m amplitude. This

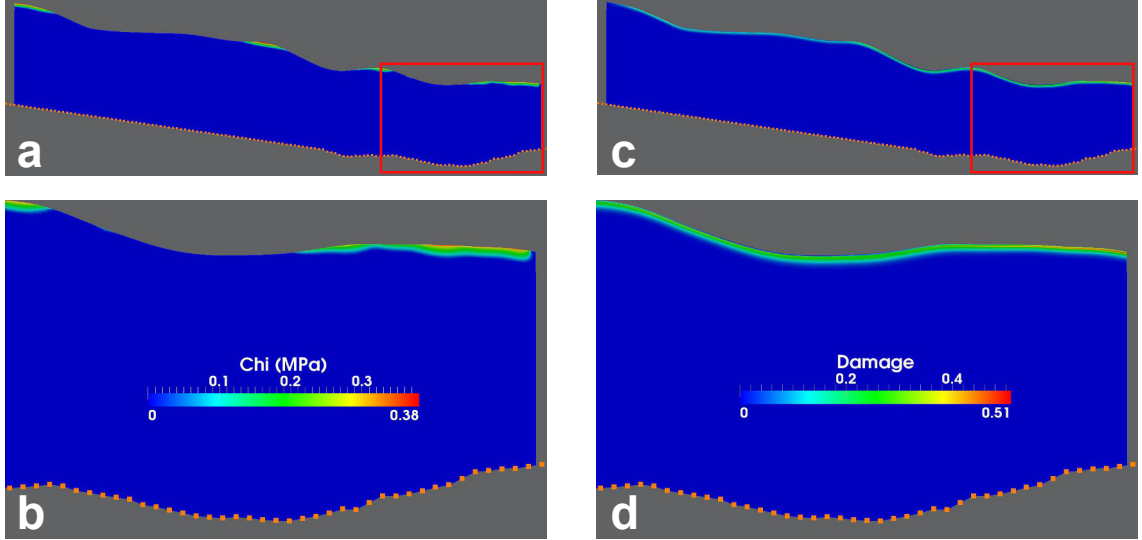


FIGURE 3.8 – State of Helheim glacier after 365 days of simulation for the set of parameter ($\overline{\sigma_{th}} = 0.11$ MPa, $B = 1.30$ MPa $^{-1}$, and $D_c = 0.50$) corresponding to the red star on Fig. 3.7. χ is the damage criterion, positive where damage will accumulate. (a) Damaging areas of Helheim glacier and (b) zoom on the red rectangle; (c) Damage field and zoom on the red rectangle (d).

asymmetric cycle exhibits a slow advance and a quicker retreat, mostly due to a rapid succession of calving events (and not related to the outliers). Despite the complex interactions and feedbacks between damage parameters and ice flow, we can suggest an explanation for these features. Damage reduces ice viscosity, fastens the ice flow, and adjusts glacier geometry. This softening also reduces the stress level as well as the rate of damaging. Additionally, the damage is advected until it reaches conditions where crevasse propagation can trigger calving events (probably because of bending stresses at the front, or processes referred to as second-order processes in *Benn et al., 2007a*). This calving event results in an immediate increase of the tensile stress in the vicinity of the front (due to force imbalance at the new ice cliff). The subsequent increase of damage where the geometry readjusts may trigger a “cascade” of calving events leading to an important (cumulative) retreat of the glacier front over a limited time scale (a few days / weeks), until the front moves back to a position where the damage is too low to initiate calving. Repeating this process several times leads to the calving cycles highlighted in Fig. 3.6.

To investigate the strength of this feature, we ran this simulation (red curve in Fig. 3.6) eight times, using only different local disorder realizations. The Fourier spectrum of the terminus position (Fast Fourier Transform visible in Fig. 3.9) exhibits a low frequency peak

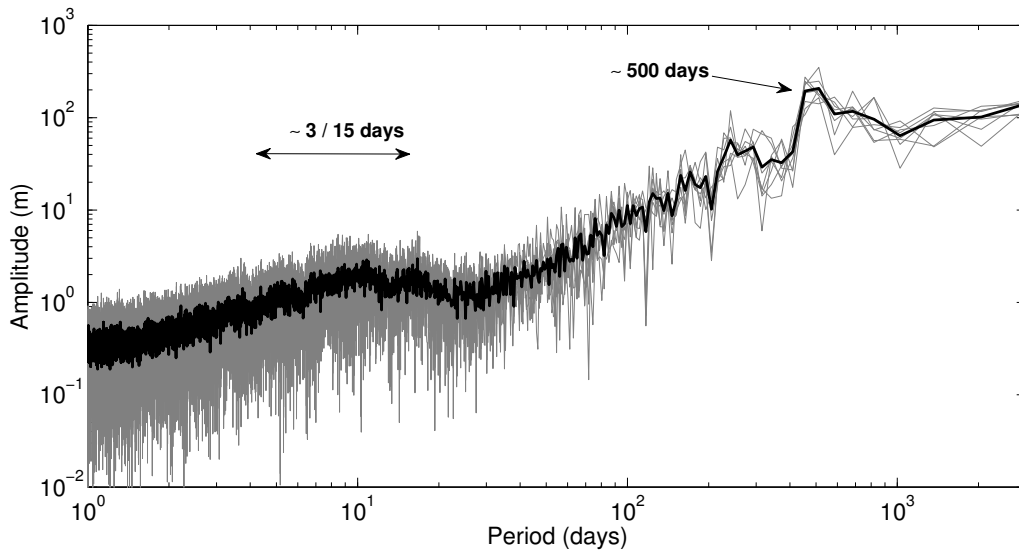


FIGURE 3.9 – Frequency response of the calving front variations for 8 realizations of the set of parameters ($\sigma_{th}=0.11\text{MPa}$, $B = 1.30 \text{ MPa}^{-1}$, $D_c=0.50$), computed over 10 years. Grey lines represent the frequency spectrum for each of the eight simulations, and the corresponding mean is drawn in black thick line.

for a period (500 ~ 600 days) approximately equal to the time that ice needs to be advected between the two main bumps visible in Fig. 3.8, which is likely related to the “cascade” mechanism described above. This feature remains for different parameters sets (B , σ_{th} , D_c) (not shown). In Fig. 3.9, one can also see the smooth and large peak around 3-15 days characterizing the high frequency calving events.

This observation, combined with the mechanism proposed above, could possibly explain the cycles in front position, and also suggests that the surface geometry (driven by the bedrock topography) exert a control on the calving dynamics, by modifying the rate at which damage primarily develops in the ice. Thus, in the experiments presented in this paper, the slow cycles which can be observed in Fig. 3.6 are not related to any variability in the external forcing (which remain constant), but result from the internal glacier dynamics. This brings us to the conclusion that a variation of the front position of several kilometers is not necessarily the consequence of an external forcing, though they might well be triggered by it.

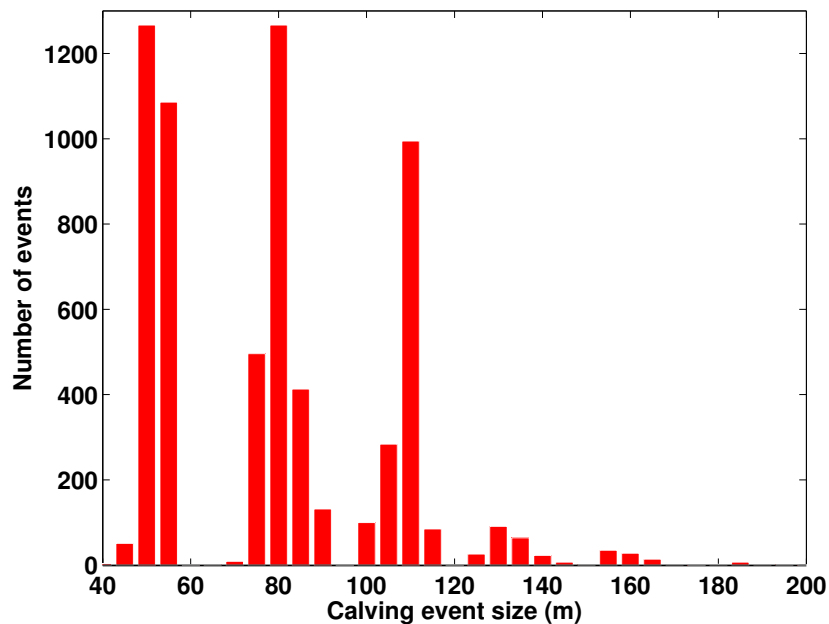


FIGURE 3.10 – Distribution of the calving events sizes corresponding to the 12 realistic simulations. Different modes can be related to various damage parameters combinations. Calving event size axis is truncated at 200 m. However, a few events, up to 2000 m, were recorded.

3.3.3.5 Sensitivity analysis

The analysis proposed in the previous section for one parameters set can be extended to the 12 simulations which successfully passed the sanity check, and this shows that the model’s response remain qualitatively unchanged when changing damage parameters. Altogether, we identified 6534 distinct calving events. Characteristics calving event sizes emerge from the distribution, similar to those visible in the inset in Fig. 3.6, which are illustrated in Fig. 3.10.

When applied on Helheim Glacier, *Cook et al. (2014)*’s model furnished a mean calving event size of 450 m, with a frequency of around 14 days. On Store Glacier, for the same zero-forcing conditions, *Todd and Christoffersen (2014)* obtained a mean size of 80 m, and a frequency of around 8 days. Thus, our 50-150 m range and our 3-15 days period is within the range of these two modelling studies.

However, one has to remember that this plot should not be interpreted as an icebergs size distribution. Indeed, one must distinguish between the front retreat and the size of resulting iceberg(s), which may be strongly different, as the calved portion of ice can fragment into

many icebergs and/or capsizes. However, distribution of the distance of front retreat may remain an interesting parameter to calibrate the model, but it would require a continuous tracking of the front position of the actual glacier, as discrete determination of the position (*Joughin et al., 2008b*) may bias the estimation of the retreat of single events, particularly for the small sizes population. We are not aware of the existence of such a dataset existing on Helheim glacier.

Additionally, the influence of other parameters discussed above was also undertaken. Results show that the model is only slightly sensitive to the parameter K_{Ic} . As ice toughness increases, it becomes more and more difficult to initiate fracture propagation. However, changing the value of ice toughness does not change the general behaviour of the system. Varying α does not have a significant impact. Indeed, the computation of the arrest criterion is realized at depth equals to the sea level. At this depth, the stress intensity factor is larger than the ice toughness (not shown), and thus, higher than K_{Ia} , whatever the value of α .

Finally, the sensitivity to the initial heterogeneous micro-defects distribution introduced in Sect. 3.2.2.1 was tested. The standard deviation of the distribution of stress threshold $\frac{\delta\sigma_{th}}{\sigma_{th}}$ was varied within the range [0.005 ; 0.2]. Results are robust under these changes, though the spatial and temporal variability of the front position is modified (not shown). The higher the standard deviation, the more variable is the front position.

3.4 Conclusion

In this work, we combined continuum damage mechanics and linear elastic fracture mechanics to propose a physically-based calving model. This model is able to reproduce the slow development of small fractures leading to the apparition of macroscopic crevasse fields, over long timescales, while considering ice as a viscous material. It also allows for the elastic behaviour of breaking ice, consistent with the critical crevasse propagation triggering calving events, characterized by very short timescales. The model has been applied to Helheim Glacier, which allowed to constrain the parameter space for the most important free parameters. Within these constraints, the simulated ice front shows cyclic calving events, while the glacier front stays within the range position observed over the last century.

The three decisive parameters are the damage initiation threshold σ_{th} , the effect of damage on the viscosity, quantified by the enhancement factor B , and the critical damage variable D_c . The first two parameters must be in a range which allows a sufficient damaging

upstream before reaching the front by advection. Then, the maximal value of damage should be close to D_c up to a certain depth in order to trigger calving.

One must keep in mind that this sensitivity test is based on the response of one specific glacier to a poorly known external forcing and with limited observations. Under these conditions, we show that some sets of parameters definitely produce a reasonable behaviour, but one should not readily transfer these to another configuration without consideration, and make sure that the response of the model is realistic. Despite this limitation, this calving model based on realistic physical approaches gives reliable results and could be easily implemented in classical ice-flow models.

The calving process described in this paper is immediately driven by the variation in longitudinal stretching associated with horizontal velocity gradients, producing a first-order control on calving rate, as stated by *Benn et al. (2007a)*. Local aspects, involving undercutting or force imbalance at ice cliffs are described as second-order calving processes. Using this model, further work could be undertaken in enhancing the general knowledge of these second-order phenomena.

TABLEAU 3.1 – Physical and numerical parameters. Tunable parameters are underlined.

Parameter	Symbol	Value	Unit
Fluidity parameter	A		$\text{MPa}^{-3} \text{a}^{-1}$
<u>Damage enhancement factor</u>	B	0.5 to 3	Pa^{-1}
Bed friction parameter	C		$\text{Pa m}^{-1/3} \text{s}^{1/3}$
Crevasse depth	d		m
Water depth inside the crevasse	d_w		m
Damage variable	D	0 to 1	
<u>Critical damage variable</u>	D_c	0.4 to 0.6	
Glen's enhancement factor	E	1	
Gravitational acceleration	g	9.81	m s^{-2}
Ice Thickness	H		m
Lateral friction coefficient	k		$\text{Pa m}^{-4/3} \text{a}^{1/3}$
Stress intensity factor (Mode I)	K_I		$\text{MPa m}^{1/2}$
Fracture toughness (Mode I)	K_{Ic}	0.2	$\text{MPa m}^{1/2}$
Arrest criterion (Mode I)	K_{Ia}		$\text{MPa m}^{1/2}$
Sea level	l_w		m
Bed friction exponent	m	1/3	
Glen exponent	n	3	
Deviatoric stress tensor	S		Pa
Effective deviatoric stress tensor	\tilde{S}		Pa
Velocity field	u		m s^{-1}
Channel width	W		m
Fracture arrest parameter	α	0.5	
Weigth function	β		$\text{m}^{-1/2}$
Strain rate	$\dot{\epsilon}$		
Viscosity	η		$\text{MPa}^{-1} \text{a}$
Water density	ρ_w	1000	kg m^{-3}
Ice density	ρ_I	900	kgm^{-3}
Cauchy stress tensor	σ		Pa
Effective Cauchy stress tensor	$\tilde{\sigma}$		Pa
Maximum principal stress	σ_I		Pa
<u>Stress threshold</u>	$\bar{\sigma}_{th}$	$20 \cdot 10^3$ to $200 \cdot 10^3$	Pa

Appendix

3.A Weight function for stress intensity factor

As stated by *Glinka (1996)*, the weight function for the computation of the stress intensity factor depends on the specific geometry of the initial crack. For an edge crack in a finite width plate, the weight function is given by:

$$\beta(y, d) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(d-y)}} \left[1 + M_1 \left(1 - \frac{y}{d}\right)^{1/2} + M_2 \left(1 - \frac{y}{d}\right)^1 + M_3 \left(1 - \frac{y}{d}\right)^{3/2} \right]$$

The weight function depends on 3 numerical parameters, polynomial functions of the ratio d/H . They read:

$$\begin{aligned} M_1 &= 0.0719768 - 1.513476 \left(\frac{d}{H}\right) - 61.1001 \left(\frac{d}{H}\right)^2 + 1554.95 \left(\frac{d}{H}\right)^3 \\ &\quad - 14583.8 \left(\frac{d}{H}\right)^4 + 71590.7 \left(\frac{d}{H}\right)^5 - 205384 \left(\frac{d}{H}\right)^6 + 356469 \left(\frac{d}{H}\right)^7 \\ &\quad - 368270 \left(\frac{d}{H}\right)^8 + 208233 \left(\frac{d}{H}\right)^9 - 49544 \left(\frac{d}{H}\right)^{10} \\ M_2 &= 0.246984 + 6.47583 \left(\frac{d}{H}\right) + 176.456 \left(\frac{d}{H}\right)^2 - 4058.76 \left(\frac{d}{H}\right)^3 \\ &\quad + 37303.8 \left(\frac{d}{H}\right)^4 - 181755 \left(\frac{d}{H}\right)^5 + 520551 \left(\frac{d}{H}\right)^6 - 904370 \left(\frac{d}{H}\right)^7 \\ &\quad + 936863 \left(\frac{d}{H}\right)^8 - 531940 \left(\frac{d}{H}\right)^9 + 127291 \left(\frac{d}{H}\right)^{10} \\ M_3 &= 0.529659 - 22.3235 \left(\frac{d}{H}\right) + 532.074 \left(\frac{d}{H}\right)^2 - 5479.53 \left(\frac{d}{H}\right)^3 \\ &\quad + 28592.2 \left(\frac{d}{H}\right)^4 - 81388.6 \left(\frac{d}{H}\right)^5 + 128746 \left(\frac{d}{H}\right)^6 - 106246 \left(\frac{d}{H}\right)^7 \\ &\quad + 35780.7 \left(\frac{d}{H}\right)^8 \end{aligned}$$

Acknowledgements This study was funded by the Agence Nationale pour la Recherche (ANR) through the SUMER, Blanc SIMI 6 - 2012. All the computations presented in this paper were performed using the CIMENT infrastructure (<https://ciment.ujf-grenoble.fr>),

which is supported by the Rhône-Alpes region (GRANT CPER07_13 CIRA: <http://www.cira.org>). We greatly thank Chris Borstad and Jeremy Bassis, whose comments and advice greatly improved the quality of the manuscript. We also thank Doug Benn for pointing out interesting remarks regarding calving state-of-the-art. We further thank the CSC-IT Center for Science Ltd (Finland) for their support in Elmer/Ice development, and Johannes Fürst for helpful thorough reading.

Impact de la fonte frontale et du mélange de glace

Résumé

Deux mécanismes sont généralement proposés pour expliquer les variations saisonnières de la position des fronts de vêlage des glaciers émissaires : la fonte de la partie immergée du front et la résistance opposée par le mélange de glace (mélange flottant de glace de mer et d'icebergs frottant contre les parois du fjord) au front du glacier. Le modèle développé au chapitre précédent nous permet une étude approfondie de ce phénomène.

Dans ce chapitre, nous appliquons plusieurs forçages d'intensité variable en fonte ou en mélange de glace au front de géométries 2D simplifiées. 216 simulations de 17 ans chacune sont menées sur 23 setups différents (en terme d'épaisseur de glace, de vitesse d'écoulement et de paramètres d'endommagements), assurant ainsi une robustesse aux résultats obtenus.

Le modèle montre que la fonte au front des glaciers entraîne une réponse limitée du front du glacier, qui ne varie que de quelques centaines de mètres. Le bilan de masse saisonnier et interannuel reste inchangé. Le mélange de glace, en revanche, affecte plus fortement la position du front en la faisant varier de plusieurs centaines de mètres à plusieurs kilomètres. Ses conséquences sur le bilan de masse du glacier, si elles sont faibles, ne sont pas entièrement négligeables. Nos résultats montrent que le mélange de glace réduit le taux d'endommagement à la surface et empêche la propagation des fractures au niveau de la mer. En outre, il fait apparaître une distinction de comportement entre les glaciers posés ou flottants, en réponse à une perturbation. Dans le premier cas, les contraintes en surface augmentent de même que la fréquence de vêlage, tandis que l'amplitude de chaque retrait de front décroît. Lorsqu'il est flottant, le phénomène inverse est observé. Enfin, dans cette dernière configuration, on montre que les forçages les plus forts peuvent, dans certains cas, changer l'équilibre du glacier en modifiant le buttressing et le flux de glace à la ligne d'échouage. Ces conclusions reflètent l'importance d'affiner les observations de terrain pour mieux contraindre les modèles.

Le travail présenté dans ce chapitre a vocation à faire l'objet d'une publication dans les prochaines semaines.

4.1 Introduction

In the context of global warming, the contribution of the cryosphere to the elevation of sea level is a major concern: the sea level is projected to rise between 0.26 m to 0.82 m in 2081-2100, relative to 1986-2005, depending on the four RCPs scenarios (Representative Concentration Pathway for greenhouse gas concentrations trajectories) considered in the IPCC fifth assessment (*Church et al.*, 2013). Greenland Ice Sheet (GIS) negative mass balance, which has been measured about -142 ± 49 Gt a⁻¹ over the past two decades, has recently increased over the last years, reaching an estimated value of -263 ± 30 Gt a⁻¹ between 2005 and 2010 (*Schrama and Wouters*, 2011; *Shepherd et al.*, 2012), and -359.8 ± 28.9 Gt a⁻¹ from April 2009 to April 2012 (*Khan et al.*, 2014). This mass loss has spread over a larger part of GIS (*Khan et al.* (2010); *Schrama and Wouters* (2011); *Khan et al.* (2014)), which has become a major contributor to Sea Level Rise (SLR) (*Cazenave*, 2006; *Rignot et al.*, 2011b).

Increasing ice loss highlights the need for accurate estimations of the incoming mass balance, but the large discrepancies in the behaviour of Greenland outlet glaciers make a simple mass balance extrapolation unreliable, without trying to understand processes controlling their dynamics (*Howat et al.*, 2011; *Seale et al.*, 2011). Mass loss of GIS is the consequence of two main mechanisms: the dynamical ice discharge (through calving processes and frontal melting), and the negative surface mass balance (SMB). The part of ice discharge in the total mass loss was evaluated around 40 % to 60 % (*Rignot et al.*, 2008b; *van den Broeke et al.*, 2009; *Khan et al.*, 2014), corresponding to -156.3 ± 40.9 Gt a⁻¹. Ice discharge is therefore an unavoidable mechanism, and if the two related processes (melting and calving) affect the front position directly, they also modify the force imbalance at the front: feedbacks with the ice flow are therefore expected.

Holland et al. (2008) stated that Greenland increased discharge may have been triggered by an increase of subsurface ocean temperature. This claim was also sustained by *Straneo et al.* (2010), who stated that a rapid advective pathway exists between North Atlantic's oceanic variability and ice-shelf margin in the vicinity of Sermilik Fjord, on Greenland east coast. The underlying process suggests that submarine frontal melting promotes the emergence of an ice bloc overhanging the water line, which calves rapidly (*undercutting effect*). Remote observations on east GIS glaciers show a correlation between terminus position variations and oceanic temperature variability (*Seale et al.*, 2011). However, accurate melting

intensity is hardly measurable. It is usually inferred from hydrographic measurements (water velocity, temperature and salinity) of the heat transport within the water layers, and summer melt rate measurements varies between 1 m day^{-1} and 17 m day^{-1} , depending on the glacier and associated fjord system (*Motyka et al.*, 2003b; *Rignot et al.*, 2010; *Sutherland and Straneo*, 2012; *Bartholomaus et al.*, 2013; *Inall et al.*, 2014).

As another process, the ice mélange (heterogeneous mixture of sea ice, marine ice, blown snow, and fragments of icebergs) is suspected to hold an important role on glacier front seasonal cycles (*Higgins*, 1991; *Sohn et al.*, 1998; *Reeh et al.*, 2001; *Khazendar and Jenkins*, 2003; *Fricker et al.*, 2005; *Copland et al.*, 2007; *Joughin et al.*, 2008a,b,c; *Amundson et al.*, 2010). Observations showed that ice mélange winter freezing is correlated with calving rate decrease, front advance and ice slowing down (*Sohn et al.*, 1998; *Joughin et al.*, 2008c), and summer decay is followed by an increasing calving rate, a front retreat and the ice-flow acceleration (*Higgins*, 1991; *Copland et al.*, 2007). Some authors argue that the ice-mélange may directly resist the ice flow (*Walter et al.*, 2012), when others suggest that it only maintains the integrity of the glacier terminal part (*Sohn et al.*, 1998; *Amundson et al.*, 2010). Thus, if variations in terminus position and the existence of an ice mélange layer are clearly correlated, the underlying processes controlling this behaviour are still poorly established.

Several attempts were made to incorporate the frontal melting and the ice mélange back force into ice flow models. Especially, relation between calving and undercutting were already investigated in *Vieli et al.* (2002): the authors applied a seasonal calving pattern on a simplified geometry of Hansbreen Glacier, in Svalbard, assuming calving controlled by melting at the water line. Their conclusions reveal that melting-driven calving has only a small impact on the glacier dynamics. On the contrary, *O'Leary and Christoffersen* (2013) used a fixed geometry to investigate the stress field in the ice for different melting patterns and intensities. They showed that undercutting can become a strong driver for calving, due to the stress concentration which arise at the upper surface. However, recent studies using a calving parameterization based on an instantaneous stress balance (*Benn et al.*, 2007b,a; *Nick et al.*, 2009, 2010) applied on 2D-simplified geometries of Helheim (*Cook et al.*, 2014) and Store Glaciers (*Todd and Christoffersen*, 2014), softened these conclusions. According to *Cook et al.* (2014), when undercut, the upper surface of the glacier lowers, and thus reduces the tensile stress. Regarding the ice mélange, its effect on glacier dynamics was studied by *Nick et al.* (2010) and *Vieli and Nick* (2011) thanks to a depth and width-integrated mo-

del combined to the *Nick et al. (2010)*'s calving parameterization. Both studies managed to reproduce cycles of advance and retreat of the glaciers fronts within realistic amplitudes. However, the authors did not investigate the underlying processes further. In their study, *Cook et al. (2014)* stated that only unrealistically high back pressure were able to cause a change in terminus position, highlighting the need for further modelling focusing on processes. On the reverse, *Todd and Christoffersen (2014)* applied a back force similar to the one evaluated by *Walter et al. (2012)* on Store's calving front, and showed that this realistic forcing is believe to have a significant impact on its front advancing and retreating cycles.

In this chapter, we study the consequence of the submarine frontal melting and the ice mélange on glacier dynamics and terminus behaviour, using a full-Stokes ice-flow finite element model combined with a calving parameterization based on damage and fracture mechanics. This allows for a complete representation of the stress field in the vicinity of the terminus, and provides a reliable tool to study the front dynamics. As we want to ensure the robustness of our conclusions whatever the glacier geometry, we carried out more than 200 simulations, combining a wide range of glacier sizes, flow and damage parameters, and forcing constraints. The ice-flow model and the calving model are those presented in Chap. 3 and setup as well as parameters lists are provided in Section 4.2. Glacier responses to seasonally variable forcings are presented in Section 4.3. A deeper analysis of the processes and mechanisms is undertaken in Section 4.4, as well as the comparison between grounded and floating glaciers behaviour.

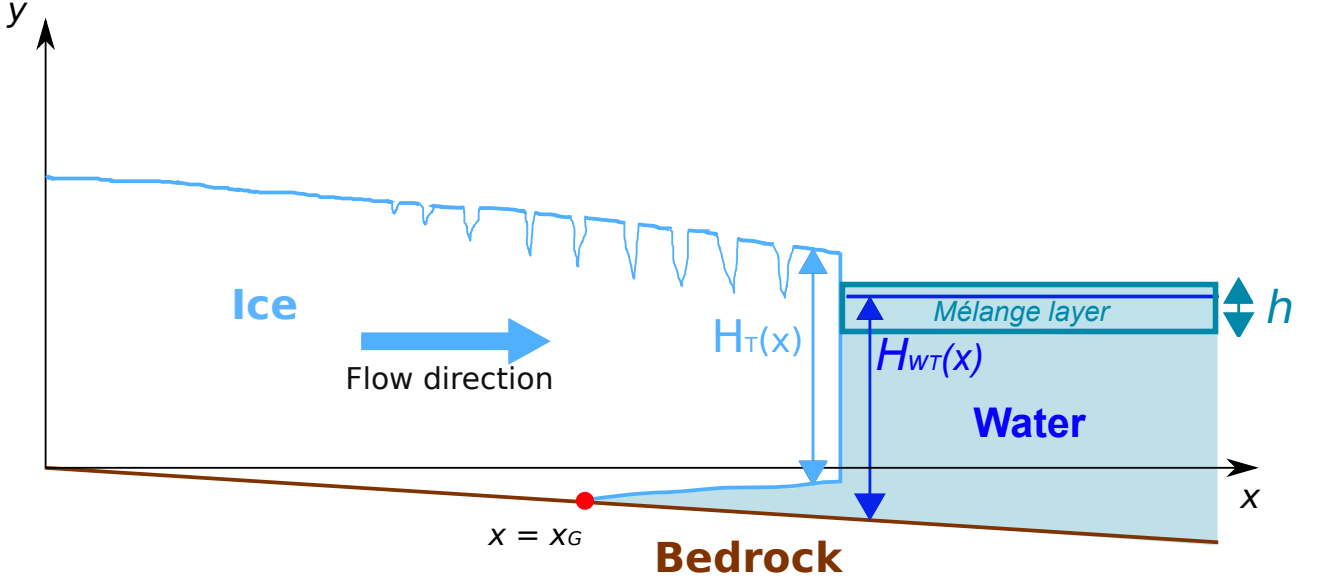


FIGURE 4.1 – Setup of the experiment. $H_T(x)$, $H_{wT}(x)$ and h respectively represent the glacier thickness, the water depth, and the ice mélange thickness. The glacier is grounded on a solid bedrock with a slightly positive slope (exaggerated here) represented in brown thick line. The grounding line is indicated by the red dot, at the abscissa $x = x_G$ and the ice flow follows the blue arrow.

4.2 Setup and forcing parameterizations

4.2.1 Geometries and boundary conditions

We want to generalize our conclusions to a wide range of two-dimensional synthetic flowline glacier geometries, with time-varying length (L) and thickness (H). To do so, we build-up 60 geometries, depending on five parameters: the inlet ice flux (F_{inlet}), the water depth (H_w), and the damage parameters (σ_{th} , B , D_c). These parameters are sampled using a Latin Hypercube Sampling (LHS) method, and the glaciers are builded-up from ice slabs initially grounded on a linear analytical prograde slope (1 ‰). Meshes are composed with ~ 7000 quadrilateral elements. Horizontally, the refinement is higher at the front (10 m to 15 m) and in the vicinity of the upper surface (2 m to 3 m), to take into account the processes occurring at the calving front, as well as the damage production and advection at the upper surface. The setup is illustrated in Fig. 4.1.

Boundary conditions are described as follows:

- At the bed, the glacier can be either grounded and floating. The grounding line position is obtained through the resolution of a contact problem (*Durand et al.*, 2009).

- At the inlet boundary, a Dirichlet condition is imposed, through a constant flux in two dimensions ($F_{inlet}(t)$).
- A lateral friction is prescribed to account for a constant fjord width of 10 km. This parametrization follows *Gagliardini et al. (2010b)*.

A more complete description of the boundary conditions is given in Chap. 3.

For obvious purpose of comparison, we chose to apply submarine melting and ice mélange forcing on glaciers which exhibit a quasi steady state (QSS), *i.e.* their front have to stabilize within a given extent, for which the terminus does not varies more than the size of one calving event. Among the 60 simulations generated by the LHS sampling, 23 show this feature, and are given in Table 4.1. Other geometries either advanced too much without calving, or collapsed because of prolific calving (The idea which is behind this sorting is similar to the “sanity check” applied in *Krug et al., 2014*). The damage parameters sets for which a QSS is reached were, in average, slightly different from those calibrated in Chap. 3. B varies from 1.5 to 3 MPa⁻¹, and σ_{th} from 0.01 to 0.11 MPa (Compared with 0.5 to 2 MPa⁻¹ and 0.01 to 0.2 MPa respectively, in *Krug et al., 2014*). The reason for this is straightforward: the geometries studied here flow on a linear bedrock, without any bumps or roughness. Thus, no high velocity gradients punctuates the upper surface, excepted around the terminus. Damaging is then more difficult compared to cases with a real bedrock, and thus, it has to be promoted. Additionnaly, due to their lower internal stresses, thinner glaciers have to display damage parameters which promote damaging, compared to thicker glaciers (see Tab. 4.1).

For sake of clarity, among the 23 geometries, only one representative is used to illustrate the model’s response in Sect. 4.3 and Sect. 4.4 (Unless otherwise specified). This terminus-floating geometry (thereafter referred to as Geo. 12) is emphasized using bold characters in Tab. 4.1. However, the conclusions obtained in this study are robust against all the geometries considered, as shown in Sect. 4.3.1 and Sect. 4.3.2.

4.2.2 Model experiments

The 23 setups summarized in Table 4.1 are run for 7 years in order to reach the QSS discussed above (spin-up). After this spin-up, for each of them, we impose 8 perturbations in melting or ice mélange, as well as a control run (CR, *i.e.* the glacier continues its QSS evolution). These forcings are maintained during 5 years. Ultimately, forcings are removed, and we let the geometries evolve freely during 5 additional years (relaxation period). In total,

TABLEAU 4.1 – List of geometries used for the model experiments. \overline{H}_T refers to the QSS mean terminus ice thickness, F_{inlet} represents the ice flux at the inlet boundary, and \overline{H}_{w_T} is the QSS mean water depth at the terminus. \overline{H}_{AB} indicates the mean height above buoyancy at the front, where the terminus is grounded. If the glacier is afloat, letter F is used instead. σ_{th} is the stress threshold for damage initiation, B is the damage enhancement factor, D_c the damage contour. The bold line is the representative simulation.

Geometry	\overline{H}_T (m)	F_{inlet} ($\times 10^3$ m ² a ⁻¹)	\overline{H}_{w_T}	H_{AB} (m)	σ_{th} (MPa)	B (MPa ⁻¹)	D_c (m)
Geo 1	358	710	308	16	0.017	2.9	0.47
Geo 2	356	679	307	14	0.014	1.6	0.42
Geo 3	362	488	319	7	0.025	1.8	0.44
Geo 4	342	446	297	12	0.037	2.3	0.41
Geo 5	354	626	306	14	0.031	2.6	0.45
Geo 6	362	572	317	10	0.041	2.2	0.46
Geo 7	348	610	300	15	0.054	2.8	0.46
Geo 8	456	1210	405	6	0.026	2.9	0.41
Geo 9	474	1133	427	F	0.021	1.5	0.44
Geo 10	465	1528	412	8	0.013	1.8	0.43
Geo 11	461	1432	409	7	0.037	2.2	0.41
Geo 12	631	3940	623	F	0.059	2.4	0.54
Geo 13	638	4406	632	F	0.024	2.1	0.6
Geo 14	597	2273	609	F	0.068	2.1	0.48
Geo 15	627	3535	632	F	0.021	1.7	0.53
Geo 16	824	7719	908	F	0.047	2.3	0.5
Geo 17	810	7143	909	F	0.050	1.6	0.41
Geo 18	860	10203	975	F	0.032	1.5	0.48
Geo 19	842	8953	970	F	0.079	2.0	0.56
Geo 20	863	11078	923	F	0.068	2.0	0.41
Geo 21	866	11389	942	F	0.016	2.2	0.59
Geo 22	854	9979	942	F	0.115	2.4	0.43
Geo 23	810	7233	924	F	0.100	1.9	0.46

we carried out 216 simulations of 17 years each.

The perturbations described below in Sect. 4.2.2.1 and Sect. 4.2.2.2 are listed in Tab. 4.2. Perturbations in submarine frontal melting are named U1 to U4 (for ‘‘Undercutting’’). Ice mélange’s one are named S1 to S4 (for ‘‘Sikussak’’, greenlandic word for ice mélange).

4.2.2.1 Submarine melting parameterization

Glacier frontal melting usually results from a combination of warm saline ocean water entering the fjord and fresh-cold glacier runoff, which mix together. The resulting current melt the ice during its rise along the calving face (*Motyka et al., 2003b*). Melting intensity appears to be tightly linked with the ocean water circulation, the water stratification and its variability, as well as the fjord specificities, the topography, the size, or the runoff seasonality (*Straneo et al., 2011*), and might explain a part of the wide range of measurements from one glacier to another. *Rignot et al. (2010)* measured summer melt rates around 0.6 m day⁻¹

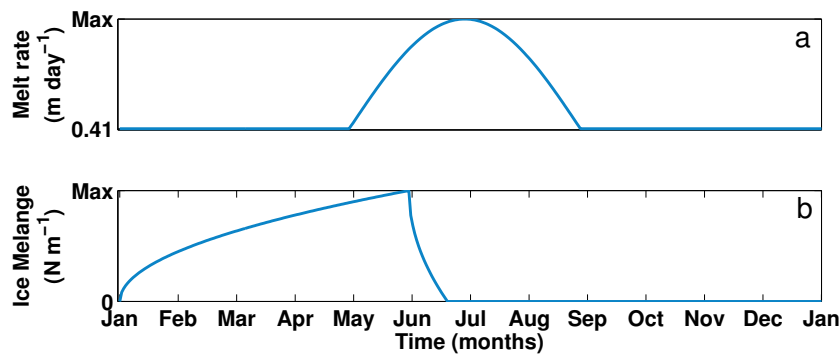


FIGURE 4.2 – Perturbations shapes over one year. (a) Melting parameterization at glacier bottom. (b) Ice mélange parameterization.

and 3.8 m day^{-1} , at the face of four calving glaciers in West Greenland. *Sutherland and Straneo* (2012) calculated an annual mean melt rate around 2 m day^{-1} in the area of the Sermilik Fjord - Helheim Glacier, and *Inall et al.* (2014) observed summer values around 10 m day^{-1} along the face of Kangerdlugssuaq Glacier, in south-east Greenland. Using a similar technique, in Alaska, *Bartholomaus et al.* (2013) obtained a range between 9 m day^{-1} and 17 m day^{-1} for Yahtse Glacier, when *Motyka et al.* (2003b) measured 12 m day^{-1} at the calving front of LeConte Glacier, in Alaska.

Todd and Christoffersen (2014) applied a linearly varying melt rate from 8 m d^{-1} at the glacier base to 0 m d^{-1} at surface during three summer months, and a constant 0 m d^{-1} for the rest of the year. They tested the model response for melt rates up to 16 m d^{-1} and duration up to two more months. *Cook et al.* (2014), varied the melt rate from 2.7 m d^{-1} to 13 m d^{-1} at the base, to 0 m d^{-1} at sea level, for a five months summer period, and 0.41 m d^{-1} at the bed during winter. Following these studies and measurements, we chose to vary the melt rate linearly from 0.41 m d^{-1} to 12 m d^{-1} at glacier bottom front, to 0 m d^{-1} at sea level. Each summer melt rate undergoes a 4 months sinusoidal peak and decay, and following *Cook et al.* (2014)'s study, a constant melt rate of 0.41 m d^{-1} is prescribed at glacier bottom during the 8 remaining months (see Fig. 4.2.a). The melt rate is imposed in the front-normal direction, and its summer maximum value is given in Tab. 4.2. We deliberately chose to neglect melting at the bottom surface, in the cases when the glacier comes afloat. We do not deny that this choice is a shortcoming, but it is motivated by the fact that we have no information regarding how the measured melt rate is distributed below the floating tongue and along the calving face.

4.2.2.2 Ice mélange parameterization

If the existence of the ice mélange and its feedback on glacier dynamics have been studied (*Rignot and MacAyeal, 1998; Reeh et al., 2001; Joughin et al., 2008c*) for a few decades, little is known about how fast it freezes and it melts, although *Amundson et al. (2010)* pointed out the importance of “coupling the seasonality of ice mélange strength to the growth and decay of sea ice”. *Seale et al. (2011)* studied the correlation between ice mélange disintegration and front retreat on greenlandic fjords using MODIS imagery, and they showed that the delay of melting can be very short, from days to couples of weeks, when sea ice stiffening may take much longer, but due to the lack of solar illumination, they did not obtained reliable information regarding ice mélange freezing.

We consider that the strength of the ice mélange depends on the sea ice properties. The choice of considering sea ice stiffness as the first-order control on mélange strength seems reliable, as it binds together the fragments of icebergs, and ensure ice mélange strength. *Anderson (1961)* related the growth of sea-ice thickness to the square root of the time and to the gradient between oceanic and atmospheric temperatures. Thus, considering sea-ice strength to be closely related to its thickness, we expressed the back pressure applied by the mélange on the glacier in winter as:

$$\sigma_b(t) = \frac{\sigma_{b_{max}}}{\sqrt{150}} \sqrt{t} \quad (4.1)$$

where t is the time. The length of winter period is set to 150 days. At the end of spring, the melting of sea ice leads to a decrease of the back pressure that can be parametrized similarly to sea ice damaging:

$$\sigma_b(t) = \sigma_{b_{max}} - \frac{\sigma_{b_{max}}}{\sqrt{20}} \sqrt{t} \quad (4.2)$$

where the time for ice mélange collapse is set to 20 days. Ice mélange growth and decay is represented in Fig. 4.2.b.

The back pressure $\sigma_{b_{max}}$ is a major unknown of the setup. Using seismic measurements at the front of Store glacier, *Walter et al. (2012)* estimated this value to be around 30 kPa to 60 kPa over the full calving face. *Todd and Christoffersen (2014)* used the mean back pressure of 45 kPa, but concentrated over a smaller area. Other authors have used different values of ice-mélange back pressure, from 20 kPa to more than 3 MPa (*Nick et al., 2009; Vieli and Nick, 2011; Cook et al., 2014*), but they all confess that this value is largely unknown

TABLEAU 4.2 – Full list of experiments performed, for each setup given in Tab. 4.1. Run U1 to U4 refer to the undercutting experiments. The maximum summer melt rate is indicated by \dot{m} . Run S1 to S4 refer to the ice mélange experiments: $\sigma_{b_{max}}$ is the maximum ice mélange back pressure, applied over a depth h , and results in a maximum back force of $\max(\sigma_b(t) \cdot h)$. The control run does not undergo neither ice mélange nor melting. For each forcing, we highlighted “realistic” cases highlighted using bold characters.

Name run	$\sigma_{b_{max}}$ (kPa)	h (m)	$\max(\sigma_b(t) \cdot h)$ ($\cdot 10^7$ N m $^{-1}$)	$\max(\dot{m})$ (m day $^{-1}$)
U1	0	0	0.0	3
U2	0	0	0.0	6
U3	0	0	0.0	9
U4	0	0	0.0	12
S1	170	80	1.36	0
S2	200	100	2.0	0
S3	350	120	4.2	0
S4	750	80	6.0	0
CR	0	0	0.0	0

and difficult to measure. In order to investigate the glacier response to the largest values of back pressure, we tested values up to 1 MPa. As 1 MPa is about the strength of pure ice under tension (*Schulson and Duval, 2009*), it represents an upper bound for $\sigma_{b_{max}}$.

As ice mélange is a very heterogeneous media, its thickness is difficult to estimate. The size of fragments of icebergs can reach several hundred of meter while sea-ice thickness in fjords does not exceed a few meters. On Amery Ice Shelf, *Fricke et al. (2005)* observed the impact of mélange on rifts propagation, and showed that mélange thickness reaches 87.2 ± 14.3 m (in October). Using satellite observations between 2008 and 2013, David Shean produced a map of the mélange thickness in the fjord of Jakobshavn Isbrae Glacier. The mean value was about 70 meters at the front of the glacier (personal communication). Recently, *Cook et al. (2014)* argued that the ice mélange freeboard was around 10 m to 20 m at Helheim glacier (LiDAR measurements), and used a mean total thickness of 135 m, when *Todd and Christoffersen (2014)* used a mean thickness of 75 m, estimated from laser altimeter. This very broad range of values demonstrates the major differences between study sites. However, it appears that fjord-contained tidewater glaciers usually exhibit an ice mélange thickness broadly between 70 m and 130 m. Thus, we tested several combinations of mélange thickness parameters, but for the rest of this study, we will only illustrate the most representative of them (see M1 to M4, Tab. 4.2). Finally, the ice mélange is prescribed through a time-varying back-force constant over its thickness and equal to the product $\sigma_b(t) \cdot h$.

4.3 Results

4.3.1 Melting impact

The simulation starts on January 1st (time=0), when the prescribed melt rate is settled to its minimum value. The distribution of maximum melt rate for U1 to U4 and for the control run is given in figure 4.3.a. The control run does not undergo any melt rate, and it maintains its extent within a few tens of meters (see Fig. 4.3.b). The shape of the glacier for the perturbation U3 during the middle of the summer season (day 173) is illustrated in Fig. 4.4. U1 to U4 simulations exhibit a slight oscillation, for which the terminus advances slightly compared to the CR, but it does not exceed 400 meters downstream. This advance may sound counterintuitive: indeed, research mostly suggests that submarine melting promotes terminus retreat. Our model points out that when the front is melted, the bottom corner indeed retreats. However, it induces an ice-flow acceleration, as well as a torque which make the upper corner to accelerate downstream (see Fig. 4.4.b). As soon as the forcing is removed, all the fronts rapidly reach their QSS position within a few months, excepted for simulation U4 (whose specific behaviour is discussed in Sect. 4.4.2). The ice velocity at the front evolves within a range of 200 m year⁻¹, which is very similar to the natural variation for the control run after a calving event (see Fig. 4.3.c).

When considering the decomposition of ice loss contribution from melting and calving, we see that the volume of calved ice is always larger than the melted volume. During summer season, melting accounts up to $\sim 23\%$ of the total mass loss (Fig 4.5.a). Comparing winter and summer season confirms that increasing undercutting intensity does not significantly modify the total loss: a larger part of ice is melted, and a smaller volume is calved, but the cumulated volume does not varies substantially over the seasons (See Fig 4.5.a and b).

To account for the various geometries, we summarized them in Fig. 4.6, as a function of their QSS mean thickness and velocity at terminus, for a realistic forcing in melting (U2). The conclusions raised above are qualitatively confirmed on all the other geometries: the mean ice loss during the melt season is comparable to the ice loss during the rest of the year, whatever the glacier size and velocity. In summer, the calved volume is dampened by increasing melt rate, but the cumulated loss remain unchanged.

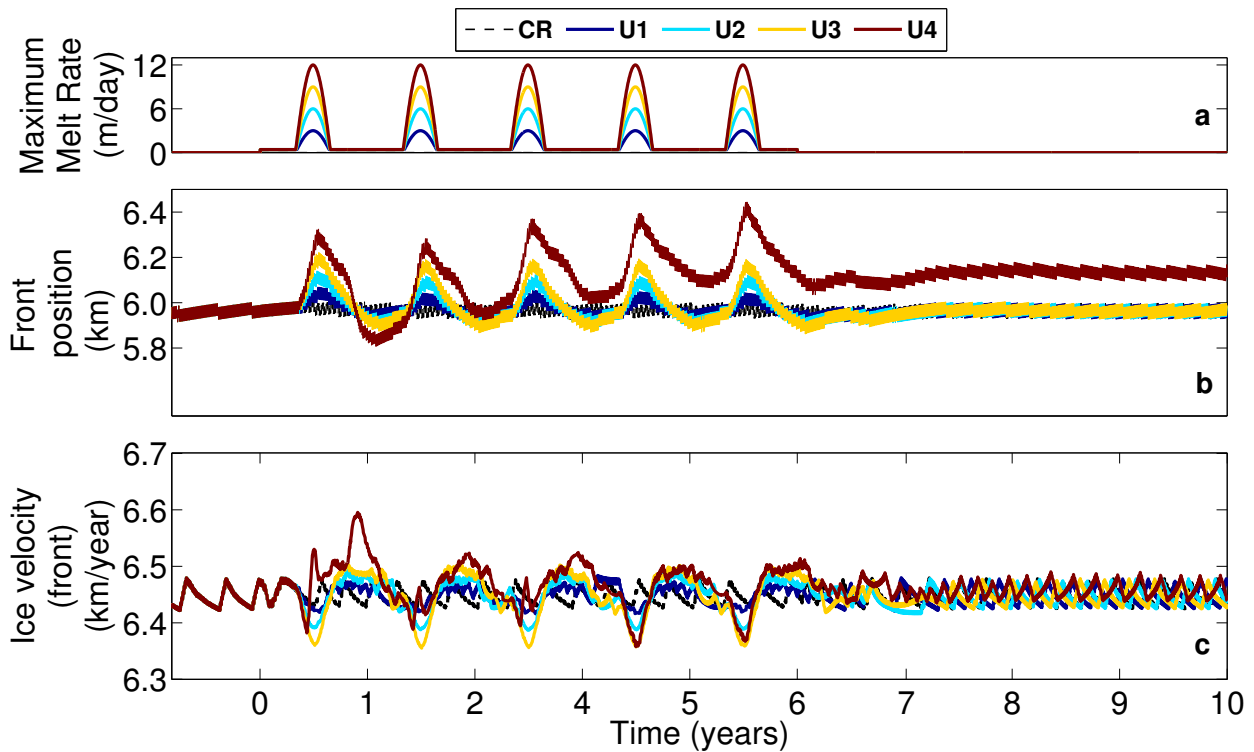


FIGURE 4.3 – Glacier response for the undercutting experiments (Geo. 12, Tab. 4.2) U1 to U4 (colored lines) and CR (black-dashed line). (a) Variation of the maximum melt rate imposed at the glacier front bottom surface. During the five months summer seasons, melting follows a sinusoidal pattern. Otherwise, a constant melt rate of 0.41 m day^{-1} is prescribed. (b) Front position variation as a function of time and (c) Ice velocity at the terminus. For clarity the velocity is smoothed with a 10 days moving average.

4.3.2 Ice mélange impact

Regarding the ability of ice mélange to counter the calving activity, *Walter et al. (2012)* stated that “the mélange directly resists ice flow”. In order to evaluate this statement, we conducted two experiments. In both experiments, the calving procedure is disabled. In the first one, the glacier is forced by an unrealistically strong mélange of back pressure $\sigma_{b_{max}} = 1.0 \text{ MPa}$ and thickness $h = 145 \text{ m}$. In the second one, there is no forcing. The simulation forced with mélange exhibits the same behaviour than the forcing-free run, despite some minor differences, accounting for around 500 m of front position difference after 5 years, over 25 km of advance (not shown). This clearly confirms that the layer of ice mélange is mechanically too weak to directly impact the glacier advance through its own buttressing effect, even when considering largely overestimated ice mélange parameters.

We then ran the simulations referred to as S1 to S4 in Tab. 4.2, as well as the control run.

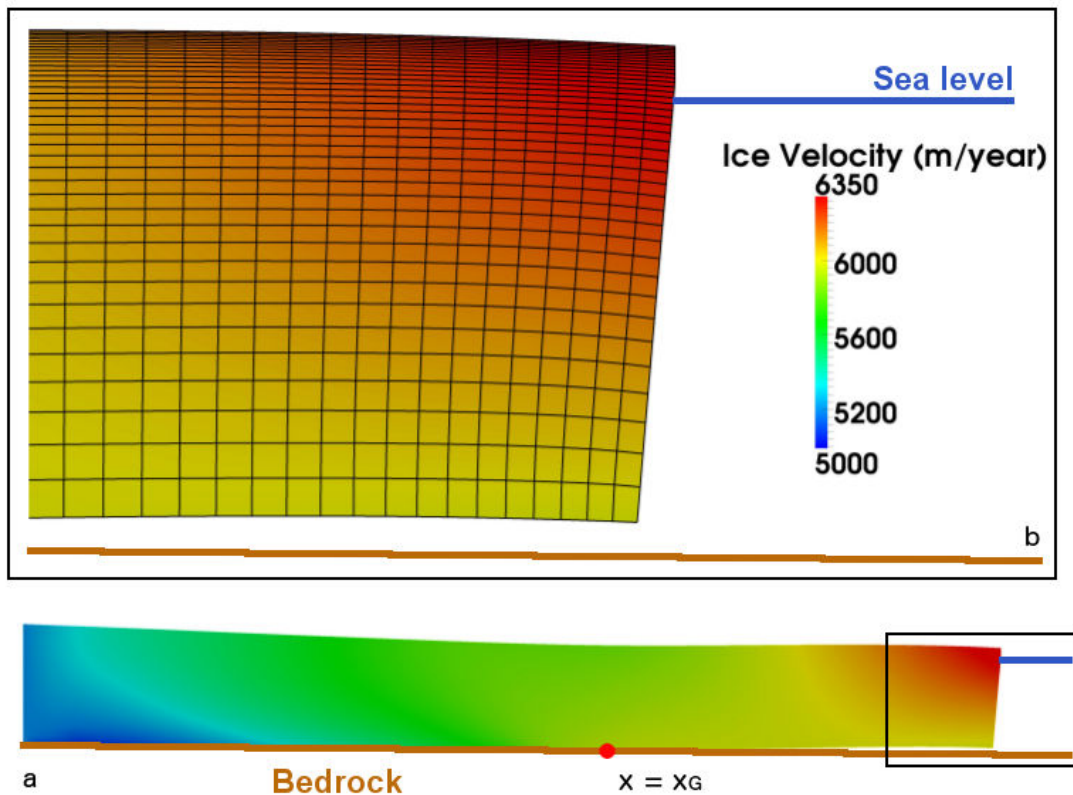


FIGURE 4.4 – (a) Velocity field for the representative geometry (Geo. 12, Tab. 4.2), undergoing perturbation U3 at day 173 (first summer season). The red dot indicates the position of the grounding line. (b) Zoom in the black rectangle, glacier front geometry and mesh.

The ice mélange intensity is illustrated in Fig. 4.7.a. In Fig. 4.7.b, the evolution of the front is represented as a function of time for the 4 corresponding experiments and for the control run (black-dashed line). During the first five years, two types of behavior can be described. In winter, the ice mélange strengthens, and the calving frequency decreases or halt. As a consequence, the front advances. During summer, the decay of the ice mélange back force is immediately followed by a rapid sequence of iceberg calving of large amplitude. For all perturbation experiments, the glacier front is always more downstream than the control run. Each winter season, the gaps between the S1-S4 front positions and the control run increase and reach a value between 500 m for S1 and 3 km for S4. Moreover, for perturbations S2, S3, and S4, after each year, the front does not retreat back to its QSS position, suggesting a consequence on the inter-annual mass loss. These behaviours are consistent with observations, illustrating the fact that a strong mélange reduces the calving discharge (*Sohn et al., 1998; Joughin et al., 2008c*).

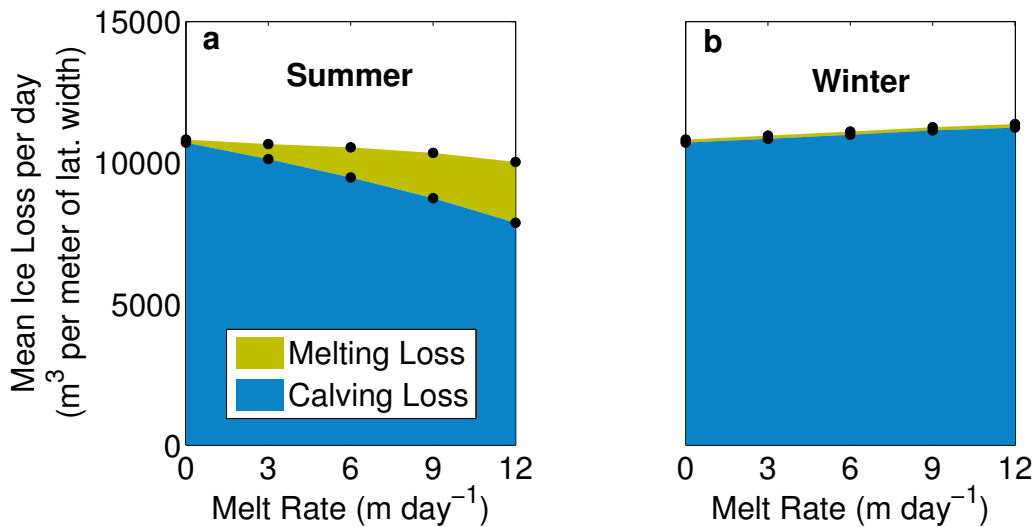


FIGURE 4.5 – (a) Mean daily summer and (b) winter ice loss from calving (blue) and melting (green) for five values of melt rate, over five years, computed for Geo. 12, perturbations U1 to U4 and CR.

The ice velocity at the front is represented in Fig. 4.7.c, using the same color scale. The behaviour of the terminus is anti-correlated with the ice velocity. The advance of the front during winter results in a decrease of the ice velocity, due to the increasing buttressing effect related to the glacier sliding against the fjord walls. As it can be seen for the three highest back forces (S2, S3, S4), when the ice mélange collapses, the ice velocity at the front increases more than for the control run. This speedup can be explained in two ways. Firstly, the geometry resulting from the first calving event presents a high vertical ice cliff. Velocity vectors are not parallel to the sea level anymore, and a torque appears. In our model, the induced force imbalance at the front results in an increase of the ice velocity. This rapid acceleration has been monitored during calving events at the front of the Jakobshavn glacier in may 2007 by *Amundson et al.* (2008). Near the front, GPS stations recorded an increase in ice velocity from 11315 m a⁻¹ to 12775 m a⁻¹ in 20 days, when the glacier underwent 3 calving events, attributed to the stress field adjustment. In addition to this first process, the freshly calved glacier is shorter, the buttressing effect is reduced and the glacier accelerates (*Benn et al.*, 2007a). *Walter et al.* (2012) monitored an increase in ice velocity up to 550 m a⁻¹ during the days following ice mélange breakup, at the terminus of Store. Our results are in agreement with these velocity variation measurements.

Again, we represented all of the geometries in Fig. 4.8, for perturbation S2. Whatever the

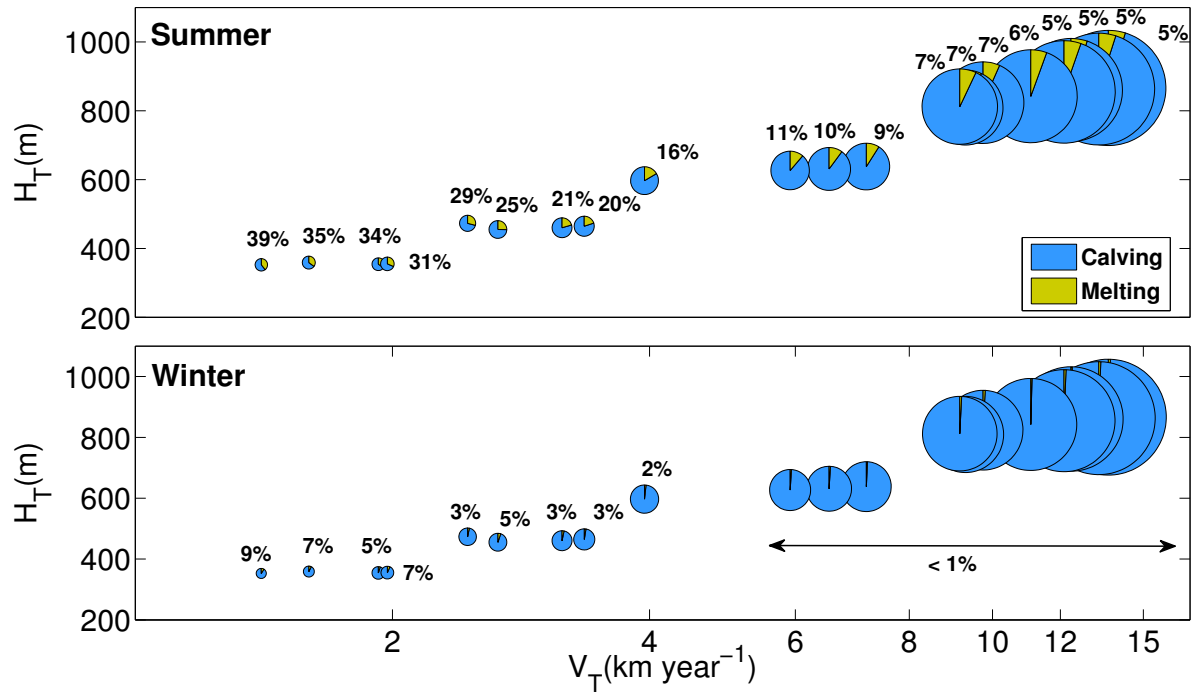


FIGURE 4.6 – Cumulated ice loss (over 5 years) for the setups listed in Tab. 4.2, for experiment U2. Pies surfaces represents the volume of ice lost for the glacier associated with a mean ice front velocity \bar{V}_T and ice front thickness \bar{H}_T . The figure distinguishes between (top) summer season and (bottom) winter season. The ice loss fraction due to melting is colored in green (also indicated by the percentage) and the one due to calving is colored with blue. For purpose of comparison between summer and winter, the volume is daily normalized. The melted fraction account for 6 % to 34% of the summer glacier loss, more important for smaller glacier, and agrees with lower bounds of *Rignot et al.* (2010)’s calculations, especially for thinnest glaciers.

glacier geometry, the summer loss is larger than the winter loss, as the winter ice mélange layer reduces the calving activity. However, the same back force will not have the same effect on small and large glacier. For the smaller one, it can completely suppress calving; for larger geometries, it will only decrease the iceberg discharge. This explains the smallest contrast between winter and summer for the thickest glaciers in Fig. 4.8 (winter inset). This feature is also visible in Fig. 4.7.b: large ice mélange intensities suppress calving (light blue, yellow and red curves), when smaller just reduce its frequency (dark blue). This consideration reinforce the importance of constraining the ice mélange properties strongly.

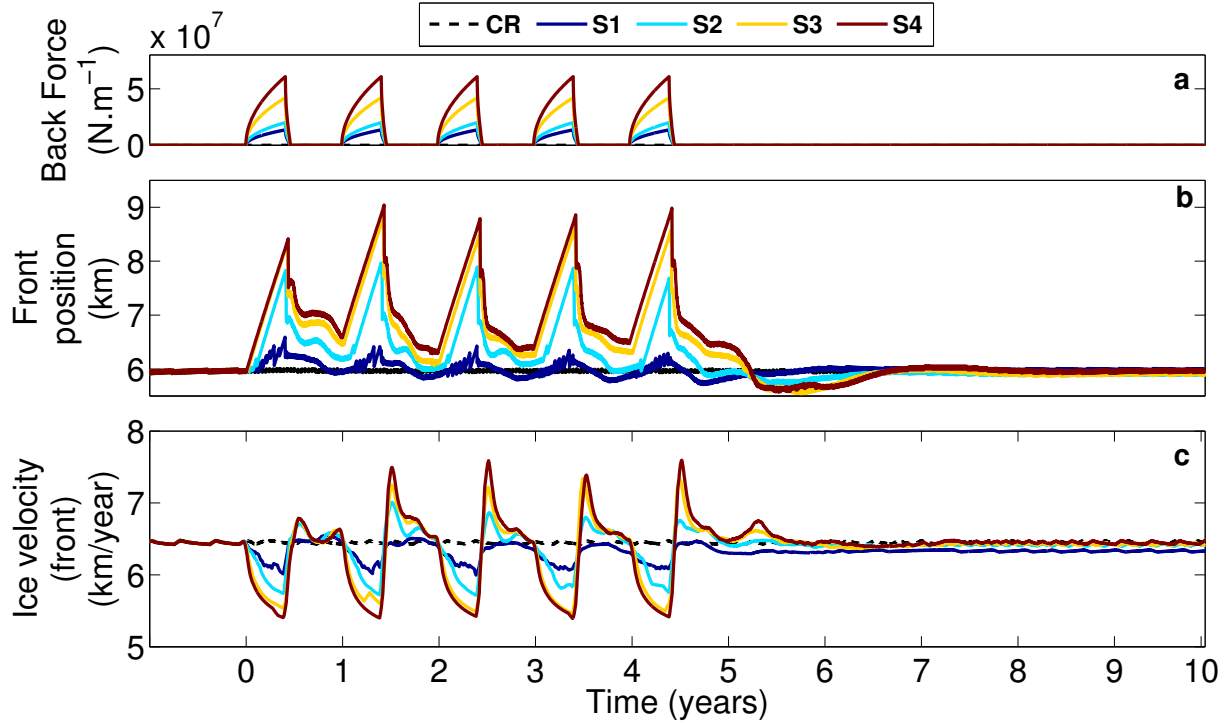


FIGURE 4.7 – Glacier response for ice mélange experiments (Geo. 12, Tab. 4.2) S1 to S4 (colored lines) and CR (black-dashed line). (a) Variation in mélange back force $\sigma_b(t) * h$ as a function of time (per meter lateral width). The value of the maximal back force depends on the couple of parameters $(\sigma_{b_{max}}, h)$. (b) Front position variation as a function of time and (c) Ice velocity at the terminus. For clarity the velocity is smoothed with a 10 days moving average.

4.4 Discussion

4.4.1 Mechanical impact of the ice mélange on the glacier front

According to *Amundson et al.* (2010), in order to prevent the rotation of a calved iceberg away from the terminus, the required back force have to be between $\sim 1.0 \cdot 10^7$ N m⁻¹ and $10.0 \cdot 10^7$ N m⁻¹, depending on the glacier floatation and the iceberg inclination. To our knowledge, there is no study suggesting another consequence of the ice mélange on the calving margin of tidewater outlet glaciers.

Considering the ice mélange perturbations, our model suggests that the calving ceases as soon as the applied back force reaches a given value. We investigated the sensitivity to the applied back force further, by evaluating the value of this threshold. To do so, we isolated the couples of parameters $(\sigma_{b_{max}}, h)$ for which the winter season is characterized by an absence of calving event. For each of the five winter seasons, we then calculated the back pressure

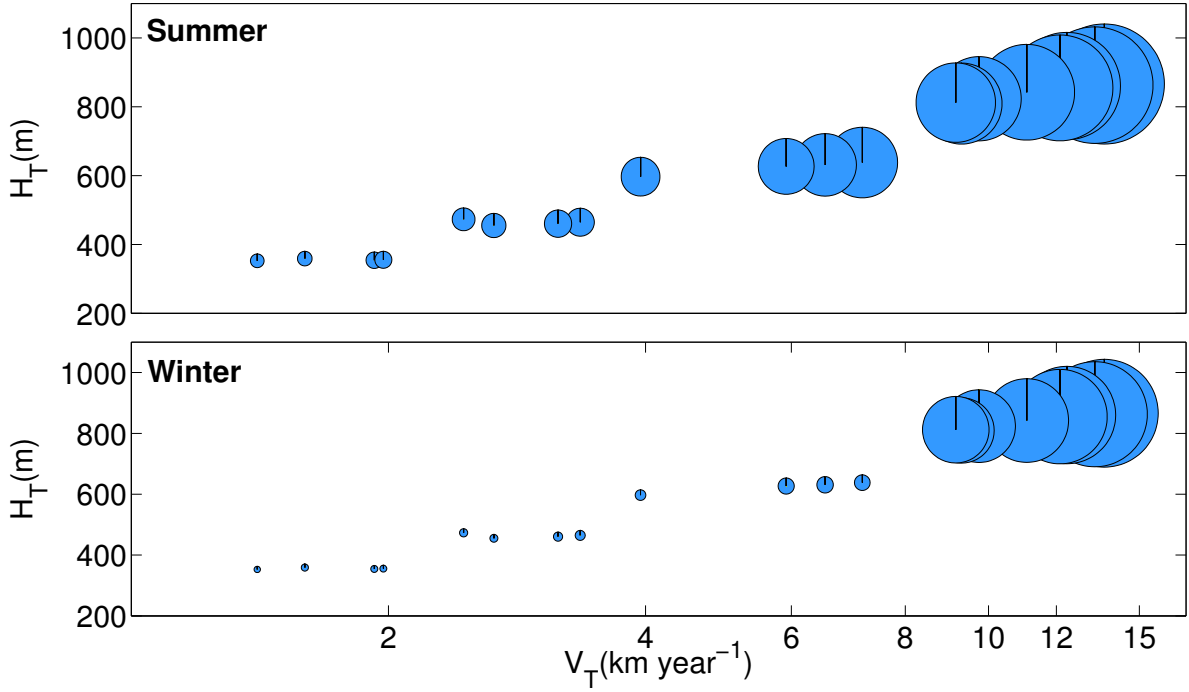


FIGURE 4.8 – Cumulated ice loss (over 5 years) for the setups listed in Tab. 4.2, for experiment S2. Pies surfaces represents the volume of ice lost for the glacier associated with a mean ice front velocity \bar{V}_T and ice front thickness \bar{H}_T . The figure distinguishes between (top) summer season and (bottom) winter season. For purpose of comparison between summer and winter, the volume is daily normalized.

applied when calving ceases, using Eq. (4.1). Multiplying this latter with the ice mélange thickness furnishes a back force per meter of lateral width. The corresponding distribution for the 45 values is given in Fig. 4.9, whose the mean value is around $1.1 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-1}$.

Our coupled ice-flow and calving model enables us to distinguish between the different phenomena leading to the iceberg calving which may be impacted by the ice mélange. At the first stage, the crevasse field development is determined by the damage criterion χ , which quantifies the incrementation of damage in the ice. In Fig. 4.10.a, we represent the evolution of the terminus position over 150 days, covering a full winter season. Three key-events are highlighted with diamond symbols. The red one corresponds to a situation where the glacier is about to calve, the yellow one illustrate a case where the glacier undergoes ice mélange, and the blue one corresponds to a situation where the glacier just calved. Fig. 4.10.b shows the value of χ along the upper surface, where the tensile stress is the highest. During an ice mélange event (yellow curve), damage production is slightly lower compared to the pre and post calving cases, but remains positive. This mean that ice mélange reduces the damage

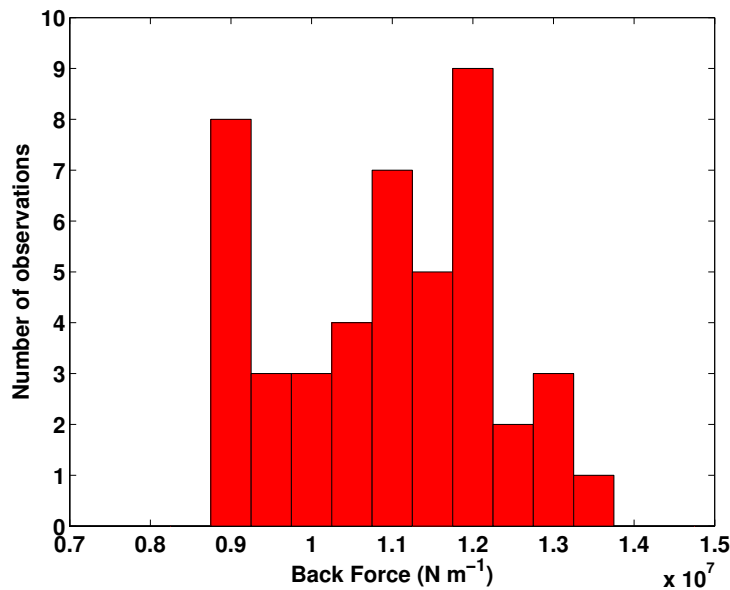


FIGURE 4.9 – Histogram of the back force from ice mélange required to cease calving. The mean of the distribution is $1.1 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-1}$ and its standard deviation is $1.3 \cdot 10^6 \text{ N m}^{-1}$, per meter of lateral width.

production, but this effect is too weak to completely halt the ice damaging.

Following ice damaging, three criteria have to be fulfilled in order to trigger calving: the condition on damage contour $D = D_c$, the initiation of fracture propagation at depth given by the D_c contour, and the propagation at sea level. These criterions are represented in Fig. 4.10.c, where the stress intensity factor is represented on the horizontal axis. The vertical extent of the thick colored lines shows the length of the damage envelope (the front is located at the top of the figure): a longer one illustrates a more extended crevasse field. As expected, the blue thick curve is almost nonexistent: as calving has just occurred, the glacier surface is not damaged enough to calve immediately. On the contrary, the red and yellow thick lines shows that the surface is sufficiently damaged to reach the criterion $D = D_c$ over a larger extent.

Where the stress intensity factor becomes higher than the ice toughness ($K_I > K_{Ic}$), the crevasse propagation is initiated. For the red and yellow lines, near to the upper surface, this condition is satisfied and the propagation begins.

The criterion $K_I > K_{Ia}$ must then be validated at sea level. The stress intensity at sea level is represented by the dashed-colored curves. The red case satisfies this criterion at some points, meaning that the calving event is triggered. However, when the glacier undergoes the

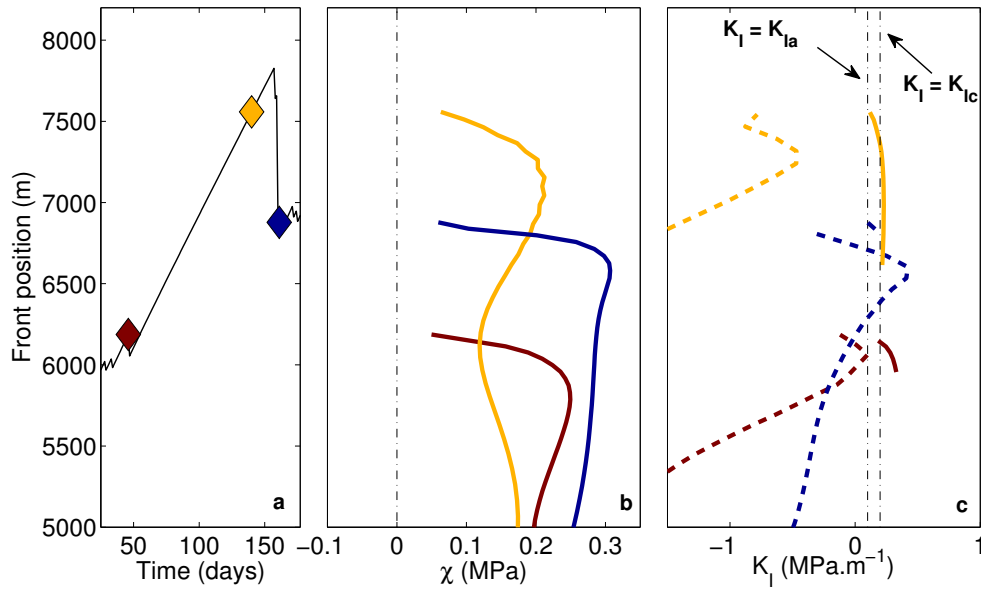


FIGURE 4.10 – (a) Evolution of the front over a winter season, for a glacier undergoing an ice mélange characterized by a back stress $\sigma_{b_{max}} = 0.2$ MPa and a thickness $h = 100$ m. Red, braun and blue diamonds respectively days 46 (before winter season, before a calving event), 140 (during winter season), and 161 (after winter season, after a calving event) (b) Variation of the damage criterion χ at upper surface along the flow-line using the same color scale. (c) Variation of the stress intensity factor. Colored curves show the stress intensity factor computed at depth at which the the damage threshold $D = D_c$ is reach (thick curves), and at sea level (dashed curves), with the same color scale. The vertical black dashed lines represent the values of ice toughness $K_{Ic} = 0.2$ MPa m⁻¹ and arrest criterion $K_{Ia} = 0.1$ MPa m⁻¹.

ice mélange layer (yellow-dashed line), this criterion is not validated, and thus, the crevasse cannot propagate down to sea level.

Regarding the sensitivity to the ice mélange thickness, we observe that a thinner layer associated with a stronger back force has a greater impact on calving preventing than a thicker and weaker one (not shown). This is relatively obvious, as the thinnest mélange layer is concentrated at sea level, and thus reduces significantly the stress intensity factor at this depth.

Considering these mechanisms may explain the behaviour observed in Fig. 4.7.b. For experiments S2, S3 and S4, the figure shows that the decay of the mélange layer is followed by a “cascade” of calving events. However, the glacier does not immediately retreat back to its QSS position. This rate of retreat depends on the damage level at the surface, which directly depends on the mélange intensity. This consideration suggests that a stronger or

longer winter season can alter the position of the front on more than one year, if one consider the “stress history” of the glacier, and do not only rely on an instantaneous stress balance.

Results presented in this section highly contrast with *Cook et al.* (2014)’s study, who did not notice remarkable changes in the frontal position unless an applied back force was of $50.0 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-1}$, even if they simulated a difference of 25 m in the longitudinal crevasse extent around the front for smaller values of ice mélange ($5.0 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-1}$). Conversely, *Todd and Christoffersen* (2014)’s results clearly agree with ours, as they simulated comparable front advance ($\sim 1.5 \text{ km}$) for similar back force as our S2 experiment. At last, for an applied force within the same order of magnitude, our modelling work points out that the ice mélange acts sooner than *Amundson et al.* (2010) suggested, by preventing the fracture propagation down to the glacier base.

4.4.2 Differences between floating and grounded termini

The maximum difference in the surface along-flow component of the deviatoric stress tensor S_{xx} between the U2 and the CR experiments, in the vicinity of the front ($< 600 \text{ m}$) during the middle of the first summer period is given in Fig. 4.11.a. Undercutting grounded glaciers slightly increases the tensile stress at the upper surface (red dots). It increases the frequency of calving event, but the length of each event is reduced (see red dots and crosses in Fig. 4.11.b). On the reverse, for floating glaciers, the surface adjustment of the tongue decreases the tensile stress when compared with the control run (Fig. 4.11.a, blue dots). Consequently, the frequency of calving event decreases slightly, but the length of front retreat for each event increases a bit (blue dots and crosses in Fig. 4.11.b). This suggests that a heavily grounded glacier cannot adjust its geometry as easily as a floating one.

Studying the behaviour of a grounded geometry of Helheim Glacier, *Cook et al.* (2014) stated that the frontal melting have relatively little effect on the front position, unless the prescribed melt rates are extremely high (up to 20 m day^{-1}). On Store Glacier, *Todd and Christoffersen* (2014) modelled a slight increase in frequency with undercutting, as well as a decrease in the amplitude of the calving front retreat, and they attributed this inter annual stability to the glacier’s topographic setting. Thus, as *Todd and Christoffersen* (2014)’s geometry is grounded when the frontal melting is prescribed, their modelling is consistent with our results.

Within our experiments, another difference arise between grounded and floating glaciers. We showed in Sect. 4.3 that for most of perturbations, after the relaxation period, glacier

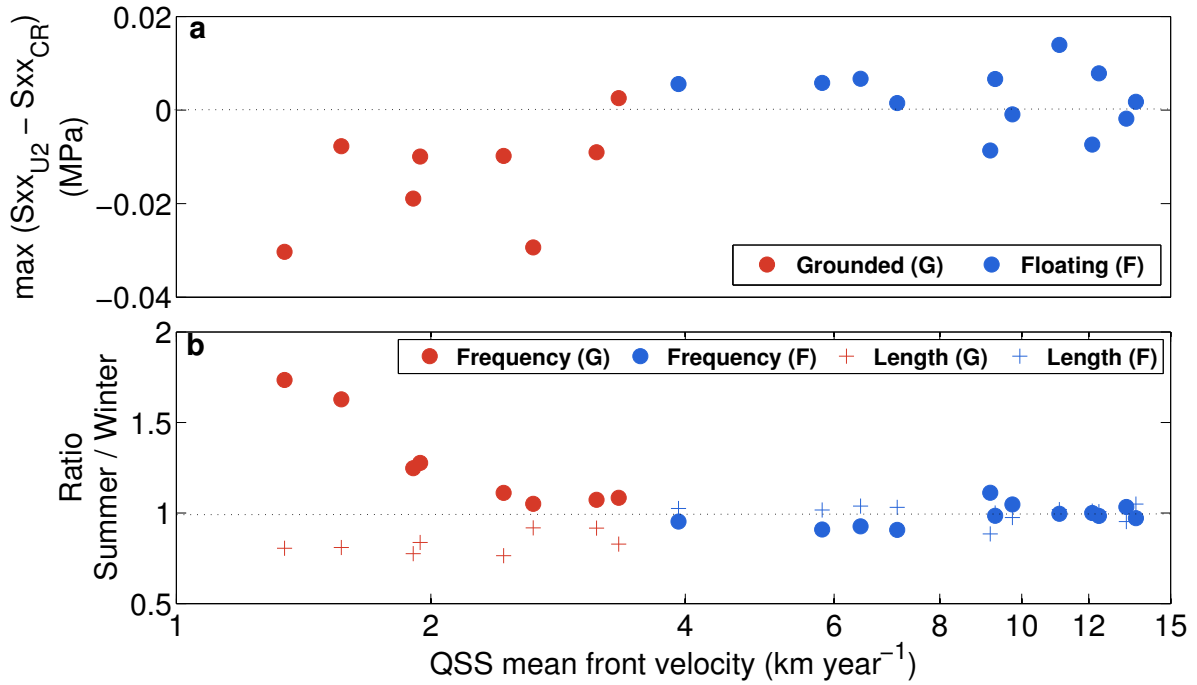


FIGURE 4.11 – (a) Maximum difference of the along-flow component of the deviatoric stress tensor at glacier surface for each glacier listed in Tab. 4.1 between U2 experiment and Control Run. The difference is computed within the 600 last meters before calving front, during the middle of the first summer (day 182). Red dots indicates grounded fronts, while blue dots highlight floating termini. (b) Ratio between summer and winter events for all the geometries listed in Tab. 4.1 forced by the U2 experiment (maximum melt rate: 6 m day^{-1}), as a function of the inlet flux. Red color refers to grounded glaciers, blue for floating. Circles and crosses respectively refers to the mean number of calving event and the mean front retreat length ratios.

front usually reach their QSS position. However, this is not the case for the glacier undergoing perturbation U4 illustrated in Fig. 4.3.b. Indeed, its front rapidly advances more downstream than the others, and seems to stabilize around an extent of 6.2 km, compared with 6.0 km for others. Similarly, when extended to other geometries, this result also emerges for some of the ice mélange experiments. However, it just affects glaciers displaying a floating tongue, and only reveals for the strongest forcings.

Focusing on processes, we can propose an explanation for this phenomena (see Fig. 4.12). The melting perturbation applied on the glacier front modifies the shape of the floating tongue (Fig. 4.12.b). It reduces its area and diminishes the subsequent buttressing effect. As a consequence, the whole glacier accelerates, thins, and the grounding line retreats (Fig. 4.12.c). The ice flux at the grounding line is therefore modified, and a new equilibrium sets up, which

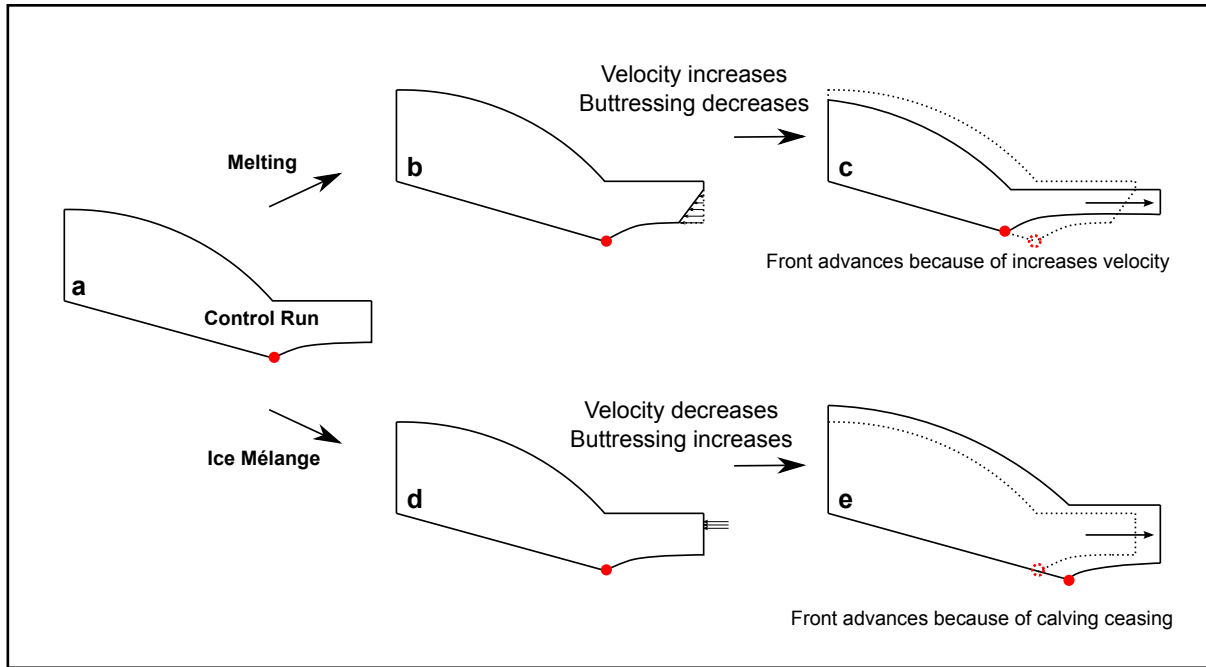


FIGURE 4.12 – Sketch of the process suggested for glacier equilibrium destabilization. (a) Control perturbed by (b) enhanced melting and (c) resulting stable geometry. (d) Ice mélange perturbation and (e) resulting stable geometry.

implies complex feedbacks between the ice flow, the damage production and the calving law. Considering the ice mélange, the process is similar (Fig. 4.12.d). As it prevents the floating tongue from calving, its area increases. Consequently, the glacier slows down, thickens, and the grounding line advances (Fig. 4.12e). Again, a new equilibrium may set up, with an associated quasi-steady state front dynamics.

When arguing about the ice mélange, *Joughin et al.* (2008c) suggests that “It is likely that the processes that control the seasonal calving cycle may also influence the inter annual variability”. Modelling results presented here support this point of view and they also call for a deeper analysis and a better constraint of melting and mélange properties.

4.5 Conclusion

The ice mélange and the frontal melting have been reported by many authors to influence the behaviour of tidewater glaciers. Especially, they have been invoked as a potential explanation for the cycles of advance and retreat of glacier termini, among other external forcings. However, if some correlation between these mechanisms and the front advance / retreat has been observed on many Greenlandic outlet glaciers, little is known about the

precise role of these forcings.

In this paper, we combined a full-Stokes ice flow model with a calving framework using damage and fracture mechanics to investigate the impact of these forcings on glacier dynamics. This allowed us to represent the slow degradation of the mechanical properties of the ice, and the initiation and propagation of the pre-existing fractures, which is essential to describe the processes occurring at the front. We carried out experiments on a large set of synthetic geometries using different values for melting and ice mélange back stress and thickness, and the conclusions we drawn are robust against all the experiments.

Our modelling work shows that the melting has a slight impact on the calving mechanism and the front position (which does not move more than a few hundred of meters). Additionally, its effect on the inter / pluri-annual mass loss is almost negligible. On the reverse, applying an ice mélange layer against the front affects its position with a higher amplitude (up to several kilometers) compared to melting. Additionally, its consequences on the inter / pluri-annual mass loss, if small, may not be completely negligible.

Investigating the processes occurring during calving events, we shows that the ice mélange first diminishes the rate of surface damaging by reducing the tensile stress in the glacier upper surface and then it prevents fracture propagation at sea level, and thus inhibits calving.

Finally, our results also reveal a distinction specific to the glaciers exhibiting floating termini. For these latter, strong perturbations (either in melting or in ice mélange) may affect their pluri-annual behaviour. By changing tongue's buttressing effect, the perturbation may modify the subsequent glacier equilibrium and induce a new stable geometry for the same models parameters. This new stable position then depends on feedbacks between glacier flow and calving law parameter. This stresses the need for a better field characterization of undercutting and ice mélange.

Conclusions et perspectives

5.1 Conclusions

Dans le cadre du réchauffement climatique, la contribution des calottes polaires à l'augmentation du niveau des océans est un sujet de préoccupation majeure. Le rôle du vêlage d'iceberg sur cette contribution est capital, aussi bien au front des glaciers émissaires du Groenland qu'à celui des plateformes flottantes de la côte Antarctique. Son interaction avec la dynamique du glacier est communément admise, mais sa compréhension soulève encore un certain nombre de questionnements. En conséquence, sa représentation dans les modèles d'écoulement à grande échelle est parfois inexistante ou repose sur des considérations ad hoc, induisant ainsi de grandes incertitudes quant aux projections de décharge à court et moyen terme des calottes polaires.

Au début de ce manuscrit, nous avons dressé un état de l'art de la recherche sur le vêlage, qui témoigne d'une part de la complexité des processus connus à ce jour ainsi que de la grande diversité de leurs paramétrisations dans les modèles. Certaines, largement empiriques, sont faciles à manipuler, mais présentent de sévères limitations en terme de polyvalence ou de précision. D'autres reposent sur des principes physiques plus détaillés, mais apparaissent plus délicates à implémenter dans les modèles et bien souvent plus coûteuses. Elles s'avèrent néanmoins nécessaires pour apprécier la complexité des mécanismes pouvant influencer les glaciers à plus grande échelle.

Dans cette dynamique, nous avons proposé une modélisation de vêlage combinant mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture que nous avons développée en 2D pour une ligne d'écoulement. Cette nouvelle approche permet de représenter plusieurs aspects caractéristiques des processus de vêlage. D'une part, la dégradation lente des propriétés rhéologiques de la glace soumise à un champ de contraintes (dégradation que l'on assimile au développement d'un champ de crevasses à la surface du glacier) est modélisée grâce à la mécanique de l'endommagement. D'autre part, la propagation rapide des crevasses, verticalement jusqu'au niveau de l'océan, est représentée à l'aide de la mécanique de la rupture linéaire élastique. Cette approche est complétée par un critère de vêlage largement répandu,

selon lequel la crevasse se propage à travers toute l'épaisseur du glacier aussitôt que celle-ci atteint le niveau de la mer. Les paramètres numériques liés à ce modèle sont contraints sur une géométrie simplifiée du glacier Helheim, au Groenland. Les résultats laissent apparaître plusieurs populations de taille d'évènements de vêlage d'amplitude faible et de courte période (de 50 m à 150 m, tous les 4 à 15 jours), auxquels s'ajoutent quelques évènements indépendants de taille largement supérieure, jusqu'à 2000 m. L'analyse du comportement des simulations réalistes révèle une cyclicité dans la position du front, caractérisée par une lente avancée du front et un retrait plus rapide, conséquence d'une cascade d'évènements de vêlage, dont l'amplitude atteint quelques centaines de mètres et la période caractéristique 500 à 600 jours. L'explication avancée pour justifier ce comportement repose sur une rétroaction entre les paramètres d'endommagement et les conditions liées à la dynamique du glacier (vitesse, forme du socle rocheux). Les conclusions suggèrent ainsi qu'un glacier peut posséder une dynamique propre, éventuellement perturbée par des forçages climatiques externes (fonte estivale, mélange de glace, lubrification basale...).

Ce modèle de vêlage, intégré au code Elmer/Ice, a été ensuite soumis à deux forçages caractéristiques des fjords groenlandais : une variation de la fonte sous-marine au terminus du glacier et la présence d'une couche de mélange de glace à la surface de l'océan. Ces deux processus sont couramment avancés pour expliquer les cycles saisonniers d'avancée et de retrait du glacier. En testant plusieurs intensités réalistes de taux de fonte sur un large panel de géométries synthétiques, on montre que la fonte de la partie immergée du front entraîne une réponse limitée sur la dynamique du glacier. En intensifiant son amplitude estivale jusqu'à 12 m jour^{-1} (valeur forte, mais réaliste), la variation saisonnière de la position du front ne dépasse pas quelques centaines de mètres. En été, la quantité de glace perdue par fonte compense le déficit de perte de masse par vêlage, de sorte que le bilan de masse du glacier reste quasiment inchangé entre l'été et l'hiver, ainsi que d'une année sur l'autre. A l'opposée, le forçage du terminus du glacier par un mélange de glace génère une variation du front jusqu'à plusieurs kilomètres, comparable à celle observée dans la réalité. La présence d'un mélange de glace rigide dans le fjord diminue le taux de vêlage et favorise l'avancée du front, dont la vitesse diminue par frottement accru du glacier sur les bords rocheux. En été, la fonte de la couche de mélange réactive le vêlage, favorisant son retrait rapide et l'accélération de son l'écoulement. Son influence interannuelle sur le bilan de masse du glacier, si elle est faible, ne peut pas être totalement exclue. Notre modélisation de vêlage suggère que le mélange de glace réduit le taux d'endommagement du glacier à la surface, et exerce

une force suffisante pour empêcher la propagation des crevasses jusqu'au niveau de la mer. La diminution du taux d'endommagement peut également se répercuter sur la position du front l'année suivante, en réduisant l'amplitude du retrait observé au début de l'été. Par ailleurs, on observe une différence de comportement entre les glaciers à terminaison posée et ceux dont le front est flottant. Dans le premier cas, la fonte sous-marine entraîne une augmentation des contraintes à la surface du glacier et induit un accroissement de la fréquence de vêlage, dont la taille des événements est réduite. Dans le second cas, l'abaissement de la surface du glacier réduit ses contraintes et diminue légèrement la fréquence de vêlage, tout en augmentant de manière également limitée l'amplitude du retrait. De plus, lorsque le glacier est flottant et pour des forçages particulièrement élevés, nos résultats suggèrent qu'une perturbation du front peut modifier la dynamique de la langue flottante, changer l'équilibre de la ligne d'échouage et du glacier lui-même.

Ces dernières années ont vu le développement de nouvelles modélisations grâce à l'amélioration des capacités de calcul et des connaissances physiques. Mais l'absence de modélisation en trois dimensions et la difficulté de chiffrer l'exactitude et la pertinence de celles proposées actuellement expliquent en partie le fait que les modèles d'évolution de calotte n'intègrent pas nécessairement de telles paramétrisations. Celle développée dans le cadre de cette thèse et présentée dans ce manuscrit ne se veut ni complète ni fermée. Au contraire, de nombreuses améliorations peuvent y être apportées. Développées conjointement avec des perspectives plus appliquées et intégrées à un robuste exercice d'intercomparaison de modèles de vêlage, elles pourraient permettre d'améliorer significativement la représentation des processus aux fines et larges échelles. Certaines de ces améliorations sont abordées brièvement dans la partie suivante.

5.2 Perspectives

5.2.1 Développement numérique du modèle : endommagement et vêlage

5.2.1.1 Défis numériques : sensibilité au maillage et extension 3D

La représentation du vêlage dans les modèles soulève de sérieux problèmes numériques dus notamment au remaillage de la géométrie et à l'interpolation des variables sur le nouveau maillage. Les améliorations apportées au cours de ce travail réduisent la dépendance horizontale au maillage du mécanisme de vêlage, en interpolant les calculs de mécanique de

la rupture entre les noeuds.

Cependant, ce travail devra être poursuivi dans le cadre de l'extension en 3D du modèle, en plus de plusieurs révisions de l'implémentation du vêlage : en 2D ligne d'écoulement, le vêlage s'effectuant verticalement, le problème se résume à représenter la crevasse le long d'une ligne verticale. En 3D, cette ligne devient un plan potentiellement courbe, en fonction de la géométrie et des conditions de contraintes et de répartition de l'endommagement dans le glacier. La résolution des équations de la mécanique de la rupture linéaire élastique, le remaillage du système et l'interpolation des variables sur la nouvelle géométrie deviennent alors nettement plus complexes, et constituent des étapes incontournables et d'une importance majeure. Ce défi numérique est indéniablement le plus ambitieux dans le cadre d'une amélioration de la représentation du vêlage dans les modèles d'écoulement.

5.2.1.2 Développement du modèle d'endommagement

Notre critère d'endommagement repose sur une considération assez simple des contraintes exercées dans la glace : lorsque la traction dépasse une valeur seuil dans la direction des contraintes principale, l'endommagement se produit. Mais l'étendue de la variété des critères d'endommagement utilisés pour la glace (critère de von Mises, Coulomb, Hayhurst) et souvent inappropriés à la fracturation de ce matériau, invite à se pencher plus en détail sur les processus responsables de son endommagement. Dans ce cadre, il conviendra d'étudier dans quelle mesure l'enveloppe du critère d'endommagement peut être refermée, afin de représenter l'évolution de l'endommagement sous un champ plus diversifié de contraintes (compression, cisaillement dans les directions principales...).

Plusieurs des critères utilisés dans les modèles intègrent également un mécanisme de cicatrisation de la glace, permettant de diminuer le niveau d'endommagement lorsque les contraintes en compression sont suffisamment élevées. Mais le nombre d'études qui s'y consacre est, à notre connaissance, limité. Une étude approfondie de ce mécanisme pourrait complexifier notre modèle et avoir des conséquences importantes sur les conclusions dépeintes ici. Dans le cadre de l'application sur le vêlage, nous avons montré que l'endommagement peut être altéré par le mélange de glace présent dans le fjord. Une intensification de ce dernier pourrait éventuellement suspendre le processus d'endommagement, et même apporter une pression opposée suffisante pour cicatriser le milieu et ainsi perturber de manière plus importante le comportement pluriannuel du glacier.

5.2.1.3 Amélioration du critère de vêlage

Dans la description du modèle, nous avons indiqué quelques pistes d'amélioration de notre paramétrisation. Celles-ci incluent la prise en compte de l'eau de fonte/ruissellement dans les crevasses, l'intégration du processus d'écrantage des contraintes dans un champ de crevasses proches les unes des autres, ainsi que l'implémentation des crevasses basales. Les deux premiers sont faciles d'implémentation, mais requièrent la connaissance du volume d'eau pénétrant les crevasses et de l'écart moyen entre ces dernières, respectivement. En revanche, la prise en compte des crevasses basales est plus importante et attire notre attention immédiate.

Au cours du chapitre de revue, nous avons souligné le critère de vêlage reposant sur la combinaison des crevasses basales et surfaciques (*c.f.* Chap. 2, Sect. 2.3.2.2). La propension d'une crevasse basale à se développer dépend de l'état de contrainte à la base du glacier. Si le glacier est largement posé sur le socle rocheux, la pression de la glace est trop importante pour permettre leur formation. En revanche, dans le cas de glaciers flottants où à la limite de la flottaison, cette pression est fortement contrebalancée par la pression hydrostatique. Il a été montré que dans le cas de ces glaciers, le rôle des crevasses basales dans le processus de vêlage n'est plus négligeable, et doit être considéré comme un processus majeur dans la mesure du taux de vêlage (*James et al.*, 2014). La principale paramétrisation de vêlage utilisé actuellement intègre cette spécificité (*Nick et al.*, 2010), en considérant que si les profondeurs des crevasses surfaciques et basales (fournies par l'état de contrainte stationnaire) se recouvrent, le vêlage intervient.

Des travaux pour prendre en compte ce processus dans notre modèle sont actuellement menés. La pression hydrostatique a été considérée dans le développement de l'endommagement à la base de glacier, et compense plus ou moins le terme de pression glaciostatique. Il conviendra ensuite d'étudier plus en détail la façon de coupler la propagation fragile des crevasses basales et surfaciques.

5.2.2 Etude de sensibilité et exemples d'application

Le chapitre 3 pose le modèle, contraint ses paramètres numériques et présente plusieurs tests de sensibilité. Ils constituent une première étape dans la validation du modèle, mais doivent néanmoins être complétés par d'autres études. En particulier, le développement d'un projet d'inter comparaison de modèles de vêlage pourrait être d'une grande aide dans la hiérarchisation et la mise en lumière des atouts et défauts de chaque approche. Ce travail est doucement engagé par la communauté, mais sa mise en forme (géométrie réaliste /synthétique,

type d'observation auxquelles comparer les résultats...) ne fait pas encore consensus.

En parallèle de ce travail, nous avons initié plusieurs études qu'il serait judicieux de poursuivre et de creuser. Celles-ci sont résumées ci-dessous.

5.2.2.1 Stabilité des glaciers groenlandais en réponse à une augmentation des températures océaniques

Plusieurs auteurs ont montré le recul de nombreux glaciers du Groenland au cours de ces dernières années (*e.g. Howat et al., 2007; Seale et al., 2011*). D'aucuns l'attribuent à l'augmentation des températures océaniques, et affirment que celle-ci peut potentiellement déstabiliser les glaciers émissaires côtiers de la calotte groenlandaise et accélérer leur contribution à l'augmentation du niveau marin (voir références Chap. 4). Cependant, le travail réalisé au cours du chapitre précédent montre que notre modèle de vêlage ne répond que de façon très limitée aux perturbations de fonte océanique (même pour des valeurs de forçage relativement élevées) et s'accorde dans cette conclusion avec d'autres études récentes de modélisation (*Cook et al., 2014; Todd and Christoffersen, 2014*).

Ces résultats, au semblant paradoxal en regard des observations, méritent une étude approfondie. Une hypothèse pourrait reposer sur l'idée que chaque glacier possède plusieurs états d'équilibre, dépendant principalement des conditions topographiques liées à chaque système de fjords. Un forçage externe tel que l'augmentation de la fonte sous-marine n'aurait pour effet que de déplacer le glacier d'un état métastable à un autre. Une telle considération aiderait à justifier les différences locales de comportement entre deux glaciers subissant un forçage similaire (*Howat et al., 2010; Moon et al., 2012*). Des résultats corroborant cette hypothèse compromettraient encore davantage le recours à l'extrapolation des tendances actuelles dans les projections de décharge de glace du Groenland.

5.2.2.2 Modélisation des rifts et des zones de cisaillement

Le processus d'endommagement de la glace est encore faiblement considéré à l'échelle de la modélisation des calottes. Pourtant, son impact sur la rhéologie de la glace est non négligeable et peut modifier de manière conséquente les projections des modèles, en affectant plus particulièrement le comportement de certaines plateformes flottantes d'Antarctique. Celle du glacier de Pine Island, dans le secteur d'Amundson, constitue un cas d'école idéal. Les mesures satellite laissent clairement apparaître des zones hautement fracturées, de part et d'autre du fleuve de glace central, là où les gradients de vitesse transverses à l'écoulement sont très importants et traduisent un phénomène de cisaillement marqué (voir Chap. 2,

Fig. 2.3). La glace y est tellement fracturée que sa représentation par une même rhéologie dans les modèles peut légitimement être remise en question.

Des essais réalisés au cours de cette thèse laissent penser que l'endommagement généré par notre modèle émerge majoritairement dans ces zones, et suggèrent que l'effet stabilisant du buttressing y serait amoindri. Cependant, l'étendue de la zone à modéliser couplée au pas de temps imposé rendent délicate une modélisation full-Stokes. Une alternative résiderait alors dans le développement du critère d'endommagement pour une modélisation de type SSA plus facilement applicable.

5.2.2.3 Réponse à des forçages externes

Comme abordé brièvement dans la description du modèle, les premiers résultats laissent à penser que les glaciers émissaires peuvent posséder une dynamique interne. Celle-ci dépendrait en particulier du développement du champ de crevasses, lui-même influencé par la topographie du socle et la vitesse de la glace. Dans le cadre de l'étude réalisée sur le glacier Helheim, en l'absence de tout forçage externe, si l'on considère uniquement la variation de l'hétérogénéité de la contrainte seuil à l'endommagement, on constate qu'une cyclicité dans la position du front peut apparaître naturellement, avec une période d'environ 550 jours. Cet aspect est représenté sur la transformée de Fourier visible sur la figure 5.1 (courbe noire).

Comme explicité dans le Chap. 3, la période de cet événement est similaire au temps mis par la glace pour être advectée entre les zones où se produit majoritairement l'endommagement et semble souligner une corrélation entre vitesse d'écoulement, topographie du socle et de la surface et taux d'endommagement.

Dans une expérience, on a soumis cette géométrie à plusieurs forçages externes saisonniers d'amplitude réaliste, similaires à ceux abordés au chapitre 4 : une variation du frottement à la base du glacier de $\pm 10\%$, une couche de mélange de glace de 0.2 MPa appliquée sur une épaisseur de 100 m, et une fonte de la partie immergée du front dont le taux maximum est fixé en été à 3 m jour^{-1} . L'analyse fréquentielle de la réponse glaciaire lors de la prise en compte de ces trois forçages est représentée par la courbe bleue sur la figure 5.1. L'oscillation caractéristique à 550 jours y est remplacée par un signal annuel.

La conséquence naturelle de cette étude pourrait être d'identifier les paramètres (rugosité du socle, buttressing, fonte surfacique...) pouvant influencer la fréquence propre du glacier et dans quelle mesure leur période propre émerge de la réponse dynamique glaciaire.

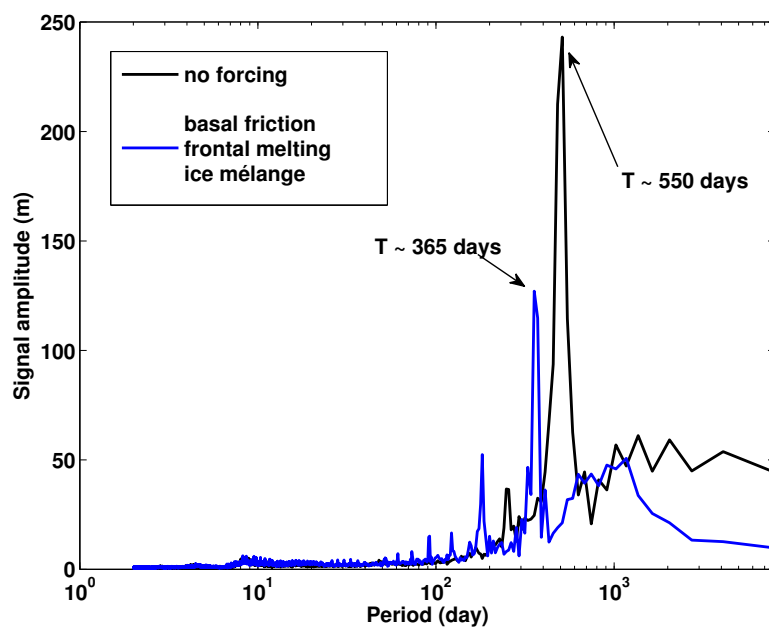


FIGURE 5.1 – Spectre de Fourier de la moyenne de 10 simulations sans forçage externe (courbe noire) et avec un forçage annuel en frottement basal, fonte frontale, et mélange de glace. Lorsque les forçages sont imposés, la fréquence propre du système disparaît au profit du signal annuel.

5.2.2.4 Terminus posé / terminus flottant

Les recherches menées sur les glaciers émissaires tendent à montrer qu'un glacier dont le terminus est posé ne se comporte pas de la même façon en terme de vêlage qu'un glacier dont le terminus est flottant (cf. Chap. 2 et références ci-dessous). Lorsque le glacier est posé, le taux vêlage est déterminé par l'étirement longitudinal à la surface et par le déséquilibre des forces au niveau du front. Il est généralement caractérisé par de petits évènements de fréquence relativement élevée. En revanche, lorsque le terminus est flottant, la plateforme peut ajuster sa géométrie pour réduire les déséquilibres et ainsi se stabiliser. En contrepartie, elle subit les effets des crevasses basales induites par la flottaison, auxquels peuvent encore s'ajouter d'autres effets annexes (fatigue, etc...). Dans ce cas, les observations montrent que le vêlage intervient à une fréquence plus faible, mais que la taille de chaque évènement peut être en moyenne plus important (*Dowdeswell, 1989; Bassis, 2011*).

Notre modèle, à son niveau de développement actuel, est capable de reproduire le vêlage d'un glacier posé, mais autorise également la formation d'une langue de glace flottante, qui peut ensuite vêler. Le nombre limité de cas étudiés et de simulations effectuées ne nous

permet pas encore de conclure avec certitude sur la caractérisation des événements de vêlage des glaciers posés et flottants, même s'il suggère que le vêlage des langues flottantes est moins fréquent et d'une taille caractéristique plus grande. Reproduire une dualité en terme de taille et de fréquence pourrait cependant constituer une méthode supplémentaire pour la validation de notre approche, et plus généralement de celle de tous les modèles de vêlage.

5.2.2.5 Glaciers de montagne, chute de séracs, risque glaciaires

Le modèle d'endommagement développé au cours de cette thèse a commencé à être appliqué à d'autres géométries. En particulier, il est actuellement employé pour contraindre l'écoulement de glace sur une modélisation du Glacier de Tacconnaz, dans les Alpes, dont une particularité réside dans l'existence d'un champ de crevasses et une chute de séracs localisés à quelques endroits particuliers. Le couplage avec une version diagnostique du modèle de vêlage pourrait être utilisé, dans un premier temps, pour étudier et contraindre l'extension à la 3D d'un plan de fracture définissant le front du glacier, en vue d'une complexification du processus de fracturation dans le modèle. Ce glacier de taille réduite présente l'intérêt d'une modélisation complète et moins exigeante en terme de ressources numériques tout en assurant un degré de raffinement de maillage permettant de couvrir avec précision les plus petites structures.

Dans la même idée, des travaux ont été réalisés pour implémenter ce modèle d'endommagement à l'étude de la poche d'eau du Glacier de Tête-Rousse, dans le même massif (*Gagliardini et al.*, 2013c). Ce dernier possède une cavité dont l'eau qui s'y accumule fait varier le volume, modifie largement sa structure et peut conduire à son effondrement. Le modèle d'endommagement permet de reproduire avec davantage de précision les déplacements de sa surface mesurés in situ, et ainsi participe à sa calibration.

Références bibliographiques

- Albrecht, T., and A. Levermann (2012), Fracture field for large-scale ice dynamics, *Journal of Glaciology*, 58(207), 165–177.
- Albrecht, T., and A. Levermann (2014), Fracture-induced softening for large-scale ice dynamics, *The Cryosphere*, 8, 587–605.
- Alley, R., H. Horgan, I. Joughin, K. Cuffey, T. Dupont, B. Parizek, S. Anandakrishnan, and J. Bassis (2008), A simple law for ice-shelf calving, *Science*, 322(5906), 1344–1344.
- Alley, R. B., P. U. Clark, P. Huybrechts, and I. Joughin (2005), Ice-Sheet and Sea-Level changes, *Science*, 310(5747), 456–460, doi:10.1126/science.1114613.
- Amundson, J., M. Truffer, M. Lüthi, M. Fahnestock, M. West, and R. Motyka (2008), Glacier, fjord, and seismic response to recent large calving events, jakobshavn isbræ, greenland, *Geophysical Research Letters*, 35(22).
- Amundson, J. M., and M. Truffer (2010), A unifying framework for iceberg-calving models, *Journal of Glaciology*, 56(199), 822–830.
- Amundson, J. M., M. Fahnestock, M. Truffer, J. Brown, M. P. Lüthi, and R. J. Motyka (2010), Ice mélange dynamics and implications for terminus stability, jakobshavn isbræ, greenland, *Journal of Geophysical Research*, 115(F1), F01,005.
- Anderson, D. L. (1961), Growth rate of sea ice, *Journal of Glaciology*, 3(30), 1170–1172.
- Anderson, T. (2005), *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, CRC.
- Andresen, C. S., et al. (2011), Rapid response of helheim glacier in greenland to climate variability over the past century, *Nature Geoscience*, 5(1), 37–41.
- Åström, J., T. Riikilä, T. Tallinen, T. Zwinger, D. Benn, J. Moore, and J. Timonen (2013), A particle based simulation model for glacier dynamics, *The Cryosphere*, 7(2), 1591–1602.
- Bamber, J., et al. (2013), A new bed elevation dataset for greenland., *Cryosphere*, 7(2).

- Bamber, J. L., R. E. Riva, B. L. Vermeersen, and A. M. LeBrocq (2009), Reassessment of the potential sea-level rise from a collapse of the west antarctic ice sheet, *Science*, *324*(5929), 901–903.
- Banwell, A. F., D. R. MacAyeal, and O. V. Sergienko (2013), Breakup of the larsen b ice shelf triggered by chain reaction drainage of supraglacial lakes, *Geophysical Research Letters*, *40*(22), 5872–5876.
- Bartholomaus, T. C., C. F. Larsen, and S. O’Neel (2013), Does calving matter? evidence for significant submarine melt, *Earth and Planetary Science Letters*, *380*, 21–30.
- Bassis, J., and S. Jacobs (2013), Diverse calving patterns linked to glacier geometry, *Nature Geoscience*, *6*(10), 833–836.
- Bassis, J., H. Fricker, R. Coleman, and J. Minster (2008), An investigation into the forces that drive ice-shelf rift propagation on the amery ice shelf, east antarctica, *Journal of Glaciology*, *54*(184), 17–27.
- Bassis, J. N. (2011), The statistical physics of iceberg calving and the emergence of universal calving laws, *Journal of Glaciology*, *57*(201), 3–16.
- Benn, D., S. Wiseman, and K. Hands (2001), Growth and drainage of supraglacial lakes on debris-mantled ngozumpa glacier, khumbu himal, nepal, *Journal of Glaciology*, *47*(159), 626–638.
- Benn, D. I., and D. J. Evans (2010), *Glaciers and glaciation.*, Hodder Education.
- Benn, D. I., C. R. Warren, and R. H. Mottram (2007a), Calving processes and the dynamics of calving glaciers, *Earth-Science Reviews*, *82*, 143–179.
- Benn, D. I., N. R. Hulton, and R. H. Mottram (2007b), ‘calving laws’, ‘sliding laws’ and the stability of tidewater glaciers, *Annals of glaciology*, *46*(1), 123–130.
- Bevan, S. L., A. J. Luckman, and T. Murray (2012), Glacier dynamics over the last quarter of a century at helheim, kangerdlugssuaq and 14 other major greenland outlet glaciers, *The Cryosphere*, *6*(5), 923–937, doi:10.5194/tc-6-923-2012.
- Bigg, G. R., M. R. Wadley, D. P. Stevens, and J. A. Johnson (1997), Modelling the dynamics and thermodynamics of icebergs, *Cold Regions Science and Technology*, *26*(2), 113–135.

- Blatter, H. (1995), Velocity and stress fields in grounded glaciers: a simple algorithm for including deviatoric stress gradients, *Journal of Glaciology*, 41(138), 333–344.
- Bonan, B. (2013), Assimilation de données pour l’initialisation et l’estimation de paramètres d’un modèle d’évolution de calotte polaire, Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Borstad, C., and D. McClung (2011), Numerical modeling of tensile fracture initiation and propagation in snow slabs using nonlocal damage mechanics, *Cold Regions Science and Technology*.
- Borstad, C., E. Rignot, J. Mouginot, and M. Schodlok (2013), Creep deformation and buttressing capacity of damaged ice shelves: theory and application to larsen c ice shelf, *Cryosphere Discussions*, 7(4).
- Borstad, C. P. (2011), Tensile strength and fracture mechanics of cohesive dry snow related to slab avalanches, Ph.D. thesis, The University of British Columbia.
- Borstad, C. P., A. Khazendar, E. Larour, M. Morlighem, E. Rignot, M. P. Schodlok, and H. Seroussi (2012), A damage mechanics assessment of the larsen b ice shelf prior to collapse: Toward a physically-based calving law, *Geophysical Research Letters*, 39(18), L18,502, doi:10.1029/2012GL053317.
- Bouman, J., M. Fuchs, E. Ivins, W. Wal, E. Schrama, P. Visser, and M. Horwath (2014), Antarctic outlet glacier mass change resolved at basin scale from satellite gravity gradiometry, *Geophysical Research Letters*.
- Boyce, E., R. Motyka, and M. Truffer (2007), Flotation and retreat of a lake-calving terminus, mendenhall glacier, southeast alaska, usa, *Journal of Glaciology*, 53(181), 211–224.
- Bromirski, P. D., O. V. Sergienko, and D. R. MacAyeal (2010), Transoceanic infragravity waves impacting antarctic ice shelves, *Geophysical Research Letters*, 37(2).
- Brown, C. S., M. F. Meier, and A. Post (1982), *Calving speed of Alaska tidewater glaciers, with application to Columbia Glacier*, US Government Printing Office.
- Bueler, E., and J. Brown (2009), Shallow shelf approximation as a ”sliding law” in a thermomechanically coupled ice sheet model, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface* (2003–2012), 114(F3).

- Cazenave, A. (2006), How fast are the ice sheets melting?, *Science*, *314*(5803), 1250–1252.
- Chu, V., L. Smith, A. Rennermalm, R. Forster, J. Box, and N. Reehy (2009), Sediment plume response to surface melting and supraglacial lake drainages on the greenland ice sheet, *Journal of Glaciology*, *55*(194), 1072–1082.
- Church, J., et al. (2013), Sea Level Change, in *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, edited by T. Stocker, D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex, and P. Midgley, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- Cook, A., and D. Vaughan (2010), Overview of areal changes of the ice shelves on the antarctic peninsula over the past 50 years, *The Cryosphere*, *4*, 77–98.
- Cook, S., T. Zwinger, I. Rutt, S. O’Neel, and T. Murray (2012), Testing the effect of water in crevasses on a physically based calving model, *Annals of Glaciology*, *53*(60), 90.
- Cook, S., I. C. Rutt, T. Murray, A. Luckman, T. Zwinger, N. Selmes, A. Goldsack, and T. D. James (2014), Modelling environmental influences on calving at helheim glacier in eastern greenland, *The Cryosphere*, *8*, 827–841.
- Cook, S. J. (2012), Environmental controls on calving in grounded tidewater glaciers, Ph.D. thesis, Swansea University, Swansea, United Kingdom.
- Copland, L., D. R. Mueller, and L. Weir (2007), Rapid loss of the ayles ice shelf, ellesmere island, canada, *Geophysical Research Letters*, *34*(21), L21,501.
- Cornford, S. L., D. F. Martin, D. T. Graves, D. F. Ranken, A. M. Le Brocq, R. M. Gladstone, A. J. Payne, E. G. Ng, and W. H. Lipscomb (2013), Adaptive mesh, finite volume modeling of marine ice sheets, *Journal of Computational Physics*, *232*(1), 529–549.
- Depoorter, M., J. Bamber, J. Griggs, J. Lenaerts, S. Ligtenberg, M. van den Broeke, and G. Moholdt (2013), Calving fluxes and basal melt rates of antarctic ice shelves, *Nature*, *502*, 82–92.
- Dowdeswell, J. (1989), On the nature of svalbard icebergs, *Journal of Glaciology*, *35*(120).

- Dowdeswell, J. A., and M. J. Siegert (1999), Ice-sheet numerical modeling and marine geophysical measurements of glacier-derived sedimentation on the eurasian arctic continental margins, *Geological Society of America Bulletin*, 111(7), 1080–1097.
- Drouet, A.-s. (2012), Dynamique du glacier émissaire des processus à l’application sur un glacier école, astrolabe, antarctique de l’est, Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Drouet, A.-S., D. Docquier, G. Durand, R. Hindmarsh, F. Pattyn, O. Gagliardini, and T. Zwinger (2013), Grounding line transient response in marine ice sheet models., *Cryosphere*, 7(2).
- Duddu, R., and H. Waisman (2012), A temperature dependent creep damage model for polycrystalline ice, *Mechanics of Materials*, 46(0), 23–41.
- Duddu, R., and H. Waisman (2013), A nonlocal continuum damage mechanics approach to simulation of creep fracture in ice sheets, *Computational Mechanics*, 51, 1–14.
- Duddu, R., J. Bassis, and H. Waisman (2013), A numerical investigation of surface crevasse propagation in glaciers using nonlocal continuum damage mechanics, *Geophysical Research Letters*, 40(12), 3064–3068.
- Durand, G., O. Gagliardini, B. De Fleurian, T. Zwinger, and E. Le Meur (2009), Marine ice sheet dynamics: Hysteresis and neutral equilibrium, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 114(F3), F03,009, doi:10.1029/2008JF001170.
- Dykes, R. C., M. S. Brook, and S. Winkler (2010), The contemporary retreat of tasman glacier, southern alps, new zealand, and the evolution of tasman proglacial lake since ad 2000, *Erdkunde*, pp. 141–154.
- Favier, L., O. Gagliardini, G. Durand, and T. Zwinger (2012), A three-dimensional full stokes model of the grounding line dynamics: effect of a pinning point beneath the ice shelf, *The Cryosphere*, 6(1), 101–112.
- Favier, L., G. Durand, S. Cornford, G. Gudmundsson, O. Gagliardini, F. Gillet-Chaulet, T. Zwinger, A. Payne, and A. Le Brocq (2014), Retreat of pine island glacier controlled by marine ice-sheet instability, *Nature Climate Change*.

- Finlayson, A., J. Merritt, M. Browne, J. Merritt, A. McMillan, and K. Whitbread (2010), Ice sheet advance, dynamics, and decay configurations: evidence from west central scotland, *Quaternary Science Reviews*, 29(7), 969–988.
- Fischer, M., R. Alley, and T. Engelder (1995), Fracture toughness of ice and firn determined from the modified ring test, *Journal of glaciology*, 41(138), 383–394.
- Flament, T., and F. Rémy (2012), Dynamic thinning of antarctic glaciers from along-track repeat radar altimetry, *Journal of Glaciology*, 58(211), 830–840.
- Fleurian, B. d., O. Gagliardini, T. Zwinger, G. Durand, E. L. Meur, D. Mair, and P. Råback (2014), A double continuum hydrological model for glacier applications, *The Cryosphere*, 8(1), 137–153.
- Fox, D. (2008), Freeze-dried findings support a tale of two ancient climates, *Science*, 320(5880), 1152–1154.
- Fretwell, P., et al. (2013), Bedmap2: improved ice bed, surface and thickness datasets for antarctica., *The Cryosphere*, 7(1), 375–393.
- Fricker, H., N. Young, R. Coleman, J. Bassis, and J.-B. Minster (2005), Multi-year monitoring of rift propagation on the amery ice shelf, east antarctica, *Geophysical Research Letters*, 32(2), L02,502.
- Fürst, J. J., O. Rybak, H. Goelzer, B. D. Smedt, P. d. Groen, and P. Huybrechts (2011), Improved convergence and stability properties in a three-dimensional higher-order ice sheet model, *Geoscientific Model Development*, 4(3), 1569–1610,133–1149.
- Gagliardini, O., G. Durand, T. Zwinger, R. C. A. Hindmarsh, and E. L. Meur (2010a), Coupling of ice-shelf melting and buttressing is a key process in ice-sheets dynamics, *Geophysical Research Letters*, 37, 5 PP., doi:201010.1029/2010GL043334.
- Gagliardini, O., G. Durand, T. Zwinger, R. Hindmarsh, and E. Le Meur (2010b), Coupling of ice-shelf melting and buttressing is a key process in ice-sheets dynamics, *Geophysical Research Letters*, 37(14), L14,501, doi:10.1029/2010GL043334.
- Gagliardini, O., et al. (2013a), Capabilities and performance of elmer/ice, a new generation ice-sheet model, *Geoscientific Model Development*, 6(1), 1689–1741.

- Gagliardini, O., J. Weiss, P. Duval, and M. Montagnat (2013b), On duddu and waisman (2012a,b) concerning continuum damage mechanics applied to crevassing and icebergs calving, *Journal of glaciology*, 59(216), 797–798.
- Gagliardini, O., J. Krug, F. Gillet-Chaulet, G. Durand, A. Gilbert, E. Thibert, C. Vincent, and J. Weiss (2013c), A 3-years full-scale mechanical ice deformation test from the artificial drainages of the tête rousse cavity, in *EGU General Assembly Conference Abstracts*, vol. 15, p. 5840.
- Gillet-Chaulet, F. (2006), Modélisation de l'écoulement de la glace polaire anisotrope et premières applications au forage de dôme c, Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Gillet-Chaulet, F., O. Gagliardini, H. Seddik, M. Nodet, G. Durand, C. Ritz, T. Zwinger, R. Greve, and D. G. Vaughan (2012), Greenland ice sheet contribution to sea-level rise from a new-generation ice-sheet model, *The Cryosphere*, 6, 1561–1576.
- Glasser, N., and T. Scambos (2008), A structural glaciological analysis of the 2002 larsen b ice-shelf collapse, *Journal of Glaciology*, 54(184), 3–16.
- Glinka, G. (1996), Development of weight functions and computer integration procedures for calculating stress intensity factors around cracks subjected to complex stress fields, *Stress and Fatigue-Fracture Design, Petersburg Ontario, Canada, Progress Report*, 1(1), 1.
- Goldstein, R. M., H. Engelhardt, B. Kamb, and R. M. Frolich (1993), Satellite radar interferometry for monitoring ice sheet motion: Application to an antarctic ice stream, *Science*, 262(5139), 1525–1530.
- Greve, R., and H. Blatter (2009), *Dynamics of ice sheets and glaciers*, Springer.
- Griffith, A. (1921), The phenomena of rupture and flow in solids, *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221, 163–198.
- Gudmundsson, G. H., J. Krug, G. Durand, L. Favier, and O. Gagliardini (2012), The stability of grounding lines on retrograde slopes, *The Cryosphere*, 6(4), 1497–1505, doi:doi:10.5194/tc-6-1497-2012.

- Hagen, J., K. Melvold, F. Pinglot, and J. Dowdeswell (2003), On the net mass balance of the glaciers and ice caps in svalbard, norwegian arctic, *Arctic, Antarctic, and Alpine Research*, 35(2), 264–270.
- Hanson, B., and R. Hooke (2003), Buckling rate and overhang development at a calving face, *Journal of Glaciology*, 49(167), 577–586.
- Hanson, B., and R. L. Hooke (2000), Glacier calving: a numerical model of forces in the calving speed water depth relation, *Journal of Glaciology*, 46(153), 188–196.
- Haresign, E. (2004), Glacio-limnological interactions at lake-calving glaciers, Ph.D. thesis, University of St Andrews.
- Haresign, E., and C. R. Warren (2005), Melt rates at calving termini: a study at glacier león, chilean patagonia, *Geological Society, London, Special Publications*, 242(1), 99–109.
- Hayhurst, D. (1972), Creep rupture under multi-axial states of stress, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 20(6), 381–382.
- Higgins, A. K. (1991), North greenland glacier velocities and calf ice production, *Polarforschung*, 60(1), 1–23.
- Hindmarsh, R. (2004), A numerical comparison of approximations to the stokes equations used in ice sheet and glacier modeling, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 109(F1).
- Hindmarsh, R. C. (2012), An observationally validated theory of viscous flow dynamics at the ice-shelf calving front, *Journal of Glaciology*, 58(208), 375–387.
- Holdsworth, G. (1985), Some effects of ocean currents and wave motion on the dynamics of floating glacier tongues, *Antarctic Research Series*, 43, 253–271.
- Holland, D. M., R. H. Thomas, B. De Young, M. H. Ribergaard, and B. Lyberth (2008), Acceleration of jakobshavn isbrae triggered by warm subsurface ocean waters, *Nature Geoscience*, 1(10), 659–664.
- Hooker, B., and B. Fitzharris (1999), The correlation between climatic parameters and the retreat and advance of franz josef glacier, new zealand, *Global and Planetary Change*, 22(1), 39–48.

- Howat, I., J. Box, Y. Ahn, A. Herrington, and E. McFadden (2010), Seasonal variability in the dynamics of marine-terminating outlet glaciers in greenland, *Journal of Glaciology*, *56*(198), 601–613.
- Howat, I. M., I. Joughin, S. Tulaczyk, and S. Gogineni (2005), Rapid retreat and acceleration of helheim glacier, east greenland, *Geophysical Research Letters*, *32*(22).
- Howat, I. M., I. Joughin, and T. A. Scambos (2007), Rapid changes in ice discharge from greenland outlet glaciers, *Science*, *315*(5818), 1559–1561.
- Howat, I. M., Y. Ahn, I. Joughin, M. R. van den Broeke, J. Lenaerts, and B. Smith (2011), Mass balance of greenland’s three largest outlet glaciers, 2000–2010, *Geophysical Research Letters*, *38*(12).
- Hughes, T. (1989), Calving ice walls, *Annals of glaciology*, *12*, 74–80.
- Hughes, T. (1992), Theoretical calving rates from glaciers along ice walls grounded in water of variable depths, *Journal of Glaciology*, *38*(129), 282.
- Hulbe, C. L., D. R. MacAyeal, G. H. Denton, J. Kleman, and T. V. Lowell (2004), Catastrophic ice shelf breakup as the source of heinrich event icebergs, *Paleoceanography*, *19*(1).
- Hunter, L., and R. Powell (1998), Ice foot development at temperate tidewater margins in alaska, *Geophysical research letters*, *25*(11), 1923–1926.
- Hutter, K. (1983), *Theoretical glaciology: material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets*, Reidel.
- Iken, A. (1977), Movement of a large ice mass before breaking off, *Journal of Glaciology*, *19*(81), 595–605.
- Inall, M. E., T. Murray, F. R. Cottier, K. Scharrer, T. J. Boyd, K. J. Heywood, and S. L. Bevan (2014), Oceanic heat delivery via kangerdlugssuaq fjord to the south-east greenland ice sheet, *Journal of Geophysical Research: Oceans*, *119*(2), 631–645.
- James, T. D., T. Murray, N. Selmes, K. Scharrer, and M. O Leary (2014), Buoyant flexure and basal crevassing in dynamic mass loss at helheim glacier, *Nature Geoscience*.

- Jansen, D., B. Kulesa, P. Sammonds, A. Luckman, E. King, and N. F. Glasser (2010), Present stability of the larsen c ice shelf, antarctic peninsula, *Journal of Glaciology*, 56(198), 593–600.
- Jay-Allemand, M., F. Gillet-Chaulet, O. Gagliardini, M. Nodet, et al. (2011), Investigating changes in basal conditions of variegated glacier prior to and during its 1982-1983 surge, *The Cryosphere*, 5(3), 659–672.
- Jenkins, A. (2011), Convection-driven melting near the grounding lines of ice shelves and tidewater glaciers, *Journal of Physical Oceanography*, 41(12), 2279–2294.
- Jenkins, A., D. Vaughan, S. Jacobs, H. Hellmer, and J. Keys (1997), Glaciological and oceanographic evidence of high melt rates beneath pine island glacier, west antarctica, *Journal of Glaciology*, 43(143), 114–121.
- Joughin, I., and D. MacAyeal (2005), Calving of large tabular icebergs from ice shelf rift systems, *Geophysical research letters*, 32(2), L02,501.
- Joughin, I., and B. Smith (2013), Further summer speedup of jakobshavn isbræ., *The Cryosphere Discussions*, 7(6).
- Joughin, I., W. Abdalati, and M. Fahnestock (2004), Large fluctuations in speed on greenland’s jakobshavn isbrae glacier, *Nature*, 432(7017), 608–610.
- Joughin, I., S. B. Das, M. A. King, B. E. Smith, I. M. Howat, and T. Moon (2008a), Seasonal speedup along the western flank of the greenland ice sheet, *Science*, 320(5877), 781–783.
- Joughin, I., I. Howat, R. B. Alley, G. Ekstrom, M. Fahnestock, T. Moon, M. Nettles, M. Truffer, and V. C. Tsai (2008b), Ice-front variation and tidewater behavior on helheim and kangerdlugssuaq glaciers, greenland, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 113(F1), F01,004, doi:10.1029/2007JF000837.
- Joughin, I., I. M. Howat, M. Fahnestock, B. Smith, W. Krabill, R. B. Alley, H. Stern, and M. Truffer (2008c), Continued evolution of jakobshavn isbrae following its rapid speedup, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 113(F4), F04,006.
- Joughin, I., R. B. Alley, and D. M. Holland (2012), Ice-sheet response to oceanic forcing, *science*, 338(6111), 1172–1176.

- Joughin, I., B. Smith, and B. Medley (2014), Marine ice sheet collapse potentially under way for the thwaites glacier basin, west antarctica, *Science*, *344*, 735 – 738.
- Jouvet, G. (2010), Modelisation, analyse mathematique et simulation numerique de la dynamique des glaciers, Ph.D. thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Jouvet, G., M. Picasso, J. Rappaz, M. Huss, and M. Funk (2011), Modelling and numerical simulation of the dynamics of glaciers including local damage effects, *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, *6*(05), 263–280.
- Kachanov, L. (1958), Time of the rupture process under creep conditions, *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, *8*, 26–31.
- Keller, A. (2013), Deformation and degradation of glacier ice, Ph.D. thesis, Diss., Eidgenössische Technische Hochschule ETH Zürich, Nr. 21255, 2013.
- Keller, A., and K. Hutter (2014), A viscoelastic damage model for polycrystalline ice, inspired by weibull-distributed fiber bundle models. part ii: Thermodynamics of a rank-4 damage model, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, pp. 1–12.
- Khan, S. A., J. Wahr, M. Bevis, I. Velicogna, and E. Kendrick (2010), Spread of ice mass loss into northwest greenland observed by grace and gps, *Geophysical Research Letters*, *37*(6), L06,501.
- Khan, S. A., et al. (2014), Sustained mass loss of the northeast greenland ice sheet triggered by regional warming, *Nature Clim. Change*, *advance online publication*.
- Khazendar, A., and A. Jenkins (2003), A model of marine ice formation within antarctic ice shelf rifts, *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012)*, *108*(C7).
- Kirkbride, M., and C. Warren (1997), Calving processes at a grounded ice cliff, *Annals of glaciology*, *24*, 116–121.
- Krug, J., J. Weiss, O. Gagliardini, and G. Durand (2014), Combining damage and fracture mechanics to model calving, *The Cryosphere*, *8*(2), 2101–2117, doi:10.5194/tc-8-2101-2014.
- Labbens, R., A. Pellissier-Tanon, and J. Heliot (1974), Application de la théorie linéaire de la mécanique de la rupture aux structures métalliques épaisses-méthodes pratiques de calcul des facteurs d’intensité de contrainte, *Revue de Physique Appliquée*, *9*(4), 587–598.

- Landvik, J. Y., S. Bondevik, A. Elverhøi, W. Fjeldskaar, J. Mangerud, O. Salvigsen, M. J. Siegert, J.-I. Svendsen, and T. O. Vorren (1998), The last glacial maximum of svalbard and the barents sea area: ice sheet extent and configuration, *Quaternary Science Reviews*, 17(1-3), 43–75.
- Larour, E., E. Rignot, and D. Aubry (2004), Processes involved in the propagation of rifts near hemmen ice rise, ronne ice shelf, antarctica, *Journal of Glaciology*, 50(170), 329–341.
- Larour, E., H. Seroussi, M. Morlighem, and E. Rignot (2012), Continental scale, high order, high spatial resolution, ice sheet modeling using the ice sheet system model (issm), *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 117(F1).
- Lea, J. M., W. Douglas, M. Faezeh, R. Brice, A. Weidick, H. Kurt, M. Morlighem, V. Dirk, and J. E. Schofield (2014), Terminus-driven retreat of a major southwest greenland tidewater glacier during the early 19th century: insights from glacier reconstructions and numerical modelling, *Journal of Glaciology*, 60(220), 333.
- Lemaitre, J., J. Chaboche, and P. Germain (1988), *Mécanique des matériaux solides*, vol. 7, Dunod Paris.
- Levermann, A., T. Albrecht, R. Winkelmann, M. Martin, M. Haseloff, and I. Joughin (2012), Kinematic first-order calving law implies potential for abrupt ice-shelf retreat, *The Cryosphere*, 6, 273–286.
- Lliboutry, L. (1965), *Traité de glaciologie: Glaciers, variations du climat, sols gelés*, vol. 2, Masson.
- Luckman, A., T. Murray, R. De Lange, and E. Hanna (2006), Rapid and synchronous ice-dynamic changes in east greenland, *Geophysical Research Letters*, 33(3), L03,503, doi: 10.1029/2005GL025428.
- Luckman, A., D. Jansen, B. Kulesa, E. King, P. Sammonds, and D. Benn (2011), Basal crevasses in larsen c ice shelf and implications for their global abundance, *The Cryosphere Discussions*, 5, 2035–2060.
- Ma, Y., O. Gagliardini, C. Ritz, F. Gillet-Chaulet, G. Durand, and M. Montagnat (2010), Enhancement factors for grounded ice and ice shelves inferred from an anisotropic ice-flow model, *Journal of Glaciology*, 56(199), 805–812.

- MacAyeal, D., T. Scambos, C. Hulbe, and M. Fahnestock (2003), Catastrophic ice-shelf break-up by an ice-shelf-fragment-capsize mechanism, *Journal of Glaciology*, 49(164), 22–36.
- MacAyeal, D. R. (1989), Large-scale ice flow over a viscous basal sediment: Theory and application to ice stream b, antarctica, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, 94(B4), 4071–4087.
- MacAyeal, D. R., and O. V. Sergienko (2013), The flexural dynamics of melting ice shelves, *Annals of Glaciology*, 54(63), 1.
- MacAyeal, D. R., et al. (2006), Transoceanic wave propagation links iceberg calving margins of antarctica with storms in tropics and northern hemisphere, *Geophysical Research Letters*, 33(17).
- McGrath, D., K. Steffen, H. Rajaram, T. Scambos, W. Abdalati, and E. Rignot (2012), Basal crevasses on the larsen c ice shelf, antarctica: Implications for meltwater ponding and hydrofracture, *Geophysical Research Letters*, 39(16), L16,504.
- Meier, M., and A. Post (1987), Fast tidewater glaciers, *Journal of Geophysical Research*, 92(B9), 9051–9058.
- Moon, T., I. Joughin, B. Smith, and I. Howat (2012), 21st-century evolution of greenland outlet glacier velocities, *Science*, 336(6081), 576–578.
- Morland, L. (1987), Unconfined ice-shelf flow, in *Dynamics of the West Antarctic Ice Sheet*, pp. 99–116, Springer.
- Morlighem, M., E. Rignot, H. Seroussi, E. Larour, H. Ben Dhia, and D. Aubry (2010), Spatial patterns of basal drag inferred using control methods from a full-stokes and simpler models for pine island glacier, west antarctica, *Geophysical Research Letters*, 37(14).
- Mottram, R. H., and D. I. Benn (2009), Testing crevasse-depth models: a field study at breioamerkurjokull, iceland, *Journal of Glaciology*, 55(192), 746–752.
- Motyka, R. (1997), Deep-water calving at le conte glacier, southeast alaska, *Byrd Polar Res. Cent. Rep*, 15, 115–118.

- Motyka, R., S. O’Neel, C. Connor, and K. Echelmeyer (2003a), Twentieth century thinning of mendenhall glacier, alaska, and its relationship to climate, lake calving, and glacier run-off, *Global and Planetary Change*, 35(1), 93–112.
- Motyka, R. J., L. Hunter, K. A. Echelmeyer, and C. Connor (2003b), Submarine melting at the terminus of a temperate tidewater glacier, leconte glacier, alaska, usa, *Annals of Glaciology*, 36(1), 57–65.
- Mouginot, J., E. Rignot, and B. Scheuchl (2014), Sustained increase in ice discharge from the amundsen sea embayment, west antarctica, from 1973 to 2013, *Geophysical Research Letters*.
- Munchow, A., L. Padman, and H. A. Fricker (2014), Interannual changes of the floating ice shelf of Petermann Gletscher, North Greenland, from 2000 to 2012, *Journal of Glaciology*, 60(221), 489–499.
- Murakami, S., and N. Ohno (1981), A continuum theory of creep and creep damage, in *Creep in structures*, pp. 422–444, Springer, Tempaku-cho, Toyohashi, 440, Japan.
- Nath, P., and D. Vaughan (2003), Subsurface crevasse formation in glaciers and ice sheets, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, 108(B1), 2020, doi:10.1029/2001JB000453.
- Nicholls, R. J., and A. Cazenave (2010), Sea-level rise and its impact on coastal zones, *science*, 328(5985), 1517–1520.
- Nick, F., A. Luckman, A. Vieli, C. J. Van der Veen, D. Van As, R. Van De Wal, F. Pattyn, A. Hubbard, and D. Floricioiu (2012), The response of petermann glacier, greenland, to large calving events, and its future stability in the context of atmospheric and oceanic warming, *Journal of Glaciology*, 58(208), 229–239.
- Nick, F. M., C. J. v. d. Veen, and J. Oerlemans (2007), Controls on advance of tidewater glaciers: Results from numerical modeling applied to columbia glacier, *Journal of Geophysical Research*, 112, 11 PP., doi:200710.1029/2006JF000551.
- Nick, F. M., A. Vieli, I. M. Howat, and I. Joughin (2009), Large-scale changes in greenland outlet glacier dynamics triggered at the terminus, *Nature Geoscience*, 2(2), 110–114.

- Nick, F. M., C. J. van der Veen, A. Vieli, and D. I. Benn (2010), A physically based calving model applied to marine outlet glaciers and implications for the glacier dynamics, *Journal of Glaciology*, 56(199), 781–794.
- Nick, F. M., A. Vieli, M. L. Andersen, I. Joughin, A. Payne, T. L. Edwards, F. Pattyn, and R. S. van de Wal (2013), Future sea-level rise from greenland’s main outlet glaciers in a warming climate, *Nature*, 497(7448), 235–238.
- Nye, J. (1957), The distribution of stress and velocity in glaciers and ice-sheets, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 239(1216), 113–133.
- O’Leary, M., and P. Christoffersen (2013), Calving on tidewater glaciers amplified by submarine frontal melting, *The Cryosphere*, 7(1), 119–128.
- O’Neel, S., W. Pfeffer, R. Krimmel, and M. Meier (2005), Evolving force balance at columbia glacier, alaska, during its rapid retreat, *Journal of geophysical research*, 110(F3), F03,012.
- Otero, J., F. J. Navarro, C. Martin, M. L. Cuadrado, and M. I. Corcuera (2010), A three-dimensional calving model: numerical experiments on johnsons glacier, livingston island, antarctica, *Journal of Glaciology*, 56(196), 200–214.
- Pachauri, R., and A. Reisinger (2007), Climate change 2007: Synthesis report. contribution of working groups i, ii and iii to the fourth assessment report of the intergovernmental panel on climate change, *Intergovernmental Panel on Climate Change*.
- Paterson, W. (1994), The physics of glaciers, 480 pp, *Pergamon, Tarrytown, NY*.
- Pattyn, F. (2003), A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across subglacial lakes, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, 108(B8).
- Pattyn, F., et al. (2008), Benchmark experiments for higher-order and full-Stokes ice sheet models (ISMIP-HOM), *The Cryosphere Discussions*, 2, 95–108.
- Pelto, M., and C. Warren (1991), Relationship between tidewater glacier calving velocity and water depth at the calving front, *Annals of glaciology*, 15, 115–118.

- Pfeffer, W. (2007), A simple mechanism for irreversible tidewater glacier retreat, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 112(F3).
- Pollard, D., and R. M. DeConto (2009), Modelling west antarctic ice sheet growth and collapse through the past five million years, *Nature*, 458(7236), 329–332.
- Post, A., S. O’Neel, R. J. Motyka, and G. Streveler (2011), A complex relationship between calving glaciers and climate, *Eos*, 92(37), 305, doi:201110.1029/2011EO370001.
- Pralong, A., and M. Funk (2005), Dynamic damage model of crevasse opening and application to glacier calving, *Journal of Geophysical Research*, 110, B01,309, doi:10.1029/2004JB003104.
- Pralong, A., M. Funk, and M. P. Luthi (2003), A description of crevasse formation using continuum damage mechanics, *Annals of Glaciology*, 37(1), 77–82.
- Pralong, A., C. Birrer, W. Stahel, M. Funk, and G. Zoeller (2005), On the predictability of ice avalanches., *Nonlinear Processes in Geophysics*, 12(6).
- Pralong, A., K. Hutter, and M. Funk (2006), Anisotropic damage mechanics for viscoelastic ice, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 17(5), 387–408.
- Pritchard, H., R. Arthern, D. Vaughan, and L. Edwards (2009), Extensive dynamic thinning on the margins of the greenland and antarctic ice sheets, *Nature*, 461(7266), 971–975.
- Ravi-Chandar, K., and W. Knauss (1984), An experimental investigation into dynamic fracture: I. crack initiation and arrest, *International Journal of Fracture*, 25(4), 247–262.
- Reeh, N. (1968), On the calving of ice from floating glaciers and ice shelves, *Journal of Glaciology*, 7, 215–232.
- Reeh, N., H. H. Thomsen, A. K. Higgins, and A. Weidick (2001), Sea ice and the stability of north and northeast greenland floating glaciers, *Annals of Glaciology*, 33(1), 474–480.
- Reeh, N., E. Christensen, C. Mayer, and O. Olesen (2003), Tidal bending of glaciers: a linear viscoelastic approach, *Annals of Glaciology*, 37(1), 83–89.
- Rignot, E., and P. Kanagaratnam (2006), Changes in the velocity structure of the greenland ice sheet, *Science*, 311(5763), 986–990.

- Rignot, E., and D. R. MacAyeal (1998), Ice-shelf dynamics near the front of filchner-ronne ice shelf, antarctica, revealed by sar interferometry, *Journal of Glaciology*.
- Rignot, E., J. L. Bamber, M. R. van den Broeke, C. Davis, Y. Li, W. J. van de Berg, and E. van Meijgaard (2008a), Recent antarctic ice mass loss from radar interferometry and regional climate modelling, *Nature Geoscience*, *1*(2), 106–110, doi:10.1038/ngeo102.
- Rignot, E., J. Box, E. Burgess, and E. Hanna (2008b), Mass balance of the greenland ice sheet from 1958 to 2007, *Geophysical Research Letters*, *35*(20), L20,502.
- Rignot, E., M. Koppes, and I. Velicogna (2010), Rapid submarine melting of the calving faces of west greenland glaciers, *Nature Geoscience*, *3*(3), 187–191.
- Rignot, E., J. Mouginot, and B. Scheuchl (2011a), Ice flow of the antarctic ice sheet, *Science*, *333*(6048), 1427–1430.
- Rignot, E., I. Velicogna, M. Van den Broeke, A. Monaghan, and J. Lenaerts (2011b), Acceleration of the contribution of the greenland and antarctic ice sheets to sea level rise, *Geophysical Research Letters*, *38*(5).
- Rignot, E., S. Jacobs, J. Mouginot, and B. Scheuchl (2013), Ice-shelf melting around antarctica, *Science*, *341*(6143), 266–270.
- Rist, M., P. Sammonds, H. Oerter, and C. Doake (2002), Fracture of antarctic shelf ice, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, *107*(B1), ECV–2.
- Rist, M. A., P. R. Sammonds, S. A. F. Murrell, P. G. Meredith, H. Oerter, and C. S. M. Doake (1996), Experimental fracture and mechanical properties of antarctic ice preliminary results, *Annals of glaciology*, *23*, 284–292.
- Rist, M. A., P. R. Sammonds, S. A. F. Murrell, P. G. Meredith, C. S. M. Doake, H. Oerter, and K. Matsuki (1999), Experimental and theoretical fracture mechanics applied to antarctic ice fracture and surface crevassing, *Journal of Geophysical Research*, *104*(B2), PP. 2973–2987.
- Rohl, K. (2006), Thermo-erosional notch development at fresh-water-calving tasman glacier, new zealand, *Journal of Glaciology*, *52*(177), 203–213.

- Rott, H., P. Skvarca, and T. Nagler (1996), Rapid collapse of northern larsen ice shelf, antarctica, *Science*, *271*(5250), 788–792.
- Ryan, J. C., A. L. Hubbard, J. Todd, J. R. Carr, J. E. Box, P. Christoffersen, T. O. Holt, , and N. Snooke (2014), Repeat uav photogrammetry to assess calving front dynamics at a large outlet glacier draining the greenland ice sheet, *The Cryosphere Discuss.*, *8*, 2243–2275.
- Scambos, T., C. Hulbe, M. Fahnestock, and J. Bohlander (2000), The link between climate warming and break-up of ice shelves in the antarctic peninsula, *Journal of Glaciology*, *46*(154), 516–530.
- Scambos, T., C. Hulbe, and M. Fahnestock (2003), Climate-induced ice shelf disintegration in the antarctic peninsula, *Antarctic Research Series*, *79*, 79–92.
- Scambos, T., H. Fricker, C. Liu, J. Bohlander, J. Fastook, A. Sargent, R. Massom, and A. Wu (2009), Ice shelf disintegration by plate bending and hydro-fracture: Satellite observations and model results of the 2008 wilkins ice shelf break-ups, *Earth and Planetary Science Letters*, *280*(1), 51–60.
- Scambos, T. A., J. Bohlander, C. Shuman, and P. Skvarca (2004), Glacier acceleration and thinning after ice shelf collapse in the larsen b embayment, antarctica, *Geophysical Research Letters*, *31*(18), L18,402, doi:10.1029/2004GL020670.
- Schäfer, M. (2007), Modélisation de l’écoulement des glaciers tempérés, Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Scherer, R. P., A. Aldahan, S. Tulaczyk, G. Possnert, H. Engelhardt, and B. Kamb (1998), Pleistocene collapse of the west antarctic ice sheet, *Science*, *281*(5373), 82–85.
- Schmeltz, M., E. Rignot, and D. MacAyeal (2002), Tidal flexure along ice-sheet margins: comparison of insar with an elastic-plate model, *Annals of Glaciology*, *34*(1), 202–208.
- Schoof, C. (2007), Ice sheet grounding line dynamics: Steady states, stability, and hysteresis, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, *112*(F3).
- Schoof, C., and R. C. Hindmarsh (2010), Thin-film flows with wall slip: an asymptotic analysis of higher order glacier flow models, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, *63*(1), 73–114.

- Schrama, E. J., and B. Wouters (2011), Revisiting greenland ice sheet mass loss observed by grace, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, 116(B2), B02,407.
- Schulson, E. M., and P. Duval (2009), *Creep and fracture of ice*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Seale, A., P. Christoffersen, R. I. Mugford, and M. O’Leary (2011), Ocean forcing of the greenland ice sheet: Calving fronts and patterns of retreat identified by automatic satellite monitoring of eastern outlet glaciers, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface (2003–2012)*, 116(F3), F03,013.
- Seddik, H., R. Greve, T. Zwinger, F. Gillet-Chaulet, and O. Gagliardini (2012), Simulations of the greenland ice sheet 100 years into the future with the full stokes model elmer/ice, *Journal of Glaciology*, 58(209), 427–440.
- Shepherd, A., et al. (2012), A reconciled estimate of ice-sheet mass balance, *Science*, 338(6111), 1183–1189.
- Siegert, M. J., and J. A. Dowdeswell (2004), Numerical reconstructions of the eurasian ice sheet and climate during the late weichselian, *Quaternary Science Reviews*, 23(11), 1273–1283.
- Siegert, M. J., J. A. Dowdeswell, and M. Melles (1999), Late weichselian glaciation of the russian high arctic, *Quaternary Research*, 52(3), 273–285.
- Smith, R. A. (1976), The application of fracture mechanics to the problem of crevasse penetration, *Journal of Glaciology*, 17(76).
- Sohn, H.-G., K. C. Jezek, and C. Van der Veen (1998), Jakobshavn glacier, west greenland: 30 years of spaceborne observations, *Geophysical Research Letters*, 25(14), 2699–2702.
- Solomon, S. (2007), *Climate change 2007-the physical science basis: Working group I contribution to the fourth assessment report of the IPCC*, vol. 4, Cambridge University Press.
- Stokes, C. R., and C. D. Clark (2004), Evolution of late glacial ice-marginal lakes on the northwestern canadian shield and their influence on the location of the dubawnt lake palaeo-ice stream, *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 215(1), 155–171.

- Straneo, F., G. S. Hamilton, D. A. Sutherland, L. A. Stearns, F. Davidson, M. O. Hammill, G. B. Stenson, and A. Rosing-Asvid (2010), Rapid circulation of warm subtropical waters in a major glacial fjord in east greenland, *Nature Geoscience*, 3(3), 182–186.
- Straneo, F., R. G. Curry, D. A. Sutherland, G. S. Hamilton, C. Cenedese, K. Våge, and L. A. Stearns (2011), Impact of fjord dynamics and glacial runoff on the circulation near helheim glacier, *Nature Geoscience*, 4(5), 322–327.
- Sutherland, D., and F. Straneo (2012), Estimating ocean heat transports and submarine melt rates in sermilik fjord, greenland, using lowered acoustic doppler current profiler (ladcp) velocity profiles, *Annals of Glaciology*, 53(60), 50.
- Thomas, R., et al. (2004), Accelerated sea-level rise from west antarctica, *Science*, 306(5694), 255–258.
- Todd, J., and P. Christoffersen (2014), Are seasonal calving dynamics forced by buttressing from ice mélange or undercutting by melting? outcomes from full-stokes simulations of store gletscher, west greenland, *The Cryosphere Discuss.*, 8, 3525–3561.
- van den Broeke, M., J. Bamber, J. Ettema, E. Rignot, E. Schrama, W. J. van de Berg, E. van Meijgaard, I. Velicogna, and B. Wouters (2009), Partitioning recent greenland mass loss, *science*, 326(5955), 984–986.
- van der Veen, C. (1996), Tidewater calving, *Journal of Glaciology*, 42(141), 375–385.
- van der Veen, C. (1998a), Fracture mechanics approach to penetration of bottom crevasses on glaciers, *Cold Regions Science and Technology*, 27(3), 213–223.
- van der Veen, C. (1998b), Fracture mechanics approach to penetration of surface crevasses on glaciers, *Cold Regions Science and Technology*, 27(1), 31–47, doi:10.1016/S0165-232X(97)00022-0.
- van der Veen, C. (2002), Calving glaciers, *Progress in Physical Geography*, 26(1), 96–122.
- van der Veen, C. J. (1999), Crevasses on glaciers 1, *Polar Geography*, 23(3), 213–245, doi:10.1080/10889379909377677.
- Vaughan, D. G. (1993), Relating the occurrence of crevasses to surface strain rates, *Journal of Glaciology*, 39(132), 255–266.

- Velicogna, I. (2009), Increasing rates of ice mass loss from the greenland and antarctic ice sheets revealed by grace, *Geophysical Research Letters*, 36(19).
- Velicogna, I., and J. Wahr (2006a), Acceleration of greenland ice mass loss in spring 2004, *Nature*, 443(7109), 329–331.
- Velicogna, I., and J. Wahr (2006b), Measurements of time-variable gravity show mass loss in antarctica, *science*, 311(5768), 1754–1756.
- Venteris, E. R. (1999), Rapid tidewater glacier retreat: a comparison between columbia glacier, alaska and patagonian calving glaciers, *Global and Planetary Change*, 22(1), 131–138.
- Vieli, A., and F. Nick (2011), Understanding and modelling rapid dynamic changes of tide-water outlet glaciers: issues and implications, *Surveys in geophysics*, 32(4), 437–458.
- Vieli, A., M. Funk, and H. Blatter (2001), Flow dynamics of tidewater glaciers: a numerical modelling approach, *Journal of Glaciology*, 47(159), 595–606.
- Vieli, A., J. Jania, and L. Kolondra (2002), The retreat of a tidewater glacier: observations and model calculations on hansbreen, spitsbergen, *Journal of Glaciology*, 48(163), 592–600.
- Vieli, A., J. Jania, H. Blatter, and M. Funk (2004), Short-term velocity variations on hansbreen, a tidewater glacier in spitsbergen, *Journal of Glaciology*, 50(170), 389–398.
- von Bock und Polach, R., and S. Ehlers (2013), Model scale ice part b: Numerical model, *Cold Regions Science and Technology*, 94, 53–60.
- Walter, F., S. O’Neel, D. McNamara, W. Pfeffer, J. N. Bassis, and H. A. Fricker (2010), Iceberg calving during transition from grounded to floating ice: Columbia glacier, alaska, *Geophysical Research Letters*, 37(15).
- Walter, J. I., J. E. Box, S. Tulaczyk, E. E. Brodsky, I. M. Howat, Y. Ahn, and A. Brown (2012), Oceanic mechanical forcing of a marine-terminating greenland glacier, *Annals of Glaciology*, 53(60), 181–192.
- Warren, C., and M. Kirkbride (2003), Calving speed and climatic sensitivity of new zealand lake-calving glaciers, *Annals of Glaciology*, 36(1), 173–178.

- Warren, C., N. Glasser, S. Harrison, V. Winchester, A. Kerr, and A. Rivera (1995), Characteristics of tide-water calving at glacier san rafael, chile, *Journal of glaciology*, 41(138), 273–289.
- Warren, C., D. Benn, V. Winchester, and S. Harrison (2001), Buoyancy-driven lacustrine calving, glacier nef, chilean patagonia, *Journal of Glaciology*, 47(156), 135–146.
- Weertman, J. (1957), Deformation of floating ice shelves, *Journal of Glaciology*, 3, 38–42.
- Weertman, J. (1972), General theory of water flow at the base of a glacier or ice sheet, *Reviews of Geophysics*, 10(1), 287–333.
- Weertman, J. (1973), Can a water-filled crevasse reach the bottom surface of a glacier, *IASH Publ*, 95, 139–145.
- Weertman, J. (1974), Stability of the junction of an ice sheet and an ice shelf, *Journal of Glaciology*, 13, 3–11.
- Weiss, J. (2004), Subcritical crack propagation as a mechanism of crevasse formation and iceberg calving, *Journal of Glaciology*, 50(168), 109–115, doi:10.3189/172756504781830240.
- Weiss, J., and E. M. Schulson (2009), Coulombic faulting from the grain scale to the geophysical scale: lessons from ice, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 42(21), 214,017, doi:10.1088/0022-3727/42/21/214017.
- Winkelmann, R., M. Martin, M. Haseloff, T. Albrecht, E. Bueler, C. Khroulev, and A. Levermann (2011), The potsdam parallel ice sheet model (pism-pik)–part 1: Model description, *The Cryosphere*, 5(3), 715–726.
- Xiao, J., and I. Jordaan (1996), Application of damage mechanics to ice failure in compression, *Cold Regions Science and Technology*, 24(3), 305–322, doi:10.1016/0165-232X(95)00014-3.
- Zwinger, T., and J. Åström (2014), Continuum and discrete models for calving and fracturing in glaciers, in *IGS Summer Meeting - 70A0987*.

Liste des figures

1.1	Description d'une calotte polaire	12
1.2	Variables clefs pour la détermination du bilan de masse du Groenland	15
1.3	Perte de masse des calottes polaires	17
1.4	Régimes de déformation	22
2.1	Champ de crevasses, Glacier du Tunabreen, Svalbard	30
2.2	Icebergs tabulaires	32
2.3	Rift et crevasse transverse sur Pine Island Glacier	33
2.4	Déséquilibre des forces au front	34
2.5	Noeud de fonte au terminus du Wahlenbergreen	36
2.6	Lacs de fonte supra-glaciaires	39
2.7	Heigh Above Buoyancy	41
2.8	Loi de vèlage empirique : profondeur d'eau au terminus	42
2.9	Modes de fracturation	46
2.10	Forces appliquées sur une fracture unique.	47
2.11	Profondeur de pénétration des crevasses	50
2.12	Critères de vèlage	54
2.13	Vèlage par un modèle de particule	58
3.1	Damage envelope in the space of principal stresses.	69
3.2	Crevasse shape. See Tab. 3.1 for parameters list.	72
3.3	Shape of the geometry.	73
3.4	Algorithm of the calving model.	75
3.5	Glacier location and geometry.	79
3.6	Position of the calving front for 3 key-experiments.	82
3.7	Parameters set for the damage model.	83
3.8	Shape of the glacier after 365 days.	85
3.9	Fast-Fourier transform for the glacier front position.	86
3.10	Distribution of calving event sizes.	87
4.1	Setup of the experiment.	97

4.2	Melting and Ice mélange perturbation shapes.	100
4.3	Results for melting experiments.	104
4.4	Glacier shape for Geo. 12, perturbation U3.	105
4.5	Mean daily summer and winter ice loss.	106
4.6	Cumulated ice loss for melting experiments	107
4.7	Results for ice mélange experiments.	108
4.8	Cumulated ice loss for ice mélange experiments.	109
4.9	Back force for calving ceasing.	110
4.10	Mechanical impact of ice mélange.	111
4.11	Grounded and floating behaviour under melting experiments.	113
4.12	Destabilization of floating glaciers.	114
5.1	Spectre de Fourier avec et sans forçage externe	124

Nomenclature

\bar{V}_T	Vitesse du terminus verticalement intégrée [m a ⁻¹]
$\dot{\epsilon}$	Tenseur du taux de déformation [MPa]
σ	Tenseur des contraintes de Cauchy [MPa]
\tilde{S}	Partie déviatoire effective du tenseur des contraintes de Cauchy [MPa]
g	Vecteur d'accélération de la pesanteur [m s ⁻²]
$I_{\epsilon_2}^2$	Second invariant du tenseur des déformations [MPa]
n	Vecteur normal à la surface
u	Vecteur vitesse [m s ⁻¹]
χ	Critère d'endommagement
$\dot{\epsilon}_{i,i=1,3}$	Taux de déformation dans la direction principale i [s ⁻¹]
\dot{m}	Taux de fonte maximum [m jour ⁻¹]
η	Viscosité de la glace
S	Partie déviatoire du tenseur des contraintes de Cauchy [MPa]
ρ_i	Masse volumique de la glace [kg m ⁻³]
ρ_w	Masse volumique de l'eau [kg m ⁻³]
σ_b	Contrainte imposée par la couche de mélange de glace [kPa]
$\sigma_{i,i=I,II,III}$	Contrainte dans la direction principale I, II, III [MPa]
σ_{th}	Contrainte seuille pour l'endommagement [MPa]
A	Paramètre de fluidité [a ⁻¹ MPa ⁻¹]
A_0	Fluidité de référence [a ⁻¹ MPa ⁻¹]
B	Damage enhancement factor [MPa ⁻¹]
C	Coefficient de frottement basal [Pa m ^{-1/3} s ^{1/3}]
D	Variable scalaire d'endommagement

d_b	Profondeur de la crevasse basale [m]
D_c	Endommagement critique
d_s	Profondeur de la crevasse de surface [m]
d_w	Hauteur d'eau dans la crevasse [m]
E	Enhancement factor
F_{inlet}	Flux de glace entrant [$m^2 a^{-1}$]
H	Epaisseur de glace [m]
h	Epaisseur de la couche de mélange de glace [m]
H_{AB}	Epaisseur de glace au-dessus de la flottaison [m]
H_p	Hauteur piézométrique [m]
H_w	Profondeur d'eau [m]
k	Coefficient de frottement latéral [$Pa m^{-4/3} a^{1/3}$]
$K_{i,i=I,II,III}$	Facteur d'intensité de contrainte [$MPa m^{1/2}$]
K_{Ic}	Ténacité de la glace en mode I [$MPa m^{1/2}$]
KI_a	Critère d'arrêt de propagation [$MPa m^{1/2}$]
L	Longueur du glacier [m]
l_w	Niveau marin [m]
m	Exposant de frottement basal
n	Exposant de Glen
p	Pression glaciostatique [MPa]
Q	Energie d'activation [$J mol^{-1}$]
R	Constante des gaz parfaits [$J mol^{-1} K^{-1}$]
T	Température [K]
V_C	Taux de vèlage [$m a^{-1}$]
W	Largeur du fjord [m]

Article: The stability of grounding lines on retrograde slopes

Résumé

Ce chapitre constitue une annexe au présent manuscrit, et concerne l'instabilité de la ligne d'échouage. Il se situe en annexe puisqu'il ne rentre pas dans le cadre des études menées sur la modélisation et l'implémentation d'une paramétrisation de vêlage, mais il valorise le travail réalisé durant la première année de thèse.

Weertman (1974) a montré que les calottes polaires reposant sur un socle rocheux dont la pente est positive (*i.e.* lorsque celle-ci remonte) peuvent être sujettes à une instabilité et qu'une légère perturbation de leur ligne d'échouage peut entraîner un retrait rapide et important de toute la calotte, associé à une décharge de glace conséquente. Cette idée construite sur une considération en ligne d'écoulement 2D d'une calotte polaire a été confirmée par une étude analytique à partir des hypothèses de la couche limite (*Schoof, 2007*), puis testée dans un modèle d'écoulement de glace en 2D (*Durand et al., 2009*).

Les mesures de profondeur du socle rocheux réalisées en Antarctique montrent qu'une large partie de l'Antarctique de l'Ouest repose sur un socle s'approfondissant vers l'intérieur des terres, ce qui correspond aux caractéristiques topographiques favorables au développement de système d'instabilité des calottes marines (MISI, pour *Marine Ice Sheet Instability*), et soulignent ainsi le risque de retrait rapide de nombreux glaciers d'Antarctique.

Dans le travail présenté ci-dessous, ce phénomène est étudié en 3D. Un glacier théorique s'écoule dans un fjord présentant un socle rocheux caractéristique de MISI et dont la largeur est modulée. L'expérience compare les réponses de deux modèles, Elmer/Ice et Uà, et montre que tous deux sont capables de modéliser une calotte polaire à l'équilibre dans une configuration pour laquelle la ligne d'échouage repose sur une zone présumée instable, tempérant ainsi les conclusions des recherches précédentes. Les effets d'arc-boutement (*buttressing*) et les caractéristiques inhérentes aux considérations 3D expliquent ce phénomène. On conclut que les calottes polaires reposant sur un socle à pente positive ne sont pas inconditionnellement instables.

Manuscript prepared for The Cryosphere
with version 4.2 of the L^AT_EX class copernicus.cls.
Date: 14 June 2012

The stability of grounding lines on retrograde slopes

G. H. Gudmundsson¹, J. Krug², G. Durand², L. Favier², and O. Gagliardini²

¹British Antarctic Survey, High Cross, Madingley Rd., Cambridge, CB3 0ET

²Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement, UJF-Grenoble, CNRS, Saint-Martin-d'Hères, France

Abstract. The stability of marine ice sheets grounded on beds that slope upwards in the overall direction of flow is investigated numerically in two horizontal dimensions. We give examples of stable grounding lines on retrograde slopes illustrating that marine ice sheets are not unconditionally unstable in two-horizontal dimensions.

1 Introduction

Large parts of the West Antarctica Ice Sheet (WAIS) rest below sea level on a bedrock sloping downwards towards the ice sheet's centre. It has been argued that such marine-type ice sheets on retrograde slopes are inherently unstable and susceptible to rapid disintegration (e.g. Weertman, 1974). The question of WAIS being potentially subject to a marine ice sheet instability (MISI) is of utmost importance for any quantitative estimates of future sea level change, because it raises the possibility of WAIS rapidly contributing several meters of sea level change.

The possibility of an MISI and the conditions under which such an instability could manifest itself have been investigated by a number of authors. To date both theoretical and numerical work has focused primarily on the one horizontal-dimensional (1HD) problem where the effect of the transverse direction to flow can be ignored.

In what can be considered to be the first quantitative study of this problem Weertman (1974) concluded that a marine-based ice sheet resting on a retrograde slope is inherently unstable. Further work by Thomas and Bentley (1978) reached similar conclusions and gave increased weight to the idea of a MISI and its relevance to WAIS. Hindmarsh (1993, 1996) revisited this problem and found, in contrast to previous work, a marine-type ice sheet resting on a retrograde slope to be

neutrally stable and therefore not susceptible to an unstable retreat or advance once perturbed away from a steady state. Schoof (2007a), in a further theoretical study of this problem, however concluded that rapidly sliding marine-based ice sheet do not exhibit neutral equilibrium and that steady grounding lines cannot be stable on retrograde bed slopes.

The difficulty in settling the question of whether marine-type ice sheets are subject to MISI, has been further compounded by the fact that the numerical solution of this problem has turned out to be much more difficult than originally envisioned. Vieli and Payne (2005) showed that calculated grounding line positions, using some commonly used numerical procedures, exhibited a strong dependency on grid size. A recent model intercomparison experiment (Pattyn et al., 2012) focusing on a 1HD problem furthermore demonstrated that models based on the shallow-ice approximation — a class of models frequently used to simulate the dynamics of large ice masses — do not allow for correct description of grounding line motion. Encouragingly though, the same intercomparison experiment also showed a good overall agreement between numerical models that both a) account for horizontal transmission of stresses between the grounded and the floating parts, and b) employ very high spatial resolution (sub ice thickness) in the vicinity of the grounding line. These models in turn produced steady-state solutions that were in a close agreement with a semi-analytical solution (Schoof, 2007a) of this problem. This combination of theoretical work (Schoof, 2007a) and communal effort of the numerical community (Pattyn et al., 2012) has therefore now provided a general consensus that rapidly sliding 1HD marine-based ice sheets are indeed subject to the MISI. However, the more general case in two horizontal dimensions (2HD) is still unanswered.

The possible stabilizing effect of ice-shelf buttressing on grounding line position has been investigated in several recent studies. Dupont and Alley (2005) presented an example of a stable grounding line on a retrograde slope. However,

Correspondence to: G. Hilmar Gudmundsson
(ghg@bas.ac.uk)

2

70 their model was a 1HD flow-line model where the buttressing effects on the grounding line were prescribed through a parametrisation. Goldberg et al. (2009) performed a series of numerical experiments using a vertically integrated model that accounted for all the stress terms in 2HD otherwise missing in vertically integrated 1HD models. One of their numerical experiments suggested that ice shelf buttressing might restore stability and they concluded that a further investigation was warranted.

The strongest recent claim regarding the possibility of a MISI in 2HD is given by Katz and Worster (2010). They investigated the stability of ice-sheet grounding lines in 2HD numerically using a vertically integrated formulation of the force balance at the grounding line, and concluded that unstable retreat of grounding lines over retrograde beds is a ‘robust’ feature of such models. Katz and Worster (2010) assumed the stress vector at the grounding line to be aligned in the direction normal to the grounding line. Their model study did therefore not fully account for the variation of stresses in 2HD. The fact that Katz and Worster (2010) did not find an example of a stable grounding line on a retrograde slope in 2HD does also clearly not excluded the possibility that such an example may exist.

It is, hence, currently not clear if the MISI applies unconditionally in 2HD. On the other hand, to date neither a theoretical or a numerical example of a stable grounding line configuration of a maritime ice sheet resting on a retrograde slope has been found. The purpose of this work is to provide such an example, and to show that the MISI does not hold unconditionally in 2HD.

100 2 Problem definition

The model setup is motivated by the ‘Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project’ (MISMIP) experiment 3 (Pattyn et al., 2012), and can be considered to represent a three-dimensional (i.e. two horizontal dimensional) extension of that problem. The MISMIP experiment 3 was in turn inspired by Schoof (2007a) who, in his analysis of grounding-line dynamics in one-horizontal dimension, used a particular type of bed profile to demonstrate the marine instability mechanism. This MISMIP experiment 3 has become a benchmark case for assessing and testing the capability of numerical models to simulate the advance and retreat of the grounding line. The experiment also provides a striking example of the marine instability mechanism in 1HD.

The model domain is from 0 to 1800 km in x direction, and from -120 to 120 km in y direction. For $x = 0$, both horizontal velocity components are set to zero, i.e. $u(0, y) = v(0, y) = 0$, and along the sides where $y = \pm 120$ km, the y component is set to zero, i.e. $v(x, \pm 120 \text{ km}) = 0$.

The bed geometry used here can be written as

$$120 \quad B(x, y) = B_x(x) + B_y(y), \quad (1)$$

G. H. Gudmundsson et al.: Stable grounding lines

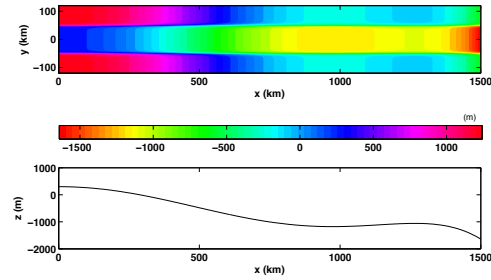


Fig. 1. Bedrock geometry. Upper panel: map-plane view of bedrock geometry with corresponding colourbar below. Lower panel: longitudinal section of bed along the medial line ($y = 0$).

where

$$B_x(x) = B_0 - 2184.8 (x/750 \times 10^3)^2 + 1031.72 (x/750 \times 10^3)^4 - 151.72 (x/750 \times 10^3)^6, \quad (2)$$

and

$$B_y(y) = \frac{d_c}{1 + e^{-2(y-w_c)/f_c}} + \frac{d_c}{1 + e^{2(y+w_c)/f_c}}, \quad (3)$$

where the units are meters, and $B(x, y)$ stands for the topography of the ocean floor.

The bed is in the form of a channel incised into a slowly undulating plane with an overall downward slope in x direction (see Fig. 1). The parameter f_c controls the slope of the flanks, d_c controls the depth of the channel, and w_c is the half-width of the channel. The only parameter that is varied in the model runs described below is the half-width (w_c).

As can be seen from Eqs. (1) to (3), the slope of the bed in x direction is independent of y , i.e. $\partial_{yx}^2 B(x, y) = 0$. The slope in x direction is zero at $x = 0$, $x = x_a$ and $x = x_b$ where $x_a = 973.7 \text{ km}$ and $x_b = 1265.7 \text{ km}$, and for $x_a < x < x_b$ the bed slopes upwards ($\partial_x B(x, y) > 0$). Note that this area of retrograde bed slope is independent of y . The values for the geometrical parameters B_0 , f_c , d_c used in all runs are listed in Table 1.

3 Numerical models

We use two different numerical models: a full Stokes model, and a vertically integrated model of a type commonly used in glaciology to model the flow of ice sheets and ice streams. The full Stokes solver uses the open source finite element software package **Elmer** and the solver will be referred to here as ‘**Elmer**’. The equations representing the vertically integrated model are solved using a finite element code developed at the British Antarctic Survey by one of the authors

Table 1. Model parameters. The parameters B_0 , f_c and d are geometrical parameters that affect the shape of the bedrock (see Eq. 3). A and n are the rate factor and the stress exponent of Glen's flow law, respectively, C and m are the basal slipperiness and the stress exponent of Weertman's sliding law, and ρ and ρ_w are the specific densities of ice and ocean. The variable a is the surface mass balance in the units of ice equivalent. The number of days in a year is 365.25.

Parameter	Value	Units
B_0	300	m
f_c	5000	m
d_c	1000	m
A	10^{-24}	$\text{s}^{-1} \text{Pa}^{-3}$
n	3	
C	2.256×10^{-21}	$\text{m s}^{-1} \text{Pa}^{-3}$
m	3	
ρ	900	kg m^{-3}
ρ_w	1000	kg m^{-3}
a	0.3	m a^{-1}

(G. Hilmar Gudmundsson) and the code will here be referred to as 'Úa'.

The full Stokes model includes all the terms of the Stokes equations, i.e.

$$\sigma_{pq,q} + f_p = 0, \quad (4)$$

where σ_{pq} are the components of the Cauchy stress tensor, and f_p the components of the body force.

The vertically integrated model solves a simplified stress balance that can be written on the form

$$\nabla_h^T \cdot (h \boldsymbol{\sigma}_h) + \mathbf{t}_{bh} = \rho g h \nabla_h s, \quad (5)$$

where

$$\boldsymbol{\sigma}_h = \begin{pmatrix} 2\tau_{xx} + \tau_{yy} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & 2\tau_{yy} + \tau_{xx} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

with

$$\nabla_h^T = (\partial_x, \partial_y), \quad (7)$$

where h , when used as a subscript, is a mnemonic for 'horizontal'. In the above equation τ_{ij} are the components of the deviatoric stress tensor, s is the surface topography, h is the ice thickness, ρ is the ice density, g is the gravitational acceleration, and \mathbf{t}_{bh} is the horizontal part of the bed-tangential basal traction \mathbf{t}_b where

$$\mathbf{t}_b = \boldsymbol{\sigma} \hat{\mathbf{n}} - (\hat{\mathbf{n}}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}}, \quad (8)$$

with $\hat{\mathbf{n}}$ being a unit normal vector to the bed pointing into the ice.

Both models employ the Weertman sliding law

$$\mathbf{t}_b = C^{-1/m} |\mathbf{v}_b|^{1/m-1} \mathbf{v}_b, \quad (9)$$

where \mathbf{v}_b

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{v} - (\hat{\mathbf{n}}^T \cdot \mathbf{v}) \hat{\mathbf{n}}, \quad (10)$$

is the basal sliding velocity, C is the basal slipperiness, and m a stress exponent.

Both models also employ Glen's flow law

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A \tau^{n-1} \tau_{ij}, \quad (11)$$

where τ is the second invariant of the deviatoric stress tensor

$$\tau = \sqrt{\tau_{pq} \tau_{pq} / 2}, \quad (12)$$

$\dot{\epsilon}_{ij}$ are the strain rates, A is the rate factor, and n a stress exponent.

In addition to the equations above (and not listed here) both models use appropriate forms of the mass-conservation equation for an incompressible medium, and employ the kinematic boundary conditions along free upper and lower surfaces.

Along the calving front a pressure boundary condition is applied that corresponds to ocean surface level at $z = 0$, i.e.

$$\boldsymbol{\sigma} \hat{\mathbf{n}} = -p_w \hat{\mathbf{n}}, \quad (13)$$

where $\hat{\mathbf{n}}$ is a unit normal vector pointing horizontally outward from the ice front, and p_w is the hydrostatic pressure in the ocean. The surface of the ocean (S) is at $S = 0$, and the oceanic pressure is $p_w = \rho_w g (S - z)$ for $z < S$ and zero otherwise, where ρ_w is the ocean density.

For vertically integrated models the boundary condition at the ice-shelf edge at $x = 1800 \text{ km}$ takes the form

$$\boldsymbol{\sigma}_h \hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{2} \varrho g h \hat{\mathbf{n}} \quad (14)$$

provided the ice is fully floating at the calving front, and where

$$\varrho = \rho(1 - \rho/\rho_w). \quad (15)$$

In the vertically integrated model the floating condition takes the form $h < h_f$ where

$$h_f = \rho_w H / \rho, \quad (16)$$

where H is the ocean depth. The quantity h_f represents the maximum possible ice-shelf thickness at any location. A detailed description of the floating/grounding condition and its implementation in the full Stokes model is given in Durand et al. (2009).

The vertically integrated model used here is one of the most commonly used models in glaciology for describing the flow of ice shelves and ice streams. Derivation of the model can be found, for example, in Hutter (1983), Morland (1984), Muszynski and Birchfield (1987), MacAyeal (1989), and Baral and Hutter (2001) and properties of the linearised equations are discussed in some detail in Gudmundsson (2008).

The two numerical codes use here, i.e. **Elmer** and **Úa**, have been used extensively in the past to calculate grounding line migrations for various different setups (Durand et al., 2009; Pattyn et al., 2012). Both models participated in the recently finalized ‘Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project’ (MISMIP) Pattyn et al. (2012) and results from these two models were submitted to the ongoing ‘Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project for Planview Models’ (MISMIP3D).

Automated remeshing was used to ensure a highly dense discretisation of the area around the grounding line. Calculations of grounding line migration are known to be require a finely resolved mesh around the grounding line area. How accurate the mesh needs to be is a question that is difficult to answer a priori, but can be answered easily by performing a number of runs using increasingly fine meshes.

Runs performed with solver **Úa** were done using linear, quadratic, and cubic elements, however the set of results from **Úa** shown here were obtained using quadratic elements. The **Elmer** solver used \times elements. The exact sizes and number of elements varied between runs, but, as an example, results shown below using **Úa** for a half-width of $w_c = 50$ km used a mesh of 228 537 elements with 457 340 nodes, with medial, maximal and minimal element sizes of 569 m, 26 862 m, and 86.7 m, respectively.

A fully implicit forward integration procedure was used by **Úa**, with the prognostic and the diagnostic equations being solved simultaneously using the Newton-Rapson method. Further details of the solution procedure of the full Stokes model ELMER can be found in (Durand et al., 2009).

4 Results

A number of runs using the parameters listed in Table 1 and the bed geometry defined by Eqs. (1) to (3) were performed and the runs continued until steady state was reached. Steady state was considered to have been reached once both the mean rate of surface elevation change over the surface nodes was less than 0.001 m a^{-1} .

The values used for surface accumulation a , the slipperiness parameter C and the stress exponent m in Weertman’s sliding law (Eq. 9), and the stress exponent n in Glen’s flow law (Eq. 11) are identical to those used in MISMIP experiment 3a (see Pattyn et al., 2012). The surface accumulation, a , is set at $a = 0.3 \text{ m a}^{-1}$ across the whole surface. Note that the surface accumulation is in units of ice equivalent, and the actual mass flux across the surface is $\rho a = 270 \text{ kg a}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

An example of calculated steady-state grounding line position is given in Fig. 2. This particular run was obtained with **Úa** for $w_c = 50$ km. Note that in Fig. 2 only a part of the model domain is shown and that the whole domain stretches in x direction from 0 to 1800 km. A perspective plot of the same model output, showing the whole model domain, is given in Fig. 3.

As Fig. 2 shows the grounding line (shown in black) curves considerably within the xy plain. At the left and right-hand side margins of the numerical domain ($y = \pm 120$ km), the grounding line is located at approximately $x = 1400$ km. Where the grounding line crosses the medial line ($y = 0$), it is located at about $x = 1100$ km. As a consequence, a sizeable confined ice shelf is formed. The upper and lower limits of retrograde bed slope, $x_a = 973.7$ km and $x_b = 1265.7$ km, are marked by two cyan lines in the Fig. 2. As the figure illustrates, sections of stable grounding line are located on retrograde slopes.

The position of the grounding line with respect to the bed is shown in Fig. 3. Inspection of Figs. 2 and 3 reveals that the highest velocities along the grounding line, and the largest ice thicknesses, are found in the area of retrograde slope.

The steady-state geometries shown in Figs. 2 and 3 were arrived at by starting with an initial constant ice thickness of 100 m. The solution converged slowly to the steady-state solution shown in the figures in span of several thousand of years, and the possibility of the steady-state being unstable can be excluded. The results obtained with **Elmer** were arrived at by starting with the final geometry as given by **Úa**.

Comparison between results obtained by **Elmer** and **Úa** is given in Fig. 4). As can be seen the surface profiles obtained with the two models closely agree, and in both cases the grounding line is located at a section of the bed with a retrograde slope.

Runs were performed with half-widths (w_c) ranging from 20 to 70 km, as well as for the limiting cases of $w_c = 0$ and $w_c = \infty$. Each run was started by taking a model geometry from a previous run for a similarly shaped bedrock as a starting point. Again the possibility of the models runs converging with time to an unstable steady-state can be excluded.

The steady-state grounding line position (x_{gl} at the medial line ($y = 0$)) for several different models with half-widths (w_c) ranging from 20 to 70 km is shown in Fig. 5. These calculations were performed for the vertically integrated model (see Eq. 5) with the FE code **Úa**. The results indicate a gradual change in grounding line position as a function of channel width. Several cases of stable steady-state grounding lines located on retrograde slopes were found. As expected, the grounding line is no longer located on retrograde slopes for both large and small w_c values. Fig. 5 suggest that, for this particular parameter set used (see Table 1)), grounding lines are located on retrograde slopes for w_c within the approximate of 35 to 55 km.

A close inspection of Fig. 2 reveals that at around $(x, y) = (1400, \pm 50)$ km, the grounding line (shown in black) extends some distance downstream and appears to break up in a few isolated regions of grounded ice. This is not an artefact of the figure. In this area the ice is either grounded or close to be grounded, and in the course of the transient run towards steady state various smaller patches of ice become either grounded or ungrounded.

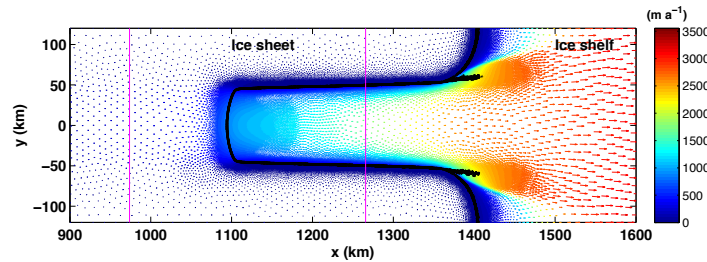


Fig. 2. Map-plane view of surface velocities obtained with the numerical code $\hat{\mathbf{U}}\mathbf{a}$ for a channel half-width of $w_c = 50$ km. Values of all other model parameters are listed Table 1. The two cyan lines at $x = 973.7$ km and $x = 1265.7$ km indicated where bedrock slope in x direction is equal to zero. The strip 973.7 km $< x < 1265.7$ km is an area of retrograde slope where the bed slopes upwards in x direction. The grounding line marking the division between grounded and floating ice is shown as a thick black line. The arrows represent surface velocities with the corresponding colourbar shown to the right.

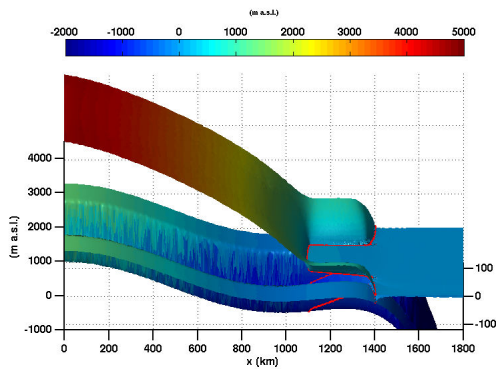


Fig. 3. A perspective plot of the steady-state geometry obtained with the numerical code $\hat{\mathbf{U}}\mathbf{a}$ for a channel half-width of $w_c = 50$ km. Shown is the upper and lower glacier surface and the ocean bathymetry. The grounding line is drawn as a red line along the upper and the lower glacier surface.

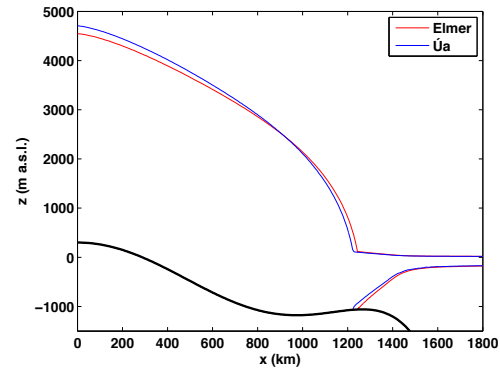


Fig. 4. Longitudinal surface profiles along the medial line ($y = 0$) obtained with both the full Stokes solver **Elmer** (red lines) and the vertically-integrated solver $\hat{\mathbf{U}}\mathbf{a}$ (blue lines). The calculations were done for a channel half-width of $w_c = 40$ km. The thick black line is the ocean floor.

330 A further, in our view an entirely realistic, feature found
 in a number of our model runs are small (on the order of
 one ice thickness in horizontal dimension) regions of thin ice
 that form downstream of the grounding line within the un-
 confined section of the ice shelf. For numerical purposes, 345
 the thickness was forced to be slightly positive. In the runs
 shown here, the minimum thickness was set at 10 m. This
 thickness constraint was implemented in a similar manner
 in both **Elmer** and $\hat{\mathbf{U}}\mathbf{a}$. The method used in **Elmer** is de-
 scribed in Durand et al. (2009). The $\hat{\mathbf{U}}\mathbf{a}$ solver uses for this 350
 purpose an active-set method where any violated thickness
 constraints are activated using Lagrange multiplier approach.

340 The modified system is then solved again, and the sign of the
 Lagrange multipliers (or slack variables) used to determine
 if an active constraint should subsequently be inactivated,
 or if further constraints need to be included in the active
 set. This procedure is repeated until the active set no longer
 changes before progressing to next time step. The number
 of active constraints differed between runs and changed in
 the course of the transient calculations. But the number of
 active nodal constraints was usually less than 10. For the final
 steady-state solution shown in Fig. 2, for example, the
 thickness constraint was activated at 7 nodes in total (the
 total number of nodes in the FE mesh at the end of this run
 was 457 340). These 7 nodes were located at approximately

6

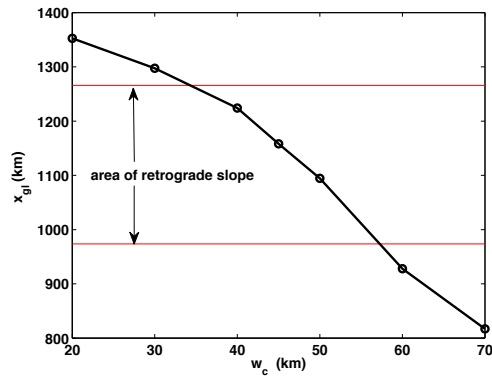


Fig. 5. Stable grounding line positions along the medial line as a function of channel half-width.

$(x, y) = (1460, \pm 88)$ km. This is a region of the ice shelf that is subjected to strong longitudinal extension and small concomitant transverse compression.

5 Discussion

The basis for the MISI is the idea of ice flux at the grounding line being a monotonically increasing function of ice thickness (h_{gl}) at the grounding line. If this holds, then a simple heuristic argument (Schoof, 2007a) shows steady-state grounding line positions of marine-type ice sheets on retrograde slopes to be unstable. As shown by Schoof (2007b) ice flux can be expressed as a function of both h_{gl} and longitudinal stress, with ice flux being an increasing function of both of these variables. It turns out that in 1HD, longitudinal stress is also an increasing function of thickness and, hence, ice flux always an increasing function of h_{gl} in 1HD. It is important to realize that this argument does not hold in 2HD. In 2HD it is conceivable, in principle, to have a configuration where longitudinal stress decreases with thickness with the overall effect of flux being a decreasing function of thickness. In that case the MISI is not expected to operate and a stable grounding line positions on a retrograde slopes become a possibility. However, hitherto, no such example of a stable grounding line in 2HD has been provided.

The absence of such a specific counter-example may have been taken to suggest that the MISI applies unconditionally to the 2HD situation. Observations of grounding lines located on reverse bed slopes have been used repeatedly in the past as the sole basis on which to argue that large sections of WAIS are either unstable, or close to a threshold of instability (e.g. Ross et al., 2012). Some recent estimates (e.g. Bamber et al., 2009) of potential sea-level rise from WAIS implicitly assume that MISI operates in 2HD. By providing

G. H. Gudmundsson et al.: Stable grounding lines

a numerical example of a marine-type ice sheet in a stable steady-state configuration with the grounding line located on a retrograde slope we have now shown marine ice sheets to be conditionally stable. Our finding that marine-type ice sheets are conditionally stable do not contradict, and are fully compatible, with theoretical and numerical work showing that, in one horizontal dimension, rapidly sliding marine ice sheets on retrograde slopes are unconditionally unstable.

For our particular parameter set (see Table 1) we find stable grounding line positions for half-widths between the approximate range of 35 to 55 km. We do not expect this range of half-widths values (w_c) to remain the same for other parameter sets. Neither do we expect the existence of stable grounding line positions on retrograde slopes to be a simple function of channel widths. The stability regime can be expected to be primarily determined by the level of ice shelf buttressing at the grounding line, with the buttressing in turn being a (potentially complicated) function of ice shelf geometry and ice shelf rheology. The stability of a given marine ice sheet configuration can most likely not be assessed from geometrical considerations (bedrock slope, ice-stream width, etc.) only, and each situation may require targeted modelling efforts.

In many situations the *sensitivity* of ice sheets to changes in external forcing is of key interest. We stress that here we have only addressed the very different question of the *stability* of marine-type ice sheets.

6 Conclusions

We have provided specific numerical examples of model geometries for which sections of stable grounding lines are located on retrograde slopes. We conclude that maritime-ice sheets on retrograde slopes are not unconditionally unstable.

The conditional stability in 2HD does not contradict previous findings of unconditional instability in 1HD. These differences simply show that the 1HD and the 2HD problems differ fundamentally in this respect. Real ice sheets are of course three dimensional features and we caution against applying arguments to such ice sheets that are inherently tied to 1HD. These stark differences between the 1HD and the 2HD cases should also be considered in any applications of 1HD flow-line models, and the use of 1HD flow-line models to investigate the stability regime of marine ice sheets is problematic.

Observations of retrograde bed slopes at the grounding lines of a maritime ice sheets, such as the West Antarctic Ice Sheet, do not as such imply an unstable mode of retreat or advance, nor do they imply that such regions are close a threshold of instability. Questions regarding stability of a given marine ice sheet configuration are unlikely to be answered without targeted modelling efforts.

Acknowledgements. TEXT

G. H. Gudmundsson et al.: Stable grounding lines

7

References

- Bamber, J. L., Riva, R. E. M., Vermeersen, B. L. A., and LeBrocq, A. M.: Reassessment of the Potential Sea-Level Rise from a Collapse of the West Antarctic Ice Sheet, *Science*, 324, 901–903, doi:10.1126/science.1169335, <http://www.sciencemag.org/content/324/5929/901.abstract>, 2009.
- Baral, D. R. and Hutter, C.: Asymptotic Theories of Ice Sheets and Ice Shelves, in: *Geomorphological Fluid Mechanics*, edited by Balmforth, N. J. and Provenzale, A., *Lecture Notes in Physics*, chap. 11, pp. 227–278, Springer, 2001.
- Dupont, T. K. and Alley, R. B.: Assessment of the importance of ice-shelf buttressing to ice-sheet flow, *Geophysical Research Letters*, 32, doi:10.1029/2004GL020204, 2005.
- Durand, G., Gagliardini, O., de Fleurian, D., Zwinger, T., and Meur, E. L.: Marine ice sheet dynamics: Hysteresis and neutral equilibrium, *Journal of Geophysical Research*, 114, doi:10.1029/2008JF001170, 2009.
- Goldberg, D., Holland, D. M., and Schoof, C.: Grounding line movement and ice shelf buttressing in marine ice sheets, *Journal of Geophysical Research*, 114, doi:10.1029/2008JF001227, 2009.
- Gudmundsson, G. H.: Analytical solutions for the surface response to small amplitude perturbations in boundary data in the shallow-ice-stream approximation, *The Cryosphere*, 2, 77–93, <http://www.the-cryosphere.net/2/77/2008/>, 2008.
- Hindmarsh, R. C. A.: Qualitative dynamics of marine ice sheets, in: *Ice in the Climate System*, edited by Peltier, W. R., no. 12 in NATO ASI Series I, pp. 66–99, Springer, 1993.
- Hindmarsh, R. C. A.: Stability of ice rises and uncoupled marine ice sheets, *Annals of Glaciology*, 23, 94–104, 1996.
- Hutter, K.: *Theoretical glaciology; material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets*, D. Reidel Publishing Company/Tokyo, Terra Scientific Publishing Company, 1983.
- Katz, R. F. and Worster, M. G.: Stability of ice-sheet grounding lines, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 466, 1597–1620, doi:10.1098/rspa.2009.0434, 2010.
- MacAyeal, D. R.: Large-scale ice flow over a viscous basal sediment: Theory and Application to Ice Stream B, Antarctica, *Journal of Geophysical Research*, 94, 4071–4078, 1989.
- Morland, L. W.: Thermomechanical balances of ice-sheet flows, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 29, 237–266, 1984.
- Muszynski, I. and Birchfield, G. E.: A coupled marine ice-stream-ice – shelf model, *Journal of Glaciology*, 33, 3–14, 1987.
- Pattyn, F., Schoof, C., Perichon, L., Hindmarsh, R. C. A., Bueler, E., de Fleurian, B., Durand, G., Gagliardini, O., Gladstone, R., Goldberg, D., Gudmundsson, G. H., Huybrechts, P., Lee, V., Nick, F. M., Payne, A. J., Pollard, D., Rybak, O., Saito, F., and Vieli, A.: Results of the Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project, MISIP, *The Cryosphere*, 6, 573–588, doi:10.5194/tc-6-573-2012, <http://www.the-cryosphere.net/6/573/2012/>, 2012.
- Ross, N., Bingham, R. G., Corr, H. F. J., Ferraccioli, F., Jordan, T. A., Brocq, A. L., Rippin, D. M., Young, D., Blankenship, D. D., and Siegert, M. J.: Steep reverse bed slope at the grounding line of the Weddell Sea sector in West Antarctica, *Nature Geoscience*, pp. 393–396, doi:10.1038/ngeo1468, 2012.
- Schoof, C.: Ice sheet grounding line dynamics: Steady states, stability, and hysteresis, *Journal of Geophysical Research*, 112, doi:10.1029/2006JF000664, 2007a.
- Schoof, C.: Marine ice-sheet dynamics. Part 1. The case of rapid sliding, *Journal of Fluid Mechanics*, 573, 27–55, doi:10.1017/S0022112006003570, <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112006003570>, 2007b.
- Thomas, R. H. and Bentley, C. R.: A model for Holocene retreat of the West Antarctic Ice Sheet, *Quaternary Research*, 10, 150–170, doi:10.1016/0033-5894(78)90098-4, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0033589478900984>, 1978.
- Vieli, A. and Payne, A. J.: Assessing the ability of numerical ice sheet models to simulate grounding line migration, *Journal of Geophysical Research*, F01003, doi:10.1029/2004JF000202, 2005.
- Weertman, J.: Stability of the junction of an ice sheet and ice shelf, *Journal of Glaciology*, 13, 3–11, 1974.

