



HAL
open science

Conception et tests d'un capteur ultrasonore dédié à la mesure de la pression et de la composition des gaz de fission dans les crayons combustibles

Eric Rosenkrantz

► **To cite this version:**

Eric Rosenkrantz. Conception et tests d'un capteur ultrasonore dédié à la mesure de la pression et de la composition des gaz de fission dans les crayons combustibles. Acoustique [physics.class-ph]. Univ. Montpellier 2, 2007. Français. NNT : . tel-01248736

HAL Id: tel-01248736

<https://theses.hal.science/tel-01248736>

Submitted on 30 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE MONTPELLIER II
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC**

T H E S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

Discipline : Electronique, Optronique et Système

Formation Doctorale : Electronique, Composant et Système

Ecole Doctorale : Information, Structure, Système

présentée et soutenue publiquement

par

Eric Rosenkrantz

le 07 Décembre 2007

**Conception et tests d'un capteur ultrasonore dédié à la
mesure de la pression et de la composition des gaz de
fission dans les crayons combustibles**

JURY

M. Gérard Lévêque	Professeur Université Montpellier 2	Directeur de Thèse
M. Jean Louis Izbicki	Professeur Université du Havre	Rapporteur
M. Jamal Assaad	Professeur Université de Valenciennes	Rapporteur
M. Daniel Baron	Ingénieur de Recherche EDF DER	Examineur
M. Jean François Villard	Ingénieur de Recherche CEA Saclay	Examineur
M. Gilles Despaux	Professeur Université Montpellier 2	Examineur
M. Jean Yves Ferrandis	Ingénieur de Recherche CNRS	Examineur

À mon grand père Antonin Grimal,

À ma compagne Valérie,

À mon fils Lohan.

*Attendre d'en savoir assez pour agir en toute lumière, c'est se
condamner à l'inaction.*

Jean Rostand (1894-1977), « Inquiétudes d'un biologiste »

*L'esprit qui invente est toujours mécontent de ses progrès, parce
qu'il voit au-delà.*

*Jean le Rond d'Alembert (1717-1783),
Extrait du « Dictionnaire raisonné des sciences »*

REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche a été réalisé à l'Institut d'Electronique du Sud (IES) dirigées par Monsieur le Directeur de Recherche Daniel Gasquet que je remercie de m'avoir accueilli pour effectuer cette thèse. L'IES est issu de la fusion de trois laboratoires dont le Laboratoire d'Analyse des Interfaces et de Nanophysique (LAIN) dirigé par monsieur M. le Professeur Jaques Attal. Je remercie M. Attal de m'avoir soutenu et permis de passer ce doctorat.

Je suis immensément reconnaissant à mon directeur de thèse M. le Professeur G. Lévêque qui durant ces trois années de thèse, a toujours été présent et de très bons conseils et pas uniquement sur le plan scientifique. M. Lévêque par ses qualités humaines et de chercheur, honore la profession de Professeur des Universités. A ses cotés j'ai beaucoup appris. Qu'il soit assuré de mon plus profond respect et de mon amitié.

Je tiens aussi à remercier vivement Jean-Yves Ferrandis, Ingénieur de recherche, qui lui aussi a été un sérieux référent dans ce travail de recherche et toujours disponible. Je le remercie également d'avoir accepté d'être examinateur de ce travail. J'ai beaucoup apprécié travailler avec lui et c'est pourquoi je tiens, à travers ces quelques lignes, lui témoigner mon amitié.

Toute ma reconnaissance va à Messieurs les Professeurs Jean-Louis Izbiski et Jamal Assad qui ont accepté d'être mes rapporteurs. Je les remercie vivement pour l'attention qu'ils ont apportée à la relecture de ce manuscrit. L'orthographe n'est sûrement pas mon fort et je remercie ma compagne Valérie, Monique Minéo et Bénédicte de la Peña pour leurs corrections minutieuses.

Je remercie M. Gilles Despaux, Professeur et Directeur de l'Equipe Micro-Rhéo-Acoustique (MIRA) dans laquelle j'ai effectué ma thèse, pour m'avoir chaleureusement accueilli au sein de l'équipe et d'avoir accepté d'assurer la présidence de mon jury de thèse.

Je remercie également monsieur Jean-François Villard, Ingénieur CEA-Saclay, d'avoir accepté d'être examinateur et de m'avoir témoigné une confiance sans faille pour un projet commun qui n'a malheureusement pas abouti.

Je suis reconnaissant à M. Daniel Baron, Ingénieur Senior chez EDF, qui est à l'origine du soutien d'EDF pour ce projet. Je remercie M. Baron pour les nombreux échanges qui m'ont permis d'appréhender l'aspect nucléaire de ce sujet et d'avoir accepté d'être examinateur.

J'ai eu, à différents stades de ma vie universitaire et professionnelle, besoin du soutien d'un certain nombre de personnes pour pouvoir faire ma thèse. Je profite de l'occasion qui m'est donnée pour les remercier. Merci donc à : Robert Alabedra, Christian Glaise, Jean-Claude Vaissiere, Alain Foucaran, Michel Gallien, Jean Marc Lussert, Christian Menuet et Hervé Nonon.

Certains diront que je suis volubile, d'autres « pipelette », bref je parle et je parle... Voilà qui m'a permis de passer trois excellentes années. Pour toutes ces discussions, conseils, soutiens, bons moments..., je remercie : Cathy Guasch, Jacques Bonnet, Antoine Touboul, Laurent Podevin, Jacques Touret, Olivier Guillemard, Franck Augereau, Jérôme Mathieu, Judith Atlan, Monique Minéo, Thomas Delaunay, Didier Laux, Philippe Tordjeman, Richard

Arinero, Paul Girard, Michel Ramonda (classement croissant selon la distance de mon bureau à celui des personnes citées).

Je pourrais personnaliser les remerciements pour chacune des personnes que je viens de citer ci-dessus mais mes remerciements prendraient alors une place conséquente et vous n'auriez plus envie de les lire.

Que serait une thèse sans pauses café (et discussions) pour ces moments de convivialité merci à : Jean-Remi Reboul, Mohamed El Hadachy, Jennifer Gasparoux, Johan Simonet, Jérémie Soulier.

Un événement heureux s'est produit pendant ma thèse, je suis devenu Papa. C'est un beau métier mais pas toujours compatible avec la rédaction d'une thèse. Aussi à diverses occasions j'ai eu besoin de nounous que je remercie pour leur disponibilité : ma mère, ma sœur, ma belle-mère et Jacqueline Madau. Je tiens aussi à remercier la nounou « officielle », Marilyn, ainsi que son époux, Julien, pour leur compréhension envers mes multiples retards et leur écoute.

Pour leur soutien, écoute, soirées, promenades activités sportives, manipulations ostéopathiques... je remercie mes amis : Luc et Alexandra Cortes, Xavier et Tony Simonin, Arnaud Brun, Anne Vincent, Licia Portes, Jérôme Mathieu, Mathieu Meneboo et sa maman Beppy.

J'ai rencontré au laboratoire une brésilienne, Vivian Cereser Camara, d'une gentillesse et d'une disponibilité incommensurable. Elle a tellement passé (et passe encore) de temps avec mon fils qu'elle s'est hissée au rang de tatie et entre nous s'est forgé une amitié sincère et profonde. Mon amie je te remercie tout simplement d'être là.

Dans la chasse aux jeunes filles agréables je ne me suis pas arrêté là et me voilà aujourd'hui quelqu'un de chanceux car dans mon cercle d'amis intimes je peux compter sur la présence indéfectible d'Audrey Leydier et d'Aminata Carvalho. Il y a des moments difficiles pendant une thèse où on doute de ses compétences, et toutes les deux vous avez toujours été présentes, c'est pourquoi je vous remercie infiniment.

Vous l'aurez compris les relations humaines sont d'une importance capitale pour moi et j'attache un grand intérêt à préserver mes amis les plus chers, qui du reste me le rendent bien. Aussi je tiens à remercier, Yves Julien et ceux qui sont maintenant pour moi deux frères Ali Moumen et Sébastien Reynal. Leur soutien est sans nul doute à l'origine de la réussite de cette thèse.

La dernière personne que je souhaite remercier et celle à qui je pense tous les jours, ma chérie Valérie Girbal. Je te remercie pour m'avoir supporté quand il m'arrivait d'être stressé et voir un peu chi(Bip), de m'avoir épaulé et cru en moi plus que je ne le fais moi-même. Ta patiente, ton calme, ta gentillesse et ton humour sont les piliers qui m'ont permis d'obtenir mon doctorat. Le témoignage de ton amour envers moi s'est concrétisé par la naissance de notre fils Lohan. Mes amours merci pour tout.

Introduction.....	1
I Suivi du relâchement des gaz de fission dans les crayons à combustible.....	5
1. Introduction sur le fonctionnement des réacteurs à eau pressurisée – REP.....	6
1.1 Principe de fonctionnement et gestion d'un REP	6
1.2 Assemblages et crayons à combustible.....	7
1.3 Relâchement des gaz de fission [5].....	8
2. De l'utilité d'un capteur non destructif pour mesurer la composition et la pression des gaz de fission.....	11
3. Etat de l'art de la mesure ou du contrôle non destructif de la pression dans les crayons	12
3.1 Détection des crayons défectueux (crayons non étanches).....	12
3.2 Mesure de la pression.....	15
3.3 Mesure de la fraction de gaz relâché.....	17
4. Méthodes ultrasonores pour la mesure des propriétés des gaz	17
4.1 Mesure des propriétés thermodynamiques des gaz.....	18
4.2 Contrôle de processus industriels.....	19
4.3 Mesure de composition pour des mélanges ternaires	21
4.4 Mesure de pression partielle par liquéfaction	22
5. Historique des mesures sur les crayons à combustible au laboratoire	22
6. Conclusion	25
7. Bibliographie.....	25
II Etude théorique des modes de vibrations d'un cylindre de gaz	29
1. Introduction.....	30
2. Ondes sonores dans les fluides	30
2.1 Equation de propagation	31
2.2 Impédance acoustique.....	32
2.3 Absorption du son.....	32
3. Modes de vibrations d'un cylindre de gaz.....	33
3.1 Description du système.....	33
3.2 Solution générale à trois dimensions	34
3.3 Etude à deux dimensions	35
3.4 Etude à trois dimensions	43
4. Conclusion	48
5. Bibliographie.....	48
III Etude théorique des vibrations couplées tube/fluide.....	49
1. Introduction.....	50
1.1 Généralités	50
1.2 Bibliographie sur les vibrations des cylindres pleins et des tubes.....	51
2. Vibration libre/libre d'un cylindre creux	52
2.1 Excitation d'un seul mode de résonance d'ordre radial n	52
2.2 Réponse en fréquence du système excité par une tuile.....	61

3.	Vibrations du tube plongé dans l'eau et contenant un gaz sous pression	65
3.1	Reformulation des conditions de continuité aux interfaces.	65
3.2	Sensibilité au gaz.	67
3.3	Influence de la densité du fluide externe	68
4.	Comparaison des modèles 2D et 1D	70
5.	Conclusion	72
6.	Bibliographie.....	72
IV	Optimisation des capteurs.....	75
1.	Introduction.....	76
1.1	Objectif	76
1.2	Analyse bibliographique des méthodes de couplage acoustique.	76
2.	Modèle théorique pour l'injection à travers un système multicouche	80
2.1	Modèle 1D d'une couche piézoélectrique et expression de l'impédance électrique	81
2.2	Modèle multicouche 1D.....	84
3.	Optimisation.....	85
3.1	Conditions d'optimisation, simplification du modèle.....	86
3.2	Indicateur de performances.....	87
3.3	Optimisation des empilements.....	94
4.	Conclusion	104
5.	Bibliographie.....	104
V	Traitement des données : formulations théoriques.....	107
1.	Introduction.....	108
1.1	Les échogrammes.....	109
1.2	Les spectres d'impédance	109
2.	Grandeurs électriques associées aux vibrations du gaz	111
2.1	Impédance acoustique du gaz	111
2.2	Impédance du système	112
2.3	Principe des traitements	114
3.	Traitement A : redressement par le module.....	115
3.1	Redressement des bouclettes.....	115
3.2	Expression théorique du tempographe.....	116
3.3	Effet de la pression sur le tempographe T_A	118
4.	Traitement B : redressement par correction de la phase	120
4.1	Redressement des bouclettes.....	120
4.2	Expression théorique du tempographe.....	122
4.3	Effet de la pression sur le tempographe T_B	123
5.	Traitement C	124
5.1	Effet de la pression sur le tempographe T_C	125
6.	Traitement D	126
6.1	Effet de la pression sur T_D	127
7.	Comparaison des traitements	128
7.1	Comparaison des tempographes	128
7.2	Comparaison des traitements A_1, B_1, C_1 et D_1	129
7.3	Comparaison des traitements A_0, C_0 et D_0	130
7.4	Effet du bruit de mesure sur l'incertitude de pression	131

8.	Mesure de la célérité	132
8.1	Mesure de célérité utilisant le spectrogramme.....	132
8.2	Mesure de célérité utilisant le tempographe	133
8.3	Mesure automatisée (post-traitement) de la célérité	133
9.	Conclusion	136
10.	Bibliographie.....	137
VI	Résultats expérimentaux	139
1.	Banc expérimental	140
2.	Comparaison des empilements théoriques et expérimentaux	143
3.	Courbes d'étalonnage.....	145
4.	Précision du capteur sans ressort	148
4.1	Répétabilité	148
4.2	Etude capteur fixe et fidélité des étalonnages.....	148
4.3	Etude de la reproductibilité avec capteur mobile.....	160
4.4	Origine des non-reproductibilités	168
4.5	Modélisation et essais de compensation de la non-reproductibilité.....	172
4.6	Conclusion sur la précision des mesures	175
5.	Effet du ressort.....	176
5.1	Effet du ressort sur les traitements.....	176
5.2	Reproductibilité en fonction de la position avec le ressort.....	179
5.3	Modélisation théorique des effets du ressort	181
6.	Prise en compte de l'équation d'état des gaz réels	189
7.	Bibliographie.....	194
	Conclusion	197
	Annexes	201
	Annexe A Expression des éléments de la matrice pour la détermination des spectres d'admittance du tube.....	203
	Annexe B Formalisme théorique des sources équivalentes	205
	Annexe C Equation d'état pour les mélanges hélium/xénon	211

La consommation électrique dans le monde ne cesse de croître. Elle est actuellement de 1500 *TWh*, et on estime qu'elle devrait augmenter de 26% d'ici 2010 pour passer à 1900 *TWh* [1]. Selon le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat, le GIEC, la production d'électricité est responsable de 33% des émissions de CO₂. Ce groupe préconise de diviser par deux ces émissions d'ici 2050 [2] afin d'éviter une catastrophe écologique. Une solution possible est l'utilisation du nucléaire civil qui est un des moyens de production d'électricité (avec les centrales hydroélectriques, les énergies solaire et éolienne) produisant le moins de CO₂ [3].

En France, environ 80% de l'électricité est produite à partir de l'énergie nucléaire. Ce choix fait dans les années 1970, pour des questions d'autonomie, permet à la France d'être aujourd'hui l'un des pays émettant le moins de gaz à effet de serre par habitant. Par ailleurs, le marché nucléaire mondial est en plein essor : la Chine s'est dotée d'une industrie nucléaire compétitive, les USA ont relancé un programme massif de construction de centrales malgré les craintes suscitées par l'accident de Three Mile Island (en Pennsylvanie)... Le nucléaire est un des fleurons de l'économie française. Ceci explique l'implication de la France dans la conception des réacteurs futurs de IV^e génération, avec comme principaux acteurs le CEA et EDF. La connaissance et la maîtrise du comportement thermomécanique des combustibles nucléaires (UO₂, PuO₂) [4] sont nécessaires pour la conception de ces réacteurs, ainsi que la prise en compte des phénomènes de relâchement des gaz de fission.

Dans les Réacteurs à Eau Pressurisée (REP), le combustible est conditionné sous forme de pastilles céramiques cylindriques empilées dans des tubes hermétiques en alliage de zirconium : ce sont les crayons à combustible. Au cours de la combustion, des gaz dit de fission sont libérés et atteignent les volumes libres des crayons : on appelle ce phénomène le relâchement des gaz de fission. En confinant les éléments radioactifs, les crayons constituent la première barrière de sûreté biologique vis-à-vis de l'environnement. On doit donc à tout moment de leur vie s'assurer de leur capacité à remplir ce rôle. Or, l'augmentation de la pression, due à l'accumulation des gaz dans le crayon, limite leur durée de vie en centrale. En effet, selon un critère de conception, la pression interne du crayon ne doit jamais dépasser 150 bars en fonctionnement.

Actuellement un crayon reste en centrale 4 ans. Seulement 5% des atomes initiaux de combustible ont réagis en produisant une énergie de 50 *GWj* par tonne d'uranium. Dans un souci de rentabilité et de minimisation du volume de déchets à recycler, EDF souhaite augmenter le taux de combustion en maintenant en fonctionnement les crayons pendant 6 ans, pour finalement produire 70 *GWj* par tonne d'uranium. Pour atteindre cet objectif, on doit entre autre connaître la pression interne des crayons lors des arrêts annuels des réacteurs (arrêt pour rechargement de combustible et maintenance). D'autres paramètres sont aussi à considérer comme par exemple l'épaisseur d'oxyde des crayons qui, si elle est supérieure à 100 μm , impose le retrait du crayon.

A ce jour, des mesures destructives de la pression et de la composition sont réalisées chaque année dans des laboratoires spécialisés du CEA sur quelques crayons prélevés en centrale. Malheureusement, ces opérations sont coûteuses et ne permettent pas l'acquisition d'un nombre suffisant d'éléments pour s'assurer que les crayons à combustible pourraient fonctionner à des taux de combustion de plus en plus élevés.

Une mesure non destructive et systématique de la pression et de la composition permettrait de disposer de plus de données pour réaliser une approche plus appropriée du suivi de la pression. Nous présenterons dans la première partie du chapitre I quelques possibilités d'utilisation de ces mesures.

L'objectif de ce travail de thèse est de concevoir un capteur ultrasonore dédié à la mesure de la pression et de la composition des gaz de fission sur les crayons à combustible. La mesure devra être faite dans la partie haute des crayons appelée le plenum. Dans cette partie se trouve aussi le ressort de maintien. Le capteur devra être suffisamment petit pour pouvoir réaliser les mesures dans les assemblages de crayons où l'espace entre deux crayons est de l'ordre de 3 mm. Les mesures devront aussi être suffisamment rapides car, potentiellement, le capteur (ou le réseau de capteurs) peut être amené à réaliser des milliers de mesures lors d'un arrêt de tranche, correspondant au nombre de crayons dans une tranche. Lors des arrêts des réacteurs, les assemblages sont placés en piscine (pour protéger le personnel des radiations). La conception des capteurs devra donc tenir compte de la présence d'eau. La précision requise des mesures est de $\pm 5\%$ sur la composition et ± 5 bars sur la pression.

En 1993, une première thèse [5] en collaboration entre EDF et le Laboratoire d'Analyse des Interfaces et de Nanophysique (entité de recherche maintenant incluse dans l'Institut d'Electronique du Sud) a permis de mettre en évidence la possibilité de mesurer la pression à l'aide d'un capteur ultrasonore. Une seconde thèse [6] a établi la possibilité de mesurer la composition des gaz à partir de la vitesse des ondes. Ces thèses ont conduit à l'utilisation de tuiles piézoélectriques pour générer des ondes et utiliser les tubes comme un résonateur acoustique cylindrique excité radialement.

Dans le chapitre II, nous étudierons les modes de résonances d'un cylindre de gaz. Nous montrerons que nous pouvons déterminer la célérité du gaz à partir de l'écart de fréquences entre deux résonances successives de ce même gaz. Ce n'est que dans le chapitre III que nous introduirons les résonances du crayon, et que nous étudierons l'ensemble des phénomènes de couplage (tube/fluide), de manière à identifier très clairement les résonances du gaz parmi celles du tube et ainsi plus facilement les séparer. Les précédents travaux de thèse ont montré que ce n'était pas toujours évident. Ce chapitre présentera donc l'ensemble des éléments théoriques nécessaires à l'analyse fine des résultats expérimentaux (étudiés au Chap. VI).

Dans les crayons en service en France, la présence du ressort diminue drastiquement l'amplitude du signal acoustique exploitable. Pour palier à cette diminution, nous verrons au chapitre IV comment optimiser l'injection de puissance acoustique à travers la paroi métallique du tube. Les solutions d'empilements acoustiques, obtenues théoriquement, seront éprouvées au chapitre expérimental (Chap. VI).

Les deux précédents travaux de thèse n'ont malheureusement pas débouché sur une solution répondant à la problématique industrielle, bien qu'ayant établi la faisabilité des mesures. En effet, bien qu'une relation entre la taille (amplitude et aire) des résonances du gaz et la pression soit clairement établie, aucun traitement de signal capable de traiter facilement les échogrammes n'a été mis au point. Au chapitre V, nous établirons les expressions théoriques reliant les résonances du gaz à la pression. Dans ce même chapitre, nous présenterons une procédure pour déterminer la célérité.

Dans le chapitre VI nous estimerons la répétabilité, l'incertitude d'étalonnage et la non-reproductibilité vis-à-vis de l'épaisseur de couplant et de la position du capteur. Cette étude faite dans un premier temps sans ressort sera complétée par une étude avec ressort. Nous mettrons en exergue l'influence du ressort.

- [1] E.I.A. "*International Energy Outlook*". <http://www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/index.html>.
- [2] GIEC. "*Bilan 2001 des changements climatiques : Les éléments scientifiques*". <http://www.ipcc.ch/languageportal/frenchportal.htm>.
- [3] GIEC. "*Bilan 2001 des changements climatiques : Mesures d'atténuation*". <http://www.ipcc.ch/languageportal/frenchportal.htm>.
- [4] CEA, "*Clef n°55, Systèmes nucléaires du futur : Génération IV*". 2007, CEA. p. 66-70.
- [5] J.P Marco, "*Etude et réalisation de capteurs microacoustiques spécifiques pour la mesure de pression à travers une paroi*". 1996, Thèse de doctorat Université Montpellier II.
- [6] M.F Narbey, "*Mesure de pression et de composition des gaz de fission dans les crayons combustibles des centrales à réacteur à eau pressurisée par méthode acoustique*." 2000, Thèse de doctorat Université Montpellier II.

*

* *

I SUIVI DU RELACHEMENT DES GAZ DE FISSION DANS LES CRAYONS A COMBUSTIBLE



Photo de crayons à combustible

1.	Introduction sur le fonctionnement des réacteurs à eau pressurisée – REP	6
1.1	Principe de fonctionnement et gestion d'un REP.....	6
1.2	Assemblages et crayons à combustible	7
1.3	Relâchement des gaz de fission [5].....	8
2.	De l'utilité d'un capteur non destructif pour mesurer la composition et la pression des gaz de fission.....	11
3.	Etat de l'art de la mesure ou du contrôle non destructif de la pression dans les crayons	12
3.1	Détection des crayons défectueux (crayons non étanches).....	12
3.1.1	Procédure actuelle	12
3.1.2	Techniques ultrasonores.....	14
3.2	Mesure de la pression.....	15
3.2.1	Méthode thermique	15
3.2.2	Méthode acoustique.....	16
3.3	Mesure de la fraction de gaz relâché.....	17
4.	Méthodes ultrasonores pour la mesure des propriétés des gaz.....	17
4.1	Mesure des propriétés thermodynamiques des gaz.....	18
4.2	Contrôle de processus industriels.....	19
4.3	Mesure de composition pour des mélanges ternaires.....	21
4.4	Mesure de pression partielle par liquéfaction	22
5.	Historique des mesures sur les crayons à combustible au laboratoire	22
6.	Conclusion.....	25
7.	Bibliographie.....	25

1. Introduction sur le fonctionnement des réacteurs à eau pressurisée – REP

1.1 Principe de fonctionnement et gestion d'un REP

Dans un réacteur nucléaire à eau pressurisée REP, la chaleur dégagée par la fission de l'uranium est évacuée par l'eau du circuit primaire, pressurisée à 155 bars et à une température moyenne de 300°C. Cette eau sert à la fois à ralentir les neutrons (rôle de modérateur), et à refroidir les assemblages (rôle de réfrigérant). Elle transmet son énergie à travers un échangeur pour vaporiser l'eau du circuit secondaire. Après assèchement, cette vapeur va propulser une turbine reliée à un alternateur (Figure I.1).

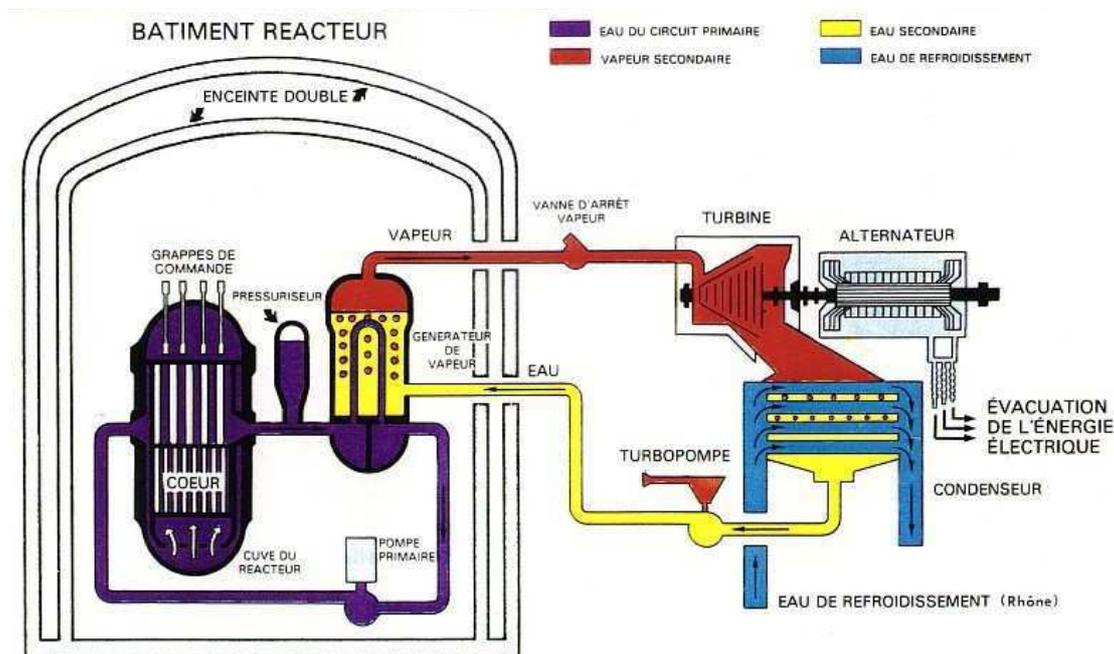


Figure I.1. Schéma de principe d'un réacteur à eau pressurisée, REP.

Un centre de production nucléaire (CNPE) dispose actuellement de 2, 4 ou 6 tranches de puissances nominales de 900 MWe ¹, 1300 MWe ou, pour le dernier palier, de 1400 MWe . La gestion des recharges de tranches évolue pour s'adapter à l'optimisation du parc nucléaire français. Actuellement, on effectue un arrêt de tranche par an pour remplacer un quart du combustible. Dans l'optique d'accroître la productivité des centrales, on a commencé à mettre en œuvre des cycles de 18 mois avec une gestion par tiers de cœur.

Le combustible utilisé est constitué d'environ 90% d'uranium et de plutonium, dont une partie est recyclée après retraitement dans les réacteurs actuels sous forme de MOX (mélange d'oxyde d'uranium et de plutonium). Le reste du combustible sera stocké en attente d'un retraitement et d'une utilisation ultérieure dans des réacteurs à neutrons rapides (RNR) à l'horizon des années 2040 [1]. Les produits restants après retraitement sont constitués de radioéléments à longue durée de vie, tels que les actinides mineurs : américium, curium,

¹ 1 MWe correspond à 1 Méga Watt électrique pour faire la distinction entre l'énergie électrique et thermique.

neptunium, et de produits de fission tels que les isotopes de césium, iode, néodyme, molybdène, xénon... L'ensemble de ces déchets hautement toxiques représente 0,4% des déchets nucléaires.

La loi Bataille de 1991 a ordonné un programme de recherches, fédéré par l'ANDRA² et le CEA³, pour répondre d'une façon durable à la problématique de la gestion des déchets. Ces études ont, entre autre, montré la possibilité de transmuter les actinides mineurs (opération qui consiste à les transformer en des isotopes dont la durée de vie est à l'échelle d'une vie humaine, voire à les stabiliser) et de stocker en couches géologiques profondes les produits de fission à longue durée de vie [1].

Pour gérer le combustible, on utilise une grandeur énergétique représentant son niveau d'utilisation : le taux de combustion. Il correspond à l'intégrale dans le temps de la puissance générée par unité de masse d'atomes métalliques, et s'exprime en mégawatt jour par tonne d'atomes métalliques MWj/tM [2]. Chaque arrêt de tranche coûte en moyenne 4,5 M€ et une augmentation du taux de combustion de 20% permettrait de réaliser une économie annuelle de 45 M€ sur les 50 réacteurs arrêtés chaque année. Mais, au final ce seront aussi 20% de déchets en moins chaque année. Il est prévu d'augmenter le taux de combustion (au moment du déchargement) et de recycler le plutonium dans les réacteurs de IV^e génération [3, 4] pour diminuer la consommation des ressources naturelles, réduire la production de déchets et accroître de façon significative la rentabilité des centrales. En 1974, le taux de combustion pour lequel on effectuait le remplacement du combustible était de 33 GWj/tM . Aujourd'hui, il est de 52 GWj/tM . L'objectif est de le porter à 60 GWj/tM , puis ultérieurement à 70 GWj/tM , soit une augmentation de 34%. Cela signifie que le combustible resterait 6 ans en service contre 4 actuellement.

Jusqu'où peut-on aller dans cette voie et quel est le facteur limitatif de cette augmentation du taux de combustion ? La réponse provient du comportement du crayon à combustible en réacteur.

1.2 Assemblages et crayons à combustible

Le combustible est conditionné sous forme de pastilles céramiques empilées dans un tube en zircalloy 4 ou M5 (alliage de zirconium et d'étain) : le crayon. Un assemblage est constitué de 264 crayons assemblés en un réseau carré, maintenus par des grilles contenant $17 \times 17 = 289$ cellules. Les grilles sont fixées par 25 tubes guides qui garantissent la rigidité de la structure ; 24 tubes permettent d'introduire les barres neutrophages qui maîtrisent la réactivité du réacteur (Figure I.2). Le nombre et la taille de ces assemblages déterminent la puissance du réacteur. Une tranche de 900 MWe en compte 157, longs de 4 m ; celles de 1300 MWe et 1400 MWe (N4) en comptent respectivement 193 et 214, longs de 4,50 m. Pour les tranches 900 MWe et 1300-1400 MWe la longueur active ou longueur d'empilement des pastilles de combustible, sont respectivement de 3,60 m et de 4 m ; la partie supérieure ne contenant pas de combustible est une chambre d'expansion appelée **plenum**, dont le rôle consiste à collecter les gaz de fission relâchés par le combustible. On place un ressort en inconel dans cette partie de la gaine pour maintenir la colonne de combustible pendant les transports et les manutentions.

² Agence Nationale pour la gestion des Déchet Radioactifs.

³ Commissariat à l'Energie Atomique.

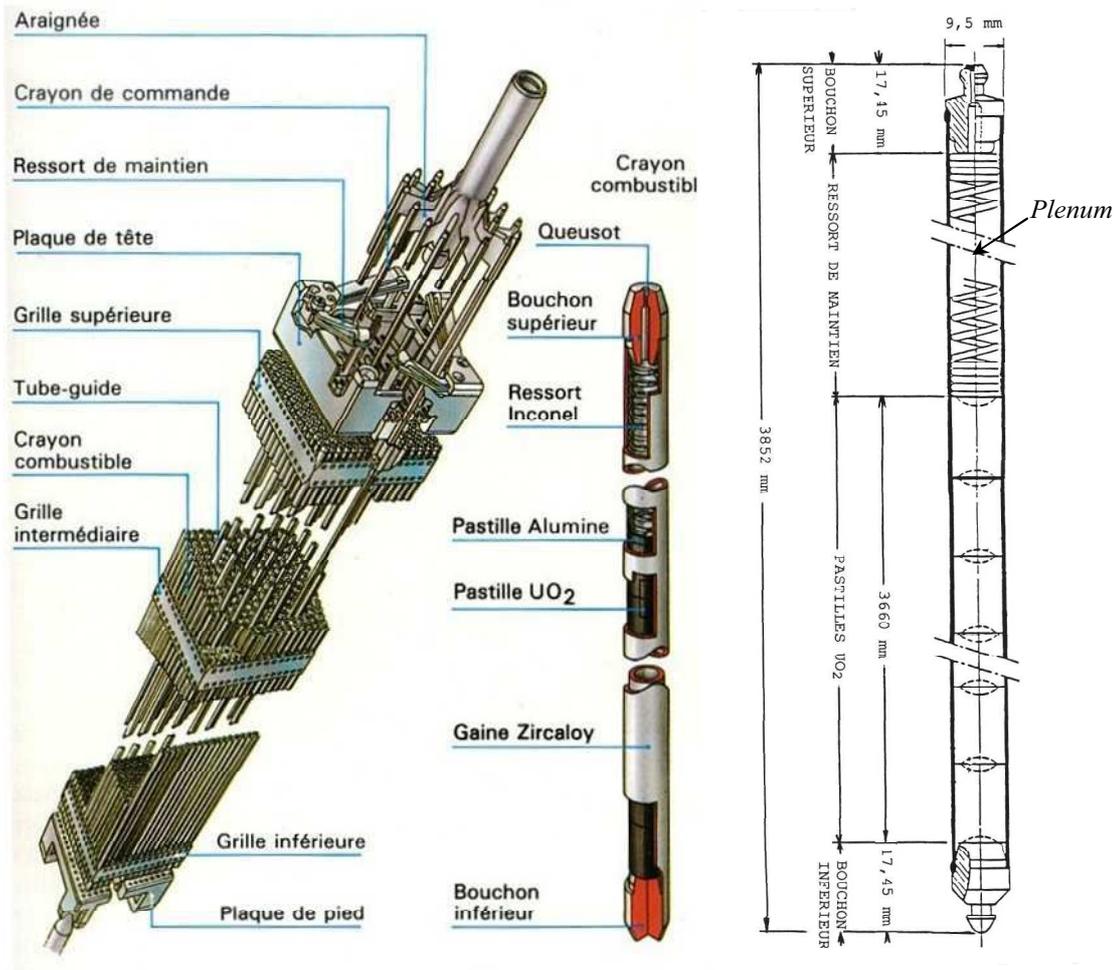


Figure I.2. Représentation d'un assemblage et d'un crayon à combustible.

*

* *

1.3 Relâchement des gaz de fission [5]

Au cours de l'irradiation, des fissions se produisent, libérant des produits solides et gazeux. Ceux-ci, propulsés à haute énergie sont ralentis tout d'abord en arrachant des électrons aux atomes environnants, puis en éjectant sur leur passage les noyaux de leur position d'équilibre, provoquant des déplacements en cascade avant de se stabiliser. Ils se redistribuent finalement dans la céramique combustible en fonction de leurs affinités chimiques (mise en solution solide, précipités céramiques ou métalliques, gaz), entraînant un gonflement global quasi linéaire avec le nombre de fissions cumulées. Au bout de 100 heures de fonctionnement, le jeu initial entre la gaine et les pastilles se réduit puis se ferme. Le gonflement du combustible et le fluage de la gaine en compression sont à l'origine de ce phénomène. Il s'établit un équilibre lorsque le fluage de la gaine suit le gonflement du combustible, c'est ce qu'on nomme « l'Interaction Pastille Gaine (IPG) ». Ce phénomène facilite les échanges thermiques entre le combustible et le réfrigérant. Néanmoins, on doit vérifier qu'il ne pose pas problème en cas de variation brusque de charge.

Environ 30% des produits de fission sont des espèces gazeuses : xénon, krypton et hélium principalement. En fonctionnement normal, seul un faible pourcentage de ces espèces gazeuses est relâché vers les volumes libres. Ces relâchements se font selon deux processus :

- ✓ soit par des phénomènes athermiques. Les gaz sortent du combustible grâce à l'énergie de recul lors de leur création ou par expulsion, lors de chocs en cascades (Figure I.3) ;
- ✓ soit par activation de la diffusion thermique dans le combustible. La température centrale du combustible peut devenir suffisante pour que les noyaux de gaz diffusent vers les joints de grain puis vers les volumes libres ; c'est un effet à seuil. Le relâchement peut alors devenir important en régime transitoire accidentel (Figure I.4).

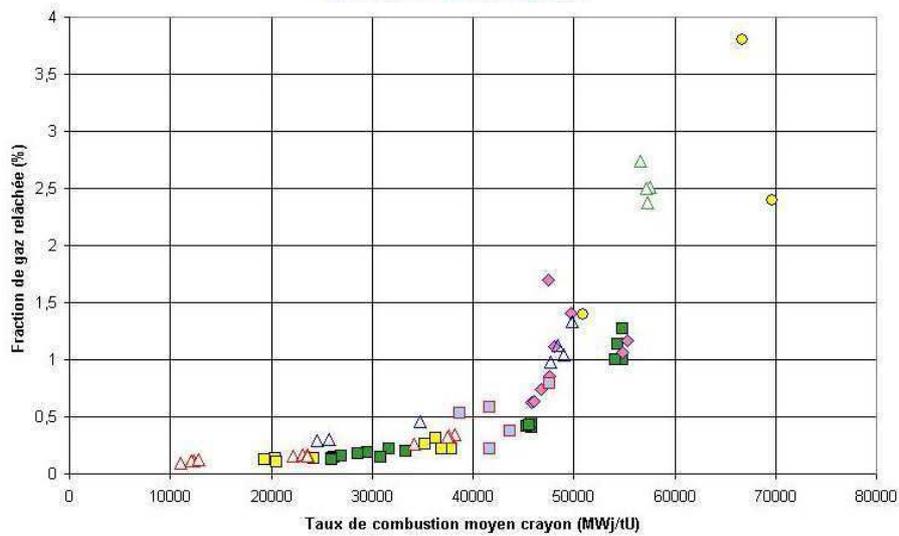


Figure I.3. Relâchement athermique en fonction du taux de combustion et divers types de combustibles, on constate que la dispersion des mesures est importante [5].

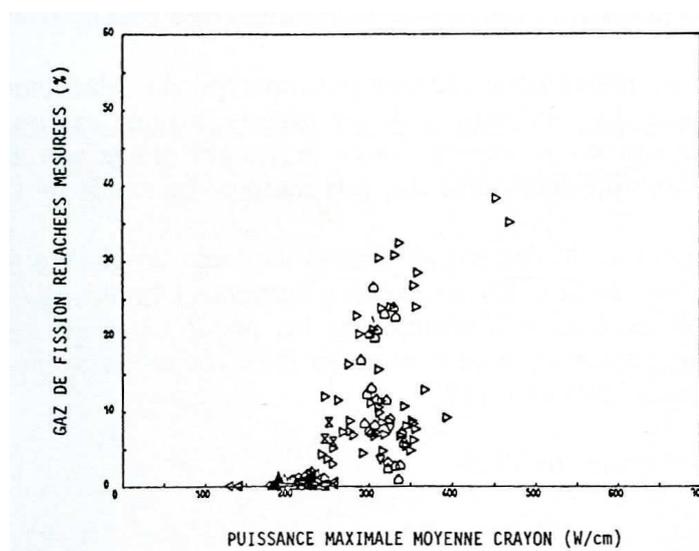


Figure I.4. Mise en évidence de l'effet de seuil lié au relâchement thermique. Le relâchement croît considérablement à partir d'un certain seuil de puissance [5].

Pour décrire ces phénomènes on utilise une grandeur : la Fraction de Gaz Relâché (*FGR*). Elle correspond au rapport de la quantité de gaz présente dans les volumes libres sur celle produite. Les produits de fission gazeux sont constitués de xénon, de krypton et de traces d'iode (corrosif vis-à-vis de la gaine). Etant donné que pour 100 fissions d' UO_2 , 30 atomes de xénon et seulement 3 de krypton sont créés, on peut exprimer *FGR* comme étant :

$$FGR \approx \frac{\text{quantité de Xe relâché}}{\text{quantité de Xe produit}} \quad (\text{I.1})$$

Remarque : Le rapport xénon/krypton dépend du rendement de la fission concernée (^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu , ^{242}Pu ...). Ce rapport est d'environ 10 pour le combustible UO_2 et 17 pour le combustible MOX.

Cette grandeur est très fortement liée au comportement thermomécanique du crayon. En effet, le relâchement gazeux est un phénomène complexe propre à chaque crayon, très fortement corrélé à l'historique thermique de chacun d'eux. Il dépend de la position du crayon au sein de l'assemblage et du cœur du réacteur, du type de combustible utilisé, de l'enrichissement, de la teneur initiale en matière fissile et de la technologie du réacteur (spectre neutronique)...

Le minerai naturel ne contient que 0,7% d'isotope fissile ^{235}U , le reste étant essentiellement composé d'isotope fertile ^{238}U . Un isotope fissile se scinde par absorption d'un neutron. Un isotope fertile devient lui-même fissile par absorption d'un neutron sans fission (l'isotope ^{238}U de l'uranium devient du neptunium 239, puis plutonium 239 par rayonnement β).

Pour augmenter le taux de combustion, il est nécessaire d'accroître la réactivité. Pour l' UO_2 on augmente l'enrichissement initial en ^{235}U fissile. Pour le MOX, on augmente la teneur initiale en Pu fissile. Le taux d'enrichissement (qui consiste à augmenter la proportion initiale de l'isotope ^{235}U) est actuellement de 3,9% pour des taux de combustion de déchargement moyen de 52 *GWj/tM* par assemblage. Pour atteindre des taux de 70 *GWj/tM*, il faut l'augmenter à 5%. La contrepartie est que plus le combustible est réactif plus sa température en fonctionnement est élevée, et par conséquent le relâchement est plus important. Le combustible MOX (U-PuO_2), de par la présence de plutonium, a naturellement une réactivité plus importante, même en fin de vie. Contrairement à l' UO_2 , la température d'irradiation reste suffisante pour activer fortement le relâchement thermique.

Le phénomène de relâchement thermique ou athermique s'accélère avec la transmutation du matériau. Néanmoins, il n'est pas possible d'établir une relation bijective entre *FGR* et le taux de combustion, compte tenu de l'effet important de l'historique de température dans les conditions usuelles de fonctionnement.

Le relâchement gazeux, combiné à la réduction des volumes libres disponibles (réduits de moitié pendant l'irradiation par l'expansion des pastilles), conduit à l'augmentation de la pression interne du crayon avec le taux de combustion. La pression interne du crayon croît donc avec le taux de combustion, pouvant atteindre jusqu'à 100 bars à température ambiante. L'hélium initial, 15 à 30 bars introduit lors de la fabrication du crayon, est progressivement remplacé par un mélange gazeux (He/Xe/Kr principalement) ; la proportion de xénon ajoutée à celle de krypton dans ce mélange peut atteindre 50% en fin d'irradiation.

2. De l'utilité d'un capteur non destructif pour mesurer la composition et la pression des gaz de fission

Les crayons sont conçus pour respecter les critères de sûreté durant toute leur vie en réacteur, dans les modes de fonctionnement les plus sévères. Un des critères à respecter est que la pression interne du crayon en fonctionnement ne dépasse pas celle du circuit primaire, c'est-à-dire 155 bars. Ce critère vise à garantir l'intégrité de la gaine en zircaloy 4, première barrière de sûreté vis-à-vis de l'environnement. En effet, il est considéré qu'une réouverture du jeu pastille/gaine pourrait conduire à la fusion du combustible, au ballonnement, puis éventuellement à une rupture de la gaine. Le critère doit donc être respecté en toutes circonstances. Dans le cas d'une perte d'intégrité de la gaine, le crayon se dépressurise et peut contaminer le circuit primaire. Les dispositifs de surveillance permettent de détecter les montées de radioactivité. Lorsque le seuil est dépassé le réacteur doit être arrêté jusqu'à ce que l'activité redescende en dessous du seuil.

Jusqu'à présent, pour déterminer le comportement du crayon en réacteur, EDF utilise un logiciel de simulation thermomécanique CYRANO3 [6] (anagramme de crayon). Les bases de validation de ce logiciel sont des données obtenues à partir de **contrôles destructifs**, effectués dans des laboratoires spécialisés, sur quelques crayons prélevés en centrale. C'est par perçage et double détente dans des volumes calibrés qu'on obtient avec précision la pression. La composition des gaz de fission est obtenue par chromatographie. Ce perçage est effectué après une série de mesures non destructives (mesure de l'épaisseur de la gaine, de l'ovalisation, de l'épaisseur d'oxyde...). Ces mesures sont réalisées en « cellules chaudes », laboratoires dédiés aux mesures sur les matériaux et structures radioactifs (essentiellement au CEA et à TUI⁴). Les crayons destinés à ces examens sont peu nombreux (seulement une centaine ont été percés depuis 1974) car ils sortent du cycle de gestion des déchets habituels et demandent des traitements particuliers et coûteux.

Une mesure systématique in situ non destructive de la pression, corrélée à celle de la composition des gaz relâchés, décuplerait les points de mesures, alimentant ainsi largement la base de données de validation du logiciel CYRANO3. Cela permettrait d'avoir une approche statistique plus complète du suivi de la pression et ainsi de mieux évaluer la marge vis-à-vis du critère de sûreté sur la pression. **Ceci pourrait être finalement une aide précieuse pour la décision du rechargement ou non des assemblages les plus épuisés.**

Un arrêt est tellement coûteux qu'il est important de détecter, aux inter-cycles, les crayons présentant des défauts de gaine. Si on est capable de détecter dans l'assemblage le crayon défectueux, on peut le retirer et le recharger. Actuellement, l'assemblage entier est éliminé. **La mesure de la pression permettrait donc de détecter les crayons défailants dans un assemblage, et ainsi de déterminer la potentialité de la structure pour un rechargement ou un entreposage de longue durée.**

L'évolution de l'hélium dans les volumes libres des crayons combustibles entreposés, nécessite une validation des modèles. En effet, la pression des crayons entreposés continue à croître du fait de la décroissance alpha des noyaux transuraniens, particulièrement pour les MOX. **Notre dispositif permet donc aussi d'envisager le suivi de la pression des crayons combustibles pendant l'entreposage.**

⁴ TransUranium Institute : Laboratoire européen dédié aux mesures sur combustible nucléaire situé à Karlsruhe en Allemagne.

Malgré l'intérêt porté par l'industrie nucléaire à ce sujet il n'existe toujours pas de dispositif de mesure de pression et de composition des gaz de fission non destructif fiable.

3. Etat de l'art de la mesure ou du contrôle non destructif de la pression dans les crayons

3.1 Détection des crayons défectueux (crayons non étanches)

3.1.1 Procédure actuelle

Lors du déchargement des assemblages, la cuve est noyée dans la piscine du bâtiment réacteur (BR) (Figure I.5). Tous les assemblages sont sortis, basculés à l'horizontale, et transférés dans la piscine du bâtiment combustible (BK) par un tunnel immergé entre la piscine du BR et celle du BK (Figure I.6). L'assemblage est ensuite redressé dans un sas, dans lequel on dispose d'un banc de ressuage. Ce banc permet de détecter si l'assemblage est étanche. L'assemblage peut être aussi soumis à un examen des distances inter-crayons de la périphérie afin de détecter d'éventuelles déformations. Cette opération est réalisée avec une caméra qui permet aussi de vérifier l'allongement des crayons par un examen du pied et de la tête d'assemblage.

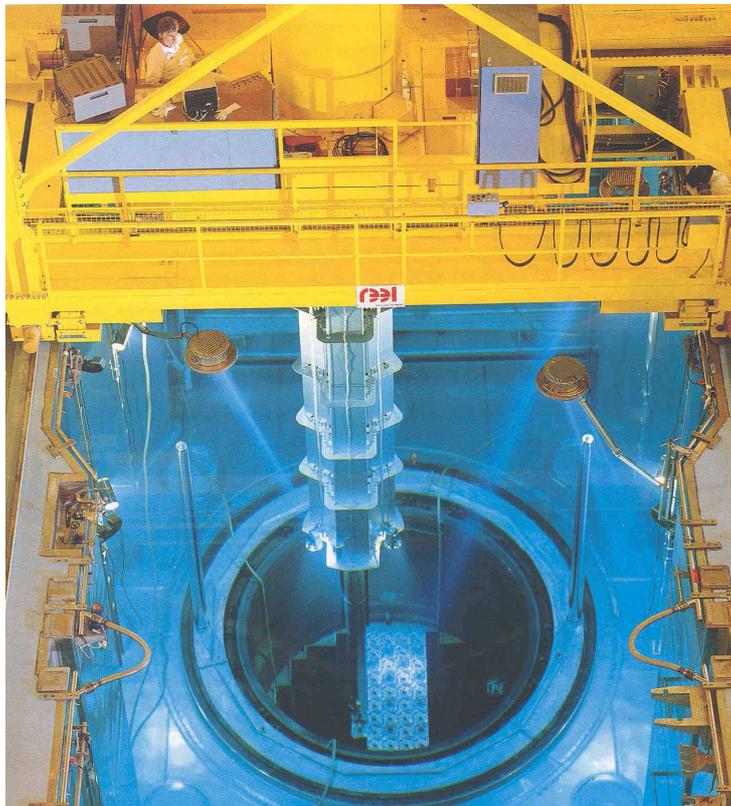


Figure I.5. Rechargement d'un réacteur REP.

L'examen des assemblages et le rechargement se font en piscine sous 4 à 6 m d'eau pour protéger le personnel des rayonnements comme le montrent les figures I.5 et I.6. Toute intervention sur un assemblage se fait à l'aide d'un robot piloté par caméra. Pour finir, un capteur placé sur un sabre, permet d'aller dans un assemblage réputé non étanche et de détecter le crayon défectueux par courants de Foucault. Cette technique permet de détecter les fissures, mais ne peut pas dire si ces derniers débouchent et donc si le crayon est dépressurisé.

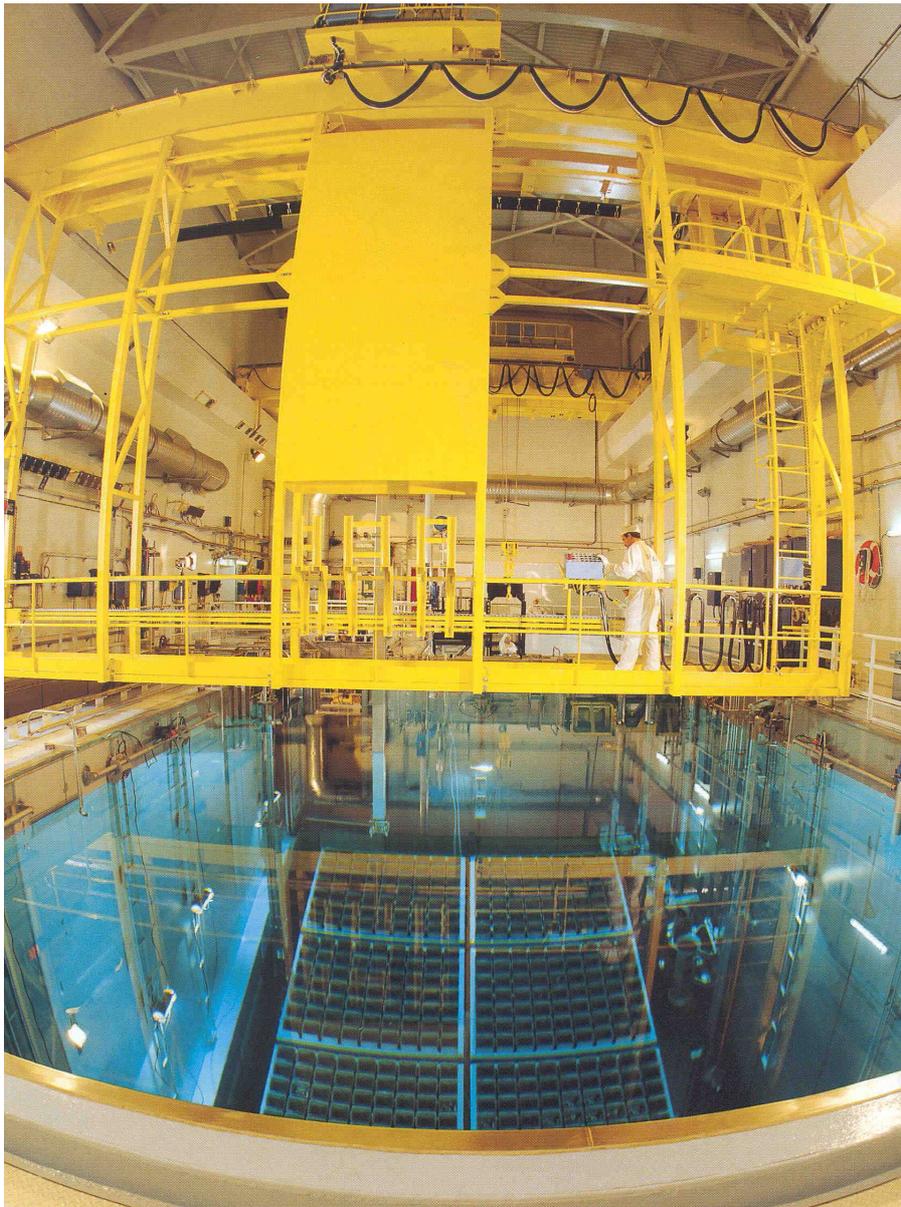


Figure I.6. Piscine du bâtiment combustible pendant un arrêt de tranche.

3.1.2 Techniques ultrasonores

Il existe un brevet de Exxon Nuclear Compagny Inc. US-3975949 [7] qui propose de modifier les bouchons supérieurs des crayons en y insérant un élément vibrant tel un diaphragme. Le principe de la mesure consiste à mettre en vibration le diaphragme à l'aide d'un champ magnétique généré par une bobine placée sur le bouchon supérieur du crayon, puis à mesurer l'amplitude des oscillations qui sont d'autant plus amorties que la pression est élevée. Actuellement, ce brevet n'est pas mis en application. Il nécessite le démontage des têtes d'assemblage et la modification des bouchons des crayons. Or, toute modification de conception des crayons combustibles est soumise à une procédure de sûreté telle, qu'aucun des exploitants de centrale ne s'est lancé dans l'opération.

Le brevet de Westinghouse Electric Corp. US-4126514 [8] propose d'effectuer la mesure selon deux méthodes acoustiques. Un capteur ultrasonore positionné sur le bouchon supérieur du crayon excite axialement la gaine (Figure I.7). La première méthode consiste à comparer l'atténuation des échos se propageant le long de la gaine avec celle mesurée sur un tube témoin. L'atténuation est fortement corrélée à la présence d'humidité sur les parois internes du crayon due à une fuite. La seconde méthode consiste, avec un capteur acoustique fonctionnant dans la gamme de l'audible, à écouter les bruits générés par l'entrée en ébullition de l'eau contenue dans le tube. Pour ce faire, il faut isoler le crayon de l'eau de la piscine afin que la température du crayon croisse jusqu'au point d'ébullition. Mais encore une fois le problème de l'encombrement est rédhibitoire. Le dispositif se posant sur le bouchon supérieur nécessite le démontage des têtes d'assemblage. De plus, comme il ne permet pas de faire des mesures précises de la pression, il ne peut pas être utile à la collecte de données statistiques (pour le logiciel CYRANO). Enfin, il n'y a pas obligatoirement d'eau dans les crayons défectueux, en particulier si la fuite est faible.

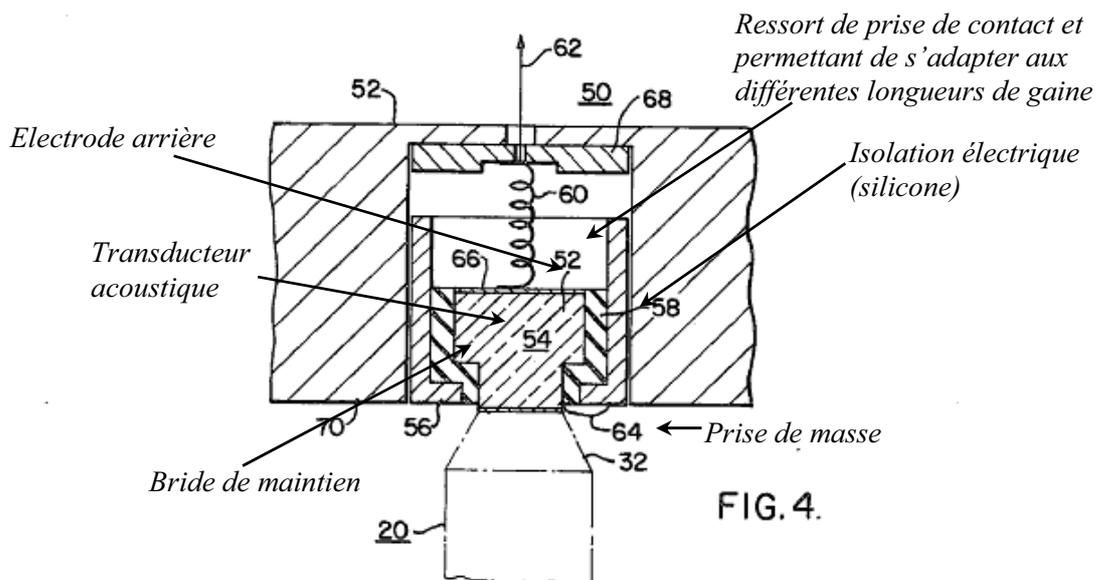


Figure I.7. Schéma de principe du brevet Westinghouse US-4126514 : capteur ultrasonore pour l'analyse de l'atténuation des échos corrélée à la présence d'eau, et sonore (gamme de l'audible) pour « écouter » les bruits d'ébullition.

Siemens a breveté un capteur acoustique capable de déterminer si une gaine est dépressurisée [9]. Un générateur produit un pulse dont l'énergie spectrale est comprise entre 50 kHz et 1 MHz, créant une onde acoustique se déplaçant hélicoïdalement dans la gaine. On mesure le rapport de l'atténuation entre deux ondes de fréquences différentes comprises dans les bandes spectrales de 100-300 kHz et de 600-1200 kHz – les fréquences stipulées ici sont celles déclarées comme optimales par l'auteur de ce brevet. L'atténuation des ondes dans la gaine dépend de la présence ou non de gaz. Par comparaison avec un crayon témoin, on peut détecter une éventuelle dépressurisation. Le principal inconvénient de cette technique est de ne réaliser qu'une mesure relative de pression, et donc de ne pouvoir servir qu'à la détection de fuite.

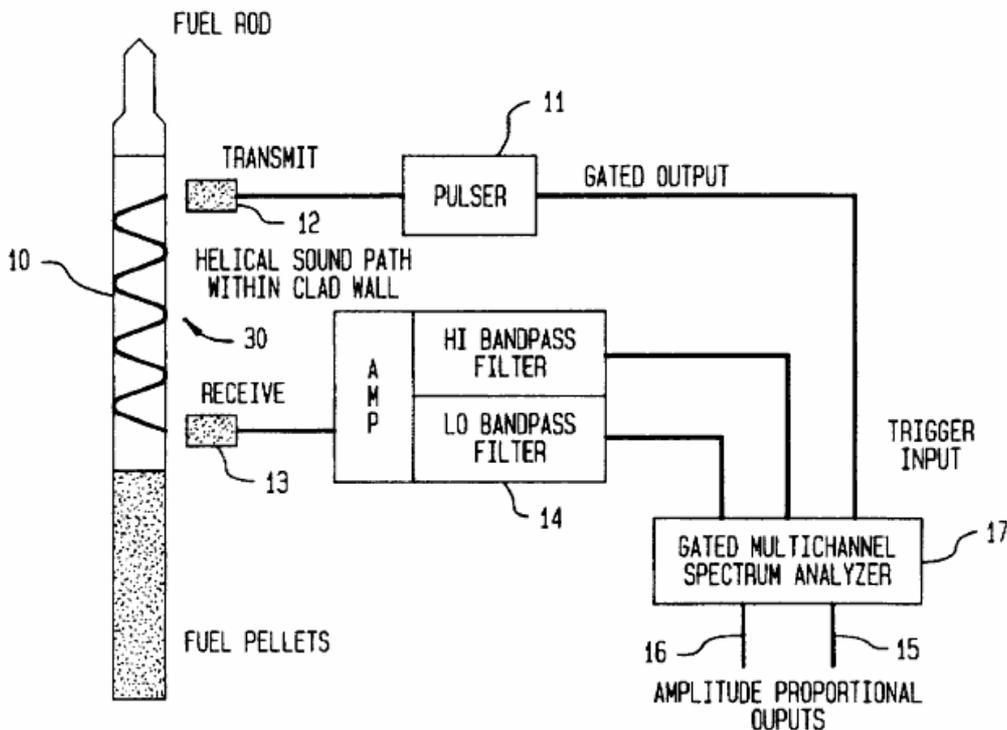


Figure I.8. Schéma de principe du brevet Siemens US-5790617 : capteur ultrasonore permettant la mesure du rapport de l'atténuation acoustique pour deux fréquences spécifiques.

3.2 Mesure de la pression

3.2.1 Méthode thermique

V. Pastushin et al [10, 11] ont développé, dans une centrale russe RBMK⁵, une méthode thermique, basée sur le fait que l'intensité et l'atténuation d'une impulsion thermique générée dans un matériau à caractériser dépend de sa diffusivité thermique, qui pour un gaz dépend de la pression [12]. A l'aide d'un laser de puissance, une onde thermique est générée en un point de la gaine au niveau du plenum.

Selon la vitesse de déplacement et l'intensité de l'onde thermique (toutes deux dépendantes des transferts thermiques entre la gaine et le gaz), mesurées à une courte distance du

⁵ Reactor Bolshoi Moshchnosti Kalani, ce qui signifie réacteur de forte puissance à canaux.

point de génération, il est possible de remonter à la pression du gaz en présupposant de sa composition. Cette méthode n'a toujours pas fait ses preuves in situ.

3.2.2 Méthode acoustique

Westinghouse Electric Corp., fabricant de crayons, propose avec le brevet US-4009616 [13] une solution de mesure de la pression entièrement acoustique. Le principe consiste à mesurer l'intensité acoustique d'une impulsion après traversée de la gaine. Le coefficient de transmission énergétique en incidence normale est proportionnel au carré de la pression. La mesure en transmission est effectuée à l'aide d'un émetteur et d'un récepteur, focalisés sur la gaine (Figure I.9). Dans ce brevet, l'inventeur propose d'amortir les résonances du tube à l'aide d'un matériau absorbant placé autour de la gaine, comme indiqué sur la figure ci-dessous. L'objectif est de concentrer l'énergie acoustique dans le gaz.

Cependant, l'encombrement du capteur, dû d'une part au système de focalisation et d'autre part au dispositif d'amortissement des résonances du tube, ne permet pas d'envisager la mesure à l'intérieur d'un assemblage, où l'écart entre deux crayons est de l'ordre de 3 mm.

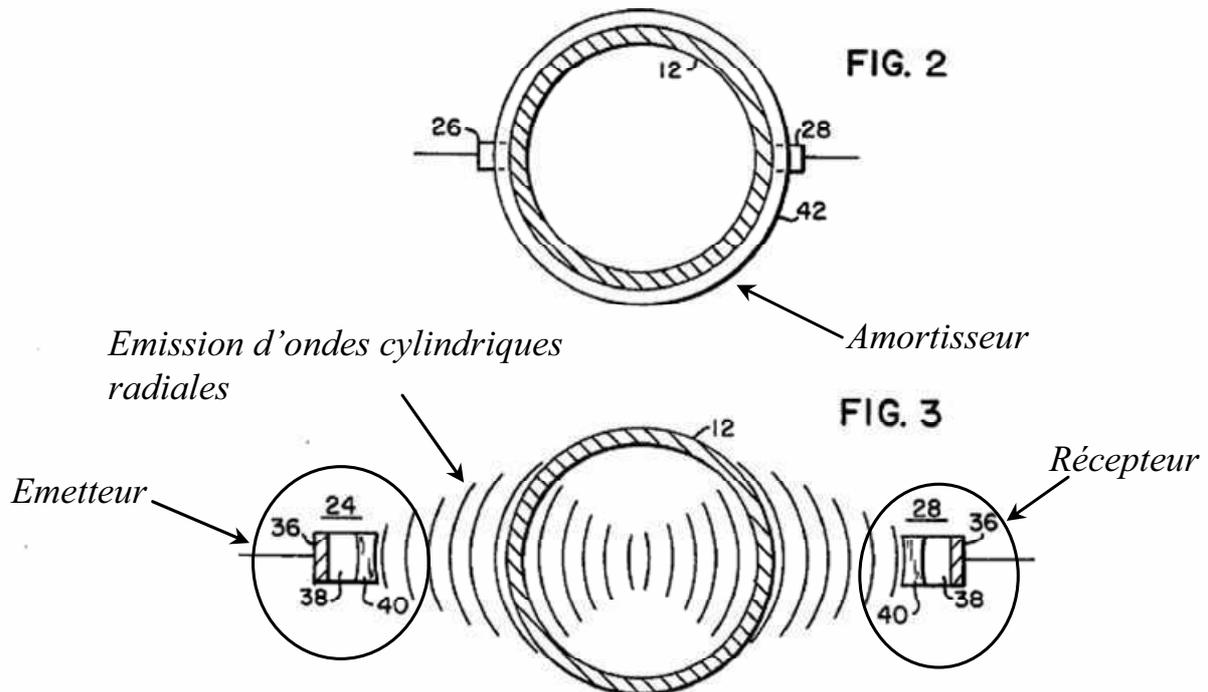


Figure I.9. Schéma de principe du brevet US-4009616 de Westinghouse Electric Corp. L'intensité de l'onde acoustique transmise au travers du tube est proportionnelle au carré de la pression (36 : élément piézoélectrique ; 38 : ligne à retard ; 40 : lentille de focalisation).

3.3 Mesure de la fraction de gaz relâché

Des tests non destructifs font appel à la méthode du « gamma scanning » qui consiste à mesurer l'activité de certains radioéléments à durée de vie moyenne. La décroissance de l'isotope ^{85}Kr produit un pic énergétique de 514 *keV* dont l'amplitude permet de remonter à la quantité de krypton relâché. Puis en connaissant le volume libre on déduit la fraction de gaz relâché (*FGR*). L'intensité du pic, dû à la décroissance du ^{137}Cs , permet la mesure du taux de combustion [14, 15].

La plupart des mesures⁶ sont effectuées en bord de piscine de réacteurs expérimentaux [16]. Elles nécessitent des appareillages lourds ne permettant d'effectuer des mesures que sur un seul crayon à la fois. De plus, la précision relative de ces mesures est de 5% pour une fraction de gaz relâché de l'ordre de 3%, et de 15% pour une fraction de gaz relâché de l'ordre de 50% [15]. Pour l'instant, il n'est pas envisagé de transférer cette technique en centrale.

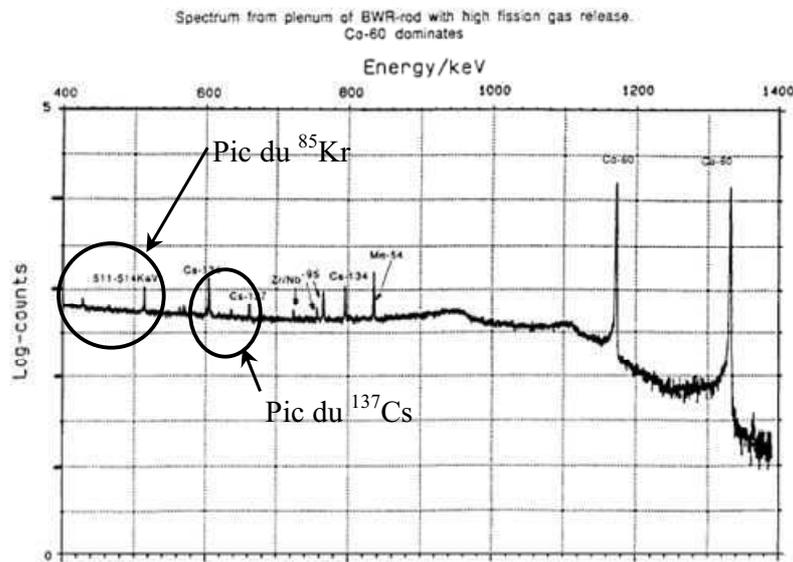


Figure I.10. Exemple d'un γ -scanning pour détermination de FGR et du taux de combustion, d'après [15].

*

* *

4. Méthodes ultrasonores pour la mesure des propriétés des gaz

Pour élargir la problématique de la mesure spécifique dans les crayons à combustible et éventuellement tirer de nouvelles idées applicables au domaine du nucléaire, nous allons faire état des applications des ultrasons dans d'autres domaines.

⁶ Mesures fédérées par de vastes programmes scientifiques visant, en partie, à comprendre les phénomènes mis en jeu pour de forts taux de combustion tel que « the OECD- Halden Reactor Project ».

4.1 Mesure des propriétés thermodynamiques des gaz

La célérité (c) d'une onde acoustique se propageant dans un gaz parfait est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{C_p}{C_v} : \text{rapport des chaleurs spécifiques} \\ R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} : \text{constante des gaz parfaits} \\ T : \text{température en K} \\ M : \text{masse molaire} \end{array} \right. \quad (\text{I.2})$$

On montre à l'aide de $\rho c^2 = \gamma P$ que l'impédance caractéristique d'un gaz parfait est linéaire avec la pression :

$$Z_c = \rho c = \sqrt{\frac{\gamma M}{RT}} P \quad (\text{I.3})$$

Tout dispositif acoustique fournissant une grandeur fonction de l'impédance caractéristique du gaz permettrait donc de remonter à sa pression.

La mesure de la célérité c permet de déduire la température thermodynamique [17], la masse molaire ou encore les propriétés acoustiques (et de transport) des gaz [18]. Des mesures précises de la célérité et de la densité, on déduit le rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = C_p / C_v$ et le facteur de compressibilité [19-22].

Dans les années 1920, J.C Hubbard et W. H Pielemeier mesuraient la célérité et l'absorption, dans l'air et dans le CO_2 [23-25] à l'aide d'un interféromètre acoustique de G.W Pierce. Aujourd'hui les résonateurs utilisés sont cylindriques ou sphériques (résonateurs de Helmholtz). Ces derniers sont plus difficiles à fabriquer et à mettre en œuvre mais présentent des performances exceptionnelles. Avec un résonateur rempli d'argon utilisé comme gaz de référence, l'erreur relative sur la mesure de vitesse peut atteindre $5 \cdot 10^{-4} \%$ [17], celle sur les chaleurs spécifiques et la densité 0,01% et celle sur la mesure de la constante des gaz parfaits $R : 1,7 \cdot 10^{-4} \%$ [26].

Les résonateurs sphériques sont conçus pour travailler préférentiellement avec les modes radiaux non dégénérés, pour lesquels les pertes visqueuses aux parois sont négligeables. De ce fait, ils présentent des coefficients de qualité très élevés, typiquement de l'ordre de 20000. Ceci permet d'atteindre les précisions ci-dessus. A partir de mesures aussi précises, on peut analyser les déviations des propriétés du gaz par rapport au gaz parfait. Le gaz réel est caractérisé par une équation d'état $P = f(V, T)$ dont on peut déterminer les coefficients du Viriel (développement en série entière) pour un gaz pur [27] ou pour un mélange [28, 29]. Avec des résonateurs cylindriques excités longitudinalement, les pertes aux parois sont plus importantes, et les performances sont moindres comparées à celles des résonateurs sphériques : 0,01% sur la vitesse mais correspondant tout de même à 0,02% sur la masse molaire d'un mélange [30]. Pour augmenter la précision des mesures de la célérité, il faut tenir compte de l'absorption [31].



Figure I.11. Résonateurs de Helmholtz en laiton verni. Instruments d'étude qui avaient pour but d'amplifier certaines fréquences caractéristiques provenant du bruit environnant et dépendant du rayon de la sphère⁷.

4.2 Contrôle de processus industriels

Les applications des résonateurs acoustiques sont nombreuses. Elles consistent essentiellement en la caractérisation de mélanges gazeux industriels tels que les mélanges de gaz naturels pour l'industrie pétrochimique [30] ou pour le contrôle d'atmosphère, comme la mesure de la teneur en CO₂ dans des entrepôts de stockage de fruits [32], ou encore la détection de fuite d'hélium [33] ou d'hydrogène pour la prévention des risques d'explosion.

M. Joos [32] analyse les combinaisons binaires air-CO₂, air-He et Ar-SF₆ avec des concentrations comprises entre 0 et 100% à pression atmosphérique. Le modèle théorique basé sur les lois des gaz parfaits permet d'effectuer des mesures de composition avec 5% d'incertitude. Le mélange Ar-SF₆, l'argon, et le krypton sont d'excellents isolants phoniques et thermiques. La mesure de la célérité dans ces gaz est utilisée par les industries de fenêtres isolantes, pour vérifier de façon non destructive pendant la fabrication qu'il n'y a pas de fuite [34].

Dans les applications que nous venons de citer il n'y a pas d'écoulement de gaz. Des capteurs ont été adaptés au contrôle en temps réel sur des fluides en écoulement [35] (Figure I.12). Ces capteurs permettent le contrôle de l'émission de gaz toxiques dans les colonnes d'évacuation des industries électroniques, chimiques ou pharmaceutiques... Ils peuvent fonctionner sous des atmosphères ionisantes, très poussiéreuses et dans des conditions de température et d'humidité très sévères. De plus, ils permettent de réaliser des contrôles en temps réel de la composition de gaz dans certains processus de fabrication. A titre d'exemple, pour accroître la pureté des cristaux de silicium le rapport des concentrations $H_2/SiHCl_3$ doit

⁷ Exemplaires du lycée Jacques Decour, Paris, réalisé par Rudolph Koenig (1832-1901) ; source www.inrp.fr.

être parfaitement maîtrisé pendant tout le processus de fabrication (pour éviter les dopages éventuels du silicium) [36].

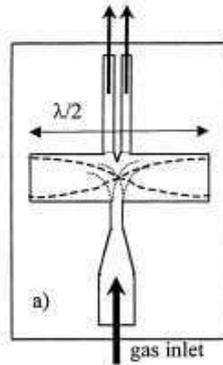


Figure I.12. Schéma de principe d'un résonateur acoustique où l'écoulement du fluide entretient les résonances d'après [37].

Une autre application permet la mesure instantanée du taux d'humidité dans l'air (comme dans les conduits d'évacuation d'industrie pharmaceutique). Si la distance entre les deux plans du résonateur est de $\lambda/2$, la fréquence de résonance vaut $c/2e$. Un premier capteur de référence, de fréquence de résonance f_{ref} , est alimenté en air sec. Un second alimenté en air humide à la même température résonne à la fréquence f_m . Après correction du zéro et étalonnage, le rapport des deux fréquences (f_m/f_{ref}) permet de déduire la proportion d'eau indépendamment de la température [36, 37].

Le stockage provisoire du plutonium dans des fûts, avant recyclage et avant conditionnement définitif, est sous étroite surveillance. En effet, une activité résiduelle génère des gaz qui peuvent être corrosifs et entraîner une surpression. Pendant cette étape de recyclage, la surveillance de la pression et de la composition est un élément essentiel de sûreté. D.K. Veirs et al [38] placent, à l'extérieur du fût, un transducteur à 1 kHz accordé à la taille des fûts. La mesure de la fréquence fondamentale du gaz permet de mesurer la célérité et de détecter les variations de la masse molaire du mélange gazeux. Les auteurs mettent en avant la variation de l'amplitude de la résonance en fonction de la pression sans réellement apporter de solution pour mesurer la pression (qui est faible dans cette application, 7 bars, ce qui augmente la difficulté).

Boeing a publié un rapport sur la mesure de la pression de bouteilles d'hélium comprimé (avec une pression nominale de 350 bars) de dispositifs d'avions pour le lancement de missiles [39]. Les bouteilles cylindriques sont excitées radialement avec un ou deux transducteurs, d'ouverture angulaire de 120° , qui permettent de travailler en réflexion ou en transmission. Le couplage est assuré par une bande silicone pour s'affranchir des états de surface des bouteilles. Le principe est de mesurer le temps de vol (mesure indirecte de la célérité) du premier écho, et d'en déduire la pression car la fonction $c(P)$ de l'hélium est connue. Cette mesure n'est possible qu'avec un gaz de composition connue et donc inutilisable dans notre cas.

4.3 Mesure de composition pour des mélanges ternaires

Dans un mélange de trois gaz de concentrations x_1 , x_2 et $(1-x_1-x_2)$, les proportions x_1 et x_2 ne peuvent pas être uniquement déduites à partir de la mesure de la célérité. Il est nécessaire de mesurer un autre paramètre tel que l'absorption.

Si l'on trace sur un graphique (Figure I.13) en fonction de x_1 , x_2 les lieux des points qui ont une absorption et une célérité donnée, les coordonnées du point d'intersection des deux courbes correspondent à la composition du mélange [40].

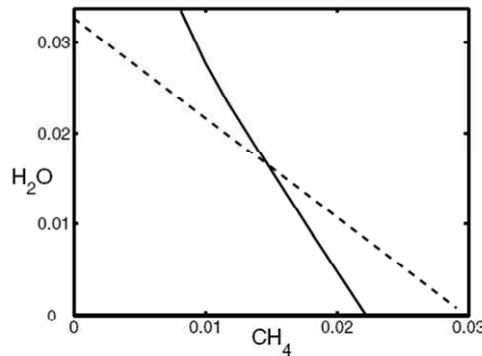


Figure I.13. Principe de la détermination de la composition d'un mélange ternaire par la mesure de l'atténuation et de la célérité [40]. «Lieux des points d'atténuation réduite constante égale à $1,55 \cdot 10^{-5}$ (continu) et de vitesse constante égale à 355 ms^{-1} (pointillés) en fonction de la fraction (x_1) de méthane et d'eau (x_2) dans de l'azote. L'intersection des deux courbes fournit les proportions de chacun des constituants ».

Remarque : Cette méthode n'est pas applicable à notre cas, car il est difficile de déterminer avec exactitude les pertes dues aux frottements visqueux avec les parois et avec le ressort ainsi que la diffraction du capteur et celle due au ressort. De plus, les propriétés d'absorption des mélanges He/Xe sont très mal connues.

L. Zipser et F. Wachter [41] proposent de mesurer la vitesse des ondes dans le fluide à caractériser, quand les processus acoustiques ne sont plus adiabatiques. Pour réaliser ces conditions, on fait circuler le fluide dans un conduit très étroit pour maximiser les frottements (écoulement anisentropique). On obtient x_1 et x_2 en résolvant le système :

$$\begin{cases} c_{is} = \frac{\gamma RT}{M(x_1, x_2)} \\ c_{ais} = K(x_1, x_2) \frac{\gamma RT}{M(x_1, x_2)} \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

où c_{is} est la vitesse usuelle donnée par (I.2), c_{ais} est la vitesse dans l'écoulement, et le coefficient $K(x_1, x_2)$ dépend des propriétés des gaz du mélange [41]. Cette méthode nécessite un écoulement du fluide et par conséquent elle aussi n'est pas applicable à notre cas.

4.4 Mesure de pression partielle par liquéfaction

T. Asaki [42] détermine la pression et la densité de deutérium enfermé dans une coque sphérique à partir du point de rosée. Les coordonnées du point de rosée sont déterminées en baissant la température jusqu'à ce que la célérité varie brutalement, variation caractéristique de la transition de phase vapeur/liquide. L'exemple de la Figure I.14 pour 30 bars de pression partielle de xénon démontre la possibilité d'effectuer une mesure de pression avec une bonne précision, vu la brutalité du phénomène. En effet, la variation de vitesse à la transition est ici de 58% (à 259 K). Avec une pression partielle de xénon à 10 bars, la variation est de 71% mais la température de transition est de 219 K. La principale difficulté de mise en œuvre de cette technique réside donc dans le dispositif de refroidissement dont l'encombrement devrait vraisemblablement interdire toute mesure en dehors des crayons périphériques. D'autant plus que la température de déchargement des assemblages est d'environ 70°C au bout de trois jours en piscine.

Remarque : On fait la supposition que la température de liquéfaction du xénon est indépendante de la présence d'hélium, ce qui consiste à négliger les interactions entre les molécules des deux espèces. De plus, la pression partielle de xénon doit rester inférieure à sa pression critique (P_c) égale à 58,42 bars [43].

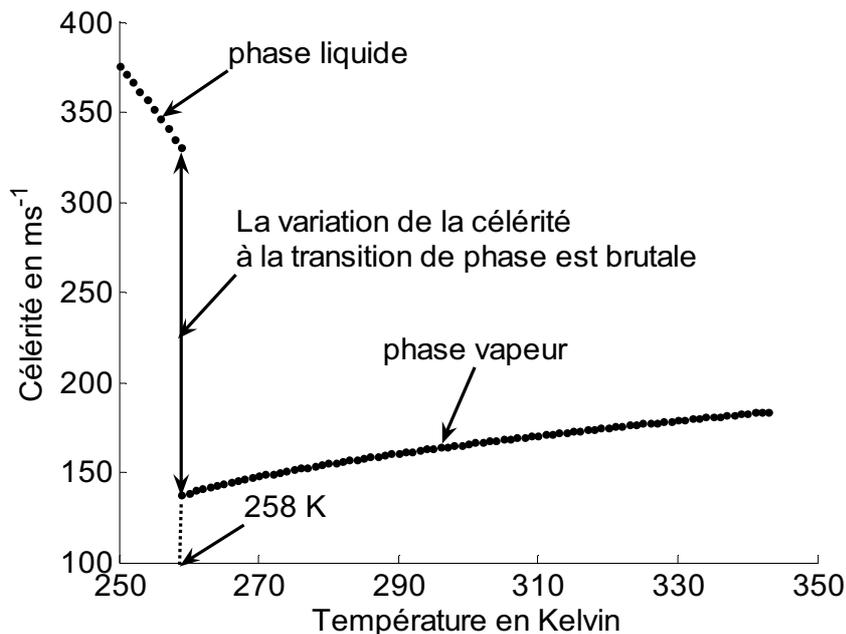


Figure I.14. Célérité du xénon en fonction de la température à 30 bars. La température de liquéfaction est déduite des courbes d'équilibre vapeur/gaz [43].

5. Historique des mesures sur les crayons à combustible au laboratoire

Le présent travail s'inscrit dans la continuité de travaux précédemment réalisés aux LAIN toujours en collaboration avec EDF. Une première thèse [44], réalisée par J.P Marco, a démontré la faisabilité d'effectuer les mesures acoustiques sur les gaz de fission. L'auteur montre l'existence de mode de résonance propre au gaz. Il étudie le champ acoustique diffusé

par un tube rempli d'un gaz sous pression et insonné par une onde plane. Il met en évidence l'intérêt de travailler à incidence normale avec des capteurs focalisés (Figure I.15).

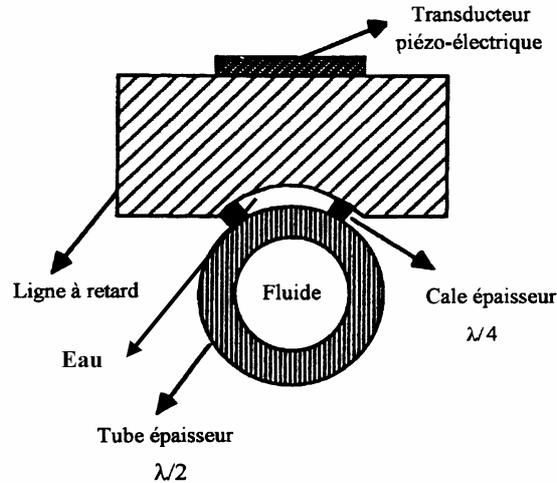


Figure I.15. Schéma de principe d'un capteur ultrasonore focalisé avec une couche d'adaptation d'eau d'épaisseur égale à $\lambda/4$ [44].

Expérimentalement, la mesure du coefficient de réflexion avec un analyseur de réseau a permis d'introduire le concept de « boucles et bouclettes » qui sera repris au Chap. V (Traitement des données). Le premier terme se rapporte aux résonances du système, fonction lentement variable de la fréquence, le second à celles du gaz, fonction rapidement variable de la fréquence (Figure I.16.a).

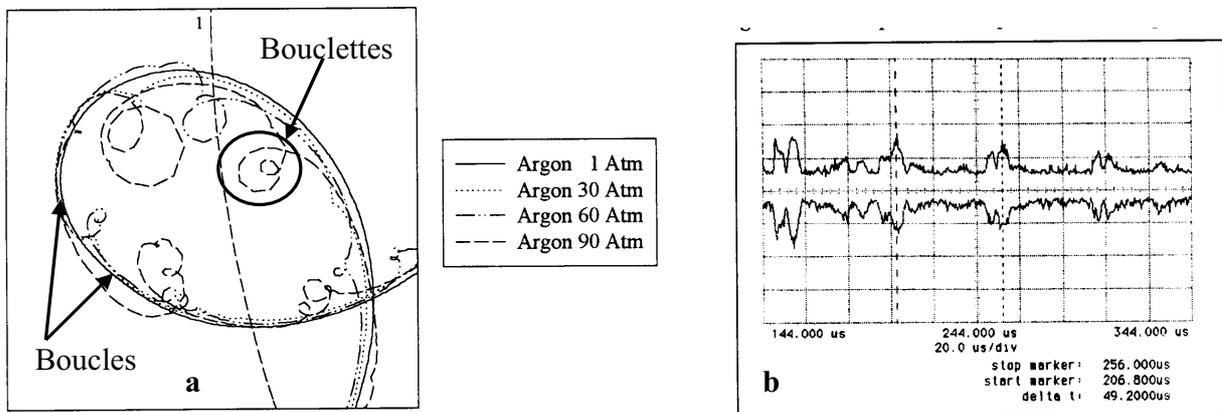


Figure I.16. a) Mesure du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence. **b)** Echogramme [44].

Les mesures ont mis en évidence la relation entre l'amplitude des bouclettes ou des échos avec la pression et donc la possibilité de la mesurer. Cependant, plusieurs points de blocages sont apparus. A l'issue de ce travail, il n'existait pas de méthode pour traiter de façon pertinente les spectres et les échogrammes (Figure I.16). De plus, l'utilisation du coefficient de réflexion conduisit à se méprendre sur le choix de l'épaisseur d'eau (quart d'onde) assurant un transfert de puissance au gaz optimal. Néanmoins, le caractère innovateur de ce travail permit le dépôt d'un brevet (FR2739925).

Une seconde thèse, effectuée par M.F Narbey [45], a traité en plus de la mesure de pression, celle de la proportion des gaz de fission. Les capteurs focalisés à l'aide d'une lentille ont été abandonnés au profit de capteurs en forme de tuiles. C'est cette forme de transducteur que nous avons continué à utiliser.

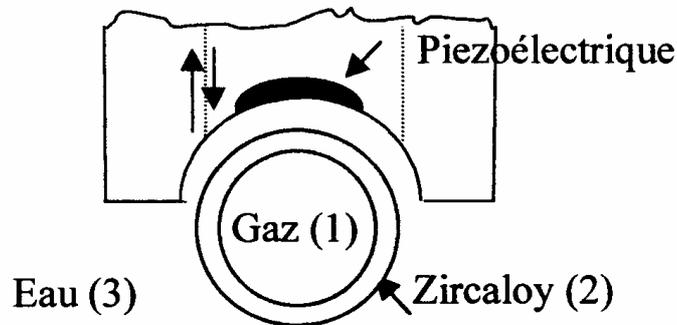


Figure I.17. Principe du capteur en forme de tuile [45].

Un système de vis micrométrique permettait de régler la couche d'eau optimale pour le couplage. Cependant aucun travail théorique ne fut réalisé sur la propagation des ondes cylindriques et sur l'optimisation des capteurs. Le dispositif de réglage rendait le système de mesures encombrant.

Les données expérimentales étaient toutes traitées à partir des échogrammes. L'amplitude des échos est reliée à la pression mais leur forme rend cette grandeur difficilement exploitable car trop sensible au bruit et aux moindres changements dans le couplage acoustique entre le transducteur et le gaz.

Le concept de la mesure de la composition fut énoncé. La composition peut être déterminée à partir de la célérité (obtenue par la mesure du temps de vol sur les échogrammes) [46]. L'expression de la célérité d'une onde acoustique dans le mélange de gaz He/Xe considéré comme gaz parfait, où $\gamma = 5/3$, est donnée par (I.2). Donc, en connaissant la masse molaire, $M = xM_{Xe} + (1-x)M_{He}$, on déduit la proportion de xénon x . Cependant, l'utilisation de la formule des gaz parfaits conduit à commettre une erreur sur la mesure de la composition (pour un mélange avec une proportion en xénon voisine de 10%) atteignant 10% à 200 bars. Pour compenser cette erreur, il est nécessaire de connaître l'équation d'état des mélanges gazeux d'hélium/xénon (ou les fonctions $c = (P, x, T)$ mesurées expérimentalement). M.F. Narbey proposa une solution à partir de l'utilisation du développement du Viriel [47]. Cependant, cette méthode demande d'effectuer des mesures à différentes températures ce qui ne peut être fait sur site. Pour résoudre le problème de la correction des mesures sur les gaz réels, cette thèse suggère d'utiliser des données thermodynamiques publiées sur les mélanges d'hélium et de xénon [29] mais la procédure n'a été mise au point que récemment (§VI.6 et annexe C).

6. Conclusion

Dans le cadre d'une politique d'augmentation du taux de combustion de déchargement des combustibles nucléaires, la mesure non destructive de la pression et de la composition des gaz de fission dans un assemblage combustible, permettrait :

- ✓ de constituer une base de données statistiques de l'évolution de la pression interne des crayons combustibles et ainsi de mieux évaluer les marges vis-à-vis du critère de sûreté correspondant (à l'aide du logiciel de simulation d'EDF CYRANO3) ;
- ✓ d'aider à la prise de décision du rechargement d'un assemblage ;
- ✓ de détecter le crayon défectueux dans un assemblage identifié non étanche mais réparable ;
- ✓ de caractériser l'état des assemblages avant entreposage, et de suivre leur évolution dans le temps.

L'étude bibliographique montre qu'aucune méthode actuellement publiée ou brevetée ne permet d'atteindre ces objectifs.

Les travaux précédents, issus de notre laboratoire, laissent entrevoir la possibilité d'atteindre ces objectifs moyennant l'amélioration des capteurs, du traitement du signal et de la compensation de l'effet parasite du ressort.

7. Bibliographie

- [1] CEA, ed. "*Clef n°53 Déchets radioactifs des solutions en progrès continu*". 2006.
- [2] D. Baron, "*Notion de physique nucléaire et application aux réacteurs cours de l'école centrale de Nantes 3ème année*".
- [3] W.Hannum, et al., "*Réacteur à neutrons rapides contre déchets nucléaires*". Pour la science, Janvier 2006: p. 32-39.
- [4] S.Belaud, "*Energie nucléaire: le nouvel élan*". Le journal du CNRS, Avril 2006(195): p. 19-27.
- [5] D. Baron and Pol Bouffieux, "*Le crayon combustible des réacteurs à eau pressurisée de grande puissance (Tranches 900 et 1300 MWe) cours de l'Ecole Centrale de Nantes 3ème année*".
- [6] R.M. P. THEVENIN, D. BARON, B. PETITPREZ, D.PLANCQ, "*CYRANO3: the industrial PLEIADES fuel performance code for EDF PWR studies*".
- [7] K.O Johnson and F.M Coffman, "*Leak detector probe for fuel rods*", 1976, patent number: US 3975949, assignee: Exxon Nuclear compagny, Inc
- [8] J.W Wonn, "*Method for detecting and locating defective nuclear fuel elements*", 1978, patent number: US 4126514, assignee: Westinghouse Electric Corp

- [9] McClelland, "Method and apparatus for detection of failed fuel rods by use of acoustic energy frequency attenuation ", 1998, patent number: US 5790617, assignee: Siemens Power Corporation
- [10] V.V. Pastushin, et al. "Elaboration Of The Thermophysical Instruments For Non-Destructive Examination Of Tightness And Gas Parameters Inside Power Reactor Fuel Rods". in *Published in 14th World Conference on Non Destructive Testing (14th WCNDT); Volume 5; New Delhi, India; December 8-13, 1996; pp. 25-37.* 1997.
- [11] V.V. Pastushin, et al., "Thermophysical means for nondestructive investigation of the airtightness and gas parameters in reactor fuel elements". Atomic Energy, 1996. **80**(1): p. 20-25.
- [12] W. Roth and W. Hartford, "Non-destructive testing of objects", 1965, patent number: US-3222917, assignee: Gabb Speciai Products Inc
- [13] J.W Wonn, "Acoustic mehod for measuring gas pressure", 1977, patent number: US 4009616, assignee: Westinghouse Electric Corp
- [14] I. Matsson and B. Grapengiesser, "Developments in gamma scanning irradiated nuclear fuel". Applied Radiation and Isotopes, 1997. **48**(10-12): p. 1289-1298.
- [15] I. Matsson, et al., "On-site [gamma]-ray spectroscopic measurements of fission gas release in irradiated nuclear fuel". Applied Radiation and Isotopes, 2007. **65**(1): p. 36-45.
- [16] W. Wiesenack, "Review of Halden reactor project high burnup fuel data that can be used in safety analyses". Nuclear Engineering and Design, 1997. **172**(1-2): p. 83-92.
- [17] J.J. Hurly, et al., "Virial equation of state of helium, xenon, and helium-xenon mixtures from speed-of-sound and Burnett PpT measurements". International Journal of Thermophysics, 1997. **18**(3): p. 579-634.
- [18] M.B Ewing, "Thermophysical properties of fluids from acoustic measurements". PURE AND APPLIED CHEMISTRY, 1993. **65**(5): p. 907-912.
- [19] P. J. Kortbeek, et al., "Measurement of the compressibility and sound velocity of helium up to 1 GPa". International Journal of Thermophysics, 1988. **V9**(3): p. 425-438.
- [20] P. J. Kortbeek, et al., "Compressibility and sound velocity measurements on N2 up to 1 GPa". International Journal of Thermophysics, 1988. **V9**(1): p. 103-116.
- [21] A.F. Estrada-Alexanders and J.P.M. Trusler, "The speed of sound in gaseous argon at temperatures between 110 K and 450 K and at pressures up to 19 MPa". The Journal of Chemical Thermodynamics, 1995. **27**(10): p. 1075-1089.
- [22] A.F. Estrada-Alexanders and J.P.M. Truslert, "Thermodynamic properties of gaseous argon at temperatures between 110 and 450 K and densities up to 6.8 mol · dm⁻³ determined from the speed of sound". International Journal of Thermophysics, 1996. **V17**(6): p. 1325-1347.

- [23] W. H. Pielemeier "*The Pierce Acoustic Interferometer as an Instrument for the Determination of Velocity and Absorption*". *Physical Review*, 1929. **34**(8): p. 1184.
- [24] J. C. Hubbard, "*The Acoustic Resonator Interferometer: I. The Acoustic System and its Equivalent Electric Network*". *Physical Review*, 1931. **38**(5): p. 1011.
- [25] J. C. Hubbard, "*The Acoustic Resonator Interferometer: II. Ultrasonic Velocity and Absorption in Gases*". *Physical Review*, 1932. **41**(4): p. 523.
- [26] M.R. Moldover. "*Acoustic resonators for measuring the thermodynamic and transport properties of industrial gases and for calibrating thermometers*". in *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2001.
- [27] K.O. Monago, "*An equation of state for gaseous argon determined from the speed of sound*". *Chemical Physics*, 2005. **316**(1-3): p. 9-19.
- [28] S.N. Biswas, et al., "*Thermodynamic properties of a mixture of He and N₂ at high pressures determined from speeds of sound*". *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 1997. **246**(1-2): p. 45-52.
- [29] Hurly J.J., et al., "*Virial equation of state of helium, xenon, and helium-xenon mixtures from speed-of-sound and Burnett PpT measurements*". *International Journal of Thermophysics*, 1997. **18**(3): p. 579-634.
- [30] B. A. Younglove and N. V. Frederick, "*Sound speed measurements on gas mixtures of natural gas components using a cylindrical resonator*". *International Journal of Thermophysics*, 1990. **V11**(5): p. 897-910.
- [31] F. W. Giacobbe, "*Precision measurement of acoustic velocities in pure gases and gas mixtures*". *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1993. **94**(3): p. 1200-1210.
- [32] M. Joos, et al., "*An ultrasonic sensor for the analysis of binary gas mixtures*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 1993. **16**(1-3): p. 413-419.
- [33] S.-H. Sheen, et al., "*Ultrasonic techniques for detecting helium leaks*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2000. **71**(3): p. 197-202.
- [34] M. Glora, et al., "*Non-destructive determination of the rare-gas content of highly insulating window systems*". *Measurement Science and Technology*, 1999(7): p. 592-597.
- [35] L. Zipser, "*Fluidic-acoustic gas sensors*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 1992. **7**(1-3): p. 592-595.
- [36] L. Zipser, et al., "*Acoustic sensors for analyzing binary gas mixtures*". *Sensors Journal, IEEE*, 2006. **6**(3): p. 536-541.
- [37] L. Zipser, et al., "*Acoustic gas sensors using airborne sound properties*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2000. **68**(1-3): p. 162-167.
- [38] D.K. Veirs , et al. "*Measuring Gas Composition and Pressure Within Sealed Containers Using Acoustic Resonance Spectroscopy*". in *Ninth International Confer-*

- ence on High Temperature Materials Chemistry*. 1997. PENN STATE, United States, <http://www.osti.gov/energycitations/servlets/purl/760110-0i8IkI/webviewable/>.
- [39] A. Olson, "*Helium bottle pressure measurement by portable ultrasonic technique*". 1989, Rapport de Boeing n°AD-A208 994, <http://stinet.dtic.mil/str/index.html>.
- [40] P. Scott, et al., "*Theory for a gas composition sensor based on acoustic properties*". *Measurement Science and Technology*, 2003. **14**(1): p. 70.
- [41] L. Zipser and F. Wachter, "*Acoustic sensor for ternary gas analysis*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 1995. **26**(1-3): p. 195-198.
- [42] T.J. Asaki, "*Ultrasonically determined fill pressure and density in closed spherical shells*". *Fusion Technology*, 1999. **35**(2): p. 126-130.
- [43] E.W. Lemmon, et al., "*Thermophysical Properties of Fluid Systems dans le WebBook de Chimie NIST, Base de Données Standard de Référence NIST Numéro 69*". 2005: Eds. P.J. Linstrom and W.G. Mallard, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg MD, 20899 (<http://webbook.nist.gov>).
- [44] J.P. Marco, "*Etude et réalisation de capteurs microacoustiques spécifiques pour la mesure de pression à travers une paroi*". 1996, Thèse de doctorat Université Montpellier II.
- [45] M.F. Narbey, "*Mesure de pression et de composition des gaz de fission dans les crayons combustibles des centrales à réacteur à eau pressurisée par méthode acoustique*". 2000, Thèse de doctorat Université Montpellier II.
- [46] J.C. Vyas, et al., "*A non-invasive ultrasonic gas sensor for binary gas mixtures*". *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2006. **115**(1): p. 28-32.
- [47] M. F. Narbey, et al., "*Determination of the composition of a gas mixture in a nuclear fuel rod by an acoustic method*". *INSIGHT*, 2000. **42**(9): p. 603-605.

II ETUDE THEORIQUE DES MODES DE VIBRATIONS D'UN CYLINDRE DE GAZ



Représentation des fonctions de Hankel¹

1.	Introduction	30
2.	Ondes sonores dans les fluides.....	30
2.1	Equation de propagation.....	31
2.2	Impédance acoustique	32
2.3	Absorption du son	32
3.	Modes de vibrations d'un cylindre de gaz	33
3.1	Description du système	33
3.2	Solution générale à trois dimensions.....	34
3.3	Etude à deux dimensions.....	35
3.3.1	Expression de l'impédance acoustique	35
3.3.2	Modes et fréquences de résonance	35
3.3.3	Etude à haute fréquence	36
3.3.3.1	Approximation au premier ordre.....	36
3.3.3.2	Approximation au deuxième ordre.....	38
3.3.4	Réponse du système excité par une tuile. Influence de l'angle des tuiles....	39
3.3.4.1	Réponse du système	39
3.3.4.2	Influence de l'angle de la tuile	41
3.4	Etude à trois dimensions	43
3.4.1	Réponse en fréquence, influence de la longueur de la tuile	43
3.4.1.1	Réponse du système	43
3.4.1.2	Influence de la longueur h	46
3.4.2	Position des résonances	46
4.	Conclusion.....	48
5.	Bibliographie	48

¹ http://gamin.joueb.com/images/goutte_eau_2.jpg.

1. Introduction

On souhaite réaliser par une méthode ultrasonore, la mesure de la pression et de la composition des gaz de fission dans des tubes cylindriques. L'idée de base est d'exciter, sur une large gamme de fréquences, le gaz à caractériser à l'aide d'un élément piézoélectrique en forme de tuile disposé à l'extérieur du tube et placé au niveau du plenum. Les mesures de la vitesse de propagation de l'onde acoustique et de l'impédance acoustique, au sein du gaz à caractériser, permettent de déterminer sa pression et sa composition. La célérité d'une onde acoustique se propageant dans un gaz parfait est donnée par [1]:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

avec

$$\begin{cases} \gamma = C_p / C_v : \text{rapport des chaleurs spécifiques} \\ R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} : \text{constante des gaz parfaits} \\ T : \text{température en K} \\ M : \text{masse molaire} \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Pour l'hélium et le xénon, γ vaut $5/3$. De la mesure de la célérité, on déduit la masse molaire $M = xM_{Xe} + (1-x)M_{He}$ puis la proportion de xénon x . On montre à l'aide de $\rho c^2 = \gamma P$ que l'impédance caractéristique d'un gaz parfait est linéaire avec la pression :

$$Z_c = \rho c = \sqrt{\frac{\gamma M}{RT}} P \quad (\text{II.2})$$

Tout dispositif acoustique fournissant une grandeur fonction de l'impédance caractéristique du gaz permettrait donc de remonter à sa pression.

Plus la surface de l'élément piézoélectrique est grande plus nous récolterions de signal, nous aurions donc intérêt à choisir un capteur le plus grand possible. Cependant, les mesures doivent être réalisées entre deux crayons espacés de 3 mm . Cette étude a donc pour objectif de déterminer la taille optimale que doit avoir l'élément piézoélectrique. Pour ce faire on peut exprimer les expressions théoriques des modes de vibrations d'un cylindre de gaz seul, excité par un moteur parfait en forme de tuile et déterminer l'influence de la taille de la tuile sur la réponse en fréquence du système.

2. Ondes sonores dans les fluides

Les ondes sonores (ou acoustiques) résultent de la propagation de mouvements vibratoires de faible amplitude. L'étude de ces ondes est le domaine de l'acoustique linéaire. Un fluide où se propage une onde sonore est soumis à des variations locales de volume $V (m^3)$, de pression $p (Pa)$ et de masse volumique $\rho (Kg.m^{-3})$. Dans les fluides, les ondes acoustiques sont des ondes longitudinales dont le vecteur déplacement (\vec{u}) dérive d'un potentiel ϕ ce qui s'écrit :

$$\overline{\text{Rot}} \vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \vec{u} = \overline{\text{grad}} \phi \quad (\text{II.3})$$

2.1 Equation de propagation

On considère un fluide parfait dont la pression et la masse volumique au repos sont respectivement : ρ_0 et p_0 . Si on fait rentrer en vibration un élément de volume dV de ce fluide, les mouvements vibratoires sont décrits par deux équations fondamentales de la mécanique des fluides [1]. En écrivant que l'accroissement de masse de l'élément de volume dV est égal au flux de masse rentrant dans le volume, diminué de celui qui sort, on obtient l'expression de l'équation de continuité (ou conservation de la masse) :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div}(\rho_i \vec{v}) = 0$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} \rho_i : \text{densité instantanée} \\ \vec{v} : \text{vitesse particulière} \end{array} \right.$ (II.4)

L'équation d'Euler se déduit de l'application de la loi fondamentale de la dynamique, en considérant le fluide soumis uniquement aux forces de pression. Elle s'écrit :

$$\rho_i \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} p_i = \vec{0}$$

p_i : pression instantanée (II.5)

La pression ainsi que la densité instantanée sont respectivement égales à :

$$p_i = p_0 + p, \text{ et } \rho_i = \rho_0 + \rho$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} p : \text{pression acoustique, } |p| \ll p_0 \\ p_0 : \text{pression au repos} \\ \rho : \text{densité acoustique, } |\rho| \ll \rho_0 \\ \rho_0 : \text{densité au repos} \end{array} \right.$ (II.6)

En portant ces deux dernières relations dans les équations (II.4) et (II.5), et en négligeant les termes du second ordre on obtient un système de deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = 0 \quad (a) \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} p = \vec{0} \quad (b) \end{array} \right.$$
 (II.7)

Nous avons trois inconnues acoustiques (ρ, p, \vec{v}) et pour l'instant deux équations. La troisième équation est obtenue en considérant que le processus de propagation des ondes acoustiques est adiabatique. L'équation des gaz parfaits permet de relier la pression et la densité acoustique à la célérité de l'onde :

$$\frac{p}{\rho} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\gamma RT}{M} = c^2$$
 (II.8)

En utilisant les relations classiques du calcul vectoriel, on déduit l'équation de propagation :

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.9})$$

qui, en régime harmonique se réduit à l'équation de Helmholtz :

$$\Delta\phi_0 + k^2\phi_0 = 0$$

avec $\begin{cases} k = \frac{\omega}{c} : \text{nombre d'onde } (m^{-1}) \\ \phi = \phi_0 e^{j\omega t} \end{cases} \quad (\text{II.10})$

La relation (II.7) permet de relier la pression au potentiel scalaire :

$$p = c^2 \rho = -\rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (\text{II.11})$$

qui en régime harmonique devient :

$$p = \omega^2 \rho_0 \phi \quad (\text{II.12})$$

2.2 Impédance acoustique

L'impédance acoustique est définie comme le rapport de la pression acoustique par la vitesse des particules du fluide [2] :

$$Z = \frac{P}{v} \quad (Pa.s.m^{-1} = Rayl) \quad (\text{II.13})$$

Pour une onde plane, ce rapport est nommé impédance caractéristique et vaut :

$$Z_c = \rho_0 c \quad (\text{II.14})$$

2.3 Absorption du son

On tient compte des phénomènes d'absorption en prenant le nombre d'onde k complexe [3].

$$\tilde{k} = \frac{\omega}{c} - j\alpha \quad (\text{II.15})$$

avec : coefficient d'absorption m^{-1}

L'origine du coefficient α se déduit des propriétés viscoélastiques et thermodynamiques des fluides. En effet, les forces de frottement viscoélastiques et la conductivité thermique

sont à l'origine de la dissipation de l'énergie de l'onde acoustique. Pour un gaz, on montre [3] que α s'écrit sous la forme :

$$\alpha = A \frac{f^2}{P} \quad (m^{-1}) \quad (II.16)$$

où A est un coefficient dépendant de la température et de la nature du gaz :

$$A = \frac{2\pi^2}{\gamma c} \left(\frac{4}{3} \eta + \frac{(\gamma-1)\kappa M}{C_p} \right) \quad (II.17)$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} \eta : \text{coefficient de viscosité de cisaillement (Pa.s)} \\ \kappa : \text{conductivité thermique (W.m}^{-1}.K^{-1}) \end{array} \right.$

3. Modes de vibrations d'un cylindre de gaz

3.1 Description du système

Dans notre application, le gaz est excité radialement de sa périphérie vers son centre par un générateur de mouvement fictif, ayant la forme d'une tuile. On considère ici deux systèmes de mesure (Figure II.1), soit en transmission (une tuile réceptrice est placée diamétralement opposée à l'émetteur), soit en réflexion (la tuile génératrice de mouvement sert aussi de capteur de pression).

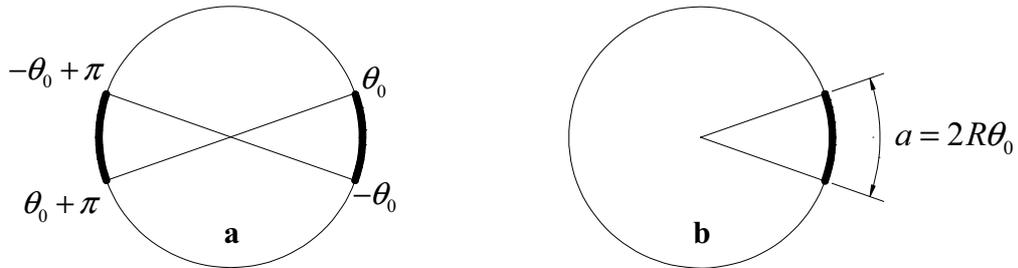


Figure II.1. Représentation schématique du système **a)** en transmission et **b)** en réflexion ; dans les deux cas $0 < \theta_0 \ll \pi/2$.

L'ouverture angulaire $2\theta_0$ et la longueur h des tuiles sont des caractéristiques géométriques variables, dont on souhaite déterminer les valeurs optimales (Figure II.2). Dans un premier temps, on va étudier à deux dimensions quels sont les modes vibratoires susceptibles d'apparaître selon la coordonnée radiale et l'influence que peut avoir l'angle d'ouverture ($2\theta_0$) des tuiles sur la réponse du système. L'étude à trois dimensions a pour objectif de déterminer la longueur (h) que doivent avoir le générateur et le récepteur.

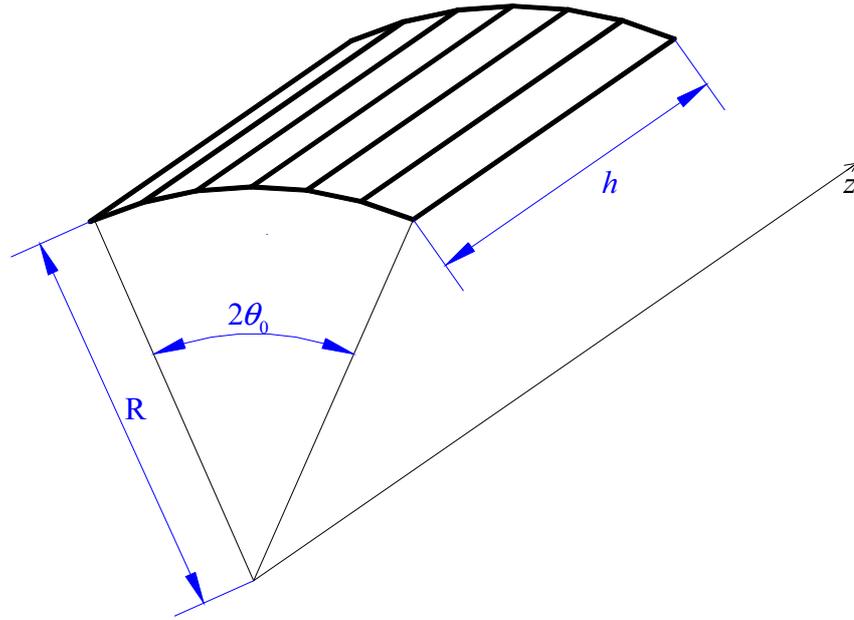


Figure II.2. Représentation d'une tuile.

Cette étude théorique est faite pour un cylindre de gaz d'hélium enfermé dans une cavité rigide dont les caractéristiques sont :

- ✓ $R = 4,18 \text{ mm}$;
- ✓ $L = 200 \text{ mm}$;
- ✓ $c = 1014 \text{ ms}^{-1}$ à 298 K ;
- ✓ $\alpha = 5,11 \text{ f}^2/P$.

3.2 Solution générale à trois dimensions

L'expression du potentiel scalaire (pour la nième résonance) d'une onde acoustique guidée dans un cylindre de gaz est donnée par la solution de l'équation de propagation en coordonnées cylindriques [4, 5]. On suppose être en régime harmonique, aussi nous omettrons le terme $e^{j\omega t}$.

$$\phi_n(r, \theta, z, f) = J_n(\tilde{k}_r r) \cos(n\theta) (A \cos(k_z z) + B \sin(k_z z))$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{k}_r : \text{nombre d'onde radiale} \\ k_z : \text{nombre d'onde axiale} \\ J_n(\tilde{k}_r r) : \text{fonction de Bessel de première espèce d'ordre } n \in \mathbb{N} \\ A, B : \text{coefficients déterminés par les conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (\text{II.18})$$

La relation entre les nombres d'onde \tilde{k} , \tilde{k}_r et k_z constitue la relation de dispersion : $\tilde{k}^2 = \tilde{k}_r^2 + k_z^2$. A partir de la relation (II.12) on déduit la pression :

$$p_n(r, \theta, z, f) = \rho_0 \omega^2 J_n(\tilde{k}_r r) \cos(n\theta) (A \cos(k_z z) + B \sin(k_z z)) \quad (\text{II.19})$$

Les composantes du vecteur vitesse selon les coordonnées radiale et axiale sont :

$$v_r(r, \theta, z, f) = j\omega \frac{\partial \phi}{\partial r} = j\omega k_r J'_n(\tilde{k}_r r) \cos(n\theta) (A \cos(k_z z) + B \sin(k_z z)) \quad (\text{II.20})$$

$$v_z(r, \theta, z, f) = j\omega \frac{\partial \phi}{\partial z} = j\omega k_z J_n(\tilde{k}_r r) \cos(n\theta) (-A \sin(k_z z) + B \cos(k_z z)) \quad (\text{II.21})$$

3.3 Etude à deux dimensions

3.3.1 Expression de l'impédance acoustique

On considère dans un premier temps que les phénomènes acoustiques sont identiques tout au long de l'axe z . On pose $k_z = 0$ donc $\tilde{k}_r = \tilde{k}$. En tenant compte de la définition de l'impédance acoustique de (II.19) et (II.20), on déduit en tout point $M(r, \theta)$ l'expression de l'impédance acoustique :

$$Z_n(r, f) = \frac{-p_n}{j\omega u_r} = jZ_c \frac{J_n(\tilde{k}r)}{J'_n(\tilde{k}r)} \quad (\text{II.22})$$

Le signe négatif provient du choix de convention pris pour le potentiel de déplacement (II.3). L'impédance du gaz au niveau du transducteur, en $r = R$ vaut :

$$Z_n(f) = jZ_c \frac{J_n(\tilde{k}R)}{J'_n(\tilde{k}R)} \quad (\text{II.23})$$

3.3.2 Modes et fréquences de résonance

Si on impose en $r = R$ une vitesse $v_R = v_0 \cos(n\theta)$, le mode de résonance d'ordre n est excité et la pression s'écrit :

$$p_n = Z_n v_0 \cos(n\theta) \quad (\text{II.24})$$

Elle est maximale à chaque fois que $\Re e(J'_n(\tilde{k}R))$ passe par un minimum. En négligeant l'absorption, les positions des pics de résonance sont données par les solutions $(x_{n,l})$ de l'équation :

$$J'_n(x) = 0 \text{ avec } x = kR = \frac{\omega}{c} R \quad (\text{II.25})$$

La l -ième racine de $J'_n(x) = 0$ se note $x_{n,l}$. L'entier l correspond au nombre de nœuds de pression (pression nulle) sur un rayon, et l'entier n correspond au nœud de pression sur la demi-circonférence.

A l'aide de l'équation (II.25) on déduit les fréquences de résonance :

$$f_{n,l} = \frac{c}{2\pi R} x_{n,l} \quad (\text{II.26})$$

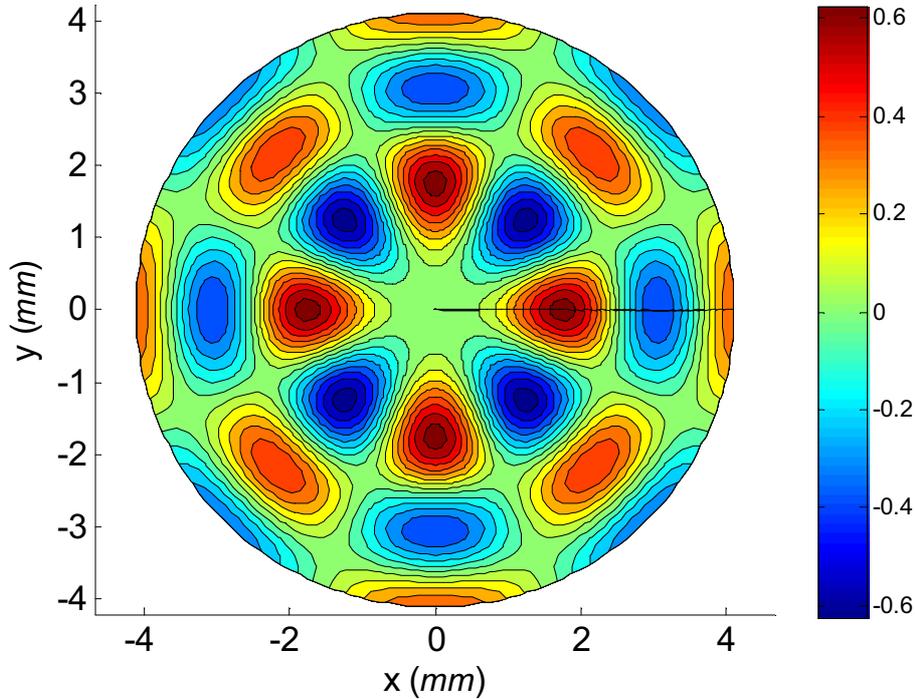


Figure II.3. Représentation de la répartition du champ de pression acoustique pour $n = 4$ et $l = 3$. L'échelle graduée représente les variations relatives de la pression acoustique autour de la pression de repos du fluide.

3.3.3 Etude à haute fréquence

3.3.3.1 Approximation au premier ordre

Dans la gamme de 4 MHz des capteurs utilisés dans nos expériences, fréquence d'accord entre le transducteur et la gaine (Chap. IV), on a $x = k\tilde{R} = \frac{\omega R}{c} \gg 1$. A ces fréquences, les comportements asymptotiques des fonctions de Bessel sont utilisables :

$$\begin{cases} J_n(\tilde{x}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\tilde{x}}} \cos\left(\tilde{x} - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) \\ J'_n(\tilde{x}) \approx -\sqrt{\frac{2}{\pi\tilde{x}}} \sin\left(\tilde{x} - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Au premier ordre, en tenant compte de l'absorption, l'expression de l'impédance acoustique devient en utilisant les relations (II.23) et (II.27) :

$$\tilde{Z}(f) = jZ_c \frac{1}{\tan\left(\tilde{x} - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right)} \text{ avec } \tilde{x} = \left(\frac{2\pi f}{c} - j\alpha\right)R \quad (\text{II.28})$$

où le terme en $\pi/4$ traduit le déphasage de l'onde au passage du foyer.

Les fréquences de résonance sont données par les pôles de la partie réelle de (II.28) :

$$x_{n,l} - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2} = (l-1)\pi \quad (\text{II.29})$$

où on écrit l'entier sous la forme $(l-1)$ de manière à ce que l corresponde au nombre de résonances de $Z_{n,l}(\omega)$ à partir de $\omega = 0$. L'expression des fréquences de résonance est donc :

$$f_{n,l} = \frac{c}{2R} \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right) \quad (\text{II.30})$$

La fonction $Z(f)$ est périodique, de pas en fréquence égale à :

$$\Delta f_1 = f_{n,l+1} - f_{n,l} = \frac{c}{2R} \quad (\text{II.31})$$

Cette propriété de quasi périodicité des fonctions de Bessel aux hautes fréquences sera utilisée au § V.8 pour mesurer la célérité c . L'impédance acoustique est donnée ci-après à titre d'exemple pour $n = l$.

Remarque : On montre que la partie imaginaire du nombre d'onde limite l'amplitude des résonances, en développant la relation ci-dessus aux voisinages des fréquences de résonance $f_{n,l}$. L'impédance acoustique atteint un maximum qui vaut :

$$Z_{\max} = \frac{Z_c}{\alpha R} \quad (\text{II.32})$$

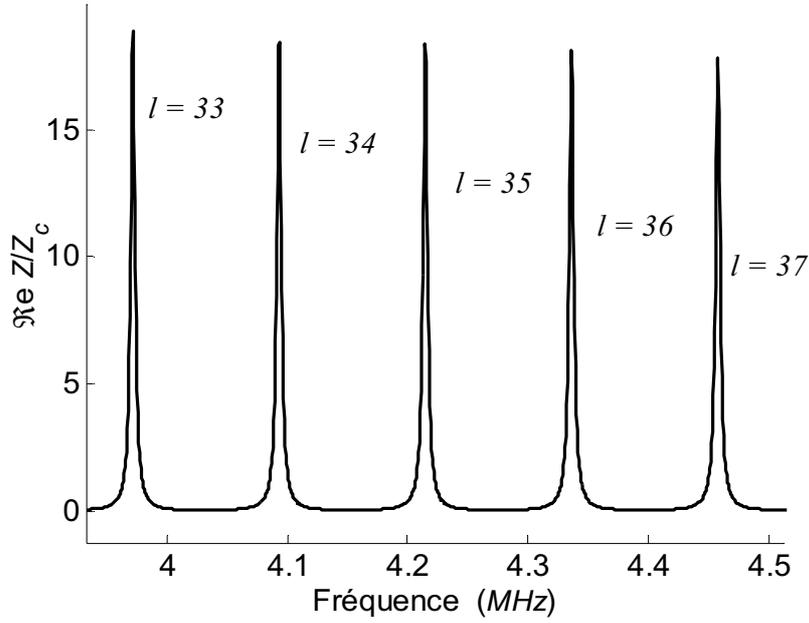


Figure II.4. Spectre de l'impédance acoustique pour $n = l$.

3.3.3.2 Approximation au deuxième ordre

Le développement, au deuxième ordre, de $J'_n(x)$ est obtenu à l'aide du logiciel de calcul Maple :

$$J'_n(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left[\sin\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4n^2 + 3}{8x} \cos\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) \right] + o(x^2) \quad (\text{II.33})$$

Les zéros de $J'_n(x)$ se produisent aux valeurs de x voisines de celles obtenues ci-dessus. On pose donc $x_{n,l} = \frac{2\pi f_{n,l} R}{c_L} = \pi \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right) + \varepsilon$ où ε représente l'écart de la solution du 2^e ordre par rapport à celle du 1^{er}, en portant cette expression dans (II.33), il vient :

$$\varepsilon = -\frac{4n^2 + 3}{8\pi \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right)} \quad (\text{II.34})$$

On a donc finalement :

$$f_{n,l} = \frac{c}{2R} \left[\left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right) - \frac{4n^2 + 3}{8\pi^2 \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right)} \right] \quad (\text{II.35})$$

Le pas en fréquence devient :

$$\Delta f_2 = f_{n,l+1} - f_{n,l} = \frac{c}{2R} \left(1 + \frac{4n^2 + 3}{8\pi^2 \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right)^2} \right) \quad (\text{II.36})$$

qui est une expression plus exacte que (II.31). Expérimentalement, les pics d'ordres n différents se mélangent pour produire un seul pic plus large, et nous ne sommes pas capables de déterminer avec précision l'ordre n maximal excité. Nous ne sommes donc pas en mesure d'utiliser l'expression exacte ci-dessus (II.36) pour calculer la vitesse et nous utilisons donc l'approximation au premier ordre, soit : $c = 2R\Delta f_1$. Ceci, conduit finalement à commettre une erreur relative sur la mesure de vitesse égale à :

$$\varepsilon_n = \frac{\delta c}{c} = \frac{\delta f}{f} = \frac{4n^2 + 3}{8\pi^2 \left(l + \frac{n}{2} - \frac{3}{4} \right)^2} = \frac{4n^2 + 3}{8\pi^2} \left(\frac{c}{2fR} \right)^2 \quad (\text{II.37})$$

Les valeurs de l'erreur relative pour différentes valeurs de n sont données ci-dessous :

n	ε_n	n	ε_n
0	$3,5 \cdot 10^{-5}$	3	$4,5 \cdot 10^{-4}$
1	$8,1 \cdot 10^{-5}$	4	$7,8 \cdot 10^{-4}$
2	$2,2 \cdot 10^{-4}$	5	$1,2 \cdot 10^{-3}$

Tableau II.1. Erreur relative pour différentes valeurs de n avec $f = 4 \text{ MHz}$ et $c = 1014 \text{ ms}^{-1}$.

Cette erreur croit avec n et reste inférieure au millième tant que $n < 5$. On a donc intérêt à éviter d'exciter les harmoniques d'ordre supérieur à 5 si l'on souhaite une mesure sur la vitesse avec une précision relative de l'ordre du millième. Comme on le verra au § III.2.2, une

tuile d'arc $a = 2R\theta_0 = \frac{\pi R}{n}$ excite tous les modes mais avec une amplitude plus importante

pour les n premiers modes. Si on impose $n_{max} = 5$, la condition sur l'arc est $a \geq \frac{\pi R}{n_{max}}$ soit

une ouverture égale à $2\theta_0 \geq 36^\circ$.

3.3.4 Réponse du système excité par une tuile. Influence de l'angle des tuiles

3.3.4.1 Réponse du système

La réalisation pratique d'un champ de vitesse acoustique donné par l'équation (II.24) n'est pas compatible avec un transducteur en forme de tuile. On suppose donc que ϕ_n est une somme pondérée de fonctions élémentaires d'amplitude A_n . Ainsi, le potentiel scalaire, la pression et la vitesse acoustique s'expriment par :

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(\tilde{k}R) \cos(n\theta) \quad (\text{II.38})$$

$$p = \rho_0 \omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(\tilde{k}R) \cos(n\theta) \quad (\text{II.39})$$

$$v_R = j\omega u_R = j\omega \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tilde{k} J'_n(\tilde{k}R) \cos(n\theta) \quad (\text{II.40})$$

Les conditions à la périphérie du cylindre sont données par :

$$v_R = \begin{cases} v_0 & \text{pour } -\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

Elles peuvent être développées en série de cosinus en construisant à partir de ces conditions une fonction paire et périodique de période 2π [6] :

$$v_R = v_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(n\theta)$$

$$\text{avec } \begin{cases} C_n = \frac{2 \sin(n\theta_0)}{n\pi} \times \frac{N_n}{2} \\ N_n : \text{coefficient de Neuman} \\ N_0 = 1 \\ N_n = 2 \text{ pour } n \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

Ainsi, en identifiant cette dernière relation avec (II.40) on déduit les coefficients A_n :

$$A_n = -j \frac{v_0 C_n c}{\omega^2} \frac{1}{J'_n(\tilde{k}R)} \quad (\text{II.43})$$

et la pression acoustique s'exprime par :

$$p = -j Z_c v_0 \sum_n C_n \frac{J_n(\tilde{k}R)}{J'_n(\tilde{k}R)} \cos(n\theta) \quad (\text{II.44})$$

L'expression de cette réponse en réflexion et transmission est donnée sous la forme d'une impédance acoustique $Z(f) = \langle p \rangle / v_0$:

$$Z(f) = \frac{-1}{2\theta_0 v_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} p d\theta \quad (\text{II.45})$$

✓ En réflexion, on intègre entre $-\theta_0$ et θ_0 , et on obtient :

$$Z_r(f) = j \frac{Z_c}{C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} \frac{J_n(\tilde{k}R)}{J'_n(\tilde{k}R)} = \frac{1}{C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} Z_n(f) \quad (\text{II.46})$$

✓ En transmission, on intègre entre $-\theta_0 + \pi$ et $\theta_0 + \pi$, et on obtient :

$$Z_i(f) = j \frac{Z_c}{C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} \frac{J_n(\tilde{k}R)}{J'_n(\tilde{k}R)} (-1)^n = \frac{1}{C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} Z_n(f) (-1)^n \quad (\text{II.47})$$

Remarque : En transmission, les modes pairs sont d'amplitudes positives et les impairs d'amplitudes négatives.

*
* *

3.3.4.2 Influence de l'angle de la tuile

On définit l'impédance réduite $z(f) = Z(f) \frac{C_0}{Z_c}$ qui ainsi ne dépend pas de la nature du gaz ni de la taille du capteur. Elle est représentative de la pression mesurable en transmission, et elle est tracée ci-après pour trois angles θ_0 différents (Figure II.5, 6, 7).

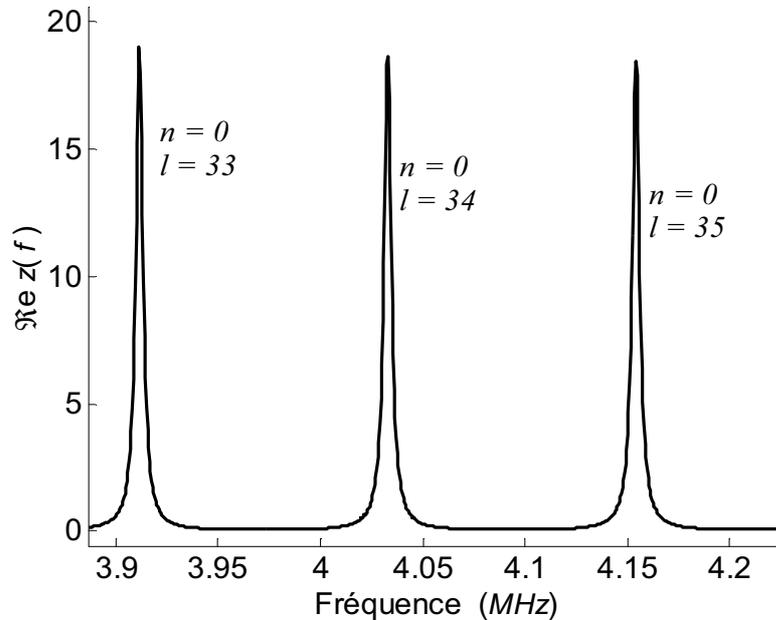


Figure II.5. Représentation de l'impédance réduite en transmission avec $2\theta_0 = 360^\circ$ et $p_0 = 30$ bars. Seul le mode d'ordre $n = 0$ est excité.

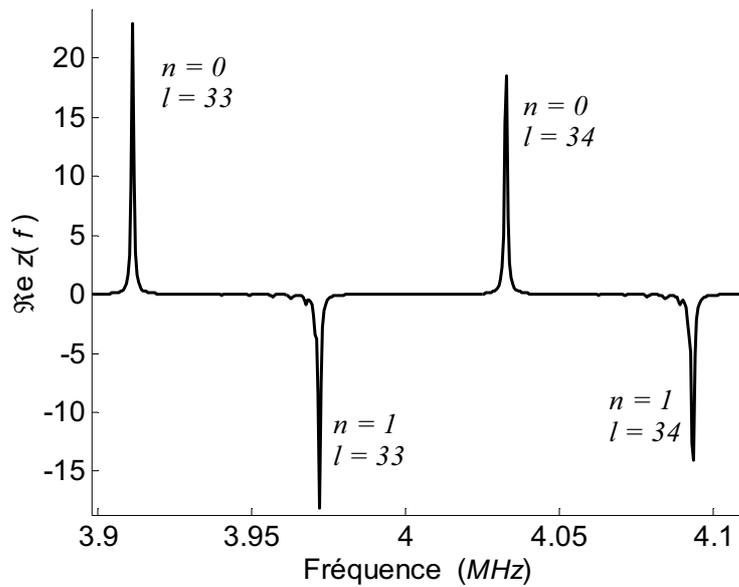


Figure II.6. Représentation de l'impédance réduite en transmission avec $2\theta_0 = 180^\circ$ et $p_0 = 30$ bars.

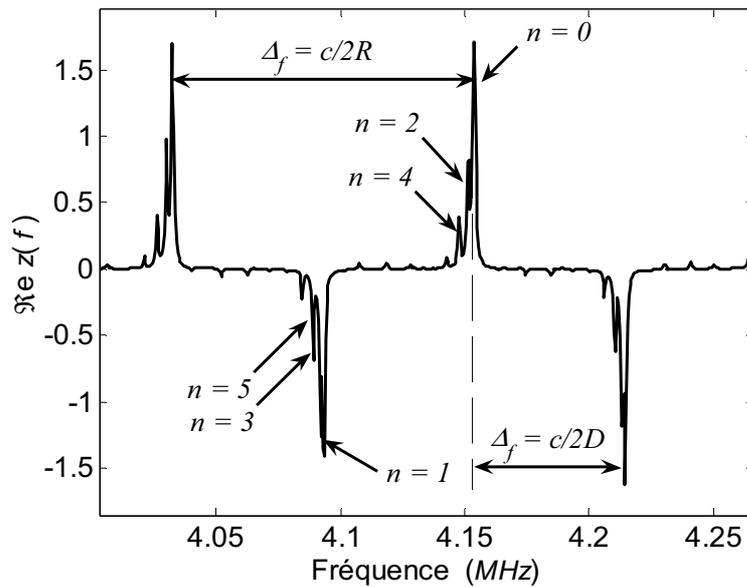


Figure II.7. Représentation de l'impédance réduite en transmission avec $2\theta_0 = 36^\circ$ et $p_0 = 30$ bars, les modes d'ordre n élevé sont d'autant plus excités que l'ouverture $2\theta_0$ est petite.

L'amplitude du mode $n = 0$ dépend de C_0^2 . Elle sera d'autant plus grande que l'ouverture $2\theta_0$ sera grande. Plus cette ouverture est petite, plus les modes d'ordre n élevé sont visibles (Figure II.7). Or, l'apparition d'un nombre important de modes rend l'analyse des données difficile et d'après (II.37) conduit à commettre une erreur de mesure plus importante. On a donc intérêt à choisir l'angle $2\theta_0$ le plus grand possible. L'idéal en réflexion serait

d'utiliser des tuiles d'ouverture égale à $2\theta_0 = 2\pi$, ce qui permet d'exciter uniquement le mode d'ordre $n = 0$ (Figure II.5). Cependant, cela revient à n'utiliser que la moitié des pics disponibles avec des tuiles. En effet l'angle d'ouverture peut être choisi afin d'exciter uniquement les modes $n = 0$ et 1. Par exemple en transmission, une tuile d'ouverture égale à $2\theta_0 = \pi$ permet d'éliminer les modes pairs sauf le fondamental ($n = 0$) (Figure II.6), et donc uniquement les modes $n = 0$ et 1 sont excités. C'est la géométrie optimale pour effectuer des mesures de vitesse précises (§V.8) mais à cause de l'encombrement c'est aussi la plus difficile à mettre en œuvre dans notre application (l'écart entre deux crayons d'un assemblage est de l'ordre de 3 mm).

En pratique, on utilise des tiers de cylindre ($2\theta_0 = 2\pi/3$) ce qui permet un bon compromis entre l'efficacité et l'encombrement.

3.4 Etude à trois dimensions

3.4.1 Réponse en fréquence, influence de la longueur de la tuile

3.4.1.1 Réponse du système

La géométrie du problème selon l'axe z est schématisée ci-dessous (Figure II.8) :

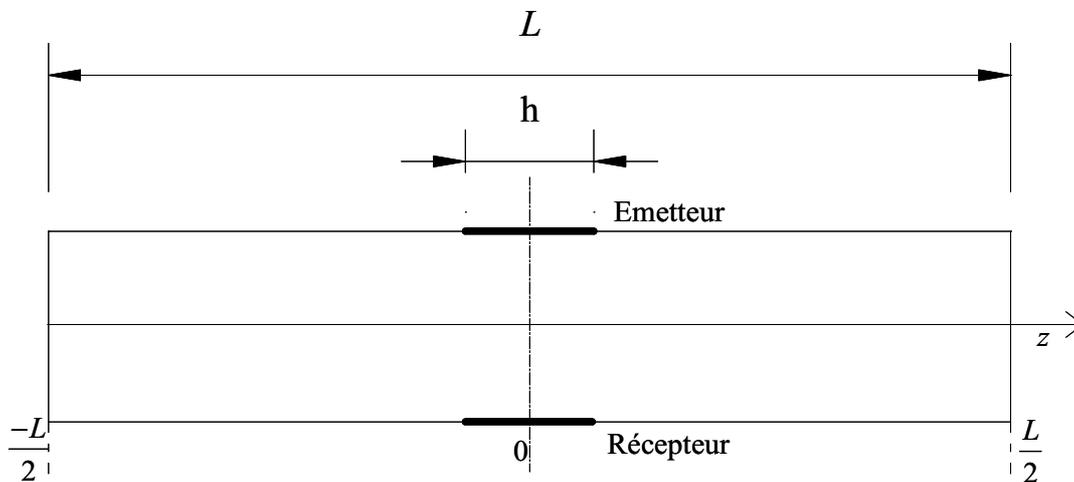


Figure II.8. Géométrie du problème selon l'axe z .

L'excitation du gaz produit un régime d'ondes stationnaires radiales et axiales. Compte tenu des conditions aux limites sur z , l'expression (II.18) doit être transformée en une double somme sur n et sur m représentative de la combinaison des modes radiaux et axiaux. On considère le cylindre rigide aux deux extrémités (le plenum est une cavité fermée d'un côté par un bouchon en acier zircalloy et de l'autre par les pastilles d'UO₂), ce qui correspond à une vitesse acoustique nulle en $z = -\frac{L}{2}$ et $z = \frac{L}{2}$.

Ainsi de (II.21) et des conditions aux limites, on déduit :

$$\begin{cases} v_z = j\omega \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} k_z J'_n(\tilde{k}_r r) \cos(n\theta) (-A_{nm} \sin(k_z z) + B_{nm} \cos(k_z z)) \\ k_z = \frac{m'\pi}{L}, m' \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

En positionnant la tuile excitatrice au milieu du tube, on génère uniquement des modes symétriques donc $B_{nm} = 0$ et $m' = 2m$. L'entier m représente le nombre de nœuds de pression sur la demi-longueur. Les expressions du potentiel et de la vitesse acoustique radiale deviennent :

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} J_n(\tilde{k}_{rm} R) \cos(n\theta) \cos\left(\frac{2m\pi}{L} z\right) \\ \text{avec } \tilde{k}_{rm}^2 &= \tilde{k}^2 - \left(\frac{2m\pi}{L}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

$$v_R = j\omega \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{k}_{rm} A_{nm} J'_n(\tilde{k}_{rm} R) \cos(n\theta) \cos\left(\frac{2m\pi}{L} z\right) \quad (\text{II.50})$$

Le champ de pression acoustique est représenté ci-dessous pour $n = 0$, $m = 6$ et $l = 4$ (Figure II.9) :

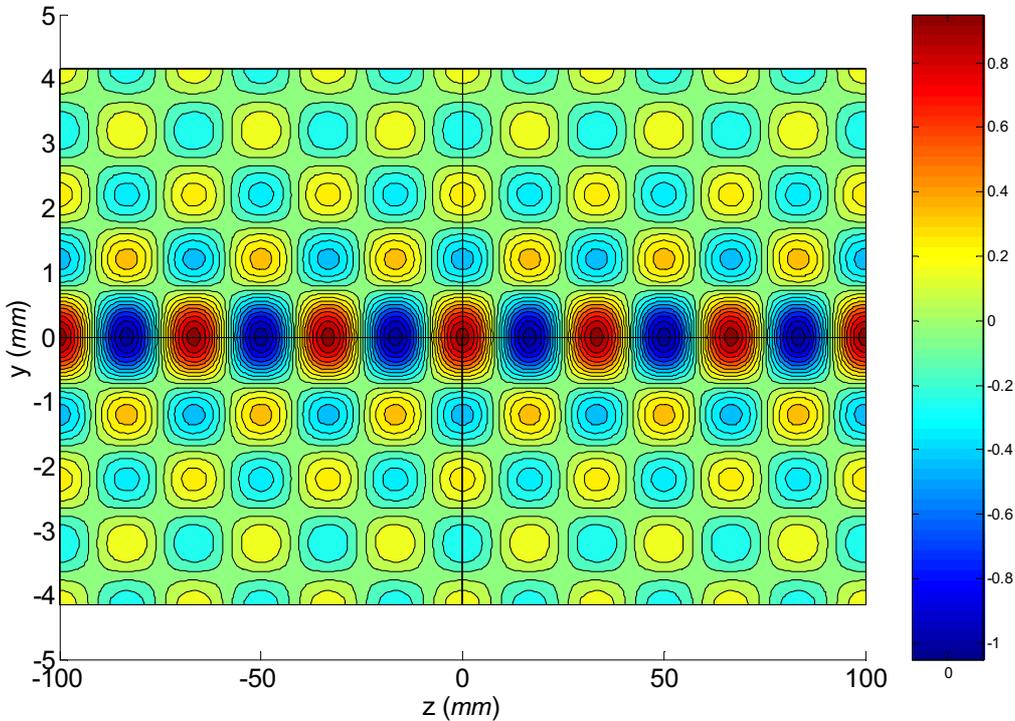


Figure II.9. Représentation du champ de pression pour $n = 0$, $m = 6$ et $l = 4$. L'échelle graduée représente les variations relatives de la pression acoustique autour de la pression de repos du fluide.

La condition d'excitation par une tuile de taille finie donnée par $v_R = v_0$ pour $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ et $-\frac{h}{2} \leq z \leq +\frac{h}{2}$ se traduit par en une double série de cosinus :

$$v_R = v_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_n D_m \cos(n\theta) \cos\left(\frac{2m\pi}{L} z\right)$$

$$\text{avec } \begin{cases} C_n = \frac{2 \sin(n\theta_0)}{n\pi} \times \frac{N_n}{2} \\ D_m = \frac{2 \sin\left(\frac{m\pi h}{L}\right)}{m\pi} \times \frac{N_m}{2} \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

En identifiant cette dernière relation avec celle de la vitesse donnée par (II.50), nous trouvons que A_{nm} vaut :

$$A_{nm} = -j \frac{v_0 C_n D_m}{\omega k_{rm}} \frac{1}{J'_n(\tilde{k}_{rm} R)} \quad (\text{II.52})$$

Avec $p = \rho_0 \omega^2 \phi$, et en portant l'expression de A_{nm} dans (II.49), nous déduisons l'expression de la pression acoustique :

$$p = -j v_0 Z_c \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_n D_m \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_{rm}} \frac{J_n(\tilde{k}_{rm} R)}{J'_n(\tilde{k}_{rm} R)} \cos(n\theta) \cos\left(\frac{2m\pi}{L} z\right) \quad (\text{II.53})$$

L'impédance acoustique moyenne est donnée par l'intégrale suivante :

$$Z(f) = \frac{-1}{2\theta_0 h v_0} \int_{2\theta_0} \int_h p d\theta dz \quad (\text{II.54})$$

qui s'exprime en réflexion et en transmission :

✓ Réflexion

$$Z_r(f) = j \frac{Z_c}{C_0 D_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_n^2 D_m^2}{N_n N_m} \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_{rm}} \frac{J_n(\tilde{k}_{rm} R)}{J'_n(\tilde{k}_{rm} R)} \quad (\text{II.55})$$

✓ Transmission

$$Z_t(f) = j \frac{Z_c}{C_0 D_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_n^2 D_m^2}{N_n N_m} \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_{rm}} \frac{J_n(\tilde{k}_{rm} R)}{J'_n(\tilde{k}_{rm} R)} (-1)^n \quad (\text{II.56})$$

3.4.1.2 Influence de la longueur h

Comme dans le cas bidimensionnel, on s'intéresse à la réponse réduite $z(f) = Z(f) \frac{C_0 D_0}{Z_c}$ qui ne dépend que de la géométrie de la tuile. Cette réponse est tracée ci-dessous pour diverses valeurs de h autour d'une fréquence de résonance (Figure II.10).

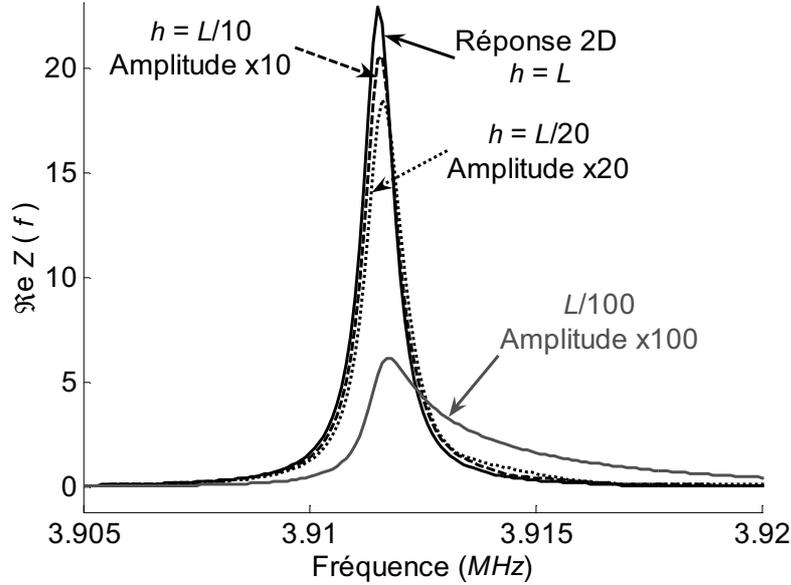


Figure II.10. Comparaison de l'impédance réduite 3D avec la réponse 2D pour trois valeurs de h égales à : 20, 10 et 2 mm, sommées sur tous les modes axiaux ($0 < m < 150$).

Quand la longueur de la tuile est petite, la fréquence de résonance se décale vers la droite, le pic devient dissymétrique et son amplitude décroît. Ce sont les modes d'ordre m élevé qui se composent entre eux pour produire un seul pic dissymétrique. En effet, la relation (II.51) montre que plus $2\theta_0$ et h sont petits, plus les modes d'ordres n et m élevés sont excités. Si $h = L$, seul le fondamental axial est excité ($m = 0$) et la réponse est égale à celle en deux dimensions. Donc, le choix d'un h grand (on donne un ordre de grandeur dans le paragraphe qui suit) permet de rendre le système de mesure indépendant de la dimension axiale.

3.4.2 Position des résonances

En négligeant l'absorption, les fréquences de résonance sont données par les maxima (II.53) de la pression, soit quand $J'_n(k_{rm} R) = 0$. En utilisant les développements asymptotiques des fonctions de Bessel, les fréquences de résonance sont données par les solutions de l'équation :

$$k_{rm}^2 R^2 = \left(\frac{\omega R}{c}\right)^2 - \left(\frac{2m\pi R}{L}\right)^2 = \pi^2 \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2}\right)^2 \quad (\text{II.57})$$

Les fréquences de résonance en 3D s'écrivent en effectuant un développement au premier ordre et en utilisant les résultats en 2D précédents :

$$f_{3D} \approx f_{2D} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{cm}{Lf_{2D}} \right)^2 \right) \quad (\text{II.58})$$

$$\text{avec } f_{2D} = \frac{c}{2R} \left(l - \frac{3}{4} - \frac{n}{2} \right)$$

L'écart en fréquence entre deux valeurs successives de l est donné au premier ordre par :

$$\Delta f_{3D} = \frac{c}{2R} \left(1 - \frac{2m^2 R^2}{L^2 \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right)^2} \right) \quad (\text{II.59})$$

En combinant ce résultat avec les relations (II.36) et (II.37), on peut écrire que l'écart total en fréquence vaut :

$$\Delta f = \frac{c}{2R} (1 + \varepsilon_n + \varepsilon_m) \quad (\text{II.60})$$

Encore une fois, du fait que nous ne sommes pas en mesure d'utiliser l'expression ci-dessus car nous ne sommes pas capables de connaître l'ordre m maximal excité, nous calculons la vitesse à partir de son approximation au premier ordre soit, $c = \Delta f_1 2R$. L'utilisation de cette relation, pour mesurer la célérité, conduit à commettre une erreur relative supplémentaire, dépendante de l'ordre m , égale à :

$$\varepsilon_m = - \frac{2m^2 R^2}{L^2 \left(l - \frac{3}{4} + \frac{n}{2} \right)^2} = - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{Lf} \right)^2 \quad (\text{II.61})$$

A titre d'exemple les valeurs de ε_m sont données ci-dessous pour quelques valeurs de m :

m	ε_m	m	ε_m
0	0	14	$-1,09 \cdot 10^{-4}$
1	$-5,58 \cdot 10^{-7}$	30	$-5,02 \cdot 10^{-4}$
5	$-1,39 \cdot 10^{-5}$	43	$-1,03 \cdot 10^{-3}$

Tableau II.2. Valeurs de l'erreur relative pour différentes valeurs de m avec $f = 4 \text{ MHz}$ et $c = 1014 \text{ ms}^{-1}$.

Cette erreur, nulle pour $m = 0$, croît avec m tout en restant inférieure au millième tant que $m < 40$. On a donc intérêt à éviter d'exciter les harmoniques d'ordre supérieur à $m_{max} = 40$ si l'on souhaite une précision sur la vitesse de l'ordre du millième. Une tuile de longueur $h = \frac{L}{2m}$ est adaptée pour exciter préférentiellement les modes d'ordre inférieur à m .

La tuile doit donc avoir une longueur $h \geq \frac{L}{2m_{max}} \geq 2,3 \text{ mm}$. **En pratique, on utilise des tuiles de longueur $h = 10 \text{ mm}$, ce qui évite tous les problèmes dus aux harmoniques longitudinaux.**

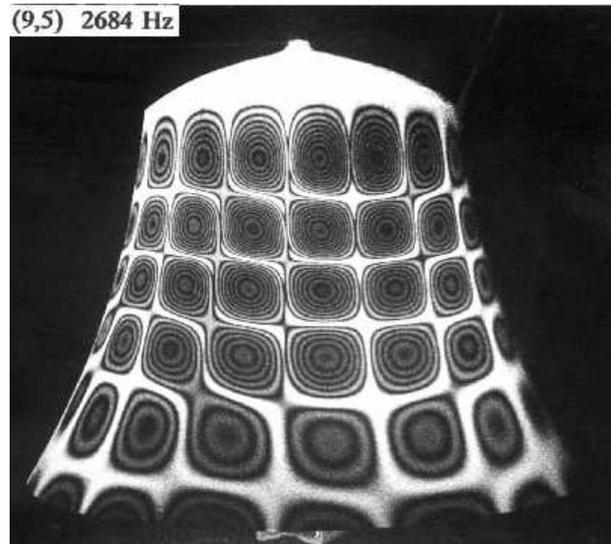
4. Conclusion

Les développements théoriques précédents mettent en évidence l'intérêt de choisir les tuiles les plus grandes possibles afin de privilégier (en amplitude) les modes $n = 0$ et $m = 0$. Pour ces modes l'erreur liée à l'utilisation de $c = \Delta f_1 2R$ (supposition de stricte périodicité) est la plus faible et c'est cette condition qui sera reprise au Chap. V pour mesurer la vitesse des ondes. En se fixant une erreur de non périodicité inférieure à 0,1% nous avons trouvé que l'angle d'ouverture minimale de la tuile ($2\theta_0$) doit être de 36° , et la longueur minimale (h) doit être de 3 mm . Cette étude a donc permis de réaliser un juste compromis entre la taille du capteur piézoélectrique, pour faire des mesure dans un espace de 3 mm , et la « qualité » du signal potentiellement recueilli.

5. Bibliographie

- [1] S. Lewy, "*Acoustique industrielle et aéroacoustique*". , Chap.1. 2001: Hermes sciences
- [2] L.E. Kinsler, et al., "*Fundamentals of acoustics* ". 4th ed., p111-112. 2000: Wiley Professional Software.
- [3] L.E. Kinsler, et al., "*Fundamentals of acoustics* ". 4th ed., Chap.8. 2000: Wiley Professional Software.
- [4] D. Royer and E. Dieulesaint, "*Ondes élastiques dans les solides T1*". 1996: Masson.
- [5] S. Lewy, "*Acoustique industrielle et aéroacoustique*". , p334-341. 2001: Hermes sciences
- [6] M.R. Spiegel, "*Analyse de Fourier Chap. 2*". Série Schaum. 1980, Montréal: McGraw-Hill.

III ETUDE THEORIQUE DES VIBRATIONS COUPLEES TUBE/FLUIDE



Mode de résonance d'une cloche visualisée par holographie ¹

1.	Introduction	50
1.1	Généralités.....	50
1.2	Bibliographie sur les vibrations des cylindres pleins et des tubes	51
2.	Vibration libre/libre d'un cylindre creux	52
2.1	Excitation d'un seul mode de résonance d'ordre radial n	52
2.1.1	Expression des déplacements et contraintes dans la gaine.....	52
2.1.2	Détermination de l'admittance acoustique pour un mode de résonance n ...	54
2.1.3	Détermination des fréquences de résonance du tube seul et visualisation des déformations.....	55
2.2	Réponse en fréquence du système excité par une tuile	61
2.2.1	Formulation théorique.....	61
2.2.2	Influence de l'angle d'ouverture	63
3.	Vibrations du tube plongé dans l'eau et contenant un gaz sous pression	65
3.1	Reformulation des conditions de continuité aux interfaces.	65
3.2	Sensibilité au gaz.....	67
3.3	Influence de la densité du fluide externe.....	68
4.	Comparaison des modèles 2D et 1D	70
5.	Conclusion.....	72
6.	Bibliographie.....	72

¹ Source : http://www.physics.niu.edu/trossweb/Acoustics_research.html

1. Introduction

1.1 Généralités

Nous venons d'étudier les modes de résonances d'un cylindre de gaz dans une cavité indéformable. Or, le gaz est enfermé dans un contenant tubulaire métallique qui est la gaine du crayon. Les résonances du gaz se couplent donc à celles du tube et du transducteur.

La détermination de la composition, via la célérité, et de la pression du gaz n'est possible qu'à condition d'être capable de distinguer les résonances du gaz de celles du tube. Notre objectif est donc de comprendre les phénomènes physiques qui régissent le couplage acoustique de la gaine et du gaz. En effet, les précédents travaux de thèse sur le sujet se sont en partie heurtés à la difficulté à analyser les spectres et les échogrammes, qui présentaient des « formes » pouvant être fort différentes d'une expérience à l'autre. Nous verrons, au chapitre VI, que la majorité des phénomènes observés expérimentalement ne peuvent s'expliquer que par la connaissance de l'ensemble des modes de résonances susceptibles d'exister.

L'étude 3D du « gaz seul » a montré que l'utilisation d'un modèle 2D était satisfaisante, si les tuiles excitatrices sont suffisamment longues. Ce modèle est représenté sur la figure ci-dessous. Comme il n'existe pas d'expression analytique décrivant de façon simple le fonctionnement des transducteurs piézoélectriques à deux dimensions (elles existent seulement à une dimension), nous ferons dans ce chapitre l'hypothèse que le transducteur est un générateur fictif de contrainte, en forme d'arc de cercle d'épaisseur nulle. Nous poursuivrons notre essai de simplification en comparant les modèles 2D et 1D, afin de déterminer sous quelles conditions ce dernier peut être utilisé pour concevoir nos capteurs. En effet, dans le Chap. IV les résonances du transducteur seront introduites mais seulement dans une description 1D des empilements.

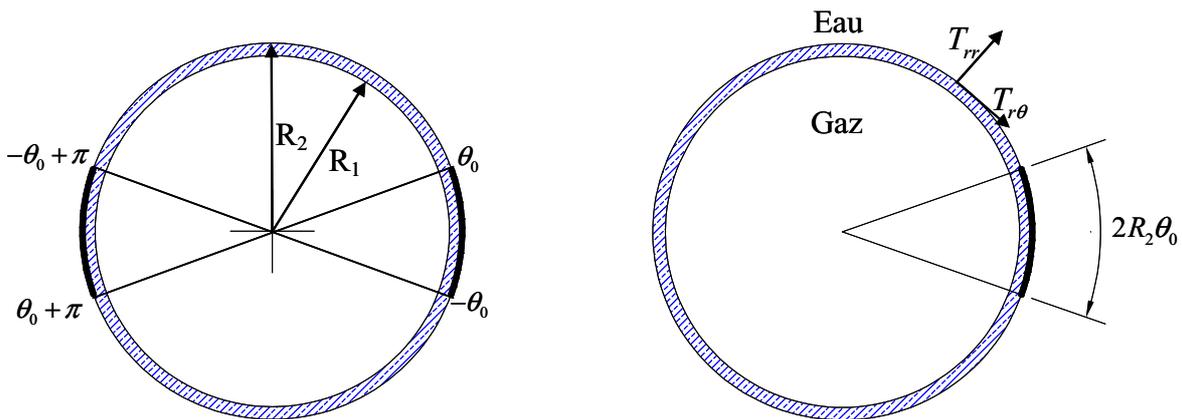


Figure III.1. Représentation 2D du système a) en transmission b) en réflexion.

*
* *

Les caractéristiques moyennes de la gaine, en alliage zircaloy 4, sont d'après [1-3] :

- ✓ $R_2 = 4,75 \text{ mm}$ et $R_1 = 4,18 \text{ mm}$ soit une épaisseur moyenne h de $570 \text{ }\mu\text{m}$;
- ✓ densité : $\rho_0^{tube} = 6550 \text{ kg.m}^{-3}$;
- ✓ célérité longitudinale : $c_L^{tube} = 4720 \text{ ms}^{-1}$;
- ✓ célérité transverse : $c_T^{tube} = 2360 \text{ ms}^{-1}$.

1.2 Bibliographie sur les vibrations des cylindres pleins et des tubes

La vibration des cylindres pleins est un sujet très largement traité dans la littérature. La première étude des vibrations d'une tige de longueur infinie a été faite en utilisant les relations générales de l'élasticité par Pochhammer en 1876, et indépendamment par Chree en 1889. En 1944 Love [4] et en 1963 Kolsky [5] reprennent ces travaux et présentent une formulation complète des phénomènes.

L'étude des vibrations libres d'un cylindre plein de longueur finie est beaucoup plus complexe. Les fréquences de résonance peuvent être déterminées par des solutions approchées. Ces solutions sont des séries où chaque terme satisfait les conditions aux limites, avec une décomposition sur une base orthogonale. Hutchinson [6] traite ainsi les vibrations axisymétriques. Rasband [7] reprend cette même méthode et traite théoriquement les vibrations non-axisymétriques. Hutchison améliore cette technique avec des séries comportant moins de termes et propose des solutions approchées pour déterminer les fréquences de résonance des cylindres finis pleins [8] et creux [9]. Les résultats qu'il obtient sont en bonne adéquation avec les résultats expérimentaux de McMahan [10].

Les vibrations libres d'un cylindre creux en contrainte plane, peuvent être traitées en utilisant les travaux de Hutchinson [9] en imposant que les contraintes axiales (selon z) et les déplacements radiaux (selon r) soient nuls aux extrémités du tube. En 2005, cette méthode a été réemployée pour traiter les vibrations forcées d'un cylindre [11].

Pour des conditions aux limites plus générales que libre/libre ou libre/bloqué, l'étude des vibrations d'un cylindre a été traitée avec des solutions numériques approchées : par les différences finies [12], par les éléments finis [13] et par la méthode de Chebyshev-Ritz [14]. Ce sujet, déjà riche d'histoire, est encore l'objet de publications récentes notamment celles traitant des vibrations des cylindres pleins, creux, et des « tuiles », avec une méthode semi-analytique [15].

En géométrie 2D, des expressions analytiques sont disponibles dans le cas où le cylindre creux se rapproche d'une coque cylindrique, c'est-à-dire que le rapport de son épaisseur h à son rayon interne R_1 est très petit. Ainsi, McFaden [16] propose une solution pour la détermination des fréquences radiales du mode de respiration du tube (le rayon moyen du tube se dilate et se contracte) et des modes d'épaisseur. Gazis fournit une étude théorique en contrainte plane [17, 18], et il donne toutes les expressions approchées des fréquences de résonance du tube, dans le cas des coques. Il effectue le même travail pour un cylindre infini [19-21].

L'étude de la propagation des contraintes, dans le cas où l'on impose une vitesse sur le rayon interne du tube, a été effectuée par El-Raheb [22] qui analyse la réponse transitoire. De la superposition des solutions statique et modale, il essaie de déterminer les dégâts que

causerait la pénétration d'une balle dans le corps humain. Cette publication, dont le sujet n'est pas gai, a le mérite de traiter le cas particulier où l'on applique un créneau de vitesse, ce qui se rapproche de notre problème.

L'interaction entre un fluide et un cylindre est traitée par Faran [23] dans le cas d'un cylindre infiniment long plongé dans l'eau et insonifié par une onde plane. Doolittle [24] élargit l'étude au cas du cylindre creux plongé dans un fluide rempli d'un autre fluide sous pression, toujours insonifié par une onde plane. Ce traitement 2D d'un tube entouré de fluides est très voisin de notre problématique, nous allons très largement nous en inspirer. Doolittle décompose l'onde plane en harmoniques cylindriques ; dans notre cas le générateur en forme de tuile produit aussi des harmoniques cylindriques mais de pondérations différentes.

Le formalisme théorique utilisé par Doolittle [24], étendu à 3 dimensions, est expérimentalement validé, pour des cylindres et des coques cylindriques de longueurs finies plongés dans l'eau, par analyse du champ acoustique rétrodiffusé, [25, 26].

*
* *

2. Vibration libre/libre d'un cylindre creux

2.1 Excitation d'un seul mode de résonance d'ordre radial n

2.1.1 Expression des déplacements et contraintes dans la gaine

Dans les solides, contrairement aux fluides, les ondes acoustiques sont soit longitudinales soit transverses ; si bien que dans le tube, milieu isotrope, le vecteur déplacement s'écrit :

$$\vec{u}^{tube} = \overline{grad} \phi^{tube} + \overline{Rot} \vec{\psi}^{tube} \quad (\text{III.1})$$

Le potentiel scalaire ϕ^{tube} traduit le caractère longitudinal du déplacement ; le potentiel vectoriel $\vec{\psi}^{tube}$, le caractère transverse. En régime harmonique, ces potentiels sont solutions des équations de Helmholtz suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta \phi^{tube} + \tilde{k}_L^2 \phi^{tube} &= 0 \\ \Delta \vec{\psi}^{tube} + \tilde{k}_T^2 \vec{\psi}^{tube} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

avec $\begin{cases} \tilde{k}_L^2 = \tilde{k}_{r,L}^2 + k_z^2 \\ \tilde{k}_T^2 = \tilde{k}_{r,T}^2 + k_z^2 \end{cases}$

A deux dimensions, le cylindre est considéré comme infiniment long et donc $k_z = 0$. De ce fait, la composante u_z du vecteur déplacement selon z et les composantes ψ_r et ψ_θ du potentiel vectoriel sont nulles.

Dans cette géométrie, les expressions des déplacements et des contraintes dans la gaine sont [27] :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{rr}^{tube} = \frac{\partial \phi^{tube}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z^{tube}}{\partial \theta} \\ u_{r\theta}^{tube} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^{tube}}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi_z^{tube}}{\partial r} \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} T_{rr}^{tube} = \lambda S + 2\mu \frac{\partial u_{rr}^{tube}}{\partial r} \\ T_{r\theta}^{tube} = \mu \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_{rr}^{tube}}{\partial \theta} - u_{r\theta}^{tube} \right) + \frac{\partial u_{r\theta}^{tube}}{\partial r} \right] \end{array} \right. \quad (\text{III.3})$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} S = \text{div} \vec{u}^{tube} = \frac{1}{r} \frac{\partial r u_{rr}^{tube}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r\theta}^{tube}}{\partial \theta} : \text{dilatation locale} \\ \lambda = \rho_0^{tube} (c_L^2 - 2c_T^2) \\ \mu = \rho_0^{tube} c_T^2 \end{array} \right\}$ coefficients de Lamé

A un ordre n , et en omettant le terme $e^{j(\omega t)}$, les expressions des potentiels solutions de (III.2) en coordonnées polaires et en régime harmonique sont :

$$\begin{aligned} \phi_n^{tube}(r, \theta, f) &= (t_{1n} J_n(\tilde{k}_L r) + t_{2n} Y_n(\tilde{k}_L r)) \cos(n\theta) \\ \psi_n^{tube}(r, \theta, f) &= (t_{3n} J_n(\tilde{k}_T r) + t_{4n} Y_n(\tilde{k}_T r)) \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} J_n(\tilde{z}) : \text{fonction de Bessel de première espèce d'ordre } n \\ Y_n(\tilde{z}) : \text{fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre } n \\ t_{1n}, t_{2n}, t_{3n}, t_{4n} : \text{constantes déterminées par les conditions aux limites} \end{array} \right.$

L'entier n , nombre azimutal, représente le nombre de nœuds de déplacement sur la demi-circonférence de la gaine. En injectant dans les relations (III.3) celles des potentiels données par les relations (III.4), les déplacements et contraintes dans la gaine pour un ordre n , avec $\tilde{x}_L = \frac{\omega}{\tilde{c}_L} = \tilde{k}_L r$ et $\tilde{x}_T = \frac{\omega}{\tilde{c}_T} = \tilde{k}_T r$, deviennent :

$$u_{rr,n}^{tube} = \left[\tilde{k}_L (t_{1n} J_n'(\tilde{x}_L) + t_{2n} Y_n'(\tilde{x}_L)) + \frac{n}{r} (t_{3n} J_n(\tilde{x}_T) + t_{4n} Y_n(\tilde{x}_T)) \right] \cos(n\theta) \quad (\text{III.5})$$

$$u_{r\theta,n}^{tube} = \left[\frac{n}{r} (t_{1n} J_n(\tilde{x}_L) + t_{2n} Y_n(\tilde{x}_L)) + \tilde{k}_L (t_{3n} J_n'(\tilde{x}_T) + t_{4n} Y_n'(\tilde{x}_T)) \right] \sin(n\theta) \quad (\text{III.6})$$

$$\begin{aligned} T_{rr,n}^{tube} &= \cos(n\theta) \frac{\mu}{r^2} \left[\left((2n^2 - \tilde{x}_T^2) J_n(\tilde{x}_L) - 2\tilde{x}_L J_n'(\tilde{x}_L) \right) t_{1n} \right. \\ &\quad + \left((2n^2 - \tilde{x}_T^2) Y_n(\tilde{x}_L) - 2\tilde{x}_L Y_n'(\tilde{x}_L) \right) t_{2n} \\ &\quad + \left(2n(\tilde{x}_T J_n'(\tilde{x}_T) - J_n(\tilde{x}_T)) \right) t_{3n} \\ &\quad \left. + \left(2n(\tilde{x}_T Y_n'(\tilde{x}_T) - Y_n(\tilde{x}_T)) \right) t_{4n} \right] \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

$$\begin{aligned}
 T_{r\theta,n}^{tube} = \sin(n\theta) \frac{\mu}{r^2} & \left[\left(2n \left(J_n(\tilde{x}_L) - \tilde{x}_L J_n'(\tilde{x}_L) \right) \right) t_{1n} \right. \\
 & + \left(2n \left(Y_n(\tilde{x}_L) - \tilde{x}_L Y_n'(\tilde{x}_L) \right) \right) t_{2n} \\
 & + \left(\left(\tilde{x}_T^2 - 2n^2 \right) J_n(\tilde{x}_T) - 2\tilde{x}_T J_n'(\tilde{x}_T) \right) t_{3n} \\
 & \left. + \left(\left(\tilde{x}_T^2 - 2n^2 \right) Y_n(\tilde{x}_T) - 2\tilde{x}_T Y_n'(\tilde{x}_T) \right) t_{4n} \right]
 \end{aligned} \tag{III.8}$$

Contrairement à l'étude sur le « gaz seul », où nous avons utilisé l'impédance acoustique, nous déterminerons les fréquences de résonance de notre système en calculant l'admittance acoustique en R_2 . En effet, au chapitre II, les parois du cylindre contenant le gaz sont rigides ; dans ces conditions les résonances se produisent quand à la plus petite excitation de vitesse correspond le maximum de contrainte : l'impédance est maximale aux résonances. Maintenant la situation est inverse, le tube est libre sur sa face extérieure. Les résonances se produisent quand à la plus petite excitation de contrainte correspond un maximum de déplacement : l'admittance est maximale aux résonances.

2.1.2 Détermination de l'admittance acoustique pour un mode de résonance n

On considère la source d'excitation comme un générateur fictif de contrainte placé en R_2 , et infiniment fin. Pour qu'un seul mode de résonance d'ordre n soit excité, on écrit la contrainte radiale imposée par le générateur comme suit : $T_{rr}^{géné} = T_0 \cos(n\theta)$. Les conditions aux limites du tube ainsi excité sont :

$$\begin{aligned}
 - \text{annulation des contraintes radiales sur la surface intérieure : } & T_{rr,n}^{tube}(R_1) = 0 \\
 - \text{continuité des contraintes radiales sur la surface extérieure : } & T_{rr,n}^{tube}(R_2) = T_{rr}^{géné} \\
 - \text{annulation des composantes tangentielles des contraintes : } & \begin{cases} T_{r\theta,n}^{tube}(R_1) = 0 \\ T_{r\theta,n}^{tube}(R_2) = 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{III.9}$$

En réécrivant ces conditions avec l'aide des relations (III.7) et (III.8), on obtient le système matriciel $\alpha_n \mathbf{t}_n = \mathbf{b}$ suivant :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{22}^n & \alpha_{23}^n & \alpha_{24}^n & \alpha_{25}^n \\ \alpha_{32}^n & \alpha_{33}^n & \alpha_{34}^n & \alpha_{35}^n \\ \alpha_{42}^n & \alpha_{43}^n & \alpha_{44}^n & \alpha_{45}^n \\ \alpha_{52}^n & \alpha_{53}^n & \alpha_{54}^n & \alpha_{55}^n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_{1n} \\ t_{2n} \\ t_{3n} \\ t_{4n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ T_0 \cos(n\theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{III.10}$$

où les éléments α_{ij}^n de la matrice α_n sont donnés dans l'annexe A. Leur numérotation commence à α_{22}^n pour être cohérente avec l'écriture de la matrice que nous allons utiliser dans § 3.1. La résolution de ce système fournit les constantes t_{in} . On calcule ensuite l'admittance

$$\text{acoustique } Y_n(f) = \frac{j\omega u_{rr,n}^{tube}}{T_0 \cos(n\theta)}.$$

2.1.3 Détermination des fréquences de résonance du tube seul et visualisation des déformations

Nous sommes maintenant en mesure de calculer le spectre en admittance, de déterminer les fréquences de résonance et de visualiser les déformations du tube correspondantes. Le Tableau III.1 récapitule les fréquences de vibration calculées entre 0 et 10 MHz pour quelques modes d'ordre n . L'entier n représente le nombre de nœuds de vitesse sur la demi-circonférence. Un examen détaillé de la répartition des vitesses permet d'introduire les entiers l_1 et l_2 qui indiquent le nombre de nœuds de vitesses radiales (l_1) ou tangentielles (l_2) sur l'épaisseur du tube (Figure III.6.)

$n = 0$					
$l_1 = 0$	$f = 146$				
$l_1 = 1$	$f = 4143$				
$l_1 = 2$	$f = 8282$				
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
$l_1 = 0, l_2 = 0$	$f = 206$	$f = 14$	$f = 40$	$f = 75$	$f = 118$
		$f = 324$	$f = 458$	$f = 596$	$f = 736$
$l_1 = 0, l_2 = 1$	$f = 2083$	$f = 2101$	$f = 2131$	$f = 2171$	$f = 2222$
$l_1 = 1, l_2 = 2$	$f = 4091$	$f = 4042$	$f = 3996$	$f = 3953$	$f = 3914$
	$f = 4198$	$f = 4256$	$f = 4317$	$f = 4380$	$f = 4445$
$l_1 = 0, l_2 = 2$	$f = 6213$	$f = 6213$	$f = 6214$	$f = 6214$	$f = 6215$
$l_1 = 2, l_2 = 2$	$f = 8284$	$f = 8290$	$f = 8299$	$f = 8311$	$f = 8293$
					$f = 8327$

Tableau III.1. Fréquence de résonances en kHz pour quelques modes d'ordre n . Les résonances qui apparaissent par paires (en gras) résultent du couplage entre les modes longitudinaux et transverses.

Le tracé du logarithme décimal (afin de visualiser les pics de faible amplitude) de l'admittance réduite $y = Y \times \rho_0^{tube} c_L^{tube}$, est donné ci-après pour les ordres $n = 0$ et $n = 1$.

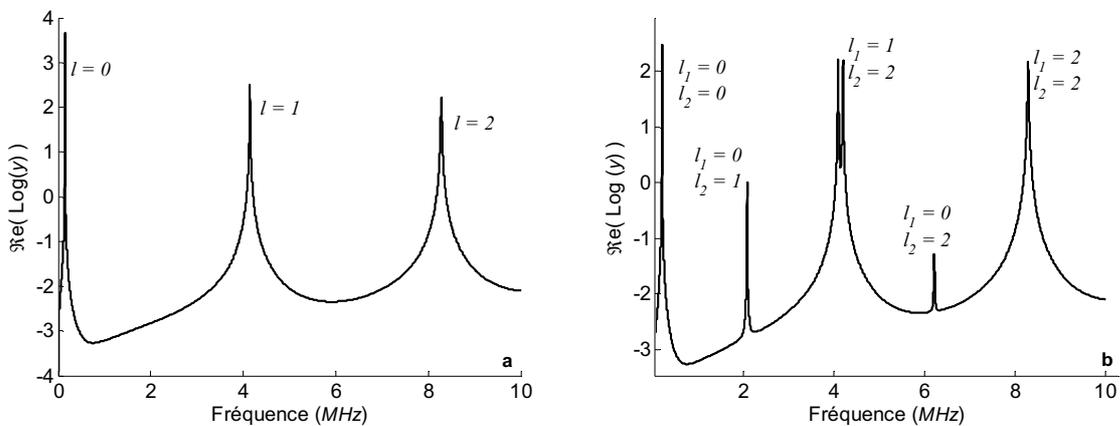


Figure III.2. Spectre de l'admittance normalisée pour les modes a) $n = 0$ et b) $n = 1$.

Pour $n = 0$ seules les ondes axisymétriques (radiales) se propagent et nous observons trois résonances sur la Figure III.2.a. La première correspond au mode de respiration ; le tube se contracte et se dilate à la fréquence de 146 kHz , comme représenté ci-dessous (Figure III.3.a). Les deux autres pics sont produits par la contraction et la dilatation de l'épaisseur du tube (Figure III.3.b). Sur les figures, les déplacements ont été amplifiés.

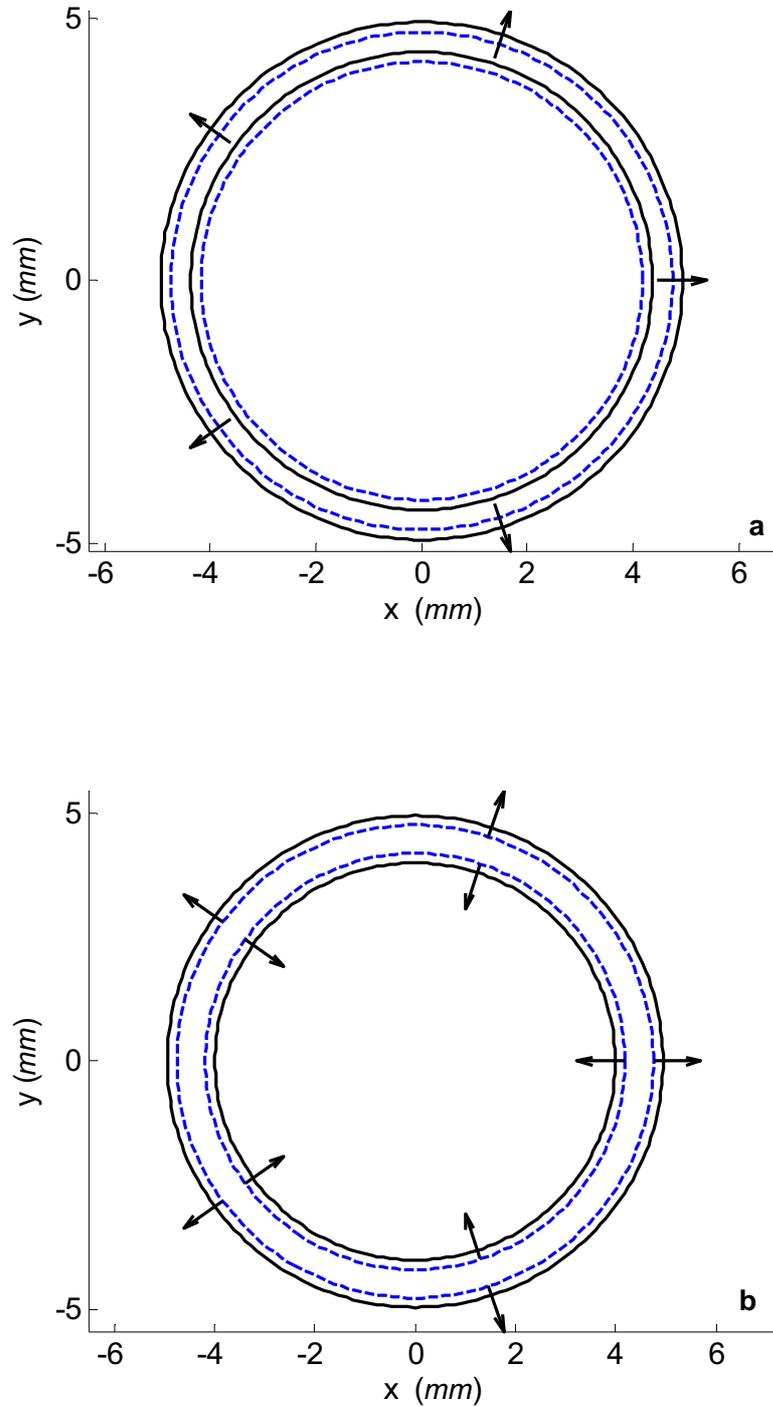


Figure III.3. a) Mode de respiration, $l_1 = 0$, de la gaine à 146 kHz b) mode en $\lambda/2$ ($n = 0, l_1 = 1$) à $4,14 \text{ MHz}$. Le trait en pointillé représente le cylindre au repos.

Une plaque plane d'épaisseur h , libre sur chacune de ses faces, peut vibrer en compression aux fréquences $f^{l_1} = l_1(c/2h)$, soit à 4,14 et 8,28 MHz pour 570 μm de zircalloy 4. Les fréquences du Tableau III.1 apparaissent proches de celles qu'on aurait en ondes planes pour $l_1 \geq 1$, car les fonctions de Bessel se comportent à ces fréquences comme leurs formes asymptotiques trigonométriques. Ces fréquences du modèle 2D sont d'autant plus proches de celles à une dimension que le rapport $\frac{h}{R_1}$ est inférieur à l'unité.

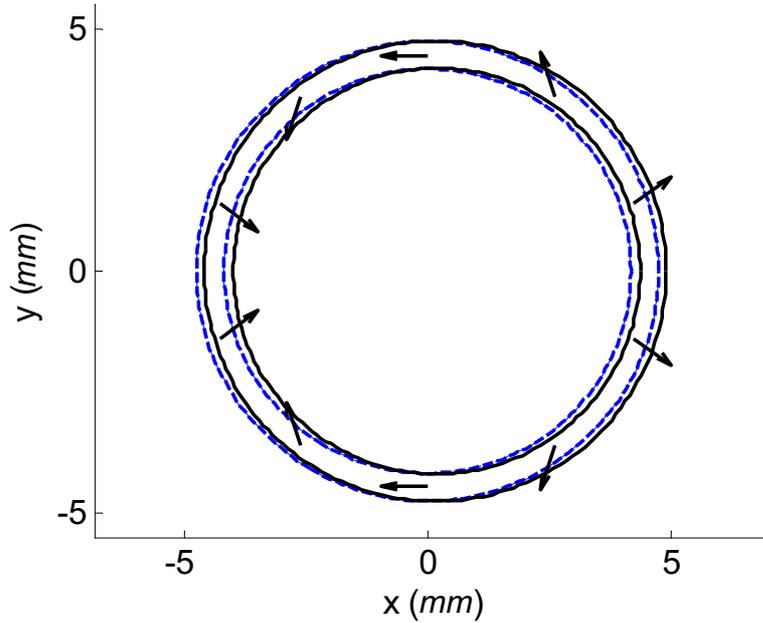


Figure III.4. Déformation antisymétrique du tube à l'ordre $n = 1$, $l_1 = 0$, $l_2 = 0$ à 206 kHz.

A l'ordre $n = 1$, nous observons six pics. Le premier à 206 kHz correspond à une déformation de la gaine (Figure III.4), faisant intervenir à la fois des déformations radiales et tangentielles. Les résonances à 2 et 6 MHz correspondent à des déformations principalement dues à des efforts en cisaillement (Figure III.7 cas $n = 1$). Une plaque plane de zircalloy 4 d'épaisseur $h = 570 \mu m$, où se propagent uniquement les ondes transverses à la vitesse $c_T^{tube} = 2360 ms^{-1}$, peut vibrer aux fréquences $f^{l_2} = l_2(c_T^{tube}/2h)$; soit $f_T^1 = 2,07$, $f_T^2 = 4,14$ et $f_T^3 = 6,21$ MHz. A deux dimensions, les fréquences que nous observons de 2,08, 4,19 et 6,21 MHz sont proches de celles calculées, ce qui montre ici aussi que le modèle 1D est bien adapté à notre géométrie.

Pour certaines fréquences du Tableau III.1, les résonances apparaissent par paires (en gras) résultant du couplage entre les modes longitudinaux et transverses. Ce phénomène est à l'origine du dédoublement des pics au voisinage de 4 et 8 MHz (Figure III.5). Le dédoublement est d'autant plus important que l'ordre radial n est grand.

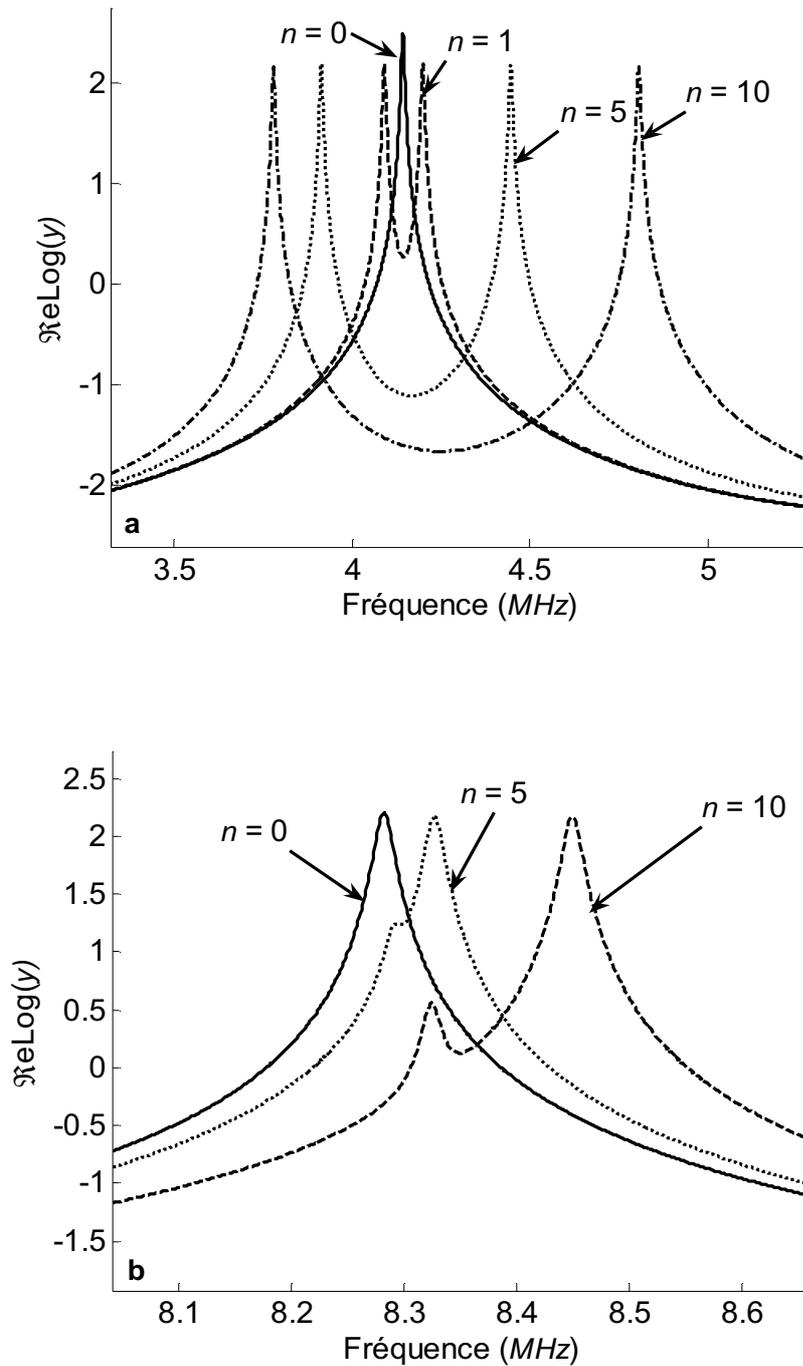


Figure III.5. Mise en évidence du couplage des ondes transverses et longitudinales **a)** au voisinage de 4 MHz et **b)** de 8 MHz.

Examinons la répartition des déplacements de la résonance d'ordre $n = 2$ à 4042 kHz (Figure III.6). Les entiers l_1 et l_2 indiquent le nombre de nœuds de vitesses radiales (l_1) ou tangentielles (l_2) sur l'épaisseur du tube. A $n = 2$ et $f = 4256$ kHz, les déplacements transversaux et longitudinaux sont déphasés de π par rapport à la solution que nous venons d'étudier. C'est donc le couplage longitudinal/transverse qui dédouble les pics. Ce dédoublement est caractéristique de la géométrie 2D.

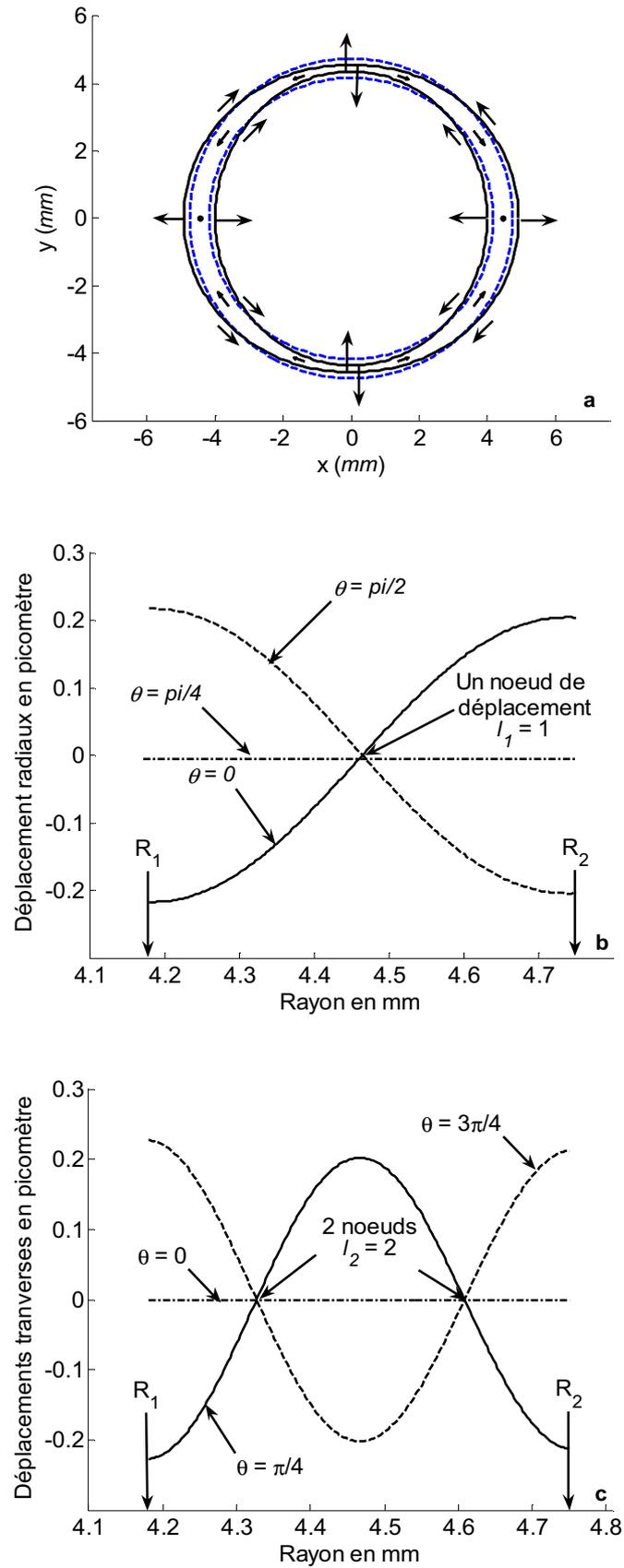
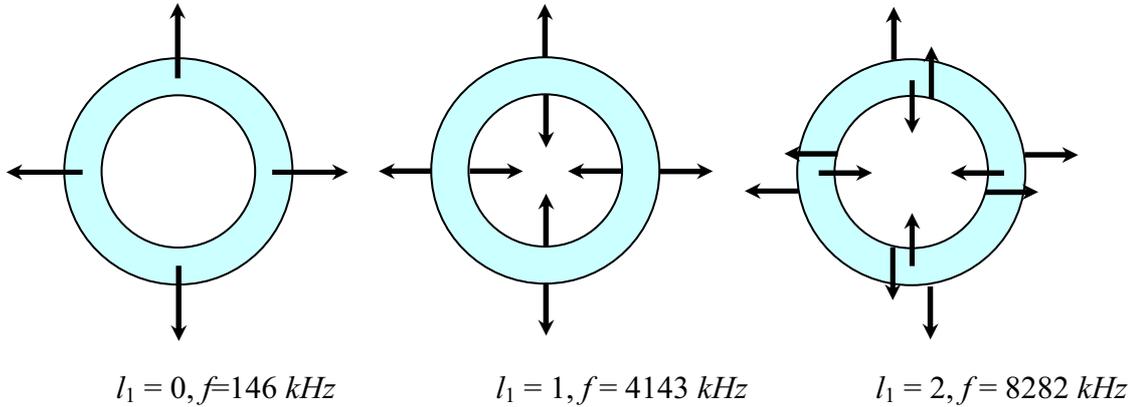
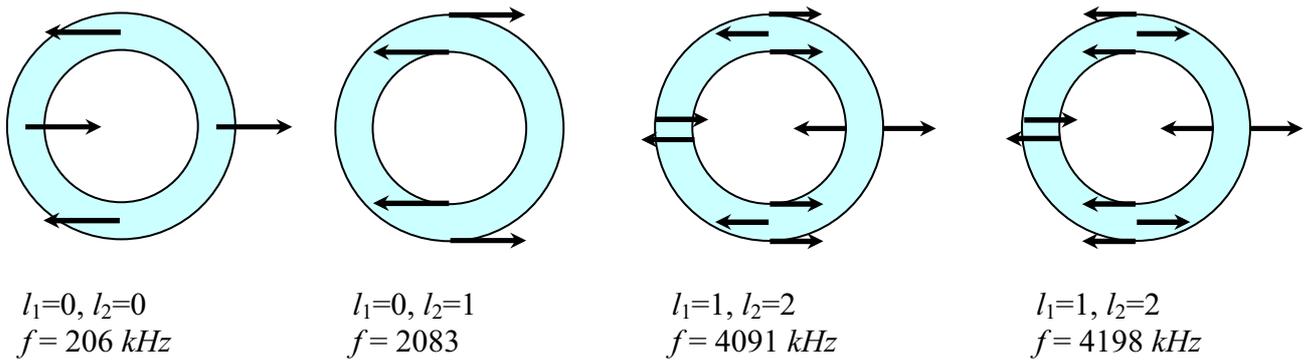


Figure III.6. Visualisation a) de la déformation, b) des déplacements radiaux, et c) des déplacements tangentiels pour le mode $n = 2$ à 4042 kHz .

✓ Cas $n = 0$ (vibration axisymétrique)



✓ Cas $n = 1$ (1 nœud de vitesse radiale ou tangentielle par $\frac{1}{2}$ circonférence)



✓ Cas $n = 2$ (2 nœuds de vitesse radiale ou tangentielle par $\frac{1}{2}$ circonférence)

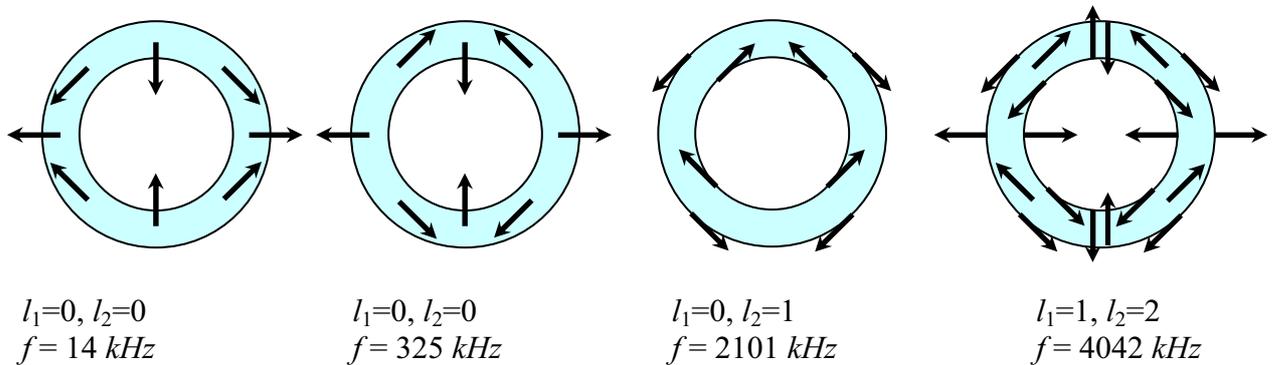


Figure III.7. Représentation schématique de la répartition des vitesses radiales et tangentielles pour les premières solutions des mode $n = 0$ à 2 (l'épaisseur du tube et les déplacements ont été exagérés).

Examinons maintenant un mode de résonance n plus élevé. La Figure III.8 représente la déformation à l'ordre $n = 5$ et $f = 118 \text{ kHz}$, avec l_1 et $l_2 = 0$.

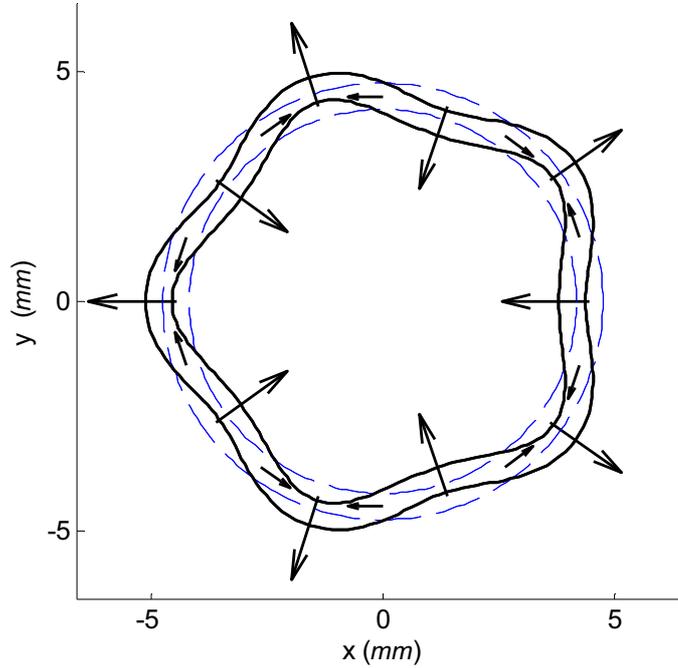


Figure III.8. Vibration à l'ordre $n = 5$ à 118 kHz .

Sur cette figure sont représentés les déplacements de la ligne neutre. On constate qu'il y a bien cinq lobes. C'est essentiellement un mode de flexion où la paroi du tube subit une flexion périodique. Toujours pour $n=5$, le mode à 2222 kHz est un mode de cisaillement pur. Les autres résonances à 3914 et 4445 kHz résultent des couplages entre les modes longitudinaux et transverses comme précédemment.

2.2 Réponse en fréquence du système excité par une tuile

2.2.1 Formulation théorique

Comme pour l'étude du gaz, on considère que le générateur en forme de tuile excite tous les modes de résonance avec des amplitudes pondérées. Les coefficients de pondération se déduisent du développement en série de Fourier de la contrainte motrice :

$$T_{rr}^{\text{généré}}(R_2, \theta) = \begin{cases} T_0 & \text{pour } -\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \stackrel{SF}{\Rightarrow} T_{rr}^{\text{généré}} = T_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(n\theta)$$

$$\text{avec } \begin{cases} C_n = \frac{2 \sin(n\theta_0)}{n\pi} \frac{N_n}{2}, C_0 = \frac{\theta_0}{\pi} \\ N_n : \text{coefficient de Neuman} \\ N_0 = 1 \\ N_n = 2 \text{ pour } n \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Pour chaque mode n , on résout maintenant le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{22}^n & \alpha_{23}^n & \alpha_{24}^n & \alpha_{25}^n \\ \alpha_{32}^n & \alpha_{33}^n & \alpha_{34}^n & \alpha_{35}^n \\ \alpha_{42}^n & \alpha_{43}^n & \alpha_{44}^n & \alpha_{45}^n \\ \alpha_{52}^n & \alpha_{53}^n & \alpha_{54}^n & \alpha_{55}^n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_{1n} \\ t_{2n} \\ t_{3n} \\ t_{4n} \end{pmatrix} = C_n \times \begin{pmatrix} 0 \\ T_0 \cos(n\theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.12})$$

où le vecteur $C_n \mathbf{t}_n$ est solution de ce système. Toutes les grandeurs – potentiels, déplacements et contraintes – s'écrivent alors sous la forme d'une somme de vibrations pondérées par les coefficients C_n :

$$\begin{cases} \phi^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \phi_n \\ \psi^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \psi_n \end{cases} \begin{cases} T_{rr}^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n T_{rr,n}^{tube} \\ T_{r\theta}^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n T_{r\theta,n}^{tube} \end{cases} \begin{cases} u_{rr}^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n u_{rr,n}^{tube} \\ u_{r\theta}^{tube} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n u_{r\theta,n}^{tube} \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

où ϕ_n^{tube} , ψ_n^{tube} , $T_{rr,n}^{tube}$, $T_{r\theta,n}^{tube}$, $u_{rr,n}^{tube}$ et $u_{r\theta,n}^{tube}$ sont donnés par les équations (III.4) à (III.8).

On définit la réponse en fréquence comme l'admittance acoustique pour un mètre linéaire de tuile ; c'est-à-dire comme le rapport de la vitesse radiale moyenne $\langle v_{rr}^{tube} \rangle$ à la contrainte appliquée T_0 :

$$Y_r(f) = \frac{j\omega \langle u_{rr}^{tube} \rangle}{T_0} = \frac{1}{T_0 2\theta_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \sum_{n=0}^{\infty} C_n u_{rr,n}^{tube} d\theta \quad (\text{III.14})$$

En réécrivant le déplacement radial (III.5) et en inversant les signes sommes, la réponse du système devient :

$$Y_r(f) = \frac{1}{T_0 2\theta_0} \sum_{n=0}^{\infty} C_n w_{rr,n}^{tube} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos(n\theta) d\theta \quad (\text{III.15})$$

avec $w_{rr,n}^{tube} = \left[\tilde{k}_L (t_{1n} J'_n(\tilde{x}_L) + t_{2n} Y'_n(\tilde{x}_L)) + \frac{n}{r} (t_{3n} J_n(\tilde{x}_T) + t_{4n} Y_n(\tilde{x}_T)) \right]$

Nous obtenons en réflexion :

$$\tilde{Y}_r(f) = \frac{j\omega}{T_0 C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} w_{rr,n}^{tube} \quad (\text{III.16})$$

et en transmission il vient :

$$Y_t(f) = \frac{1}{T_0 2\theta_0} \int_{-\theta_0+\pi}^{\theta_0+\pi} \sum_{n=0}^{\infty} C_n u_{rr,n}^{tube} d\theta \quad (\text{III.17})$$

$$Y_t(f) = \frac{j\omega}{T_0 C_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n^2}{N_n} W_{rr,n}^{tube} (-1)^n$$

Remarque : Les pics d'ordre n impair sont donc négatifs comme pour le gaz.

*
* *

2.2.2 Influence de l'angle d'ouverture

Nous allons tracer les réponses réduites $y = C_0 Y \rho_0^{tube} c_L^{tube}$ pour une excitation $T_0 = 1$. Les sommes sur n des relations précédentes sont limitées à l'entier n_{max} .

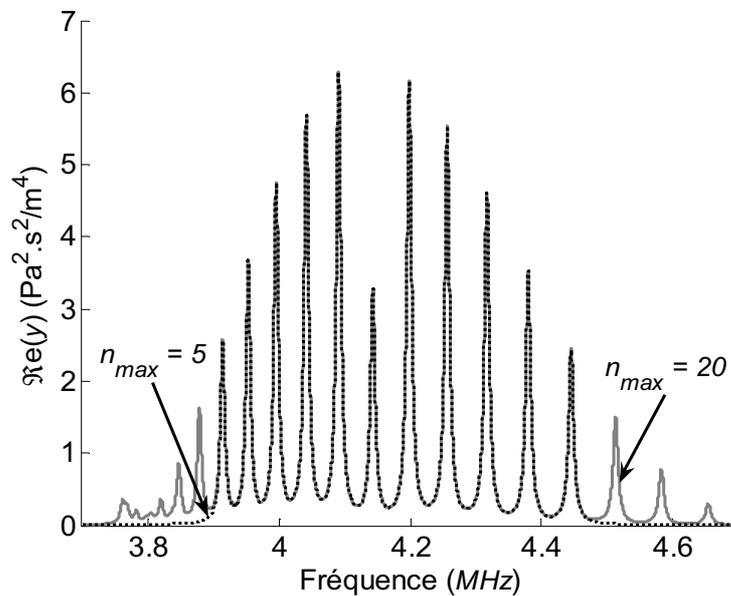


Figure III.9. Comparaison du spectre en réflexion en fonction de n_{max} et $2\theta_0 = \pi/5$.

Une tuile d'angle $2\theta_0 = 2\pi/n$ est adaptée à exciter préférentiellement les modes d'ordre jusqu'à n . Si on choisit $n_{max} = n$, on obtient déjà une bonne approximation du spectre comme en témoigne la figure III.9, tracée pour une tuile de 36° ($2\theta_0 = \pi/5$). Avec $n_{max} = 20$, on obtient l'admittance avec encore plus de précision. Cet angle correspond à la limite géométrique que nous nous sommes fixée lors de l'étude du gaz seul (Chap. II).

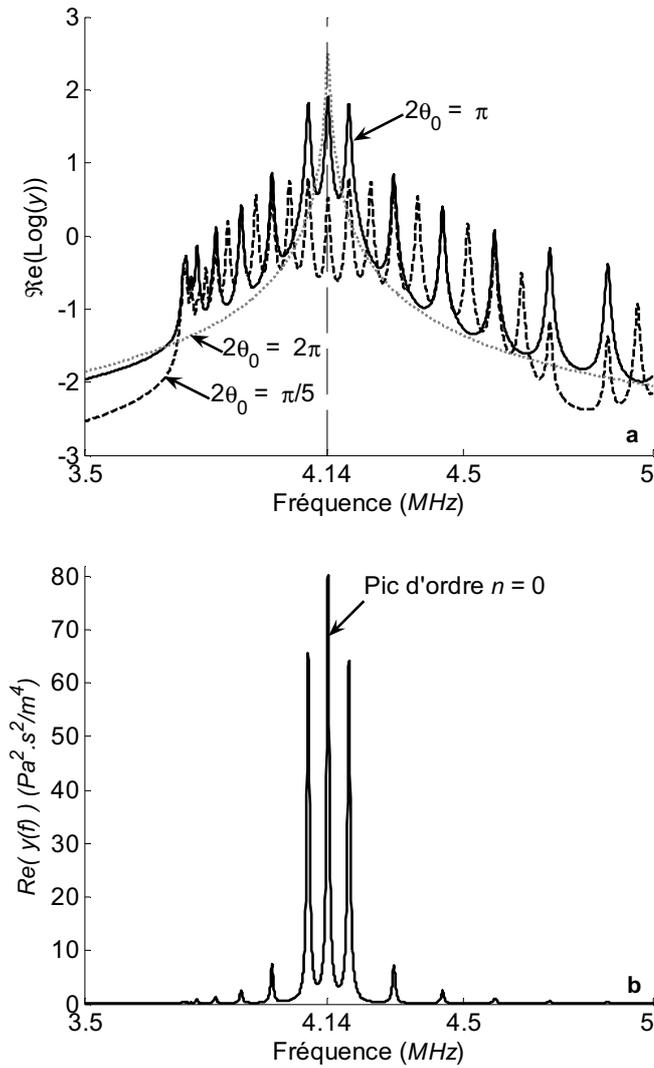


Figure III.10. Influence de l'ouverture de la tuile sur la réponse fréquentielle au voisinage de 4 MHz, en **a**) échelle Log et **b**) en échelle linéaire pour $2\theta_0 = \pi$.

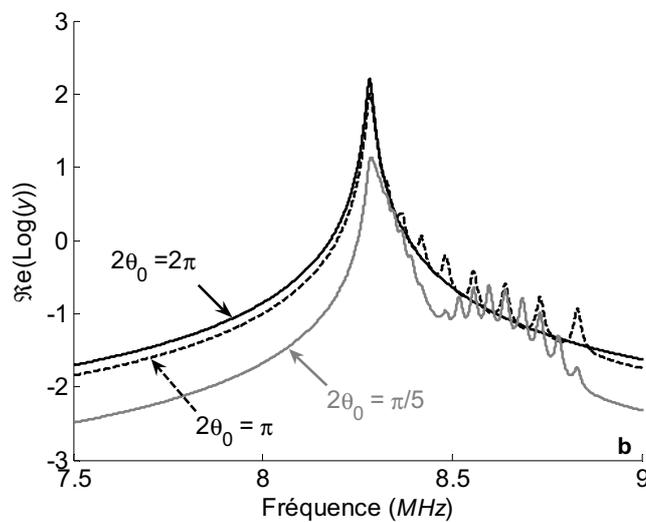


Figure III.11. Influence de l'ouverture de la tuile sur la réponse fréquentielle au voisinage de 8 MHz.

De même que pour le gaz seul, les modes d'ordre n élevé sont d'autant plus visibles que l'ouverture angulaire de la tuile est petite (Figure III.10.a). A l'inverse, une ouverture angulaire θ_0 importante privilégie le mode d'ordre $n = 0$ (Figure III.10.b). Au voisinage de 8 MHz, l'apparition des pics d'ordre n élevé a pour effet de rendre le pic dissymétrique et de le faire légèrement glisser en fréquence (Figure III.11).

3. Vibrations du tube plongé dans l'eau et contenant un gaz sous pression

3.1 Reformulation des conditions de continuité aux interfaces

La mesure de la pression et de la composition des gaz de relâchement doit être faite pendant un arrêt de tranche de la centrale, quand les assemblages sont en piscine. Les conditions aux limites doivent être réécrites en tenant compte que les tubes sont dans l'eau. Dans un fluide, il n'y a pas de cisaillement et le vecteur déplacement \vec{u} dérive d'un potentiel scalaire : $\overline{rot \vec{u}} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \overline{grad} \phi$. Le coefficient de cisaillement μ est nul, et en posant dans (III.3) $\mu = 0$, on déduit les expressions générales des déplacements et de la contrainte dans les fluides suivantes :

$$\begin{cases} u_{rr} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \text{ et } u_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ T_{rr} = \lambda S = \rho_0 c^2 \text{div} \vec{u} \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Plus particulièrement dans le gaz et dans l'eau, les potentiels les contraintes et déplacements sont :

✓ Gaz

$$\begin{aligned} \phi_n^{gaz} &= g_n J_n(\tilde{x}_{gaz}) \cos(n\theta) \\ T_{rr,n}^{gaz} &= -\rho_0^{gaz} \omega^2 \phi_n^{gaz} = -\rho_0^{gaz} \omega^2 g_n J_n(\tilde{x}_{gaz}) \cos(n\theta) \\ u_{rr}^{gaz} &= \frac{\partial \phi_n^{gaz}}{\partial r} = \tilde{k}_{gaz} g_n J_n'(\tilde{x}_{gaz}) \cos(n\theta) \\ \text{avec } \tilde{x}_{gaz} &= \frac{\omega}{\tilde{c}_{gaz}} r = \tilde{k}_{gaz} r \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

✓ Eau

$$\begin{aligned} \phi_n^{eau} &= e_n H_n^{(2)}(\tilde{x}_{eau}) \cos(n\theta) \\ T_{rr,n}^{eau} &= -\rho_0^{eau} \omega^2 \phi_n^{eau} = -\rho_0^{eau} \omega^2 e_n H_n^{(2)}(\tilde{x}_{eau}) \cos(n\theta) \\ u_{rr}^{eau} &= \frac{\partial \phi_n^{eau}}{\partial r} = \tilde{k}_{eau} e_n H_n^{(2)'}(\tilde{x}_{eau}) \cos(n\theta) \\ \text{avec } \begin{cases} \tilde{x}_{eau} = \frac{\omega}{\tilde{c}_{eau}} r = \tilde{k}_{eau} r \\ H_n^{(2)} = J_n - jY_n, \text{ fonction de Hankel de seconde espèce} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Les expressions dépendent de g_n et e_n , deux constantes à déterminer. La fonction de Hankel de seconde espèce est la solution générale de l'équation de propagation en coordonnées polaires. Elle traduit la propagation de l'onde s'éloignant de l'origine dans l'eau (le terme $e^{j\omega t}$ étant sous entendu).

La présence des fluides internes et externes modifie les conditions de continuité aux interfaces internes et externes entre le tube et le fluide. Ces conditions sont maintenant :

$$\begin{aligned}
 & \text{- continuité des contraintes radiales :} \\
 & \text{- continuité des déplacements radiaux :} \\
 & \text{- annulation des composantes tangentielles des contraintes :}
 \end{aligned}
 \begin{cases}
 T_{rr,n}^{tube}(R_1) = T_{rr,n}^{gaz}(R_1) \\
 T_{rr,n}^{tube}(R_2) = T_{rr,n}^{eau}(R_2) + T_{rr,n}^{géné} \\
 u_{rr,n}^{tube}(R_1) = u_{rr,n}^{gaz}(R_1) \\
 u_{rr,n}^{tube}(R_2) = u_{rr,n}^{eau}(R_2) \\
 T_{r\theta,n}^{tube}(R_1) = 0 \\
 T_{r\theta,n}^{tube}(R_2) = 0
 \end{cases} \quad (III.21)$$

La prise en compte de ces conditions, conduit à l'établissement du système matriciel (6×6) suivant :

$$\begin{pmatrix}
 \alpha_{11}^n & \alpha_{12}^n & \alpha_{13}^n & \alpha_{14}^n & \alpha_{15}^n & 0 \\
 \alpha_{21}^n & \alpha_{22}^n & \alpha_{23}^n & \alpha_{24}^n & \alpha_{25}^n & 0 \\
 0 & \alpha_{32}^n & \alpha_{33}^n & \alpha_{34}^n & \alpha_{35}^n & \alpha_{36}^n \\
 0 & \alpha_{42}^n & \alpha_{43}^n & \alpha_{44}^n & \alpha_{45}^n & 0 \\
 0 & \alpha_{52}^n & \alpha_{53}^n & \alpha_{54}^n & \alpha_{55}^n & 0 \\
 0 & \alpha_{62}^n & \alpha_{63}^n & \alpha_{64}^n & \alpha_{65}^n & \alpha_{66}^n
 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g_n \\ t_{1n} \\ t_{2n} \\ t_{3n} \\ t_{4n} \\ e_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_{rr,n}^{géné} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (III.22)$$

✓ Résonances à l'ordre n

Comme précédemment, on pose $T_{rr,n}^{moteur} = T_0 \cos(n\theta)$, ce qui n'excite qu'un seul mode d'ordre n . On résout le système matriciel ci-dessus, on déduit le vecteur $\mathbf{t}_{in}(g_n, t_{1n}, t_{2n}, t_{3n}, t_{4n}, e_n)$, puis on calcule l'admittance acoustique $Y_n(f) = \frac{j\omega u_{rr,n}^{tube}}{T_0 \cos(n\theta)}$.

✓ Réponse en fréquences

On détermine la réponse fréquentielle du système en procédant comme au § 2.2. Pour chaque mode d'ordre n , on résout le système précédent avec $T_{rr,n}^{moteur} = C_n T_0 \cos(n\theta)$. Chaque grandeur mécanique s'écrit comme une somme d'amplitudes pondérées par C_n (III.13), et par conséquent, les relations (III.16) et (III.17) sont toujours valables. Les spectres sont maintenant représentatifs des vibrations de la gaine couplée à l'eau et au gaz.

Le cas précédent, vibration libre/libre, se retrouve en posant dans ce nouveau modèle $\rho_0^{gaz} = 0$ et $\rho_0^{eau} = 0$, ce qui ramène aux systèmes (III.10) et (III.12), et justifie la convention d'écriture précédemment choisie. Les éléments de la matrice α_{ij}^n sont donnés dans l'annexe A.

3.2 Sensibilité au gaz

Pour traiter un exemple numérique, on considère le tube rempli d'un gaz à 50 bars (pression après un cycle de fonctionnement en réacteur) qu'on assimile à un gaz parfait monoatomique. La célérité de ce mélange à 295 K est fixée arbitrairement à 500 ms^{-1} , son coefficient d'absorption est de la forme :

$$\alpha = A \frac{f^2}{P} \quad (m^{-1})$$

(III.23)

f : fréquence en Hz
 P : pression en Pa

où la constante A a été choisie égale à celle de l'argon (gaz de référence). Examinons le cas le plus simple, où uniquement l'ordre $n = 0$ est excité avec une tuile d'ouverture $2\theta_0 = 360^\circ$ (Figure III.12).

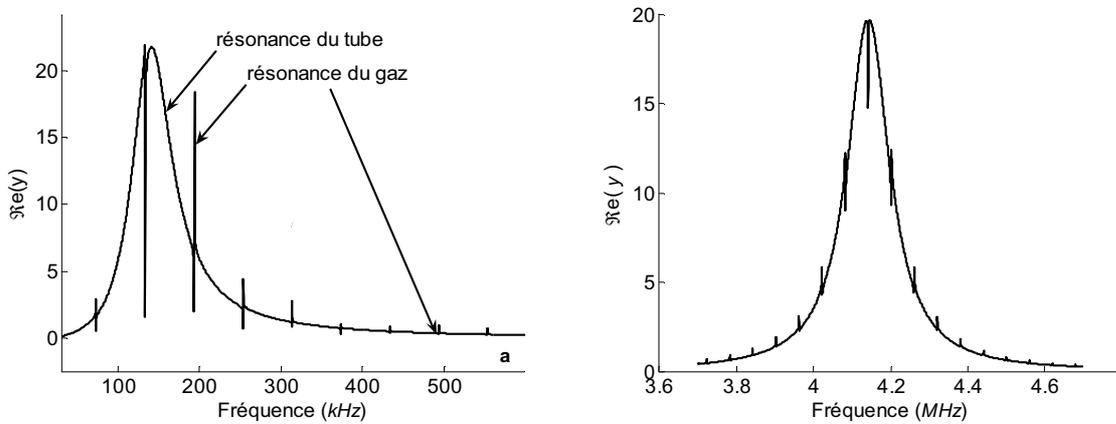


Figure III.12. Vibrations du tube plongé dans l'eau pressurisée à 50 bars au voisinage **a)** du mode de respiration à 146 kHz et **b)** du mode de vibration de plaque 4 MHz.

Nous voyons apparaître, sur chaque pic du tube, les pics fins du gaz, plus grand aux environs des résonances du tube. **Le système semble sensible au gaz uniquement quand le tube, lui-même, vibre.** Dans la première zone de sensibilité (0–500 kHz) les pics du gaz sont très fins en raison du faible coefficient d'absorption du gaz et peu nombreux. Une grande résolution fréquentielle serait nécessaire pour les observer. Les résonances transverses à 2 et 6 MHz sont inefficaces pour exciter le gaz. A 8 MHz, l'absorption du gaz est trop importante et les pics du gaz sont à peine visibles.

La seule fréquence de travail utilisable se situe aux environs de 4 MHz, déjà préconisée dans les travaux précédents. Nous montrerons au chapitre IV que cette fréquence correspond à la condition de transparence de la gaine.

3.3 Influence de la densité du fluide externe

Représentons les vibrations à l'ordre $n = 0$ (tuile de 360°) du système plongé dans l'eau puis dans l'air (Figure III.13).

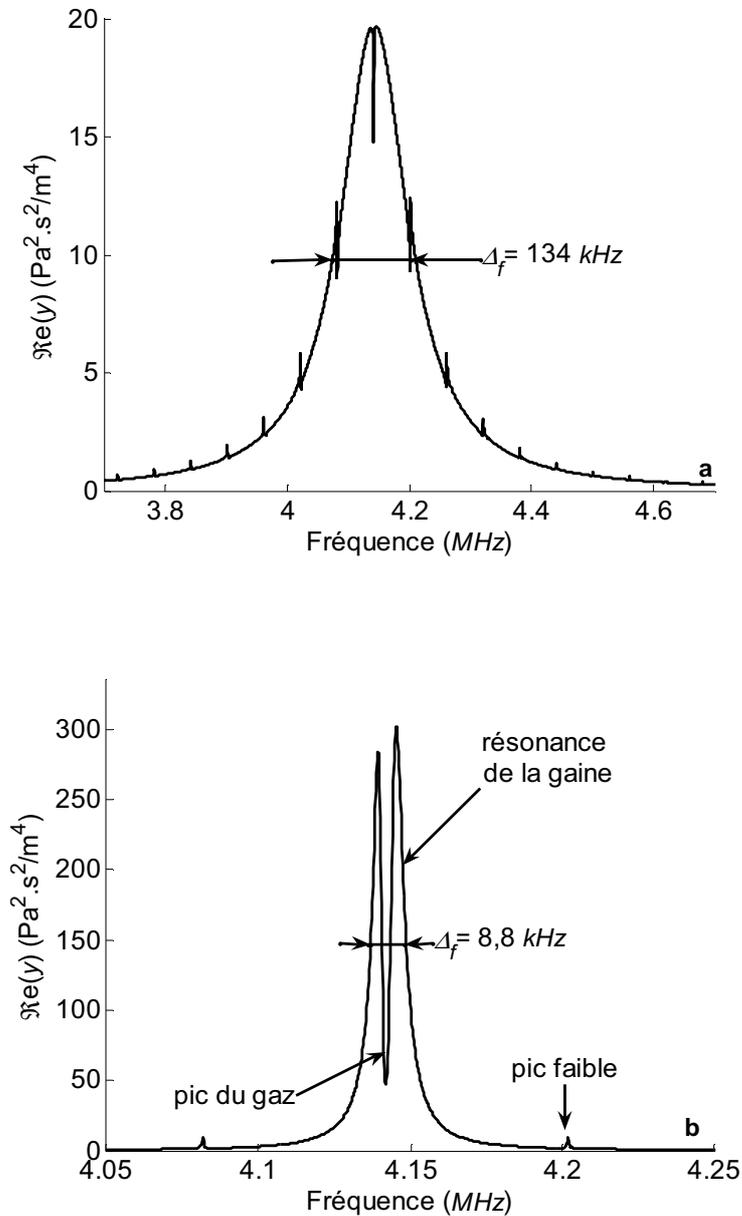


Figure III.13. Résonances à l'ordre $n = 0$ du tube plongé **a)** dans l'eau, **b)** dans l'air, pour une tuile de 360° .

L'augmentation de la densité du fluide externe diminue la sélectivité des résonances du tube. La résonance dans l'eau à $4,143 \text{ MHz}$ est 15 fois plus large que celle produite dans l'air. De ce fait, il apparaît plus de résonances du gaz quand le système fonctionne dans l'eau. Dans l'air, elles sont plus fortement excitées mais pas forcément visibles. En effet, la vitesse des ondes du gaz, sur la Figure III.13.b, a été choisie afin qu'au moins une résonance du gaz se produise dans la zone de vibration du tube. Pour d'autres vitesses, le pic du gaz disparaîtrait presque entièrement.

Le phénomène d'écrasement des résonances de la gaine avec l'accroissement de la densité du fluide externe, peut être utilisé pour produire des systèmes de mesure large bande.

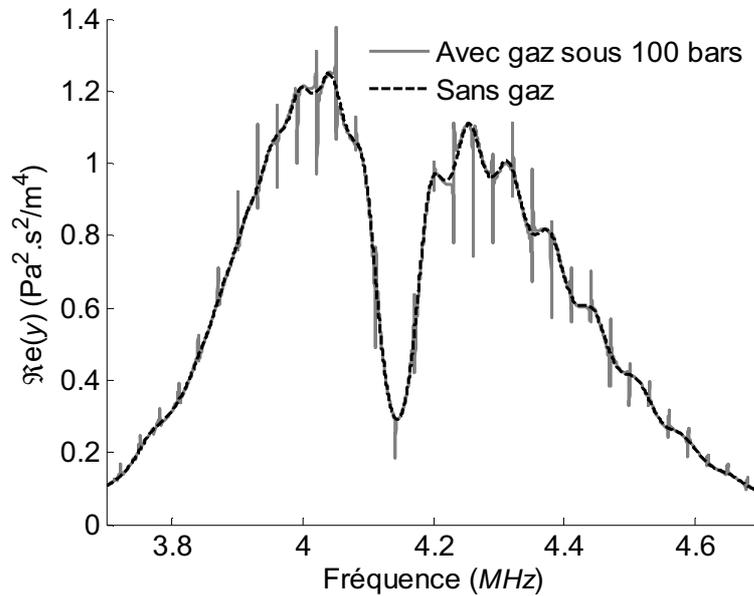


Figure III.14. Réponse fréquentielle obtenue avec une tuile de 36° d'angle d'ouverture, pour une gaine plongée dans l'eau, contenant un gaz de pression 100 bars.

Retraçons la courbe Figure III.13.a pour une tuile de 36° . La réponse ci-dessus a une largeur à mi-hauteur de 480 kHz soit 3,5 fois plus large que celle obtenue avec une tuile de 360° . En contrepartie l'amplitude des résonances, y compris celles du gaz, est divisée par 16. Donc, à condition de pouvoir sortir les pics du gaz du bruit, un capteur de cette taille permettrait de disposer d'un grand nombre de pics du gaz. De plus, une tuile d'ouverture angulaire de $\pi/5 = 36^\circ$ correspond à la limite géométrique que nous nous sommes fixée au Chap. II.

*
* *

4. Comparaison des modèles 2D et 1D

Si nous ne tenons plus compte des composantes de cisaillement, le système peut être simplifié en une succession de couches traversées par des ondes de compression. La Figure III.15 représente le système simplifié.

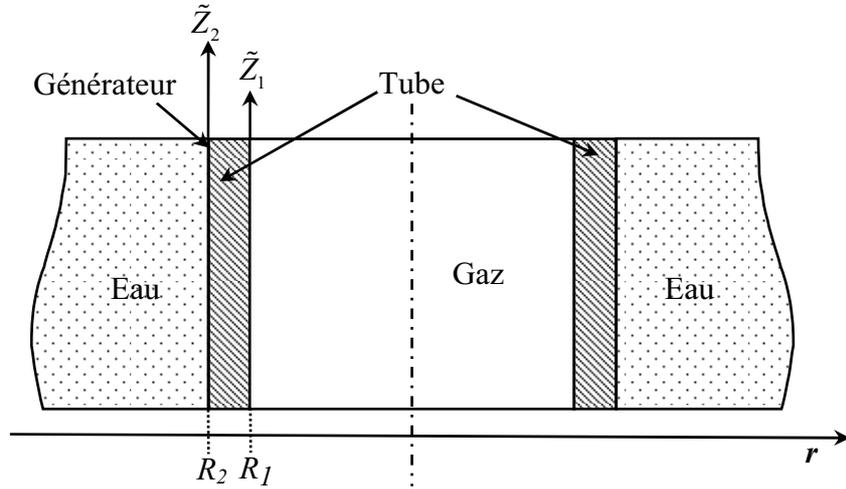


Figure III.15. Représentation du système simplifié à une dimension.

L'impédance vue à l'entrée d'une couche d'un matériau passif, d'impédance caractéristique Z_c est [28] :

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_{out} + jZ_c \tan(\tilde{\varphi})}{Z_c + jZ_{out} \tan(\tilde{\varphi})}, \text{ avec } \tilde{\varphi} = \tilde{k}d = \frac{\omega}{\tilde{c}} d \quad (\text{III.24})$$

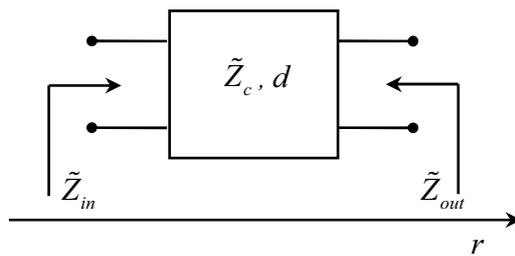


Figure III.16. Modélisation d'une couche de matériau passif vue comme un quadripôle.

Par application itérative de la relation (III.24), nous calculons l'impédance \tilde{Z}_2 au niveau du générateur (Figure III.15) (le générateur étant d'épaisseur nulle les impédances s'ajoutent en R_2). Cette méthode de calcul sera amplement reprise dans le chapitre « optimisation des capteurs » (Chap. IV). En se limitant à $n = 0$ et $n = 1$ (modes axisymétrique et antisymétrique) dans le modèle 2D nous pouvons comparer les deux modèles.

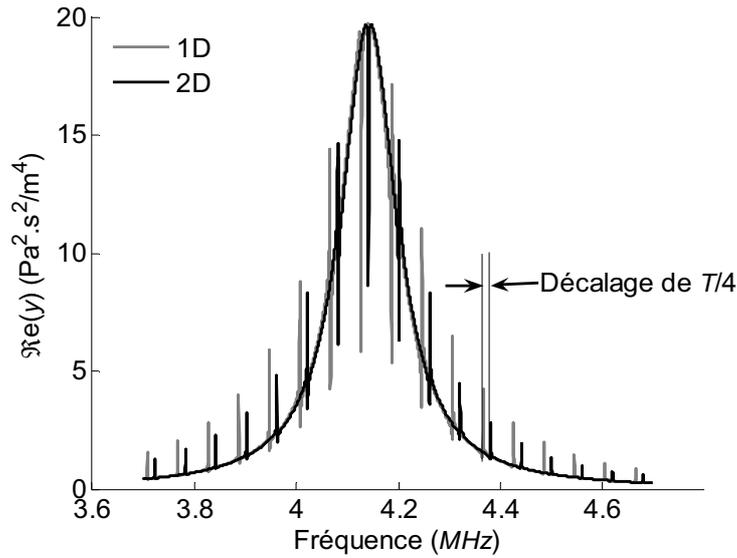


Figure III.17. Comparaison des vibrations symétriques des modèles 1D et 2D (tuile de 360°).

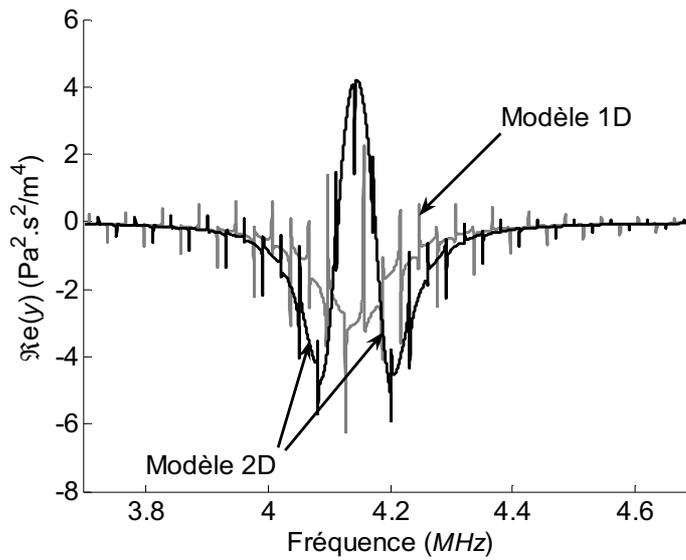


Figure III.18. Comparaison des réponses 1D et 2D en transmission avec une tuile de 180°. Dans le modèle 2D le pic du tube est dédoublé.

On remarque que les deux modèles sont très voisins, à un décalage d'un quart de période fréquentielle près, dû à la symétrie cylindrique. Rappelons que l'impédance du gaz seul aux hautes fréquences, s'écrit :

$$Z_{\text{gaz}})_{2D} = -jZ_c^{\text{gaz}} \frac{J_n(\tilde{k}_{\text{gaz}} r)}{J'_n(\tilde{k}_{\text{gaz}} r)} \approx \frac{-jZ_c^{\text{gaz}}}{\tan\left(\tilde{k}_{\text{gaz}} r - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right)} \quad (\text{III.25})$$

Dans le cas 1D, en utilisant (III.24) on a :

$$Z_{gaz})_{1D} = \frac{-jZ_c^{gaz}}{\tan(\tilde{k}_{gaz}r)} \quad (III.26)$$

La comparaison de ces deux modèles fait apparaître le terme en $\pi/4$, à l'origine du décalage observé. Le même décalage se produit en transmission (Figure III.18). La seule différence notable est le dédoublement des résonances 2D du tube dû au couplage longitudinal/transversal, qui ne se produit pas, bien sûr, dans le modèle 1D.

5. Conclusion

Si on veut étudier des systèmes plus complexes comprenant un transducteur d'épaisseur non négligeable et des couches de couplage, il n'est pas possible de poursuivre une modélisation analytique. Nous venons de montrer qu'une simplification 1D est encore acceptable pour ce qui est de l'aspect global des résonances. Le décalage fréquentiel d'un $\frac{1}{4}$ de période fréquentielle n'a aucune incidence sur la mesure de vitesse, car seul l'écart entre deux résonances est utilisé dans l'expression II.32. Toutefois, le modèle ne comprend que des ondes longitudinales, les informations relatives aux ondes de cisaillement sont perdues.

Cette approche constitue une première approximation qui ne pourra être dépassée que par une modélisation par éléments finis, la seule à pouvoir intégrer toutes les particularités géométriques de notre système, et en particulier celles du transducteur en forme de tuile d'épaisseur non négligeable.

6. Bibliographie

- [1] Y.-M. Cheong, et al., "*Temperature effect of dynamic anisotropic elastic constants of Zr-2.5Nb pressure tube by resonant ultrasound spectroscopy*". Journal of Nuclear Materials, 2002. **303**(2-3): p. 83-91.
- [2] F. Povolo and R.E. Bolmaro, "*On the measurement of Young's modulus of tubes by propagation of longitudinal waves*". Journal of Nuclear Materials, 1983. **116**(2-3): p. 166-171.
- [3] H.E. Rosinger and D.O. Northwood, "*The elastic properties of zirconium alloy fuel cladding and pressure tubing materials*". Journal of Nuclear Materials, 1979. **79**(1): p. 170-179.
- [4] A.E.H. Love, "*Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity p 287-291*". Dover publication ed. 1944.
- [5] H. Kolsky, "*Stress waves in solids p. 54-72*". 1963: Dover publication.

- [6] J.R. Hutchinson, "*Axisymmetric Vibrations of a Free Finite-Length Rod*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1972. **51**(1B): p. 233-240.
- [7] S.N. Rasband, "*Resonant vibrations of free cylinders and disks*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1975. **57**(4): p. 899-905.
- [8] J.R. Hutchinson, "*Vibration of Solid Cylinders*". ASME Journal of Applied Mechanics, 1980. **47**: p. 901-907.
- [9] J.R. Hutchinson and E.-A.S. A., "*Vibrations of Free Hollow Circular Cylinders*". ASME Journal of Applied Mechanics, 1986. **53**(3): p. 641-646.
- [10] G.W. McMahon, "*Experimental Study of the Vibrations of Solid, Isotropic, Elastic Cylinders*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1964. **36**(1): p. 85-92.
- [11] D.D. Ebenezer, et al., "*Forced vibrations of solid elastic cylinders*". Journal of Sound and Vibration, 2005. **282**(3-5): p. 991-1007.
- [12] G.W. McMahon, "*Finite-Difference Analysis of the Vibrations of Solid Cylinders*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1970. **48**(1B): p. 307-312.
- [13] G.M.L. Gladwell and U.C. Tabbildar, "*Finite element analysis of the axisymmetric vibrations of cylinders*". Journal of Sound and Vibration, 1972. **22**(2): p. 143-157.
- [14] D. Zhou, et al., "*3D vibration analysis of solid and hollow circular cylinders via Chebyshev-Ritz method*". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003. **192**(13-14): p. 1575-1589.
- [15] M.R. Mofakhami, et al., "*Finite cylinder vibrations with different end boundary conditions*". Journal of Sound and Vibration, 2006. **297**(1-2): p. 293-314.
- [16] J.A. McFadden, "*Radial Vibrations of Thick-Walled Hollow Cylinders*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1954. **26**(5): p. 714-715.
- [17] D.C. Gazis, "*Errata: Exact Analysis of the Plane-Strain Vibrations of Thick-Walled Hollow Cylinders [J. Acoust. Soc. Am. [bold 30], 786 (1958)]*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1959. **31**(2): p. 250-250.
- [18] D.C. Gazis, "*Exact Analysis of the Plane-Strain Vibrations of Thick-Walled Hollow Cylinders*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1958. **30**(8): p. 786-794.
- [19] D.C. Gazis, "*Errata: Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders. II [J. Acoust. Soc. Am. [bold 31,] 573--578 (1959)]*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1960. **32**(4): p. 515-515.
- [20] D.C. Gazis, "*Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders. II. Numerical Results*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1959. **31**(5): p. 573-578.
- [21] D.C. Gazis, "*Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders. I. Analytical Foundation*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1959. **31**(5): p. 568-573.

- [22] M. El-Raheb, "*Wave propagation in a hollow cylinder due to prescribed velocity at the boundary*". International Journal of Solids and Structures, 2004. **41**(18-19): p. 5051-5069.
- [23] J.J.J. Faran, "*Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1951. **23**(4): p. 405-418.
- [24] R.D. Doolittle and H. Uberall, "*Sound Scattering by Elastic Cylindrical Shells*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1966. **39**(2): p. 272-275.
- [25] J.L. Izbicki, et al., "*Influence of the free modes of vibration on the acoustic scattering of a circular cylindrical shell*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1986. **80**(4): p. 1215-1219.
- [26] G. Maze, et al., "*Resonances of plates and cylinders: Guided waves*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1985. **77**(4): p. 1352-1357.
- [27] D. Royer and E. Dieulesaint, "*Ondes élastiques dans les solides Chap. 5*". Vol. 1. 1996: Masson.
- [28] L. M. Brekhovskikh, "*Waves in layered media*". 1960: Academic Press.

IV OPTIMISATION DES CAPTEURS



Section transversale d'une agate avec des nodules¹

1.	Introduction	76
1.1	Objectif.....	76
1.2	Analyse bibliographique des méthodes de couplage acoustique.	76
2.	Modèle théorique pour l'injection à travers un système multicouche	80
2.1	Modèle 1D d'une couche piézoélectrique et expression de l'impédance électrique	81
2.1.1	Équation d'état d'un solide piézoélectrique	81
2.1.2	Détermination des équations électromécaniques et de l'impédance électrique	82
2.2	Modèle multicouche 1D	84
3.	Optimisation	85
3.1	Conditions d'optimisation, simplification du modèle	86
3.2	Indicateur de performances	87
3.2.1	Puissance relative injectée dans le gaz et sensibilité au gaz	87
3.2.2	Sensibilité totale au gaz STG	88
3.2.3	Bande passante relative BPR.....	89
3.2.4	Coefficient de qualité globale QG.....	91
3.2.5	Fenêtre d'observation fréquentielle.....	92
3.3	Optimisation des empilements	94
3.3.1	Etude sans couche d'adaptation, influence de l'épaisseur d'eau	94
3.3.2	Etude des couches d'adaptation classiques constituées de plusieurs quarts d'onde	96
3.3.3	Influence de l'impédance du couplant d'épaisseur $\lambda_0/2$ ou $\lambda_0/4$	98
3.3.3.1	Etude analytique des fréquences de résonance de trois couches passives	98
3.3.3.2	Etude numérique du couplage en fonction de l'impédance du couplant	100
3.3.4	Effets dus aux erreurs d'épaisseur de la couche de couplant.	103
4.	Conclusion.....	104
5.	Bibliographie.....	104

¹ Nodules d'agate Michel CORBOZ® source: <http://k41.pbase.com/v3/83/550183/1/50145696.Nodulesdagathe.JPG>

1. Introduction

1.1 Objectif

L'objectif de ce chapitre est de déterminer la géométrie du capteur composé du transducteur et des couches de couplage, qui injecte le maximum d'intensité acoustique dans le gaz sur l'intervalle de fréquences le plus grand possible. En effet, la précision des mesures est directement proportionnelle à la bande passante du capteur (§V.8). De plus, le capteur doit tenir compte des contraintes inhérentes à la géométrie du système : le tube et l'eau de l'environnement sont des éléments imposés.

Le tube de zirconium est un milieu d'impédance acoustique élevée (30.9 *MRayls*) qui constitue une barrière acoustique importante, plus de 99% de l'intensité acoustique est réfléchi à l'interface tube/gaz. Comme avec un interféromètre Fabry-Pérot, les réflexions multiples sur les parois du tube peuvent être mises à profit pour injecter des ondes dans le gaz. L'onde peut être transmise si l'épaisseur de la gaine est un multiple de la demi-longueur d'onde. Pour une épaisseur de $e = 570 \mu\text{m}$, la première fréquence à laquelle se produit ce phénomène est de : $f = 4,14 \text{ MHz}$.

Si on laisse un film d'eau entre le capteur et le tube, l'épaisseur d'eau peut être choisie librement pour optimiser l'injection de puissance dans le système. Cependant, il est impossible de la supprimer complètement par simple pression du capteur sur la gaine. Outre les couches imposées par le système, l'optimisation du capteur consiste à déterminer quelles doivent être les impédances et les épaisseurs des couches de couplage entre le tube et le transducteur piézoélectrique.

1.2 Analyse bibliographique des méthodes de couplage acoustique.

Les transducteurs piézoélectriques sont utilisés dans de nombreux domaines tels que l'imagerie, la détection (sonar), ou plus généralement le contrôle non destructif (CND). Quelle que soit l'application, il est nécessaire de maximiser la puissance acoustique se propageant dans le milieu que l'on souhaite caractériser.

L'optimisation du transfert de puissance acoustique peut se faire en adaptant l'impédance du transducteur à celle du milieu. Cette technique est depuis longtemps usitée dans les domaines de l'optique (couches antireflets en $\lambda/4$) et des micro-ondes (couches antireflets en $\lambda/4$ et adaptation avec ligne et Stub [1]).

Les premiers travaux ont consisté à appliquer ces concepts à l'acoustique. L.C Lynn-worth [2] traite de la réalisation d'une sonde devant injecter un maximum de puissance dans l'air. Il étudie l'influence de l'épaisseur et de l'impédance caractéristique Z_{c2} d'une couche d'adaptation entre deux milieux semi-infinis d'impédances Z_1 et Z_3 . Il constate que le maximum de puissance transmise est atteint quand l'épaisseur de la couche vaut $\lambda/4$ et que son impédance vaut $\sqrt{Z_1 Z_3}$. Cependant la bande passante d'injection est dans ce cas très étroite. Ces résultats sont en adéquation avec ceux de l'optique ou des micro-ondes, si on considère que l'analogue acoustique de l'indice de réfraction n d'un milieu est l'impédance caractéristique $Z_c = \rho c$.

Plus récemment, en 2002, deux publications traitent et synthétisent l'étude portant sur l'optimisation de l'injection de puissance dans l'air. Elles étudient l'influence de l'impédance [3] et de l'épaisseur [4] de chacune des couches constituant le système d'injection de puissance : les couches d'adaptation et les couches de « backing » (couche du dos du transducteur permettant de consommer ou réfléchir l'énergie injectée vers l'arrière du transducteur). Pour un environnement quelconque, le schéma de principe d'un capteur générique est donné ci-dessous (Figure IV.1).

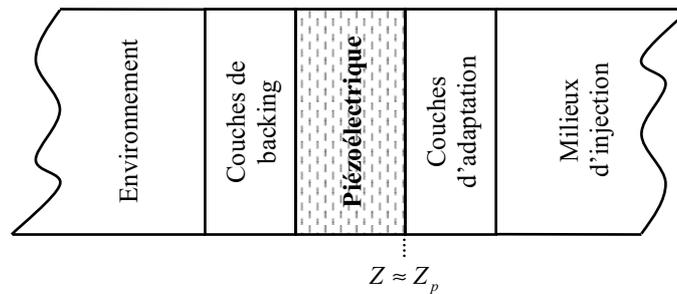


Figure IV.1. Schéma de principe d'un capteur piézoélectrique avec transducteur, système de couplage et backing.

Le but des couches d'adaptation est de ramener en face avant du transducteur piézoélectrique une impédance acoustique égale à la sienne $Z_p = \rho_p c_p$ (l'indice p se rapportant au piézoélectrique), et ce sur l'intervalle de fréquences le plus grand possible. Ces couches sont au nombre d'une, deux ou trois, toutes en $\lambda/4$. Plus leur nombre est élevé, plus l'adaptation est large bande. Elles constituent donc des filtres acoustiques, dont les réponses fréquentielles sont fonctions de la valeur de l'impédance et de l'épaisseur de chacune des couches.

En 1966, des résultats très généraux publiés par G. Kossoff [5], traitent de l'adaptation de transducteurs piézoélectriques à des milieux semi-infinis d'impédances acoustiques variées. Le concept de « backing » y est introduit, et le cas où deux couches en $\lambda/4$ sont utilisées y est étudié. Contrairement à L. C. Lynnworth [2], G. Kossoff introduit les équations régissant le fonctionnement de la céramique piézoélectrique, en utilisant le modèle électromécanique de Mason [6, 7].

Par la suite, en utilisant les modèles de Mason ou KLM [6-8], plusieurs auteurs [9-11] s'intéressent à l'optimisation du rendement des transducteurs piézoélectriques dans l'eau. Ce sujet est très répandu dans la littérature scientifique car il a de nombreuses applications : échographie médicale et sonar sous-marin (pour ne citer que les plus importantes). Ces travaux traitent de la structure du backing ou dos. Ils proposent de réaliser un backing avec deux couches (Figure IV.2). La couche B_2 qui peut être très absorbante a une impédance acoustique élevée. La couche B_1 est une couche quart d'onde d'impédance faible. Ceci permet, à la fréquence de travail (fréquence centrale du piézoélectrique), de ramener en face arrière de la céramique une impédance quasi nulle ($Z_b \approx 0$), et de réfléchir l'énergie en face avant du transducteur.

Le dos du transducteur peut être aussi constitué d'une seule couche d'épaisseur d , soit très absorbante soit suffisamment longue pour dissiper l'énergie en face arrière du transducteur (pour élargir la bande passante et avoir la réponse impulsionnelle la plus courte possible). On montre [12] que la réponse spectrale du transducteur est gouvernée par le

produit $\tan(\delta)d$ (où δ est l'angle de perte [13]). Si ce produit est gardé constant avec $\tan(\delta) < 30\%$, le transducteur est alors adapté sur sa face arrière ($Z_b \approx Z_p$).

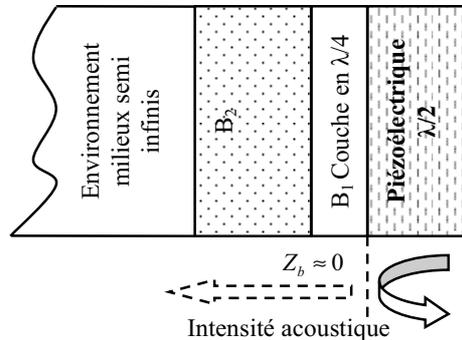


Figure IV.2. Schéma de principe d'un backing réfléchissant et absorbant.

S.J.H. Van Kervel [14] et C. Cai [15] proposent tous deux l'utilisation de méthodes de calculs matricielles pour traiter des couches de l'empilement. Le premier définit les matrices à partir du modèle KLM. Le second utilise les matrices obtenues à partir des équations d'états d'une couche piézoélectrique et des couches passives [7]. Le problème d'adaptation du transducteur à son milieu consiste à réaliser des filtres correspondant à des gabarits fréquentiels précis. Aussi, des méthodes plus générales de design (autres que celle traitée ci-après) ont été envisagées, comme par exemple l'utilisation des filtres numériques transversaux (FIR) pour synthétiser des réseaux d'adaptation aux gabarits fréquentiels complexes [16]. Cependant, dans cette publication l'auteur ne tient pas compte du fait que le « moteur » acoustique est résonant et qu'il sera fortement perturbé par sa charge.

Pour la réalisation de filtres acoustiques large bande, les auteurs préconisent l'utilisation de plusieurs couches d'adaptation en $\lambda/4$ d'impédance variable. Pour les systèmes constitués d'une seule couche $\lambda/4$ d'onde, nous disposons de trois relations pour calculer son impédance caractéristique ($Z_{\lambda/4}$). Entre deux milieux d'impédances caractéristiques Z_1 et Z_2 , elle vaut selon les auteurs : $\sqrt{Z_1 Z_2}$ pour G. Kossoff [5] (filtre de Chebyshev), ou $\sqrt[3]{Z_1 Z_2^2}$ pour C. Desilets [10] (filtres Binomiaux) ou encore $\sqrt[3]{2 Z_1 Z_2^2}$ pour J. Souquet [11]. Le tableau ci-dessous (Tableau IV.1) récapitule les valeurs données par les auteurs pour adapter une céramique (PZT) d'impédance $Z_p = 30 \text{ MRayl}$, à de l'eau ou de l'air selon les trois relations précédentes.

Auteurs	Eau ($1,5 \text{ MRayl}$)	Air (427 Rayl)
C. Desilets [5]	$4,07 \text{ MRayl}$	$0,0176 \text{ MRayl}$
J. Souquet [10]	$5,12 \text{ MRayl}$	$0,0222 \text{ MRayl}$
G. Kossoff [11]	$6,7 \text{ MRayl}$	$0,113 \text{ MRayl}$

Tableau IV.1. Valeur de l'impédance d'une couche d'adaptation quart d'onde calculée selon différents auteurs, pour adapter une céramique de 30 MRayl à de l'eau ou de l'air.

Gudra [3] montre que le premier choix du Tableau IV.1 privilégie la bande passante, le troisième permet de maximiser le transfert de puissance, et le second est un compromis entre les deux.

Par ailleurs, Desilets [10] met aussi en évidence la nécessité d'adapter le port électrique du transducteur afin d'optimiser son rendement. L'impédance électrique du transducteur, complexe, est constituée de trois termes (Figure IV.3) :

$$Z_{elec}(\omega) = \frac{1}{jC_0\omega} + jX_a(\omega) + R_a(\omega)$$

Le premier terme est la réactance due à la capacité statique du matériau piézoélectrique $C_0 = \epsilon^S A/d$, les deux autres représentent l'impédance motionnelle. La partie réelle, la résistance de rayonnement $R_a(\omega)$ est la traduction du phénomène de conversion électromécanique. Quand la résistance du générateur est égale à cette résistance (à la fréquence de résonance) la bande passante d'injection est multipliée par deux par rapport à une attaque en tension. La bande passante est encore augmentée (au détriment du gain bien sûr) si on choisit une impédance de générateur égale à [7]:

$$Z_{gene} = R_{gene} = \frac{1}{C_0\omega_0} \quad (IV.1)$$

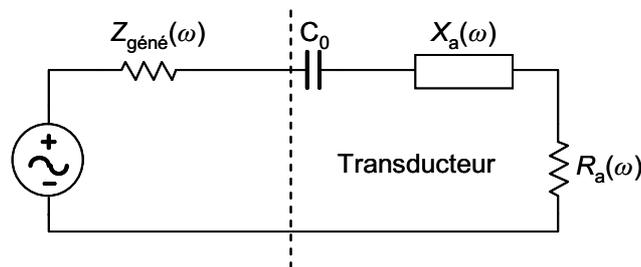


Figure IV.3. Schéma électrique équivalent d'un transducteur.

Par la suite, divers travaux ont été effectués sur le sujet. Leurs différences résultent essentiellement dans le choix des grandeurs à optimiser, ou dans la manière d'effectuer les calculs ou les mesures. W.M.R. Smith [17] s'intéresse à la durée des échos qu'il mesure dans un bain d'eau. Elles sont d'autant plus courtes que le système est large bande. S. Grinderslev [18] utilise le modèle de Mason et, comme J. Souquet [11], optimise le gain de conversion électro-acoustique :

$$LR = 10 \log \left(\frac{P_0}{P_d} \right) \quad (IV.2)$$

logarithme décimal du rapport de la puissance maximale injectable (P_0) à la puissance acoustique dissipée (P_d). J.M. Thinjssen [19] et Y.B. Kim [20] effectuent les mesures en échographie et définissent leurs critères d'optimisation sur la réponse fréquentielle du capteur obtenue par FFT. Y.B. Kim [20] introduit un critère d'évaluation de la performance du

transducteur, en tenant compte de la bande passante et du maximum de puissance injectée. Notre approche, décrite au § 3.2, est un prolongement de ces concepts, adaptée à notre problème.

L'ensemble de ces travaux définit quelles doivent être les valeurs des impédances et des épaisseurs des diverses couches pour que le transfert de puissance acoustique soit optimal. Cependant, il faut pouvoir réaliser les empilements. En effet, les valeurs des impédances ne correspondent pas toujours à des valeurs de matériaux existants comme par exemple des valeurs de $0,02 \text{ MRayl}$ préconisées dans le Tableau IV.1. Le cas des matériaux dans la gamme de 4 à 30 MRayl est aussi difficile à réaliser. L'utilisation de matériaux multi-phases qui consistent en l'adjonction de poudres métalliques dans un liant tel que la colle époxy sont d'utilisation courante pour la réalisation des backing. Ils présentent les avantages d'avoir une impédance acoustique maîtrisable fonction de la densité du métal employé et d'être absorbants car très diffusants [21-23].

L'utilisation des « Acoustic Symmetric Multilayer » (ASM), formés de trois couches solides, qui peuvent être conçus de manière à présenter une impédance acoustique voulue, pourrait être une bonne alternative [24-26]. Mais aucune simulation de l'efficacité de ces empilements en situation d'adaptation d'impédance n'a été effectuée.

*

* *

2. Modèle théorique pour l'injection à travers un système multicouche

Les méthodes de modélisation du capteur sont nombreuses. Nous avons le choix de travailler soit avec les divers schémas électromécaniques comme [9-11], soit en utilisant des méthodes de calculs matricielles [14, 15], ou les éléments finis de volume [27, 28] seules méthodes prenant en compte la forme exacte du transducteur. Plutôt qu'une des méthodes globales précédentes qui écrivent et résolvent toutes les équations simultanément, nous avons préféré utiliser une méthode progressive non matricielle, qui calcule les grandeurs couche après couche. Cette approche donne des résultats identiques, et nous paraît plus facile d'emploi car ajouter ou enlever des couches se réduit à enlever ou ajouter une ligne de programme. Cette méthode consiste à :

- ✓ calculer l'impédance acoustique successivement aux diverses interfaces du système ;
- ✓ déterminer l'impédance du système sur les deux faces du transducteur ;
- ✓ déduire l'impédance électrique du transducteur et les vitesses sur ses deux faces ;
- ✓ calculer la vitesse acoustique successivement aux diverses interfaces du système ;
- ✓ obtenir finalement la puissance acoustique injectée dans le gaz.

Expérimentalement, nous mesurons l'impédance électrique aux bornes du transducteur piézoélectrique. Cette impédance est l'image de l'environnement acoustique du transducteur car elle dépend des impédances acoustiques présentes sur ses faces avant et arrière.

2.1 Modèle 1D d'une couche piézoélectrique et expression de l'impédance électrique

2.1.1 Équation d'état d'un solide piézoélectrique

Nous allons brièvement rappeler comment on obtient l'expression de l'impédance électrique d'un transducteur piézoélectrique. Pour le détail des calculs se reporter à l'ouvrage de M. Royer [7].

Le phénomène piézoélectrique se manifeste par la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique et réciproquement. Le fonctionnement d'un transducteur piézoélectrique est donc toujours décrit par un couple d'équations d'états. Il en existe quatre variantes [29]. Le couple d'usage le plus courant est donné ci-dessous :

$$\begin{aligned} T &= Y^E S - eE \\ D &= \epsilon^S E + eS \end{aligned} \quad (IV.3)$$

avec $S = \frac{\partial u}{\partial z}$ et u le déplacement

Ces expressions, en principe tensorielles, sont ici considérées comme algébriques en raison du caractère 1D de notre étude. Ces deux équations fournissent la contrainte mécanique T et l'induction D en fonction des variables champ électrique E et déformation S . La première des équations rend compte de l'apparition d'un état de contrainte dès lors que le piézoélectrique est polarisé. La seconde équation traduit le phénomène inverse : le matériau piézoélectrique se polarise du moment où il est soumis à une contrainte mécanique.

A l'aide de l'équation de Poisson $\partial D/\partial z = \rho$ et de la conservation de la charge $\partial D/\partial t = I(t)/A = J(t)$ (en considérant le solide comme isolant), la première des équations se réécrit en fonction de l'induction D :

$$\begin{aligned} T &= Y^D S - hD \\ \text{avec } h &= \frac{\epsilon^S}{e} \text{ et } Y^D = Y^E \left(1 + \frac{e^2}{\epsilon^S Y^E} \right) = Y^E (1 + K^2) \end{aligned} \quad (IV.4)$$

Les grandeurs intervenant dans les équations précédentes sont explicitées dans le tableau (Tableau IV.2) ci-dessous :

Abréviation	Description
e	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et l'induction à champ électrique nul * (Cm^{-2})
ϵ^S	Permittivité à déformation nulle * (Fm^{-1})
h	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ électrique (Vm^{-1})
K	Coefficient de couplage électromécanique ($Cm^{-1}F^{-1}N^{-1}$)
Y^E	Module d'élasticité (module de Young) à champ électrique nul * ($Pa = Nm^{-2}$)
Y^D	Module d'élasticité (module de Young) à induction nulle * ($Pa = Nm^{-2}$)

* ou constant

Tableau IV.2. Principales grandeurs mécaniques, électriques et piézoélectriques.

2.1.2 Détermination des équations électromécaniques et de l'impédance électrique

A une dimension, l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \rho_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

avec $\begin{cases} z : \text{direction de propagation} \\ u : \text{composante du vecteur déplacement selon } z \\ \rho_p : \text{masse volumique} \end{cases}$ (IV.5)

En dérivant (IV.4) par rapport au temps, et en exprimant la vitesse particulière $v = \partial u / \partial t$, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = Y^D \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{h}{A} I(t)$$
 (IV.6)

ce qui permet de réécrire l'équation de la dynamique uniquement en fonction de la vitesse :

$$\rho_p \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = Y^D \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$
 (IV.7)

On reconnaît l'expression de l'équation des ondes de d'Alembert dont la solution est la somme de deux ondes planes se propageant en sens inverse à la vitesse de phase $c_p = \sqrt{Y^D / \rho_p}$:

$$v = ae^{-ik_p z} + be^{ik_p z}$$
 (IV.8)

où a et b sont des constantes imposées par les conditions aux limites et $k_p = \omega / c_p$ est le nombre d'onde.

On considère une tranche de matériau piézoélectrique d'épaisseur $d = z_2 - z_1$, de section A excitée avec une tension V . Le fonctionnement du transducteur piézoélectrique est décrit par un hexapôle. Il est constitué de deux ports acoustiques et d'un accès électrique dont on va exprimer l'impédance d'entrée (Figure IV.4).

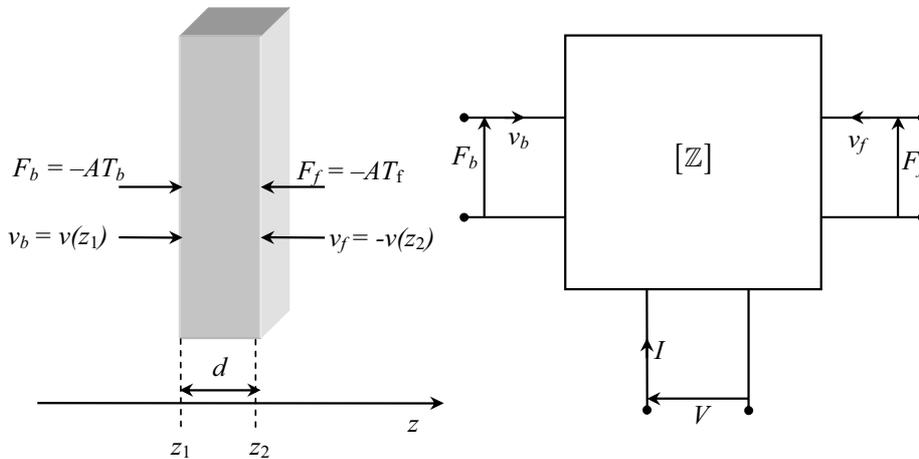


Figure IV.4. Tranche d'un solide piézoélectrique et sa description hexapolaire.

En portant (IV.8) dans (IV.6), il vient en régime harmonique :

$$T = -Z_p (ae^{-ik_p z} - be^{ik_p z}) + j \frac{h}{A\omega} I \quad (\text{IV.9})$$

avec $Z_p = \rho_p c_p$ impédance caractéristique du piézoélectrique

Le couple d'équations ci-dessous décrit l'environnement mécanique du solide piézoélectrique, avec des forces F appliquées sur les faces b et f .

$$\begin{cases} F_b = -AT(z_1) \\ F_f = -AT(z_2) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

En injectant la relation (IV.9) dans le couple d'équations précédent, on obtient un système linéaire dont la résolution donne a et b . Dès lors, nous pouvons exprimer les forces s'exerçant sur chacune des faces du transducteur :

$$\begin{cases} F_b = -jAZ_p \left(\frac{v_b}{\text{tg}(\varphi_p)} + \frac{v_f}{\sin(\varphi_p)} \right) - \frac{jhl}{\omega} \\ F_f = -jAZ_p \left(\frac{v_b}{\sin(\varphi_p)} + \frac{v_f}{\text{tg}(\varphi_p)} \right) - \frac{jhl}{\omega} \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

avec $\varphi_p = k_p d$

On constate que les forces sont composées de deux termes. Le premier traduit un fonctionnement purement mécanique. Le second résulte du phénomène de conversion électromécanique de la céramique et dépend du coefficient de couplage h .

A partir de la circulation du champ électrique E sur l'épaisseur d , on déduit l'expression de la tension aux bornes du transducteur :

$$V = \int_{z_1}^{z_2} E dz = \int_{z_1}^{z_2} \left(-h \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{D}{\epsilon^s} \right) dz \quad (\text{IV.12})$$

qui en régime harmonique comme $I = j\omega DA$ et $v = j\omega u(z)$ devient :

$$V = -j \left(\frac{h}{\omega} (v_b + v_f) + \frac{I}{\omega C_0} \right) \quad (\text{IV.13})$$

avec $C_0 = \frac{\epsilon^s A}{d}$: capacité statique

Les relations (IV.11) et (IV.13) peuvent judicieusement s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} F_b \\ F_f \\ V \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{AZ_p}{\tan(\varphi)} & \frac{AZ_p}{\sin(\varphi)} & \frac{h}{\omega} \\ \frac{AZ_p}{\sin(\varphi)} & \frac{AZ_p}{\tan(\varphi)} & \frac{h}{\omega} \\ \frac{h}{\omega} & \frac{h}{\omega} & \frac{1}{C_0\omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_b \\ v_f \\ I \end{pmatrix} \quad (IV.14)$$

De la matrice précédente, en introduisant $Z_b = \frac{F_b}{Av_b}$ et $Z_f = \frac{F_f}{Av_f}$ et en résolvant le système linéaire, on déduit l'expression de l'impédance électrique :

$$\tilde{Z}_{elec} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \frac{1}{jC_0\omega} \left[1 + \frac{h^2 C_0}{\omega A} \frac{j(Z_b + Z_f) \sin(\varphi_p) - 2Z_p (1 - \cos(\varphi_p))}{(Z_b Z_f + Z_p^2) \sin(\varphi_p) - jZ_p (Z_b + Z_f) \cos(\varphi_p)} \right] \quad (IV.15)$$

L'impédance électrique du piézoélectrique dépend des impédances Z_b et Z_f acoustiques présentes sur chacun de ses ports acoustiques. Elle est donc l'image de « l'état acoustique » du système. Les vitesses en face avant et arrière du transducteur piézoélectrique se déduisent aussi à partir de la matrice (IV.14) :

$$v_f = \frac{-h\tilde{I}}{A\omega} \frac{(Z_p (\cos(\varphi_p) - 1) + jZ_b \sin(\varphi_p))}{(Z_b Z_f + Z_p^2) \sin(\varphi_p) - jZ_p (Z_b + Z_f) \cos(\varphi_p)} \quad (IV.16)$$

$$v_b = \frac{h\tilde{I}}{A\omega} \frac{(Z_p (\cos(\varphi_p) - 1) + jZ_f \sin(\varphi_p))}{(Z_b Z_f + Z_p^2) \sin(\varphi_p) - jZ_p (Z_b + Z_f) \cos(\varphi_p)}$$

2.2 Modèle multicouche 1D

La représentation du système à une dimension dans une configuration de mesure en réflexion est la suivante (Figure IV.5) :

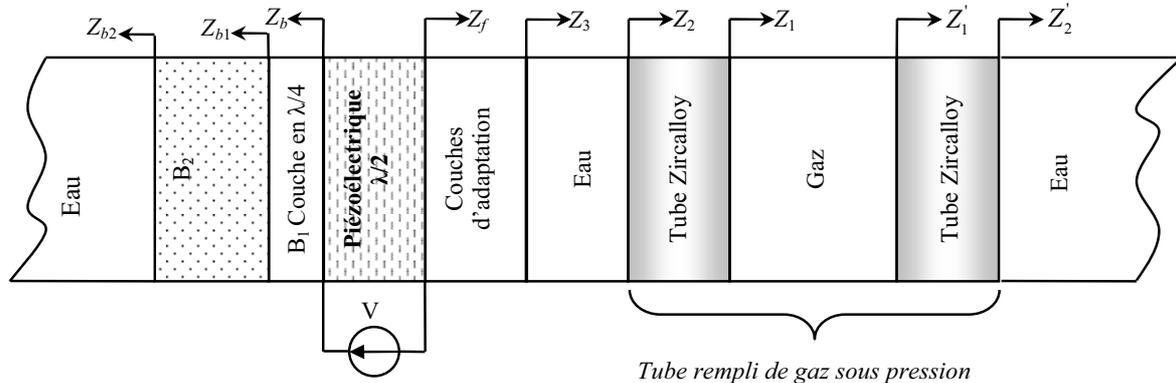


Figure IV.5. Modèle 1D du système de mesure en réflexion.

L'impédance acoustique du gaz est la grandeur physique qui permet de déduire la célérité et la pression du gaz enfermé dans l'enceinte. Cette information est contenue dans l'impédance électrique mesurée à travers le système multicouche décrit ci-dessus. Il fait intervenir l'impédance acoustique Z_f sur la face avant du transducteur, elle-même fonction de celle du gaz (Z_1).

Comme précédemment nous nous plaçons dans l'hypothèse d'ondes planes à une dimension. L'impédance vue à l'entrée d'une couche d'un matériau passif, sous-entendu non piézoélectrique, se déduit aisément du couple d'équations (IV.11) dans lequel on pose $h = 0$:

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_{out} + jZ_c \tan(\varphi)}{Z_c + jZ_{out} \tan(\varphi)}, \text{ avec } \varphi = kd \quad (\text{IV.17})$$

On tient compte des pertes dans le matériau en écrivant le nombre d'onde comme un nombre complexe $\tilde{k} = k - j\alpha$.

Un calcul itératif sur toutes les couches utilisant cette dernière équation, fournit les impédances Z_f et Z_b à partir des impédances des milieux extrêmes $Z_2 = Z_{b2} = Z_{eau}$. Le formalisme de cette méthode est décrit avec précision par L.M. Brekhovskikh [30].

De nouveau à partir de la matrice (IV.14), avec $h = 0$, la vitesse vue à l'entrée d'une couche passive est donnée par :

$$v_{in} = v_{out} \left(\cos(\varphi) - \frac{Z_{out}}{Z_c} \sin(\varphi) \right) \quad (\text{IV.18})$$

Après avoir calculé itérativement les impédances Z_f et Z_b , on détermine à l'aide des équations (IV.16), les vitesses v_f et v_b sur les deux faces du transducteur, et en utilisant la relation (IV.18) ci-dessus, on déduit la vitesse dans tout le système et notamment à l'interface tube/gaz \tilde{v}_1 . Finalement on calcule la puissance élastique moyenne injectée dans le gaz qui est la grandeur à partir de laquelle nous optimiserons nos capteurs.

$$\langle \tilde{P}_1 \rangle = \frac{1}{2} A \Re e(\tilde{Z}_1) |\tilde{v}_1|^2 \quad (\text{IV.19})$$

A : aire du transducteur

3. Optimisation

Notre empilement est soumis à des contraintes inhérentes à l'application envisagée. Les mesures qui doivent être effectuées lors d'un arrêt de tranche de la centrale, quand les assemblages sont en piscine, font que notre système de mesure baigne dans l'eau. Aussi, quelle que soit la conception de l'empilement, elle doit prendre en compte la présence obligatoire d'une couche d'eau entre le transducteur et le tube. Ceci n'est pas forcément néfaste car l'eau est un excellent couplant qui, aux fréquences auxquelles nous travaillons, peut être considéré comme non absorbant. De plus, la géométrie des assemblages impose de réaliser des petits capteurs (quelques *mm* d'épaisseur). Il paraît donc judicieux de concevoir

un système ayant une couche de couplant composée d'eau. Néanmoins, dans l'étude qui va suivre, nous nous intéresserons aussi à des empilements réalisés sans eau. Ensuite, nous estimerons leurs performances réelles en y intégrant une fine couche résiduelle d'eau. Bien évidemment, la présence d'eau impose de prendre des précautions au niveau électrique. Il faut isoler au moins une électrode du PZT. Ce problème est résolu en enrobant le dos avec de l'époxy, excellent isolant électrique et principal constituant des backing décrits dans la littérature [22, 23].

L'optimisation de l'injection de puissance consiste à déterminer quelles doivent être les longueurs et impédances de chaque couche constituant le système. La littérature nous permet de concevoir le backing, mais pas de déterminer le nombre et les caractéristiques des couches d'adaptation en face avant du transducteur. En effet, dans l'ensemble de la littérature qui vient d'être évoqué, le milieu dans lequel est injecté la puissance acoustique est semi-infini ; c'est une charge acoustique constante \tilde{Z}_L . En ce qui nous concerne, nous devons injecter un maximum de puissance au sein d'une cavité aux parois rigides. La problématique consiste donc à injecter un maximum de puissance à travers un système résonant. Ce point n'est quasiment pas traité dans la littérature.

3.1 Conditions d'optimisation, simplification du modèle

Même avec une seule couche d'adaptation, l'étude d'un tel système est intrinsèquement compliquée. Nous allons donc réaliser quelques simplifications du modèle. La première des simplifications provient du fait que le tube est beaucoup plus dense que le gaz et l'eau ; on peut poser $Z'_1 = \infty$ sans perte d'information car 99% de l'onde dans le gaz est réfléchi par la paroi arrière du tube. Cette condition de rigidité permet d'effectuer notre étude sur un système réduit (Figure IV.6).

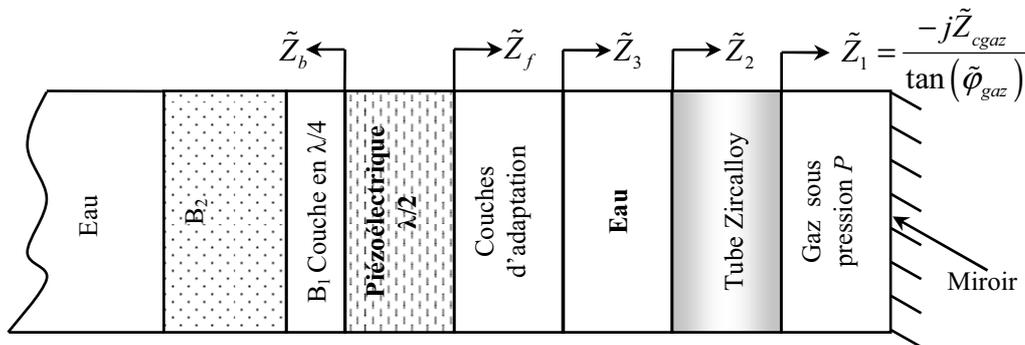


Figure IV.6. La condition de rigidité permet de négliger la deuxième paroi du tube.

La deuxième simplification provient du fait que nous nous intéressons à la puissance injectée dans le gaz et non pas à celle consommée dans le dos du PZT. Pour comparer des empilements différents, nous allons utiliser un dos identique pour chacun. Nous choisissons d'utiliser un dos qui permet de ne dissiper aucune énergie en face arrière du PZT, c'est-à-dire quand $\tilde{Z}_b = 0$ sur l'ensemble de la gamme de fréquences (réflecteur parfait). Nous aurions donc pu utiliser $\tilde{Z}_b = \tilde{Z}_p$. Ceci est identique à un fonctionnement dans l'air (air-backed), avec la face arrière libre. Dans ces conditions, nous obtenons le second modèle simplifié (Figure IV.7).

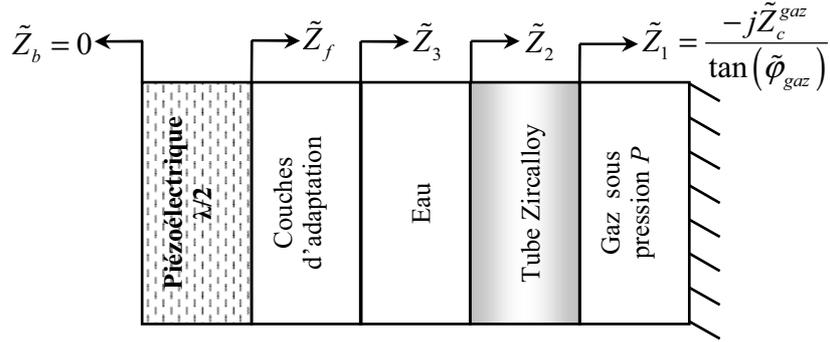


Figure IV.7. On considère la face arrière du PZT libre.

La puissance élastique dissipée dans la cavité dépend aussi de l'alimentation électrique. Aussi, afin de comparer équitablement les empilements entre eux, nous devons nous mettre dans les mêmes conditions d'attaque électrique pour chacun. Nous choisissons un générateur de tension dont la résistance est égale à :

$$R_{gene} = \frac{1}{C_0 \omega_0}$$

Remarque : Expérimentalement nous sommes très proches de cette condition, car $1/C_0 \omega_0$ vaut environ 60 à 70 ohms avec les piézoélectriques utilisés et le générateur est réglé sur 50 ohms. Cela représente tout de même jusqu'à 20 % d'énergie perdue par rapport à un générateur adapté au transducteur.

3.2 Indicateur de performances

Nous allons introduire maintenant des grandeurs intrinsèques permettant de comparer plusieurs empilements entre eux :

- ✓ *PRIG* : puissance relative injectée dans le gaz ;
- ✓ *STG* : sensibilité totale au gaz ;
- ✓ *BPR* : bande passante relative d'injection ;
- ✓ *QG* : coefficient de qualité global.

3.2.1 Puissance relative injectée dans le gaz et sensibilité au gaz

Nous avons choisi de travailler à partir de la grandeur appelée *PRIG* (Puissance Relative Injectée dans le Gaz) qui se déduit aisément des équations de l'empilement. La puissance relative est définie par :

$$PRIG = \frac{\langle P_{gaz} \rangle}{P_{max}} \quad (IV.20)$$

où $\langle P_{gaz} \rangle$ est la puissance élastique moyenne injectée dans le gaz calculée à l'aide de (IV.19) et P_{max} est la puissance maximale injectable.

Cette puissance correspond à la puissance maximale que peut fournir le générateur (si le transducteur et le générateur sont adaptés) soit :

$$P_{\max} = \frac{E}{8R_{\text{gén}}} \quad (\text{IV.21})$$

A partir de $PRIG$, on définit la sensibilité au gaz comme suit :

$$S_{\text{gaz}} = \frac{PRIG}{\rho_{\text{gaz}} c_{\text{gaz}}} \quad (\text{IV.22})$$

En divisant par l'impédance caractéristique du gaz, on obtient une **grandeur indépendante de la nature du fluide et de la pression**. De cette sensibilité nous allons définir et déduire les indicateurs de performance.

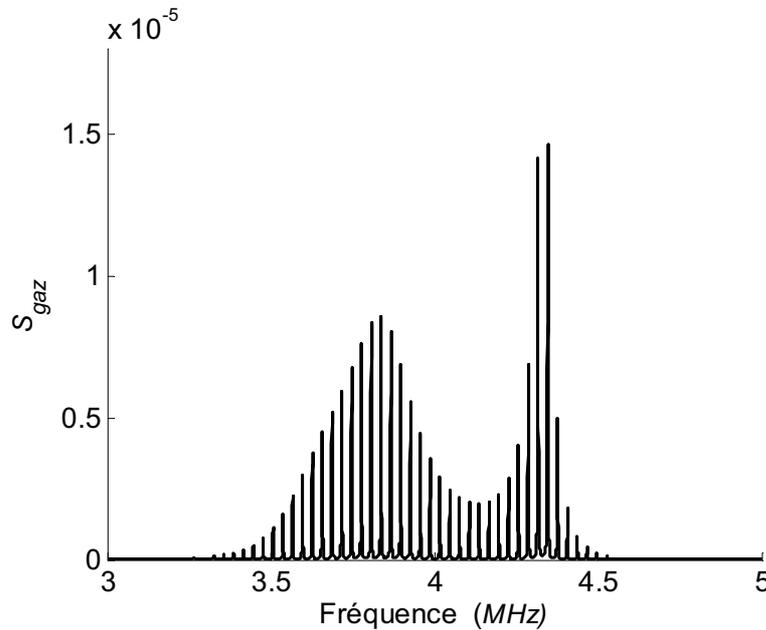


Figure IV.8. Représentation de la sensibilité au gaz pour un capteur standard travaillant autour de 4 MHz.

3.2.2 Sensibilité totale au gaz STG

La sensibilité définie ci-dessus est une fonction de la fréquence contenant autant de pics qu'il y a de résonances du gaz (Figure IV.8). Pour quantifier objectivement la sensibilité au gaz du capteur, on introduit la sensibilité totale au gaz. Elle est égale à l'intégrale de la sensibilité au gaz sur le domaine spectral complet :

$$STG^0 = \int_{f_1}^{f_2} S_{\text{gaz}} df \quad (\text{IV.23})$$

f_1 et f_2 étant les bornes du domaine spectral.

3.2.3 Bande passante relative BPR

La sensibilité au gaz est une fonction rapidement variable de la fréquence. Elle présente un pic à chaque résonance du gaz. Dans ces conditions, il est difficile de définir une bande passante. Nous allons faire une nouvelle hypothèse qui a pour but de créer une nouvelle fonction, lentement variable avec la fréquence. Cette hypothèse consiste à considérer le gaz comme un milieu semi-infini (d'impédance constante). Nous avons deux possibilités. On peut supposer que l'impédance du gaz est égale à sa valeur maximale $Z_1^{(*)} = \frac{\rho_{gaz} c_{gaz}}{\alpha D}$ (§V.2), et on définit ainsi la sensibilité au gaz excité $S_{gaz}^{(*)}$, et la sensibilité totale au gaz excité $STG^{(*)}$:

$$STG^{(*)} = \int_{f1}^{f2} S_{gaz}^{(*)} df \quad (IV.24)$$

On peut aussi supposer que l'impédance du gaz est égale à sa valeur moyenne, c'est-à-dire à son impédance caractéristique $\langle Z_1 \rangle = \rho_{gaz} c_{gaz}$. On définit alors la sensibilité totale moyenne au gaz $\langle STG \rangle$.

$$\langle STG \rangle = \int_{f1}^{f2} \langle S_{gaz} \rangle df \quad (IV.25)$$

Le modèle 1D correspondant est celui de la Figure IV.9, dans lequel le gaz d'impédance constante peut être assimilé à un milieu semi-infini.

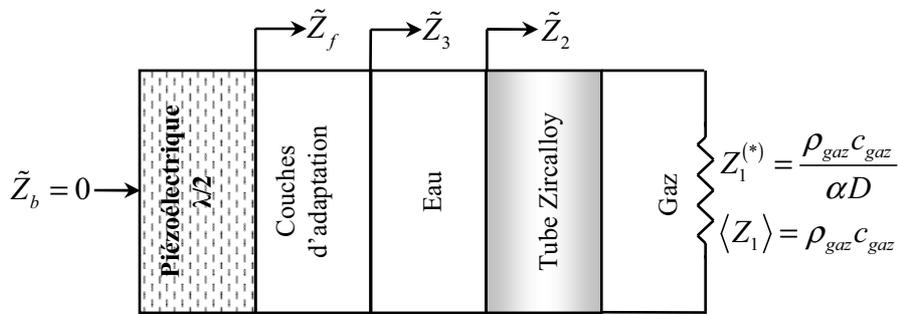


Figure IV.9. Modèle 1D où le gaz est considéré comme un milieu semi-infini.

*
* *

Les différentes courbes de sensibilité sont tracées sur la Figure IV.10 :

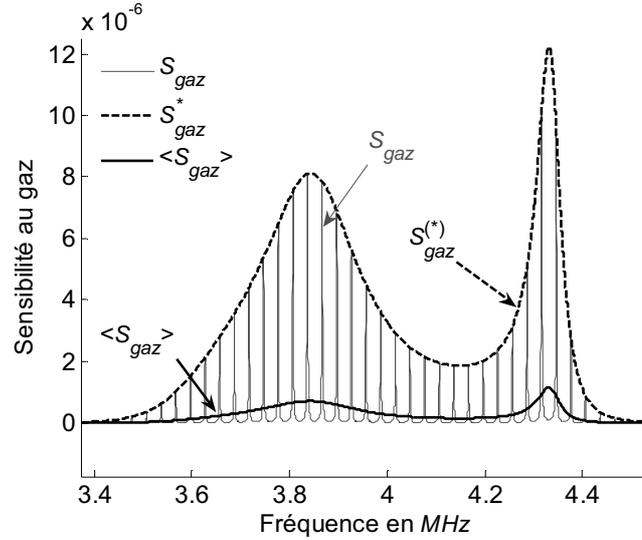


Figure IV.10. Représentation des diverses sensibilités au gaz.

La sensibilité au gaz excité $S_{gaz}^{(*)}$ est l'enveloppe de S_{gaz} . Comme $\langle \tilde{Z}_1 \rangle = \alpha D \tilde{Z}_1^{(*)}$, $S_{gaz}^{(*)}$ est proportionnelle à $\langle S_{gaz} \rangle$ si α est constant. L'utilisation de $S_{gaz}^{(*)}$ permet donc les mêmes déductions que l'utilisation de la sensibilité moyenne $\langle S_{gaz} \rangle$ que nous choisissons d'utiliser.

A partir de $\langle S_{gaz} \rangle$, fonction continue de la fréquence, nous introduisons la largeur utile d'injection LU . Pour une injection dans une bande à un seul maximum, elle correspond à la largeur à mi-hauteur. Pour une sensibilité à plusieurs maxima, comme sur la Figure IV.10, nous proposons de combiner les largeurs des diverses bandes par la relation suivante :

$$LU = \frac{2 \left(\int_{f_1}^{f_2} \langle S_{gaz} \rangle df \right)^2}{\pi \int_{f_1}^{f_2} \langle S_{gaz} \rangle^2 df} \quad (\text{IV.26})$$

avec f_1 et f_2 les bornes du domaine spectral.

Le facteur $2/\pi$ est introduit arbitrairement afin que LU corresponde à la largeur à mi-hauteur pour une résonance en forme de Lorentzienne. LU est une grandeur en Hertz.

Nous définissons ensuite la grandeur sans dimension BPR : bande passante relative à la fréquence moyenne d'injection dont l'expression est :

$$BPR = \frac{LU}{f_{moy}} \times 100 = \frac{2 \left(\int_{f_1}^{f_2} \langle S_{gaz} \rangle df \right)^2}{\pi \int_{f_1}^{f_2} \langle S_{gaz} \rangle^2 df} \times \frac{\int_{f_1}^{f_2} \langle S_{gaz} \rangle df}{\int_{f_1}^{f_2} f \langle S_{gaz} \rangle df} \times 100 \quad (\text{IV.27})$$

Nous obtenons une bande passante relative que nous exprimons en %. La fréquence moyenne f_{moy} est définie comme le barycentre de $\langle S_{gaz} \rangle$.

3.2.4 Coefficient de qualité globale QG.

Si on optimise STG , qui correspond au produit « gain bande » (terme très usité en électronique) on obtient des empilements injectant beaucoup de puissance mais sur une gamme de fréquences quelconque (souvent étroite). L'optimisation de la bande passante relative (BPR) génère des empilements produisant beaucoup de bouclettes. C'est une situation favorable car la précision des mesures dépend de la bande passante du capteur. Malheureusement, BPR croît au détriment de STG . Comme nous souhaitons des systèmes large bande (produisant un maximum de bouclettes) dont l'amplitude doit être la plus grande possible, nous avons introduit le coefficient de qualité globale :

$$QG = 100\sqrt{STG \times BPR} \quad (IV.28)$$

qui est la moyenne géométrique de BPR et STG . C'est une grandeur qui réalise un compromis entre l'amplitude et la bande passante. Le facteur 100 a été introduit arbitrairement pour ramener les valeurs de QG dans la gamme de la centaine. Pour illustrer son utilité intéressons-nous aux courbes ci-dessous (Figure IV.11).

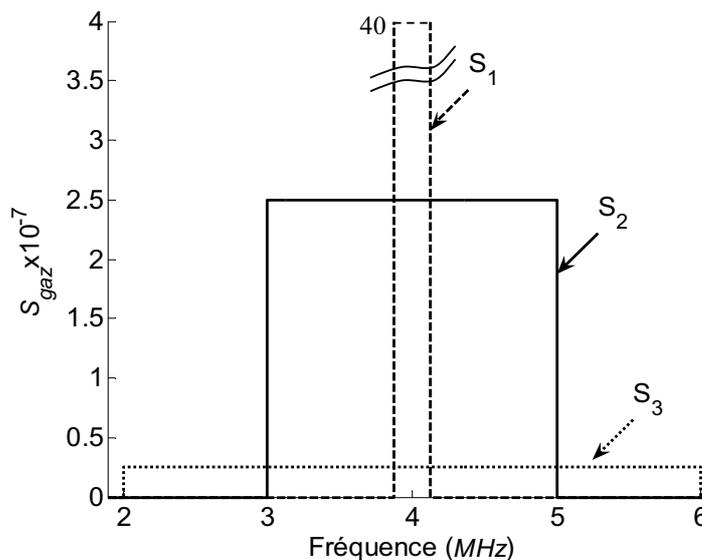


Figure IV.11. Tracés de trois courbes de sensibilités fictives pour montrer l'intérêt de QG .
a : $S_{gaz} = 40 \cdot 10^{-7}$ sur $0,25 \text{ MHz}$; b : $S_{gaz} = 2,5 \cdot 10^{-7}$ sur 2 MHz ; c : $S_{gaz} = 0,25 \cdot 10^{-7}$ sur 3 MHz .

La Figure IV.11 représente le tracé de la sensibilité pour trois empilements fictifs² S_1 , S_2 , et S_3 . Les valeurs de STG , BPR et QG valent respectivement :

- ✓ S_1 : $STG = 1 \text{ UA}$, $BPR = 6,25 \%$, $QG = 250$;
- ✓ S_2 : $STG = 0,5 \text{ UA}$, $BPR = 50 \%$, $QG = 500$;
- ✓ S_3 : $STG = 0,1 \text{ UA}$, $BPR = 100 \%$, $QG = 316$.

² Réaliser des bandes plates avec des circuits résonants est impossible.

La sensibilité « S_1 » a la meilleure sensibilité totale au gaz (*STG*) et la sensibilité « S_3 » la meilleure bande passante (*BPR*). Le paramètre *QG* privilégie l'empilement de sensibilité « S_2 » de caractéristique intermédiaire entre S_1 et S_3 .

3.2.5 Fenêtre d'observation fréquentielle

Le tube est transparent à la fréquence $f_0 = c/2e = 4,14\text{MHz}$ (e est l'épaisseur de la gaine et vaut $570\ \mu\text{m}$). Sur la Figure IV.12, on peut observer que le système expérimental (gaine + eau + transducteur PZT) résonne aussi dans la gamme de 0 à 2 MHz. Ceci a des répercussions sur le résultat du traitement. Pour s'en convaincre, examinons les courbes ci-après, issues du traitement de signal (Chap. V) appliqué aux données de la Figure IV.12.

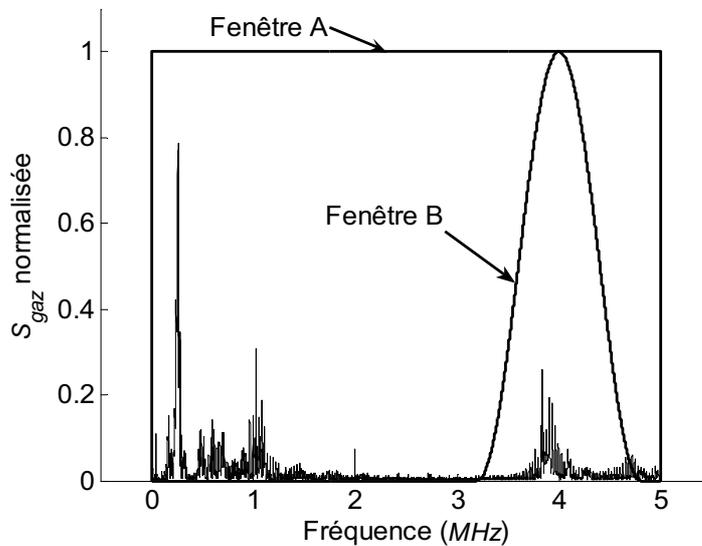


Figure IV.12. S_{gaz} obtenue expérimentalement avec un mélange He/Xe à 40% à 40 bars.

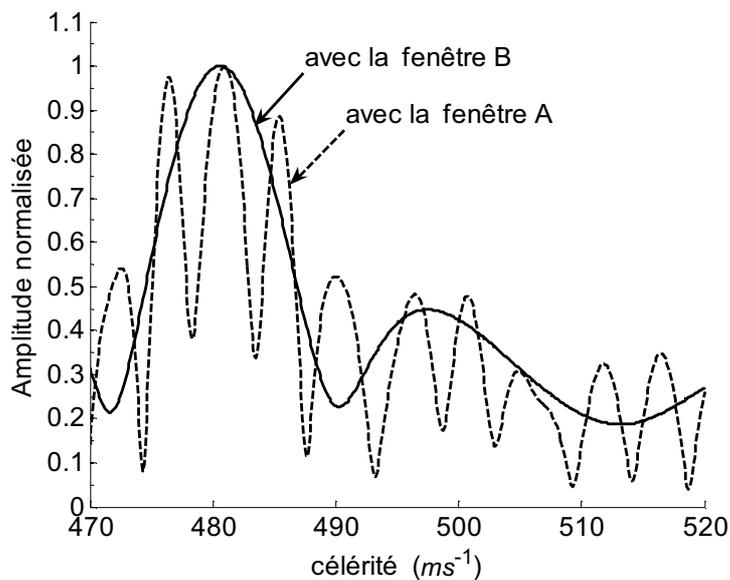


Figure IV.13. Tempogramme (notion introduite au Chap. V) effectué soit à partir du domaine spectral complet (fenêtre A), soit entre 3,2 et 5 MHz (fenêtre B).

Le tempographe (notion introduite au Chap. V) effectué sur le domaine spectral complet (fenêtre A) est beaucoup plus ondulé à cause des pics secondaires vers 1 MHz. Le traitement réalisé à partir du domaine spectral tronqué avec la fenêtre B, entre 3,2 et 5 MHz, ne produit qu'un seul pic, ce qui permet une lecture sans ambiguïté de la célérité du gaz et de l'amplitude (fonction de la pression). Le fenêtrage permet donc de rejeter les pics parasites inutiles au traitement.

Quand la vitesse du gaz varie, les fréquences de résonance varient. Si on choisit une fenêtre rectangulaire, l'amplitude calculée par *STG* a des discontinuités quand un pic sort et rentre dans la fenêtre. Afin de s'affranchir de cet effet indésirable, on utilise une fenêtre à bords progressifs (une arche sinusoïdale comme sur la Figure IV.12).

Comment choisir la largeur de la fenêtre d'observation ? Nous y répondrons en observant les courbes de sensibilité théorique. Avec une couche de couplant, nous verrons que la sensibilité est constituée de trois Lorentziennes se recouvrant plus ou moins en fonction du couplage. La largeur à mi-hauteur Δ d'un pic de sensibilité est de 500 kHz sur la modélisation fictive de la Figure IV.14. Si les trois Lorentziennes sont identiques, le meilleur compromis entre bande passante et ondulation, est obtenu quand chaque Lorentzienne est décalée de l'autre de Δ . Dans ce cas, une fenêtre sinusoïdale de 2 à 6 MHz permet de récupérer toute l'information. Expérimentalement les résonances sont un peu plus fines et une fenêtre plus étroite (3–5 MHz) est utilisée.

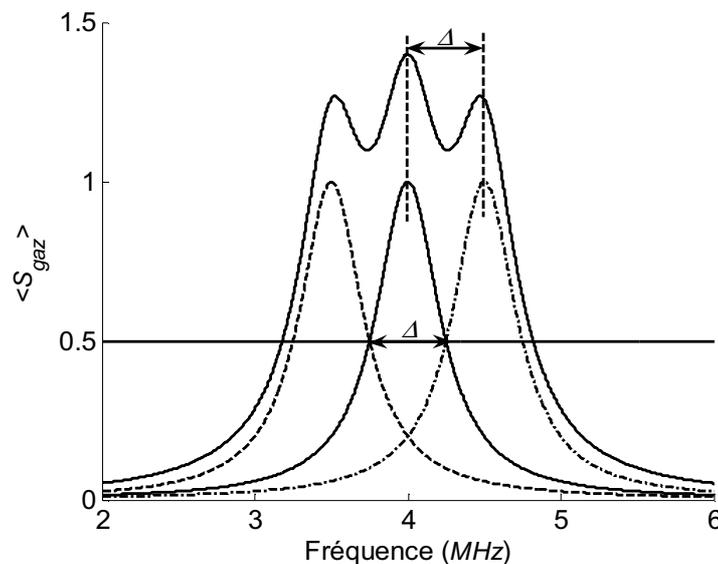


Figure IV.14. Tracé d'une sensibilité fictive constituée de trois Lorentziennes décalées d'une largeur à mi-hauteur $\Delta = 500 \text{ kHz}$.

*
* *

3.3 Optimisation des empilements

Nous cherchons quels doivent être les épaisseurs, les impédances et le nombre de couches d'adaptation du système réduit suivant :

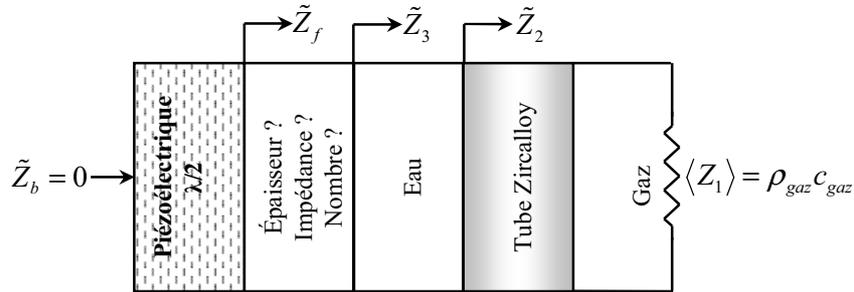


Figure IV.15. Système réduit à optimiser.

3.3.1 Etude sans couche d'adaptation, influence de l'épaisseur d'eau

Les courbes ci-dessous représentent l'évolution des indicateurs de performance en fonction de l'épaisseur (d) du couplant qui est de l'eau, dans cette simulation.

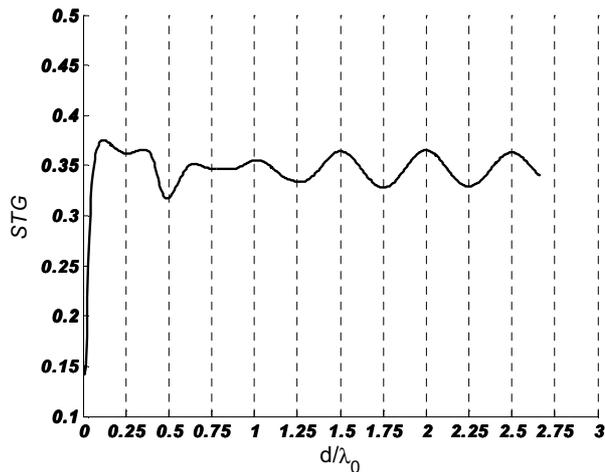


Figure IV.16. Evolution de STG en fonction de l'épaisseur d'eau.

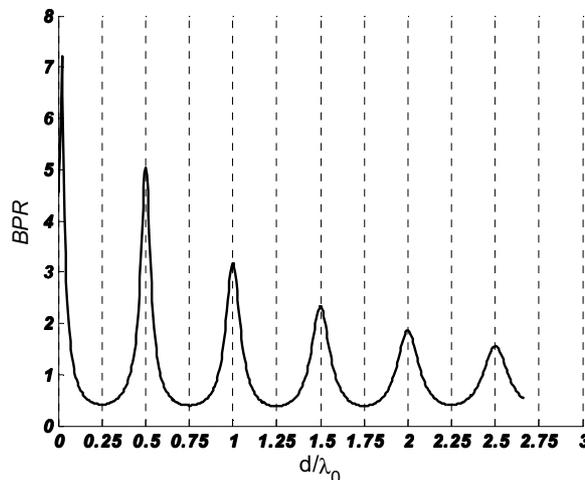


Figure IV.17. Evolution de BPR en fonction de l'épaisseur d'eau.

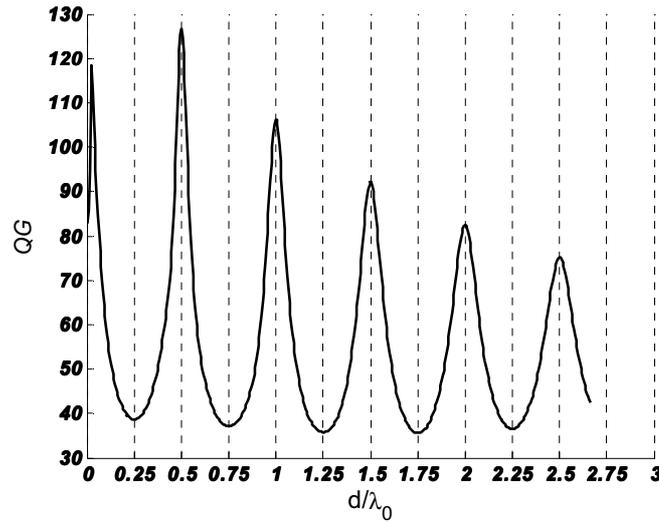


Figure IV.18. Evolution de QG en fonction de l'épaisseur d'eau.

On constate que les courbes BPR et QG sont quasi périodiques, de période égale à $\lambda_0/2$. Les maxima sont atteints pour les multiples de cette période. D'ores et déjà, nous pouvons rejeter la solution classique qui consiste à adapter le PZT avec une couche quart d'onde qui, dans notre cas, correspondrait à un minimum de nos grandeurs. On constate aussi une décroissance de BPR et QG bien qu'aucune absorption n'ait été prise en compte dans la couche d'eau. Cette décroissance est due au couplage entre la gaine et le transducteur qui décroît avec l'épaisseur d_{eau} (Figure IV.19). Les pics s'écartent et la fenêtre d'observation centrée à 4 MHz a pour effet de faire diminuer BPR et STG

Remarque : L'indicateur QG est proche d'un maximum pour une épaisseur de couplant nulle. Dans ce cas-là, le système (transducteur + gaine) se comporte comme un seul matériau d'impédance forte et d'épaisseur double. Les résonances sont aux environs de 2, 4 et 8 MHz. Avec la fenêtre d'observation utilisée, seule la résonance de 4 MHz participe à la sensibilité.

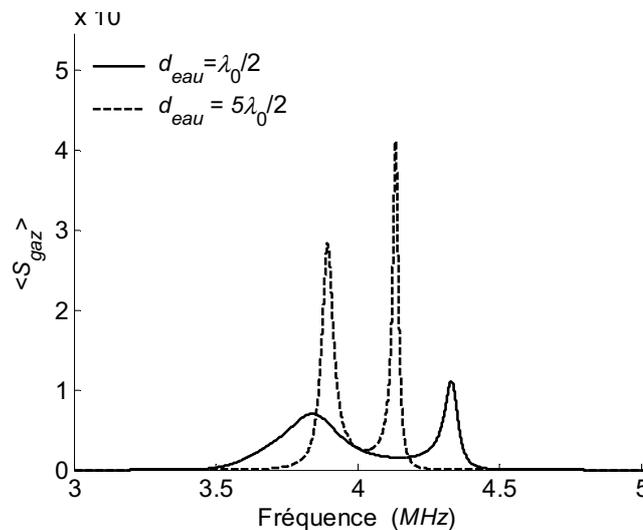


Figure IV.19. Représentation de $\langle S_{gaz} \rangle$ en fonction de l'épaisseur d'eau.

Notons que le minimum de QG ne signifie pas le minimum de puissance injectée. En effet, la solution quart d'onde reste celle qui permet d'injecter un maximum de puissance au sein de la cavité mais ce, sur une bande de fréquences tellement étroite que les traitements (Chap. IV) seraient inefficaces (Figure IV.20).

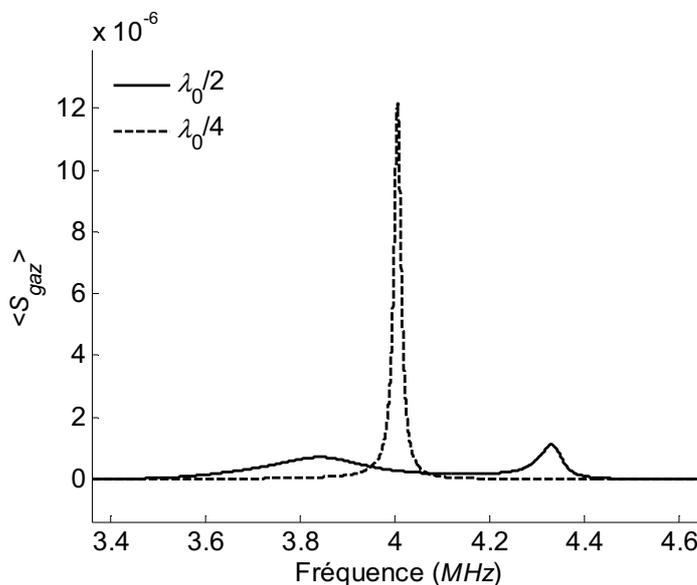


Figure IV.20. Comparaison de $\langle S_{gaz} \rangle$ pour une couche d'eau demi et quart d'onde.

3.3.2 Etude des couches d'adaptation classiques constituées de plusieurs quarts d'onde

Nous venons de voir qu'une couche d'eau en $\lambda/2$ était adaptée à un bon couplage piézoélectrique/tube. Ce résultat nous amène à nous poser aussi la question de l'efficacité des filtres large bande tels que ceux en $\lambda/4$ de Tchébyscheff. Ces filtres ont pour but de ramener en face avant du PZT une impédance égale à la sienne. Mais pour quelle impédance de charge devons-nous désigner le système d'adaptation ? Celle du gaz (le gaz est « visible » à travers le tube au voisinage de sa fréquence de transparence f_0), celle de l'eau, milieu intermédiaire dans lequel transite obligatoirement la puissance, ou celle de la gaine elle-même.

Une des réponses est immédiate. Le tube et le transducteur PZT sont déjà adaptés puisque leurs impédances sont voisines. Effectuer une adaptation à la gaine nous ramènerait au cas où l'épaisseur de couplant est nulle. Cette solution a déjà été étudiée au § précédent et considérée comme inefficace. Pour répondre aux deux autres cas (adaptation au gaz ou à l'eau), nous déterminons les valeurs des impédances du filtre de Tchébyscheff à trois couches en utilisant un programme MATLAB® fourni sur le site internet de Sophocles J. Orfanidis [31]. Nous choisissons d'adapter une céramique PZT d'impédance de 35 MRayl :

- ✓ soit à un gaz de célérité de 500 ms^{-1} , sous une pression de 30 bars soit une impédance caractéristique de 1 kRayl ;
- ✓ soit à de l'eau d'impédance égale à $1,5 \text{ MRayl}$.

Pour réaliser un filtre à trois couches d'impédances Z_{c1} , Z_{c2} et Z_{c3} ayant une bande passante relative de 8%, les valeurs des impédances en $MRayl$ sont respectivement :

- ✓ $Z_{c1} = 0,0047$ $Z_{c2} = 0,1871$ $Z_{c3} = 7,4657$ pour l'adaptation au gaz
- ✓ $Z_{c1} = 2,2566$ $Z_{c2} = 7,2457$ $Z_{c3} = 23,2647$ pour l'adaptation à l'eau

La Figure IV.21 représente la sensibilité théorique obtenue en réalisant le filtre avec les valeurs ci-dessus quand on s'adapte au gaz comme charge.

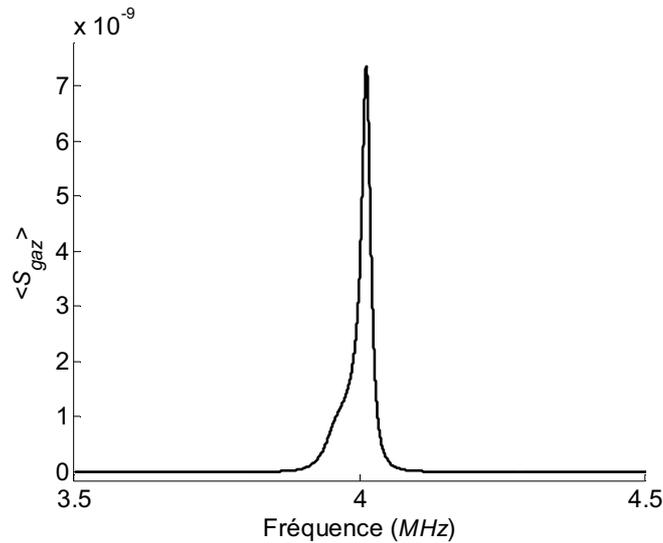


Figure IV.21. Sensibilité avec un système d'adaptation (du gaz au PZT) de type Tchébyscheff à 3 couches.

Cette solution donne les valeurs de qualification suivantes : $STG = 1,15 \cdot 10^{-4}$ $BPR = 0,5\%$ et $QG = 1,15$. Ces valeurs sont catastrophiques. Il est donc néfaste de s'adapter au gaz quand on doit injecter à travers la gaine. Voyons maintenant la seconde solution : s'adapter à l'eau (Figure IV.22).

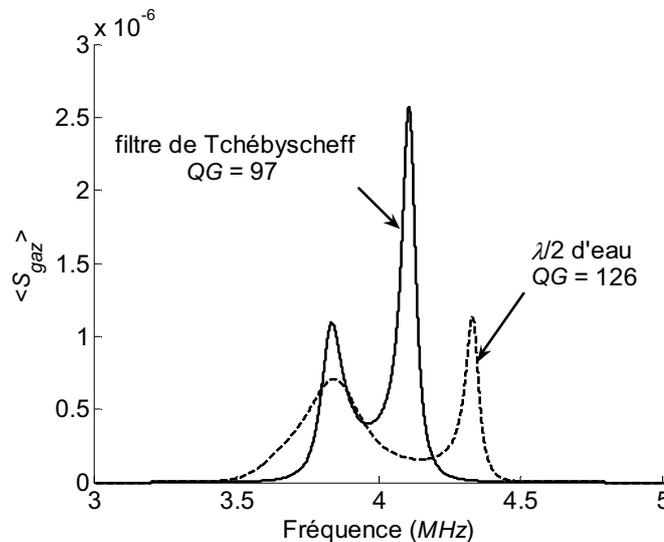


Figure IV.22. Sensibilité avec un empilement de type Tchébyscheff à 3 couches, adapté à l'impédance de l'eau.

Ces résultats sont bien meilleurs que précédemment : $STG = 0,37$, $BPR = 2,5\%$, $QG = 97$. Cependant la réalisation d'un tel filtre est compliquée car les matériaux non absorbants présentant les impédances adéquates n'existent pas. Par ailleurs, cette solution n'est pas meilleure que la solution initiale constituée d'une seule couche d'eau en $\lambda_0/2$.

3.3.3 Influence de l'impédance du couplant d'épaisseur $\lambda_0/2$ ou $\lambda_0/4$

Nous avons mis en évidence que les techniques usuelles de conception de système ultrasonique ne peuvent pas être utilisées dans notre cas. En effet, notre problème ne consiste pas à adapter le PZT à la gaine ni au gaz. Nous couplons entre eux plusieurs résonateurs en essayant de créer une bande de sensibilité relativement large. Les résonateurs sont plus ou moins couplés en fonction de la valeur de l'impédance du couplant. Plus elle est élevée plus ils sont couplés. Un modèle théorique simple, qui consiste à déterminer les fréquences de résonance d'un système à trois couches, permet de prévoir un tel comportement.

3.3.3.1 Etude analytique des fréquences de résonance de trois couches passives

Cette étude théorique a pour but d'estimer le comportement fréquentiel global du système constitué des trois couches : PZT, couplant et gaine. Chaque couche constitue un résonateur qui se couple avec la couche voisine. Dans un souci de simplification, on ne tient plus compte du gaz, on considère que son impédance est négligeable. Le système à étudier se réduit à la représentation suivante :

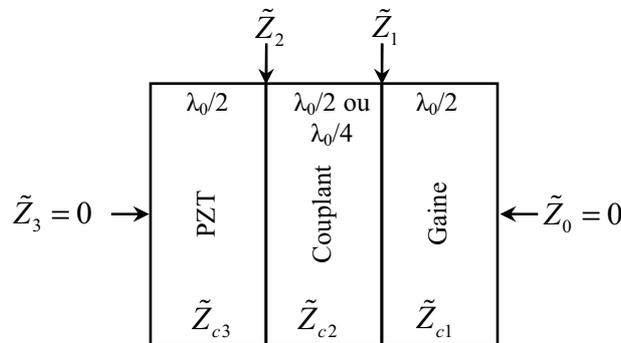


Figure IV.23. Système à trois couches passives constitué de trois résonateurs couplés entre eux (λ_0 est la longueur d'onde à 4 MHz).

L'écriture itérative (§2.2) des impédances d'entrée de chacune des couches fournit le système suivant :

$$\begin{cases} \tilde{Z}_0 = 0 \\ \tilde{Z}_1 = j\tilde{Z}_{c1}t_1 \\ \tilde{Z}_2 = \tilde{Z}_{c2} \frac{\tilde{Z}_1 + j\tilde{Z}_{c2}t_2}{\tilde{Z}_{c2} + \tilde{Z}_1t_2} \\ \tilde{Z}_3 = \tilde{Z}_{c3} \frac{\tilde{Z}_2 + j\tilde{Z}_{c3}t_3}{\tilde{Z}_{c3} + \tilde{Z}_2t_3} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

avec $t_i = \tan(\varphi_i)$, $\varphi_i = k_i d_i$

En combinant ces relations, on obtient l'équation caractéristique :

$$\tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c2}t_1 + \tilde{Z}_{c2}^2t_2 + \tilde{Z}_{c2}\tilde{Z}_{c3}t_3 = \tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c3}t_1t_2t_3 \quad (\text{IV.30})$$

✓ Couplant d'épaisseur $d = \lambda_0/2$

Si chacune des couches est en $\lambda_0 / 2$, les phases sont voisines de π . En posant $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi + \delta\varphi$, on obtient $t_1 = t_2 = t_3 = \delta\varphi$ et l'équation (IV.30) à résoudre devient :

$$\left(\tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c2} + \tilde{Z}_{c2}^2 + \tilde{Z}_{c2}\tilde{Z}_{c3}\right)\delta\varphi - \tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c3}\delta\varphi^3 = 0 \quad (\text{IV.31})$$

Les solutions de cette équation avec $Z_{c1} = Z_{c3}$ sont :

$$\delta\varphi = \left[0, \pm \frac{\sqrt{Z_{c2}(Z_{c2} + 2Z_{c1})}}{Z_{c1}} \right] \quad (\text{IV.32})$$

qui en développant au premier ordre en Z_{c2} se simplifient comme suit :

$$\delta\varphi = \left[0, \pm \sqrt{2} \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} \right] \quad (\text{IV.33})$$

Les fréquences de résonance correspondantes sont données par :

$$\delta f = \left[0, \pm \frac{\sqrt{2}c}{2\pi d} \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} \right] \quad (\text{IV.34})$$

par rapport à la fréquence centrale.

Il y a donc trois résonances. Les fréquences de résonance sont d'autant plus éloignées que le rapport des impédances (Z_{c2}/Z_{c1}) est important.

✓ Couplant d'épaisseur $d = \lambda_0/4$

Au voisinage de $\lambda_0/2$ pour la gaine et la céramique, et au voisinage de $\lambda_0/4$ pour le couplant, nous avons les approximations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = \varphi_3 = \pi + \delta\varphi \\ \varphi_2 = \frac{\pi + \delta\varphi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_1 = t_3 = \delta\varphi \\ t_2 = \frac{-2}{\delta\varphi} \end{array} \right. \quad (\text{IV.35})$$

L'équation à résoudre devient :

$$\left(\tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c2} + \tilde{Z}_{c2}\tilde{Z}_{c3} + 2\tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c3}\right)\delta\varphi^2 - \tilde{Z}_{c2}^2 = 0 \quad (\text{IV.36})$$

En supposant à nouveau que $Z_{c1} = Z_{c3}$, les solutions de ce polynôme sont :

$$\delta\varphi = \left[\pm \frac{\tilde{Z}_{c2}}{\sqrt{\tilde{Z}_{c1}\tilde{Z}_{c2} + \tilde{Z}_{c1}^2}} \right] \quad (\text{IV.37})$$

qui se simplifient en développant au premier ordre en \tilde{Z}_{c2} :

$$\delta\varphi = \left[\pm \frac{\tilde{Z}_{c2}}{\tilde{Z}_{c1}} \right] \quad (\text{IV.38})$$

et les fréquences de résonance, valent maintenant, par rapport à la fréquence centrale :

$$\delta f = \left[\pm \frac{c}{2\pi d} \frac{\tilde{Z}_{c2}}{\tilde{Z}_{c1}} \right] \quad (\text{IV.39})$$

En conclusion, il y a deux résonances et, comme précédemment, ces fréquences sont d'autant plus éloignées que le rapport des impédances est important. Dans le cas où le couplant est en $\lambda_0/4$, on retrouve les résultats de Lynnworth [2] pour deux milieux semi-infinis.

3.3.3.2 Etude numérique du couplage en fonction de l'impédance du couplant

Les indicateurs de performances sont des fonctions de l'impédance caractéristique du couplant. Ils sont tracés ci-après avec une épaisseur de couplant égale à $\lambda_0/2$ et $\lambda_0/4$ sur un intervalle d'impédances compris entre 0,5 et 25 *MRayl*.

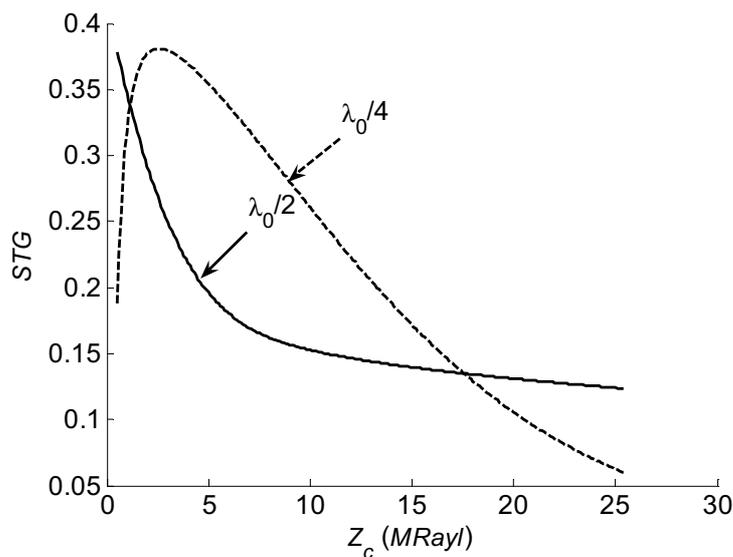


Figure IV.24. Evolution de *STG* en fonction de l'impédance du couplant.

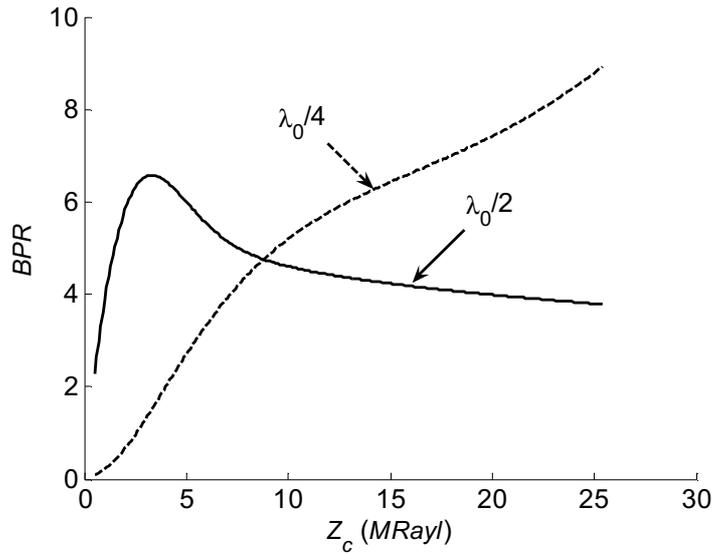


Figure IV.25. Evolution de BPR en fonction de l'impédance du couplant.

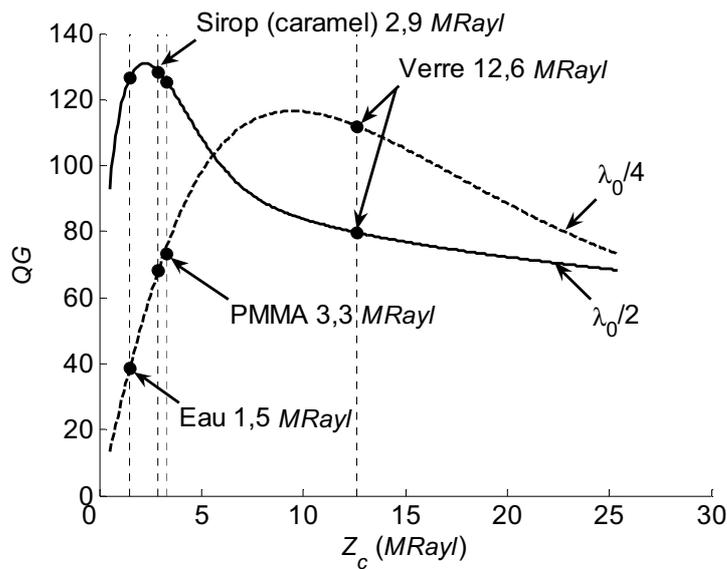


Figure IV.26. Evolution de QG en fonction de l'impédance du couplant.

Dans le cas où l'épaisseur de couplant vaut $\lambda_0/2$, la sensibilité totale au gaz décroît avec l'impédance. La bande passante relative BPR et le coefficient de qualité globale QG passent par des maxima. Nous retiendrons la solution qui nous fournit le maximum de QG soit $Z_c^{opt} = 2,2 \text{ MRayl}$. Les matériaux solides dont l'impédance se rapproche le plus de l'optimale (époxy, PE, PU ou PMMA) sont malheureusement absorbants. L'eau avec une impédance de $1,5 \text{ MRayl}$ est un bon couplant. Le caramel avec une impédance de $2,9 \text{ MRayl}$ est un très bon couplant.

Quand l'épaisseur de couplant vaut $\lambda_0/4$, QG atteint un maximum à $9,5 \text{ MRayl}$ (Figure IV.26). Le verre serait donc un bon couplant. Techniquement cette solution n'est envisageable que pour un capteur fixe, collé ou soudé sur la gaine. Pour un capteur mobile, la

présence d'un film d'eau perturbe le couplage. Les Figure IV.27 et 28 montrent l'effet de l'épaisseur de la couche pour un couplage avec un solide d'impédance optimale de $9,5 \text{ MRayl}$.

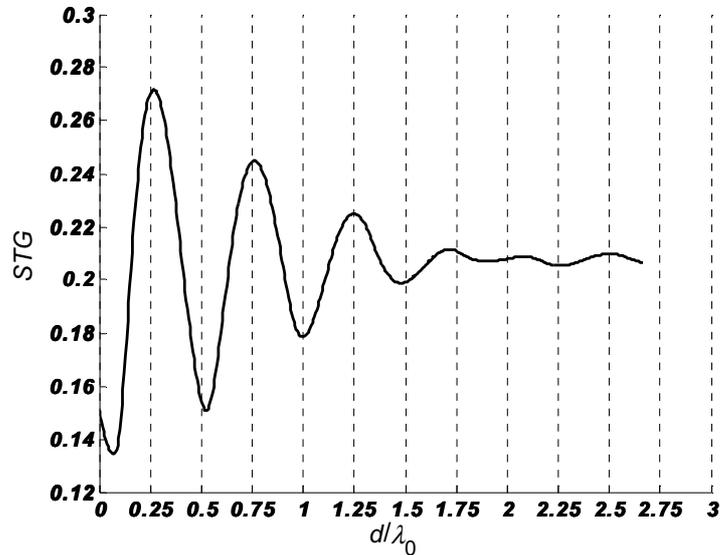


Figure IV.27. Evolution de STG pour une couche de couplant d'impédance $Z_c^{opt} = 9,5 \text{ MRayl}$.

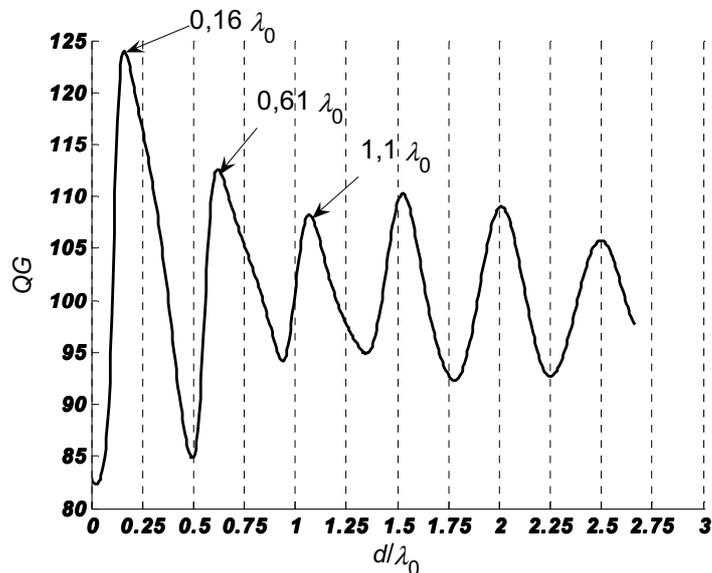


Figure IV.28. Evolution de QG pour une couche de couplant d'impédance $Z_c^{opt} = 9,5 \text{ MRayl}$

Les solutions en $\lambda_0/4, 3\lambda_0/4, 5\lambda_0/4\dots$ donnent des maxima de STG (Figure IV.27). Pour QG , les maxima ne sont pas situés sur des valeurs fractionnaires ($0,16 \lambda_0, 0,61 \lambda_0, 1,1 \lambda_0$) ce qui montre que le problème d'optimisation n'est pas aussi simple que l'on pouvait l'imaginer.

Pour conclure cette partie, comparons les deux courbes de sensibilité obtenues avec les valeurs d'impédances optimales (Figure IV.29).

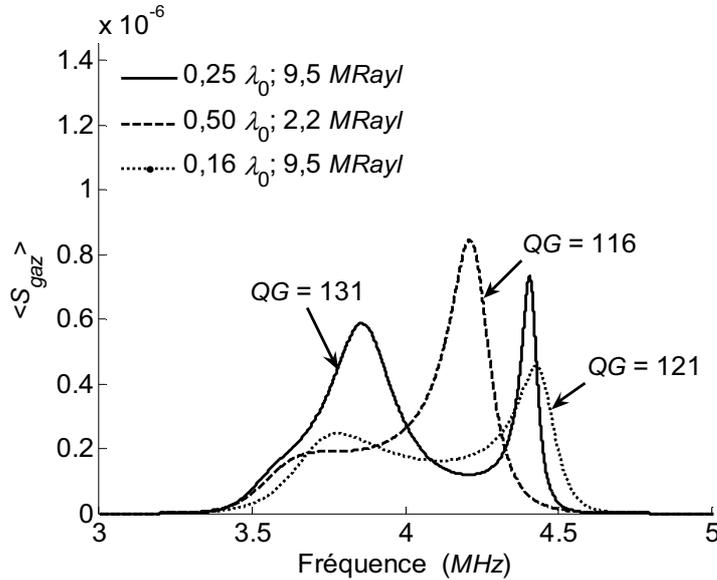


Figure IV.29. $\langle S_{gaz} \rangle$ tracée pour les valeurs optimales d'impédance.

Les meilleures solutions ont chacune un QG très proche et voisin du QG obtenu avec une couche d'eau en $\lambda_0/2$. Les difficultés de réalisation et d'utilisation seront finalement les critères à prendre en compte pour départager ces solutions.

*
* *

3.3.4 Effets dus aux erreurs d'épaisseur de la couche de couplant

Lors de la réalisation nous commettons des erreurs sur les dimensions de la couche de couplant. Elles peuvent atteindre quelques centièmes de mm , ce qui est loin d'être négligeable pour l'efficacité du capteur. Un critère de choix important est que l'empilement soit le moins sensible à ces erreurs. Pour ce faire, nous allons définir une grandeur qui permet de quantifier la sensibilité du montage aux fluctuations d'épaisseur. Nous avons choisi de calculer en tout point la variation ΔQG due à une erreur de $\pm 5 \mu m$ sur l'épaisseur de couplant :

$$\Delta QG = \frac{|QG(e) - QG(e \pm 5 \mu m)|}{QG(e)} \text{ en \%} \quad (IV.40)$$

Les courbes de la Figure IV.30 montrent l'évolution de cette sensibilité pour de l'eau et pour les couplants optimaux, d'impédance de 2,2 et 9,5 $MRayl$.

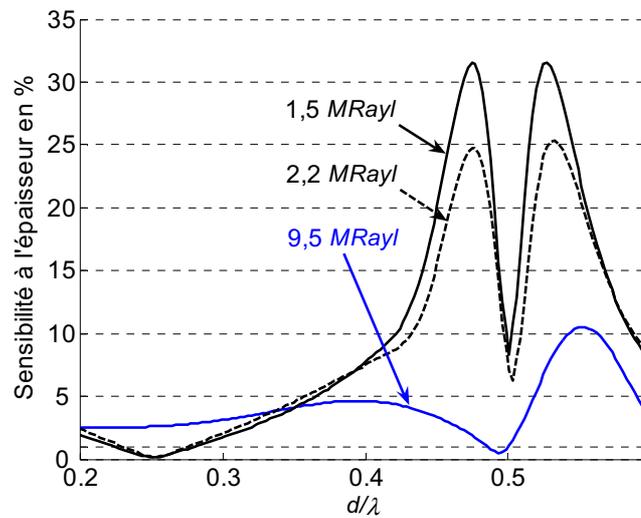


Figure IV.30. Sensibilité aux erreurs de réalisation de la couche de couplant.

Les minima de sensibilité des solutions vers $\lambda_0/2$, sont voisins avec un avantage à l'utilisation du couplant à 9,5 $MRayl$ qui permet d'obtenir un empilement moins sensible aux variations d'épaisseur ($< 1\%$). Cependant, dans la pratique, on ne peut pas éviter le film d'eau résiduel dont les variations d'épaisseur entraîneront des erreurs supplémentaires.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé nos propres grandeurs d'optimisation des empilements acoustiques [32], car celles de la littérature ne convenaient pas à notre application. Ces indicateurs de performance (STG , BPR et QG) ont permis de déterminer que quand l'impédance du couplant est faible comme pour l'eau, la meilleure solution est d'utiliser une couche d'épaisseur de $\lambda_0/2$. Pour de fortes valeurs d'impédances de couplant, nous avons trouvé une solution proche de $\lambda_0/4$ mais difficile à réaliser car l'impédance est d'environ de 9 $MRayl$, ce qui ne correspond pas à un matériau existant.

Nous verrons au chapitre expérimental (§VI.2), le bon accord entre les modèles théoriques des empilements et la réponse spectrale des capteurs réalisés.

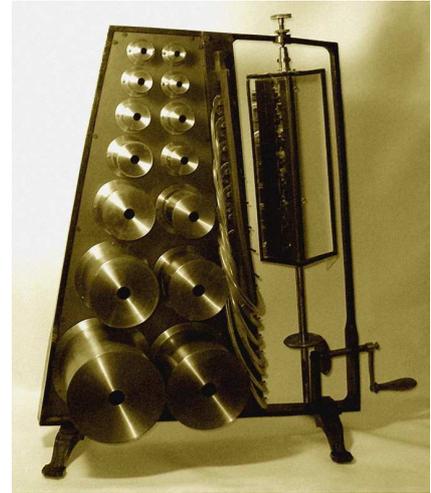
5. Bibliographie

- [1] P.F. Combes, "Micro-ondes 1-Lignes, guide et cavités Chap 5 dispositifs d'adaptation". Vol. 1. 1996: Dunod.
- [2] L.C. Lynnworth, "Ultrasonic Impedance Matching from Solids to Gases". IEE Trans. Sonics Ultrasonics, 1965. **12**: p. 37-48.

- [3] T. Gudra and K.J. Opielinski, "*Influence of acoustic impedance of multilayer acoustic systems on the transfer function of ultrasonic airborne transducers*". Ultrasonics, 2002. **40**(1-8): p. 457-463.
- [4] K.J. Opielinski and T. Gudra, "*Influence of the thickness of multilayer matching systems on the transfer function of ultrasonic airborne transducer*". Ultrasonics, 2002. **40**(1-8): p. 465-469.
- [5] G. Kossoff, "*The effects of backing and matching on the performance of piezoelectric ceramic transducers*". IEEE Trans. Sonics Ultrason, 1966. **SU-13**(3): p. 20-30.
- [6] W.P. Masson, "*Electromechanical Transducers and wave Filters*". 2^{ème} ed. 1948: Princeton , N.J. , Van Nostrand.
- [7] D. Royer, "*Ondes élastiques dans les solides* ". Vol. 2 Chap. 6. 1996: Masson.
- [8] R. Krimholtz, et al., "*New equivalent circuits for elementary piezoelectric transducers*". Electronic letters, 1970. **6**: p. 398-399.
- [9] J. Goll and B. Auld, "*Multilayer impedance matching schemes for broadbanding of water loaded piezoelectric transducers and high Q resonator*". IEEE Trans. Sonics Ultrason, 1975. **SU-22**: p. 53-55.
- [10] C. Desilets, et al., "*The design of efficient broad-band piezoelectric transducers*". IEEE Trans. Sonics Ultrason, 1978. **SU-25**: p. 115-125.
- [11] J. Souquet, et al., "*Design of low-loss wide-band ultrasonic transducers for noninvasive medical application*". IEEE Trans. Sonics Ultrason, 1979. **SU-26**: p. 75-81.
- [12] J. Assaad, et al., "*Influence of the thickness and the attenuation coefficient of a backing on the response of transducers*". Ultrasonics, 1996. **34**(2-5): p. 103-106.
- [13] R.N. Capps, "*Elastomeric Materials for Acoustical Applications*". Rapport n° A278612, NAVAL RESEARCH LAB ORLANDO FL UNDERWATER SOUND REFERENCE DETACHMENT, 1989.
- [14] S.J.H. van Kervel and J.M. Thijssen, "*A calculation scheme for the optimum design of ultrasonic transducers*". Ultrasonics, 1983. **21**(3): p. 134-140.
- [15] C. CAI, et al., "*A transfer matrix approach for acoustic analysis of a multilayered active acoustic coating*". Journal of Sound and Vibration, 2001. **248**(1): p. 71-89.
- [16] J.S. Kenney and W.D. Hunt, "*Synthesis of acoustic matching networks by discrete space Fourier transform method*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **89**(5): p. 2123-2130.
- [17] W.M.R. Smith and A.O. Awojobi, "*Factors in the design of ultrasonic probes*". Ultrasonics, 1979. **17**(1): p. 20-26.
- [18] S.Grinderslev, "*Design method and experimental result of matched piezoelectric transducer*". acustica, 1983. **53**: p. 79-86.

- [19] J.M. Thijssen, et al., "*Optimization of ultrasonic transducers*". Ultrasonics, 1985. **23**(1): p. 41-46.
- [20] Y.-b. Kim and Y. Roh, "*New design of matching layers for high power and wide band ultrasonic transducers*". Sensors and Actuators A: Physical, 1998. **71**(1-2): p. 116-122.
- [21] R.D. Corsaro and R.M. Young, "*Influence of backing compliance on transducer performance*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1995. **97**(5): p. 2849-2854.
- [22] C.M. Sayers and C.E. Tait, "*Ultrasonic properties of transducer backings*". Ultrasonics, 1984. **22**(2): p. 57-60.
- [23] Y. Bar-Cohen, et al., "*Multiphase backing materials for piezoelectric broadband transducers*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1984. **75**(5): p. 1629-1633.
- [24] B.G. Martin, et al., "*Theory of symmetric multilayer structures as layer replacements for Chebyshev acoustic antireflection coatings*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1990. **87**(1): p. 193-200.
- [25] B.G. Martin, "*Acoustical properties of symmetric multilayers*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1992. **91**(3): p. 1469-1473.
- [26] Z.Y. Cheng and B.G. Martin, "*Symmetric multilayer structures and their use in the design and fabrication of Chebyshev acoustic antireflection coatings*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **90**(1): p. 385-390.
- [27] C. Boris, et al., "*Characterization of matched piezoelectric transducer bars*". The Journal of the Acoustical Society of America, 2004. **115**(6): p. 2904-2913.
- [28] J. Assaad, et al., "*Application of the finite-element method for modeling backed transducers*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **100**(5): p. 3098-3103.
- [29] D. Royer, "*Ondes élastiques dans les solides*". Vol. 1. 1996: Masson.
- [30] L. M. Brekhovskikh, "*Waves in layered media*". 1960: Academic Press.
- [31] S.J. Orfanidis. " *Electromagnetic Waves and Antennas*". <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- [32] G. Lévêque, et al., "*Acoustic injection into a pressurized gas through a metallic wall*". Acta Acustica, 2007. **93**: p. 722-729.

V TRAITEMENT DES DONNEES : FORMULATIONS THEORIQUES



Analyseur de Fourier de Rudolf Koenig, les composantes spectrales d'un son quelconque étaient déterminées à l'aide de plusieurs résonateurs de Helmholtz ¹

V	Traitement des données : formulations théoriques.....	107
1.	Introduction	108
1.1	Les échogrammes	109
1.2	Les spectres d'impédance.....	109
2.	Grandeurs électriques associées aux vibrations du gaz.....	111
2.1	Impédance acoustique du gaz.....	111
2.2	Impédance du système	112
2.3	Principe des traitements	114
3.	Traitement A : redressement par le module	115
3.1	Redressement des bouclettes	115
3.2	Expression théorique du tempographe	116
3.3	Effet de la pression sur le tempographe T_A	118
4.	Traitement B : redressement par correction de la phase	120
4.1	Redressement des bouclettes	120
4.2	Expression théorique du tempographe	122
4.3	Effet de la pression sur le tempographe T_B	123
5.	Traitement C.....	124
5.1	Effet de la pression sur le tempographe T_C	125
6.	Traitement D	126
6.1	Effet de la pression sur T_D	127
7.	Comparaison des traitements	128
7.1	Comparaison des tempographes.....	128
7.2	Comparaison des traitements A_1, B_1, C_1 et D_1	129
7.3	Comparaison des traitements A_0, C_0 et D_0	130
7.4	Effet du bruit de mesure sur l'incertitude de pression	131
8.	Mesure de la célérité	132
8.1	Mesure de célérité utilisant le spectrogramme	132
8.2	Mesure de célérité utilisant le tempographe.....	133
8.3	Mesure automatisée (post-traitement) de la célérité	133
9.	Conclusion.....	136
10.	Bibliographie.....	137

¹ Analyseur de Fourier, source : <http://www.physics.uwo.ca/~drm/koenig/fm2.jpg>

1. Introduction

Le système (gaine, couches de couplage, gaz) est mis en vibration à l'aide d'un transducteur piézoélectrique en forme de tuile (Figure V.1), qui établit un régime d'onde stationnaire dans la cavité.

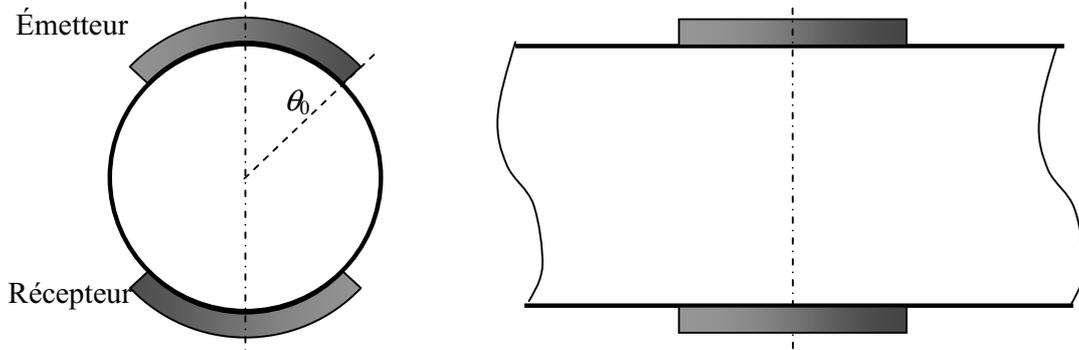


Figure V.1. Coupes radiale et longitudinale du crayon combustible montrant le principe de la mesure.

Expérimentalement, nous effectuons l'acquisition de la tension aux bornes du transducteur, soit en spectrographie à l'aide d'une détection synchrone, soit en échographie à l'aide d'un oscilloscope (Figure V.2). En réflexion, le transducteur est aussi le récepteur.

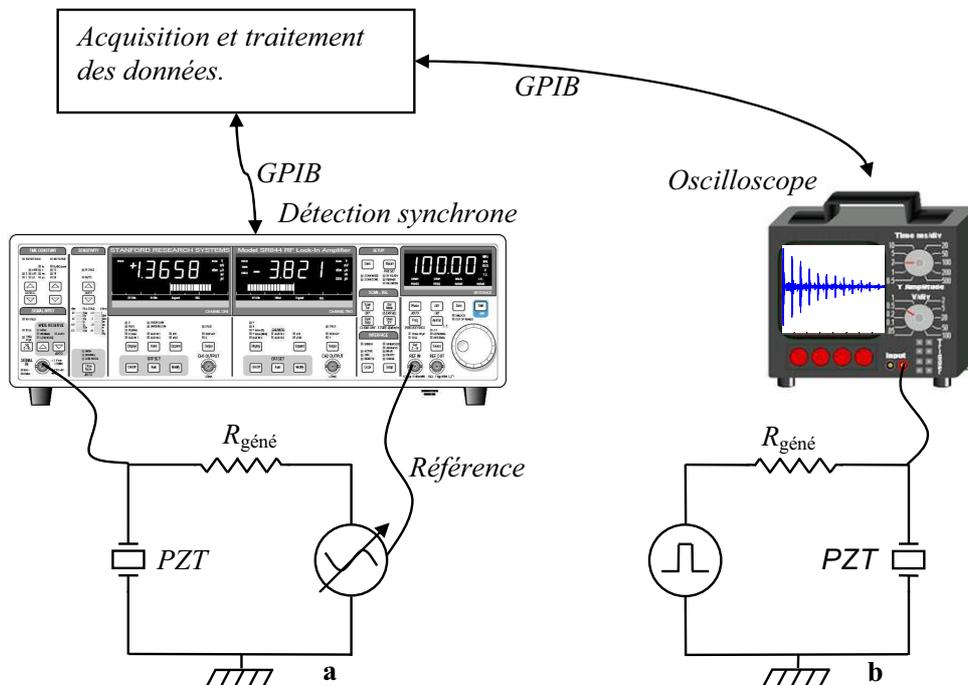


Figure V.2. Schéma de principe des mesures électroniques **a)** mesure spectroscopique **b)** mesure échographique.

1.1 Les échogrammes

Un écho se produit à chaque aller-retour dans la cavité, c'est-à-dire quand le temps de parcours (temps de vol) est un multiple de $T = 2D/c$. L'amplitude des échos décroît avec la distance parcourue à cause du terme d'absorption du gaz et du système. L'absorption dans le gaz dépend de la pression selon (équation II.17) :

$$\alpha = \frac{\alpha_0 P_0}{P} \tag{V.1}$$

α_0 est le coefficient d'absorption à la pression P_0

La décroissance des échos est d'autant plus rapide que l'absorption (α) est grande et que la pression du gaz est faible.

Théoriquement, nous sommes donc en mesure de déterminer la célérité de l'écart entre deux échos, et la pression de leur amplitude (moyennant un étalonnage). Cependant, les échos observés expérimentalement (Figure V.3) paraissent complexes et tous différents, car ils sont perturbés par les autres vibrations du système. Ce phénomène rend les mesures d'amplitudes et de positions très difficiles à réaliser avec précision sur les échogrammes [1], ce qui justifie un traitement de signal plus performant.

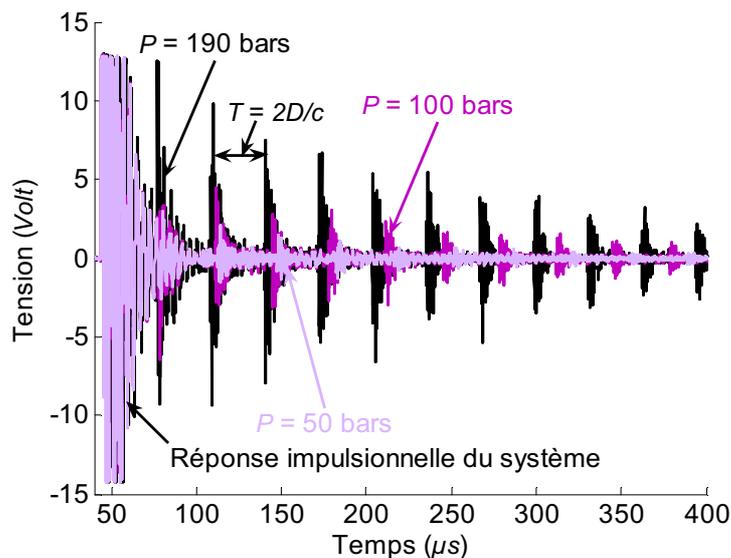


Figure V.3. Echogramme en fonction de la pression pour un mélange d'He/Ar à 40%.

1.2 Les spectres d'impédance

Les spectres sont soit directement obtenus en effectuant les mesures avec une détection synchrone, soit obtenus par transformée de Fourier de l'échogramme. Au fenêtrage temporel (temps d'acquisition) près, les informations sont identiques. Comme les spectres d'impédance (Figure V.4) sont plus faciles à analyser, nous baserons l'ensemble des raisonnements de ce chapitre sur cette donnée expérimentale. L'impédance $Z(f)$ se décompose en deux structures. Les « boucles », fonctions lentement variables de la fréquence, correspondent aux vibrations du système (de la gaine, du transducteur et des couches de

couplages). Les « bouclettes », fonctions rapidement variables de la fréquence, correspondent aux résonances du gaz (Figure V.5).

Aux chapitres II et III, nous avons vu qu'aux fréquences auxquelles nous travaillons, l'écart (Δ_f) entre deux résonances consécutives vaut $c/2D$ (l'inverse du temps de vol T). A partir des spectres, on peut donc déterminer la célérité (de l'écart fréquentiel entre deux résonances), et la pression (après étalonnage) de la taille des bouclettes, car cette taille dépend de la pression comme l'amplitude des échos.

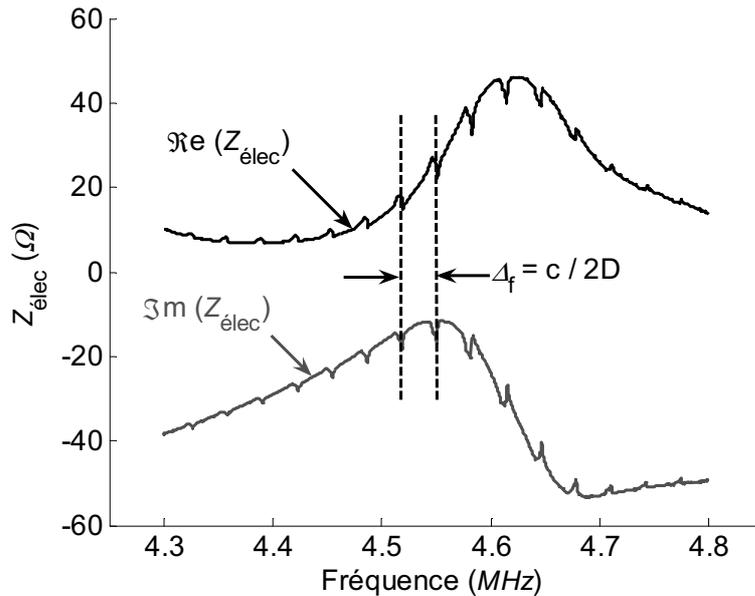


Figure V.4. Impédance électrique du système dans l'espace des fréquences.

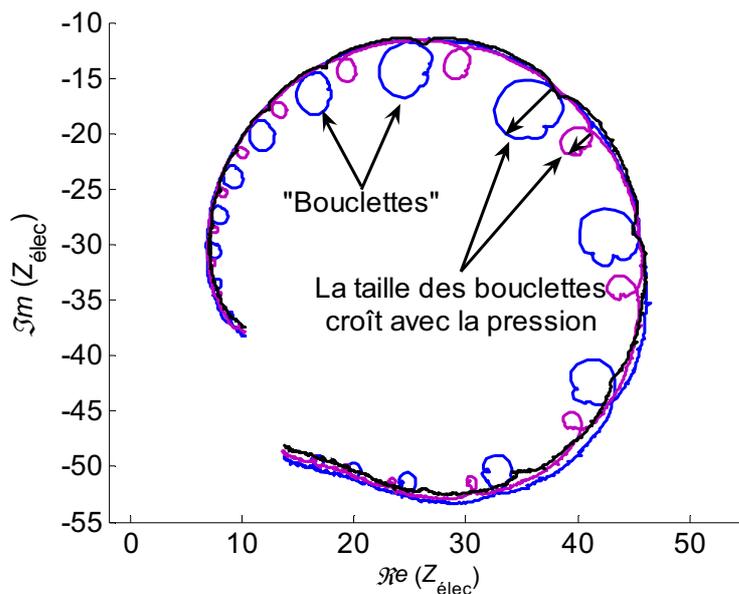


Figure V.5. Représentation de l'impédance électrique pour plusieurs pressions dans le plan de Nyquist.

Nous verrons qu'expérimentalement des résonances parasites du système peuvent, selon les conditions de mesure, apparaître et masquer certaines résonances du gaz. Afin de minimiser cet effet indésirable, il faut travailler avec le domaine fréquentiel le plus grand possible et multiplier ainsi l'information utile.

L'amplitude d'une bouclette dans le spectre de la Figure V.4 est inversement proportionnelle au coefficient d'absorption α et sa largeur est proportionnelle à α . Son aire ne devrait donc pas dépendre de l'absorption. Cette constatation justifie l'idée d'utiliser l'intégrale des bouclettes plutôt que leur amplitude dans les traitements de données ci-dessous.

2. Grandeurs électriques associées aux vibrations du gaz

2.1 Impédance acoustique du gaz

Dans une cavité rigide de longueur D , l'impédance acoustique du gaz s'écrit (§ IV.3.1 où l'indice g a remplacé l'indice 1) :

$$\tilde{Z}_g(f) = -jZ_c / \tan \left[\left(\frac{2\pi(f - f_m)}{c} - j\alpha \right) D \right] \quad (\text{V.2})$$

Au voisinage d'une fréquence de résonance ($f_m = m \frac{c}{2D} = m\Delta_f$), elle se réduit à son développement au 1^{er} ordre :

$$\tilde{Z}_g(f) \approx \frac{Z_c}{\alpha D} \frac{1}{1 + \frac{2j\pi}{\alpha c} (f - f_m)} \quad (\text{V.3})$$

Cette dernière relation est celle d'une Lorentzienne complexe qui, pour $f_m = 0$, s'écrit :

$$\tilde{L}_g(f) = \frac{Z_{\max}}{1 + (2j/\Delta_g) f} \quad (\text{V.4})$$

où, le maximum de la partie réelle vaut $Z_{\max} = \frac{\rho c}{\alpha D} = \frac{\gamma P}{\alpha c D}$ (car $\rho c^2 = \gamma P$) et la largeur fréquentielle à mi-hauteur vaut $\Delta_g = \frac{\alpha c}{\pi}$. On peut alors idéalement écrire l'impédance du gaz comme le produit de convolution suivant [2] :

$$\tilde{Z}_g(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{L}_g(f) * \delta(f - m\Delta_f) \quad (\text{V.5})$$

Cette écriture suppose que toutes les Lorentziennes soient identiques. La représentation graphique de cette impédance acoustique est donnée ci-après (Figure V.6). On constate que la partie réelle de $\tilde{Z}_g(f)$ est constituée de pics tous positifs.

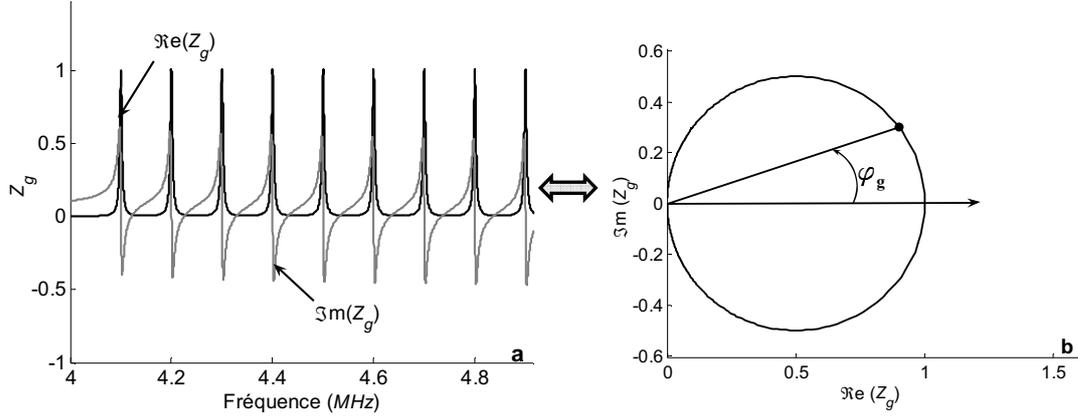


Figure V.6. Représentation de $\tilde{Z}_g(f)$ avec $Z_{\max} = 1$ et $\Delta_g = 10 \text{ kHz}$ **a)** en fonction de la fréquence et **b)** dans le plan de Nyquist.

2.2 Impédance du système

En considérant que la perturbation du système due à la présence du gaz est faible, notre capteur se comporte comme un système linéaire chargé par le gaz. On se place alors dans le formalisme des quadripôles, en prenant une représentation mixte, électrique à l'entrée et acoustique en sortie [3], définie ci-dessous (Figure V.7).

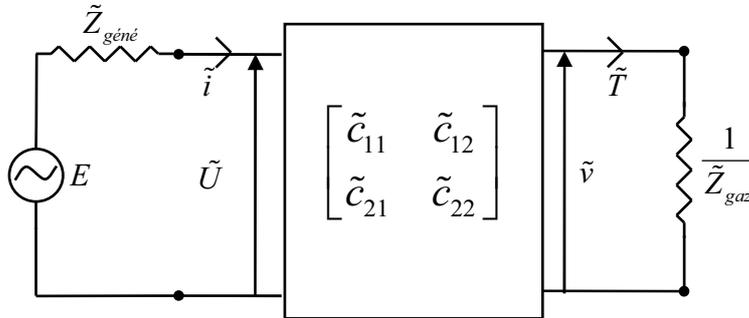


Figure V.7. Représentation du système sous forme de quadripôle avec :

E : tension du générateur sinusoïdal

$\tilde{Z}_{\text{géné}}$: impédance du générateur

\tilde{i} : courant injecté dans le système

\tilde{v} : vitesse du tube au contact du gaz

\tilde{T} : contrainte exercée sur le gaz

\tilde{Z}_{gaz} : impédance acoustique du gaz

Les équations linéaires du quadripôle s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= \tilde{c}_{11}\tilde{i} - \tilde{c}_{12}\tilde{T} \\ \tilde{v} &= \tilde{c}_{21}\tilde{i} - \tilde{c}_{22}\tilde{T} \end{aligned} \quad (\text{V.6})$$

En portant l'expression de la contrainte ($\tilde{T} = \tilde{Z}_{gaz} \tilde{v}$) dans les relations ci-dessus, l'impédance électrique vue à l'entrée du quadripôle passif, donc avec $\tilde{c}_{12} = \tilde{c}_{21}$, vaut :

$$\tilde{Z}_{elec} = \tilde{c}_{11} - \frac{\tilde{c}_{12}^2 \tilde{Z}_{gaz}}{1 + \tilde{c}_{22} \tilde{Z}_{gaz}}$$

Cette dernière relation se simplifie par un développement au premier ordre en \tilde{Z}_{gaz} en :

$$\tilde{Z}_{elec}(f) = c_{11} - c_{21}^2 \tilde{Z}_g(f) \quad (V.7)$$

Cette expression comprend deux termes, l'un dû au système et l'autre proportionnel à l'impédance du gaz. Elle peut se réécrire :

$$\tilde{Z}_{elec}(f) = \tilde{Z}_0(f) + \tilde{Z}_b(f) = \tilde{Z}_0(f) + \tilde{G}(f) \tilde{Z}_g(f)$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{Z}_0(f) : \text{impédance électrique du système sans gaz} \\ \tilde{Z}_b(f) : \text{variation d'impédance électrique due au gaz} \\ \tilde{G}(f) = G(f) e^{j\varphi_0} : \text{sensibilité du système à l'impédance du gaz} \\ \tilde{Z}_g(f) = Z_g e^{j\varphi_g} : \text{impédance acoustique du gaz} \end{cases} \quad (V.8)$$

L'impédance électrique à vide $\tilde{Z}_0(f) = \tilde{c}_{11}$ correspond aux boucles (vibrations du système). La fonction $\tilde{Z}_b(f) = \tilde{G}(f) \tilde{Z}_{gaz}$ correspond aux bouclettes (résonances du gaz) où $\tilde{G}(f) = \tilde{c}_{21}^2$ est le gain de conversion électromécanique.

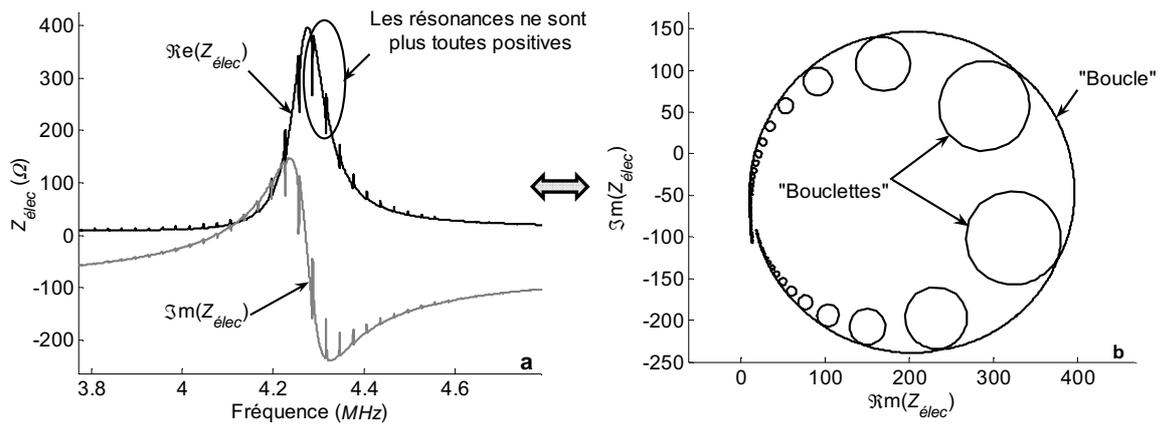


Figure V.8. Représentation de l'impédance électrique **a)** en fonction de la fréquence et **b)** dans le plan de Nyquist. Ce spectre est tracé avec un gaz pressurisé à 110 bars (afin de voir les bouclettes), de célérité égale à 500 ms^{-1} .

La Figure V.8 représente un spectre théorique obtenu avec l'empilement le plus simple constitué du transducteur piézoélectrique, du tube et de la cavité de gaz (sans couche de

couplant). Dans ce cas, l'impédance électrique présente une seule résonance entre 2 et 5 MHz ce qui simplifiera les calculs pour la suite de ce chapitre. Si on extrait \tilde{Z}_b (variation due au gaz) on obtient le spectre de la Figure V.9. Nous constatons sur cette figure que la partie réelle des résonances du gaz n'est plus strictement positive car les bouclettes sont tangentes à la boucle dans la Figure V.8.b. Le gain complexe $\tilde{G}(f)$ a donc pour effet d'orienter chaque bouclette dans une direction (d'angle $\varphi_b = \varphi_0 + \varphi_g$) variable. Ceci n'est pas un phénomène aléatoire, mais il est induit par le couplage de toutes les résonances du système avec celles du gaz.

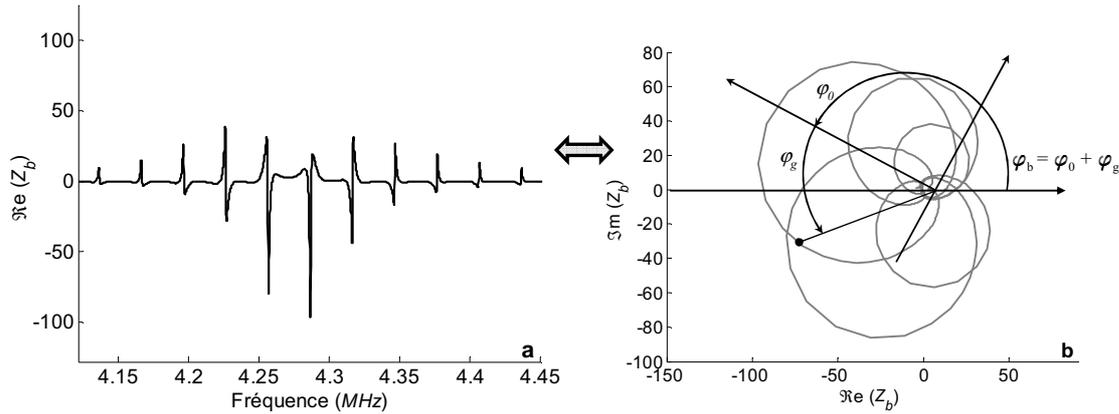


Figure V.9. Représentation de $\tilde{Z}_b(f)$ a) en fonction de la fréquence et b) dans le plan de Nyquist.

La phase $\tilde{\varphi}_0$ est à priori inconnue pour un montage expérimental, l'objectif des traitements est donc de s'affranchir ou de corriger cette phase, de redresser tous les pics vers le haut et de se rapprocher du spectre idéal de la Figure V.6.

2.3 Principe des traitements

Les traitements sont tous construits sur le même motif : **filtrage + redressement + tempographie.**

Le système de mesure fournit des grandeurs électriques dont celles relatives au gaz qui ne sont pas directement exploitables. La première des opérations consiste, par filtrage, à récupérer un signal uniquement dépendant du gaz. On commence par extraire la composante $\tilde{Z}_b(f)$ constituée d'impulsions (en forme de Lorentzienne complexe) de phase variable (Figure V.9). Ce filtrage est basé sur la constatation que $\tilde{Z}_0(f)$ est une fonction lentement variable de la fréquence, et que $\tilde{Z}_b(f)$ est rapidement variable. Ainsi, dans l'espace réciproque (temps) cette opération peut être effectuée par fenêtrage de l'échogramme. Les bouclettes sont obtenues par transformation de Fourier de l'échogramme dont on annule les valeurs jusqu'à un temps choisi τ_c . L'opération de filtrage supprime aussi la valeur moyenne M de la fonction $\tilde{Z}_b(f)$, ce qui aura des conséquences néfastes discutées plus loin.

Les traitements se distinguent entre eux par la manière dont on redresse les pics de la Figure V.9. L'étape de redressement a pour objectif d'obtenir des pics positifs en s'affranchissant ou en corrigeant la phase du gain complexe $\tilde{G}(f)$. L'idéal étant de passer de la Figure V.9 à la Figure V.6 où nous aurions alors un signal uniquement dépendant du gaz.

Enfin, à partir d'un spectre redressé comme sur la Figure V.6, nous réalisons l'opération du « tempographe ». Cette opération consiste à prendre le module de la transformée de Fourier inverse du spectre fréquentiel :

$$T(t) = \text{Tempographe} = \left| TF^{-1}(\tilde{Z}_b \text{ redressée}) \right| \quad (\text{V.9})$$

Cette opération permet d'estimer la période fréquentielle des résonances du gaz et nous nommons la fonction $T(t)$ par le néologisme « tempographe ».

Les traitements sont construits à partir d'une succession de propriétés élémentaires des transformées de Fourier [2, 4, 5]. Les recherches bibliographiques effectuées durant ce travail et les thèses précédentes n'ont pas trouvé de méthode simple pour extraire du bruit des impulsions périodiques de phase aléatoire. Il n'est pas exclu qu'il existe une méthode plus élégante que celle que nous avons mise au point mais elle reste à trouver.

3. Traitement A : redressement par le module

3.1 Redressement des bouclettes

Pour s'affranchir de la phase des bouclettes, la méthode la plus simple est de prendre le module de $\tilde{Z}_b(f)$. Avec l'aide de (V.5), le signal $X_A(f) = \left| \tilde{G}(f) \tilde{Z}_g(f) \right|$ s'écrit donc :

$$X_A(f) \approx G(f) \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{L}_g(f) * \delta(f - m\Delta_f) \right| \quad (\text{V.10})$$

En remarquant que l'espace entre deux pics Δ_f est grand devant la largeur d'une Lorentzienne Δ_g (les pics ne se recouvrent pas) la relation se simplifie :

$$\begin{aligned} X_A(f) &\approx G(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \tilde{L}_g(f) \right| * \delta(f - m\Delta_f) \\ &= G(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{Z_{\max} \Delta_g}{\sqrt{\Delta_g^2 + 4f^2}} * \delta(f - m\Delta_f) \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Cette dernière fonction est constituée de pics de largeur $\Delta'_g = \sqrt{3}\Delta_g$ dont l'amplitude est modulée par le gain $G(f)$. Nous avons vu au chapitre IV que nos capteurs sont sensibles

dans une gamme de fréquence dépendant des couches de couplages utilisées. Leur sensibilité se situe dans une fenêtre que nous assimilerons, dans le développement théorique ci-dessous, à une Lorentzienne réelle centrée autour d'une fréquence f_0 de hauteur G et de largeur à mi-hauteur B_f (Figure V.10) :

$$G(f) = G_0 (f - f_0)$$

$$\text{avec } G_0(f) = G \frac{B_f^2}{B_f^2 + 4f^2} \quad (\text{V.12})$$

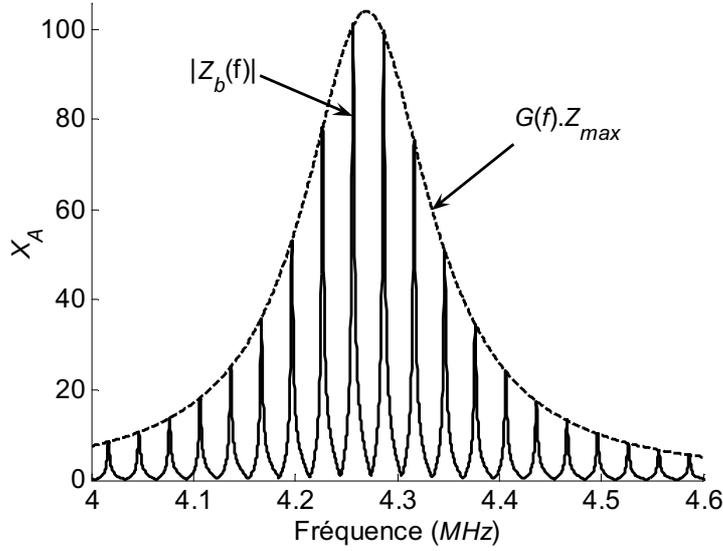


Figure V.10. Représentation de $X_A(f) = G(f) |\tilde{Z}_g(f)|$; l'enveloppe $G(f)$ est tracée avec $Z_{\max} = 0.33 \text{ Mrayl}$, $B_f = 120 \text{ kHz}$ et $f_0 = 4.27 \text{ MHz}$.

3.2 Expression théorique du tempographe

Le tempographe est le module de la transformée de Fourier inverse de $X_A(f)$:

$$T_A(t) = |TF^{-1} [X_A(f)]| = x_A(t) T \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_0(t) * \delta(t - mT)$$

$$\text{avec } \begin{cases} x_A(t) = TF^{-1} [|L_g(f)|] = \frac{\gamma P}{\pi D} K_0(\alpha ct) = \frac{Z_c c}{\pi D} K_0(\alpha ct) \\ G_0(t) = TF^{-1} [G_0(f)] = \frac{GB_f \pi}{2} e^{-\pi B_f |t|} \\ T = \frac{1}{\Delta_f} = \frac{2D}{c} \\ K_0 : \text{fonction de Bessel de seconde espèce modifiée} \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

Pour des temps positifs, on obtient l'expression suivante :

$$T_A(t) = \frac{\gamma GB_f}{c} \mathbf{P} K_0(\alpha ct) \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} = GB_f \mathbf{Z}_c K_0(\alpha ct) \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} \quad (\text{V.14})$$

où les pics du tempographe sont proportionnels à l'impédance caractéristique du gaz et à la pression. Le tracé du tempographe théorique est donné ci-dessous (Figure V.11).

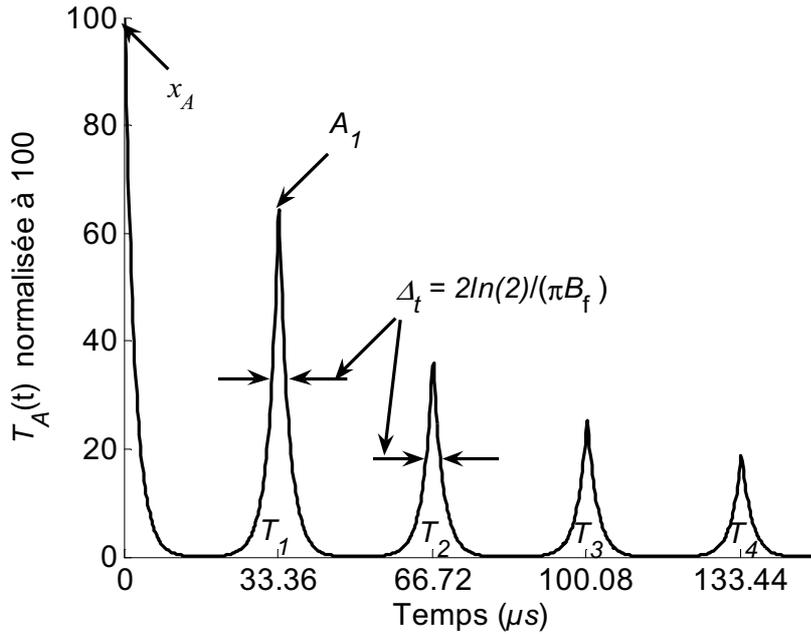


Figure V.11. Tracé théorique de $T_A(t)$, obtenu à partir du spectre de la Figure V.10, normalisé à 100 avec $\alpha_0 = 6 \text{ m}^{-1}$ à $P_0=50 \text{ bars}$, $c=500 \text{ ms}^{-1}$. $A_0 = T_A(0)$ ne diverge pas malgré la présence du terme $K_0(0)$ car on calcule la IFFT sur un intervalle fini, ici de 3 à 5 MHz.

Cette fonction contient des pics de forme identique à celle de $G_0(t)$ et de largeur à mi-hauteur constante égale à $\Delta_t = 2\ln(2)/\pi B_f$. Les pics sont régulièrement espacés de $T = c/2D$, ce qui permet de déduire la vitesse. Ce point est traité en détails au paragraphe 8. L'amplitude des pics est modulée par la fonction $K_0(\alpha ct)$. De plus, elle est proportionnelle au produit gain bande GB_f . D'ores et déjà, nous voyons l'importance qu'il y a de concevoir des capteurs large bande et de fort gain.

*
* *

3.3 Effet de la pression sur le tempographe T_A

Pour déterminer la pression, on s'intéresse à l'amplitude du premier maximum du tempographe et on obtient une fonction A_1 de la variable P :

$$A_1(P) = T_A(T) = \frac{\gamma G B_f}{c} P K_0(2\alpha D) \quad (\text{V.15})$$

L'absorption (α) dépend de la pression selon la relation $\alpha_0 P_0 / P$. Les courbes $A_1(P)$ présentent donc un coude à basse pression, d'autant plus prononcé que l'absorption est importante (Figure V.12).

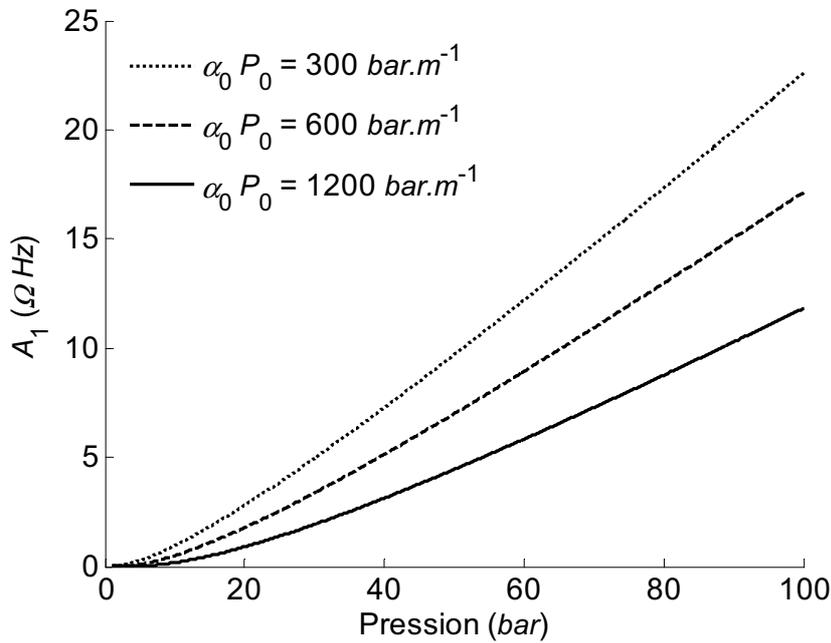


Figure V.12 : Tracé théorique de $A_1(P)$ pour diverses valeurs de α_0 . L'absorption varie avec la fréquence. La valeur de 300 bar.m^{-1} correspond à celle des mélanges He/Ar à 4 MHz.

Le cas de l'amplitude $x_A = T_A(0)$ doit être traité à part car $K_0(0)$ diverge. Si on limite le calcul de l'intégrale du module d'une bouclette à un intervalle fréquentiel (Δ_f), on a alors :

$$x_A(P) \propto \int_{\Delta_f} |L_g(f)| df = \frac{\gamma P}{\pi D} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{P\pi}{2\alpha_0 P_0 D} \right) \quad (\text{V.16})$$

En raison du terme P dans la fonction arcsinh, l'intégrale x_A a un comportement parabolique à basse pression (Figure V.13). On peut introduire la fonction $A_0 = \sqrt{x_A}$ pour rendre la dépendance avec la pression plus linéaire (Figure V.14).

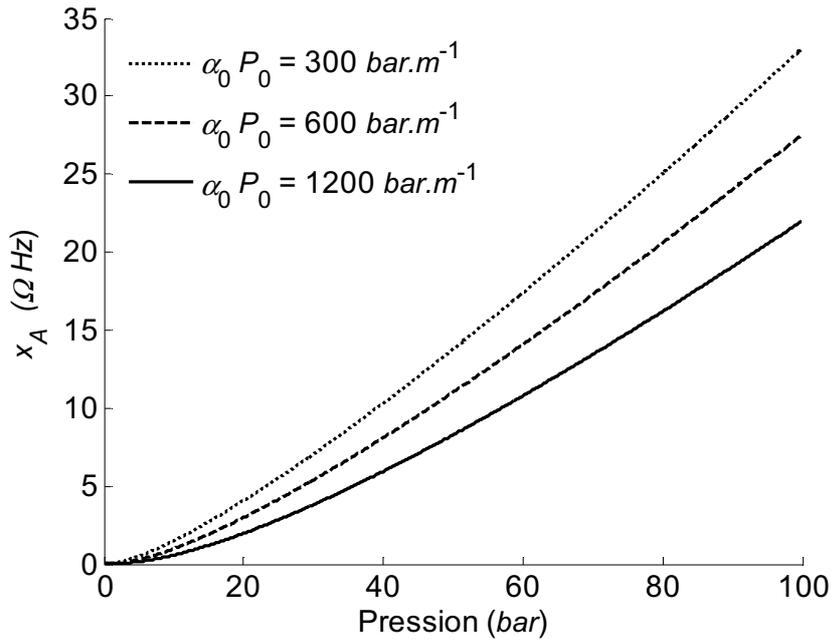


Figure V.13. Tracé théorique de $x_A(P)$ pour diverses valeurs de $\alpha_0 P_0$.

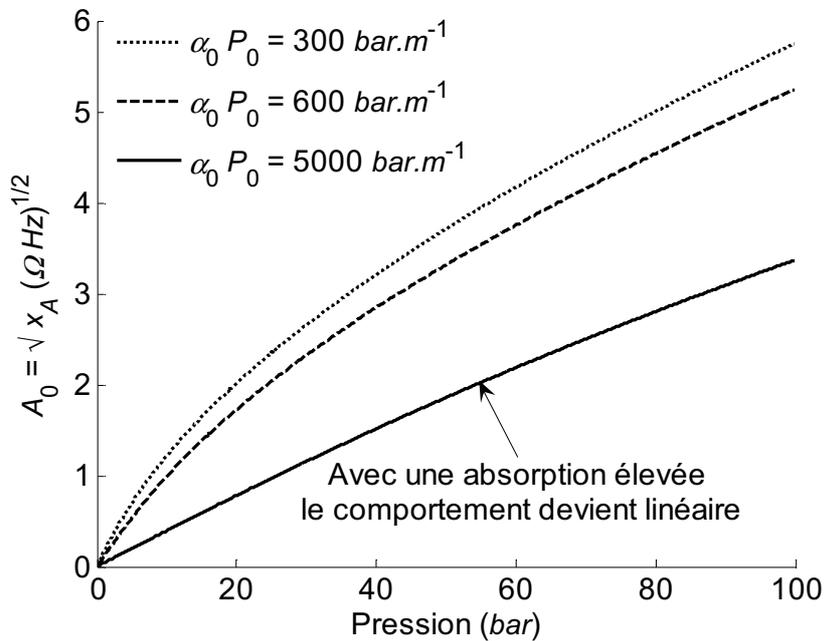


Figure V.14. Tracé théorique de $A_0 = \sqrt{x_A(P)}$ pour diverses valeurs de $\alpha_0 P_0$. Expérimentalement les mélanges d'hélium/xénon se sont révélés très absorbants, allant jusqu'à 5000 bar.m^{-1} .

4. Traitement B : redressement par correction de la phase

4.1 Redressement des bouclettes

4.1.1 Redressement par projection sur la boucle, B_a

On constate sur la Figure V.15 que les bouclettes sont toutes dirigées vers l'intérieur de la boucle et tangentes à cette dernière. Le redressement B_a consiste à projeter la bouclette dans un repère orthonormé local constitué des vecteurs unitaires \vec{u}_r et \vec{u}_t (Figure V.15). Dans ce repère l'expression de la bouclette est indépendante de celle du système (φ_0): $\tilde{Z}'_b(f) = G(f)Z_g(f)e^{j\varphi_g}$. En effectuant le produit scalaire $X_B(f) = \tilde{Z}'_b \times \vec{u}_r$, on obtient une fonction proportionnelle à la partie réelle de l'impédance acoustique du gaz :

$$X_B(f) = G(f)\Re(\tilde{Z}_g(f)) = G(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Re(\tilde{L}_g(f)) * \delta(f - m\Delta_f) \quad (\text{V.17})$$

ce qui a pour effet de placer tous les pics vers le haut comme sur la Figure V.17.

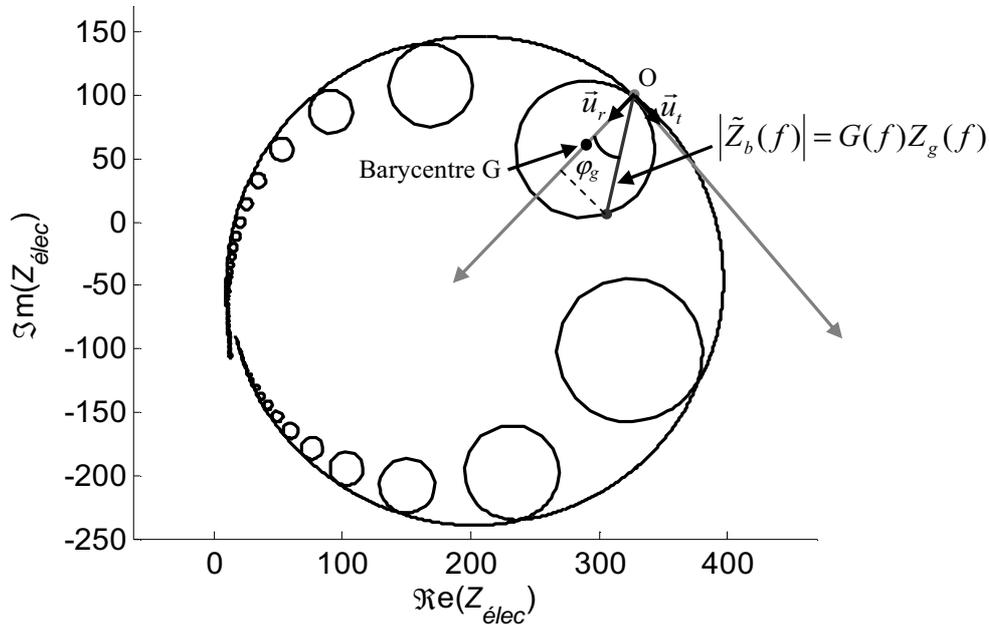


Figure V.15. La direction de la bouclette est perpendiculaire à la tangente à $\tilde{Z}_0(f)$.

Remarque : On peut utiliser cette méthode si et seulement si on peut facilement calculer la tangente à $\tilde{Z}_0(f)$, pour cela les bouclettes doivent être petites devant la boucle. Cette méthode est inutilisable pour traiter des spectres en transmission pour lesquels cette condition n'est pas réalisée. De plus, elle présuppose de l'orthogonalité des bouclettes et des boucles, ce qui n'est pas toujours le cas dans les spectres expérimentaux.

4.1.2 Redressement par estimation du barycentre, B_b

Une autre méthode permettant de déterminer la direction des bouclettes par rapport à celle de la boucle utilise le barycentre G des bouclettes (Figure V.15). Ce dernier est donné par :

$$\overline{OG} = \frac{\iint_s \overline{OM} ds}{\iint_s ds} \quad (\text{V.18})$$

Prenons le cas simple où, idéalement, la bouclette est une Lorentzienne complexe dont la représentation dans le plan de Nyquist est un cercle. Les coordonnées du barycentre sont alors celles du centre de ce cercle (Figure V.15). Les vecteurs unitaires $\vec{u}_r = \overline{OG} / \|\overline{OG}\|$ et $\vec{u}_t = -j\vec{u}_r$, constituent un repère orthonormé local dans lequel le produit scalaire $X_B(f) = \tilde{Z}'_b \times \vec{u}_r$ redonne la relation (V.17).

Pour effectuer cette opération, il faut disposer de bouclettes sortant du bruit. Cette méthode est donc perturbée à basse pression, mais elle est utilisable en transmission.

4.1.3 Redressement par filtrage de la phase, B_c

Pour déterminer la phase $\varphi_g(f)$ sans effectuer de supposition quant à la direction des bouclettes, il est judicieux de remarquer que la phase totale $\varphi_b(f) = \varphi_0(f) + \varphi_g(f)$ est composée de la phase du système (φ_0), fonction lentement variable de la fréquence et de (φ_g) fonction rapidement variable. En effectuant un filtrage temporel, de la même manière que l'on sépare les boucles des bouclettes, on peut séparer les phases φ_0 et φ_g . La Figure V.16 illustre cette méthode.

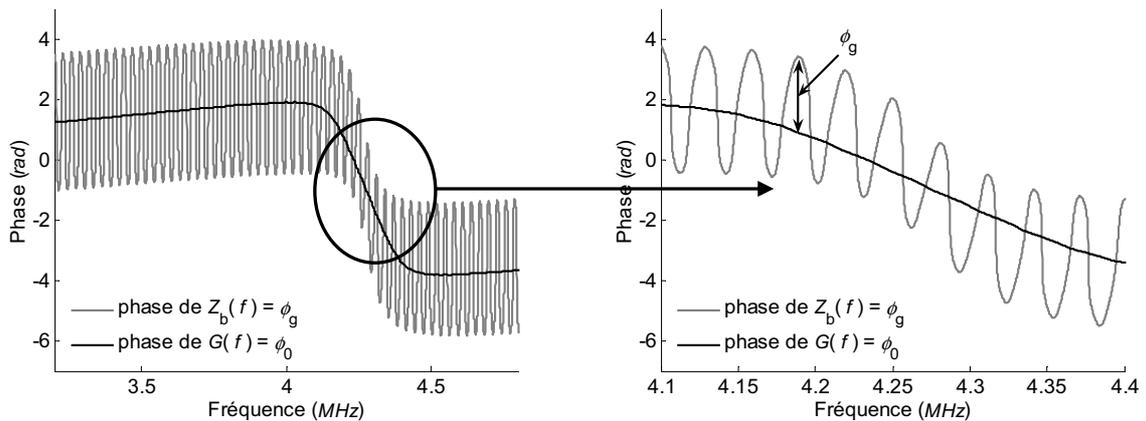


Figure V.16. Séparation des phases $\varphi_0(f)$ et $\varphi_g(f)$ par filtrage temporel.

Connaissant $|\tilde{Z}_g|$ et φ_g , on calcule $G(f) |\tilde{Z}_g| \cos(\varphi_g(f)) = X_B(f)$ et on obtient à nouveau la relation (V.17) dont la représentation est toujours celle de la Figure V.17 ci-après.

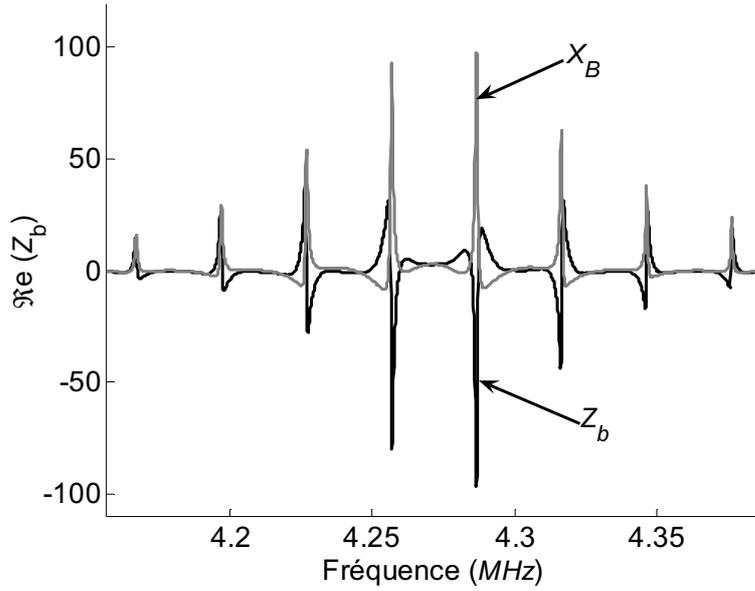


Figure V.17. Représentation graphique de X_B et de \tilde{Z}_b .

Comme la précédente, cette dernière méthode est réalisable en transmission. Il faut toutefois que les bouclettes soient plus grandes que le bruit pour que la fonction $\varphi_0(f)$ soit significative.

Les méthodes que nous venons de présenter redressent toutes les bouclettes en corrigeant la phase du système et nous fournissent une grandeur $X_B(f)$ proportionnelle à la partie réelle de l'impédance acoustique du gaz.

4.2 Expression théorique du tempographe

Comme pour le pré-traitement X_A , le tempographe est donné par le module de la transformée de Fourier inverse de $X_B(f)$:

$$\begin{aligned}
 T_B(t) &= |TF^{-1}[X_B(f)]| = x_B(t)T \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_0(t) * \delta(t-mT) \\
 \left\{ \begin{aligned}
 x_B(t) &= TF[\Re e(\tilde{L}_g(f))] = \frac{\gamma P}{2D} e^{-\alpha c|t|} = \frac{Z_c c}{2D} e^{-\alpha c|t|} \\
 G_0(t) &= TF[G_0(f)] = \frac{GB_f \pi}{2} e^{-\pi B_f |t|} \\
 T &= \frac{2D}{c}
 \end{aligned} \right. \quad (V.19)
 \end{aligned}$$

Pour $t \geq 0$, cette dernière expression se réécrit :

$$T_B(t) = \frac{\pi GB_f}{2} \frac{\gamma P}{c} e^{-\alpha c t} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} = \frac{\pi GB_f}{2} Z_c e^{-\alpha c t} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} \quad (V.20)$$

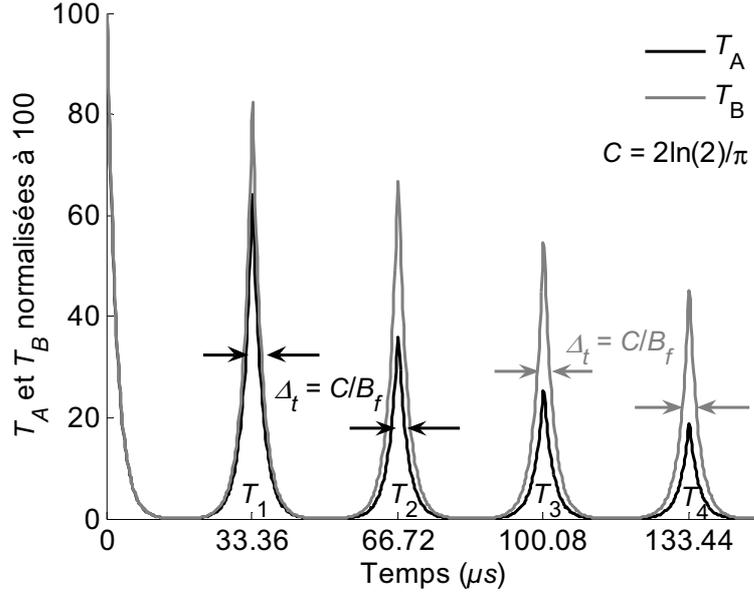


Figure V.18. Comparaison entre $T_A(t)$ et $T_B(t)$ avec $\alpha_0 P_0 = 300 \text{ bar.m}^{-1}$.

Comme précédemment, la fonction $T_B(t)$ contient des pics régulièrement espacés de T et de largeur à mi-hauteur Δ_t constante et égale à $2\ln(2)/\pi B_f$. L'amplitude des pics est modulée par la fonction $\frac{\gamma\pi}{2} \frac{GB_f P}{c} e^{-\alpha ct}$. Elle décroît moins vite que celle de $T_A(t)$, vérifiant le fait que le traitement B_1 est moins dépendant de l'absorption que le traitement A_1 .

4.3 Effet de la pression sur le tempographe T_B

L'amplitude du premier maximum du tempographe T_B vaut :

$$B_1(P) = T_B(T) = \frac{\gamma\pi}{2} \frac{GB_f}{c} P e^{-2\alpha D} \quad (\text{V.21})$$

Cette fonction dépend de la pression, comme représenté sur la Figure V.19 ci-après. En comparant cette figure avec les Figures V.12 et 13, on constate que ce traitement est moins dépendant de l'absorption que les traitements A_0 et A_1 . Il est quasi linéaire avec la pression, avec toutefois un coude à basse pression qui est d'autant plus prononcé que l'absorption est importante. Le développement asymptotique, en P , de (V.21) s'écrit :

$$B_1(P) \approx \frac{\gamma\pi GB_f}{2c} P - \frac{\gamma\pi GB_f \alpha_0 P_0 D}{c} \quad (\text{V.22})$$

C'est l'équation d'une droite dont la pente ne dépend pas de α (l'influence du coefficient d'absorption se traduit par la présence d'une ordonnée à l'origine non nulle). Ce traitement est donc théoriquement moins sensible aux variations de α_0 que le traitement A_1 .

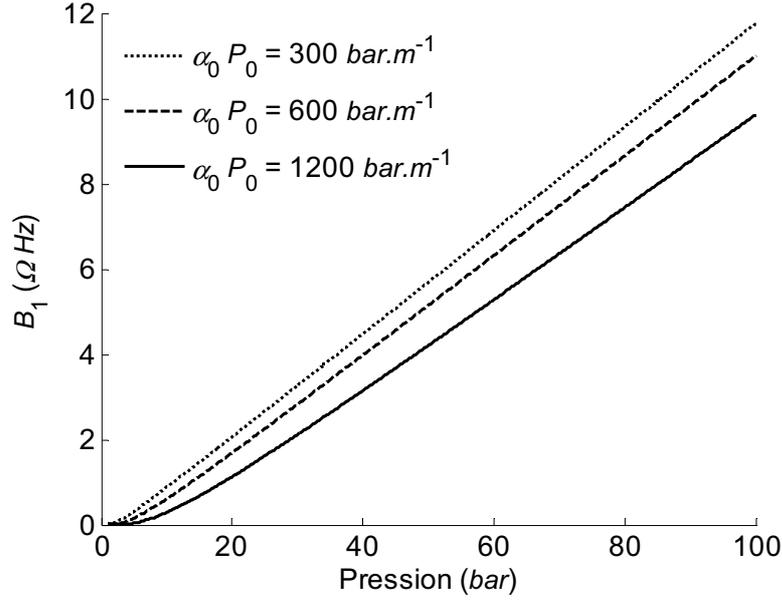


Figure V.19. Tracé théorique de $B_1(P)$ pour diverses valeurs de $\alpha_0 P_0$.

Remarque : Après filtrage temporel, l'intégrale de la partie réelle des bouclettes est nulle, donc $T_B(0)$ aussi. Il n'y a donc pas d'équivalent au traitement A_0 possible pour le traitement B .

5. Traitement C

Un autre traitement, appelé C , qui fait intervenir la dérivée des bouclettes (\tilde{Z}_b) a été imaginé pour retirer de manière plus efficace les composantes lentement variables. Le module de la dérivée de \tilde{Z}_b est donné par:

$$X_C = \left| \frac{d}{df} \tilde{G}(f) \tilde{Z}_g(f) \right| \approx \tilde{G}(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{Z_{\max} \Delta_g^2}{\Delta_g^2 + 4f^2} * \delta(f - m\Delta_f) \quad (\text{V.23})$$

où nous avons supposé que le gain $G(f)$ est lentement variable et que $\Delta_f \gg \Delta_g$, c'est-à-dire que les bouclettes ne se recouvrent pas. On peut démontrer que l'expression (V.23) est proportionnelle à l'expression (V.19) :

$$X_C = \frac{2}{\Delta_g} X_B = \frac{2\pi}{\alpha c} X_B$$

et finalement nous obtenons :

$$x_C(t) = \pi^2 G B_f \frac{\gamma P}{\alpha c^2} e^{-\alpha c t} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} = \pi^2 G B_f \frac{P}{\alpha} e^{-\alpha c t} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|} \quad (\text{V.24})$$

Pour obtenir des relations linéaires avec P , et non pas en $P/\alpha \propto P^2$, on définit le tempographe C comme la racine carrée de cette dernière relation, soit :

$$T_C(t) = \sqrt{x_C(t)} \quad (\text{V.25})$$

5.1 Effet de la pression sur le tempographe T_C

En utilisant encore une fois l'approximation $\alpha = \alpha_0 P_0 / P$, les amplitudes des maxima C_0 (pour $t = 0$ et $m = 0$) et C_1 (pour $t = T$ et $m = 1$) s'écrivent respectivement :

$$C_0(P) = \sqrt{\pi^2 G B_f \frac{\gamma}{\alpha_0 P_0 c^2} P} \quad (\text{V.26})$$

$$C_1(P) = \sqrt{\pi^2 G B_f \frac{\gamma}{\alpha_0 P_0 c^2} P} e^{-\frac{\alpha_0 P_0 D}{P}} \quad (\text{V.27})$$

Le traitement C_0 est linéaire avec la pression et dépend de l'absorption en $\alpha_0 P_0^{-1/2}$ (Figure V.20). Le traitement C_1 qui inclut le terme $\exp(-\alpha_0 P_0 D / P)$ est un peu moins linéaire à basse pression (Figure V.21).

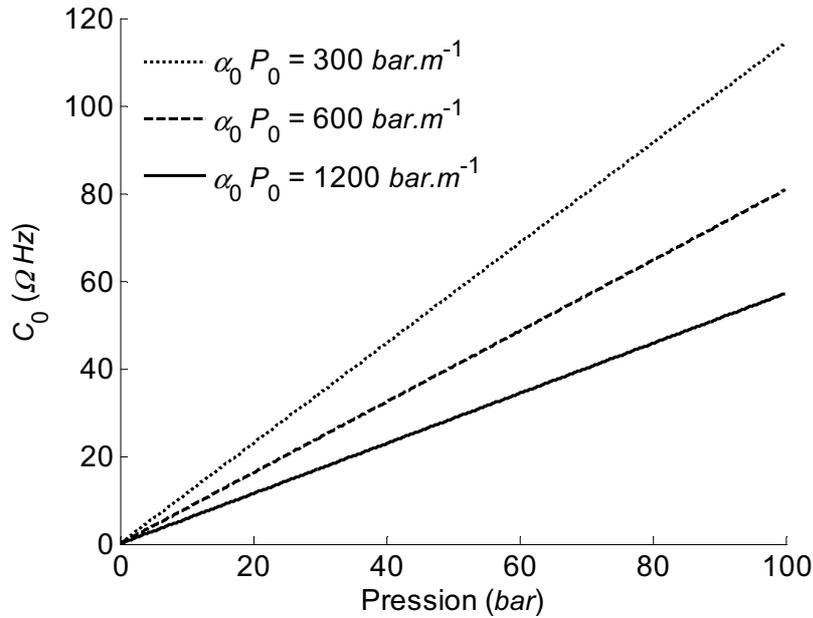


Figure V.20. Représentation graphique du traitement C_0 en fonction de $\alpha_0 P_0$.

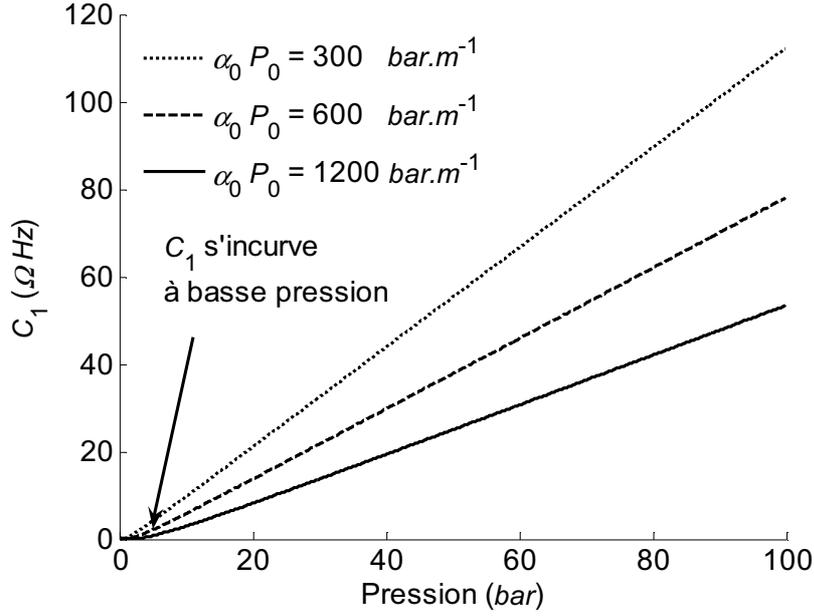


Figure V.21. Représentation graphique du traitement C_1 en fonction de $\alpha_0 P_0$.

6. Traitement D

Une autre manière d'obtenir une fonction de la forme : $\frac{\Delta_g}{\Delta_g^2 + 4f^2}$, comme dans (V.23) sans en prendre la dérivée, est d'utiliser le carré du module de \tilde{Z}_b qui s'écrit :

$$X_D = |\tilde{G}(f)\tilde{Z}_g(f)|^2 \approx G^2(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{Z_{\max}^2 \Delta_g}{\Delta_g^2 + 4f^2} * \delta(f - m\Delta_f) \quad (\text{V.28})$$

Encore une fois, en prenant le module de la transformée de Fourier, il vient :

$$x_D(t) = |TF^{-1}[X_D(f)]| = x_D(t) T \sum_{m=-\infty}^{\infty} (G_0(t) * G_0(t)) * \delta(t - mT)$$

$$\text{avec } \begin{cases} x_D(t) = TF \left[|\tilde{L}_g(f)|^2 \right] = Z_{\max} \frac{\gamma P}{2D} e^{-\alpha c|t|} \\ G_0(t) * G_0(t) = TF \left[G_0^2(f) \right] = \frac{GB_f \pi}{8} (2 + B_f |t|) e^{-\frac{\pi B_f |t|}{2}} \\ T = \frac{2D}{c} \end{cases} \quad (\text{V.29})$$

En exprimant chacun des termes de l'équation ci-dessus il vient :

$$x_D(t) = \frac{\pi GB_f}{8D} \frac{\rho \gamma P}{\alpha} e^{-\alpha c t} \sum_{m=0}^{\infty} (2 + B_f (t - mT)) e^{-\frac{\pi B_f |t - mT|}{2}} \quad (\text{V.30})$$

En raison du terme $\rho P/\alpha$, on s'attend à ce que x_D soit proportionnel au cube de la pression. On définit donc le tempographe D comme la racine cubique de cette dernière relation, soit :

$$T_D(t) = \sqrt[3]{x_D(t)} \quad (\text{V.31})$$

6.1 Effet de la pression sur T_D

En utilisant de nouveau l'approximation $\alpha = \alpha_0 P_0/P$, les amplitudes des maxima D_0 (pour $t = 0$ et $m = 0$) et D_1 ($t = T$ et $m = 1$) s'écrivent respectivement :

$$D_0(P) = \sqrt[3]{\frac{\pi G B_f}{4D} \frac{\gamma^2}{\alpha_0 P_0 c^2} P} \quad (\text{V.32})$$

$$D_1(P) = \sqrt[3]{\frac{\pi G B_f}{4D} \frac{\gamma^2}{\alpha_0 P_0 c^2} P e^{\frac{-2\alpha_0 P_0 D}{3P}}} \quad (\text{V.33})$$

Le traitement D_0 est linéaire avec la pression et dépend de l'absorption en $\alpha_0 P_0^{-1/3}$ (Figure V.22). Comme pour le traitement C_1 , en raison du terme exponentiel, le traitement D_1 est moins linéaire à basse pression (Figure V.23). La différence entre ces deux derniers traitements théoriques est minimale et à peine visible sur les représentations graphiques ci-dessous.

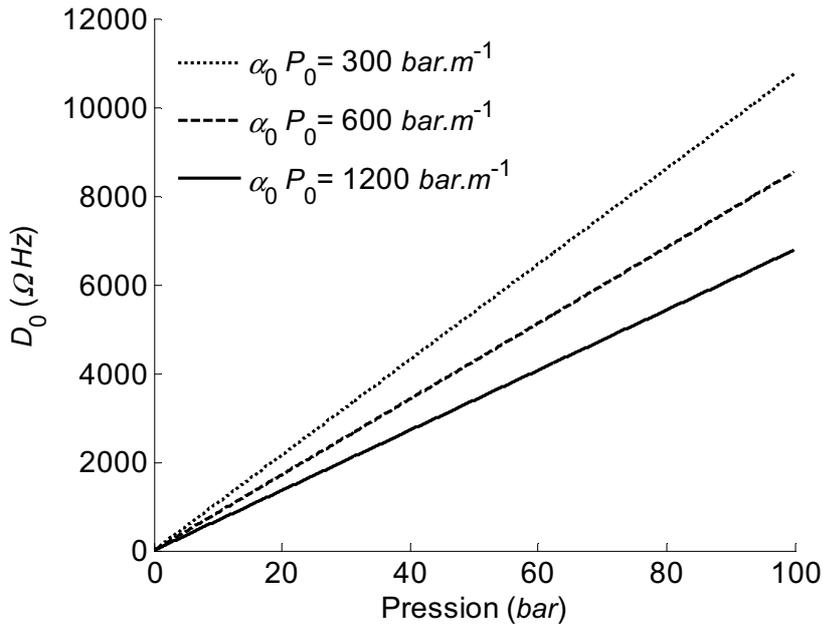


Figure V.22. Représentation graphique du traitement D_0 en fonction de $\alpha_0 P_0$.

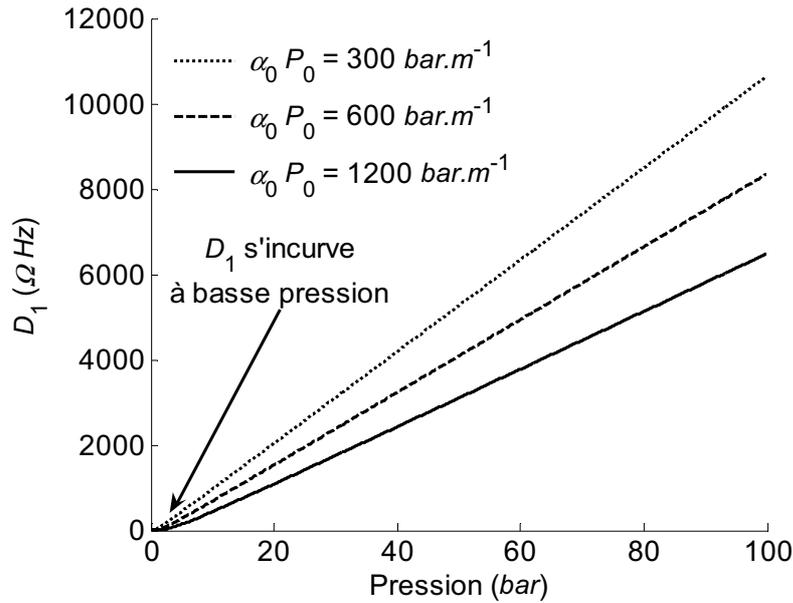


Figure V.23. Représentation graphique du traitement D_1 en fonction de $\alpha_0 P_0$.

Pour être exhaustif, nous mentionnons sans le développer un essai de traitement appelé E , qui extrait les bouclettes du bruit par filtrage adaptatif (technique classique en détection). Le filtrage est effectué par la corrélation de \tilde{Z}_b avec une Lorentzienne de largeur égale à celle des pics du gaz (c'est une reconnaissance de forme). En prenant le module du signal ainsi filtré, on s'affranchit de la phase. Appliqué à des données expérimentales, le bruit est effectivement fortement rejeté mais nous montrerons qu'aucun gain significatif n'est visible entre les traitements E_0 et E_1 et les traitements A_0 et A_1 .

7. Comparaison des traitements

7.1 Comparaison des tempographes

Quel que soit le traitement, on obtient une fonction de la forme suivante :

$$T(t) = M(t) \sum_{m=0}^{\infty} G_0(t - mT) \quad (\text{V.34})$$

avec $G_0(t) = TF^{-1} [G_0(f)]$

Cette fonction présente des pics de forme identique, celle de $G_0(t)$. Ils sont régulièrement espacés de $T = 2D/c$ et leur amplitude est modulée par la fonction $M(t)$.

La lecture de la position du premier pic du tempographe (§8) donne la vitesse, son amplitude permet de déterminer la pression : ce sont les traitements d'indice 1 ($A_1, B_1 \dots$). L'amplitude du tempographe en $t = 0$, qui correspond à l'intégrale des bouclettes, permet aussi de déduire la pression : ce sont les traitements d'indice 0 ($A_0, C_0 \dots$).

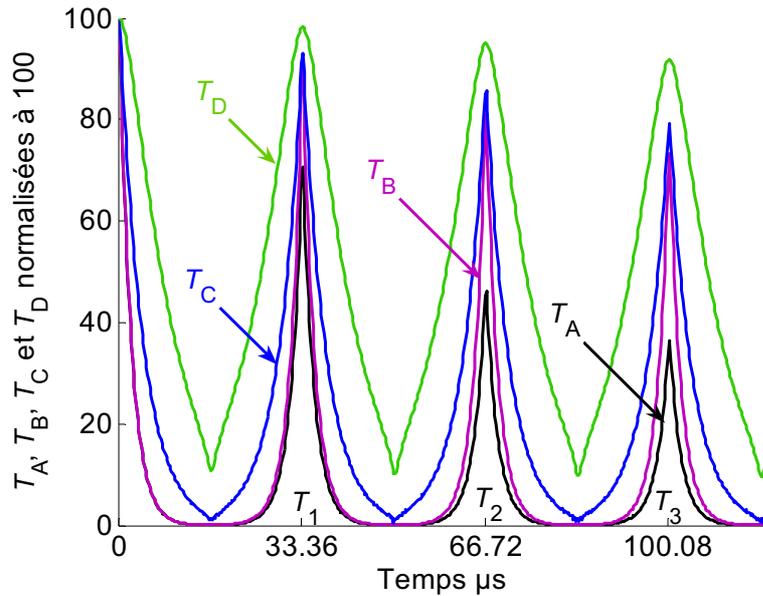


Figure V.24. Comparaison des tempographe $T_A(t)$, $T_B(t)$, $T_C(t)$ et $T_D(t)$.

Compte tenu des différentes expressions des tempographe, on constate (Figure V.24) que les divers traitements donnent des pics de différentes largeurs. Les pics des tempographe A et B sont les plus fins et les plus aptes aux mesures de célérité (§8).

7.2 Comparaison des traitements A_1 , B_1 , C_1 et D_1

La figure IV.25 permet de comparer les traitements A_1 , B_1 , C_1 et D_1 et leur capacité à détecter des gaz à basse pression ($P < 50 \text{ bars}$). Graphiquement, cela dépend de la courbure plus ou moins prononcée à basse pression. Qualitativement, le traitement dont la courbe est au-dessus de l'autre (Figure V.25), à une pression donnée, est meilleur. Tous les traitements sont très bien décrits avec une fonction du type :

$$aPe^{\frac{-c}{P}} \approx a(p-c) + O\left(\frac{1}{P}\right) \quad (\text{V.35})$$

où le terme $e^{\frac{-c}{P}}$ est responsable du coude à basse pression et empêche des mesures précises dans ce domaine. Sur la Figure V.25 nous avons tracé les courbes des traitements d'indice 1 et leur asymptote selon la relation simplifiée ci-dessus. L'asymptote aux courbes croise l'axe des abscisses en $P = P_c$, pression qui peut être assimilée à la pression en deçà de laquelle les mesures deviennent difficiles. Les pressions de coupure P_c des traitements B_1 , C_1 , D_1 se déduisent directement des expressions données plus haut et valent :

- ✓ $B_1: P_c = 2\alpha D$
- ✓ $C_1: P_c = \alpha D$
- ✓ $D_1: P_c = \frac{2}{3}\alpha D$
- ✓ A_1 : expression compliquée

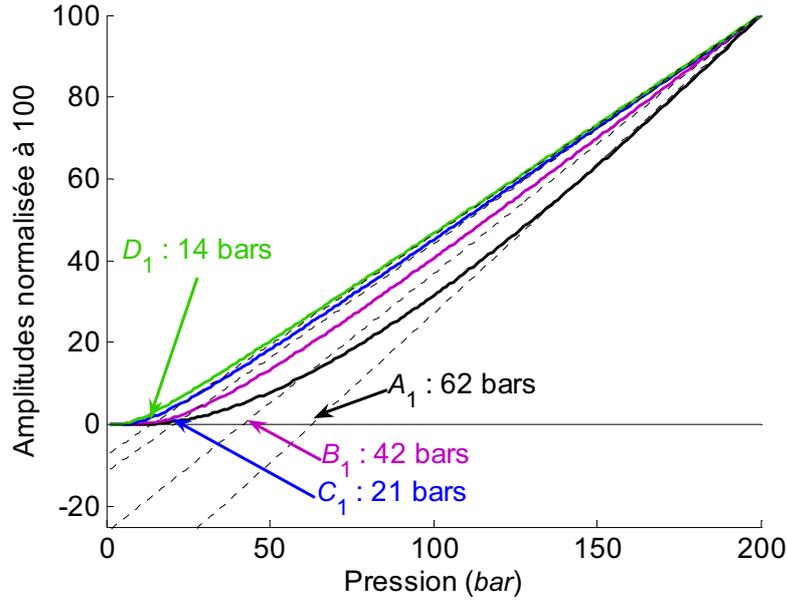


Figure V.25. Comparaison des traitements A_1 , B_1 , C_1 , et D_1 et de leur pression de coupure avec $\alpha_0 P_0 = 2500 \text{ bar.m}^{-1}$.

La pression de coupure du traitement D_1 est égale au tiers de celle du traitement B_1 qui est toujours inférieure à celle du traitement A_1 (Figure V.25). Avec la pression de coupure la plus petite, le traitement D_1 présente le coude le moins prononcé à basse pression. **C'est donc le traitement le plus linéaire des traitements d'indice 1 et le plus performant à basse pression.**

7.3 Comparaison des traitements A_0 , C_0 et D_0

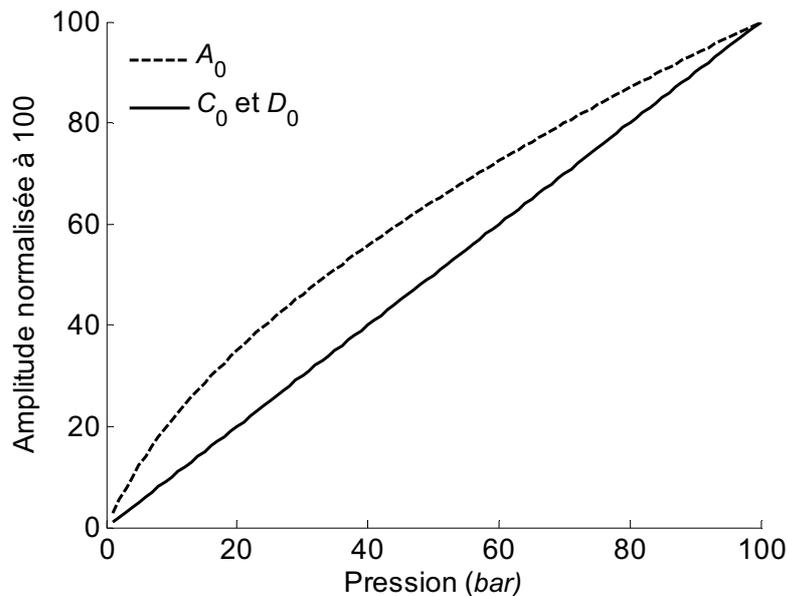


Figure V.26. Comparaison des traitements A_0 , C_0 et D_0 avec $\alpha_0 P_0 = 300 \text{ bar.m}^{-1}$. Les traitements C_0 et D_0 normalisés se confondent car ils sont tous deux linéaires avec la pression.

Les traitements A_0 , C_0 et D_0 sont théoriquement bien supérieurs aux traitements A_1 , B_1 , C_1 et D_1 car ils n'ont pas de coude à basse pression. La dérivée du traitement A_0 est théoriquement verticale à l'origine, c'est donc le traitement le plus sensible dans cette gamme. Les traitements C_0 et D_0 présentent l'avantage d'être linéaires avec la pression.

7.4 Effet du bruit de mesure sur l'incertitude de pression

Lors de l'acquisition des spectres expérimentaux, chaque point x_i est affecté d'une incertitude provenant du bruit, de variance u_x . Toute fonction $f(x_i)$, calculée à partir de ces données est affectée également d'une incertitude de variance égale à :

$$u_f^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u_x \right)^2 \quad (\text{V.36})$$

L'application de cette relation à chacun des traitements fait apparaître les résultats de la Figure V.27 ci-dessous.

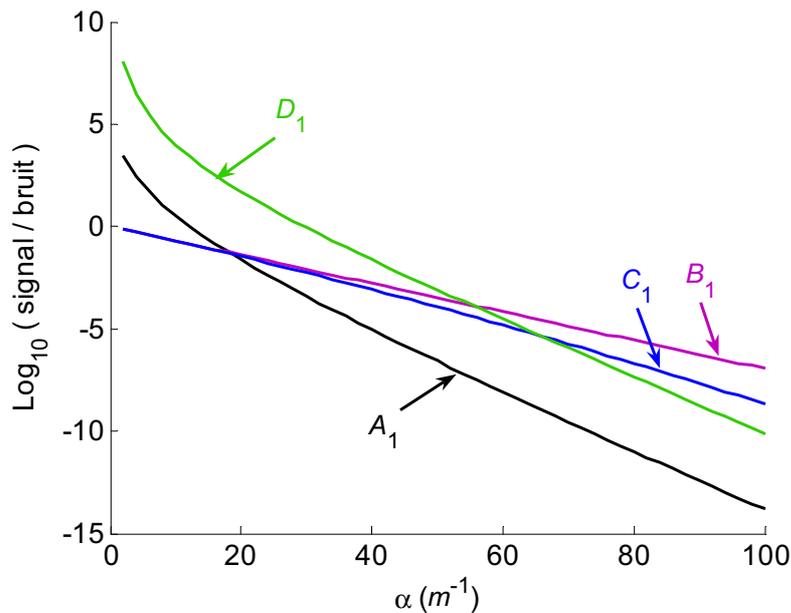


Figure V.27. Rapport signal sur bruit de chacun des traitements en fonction de l'absorption. Le traitement B_1 est choisi comme référence.

Le traitement D_1 est le moins sensible au bruit sur la majeure partie de la gamme d'absorption. Le traitement B_1 présente un léger avantage pour les très fortes valeurs d'absorption.

Pour les traitements A_0 , C_0 et D_0 se rajoute un bruit blanc indépendant du nombre de points de mesures. Il résulte de l'intégrale, du bruit électronique, des résidus de filtrage (résidu de la boucle), et des résonances non souhaitées. Ce bruit peut être important (Chap. VI). Théoriquement les traitements A_1 , B_1 , C_1 et D_1 , qui recueillent l'information à la

fréquence des résonances du gaz, sont donc moins sensibles au bruit que les traitements A_0 , C_0 et D_0 .

8. Mesure de la célérité

8.1 Mesure de célérité utilisant le spectrogramme

On peut calculer la vitesse de l'onde en mesurant directement sur le spectre fréquentiel $X(f)$ la position des résonances du gaz (Figure V.28). Si on mesure N résonances, dans un intervalle de fréquences égale à la bande passante B_f , le pas en fréquence (Δ_f) est donné par :

$$\frac{f_N - f_1}{N} = \frac{B_f}{N}$$

La position de chaque résonance est connue à $\delta f = \Delta_g/2$ près, donc l'incertitude sur le pas en fréquence vaut $\delta\Delta_f = \Delta_g/N$ et l'incertitude relative (identique à celle commise sur la vitesse) est égale à :

$$\frac{\delta c}{c} = \frac{\delta\Delta_f}{\Delta_f} = \frac{\Delta_g}{B_f} = \frac{\alpha c}{\pi B_f} \quad (\text{V.37})$$

Pour $\alpha = 6 \text{ m}^{-1}$, $c = 500 \text{ ms}^{-1}$ et $B_f = 1 \text{ MHz}$ l'incertitude vaut avec cette méthode : $\delta c/c = 0,01\%$. Cette méthode permet d'accéder à la valeur de la vitesse avec une incertitude très faible. Elle n'est cependant pas facile à automatiser car il faut rechercher les résonances au bord de la fenêtre de sensibilité, dans une zone où elles se distinguent mal du bruit.

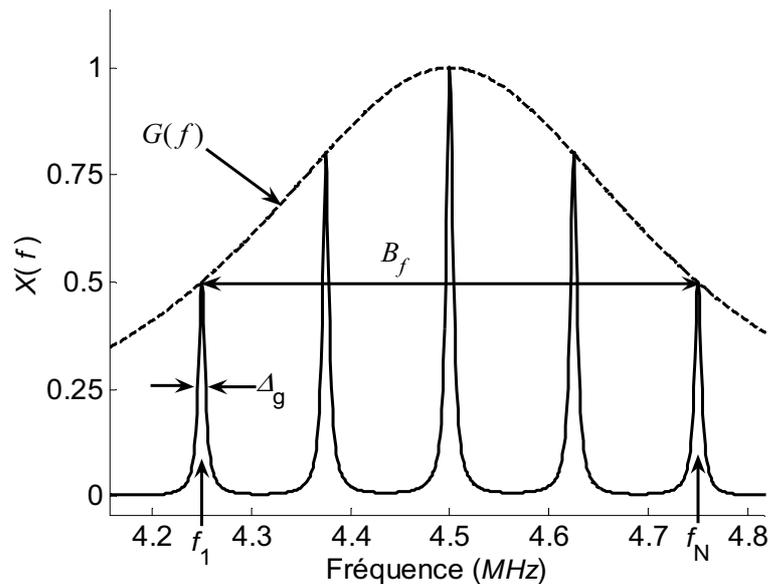


Figure V.28. $X(f)$ avec $\Delta_f = 100 \text{ kHz}$, $B_f = 500 \text{ kHz}$ et $f_0 = 4.5 \text{ MHz}$.

8.2 Mesure de célérité utilisant le tempographe

Quel que soit le traitement (A , B , C ou D), on obtient une fonction avec des pics régulièrement espacés dans le temps de $T = 2D/c$ (Figure V.24). La célérité se déduit de n 'importe quel tempographe par la relation :

$$c = \frac{m(2D)}{T_m} \quad (V.38)$$

avec $\begin{cases} m : \text{ordre du pic} \\ T_m : \text{temps } m^{\text{ème}} \text{ maximum} \end{cases}$

En première approximation, sachant que les pics d'un tempographe sont tous de même largeur Δ_t , on déduit que l'erreur relative sur la vitesse vaut :

$$\frac{\delta c}{c} = \frac{\Delta_t}{T_m} = \frac{1}{m} \frac{\Delta_t}{T_1} \quad (V.39)$$

La valeur de la vitesse lue sur le $m^{\text{ième}}$ pic est donc m fois plus précise que celle lue sur le premier pic. Avec une sensibilité en forme Lorentzienne de largeur B_f de 1 MHz produisant des pics dans le tempographe de largeur Δ_t égale à $2 \ln 2 / \pi B_f = 0,44 \mu\text{s}$, l'incertitude relative sur la vitesse, si on utilise le premier pic, vaut :

$$\Delta c/c = 0,44/33,3 = 1,3 \%$$

avec les données de la Figure V.18. En utilisant le centième pic, elle ne serait plus que de $0,01\%$. On voit de suite l'intérêt de considérer l'ensemble des pics du tempographe et plus particulièrement les pics d'ordre élevé. Cependant, cette opération est limitée par l'amplitude des pics qui décroît avec m et peut devenir plus faible que le bruit.

8.3 Mesure automatisée (post-traitement) de la célérité

Pour obtenir une bonne précision sur la célérité, nous pensons qu'il faut utiliser tous les pics visibles du tempographe. Nous avons donc imaginé le post-traitement suivant.

Chaque pic d'ordre m du tempographe est contracté d'un facteur m et ajouté au précédent selon l'expression suivante

$$S(t') = \sum_{m=1}^{M_{\max}} M(mT) G_0(m(t' - T)) \quad (V.40)$$

avec $t' = \frac{t}{m}$

Le principe de cette opération est illustré sur la Figure V.29 ci-après.

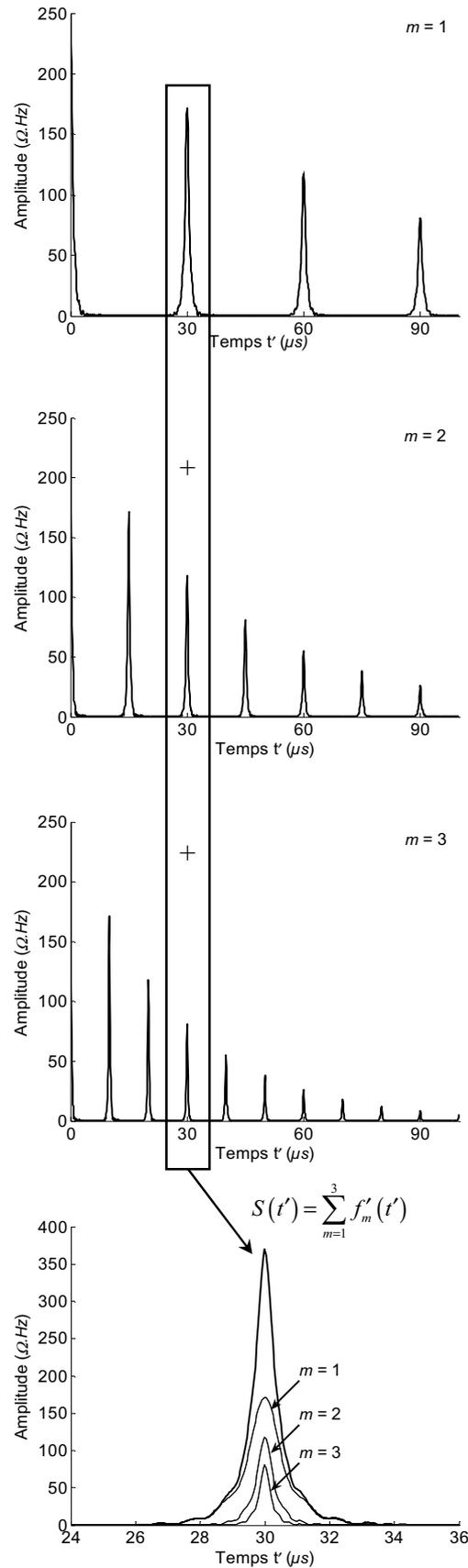


Figure V.29. Schéma de principe de l'opération de post-traitement pour $m=1$ à 3 . On obtient un pic plus fin donnant la vitesse plus précisément.

Expérimentalement, la somme est limitée à M_{max} entier correspondant au nombre de pics utilisables (sortant du bruit). Nous obtenons un pic plus fin dont la position du maximum (par effet de moyenne) donne une valeur plus précise de la vitesse. Nous allons effectuer une étude théorique de cette opération pour le traitement B_1 dont l'expression du tempographe est (V.20) :

$$T_B(t) \propto e^{-\alpha ct} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\pi B_f |t-mT|}$$

En supposant que la fonction $e^{-\alpha ct}$ est suffisamment lentement variable et constante au voisinage d'un pic, on peut écrire que chaque pic d'ordre m s'exprime par :

$$f_m(t) \propto e^{-\alpha cmT} e^{-\pi B_f |t-mT|} \quad (V.41)$$

Si on fait le changement de variable $t' = t/m$, on obtient

$$f'_m(t') = e^{(-\alpha cmT)} e^{-\pi B_f m|t'-T|} \quad (V.42)$$

En effectuant la somme de cette dernière relation on obtient :

$$S(t') = \sum_{m=1}^{M_{max}} f'_m(t') = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-m(\alpha cT + \pi B_f |t'-T|)} \quad (V.43)$$

Cette fonction contient de nombreux pics dont l'un est centré en $t' = T$.

Nous reconnaissons dans l'expression précédente celle d'une suite géométrique de raison $q = e^{(\alpha cT + \pi B_f (t'-T))}$ et l'expression (V.43) devient à la limite, quand $M_{max} \rightarrow \infty$:

$$S(t') = \frac{1}{1 - e^{u + \pi B_f (t'-T)}} \quad (V.44)$$

avec $u = \alpha cT$

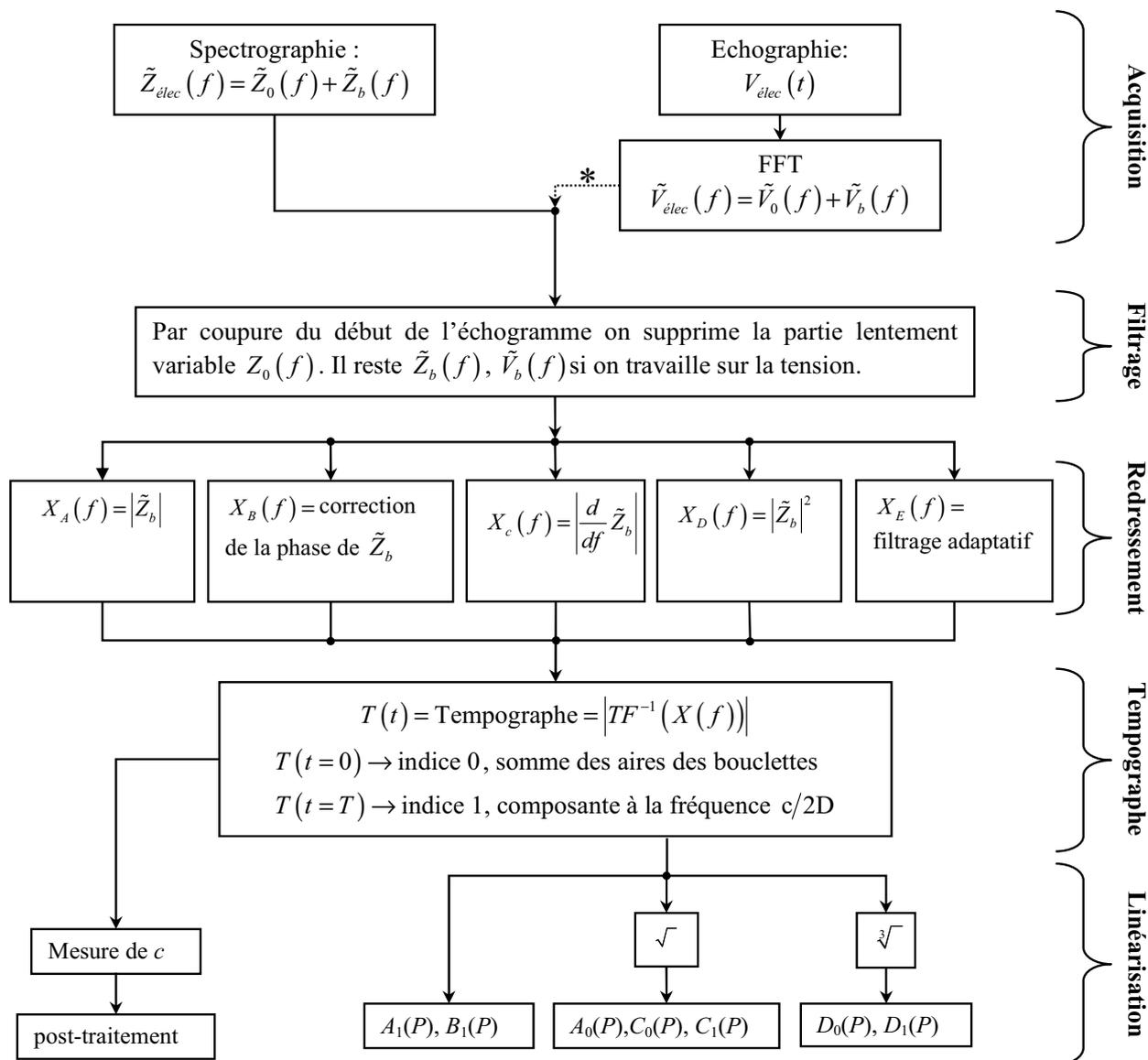
La largeur à mi-hauteur du pic de cette fonction est donnée par $S(t') = 1/2$. Cette largeur s'exprime au premier ordre par $\Delta'_t = u/\pi B_f$, qui divisée par T donne :

$$\frac{\delta c}{c} \approx \frac{\Delta'_t}{T} = \frac{\alpha c}{\pi B_f} \quad (V.45)$$

La précision de la mesure de vitesse avec la somme $S(t')$ est équivalente à la méthode « manuelle » sur le spectrogramme. Elle donne le résultat le plus précis possible accessible à partir des données expérimentales. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait qu'il n'y a aucune opération de recherche des pics dans un spectre, et qu'elle peut être ajoutée comme option dans le programme de traitement de données.

9. Conclusion

Nous avons introduit dans les paragraphes précédents sept traitements (A_0 , C_0 , D_0 , A_1 , B_1 , C_1 et D_1) dont nous résumons les différences dans l'organigramme ci-dessous.



* La suite du traitement est identique à celles des expériences de spectrographie, en remplaçant partout l'impédance \tilde{Z}_b par la tension \tilde{V}_b .

Figure V.30. Synoptique d'obtention des traitements.

Les traitements A_0 et A_1 sont les plus simples à programmer. Le premier est le plus sensible à basse pression, le second à haute pression.

La différence entre les traitements C et D est minimale. Ils sont tous deux intéressants en raison de leur linéarité avec la pression et seront testés au Chap. VI.

Le traitement B_1 semble combiner les qualités des deux autres, cependant il est plus difficile à mettre en œuvre car il faut obtenir la phase des bouclettes. L'ensemble des performances est résumé dans le Tableau V.1 ci-après.

Traitement	Performance célérité	Linéarité	Sensibilité à 50 bars	Sensibilité à 100 bars	Insensibilité au bruit
A_0	—	**	****	*	*
A_I	****	*	*	****	**
B_I	****	**	**	**	**
C_0	—	***	***	***	*
C_1	***	***	***	***	*
D_0	—	****	****	***	**
D_1	**	****	****	***	***

— inadapté à cette opération * mauvais, ** moyen, *** bon, **** excellent.

Tableau V.1. Comparatif des performances théoriques des traitements.

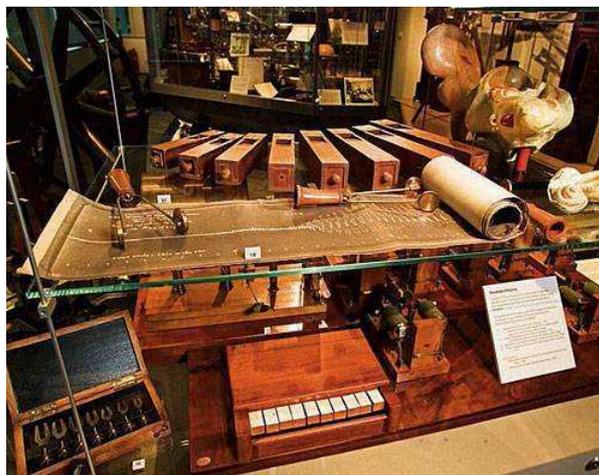
L'ensemble des calculs de ce chapitre a été effectué sur la base d'hypothèses simplificatrices et de pics de forme simple. Nous avons raisonné sur un système n'ayant qu'une seule boucle, ce qui correspond à un domaine fréquentiel limité. De plus, nous avons supposé que α était indépendant de la fréquence et négligé l'absorption propre du capteur.

Nous verrons au chapitre VI que les tempographe issus des expériences diffèrent légèrement de ceux exposés ici, tout en gardant le même aspect. Les développements théoriques effectués dans ce chapitre seront donc utilisés pour les courbes d'étalonnage.

10. Bibliographie

- [1] M.F Narbey, "*Mesure de pression et de composition des gaz de fission dans les crayons combustibles des centrales à réacteur à eau pressurisée par méthode acoustique.*" 2000, Thèse de doctorat Université Montpellier II.
- [2] F. Rodier, "*Distributions et transformation de Fourier; à l'usage des physiciens et des ingénieurs.*". 1984: McGraw Hill.
- [3] E. Kinsler, et al., "*Fundamentals of acoustics Chap 14 Transduction.*". 4th ed. 2004: John Wiley & Son
- [4] A.B Carlson, "*Communication systems; An introduction to signals and Noise in electrical Communication.*" 3 ed. 1986: McGraw-Hill New York.
- [5] A.W.M Van Den Enden and N.A.M. Verhoeckx, "*Traitement numérique du signal, une introduction.*". 1992: Masson.

VI RESULTATS EXPERIMENTAUX



Photos de divers instruments acoustiques du musée « Harvard's Collection of Historical Scientific Instruments ». En haut huit tuyaux d'orgues de Rudolph Koenig (1832-1901) inventeur d'un analyseur qui détermine les composantes spectrales d'un son quelconque à l'aide de plusieurs résonateurs de Helmholtz. En face un enregistrement d'une onde acoustique réalisé avec un « Phonodeik » fabriqué par Dayton C. Miller, Cleveland, 1909. En bas une série de diapasons ; 670 d'entre eux servirent à Rudolph Koenig pour créer le « tonomètre » appareil permettant d'accorder n'importe quel instrument.

1.	Banc expérimental.....	140
2.	Comparaison des empilements théoriques et expérimentaux	143
3.	Courbes d'étalonnage	145
4.	Précision du capteur sans ressort.....	148
4.1	Répétabilité.....	148
4.2	Etude capteur fixe et fidélité des étalonnages	148
4.2.1	Précision des mesures de vitesse.....	149
4.2.2	Fidélité des mesures en pression	152
4.2.2.1	Fidélité des mesures en spectrographie.....	153
4.2.2.2	Fidélité des mesures en échographie (série s2 et s4).....	157
4.2.3	Retour sur le comportement théorique des capteurs	158
4.2.4	Conclusion de l'étude « capteur fixe ».....	160
4.3	Etude de la reproductibilité avec capteur mobile	160
4.3.1	Influence du temps de coupure.....	160
4.3.2	Reproductibilité liée à l'épaisseur de couplant	163
4.3.3	Reproductibilité fonction de la position du capteur	164
4.4	Origine des non-reproductibilités.....	168
4.5	Modélisation et essais de compensation de la non-reproductibilité.....	172
4.6	Conclusion sur la précision des mesures.....	175
5.	Effet du ressort	176
5.1	Effet du ressort sur les traitements	176
5.2	Reproductibilité en fonction de la position avec le ressort	179
5.3	Modélisation théorique des effets du ressort.....	181
5.3.1	Sources équivalentes et modèles de simulation	182
5.3.2	Comparaison des résultats théorique et expérimentaux	184
5.3.3	Effet du pas du ressort.....	186
5.3.4	Conclusion sur l'effet du pas du ressort	189
6.	Prise en compte de l'équation d'état des gaz réels.....	189
7.	Bibliographie.....	194

1. Banc expérimental

La plupart des expériences ont été réalisées avec un tronçon de crayon en zircalloy 4, contenant une zone avec un ressort (Figure VI.1) comprimé à la pression nominale de fabrication ($450 \text{ kgf} = 4410 \text{ N}$) ; une zone sans ressort permet d'effectuer des comparaisons. Le crayon est connecté à un dispositif de pressurisation disposant de deux entrées de gaz purs pour effectuer des mélanges. Un manomètre de précision, d'incertitude de $\pm 0,1 \text{ bar}$ sur la gamme 0-200 bars, indique la pression de référence dans le crayon (Figure VI.3). La prise de température est réalisée à l'aide d'une sonde PT 100 (Figure VI.4).

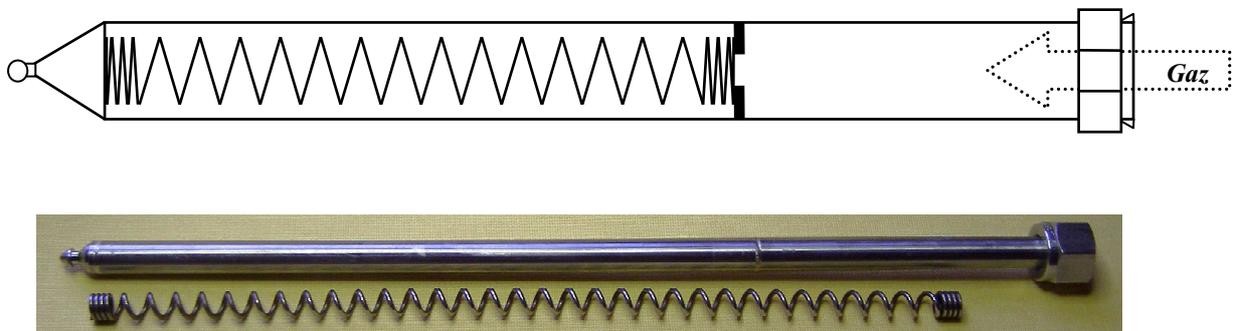


Figure VI.1. Crayon pour les mesures acoustiques avec et sans ressort.

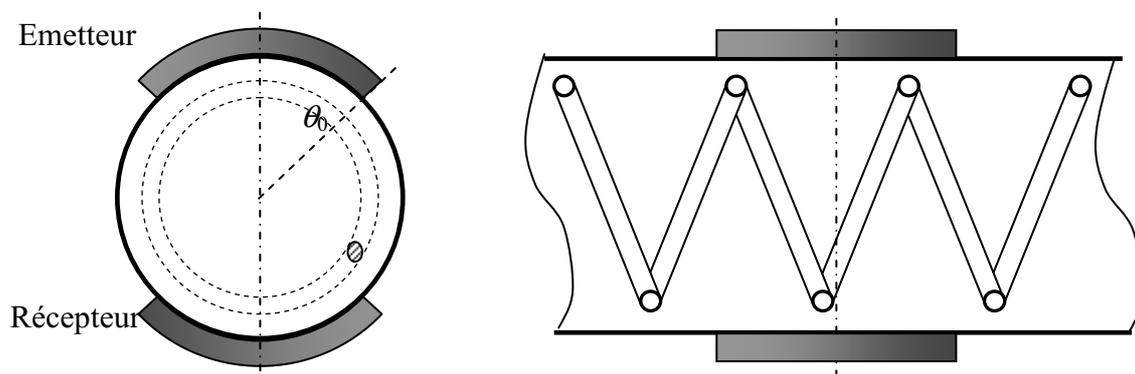


Figure VI.2. Schéma de principe de la mesure en transmission.

Les mesures sont effectuées en réflexion ou en transmission comme représenté ci-dessus. Les mesures en réflexion (avec un seul transducteur) ont été privilégiées car elles sont plus faciles à mettre en œuvre dans un assemblage de crayons.

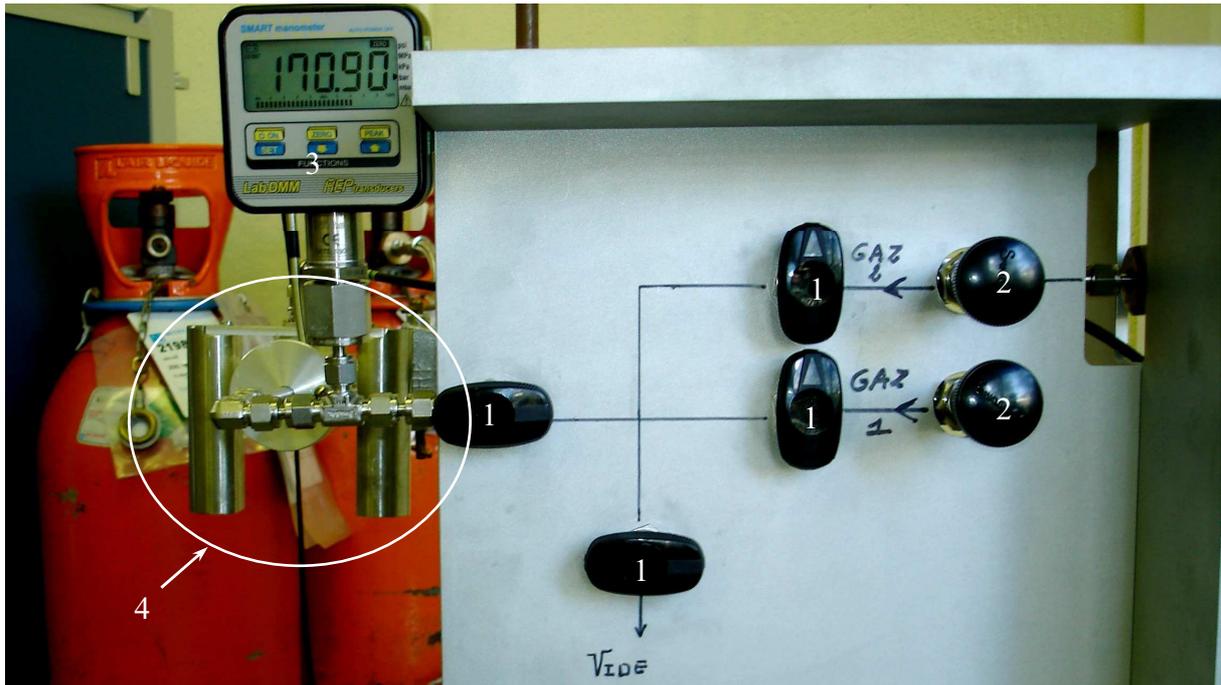


Figure VI.3. Vue de face du banc expérimental mettant en évidence le système de remplissage :

- 1- vanne à boisseau sphérique 1/4 de tour,
- 2- vanne pointeau pour effectuer les mélanges,
- 3- manomètre,
- 4- système de mesure (détaillé ci-dessous).

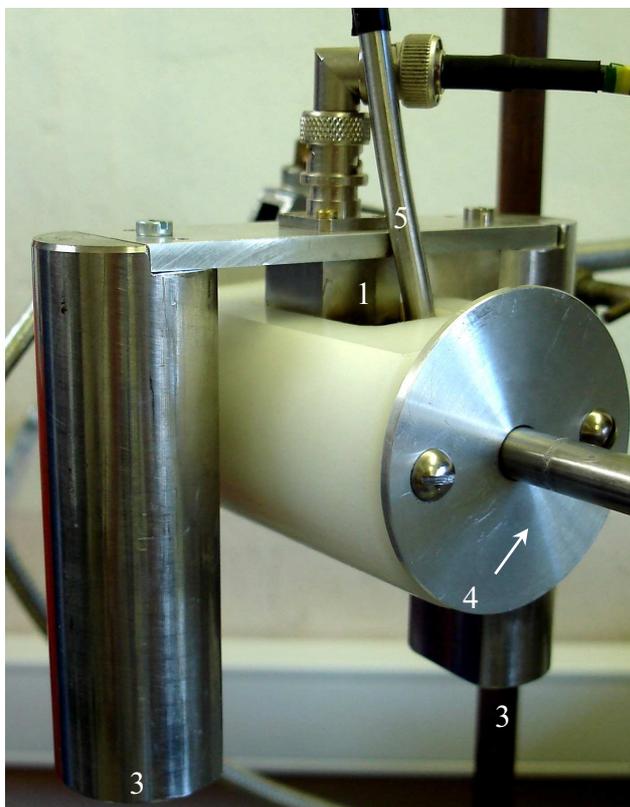


Figure VI.4. Système de mesure (pour application en cellule chaude) :

- 1- capteur,
- 2- cuve contenant le couplant,
- 3- système à poids qui permet d'appliquer une force constante et de déplacer le centre de gravité sous le tube. Le capteur est stable et se positionne facilement,
- 4- tronçon de crayon,
- 5- sonde PT100.

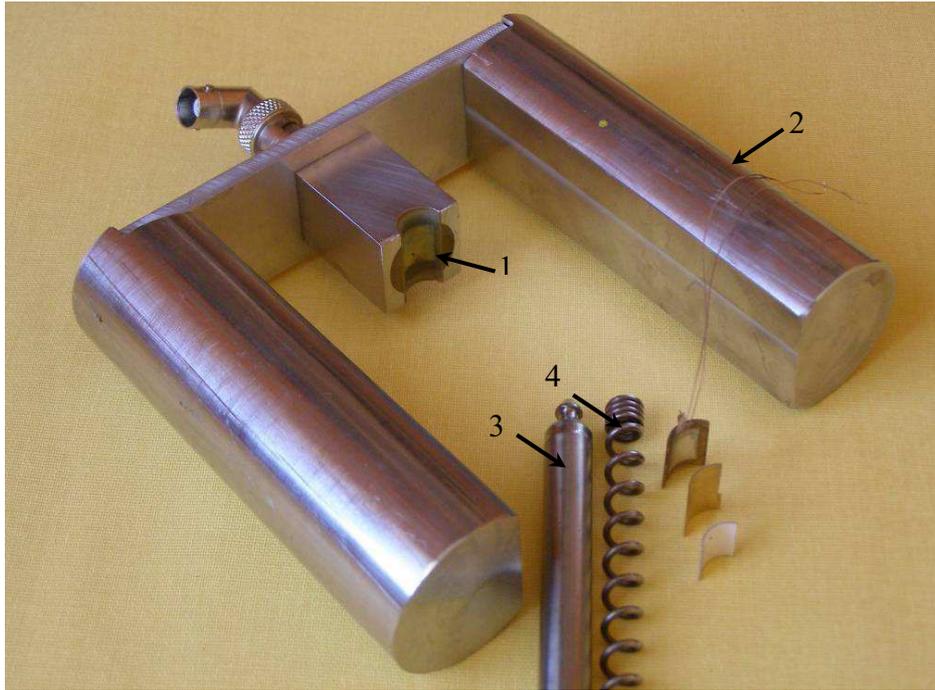


Figure VI.5. 1– capteur, 2– système d’appui, 3– crayon, 4– ressort de maintien.

Les éléments du capteur et les étapes de sa réalisation sont visibles sur la Figure VI.6.

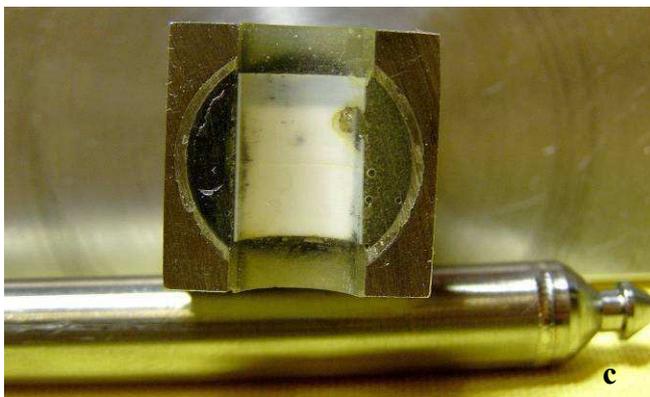
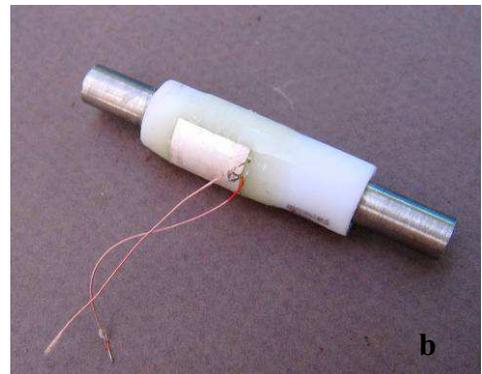
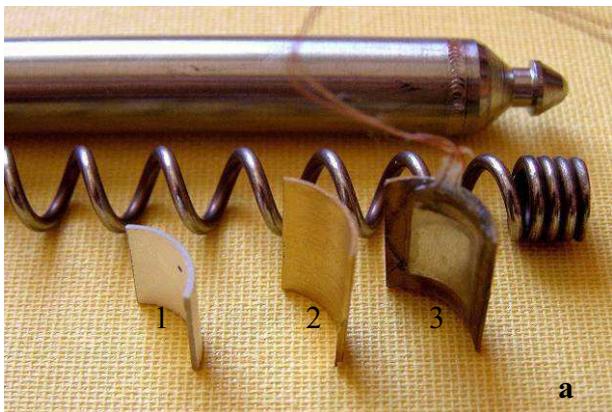


Figure VI.6. Etape de fabrication d’un capteur :

- a) 1 – tuile PZT, 2 – dos en laiton, 3 – empilement actif,
- b) réalisation de l’espace par collage sur un gabarit en téflon,
- c) l’empilement est moulé dans un parallélépipède d’incox.

2. Comparaison des empilements théoriques et expérimentaux

Pour vérifier l'adéquation entre les empilements théoriques et expérimentaux, nous avons choisi d'utiliser la sensibilité au gaz STG_1 avec le traitement A_1 :

$$STG_1 = \frac{A_1(P)}{Z_c} = \frac{\left| \int X_A(f) \exp(+i2\pi fT) df \right|}{Z_c} \quad (VI.1)$$

avec $\begin{cases} Z_c : \text{impédance caractéristique du gaz} \\ X_A(f) : \text{module des bouclettes} \end{cases}$

Nous avons choisi d'utiliser le traitement A_1 car il est simple à mettre en œuvre et fonctionne en toutes circonstances. Nous calculons cette sensibilité à partir des spectres d'impédance (Figure VI.7), car cette grandeur est indépendante des conditions d'attaque électrique et donc caractéristique d'un empilement.

Nous allons effectuer notre discussion sur cinq empilements dont les caractéristiques géométriques sont données dans le Tableau VI.1 ci-dessous.

Nom	Couplage avant	Dos	Sensibilité STG_1 théorique	Sensibilité STG_1 expérimentale
A1	Epoxy/Ag 20 μm Aluminium 180 μm caramel 10 μm	Laiton 380 μm Epoxy 80 μm	0,181	0,245
J1	Polyester 260 μm Caramel 60 μm	Aucun	0,233	0,242
L1	Epoxy 240 μm Eau 10 μm	Aucun	0,257	0,214
M1	Epoxy 11 μm Céramique Macor® 239 μm Eau 10 μm	Colle époxy chargée au tungstène	0,173	0,168
M2	Epoxy 11 μm Céramique Macor® 239 μm cire 10 μm	Colle époxy chargée au tungstène	0,145	0,121

Tableau VI.1. Description des empilements et comparaison de la sensibilité au gaz théorique et expérimentale.

Les caractéristiques acoustiques des céramiques piézoélectriques de chaque capteur sont déterminées, avant montage, en ajustant leur courbe d'impédance. En tenant compte des pertes dues à la diffraction, en plus de celles de chacune des couches de l'empilement, nous pouvons modéliser chaque capteur à l'aide du modèle 1D décrit dans le chapitre IV. Les

valeurs de vitesse et de coefficient d'absorption des matériaux utilisés ont été mesurées au laboratoire sur des barreaux réalisés dans le matériau, ou issues de la littérature [1-7].

Matériaux	Masse volumique $kg.m^{-3}$	Célérité $m.s^{-1}$	Coefficient de qualité	Impédance $MRayl$
Epoxy argent	2710	2130	13	5,8
Epoxy	2580	2580	28	2,3
Polyester	1205	2530	50	3,0
Céramique Macor®	2510	5700	*	14,3
Zircalloy 4	6550	4720	*	30,9
Aluminium	2795	6400	*	17,9
Laiton	8410	4350	250	36,6
Caramel	1382	2000	200	2,7
Eau	1000	1498	*	1,48

Tableau VI.2. Caractéristiques acoustiques des matériaux utilisés pour la réalisation des capteurs (4 MHz à 20°C) ; * matériaux considérés comme non absorbants à 4 MHz.

Les mesures ont été effectuées dans la cuve remplie d'eau, le tube pressurisé à 190 bars avec un mélange d'hélium/argon à 40% (son impédance caractéristique est proche de celle d'un mélange d'hélium/xénon à 10%).

Nous constatons que le modèle 1D, bien qu'excluant toute information relative aux ondes transverses, rend bien compte de la forme générale de l'impédance et de la position des résonances du système et du gaz (Figure VI.7). L'amplitude des bouclettes paraît moins bien reproduite, car dans certaines zones elles disparaissent (Figure VI.7.a). En moyenne, sur tout le spectre, les différences peuvent atteindre 30% (Tableau VI.1). L'amplitude théorique des pics du gaz est plus grande que celle observée. Il y a donc des phénomènes d'absorption dont nous ne tenons pas compte dans notre modèle 1D. Comme nous le verrons ils sont dus aux non-parallélismes inhérents à la fabrication artisanale de nos capteurs et aux imperfections de la cavité (ovalisation, variation d'épaisseur $\pm 40 \mu m$ sur le diamètre interne...).

Le dédoublement des pics (Figure VI.7.e) du tube n'est pas pris en compte dans le modèle 1D. Il est dû à des résonances de la gaine (non souhaitées) aux environs de 4 MHz et 4,2 MHz (Figure VI.7.c). Ces résonances correspondent à des modes d'ordre n élevé, car nous travaillons avec des tiers de tuile. En effet, ces résonances ne sont pas observées sur un spectre obtenu avec un cylindre piézoélectrique complet placé concentriquement autour du tube. Elles peuvent être aussi supprimées en assurant un couplage fort entre le capteur et le tube, par exemple en remplaçant l'eau par du caramel ou mieux par de la cire (Figure VI.7.d).

Malgré les perturbations dues aux résonances à 4 et 4,2 MHz, l'adéquation entre les spectres expérimentaux et théoriques est bonne et justifie l'utilisation du modèle 1D comme outil d'optimisation introduit au chapitre IV.

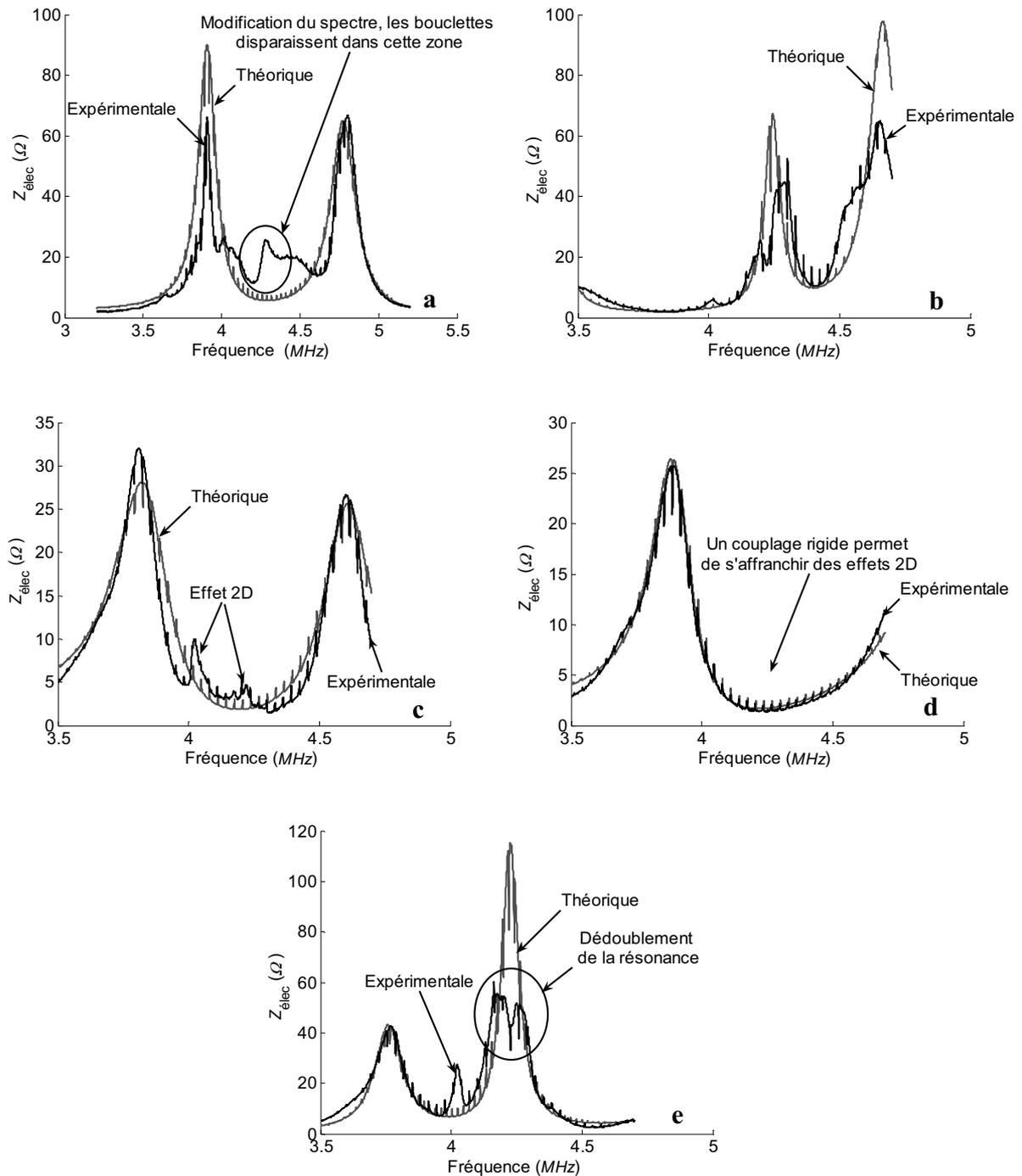


Figure VI.7. Comparaison des spectres d'impédance théoriques et expérimentaux des empilements a) A1 b) J1 c) M1 d) M2 e) L1.

3. Courbes d'étalonnage

L'opération du « tempographe » définie au chapitre V consiste à prendre le module de la transformée de Fourier inverse des bouclettes redressées :

$$T(t) = \text{Tempographe} = \left| TF^{-1}(X(f)) \right| \quad (\text{VI.2})$$

On obtient une fonction présentant des pics de période T (Figure VI.8). L'amplitude des pics du tempographe est fonction de la pression, ici $A_1(P)$, et leur position est fonction de la vitesse du son dans le gaz. Ces deux fonctions vont servir à l'étalonnage du capteur.

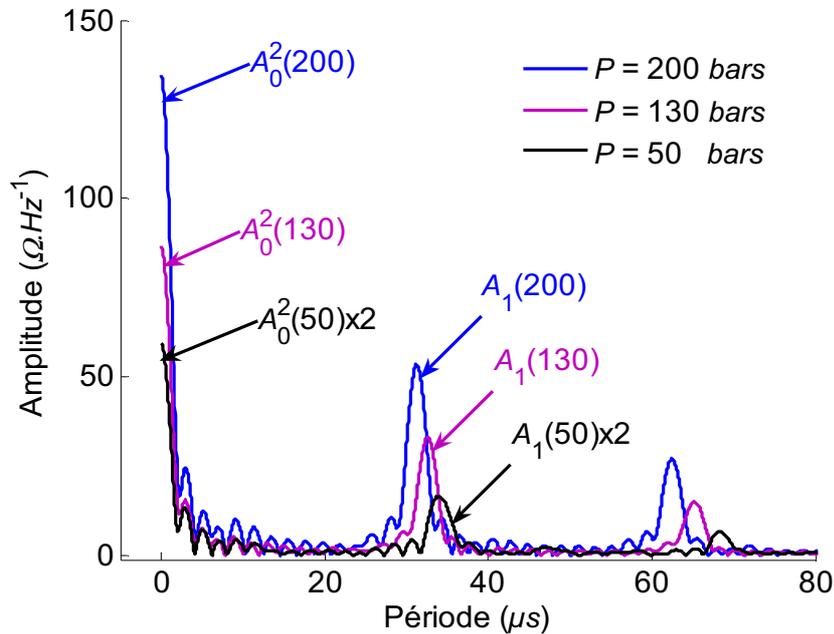


Figure VI.8. Exemple de tempographe en fonction de la pression, tempographe effectué à partir des courbes de la Figure V.4.

Comme aucun des traitements n'est dans la même gamme d'amplitudes, nous allons comparer leur réponse normalisée à 100, $a = \frac{\text{amplitude}}{\text{Max}(\text{amplitude})} \times 100$.

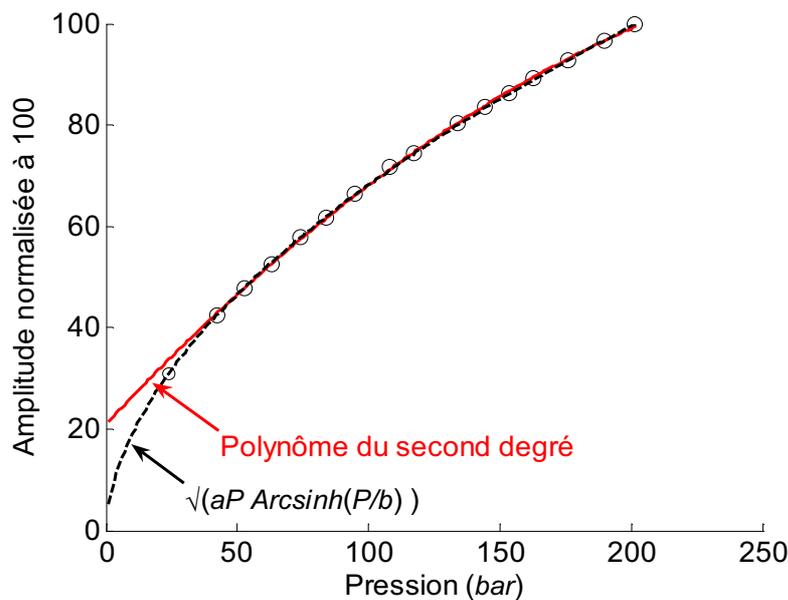


Figure VI.9. Ajustement du traitement A_0 ; un polynôme du second degré décrit correctement le comportement de ce traitement au delà de 30 bars.

La réponse du traitement A_0 est théoriquement du type $\sqrt{aP \operatorname{Arcsinh}(b/P)}$. Un polynôme du second degré (plus facile à manipuler) est suffisant pour décrire le comportement du traitement au delà de 30 bars (Figure VI.9).

Les traitements A_0 , C_0 , D_0 et E_0 sont donc ajustés à l'aide d'un polynôme du second degré :

$$\hat{a} = aP^2 + bP + c \quad (\text{VI.3})$$

L'existence du terme c ne signifie pas une réponse à pression nulle mais l'extrapolation de la parabole à l'origine.

Les traitements A_1 , B_1 , C_1 , D_1 et E_1 présentent un coude à basse pression (Figure VI.10), ils sont ajustés à l'aide d'une fonction du type :

$$\hat{a} = (aP^2 + bP) \exp^{(-c/P)} \quad (\text{VI.4})$$

Le terme exponentiel décrit le coude à basse pression. Au-delà de 30 bars, un polynôme du second degré est aussi suffisant.

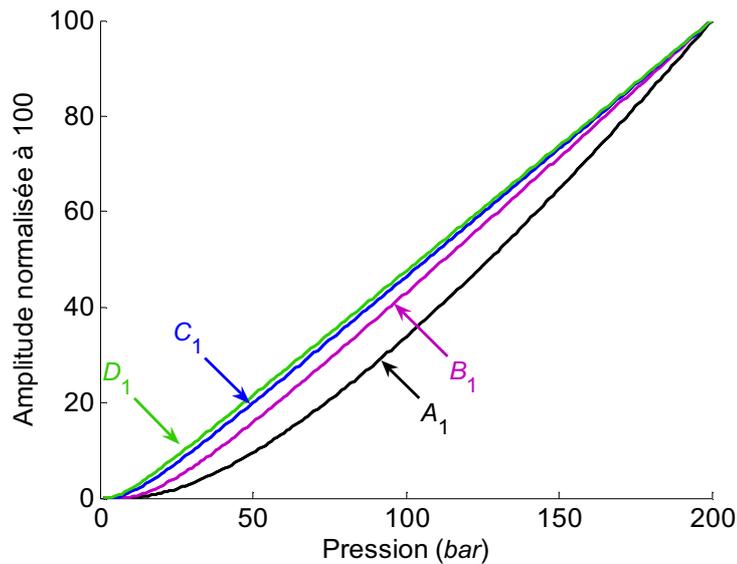


Figure VI.10. Réponse théorique des traitements d'indice 1 en fonction de la pression avec $\alpha_0 P_0 = 1800 \text{ bar.m}^{-1}$.

L'incertitude type liée à l'étalonnage en pression (intervalle de confiance à 68%) est donnée par l'écart type (non biaisé) des résidus de la régression [8-11] :

$$\sigma_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{1}{N-3} \sum_{i=1}^N (\hat{a}_i - a_i)^2} \quad (\text{VI.5})$$

avec $\begin{cases} N-3 : \text{degré de liberté} \\ \hat{a} : \text{valeur prédite} \\ a_i : \text{valeur expérimentale} \end{cases}$

Les courbes $\hat{a} = f(P)$ étant normalisées à 100, cet écart type s'exprime en %. Cette incertitude est ramenée en bars, à une pression P_i , par la relation suivante :

$$\sigma_{P_i} = \frac{\sigma_{\hat{a}}}{f'(P_i)} \quad (\text{VI.6})$$

Remarque : Nous négligeons ici l'incertitude sur la courbe de tendance en utilisant suffisamment de points d'étalonnage et une gamme en pression plus grande que celle nécessaire. L'incertitude sur la mesure de la pression est négligée.

Pour ajuster la célérité à la pression on arrête au second ordre en P le développement du Viriel, ce qui donne un polynôme du second degré ($\hat{c} = aP^2 + bP + c$). La capacité d'un traitement à mesurer fidèlement la vitesse, est donnée par l'écart type des résidus de l'ajustement de la célérité à la pression qui s'exprime en ms^{-1} .

4. Précision du capteur sans ressort

4.1 Répétabilité

Le capteur placé à une position fixe, nous faisons 30 acquisitions sans faire varier le moindre paramètre. Le Tableau VI.3 résume les résultats obtenus avec le traitement A_1 (on obtient des résultats équivalents avec les autres traitements) pour des mesures réalisées sur le crayon pressurisé à 200 bars avec un mélange He/Ar à 40%. Ces mesures ont été réalisées en échographie car c'est la méthode de mesure la plus bruyante et donc la plus représentative de la non-répétabilité des capteurs. De plus, la durée des mesures en spectrographie est trop longue pour que 30 mesures puissent être réalisées. Les acquisitions échographiques ont été réalisées avec un oscilloscope numérique sur 8 bits et à une fréquence d'échantillonnage de 25 MHz.

Répétabilité sur la vitesse	Répétabilité sur l'amplitude
$\sigma_r = 0,14 \text{ ms}^{-1}$	$\sigma_r = 0,6\%$

Tableau VI.3 : Répétabilité de la chaîne de mesure avec le traitement A_1 en échographie.

4.2 Etude capteur fixe et fidélité des étalonnages

Nous effectuons l'étude sur quatre séries de mesures. Les deux premières ont été faites par spectrographie avec le capteur A_1 (Tableau VI.1), dont une en réflexion (s_1) et la seconde en transmission (s_2). Les deux autres séries s_3 , et s_4 , ont été respectivement réalisées par échographie avec les capteurs A_1 et L_1 . Pour toutes les séries, les conditions de mesures étaient les suivantes :

- ✓ le crayon **sans ressort** est rempli avec le même mélange gazeux : He/Ar à 40% ;
- ✓ le capteur est toujours à la même position et les mesures sont faites sur une durée la plus courte possible (une journée) afin d'assurer la reproductibilité du couplage acoustique ;

- ✓ à température ambiante (variation inférieure au $\frac{1}{2}$ degré sur la journée) ;
- ✓ à partir d'une pression initiale de 200 bars nous abaissons la pression par palier ;
- ✓ après équilibre thermique, nous enregistrons les échogrammes.

4.2.1 Précision des mesures de vitesse

La Figure VI.11 montre des mesures, $c = f(P)$, réalisées en prenant un domaine spectral de 3 à 5 MHz (Figure VI.12). L'écart type $\sigma_{\hat{c}/P}$, sur la vitesse est inférieur à $0,2 \text{ ms}^{-1}$ quel que soit le traitement.

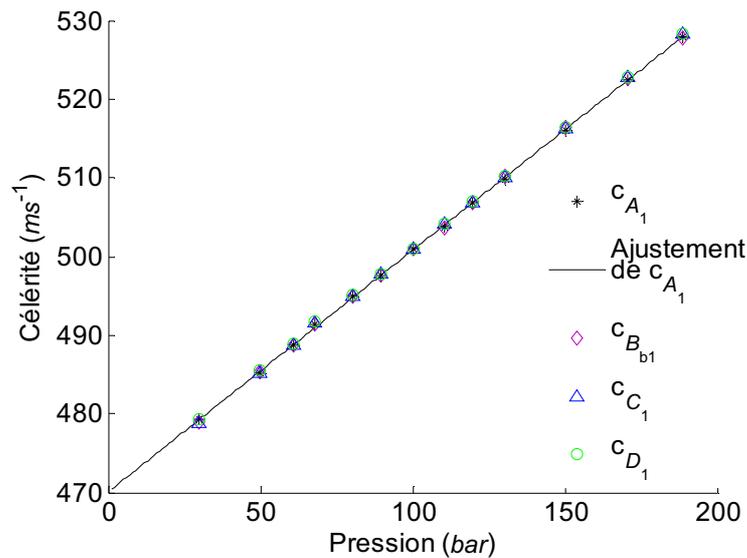


Figure VI.11. Résultats sur la mesure de vitesse obtenus avec la série s_3 . L'écart type des résidus $\sigma_{\hat{c}/P}$ vaut $0,2 \text{ ms}^{-1}$ pour les traitements A_1 , B_1 , C_1 , et $0,15 \text{ ms}^{-1}$ pour le traitement D_1 .

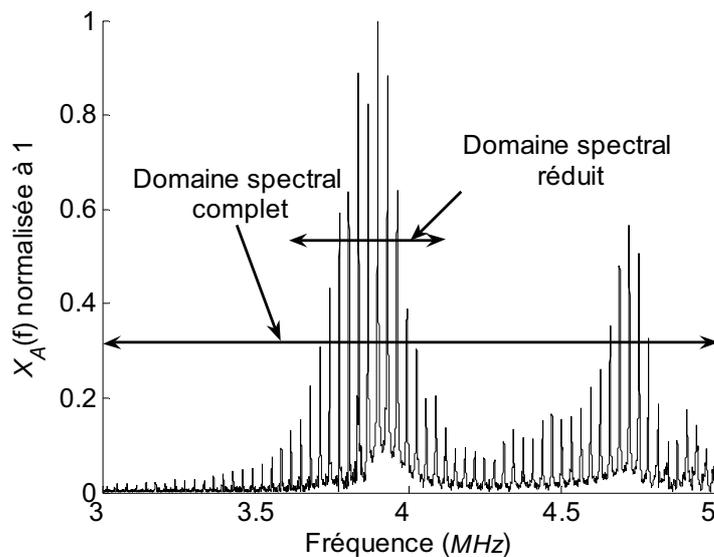


Figure VI.12. Bouclettes ($X_A = |V_b|$) obtenues par le traitement A ; le domaine spectral utile est ici de 2 MHz.

La courbe de la Figure VI.13 représente des mesures de vitesse faites par spectrographie qui, pour un gain de temps, ont été réalisées sur un domaine spectral réduit à 500 kHz (3,7 à 4,2 MHz).

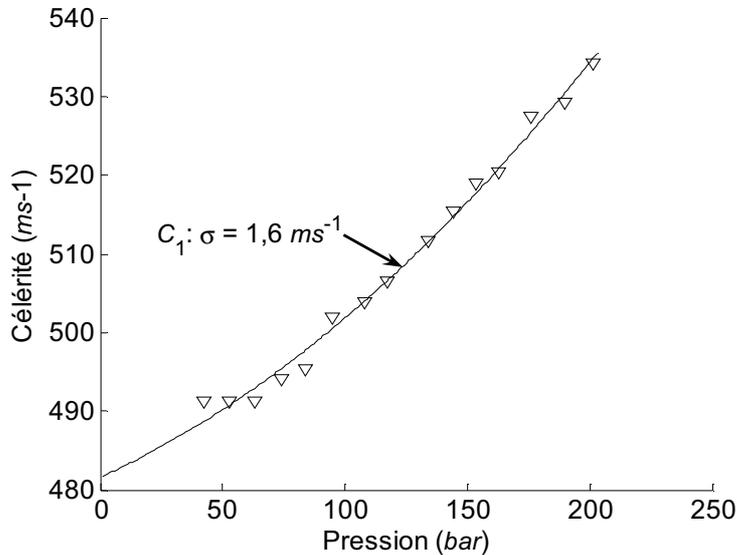


Figure VI.13. Mesures de la vitesse obtenues avec la série s_1 sur un domaine spectral réduit.

La dispersion des mesures est plus importante que précédemment. Le traitement C_1 est le plus affecté par la diminution de la bande de fréquence utile. Ceci est dû à l'opération de dérivée qui augmente le bruit.

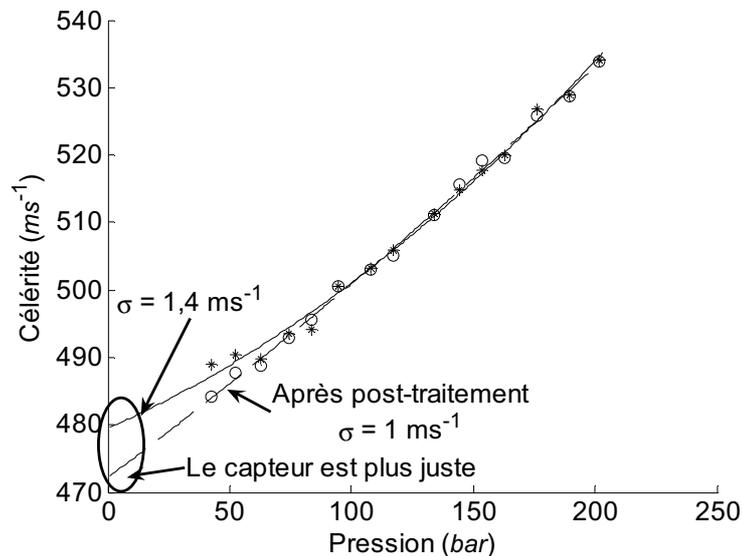


Figure VI.14. Mise en évidence de l'intérêt du post-traitement sur la vitesse (traitement A_1 effectué sur la série s_1).

La Figure VI.14 montre l'effet du post-traitement (Chap. V §8.3) appliqué au traitement A_1 sur la série s_1 obtenue dans de mauvaises conditions. Il agit d'une part sur la

composante aléatoire des mesures en ramenant l'écart type de $1,4 \text{ ms}^{-1}$ à 1 ms^{-1} , et d'autre part sur la justesse des mesures. En effet, $\hat{c}_0 = \hat{c}(P=0)$ passe de $480,6 \text{ ms}^{-1}$ à $473,1 \text{ ms}^{-1}$ se rapprochant de la valeur théorique de $473,3 \text{ ms}^{-1}$ (He/Ar à 40% à $23,8 \text{ }^\circ\text{C}$).

La série s_1 a permis de mettre en évidence l'intérêt d'utiliser le domaine spectral le plus grand possible et celui du post-traitement.

✓ Bilan des incertitudes des mesures de célérité

Séries	s_1	s_2	s_3	s_4	Moyenne en ms^{-1} sur les séries s_2 à s_4
Domaine	500 kHz	1,25 MHz	2 MHz	1,25 MHz	
A_1	1,4	0,4	0,2	0,1	0,2
B_{b1}	1,2	0,6	0,2	0,2	0,3
C_1	1,6	0,4	0,2	0,1	0,2
D_1	1,3	0,5	0,2	0,2	0,3

Tableau VI.4. Incertitudes types $\sigma_{\hat{c}/P}$ en ms^{-1} (sans post-traitement) de chaque traitement obtenues sur les séries de mesures s_1 à s_4 .

Nous avons reporté dans le Tableau VI.4 l'ensemble des résultats des quatre séries de mesures. La moyenne est faite uniquement sur les séries s_2 à s_4 , les seules faites dans de bonnes conditions.

Le traitement D_1 qui élève le module des bouclettes au carré amplifie le poids des grands pics ce qui revient à travailler avec moins de bouclettes, c'est donc théoriquement le traitement le moins fidèle pour les mesures de célérité. Cependant, les domaines spectraux expérimentaux sont tels que les performances sont encore acceptables.

Le traitement C_1 peut parfois, en dessous de 40 bars, donner des points totalement faux.

Seul le traitement A_1 fonctionne en toutes circonstances, il ne contient aucune opération déformant les bouclettes (comme B_1) c'est donc celui que nous préconisons d'utiliser pour les mesures de vitesse.

La tolérance de fabrication sur le diamètre interne des gaines est de $\pm 40 \text{ } \mu\text{m}$. L'incertitude sur le diamètre des gaines conduit par $c = 2D/T$ à une incertitude sur la vitesse égale à :

$$u_{c/D} = \frac{\partial c}{\partial D} u_D = \frac{2}{T} u_D \quad (\text{VI.7})$$

avec $T = 30 \text{ } \mu\text{s}$, $D = 8,36 \text{ mm}$ et $u_D = 0,04 \text{ mm}$, elle vaut $\pm 2,7 \text{ ms}^{-1}$. L'incertitude moyenne sur la mesure de c est donc très inférieure à celle due au tube.

Pour discuter de la justesse des mesures de vitesse, nous avons comparé nos résultats à ceux de la littérature, celle de NIST [12], pour le gaz de référence qu'est l'argon. Les résultats sont totalement en accord, avec un écart maximum de $0,3 \text{ ms}^{-1}$ entre 20 et 150 bars (Figure VI.15).

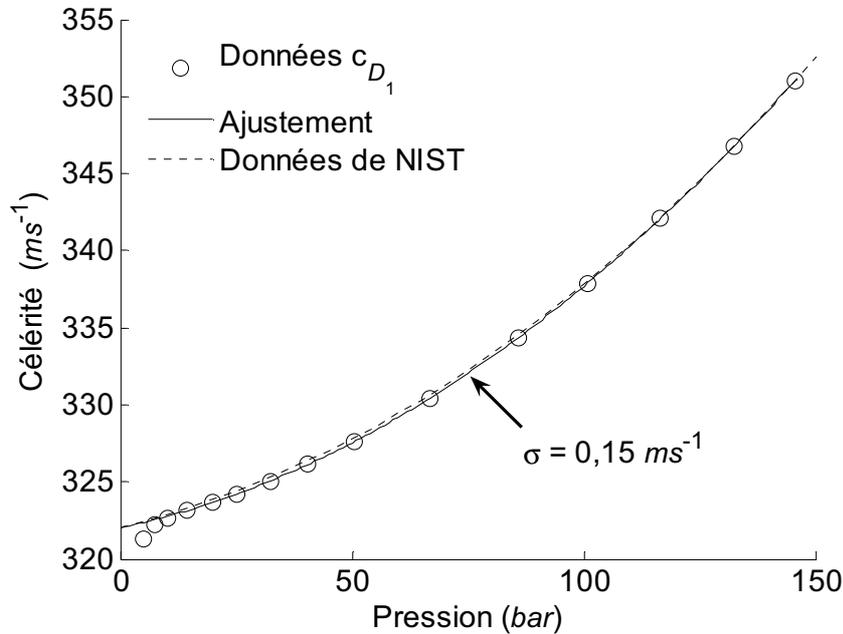


Figure VI.15. Comparaison entre les données expérimentales et celles de la littérature [12] pour de l'argon à $23,8^\circ\text{C}$.

*
* *

4.2.2 Fidélité des mesures en pression

La détection synchrone rejette tout bruit en dehors de sa plage de verrouillage. Elle permet de réaliser des acquisitions de qualité et de déterminer avec précision, après calibrage, l'impédance électrique du transducteur. Seul inconvénient, les mesures sont ralenties par le temps de verrouillage de la détection synchrone et l'acquisition d'un spectre dure vingt minutes.

A l'oscilloscope, les mesures sont instantanées mais légèrement plus bruyantes. De plus, elles ne permettent pas de mesurer sur le même calibre la boucle et les bouclettes, ce qui empêche de déterminer l'impédance. Dans ce cas, le traitement des données est appliqué à la tension.

4.2.2.1 Fidélité des mesures en spectrographie

✓ Mesures en réflexion (série s1)

La figure ci-après représente l'ajustement des traitements obtenu avec les traitements d'indice 0 (intégrale des bouclettes) à partir des données de la série s_1 .

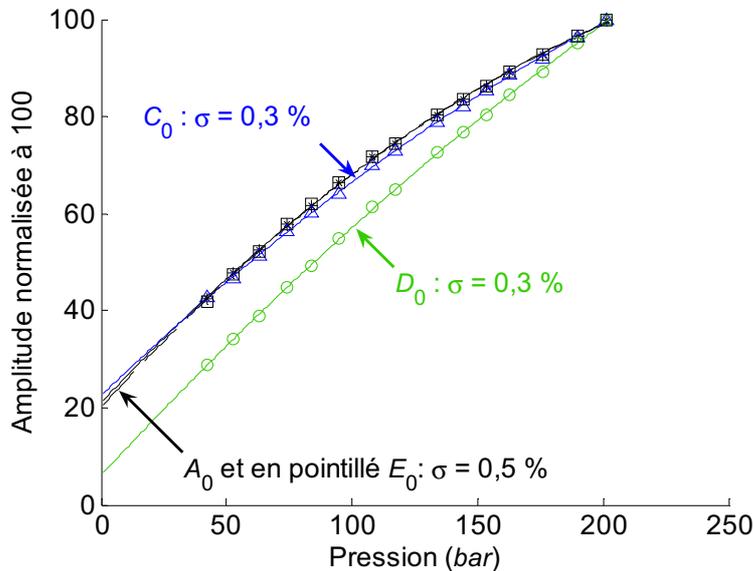


Figure VI.16. Traitement d'indice 0 obtenu avec la série s_1 mesurée par spectrographie en réflexion avec le capteur A1.

Les traitements C_0 et D_0 ont théoriquement une ordonnée à l'origine nulle, or expérimentalement ce n'est pas le cas. L'intégrale du bruit et des résidus de filtrage est à l'origine de cette valeur.

Les mesures sont peu dispersives ($\sigma_{a/P}$ reste inférieur à 0,5%), mais ne sont pas celles attendues. En effet, ces traitements sont sensibles au bruit car l'ordonnée à l'origine est variable d'une expérience à l'autre. Ce type de comportement est néfaste pour une mesure précise de pression.

Les comportements des traitements d'indice 1 (Figure VI.17) correspondent plus à la théorie (Figure VI.10). La fidélité de ces traitements est du même ordre de grandeur que ceux d'indice 0.

Les comportements des traitements B_{b1} (méthode du barycentre) et B_{a1} (méthode de la projection) sont quasiment identiques (voir § V.4.1 et nous rappelons que l'indice un se rapporte au premier maximum du tempographe). Le traitement B_{a1} fait la supposition que les bouclettes sont perpendiculaires à la boucle. Or, cette condition n'est pas toujours strictement vérifiée expérimentalement. De plus, cette méthode est utilisable uniquement en spectrographie sur des spectres d'impédance. Pour ces raisons nous n'utiliserons plus ce traitement. Le troisième type de traitement B (B_{c1} méthode du filtre de phase) a lui aussi été abandonné à cause de sa sensibilité au bruit.

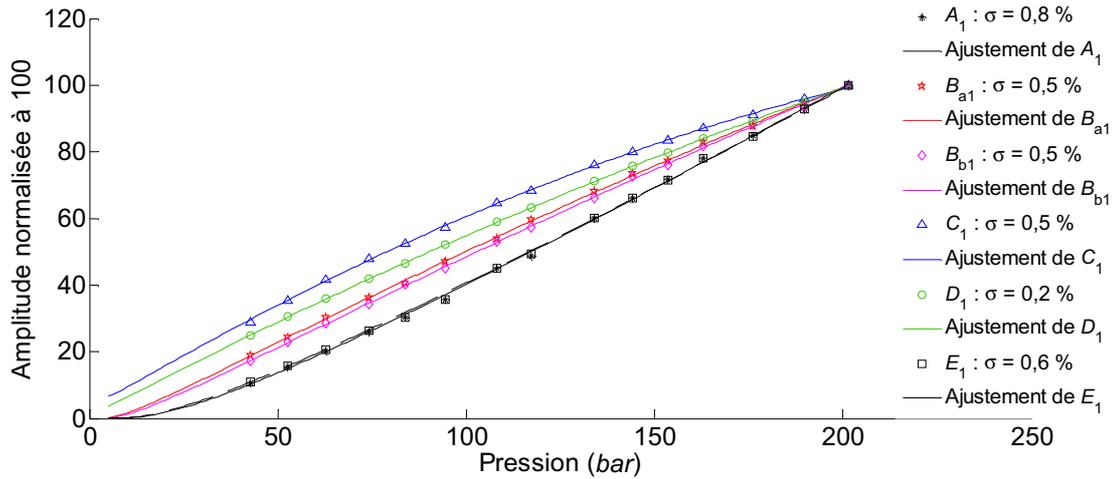


Figure VI.17. Mesure d’amplitude avec les traitements d’indice 1 (série s_1 mesurée par spectrographie en réflexion).

✓ Mesures en transmission (série s_2)

En transmission, la mesure est faite sur un élément récepteur différent de l’élément moteur. Elle est de fait plus sensible au gaz car la résonance du transducteur est absente de la tension mesurée. Les résonances du système sont d’amplitudes moins importantes qu’en réflexion. L’amplitude des résonances du système est comparable à celle du gaz (Figure VI.18), ce qui permet de réaliser l’acquisition des bouclettes sur un calibre mieux adapté.

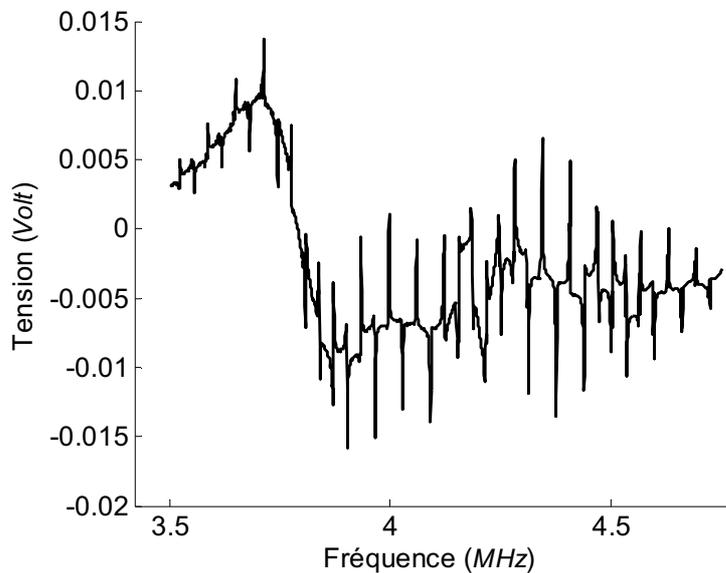


Figure VI.18. Spectre, non filtré, en transmission à 200 bars. L’amplitude des résonances (boucles) du système est du même ordre de grandeur que celles du gaz (bouclettes).

Remarque : En transmission, les résonances du gaz sont soit positives soit négatives, selon qu’elles sont d’ordre $n = 0$ ou 1, comme le prévoit la théorie (Chap. II). Ce phénomène se superpose à celui de phase variable dû au gain complexe $\tilde{G}(f)$ du système, il est donc compensé dans tous nos traitements.

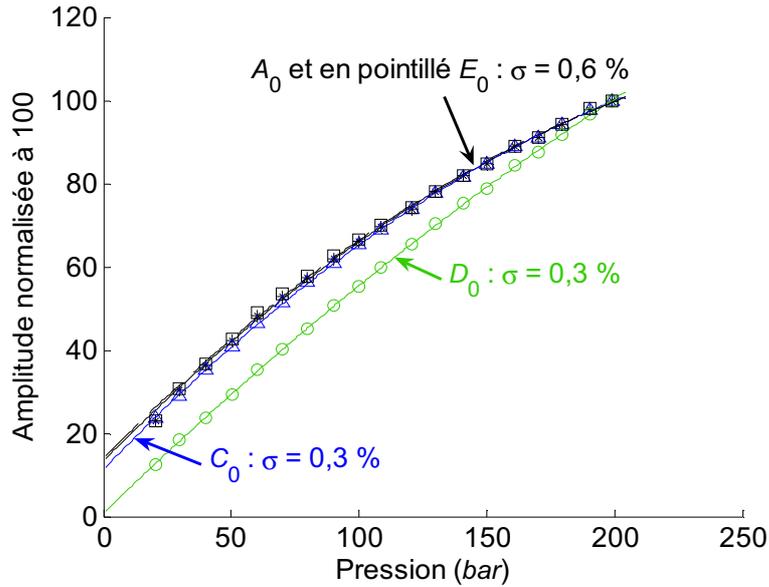


Figure VI.19. Mesure d’amplitude avec les traitements d’indice 0 (série s_2 mesurée par spectrographie en transmission).

Nous retrouvons sur la Figure VI.19 les mêmes tendances que précédemment. Les mesures sont maintenant possibles à partir de 20 bars au lieu de 40 bars en réflexion. Ces mesures sont encore très peu bruyantes, avec $\sigma_{a/p} \leq 0,6\%$. Le traitement D_0 a un comportement linéaire, et une ordonnée à l’origine presque nulle.

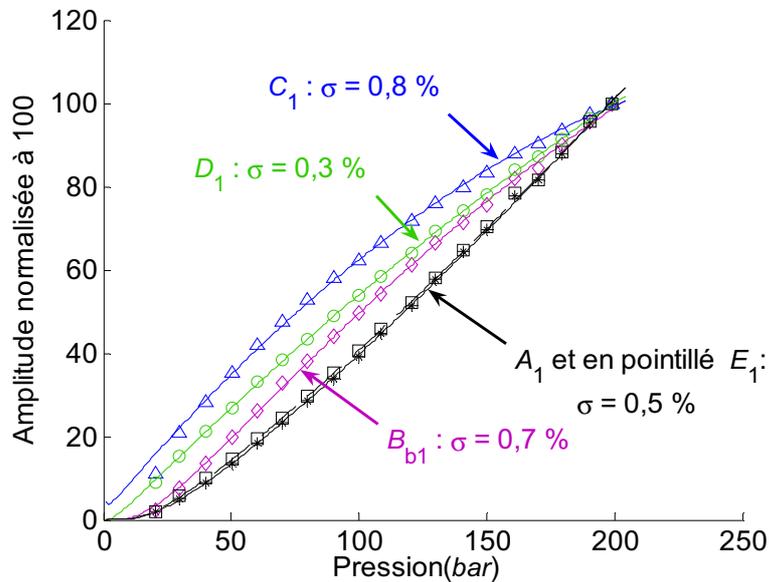


Figure VI.20. Traitements d’indice 1 (série s_2 mesurée par spectrographie en transmission).

Avec les traitements d’indice 1 (Figure VI.20), la courbe du traitement C_1 est au-dessus de celle du traitement D_1 avec une courbure plus prononcée (comme précédemment). Les résultats en transmission sont comparables à ceux obtenus en réflexion, avec toutefois un léger avantage dû à une meilleure rejection des boucles.

✓ Bilan des mesures en spectrographie (série s1 et s2)

Les tableaux ci-dessous résument les performances des traitements obtenues avec les séries s₁ et s₂.

	Série s ₁	Série s ₂	Moyenne en %		Série s ₁	Série s ₂	Moyenne en %
A ₀	0,5	0,6	0,6	A ₁	0,8	0,5	0,6
				B _{b1}	0,5	0,7	0,6
C₀	0,3	0,3	0,3	C ₁	0,5	0,8	0,7
D₀	0,3	0,3	0,3	D₁	0,2	0,3	0,3
E ₀	0,5	0,6	0,6	E ₁	0,6	0,4	0,5

Tableau VI.5. Ecarts types des résidus ($\sigma_{\hat{a}/P}$ en %) issus des traitements appliqués aux données expérimentales des séries s₁ et s₂ et leur moyenne exprimée aussi en %. Les meilleurs résultats sont en gras.

En injectant dans la relation (VI.6) les incertitudes moyennes exprimées en % du tableau ci-dessus, on obtient pour chaque traitement l'incertitude en bar.

	Incertitudes en bar				
Traitements	A ₀		C ₀	D ₀	E ₀
à 30 bars	1,0		0,5	0,5	1,0
à 50 bars	1,0		0,5	0,5	1,0
à 100 bars	1,1		0,6	0,5	1,1
à 150 bars	1,3		0,6	0,6	1,3

Traitements	A ₁	B _{b1}	C ₁	D ₁	E ₀
à 30 bars	1,7	1,1	1,1	0,5	1,3
à 50 bars	1,3	1,0	1,1	0,5	1,0
à 100 bars	1,1	1,0	1,4	0,6	0,9
à 150 bars	1,0	1,2	1,9	0,7	0,8

Tableau VI.6. Incertitudes en bars pour chacun des traitements pour une application capteur fixe. Les meilleurs résultats sont en gras.

La plupart des traitements se comportent comme prévu par la théorie. Seuls les traitements C sont moins linéaires que théoriquement, diminuant de sensibilité de façon importante aux environs de 150 bars.

La spécificité du traitement E₁ est qu'il élimine une part importante du bruit, par filtrage adaptatif. Pourtant il ne présente pas d'avantages par rapport au traitement A₁. Ceci tient au fait que l'opération du tempographe est un formidable filtre de bruit en ne recueillant l'information qu'à une seule valeur de temps : $t = T = \frac{2D}{c}$. Les traitements E se confondent avec les traitements A, c'est pourquoi nous ne les utiliserons plus.

Le meilleur traitement en spectrographie est le traitement D_1 qui permet, avec un capteur fixe, une mesure à $\pm 0,5$ bar (intervalle à 68 %). Il présente de plus l'avantage d'effectuer de bonnes mesures de vitesse, ce qui ne peut pas être fait avec le traitement D_0 .

4.2.2.2 Fidélité des mesures en échographie (série s2 et s4)

Les mesures en échographie sont en général plus bruyantes mais la mesure est instantanée, contre 20 minutes en spectrographie. En prévision d'une application industrielle le paramètre temps d'expérience est à prendre en compte. En effet, les mesures doivent, au final, être réalisées sur des assemblages de 264 crayons, et une tranche de 900 MWe compte 157 assemblages ! C'est pour cette raison que nous présentons ci-dessous une discussion sur la précision des mesures en échographie.

Malgré une dispersion plus grande qu'en spectrographie les mesures restent acceptables. On constate les mêmes comportements en échographie qu'en spectrographie (Figure VI.21, Figure VI.22).

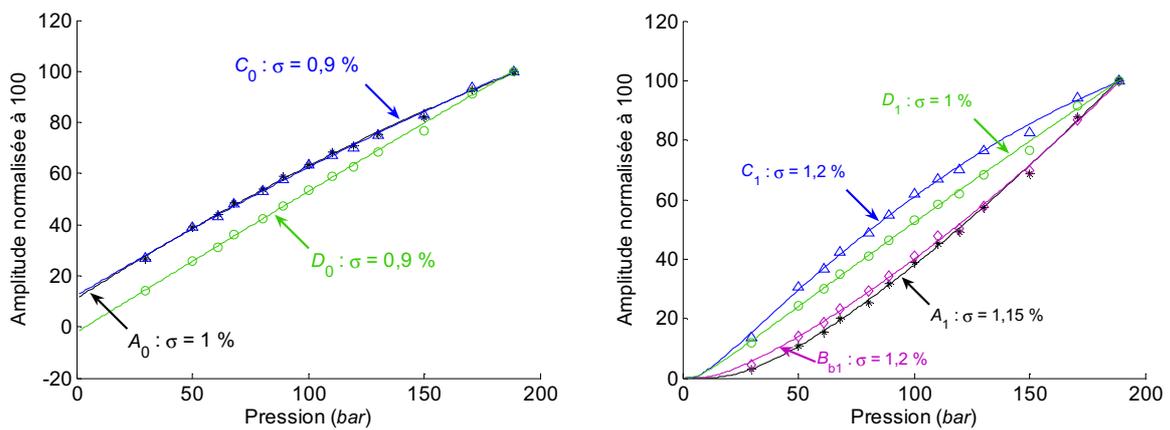


Figure VI.21. Traitements d'indice 0 et 1 des données issues de la série s_3 mesurée en réflexion par échographie avec le capteur A1.

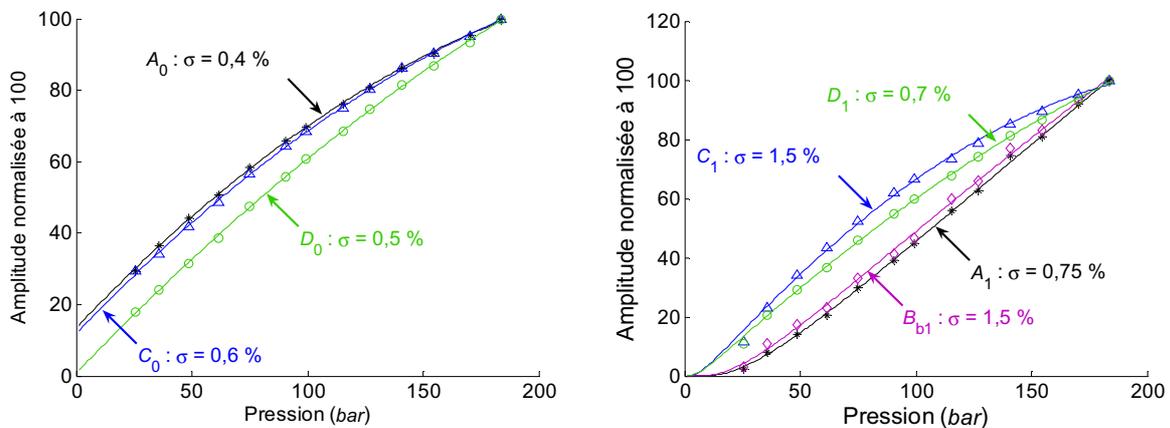


Figure VI.22. Traitements d'indice 0 et 1 des données de la série s_4 mesurée en réflexion par échographie avec capteur L1.

✓ Bilan des mesures en échographie (série s₃ et s₄)

Les tableaux ci-après résument les performances des traitements obtenues avec les séries s₃ et s₄.

	Série s ₃	Série s ₄	Moyenne en %		Série s ₃	Série s ₄	Moyenne en %
<i>A</i> ₀	1,1	0,3	0,7	<i>A</i> ₁	1,2	0,7	0,9
–	–	–	–	<i>B</i> _{b1}	1,2	1,5	1,3
<i>C</i> ₀	0,9	0,4	0,7	<i>C</i> ₁	1,2	1,0	1,1
<i>D</i>₀	0,9	0,5	0,7	<i>D</i>₁	1,0	0,5	0,8

Tableau VI.7. Ecarts types des résidus ($\sigma_{\hat{a}/P}$ en %) issus des traitements appliqués aux données expérimentales des séries s₃ et s₄ et leur moyenne exprimée aussi en %. Les meilleurs résultats sont en gras.

Incertitudes en bars				
	<i>A</i> ₀	–	<i>C</i> ₀	<i>D</i>₀
à 30 bars	1,1	–	1,1	1,1
à 50 bars	1,2	–	1,1	1,1
à 100 bars	1,3	–	1,2	1,2
à 150 bars	1,4	–	1,3	1,2
	<i>A</i> ₁	<i>B</i> _{b1}	<i>C</i> ₁	<i>D</i>₁
à 30 bars	2,2	2,7	1,4	1,2
à 50 bars	1,6	2,2	1,5	1,2
à 100 bars	1,4	2,0	2,0	1,4
à 150 bars	1,4	2,1	3,1	1,8

Tableau VI.8. Incertitudes en bars pour chacun des traitements dans une application capteur fixe. Les meilleurs résultats sont en gras.

Les traitements *D*₀ et *D*₁ sont les plus linéaires et les plus reproductibles. A l'inverse, les traitements *B*_{b1} et *C*₁ sont les moins performants. Ceux d'indice 0, avec une incertitude de $\pm 1,5$ bars, semblent être les plus intéressants à utiliser. Néanmoins, celui qui est encore une fois à privilégier est le traitement *D*₁. Avec ± 2 bars, sur la gamme 30-150 bars, il offre des performances acceptables en permettant en plus de déduire la vitesse, ce que les traitements d'indice 0 ne permettent pas. De plus, ces derniers ont l'inconvénient d'effectuer l'intégrale des bouclettes sur tout le domaine spectral et donc somment le bruit résiduel de filtrage. Ils sont donc obligatoirement plus sensibles aux conditions de mesures. Pour cette raison nous ne conseillons pas leur utilisation dans une application capteur fixe, car ils ne présentent pas un réel avantage.

4.2.3 Retour sur le comportement théorique des capteurs

Les comportements expérimentaux des traitements sont apparus légèrement différents de ceux prévus théoriquement notamment par la présence de courbures notables aux hautes pressions. Nous attribuons ces différences de comportement au fait que dans la modélisation théorique nous n'avons pas envisagé la présence d'un terme d'absorption constant se rajoutant

à l'absorption du gaz. Les données expérimentales nous conduisent à ajouter le terme β à l'absorption :

$$\alpha = \frac{\alpha_0 P_0}{P} + \beta \quad (\text{VI.8})$$

où le terme $\alpha_0 P_0/P$ (que nous avons supposé indépendant de la fréquence) représente l'absorption dans le gaz, par pertes visqueuses et relaxation thermique (Chap. II). Les origines du terme constant β seraient dues :

- ✓ aux pertes visqueuses aux parois,
- ✓ aux non-parallélismes du tube,
- ✓ aux pertes par diffraction,
- ✓ aux pertes dans le capteur.

Injecté dans les expressions théoriques de réponse des capteurs, ce terme constant courbe les réponses des traitements en fonction de la pression (Figure VI.23). Les termes quadratiques des relations (VI.3) et (VI.4) ont pour but de décrire ce phénomène.

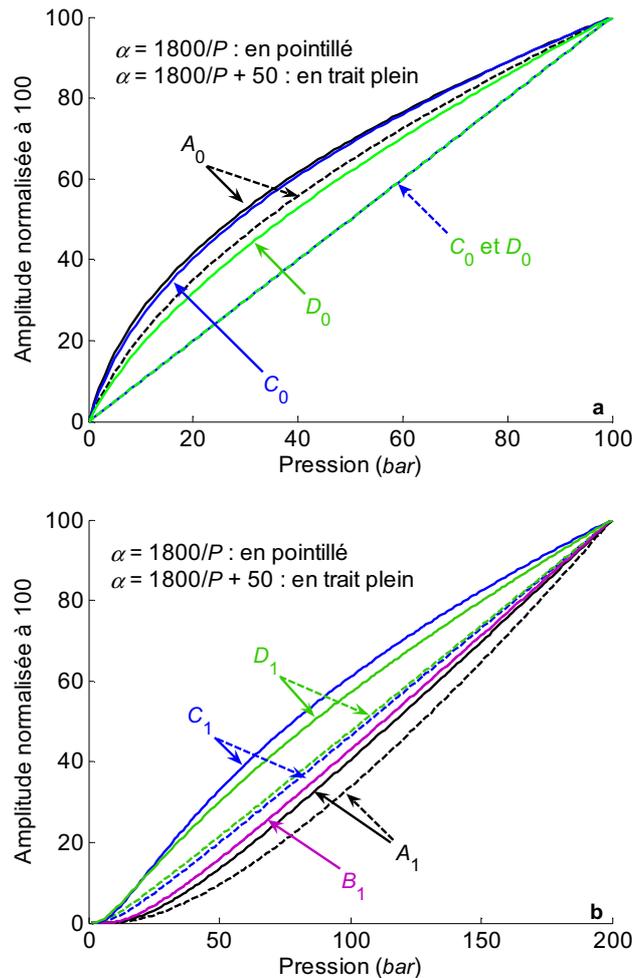


Figure VI.23. Influence théorique du terme constant β dans l'absorption $\alpha = \frac{\alpha_0 P}{P} + \beta$ sur les traitements **a)** d'indice 0 et **b)** d'indice 1.

La courbe **normalisée** du traitement B_1 n'est pas influencée par les variations de β . En effet, ce traitement ne contient pas de terme en racine carrée (comme les traitements A_0 , C_0 et D_1) ou racine cubique (comme les traitements D_0 et D_1) et de fait son expression **normalisée** ne dépend pas de β . Cela explique aussi pourquoi la courbe du traitement A_1 , qui dépend de la pression par l'intermédiaire d'une fonction de Bessel de seconde espèce, se rapproche de celle du B_1 . Cela ne veut pas dire pour autant, que le traitement B_1 non normalisé soit indépendant de β et que ce traitement soit insensible aux variations de position du capteur (c'est le sujet du §4.3).

4.2.4 Conclusion de l'étude « capteur fixe »

Cette étude nous a permis de déterminer quel était le meilleur traitement dans une application capteur fixe (étalonnage à l'endroit de la mesure). La réponse est, le traitement :

$$D_1(P) = \sqrt[3]{\left|FFT\left(|bouclettes|^2\right)\right|_{t=T}} \quad (VI.9)$$

Même si l'utilisation capteur fixe n'est pas prévue dans l'utilisation en piscine, elle peut être utilisée dans d'autre application, par exemple pour le suivi de la pression des crayons en entreposage.

Une autre thématique du laboratoire, en collaboration avec le CEA, consiste en la mesure de la composition et de la pression des gaz de relâchement *in situ* dans un réacteur expérimental en fonctionnement. Dans cette configuration (capteur fixe) les incertitudes pourraient atteindre : 1% sur la composition et $\pm 1,8$ bars sur la pression.

*
* *

4.3 Etude de la reproductibilité avec capteur mobile

4.3.1 Influence du temps de coupure

Les résultats précédents ont été sélectionnés parmi les meilleurs. Ils sont le fruit d'améliorations constantes des conditions des mesures. La Figure VI.24 illustre le cas de mauvaises mesures réalisées avec le même capteur (L1) à des endroits différents du tube et montre les difficultés qui ont été rencontrées lors des mesures en échographie. Les performances des traitements sont ici très clairement affectées (les incertitudes sont multipliées par 2). Nous verrons plus loin que ceci tient au fait que nous sommes à un endroit du tube où les défauts (de non-parallélisme, d'ovalisation...) sont conséquents (§ 4.4). Ce sont les traitements A_1 et B_1 les plus affectés et le traitement C_1 le moins car il élimine efficacement les pics parasites du tube aux environs de 4 et 4,2 MHz (Figure VI.25).

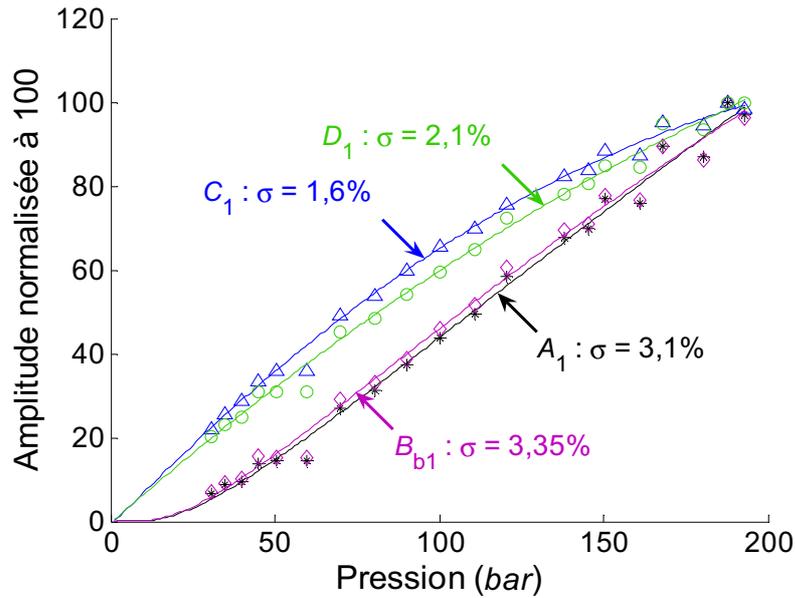


Figure VI.24. Traitement d'indice 1 comme pour la Figure VI.21 mais à un « mauvais endroit » du tube ; les performances des traitements sont fortement dégradées.

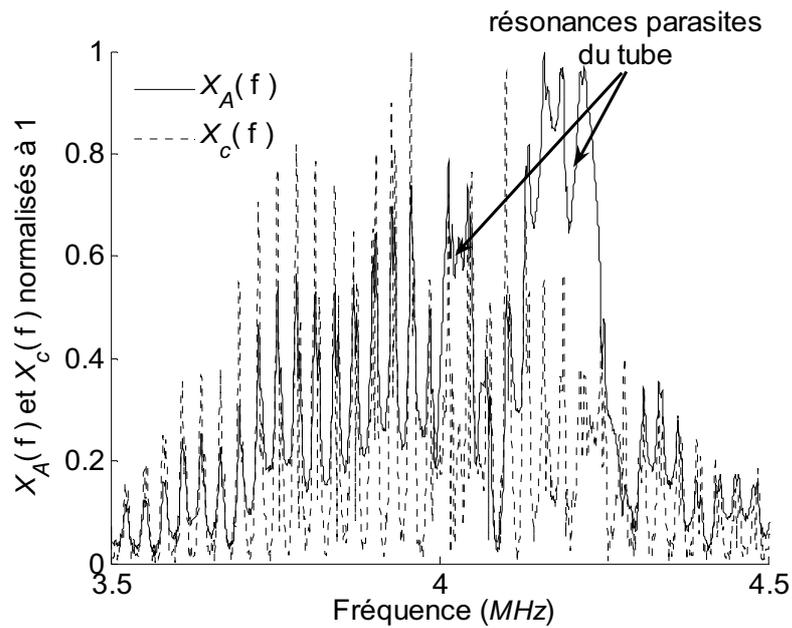


Figure VI.25. Comparaison des bouclettes obtenues avec les traitements *A* et *C*. Les traitements *C* éliminent efficacement les résonances parasites du tube, dont l'aire fluctue avec la pression ; $X_A = |\tilde{V}_b(f)|$ et $X_C = |\tilde{V}'_b(f)|$ avec \tilde{V}'_b la tension des bouclettes en *Volt*.

Si nous multiplions par deux le temps de coupure τ_c du filtre temporel (Figure VI.26) nous améliorons le filtrage (Figure VI.27). On constate dans le Tableau VI.9 que les performances de tous les traitements, autres que celles du traitement C_1 sont améliorées (la mesure de la vitesse est aussi améliorée par cette opération).

τ_c	A_1	B_1	C_1	D_1
$30 \mu s$	3,1%	3,35%	1,6%	2,1%
$60 \mu s$	2,6%	2,95%	1,6%	1,85%

Tableau VI.9. Précision des mesures d'amplitude selon les traitements pour deux temps de coupure de filtre temporel.

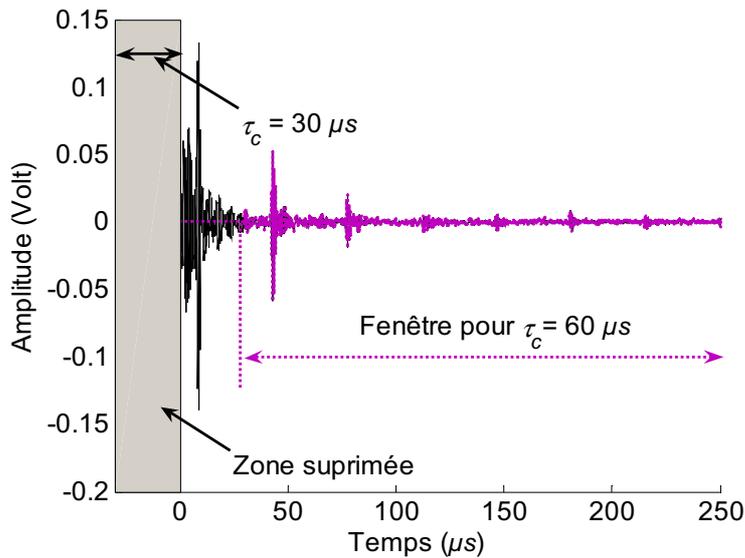


Figure VI.26. Echogramme expérimental ; les 30 premières μs ont été coupées (zone grisée). Le temps de coupure est choisi de telle sorte à ne conserver que les échos.

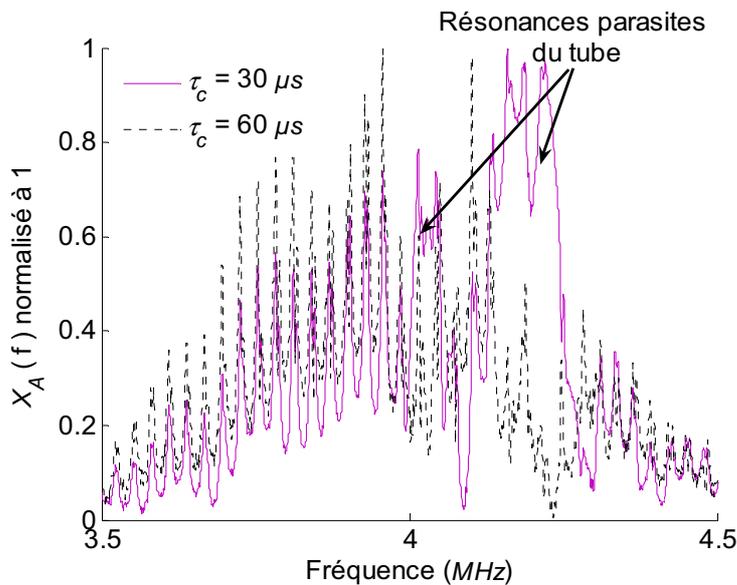


Figure VI.27. Bouclettes obtenues pour deux temps de coupure. Augmenter le temps de coupure du filtre temporel est une opération bénéfique. Cela permet d'éliminer les résonances du tube non souhaitées et d'améliorer les performances des traitements ; la pression est ici de 30 bars afin de mieux visualiser les résonances parasites.

Le temps de coupure doit donc être choisi tel qu'il élimine totalement la réponse temporelle de la boucle et ne garde que la zone d'échos du gaz (Figure VI.26).

Remarques :

- ✓ Si le gaz est très absorbant, les premiers échos se noient dans la réponse du système, et il n'est pas possible d'éliminer cette réponse en augmentant le temps de coupure. Dans ce cas les traitements *C* sont intéressants.
- ✓ Nous avons constaté que l'utilisation de toute fenêtre de filtrage autre que rectangulaire entraîne des déphasages (lors de l'opération de FFT) que nous ne sommes pas en mesure de compenser, et déforme les pics du gaz, perturbant ainsi l'information.
- ✓ La première hypothèse que nous avons formulée pour expliquer la dispersion des mesures en échographie était le sous-échantillonnage et la sous-résolution des acquisitions. En augmentant la fréquence d'échantillonnage à 50 MHz (contre les 25 MHz que nous utilisons habituellement), nous améliorons sensiblement les mesures d'amplitude (celles de vitesse ne sont pas sensibles à ce paramètre).

Malgré toutes ces précautions, il subsiste une dispersion d'amplitude liée à la position du capteur qui nécessite l'étude de reproductibilité qui va suivre.

4.3.2 Reproductibilité liée à l'épaisseur de couplant

Si on enlève le capteur et qu'on le repose au même endroit, l'épaisseur de liquide entre le capteur et le tube fluctue, ce qui entraîne une dispersion spécifique des mesures. Les couplants utilisés sont de l'eau ou du caramel. Ce dernier, avec une impédance acoustique de 3 MRayl, assure un couplage acoustique plus efficace.

Ecart types sur la vitesse en ms^{-1}				
	A_1	B_1	C_1	D_1
T1 couplant eau	0,1	0,2	0,06	0,2
T4 couplant caramel	0,1	0,1	0,1	0,06
T4 couplant eau	0,07	0,1	0,06	0,06
Ecart types sur l'amplitude des traitements d'indice 0 en %				
	A_0	C_0	D_0	
T1 couplant eau	1,2	3,5	2,1	
T4 couplant caramel	1,4	2,3	2,8	
T4 couplant eau	0,8	1,2	1,3	
Ecart types sur l'amplitude des traitements d'indice 1 en %				
	A_1	B_1	C_1	D_1
T1 couplant eau	4,1	7,4	4,8	2,8
T4 couplant caramel	4	2,9	2,7	3,2
T4 couplant eau	2	1,5	1,2	1,4

Tableau VI.10. Reproductibilité vis-à-vis de l'épaisseur et du type de couplant, sur le crayon T1 et le crayon T4 avec un couplage réalisé soit avec du caramel soit de l'eau. La description des crayons T1 et T4 est dans le paragraphe suivant.

Les traitements d'indice 0 sont plus reproductibles que ceux d'indice 1. La dispersion est plus importante sur un crayon neuf que sur un oxydé et avec de l'eau qu'avec du caramel. Les mesures de vitesse sont insensibles à ces paramètres.

4.3.3 Reproductibilité fonction de la position du capteur

Pour l'étude de la reproductibilité en fonction du changement de position du capteur, les mesures ont été effectuées dans les conditions suivantes :

- ✓ le même capteur est placé dans une cuve d'eau ou de caramel (Figure VI.4) ;
- ✓ le système de couplage à poids applique une force d'appui constante (Figure VI.5) ;
- ✓ les mesures ont été faites sur des crayons pressurisés à 103 bars avec un mélange He/Ar à 40% ;
- ✓ quatre crayons (en acier zircalloy 4) ont été utilisés :
 - T1 : crayon à double zone, avec et sans ressort (Areva-ANP),
 - T2 : crayon à double zone, avec et sans ressort (Areva-ANP),
 - T3 : crayon sans ressort (fourni par le CEA Cadarache),
 - T4 : crayon 3 avec couche de zircone de 18 μm (fourni par le CEA Cadarache) ;
- ✓ la reproductibilité en fonction de la position est déterminée en déplaçant le capteur par pas de 2 mm le long d'une génératrice.

Les courbes d'étalonnage de la Figure VI.28 ont été réalisées à deux endroits du crayon T1. Cette figure compare l'amplitude, du traitement D_1 , obtenue en un lieu propice aux mesures et un autre non (tous les autres paramètres étant les mêmes).

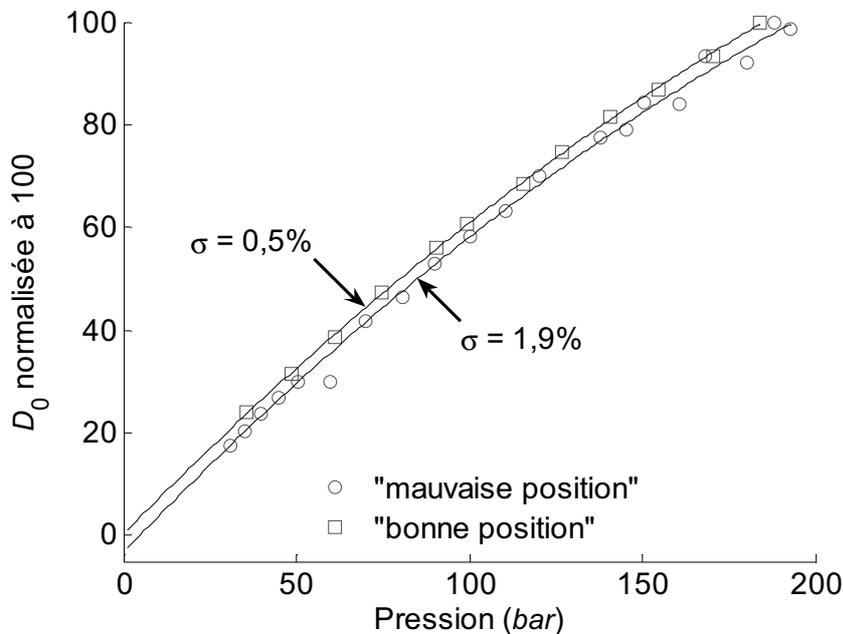


Figure VI.28. Superposition de deux courbes d'étalonnage, $D_0(P)$, en fonction de la position du capteur.

L'amplitude, quand le capteur est placé à un « mauvais endroit », est plus petite qu'à un « bon endroit ». L'amplitude des traitements se disperse donc en fonction de la position du capteur sur le tube entre ces deux extrêmes. Les courbes $\hat{a} = f(P, \text{position})$ se déduisent l'une de l'autre par simple translation (Figure VI.28). Elles montrent que la perturbation est indépendante de la pression.

L'incertitude totale sur les mesures a donc plusieurs origines :

- ✓ σ_r : répétabilité du capteur ;
- ✓ $\sigma_{\hat{a}/P}$: fidélité en un point ;
- ✓ σ_C : reproductibilité de l'épaisseur de couplant ;
- ✓ σ_R : reproductibilité le long du tube.

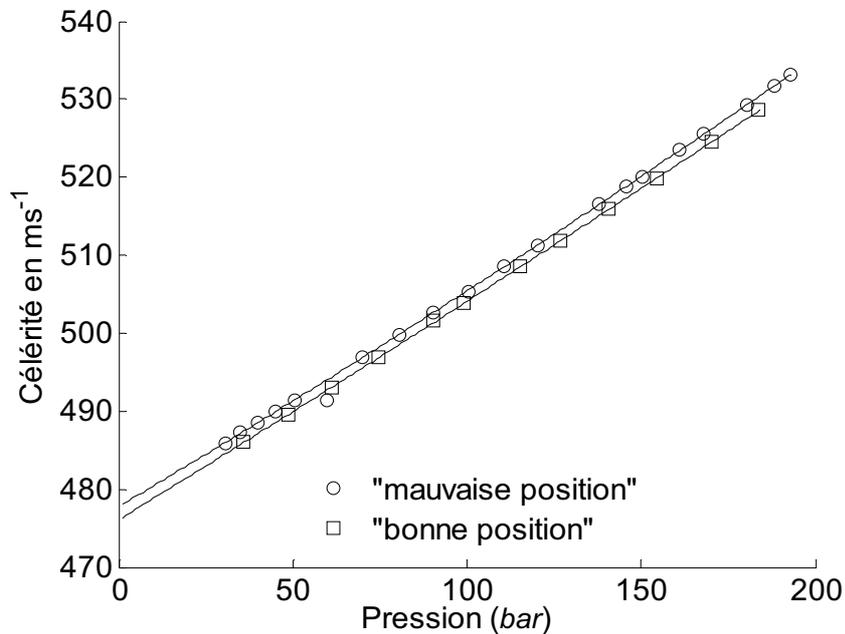


Figure VI.29. Superposition de deux courbes d'étalonnage, $c_A(P)$, en fonction de la position du capteur.

Il existe aussi une dispersion des mesures de célérité en fonction de la position du capteur. Sur la Figure VI.29, l'écart constant entre les deux courbes (compensées en température) est de $1,2 \text{ ms}^{-1}$. Cet écart est plus faible que l'incertitude liée aux variations de diamètre du tube.

Nous présentons ci-dessous (Figure VI.30 31 et 32) des exemples de mesure d'amplitude en fonction de la position le long du tube. L'ensemble des valeurs d'écart types pour chaque traitement est reporté dans le Tableau VI.11. La principale constatation est que la dispersion des mesures d'amplitude est beaucoup importante que précédemment.

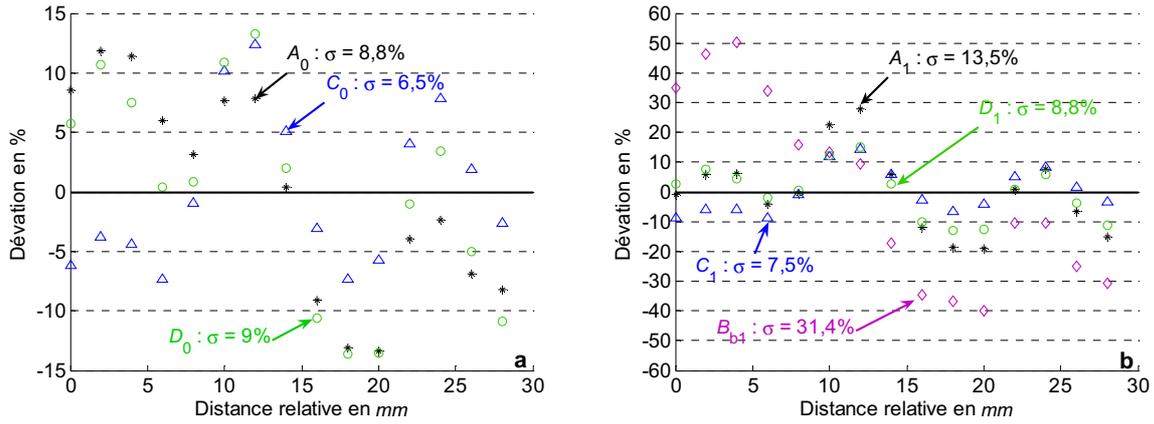


Figure VI.30. Dispersion de l'**amplitude** en fonction de la position dans la zone sans ressort du tube 1 avec le capteur plongé dans la cuve remplie de **caramel** : **a)** traitements d'indice 0 **b)** traitements d'indice 1.

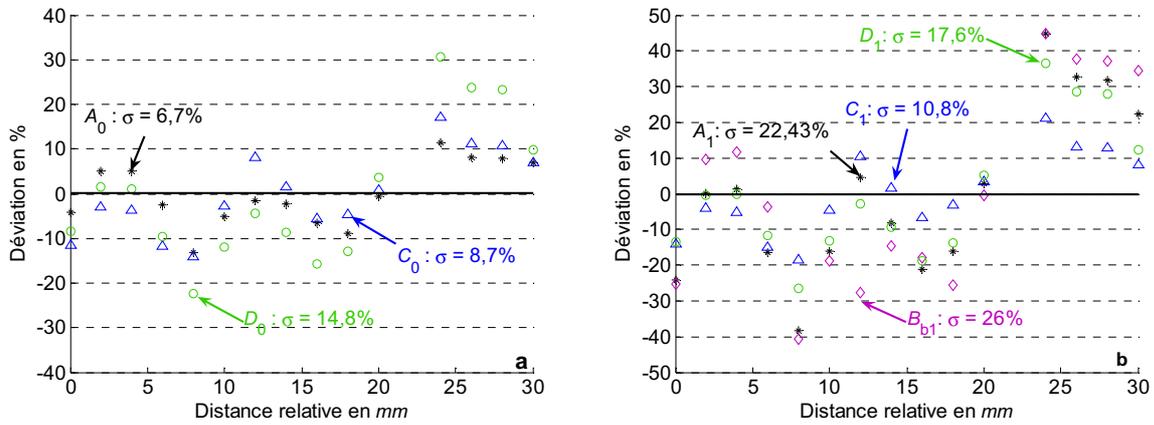


Figure VI.31. Dispersion de l'**amplitude** en fonction de la position dans la zone sans ressort du tube 1 avec le capteur plongé dans la cuve remplie **d'eau** : **a)** traitements d'indice 0 **b)** traitements d'indice 1.

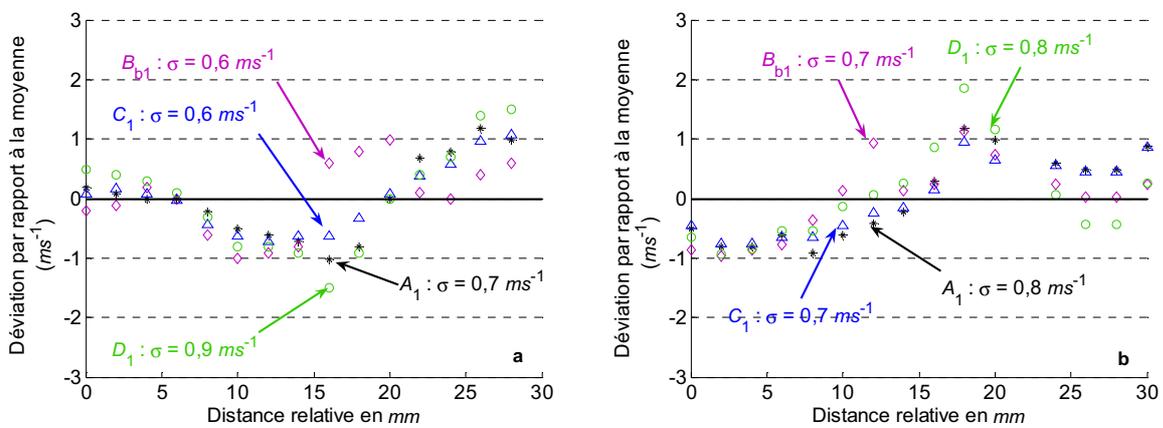


Figure VI.32. Dispersion de la **vitesse** autour de la valeur moyenne en fonction de la position dans la zone sans ressort du tube 1 avec le capteur plongé dans la cuve remplie : **a)** de caramel **b)** d'eau.

Moyennes et écarts types en ms^{-1} sur la vitesse des traitements d'indice 1									
		A_1		B_1		C_1		D_1	
caramel	T1	506,5	$\pm 0,7$	506,1	$\pm 0,6$	506,5	$\pm 0,6$	506,6	$\pm 0,9$
	T2	505,8	0,3	505,4	0,3	505,8	0,3	506,1	0,4
	T3	507,0	0,3	506,5	0,4	507,1	0,3	507,3	0,6
	T4	509,8	0,1	509,2	0,2	509,8	0,2	509,9	0,1
	moyenne	506,4	0,4	506,0	0,4	506,5	0,4	506,7	0,6
eau	T1	505,3	0,8	505,6	0,7	505,5	0,7	505,3	0,8
	T2	506,2	0,2	506,0	0,2	506,4	0,1	506,1	0,7
	T3	505,0	0,4	504,9	0,5	505,3	0,4	505,2	0,8
	T4	508,1	0,3	508,1	0,3	508,0	0,3	508,2	0,3
	moyenne	505,5	0,5	505,5	0,5	505,7	0,4	505,5	0,8

Ecart types en % sur l'amplitude des traitements									
		A_0	A_1	B_1	C_0	C_1	D_0	D_1	
caramel	T1	$\pm 8,8$	$\pm 13,6$	$\pm 31,4$	$\pm 6,5$	$\pm 7,5$	$\pm 9,0$	$\pm 8,8$	
	T2	6,0	11,7	15,8	5,1	5,7	5,8	6,1	
	T3	10,1	24,7	33,9	10,1	12,2	15,6	17,6	
	T4	3,2	9,6	5,7	5,7	6,4	6,0	6,9	
	moyenne	8,3	16,7	27,0	7,2	8,5	10,1	10,8	
eau	T1	6,7	22,4	26,0	8,7	10,8	14,8	17,6	
	T2	6,5	13,5	16,8	5,6	5,5	12,2	12,4	
	T3	10,0	21,8	25,1	10,9	11,3	13,7	13,9	
	T4	4,0	8,9	6,2	5,5	5,7	7,2	7,6	
	moyenne	7,7	19,2	22,6	8,4	9,2	13,6	14,6	

Tableau VI.11. Bilan sur les mesures de reproductibilité sur les crayons T1 à T4 pressurisés à 103 bars avec le capteur L1. La moyenne est effectuée uniquement sur les données issues des crayons T1, T2 et T3. Les meilleurs résultats sont en gras.

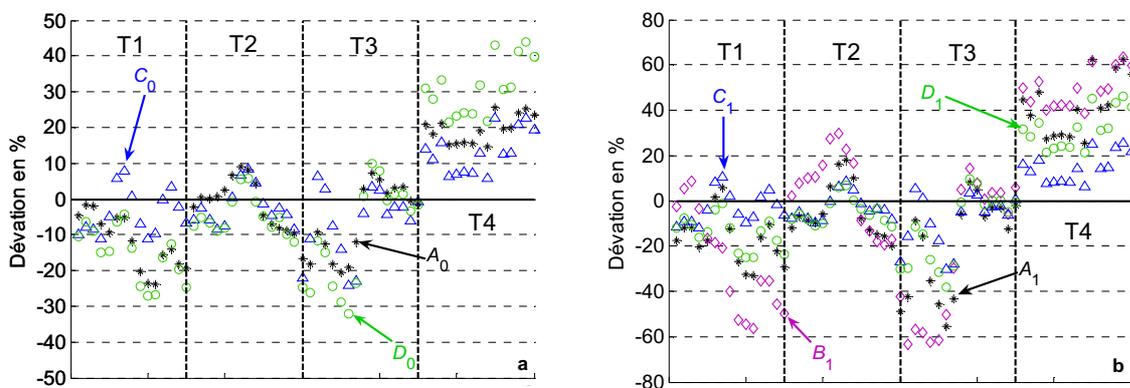


Figure VI.33. Comparaison de la dispersion de l'amplitude des traitements a) d'indice 0 et b) d'indice 1 pour les crayons T1 à T4. Les mesures sont effectuées avec le capteur L1 plongé dans la cuve remplie de caramel. Les données sont centrées par rapport à la moyenne de l'ensemble.

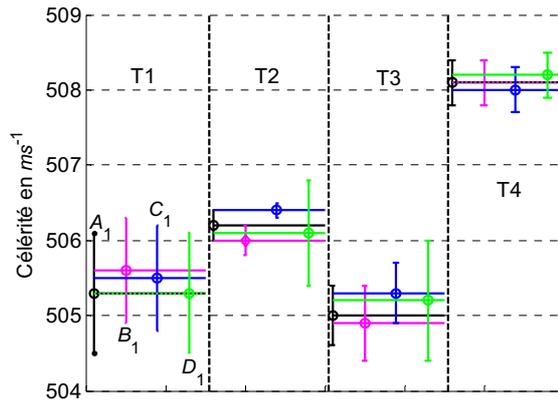


Figure VI.34. Comparaison des vitesses moyennes en fonction des traitements et des crayons (capteur couplé à l'eau), le crayon T4 apparaît différent.

Les valeurs de vitesse et d'amplitude, obtenues avec le tube oxydé (T4) (Figure VI.33 et 34), sont nettement différentes de celles obtenues avec les tubes T1, T2 et T3. Le crayon T4 a été obtenu à partir du crayon 3 oxydé en étuve. La différence de vitesse entre ces deux crayons est probablement due à la présence à l'intérieur du tube d'une couche d'oxyde de $18 \mu\text{m}$. En effet, à une diminution de diamètre de $36 \mu\text{m}$ correspond une variation de vitesse apparente égale de $2,1 \text{ ms}^{-1}$.

Cependant, ce n'est pas le changement d'épaisseur qui explique que la réponse en pression est bien meilleure avec ce crayon. La différence entre un crayon neuf et un oxydé provient sûrement des propriétés acoustiques de la zircone, plus proche de celle d'une céramique que d'un métal. La non-reproductibilité sur le tube oxydé (crayon T4) est environ de moitié de celle obtenue avec les tubes neufs (Tableau VI.11). Si ce phénomène devait se confirmer, cela serait évidemment propice aux mesures. Il serait donc intéressant de poursuivre l'étude de reproductibilité avec plusieurs tubes ayant des épaisseurs d'oxydes différentes.

Comme la dispersion des mesures d'amplitude et de vitesse apparaît totalement aléatoire, le pas de pèlerin (défaut périodique, de période de 4 mm , issu du processus de fabrication des gaines) ne semble pas influencer sur les mesures.

Le bilan du Tableau VI.11 fait apparaître que les traitements d'indice 0 sont plus reproductibles que les traitements d'indice 1, plus particulièrement les traitements A_0 et C_0 . Cela s'explique par les expressions théoriques de ces deux traitements qui ne comprennent pas de terme $\exp(-\alpha d)$ et ont une racine carrée.

4.4 Origine des non-reproductibilités

L'examen des spectres de la Figure VI.35 fait apparaître les points suivants :

- ✓ l'amplitude des bouclettes diminue aux « mauvais endroits » (Figure VI.35).
- ✓ on ne constate pas (ou très peu) de décalage fréquentiel entre les « bons » et les « mauvais » endroits ;
- ✓ les modifications de réponse du système (résonances couplées de la gaine, transducteur et des couches de couplage), font apparaître des dédoublements de pics ;

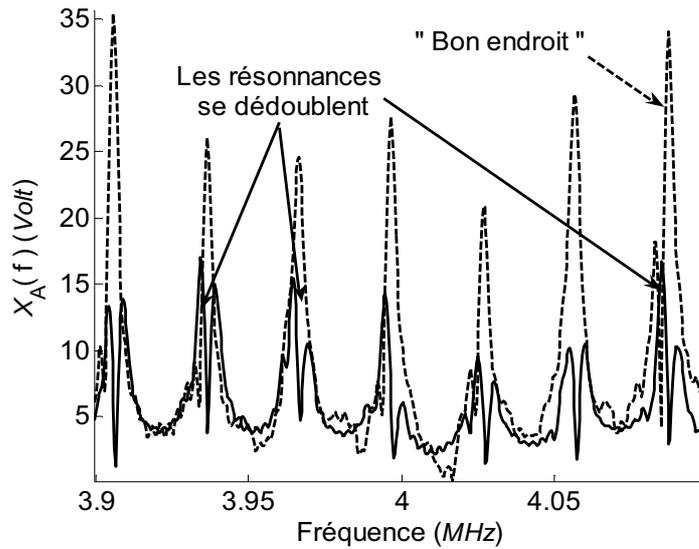


Figure VI.35. Spectre à un bon et mauvais endroit du tube mettant en évidence le dédoublement des résonances du gaz.

L'examen des spectres de la Figure VI.36 fait apparaître aussi un élargissement des pics du gaz. Quand le décalage fréquentiel des pics dédoublés est inférieur à la moitié de la largeur d'une résonance, on obtient un seul pic plus petit et plus large, correspondant à une augmentation apparente de l'absorption.

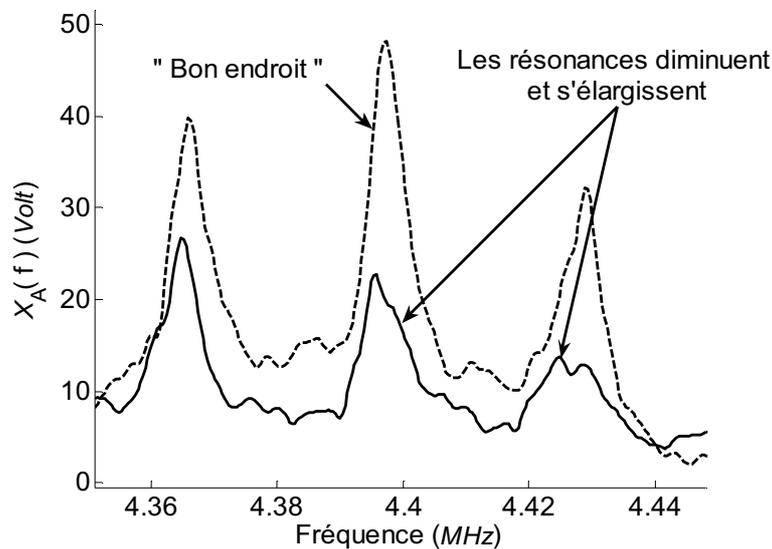


Figure VI.36. Spectre à un bon endroit et un mauvais endroit montrant l'élargissement des pics.

La décroissance de l'échogramme correspondant n'est pas exponentielle (Figure VI.37). Les échos faibles sont dus aux interférences destructives liées aux différentes longueurs de cavité dans laquelle les ondes quasi-stationnaires s'établissent. Dans l'espace des fréquences, cela se traduit par une déformation des bouclettes. Sur la Figure VI.35 les résonances du gaz se dédoublent, tout se passe comme s'il existait deux cavités.

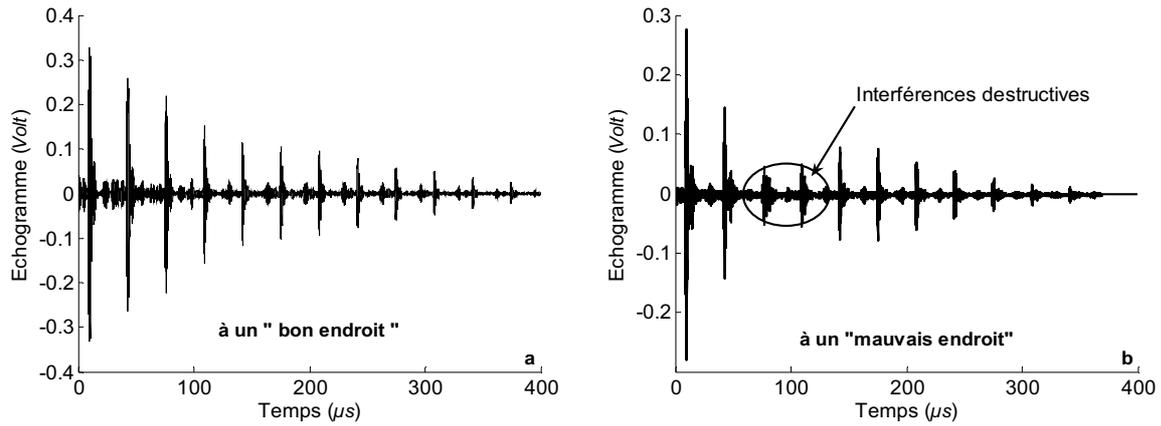


Figure VI.37. Comparaison entre **a)** un « bon » échogramme et **b)** un « mauvais » échogramme.

Toutes ces remarques sont compatibles avec un non-parallélisme de la cavité, qui serait donc en partie à l'origine de la dispersion des mesures. Les phénomènes de non-parallélismes ont pour origine les défauts d'ovalisation et de non concentricité des crayons. Les procédés de fabrication (laminage à froid et recuit) sont tels que ce sont les défauts d'ovalisation qui prédominent (Figure VI.38).

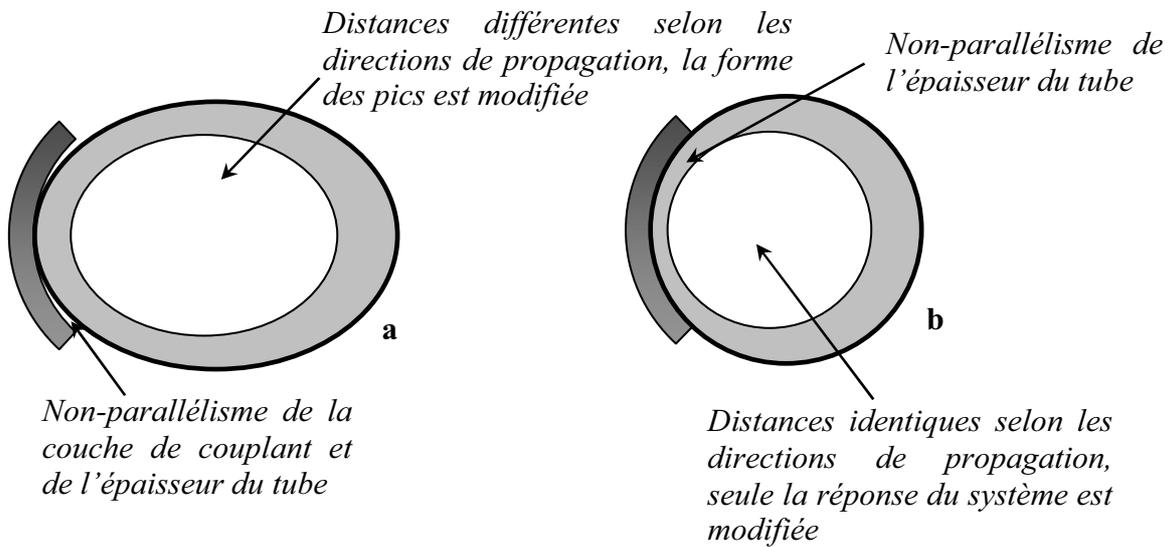


Figure VI.38. Les défauts d'ovalisation et de non-concentricité sont à l'origine des non-parallélismes de la couche de couplant, de l'épaisseur du tube et des différentes longueurs de cavité.

Mais le non-parallélisme ne peut pas expliquer tous les problèmes de dispersion. Sur l'échogramme (Figure VI.39.b), la réponse temporelle s'étale longuement au-delà du temps de coupure τ_c du filtre. Ceci se traduit dans l'espace des fréquences (Figure VI.39.c) par l'apparition d'un pic nouveau.

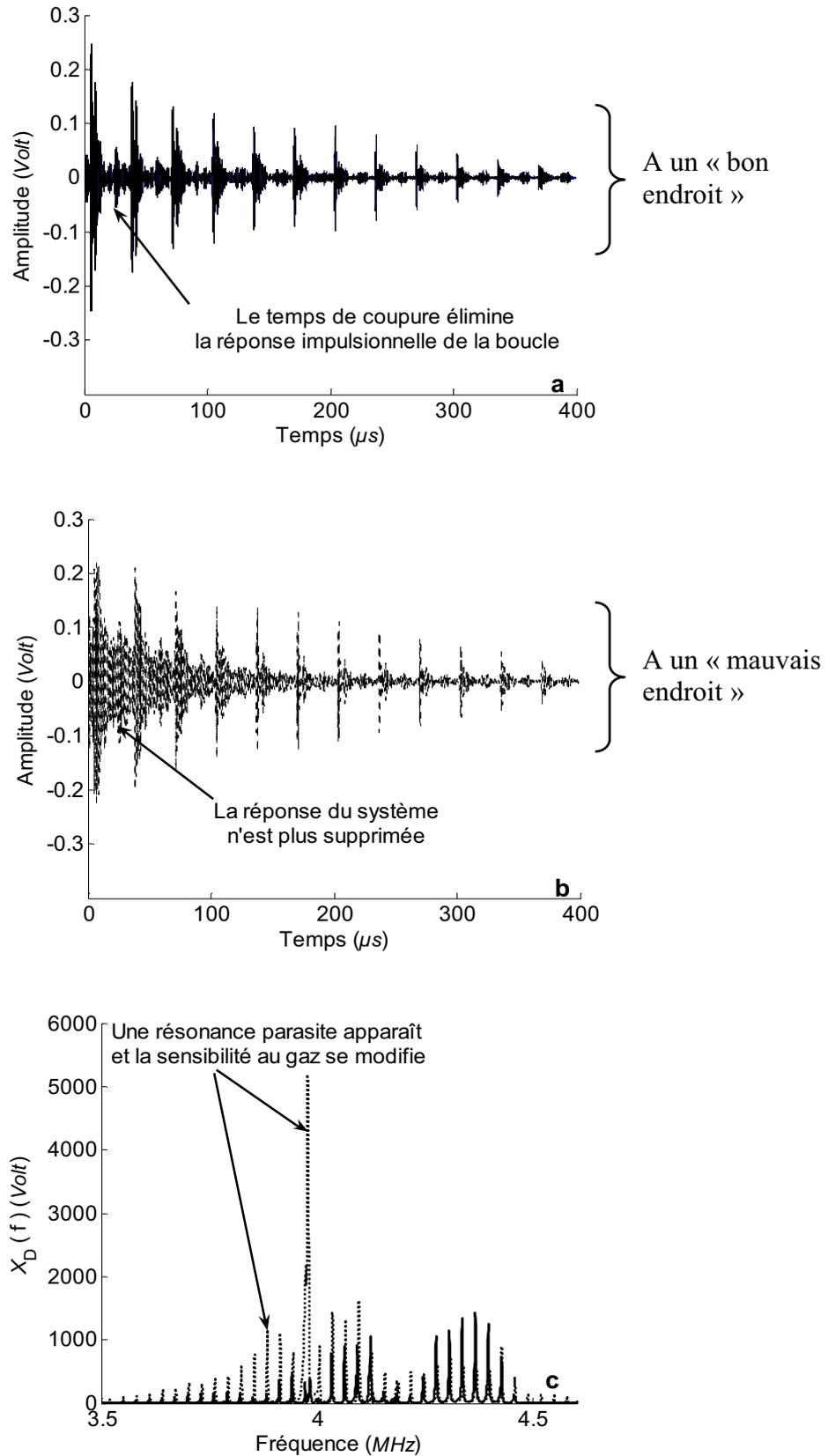


Figure VI.39. Cette figure compare **a)** et **b)** les échogrammes et **c)** les spectres qui peuvent être totalement modifiés en fonction de la position du capteur (ici c'est un cas extrême) entre un « bon » (trait plein) et un « mauvais » (trait en pointillé) endroit (mesure dans l'eau sur le crayon T3).

Les traitements d'indice 0 tiennent directement compte de l'aire de ces résonances, et les traitements d'indice 1 sont perturbés par les ondulations que cause l'apparition de ce pic dans le tempographe. C'est pourquoi le traitement D_1 , peut dans certains cas, être totalement perturbé car il amplifie le phénomène en prenant le carré du spectre.

En augmentant le temps de coupure du filtre, on améliore la fidélité et la reproductibilité des traitements en éliminant plus efficacement cette résonance parasite. Mais nous ne pouvons pas augmenter ce temps indéfiniment, d'autant plus que les mélanges He/Xe sont plus absorbants que les mélanges He/Ar ayant servis pour cet exemple.

Grâce à l'opération de dérivée qui filtre plus correctement la boucle, les traitements C_0 et C_1 sont les plus adaptés à la rejection des résonances parasites et explique les bons résultats du Tableau VI.11.

Néanmoins les différences de sensibilité du système entre deux positions (enveloppe des pics de la Figure VI.39) ne peuvent pas être supprimées par le filtrage.

*
* *

4.5 Modélisation et essais de compensation de la non-reproductibilité

Pour modéliser les phénomènes de non-parallélisme, on suppose l'angle α (Figure VI.40) suffisamment petit pour faire l'approximation des petits angles et découper le modèle 1D en n modèles en parallèle. L'impédance du transducteur se déduit de la mise en parallèle d'impédances calculées pour n épaisseurs de gaz. Ce modèle fait la supposition qu'aucun couplage n'existe entre deux tranches adjacentes.

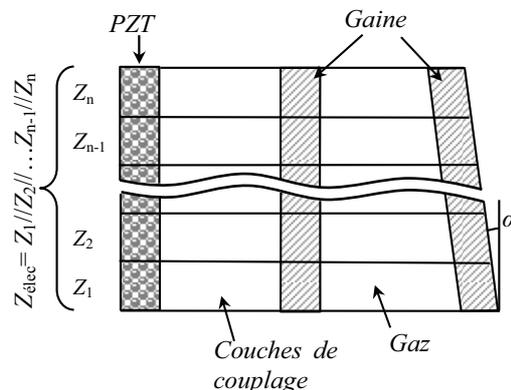


Figure VI.40. Schéma de principe de modélisation à une dimension des phénomènes de non-parallélisme de la cavité.

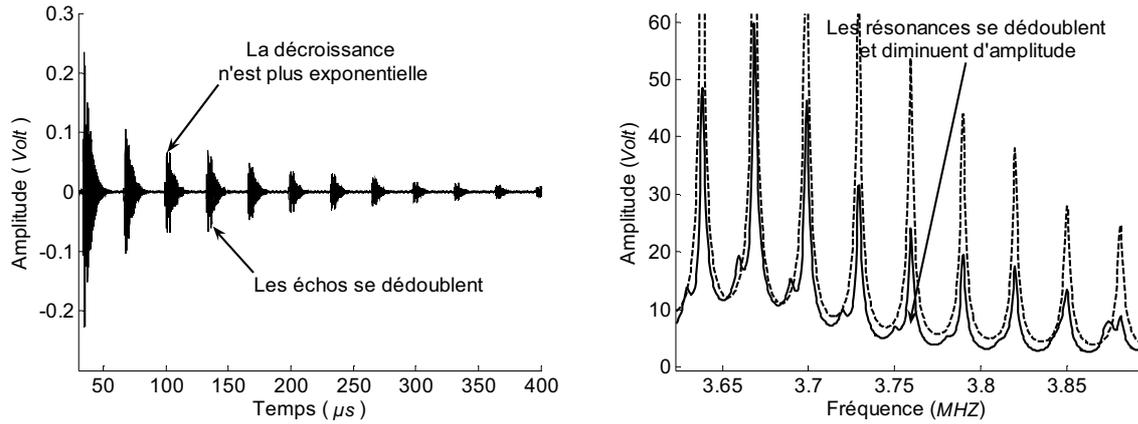


Figure VI.41. Echogramme et spectre théorique correspondant au schéma de la Figure VI.40 (en pointillé spectre sans défaut de parallélisme).

Nous observons que les figures théoriques (Figure VI.41) sont qualitativement semblables aux spectres expérimentaux et échogramme (Figure VI.35 et 37.b). Nous en concluons que l'hypothèse d'une dispersion des mesures due aux irrégularités du tube est vérifiée.

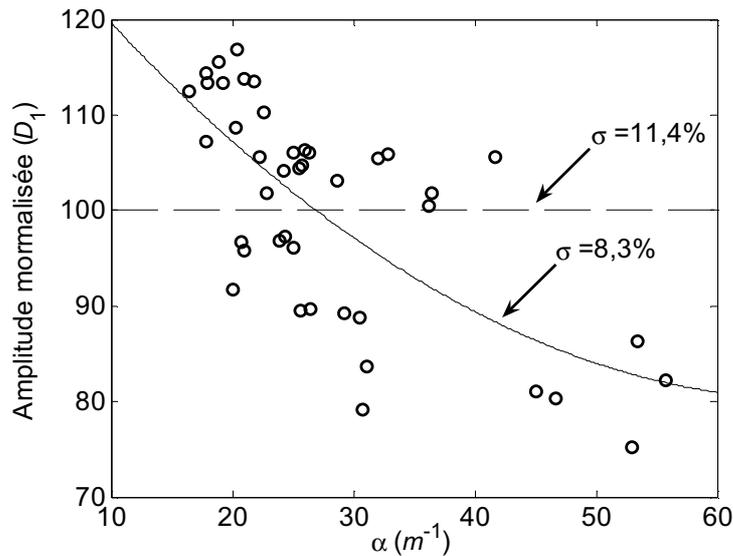


Figure VI.42. Amplitude du traitement D_1 , normalisée à la moyenne, en fonction de l'absorption apparente sur une série de mesures de reproductibilité en fonction de la position azimutale.

Si on calcule le coefficient d'absorption apparent à partir des spectres (Figure VI.36), on obtient des valeurs comprises entre 15 et 60 m^{-1} . Elles sont bien supérieures à celles connues pour le gaz seul (8 m^{-1} à 4 MHz). L'élargissement des pics provient donc de phénomènes d'absorption se situant ailleurs dans le système.

La modélisation théorique prévoit que le non-parallélisme conduit à une diminution d'amplitude **corrélée** à un élargissement des pics de résonance. Nous vérifions sur la Figure VI.42 une légère corrélation entre l'amplitude et l'absorption. Malheureusement elle n'est pas assez nette pour corriger les données expérimentales ; la dispersion des points par rapport à la courbe de tendance (8,3%) est à peine inférieure à la dispersion totale (11,4%).

La dispersion des mesures est grande pour un capteur mobile, et nous ne disposons pas pour l'instant de méthode simple pour la corriger.

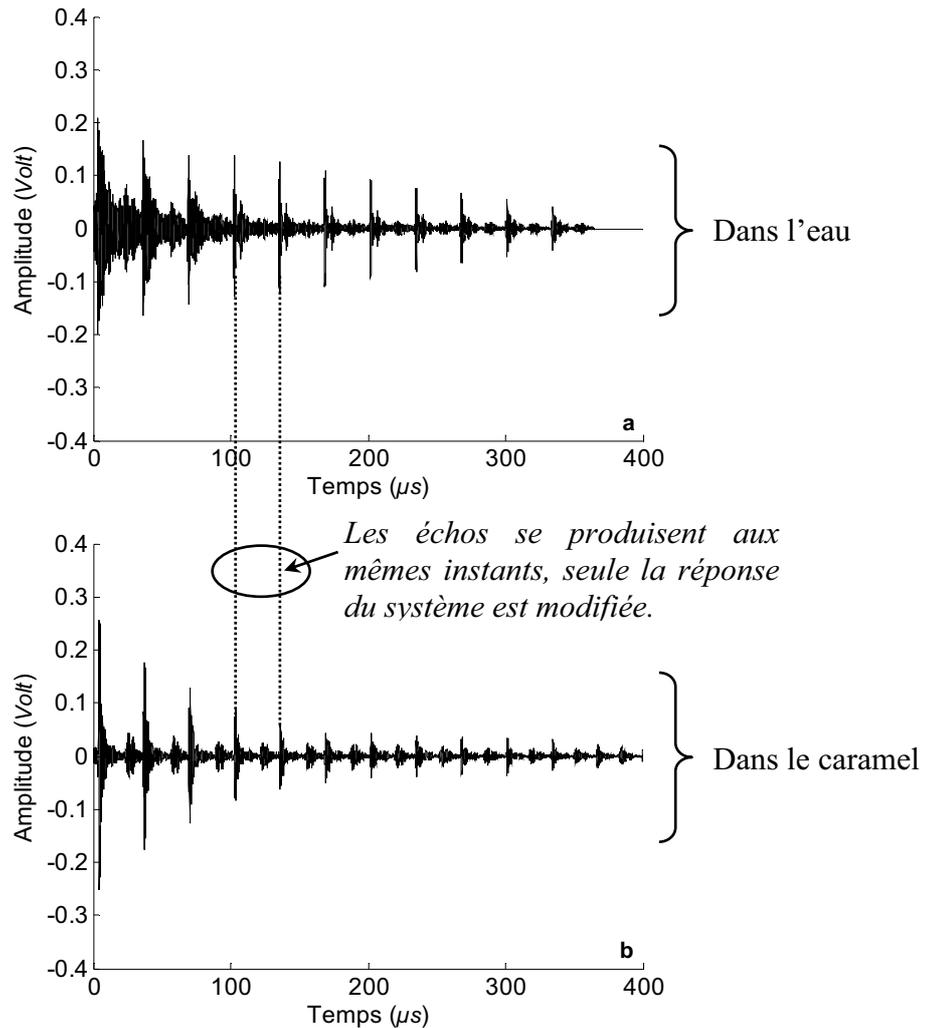


Figure VI.43. Comparaison des échogrammes obtenus dans **a)** l'eau et **b)** le caramel. Ils mettent en évidence la nécessité d'amortir les résonances parasites du tube.

Pour finir sur une note positive, nous présentons la Figure VI.43 qui compare les échogrammes obtenus dans l'eau et dans le caramel (avec le même capteur, à la même position sur le crayon T3). L'impédance du caramel étant le double de celle de l'eau, il supprime plus efficacement les résonances parasites qui s'amortissent dans le reste du système.

Un système d'amortissement des vibrations non désirées du tube serait donc du plus haut intérêt.

4.6 Conclusion sur la précision des mesures

Les mesures de vitesse sont peu affectées par les changements de position du capteur. Le tableau ci-dessous résume la contribution de chacune des sources sur l'incertitude type totale, sur la vitesse et sur la pression.

	Incertitude sur la vitesse en ms^{-1}	Incertitude sur la pression en %
Répétabilité	0,2	0,5
Etalonnage	0,2	0,3
Reproductibilité couplant	0,05	1
Reproductibilité position	0,5	10
Incertitude sur le diamètre	2,7	
Incertitude totale	3,0	10

Tableau VI.12. Compositions de l'incertitude totale sur la vitesse et la pression.

Dans le tableau ci-dessous, nous avons reporté l'incertitude sur la concentration en xénon correspondant à une incertitude sur la vitesse u_c de $\pm 3 ms^{-1}$. L'incertitude sur la concentration (x) en xénon est reliée à celle sur la vitesse par la relation, déduite de l'équation des gaz parfaits :

$$\frac{dx}{x} = \frac{2M}{(M - M_{He})} \frac{dc}{c} \quad (VI.10)$$

Concentration de xénon x en %	Incertitude sur la concentration x
5%	$\pm 0,08\%$
10%	$\pm 0,16\%$
15%	$\pm 0,26\%$
20%	$\pm 0,37\%$

Tableau VI.13. Incertitude sur la concentration de xénon pour une incertitude sur la vitesse $u_c = \pm 3 ms^{-1}$.

La principale source d'erreur est due à la non-reproductibilité en fonction de la position du capteur. Pour les mesures de pression, les autres sources d'incertitude sont négligeables devant la non-reproductibilité en fonction de la position. Si aucune précaution n'est prise, la mesure de la pression est à ± 20 bars près **sur un crayon neuf**.

Si cette précision est suffisante pour détecter un crayon défaillant (fuitard), elle doit encore être améliorée pour l'utilisation envisagée de mesure de la pression effective.

On peut envisager d'améliorer cette reproductibilité en analysant plus précisément le coefficient d'absorption apparent et en distinguant chacune de ses composantes :

- ✓ absorption du gaz ;
- ✓ pertes aux parois ;
- ✓ pertes dues au non-parallélisme du tube ;
- ✓ pertes par diffraction ;
- ✓ pertes dans le système.

Si nous pouvions quantifier ces phénomènes et les corrélérer aux amplitudes des mesures, cela permettrait de diminuer de façon significative leur dispersion.

Par ailleurs, nous savons très clairement reconnaître une mauvaise mesure et, par conséquent, nous pouvons imaginer un protocole expérimental permettant d'exclure ces points. Quand une résonance parasite apparaît, comme sur la Figure VI.39, la mesure du coefficient d'absorption, basée sur le rapport des deux premiers maxima du tempographe est totalement fautive, tout comme quand les résonances se dédoublent. C'est donc peut être à partir d'un certain seuil d'absorption que nous pouvons prendre la décision de rejeter une mesure et de déplacer le capteur.

Une solution simple pour diminuer les résonances parasites serait d'augmenter l'angle d'ouverture des capteurs.

Une autre voie pour améliorer la reproductibilité des mesures est de travailler en transmission. Nous l'avons déjà signalé, les mesures en transmission sont intrinsèquement plus sensibles au gaz, comme en témoigne le spectre en transmission de la Figure VI.18. Dans l'espace des temps, cela se traduit par une réponse temporelle plus courte, permettant de diminuer le temps de coupure τ_c qui doit éliminer totalement la boucle.

De plus, nous devons repenser le dispositif de couplage et y intégrer un dispositif d'amortissement des résonances parasites, avec par exemple des amortisseurs placés de part et d'autre des capteurs.

Les phénomènes de non-parallélisme sont d'autant plus accentués que la longueur d'onde est courte. Peut-être devrions-nous envisager de concevoir un capteur fonctionnant aux alentours de 1 MHz, zone fréquentielle dans laquelle l'ensemble capteur/gaine résonne, mais pour lequel notre capteur n'est pas optimisé.

Enfin, les résultats sur le crayon oxydé sont encourageants. Avec le traitement A_0 , on atteint une incertitude de ± 8 bars (et de ± 10 bars avec les traitements C_0 et C_1). Si ce comportement se confirmait, la dispersion des mesures deviendrait acceptable. Il serait alors intéressant de compléter les mesures par des étalonnages en fonction de l'épaisseur de la couche d'oxyde.

5. Effet du ressort

5.1 Effet du ressort sur les traitements

Lors des précédents travaux de thèse sur la mesure de pression [13], les auteurs se demandaient s'il était possible d'établir un régime d'ondes stationnaires dans la cavité en présence du ressort. La première partie du travail avec ressort fut donc de vérifier dans les mêmes conditions que précédemment si nous étions capables de réaliser des courbes d'étalonnage en présence du ressort.

Les courbes des Figure VI.44 ont été obtenues avec le capteur L1 plongé dans la cuve remplie de caramel sur le crayon T1 (comportant un ressort standard).

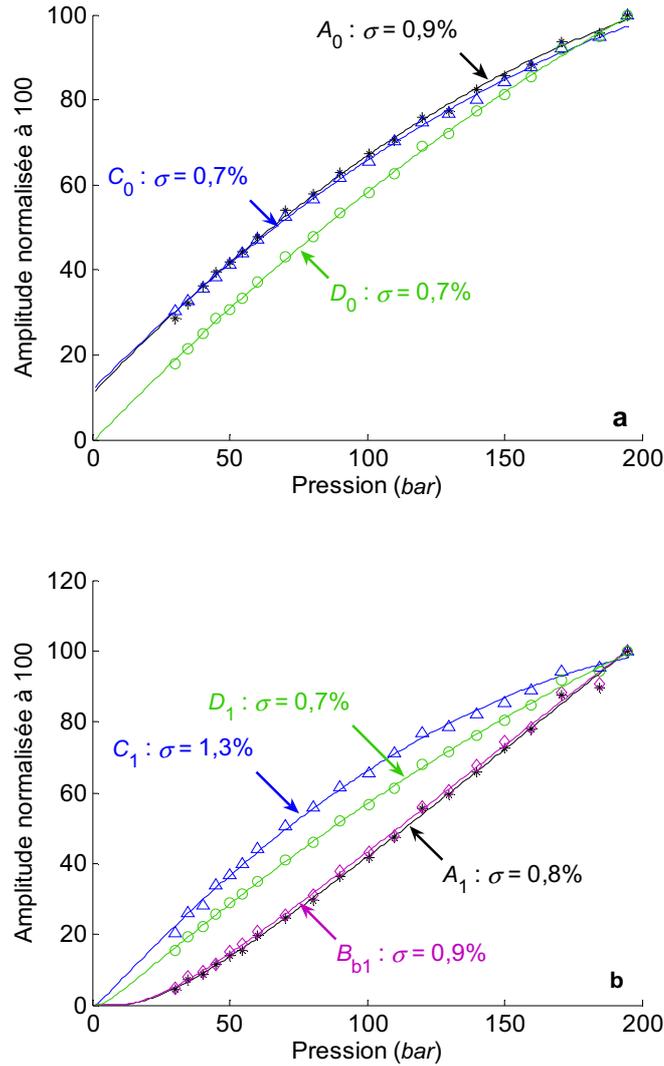


Figure VI.44. Mesure d'amplitude avec les traitements a) d'indice 0 et b) d'indice 1. Avec le ressort les mesures ne sont pas plus dispersives que sans le ressort.

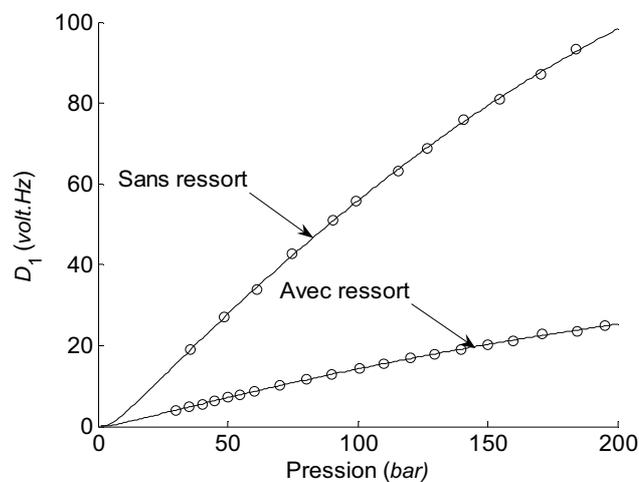


Figure VI.45. Comparaison de l'amplitude du traitement D_1 obtenue avec et sans ressort, l'écart type des résidus est le même dans les deux cas (0,7%), mais l'amplitude diminue avec le ressort.

Les comportements des traitements en présence du ressort sont très voisins de ceux sans ressort et les mesures ne sont pas plus dispersives. Seule l'amplitude des traitements est affectée en étant fortement diminuée (Figure VI.45).

Le rapport *amplitude avec ressort / amplitude sans ressort* est peu dépendant de la pression sur la gamme 30–200 bars. Le tableau ci-dessous donne un ordre de grandeur de ce ratio selon les traitements. Ce n'est qu'un ordre de grandeur car l'amplitude des traitements fluctue en fonction de la position du capteur, et les mesures sont nécessairement faites à deux endroits différents du tube (dans la zone sans ressort et dans la zone avec ressort).

Traitements	A_0	A_1	B_1	C_0	C_1	D_0	D_1
En réflexion	2,5	8	7	3	3,5	4	3,5
En transmission	4	6	5	2,5	3	3	3

Tableau VI.14. Moyenne du rapport des amplitudes avec et sans ressort (sur la gamme 30–200 bars) pour chaque traitement.

Remarque : Pour quantifier uniquement l'effet du ressort, il faudrait effectuer une mesure sans ressort, puis introduire le ressort sans modifier la position du capteur. Seulement, cette expérience n'est pas réalisable avec les ressorts et les taux de compression (4410 N) utilisés dans les crayons combustibles, avec les moyens du laboratoire.

En transmission, l'effet du ressort est plus petit car les ondes ne traversent qu'une seule fois le ressort. Ce sont les traitements A_1 et B_1 les plus affectés (en amplitude) par la présence du ressort, probablement en raison du coude à basse pression et de leur expression théorique ne contenant pas de terme en racine carrée et racine cubique.

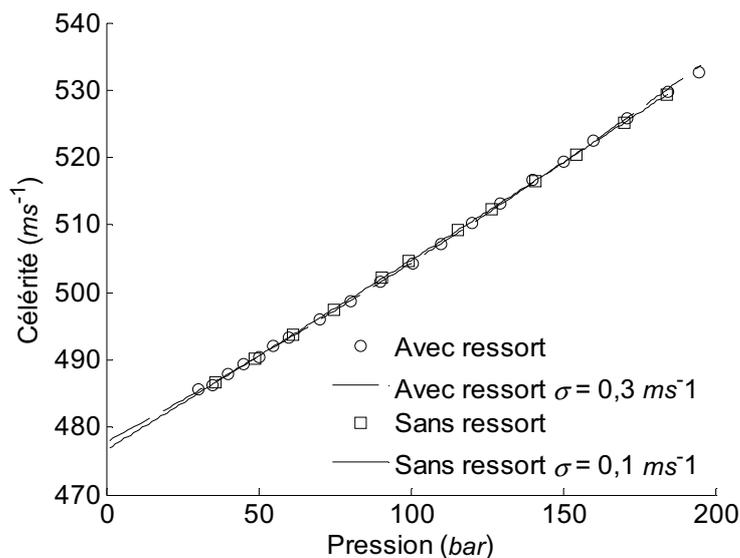


Figure VI.46. Comparaison des mesures de la célérité en fonction de la pression, avec et sans le ressort (avec le traitement A_1).

La Figure VI.46 représente la comparaison entre les vitesses obtenues avec et sans ressort avec le traitement A_1 . L'écart maximal entre les deux ajustements est de 1 ms^{-1} . Cette différence est probablement due à une différence de diamètre entre les deux points de mesure. Les mesures sont légèrement plus dispersives avec le ressort mais cet effet est négligeable. Les résultats sont identiques avec les autres traitements. **Le ressort ne perturbe pas la mesure de la célérité.**

L'amélioration des capteurs combinée à celle des traitements des données nous a permis de s'affranchir de la présence parasite du ressort et de réaliser un capteur fixe des mesures avec la même précision que sans ressort ($\pm 1\%$ sur la composition et $\pm 1,8$ bars sur la pression pour un capteur fixe).

5.2 Reproductibilité en fonction de la position avec le ressort

L'étude de la reproductibilité a été effectuée sur les deux crayons contenant un ressort standard (tubes T1 et T2) remplis d'He/Ar à 40% à 103 bars. Le capteur utilisé est le capteur L1 (comme pour l'étude sans ressort) plongé dans la cuve remplie de caramel. Pour observer l'effet du pas du ressort, le déplacement entre chaque mesure est maintenant de 1 mm . L'ensemble des résultats est reporté dans le Tableau VI.15.

Moyennes et écarts types en ms^{-1} sur la vitesse des traitements d'indice 1								
	A_1		B_1		C_1		D_1	
T1	506,4	$\pm 0,3$	506,1	$\pm 0,4$	506,6	$\pm 0,3$	506,6	$\pm 0,4$
T2	506,3	0,2	505,8	0,4	506,5	0,3	506,9	0,3
moyenne	506,4	0,2	506,0	0,4	506,6	0,3	506,8	0,3

Ecart types en % sur l'amplitude des traitements							
	A_0	A_1	B_1	C_0	C_1	D_0	D_1
T1	$\pm 4,2$	$\pm 9,7$	$\pm 11,3$	$\pm 2,7$	$\pm 5,4$	$\pm 4,5$	$\pm 5,1$
T2	4,3	13,2	11,7	3,9	7,6	6,6	8,2
moyenne	4,3	11,5	11,5	3,3	6,5	5,6	6,7

Tableau VI.15. Bilan sur les mesures de reproductibilité sur les crayons T1 et T2 contenant un ressort standard comprimé avec la force nominale de fabrication (450 kgf). Les meilleurs résultats sont en gras.

Comme pour l'étude sans ressort, nous avons reporté sur la Figure VI.47 les données issues des deux tubes. On voit maintenant une régularité dans la dispersion des mesures qui reproduisent une sinusoïde de période égale à quatre fois le pas du ressort (Figure VI.47), soit environ 10 mm . Le phénomène est moins marqué sur les mesures faites avec le crayon T2. La période mesurée est le double de celle du capteur (10 mm). Actuellement, nous n'avons pas d'explication à cette période de 10 mm .

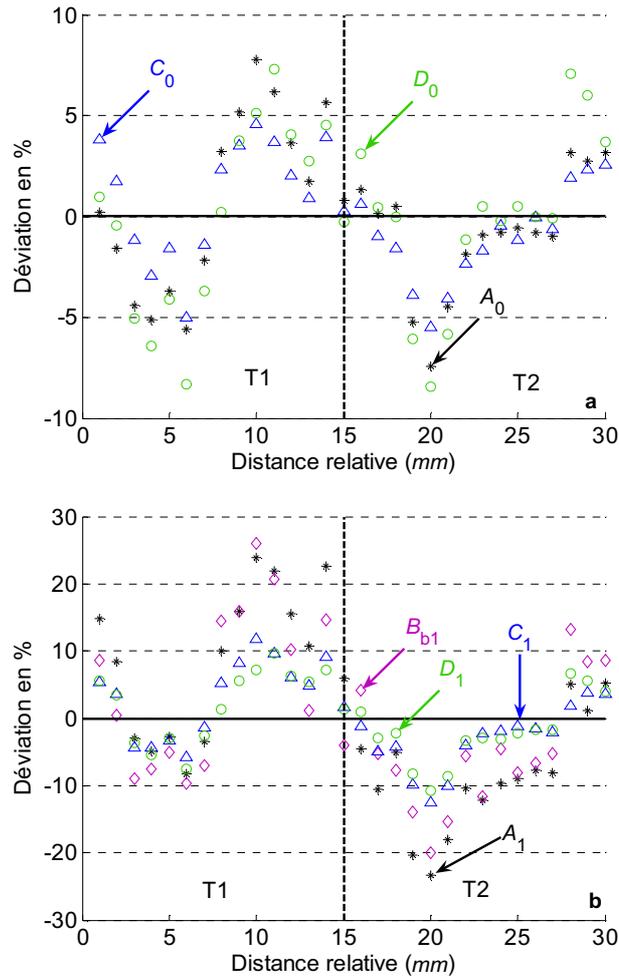


Figure VI.47. Mesures d'amplitudes le long d'un tube avec ressort pour les traitements **a)** d'indice 0 et **b)** d'indice 1, sur les crayons T1 et T2. Mesures effectuées avec le capteur L1 plongé dans la cuve remplie de caramel. Les données sont centrées par rapport à la moyenne de l'ensemble.

Le couplage de ces mesures était assuré par du caramel car les mesures dans l'eau avec le ressort sont actuellement de moins bonne qualité car d'une part le capteur optimal pour l'eau n'a pu être fabriqué, et d'autre part il est nécessaire d'améliorer l'amortissement des résonances parasites du tube (Voir les conclusions du §4.6).

La reproductibilité des mesures n'est pas dégradée par la présence du ressort. La non-reproductibilité du traitement B₁ passe de 31,4% (sans le ressort) à 11,3% (avec le ressort) de l'amplitude mesurée sur le crayon T1. L'amélioration est moins marquée pour les autres traitements. Par exemple, la non-reproductibilité du traitement D₁ passe de 8,8% à 5,1% de l'amplitude mesurée (Tableau VI.11 et Tableau VI.15).

L'absorption apportée par le ressort est maintenant le phénomène prédominant dans les mesures d'amplitudes : l'absorption apparente avec le ressort est en moyenne de $120 m^{-1}$ contre $20 m^{-1}$ sans ressort. Ce phénomène est probablement à l'origine de l'amélioration constatée en « gommant » les effets d'irrégularité du tube. Si cette régularité des mesures se confirme sur d'autres essais, nous pouvons envisager de compenser en partie les variations d'amplitude des traitements. Une fois la période déterminée en se plaçant sur un maximum d'amplitude, la non-reproductibilité ne serait plus dépendante du ressort.

En tenant compte de l'incertitude d'étalonnage de la dispersion liée à la position et aux variations du pas du ressort (§5.3.4), **ces résultats permettent d'envisager des mesures de pression à ± 10 bars avec les traitements A_0 , C et D (sur des crayons neufs avec ressort).**

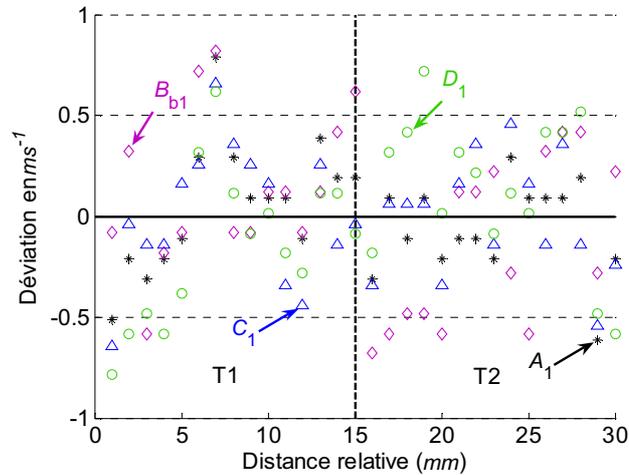


Figure VI.48. Comparaison des mesures de la vitesse sur les crayons avec ressort T1 et T2. Les mesures ont été faites avec le capteur L1 couplé à l'aide de la cuve remplie de caramel.

Par ailleurs, on constate que le ressort ne perturbe pas les mesures de vitesse (Figure VI.48), donc l'incertitude relative sur la composition est toujours de l'ordre de 1%.

*
* *

5.3 Modélisation théorique des effets du ressort

Les ressorts en place dans les crayons à contrôler peuvent être plus ou moins comprimés lors de la fabrication et leur pas peut évoluer au cours des irradiations. On peut se demander quelle est l'influence du pas du ressort sur la transmission des ondes, et aussi s'il existe un moyen de minimiser les effets du ressort, comme choisir une zone fréquentielle de mesure plus favorable.

Pour répondre à ces questions, nous avons simulé notre problème à l'aide d'une méthode numérique pour déterminer quels sont les phénomènes en jeu dans la transmission des ondes acoustiques au travers d'un obstacle en forme de ressort. Le choix de la simulation a été fait car des mesures avec des ressorts différents sont pour l'instant difficiles à réaliser (avec les moyens du laboratoire).

5.3.1 Sources équivalentes et modèles de simulation

Le principe de la méthode des sources équivalentes consiste à remplacer le corps réel par un jeu de sources discrètes incluses dans le volume. Le champ de pression acoustique en un point de l'espace environnant se déduit de la somme pondérée des champs de pressions élémentaires produits par chacune des sources ponctuelles (solution de Green de l'équation d'Helmholtz). La force de rayonnement de chaque source est déterminée de manière à ce que la condition de vitesse à la surface du corps soit satisfaite en un certain nombre de points de consigne. Le formalisme théorique de cette méthode est donné en annexe (Annexe B). Nous avons choisi cette méthode pour sa simplicité de programmation et sa rapidité de calcul. C'est une variante simplifiée des éléments finis aux frontières (BEM) qui offre une alternative intéressante à l'utilisation des éléments finis de volume (FEM).

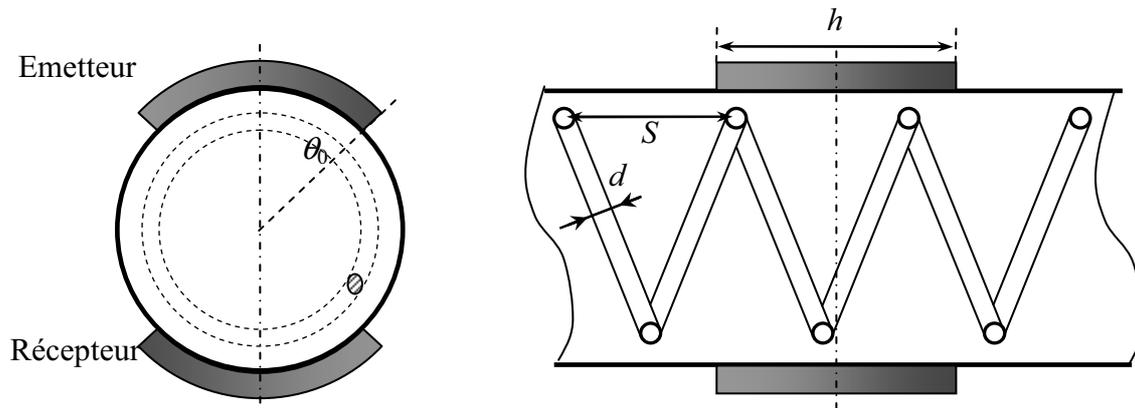


Figure VI.49. Représentation 3D du système de mesure en réflexion et transmission avec le ressort.

Le problème de la géométrie hélicoïdale 3D étant trop complexe pour être traité numériquement, une simplification à 2 dimensions a été réalisée : on suppose la cavité du tube comme une cavité plane et les fils du ressort comme des cylindres parallèles (Figure VI.50). La section de ce modèle 2D est prise identique à la section du modèle 3D ci-dessus (Figure VI.49), en arrondissant les valeurs numériques à :

- ✓ diamètre intérieur du tube 8 mm ;
- ✓ diamètre du fil du ressort $d=1.5$ mm ;
- ✓ diamètre extérieur du ressort 7.5 mm ;
- ✓ diamètre intérieur du ressort 4.5 mm ;
- ✓ pas du ressort $S=5$ mm.

Le transducteur, de longueur $h=10$ mm, émet des ondes radiales qui rencontrent sur leur chemin deux pas du ressort (2×5 mm) soit quatre fils. De plus, on suppose que le tube est parfaitement rigide et que le transducteur génère une onde radiale sinusoïdale.

Le schéma de principe de l'utilisation de la méthode des sources équivalentes appliqué à notre cas est donné sur la Figure VI.50. Les sources sont régulièrement espacées et incluses d'un pas sous la surface. Le pas minimum quand les structures sont de formes régulières est de $\lambda/3$ [14]. Néanmoins, pour effectuer des simulations plus précises, nous avons choisi d'utiliser un pas de maillage égale à $\lambda_{min}/10$ (λ_{min} étant la longueur d'onde dans le gaz à la fréquence maximale).

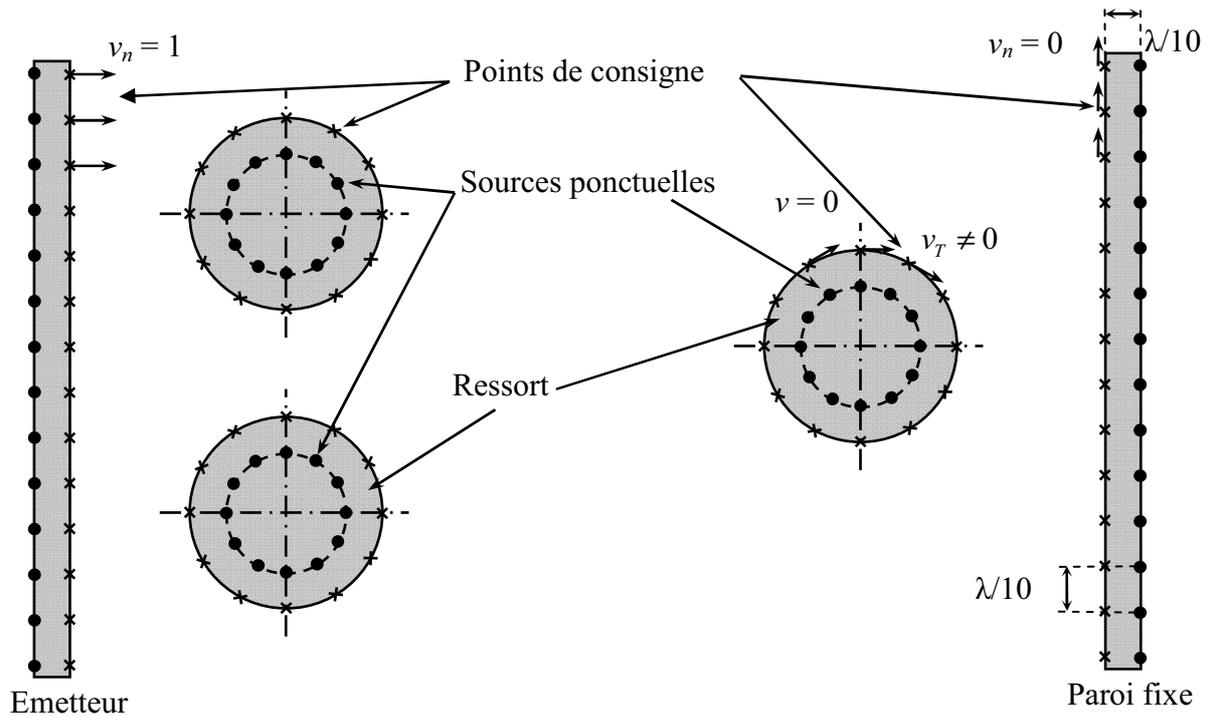


Figure VI.50. Schéma représentant le positionnement des sources ponctuelles et des points de consigne.

Trois géométries simplifiées ont été étudiées.

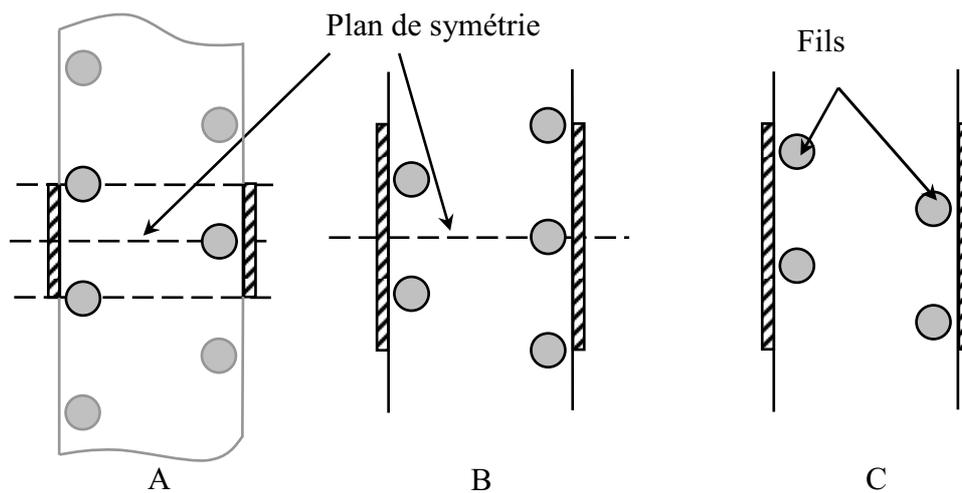


Figure VI.51. a) Ressort infini périodique b) ressort fini symétrique c) ressort fini non symétrique.

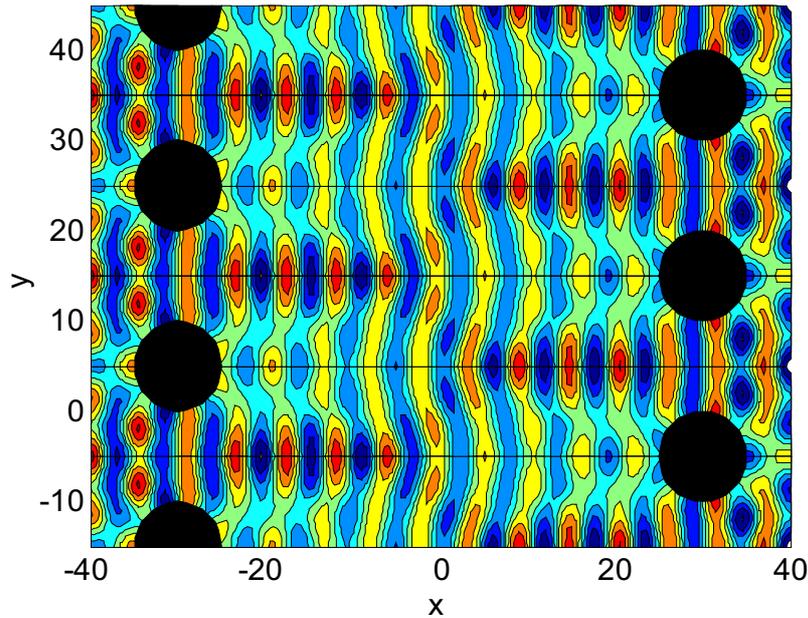


Figure VI.52. Exemple de champ de pression simulé dans le cas de la géométrie A. On voit que les ondes stationnaires radiales sont perturbées ($f=316$ kHz).

Le maillage le plus petit correspond à la géométrie A, dans ce cas la hauteur du maillage est égale à la moitié du pas du ressort soit $2,5$ mm. Avec un pas de maillage de 10 μm la fréquence maximale f_{max} est égale à 5 MHz. Le cas B est un peu moins favorable. En utilisant le plan de symétrie, il faut mailler une zone au moins égale à la moitié de la hauteur h du capteur, ici 5 mm. Le cas C est le plus coûteux en temps de calcul puisqu'il faut mailler au moins la hauteur h du capteur. Dans ces deux dernières configurations, on a augmenté le pas de maillage à 20 μm et dû limiter la fréquence à $f_{max} = 2,5$ MHz.

A partir des simulations, on calcule en réflexion l'impédance du gaz sur le plan moteur. En transmission, on calcule l'impédance de transfert, définie comme la pression moyenne appliquée par le gaz sur le plan récepteur, divisée par la vitesse du plan moteur.

5.3.2 Comparaison des résultats théorique et expérimentaux

Les résultats expérimentaux en transmission sont reportés sur la Figure VI.53. Le décalage fréquentiel entre les deux courbes est dû aux variations d'épaisseur de gaine entre les deux points de mesure.

On observe que le ressort diminue de façon significative l'amplitude des résonances qui, de plus, s'élargissent ce qui correspond à une augmentation du coefficient d'absorption apparent. Le pas en fréquence reste en moyenne constant ce qui explique que les mesures de vitesse soient toujours réalisables (Figure VI.46).

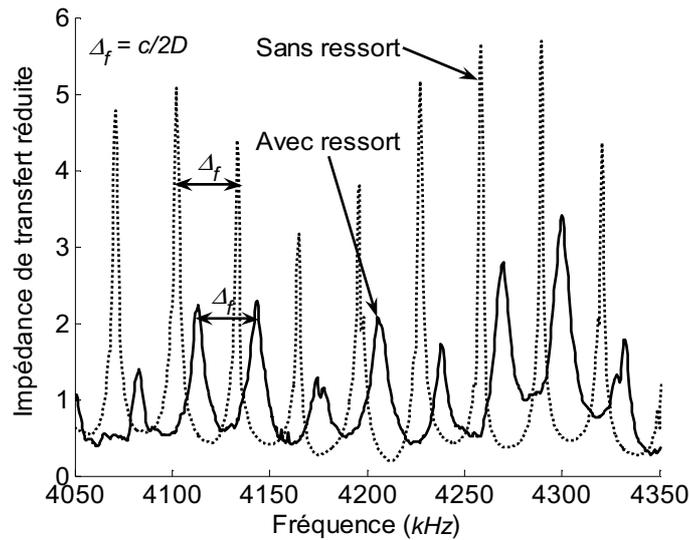


Figure VI.53. Résultats expérimentaux représentant le module de l'impédance de transfert (mesure en transmission) avec et sans ressort. Le gaz est un mélange d'He/Ar à 40% à 190 bars. Les deux courbes sont normalisées à une valeur moyenne de 1. Le rapport d'amplitude entre les deux spectres est en réalité d'environ 5.

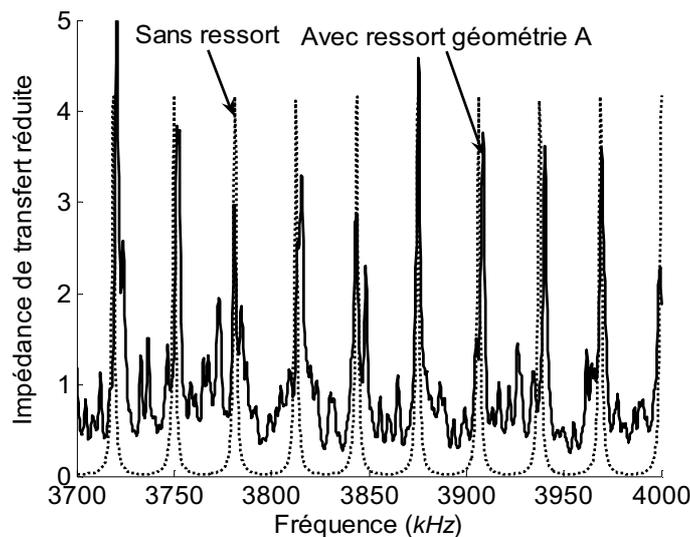


Figure VI.54. Impédance théorique du gaz pour la géométrie A avec et sans ressort (en pointillé) avec $\alpha=10 \text{ m}^{-1}$. Les deux courbes ont été normalisées à une valeur moyenne égale à 1.

La simulation réalisée avec la géométrie A (Figure VI.54) présente de nombreuses résonances plus nombreuses que celles observées expérimentalement. Elles correspondent à toutes les ondes stationnaires pouvant s'établir dans la cavité infinie comprenant le ressort périodique. Les pics expérimentaux sont plus petits et plus larges. Il y donc des causes d'amortissement non prises en compte dans le modèle théorique A. Deux phénomènes peuvent être à l'origine de cette absorption insuffisante :

- ✓ des pertes thermiques et par frottement visqueux sur les parois et sur les fils ;
- ✓ des pertes par propagation des ondes en dehors de la zone du transducteur.

Les simulations avec les géométries B et C vont montrer que c'est essentiellement le deuxième phénomène qui est responsable de l'amortissement des résonances (Figure VI.55).

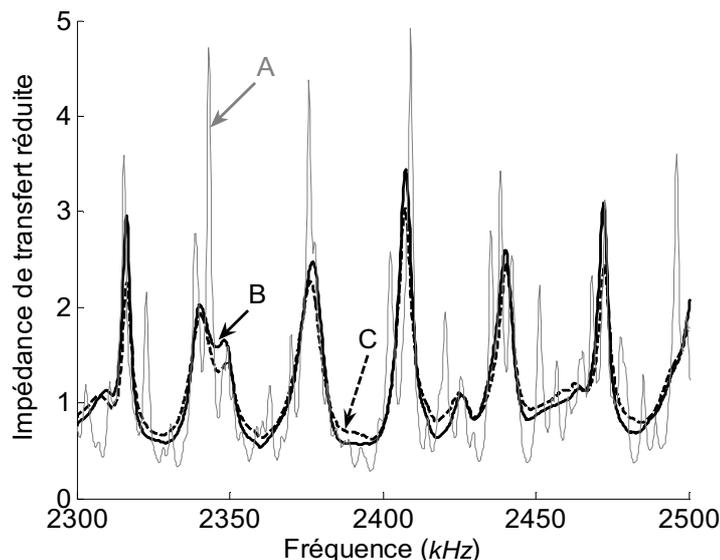


Figure VI.55. Impédance théorique avec les géométries A, B C.

On constate que la simulation avec les géométries ouvertes (B et C) donne des pics qualitativement en accord avec les expériences. Or, la seule différence entre les géométries (B, C) et A c'est la présence des espaces ouverts, constitués des parties du plenum non excités par le transducteur, nous concluons que les pertes par propagation des ondes en dehors de la zone du transducteur sont un phénomène prépondérant dans l'élargissement des résonances.

5.3.3 Effet du pas du ressort

Pour un transducteur de taille finie ($h = 10 \text{ mm}$) le nombre de fils du ressort en face du transducteur dépend directement du pas du ressort et doit influencer sur les grandeurs mesurables comme la transmission des ondes. Des mesures sur des ressorts neufs et sur des radiographies de ressorts comprimés dans des tubes permettent de préciser que le pas du ressort *in situ* est de l'ordre de $4,8 \pm 0,1 \text{ mm}$.

Afin de moyenner les spectres des Figure VI.53 à 60, et de caractériser les résonances par une amplitude moyenne, la réponse du système résonant va être décrite par une grandeur similaire à A_1 (premier maximum du tempographe du traitement A). On définit un facteur de réflexion (R_1) et un facteur de transmission (T_1) cohérents, en ne gardant que les termes de période T dans les spectres d'impédance normalisés à une valeur moyenne de 1 :

$$R_1 = \frac{1}{\Delta f} \left| \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} Z_{refl}(f) \exp(-j2\pi fT) df \right| \quad (\text{VI.11})$$

$$T_1 = \frac{1}{\Delta f} \left| \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} Z_{tran}(f) \exp(-j\pi fT) df \right| \quad (\text{VI.12})$$

Le temps T est le temps de parcours dans la cavité soit : $T = 2D/c$ en réflexion et $T = D/c$ en transmission. L'indice 1 rappelle qu'il s'agit de la partie périodique des impédances $Z(f)$. Autrement dit, T_1 et R_1 représentent le facteur de transmission et de réflexion cohérents (c'est-à-dire qui participent à l'établissement des ondes stationnaires). Compte tenu de leur définition ces facteurs sont égaux à 1 pour un tube sans ressort et sans absorption.

Les facteurs de transmission et réflexion théoriques sont reportés sur la Figure VI.56 en fonction du pas du ressort. On vérifie que plus le pas est petit plus la réflexion et la transmission diminuent pour devenir très faibles pour un pas inférieur à 3 mm, ce qui correspond au double du diamètre du fil. Un espace ouvert entre les spires est donc nécessaire à l'établissement des ondes stationnaires.

Compte tenu que la longueur d'onde est beaucoup plus petite que les obstacles dans ce domaine de fréquences, une première analyse consiste donc à considérer les fils comme des obstacles qui diffusent les ondes et ne participent donc pas à l'établissement des ondes stationnaires cohérentes dans la cavité. L'ombre portée par les fils peut s'introduire facilement en considérant qu'il y a deux fils de diamètre d par pas S , ce qui donne une transmission :

$$T_{fil} = \frac{S - 2d}{S} \quad (VI.13)$$

Cette hypothèse est d'autant plus valable que $kR > 40$, domaine où nous pouvons négliger les phénomènes de diffraction en transmission. En introduisant le coefficient d'absorption du gaz, qui diminue aussi l'amplitude des ondes transmises, on déduit l'expression du facteur de transmission :

$$T_1 = T_{fil} \exp(-\alpha D) \quad (VI.14)$$

La courbe 1, en trait plein, de la Figure VI.56, calculée avec cette expression reproduit correctement les points calculés numériquement (croix).

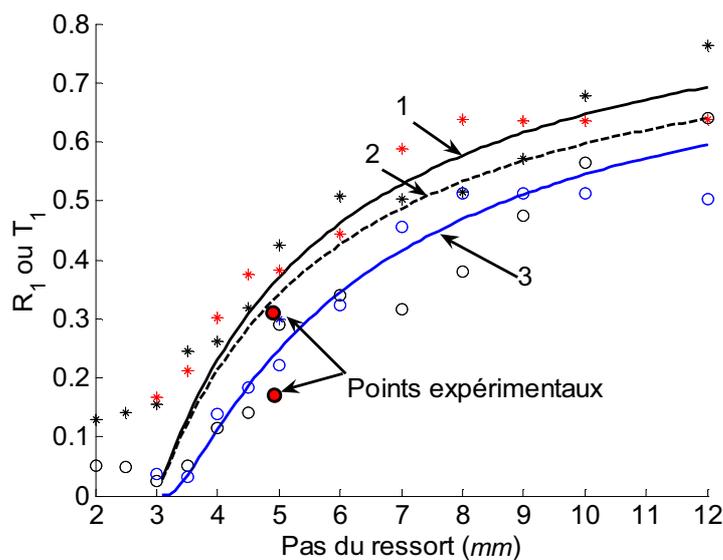


Figure VI.56. Facteur de réflexion cohérent (cercles) et facteur de transmission cohérent (croix) en fonction du pas du ressort dans les géométries B et C.

Ce raisonnement est équivalent à délimiter (Figure VI.57) une zone où se propagent les ondes stationnaires, le reste étant dans l'ombre des fils, et n'est le siège que d'ondes diffractées incohérentes.

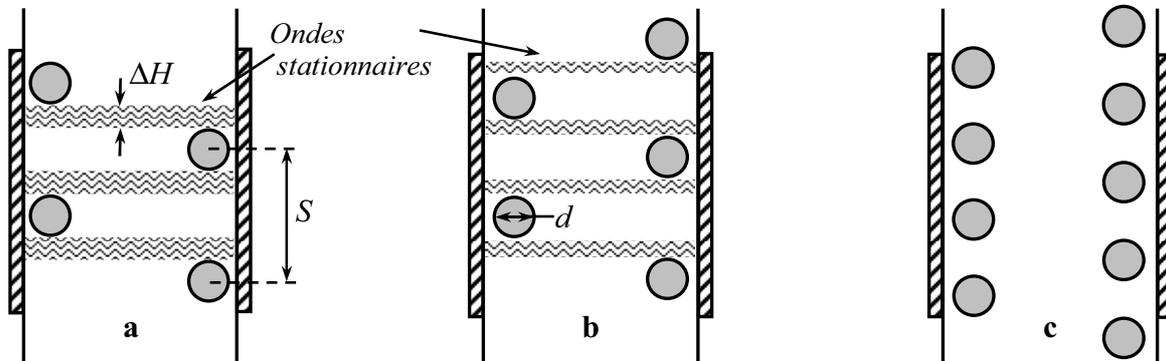


Figure VI.57. Représentation du phénomène d'ombrage dû à la présence du ressort **a)** un espace suffisant entre les spires du ressort permet l'établissement d'un régime d'ondes stationnaires entre les parois du tube **b)** les ondes stationnaires sont d'autant plus faibles que le pas du ressort diminue pour **c)** ne plus pouvoir exister dès lors que le pas est inférieur à deux fois le diamètre du fil du ressort ($S < 3 \text{ mm}$).

Si on applique le raisonnement précédent aux mesures en réflexion, le facteur cohérent devrait s'écrire :

$$R_1 = T_{fil} \exp(-2\alpha D) \quad (\text{VI.15})$$

qui tient compte de l'aller-retour des ondes. Le tracé de cette expression sur la Figure VI.56 (courbe 2 en pointillé) ne correspond pas aux valeurs calculées (cercles). Un autre phénomène doit donc intervenir. Nous pensons qu'il s'agit du phénomène de diffraction, qui ne peut plus être négligé quand la largeur ΔH de l'espace libre entre les spires, est faible. La diffraction peut être introduite en appliquant le concept de coefficient d'absorption effectif [15] :

$$\alpha_{dif} \cong \frac{1}{\Delta H} \sqrt{\frac{\alpha c}{2\pi f}} \quad (\text{VI.16})$$

avec $\Delta H = \frac{S}{2} - d$ correspondant à la largeur de l'espace libre (Figure VI.57). Cet effet s'ajoutant à celui déterminé plus haut (VI.15), on obtient une nouvelle expression pour la réflexion :

$$R_1 = T_{fil} \exp(-\alpha_{dif} D) \exp(-2\alpha D) \quad (\text{VI.17})$$

Cette fonction tracée sur la Figure VI.56 (courbe 3 en trait plein) semble mieux convenir que l'expression (VI.15). Quand ΔH diminue le phénomène de diffraction s'accroît et l'amplitude des résonances décroît.

5.3.4 Conclusion sur l'effet du pas du ressort

Compte tenu des approximations faites (modèle 2D, pas de pertes visqueuses) les simulations et les valeurs expérimentales sont en prenant les bornes supérieures du Tableau VI.16 du même ordre de grandeur.

	Expérience (Tableau VI.14)	Théorie cas B	Théorie cas C
Transmission	$0,33 \pm 0,066$	0,42	0,38
Réflexion	$0,125 \pm 0,025\%$	0,29	0,22

Tableau VI.16. Comparaison des facteurs de transmission et de réflexion expérimentaux et théoriques. La dispersion expérimentale est celle du traitement A_1 liée à la mobilité du capteur (Tableau VI.11).

Cette réflexion est donc seulement préliminaire et ne rend pas compte de tous les aspects de la Figure VI.56, comme la transmission si le pas est $< 3 \text{ mm}$. Néanmoins, le calcul théorique de l'effet du ressort sur l'amplitude des ondes stationnaires a montré les points suivants :

- ✓ les ondes sont moins atténuées en transmission qu'en réflexion ;
- ✓ cette atténuation des ondes est due à l'effet d'ombre des spires qui bloquent les ondes, et en réflexion à l'effet de la diffraction ;
- ✓ l'atténuation dépend fortement du pas du ressort et les expressions analytiques (VI.15) et (VI.17) peuvent être utilisées pour compenser les variations du pas (à la fabrication la longueur de combustible est connue à $\pm \frac{1}{2}$ pastille). Une variation du pas du ressort de 2% se traduit par une variation relative de $\Delta P/P = \Delta T_1/T_1 = 3\%$ sur la mesure de la pression en transmission. En réflexion, cette erreur serait $\Delta P/P = \Delta R_1/R_1 = 4,5\%$. Des mesures sur plusieurs ressorts différents seront nécessaires pour vérifier si la variabilité du pas du ressort pose un réel problème dans la mesure de pression ;
- ✓ l'atténuation des ondes est peu dépendante de la fréquence dans la gamme de 1 à 4 MHz, ce qui ne permet pas de déterminer une zone préférentielle de travail ;
- ✓ la périodicité des ondes stationnaires n'est pas affectée par la présence du ressort, ce qui explique que la détermination de composition du gaz est faite dans de bonnes conditions, même avec un ressort.

6. Prise en compte de l'équation d'état des gaz réels

La Figure VI.58 montre l'évolution de la vitesse du son en fonction de la pression pour un mélange d'He/Xe à 20%. A 150 bars, la vitesse a augmentée de 8% par rapport à celle des gaz parfaits. L'utilisation de la relation :

$$c^2 = \frac{5RT}{3M} \quad (\text{VI.18})$$

pour déterminer la masse molaire du mélange, à cette pression, conduirait donc à commettre une erreur de 16% sur la masse molaire. Il est donc impératif de compenser les variations de vitesse des gaz réels en fonction de la pression en introduisant les expressions exactes des vitesses $c = f(P, x, T)$.

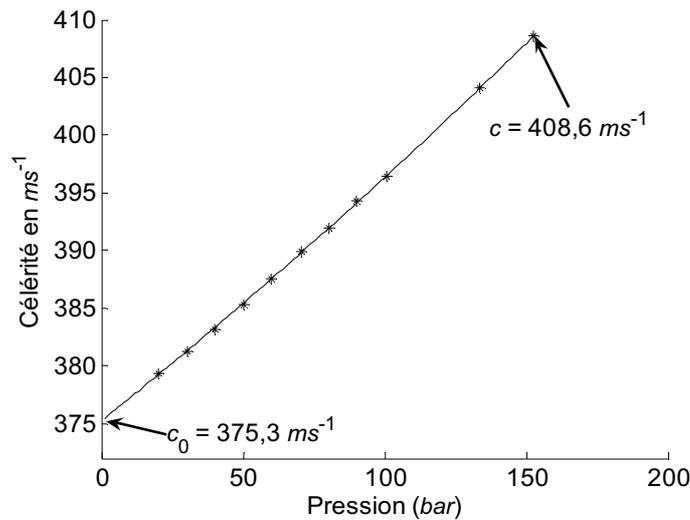


Figure VI.58. Evolution de la célérité en fonction de la pression pour un mélange d’He/Xe à 20 %.

Cette correction peut s’effectuer de deux façons, soit en mesurant les fonctions $c = f(P, x, T)$ (comme pour la Figure VI.58), soit en utilisant les données issues de la littérature. Malheureusement, il y en a peu sur les mélanges d’He/Xe. Seule la publication d’Hurly [16] donne la vitesse du son jusqu’à 50 bars pour l’hélium, le xénon et pour trois mélanges. La précision de ces mesures est excellente (0,01%), mais il a été nécessaire d’extrapoler les données d’Hurly jusqu’à 200 bars pour obtenir les expressions analytiques dont on avait besoin. Une étude thermodynamique (Annexe C) des mélanges d’He/Xe montre que les équations d’état de Redlich-Kwong permettent une description correcte de ces mélanges de gaz réels. La comparaison de nos mesures et de celles d’Hurly, et des expressions analytiques étant fiable, on peut donc remplacer les mesures de vitesse (c) par des données calculées.

Nous décrivons ci-dessous comment combiner les grandeurs mesurées qui sont la vitesse c_m et l’amplitude A_m d’un traitement (proportionnelle à la masse volumique ρ du mélange de gaz) pour déduire la concentration (x) et la pression (P) exacte. L’opération d’étalonnage du capteur fournit les réseaux de courbes suivants :

$$\begin{aligned} c &= f(P_i, x_i, T_i) \\ A &= f(P_i, x_i, T_i) \end{aligned} \tag{VI.19}$$

En général, ces courbes sont obtenues à température ambiante T_0 , mais des résultats à une autre température sont aussi acceptables car elles peuvent être ramenées à T_0 à l’aide des équations (C.9) de l’annexe C. A une température donnée, pour un couple (c, A) mesuré, un seul couple (P, x) est solution du système (VI.19).

A partir des deux réseaux de courbes d’étalonnage (Figure VI.59.a et b) et des mesures de vitesse c_m et de l’amplitude A_m , on obtient les fonctions interpolées $x = f(P)$ pour $c = c_m$ (Figure VI.59.c) et $P = f(x)$ pour $A = A_m$ (Figure VI.59.d), qui vont permettre de déduire les valeurs exactes de pression et de vitesse.

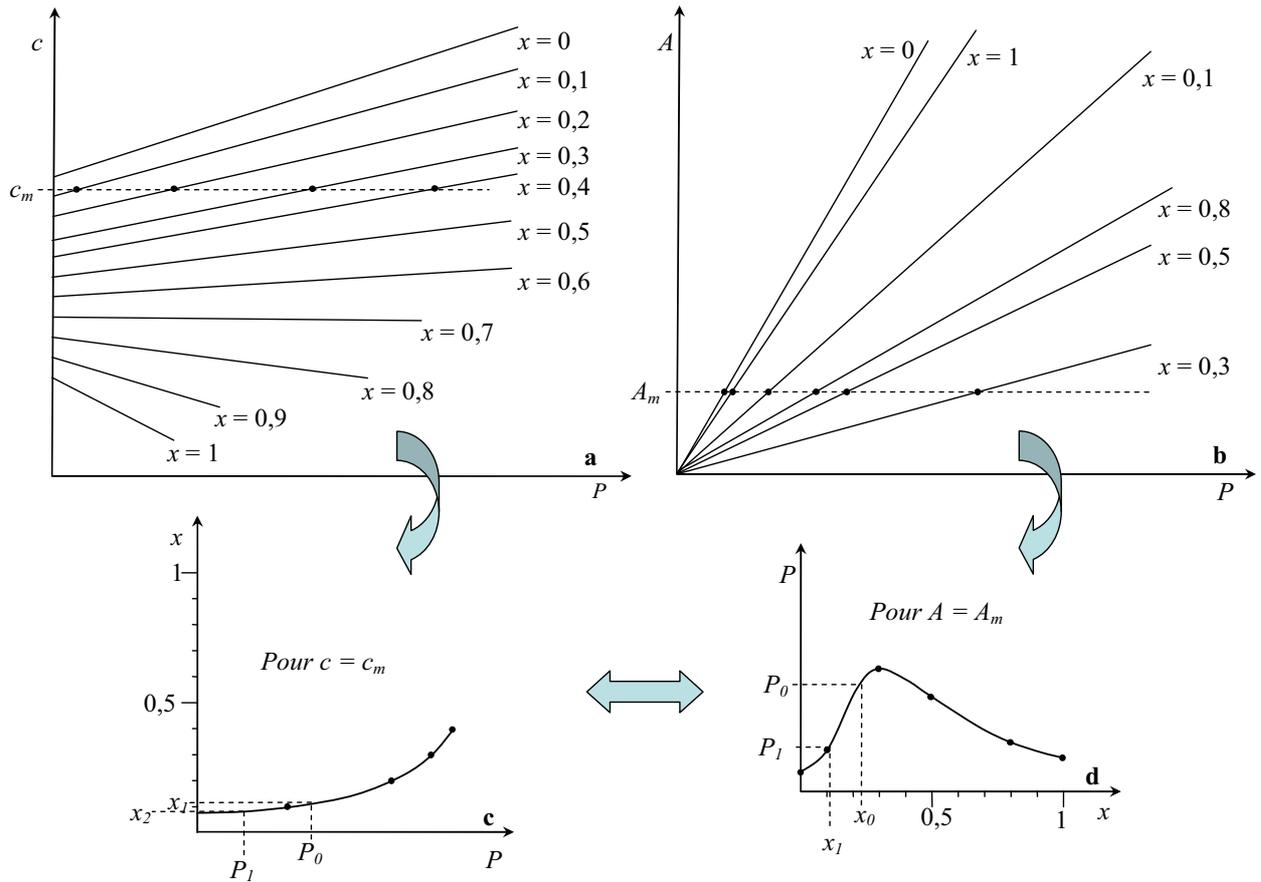


Figure VI.59. Schéma de principe de la procédure d'étalonnage. A partir des deux réseaux de courbes d'étalonnage **a**) de vitesse et **b**) d'amplitude en fonction de la pression, on déduit deux fonctions. La première relie la concentration (x) à la pression (P) pour $c = c_m$ et la seconde relie la pression à la concentration pour $A = A_m$.

Le couple (P, x) solution de (VI.19) est obtenu par interpolation entre deux surfaces d'étalonnage, selon la procédure itérative suivante. Une première approximation de la proportion (x_0) de xénon est donnée par l'équation des gaz parfaits :

$$M = \frac{5RT}{3c^2} \quad \text{et} \quad x_0 = \frac{M - M_{He}}{M_{Xe} - M_{He}} = \frac{M - 4}{127.3} \quad (\text{VI.20})$$

On lit sur la Figure VI.59.d la pression P_0 ce qui complète la première itération.

En reportant cette valeur sur la Figure VI.59.c, on détermine une nouvelle proportion de xénon (x_1) qui, portée à nouveau dans la Figure VI.59.d, donne la pression P_1 . On procède de la sorte, jusqu'à l'obtention de valeurs P et x stables.

Voyons maintenant la mise en œuvre de ce processus avec le traitement D_1 . Nous avons réalisé un mélange He/Xe à $7,5 \pm 1\%$ de xénon à 100,7 bars. Le couple de valeurs mesurées est $c_m = 596,8 \text{ ms}^{-1}$ et $A_m = 54 \text{ Volt.Hz}$ à $24,9^\circ\text{C}$. Un exemple d'abaque est montré sur la Figure VI.60. Elle correspond à l'abaque fictive de la Figure VI.59.a ($1/c^2$ est utilisé au lieu de c pour avoir une dépendance plus linéaire avec M).

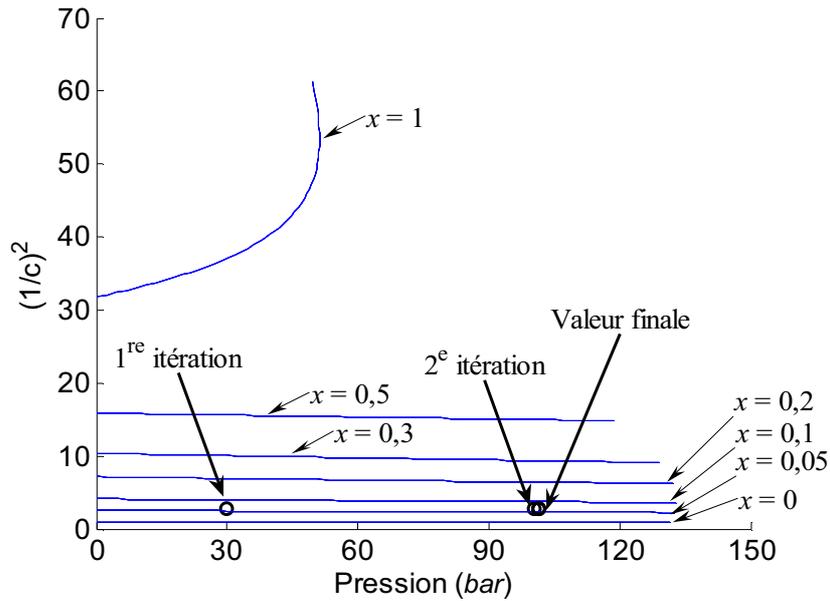


Figure VI.60. Courbes expérimentales d'étalonnage de vitesse pour des mélanges He/Xe. Les concentrations en Xe exprimées en % sont de haut en bas : 100 - 48,3 - 30,5 - 20,1 - 10,24 - 5,07 - 0. Le principe de l'approximation de la solution est représenté à l'aide de points d'itération successifs.

L'analogie de la figure fictive VI.59.b est représenté sur la Figure VI.61 obtenue expérimentalement. On observe une non régularité des courbes d'étalonnage en fonction de x due au fait que les mélanges He/Xe ont une absorption qui varie énormément avec la concentration en Xe (un pic d'absorption a été expérimentalement observé autour de 30% de xénon).

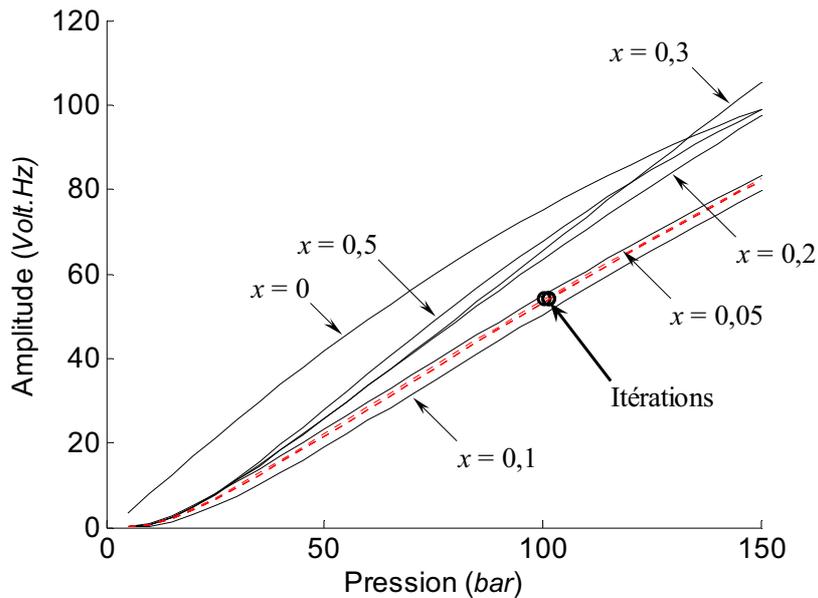


Figure VI.61. Courbes d'étalonnage en pression (trait plein) et courbes interpolées (en pointillé) et les points d'itération.

Les valeurs numériques à chaque itération sont reportées dans le tableau ci-dessous.

N° d'itération	0	1	2	3	4
x en %	5,5	6,2591	6,9804	6,9911	6,9913
P en bar	30	100,5171	101,5268	101,5417	101,5419

Tableau VI.17. Valeur numérique intermédiaire dans le processus de correction des gaz réels dans l'exemple de la figure ci-dessus.

On obtient après quatre itérations le résultat suivant : $P = 101,5$ bars et $x = 7\%$. Ces valeurs, proches du mélange que nous avons réalisé, valident la procédure de correction.

Dans le cas d'un mélange composé de plus de deux gaz, il est assez facile de déduire une relation équivalente, en faisant l'approximation que tous les gaz suivent la même loi, ce qui se justifie assez bien dans le cas de gaz rares. Si par exemple, le gaz est composé de β bars d'hélium (initial et relâché par le combustible), de α bars de xénon et de $\alpha/11$ bars de krypton relâchés par le combustible, alors pour obtenir la concentration en xénon (x), il faut résoudre le système de deux équations à deux inconnues α et β :

$$P = \beta + \frac{12}{11} \alpha \quad (VI.21)$$

$$M = \left(\alpha M_{Xe} + \frac{\alpha}{11} M_{Kr} + \beta M_{He} \right) \frac{1}{P}$$

Puis, connaissant la pression partielle de xénon (α), la concentration en xénon (x) est donnée par :

$$x = \frac{\alpha}{P} = \frac{M - M_{He}}{M_{Xe} + \frac{1}{11} M_{Kr} - \frac{12}{11} M_{He}} = \frac{M - 4}{134,5} \quad (VI.22)$$

qu'on utilise à la place de (VI.20). Finalement la concentration en xénon en tenant compte du krypton est donnée par :

$$x_{Xe} = x \frac{127,3}{134,5} \quad (VI.23)$$

Les courbes d'étalonnage obtenues avec des mélanges réels de gaz permettent des mesures exactes, même pour des mélanges hélium xénon dont le comportement est très différent des gaz parfaits. La présence de krypton dans le mélange ne pose pas de problème si le rapport Kr/Xe est connu.

7. Bibliographie

- [1] M.P. Felix, "*Attenuation and Dispersion Characteristics of Various Plastics in the Frequency Range 1 - 10 MHz.*" Journal of composite materials, 1974. **8**: p. 275-287.
- [2] V.K. Kinra and V.R. Iyer, "*Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. Part I: the forward problem.*" Ultrasonics, 1995. **33**(2): p. 95-109.
- [3] V.K. Kinra and V.R. Iyer, "*Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. Part II: the inverse problem.*" Ultrasonics, 1995. **33**(2): p. 111-122.
- [4] K. Liang, et al., "*Acoustic characterization of ultrasonic transducer materials: I. Blends of rigid and flexible epoxy resins used in piezocomposites.*" Ultrasonics, 1998. **36**(10): p. 979-986.
- [5] K. Liang, et al., "*Acoustic characterization of ultrasonic transducer materials: II. The effect of curing agent in binary epoxy blends on acoustic properties.*" Ultrasonics, 1999. **37**(3): p. 201-207.
- [6] M. Matsukawa and I. Nagai, "*Ultrasonic characterization of a polymerizing epoxy resin with imbalanced stoichiometry.*" The Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(4): p. 2110-2115.
- [7] F. Povolo and R.E. Bolmaro, "*On the measurement of Young's modulus of tubes by propagation of longitudinal waves.*" Journal of Nuclear Materials, 1983. **116**(2-3): p. 166-171.
- [8] M. Neuilly and J.-C. Courtier, "*Vocabulaire de l'analyse - Erreurs et incertitudes de mesure* ". Technique de l'ingénieur, 1997. **P100**.
- [9] M. Neuilly, "*Modélisation et calcul de l'incertitude d'un résultat de mesure* ". Technique de l'ingénieur, 1996. **P260**.
- [10] J.R. Taylor, "*Incertainces et analyse des erreurs dans les mesures physiques* ". 2000: Dunod Masson Sciences.
- [11] J. Topping, "*Errors of Observation and Their Treatment*". 3 ed, ed. L. Chapman & Hall. 1965.
- [12] E.W. Lemmon, et al., "*Thermophysical Properties of Fluid Systems dans le WebBook de Chimie NIST, Base de Données Standard de Référence NIST Numéro 69*". 2005: Eds. P.J. Linstrom and W.G. Mallard, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg MD, 20899 (<http://webbook.nist.gov>).
- [13] M.F Narbey, "*Mesure de pression et de composition des gaz de fission dans les crayons combustibles des centrales à réacteur à eau pressurisée par méthode acoustique.*" 2000, Thèse de doctorat Université Montpellier II.

- [14] L. Song, et al., "*Numerical errors associated with the method of superposition for computing acoustic fields*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **89**(6): p. 2625-2633.
- [15] G. Lévêque and E. Rosenkrantz, "*Radial vibration of a gaz colum excited by a concentric transducer of finite length*". Sound and Vibration, soumise 2007.
- [16] J.J. Hurly, et al., "*Virial equation of state of helium, xenon, and helium-xenon mixtures from speed-of-sound and Burnett $P\rho T$ measurements*". International Journal of Thermophysics, 1997. **18**(3): p. 579-634.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Deux précédents travaux de thèse ont clairement établi les concepts de base montrant la faisabilité de la mesure de la pression et de la composition des gaz de fission dans **un crayon sans ressort**. Ces travaux se sont heurtés à des difficultés sérieuses : de physique, de réalisation pratique et de traitement du signal. Ces points constituent l'ensemble de notre étude.

Dans les premiers essais, un système permettait de régler l'épaisseur d'eau pour obtenir le signal d'amplitude maximale, mais aucune étude portant sur l'optimisation des capteurs n'avait été faite. Notre première démarche a donc été de modéliser les capteurs, avec comme objectif de comprendre les mécanismes de transfert de puissance acoustique à travers la paroi des crayons. Le modèle le plus simple pour tenir compte du transducteur piézoélectrique est le modèle 1D (Figure 1), pour lequel on dispose d'expressions analytiques.

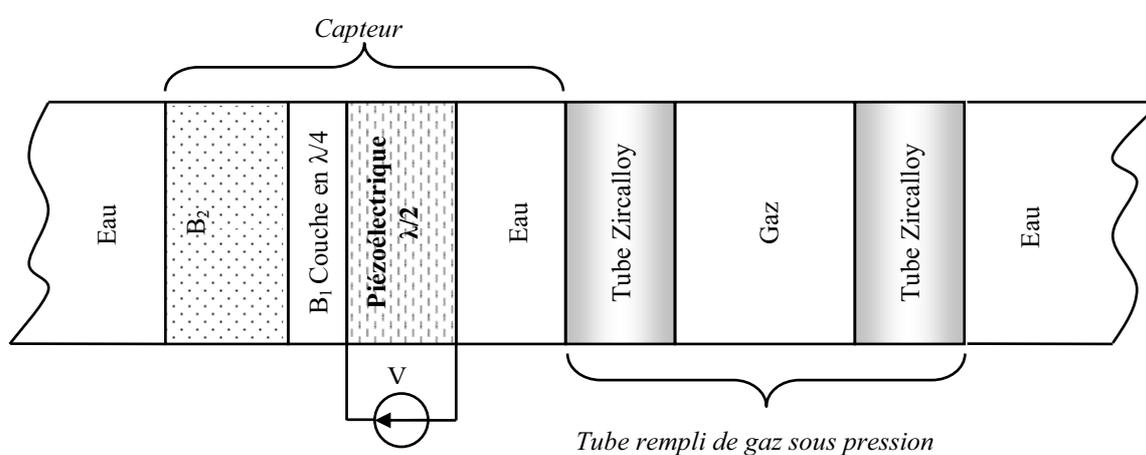


Figure 1. Représentation 1D du système de mesure.

Dans la partie initiale de notre travail (chapitres II et III), nous avons modélisé en 2D et 3D les vibrations du tube et du transducteur, en forme de tuile, et montré que pour obtenir un spectre utilisable, c'est-à-dire formé de résonances périodiques, une taille minimale des tuiles était nécessaire ($5 \times 5 \text{ mm}$). En comparant les modèles 2D et 1D, nous avons estimé l'information qui serait perdue si finalement nous utilisions le modèle 1D. Nous avons établi qu'entre 3 et 6 MHz le modèle 1D ci-dessus était parfaitement exploitable pour optimiser nos capteurs.

Au chapitre IV nous avons montré que nos capteurs devaient être large bande et à fort gain. Un compromis entre le gain et la bande passante devait donc être réalisé. Comme nous n'avons pas trouvé dans la littérature de critères d'optimisation satisfaisants, nous avons introduit nos propres indicateurs de performance [1]. A l'aide de ces indicateurs, nous sommes arrivés à la conclusion que l'épaisseur d'eau optimale devait être égale à $\lambda/2$ et non $\lambda/4$ comme cela avait toujours été supposé et a permis le dépôt d'un brevet [2]. Le bon accord entre les réponses théoriques et expérimentales (Chap. VI) a confirmé que l'utilisation de ce modèle 1D était satisfaisante pour la conception des capteurs (même en forme de tuile).

A basse pression et avec le ressort de maintien, les résonances du gaz deviennent rapidement difficiles à exploiter car les échos et les pics de résonance des spectres sont noyés

dans le bruit. Au chapitre V, nous avons imaginé plusieurs traitements de données performants, faciles d'utilisation et compatibles avec une application industrielle, pour mesurer la pression et la vitesse. Nous sommes parvenus à mettre au point sept types de traitements (A_0 , C_0 , D_0 , A_1 , B_1 , C_1 et D_1) qui diffèrent selon la méthode de correction de la phase inconnue, du gain de transfert du système. Leurs performances théoriques sont rappelées dans le tableau ci-dessous :

Traitement	Performance célérité	Linéarité	Sensibilité à 50 bars	Sensibilité à 100 bars	Insensibilité au bruit
A_0	—	**	****	*	*
A_1	****	*	*	****	**
B_1	****	**	**	**	**
C_0	—	***	***	***	*
C_1	***	***	***	***	*
D_0	—	****	****	***	**
D_1	**	****	****	***	***

— inadapté à cette opération * mauvais, ** moyen, *** bon, **** excellent.

Tableau.1. Performances théoriques des traitements.

Les comportements expérimentaux des traitements se sont avérés être en accord avec la théorie, avec des mesures très peu dispersives. Il est possible avec le traitement D_1 et le **capteur fixe** de mesurer la pression à $\pm 1,8$ bars sur la gamme 0-200 bars et de mesurer la concentration de xénon x (en %) à $\pm 1\%$.

Cette précision rend possible la détection des crayons défectueux et le suivi des crayons en entreposage.

Cependant, dans une application industrielle en piscine, le capteur doit être mobile. Nous devons donc effectuer une étude de reproductibilité. Après s'être assuré que le capteur était répétable, nous avons étudié la reproductibilité liée aux variations d'épaisseur de couplant et à la mobilité du capteur. Le tableau ci-dessous résume la contribution de chacune des sources sur l'incertitude totale, pour la vitesse et la pression.

	Incertitude sur la vitesse en ms^{-1}	Incertitude sur la pression en %
Répétabilité	0,2	0,5
Etalonnage	0,2	0,3
Reproductibilité couplant	0,05	1
Reproductibilité position	0,5	10
Incertitude sur le diamètre	2,7	
Incertitude totale	3,0	10

Tableau. 2. Composition de l'incertitude type totale sur la vitesse et la pression, sur un crayon neuf.

On constate que la non-reproductibilité (§VI.4.3) des mesures vis-à-vis de la position du capteur est la contribution la plus importante dans l'incertitude totale sur la pression. On a montré que ce sont les imperfections de la gaine (ovalisation, non homogénéité d'épaisseur...) qui sont à l'origine de cette dispersion. L'incertitude de 10% est encore trop importante pour pouvoir utiliser nos capteurs à la place d'une mesure directe par perçage des

crayons. Elle a pourtant été fortement réduite pendant ce travail, puisqu'elle était d'environ de 50% au cours de la thèse précédente.

Pour palier aux inconvénients de cette dispersion, nous avons proposé au paragraphe VI.4.4 plusieurs solutions, comme par exemple travailler en transmission plutôt qu'en réflexion. Notre capteur a été conçu pour être accordé à la gaine, il ne peut donc pas entièrement compenser la non-reproductibilité liée à la gaine. Quelques changements, comme augmenter l'angle d'ouverture et adjoindre un système d'amortissement pour diminuer la présence gênante des résonances parasites, devraient diminuer cette dispersion.

Nous avons effectué l'étude de reproductibilité sur trois crayons neufs et un seul oxydé (fourni par le CEA de Cadarache). La réponse des capteurs sur ce crayon s'est avérée différente de celle obtenue sur les crayons neufs. Nous avons constaté une augmentation de l'amplitude du signal et surtout que la non-reproductibilité le long du tube diminuait. Elle est passée de $\pm 10\%$ à $\pm 5\%$ de l'amplitude mesurée. Il serait donc intéressant de compléter ces mesures pour confirmer l'excellent résultat obtenu sur le seul crayon oxydé (sur sa face externe) en notre possession. Des mesures en fonction de l'épaisseur d'oxyde permettraient de déterminer si le phénomène observé sur notre unique crayon dépend de cette épaisseur (auquel cas il faudra envisager un étalonnage en fonction de l'épaisseur) ou s'il dépend tout simplement de la présence d'oxyde (quelques μm d'oxyde suffisent peut être pour « gommer » les défauts du crayon).

Les différentes mesures réalisées avec un ressort ont montré que ce dernier n'influe qu'en atténuant l'amplitude du signal utile, ce qui diminue la sensibilité de notre dispositif à détecter les très basses pressions (en dessous de 40 bars). Une étude préliminaire a montré qu'aux fréquences auxquelles nous travaillons, la principale cause d'atténuation des ondes en présence du ressort est due à un phénomène d'ombrage corrélé au pas du ressort. Comme à la fabrication la longueur de colonne combustible est connue à une pastille près (soit $\pm 14 mm$) le pas du ressort fluctue d'un crayon à l'autre. L'influence du pas du ressort sur la transmission des ondes devra être quantifiée.

Par ailleurs, nous n'avons pas constaté de variations sensibles du temps de transit des ondes en présence du ressort. **Le ressort n'est donc plus un obstacle majeur pour les mesures de vitesses et la précision sur la concentration de xénon est de $\pm 1\%$ en toutes circonstances. Ce point est l'un des plus importants de notre travail, car tout le monde pensait, il y a quelques années, que les mesures étaient impossibles à faire avec un ressort.**

Enfin, pour vérifier la justesse de notre dispositif, il conviendrait de qualifier le capteur à l'aide de mesures réalisées sur des mélanges He/Xe connus. Un premier pas dans ce sens va être fait en cellule chaude au CEA de Cadarache sur un crayon irradié. Nos mesures seront comparées avec celles usuellement réalisées, par perçage, sur ce crayon. De plus, cela permettra d'introduire et de tester un de nos capteurs en environnement nucléaire.

- [1] G. Lévêque, et al., "*Correction of diffraction effects in sound velocity and absorption measurements*". MEASUREMENT SCIENCE AND TECHNOLOGY, 2007. **18** p. 3458–3462.
- [2] E. Rosenkrantz, et al., 2008, patent number: FR 0752922 FA 692128, assignee: EDF, CNRS, UM2

ANNEXES

A EXPRESSION DES ELEMENTS DE LA MATRICE POUR LA DETERMINATION DES SPECTRES D'ADMITTANCE DU TUBE

Les conditions de continuité (équation III.20) aux interfaces internes et externes entre le tube et les fluides conduisent à l'établissement du système matriciel (6×6) suivant (équation III.23) :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11}^n & \alpha_{12}^n & \alpha_{13}^n & \alpha_{14}^n & \alpha_{15}^n & 0 \\ \alpha_{21}^n & \alpha_{22}^n & \alpha_{23}^n & \alpha_{24}^n & \alpha_{25}^n & 0 \\ 0 & \alpha_{32}^n & \alpha_{33}^n & \alpha_{34}^n & \alpha_{35}^n & \alpha_{36}^n \\ 0 & \alpha_{42}^n & \alpha_{43}^n & \alpha_{44}^n & \alpha_{45}^n & 0 \\ 0 & \alpha_{52}^n & \alpha_{53}^n & \alpha_{54}^n & \alpha_{55}^n & 0 \\ 0 & \alpha_{62}^n & \alpha_{63}^n & \alpha_{64}^n & \alpha_{65}^n & \alpha_{66}^n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathcal{G}_n \\ t_{1n} \\ t_{2n} \\ t_{3n} \\ t_{4n} \\ e_n \end{pmatrix} = \frac{R_2^2}{\mu} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_{rr,n}^{moteur} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_{11}^n = -\tilde{k}_{gaz} J'_n(\tilde{k}_{gaz} R_1)$$

$$\alpha_{12}^n = \tilde{k}_L J'_n(\tilde{k}_L R_1)$$

$$\alpha_{13}^n = \tilde{k}_L Y'_n(\tilde{k}_L R_1)$$

$$\alpha_{14}^n = \frac{n}{R_1} J_n(\tilde{k}_T R_1)$$

$$\alpha_{15}^n = \frac{n}{R_1} Y_n(\tilde{k}_T R_1)$$

$$\alpha_{21}^n = \frac{R_1^2}{\mu} \rho_0^{gaz} \omega^2 J_n(\tilde{k}_{gaz} R_1)$$

$$\alpha_{22}^n = \left(2n^2 - (\tilde{k}_T R_1)^2\right) J_n(\tilde{k}_L R_1) - 2\tilde{k}_L R_1 J'_n(\tilde{k}_L R_1)$$

$$\alpha_{23}^n = \left(2n^2 - (\tilde{k}_T R_1)^2\right) Y_n(\tilde{k}_L R_1) - 2\tilde{k}_L R_1 Y'_n(\tilde{k}_L R_1)$$

$$\alpha_{24}^n = 2n \left(\tilde{x}_T J'_n(\tilde{k}_T R_1) - J_n(\tilde{k}_T R_1)\right)$$

$$\alpha_{25}^n = 2n \left(\tilde{k}_T R_1 Y'_n(\tilde{k}_T R_1) - Y_n(\tilde{k}_T R_1)\right)$$

$$\alpha_{32}^n = \left(2n^2 - (\tilde{k}_T R_2)^2\right) J_n(\tilde{k}_L R_2) - 2\tilde{k}_L R_2 J'_n(\tilde{k}_L R_2)$$

$$\alpha_{33}^n = \left(2n^2 - (\tilde{k}_T R_2)^2\right) Y_n(\tilde{k}_L R_2) - 2\tilde{k}_L R_2 Y'_n(\tilde{k}_L R_2)$$

$$\alpha_{34}^n = 2n \left(\tilde{k}_T R_2 J'_n(\tilde{k}_T R_2) - J_n(\tilde{k}_T R_2)\right)$$

$$\alpha_{35}^n = 2n \left(\tilde{k}_T R_2 Y_n'(\tilde{k}_T R_2) - Y_n(\tilde{k}_T R_2) \right)$$

$$\alpha_{36}^n = \rho_0^{eau} \omega^2 H_n^{(2)}(\tilde{k}_{eau} R_2)$$

$$\alpha_{42}^n = 2n \left(J_n(\tilde{k}_L R_1) - \tilde{k}_L R_1 J_n'(\tilde{k}_L R_1) \right)$$

$$\alpha_{43}^n = 2n \left(Y_n(\tilde{k}_L R_1) - \tilde{k}_L R_1 Y_n'(\tilde{k}_L R_1) \right)$$

$$\alpha_{44}^n = \left((\tilde{k}_T R_1)^2 - 2n^2 \right) J_n(\tilde{k}_T R_1) - 2\tilde{k}_T R_1 J_n'(\tilde{k}_T R_1)$$

$$\alpha_{45}^n = \left((\tilde{k}_T R_1)^2 - 2n^2 \right) Y_n(\tilde{k}_T R_1) - 2\tilde{k}_T R_1 Y_n'(\tilde{k}_T R_1)$$

$$\alpha_{52}^n = 2n \left(J_n(\tilde{k}_L R_2) - \tilde{k}_L R_2 J_n'(\tilde{k}_L R_2) \right)$$

$$\alpha_{53}^n = 2n \left(Y_n(\tilde{k}_L R_2) - \tilde{k}_L R_2 Y_n'(\tilde{k}_L R_2) \right)$$

$$\alpha_{54}^n = \left((\tilde{k}_T R_2)^2 - 2n^2 \right) J_n(\tilde{k}_T R_2) - 2\tilde{k}_T R_2 J_n'(\tilde{k}_T R_2)$$

$$\alpha_{55}^n = \left((\tilde{k}_T R_2)^2 - 2n^2 \right) Y_n(\tilde{k}_T R_2) - 2\tilde{k}_T R_2 Y_n'(\tilde{k}_T R_2)$$

$$\alpha_{62}^n = \tilde{k}_L J_n'(\tilde{k}_L R_2)$$

$$\alpha_{63}^n = \tilde{k}_L Y_n'(\tilde{k}_L R_2)$$

$$\alpha_{64}^n = \frac{n}{R_2} J_n(\tilde{k}_T R_2)$$

$$\alpha_{65}^n = \frac{n}{R_2} Y_n(\tilde{k}_T R_2)$$

$$\alpha_{66}^n = -\tilde{k}_{eau} H_n^{(2)}(\tilde{k}_{eau} R_2)$$

$$\tilde{k}_L = \frac{\omega}{\tilde{c}_L}, \quad \tilde{c}_L : \text{célérité des ondes longitudinales}$$

$$\tilde{k}_T = \frac{\omega}{\tilde{c}_T}, \quad \tilde{c}_T : \text{célérité des ondes transverses}$$

$$\tilde{k}_{gaz} = \frac{\omega}{\tilde{c}_{gaz}}$$

$$\tilde{k}_{eau} = \frac{\omega}{\tilde{c}_{eau}}$$

$$\mu = \rho_0^{tube} c_T^2$$

$H_n^{(2)} = J_n - jY_n$: fonction de Hankel de second type

R_1 : rayon interne du tube

R_2 : rayon externe du tube

B FORMALISME THEORIQUE DES SOURCES EQUIVALENTES

1. Formulation analytique

La méthode des sources équivalentes est basée sur l'idée que le champ acoustique d'une structure rayonnante complexe peut être construit à partir de la superposition des champs générés par un ensemble de sources discrètes incluses dans la structure. Pour cette raison on l'appelle aussi « méthode de superposition » et on montre qu'elle est équivalente à la formulation intégrale de Helmholtz [1, 2].

En considérant une distribution de sources uniforme à l'intérieur de la structure, la pression acoustique au point M est égale à l'intégrale des contributions de chacune des sources (Figure B.1) :

$$p(\vec{r}) = j\rho_0\omega \int_V q(\vec{r}_0)g(|\vec{r} - \vec{r}_0|)dV(\vec{r}_0) \quad (\text{B.1})$$

où ρ_0 est la masse volumique du milieu extérieur, ω la pulsation de vibration de la surface S de l'émetteur, $q(\vec{r}_0)$ est l'amplitude de la source au point repéré par \vec{r}_0 .

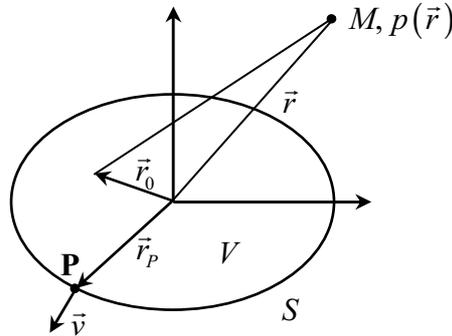


Figure B.1. Schéma pour décrire la formulation du principe de superposition.

La forme du champ rayonné est donnée par la fonction de Green $g(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$, qui satisfait à :

$$(\Delta + \tilde{k}^2)g(|\vec{r} - \vec{r}_0|) = \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (\text{B.2})$$

En 3D, une source monopolaire émet un champ de forme [3] :

$$g(|\vec{r} - \vec{r}_0|) = \frac{1}{4\pi} \frac{-e^{jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (\text{B.3})$$

Dans l'espace 2D, la fonction de Green $g(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ est d'après [3] :

$$g(|\vec{r} - \vec{r}_0|) = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(\tilde{k}|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (\text{B.4})$$

où, la fonction $H_0^{(2)}(\tilde{k}\tilde{r})$ est la fonction de Hankel de second type représentant en géométrie cylindrique une onde s'éloignant de l'origine. Le terme $e^{j\omega t}$ est sous entendu dans tous les calculs.

2. Formulation numérique

L'équation d'Euler linéarisée permet de relier la vitesse acoustique au gradient de la pression :

$$j\omega\rho_0 v(\vec{r}_0) = \vec{\nabla} p(\vec{r}_0) \quad (\text{B.5})$$

En combinant cette dernière relation avec la relation (B.1), la vitesse normale en un point **P** (Figure B.1) de la surface S , repéré par le vecteur \vec{r}_p , est :

$$v_n(\vec{r}_p) = \int_V q(\vec{r}_0) \vec{\nabla}_n g(|\vec{r}_p - \vec{r}_0|) dV(\vec{r}_0) \quad (\text{B.6})$$

avec $\vec{\nabla}_n = \vec{\nabla} \cdot \vec{n}$

- Point source
- × Point de consigne

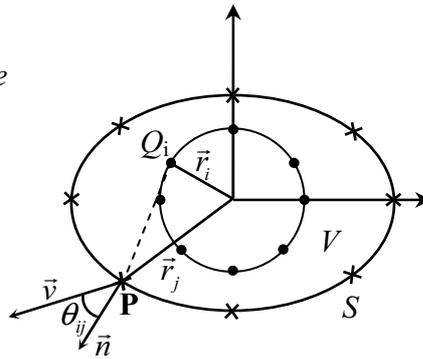


Figure B.2. Schéma de principe des sources équivalentes, le champ de vitesse est imposé en N points de consignes de S . Il est obtenu à l'aide de N sources ponctuelles disposées à l'intérieur du volume V .

Dans le cas des méthodes des éléments finis de surface, les sources sont placées sur la surface et l'intégrale (B.6) contient des singularités, ce qui rend très difficile l'utilisation de ces méthodes. On préfère une distribution discrète de sources placées à l'intérieur de la surface S car dans ces conditions l'intégrale (B.6) converge toujours.

Avec N sources ponctuelles distribuées à l'intérieur de la surface S (Figure B.2), une approximation de la vitesse normale en \mathbf{P} est donnée par la relation suivante :

$$\hat{v}_n(\vec{r}_P) \approx \sum_{i=1}^N Q_i \vec{\nabla}_n g(|\vec{r}_P - \vec{r}_i|) \quad (\text{B.7})$$

où le chapeau désigne une grandeur estimée.

Si la vitesse normale à S est imposée en N points de consigne placés sur la surface (Figure B.2) alors, en appliquant la relation (B.7) en chacun de ces points, on obtient un système de N équations à N inconnues, qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[v_n] = [D][Q] \quad (\text{B.8})$$

La matrice D ($N \times N$) est appelée matrice de transfert et ses éléments sont donnés par :

$$D_{ij} = \vec{\nabla}_n g(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (\text{B.9})$$

Selon le système de coordonnées choisi, les éléments de la matrice sont :

$$D_{ij} = \frac{-j \tilde{k} |r_j - r_i| - 1}{4\pi |r_j - r_i|^2} e^{j\tilde{k}|r_j - r_i|} \cos \theta_{ij}, \text{ à 3D} \quad (\text{B.10})$$

$$D_{ij} = \frac{j}{4} \tilde{k} H_1^{(2)}(\tilde{k} |\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \cos \theta_{ij}, \text{ à 2D} \quad (\text{B.11})$$

Une fois déterminées les composantes du vecteur d'intensité Q_i , la pression et la vitesse peuvent être estimées en tout point $M(\vec{r})$ de l'espace :

$$\hat{p}(\vec{r}) \approx j\rho_0\omega \sum_{i=1}^N Q_i g(|\vec{r} - \vec{r}_i|) \quad (\text{B.12})$$

$$\hat{v}_n(\vec{r}) \approx \sum_{i=1}^N Q_i \vec{\nabla}_n g(|\vec{r} - \vec{r}_i|) \quad (\text{B.13})$$

3. Choix de la position des sources

Sur la Figure B.2 les sources sont placées arbitrairement à l'intérieur du corps sur une sphère de rayon $\|\vec{r}_i\|$. Il n'y a pas de critères précis pour positionner les sources, qui si elles étaient disposées n'importe où dans le volume (V) permettraient aussi de calculer la vitesse.

Cependant, pour reproduire correctement une vitesse normale imposée sur la surface S les sources doivent être placées de façon à rendre la matrice de transfert la plus diagonale et symétrique possible. Chaque source est appariée avec un point de consigne placé à une distance plus petite que n'importe quelle autre distance source/point de consigne. Cette condition est réalisée, pour des objets de forme simple (plan, cylindre...), en plaçant les sources régulièrement espacées de d , à une distance h sous la surface (Figure B.3).

Pour reproduire des conditions de vitesse simple (du type $\vec{v}_n = 1$ ou 0 sur la surface), on montre qu'il faut au minimum 3 sources par longueur d'onde soit $d = \lambda/3$ [4]. Nous avons choisi d'utiliser un pas (d) égal à $\lambda/10$.

Pour déterminer à quelle distance (h) sous la surface nous devons placer les sources, nous allons calculer l'erreur quadratique (rms) de reconstruction de la vitesse sur un plan infini avec une vitesse de consigne constante et égale à 1 (Figure B.3.a).

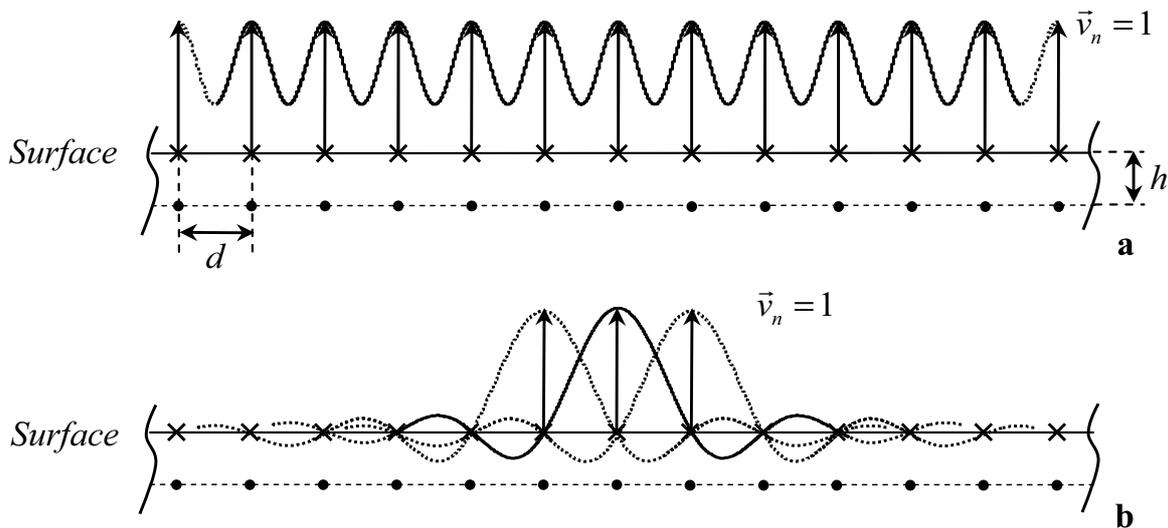


Figure B.3. Géométrie de calcul utilisée pour déterminer la distance h ; **a)** la vitesse de consigne égale à 1 sur tout le plan est reconstruite à partir des **b)** fonctions d'interpolation de reconstruction.

La vitesse est reconstruite à partir de la somme des fonctions d'interpolation (Figure B.3.b) et on constate que l'erreur de reconstruction est une fonction périodique (Figure B.3.a). C'est pour cette raison que nous avons choisi d'utiliser l'erreur quadratique [2, 4]. De plus, on remarque sur la Figure B.3.b que cette géométrie ne permet pas de reproduire des variations brusques de vitesse.

Le calcul d'erreur a été réalisé sur une période, entre deux points de consigne, pour un plan de 200 mm de long, avec un pas, entre les sources, égal à 1 mm ($f = 50$ kHz).

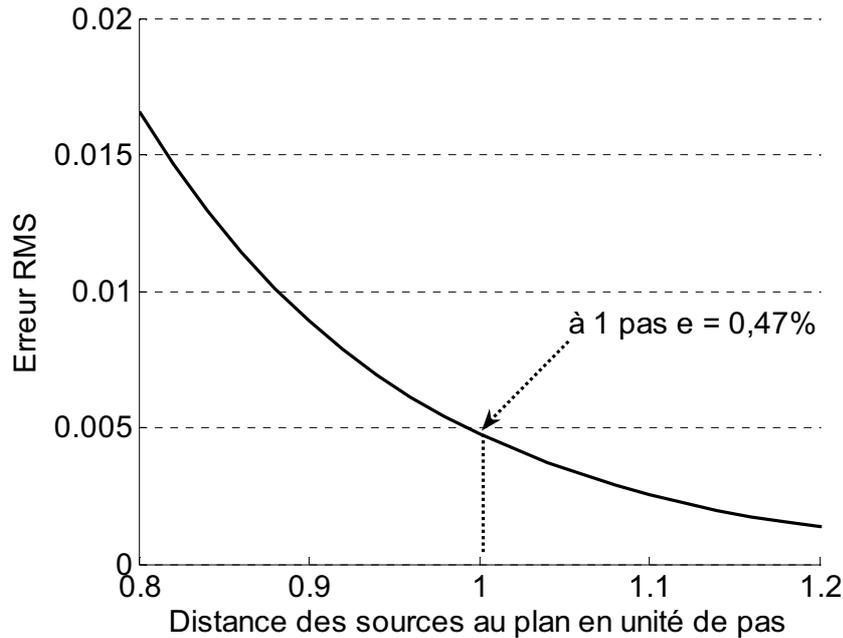


Figure B.4. Erreur de reconstruction de la vitesse imposée sur un plan infini.

Si la vitesse de consigne est constante ou lentement variable, en plaçant les sources à un pas sous la surface (soit $h = d$, conditions utilisées au §VI.5.3) l'erreur sur la consigne n'est que de 0,4%.

4. Bibliographie

- [1] G.H. Koopmann, et al., "*A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1989. **86**(6): p. 2433-2438.
- [2] R. Jeans and I.C. Mathews, "*The wave superposition method as a robust technique for computing acoustic fields*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1992. **92**(2): p. 1156-1166.
- [3] P.M. Morse and H. Feshbach, "*Methods of Theoretical Physics p834*". Vol. 1. 1953: mcgraw-Hill, NewYork.
- [4] L. Song, et al., "*Numerical errors associated with the method of superposition for computing acoustic fields*". The Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **89**(6): p. 2625-2633.

C EQUATION D'ETAT POUR LES MELANGES HELIUM/XENON

Les seules données publiées sur des mélanges He/ Xe sont celles d'Hurly [1], qui à partir de mesures de célérité et de densité (à 0,01% près) et d'un modèle thermodynamique complexe fournit une équation d'état valable seulement jusqu'à 50 bars. Les modèles utilisés par Hurly, développement du Viriel à 8 paramètres et du puits carré sont trop spécifiques aux basses pressions et au mélange utilisé pour pouvoir être extrapolés jusqu'à 200 bars (pression maximale dans notre application). Pour pallier à cet inconvénient et avoir une équation facile à interpoler, nous proposons d'utiliser les équations d'état de la littérature (Van der Waals, Berthelot, Redlich-Kwong...) en ajustant leurs paramètres aux données de vitesses et de densités disponibles.

1. Célérité des ondes dans les gaz réels

La célérité c des ondes acoustiques dans les gaz est entièrement déterminée par les lois de la thermodynamique [2]. Elle se calcule à partir de l'équation d'état $P(V, T)$ avec $V = 1/D$ le volume molaire (litres par mole) selon la relation suivante :

$$c^2 = \gamma \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = -\frac{\gamma V^2}{M} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \quad \text{avec } \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (\text{C.1})$$

En utilisant la relation : $C_P - C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V^2$, il vient :

$$c^2 = -\frac{V^2}{M} \left[-\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T + \frac{T}{C_V} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V^2 \right] \quad (\text{C.2})$$

Pour les gaz monoatomiques, la chaleur spécifique à volume constant est obtenue à l'aide de la relation $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V$ et s'exprime comme suit :

$$C_V = \frac{3R}{2} + T \int \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V dV \quad (\text{C.3})$$

En l'absence d'équation d'état analytique, ces expressions ne peuvent pas être utilisées. Néanmoins, les équations d'état $P(V, T)$ des gaz peuvent s'écrire sous la forme d'un développement en séries entières, appelé développement du Viriel (écrit ici au deuxième ordre en V et T) :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{RT}{V} \left[A(T) + \frac{B(T)}{V} + \frac{C(T)}{V^2} + \dots \right] \\
 &= \frac{RT}{V} \left[1 + \frac{a_1}{T} + \frac{a_2}{T^2} + \frac{b_0 + \frac{b_1}{T} + \frac{b_2}{T^2}}{V} + \frac{c_0 + \frac{c_1}{T} + \frac{c_2}{T^2}}{V^2} + \dots \right] \quad (C.4)
 \end{aligned}$$

La vitesse s'écrit, elle aussi, sous forme de séries entières, en injectant cette dernière relation dans (C.2) et (C.3) :

$$c^2 = \frac{5RT}{3M} \left[1 + \left(2b_0 + \frac{6b_1}{5T} + \frac{14b_2}{15T^2} \right) \frac{1}{V} + \left(\frac{13}{5}c_0 + \frac{9c_1}{5T} + \frac{19c_2}{15T^2} + \frac{2}{5}b_0^2 + \frac{4b_0b_2}{15T^2} \right) \frac{1}{V^2} \right] \quad (C.5)$$

et en regroupant les constantes, on obtient :

$$c^2 = \frac{5RT}{3M} \left[1 + \frac{K(T)}{V} + \frac{L(T)}{V^2} \right] + o\left(\frac{1}{V^3}\right) \quad (C.6)$$

Les équations d'état classiques sont des cas particuliers de ces développements en série. Au premier ordre en $1/V$, les deux équations que nous avons sélectionnées, s'écrivent en fonction de la densité molaire $D = 1/V = \rho/M$ ($mol.l^{-1}$) :

✓ Equation de Van Der Waals :

$$P = RTD \left[\frac{1}{1-bD} - \frac{aD}{RT} \right] \text{ et } c^2 = \frac{5RT}{3M} \left[1 + \left(2b - \frac{a}{RT} \right) D \right] \quad (C.7)$$

✓ Equation de Redlich-Wong :

$$P = RTD \left[\frac{1}{1-bD} - \frac{aD}{RT^{3/2}} \right] \text{ et } c^2 = \frac{5RT}{3M} \left[1 + \left(2b - \frac{a}{RT^{3/2}} \right) D \right] \quad (C.8)$$

Ces équations font intervenir seulement deux constantes a et b , respectivement dues aux forces d'attraction entre les atomes de gaz et au volume occupé par ceux-ci. Les seules différences entre ces deux équations résident dans les termes attractifs (termes avec la constante a). Les crochets représentent la correction par rapport aux équations des gaz parfaits.

2. Choix de l'équation d'état

La comparaison des deux ajustements sur les données des mélanges issues de [1] (pour toutes les compositions) donne un léger avantage au modèle de Redlich-Kwong, par rapport au modèle de Van Der Waals, comme on peut le constater sur la Figure C.1.

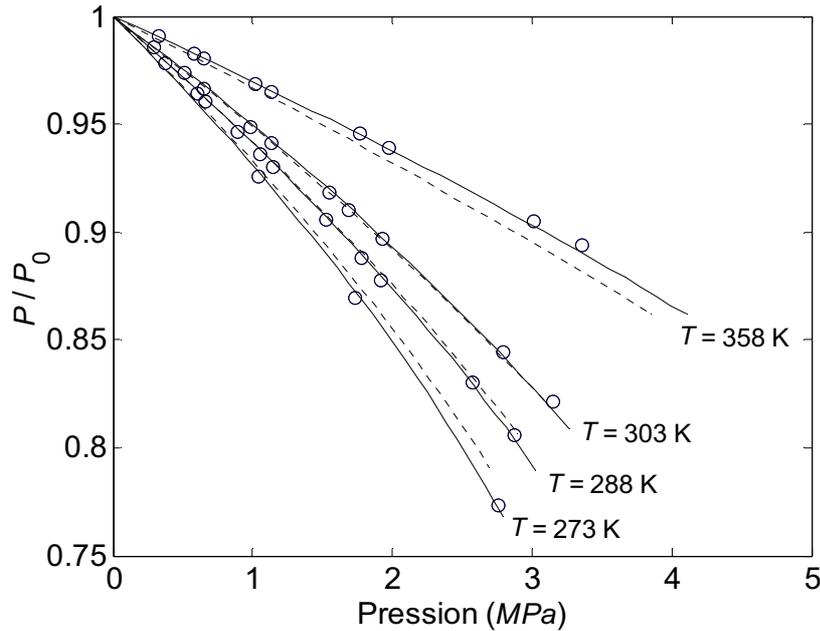


Figure C.1. Comparaison des ajustements du facteur de correction P/RTD à l'aide des équations de Van der Waals (en trait pointillé) et de Redlich-Kwong (en trait plein) pour le xénon.

Les valeurs des constantes (a et b) sont données dans le tableau ci-dessous. δP est l'erreur maximale entre le modèle de Redlich-Kwong et les données expérimentales de pression.

Gaz	Xe	He/Xe à 80%	He/Xe à 53%	He/Xe à 26%	He
a	6587	4243	1936	515	-66
b	0,02916	0,02870	0,02677	0,02082	0,01035
δP en %	0,32	0,19	0,08	0,02	0,08

Tableau C.1. Valeurs des constantes a et b du modèle de Redlich-Kwong en fonction de la composition.

L'erreur maximale étant de l'ordre de 0,3%, nous pensons que le modèle de Redlich-Kwong est bien adapté à nos mesures. Cette erreur est d'autant plus importante que la proportion de xénon est grande, car la pression critique P_c de ce gaz est de $P_c = 58,42$ bars. En reportant les valeurs des constantes a et b du Tableau C.1 sur deux graphiques (Figure C.2), on constate que les données d'Hurly (cercles) s'alignent sur des paraboles fonction de la concentration de xénon.

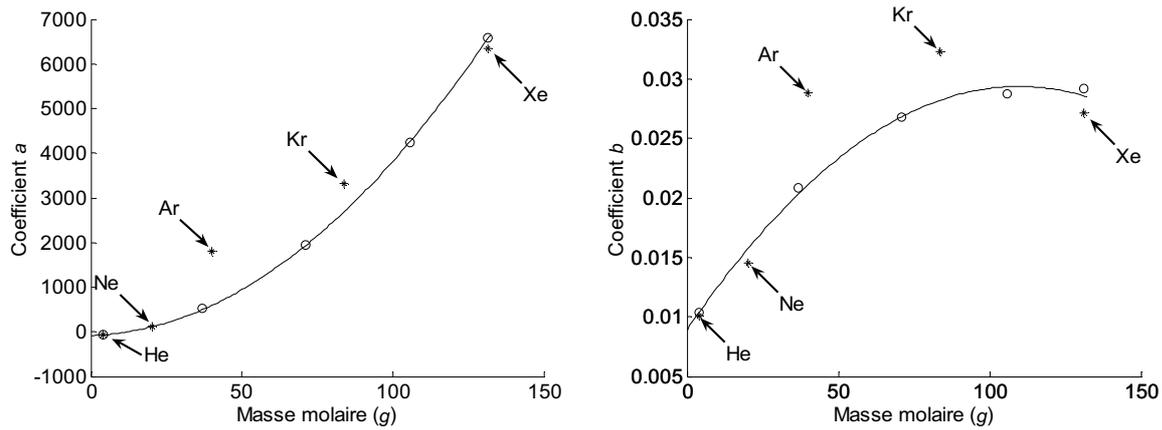


Figure C.2. Ajustements des constantes a et b en fonction de la masse molaire. Les cercles correspondent aux mélanges He/Xe [1]. Les points qui correspondent aux gaz purs (données de NIST [3]) montrent une tendance similaire, sans toutefois être aussi réguliers.

Les expressions des coefficients $a(M)$ et $b(M)$, obtenues à l'aide des ajustements des données expérimentales d'Hurly (Figure C.2), sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 a(M) &= -80 + 2.0 M + 0.37 M^2 \\
 b(M) &= 8.9 \times 10^{-3} + 0.373 \times 10^{-3} M - 1.7 \times 10^{-6} M^2 \quad (\text{C.9})
 \end{aligned}$$

avec M en gramme

Nous avons vérifié qu'expérimentalement par des mesures de vitesse en fonction de la pression, les expressions ci-dessus sont encore valables à 200 bars si toutefois, nous ne nous approchons pas trop de la pression critique du gaz.

Compte tenu de la précision des relations d'interpolation ci-dessus, nous pourrions utiliser au chapitre VI (§VI.6), les équations (C.8) et (C.9) à la place des relations $c = f(P, x, T)$ mesurées.

3. Bibliographie

- [1] J.J. Hurly, et al., "Virial equation of state of helium, xenon, and helium-xenon mixtures from speed-of-sound and Burnett $P\rho T$ measurements". International Journal of Thermophysics, 1997. **18**(3): p. 579-634.
- [2] W. Van Dael and A. Van Itterbeek, "The velocity of sound in dense fluids in Physics of high pressure and the condensed phase". 1965: A Van Itterbeek. North Holland Publ. Comp.
- [3] E.W. Lemmon, et al., "Thermophysical Properties of Fluid Systems dans le WebBook de Chimie NIST, Base de Données Standard de Référence NIST Numéro 69". 2005: Eds. P.J. Linstrom and W.G. Mallard, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg MD, 20899 (<http://webbook.nist.gov>).

RESUME en français

L'objectif de cette thèse est de réaliser un capteur ultrasonore dédié à la mesure de la composition et de la pression des gaz de relâchement au sein des crayons à combustible des centrales nucléaires (REP). Ce travail est financé par EDF qui souhaite accroître le temps d'utilisation des crayons et ainsi augmenter le taux de combustion. Une modélisation du capteur a permis de fixer les dimensions du transducteur piézoélectrique et les caractéristiques optimales des couches de couplages acoustiques pour injecter un maximum de puissance acoustique dans le gaz. Un traitement de données spécifique a été développé pour séparer les vibrations du gaz de celles du tube. Le capteur dans sa version finale a permis d'effectuer les mesures en présence du ressort de maintien des pastilles, qui gênent l'établissement des ondes stationnaires dans la cavité. Nous avons modélisé, par la méthode des sources équivalentes, la diffraction des ondes acoustiques par un ressort et montré que le pas du ressort a un effet important sur la mesure. Les mesures de la dispersion des résultats (amplitude et vitesse) en fonction de paramètres tels que la position, la force d'appui, ou encore l'ovalisation du tube ou l'épaisseur d'oxyde ont été effectuées. Notre étude a permis, dans une application capteur fixe, de réaliser des mesures de pression à $\pm 1,8$ bars dans la gamme 0-200 bars, et ± 1 % sur la concentration de xénon.

TITRE en anglais

Design and test of an ultrasonic sensor for pressure and composition of released fission gas measurements in PWR nuclear fuel rods

RESUME en anglais

The goal of this study is to realize an ultrasonic sensor for measuring pressure and composition of released fission gas measurements in PWR reactor fuel rods. This work was supported by EDF which aimed at increasing the fuel rods time of use, and hence the burn up. A physical design of the sensor allowing the establishment of the piezoelectric transducer size and the optimization of the coupling layers characteristics in order to inject a maximum of acoustic power in the gas has been performed. Since the establishment of the stationary waves in the cavity is indeed highly disturbed by this spring, a specific signal processing has furthermore been carried out making it possible to do measurements with the pellets hold-down spring. We have studied the diffraction phenomena by a spring, using the equivalent source method. We have also brought out the possibility to perform the measurement with the spring that seemed, up to now, impossible to realize. We analysed for each signal process, the dispersion of the velocity and amplitude measurements as a function of specific parameters namely the sensor position, the holding force, all the rods geometrical defects (ovalization, thickness changes...) and the oxide thickness have been analysed. Through this study, the pressure measurements with an accuracy of ± 1.8 bars in the 0-200 bars range and $\pm 1\%$ of xenon volume fraction have been achieved for a static sensor.

DISCIPLINE

Electronique, Optique et Système

MOTS-CLES

Acoustique, Propagation guidée, Transducteur piézoélectrique, Instrumentation, Contrôle non Destructif, Traitement du signal.

Acoustic, Guided propagation, Piezoelectric transducer, Instrumentation, Non destructive testing, Signal processing

Institut d'Electronique du Sud (IES) UMR CNRS 5214
Université Montpellier 2 CC082
Place Eugène Bataillon
34095 Montpellier