Endommagement et processus non-linéaires au sein d'un édifice volcanique pressurisé

Aurore Carrier

▶ **To cite this version:**

Aurore Carrier. Endommagement et processus non-linéaires au sein d'un édifice volcanique pressurisé. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. NNT : 2015GREAU013 . tel-01250708

HAL Id: tel-01250708

https://theses.hal.science/tel-01250708

Submitted on 5 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Aurore CARRIER

Thèse dirigée par **Jean Luc GOT**

préparée au sein de **l'Institut des Sciences de la Terre**
et de **l'école doctorale Terre Univers Environnement**.

ENDOMMAGEMENT ET PROCESSUS NON-LINEAIRES AU SEIN D'UN EDIFICE VOLCANIQUE PRESSURISE

DAMAGE AND NON-LINEAR PROCESSES IN A PRESSURIZED VOLCANIC EDIFICE

Thèse soutenue publiquement le **05 Octobre 2015**,
devant le jury composé de :

François BEAUDUCEL
Physicien, IPGP, Paris, France, Rapporteur
Anne MANGENEY
Professeur, IPGP, Paris, France, Rapporteur
Olivier LENGLINE
Maître de conférence, EOST, Strasbourg, France, Examinateur
David AMITRANO
Maître de conférence, ISTerre, Grenoble, France, Examinateur
David MARSAN
Professeur, ISTerre, Université de Savoie, Le Bourget du Lac, France, Examinateur
Jean Luc GOT
Professeur, ISTerre, Université de Savoie, Le Bourget du Lac, France,
Directeur de thèse

Résumé

Sur les volcans on enregistre fréquemment des accélérations du nombre cumulé de séismes et parfois du déplacement de la surface dans les heures, les jours ou les semaines précédant les éruptions. Expliquer une accélération du déplacement de surface par l'utilisation de modèles élastiques linéaires pour les édifices implique d'introduire une accélération de la pressurisation du réservoir et de la base du conduit magmatique avec des temps caractéristiques courts, ce qui est peu réaliste. Une autre voie de recherche consiste à considérer qu'une éruption est due à la rupture du réservoir magmatique, et que cette rupture n'est pas instantanée - elle peut être précédée par une phase d'endommagement progressif de l'édifice, pendant laquelle de petites ruptures ont lieu dans l'édifice. Ces ruptures provoquent l'affaiblissement des modules élastiques de l'édifice. Nous avons examiné l'effet que peut avoir l'affaiblissement des modules élastiques sur le déplacement de surface, ainsi que sur la pression dans le réservoir et le débit de magma entrant. Pour cela nous avons d'abord recherché une loi d'endommagement qui permette d'ajuster les déplacements de surface enregistrés en utilisant le nombre cumulé de séismes. La loi trouvée est une loi puissance d'un paramètre d'endommagement incrémental, qui est le rapport entre la longueur de rupture incrémentale caractéristique et la longueur à rompre pour obtenir une éruption. Cette loi fait intervenir, à l'exposant, le nombre cumulé de séismes. Ce modèle permet d'expliquer des vitesses et des accélérations du déplacement aussi bien faibles que fortes, selon la valeur prise par le paramètre d'endommagement, ainsi que la bifurcation entre un état stable de l'édifice, et un état instable qui mène à l'éruption. L'affaiblissement de l'édifice induit une diminution de la surpression et une accélération du déplacement de surface, la surpression diminuant plus lentement que les modules élastiques du fait de l'approvisionnement du réservoir en magma.

Ce modèle peut expliquer une large gamme de comportements pré-éruptifs et éruptifs dans les volcans. Il permet d'ajuster simplement aussi bien les accélérations du déplacement de surface enregistré par les stations GPS sommitales du Piton de la Fournaise pour l'éruption du 30/03/2007, que les déplacements croissants de façon stationnaire du volcan Grimsvötn (Islande), entre 2005 et 2011. Il peut aussi être utilisé pour comprendre les comportements éruptifs plus complexes, comme dans le cas de l'éruption de 2010 du Mérapi (Indonésie). La valeur de la constante de temps du système d'approvisionnement contrôle le décalage temporel entre le maximum de l'endommagement (fin de la crise sismique volcano-tectonique) et le maximum de la déformation ou du flux de magma et donc la dynamique du processus. Une analyse préliminaire montre que le rapport entre les constantes de temps d'affaiblissement de la résistance et de la pression est un facteur de contrôle de la dynamique du processus pré-éruptif et éruptif.

L'endommagement d'un édifice volcanique ne peut continuer indéfiniment, cela interdirait le stockage de magma dans l'édifice à long terme. L'édifice volcanique connait donc nécessaire-

ment des phases de consolidation. Une première approche d'étude de la consolidation reposant sur l'utilisation d'un critère basé sur les variations relatives de volume a été investiguée. Les résultats montrent cependant qu'une telle approche n'est pas suffisante pour expliquer la nécessaire augmentation des modules élastiques, et que les processus de consolidation chimique sans variation de volume doivent avoir une importance fondamentale dans l'existence de cycles éruptifs. Pour étudier ces processus, il faut disposer d'une observable géophysique indépendante du déplacement de surface - nous proposons d'utiliser l'anisotropie de propagation des ondes de cisaillement dans l'édifice volcanique. Ces variations de résistance de l'édifice peuvent contrôler la pression en profondeur.

Abstract

On volcanoes accelerations of the cumulated number of earthquakes and sometimes of the surface displacement occur in the hours, days and weeks preceding the eruptions. Explaining an acceleration of surface displacement using an elastic model for the volcanic edifice implies an acceleration of the pressure increase in the magma reservoir and in the mantle, at the base of the magma conduit, at short timescales, that is not realistic. Another direction for research consists in considering that an eruption is due to the rupture of the magma reservoir, and that this rupture is not instantaneous - it can be preceded by progressive damage of the edifice, during which low-magnitude earthquakes occur. These ruptures provoke the progressive weakening of the edifice elastic moduli. In this work we have inverstigated the effect of this weakening on the surface displacements, on the reservoir pressure and on the magma flow. We have first searched for a damage law allowing fitting the measured surface displacements by using the cumulated number of recorded earthquakes. The law allowing this fit is a power-law of the incremental damage parameter, with the cumulated number of earthquakes at the exponent. This incremental damage parameter is the ratio between the characteristic incremental rupture length and the length to be ruptured for the eruption. This model allows us to explain weak and strong rates and accelerations of the surface displacement, with the value of the damage parameter. Bifurcation that occurs between a stable state of the edifice and an instable state leading to an eruption is also explained. The weakening of the edifice induces simultaneously a diminution of the reservoir overpressure and an acceleration of the surface displacement, overpressure decreasing more slowly than the elastic moduli, due to the magma feeding of the reservoir. This type of model can explain a wide range of pre-eruptive and eruptive behaviours on volcanoes. It allows the fitting of surface displacement accelerations recorded at the GPS summit stations of Piton de la Fournaise volcano for the March 30th, 2007 eruption, and explains the steady increase of the surface displacement recorded at the summit of Grimsvötn volcano (Iceland), between 2005 and 2011. It may be used for understanding the complex eruptive behaviours, comprising multiple episodes, as in the case of the October-November 2010 eruption of the Merapi volcano (Indonesia). The value of the characteristic time of the feeding system controls the time delay between the maximum of damage (end of the volcano-tectonic seismic crisis) and the maximum of the surface displacement or magma flow. A preliminary analysis shows that the ratio between the weakening characteristic times of the edifice strength and reservoir pressure participate to the control of the pre-eruptive and eruptive process dynamics. Damage of the volcanic edifice can not continue indefinitely, otherwise long-term magma storage would be impossible in the volcanic edifice. The volcanic edifice therefore necessarily experiments periods of strenghtening. A first approach for studying this strengthening relying on a criterion based on the volume relative variation of the edifice has been investigated. Results show that this approach is not sufficient to explain the necessary increase of the elastic moduli.

Chemical strenghtening processes without volume changes should have a fundamental role in the existence of eruptive cycles. For improving our knowledge of these processes, we need a further geophysical observable, independent on the surface displacements - we propose to use shear-wave anisotropy in the volcanic edifice.

We finally show that the surface dynamics imposed by strength changes of the edifice can influence the dynamics of the deep processes, and consider the possibility of a retroaction of the edifice strength changes on the deep source processes.

Remerciements

Je tiens dans un premier temps à remercier Jean Luc Got, mon directeur de thèse, ainsi que le laboratoire ISTerre pour m'avoir permis de réaliser ce travail de thèse. Merci également à Aline Peltier pour nous avoir procuré des données GPS de qualité qui nous ont permis de faire décoller notre travail. Merci aux membres de l'Observatoire du Piton de la Fournaise pour leur travail.

Mes remerciements vont aussi à mon jury de thèse : François Beauducel, Anne Mangeney, Olivier Lengliné, David Amitrano et David Marsan pour avoir accepté de lire et d'évaluer ce travail.

Boucler ce travail n'aura pas été de tout repos et je tiens à remercier particulièrement mon directeur de thèse pour sa patience et son soutient. Un grand merci aussi à toute l'équipe du laboratoire ISTerre basée au Bourget du Lac pour leur gentillesse, en particulier Jean et Svetlana pour m'avoir permis d'aller "pratiquer" un peu en Italie, merci à Pascale et Jacques pour leur gentillesse et leur soutient ainsi qu'à Olivier pour être toujours présent en cas de problème technique et a Fabien pour son efficacité redoutable !

Mes co-bureau ainsi que les membres permanents du laboratoire ne resteront pas indemnes de remerciements car ils ont tous grandement participés au maintient de ma motivation dans les moments difficiles et je les en remercie grandement. Merci à Thomas ce mec sympa, à Laure dit Brigitte, à Hervé, à Léa, à Camille, à Fabien et tous les autres de passage plus ou moins long au labo. Merci à Anais pour nos folles escapades Russes, nos rencontres Japonaises, nos discussions, ... merci d'avoir ronchonné avec moi et de m'avoir toujours comprise !

Mes remerciements vont aussi à tous mes amis hors cadre scientifique et laboratoire. Merci à Anne-Sophie et Christelle d'avoir été là même dans les moments les plus difficiles et d'avoir subit mes sautes d'humeur, merci de m'avoir toujours soutenue et motivée. Merci à Didou et Anne-Sophie pour leur générosité et pour m'avoir permis de garder mon cheval, Titoff, sans qui je n'aurais certainement pas tenu cette dernière année. Merci à Maia et Enya qui font partie de la famille et qui me font oublier mes soucis. Merci aux membres du centre équestre l'Etalon de Drumettaz pour m'avoir donné l'opportunité de m'aérer l'esprit. Merci à Elena de m'avoir donné du courage et de l'espoir en l'avenir. Merci à François et Vincent sans qui je n'aurais jamais pu faire de la « saxo beach » et sans qui je me serais tuée en vélo le temps de faire réparer ma voiture ! Merci Laura pour cette initiation au pôle dance née dans la souffrance ! Un grand merci à l'équipe du Lodge, mes premiers colocs. Merci Manu de nous avoir fait tant rire devant les matchs de foot et d'avoir éduqué notre cher Minus, merci Fifou et Greg pour ces

sacrés soirées, merci Pierrot pour ces sorties ski et ces sacrés soirées (une en particulier dont ton cuir chevelu se souvient encore ;-)), merci Maël pour avoir appris à Minus à manger dans les bols de céréales et merci à Julien de nous avoir tous réunis ! Je tiens à remercier aussi les membres de l'équipe de water-polo d'Aix les Bains, ainsi que les masters-nageurs pour m'avoir aussi bien intégré à mon arrivée dans cette belle région qu'est la Savoie. Merci à l'équipe 2 à Quentin (et aussi pour son soutient dans nos dures épreuves cyclistes), CheChe, Jeannot, Nico, Benji... et tous les gros qui ont participé à la première destruction de mon arcade gauche et en particulier au coach Alain pour l'ambiance et la joie de vivre que vous transmettez ! Un grand merci aussi à Fabien pour m'avoir permis de m'initier au saut à la perche dans les meilleures conditions, et d'avoir supporter une boulette telle que moi ! Merci à l'ASA de l'avoir donné l'opportunité de participer aux interclubs d'athlétisme.

Un grand merci aussi à mes parents et ma petite soeur pour leurs discussions diverses et variés, leur soutient et leur disponibilité. Merci à mes beaux-parents pour m'avoir accompagnée et guidée en ski de fond et à ma belle-maman pour avoir fleuri notre quotidien.

Cependant, mes plus grands remerciements vont à mon Georges sans qui je ne serais pas là aujourd'hui. Merci à toi de m'avoir toujours soutenu, aidé et supporté dans mes ronchonneries en tout genre et de m'avoir réparé toutes les fois où je me suis cassée. Merci de m'avoir sortie, de m'avoir fait rencontrer tes amis tous plus gentils et drôles les uns que les autres.

Chapter 1

Problématique Générale

Mystérieux et imprévisible, le comportement des volcans reste encore aujourd'hui source d'une multitude de questions. Si l'évolution des techniques de prospection et d'analyses chimiques et pétrochimiques a permis d'améliorer la compréhension générale de la structure et du fonctionnement des différents types de volcan, la compréhension des processus pré-éruptifs n'en est qu'à ses débuts, et la prédiction des éruptions reste un exercice difficile. Etre capable de prédire suffisamment à l'avance les éruptions représente un enjeu humain et économique majeur.

A travers l'histoire, de nombreux volcans se sont rendus tristement célèbres de par leurs éruptions soudaines, imprévisibles et destructrices. Le plus célèbre reste certainement le Vésuve entré soudainement en éruption en 79. Le nombre de morts estimé est d'environ 16 000, la totalité des vignobles et jardins prospérant le long des pentes ainsi que les villes de Pompéi et Herculanum ont été détruits. Les villes n'ont par la suite pas été reconstruites. Du fait de la sismicité tectonique existante et de l'ignorance de la population des phénomènes volcaniques les séismes précurseurs qui ont vraisemblablement touché la région les quelques jours précédant l'éruption n'ont pas été reconnus. Aujourd'hui le volcan est toujours actif et différents cycles se superposent : un cycle long dont les paroxysmes sont des éruptions pliniennes dont le volume de magma émis est de plus de $1km^3$, le dernier épisode remontant à 79, un cycle d'une centaine d'années marqué par des éruptions sub-plinienne explosives et/ou effusives libérant environ $0.1km^3$ de magma et enfin une cycle d'une dizaine d'années composé d'éruptions libérant un faible volume de matériel (moins de $0.01km^3$). Le volume de magma émis est proportionel à la durée inter-éruptive. Ainsi plus l'intervalle de repos est long plus l'éruption à venir libérera un gros volume de magma. La région du Vésuve est une zone considérée comme à fort risque par les autorités italiennes du fait de la forte densité de population vivant autour du volcan ainsi que du caractère imprevisible du Vésuve. Aujourd'hui un plan d'urgence est mis en place par la Protection Civile Italienne afin d'évacuer au plus vite les populations vivant dans les zones les plus à risque (figure 1.1). Les zones rouges correspondent aux zones les plus proches du volcan qui peuvent potentiellement être atteintes par des coulées pyroclastiques, des gaz et du matériel haute température (360 °) émis. Etant donné l'incertitude quant à la localisation et la vitesse de déplacement de la coulée, la zone rouge sera la première évacuée et si possible avant même le début de l'éruption. Cette zone comprend dans le cas du Vésuve 18 communes et regroupe plus de 550 000 habitants. La zone jaune (1 100 000 habitants) correspond à des zones plus éloignées du volcan pouvant être atteintes selon les conditions météo par des retombées de lapilli et de fines particules pouvant engendrer des problèmes respiratoires et des difficultés de circulation (diminution de la visibilité). La zone marron (180 000 habitants) correspond à une zone à fort

risque d'innondation et susceptible de reçevoir des coulées de boue chaudes (jusqu'à 90 °) et fortement destructrices. Cependant, prendre la décision d'évacuer complètement plus de 500 000 personnes et les reloger transitoirement est une décision politiquement et économiquement importante. Ainsi les politiciens et les scientifiques font attention aux fausses alarmes et tentent de ne pas alarmer la population de manière inutile.

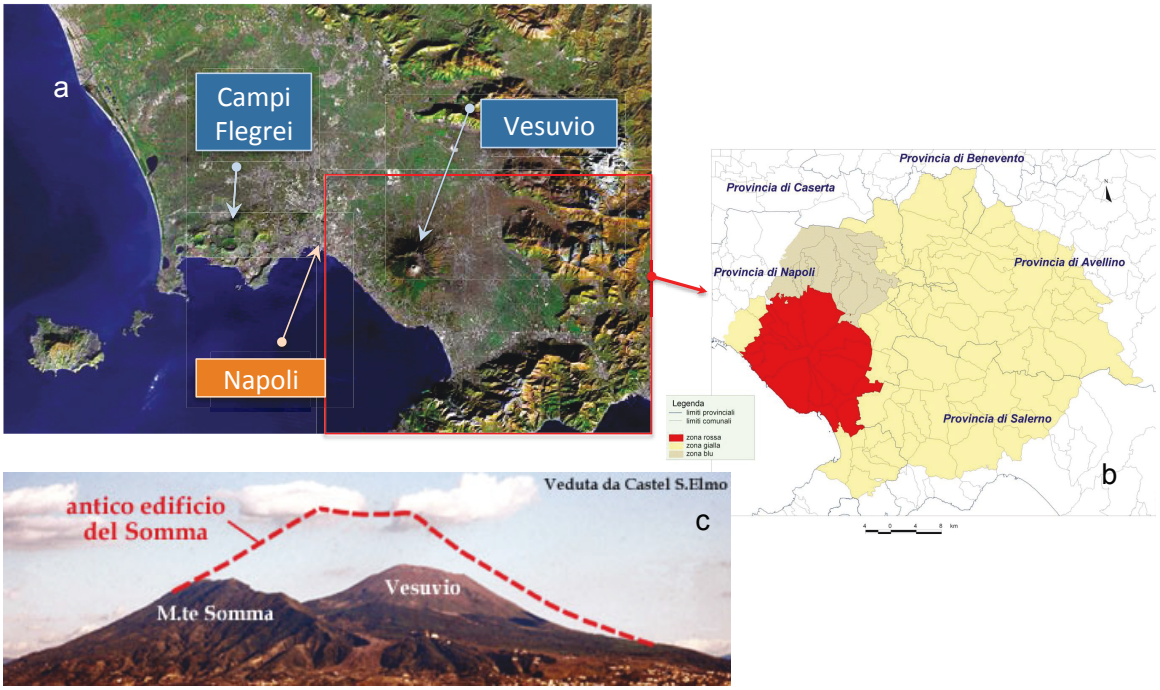


Figure 1.1: *Exemple de volcan connu : le Vésuve. a) Localisation geographique b) Carte des zones à risque par plan d'évacuation c) le Vésuve aujourd'hui versus sa forme dans l'antiquité (pointillés rouge). http://www.protezionecivile.gov.it , http://www.ov.ingv.it/ov/vesuvio.html*

Une autre éruption plinienne très connue et bien documentée est celle du Krakatoa en 1883 aux Philippines, plus puissante encore que celle du Vésuve elle se fit entendre à plus de 3000 km et induisit une baisse de la température mondiale de près de 1 °. Le bilan est de plus de 36 000 morts. Depuis quelques mois une activité sismique intense se faisait resentir (jusqu'en Australie même) et les volcans placé sur l'île de Krakatoa commançaient à montrer des signes d'activité. En l'absence de plus de connaissances sur les volcans et leur comportement dans la région, rien ne fut entrepris après les premiers signes d'activité.

A proximité en Indonésie est situé sur l'île de Java le volcan Mérapi. Ce volcan est situé à côté de la ville de Yogyakarta comptant plus d'un million d'habitants. Il est considéré comme l'un des volcans les plus actifs et dangereux de la planète. Lors des siècles passés, tous les 4 ou 5 ans, ce volcan a montré un comportement éruptif cyclique associé à l'émission de petites coulées pyroclastiques liées à l'effondrement du dôme. A ce cycle est superposé un cycle d'éruptions explosives de forte intensité associées à des nuées ardentes dévastatrices à raison d'une à deux éruptions par siècle (1822, 1872, 1930). Depuis les années 1930, Mérapi était calme et faisait de petites éruptions régulières. En 2010, une éruption explosive importante associée à une série de nuées ardentes se propageant à plus de 15 km du cratère est venue bouleverser cette séquence d'activité. Grâce au système de surveillance en place à l'époque, les volcanologues indonésiens

avaient pu détecter le changement de comportement du volcan à temps. Les autorités locales ont alors pu faire évacuer près d'1 million de personnes, ne laissant au volcan que 357 victimes et de nombreux dégâts matériels.

Outre ces volcans au comportement explosif, il existe des volcans de type effusif dont l'activité même si elle est moins dangereuse pour les population n'en reste pas moins difficile à prévoir. L'un des volcans les plus actifs au monde reste le Kilauea à Hawaii. Ce volcan basaltique se caractérise par ses coulées de lave très fluides. Le comportement du volcan a progressivement évolué au cours du siècle dernier pour passer d'éruptions ponctuelles effusives et/ou explosives à des éruptions effusives de plus en plus fréquentes, la dernière ayant commencé en Janvier 1983 et se poursuivant encore aujourd'hui. Bien que laissant le temps aux populations d'évacuer les lieux, les coulées de laves du Kilauea ont déjà détruit des villages entiers. Depuis Octobre 2014 le volcan connait un regain d'activité (figure 1.2)

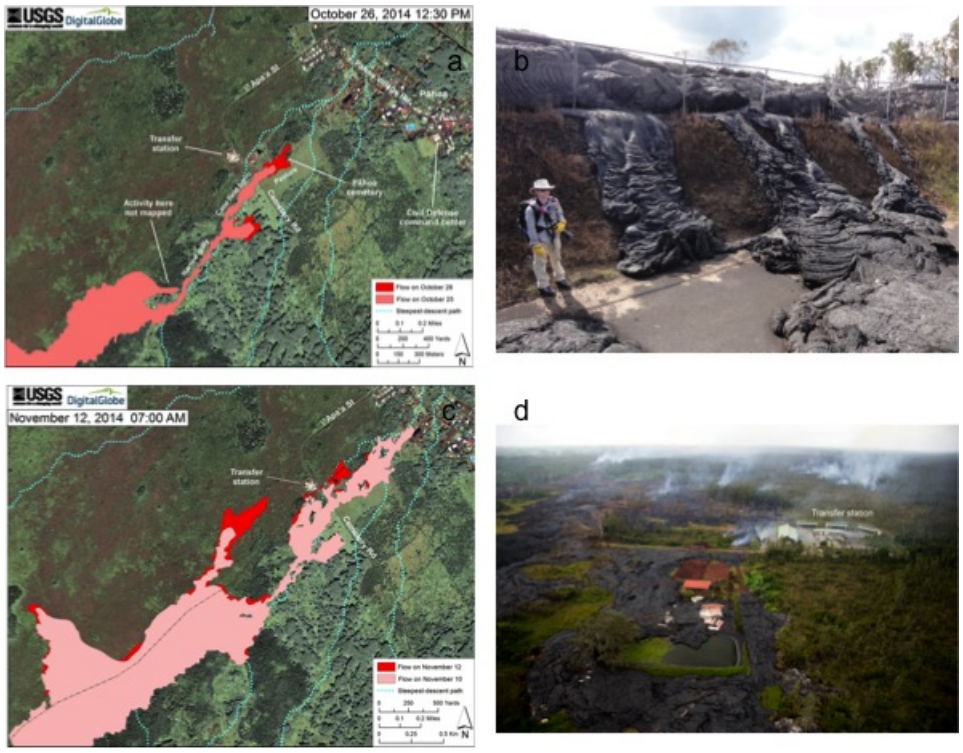


Figure 1.2: *Eruption du Kilauea Octobre-Novembre 2014. a) Coulée de lave au 26 Octobre 2014 b) Coulée de lave traversant la route c) Coulée au 12 Novembre 2014 d) Photographie de la coulée de lave. Source : http://hvo.wr.usgs.gov*

Avec une moyenne d'une éruption tous les 9 mois, le Piton de la Fournaise est très probablement le volcan le plus actif du monde (mais il n'est pas le plus productif puisqu'il émet près de 10 fois moins de lave que le Kilauea). Mais ce n'est qu'après l'éruption de 1977, survenue en dehors de l'enclos dans lequel avaient eu lieu jusqu'à présent toutes les éruptions connues, que fut prise la décision d'installer un observatoire volcanologique. Depuis son installation l'observatoire est notamment chargé de la surveillance de l'activité volcanique du Piton de la Fournaise ainsi que de la recherche sur son fonctionnement et son évolution. Si cette surveillance permanente permet de prévoir relativement bien les éruptions sur le long terme (plusieurs semaines) il est encore impossible de prévoir les date et heure précises d'une éruption à venir

(http://www.ipgp.fr).

Tous ces exemples illustrent la nécessité d'identifier les différents types de précurseurs des éruptions, leur fiabilité et leur comportement. Souvent de petites explosions ou une augmentation de l'activité sismique est observée quelques semaines ou quelques mois avant les eruptions majeures sur les volcans. Dans certains cas ils ont pu suffire pour la prévention et l'évacuation des populations (Merapi 2010 par exemple). Cependant si on suppose que des évènements précurseurs sont reliés à la remontée du magma vers la surface leur interprétation reste encore sujet à débat et les prévisions des dates d'éruption à moins d'une semaine restent anecdotiques. Ainsi pour des cas comme le Vésuve pour lequel il faut gérer l'évacuation de près de 600 000 personnes les recherches sur la prévision des éruptions et la compréhension du comportement des édifices volcaniques est d'une importance capitale.

Les évolutions technologiques et techniques telles que la sismologie large-bande, les observations satellitaires, la spectrométrie pour l'étude des gaz, l'évolution dela puissance et de la vitesse de calcul des ordinateurs ont permis à la recherche en général et à volcanologie en particulier de faire des progrès fulgurants via le transfert et la manipulation de données toujours plus rapides et des modélisations de plus en plus complexes. L'étude des échantillons de roche et de magma ainsi que l'élaboration de modèles physique permettent de mieux en mieux comprendre les phénomènes physiques à l'origine du volcanisme. Les propriétés physiques et chimiques du magma évoluent lors de son transfert depuis sa source à la chambre magmatique, puis pendant son séjour dans la chambre magmatique et enfin lors de son ascention vers la surface. Durant sa remontée le magma, entre-autres, dégaze et se refroidit : des cristaux se forment, du gaz s'échappe et ses caractéristiques physique changent de parfois plusieurs ordres de grandeur (compressibilité, viscosité ...). D'autre part, le magma interagit avec son environnement immédiat, i.e. l'édifice volcanique, lui infligeant des déformations voire des fractures et des modifications de ses caractéristiques physiques (module de cisaillement, température, densité, porosité ...). L'ensemble de ces évènements se traduisent par des manifestations physiques mesurables depuis la surface telles que la sismicité, le dégazage ou encore les déformations. De plus en plus la prédiction passe par la compréhension de la cause de ces manifestations physiques et non plus par la reconnaissance de schémas systématiques observés. Malgré tous ces progès prédire les éruptions reste compliqué du fait notamment de la complexité et de la non-linéarité des systèmes à prendre en compte ainsi que de la nature critique du phénomène éruptif : le volcan peut en effet passer d'un état stable à un état instable d'une fait d'une perturbation interne ou externe même la plus minime (exemple du Mont Saint Helens en 1980).

La sismicité, en particulier les séismes d'origine tectonique, et sa migration vers la surface reste le précurseur le plus communément utilisé car un des plus faciles à mesurer même à distance. De nombreuses éruptions s'avèrent précédées d'une accélération significative du taux de séismes volcano-tectoniques (VT), c'est le cas notamment du Pinatubo en 1991 (Smith and Kilburn, 2010), du Teide sur les îles Canaries (Tárraga et al., 2006) , de Stromboli en 2003(Carniel et al., 2006), de Colima (Murray and Ramirez Ruiz, 2002; Boué et al., 2015b) et du Mérapi en 2010 (Budi-Santoso et al., 2013). Ces accélérations correspondent à une loi puissance phénoménologique observée par Voight (1988). La prédiction des dates d'éruption grâce à cette méthode est plus connue sous le nom de FFM (Failure Forecast Method) et consiste à trouver la temps de divergence en faisant fitter les données à la loi puissance. Cependant,

Bell and Kilburn (2012); Lengliné et al. (2008) ont montré qu'il était possible de modéliser les accélérations du taux de séismes VT observés par une loi exponentielle. Cette loi est en accord avec les modèles théoriques qui considèrent les éruptions volcaniques comme issues de la croissance d'une population de fractures en réponse à une surpression imposée. Seulement pour le cas de Hawaii entre 1960 et 1983, seuls 1/3 des évènements (éruptions ou intrusions) sont précédés d'accélérations significatives du taux de sismicité Bell and Kilburn (2012). De même sur les autres volcans, les éruptions ou intrusions ne sont pas systématiquement précédées d'accélérations du taux de sismicité (Boué et al., 2015b; Voight et al., 2000). Ainsi, la sismicité liée aux évènements volcano-tectoniques ne peut pas à elle seule constituer un moyen fiable de prédiction et ne permet pas non plus de distinguer entre des éruptions ou des intrusions, ni même l'ampleur du phénomène à venir. D'autres auteurs ont tenté d'utiliser la FFM sur d'autres types de précurseurs, toujours reliés cependant à la déformation mécanique de l'édifice, tels que les données d'inclinaison, les mesures d'écartement entre un point fixe et un point mobile, les mouvements des failles autour du cratère, l'amplitude sismique (en temps (RSAM Real Time Seismic Amplitude Mouvement) ou en fréquence SSAM (Seismic Spectrum Amplitude Mouvement)) ... (Cornelius and Voight, 1995, 1994; Voight et al., 2000). Malgré les efforts réalisés la FFM démontre rapidement ses limites et se montre dans la plupart des cas imprécise. Ces incertitudes sont d'après Bell et al. (2011b) liées en grande partie au fait que la méthode ne prend pas en compte l'erreur sur les données, mais ils ne tiennent pas compte de l'incertitude sur la méthode, de la complexité physique du problème (quelle est la source de tous les séismes, cette source est-elle en relation directe avec la possibilité d'une éruption?) et de la méthode en elle-même qui est une méthode purement phénoménologique basée sur des expériences de laboratoire réalisées à petite échelle et donc pas nécessairement reproductibles à plus grande échelle ... Des études d'extensométrie ont montré que les déformations de surface reflétaient l'activité d'une source magmatique à faible profondeur et pouvaient jouer le rôle de précurseurs (Peltier et al., 2006).

Des expériences d'hydroacoustique ont également été menées dans les lacs de cratère, notamment sur le volcan Kelut en Indonésie (Vandemeulebrouck et al., 2000). Dans ce cas une augmentation du bruit de fond basse fréquence est observé comme premier précurseur sur le long terme (1 an), puis des signaux plus haute fréquence font leur apparition et coincident avec l'appariation de gaz et reflèterait les changements de pression et de température du système hydrothermal. L'observation sur le long terme pourrait témoigner d'un réchauffement en profondeur et donc d'une remise en marche du système hydrothermal. Sur le volcan Stromboli, Carapezza et al. (2004) ont mis en évidence une augmentation de la fréquence des explosions et une augmentation de la teneur en CO_2 et H_2 avant les évènements éruptifs de 2002-2003. Cependant, ils ont trop peu de données pour généraliser à toutes les éruptions sur ce volcan et ils mettent en évidence le problème de la fréquence d'échantillonnage pour le travail sur les précurseurs. En effet, les observations réalisées n'ont été permises que par une augmentation de la fréquence d'échantillonage du mois au jour.

Quel que soit le précurseur considéré plusieurs problèmes fondamentaux se posent dans la prédiction des éruptions :

- que ce soit la sismicité, la fréquence des éruptions, la déformation ou encore les émissions de gaz les précurseurs ne permettent de réaliser des prédictions qu'à court terme, quelques jours avant l'éruption (Kilburn and Sammonds, 2005; Voight et al., 2000)
- la fréquence d'échantillonnage des données est bien souvent une facteur limitant dans la prédiction des éruptions volcaniques. Il faut acquérir des données de manière continue

ou au moins de manière journalière et sur un réseau suffisamment dense avant de pouvoir réellement analyser les précurseurs (Carapezza et al., 2004)

- chaque volcan est compris comme un cas particulier et aucune des études réalisées ne permet de géréraliser
- même en considérant un volcan en particulier la présence d'un précurseur donné avant une éruption n'est jamais systématique (Voight et al., 2000)
- il faudrait pouvoir combiner l'utilisation de plsuieurs types de précurseurs différents de manière systématique. Cependant tous les volcans ne sont pas équipés de réseaux suffisamment denses pour permettre ce genre d'étude
- des paramètres extérieurs peuvent influencer le déclenchement des éruptions tels que les marées ou les saisons (Roult et al., 2012).

D'autre part, quel que soit le précurseur choisi il est d'une importance fondamentale de comprendre dans quelle mesure il est humainement détectable, quel est le seuil de détection, dans quelle mesure les mesures sont-elles fiables et à partir de quand une variation peut-elle être considérée comme significative ? Toutes ces questions se doivent d'être soulevées et traitées pour chaque type de précurseur utilisé. Il est donc fondamental dans un premier temps de s'attacher à la significativité et la pertinence des données obtenues. C'est pourquoi la première partie de cette thèse s'attachera au problème de la détection.

Une fois les données associées à un précurseur acquises et traitées de manière appropriée, il faut être en mesure de comprendre leur évolution afin d'identifier les phases significatives. Pour ce faire, il est commode de les comparer à un modèle physique ou phénoménologique. L'avantage de l'utilisation de modèle phénoménologiques est qu'ils reproduisent les patterns réellement observés, avec un nombre de paramètres minimal. Par contre la relation à la physique reste à faire. Utiliser un modèle physique permet d'intégrer des lois physiques réalistes à notre modèle mais implique de faire des hypothèses et des simplifications parfois trop brutales, ou de décrire le modèle avec un très grand nombre de paramètres non contraints par les données. Dans le cas des modélisation de chambres magmatiques ou de conduits les modèles consistent le plus souvent à mettre en pression une chambre constitué d'un magma supposé incompressible dans un milieu élastique, ou a ouvrir des conduits dans un milieu élastique et à modéliser les déformations de surface résultantes (Fukushima et al., 2005; Peltier et al., 2008; Lengliné et al., 2008; Reverso et al., 2014; Albino, 2011).

D'un point de vue physique une multitude de problèmes se posent alors :

- le milieu n'est nécessairement pas purement élastique car si il l'était l'édifice pourrait se déformer à l'infini et il n'y aurait jamais d'éruption. Il faut donc prendre en compte la notion de seuil de plasticité ou du moins la notion d'endommagement de l'édifice
- le magma est considéré comme un fluide monophase et incompressible ce qui est une approximation. On sait que les magmas comportent une phase gazeuse plus ou moins importante et au moins une phase "liquide".
- l'édifice est considéré comme homogène, alors qu'il ne l'est pas
- la géométrie de l'édifice est simplifiée. Dans la réalité le relief peut influencer de manière significative le champ de contraintes et de déformation.

L'objectif de la thèse ne consiste pas en la réalisation de prédictions mais en l'amélioration de la compréhension des processus éruptifs. Afin de mettre en évidence les processus physiques qui permettent de comprendre la dynamique éruptive nous avons choisi d'introduire la notion d'endommagement dans les modèles. Les implications de l'introduction de l'endommagement en termes de dynamique éruptive seront explorées.

On dit d'un système qu'il est stable si sa réponse à une sollicitation donnée est unique, si ce n'est pas le cas il se produit une bifurcation et le système devient instable. Dans le cas des édifices volcaniques, la présence de séismes dit volcano-tectoniques témoigne de la rupture partielle de l'édifice au cours du temps sous l'influence de contraintes mécaniques ou non (thermiques par exemple ...). Le description du phénomène précédant une éruption volcanique implique de considérer une déterioration progressive liée à la création de fissures. La présence de ces fissures au sein de l'édifice a pour conséquence de modifier ses caractéristiques mécaniques, on parle alors d'endommagement (Lemaitre, 1994; Amitrano, 1999). Cette détérioration progressive peut justement être source d'instabilité. Il est donc nécessaire de prendre en compte la notion d'endommagement dans un modèle de milieux continus afin de rendre compte du comportement des roches et des matériaux qui se détériorent de manière progressive (Kleine, 2007). La notion d'endommagement est alors introduite via les variables caractéristiques du comportement mécanique du matériau considéré (module d'Youg, module de cisailllement ...) par principe d'équivalence en déformation.

La notion d'endommagement a été déjà introduite lors des études de perméabilité dans les zones de failles (Mitchell and Faulkner, 2012; Faulkner and Armitage, 2013). La notion d'endommagement est alors assimilée à la densité de microfractures et reliée à la perméabilité de la roche. Mais c'est dans le domaine pétrolier ou de la géothermie que la notion de mechanique des milieux endommagés fait le plus son apparition et démontre toute son utilité (Shalev and Lyakhovsky, 2013b,a). Shalev and Lyakhovsky (2013b,a) montrent qu'il est possible de modéliser la naissance et la propagation de la zone endommagée autour d'un puit d'injection. Leurs simulations réalisent un couplage entre la déformation poro-élastique et le flux d'eau souterraine et incluent l'endommagement. En effet, ils considèrent un modèle d'élasticité non-linéaire : les modules élastiques effectifs sont reliés aux modules initiaux via une variable d'endommagement. L'évolution de la variable d'endommagement est relié à la déformation observée.

Ainsi, dans un second temps nous proposerons un modèle physique simple incluant la notion d'endommagement afin d'expliquer au mieux les déformations de surface. La réalisation d'une inversion permettra alors de mieux comprendre les lois d'endommagement à l'oeuvre sur le volcan du Piton de la Fournaise.

Cependant une des caractéristiques principales des volcans est de produire des éruptions à intervalles plus ou moins réguliers. Ainsi si l'on doit considérer la notion d'endommagement il est aussi important de prendre en compte la notion de consolidation et/ou de cicatrisation et enfin de cycles éruptifs. L'édifice ne peut s'endommager de manière continue et peut cicatriser notamment après les processus d'éruption. La notion de cicatrisation dans le domaine de la mécanique des roches défini un processus physico-chimique de recristallisation par lequel la roche retrouve ses propriétés. La notion de consolidation reste quant à elle purement mécanique et est associée à une diminution de volume du matériau considéré.

En Sciences de la Terre, Lyakhovsky et al. (2001) ont mis en place des modèles de cycles de séismes à l'échelle de la lithosphère. L'endommagement est déduit des déformations, et

le passage de l'endommagement à la cicatrisation est donné par des seuils de déformation. L'évolution du paramètre d'endommagement est alors dans ces modèles un résultat et non une donnée. Leur modèle permet de recréer des systèmes de failles dans la lithosphère. Selon le temps de cicatrisation le système permet la formation d'une géométrie régulière de failles et une distribution caractéristique en fréquence-taille des séismes ou d'un système de faille désordonné associé à des séismes dont la distribution suit une loi de Gutenberg-Richter. La notion d'endommagement est introduite de la même manière dans des cycles de déformation rate-and-state (Lyakhovsky et al., 2005).

Dans le dernier chapitre de ce travail, nous aborderons la notion de cycle éruptif via la notion d'endommagement et de cicatrisation.

Plan du manuscrit

Une éruption volcanique est un phénomène qui témoigne du transfert de magma dans la croûte supérieure. Ce transfert est un processus qui n'est pas sans laisser de traces géophysiques: déformation de surface, sismicité, variations des flux gazeux, par exemple. L'acquisition d'autres observables géophysiques pourrait être envisagée. L'existence d'observatoires sur les volcans permet l'acquisition de ces données en continu. Ces données montrent en général des variations temporelles maintenant bien connues (inflation pré-éruptive, déflation post-éruptive, variations de la sismicité). Bien que l'éruption du magma à la surface apparaisse souvent comme un phénomène finalement rapide et brutal, elle termine en fait un processus beaucoup plus long; cette dynamique peut rappeler un processus de rupture. Dans cette thèse nous n'aborderons pas le problème de la prédiction, ni celui des précurseurs; nous allons plutôt nous attacher à comprendre mieux les processus pré-éruptifs, notamment dans le cas des volcans basaltiques, où les éruptions sont fréquemment répétées et bien enregistrées. Nous utiliserons d'abord des données provenant du Piton de la Fournaise, qui est bien instrumenté et dont la structure est suffisamment bien connue pour pouvoir faire l'objet d'un modèle mécanique. Nous allons utiliser ce modèle pour comprendre les effets de la pressurisation d'un réservoir magmatique sur l'édifice volcanique, étudier la réaction de cet édifice et l'interaction magma-encaissant, pour en déduire notamment quelles peuvent être les conséquences sur l'évolution temporelle de la pression et du flux de magma, et sur la dynamique éruptive.

Dans un premier chapitre introductif nous rappelerons les notions de mécaniques des roches nécessaires à la compréhension de cette thèse. Nous rappellerons aussi les caractéristiques principales de notre objet d'étude principal, le Piton de la Fournaise. Un état de l'art ciblé sur la modélisation des déformations des volcans et les problèmes liés à leur rhéologie sera réalisé dans cette partie.

Dans un second chapitre sera présentée la technique de détection des signaux sismiques utilisée pour estimer les taux de sismicité obtenus par l'observatoire du Piton de la Fournaise et s'assurer de la stationnarité temporelle de leurs propriétés statistiques, avant leur utilisation dans la modélisation mécanique du processus pré-éruptif. La méthode mise au point ici utilise l'indice de kurtosis du signal comme indicateur du changement de dynamique du signal. Les signaux ainsi extraits sont ensuite triés et classés d'après leur contenu spectral.

Dans un troisième chapitre nous nous intéresserons à la modélisation des déplacements de surface sur un volcan, pendant la période pré-éruptive, et notamment des accélérations de ce déplacement qui peuvent être enregistrées avant les éruptions. Ces déplacements pré-éruptifs seront modélisés par l'affaiblissement progressif de l'édifice volcanique avant l'éruption. La

quantification de l'endommagement se fera via l'information fournie par le taux de sismicité des séismes volcano-tectoniques. L'évolution temporelle de la déformation est expliquée à l'aide d'un modèle élastique non-linéaire, les modules élastiques étant des fonctions du degré d'endommagement au sein de l'édifice, contrôlé par la sismicité.

Dans un quatrième chapitre sera soulevé le problème de la consolidation/cicatrisation, nécessairement associé à l'endommagement, au sein des édifices volcaniques. Nous avons dans un premier temps montré que des variations cycliques de la résistance de l'édifice conduisaient à des variations cycliques de la pression dans le réservoir et de la déformation de surface. Dans un second temps nous montrons que l'utilisation d'un critère basé uniquement sur les variations de volume pour la quantification de la consolidation n'est pas suffisant. Enfin l'étude des conditions aux limites de notre modèle de déformation met en évidence la possibilité d'une rétroaction des processus de surface (endommagement et consolidation de l'édifice) vers les processus magmatiques profonds.

Enfin, nous concluerons en rappelant l'ensemble des résultats obtenus lors de ce travail, et sur les perspectives de travail qu'ils permettent d'envisager.

Contents

1 Problématique Générale **9**

2 Introduction Générale **23**

2.1 Comportement d'une roche au voisinage de la rupture 25
2.1.1 Comportement pré-pic 26
2.1.2 Comportement post-pic 27
2.2 Endommagement 33
2.2.1 Définitions 33
2.2.1.1 Variable d'endommagement 34
2.2.1.2 Contrainte effective 34
2.2.1.3 Principe d'équivalence en déformation - Module d'Young effectif 35
2.2.2 Endommagement et fracturation 35
2.2.3 Mesurer l'endommagement 38
2.2.4 Lois d'endommagement 38
2.2.4.1 Lois d'affaiblissement des modules élastiques 39
2.2.4.2 Lois cinétiques de Kachanov - relation avec la méthode FFM . 39
2.2.4.3 L'approche de Lyakhovsky 41
2.3 Consolidation 44
2.3.1 Notion de consolidation en mécanique des sols 44
2.3.1.1 Contraintes dues aux surcharges 44
2.3.1.2 Compressibilité 45
2.3.1.3 Théorie de la consolidation de Terzaghi 47
2.3.2 Consolidation-cicatrisation en Sciences de la Terre 48
2.3.2.1 Approche de Lyakhovsky 48
2.4 Modélisation mécanique des déformations de surface sur les volcans 50
2.4.1 Modélisation de la déformation de surface des volcans et rhéologie . . . 50
2.4.2 Etudes de la dynamique de la fracturation et de la déformatin pré-éruptive 51
2.4.2.1 La méthode de prédiction de la rupture ou Failure Forecast Method - FFM 51
2.4.2.2 Caractérisation de la résistance des roches et des édifices volcaniques 51
2.4.3 Le Piton de la Fournaise 53
2.4.3.1 Connaissance générale du volcan 53
2.4.3.2 Cycle éruptif et fonctionnement mécanique du Piton de la Fournaise 55

3 Détection **59**
3.1 Problématique . . . 61
3.2 Détection et classification de séismes : méthodes pré-existantes . . . 62
3.2.1 Mesure manuelle . . . 62
3.2.2 STA/LTA . . . 62
3.2.3 Détection d'un signal sismique particulier et classification . . . 63
3.3 Mise au point d'une méthode de détection et de classification basée sur le Kurtosis du signal sismique . . . 64
3.3.1 Théorie et principe . . . 64
3.3.2 Kurtosis et Détection : état de l'art . . . 65
3.3.3 Données utilisées . . . 68
3.3.4 Etude statistique . . . 69
3.3.5 Méthode . . . 88
3.3.6 Etude de sensibilité . . . 108
3.3.7 Conclusion sur la mesure des taux . . . 113
3.4 Variation temporelle et significativité des taux . . . 115

4 Endommagement au sein d'un édifice volcanique **119**
4.1 Modélisation de la pressurisation et de la réaction de l'édifice . . . 122
4.1.1 Modèle géométrique . . . 122
4.1.2 Prise en compte de l'endommagement dans la modélisation des déplacements . . . 124
4.1.3 Modèle de référence et étude de sensibilité du modèle . . . 132
4.2 Estimation des paramètres du modèle . . . 146
4.2.1 Méthode d'inversion . . . 146
4.3 Article - A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes. . . . 152
4.3.1 Introduction . . . 152
4.3.2 Data . . . 154
4.3.2.1 Seismicity Data . . . 154
4.3.3 Model . . . 157
4.3.3.1 Reference elastic model and implications . . . 157
4.3.3.2 Effective Young's modulus and damage models . . . 161
4.3.3.3 Effects of source, material and damage parameters on surface deformation . . . 163
4.3.4 Inversion . . . 165
4.3.5 Results and Discussion . . . 168
4.3.6 Conclusion . . . 171
4.4 Variabilité des comportements pré-éruptifs des édifices pressurisés soumis à un endommagement . . . 181
4.4.1 Interprétation d'une vitesse de déplacement horizontal constante sur la caldera du Grimsvötn, 2004-2011 . . . 181
4.4.2 Etude de la dynamique des déformations de surface pendant les périodes pré-éruptives et éruptives . . . 185
4.5 Conclusion . . . 201

5 Consolidation, endommagement et cycles éruptifs **203**

5.1 Consolidation, notion de cycle 204
5.1.1 Cycles éruptifs, et cycles d'endommagement et consolidation dans un édifice volcanique 204
5.1.2 Modélisation de cycles en sciences de la Terre 206
5.2 Modélisation des cycles éruptifs 210
5.2.1 Etude de cycles synthétiques 210
5.2.2 Définir un cycle à partir d'une mesure de la déformation 216
5.2.3 Estimation de la consolidation d'un édifice volcanique 218
5.2.4 Conclusion 222
5.3 Etude du couplage magma-édifice pour différentes conditions aux limites 224
5.3.1 Etude d'une condition de flux constant à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement 224
5.3.2 Etude d'une condition de puissance constante à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement 227

6 CONCLUSION **237**
6.1 Conclusion 237
6.2 Perspectives directes de travail 239
6.3 Travaux transverses et perspectives associées 240
6.3.1 Critère de plasticité et définition d'une zone endommagée 240
6.3.2 A propos de la stabilité d'un édifice volcanique 241
6.3.3 Critère de stabilité sur un édifice volcanique 243
6.3.4 Perspectives en mécanique de roches 244
6.3.5 Quantifier la part inélastique de la déformation pour mieux prédire les éruptions 245

7 ANNEXES **251**
7.1 Artcile JGInt : A maximum a posteriori probability time-delay estimation for seismic signals 252
7.2 Calcul de la magnitude de complétude pour les catalogues de l'OVPF 264
7.3 Choix de la méthode d'inversion : méthode des gradients 267
7.4 Etude du comportement du modèle à Puissance constante 270
7.4.1 Influence des différents paramètres du modèle, cas Puissance constante . 270
7.4.2 Cycles à puissance constante 270
7.5 Etablir des cycles à partir de l'information de sismicité et de déformation : étude et difficultés rencontrées 287
7.5.1 Inversion et détermination de cycles au PDF à partir des informations de sismicité et de déformation 298
7.5.2 Stabilité d'un état fracturé 308
7.5.3 Conclusion partielle-Discussion 308
7.6 Rayon dela zone endommagée, croissance d'une sphère dans un espace elasto-plastique infini 310

Bibliography **312**

Chapter 2

Introduction Générale

Contents

2.1 Comportement d'une roche au voisinage de la rupture 25
2.1.1 Comportement pré-pic 26
2.1.2 Comportement post-pic 27
2.2 Endommagement 33
2.2.1 Définitions 33
2.2.1.1 Variable d'endommagement 34
2.2.1.2 Contrainte effective 34
2.2.1.3 Principe d'équivalence en déformation - Module d'Young effectif 35
2.2.2 Endommagement et fracturation 35
2.2.3 Mesurer l'endommagement 38
2.2.4 Lois d'endommagement 38
2.2.4.1 Lois d'affaiblissement des modules élastiques 39
2.2.4.2 Lois cinétiques de Kachanov - relation avec la méthode FFM 39
2.2.4.3 L'approche de Lyakhovsky 41
2.3 Consolidation 44
2.3.1 Notion de consolidation en mécanique des sols 44
2.3.1.1 Contraintes dues aux surcharges 44
2.3.1.2 Compressibilité 45
2.3.1.3 Théorie de la consolidation de Terzaghi 47
2.3.2 Consolidation-cicatrisation en Sciences de la Terre 48
2.3.2.1 Approche de Lyakhovsky 48
2.4 Modélisation mécanique des déformations de surface sur les volcans 50
2.4.1 Modélisation de la déformation de surface des volcans et rhéologie . . 50
2.4.2 Etudes de la dynamique de la fracturation et de la déformatin pré-éruptive 51
2.4.2.1 La méthode de prédiction de la rupture ou Failure Forecast Method - FFM 51
2.4.2.2 Caractérisation de la résistance des roches et des édifices volcaniques 51

2.4.3 Le Piton de la Fournaise 53
2.4.3.1 Connaissance générale du volcan 53
2.4.3.2 Cycle éruptif et fonctionnement mécanique du Piton de la Fournaise 55

Introduction

Dans cette partie nous rappellerons quelques notions nécessaires à la compréhension de cette thèse. Nous présenterons d'abord les notions générales concernant la rupture des roches, en précisant les notions spécifiques utiles par la suite. Nous préciserons ensuite certaines notions élémentaires concernant l'endommagement des roches et leur consolidation. Enfin, nous rappellerons quelques éléments spécifiques du comportement éruptif et mécanique du Piton de la Fournaise. A chaque étape nous pointerons les travaux déjà réalisés sur ces aspects, concernant l'étude des volcans.

2.1 Comportement d'une roche au voisinage de la rupture

Le terme de rupture englobe une grande variété de processus à des échelles variées, mais il n'est souvent pas utilisé dans son sens propre, puisqu'il s'applique initialement à la séparation d'un corps en deux parties distinctes. Au sens propre, il désigne donc d'abord la création d'une discontinuité traversant un échantillon de roche (macrofissure). En Sciences de la Terre, la rupture peut aussi par extension désigner une séparation partielle: pour un séisme on peut parler de rupture sismique, par exemple. A plus petite échelle, le terme rupture peut désigner la fissuration ou decohésion de grains microscopiques, et la propagation de ces fissures à l'échelle microscopique. Finalement la rupture d'une roche est caractérisée par une diminution importante (discontinuité) de sa résistance.

L'essai de laboratoire le plus utilisé pour étudier le comportement des roches à la rupture est l'essai de compression triaxiale. On applique d'abord à l'échantillon de roche une pression de confinement fixée puis une contrainte axiale qui augmente jusqu'à la rupture de l'échantillon. On obtient alors une courbe contrainte-déformation dont l'allure est caractéristique. La presse triaxiale étant asservie et très rigide, l'essai est réalisé à l'équilibre pour chaque incrément de contrainte, si bien que la courbe obtenue représente la résistance de l'échantillon de roche au cours de l'essai (par résistance il faut comprendre réaction de l'échantillon à la force axiale appliquée, par unité de surface). La courbe résultat montre donc que la résistance de l'échantillon varie avec la déformation. Cette courbe présente un maximum qui correspond à la résistance maximale de l'échantillon (figure 2.1); elle montre également que la roche s'affaiblit à partir d'une certaine déformation. Nous allons analyser ce résultat important avec soin dans les paragraphes suivants.

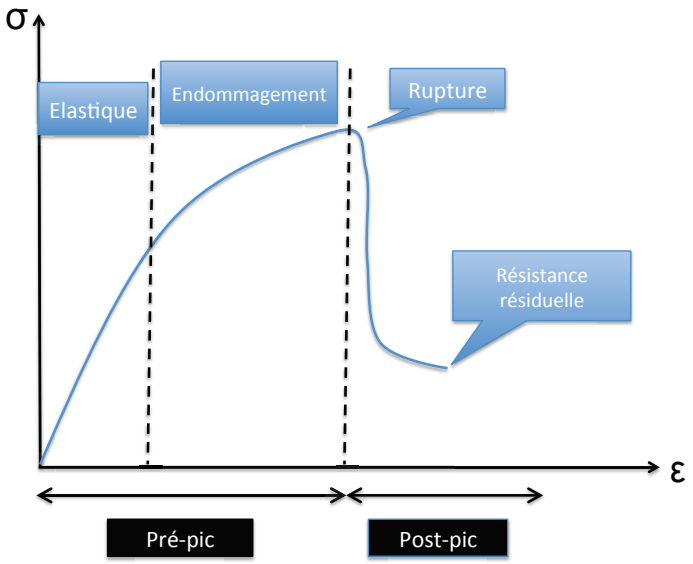


Figure 2.1: *Exemple de courbe contrainte-déformation obtenue lors d'un essai en compression triaxiale sur un échantillon de roche à faible pression de confinement.*

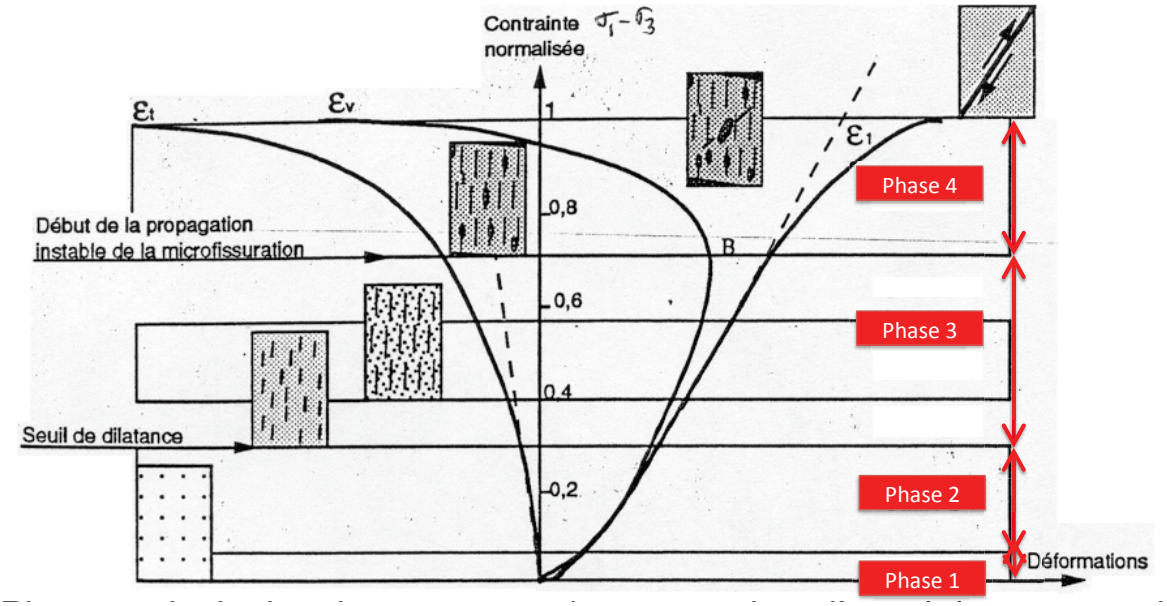


Figure 2.2: *Phases principales du processus de rupture dans un essai de compression triaxial (Haied, 1995)*

2.1.1 Comportement pré-pic

La courbe contrainte-déformation obtenue à l'issue de l'essai triaxial peut être subdivisée en 4 phases principales pré-pic, c'est-à-dire avant la rupture (figure 2.2, d'après Haied (1995)).

- Une première phase de serrage : cette phase correspond à la compaction de la roche aux faibles niveaux de contrainte. Elle correspond à la fermeture initiale des fissures pré-existantes dans le matériau.
- Une deuxième phase linéaire : il s'agit du domaine de déformation élastique. En contrainte, il dépasse rarement 40% de la résistance à la rupture. Le comportement volumique reste contractant: la limite de cette phase élastique linéaire est atteinte lorsque la variation relative de volume commence à augmenter.
- Une troisième phase dite de propagation stable de la fissuration : les limites inférieures et supérieures de contrainte valent respectivement environ 40 et 60% de la résistance à la rupture. Les premières fissures apparaissent mais la courbe contrainte-déformation axiale reste linéaire. Elles correspondent à l'apparition d'émissions acoustiques, c'est-à-dire à de petites ruptures sismiques. La dilatance apparait sur les courbes contrainte-déformation radiale et contrainte-déformation volumique: les fissures se développent suivant des plans diamétraux contenant donc la direction de la contrainte axiale. La propagation des fissures est dite stable, car à chargement constant la déformation s'arrête spontanément: tout l'énergie potentielle élastique accumulée à l'extrémité des fissures pendant la déformation de l'échantillon peut être consommée dans la fissuration de l'échantillon sans que celle-ci ne rompe totalement l'échantillon. Cette fissuration est une déformation plastique irréversible. C'est lors de cette phase que commence l'endommagement de l'échantillon.
- A faible pression de confinement, une quatrième phase dite de propagation instable de la fissuration se produit : à environ 60% de la contrainte à la rupture, la fissuration

augmente fortement. Cette limite est appelée résistance à long terme ("yield strength" ou "yield stress" en anglais). Si la contrainte appliquée reste égale à cette valeur, la fissuration ne s'arrête pas et l'échantillon rompt inexorablement. Lorsque la contrainte dépasse cette résistance à long terme, le temps à la rupture diminue. Lorsqu'on atteint cette phase, l'énergie potentielle élastique accumulée à l'extrémité des fissures dépasse l'énergie nécessaire à la fracturation de l'ensemble de l'échantillon. Le nombre de coups d'émission acoustique augmente très fortement. Les fissures se coalescent entre elles et la déformation se localise suivant des bandes de cisaillement. La surface rompue augmente fortement, l'endommagement de l'échantillon croit. A la fin de cette phase a lieu la rupture.

2.1.2 Comportement post-pic

Lorsque sa résistance maximale est atteinte, la roche saine (c'est-à-dire ne comportant pas de discontinuité majeure à l'échelle de l'échantillon) peut avoir des comportement variés qui dépendent de ses caractéristiques mécaniques propres et de la pression de confinement (Figure 2.3). Pour une roche saine donnée, trois types de comportement peuvent être observés en fonction de la pression de confinement (voir par exemple, Laigle (2004); Pellegrino (1996)):

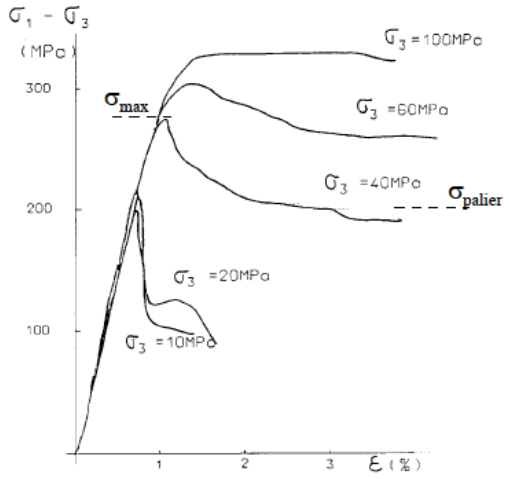


Figure 2.3: *Courbes contrainte-déformation montrant les comportements différents d'un calcaire en compression triaxiale (d'après Fabre et al. (1991)) pour des pressions de confinement variées, et la transition fragile-ductile. σ_{max} : résistance maximale de l'échantillon, pour une pression de confinement donnée; σ_{palier} : résistance résiduelle.*

- si la pression de confinement est faible la rupture de la roche est dite fragile: la chute de sa résistance se réalise dans un intervalle de déformation très faible (rupture brutale);
- si la pression de confinement est intermédiaire ou modérée, la rupture est ductile (comportement ductile avec affaiblissement, "strain weakening" ou "strain softening", c'est-à-dire affaiblissement de la résistance de la roche avec la déformation): la chute de la résistance se réalise dans un intervalle de déformation étendu. La déformation pré-pic comprend également une importante composante plastique;
- si la pression de confinement est suffisamment forte alors la roche se comporte de manière ductile avec durcissement (écrouissage ou "strain hardening") et ne rompt pas. Dans ce

cas la courbe contrainte-déformation ne possède pas un pic mais un coude, la roche ayant un comportement plus rigide pour les faibles déformations que pour les fortes.

La propagation de la micro-fissuration s'effectue toujours initialement en mode I (mode de traction); elle est inhibée par une pression de confinement élevée. La figure 2.4 représente l'évolution d'une fissure d'extension en fonction du rapport entre les contraintes principales mineures et majeures. Elle met en évidence l'existence d'un seuil (limite de clivage, qui vaut environ 0.05) au-delà duquel l'allongement de la fissure reste faible et quasi-constant (Figure2.4). Ce seuil varie en fonction des caractéristiques mécaniques de la roche. C'est la propagation de ces fissures en traction qui est responsable de la rupture brutale, fragile, de la roche (Figure 2.5). Pour que ces fissures se propagent, il faut que la contrainte principale mineure soit faible, et la contrainte principale majeure soit élevée.

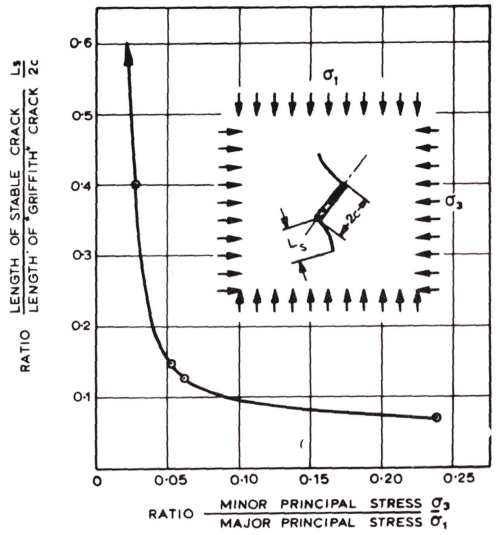


Figure 2.4: *Allongement d'une fissure en traction en fonction du rapport contrainte principale mineure / contrainte principale majeure (Hoek and Bieniawski, 1965).*

Les conditions de surface jusqu'à une profondeur de quelques kilomètres correspondent à des pressions de confinement faibles à modérées. Dans ces conditions, les roches peuvent rompre de façon fragile ou ductile. La déformation se localise progressivement lorsque la contrainte axiale augmente et que les fissures se coalescent entre elles et un plan de rupture se forme (Figure 2.6); à l'échelle de l'échantillon, lorsque celui-ci est suffisamment homogène, deux plans de rupture conjugués peuvent se former. Lorsque l'échantillon est complètement rompu et constitué de deux compartiments séparés, il conserve une résistance résiduelle, inférieure à sa résistance pic. Le volume de l'échantillon, qui avait augmenté jusqu'au pic de résistance (phénomène de dilatance), diminue pendant la rupture et la formation progressive des plans de rupture (Figure 2.2).

La réalisation d'essais de compression triaxiale pour des valeurs variées de la pression de confinement, et la détermination de la résistance maximale pour chacune de ces pressions de confinement, permet de tracer la courbe de résistance intrinsèque (ou courbe intrinsèque) qu'on peut représenter dans le plan des contraintes principales majeures et mineures, ou dans le plan de Mohr (contrainte normale, contrainte tangentielle). Pour les roches saines la courbe

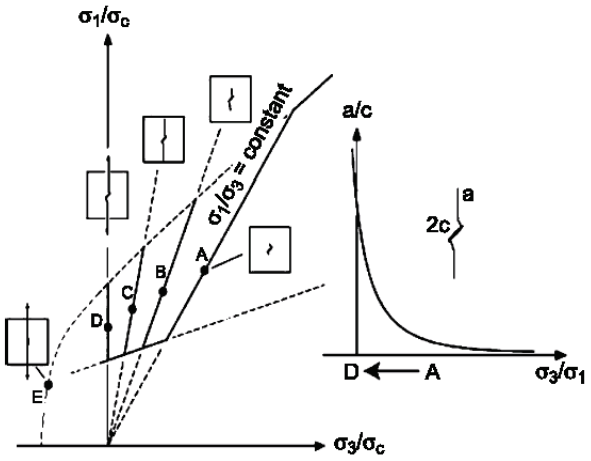


Figure 2.5: *Propagation de la fissuration en fonction du confinement (Diederichs, 1999). Courbe inférieure: initiation de la rupture; courbe supérieure: rupture de l'échantillon*

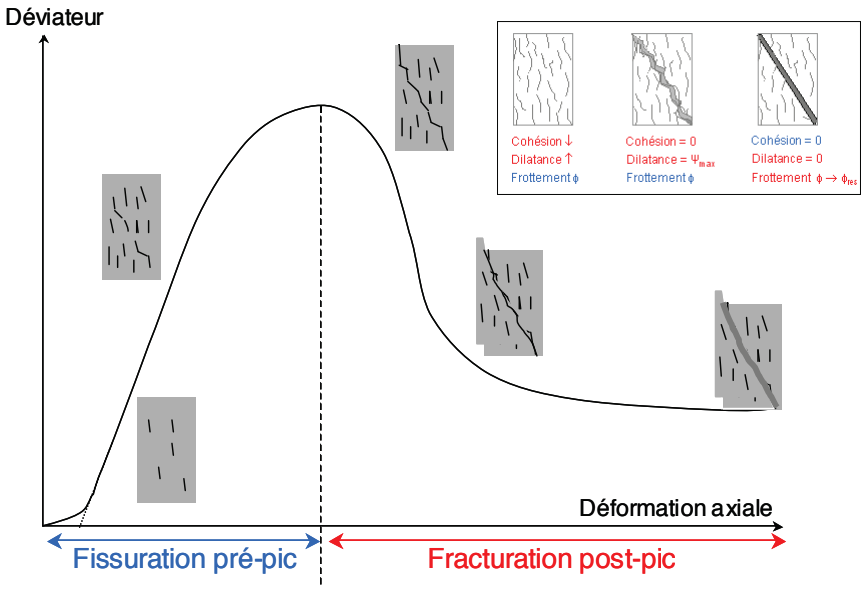


Figure 2.6: *Evolution des caractéristiques mécaniques d'un échantillon au cours de la phase post-pic, et développement de la fracturation au cours d'un essai triaxial (Kleine, 2007).*

intrinsèque prend généralement approximativement la forme d'une parabole (courbe supérieure, Figure 2.5). Pour les matériaux granulaires (sables et sols) et les roches fracturées, la cohésion et la résistance à la traction sont faibles et la courbe intrinsèque prend plutôt la forme d'une droite. Le modèle linéarisé de courbe intrinsèque est appelé modèle (ou critère de rupture) de Mohr-Coulomb et s'écrit:

$$\tau_c = \mu\sigma_n + C \tag{2.1}$$

où τ_c représente la résistance au cisaillement de la roche suivant le plan de rupture, sous la contrainte σ_n, qui est la contrainte normale au plan de rupture. Cette résistance est caractérisée

par deux paramètres:

- le coefficient de frottement interne μ qui est la pente de la droite de Mohr-Coulomb; on en tire l'angle de frottement interne $\phi = \arctan \mu$. μ et ϕ caractérisent le frottement solide qui existe entre les compartiments de la fracture créée, ou entre les grains dans un milieu granulaire. ϕ contrôle l'orientation du plan de rupture dans l'échantillon: $\theta_n = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$, où θ_n est l'angle entre la normale au plan de rupture et la contrainte principale majeure. ϕ représente l'angle de repos d'un tas de sable à l'équilibre, contruit par le haut.
- la cohésion, qui est la valeur de la résistance de la roche au cisaillement suivant le plan de rupture lorsque la contrainte normale à ce plan est nulle.

De la même façon que l'on caractérise la résistance au cisaillement de la roche saine par un angle de frottement interne et une cohésion, on peut également caractériser sa résistance résiduelle par un angle de frottement interne ϕ_{res}. On constate donc que le processus de rupture correspond à une chute de l'angle ϕ, et donc du coefficient de friction interne μ. De la même façon qu'on peut définir l'angle de frottement interne, on peut également définir l'angle de dilatance ψ, déduit de la pente de la variation relative de volume lorsqu'elle est exprimée en fonction de la déformation axiale. Lorsque la rupture progresse après que l'échantillon ait atteint sa résistance pic, le plan de rupture, initialement discontinu puis indenté et très rugueux, devient progressivement lisse: l'angle de frottement interne ϕ diminue lorsque les indentations cassent et que la rugosité diminue; l'angle de dilatance ψ diminue également. Lorsque le plan de rupture est complètement formé et lisse, ϕ tend vers ϕ_{res} et ψ tend vers 0. On peut décomposer l'angle de frottement interne en un terme de frottement pur ou résiduel ϕ_{res} et un terme de dilatance ψ (Kleine, 2007):

$$\phi = \psi + \phi_{res} \tag{2.2}$$

Ces variables sont fonction de l'état de contraintes σ mais aussi de l'état physique du matériau; si on note γ la variable qui caractérise l'état d'endommagement du matériau alors l'équation 2.1 devient :

$$\tau_c = \sigma_n tan(\psi(\gamma, \sigma) + \phi_{res}(\gamma, \sigma)) + C(\gamma, \sigma) \tag{2.3}$$

γ est une fonction croissante de la déformation. La figure 2.7 représente les variations des paramètres C et ψ en fonction de γ: on voit que la cohésion s'annule au moment où la dilatance ψ (et donc l'angle de frottement interne) est maximale, pendant la rupture, au début de la phase post-pic. L'angle ψ, et donc ϕ et μ diminuent au cours de la rupture, et cette loi de décroissance détermine notamment la rapidité de la chute de la résistance de l'échantillon avec la déformation et donc le caractère fragile ou ductile de la rupture. La décroissance de la cohésion et du coefficient de frottement interne μ avec la déformation a été largement étudiée en mécanique des roches; une classe connue de lois générales décrit cet affaiblissement (et plus largement sa variation, positive comme négative) en fonction de la déformation et de la vitesse de la déformation (lois "rate-and-state"). C'est en effet une caractéristique importante pour comprendre la dynamique du processus de rupture.

Dans les matériaux très fracturés (comme le sont les massifs rocheux, notamment les édifices volcaniques), la cohésion, et la perte de cohésion entre les grains (ou les blocs, à grande échelle) constituant le matériau peuvent expliquer la résistance de la roche (courbe contrainte-déformation), la valeur de la résistance maximale, la chute post-pic de cette résistance et le

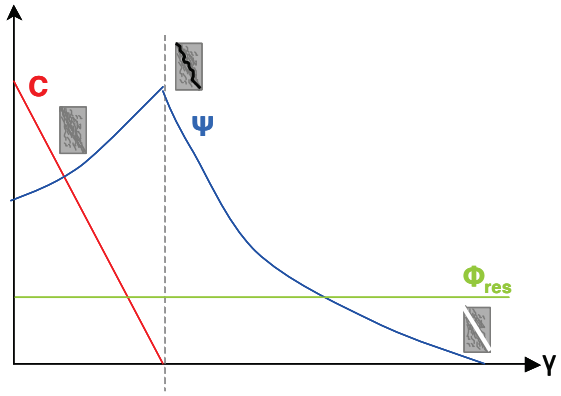


Figure 2.7: *Evolution qualitative de la cohésion C (courbe rouge), de l'angle de dilatance ψ (courbe bleue) et de l'angle de frottement résiduel ϕ_{res}, en fonction de la variable d'endommagement γ, en phase post-pic (Kleine, 2007).*

comportement fragile du matériau (Figure 2.8). Un matériau frictionnel non-cohésif (matériau très fracturé figuré par le sable sans colle dans la figure 2.8) a une résistance maximale plus faible et un comportement ductile qui tend à être plastique parfait, la résistance maximale étant proche de la résistance résiduelle du matériau cohésif (sable avec colle). Le matériau frictionnel cohésif a par contre un comportement fragile avec un pic de résistance maximale. Dans le cas d'un matériau granulaire (ou très fracturé) cohésif, le surplus de résistance est uniquement apporté par la cohésion. On voit également que les deux matériaux (cohésif et non-cohésif) se différencient très tôt, dès les faibles déformations, les glissements inter-granulaires (plastiques) provoquant une diminution progressive du module d'Young apparent. La perte de cohésion d'un matériau et sa fracturation (en grains ou en blocs), qui peut s'opérer par endommagement progressif des joints inter-granulaires (ou inter-blocs), entraîne donc un changement important dans sa loi de comportement, et peut notamment transformer un matériau résistant au comportement initialement fragile en un matériau plus faiblement résistant, au comportement ductile. Cette caractéristique peut concerner les édifices volcaniques. Cette transformation peut être rapide (cas par exemple des édifices volcaniques dont les flancs se déforment largement pendant une éruption), mais elle peut perdurer tant que la transformation inverse de la décohésion (la consolidation) n'a pas eu lieu. Un édifice volcanique soumis à une déformation suffisante pour entraîner une décohésion peut donc changer de loi de comportement tant que sa consolidation n'a pas eu lieu.

Une représentation simple et classique est très utile pour comprendre en quoi la connaissance de cet affaiblissement contrôle largement ce processus (Figure 2.9).

On voit donc que pour pouvoir représenter correctement la chute de la résistance de la roche avec la déformation, il faut disposer d'une presse très rigide. On voit également qu'une roche qui s'affaiblit doucement avec la déformation (rupture ductile) engendre une accélération plus faible qu'une roche qui s'affaiblit brutalement avec la déformation, et donc éventuellement peu ou pas d'énergie sismique.

Notre étude concernera par la suite d'abord le comportement pré-éruptif des édifices volcaniques, et donc leur comportement pré-pic, notamment la phase d'endommagement de l'édifice; nous allons donc nous intéresser plus en détail à la notion d'endommagement en mécanique des roches.

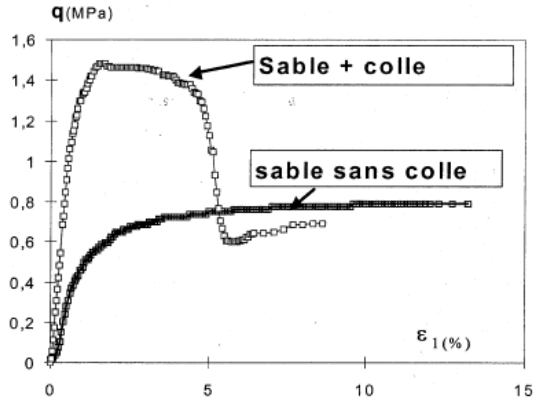


Figure 2.8: *Courbe contrainte (déviateur) - déformation pour un sable non-cohésif ("sable sans colle") et un sable cohésif ("sable avec colle"), d'après Fayad (2000).*

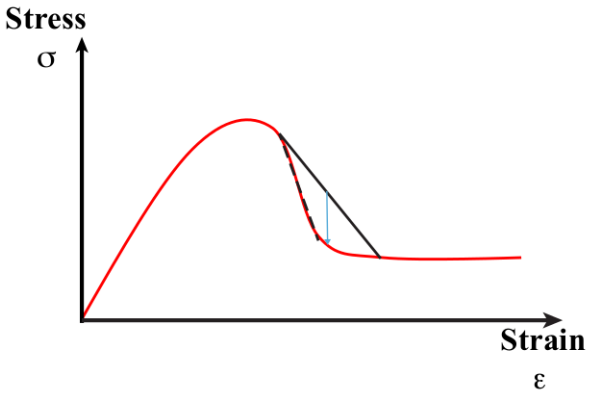


Figure 2.9: *Courbes contrainte-déformation représentant la résistance (en compression, en traction ou au cisaillement) d'un échantillon de roche (en rouge) ainsi que la contrainte appliquée par la presse utilisée (en noir), pour différentes rigidités de la presse (presse relativement peu rigide, en trait continu; presse très rigide, en tireté) en fonction de la déformation. La flèche verticale bleue figure le déficit de résistance de la roche relative à la contrainte appliquée par la presse qui provoque l'accélération du déplacement de la surface de l'échantillon lors du processus de rupture.*

2.2 Endommagement

L'endommagement d'un matériau est un processus "invisible". Il peut s'effectuer longtemps au sein du matériau sans l'affecter notablement à l'extérieur. C'est le cas notamment de l'étagère sur laquelle des livres sont posés, auxquels on ne touche jamais; elle peut d'un jour à l'autre fléchir et rompre, alors qu'aucune intervention extérieure n'a été effectuée. Le chargement n'a pas changé, si l'équilibre a été rompu c'est la résistance de l'étagère, et donc ses propriétés mécaniques, qui ont diminué. Connaître l'endommagement relève donc d'abord de notre capacité à identifier puis capter les signes extérieurs d'endommagement, puis de les associer correctement à un changement de propriétés mécaniques du matériau. C'est ce que nous allons faire dans cette thèse. Pour cela nous devons acquérir quelques connaissances élémentaires sur l'endommagement.

La modélisation élémentaire de l'endommagement procède d'abord de la volonté de représenter à l'aide de la mécanique des milieux continus des milieux réels qui sont effectivement discontinus, en prenant en compte l'existence des discontinuités par une approche d'homogénéisation et de définition de propriétés des milieux homogènes équivalents aux milieux discontinus réels.

2.2.1 Définitions

Lemaitre (1994) considère un matériau comme intact si il est dépourvu de fractures ou de vides à l'échelle microscopique. L'état initial non-endommagé est dans la plupart des cas inaccessible, seul l'état du matériau avant chargement peut être connu.

Lemaitre (1994) définit l'endommagement comme le passage d'un état intact à l'initiation d'une fracture macroscopique. C'est donc une phase longue et importante, qui représente l'essentiel de la partie pré-pic de la courbe contrainte-déformation pour un échantillon de roche (phases III et IV de la figure 2.2). Les mécanismes à l'origine de l'endommagement sont notamment (Lemaitre, 1994) :

- l'endommagement par création de fractures (macrofragile) dans le materiau qui peut être provoqué par des sollicitations monotones comme c'est le cas pour le béton par exemple;
- l'endommagement plastique associé aux grandes déformations plastiques des métaux;
- l'endommagement par fluage (viscoplastique fragile) qui correspond aux décohésions intergranulaires pour les métaux;
- l'endommagement par fatigue (ou microplasticité) du matériau causé par l'application répétée de contraintes;
- il existe d'autre sources d'endommagement telles que l'endommagement chimique ou thermique.

On appelle loi d'endommagement la loi qui permet de retrouver l'évolution de l'endommagement jusqu'au point de rupture connaissant l'histoire en contrainte et déformation du materiau considéré.

2.2.1.1 Variable d'endommagement

La notion d'endommagement a été introduite par Kachanov (1958) à partir d'une définition très simple portant sur la surface de contact effective entre deux compartiments d'un solide. Soit un élément de volume fini appartenant à un solide endommagé, de taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités, et soumis à des forces extérieures. Soit S l'aire d'une section de ce volume fini, cette section étant orientée par sa normale $\vec{n}$. Les deux compartiments situés de part et d'autre de cette section sont en contact par la surface $\breve{S} < S$, surface effective de contact. $S_D = S - \breve{S}$ est la surface endommagée (figure 2.10). L'endommagement relatif à la facette de normale $\vec{n}$ est alors noté :

$$\frac{S_D}{S} = D_n \tag{2.4}$$

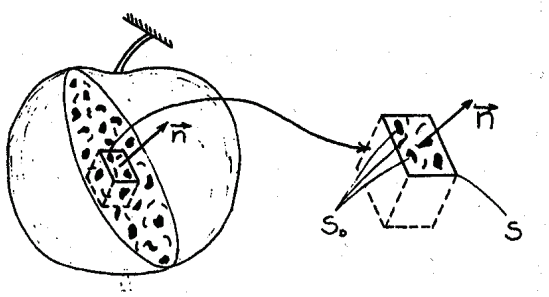


Figure 2.10: *Section effective d'un solide endommagé (Lemaitre, 1994)*

$0 \leq D_n < 1$ définit l'état d'endommagement. Si $D_n = 0$, le matériau est dit intact; si $D_n = 1$, le volume considéré est rompu en deux parties le long d'un plan normal à $\vec{n}$. Dans le cas général, la valeur de D_n dépend de la direction considérée et l'endommagement, anisotrope, est décrit par un tenseur. Dans le cas isotrope, $D_n = D = constante \quad \forall \vec{n}$. Dans l'approche simplifiée que nous allons adopter dans la suite de cette étude, nous considèrerons un endommagement isotrope et la variable d'endommagement D sera scalaire.

2.2.1.2 Contrainte effective

La contrainte effective est la contrainte appliquée sur la section effective de contact.

Dans le cas isotrope :

$$\breve{S} = S - S_D = S(1 - D)$$

et la contrainte effective est définie comme :

$$\breve{\sigma} = \sigma \frac{S}{\breve{S}} = \frac{\sigma}{1 - D}$$

Lorsque $D \neq 0$ $\breve{\sigma} \geq \sigma$; $\breve{\sigma} = \sigma$ dans le cas d'un matériau intact et $\breve{\sigma} \to \infty$ lors de la rupture.

2.2.1.3 Principe d'équivalence en déformation - Module d'Young effectif

L'endommagement peut être relié aux propriétés élastiques via l'hypothèse de l'équivalence en déformation. La déformation équivalente est la déformation obtenue en appliquant la contrainte effective à un matériau non endommagé. Si ϵ est la déformation observée alors $\epsilon = f(\sigma, t)$ pour le matériau non-endommagé et $\epsilon = f(\breve{\sigma}, t) = f(\frac{\sigma}{1-D}, t)$ pour le matériau endommagé (figure 2.11).

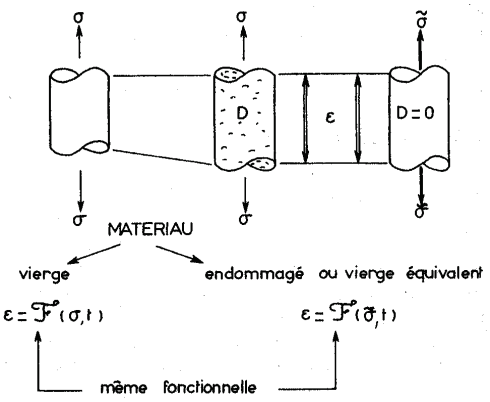


Figure 2.11: *Contrainte effective et équivalence en déformation (Lemaitre, 1994)*

En appliquant la loi de Hooke à une dimension on obtient :

$$\epsilon_e = \frac{\breve{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E} \tag{2.5}$$

où E est le module d'Young (figure 2.12). Dans ce cas le module d'Young effectif est $\breve{E} = E(1-D)$. C'est le module d'Young du matériau élastique homogène équivalent en déformation au matériau élastique endommagé.

De même, si on considère un solide élastique soumis à un état de contrainte tridimensionnel :

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E}\sigma - \frac{\nu}{E}tr(\sigma)\delta \tag{2.6}$$

où ν est le coefficient de Poisson.

Dans le cas où ce matériau est soumis à un endommagement isotrope, l'équation (2.6) devient :

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E}\frac{\sigma}{1-D} - \frac{\nu}{E}tr(\frac{\sigma}{1-D})\delta \tag{2.7}$$

Le module d'Young effectif s'écrit encore $\breve{E} = E(1-D)$. Le module de cisaillement G étant linéairement dépendant du module d'Young, on peut de même écrire $\breve{G} = G(1-D)$.

2.2.2 Endommagement et fracturation

Dans le cas des roches de surface, la déformation inélastique et l'endommagement sont associées à la nucléation et à la propagation de microfractures (Kemeny and Cook, 1986). C'est

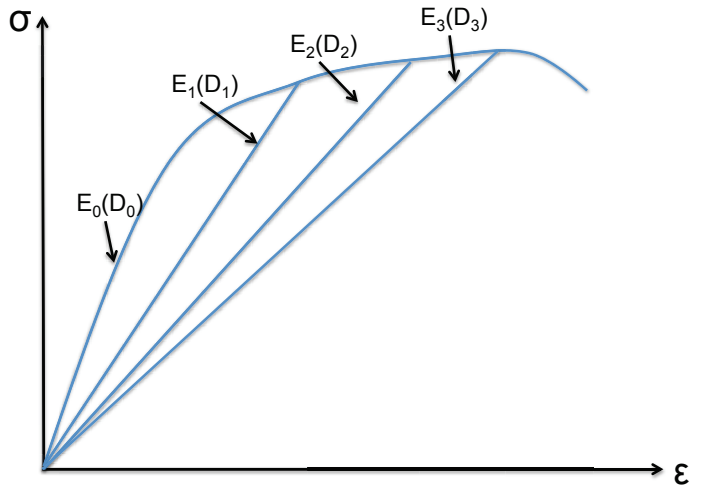


Figure 2.12: *Concept d'endommagement élastique. Le module élastique effectif décroit ($E_0 > E_1 > E_2 > E_3$) alors que l'endommagement augmente $D_0 = 0 < D_1 < D_2 < D_3$(Amitrano, 1999)*

l'accumulation et la coalescence de microfractures qui aboutit à la formation d'une discontinuité d'échelle supérieure: pendant ce processus, la longueur de corrélation entre les fractures, et entre les hétérogénéités du champ de contrainte associé, croit. L'affaiblissement de la résistance de la roche, et donc l'augmentation du paramètre d'endommagement, accompagne l'augmentation de la densité des fractures. Dans un des premiers travaux portant sur l'élasticité non-linéaire et la relation à la fracturation, avant même de parler d'endommagement, Walsh (1965) relie le module élastique effectif à la densité de fractures dans le matériau considéré (figure 2.13):

$$\frac{\tilde{E}}{E} = \frac{1}{1 + \pi(1-\nu^2)\chi} \tag{2.8}$$

où ν est le coefficient de Poisson, et χ est la densité de fractures selon Walsh, soit $\chi = \frac{Nc^2}{V}$ en 2 dimensions, ou $\chi = \frac{Nc^3}{V}$ en 3 dimensions, N étant le nombre de fractures, c la dimension caractéristique des fractures et V le volume caractéristique du solide. Le module effectif décroît rapidement en fonction de la densité de fractures (figure 2.13). Dans ce modèle on considère que l'ensemble des fissures créées restent ouvertes mais n'interagissent pas. Budiansky and O'connell (1976) ont approximé l'interaction entre fractures en considérant que chaque fracture est entourée par un matériau ayant les propriétés effectives d'un solide élastique endommagé; dans ce cas $\tilde{E} = E(1 - \lambda\chi)$, où λ est une constante qui dépend de la géométrie (circulaire, ou elliptique) choisie pour le modèle de fracture.

La compression triaxiale d'un échantillon de roche engendre, à partir d'une certaine valeur de la contrainte axiale, des ruptures qui émettent des ondes élastiques (émissions acoustiques). La corrélation entre augmentation du nombre de coups d'émission acoustique, déformation et endommagement a pu être mise en évidence de manière expérimentale et numérique (Cox and Meredith, 1993; Amitrano, 2006; Lockner and Byerlee, 1991).

Amitrano et al. (1999) ont construit un modèle de solide élastique discrétisé en éléments finis, soumis à une compression triaxiale, dans lequel le module d'Young pouvait décroître en fonction de l'endommagement provoqué par des ruptures ayant lieu lorsque la contrainte appliquée sur l'élément atteignait une valeur fixée par un critère de Mohr-Coulomb. Ces auteurs

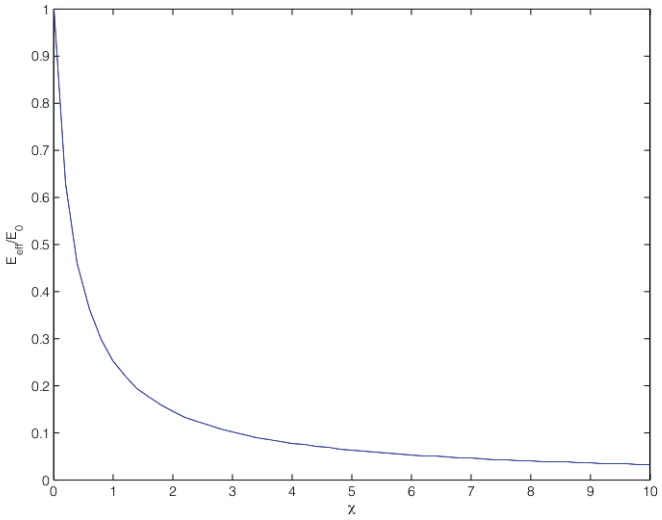


Figure 2.13: *Module d'Young effectif normalisé en fonction de la densité de fractures χ d'après le modèle de Walsh (1965).*

ont ainsi pu reproduire le phénomène de localisation de la déformation. Ils ont également montré qu'il est possible de reproduire les courbes contrainte-déformation, la distribution en loi puissance de la taille des évènements de manière numérique. Ils concluent que la localisation de la déformation émerge de la transition entre comportement ductile et fragile par un processus d'endommagement. Amitrano (2006) a pu, à l'aide du même modèle, reproduire l'évolution temporelle complète d'un échantillon sous contrainte, passant du fluage primaire, puis secondaire, au fluage tertiaire; elle montre donc une accélération finale du nombre de ruptures et de la déformation (figure 2.14).

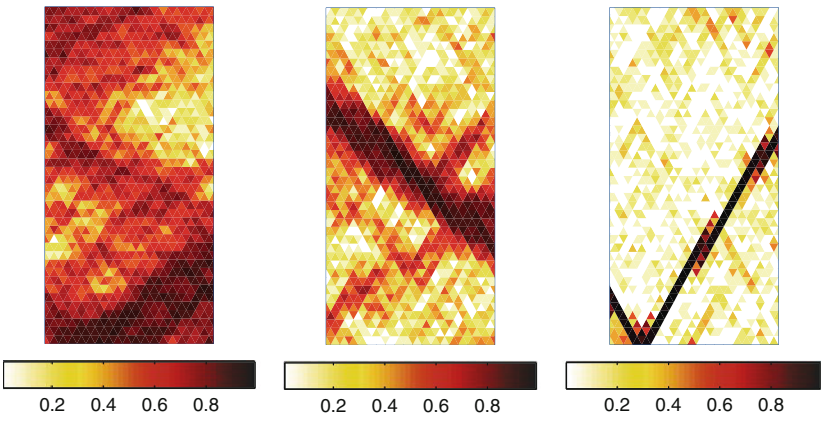


Figure 2.14: *Carte d'endommagement pour des simulations réalisées avec des critères de coulomb différents, friction interne, μ, = 0 (gauche), = 0.4 (centre), 1 (droite). L'échelle de couleur représente la valeur du paramètre d'endommagement D. D'après (Amitrano, 2006)*

2.2.3 Mesurer l'endommagement

L'endommagement n'est pas une variable que l'on peut mesurer de manière directe. On peut par contre en faire une estimation à l'aide des modules élastiques. L'endommagement D peut en effet s'écrire:

$$D = 1 - \frac{\sigma}{E\epsilon_e} = 1 - \frac{\check{E}}{E} \tag{2.9}$$

La mesure des modules élastiques effectifs peut donc permettre d'estimer l'endommagement. Si la méthode parait simple à mettre en oeuvre à l'échelle de l'échantillon, elle reste difficile à mettre en oeuvre à plus grande échelle en sciences de la terre, car on ne connait souvent pas simultanément le chargement et la déformation. Certains situations (par exemple la mise en pression, ou la dépression artificielle de cavités souterraines pour le stockage ou l'exploitation du gaz ou des hydrocarbures, ou d'autres ressources minérales) peuvent permettre de connaître simultanément la pression dans la cavité, la déformation de surface et la sismicité, et peuvent donc conduire à l'estimation de l'affaiblissement des modules élastiques et donc de l'endommagement (Métral, 2014). Nous verrons dans cette thèse que sur un édifice volcanique pressurisé, l'utilisation d'un modèle de pressurisation et de mesures de déformation de surface peut permettre d'en déduire une estimation de l'affaiblissement des modules élastiques et donc de l'endommagement. Cette approche semble plus difficile à réaliser dans le cas du chargement d'une aspérité dans une faille, bien que la contrainte régionale appliquée puisse être considérée comme constante, parce que les mesures de déformation effectuées en surface ne sont pas nécessairement significatives de la déformation de l'aspérité profonde. Cette méthode simple n'a donc pas été utilisée à cette fin, à notre connaissance.

D'autres méthodes peuvent être utilisées pour faire une estimation indirecte de l'endommagement, notamment en mesurant le décalage temporel entre les ondes de cisaillement horizontales (Sh) et verticales (Sv) provoqué par l'anisotropie des vitesses de propagation de ces ondes (par ex., Schoenberg and Sayers (1995)). Cette dernière méthode peut être pertinente lorsque la déformation est suffisamment localisée pour que des plans de fracture parallèles se développent et rendent les vitesses des ondes S anisotropes. Ce type de mesure a été réalisé à l'échelle de l'échantillon (voir par exemple Hamiel et al. (2009)), elle est réalisée pour la détermination des zones fracturées en géophysique appliquée, et la mesure du décalage temporel et des directions principales d'anisotropie est faite couramment à grande échelle, pour identifier des sources d'anisotropie qui ne sont pas nécessairement liées à la fracturation, y compris sur les volcans (voir par exemple Savage et al. (2015)).

La mesure indirecte de l'endommagement est souvent réalisée, à l'échelle de l'échantillon, à l'aide de la mesure de sa résistance électrique et du calcul de sa résistivité (voir une revue de ce type de méthodes par Chung (2003)). De telles mesures pourraient être envisagées à plus grande échelle.

2.2.4 Lois d'endommagement

Il y a deux niveaux possibles de lois d'endommagement: le premier concerne la forme de l'affaiblissement des modules élastiques par la variable d'endommagement, le deuxième concerne l'évolution temporelle de cette variable. Dans cet exposé nous nous limiterons aux principales lois utilisées en sciences de la terre, et dont il sera également question dans la suite de ce document.

2.2.4.1 Lois d'affaiblissement des modules élastiques

Kachanov (1958) a proposé une loi simple d'affaiblissement linéaire des modules élastiques, et notamment du module d'Young E, $\check{E} = E(1 - D)$, $\check{E}$ étant le module effectif. Lorsque l'endommagement est progressif, le module d'Young effectif diminue avec le temps; il faut envisager que le processus se réalise par étapes et qu'à chaque étape il y a une diminution du module d'Young d'un incrément d'endommagement δ. Dans ce cas le module d'Young effectif à l'étape d'endommagement $i + 1$ peut s'écrire en fonction du module d'Young à l'étape i:

$$\check{E}_{i+1} = E_i(1 - \delta) \tag{2.10}$$

Après N étapes pendant lesquelles se renouvelle l'endommagement δ supposé constant, le module d'Young effectif à l'étape N peut s'écrire, en fonction du module d'Young initial E_0:

$$\check{E_N} = E_0(1 - \delta)^N \tag{2.11}$$

une conclusion atteinte par Amitrano (2006). On voit donc qu'une simple relation d'affaiblissement linéaire des modules élastiques conduit à un affaiblissement en loi puissance de l'endommagement incrémental (ou plutôt de la "continuité" incrémentale $\Psi = 1 - \delta$ au sens de Kachanov). Ce type de loi, et la différence avec une simple loi linéaire de type $\check{E}_N = E_0(1 - N\delta)$ sera étudié et discuté dans la suite de cette étude. Dans cette loi, N et δ sont des fonctions implicites du temps; dans notre cas nous suivrons Amitrano (2006) et prendrons pour exposant le nombre de séismes par unité de temps.

2.2.4.2 Lois cinétiques de Kachanov - relation avec la méthode FFM

D'autres lois peuvent être recherchées, où l'on cherche à exprimer explicitement l'endommagement en fonction du temps. Cette approche est classique et conduit à pouvoir estimer le temps restant à la rupture ("time-to-failure") dans l'estimation du risque de rupture en sciences des matériaux. La première formalisation de ce problème et sa solution, souvent citée comme telle en sciences des matériaux, est due à Kachanov (1958), et nous la rappellerons pour mémoire et faire la relation avec les approches connues en sciences de la terre. A partir de nombreux résultats d'expériences de rupture de matériaux, Kachanov (1958) et Kachanov and Montagut (1986) proposent une loi d'évolution temporelle de l'endommagement, ou plutôt de la continuité $\Psi = 1 - D$ du matériau, lorsque celui-ci est soumis à une contrainte en traction plus grande que sa résistance à long terme ("yield stress") d'un incrément σ:

$$\frac{d\Psi}{dt} = -A\left(\frac{\sigma}{\Psi}\right)^n \tag{2.12}$$

où $A > 0$ et $n \geq 1$ sont des constantes caractéristiques du matériau. En intégrant l'équation 2.12, on trouve Ψ en fonction du temps, en supposant $\Psi(t = 0) = 1$:

$$\Psi(t) = (1 - A\,(n + 1)\,\sigma^n t)^{\frac{1}{n+1}} \tag{2.13}$$

soit

$$\Psi(t) = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{2.14}$$

où $t_c = (A\,(n+1)\,\sigma^n)^{-1}$ est le temps restant pour atteindre la rupture ("time-to-failure"). Cette loi d'évolution de l'endommagement (appelée "loi cinétique" par l'école russe) est très utilisée en sciences de matériaux (voir, par exemple, Lemaitre (1994)), chaque matériau étant caractérisé par des constantes A et n.

Ce type de loi a été repris et popularisé en sciences de la terre sous une forme à peine différente, notamment par Voight (1988), après la loi expérimentale de Fukuzuno (1985) (voir par exemple Tárraga et al. (2008)), qui étudia le comportement à la rupture de sols soumis à un arrosage artificiel sur un support en pente:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = A' \left(\frac{dx}{dt}\right)^{\alpha} \tag{2.15}$$

où x est le déplacement de la surface du sol, t le temps et A' et α deux constantes empiriques déduites des données expérimentales (Tárraga et al., 2008). Dans l'article de Voight (1988) cette équation a été généralisée à une observable Ω quelconque, liée au changement physique du système au voisinage de la rupture:

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} = A' \left(\frac{d\Omega}{dt}\right)^{\alpha} \tag{2.16}$$

Cette équation forme la base de la méthode dite "Failure Forecast Method" (FFM) ou méthode de prédiction de la rupture, utilisée en volcanologie pour prédire l'instant des éruptions (Voight, 1988; Tárraga et al., 2008; Bell et al., 2011a,b; Boué et al., 2015b).

On remarque que si l'on pose $\Psi = \frac{1}{\dot{\Omega}} = \frac{dt}{dx}$, on trouve

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2} \tag{2.17}$$

et donc l'équation 2.12 s'écrit, en utilisant Ω comme variable,

$$\ddot{\Omega} = A\sigma^n \dot{\Omega}^{n+2} \tag{2.18}$$

qui est identifiable à l'équation 2.16, avec $A' = A\sigma^n$ et $\alpha = n+2$. On retrouve donc exactement les mêmes solutions pour les deux équations, ainsi que les mêmes temps à la rupture: l'approche de Fukuzuno (1985) et Voight (1988) dont provient la méthode dite FFM utilisée en volcanologie pour prédire les éruptions est donc identique à celle de Kachanov (1958).

On remarque que l'approche de Fukuzuno (1985) et Voight (1988) considère l'inverse de la vitesse comme un "proxy", une mesure, de la continuité $\Psi = 1 - D$ de Kachanov; néanmoins ceci n'est vrai qu'au voisinage de la rupture, car Ψ et D sont compris entre 0 et 1 alors que l'inverse de la vitesse peut tendre vers l'infini lorsque la vitesse est très faible.

Une différence notable entre les deux formulations provient du fait que la constante A' de Fukuzuno et Voight est en fait une fonction de la contrainte appliquée σ. Dans ces approches cette contrainte est bien supposée constante et supérieure à la résistance à long terme, mais elle n'apparaît pas explicitement dans l'approche de Fukuzono et Voight. Cette particularité est gênante dans la mesure où les expériences de rupture des matériaux montrent que c'est la contrainte appliquée qui est le principal paramètre de contrôle du temps restant à la rupture (voir par exemple Amitrano (2006)).

2.2.4.3 L'approche de Lyakhovsky

Dans les approches précédentes, l'endommagement est toujours directement lié à la fracturation, et même à la sismicité enregistrée, qui ne représente pourtant qu'une partie de la création de fractures et de discontinuité, et de déformation irréversible. Une approche alternative attrayante relie l'endommagement à la déformation. Elle a été pour l'essentiel initiée par les travaux d'une école russe dont les représentants le plus connus sont V.A. Lyakhovsky et V.P. Myasnikov.

L'approche que nous appellerons de Lyakhovsky (voir Lyakhovsky et al. (1997a) pour une introduction simple de cette approche) reprend les bases de la méthode dite "self-consistent" de Budiansky and O'connell (1976) qui permet de calculer l'énergie potentielle élastique stockée dans un solide sous contrainte, après qu'une fracture unique isolée se soit produite. Nous allons présenter ci-dessous, à 2D (déformations planes), les grandes lignes du raisonnement suivi par Lyakhovsky et al. (1997a) pour établir leurs résultats principaux.

L'énergie potentielle élastique dans le solide avant que la fracture ne se soit produite peut s'écrire

$$U = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\lambda}{2}{I^2}_1 + \mu I_2\right) \tag{2.19}$$

où ρ est la masse volumique, λ le coefficient de Lamé, $\mu = G$ le module de cisaillement du solide, et I_1 et I_2 sont respectivement les premier et deuxième invariants du tenseur des déformations ϵ_{ij}. Budiansky and O'connell (1976) montrent que pour une distribution de fractures d'orientations aléatoires dans le solide, l'énergie potentielle élastique dans le solide après qu'une fracture se soit produite peut être exprimée par

$$U^\star = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\lambda^\star}{2}{I^2}_1 + \mu^\star I_2\right) \tag{2.20}$$

où $\lambda^\star$ et $\mu^\star$ sont respectivement les coefficient de Lamé et module de cisaillement effectifs du solide élastique endommagé.

Lyakhovsky et al. (1997a) ont repris ce calcul dans le cas où la distribution de fractures n'est pas aléatoire mais perpendiculaire à la contrainte en traction appliquée au solide. Tout d'abord, à partir des équations de Lamé

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \epsilon_{ij}} = \lambda I_1 \delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij} \tag{2.21}$$

où σ_{ij} est le tenseur des contraintes et $\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et 0 sinon, on peut écrire les valeurs des contraintes principales:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (\lambda + \mu)\, I_1 + \mu\sqrt{2I_2 - I_1^2} \\ \sigma_2 &= (\lambda + \mu)\, I_1 - \mu\sqrt{2I_2 - I_1^2} \end{aligned} \tag{2.22}$$

où $\sqrt{2I_2 - {I^2}_1} = \sqrt{J_2}$ est le module du déviateur des déformations, en déformation plane.

Le taux d'énergie consommée par la création d'une fracture en traction (mode I) dans un solide élastique (où le taux d'énergie potentielle élastique relachée dans cette création) est décrite par l'intégrale J de Rice and Liebowitz (1968)

$$J = \frac{1 - \nu^2}{E}{K_I}^2 \tag{2.23}$$

où ν est le coefficient de Poisson du solide élastique, et $K_I = \sqrt{\pi L}\sigma_1$ est le facteur d'intensité de la contrainte en déformation plane, pour une fracture de longueur $2L$ ouverte en traction (mode I), la contrainte appliquée σ_1 restant constante. Cette contrainte étant constante, l'énergie potentielle élastique consommée pendant la création de la fracture est

$$J = \frac{1-\nu^2}{E}\pi L\sigma_1^2 \tag{2.24}$$

En substituant σ_1 (équation 2.22) dans l'équation (2.24), on exprime d'abord l'énergie potentielle élastique consommée en fonction des invariants du tenseur de la déformation et des modules élastiques, puis on peut exprimer l'énergie potentielle qui reste stockée dans le solide après rupture d'une fracture en traction

$$U^d = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\lambda}{2}{I^2}_1 + \mu I_2 - \gamma I_1\sqrt{2I_2 - {I^2}_1}\right) \tag{2.25}$$

où γ est un coefficient élastique.

En comparant avec le résultat obtenu par Budiansky and O'connell (1976) (équation 2.20), on remarque qu'apparait un terme non-linéaire supplémentaire $\gamma I_1\sqrt{2I_2 - {I^2}_1}$ qui est dû formellement à l'élévation au carré de σ_1, mais plus profondément au fait que dans l'approche de Lyakhovsky et al. (1997a) seul σ_1 est prise en compte, alors que dans celle de Budiansky and O'connell (1976) les deux contraintes principales l'étaient. Dans ce dernier cas l'énergie potentielle est proportionelle à $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ et le terme $\gamma I_1\sqrt{2I_2 - {I^2}_1}$ disparait: l'influence des fractures distribuées aléatoirement se moyenne, ce qui n'est pas le cas dans le modèle de Lyakhovsky et al. (1997a). Ce dernier terme porte donc l'information sur l'endommagement du solide élastique.

On peut dériver cette énergie potentielle par rapport à la déformation par l'équation (2.21) et en déduire les relations contrainte-déformation correspondantes. En généralisant à trois dimensions et en effectuant cette dérivation, on trouve encore des relations contrainte-déformation similaires aux équations de Lamé (Lyakhovsky et al., 1997b)

$$\sigma_{ij} = \lambda^e I_1\delta_{ij} + 2\mu^e\epsilon_{ij} \tag{2.26}$$

où

$$\begin{aligned}\lambda^e &= \lambda - \tfrac{\gamma}{\xi}\\ \mu^e &= \mu - \tfrac{\gamma\xi}{2}\end{aligned} \tag{2.27}$$

où

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}. \tag{2.28}$$

Cette formulation présente l'intérêt de fournir une estimation des modules élastiques effectifs qui ne dépend que de la déformation mesurée sur le solide, une caractéristique qui peut avoir un grand intérêt lorsque la rupture est en partie ductile. Une autre caractéristique intéressante est que le rapport d'invariants ξ caractérise le type de déformation (notamment extension ou contraction), et change de signe avec I_1. On peut donc avoir non seulement une diminution des modules élastiques (endommagement) pour un solide élastique soumis à une traction, mais aussi une augmentation de ces modules (consolidation) pour un solide soumis à une compression.

Lyakhovsky et al. (1997b) montrent également que l'on peut déduire de cette approche une loi d'évolution de l'endommagement du type

$$\frac{dD}{dt} = aI_1^2 + bI_2 + cI_1\sqrt{I_2} \tag{2.29}$$

où t est le temps, a, b et c des constantes.

2.3 Consolidation

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que l'endommagement des roches pouvait provoquer leur décohésion et abaisser leur résistance. Ce processus est souvent caractérisé comme irréversible car il l'est instantanément et mécaniquement. Néanmoins la transformation inverse existe, jusqu'à un certain point, dans les conditions de pression et température connus à la surface de la Terre.

2.3.1 Notion de consolidation en mécanique des sols

Soumis à un chargement ou un déchargement le sol subit une déformation. On parle de tassement lorsque l'on observe une diminution de volume, et de consolidation quand il s'agit d'un processus qui progresse avec le temps. La diminution de volume observée provient (Plumelle (2013), figure 2.15):

- de la compression de l'air et de l'eau contenue dans les vides, souvent négligeable (immédiat, S_i)
- de l'expulsion de l'eau contenu dans les vides; dans ce cas le temps et la perméabilité sont des facteurs importants (consolidation primaire, S_p)
- de la compression du squelette solide par réarrangement des particules, glissement intergranulaire (consolidation secondaire, S_s)

On peut donc écrire la consolidation totale comme la somme de ces différentes contributions :

$$S_t = S_i + S_p + S_s \tag{2.30}$$

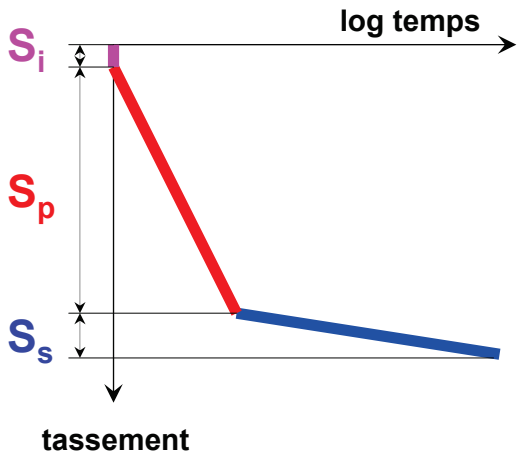


Figure 2.15: *Evolution du type de consolidation au cours du temps.*

2.3.1.1 Contraintes dues aux surcharges

Un sol est un milieu multiphasique dans lequel les contraintes se répartissent entre le solide et le liquide. Le squelette solide est responsable des déformations et de la résistance au cisaillement, l'eau est considérée comme incompressible et ne résiste pas au cisaillement. Les

seules contraintes pouvant exister dans l'eau sont donc les pressions. Le postulat de Terzaghi permet d'écrire la contrainte effective comme la différence entre la contrainte normale totale et la pression de l'eau :

$$\begin{aligned} \sigma_{eff} &= \sigma - u \\ \tau_{eff} &= \tau \end{aligned} \tag{2.31}$$

avec σ la contrainte normale, u la pression de l'eau et τ la contrainte en cisaillement.

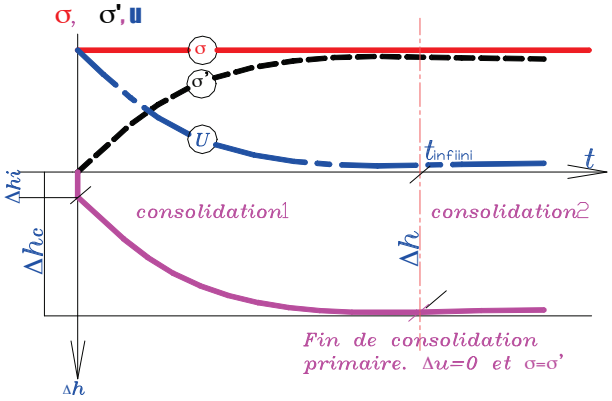


Figure 2.16: *Evolution de la consolidation, de la pression de l'eau, des contraintes totale et effective au cours du temps (Mefthah, 2008).*

Pour des sols avec un coefficient de perméabilité k faible, l'eau ou les liquides libres ne s'évacuent pas de manière immédiate et supportent les contraintes appliquées (surpression interstitielles $\Delta u = \Delta\sigma$), le volume ne varie pas. Progressivement, les contraintes sont transmises au squelette solide, les surpressions interstitielles Δu diminuent: il y a drainage ($\Delta\sigma > 0$). L'eau en s'évacuant permet aux grains de se rapprocher: c'est le tassement. L'écoulement s'arrête lorsque les surpressions interstitielles s'annulent, on obtient alors le tassement final de consolidation primaire Δh_c (figure 2.16). Cette phase de dissipation des pressions interstitielles s'appelle la consolidation. Elle est d'autant plus lente que le sol est imperméable. Lorsque $\Delta u = 0$, le sol est dit consolidé.

Tant que le squelette se comporte comme un solide élastique linéaire, le principe de superposition est applicable; suivant ce principe, l'effet produit par l'action de plusieurs forces peut s'écrire comme la somme des effets produits par chacune des forces séparément dans le domaine élastique, soit :

$$\sigma_z = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_z \tag{2.32}$$

avec σ_z la contrainte à la profondeur z, σ_{v0} la contrainte due au poids des terrains au-dessus et $\Delta\sigma_z$ les contraintes dues aux surcharges.

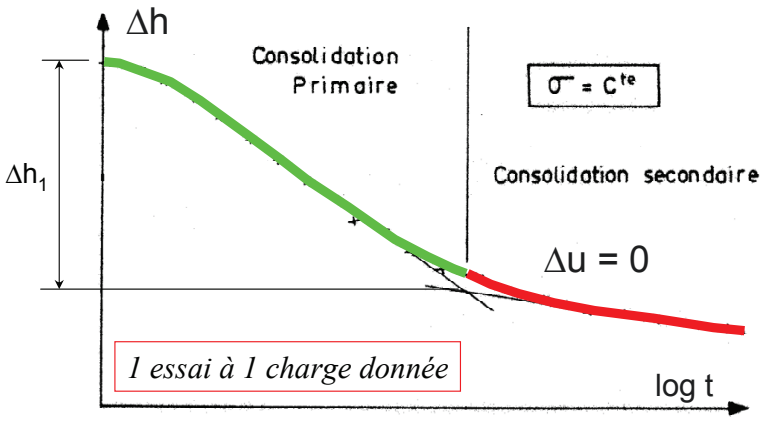
2.3.1.2 Compressibilité

Les courbes de consolidation peuvent être obtenues de manière expérimentale à l'aide d'un oedomètre. Ces expériences consistent en l'application d'une contrainte verticale uniforme sur

un échantillon et en la mesure du tassement associé au cours du temps (figure 2.17). Ces essais permettent l'obtention de la courbe de consolidation : un essai à une charge donné, et la répétition d'essais pour différentes charges permet l'obtention de la courbe de compressibilité : tassement en fonction de la contrainte appliquée (figure 2.18).

Soient H_0 l'épaisseur initiale de l'échantillon et e l'indice des vides avec e_0 alors :

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \tag{2.33}$$



Temps	Pression interstitielle	Contrainte effective	Contrainte totale	Tassement
t = 0	u = σ	σ' = 0	σ	0
fin de l'essai 1	u = 0	σ' = σ	σ	Δh_1

Figure 2.17: *Courbe obtenue lors d'un essai oedométrique, pour un essai à une charge donnée.*

Sur la figure 2.18, on observe entre les points A et B un faible tassement qui correspond à des contraintes auxquelles le sol a déjà été exposé au cours de son histoire. Entre B et C on observe un changement de pente qui correspond à ce que l'on appelle la pression de préconsolidation. Entre C et D la compressibilité est forte ce qui implique que le sol ne peut pas supporter plus que cette contrainte sans se déformer de manière significative, il est donc soumis à des contrainte supérieures à celles qu'il a déjà connues. Le coefficient directeur de cette courbe donne l'indice de compression. On définit le rapport de surconsolidation R_{oc} comme le rapport entre la contrainte de préconsolidation σ_p et la contrainte verticale effective σ_{eff0}. Un sol est dit normalement consolidé si $R_{oc} = 1$, ce type de sol n'a jamais subi de contraintes il est donc prompt à développer de fortes déformations de tassement puisque toute surcharge peut l'amener à une niveau de contrainte effective non encore atteint ce qui amènerait à réduire de manière considérable l'indice des vides. Si $R_{oc} > 1$ le sol est dit surconsolidé, dans ce cas tant que la contrainte effective reste inférieure à la pression de préconsolidation les déformations resteront faibles. Si $R_{oc} < 1$ le sol est dit sous-consolidé, i.e. il est en cours de formation.

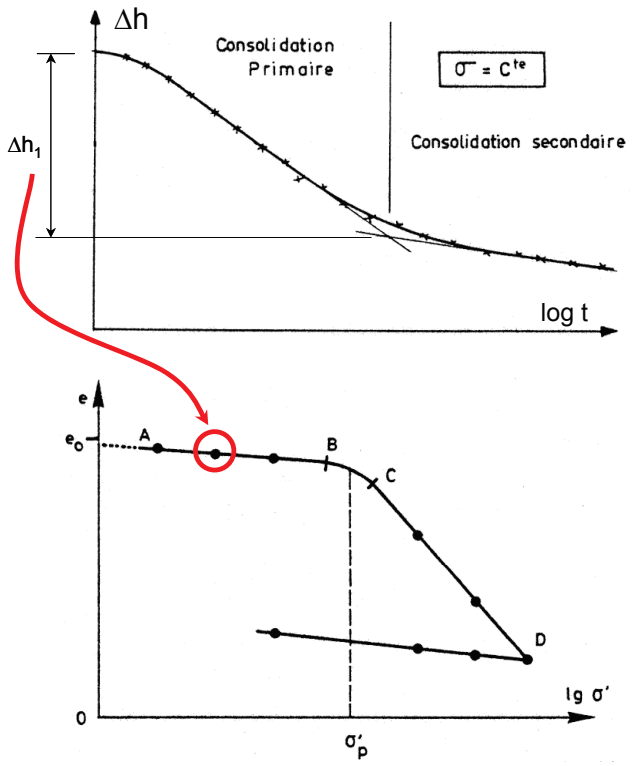


Figure 2.18: *Courbes obtenue lors d'un essai oedométrique en haut courbe de consolidation en bas courbe de compressibilité.*

2.3.1.3 Théorie de la consolidation de Terzaghi

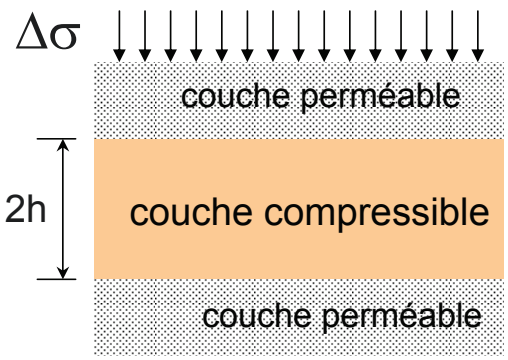


Figure 2.19: *Description du problème de consolidation, point de vue de la géothechnique.*

La théorie de la consolidation considère le plus souvent une couche compressible d'une épaisseur $2h$ comprise entre deux couches de matériaux perméables (figure 2.19). Une surcharge est appliquée de manière uniforme sur la couche supérieure. On considère la consolidation primaire, une couche compressible homogène, le fluide incompressible, le sol saturé, la loi de

Darcy applicable, la perméabilité constante et le milieu élastique. Le degré de consolidation U en % au temps t correspond au degré de dissipation des pressions interstitielles et s'écrit:

$$U = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta u(z,t)dz}{2h\Delta\sigma} \tag{2.34}$$

où $\Delta u(z,t)$, déplacement du sol à la côte z et au temps t pour une abscisse horizontale donnée, est une solution de l'équation de diffusion (Terzaghi, 1943) :

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial z^2}$$

où $c_v = \frac{kE_{oed}}{\gamma_w}$ en m^2/s est le coefficient de consolidation vertical, et E_{oed} le coefficient oedométrique. C'est une équation aux dérivées partielles à variables séparables, dont la solution est obtenue à partir d'une série de Fourier en considérant les surpressions interstitielles nulles aux frontières de la couche:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum \frac{1}{n} \exp\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right) \tag{2.35}$$

avec $T_v = \frac{c_v}{d^2}t$, avec d la distance de drainage et n le nombre de couches. c_v peut être obtenu grâce à un oedomètre. Dans le cas d'un milieu homogène, le degré de consolidation et le déplacement de la surface du sol à une abscisse donnée sont des fonctions de la forme $1 - \exp(-\alpha t)$. Ces méthodes d'estimation des tassements et de déplacements de la surface du sol sont largement pratiquées en géotechnique, et leur potentiel pourrait être étudié pour améliorer la connaissance de la consolidation des matériaux constituant les édifices volcaniques.

2.3.2 Consolidation-cicatrisation en Sciences de la Terre

2.3.2.1 Approche de Lyakhovsky

Modèle : Lyakhovsky et al. (1997a,b) considèrent un échantillon de roche fracturée comme un échantillon élastique dans lequel il existe un certain degré d'endommagement. Cet endommagement contribue à modifier les propriétés élastiques du matériau et évolue comme une fonction de la déformation. Ces auteurs ont donc développé une approche unique intégrant aussi bien l'endommagement que la consolidation; ils présentent également une formulation de l'évolution temporelle du paramètre d'endommagement-consolidation (équation 2.29).

Dans les équations 2.27 et 2.28, le paramètre $-\sqrt{3} \leq \xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}} \leq \sqrt{3}$ peut prendre des valeurs qui dépendent de l'état de déformation du solide. Dans le cas d'une compaction isotrope à 3D: $\xi = -\sqrt{3}$, dans le cas d'une extension isotrope: $\xi = \sqrt{3}$. Une extension ou une compression uniaxiale correspond à $\xi = \pm 1$ et $\zeta = 0$ (figure 5.11).

Dans les équations 2.27 et 2.28, γ est un paramètre, fonction de la densité de fracturation, qui permet de prendre en compte l'ouverture et la fermeture des fractures et donc d'introduire la non-linéarité dans le comportement élastique de la roche. Ce sont les deux paramètres ξ et γ qui contrôlent l'endommagement mais aussi la consolidation dans cette approche. Cette approche a été développée à l'échelle de l'échantillon, et a été utilisée pour modéliser le cycle sismique (Lyakhovsky et al., 2001), et pourrait être appliquée à la modélisation du cycle éruptif.

En dehors de la modélisation, l'utilisation de cette approche avec des données demande la détermination correcte des paramètres ξ et γ, ce qui représente la principale limitation de la méthode.

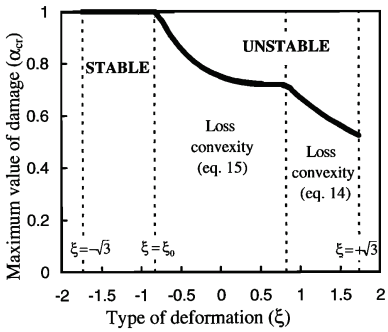


Figure 2.20: *La courbe noire représente la valeur maximale du paramètre d'endommagement en fonction du rapport des invariants des déformations, ξ. L'intervalle $-\sqrt{3} < \xi < \xi_0$ correspond à un comportement stable avec consolidation. Pour $\xi > \xi_0$ le matériau se dégrade ce qui conduit à une perte de la stabilité. (Lyakhovsky et al., 1997a)*

2.4 Modélisation mécanique des déformations de surface sur les volcans

2.4.1 Modélisation de la déformation de surface des volcans et rhéologie

Les volcans sont des objets géologiques dont les déformations peuvent être intenses, notamment pendant les périodes pré-éruptives et éruptives. Très tôt ces déformations sont apparues comme étant liées à l'activité magmatique plus profonde (voir, par exemple, Anderson (1938)), et leur mesure réitérée est devenue une tâche importante dans les observatoires. Par ailleurs le développement des solutions analytiques de problèmes élastiques pour des géométries de plus en plus complexes (par exemple Muskhelishvili (1934); voir Muskhelishvili (2013) ou Timoshenko et al. (1970) pour une revue de certaines de ces solutions) a rendu possible les premières modélisations élastiques des déformations de surface sur les volcans (Eshelby (1957); Mogi (1958)). C'est le développement des mesures de positionnement, particulièrement satellitaires (GPS), puis celui des méthodes numériques (éléments finis, éléments discrets) qui a conduit à modéliser ces déformations dans l'objectif d'en déduire la géométrie des sources de pression, ce qui a produit de très nombreux travaux (par exemple, Dieterich and Decker (1975); Davis (1986); McTigue (1987); Yang et al. (1988); Rubin (1992); Delaney and McTigue (1994); Fialko et al. (2001); Fukushima et al. (2005); Montgomery-Brown et al. (2010)). Le principal avantage de ces solutions est qu'elles sont simples, linéaires, rapides et correctes au premier ordre lorsque les déformations sont faibles devant la limite élastique du matériau. Elles permettent de trouver les conditions de champ de contrainte en petites déformations, que l'on peut ensuite utiliser avec des rhéologies capables d'expliquer les grandes déformations.

Les volcans étant sujets à des déformations importantes, certains auteurs ont exploré des rhéologies plus complexes que la simple loi de comportement élastique pour pouvoir les expliquer avec des valeurs de pression réalistes dans les réservoirs. Les lois de comportement visco-élastiques ont été utilisées par Bonafede et al. (1986); Dragoni and Magnanensi (1989) pour modéliser les déformations intenses ayant eu lieu aux Champs Phlégréens (Italie). Gregg et al. (2012, 2013) utilisent un modèle visco-élastique dépendant de la pression, incorporant un critère de rupture plastique de Mohr-Coulomb pour modéliser la formation de calderas.

Trasatti et al. (2005) ont modélisé les déformations des Champs Phlégréens avec une rhéologie élasto-plastique pour rendre compte de la différence mise en évidence entre la profondeur de la source de pression trouvée par des moyens géophysiques - géochimiques et par inversion de données géodésiques, à l'aide d'un modèle visco-élastique. Currenti et al. (2010) utilisent une rhéologie élasto-plastique pour modéliser les déformations de surface de l'Etna avec une pression dans le réservoir magmatique très inférieure à celle trouvée à l'aide des modèles élastiques classiques. Gerbault et al. (2012) ont utilisé une rhéologie élasto-plastique pour expliquer la rupture d'une chambre magmatique.

Les observations géologiques de dykes, et particulièrement de dykes en échelon (Agnon and Lyakhovsky, 1995; Weinberger et al., 2000) montrent que la fissuration se développe en avant de l'extrémité du dyke lorsqu'il se propage, sous l'effet du champ de contrainte existant à cette extrémité, qui devient supérieur à la résistance à la traction de la roche. Cet endommagement affaiblit la résistance de la roche et facilite la propagation du dyke. La modélisation de cet effet a été réalisée par Mériaux et al. (1999), Weinberger et al. (2000) et plus récemment par Maimon et al. (2012). Dans cette dernière étude, les auteurs trouvent que lorsque la résistance

de l'encaissant est faible, la propagation du dyke est contrôlée par le flux de magma, alors que lorsque cette résistance est élevée et que la viscosité du magma est faible, la propagation du dyke est contrôlée par l'affaiblissement de la roche.

2.4.2 Etudes de la dynamique de la fracturation et de la déformatin pré-éruptive

2.4.2.1 La méthode de prédiction de la rupture ou Failure Forecast Method - FFM

A la suite de travaux expérimentaux réalisés en sciences des matériaux, également synthétisés par Kachanov (1958), Voight (1988) a développé une méthode dont l'objectif est de prédire l'instant d'une éruption volcanique.

Dans l'hypothèse d'un chargement et d'une température (et donc d'une rhéologie) constante cours du temps, Voight décrit une loi d'évolution des variables d'état caractéristiques sur un système proche de la rupture, applicable en particulier à l'encaissant autour des chambres magmatiques sur les volcans (Voight, 1988). Cette loi d'évolution est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{\Omega}^{-\alpha}\ddot{\Omega} - A = 0 \tag{2.36}$$

où Ω est une observable, et A et α sont des constantes déterminées pour chaque éruption. Ω peut être le nombre cumulé de séismes, mais aussi le déplacement d'un point de la surface, l'amplitude RSAM, le tilt. Le paramètre α est compris entre 0 et 2, sa valeur étant le plus souvent proche de 2 (Voight, 1989). Vasseur et al. (2012) montre que cet exposant tend à diminuer avec la porosité. L'équation différentielle obtenue peut se résoudre analytiquement pour $\alpha = 1$ ou $\alpha = 2$ (figure 2.21). Cette méthode a notamment été appliquée sur le taux de sismicité précédent les éruptions volcaniques après une longue période de repos (Kilburn and Sammonds, 2005) et permet notamment de réaliser de bonnes prédictions sur le volcan Colima, Mexique, par exemple (Kilburn, 2003; De la Cruz-Reyna and Reyes-Dávila, 2001).

L'hypothèe la plus contraignante faite pour l'utilisation de cette méthode est celle du chargement constant, qui n'est pas nécessairement réalisée sur les volcans.

Bell et al. (2011b) montrent que FFM s'avère être une méthode imprécise et tend à biaiser les temps de rupture estimés à l'aide de la sismicité cumulée ou de la déformation. Pour réaliser leur évaluation de la méthode ces auteurs ont utilisé des données enregistrées lors d'éruptions ainsi que des données de fluage obtenues par des expériences en laboratoire. D'après ces auteurs la source d'erreur réside non pas dans la loi elle-même mais dans la façon dont l'erreur sur les données est prise en compte dans l'inversion. Prendre en compte ces erreurs par une méthode dite Generalized Linear Model (GLM) tend à diminuer les erreurs faites sur les temps de rupture. Cette conclusion n'est probablement valable que sous l'hypothèse que le chargement reste constant.

2.4.2.2 Caractérisation de la résistance des roches et des édifices volcaniques

Dans les années 80, des études ont été réalisées sur les roches volcaniques. Meredith and Atkinson (1983) montre notamment qu'il existe au sein des roches volcaniques une croissance exponentielle du nombre de fissures lors de la mise en charge. Cependant, l'énergie associée

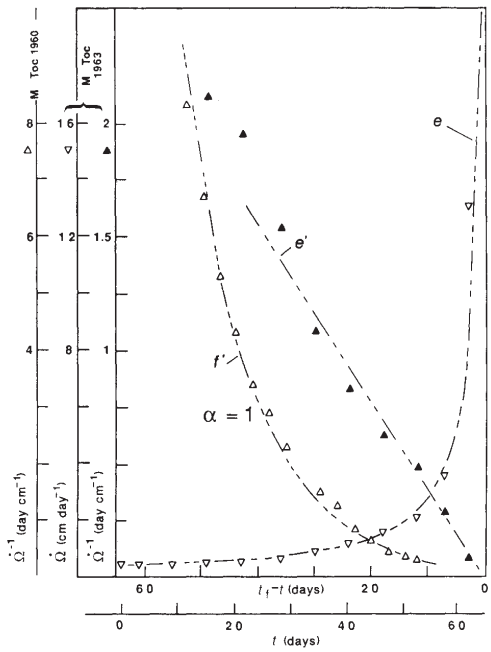


Figure 2.21: *Taux de déplacement ($\dot{\Omega}$ courbe e) et son inverse (courbe e') en fonction du temps pour l'effondrement du 9 Octobre 1963 du Mont Toc (Italie), pour $\alpha = 2$. Pour l'effondrement de 1960 la loi s'ajuste pour $\alpha = 1$ (loi exponentielle) (Voight, 1988).*

pour propager les fractures dans une roche basique est plus élevée que celle demandée pour la rupture des roches andésitiques. Ces auteurs montrent aussi l'importance de la corrosion dans la croissance des fissures. Le phénomène de corrosion s'effectue par interaction entre les fluides (contenus dans les pores de la roche) et les liaisons atomiques déformées à l'extrémité des fissures, les liens se fragilisent et la roche perd localement de la résistance. Les fractures peuvent se propager de façon sous-critique, c'est-à-dire pour des contraintes bien plus faibles dans le cas de roches non-corrodées Das and Scholz (1981).

Récemment Heap et al. (2011) ont réalisé la première expérience de fluage (brittle creep) en presse triaxiale sur une roche volcanique (un basalte du Mont Etna). L'expérience consiste en une expérience de fluage standard (figure 2.22). Les résultats montrent d'abord que le taux de déformation est fortement dépendant de la contrainte appliquée. Une augmentation de 20% de la contrainte appliquée entraine une augmentation de plusieurs ordres de grandeur du taux de déformation. Ils montrent aussi que si la pression de confinement influence aussi le taux de déformation elle n'est pas la seule à agir: la corrosion joue également un rôle fondamental dans l'affaiblissement de la roche. D'autre part, comme pour les roches sédimentaires, l'accélération de la déformation ne commence que lorsqu'un seuil est atteint, indépendamment de la contrainte appliquée ou du temps. L'édifice volcanique peut donc être considéré comme un matériau cassant soumis à endommagement.

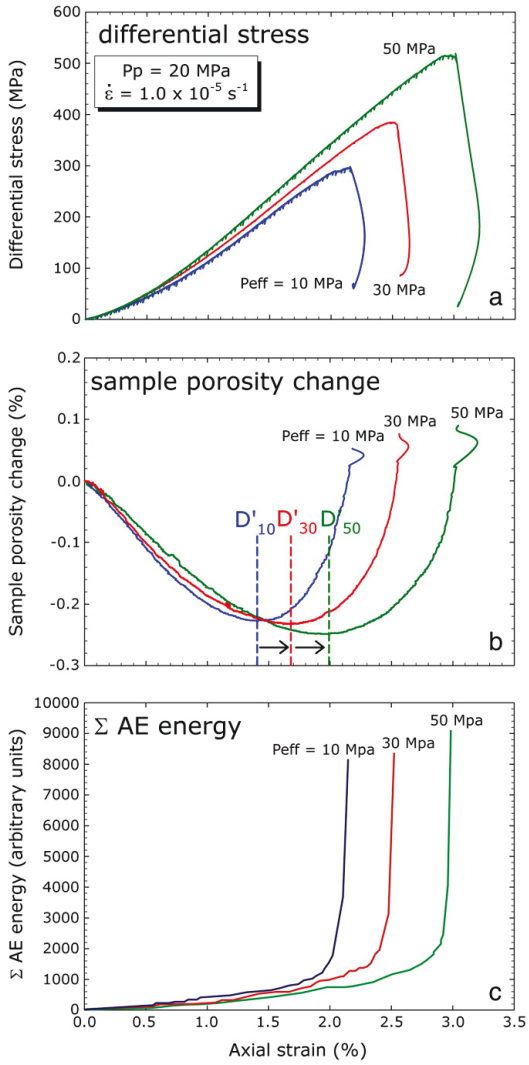


Figure 2.22: *Résultats de trois essais expérimentaux de fluage en presse triaxiale sur des basaltes de l'Etna. Le taux de déformation est constant mais les pressions de confinement varient. Trois proxy de l'endommagement sont suivis : (a) la déformation axiale, (b) la porosité et (c) l'énergie acoustique cumulée. D' indique le début du domaine de dilatance. P_{eff} : pression de confinement, P_p pression de pore (Heap et al., 2011).*

2.4.3 Le Piton de la Fournaise

2.4.3.1 Connaissance générale du volcan

L'île volcanique de La Réunion est située au sud-ouest de l'océan Indien à 55°32′ de longitude Est et 21°06′ de latitude sud, à environ 800 km à l'est de Madagascar (figure 2.23). L'île consiste en un cône de 200 km par 240 km de base reposant à 4000 m de profondeur sur le plancher océanique. Son altitude atteint plus de 3000 m au sommet du Piton des Neiges.

L'île est constituée de 2 volcans boucliers : le Piton des Neiges à l'Ouest, inactif depuis 12 000 ans et le Piton de la Fournaise au Sud-Est toujours en activité. Des études gravimétriques

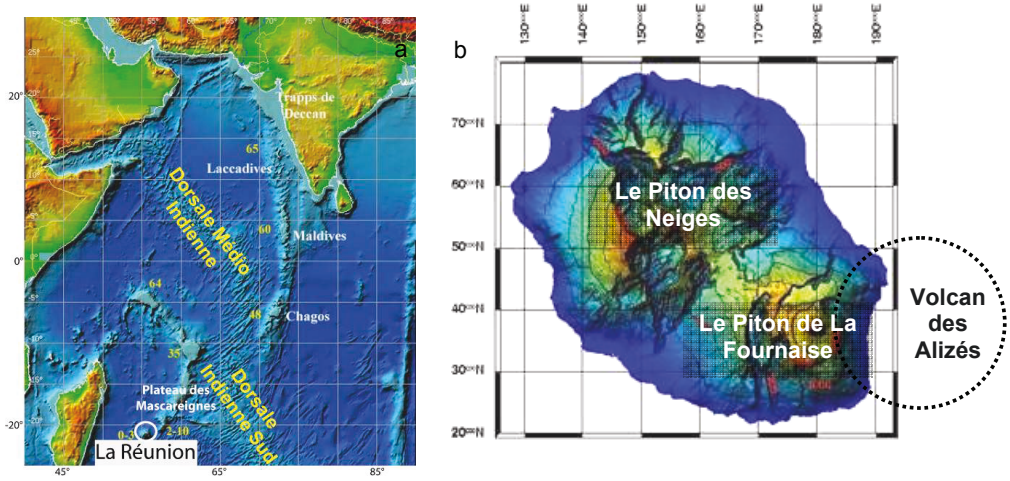


Figure 2.23: *a) Localisation de l'île de la Réunion dans l'océan Indien. b) Différents édifices de l'île de la Réunion. Le Piton de la Fournaise constitue le volcan actif de l'île. (Coordonnées Gauss-Laborde Réunion)*

et magnétiques font aussi état de l'existence d'un petit volcan, le volcan des Alizées, contemporain du Piton des Neiges, au Sud du Piton de la Fournaise.

C'est le point chaud asthénosphérique à l'origine des trapps du Deccan qui serait à l'origine du volcanisme de l'île de la Réunion (Courtillot et al., 1986). Le Piton de la Fournaise est un volcan bouclier de type hawaiien. Il s'est formé il y a 540 000 ans et se compose de plusieurs cônes.

Actuellement le cône central a un diamètre de l'ordre de 3 km pour une hauteur de 400m, la pente moyenne est de 15 à 20 degrés. Le sommet du cône a été remanié à de nombreuses reprises (effondrements, éruptions ...) mais il consiste actuellement en deux cratères distincts : Bory à l'Ouest et Dolomieu à l'Est (figure 2.24). Des deux cratères Dolomieu est le plus actif. Le Piton de la Fournaise est actuellement un des volcans les plus actifs du monde avec 34 éruptions entre Mars 1998 et Décembre 2010 (soit en moyenne une éruption tous les 10 mois). Cependant le volume de lave émis ($500.10^6 m^3$, Roult et al. (2012)) reste 10 fois plus faible qu'à Hawaii. L'activité actuelle se concentre au centre de l'enclos Fouqué et se répartit entre 2 zones de rifts, l'une orientée N20-25 et l'autre N120-125 (figure 2.24).
En avril 2007, le sommet du volcan s'est effondré de 300 m lors d'une importante éruption distale.

Les éruptions au Piton de la Fournaise sont de trois types :

- sommitales ou proximales (89% des éruptions) avec des fissures éruptives situées à moins de 2 km du centre du cratère
- distales avec des fissures éruptives s'ouvrant à basse altitude et situées à plus de 4 km du centre du cratère.

Les études de tomographie sismique (Prono et al., 2009) et les inversions de données géodésiques (Peltier et al., 2007, 2008, 2009b) montrent que l'édifice volcanique consiste en une réservoir magmatique d'environ 500 m de diamètre située à environ 2000 m sous le cratère

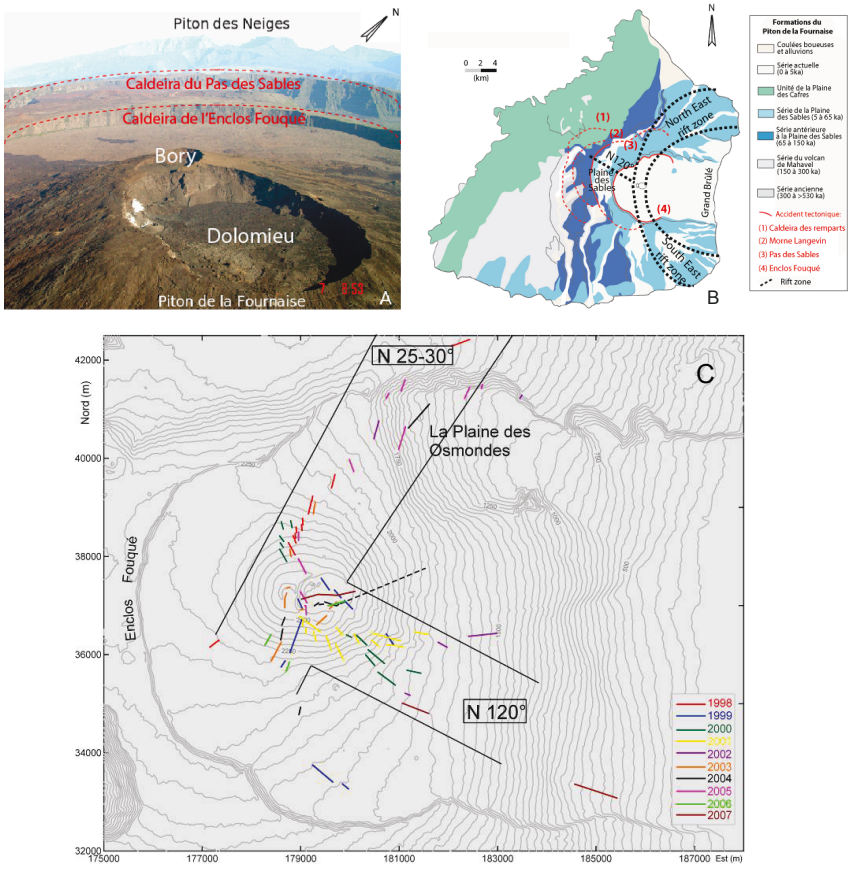


Figure 2.24: *a) Localisation des cratères au Piton de la Fournaise (photographie OVPF) b) Localisation des principales structures au Piton de la Fournaise. c) Localisation des fissures éruptives lors de la période* 1998 − 2007. *Délimitation des zones préférentielles d'intrusion N25 et N120 (Michon et al., 2007).*

Dolomieu, soit environ 500 m au-dessus du niveau de la mer, d'où prend naissance un réseau de dykes subverticaux (Letourneur et al., 2008). Le flanc Est du volcan est instable et s'éloigne du flanc Ouest stable en créant une zone de rift.

En complément de ces études des études pétrochimiques et géochimiques montrent l'existence d'un second réservoir plus profond avec un temps de résidence de 1000 ans, contre seulement 10 à 30 ans dans le réservoir superficiel (Albarède, 1993; Sigmarsson et al., 2005) (figure 2.25). Les études géophysiques sur la migration des séismes pendant l'éruption de 1998, et la tomographie réalisée à l'aide de ces données (Prono et al., 2009) indiquent que ce réservoir pourrait être situé à environ 7.5 km de profondeur (Battaglia et al., 2005).

2.4.3.2 Cycle éruptif et fonctionnement mécanique du Piton de la Fournaise

Le Piton de la Fournaise est un lieu privilégié pour la compréhension des processus éruptifs du fait de son activité continuelle depuis la fin des années 90 et du fait de la grande quantité de données géophysiques et géochimiques accessibles.

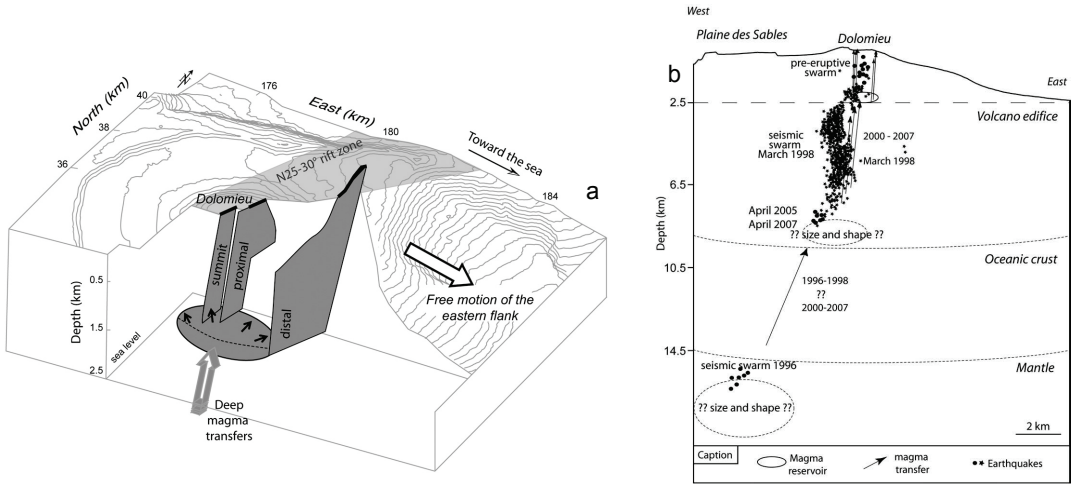


Figure 2.25: *a) Modèle du réseau magmatique superficiel au Piton de la Fournaise. b) Localisation des séismes et stockage magmatique au Piton de la Fournaise. (Peltier et al., 2009a)*

Peltier et al. (2008) montrent que les déformations de surface enregistrées au voisinage du sommet pendant la période 2000-2007 peuvent être modélisées par la mise en pression d'un réservoir de 500m de rayon situé à environ 2000m sous la surface du cratère. Ils montrent aussi que les cycles de chargement commencent par la mise en place de dykes au sommet du réservoir conduisant à la mise en place de magma différentié au sommet de l'édifice et se terminent par la mise en place de sills dans la partie Est aboutissant à des éruptions distales loin du sommet.

En période pré-éruptive les déplacements enregistrés en surface sont faibles (de l'ordre de 0.3 à 0.7 mm/jour), l'inflation est faible et la sismicité augmente de manière progressive. Quelques heures avant l'éruption des déplacements pouvant atteindre 20 cm/jour sont enregistrés. Pour 2/3 des éruptions on observe une déflation du sommet synchrone de l'éruption. Lors des plus grosses éruptions (distales) une déflation post-éruptive du sommet est observée alors que dans le cas d'éruptions plus petites l'inflation de l'édifice reprend immédiatement après l'éruption (figure 2.26).

L'origine des cycles observés au Piton de la Fournaise est expliquée de deux manières (Peltier et al., 2008):

- après 1998: en raisonnant en système ouvert avec un apport continu de magma. L'inflation cyclique du sommet observée est alors le fait du remplissage du réservoir superficiel. Tant que la surpression est faible l'édifice est stable. Au sommet la pression lithostatique étant plus faible, il peut y avoir rupture et évacuation de magma. Etant donné que les volumes émis restent faibles, la surpression continue de croitre causant alors la déstabilisation du flanc Est. La fin du cycle arrive lorsque une éruption distale est suffisamment importante pour permettre le relâchement de la surpression.
- avant 1998: en raisonnant en système fermé avec un apport épisodique de magma. Alors l'inflation cyclique de l'édifice est expliquée par le dégazage du magma nouvellement introduit. Au début du cycle la surpression est faible et produit de petites éruptions. L'augmentation de pression destabilise le flanc Est et permet l'apparition de plus grosses éruptions et permet de relâcher les pressions induisant une période de repos. Le cycle reprend du fait du dégazage continu du magma introduit et/ou par l'introduction de

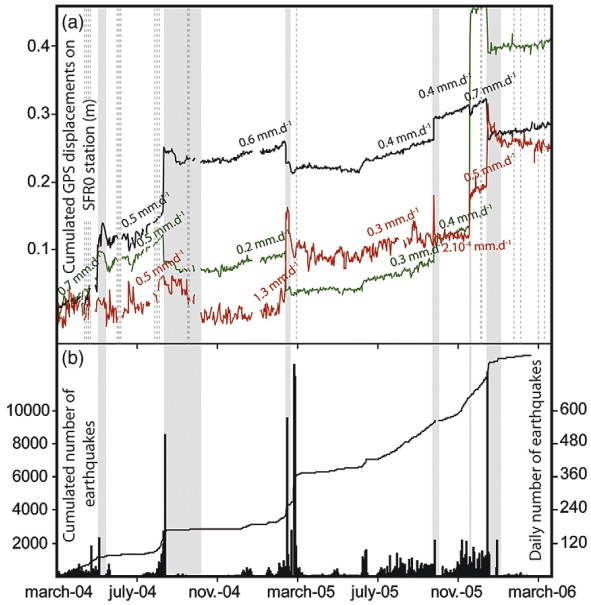


Figure 2.26: *a) Déplacements enregistrés par la station SFR (station GPS permanente), vert : composante Est, noir : composante Nord, rouge : composante verticale. b) Sismicité journalière (histogramme) et cumulée (courbe). Les parties grisées correspondent aux périodes éurptives. (Peltier et al., 2008)*

nouveau matériel.

Dans le cas d'un système fermé le volume de magma émis (δV_e, dykes et coulées de lave) reste inférieur ou égal au volume de magma apporté dans la chambre corrigé de la décompression (δV_{mc}). Dans le cas d'un système ouvert ou d'une chambre magmatique située trop profondément pour introduire des déformations de surface on a $\Delta V_e > \Delta V_{mc}$. Peltier et al. (2008) montrent que δV_e est 5 à 10 fois supérieur à ΔV_{mc} au Piton de la Fournaise et surtout que les volumes de magma émis sont trop importants pour expliquer les déformations observées. Ces contradictions entre volumes émis et déformations pré-éruptives sont expliquées par l'influence d'un réservoir plus profond. Les cycles au Piton de la Fournaise seraient donc expliqués par le fonctionnement d'un système ouvert sous l'influence d'un réservoir plus profond.

En utilisant les données de déplacement de surface enregistrés entre 2003 et 2007, Got et al. (2013) ont étudié la rhéologie de la partie supérieure de l'édifice du Piton de la Fournaise. Les déplacements enregistrés pendant les périodes inter-éruptives ou pendant les éruptions sont asymétriques, jusqu'à 10 fois plus élevés sur le flanc Est que sur le flanc Ouest. D'un point de vue temporel, les déformations et les contraints horizontales s'accumulent dans l'édifice sommital durant les périodes inter-éruptives et les éruptions sommitales/proximales. Les éruptions distales ont lieu lorsqu'un déplacement caractéristique (et donc une contrainte caractéristique) est atteint dans la partie Est de l'édifice sommital. La distribution des déplacements du flanc Est supérieur est bimodale: petits déplacements pendant les éruptions sommitales/proximales, grands déplacements pendant les éruptions distales.

Asymétrie, déplacement caractéristique du flanc Est supérieur, grands déplacements pendant les éruptions distales et cycles éruptifs évoquent un comportement non-linéaire provoqué par un seuil caractéristique dans la résistance de l'édifice, c'est-à-dire une rhéologie élasto-

plastique. Got et al. (2013) ont donc modélisé l'édifice comme un coprs élasto-plastique homogène, suivant un critère de Drücker-Prager (pour lequel la résistance du matériau est dépendant de la pression), soumis à des perturbations de contraintes. A l'aide de cette rhéologie, l'asymétrie Est-Ouest est bien reproduite, avec des dykes verticaux, pour un angle de frottement interne de 15 °pendant les éruptions distales. La modélisation des déplacements qui ont lieu entre les éruptions distales a par contre nécessité un angle de frottement interne supérieur à 30 °. Ce résultat montre que l'édifice s'affaiblit pendant une éruption distale, ce qui permet de grands déplacements plastiques. Cet affaiblissement peut avoir lieu grâce au cisaillement lié à la mise en place d'un sill mis en pression au début de l'éruption. La modélisation élastoplastique du grand déplacement du flanc Est, avec une chute de la résistance de ce flanc, montre qu'il relaxe la contrainte horizontale sommitale et induit une dépressurisation du réservoir, et la déflation du sommet qui procure un moteur pour la propagation horizontale distale du magma. Le cycle éruptif correspond donc à un cycle de contrainte au sommet de l'édifice, celui-ci se comportant comme une valve laissant passer périodiquement le magma lorsque sa résistance est atteinte: il n'est donc pas nécessaire d'envisager un flux de magma profond discontinu. Ce cycle de contrainte éruptif rappelle le cycle sismique.

Chapter 3

Détection

Contents

3.1 Problématique 61

3.2 Détection et classification de séismes : méthodes pré-existantes . 62

3.2.1 Mesure manuelle 62

3.2.2 STA/LTA 62

3.2.3 Détection d'un signal sismique particulier et classification 63

3.3 Mise au point d'une méthode de détection et de classification basée sur le Kurtosis du signal sismique 64

3.3.1 Théorie et principe 64

3.3.2 Kurtosis et Détection : état de l'art 65

3.3.3 Données utilisées 68

3.3.4 Etude statistique 69

3.3.5 Méthode 88

3.3.6 Etude de sensibilité 108

3.3.7 Conclusion sur la mesure des taux 113

3.4 Variation temporelle et significativité des taux 115

Introduction

Les progrès technologiques de ces dernières années ont permis aux chercheurs de développer des théories de plus en plus complexes et surtout de pouvoir les mettre en oeuvre numériquement. La qualité des données à intégrer aux modèles en tant qu'information (a priori, données d'entrée ou comme données dans une inversion) et l'évaluation de leur écart-type est d'une importance fondamentale. Le développement d'outils de plus en plus précis et la capacité à stocker de grandes quantités de données permet à l'heure actuelle d'effectuer notamment des enregistrements continus de données sismiques sur les volcans. L'extraction et la classification de signaux dans cette masse de données représentent un travail considérable, travail traditionellement réalisé à la main dans les observatoires. La nécessité d'automatiser ce travail se fait désormais ressentir. L'enjeu majeur ici est d'être capable de détecter et de trier des signaux sismiques de manière automatique. Dans ce chapitre nous proposons l'utilisation d'une méthode de détection basée sur l'étude du moment d'ordre 4 d'une fenêtre glissante de signal. La classification est ensuite réalisée grace aux informations sur la statistique du signal et des informations spectrales spécifiques à chaque type de signaux. La classification implique d'avoir préalablement réalisé une étude des différents types de signaux sur une base de donnée de référence.

3.1 Problématique

Le problème de la détection d'un signal sismique est un problème récent lié à l'acquisition de données de manière continue. L'acquisition en continu et le stockage de très grandes quantités de données ainsi que les capacités de calcul toujours croissantes permettent d'envisager une détection automatique et fiable d'un signal sismique.

L'occurrence d'un séisme correspond à l'atteinte d'un seuil en contrainte. Le niveau de contrainte atteint étant révélé par l'occurrence d'un séisme et non pas par sa magnitude l'occurrence d'un petit séisme est aussi révélatrice de l'état de contrainte que l'occurrence d'un grand.

Déterminer les variations de contraintes dues par exemple à l'occurrence d'un séisme majeur (Dieterich, 1992) ou à la mise en pression d'un réservoir magmatique (Lengliné et al., 2008) nécessite alors d'estimer les taux de sismicité les plus précis possible.

Dans le cadre de notre problématique globale, nous chercherons ici à détecter le plus possible de séismes pour apporter des informations sur le degré de résistance de l'édifice. Il faudra donc d'une part être capable de déterminer les plus petits évènements possibles et d'autre part être capable de les classifier précisément afin d'extraire au mieux les évènements volcano-tectoniques.

Les catalogues sismiques si ils sont aisés à manipuler doivent être considérés avec précaution. Ils sont en effet dépendants de la configuration géométrique du réseau, la nature et le paramétrage des stations sismiques utilisées, la méthode d'extraction et de traitement des données analogiques et numériques, l'intervalle de magnitude détectées, la méthode de localisation ... Les catalogues sismiques peuvent donc être biaisés et ne doivent donc pas être interprétés sans connaissance préalable du processus de réalisation.

Les différents types de sismomètres sont d'abord des filtres. Les sismomètres courtes période sont utilisés sur les réseaux locaux (sur un rayon de moins de 100 km), comme c'est le cas pour instrumenter les volcans, et permettent d'enregistrer des signaux haute-fréquence et faible magnitude. On essaye en général d'avoir un réseau le plus dense possible afin de détecter au mieux les évènements les plus petits. Les sismomètres longues périodes sont utilisés pour détecter les gros séismes aux grandes distances et sont placés sur toute la surface de la Terre. Les sismomètres large bande permettent d'enregistrer à la fois des signaux haute fréquence et basse fréquence, ils ont souvent une grande dynamique ce qui permet d'enregistrer à la fois les petits et les gros évènements. Cependant quel que soit le type de sismomètre utilisé tous les types de signaux (vent, marées, activités humaines, ...) sont enregistrés c'est le bruit sismique. Ce bruit est lui aussi caractéristique du type de station et de son emplacement. Le nombre et la nature des phases sismiques détectables sur les signaux dépend elle aussi de la nature de l'appareil utilisé et de sa localisation. Au Piton de la Fournaise, le réseau de l'observatoire est placé à échelle locale dans un rayon de moins de 100 km autour du cratère principal. Ce type de réseau enregistre des séismes locaux, à de telles distance la première arrivée correspond le plus souvent à l'onde P directe, l'onde S reste plus difficile à pointer avec précision du fait de sa superposition avec la coda de l'onde P. Le pointé de la première arrivée dépend aussi de son amorce (si le signal est émergent et commence de manière progressive il est parfois difficile de pointer avec précision le temps d'initiation précis) ainsi que du rapport signal/bruit.

L'algorithme le plus utilisé pour la détection automatique en temps réel des signaux sismiques est basé sur les moyennes court-terme et long-terme du signal. Les méthodes de classification sont ensuite le plus souvent basées sur l'étude spectrale des signaux. Dans les observatoires volcanologiques cependant il est toujours courant de réaliser les détections et les classifications de signaux de manière manuelle. Cependant même si les détections peuvent être réalisées de manière automatique, la classification reste encore souvent l'affaire des techniciens et chercheurs basés dans les observatoires. Quelle que soit la méthode de détection et de classification utilisée un des problèmes majeurs reste la quantification de l'erreur réalisée et sa minimisation par rejet notamment des fausses détections.

Dans ce chapitre, une méthode de détection et de classification automatique sera mise en place. Cette méthode basée sur l'étude du Kurtosis du signal permet de réaliser des détections automatiques de signaux. L'erreur associée et donc la fiabilité de la méthode seront aussi évaluées.

3.2 Détection et classification de séismes : méthodes pré-existantes

3.2.1 Mesure manuelle

La mesure des taux de sisimicité est réalisée sur la base des détections visuelles faites dans les observatoires. Ces détections sont souvent réalisées par plusieurs observateurs différents et leur qualité dépend de l'expérience de l'expérimentateur. D'autre part, le volume important de données, le rapport signal/bruit parfois faible et la nécessité de parfois prendre des décisions rapidement sont des facteurs qui tendent à infuencer de manière négative la qualité des détections manuelles. Ces détections restent très subjectives ainsi que l'évaluation de leur qualité, c'est pourquoi les chercheurs essayent de mettre au point des systèmes de détection et de reconnaissance automatiques (Aspinall et al., 2006; Cortés et al., 2009).

3.2.2 STA/LTA

La méthode STA/LTA (Short Time Average / Long Time Average) consiste à faire le rapport entre une moyenne à long terme qui procure une estimation du bruit de fond et une moyenne à court terme du signal. On considère qu'il y a signal si la moyenne à court terme excède la moyenne à long terme d'un facteur déterminé par l'expérience (Allen, 1978, 1982; Dixon et al., 2005; Ibs-von Seht, 2008) . Ce type de méthode est aujourd'hui la plus utilisée afin de réaliser les détections de signaux sismiques (Johnson et al., 1995; Dixon et al., 2005; Ibs-von Seht, 2008).

Les paramètres qui contrôlent la sensibilité du détecteur sont alors les longueurs respectives des fenêtres LTA et STA, le rapport seuil qui indique le début du signal et le rapport seuil qui en indique la fin. On considère qu'il y a détection si un évènement est détecté sur un nombre donné de stations (choisi en fonction de la géométrie du réseau, de la nature des stations et de l'objectif recherché). La détermination des valeurs optimales de ces paramètres peut être réalisée par l'étude des variations d'une fonction coût construite à partir d'une série de détections manuelles. Dans la littérature la longueur des fenêtres STA utilisées varie de 0.3 à 1s et celle des fenêtres LTA de 8 à 60 secondes (Dixon et al., 2005; Ibs-von Seht, 2008). L'influence de

ces paramètres sur la détection a été étudiée par Rivemale (thèse en préparation). Elle montre notamment que la longueur de la fenêtre LTA n'influence que peu les détections en périodes inter-éruptives dans le cas du Piton de la Fournaise.

Afin d'évaluer le taux d'échec de sa méthode de détection, Rivemale(2013) calcule une fonction coût par méthode d'apprentissage. Elle évalue le nombre d'évènements manqués et de fausses détections en comparant les résultats de la détection avec des pointés manuels sur 3 journées tests. Les journées tests sont choisies comme des journées riches en séismes volcano-tectoniques lors de périodes inter-éruptives. Les meilleurs paramètres sont ceux qui permettent de minimiser la fonction coût. Cette méthode nécessite un algorithme de classification des signaux sismiques sur la base de leur signature spectrale. L'avantage de cette méthode est la rapidité de calcul qui permet son implémentation en temps réel. Ses inconvénients sont un nombre de paramètres de contrôle plutôt élévé (3) et la difficulté d'utiliser une approche probabiliste sur ces 3 paramètres.

3.2.3 Détection d'un signal sismique particulier et classification

Sur les volcans différents types de signaux peuvent être enregistrés et sont caractéristiques des divers processus à l'oeuvre au sein de l'édifice. Ainsi les séismes volcano-tectoniques reflètent la réponse de l'édifice aux variations de contraintes appliquées, les séismes longues périodes sont généralement attribués aux mouvements de fluides ainsi qu'à la fracturation et la fragmentation du magma. Ces divers signaux sont caractérisés par la répartition de leurs amplitudes, leur contenu spectral et leur mécanisme à la source notamment. Ainsi une fois un signal sismique détecté il est important de déterminer sa nature afin de comprendre à quel mécanisme il est associé.

La classification des signaux sismiques peut être réalisée par des méthodes d'inter-corrélation des formes d'ondes (Joswig, 1990; Stephens and Chouet, 2001; Green and Neuberg, 2006). Les méthodes de corrélation utilisent la similarité entre les signaux de même type afin de les retrouver dans un signal quelconque. Pour commencer, un signal de référence est utilisé et sert de détecteur pour l'ensemble du signal. Chaque évènement détécté est ensuite corrélé avec l'ensemble des autres évènements détéctés puis des familles de signaux semblables sont alors créées. Mettre un évènement dans une famille ou non dépend du choix du seuil de corrélation utilisé tel que l'on considère les signaux comme suffisamment corrélés pour appartenir à une même famille. Ce type de méthode ne permet que la détection de signaux semblables au signal de référence. Hartse et al. (1995); Gitterman et al. (1999) proposent de discriminer entre les différents signaus sur la base d'une étude spectrale. Le problème principal recontré par les utilisateurs de ce type de méthode réside dans la taille fixe de la fenêtre glissante utlisée. En effet, ne sont alors pas détectés les signaux dont la longueur d'onde dépasse la taille de la fenêtre et la non-stationnarité aux petites longueurs d'ondes tend à être atténuée. Afin de cumuler les informations temporelles et spectrales des signaux Cannata et al. (2013) proposent d'utiliser la cohérence plutôt que la corrélation entre les signaux.

Par la suite les techniques basées sur l'utilisation de chaines de Markov ont fait leur apparition. Les automates de Markov à états cachés (Hidden Markov Model, HMM) permettent notamment de différencier des signaux avec des processus à la source proches mais des

caractéristiques temporelles différentes ainsi que d'extraire des évènements pour des signaux dont le rapport signal/bruit est faible de manière plus efficace que le STA/LTA (Beyreuther et al., 2008). Ces méthodes impliquent une phase dite d'entrainement où le signal sismique est décrypté et classifié en différents types d'évènements puis une phase de décodage où le signal est lu de manière continue. Si des séquences connues sont reconnues alors il y a détection et l'évènement est classifié. Dans la plupart des cas la base de données d'entrainement est constituée d'évènements détectés manuellement (Boué et al., 2015a).

Falsaperla et al. (1996); Del Pezzo et al. (2003); Esposito et al. (2013) proposent l'utilisation d'une technique de réseaux neuronaux pour détecter et discrimer les différents signaux sur la base de paramètres tels que la polarisation, la fréquence, l'analyse spectrale, et en particliers extraire les éboulements, sur le volcan Stromboli (Italie) et Cortés et al. (2014) une technique basée sur un "Serial System Architecture". De même que pour les méthodes HMM il est nécessaire de définir un détecteur sur la base de détections manuelles (figure 3.1).

Ces dernières années Messina and Langer (2011) et Köhler et al. (2010) ont travaillé à developper ces méthodes en s'affrachissant de l'a priori imposé par les détections manuelles.

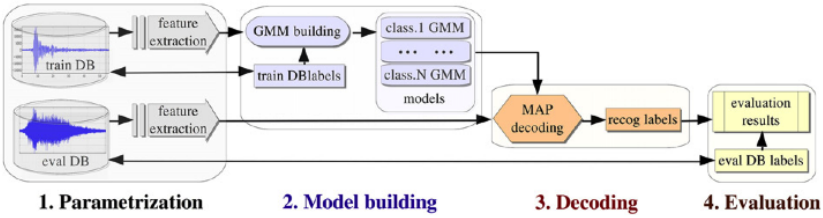


Figure 3.1: *Etapes de reconnaissance d'un système de reconnaissance de type neural (SSA) (Cortés et al., 2014). 1) Paramétrisation : les données sont converties en séquences types 2) Construction d'un modèle à partir des données de la base d'entrainement. 3) Décodage : le modèle classifie les évènements 4) Evaluation de l'erreur par comparaison entre les élements reconnus et ceux attendus.*

3.3 Mise au point d'une méthode de détection et de classification basée sur le Kurtosis du signal sismique

3.3.1 Théorie et principe

Le Kurtosis est une mesure de l'applatissement d'une variable aléatoire réelle. Il mesure, en dehors des effets de dispersion donnés par l'écart-type, la distribution des masses autour de leur centre (espérance ici) et donc leur regroupement proche ou loin du centre de probabilité. Pearson (1935) a introduit le Kurtosis comme une mesure du degré d'applatissement du sommet d'une distribution symétrique comparé à une loi normale de même variance. Le Kurtosis d'une loi Gaussienne est alors par définition égal à 0. Le Kurtosis trouve son intérêt lorsque l'on travaille avec des distributions symétriques ou quasi-symétriques.

Mathématiquement le Kurtosis est défini comme un moment d'orde 4 normalisé par la variance au carré (ou moment d'ordre 4 d'une variable aléatoire standardisée) :

$$K = \beta_2 = E\left[\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)^4\right] = \frac{E\left((x-m)^4\right)}{E^2\left((x-m)^2\right)} = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \tag{3.1}$$

X étant la variable alétoire considérée, m sa variance et σ son écart-type. E(.) représente l'espérance mathématique et μ_i le moment d'ordre i.
Pour une distribution Gaussienne $\beta_2 = 3$. On défini alors le Kurtosis relatif comme :

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3 \tag{3.2}$$

γ_2 représente alors les variations de K par référence au Kurtosis d'une distribution Gaussienne. Trois cas se présentent alors :

- $\gamma_2 < 0$: la distribution est plus plate qu'une distribution normale, il y a moins d'outliers, elle est dite PLATIKURTIQUE
- $\gamma_2 > 0$: la distribution est plus pincée qu'une distribution normale mais contient plus d'évènements rares, elle est dite LEPTOKURTIQUE
- $\gamma_2 \approx 0$: la forme de la distribution est semblable à une Gaussienne, elle est dite MESOKURTIQUE

Il faut être attentif à la façon dont le kurtosis est relié à la forme de la distribution : il n'est pas rigoureux de dire simplement que le Kurtosis est une mesure l'aplatissement de la distribution. En effet, il est alors aisé de confondre faible kurtosis avec forte variance, cependant des distributions avec des variances différentes peuvent avoir le même kurtosis et inversement des distributions dont la variance est commune peuvent avoir un kurtosis différent. En effet, si on part d'une distribution normale et que l'on déplace des évènements placés sur les flancs au centre de la distribution et en queue de distribution le Kurtosis va augmenter à variance constante. Si on déplace simplement des masses des flancs vers les queues alors le Kurtosis va augmenter mais la variance aussi. Afin de garder la variance constante il faut compenser son augmentation en deplaçant des masses du flanc vers le centre de la distribution afin d'obtenir une diminution de la variance qui vienne comprenser l'effet précédent. La distribution apparaît alors plus pincée au centre et plus épaisse sur les queues. Il est à noter cependant que le Kurtosis est plus facilement affecté par des variations de masses vers les queues que vers le centre.

Le Kurtosis est donc une mesure de la longueur de la queue de la distribution, c'est-à-dire des outliers ou du nombre d'évènements rares présents dans une distribution, relativement à sa variance.

Küperkoch et al. (2010) montrent que la distibution des amplitude observées sur une fenêtre de bruit est proche d'être Gaussienne, ainsi son kurtosis est proche de 3.

3.3.2 Kurtosis et Détection : état de l'art

Détection de pas de personnes

Une des récentes applications du calcul de Kurtosis est la détection d'anomalies dans des signaux radio, de pas de personnes. Misra et al. (2010) ont en effet montré que le kurtosis était un bon

détecteur dans le cadre de la détection d'interférences radio dans le bruit des radiomètres et de pas de personnes (Liang et al., 2008). Le Kurtosis est un outil privilégié pour la détection car il ne dépend pas de l'énergie du signal mais seulement de sa statistique. Le Kurtosis utilisé sur des signaux représente une mesure statistique de la distibution des amplitudes du signal. Cette méthode dépend seulement de la forme statistique du signal et non de son amplitude. Le Kurtosis peut être calculé sur le signal brut ou sur son enveloppe sans que les résultats en soient qualitativement affectés. Il est d'autre part possible de définir un kurtosis discret en remplaçant les moments par leurs versions dicrétisées, l'équation 5.13 devient (DeCarlo, 1997):

$$b_2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^4 / n}{(\sum_i (x_i - \bar{x})^2 / n)^2} \tag{3.3}$$

Où $\bar{x}$ est la moyenne et n le nombre d'observations. Succi et al. (2001) calcule le Kurtosis sur des fenêtres de 4s qui se superposent partiellement, Liang et al. (2008) utilise des fenêtres de 512 échantillons (soit environ 5s à 100Hz), pour la détection de pas de personnes.

Succi et al. (2001) et Küperkoch et al. (2010) ont montré que le Kurtosis du bruit était environ égal à 3, celui d'un signal de pas de personnes (et en règle général d'un signal non émergent) supérieur à 5, et celui d'un signal clairement émergent très supérieur à 5. Taghipour et al. (2012) démontrent cependant qu'utiliser simplement un seuil de 5 pour faire de la détection n'est pas suffisant pour avoir une bonne sensibilité en termes de détection. Succi et al. (2001) montrent que plus le capteur est proche de la source plus le Kurtosis est représentatif. Enfin, Liang et al. (2008) remarquent que le Kurtosis est indépendant de la géologie considérée dans le cas de la détection de pas de personnes.

On se souvient aussi que lorsque le bruit est Gaussien son γ_2 est nul et β_2 égal à 3. Dans l'étude de Succi et al. (2001) le β_2 du bruit est en moyenne de 3, celui d'un signal non-impulsif est supérieur à 5 et celui d'un signal impulsif très supérieur à 5. Les pas de personnes ont des Kurtosis compris entre 5 et 9. Ces observations sont cohérentes avec la théorie : les distributions des pas de personnes et des explosions sont plutôt LEPTOKURTIQUES, à savoir large-queues (riches en évènements rares) et le bruit ambiant est plutôt MESOKURTIQUE.

Applications en sciences de la Terre

Saragiotis et al. (2002); Küperkoch et al. (2010) utilisent le kurtosis sur des fenêtres glissantes notamment afin de déterminer la fonction caractactéristique du signal sismique et ainsi détecter la présence d'évènements en dehors du bruit de fond. La notion de fonction caractéristique a été introduite par Allen (1978) et consiste en l'application d'une transformation non-linéaire a un signal sismique donné duquel on extrait l'arrivée des ondes premières. Dans ce cas initial il s'agit d'appliquer le STA/LTA à la trace sismique. Dans le cas du Kurtosis il s'agit de calculer le Kurtosis du signal sur une fenêtre de temps donnée et de faire glisser cette fenêtre pas à pas pour en extraire la fonction caractéristique.

Saragiotis et al. (2002) déterminent le kurtosis et l'asymétrie d'une fenêtre glissante au cours du temps afin de déterminier les temps d'arrivée des ondes P sur un réseau de sismmomètres large bande. Cependant leur méthode implique de calculer deux fois la fonction caractéristique

du signal afin d'avoir des estimations de temps d'arrivés les plus précises possibles. Afin de gagner du temps de calcul Küperkoch et al. (2010) calculent la fonction caractéristique de manière récursive, l'utilisation du Kurtosis apporte alors une précision de 0.26 ± 0.64s à leurs détections. Notons cependant qu'après les détections brutes réalisées via l'utilisation du Kurtosis une procédure de vérification et d'élimination des fausses détections de manière automatique est mise en place.

3.3.3 Données utilisées

Les données utilisées ont été acquises à la fréquence d'échantillonnage de 100 Hz par le réseau sismologique de l'observatoire du Piton de la Fournaise (OVPF) entre 1999 et 2011 (figure 3.2). Les capteurs analogiques sont des capteurs L4C 1Hz Mark Products, courte Période. Les capteurs numériques sont des capteurs Large bande de type STS1 et ne sont pas disponibles sur toutes les stations (tableau 3.1).

Les VT utilisés ont été pointés manuellement à l'OVPF entre 2000 et 2008. Un catalogue de détections est utilisé répertoriant des avalanches de blocs (Rockfall =RF) de bonne qualité observés entre 2000 et 2003. 2368 signaux VT, 2166 signaux RF et 704 signaux de bruit ont été identifiés par l'OVPF et E. Rivemale.

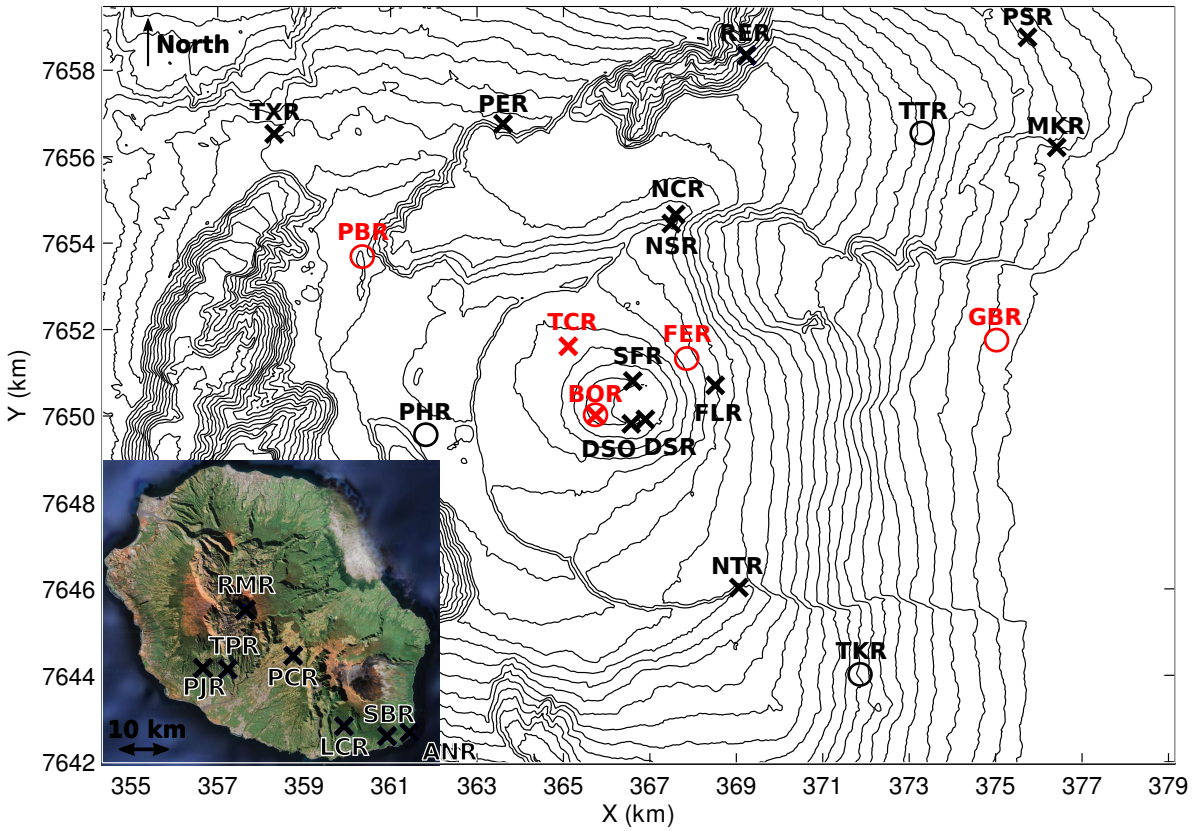


Figure 3.2: *Carte des stations de l'OVPF. Les croix sont les stations analogiques et les ronds les stations numériques.*

Station	Analogique	Numerique
Proches		
BOR	+	+
DSO	+	.
DSR	+	.
FER	.	+
FLR	+	.
SFR	+	.
TCR	+	.
Loins		
GBR	.	+
MKR	+	.
NCR	+	.
NSR	+	.
NTR	+	.
PBR	.	+
PER	+	.
PSR	+	.
RER	+	.
TKR	.	+
TTR	.	+
TXR	+	.

Table 3.1: *Tableau des stations utilisées, classées en fonction de leur proximité par rapport au sommet du volcan*

3.3.4 Etude statistique

Etude préalable/faisabilité

L'objectif de cette étude est de déterminer si le kurtosis peut être utilisé pour la détection de signaux sismiques volcano-tectoniques. Pour cela nous allons étudier l'ensemble des valeurs prises par l'indice de Kurtosis pour un ensemble de séismes volcano-tectoniques (VT) identifiés manuellement.

Dans un premier temps afin de s'affranchir des signaux dont l'énergie est principalement basse fréquence (inférieure à 2Hz) tels que les LP, trémors et bruits type vagues, mousson, cyclones et météo locale, ou séismes locaux et de ne garder que les fréquences ou l'énergie des VT est la plus importante le signal est filtré entre 2 et 20Hz (tableau 3.2). Ce filtrage permet aussi de s'affranchir des évènements dont le pic d'énergie est trop haute fréquence.

La figure 3.3 montre l'exemple d'un séisme volcano-tectonique détecté le 21 Juin 2000 par l'OVPF sur 7 stations différentes, il s'agit d'une période dépourvue de crise sismique ou d'éruption. Le Kurtsosis est calculé par une fenêtre mobile de 10 secondes par pas de 0.01 seconde sur le modèle des pas de personnes Succi et al. (2001). L'utilisation de VT détectés manuellement montre que l'indice de Kurtosis varie fortement lorsque la fenêtre d'analyse atteint le signal. Les variations de cet indice permettent donc de détecter un signal émergent

Frequency	Type of measurments
10^{-5} - 10^{-4}	Earth Tides
10^{-4} - 10^{-3}	Earth free oscillation, earthquakes
10^{-3} - 10^{-2}	Surface waves, earthquakes
10^{-2} - 10^{-1}	Surface waves, P and S waves, earthquakes $M > 6$
10^{-1} - 10	P and S waves, earthquakes $M > 2$
10 - 1000	P and S waves, earthquakes $M < 2$

Table 3.2: *Fréquence des principaux évènements enregistrables par des capteurs sismiques*

du bruit (ici un séisme volcano-tectonique). Afin de valider les détections faites par Kurtosis on compare les décalages de temps d'arrivée entre stations (afin de s'affranchir d'une éventuelle constante ou dérive liée à la méthode) obtenus par la méthode du Kurtosis avec ceux obtenus manuellement pour des VT bien identifiés. On constate que les temps pointés par la méthode du Kurtsosis sont cohérents avec les résultats manuels pour les 11 évènements choisis de la journée test (figure 3.4). Ce test prélimaire est réalisé pendant une journée sismique avec un bon rapport signal/bruit afin que la validation visuelle des détections soit la plus facile possible. Pour caractériser la capacité de l'indice de Kurtosis à détecter correctement les séismes VT (c'est-à-dire les VT sans fausses détections) il faut adopter un point de vue probabiliste. Pour celà il est nécéssaire de représenter la densité de probabilité (ddp) de l'indice de Kurtosis pour les séismes VT ainsi que pour les autres évènements sismiques possibles : chutes de blocs (RF) et bruit, et de comparer ensuite les ddp.

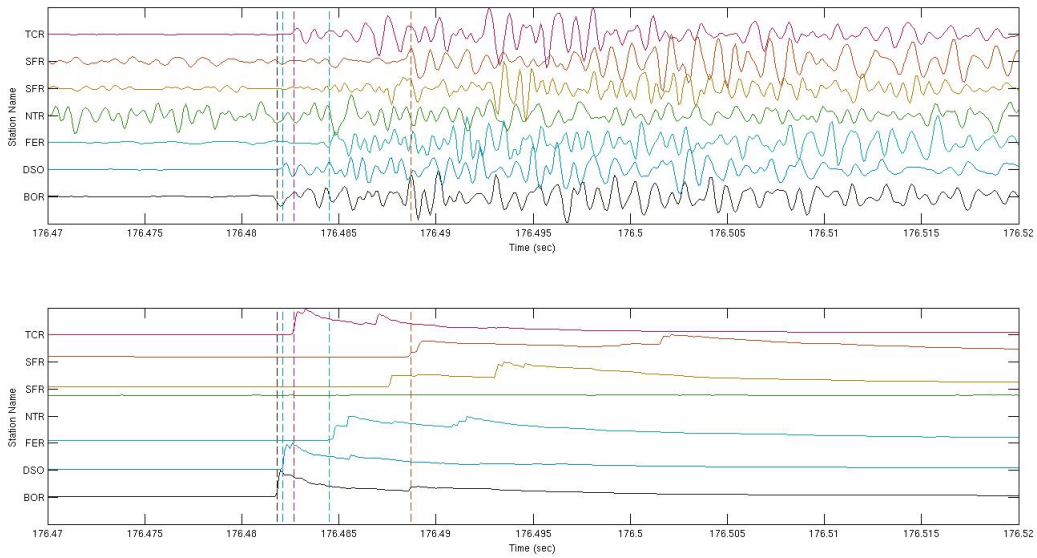


Figure 3.3: *Haut : traces sismiques filtrés entre 2 et 20Hz. Bas : Kurtosis glissant calculé le long des traces. Barres verticales : détections associées à chaque trace en utilisant un seuil de Kurtosis de 4.*

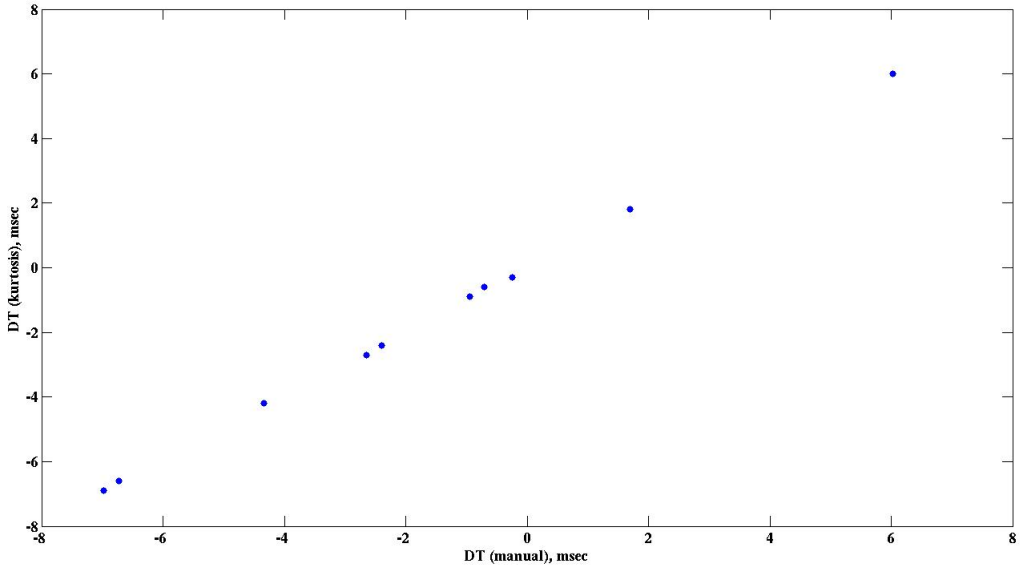


Figure 3.4: *Différence de temps d'arrivée entre stations donnée par les pointés manuels versus différence de temps d'arrivée donnée par les détections par Kurtosis.*

Mise en place de la méthode

L'estimation de l'indice de Kurtosis pour différents signaux (VT, RF et bruit) est réalisée à partir de séries-échantillons de ces signaux déterminés manuellement et vérifiés. Le protocole de détermination de l'indice de Kurtosis est inspiré de la méthode de Succi et al. (2001) pour les pas de personnes. L'indice de Kurtosis est déterminé sur une sous-fenêtre du signal, cette sous-fenêtre glisse pas par pas le long du signal.

Influence de la taille de la fenêtre de signal L'indice de Kurtosis augmente dès lors que le signal est atteint, ainsi la taille de la fenêtre de signal n'a pas d'importance si ce n'est dans le cas où l'on souhaite caractériser la nature du signal détécté où elle ne doit pas être inférieure à sa longueur (figure 3.5).

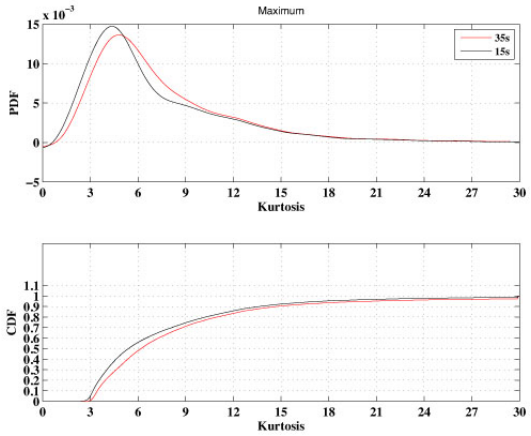


Figure 3.5: *Densité de probabilité et distribution cumulée de l'indice de Kurtosis des signaux échantillons de VT sur les 15 et 35 premières secondes de signal.*

Influence de la taille de la fenêtre glissante Le second paramètre à prendre en compte est la taille de la sous-fenêtre pour laquelle un indice Kurtosis est extrait à chaque pas. Afin d'être significative cette sous-fenêtre glissante doit être suffisamment longue afin de comprendre un nombre suffisant de points. La figure 3.6 montre les distribution des indices de Kurtosis des échantillons de VT considérés. Plus la fenêtre glissante est longue moins il est aisé d'extraire un indice Kurtosis significatif. En effet plus la fenêtre glissante est longue plus il est probable qu'elle contienne en proportion plus de bruit que de signal, ainsi son indice de Kurtosis se rapproche du bruit. Une fenêtre trop petite (2s) n'est pas non plus satisfaisant car trop peu de signal est pris en compte pour que la distribution des amplitudes soit significative. Dans le cas de l'identification de séismes VT au PDF une fenêtre glissante de 5 secondes est optimale.

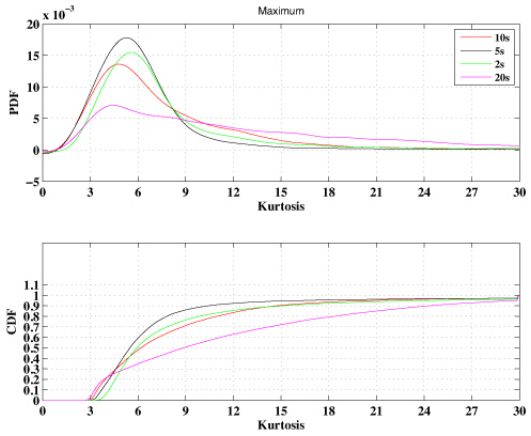


Figure 3.6: *Densité de probabilité et distribution cumulée de l'indice de Kurtosis des signaux échantillons de VT sur les 35 premières secondes pour des fenêtres glissantes de 2, 5, 10 et 20 secondes.*

Statistique de l'indice de Kurtosis des évènements considérés Une première observation des signaux et de leur indice de Kurtosis associé montre que le bruit a un indice de

Kurtosis plus faible, de l'ordre de 3, que les VT et les RF, entre 4 et 30 (figures 3.7, 3.8 et 3.9). Les évènements de type spikes, ou anomalies de signaux sont repérés du fait de leur indice de Kurtosis très fort (>100 dans tous les cas trouvés au PDF, figures 3.11, 3.12 et 3.10). Les spikes sont des évènements fortement aléatoires, sur le signal on observe un très fort saut d'amplitude localisé dans le temps et un donc un très fort changement de statistique. Ainsi de par le filtrage et la dynamique des stations d'acquisition (tableau 3.2), dans le cas présents les VT ne peuvent être confondus qu'avec des RF, ou éventuellement du bruit.

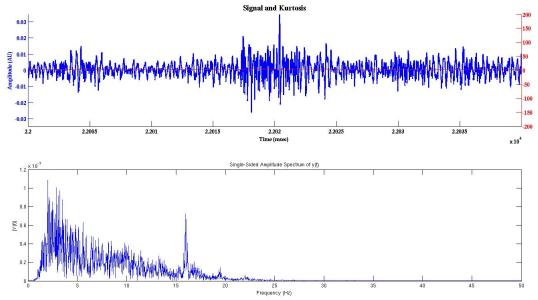


Figure 3.7: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre de bruit (haut). Spectre associé (bas).*

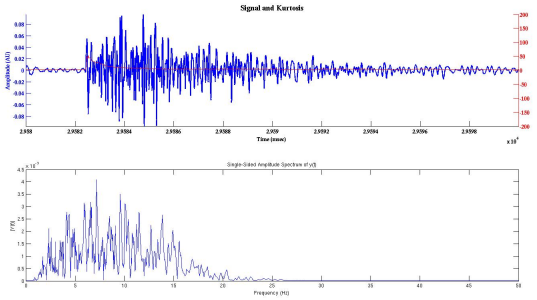


Figure 3.8: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre contenant un VT (haut). Spectre associé (bas).*

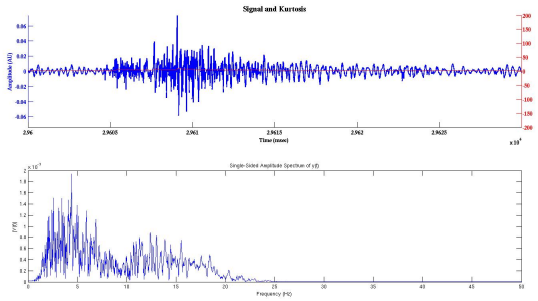


Figure 3.9: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre contenant un RF (haut). Spectre associé (bas).*

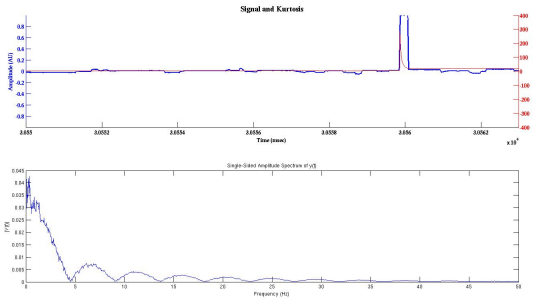


Figure 3.10: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre contenant des interférences radios (haut). Spectre associé (bas).*

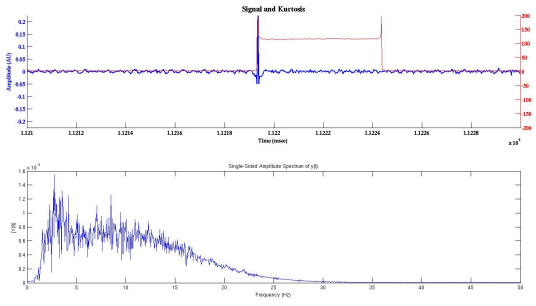


Figure 3.11: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre contenant un spike (haut). Spectre associé (bas).*

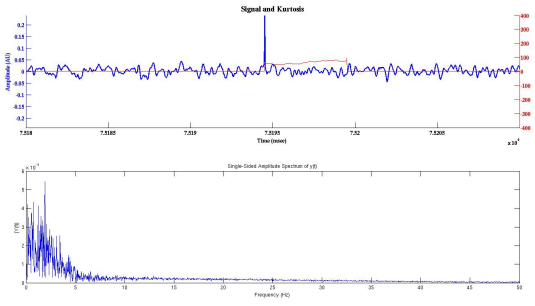


Figure 3.12: *Exemple de l'indice de Kurtosis glissant calculé sur une fenêtre contenant un spike (haut). Spectre associé (bas).*

Afin de caracteriser au mieux les intervalles d'indice de Kurtosis propre à chaque type de signal, la distribution de l'indice de Kurtosis est ensuite étudié sur les signaux échantillons de VT, RF et bruit. L'indice de Kurtosis est calculé sur une fenêtre de signal de 35 secondes avec une fenêtre glissante de 5 secondes. Ainsi on obtient un vecteur d'indices de Kurtosis le long du signal. Sont représentés ensuite le maximum, le minimum et la moyenne de cet indice (figure 3.13). Les distributions des mimima et des moyennes sont semblables. La fin du signal n'étant jamais pointée avec précision, quel que soit le signal une portion de bruit est intégrée soit en amont soit en aval ce qui explique que le minimum de l'indice soit confondu avec le bruit. De même, cette portion de bruit contribue à faire diminuer la moyenne de l'indice de Kurtosis sur l'ensemble du signal. Par la suite il sera donc préférable d'identifier le maximum de l'indice de Kurtosis sur une portion de signal afin de valider des portions "non-bruit" de signal. Cependant on constate sur la figure 3.13 que différencier les distributions de manière évidente n'est pas aisé. Notons que l'indice de Kurtosis moyen du bruit est de 3 ce qui correspond à un bruit Gaussien.

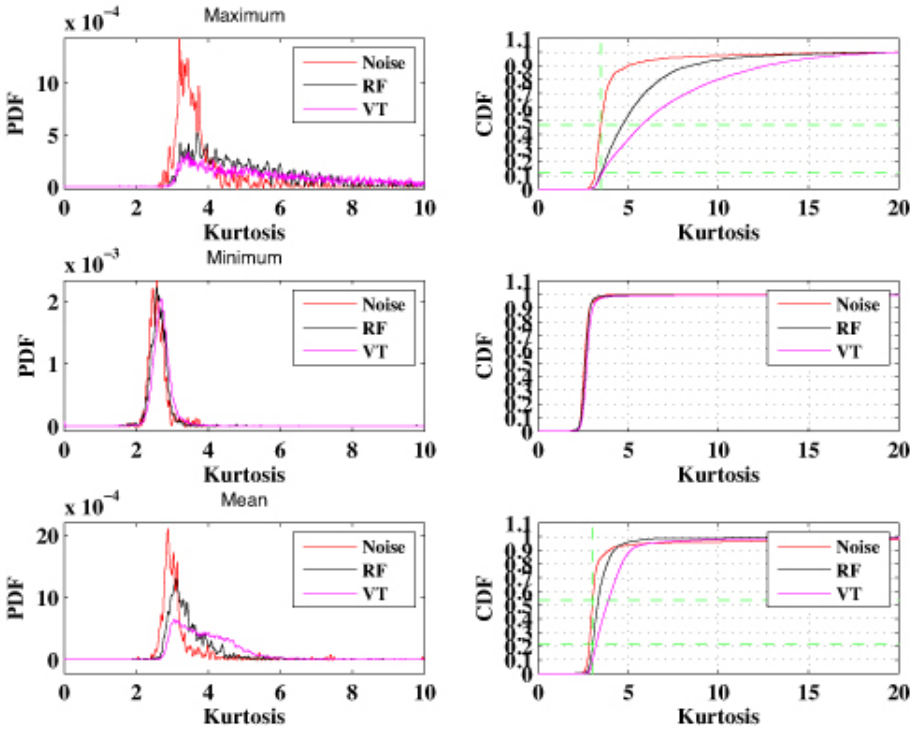


Figure 3.13: *Densité de probabilité et distribution cumulée du Kurtosis des VT, RF et du bruit au Piton de la Fournaise, toutes stations confondues. Les distributions de la moyenne, du minimum et du maximum de Kurtosis sont représentées.*

Influence de la distance source-station

Les études précédentes sur les pas de personnes ont montré que la méthode du Kurtsosis était d'autant plus efficace que les capteurs utilisés étaient proches de la source (Succi et al., 2001). Les stations sismiques sont alors réparties en deux groupes : celles proches du cratère BORY, considéré comme la source majeur des évènements Volcano-Tectoniques, et les autres.

Si l'on ne considère que les stations éloignées du cratère, figure 3.14, on constate qu'il devient très difficile de faire la distinction entre les 3 types d'évènements, même lorsque l'on considère le maximum de l'indice de Kurtosis sur l'ensemble de la fenêtre de signal. Les distributions des RF et VT sont confondues et les ddp des 3 éléments se chevauchent. Ceci indique que la statistique du bruit est de plus en plus proche de la statistique des RF et VT lorsque l'on s'éloigne des sources. Ceci peut indiquer que loin des sources le bruit est aussi constitué des VT et RF lointains et/ou de VT et RF de très petite taille.

On considère par la suite les stations les plus proches du sommet Bory (figure 3.15). L'étude des distributions pour les stations proches montre qu'il est possible de distinguer les différents évènements sur la base de leur indice de Kurtosis. La distribution de l'indice maximum de Kurtosis sur le signal montre que 90% des séismes VT ont un indice de Kurtosis maximum supérieur à 6 et 100% des évènements de type VT ont un indice de Kurtosis maximum supérieur à 3. Seuls 3% des évènements ont un indice de Kurtosis maximum inférieur à 4 et 2% un indice inférieur à 3.5. L'indice de Kurtsosis maximum des VT est de 30. L'indice de Kurtosis

maximum des séismes de type RF est compris entre 3 et 8 et celui du bruit entre 2.5 et 4 dont 80% sont compris entre 2.5 et 3.5. Il est à noter que le bruit est déterminé visuellement et peut contenir selon son niveau de tous petits VT ou RF ce qui peut expliquer les quelques valeurs au delà de 3.5.

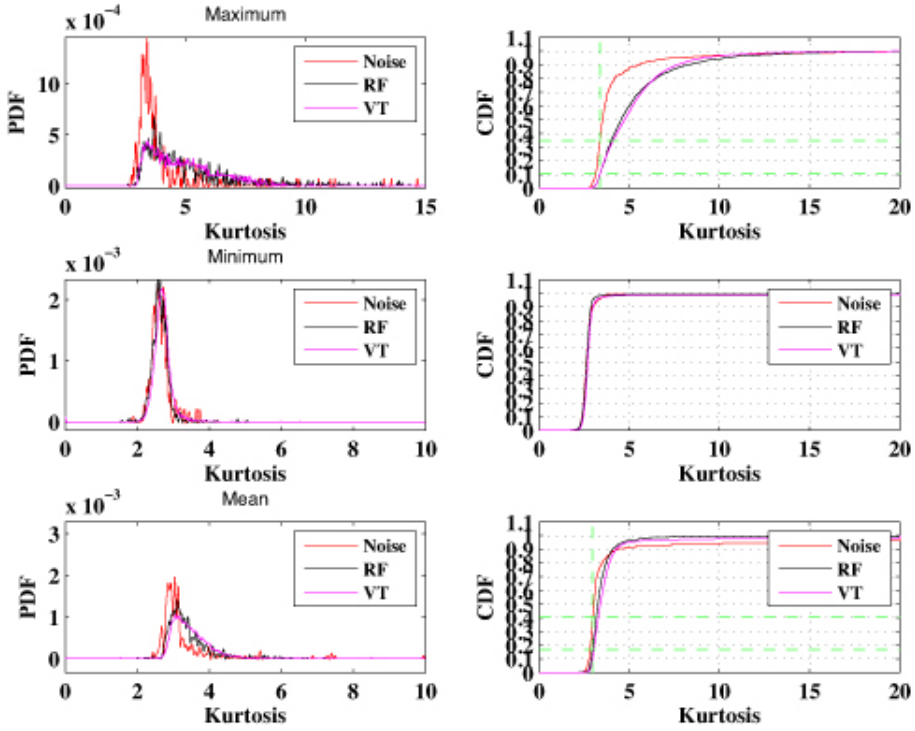


Figure 3.14: *Densité de probabilité et distribution cumulée du Kurtosis des VT, RF et du bruit au Piton de la Fournaise pour les stations éloignées du cratère Bory. Les distributions de la moyenne, du minimum et du maximum de Kurtosis sont représentées.*

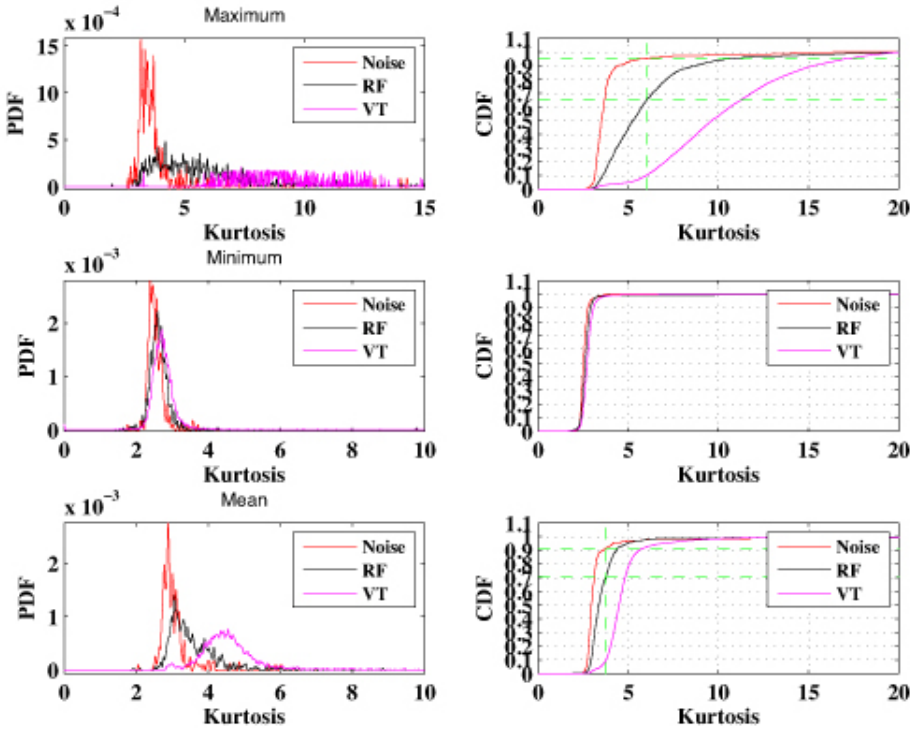


Figure 3.15: *Densité de probabilité et distribution cumulée du Kurtosis des VT, RF et du bruit au Piton de la Fournaise pour les stations proches du cratère Bory. Les distributions de la moyenne, du minimum et du maximum de Kurtosis sont représentées.*

Cette étude statistique montre qu'il est possible d'isoler un évènement du bruit sur la base de son indice de Kurtosis pour les stations proches du cratère BORY. Cette observation indique que l'indice de Kurtosis est fonction de la distance source-station. Ceci est interprété comme l'effet de l'atténuation avec la distance qui modifie l'amplitude et la fréquence du signal source. Un indice maximum de Kurtosis sur le signal supérieur à 3.5 indique qu'un évènement se démarque du bruit. La distribution des RF et VT se superposant partiellement si il est relativement aisé de détecter l'évènement sur la base de son indice de Kurtsosis il est moins évident de le caractériser avec précision. En effet, 34% des séismes RF ont un indice maximum de Kurtosis supérieur à 6 et peuvent alors être confondus avec des séismes VT.

Dans l'optique de faire de la détection, l'atteinte d'un seuil d'indice de Kurtosis sur un signal donné permet la détection d'évènements qui se démarquent du bruit. Au delà de ce seuil, le signal n'a plus la même statistique que le bruit et on considère qu'il y a détection. Cependant, un seuil est une démarcation inférieure qui amène à détecter tout ce qui est différent du bruit. L'indice de Kurtosis est fonction de la répartition des amplitudes, de la répartition des évènements rares et de l'impulsivité du signal, ainsi des signaux dont la statistique est proche seront malgré tout difficiles à différencier. C'est le cas des séismes VT et RF.

Etude spectrale

Pour discriminer les séismes VT et RF, je propose d'étudier les spectres de ces signaux. Les spectres moyens de chaque type d'évènement sont d'abord calculés pour toutes les stations (figure 3.16). On remarque sur la figure 3.16 que les spectres des VT et RF sont relativement bien dissociés du bruit mais sont par contre difficiles à discriminer l'un de l'autre. Les spectres ont été calculés pour les stations proches du sommet d'une part et pour les stations plus éloignées d'autre part. On constate sur les figures 3.17 et 3.18 que les spectres des différents évènements sont plus facilement discernables sur les stations proches du sommet (et donc proches des sources).

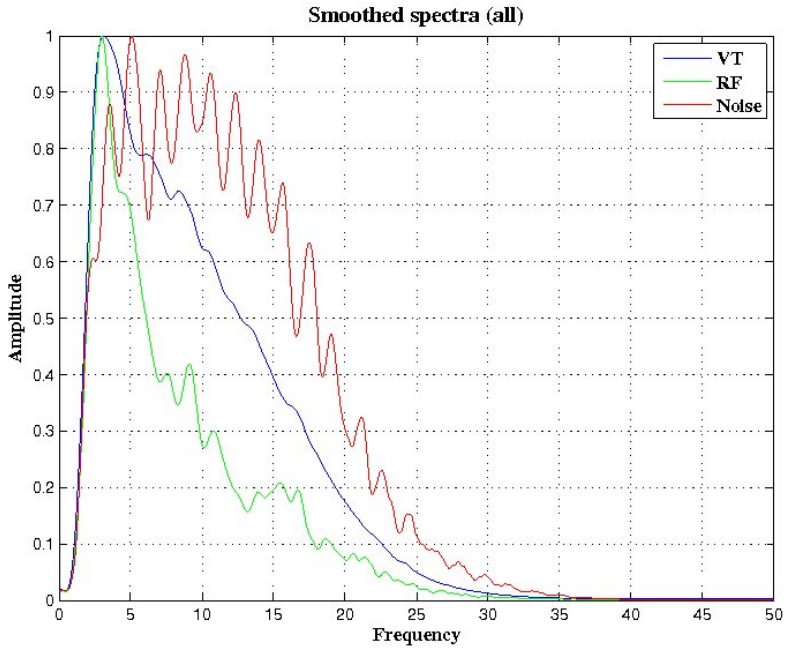


Figure 3.16: *Spectres moyens lissés des différents types d'évènements calculés sur l'ensemble des stations disponibles.*

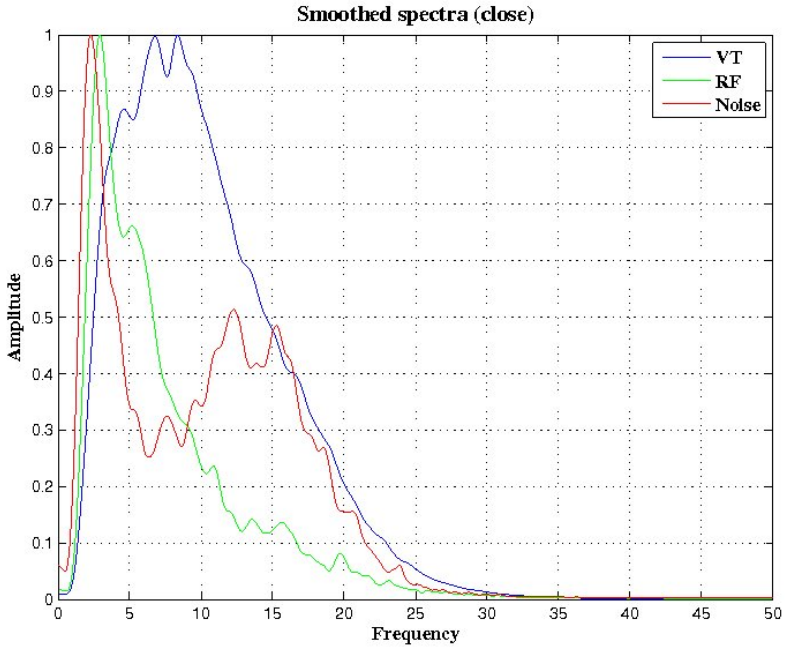


Figure 3.17: *Spectres moyens lissés des différents types d'évènements calculés sur les stations proches du sommet.*

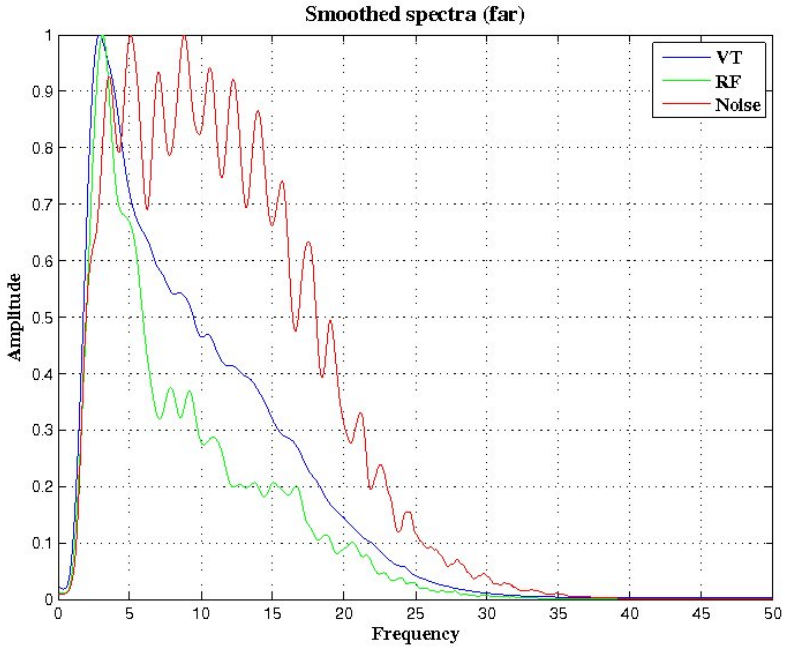


Figure 3.18: *Spectres moyens lissés des différents types d'évènements calculés sur les stations éloignées du sommet.*

Les spectres des VT, RF et bruit sont comparés au spectre moyen des VT en calculant la correlation entre les spectres, sur les stations proches du cratère BORY. On fait de même avec le spectre moyen des RF et du bruit.

Si on considère le spectre moyen des VT comme spectre de référence, il est alors aisé de faire la différence entre le bruit et les séismes de type VT mais les distributions des VT et RF se superposent toujours partiellement (figure 3.19). Notons que la base d'échantillonnage des VT et RF est une base de donnée réalisée à l'observatoire par observation visuelle, bien que les VT et RF choisis ne soient que ceux de meilleure qualité il reste possible que certains VT ou RF sembables ou de petite taille aient pu être confondus, aucune statistique ne peut être réalisée sur ces échantillons déterminées sur la base de l'expérience et l'erreur même si elle est très faible reste difficile à évaluer. Tous les VT ont un taux de corrélation avec le spectre de référence des VT compris entre 0.6 et 1. Seuls 10% d'entre eux ont un taux inférieur à 0.78. Cependant pour des corrélations comprises entre 0.6 et 0.9 les distributions se superposent toujours partiellement. Les évènements échantillons sont aussi comparés aux spectres de référence des RF et du bruit (figures 3.20 et 3.21). 90% des séismes RF et du bruit ont un taux de corrélation de plus de 0.76 avec le spectre de réference des séismes RF (figure 3.20). Utiliser le spectre moyen du bruit comme référence ne permet pas d'isoler les séismes VT des séismes RF (figure 3.21).

Le spectre des évènements échantillons de bruit montre une forte corrélation avec le spectre moyen des RF mais le spectre des RF ne montre pas de corrélation particulièrement forte avec le spectre moyen du bruit. Ainsi faire une somme des RF équivaut à recréer du bruit mais les RF pris individuellement n'équivalent pas au bruit. Ceci vient étayer l'hypothèse selon laquelle le bruit de fond est constitué d'une multitude de petits évènements, notamment des RF. Ces évènements se répartissent de façon aléatoire si bien que la distribution des amplitudes du bruit (son kurtosis) se rapproche de celui d'une distribution Gaussienne. Mais pris individuellement chaque RF se différencie du bruit de fond, ce qui explique l'observation faite.

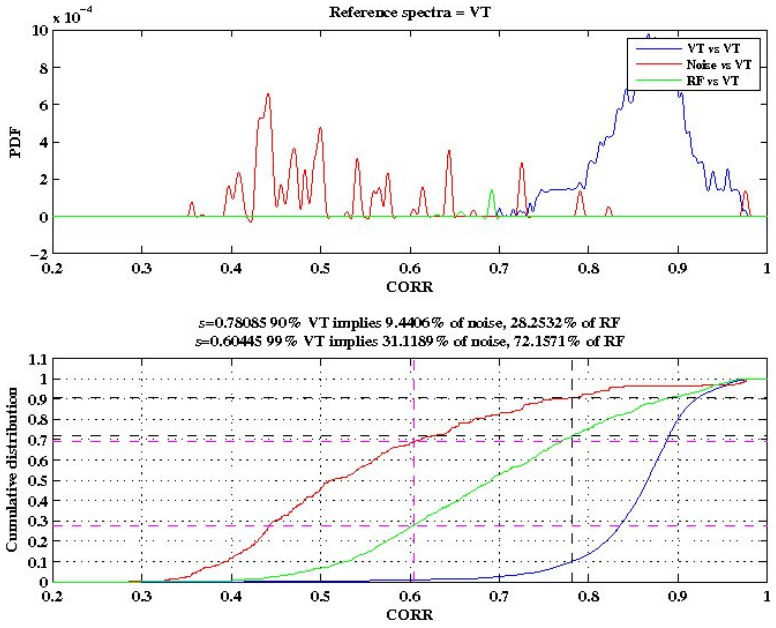


Figure 3.19: *Distribution des corrélations entre les différents spectres des évènements de référence et le spectre moyen des VT.*

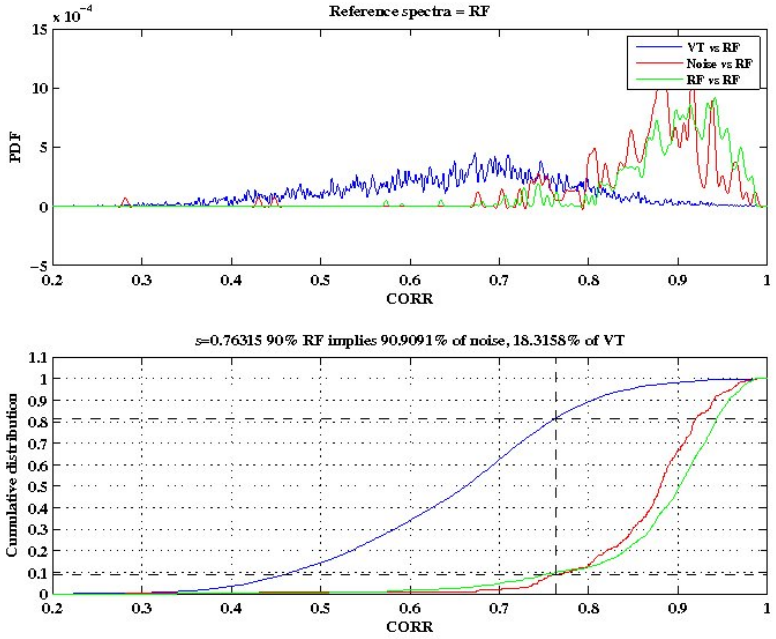


Figure 3.20: *Distribution des corrélations entre les différents spectres des évènements de référence et le spectre moyen des RF.*

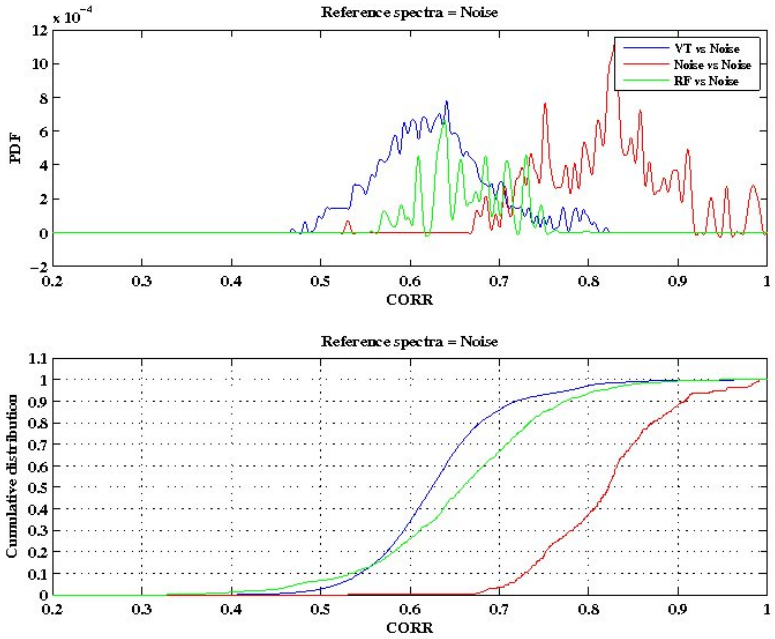


Figure 3.21: *Distribution des corrélations entre les différents spectres des évènements de référence et le spectre moyen du bruit.*

Conclusion partielle: Il est possible de distinguer les VT du bruit sur la base du Kurtosis. Cependant il reste difficile de faire la différence entre les VT et les RF. Pour cela il faut instaurer une étape de caractérisation qui peut être réalisée par comparaison des spectres des évènements avec un spectre moyen de référence. Ainsi dans l'optique de réaliser une méthode de détection il faudra dans un premier temps utiliser un seuil de Kurtosis afin de détecter un évènement du bruit et ensuite être capable de le caractériser. Cette dernière vérification consistera en une analyse spectrale.

Moments d'ordre supérieur

L'objectif étant de détecter des évènements rares, les statistiques des moments d'ordre supérieurs sont particulièrement pertinents. L'indice de Kurtosis correspond au moment d'ordre 4. J'ai également exploré les statistiques des moments d'ordre 6 et 8 pour déterminer s'ils avaient un pouvoir discriminant supérieur à l'indice de Kurtosis.
Les moments d'ordre supérieur sont calculés selon le même principe que le Kurtosis, i.e. normalisés par la variance au cube ou au carré pour les moments d'ordre 6 et 8 respectivement. Dans un premier temps on considère le moment d'ordre 6 de toutes les stations et des stations proches (figures 3.22 et 3.23 respectivement). Il apparait que les distributions des moments d'ordre 6 des VT et RF sont très proches. De plus les différencier du bruit est plus difficile avec ce moment qu'avec le Kurtosis. De même avec le moment d'ordre 8 (figure 3.24). J'ai également étudié l'asymétrie (skewness) qui est un moment d'ordre 3, normalisé par la variance à la puissance 3/2 (figure 3.25).

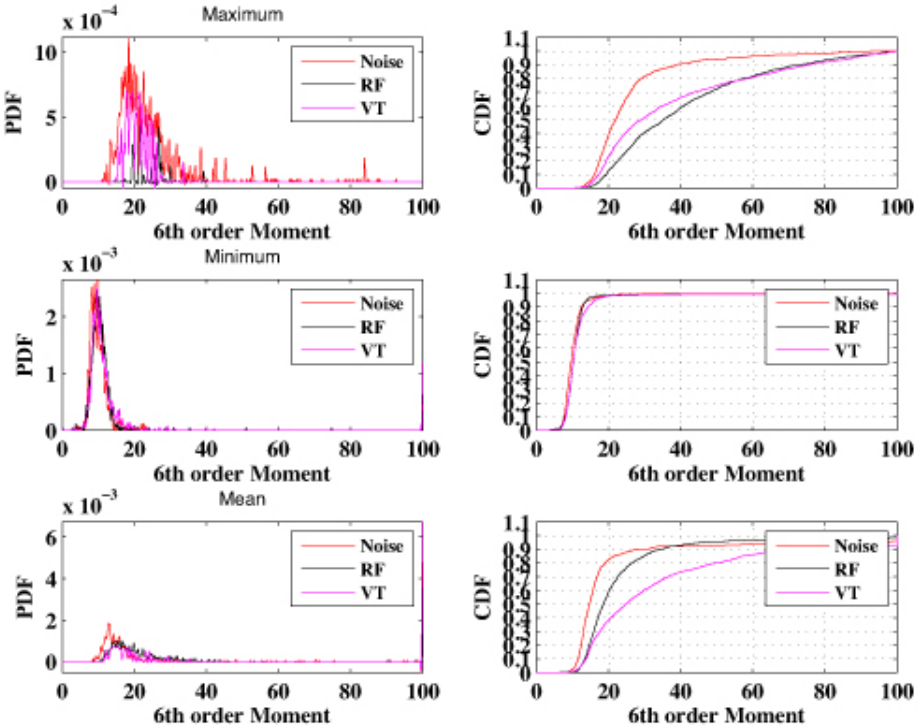


Figure 3.22: *Distribution des moments d'ordre 6 pour les différents types d'évènements, toutes stations confonues.*

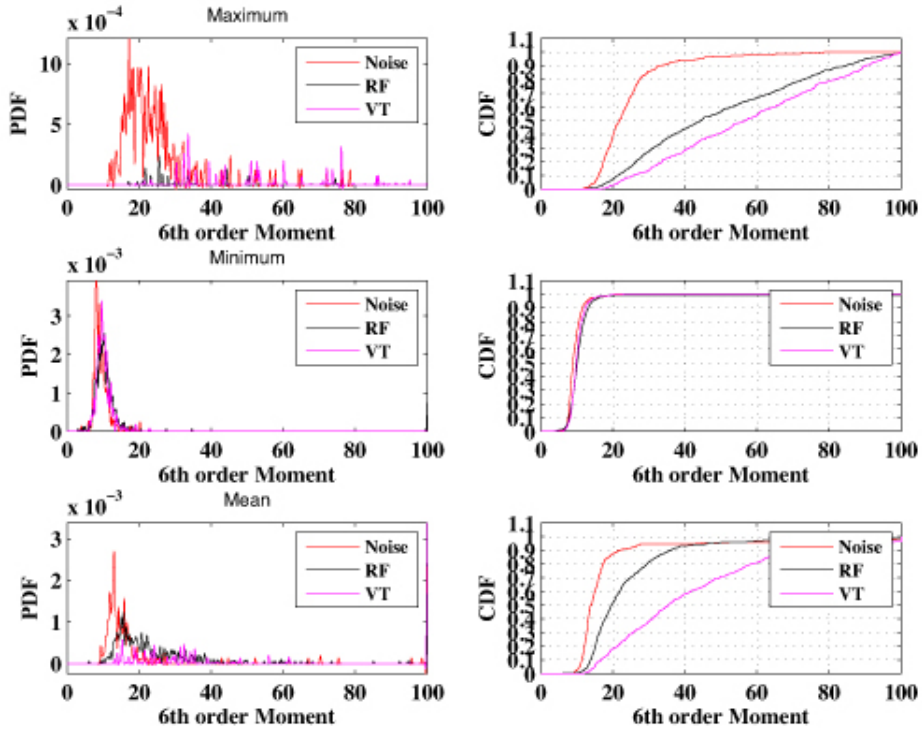


Figure 3.23: *Distribution des moments d'ordre 8 pour les différents types d'évènements, pour les stations proches du sommet.*

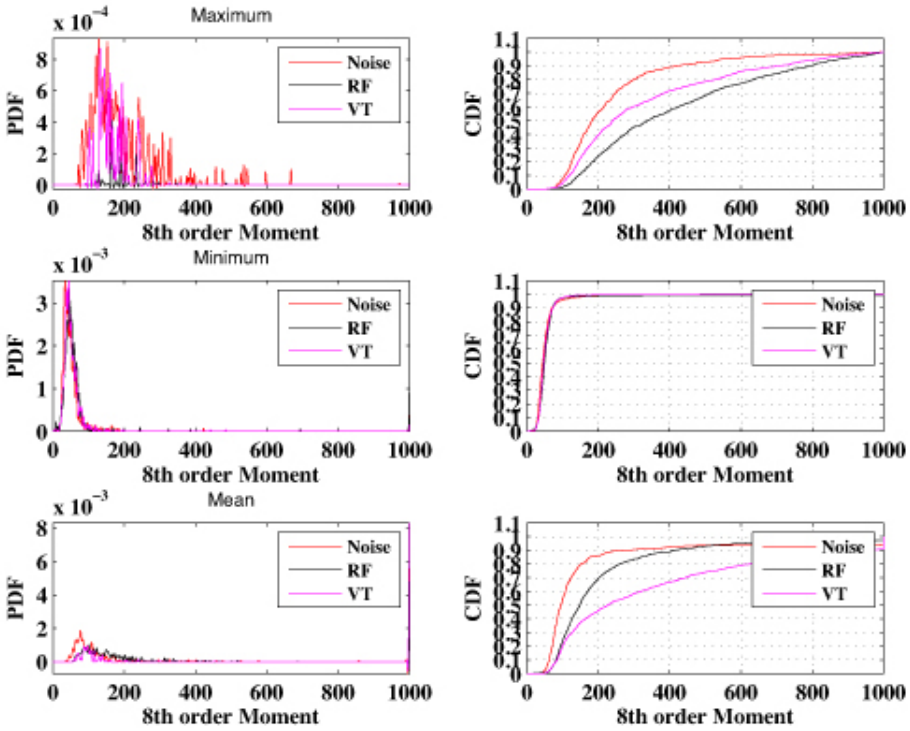


Figure 3.24: *Distribution des moments d'ordre 8 pour les différents types d'évènements.*

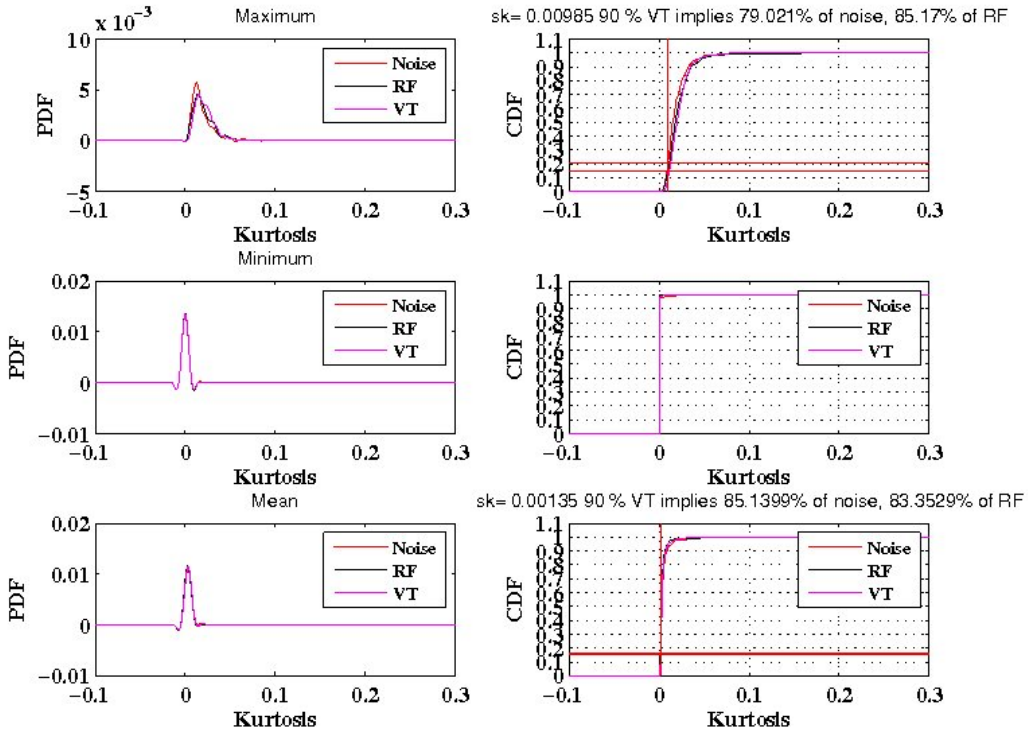


Figure 3.25: *Distribution de l'asymétrie des différents types d'évènements pour les stations les plus proches du sommet.*

Kurtosis des spectres

Le Kurtosis est aussi sensible à la bimodalité des courbes. Ainsi après observation de la forme des spectres moyens l'idée m'est venue de faire la statistique du Kurtosis des spectres des différents évènements (figure 3.26).

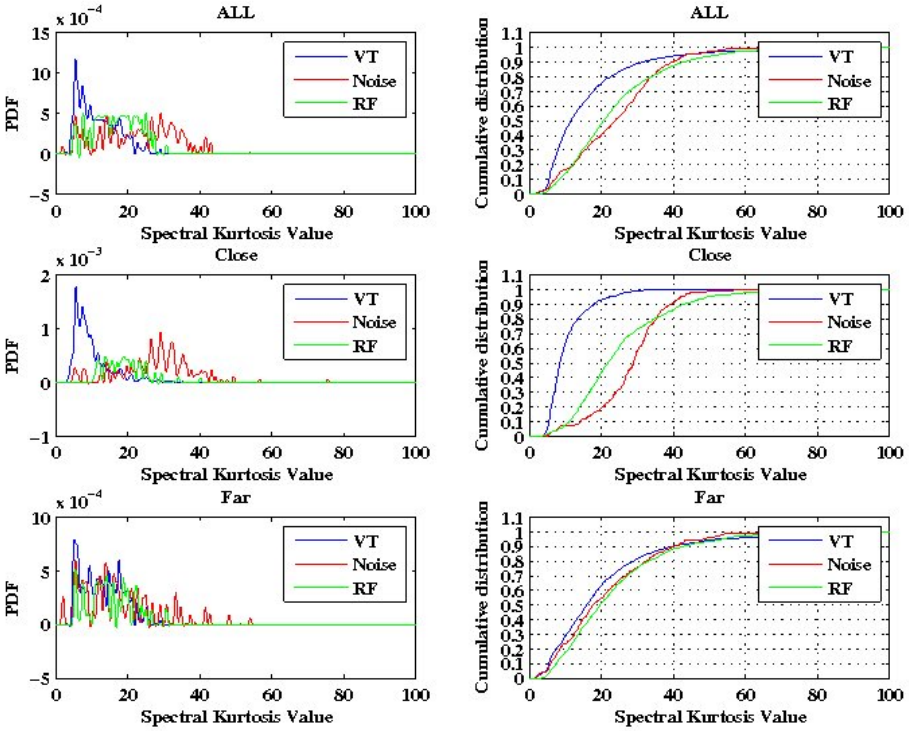


Figure 3.26: *Distribution du Kurtosis des spectres des différents évènements toutes stations confondues (haut), pour les stations proches (milieu), pour les stations éloignées (bas).*

Le Kurtosis est calculé en un seul bloc sur le spectre des évènements, la distribution des valeurs est ensuite étudiée. Si les distributions des VT et du bruit se distinguent bien il n'en est pas de même pour les distributions des VT et des RF. L'étude de l'asymétrie des spectres (figure 3.27), montre que le bruit peut être isolé des autres signaux de cette manière mais qu'il reste difficile de caractériser les différents signaux, notamment VT et RF.

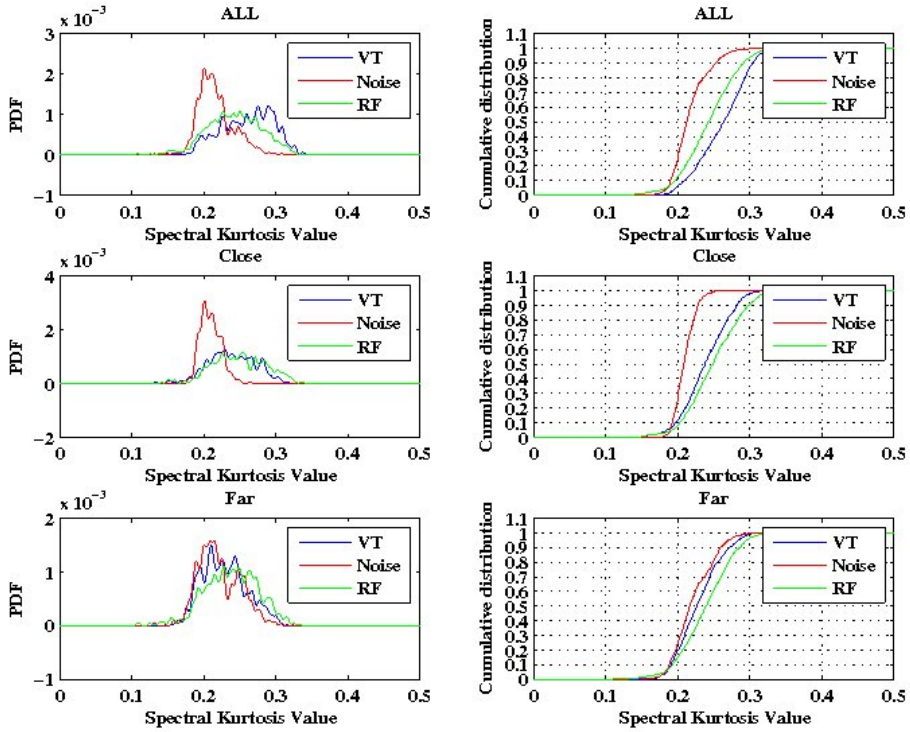


Figure 3.27: *Distribution de l'asymétrie des spectres des différents évènements pour toutes les stations confondues (haut), pour les stations proches (milieu), pour les stations éloignées (bas).*

3.3.5 Méthode

Les résultats de l'étude statistique précedente permettent de mettre au point une méthode de détection de séismes VT sur le PDF. L'indice de Kurtsosis peut être utilisé comme un détécteur et les évènements détectés peuvent par la suite être caractérisés sur la base de leur spectre et de leur indice de Kurtosis. Les sources simiques au PDF sont situées sous le cratère BORY entre 500m et 1km au-dessus du niveau de la mer. Les séismes étant situés sous les stations la composante la plus sensible au déplacement est la composante verticale des capteurs.

La première phase de la détection consiste à isoler le plus de séismes VT possibles sur une station. La station de référence choisie est la station la plus proche des sources, i.e. dans le cas du PDF la plus proche du cratère , soit BOR. Dans un premier temps la composante la plus sensible à savoir la composante verticale est explorée. Le signal est parcouru par une fenêtre glissante le long de laquelle l'indice de Kurtosis est calculé. Si cet indice est compatible avec l'intervalle des indices de Kurtosis des VT alors le signal est extrait et son spectre est comparé aux spectres de référence. Le seuil de Kurtosis choisi varie en 3 et 4 et les intervalles de corrélation pour caractériser les spectres sont choisi en fonction de l'étude précedente. Dans un premier temps le spectre du signal est comparé au spectre des VT, si le taux de corrélation est inférieur à 0.6 alors l'évènement est rejeté, si le taux de corrélation est de plus de 0.9 le signal est un VT. Sinon le signal est comparé au spectre des RF, si la correlation avec le spectre des RF est de plus de 0.76 alors le signal est un RF sinon il s'agit d'un VT. Cette façon de procéder

permet de s'affranchir au maximum des fausses détections (en effet si un évènement est un VT alors il y a environ 10% de chances qu'il soit manqué par la méthode, si un évènements et un RF ou du bruit il y a moins de 10% de chances qu'il soit détécté et classifié comme un VT, ainsi le taux maximum d'échec (VT manqués et évènements non VT classifiés comme tels) de la méthode est de l'ordre de 15%, paragraphe 3.3.4). En effet, moins de 1% des VT ont des spectres corrélés à moins de 60% avec le spectre moyen des VT et 0.79×0.18 % des VT existants seront alors ignorés par la méthode. Concernant les RF et le bruit, seuls quelques pourcent ont un spectre qui corrèle a plus de 90% avec le spectre moyen des VT et moins de 1‰de ces évènements risque d'être détecté après comparaison avec le spectre des RF.

A chaque détection la taille du signal est déterminée, le début correspondant au premier point pour lequel le seuil d'indice de Kurtosis est dépassé et la fin étant le dernier point pour lequel le seuil de Kurtosis est supérieur au seuil préalablement défini. Une fois le signal encadré dans le temps, son énergie est déterminée. Les magnitudes de durée et d'énergie associée peuvent alors être déterminées. La magnitude de durée est définie selon la relation suivante:

$$M_d = 2log_{10}T + 0.0035D - 0.87 \tag{3.4}$$

Où T est la durée du signal en secondes et D la distance épicentrale en km. Cette relation est utilisée par l'OVPF pour calculer les magnitudes en tenant compte du fait que le second terme est négligeable du fait de la localisation de la plupart des sources (moins de 500m de la surface). Dans notre cas la relation devient donc :

$$M_d \approx 2log_{10}T - 0.87 \tag{3.5}$$

La magnitude d'énergie est quant à elle donnée par :

$$M_e = \frac{2}{3}log_{10}E_s - 2.88 \tag{3.6}$$

Avec $E_s = \sum_{i=1}^{T} |x(i)|^2$, avec x le signal considéré sur un intervalle de temps T.

Les stations étant toutes proches et les sources de séismes groupés les décalages temporels entre les stations sont faibles (de l'ordre de 0 à 10 ms). Tenant compte de ce fait on peut utiliser les détections réalisées sur la première station et les rechercher dans le signal des autres stations. Il y a détection effective si et seulement si la détection initiale existe également sur au moins 3 autres stations.

Validation

Afin de valider la méthode, de quantifier l'incertitude associée et de conclure sur la fiabilité de la méthode on choisit une journée test sur laquelle les détections ont été réalisées manuellement. La journée choisie est celle du 21 Juin 2000 retenue par Rivemale (2013) pour tester sa méthode de détection STA/LTA. Il s'agit d'une journée riche en VT lors d'une période inter-eruptive. Le rapport signal sur bruit est suffisamment bon pour que les détections manuelles soient efficaces.

On utilise dans un premier temps un seuil d'indice de Kurtosis de 3.5 qui est le seuil le plus bas que l'on puisse considérer pour ne pas inclure de bruit dans les primo-détections. L'intégralité des évènements détectés est considéré indépendamment de la magnitude de complétude afin de considérer l'erreur intégralement.

La distribution des magnitudes de l'ensemble des évènements est présentée figure 3.28. Les magnitudes des évènements manuels sont calculées à partir de l'équation 3.5 et celles des évènements déterminés par la méthode du Kurtosis à partir des équations 3.5 et 3.6.

Les magnitudes données par la méthode du Kurtosis sont globalement surévaluées par rapport aux magnitudes associées aux pointés manuels (figure 3.28). Ce biais est lié à la méthode d'évaluation de la durée du signal. En effet, le pointeur humain considère que le signal commence et se termine lorsqu'il s'isole du bruit ambiant, la fin du signal reste cependant souvent difficile à déterminer car elle se confond avec le bruit. Dans le cas d'une détection avec la méthode du Kurtosis la fin du signal est donnée par le passage sous le seuil d'indice de détection, i.e. lors du retour à une statistique proche de celle du bruit. Ce passage étant le plus souvent mélangé au bruit le pointeur humain tend à pointer la fin du signal plus tôt, la magnitude tend donc à être plus faible que celle obtenue par la méthode du Kurtosis. L'important ici est donc de regarder la forme des distributions et non leur valeur absolue qui n'a en effet de signification que relativement à la méthode utilisée.

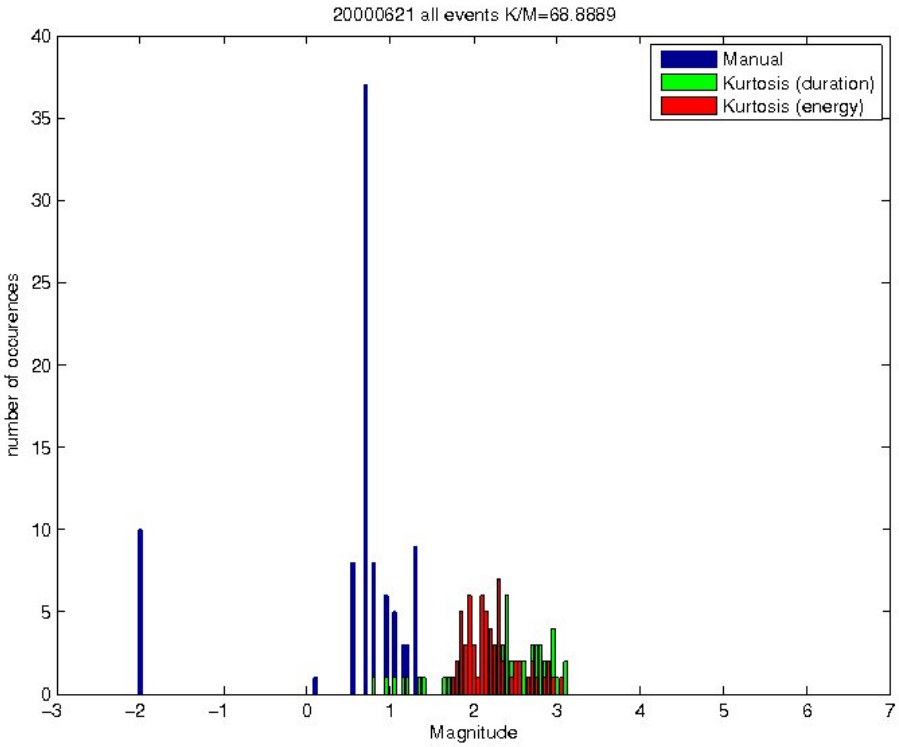


Figure 3.28: *Répartition des magnitude de l'ensemble des évènements détectés par les deux méthodes. Le Kurtosis permet de calculer la magnitude comme une magnitude de durée et comme une magnitude d'énergie.*

Manuellement 90 VT ont pu être détectés, le Kurtosis en détecte 72. 54 détections sont communes aux deux méthodes, on a donc 18 détections propres au kurtosis et 36 propres aux détections manuelles (figure 3.29). On considère qu'un évènement est commun si la différence de temps de détection est comprise entre -5s et 5s ce qui correspond à la taille du plus petit VT. Afin d'en savoir plus une analyse statistique et manuelle est réalisée. Les évènements communs balayent tout l'éventail des magnitudes détectées (figure 3.30).
Les évènements propres à chaque méthode ne consistent qu'en les magnitudes les plus faibles (figure 3.31). Ces différences résident en la détection de petits VT dans le bruit. Ces détections sont en effet très difficiles à réaliser à la main. Pour confirmer cette observation on verifie manuellement toutes les détections (figure 3.32). Il s'avère que parmis les détections manuelles 4% sont des VT douteux et 35% sont des détections dans le bruit. Parmis les détections du Kurtosis, 87% sont des VT sûrs, 9% sont de petits VT qui se démarquent malgré tout du bruit et 4% sont à l'oeil dans le bruit et sont donc soit un échec soit de tout petits VT. Ces observations sont cohérentes avec le pourcentage d'échec maximum théorique du Kurtosis qui est de 10%.Les détections dans le bruit (4%) ne signifient pas qu'il n'y a pas VT. En effet, un VT correspond par la méthode du Kurtosis à un changement statisque significatif du signal, ce changement peut être quasi impercetible à l'oeil pour de petits VT ou pour des VT dont l'amplitude est sensiblement égale à celle du bruit.
Parmis les détections manuelles supplémentaires 6% sont douteuses, 90% sont dans le bruit et très douteuses et le pourcentage restant consiste en des doubles VT très resserés dans le temps. Parmis les détections propres au Kurtosis 60% sont situées dans des zones de bruit et 40% sont de tout petits VT.
En conclusion, il s'avère que la fiabilité de la méthode du Kurtosis est cohérente avec la fiabilité théorique mise en évidence plus tôt. La méthode est fiable à plus de 95%. La fiabilité des détections manuelles est plus difficile à évaluer puisqu'elle dépend grandement de l'opérateur et du rapport signal/bruit du signal. La méthode mise au point ici même si elle manque environ 10% des évènements est fiable pour les évènements détectés.

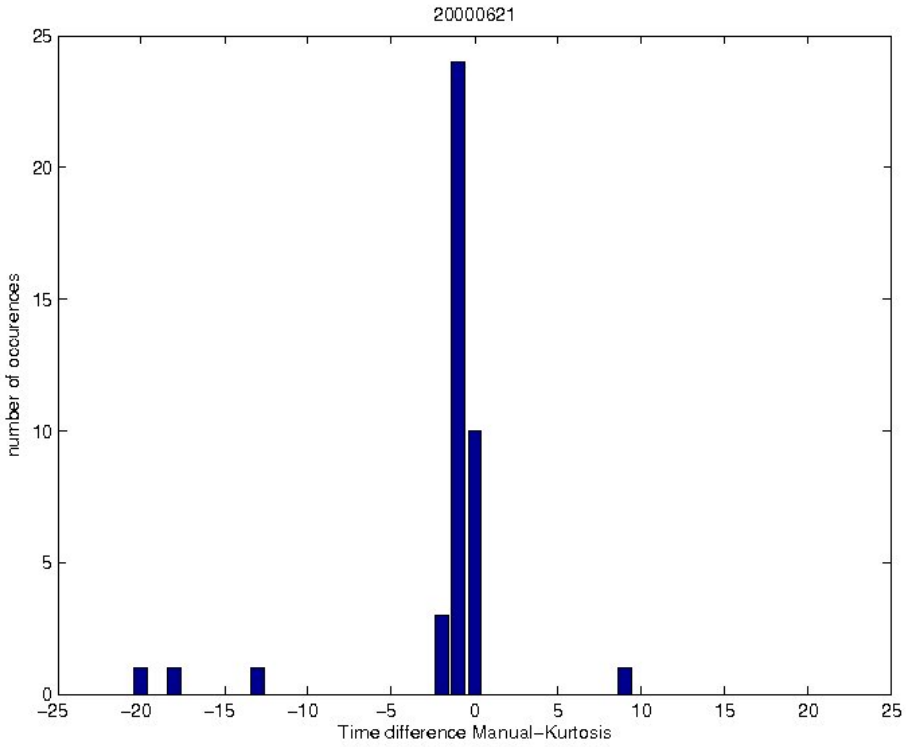


Figure 3.29: *Résidus entre les temps de Détection par la méthode du Kurtosis et les détections manuelles.*

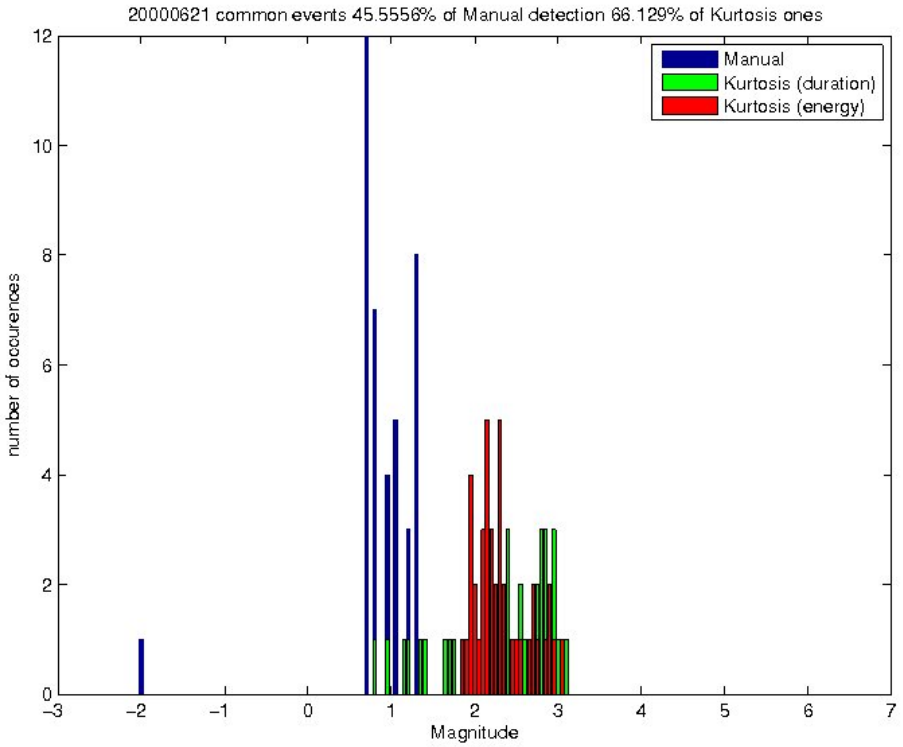


Figure 3.30: *Répartition des magnitude des évènements communs détectés par les deux méthodes. Le Kurtosis permet de calculer la magnitude comme une magnitude de durée et comme une magnitude d'énergie.*

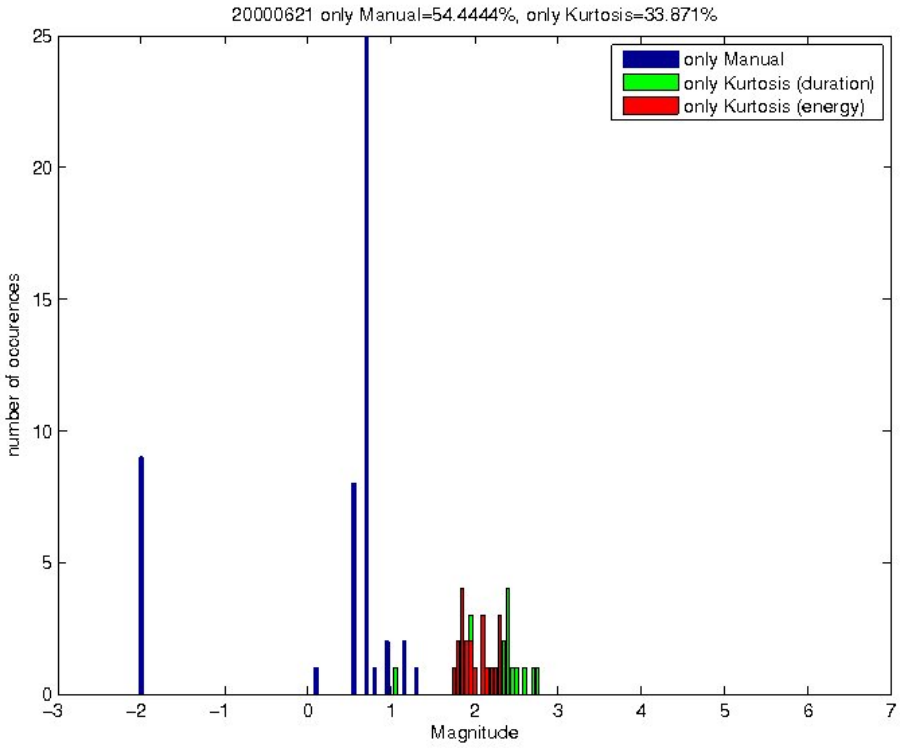


Figure 3.31: *Répartition des magnitude des évènements détectés spécifiquement par chaque méthode. Le Kurtosis permet de calculer la magnitude comme une magnitude de durée et comme une magnitude d'énergie.*

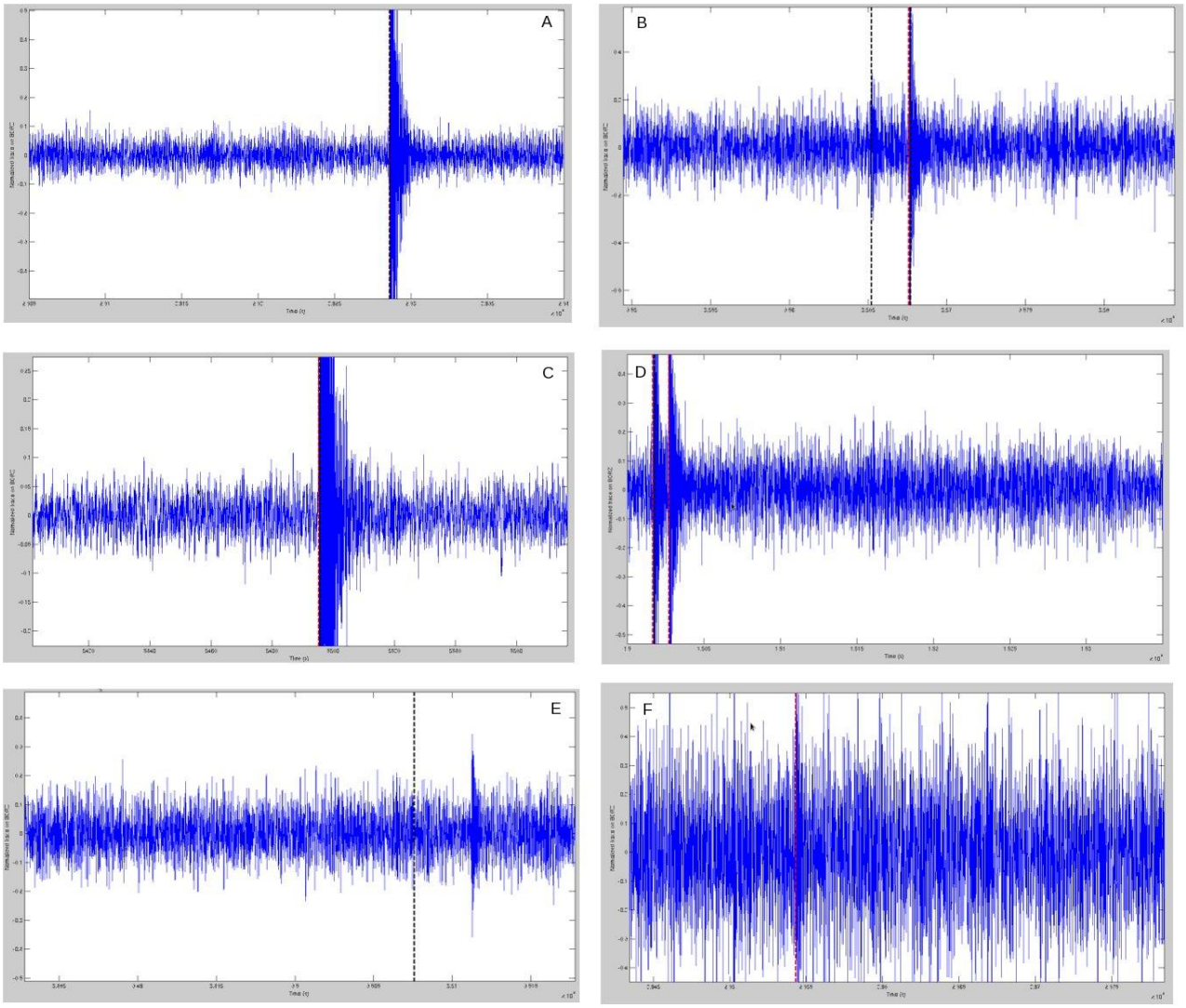


Figure 3.32: *Exemples de détection réalisées sur la station BORZ pour la journée test du 21 Juin 2000. En bleu la trace sismique, en noir les détections du Kurtosis et en rouge les détections manuelles. A, B, C : très bonne corrélation entre les détections manuelles et les détections du Kurtosis. En B un petit VT avant le principal est détecté par le Kurtosis mais pas par la méthode manuelle. D : double VT, le Kurtosis n'en vois qu'un seul. E : Détection du Kurtosis dans une zone malaisée pour les détections manuelles. F : Détection manuelle dans le bruit.*

Taux et comparaison avec les données de l'observatoire du Piton de la Fournaise

Les trois mois précédant l'éuption d'Avril 2007 - qui a été un évènement majeur dans l'histoire éruptive récente du volcan - sont étudiés. Cette période comprend deux éruptions ainsi que des périodes inter-éruptives.

Pour la période de mars 2007, les taux de sismicité estimés en utilisant l'indice de Kurtosis et ceux estimés manuellement à l'observatoire sont très bien corrélés (figures 3.33 et 3.35 et tableau 3.3). Le taux de correlation entre le taux cumulé observé par l'observatoire et celui calculé sur la station BORZ est de 0.9945, il est de 0.9900 en multistation et de 0.9899 pour le STA/LTA. Les détections STA/LTA ont été fournis par Rivemale (communication personnelle). Cependant, on observe une anomalie le 3 mars 2007, cette anomalie n'est visible que sur BOR et pas lorsque l'on considère les détections en multistation. Le nombre de séismes détectés par le Kurtosis est bien supérieur à celui de l'OVPF (figure 3.34). On peut faire deux hypothèses : soit l'anomalie est réelle et il existe une multitude de petits séismes localisés sur BOR ce jour-là, soit il s'agit d'un bruit local autour de la station. Après le 6 mars 2007, les taux de correlation sont plus élevés (tableau 3.3) et les courbes se superposent bien (figures 3.36, 3.37 et 3.38).

Si on regarde en détail la journée du 3 mars on constate que jusqu'à environ 3h30 GMT la station BOR était defaillante (figure 3.39), entre 3h30 et 17 GMT le signal est saturé et bruité (figure 3.40). Le même type d'anomalie est observé sur DSR (figures 3.41 et 3.42) mais pas sur TCR qui est un peu plus éloignée du cratère (figures 3.43 et 3.44). D'après Philippe Kowalski (ingénieur instrumentation à l'OVPF) il s'agit d'erreurs de transmission qui apparaissent assez peu fréquemment.

06-30 March		01-30 March		01-28 February		01-31 January	
KO	0.9966	KO	0.9945	KO	0.9837	KO	0.9703
KOB	0.9983	KOB	0.9900	KOB	0.9762	KOB	0.9780
KS	0.9972	KS	0.9964	KS	0.9950	KS	0.9950
OS	0.9969	OS	0.9899	OS	0.9929	OS	0.9852

Table 3.3: *Corrélation entre les taux de sismicitié. KO = Kurtosis vs Observatoire, KOB = Kurtosis uniquement sur BORZ vs Observatoire, KS = Kurtosis vs STA/LTA, OS = Observatoire vs STA/LTA.*

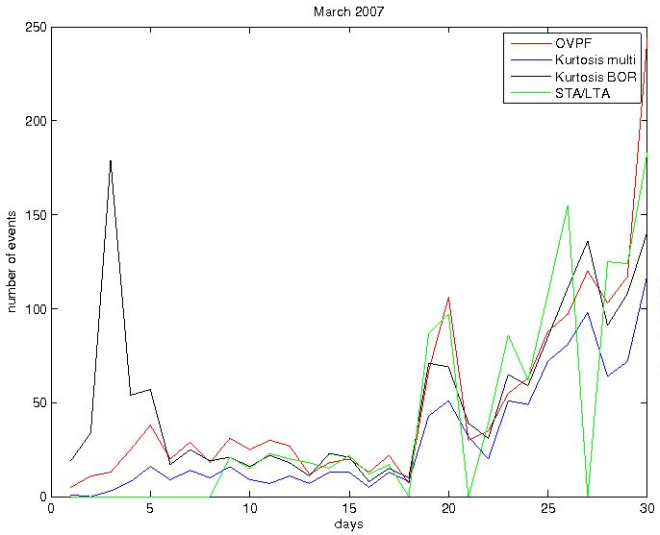


Figure 3.33: *Taux de sismicité par jour pour le mois de Mars 2007, i.e. nombre d'évènements détectés par chaque méthode par jour. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multi-stations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

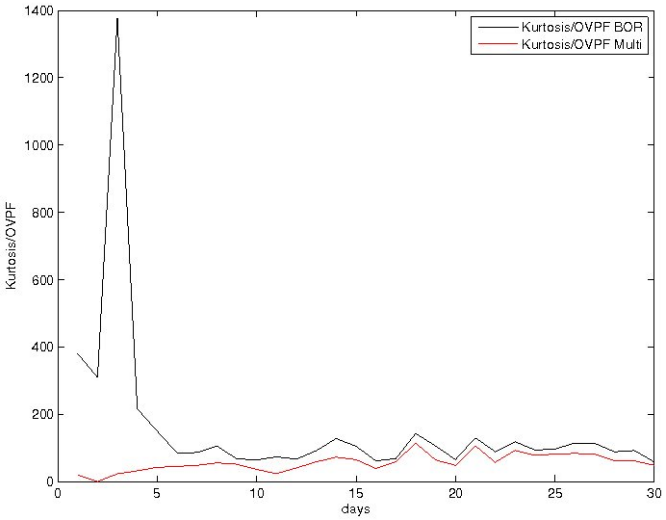


Figure 3.34: *Rapport entre le nombre de détection par le Kurtosis et le nombre de détections de l'observatoire pour le mois de Mars 2007.*

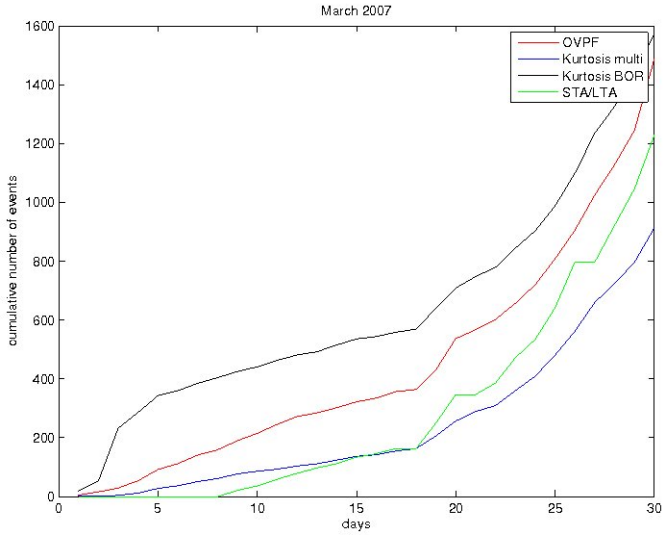


Figure 3.35: *Taux cumulés sur le mois de Mars 2007 pour les différentes méthodes. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multistations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

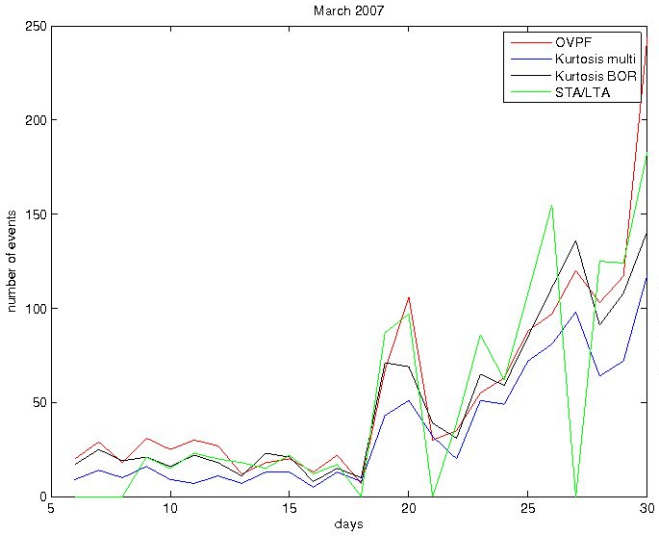


Figure 3.36: *Taux de sismicité par jour pour du 06 au 30 Mars 2007, i.e. nombre d'évènements détectés par chaque méthode par jour. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multistations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

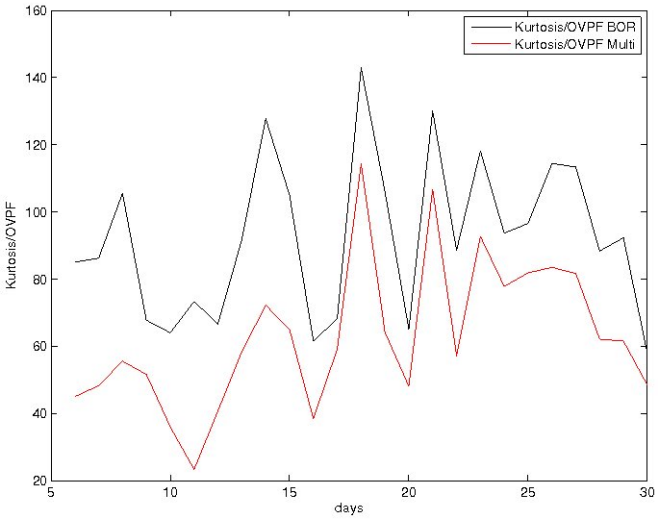


Figure 3.37: *Rapport entre le nombre de détection par le Kurtosis et le nombre de détections de l'observatoire pour du 06 au 30 Mars 2007.*

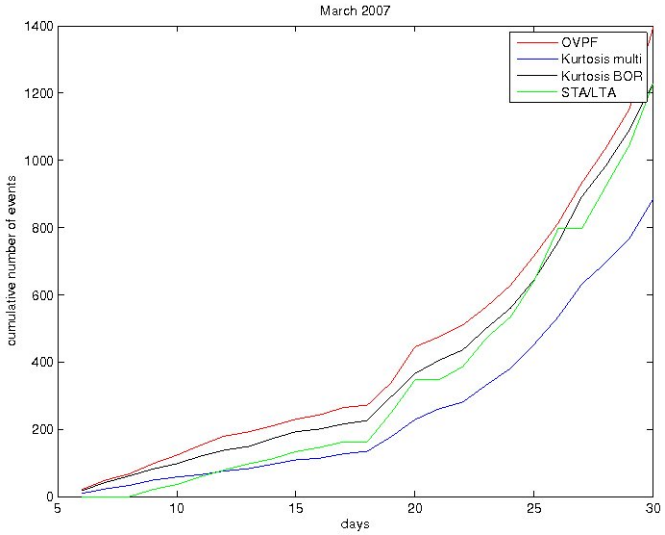


Figure 3.38: *Taux cumulés sur du 06 au 30 Mars 2007 pour les différentes méthodes. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multistations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

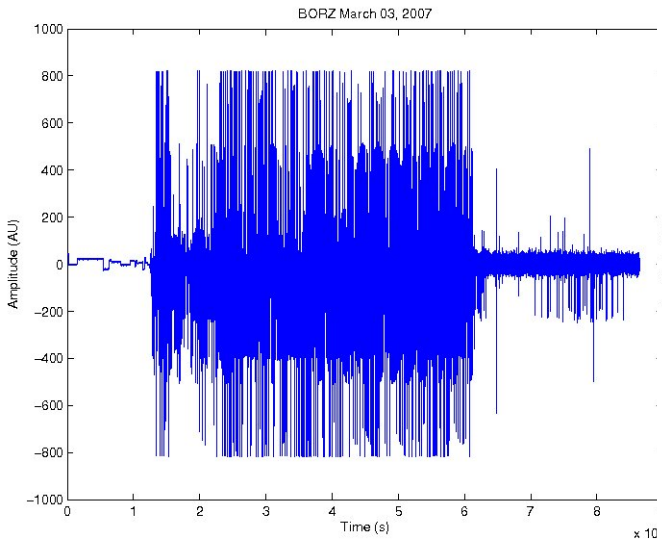


Figure 3.39: *Trace sismique observée sur la station BORZ pour la journée du 3 mars 2007.*

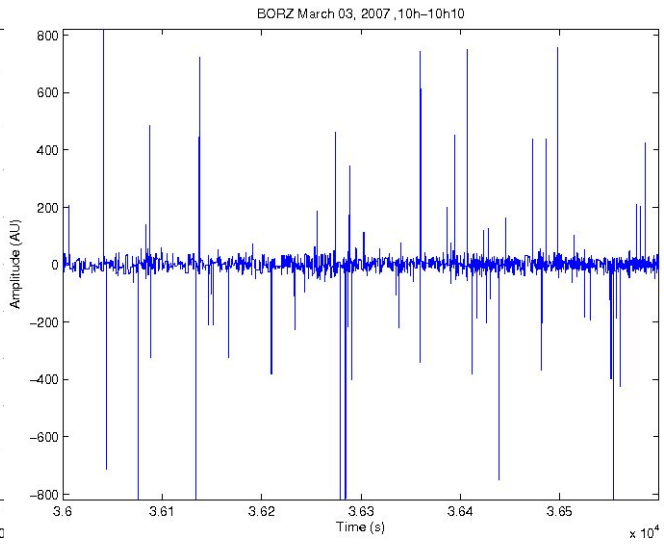


Figure 3.40: *Echantillon de 10 min de la trace sismique sur la station BOR du 3 mars 2007 de 10h à 10h10 GMT.*

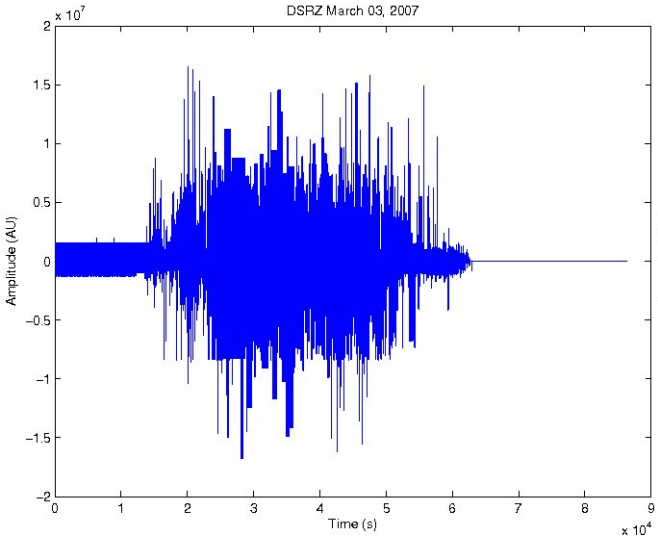


Figure 3.41: *Trace sismique observée sur la station DSRZ pour la journée du 3 mars 2007.*

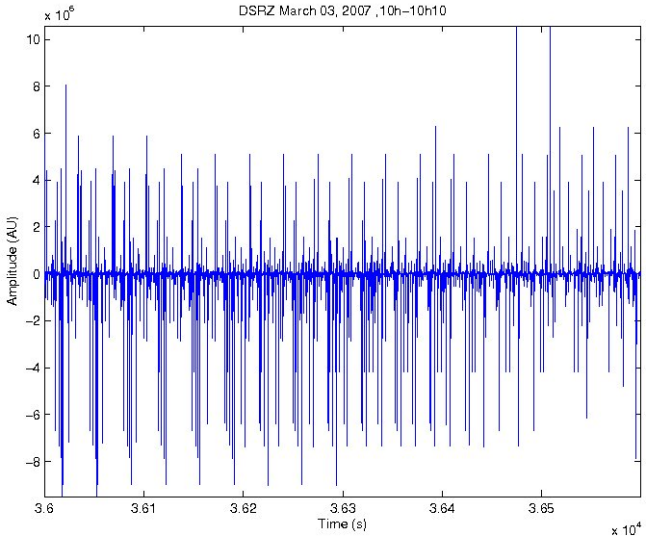


Figure 3.42: *Echantillon de 10 min de la trace sismique sur la station DSR du 3 mars 2007 de 10h à 10h10 GMT.*

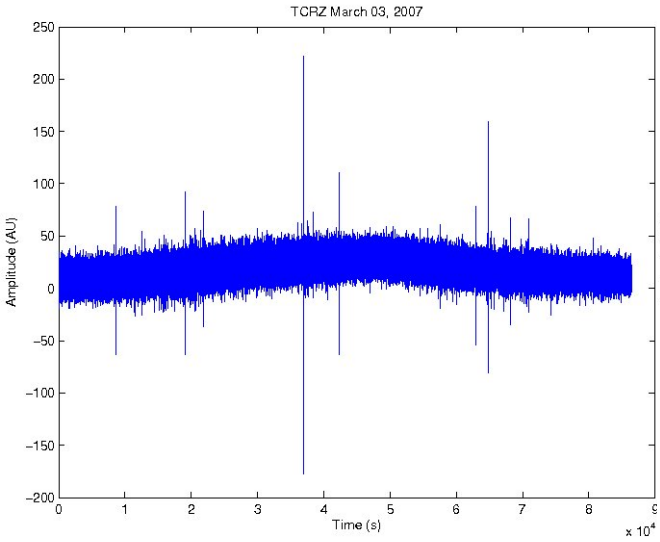


Figure 3.43: *Trace sismique observée sur la station TCRZ pour la journée du 3 mars 2007.*

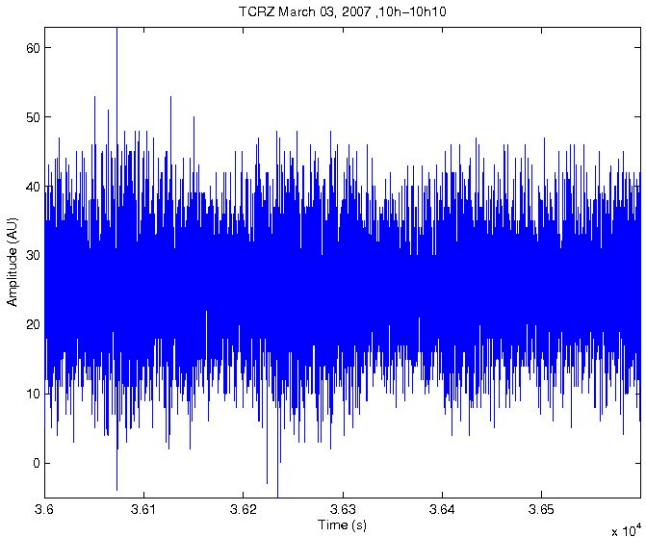


Figure 3.44: *Echantillon de 10 min de la trace sismique sur la station TCR du 3 mars 2007 de 10h à 10h10 GMT.*

De même, on détermine les taux de sismicité de VT des mois de février et janvier 2007 (figures 3.45, 3.46,3.47, 3.48, 3.49 et 3.50).

Au mois de Février l'observatoire et le STA/LTA ne détectent aucun séisme après l'éruption du 18 Février et ce jusqu'au début du mois de mars. De même les taux déteminés à l'aide de l'indice de Kurtosis ne montrent aucun séisme entre le 19 et le 23 Février mais un regain d'activité est observé à partir du 24. Ce regain n'est pas observé par l'observatoire ni par le STA/LTA. Ceci fait diminuer le taux de corrélation entre les taux déterminés à l'aide de l'indice

de Kurtosis et l'OVPF.
Afin d'en savoir plus on regarde les traces des journées du 21 au 24 Février 2007. Pour les journées du 21 au 23 février on n'observe pas ou très peu de détections par le kurtosis ainsi que par STA/LTA et manuellement. Si l'on regarde les traces ces observations se confirment et on ne voit apparaitre que du bruit (figures 3.51 et 3.52). Le 24 Février on voit le bruit croître progressivement le long de la journée et ce sur toutes les stations proches. Les exemples donnes sont BOR, DSR et TCR (figure 3.53, 3.54 et 3.55 respectivement).

Un zoom sur ces périodes confirme la présence de bruit de plus en plus marqué (figure 3.56, 3.57 et 3.58). Il s'avère que les journées du 24 au 28 Février 2007 correspondent au passage du cyclone Gamède au niveau de l'île de la Réunion. Le passage d'un tel évènement est responsable de la forte augmentation du bruit observé sur toutes les stations. Un tel niveau de bruit empèche tout type de détection manuelle, ou même STA/LTA (basée sur le niveau de bruit) mais pas les détections basées sur l'indice de Kurtosis. En effet, un évènement même inclu dans le bruit possède toujours sa statistique propre et peut donc être détecté. Les évènements détectés sur cette période sur la la base de l'indice de Kurtosis sont des évènements qui ont une statistique telle qu'il est probable à plus de 90% qu'il s'agisse de VT (c.f. paragraphe 3.3.4, 3.3.5).

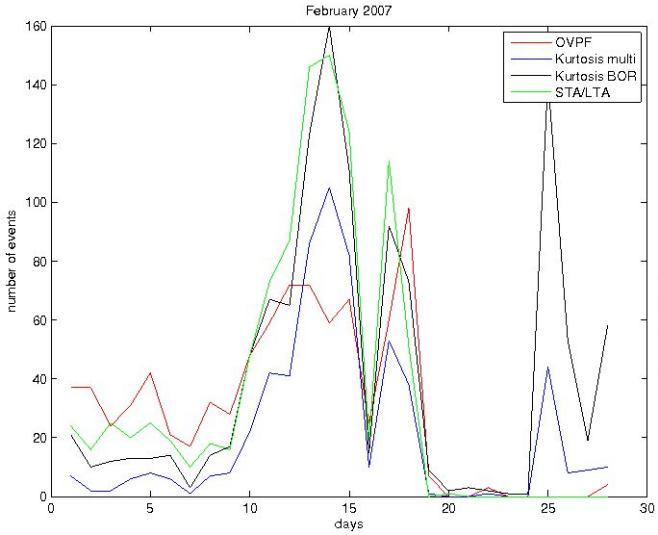


Figure 3.45: *Taux de sismicité par jour pour le mois de Février 2007, i.e. nombre d'évènements détectés par chaque méthode par jour. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multi-stations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

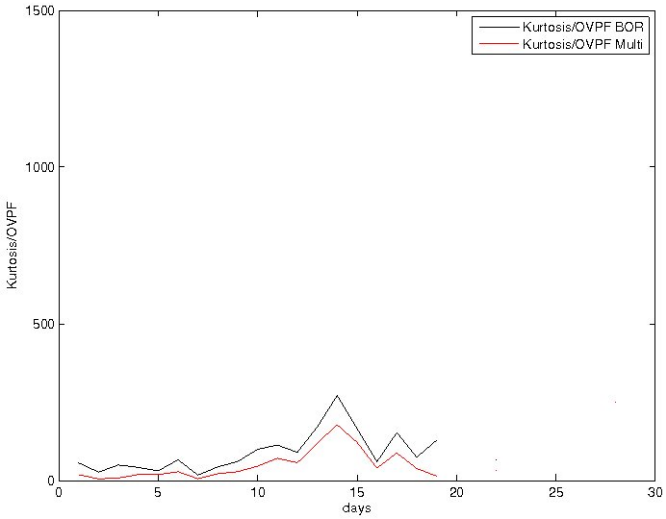


Figure 3.46: *Rapport entre le nombre de détection par le Kurtosis et le nombre de détections de l'observatoire pour le mois de Février 2007.*

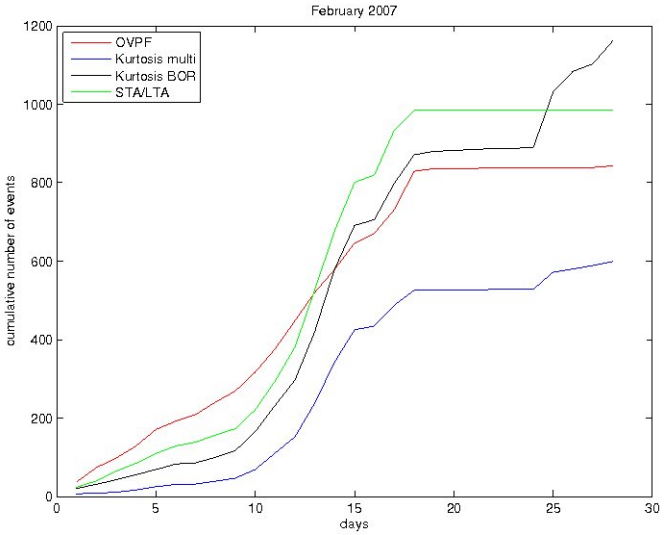


Figure 3.47: *Taux cumulés sur le mois de Février 2007 pour les différentes méthodes. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multistations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

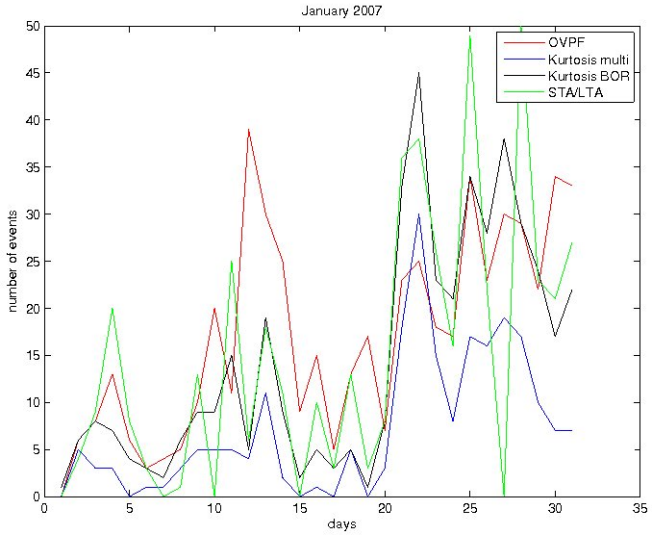


Figure 3.48: *Taux de sismicité par jour pour le mois de Janvier 2007, i.e. nombre d'évènements détectés par chaque méthode par jour. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multi-stations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

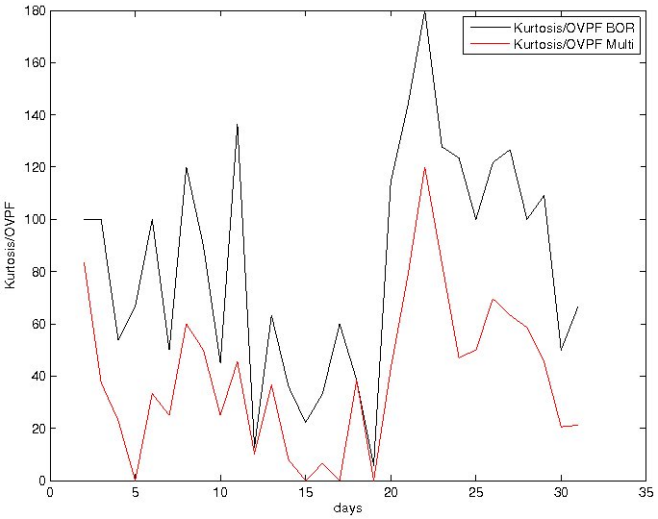


Figure 3.49: *Rapport entre le nombre de détection par le Kurtosis et le nombre de détections de l'observatoire pour le mois de Janvier 2007.*

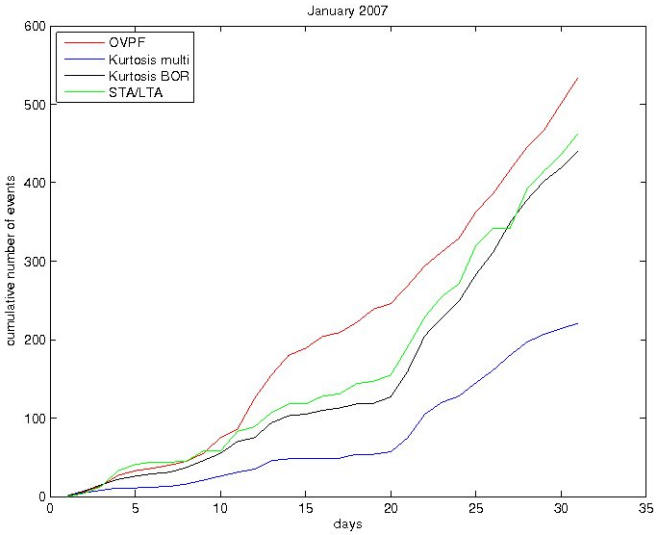


Figure 3.50: *Taux cumulés sur le mois de Janvier 2007 pour les différentes méthodes. Rouge : détection de l'OVPF, Noir : détection du Kurtosis sur BORZ, Bleu : détections du Kurtosis en multistations, Vert : détections par la méthode STA/LTA.*

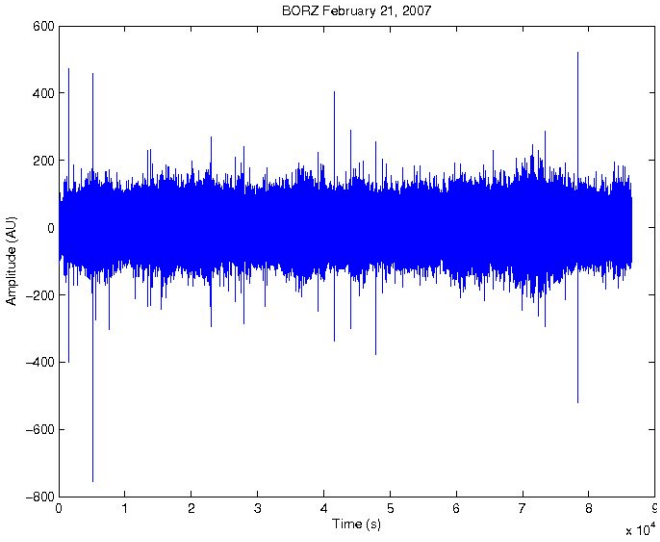


Figure 3.51: *Trace sismique observée sur BORZ du 21 Février 2007.*

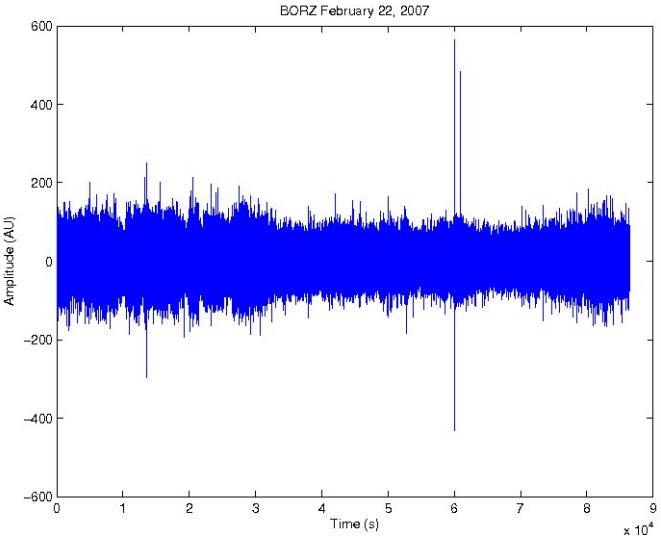


Figure 3.52: *Trace sismique observée sur BORZ du 22 Février 2007.*

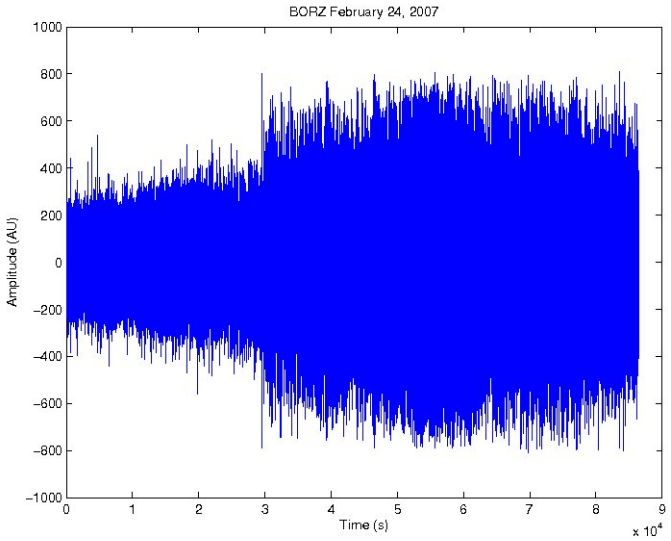


Figure 3.53: *Trace sismique observée sur BORZ du 24 Février 2007.*

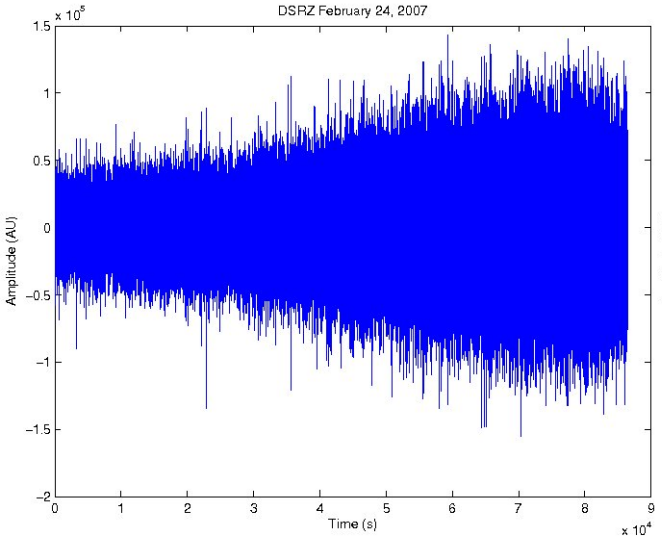


Figure 3.54: *Trace sismique observée sur DSRZ du 24 Février 2007.*

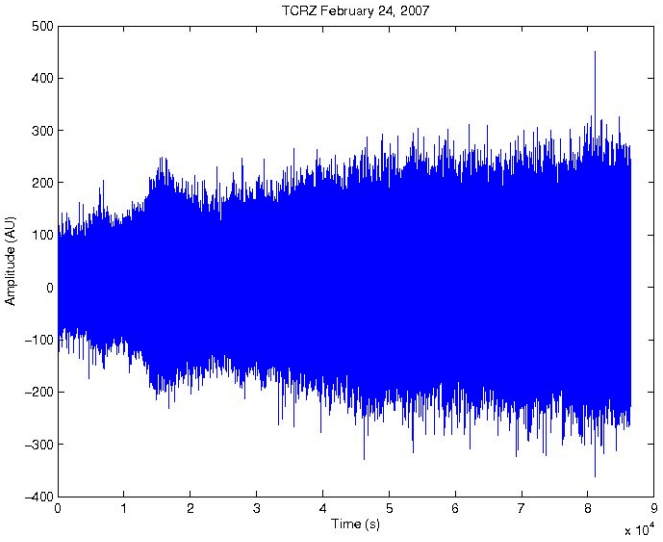


Figure 3.55: *Trace sismique observée sur TCRZ du 22 Février 2007.*

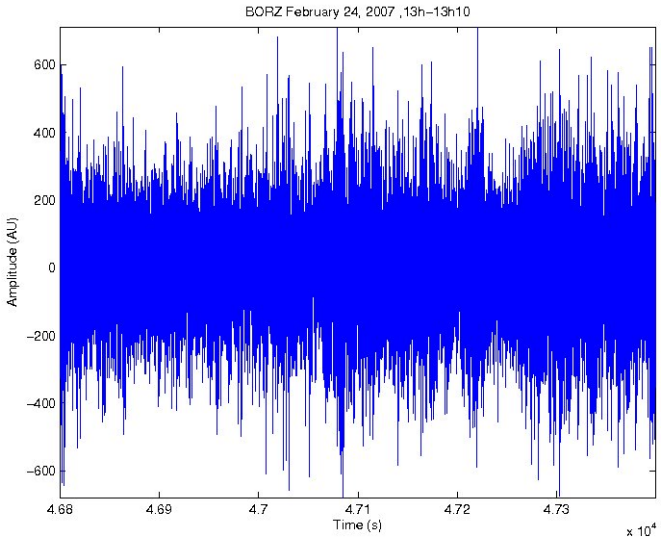


Figure 3.56: *Trace sismique observée sur BORZ du 24 Février 2007 de 13h à 13h10 GMT.*

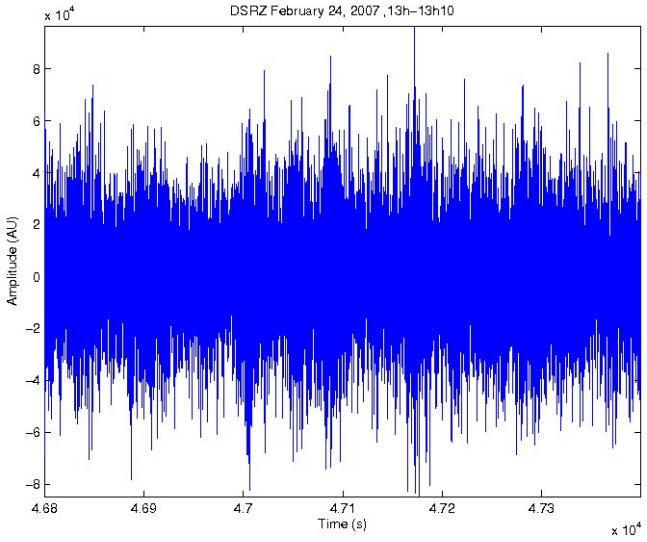


Figure 3.57: *Trace sismique observée sur DSRZ du 24 Février 2007 de 13h à 13h10 GMT.*

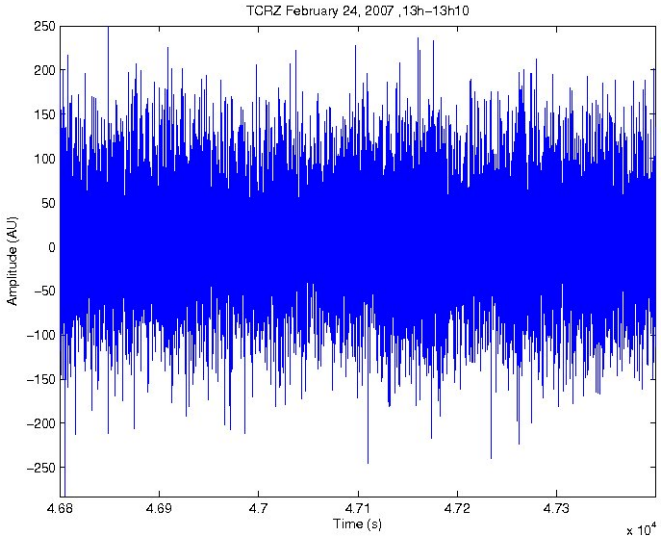


Figure 3.58: *Trace sismique observée sur TCRZ du 22 Février 2007 de 13h à 13h10 GMT.*

Conclusion partielle : Les résultats de détection obtenus de manière automatique en utilisant l'indice de Kurtosis sont très proches de ceux obtenus manuellement par l'observatoire du Piton de la Fournaise et montrent une corrélation toujours supérieure à 97% quelles que soient les périodes considérées (c.f. tableau 3.3). Les résultats obtenus par les différentes méthodes manuelle et automatiques sont équivalents lors des périodes intér-éruptives et/ou peu bruitées. Si le bruit est trop important comme ça a été le cas lors du passage du cyclone Gamède, la méthode de détection automatique basée sur l'indice de Kurtosis permet d'isoler des évènements non-détectés par la méthode du STA/LTA ou manuellement (le bruit étant trop important pour que les deux méthodes puissent réaliser une détection fiable). Enfin la mise en place d'une méthode multi-stations permet de corriger des effets locaux observés à l'échelle d'une seule station (exemple du 3 mars 2007 sur BORZ).

La méthode de détection automatique utilisant l'indice de Kurtosis se démarque donc par sa simplicité et sa fiabilité.

3.3.6 Etude de sensibilité

Dans ce paragrahe nous chercheront à determiner un seuil de kurtosis tel que les détections obtenues coïncident au mieux avec les observations réalisées par l'Observatoire du Piton de la Fournaise.

La taille de la fenêtre de Kurtosis glissant est définie par rapport à la taille du plus petit VT existant. Prendre une fenêtre plus petite expose à détecter plus de bruit, de plus la taille de la fenêtre doit contenir suffisamment de signal afin que la portion de signal considérée soit significative et suffisante pour que le signal puisse être caractérisé. Il n'est donc pas question de réduire la taille de cette fenêtre, l'augmenter accroit considérablement le temps de calcul et influe sur la précision du temps de détection mais pas sur le nombre de détections. Le pas selon lequel on fait avancer le Kurtosis glissant n'a pas d'influence sur la détection elle-même mais sur la précision du temps de détection, ce n'est pas notre but premier ici. De plus réduire le pas augmente significativement la durée de calcul pour un paramètre de précision dont on n'a pas besoin pour notre étude. Ainsi le seul paramètre que nous allons faire varier afin d'étudier la sensibilité de détection de notre méthode sera le seuil de l'indice de Kurtosis considéré.

Dans un premier temps, des détections automatiques sont réalisées pour des seuils variant en 3 et 4.5 pour un pas de 0.1 sur la journée test du 21 Juin 2000. Les détections sont alors comparées à la série de détections manuelles réalisée aupravant qui sert de série de référence après avoir été filtrée par la magnitude de complétude. Cette dernière est calculée selon la méthode de "maximum curvature" (cf annexe 7.2). La magnitude de complétude du catalogue de détections manuelles pour le 21 Juin 2000 est 0.7 et celle associée à notre méthode de détection est de 1.4. La figure 3.59 montre que plus le seuil est élevé plus le nombre d'évènements manqués augmente et plus le nombre de fausses détections est faible. En effet, pour un seuil de 3, 3% des évènements sont manqués par la méthode de détection basée sur l'indice de Kurtosis contre 15% pour un seuil de 4.5. Le pourcentage de fausses détections passe quant à lui de 5 à 3 % lorsque le seuil varie de 3 à 4.5. Augmenter l'indice de Kurtosis comme seuil de détection permet de mieux isoler les détections du bruit mais ceci au dépend des plus petits VT ou des VT émergents dont la statistique peut être plus proche de celle du bruit.

Le seuil optimal que l'on recherche doit permettre de minimiser à la fois les fausses détections et le nombre d'évènements manqués. La fonction coût à minimiser est donc une somme des deux fonctions coût précédentes :

$$Cost = \alpha Cost_{missing} + (1 - \alpha) Cost_{false} \tag{3.7}$$

Où $Cost$ est la fonction coût finale, $Cost_{missing}$ et $Cost_{false}$ les fonctions coût associées respectivement aux détections manquées et fausses et α le coefficient de pondération avec α compris entre 0 et 1.

Cette somme peut être pondérée, equation 3.7, selon que l'on souhaite plutôt éviter les fausses détections ou plutôt éviter de manquer des détections (figure 3.59).

Choisir α proche de 1 permet de donner plus d'importance à la partie de la fonction coût qui représente les détections manquées et moins à celle qui représente les fausses détections.

Pour $\alpha = 0.5$, le seuil optimal est compris entre 3.4 et 3.5. Pour $\alpha = 0.7$, i.e. on préfère manquer un minimum d'évènements au risque de voir apparaître de fausses détections, le seuil reste compris entre 3.4 et 3.5. Si au contraire on choisi d'éviter au maximum les fausses détections en prenant $\alpha = 0.3$ alors le seuil optimal est de 3.8.

La distribution des écarts temporels des temps de détection entre notre méthode et les pointés manuels est aussi étudiée (figure 3.60). La figure 3.60 met en évidence un élargissement de la distribution, une augmentation du nombre d'évènements rares, lorsque le seuil augmente. Un seuil trop grand ne permet pas de détecter les évènements avec précision, du fait de l'émergence de certains signaux.

Toutes ces observations sont confirmées par une étude d'un plus grand nombre de détections, à l'échelle d'un mois complet (figure 3.61).

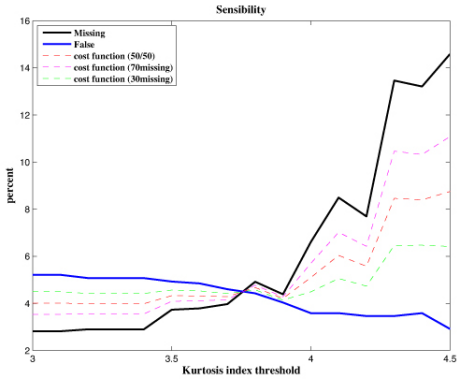


Figure 3.59: *Pourcentage de fausses détections (bleu) et de détections manquantes (noir) pour la journée test du 20 Juin 2000 pour des seuil d'indice de Kurtosis variant de 3 à 4.5. Les courbes pointillées correspondent aux fonctions coût estimées en accordant un poids égal aux fausses détections et aux détections manquantes (rouge), plus de poids à la fonction coût des fausses détections (70%, vert) et plus de poids à la fonction coût des détections manquantes (70%, rose).*

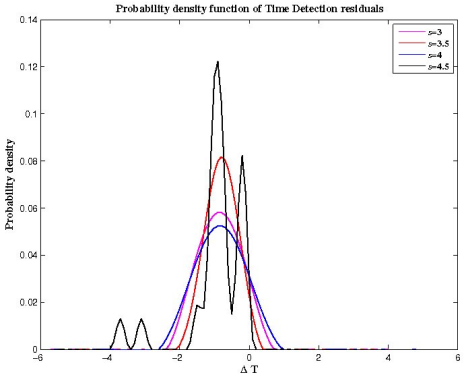


Figure 3.60: *Densité de probabilité des décalges temporels entre détections manuelles de référence et détections réalisées sur la base de l'indice de Kurtosis sur la journée test du 21 Juin 2000. Pour simplifier seuls sont représentés les seuils 3 (rose), 3.5 (rouge), 4 (bleu) et 4.5 (noir).*

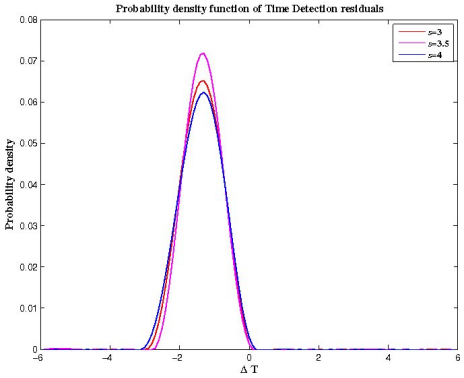


Figure 3.61: *Densité de probabilité des décalges temporels entre détections manuelles de référence et détections réalisées sur la base de l'indice de Kurtosis sur le mois de Février 2007. Pour simplifier seuls sont représentés les seuils 3 (rose), 3.5 (rouge) et 4 (bleu).*

Afin de chercher s'il existe un seuil tel que les détections automatiques se superposent aux détections faites manuellement à l'OVPF, on représente les taux cumulés sur les 4 mois précédents l'éruption d'Avril 2007 et l'effondrement du cratère BORY. Les taux bruts, i.e. non-filtrés par rapport à la magnitude de complétude et les taux après filtrage par la magnitude de complétude sont comparés (figures 3.62 et 3.63 et tableau 3.4). Sur la station BOR la corrélation est très bonne entre les taux de l'observatoire et ceux obtenus par la méthode de l'indice de Kurtsosis en dehors de la période de passage du cyclone Gamède entre les 23 et 28 Février 2007. Le passage du cyclone crée en effet un artéfact au niveau des stations. Cependant les anomalies apparaissent de manière aléatoire et indépendante sur chaque station elles sont donc gommées lorsque l'on considère plusieurs stations ensemble (figure 3.62). Dans ce cas, corrélation et RMS sont meilleurs pour les détections faites en STA/LTA que par la méthode de l'indice de Kurtosis. Cependant, pour tout travail d'analyse sur la sismicité la magnitude de complétude doit être prise en compte. Il s'agit d'une étape fondamentale du traitement des données sismiques. La magnitude de complétude est définie comme la plus petite magnitude telle que 100% des évènements dans un volume spatio-temporel donné soient détectés. La

magnitude de complétude est déterminé selon la méthode de "Max Curvature" (c.f. annexe 7.2), elle est de 0.3 pour le catalogue de l'observatoire et de 1.4 en magnitude d'énergie pour le catalogue de détections obtenues par la méthode de l'indice de Kurtosis. Les données de détection en STA/LTA ne permettent pas de déterminer de manière automatique une magnitude, le catalogue ne peut donc pas être filtré. Il sera malgré tout représenté sur les figures en guise de comparaison. L'introduction de la magnitude de complétude dans le catalogue permet d'effacer l'effet du passage du cyclone Gamède sur la station BORZ. Les taux de corrélation ainsi que la RMS entre les taux de l'observatoire et les taux obtenus par l'indice de Kurtosis sont améliorés par la prise en compte de la magnétude de complétude. Les taux de corrélation sont supérieurs à 0.9943 quel que soit le seuil considéré. La RMS est meilleure pour un seuil de détection de 3 ainsi que la corrélation entre les taux (tableau 3.4). Le passage en multistation tend à réduire grandement le nombre d'évènements considéré mais la corrélation entre l'observatoire et la méthode automatique reste supérieure à 99%. Notons que les évènements déterminés manuellement à l'observatoire sont pointés sur la station BOR. Les taux obtenus par la méthode du STA/LTA restent bien corrélés à ceux de l'observatoire mais la RMS augmente grandement par rapport à la situation où la magnitude de complétude n'est pas prise en compte.

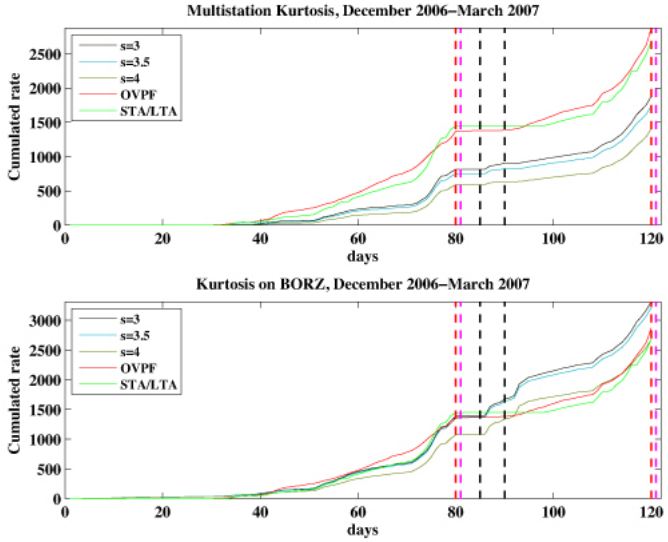


Figure 3.62: *Taux de sismicité bruts obtenus par différentes méthodes de détection versus taux de l'observatoire pour la période de Décembre 2006 à Mars 2007. Les éruptions sont indiquées par les pointillés rouge (début) et rose (fin), les pointillées noir délimittent le passage du cyclone Gamède.*

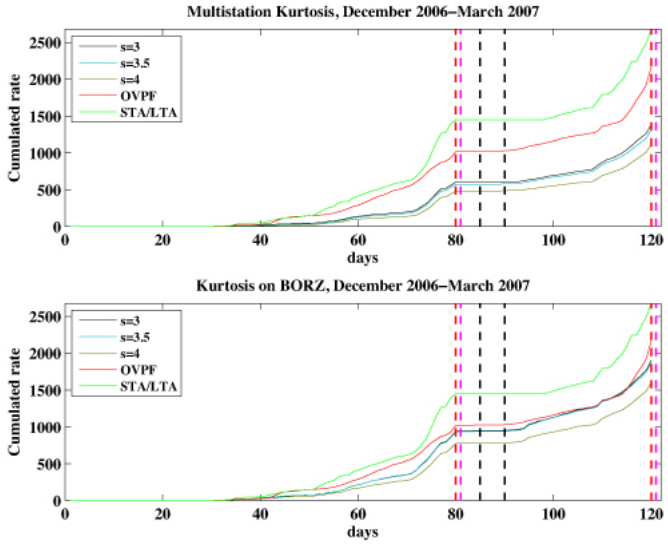


Figure 3.63: *Taux de sismicité filtrés mar la magnitude de complétude obtenus par différentes méthodes de détection versus taux de l'observatoire pour la période de Décembre 2006 à Mars 2007. Les éruptions sont indiquées par les pointillés rouge (début) et rose (fin), les pointillées noir délimittent le passage du cyclone Gamède.*

.	No Mc					
	CORR			RMS		
	3	3.5	4	3	3.5	4
OK	0.9926	0.9921	0.9894	427	481	616
OKB	0.9868	0.9871	0.9840	272	237	152
OS	0.9960			83		
.	Mc					
	CORR			RMS		
	3	3.5	4	3	3.5	4
OK	0.9917	0.9911	0.9898	310	332	409
OKB	0.9952	0.9950	0.9943	75	80	184
OS	0.9972			262		

Table 3.4: *Tableau représentant les corrélations (CORR) et RMS (RMS) entre taux de l'Observatoire et taux obtenus par la méthode de l'indice de Kurtosis en multistation (OK) et sur BORZ (OKB) pour différents seuils d'indice de Kurtosis et entre taux de l'Observatoire et STA/LTA (OS). Les coorélations et RMS sont estimés sur les taux no filtrés par la magnitude de complétude (no Mc) puis filtrés par la magnitude de complétude (Mc).*

On constate de plus que prendre un seuil de 3 ou de 3.5 n'influe que peu sur les résultats, la corrélation avec les taux de l'observatoire et de 0.9952 et 0.9950 respectivement et la RMS de 75 et 80 respectivement. La figure 3.64 représente la différence de nombre d'évènements détectés pour un seuil de 3 ou 4 par rapport au nombre d'évènements détectés pour un seuil de 3.5 considéré comme référence. Lors des périodes intersismique la différence entre les détections pour différents seuils est faible, elle augmente de plus en plus avant les éruptions alors que le nombre d'évènements et en particulier de petits évènements augmente.

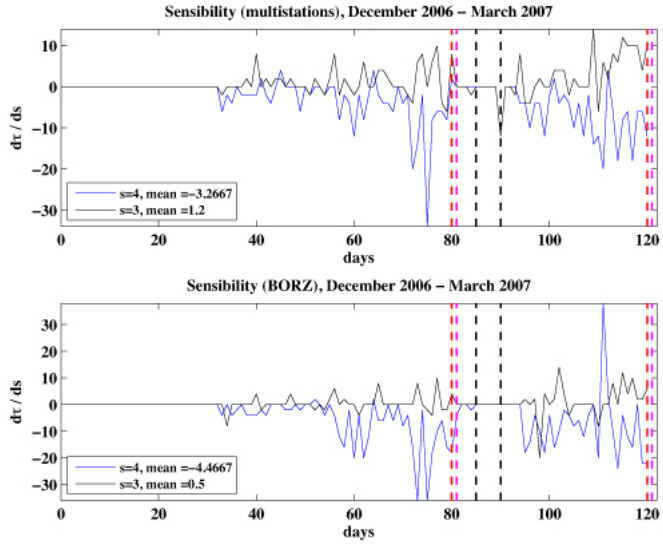


Figure 3.64: *Différence entre le nombre d'évènements détectés pour un seuil d'indice de Kurtosis de 3 (noir) ou de 4 (bleu) par rapport à un seuil de 3.5.*

3.3.7 Conclusion sur la mesure des taux

Une étude statistique permet de mettre en évidence le potentiel de détectabilité de l'indice de Kurtsosis. L'indice de Kurtosis permet aisément d'isoler un évènement du bruit ambiant il est plus difficile de caractériser avec précision des évènements dont la statistique est proche comme c'est le cas pour les VT et les RF. L'approche de détection par l'indice de Kurtosis est alors complétée par une étude statistique de caractérisation des signaux basée sur la corrélation entre les spectres des différents type d'évènements et un spectre de référence calculé comme un spectre moyen d'évènements de référence détectés manuellement.

Une méthode de détection basée sur l'indice de Kurtosis peut alors être mise en place. la méthode permet outre la détection de VT en considérant une ou plusieurs stations, la détermination de la magnitude de durée et d'énergie associée à l'évènement. La magnitude obtenue est relative à la méthode et sa valeur ne doit être considérée que relativement aux autres détections obtenues par la même méthode. Les taux obtenus sont alors comparés à ceux de l'observatoire du Piton de la Fournaise et présente une corrélation de plus 99.5%. La très bonne corrélation entre les détections de l'observatoire et celle obtenues par utilisation de l'indice de Kurtosis montre que les propriétés statistiques de la série temporelle de taux de l'observatoire est stationnaire. C'est une qualité très importante pour l'analyse mécanique ultérieure, qui sera basée sur ces taux. Les taux obtenus par la méthode STA/LTA bien que présentant une bonne corrélation avec ceux de l'observatoire ne seront plus considérés par la suite du fait de l'impossibilité de juger dela qualité du catalogue et de déterminer une magnitude de complétude associée.

La méthode s'avère être prometteuse tant pour la détection que pour le pointé plus précis d'évènements quels qu'ils soient. En effet, on remarque que le debut du signal est caractérisé par un saut de Kurtosis, ce saut peut être identifié avec précision en utilisant par exemple la dérivée de l'indice de Kurtosis le long du signal (Gentili and Bragato, 2006; Gentili and

Michelini, 2006). Plus récemment Langet et al. (2014) ont mis au point une méthode de détection et de localisation par migration des formes d'ondes. La méthode de détection des premières arrivées utilise le kurtosis. Même si la méthode s'avère plus efficace pour dissocier les évènements les uns des autres dans le cas d'essaims de séismes il n'en reste pas moins compliqué de séparer les évènements rapprochés dans le temps.

3.4 Variation temporelle et significativité des taux

L'objectif de ce paragraphe est de quantifier la part de variation de la sismicité qui peut être considérée comme significative d'un comportement anormal ou du moins d'un changement de comportement au sein de l'édifice volcanique.

On a vu que les séries temporelles de séismes pouvaient être caractérisées par leur taux d'occurrence, à savoir ici le taux de sismicité qui donne le nombre d'occurrences par unité de temps. Ce taux varie dans le temps. Dans le cas de la sismicité, on observe une forte augmentation du taux après un gros évènement, ce sont les "aftershocks". Si des variations du taux de sismicité sont observées, il faut les comprendre et les caractériser dans le but d'améliorer les prédictions de séismes ou d'éruptions volcaniques (c.f. séisme de L'Aquila le 6 Avril 2009). Cependant, les variations de taux peuvent être faibles, il faut dès lors être capable de définir quelles variations sont réelles et pertinentes. D'une part, les mesures sont soumises à erreur et d'autre part, si on considère le processus comme aléatoire il est normal qu'il existe des variations au cours du temps. Ainsi un des problèmes majeurs qui se pose ici est d'extraire les variations significatives d'un changement de régime.

Au niveau des zones de faille ou des volcans on observe de nombreux séismes de petite taille ou de taille moyenne. Comme vu précédemment, l'occurrence des séismes même les plus petits a une signification en termes de variation de contraintes. Ainsi leur taux d'apparition est le reflet de l'état de contrainte des matériaux sous-jacent. Cet état de contrainte ne peut pas être mesuré directement. Ces petits séismes sont donc la source essentielle d'information concernant l'état mécanique des zones sismogénes de la croûte. Les changements de taux de sismicité peuvent être corrélés à des modifications du champ de contraintes.

L'idée est donc d'être capable de quantifier les changements dans le taux de sismicité, à savoir : les changements observés sont-ils statistiquement pertinents ? Cette question est d'une importance fondamentale pour identifier les phénomènes précurseurs le plus tôt possible.

Le taux de sismicité mesuré au temps t n'est qu'une réalisation du processus aléatoire générateur de sismicité et non le vrai taux. En effet, l'occurence des séismes en période intersismique peut être considérée comme un processus Poissonien. Ainsi observer plus de séismes à un temps $t + \Delta t$ qu'à un temps t ne signifie pas nécéssairement que le taux de sismicité à varié mais peu simplement être le fruit du hasard (processus aléatoire considéré comme Poissonnien ici). On peut alors chercher la probabilité que le taux augmente de plus d'un ratio r, ce qui revient à chercher :

$$
\begin{aligned}
P\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_b} > r\right) &= P\left(\lambda_a > \lambda_b r\right) \\
P\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_b} > r\right) &= 1 - \frac{1}{n_a! n_b!} \int_0^\infty \exp^{-X} X^{n_b} dX \int_0^{rX} \exp^{-X} X^{n_a} dX \\
P\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_b} > r\right) &= 1 - \frac{1}{n_a! n_b!} \int_0^\infty \exp^{-X} X^{n_b} dX \Gamma(n_a + 1, rx)
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

Avec $\Gamma(n,x) = \int_0^x \exp^{-t} t^{n-1} dt$.Notons que si les deux intervalles de temps sont différents, Δt_a et Δt_b, on a $\Gamma(n_a + 1, rx\frac{\Delta t_a}{\Delta t_b})$.

La mesure de la significativité peut alors se faire via l'expression de deux nombres $\mathcal{P}$ et γ (Marsan and Nalbant, 2005).

On considère que si $r > 1$ il y a activation et si $r < 1$ il y a inhibition. On note $\mathcal{P}$ la probabilité : $\mathcal{P} = P\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_b} > 1\right)$. Pour plus de simplicité on choisira par la suite $\Delta t_a = \Delta t_b = \Delta t$. Dans ce cas si $n_a = n_b$ alors $\lambda_a = \frac{\lambda_a}{\Delta t} = \frac{n_b}{\Delta t} = \lambda_b$ et $\mathcal{P} = P(\lambda_a = \lambda_b) = 0.5$ ce qui correspond au maximum de recouvrement entre les deux densités de probabilité. L'hypothèse nulle utilise $\lambda_a = \lambda_b$ et $\mathcal{P}$ suit alors une loi uniforme entre 0 et 1. On peut alors tester si la valeur mesurée de $\mathcal{P}$ pour chaque cas peut être expliquée ou non par l'hypothèse nulle de non-changement de taux. On introduit alors le paramètre γ qui permet d'appréhender la proximité de la valeur de $\mathcal{P}$ de l'hypothèse nulle.

- Si $\mathcal{P} < 0.5$, il existe une diminution d'activité et on introduit $\gamma = \log \mathcal{P}$
- Si $\mathcal{P} > 0.5$, il existe une augmentation d'activité et on introduit $\gamma = -\log(1 - \mathcal{P})$.

Par exemple si $\mathcal{P} = 10^{-3}$ alors $\gamma = -3$ et il existe 10^{-3} chances que la diminution observée soit dûe au hasard. Si $\mathcal{P} = 0.999$ alors $\gamma = +3$ et il existe 10^{-3} chances que l'augmentation observée soit dûe au hasard.

Si on cherche un niveau de confiance de 95% on cherche $\mathcal{P} < 0.025$ ou $\mathcal{P} > 0.975$ et alors $|\gamma_r| = 1.6$ comme valeur palier ($|\gamma| < |\gamma_r|$). Si on cherche un niveau de confiance de 99% alors $|\gamma_r| = 2.3$.

Jusqu'à présent on a comparé λ_a à λ_b en considérant que si il n'y a pas changement du taux de sismicité de fond au cours du temps. Dans ce cas n_a est une réalisation du même procédé aléatoire que celui qui a engendré n_b. Ceci doit être réalisé si l'activité sismique n'est pas stationnaire. C'est le cas notamment si il existe plusieurs chocs principaux qui se superposent. Par exemple un premier choc M1 est suivit d'un second chos, M2. Comment évolue la sismicité entre les deux et notamment comment a évolué la sismicité associée à M1 ? M1 est en effet suivi d'une série de répliques dont il faut comprendre l'évolution afin de pouvoir extraire l'activité de fond et pourquoi pas l'activité précurseur de M2. Pour cela il faut dans un premier temps "déclusteriser" le jeu de données afin de faire ressortir la partie stationnaire des données (Marsan, 2003). Il faut cependant être précautionneux car enlever les "aftershocks" n'est pas nécessairement une bonne chose en fonction de ce que l'on cherche à démontrer. il faut ensuite être capable de modéliser le processus qui génère les séisme et son évolution au cours du temps sur la base de la connaissance que l'on a sur des périodes inter-sismiques ou non-éruptives. Ce modèle permet ensuite de trouver une estimation de la distribution théorique du taux de sismicité si aucun autre changement n'est appliqué.

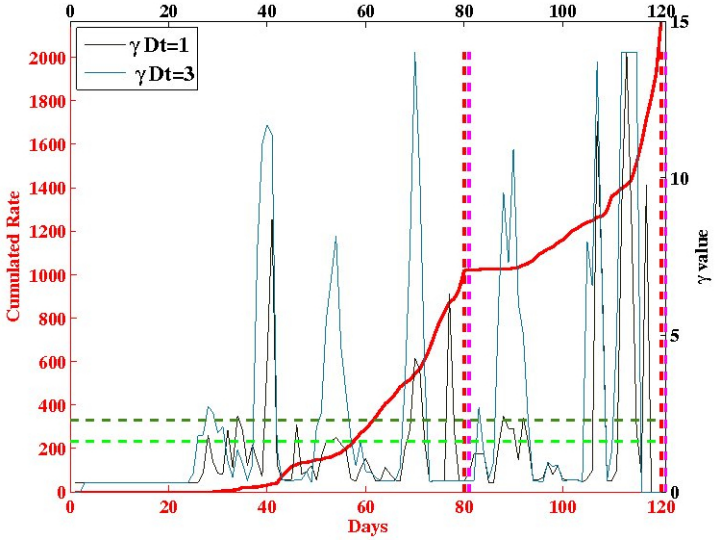


Figure 3.65: *Statistique Gamma appliquée aux taux de l'OVPF pour la période du 01 Décembre 2006 au 31 Mars 2007.*

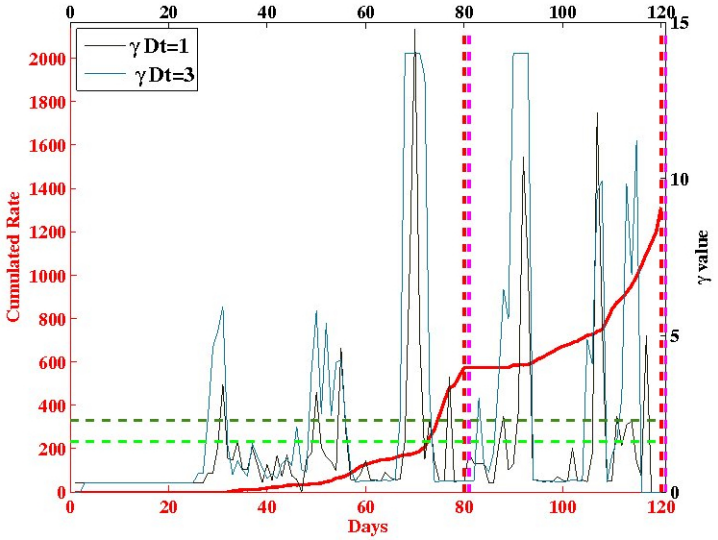


Figure 3.66: *Statistique Gamma appliquée aux taux obtenus par la méthode de l'indice de Kurtosis en multistations pour la période du 01 Décembre 2006 au 31 Mars 2007.*

Chapter 4

Endommagement au sein d'un édifice volcanique

Contents

4.1 Modélisation de la pressurisation et de la réaction de l'édifice . . 122
4.1.1 Modèle géométrique 122
4.1.2 Prise en compte de l'endommagement dans la modélisation des déplacements 124
4.1.3 Modèle de référence et étude de sensibilité du modèle 132
4.2 Estimation des paramètres du modèle 146
4.2.1 Méthode d'inversion 146
4.3 Article - A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes. 152
4.3.1 Introduction 152
4.3.2 Data 154
4.3.2.1 Seismicity Data 154
4.3.3 Model 157
4.3.3.1 Reference elastic model and implications 157
4.3.3.2 Effective Young's modulus and damage models 161
4.3.3.3 Effects of source, material and damage parameters on surface deformation 163
4.3.4 Inversion 165
4.3.5 Results and Discussion 168
4.3.6 Conclusion 171
4.4 Variabilité des comportements pré-éruptifs des édifices pressurisés soumis à un endommagement 181
4.4.1 Interprétation d'une vitesse de déplacement horizontal constante sur la caldera du Grimsvötn, 2004-2011 181
4.4.2 Etude de la dynamique des déformations de surface pendant les périodes pré-éruptives et éruptives 185
4.5 Conclusion 201

Introduction

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à comprendre les déplacements de surface mesurés par un réseau GPS permanent, en particulier à l'aide des déplacements enregistrés par le réseau GPS permanent de l'Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise. Nous allons étudier un aspect particulier de la déformation d'un édifice volcanique en période pré-éruptive, période pendant laquelle on observe fréquemment une accélération de la sismicité enregistrée. Ce phénomène est parfois accompagné d'une accélération de la déformation enregistrée en certaines stations GPS bien situées, ou en certaines stations inclinométriques (Schmid et al., 2012). Une telle accélération n'est pas anodine dans la mesure où un calcul simple réalisé à partir d'un modèle élastique d'édifice volcanique déformé par un réservoir pressurisé montre que, si l'édifice reste élastique, il existe toujours une position d'équilibre garantissant qu'un déplacement de surface limite soit atteint (Lengliné et al., 2008). Une accélération de la déformation de surface implique donc que l'édifice ne reste pas élastique linéaire, au moins en partie. Comment peut-on rendre compte de cet écart à l'élasticité linéaire et expliquer une accélération du déplacement de surface? En élasticité le déplacement est proportionnel à la contrainte et inversement proportionnel au module élastique (module d'Young, ou module de cisaillement). A contrainte constante une diminution de module élastique induit donc une augmentation du déplacement. Une diminution de module élastique est-elle envisageable? Elle est possible si l'on peut considérer que l'édifice peut s'endommager avec la déformation. Or la sismicité témoigne d'une déformation anélastique dans l'édifice. Elle peut donc éventuellement témoigner de l'affaiblissement progressif de l'édifice sous l'effet de la contrainte; on peut chercher à quantifier l'endommagement à partir de la sismicité. Cela conduit à envisager d'expliquer l'évolution temporelle de la déformation, comportant éventuellement une accélération pré-éruptive, à l'aide d'un modèle élastique non-linéaire, les modules élastiques étant dépendants de l'endommagement de l'édifice, contrôlé par la sismicité.

D'autres approches pourraient être envisagées pour expliquer cette évolution temporelle de la déformation de surface. On pourrait considérer par exemple que tout géomatériau, et donc en particulier un édifice volcanique, puisse être représenté par un modèle visco-élastique pour lequel la viscosité pourrait baisser avec le temps ou la déformation; mais la justification physique d'un tel modèle est à prouver. Un modèle visco-élastique de type Kelvin a un comportement élastique à long terme et donc converge vers une déformation limite contrôlée par les modules élastiques; un modèle visco-élastique de type Maxwell ou Burgers a à long terme un comportement de fluide visqueux avec une déformation à vitesse constante inversement proportionnelle à la viscosité du fluide. Une diminution de cette dernière pourrait donc conduire à une accélération du déplacement de surface, mais pas une diminution de la viscosité équivalente du solide dans un modèle de Burgers.

On peut également envisager l'effet d'une rhéologie élasto-plastique de l'édifice sur la dynamique des déplacements de surface lorsque l'édifice est pressurisé. D'une part l'introduction d'une discontinuité dans la loi de comportement n'est pas favorable à la résolution stable des équations différentielles qui régissent cette dynamique; d'autre part l'endommagement, qui est introduit dans le modèle comme une diminution progressive des modules élastiques, correspond en réalité à une augmentation de la déformation plastique et rend compte de la plastification progressive de l'édifice - mais l'endommagement introduit comme une diminution des modules élastiques reste une transformation réversible. Une rhéologie élasto-plastique peut donc être vue comme un cas extrême et instantané d'endommagement.

On pourrait également penser à introduire une loi de comportement du matériau constituant l'édifice dépendant à la fois de la déformation et de sa vitesse ("rate-and-state"), ce qui constituerait une généralisation des lois de comportement évoquées précédemment. Nous verrons par la suite si la simple introduction d'une loi de comportement élastique non-linéaire avec un endommagement dépendant de la sismicité peut s'avérer suffisante pour expliquer les déplacements de surface mesurés (notamment leurs ordres de grandeurs et constantes de temps), ou si au contraire il est nécessaire d'envisager une loi de comportement plus complexe. Une approche d'endommagement semble donc être un bon point d'entrée dans l'étude de l'effet que peut avoir l'introduction d'une non-linéarité dans les lois qui décrivent le comportement rhéologique de l'édifice. Nous étudierons ensuite quelles peuvent être les conséquences d'un affaiblissement de l'édifice, notamment sur la pression dans le réservoir et le flux de magma entrant.

Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons donc l'approche suivie, notamment dans le cadre de l'article "A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes" (Carrier et al., 2015), dans lequel l'étude des conséquences de l'affaiblissement de l'édifice lors de la phase pré-éruptive est développée. Certains aspects complémentaires, concernant notamment le choix des lois et méthodes utilisées dans l'article, seront explicités dans la partie qui précède. L'article lui-même contient l'essentiel des résultats et conclusions. Dans la partie qui suit, nous verrons également que cette approche permet d'expliquer un large éventail de comportements pré-éruptifs.

4.1 Modélisation de la pressurisation et de la réaction de l'édifice

4.1.1 Modèle géométrique

Nous désirons calculer les déplacements de surface dus à la pressurisation d'un édifice volcanique. Pour cela nous devons d'abord disposer d'un modèle physique de source de pression. Lengliné et al. (2008) ont montré qu'un modèle mécanique simple pouvait être utilisé pour expliquer les déformations mesurées sur les volcans de Hawaii et du Piton de la Fournaise avant 2000. Le modèle utilisé par Lengliné et al. (2008) est constitué d'une part d'un modèle géométrique (Figure 4.1) permettant de représenter la pressurisation d'un édifice parfaitement élastique, et d'autre part d'un modèle de sismicité. On considère que la seule cause de déformation de l'édifice est la pressurisation d'un réservoir contenu dans l'édifice volcanique. Dans notre étude, nous allons utiliser ce modèle géométrique.

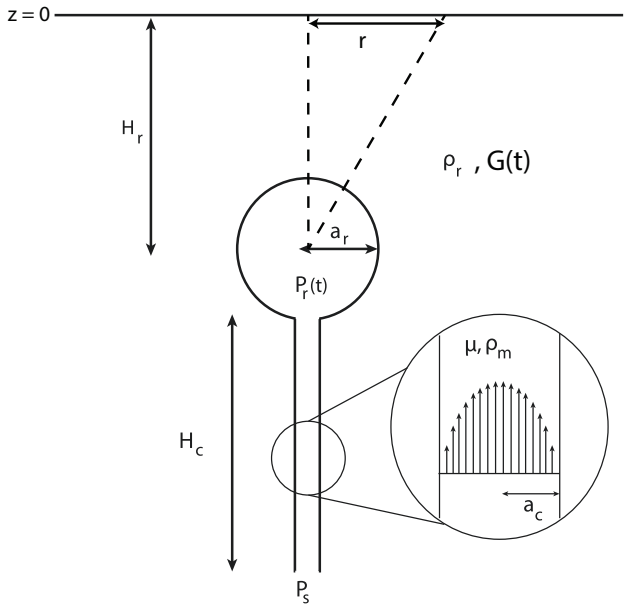


Figure 4.1: *Représentation schématique du modèle utilisé dans cette étude pour déterminer les déformations de surface. Un réservoir magmatique sphérique de rayon a_r est situé à une profondeur H_r. Ce réservoir est mis en pression par l'alimentation en magma de viscosité μ et de densité ρ_m à travers un conduit de rayon a_c dans un demi-espace élastique infini de densité ρ_r et de module de cisaillement $G(t)$, variable avec le temps t. La source de magma est située à la base du conduit, à une pression P_s constante. La pression dans la chambre est notée $P_t(t)$.*

L'édifice étant considéré comme parfaitement élastique, la variation de volume du réservoir est liée à la surpression à l'intérieur de cette dernière (Delaney and McTigue, 1994):

$$\Delta V_{in}(t) = \Delta P(t) \frac{\pi a_r^3}{G} \tag{4.1}$$

où G est le module de cisaillement.

On considère que le magma qui traverse le conduit cylindrique a un flux laminaire décrit par une loi de Poiseuille. On suppose qu'il n'existe pas de perte de volume de magma, et que toute

variation du volume de la cavité correspond à une variation identique du volume de magma. On peut donc égaler l'expression du débit issue de la loi de Poiseuille à la variation temporelle du volume de la cavité, et on obtient l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\Delta P(t)}{dt} = \frac{Ga_c^4}{8\mu H_c a_r^3}(P - \Delta P(t)) \tag{4.2}$$

où $P = \Delta P_s - \Delta P_r^0 + (\rho_r - \rho_m)gH_c)$ est un terme constant correspondant à la surpression lorsque la cavité est à l'équilibre. L'équation 4.2 peut être alors simplement résolue et on obtient l'évolution de la surpression dans la chambre au cours du temps:

$$\Delta P(t) = P(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{4.3}$$

où

$$\tau = \frac{8\mu H_c a_r^3}{Ga_c^4} \tag{4.4}$$

est la constante de temps du système d'approvisionnement. Les déplacements de surface peuvent alors être calculés à la verticale du toit du réservoir (axe du modèle) (Delaney and McTigue, 1994):

$$u_z^{max}(t) = \frac{(1-\nu)a_r^3}{GH_r^2} P(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{4.5}$$

et à une distance r de l'axe du modèle:

$$u_z(t,r) = u_z^{max}(t)[1 + (\frac{r}{H_r})^2]^{-3/2} \tag{4.6}$$

Seule l'amplitude du mouvement change lorsque l'on s'éloigne du toit du réservoir, l'évolution temporelle reste la même. Les équations 4.5 et 4.6 montrent que dans le cas élastique le modèle converge nécessairement vers une position d'équilibre.

Sur les volcans Hawaiiens, il a été observé que la déformation de l'édifice restait limitée alors que le taux de sismicité accélèrait. Afin d'expliquer la forme de la sismicité Lengliné et al. (2008) s'inspire des observations faites quelques années auparavant par Grasso and Bachelery (1995). En effet, la distribution temporelle de la sismicité est caractérisée par ces auteurs par une loi puissance, comme le sont les processus critiques auto-organisés (Grasso and Sornette, 1998). Les études de Garcimartin et al. (1997); Zapperi et al. (1997); Johansen and Sornette (2000) ont montré que l'évolution de l'endommagement avant une rupture suivait une loi puissance du type:

$$D = a + b(\sigma_c - \sigma)^{-\gamma} \tag{4.7}$$

où σ_c est la contrainte à la rupture et γ est compris entre 0 et 1.

Lengliné et al. (2008) ont fait l'hypothèse que l'endommagement cumulé était équivalent à la sismicité cumulée. Si $d\sigma/dt = cste$ alors l'endommagement et donc la sismicité suivent une loi puissance. Si la contrainte prend la forme $\sigma = P_0 - \Delta P(t)$, avec $\delta P(t)$ décrit par l'équation 4.3 et $P_0 = P_{litho}(z_r) + \Delta P_r^0$ alors l'endommagement et donc la sismicité suivent une loi exponentielle du type $D(t) = a + b'e^{\frac{\gamma t}{\tau}}$. Dans la pratique Lengliné et al. (2008) montrent qu'il est très difficile de déterminer si les données sont ajustées par une loi puissance ou une loi exponentielle, une

constatation qui peut s'expliquer par le fait que la pression augmente à peu près linéairement lorsqu'elle se rapproche de sa valeur limite. Déformation et sismicité ont donc fait l'objet de modélisations avec des points de vue différents du point de vue de l'endommagement, avec un modèle d'endommagement dépendant de la pression pour la sismicité, mais un modèle élastique parfait, donc non endommagé, pour la déformation - l'idée étant plutôt d'expliquer sismicité et déformation à l'aide d'un modèle de pressurisation unique. Cependant ce modèle n'explique pas certaines observations faites au Piton de la Fournaise qui montrent à la fois une accélération du taux de sismicité cumulé et une accélération de la déformation (c.f. figure 4.18, partie 4.3, (Carrier et al., 2015)).

4.1.2 Prise en compte de l'endommagement dans la modélisation des déplacements

Au lieu d'introduire l'endommagement dans le modèle uniquement pour expliquer la forme de la sismicité comme il a été fait précédemment par Lengliné et al. (2008) nous allons introduire l'endommagement comme un paramètre du modèle expliquant les déformations. Dans ce cas on n'utilise pas l'endommagement pour expliquer la loi de sismicité mais on utilise la sismicité afin de déterminer une loi d'endommagement.

Comme précédemment nous considérons que la sismicité est un témoin de l'endommagement de la structure de l'édifice. Cet endommagement a lieu graduellement dans le temps. L'endommagement témoigne de la rupture plus ou moins importante d'une partie de l'édifice. Endommagé, l'édifice perd de la rigidité et son module de cisaillement diminue. On ne considère donc plus le module de cisaillement comme une constante mais comme une variable. La variation de volume du réservoir magmatique s'écrit alors:

$$\Delta V_{in}(t) = \frac{\Delta P(t)}{G(t)} \pi a_r^3 \tag{4.8}$$

et l'équation différentielle 4.2 devient :

$$\frac{d\Delta P(t)}{dt} = \frac{G a_c^4}{8\mu H_c a_r^3}(P - \Delta P(t)) + \frac{\Delta P(t)}{G(t)} \frac{dG(t)}{dt} \tag{4.9}$$

L'équation 4.9 n'étant plus une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants il n'existe pas de solution analytique. La surpression $\Delta P(t)$ sera donc calculée numériquement à l'aide d'une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 à pas adaptatif.

Le déplacement associé à une sphère en croissance pour $a_r \ll H_r$ est donné par Delaney and McTigue (1994) :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{a_r^3(1-\nu)}{G(t)} \Delta P(t) \begin{pmatrix} x/R^3 \\ y/R^3 \\ H_r/R^3 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

où $R = \sqrt{x^2 + y^2 + H_r^2} = \sqrt{r^2 + H_r^2}$, r étant la distance horizontale à l'axe du modèle.

On peut inclure la correction de surface libre (bien que celle-ci ne change pas la forme temporelle de la solution) (Lisowski, 2006):

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{a_r^3(1-\nu)}{G(t)}\Delta P(t)\left\{1+\left(\frac{a_r}{H_r}\right)^3\left(\frac{1+\nu}{10-14\nu}+\frac{15}{4}\left(\frac{H_r}{R}\right)^2\frac{\nu-2}{5\nu-7}\right)\right\}\begin{pmatrix} x/R^3 \\ y/R^3 \\ H_r/R^3 \end{pmatrix} \tag{4.11}$$

Approche linéaire de l'endommagement

L'endommagement a été introduit par Kachanov (1958) à partir de la notion de contrainte effective, qui est la contrainte σ' qui s'applique réellement sur la partie non endommagée du solide (voir paragraphe 2.2.1.2). Le coefficient d'endommagement D est défini comme étant égal à la variation relative de la surface sur laquelle s'applique la contrainte effective, c'est-à-dire au rapport de la surface rompue sur la surface totale. Dans le cas d'un chargement uniaxial, la déformation est égale à:

$$\epsilon = \frac{\sigma'}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E} \tag{4.12}$$

$$E' = (1-D)E \tag{4.13}$$

est le module d'Young effectif du matériau, c'est-à-dire le module d'Young du matériau homogène équivalent. Cette approche permet d'écrire le module de cisaillement comme une fonction simple de l'endommagement $D(t)$ à un instant t donné, et du module de cisaillement initial:

$$G_{eff}(t) = (1-D(t))G_0 \tag{4.14}$$

Il s'agit donc d'une approche d'endommagement scalaire, homogène et isotrope, que nous adopterons dans cette étude. Elle est linéaire dans la mesure où $D(t)$ ne dépend pas de G.

On peut, assez naturellement, envisager une linéarité supplémentaire dans la distribution temporelle de l'endommagement. En effet, si l'on considère que la surface est rompue lors d'un séisme, on peut considèrer que chaque séisme rompt la même surface, alors $\frac{D(t)}{n(t)} = \frac{\Delta}{n_T} = \delta$ où $n(t)$ est le nombre total de séismes ayant eu lieu à l'instant t, correspondant à l'endommagement $D(t)$, et n_T est le nombre total de séismes correspondant à l'endommagement total Δ; δ est l'endommagement incrémental moyen. Alors

$$G_{eff}(t) = G_0\left(1-\frac{n(t)}{n_T}\Delta\right) = G_0\left(1-n(t)\delta\right) \tag{4.15}$$

décroit proportionellement au nombre de séismes. Cette approche reste limitée au cas où l'on connait l'endommagement total, ce qui n'est pas très réaliste et le nombre de séismes total, ce qui n'est pas toujours facile dans un processus éruptif où les séismes peuvent devenir très nombreux ou cachés par le trémor lorsque l'éruption approche et l'endommagement tend vers sa valeur maximale. Si l'on fixait un endommagement incrémental supérieur à l'endommagement moyen $\frac{\Delta}{n_T}$, G_{eff} pourrait devenir négatif à partir d'un nombre de séismes suffisamment grand. Dans la pratique il faut donc envisager des valeurs faibles pour l'endommagement incrémental dans cette approche.

Approche non-linéaire de l'endommagement

Le fait que cette approche conduise à un module de cisaillement effectif négatif quand l'endommagement croit et que cette condition n'est plus remplie, et non pas à un module de cisaillement nul comme on pourrait l'attendre incite à penser que cette approche est une approximation linéaire d'un processus qui ne l'est pas. Même si l'on peut généraliser la notion de module effectif avec la notion de module tangent (dérivée de la courbe contrainte-déformation), le fait que ce module tangent puisse devenir négatif ne signifie pas que l'on puisse considérer que le module effectif puisse le devenir dans une approche d'endommagement. En effet la physique de la déformation lorsque la résistance de la roche diminue (partie post-pic de la courbe contrainte-déformation, à module tangent négatif) est différente de la physique de la déformation pré-pic. En post-pic, la déformation est plastique irréversible avec un coefficient de frottement interne qui diminue, alors qu'en pré-pic la déformation garde une composante élastique réversible (dont la part diminue lorsque l'endommagement croît) (paragraphe 2.1). Un module de cisaillement négatif n'est donc pas physiquement admissible.

L'approche linéaire à chaque étape d'endommagement revient à considérer que la surface à rompre n'augmente pas (ou augmente très peu), comme si elle était très grande par rapport à l'incrément rompu; les contraintes se transfèrent bien sur la surface qui reste, mais celle-ci change très peu: la contrainte effective s'appliquant sur la surface à rompre augmente très faiblement. Une approche plus générale et plus physique de l'augmentation progressive de l'endommagement et de sa modélisation pour de grandes valeurs lorsqu'un solide sous contrainte se rapproche de la rupture peut être trouvée en considérant l'endommagement comme un processus récursif; à chaque étape les modules élastiques sont diminués d'une quantité par rapport à l'étape précédente: à l'étape i (donc après i ruptures occasionnant un endommagement incrémental δ)

$$G'_{i+1} = G'_i(1-\delta) \tag{4.16}$$

Après N étapes de rupture le module de cisaillement effectif peut alors s'écrire en fonction du module de cisaillement initial non endommagé G_0:

$$G'_N = G_0(1-\delta)^N \tag{4.17}$$

Il décroit donc en loi puissance, un résultat déjà mis en évidence par Amitrano and Helmstetter (2006). Si le produit $N\delta$ reste très inférieur à 1, l'expression du module de cisaillement (équation 4.17) tend vers l'expression donnée par l'équation (4.15): on retrouve un comportement linéaire pour un endommagement total suffisamment faible. Par contre ce modèle permet bien d'obtenir un module de cisaillement nul lorsque le nombre de ruptures devient très grand.

Walsh (1965); Budiansky and O'connell (1976); Kemeny and Cook (1986) ont exprimé l'endommagement en fonction de la densité de fractures χ:

$$D = \lambda\chi \tag{4.18}$$

où $\lambda \approx 3$.
La densité de fractures peut elle-même s'exprimer, suivant le nombre de dimensions de l'espace considéré, en fonction du nombre de ruptures n, de la dimension caractéristique des fractures c et de l'espace à rompre L:

$$\chi = n\left(\frac{c}{L}\right)^{\lambda} \tag{4.19}$$

où λ représente la dimension de l'espace à rompre et des fractures, supposée identique. L'endommagement incrémental peut donc s'écrire

$$\delta = \left(\frac{c}{L}\right)^{\lambda} \tag{4.20}$$

Dans le cas d'un modèle 2D où la propagation de la fracturation s'effectuera suivant une seule dimension, l'endommagement incrémental pourra s'écrire

$$\delta = \frac{c}{H} \tag{4.21}$$

où H est la longueur qui reste à rompre à chaque incrément.

Dans la pratique, les taux de sismicité mesurés le sont quotidiennement et il faut envisager que les endommagements incrémentaux ne soient pas identiques d'un jour à l'autre. Dans ce cas le module de cisaillement effectif au N-ième jour s'écrit

$$G'_N = G_0 \prod_{i=1}^{i=N} (1-\delta_i)^{n_i} \tag{4.22}$$

δ_i étant l'endommagement incrémental au jour i, et n_i le nombre de séismes ayant eu lieu le jour i.

Choix d'une loi d'endommagement

Dans le paragraphe précédent nous avons mis en évidence deux lois d'endommagement possibles, basées sur l'utilisation du taux de sismicité, l'une (équation 4.22) étant plus générale que l'autre, simplement linéaire (équation 4.15). Dans ce paragraphe nous allons chercher laquelle est la plus pertinente pour représenter l'endommagement, à partir de taux de sismicité et de déplacements réellement mesurés. Dans un premier temps cependant, nous allons résoudre l'équation différentielle (4.9) et représenter les variations temporelles des variables qui caractérisent le modèle, dans le cas d'un endommagement simplement linéaire.

Etude des variations temporelles des variables du modèle, dans le cas d'un endommagement linéaire Dans ce modèle, les paramètres décrivant la géométrie du modèle sont choisis à partir des résultats obtenus sur le Piton de la Fournaise par Peltier et al. (2007) et Prono et al. (2009), et du modèle de Lengliné et al. (2008). On considère donc un édifice volcanique constitué d'une chambre magmatique de 800m de rayon à 2000m de profondeur, alimentée par un conduit de 10km de long et de 0.5m de rayon. La viscosité est de 100Pa.s, la résistance initiale introduite via le module de cisaillement initial 70GPa, P = 30MPa et la surpression initiale dans le réservoir considérée comme nulle. La diminution du module de cisaillement est dans ce paragraphe considérée comme linéaire. La surpression est calculée à partir de l'équation différentielle non-linéaire 4.9 à partir d'un schéma numérique Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de temps adaptatif du 6ème ordre, les autres variables du système sont calculées à partir de la surpression.

La figure 4.2 représente l'évolution temporelle des différentes variables au sein de l'édifice volcanique pour différentes variations temporelles du module de cisaillement. La figure 4.2 représente la constante de temps, la surpression dans le réservoir, la variation de volume, le

débit et le déplacement vertical en fonction du temps, lorsque le module de cisaillement décroît linéairement.

Dans le cas élastique, la surpression et le volume du réservoir, ainsi que le déplacement vertical augmentent dès la mise en pression du réservoir puis se stabilisent; le débit diminue puis se stabilise. La valeur finale de ces variables du modèle correspond à la position d'équilibre de ce système élastique pressurisé.

L'introduction d'un endommagement entraine la diminution du module de cisaillement et la croissance de la constante de temps du système. Pour un endommagement suffisant, la surpression n'atteint plus une valeur d'équilibre comme dans le cas élastique, elle diminue, ce qui provoque une augmentation du gradient de pression dans le conduit et une augmentation du débit. Le volume aumgente et le déplacement vertical de surface accélère. Ce dernier étant proportionnel au rapport $\frac{\Delta Pr(t)}{G(t)}$, son augmentation est le résultat de la compétition entre diminution de la surpression dans le réservoir et diminution de G: la surpression diminue moins vite que G car l'approvisionnement en magma augmente avec le gradient de pression dans le conduit et contribue donc à faire remonter la pression par rapport à ce qu'elle serait sans approvisionnement (c'est-à-dire exactement égale à la réaction de l'édifice). En conséquence le déplacement vertical peut accélérer alors que la pression diminue, ce qui est contre-intuitif lorsque l'on raisonne en terme de matériau parfaitement élastique.

La figure 4.3 montre l'influence de l'éloignement par rapport au centre de l'édifice sur les déplacements de surface observés. On constate que les plus fortes accélérations sont observées à l'aplomb du cratère, l'amplitude des déplacement diminue ensuite avec l'éloignement.

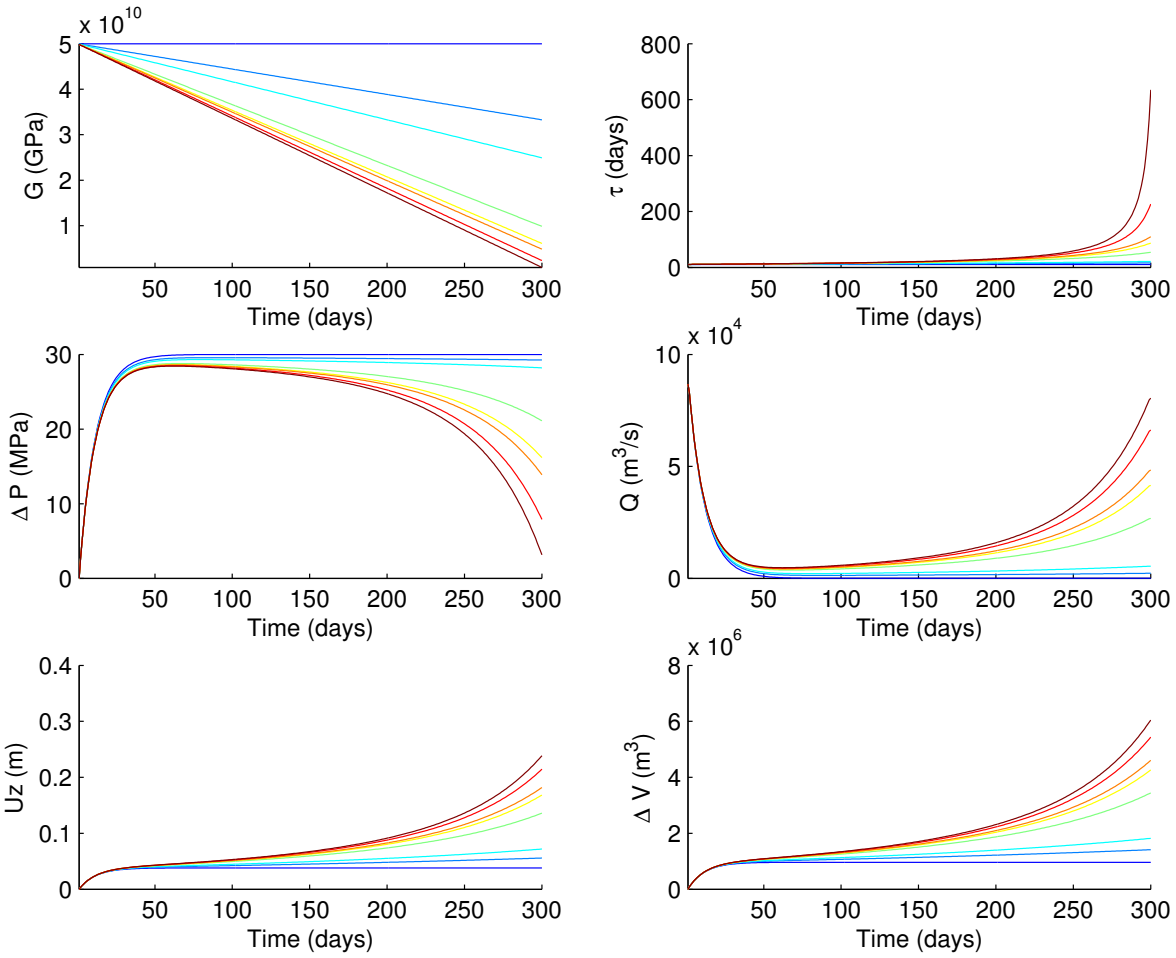


Figure 4.2: *Représentation de la déformation verticale observée lors de la pressurisation du réservoir magmatique (pression à la base du conduit d'alimentation constante), pour différents taux de décroissance temporelle du module de cisaillement. Paramètres du modèle:* $a_r = 800m$, $a_c = 0.5m$, $H_r = 2000m$, $H_c = 10000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 70GPa$, $P = 30MPa$, $r = 800m$. *Le module de cisaillement minimum atteint est* $G_{min} = G_0$ *(bleu foncé),* $G_0/1.5$ *(bleu),* $G_0/2$ *(turquoise),* $G_0/5$ *(vert),* $G_0/8$ *(jaune),* $G_0/10$ *(orange),* $G_0/20$ *(rouge) et* $G_0/50$ *(brune).*

Comparaison des lois d'endommagement, fonctions linéaire et puissance Dans ce paragraphe nous allons imposer des variations du module de cisaillement déterminées par les lois d'endommagement décrites au paragraphe 4.1.2 et 4.1.2, et nous allons examiner leur pertinence pour l'explication des déplacements mesurés en surface.

Les paramètres géométriques et physiques du modèle sont identiques à ceux choisis dans le paragraphe précédent. Les variables résultats du modèle sont calculées à une distance de 800m du centre de l'édifice, correspondant à la distance à laquelle la station GPS dont les données sont utilisées dans la figure 4.4 se trouve. La figure 4.4 présente le taux de sismicité, le module de cisaillement, et les résultats des modélisations de la surpression dans le réservoir, du débit, de la variation de volume et du déplacement de surface en fonction du temps, pour différents modèles de loi d'endommagement, pour la période du 1er Janvier 2007 au 31 Mars 2007 au

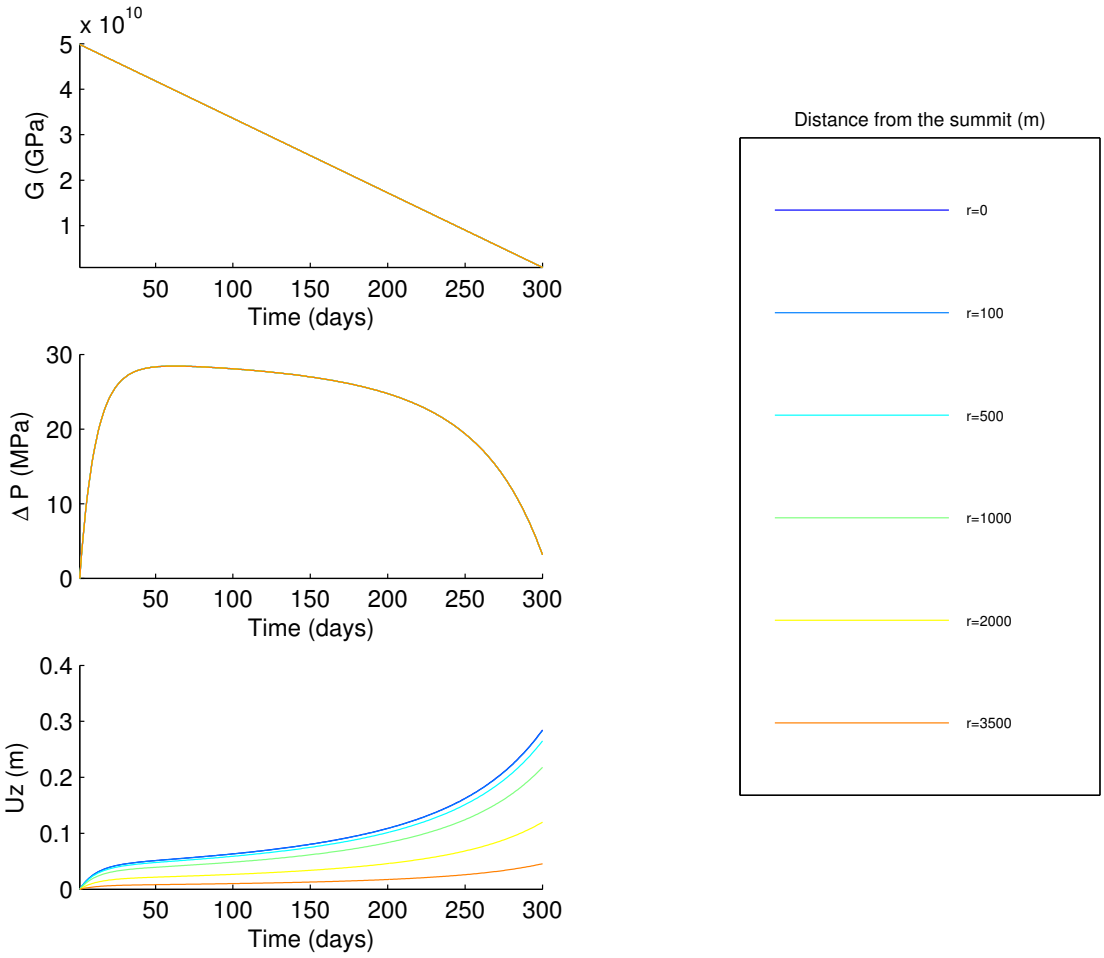


Figure 4.3: *Représentation de la déformation verticale observée lors de la pressurisation du réservoir magmatique (pression à la base du conduit d'alimentation constante) en fonction de la distance par rapport au centre de l'édifice. Paramètres du modèle:* $a_r = 800m$, $a_c = 0.5m$, $H_r = 2000m$, $H_c = 10000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 50GPa$, $P = 30MPa$. *Le module de cisaillement minimum atteint est* $G_{min} = G_0/50Pa$.

Piton de la Fournaise.

Les déplacements modélisés à l'aide de la loi d'endommagement linéaire avec le taux de sismicité ne s'éloignent de la solution élastique que pour des valeurs d'endommagement incrémental supérieures à 99% (Figure 4.4), sans permettre d'obtenir une accélération du déplacement vertical comme le montrent les données. Cette loi d'endommagement ne permet pas de faire diminuer G suffisamment pour que le déplacement vertical calculé en surface puisse représenter les données. La loi d'endommagement 4.22 permet de faire varier le module de cisaillement G plus largement et de représenter un déplacement vertical en surface de l'ordre de grandeur du déplacement mesuré. Le fait que cette loi non-linéaire produise un endommagement bien supérieur à la loi linéaire tend à montrer qu'une partie importante de l'endommagement est induite par l'interaction entre les fractures: l'endommagement créé par N ruptures de longueur c est bien supérieur à celui créé par une rupture unique de longueur Nc. Cela peut avoir des conséquences sur la compréhension que nous avons de la distribution de l'endommagement réel

le long d'une fracture : celui-ci pourrait être par exemple plus important au voisinage des extrémités de la fracture que le long de celle-ci. C'est cette dernière loi (4.22) que nous utiliserons par la suite pour modéliser l'ensemble des déplacements enregistrés sur le réseau GPS du Piton de la Fournaise, pendant la période du 1er Janvier 2007 au 31 Mars 2007.

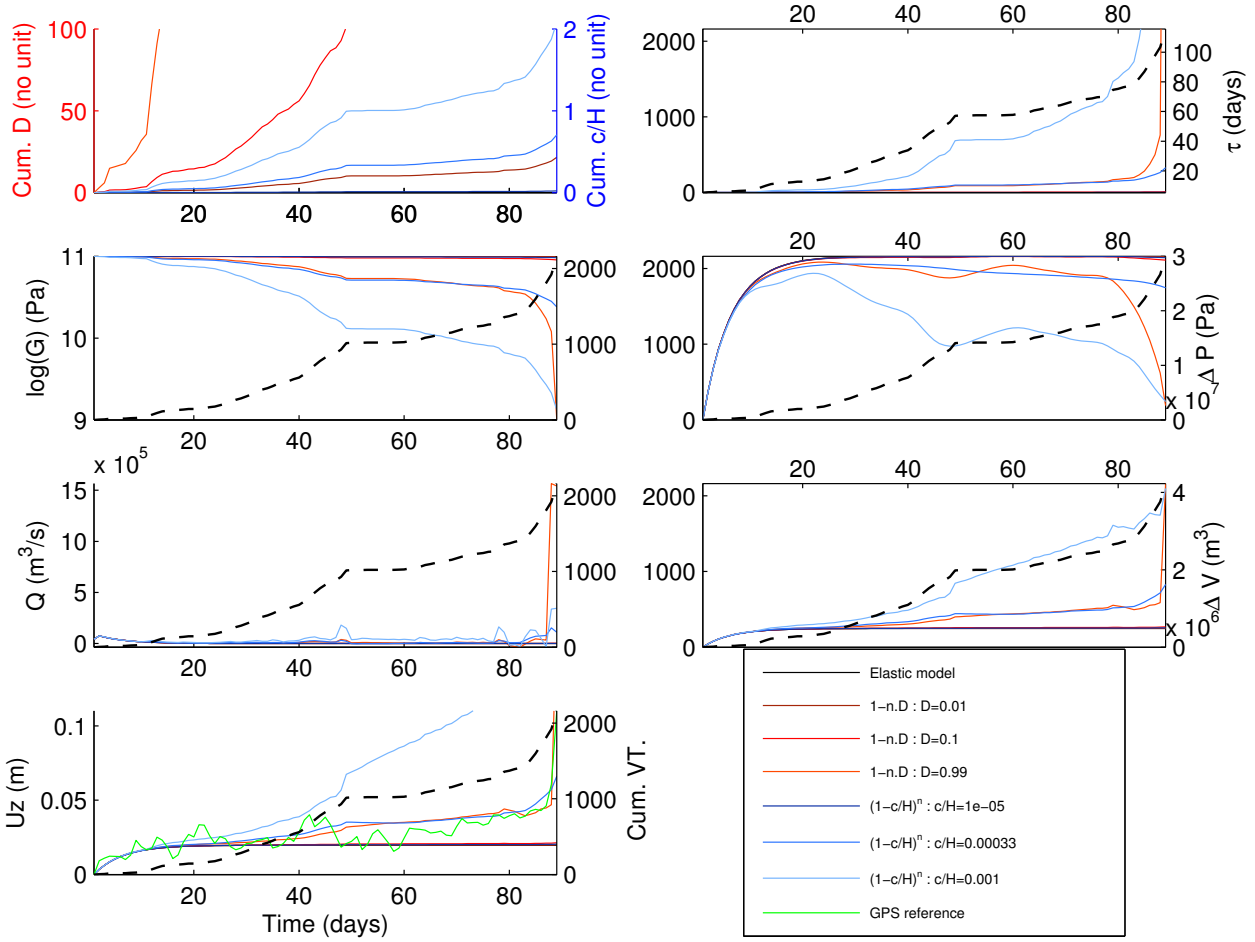


Figure 4.4: *Endommagement cumulé, constante de temps, module de cisaillement, variation de volume, débit, surpression dans le réservoir et déplacement vertical en fonction du temps, pour différentes loi d'endommagement. Le nombre cumulé de séismes volcano-tectoniques est représenté en tireté, le déplacement vertical mesuré par GPS est représenté en vert.*

4.1.3 Modèle de référence et étude de sensibilité du modèle

Dans ce paragraphe nous allons d'abord construire un modèle de référence le plus proche possible de la réalité, puis nous allons étudier la sensibilité des variables résultats du modèle aux variations des paramètres d'entrée.

Modèle de référence

Un modèle de référence est construit, comme dans le paragraphe précédent, à partir d'un matériau initialement parfaitement élastique ($G_0 = 100$ GPa), comprenant un réservoir magmatique de 800 m de rayon situé à 2000 m de profondeur et alimenté par un conduit vertical de 10 km de hauteur et de 0.5 m de diamètre. La viscosité du magma est prise égale à 100 Pa.s, la surpression d'équilibre $P = 30$ MPa. La surpression initiale dans la chambre est considérée comme nulle. La sismicité utilisée est celle qui a été enregistrée sur le Piton de la Fournaise par le réseau sismologique de l'OVPF pour la période du 01 Janvier 2007 au 31 Mars 2007. La loi d'endommagement utilisée est la loi non-linéaire (équation 4.22) avec un endommagement incrémental $\delta = 1.10^{-4}$. La constante de temps d'approvisonnement du système est d'environ 8 jours. Le calcul du déplacement vertical est réalisé pour une station située à 800 m de l'axe du modèle, ce qui correspond à la distance moyenne des stations GPS installée autour du cratère Dolomieu, au Piton de la Fournaise.

Les résultats obtenus pour ce modèle de référence (Figure 4.5) montrent que le module de cisaillement diminue d'environ un ordre de grandeur, de façon inverse au nombre de séismes cumulé. La surpression dans le réservoir magmatique augmente pour atteindre son maximum au jour 40, puis diminuer. 40 jours représente 5 fois la constante de temps d'approvisionnement du système; la pression dans le réservoir est donc au voisinage de la pression d'équilibre et ne dépend plus de la surpression initiale - en particulier la surpression pourrait être initialement égale à la surpression d'équilibre sans qu'il n'y ait de conséquence sur la surpression au jour 40. On voit donc que la dynamique du système postérieure au jour 40 (dans le cas de la figure 4.5) semble surtout contrôlée par l'endommagement, et que les forces de pression pendant cette période sont, au premier ordre, voisines de la réaction de l'édifice. Nous allons voir néanmoins que l'approvisionnement joue tout de même un rôle déterminant dans la dynamique du déplacement.

Le déplacement de surface vertical et le volume du réservoir magmatique, qui varient proportionnellement au rapport entre $\Delta P_r(t)$ et $G(t)$, et donc inversement proportionnellement à $G(t)$, varient de façon analogue au nombre de séismes cumulés. Cette analogie est contrôlée en partie par la loi d'endommagement, elle le serait totalement si la surpression restait constante. Mais l'approvisionnement continue, le flux de magma entrant augmentant avec le gradient de pression lorsque la surpession baisse dans le réservoir, ce qui garantit que la surpression dans le réservoir diminue moins vite que la réaction de l'édifice. Le déplacement de surface peut alors accélérer bien que la surpression dans le réservoir diminue. On voit donc qu'on retrouve avec les données réelles le comportement qui avait été mis en évidence sur un modèle synthétique simple d'endommagement.

Etude de sensibilité du modèle

Les équations 4.9, 4.3 et 4.23 et l'analyse faite dans les paragraphes précédents montrent que deux éléments sont particulièrement importants pour comprendre la dynamique non-linéaire de ce système sous pression:

1. la variation temporelle de G sous l'effet de l'endommagement, et donc la loi d'endommagement; une loi étant choisie, c'est la valeur du paramètre d'endommagement incrémental $\delta = \frac{c}{H}$ qui va être d'un intérêt particulier;
2. l'approvisionnement magmatique et donc les paramètres qui le contraignent, notamment ceux qui contrôlent sa pseudo-constante de temps $\tau = \frac{8\mu H_c a_r^3}{G(t) a_c^4}$, ainsi que la surpression à l'équilibre élastique, P. Les plus sensibles sont le rayon du conduit a_c qui apparait à la puissance 4 et qui est mal connu, le rayon du réservoir a_r qui apparait à la puissance 3 mais dont l'intervalle de valeurs possibles est mieux cerné que celui de a_c, et la viscosité μ qui peut varier de plusieurs ordres de grandeur suivant le contenu en gaz et la température du magma.

Les figures 4.5 et 4.6 montrent l'influence d'une variation de 10 et 20% des différents paramètres du modèle sur les variables caractéristiques du modèle: module de cisaillement, surpression dans le réservoir magmatique, variation de volume, débit de magma entrant et déplacement vertical de la surface. Nous allons examiner ci-dessous l'influence de chacun des paramètres du modèle sur la dynamique et l'amplitude de ces variables.

- a_r : son augmentation fait croître la pseudo-constante de temps du système, ce qui induit une diminution de la surpression dans le réservoir (Figures 4.5 et 4.6), à un instant donné, toutes quantités étant égales par ailleurs. a_r contrôle la variation de volume et le déplacement de surface, indirectement par son contrôle sur la surpression et directement par sa présence à la puissance 3 dans l'expression de ces deux quantités : $\Delta V = \frac{\pi a_r^3 \Delta P_r(t)}{G(t)}$ et $Uz(t) \propto a_r^3 \frac{\Delta P_r(t)}{G(t)}$. La figure 4.7 montre qu'une augmentation de 20% de a_r induit une diminution de la surpression dans le réservoir de 40 à 20 % par rapport à la surpression de référence, une augmentation progressive de la variation de volume et du déplacement de 50% et une augmentation de la constante de temps de 70%. L'influence de la variation de a_r sur la surpression est plus sensible pour des temps inférieurs ou égaux à la constante de temps, et inversement pour la variation de volume et le déplacement de surface (Figure 4.7).
- a_c : son augmentation entraine une diminution de la pseudo-constante de temps et une augmentation de la surpression dans le réservoir. Une augmentation de 20% de a_c induit une diminution de 50% de la constante de temps, une augmentation de 100% de la surpression dans le réservoir, de la variation de volume et du déplacement de surface; ces perturbations diminuent progressivement au cours du temps (Figure 4.8). La dynamique du système devient plus rapide donc le maximum de pression est atteint plus rapidement que dans le cas référence. L'augmentation de la surpression à un instant donné induit une augmentation de la variation de volume et du déplacement de surface. La diminution de la constante de temps induit une ré-augmentation relative de la pression pour les temps longs, et donc, G restant égal à sa valeur de référence, à une augmentation relative du volume et du déplacement vertical de la surface.
- H_r : la profondeur du réservoir magmatique n'intervient ni dans l'équation différentielle, ni dans l'expression de la variation de volume, mais uniquement dans l'expression du

déplacement de surface. Ainsi une variation de H_r n'a d'influence que sur le déplacement de surface et cette influence ne dépend pas du temps (Figures 4.5,4.6 et 4.9). Une augmentation de 20% de H_r induit une diminution de 27% du déplacement de surface (Figure 4.9).

- H_c : une augmentation de la longueur du conduit vertical entraîne une augmentation de la constante de temps. Le processus de pressurisation a donc une dynamique plus lente. La perturbation est particulièrement marquée en début de processus, lors de la mise en pression de l'édifice, pour la surpression dans la chambre et les variables qui en dépendent. La surpression maximale atteinte dans le réservoir est plus faible, de même que la variation de volume et le déplacement de surface (Figures 4.5; 4.6 et 4.10). Une augmentation de 20% de la longueur du conduit induit une augmentation de 20% de la constante de temps et une diminution initiale de 15% de la surpression, de la variation de volume et du déplacement qui tend à diminuer au cours du temps (Figure 4.10).
- μ : une augmentation de 10 ou 20% de la viscosité a le même impact sur la dynamique du système qu'une variation de 10 ou 20% de la longueur du conduit (Figures 4.5; 4.6 et 4.11). En effet, la viscosité intervient de la même manière que la longueur du conduit dans la pseudo-constante de temps $\tau = \frac{8\mu H_c a_r^3}{G(t)a_c^4}$. Il faut noter cependant que la viscosité prend des valeurs dans un intervalle beaucoup plus grand que celui de H_c.
- G_0 : une augmentation du module de cisaillement initial se traduit par une diminution de la pseudo-constante de temps du système. Ceci entraîne une augmentation de la surpression dans le réservoir et une diminution de la variation de volume et du déplacement de surface (Figures 4.5 et 4.6). L'influence de l'augmentation de la résistance initiale de l'édifice est plus importante en début de processus (Figure 4.12). De même l'écart par rapport au modèle de référence est plus important en début de processus pour la surpression, la variation de volume et le déplacement de surface. Une augmentation initiale de 20% du module de cisaillement implique une augmentation initiale de 20% de la surpression dans le réservoir qui tend à diminuer avec le temps. On observe parallèlement une diminution progressive de 0 à presque 15% de la variation de volume et du déplacement de surface.
- P : le terme P de l'équation différentielle 4.9 n'intervient ni dans la pseudo-constante de temps ni dans l'expression de la variation de volume et du déplacement (en dehors de son influence sur la surpression via l'équation différentielle). Ainsi son influence est constante au cours du temps (Figure 4.13). Une augmentation du terme P induit une augmentation de la surpression dans le réservoir et par conséquent une augmentation de la variation de volume et du déplacement de surface (Figures 4.5 et 4.6). Une augmentaion de 20% du terme P induit alors une augmentation de 20% des variables résultats: surpression dans le réservoir, variation de volume, déplacement de surface et débit (Figure 4.13).
- $\delta = \frac{c}{H}$: l'endommagement incrémental δ a une influence directe sur l'évolution temporelle du module de cisaillement et donc sur la dynamique du système. Une augmentation de sa valeur signifie que l'endommagement est plus efficace, donc que la résistance de l'édifice diminue plus rapidement. En début de processus cette influence reste négligeable et les variables de surpression, variation de volume et déplacement de surface restent semblables à celles observées dans le cas de référence (Figures 4.5, 4.6 et 4.14). La différence avec le modèle de référence croit avec l'endommagement cumulé. Dans le cas d'une variation de 10% du paramètre d'endommagement, on constate que la surpression diminue par

rapport au modèle de référence à partir du jour 40. Cette surpression est associée à une diminution du module de cisaillement et les variations de volume et le déplacement de surface résultant sont supérieurs à ceux observés pour le modèle de référence (Figure 4.5). Dans le cas d'une variation de 20% on constate qu'une fois le maximum atteint la surpression dans l'édifice diminue de manière importante. A ce moment le rapport entre surpression et module de cisaillement se trouve inféreur à ce qu'il était dans le modèle de référence et la variation de volume et le déplacement de surface se trouvent inférieurs au modèle de référence. Alors que le module de cisaillement continue de diminuer, la surpression dans le réservoir augmente de nouveau; le rapport $\frac{\Delta P_r(t)}{G(t)}$ augmente pour devenir supérieur à celui du modèle de référence. La variation de volume et le déplacement de surface sont alors supérieurs à ceux observés sur le modèle de référence aux mêmes temps. Une augmentation de 20% de l'endommagement incrémental induit une diminution du module de cisaillement atteignant 40% en fin de processus, une augmentation progressive de la constante de temps atteignant 50%, une diminution de la surpression dans le réservoir d'autant plus marquée que l'on s'approche des éruptions de février (jours 48) et de mars (jour 89). La variation de volume et le déplacement de surface sont peu affectés par la modification de l'endommagement incrémental en début de processus (les 50 premiers jours) puis une augmentation de près de 20% est observée. Les variables finissent alors par se rapprocher de la valeur de référence (Figure 4.14).

Les figures 4.5, 4.6 et 4.14 permettent de remarquer qu'une variation dans l'endommagement incrémental modifie considérablement la dynamique de la surpression, du déplacement vertical et de la variation de volume, et tend à augmenter leur variabilité. Cette variabilité est due au processus de réalimentation du réservoir qui apparait à chaque fois que la pression baisse dans le réservoir: le gradient de pression augmente dans le conduit, le flux croit et la pression augmente dans le réservoir. Lorsque la pression baisse dans le réservoir à la suite de l'endommagement et de la déformation non-linéaire de l'édifice, le flux de magma profond tend à la faire augmenter. Lorsque la pression baisse plus à la suite d'un endommagement accru, elle est amenée à remonter plus fortement.

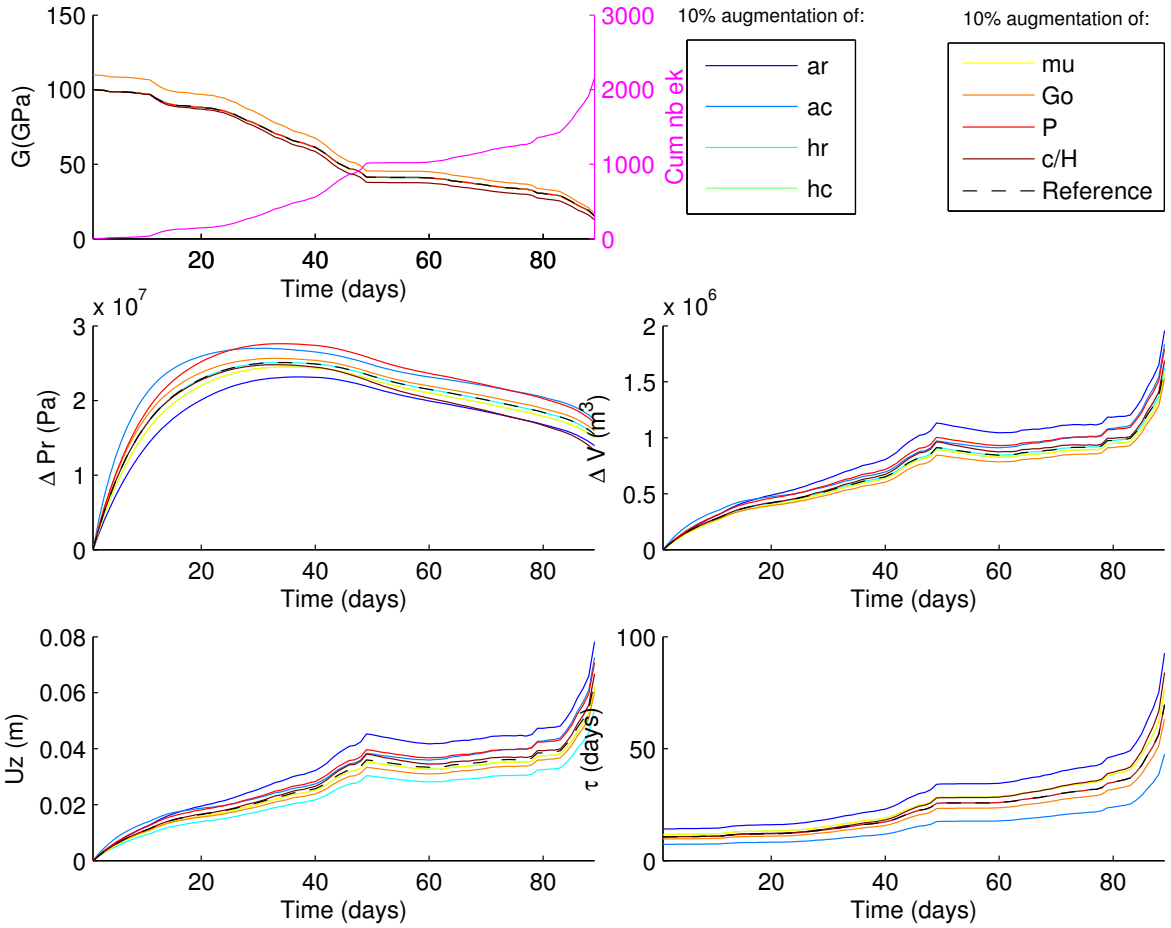


Figure 4.5: *Modèle de référence (tireté) et influence d'une augmentation de 10% des paramètres du modèle (a_r, a_c, h_r, h_c, μ, G_0, P et c/H) sur les variables caractéristiques du modèle: module de cisaillement (G en GPa), surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), variation de volume (ΔV en m^3), débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et déplacement de surface vertical (Uz en m). La diminution du module de cisaillement est obtenue par la loi d'endommagement 4.22. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800$ m, $h_{r0} = 2000$ m, $h_{c0} = 10$ km, $a_{c0} = 0.5$ m, $\mu_0 = 100$ $Pa.s$, $P_0 = 30$ MPa, et $G_{00} = 100$ GPa. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007. La courbe rose présente la sismicité utilisée.*

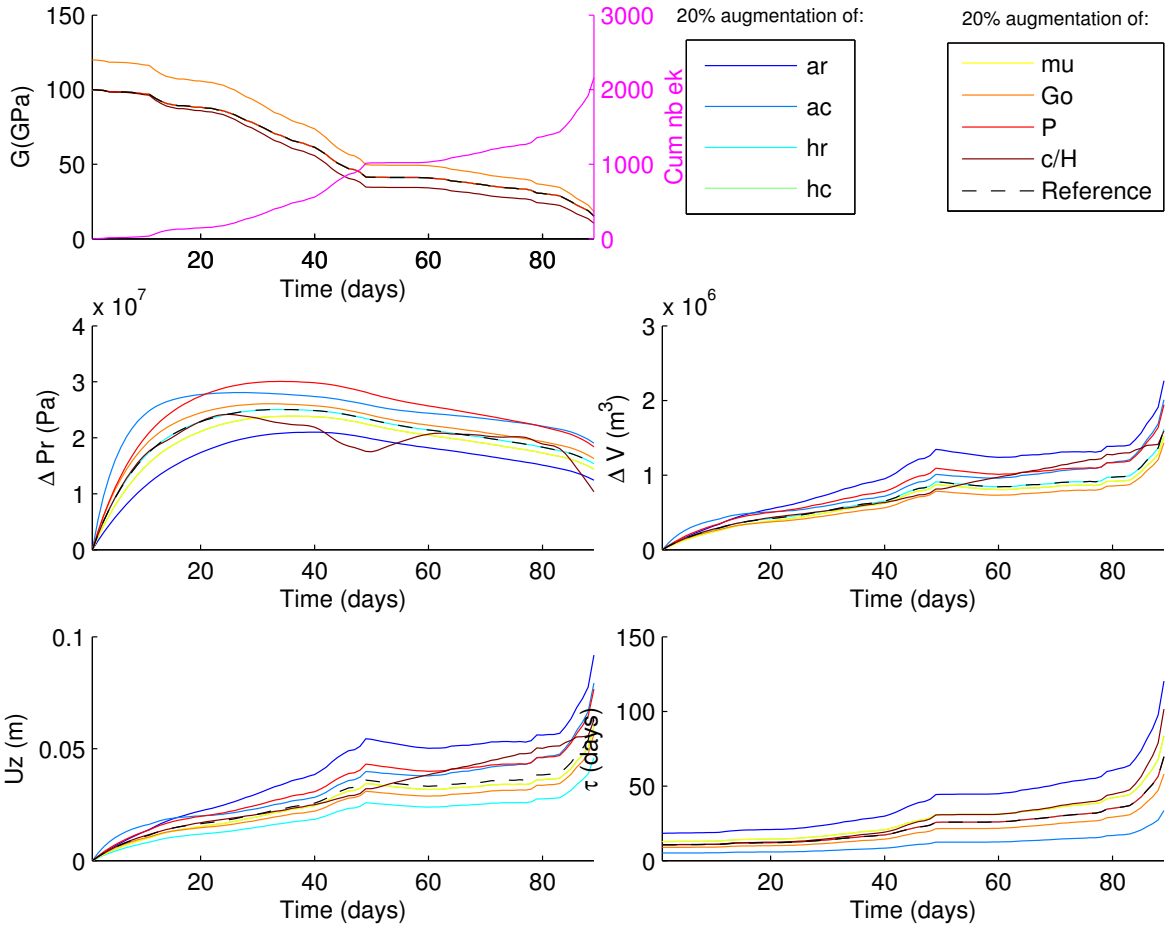


Figure 4.6: *Modèle de référence (tireté) et influence d'une augmentation de 20% des paramètres du modèle (a_r, a_c, h_r, h_c, μ, G_0, P et c/H) sur les variables caractéristiques du modèle: module de cisaillement (G en GPa), surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), variation de volume (ΔV en m^3), débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et déplacement de surface vertical (Uz en m). La diminution du module de cisaillement est obtenue par la loi d'endommagement 4.22. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800$ m, $h_{r0} = 2000$ m, $h_{c0} = 10$ km, $a_{c0} = 0.5$ m, $\mu_0 = 100$ Pa.s, $P_0 = 30$ MPa, et $G_{00} = 100$ GPa. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007. La courbe rose présente la sismicité utilisée.*

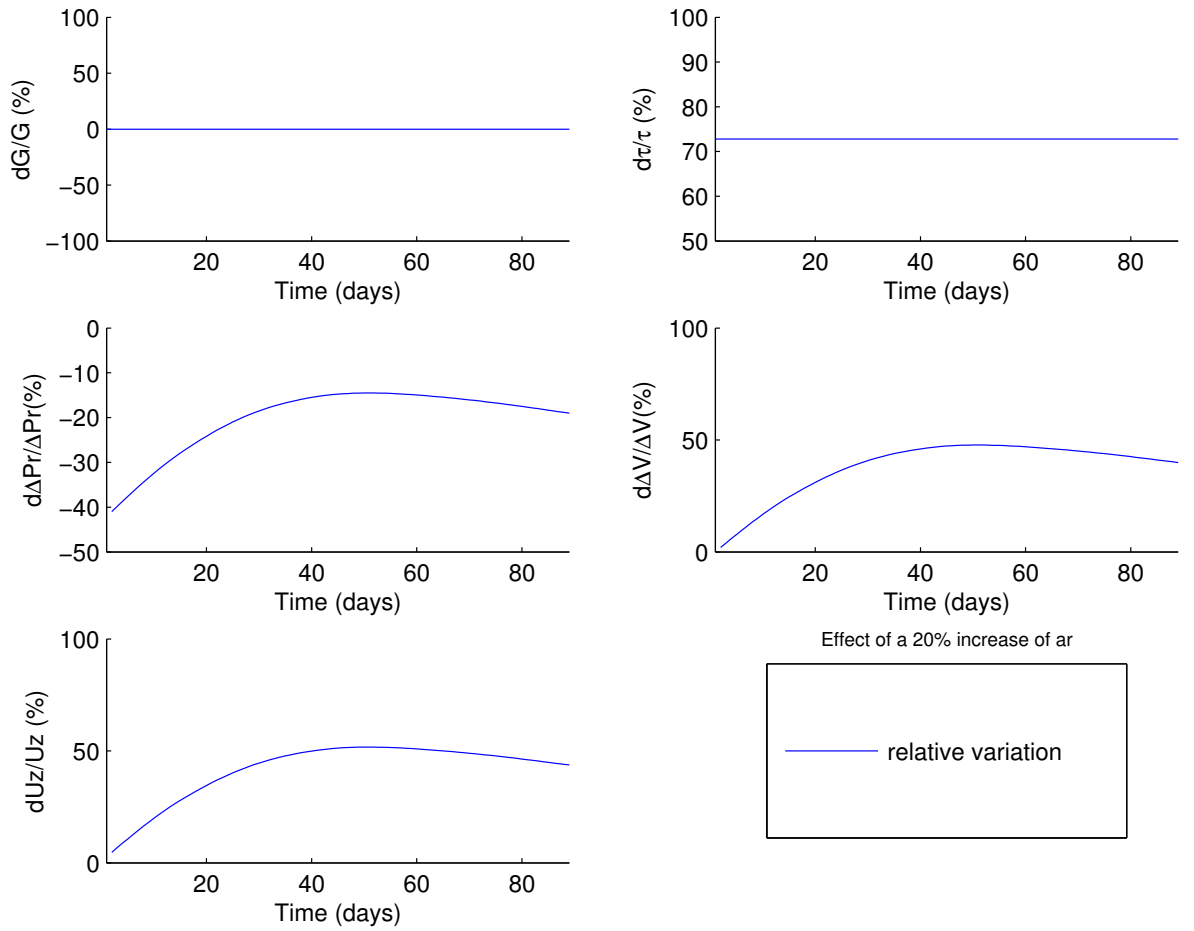


Figure 4.7: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{a_r}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800$m, $h_{r0} = 2300$m, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5$m, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

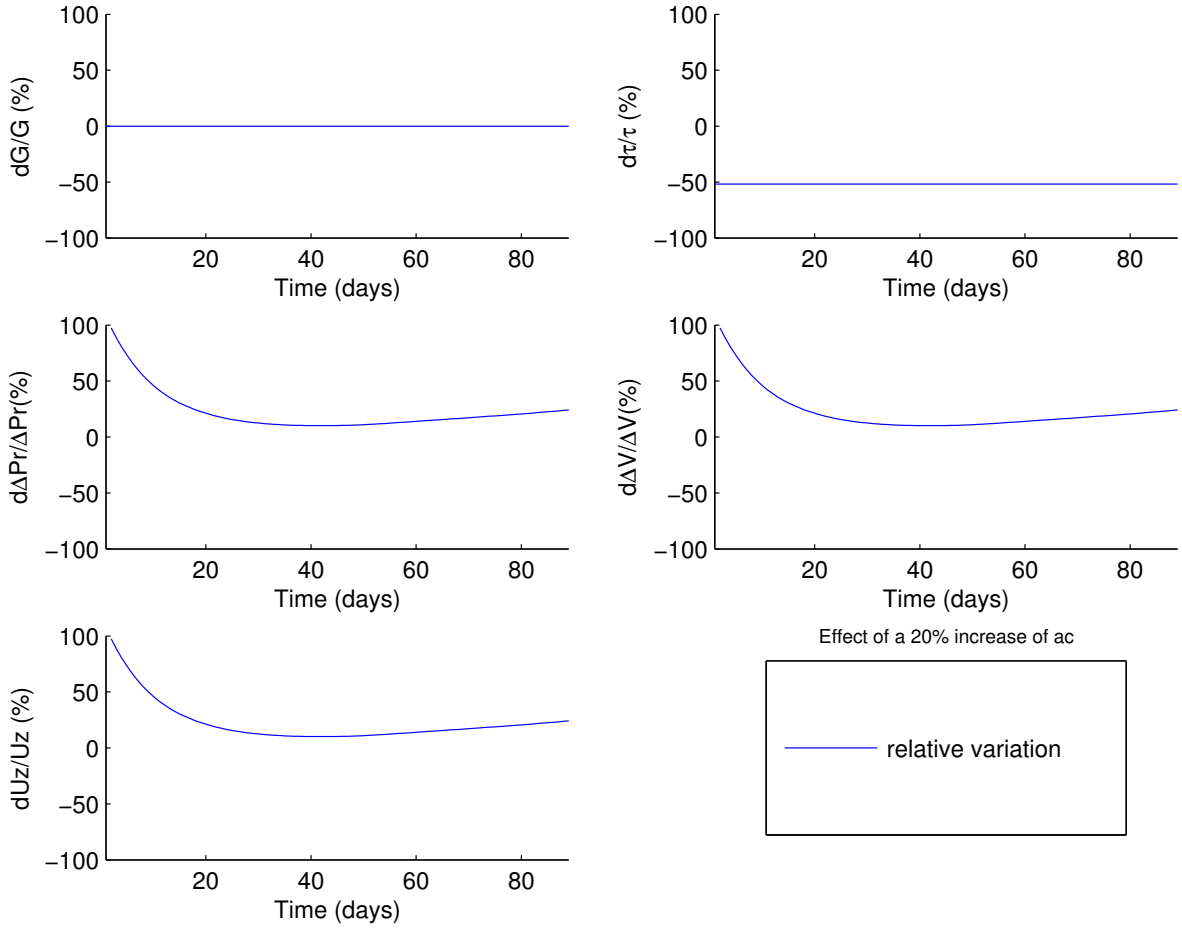


Figure 4.8: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{a_c}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800m$, $h_{r0} = 2300m$, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5m$, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

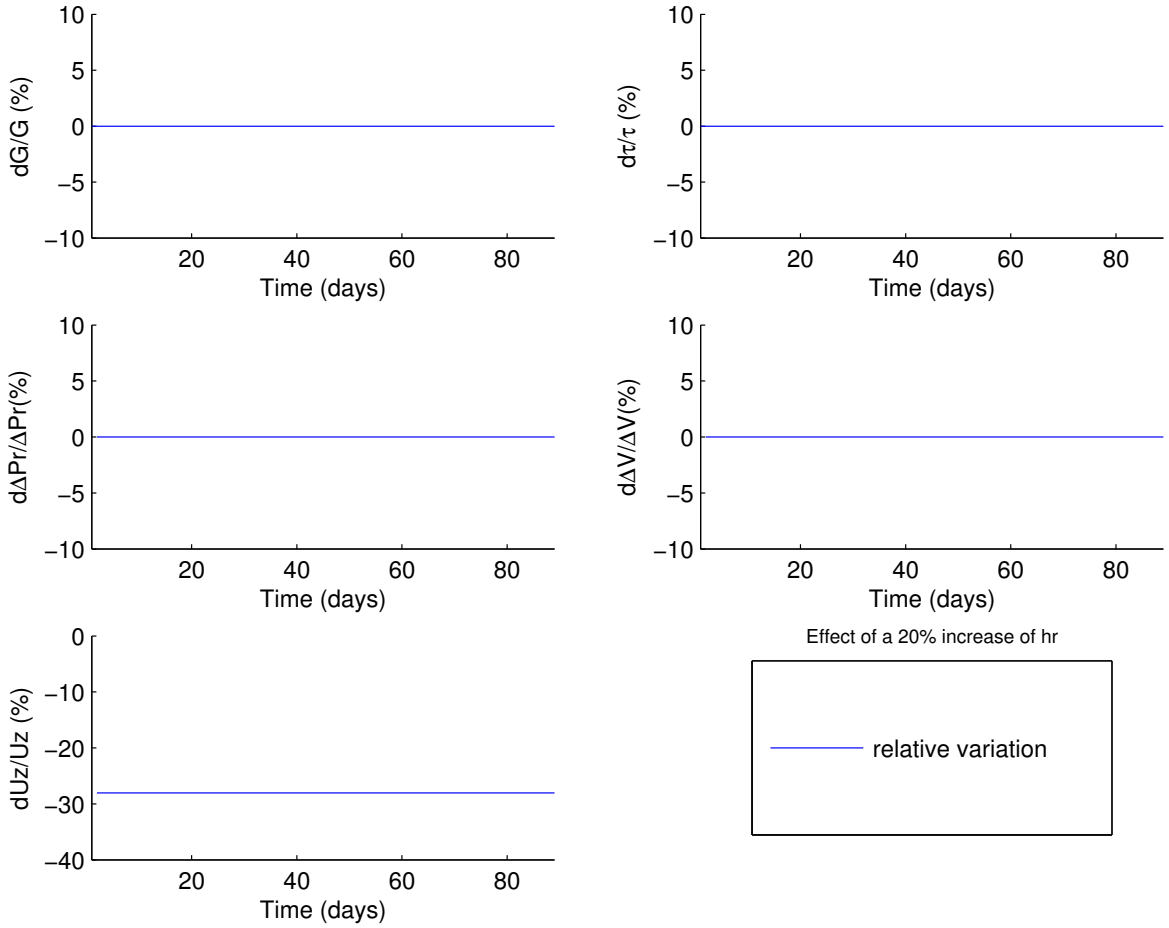


Figure 4.9: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{h_r}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800$m, $h_{r0} = 2300$m, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5$m, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

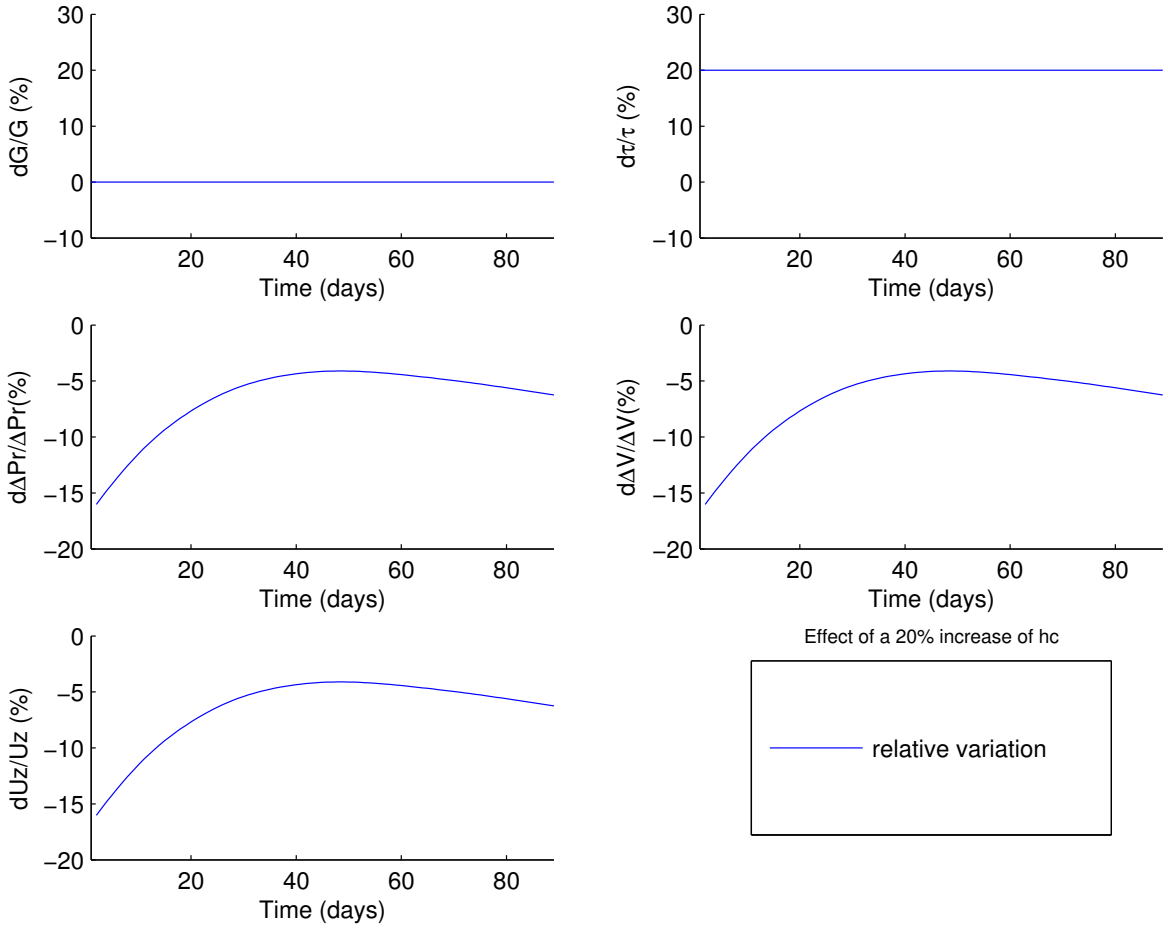


Figure 4.10: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{h_c}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800m$, $h_{r0} = 2300m$, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5m$, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

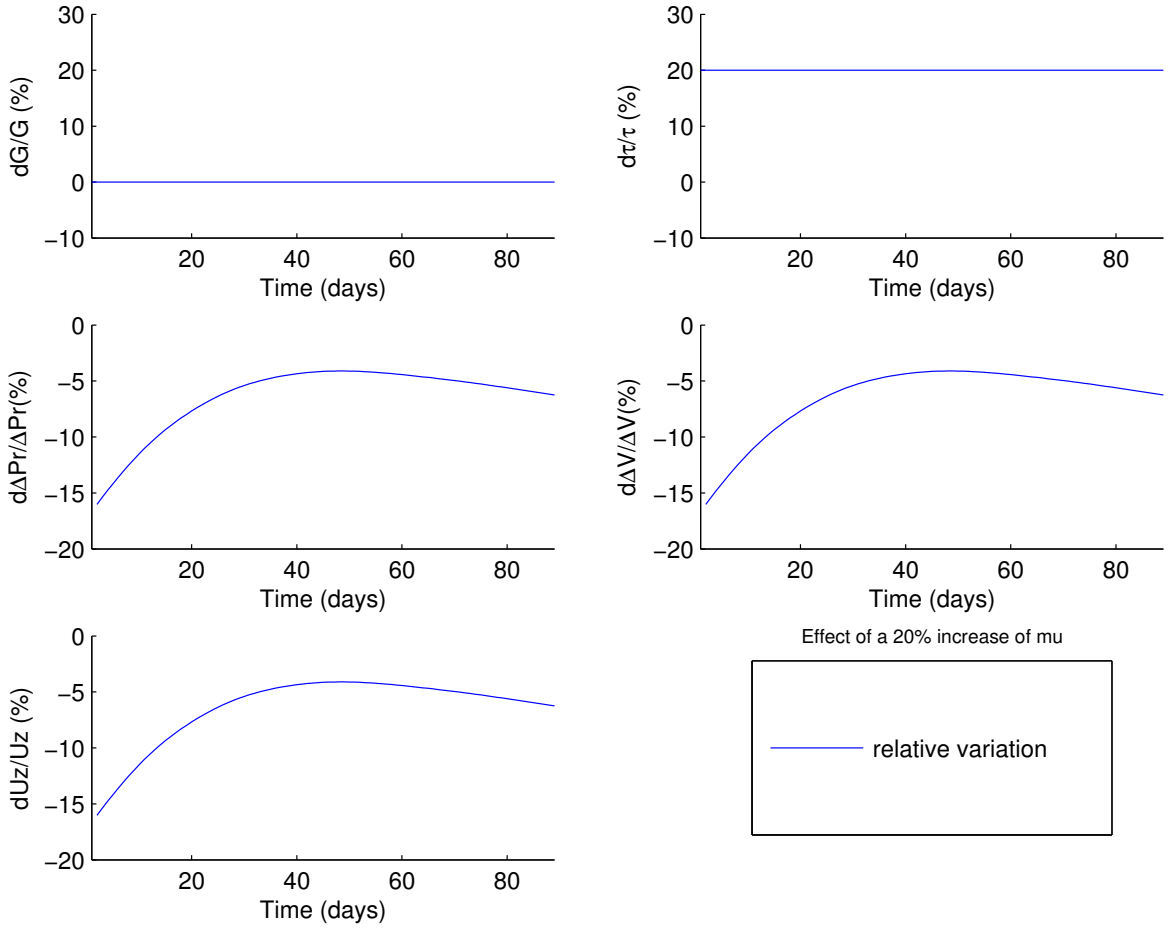


Figure 4.11: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{\mu}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800m$, $h_{r0} = 2300m$, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5m$, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

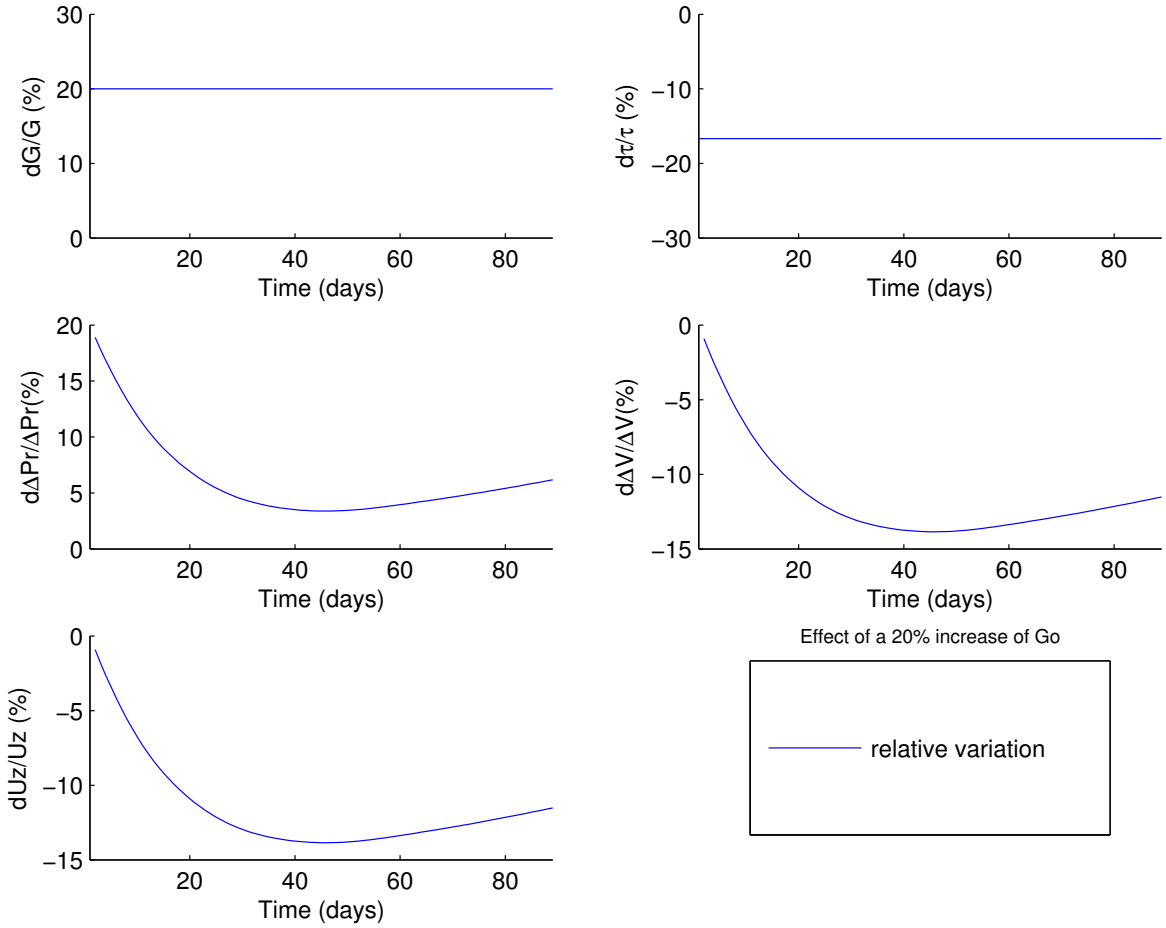


Figure 4.12: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\mathbf{G_0}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800m$, $h_{r0} = 2300m$, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5m$, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

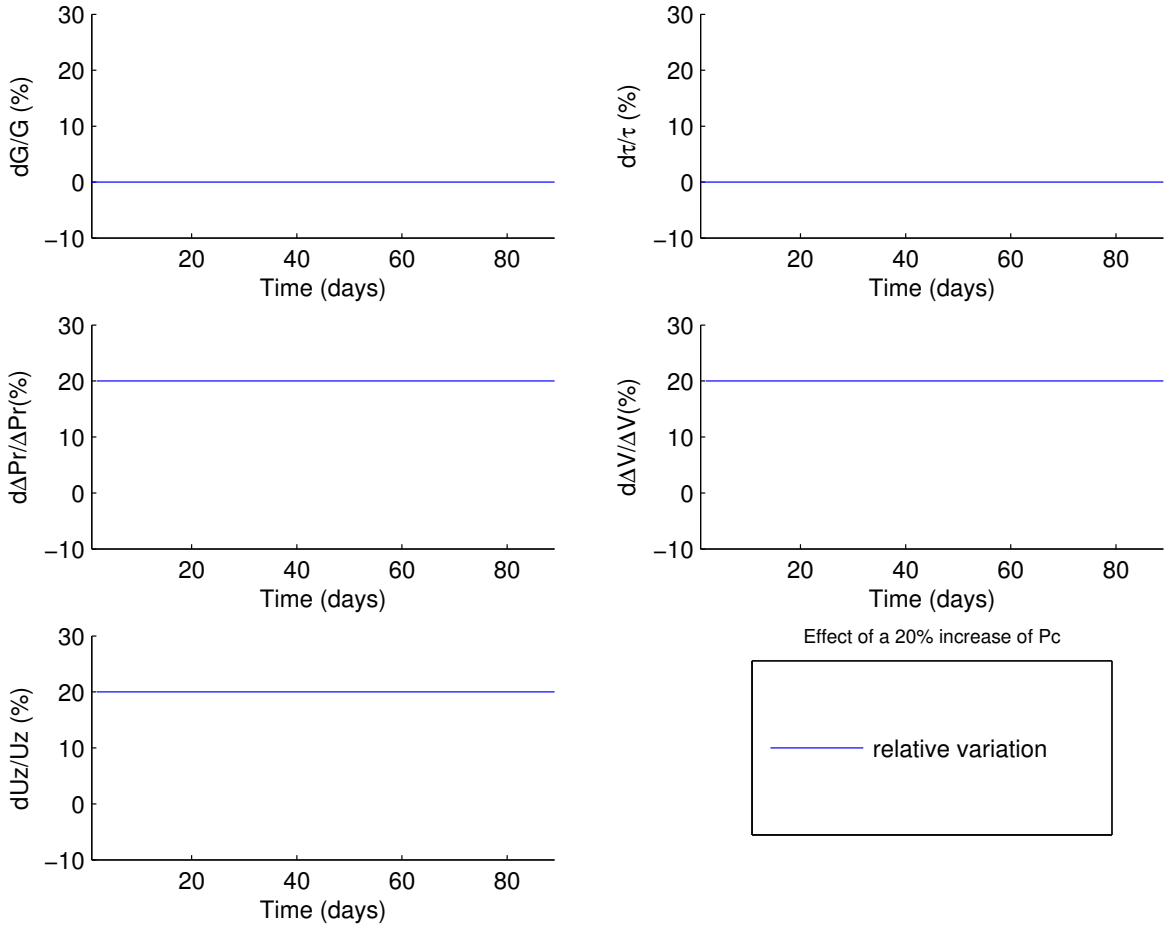


Figure 4.13: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{P}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800$m, $h_{r0} = 2300$m, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5$m, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

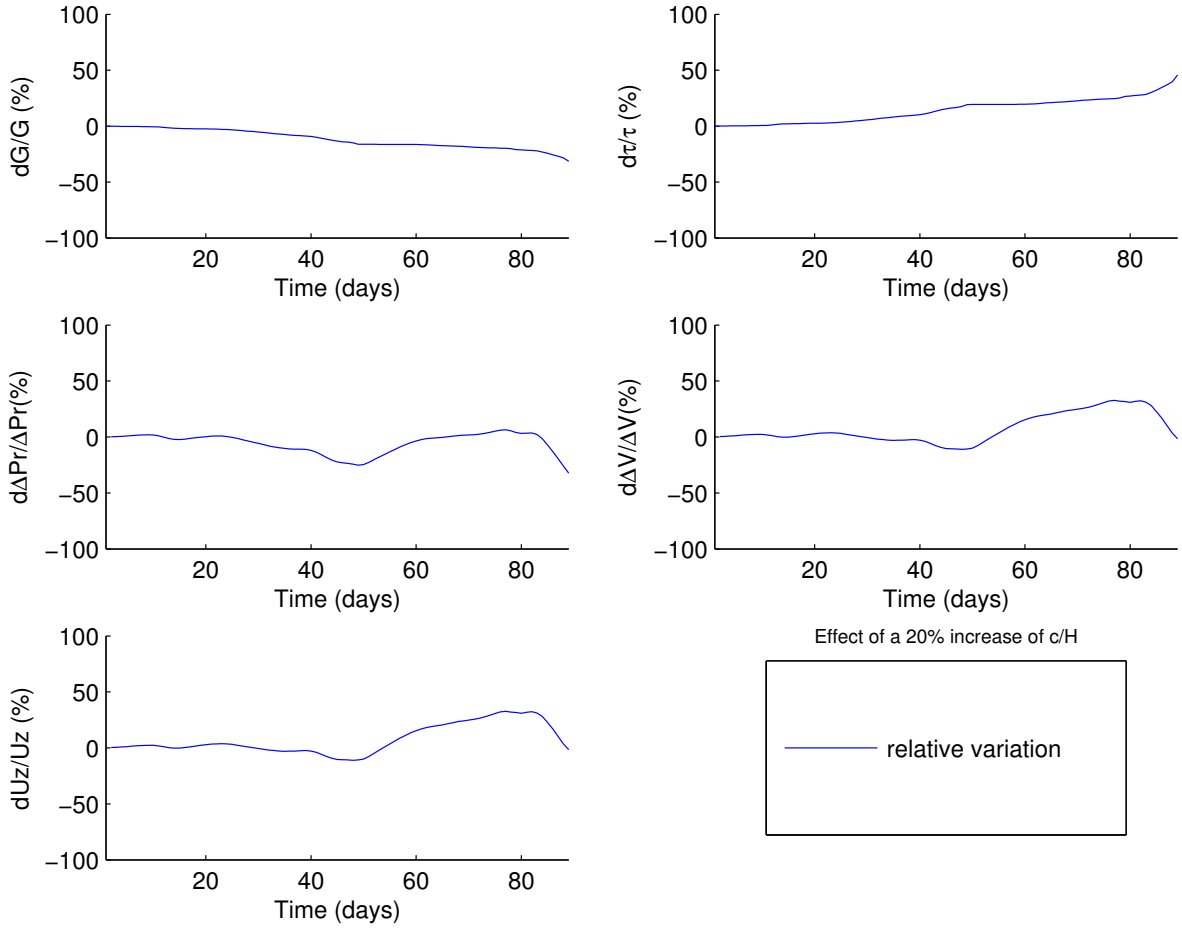


Figure 4.14: *Variation relative du module de cisaillement (G en GPa), de la surpression dans le réservoir magmatique (ΔP_r en Pa), de la variation de volume du réservoir (ΔV en m^3), du débit entrant dans le réservoir (Q en $m^3/jour$), et du déplacement de surface vertical (Uz en m) en fonction du temps, pour une variation de 20% par rapport au modèle de référence du paramètre $\boldsymbol{\delta}$. Paramètres du modèle de référence: $a_{r0} = 800m$, $h_{r0} = 2300m$, $h_{c0} = 10km$, $a_{c0} = 0.5m$, $\mu_0 = 100Pa.s$, $P_0 = 30MPa$, et $G_{00} = 100GPa$. La station considérée est placée à 800 m du sommet de l'édifice. La période représentée commence le 1er Janvier 2007 et se termine le 31 Mars 2007.*

4.2 Estimation des paramètres du modèle

Dans la partie précédente nous avons vu que les paramètres du modèle pouvaient être séparés en deux groupes:

- des paramètres que l'on peut appeler "structuraux" dans la mesure où ils permettent de décrire la géométrie du modèle, la source de pression et le transfert de magma;
- le paramètre d'endommagement incrémental δ.

Dans l'article joint dans ce chapitre, nous montrons que la simple donnée d'un déplacement mesuré en une station, en fonction du temps, ne peut permettre de déterminer la structure du modèle. En effet, l'évolution temporelle du déplacement vertical peut être représentée par un modèle phénoménologique à trois paramètres: un paramètre de surpression limite P, qui correspond à la surpression à l'équilibre, un paramètre constante de temps d'approvisionnement τ, et un paramètre d'endommagement incrémental. Seuls ces paramètres peuvent être complètement déterminés par inversion des déplacements mesurés. L'essentiel des paramètres structuraux sont liés entre eux par la relation $\tau = \frac{8\mu H_c a_r^3}{G a_c^4}$, τ pouvant être estimé par inversion. On ne peut donc qu'accéder à une fonction

$$\frac{8\mu H_c a_r^3}{G a_c^4} = \tau_0 \tag{4.23}$$

où τ_0 est la valeur de τ estimée par inversion, qui représente la relation entre les paramètres (trade-off), et non pas à un point dans l'espace des paramètres (solution unique). Les trade-offs sont nombreux entre les paramètres et concernent des intervalles larges. Pour imager ce phénomène, nous avons représenté la fonction coût suivant différents sous-espaces, par couples de paramètres (Figure 4.22 de l'article joint). On remarque que la fonction coût comporte des "vallées" allongées dont le fond est "plat", et perturbé par le bruit, ce qui conduit à des très nombreux minima. Ce type de fonction coût est défavorable à l'utilisation d'une méthode d'optimisation basée sur la linéarisation de la fonction coût et son exploration par une méthode de gradient (par exemple Gauss-Newton).

4.2.1 Méthode d'inversion

Position du problème et choix de la méthode

L'inversion consiste à chercher le meilleur modèle m tel que la fonction coût $S(m)$

$$S(m) = (d - g(m))^T C_d (d - g(m))$$

représentant l'écart entre le résultat du modèle théorique $g(m)$ et les données réelles d soit la plus petite possible. La recherche du modèle m s'effectue par minimisation de cette fonction coût.

Dans un premier temps la possibilité de minimiser cette fonction coût par une méthode de gradients a été investiguée (annexe 7.3). Cependant bien que ces méthodes soient les plus naturelles à concevoir elles ne sont pas satisfaisantes dans notre cas. D'une part, la détermination du Jacobien s'effectue numériquement car nous ne disposons pas d'expression analytique de la fonction g. D'autre part, la non-linéarité du problème induit l'existence de minimas locaux

dans la fonction coût. L'introduction de connaissance a priori pour certains paramètres (rayon et longueur du conduit d'alimentation, paramètre d'endommagement incrémental) est difficile (annexe 7.3). Ainsi afin de minimiser la fonction coût nous nous sommes orientés vers des méthodes de minimisation permettant un plus grand balayage de l'espace des solutions via un échantillonage direct de l'espace des paramètres du modèle.

Méthodes d'optimisation basées sur l'échantillonage de la fonction coût

Une recherche systématique du minimum de la fonction coût sur une grille dans l'espace des paramètres (8 paramètres ici) peut s'avérer très coûteuse en temps calcul. Une solution plus rapide consiste à échantillonner l'espace des paramètres par une stratégie non-exhaustive, l'objectif étant de minimiser le risque de ne pas échantillonner le minimum de la fonction coût.

Les paragraphes suivants montrent les résutats de deux méthodes d'inversion appliquées à des données synthétiques.

Les inversions sont réalisées dans un premier temps sur les 8 paramètres en supposant la valeur du paramètre c/H constante au cours du temps. Le vecteur des paramètres se compose alors de 8 valeurs. On réalise un modèle synthètique de déplacement de surface à partir de 8 paramètres donnés. Des modèles initiaux aléatoires sont alors générés et des inversions sont ensuite réalisées et comparées afin de tester l'efficacité des méthodes considérées.

Le modèle choisi ici comporte les paramètres suivants : $a_r = 800$m, $a_c = 0.5$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 100$Pa.s, $P = 30$MPa, $G_0 = 100$MPa, $c/H = 3.3 \times 10^{-4}$.

Les inversions réalisées consistent en la minimisation de la fonction coût donnée par :

$S(m) = (g(m) - d)^T C_d^{-1}(g(m) - d)$, avec $g(m)$ le déplacement de surface obtenu par l'utilisation du modèle m de paramètres, d le déplacement de surface donné par les données synthétiques et C_d la matrice de covariance sur les données. Afin de tester les méthodes d'inversion nous génèrerons dans tous les cas un ensemble de modèles initiaux de manière aléatoire. Une inversion est ensuite réalisée pour chaque modèle aléatoire et nous évaluerons alors la capacité de la méthode à trouver un modèle qui se rapproche au mieux des données réelles et du déplacement de surface de référence.

Recuit Simulé Le recuit simulé est une méthode basée sur l'algorithme de Métropolis-Hastings. Elle est inspirée d'une observation faite en métallurgie : si on refroidit trop rapidement un mélange les cristaux ne s'organisent pas nécessairement selon la configuration la plus stable, il faut donc contrôler le refroidissement pour que les cristaux aient le temps de se "reformer" d'où le terme recuit. Pour implémenter le recuit simulé, on définit la fonction $\sigma(m) = e^{-S(m)}$ où $S(m)$ est la fonction coût. On définit également la fonction $\sigma(m, T) = e^{\frac{T_0 \log(\sigma(m))}{T}}$ et $\sigma(m, T_0) = \sigma(m)$. Changer la température T écrase ou amplifie alors les amplitudes; pour un T très petit on observe des pics aux optima de la fonction coût et un replat pour le reste. La température est diminuée graduellement (en général par pas de moins de 1%). Au début de l'algorithme on tire un modèle m_1 aléatoirement à proximité de m_0, si $\sigma(m_1) > \sigma(m_0)$ alors on accepte m_1 et on continue, sinon m_1 est gardé avec une certaine probabilité définie

par l'utilisateur. On met à jour la température et on continue jusqu'à atteindre le critère d'arrêt.

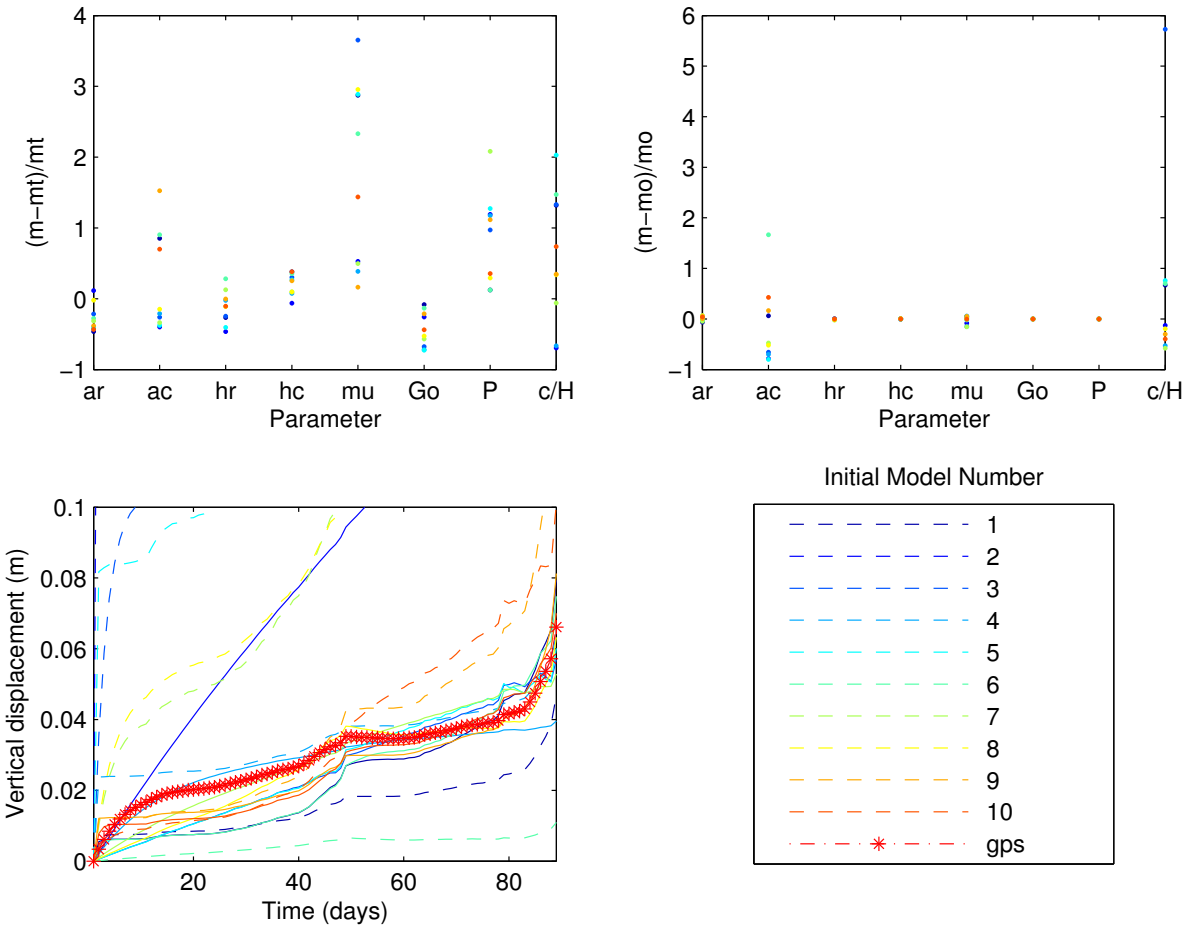


Figure 4.15: *Résultat de l'inversion par la méthode du recuit simulé pour différents modèles initiaux. Haut gauche : écart relatif entre le modèle final et le modèle théorique. Haut droite : écart relatif entre le modèle final et le modèle initial. Bas gauche : modèles initiaux (en tireté), modèles finaux (trait continu), données synthétiques (croix rouge).*

La figure 4.15 présente les résultats de l'inversion par la méthode de recuit simulé pour différents modèles initiaux pris aléatoirement dans l'espace des modèles. La méthode permet de se rapprocher du modèle réel mais la résolution sur les paramètres μ, a_c, P et $\delta = c/H$ reste faible. D'autre part, il reste difficile de s'éloigner du modèle initial pour tous les paramètres; les paramètres les plus perturbés sont a_c et δ. La méthode permet de s'échapper des minimas locaux mais il faut imposer un très grand nombre d'itérations, ce qui rend la résolution très longue. Le résultat dépend fortement du modèle initial choisi. Il faut donc trouver une méthode plus efficace qui permette de tester plus de combinaisons de paramètres et qui permette aussi plus de flexibilité dans le choix et l'évolution des paramètres pendant l'inversion. Ce sont les raisons qui m'ont poussée à expérimenter les méthodes d'algorithme génétique.

Algorithme Génétique Les méthodes d'inversion par algorithme génétique sont basées sur le principe de la sélection naturelle en biologie. La sélection naturelle permet d'isoler les individus les mieux adaptés à l'environnement choisi; l'inversion par algorithme génétique permet de créer une population de modèles possibles qui évolue dans le temps par reproduction et éventuellement mutation. On évalue ensuite la capacité de survie des individus-modèles de la nouvelle population et on continue à la faire évoluer avec les individus-modèles sélectionnés. La pression de sélection est représentée par la sélection des individus dont la fonction coût est la plus petite.

Cette méthode consiste à faire évoluer une population P_k d'individus-modèles à un instant k en une population P_{k+1} constitué du même nombre d'individus-modèles dont le degré d'adaptation à l'environnement est meilleur. Cet algorithme présente donc deux étapes majeures :

- la génération d'une nouvelle population;
- la sélection des individus de la population à l'étape $k+1$;

La génération de nouveaux individus se fait à la manière de ce que l'on observe en biologie, par un mélange de reproduction, d'hybridation et de mutation. Chaque individu est ensuite caractérisé par sa fonction d'adaptation (dans notre cas il s'agit de la fonction coût) et la sélection "naturelle" est faite. La sélection est effectuée à deux stades : d'une part au niveau des reproducteurs et ensuite au moment de la fabrication de la population finale (les enfants les moins bien adaptés meurent, dans la nature). Les reproducteurs peuvent être choisis par tirage aléatoire, par classement en fonction de leur fonction d'adaptation, par tournoi ... Enfin il faut sélectionner la population finale qui survivra à l'instant $k+1$ à partir de la population des parents et des enfants. Il existe là aussi plusieurs possibilités : seuls les enfants survivent, seuls les meilleurs survivent ...

Etant donné la diversité des stratégies proposées par cette méthode, son efficacité repose sur une bonne analyse des causes d'échecs. Si la solution reste piégée dans un minimum local, c'est souvent que la variabilité lors de la reproduction (hybridation) n'est pas suffisante; mais trop de variabilité conduit à un comportement chaotique des populations. Enfin l'algorithme reste malgré tout sensible aux conditions initiales.

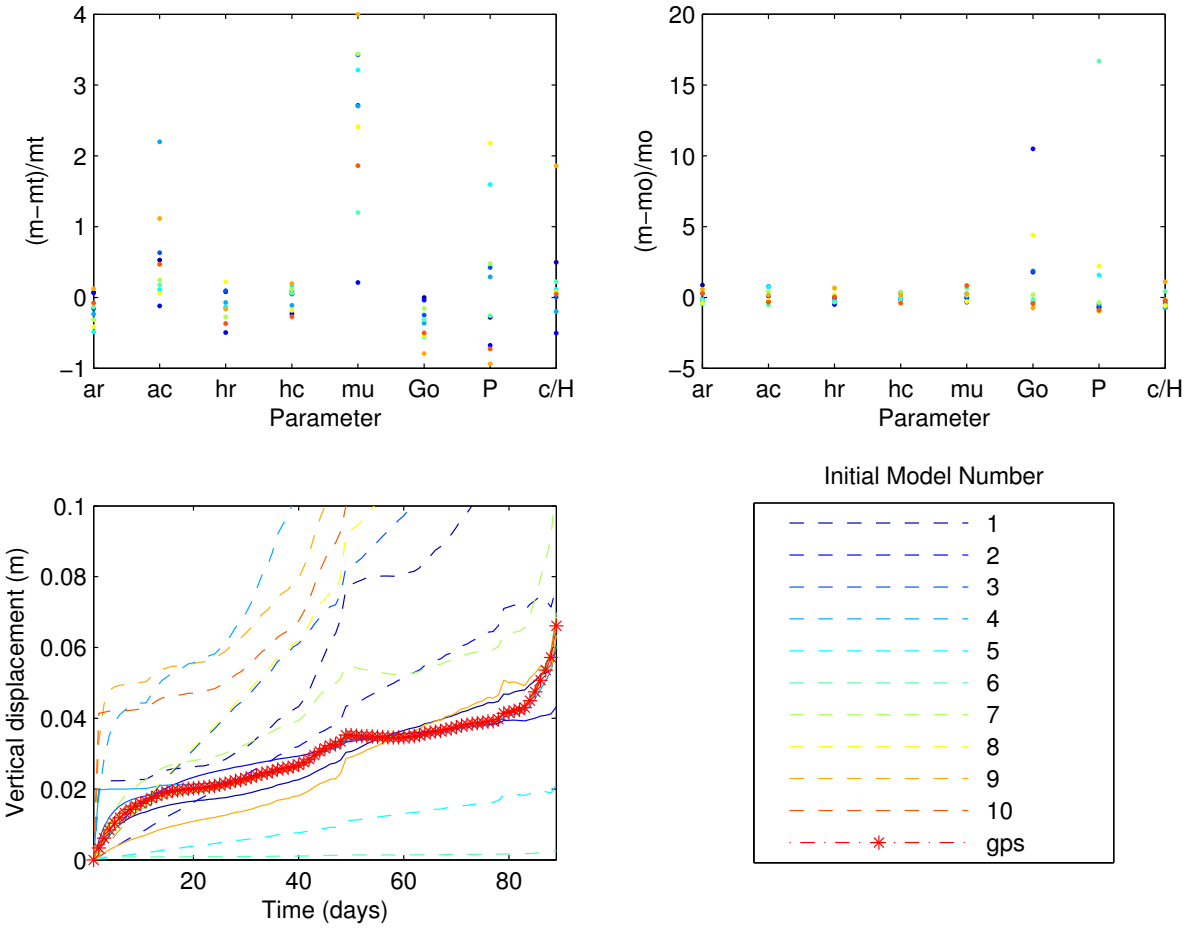


Figure 4.16: *Résultat de l'inversion par la méthode de l'algorithme génétique simulé pour différents modèles initiaux. Haut gauche : écart relatif entre le modèle final et le modèle théorique. Haut droite : écart relatif entre le modèle final et le modèle initial. Bas gauche : modèles initiaux (en tireté), modèles finaux (trait continu), données synthétiques (croix rouge).*

La figure 4.16 présente les résultats de l'inversion par algorithme génétique. Bien que les paramètres μ, H_c, a_c et P restent mal contraints, l'ensemble des paramètres se rapprochent plus de ceux du modèle réel que dans les inversions précédentes. D'autre part, la méthode permet de sortir des minimas locaux, de s'éloigner des modèles initiaux choisis, et de se rapprocher du modèle réel quel que soit le modèle initial.

Les données calculées pour le modèle final inversé se rapprochent de manière satisfaisante des données synthétiques en un temps de calcul raisonnable. Les paramètres a_c et μ sont les plus mal contraints; la viscosité μ peut varier d'un ordre de grandeur dans la réalité. Globalement la valeur du paramètre d'endommagement obtenue est juste à plus ou moins 10%.

Les paramètres structuraux contrôlent essentiellement le déplacement vertical dans le début de la période inter-éruptive, et l'endommagement contrôle la fin de cette période. Ces deux types de paramètres sont donc faiblement couplés et peuvent être résolus indépendamment. Les figures 4.22 et 4.23 de l'article joint dans ce chapitre montrent qu'il existent des intervalles

larges de valeurs des paramètres structuraux qui produisent des valeurs identiques de la pseudo-constante de temps, et des séries temporelles de déplacements verticaux identiques. Par la suite, nous utiliserons un modèle de référence pour les paramètres structuraux: $a_r = 800$ m, $a_c = 0.5$ m, $H_r = 2000$ m, $H_c = 10000$ m, $\mu = 100$ Pa.s, $G_0 = 30$ GPa, $P = 20$ MPa. Seul sera inversé le paramètre d'endommagement incrémental $\delta = \frac{c}{H}$. Les détails de la méthode sont donnés dans le paragraphe 4.3).

4.3 Article - A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes.

A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes (Carrier, A., Got, J.-L., Peltier, A., Ferrazzini, V., Staudacher, T., Kowalski, P. et Boissier, P., J. Geophys. Res., 2015

Abstract Monitoring of large basaltic volcanoes, such as Piton de la Fournaise (La Réunion Island, France), has revealed pre-eruptive accelerations in surface displacements and seismicity rate over a period of between one hour and several weeks before magma reaches the surface. Such eruptions are attributed to ruptures of pressurized magma reservoirs. Elastic models used to describe surface deformation would assume that accelerations in surface deformation are due to increases in reservoir pressure. This assumption requires changes in magma or pressure conditions at the base of the magma feeding system that are unrealistic over the observed timescale. Another possible cause for these accelerations is magma pressure in the reservoir weakening the volcanic edifice. In the present study we modeled such weakening by progressive damage to an initially elastic edifice. We used an incremental damage model, with seismicity as a damage variable with daily increments. Elastic moduli decrease linearly with each damage increment. Applied to an initially elastic edifice with constant pressure at the base of the system, this damage model reproduces surface displacement accelerations quite well when damage is sufficient. Process dynamics is controlled by the damage parameter, taken as the ratio between the incremental rupture surface and the surface to be ruptured. In this case, edifice strength and magma reservoir pressure decrease with decreasing elastic moduli, whereas surface displacement accelerates. We discuss the consequences of pressure decreases in magma reservoirs.

4.3.1 Introduction

Many large basaltic volcanoes are now continuously monitored for surface deformation and seismicity. The resulting data suggest the existence of magma reservoirs and feeding systems in their edifices and reveal the main features of their dynamics (e.g., *Peltier et al.* (2007), *Bonforte et al.* (2008), *Montgomery-Brown et al.* (2011)). Eruptions occur when the pressure in the magma reservoir reaches the strength of the edifice and provokes the rupture of the reservoir (*Blake* (1984), *Tait et al.* (1989), *McLeod and Tait* (1999), *Gudmundsson* (2006), *Gerbault et al.* (2012)). Inter- and pre-eruptive changes in deformation and seismicity are common features of these volcanoes. The most frequent changes in geophysical observables are an increase in seismicity rate or in RSAM amplitude (*Voight* (1988), *Kilburn* (2003), *Lengliné et al.* (2008), *Schmid et al.* (2012), *Budi-Santoso et al.* (2013)). In some cases, this increase is accompanied by an acceleration in surface deformation (see, e.g., *Peltier et al.* (2005, 2006, 2009a), Surono et al. (2012a), *Kilburn* (2012); see *Schmid et al.* (2012) for a systematic study of this pattern on Piton de la Fournaise), whereas in other cases surface deformation stabilizes for a period of time. *Schmid et al.* (2012) calculations of average seismicity and surface deformation rates for Piton de la Fournaise volcano between 1999 and 2006 clearly revealed an average acceleration pattern during inter-eruptive periods, and a remarkable pre-eruptive dynamics with a very slow

deformation pattern changing into a very fast deformation pattern in some days.
Lengliné et al. (2008) drew up an elastic modelling of a pressurized magma reservoir fed by a magma conduit in an elastic half-space, with a constant pressure condition at the base of the magma conduit. In such a case, the magma reservoir pressure may be expressed in a very simple analytical form which shows that, due to the elastic nature of the volcanic edifice model, equilibrium is reached with a constant magma reservoir pressure and subsequent limited surface deformation. This occurs over a characteristic time period ranging from tens of days to one year, depending mostly on the geometry of the system and magma viscosity. Using such a model to explain surface deformation accelerations over time periods of days to tens of days would require a systematic analogue pressure change at the base of the conduit, in the mantle, once the feeding system equilibrium is reached. Whether such an ad hoc mantle process is realistic at this timescale is questionable.
Accelerations in acoustic emission rates and deformation preceding rupture have long been observed during laboratory rock deformation experiments, at the sample scale. They are usually related to the progressive damage and rupture event interactions, termed tertiary creep, which occur before the final instability and failure (see, e.g., (*Cox and Meredith*, 1993; *Main*, 2000; *Amitrano and Helmstetter*, 2006)). *Cox and Meredith* (1993) linked stress and strain in a damage model of the weakening behavior of progressively cracked elastic solids. *Benson et al.* (2007) imaged the complete slow failure process in triaxially deformed Etna basalt, monitoring accelerations in volume changes and acoustic emissions, and (*Heap et al.*, 2009, 2010) examined the decrease in elastic moduli due to damage in samples in volcanic rocks. At a larger scale, *Agnon and Lyakhovsky* (1995) and *Mériaux et al.* (1999) respectively evidenced and studied damage during dyke propagation. In a study of brittle creep in basalt under constant stress, based on measurements of axial strain, porosity and acoustic emission energy, *Heap et al.* (2011) showed that creep could explain seismic activity and strain release recorded at Mt. Etna between 1993 and 2005. Similar measurements have been made on other volcanoes (e.g., (*Ventura et al.*, 2010)), mostly in order to check the applicability of eruption prediction methods such as the Failure Forecast Method (FFM, *Voight* (1988); see *Tarraga et al.* (2008) for a review, more recently *Bell et al.* (2011a,b) for evaluations, and *Boué et al.* (2015)), which is derived from studies of tertiary creep and material failure under constant load. In studies investigating the possibility of using FFM to predict eruption, the damage variable may be the seismicity or the strain rate, and the applied stress has always been considered constant, which may not be the case.
However, seismicity rates and surface deformation records have never been used in large-scale physical models that use a damage approach to investigate how variations in applied stresses or pressures are linked to seismicity and deformation on volcanoes. In the present study, we used a progressive homogeneous isotropic damage approach in order to link seismicity to the progressive failure of rocks, and to model the strain weakening of rocks and the subsequent acceleration of the deformation before failure. We first set up a reference model consisting of a pressurized magma reservoir embedded in a homogeneous isotropic elastic half-space and fed by a magma conduit with constant magma pressure at its base, similar to the model used in *Lengliné et al.* (2008). Reservoir pressure time evolution is deduced from the fact that, over a given time, magma volume input to the reservoir is equal to the change in reservoir volume, in the hypothesis that magma is incompressible and that no magma loss occurs. Damage was introduced into the model by a law that reduces the elastic shear modulus, using the seismicity rate as a damage variable and the characteristic rupture length as a damage parameter. We computed overpressure in the reservoir from the numerical integration of a non-linear, first-

order differential equation, and we deduced theoretical surface displacements from the reservoir overpressure as a function of time. We then used these surface displacements to fit the time evolution of the measured surface displacements, which constrained the evolution of the reservoir overpressure over time. Best fit was obtained by adjusting the characteristic rupture length in the damage law. This study allowed us to infer the pre-peak stress-strain behavior on the scale of a volcanic edifice and to model the pressure history in the magma reservoir during inter- and pre-eruptive periods. It is important to determine how reservoir pressure evolve over time, as this parameter controls the eruptive dynamics of volcanoes. The present study complements *Got et al.* (2013)'s study of the post-peak behavior of the volcanic edifice during distal eruptions of Piton de la Fournaise.
Our study was based on surface displacement data recorded from the permanent GPS station network operated by the Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise (OVPF) in La Réunion Island (France). Piton de la Fournaise is an active hot spot shield volcano that erupted 35 times from 1998 to 2014, emitting more than 500 x $10^6 m^3$ of magma (*Roult et al.*, 2012). Seismic tomography (*Nercessian et al.*, 1996; *Prôno et al.*, 2009) and inversion of geodetic data (*Peltier et al.*, 2007, 2008, 2009b) indicate the presence of a shallow magma reservoir located between 0 m and 500 m above sea level. The volcanic edifice's stable western flank is separated from its mobile eastern flank by a rift system (see, e.g., *Bachèlery* (1981) and *Michon et al.* (2007)) that radiates from the eruptive center, located at the 1-km-diameter Dolomieu crater (Figure 4.17). Geological observations on the Piton de la Fournaise and Piton des Neiges volcanoes show that most magma transfer occurs through subvertical dikes or subhorizontal sill injections in the volcanic edifice (*Michon et al.*, 2007; *Letourneur et al.*, 2008).

4.3.2 Data

Deformation Data

Because our aim was to model surface deformation on the volcano over short timescales (typically days to weeks), we used the daily surface displacement data recorded by the OVPF permanent GPS network (Figure 4.17). Our study focused on the 18-19 February and 30 March - 1 May 2007 eruptions (Figures 4.17 and 4.18), during which well-recorded eruptive activity occurred (see, e.g., *Staudacher et al.* (2009) and *Peltier et al.* (2009b) for a more detailed description of these eruptions). In 2007, the network consisted of 10 GPS stations located around the summit of Piton de la Fournaise, with another two GPS stations approximately 4km from the summit (Figure 4.17). GPS signals were recorded at a rate of 2 samples/min. Daily solutions were determined using the GAMIT/GLOBK software package, which takes into account IGS precise ephemeris, a stable support network of 20 IGS stations around La Réunion Island, a tested parameterization of the troposphere, a model of ocean loading, and solar and lunar tide models.

4.3.2.1 Seismicity Data

For the purposes of our study, we used the OVPF's catalogue of earthquakes at Piton de la Fournaise. OVPF has recorded continuous seismic data since March 1999, using a permanent seismic network which, until 2011, consisted of 15 stations operating short-period L4C seismometers and recording at a 100-Hz sampling frequency. The catalogue was established from

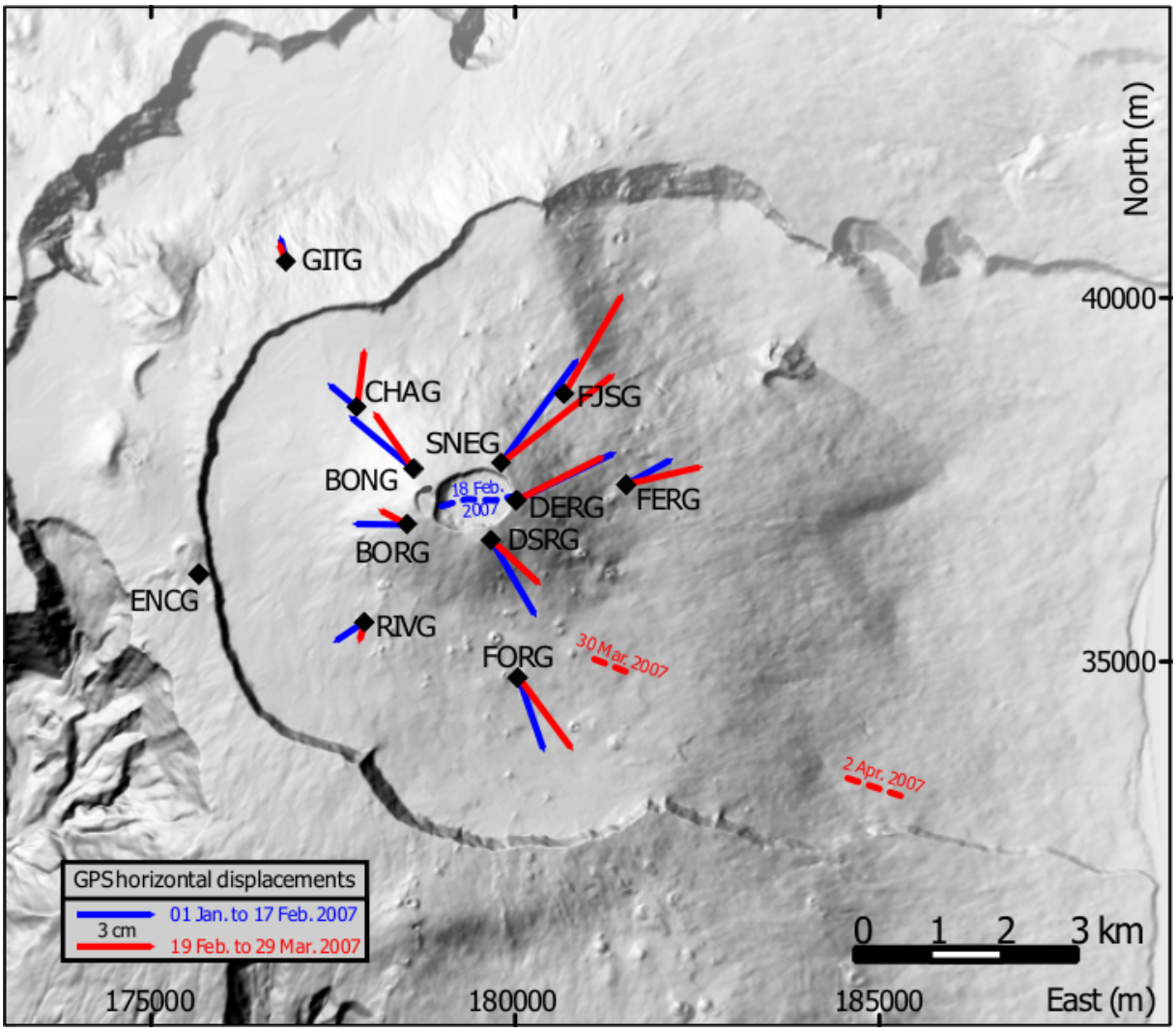


Figure 4.17: *Digital elevation model of Piton de la Fournaise showing the location of the OPVF permanent GPS network (black diamonds). Vectors show horizontal displacements recorded during the two inter-eruptive periods investigated in this study: from 1 January 2007 to 17 February 2007 (blue), from 19 February 2007 to 29 March 2007 (red). Dashed lines indicate the location of the eruptive fissures that opened on 18 February (blue), 30 March and 2 April 2007 (red). Coordinates are given in the Gauss-Laborde Réunion projection system.*

continuous paper records (8 stations) by the OVPF staff and events classified as VT (volcano-tectonic), RF (Rock Fall) or other types of earthquakes (local, regional, teleseism).
We used only VT earthquakes for our study. Most of these earthquakes occurred below the summit in a vertical, 1-km-diameter cylinder at an elevation of between 0.5 to 1.5 km above sea level (*Massin et al.*, 2011) and above a superficial magma reservoir that has been shown to be above sea level from deformation modeling (*Peltier et al.*, 2007) and seismic tomography (*Prôno et al.*, 2009). Seismicity at Piton de la Fournaise mainly consists of low-magnitude earthquakes ($M < 4$). Since 2002, magnitudes have been computed by OVPF as duration

magnitudes, using the relation

$$M_d = 2\log_{10} T + 0.0035\Delta - 0.87 \tag{4.24}$$

where T is the signal duration in seconds, and Δ is the epicentral distance in km. Completion magnitude of the catalogue was computed using the maximum curvature method (*Woessner and Wiemer*, 2005) and found to be 0.3.
These seismic catalog and magnitude data can be used to infer the rupture area and the characteristic length for each earthquake, using the scaling relationships established by *Wells and Coppersmith* (1994). Computation of the area ruptured by each of the $\sim$ 55000 earthquakes that occurred between 1 January 2002 to 31 December 2011 showed that rupture length was roughly constant during this period (Figure 4.19). Characteristic rupture length is found to be $\sim$ 66 m. This constant and small rupture length shows that stress transfer and earthquake interaction remained moderate, so small-magnitude earthquakes dominated the long-term rupture process.

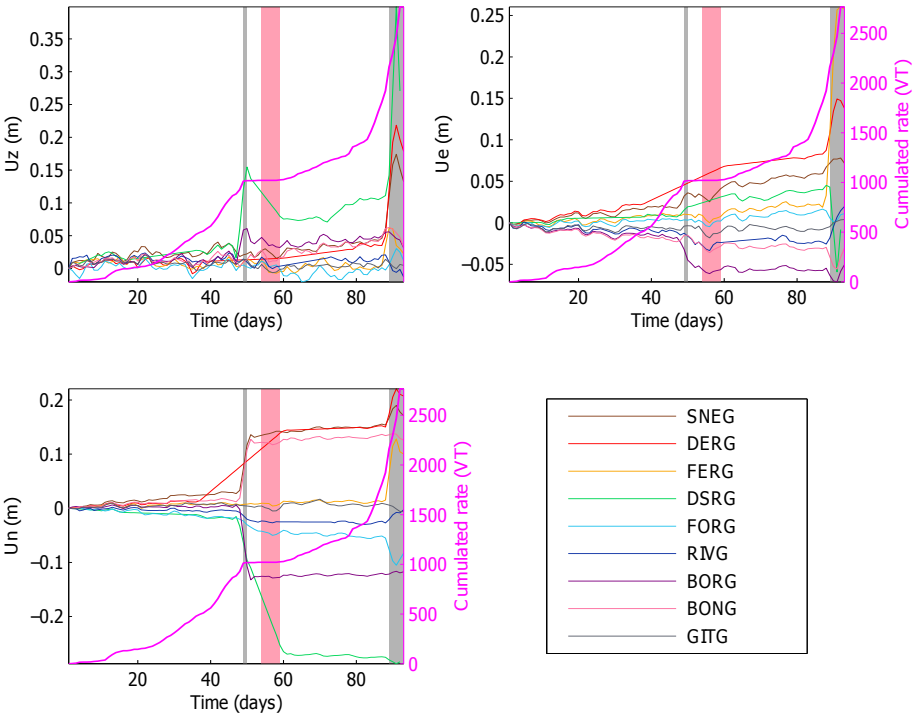


Figure 4.18: *Cumulative seismicity in number of earthquakes (purple) and GPS displacement (Uz : vertical, Ue : East, Un : North) as a function of time in days from 1 January 2007 to 3 April 2007 for various geodetic stations (see color correspondence in the inset) at Piton de la Fournaise volcano. Vertically shaded grey areas indicate the 18-19 February 2007 (left) and the beginning of the 30 March to 1 May 2007 eruptions. The vertically shaded pink area indicates the time during when the Gamède storm struck the island (23 to 28 February), when few data were acquired by the OVPF seismic network.*

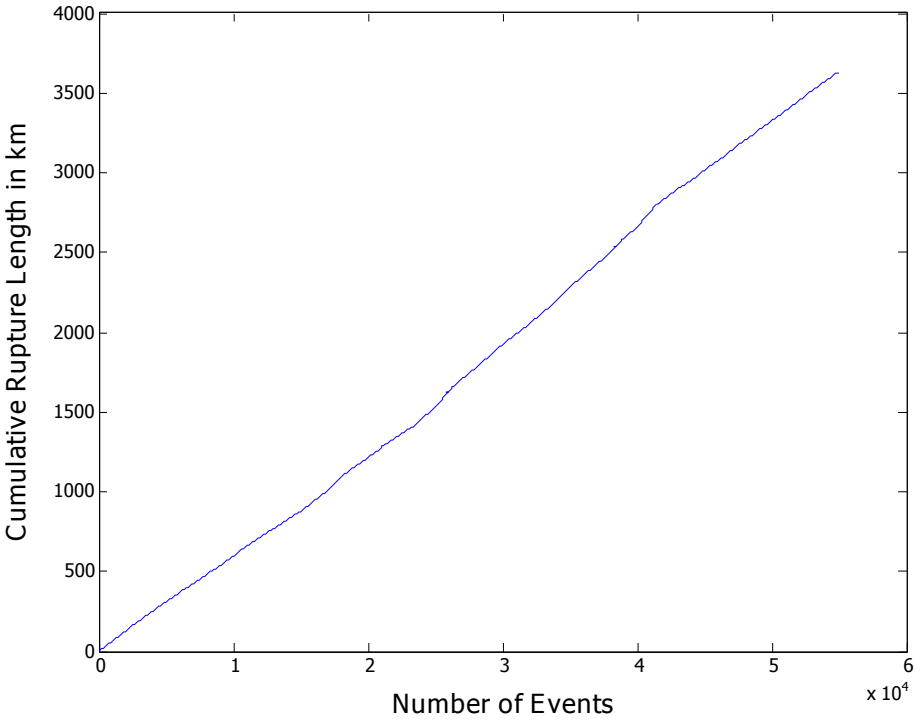


Figure 4.19: *Cumulated rupture length in km as a function of the number of volcano-tectonic events between 1 January 2002 to 31 December 2011 at Piton de la Fournaise. Each rupture length was computed as the square root of the rupture area A deduced from the (Wells and Coppersmith, 1994) scaling law:* $A = 10^{-2.87+0.82*M}$*, where M is the local magnitude.*

4.3.3 Model

The following sections describe how we computed theoretical displacements at the surface of a volcanic edifice by using a simple model of a magma pressure source embedded in a damaged homogeneous elastic medium, using seismicity rate as a damage variable. Damage is introduced by decreasing the elastic moduli, following the linear isotropic approach of *Kachanov* (1958). We considered magma to be a single-phase, incompressible fluid. This physical model was described by a non-linear differential equation with magma reservoir overpressure as a variable, which we solved numerically. Theoretical surface displacements were inferred from the overpressure computation. Finally, model parameters were estimated by fitting the theoretical surface displacements to measured surface displacements.

4.3.3.1 Reference elastic model and implications

We built a 2D axisymmetric model consisting of a pressurized spherical magma reservoir with constant source pressure at the base of a cylindrical magma conduit in a semi-infinite elastic half-space. This model is similar to the one published by *Lengliné et al.* (2008) (Figure 4.20). The magma reservoir has a radius a_r. It is fed by a conduit of length H_c and diameter $a_c << a_r$.

Rising magma flow is laminar and Poiseuille's law can be applied to the conduit:

$$Q = \frac{\pi a_c^4}{8\mu}\left(-\frac{dP}{dz} - \rho_m g\right) \tag{4.25}$$

where $\frac{dP}{dz}$ is the vertical pressure gradient, and μ and ρ_m are the magma viscosity and density, respectively. This can be written (*Pinel and Jaupart*, 2003)

$$Q(t) = \frac{\pi a_c^4}{8\mu H_c}\left(P - \Delta P(t)\right) \tag{4.26}$$

$P = \Delta P_s - \Delta P_r^0 + (\rho_r - \rho_m)\, g H_c$ is a constant term, where ΔP_s is the overpressure at the source, ΔP_r^0 is the initial overpressure in the reservoir, ρ_r is the rock density. $\Delta P_r(t) = \Delta P_r^0 + \Delta P(t)$ is the overpressure in the reservoir, and $\Delta P(t)$ is the time history of the overpressure in the reservoir since the initial time.

Writing volume variation into the magma reservoir without loss of magma (*Delaney and McTigue*, 1994) gives

$$\Delta V_{in}(t) = \Delta P(t)\frac{\pi a_r^3}{G} \tag{4.27}$$

where G is the shear or rigidity modulus and $\Delta P(t)$ is the variation in the magma reservoir overpressure.

Considering that magma flow in the conduit is equal to the time derivative of the reservoir volume variation, we found the first-order differential equation (*Lengliné et al.*, 2008) :

$$\frac{d\Delta P(t)}{dt} = \frac{G a_c^4}{8\mu H_c a_r^3}\left(P - \Delta P\,(t)\right) \tag{4.28}$$

Equation (4.28) has an analytical solution

$$\Delta P(t) = P\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.29}$$

where $\tau = \frac{8\mu H_c a_r^3}{G a_c^4}$ is the characteristic time of the overpressure function. This simple elastic solution shows that when the pressure at the base of the magma conduit (the source) is constant, the magma reservoir reaches an equilibrium with a limit pressure controlled by the overpressure at the source.
If shear modulus G varies with time, time derivation of the volume variation (equation (4.27)) gives

$$\frac{d\Delta V_{in}(t)}{dt} = \frac{\pi a_r^3}{G(t)}\left(\frac{d\Delta P(t)}{dt} - \frac{\Delta P(t)}{G(t)}\frac{dG(t)}{dt}\right) \tag{4.30}$$

and equation (4.28) becomes

$$\frac{d\Delta P(t)}{dt} = \frac{G(t) a_c^4}{8\mu H_c a_r^3}(P - \Delta P(t)) + \frac{\Delta P(t)}{G(t)}\frac{dG(t)}{dt} \tag{4.31}$$

Equation (4.31) does not accept an analytical solution. Consequently, we computed $\Delta P(t)$ numerically using a fourth-order Runge-Kutta scheme with a sixth-order adaptative step size

control (*Press*, 1992). In such a case, the solution may have a complex time evolution, depending on the time history of the shear modulus G. We defined a pseudo-characteristic time $\tau^* = \frac{8\mu H_c a_r^3}{G(t) a_c^4}$ in order to represent the dynamics of the pressure time history.

Finally, we computed surface displacements, taking into account the free-surface effect, by using (*Lisowski*, 2007)

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{a_r^3(1-\nu)}{G(t)} \Delta P(t) \left\{ 1 + \left(\frac{a_r}{H_r}\right)^3 \left(\frac{1+\nu}{10-14\nu} + \frac{15}{4} \left(\frac{H_r}{R}\right)^2 \frac{\nu-2}{5\nu-7} \right) \right\} \begin{pmatrix} x/R^3 \\ y/R^3 \\ H_r/R^3 \end{pmatrix} \tag{4.32}$$

where $R = \sqrt{x^2+y^2+H_r^2} = \sqrt{r^2+H_r^2}$, r being the horizontal distance to the pressure source. ν is the Poisson coefficient.

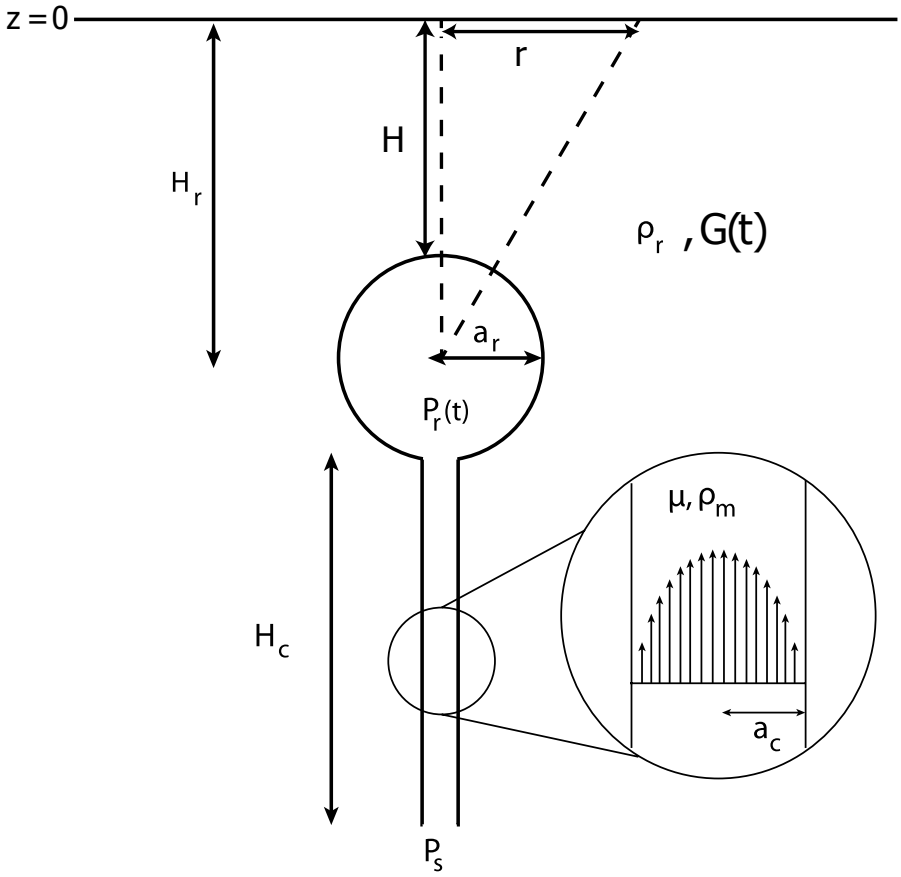


Figure 4.20: *Physical model used in this study. A magma reservoir (radius a_r, depth H_r, roof depth H) embedded in a semi-infinite homogeneous isotropic elastic half-space (density ρ_r, shear modulus G) is fed by magma through a cylindrical conduit (radius a_c, length H_c). Shear modulus G is assumed to change homogeneously with damage (see text for details) and therefore with time t. Pressure P_s at the base of the conduit is assumed to be constant. Magma is characterized by its viscosity μ and its density ρ_m.*

4.3.3.2 Effective Young's modulus and damage models

In the present study we considered the volcanic edifice, loaded by the magma reservoir pressure during inter-eruptive periods, to be progressively and homogeneously damaged by the occurrence of ruptures (evidenced by earthquakes) weakening the edifice (see, e.g., *Main* (2000); *Kilburn* (2003, 2012)). We also assumed that during inter-eruptive inflation periods and pre-eruptive periods the rupture process in the edifice is faster than healing process; therefore, edifice weakening is considered as more efficient than consolidation during these periods. Because the rupture process is continuous during these periods, damage is considered to be progressive. As a first approach we will consider damage to remain homogeneous and isotropic throughout the inter-eruptive period.

Linear damage concepts have been introduced by *Kachanov* (1958) using the notion of effective stress. In this approach, the nominal or total area S on which the mean stress σ is applied is decomposed in a damaged area, supporting no stress, and an undamaged area $S' = (1-D)S$, bearing the effective stress σ'. Hence, D is the proportion of damaged area. In the damage process, stress transfers to the remaining undamaged area, during small rupture events like micro-earthquakes. Because the force borne by the nominal surface S is actually borne by the surface S', the effective stress is given by:

$$\sigma' = \sigma \frac{S}{S'} = \frac{\sigma}{1-D} \tag{4.33}$$

When a uniaxial load is applied to the undamaged area, assumed to be a linear elastic body, elastic strain is given by $\epsilon = \frac{\sigma'}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E}$ where E is the Young's modulus.

$$E' = (1-D)E \tag{4.34}$$

is the Young's modulus of the damaged material; it is often referred to as the effective Young's modulus (see, e.g., *Kemeny and Cook* (1986)) and may be considered the large-scale Young's modulus. A similar relation also exists between the shear moduli G and G' of the undamaged and damaged material, respectively. Therefore, damage decreases the elastic coefficients of the initially perfectly elastic material. When damage increases with increasing strain, E' and G' may be represented as decreasing functions of the strain and are termed tangent moduli.

In the case of non-interacting cracks, *Walsh* (1965) showed the effective Young's modulus of an infinite 2D elastic cracked solid to be

$$E' = \frac{E}{1+\lambda\chi} \tag{4.35}$$

where $\lambda \approx 3$ and χ is the density of cracks in the medium. When a volume V contains N cracks $\chi \approx \frac{Nc^3}{V}$, where c^3 is the average volume of a crack. When these cracks are distributed over an area S, $\chi \approx \frac{Nc^2}{S}$ where c^2 is the mean surface area of a planar crack. *Budiansky and O'Connell* (1976) approximated crack interaction by assuming that each crack is surrounded by material having the effective properties of the cracked solid and found

$$E' = E(1-\lambda\chi) \tag{4.36}$$

In this framework, the damage parameter D can be equated to $\lambda\chi$. In both *Walsh* (1965) and *Budiansky and O'Connell* (1976) approaches, cracks are assumed to pre-exist in the cracked

elastic solid. *Bruner* (1976) modified *Budiansky and O'Connell* (1976) results by introducing cracks progressively. In this case, E varies with χ, equation (4.35) may be differentiated, and the effective Young's modulus may be written

$$E' = E\mathrm{e}^{-\lambda\chi} \tag{4.37}$$

When the stressed medium is not infinite and cracks are introduced progressively, the size of the undamaged area decreases progressively and the effective stress (equation (4.33)) on the undamaged area progressively increases. In this case, a damage increment δ can be defined for each rupture event, and the crack area or volume used in the previous approaches to define the crack density is replaced by the new fracture area or volume created during each rupture event. In the case of our 2D model, the density of new fractures created can be taken to be proportional to $\frac{\Delta c}{H}$ where Δc is the newly created rupture length (generally created during an earthquake) and H is the length to be ruptured during the complete rupture (diking) process, assuming that both the new fracture area and the area to be ruptured have the same out-of-plane unit length. In our model, in which we assume that healing processes are slower than damage processes, H can be considered to be the depth of the roof of the magma reservoir, which is a minimum estimate for H. At each step i,

$$\sigma'_{i+1} = \frac{\sigma'_i}{1-\delta} \tag{4.38}$$

which leads to

$$E'_{i+1} = E'_i(1-\delta) \tag{4.39}$$

where $\delta = \frac{\Delta c}{H}$. After N rupture events, the effective Young's modulus E'_N is merely

$$E'_N = E_0(1-\delta)^N \tag{4.40}$$

This conclusion was already reached by *Amitrano and Helmstetter* (2006). In this case, the total damage D due to the occurrence of N consecutive rupture events, each producing the damage increment δ is

$$D = 1-(1-\delta)^N \tag{4.41}$$

Hence, this is a power-law, progressive damage model. Linearizing equation (4.40) would give

$$E'_N = E_0(1-N\delta) \tag{4.42}$$

This corresponds to the creation of a new fracture length $N\Delta c$ under the initial stress conditions. This approximation is valid only when there are no or very few crack interactions, that is, when the newly created fracture length remains diffuse and small relative to the length remaining to be ruptured.

When rupture events are earthquakes recorded by a seismic network on a volcano, the rate of which being counted daily, the effective Young's modulus can be written

$$E'_N = E_0 \prod_{i=1}^{i=N} (1-\delta_i)^{n_i} \tag{4.43}$$

where N is the number of days in the earthquake rate daily time series, n_i is the number of earthquakes occurring during day i (the daily seismicity rate), and δ_i is the damage increment occurring during each day i. In this case, the effective Young's modulus decreases with seismicity rate, as found in rock fracture experiments (see, e.g.,(*Heap et al.*, 2009, 2010)). δ_i may vary with time, taking into account the changes in magnitude and characteristic size of the earthquakes recorded during day i.

4.3.3.3 Effects of source, material and damage parameters on surface deformation

The model described by equations (4.31) and (4.32) has seven parameters characterizing the geometry, material properties (initial rock shear modulus and magma viscosity), pressure conditions at the bottom of the pipe, and one incremental damage parameter δ_i per time step. We termed the geometrical and pressure parameters, source parameters. Source and material parameters control the part of the surface displacement signal that occurs when there is no or a few seismicity and therefore no damage, generally at the beginning of an inter-eruptive period, when the reservoir pressure begins to increase. Surface displacements measured during such periods are mostly low-frequency signals. The incremental damage parameter controls the part of the surface displacement signal that occurs when seismicity increases, generally during the pre-eruptive period. Therefore, source and material parameters on the one hand, and the incremental damage parameter, on the other hand, are weakly coupled.
Figure 4.21 shows the effect of damage on the surface displacement, when a simple linear damage model was used with a constant damage time rate. It shows that damage may explain the acceleration in surface displacement, if the constant damage rate is sufficient. Surface displacement bifurcates from the stable elastic solution when damage is null, to instability when damage reaches a sufficient level. In our model, the incremental damage is the ratio of the incremental rupture length to the length to be ruptured (typically the depth of the magma reservoir roof); therefore, it shows that superficial magma reservoirs are potentially more instable than deeper reservoirs for a given set of pressure conditions, material parameters, incremental rupture length, and magma feeding system geometry.

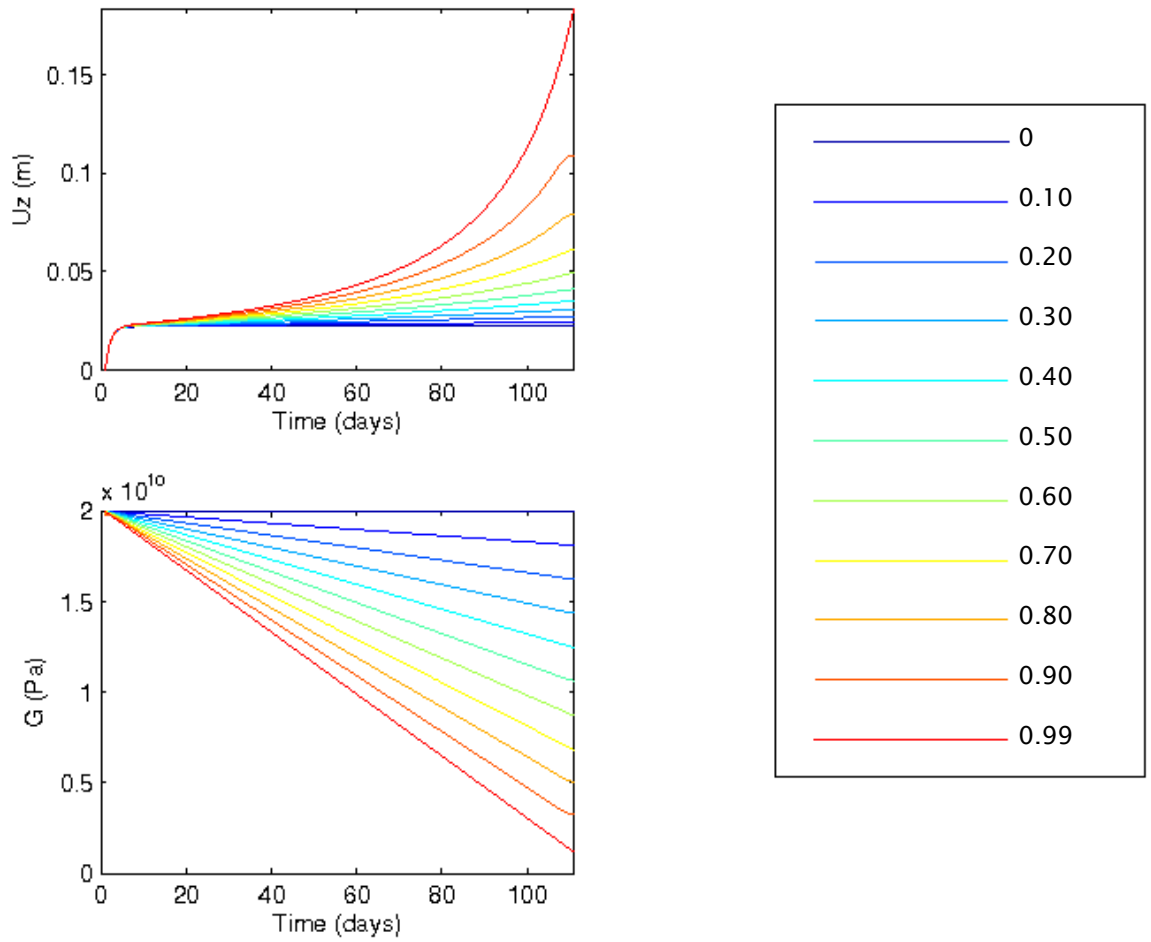


Figure 4.21: *Theoretical vertical surface displacement u_z (computed for a horizontal offset $r = 0$ (Figure 4.20) from equations (4.11) and (4.14)), and shear modulus G as a function of time for a wide interval of total damage D (color), damage rate being constant.*

4.3.4 Inversion

In order to investigate more thoroughly whether or not damage processes efficiently explain accelerations in surface displacements, we had to estimate the order of magnitude of the incremental damage parameter from surface displacement data, and then compare this parameter with physically admissible values for this parameter. To this end we performed an inversion of the surface displacement data in order to estimate the model parameters. Because the coupling between source/material parameters and incremental damage parameter is weak, it is possible to perform the inversion by independently estimating the source and material parameters (determined for a given incremental damage parameter) and then the incremental damage parameter itself.

Therefore, the first stage of the inversion involved estimating seven parameters: a_r, a_c, H_r, H_c, μ, G_0, P. Due to the number of these parameters and the non-linearity of the relations between them, we first explored the parameter space in order to represent the relations between the parameters (trade-offs), which control the probability density function and the uncertainty on the parameters. We estimated these trade-offs by systematically computing the misfit function $(u_{th} - d)^T C_d^{-1}(u_{th} - d)$ (where u_{th} is the modeled displacement, d is the observed displacement (data), both being functions of time, and C_d is the data covariance matrix) in the parameter space. We then represented this misfit function in two-dimensional subspaces of parameters (Figure 4.22). Intervals of the parameter space that were systematically and uniformly explored were determined using previous geological and geophysical studies on Piton de la Fournaise (*Peltier et al.*, 2007; *Prôno et al.*, 2009).

Results (Figure 4.22) showed a wide range of source and material parameter values that fit the surface displacement data equally well. Therefore, trade-offs between model parameters may be quite marked due to (1) the simple form of the time evolution of the overpressure when damage is weak (see, e.g., equation 4.29), which is mostly controlled by one almost constant parameter, the pseudo-characteristic time τ^*, and (2) the fact that τ^* depends on five physical parameters. The relation between these five parameters reveals most of the trade-offs between the source/material parameters.

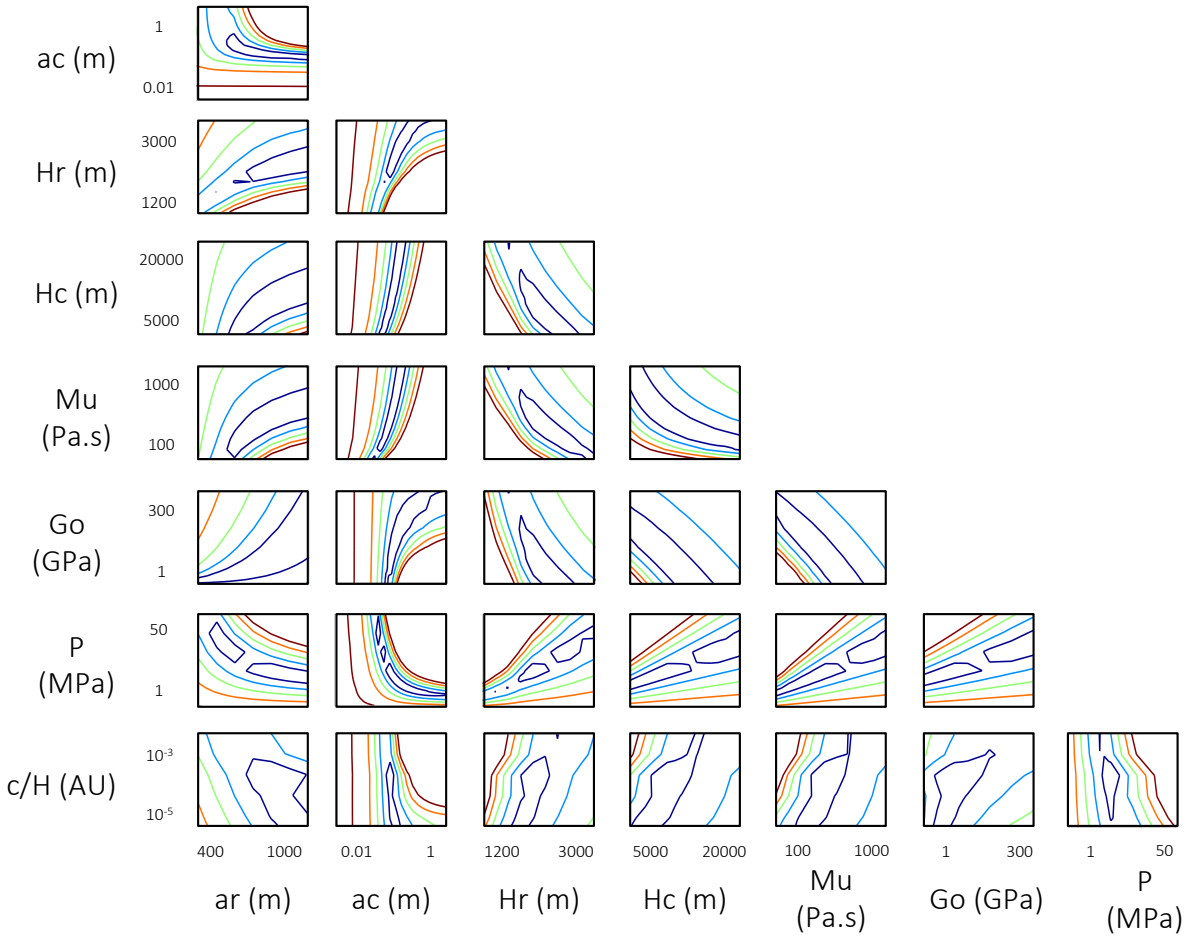


Figure 4.22: *Vertical displacement misfit function as a function of all possible model parameter pairs. In each plot the corresponding parameter pair varies within a given range, whereas other parameters are kept constant:* $a_r = 800$ *m,* $a_c = 0.5$ *m,* $H_r = 2000$ *m,* $H_c = 10000$ *m,* $\mu = 100 Pa.s$*,* $G_0 = 30$ *GPa,* $P = 20$ *MPa,* $\delta = \frac{c}{H} = 5.10^{-4}$*. Misfit function contour level increases from 3 cm (dark blue) to 15 cm (dark red), with a 3-cm step.*

Due to the non-linearity of the relation between the data and model parameters, we performed the inversion using a genetic algorithm with a roulette selection. Figure 4.23 shows the results of 10 inversions that fit the data with the same residual standard deviation. It shows that, although the values obtained for source and material parameters may differ substantially, their coherent variation mostly controls the amplitude of the results (time variation in the shear modulus, reservoir overpressure, volume variation, magma flow), but does not greatly affect the shape of their time variations. Hence, it is not necessary to know the exact characteristics of the source and material model in order to explain inter-eruptive accelerations: these accelerations are similar for a large number of coherent source and material parameter combinations, and they are mostly controlled by damage.

Consequently, in the inversion for the incremental damage parameter δ_i, source and material parameters were fixed at values that best fit the displacement data, especially at the beginning of the inter-eruptive period, when damage is weak. We used (Figure 4.22) $a_c = 800$ m, $a_r =$

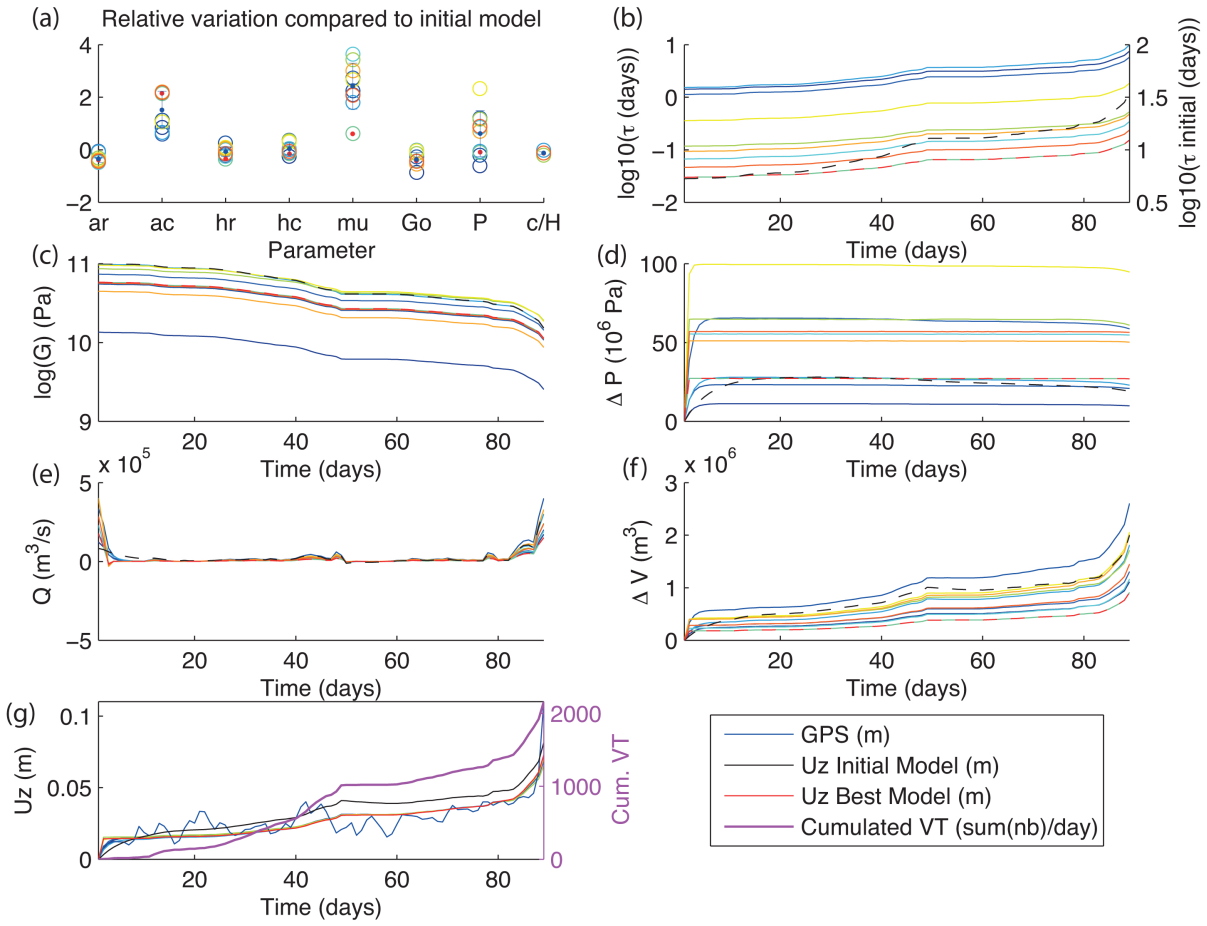


Figure 4.23: *Results of 10 inversions of source and material model parameters using a constant incremental damage parameter for station DERG (see Figure 3.2 for its location). a) Relative variation of each parameter (see text for the reference values used in the initial model); b) pseudo-characteristic time; c) logarithm of shear modulus; d) over-pressure in the reservoir; e) magma flow rate; f) variation in reservoir volume; g) observed (blue) and modeled (red) vertical displacement compared to initial model (black). Colors for G, ΔP, Q and ΔV correspond to those used in panel (a); dashed lines correspond to the initial (black) and best (red) model. In panel (g), all modeled vertical displacements are superposed onto the best (red) model. The last day shown corresponds to the beginning of the 30 March to 1 May 2007 eruption.*

0.5 m, $H_r = 2000$ m, $H_c = 10000$ m, $\mu = 100$ Pa.s, $G_0 = 30$ GPa, $P = 20$ MPa. We obtained the final fit of the pre-eruptive displacement accelerations by inverting the incremental damage parameter δ_i as a function of time, using the same genetic algorithm used for the source and material parameters, and exploring the interval $[5.10^{-5}, 5.10^{-3}]$.

4.3.5 Results and Discussion

In this initial study we focused on the pre-eruptive dynamics and time evolution of the model parameters, rather than on the spatial distribution of damage or on strain localization. Figure 4.24 and Figure 4.26 show that vertical displacement, incremental damage, shear modulus G and overpressure ΔP depend on the GPS station location (Figure 4.17). A complete interpretation would require using a tensorial approach in order to take into account damage anisotropy. However, although the progressive localization of the strain along the plane of a future dike involves an anisotropic damage process, displacements measured on Piton de la Fournaise exhibit a strong East/West asymmetry (Figure 4.17; see also, e.g., *Got et al.* (2013)) that tends to hide the anisotropic component of the deformation. Consequently, in the present study we restricted our analysis to vertical displacements, using a simple scalar approach and making no attempt to spatialize damage.

Our results (Figure 4.24 and Figure 4.26) show that incremental damage is roughly constant and scales the decrease of the shear modulus G, which remains roughly proportional to the seismicity rate. Minimum G is an order of magnitude lower and maximum overpressure ΔP is 1.3- to 5-times lower than the values found for the reference elastic solution. Volume increases by 2 to 5 relative to the elastic solution. Finally, vertical displacement accelerates, as the decrease in G is greater than the decrease in ΔP. ΔP was taken to be zero on 1 January 2007, so our computations indicate the change in overpressure since that date. ΔP was similar for the elastic and damaged cases when the cumulated number of earthquake was low (during the first ten days). Subsequently, overpressure increased up to day 20 (20 January 2007), after which it remained more or less constant for almost 30 days (with a short period when it decreased before the 18 February eruption). Day 20 was the day on which yield strength was reached and the earthquake rate began to accelerate in a single phase that continued to day 48 (eruption of 18 February 2007). Overpressure increased immediately after the 18 February eruption, reaching a maximum at around day 60, when the earthquake rate and vertical displacement increased and accelerated again (up to the beginning of the 30 March to 1 May eruption). There was a general decrease in overpressure at day 80, about 10 days before the 30 March eruption. Final overpressure was about 50% lower than the reference elastic overpressure.

By inverting the incremental damage parameter, we were able to compare its values with rupture length estimates obtained from seismicity analysis. Results (Figure 4.24 and Figure 4.26) of the inversion for the incremental damage parameter $\delta = \frac{\Delta c}{H}$ show that it can take values within a very limited interval, so its value during the inter-eruptive period may be considered as sufficiently constant for it to be used as a unique parameter for each station. Therefore, total damage is a quasi-linear function of seismicity rate. Thus, this simple model of homogeneous isotropic damage reproduces the first-order trends of a relatively complex inter-eruptive dynamics during tens of days, with the addition of just one new parameter compared with the reference elastic model. It accounts for the vertical displacement observed, with a constant incremental damage parameter δ comprised between 1.10^{-4} and 1.10^{-3} per day in a vertical diametral plane of the Dolomieu crater. Given that the reservoir roof is $H \sim 2.5$ km below the summit, it means that the incremental rupture length is of the order of ~ 1 m per day and per unit length in the horizontal out-of-plane direction.

These values have to be compared with the quasi-constant earthquake rupture length (Figure 4.19) inferred from *Wells and Coppersmith* (1994)'s magnitude - rupture length relationships. Cumulated rupture length computed for the ~ 55000 earthquakes with a characteristic rupture length of ~ 66 m per earthquake (consistent with results from earthquake spectra published by

De Barros et al. (2013)) is $\sim$ 3600 km in 10 years, that is, $\sim$ 1 km per day, in the $\sim$ 2.5 km^3 volume of the Dolomieu crater between the surface and the reservoir roof. The characteristic horizontal dimension of Dolomieu crater is its $\sim$ 1 km diameter. Therefore the mean daily rupture length inferred from earthquake magnitudes in a vertical plane, is $\sim$ 1 m per day and per unit length in the horizontal out-of-plane direction, which is the order of magnitude as that inferred using our damage approach. Constant rupture length, with similar and realistic orders of magnitude inferred from both earthquake magnitude and damage, contributes to validate the progressive power-law damage model used in this study. It also shows that during inter- and pre-eruptive periods, damage and stress transfer mainly occur through an increase in the number of rupture events, and not by an increase in earthquake rupture area or magnitude. Another conclusion that may be reached from this brief analysis of the intensity of the seismic fracturation process on Piton de la Fournaise, is that healing processes are likely to be continuously at work to account for the long-term strength of the volcanic edifice. Pre-eruptive periods are periods where damage processes are stronger than healing processes. Analyses of seismic noise correlation or shear-wave splitting by *Clarke et al.* (2013), *Rivet et al.* (2014) and *Savage et al.* (2015) revealed decreases in seismic velocities during pre-eruptive periods at Piton de la Fournaise, which may be related to progressive damage processes.

During inter-eruptive and pre-eruptive periods, earthquake interaction, damage and stress transfer dynamics remain moderate. The acceleration in seismicity rate shows that stress transfer is probably greater at the end of the pre-eruptive period, which can therefore be considered as the preparation of an instability that will lead to a rupture process. It is likely that increased rupture areas and large-scale ruptures appear at the beginning of the eruptive process, when seismic records show that earthquake waveforms overlap, large seismic energy releases and eruptive tremor occurs. Careful study of the microseismicity preceding the 14 - 31 October 2010 eruption at Piton de la Fournaise showed that earthquake ruptures have occurred at the surface close to the eruption site three hours before the eruption (*De Barros et al.* (2013)). *Bean et al.* (2014) studied long-period seismicity at the Etna (Italy), Turrialba (Costa Rica) and Ubinas (Peru) volcanoes. They showed that short-duration, long-period events cannot be generated by resonance in fluid-filled cavities, and are best explained by slow-rupture failure of shallow unconsolidated volcanic materials. Hence, damage can widely facilitate magma propagation in the edifice, at low pressure, by preparing its path up to the surface by a fracture process zone, a classical concept in fracture mechanics (see, e.g., *Dugdale* (1960), *Barenblatt* (1962), *Zang et al.* (2000), *de Borst* (2002)). It is currently thought that pre-eruptive tremor arises from high velocity propagation of pressurized magma in dikes or conduits. According to Poiseuille's law, magma flow is proportional to the pressure gradient along the dike or conduit; therefore, high velocity propagation implies that pressure gradient is high. As pressure variations in the magma reservoir are not large and rapid, high-velocity magma propagation to the surface implies that pressure and strength along the future dike path or conduit are low. Rock ruptures and creates volume before magma propagation, far ahead of the magma front.

Figures 4.24 and 4.26 show that magma reservoir overpressure generally decreased before the two eruptions (18-19 February and 30 March - 1 May) that occurred during this period. This decrease in pressure was due to the non-linear increase in reservoir volume, which was due to the decrease in G consecutive to the increase in damage. Finally, surface deformation increased when overpressure decreased because G decreased faster than the overpressure. No or a few seismicity occurred after the eruption, G remained stable, and the pressure gradient in the deep magma conduit allowed the reservoir pressure to grow. Other non-linear processes may occur, mostly at the end of the pre-eruptive period, as damage and strain localize and produce

anisotropic surface deformation, strain weakening, an increase in permeability, fluid migration, gas exsolution and pressurization in anisotropic structures like dikes. These processes may amplify the non-linear acceleration at the end of the pre-eruptive period and they are not taken into account by our simple model. However, our results illustrate the importance of including a realistic, non-linear, rheology for the volcanic edifice when modeling edifice reaction, magma-edifice interactions and magma migration into the edifice. This is especially true for inferring realistic magma pressures and eruptive dynamics, and for modelling gas exsolution and/or magma pumping during the last pre-eruptive stages: magma can decompress without ascension when rock yield strength is reached. *Currenti et al.* (2010) and *Gregg et al.* (2012) showed that the use of elasto-plastic or thermo-mechanic modeling leads to lower pressures in the magma reservoirs than previously thought by using elastic modeling. Pressure decreases and complex non-linear behaviors when damage increases are also evidenced during fluid injection and hydraulic fracturing (see, e.g., *Shalev and Lyakhovsky* (2013)).

Pressure decreases in magma reservoirs may also be at the origin of pauses or episodic behaviors (episodes of quietness during a long-term eruptive process; see, e.g., *Boichu et al.* (2008)), or even the chaotic behaviors that sometimes occur during large eruptions of basaltic or andesitic volcanoes (see, e.g. *Budi-Santoso et al.* (2013)). Such chaotic behaviors increase the unpredictability of the evolution of the system and increase the modeling error variance of the constant-load prediction approaches like FFM (see, e.g., *Boué et al.* (2015)). It therefore decreases the accuracy of their eruption predictions, which may limit their application. More generally, the edifice processes at work during the pre-eruptive and eruptive stages may greatly contribute to the eruptive process: damage reduces the strength of the edifice and it increases its permeability to gas (see, e.g., (*Gueguen and Schubnel*, 2003; *Nara et al.*, 2011)). The associated deformation results in a non-linear increase in the reservoir volume and a decrease in its pressure, and may induce gas exsolution, magma recharge and further interactions with the mantle. Healing and consolidation occur during the whole process. Hence, a volcano's eruptive history results from the competition of all these edifice and magmatic processes. In order to determine this history, it is necessary to firmly establish the relations between geophysical observables (deformation, seismicity, gas flux) and the model parameters.

Figure 4.27 shows G and edifice strength as a function of shear strain γ. We computed shear strain by defining a radial vector linking the center of the magma reservoir to the geodetic station, and an orthoradial vector linking the station to our geometrical model's vertical axis of symmetry (Figure 4.20). We calculated shear strain in the radial direction as the ratio of the displacement projected on the orthoradial vector, to the length of the radial vector. G was found to fit to a simple function of γ:

$$G = G_0(1+\gamma)^{\alpha} \tag{4.44}$$

with $\alpha \approx -6.10^4$. Integrating G over shear strain gave an estimation of the pre-peak shear strength (reaction) of the rocks on the volcanic edifice scale:

$$\sigma(\gamma) = \frac{G_0}{\alpha+1}\left((1+\gamma)^{(\alpha+1)} - 1\right) \tag{4.45}$$

(Figure 4.27). It shows that shear strength tends to a relatively limited value for large shear strains, which means the edifice actually tends to plasticity above a certain strain. This result helps quantify the partitioning of elastic and plastic strain in the edifice. It shows that, at most stations, about 50% of the total strain during inter- and pre-eruptive periods is purely elastic strain, whereas for large strains this ratio drops to less than 20%. Thus, plastic deformation is

an important feature of the Piton de la Fournaise volcanic edifice, a conclusion which confirms former results (*Got et al.*, 2013). Such studies can be performed on other well-instrumented large basaltic shield volcanoes. The present study, focused on the pre-peak behavior of the Piton de la Fournaise volcanic edifice, completes (*Got et al.*, 2013)'s study focused on its post-peak behavior.

4.3.6 Conclusion

In this work we have used numerical modeling and inversion to study surface displacements of a volcanic edifice submitted to the pressure of a magma reservoir, paying special attention to cases where seismicity and surface displacements accelerate at the end of inter-eruptive periods. We showed that the acceleration in surface deformation can be explained by a model of pressurized reservoir embedded in an elastic medium with constant pressure at the base of the feeding system, progressively damaged by rupture events at a rate given by the observed seismicity rate. Progressive damage is modelled by the progressive weakening of the elastic moduli, using a power-law damage model in order to take into account crack interaction in the reservoir roof. We found that during the inter- and pre-eruptive periods incremental damage is constant and shear modulus is inversely proportional to shear strain, so shear strength reaches a limiting value at which strain is plastic. This model is able to explain stable states and moderate or accelerating surface displacement rates, depending on the value assigned to the damage parameter. Consequently, the model is capable of reproducing the bifurcation between stable and unstable states, and the large range of dynamics observed during the inter-eruptive periods. Damage weakens the edifice, which induces the increase in reservoir volume and the decrease in reservoir pressure. This pressure decrease may induce other non-linear processes: gas exsolution, or magma recharge from mantle source, which lead to instability. The interplay between reservoir pressure increase, subsequent non-linear weakening of the edifice, increase in permeability, subsequent pressure decrease, and healing/consolidation of the edifice may be responsible for the episodic or chaotic behavior of the eruptive history of active volcanoes over various time scales.

Acknowledgments Authors acknowledge the "Géophysique des Volcans" CNRS team and the ISTerre laboratory for funding this study. The data used in this paper were collected by the Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise / Institut de Physique du Globe de Paris (OVPF/IPGP). They acknowledge Svetlana Byrdina, Marie Boichu, David Marsan, Michael Heap and Nicolas Fournier for their careful reviews, Svetlana Byrdina for her help in graphics, and Paul Henderson for the english rewording.

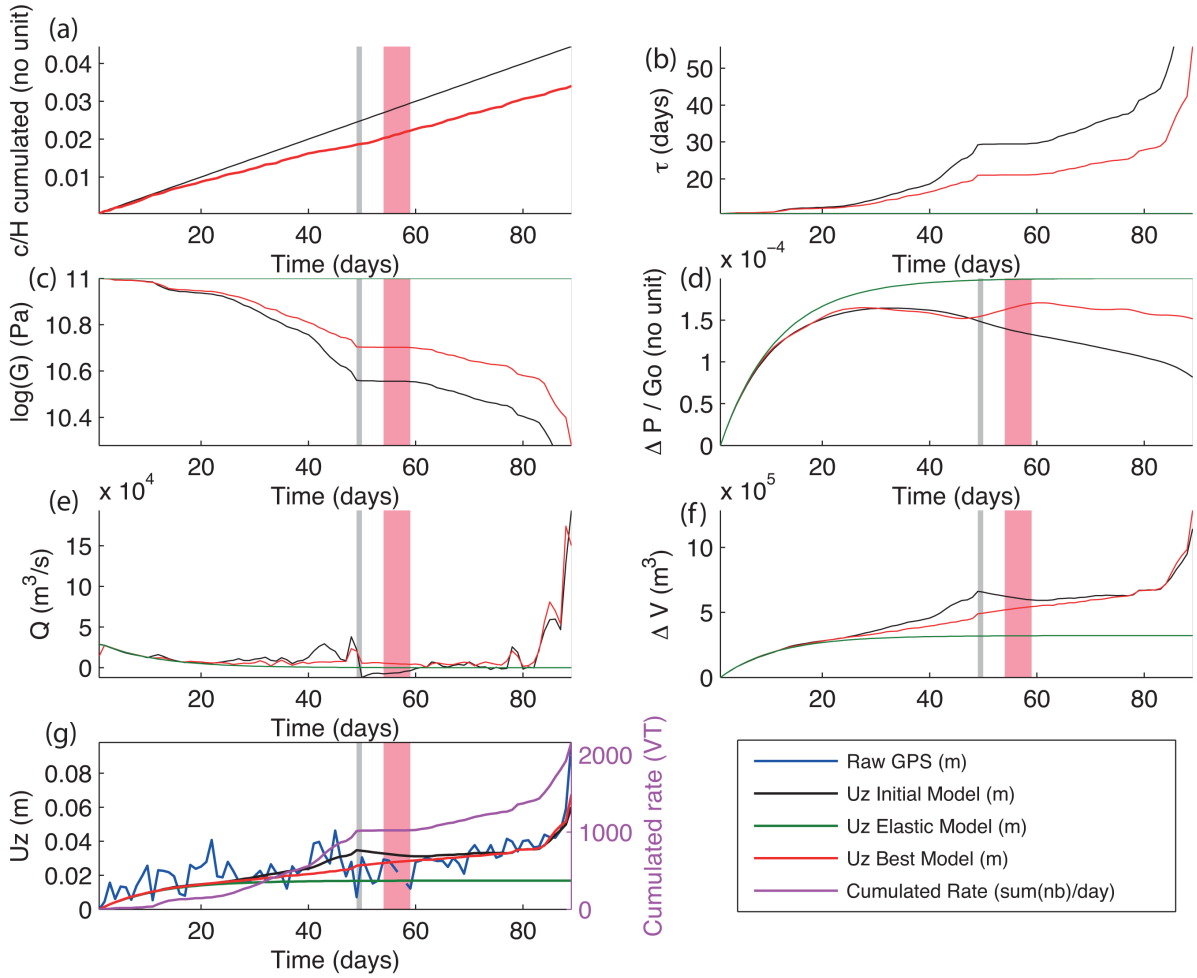


Figure 4.24: *Model variables as a function of time, from 1 January 2007 to 30 March 2007, after inversion at the SNEG station (Figure 3.2). a) Cumulated normalized rupture length; b) pseudo-characteristic time; c) logarithm of shear modulus; d) adimensional over-pressure in the reservoir; e) magma flow rate; f) reservoir volume change; g) measured (blue) and modeled (red) vertical displacement compared to the initial model (black), and seismicity rate (purple). Black and red solid lines show the initial and the best model resulting from inversion, respectively. Vertically shaded grey and pink areas indicate the periods of the 18-19 February 2007 eruption and Gamède storm, respectively. The last day shown corresponds to the beginning of the 30 March to 1 May 2007 eruption.*

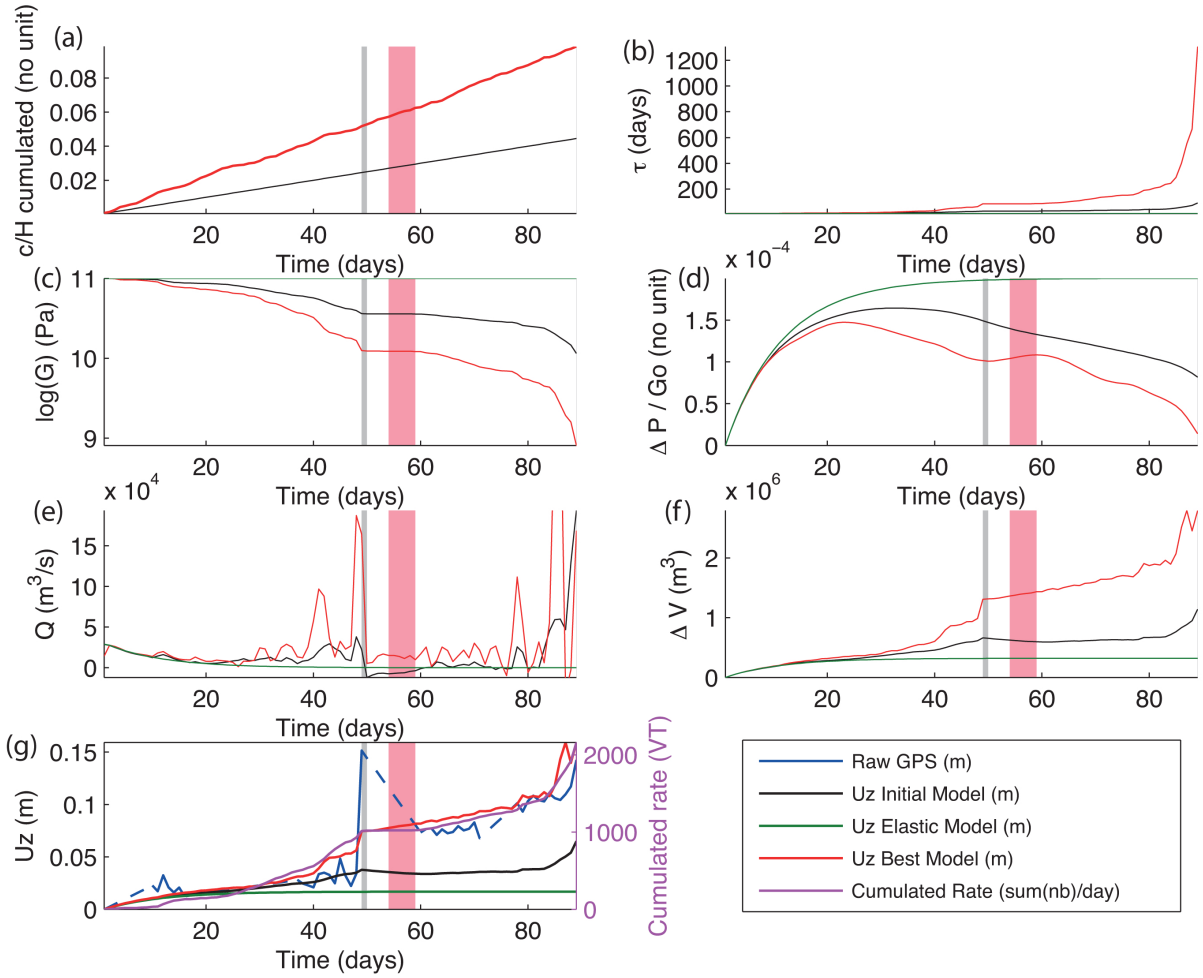


Figure 4.25: *Model variables as a function of time, from 1 January 2007 to 30 March 2007, after inversion at the DSRG station (Figure 3.2). a) Cumulated normalized rupture length; b) pseudo-characteristic time; c) logarithm of shear modulus; d) adimensional over-pressure in the reservoir; e) magma flow rate; f) reservoir volume change; g) measured (blue) and modeled (red) vertical displacement compared to the initial model (black), and seismicity rate (purple). Black and red solid lines show the initial and the best model resulting from inversion, respectively. Vertically shaded grey and pink areas indicate the periods of the 18-19 February 2007 eruption and Gamède storm, respectively. The last day shown corresponds to the beginning of the 30 March to 1 May 2007 eruption.*

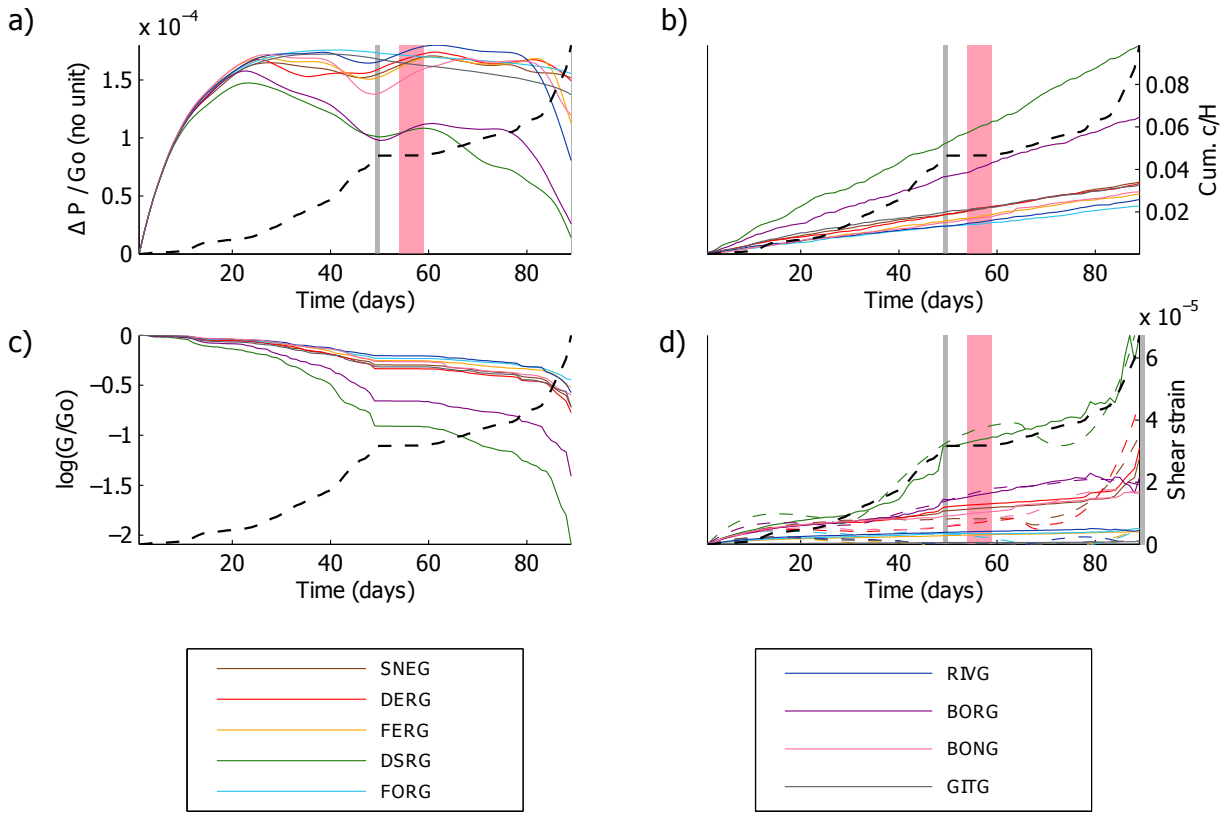


Figure 4.26: *Model variables as a function of time for all OVPF geodetic stations (in color) from 1 January 2007 to 30 March 2007, after inversion. a) Adimensional overpressure in the reservoir; b) cumulated normalized rupture length; c) logarithm of adimensional shear modulus; d) shear strain: computed from modeled displacements (colored solid line) and from data (colored dashed line). Black dashed line shows the cumulative seismicity rate. Vertically shaded grey and pink areas indicate periods of the 18-19 February 2007 eruption and Gamède storm, respectively. The last day shown corresponds to the beginning of the 30 March to 1 May 2007 eruption.*

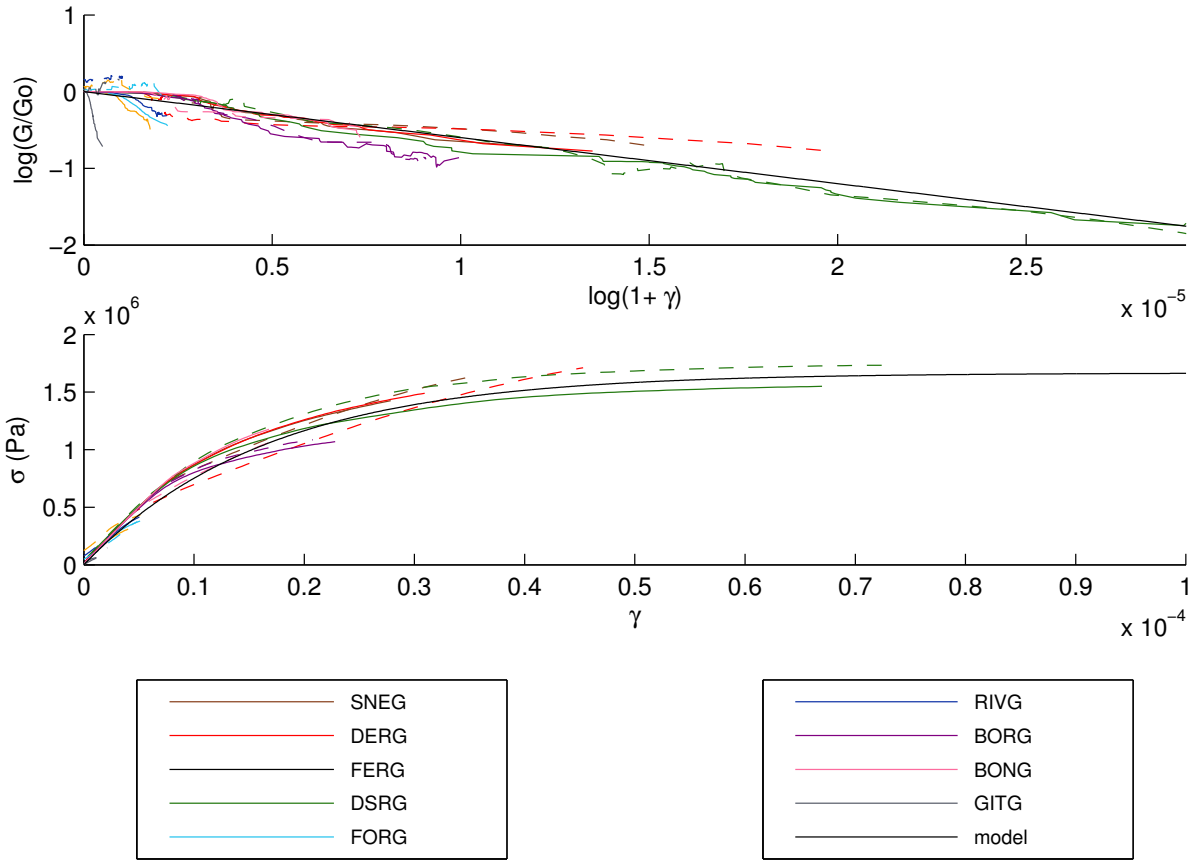


Figure 4.27: *(a) Logarithm of the adimensional shear modulus and (b) shear strength (in Pa) as a function of shear strain γ (computed from modeled displacements: solid line; from data: dashed line) for all OVPF geodetic stations (in color) from 1 January 2007 to 30 March 2007. Black solid lines in panels (a) and (b) represent the model described respectively by equations (4.44) and (4.45).*

Bibliography

Agnon, A., and V. Lyakhovsky (1995), Damage distribution and localization during dyke intrusion, *The Physics and Chemistry of Dykes*, pp. 65–78.

Amitrano, D., and A. Helmstetter (2006), Brittle creep, damage, and time to failure in rocks, *J. Geophys. Res.*, *111*, B11,201, doi:10.1029/2005JB004252.

Bachèlery, P. (1981), Le Piton de La Fournaise (île de la Réunion). Etude volcanologique structurale, *Thése, Université de Clermont-Ferrand*.

Barenblatt, G. (1962), The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Adv. Appl. Mech.*, *7*, 55–129.

Bean, C., L. De Barros, I. Lokmer, J.-P. Métaxian, G. O'Brien, and S. Murphy (2014), Long-period seismicity in the shallow volcanic edifice formed from slow-rupture earthquakes, *Nature Geosc.*, *7*, 71–75.

Bell, A., J. Greenhough, M. Heap, and I. Main (2011a), Challenges for forecasting based on accelerating rates of earthquakes at volcanoes and laboratory analogues, *Geophys. J. Int.*, *185*, 718–723.

Bell, A., M. Naylor, M. Heap, and I. Main (2011b), Forecasting volcanic eruptions and other material failure phenomena: An evaluation of the failure forecast method, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L15,304, doi:10.1029/2011GL048155.

Benson, P., B. Thompson, P. Meredith, S. Vinciguerra, and R. Young (2007), Imaging slow failure in triaxially deformed Etna basalt using 3D acoustic-emission location and X-ray computed tomography, *Geophys. Res. Lett.*, *34*(4).

Blake, S. (1984), Volatile oversaturation during the evolution of silicic magma chambers as an eruption trigger, *J. Geophys. Res.*, *89*, 8237–8244.

Boichu, M., B. Villemant, and G. Boudon (2008), A model for episodic degassing of an andesitic magma intrusion, *J. Geophys. Res.*, *113*, doi:10.1029/2007JB005130.

Bonforte, A., A. Bonaccorso, F. Guglielmino, M. Palano, and G. Puglisi (2008), Feeding system and magma storage beneath Mt. Etna as revealed by recent inflation/deflation cycles, *J. Geophys. Res.*, *113*(B05406).

Boué, A., P. Lesage, G. Cortes, B. Valette, and G. Reyes-Davila (2015), Real-time eruption forecasting using the material Failure Forecast Method with a Bayesian approach, *J. Geophys. Res.*, *000*(000).

Bruner, W. (1976), Comment on "Seismic velocities in dry and saturated cracked solids" by O'Connell & Budiansky, *J. Geophys. Res.*, *81*, 2573–2576.

Budi-Santoso, A., P. Lesage, S. Dwiyono, S. Sumarti, Subandriyo, Surono, P. Jousset, and J.-P. Metaxian (2013), Analysis of the seismic activity associated with the 2010 eruption of Merapi Volcano, Java, *J. Volc. Geoth. Res.*, *261*, 153–170.

Budiansky, B., and R. O'Connell (1976), Elastic moduli of a cracked solid, *Int. J. Solids Struct.*, *12*, 81–97.

Clarke, D., F. Brenguier, J.-L. Froger, N. Shapiro, A. Peltier, and T. Staudacher (2013), Timing of a large volcanic flank movement at Piton de la Fournaise volcano using noise-based seismic monitoring and ground deformation measurements, *Geophys. J. Int.*, *195*(2), 1132–1140.

Cox, S., and P. Meredith (1993), Microcrack formation and material softening in rock measured by monitoring acoustic emissions, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, *30*, 11–24.

Currenti, G., A. Bonaccorso, C. Del Negro, D. Scandura, and E. Boschi (2010), Elasto-plastic modeling of volcano ground deformation, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *296*, 311–318.

De Barros, L., C. Bean, M. Zecevic, F. Brenguier, and A. Peltier (2013), Eruptive fracture location forecasts from high-frequency events on Piton de la Fournaise Volcano, *Geophys. Res. Lett.*, *40*, 4599–4603.

de Borst, R. (2002), Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches, *Eng. Fract. Mech.*, *69*, 95–112.

Delaney, P., and D. McTigue (1994), Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of Kilauea Volcano, *Bull. Volc.*, *56*(6-7), 417–424.

Dugdale, D. (1960), Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, *8*, 100–104.

Gerbault, M., F. Cappa, and R. Hassani (2012), Elasto-plastic and hydromechanical models of failure around an infinitely long magma chamber, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, *13*, 1525–2027.

Got, J.-L., A. Peltier, T. Staudacher, P. Kowalski, and P. Boissier (2013), Edifice strength and magma transfer modulation at Piton de la Fournaise volcano, *J. Geophys. Res.*, *118*(9), 5040–5057.

Gregg, P., S. de Silva, E. Grosfils, and J. Parmigiani (2012), Catastrophic caldera-forming eruptions: Thermomechanics and implications for eruption triggering and maximum caldera dimensions on Earth, *J. Volc. Geoth. Res.*, *241-242*, 1–12.

Gudmundsson, A. (2006), How local stresses control magma-chamber ruptures, dyke injections, and eruptions in composite volcanoes, *Earth-Science Reviews*, *79*, 1–31.

Gueguen, Y., and A. Schubnel (2003), Elastic wave velocities and permeability of cracked rocks, *Tectonophysics*, *370*, 163–176.

Heap, M., S. Vinciguerra, and P. Meredith (2009), The evolution of elastic moduli with increasing crack damage during cyclic stressing of a basalt from Mt. Etna volcano, *Tectonophysics*, *471*, 153–160.

Heap, M., D. Faulkner, P. Meredith, and S. Vinciguerra (2010), Elastic moduli evolution and accompanying stress changes with increasing crack damage: implications for stress changes around fault zones and volcanoes during deformation, *Geophys. J. Int.*, *183*, 225–236.

Heap, M., P. Baud, P. Meredith, S. Vinciguerra, A. Bell, and I. Main (2011), Brittle creep in basalt and its application to time-dependent volcano deformation, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *307*, 71–82.

Kachanov, L. (1958), Time of the rupture process under creep conditions, *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, *8*, 26–31.

Kemeny, J., and N. Cook (1986), Effective moduli, non-linear deformation and strength of a cracked elastic solid, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, *23*, 107–118.

Kilburn, C. (2003), Multiscale fracturing as a key to forecasting volcanic eruptions, *J. Volc. Geoth. Res.*, *125*, 271–289.

Kilburn, C. (2012), Precursory deformation and fracture before brittle rock failure and potential application to volcanic unrest, *J. Geophys. Res.*, *117*, B02,211.

Lengliné, O., D. Marsan, J. Got, V. Pinel, V. Ferrazzini, and P. Okubo (2008), Seismicity and deformation induced by magma accumulation at three basaltic volcanoes, *J. Geophys. Res.*, *113*(B12), B12,305.

Letourneur, L., A. Peltier, T. Staudacher, and A. Gudmundsson (2008), The effects of rock heterogeneities on dyke paths and asymmetric ground deformation: The example of Piton de la Fournaise volcano (La Réunion Island), *J. Volc. Geoth. Res.*, *173*(3-4), 289–302.

Lisowski, M. (2007), Analytical volcano deformation source models, in *Volcano Deformation*, pp. 279–304, Springer.

Main, I. (2000), A damage mechanics model for power-law creep and earthquake aftershock and foreshock sequences, *Geophys. J. Int.*, *142*, 151–161.

Massin, F., V. Ferrazzini, P. Bachèlery, A. Nercessian, Z. Duputel, and T. Staudacher (2011), Structures and evolution of the plumbing system of Piton de la Fournaise volcano inferred from clustering of 2007 eruptive cycle seismicity, *J. Volc. Geoth. Res.*, *202*, 96–106.

McLeod, P., and S. Tait (1999), The growth of dykes from magma chambers, *J. Volc. Geoth. Res.*, *92*, 231–246.

Mériaux, C., J. Lister, V. Lyakhovsky, and A. Agnon (1999), Dyke propagation with distributed damage of the host rock, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *165*, 177–185.

Michon, L., F. Saint-Ange, P. Bachèlery, N. Villeneuve, and T. Staudacher (2007), Role of the structural inheritance of the oceanic lithosphere in the magmato-tectonic evolution of Piton de La Fournaise volcano (La Réunion Island), *J. Geophys. Res.*, *112*(B04205).

Montgomery-Brown, E., D. Sinnett, K. Larson, M. Poland, P. Segall, and A. Miklius (2011), Spatiotemporal evolution of dike opening and décollement slip at Kilauea volcano, Hawai'i, *J. Geophys. Res.*, *116*(B03401).

Nara, Y., P. Meredith, T. Yoneda, and K. Kaneko (2011), Influence of macro-fractures and micro-fractures on permeability and elastic wave velocities in basalt at elevated pressure, *Tectonophysics*, *503*, 52–59.

Nercessian, A., A. Hirn, J.-C. Lépine, and M. Sapin (1996), Internal structure of Piton de la Fournaise volcano from seismic wave propagation and earthquake distribution, *J. Volc. Geoth. Res.*, *70*, 123–143.

Peltier, A., V. Ferrazzini, T. Staudacher, and P. Bachèlery (2005), Imaging the dynamics of

dyke propagation prior to the 2000-2003 flank eruptions at Piton de la Fournaise, Réunion Island, *Geophys. Res. Lett.*, *32*(22), L22,302, doi:10.1029/2005GL023720.

Peltier, A., T. Staudacher, P. Catherine, L.-P. Ricard, P. Kowalski, and P. Bachèlery (2006), Subtle precursors of volcanic eruptions at Piton de la Fournaise detected by extensometers, *Geophys. Res. Lett.*, *33*, L06,315, doi:10.1029/2005GL025495.

Peltier, A., T. Staudacher, and P. Bachèlery (2007), Constraints on magma transfers and structures involved in the 2003 activity at Piton de La Fournaise from displacement data, *J. Geophys. Res.*, *112*(B3).

Peltier, A., V. Famin, P. Bachèlery, V. Cayol, Y. Fukushima, and T. Staudacher (2008), Cyclic magma storages and transfers at Piton de la Fournaise volcano (La Réunion hotspot) inferred from deformation and geochemical data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *270*(3-4).

Peltier, A., P. Bachèlery, and T. Staudacher (2009a), Magma transfer and storage at Piton de la Fournaise (La Réunion) between 1972 and 2007: a review of geophysical and geochemical data, *J. Volc. Geoth. Res.*, *184*(1-2), 93–108.

Peltier, A., T. Staudacher, P. Bachèlery, and V. Cayol (2009b), Formation of the April 2007 caldera collapse at Piton de la Fournaise volcano: Insights from GPS data, *J. Volc. Geoth. Res.*, *184*(1-2), 152–163.

Pinel, V., and C. Jaupart (2003), Magma chamber behaviour beneath a volcanic edifice, *J. Geophys. Res.*, *108*(B2), 2072.

Press, W. H. (1992), *Numerical recipes in Fortran 77: the art of scientific computing*, vol. 1, Cambridge university press.

Prôno, E., J. Battaglia, V. Monteiller, J.-L. Got, and V. Ferrazzini (2009), P-wave velocity structure of Piton de la Fournaise volcano deduced from seismic data recorded between 1996 and 1999, *J. Volc. Geoth. Res.*, *184*(1), 49–62.

Rivet, D., F. Brenguier, D. Clarke, N. Shapiro, and A. Peltier (2014), Long-term dynamics of Piton de la Fournaise volcano from 13 years of seismic velocity change measurements and GPS observations, *J. Geophys. Res.*, *119*, doi:10.1029/2014JB011307.

Roult, G., A. Peltier, B. Taisne, T. Staudacher, V. Ferrazzini, and A. di Muro (2012), A new comprehensive classification of the Piton de la Fournaise activity spanning the 1985-2010 period. Search and analysis of short-term precursors from a broad-band seismological station, *J. Volc. Geoth. Res.*, *241-242*, 78–104.

Savage, M., V. Ferrazzini, A. Peltier, E. Rivemale, J. Mayor, A. Schmid, F. Brenguier, F. Massin, J.-L. Got, J. Battaglia, A. Di Muro, T. Staudacher, D. Rivet, and B. Taisne (2015), Seismic anisotropy and its precursory change before eruptions at Piton de la Fournaise volcano, La Réunion, *J. Geophys. Res.*, *000*(000), 000.

Schmid, A., J.-R. Grasso, D. Clarke, V. Ferrazzini, P. Bachèlery, and T. Staudacher (2012), Eruption forerunners from multiparameter monitoring and application for eruptions time predictability (Piton de la Fournaise), *J. Geophys. Res.*, *117*, B11,203, doi: 10.1029/2012JB009167.

Shalev, E., and V. Lyakhovsky (2013), The processes controlling damage zone propagation induced by wellbore fluid injection, *Geophys. J. Int.*, *193*, 209–219.

Staudacher, T., V. Ferrazzini, A. Peltier, P. Kowalski, P. Boissier, P. Catherine, F. Lauret, and F. Massin (2009), The April 2007 eruption and the Dolomieu crater collapse, two major events at Piton de la Fournaise (La Réunion Island, Indian Ocean), *J. Volc. Geoth. Res.*, *184*(1-2), 126–137.

Surono, P. Jousset, J. Pallister, M. Boichu, M. Buongiorno, A. Budisantoso, F. Costa, S. Andreastuti, F. Prata, D. Schneider, L. Clarisse, H. Humaida, S. Sumarti, C. Bignami, J. Griswold, S. Carn, C. Oppenheimer, and F. Lavigne (2012), The 2010 explosive eruption of Java's Merapi volcano - A '100-year' event, *J. Volc. Geoth. Res.*, *241*, 121–135.

Tait, S., C. Jaupart, and S. Vergniolle (1989), Pressure, gas content and eruption periodicity of a shallow, crystallizing magma chamber, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *92*, 107–123.

Tarraga, M., R. Carniel, R. Ortiz, and A. Garcia (2008), The Failure Forecast Method : Review and application for the real-time detection of precursory patterns at reawakening volcanoes, *Caldera volcanism: analysis, modelling and response*, pp. 447–469, doi: 10.1016/S1871-644X(07)00013-7.

Ventura, G., S. Vinciguerra, S. Moretti, P. Meredith, M. Heap, P. Baud, S. A. Shapiro, C. Dinske, and J. Kummerow (2010), Understanding slow deformation before dynamic failure, *Geophysical Hazards*, pp. 229–247.

Voight, B. (1988), A method for prediction of volcanic eruptions, *Nature*, *332*, 125–130.

Walsh, J. (1965), The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rock, *J. Geophys. Res.*, *70*, 399–411.

Wells, D., and K. Coppersmith (1994), New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area, and surface displacement, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *84*(4), 974–1002.

Woessner, J., and S. Wiemer (2005), Assessing the quality of earthquake catalogues: estimating the magnitude of completeness and its uncertainty, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *95*(2), 684–698, doi:10.1785/0120040007.

Zang, A., F. Wagner, S. Stanchits, C. Janssen, and G. Dresen (2000), Fracture process zone in granite, *J. Geophys. Res.*, *105*, 23,651–23,661.

4.4 Variabilité des comportements pré-éruptifs des édifices pressurisés soumis à un endommagement

Dans cette partie nous allons montrer que le modèle non-linéaire simple utilisé dans la partie précédente peut expliquer une assez grande variété de comportements pré-éruptifs. Le contenu de cette partie fait l'objet de l'article "Non-linear dynamics induced by edifice weakening and magma-edifice interaction in volcanoes" (Got, J.-L., Carrier, A., Marsan, D.) en cours de rédaction.

4.4.1 Interprétation d'une vitesse de déplacement horizontal constante sur la caldera du Grimsvötn, 2004-2011

Nous allons d'abord utiliser des données de déplacement et de sismicité acquises sur le volcan Grimsvötn (Islande) entre 2005 et 2011 par l'Icelandic Meteorological Office (IMO, ou Vedurstofa Islands en islandais). Le Grimsvötn partage avec le Piton de la Fournaise son activité volcanique basaltique de point chaud, mais il fait partie d'un ensemble volcanique actif dont l'extension horizontale est environ 50 fois plus grande que le Piton de la Fournaise, sous-glaciaire, et qui borde un rift océanique. Le temps caractéristique entre les éruptions pendant cette période est d'environ 6 ans, alors que le cycle éruptif du Piton de la Fournaise entre 2000 et 2007 était d'environ 6 mois.

Les données de déplacement de surface utilisées dans cette partie sont issues du réseau permanent de récepteurs GNSS (Global Navigation Satellite System) de l'IMO, installés sur le territoire islandais. Nous utiliserons les positions journalières des récepteurs calculées par Reverso et al. (2014); elles ont été corrigées du déplacement de la plaque à chaque instant. Parmi celles-ci, nous étudierons particulièrement le déplacement du récepteur GFUM, installé au sommet du Grimsvötn, à proximité immédiate de la caldera sommitale (Figure 4.28). Les déplacements de surface enregistrés en ce récepteur montrent une inflation inter-éruptive avec un taux d'inflation qui décroit exponentiellement en fonction du temps, comme cela a été observé sur d'autres volcans (voir par exemple, Lu et al. (2003)), pour atteindre une valeur constante pendant plusieurs années, alors que sur le Piton de la Fournaise cette décroissance du taux d'inflation n'apparait pas.

Les données de sismicité proviennent du catalogue de séismes enregistrés et localisés à l'aide du réseau sismique de l'IMO pendant la même période de temps (2005-2011). Nous utiliserons la sismicité localisée autour du sommet du Grimsvötn pendant cette période (651 séismes, Figure 4.28). La magnitude de coupure du catalogue est de 1.3, et le calcul de la pente b de la relation de Gutenberg-Richter donne une valeur de 0.95, valeur proche de 1, standard. La représentation du nombre cumulé de séismes en fonction du temps montre une accélération nette (Figure 4.29).

Le réseau GPS permanent de l'IMO a enregistré sur le Grimsvötn entre 2004 et 2011 des déplacements de surface croissant parfaitement linéairement avec le temps pendant 5 à 6 ans, après environ un an d'inflation dont le taux était exponentiellement décroissant avec le temps. Ces données ont été interprétées à l'aide d'un modèle élastique à 2 chambres avec une condition aux limites à flux constant à la base (Reverso et al., 2014). Ce modèle permet de reproduire à la fois le comportement transitoire post-éruptif, et le déplacement linéaire stationnaire pendant plusieurs années. C'est la condition aux limites à flux constant qui force

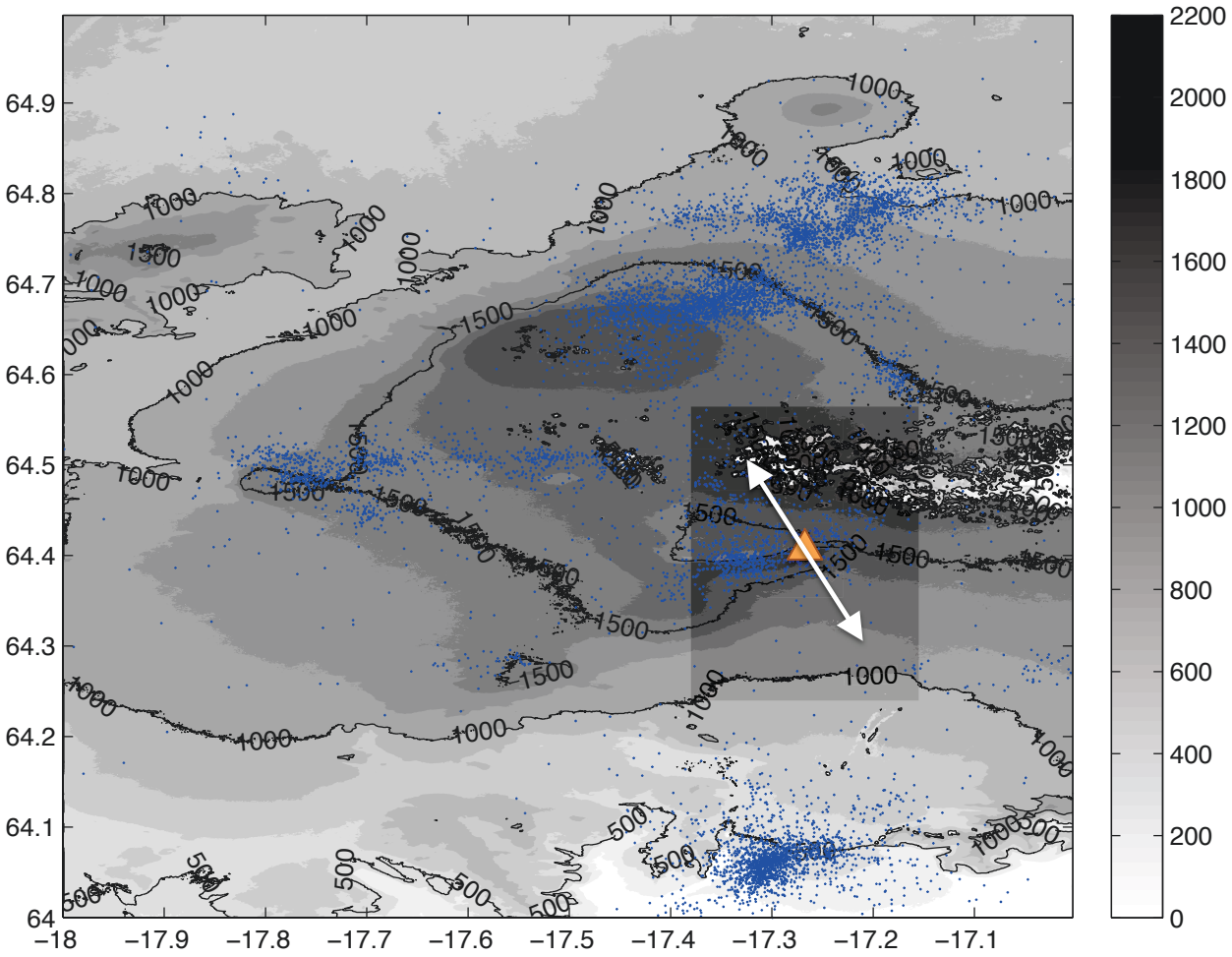


Figure 4.28: *Carte du sommet du volcan Grimsvötn montrant la caldera, la sismicité (points bleus) et la position de la station GPS GFUM (triangle rouge), ainsi que la direction des vecteurs déplacements calculés après l'éruption de 2004.*

la solution en déplacement de surface à croitre linéairement. Dans ce cas, la pression dans le réservoir magmatique supérieur (et dans l'ensemble du système) croit aussi linéairement et peut tendre vers l'infini. Une croissance sans limite de la pression n'est pas réaliste que ce soit à la base, ou dans le réservoir supérieur où il faut envisager que la déformation ne peut pas être grande et élastique à la fois: la pression dans le réservoir est physiquement limitée par la rupture de celui-ci. Cette rupture ne se produit pas instantanément et sans perturbation préalable du milieu. Nous allons montrer que les déplacements mesurés à la surface du volcan Grimsvötn peuvent être reproduits de façon très simple, par le modèle utilisé au Piton de la Fournaise dans la partie précédente, qui comprend une seule chambre magmatique dans un milieu élastique endommageable, avec une condition de pression constante à la base.

Le modèle utilisé dans cette partie ne diffère donc du modèle précédent que par les valeurs prises par les différents paramètres; nous prendrons ici, à partir des valeurs fournies dans les travaux précédents (Reverso et al., 2014; Alfaro et al., 2007), la profondeur du réservoir $H_r = 3500$ m, le rayon du réservoir $a_r = 800$ m, la distance horizontale entre l'axe du système

d'approvisionnement et la station GFUM $r = 3500$ m. La viscosité μ reste fixée à 100 Pa.s et la longueur du conduit vertical H_c à 7000m; la valeur initiale du module de cisaillement est prise égale à 10 GPa. Le déplacement vertical montrant des perturbations saisonnières importantes, c'est (à l'instar de Reverso et al. (2014)) le déplacement horizontal ou radial (le modèle étant axisymétrique), moins perturbé, qui sera utilisé ici pour estimer les valeurs des paramètres. L'ajustement des données de déplacement radial est donc réalisé à l'aide de deux paramètres physiques seulement: le rayon du conduit a_c, qui contraint la constante de temps du système d'approvisionnement (premier paramètre phénoménologique), et le paramètre d'endommagement incrémental δ, les autres paramètres provenant de la connaissance a priori du modèle. La figure 4.29 montre les résultats de l'ajustement des données pour deux couples de valeurs de ces paramètres: $a_c = 0.31$ m et $\delta = 2.610^{-3}$, $a_c = 0.32$ m et $\delta = 2.810^{-3}$. On remarque que le déplacement radial est assez sensible à ces deux paramètres, notamment à la connaissance de a_c - ce qui ne signifie pas que la valeur a_c soit nécessairement bien déterminée et puisse être déterminée de cette façon, puisqu'elle dépend directement de la connaissance des autres paramètres du système d'approvisionnement. Une valeur de $\delta = \frac{c}{H_r} \approx 3.10^{-3}$ correspond à une longueur verticale de rupture moyenne $c \approx 10$ m pour chaque séisme d'un catalogue dont la magnitude de complétude est 1.3. On remarque que l'ajustement de la première partie ("exponentielle") des données de déplacement permet de contraindre la constante de temps, qui est de l'ordre de 200 jours, alors qu'elle n'était que de 5-10 jours au Piton de la Fournaise. C'est d'ailleurs la valeur élevée de cette constante de temps qui rend la pressurisation du réservoir superficiel observable.

Les déplacements calculés à l'aide de ce modèle reproduisent remarquablement bien le déplacement transitoire correspondant à la pressurisation progressive du réservoir magmatique, et le déplacement stationnaire linéairement croissant avec le temps enregistré au sommet du Grimsvötn. L'ajustement des données est effectué, avec un modèle à 7 paramètres et une condition de pression constante à la base du système, avec une RMS d'environ 1 cm sur un déplacement total de 35 cm, équivalente à celle de l'ajustement réalisé, sur une durée plus courte, pour un modèle à 2 chambres (11 paramètres) et une condition de flux constant à la base du système (Reverso et al., 2014). Le déplacement de surface mesuré à GFUM est donc compatible avec un modèle simple de réservoir pressurisé dans un édifice élastique s'endommageant, avec une loi d'endommagement réaliste basée sur la sismicité enregistrée.

A partir de cet ajustement on peut également calculer la variation temporelle de la surpression dans le réservoir ΔP et le flux Q à la base du système d'approvisionnement (figure 4.30). Les résultats obtenus montrent que la surpression tend d'abord vers une limite finie, ainsi que le flux. Le déplacement de surface croit linéairement parce que le module de cisaillement décroît faiblement et quasiment linéairement avec l'endommagement pendant la même période. Le flux est quasi-constant pendant ≈ 3 ans, mais c'est une conséquence de la prise en compte de l'endommagement, pas une condition aux limites imposée a priori. En fin de période le volume augmente non linéairement, la pression baisse et le flux de magma augmente, jusqu'à l'éruption.

L'ajustement est donc réalisé avec une pression qui reste limitée par la résistance de l'édifice. Un endommagement modéré peut donc expliquer un déplacement de surface linéairement croissant avec le temps - qui correspond simplement à une plastification progressive du matériau, sans qu'il n'y ait nécessairement de localisation de la déformation. C'est un comportement qui peut être interprété comme le fluage secondaire de l'édifice sous l'effet du chargement à pression constante du réservoir magmatique.

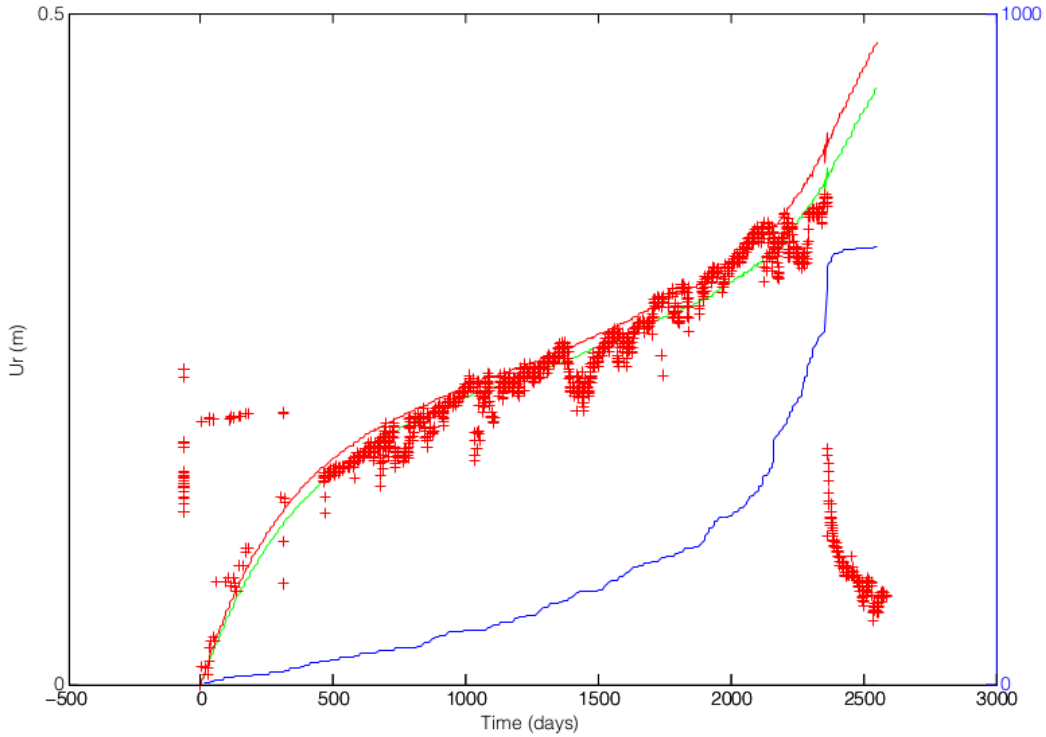


Figure 4.29: *Déplacement horizontal mesurés à la station GPS GFUM, volcan Grimsvötn (Islande) (croix rouges) et nombre de séismes cumulés (trait continu bleu) enregistrés entre le 3 Décembre 2004 (origine des temps) et le 31 Décembre 2011. Les courbes en trait continu rouge et vert représentent les déplacements horizontaux calculés respectivement pour les modèles* $a_c = 0.31m$, $\delta = 2.610^{-3}$ *et* $a_c = 0.32m$, $\delta = 2.810^{-3}$ *(voir texte pour le détail des autres paramètres du modèle). L'origine des temps a été choisie à l'instant du début de l'inflation inter-éruptive 2004-2001, fin de la déflation post-éruptive de l'éruption de 2004.*

Environ la moitié de la déformation se réalise à pression quasi-constante dans le réservoir, par simple diminution du module de cisaillement effectif, à partir de l'instant où la limite d'élasticité parfaite est atteinte. Il est intéressant de confronter ce résultat à ceux que l'on peut déduire de l'observation géologique directe du terrain et des méthodes de classification de masses rocheuses. Le sommet de l'édifice est en inflation donc l'état de contrainte au centre de la caldera sommitale est en traction, et en compression à la périphérie de l'édifice, à partir d'une certaine distance de l'axe de symétrie. Schultz (1993) montre que la résistance à la traction des massifs rocheux basaltiques est comprise entre 0.2 et 2 MPa. La limite élastique est nécessairement inférieure. Pour un module d'Young de 50 GPa (basalte intact) on trouve que la déformation purement élastique en traction doit être au maximum de 4.10^{-6} avant rupture en traction. GFUM étant situé au bord du cratère, comme le déplacement radial total est ≈ 0.35 m et que la distance de GFUM au centre de la caldera est d'environ 3.5 km on peut estimer que la déformation linéaire totale est de l'ordre de 10^{-4}, ce qui est 25 fois supérieur à ce que l'on peut déduire d'après Schultz (1993) et clairement encore bien au-delà de la limite élastique vraie. La limite élastique est donc très vite atteinte (à partir d'un à quelques cm de déformation horizontale, ce qui correspond bien à la sismicité enregistrée), bien avant la fin de la première année de déformation. Dans les matériaux constituant les édifices volcaniques,

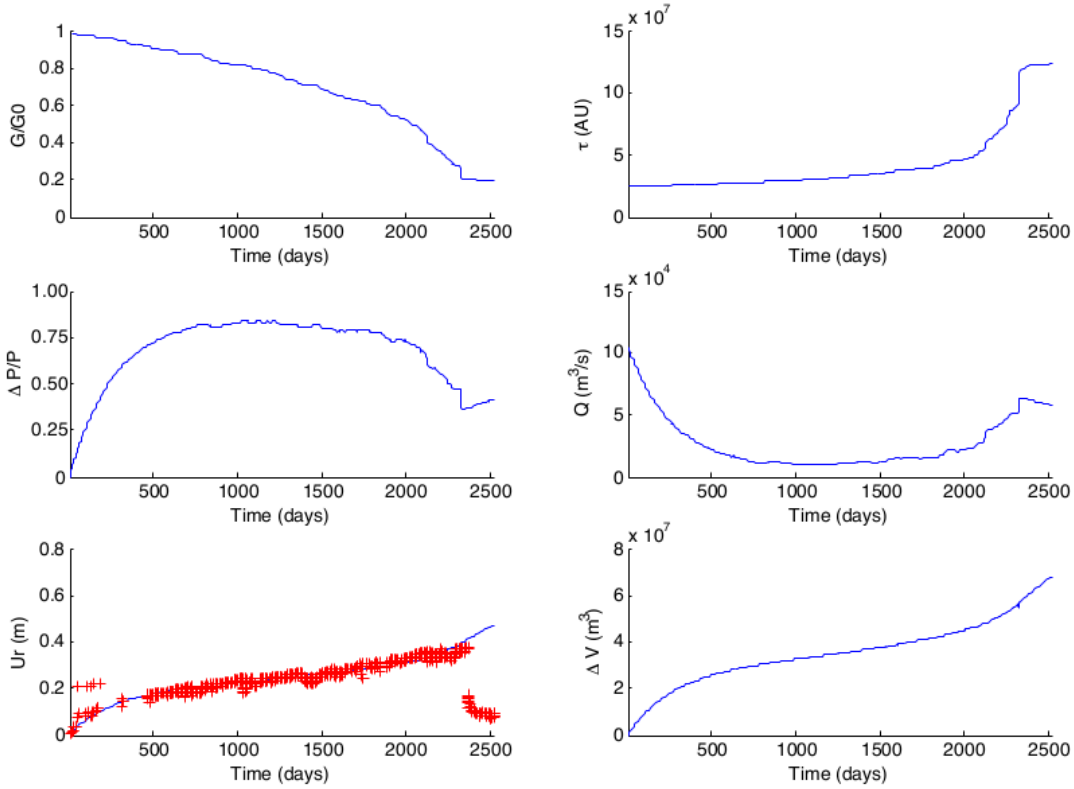


Figure 4.30: *Module de cisaillement G (normalisé par sa valeur initiale), surpression dans le réservoir magmatique ΔP (normalisé par la surpression limite P), déplacement radial U_r en mètres, constante de temps du système d'approvisionnement τ en secondes, débit Q en m^3/s, et variation de volume ΔV en m^3, en fonction du temps, entre le 03/12/2004 et le 31/12/2011.*

à grande échelle, la déformation élastique pure est extrêmement faible, surtout quand ils sont sollicités en traction.

Dans le cas du Piton de la Fournaise certaines stations peuvent être très proches du lieu de l'éruption, et donc dans la zone où l'endommagement se localise: dans ce cas la déformation est forte et l'accélération due à l'endommagement est mesurable. Lorsque les stations sont plus éloignées des fissures éruptives (comme dans le cas de GFUM qui est située à 3,5 km du centre éruptif), cette accélération peut ne plus être mesurable (voir, par exemple, la figure 4.3). On peut par contre mesurer une déformation plus faible dont le taux est stationnaire correspondant à un endommagement homogène dans un grand volume.

4.4.2 Etude de la dynamique des déformations de surface pendant les périodes pré-éruptives et éruptives

Dans cette partie, sans avoir l'ambition de présenter toute la complexité des processus pré-éruptif et éruptif, nous allons partir d'observations et mesures réalisées sur le Piton de la Fournaise et le Mérapi (Indonésie) pour avancer dans l'analyse de ces processus, et notamment de leur épisodicité et non-linéarité, et construire un modèle conceptuel qui pourra être utilisé

dans des travaux ultérieurs.

Pauses et épisodes dans les processus pré-éruptifs et éruptifs: effet de la constante de temps du système d'approvisionnement

Nous avons vu à l'aide des données acquises au Grimsvötn, que la pressurisation d'un réservoir dans l'édifice accompagnée d'un endommagement lent, c'est-à-dire faible mais régulier de l'édifice entrainait une variation temporelle quasi-linéaire du déplacement de surface pendant plusieurs années. Lorsque l'endommagement et l'affaiblissement de l'édifice est plus intense, nous avons vu sur le Piton de la Fournaise, entre Janvier et Avril 2007, que le déplacement de surface enregistré au sommet pouvait montrer une accélération, comme la sismicité, et que l'éruption avait lieu à la fin de cet épisode simple d'accélération de la déformation. Néanmoins l'étude de nombreux autres cas d'éruptions (voir, par exemple, Boichu et al. (2008); Nicholson et al. (2013); Surono et al. (2012a); Budi-Santoso et al. (2013)) montre que les éruptions ont également fréquemment lieu, ou bien avec un décalage temporel par rapport à l'instant où le taux de sismicité (et donc l'endommagement) est maximal, ou bien au terme d'un processus plus complexe qui comporte plus d'un épisode de déformation sismique et de surface - une déformation que l'on peut qualifier d'épisodique. Pour illustrer ces cas de processus plus complexes, nous prendrons l'exemple du processus préparant l'éruption du Mérapi du 05/11/2010 (Surono et al. (2012a); Budi-Santoso et al. (2013)), qui a été bien documentée. Dans ce cas l'éruption la plus forte n'a pas eu lieu à la fin de la période d'accélération de la sismicité VT, qui correspond au maximum de l'endommagement (éruption mineure du 26/10); elle a eu lieu une dizaine de jours après, le 5/11 (Figures 4.31, 4.32), après une période de sismicité longue période et trémor intense, qui correspond à un transfert de magma très actif. Lors de cette éruption, le taux de sismicité a cru jusqu'à 200 séismes VT par jour le 26/10 (Figure 4.31), et les mesures au distancemètre ont montré l'accélération du déplacement d'un repère sommital avant cette date (Figure 4.33). Cet accroissement de la sismicité et de l'énergie sismique développée étant bien supérieur à ce qu'il est habituellement pour les éruptions du Mérapi (Figure 4.34), une éruption majeure était attendue. Le 26/10, une éruption relativement mineure a eu lieu, la sismicité VT a cessé et le réflecteur EDM sommital a été détruit, mais la sismicité basse fréquence a commencé ainsi que le trémor, jusqu'à l'éruption majeure du 5/11. Si l'on considère que la sismicité VT témoigne de l'endommagement de l'édifice, et que la sismicité basse fréquence et le trémor témoignent du transfert de magma en profondeur, on peut en déduire que l'endommagement de l'édifice a eu lieu avant le transfert de l'essentiel du magma, et qu'il s'est écoulé une dizaine de jours avant que celui n'atteigne la surface. Dans d'autres cas, le processus de transfert de magma peut être réalisé à travers un nombre d'épisodes plus grand encore.

Une partie de la complexité de ce processus, et l'existence d'un ou plusieurs épisodes dans le processus peuvent être au moins partiellement expliqués à l'aide d'un modèle simple de pressurisation d'un édifice élastique endommageable. Dans le cas du Mérapi, la pressurisation n'est pas nécessairement envisagée dans un éventuel réservoir magmatique situé au sein même de l'édifice, mais plus simplement dans le conduit magmatique lui-même, qui possède un diamètre suffisant pour permettre l'extrusion du dôme visible en surface. Dans cette partie de l'étude il n'est pas question d'ajuster des données de déplacement de surface (les déplacements sommitaux pré-éruptifs étaient très hétérogènes et seulement mesurés au distancemètre, et le modèle géométrique est mal connu), mais plutôt de présenter une explication possible du processus,

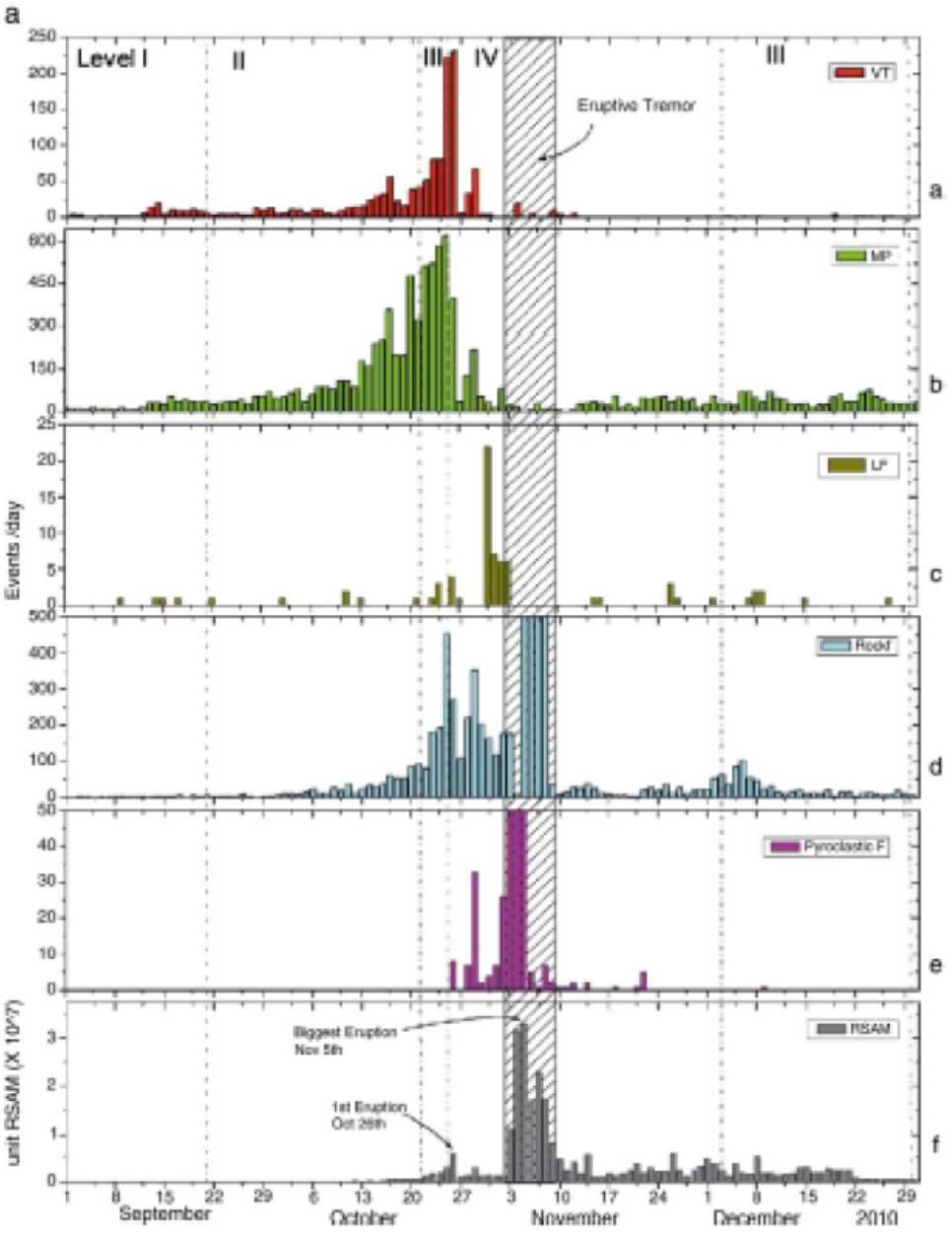


Figure 4.31: *Taux de sismicité enregistré au Mérapi par le réseau sismologique du Volcanological Survey of Indonesia, entre le 01/09/2010 et le 31/12/2010. (a) Séismes volcano-tectoniques (VT); (b) séismes multi-phases (MP); (c) séismes longues-périodes (LP); (d) chutes de blocs (Rockf); (e) coulées pyroclastiques; (f) amplitude RSAM (Real-time Seismic Amplitude Measurement) journalière. D'après Surono et al. (2012a).*

notamment en étudiant le rôle de la constante de temps du système d'approvisionnement pour un endommagement donné.

Nous avons vu pour le Piton de la Fournaise que la dynamique éruptive d'un édifice pour lequel la constante de temps d'approvisionnement est faible (de l'ordre de quelques jours)

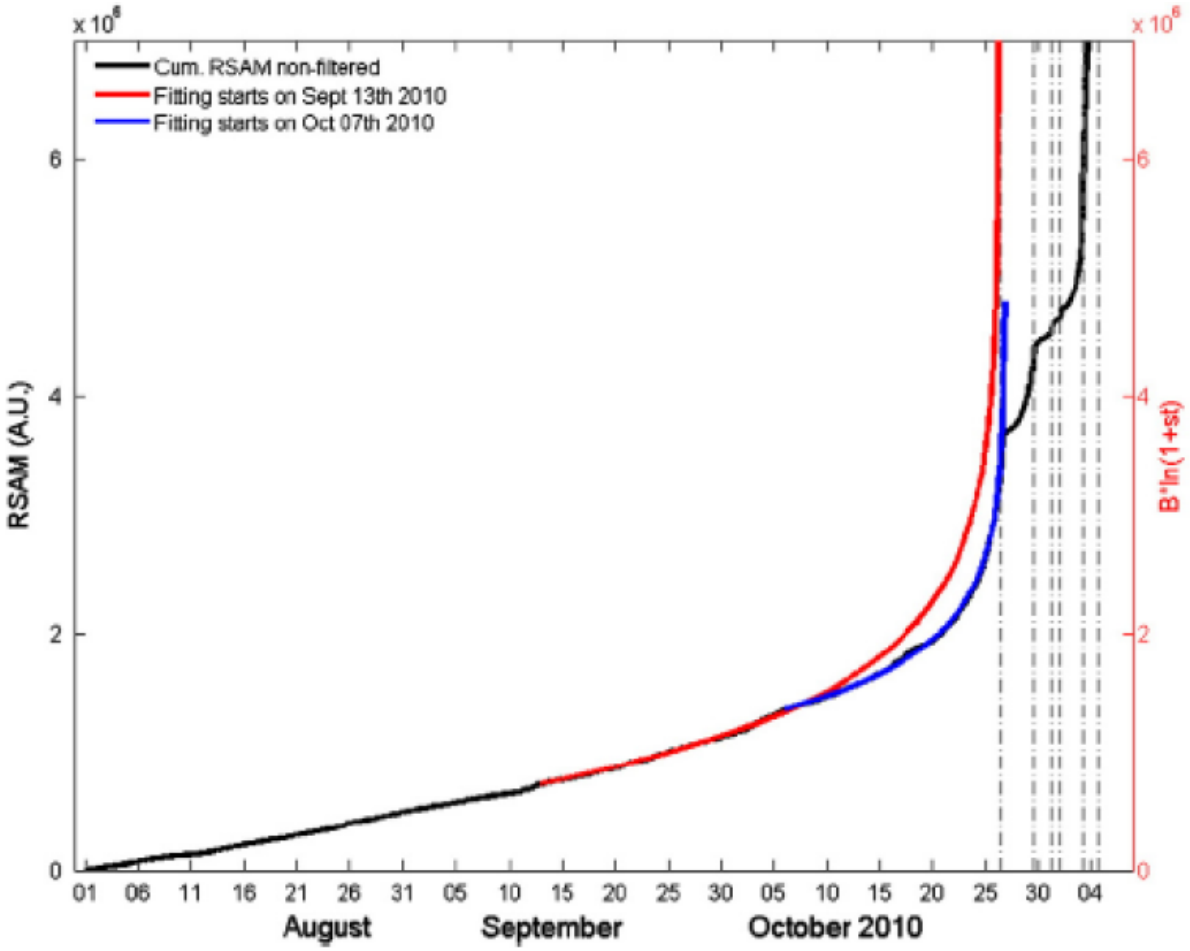


Figure 4.32: *Amplitude RSAM cumulée mesurée sur le Mérapi (réseau sismique VSI, en noir) entre le 01/08/2010 et le 05/11/2010, et ajustement de ces données par deux modèles FFM (rouge: données ajustée entre le 13/09/2010 et le 05/10/2010; bleu: données ajustées entre le 07/10/2010 et le 26/10/2010), d'après Budi-Santoso et al. (2013).*

correspond à un seul épisode: lorsque l'augmentation de volume non-linéaire du réservoir a lieu, la pression baisse mais le flux de magma montant augmente suffisamment vite pour qu'elle baisse moins que le module de cisaillement, ce qui provoque une accélération du déplacement de surface qui conduit à la rupture. C'est la rapidité de cette augmentation du flux, contrôlée par la constante de temps (par exemple par le rayon du conduit d'alimentation), qui garantit que la dynamique est plus ou moins simple, et donc qui contrôle cette dynamique.

Lorsque la constante de temps est plus élevée (de l'ordre de la dizaine de jours) et que l'endommagement affaiblit suffisamment l'édifice, la pression dans le réservoir peut baisser suffisamment pour que le déplacement de surface augmente moins ou n'augmente plus - c'est-à-dire que le processus de déformation et le processus éruptif subissent une pause. Lorsque la pression baisse dans le réservoir, le flux de magma entrant augmente et la pression dans le réservoir finit par retrouver une valeur qui entraine une accélération du déplacement de surface (Figure 4.35, 4.36, 4.37, 4.38). La dépressurisation du réservoir ou du conduit induit un flux de magma montant, qui pourrait éventuellement être suffisant pour qu'un réservoir magmatique

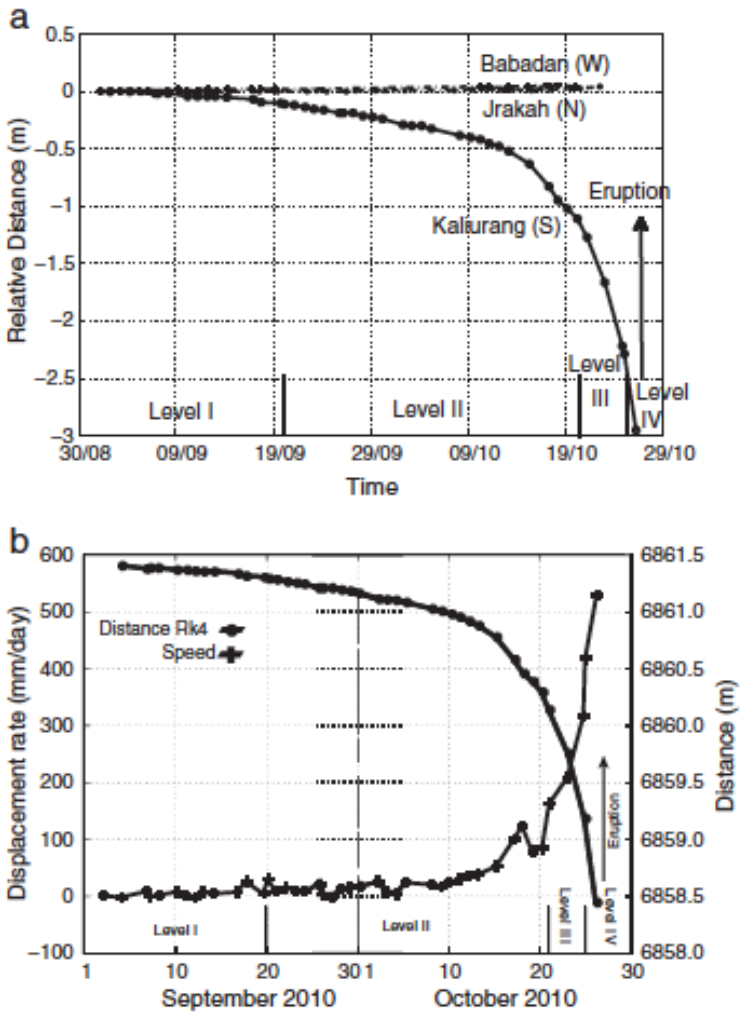


Figure 4.33: *(a) Mesure de distance EDM (Electronic Distancemeter Measurement) entre trois observatoires du VSI (Babadan, Jrakah et Kaliurang) et le sommet du Mérapi. (b) Détail de la ligne de base Kaliurang - sommet: distance et vitesse relative de déplacement. D'après Surono et al. (2012a).*

plus profond se dépressurise à son tour.

L'augmentation de la pression et éventuellement du module de cisaillement à la suite de la pause conduit à une augmentation du déplacement de surface et à la création d'un flux sortant (négatif), c'est-à-dire à une éruption. La figure 4.35 montre que la constante de temps du système d'approvisionnement (environ 10 jours sur cette figure) induit un décalage entre le maximum de l'endommagement (jour 300) et le maximum du déplacement vertical, qui est d'une dizaine de jours. Le maximum du flux sortant est alors atteint une trentaine de jours après le maximum de l'endommagement. Lorsque la contante de temps est plus courte (de l'ordre du jour, Figure 4.36), le flux sortant est maximal une dizaine de jours après le maximum de l'endommagement, et le maximum du déplacement est maximum 4 jours après le maximum d'endommagement. On remarque que l'augmentation du module de cisaillement (consolidation), après une pause due à une dépressurisation, contribue au renforcement de

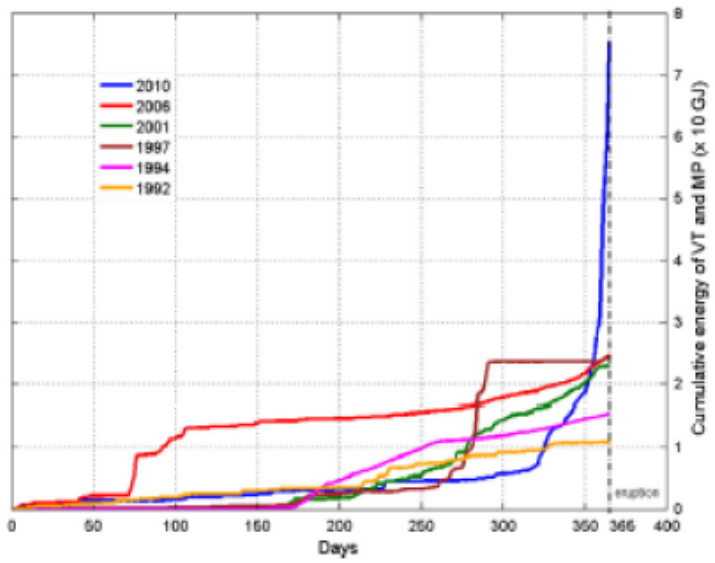


Figure 4.34: *Energie sismique (VT et MP) cumulée en fonction du temps, pendant un an avant chacune des six dernières éruptions du Mérapi (données du réseau sismique VSI). D'après Budi-Santoso et al. (2013).*

la pression dans le réservoir, ainsi qu'à celui du déplacement de surface et à l'inversion du flux de magma (magma sortant du réservoir), à son renforcement et finalement à l'éruption. Les conditions de l'éruption majeure (qui correspond au déplacement de surface et au flux de magma maximums) peuvent donc être réunies après la période d'endommagement maximum (qui correspond à la rupture de l'édifice). A l'inverse, lorsque le module de cisaillement reste faible à la fin du processus d'endommagement, l'édifice se déforme largement, et absorbe par sa déformation le flux de magma entrant qui suit la dépressurisation (Figure 4.37, 4.38), sans excès de surpression ni inversion de flux de magma, ce qui ne conduit pas nécessairement à une éruption mais plutôt à une intrusion. On voit que les conditions qui favorisent une éruption intense sont l'existence d'un maximum de pression et de flux inverse de magma, et donc un édifice initialement résistant qui s'affaiblit puis se consolide, et l'existence d'une constante de temps pas trop importante - plutôt qu'un édifice qui reste peu résistant et dont la déformation interne absorbe le surplus de magma entrant.

Ces résultats peuvent constituer une explication correcte à ce qui a été mesuré et observé sur le Mérapi fin 2010, notamment le décalage d'une dizaine de jours entre la fin de l'endommagement (sismicité VT) et le maximum du transfert de magma (Figure 4.31): la première éruption mineure est la conséquence de la pressurisation du conduit, qui a affaibli et déformé le dôme et l'édifice sommital, dont la déformation non-linéaire a dans un second temps dépressurisé le conduit; cette dépressurisation a été suffisante pour qu'un réservoir plus profond et plus grand soit lui-même dépressurisé, et fournisse l'essentiel du magma expulsé pendant l'éruption majeure qui a suivi. De même, au Piton de la Fournaise, ces résultats peuvent expliquer pourquoi le volume de magma émis pendant les éruptions distales est systématiquement 5 à 10 fois plus grand que la variation de volume que l'on peut inférer à partir des mesures de déformation de surface (Peltier et al., 2008). On voit donc que des processus physiques simples (déformation de l'édifice par un réservoir pressurisé et approvisionnement de

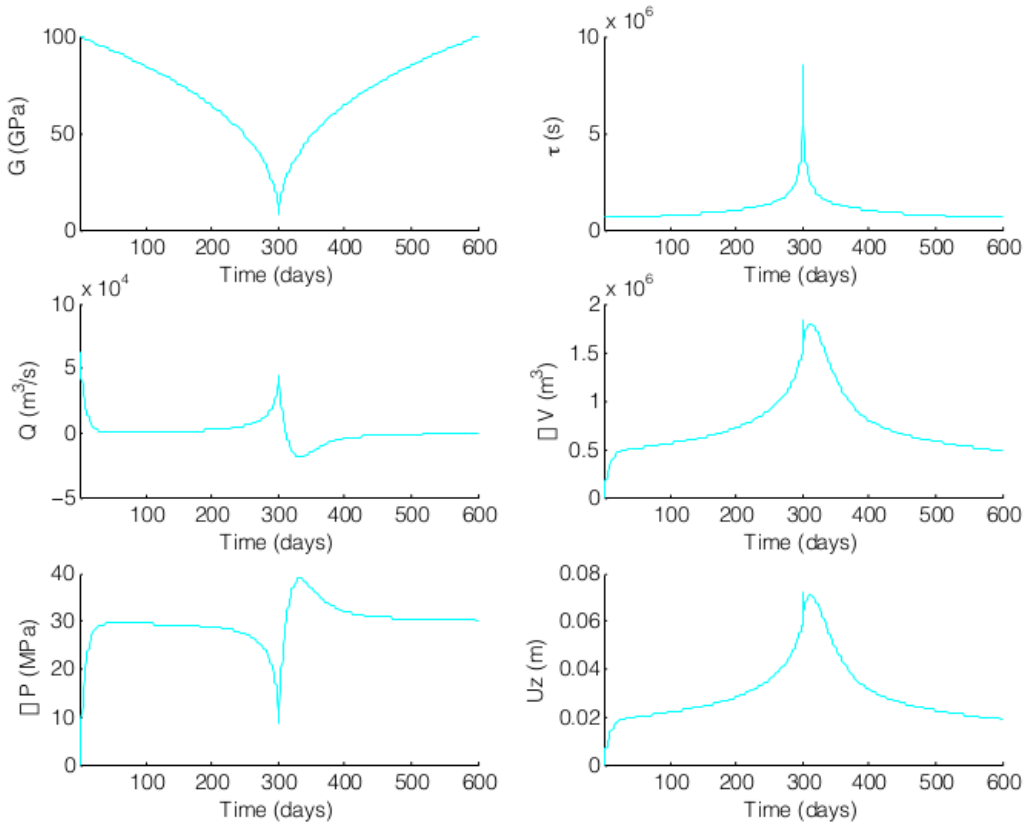


Figure 4.35: *Module de cisaillement G (en GPa), constante de temps τ (en s), débit de magma Q (en m^3/s), variation de volume ΔV (en m^3), surpression dans le réservoir ΔP (en MPa) et déplacement vertical U_z (en m). Paramètres du modèle: $a_c = 0.6m$, $a_r = 800m$, $H_r = 2500m$, $H_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 100GPa$, $P = 30MPa$. Le maximum de l'endommagement a lieu au jour 300. Le module de cisaillement G se renforce après la période d'endommagement maximal de l'édifice.*

ce réservoir) peuvent engendrer des dynamiques complexes et variées s'ils sont non-linéaires.

L'existence de pauses, de variabilité et éventuellement de chaos dans le processus éruptif est intimément lié à la nature non-linéaire du processus, et à l'existence de deux temps caractéristiques ou dynamiques différentes en interaction: d'une part la constante de temps de l'approvisionnement qui contrôle la pression appliquée dans le réservoir, et d'autre part la constante de temps de l'endommagement de l'édifice, qui contrôle sa résistance. Une des conséquences de cette non-linéarité est qu'elle diminue le pouvoir prédictif des méthodes basées (comme la "Failure Forecast Method") sur l'hypothèse que le chargement (pression dans le réservoir magmatique) est constant. Cette étude tend à montrer que ce type de méthode prévoit l'endommagement de l'édifice et éventuellement son maximum, mais pas nécessairement l'instant de l'éruption. Un espoir pour l'amélioration de ce pouvoir prédictif est la prise en compte du système d'approvisionnement et de sa constante de temps.

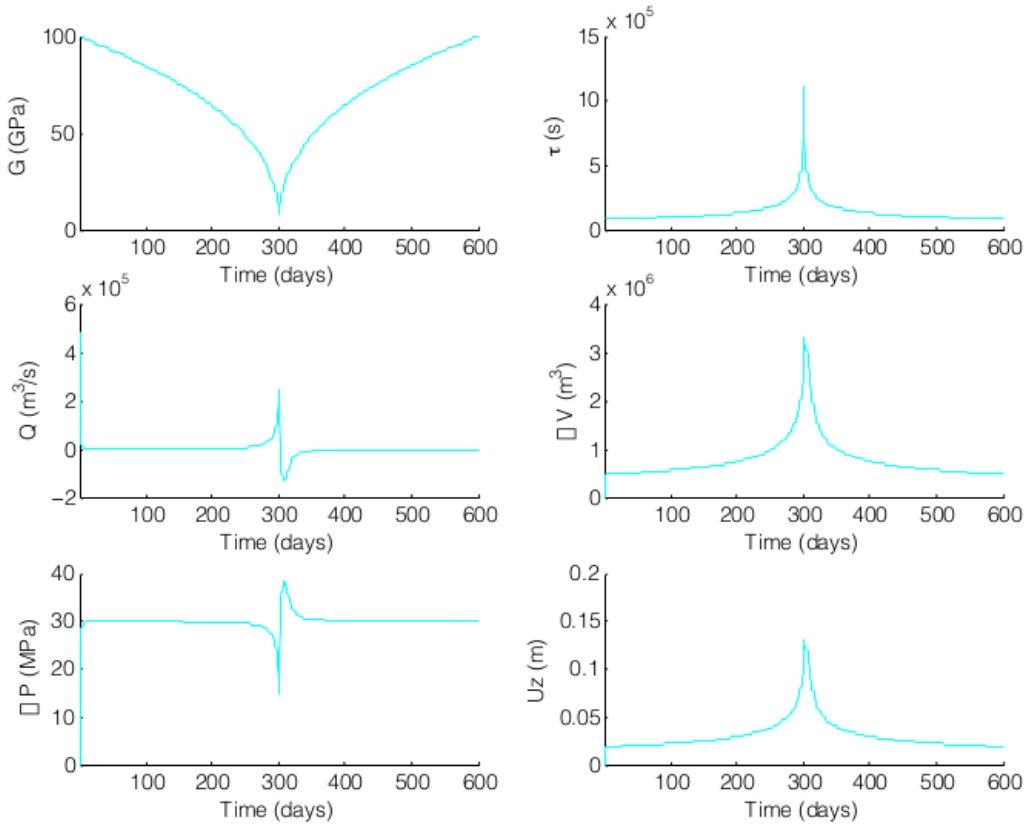


Figure 4.36: *Module de cisaillement G (en GPa), constante de temps τ (en s), débit de magma Q (en m^3/s), variation de volume ΔV (en m^3), surpression dans le réservoir ΔP (en MPa) et déplacement vertical U_z (en m). Paramètres du modèle: $a_c = 1.0m$, $a_r = 800m$, $H_r = 2500m$, $H_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 100GPa$, $P = 30MPa$. Le maximum de l'endommagement a lieu au jour 300. Le module de cisaillement G se renforce après la période d'endommagement maximal de l'édifice.*

Dynamique des processus pré-éruptifs: effet de la résistance de l'édifice

Au Piton de la Fournaise, pendant la période s'étalant de l'année 2000 jusqu'au collapse du 2 Avril 2007, les éruptions étaient précédées d'une accélération très progressive de l'activité sismique (Figure 4.39) et d'une inflation, mesurée par géodésie GPS. Le taux de sismicité moyen était de 19 séismes par jour. Il n'y avait pas de crises sismiques sans éruption, et pas d'intrusions (voir, par exemple, Roult et al. (2012)). Les éruptions ont lieu à la fin d'un processus de pressurisation du réservoir qui peut être caractérisé comme "simple", constitué d'un seul épisode. Pendant la même période, Got et al. (2013) ont montré que l'édifice était plus résistant pendant les périodes inter-distales, avec un angle de frottement interne de 35°, que pendant les éruptions distales, pendant lesquelles l'angle de frottement interne est voisin de 15°. Les éruptions du 30 Mars - 4 Avril au cours desquelles a eu lieu le collapse sommital du 2 Avril sont des éruptions distales accompagnées d'un déplacement important du flanc Est, alors que ce dernier reste stable pendant les périodes inter-distales. On peut donc caractériser l'édifice comme étant résistant pendant les périodes de pressurisation du réservoir. Comme l'ensemble

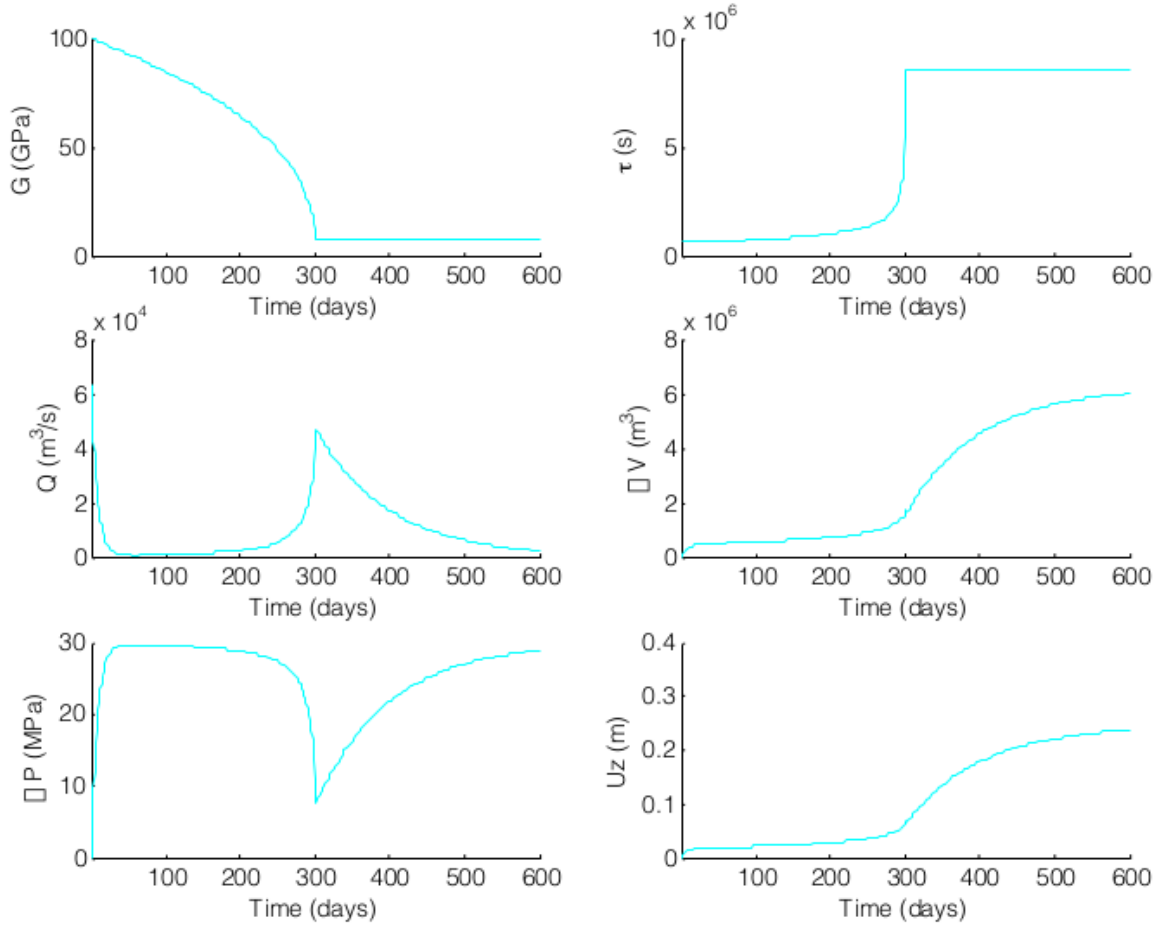


Figure 4.37: *Module de cisaillement G (en GPa), constante de temps τ (en s), débit de magma Q (en m^3/s), variation de volume ΔV (en m^3), surpression dans le réservoir ΔP (en MPa) et déplacement vertical U_z (en m). Paramètres du modèle: $a_c = 0.6m$, $a_r = 800m$, $H_r = 2500m$, $H_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 100GPa$, $P = 30MPa$. Le maximum de l'endommagement a lieu au jour 300. Le module de cisaillement G reste à sa valeur minimale après la période d'endommagement maximal de l'édifice.*

est à l'équilibre et qu'il finit par rompre (donc à atteindre la résistance maximale de l'édifice), on peut en déduire que la pression dans le réservoir est élevée, et caractériser le processus de pressurisation: haute résistance de l'édifice, haute pression du réservoir. Les déplacements de surface pendant la période 2000-2007 ne montrent d'ailleurs pas de signe de dépressurisation du réservoir, sauf pendant les éruptions distales, mais pas pendant les éruptions sommitales: on ne retrouve pas, comme sur d'autres volcans et notamment sur le Grimsvötn, de cycle complet de pressurisation du réservoir à partir d'une pression initale très basse, avec un taux d'inflation initialement très élevé, qui décroit de façon exponentielle avec le temps. Pendant cette période (2000-2007), la résistance à long terme ("yield stress" ou "yield strength") de l'édifice du Piton de la Fournaise est donc atteinte alors que la pression dans le réservoir est élevée, croit très lentement, et que le débit de magma entrant est faible. Dans ce cas on peut considérer que le chargement est constant et égal à la résistance à long terme: la dynamique de la rupture qui

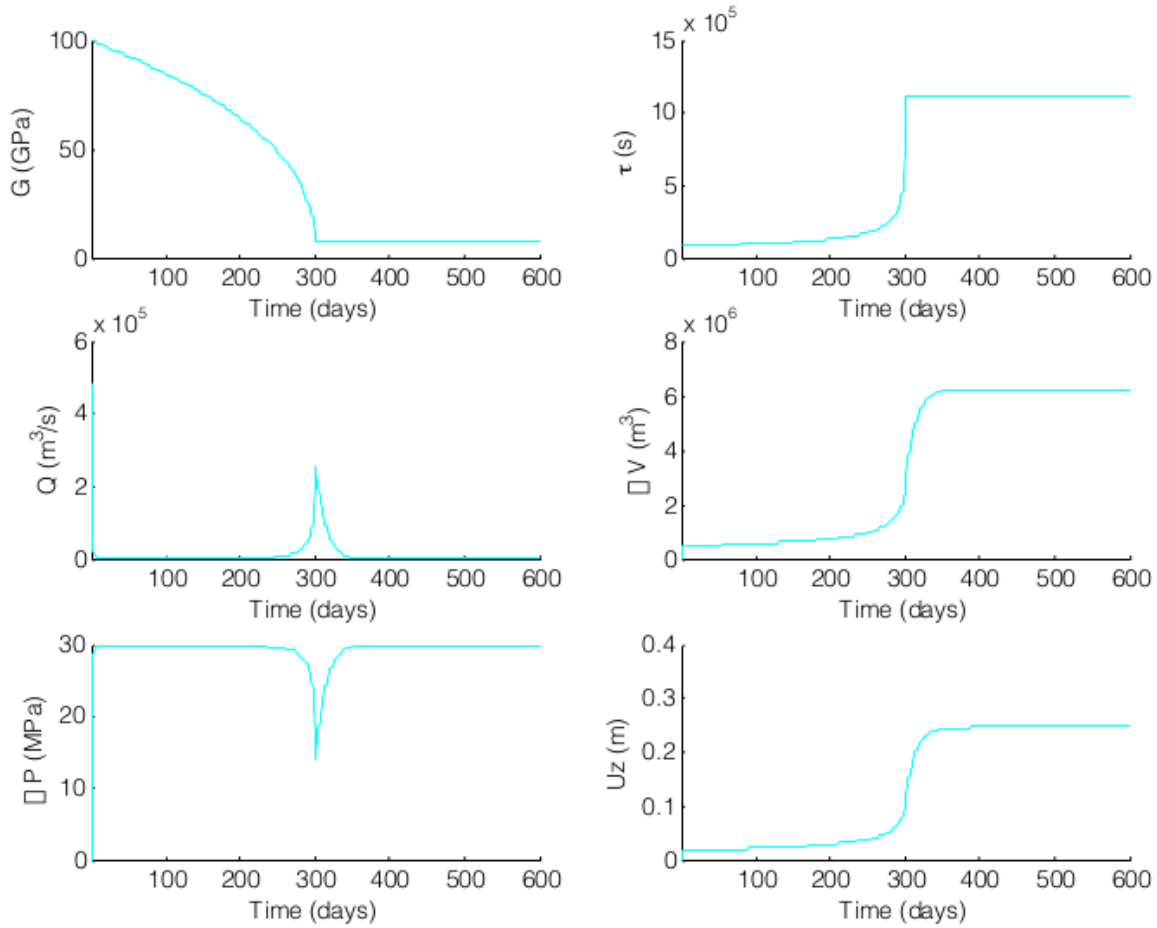


Figure 4.38: *Module de cisaillement G (en GPa), constante de temps τ (en s), débit de magma Q (en m^3/s), variation de volume ΔV (en m^3), surpression dans le réservoir ΔP (en MPa) et déplacement vertical U_z (en m). Paramètres du modèle: $a_c = 1.0m$, $a_r = 800m$, $H_r = 2500m$, $H_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s$, $G_0 = 100GPa$, $P = 30MPa$. Le maximum de l'endommagement a lieu au jour 300. Le module de cisaillement G reste à sa valeur minimale après la période d'endommagement maximal de l'édifice.*

mène à l'éruption est donc contrôlée par l'endommagement de l'édifice. Si la pression dans le réservoir est suffisante (au moins égale à la résistance à long terme), la rupture de l'édifice peut avoir lieu jusqu'à la surface. Cette rupture est plus rapide lorsque la pression dépasse la valeur de la résistance à long terme. Les variations de la pression, lorsqu'elles existent, participent également au contrôle de la dynamique du processus pré-éruptif.

Après le collapse du 2 Avril 2007, l'évolution temporelle de la déformation et de la sismicité enregistrées sur le Piton de la Fournaise change drastiquement (Figure 4.39). Après une période de déflation sommitale qui a duré plus d'un an, accompagnée d'un déplacement vers l'Est du flanc Est (Clarke et al., 2013), le sommet de l'édifice est reparti en inflation en Août 2008, et de nombreuses crises sismiques ont eu lieu sans nécessairement correspondre à une éruption (11 crises sismiques entre le 04/08/2008 et le 20/11/2008, soit 14 semaines, avec seulement 2

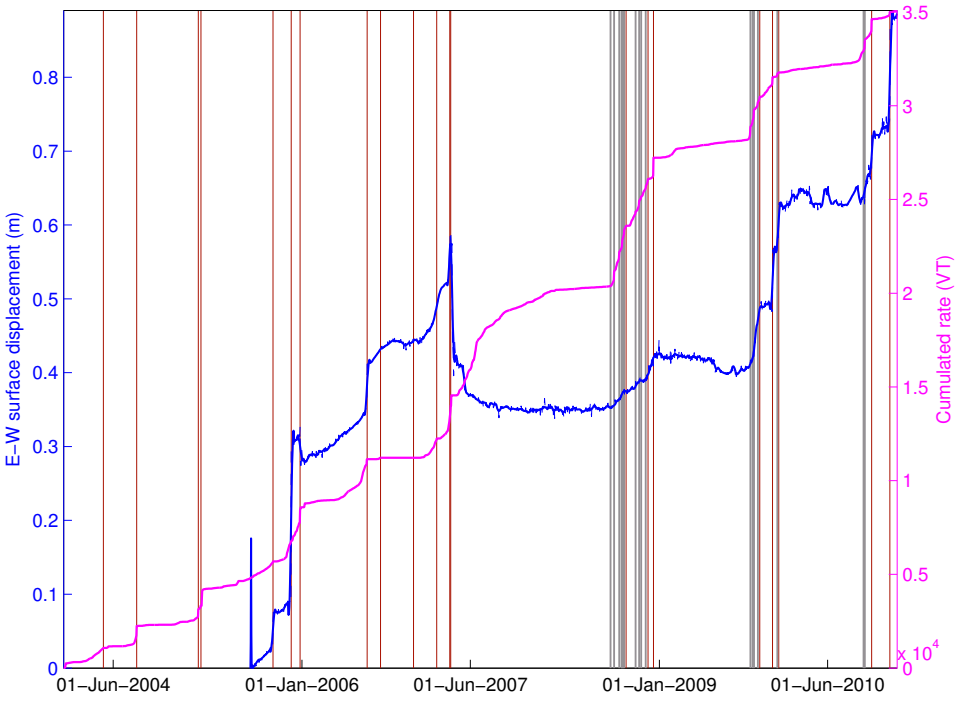


Figure 4.39: *Nombre cumulé des séismes enregistrés par le réseau sismique OVPF du Piton de la Fournaise (magenta) et déplacement Est-Ouest de la station GPS sommitale DERG (bleu), en fonction du temps en jours, entre le 01/01/2004 et le 31/12/2011. Les lignes verticales représentent le début des éruptions (rouge) et des crises sismiques (gris).*

éruptions le 21/09/2008 et 27/11/2008, puis une troisième le 14/12/2008, Figure 4.40). La sismicité correspondant à l'inflation débute brutalement par une crise sismique (04/08/2008), alors que dans la période 2000-2007 l'accélération de la sismicité s'effectuait progressivement. L'éruption du 21/09/2008 est précédée de 7 crises sismiques en 40 jours, dont au moins une est accompagnée de déformation de surface; ces 7 crises sismiques ont lieu avec une périodicité moyenne voisine de 7 jours, qui tend à diminuer avant l'éruption. Pendant la période Août - Décembre 2008, le taux de sismicité, initalement élevé après la crise du 04/08, diminue graduellement pour retrouver, après l'éruption du 14/12/2008, le niveau de fond qui caractérisait les mois de Juin-Juillet 2008. Ainsi les éruptions du 21/09 et 27/11 ont eu lieu pendant une période où le taux de sismicité diminuait et sans provoquer de crise enregistrée, donc avec peu d'auto-déclenchements juste avant et pendant l'éruption, au lieu d'intervenir à la fin d'une période où la sismicité accélérait comme c'était le cas avant le collapse d'Avril 2007. Cette tendance se reproduit deux fois, fin 2009 et fin 2010. Le taux de sismicité moyen entre 2008 et 2011 est de plus de 27 séismes par jour, soit une augmentation de 44% par rapport au taux de sismicité pendant la période 2000-2007. Le nombre de séismes par épisode éruptif est plus grand, et la durée des épisodes éruptifs plus longue. Entre les épisodes éruptifs, le sommet de l'édifice est en déflation.

Pendant cette période (fin 2007 - 2010), l'on ne dispose pas pendant les périodes inter-éruptives de mesures réitérées de la position des bornes des profils diamétraux du cône sommital et de la partie supérieure de l'édifice, comme cela était le cas pour la période 2000-2007. On

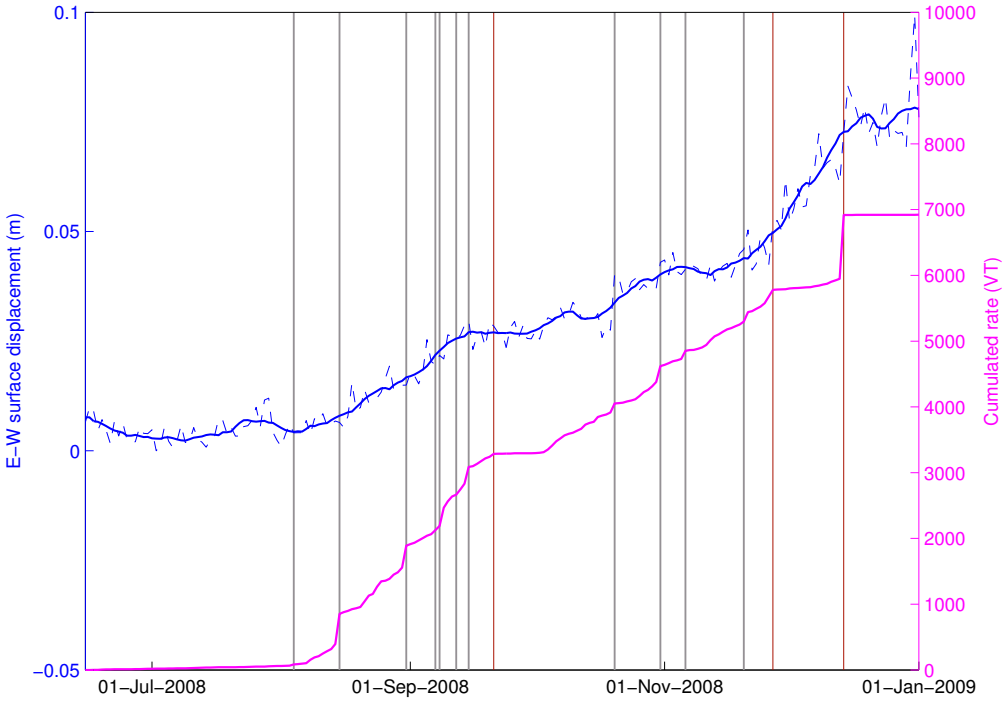


Figure 4.40: *Nombre cumulé des séismes enregistrés par le réseau sismique OVPF du Piton de la Fournaise (magenta) et déplacement Est-Ouest de la station GPS sommitale DERG (bleu), en fonction du temps en jours, entre le 15/06/2008 et le 01/01/2009. Les lignes verticales représentent le début des éruptions (rouge) et les crises sismiques (gris).*

ne peut donc rééditer l'estimation de l'angle de frottement interne qui a été réalisée par Got et al. (2013). Pendant l'éruption distale d'Avril 2007, l'angle de frottement interne a chuté à environ 15 ° (Got et al., 2013); le collapse sommital, la sismicité très importante avant, pendant et après cet évènement, le déplacement important du flanc Est et les variations de vitesses sismiques importantes trouvées à cette période (Clarke et al., 2013) laissent penser que l'édifice et surtout le cône sommital ont été très fracturés et affaiblis en Avril 2007. Enfin le flanc Est a continué à se déplacer vers l'Est après Avril 2007 (Froger, Peltier, comm. pers.; Peltier et al. (2015)), or il contrôle la résistance de l'édifice lors des éruptions (Got et al., 2013). On peut donc penser qu'à la fois l'édifice est resté plus fracturé et moins cohésif après le collapse d'Avril 2007 qu'avant, et que l'édifice et le flanc Est sont moins résistants qu'ils ne l'étaient avant le collapse, éventuellement sous l'effet d'un sill pressurisé sous une partie du flanc Est. Le processus de pressurisation du réservoir s'effectuant à l'équilibre, la pression maximale atteinte dans le réservoir dans ces conditions est plus faible que celle qui régnait dans le réservoir avant Avril 2007. On peut caractériser le processus de pressurisation de l'édifice pendant cette période: basse résistance de l'édifice, basse pression dans le réservoir. Néanmoins, rien n'indique que la profondeur du réservoir magmatique ait diminué après le collapse de 2007: on peut donc considérer que la hauteur à rompre au-dessus du réservoir reste la même. Il en est de même pour le système d'approvisionnement du réservoir.

Synthèse et construction d'un modèle conceptuel

Sur le Piton de la Fournaise, après le collapse, les éruptions nécessitent de multiples épisodes de déformation sismique, alors qu'avant le collapse ce n'était pas le cas. On peut examiner la conjecture suivant laquelle ce changement de régime est à relier au changement de résistance de l'édifice et de pression du réservoir magmatique: lorsque l'édifice est résistant, la pression dans le réservoir est élevée et sa rupture jusqu'à la surface s'effectue en un seul épisode, alors que lorsque l'édifice est moins résistant, la pression dans le réservoir est plus faible et ne permet pas de rompre l'édifice jusqu'à la surface. Cette dernière inférence n'est cependant pas évidente: pendant la rupture de l'édifice sous l'effet de la pression du magma, cette dernière dépend de l'affaiblissement de la résistance de l'édifice avec la déformation et de l'approvisionnement. Pour avancer dans la compréhension du processus et préparer une future modélisation, on peut représenter la résistance de l'édifice et la pression dans le réservoir en fonction de la déformation dans les deux cas (forte et faible résistance de l'édifice, Figure 4.41). L'analyse du problème de stabilité qui en découle montre qu'il dépend de cinq paramètres:

- la résistance maximale σ_{max} de l'édifice; c'est la résistance de l'édifice avant la rupture et l'éruption. Sur le Piton de la Fournaise, elle correspond à un angle de frottement interne d'environ 35 °comme cela a été mis en évidence par Got et al. (2013). Sur d'autres volcans comme le Mérapi, cette résistance peut varier de façon non-négligeable avec le poids du dôme sommital, suivant un critère de plasticité/rupture dépendant de la pression lithostatique comme le sont les critères de Mohr-Coulomb ou Drücker-Prager.
- la résistance résiduelle σ_{res} de l'édifice; c'est la résistance de l'édifice après que la rupture ait eu lieu; sur le Piton de la Fournaise, c'est la résistance qui est définie par l'angle de frottement interne pendant les éruptions distales (15 °). On peut conjecturer que cette résistance est la plus basse qui puisse exister dans l'édifice, et la considérer comme constante.
- la déformation critique ϵ_c; il s'agit de la déformation à atteindre (sous l'effet d'une traction, par exemple) pour que la rupture ait lieu de la profondeur du toit du réservoir jusqu'à la surface et laisse passer le magma. En l'absence de connaissance plus approfondie, on peut faire l'hypothèse que cette déformation critique ne change pas lorsque la résistance maximale de l'édifice change - c'est-à-dire que la rupture en traction a toujours lieu après qu'une même déformation se soit réalisée. Cela signifie que le passage du magma demande l'ouverture d'un dyke d'une largeur fixée, qui correspond à un déplacement de la surface de l'édifice qui ne varie pas avec la résistance de l'édifice sur une distance donnée.
- l'affaiblissement de l'édifice avec la déformation, au cours de la rupture; il s'agit de la pente post-pic de la fonction qui représente la résistance de l'édifice en fonction de la déformation;
- l'affaiblissement de la pression dans le réservoir (pression du magma) avec la déformation, au cours de la rupture; cet affaiblissement est notamment contrôlé par le flux de magma entrant et la constante de temps du système d'approvisionnement.

On peut représenter de façon synthétique ces paramètres et leurs relations, notamment dans les deux cas où la résistance de l'édifice est forte ou faible, et en discuter les conséquences, à l'aide des figures 4.41, 4.42, 4.43.

On voit sur ces figures que la dynamique du processus pré-éruptif / éruptif, et notamment le fait que le système se stabilise avant ou après la déformation critique dépend directement de

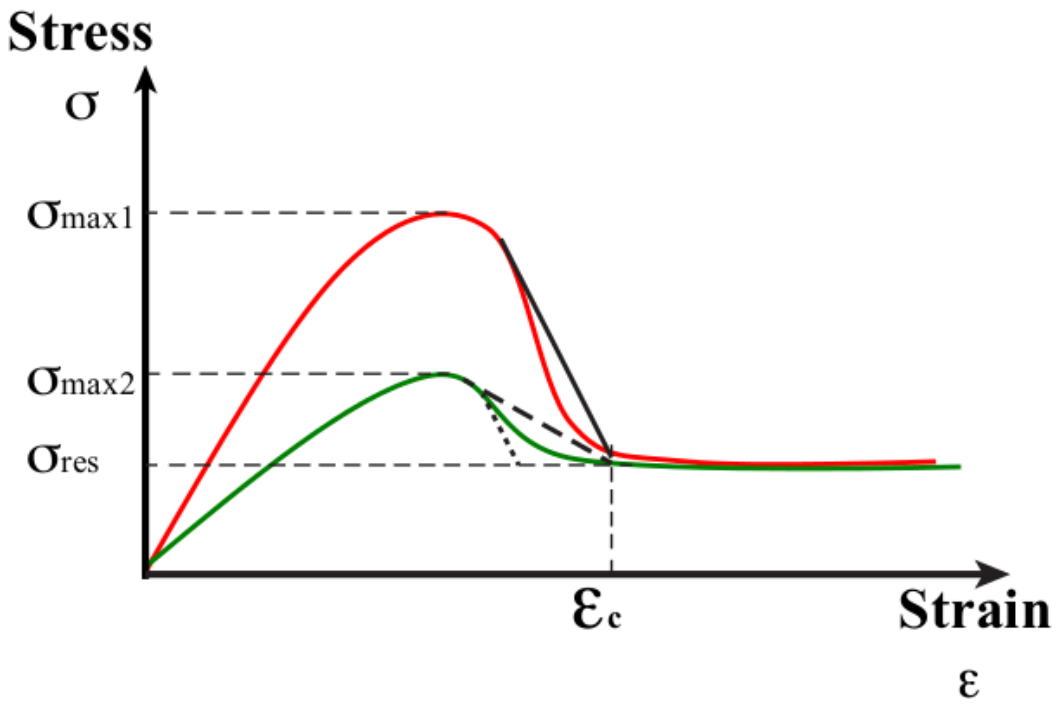


Figure 4.41: *Courbes contrainte-déformation représentant la résistance (par exemple à la traction) d'un édifice volcanique dans le cas où celle-ci est élevée (en rouge) ou plus faible (en vert), ainsi que la pression dans le réservoir (trait noir continu: cas d'une pression élevée, trait noir discontinu: cas d'une pression plus faible). σ_{max1} et σ_{max2} représentent les valeurs maximales de la résistance, σ_{res} la résistance résiduelle, et ϵ_c la déformation critique qui correspond à la rupture complète de l'édifice au moment de l'éruption. Dans les cas suivants, la variation de la pression dans le réservoir avec la déformation est due à la variation de volume du réservoir, la compressibilité du magma et au réapprovisionnement. Cas d'une pression simplement linéairement décroissante avec la déformation, l'éruption ayant lieu (à la déformation critique) lorsque édifice et magma sont revenus exactement à l'équilibre: la pente de la pression dans le réservoir est exactement égale à la pente moyenne de l'affaiblissement de la résistance de l'édifice jusqu'à la déformation critique. Pour que l'éruption ait lieu dans le cas où l'édifice est peu résistant, il faut que la pression dans le réservoir diminue plus lentement avec la déformation que dans le cas où l'édifice est plus résistant (tireté long), sinon il ne peut y avoir d'éruption (tireté court).*

la trajectoire de l'affaiblissement de l'édifice et de la pression avec la déformation:

– c'est la chute de résistance de l'édifice, et particulièrement la résistance maximale de l'édifice qui est le paramètre le plus important, dans la mesure où (1) la résistance maximale contrôle aussi la pression maximale dans le réservoir et (2) la résistance résiduelle peut être considérée comme constante et indépendante de la résistance maximale (on considère que quelle que soit la résistance maximale on aboutit toujours à la même résistance résiduelle). Si l'on considère que la résistance résiduelle et la déformation critique sont constantes, la résistance maximale détermine aussi la pente moyenne de l'affaiblissement de l'édifice: un édifice peu résistant s'affaiblira doucement.

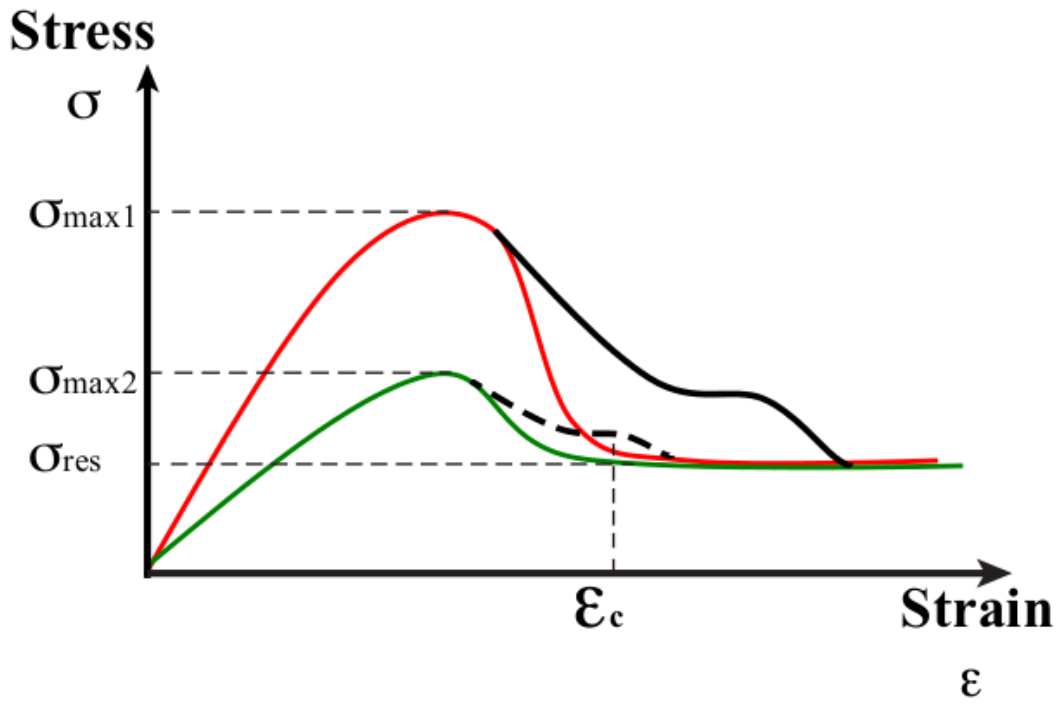


Figure 4.42: *Courbes contrainte-déformation représentant la résistance d'un édifice volcanique et la pression du réservoir (figurés identiques à la figure 4.41). Cas où la pression du réservoir diminue plus lentement que la pente moyenne de l'affaiblissement, jusqu'à la déformation critique, de la résistance de l'édifice. Dans ce cas l'éruption a lieu avec une surpression du magma à son arrivée à la surface de l'édifice.*

– ce sont ensuite les pentes et trajectoires respectives de la résistance de l'édifice et de la pression dans le réservoir qui déterminent le détail de la dynamique:

  1. lorsque la pression du réservoir s'affaiblit lentement (constante de temps d'approvisionnement courte, par exemple), la rupture en un seul épisode est plus facile.
  2. lorsque la pression s'affaiblit trop vite il ne peut y avoir d'éruption en un seul épisode, seulement une intrusion. Lorsqu'elle peut remonter, il peut y avoir des éruptions en plusieurs épisodes.
  3. on peut envisager que la résistance de l'édifice puisse remonter (consolidation), y compris lorsque la déformation croit, par transfert de matière (par exemple scellement de fractures ouvertes par du magma refroidi).

Une conjecture importante que l'on peut faire à partir de ce type de raisonnement et de représentation, c'est que lorsque l'édifice a une résistance élevée, la chute de pression dans le réservoir est également élevée, ainsi que que le flux de magma induit par ce gradient. Ceci peut expliquer pourquoi, sur le Piton de la Fournaise, les éruptions distales, qui se déclenchent lorsque la contrainte accumulée est maximale (Got et al., 2013), correspondent aux éruptions les plus fortes, avec un volume de magma émis 5 à 10 fois plus fort que les autres éruptions (Peltier et al., 2008). Cette inférence peut concerner également les autres volcans, comme par

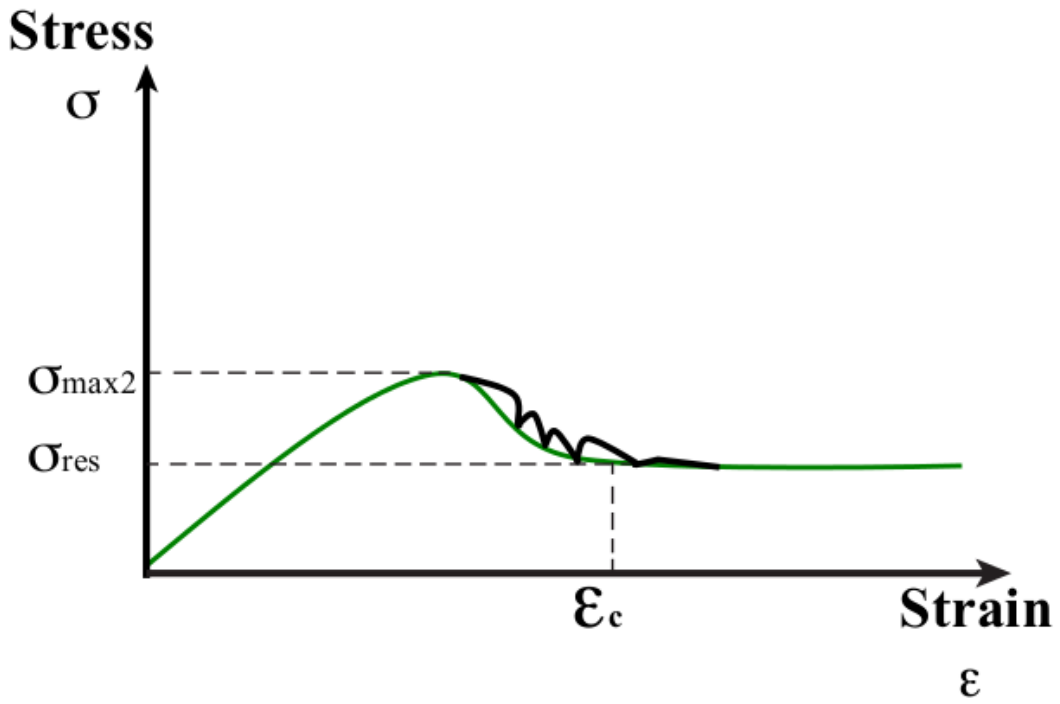


Figure 4.43: *Courbes contrainte-déformation représentant la résistance d'un édifice volcanique et la pression du réservoir (figurés identiques à la figure 4.41). Cas où la pression du réservoir diminue plus fortement que la pente moyenne de l'affaiblissement de la résistance de l'édifice, jusqu'à la déformation critique. Le réapprovisionnement peut faire remonter la pression. L'éruption peut avoir lieu à la suite d'une série d'intrusions.*

exemple le Mérapi.

On remarque que si l'on envisageait un modèle avec une résistance maximale et deux pentes constantes (affaiblissement linéaire pour l'édifice et pour la pression du réservoir), on ne peut avoir que des éruptions en un seul épisode (si la pression diminue plus lentement que la résistance de l'édifice), ou une progression quasi-statique du magma (les deux pentes sont confondues), ou pas de transfert de magma. On ne pourrait pas observer d'intrusions successives (Figure 4.40), analogues au processus de "stick-slip" sur les failles sismiques, qui correspondent à des ruptures en traction en plusieurs fois provoquant une accélération du magma qui ne dure pas suffisamment longtemps pour que celui-ci atteigne la surface. Ce processus nécessite successivement une chute de la résistance de l'édifice, une chute puis une remontée de la pression du magma (Figure 4.43). Le processus d'intrusion est plus probable lorsque l'édifice s'affaiblit doucement (donc lorsqu'il est peu résistant), parce qu'il peut retourner à l'équilibre (par une faible diminution de la pression) plus facilement. Si l'on considère qu'il est plus probable que l'affaiblissement de l'édifice soit linéaire, et que l'affaiblissement de la pression soit non-linéaire (puisqu'elle peut remonter à cause de l'approvisionnement), et que l'on se place uniquement du point de vue de la dynamique et pas du point de vue de la quantité de magma émis, alors il est justifié de dire que lorsque l'édifice est peu résistant, c'est la dynamique d'approvisionnement qui contrôle la dynamique éruptive (voir, par exemple, Maimon et al. (2012)).

A l'aide de cette représentation on peut schématiser simplement deux cas de dynamique éruptive opposés:

- éruption en un seul épisode lorsque la résistance est haute, la chute de résistance plus rapide (brutale, déformation critique faible) que la chute de pression; c'est un cas de figure qui apparaît typiquement lors d'une rupture en traction dans la roche saine (Figure 4.41).
- processus éruptif en plusieurs épisodes (Figure 4.43) lorsque l'édifice se déforme beaucoup pendant le processus - donc la chute de résistance est lente - (p. ex., dans un conduit la déformation longitudinale est très importante), la déformation critique est élevée (typiquement dans les conduits) et la pression peut fluctuer beaucoup: baisser par déformation de l'édifice, et augmenter par l'approvisionnement en magma, contrôlé par la constante de temps du système d'approvisionnement; dans ce cas les deux courbes peuvent se superposer ou se croiser (pause du processus éruptif) puis la courbe de pression peut remonter. Le processus est alors beaucoup plus sensible aux détails des lois constitutives et de pression, et peut être chaotique.

Résistance maximale de l'édifice, affaiblissement de cette résistance avec la déformation, distance critique et variation de la pression du réservoir avec la déformation et l'approvisionnement sont des points importants pour la stabilité de l'édifice qui devront être étudiés spécifiquement à la fois par la mesure des déplacements de surface et de la sismicité, et par la modélisation. Cette représentation du problème de la dynamique pré-éruptive et éruptive permet de mettre en évidence de nombreuses questions et de formuler des conjectures à étudier dans des travaux ultérieurs.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons d'abord utilisé un modèle de pressurisation de l'édifice volcanique, et des données de déplacement de surface et de sismicité pour étudier comment variait la résistance ou la rhéologie de l'édifice avant une éruption. Dans un premier temps nous nous sommes attachés à comprendre comment on pouvait observer des accélérations du déplacement de la surface du volcan en fin de période pré-éruptive. Nous avons choisi un modèle de pressurisation simple, constitué par un réservoir sphérique alimenté en magma visqueux par un conduit cylindrique vertical, dans un édifice initialement élastique, avec une condition de pression du magma constante en profondeur. Nous avons également posé un certain nombre de conjectures bien contrôlées par la physique des processus pour contruire un modèle conceptuel simple représentant les interactions entre magma et encaissant. Nous avons étudié l'effet de l'endommagement de l'édifice sur les déplacements de surface calculés à l'aide de ce modèle. Nous avons choisi d'utiliser l'approche d'endommagement linéaire homogène isotrope de Kachanov, de façon incrémentale. Dans cette approche le module d'Young ou le module de cisaillement est affaibli progressivement, à l'aide d'un paramètre d'endommagement; cet affaiblissement peut provoquer l'accélération du déplacement de surface. Nous montrons que la forme non-linéaire de la loi d'endommagement progressif proposée notamment par Amitrano and Helmstetter (2006) permet de modéliser l'accélération du déplacement de surface enregistré aux stations sommitales pendant l'éruption du 30/03/2007 du Piton de la Fournaise, en prenant le nombre cumulé de séismes comme mesure du nombre de ruptures, et un paramètre d'endommagement incrémental constant, dont la valeur est compatible avec la longueur de rupture moyenne calculée à partir des magnitudes des séismes enregistrés. Pour les accélérations du déplacement de

surface enregistrées avant l'éruption du 30/03/2007 au Piton de la Fournaise, l'affaiblissement non-linéaire de l'édifice entraine un accroissement non-linéaire du volume et une baisse de la pression dans le réservoir: module de cisaillement et pression diminuent tous deux, mais la pression diminue moins que le module de cisaillement, si bien que le déplacement de surface peut accélérer malgré la baisse de la pression. Nous trouvons que le module de cisaillement est inversement proportionnel à la déformation en cisaillement, si bien que la résistance au cisaillement atteint pratiquement une valeur limite, pour laquelle la déformation est plastique.

Ce modèle simple est capable de reconstituer un large spectre de dynamiques possibles pour les édifices volcaniques pressurisés, la variation continue du paramètre d'endommagement permettant de bifurquer entre un état d'équilibre stable (pour un édifice élastique) et un état instable (juste avant l'éruption, l'édifice étant endommagé), en passant par des états de déformation à vitesse constante. L'étude de la période située entre les deux éruptions de 2004 et 2011 au Grimsvötn (Islande) montre que le déplacement de surface à vitesse constante enregistré entre 2005 et 2011 est bien expliqué par un modèle d'édifice pressurisé par un seul réservoir alimenté par un conduit vertical, avec une pression constante à la base, l'édifice s'endommageant - l'endommagement étant décrit par la même loi que précédemment. On montre que la pression dans le réservoir et le débit de magma restent quasi-constants pendant trois ans de cette période inter-éruptive. Il n'est donc pas nécessaire d'envisager une condition de flux constant à la base (qui conduit à des pressions indéfiniment croissantes) pour expliquer la constance de la vitesse du déplacement de surface.

Lors de nombreuses éruptions, le processus pré-éruptif puis éruptif peut être complexe, et l'éruption peut se dérouler en plusieurs épisodes. Cela a été le cas notamment lors de l'éruption du Mérapi en Octobre-Novembre 2010, où le maximum de l'endommagement (fin de la crise sismique volcano-tectonique) précède de 10 jours le maximum du transfert de magma. Cette complexité peut être expliquée par la non-linéarité des processus et l'interaction entre magma (système d'approvisionnement) et encaissant endommagé, et notamment par les valeurs respectives de la constante de temps d'approvisionnement et de la constante de temps caractéristique de l'affaiblissement de l'édifice. La constante de temps du système d'approvisionnement contrôle le décalage temporel entre le maximum de l'endommagement et le maximum du déplacement de surface ou du flux de magma et permet d'expliquer les processus éruptifs épisodiques. Ces processus éruptifs épisodiques diminuent le pouvoir prédictif et montrent les limites des approches simples à chargement constant comme la méthode FFM, qui peut expliquer l'endommagement et son maximum, mais ne prend pas en compte le transfert de magma et la constante de temps d'approvisionnement, et donc ne peut prévoir efficacement l'instant de l'éruption dans toutes les circonstances. L'interaction magma-encaissant peut être représentée par un modèle conceptuel simple qui pourra être utilisé pour préciser le questionnement des études ultérieures.

Chapter 5

Consolidation, endommagement et cycles éruptifs

Contents

5.1 Consolidation, notion de cycle 204

5.1.1 Cycles éruptifs, et cycles d'endommagement et consolidation dans un édifice volcanique 204

5.1.2 Modélisation de cycles en sciences de la Terre 206

5.2 Modélisation des cycles éruptifs 210

5.2.1 Etude de cycles synthétiques 210

5.2.2 Définir un cycle à partir d'une mesure de la déformation 216

5.2.3 Estimation de la consolidation d'un édifice volcanique 218

5.2.4 Conclusion 222

5.3 Etude du couplage magma-édifice pour différentes conditions aux limites 224

5.3.1 Etude d'une condition de flux constant à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement 224

5.3.2 Etude d'une condition de puissance constante à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement 227

5.1 Consolidation, notion de cycle

5.1.1 Cycles éruptifs, et cycles d'endommagement et consolidation dans un édifice volcanique

Les cycles volcaniques sont généralement compris comme étant dus à des fluctuations magmatiques d'origine mantellique; le manteau est considéré comme le moteur dans le processus, l'édifice se comportant comme un corps rigide, ou élastique linéaire. Les observations pétrologiques mettent en évidence des phases de cristallisation et de différentiation alternées avec des phases de mélange de magma, un processus expliqué, comme la cyclicité des éruptions, par l'apport épisodique de magma depuis un réservoir profond vers le réservoir superficiel (par exemple, sur le volcan Colima, (Robin et al., 1991)). Dans ce cadre l'édifice volcanique se comporte de façon linéaire, passive, l'édifice ne modifiant en rien la dynamique du flux magmatique, la non-linéarité du processus étant attribuée à la dynamique propre du manteau.

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que la sismicité volcano-tectonique pouvait endommager l'édifice volcanique, affaiblir progressivement son module d'Young effectif et lui conférer un comportement élastique non-linéaire. La longueur caractéristique de rupture des séismes enregistrés entre 2000 et 2011 au Piton de la Fournaise était de l'ordre de 1 m par jour et par unité de volume. Compte tenu de la sismicité observée au Piton de la Fournaise, ceci correspond à une rupture de l'ordre de 1 km par jour dans un volume de 2.5 km^3 (Carrier et al., 2015). Ainsi si aucun processus de consolidation n'était à l'oeuvre la partie la plus active de l'édifice connaîtrait un état de fracturation extrêmement intense, avec notamment une cohésion, un angle de frottement interne et une résistance à la traction très faibles. Or on observe un cycle éruptif (Peltier et al., 2008) qui correspond à un cycle d'accumulation pendant les périodes inter-éruptives (d'une durée de 6 mois entre 2000 et 2007) et de relaxation (pendant les éruptions distales) des contraintes (Got et al., 2013). Ces auteurs ont montré que l'angle de frottement interne était plus élevé pendant les périodes inter-éruptives que pendant les éruptions distales, c'est-à-dire qu'il augmentait pendant les périodes inter-éruptives (figure 5.1). Une éruption est un processus de rupture de l'édifice pendant lequel la résistance (à la traction ou au cisaillement) diminue, et celle-ci augmente pendant les périodes inter-éruptives.

Sur l'Etna, Allard et al. (2006) montrent qu'après l'éruption de 1991-1993 un cycle s'est mis en place commençant par l'inflation progressive de l'édifice, suivie par des éruptions sommitales associées à un léger déplacement du flanc sud-est. Le cycle s'est terminé par une série d'importantes éruptions distales associées à un fort déplacement du flanc sud-est. Les observations géochimiques et géophysiques (sismicité et déformation) amènent Allard et al. (2006) à interpréter cette cyclicité comme étant due à l'interaction entre la pression du magma dans un réservoir superficiel et le flanc sud-est du volcan. Après une grosse éruption distale le volcan est dans un état stable (Allard et al., 2006), le réservoir et les conduits superficiels se remplissent alors. Le magma n'étant pas évacué la pression augmente et déstabilise le flanc du volcan (figure 5.2).

Sur le volcan Lascar, Matthews et al. (1997) observent une série de cycles éruptifs caractérisés par la croissance d'un dôme de lave associée à une fort dégazage puis sa subsidence. Lors de la subsidence du dôme aucun dégazage n'est observé. Les auteurs proposent donc qu'à cette phase de subsidence soit associée la fermeture des fractures préalablement ouvertes et la

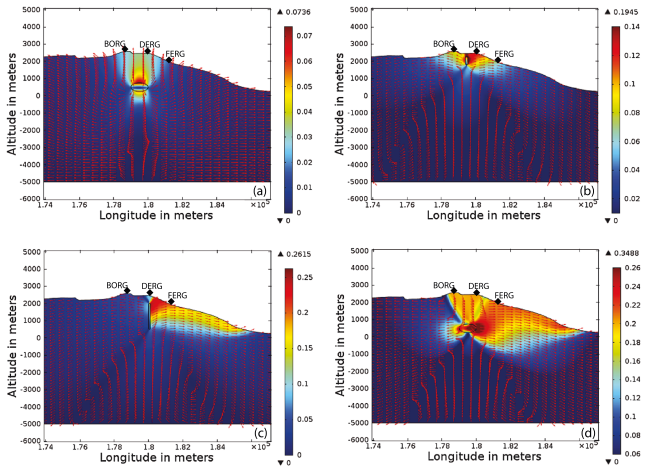


Figure 5.1: *Amplitude théorique (barre colorée en mètres) et direction (flèches) des déplacements en fonction de l'altitude et de la longitude pour différents cas de chargement lors d'un cycle éruptif au Ption de la Fournaise. a) période inter-érutive : l'édifice élasto-plastique ($\phi = 30°$, $C = 1MPa$) est mis en pression par un réservoir elliptique (surpression 5MPa, altitude 500m, rayon 500m, hauteur 250m) sous le cratère Dolomieu; la déformation est limitée au sommet du cône. b) Eruptions sommitales/proximales : le même édifice élasto-plastique qu'en a) est mis en pression par un dyke vertical (surpression 10MPa); la déformation est faible en dehors du cône sommital. c) phase 1 de l'éruption distale : les propriétés physiques de l'édifice changent ($\phi = 15°$, $C = 1MPa$), mise en chargement par un dyke vertical (surpression 5 MPa); déplacement vers l'est du flanc est, localisation de la déformation avec éventuellement apparition de sills. d) phase 2 de l'éruption distale : effondrement du sommet de l'édifice, migration du magma vers l'est et forts déplacements Est du flanc est. Le réservoir est dépressurisé de 10 MPa si bien que le sommet de l'édifice met le réservoir et le fanc est en chargement. Dans tous les cas le module d'Young est égale à 50 GPa. (Got et al., 2013)*

précipitation de minéraux dans les fractures, ce qui entraine la diminution de la perméabilité de l'encaissant. La température augmente alors dans le conduit, la perméabilité du magma diminue, sa viscosité et sa résistance augmentent; la pression augmente, atteint la pression exercée par le dôme sur le reste du système d'approvisionnement, et le dôme croît en déformant/fracturant très fortement et rapidement l'interface magma/encaissant. La perméabilité augmente et le système peut dégazer, puis faire subsidence. Le cycle observé n'est donc pas expliqué par un processus mantellique profond mais par un processus de surface comportant une phase d'endommagement (lors de la croissance rapide) et une phase de consolidation (entre les phases de croissance rapide) d'un dôme de lave, analogue au stick-slip tectonique (figure 5.3).

A une échelle de temps bien inférieure, et pour illustrer cette analogie avec le processus de stick-slip tectonique, il est intéressant de noter que les études de la sismicité et de la dynamique de l'extrusion des dômes de laves dacitiques du Mont St. Helens (USA) ont permis de mettre en évidence de très nombreux séismes répétitifs et semblables (multiplets de séismes ou "drumbeats") dont certains peuvent avoir lieu toutes les minutes. La simple occurrence de ces séismes répétitifs montre que la résistance au cisaillement le long du contact entre le bouchon de magma solidifié et l'encaissant peut faiblir (lors de la première phase de la rupture) puis

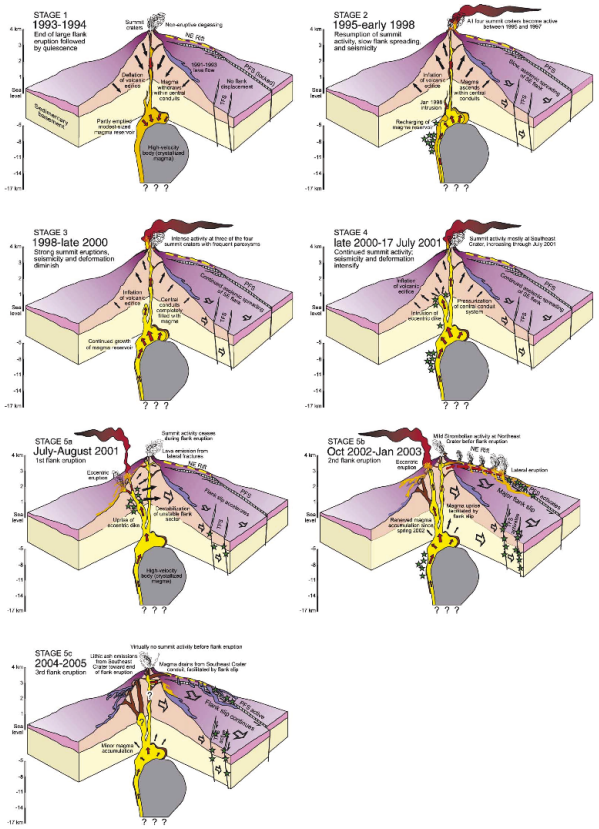


Figure 5.2: *Modèle 3-D illustrant les relations de cause à effet de l'accumulation de magma, de l'instabilité du flanc et des différents types d'éruption à différentes étapes du cycle éruptif sur le Mont Etna (Allard et al., 2006)*

augmenter en peu de temps (Iverson et al., 2006; Iverson, 2008; Moore et al., 2008; Thelen et al., 2008).

Il est donc clair que les propriétés rhéologiques des roches constituant l'édifice volcanique varient au cours du temps, aussi bien dans le sens de l'affaiblissement que de la consolidation, et qu'il est nécessaire d'étudier aussi bien les processus de consolidation que de d'endommagement pour comprendre la dynamique des édifices volcaniques. D'une façon générale, lorsque le rôle de l'endommagement dans un édifice volcanique et l'existence de cycles ont été mis en évidence, l'idée même de cycle est inséparable de la notion de consolidation.

5.1.2 Modélisation de cycles en sciences de la Terre

Dans ce chapitre nous allons étudier la possibilité de modéliser des cycles d'endommagement et de consolidation - et particulièrement la consolidation - sur un édifice volcanique pressurisé par un réservoir magmatique. La consolidation est un concept utilisé et très étudié en géotechnique à propos de la consolidation des sols sous l'effet d'un chargement, après les travaux de Terzaghi (voir, par exemple, Jaeger et al. (2009); Terzaghi et al. (1996)); nous examinerons la pertinence

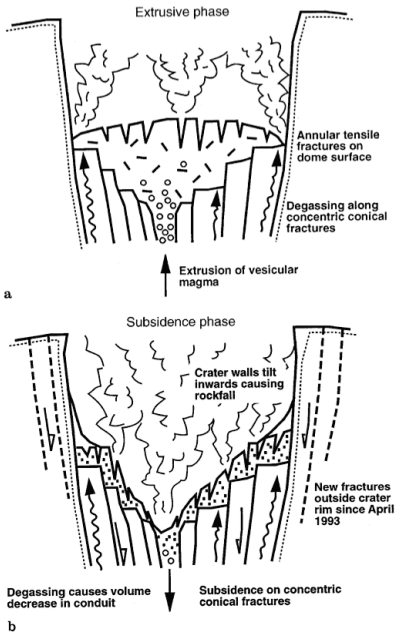


Figure 5.3: *Coupes longitudinales schématiques du cratère actif de Lascar pendant les phases d'extrusion du dôme et de collapse. a) Phase d'extrusion : le magma est apporté par la conduit pour former le dôme. Des failles annulaires en extension sont observées à la surface du dôme. Le dégazage se produit le long des fractures. b) Phase de collapse : le gaz s'évacue du conduit ce qui entraine l'effondrement du dôme sur le système de failles en place.(Matthews et al., 1997)*

d'utiliser ce concept pour quantifier la consolidation d'un édifice volcanique dans les paragraphes 5.2.1 et 5.2.3.

Dans un domaine plus proche du nôtre, une approche basée sur l'endommagement et la consolidation est déjà utilisée pour modéliser le cycle sismique, notamment par les travaux de Lyakhovski et de ses collaborateurs (Lyakhovsky et al., 1997a,b, 2001, 2005; Shalev and Lyakhovsky, 2013b). Lyakhovski a en effet défini une approche intégrant endommagement et consolidation dans un même formalisme, dans certaines conditions de chargement. Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter quelques bases nécessaires à la compréhension de ces deux approches (géotechnique et approche de Lyakhovski) et à l'étude leur utilisation pour la consolidation des édifices volcaniques.

Les cycles sismiques dans la lithosphère ont été modélisés à l'aide du modèle de Lyakhovsky (Lyakhovsky et al., 1997b,a, 2001, 2005). Un cycle de déformation est considéré comme la succession d'une phase d'endommagement et d'une phase de consolidation. Ces phases sont associées à une augmentation et une diminution du degré d'endommagement du matériau. L'approche de Lyakhovsky implique l'utilisation d'un coefficient dit de diagonalité du tenseur des déformations ξ, défini comme une fonction des invariants du tenseur des déformations $I_1 = \epsilon_{kk}$, trace du tenseur de la déformation, égal à la variation relative de volume et $I_2 = \epsilon_{ij}\epsilon_{ij}$, norme quadratique du tenseur des déformations (convention de sommation d'Einstein):

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$$

ξ prend des valeurs caractéristiques en fonction de la nature de la déformation: pour une contraction (resp. extension) isotrope en 3 dimensions, $\xi = -\sqrt{3}$ (resp. $\xi = \sqrt{3}$), pour une contraction (resp. extension) uniaxiale, $\xi = -1$ (resp. $\xi = 1$). $\xi = 0$ correspond à une déformation sans variation de volume.
Ce paramètre permet de différencier l'état de consolidation de l'état d'endommagement au cours du temps par l'utilisation d'un coefficient dit d'endommagement, α, qui évolue au cours du temps, et d'un seuil ξ_0 du paramètre ξ qui définit le passage d'une phase d'endommagement à une phase de consolidation. ξ_0 est défini de manière expérimentale et est qualitativement l'équivalent du critère de Mohr-Coulomb pour la fracturation. L'évolution temporelle de α se fait selon une loi propre à la phase d'endommagement ou de consolidation et aux propriétés du matériau (Lyakhovsky et al., 1997a):

$$\frac{d\alpha}{dt} = \begin{cases} C_d I_2(\xi - \xi_0) & pour \quad \xi \geq \xi_0 \\ C_1 \exp \frac{\alpha}{C_2} I_2(\xi - \xi_0) & pour \quad \xi \leq \xi_0 \end{cases} \tag{5.1}$$

où C_d une constante qui décrit le taux de dégradation et C_1 et C_2 des constantes qui décrivent le taux de cicatrisation. Lors de la phase d'endommagement on a:

$$\alpha(t) = \alpha(t = t_i) + C_d I_2 \left(\xi - \xi_0\right)(t - t_i) \tag{5.2}$$

où t_i est le temps auquel débute la phase d'endommagement.

En phase de consolidation on obtient:

$$\alpha(t) = \alpha(t = t_i) - \ln\left(1 - \frac{C_1}{C_2} I_2 \left(\xi - \xi_0\right) \exp\left(-\frac{\alpha(t = t_i)}{C_2}\right)(t - t_i)\right) \tag{5.3}$$

avec $\lim_{t \to +\infty} \alpha(t) = \alpha(t = t_i)$ et $\lim_{t \to t_i} \alpha(t = t_i)$. Les coefficients élastiques du matériau sont des fonctions du coefficient d'endommagement α (chapitre 2.3.2).

Les relations précédentes ont été écrites pour un matériau présentant un système de fractures normal à la contrainte maximale en compression ou en extension et ajustées afin de correspondre aux mesures réalisées lors d'essais. Ce type de modèle implique de connaître de manière complète le tenseur des déformations d'être capable de déterminer un invariant "seuil", ξ_0, définissant la limite entre endommagement et consolidation. Cet invariant est déterminé de manière expériementale et dépend de l'état de contrainte. Des études expérimentales (Ambartsumyan and Khachatryan, 1982; Weinberger et al., 1994) ont montrées que les paramètres élastiques étaient dépendants du type de chargement et notamment que le passage d'un état de tension à un état de compression était associé à une discontinuité des paramètres élastiques.

Sur les volcans les valeurs des constantes C_1, C_2, $C_d(P)$ et ξ_0 n'ont pas encore été recherchées. L'approche semble a priori intéressante car la valuer des constantes ne repose que sur la connaissance du tenseur des déformations. La difficulté majeure reste que l'utilisation de l'approche demande néanmoins de connaître le tenseur des contraintes, car le seuil ξ_0 dépend de l'état de contrainte. Or sur un volcan l'état de contrainte varie avec le temps, particulièrement sur le Piton de la Fournaise, avec fréquemment une rotation des contraintes principales, ce qui rend la détermination précise du seuil ξ_0 très difficile. ξ_0 est un paramètre critique :

Lyakhovsky et al. (2001) montrent qu'une variation de moins de 5% de ξ_0 double le temps caractéristique du cycle sismique. L'autre difficulté d'application de cette approche provient du nombre de paramètres (4) à déterminer expérimentalement.

5.2 Modélisation des cycles éruptifs

Introduction

Dans cette partie nous étudierons l'évolution temporelle de la pression et du déplacement de la surface d'un édifice volcanique soumis à la pressurisation d'un réservoir, alimenté par un conduit pour lequel la pression reste constante à la base, dans le cas où la résistance de l'édifice peut varier avec le temps sous l'action de processus d'endommagement et de consolidation. L'objectif est d'étudier la possibilité que la résistance de l'édifice volcanique puisse induire et contrôler les cycles éruptifs; nous nous limiterons à étudier l'effet de la variation du module d'Young sur les déplacements de surface, la pression dans le réservoir et le débit dans le conduit. Dans cet objectif nous allons en particulier rechercher si une loi phénoménologique simple permet de décrire le processus de consolidation à partir d'observables géophysiques, notamment à partir de celles acquises en continu par les observatoires, comme les mesures géodésiques GPS.

5.2.1 Etude de cycles synthétiques

Dans ce paragraphe nous allons étudier l'effet d'une variation temporelle cyclique imposée du module de cisaillement alternativement en endommagement et en consolidation, sur la pression dans le réservoir et les autres variables (déplacement, volume, flux). En l'absence de données sismiques, la variation de G sera représentée par une loi phénoménologique dépendant directement et uniquement du temps.

Justification des lois phénoménologiques choisies

Loi d'endommagement Les résultats obtenus dans le chapitre précédent permettent de connaitre l'évolution temporelle de G au cours du processus d'endommagement. Il est possible d'ajuster les courbes $G(t)$ obtenues pour les éruptions de Février 2007 et de Mars-Avril 2007, quelle que soit la station considérée, à une loi (figure 5.4) :

$$G = G_i \exp^{-A(t-t_i)^2} \tag{5.4}$$

où $A = \frac{\ln(G_i/G_{min})}{\Delta t^2}$ est une constante, G_i est le module de cisaillement au début du cycle d'endommagement, Δt la durée de la phase d'endommagement et G_{min} est obtenu à partir de la sismicité: $G_{min} = G_i\,(1-\delta)^N$ avec $\delta = \frac{l}{H_r}$, endommagement incrémental (l étant la longueur caractéristique d'une fracture, H_r la profondeur du toit du réservoir) et N le nombre de séismes enregistrés sur la période Δt. Par manque de séries temporelles de données GPS continues et de qualité sur l'ensemble des éruptions au PDF, je me suis contentée de deux éruptions bien documentées afin d'extraire la loi d'endommagement.

Loi de consolidation La consolidation d'un milieu poreux sous l'effet d'un chargement a été étudiée de longue date; la formalisation à 2D du problème a été réalisée par Terzaghi en 1923 et conduit à la résolution d'une équation de diffusion analogue à l'équation de la chaleur de Fourier. On trouve alors la variation de la côte verticale en fonction de la coordonnée horizontale et du temps. Si l'on considère un problème à une seule dimension et que l'on cherche simplement

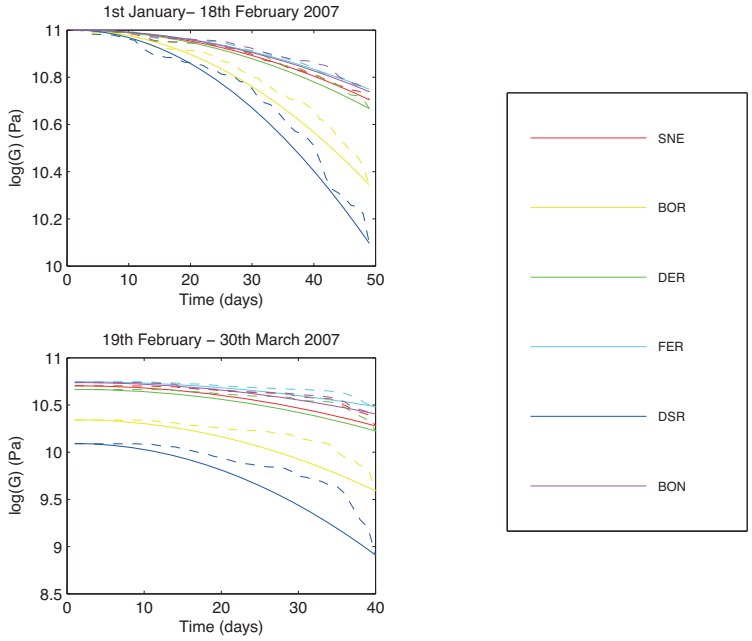


Figure 5.4: *Justification de la loi d'endommagement utilisée. Ajustement des résultats d'inversion obtenus pour G par une loi du type* $G = G_i \exp^{-B(t-t_i)^2}$ *pour toutes les stations GPS utilisées. Tireté : données; trait plein: modèle.*

la variation de la côte verticale en fonction du temps, on peut ramener le milieu poreux à un modèle visco-élastique de Kelvin. Dans ce cas la déformation (tassement) atteint une valeur limite en suivant une loi exponentielle décroissante (voir, par exemple, (Terzaghi et al., 1996; Jaeger et al., 2009)):

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{G}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)\right) \tag{5.5}$$

où ϵ est la déformation verticale à la surface du sol, t est le temps, σ_0 est la contrainte appliquée par le chargement, τ_c est la constante de temps du système représentant le milieu poreux.

On peut représenter la consolidation du milieu poreux comme une augmentation relative du module de cisaillement G, c'est-à-dire par une diminution du facteur d'endommagement D :

$$G = (1 - D)G_0 \tag{5.6}$$

G_0 étant le module de cisaillement au début de la période de consolidation.

Dans le cas d'un milieu poreux, on peut proposer d'approcher l'endommagement ou la consolidation par la variation relative de volume

$$D = \frac{\Delta V}{V} \tag{5.7}$$

Lorsqu'il s'agit d'une consolidation, la variation de volume est une diminution donc ΔV est négatif. La variation temporelle de $\frac{\Delta V}{V}$ peut être considérée comme proportionnelle à celle de la déformation, donc

$$\frac{\Delta V}{V}(t) = -\alpha \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)\right) \tag{5.8}$$

où $-\alpha$ (négatif) correspond à la variation de volume limite (maximale en valeur absolue) qui est atteinte lorsque la porosité du milieu est minimale.

Ainsi on peut exprimer :

$$G(t) = G_0 \left(1 + \alpha \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)\right)\right) \tag{5.9}$$

α et τ_c peuvent être déterminés par ajustement du modèle aux données lorsque le processus de consolidation est la seule cause de la déformation.

Cycles synthétiques

Cette partie consiste en une étude qualitative préalable du modèle proposé. Nous nous posons ici uniquement la question de la faisabilité et étudions le comportement du modèle en termes de déformation de surface en fonction des variations du module de cisaillement appliquées. Nous utiliserons donc dans un premier temps les lois phénoménologiques sans introduire la sismicité (notamment dans le cas de l'endommagement). Ces observations nous servirons par la suite à interpréter les déformations observées au PDF en termes de cycles d'endommagement-consolidation.

Loi d'endommagement linéaire, loi de consolidation exponentielle Dans un premier temps j'ai étudié l'effet d'un cycle de variation du module de cisaillement sur la déformation de surface d'un volcan soumis à la pressurisation d'un réservoir magmatique superficiel, la pression à la base du conduit restant constante. Le cycle commence par une phase d'endommagement d'une durée de 30 jours suivi d'une phase de consolidation de 270 jours. On impose un module de cisaillement initial de $G_0 = 50$ GPa. La phase d'endommagement consiste dans un premier temps en une phase de décroissance linéaire du module de cisaillement. Le module de cisaillement diminue pour atteindre son minimum $G_{min} = G_0/2$. La phase de consolidation consiste en une phase de croissance exponentielle du module de cisaillement d'une durée de 270 jours.

Dans ces conditions (Figure 5.5) on observe d'abord une augmentation puis une diminution de pression liée à l'augmentation non-linéaire du volume. La surpression dans le réservoir augmente ensuite sous l'effet du réapprovisionnement du réservoir et de l'augmentation du module de cisaillement. Aucune vidange éruptive du réservoir, même partielle, n'est simulée. Il s'agit d'une situation fréquente au Piton de la Fournaise: entre 2003 et 2007 les éruptions sommitales ou proximales, fréquentes, ne faisaient que peu diminuer la pression dans le réservoir. Le déplacement de surface mesuré aux stations sommitales décroit puis reprend rapidement sa croissance, comme c'est le cas pour l'éruption de Février 2007. Pour qu'il y ait une chute importante de pression il faut qu'il y ait un déplacement plastique du flanc Est suffisamment

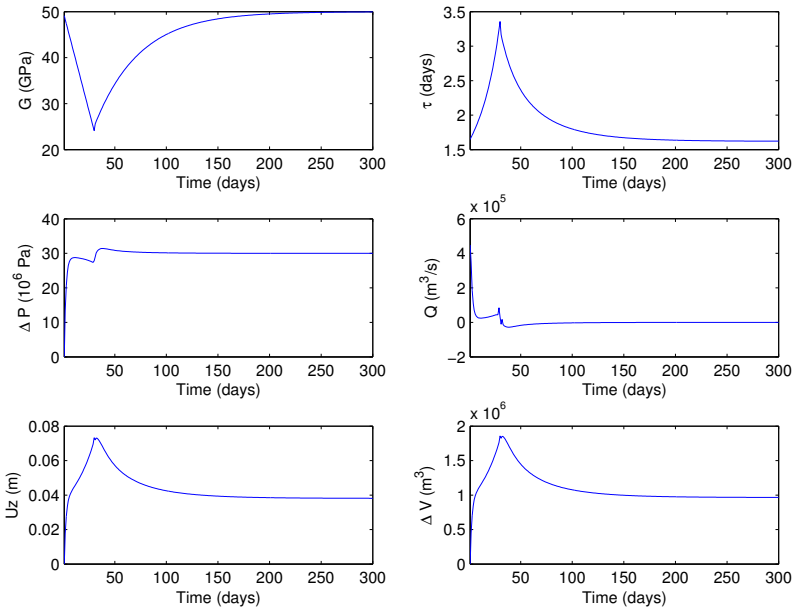


Figure 5.5: *Illustation d'un cycle synthétique simple, une décroissance linéaire du module de cisaillement jusqu'à moitié de sa valeur initiale est imposée sur une durée de 30 jours suivie d'une phase de croissance du module de cisaillement de 270 jours selon une loi exponentielle (équation 5.9). Module de cisaillement G, suprpression dans le réservoir ΔP, déplacement vertical u_z, pseudo-constante de temps τ, débit entrant dans le réservoir Q et variation de volume ΔV en fonction du temps. Les paramètres du modèle sont : $a_r = 800m$, $a_c = 0.8m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s^{-1}$, $G_o = 50GPa$, $P = 30MPa$.*

important pour créer du volume. Par ailleurs, l'endommagement provoque une augmentation non-linéaire du volume et une chute de la pression analogue à une vidange. On constate qu'après le début du réapprovisionnement et de la consolidation la pression continue de croitre pour atteindre des valeurs supérieures à celles observées lors de la phase d'endommagement. Cette augmentation de pression est due au flux de magma qui s'effectue dans un volume relativement grand, avec un module de cisaillement relativement bas, qui augmente. L'augmentation de G contribue à l'augmentation de la surpression mais elle renforce la réaction de l'édifice.

La figure 5.6 présente une succession de trois cycles endommagement-consolidation de 300 jours, chaque cycle étant défini comme précédemment (Figure 5.5).

On constate que le premier cycle consiste en la mise en charge de l'édifice, la surpression initiale étant considérée comme nulle. Par la suite les phases d'endommagement provoquent la diminution de la surpression dans la chambre. Le déplacement de surface augmente pendant l'endommagement, mais aussi au début de la consolidation à la suite du réapprovisionnement. Lorsque la consolidation cesse, la pression atteint sa valeur d'équilibre et le déplacement vertical cesse. On remarque que le début du premier cycle est différent des autres, en ce qui concerne les variables résultat de la modélisation. Cela provient du fait que la surpression nulle choisie comme état initial est plus hors équilibre que ce que l'on retrouve par la suite, à module de cisaillement égal. Lors des cycles suivants la pression respecte l'équation différentielle qui décrit l'équilibre du réservoir, et le système reste au voisinage de l'équilibre. L'état initial correspond

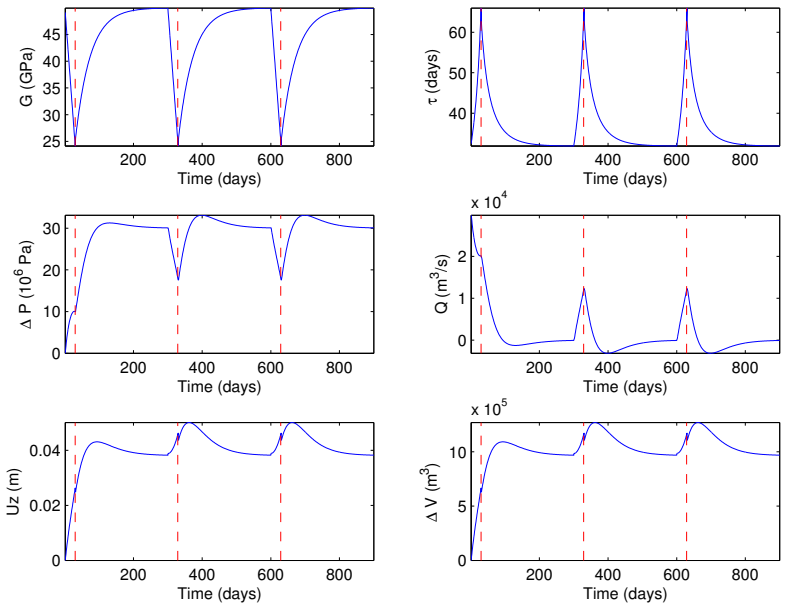


Figure 5.6: *Succession de cycles endommagement-consolidation de 300 jours. La loi d'endommagement est linéaire, la loi de consolidation est exponentielle. Les pointillés rouges correspondent à l'instant pour lequel est atteint le minimum du module de cisaillement.*

à un cycle antérieur pour lequel le module de cisaillement aurait atteint une valeur plus basse que celles qui sont imposées par la suite, dans un édifice qui reste élastique non-linéaire mais réversible.

Influence des paramètres Les figures 5.7 et 5.8 montrent l'infuence du taux ou de la vitesse d'endommagement sur les différentes variables physiques considérées et notamment sur le déplacement de surface. J'ai fait d'abord varier cette vitesse en faisant varier le maximum de l'endommagement c'est-à-dire le minimum atteint par le module de cisaillement en un temps donné. On constate sur cette figure que lorsque la diminution du module de cisaillement reste faible la première phase de mise en pression se fait de manière linéaire (Figure 5.7). Une fois la première mise en pression réalisée, des cycles se mettent en place. La phase d'endommagement correspond à une augmentation du volume du réservoir et du déplacement de surface, à une forte diminution de pression et à une augmentation du débit entrant dans le réservoir. En phase de consolidation et de réapprovisionnement la surpression tend à augmenter jusqu'à une valeur maximale correspondant aussi à un maximum de variation de volume et de déplacement, puis converge vers la valeur d'équilibre élastique correspondant à la valeur du module de cisaillement atteinte. Le réapprovisionnement dure tant que la pression n'a pas atteint sa valeur d'équilibre, et dépend de la constante de temps du système d'approvisionnement; il décale le maximum de déplacement vertical vers les temps postérieurs au maximum d'endommagement. On voit également que le débit est négatif pendant la période qui suit le maximum de déplacement, ce qui correspond dans notre modèle à un flux de magma inverse dans le conduit, du haut vers le bas (le magma sort du réservoir pour entrer dans le manteau). Cette inversion est une conséquence de l'élasticité du modèle; dans la réalité, une partie de la déformation réalisée pendant la phase d'endommagement est plastique irréversible, la déformation élastique réversible réelle est plus faible que la déformation élastique modélisée et ne conduit donc pas à un flux réel

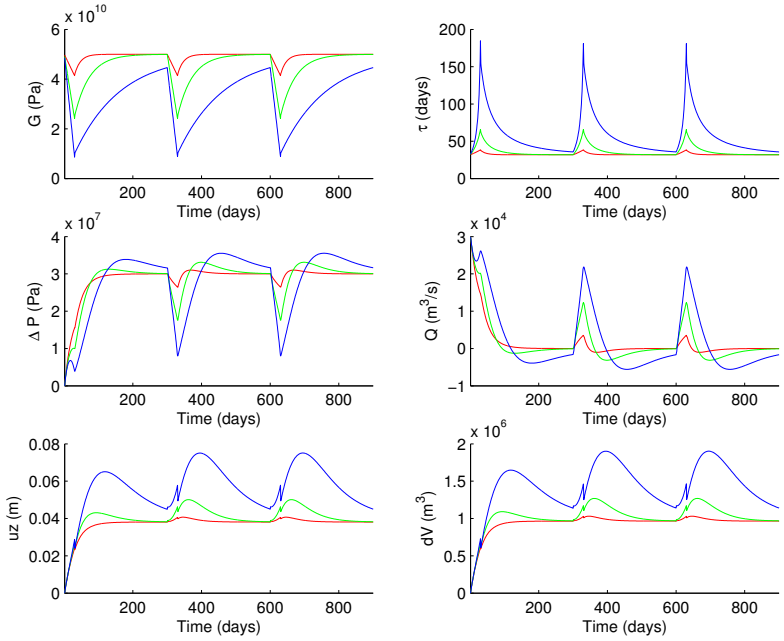


Figure 5.7: *Succession de cycles endommagement-consolidation de 300 jours chacuns. Loi d'endommagement linéaire, loi de consolidation exponentielle. Influence de la vitesse d'endommagement. Une décroissance linéaire du module de cisaillement jusqu'à $G_{min} = G_0/1.2$ (rouge), $G_0/2$ (vert) et $G_0/5$ (bleu) est imposée sur une durée de 30 jours suivie d'une phase de croissance du module de cisaillement de 270 jours selon une loi exponentielle (équation 5.9). Les paramètres du modèle sont : $a_r = 800m$, $a_c = 0.5m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s^{-1}$, $G_0 = 50GPa$, $P = 30MPa$, $\Delta P_0 = 0$.*

négatif.

J'ai ensuite fait varier la vitesse d'endommagement en faisant varier la durée de l'endommagement. La figure 5.8 représente l'influence de la durée d'endommagement sur la dynamique du système. On voit que lorsque la durée de l'endommagement est courte par rapport à la constante de temps d'approvisionnement, la quasi-totalité de la croissance du déplacement vertical s'effectue pendant la phase de réapprovisionnement qui accompagne et surtout suit l'augmentation de volume du réservoir. Néanmoins les observations, notamment sismologiques, réalisées sur les volcans montrent que le taux de sismicité augmente pendant un laps de temps de l'ordre de plusieurs dizaines de jours avant une éruption, ce qui rend plus fréquentes les durées d'endommagement plus longues. Dans ce cas on peut observer une pause dans l'augmentation de la pression du réservoir. Enfin lorsque la vitesse d'endommagement est élevée la consolidation intervient plus rapidement et le déplacement de surface devient moins important.

La figure 5.9 présente l'influence du temps caractéristique de consolidation sur la dynamique du système. On constate que le volume du réservoir et le déplacement vertical maximal de la surface croissent avec le durée de la consolidation, à module de cisaillement final égal. On retrouve les variations du déplacement de surface, volume et pression du réservoir déjà mises en évidence dans les figures 5.7 et 5.8, qui caractérisent la durée pendant laquelle le module de

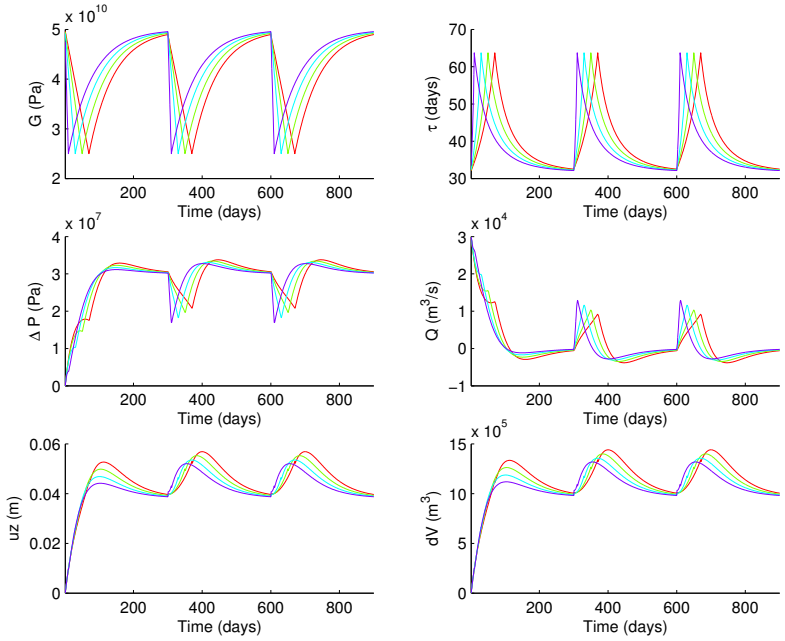


Figure 5.8: *Succession de cycles endommagement-consolidation de 300 jours chacuns. Loi d'endommagement linéaire, loi de consolidation exponentielle. Influence de la durée d'endommagement. Une décroissance linéaire du module de cisaillement jusqu'à $G_{min} = G_0/2$ est imposée sur une durée t_e de 70 jours (rouge), 50 jours (vert), 30 jours (turquoise) et 10 jours (bleu) suivie d'une phase de croissance du module de cisaillement de $300 - t_e$ jours selon une loi exponentielle (équation 5.9). Les paramètres du modèle sont : $a_r = 800m$, $a_c = 0.5m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s^{-1}$, $G_0 = 50GPa$, $P = 30MPa$, $\Delta P_0 = 0$.*

cisaillement est faible.

En conclusion, ce n'est pas tant la vitesse de l'endommagement ou de la consolidation qui influe sur le déplacement de surface, mais la durée de la période pendant laquelle le module de cisaillement reste faible. Lorsque cette durée est grande par rapport à la constante de temps d'approvisionnement, le processus de pressurisation du réservoir devient non-linéaire. En l'absence de modélisation de la rupture de l'édifice et de dépressurisation du réservoir (par une éruption), l'action conjointe du réapprovisionnement et de la consolidation tend à créer un maximum dans le déplacement vertical de surface qui est dû à la loi de comportement élastique réversible du modèle. Le retour à la pression d'équilibre en fin de consolidation s'effectue grâce à un flux de magma (inverse dans cette modélisation) qui correspond à la quantité qu'il faudrait évacuer par une éruption si l'édifice restait parfaitement élastique. Dans la réalité l'édifice rompt et la pression d'équilibre est inférieure, limitée par la résistance de la roche.

5.2.2 Définir un cycle à partir d'une mesure de la déformation

Deux observables peuvent permettre de différencier les phases d'endommagement et de consolidation sur un volcan comme le Piton de la Fournaise: la sismicité et la déformation de

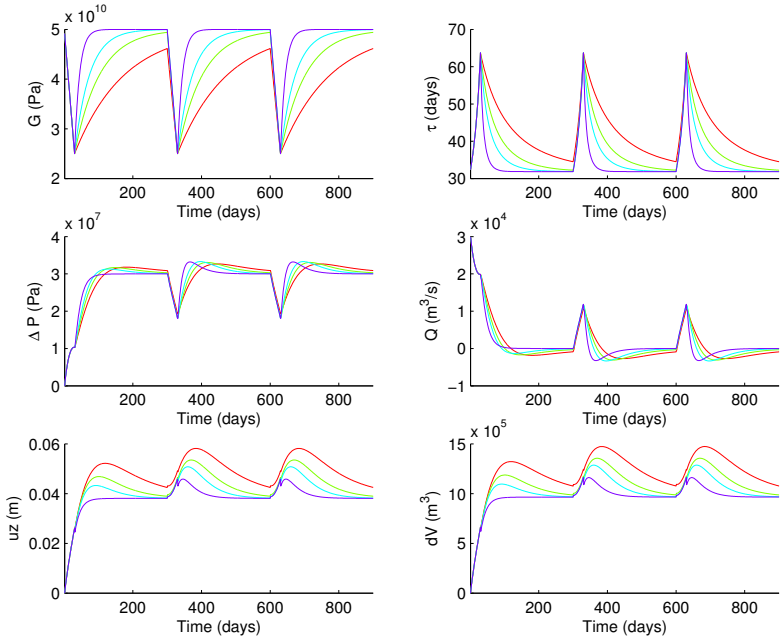


Figure 5.9: *Succession de cycles endommagement-consolidation de 300 jours chacuns. Loi d'endommagement linéaire, loi de consolidation exponentielle. Influence de la durée de consolidation.Une décroissance linéaire du module de cisaillement jusqu'à $G_{min} = G_0/2$ est imposée sur une durée de 30 jours suivie d'une phase de croissance du module de cisaillement de 270 jours selon une loi exponentielle (équation 5.9). La durée de retour à l'état initial considérée est de 100 jours (rouge), 50 jours (vert), 30 jours (turquoise) et 10 jours (bleu) . Les paramètres du modèle sont : $a_r = 800m$, $a_c = 0.5m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 100Pa.s^{-1}$, $G_0 = 50GPa$, $P = 30MPa$, $\Delta P_0 = 0$.*

surface. Les éruptions du Piton de la Fournaise sont généralement précédées par une inflation, et une augmentation régulière du taux de sismicité volcano-tectonique; la sismicité volcano-tectonique s'arrête lorsque la déflation commence. Malheureusement les enregistrements sismiques sont alors saturés par le trémor éruptif et ne permettent pas de déterminer exactement la fin de la période d'endommagement. L'observable privilégiée pour la détermination de la fin de la période d'endommagement reste donc la mesure de la déformation de surface, qui permet de déterminer le début de la déflation. A la fin de la période post-éruptive, le début de l'endommagement peut être déterminé par le début de la sismicité inter-éruptive. Cet instant correspond au moment où l'édifice passe d'une phase de déflation post-éruptive à une phase d'inflation pré-éruptive. Dans les deux cas on remarque qu'on peut envisager de ne se servir que d'une seule observable, la mesure des déplacements de surface, pour caractériser le passage de l'endommagement à la consolidation et vice-versa. C'est donc cette observable que nous utiliserons par la suite.

Afin de définir un modèle de cycles à partir de mesures de déformation, je me suis inspirée des critères définis par Lyakhovsky et al. (1997b,a) qui utilisent le rapport d'invariants du tenseur des déformations ξ (paragraphe 5.1.2) pour différencier endommagement et consolidation.

Le modèle de Lyakhovsky a été développé pour un solide endommagé par des fractures perpendiculaires à la traction, un cas de figure qui correspond bien au Piton de la Fournaise où les observations géologiques et les mesures de déplacement lors des éruptions montrent que la plupart des éruptions ont lieu par des ensembles de fractures subverticales qui forment des dykes appartenant à des zones de rift (voir, par exemple, (Letourneur et al., 2008)).

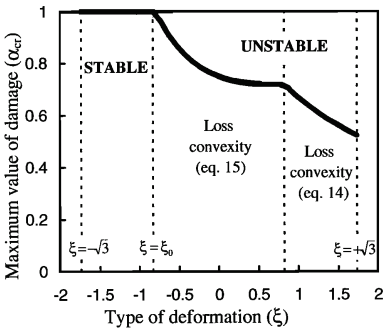


Figure 5.10: *Valeur maximale du paramètre d'endommagement en fonction du rapport des invariants des déformations ξ (courbe noire). L'intervalle $-\sqrt{3} < \xi < \xi_0$ correspond à un comportement stable avec consolidation. Pour $\xi > \xi_0$ le matériau se dégrade ce qui conduit à une perte de la stabilité. (Lyakhovsky et al., 1997a)*

Dans un premier temps, j'ai donc représenté l'évolution temporelle du paramètre ξ au cours du temps sur la même période que celle considérée précédemment comprenant l'éruption d'Avril 2007 (figure 5.11). On observe les déformations à la station SNEG et le tenseur des déformations est déterminé à partir des stations SNEG et RIVG (le point de référence correspond au point de latitude 0 degré nord et de longitude 0 degre est). Les deux stations fournissent une série temporelle de données continue pendant cette période. On constate sur la figure 5.11 qu'entre l'éruption de Janvier 2006 (au temps 47) et l'éruption d'Avril 2007 (au temps 506) ξ ne fait que croitre pour atteindre des valeurs supérieures à 1 et reste toujours positif supérieur à 0.5. Ceci indique que pendant cet intervalle de temps l'édifice se dilate. Après l'éruption d'Avril 2007 ξ diminue de manière importante pour atteindre -1 au jour 600 et se stabilise à cette valeur jusqu'à la fin de la période considérée. L'édifice est alors en contraction. Dilatation pré-éruptive avant Avril 2007 et contraction post-éruptive après sont bien conformes aux observations réalisées avant et après l'éruption d'Avril 2007 (Peltier et al., 2009b, 2015). ξ converge vers une valeur proche de -1 après l'éruption de 2007, ce qui correspond à une contraction uniaxiale et indique que l'édifice se consolide et se stabilise, ce qui est correct dans la mesure où une déflation correspond à une diminution de l'énergie potentielle élastique (figure 7.26).

Ainsi l'évolution temporelle du paramètre ξ nous permet d'identifier les phases d'endommagement et de consolidation(figure 5.11). Partant d'un G_0 initial en début de cycle, l'évolution du module de cisaillement est déterminé à l'aide des lois d'endommagement et de consolidation (paragraphe 5.2.1) pour $l = 1.1$m et $\tau_c = 1500$jours (équations 5.4 et 5.9).

5.2.3 Estimation de la consolidation d'un édifice volcanique

Dans le paragraphe 5.2.1 nous avons utilisé un modèle simple pour présenter la consolidation d'un édifice volcanique, et représenter l'effet attendu sur le cycle éruptif. Dans le paragraphe

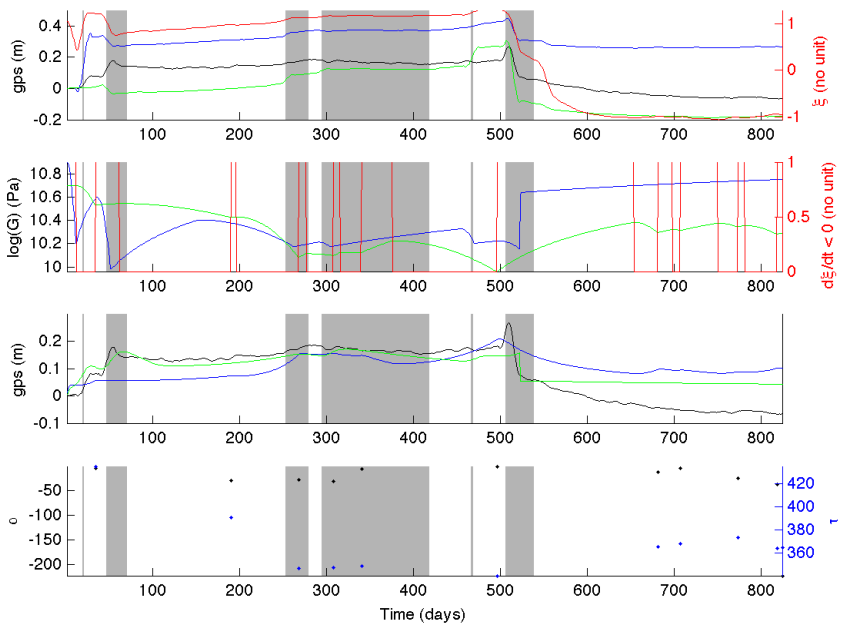


Figure 5.11: *Evolution de ξ au cours du temps pour la période du 09/11/2005 au 22/04/2008. Haut) Données GPS station SNEG (déplacement sur la composante : verticale en noir, est en bleu, nord en vert) versus ξ en rouge. Milieu) Evolution temporelle de G déterminée manuellement (vert), déterminée à partir des variations de ξ (bleu) et $d\xi/dt < 0$ en rouge. Bas) GPS observé (noir), obtenu par le modèle de G calculé manuellement (vert), par le modèle de G tiré des variations de ξ (bleu). Evolution des paramètres α et τ de l'équation 5.9.*

suivant, nous allons étudier la loi proposée en la confrontant aux observables disponibles.

La loi de consolidation choisie (équation 5.9) procède d'une approche purement mécanique; elle dépend simplement d'un paramètre physique, la variation relative de volume, qui est proportionnelle et de signe opposé à la variation relative du module de cisaillement. Elle transcrit le fait que les modules élastiques croissent avec la densité. L'éruption du 2 Avril 2007, qui montre des déplacements verticaux et horizontaux bien mesurés et de grande amplitude au sommet du volcan (Figure 5.12), permet de faire une estimation de la variation relative de volume dans le cône sommital. Pour cela nous calculons le tenseur de la déformation interne dans un tétraèdre formé par 3 stations sommitales (DERG, DSRG, SNEG) et une station située à la base du cône sommital (FERG), et nous en déduisons la variation relative de volume, égale à la trace de ce tenseur. Nous utilisons l'approche linéarisée, basée sur l'hypothèse des petites perturbations; nous considérons qu'une transformation linéaire f unique, de matrice F permet de passer de l'ancienne configuration de quatre stations du tétraèdre représentée par la matrice A_1 à l'instant t_1 à la nouvelle, représentée par la matrice A_2 à l'instant t_2:

$$A_2 = FA_1 \tag{5.10}$$

On en déduit alors F, tenseur gradient de la transformation:

$$F = A_2 {A_1}^{-1} \tag{5.11}$$

Le tenseur de la déformation interne ε est déduit du tenseur gradient du déplacement $G = F - I$ (où I est la matrice identité):

$$\varepsilon = \frac{G + G^T}{2} \tag{5.12}$$

La trace de ce tenseur fournit la variation relative de volume, premier invariant I_1 du tenseur de la déformation.
Nous avons calculé ce tenseur entre le 2 Avril et le 25 Novembre 2007, à l'aide du tétraèdre formé par les quatre stations DERG, DSRG, SNEG et FERG. Dans cette étude nous recherchons particulièrement une borne supérieure pour la variation relative de volume et la consolidation mécanique dans l'édifice. L'utilisation de valeurs extrêmes pour les valeurs de déplacements enregistrés aux stations sommets du tétraèdre considéré montre que dans tous les cas cette borne supérieure est inférieure à 10^{-3}, la valeur moyenne étant de l'ordre de 10^{-4}.

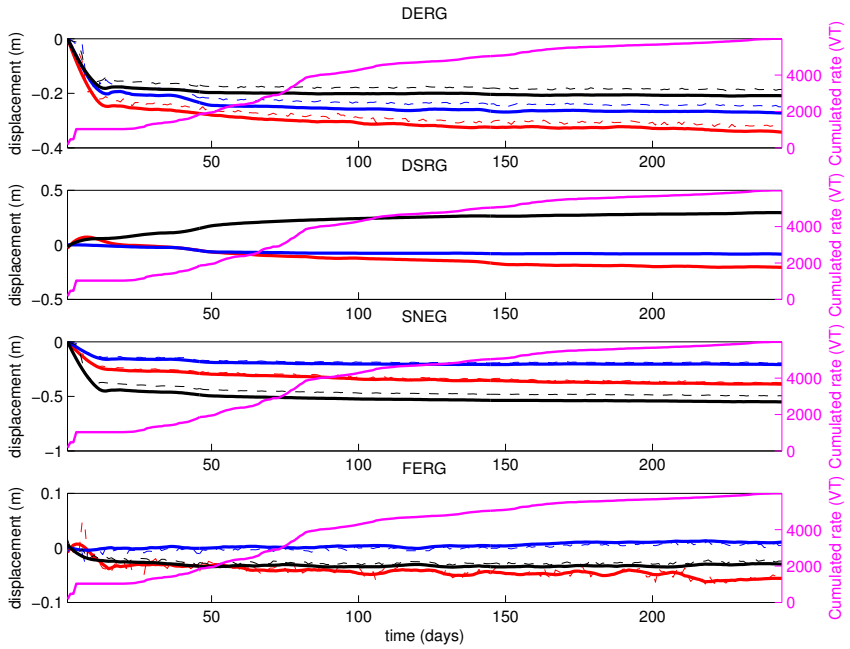


Figure 5.12: *Déplacements E-W (rouge), N-S (bleu) et verticaux (noir) enregistrés aux stations GPS utilisées pour le calcul de la variation relative de volume. (a) Station DERG; (b) station DSRG; (c) station SNEG; (d) station FERG. Période du 2 Avril au 25 Novembre 2007.*

Cette variation relative de volume, qui représente une valeur plutôt élevée pour une déformation moyenne dans un volume aussi important, est due au déconfinement du cône sommital (environ 400 m de haut) après l'effondrement, sur une hauteur d'environ 350 m, du cratère Dolomieu. Dans la loi de consolidation exprimée par l'équation 5.9, la variation relative de volume est utilisée pour estimer la consolidation et donc l'augmentation relative du module de cisaillement G. La valeur maximale trouvée (10^{-3}) reste néanmoins très faible pour une valeur de variation relative de G, si on la compare aux valeurs d'endommagement (obtenues au paragraphe 4.3) qui diminuent G d'un facteur 10. La loi de consolidation mécanique décrite par l'équation 5.9 ne permet donc pas d'expliquer la plus grande partie de la consolidation de l'édifice.

Cette différence dans les ordres de grandeur trouvés a plusieurs causes:

- en premier lieu, on estime l'endommagement à partir de la sismicité qui est plus active dans la partie instable, sous le cratère Dolomieu, alors qu'on mesure la variation relative de volume (et qu'on cherche à estimer l'ordre de grandeur de la consolidation) sur la partie relativement plus stable de l'édifice, avec des données géodésiques GPS. La partie plus stable de l'édifice s'endommage donc moins que la partie plus instable sous le cratère Dolomieu, et doit également se consolider moins, car les circulations de fluide y sont moindres. On ne peut donc pas comparer la consolidation de la partie stable de l'édifice avec l'endommagement du cratère Dolomieu, ni considérer que le processus qui a lieu sur l'un est l'inverse de celui qui a lieu sur l'autre.
- pendant le processus d'endommagement la déformation se localise suivant des bandes de cisaillement; c'est un processus très anisotrope et hétérogène qui engendre des déplacements localement importants. Les valeurs d'endommagement déterminées l'ont été pour chaque station. Les valeurs élevées trouvées pour l'endommagement concernent donc un volume limité au voisinage du cratère Dolomieu. La consolidation a été considérée ici, en l'absence de connaissance a priori et d'observables spécifiques, comme un processus volumique et fondamentalement isotrope; la variation de volume calculée est une moyenne sur un tétraèdre dont la dimension caractéristique est voisine de celle du cône sommital. Elle ne reflète que les processus qui s'expriment par une variation de volume.

La différence entre les ordres de grandeurs trouvés dans cette étude tend à montrer que endommagement et consolidation dans les édifices volcaniques ne sont pas des processus qui engendrent par eux-mêmes des variations de volume importantes. Une consolidation a très probablement lieu dans le cratère Dolomieu, mais elle reste un processus relativement silencieux d'un point de vue géophysique; il est très probable qu'elle s'opère plus efficacement par transfert de matière que par une diminution du volume extérieur de l'édifice, mesurable en surface. On voit qu'elle est d'une nature très différente de la consolidation géotechnique dont le modèle a été utilisé en début de ce paragraphe, même s'il y a une parenté, par exemple dans le fait que les deux types de consolidation (par tassement mécanique - migration des vides, ou par transfert de matière - scellement) soient issus d'un processus de diffusion.

Par ailleurs, tous les processus qui engendrent une variation de volume ne sont pas liés à l'endommagement ou à la consolidation; notamment l'éruption de magma engendre une dépressurisation du réservoir et une diminution de volume. Cette diminution de volume (déflation) peut induire de la consolidation, les deux processus étant simultanés. Il y a donc une indétermination lorsque l'on utilise la variation relative de volume pour estimer directement la consolidation, comme on le fait par exemple en géotechnique, lorsqu'un autre processus est simultanément à l'oeuvre: on ne peut pas déterminer à la fois la source (l'action du magma, en terme de pression) et le milieu (la réaction de l'édifice) avec une seule observable. Il manque donc au moins une observable géophysique indépendante, comme la sismicité pour l'endommagement, pour connaître et évaluer indépendamment le processus de consolidation sur un édifice volcanique; on pourrait envisager d'utiliser une observable comme la résistivité électrique, qui est utilisée à l'échelle de l'échantillon, mais la profondeur d'investigation des méthodes de prospection électrique est limitée. On pourrait également envisager d'utiliser des méthodes basées sur la corrélation du bruit sismique, et plus encore, sur des méthodes basées sur l'anisotropie de propagation des ondes S (Savage et al., 2015), l'ensemble de ces méthodes pouvant éventuellement servir à suivre en continu aussi bien la consolidation que l'endommagement.

On peut donc envisager de faire un modèle phénoménologique pour l'endommagement, en

ajustant les lois existantes par une fonction du temps (ce qui a été fait). Mais on ne peut pas faire la même chose avec la consolidation, parce qu'on n'a pas de modèle qui permette de représenter l'action de la consolidation comme on l'avait pour l'endommagement. Si on essaie d'ajuster directement les déplacements de surface pour en déduire la consolidation, il faut faire une hypothèse lourde sur l'évolution de la pression dans le réservoir (c.f. annexe 7.5).

5.2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que le cycle éruptif d'un volcan correspondait non seulement à un cycle de contrainte avec la pressurisation puis la dépressurisation du système, mais aussi à un cycle endommagement - consolidation, au moins dans une partie de l'édifice: la consolidation est nécessaire dans la mesure où un cycle existe et qu'il y a endommagement, mis en évidence par la sismicité volcano-tectonique. Ce schéma vaut en particulier pour le Piton de la Fournaise.

La prise en compte de la variation temporelle de la résistance de l'édifice avec la déformation et la contrainte appliquée, effectuée par le biais de la variation du module de cisaillement (diminution en endommagement et augmentation en consolidation) induit bien des variations cycliques de la pression dans un réservoir magmatique et de la déformation de surface sur un volcan, à partir d'une simple condition de pression constante à la base du conduit d'approvisionnement. Ainsi le comportement rhéologique non-linéaire de l'édifice peut induire par lui-même une dynamique éruptive cyclique, alors que les conditions de pression magmatique dans le manteau restent inchangées. Dans un cas plus général, on peut considérer que l'édifice se comporte comme un filtre dont la réponse impulsionnelle non-linéaire se convolue aux éventuelles variations temporelles de la pression du manteau pour provoquer en surface les déplacements observés. On peut conjecturer que dans le cas général l'existence de ces deux types de variations peut conduire à un comportement éruptif chaotique, et que l'observation effective d'un cycle éruptif en surface indique que les conditions de pression dans le manteau supérieur restent relativement constantes, au moins à une échelle de temps correspondant à plusieurs cycles éruptifs.

Nous avons ensuite abordé le problème de la modélisation de la consolidation. Deux approches ont été utilisées pour avancer dans cette direction. Une première approche a consisté à reprendre les travaux de Lyakhovsky sur les cycles d'endommagement et de consolidation dans le cas du cycle sismique. Dans les cas envisagés par Lyakhovsky, le forçage du système est effectué par la contrainte régionale, supposée constante. L'intérêt de cette approche est qu'elle permet de décrire l'endommagement et la consolidation du matériau uniquement à partir des déformations. Dans le cas d'un édifice volcanique pressurisé par un réservoir magmatique, bien qu'on puisse considérer que la pression dans le manteau supérieur soient constante, la pression exercée par le réservoir sur l'édifice ne l'est pas si bien que le forçage sur le volume de roche endommagé ou consolidé ne l'est pas non plus, comme il l'est dans le cas du cycle sismique. Il y a donc une ambiguité entre les déformations qui sont dues à l'endommagement-consolidation, et au forçage. Bien que l'approche de Lyakhovsky permette théoriquement de traiter le cas d'états de contraintes variés (notamment par l'adaptation du seuil ξ_0), dans la pratique son utilisation sur un volcan s'avère très délicate, ce seuil étant un paramètre critique dont la connaissance précise est difficile sur un volcan. Cette difficulté apparaît pour d'autres paramètres

utilisés dans la même approche.

Cette première approche mettait en avant l'utilisation d'un critère basé sur la variation relative de volume (premier invariant du tenseur des déformations) pour différencier endommagement et consolidation. Ce critère permet bien de différencier inflation et déflation de l'édifice volcanique, qui sont des phases de déformation correspondant à des périodes où respectivement l'endommagement et la consolidation peuvent dominer le bilan des transformations mécaniques et chimiques du matériau. On peut donc se poser la question de l'utilisation de la variation de volume elle-même pour caractériser la consolidation, et envisager l'utilisation d'une deuxième approche, dérivée de l'estimation de la consolidation en géotechnique telle qu'elle a été décrite par Terzaghi. Nos résultats montrent que sur un volcan l'utilisation simple et directe de la variation de volume ne peut être considérée comme pertinente pour estimer la consolidation, car elle ne permet pas de lever à elle seule l'ambiguité qui existe entre variations temporelles de la source de pression (réservoir magmatique) et variations temporelles du milieu, comme causes de la déformation. Les ordres de grandeurs trouvés pour la variation relative de volume ne permettent pas d'expliquer les variations du module de cisaillement nécessaires pour compenser l'endommagement. On peut en déduire que la consolidation s'effectue en grande partie sans changement de volume mesurable en surface, probablement par scellement chimique, et ne se limite pas au processus mécanique simple de densification (diminution de la porosité) invoqué pour la consolidation géotechnique.

La limitation la plus importante des approches d'estimation de la consolidation basées uniquement sur la mesure de la déformation, vient du fait que sur un volcan toute déformation ne peut être interprétée uniquement en terme de consolidation en l'absence de connaissance du chargement. On ne peut donc pas estimer la consolidation directement et seulement à partir de mesures de déformation de surface. Il est donc nécessaire d'utiliser une observable indépendante permettant de quantifier la consolidation, comme cela a été proposé avec l'utilisation du taux de sismicité pour l'endommagement. C'est la mesure de l'anisotropie de vitesses de propagation des ondes S qui semble être la plus adaptée à la détection des variations de propriétés élastiques du milieu dues à la fracturation et à sa localisation, et grâce à laquelle on peut espérer quantifier de façon indépendante les variations temporelles "silencieuses" de ces propriétés (donc la consolidation). La mesure des variations temporelles de vitesses sismiques par intercorrélation de bruit sismique doit aussi être testée pour quantifier endommagement et consolidation, ainsi que la mesure des variations temporelles de résistivité électrique, plus difficile à réaliser et plus limitée en profondeur d'investigation. Ces méthodes pourraient être mises en oeuvre en laboratoire à l'échelle de l'échantillon au préalable. En l'absence d'une mesure indépendante de la consolidation, on ne pourra pas modéliser les cycles éruptifs réels.

5.3 Etude du couplage magma-édifice pour différentes conditions aux limites

Dans ce paragraphe nous allons étudier l'influence de différentes conditions aux limites possibles en ce qui concerne le transfert de magma à la base du conduit alimentant le réservoir dans le modèle d'édifice volcanique pressurisé que nous avons utilisé dans le chapitre précédent. Cette influence va être particulièrement étudiée dans le cas où l'édifice s'endommage pendant le processus pré-éruptif.

5.3.1 Etude d'une condition de flux constant à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement

Modèle

Si l'on considère le modèle de réservoir pressurisé utilisé au chapitre précédent avec un débit constant, l'équation (4.8) permet d'écrire:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} = \pi a_r^3 \frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta P(t)}{G(t)}\right) \tag{5.13}$$

où Q_{in}, débit de magma à la base du conduit alimentant le réservoir pressurisé, est considéré comme constant. Notons d'abord que lorsque G ne varie pas, la solution est simplement

$$\Delta P(t) = \frac{Q_{in}}{\pi a_r^3} Gt \tag{5.14}$$

Lorsque le débit de magma à la base du conduit est constant, la surpression à l'intérieur du réservoir augmente linéairement avec le temps et peut tendre vers de grandes valeurs pour de longues durées d'approvisionnement magmatique, si l'édifice se comporte de façon élastique. Le déplacement calculé en surface est proportionnel à la surpression $\Delta P(t)$ divisée par le module de cisaillement G (voir par exemple l'équation 4.11). On peut donc l'écrire

$$U_z(t) = \frac{Q_{in}}{\pi a_r^3} t \tag{5.15}$$

U_z est donc proportionnel au débit et varie linéairement avec le temps. Cette dépendance simple du déplacement de surface envers le temps est une conséquence directe de l'application de la condition de débit constant à la base du conduit.

Lorsque l'édifice s'endommage et que le module de cisaillement varie avec le temps, en effectuant la dérivation (équation 5.13) on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\Delta P(t)}{dt} = \frac{\Delta P(t)}{G(t)} \frac{dG(t)}{dt} + \frac{Q_{in} G(t)}{\pi a_r^3} \tag{5.16}$$

L'équation différentielle 5.16 est une équation différentielle ordinaire du premier ordre avec second membre non constant dy type $y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$, avec $y(t) = \Delta P(t)$, $a(t) =$

$-\frac{dG(t)/dt}{G(t)} = -\frac{d\ln(G(t))}{dt}$ et $b(t) = \frac{Q_{in}}{\pi a_r^3}G(t)$.
Pour résoudre cette équation, on cherche dans un premier temps la solution générale de l'équation différentielle sans second membre $y_1(t)$, équation qui est du type

$$\frac{y'(t)}{y(t)} = \frac{G'(t)}{G(t)} \tag{5.17}$$

dont la solution est

$$y_1(t) = KG(t) \tag{5.18}$$

On peut alors chercher une solution particulière par la méthode de la variation de la constante :

$$y_p(t) = K(t)G(t) \tag{5.19}$$

En remplaçant $y_p(t)$ par son expression dans l'équation 5.16 on obtient :

$$\frac{dK(t)}{dt} = \frac{Q_{in}}{\pi a_r^3} \tag{5.20}$$

En intégrant 5.20 sur l'intervalle de temps considéré on obtient :

$$K(t) = \frac{Q_{in}t}{\pi a_r^3} + K(t = t_0) \tag{5.21}$$

Dans notre cas on a donc :

$$\Delta Pr(t) = \left(\frac{Q_{in}t}{\pi a_r^3} + K(t = t_0)\right) G(t) \tag{5.22}$$

En considérant qu'à $t = t_0$ $\Delta P(t_0)$ doit être nul conduit à choisir $K(t = t_0) = 0$. La solution de l'équation différentielle est alors donnée par :

$$\Delta Pr(t) = \frac{Q_{in}}{\pi a_r^3}G(t)t \tag{5.23}$$

La surpression augmente donc linéairement avec le temps lorsque G est constant, et les écarts à la linéarité sont modulés par l'évolution du module de cisaillement au cours du temps. Le déplacement de surface croit nécessairement linéairement avec le temps car il est proportionnel à $\frac{\Delta P(t)}{G(t)}$ c'est-à-dire à $\frac{Q_{in}}{\pi a_r^3}t$, ce qui est une conséquence directe de l'application de la condition de débit constant Q_{in} à la base du conduit.

Dans un édifice élastique, la pression peut tendre vers l'infini si l'édifice ne s'endommage pas. Dans le cas où l'édifice s'affaiblit avant sa rupture et l'éruption, $G(t)$ diminue et $\Delta P(t)$ peut diminuer si $G(t) = kt^\alpha$ où k est une constante et $\alpha < -1$. Ainsi lorsque l'édifice s'affaiblit le déplacement de surface peut avoir lieu à vitesse constante avec une surpression qui diminue dans le réservoir, et garde une valeur limitée. Le comportement du modèle en fonction des différents paramètres et pour différents cycles est étudié annexe 7.4.

Résultats

Les figures 5.13, 5.14, 5.15 et 5.16 présentent le comportement du modèle avec une condition de flux constant à la base du conduit d'approvisionnement. On constate d'abord que quelle que soit l'évolution du module de cisaillement le déplacement de surface augmente linéairement, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent. La pression augmente toujours à partir de la valeur initiale choisie nulle, et évolue en recherchant à chaque instant une pression d'équilibre qui varie avec le module de cisaillement: elle peut donc baisser si le module de cisaillement diminue suffisamment avec le temps.

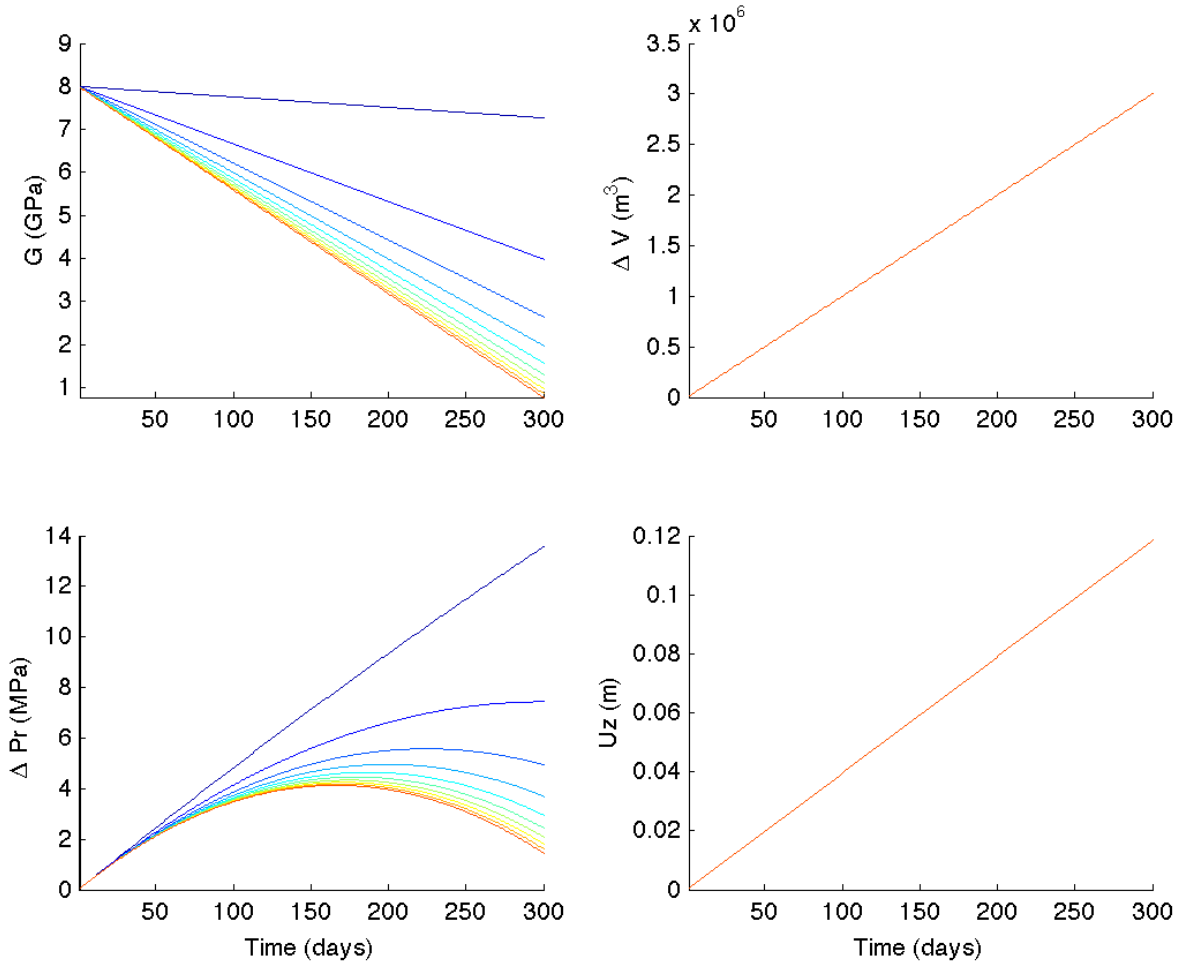


Figure 5.13: *Variation du volume et de la pression dans un réservoir alimenté par un flux constant de magma, et déplacement calculé à la surface d'un édifice volcanique élastique non-linéaire dont le module de cisaillement diminue de façon linéaire de G_0 à G_{min} avec $G_{min} = G_0/p$ avec $p = 1.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 1m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $G_0 = 8GPa$, $\mu = 300Pa.s$.*

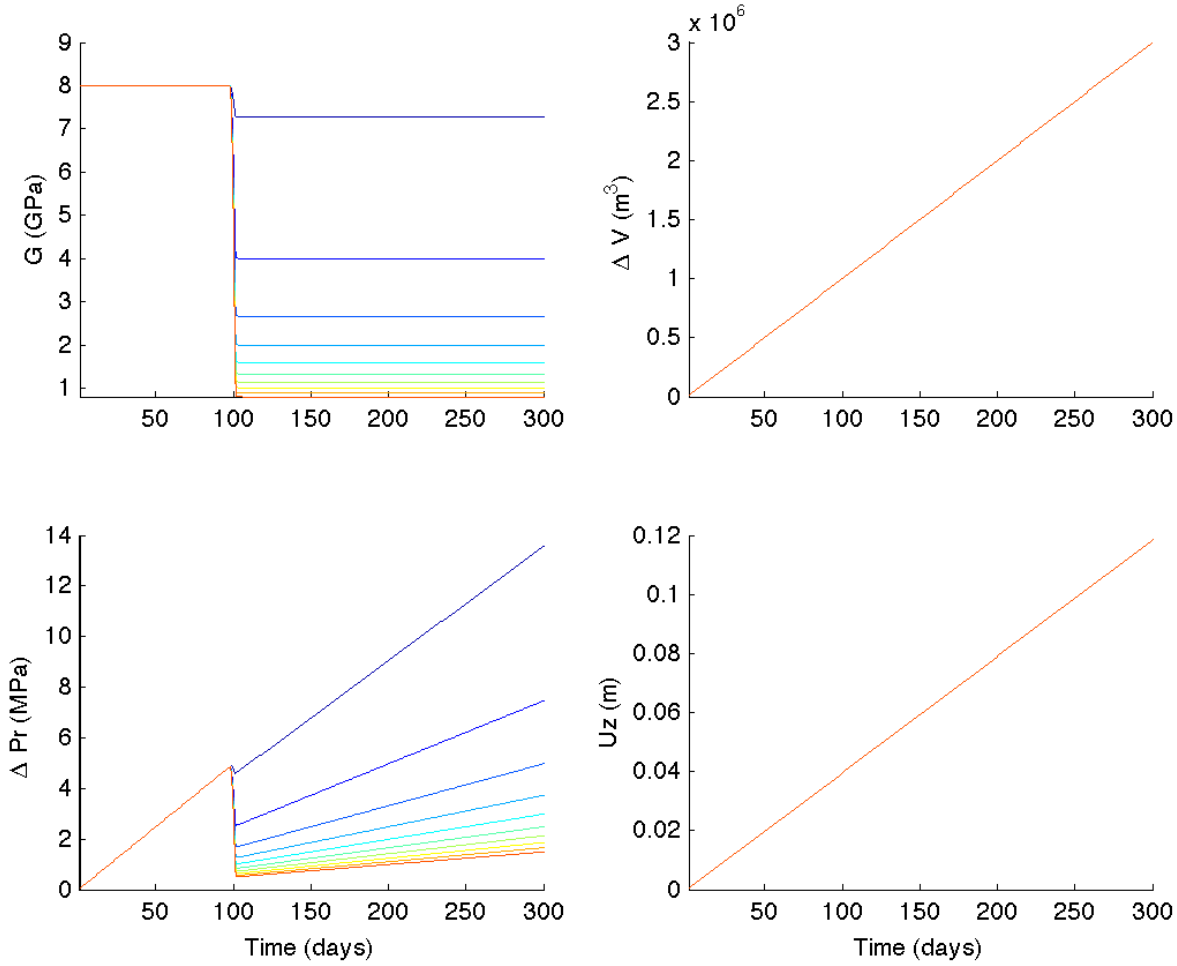


Figure 5.14: *Variation du volume et de la pression dans un réservoir alimenté par un flux constant de magma, et déplacement calculé à la surface d'un édifice volcanique élastique non-linéaire dont le module de cisaillement diminue en un palier de G_0 à G_{min} avec $G_{min} = G_0/p$ avec $p = 1.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 1m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $G_0 = 8GPa$, $\mu = 300Pa.s$.*

5.3.2 Etude d'une condition de puissance constante à la base du conduit d'approvisionnement dans le cas d'un édifice élastique avec endommagement

Le système étudié étant constitué par un réservoir alimenté par un conduit magmatique dont l'extrémité inférieure est dans le manteau, nous avons d'abord étudié son comportement lorsqu'il était soumis à une pression constante à la base, puis lorsqu'il était soumis à un débit constant de magma. Dans le premier cas on considère que le transfert de fluide dans le manteau est suffisamment rapide pour que la pression à la base du conduit puisse rester constante malgré les variations de pression dans le réservoir. Dans la réalité, une diminution de pression dans le réservoir pourrait-elle engendrer une diminution de pression à la base du conduit? pour

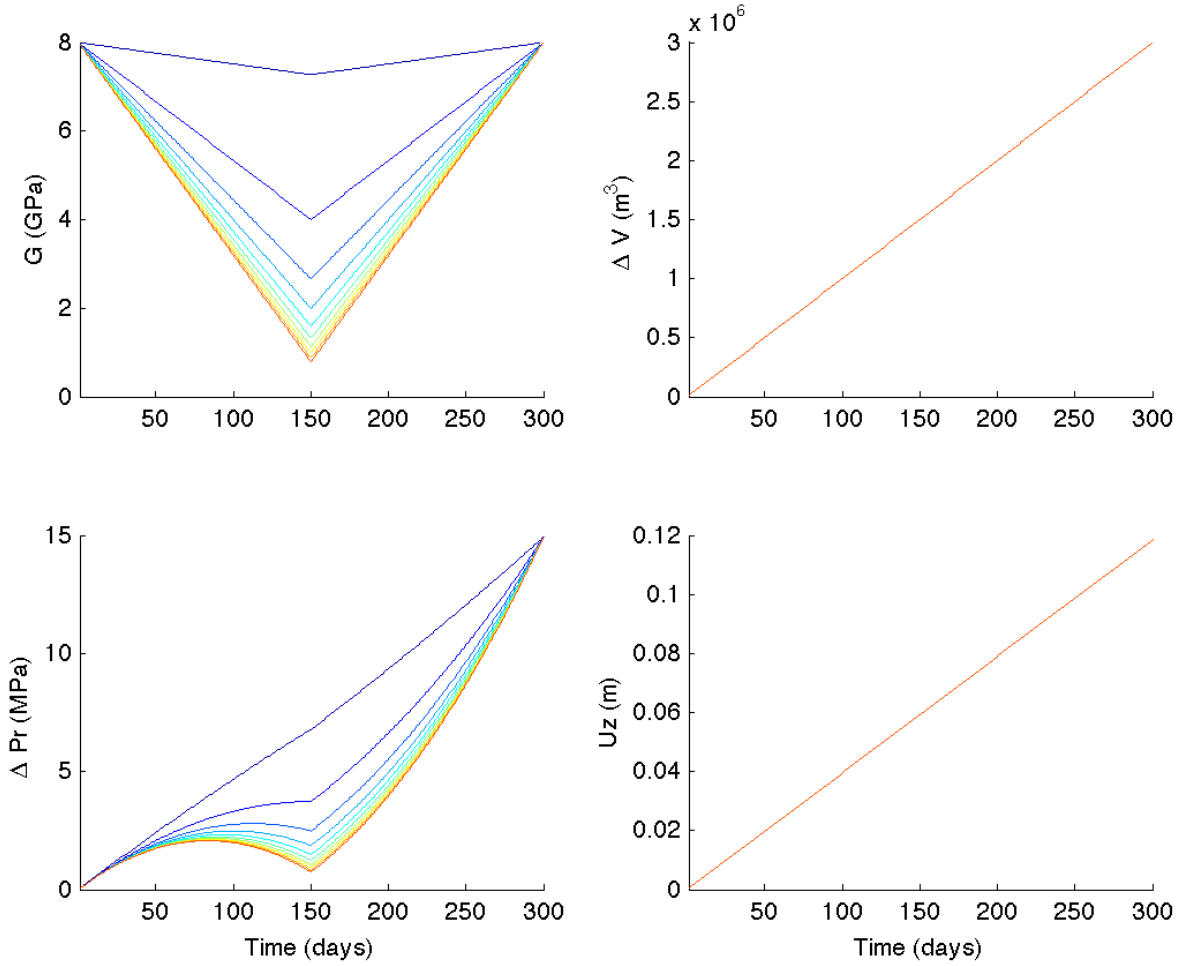


Figure 5.15: *Variation du volume et de la pression dans un réservoir alimenté par un flux constant de magma, et déplacement calculé à la surface d'un édifice volcanique élastique non-linéaire dont le module de cisaillement varie de manière cyclique avec G_0 et $G_{min} = G_0/p$ avec $p = 1.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 1m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $G_0 = 8GPa$, $\mu = 300Pa.s$.*

répondre à cette question il est nécessaire de relâcher la condition de pression constante à la base du conduit. Une condition aux limites qui n'impose ni une pression constante à la base du conduit ni un flux constant, et qui soit une alternative physiquement réaliste, semble être une condition de puissance constante fournie par le magma dans le manteau. Dans ce cas, ce n'est pas la pression à la base du conduit ou le débit qui est maintenu constant, mais le produit des deux.

Modèle à puissance constante

On note $\Delta P_r(t) = \Delta P_r^0 + \delta P_r(t)$ et $\Delta P_s(t) = \Delta P_s^0 + \delta P_s(t)$ les supressions dans la chambre et à la source respectivement. Ainsi $P_s(t) = P_{lithosource} + \Delta P_s(t)$ et $P_r(t) = P_{lithoreservoir} + \Delta P_r(t)$.

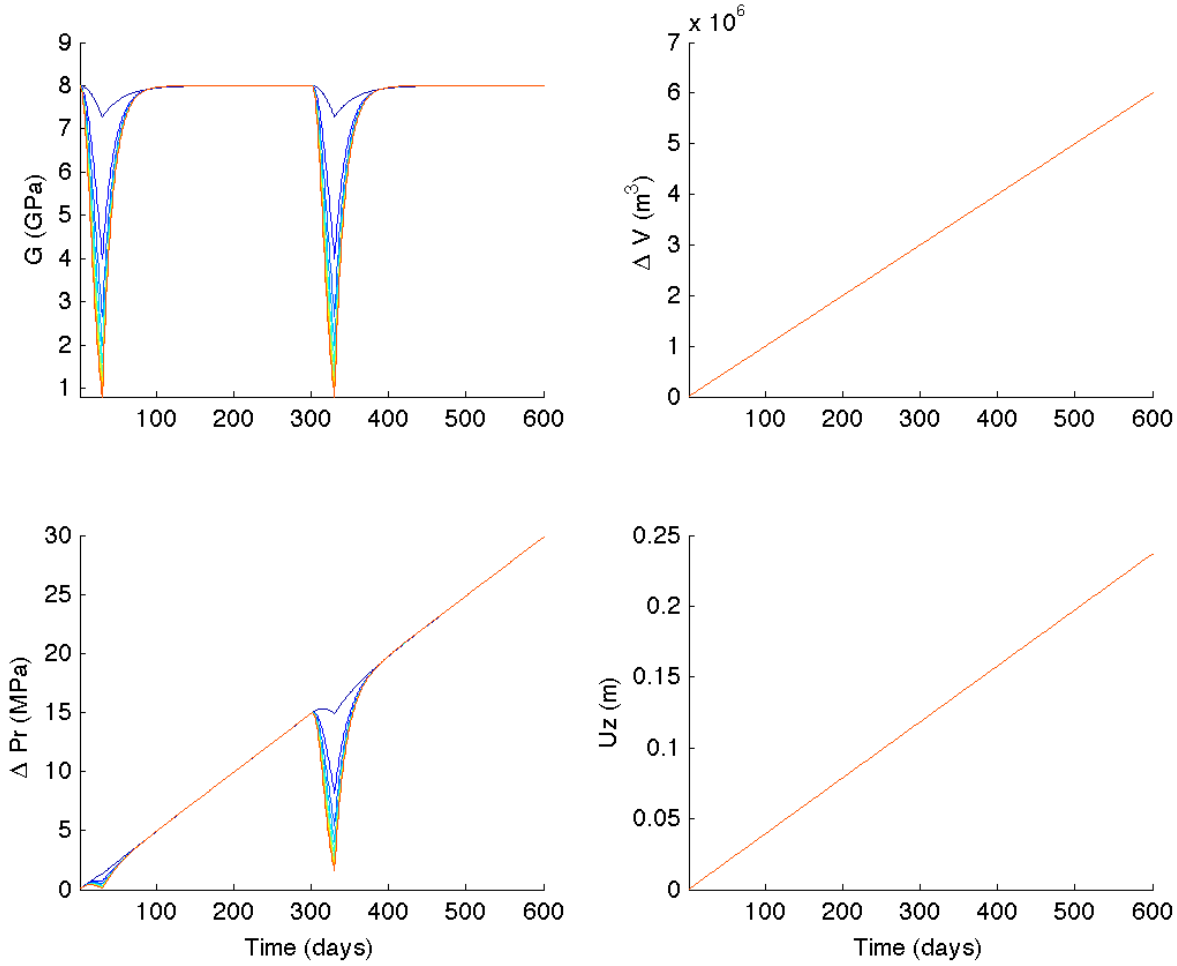


Figure 5.16: *Variation du volume et de la pression dans un réservoir alimenté par un flux constant de magma, et déplacement calculé à la surface d'un édifice volcanique élastique non-linéaire dont le module de cisaillement varie de manière cyclique avec G_0 et $G_{min} = G_0/p$ avec $p = 1.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 1m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $G_0 = 8GPa$, $\mu = 300Pa.s$.*

Dans notre cas on a donc :

$$\Delta V(t) = \frac{\pi a_r^3}{G(t)} \delta P(t) \tag{5.24}$$

$$Q(t) = \frac{d\Delta V(t)}{dt} \tag{5.25}$$

$$Q(t) = \frac{\pi a_c^4}{8\mu} \left(-\frac{dP}{dz} - \rho_m g \right) \tag{5.26}$$

avec $\frac{dP}{dz} = \frac{\Delta P_r(t) - \Delta P_s(t) - \rho_r g H_c}{H_c}$, $\Delta P_r(t)$ et $\Delta P_s(t)$. On obtient alors :

$$Q(t) = \frac{\pi a_c^4}{8\mu H_c} \left(\Delta P_s(t) - \Delta P_r(t) + (\rho_r - \rho_m) g H_c \right) \tag{5.27}$$

Soit :

$$Q(t) = \frac{\pi a_c^4}{8\mu H_c} \left(\delta P_s(t) - \delta P_r(t) + P \right) \tag{5.28}$$

Avec $P = \Delta P_s^0 - \Delta P_r^0 + (\rho_r - \rho_m) g H_c$

La seconde formulation du débit nous permet d'écrire :

$$Q(t) = \frac{d\Delta V(t)}{dt} = \pi a_r^3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta P_r(t)}{G(t)} \right) \tag{5.29}$$

L'équation 5.29 donne :

$$Q(t) = \pi a_r^3 \left(\frac{d\delta P_r(t)/dt}{G(t)} - \delta P_r \frac{dG(t)/dt}{G(t)^2} \right) \tag{5.30}$$

En utilisant les deux formulation du débit 5.28 et 5.30, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\delta P_r(t)}{dt} + \left(\frac{a_c^4 G(t)}{8\mu a_r^3 H_c} - \frac{1}{G(t)} \frac{dG(t)}{dt} \right) \delta P_r(t) = \frac{a_c^4 G(t)}{8\mu a_r^3 H_c} \left(\delta P_s(t) + P \right) \tag{5.31}$$

Dans ce problème on considère que δP_s, surpression à la source, est une des inconnues. Dans l'hypothèse où la puissance fournie par le manteau à la base du système est constante on peut alors écrire :

$$\mathcal{P} = P_s(t) Q(t) \tag{5.32}$$

$$\frac{d\mathcal{P}}{dt} = 0 = Q(t) \frac{dP_s(t)}{dt} + \frac{dQ(t)}{dt} P_s(t) \tag{5.33}$$

L'équation 5.33 peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{1}{P_s(t)} \frac{dP_s(t)}{dt} + \frac{1}{Q(t)} \frac{dQ(t)}{dt} = 0 \tag{5.34}$$

Notons que $\frac{dP_s(t)}{dt} = \frac{d\delta P_s(t)}{dt}$.

En dérivant la formulation 5.28 du débit on obtient :

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\pi a_c^4}{8\mu H_c} \left(\frac{d\delta P_s(t)}{dt} - \frac{d\delta P_r(t)}{dt} \right) \tag{5.35}$$

En utilisant 5.28, 5.35 dans 5.34, on obtient une seconde équation différentielle en $\delta P_s(t)$:

$$\frac{\delta P_s(t)}{dt} = \frac{P_s\left(\delta P_r(t)\left(\frac{dG(t)/dt}{G(t)} - AG(t)\right) + AG(t)\left(\delta P_s + P\right)\right)}{2\delta P_s - \delta P_r + P + P_{lithosource} + \Delta P_s^0} \tag{5.36}$$

Avec $A = \frac{a_c^4}{8\mu H_c a_r^3}$, $P_{lithosource} = \rho g(hc+hr)$. Un résultat identique peut être obtenu à partir des équations 5.30 et 5.34.

Résultats et discussion

La résolution du système d'équations différentielles 5.31 et 5.36 (calcul des surpressions dans le réservoir et à la base du conduit) est faite grâce à l'utilisation d'un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Les déplacements de surface (vertical et radial), variation de volume et débit de magma sont ensuite calculés.

Les figures 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 et 5.21 montrent les résultats des modélisations pour différentes évolutions du module de cisaillement. Dans tous les cas, quelles que soit les variations et les amplitudes de variation du module de cisaillement, les déplacements de surface calculés croissent linéairement avec le temps. On observe à la fois une variation de la pression dans le réservoir et une variation de la pression à la base du réservoir.

Sur la figure 5.17 on impose une diminution linéaire du module de cisaillement au système. Après une augmentation de la surpression due à l'approvisionnement, l'affaiblissement de l'édifice représenté par une diminution de G induit une diminution de pression dans le réservoir, une augmentation du débit et une diminution de la pression à la base du conduit.

La figure 5.18 montre l'effet d'une diminution brutale du module de cisaillement. À cette diminution brutale sont associées une diminution brutale de la pression dans le réservoir et de la pression à la base du conduit ainsi qu'une augmentation brutale du débit entrant dans la chambre magmatique. Néanmoins, les déplacements de surface croissent toujours de manière linéaire.

Les figures 5.19, 5.20 et 5.21 montrent l'influence de cycles de variation du module de cisaillement sur la dynamique du système. Les phases d'endommagement sont associées à des phases de diminution de la surpression dans le réservoir et de la surpression à la base du conduit et des phases d'augmentation du débit entrant dans la chambre. Les phases de consolidation sont associées à des phases d'augmentation de la surpression dans le réservoir et de la surpression à la base du conduit ainsi qu'à une diminution du débit entrant dans le réservoir magmatique. Les déplacements de surface croissent toujours de manière linéaire.

Ainsi la perturbation initiée en surface par l'endommagement est transmise dans le réservoir puis à la base du système. On voit donc qu'un affaiblissement de la résistance de l'édifice peut conduire à une perturbation négative de pression qui se propage vers le bas jusque dans le manteau. Cela peut induire un courant dans le manteau qui peut initier, ou interférer avec, les courants de convection mantéliques. Par contre l'introduction d'un forçage en puissance à la base du système ne fait pas apparaitre de variation non-linéaire du déplacement de surface. Le fait de relâcher la condition de pression constante à la base du conduit conduit à déformer plus le fluide que l'édifice, parce que la réaction du manteau solide n'est pas prise en compte. Il est probable que pour représenter ces variations non-linéaires, il soit nécessaire de réaliser le couplage complet du système d'approvisionnement magmatique du volcan avec le système de transfert convectif dans le manteau, c'est-à-dire de résoudre simultanément l'ensemble des

équations décrivant le système. Nous atteignons là les limites du type de modélisation simple que nous avons réalisé. En l'absence de modélisation réaliste du couplage entre manteau et système d'approvisionnement magmatique, une simple condition de pression constante en profondeur permet de modéliser la déformation de surface, mais pas la perturbation de pression en profondeur. A l'inverse, appliquer une condition de puissance constante fournie par l'approvisionnement profond de magma permet de mettre en évidence la possibilité de la propagation en profondeur d'une perturbation de pression induite par l'endommagement en surface, mais elle ne permet pas de modéliser complètement le détail des déformations de surface. Pour modéliser aussi bien les déplacements de surface que les perturbations de pression profondes, c'est-à-dire l'ensemble des interactions entre magma et encaissant, il faut modéliser la réaction complète (fluide + solide) du manteau.

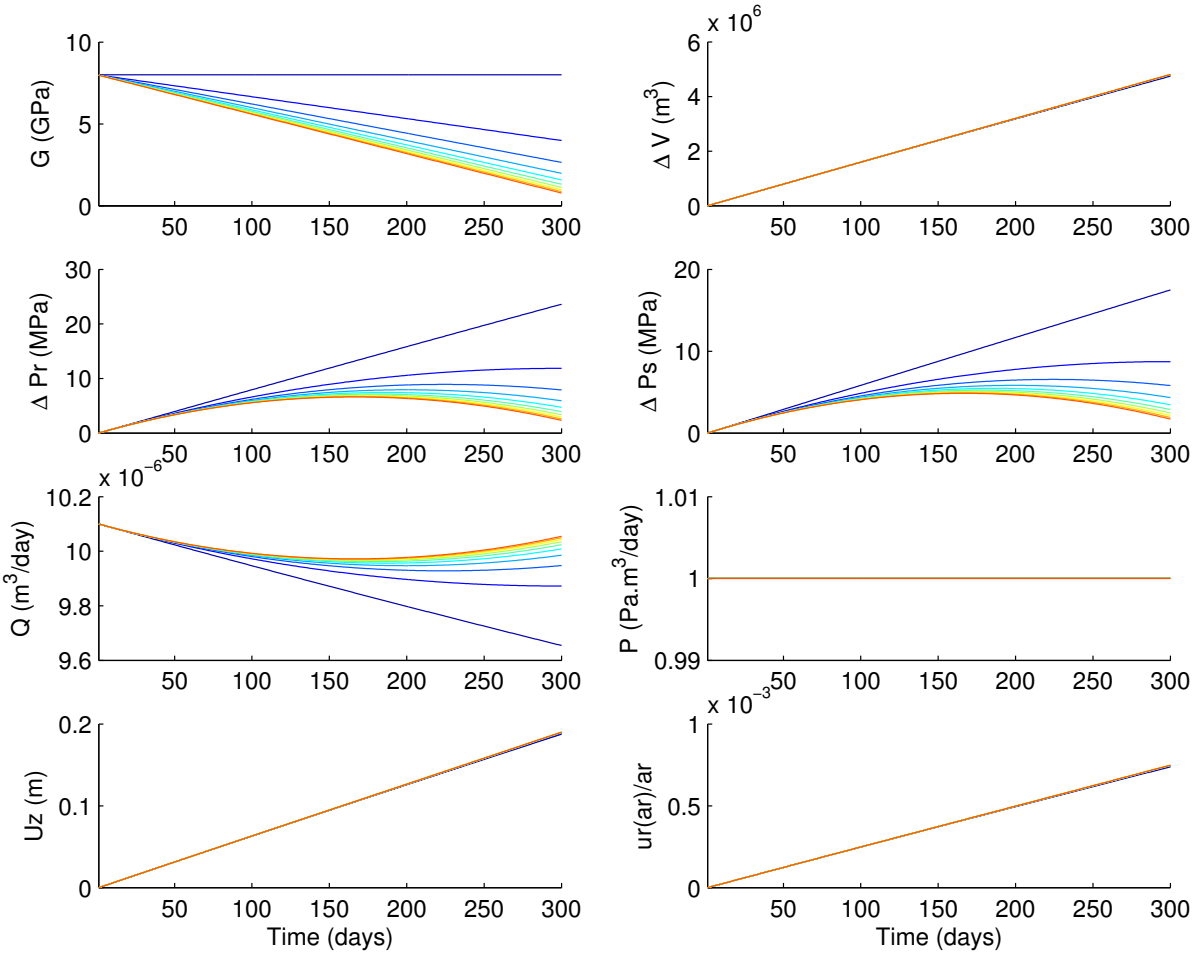


Figure 5.17: *Influence d'une diminution linéaire du module de cisaillement sur une durée de 300 jours sur : la variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV, la surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r, la supression à la base du conduit, ΔP_s, le débit Q et la puissance $\mathcal{P}$, le déplacement vertical de surface et le déplacement radial de surface u_r normalisé par le rayon du réservoir a_r. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

Les calculs réalisés pour un modèle à puissance constante à la base du système montrent qu'il existe une propagation de la perturbation de surface vers la base du conduit magmatique.

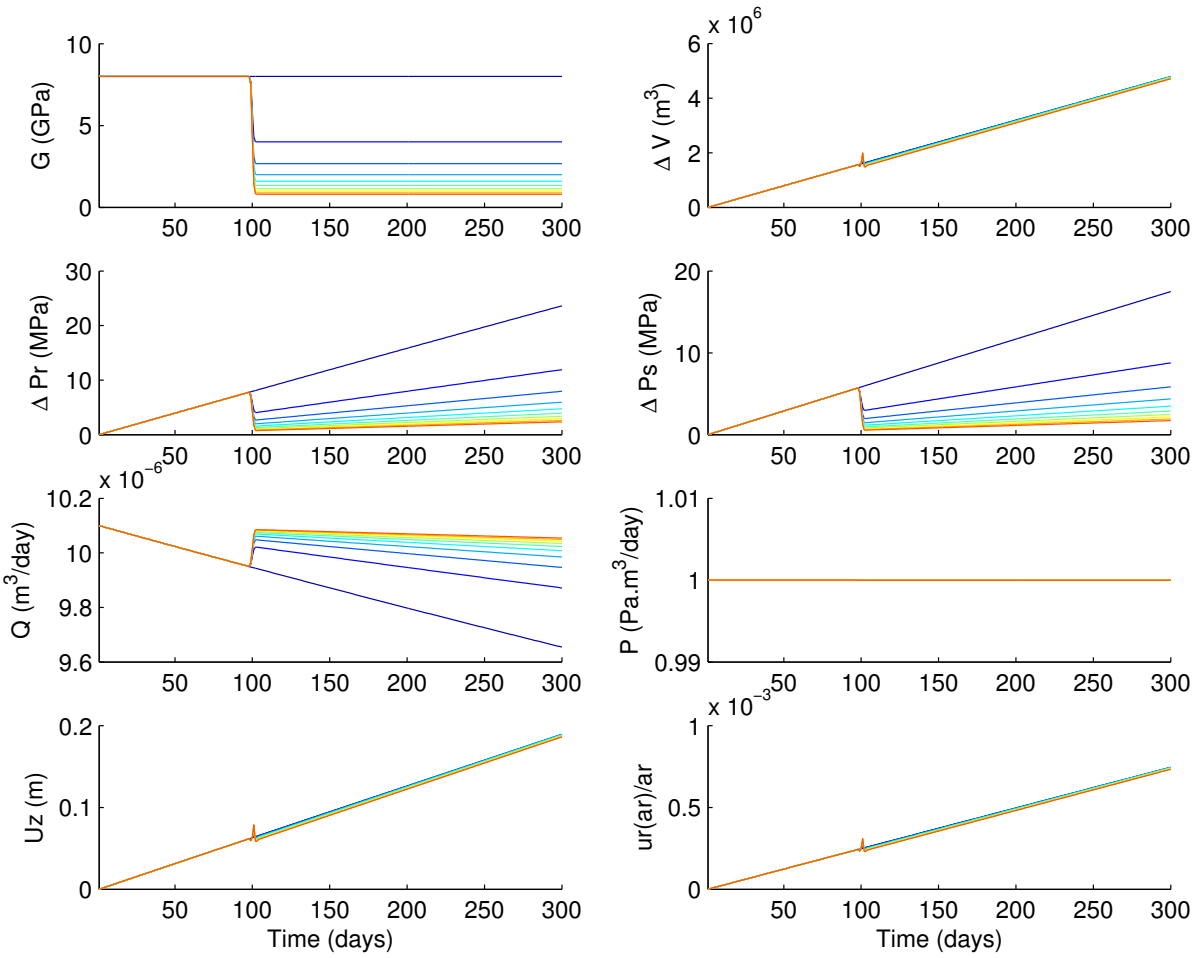


Figure 5.18: *Influence d'une diminution en rampe du module de cisaillement sur une durée de 300 jours sur : la variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV, la surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r, la supression à la base du conduit, ΔP_s, le débit Q et la puissance $\mathcal{P}$, le déplacement vertical de surface et le déplacement radial de surface u_r normalisé par le rayon du réservoir a_r. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

Il est donc possible de propager vers le bas une perturbation de pression due à l'affaiblissement de l'édifice. En particulier les perturbations négatives de pression peuvent se propager jusqu'à des réservoirs magmatiques plus profonds. Ce type de phénomène pourrait expliquer la reprise d'une éruption de manière plus intense après une première éruption d'ampleur moyenne comme cela a été observé au Mérapi (Surono et al., 2012b). Ces perturbations pourraient aussi interférer avec les courants de convection mantelliques et en expliquer le comportement chaotique.

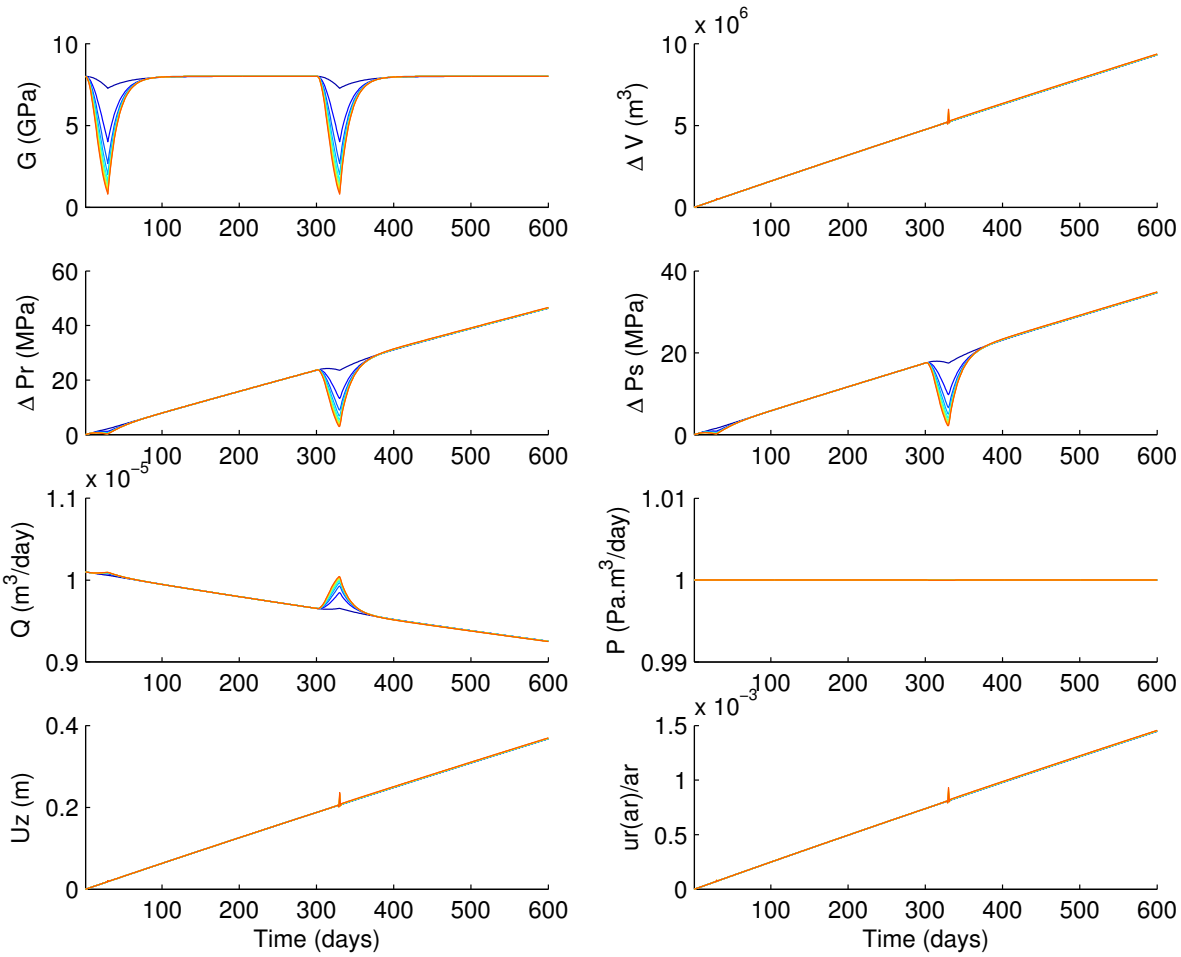


Figure 5.19: *Influence de la valeur minimale atteinte lors d'une variation cyclique du module de cisaillement sur une durée de 300 jours sur: la variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV, la surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r, la supression à la base du conduit, ΔP_s, le débit Q et la puissance $\mathcal{P}$, le déplacement vertical de surface et le déplacement radial de surface u_r normalisé par le rayon du réservoir a_r. Paramètres du modèle: $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

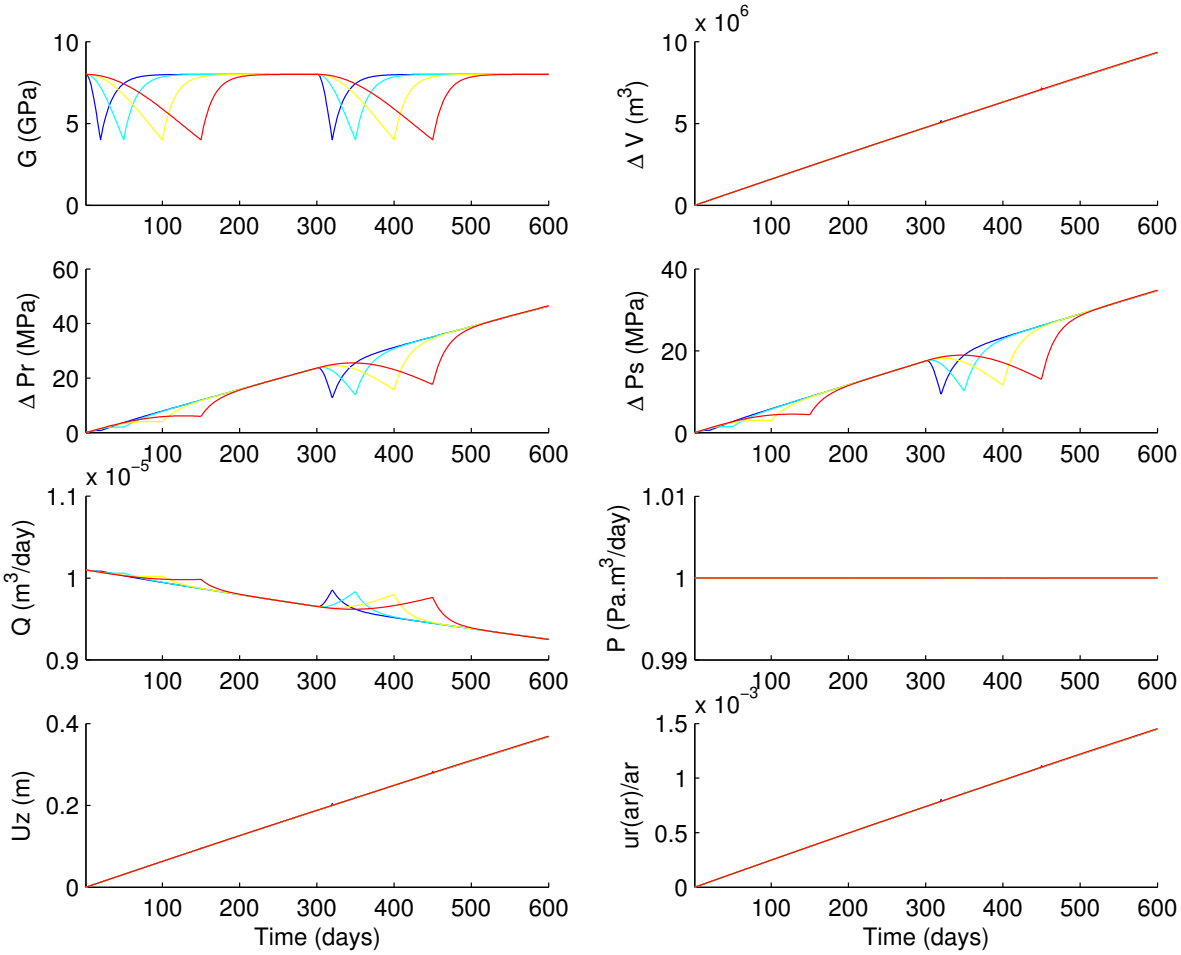


Figure 5.20: *Influence de la durée de la phase d'endommagement lors d'une variation cyclique du module de cisaillement sur une durée de 300 jours sur: la variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV, la surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r, la supression à la base du conduit, ΔP_s, le débit calculé selon la loi de Poiseuille, Q et la puissance $\mathcal{P}$, le déplacement vertical de surface et le déplacement radial de surface u_r normalisé par le rayon du réservoir a_r. Paramètres du modèle: $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

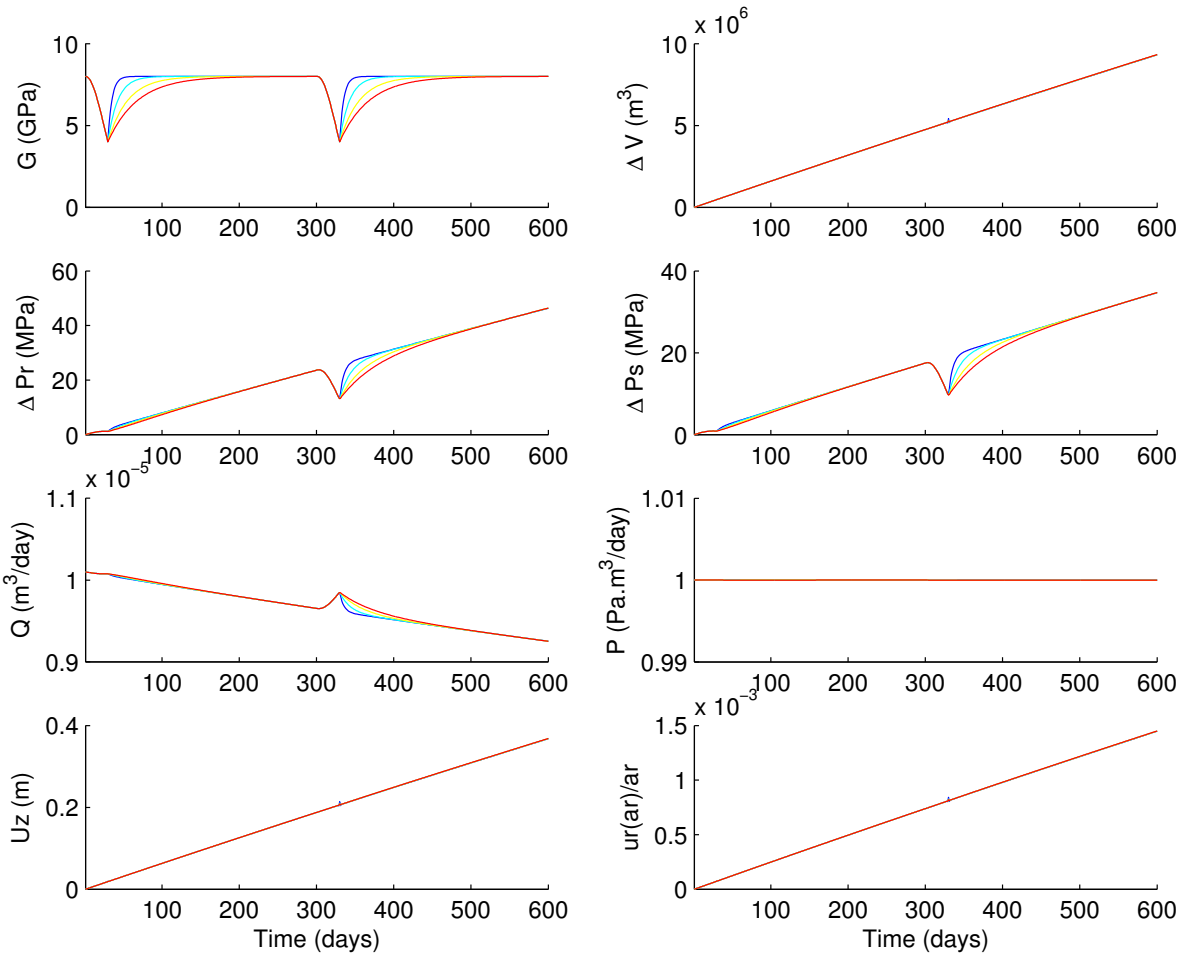


Figure 5.21: *Influence du temps caractéristique lors d'une variation cyclique du module de cisaillement sur une durée de 300 jours sur: la variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV, la surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r, la supression à la base du conduit, ΔP_s, le débit calculé selon la loi de Poiseuille, Q et la puissance $\mathcal{P}$, le déplacement vertical de surface et le déplacement radial de surface u_r normalisé par le rayon du réservoir a_r. Paramètres du modèle: $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

Chapter 6

CONCLUSION

Contents

6.1 Conclusion 237
6.2 Perspectives directes de travail 239
6.3 Travaux transverses et perspectives associées 240
6.3.1 Critère de plasticité et définition d'une zone endommagée 240
6.3.2 A propos de la stabilité d'un édifice volcanique 241
6.3.3 Critère de stabilité sur un édifice volcanique 243
6.3.4 Perspectives en mécanique de roches 244
6.3.5 Quantifier la part inélastique de la déformation pour mieux prédire les éruptions 245

6.1 Conclusion

L'acquisition permanente de données par les observatoires volcanologiques permet maintenant de disposer de séries temporelles quasi-continues de sismicité, grâce aux réseaux sismologiques, et de position de certains points de la surface, par géodésie GPS. Ces données permettent de suivre complètement le processus de pressurisation d'un réservoir ou d'un conduit magmatique dans un édifice volcanique, la préparation de l'éruption, jusqu'à l'éruption elle-même et le retour de l'édifice à un état stable. L'éruption est une rupture de l'édifice qui s'effectue progressivement, et dont la sismicité est le témoin. Des accélérations de la sismicité sont très fréquemment enregistrées sur les volcans avant les éruptions; dans certains cas des accélérations du déplacement de la surface sont enregistrées en certaines stations GPS, lorsqu'elles sont situées à proximité du lieu d'éruption. Ces accélérations du déplacement de surface ne sont pas explicables par un modèle élastique d'édifice pressurisé par un réservoir alimenté par un conduit, pour lequel la pression à la base, dans le manteau, reste constante. Dans ce cas la pressurisation conduit toujours à une position d'équilibre et non pas à une accélération et même à un déplacement à vitesse constante. Pour obtenir une accélération du déplacement de surface avec un édifice élastique, il faut une accélération de la pression à la base du conduit d'approvisionnement, dans le manteau, qui se produit de façon analogue à l'accélération du déplacement de surface, avec une constante de temps courte. Dans cette thèse nous avons

exploré une voie alternative fondée sur la compréhension du mécanisme de rupture progressive d'un édifice volcanique. Les expériences de mécanique des matériaux et des roches en particulier nous apprennent que la roche n'a pas un comportement élastique linéaire jusqu'à la rupture, mais que sa résistance s'affaiblit progressivement avant de rompre. Pendant cette phase, dite d'endommagement, des micro-fissures se propagent et émettent de l'énergie sismique, la déformation se localise et accélère. C'est l'existence et la propagation de ces défauts qui provoquent l'affaiblissement de la roche; des auteurs ont montré que l'endommagement pouvait être modélisé par une simple diminution des modules élastiques.

Dans cette thèse nous avons transposé à l'échelle de l'édifice volcanique, l'endommagement mis en évidence à l'échelle de l'échantillon; nous avons utilisé le nombre cumulé de séismes pour estimer la quantité de fissures se propageant dans l'édifice, et nous avons recherché quelle loi d'endommagement pouvait permettre d'expliquer les déformations de surface observées à partir de la sismicité enregistrée. Pour cela nous avons utilisé un modèle de pressurisation d'un édifice élastique par un réservoir sphérique mis sous pression par un conduit alimenté en magma, la pression étant constante à sa base. Une loi d'endommagement progressive simple, directement fondée sur la théorie scalaire de l'endommagement, qui est une fonction de la densité de fracture, et qui comporte le nombre cumulé de séismes à l'exposant permet de modéliser correctement les accélérations des déplacements de surface enregistrés au Piton de la Fournaise pendant l'éruption du 30 Mars 2007. Lorsqu'on exprime l'incrément de densité de fracture en fonction de la longueur de fracture nouvellement créée, on trouve que cette longueur de fracture créée est constante, ce qui correspond bien à ce que l'on peut inférer à partir des magnitudes des séismes.

L'utilisation de cette loi d'endommagement permet de calculer le module de cisaillement, et par intégration, la résistance au cisaillement en fonction de la déformation en cisaillement. On trouve donc le module de cisaillement à l'échelle de l'édifice, et on montre que ce module est inversement proportionel à la déformation en cisaillement. La résistance au cisaillement de l'édifice tend donc en pratique vers une valeur limite, ce qui montre que les déformations pré-éruptives de l'édifice comportent une composante plastique importante. La forme de la courbe contrainte-déformation ainsi obtenue rappelle très fortement celle d'un sable; elle indique que l'édifice se comporte comme un milieu granulaire, et donc qu'il est très fracturé. Il n'est cependant pas possible de connaître la cohésion au pic de résistance et la chute de la cohésion post-pic par cette approche, qui reste limitée à l'estimation de la décohésion pré-pic.

L'ajustement des déplacements modélisés aux déplacements mesurés permet de caler la pression et le flux de magma calculés. Il permet de montrer que la pression dans le réservoir peut baisser avant l'éruption, alors que les déplacements de surface accélèrent, parce que le module de cisaillement diminue plus vite que la pression, le réservoir continuant à être alimenté. Cette dépressurisation pré-éruptive peut avoir des conséquences importantes sur la dynamique éruptive, notamment lorsque le magma sous pression contient des gaz dissous, ce qui peut induire une dynamique éruptive fortement non-linéaire. Endommagement et constante de temps d'approvisionnement contrôlent la dynamique pré-éruptive et en partie la dynamique éruptive.

Nous avons d'abord montré que la simple augmentation du paramètre d'endommagement de l'édifice pressurisé permet de bifurquer d'un état stable de l'édifice (déformation à vitesse constante) à un état instable (accélération de la déformation avant rupture). Une valeur con-

stante faible du paramètre d'endommagement permet par exemple de modéliser la déformation à vitesse constante de la caldera du Grimsvötn pendant 5 ans, entre les éruptions de 2004 et 2011, avec des valeurs de pression physiquement réalistes. Sur le Piton de la Fournaise, la même approche permet de modéliser les accélérations pré-éruptives de l'éruption du 30 Mars 2007.

La constante de temps d'approvisionement joue également un rôle important dans la dynamique pré-éruptive et éruptive. La dépressurisation pré-éruptive due à l'affaiblissement de l'édifice induit une augmentation du flux de magma entrant dans le réservoir. La variation de ce flux est contrôlée par la constante de temps d'approvisionnement. Lorsque la constante de temps est faible, l'éruption a lieu en une seule phase dont la fin coïncide avec le maximum d'endommagement, le flux se renforçant rapidement lorsque la dépressurisation commence à avoir lieu. Lorsqu'elle est suffisamment grande, l'éruption peut avoir lieu en deux ou plusieurs phases, et le maximum de la déformation et du flux magmatique peut être décalé d'une dizaine de jours, ou plus, par rapport au maximum de l'endommagement, comme celà a été le cas au Mérapi lors de l'éruption d'Octobre - Novembre 2010. Dépressurisation du réservoir et constante de temps d'approvisionnement peuvent donc expliquer les pauses, la variabilité et éventuellement le comportement chaotique du processus éruptif. Ces processus physiques simples (endommagement et approvisionnement) peuvent engendrer des dynamiques complexes s'ils sont non-linéaires. Cette non-linéarité diminue fortement le pouvoir prédictif des méthodes basées sur l'hypothèse que le chargement (pressurisation du réservoir) est constant: ces méthodes prévoient l'instant du maximum de l'endommagement, mais pas nécessairement l'instant de l'éruption.

6.2 Perspectives directes de travail

L'approche de modélisation des déformations utilisée ici considère un milieu isotrope et homogène et donc un endommagement diffus dans l'ensemble de l'édifice. Or on sait grâce à l'observation de failles sur le terrain que la déformation et l'endommagement se localisent au cours du temps. Ainsi il serait intéressant d'introduire la notion de localisation de l'endommagement dans les modèle de déformation ou du moins la notion n'anistropie. Il est alors nécessaire de travailler en 3 dimensions et d'introduire la notion de seuil de plasticité. La complexité d'une telle approche réside en la connaissance d'une part du seuil de plasticité et d'autre part de la pression de manière non plus qualitative mais quantitative en tous les points de l'espace que représente l'édifice volcanique.

Nous avons montré que l'introduction de l'endommagement impliquait une diminution du module de cisaillement, une augmentation de volume dans la chambre et une diminution de la surepression dans le réservoir. Une question importante à se poser reste : les déformations observées en surface sont elles produite uniquement par des variations du module de cisaillement ? Quelle serait l'influence de l'intrusion d'un dyke sur la déformation de surface, quantitativement quelle place prend 'endommagement sur la déformation observée en surface ?

Enfin, nous avons soulevé le problème de la nécéssité de l'introduction de la cicatrisation afin de comprendre les cycles éruptifs dans leur ensemble. Nous avons montré qu'une approche

purement mécanique de consolidation ne suffisait pas à expliquer les variations du module de cisaillement nécessaires à la reproduction des déformations observées. Ainsi la cicatrisation et la consolidation se font via un processus impliquant pas ou peu de variation de volume. Les questions soulevées ici sont :

- sachant qu'après l'éruption de 2007 le réservoir est dépressurisé, la sismicité correspond alors à la consolidation : quelle est l'implication de la sismicité dans les processus de consolidation ?
- Comment évaluer l'évolution temporelle de la densité de fractures ?
- Quelle est son implication sur le module d'Young ?
- Quelles sont les observables représentatives de la consolidation/cicatrisation (anisotropie des vitesses sismiques, bruit sismique, mesure de la résistivité électrique ...) ?
- Quelle est la forme de la loi de consolidation ?

Ainsi il sera intéressant de travailler sur les processus physiques à l'origine de la cicatrisation et leur implication sur les paramètres physiques. Alors on comprendrait mieux les méthodes à utiliser afin de quantifier la cicatrisation dans l'ensemble de l'édifice et son anisotropie éventuelle.

6.3 Travaux transverses et perspectives associées

6.3.1 Critère de plasticité et définition d'une zone endommagée

Les chapitres 2 et 3 de cette thèse soulignent l'importance de considérer un module de cisaillement évolutif en fonction de l'état d'endommagement de l'édifice volcanique. Cependant le module de cisaillement déterminé ici est un module de cisaillement effectif sur l'ensemble de l'édifice. La mise en pression s'effectuant au niveau de la chambre magmatique l'endommagement a principalement lieu autour des limites de la chambre magmatique. L'idée ici est de considérer la chambre magmatique comme une cavité qui se met en pression dans un milieu plastique. Alors on peut déterminer le rayon de la zone endommagée en cherchant le rayon tel que la limite de plasticité est atteinte. Pour ce faire on rappelle que plusieurs types de critères de plasticité peuvent être utilisés (c.f. introduction). Le comportement des roches volcaniques au-delà du domaine élastique dépend du mécanisme de déformation. Dans le cas de l'édifice volcanique a grande échelle la déformation inelastique est de type fragile, i.e. le matériau s'endommage via l'apparition et la propagation de fissures pouvant mener à une fracturation plus grande échelle souvent associée à la rupture et à une éruption. La mise en charge du matériau implique des phases de transition entre un état de déformation élastique ou proche de l'être et un état de déformation plastique, visco-plastique ou une transition entre une phase de pré-rupture et une phase post-rupture. Les loi de comportement décrivant la réponse des matériau permettent d'établir les conditions de passage d'un état à un autre. Ces conditions se traduisent par des fonctions mathématiques dépendant des caractéristique du matériau considéré et sont appelé critères. On a vu en introduction que dans la grande majorité des cas les critères de plasticité sont exprimés comme des fonctions des invariants du tenseur des contraintes. Les critères de tresca et Von Mises sont les plus adaptés pour le travail sur les métaux, pour les roches en sciences de la Terre c'est le critère de Mohr-Coulomb qui est le plus communément utilisé. Ce dernier ne fait intervenir que les deux contraintes principales σ_1 et σ_3 et deux paramètres

caractéristiques du matériau : la cohésion C et l'angle de friction interne ϕ. Ce critère prend la forme d'un hexagone irrégulier dans le plan des contraintes octahédrales (plan π), avec des axes de symétries correspondant aux six arrêtes du critère de Tresca dont il découle Prager and Drucker (1952) proposent une version circulaire du critère de plasticité dans le plan π à partir d'une relation linéaire entre les deux premiers invariants des contraintes. Ce dernier critère se note sous la forme :

$$\alpha J_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \tag{6.1}$$

avec J_1 et J_2 les deux premiers invariants du tenseur des contraintes et k et α des constantes fonction des caractéristiques du matériau considéré.

Les chapitres précédents nous ont permis de déterminer le module de cisaillement effectif associé aux déformations observées sur le PDF.

Si on considère alors une sphère mise en pression dans un espace élastique considéré comme infini (on peut considérer cette approximation comme juste dans notre cas à condition que le rayon de la chambre magmatique soit très inférieur à la profondeur) alors, considérant un critère de Drücker-Präger, on peut montrer que le rayon de la zone endommagée autour de la sphère initiale ρ est proportionnel à $\left(P_r(t) - \frac{k}{3\alpha}\right)^{\frac{2\alpha-\sqrt{2}}{6\alpha}}$ (calculs détaillés en annexe 7.6). $\Delta P_r(t)$ correspond à la surpression dans le réservoir, α et k aux paramètres du critère de Drûcker-Präger. Le module de cisaillement effectif représente le degré d'endommagement de l'intégralité du volume considéré. Considérant la présence d'une réion endommagée autour de la cavité placée au sein d'un milieu considéré comme élastique on peut alors déterminer la module de cisaillement de la zone endommagée uniquement. Pour cela on peut dans un premier temps raisonner comme dans le cas d'une série de ressorts en série. Le module de cisaillement faisant alors office de résistance on peut écrire le module de cisaillement équivalent comme :

$$G_{eq} = \frac{h_r G_e G_d}{(h_r - \rho)G_e + \rho G_d} \tag{6.2}$$

avec G_e le module de cisaillement du milieu intact, G_d le module de cisaillement de la zone endommagée.

L'équation 6.2 donne : $G_e = \frac{G_{eq}G_e(h_r-\rho)}{h_r G_e - \rho G_{eq}}$. Notons que l'équation 6.2 est une équation simplifiée basée sur des systèmes de ressorts à 1D, elle n'est donc certainement valable qu'à l'alomb de la chambre magmatique. Ici on suppose que la surface libre n'influence pas la forme de la zone endommagée, que l'endommagement se limite à la zone frontalière avec la chambre magmatique et se développe de manière progressive et régulière autour de la chambre, et on suppose que le module de cisaillement equivalent peut s'exprimer à la manière d'une série de ressorts placée en série. Ces hypothèses sont fortes et mériteraient d'être approfondies. Un travail en éléments finis pourrait être alors intéressant afin de mieux comprendre l'évolution spatiale de la zone endommagée en fonction des contraintes dans un espace à 3 dimensions.

6.3.2 A propos de la stabilité d'un édifice volcanique

Heap et al. (2011) montrent que dans un basalte du Mont Etna il existe un niveau d'endommagement limite tel que la déformation accelère. Cependant ils montrent aussi que les effets mécaniques

ne sont pas les seuls en oeuvre au sein de l'échantillon et que lesmodifications chimiques sous contrainte (corrosion) jouent un rôle dans le fluage des roches.

Les figures 6.1 et 6.2 montrent l'évolution de la déformation en cisallement et de l'endommagement au cours du temps sur le PDF pour la période pré-éruptive d'avant Avril 2007 et pour une série d'éruptions comprises entre Novembre 2005 et Mai 2007 respectivement. On constate sur la figure 6.1 que la mise en place du fluage tertiaire se met en place pour une degré d'endommagement donné de 0.5 (notons ici que la valeur est relative à la loi utilisée et à la méthode utilisée, nous ne l'interprèterons donc pas en terme de pourcentage d'endommagement sensus stricto). Sur la figure 6.2 on constate que l'apparition des éruptions est corrélée à un seuil d'endommagement important ($0.7 < D < 0.8$). Ces observations sont en accord avec celles réalisées expérimentalement sur des échantillons de basalte par Heap et al. (2011).

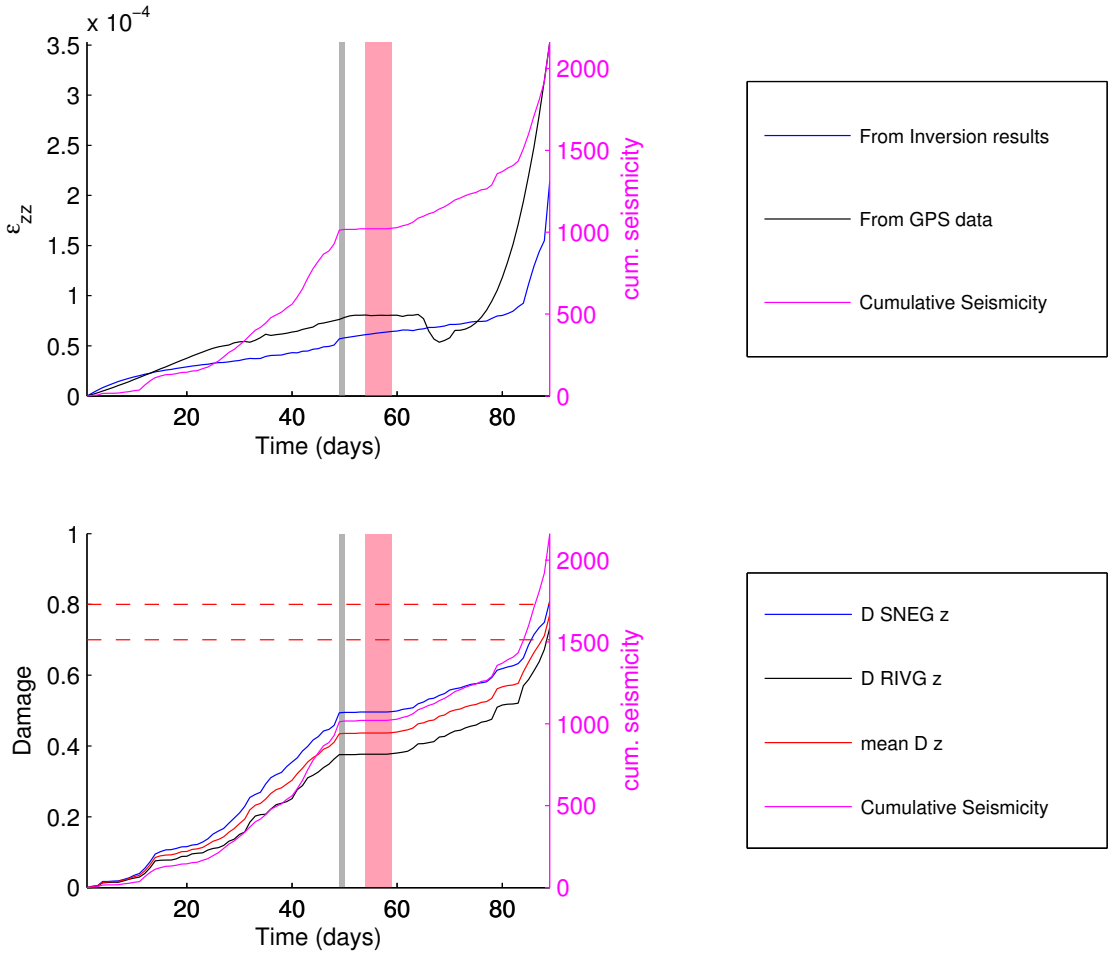


Figure 6.1: *Déformation en cisaillement en fonction du temps déterminée entre les stations SNEG et RIVG au PDF pour la période du 1 Janvier 2007 au 31 Mars 2007. On retrouve bien l'allure de la courbe de fluage des roches sous contrainte (haut). Les barres grises correspondent aux éruptions et les rose au passage du cyclone Gamède. (bas) Endommagement détérminé à partir des résultats de l'inversion* $D(t) = 1 - \frac{G_{eff}(t)}{G_0}$ *en fonction du temps. Le fluage tertiaire apparait pour une limite d'endommagement entre* 0.5 *et* 0.6*, l'instabilité de déclenche pour* $0.7 < D < 0.8$.

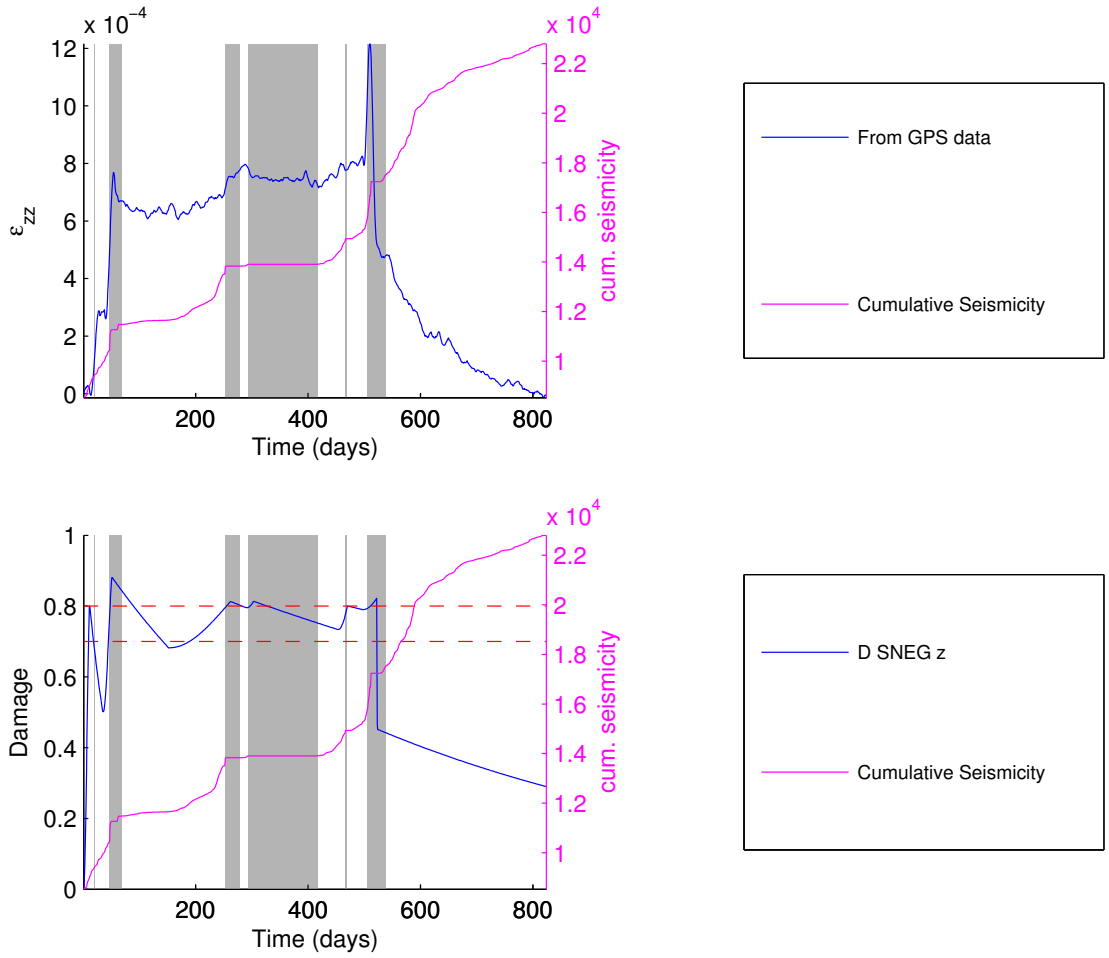


Figure 6.2: *(haut) Déformation en cisaillement en fonction du temps pour la période du 19 Novembre 2005 au 19 Mai 2007 déterminée entre les stations SNEG et RIVG au PDF. (bas) Endommagement détérminé à partir des résultats de l'inversion* $D(t) = 1 - \frac{G_{eff}(t)}{G_0}$ *en fonction du temps. Les éruptions se déclenchent pour* $D > 0.7$.

6.3.3 Critère de stabilité sur un édifice volcanique

Self-Organized Criticality Les systèmes à energie dissipative ne montrant pas d'échelle caractéristique (de temps ou d'espace) peuvent être décrits par le phénomène de Criticalité Auto Organisé (Self-Organized Criticality, SOC). SOC est associée aux phénomènes fortement non-linéaire dont la réponse s'active sous l'atteinte d'un seuil et par l'action d'une force extérieure induisant de faibles perturbations au système. Dans le cas des volcans on se trouve bien face un système qui se déclenche rapidement suite à l'atteinte d'un seuil (seuil de rupture en contrainte ou en endommagement par exemple) sans phénomène précurseur systématique et qui est soumis à une lente mise en pression correspodant à la pressurisation de la chambre magmatique. Grasso and Bachelery (1995) montrent qu'au PDF on observe un comportement caractéristique des systèmes SOC avec une sismicité diffuse dans un volume de $12km^3$ s'exprimant sous forme d'essaims entre 1980 et 1995. Ceci pourrait par exemple être réalisé sur la thématique de l'endommagement. Dans le cas d'un système SOC la taille de l'avalanche

dépend de l'état du système au temps t. Ainsi dans le cas d'un volcan on peut aussi supposer que l'ampleur de la réaction est aussi fonction de l'état d'endommagement du système. Ainsi dans l'hypothèse d'une mise en pression constante comment connaitre le seuil de déclenchement du système et le seuil de rupture ? Si une fois le processus déclenché on peut ajuster une loi puissance et définir le point de divergence (Johansen and Sornette, 2000) il pourrait donc être intéressant de travailler sur le seuil de déclenchement afin de prédire au mieux les éruptions.

Analogie avec les transitions de phase La stabilité d'un édifice volcanique peut aussi être vue comme le passage d'un état cohérent et compact à un état fracturé incohérent. On peut alors faire l'analogie avec une transition de phase où la contrainte joue le rôle de la température ou de la pression et les fractures le rôle des gouttes de la nouvelle phase (Zapperi et al., 1997). Ainsi la limite de fracturation est assimilée au point spinodal d'une transition de phase du premier ordre. De manière expérimentale il a été observé que la réponse d'un milieu désordonné (émissions accoustiques ou sismicité dans notre cas) soumis à une contrainte donnée s'exprime par des essaims d'intensité et de taille variable. On peut alors montrer que la taille d'une avalanche donnée est une fonction puissance de la contrainte appliquée, la taille divergeant à l'approche de la transition. Cette approche rejoins la théorie SOC à l'exception qu'elle n'impose pas de travailler à partir d'un état critique stationnaire qui ne serait envisageable en sciences de la Terre que si le materiau pouvait rester dans un état de plasticité un temps suffisament long pour parler d'état stationnaire. Cependant cet état est aussi caractérisé par une distribution de la taille des avalanches de réponse en loi puissance.

C'est grâce à ce type d'approche que Lengliné et al. (2008) expliquent l'évolution de la sismicité associée aux déformations observées sur le PDF et Hawaii. Amitrano et al. (2005) observent de la même manière sur une falaise que la taille moyenne des évènements sismiques augmente lorsqu'on se rapporche de la rupture et que le taux de sismicité et l'energie suivent une loi puissance avant rupture. Ces observations sont en accord avec les théories de point critique décrites précédemment. Ces modèles permettent notamment d'exprimer le temps à la rupture en fonction de la contrainte appliquée (Amitrano and Helmstetter, 2006; Girard et al., 2010). Ce type d'observation peut éventuellement permettre de réaliser des prédictions mais n'apporte aucune information quant à l'état physique de l'édifice et la compréhension des processus.

6.3.4 Perspectives en mécanique de roches

Nous avons vu dans les paragraphes précédents qu'un des freins majeurs de l'étude du comportement mécanique d'un édifice volcanique soumis à une contrainte était le manque d'informations expérimentales sur le comportement et les caractéristiques physiques des basaltes, consitituants principaux des volcans boucliers tels que le Piton de la Fournaise. En effet de nombreuses études et expériences en presses triaxiales ont été réalisées sur les roches sédimentaires, notamment poussées et financées par les acteurs pétroliers, mais très peu concernant les roches magmatiques pour lesquelles la notion de porosité et de répartition de taille de grains notamment sont plus difficiles à définir.

Dans le cas général de l'étude des roches d'un point de vue mécanique, une variation de la pression de confinement induit une variation des paramètres physiques de la roche et notamment de sa porosité via la dilatation ou la compression des pores et donc de la perméabilité. Au faibles pressions de confinement, i.e. à la surface des volcans, les roches ont un comportement fragile ce qui implique la mise en place de faille. A des profondeurs plus importantes la pression est telle que la roche se compacte, la déformation se localise par écrasement des pores (figure 6.3, (Loaiza et al., 2012; Adelinet et al., 2013)). Ainsi dans le cas d'un édifice volcanique il semble plus approprié de parler de dilatation versus compaction plutôt que de fragile versus ductile. Le problème majeur des roches magmatiques est que la porosité est d'une nature différente de celle observée pour les roches sédimentaires (espace entre des grains quasi-sphériques) et qu'elle varie de manière importante (de 8 à 30% sur des andésites, Heap et al. (2014)). Un des enjeux majeurs lors de l'étude des roches magmatique d'un point de vue de la mécanique des roches est notamment de définir la taille des grains et leur positionnement les uns par rapport aux autres. Adelinet et al. (2013); Heap et al. (2014) montrent par l'expérimentation sur des basaltes islandais que les roches volcaniques peuvent subir de la compaction. Ainsi à l'échelle de l'édifice les propriétés physiques des basaltes varient dans l'espace et dans le temps en fonction du champ de contrainte appliqué. En dilatation les basaltes rompent et en compaction ils fluent (figure 6.4, (Heap et al., 2011; Loaiza et al., 2012)). Cependant il existe une limite de compaction (ou une porosité minimum) au delà de laquelle la roche se dilate de nouveau. Récemment Heap et al. ont montré que le plus la porosité d'une roche magmatique augmente le plus sont comportement est compactant.

D'autre part, en dilatation les roches tendent à montrer une accélération de la courbe contrainte déformation ainsi qu'une accélération des émissions accoustiques associées, en compaction on n'observe pas d'accélération des émissions accoustiques et la courbe contrainte déformation tend à se stabiliser.

6.3.5 Quantifier la part inélastique de la déformation pour mieux prédire les éruptions

Récemment Kilburn (2012) propose de faire évoluer l'approche classique qui consiste à utiliser des séries temporelles de sismicité et de déformation pour réaliser des prédictions d'éruptions en représentant de préférence le nombre d'évènements (ou l'endommagement) en fonction de la déformation. Une telle approche permet notamment de quantifier la part inélastique de la déformation et donc de mieux prédire l'apparition du point de bifurcation.

Partant de l'observation des courbes contrainte-déformation Kilburn (2012) montrent que le nombre total de fractures ou le degré d'endommagement étant proportionel à la part inélastique de la déformation croit de manière exponentielle en fonction de la déformation totale de la roche (figure 6.5). On constante que tant que le point de fluage n'est pas atteint le nombre d'évènements sismsiques croit de manière exponentielle en fonction de la déformation, une fois le point de fluage atteint la déformation est 100% plastique et le nombre de fractures croit de manière linéaire en fonction de la déformation. Ainsi le point de rupture ne sera atteint qu'une fois le point de fluage dépassé. Une telle représentation permettrait d'inclure la notion de mécanique des roches et d'inelasticité dans les études de prédiction des éruptions. D'autre part, faire l'hypothèse d'un taux de déformation constant permet de remonter aux courbes du nombre d'évènements en fonction du temps puis du taux de sismicité en fonction du temps. Ces

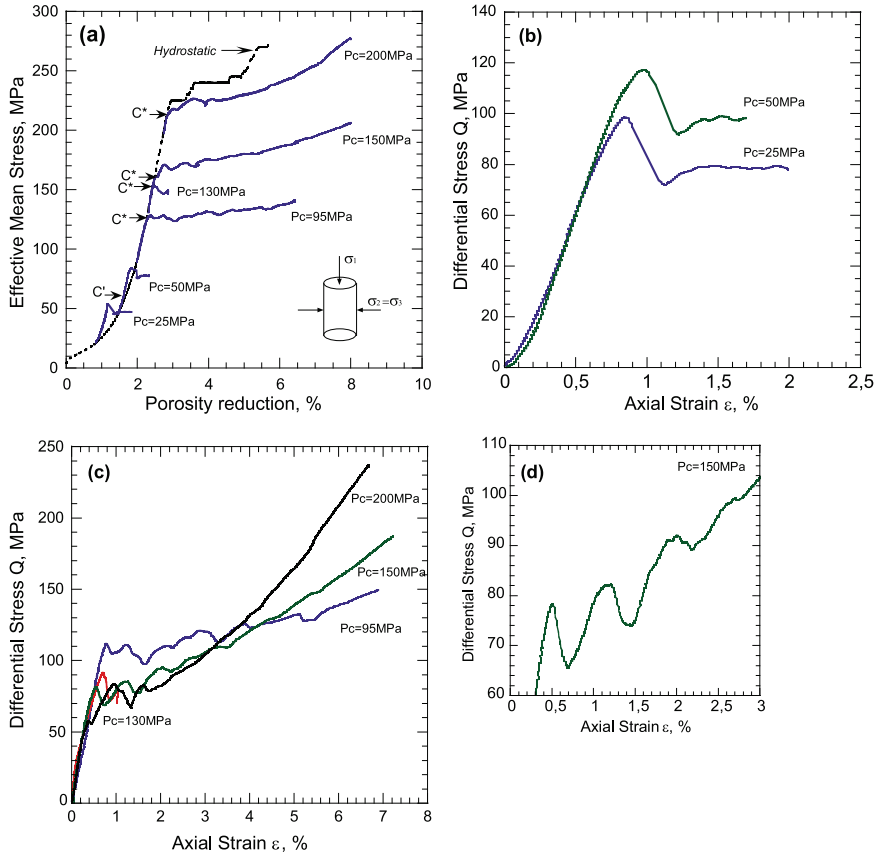


Figure 6.3: *(a) Contrainte moyenne effective en fonction de la réduction de porosité lors d'un essai de compression triaxial pour une pression de condinement donnée. En pointillés la même expériences en conditions hydrostatiques. C' marque le début du cisaillement en dilatation et C* marque le début de la déformation en compaction. (b) Variation de contrainte en fonction de la déformation pour deux expériences réalisées à Pc = 25 and 50 MPa. A ces pressions les échantillons rompent par fracturation. (c) Variation de contrainte en fonction de la déformation pour deux expériences réalisées à Pc = 95 and 200 MPa. A ces pressions les échantillons montrent un comportement ductile. On peut observer des zones de compaction de manière locale. (d) Zoom sur les observations réalisées pour une pression de confinement de 150 MPa. (Loaiza et al., 2012).*

approches restent cependant théroriques et n'ont pas encore été appliquées de manière conrète à des données.

La représentation de l'endommagement en fonction de la déformation sur la période du 01/01/2007 au 30/03/2007 sur le Piton de la Fournaise (figure 6.6) s'avère en accord avec les observations de Kilburn (2012). En effet, on constate et on a déjà constaté au chapitre 3 que la croube contrainte-déformation montre dans un premier temps une tendance linéaire caractéristique de l'élasticité avant de s'en éloigner de manière progressive. La représentation de l'endommagement en fonction de la déformation montre dans un premier temps une tendance exponentielle puis tend à se linéaiser. Cette linéarisation témoigne de la transition d'un comportement partiellement élastique à un comportement totalement inélastique. On constate cependant que la pente n'est pas constante et tend à s'annuler (courbe horizontale)

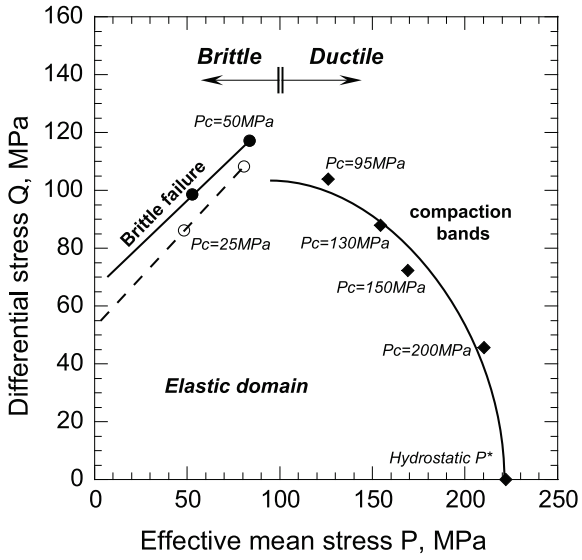


Figure 6.4: *Enveloppe de fluage : les points C' et c* sont représentés dans l'espace P-Q. (Loaiza et al., 2012).*

à l'approche des éruptions. Ainsi les processus à l'origine de l'inélasticité ne semblent pas se comporter de manière linéaire et leur amplitude est fonction du degré de déformation et/ou d'endommagement. Si il devient dès lors possible de placer le point de transition vers un comportement 100% plastique il reste encore difficile de placer le point de bifurcation tel qu'une éruption se met en place.

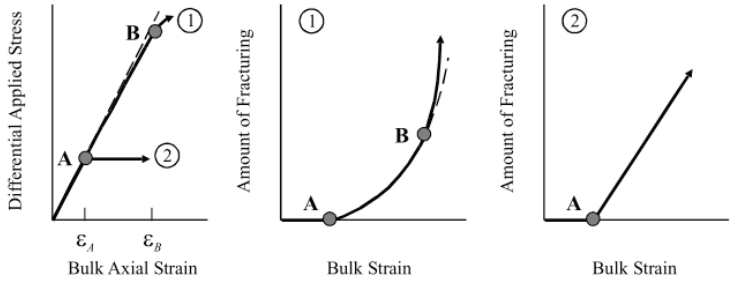


Figure 6.5: *(gauche) Relation contrainte déformation théorique sur les roches (courbe noire) dans le cas d'une compression pour une contrainte croissante (courbe 1) et une contrainte constante après l'atteinte d'une déformation ϵ_A (courbe 2). La courbe 1 s'éloigne de la courbe contrainte-déformation en milieu élastique (courbe pointillée) de manière progressive jusqu'à atteindre le point B. La courbe 2 s'en éloigne de manière significative dès l'atteinte du point A. L'écart entre le courbe contrainte-déformation observée et la courbe contrainte-déformation en milieu élastique représente la part inélastique de la déformation, et est proportionnelle à l'accumulation de fractures totale. (milieu) Dans le cas de l'application d'une contrainte croissante, tant que la contrainte appliquée reste inféreure à une valeur seuil l'échantillon montre une déformation élastique, une fois le point A atteint la déformation s'éloigne de l'elasticité et montre une part d'inélasticité qui croit de manière exponentielle i.e. la quantité de fractures croit de manière exponentielle. (droite) La courbe 2 montre une déformation élastique sans fracturation jusqu'à l'atteinte du point A où la roche flue, le nombre de fractures augmente alors proportionnellement à la contrainte. (Kilburn, 2012)*

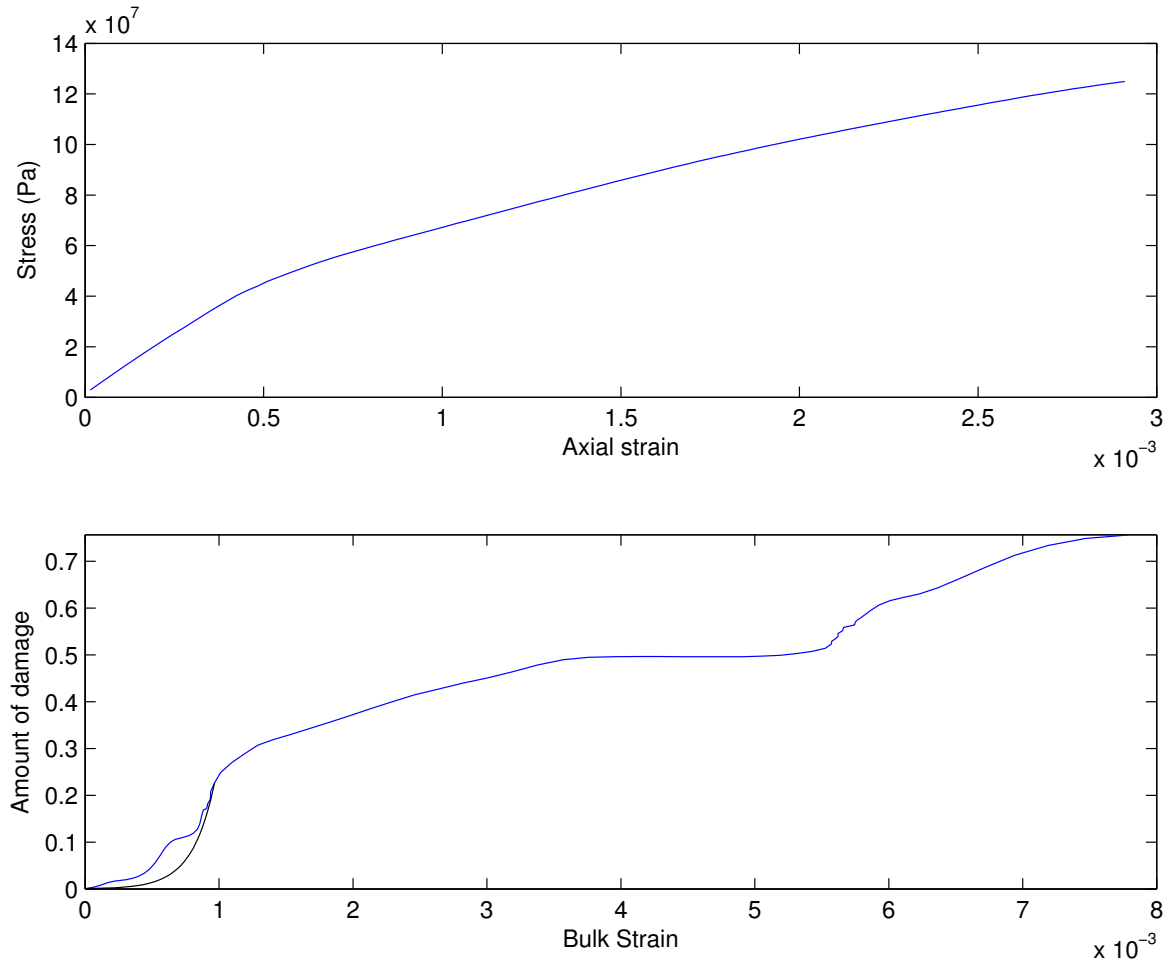


Figure 6.6: *(haut) Courbe contrainte versus déformation axiale sur le Piton de la Fournaise sur la période du 01/01/2007 au 30/03/2007. (bas) Courbe représentant l'endommagement en fonction de la variation relative de volume (bulk strain).*

Chapter 7

ANNEXES

Contents

7.1 Artcile JGInt : A maximum a posteriori probability time-delay estimation for seismic signals 252

7.2 Calcul de la magnitude de complétude pour les catalogues de l'OVPF 264

7.3 Choix de la méthode d'inversion : méthode des gradients 267

7.4 Etude du comportement du modèle à Puissance constante 270

7.4.1 Influence des différents paramètres du modèle, cas Puissance constante 270

7.4.2 Cycles à puissance constante 270

7.5 Etablir des cycles à partir de l'information de sismicité et de déformation : étude et difficultés rencontrées 287

7.5.1 Inversion et détermination de cycles au PDF à partir des informations de sismicité et de déformation 298

7.5.2 Stabilité d'un état fracturé 308

7.5.3 Conclusion partielle-Discussion 308

7.6 Rayon dela zone endommagée, croissance d'une sphère dans un espace elasto-plastique infini 310

7.1 Artcile JGInt : A maximum a posteriori probability time-delay estimation for seismic signals

Geophysical Journal International

Geophys. J. Int. (2014) **198,** 1543–1553 doi: 10.1093/gji/ggu218
GJI Seismology

A maximum *a posteriori* probability time-delay estimation for seismic signals

A. Carrier and J.-L. Got

CNRS, Université de Savoie, ISTerre, Campus Scientifique, F-73376 Le Bourget-du-Lac, France. E-mail: jlgot@univ-savoie.fr

Accepted 2014 June 5. Received 2014 May 28; in original form 2014 March 14

SUMMARY

Cross-correlation and cross-spectral time delays often exhibit strong outliers due to ambiguities or cycle jumps in the correlation function. Their number increases when signal-to-noise, signal similarity or spectral bandwidth decreases. Such outliers heavily determine the time-delay probability density function and the results of further computations (e.g. double-difference location and tomography) using these time delays. In the present research we expressed cross-correlation as a function of the squared difference between signal amplitudes and show that they are closely related. We used this difference as a cost function whose minimum is reached when signals are aligned. Ambiguities may be removed in this function by using *a priori* information. We propose using the traveltime difference as *a priori* time-delay information. By modelling the probability density function of the traveltime difference by a Cauchy distribution and the probability density function of the data (differences of seismic signal amplitudes) by a Laplace distribution we were able to find explicitly the time-delay *a posteriori* probability density function. The location of the maximum of this *a posteriori* probability density function is the maximum *a posteriori* time-delay estimation for earthquake signals. Using this estimation to calculate time delays for earthquakes on the south flank of Kilauea statistically improved the cross-correlation time-delay estimation for these data and resulted in successful double-difference relocation for an increased number of earthquakes. This robust time-delay estimation improves the spatiotemporal resolution of seismicity rates in the south flank of Kilauea.

Key words: Inverse theory; Probability distributions; Earthquake interaction, forecasting, and prediction; Seismicity and tectonics; Seismic tomography; Rheology and friction of fault zones.

1 INTRODUCTION

During the last 20 yr seismologists have made increasing use of differential times, both in double-difference earthquake location/tomographic methods (see, e.g. Got *et al.* 1994; Waldhauser & Ellsworth 2000; Zhang & Thurber 2003; Monteiller *et al.* 2005) and in seismic antenna processing for teleseismic or tremor location (see, e.g. Gibbons & Ringdal 2006). Although such methods have improved earthquake location, some limitations have appeared when the available signals are non-similar. It is often possible to obtain accurate double-difference locations from small sets of similar events (due to their similar positions and source mechanisms) for which cross-correlation or cross-spectral time delays can be computed, or less accurate locations from non-similar events, for which only traveltime differences can be used. Even in limited volumes, depending on the maturity of the seismogenic object (e.g. fault), similar and non-similar events may co-exist and their relative proportions may vary greatly. In other cases, such as during volcanic eruptions, deformation may localize progressively on a seismogenic object (e.g. dyke) through the occurrence of a large number of mostly non-similar microearthquakes in a relatively limited volume. During volcanic or post-mine collapses, deformation occurs in a limited volume through large numbers of earthquakes, mostly on transient tensile fractures. Only a few of these earthquakes are similar; therefore, seismo-mechanical descriptions of these objects are either limited to this relatively small number of similar earthquakes, which allow some small planar sources to be well-identified (although well-located events may not be statistically significant, thereby preventing their use for dynamical studies), or poorly determined. In the case of tomography, resolution depends on the geometry of the rays actually taken into account in the inversion. With double-difference tomography, maximum resolution is achieved when interevent distance is optimum (Got *et al.* 2008), with this optimum distance being controlled by the distribution of events and their similarity. The volume in which double-difference tomography improves resolution increases with the inter-event distance and the accuracy of time-delay measurements, two properties that are mutually exclusive when using similar earthquakes. Another

© The Authors 2014. Published by Oxford University Press on behalf of The Royal Astronomical Society.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

case arises when it is impossible to obtain large and statistically significant earthquake time-series for estimating reliable seismicity rates from accurately located earthquakes. For all these reasons (location, tomography, statistical significance), there is a need to increase the accuracy and robustness of time-delay measurements in the case of relatively non-similar events.

The inverse problem of time-delay estimation was widely studied during the 1970s and 1980s (e.g. Hannan & Thomson 1971; Knapp & Carter 1976; Chow & Schultheiss 1981; Hannan & Thomson 1981; Hero & Schwartz 1985; Rothman 1985; Stuller 1987; Youn *et al.* 1987; Nikias & Pan 1988; Pallas & Jourdain 1991; Johnson & Dudgeon 1992; Mauuary & Jourdain 1994, see Carter (1993) for a review), and the performance of estimators has been well established by setting up specific variance lower bounds (see, e.g. Ziv & Zakai (1969), Weiss & Weinstein (1983); see Kay (2010) for an introduction to statistical signal processing, estimation theory, and variance lower bounds, and Van Trees & Bell (2007) for a review of Bayesian lower bounds). In seismology, earthquake time-delay estimation is generally performed using the simple cross-correlation function, which is considered an acceptable estimation tool, although it is sometimes performed using cross-spectral analysis (see, e.g. Poupinet *et al.* 1984; Got *et al.* 1994). This latter method is also referred to as generalized cross-correlation in the signal processing literature. VanDecar & Crosson (1990) used multichannel cross-correlation and least squares (LSs) to determine teleseismic time delays. Chevrot (2002) and Garcia *et al.* (2004) used simulated annealing for the simultaneous and non-linear inversion of earthquake waveforms and time delays in order to analyse triplicated PKP waves and measure differential traveltime and attenuation in the Earth's core. Rawlinson & Kennett (2004) used adaptive stacking to estimate time delays across a seismic network and produce residual patterns. Du *et al.* (2004) verified cross-correlation time delays by using the bispectrum method. In the present paper we describe a simple method for improving the robustness of time-delay estimations when earthquake signals are not highly similar, have a narrow spectral band, or have a low signal-to-noise ratio (SNR).

2 ANALYSIS OF TIME-DELAY ESTIMATION ERRORS: VARIANCE ESTIMATOR AND LOWER BOUNDS

In order to quantify time-delay errors and determine the accuracy of time-delay estimations, time-delay estimation error and error models need to be properly defined. Let θ be the true value of a parameter, and $\hat{\theta}$ an estimation of this parameter. The error on $\hat{\theta}$ may be estimated by computing the L2-norm of $\epsilon = \hat{\theta} - \theta$, which is the mean squared error (MSE):

$$\mathrm{MSE}(\hat{\theta}) = E(\epsilon^T \epsilon), \tag{1}$$

where E is the mathematical expectation. An estimator $\hat{\theta}$ is said to be unbiased if its average equals the true value of the parameter, that is:

$$E(\hat{\theta}) = \theta. \tag{2}$$

Otherwise, the estimate is said to be biased:

$$E(\hat{\theta}) = \theta + b(\theta), \tag{3}$$

where $b(\theta)$ is the estimation bias. Hence, $\mathrm{MSE}(\hat{\theta})$ may be written (see, e.g. Kay 2010) :

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE}(\theta) &= E\left((\hat{\theta} - \theta)^2\right), \\ &= E\left((\hat{\theta} - E(\hat{\theta}) + E(\hat{\theta}) - \theta)^2\right), \\ &= V(\hat{\theta}) + b^2(\theta).\end{aligned} \tag{4}$$

Note that when there is a trade-off between bias and variance, in order to minimize MSE, it is necessary to find a compromise between bias and variance. In such cases, the best estimator is not necessarily unbiased.

The variance $V(\hat{\theta})$ is bounded by the inverse of the Fisher information $\boldsymbol{I}(\theta)$ (see, e.g. Kay 2010):

$$V(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{\boldsymbol{I}(\theta)}, \tag{5}$$

where

$$I(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2 ln(p(\boldsymbol{d};\theta))}{\partial \theta^2}\right) \tag{6}$$

measures the curvature of the probability density function (pdf) of θ. This bound (eq. 5) is known as the Cramer-Rao lower bound (CRLB) for unbiased estimators (Fisher 1922; Dugué 1937; Fréchet 1943; Darmois 1945; Cramer 1946; Rao 1946). In the case of a parameter with a gaussian pdf, in matrix form

$$-ln(p(\boldsymbol{d};\theta)) = (d - G\theta)^T C_d^{-1}(d - G\theta) \tag{7}$$

if the relation between the data and the parameter θ is linear, with $G = \frac{\partial d}{\partial \theta}$. C_d is the data covariance matrix. In such cases, the Fisher information matrix is obtained by developping and twice derivating the quadratic form on the right-hand side of eq. (7):

$$I(\theta) = G^T C^{-1} G. \tag{8}$$

The data used for time-delay estimations in the frequency domain are cross-spectrum phase samples ϕ and $\phi = G\theta$, where $G = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 2\pi f$ and f is the vector of the frequency samples. The variance of the cross-spectrum phase is $V(\phi) = \frac{1}{2BT}\frac{1-|C_{xy}|^2}{|C_{xy}|^2}$ (see, e.g. Jenkins & Watts 1968), where B is the spectral bandwidth of the signal, T is the observation time and C_{xy} is the coherency between the signals x and y. This can be used to derive the CRLB for the time-delay estimation (see, e.g. Knapp & Carter 1976)

$$V(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{T\int_{-B}^{B}(2\pi f)^2 \frac{|C_{xy}|^2}{1-|C_{xy}|^2} df}. \tag{9}$$

The CRLB is equal to the variance of the maximum likelihood (or Hannan-Thomson) time-delay estimation, which may be obtained using generalized cross-correlation (see, e.g. Carter 1993) or cross-spectral analysis, provided these estimations are weighted by the inverse of the variance of the cross-spectrum phase (see, e.g. Got *et al.* 1994), which makes it possible to use the most accurate and stable phase samples in the time-delay computation. Note that the term $\frac{|C_{xy}|^2}{1-|C_{xy}|^2}$ represents the SNR, where the noise is the Wiener filter output noise (see Section 3.3). Therefore, MSE as modelled by CRLB is inversely proportional to the SNR when SNR is averaged over frequency. Its slope in a log-log plot of the MSE as a function of SNR is -1.

The CRLB models only the part of the error in the neighbourhood of the maximum time-delay pdf; however, it cannot account for large outliers that lie besides the change in curvature in the

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

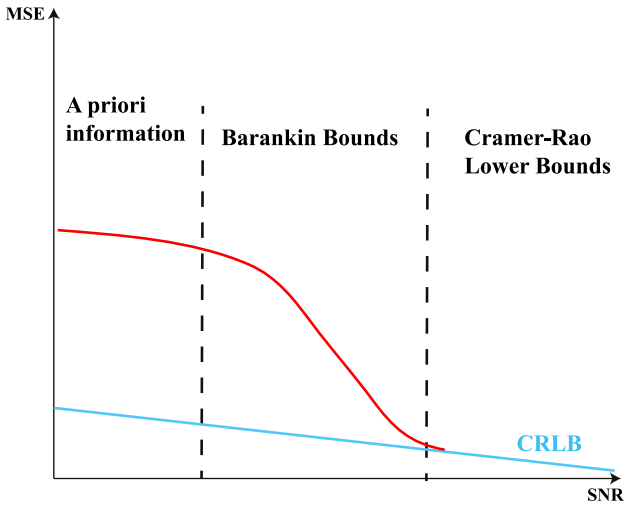


Figure 1. Time delay MSE as a function of signal-to-noise ratio (SNR). At high SNR a few cycle jumps occur so that the MSE is mostly due to the time delay variance (Cramer-Rao Lower bound). When SNR decreases, cycle jumps appear and MSE strongly increases (see text for details): this increase is modelled by the Barankin Bounds. At low SNR, MSE resumes to the *a priori* time delay variance.

pdf tails. When time delays are estimated using cross-correlation, outliers are produced by cycle jumps (also called ambiguities) that occur when the SNR is low, the observation time is short, or the signal bandwidth is narrow [that is, when the time-bandwidth product (BT) is low]. Cycle jumps often induce secondary modes in time delay pdfs, create bias in time-delay estimations and induce a large increase in the MSE when the SNR decreases. A threshold effect occurs, the location of which along the SNR axis depends on the BT product (Fig. 1). This threshold effect and the associated large increase in the MSE when the SNR decreases has been modelled by Barankin (1949), (Barankin Lower Bounds or BLB), and more recently by numerous authors [e.g. Ziv & Zakai (1969), Weiss & Weinstein (1983), see Van Trees & Bell (2007) for a more detailed investigation and a review of Bayesian approaches]. A simple approximation of MSE lower bounds near the threshold can be found in Chow & Schultheiss (1981), who showed that the MSE is inversely proportional to the square of the SNR and that its slope in a log-log plot is -2 when the SNR becomes small. They also showed that the relative difference $\frac{\mathrm{MSE_{BLB}}-\mathrm{MSE_{CRLB}}}{\mathrm{MSE_{CRLB}}}$ is equal to $12(\frac{\omega_0}{B})^2$, that is, it grows when the signal bandwidth B decreases (ω_0 is the dominant pulsation of the signal). Therefore, the theoretical lower bounds for the MSE firmly establish that the MSE is dependent on the SNR and the BT product, as they correctly reproduce the threshold effect and the large drop in estimator efficiency.

3 TIME-DELAY ESTIMATION AS AN OPTIMIZATION PROBLEM

3.1 Linking the cross-correlation function to a cost function in an optimization problem

The cross-correlation between two signals $x(t)$ and $y(t)$ over a time T is given by:

$$\Gamma_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t-\tau)\mathrm{d}t. \tag{10}$$

Eq. (10) represents the power of interaction between x and y delayed by τ.

Let us consider two similar signals:

$$x(t) = s(t) + n_1(t) y(t) = as(t+\theta) + n_2(t), \tag{11}$$

where n_1 and n_2 are uncorrelated noises that are uncorrelated to the signal, and θ is a constant time.

The cross-correlation can be expressed:

$$\begin{aligned}\Gamma_{xy}(\tau) &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t-\tau)dt \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{a}{T}\int_0^T s(t)s(t+\theta-\tau)dt \\ &= \Gamma_{ss}(\theta-\tau),\end{aligned} \tag{12}$$

as $\Gamma_{n_1n_2}(\tau) = \Gamma_{n_1s}(\tau) = \Gamma_{n_2s}(\tau) = 0 \ \forall \ \tau$. If Γ_{ss} is maximum for $\tau = 0$, then the time delay θ between the two signals is given by the abscissa of the maximum of the cross-correlation function:

$$\theta = arg(max(\Gamma_{xy}(\tau))). \tag{13}$$

This is the cross-correlation time-delay estimation (CCTDE). In order to express the time-delay estimation as an optimization problem, it is necessary to find a cost function whose argument is the time delay. First, we wrote a simple cost function from the residual variance between the two signals $x(t)$ and $y(t)$ as a function of the time delay, in the LS sense:

$$J_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - y_{i+k})^2, \tag{14}$$

where $[1, N]$ is the observation interval. J may be termed the mean-squared signal distance (MSD). Eq. (14) can be rewritten

$$J_{xy}(\tau) = \frac{1}{N}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}_\tau)^T(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}_\tau), \tag{15}$$

where $\boldsymbol{x}$ and $\boldsymbol{y}_\tau$ are signal vectors representing $x(t)$ and $y(t-\tau)$, respectively.

Therefore, the LS estimator of the time delay (LSTDE) between signals $x(t)$ and $y(t)$ is the value θ of τ when $J_{xy}(\tau)$ is at its minimum:

$$\theta = arg(\min(J_{xy}(\tau))). \tag{16}$$

Expanding $J_{xy}(\tau)$ gives:

$$J_{xy}(\tau) = -2(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}_\tau) + \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}_\tau^T\boldsymbol{y}_\tau, \tag{17}$$

$\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}$ and $\boldsymbol{y}_\tau^T\boldsymbol{y}_\tau$ do not depend on τ. Expressing $J_{xy}(\tau)$ as a function of covariances for a given time lag τ gives

$$J_{xy} = -2\sigma_{xy} + \sigma_x^2 + \sigma_y^2. \tag{18}$$

In the case where signals x and y are centred and normalized by their own standard deviations, this equation becomes

$$\frac{-1}{2}J_{xy}(\tau) = \Gamma_{xy}(\tau) - 1 \tag{19}$$

or

$$\Gamma_{xy}(\tau) = 1 - \frac{1}{2}J_{xy}(\tau). \tag{20}$$

Therefore, there is a simple and direct relation between the cross-correlation function and the cost function or MSD J_{xy}. Fig. 2 shows cross-correlations and MSDs for very similar signals (Fig. 2a), weakly similar signals (Fig. 2b), and narrow-band signals (Fig. 2c). In each case, MSD and cross-correlation functions are analogue.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

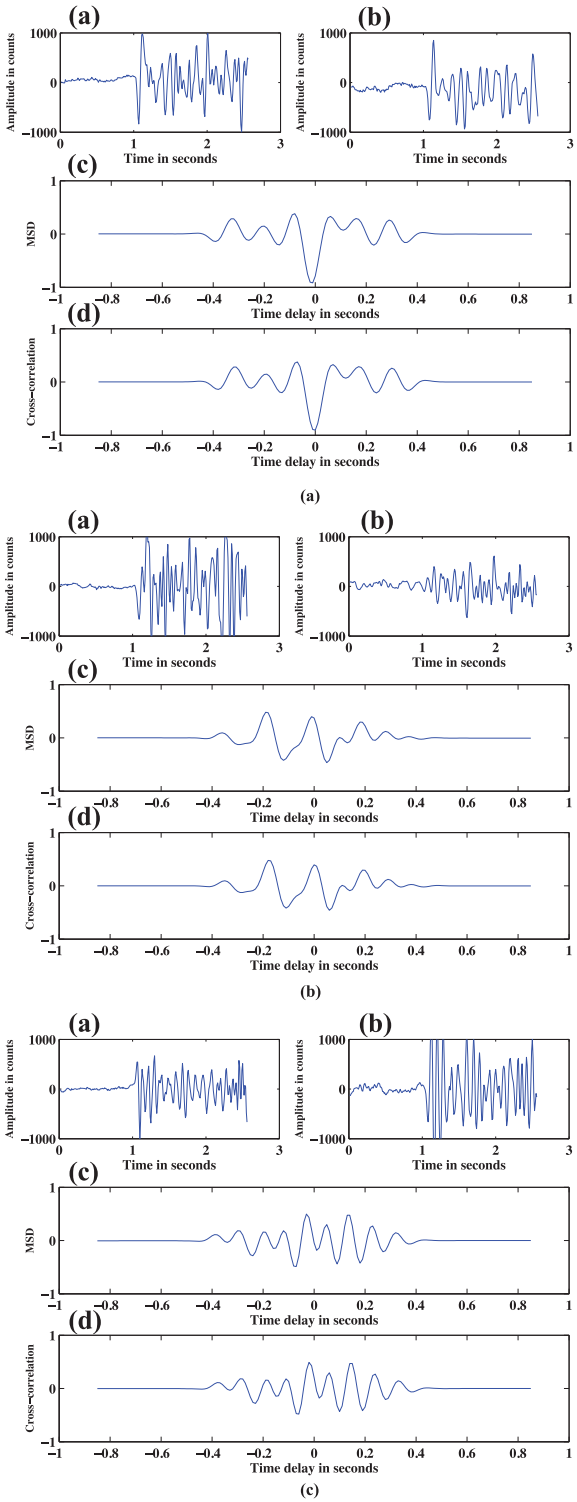


Figure 2. Earthquake waveforms (a,b), MSD (c) and cross-correlation (d) represented for various cases: (1) highly similar waveforms, (2) weakly similar waveforms, (3) narrow-band signals. The two waveforms are the seismograms of two different earthquakes recorded at the same station.

When signals are similar and bandpass is wide (Fig. 2a), both functions have a narrow extremum, with a value close to 1 (cross-correlation) or to 0 (MSD). When the SNR is low, extrema decrease and widen. Secondary extrema increase when signals have a narrow band: the filtering relation between the two signals tends to be non-linear (periodic) and cycle jumps (ambiguities) appear, leading to a strong bias in both time-delay estimations. Both eq. (20) and direct calculations from data (Fig. 2) show that the CCTD (eq. 13) is equivalent to the simple, unweighted, LS time-delay estimation (LSTDE). Time-delay estimation may therefore be considered a probabilistic optimization problem in which a cost function is minimized or a probability is maximized.

3.2 Chosing a regularized cost function for time-delay estimation: a maximum *a posteriori* probability estimator for time-delay estimation

Large errors in time-delay estimation, modelled by Barankin bounds, arise from cycle jumps due to secondary maxima in the cross-correlation function. The MSD exhibits similar secondary extrema. It may be understood as a cost function that corresponds to LSTDE. To avoid secondary minima in the MSD and cycle jumps, it is necessary to linearize the time-delay estimation problem in such a way that the cost function does not have secondary minima. Linearization may be performed by computing the envelope of the MSD (or of the cross-correlation). However, this type of procedure greatly increases the variance of the time-delay estimation, especially in the case of narrow-band signals.

In the case of seismic signals, and especially in the case of earthquake signals, an alternative solution may be found by considering time-delay estimation to be an optimization problem and introducing *a priori* knowledge into the estimation from the hand-picked arrival times and their pdf. In this case, the *a posteriori* pdf of the time delay is the product of the pdf of the residuals and the pdf of the *a priori* information (see, e.g. Tarantola 1987).

Assuming that both the data and the *a priori* information follow a gaussian distribution, the *a posteriori* pdf becomes:

$$p(\boldsymbol{\tau}) \propto \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}((\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}_\tau)^T C_d^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}_\tau)+(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0)^T C_\tau^{-1}(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0))} \tag{21}$$

and the cost function may be written:

$$J(\tau) \propto (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}_\tau)^T C_d^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}_\tau) + (\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0)^T C_\tau^{-1}(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0), \tag{22}$$

where τ_0 is the *a priori* time delay, that is, the traveltime difference computed from hand-picked arrival times. $C_d = \sigma_d I$ is the data covariance matrix, where σ_d is the data standard deviation. $C_\tau = \sigma_0 I$ is the *a priori* model covariance matrix, where σ_0 is the *a priori* time delay standard deviation. I is the identity matrix.

The time delay between two signals is given by the abscissa of the minimum of the cost function, or the maximum of the probability density. This optimization problem is a one-parameter estimation and can be solved via the systematic computation and exploration of the posterior pdf (eq. 21) in order to find its extremum. In this case, data and *a priori* information pdfs can be expressed by a model that is as close as possible of their actual pdf. The Cauchy distribution provides an accurate model of the hand-picked traveltime difference pdf (Fig. 3a) used as *a priori* information in eq. (21). For time delays, it can be written:

$$p_d(\boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{1+(\frac{\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0}{\sigma_0})^2}. \tag{23}$$

We computed the pdf of the data (differences of seismic signal amplitudes) and found that it was best modelled by a double-exponential or Laplace distribution (Fig. 3b).

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

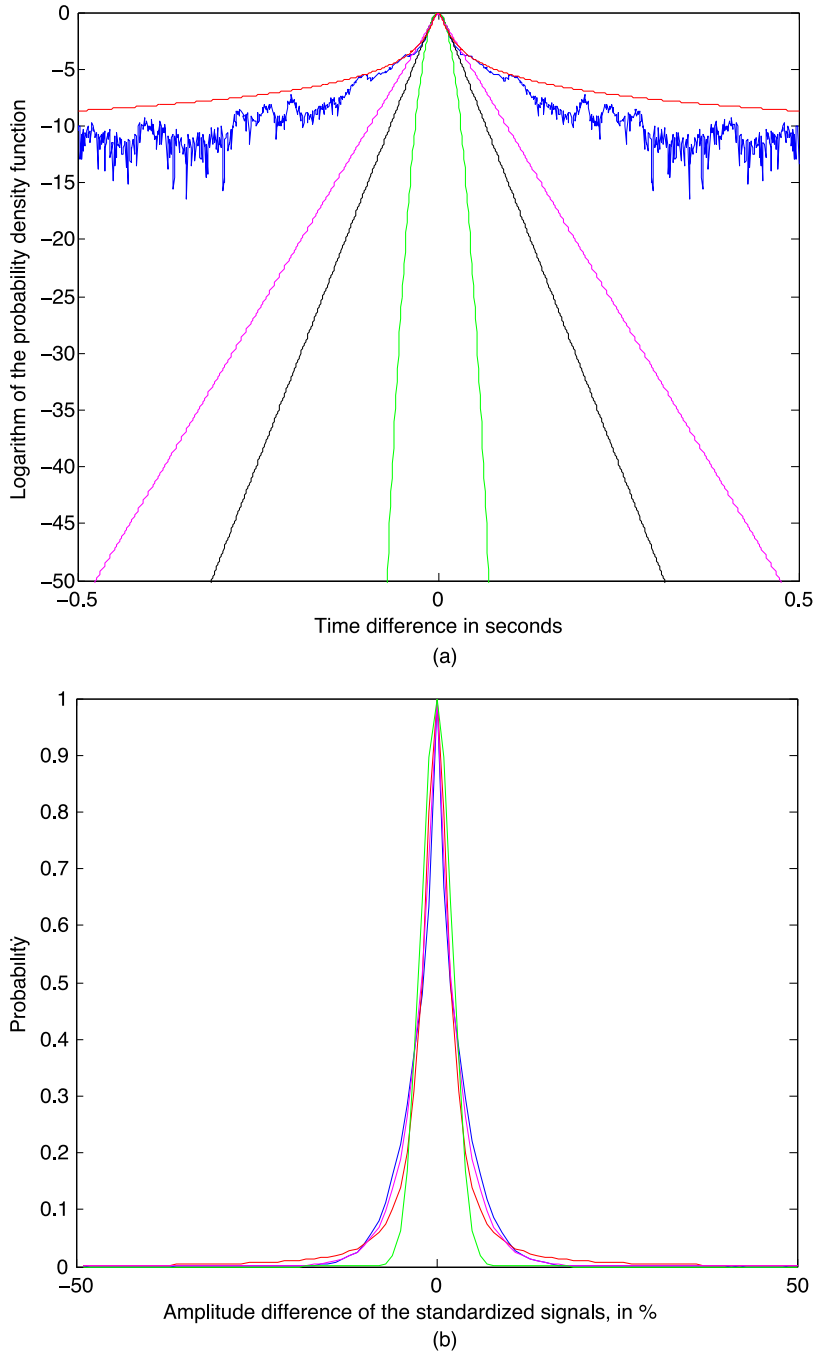


Figure 3. Probability density functions computed from a set of 476 microearthquakes occurring in the southern flank of Kilauea volcano, Hawaii. (a) The pdf (blue solid line) of the difference between traveltime differences and cross-spectral time delays computed for similar events (coherency larger than 90 per cent), and various models of this pdf: gaussian (green), Cauchy (red), Laplace or double-exponential (magenta), sech (black). The pdf is close to a truncated Cauchy distribution, truncation being due to the sample finite size. As the error on cross-spectral time delays for high-coherency similar events is more than one order of magnitude lower than the error on hand-picked traveltime differences, the pdf (blue solid line) mostly represents the distribution of the error on hand-picked traveltime differences. Error in origin time is cancelled by the difference between traveltime differences and cross-spectral time delays. (b) The pdf of the amplitude difference of the standardized (i.e. centred and normalized by their standard deviation) signals, in per cent (blue solid line), and various models of this pdf: gaussian (green), Cauchy (red) and Laplace or double-exponential (magenta).

In this case, the *a posteriori* pdf can be written

$$p(\boldsymbol{\tau}) \propto \frac{1}{1+(\frac{\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_0}{\sigma_0})^2} \mathrm{e}^{-\frac{|x-y_\tau|}{\sigma_d}} \tag{24}$$

and the time delay is given by

$$\theta = arg(\min(p(\tau))). \tag{25}$$

This constitutes the maximum *a posteriori* probability (MAP) estimation of the time delay.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

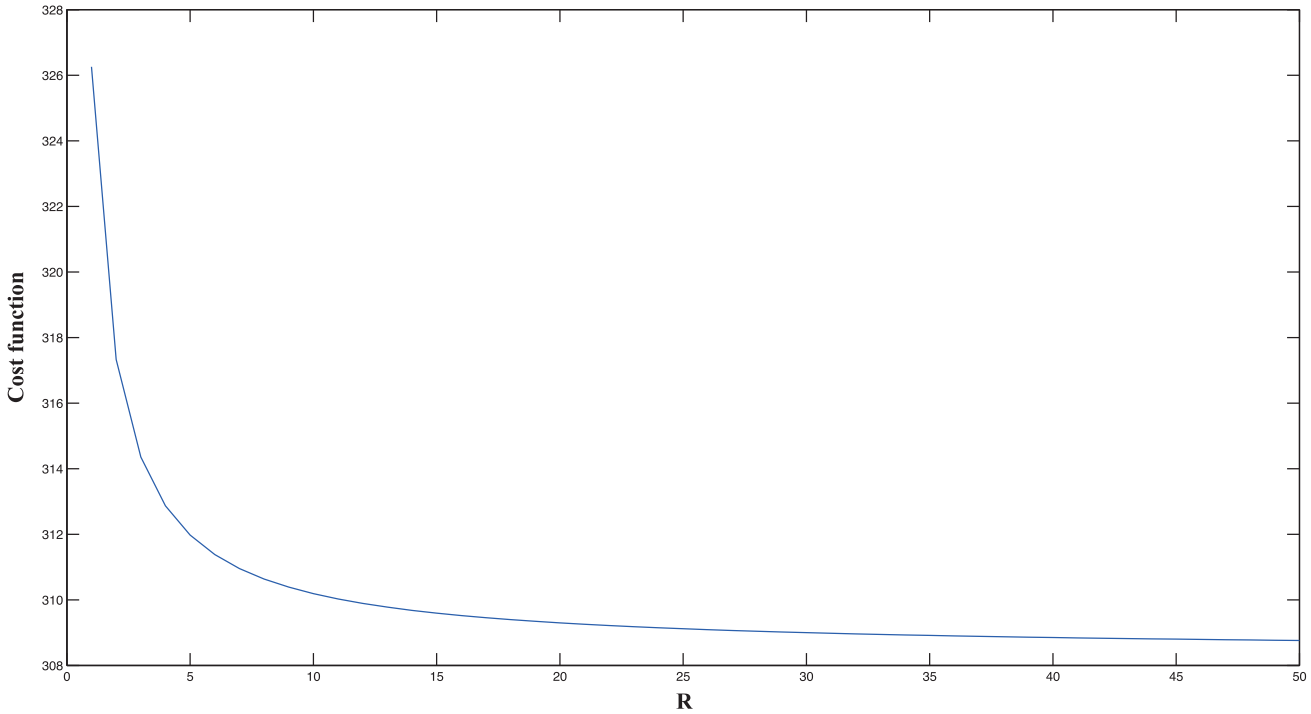


Figure 4. Cost function as a function of $R = \frac{\sigma_d}{\sigma_0}$. When R is low, *a posteriori* variance is due to the data variance; when it is high, *a posteriori* variance is limited by the *a priori* information. In practice we used a value of 10 for R.

Eqs (21) to (24) show that this estimation is controlled by the relative weights of the data and the *a priori* information, that is, by the ratio of their standard deviations σ_d and σ_0. An optimal value for R (Fig. 4) can be found by computing the cost function or *a posteriori* pdf as a function of $R = \frac{\sigma_d}{\sigma_0}$. This function expresses the trade-off between bias and variance in the time-delay estimation. When R is low, σ_0 is large, *a priori* knowledge is low and *a posteriori* variance is due to the variance in the data. When R is high, σ_d is large, data are insufficiently well known and the *a posteriori* estimation and variance are controlled by the *a priori* information.

3.3 Estimating mean-squared error and SNR

The quality of the time-delay estimation can be assessed by experimentally estimating the time-delay errors computed from various estimators and comparing them to theoretical lower bounds. In the case of time-delay estimation, the bias is not known explicitly and the MSE cannot be computed directly using eq. (4). To obtain an estimation of the MSE, we used the error of closure E_C computed from a set of time delays. This estimator includes both the error due to variance in the time delays, and the bias due to cycle jumps. It can be estimated from triplets of time-delay measurements computed for a given seismic sensor and record, from earthquake triplets, and may be expressed as:

$$E_C = (\theta(i,j) + \theta(j,k) - \theta(i,k))/3, \tag{26}$$

where $\theta(i,j)$ is the time delay between events i and j. We calculated E_C for each possible event k in order to compute the pdf of $E_C(i,j)$. We used the location of its maximum as an estimation of the MSE on $\theta(i,j)$.

When computing time delays from cross-correlation or cross-spectral analyses, the SNR may be estimated by computing the cross-correlation or coherency function. In the frequency domain, the coherency function is defined as the smoothed cross-spectrum normalized by the smoothed auto-spectra of the signals $x(t)$ and $y(t)$:

$$C_{xy}(f) = \frac{\overline{X^\star(f)Y(f)}}{\left(\overline{X^\star(f)X(f)}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\overline{Y^\star(f)Y(f)}\right)^{\frac{1}{2}}}, \tag{27}$$

where $X(f)$ and $Y(f)$ are the Fourier Transform of the signals $x(t)$ and $y(t)$, respectively, and the bar symbol denotes frequency smoothing; f is the frequency. Coherency can be expressed simply as a function of the SNR. Incorporating into the random variable $N(f)$ that which is non-linear, non-stationary and random noise in the actual filtering relation between $X(f)$ and $Y(f)$, gives:

$$Y(f) = G_{xy}(f)X(f) + N(f) \tag{28}$$

$$N(f) = Y(f) - G_{xy}(f)X(f) \tag{29}$$

is the output noise, that is, the estimation error due to the Wiener filter. If $N(f)$ is independent of $Y(f)$, then

$$Y(f)^\star Y(f) = G_{xy}(f)^\star G_{xy}(f)X(f)^\star X(f) + N(f)^\star N(f). \tag{30}$$

Removing the frequency f for the sake of clarity gives:

$$\gamma_{yy} = \gamma_{dd} + \gamma_{nn}, \tag{31}$$

where

$$\gamma_{dd} = |G_{xy}|^2\gamma_{xx} = C_{xy}^2\gamma_{yy}, \tag{32}$$

as

$$|G_{xy}|^2 = C_{xy}^2\frac{\gamma_{yy}}{\gamma_{xx}} \tag{33}$$

and

$$\gamma_{nn} = N(f)^\star N(f). \tag{34}$$

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

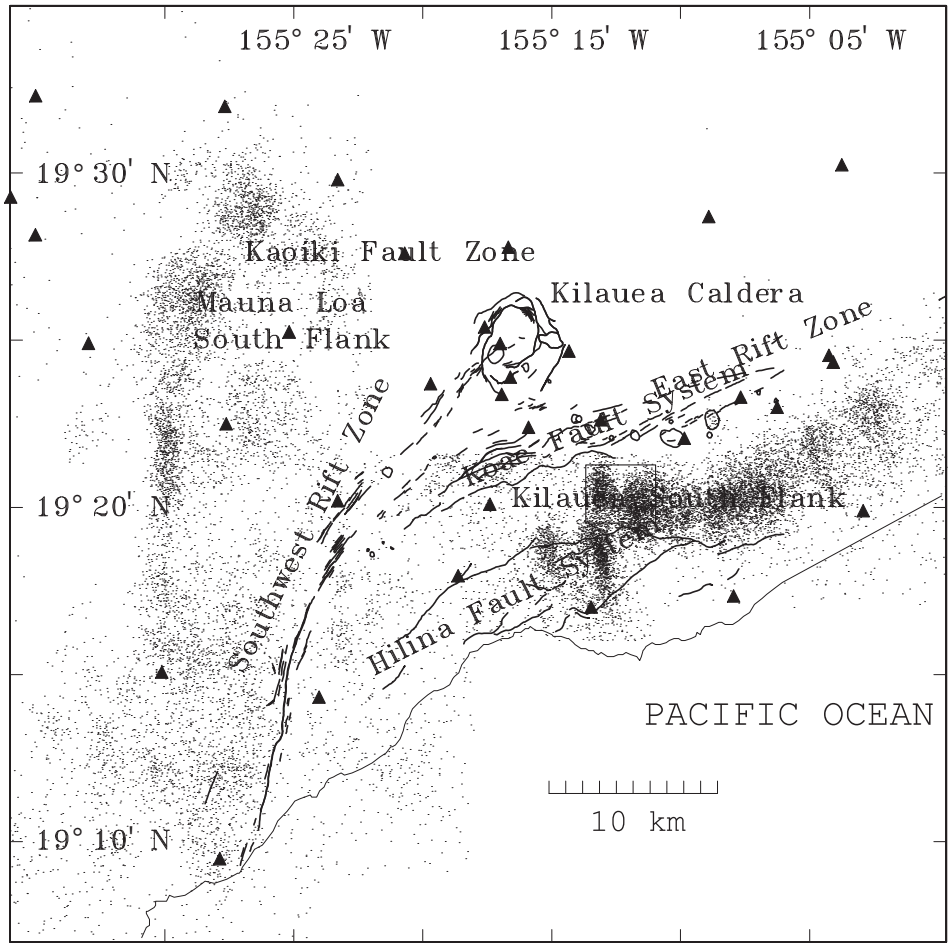


Figure 5. Map of the Kilauea volcano showing its main structural features, the USGS HVO seismic network (solid triangles) and the earthquakes recorded from 1988 to 1999 (black dots). Solid rectangle represents the area covered by the earthquakes used in this study.

Therefore,

$$\gamma_{nn} = (1 - C_{xy}^2)\gamma_{yy}. \tag{35}$$

From (31) and (35) we obtain

$$\frac{\gamma_{dd}}{\gamma_{nn}} = \frac{C_{xy}^2}{1 - C_{xy}^2}, \tag{36}$$

$\frac{\gamma_{dd}}{\gamma_{nn}}$ is the SNR, the noise being the Wiener filter output noise. It provides an estimate of the non-linear, non-stationary and noisy character of the filtering relation between the signals from which the time delay is computed. When expressed by eq. (36), the SNR is a function of frequency. Often it is also used averaged over the whole frequency bandwidth. In this case, the coherency function is averaged on this frequency bandwidth and may be replaced by the correlation coefficient.

These MSE and SNR estimations are used in the following section in order to assess the quality of the various time-delay estimators.

4 APPLICATION TO EARTHQUAKE SIGNALS

4.1 Data and *a priori* information

We used two sets of microearthquake data recorded in the southern flank of Kilauea by the USGS Hawaiian Volcano Observatory (HVO) permanent seismic network between 1988 July and 1999 June (Fig. 5), with a 100-Hz sampling frequency. The first set contains 476 more or less similar events, relocated using double-differences (Got & Okubo 2003) and cross-spectral time delays. The second set contains 3610 events, comprising both similar and non-similar earthquakes in the southern flank of Kilauea.

Manual pickings and earthquake locations produced by HVO provided some *a priori* information on the time delay between earthquake signals recorded at each HVO station. One of the aims of the present work was to determine the extent to which time-delay estimations can be improved by using this information. Therefore, the *a priori* time-delay information is the difference between traveltimes computed for each hypocentre, at each station.

4.2 Results and discussion

Any improvement in the results will be due to the *a priori* information limiting the number of outliers. However, it cannot be assumed that this approach will systematically reduce the number of outliers, so a statistical analysis is needed to determine whether or not introducing *a priori* information improves time-delay estimations. Four different cases may arise when using the MAP time delay estimation:

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

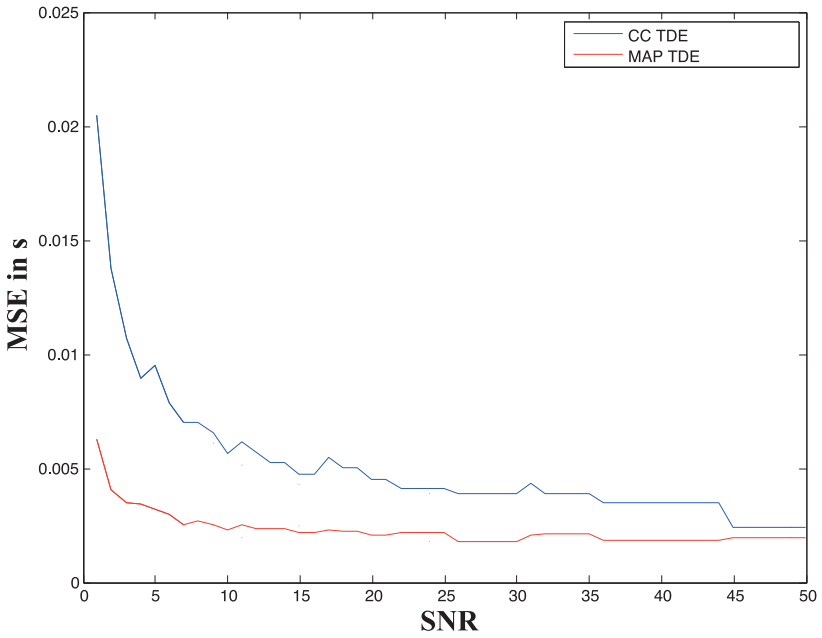


Figure 6. Mean squared error (MSE) as a function of signal to noise ratio (SNR). Both quantities were computed from a set of 476 events of the south flank of Kilauea (see Fig. 5)

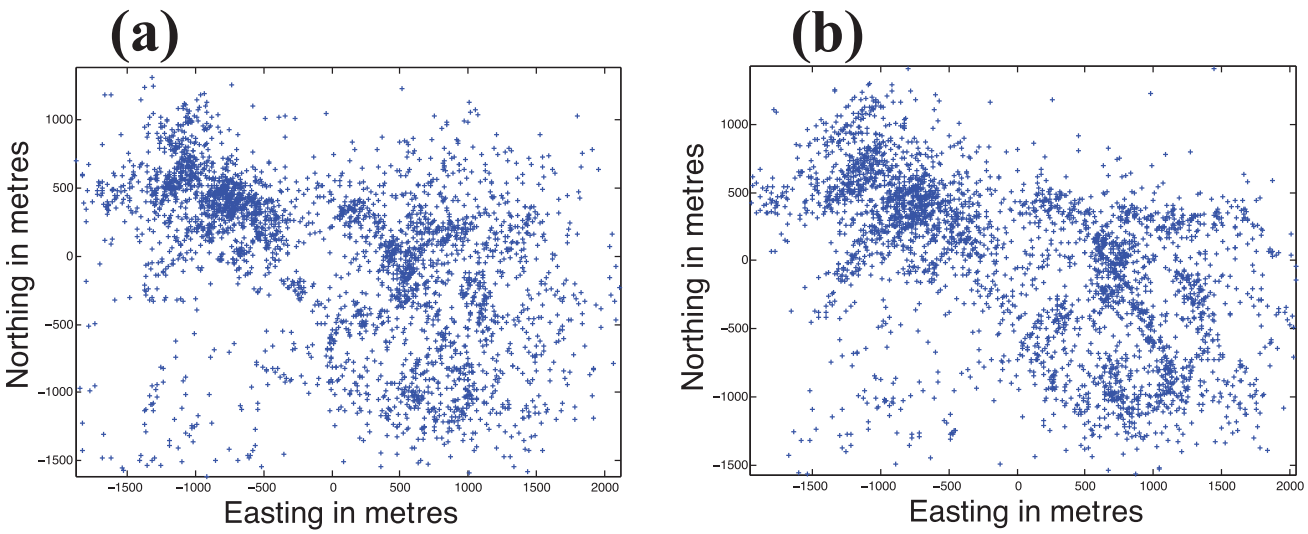


Figure 7. Maps of double-difference locations in the Kilauea south flank; (a) Results from MAP time delay estimation of 3330 earthquakes out of 3610 events; (b) Results from CC time delay estimation of 2875 earthquakes out of 3610 events.

(1) Signals are sufficiently similar, with a high SNR and wide band. In this case, LS time-delay estimations will be accurate.

(2) Signals are not sufficiently similar, or have a low SNR or are narrow-band. In this case, LS time-delay estimations will be inaccurate or unstable.

In each case, two different possibilities may occur when using *a priori* information:

(1) The *a priori* information does not modify the estimation;

(2) The *a priori* information modifies the estimation, either improving or worsening it.

Therefore, the actual improvement in accuracy results from the competition between the pdf of the LSs estimation of the time delay and the pdf of the *a priori* information. For this reason, we computed both CC and MAP time-delay estimations for a 476-event set recorded by the HVO between 1988 and 1999 in the southern flank of Kilauea (Fig. 5). For each computation, we estimated both the MSE and the SNR, and plotted MSE as a function of SNR.

Results (Fig. 6) show that when using CCT DE the MSE reached a value close to 0.01s for a SNR close to 5 (i.e. an average coherency or correlation coefficient close to 90 per cent), whereas when using MAP TDE similar MSE values were reached when the SNR was

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

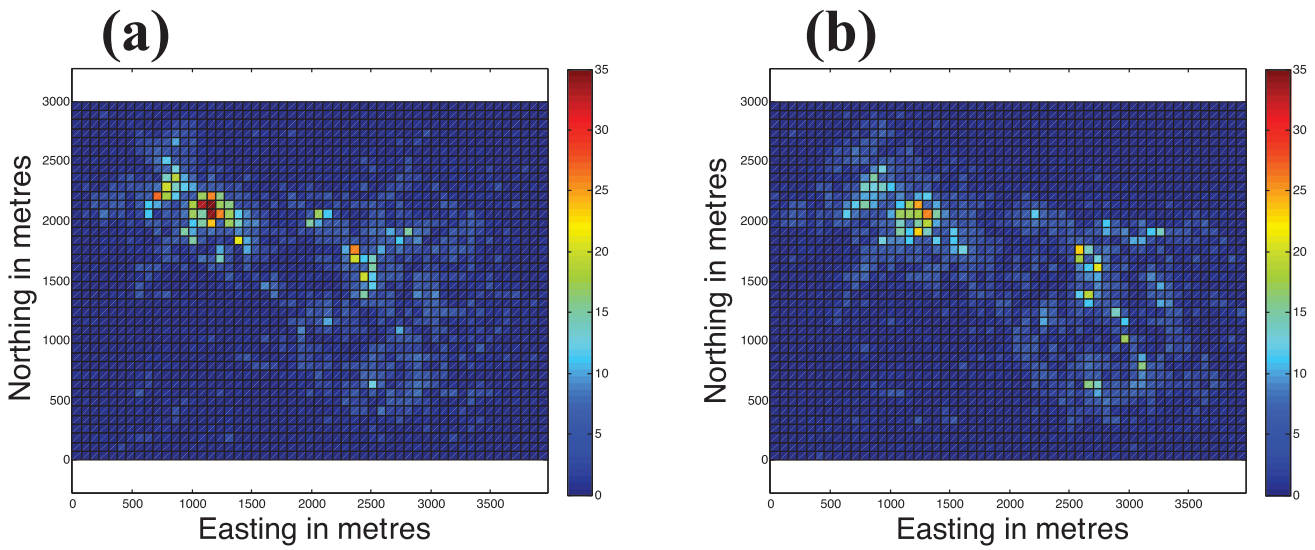


Figure 8. Earthquake density maps computed from the locations shown in Fig. 7. (a) Results from MAP TDE; (b) results from CCTDE. Each cell represents a 75 m × 75 m square area. Colour represents the number of events in each cell.

close to 2 (an average coherency or correlation coefficient close to 80 per cent). That is, time delays were computed with very few cycle jumps at the 80 per cent coherency level with MAP TDE (MSE was less than 5 ms, i.e. the average accuracy obtained using CCTDE for signal pairs having 97 per cent coherency). Note that the improved MSE obtained using MAP TDE does not mean that MAP TDE is systematically better than CC TDE, but only that MAP TDE produces fewer outliers. Outliers are not only removed or reduced, they are statistically replaced by improved time delays. It was possible to compute 30 per cent more time delays, which could be used in further double-difference applications. Therefore, MAP TDE provides a more robust and statistically better estimation of time delays.

To illustrate the value of this approach, we computed both CC and MAP time-delay estimations for a set of 3610 events recorded between 1988 and 1999 by more than 12 stations of the HVO seismic network across a limited area of the southern flank of Kilauea. We then computed double-difference locations for these events. This event set comprised both similar and non-similar events, that is, the cross-correlation coefficient had values of between 0 and 100 per cent. Double-difference location results (Fig. 7) showed that 3330 events were successfully relocated from MAP TDE, with a rms location error of less than 0.01 s. Similar computations for the same event set using CC TDE resulted in the successful (rms location error of less than 0.01s) relocation of 2875 events (Fig. 7), that is 15 per cent fewer than using MAP TDE. Therefore, in the same structure, more earthquakes were relocated using MAP TDE than CC TDE. In the present case, no new feature appeared from the additional relocated events, which shows that all the relocatable events were produced by the same limited number of seismogenic asperities. A plot of earthquake density (Fig. 8) shows that events were not only more numerous, but also more clustered after relocation using MAP time delays than when using CC time delays. MAP TDE appears to provide a good compromise between location accuracy and earthquake density for double-difference location. It also improves the spatiotemporal resolution of seismicity rates (Fig. 9), which is a useful feature for making detailed plots of stress transfer along a seismogenic fault plane. In fact, enhanced spatiotemporal resolution of seismicity rates may greatly increase the number of observations of stress stransfer between asperities, thereby helping improve understanding of these processes.

5 CONCLUSION

Time-delay estimation can be understood in the light of inverse problem theory and performed using a probabilistic approach. In the present research, we expressed cross-correlation as a simple function of the squared difference between signal amplitudes, as a function of time delay. This squared difference an be used as a cost function that can then be minimized in order to determine the time delay between two signals. As in the case of the cross-correlation function, ambiguities between minima of this function may appear when signals are poorly similar, narrow-band or have a low SNR. These ambiguities may be removed by using *a priori* information. In the case of earthquake signals, such *a priori* information includes traveltime differences and their pdf, and the pdf of the differences in seismic signal amplitudes. We found that the hand-picked traveltime difference pdf was best represented by a Cauchy distribution and that the pdf of the amplitude differences of the seismic signals was best modelled by a Laplace distribution. Consequently, the *a posteriori* pdf of the time delay is the product of these two distributions. This represents an improvement in the time-delay pdf model, especially in terms of the probability of outliers generated by ambiguities in the initial squared difference of signal amplitudes or the cross-correlation function. The location of the maximum of this *a posteriori* pdf is the MAP time-delay estimation for earthquake signals. The actual improvement in the *a posteriori* pdf depends on the pdf of the traveltime differences. Extensive computations of time delays using this MAP estimation show that this approach statistically stabilizes and improves the time-delay estimation by reducing the number of outliers in cases where signals are not sufficiently similar or wide band. This approach increases the number of relocatable events, and therefore improves the statistical significance of the relocation results. Consequently, it helps improve the estimation and spatiotemporal resolution of seismicity rates and their accurate regionalization on active faults and volcanoes. This is a useful feature for detailed stress transfer studies.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

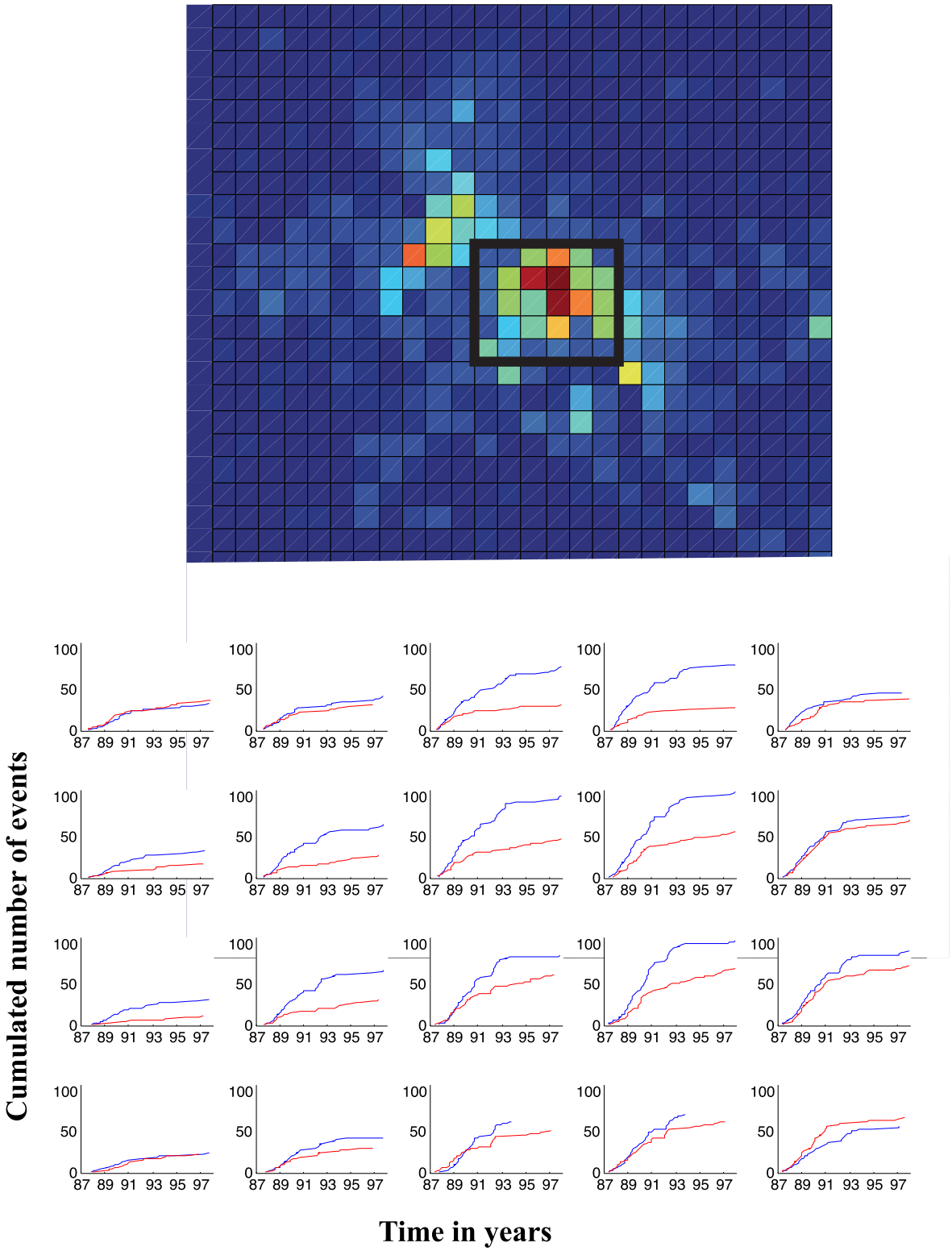


Figure 9. (a) Detail of the Fig. 8(a), representing the cells used (black box) in the computation performed in Fig. 9(b); (b) Cumulated number of events as a function of time (in years, from 1987 to 1998), for the 20 nodes represented inside the black box; each curve is computed from the four cells neighbouring each of 20 nodes used. Blue line: computation from MAP TDE results, red line: computation from CCTDE results.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank David Marsan for the interesting discussions we had on estimating pdfs.

REFERENCES

Barankin, E., 1949. Locally best unbiased estimates, *Ann. Math. Stat.,* **20,** 477–501.

Carter, G.C., 1993. *Coherence and Time Delay Estimation: An Applied Tutorial for Research, Development, Test, and Evaluation Engineers,* IEEE Press.

Chevrot, S., 2002. Optimal measurement of relative and absolute delay times by simulated annealing, *Geophys. J. Int.,* **151,** 164–171.

Chow, S. & Schultheiss, P., 1981. Delay estimation using narrow-band processes, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **29**(3), 478–484.

Cramer, G., 1946. A contribution to the theory of statistical estimation, *Skand. Aktuaries Tidskrift,* **29,** 458–463.

Darmois, G., 1945. Sur les lois limites de la dispersion de certaines estimations, *Rev. Inst. Int. Statis.,* **13,** 9–15.

Du, W., Thurber, C. & Eberhart-Phillips, D., 2004. Earthquake relocation using cross-correlation time delay estimates verifed with the bispectrum method, *Bull. Seismol. Soc. Am.,* **94,** 856–866.

Dugué, D., 1937. Application des propriétés de la limite au sens du calcul des probabilités Ã l'étude de diverses questions d'estimation, *Ecol. Poly.,* **3**(4), 305–372.

Fisher, R.A., 1922. On the mathematical foundations of theoretical statistics, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A,* **222**(309), 309–368.

Fréchet, M., 1943. Sur l'extension de certaines évaluations statistiques au cas de petits échantillons, *Rev. Inst. Int. Statis.,* **11,** 182–205.

Garcia, R., Chevrot, S. & Weber, M., 2004. Nonlinear waveform and delay time analysis of triplicated core phases, *J. geophys. Res.,* **109,** doi:10.1029/2003JB002429.

Gibbons, S.J. & Ringdal, F., 2006. The detection of low magnitude seismic events using array-based waveform correlation, *Geophys. J. Int.,* **165,** 149–166.

Got, J. & Okubo, P., 2003. New insights into Kilauea's volcano dynamics brought by large-sacle relative relocation of microearthquakes, *J. geophys. Res,* **108**(B7), 2337, doi:10.1029/2002JB002060.

Got, J., Fréchet, J. & Klein, F.W., 1994. Deep fault plane geometry inferred from multiplet relative relocation beneath the south flank of Kilauea, *J. geophys. Res,* **99,** 15 375–15 386.

Got, J., Monteiller, V., Virieux, J. & Operto, S., 2008. Potential and limitations of double-difference tomographic methods, *Geoph. Prosp.,* **56**(4), 477–496.

Hannan, E.J. & Thomson, P.J., 1971. The estimation of coherence and group delay, *Biometrika,* **58**(3), 469–481.

Hannan, E.J. & Thomson, P.J., 1981. Delay estimation and the estimation of coherence and phase, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **29**(3), 485–490.

Hero, A.O. & Schwartz, S.C., 1985. A new generalized cross correlator, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **33**(1), 38–45.

Jenkins, G. & Watts, D.G., 1968. *Spectral Analysis and Its Applications,* Emerson Adams Pr Inc.

Johnson, D. & Dudgeon, D., 1992. *Array Signal Processing: Concepts and Techniques,* Simon & Schuster.

Kay, S., 2010. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory,* Prentice-Hall.

Knapp, C.H. & Carter, G.C., 1976. The generalized correlation method for estimation of time delay, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **24**(4), 320–327.

Mauuary, D. & Jourdain, G., 1994. Bayesian time delay estimation for ocean acoustic tomography, *Proc. ICASSP'94,* **2,** 341–344.

Monteiller, V., Got, J., Virieux, J. & Okubo, P., 2005. An efficient algorithm for double-difference tomography and location in heterogeneous media, with an application to the Kilauea volcano, *J. geophys. Res,* **110,** doi:10.1029/2004JB003466.

Nikias, C.L. & Pan, R., 1988. Time delay estimation in unknown gaussian spatially correlated noise, *Proc. ICASSP'88,* **5,** 2638–2641.

Pallas, M.-A. & Jourdain, G., 1991. Active high resolution time delay estimation for large BT signals, *IEEE Trans. Signal Proc.,* **39**(4), 781–788.

Poupinet, G., Ellsworth, W. & Frechet, J., 1984. Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets: An application to the calaveras fault, california, *J. geophys. Res.,* **89,** 5719–5731.

Rao, C.R., 1946. Minimum variance and the estimation of several parameters, *Proc. Cambridge Phil. Soc.,* **43,** 280–283.

Rawlinson, N. & Kennett, B., 2004. Rapid estimation of relative and absolute delay times across a network by adaptive stacking, *Geophys. J. Int.,* **157,** 332–340.

Rothman, D.H., 1985. Nonlinear inversion, statistical mechanics, and residual statics estimation, *Geophysics,* **50,** 2784–2796.

Stuller, J.A., 1987. Maximum-likelihood estimation of time-varying delay - Part 1, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **35**(3), 300–313.

Tarantola, A., 1987. *Inverse Problem Theory,* Elsevier.

Van Trees, H. & Bell, K., 2007. *Bayesian Bounds for Parameter Estimation and Nonlinear Filtering/Tracking,* John Wiley and Sons.

VanDecar, J.C. & Crosson, R.S., 1990. Determination of teleseismic relative phase arrival times using multi-channel cross-correlation and least squares, *Bull. seism. Soc. Am.,* **80**(1), 150–169.

Waldhauser, F. & Ellsworth, W., 2000. A double-difference earthquake location algorithm: method and application to the northern hayward fault, California, *Bull. seism. Soc. Am.,* **90**(6), 1353–1368.

Weiss, A. & Weinstein, E., 1983. Fundamental limitations in passive time-delay estimation–part 1: Narrow-band systems, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.,* **31,** 472–486.

Youn, D.H., Chiou, S.-N. & Mathews, V.J., 1987. Adaptive phase transform processors for time delay estimation, *J. acoust. Soc. Am.,* **35**(3), 300–313.

Zhang, H. & Thurber, C., 2003. Double-difference tomography: The method and its application to the hayward fault, California, *Bull. seism. Soc. Am.,* **93,** 1875–1889.

Ziv, J. & Zakai, M., 1969. Some lower bounds on signal parameter estimation, *IEEE Trans. Inform. Theory,* **15**(3), 386–391.

Downloaded from http://gji.oxfordjournals.org/ at Biblio Planets on September 25, 2014

7.2 Calcul de la magnitude de complétude pour les catalogues de l'OVPF

Les catalogues sismiques font partie des données les plus communes et les plus facilement accessibles dans le domaine de la géophysique. La détermination de la nature, de la magnitude et de la localisation des séismes résulte d'une chaine de traitement des détections sismiques initialement réalisées par les instruments sismiques. Ainsi discriminer les évènements significatifs parmis les détections est d'une importance fondamentale. La faculté de détection d'un réseau sismique est notamment fonction de sa densité et de la localisation des différentes stations sismiques, de la nature des stations sismiques et de leur sensibilité.

La magnitude de complétude est définie comme la magnitude seuil telle que 100% des séismes dans le volume considéré et l'intervalle de temps considéré soient détectés. La surestimer conduit à sous échantillonner le ctalogue sismique et la sous estimer peut conduire à de graves erreurs d'interprétations. En effet l'intégralité des évènements sismiques n'est pas détecté systématiquement, en effet certains évènements sont de trop petite taille pour être isolé du bruit pas les instruments, certains évènements sont trop petits pour être détectés par un nombre suffisant de stations, certains ne sont pas pointés par les opérateurs dans les observatoires, certains évènements peuvent être perdus dans la coda d'évènements précédents. Les méthodes de détermination de la magnitude de complétude sont de deux natures : celles basées surl'analyse du catalogue d'évènements et celles basées sur l'étude du réseau de stations. Nous nous concentrerons ici sur la méthode la plus couramment utilisée et la plus simple basée sur l'étude du catalogue d'évènements sismiques.

La magnitude de complétude est couramment déterminée par comparaison de la distribution fréquence magnitude du catalogue à la loi de Gutenberg-Richter. La magnitude à partir de laquelle la distribution fréquence magnitude s'écarte de la loi de Gutenberg-Richter est considérée comme la magnitude de complétude (Zúñiga and Wyss, 1995). On peut alors décrire ces observations via l'équation suivante :

$$\log N = a - b\,(m - Mc) \tag{7.1}$$

avec N le nombre d'évènements dont la mgnitude est inférieure ou égale à m, a le taux de productivité et b un paramètre décrivant la distribution de la taille des évènements.

Au Piton de la Fournaise, le catalogue fournit pas l'OVPF ne prend en compte que les détections réalisées sur la station BORG, la plus proche du sommet. Ainsi considérant ce catalogue seule une approche basée sur l'étude du catalogue d'évènements peut permettre de déterminer la mganitude de complétude. Notons que dans le cas de nos détections multistations sur l'ensemble du réseau d'autres approches seraient envisageable mais les résultats ne seraient alors plus comparables avec les données de l'observatoire. Les techniques basées sur l'étude des catalogues sismiques reposent sur la validation de la loi de Gutenberg-Richter et peuvent être paramétriques ou non. Les méthodes paramétriques impliquent un ajustement de la distribution des fréquences-magnitudes tandis que les méthodes non-paramétriques se basent sur les variations de la distribution des fréquences-magnitudes. Les deux types de méthodes montrent des avantages et des inconvénients (http://www.corssa.org). Afin de m'afranchir

de l'utilisation de paramétètres je choisis de travailler avec la méthode de dite de "Maximum Curvature" (MAXC). Cette méthode s'avère en plus être rapide et robuste bien qu'elle tende à sous estimer la magnitude de complétude pour les gros catalogues non triés.

La méthode MAXC consiste en la détermination du point de courbure maximum de la dérivée de la courbe fréquence-magnitude (Wiemer and Wyss, 2000). Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 7.1, 7.2 et 7.3 pour les catalogues de VT de l'OVPF, obtenus par la méthode du Kurtosis avec les magnitudes de durée et d'énergie respectivement. Dans les deux derniers cas le changement de courbure de la courbe fréquence magnitude est progressif et les résultats bien que stables avec les répétitions peuvent ne pas être fiables.

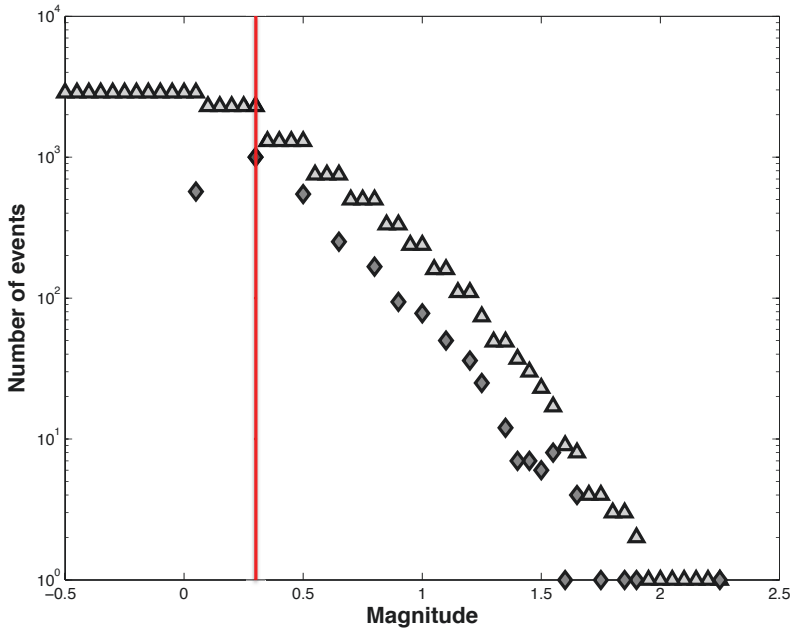


Figure 7.1: *Courbe fréquence-magnitude cumulée (triangles) et non-cumulée (losanges) pour le catalogues de séismes Volcano-Tectoniques fournit par l'OVPF (volobsis.ipgp.fr). La magnitude de complétude obtenue par MAXC est de 0.3.*

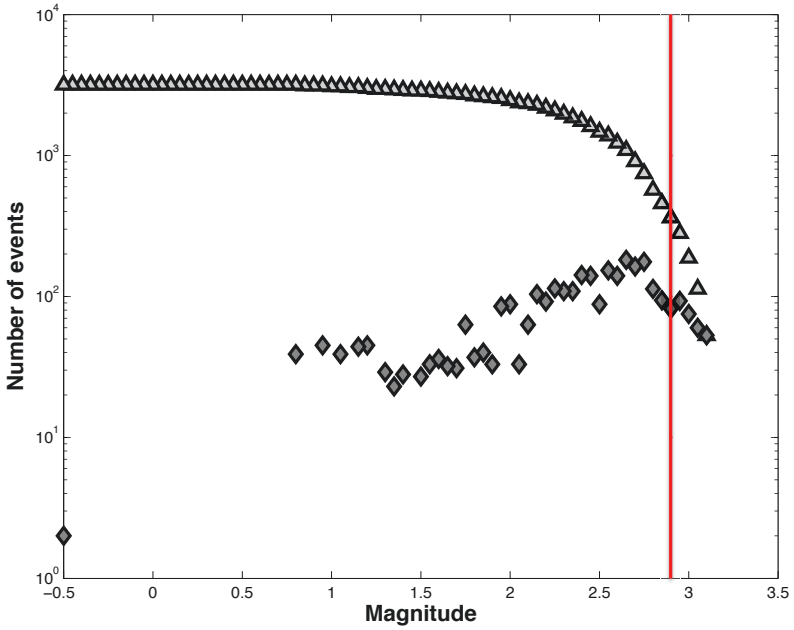


Figure 7.2: *Courbe fréquence-magnitude cumulée (triangles) et non-cumulée (losanges) pour le catalogues de séismes Volcano-Tectoniques obtenu par la méthode de détection basée sur le kurtosis du signal, les magnitudes sont des magnitudes de durée. La magnitude de complétude obtenue par MAXC est de 2.9.*

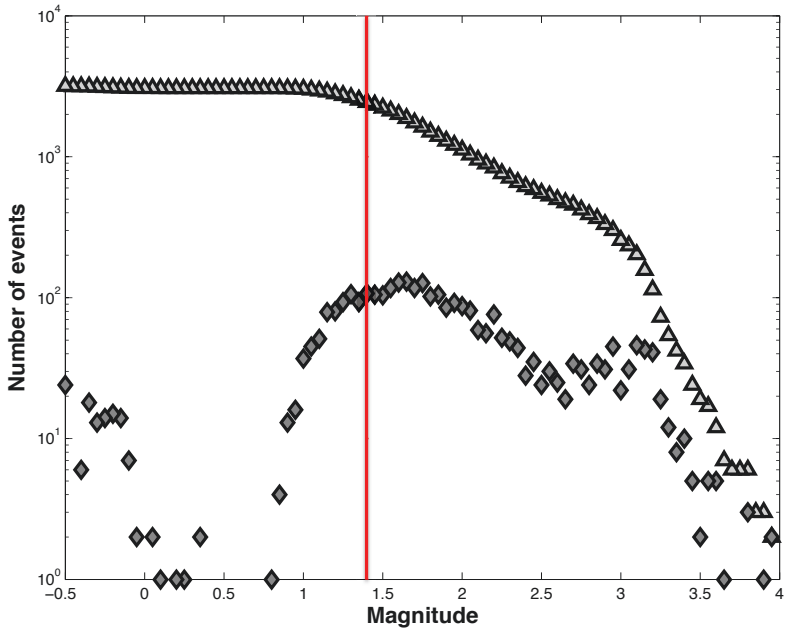


Figure 7.3: *Courbe fréquence-magnitude cumulée (triangles) et non-cumulée (losanges) pour le catalogues de séismes Volcano-Tectoniques obtenu par la méthode de détection basée sur le kurtosis du signal, les magnitudes sont des magnitudes d'énergie. La magnitude de complétude obtenue par MAXC est de 1.4.*

7.3 Choix de la méthode d'inversion : méthode des gradients

Nous avons examiné la possibilité de restreindre l'espace des solutions en apportant de la connaissance a priori dans la fonction coût.

Minimisation d'une fonction coût comprenant de la connaissance a priori, par une méthode de gradient

En norme L_2, la fonction coût $S(m)$ qui permet d'estimer le modèle m (vecteur des paramètres) à partir des données d (déplacements dans notre cas) et de la connaissance a priori sur le modèle contenue dans la valeur moyenne m_0 et la matrice de covariance a priori C_m s'écrit:

$$S(m) = (g(m) - d)^T C_d^{-1}(g(m) - d) + (m - m_0)^T C_m^{-1}(m - m_0) \tag{7.2}$$

où $g(m)$ est dans notre cas le vecteur des déplacements calculés.

Si l'on utilise un algorithme de Gauss-Newton pour minimiser cette fonction coût, le modèle à l'itération $k + 1$ peut être exprimé à l'aide du modèle à l'itération k (voir, par exemple, (Tarantola, 2005)):

$$m_{k+1} = m_k + \left\{ \left(G^T C_d^{-1} G + C_m^{-1}\right)^{-1} \left(G^T C_d^{-1}(g(m) - d) + C_m^{-1}(m - m_0)\right) \right\} \tag{7.3}$$

où $G_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial m_j}$ est la matrice Jacobienne de g, C_m et C_d les matrices de covariance sur le modèle et les données respectivement.

Dans la pratique, on calcule à chaque itération le résidu $\delta m_k = m_{k+1} - m_k$ en résolvant (voir, par exemple, Monteiller (2005)):

$$\begin{pmatrix} C_d^{-1/2} G_k \\ C_m^{-1/2} \end{pmatrix} \delta m_k = \begin{pmatrix} C_d^{-1/2}(d - g(m_k)) \\ C_m^{-1/2}(m - m_o) \end{pmatrix} \tag{7.4}$$

Dans notre implémentation de cette méthode nous avons utilisé l'algorithme LSQR.

Les résultats de l'inversion sont présentés figures 7.4 et 7.5. La Jacobien est calculé numériquement. Les variances associées à chaque variable sont déterminées à partir de l'étude de L-curve représentant la fonction coût en fonction de la variance. L'étude des trade-off de l'ensemble des couples de variables permet de déterminer numériquement la corrélation entre les variables. La matrice de covariance des données peut alors être calculée tenant compte du fait que la covariance entre deux variables s'écrit comme le produit de leur corrélation et variances : $cov(X, Y) = \rho(X, Y)\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}$.

Les paramètres des modèles initiaux ou les modèles a prioi sont choisis de manière aléatoire dans un intervalle réaliste de valeurs. Les résultats sont présentés pour différents modèles initiaux. La figure 7.4 présente les résultats de l'inversion sans connaissance a priori. L'écart au modèle théorique montre que peu de paramètres sont bien résolus, les paramètres les moins bien résolus étant H_c, μ, P et a_c. Le modèle s'écarte peu du modèle initial. Le déplacement vertical calculé pour chaque modèle peut s'écarter considérablement des données synthétiques; aucun déplacement vertical calculé ne se superpose à celles-ci. La figure 7.5 représente les résultats de l'inversion avec connaissance a priori. Les paramètres a_c et H_r sont mieux résolus

que dans l'inversion sans a priori, mais ce n'est pas le cas des paramètres μ et P. Le modèle s'écarte encore peu du modèle a priori. Les données synthétiques sont un peu mieux ajustées.

Une difficulté dans cette méthode provient de l'estimation de la matrice jacobienne G; le problème étant fortement non-linéaire, il est probable que cette estimation est imprécise, ce qui peut expliquer le fait que le modèle ne s'écarte que peu du modèle a priori. Cette difficulté montre que cette méthode n'est pas adaptée à la minimisation d'une fonction coût aussi peu régulière, même en apportant de la connaissance a priori. Cette minimisation semble plutôt relever de l'utilisation d'une méthode basée sur l'échantillonage direct de l'espace des paramètres.

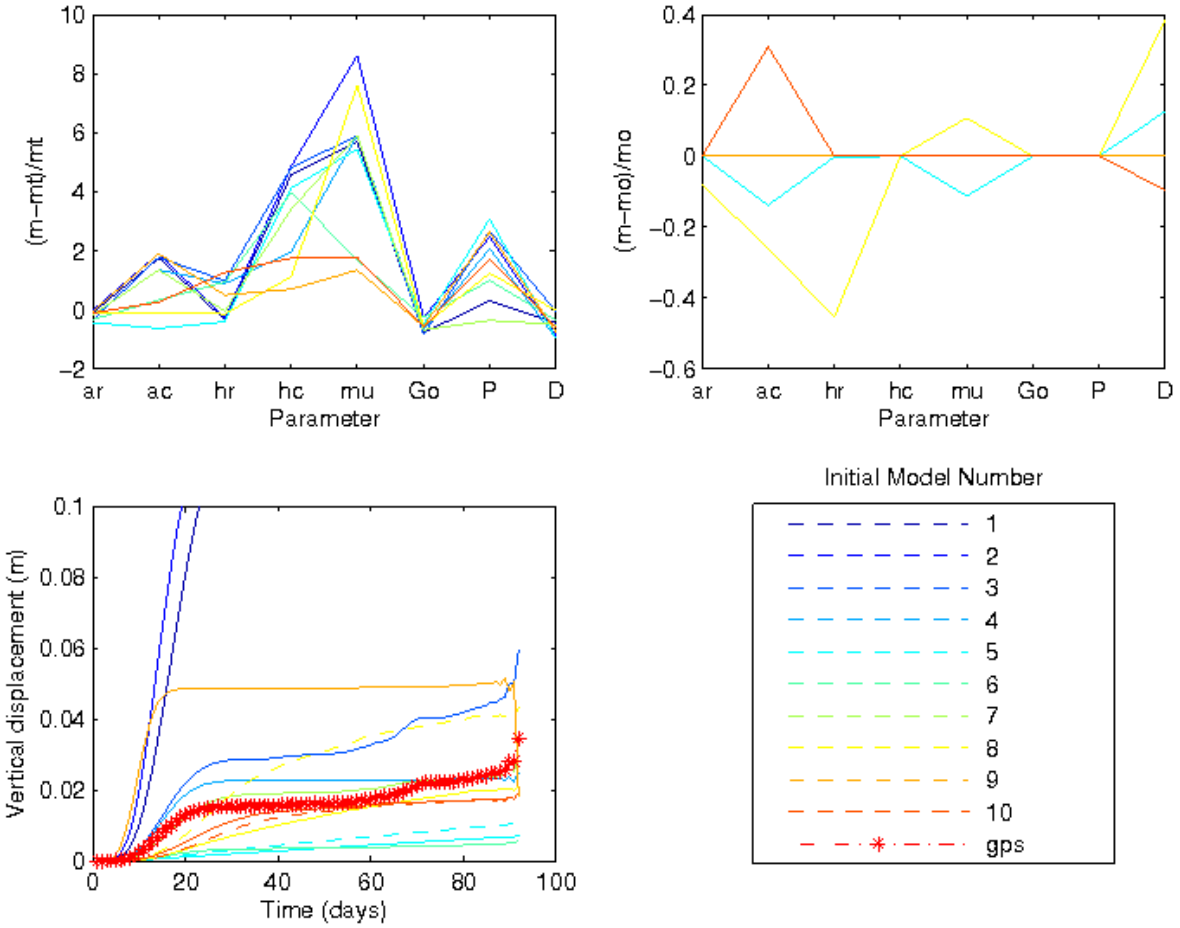


Figure 7.4: *Résultat de l'inversion sans information a priori, pour différents modèles initiaux. Haut gauche: écart relatif entre le modèle final et le modèle théorique. Haut droite: écart relatif entre le modèle final et le modèle initial. Bas gauche: modèles initiaux (en tireté), modèles finaux résultant de l'inversion (trait continu), données synthétiques (croix rouge).*

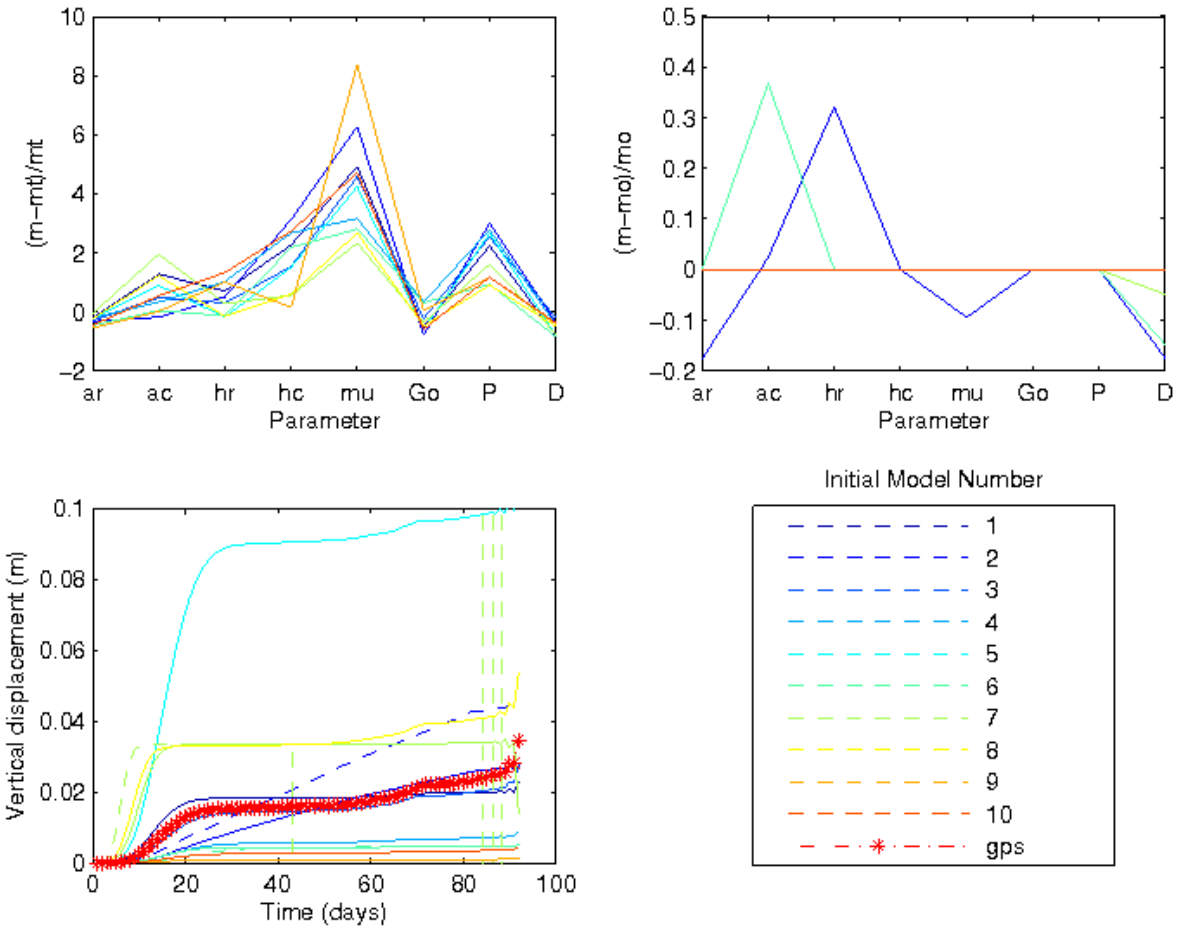


Figure 7.5: *Résultat de l'inversion avec information a priori, pour différents modèles initiaux. Haut gauche: écart relatif entre le modèle final et le modèle théorique. Haut droite: écart relatif entre le modèle final et le modèle initial. Bas gauche: modèles initiaux (en tireté), modèles finaux résultant de l'inversion (trait continu), données synthétiques (croix rouge).*

7.4 Etude du comportement du modèle à Puissance constante

7.4.1 Influence des différents paramètres du modèle, cas Puissance constante

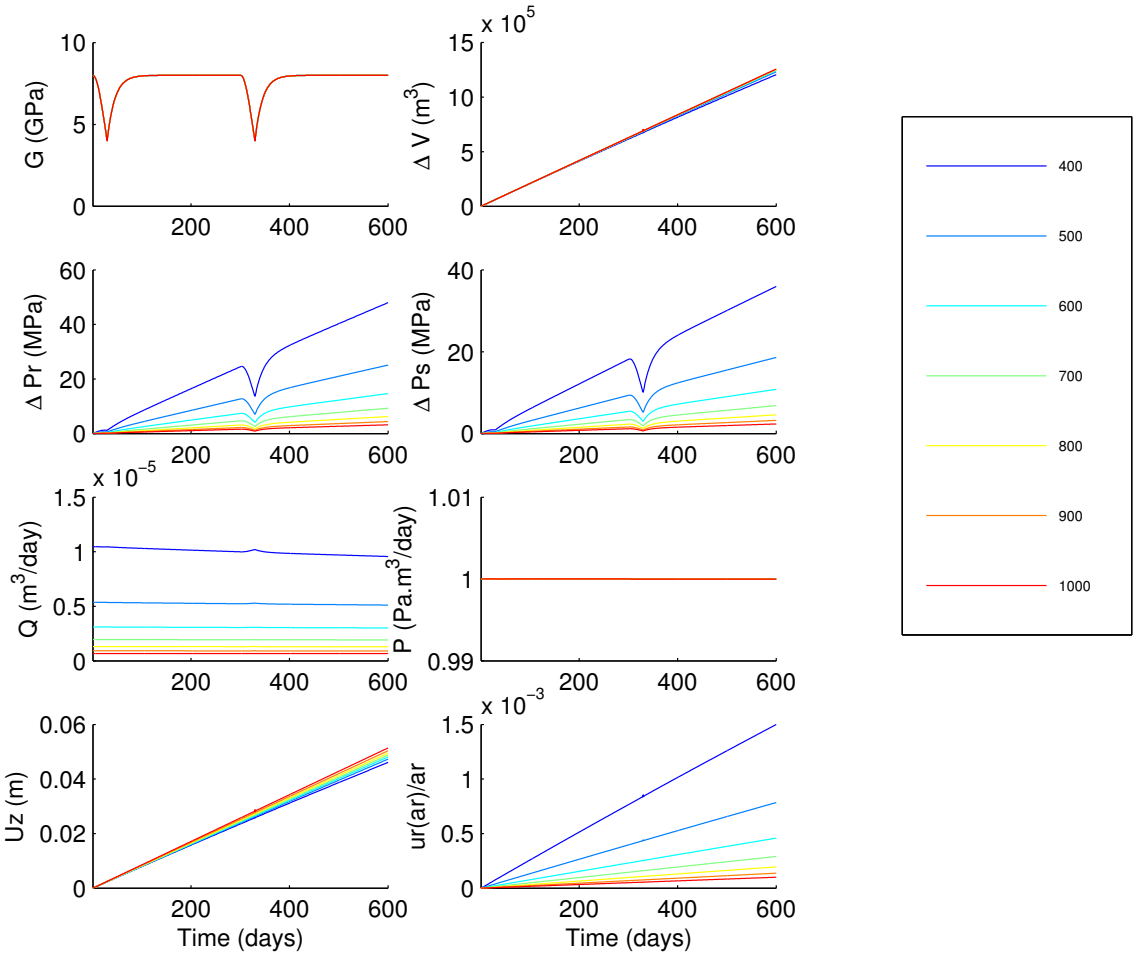


Figure 7.6: *Influence du paramètre a_r en m sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

7.4.2 Cycles à puissance constante

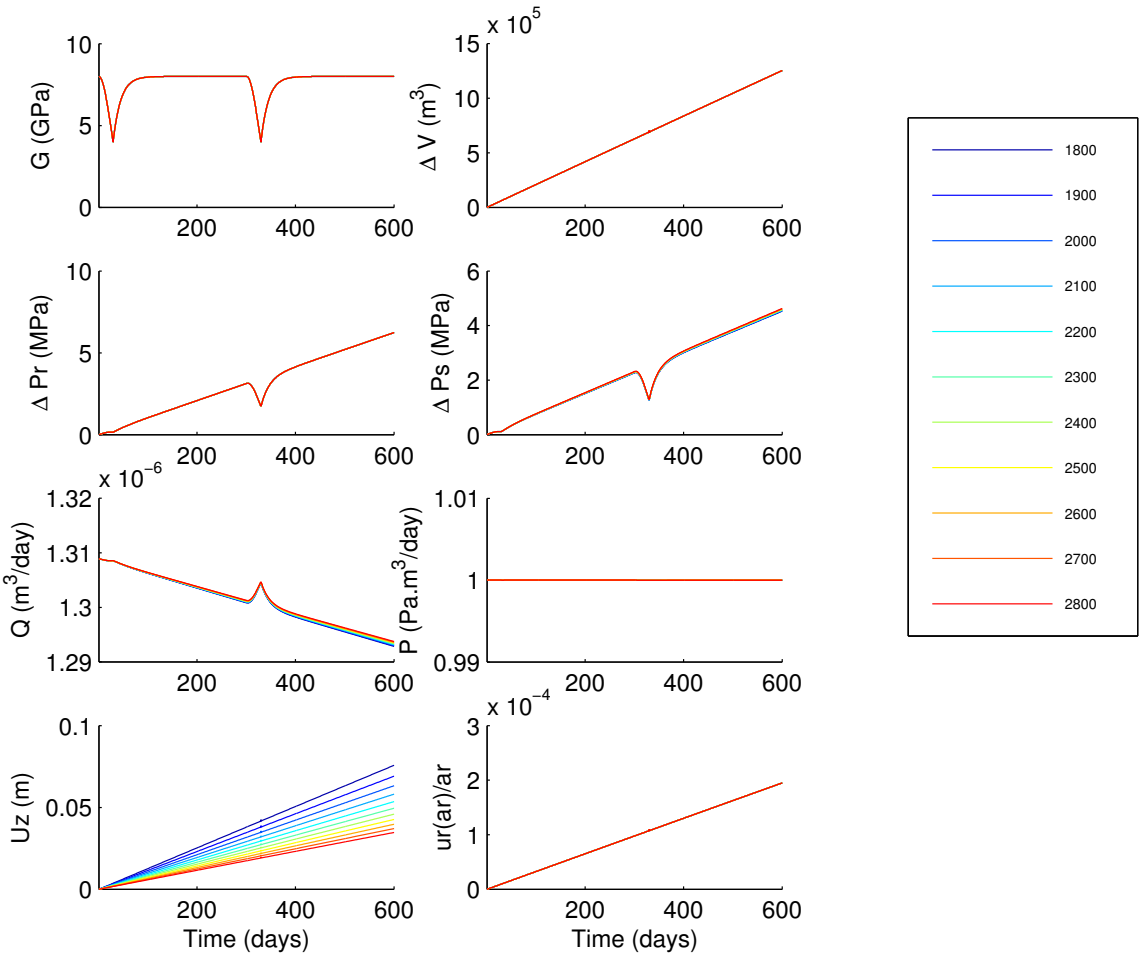


Figure 7.7: *Influence du paramètre h_r en m sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

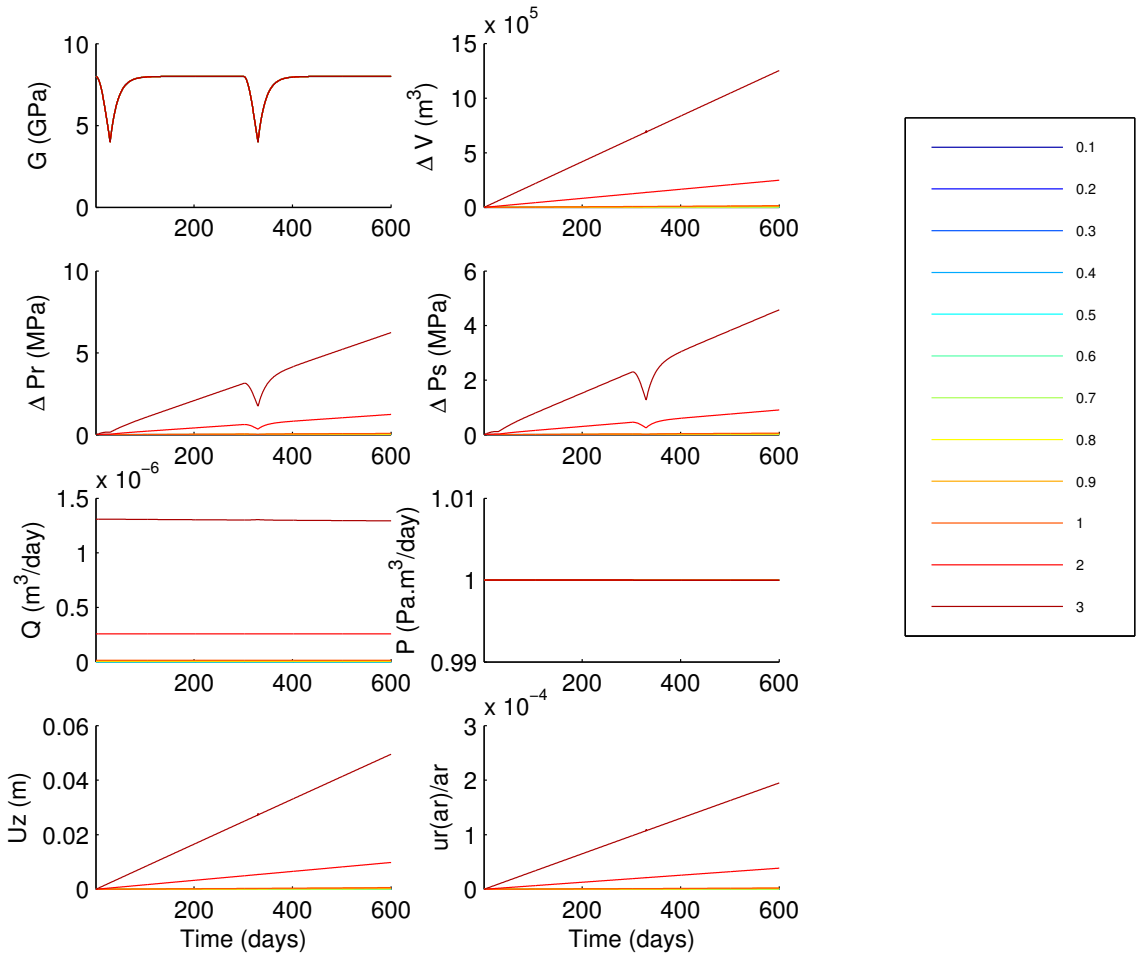


Figure 7.8: *Influence du paramètre a_c en m sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

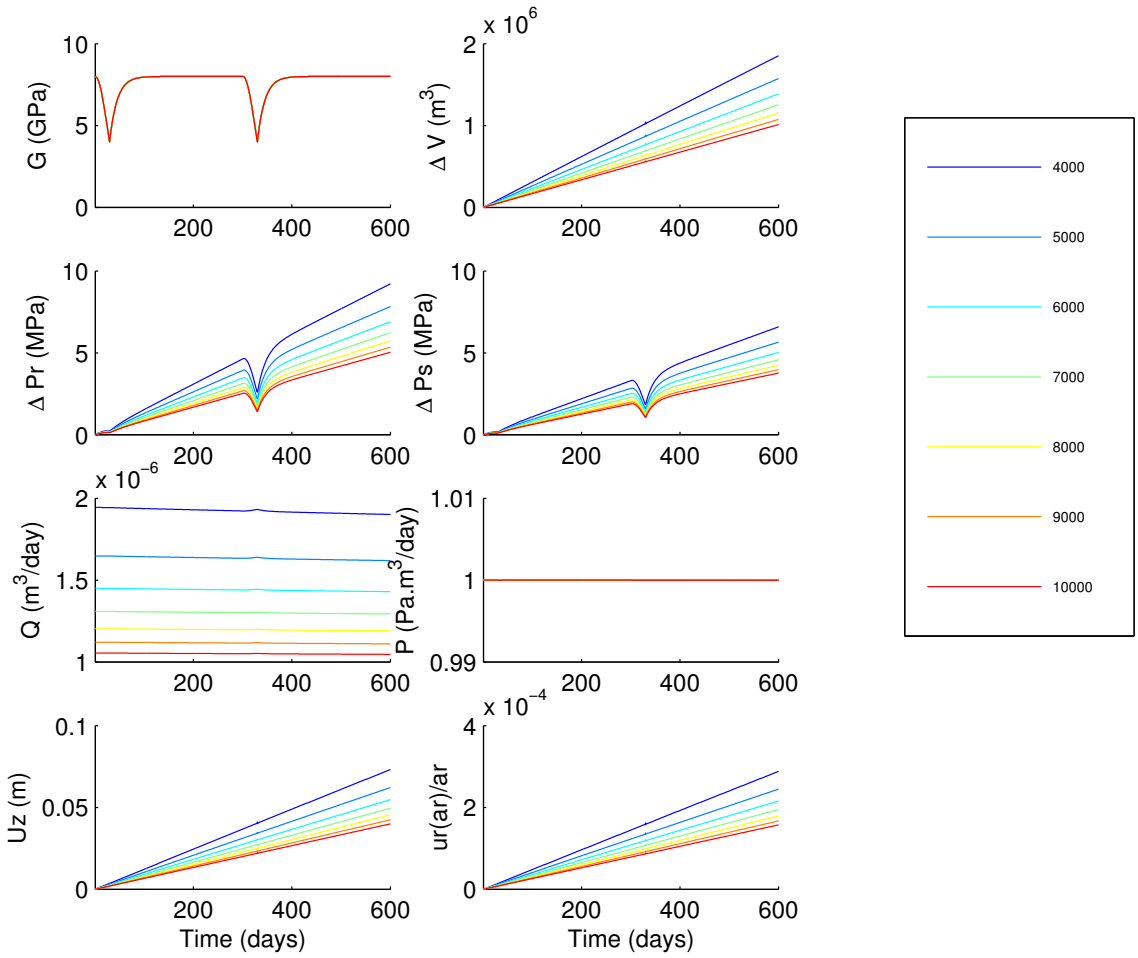


Figure 7.9: *Influence du paramètre h_c en m sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

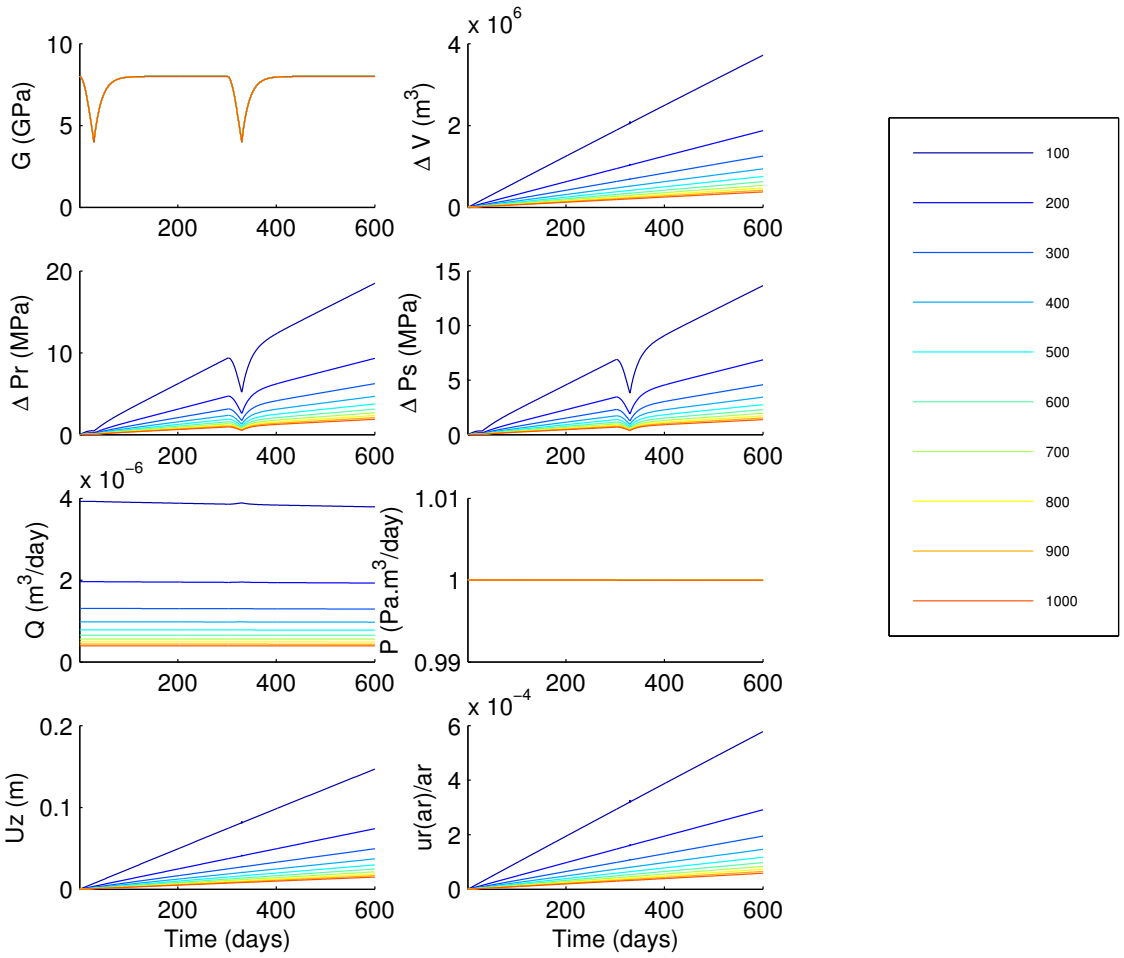


Figure 7.10: *Influence du paramètre μ en $Pa.s$ sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

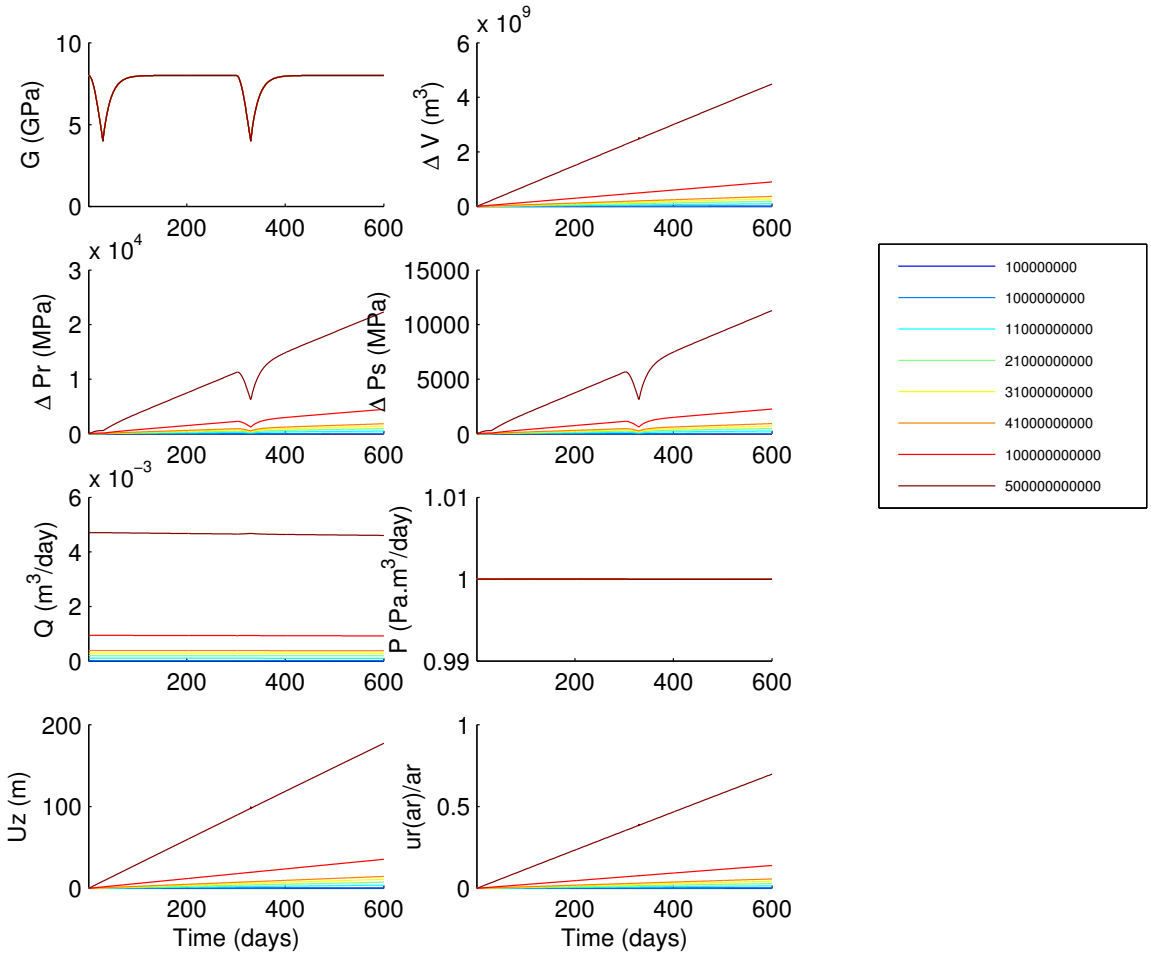


Figure 7.11: *Influence du paramètre ΔP_s^0 en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

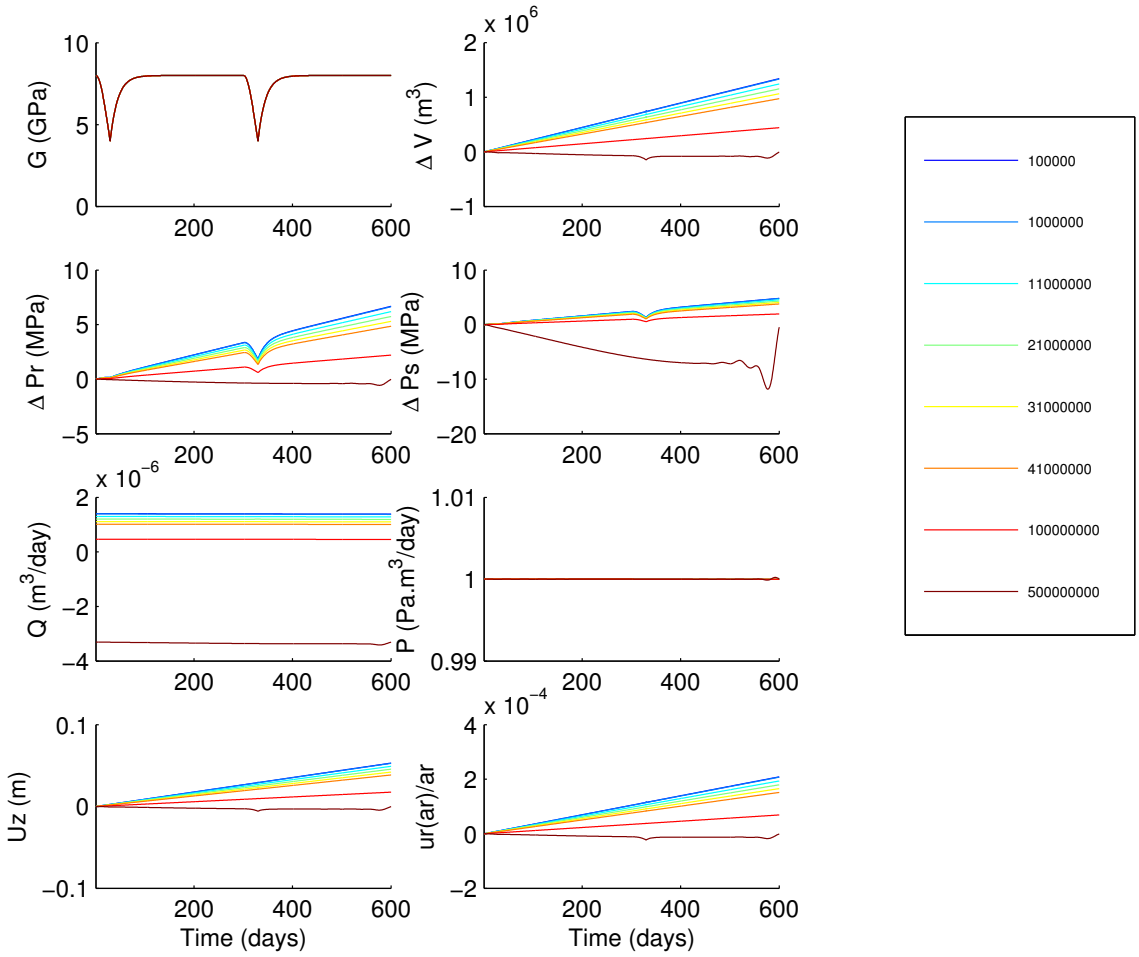


Figure 7.12: *Influence du paramètre ΔP_r^0 en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

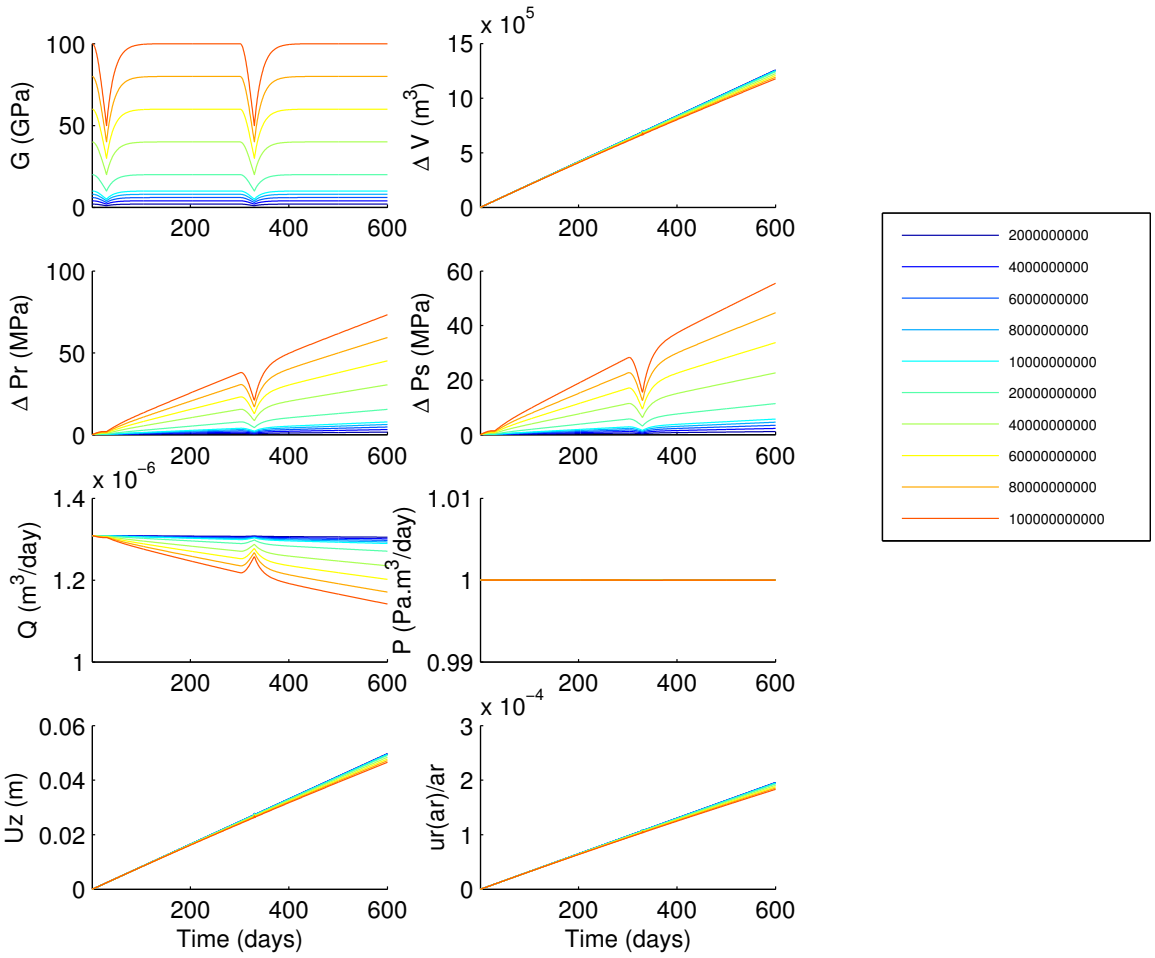


Figure 7.13: *Influence du paramètre G_0 en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

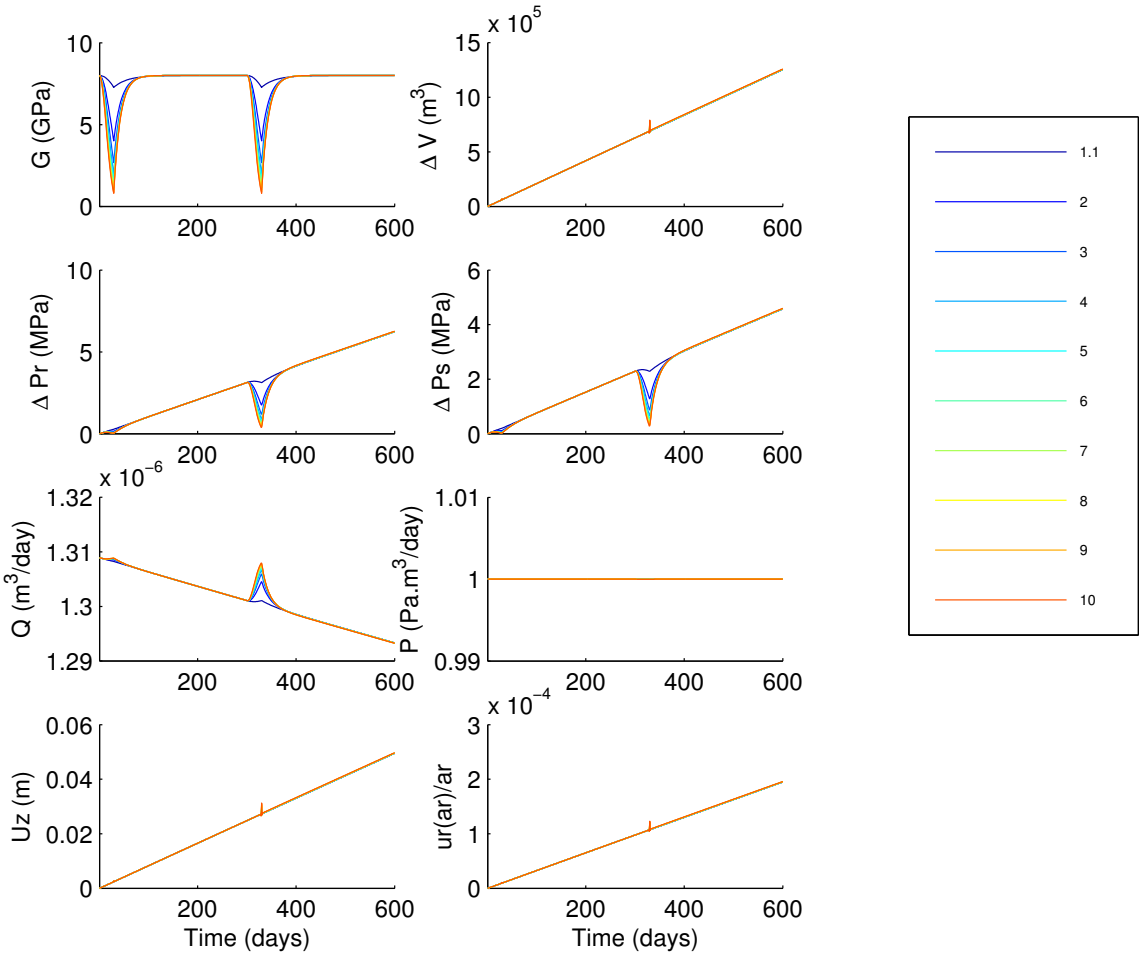


Figure 7.14: *Influence du paramètre minimum de G atteint en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

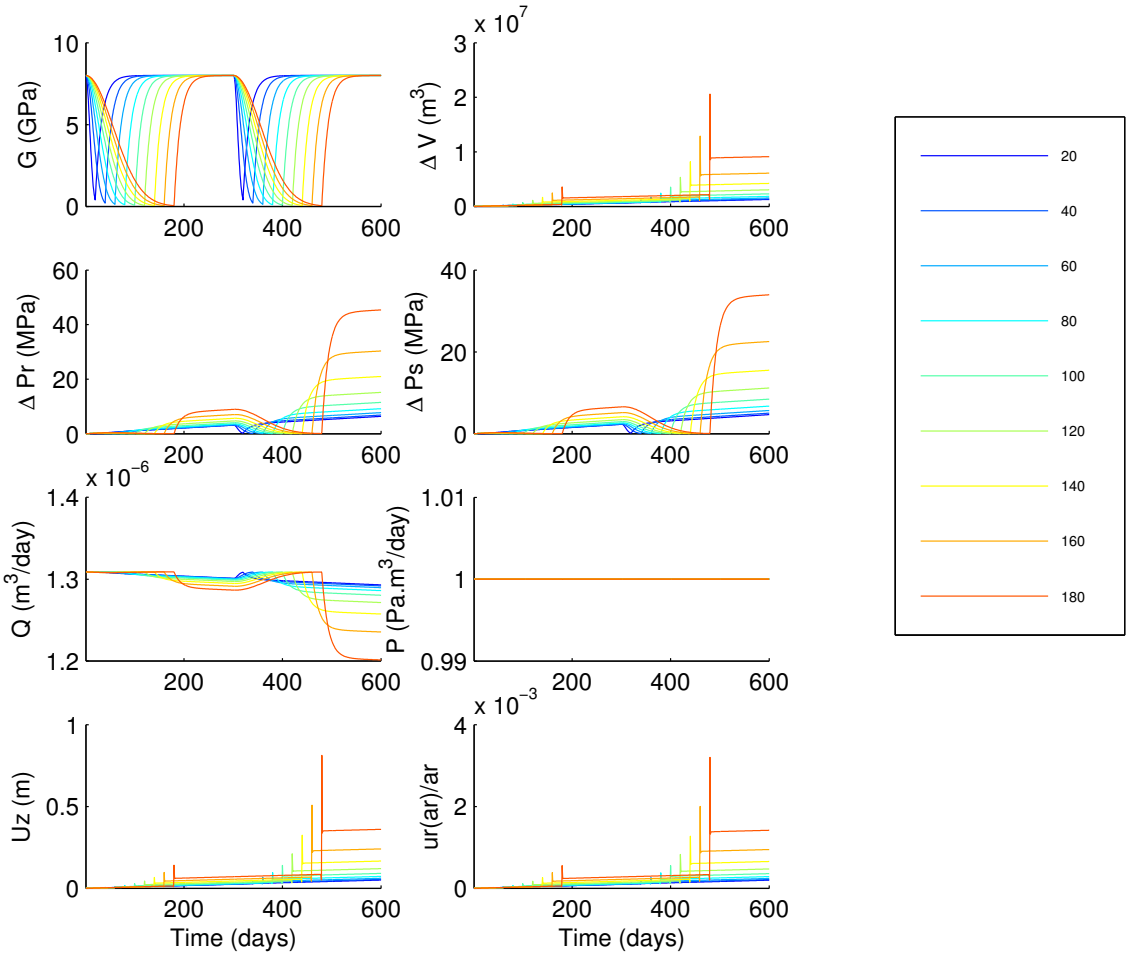


Figure 7.15: *Influence du paramètre t_e, durée de l'endommagement, en jours sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

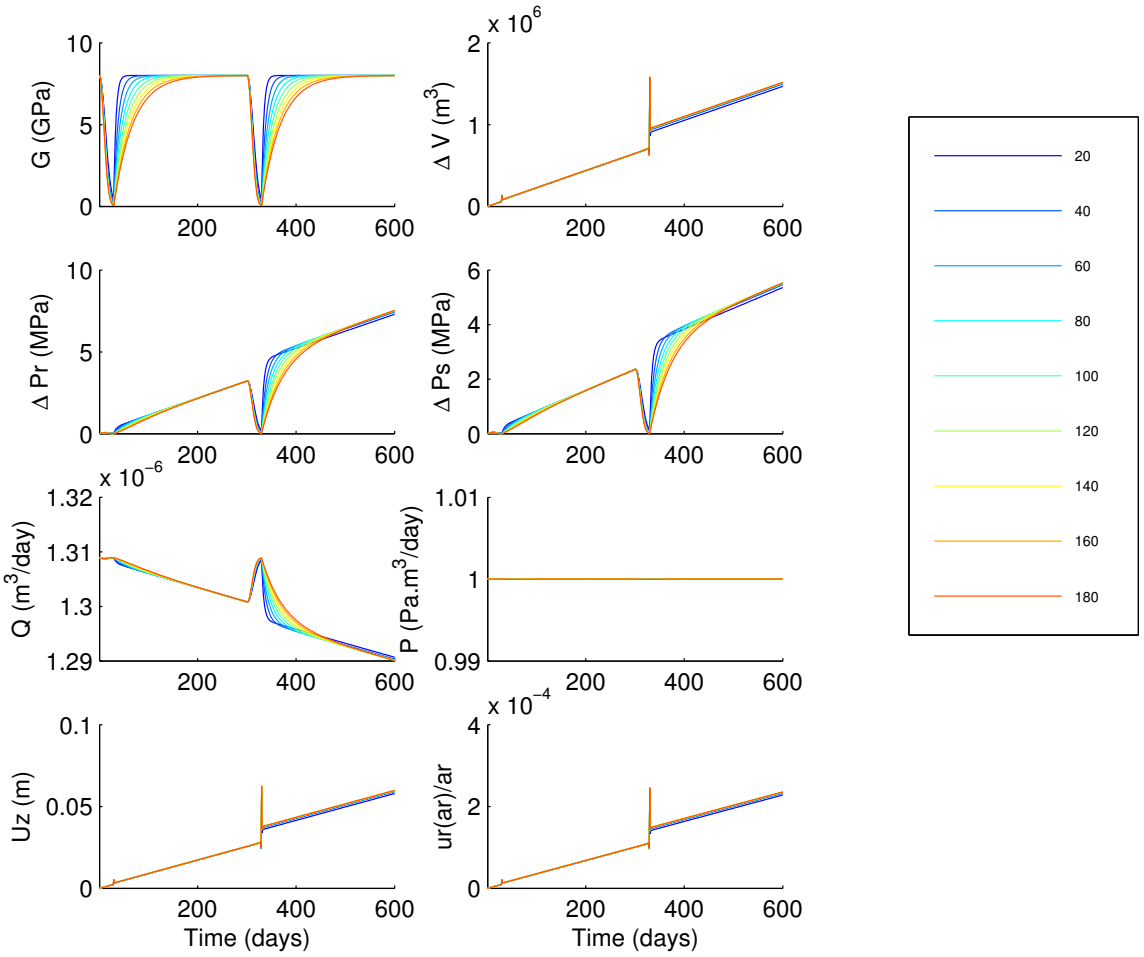


Figure 7.16: *Influence du paramètre t_{cons}, durée de la consolidation, en jours sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000$ kg/m^3, $\rho_m = 2300$ kg/m^3, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

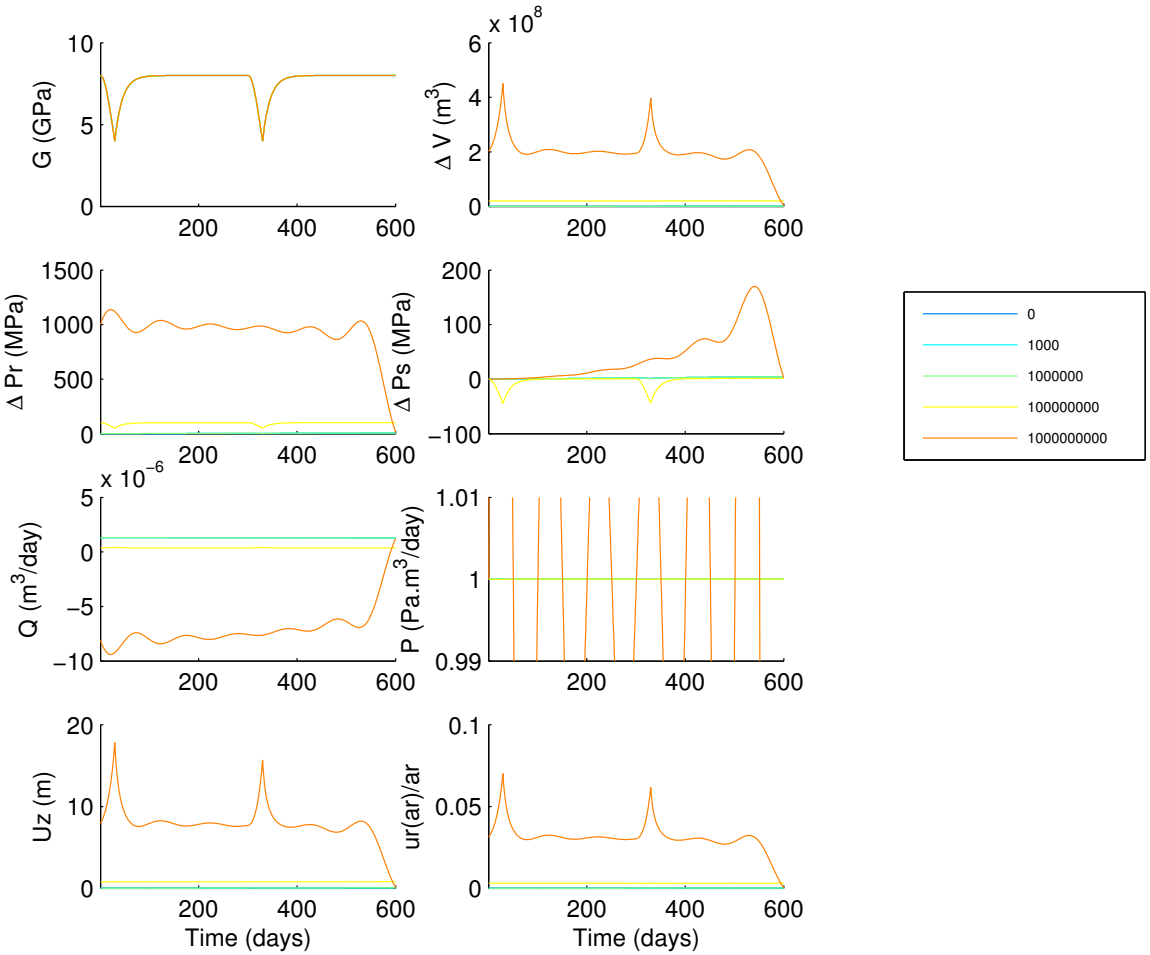


Figure 7.17: *Influence la surpression intiale du réservoir en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

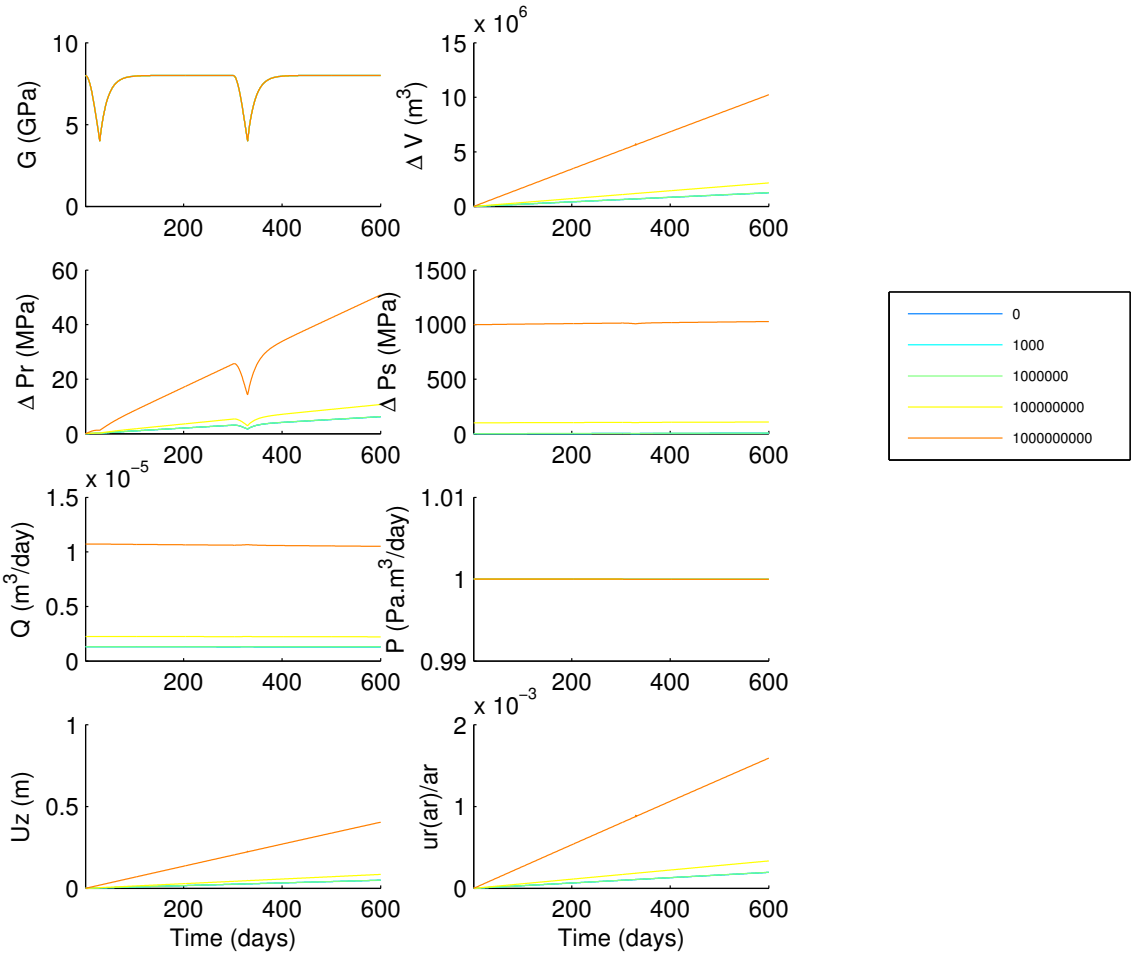


Figure 7.18: *Influence de la surpression initiale à la base du conduit en Pa sur les variables du modèle sur une durée de 300 jours. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

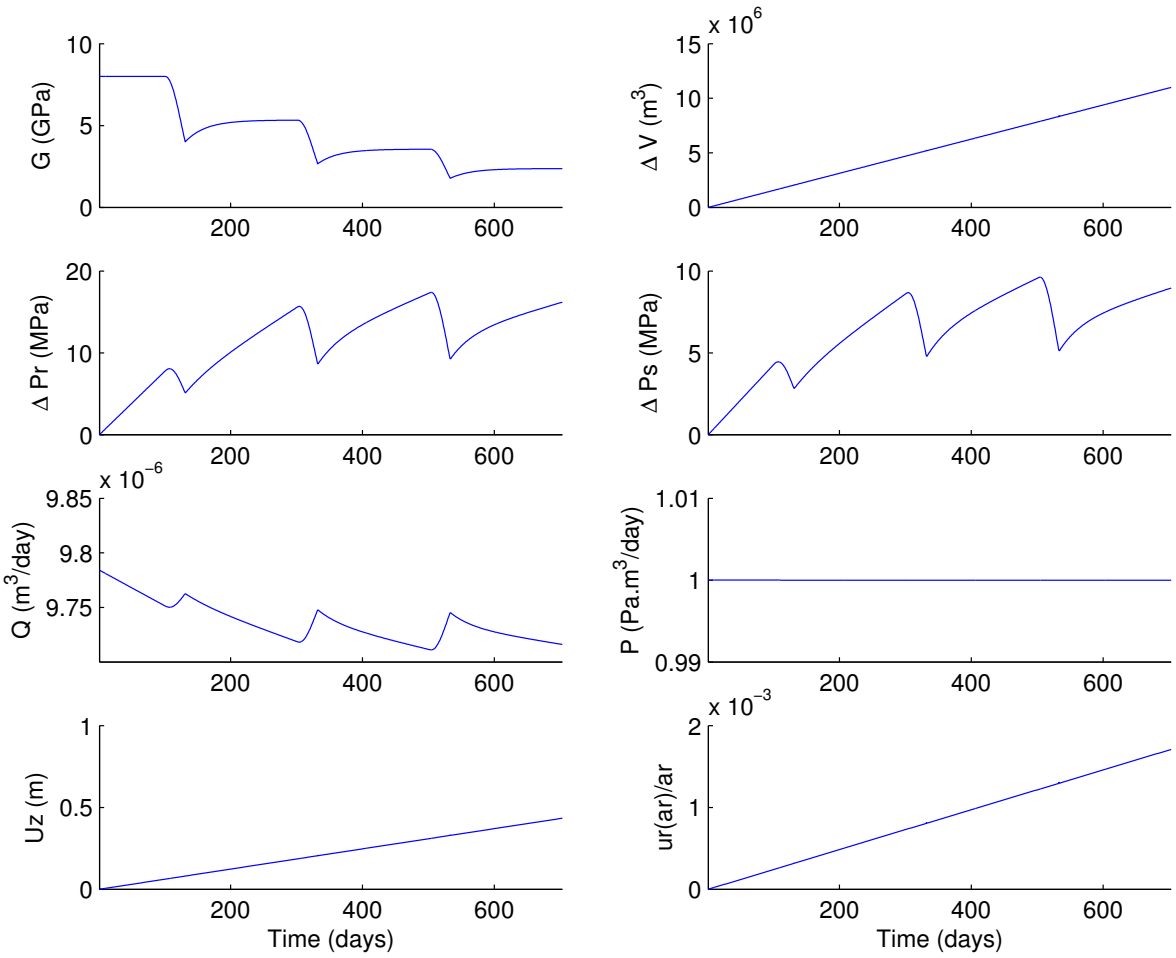


Figure 7.19: *Influence d'une série de variation du module de cisaillement sur les variables du modèle. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

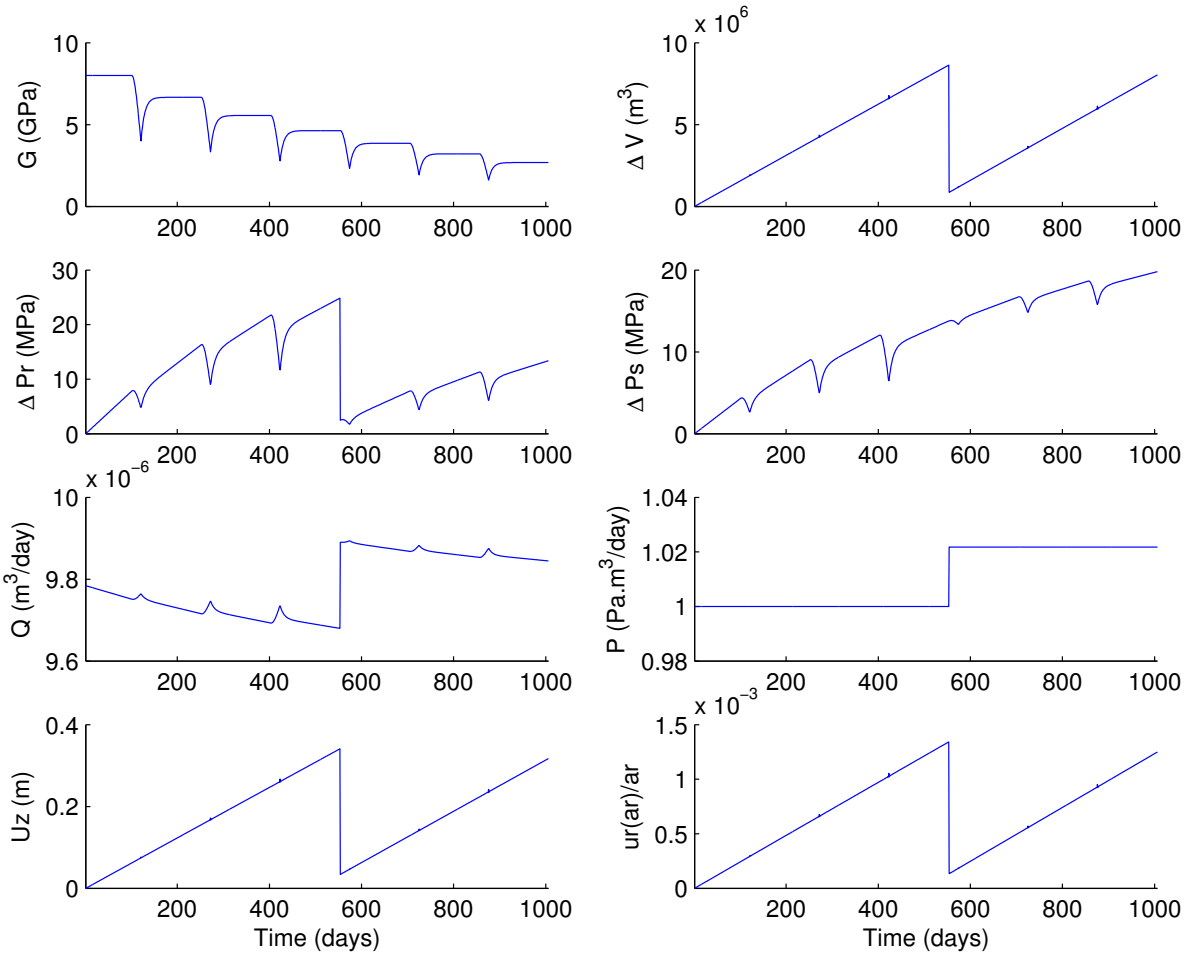


Figure 7.20: *Influence d'une série de variation du module de cisaillement avec introduction d'une diminution brutale de la pression dans le réservoir simulant une éruption sur les variables du modèle. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800$m, $a_c = 3$m, $h_r = 2300$m, $h_c = 7000$m, $\mu = 300$Pa.s, $G_0 = 8$GPa, $\Delta P_s^0 = 10^8$Pa, $\Delta P_r^0 = 10^7$Pa, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0$Pa et $\delta P_r(0) = 0$Pa.*

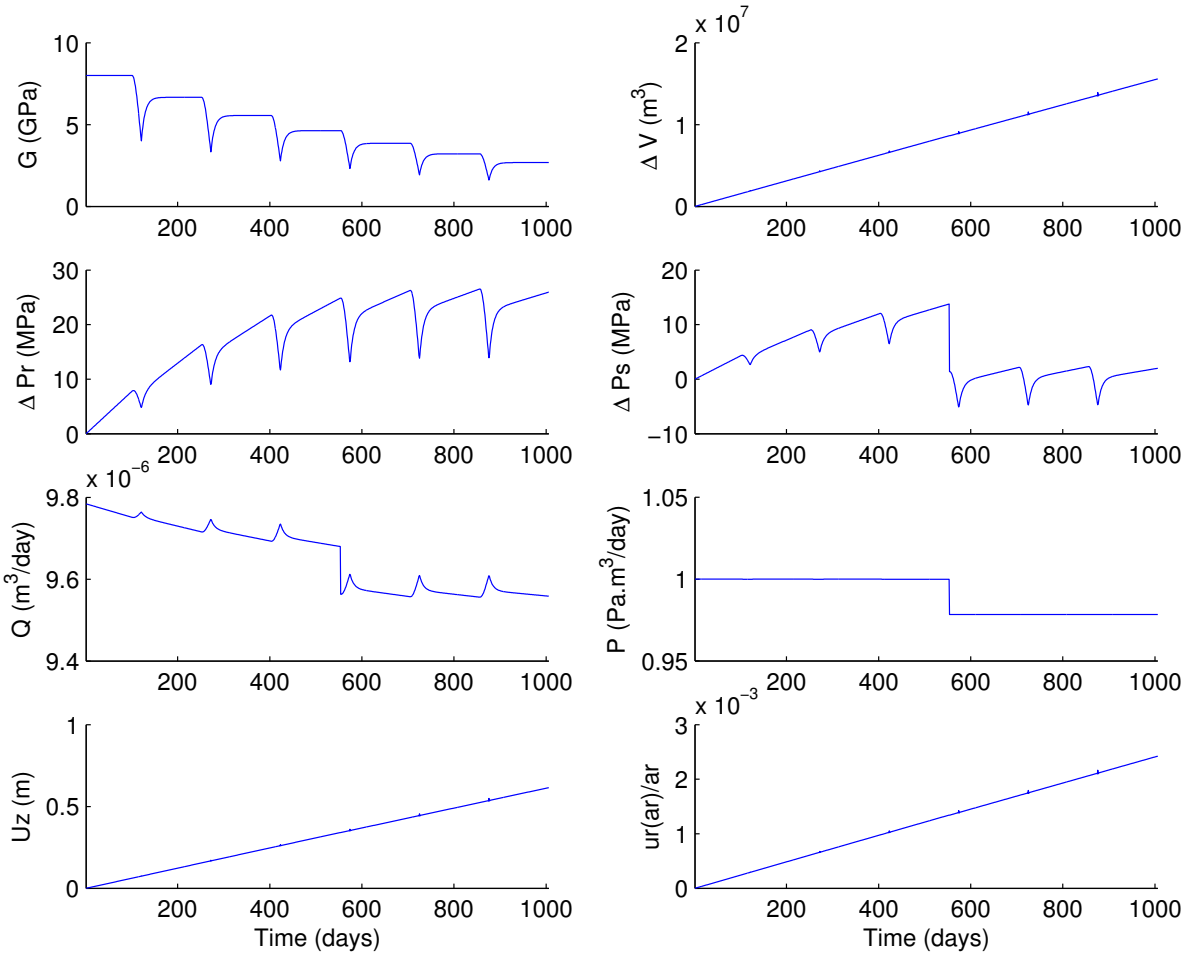


Figure 7.21: *Influence d'une série de variation du module de cisaillement avec introduction d'une diminution brutale de la pression à la base du conduit sur les variables du modèle. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, surpression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

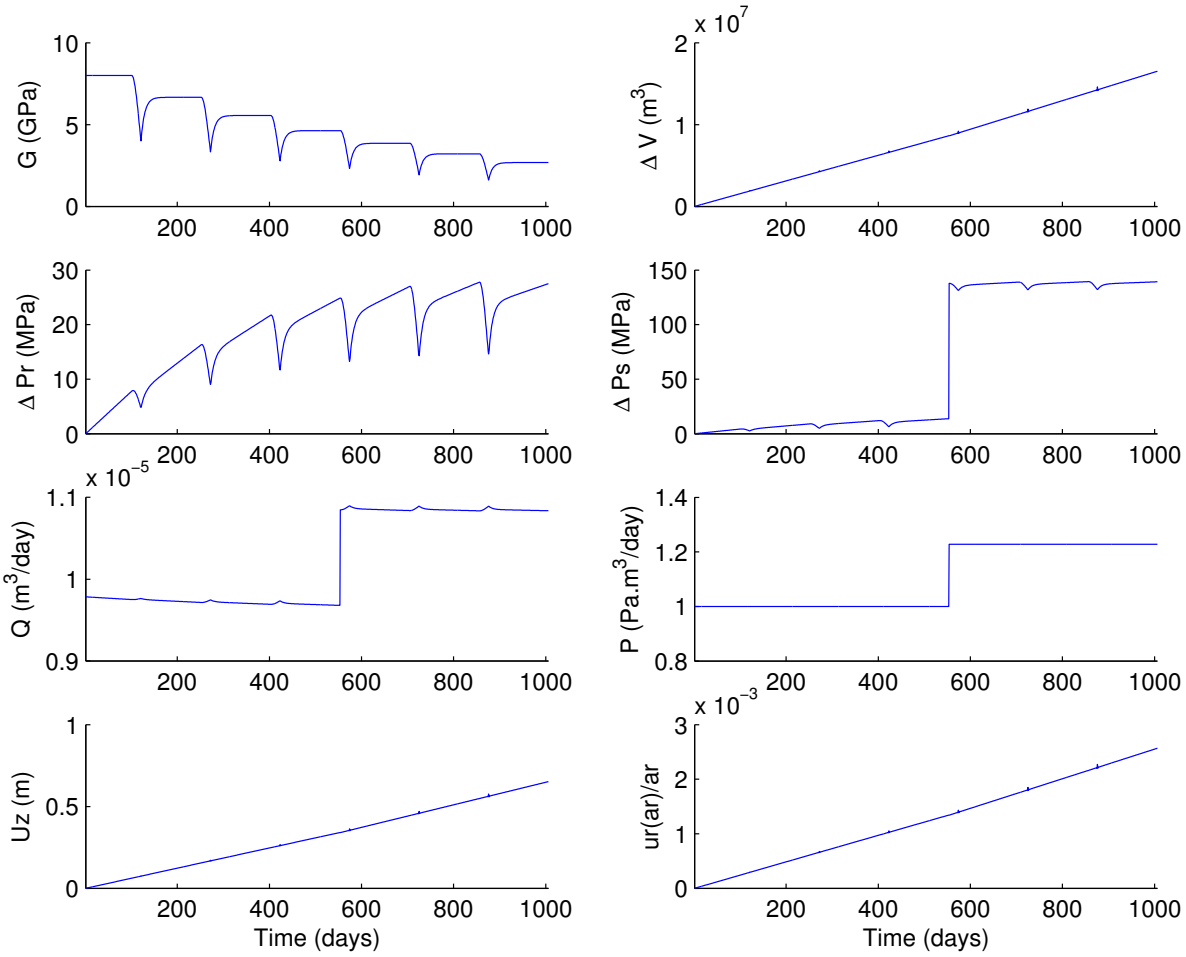


Figure 7.22: *Influence d'une série de variation du module de cisaillement avec introduction d'une augmentation brutale de la pression à la base sur les variables du modèle. Variation de volume dans la chambre magmatique, ΔV en m^3, surpression dans la chambre magmatique, ΔP_r en MPa, supression à la base du conduit, ΔP_s en MPa, débit Q en $m^3/jour$ et puissance associée $\mathcal{P}$ en $Pa.m^3/jour$, déplacement vertical de surface u_z en m et quotient du déplacement radial de surface u_r en m par le rayon de la chambre a_r en m. La surpression dans la chambre magmatique et à la base du conduit sont le résultat de la résolution du système d'équations différentielles 5.36 et 5.31 Les conditions initiales sont données par $a_r = 800m$, $a_c = 3m$, $h_r = 2300m$, $h_c = 7000m$, $\mu = 300Pa.s$, $G_0 = 8GPa$, $\Delta P_s^0 = 10^8 Pa$, $\Delta P_r^0 = 10^7 Pa$, $\rho = 3000\ kg/m^3$, $\rho_m = 2300\ kg/m^3$, $\delta P_s(0) = 0Pa$ et $\delta P_r(0) = 0Pa$.*

7.5 Etablir des cycles à partir de l'information de sismicité et de déformation : étude et difficultés rencontrées

L'objectif de cette partie est de réaliser l'ajustement des données de déformation observés sur des périodes de temps incluant plusieurs éruptions à l'aide des variations du module de cisaillement via des cycles endommagement-consolidation. Dans un premier temps, l'utilisation de l'étude paramétrique précédente et des données de l'observatoire du Piton de la Fournaise me permet de définir un cycle de variation du module de cisaillement ajustant au mieux les données de déformation. Dans un second temps, je chercherais des paramètres permettant de définir de manière automtatique les phases d'endommagement et de consolidation sur le PDF à partir des données de déformation.

Définir des cycles à partir des observations

Dans ce paragraphe nous appellerons cycle éruptif l'intervalle de temps qui sépare deux éruptions. Après une éruption du Piton de la Fournaise entre 2000 et 2007, les déformations post-éruptives mesurées montrent une déflation sommitale qui correspond à la dépressurisation du réservoir magmatique superficiel (Peltier et al. (2008)), rapidement suivie par une remise en pression de ce réservoir et une inflation sommitale qui dure jusqu'à l'éruption, qui marque la fin du cycle. Nous avons montré au chapitre précédent que cette inflation était accompagnée de sismicité et donc de l'endommagement de l'édifice. L'édifice ne pouvant s'endommager indéfiniment, à moins de perdre tout résistance, il faut envisager qu'à l'intérieur du cycle éruptif il existe au moins une période de consolidation. Nous proposons d'associer la période de déflation post-éruptive de l'édifice à cette nécessaire période de consolidation: pendant cette période asismique, le volume de l'édifice diminue, et notamment le volume des vides créés pendant la période d'endommagement.

Lois choisies et mise en place des cycles On rapelle ici que la loi de décroissance du module de cisaillement considérée d'après les observations faites au chapitre précendent est de la forme :

$$G = G_i \exp^{-A(t-t_i)^2} \tag{7.5}$$

avec $A = \frac{\ln(G_i/G_{min})}{\Delta t^2}$, avec G_i le module de cisaillement au début du cycle d'endommagement, Δt la durée de la phase d'endommagement. G_{min} est obtenu à partir de la sismicité tel que $G_{min} = G_i\,(1-\delta)^N$ avec $\delta = \frac{l}{h_r}$ la "constante d'endommagement" (l étant la longueur caractéristique d'une fracture) et N le nombre de séismes enregistrés sur la période Δt.

D'autre part, la résolution à 1-dimension du problème de consolidation dans un milieu poreux soumis à une contrainte normale permet de montrer que la pression de pores évolue selon une loi de type exponentielle (Jaeger et al., 2009). Ainsi le volume des pores et donc l'indice des vides suivent le même type de loi. Soit U le degré de consolidation, on peut alors écrire le module de cisaillement en phase de consolidation de la manière suivante : $G(t) = G_0.U(t)$ avec $U(t) = 1 - k\exp(-\lambda t)$. On obtient alors la loi d'évolution suivante dans le cas de la consolidation :

$$G = G_0 \left(1 - k \exp\left(-\lambda t\right)\right) \tag{7.6}$$

Les constantes k et λ sont déterminées à l'aide des conditions aux limites. On appelle δt le temps caractéristique nécessaire au système pour atteindre 99% de sa valeur initiale. Alors les constantes k et λ sont données par : $k = \frac{G_0 - G_i}{G_0} \exp(\lambda t_i)$ et $\lambda = \frac{-\ln\left(\frac{0.01 G_i}{G_0 - G_i}\right)}{\delta t}$ avec $G_i = G(t = t_i) = G_{min}$ la valeur du module de cisaillement au temps t_i correspondant au début de phase de consolidation.

Dans un premier temps j'utiliserai les lois définies précédemment (équations 7.5 et 7.6) afin de définir des cycles éruptifs au Piton de la Fournaise.

Pour des raisons pratiques je centrerai le cycle sur l'instant correspondant au début de l'éruption: un cycle est alors constitué par une phase d'endommagement suivie d'une phase de consolidation (figure 7.23). Le début du cycle (instant initial t_i) correspond au début de la phase d'endommagement; le module de cisaillement à cet instant est noté G_i. La phase d'endommagement se poursuit jusqu'au temps t_{min} pour lequel G atteint G_{min}. La phase de consolidation s'amorce en t_{min} et dure jusqu'à l'instant t_f. La phase éruptive est considérée comme la période pendant laquelle le module de cisaillement est inférieur à une valeur limite notée G_{lim} (figure 7.23). On note t_{ei} et t_{ef} les instants correspondant au début et à la fin de l'éruption. On considère donc que l'endommagement peut continuer quelques temps après que l'éruption ait commencé, ce qui est probablement vrai puisque la sismicité est forte à l'initiation de l'éruption, mais difficile à mesurer, à cause de la saturation des enregistrements sismiques dès le début du transfert de magma.

J'ai choisi dans un premier temps de travailler sur une série de cycles éruptifs bien documentés au Piton de la Fournaise entre Novembre 2005 et Avril 2007. L'observation des données GPS indique une forte augmentation des déplacements de surface avant l'éruption du 29 Novembre 2005. On peut donc alors supposer que cette éruption correspond à une phase d'endommagement majeur. Je choisi donc de commencer le premier cycle d'endommagement 10 jours avant cette éruption. A chaque éruption correspond alors un cycle endommagement-consolidation. La période étudiée dure 824 jours et se termine le 22 Avril 2008.

Les dates de début et de fin d'éruption durant la période 2003-2010 sont répertoriées dans le tableau 7.1 (Roult et al., 2012). On notera $t_{ei}(n)$ le temps de début d'éruption du cycle endommagement-consolidation n, $t_{ef}(n)$ le temps de fin d'éruption, t_i le temps pour lequel l'endommagement s'initie pour le cycle endommagement-consolidation n et $t_f(n)$ le temps de fin de consolidation du cycle. On a alors $t_i(n) = t_f(n-1) + 1$ jours. Les périodes d'endommagement et de consolidation sont délimitées par la mesure des déplacements de surface et de la sismicité comme indiqué précédemment. A chaque cycle il faut déterminer $t_i(n)$ tel que $t_{ef}(n-1) < t_i < t_{ei}(n)$, t_{min} tel que $t_{ei}(n) < t_{min} < t_{ef}(n)$ et $t_f(n)$ tel que $t_{ef}(n) < t_f < t_{ei}(n+1)$. Le minimum du module de cisaillement atteint à chaque cycle éruptif $G_{min} = G(t = t_{min})$ est ajusté en fonction du déplacement de surface observé et doit être inférieur ou égal à G_{lim}. Je choisis dans un premier temps $G_{lim} = \frac{G_0}{2}$. Au final un cycle endommagement-consolidation implique l'estimation de 4 paramètres t_i, t_f, t_{min} et G_{min}. Comme $t_i(n+1) = t_f(n) + 1$ il reste 3 paramètres par cycle à déterminer soit dans le cas de

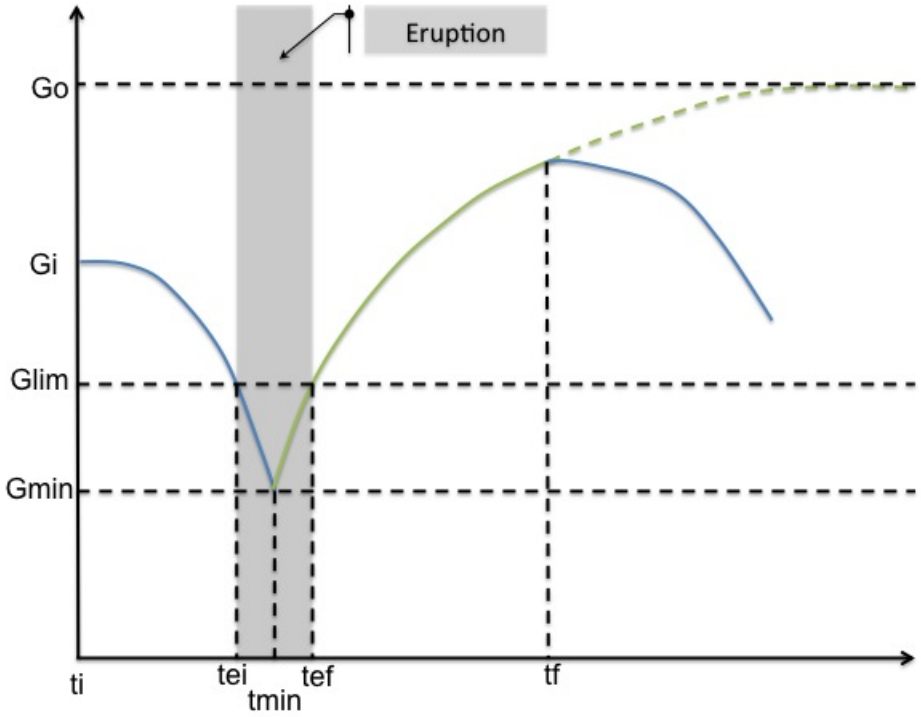


Figure 7.23: *Paramètres clé de l'établissement de cycles endommagement-consolidation de manière manuelle.*

la période considérée $3 \times 6 = 18$ paramètres, auxquels il faut ajouter le paramètre G_{lim} soit 19 paramètres au total.

Résultats Je choisis d'ajuster les séries de cycles endommagement-consolidation aux observations réalisées sur la station GPS SNEG du fait de sa proximité du cratère et de la qualités des données qu'elle produit sur la période d'étude considérée.

On constate sur la figure 7.24 que les cycles éruptifs au Piton de la Fournaise peuvent être reproduits par notre modèle impliquant une pression constante à la base du conduit magmatique. Les phases éruptives issues du modèle sont définies comme le temps pendant lequel le module de cisaillement se trouve inférieur au module de cisaillement limite G_{lim}.

On constate sur la figure 7.24 que les durées d'éruption modélisées qui ajustent au mieux les déplacements de surface sont dans 50% des cas plus courtes que les durées d'éruption réellement observées, ce qui n'est pas étonnant dans la mesure où la durée de l'activité éruptive observée en surface n'est pas uniquement controlée par le paramètre G_{lim}, mais aussi par les paramètres caractérisant le processus de transfert de magma.

Le choix des temps d'initiation et de terminaison des phases d'endommagement et de consolidation étant choisies de manière empirique de façon à ajuster au mieux les données cela peut poser des problèmes d'interprétation et de précision des variables associées, notamment les variations de volume, de pression et de flux. Cependant, nous choisissons ici de montrer

Numéro	Début	Fin	Type	Direction	Localisation	Volume émis ($10^6 m^3$)
1	30/05/03	07/07/03	S	.	Dolomieu (OSO)	1.28
2	22/08/03	27/08/03	P	17	Flanc N	6.2
3	30/09/03	01/10/03	P	203	Flanc SO	1
4	06/11/03	06/11/03	I	144	Flanc S-SE	.
5	07/12/03	25/12/03	S	37	Dolomieu	1.2
6	08/01/04	10/01/07	D	24	Flanc NE	1.9
7	02/05/04	18/05/04	P	191	Flanc S	16
8	12/08/04	14/10/04	SP	71	Dolomieu + flanc E	20
9	17/02/05	26/02/05	D	30	Flanc NE	18-20
10	04/10/05	17/10/05	S	342	Dolomieu	1.5
11	29/11/05	29/11/05	SP	358	Flanc N	1
12	26/12/05	18/01/06	D	35	Flanc NE	15-20
13	20/07/06	14/08/06	P	202	Flanc S	2.5-3
14	30/08/06	31/12/06	S	77	Dolomieu	20
15	18/02/07	19/02/07	SP	90	Dolomieu + flanc E	< 1
16	30/03/07	01/05/07	D	118-125	Flanc SE	140
17	08/09/08	04/02/09	3S+3I	.	Dolomieu	2.6
18	07/10/09	14/10/09	2I	.	.	.
19	05/11/09	06/11/09	P	71	Flanc S-SE	0.1
20	14/12/09	15/12/09	P	118	Flanc S-SE	0.2
21	02/01/10	12/01/10	S	5	Dolomieu	1.2
22	14/10/10	31/10/10	P	164	Flanc S	2.7
23	09/12/10	10/12/10	P	345	Flanc N	0.5

Table 7.1: *Tableau des éruptions au PDF entre 2003 et 2010 (Roult et al. (2012) + communication personnelle). La date est donnée au format jour/mois/année. Les types sont définis comme suit : S=éruption sommitale, P=éruption proximale, D=éruption distale, I=Intrusion, SP=eruption commençant au sommet de la caldeira et se poursuivant par une fissure en dehors de la caldera. La colonne direction donne l'azimuth de la fissure éruptive et localisation son emplacement sur l'édifice volcanique. Les éruptions du 30 mars 2007 et du 2 Avril 2007 sont regroupées en un seul et même évènement débutant au 30 mars 2007. L'activité éruptive de la fin d'année 2008 est elle aussi regroupée en un ensemble de 3 éruptions sommitales et 3 intrusions (3S+3I). Les deux intrusions d'octobre 2009 sont regroupées en un évènement.*

dans un premier temps la faisabilité de la méthode, i.e. la possibilité d'ajuster les données de déformation de surface par une variation du module de cisaillement à pression à la base du conduit constante, et non de quantifier les variations de pression et de volume au sein de la chambre magmatique.

Cette méthode de modélisation implique la connaissance a priori de nombreux paramètres. Je vais dans les paragraphes suivants tenter d'effectuer la détermination des cycles d'endommagement et de consolidation à l'aide de critères objectifs portant sur la mesure des déformations de surface et de réaliser une inversion permettant d'ajuster les cycles de déformation observés au Piton de la Fournaise.

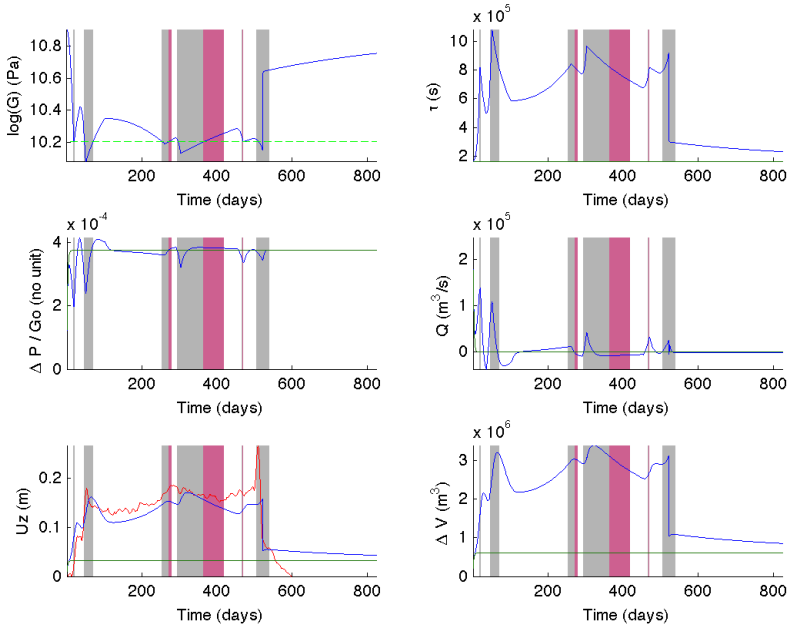


Figure 7.24: *Cycles endommagement-consolidation. a)* $\log(G)$*, pointillés verts :* G_{lim} *tel qu'il y ai éruption b) Temps caractéristique c) Surpression dans le réservoir d) Flux de magma e) Déplacement vertical calculé (bleu), mesuré par la station GPS SNE (rouge) et modèle élastique (vert). f) Variation de volume dans la chambre magmatique. Les aires grisées correspondent aux périodes d'éruption déduites du modèle, les aires rosées aux périodes d'éruotion réellement observées au PDF. Les courbes vertes représentent les solutions élastiques.*

Définir un modèle de cycles

Deux observables peuvent permettre de différencier les phases d'endommagement et de consolidation sur un volcan comme le Piton de la Fournaise: la sismicité et la déformation de surface. Les éruptions du Piton de la Fournaise sont généralement précédées par une inflation, et une augmentation régulière du taux de sismicité volcano-tectonique; la sismicité volcano-tectonique s'arrête lorsque la déflation commence. Malheureusement les enregistrements sismiques sont alors saturés par le trémor éruptif et ne permettent pas de déterminer exactement la fin de la période d'endommagement. L'observable privilégiée pour la détermination de la fin de la période d'endommagement reste donc la mesure de la déformation de surface, qui permet de déterminer le début de la déflation. A la fin de la période post-éruptive, le début de l'endommagement peut être déterminé par le début de la sismicité inter-éruptive. Cet instant correspond au moment où l'édifice passe d'une phase de déflation post-éruptive à une phase d'inflation pré-éruptive. Dans les deux cas on remarque qu'on peut envisager de ne se servir que d'une seule observable, la mesure des déplacements de surface, pour caractériser le passage de l'endommagement à la consolidation et vice-versa. C'est donc cette observable que nous utiliserons par la suite.

Dans ce paragraphe, une méthode de délimitation temporelle automatique des phases

d'endommagement et de consolidation est mise au point à partir des observations de déformations.

Afin de définir un modèle de cycles à partir de mesures de déformation, je me suis inspirée des critères définis par Lyakhovsky et al. (1997b,a) qui utilisent les invariants du tenseur des déformations (paragraphe 5.1.2) pour différencier endommagement et consolidation.

Le tenseur des déformations est défini de la manière suivante :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{7.7}$$

avec u_i le déplacement observé le long de la composante i et x_i la position sur la composante i.

Sur le Piton de la Fournaise le tenseur des déformations est donc calculé de la manière suivante :

$$\epsilon_{pdf,ij} = \frac{u_{sta_1,i} - u_{sta_2,i}}{x_{sta_1,j} - x_{sta_2,j}} + \frac{u_{sta_1,j} - u_{sta_2,j}}{x_{sta_1,i} - x_{sta_2,i}} \tag{7.8}$$

avec $u_{sta_1,i}$ le déplacement observé à la station 1 sur la composante i et $x_{sta_1,i}$ la position de la station 1 sur la composante i.

Le paramètre ξ est défini comme $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$ avec $I_1 = \epsilon_{ii}$ et $I_2 = \epsilon_{ij}\epsilon_{ij}$, avec la convention de sommation d'Einstein. Les invariants des contraintes I_1 et I_2 sont définis à la manière de Lyakhovsky et al. (1997a). D'autre part, nous rappelons ici que le modèle développé par Lyakhovsky est appliquable dans le cas de d'un solide endommagé par des fractures perpendiculaires à l'axe de compression ou d'extention maximal. Dans le cas de l'étude du PDF, les observations de terrain montrent la présence de dykes quasi verticaux et de sills horizontaux (Letourneur et al., 2008). Ainsi le modèle de Lyakhovsky est appliquable dans notre cas d'étude.

ξ prend des valeurs caractéristiques en fonction de la nature de la déformation: pour une contraction (resp. extension) isotrope en 3 dimensions, $\xi = -\sqrt{3}$ (resp. $\xi = \sqrt{(3)}$), pour une contraction (resp. extension) uniaxiale, $\xi = -1$ (resp. $\xi = 1$). $\xi = 0$ correspond à une déformation sans variation de volume (figure 5.11).

Lyakhovsky et al. (1997a) montrent qu'il existe un rapport ξ critique, noté ξ_0 qui correspond à un état neutre entre endommagement et consolidation. Lyakhovsky et al. (2001) montre que $-1.4 < \xi_0 < -1.45$ et qu'une variation de 5% a des conséquences non-négligeables sur la dynamique du système considéré.

Dans un premier temps, j'ai donc représenté l'évolution temporelle du paramètre ξ au cours du temps sur la même période que celle considérée précédemment comprenant l'éruption d'Avril 2007 (figure 7.26). On observe les déformations à la station SNEG, station proche du sommet proposant des données de qualité sur la période considérée. Le tenseur des déformations est déterminé à partir d'une référence géographique et des stations SNEG et RIVG. Les deux stations fournissent une série temporelle de données continue pendant cette période. D'autre part, les deux stations sont suffisamment éloignées pour que l'on puisse considérer le résultat comme représentatif de la déformation moyenne de l'édifice (bien que l'on soit conscients que

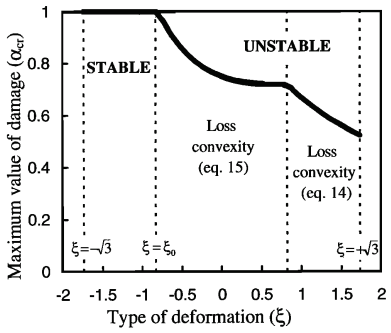


Figure 7.25: *La courbe noir représente la valeur maximale du paramètre d'endommagement en fonction du rapport des invariants des déformations, ξ. L'intervalle $-\sqrt{3} < \xi < \xi_0$ correspond à un comportement stable avec consolidation. Pour $\xi > \xi_0$ le matériau se dégrade ce qui conduit à une perte de la stabilité. (Lyakhovsky et al., 1997a)*

l'approximation des déformations infinitésimales sous-jascente à l'expression de la déformation puisse s'avérée injustifiée dans ce cas).

On constate sur la figure 7.26 qu'entre l'éruption de Janvier 2006 (au temps 47) et l'éruption d'Avril 2007 (au temps 506) ξ ne fait que croitre pour atteindre des valeurs supérieures à 1 et reste toujours positif supérieur à 0.5. Ceci implique que sur cet intervalle de temps l'édifice se dilate. Après l'éruption d'Avril 2007 ξ diminue de manière importante pour atteindre -1 au jour 600 et se stabilise à cette valeur jusqu'à la fin de la période considérée. L'édifice est alors en contraction.

Dilatation pré-éruptive avant Avril 2007 et contraction post-éruptive après sont bien conformes aux observations réalisées avant et après l'éruption d'Avril 2007 (Peltier et al., 2009b, 2015). ξ converge vers une valeur proche de -1 après l'éruption de 2007, ce qui correspond à une contraction uniaxiale et indique que l'édifice se consolide et se stabilise, ce qui est correct dans ma mesure où une déflation correspond à une diminution de l'énergie potentielle élastique (figure 7.25).

N'ayant pas de valeur de ξ_0 sur le PDF, nous choisissons de travailler sur les variations du paramètre ξ pour déterminer les phases d'endommagement et de consolidation. En effet, on constate sur la figure 7.26 que les phases de croissance de ξ correspondent aux phases de consolidation et les phases de décroissance à l'endommagement. Si on considère qu'avant la phase d'endommagement pour un $t_0 < t$ l'édifice a été dans un état stable correspondant à $\xi = \xi_0$ alors on peut écrire en première approximation un dévelopement de Taylor-Lagrange : $\xi(t = t_0) = \xi(t) + \frac{d\xi(t)}{dt}(t_0 - t) + \theta(t_0 - t)^2$

alors on a en première approximation $\frac{\xi_0 - \xi}{t_0 - t} = \frac{d\xi(t)}{dt} + \theta(t_0 - t)$ soit $\frac{\xi_0 - \xi}{t_0 - t} = \frac{d\xi(t)}{dt}$. Ainsi le signe de la dérivée est opposé au signe de $\xi_0 - \xi$ et si $\frac{d\xi(t)}{dt} > 0$ alors $\xi_0 - \xi < 0$ car $t_0 < t$ et l'édifice est en phase d'endommagement. Ceci est en accord avec les observations réalisées. Nous utiliserons donc cette hypoyhèse afin de déterminer les limites des cycles d'endommagement et de consolidation.

Ainsi l'évolution temporelle du paramètre ξ nous permet d'identifier les phases d'endommagement et de consolidation.

Ainsi une fois les durées des phases d'endommagement et de consolidation déterminées à partir des variations du paramètre ξ, l'application des lois 7.5 et 7.6 permet d'obtenir les variations temporelles du module de cisaillement. Connaissant le module de cisaillement initial et la sismicité enregistrée, les seuls paramètres à déterminer sont l (équation 7.5) et δt (équation 7.6). Le minimum du module de cisaillement atteint étant obtenu via la sismicité enregistrée sur la période de temps correspondant à la phase d'endommagement.

Ainsi partant d'un G_0 initial en début de cycle, l'évolution du module de cisaillement est déterminé à l'aide des lois d'endommagement et de consolidation pour $l = 1.1$m et $\delta t = 1500$jours (équations 7.5 et 7.6).

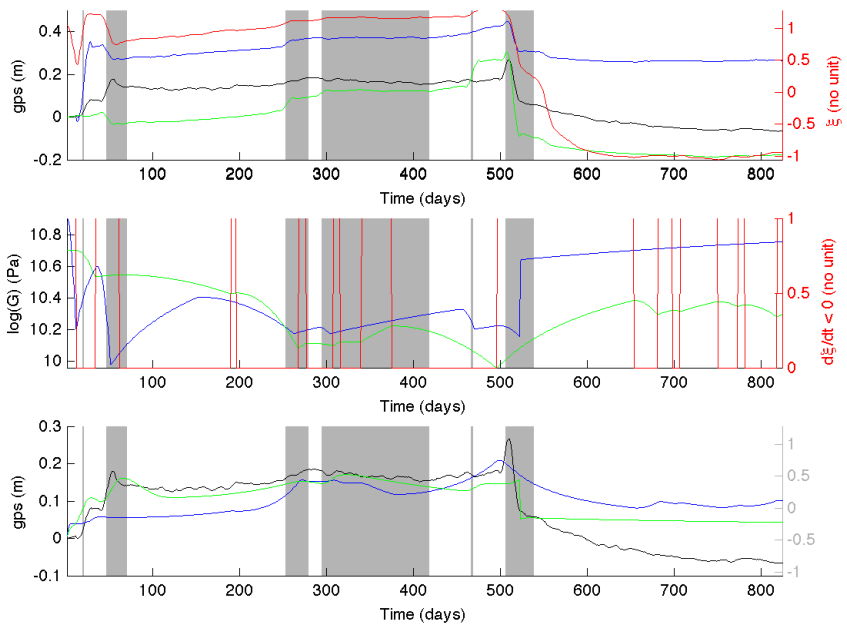


Figure 7.26: *Evolution de ξ au cours du temps pour la période du 09/11/2005 au 22/04/2008. Haut) Données GPS station SNEG (déplacement sur la composante : verticale en noir, est en bleu, nord en vert) versus ξ en rouge. Milieu) Evolution temporelle de G déterminée manuellement (vert), déterminée à partir des variations de ξ (bleu) et $d\xi/dt < 0$ en rouge. Bas) GPS observé (noir), obtenu par le modèle de G calculé manuellement (vert), par le modèle de G tiré des variations de ξ (bleu)*

Les figures 7.27 et 7.28 présentent les résultats de la modélisation de cycles sur la base des variations du paramètre ξ. Les paramètres δt et l (équations 7.5 et 7.6) sont considérés comme constants égaux à 1500 et $1.1/H_c$ respectivement. En noir l'évolution du module de cisaillement puis des autres variables déterminées à partir des variations de ξ. En vert l'évolution du module de cisaillement déterminé manuellement. On constate que si la courbe de déplacement de surface obtenue n'est pas aussi proche des observations GPS que le cas manuel les principales évolutions sont reproduites. Afin de tenter d'améliorer ces résultats nous allons réaliser une inversion qui permette aux paramètres δt et l (équations 7.5 et 7.6) de varier à chaque cycle. Cette méthode procure l'avantage d'être automatique et faire intervenir moins de paramètres que la techniques décrite au paragraphe précédent. Notons ici que les variations du paramètre ξ nous permettent d'extraire des cycles endommagement-consolidation et pas nécéssairement des cycles éruptifs : il peut y avoir endommagement sans atteindre l'état d'éruption ou la phase éruptive peut se traduire par la mise en place de dyke ou de sill.

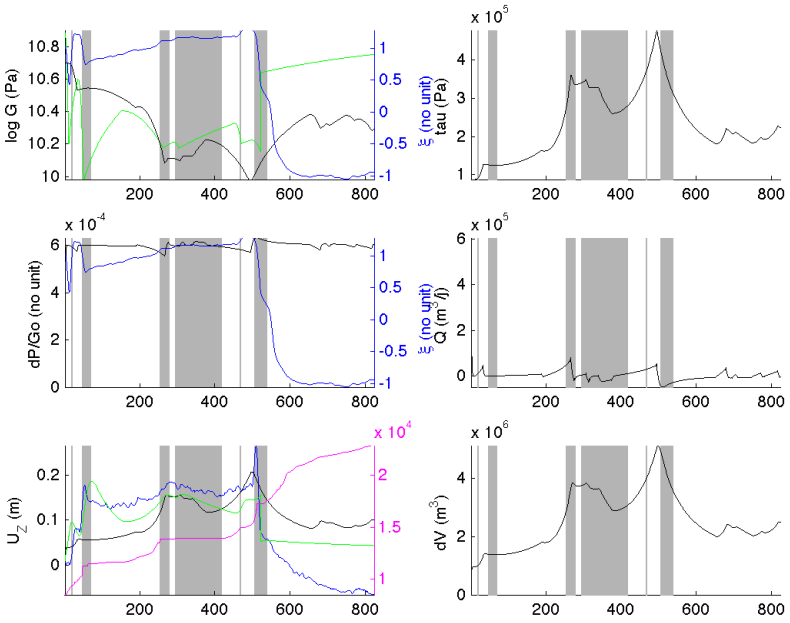


Figure 7.27: *Modèle physique réalisé à partir des variations du paramètre ξ pour la période du 09/11/05 au 22/04/08. L'évolution temporelle des variables associées au modèle sans inclure les variations de volume dûes au éruptions est représentée en noir, celle avec les variations de volume liées aux éruptions en bleu. En vert sont représentées les évolutions des variables dans le cas d'une détermination manuelle des périodes d'endommagement et de consolidation ainsi que des minima atteints par le module de cisaillement. La sismicité cumulée est représentée de manière indicative en rose. La diminution du module de cisaillement est fonction de l'état de consolidation ou d'endommagement déterminé à partir du paramère ξ et des lois d'endommagement et de consolidation équations 7.5 et 7.6. La déformation verticale de surface observée est représentée en bleu.*

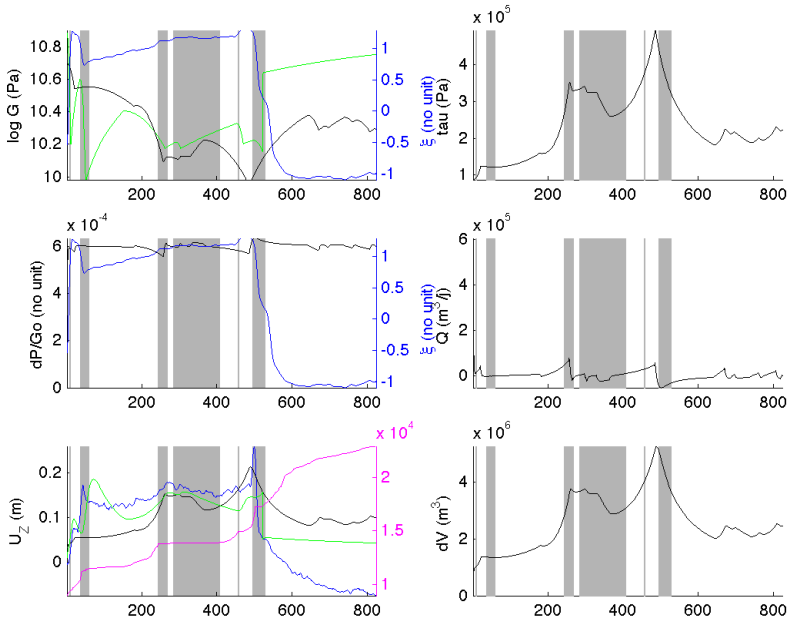


Figure 7.28: *Modèle physique réalisé à partir des variations du paramètre ξ pour la période du 19/11/05 au 02/05/08. L'évolution temporelle des variables associées au modèle sans inclure les variations de volume dûes au éruptions est représentée en noir, celle avec les variations de volume liées aux éruptions en bleu. La sismicité cumulée est représentée de manière indicative en rose. La diminution du module de cisaillement est fonction de l'état de consolidation ou d'endommagement déterminé à partir du paramère ξ et des lois d'endommagement et de consolidation équations 7.5 et 7.6. La déformation verticale de surface observée est représentée en bleu.*

7.5.1 Inversion et détermination de cycles au PDF à partir des informations de sismicité et de déformation

Nous avons déterminé précédemment une méthode automatique de détermination des phases d'endommagement et de consolidation basée sur l'étude des déformations. Ici les données utilisées afin de construire le modèle sont les données de déformation et les données de sismicité. Les paramètres intervenant alors pour l'ajustement du module de cisaillement au cours du temps modélisé sont alors les paramètres l et δt que l'on autorise à varier d'un cycle sur l'autre (équations 7.5 et 7.6).

Méthode

Les limites de phase d'endommagement et de consolidation sont déterminées de manière automatique par l'étude des invariants des déformation et notamment du paramètre ξ. Les paramètres qui varient ensuite sont δt et l (équations 7.5 et 7.6). Ce seront donc les deux uniques paramètres que nous inverserons (considérant la géométrie du système connue et fixe au cours du temps). Cependant, nous permettrons qu'ils varient d'un cycle à l'autre, ainsi le nombre de paramètres à inverser sera fonction du nombre de cycles déterminés de manière automatique par les variations du rapport des invariants des déformations, ξ. Par exemple, si l'étude de ξ fait apparaître 6 cycles alors l'inversion contiendra 12 paramètres : 6 δt et 6 l.

L'étude du trade-off entre ces deux paramètres pour la période du 19 Novembre 2005 à Juin 2007 montre l'existence d'un minimum pour $1500 < \delta t < 2000$ jours et $0.2 < l < 1.2$ mètres (en considérant ces paramètres constants pour tous les cycles, figure 7.29). La fonction coût étudiée ici est :

$$cost = (u_z - u_{z,gps})Cd^{-1}(u_z - u_{z,gps})^T \tag{7.9}$$

L'inversion en elle-même consiste alors en l'inversion de ces paramètres pour toutes les phases d'endommagement et de consolidation détérminées. La fonction coût est calculée sur l'ensemble de la période considérée. L'algorithme d'inversion utilisé est un algorithme génétique sur le même modèle que les inversions réalisées dans le chapitre précédent.

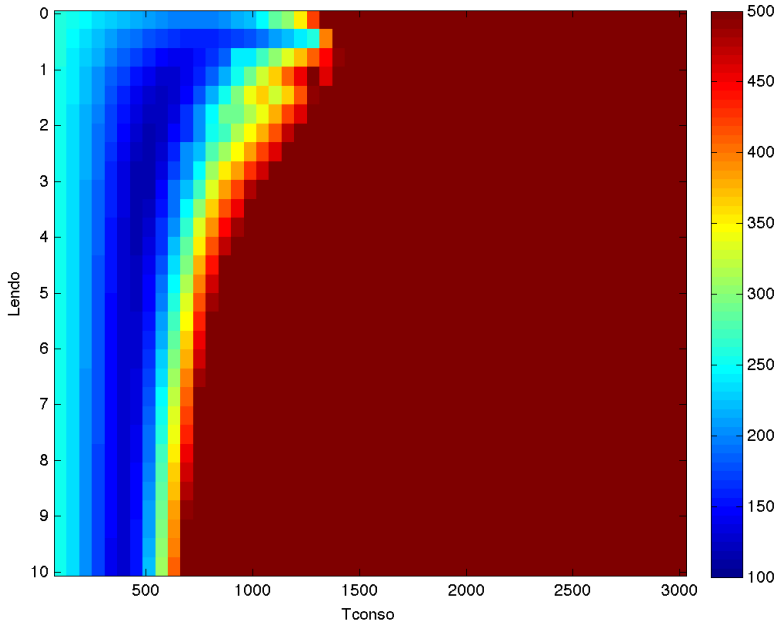


Figure 7.29: *Etude du trade off entre les paramètres l et δt. On représente ici la racine carré de la fonction coût (équation 7.9)*

Résultats

Les inversions sont dans un premier temps réalisées sur les données de la station SNE (qui nous permet d'avoir des données en continue sur les périodes de temps que nous souhaitons considérer). Les paramètres géométriques et structuraux de l'édifice sont considérés comme constants au cours du temps :

- $a_r = 800$m
- $a_c = 0.9$m
- $h_r = 2300$m
- $h_c = 7000$m
- $\mu = 100$Pa.s
- $P = 30$MPa
- $G_0 = 50$GPa
- $IC = 0$ Pa
- $\nu = 1/4$

La première inversion est réalisée sur une période de temps comprenant les éruptions de Décembre 2005-Janvier 2006 et Avril 2007 : du 19 Novembre 2005 au 22 Avril 2008 (figure 7.30). Sur cette période le triplet utilisé pour calculer les déformation est constitué de la référence et des stations RIV et SNE. Les différents résultats d'inversions reproduisent bien l'évolution du déplacement de surface sur les 500 derniers jours mais les 100 premiers jours correspondant au

chargement restent difficiles à reproduire. Il est fort probable que ceci soit lié aux conditions initiales, notamment à la surpression initiale qui n'est probablement pas nulle à cette date. Notons que la figure 7.32 représente l'ensemble des individus de la population de modèles issus de l'inversion par l'algorithme génétique. Rappelons que l'inversion par algorithme génétique consiste en la création du population initiale qui sera modifiée par principe d'évolution au cours du temps. Le résultat final consiste en une population d'individus dont les caractéristiques (paramètres) convergent. Pour notre inversion on constate que tous les indvidus de la population de modèles sont homogènes et convergent bien vers un résultat identique. La figure 7.31 présente le résultat de la même inversion réalisée à partir du 19 Novembre. Les conclusions sont les mêmes que dans le cas précédent.

Les figures 7.33 et 7.34 montrent les résultats d'inversion pour la période du 19 Mai 2005 au 31 Août 2007. Sur cette période le triplet utilisé pour calculer les déformation est constitué de la référence et des stations DSR et SNE. En effet, les données procurées par l'OVPF pour les autres stations ne couvrent pas la période considérée de manière satisfaisante. La première inversion est réalisée avec $G_0 = 50$GPa (figure 7.33) et la seconde avec $G_0 = 30$GPa (figure 7.34). Sur la figure 7.33 on constate que l'augmentation de déplacement associée à l'éruption de novembre 2005 est bien reproduite mais pas la suite. En diminuant le module de cisaillement initial on constate que les résultats de l'inversion ne sont toujours pas satisfaisants.

L'évolution de G est sensiblement différente sur la période inversée commune aux inversions précédentes. Ceci est certainement lié à l'utilisation de la station DSR comme troisième point pour le calcul des déformations.

Quelle que soit la période considérée et la station de référence considérée les paramètres d'endommagement ou de consolidation associés à chaque cycle peuvent varier de plus de 50% d'une inversion à l'autre (figures 7.30, 7.31, 7.33 et 7.34). Ces résultats montrent qu'ici l'inversion n'est pas stable et les résultats ne sont pas reproductibles. Il faudrait éventuellement envisager d'utiliser une population plus grande mais surtout un nombre de générations plus important afin de voir éventuellement les résultats converger. D'autre part, il semble qu'il ne soit pas possible d'inverser l'intégralité des périodes considérées. isoler les périodes est possible mais on pert alors notre but initial qui était de modéliser un ensemble de cycles et non pas des cycles uniques. Cependant les résultats mettent en évidence ici que plusieurs combinaisons de paramètres peuvent aboutir à des résultats sensiblement identiques, le problème tel qu'il est formulé n'est donc pas robuste notamment du fait du grand nombre de paramètres. Une amélioration consisterait à réduire tant que possible le nombre de paramètres en essayant de reformuler le problème. L'utilisation d'intervalles de variation plus large pour les paramètres pourrait aussi être tentée mais est particulièrement coûteuse en temps. Les paramètres choisis ne sont peut être pas les plus pertinents et une reformaulation du problème doit être envisagée.

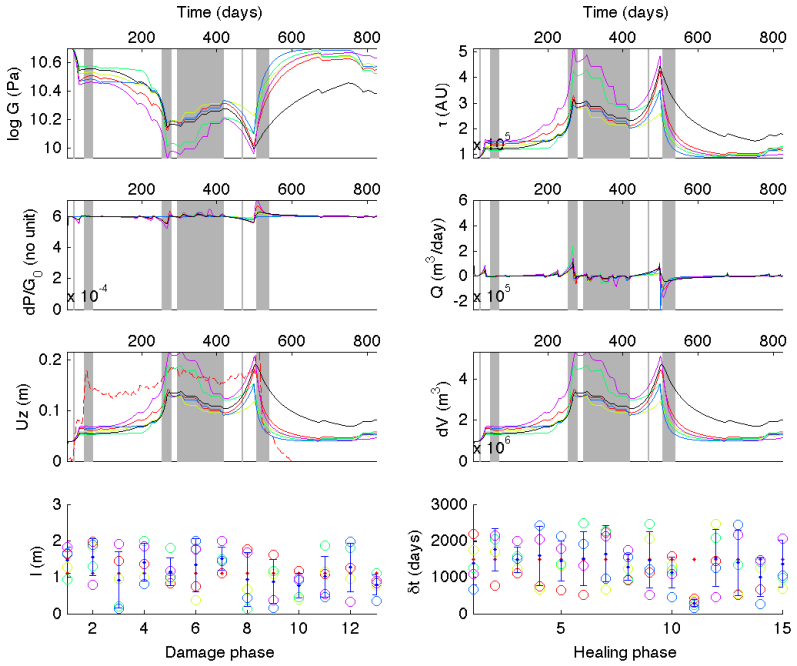


Figure 7.30: *Résultats de 5 inversions réalisées sur la station SNE pour la période du 19/11/05 au 22/04/08. Les phases d'endommagement et de consolidation sont déterminées par l'étude de ξ. Les lois d'endommagement et de consolidation sont données par les équations (équations 7.5 et 7.6) avec pour le modèle initial $G_0 = 50GPa$, $\delta t = 1500$ jours et $l = 1.1m$. Les inversions sont réalisées à l'aide d'un algorithme génétique sur une population de 10 individus sur 500 générations pour $100 < \delta t < 3000jours$ et $0.1 < l < 2m$. La déformation est déterminée à partir des stations SNE et RIV. Les valeurs prises par les paramètres pour les différents cycles pour chaque inversion sont représentées (cercles) ainsi que leur moyenne (points bleus) et leur écart type (barres bleues). Les points rouge représentent les paramètres initiaux utilisés pour définir la population initiale.*

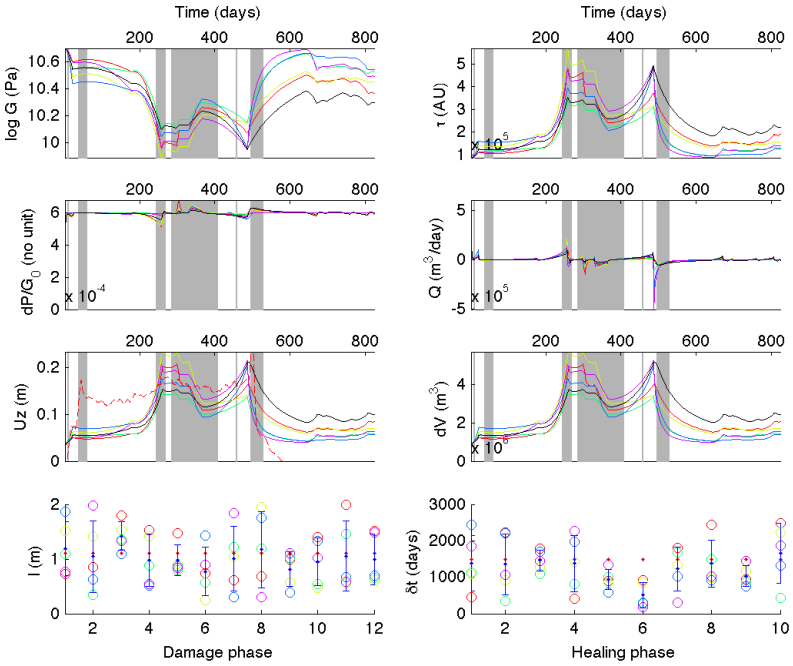


Figure 7.31: *Résultats de 5 inversions réalisées sur la station SNE pour la période du 29/11/05 au 02/05/08. Les phases d'endommagement et de consolidation sont déterminées par l'étude de ξ. Les lois d'endommagement et de consolidation sont données par les équations (équations 7.5 et 7.6) avec pour le modèle initial $G_0 = 50$GPa, $\delta t = 1500$ jours et $l = 1.1$m. Les inversions sont réalisées à l'aide d'un algorithme génétique sur une population de 10 individus sur 500 générations pour $100 < \delta t < 3000$ jours et $0.1 < l < 2$m. La déformation est déterminée à partir des stations SNE et RIV. Les valeurs prises par les paramètres pour les différents cycles pour chaque inversion sont représentées (cercles) ainsi que leur moyenne (points bleus) et leur écart type (barres bleues). Les points rouge représentent les paramètres initiaux utilisés pour définir la population initiale.*

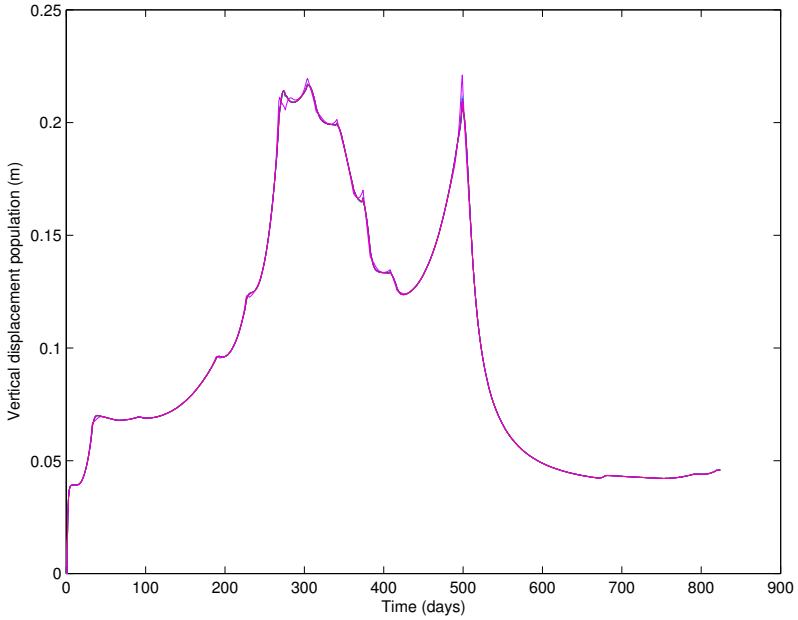


Figure 7.32: *Représentation de l'ensemble de la population finale de déplacements de surface obtenus par l'inversion via l'algorithme génétique.*

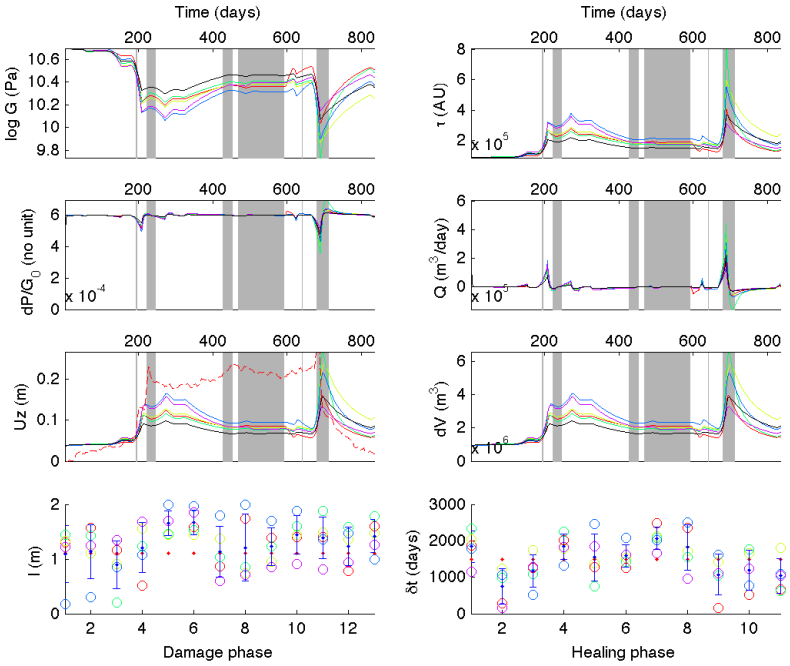


Figure 7.33: *Résultats de 5 inversions réalisées sur la station SNE pour la période du 19/05/05 au 31/08/07. Les phases d'endommagement et de consolidation sont déterminées par l'étude de ξ. Les lois d'endommagement et de consolidation sont données par les équations (équations 7.5 et 7.6) avec pour le modèle initial $G_0 = 50GPa$, $\delta t = 1500$ jours et $l = 1.1m$. Les inversions sont réalisées à l'aide d'un algorithme génétique sur une population de 10 individus sur 500 générations pour $100 < \delta t < 3000jours$ et $0.1 < l < 2m$. La déformation est déterminée à partir des stations SNE et DSR. Les valeurs prises par les paramètres pour les différents cycles pour chaque inversion sont représentées (cercles) ainsi que leur moyenne (points bleus) et leur écart type (barres bleues). Les points rouge représentent les paramètres initiaux utilisés pour définir la population initiale.*

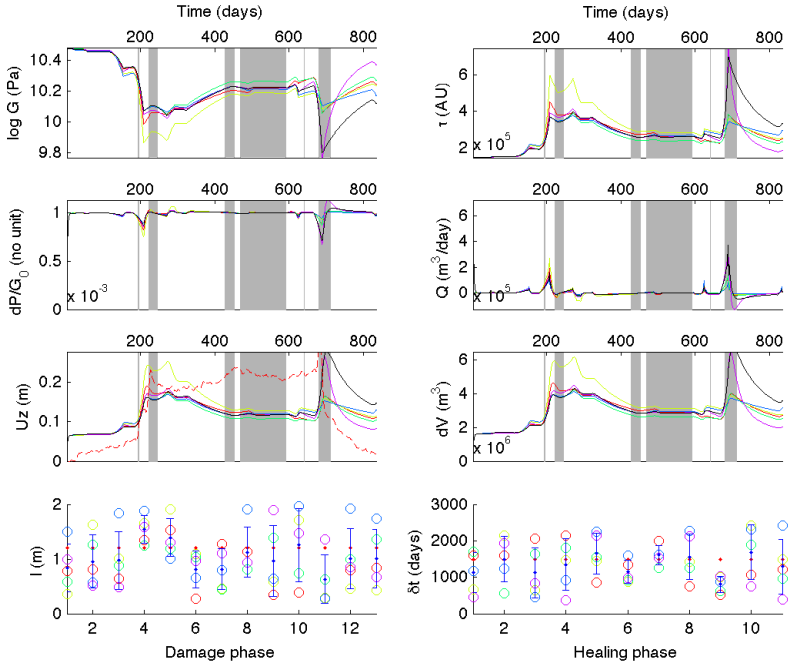


Figure 7.34: *Résultats de 5 inversions réalisées sur la station SNE pour la période du 19/05/05 au 31/08/07. Les phases d'endommagement et de consolidation sont déterminées par l'étude de ξ. Les lois d'endommagement et de consolidation sont données par les équations (équations 7.5 et 7.6) avec pour le modèle initial $G_0 = 30GPa$, $\delta t = 1500$ jours et $l = 1.1m$. Les inversions sont réalisées à l'aide d'un algorithme génétique sur une population de 10 individus sur 500 générations pour $100 < \delta t < 3000 jours$ et $0.1 < l < 2m$. La déformation est déterminée à partir des stations SNE et DSR. Les valeurs prises par les paramètres pour les différents cycles pour chaque inversion sont représentées (cercles) ainsi que leur moyenne (points bleus) et leur écart type (barres bleues). Les points rouge représentent les paramètres initiaux utilisés pour définir la population initiale.*

Discussion

L'inversion réalisée sur les cycles endommagement-consolidation ne s'avère que peu concluante. En effet, il s'avère difficile de modéliser l'ensemble des cycles de manière correcte. Ainsi l'endommagement et la consolidation mécaniques ne sont certainement pas les seulss acteur à prendre en compte dans la modélisations des cycles éruptifs et desd déformations observées en surface. D'autres types de consolidation ou d'endommagement de nature thermique ou chimique sont à considérer. D'autre part, l'endommagement n'est peut-être pas le seul facteur influençant les variations de pression dans la chambre magmatique. On pense alors à faire jouer les interaction entre d'éventuels processus à la source (dégazage, varation de pression dans le manteau dû à des phénomènes de convection...) et les processus de surtace tels que l'endommagement. Enfin, les éruptions sont associées à une vidange partielle du réservoir superficiel. Si ces vidanges sont suffisantes par rapport au flux magmatique entrant alors elles peuvent à leur tour influencer les variations de pression à l'intérieur du réservoir. Cette hypohèse est étayée par les observations réalisées sur l'éruption d'Avril 2007. En effet, si les modèles

reproduisent bien les déformations pré-éruptives il n'en est pas de même pour les déformations post-éruptives : manuellement seule l'introduction d'une brusque augmentation du module de cisaillement à permis de reproduire un pattern de déformation s'approchant des observations GPS. La forte diminution des déformations post-éruptive observée peut aussi s'expliquer par une diminution de la surpression dans le réservoir. Cependant dans nos modélisations le temps de l'éruption n'intervient pas, alors il faudrait éventuellement encore ajouter des paramètres afin de prendre cette éventualité en compte. Dans un premier temps on peut essayer d'inclure la diminution de pression dans le réservoir qui serait associée à la vidange partielle du volume émis pour chaque éruption. Les volumes émis lors des éruptions sont répértoriés dans le tableau 7.1. Les figures 7.35 présente les résultats de la modélisation directe en considérant la diminution de pression associée à la perte du volume émis. En considérant le fluide magmatique comme incompressible et en négligeant les effets de température on peut écrire la perte de volume suite à une éruption d'une durée dt comme $V_{eruption} - Q_{entre}dt$ avec $V_{eruption}$ le volume de magma emis lors de l'éruption considérée (c.f. 7.1) et Q_{entre} le débit entrant dans la chambre magmatique calculé à partir du modèle. La prise en compte de la variation de volume induite par les éruptions permet de rendre compte des fortes diminution du déplacement de surface notamment pour l'éruption d'Avril 2007. Cependant la courbe de déformation de surface modélisée ainsi accelère rapidement après l'éruption pour retrouver l'état de référence ce qui n'est pas observé sur les données. Ceci implique que la loi de consolidation post-éruption de grande ampleur est certainement différente de celle déterminée aupravant uniquement sur la base de l'étude du paramètre ξ. Dans la réalité étudier simplement les variations de ξ ou la différence $\xi - \xi_0$ n'est donc pas suffisant pour rendre compte de la variabilité des déformations observées sur un cycle au PDF. D'autre part on constate que les variations de pression dans la chambre ainsi modélisées sont très importantes (le pression dans la chambre va jusqu'à diminuer) ce qui semble peu probable, notre hypothèse de départ concernant l'incompressibilité et les effets de la températures comme négligeables est donc fausse.

Pour aller plus loin Les modèles et inversions réalisés dans ce chapitre ne proposent pas de résultats satisfaisants quant à la modélisation de la déformation de surface lors de la succession de plusieurs cycles endommagement-consolidation. Dans un premier temps on peut remettre en cause les lois d'évolution choisies. En effet, la loi de consolidation est inspirée des observations réalisées sur des sols et non sur des roches, il se peut que la loi choisie ne corresponde pas à notre cas d'étude. D'autre part, le choix des paramètres peut être remis en question ainsi que la méthode d'inversion.

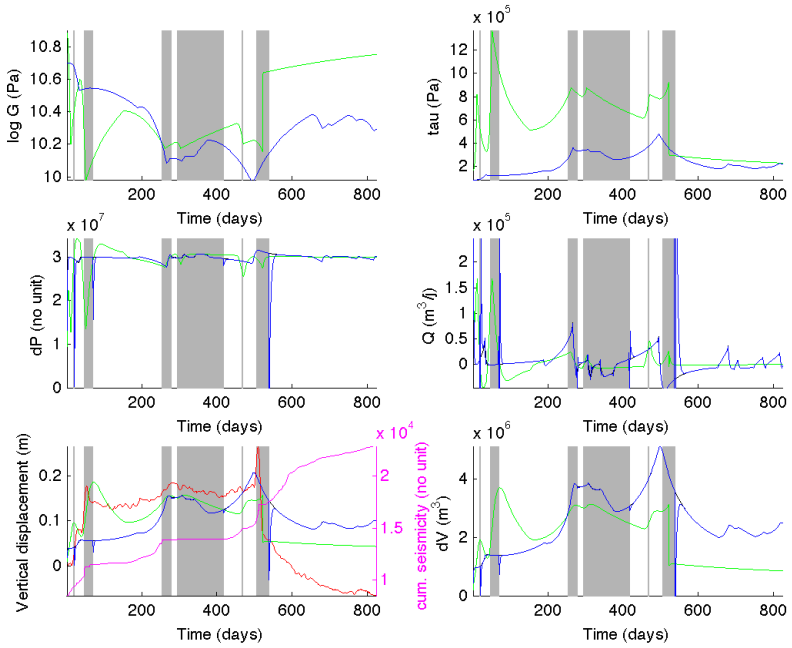


Figure 7.35: *Modèle physique réalisé à partir des variations du paramètre ξ, la diminution de pression dans le réservoir est introduite via les données de (Peltier et al., 2009a) pour la période du 19/11/05 au 22/04/08. L'évolution temporelle des variables associées au modèle sans inclure les variations de volume dûes au éruptions est représentée en noir, celle avec les variations de volume liées aux éruptions en bleu. En vert sont représentées les évolutions des variables dans le cas d'une détermination manuelle des périodes d'endommagement et de consolidation ainsi que des minima atteints par le module de cisaillement. La sismicité cumulée est représentée de manière indicative en rose. La diminution du module de cisaillement est fonction de l'état de consolidation ou d'endommagement déterminé à partir du paramère ξ et des lois d'endommagement et de consolidation équations 7.5 et 7.6. La déformation verticale de surace observée est représentée en rouge.*

7.5.2 Stabilité d'un état fracturé

Hamiel et al. (2006) montrent à partir d'expérience réalisées sur des blocs de granite qu'il existe des états de la roche fracturés stables et des états de la roche fracturée instables. Ils montrent aussi que la part de la déformation élastique élastique transmise sous forme cassante est plus importante pour les roches avec un degré d'endommagement élevé. Ce qui implique que les roches endommagées ou poreuses sont les plus à même de se déformer de manière inélastique. Afin de rendre compte de la possibilité d'un endommagement stable Hamiel et al. (2004) introduit l'endommagement α sous forme d'une puissance dans l'expression des paramètres élastiques tels que $\mu = \mu_0 - \mu_1\alpha$ et $\gamma = \gamma_1\frac{\alpha^{1+\beta}}{1+\beta}$ avec γ tel que définie par Lyakhovsky et al. (1997a,b) et β, γ_1, μ_0 et μ_1 des constantes caractéristiques du matériau considéré. Il définit alors un ξ de transition noté ξ_{trans} fonction de l'endommagement : $\xi_{trans} = \frac{\xi}{\alpha^\beta}$. On peut alors définir 3 états (figure 7.36) :

- l'état de cicatrisation ou de diminition de l'endommagement pour $\xi < \xi_{trans}$
- l'état d'endommagement stable pour $\xi_{trans} \leq \xi < \xi_0$
- l'état d'endommagement instable pour $\xi \geq \xi_0$

Lorsque le matériau est en état d'endommagement stable, l'endommagement croit sans jamais atteindre la rupture à savoie $\alpha = 1$. Ainsi avec cette formulation l'initiation de l'endommagement est fonction à la fois de la nature du matériau et de son histoire (α). Avec ce modèle Hamiel et al. (2004) montre que la contrainte telle que l'endommagement s'initie augmente de cycle en cycle (c.f. durcissement).

On a constaté dans notre cas que ne prendre en compte que le ξ_0 du modèle visoélastique de Lyakhovsky n'était pas suffisant afin de reproduire les cycles d'endommagement et de consolidation observés au PDF. L'idée étant que la valeur de ξ_0 évolue au cours du temps et est donc fonction de l'histoire du matériau ce qui est en accord avec les observations de Hamiel et al. (2006). Appliquer cette approche impliquerait de calculer de manière simultanée l'endommagement et le paramètre ξ_{trans} afin de définir si l'on est en phase d'endommagement et de consolidation. Il faudrait aussi définir une troisème loi d'endmmagement qui reproduise l'état d'endommagement stable. Dans notre cas aucune étude expérimentale n'a été réalisée sur des basaltes permettant d'estimer la veleur de ξ_0, ni même des lois d'endommagement en domaine stable et instable. Ainsi afin d'affiner notre travail, il faudrait pouvoir travailler de manière exprimentale sur des basaltes afin de mieux comprendre leur comportement d'un point de vue de la mécanique des roches.

7.5.3 Conclusion partielle-Discussion

En géomécanique on a vu que la consolidation est l'inverse de l'endommagement à savoir que l'endommagement consiste à créer des vides et la consolidation à les refermer. Cependant si les deux processus sont inverses leur origine physique et leurs cinétiques sont différentes (les processus sont inverses mais pas les lois).

Les cycles éruptifs émergent ici d'une série de cycles d'endommagement et de consolidation de l'édifice à pression constante à la base du conduit et non de processus à la source.

On a vu en introduction qu'au PDF que l'on considère l'édifice comme un système ouvert ou fermé le déclenchement des éruptions était associé à l'atteinte d'un seuil de pression dans le

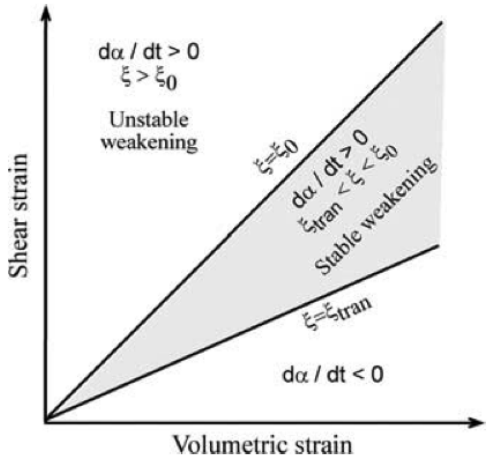


Figure 7.36: *Diagramme représentant les états de contrainte associés aux situations d'affaibissement instable ($\xi \geq \xi_0$), stable ($\xi_{tran} \leq \xi \leq \xi_0$) ou à la cicatrisation ($\xi < \xi_{tran}$). (Hamiel et al., 2006)*

réservoir magmatique. Ici l'édifice se déforme à pression à la source constante mais sa résistance diminue avec la déformation, lorsque l'édifice est en inflation, ou augmente quand l'édifice se contracte.

Ainsi ce n'est pas l'atteinte d'un seuil de pression mais le rapport entre le surpression dans le réservoir et l'état physique de l'édifice, à savoir son degré d'endommagement, qui est responsable du déclenchement des éruptions.

L'émergence de cycles provient alors d'un phénomène de rétrocation entre la pression dans le réservoir et le degré d'endommagement de l'édifice. Lors de la mise en pression l'édifice s'endommage, lorsque l'endommagement est suffisant la pression diminue dans le réservoir et une éruption a éventuellement lieu. La diminution de pression permet à l'édifice de cicatriser et un nouveau cycle se met en place.

7.6 Rayon dela zone endommagée, croissance d'une sphère dans un espace elasto-plastique infini

Soit une cavité de rayon a_r placée dans un espace infini et soumise à une pression extérieure homogène P_0. On appelle ρ la velur du rayon correspond à la limite entre domaine élastique et domaine plastique (cf schéma 7.37).

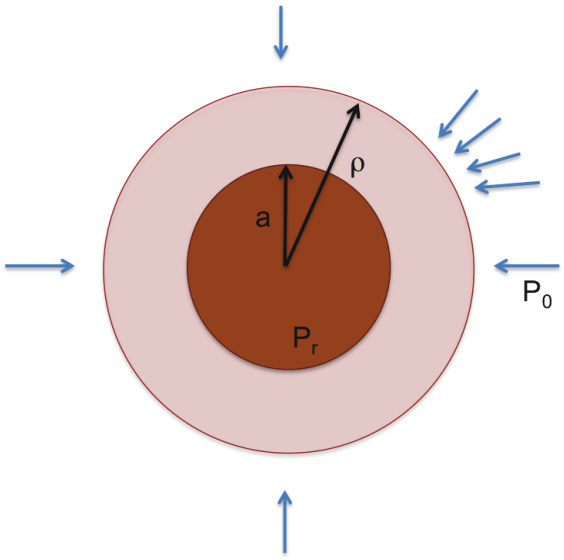


Figure 7.37: *Cavité de rayon a sous une pression P_r dans un milieu infini soulis à une pression P_0. La zone endommagée associée à la mise sous pression de la cavité a pour rayon ρ.*

Pour un rayon r tel que $a_r \leq r \leq \rho$alors les contraintes satisfont au critère de plasticité et aux conditions d'équilibre. Pour un rayon r tel que $\rho \leq r$ alors le comportement du matériau est élastique. En système sphérique le critère de Drücker-Präger peut s'écrire : $\tau_{rr}(\alpha + \sqrt{2}) + \tau_{\theta\theta}(2\alpha - \sqrt{2}) - k = 0$ soit $\tau_{rr} - \tau\theta\theta = \frac{3\alpha\tau_{rr}-k}{2\alpha-\sqrt{2}}$. Le critère de stabilité $\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r} + \frac{2}{r}(\tau_{rr} - \tau\theta\theta) = 0$ s'écrit alors : $\frac{\partial\tau_{rr}}{3\alpha\tau_{rr}-k} = \frac{-2}{2\alpha-\sqrt{2}}\frac{\partial r}{r}$. En intégrant on obtient :

$$\tau_{rr}(r) = (P_r(t) - \frac{k}{3\alpha})\left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{6\alpha}{-2\alpha+\sqrt{2}}} \tag{7.10}$$

Pour $r \geq \rho$ on se trouve dans le domaine élastique et on a alors (Jaeger et al., 2009) :

$$\tau_{rr} = P_0 + B\left(\frac{a_r}{r}\right)^3$$

avec B une constante.

Ainsi en $r = \rho$ on a :

$$P_0 + B\left(\frac{a_r}{\rho}\right)^3 = \left(P_r(t) - \frac{k}{3\alpha}\right)\left(\frac{\rho}{a_r}\right)^{\frac{6\alpha}{-2\alpha+\sqrt{2}}} + \frac{k}{3\alpha} \tag{7.11}$$

L'étude de la continuité de $\tau_{\theta\theta}$ en $r = \rho$ montre que $B \propto \left(\frac{\rho}{a_r}\right)^3$, ainsi en $r = \rho$ l'équation 7.11 devient :

$$P_0 + C = \left(P_r(t) - \frac{k}{3\alpha}\right)\left(\frac{\rho}{a_r}\right)^{\frac{6\alpha}{-2\alpha+\sqrt{2}}} + \frac{k}{3\alpha} \tag{7.12}$$

avec C une constante. On obtient donc :

$$\frac{\rho}{a_r} \propto \left(P_r(t) - \frac{k}{3\alpha}\right)^{\frac{2\alpha-\sqrt{2}}{6\alpha}} \tag{7.13}$$

on rapelle que les coefficients du critère de Dücker-Präger sont reliés à la cohésion C_0 et) l'angle de friction interne ϕ tels que :

$$\alpha = \frac{2\sin(\phi)}{\sqrt{3}(3 \pm \sin(\phi))}$$

et

$$k = \frac{6C_0\cos(\phi)}{\sqrt{3}(3 \pm \sin(\phi))}$$

Bibliography

Adelinet, M., Fortin, J., Schubnel, A., and Guéguen, Y. (2013). Deformation modes in an icelandic basalt: From brittle failure to localized deformation bands. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 255:15–25.

Agnon, A. and Lyakhovsky, V. (1995). Damage distribution and localization during dyke intrusion. The physics and Chemistry of Dykes, pages 65–78.

Albarède, F. (1993). Residence time analysis of geochemical fluctuations in volcanic series. Geochimica et Cosmochimica Acta, 57(3):615–621.

Albino, F. (2011). Modélisation des interactions magma-encaissant: applications aux zones de stockage et aux conduits de volcans andésitiques. PhD thesis, Université de Grenoble.

Alfaro, R., Brandsdóttir, B., Rowlands, D. P., White, R. S., and Gudmundsson, M. T. (2007). Structure of the grímsvötn central volcano under the vatnajökull icecap, iceland. Geophysical Journal International, 168(2):863–876.

Allard, P., Behncke, B., D'Amico, S., Neri, M., and Gambino, S. (2006). Mount etna 1993–2005: anatomy of an evolving eruptive cycle. Earth-Science Reviews, 78(1):85–114.

Allen, R. (1982). Automatic phase pickers: their present use and future prospects. Bulletin of the Seismological Society of America, 72(6B):S225–S242.

Allen, R. V. (1978). Automatic earthquake recognition and timing from single traces. Bulletin of the Seismological Society of America, 68(5):1521–1532.

Ambartsumyan, S. and Khachatryan, A. (1982). Different-modulus theory of elasticity. Monograph), Moscow Science Publications, Physics and Mathematical Literature.

Amitrano, D. (1999). Emission acoustique des roches et endommagement: Approches experimentale et numerique, Application a la sismicite miniere. PhD thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.

Amitrano, D. (2006). Rupture by damage accumulation in rocks. International journal of fracture, 139(3-4):369–381.

Amitrano, D., Grasso, J.-R., and Hantz, D. (1999). From diffuse to localised damage through elastic interaction. Geophysical research letters, 26(14):2109–2112.

Amitrano, D., Grasso, J. R., and Senfaute, G. (2005). Seismic precursory patterns before a cliff collapse and critical point phenomena. Geophysical Research Letters, 32(8).

Amitrano, D. and Helmstetter, A. (2006). Brittle creep, damage, and time to failure in rocks. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 111(B11).

Anderson, E. (1938). The dynamics of the formation of cone-sheets, ring-dykes, and caldron subsidence. Proc. R. Soc. Edinburgh, 56:128–157.

Aspinall, W., Carniel, R., Jaquet, O., Woo, G., and Hincks, T. (2006). Using hidden multi-state markov models with multi-parameter volcanic data to provide empirical evidence for alert level decision-support. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 153(1):112–124.

Battaglia, J., Ferrazzini, V., Staudacher, T., Aki, K., and Cheminée, J.-L. (2005). Pre-eruptive migration of earthquakes at the piton de la fournaise volcano (réunion island). Geophysical Journal International, 161(2):549–558.

Bell, A. F., Greenhough, J., Heap, M. J., and Main, I. G. (2011a). Challenges for forecasting based on accelerating rates of earthquakes at volcanoes and laboratory analogues. Geophysical Journal International, 185(2):718–723.

Bell, A. F. and Kilburn, C. R. (2012). Precursors to dyke-fed eruptions at basaltic volcanoes: insights from patterns of volcano-tectonic seismicity at kilauea volcano, hawaii. Bulletin of volcanology, 74(2):325–339.

Bell, A. F., Naylor, M., Heap, M. J., and Main, I. G. (2011b). Forecasting volcanic eruptions and other material failure phenomena: an evaluation of the failure forecast method. Geophysical Research Letters, 38(15).

Beyreuther, M., Carniel, R., and Wassermann, J. (2008). Continuous hidden markov models: application to automatic earthquake detection and classification at las canãdas caldera, tenerife. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 176(4):513–518.

Boichu, M., Villemant, B., and Boudon, G. (2008). A model for episodic degassing of an andesitic magma intrusion. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 113(B7).

Bonafede, M., Dragoni, M., and Quareni, F. (1986). Displacement and stress fields produced by a centre of dilation and by a pressure source in a viscoelastic half-space: application to the study of ground deformation and seismic activity at campi flegrei, italy. Geophysical Journal International, 87(2):455–485.

Boué, A., Lesage, P., Cortés, G., Valette, B., and Reyes-Dávila, G. (2015a). Real-time eruption forecasting using the material failure forecast method with a bayesian approach. Journal of Geophysical Research: Solid Earth.

Boué, A., Lesage, P., G, C., Valette, B., and Reyes-Dávila, G. (2015b). Real-time eruption forecasting using the material failure forecast method with a bayesian approach. Journal of Geophysical Research, page in review.

Budi-Santoso, A., Lesage, P., Dwiyono, S., Sumarti, S., Jousset, P., Metaxian, J.-P., et al. (2013). Analysis of the seismic activity associated with the 2010 eruption of merapi volcano, java. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 261:153–170.

Budiansky, B. and O'connell, R. J. (1976). Elastic moduli of a cracked solid. International Journal of Solids and Structures, 12(2):81–97.

Cannata, A., Montalto, P., and Patane, D. (2013). Joint analysis of infrasound and seismic signals by cross wavelet transform: detection of mt. etna explosive activity. Natural Hazards and Earth System Sciences (NHESS).

Carapezza, M. L., Inguaggiato, S., Brusca, L., and Longo, M. (2004). Geochemical precursors of the activity of an open-conduit volcano: The stromboli 2002–2003 eruptive events. Geophysical Research Letters, 31(7).

Carniel, R., Ortiz, R., and Cecca, M. D. (2006). Spectral and dynamical hints on the time scale of preparation of the 5 april 2003 explosion at stromboli volcano. Canadian Journal of Earth Sciences, 43(1):41–55.

Carrier, A., Got, J.-L., Peltier, A., Ferrazzini, V., Staudacher, T., Kowalski, P., and Boissier, P. (2015). A damage model for volcanic edifices: Implications for edifice strength, magma pressure, and eruptive processes. Journal of Geophysical Research: Solid Earth.

Chung, D. (2003). Damage in cement-based materials, studied by electrical resistance measurement. Materials Science and Engineering: R: Reports, 42(1):1–40.

Clarke, D., Brenguier, F., Froger, J.-L., Shapiro, N., Peltier, A., and Staudacher, T. (2013). Timing of a large volcanic flank movement at piton de la fournaise volcano using noise-based seismic monitoring and ground deformation measurements. Geophysical Journal International, page ggt276.

Cornelius, R. R. and Voight, B. (1994). Seismological aspects of the 1989–1990 eruption at redoubt volcano, alaska: the materials failure forecast method (ffm) with rsam and ssam seismic data. Journal of volcanology and geothermal research, 62(1):469–498.

Cornelius, R. R. and Voight, B. (1995). Graphical and pc-software analysis of volcano eruption precursors according to the materials failure forecast method (ffm). Journal of volcanology and geothermal research, 64(3):295–320.

Cortés, G., Arámbula, R., Gutiérrez, L. A., Benitez, C., Ibaez, J., Lesage, P., Alvarez, I., and García, L. (2009). Evaluating robustness of a hmm-based classification system of volcano-seismic events at colima and popocatepetl volcanoes. In Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2009 IEEE International, IGARSS 2009, volume 2, pages II–1012. IEEE.

Cortés, G., García, L., Álvarez, I., Benítez, C., de la Torre, Á., and Ibáñez, J. (2014). Parallel system architecture (psa): An efficient approach for automatic recognition of volcano-seismic events. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 271:1–10.

Courtillot, V., Besse, J., Vandamme, D., Montigny, R., Jaeger, J.-J., and Cappetta, H. (1986). Deccan flood basalts at the cretaceous/tertiary boundary? Earth and Planetary Science Letters, 80(3):361–374.

Cox, S. and Meredith, P. (1993). Microcrack formation and material softening in rock measured by monitoring acoustic emissions. 30(1):11–24.

Currenti, G., Bonaccorso, A., Del Negro, C., Scandura, D., and Boschi, E. (2010). Elasto-plastic modeling of volcano ground deformation. Earth and Planetary Science Letters, 296(3):311–318.

Das, S. and Scholz, C. (1981). Theory of time-dependent rupture in the earth. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 86(B7):6039–6051.

Davis, P. M. (1986). Surface deformation due to inflation of an arbitrarily oriented triaxial ellipsoidal cavity in an elastic half-space, with reference to kilauea volcano, hawaii. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 91(B7):7429–7438.

De la Cruz-Reyna, S. and Reyes-Dávila, G. (2001). A model to describe precursory material-failure phenomena: applications to short-term forecasting at colima volcano, mexico. Bulletin of volcanology, 63(5):297–308.

DeCarlo, L. (1997). On the meaning and use of kurtosis. Psychological Methods, 2(3):292.

Del Pezzo, E., Esposito, A., Giudicepietro, F., Marinaro, M., Martini, M., and Scarpetta, S. (2003). Discrimination of earthquakes and underwater explosions using neural networks. Bulletin of the Seismological Society of America, 93(1):215–223.

Delaney, P. and McTigue, D. (1994). Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of kilauea volcano. Bulletin of Volcanology, 56(6-7):417–424.

Diederichs, M. S. (1999). Instability of hard rockmasses: the role of tensile damage and relaxation. University of Waterloo.

Dieterich, J. (1992). Earthquake nucleation on faults with rate-and state-dependent strength. Tectonophysics, 211(1):115–134.

Dieterich, J. H. and Decker, R. W. (1975). Finite element modeling of surface deformation associated with volcanism. Journal of Geophysical Research, 80(29):4094–4102.

Dixon, J. P., Power, J. A., and Stihler, S. D. (2005). A comparison of seismic event detection with iaspei and earthworm acquisition systems at alaskan volcanoes. Seismological Research Letters, 76(2):168–176.

Dragoni, M. and Magnanensi, C. (1989). Displacement and stress produced by a pressurized, spherical magma chamber, surrounded by a viscoelastic shell. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 56(3):316–328.

Eshelby, J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. In Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, volume 241, pages 376–396. The Royal Society.

Esposito, A. M., D´ Auria, L., Giudicepietro, F., Peluso, R., and Martini, M. (2013). Automatic recognition of landslides based on neural network analysis of seismic signals: an application to the monitoring of stromboli volcano (southern italy). Pure and Applied Geophysics, 170(11):1821–1832.

Fabre, D., Grasso, J.-R., and Orengo, Y. (1991). Mechanical behaviour of deep rock core samples from a seismically active gas field. pure and applied geophysics, 137(3):201–219.

Falsaperla, S., Graziani, S., Nunnari, G., and Spampinato, S. (1996). Automatic classification of volcanic earthquakes by using multi-layered neural networks. Natural Hazards, 13(3):205–228.

Faulkner, D. and Armitage, P. (2013). The effect of tectonic environment on permeability development around faults and in the brittle crust. Earth and Planetary Science Letters, 375:71–77.

Fayad, T. (2000). Mécanique des grains avec et sans colle pour une comparaison avec des sols naturels et remaniés. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris.

Fialko, Y., Khazan, Y., and Simons, M. (2001). Deformation due to a pressurized horizontal circular crack in an elastic half-space, with applications to volcano geodesy. Geophysical Journal International, 146(1):181–190.

Fukushima, Y., Cayol, V., and Durand, P. (2005). Finding realistic dike models from interferometric synthetic aperture radar data: The february 2000 eruption at piton de la fournaise. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 110(B3).

Fukuzuno, T. (1985). A method to predict the time of slope failure caused by rainfall using the inverse number of velocity of surface displacement. J. Jpn. Landslide Soc., 22:8–14.

Garcimartin, A. Á., Guarino, A., Lebon, L., and Ciliberto, S. (1997). Statistical properties of fracture precursors.

Gentili, S. and Bragato, P. (2006). A neural-tree-based system for automatic location of earthquakes in northeastern italy. Journal of seismology, 10(1):73–89.

Gentili, S. and Michelini, A. (2006). Automatic picking of p and s phases using a neural tree. Journal of Seismology, 10(1):39–63.

Gerbault, M., Cappa, F., and Hassani, R. (2012). Elasto-plastic and hydromechanical models of failure around an infinitely long magma chamber. Geochemistry, Geophysics, Geosystems, 13(3).

Girard, L., Amitrano, D., and Weiss, J. (2010). Failure as a critical phenomenon in a progressive damage model. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2010(01):P01013.

Gitterman, Y., Pinsky, V., and Shapira, A. (1999). Spectral discrimination analysis of eurasian nuclear tests and earthquakes recorded by the israel seismic network and the noress array. Physics of the earth and planetary interiors, 113(1):111–129.

Got, J.-L., Peltier, A., Staudacher, T., Kowalski, P., and Boissier, P. (2013). Edifice strength and magma transfer modulation at piton de la fournaise volcano. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 118(9):5040–5057.

Grasso, J. and Bachelery, P. (1995). Hierarchical organization as a diagnostic approach to volcano mechanics: Validation on piton de la fournaise. Geophysical research letters, 22(21):2897–2900.

Grasso, J. and Sornette, D. (1998). Testing self-organized criticality by induced seismicity. arXiv preprint cond-mat/9810190.

Green, D. N. and Neuberg, J. (2006). Waveform classification of volcanic low-frequency earthquake swarms and its implication at soufrière hills volcano, montserrat. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 153(1):51–63.

Gregg, P., De Silva, S., Grosfils, E., and Parmigiani, J. (2012). Catastrophic caldera-forming eruptions: Thermomechanics and implications for eruption triggering and maximum caldera dimensions on earth. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 241:1–12.

Gregg, P. M., de Silva, S. L., and Grosfils, E. B. (2013). Thermomechanics of shallow magma chamber pressurization: Implications for the assessment of ground deformation data at active volcanoes. Earth and Planetary Science Letters, 384:100–108.

Haied, A. (1995). Etude expérimentale de la rupture en mode de déformations localisé dans un grès. PhD thesis, PhD thesis, Université de Lille I.

Hamiel, Y., Katz, O., Lyakhovsky, V., Reches, Z., and Fialko, Y. (2006). Stable and unstable damage evolution in rocks with implications to fracturing of granite. Geophysical Journal International, 167(2):1005–1016.

Hamiel, Y., Lyakhovsky, V., and Agnon, A. (2004). Coupled evolution of damage and porosity in poroelastic media: theory and applications to deformation of porous rocks. Geophysical Journal International, 156(3):701–713.

Hamiel, Y., Lyakhovsky, V., Stanchits, S., Dresen, G., and Ben-Zion, Y. (2009). Brittle deformation and damage-induced seismic wave anisotropy in rocks. Geophysical Journal International, 178(2):901–909.

Hartse, H. E., Phillips, W. S., Fehler, M. C., and House, L. S. (1995). Single-station spectral discrimination using coda waves. Bulletin of the Seismological Society of America, 85(5):1464–1474.

Heap, M., Baud, P., Meredith, P., Vinciguerra, S., Bell, A., and Main, I. (2011). Brittle creep in basalt and its application to time-dependent volcano deformation. Earth and Planetary Science Letters, 307(1):71–82.

Heap, M., Lavallée, Y., Petrakova, L., Baud, P., Reuschle, T., Varley, N., and Dingwell, D. B. (2014). Microstructural controls on the physical and mechanical properties of edifice-forming andesites at volcán de colima, mexico. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 119(4):2925–2963.

Hoek, E. and Bieniawski, Z. (1965). Brittle fracture propagation in rock under compression. International Journal of Fracture Mechanics, 1(3):137–155.

Ibs-von Seht, M. (2008). Detection and identification of seismic signals recorded at krakatau volcano (indonesia) using artificial neural networks. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 176(4):448–456.

Iverson, R. M. (2008). Dynamics of seismogenic volcanic extrusion resisted by a solid surface plug, mount st. helens, 2004-2005. US Geological Survey professional paper, (1750):425–460.

Iverson, R. M., Dzurisin, D., Gardner, C. A., Gerlach, T. M., LaHusen, R. G., Lisowski, M., Major, J. J., Malone, S. D., Messerich, J. A., Moran, S. C., et al. (2006). Dynamics of seismogenic volcanic extrusion at mount st helens in 2004–05. Nature, 444(7118):439–443.

Jaeger, J. C., Cook, N. G., and Zimmerman, R. (2009). Fundamentals of rock mechanics. John Wiley & Sons.

Johansen, A. and Sornette, D. (2000). Critical ruptures. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 18(1):163–181.

Johnson, C. E., Bittenbinder, A., Bogaert, B., Dietz, L., and Kohler, W. (1995). Earthworm: A flexible approach to seismic network processing. Iris newsletter, 14(2):1–4.

Joswig, M. (1990). Pattern recognition for earthquake detection. Bulletin of the Seismological Society of America, 80(1):170–186.

Kachanov, L. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk, 8:26–31.

Kachanov, M. and Montagut, E. (1986). Interaction of a crack with certain microcrack arrays. Engineering Fracture Mechanics, 25(5):625–636.

Kemeny, J. and Cook, N. (1986). Effective moduli, non-linear deformation and strength of a cracked elastic solid. In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, volume 23, pages 107–118. Elsevier.

Kilburn, C. (2003). Multiscale fracturing as a key to forecasting volcanic eruptions. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 125(3):271–289.

Kilburn, C. (2012). Precursory deformation and fracture before brittle rock failure and potential application to volcanic unrest. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 117(B2).

Kilburn, C. and Sammonds, P. (2005). Maximum warning times for imminent volcanic eruptions. Geophys. Res. Lett, 32:L24313.

Kleine, A. (2007). Modélisation numérique du comportement des ouvrages souterrains par une approche viscoplastique. PhD thesis, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL.

Köhler, A., Ohrnberger, M., and Scherbaum, F. (2010). Unsupervised pattern recognition in continuous seismic wavefield records using self-organizing maps. Geophysical Journal International, 182(3):1619–1630.

Küperkoch, L., Meier, T., Lee, J., Friederich, W., et al. (2010). Automated determination of p-phase arrival times at regional and local distances using higher order statistics. Geophysical Journal International, 181(2):1159–1170.

Laigle, F. (2004). Modèle conceptuel pour le développement de lois de comportement adaptées à la conception des ouvrages souterrains. PhD thesis, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon.

Langet, N., Maggi, A., Michelini, A., and Brenguier, F. (2014). Continuous kurtosis-based migration for seismic event detection and location, with application to piton de la fournaise volcano, la réunion. Bulletin of the Seismological Society of America, 104(1):229–246.

Lemaitre, J. (1994). Mechanics of solid materials. Cambridge university press.

Lengliné, O., Marsan, D., Got, J., Pinel, V., Ferrazzini, V., and Okubo, P. (2008). Seismicity and deformation induced by magma accumulation at three basaltic volcanoes. Journal of Geophysical Research, 113(B12):B12305.

Letourneur, L., Peltier, A., Staudacher, T., and Gudmundsson, A. (2008). The effects of rock heterogeneities on dyke paths and asymmetric ground deformation: the example of piton de la fournaise (réunion island). Journal of Volcanology and Geothermal Research, 173(3):289–302.

Liang, Z., Wei, J., Zhao, J., Liu, H., Li, B., Shen, J., and Zheng, C. (2008). The statistical meaning of kurtosis and its new application to identification of persons based on seismic signals. Sensors, 8(8):5106–5119.

Lisowski, M. (2006). Analytical volcano deformation source models. In Volcano Deformation, pages 279–304. Springer.

Loaiza, S., Fortin, J., Schubnel, A., Gueguen, Y., Vinciguerra, S., and Moreira, M. (2012). Mechanical behavior and localized failure modes in a porous basalt from the azores. Geophysical Research Letters, 39(19).

Lockner, D. and Byerlee, J. D. (1991). Precursory ae patterns leading to rock fracture. SERIES ON ROCK AND SOIL MECHANICS, 19:45–58.

Lu, Z., Masterlark, T., Dzurisin, D., Rykhus, R., and Wicks, C. (2003). Magma supply dynamics at westdahl volcano, alaska, modeled from satellite radar interferometry. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 108(B7).

Lyakhovsky, V., Ben-Zion, Y., and Agnon, A. (1997a). Distributed damage, faulting, and friction. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 102(B12):27635–27649.

Lyakhovsky, V., Ben-Zion, Y., and Agnon, A. (2001). Earthquake cycle, fault zones, and seismicity patterns in a rheologically layered lithosphere. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 106(B3):4103–4120.

Lyakhovsky, V., Ben-Zion, Y., and Agnon, A. (2005). A viscoelastic damage rheology and rate-and state-dependent friction. Geophysical Journal International, 161(1):179–190.

Lyakhovsky, V., Reches, Z., Weinberger, R., and Scott, T. E. (1997b). Non-linear elastic behaviour of damaged rocks. Geophysical Journal International, 130(1):157–166.

Maimon, O., Lyakhovsky, V., Melnik, O., and Navon, O. (2012). The propagation of a dyke driven by gas-saturated magma. Geophysical Journal International, 189:956–966.

Marsan, D. (2003). Triggering of seismicity at short timescales following californian earthquakes. Journal of geophysical research, 108(B5):2266.

Marsan, D. and Nalbant, S. (2005). Methods for measuring seismicity rate changes: a review and a study of how the m w 7.3 landers earthquake affected the aftershock sequence of the m w 6.1 joshua tree earthquake. Pure and Applied Geophysics, 162(6):1151–1185.

Matthews, S. J., Gardeweg, M. C., and Sparks, R. S. J. (1997). The 1984 to 1996 cyclic activity of lascar volcano, northern chile: cycles of dome growth, dome subsidence, degassing and explosive eruptions. Bulletin of Volcanology, 59(1):72–82.

McTigue, D. (1987). Elastic stress and deformation near a finite spherical magma body: resolution of the point source paradox. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 92(B12):12931–12940.

Mefthah, K. (2008). Cours de mécanique des sols.

Meredith, P. and Atkinson, B. (1983). Stress corrosion and acoustic emission during tensile crack propagation in whin sill dolerite and other basic rocks. Geophysical Journal International, 75(1):1–21.

Mériaux, C., Lister, J. R., Lyakhovsky, V., and Agnon, A. (1999). Dyke propagation with distributed damage of the host rock. Earth and planetary science letters, 165(2):177–185.

Messina, A. and Langer, H. (2011). Pattern recognition of volcanic tremor data on mt. etna (italy) with kkanalysis. a software program for unsupervised classification. Computers & Geosciences, 37(7):953–961.

Métral, L. (2014). Caractérisation d'un effondrement rocheux: cas de la cavité saline de cerville-buissoncourt (54). Master's thesis, Université de Grenoble.

Michon, L., Saint-Ange, F., Bachelery, P., Villeneuve, N., and Staudacher, T. (2007). Role of the structural inheritance of the oceanic lithosphere in the magmato-tectonic evolution of piton de la fournaise volcano (la réunion island). Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 112(B4).

Misra, S., De Roo, R., and Ruf, C. (2010). Evaluation of the kurtosis algorithm in detecting radio frequency interference from multiple sources. Ann Arbor, 1001:48109–2143.

Mitchell, T. and Faulkner, D. (2012). Towards quantifying the matrix permeability of fault damage zones in low porosity rocks. Earth and Planetary Science Letters, 339:24–31.

Mogi, K. (1958). Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them. Bull. Earthq. Res. Inst. Univ.

Monteiller, V. (2005). Tomographie à l'aide de décalages temporels d'ondes sismiques P: développements méthodologiques et applications. PhD thesis, Université de Savoie.

Montgomery-Brown, E., Sinnett, D., Poland, M., Segall, P., Orr, T., Zebker, H., and Miklius, A. (2010). Geodetic evidence for en echelon dike emplacement and concurrent slow slip during the june 2007 intrusion and eruption at kīlauea volcano, hawaii. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 115(B7).

Moore, P. L., Iverson, N. R., and Iverson, R. M. (2008). Frictional properties of the mount st. helens gouge. A Volcano Rekindled: The First Year of Renewed Eruption at Mount St. Helens, 2005.

Murray, J. and Ramirez Ruiz, J. (2002). Long-term predictions of the time of eruptions using remote distance measurement at volcán de colima, méxico. Journal of volcanology and geothermal research, 117(1):79–89.

Muskhelishvili, N. I. (1934). A new general method of solution of the fundamental boundary problems of the plane theory of elasticity, volume 3. Dokl. Akad. Nauk SSSR.

Muskhelishvili, N. I. (2013). Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. Springer Science & Business Media.

Nicholson, E., Mather, T., Pyle, D., Odbert, H., and Christopher, T. (2013). Cyclical patterns in volcanic degassing revealed by so 2 flux timeseries analysis: An application to soufrière hills volcano, montserrat. Earth and Planetary Science Letters, 375:209–221.

Pellegrino, A. (1996). Comportement fragile des roches. Dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes. PhD thesis, PhD thesis, Laboratoire central des Ponts et Chaussées.

Peltier, A., Bachèlery, P., and Staudacher, T. (2009a). Magma transport and storage at piton de la fournaise (la réunion) between 1972 and 2007: A review of geophysical and geochemical data. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 184(1):93–108.

Peltier, A., Famin, V., Bachèlery, P., Cayol, V., Fukushima, Y., and Staudacher, T. (2008). Cyclic magma storages and transfers at piton de la fournaise volcano (la réunion hotspot) inferred from deformation and geochemical data. Earth and Planetary Science Letters, 270(3):180–188.

Peltier, A., Got, J.-L., Villeneuve, N., Boissier, P., Staudacher, T., and Ferrazzini, V. (2015). Long-term mass transfer at piton de la fournaise volcano evidenced by strain distribution derived from gnss network. Journal of Geophysical Research: Solid Earth.

Peltier, A., Staudacher, T., and Bachèlery, P. (2007). Constraints on magma transfers and structures involved in the 2003 activity at piton de la fournaise from displacement data. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 112(B3).

Peltier, A., Staudacher, T., Bachèlery, P., and Cayol, V. (2009b). Formation of the april 2007 caldera collapse at piton de la fournaise volcano: Insights from gps data. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 184(1):152–163.

Peltier, A., Staudacher, T., Catherine, P., Ricard, L.-P., Kowalski, P., and Bachelery, P. (2006). Subtle precursors of volcanic eruptions at piton de la fournaise detected by extensometers. Geophysical research letters, 33(6).

Plumelle, C. (2013). Théorie et pratique de la géotechnique. Le Moniteur.

Prager, W. and Drucker, D. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design, 0. Appi. Math, 10(2):157–165.

Prono, E., Battaglia, J., Monteiller, V., Got, J.-L., and Ferrazzini, V. (2009). P-wave velocity structure of piton de la fournaise volcano deduced from seismic data recorded between 1996 and 1999. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 184(1):49–62.

Reverso, T., Vandemeulebrouck, J., Jouanne, F., Pinel, V., Villemin, T., Sturkell, E., and Bascou, P. (2014). A two-magma chamber model as a source of deformation at grímsvötn volcano, iceland. Journal of Geophysical Research: Solid Earth.

Rice, J. and Liebowitz, H. (1968). Fracture: an advanced treatise. In Mathematical fundamentals, volume 2, pages 191–311. Academic Press New York.

Robin, C., Camus, G., and Gourgaud, A. (1991). Eruptive and magmatic cycles at fuego de colima volcano (mexico). Journal of Volcanology and Geothermal Research, 45(3):209–225.

Roult, G., Peltier, A., Taisne, B., Staudacher, T., Ferrazzini, V., and Di Muro, A. (2012). A new comprehensive classification of the piton de la fournaise activity spanning the 1985–2010 period. search and analysis of short-term precursors from a broad-band seismological station. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 241:78–104.

Rubin, A. M. (1992). Dike-induced faulting and graben subsidence in volcanic rift zones. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 97(B2):1839–1858.

Saragiotis, C. D., Hadjileontiadis, L. J., and Panas, S. M. (2002). Pai-s/k: a robust automatic seismic p phase arrival identification scheme. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 40(6):1395–1404.

Savage, M., Ferrazzini, V., Peltier, A., Rivemale, E., Mayor, J., Schmid, A., Brenguier, F., Massin, F., Got, J.-L., Battaglia, J., et al. (2015). Seismic anisotropy and its precursory change before eruptions at piton de la fournaise volcano, la réunion. Journal of Geophysical Research: Solid Earth.

Schmid, A., Grasso, J., Clarke, D., Ferrazzini, V., Bachèlery, P., and Staudacher, T. (2012). Eruption forerunners from multiparameter monitoring and application for eruptions time predictability (piton de la fournaise). Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 117(B11).

Schoenberg, M. and Sayers, C. (1995). Seismic anisotropy of fractured rock. Geophysics, 60:204.

Schultz, R. A. (1993). Brittle strength of basaltic rock masses with applications to venus. Journal of Geophysical Research: Planets (1991–2012), 98(E6):10883–10895.

Shalev, E. and Lyakhovsky, V. (2013a). Modeling reservoir stimulation induced by wellbore fluid injection. In Thirty Eighth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering.

Shalev, E. and Lyakhovsky, V. (2013b). The processes controlling damage zone propagation induced by wellbore fluid injection. Geophysical Journal International, 193(1):209–219.

Sigmarsson, O., Condomines, M., and Bachèlery, P. (2005). Magma residence time beneath the piton de la fournaise volcano, reunion island, from u-series disequilibria. Earth and Planetary Science Letters, 234(1):223–234.

Smith, R. and Kilburn, C. (2010). Forecasting eruptions after long repose intervals from accelerating rates of rock fracture: the june 1991 eruption of mount pinatubo, philippines. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 191(1):129–136.

Stephens, C. and Chouet, B. (2001). Evolution of the december 14, 1989 precursory long-period event swarm at redoubt volcano, alaska. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 109(1):133–148.

Succi, G. P., Clapp, D., Gampert, R., and Prado, G. (2001). Footstep detection and tracking. In Aerospace/Defense Sensing, Simulation, and Controls, pages 22–29. International Society for Optics and Photonics.

Surono, Jousset, P., Pallister, J., Boichu, M., Buongiorno, M. F., Budisantoso, A., Costa, F., Andreastuti, S., Prata, F., Schneider, D., Clarisse, L., et al. (2012a). The 2010 explosive eruption of java's merapi volcano : a "100-year" event. Journal of volcanology and geothermal research, 241:121–135.

Surono, Jousset, P., Pallister, J., Boichu, M., Buongiorno, M. F., Budisantoso, A., Costa, F., Andreastuti, S., Prata, F., Schneider, D., Clarisse, L., et al. (2012b). The 2010 explosive eruption of java's merapi volcano : a "100-year" event. Journal of volcanology and geothermal research, 241:121–135.

Taghipour, J., Vakili, V., and Abbasi-Moghadam, D. (2012). Comparison of kurtosis and fourth power detectors with applications to ir-uwb ook systems. International Journal, 5.

Tarantola, A. (2005). Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. siam.

Tárraga, M., Carniel, R., Ortiz, R., and García, A. (2008). The failure forecast method: Review and application for the real-time detection of precursory patterns at reawakening volcanoes. Developments in Volcanology, 10:447–469.

Tárraga, M., Carniel, R., Ortiz, R., Marrero, J., and García, A. (2006). On the predictability of volcano-tectonic events by low frequency seismic noise analysis at teide-pico viejo volcanic complex, canary islands. Natural Hazards and Earth System Science, 6(3):365–376.

Terzaghi, K. (1943). Theoretical soil mechanics. Wiley.

Terzaghi, K., Peck, R., and Mesri, G. (1996). Soil Mechanics in Engineering Practice. Wiley, New York.

Thelen, W. A., Crosson, R. S., and Creager, K. C. (2008). Absolute and relative locations of earthquakes at mount st. helens, washington, using continuous data: Implications for magmatic processes. US Geological Survey professional paper, (1750):71–95.

Timoshenko, S., Goodier, J., and Abramson, H. N. (1970). Theory of elasticity. Journal of Applied Mechanics, 37:888.

Trasatti, E., Giunchi, C., and Bonafede, M. (2005). Structural and rheological constraints on source depth and overpressure estimates at the campi flegrei caldera, italy. Journal of volcanology and geothermal research, 144(1):105–118.

Vandemeulebrouck, J., Sabroux, J.-C., Halbwachs, M., Poussielgue, N., Grangeon, J., Tabbagh, J., et al. (2000). Hydroacoustic noise precursors of the 1990 eruption of kelut volcano, indonesia. Journal of volcanology and geothermal research, 97(1):443–456.

Vasseur, J., Lavallee, Y., Hess, K., Wassermann, J., and Dingwell, D. (2012). Microseismic signature of magma failure: Testing failure forecast in heterogeneous material. In AGU Fall Meeting Abstracts, volume 1, page 2759.

Voight, B. (1988). A method for prediction of volcanic eruptions. Nature, 332:125–130.

Voight, B. (1989). A relation to describe rate-dependent material failure. Science, 243(4888):200–203.

Voight, B., Young, K., Hidayat, D., Purbawinata, M., Ratdomopurbo, A., Sayudi, D., LaHusen, R., Marso, J., Murray, T., Dejean, M., et al. (2000). Deformation and seismic precursors to dome-collapse and fountain-collapse nuées ardentes at merapi volcano, java, indonesia, 1994–1998. Journal of volcanology and geothermal research, 100(1):261–287.

Walsh, J. (1965). The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rocks. Journal of Geophysical Research, 70(2):399–411.

Weinberger, R., Lyakhovsky, V., Baer, G., and Agnon, A. (2000). Damage zones around en echelon dike segments in porous sandstone. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 105(B2):3115–3133.

Weinberger, R., Reches, Z., Eidelman, A., Scott, T. E., et al. (1994). Tensile properties of rocks in four-point beam tests under confining pressure.

Wiemer, S. and Wyss, M. (2000). Minimum magnitude of completeness in earthquake catalogs: examples from alaska, the western united states, and japan. Bulletin of the Seismological Society of America, 90(4):859–869.

Yang, X.-M., Davis, P. M., and Dieterich, J. H. (1988). Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an elastic half-space as a model for volcanic stressing. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 93(B5):4249–4257.

Zapperi, S., Ray, P., Stanley, H., and Vespignani, A. (1997). First-order transition in the breakdown of disordered media. Physical review letters, 78(8):1408–1411.

Zúñiga, F. R. and Wyss, M. (1995). Inadvertent changes in magnitude reported in earthquake catalogs: Their evaluation through b-value estimates. Bulletin of the Seismological Society of America, 85(6):1858–1866.