HAL
open science

# Télécommunications domotiques efficaces en termes de consommation d'énergie

Raouia Masmoudi

## To cite this version:

Raouia Masmoudi. Télécommunications domotiques efficaces en termes de consommation d'énergie. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Université de Cergy Pontoise, 2015. Français. NNT : . tel-01251186

**HAL Id: tel-01251186**

**https://theses.hal.science/tel-01251186**

Submitted on 5 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

en co-tutelle entre

Université Paris Seine
Université de Cergy-Pontoise
Et Université de Sfax
École Nationale d'Ingénieurs de Sfax

pour acquérir le grade de

**Docteur en Télécommunication**
***Spécialité :* Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication**

présentée par

**Raouia MASMOUDI**

# Télécommunications domotiques efficaces en terme de consommation d'énergie

préparée à
Équipes Traitement de l'Information et Systèmes (ETIS) - UMR 8051
ENSEA - Université de Cergy-Pontoise - CNRS

soutenue le 1er decembre 2015

**Jury :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Examinateur :* | PROF. | Jean-Marie GORCE | INSA-Lyon, France |
| | PROF. | Adel GHAZEL | Sup'Com, Tunisie |
| *Rapporteur :* | MCF-HDR | Marceau COUPECHOUX | Telecom ParisTech, France |
| | MCF-HDR | Leila NAJJAR | Sup'Com, Tunisie |
| *Directrice de thèse :* | PROF. | Inbar FIJALKOW | ETIS/ ENSEA, France |
| | PROF. | Noura SELLAMI | ENIS, Tunisie |
| *Co-encadrante :* | MCF. | E.Veronica BELMEGA | ETIS/ ENSEA, France |

# Dédicaces

Je dédie ce mémoire à mon cher père Prof. Nouri Masmoudi. C'est grâce à son exigence pour l'excellence que je suis arrivée à fournir les efforts qui ont conduit à ces résultats.
Je ne sais pas comment remercier suffisamment mon mari Idriss pour son soutien sans failles et ses encouragements. Je le remercie pour avoir toujours trouvé les mots justes et m'avoir apporté le réconfort dont j'avais besoin.
Un énorme MERCI à toute ma famille et ma belle-famille, en particulier ma chére maman Amel, ma sœur Rahma et mes frères Mahmoud et Fayçal qui ont toujours été présents pour moi et m'ont toujours soutenue.
Ainsi, je tiens à remercier spécialement la famille de mon cousin Anis pour leur amour sincère et chaleureux qui m'a toujours permis de garder en vue mes objectifs, même pendant les moments les plus difficiles.

*Raouia*

# Résumé

Le spectre électromagnétique est une ressource limitée dont l'usage doit être optimisé. Plusieurs travaux actuels visent à améliorer l'utilisation des fréquences radio en exploitant les méthodes de traitement intelligent du signal : la radio cognitive. Cette thèse se place dans ce contexte. Concrètement, nous considérons un problème d'allocation conjointe de spectre et de puissance dans un système radio cognitif (CR) composé de plusieurs utilisateurs secondaires (SUs) et primaires (PUs). L'objectif est d'optimiser l'efficacité énergétique des SUs tout en garantissant des niveaux d'interférences maximales imposés par la présence des PUs. Nous analysons des métriques d'efficacité énergétique en utilisant un cadre unificateur basé sur des outils d'optimisation convexe multi-critères. Les métriques que nous étudions sont : la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée, le ratio débit puissance totale et la minimisation de puissance sous contrainte de débit pour concevoir un système de communications efficace en termes de consommation. Nous approfondissons ensuite l'étude de la métrique de minimisation de puissances sous contraintes de débits minimaux aux SUs et d'interférences maximales aux PUs. Étant donné la nature opposée de ces contraintes, nous étudions d'abord la faisabilité du problème et nous proposons des conditions nécessaires et des conditions suffisantes pour l'existence d'une solution. Le défi principal réside dans la non-convexité du problème d'allocation conjointe de spectre et de puissance en raison du paramètre discret d'ordonnancement des SUs. Afin de surmonter ce challenge, nous utilisons une technique de relaxation de Lagrange pour résoudre un problème convexe. Nous prouvons que les solutions discrètes du problème relaxé sont les solutions du problème initial. Lorsqu'une solution existe, nous proposons un algorithme itératif basé sur la méthode de sous-gradient pour calculer la solution optimale. Nous montrons que le *scheduling* optimal est plus efficace comparé avec d'autres allocations de spectre classiques (e.g. entrelacée, *blockwise*). Dans le cas particulier de deux bandes orthogonales et un SU unique, nous proposons une solution analytique qui ne nécessite pas d'algorithme itératif.

# Abstract

The radio spectrum is a limited resource which must be used in an optimal way. Recent works in the literature aim to improve the use of radio frequencies by exploiting intelligent techniques from signal processing, such as the cognitive radio paradigm. In this thesis, we study a joint spectrum scheduling and power allocation problem in a Cognitive Radio (CR) system composed of several secondary users (SUs) and primary users (PUs). The objective is to optimize the energy efficiency of the SUs while guaranteeing that the interference created to the PUs is kept below a maximum tolerated level. We analyze energy efficiency metrics in wireless communications using a common unifying framework based on convex multi-criteria optimization tools, which includes three of the most popular energy efficiency metrics in the literature : weighted difference between overall achievable rate and power consumption, the ratio between the overall rate and consumed power and overall consumed power under minimum rate constraint. Then, we further focus on the study of the opportunistic power minimization problem over several orthogonal frequency bands under constraints on the minimum Quality of Service (QoS) and maximum interference to the PUs. Given the opposing nature of these constraints, we first study the feasibility of the problem and we provide sufficient conditions and necessary conditions that guarantee the existence of a solution. The main challenge lies in the non-convexity of the joint spectrum and power allocation problem due to the discrete spectrum scheduling parameter of SUs. To overcome this issue, we use a Lagrangian relaxation technique to solve a convex problem. We prove that the discrete solutions of the relaxed problem are the solutions of the initial problem. When a solution exists, we propose an iterative algorithm based on sub-gradient method to compute an optimal solution. We show that the optimal scheduling is more efficient compared to other conventional spectrum allocations (e.g. interlaced, blockwise). In the particular case of two orthogonal bands and an unique SU, we provide an analytical solution that does not require an iterative algorithm.

# Remerciements

A l'issue de ma rédaction de ce manuscrit, je suis convaincue que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail sans le soutien d'un grand nombre de personnes.

En premier lieu, je remercie solennellement mes directrices de thèse Madame Inbar FIJALKOW professeur des universités à l'ENSEA et Madame Noura SELLAMI professeur à l'ENIS et ma co-encadrante Madame E.Veronica BELMEGA maître de conférences à l'ENSEA pour la confiance qui m'ont accordée en acceptant de diriger ces travaux avec enthousiasme et pédagogie. Je souhaite exprimer ma gratitude pour leur excellent encadrement qui m'a permis de mener à bien cette thèse. Ainsi, j'ai beaucoup apprécie leurs implications, leurs conseils avisés et nos nombreuses discussions tout au long de ce travail doctoral.

Mes remerciement vont également à Monsieur Marceau COUPECHOUX, maître de conférences à Telecom ParisTech, et Madame Leila NAJJAR, maître de conférences avec habilitation universitaire à Sup'Com, d'avoir accepté de relire cette thèse et d'en être rapporteurs. Je tiens à remercier Monsieur Jean-Marie GORCE, professeur des universités à INSA-Lyon et Monsieur Adel GHAZEL, professeur à Sup'Com, d'avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse.

Un énorme merci à toute ma famille et ma belle-famille, en particulier mes parents, mon mari, ma sœur et mes frères qui ont toujours été présents pour moi et m'ont toujours soutenue.

Enfin, je remercie tous mes collègues d'ETIS pour les discussions et les collaborations que j'ai eues avec eux, en particulier Rémi, J.C, Alan, Fouad, Romain T, Gaël, Leïla, Laurent R, Anne, Lounis, Babar et Imed.

A celles et ceux qui m'ont conseillée et que je n'ai pas cités ici, mais le cœur y est !

# Table des matières

**Liste des figures** **v**

**Abréviations et Acronymes** **vii**

**Notations** **ix**

**Introduction Générale** **1**

**1 Modèle du Système Radio Cognitif** **9**
1.1 Introduction . . . . . 10
1.2 Canal radio cognitif . . . . . 10
1.2.1 Schéma du modèle du système . . . . . 11
1.2.2 Variables du système ($\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{x}$) . . . . . 12
1.3 Les contraintes du système . . . . . 13
1.3.1 Contraintes d'ordonnancement de spectre . . . . . 14
1.3.2 Contraintes de débit . . . . . 14
1.3.3 Contraintes d'interférence . . . . . 14
1.3.3.1 Interférence crête . . . . . 15
1.3.3.2 Interférence totale . . . . . 15
1.4 Conclusion . . . . . 16

**2 Métriques de l'Efficacité Énergétique dans les Systèmes Radio Cognitifs** **17**
2.1 Introduction . . . . . 18
2.2 Modèle du système : un seul SU et K PUs . . . . . 18
2.3 Compromis entre la minimisation de puissance et la maximisation de débit 19
2.3.1 Ensemble des paires (puissance, débit) réalisables . . . . . 20
2.3.2 Frontière Pareto-optimale ou compromis optimal (puissance, débit) . 22
2.4 Comparaison des différentes métriques d'efficacité énergétique . . . . . 24
2.4.1 Maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée . . . . . 24
2.4.2 Minimisation de puissance sous contrainte de débit . . . . . 27
2.4.3 Ratio débit puissance totale . . . . . 28

2.4.4 Relation entre les trois métriques . . . . . 31
2.4.4.1 Relation entre $\alpha$ et $R^{min}$ . . . . . 31
2.4.4.2 Comparaison des métriques . . . . . 32
2.5 Conclusion . . . . . 32

**3 Minimisation de Puissance sous Contraintes de QoS et d'Interférences Radio Cognitives 35**
3.1 Introduction . . . . . 36
3.2 Caractérisation du problème . . . . . 38
3.2.1 Description du problème général . . . . . 38
3.2.2 Ensemble faisable, conditions nécessaires et conditions suffisantes pour l'existence de solution . . . . . 39
3.3 Cas particulier : deux bandes de fréquences orthogonales . . . . . 40
3.3.1 Analyse et illustration de l'ensemble faisable . . . . . 40
3.3.2 Solution analytique quand l'ensemble faisable est non-vide . . . . . 43
3.3.3 Résultats de simulation . . . . . 45
3.4 Plusieurs bandes de fréquences orthogonales . . . . . 51
3.4.1 Algorithme itératif proposé . . . . . 51
3.4.1.1 Conditions KKT . . . . . 51
3.4.1.2 Méthode de sous-gradient . . . . . 52
3.4.2 Résultats numériques . . . . . 53
3.5 Connaissance imparfaite des canaux . . . . . 58
3.5.1 Modèle d'erreur au niveau ST . . . . . 58
3.5.2 Analyse de la robustesse dans le pire cas . . . . . 58
3.6 Conclusion . . . . . 63

**4 Allocation conjointe de spectre et de puissance pour les utilisateurs opportunistes 65**
4.1 Introduction . . . . . 66
4.2 Problème d'ordonnancement et d'allocation de puissance . . . . . 67
4.2.1 Discrétisation . . . . . 67
4.2.2 Existence d'une solution . . . . . 68
4.2.2.1 Conditions Nécessaires (CN) . . . . . 69
4.2.2.2 Conditions Suffisantes (CS) . . . . . 69
4.2.3 Relaxation de Lagrange . . . . . 70
4.2.3.1 Formulation duale . . . . . 71
4.2.3.2 Algorithme itératif de sous-gradient projeté . . . . . 73
4.2.4 Optimalité de la relaxation de Lagrange . . . . . 74
4.2.4.1 Solutions optimales discrètes . . . . . 76
4.3 Résultats numériques . . . . . 77
4.3.1 Efficacité de la consommation de puissance . . . . . 77
4.3.2 Faisabilité du problème . . . . . 78
4.3.3 Cas où les conditions nécessaires ne sont pas respectées . . . . . 80

4.3.4 Cas où les conditions nécessaires sont respectées mais les conditions suffisantes ne sont pas respectées . . . 81
4.4 Cas particulier d'indécision : les systèmes symétriques . . . 83
4.4.1 Cas extrême où les gains de canaux sont identiques pour tous les SUs et sur toutes les bandes . . . 83
4.4.2 Autres cas symétriques . . . 86
4.5 Conclusion . . . 87

**Conclusions et perspectives** **89**

**A Preuves du chapitre 3** **93**
A.1 Preuve du Théorème 1. Solution analytique dans le cas de deux bandes . . . 93
A.2 Preuve de Théorème 2. Solution de Water-filling . . . 96

**B Preuves du Chapitre 4** **101**
B.1 Faisabilité du problème d'allocation conjointe du spectre et de puissance . . . 101
B.1.1 Preuve du Théorème 3. Conditions nécessaires pour l'existence d'une solution . . . 101
B.1.2 Preuve du Théorème 4. Conditions suffisantes pour l'existence d'une solution . . . 102
B.2 Preuve de la convergence de l'Algorithme 3 . . . 103
B.2.1 Preuve de la convergence de la méthode de sous-gradient . . . 103
B.2.2 Preuve de la Proposition 2 . . . 105
B.3 Preuve du Théorème 5. Optimalité de la relaxation de Lagrange . . . 106
B.4 Cas extrême où les paramètres du système sont identiques pour chaque SU et sur chaque bande . . . 107
B.4.1 Preuve de la Proposition 6 . . . 107
B.4.2 Preuve des Propositions 7 et 8 . . . 109

**Bibliographie** **112**

# Table des figures


0.1 *Utilisation inefficace du spectre radio (espaces libres)* . . . . . 2
0.2 *"EconHome" : la maison communicante écologique* . . . . . 3

1.1 *Approches de partage de spectre : overlay et underlay* . . . . . 11
1.2 *Système CR : seul le $q^{ème}$ SU est actif dans la bande $n$* . . . . . 12
1.3 *Le signal reçu au niveau du récepteur secondaire $SR_q$* . . . . . 12

2.1 *L'ensemble $\mathcal{F}$ et les pics dans les cas : (a) $N = 3$ et (b) $N = 4$ bandes de fréquences orthogonales.* . . . . . 21
2.2 *La courbe de compromis optimal $T_c(P_T)$ et sa borne supérieure $U_b(P_T)$ dans le cas $N = 3$ bandes.* . . . . . 24
2.3 *Compromis puissance et débit optimal au problème de maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée pour différentes valeurs de $\alpha$.* . . . . . 26
2.4 *Compromis (puissance, débit) optimal du problème de minimisation de puissance sous contrainte de débit pour différentes valeurs de $R^{min}$.* . . . . . 28
2.5 *Compromis (puissance, débit) optimal au problème de ratio débit puissance totale pour différentes valeurs de $P_c$* . . . . . 30

3.1 *Un cas où une solution n'existe pas. L'ensemble faisable est vide $\mathcal{S}_2 = \emptyset$ parce que la contrainte d'interférence totale du $4^{ème}$ PU n'est pas satisfaite en même temps que la contrainte de débit.* . . . . . 42
3.2 *Un cas où une solution optimale existe. L'ensemble faisable est la zone convexe hachurée $\mathcal{S}_2 \neq \emptyset$* . . . . . 43
3.3 *Effet de la variation de la contrainte de débit $R^{min}$ sur (a) le débit optimal du SU, (b) les puissances optimales et (c) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas : $N = 2$ bandes et $K = 3$ PUs.* . . . . . 47
3.4 *Effet de la variation de la contrainte de puissance d'interférence $\overline{P}$ sur (a) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par SU aux PUs dans le scénario : $N = 2$, $K = 1$.* . . . . . 48
3.5 *Effet de la variation du gains de puissance du lien direct $c_1$ sur (a) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas : $N = 2$ bandes et $K = 1$ PU.* . . . . . 49

3.6 *Effet de la variation du gain de puissance du lien interférant $g_1^{(1)}$ sur (b) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas : $N = 2$ bandes et $K = 1$ PU.* . . . . . 50
3.7 *Effet de la contrainte de QoS dans le cas de $N = 4$ bandes de fréquences orthogonales et $K = 3$ utilisateurs primaires.* . . . . . 54
3.8 *Effet de la variation du nombre des PUs $K$ sur (a) la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ et (b) la moyenne de la puissance totale optimale* . . . . . 56
3.9 *Effet de la variation du nombre de bandes $N$ sur (a) la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ et (b) la moyenne de la puissance totale optimale* . . . . . 57
3.10 *Sur-estimation dans le modèle d'erreur $\widehat{g}_n^{(k)} = g_n^{(k)} + 12\ g_n^{(k)}\ \sigma_\epsilon^2$* . . . . . 60
3.11 *Cas où la sous-estimation des gains n'influence pas nécessairement sur les PUs.* . . . . . 62
3.12 *Cas où la sous-estimation des gains a un impact sur les contraintes d'interférence des PUs.* . . . . . 63

4.1 *Allocation de spectre (entrelacé et block-wise).* . . . . . 77
4.2 *Consommation de puissance moyenne en fonction du nombre de bandes $N \in \{Q, 2Q, 4Q, 8Q, 16Q\}$ pour $Q = 4$ SUs, $K = 8$ PUs lorsque les conditions suffisantes sont toujours satisfaites. Notre allocation optimale du spectre est meilleure que les allocations de spectre arbitraires (entrelacé et* block-wise*).* 78
4.3 *Probabilité empirique lorsque le problème n'est pas faisable en fonction du débit minimum cible $R^{min}$ pour chaque SU.* . . . . . 79
4.4 *Algorithme 3 atteint le nombre maximal d'itérations ($10^5$) sans qu'il y ait convergence.* . . . . . 80
4.5 *Comportement de l'Algorithme 3 lorsque les conditions suffisantes ne sont pas respectées (a) $R_q^{min} = 3$, $\forall q$ le problème est faisable et l'algorithme converge et (b) $R_q^{min} = 8$, $\forall q$ l'algorithme ne converge pas dans ce cas.* . . . 82
4.6 *Allocation de puissance et de spectre optimales lorsque l'algorithme 3 converge. Le contrôleur du système alloue deux bandes par SU.* . . . . . 83

A.1 *Le cas i) où l'ensemble $\mathcal{A}$ est vide car $\widetilde{p}_1^{(4)} < \widetilde{p}_1^{(2)}$* . . . . . 95

# Abréviations et Acronymes

| | |
|---|---|
| CR | Cognitive Radio |
| SU, SUs | Secondary User, Secondary Users |
| PU, PUs | Primary User, Primary Users |
| PT, PR | Primary Transmitter, Primary Receiver |
| ST, SR | Secondary Transmitter, Secondary Receiver |
| MIMO | Multiple Input Multiple Output |
| OFDM | Orthogonal Frequency Division Multiplexing |
| QoS | Quality of Service |
| EE | Energy Efficiency |
| CSI | Channel State Information |
| SINR | Signal to Interference plus Noise Ratio. |
| SNR | Signal to Noise Ratio |
| KKT | Karush-Kuhn-Tucker |
| HGW | Home Gate-Way |
| NAS | Network Attached Storage |
| STB | Set-Top Box |
| CPL | Courant Porteur en Ligne |
| FUI | Fonds Unique Interministériel |
| FCC | Federal Communications Commission |
| UHF | Ultra Hautes Fréquences |
| GSM | Global System for Mobile Communications |
| UMTS | Universal Mobile Telecommunications System |
| bps | Bit per second. |
| W | Watt. |

# Notations

| | |
|---|---|
| $x$ | notation scalaire |
| $x^*$ | valeur optimale de x |
| $x_{qn}^{(k)}$ | indices : $q$ du SU, $n$ de la bande et $k$ du PU |
| $\underline{x}$ | notation vecteur |
| $\boldsymbol{x}$ | notation matrice |
| $\mathcal{X}$ | notation ensemble |
| $Re[x]$ | partie réel de x |
| $Im[x]$ | partie imaginaire de x |
| $\|x\|$ | valeur absolue de x |
| $[x]^+$ | équivalent à $\max(0, x)$ |
| $\ln(x)$ | logarithme népérien de x |
| $\log_2(x)$ | logarithme à base 2 de x |
| $\max_x f(x)$ | valeur de x qui maximise $f(x)$ |
| $\min_x f(x)$ | valeur de x qui minimise $f(x)$ |
| s.c | sous contraintes |
| v.s | versus |
| $\triangleq$ | égale par définition |
| $\mathbb{R}_+$ | l'ensemble des réels positifs |

> *"Before you start some work, always ask yourself three questions - Why am I doing it, What the results might be and Will I be successful. Only when you think deeply and find satisfactory answers to these questions, go ahead."*
> — ***Chanakya***

# Introduction Générale

Ce manuscrit de thèse est focalisé sur des problèmes d'allocation de ressources dans les systèmes radio cognitifs qui émergent dans un contexte de communication *green* visant l'efficacité énergétique.

## Contexte et motivation

Au cours de la dernière décennie, il y a eu une croissance exponentielle du nombre de dispositifs connectés dans l'environnement de la maison qui englobe un spectre très large d'objets : en commençant par les appareils connectés habituels (ordinateurs personnels, ordinateurs portables, tablettes, *smartphones*, ...), en passant par les appareils mettables et les objets connectés (thermostats, ampoules, serrures, brosse à dent, ballon de foot, ...) et en arrivant au soin de plantes et d'animaux (comme les capteurs d'activités pour les chiens). Des statistiques ont montré qu'en France, plus de 5 millions de personnes sont équipés d'un objet connecté chez eux en 2014. Le marché devrait doubler dans les trois prochaines années pour arriver à 11 millions de français équipés d'objets connectés chez eux en 2017. D'après [Laugier, 2013], "dans les pays occidentaux, une famille de quatre personnes possède aujourd'hui 10 objets connectés en moyenne contre 25 en 2017, 50 en 2022". Par conséquent, ce grand nombre d'appareils connectés a entraîné une forte augmentation de la consommation d'énergie. Par définition, un réseau domotique [Yuksekkaya et al., 2006] est un environnement complexe qui peut contenir plusieurs types de dispositifs : *Home Gate-Way* (HGW), *Network Attached Storage* (NAS), *Set-Top Box* (STB), WiFi *extender*, prise Courant Porteur en Ligne (CPL), amplificateur de réseau *Femto*, ordinateur portable, imprimante sans fil, téléphone mobile, tablette, ... et qui sont inter-connectés par différents types de connexions : WiFi, *Ethernet*, fibre optique, CPL, *Femto*, etc. Ces dispositifs du réseau domotique sont responsables d'une grande partie de la consommation électrique des maisons, qui génèrent plus d'émissions de carbone et augmentent plus les coûts aux opérateurs et consommateurs. Pour ces deux raisons, environnementale et économique, il est essentiel de fournir un moyen efficace de réduire la consommation de puissance des dispositifs connectés à la maison.
Le projet *FUI*, Pôle de Compétitivité *System@Tic* "EconHome" a été conçu [Masera and Lestable, 2011] afin de mettre en œuvre des mécanismes de réduction de la consommation

énergétique des équipements multimédia domotiques. Ce projet a été porté par un consortium réunissant les principaux acteurs du monde de la recherche et développement dans le domaine des télécommunications : Sagemcom *(leader)*, Orange Labs, ST Ericsson, ST Microelectronics, Spidcom, Comsis, Docea Power, Utrema et les laboratoires de recherche : Cea Leti, Cea List, ETIS, Inria. Il concerne la réduction de la consommation énergétique à tous les niveaux (circuit, composant, radio). Cette thèse s'intéresse plus particulièrement à l'allocation de bandes de fréquences.

Dans ce contexte, la multiplicité des bandes de fréquences représente le principal défi pour plusieurs protocoles de communication tels que WiFi, Femto, CPL, etc. Par exemple, le protocole WiFi utilise principalement une bande de fréquence de 2.4 à 2.4835 GHz [Chaimool and Chung, 2009] et le CPL à haut débit utilise des modulations multi-porteuses de type *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) dans la bande 1.6 à 30 MHz [Liu et al., 2003]. **Notre première hypothèse est l'exploitation simultanée de plusieurs protocoles de communication en considérant des systèmes à bandes multiples.** Depuis le début du XXe siècle, le spectre électromagnétique est réglementé

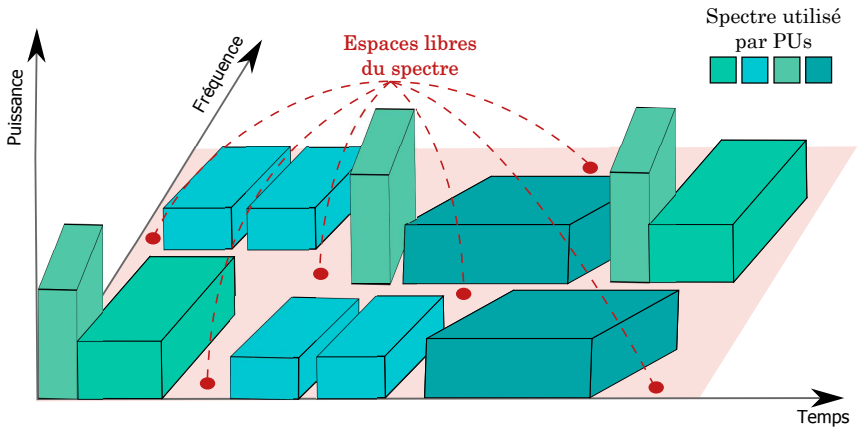



FIGURE 0.1 – *Utilisation inefficace du spectre radio (espaces libres)*

par les gouvernements dans la plupart des pays de telle sorte que le spectre disponible soit divisé en plusieurs bandes de fréquences. Ces bandes sont traditionnellement attribuées aux utilisateurs spécifiques ou exclusivement aux fournisseurs de service afin d'être protégées de toute interférence [Shaat and Bader, 2012]. Étant donné que la plupart des bandes de fréquences radio actuelles ont été déjà allouées [Cabric et al., 2004], trouver des bandes vacantes pour les systèmes sans fil émergents devient un challenge très difficile. En outre, les mesures récentes de la commission fédérale des communications (FCC) aux États-Unis montrent que l'utilisation du spectre dans la bande 0-6 GHz varie de 15 à 85 % en fonction du temps, la fréquence et l'emplacement géographique [FCC, 2002]. Ces observations ont motivé le développement de la radio cognitive (CR) [Haykin, 2005, Mitola and Jr, 1999] qui est envisagée comme une technique prometteuse pour surmonter les problèmes de l'utilisation inefficace du spectre. Cette nécessité d'utiliser le spectre radio plus efficacement va permettre à un groupe d'utilisateurs non licenciés dits utilisateurs secondaires (SUs) d'utiliser les bandes vacantes laissées par les utilisateurs licenciés dits

utilisateurs primaires (PUs). Le système radio cognitif devrait être capable de déterminer l'occupation de fréquences en déterminant les bandes de fréquence qui sont attribuées, mais non utilisées par le système licencié, appelées espaces libres ou trous du spectre dans la Figure 0.1.

**Notre deuxième hypothèse est que différents utilisateurs (appareils ou équipements) peuvent accéder au spectre d'une manière opportuniste en considérant des systèmes radio cognitifs.**

Comme nous l'avons déjà argumenté, la consommation d'énergie est un enjeu important [Yan et al., 2013]. Donc, trouver une bonne métrique de l'efficacité énergétique devient primordial. Pour ceci, dans cette thèse, nous considérons différentes métriques d'efficacité énergétique dans un scénario domotique dans lequel plusieurs protocoles de communication sont capables de fonctionner simultanément et différents appareils peuvent avoir des priorités hiérarchiques différentes.

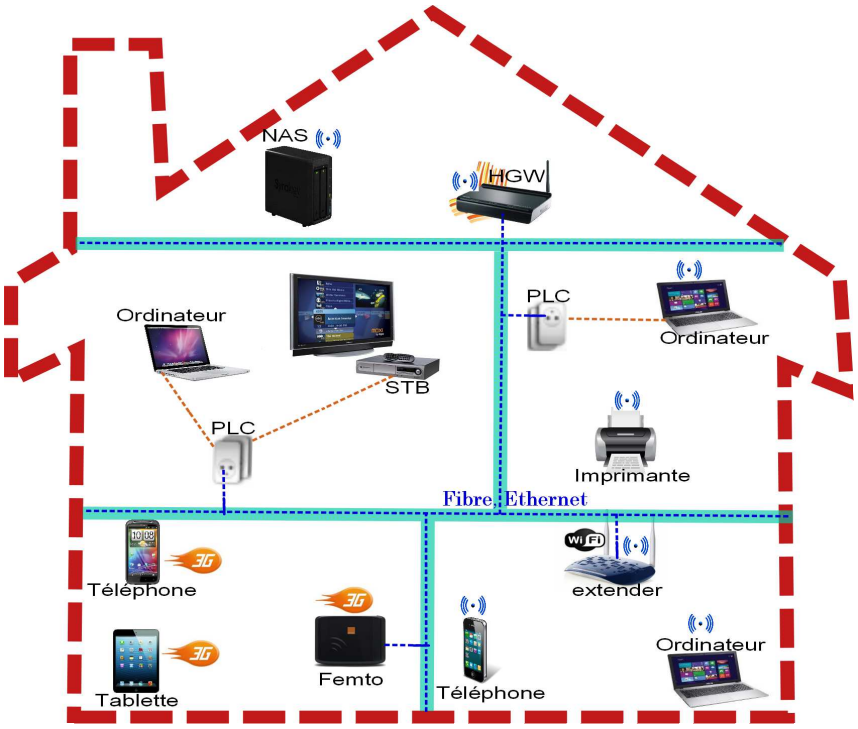



FIGURE 0.2 – *"EconHome" : la maison communicante écologique [Masera and Lestable, 2011]*

Nous considérons ainsi la boîte "EconHome" dans la Figure 0.2 qui est destinée à allouer les bandes de fréquences et les puissances dans un contexte de télécommunications *green* [Mattern et al., 2010, Wu et al., 2012].

A cause de la limitation du spectre et des puissances, nous cherchons à allouer les ressources du système radio cognitif d'une manière optimale qui maximise l'efficacité énergétique du système.

**La question qui se pose est de savoir comment chaque utilisateur secondaire alloue sa puissance à travers le spectre disponible qui optimise l'efficacité énergétique et sans trop interférer avec les utilisateurs primaires ?**
D'où l'idée de considérer un problème d'allocation conjointe de puissance et de spectre sous contraintes dans les systèmes radio cognitifs. Ces contraintes se composent principalement des contraintes de débits minimaux, des contraintes de puissance d'interférences (crêtes et totales) pour protéger chaque utilisateur primaire et limiter les interférences causées par les utilisateurs secondaires. Étant donnée l'opposition de ces contraintes, le problème à résoudre devient non-trivial et une étude de la faisabilité de l'existence d'une solution optimale devient nécessaire. Nous nous intéressons à la métrique d'efficacité énergétique la plus naturelle : la minimisation de puissance tout en garantissant un minimum de débit cible, ainsi que, des niveaux (total et crête) d'interférence maximaux créés aux utilisateurs primaires avec *scheduling* discret du spectre. Afin de résoudre ce problème d'optimisation, nous avons recours aux outils d'optimisation convexe [Boyd and Vandenberghe, 2004] comme la relaxation de Lagrange et les conditions de *Karush–Kuhn–Tucker* (KKT). La solution optimale, lorsqu'elle existe, n'est pas toujours analytique. Pour cette raison, nous proposons une résolution numérique basée sur des algorithmes itératifs de sous-gradient [Boyd et al., 2003] où nous supposons une connaissance parfaite des gains des canaux ou *Channel State Information* (CSI).

## Organisation du document et nos contributions

Cette section présente les grandes lignes de cette thèse ainsi que nos principales contributions. Le présent manuscrit est organisé autour de quatre chapitres qui sont brièvement présentés par la suite.

### Chapitre 1

Dans le Chapitre 1, nous présentons un modèle de canal radio cognitif (CR) que nous allons étudier par la suite. Ce modèle est illustré dans la Figure 1.2 composé par plusieurs utilisateurs secondaires et plusieurs utilisateurs primaires. Nous supposons une connaissance parfaite du CSI au niveau des récepteurs et des émetteurs secondaires. La transmission est effectuée sur plusieurs bandes de fréquence orthogonales. Nous définissons aussi les différentes contraintes imposées au système radio cognitif : une contrainte de débit imposé pour atteindre un minimum de *Quality of Service* (QoS) pour la transmission de l'utilisateur secondaire, des contraintes de puissance d'interférence (crête et totale) pour protéger chaque utilisateur primaire en limitant les interférences causées par les utilisateurs secondaires et des contraintes discrètes d'ordonnancement (*scheduling*) de spectre.

### Chapitre 2

Dans le Chapitre 2, nous proposons d'étudier et de comparer les trois métriques d'efficacité énergétiques les plus utilisées dans la littérature pour concevoir un système de

communications efficace en termes de consommation d'énergie composé de plusieurs utilisateurs primaires (PUs) coexistant avec un seul utilisateur secondaire (SU) qui accède d'une manière opportuniste aux bandes de fréquences disponibles. Les métriques que nous étudions sont : la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence induite [Alpcan et al., 2002, Hasan et al., 2009] ; la minimisation de puissance sous contrainte de débit [Masmoudi et al., 2012, Pang et al., 2008] et le ratio débit-puissance [Belmega and Lasaulce, 2011, Isheden et al., 2012, Miao et al., 2010, Verdù, 1990].
Nos principales contributions dans ce chapitre sont les suivantes :

- Nous proposons un cadre unificateur pour analyser toutes ces métriques de l'efficacité énergétique basées sur les outils d'optimisation convexe multi-objectif.
- Nous soulignons les principales similarités et différences entre ces métriques.
- Nous trouvons des liens entre ces différentes métriques que nous illustrons par des résultats numériques.

Les résultats de ce chapitre ont été publiés dans un papier de conférence [Masmoudi et al., 2014].

### Chapitre 3

Dans le Chapitre 3, nous nous intéressons à la métrique de l'efficacité énergétique : la minimisation de puissance totale tout en garantissant un minimum de débit cible, ainsi que, des niveaux d'interférence maximaux (crête et totale) causés aux utilisateurs primaires.
Dans un premier temps, nous considérons le cas de deux bandes de fréquences. Ce cas particulier est plus facile à analyser et il a l'avantage de permettre de dériver des résultats analytiques. Ainsi, il nous permet de gagner une intuition sur des scénarios d'intérêt pratiques tels que les scénarios domotiques et aussi pour tout système radio cognitif avec plusieurs bandes de fréquence orthogonales disponibles.

- En tenant compte du caractère opposé des contraintes qui doivent être satisfaites simultanément et en fonction des paramètres du système, l'utilisateur secondaire n'est pas toujours autorisé à transmettre. Notre première contribution est de proposer des conditions nécessaires et des conditions suffisantes assurant que l'ensemble faisable soit non-vide, et par conséquent, l'utilisateur secondaire soit actif.
- Ainsi, nous proposons une solution analytique à ce problème de minimisation de la puissance de l'utilisateur secondaire à travers deux bandes de fréquence seulement.

Ces résultats étendent notre travail publié dans un papier de conférence [Masmoudi et al., 2012] dans lequel un seul utilisateur primaire a été considéré.
Dans le cas plus général, lorsque le nombre de bandes de fréquences disponibles est arbitraire, une solution analytique n'est plus possible.

- Nous caractérisons la solution optimale en exploitant des outils d'optimisation convexe.
- Par conséquent, nous proposons un algorithme itératif qui permet de calculer cette solution optimale.
- Nous montrons que, lorsque l'algorithme converge, il converge vers la solution optimale de notre problème d'optimisation.

### Chapitre 4

Dans d'autres contextes comme les systèmes OFDM classiques dans [Huang et al., 2009b], il a été montré que l'allocation de puissance a plus d'impact lorsque elle est combinée à une allocation *on/off* discrète du spectre, dite *scheduling*. Ainsi, dans le Chapitre 4, nous considérons le problème d'allocation conjointe de spectre (*scheduling* discret) et de puissance qui vise à minimiser la consommation de puissance totale sous contraintes de QoS et de puissance d'interférence dans un canal radio cognitif composé de plusieurs utilisateurs primaires coexistants avec plusieurs utilisateurs secondaires.

- Ainsi, nous proposons des conditions nécessaires et des conditions suffisantes pour l'existence d'une solution à ce problème.
- De plus, nous étudions un problème d'optimisation convexe basé sur la relaxation de Lagrange et nous montrons que ce problème relaxé a des solutions discrètes qui optimisent aussi le problème non-convexe initial.
- La solution optimale du problème relaxé, lorsqu'elle existe, est calculée par un algorithme de sous-gradient projeté.
- La preuve de convergence de l'algorithme proposé, ainsi que les résultats numériques qui valident l'algorithme, sont donnés dans ce chapitre.
- Nous étudions également des cas spécifiques de systèmes symétriques pour lesquels notre algorithme itératif n'est plus adapté et nous les résolvons analytiquement.
- Nous illustrons l'efficacité énergétique de la stratégie d'allocation proposée en utilisant des simulations numériques et la comparons à d'autres stratégies d'allocation de spectre (*interleaved, block-wise*).

Les résultats de ce chapitre ont été soumis dans le papier journal [Masmoudi et al., 2015a] qui étendent notre travail publié dans les papiers de conférence [Masmoudi et al., 2015c] et [Masmoudi et al., 2015b].

## Publications

Mes travaux de thèse ont donné lieu aux publications ci-dessous qui peuvent être consultées sur la page web du HAL : `https://hal.archives-ouvertes.fr/`

### Article de revue internationale avec comité de lecture (soumis)

[IJ1] **R. Masmoudi**, E.V. Belmega, and I. Fijalkow, "Efficient Spectrum Scheduling and Power Management for Opportunistic Users", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, **papier soumis**, Octobre 2015.

### Articles de congrès international avec comité de lecture et avec actes

**[IC3]** **R. Masmoudi**, E.V. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami, "Joint Scheduling and Power Allocation in Cognitive Radio Systems", *IEEE International Workshop on Advances in Software Defined and Context Aware Cognitive Networks of IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Londres, UK, Juin 2015.

**[IC2]** **R. Masmoudi**, E.V. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami, "A Unifying View on Energy-Efficiency Metrics in Cognitive Radio Channels", *European SIgnal Processing COnference (EUSIPCO)*, Lisbon, Portugal, Septembre 2014.

**[IC1]** **R. Masmoudi**, E.V. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami, "A Closed-Form Solution to the Power Minimization Problem over Two Orthogonal Frequency Bands under QoS and Cognitive Radio Interference Constraints", *IEEE Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)*, pp 212 - 222, Washington, USA, Octobre 2012.
*(25% : among only 35 accepted out of 140 technical track submissions)*

### Article de congrès national avec comité de lecture et avec actes

**[NC1]** **R. Masmoudi**, E.V. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami, "Allocation de spectre et de puissance dans les systèmes radio cognitives", *GRoupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, Lyon, France, Septembre 2015.

### Congrès nationaux sans actes

**[Pr2]** **R. Masmoudi**, "Problème de minimisation de puissance sous contraintes : Cas du canal radio cognitif", *GDR ISIS*, Journée : Optimisation convexe sous contraintes, Paris, France, Octobre 2013.

**[Po1]** **R. Masmoudi**, "Modified Iterative Water-filling Algorithm for the Power Minimization Problem under QoS and Cognitive Radio Interference Constraints", *Workshop on Algorithmic Game Theory (AlgoGT)*, Saint Nizier du Moucherotte, France, Juillet 2013.

> *"In order to change an existing paradigm you do not struggle to try and change the problematic model. You create a new model and make the old one obsolete."* — ***Buckminster Fuller***

Chapitre 1

# Modèle du Système Radio Cognitif

## Sommaire


**1.1 Introduction** . . . . . **10**
**1.2 Canal radio cognitif** . . . . . **10**
1.2.1 Schéma du modèle du système . . . . . 11
1.2.2 Variables du système ($\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{x}$) . . . . . 12
**1.3 Les contraintes du système** . . . . . **13**
1.3.1 Contraintes d'ordonnancement de spectre . . . . . 14
1.3.2 Contraintes de débit . . . . . 14
1.3.3 Contraintes d'interférence . . . . . 14
1.3.3.1 Interférence crête . . . . . 15
1.3.3.2 Interférence totale . . . . . 15
**1.4 Conclusion** . . . . . **16**

## 1.1 Introduction

Le rôle des communications sans fil (telles sont les communications dans les réseaux cellulaires, réseaux locaux sans fil, les réseaux ad-hoc sans fil) est devenu de plus en plus important en offrant une grande couverture et des hauts débits. Les débits de données et le nombre d'appareils connectés sont en augmentation continue au fil du temps. En effet, une forte croissance des débits de télécommunication mobiles vers l'année 2020 a été rapporté par le secteur d'*International Telecommunication Union Radiocommunication* (ITU-R) [ITU-R, 2005]. Ainsi, des prévisions pour la prochaine décennie [QUALCOMM, 2015] montrent une croissance encore plus forte. Grâce au développement rapide du réseau LTE, plusieurs travaux révèlent le défi appelé "Rising To Meet 1000x Mobile Data Challenge" [QUALCOMM, 2012]. Pour faire face à cette croissance, des systèmes de communication plus efficaces doivent être développés. Plusieurs travaux ont proposé des solutions à travers deux mécanismes : la diminution de la taille des cellules [Hoydis et al., 2011] et l'utilisation efficace du spectre radio disponible [Haykin, 2005]. La plupart des bandes de fréquences disponibles ont été déjà licenciées et il est difficile de trouver des bandes vacantes pour les systèmes sans fil émergents basés sur des technologies telles que AM, FM (radio), UHF (TV), GSM, UMTS (mobile), WiFi-WiMAX, etc .... En outre, d'après la commission fédérale de communications [FCC, 2002] la plupart du spectre radio est utilisé d'une manière inefficace par les utilisateurs licenciés. En effet, la rareté du spectre [Berresford, 2005] est le résultat de son partitionnement, de l'attribution arbitraire des fréquences et de la croissance des usages. Ceci a motivé la recherche pour trouver des solutions comme la gestion dynamique du spectre et les systèmes radio cognitifs dans lesquels les utilisateurs (dispositifs ou appareils) sont capables de détecter et d'accéder au spectre d'une manière opportuniste et dynamique [Benmammar and Amraoui, 2014].

Dans ce chapitre, nous décrivons un modèle de canal radio cognitif simple que l'on va considérer dans cette thèse [Haykin, 2005] pour résoudre le problème d'allocation de ressources radio disponibles. Nous abordons ce problème en permettant à un groupe d'utilisateurs secondaires (SUs) (dits aussi cognitifs) d'utiliser les bandes vacantes laissées libres par les utilisateurs licenciés, appelés utilisateurs primaires (PUs) ou bien d'exploiter les bandes déjà utilisées par les PUs à condition que l'interférence créée (au niveau des récepteurs primaires) soit maintenue en dessous de certains seuils prédéfinis.

## 1.2 Canal radio cognitif

Le système d'allocation de ressources nécessite un contrôleur central et des informations (comme les signaux transmis et reçus, les puissances, les interférences et le bruit, etc...) de tous les utilisateurs (primaires et secondaires) et les canaux (leurs gains de canaux et de puissances). L'allocation de ressources centralisée [Akyildiz et al., 2008, Brueck et al., 2010] a été le principal objet de plusieurs études dans les réseaux radio cognitifs basés sur les systèmes *Orthogonal frequency-division multiplexing* (OFDM) [Couillet and Debbah, 2008, Mertikopoulos and Belmega, 2013, 2014]. Dans cette thèse, nous nous plaçons dans le cadre du mode de partage centralisé de spectre basé sur les systèmes multi-porteuses OFDM.

Différentes stratégies ont été définies dans les systèmes radio cognitifs en fonction de la façon dont l'utilisation du spectre est effectuée par les utilisateurs secondaires. Nous considérons un modèle d'accès hiérarchique qui fait la distinction entre les modes dans lesquels le réseau secondaire peut accéder au spectre. Comme décrit dans la Figure 1.1,

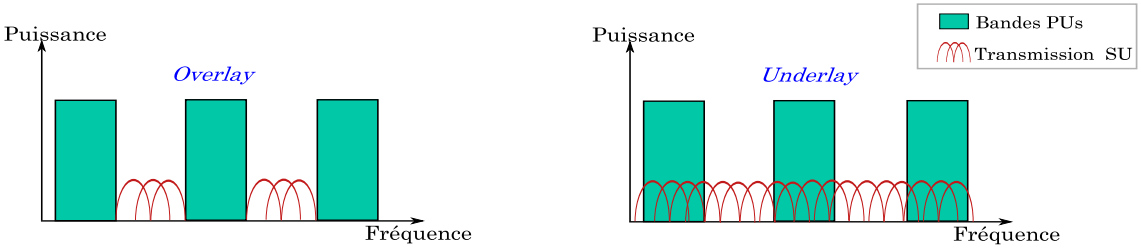



FIGURE 1.1 – *Approches de partage de spectre : overlay et underlay [Shaat and Bader, 2012]*

la structure d'accès hiérarchique adoptée pour classer les modes de partage du spectre en deux approches principales [Mitola, 2000] :

- *Overlay* : ce modèle permet au réseau secondaire d'accéder aux trous du spectre laissés libres par le réseau primaire d'une manière opportuniste [Chen et al., 2011, Gur et al., 2010, Lee, 2008, Zhou et al., 2010]. Les utilisateurs secondaires ou l'opérateur d'accès doivent détecter les endroits disponibles dans le spectre afin de transmettre leur propre signal.
- *Underlay* : les réseaux secondaires transmettent en utilisant dans les bandes qui sont laissées vacantes par les PUs mais aussi dans les bandes de fréquence qui sont utilisées par les PUs. Cependant, la puissance d'émission du système secondaire devrait être limitée (par des niveaux d'interférence prédéfinis par le système primaire) afin d'être considéré comme étant du bruit dans le système primaire. L'approche *underlay* englobe l'approche *overlay* lorsque le niveau d'interférence totale ou crête est nul.

L'approche *underlay* peut être considérée dans les applications à haut débit et faible consommation de puissance [Doppler et al., 2009, Lameiro et al., 2014, Le and Hossain, 2008, Luo et al., 2011, Wang and Zhao, 2008]. Par conséquent, ce travail se situe dans le contexte du partage *underlay* qui permet une utilisation plus flexible du spectre.

### 1.2.1 Schéma du modèle du système

Nous considérons un système radio cognitif (CR) multi-utilisateurs composé de $Q$ utilisateurs secondaires (SUs) et $K$ utilisateurs primaires (PUs), partageant les mêmes ressources physiques (temps, fréquence et espace). Les systèmes qui coexistent dans le réseau ne coopèrent pas les uns avec les autres. Comme mentionné précédemment, nous considérons le mode centralisé où un contrôleur central gère l'accès au réseau radio cognitif et alloue le spectre aux utilisateurs secondaires.

La Figure 1.2 illustre ce modèle de canal radio cognitif où chaque utilisateur primaire/ secondaire se compose respectivement d'un émetteur primaire/ secondaire (PT/ST) et

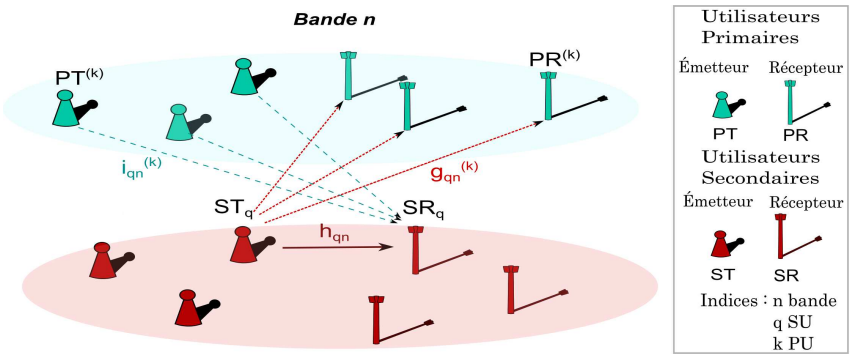



FIGURE 1.2 – *Système CR : seul le $q^{ème}$ SU est actif dans la bande $n$*

d'un récepteur primaire/ secondaire (PR/SR). Chaque émetteur ou récepteur est équipé d'une seul antenne. La transmission est effectuée sur $N$ bandes de fréquence orthogonales, de même largeur pour des raisons de simplicité.

Parmi les scénarios radio cognitifs dans le contexte domotique, nous pouvons cité : les communications *Device to Device* (D2D), les réseaux ad-hoc, les communications *Machine to Machine* (M2M) et les réseaux de capteurs (de santé, gestion de l'énergie et de contrôle).

### 1.2.2 Variables du système ($\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{x}$)

La puissance d'émission de $ST_q$ dans la bande de fréquence $n \in \mathcal{N} \triangleq \{1, \ldots, N\}$ est notée par $p_{qn}$, l'allocation de puissance de l'utilisateur secondaire $q$ est notée par $\underline{p}_q = (p_{q1}, p_{q2}, \ldots, p_{qN}) \in \mathbb{R}_+^N$, $\forall q \in \mathcal{Q} \triangleq \{1, \ldots, Q\}$ et le profil global d'allocation de puissance de tous les utilisateurs secondaires est noté par $\boldsymbol{p} = (\underline{p}_1, \underline{p}_2, \ldots, \underline{p}_Q) \in \mathbb{R}_+^{N \times Q}$.

Le canal radio cognitif (voir Figure 1.3) intègre également des perturbations externes affectant la transmission de l'utilisateur secondaire telles que les interférences causées par les utilisateurs primaires et le bruit.

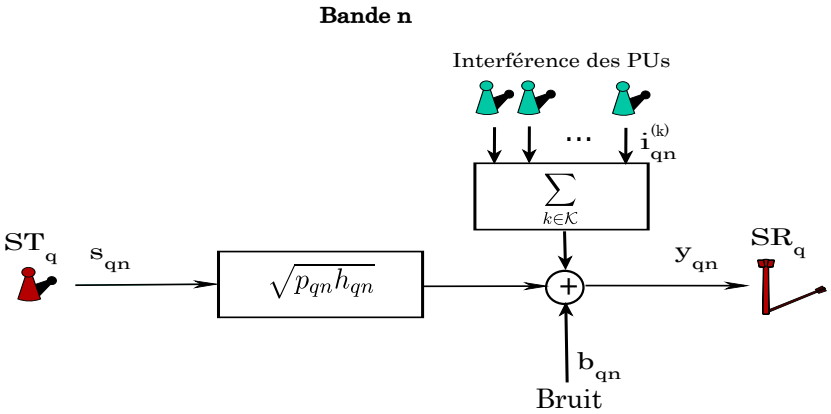



FIGURE 1.3 – *Le signal reçu au niveau du récepteur secondaire $SR_q$*

Par conséquent, nous pouvons écrire le signal reçu dans la bande $n$ au niveau du récepteur du $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire comme suit :

$$y_{qn} = \sqrt{p_{qn} h_{qn}} s_{qn} + \sum_{k \in \mathcal{K}} i_{qn}^{(k)} + b_{qn}, \tag{1.1}$$

où $h_{qn}$ est le gain de puissance du lien direct $ST_q - SR_q$, $s_{qn} \sim \mathcal{CN}(0,1)$ désigne le signal transmis normalisé par $SU_q$ (variable gaussienne à moyenne nulle, complexe, circulaire et de variance unitaire), $i_{qn}^{(k)} \backsim \mathcal{CN}(0, (\tau_{qn}^{(k)})^2)$ représente le signal d'interférences causées par le $k^{\text{ème}}$ utilisateur primaire, $k \in \mathcal{K} \triangleq \{1, \ldots, K\}$ de variance $(\tau_{qn}^{(k)})^2$ et $b_{qn} \backsim \mathcal{CN}(0, \sigma_{qn}^2)$ désigne le bruit dans la bande $n$ du $SU_q$ de variance $\sigma_{qn}^2$. Tous les liens sont supposés stationnaires, ergodiques, indépendants et identiquement distribués. Nous supposons une connaissance parfaite des gains des canaux *Channel State Information* (CSI). Ces hypothèses de signaux gaussiens (entrée, interférence et bruit) sont classiquement considérées dans la littérature [Bagayoko et al., 2011, Masmoudi et al., 2012, 2014, Scutari and Palomar, 2010, Scutari et al., 2008]. Les principales raisons derrière ces hypothèses [Mertikopoulos and Belmega, 2015] sont : D'une part, le bruit gaussien qui est connu comme étant la pire distribution du bruit additif en terme du débit de Shannon réalisable [Diggavi and Cover, 2001]. D'autre part, l'entrée gaussienne est optimale dans un environnement gaussien [Telatar, 1999].

Dans ce contexte, nous définissons le débit de la transmission du $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire dans la bande $n$ par l'expression de la capacité de Shannon dans [Shannon, 1949], en supposant que la largeur correspondante de chaque bande est unitaire :

$$r_{qn}(\underline{x}_q, \underline{p}_q) = x_{qn} \log_2 (1 + c_{qn} p_{qn}), \tag{1.2}$$

où $c_{qn}$ est le rapport signal sur interférence plus bruit (SINR) de la liaison directe du $SU_q$ $(ST_q - SR_q)$, $c_{qn} = h_{qn}/(\sigma_{qn}^2 + \sum_{k=1}^{K} (\tau_{qn}^{(k)})^2)$. L'allocation de spectre pour le $SU_q$ est notée $\underline{x}_q = (x_{q1}, x_{q2}, \ldots, x_{qN})$, $\forall q \in \mathcal{Q}$ et le profil global d'ordonnancement de spectre pour tous les utilisateurs secondaires est notée par $\boldsymbol{x} = (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_Q)$.

En supposant que les canaux sont orthogonaux et la bande passante est unitaire, le débit de Shannon la transmission du $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire est donné par :

$$R_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) = \sum_{n \in \mathcal{N}} r_{qn}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}). \tag{1.3}$$

## 1.3 Les contraintes du système

En tenant compte des contraintes minimales de qualité de service ou *Quality of Service* (QoS) au niveau des utilisateurs secondaires et de la présence des utilisateurs primaires, nous étudions dans les chapitres suivants la minimisation de puissance globale au niveau des utilisateurs secondaires. Les contraintes considérées dans ce problème d'optimisation sont : a) des contraintes de débits (1.6) ; b) des contraintes de puissance d'interférence crêtes (1.7) et totales (1.8) limitent les interférences causées par les utilisateurs secon-

daires afin de protéger chaque utilisateur primaire ; c) des contraintes d'ordonnancement de spectre (discrètes (1.4) et totales (1.5)) pour gérer l'accès au spectre par les utilisateurs secondaires.

### 1.3.1 Contraintes d'ordonnancement de spectre

En raison de la nécessite d'utiliser le spectre radio plus efficacement, la méthode d'ordonnancement de spectre va permettre au contrôleur central d'allouer les bandes disponibles aux utilisateurs secondaires. Les contraintes imposées par ce contrôleur central sont :

- Le paramètre d'ordonnancement de spectre $x_{qn}$ est discret : il est égal à 1 si le $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire est autorisé à transmettre dans la bande $n$ et zéro si le $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire n'est pas autorisé à transmettre dans cette bande :

$$x_{qn} \in \{0, 1\},\ \forall q \in \mathcal{Q},\ \forall n \in \mathcal{N}. \tag{1.4}$$

- De plus, seulement un utilisateur secondaire est autorisé à transmettre dans une bande donnée pour limiter les interférences entre les utilisateurs secondaires et aux utilisateurs primaires. Donc, l'allocation de *scheduling* de spectre totale dans chaque bande $n$ ne doit pas être supérieure à un :

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{qn} \leq 1,\ \forall n \in \mathcal{N}. \tag{1.5}$$

Ces contraintes discrètes font que le problème d'allocation conjointe du spectre et de puissance, que nous étudierons dans le Chapitre 4, soit non-convexe et difficile à résoudre directement par les techniques classiques d'optimisation.

### 1.3.2 Contraintes de débit

Des contraintes de débit (dites aussi de QoS) sont imposées pour atteindre un minimum de débit pour chaque utilisateur secondaire autorisé à transmettre :

$$R_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) \geq R_q^{min},\ \forall q \in \mathcal{Q}. \tag{1.6}$$

Sans perte de généralité, nous pouvons considérer le cas où pour chaque utilisateur secondaire le minimum de débit imposé est strictement positif ($R_q^{min} > 0$). Le cas où ce débit minimal est nul, ($R_q^{min} = 0$) est trivial, c.à.d, il n'y a pas de transmission pour cet utilisateur secondaire et la puissance dans chaque bande est aussi nulle $p_{qn} = 0$, $\forall n$.

### 1.3.3 Contraintes d'interférence

Contrairement à l'allocation statique traditionnelle du spectre, les communications opportunistes dans les systèmes radio cognitifs permettent aux utilisateurs secondaires de transmettre sans/ou avec chevauchement de spectre avec les utilisateurs primaires, à condition que la dégradation de la performance des utilisateurs primaires soit au dessous

d'un certain seuil [Haykin, 2005, Zhao and Sadler, 2007]. Dans la littérature, les contraintes d'interférences peuvent être probabilistes ou bien déterministes. Dans nos travaux, nous considérons les contraintes d'interférence déterministes exprimées par des contraintes sur les puissances d'interférence crête et totale.

#### 1.3.3.1 Interférence crête

Une contrainte de puissance d'interférence crête pour chaque utilisateur primaire et dans chaque bande est imposée. Elle s'exprime comme suit :

$$0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)},\ \forall k \in \mathcal{K},\ \forall n \in \mathcal{N},\ \forall q \in \mathcal{Q}, \tag{1.7}$$

où $g_{qn}^{(k)}$ représente le gain de puissance du lien interférant $ST_q - PR^{(k)}$ et $P_{qn}^{peak(k)}$ est le niveau maximal de puissance d'interférence crête que peut recevoir le $k^{\text{ème}}$ PR dans chaque bande $n$. Si un $k^{\text{ème}}$ utilisateur primaire (arbitraire) ne tolère pas d'interférence dans une bande $m$, $P_{qm}^{peak(k)} = 0$, la solution n'est pas nécessairement triviale. Cette limitation ne permet pas au $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire de transmettre dans la bande $m$, $p_{qm} = 0$, mais il est autorisé à transmettre dans d'autres bandes dans lesquelles des contraintes (trop restrictives) ne sont pas imposées. Par conséquent, nous supposons qu'il existe au moins une bande dans laquelle chaque utilisateur secondaire est autorisé à transmettre, afin d'éviter la solution triviale.

#### 1.3.3.2 Interférence totale

Une contrainte de puissance d'interférence totale pour chaque utilisateur primaire et pour chaque utilisateur secondaire est imposée :

$$\sum_{n=1}^{N} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \overline{P}_q^{(k)},\ \forall k \in \mathcal{K},\ \forall q \in \mathcal{Q}, \tag{1.8}$$

où $\overline{P}_q^{(k)}$ est le niveau maximal de puissance d'interférence totale causée par le $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire au $k^{\text{ème}}$ PR. Cette contrainte est une limitation imposée d'interférence par chaque PR. Lorsqu'un utilisateur primaire $k$ impose une limite stricte sur le niveau maximal de puissance d'interférence totale tolérée, c.à.d, $\overline{P}_q^{(k)} = 0$ (pas d'interférence tolérée) alors la solution est à nouveau triviale, $p_{qn} = 0$, $\forall n$, $\forall q$. Nous considérons le cas non trivial dans lequel $\overline{P}_q^{(k)} > 0$, $\forall k, \forall q$.

En utilisant ces contraintes, nous supposons que les seuils de puissance $P_{qn}^{peak(k)}$ et $\overline{P}_q^{(k)}$ à chaque émetteur secondaire sont fixés à l'avance afin que les contraintes d'interférence au niveau des récepteurs primaires soient satisfaites.

## 1.4 Conclusion

Nous avons présenté le modèle que nous étudierons dans cette thèse qui est un modèle centralisé de système radio cognitif composé d'un contrôleur central, plusieurs utilisateurs secondaires et plusieurs utilisateurs primaires dans un mode de partage de spectre *underlay*. La transmission s'effectue sur plusieurs bandes de fréquence orthogonales. Nous avons présenté aussi les différentes contraintes imposées au système radio cognitif : les contraintes de débit imposées pour atteindre un minimum de qualité de service pour la transmission de l'utilisateur secondaire, des contraintes de puissance d'interférence (crête et totale) pour protéger chaque utilisateur primaire et limiter les interférences causées par les utilisateurs secondaires et des contraintes discrètes d'ordonnancement de spectre afin que les utilisateurs secondaires accèdent au spectre d'une manière opportuniste sans trop interférer avec les utilisateurs primaires. Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser aux différentes métriques de l'efficacité énergétique afin de choisir une qui mesure la performance des stratégies d'allocation de spectre et de puissance.

> *"The obvious is that which is never seen until someone expresses it simply."*
> — ***Kahlil Gibran***

Chapitre 2

# Métriques de l'Efficacité Énergétique dans les Systèmes Radio Cognitifs

**Sommaire**


**2.1 Introduction** . . . . . **18**
**2.2 Modèle du système : un seul SU et K PUs** . . . . . **18**
**2.3 Compromis entre la minimisation de puissance et la maximisation de débit** . . . . . **19**
2.3.1 Ensemble des paires (puissance, débit) réalisables . . . . . 20
2.3.2 Frontière Pareto-optimale ou compromis optimal (puissance, débit) 22
**2.4 Comparaison des différentes métriques d'efficacité énergétique** **24**
2.4.1 Maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée . . . 24
2.4.2 Minimisation de puissance sous contrainte de débit . . . . . 27
2.4.3 Ratio débit puissance totale . . . . . 28
2.4.4 Relation entre les trois métriques . . . . . 31
2.4.4.1 Relation entre $\alpha$ et $R^{min}$ . . . . . 31
2.4.4.2 Comparaison des métriques . . . . . 32
**2.5 Conclusion** . . . . . **32**

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons un cadre unificateur qui englobe les trois métriques les plus étudiées dans la littérature pour concevoir un système de communications efficace en terme de consommation d'énergie. Ces métriques sont :

a) maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée [Alpcan et al., 2002, Hasan et al., 2009] ;

b) minimisation de puissance sous contrainte de débit [Masmoudi et al., 2012, Ngo and Le-Ngoc, 2011, Pang et al., 2008].

c) ratio débit puissance totale [Belmega and Lasaulce, 2011, Isheden et al., 2012, Miao et al., 2010, Verdù, 1990].

Nos contributions dans ce chapitre sont les suivantes : Pour analyser toutes ces métriques, nous nous basons sur des outils d'optimisation convexe multi-critères (multi-objectifs). Nous soulignons les principales similitudes et différences entre ces métriques en analysant les avantages et les inconvénients de chaque métrique. De plus, nous proposons des liens entre les différents paramètres de ces métriques qui permettent de passer d'une métrique à une autre. Nous illustrons ces différentes métriques à l'aide des résultats numériques. La question qui se pose dans ce chapitre est : quelle est la meilleure métrique d'efficacité énergétique dans les systèmes radio-cognitifs ?

## 2.2 Modèle du système : un seul SU et K PUs

Nous considérons un cas particulier du modèle de canal radio cognitif présenté dans le chapitre précédent (dans la Figure 1.2) qui est composé ici d'un seul utilisateur secondaire et plusieurs utilisateurs primaires ($K \geq 1$). Ce modèle a l'avantage de permettre de comparer et d'unifier les différentes métriques actuelles d'efficacité énergétique. Par conséquent, nous éliminons l'indice $q$ des utilisateurs secondaires et nous remplaçons la valeur du paramètre de *scheduling* par $x_n = 1$ pour toute bande $n$. Malgré la simplicité de ce modèle radio cognitif, notre analyse et les résultats principaux proposés dans ce chapitre sont génériques et portent sur beaucoup d'autres scénarios d'intérêt (comme les canaux à interférence et les modèles radio cognitifs avec plusieurs utilisateurs secondaires). Dans ce scénario, le débit de Shannon de la transmission de l'utilisateur secondaire exprimé dans les équations (1.3) et (1.2) devient :

$$R(\underline{p}) = \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n), \tag{2.1}$$

où $\underline{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_N) \in \mathbb{R}_+^N$ désigne l'allocation de puissance de l'utilisateur secondaire, $p_n$ représente la puissance de cet utilisateur secondaire lorsque la bande $n$ lui est allouée et $c_n$ est le rapport signal à interférences plus bruit (SINR) de la liaison directe ST-SR. Nous supposons une connaissance parfaite des canaux au niveau de l'utilisateur secondaire.

Nous réécrivons les contraintes d'interférence présentées dans le chapitre précédent dans le cas d'un seul utilisateur secondaire comme suit :

- La contrainte de puissance d'interférence totale pour chaque utilisateur primaire donnée dans l'équation (1.8), devient :

$$\sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, \ \forall k \in \mathcal{K}, \tag{2.2}$$

  où $\overline{P}^{(k)}$ représente le niveau d'interférence total maximal qui peut être toléré par le $k^{\text{ème}}$ récepteur primaire.
- La contrainte de puissance d'interférence crête pour chaque utilisateur primaire et sur chaque bande donnée dans l'équation (1.8), devient :

$$0 \leq g_n^{(k)} p_n \leq P_n^{peak(k)}, \ \forall \ k \in \mathcal{K}, \ \forall \ n \in \mathcal{N}, \tag{2.3}$$

  où $P_n^{peak(k)}$ représente le niveau d'interférence de crête maximal qui peut être toléré au $k^{\text{ème}}$ récepteur primaire dans la bande $n$.

Ces contraintes limitent les possibilités de transmission au niveau de l'utilisateur secondaire. Par conséquent, l'ensemble faisable des stratégies d'allocation de puissance s'écrit comme suit :

$$\mathcal{P} = \left\{ \begin{array}{l} \underline{p} \in \mathbb{R}_+^N \left| \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, \quad \forall \ k \in \mathcal{K}, \right. \\ 0 \leq g_m^{(k)} p_m \leq P_m^{peak(k)}, \ \forall \ k \in \mathcal{K}, \ \forall m \in \mathcal{N} \end{array} \right\} \tag{2.4}$$

Dans la suite, afin d'éviter le cas trivial où l'utilisateur secondaire n'est pas autorisé à transmettre, nous supposons que $\mathcal{P}$ est toujours non vide.

## 2.3 Compromis entre la minimisation de puissance et la maximisation de débit

Les techniques d'optimisation multi-critères (dites aussi multi-objectifs) sont devenues populaires dans les communications sans fil [Björnson and Jorswieck, 2013, Fei et al., 2014, Ferrand et al., 2012, Isheden et al., 2012] qui se basent sur le compromis entre des critères de performance qui peuvent être opposés (maximiser le débit, maximiser l'efficacité énergétique (EE), minimiser le délai, ...). Les auteurs de [Isheden et al., 2012] ont été les premiers à étudier le lien entre la métrique d'efficacité énergétique du ratio débit puissance totale et la métrique de maximisation du débit avec pénalité sur la puissance dans un cadre non radio cognitif. En exploitant leurs outils, une contribution originale de ma thèse sera de montrer que les trois métriques les plus populaires (du ratio débit puissance totale, la maximisation du débit avec pénalité sur la puissance et la minimisation de puissance sous contrainte de débit) peuvent être unifiées dans le même cadre. Cela nous permet de les comparer et de donner des éléments pour le choix de la métrique la plus pertinente dans un scénario spécifique.

L'objectif de l'utilisateur secondaire est de trouver son allocation de puissance la plus

efficace énergiquement sur le spectre disponible tout en respectant les contraintes des utilisateurs primaires. La maximisation de débit est l'un des objectifs les plus populaires. Cependant, maximiser le débit implique une consommation de puissance maximale, et, en fonction de l'application, cette solution peut ne pas être la solution souhaitable. Par exemple, dans les systèmes multi-utilisateurs secondaires distribués, si les utilisateurs veulent maximiser leurs puissances de transmission pour optimiser leurs débits individuels, l'interférence créée dans le réseau aura un impact critique sur la performance de tous les utilisateurs secondaires [Alpcan et al., 2002]. Nous étudions un exemple de scénarios radio cognitifs, tels que les scénarios domotiques [Masera and Lestable, 2011] où la consommation de puissance et l'efficacité énergétique sont des problèmes cruciaux.

Comme mentionné dans l'introduction de ce chapitre, plusieurs métriques d'efficacité énergétique ont été proposées dans la littérature. L'objectif principal, dans ce chapitre, est de trouver les liens entre les métriques d'efficacité énergétique les plus communes et d'identifier leurs principaux avantages et inconvénients. Il s'avère que ces métriques peuvent être unifiées et interprétées sous un cadre commun : l'optimisation convexe multi-critères [Boyd and Vandenberghe, 2004]. L'utilisateur secondaire a deux objectifs contradictoires au moment de choisir sa meilleure allocation de puissance : la maximisation du débit et la minimisation de la consommation de puissance.
Cela se traduit par le problème d'optimisation multi-objectifs suivant :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad f_0(\underline{p}) = \Big( -P_T(\underline{p}); \quad R(\underline{p}) \Big), \tag{2.5}$$

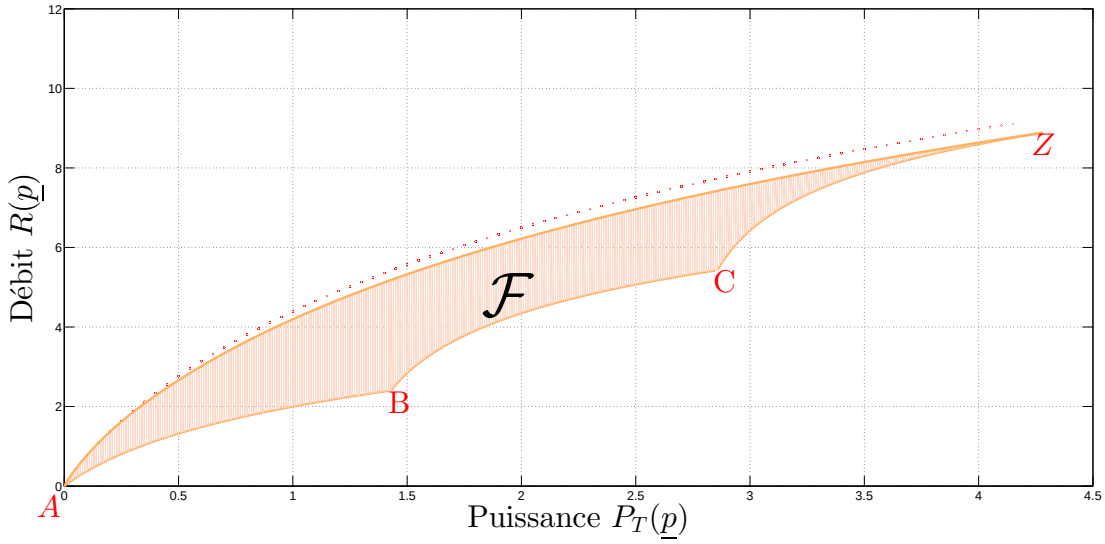
où $f_0 : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}_+^2$ est la fonction objectif, $P_T(\underline{p})$ désigne la puissance d'émission globale donnée par $P_T(\underline{p}) = \sum_{n=1}^{N} p_n$, $R(\underline{p})$ est le débit réalisable défini dans (2.1) et $\mathcal{P}$ est l'ensemble faisable composé par les contraintes imposées par les utilisateurs primaires définies dans (2.4). Il peut être facilement vérifié que ce problème est un problème d'optimisation convexe puisque les objectifs sont : affines ($P_T(\underline{p})$) et concaves ($R(\underline{p})$) et l'ensemble faisable est défini par des contraintes d'inégalité affines.

**Remarque 2.3.1.** *Il y a un conflit entre ces objectifs : a) Minimiser la consommation de puissance implique un débit minimum égal à zéro, c'est à dire, l'utilisateur secondaire ne transmet pas ; b) Maximiser le débit sous les contraintes dans $\mathcal{P}$ implique une consommation de puissance globale $P_T$ maximale (parce que le débit est une fonction logarithmique croissante des puissances).*
*Par conséquent, il n'existe aucune allocation de puissance possible qui optimise les deux objectifs simultanément. Un compromis entre ces deux objectifs opposés doit être considéré.*

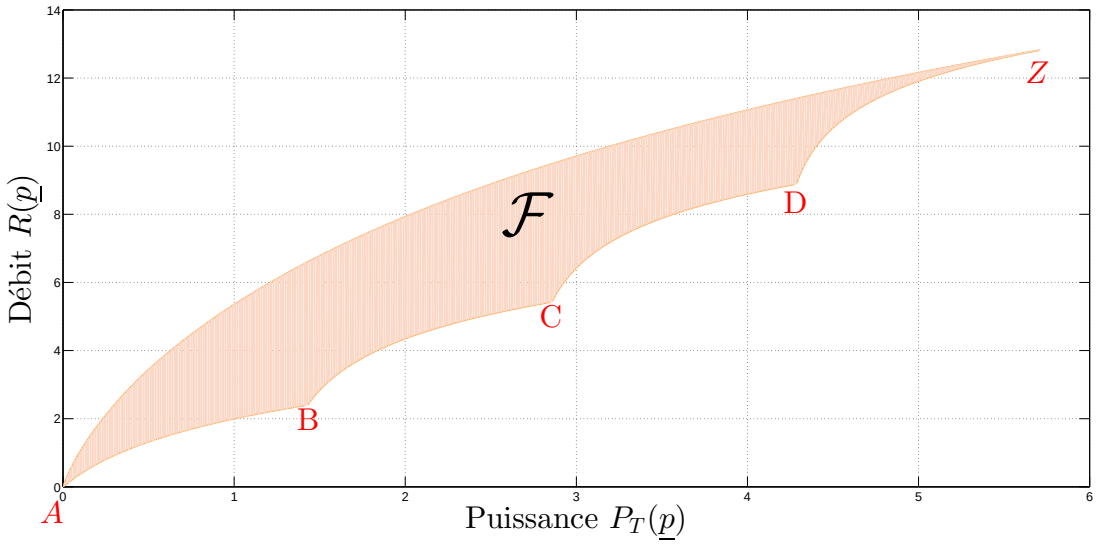
### 2.3.1 Ensemble des paires (puissance, débit) réalisables

Pour étudier le compromis optimal possible entre les deux objectifs (puissance, débit), nous introduisons l'ensemble de toutes les valeurs possibles des paires (puissance, débit) étant données les contraintes du problème :

$$\mathcal{F} = \Big\{ \Big( P_T(\underline{p}); \; R(\underline{p}) \Big) \Big| \, \underline{p} \in \mathcal{P} \Big\}. \tag{2.6}$$




(a) *Cas $N = 3$ bandes de fréquences orthogonales*




(b) *Cas $N = 4$ bandes de fréquences orthogonales*

FIGURE 2.1 – *L'ensemble $\mathcal{F}$ et les pics dans les cas : (a) $N = 3$ et (b) $N = 4$ bandes de fréquences orthogonales.*

Afin d'illustrer cet ensemble, nous le visualisons dans la Figure 2.1 dans plusieurs scénarios.
Dans la Figure 2.1(a), l'ensemble $\mathcal{F}$ est illustré dans le scénario suivant : $N = 3$, $K = 1$,

les gains de puissance des canaux $c_n = [7,\ 5,\ 3]$, pour $n \in \{1, 2, 3\}$ et $g_n^{(1)} = 7,\ \forall n$, le niveau maximal de puissance d'interférence totale $\overline{P}^{(1)} = 40$ mW et le niveau maximal de puissance d'interférence crête $P_n^{peak(1)} = 10$ mW, $\forall n$. Dans la Figure 2.1(b), l'ensemble $\mathcal{F}$ est illustré dans le scénario suivant : $N = 4$, $K = 3$, les gains de puissance des canaux $c_n = [3,\ 5,\ 7,\ 10]$ pour $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ et $g_n^{(k)} = 7, \forall n,\ \forall k$, le niveau maximal de puissance d'interférence totale $\overline{P}^{(k)} = 40$ mW , $\forall k$ et le niveau maximal de puissance d'interférence crête $P_n^{peak(k)} = 10$ mW,$\forall n,\ \forall k$.

Tout d'abord, nous remarquons que $\mathcal{F}$ est un ensemble non-convexe et possède dans le cas de la Figure 2.1(a) quatre pics désignés par $\{A, B, C, Z\}$. Il est facile de voir que les frontières inférieures de $\mathcal{F}$ correspondent aux pires stratégies d'allocation de puissance en termes des deux objectifs (puissance, débit), alors que la limite supérieure donne les meilleurs points de ce compromis. Plus précisément, les quatre pics peuvent s'expliquer comme suit :

- Le point A $= (0, 0)$ représente le cas trivial de non-transmission de l'utilisateur secondaire qui minimise la consommation de puissance, en offrant un débit de transmission nul.
- Tous les points $(P_T, R)$ sur la frontière inférieure de $\mathcal{F}$ entre $A$ et $B$ représentent les paires (puissance, débit) lors de la transmission sur la pire bande (c.à.d., qui possède le SINR $c_n$ le plus élevé du SU). Évidemment, il n'y a pas d'autres points que les extrêmes du segment $[A, B]$ qui sont contenus dans $\mathcal{F}$ et, d'où la non convexité de cet ensemble. Le pic au point $B$ est causé par la contrainte d'interférence maximale dans la première bande par les PUs qui ne peuvent pas être violés.
- Les points $(P_T, R)$ entre les points $B$ et $C$ sont donnés par le partage de la puissance d'émission $P_T$ entre les deux plus mauvais canaux . Au point $C$, la contrainte d'interférence crête maximale dans le second plus mauvais canal, est également saturée.
- Le point $Z = (P^{max}, R^{max})$ est le point limité par toutes les contraintes de $\mathcal{P}$ où $R^{max}$ représente le débit maximum réalisable $R^{max} = \max\{R(\underline{p}) \mid \underline{p} \in \mathcal{P}\}$, mais nécessitant ainsi une consommation de puissance maximale. Les points $(P_T, R)$ entre $C$ et $Z$ sont donnés par le partage de toute la puissance d'émission $P_T$ à travers tous les canaux.

Dans la Figure 2.1(b), nous remarquons que $\mathcal{F}$ possède cinq pics désignés par $\{A, B, C, D, Z\}$. Comme dans la Figure 2.1(a), les frontières inférieures de $\mathcal{F}$ correspondent aux pires stratégies d'allocation de puissance, alors que la limite supérieure donne les meilleurs points du compromis débit et puissance. Des observations similaires sont faites dans de nombreux autres scénarios. La seule différence est le nombre de pics sur la frontière inférieure qui équivaut à $N + 1$ pics pour $N$ bandes. Cependant, notre intérêt principal sera l'étude de la limite supérieure de $\mathcal{F}$ qui contient les meilleurs points de compromis.

### 2.3.2 Frontière Pareto-optimale ou compromis optimal (puissance, débit)

Comme nous l'avons mentionné, il n'existe pas de stratégies d'allocation de puissance optimisant les deux objectifs simultanément, mathématiquement cette observation s'écrit

comme suit :

$$\nexists\ \underline{p}^* \in \mathcal{P} : R(\underline{p}^*) \geq R(\underline{p}) \text{ and } P_T(\underline{p}^*) \leq P_T(\underline{p}),\ \forall \underline{p} \in \mathcal{P}. \tag{2.7}$$

Par conséquent, nous sommes intéressés aux stratégies d'allocation de puissance *Pareto-optimaux* atteignant les points de compromis optimal entre ces objectifs. En effet, ces points de compromis optimal sont les paires, puissance et débit, qui se situent sur la frontière supérieure de $\mathcal{F}$, aussi appelée la frontière *Pareto-optimale* ou la frontière de compromis optimal [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Intuitivement, un point *Pareto-optimal* est une allocation de puissance de telle sorte qu'il n'y a pas d'autre point faisable qui peut atteindre un objectif strictement meilleur par rapport à la puissance et au débit.

Dans la Figure 2.2 illustrant le même scénario que la Figure 2.1(a), nous pouvons facilement voir qu'un point intérieur comme $(\tilde{P}_T, \tilde{R})$ n'est pas sur la frontière *Pareto-optimale* parce que des objectifs strictement plus élevés peuvent être atteints (dans le palier supérieur gauche à partir de $(\tilde{P}_T, \tilde{R})$). Pour le point $(\hat{P}_T, \hat{R})$ qui se situe sur la courbe de compromis optimal, il n'existe pas un autre point possible qui réalise de meilleurs objectifs (c.à.d, il n'existe pas une puissance inférieure à $\hat{P}_T$ et un débit supérieur à $\hat{R}$ réalisables simultanément). La courbe de compromis optimal, désignée par la fonction $R = T_c(P_T)$, est donnée par le débit maximal atteignable lorsque la puissance est inférieure ou égale à $P_T$ :

$$T_c(P_T) = \max\left\{R(\underline{p}) |\ \underline{p} \in \mathcal{P},\ \sum_{n=1}^{N} p_n \leq P_T\right\}. \tag{2.8}$$

Par conséquent, une simple borne supérieure de la courbe de compromis optimal est donnée par un problème classique de type *water-filling*, c.à.d, la maximisation du débit sous contrainte de puissance $P_T$ [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Cette borne supérieure est définie comme suit :

$$U_b(P_T) = \max\left\{R(\underline{p}) |\ p_n \geq 0,\ \forall n,\ \sum_{n=1}^{N} p_n \leq P_T\right\}. \tag{2.9}$$

En effet, $U_b(P_T) \geq T_c(P_T),\ \forall P_T$, puisque l'ensemble faisable dans l'équation (2.8) est inclus dans l'ensemble faisable de l'équation (2.9). Cette borne supérieure est concave par rapport à $P_T$. Ceci peut être prouvé en utilisant un changement de variable et des propriétés de convexité. La même propriété est numériquement observée pour la courbe de compromis optimal $T_c(P_T)$, mais la preuve ne semble pas être triviale. Cette borne supérieure est intéressante non seulement pour sa simplicité mais aussi par le fait que, pour les petites valeurs de $P_T$ elle coïncide avec la courbe de compromis optimal.

Dans la Figure 2.2, nous représentons la courbe de compromis optimal $T_c(P_T)$ ainsi que sa borne supérieure $U_b(P_T)$. Intuitivement, pour un ensemble $\mathcal{F}$, fixé pour $P_T$ relativement faible, l'allocation de puissance $\underline{p}$ satisfaisant $\sum_n p_n \leq P_T$ satisfait également les contraintes des PUs : $\underline{p} \in \mathcal{P}$. Ainsi, les valeurs optimales de la courbe de compromis opti-

mal dans (2.8) et sa borne supérieure dans (2.9) sont identiques. En effet, nous observons un seuil sur la puissance $P_T \simeq 0.4$ mW en dessous duquel $U_b(P_T) \equiv T_c(P_T)$. Au-dessus de ce seuil $U_b(P_T) > T_c(P_T)$, les ensembles possibles des deux problèmes sont différents et, par conséquent, les solutions optimales ne sont plus identiques.

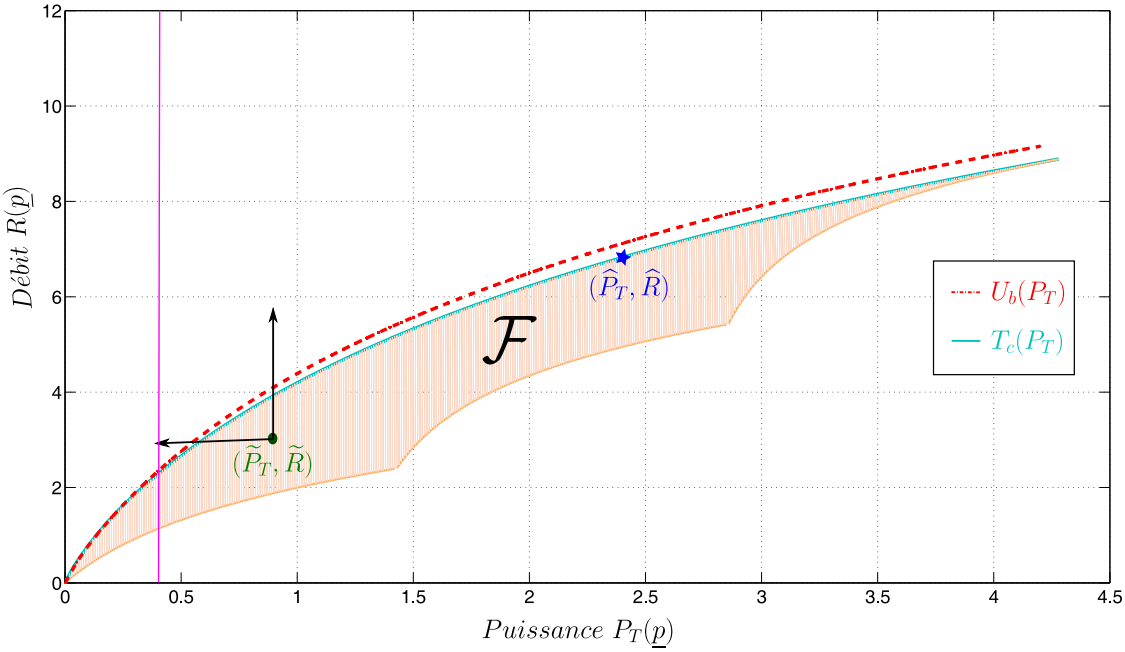



FIGURE 2.2 – *La courbe de compromis optimal $T_c(P_T)$ et sa borne supérieure $U_b(P_T)$ dans le cas $N = 3$ bandes.*

Dans la section suivante, nous verrons que toutes les fonctions objectifs d'efficacité énergétique proposées fournissent un compromis optimal, puissance et débit, qui se trouvent sur cette courbe de compromis optimal $T_c(P_T)$.

## 2.4 Comparaison des différentes métriques d'efficacité énergétique

Dans cette section, nous montrons que les métriques d'efficacité énergétique les plus populaires proposées dans la littérature peuvent être interprétées dans le cadre de l'analyse des problèmes d'optimisation multi-critères.

### 2.4.1 Maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée

Nous commençons par noter que la *scalarization* de l'optimisation multi-critères est une technique standard pour trouver les points *Pareto-optimal* dans les problèmes d'optimisation convexes multi-critères , [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Cette approche a été

étudiée dans les canaux à interférences [Alpcan et al., 2002] et dans un modèle de radio cognitive similaire au notre [Hasan et al., 2009]. Par contre, en raison de la complexité de la solution optimale, les auteurs de [Hasan et al., 2009] proposent trois autres modèles sous-optimaux : *step-ladder*, *nulling*, et *scaling*. Ils comparent les performances de leurs algorithmes sous-optimaux avec la performance d'un système *water-filling* classique. Dans notre cas, pour tout vecteur $(\delta_1, \delta_2) \in R_+^2$, nous considérons le problème suivant :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad \delta_1 R(\underline{p}) - \delta_2 P_T(\underline{p}). \tag{2.10}$$

En résolvant ce problème d'optimisation convexe, nous pouvons trouver des points *Pareto-optimaux* du problème. Le vecteur $(\delta_1, \delta_2)$, est un paramètre arbitraire et, en le faisant varier, nous obtenons différentes solutions *Pareto-optimales* qui atteignent différentes paires, puissance et débit, sur la courbe de compromis optimal. Le problème dans (2.10) est équivalent à :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) - \alpha \sum_{n=1}^{N} p_n. \tag{2.11}$$

où $\alpha \in \mathbb{R}_+$ représente le facteur de pénalité pour la consommation de puissance (dit aussi le facteur de pénalité sur l'interférence créée dans le réseau) avec $\alpha = \delta_2/\delta_1$. En utilisant les conditions d'optimalité de *Karush–Kuhn–Tucker* (KKT), la solution optimale de (2.11) est une solution de type *water-filling* dans laquelle le *water-level* optimal dépend du facteur de pénalité $\alpha$ et des contraintes d'interférence du réseau primaire.

**Illustration :**

Dans la Figure 2.3, nous représentons le débit $R$ par rapport à la consommation de puissance totale $P_T$ pour différentes valeurs du facteur de pénalité $\alpha \in \{1000,\ 6,\ 3,\ 1.8,\ 1.5,\ 1.25,\ 0\}$ dans le scénario suivant : $N = 4$ bandes de fréquences orthogonales, $K = 3$ PUs, le gain de puissance des canaux $c_n = [3,\ 5,\ 7,\ 10]$ pour $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ et $g_n^{(k)} = 7$, $\forall n$, $\forall k$, niveau maximal de puissance d'interférence totale $\overline{P}^{(k)} = 40$ mW, $\forall k$ et niveau maximal de puissance d'interférence crête $P_n^{peak(k)} = 10$ mW, $\forall n$, $\forall k$. Nous remarquons que tous les points de la frontière Pareto-optimale sont atteints et pour chaque valeur de $\alpha$, une solution du problème (2.11) est située sur la courbe de compromis optimal. Les cas extrêmes, en termes de facteur $\alpha$, sont assez intuitifs :

- Lorsque $\alpha \to \infty$, minimiser la puissance devient l'objectif dominant et, par conséquent, la stratégie optimale est de ne pas transmettre ce qui correspond au point $A = (0, 0)$ dans la Figure.
- Quand $\alpha = 0$, le problème dans (2.11) devient un problème de maximisation du débit classique sous les contraintes des PUs [Scutari and Palomar, 2010]. Sa solution optimale correspond au point $Z = (P^{max}, R^{max})$.

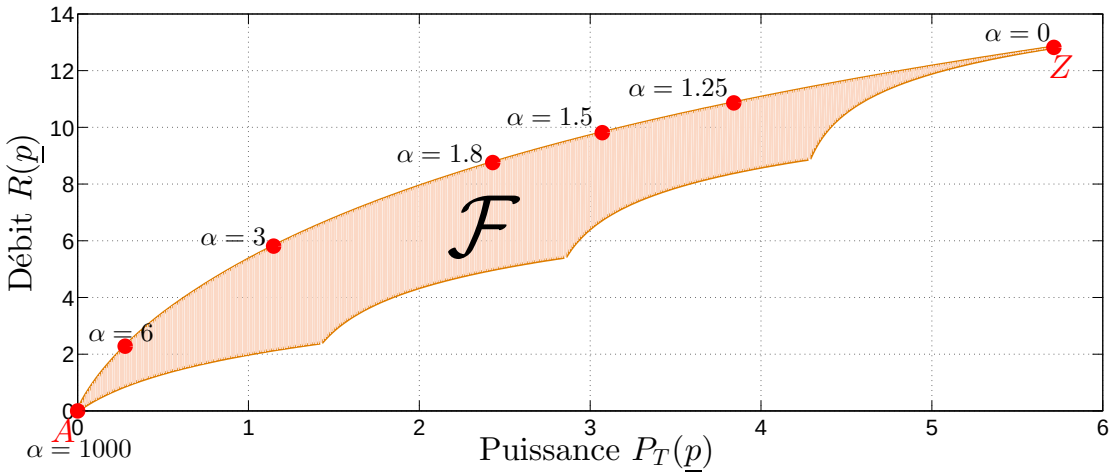



FIGURE 2.3 – *Compromis puissance et débit optimal au problème de maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée pour différentes valeurs de $\alpha$.*

### Avantages de la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée

En réglant le facteur de pénalité $\alpha$ entre les deux extrêmes ($A = (0, 0)$ lorsque $\alpha \to \infty$ et $Z = (P^{max}, R^{max})$ lorsque $\alpha = 0$), tous les points de la courbe de compromis optimal peuvent être atteints. En effet, l'interprétation géométrique est que, en choisissant une certaine valeur de $\alpha$, la solution de (2.11) est la paire $(\hat{P}_{T,\alpha}, \hat{R}_\alpha)$ située sur la courbe de compromis optimal tel que $\alpha$ est la pente de la courbe de compromis dans ce point [Boyd and Vandenberghe, 2004] :

$$\alpha = \frac{\partial T_c}{\partial P_T}\left(\hat{P}_{T,\alpha}\right). \tag{2.12}$$

De plus, ce problème de maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée est un problème d'optimisation convexe, ce qui permet d'utiliser les outils d'optimalité convexe (conditions KKT, dualité, etc.) afin de trouver la solution optimale.
Par conséquent, l'ensemble faisable de ce problème est toujours non vide et une solution optimale existe toujours dans le cas de cette métrique d'efficacité énergétique.

### Inconvénients de la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée

Parmi les inconvénients de la métrique de maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée, nous pouvons citer :

- Dans la fonction objectif dans (2.11), nous additionnons des bits/s avec des Watts, ce qui implique que ce facteur $\alpha$ représente une fonction de conversion des bps versus Watts
- Le choix du facteur de pénalité $\alpha$ par le contrôleur du système reste arbitraire et il n'y a pas un sens physique de ce terme dans le système. Il s'agit d'une fonction de

conversion des bps versus Watts qui n'est pas facile à justifier.

### 2.4.2 Minimisation de puissance sous contrainte de débit

Une autre métrique d'allocation efficace de l'énergie est celle qui minimise la consommation de puissance sous une contrainte de débit cible minimale introduite par [Pang et al., 2010] dans les canaux à interférences.

$$\begin{aligned} \underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{minimiser}} \quad & \sum_{n=1}^{N} p_n \\ \text{s.c} \quad & R(\underline{p}) = \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) \geq R^{min}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

où $R^{min}$ est la contrainte de débit requis pour assurer un niveau minimum de qualité de service pour la transmission du SU. Lorsque $R^{min}$ est réalisable, la solution optimale est obtenue en utilisant les conditions d'optimalité KKT. De même que pour le problème (2.11), l'allocation de puissance est une solution de type *water-filling* paramétrée par $R^{min}$ au lieu de $\alpha$. Dans [Masmoudi et al., 2012], nous avons étudié cette approche dans un scénario de radio cognitive.

#### Illustration :

Dans la Figure 2.4, illustrant le même scénario que la Figure 2.3, nous représentons le débit $R$ par rapport à la consommation de puissance totale $P_T$ pour différentes valeurs du débit minimum cible $R^{min}$. Nous remarquons qu'en choisissant la cible $R^{min} \in [0, R^{max}]$, où $R^{max} = \max\{R(\underline{p}), \underline{p} \in \mathcal{P}\}$, nous pouvons choisir une paire quelconque (puissance, débit) sur la courbe de compromis optimal entre les points $A$ (quand $R^{min} = 0$) et $Z$ (quand $R^{min} = R^{max}$). Nous remarquons que tous les points de la frontière Pareto-optimale sont atteints et pour chaque valeur de $R_{min}$, une solution du problème (2.13) est située sur la courbe de compromis optimal.

#### Avantages de la minimisation de puissance sous contrainte de débit

Cette métrique est plus simple et plus réaliste que la précédente parce qu'elle peut s'appliquer dans plusieurs scénarios de communications qui cherchent à minimiser la puissance d'émission sous des contraintes imposées par les performances du système (débit par exemple). De plus, la démonstration de la convergence de la solution optimale à ce type de métrique est possible car elle est basée sur des algorithmes de *water-filling* de type sous gradient (une discussion détaillée sera représentée dans le chapitre 3).

#### Inconvénients de la minimisation de puissance sous contrainte de débit

Contrairement au problème précédent (2.11), ce problème n'a pas toujours une solution. Cela signifie que, dans certains cas, l'utilisateur secondaire (SU) n'est pas autorisé

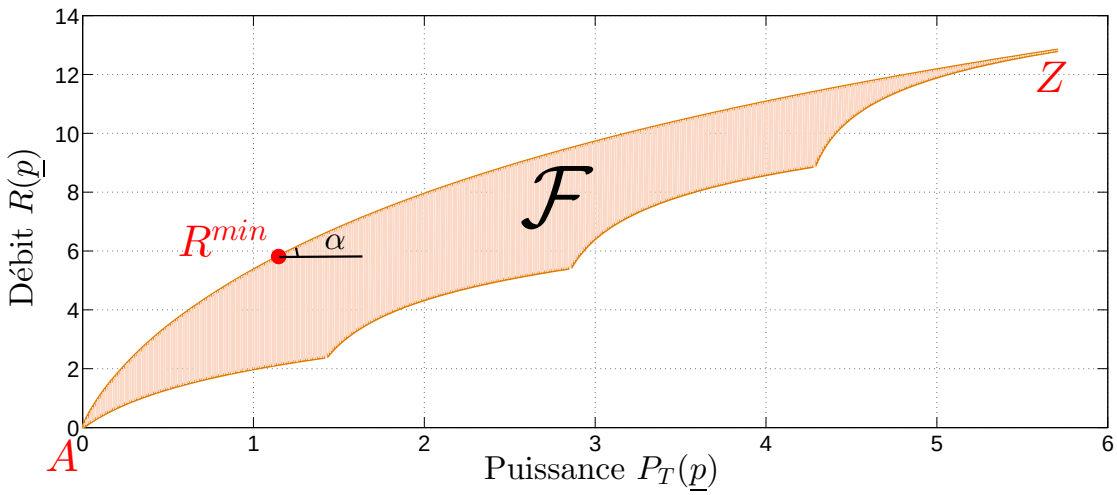



FIGURE 2.4 – *Compromis (puissance, débit) optimal du problème de minimisation de puissance sous contrainte de débit pour différentes valeurs de $R^{min}$.*

à transmettre : chaque fois que le débit cible $R^{min}$ est trop élevé, il peut ne pas être simultanément satisfait avec les contraintes d'interférence imposées par le réseau primaire (c.à.d., $R^{min} > R^{max}$). Mathématiquement, cela signifie que l'ensemble faisable du problème (2.13) est vide.
Afin de trouver une solution optimale pour ce genre de problème (2.13), d'abord nous devons nous assurer que l'ensemble faisable de ce problème est non vide et qu'une solution optimale existe. Donc, l'étude de la faisabilité du problème devient critique. Pour ceci, il faut développer des conditions nécessaires et des conditions suffisantes qui garantissent l'existence d'une solution.

### 2.4.3 Ratio débit puissance totale

Une autre métrique de l'efficacité énergétique pertinente est celle qui mesure le nombre de bits transmis par unité d'énergie consommée et est donnée par le rapport entre le débit réalisable et la consommation de puissance totale, y compris puissance du circuit et radio. Cette métrique a été introduite dans [Verdù, 1990] (voir [Belmega and Lasaulce, 2011] pour une discussion approfondie et une comparaison entre cette métrique et d'autres métriques de l'efficacité pratiques [Goodman and Mandayam, 2000], [Meshkati et al., 2005]).
Dans notre scénario d'intérêt, cette métrique de l'efficacité énergétique s'écrit :

$$EE(\underline{p}) \triangleq \frac{R(\underline{p})}{P_T(\underline{p}) + P_c} = \frac{\sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n)}{\sum_{n=1}^{N} p_n + P_c}, \tag{2.14}$$

où $P_c$ est la consommation électrique de puissance du circuit du SU. La fonction objectif $EE(\underline{p})$ est maximisée sous des contraintes de puissance $\underline{p} \in \mathcal{P}$ et le problème d'optimisation résultant s'écrit comme suit :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad EE(\underline{p}). \tag{2.15}$$

Ce problème est similaire à celui dans [Miao et al., 2010]. La différence réside dans les contraintes supplémentaires (2.2) et (2.3) imposées par le réseau primaire.

Contrairement aux métriques de l'efficacité énergétique (2.11) et (2.13), le problème d'optimisation (2.15) n'est plus un problème convexe et appartient à une classe de problèmes appelés programmes fractionnaires [Schaible, 1983]. En effet, la fonction objectif n'est pas concave en $\underline{p}$. Néanmoins, étant donné que le débit réalisable $R(\underline{p})$ est concave en $\underline{p}$ et que la puissance totale $P_T(\underline{p}) + P_c$ est affine en $\underline{p}$, il est facile de prouver que ce problème est un problème d'optimisation quasi-convexe [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Ainsi, quand $P_c = 0$, la solution optimale est triviale (pas de transmission). Sinon, ces problèmes d'optimisation quasi-convexes peuvent être résolus de manière assez efficace [Boyd and Vandenberghe, 2004] en résolvant une suite de problèmes d'optimisation convexe soigneusement choisis. Dans notre cas, en s'inspirant des travaux dans [Isheden et al., 2012], la séquence des problèmes d'optimisation est la suivante :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad R(\underline{p}) - \alpha(P_T(\underline{p}) + P_c), \tag{2.16}$$

paramétrée par $\alpha$. La différence majeure avec (2.11) est que, $\alpha$ n'est plus un paramètre de réglage, mais $\alpha$ représente dans (2.16) une variable supplémentaire du problème, qui doit être choisie numériquement de manière à ce que la valeur maximale de la fonction objectif dans (2.15) soit atteinte.

Ainsi, nous remarquons que l'allocation optimale de puissance et le facteur optimal de pénalité sont tous les deux fonctions de la puissance du circuit $P_c$ $\left(\underline{p}^* = \underline{p}^*(P_c), \alpha^* = \alpha^*(P_c)\right)$. Cela représente une différence majeure entre cette métrique de l'efficacité énergétique et les deux autres. Si on ajoute une puissance de circuit $P_c$ à la puissance d'émission dans le problème de minimisation de puissance sous contrainte de débit minimum (2.13), il devient :

$$\begin{aligned} &\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{minimiser}} && \sum_{n=1}^{N} p_n + P_c \\ &\text{s.c} && R(\underline{p}) = \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) \geq R^{min}. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Il est facile de vérifier qu'en incluant cette puissance de circuit dans l'analyse du problème (2.13), la fonction objectif correspondante est modifiée par une constante additive qui ne change pas l'allocation de puissance optimale mais change seulement la valeur optimale de la métrique correspondant à l'efficacité énergétique dans (2.17).

De même, si on ajoute une puissance de circuit $P_c$ à la puissance d'émission dans le problème de maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée (2.11), il devient :

$$\underset{\underline{p} \in \mathcal{P}}{\text{maximiser}} \qquad \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) - \alpha(\sum_{n=1}^{N} p_n + P_c). \tag{2.18}$$

Le problème (2.18) révèle tout d'abord, évidemment, que lorsque la puissance du circuit est nulle $P_c = 0$, sa solution est la même que la solution de (2.11). De plus, pour toute valeur de la puissance de circuit $P_c \geq 0$ la solution de (2.18) est toujours une solution de type *water-filling* qui ne dépend du facteur $\alpha$ et non pas de $P_c$.

**Illustration :**

Dans la Figure 2.5, nous représentons le débit $R$ en fonction de la consommation globale de puissance $P_T$ pour différentes valeurs de circuit de puissance $P_c = [0,\ 10^{-4},\ 10^{-3},\ 0.1,\ 0.5,\ 1,\ 2,\ 10]$ dans les mêmes conditions que pour les Figures 2.3 et 2.4.

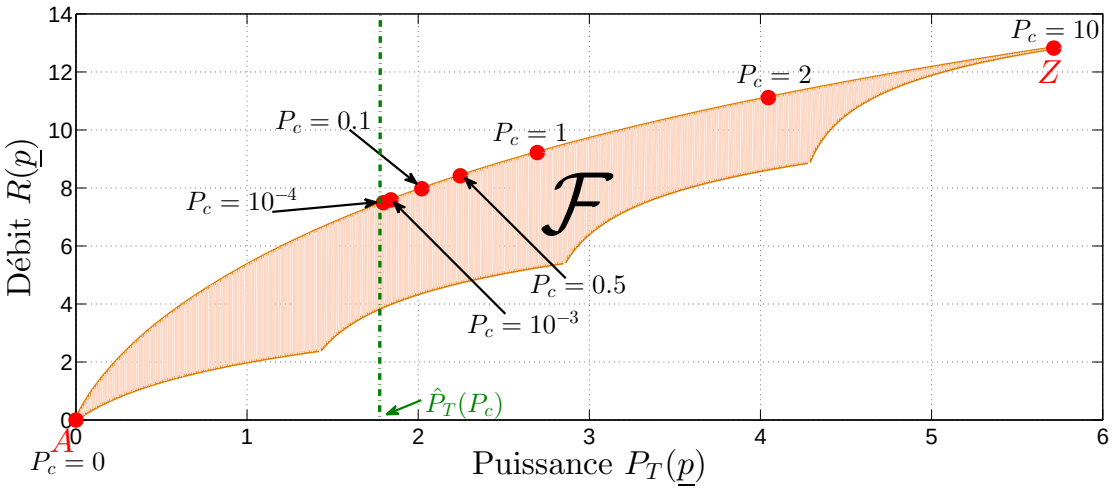



FIGURE 2.5 – *Compromis (puissance, débit) optimal au problème de ratio débit puissance totale pour différentes valeurs de $P_c$*

Les points extrêmes $A$ et $Z$ sont obtenus lorsque :

- $P_c = 0$, la solution optimale est triviale (correspond au point $A$) ;
- $P_c \to \infty$ la puissance globale consommée à la mise en candidature est dominé par $P_c$ et, par conséquent, la stratégie optimale est de maximiser le débit réalisable (correspond au point $Z$).

Nous remarquons qu'il existe un seuil $\hat{P}_T(P_c)$ sur la courbe de compromis optimal en dessous duquel aucun des points, autres que $A$, sont atteints. Ceci signifie que pour une très petite consommation de puissance du circuit $P_c > 0$, il y a un niveau minimum de

débit réalisable $\hat{R}(P_c)$ requis pour que la communication soit efficace énergiquement au sens de la métrique (2.14).

#### Avantages du ratio débit puissance totale

Cette métrique de l'efficacité énergétique est la plus étudiée dans la littérature [Bjornson et al., 2014a,b, Miao et al., 2010, Verdù, 1990] car elle mesure le nombre de bits transmis par unité d'énergie consommée.

#### Inconvénients du ratio débit puissance totale

Contrairement aux deux métriques précédentes, pas toutes les paires (puissance, débit), sur la courbe de compromis entre les deux points extrêmes $A$ et $Z$, sont réalisables. En effet, il existe un seuil sur la courbe de compromis optimal en dessous duquel aucun des points autres que $A$ sont atteints en variant légèrement la valeur de $P_c$. Cela signifie que, pour une très petite (mais non nulle) consommation de puissance du circuit $P_c > 0$, il y a un niveau minimum de débit réalisable $\hat{R}(P_c)$ (et, par conséquent, un niveau minimum de consommation de puissance $\hat{P}_T(P_c)$) requis pour que la communication soit efficace énergiquement. Cela montre que cette métrique de l'efficacité énergétique est plus conservatrice que les précédentes. En maximisant le logarithme de $EE(\underline{p})$, un problème équivalent à (2.15) est obtenu qui est considéré dans [Miao et al., 2010] comme une variation plus conservatrice de la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée dans (2.11).

L'inconvénient majeur de cette métrique est le fait que la puissance de circuit $P_c$ doit être déterminée d'une manière précise car elle a un impact important sur la solution optimale. Le modèle de la puissance de circuit constant n'est pas assez précis. En réalité, la puissance de circuit $P_c$ dépend de la puissance d'émission [Bjornson et al., 2014a,b] et un modèle pertinent reste une question ouverte.

Comme nous l'avons déja mentionné, par opposition aux métriques de l'efficacité énergétique précédentes, ce problème d'optimisation n'est plus un problème d'optimisation convexe et appartient à la classe des programmations fractionnels [Isheden et al., 2012]. Ce qui est un inconvénient de cette métrique et qui peut être résolu en résolvant une suite de problèmes d'optimisation convexes.

### 2.4.4 Relation entre les trois métriques

Dans la suite, nous allons comparer les trois métriques et proposer une relation entre les paramètres afin de trouver la métrique la plus efficace en termes de l'efficacité énergétique (communication green).

#### 2.4.4.1 Relation entre $\alpha$ et $R^{min}$

La relation entre le facteur de pénalité $\alpha$ dans le problème (2.11) et le débit cible $R^{min}$ dans le problème (2.13) est déduite directement de l'interprétation géométrique présentée

dans (2.12). Comme $\alpha$ est égale à la pente de la courbe de compromis optimal $T_c$ au point atteignant le débit $R^{min}$ :

$$\alpha = \frac{\partial T_c}{\partial P_T}\left(T_c^{-1}(R^{min})\right), \tag{2.19}$$

alors, les deux problèmes sont équivalents (dans le sens où les allocations optimales de puissance fournissent le même compromis optimal entre la puissance globale consommée et le débit réalisable comme présenté dans la Figure 2.4). La seule différence est que l'allocation optimale de puissance est une solution de *water-filling* paramétrée par $\alpha$ au lieu de $R_{min}$.

#### 2.4.4.2 Comparaison des métriques

En comparant les différentes métriques, nous pouvons constater que :

- La métrique de la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée pose un problème qui n'est pas réaliste car dans la fonction objectif on additionne des bits/s avec des Watts. Donc, on a besoin d'introduire un paramètre ($\alpha$ en bps/W) qui fait le rôle de conversion et qui n'a pas forcement de sens dans la pratique. Le choix de ce paramètre par le contrôleur du système reste alors non triviale.
- L'inconvénient de la métrique du ratio débit puissance totale est que la puissance de circuit $P_c$ doit être déterminée d'une manière précise et elle a un impact important sur la solution optimale. Le modèle de la puissance de circuit constant n'est pas assez précis. En réalité, la puissance de circuit $P_c$ dépend de la puissance d'émission [Bjornson et al., 2014a,b] et un modèle pertinent reste une question ouverte.
- La métrique de la minimisation de puissance sous contrainte de débit est la plus naturelle. Dans différentes types d'applications il est plus naturel de définir d'abord les contraintes de QoS minimum (e.g., applications vidéo *streaming* nécessitent très haut débits alors que les applications capteurs nécessitent des petits débits) et ensuite pour être efficace en terme de la consommation de puissance, le choix naturel de l'objectif est de minimiser cette consommation.

Comme nous l'avons constaté, la métrique de minimisation de puissance sous contrainte de débit est la plus naturelle comparé aux deux autres. Pour cela, nous allons nous intéresser seulement à cette métrique par la suite.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé différentes métriques de l'efficacité énergétique (les plus populaires) pour les systèmes radio cognitifs : i) la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence créée ; ii) la minimisation de la consommation de puissance sous contraintes de débit minimum ; iii) ratio débit puissance. Ces trois métriques sont interprétées de point de vue compromis entre la minimisation de puissance et la maximisation de débit. Leur solution efficace d'allocation de puissance résulte d'un compromis entre puissance et débit, dit *Pareto-optimal*. En considérant les deux premières métriques, toutes les

paires de compromis optimaux peuvent être obtenues et une relation géométrique entre eux est fournie. Cela n'est pas le cas avec la troisième métrique. En effet, alors que la consommation de la puissance du circuit n'a pas d'influence sur le compromis optimal au sens des deux premières métriques, cette consommation devient critique pour la troisième et impose un niveau minimal à la fois sur le débit et sur la consommation de puissance pour être efficace énergiquement au sens de la troisième métrique. Ce travail a donné lieu à la publication [Masmoudi et al., 2014] dans un congrès international. La métrique de la minimisation de la consommation de puissance sous contraintes de débit minimum est la plus simple et la plus naturelle. Pour cela, nous nous intéressons dans la suite à l'étude de cette métrique.

> *"To know that we know what we know, and that we do not know what we do not know, that is true knowledge."*
> — ***Henry David Thoreau***

Chapitre 3

# Minimisation de Puissance sous Contraintes de QoS et d'Interférences Radio Cognitives

**Sommaire**


**3.1 Introduction** . . . . . **36**
**3.2 Caractérisation du problème** . . . . . **38**
3.2.1 Description du problème général . . . . . 38
3.2.2 Ensemble faisable, conditions nécessaires et conditions suffisantes pour l'existence de solution . . . . . 39
**3.3 Cas particulier : deux bandes de fréquences orthogonales** . . . **40**
3.3.1 Analyse et illustration de l'ensemble faisable . . . . . 40
3.3.2 Solution analytique quand l'ensemble faisable est non-vide . . . . 43
3.3.3 Résultats de simulation . . . . . 45
**3.4 Plusieurs bandes de fréquences orthogonales** . . . . . **51**
3.4.1 Algorithme itératif proposé . . . . . 51
3.4.1.1 Conditions KKT . . . . . 51
3.4.1.2 Méthode de sous-gradient . . . . . 52
3.4.2 Résultats numériques . . . . . 53
**3.5 Connaissance imparfaite des canaux** . . . . . **58**
3.5.1 Modèle d'erreur au niveau ST . . . . . 58
3.5.2 Analyse de la robustesse dans le pire cas . . . . . 58
**3.6 Conclusion** . . . . . **63**

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous analysons le problème d'allocation de puissance au niveau de l'utilisateur secondaire qui minimise la puissance totale consommée sous contraintes de Qualité de Service (QoS) minimale et puissances d'interférence maximales au niveau des utilisateurs primaires. Plus précisément, nous étudions un canal radio cognitif (CR) [Haykin, 2005] composé de plusieurs utilisateurs primaires (PU) coexistant avec un seul utilisateur secondaire (SU) qui accède aux bandes de fréquences disponibles d'une manière opportuniste [Palomar and Fonollosa, 2005, Pang et al., 2010, Scutari and Palomar, 2010, 2009]. Notre objectif est de savoir comment le SU alloue d'une manière optimale sa puissance disponible dans le spectre. La contrainte de QoS minimale est en effet une contrainte de débit cible similaire à celle proposée dans [Pang et al., 2008]. Cela implique l'hypothèse d'une connaissance parfaite des canaux *Channel State Information (CSI)* au niveau du SU. Ce scénario théorique avec connaissance parfaite des canaux est facile à analyser et permet d'obtenir des résultats numériques et analytiques génériques. Aussi, il nous permet de gagner une intuition sur des scénarios pratiques tels que les scénarios domotiques [Masera and Lestable, 2011] ainsi que tout système CR avec plusieurs bandes de fréquence orthogonales comme les systèmes OFDM.

Étant donné le caractère opposé des contraintes de QoS minimale et d'interférences maximales (qui doivent être satisfaites simultanément) et en fonction des paramètres du système, le SU n'est pas toujours autorisé à transmettre. Nous proposons des conditions nécessaires et des conditions suffisantes assurant que l'ensemble faisable soit non vide, et par conséquent, le SU peut transmettre. Dans un premier temps, nous considérons le cas particulier de deux bandes de fréquences orthogonales. Dans ce cas, nous proposons une solution analytique au problème de minimisation de puissance totale. Ce résultat est une extension de notre travail [Masmoudi et al., 2012] dans lequel un seul utilisateur primaire a été considéré. La présence de plusieurs utilisateurs primaires impose des contraintes linéaires supplémentaires. Dans le cas général (c.à.d., plus que deux bandes de fréquences sont disponibles), une solution analytique semble très difficile à trouver, voire impossible. Ainsi, nous caractérisons les solutions optimales en utilisant des outils d'optimisation convexe (les conditions d'optimalité de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) [Boyd and Vandenberghe, 2004]). Nous proposons un algorithme de sous-gradient et nous montrons que, lorsque le problème est faisable, l'algorithme converge et il converge vers une solution optimale de notre problème d'optimisation. Nous illustrons l'influence du nombre de bandes de fréquences disponibles et l'effet d'avoir plusieurs PUs sur les performances du SU.

Dans ce contexte, les travaux les plus proches sont [Ngo and Le-Ngoc, 2011, Pang et al., 2008, Scutari and Palomar, 2009]. Dans [Pang et al., 2008], les auteurs considèrent la minimisation distribuée des puissances dans les canaux d'interférence parallèles sous contraintes de débits cibles pour chaque utilisateur dans un contexte non cognitif. En utilisant l'approche de la théorie des jeux, une solution de type *water-filling* est obtenue. La solution proposée est plus facile à calculer (comparée à la notre) via des algorithmes distribués classiques [Yu, 2007] parce qu'une seule contrainte (la contrainte de débit minimal) est considéré par utilisateur. Même si nous considérons un seul SU (et, donc, nous avons à

résoudre un problème d'optimisation à la place d'un jeu), nous étudions un problème d'optimisation plus difficile puisque dans le scénario CR la présence de plusieurs PUs impose des contraintes d'interférence supplémentaires ajoutées à la contrainte de débit minimal.
Dans [Scutari and Palomar, 2009], les auteurs considèrent le problème de maximisation du débit dans un système radio cognitif multi-antennes MIMO composé de plusieurs PUs et plusieurs SUs. Bien que ce modèle soit plus général que le nôtre en deux aspects : le nombre arbitraire de SUs impliquant un jeu multi-agents au lieu d'une optimisation classique et le modèle MIMO à la place de notre modèle parallèle ; les résultats de [Scutari and Palomar, 2009] sont fournis dans des cas particuliers éliminant les contraintes imposées par la présence des PUs. Les hypothèses considérées (certaines relations particulières entre les différents seuils d'interférence maximaux) font que plusieurs contraintes deviennent triviales et réduisent la difficulté du problème. Par conséquent, même si notre problème peut être considéré comme le problème dual de [Scutari and Palomar, 2009], nos résultats sont plus généraux dans le sens où toutes les contraintes d'interférence crête et totale maximales sont examinées simultanément.
Dans [Ngo and Le-Ngoc, 2011], le problème étudié est un problème conjoint d'allocation de spectre et de puissance dans un système radio cognitif avec plusieurs SUs. Un cadre de formulation duale est développée pour deux critères (la maximisation de débit et la minimisation de puissance). Les auteurs utilisent une heuristique pour le *scheduling* de spectre qui est basé sur des étapes de recherche exhaustive. Aucune preuve d'optimalité n'est donnée pour le scheduling proposé. Par contre dans notre travail (que l'on développe dans le Chapitre 4), nous utilisons des outils d'optimisation convexes afin de trouver une solution optimale. Notre solution optimale est calculée via un algorithme itératif de sous-gradient.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le problème d'allocation de ressources a été étudié sous l'hypothèse d'une parfaite connaissance des canaux *Channel State Information* (CSI), par exemple dans [Masmoudi et al., 2012, Ngo and Le-Ngoc, 2011, Pang et al., 2008, 2010, Scutari and Palomar, 2010, 2009]. Cependant, il ne serait pas réaliste de supposer que le SU a une connaissance parfaite du CSI de ses liens interférant aux PUs. En effet, lorsque le canal de l'utilisateur secondaire est réciproque ou s'il y a un retour d'information de son récepteur, le SU peut obtenir des connaissances sur son lien direct. Cependant, les récepteurs primaires ne peuvent pas fournir des retours au SU. La robustesse du problème d'allocation de puissance dans les systèmes CR a été un domaine de recherche actif [Bagayoko et al., 2011, Pascual-Iserte et al., 2006, Wang and Palomar, 2009, Wang et al., 2011, Yang et al., 2013]. Le travail le plus proche est [Wang et al., 2011] dans lequel les auteurs changent la formulation du problème dans le réseau du SU. Chaque SU est en compétition avec les autres SUs sur les ressources mises à disposition par les PUs, en maximisant son propre débit sous contrainte de puissance transmise et les contraintes d'interférence dans un système CR. Dans une approche de type pire cas, leur problème est formulé en prenant explicitement en compte les erreurs d'estimation des liens d'interférences du SU aux PUs. Ces liens d'interférence sont traduits par des contraintes d'interférence maximales modifiées qui sont robustes aux erreurs d'estimation du pire canal. Comparé au cas avec connaissance parfaite des canaux, ce problème est différent et n'est plus un problème convexe par rapport au cas d'une connaissance parfaite du CSI [Scutari and Palomar, 2010].

Dans ce chapitre, notre objectif est différent de celui dans [Wang et al., 2011]. Nous étudions plus précisément l'effet des erreurs d'estimation sur l'algorithme d'allocation de puissance en minimisant la consommation de puissance globale sous contraintes de QoS minimale et de puissance d'interférence maximale. La différence majeure avec [Wang et al., 2011] est que nous ne changeons pas la formulation du problème. Dans notre analyse de la robustesse, nous considérons le pire cas en termes d'erreurs d'estimation des canaux interférant à l'émetteur secondaire. Nos contributions sont les suivantes :

- une analyse de la robustesse de l'algorithme itératif de *water-filling* du point de vue du SU est fournie ;
- l'effet de ces erreurs d'estimation au niveau de l'émetteur secondaire sur l'interférence causée aux PUs est également analysé.

## 3.2 Caractérisation du problème

Dans cette section, nous nous concentrons sur les techniques d'allocation des ressources opportunistes. En particulier, notre intérêt est dans la deuxième métrique d'efficacité énergétique (dans section 2.4.2 du chapitre 2) qui est le problème de minimisation de puissance sous contraintes de QoS et d'interférence radio cognitives. Trois contraintes sont prises en compte dans notre problème d'optimisation : a) une contrainte de qualité de service de la communication de l'utilisateur secondaire (1.6). b) une contrainte d'interférence crête (2.3) et totale (2.2) pour protéger les PUs et limiter les interférences causées par le SU.

### 3.2.1 Description du problème général

La stratégie de puissance optimale qui minimise la puissance étant donnés ces trois types de contraintes est obtenue en résolvant le problème d'optimisation suivant : [1] [2]

$$\begin{cases} \min\limits_{\underline{p}\in\mathbb{R}_+^N} \quad \sum\limits_{n=1}^{N} p_n \\ \text{s.c.} \quad R(\underline{p}) = \sum\limits_{n=1}^{N} \log_2(1+c_n p_n) \geq R^{min}, \\ \qquad \sum\limits_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, \quad \forall k \in \mathcal{K}, \\ \qquad 0 \leq g_m^{(k)} p_m \leq P_m^{peak(k)}, \ \forall k \in \mathcal{K}, \ \forall m \in \mathcal{N}. \end{cases} \tag{3.1}$$

Sans perte de généralité, nous pouvons considérer uniquement le cas où le débit minimal cible est strictement positif ($R^{min} > 0$). Dans le cas où il est nul ($R^{min} = 0$), la solution est triviale et les puissances d'émission sont égales à zéro (c.à.d., il n'y a pas de transmission). Ainsi, nous commençons l'analyse en discutant de l'existence d'une solution à ce problème en analysant la possibilité de satisfaire toutes les contraintes simultanément.

1. On note par : $\mathbb{R}_+^N$ l'ensemble de dimension $N$ des réels positifs.
2. On note par $\underline{p} = \{p_n\}_{n=1}^N$ le vecteur de dimension $N$ contenant des quantités $p_n$ sur toutes les bandes.

### 3.2.2 Ensemble faisable, conditions nécessaires et conditions suffisantes pour l'existence de solution

La fonction objectif de notre problème est de minimiser la puissance globale d'émission qui est en cohérence avec le contexte de communication *green* dans les systèmes radio cognitifs. Cependant, la contrainte de QoS au niveau du SU pourrait imposer une puissance élevée d'émission qui à son tour crée un niveau d'interférence qui n'est pas acceptable par les PUs. Ainsi, la question ici est de savoir si la contrainte de QoS et les contraintes d'interférence aux PUs (qui sont des contraintes totalement opposées) sont réalisables simultanément ou non. Nous notons l'ensemble faisable du problème (3.1) par $\mathcal{S}_N$ tel que :

$$\mathcal{S}_N = \left\{ \underline{p} \in \mathbb{R}_+^N \mid R(\underline{p}) \geq R^{min}; \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, 0 \leq g_m^{(k)} p_m \leq P_m^{peak(k)}, \forall k, \forall m \right\}. \quad (3.2)$$

D'abord, nous allons proposer une condition nécessaire et suffisante sur le débit cible $R^{min}$ qui assure l'existence d'au moins une solution non triviale, c.à.d. $\mathcal{S}_N \neq \emptyset$. Dans ce but, nous considérons le problème de maximisation du débit du SU sous contraintes d'interférence aux PUs [Scutari and Palomar, 2009] :

$$\begin{cases} \max\limits_{\underline{p} \in \mathbb{R}_+^N} & R(\underline{p}) = \sum\limits_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) \\ s.c & \sum\limits_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, \quad \forall k, \\ & 0 \leq g_m^{(k)} p_m \leq P_m^{peak(k)}, \quad \forall k, \forall m. \end{cases} \quad (3.3)$$

Nous définissons le débit maximal réalisable comme suit :

$$R^{max} \triangleq \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n \widetilde{p}_n), \quad (3.4)$$

où, $\underline{\widetilde{p}} = \{\widetilde{p}_n\}_{n=1}^N$ représente la solution du problème (3.3) qui est une solution classique de type *water-filling*. Nous remarquons que le problème d'optimisation (3.3) est un problème d'optimisation convexe parce que la fonction objectif est strictement concave (la matrice Hessienne correspondante est diagonale et ses éléments diagonaux sont strictement négatifs) et que l'ensemble faisable est défini uniquement par des contraintes linéaires. Par conséquent, une solution $\underline{\widetilde{p}} = \{\widetilde{p}_n\}_{n=1}^N$ existe toujours. En outre, puisque la fonction objectif est strictement concave, la solution optimale et le débit maximal $R^{max}$ sont uniques [Boyd and Vandenberghe, 2004].

Deux cas peuvent être distingués en fonction de la relation entre $R^{min}$ et $R^{max}$ :

- Si le débit cible est plus élevé que le débit maximal réalisable ($R^{min} > R^{max}$), l'ensemble faisable $\mathcal{S}_N$ est vide parce que la contrainte de QoS et les contraintes d'interférences des PUs ne peuvent pas être simultanément satisfaites. Par conséquent, l'utilisateur secondaire ne peut pas transmettre dans ce cas.
- Si le débit cible est inférieur au débit maximal réalisable ($R^{min} \leq R^{max}$), l'ensemble

faisable $\mathcal{S}_N$ est non-vide. En outre, il est facile de montrer que $\mathcal{S}_N$ est un ensemble convexe. Dans ce cas, l'utilisateur secondaire est autorisé à transmettre.

En conclusion, si le débit cible est réalisable, le problème (3.1) est un problème d'optimisation convexe qui admet toujours au moins une solution [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Dans le reste du chapitre, nous allons nous concentrer sur la caractérisation de la solution lorsque le SU est actif et autorisé à transmettre, c.à.d, quand $R^{min} \leq R^{max}$.

Dans la section suivante, nous proposons une solution analytique dans le cas où seulement deux bandes de fréquences orthogonales sont disponibles.

## 3.3 Cas particulier : deux bandes de fréquences orthogonales

Dans cette section, nous nous concentrons sur le cas particulier où seulement deux bandes de fréquences orthogonales sont disponibles pour la communication. Ce choix est motivé par plusieurs raisons. Tout d'abord, une caractérisation précise de l'ensemble faisable dans (3.2) est difficile en général en raison de la dimension du problème. Dans le cas $N = 2$, une telle caractérisation et une interprétation précise de l'ensemble faisable sont en effet possibles et nous donnent une intuition du cas général. De plus, ce cas inclut des scénarios réalistes dans lesquels différentes technologies coexistent : WiFi + PLC, ou WiFi + Femto, comme dans [Masera and Lestable, 2011]. En outre, de façon similaire à [Masmoudi et al., 2012], nous proposons une solution analytique qui est difficile à trouver dans le cas de plusieurs bandes de fréquence (c.à.d., $N > 2$). Ici, nous étendons notre travail [Masmoudi et al., 2012] en considérant non pas un seul PU mais un nombre arbitraire d'utilisateurs primaires ($K \geq 1$). Finalement, étant donnée l'expression analytique, nous pouvons facilement étudier l'influence des différents paramètres du système sur la solution optimale ce qui ne nécessite pas la mise en œuvre d'un algorithme itératif pour calculer cette solution.

### 3.3.1 Analyse et illustration de l'ensemble faisable

Dans le cas $N = 2$, notre problème d'optimisation (3.1) peut être reformulé comme suit :

$$\begin{array}{ll} \text{minimiser} & \sum_{n=1}^{2} p_n = p_1 + p_2 \\ \text{s.c} & (p_1, p_2) \in \mathcal{S}_2, \end{array} \tag{3.5}$$

où, l'ensemble faisable s'écrit comme suit :

$$\mathcal{S}_2 = \left\{ \begin{array}{c} \underline{p} \in \mathbb{R}_+^2 \mid 0 \leq g_1^{(k)} p_1 \leq P_1^{peak(k)}, 0 \leq g_2^{(k)} p_2 \leq P_2^{peak(k)}, \\ \sum_{n=1}^{2} \log_2(1 + c_n p_n) \geq R^{min}, \ \sum_{n=1}^{2} g_n^{(k)} p_n \leq \overline{P}^{(k)}, \forall k \in \mathcal{K} \end{array} \right\}. \tag{3.6}$$

Afin de caractériser précisément l'ensemble faisable, nous définissons les fonctions $f_1(.)$ et $f_2^{(k)}(.)$ telles que :
La fonction $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est déduite à partir de la contrainte de débit (1.6) lorsque l'inégalité est remplacer par une égalité et exprime $p_2$ en fonction de $p_1$ comme suit :

$$f_1(p_1) = \frac{1}{c_2}\left(\frac{2^{R^{min}}}{1 + c_1 p_1} - 1\right). \tag{3.7}$$

La fonction $f_2^{(k)} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall k \in \mathcal{K}$, est déduite à partir de la contrainte de puissance d'interférence totale pour chaque utilisateur primaire en (2.2) de telle sorte que :

$$f_2^{(k)}(p_1) = \frac{\overline{P}^{(k)} - p_1 g_1^{(k)}}{g_2^{(k)}}, \quad \forall k \in \mathcal{K}. \tag{3.8}$$

Pour $N = 2$, l'ensemble faisable dans l'équation (3.6) peut être ré-écrit en utilisant les equations (3.7) et (3.8) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &\mathcal{S}_2 = \mathcal{A} \bigcap \mathcal{B}, \qquad \text{avec} \\ &\mathcal{A} = \left\{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 \mid f_1(p_1) \leq p_2, f_2^{(k)}(p_1) \geq p_2, \forall k\right\}, \\ &\mathcal{B} = \left[0, \min_k \left\{\frac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right] \times \left[0, \ \min_k \left\{\frac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right]. \end{aligned} \tag{3.9}$$

L'ensemble $\mathcal{A}$ représente les allocations de puissance qui respectent la contrainte de débit cible et les contraintes d'interférence totales. L'ensemble $\mathcal{B}$ représente les allocations de puissance qui respectent les contraintes d'interférence crêtes sur chaque bande restreignant l'ensemble faisable $\mathcal{S}_2$. Par conséquent, la discussion est basée sur l'intersection entre les ensembles $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ dans l'équation (3.9). Nous remarquons que l'ensemble $\mathcal{B}$ est toujours non vide, par contre l'ensemble $\mathcal{A}$ peut être vide. Afin de trouver les conditions dans lesquelles l'ensemble $\mathcal{S}_2$ est vide, nous devons d'abord discuter l'ensemble $\mathcal{A}$. Ainsi, nous analysons l'ensemble $\mathcal{A}$ dans le plan $(P_1 \mathcal{O} P_2)$, où $\mathcal{O}$ est le point d'origine des coordonnées $(0, 0)$ et $P_1$ et $P_2$ sont les axes de notre plan :

(a) S'il existe un indice $k \in \mathcal{K}$ tel que $f_1(p_1) > f_2^{(k)}(p_1)$, $\forall\ p_1 \in \mathbb{R}$, cela signifie que les fonctions $f_1(.)$ et $f_2^{(k)}(.)$ ne se croisent jamais, c.à.d., la contrainte de débit et la contrainte de puissance d'interférence totale pour le $k^{\text{ème}}$ PU ne sont pas satisfaites simultanément. Ainsi, $\mathcal{A} = \emptyset$ ce qui implique que l'ensemble faisable est vide $\mathcal{S}_2 = \emptyset$. Dans la Figure 3.1, nous illustrons le scénario suivant : $N = 2$, $K = 4$, $R^{min} = 3$ bps, $c_1 = 1.4$, $c_2 = 2.5$, $\overline{P}^{(1)} = \overline{P}^{(2)} = 7$ mW, $\overline{P}^{(3)} = 5$ mW, $\overline{P}^{(4)} = 3$ mW, $P_1^{peak(1)} = P_1^{peak(4)} = P_2^{peak(1)} = P_2^{peak(2)} = 5$ mW, $P_1^{peak(2)} = 6$ mW, $P_1^{peak(3)} = P_2^{peak(4)} = 7$ mW, $P_2^{peak(3)} = 8$ mW, $g_1^{(1)} = 1$, $g_1^{(2)} = 1.4$, $g_1^{(3)} = g_1^{(4)} = g_2^{(4)} = 2$, $g_2^{(1)} = 2.2$ $g_2^{(2)} = 2.4$, $g_2^{(3)} = 1.3$. Nous remarquons que la fonction de la contrainte

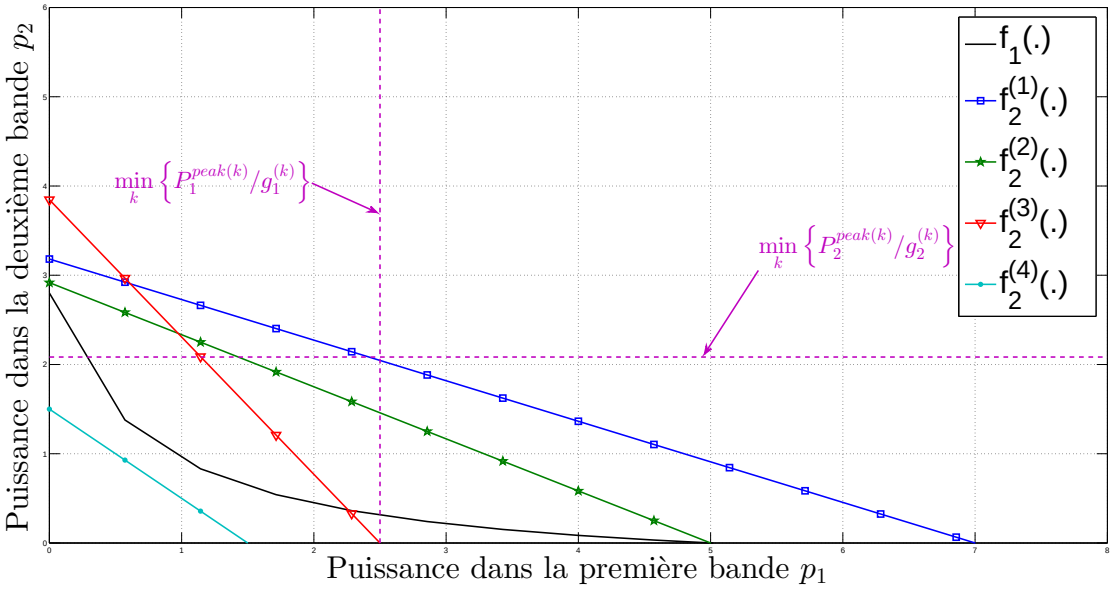



FIGURE 3.1 – *Un cas où une solution n'existe pas. L'ensemble faisable est vide $\mathcal{S}_2 = \emptyset$ parce que la contrainte d'interférence totale du $4^{ème}$ PU n'est pas satisfaite en même temps que la contrainte de débit.*

d'interférence totale pour le quatrième utilisateur primaire, $f_2^{(4)}(.)$, est en dessous de la courbe de la contrainte de débit $f_1(.)$. Alors, le SU n'est pas autorisé à transmettre dans ce scénario quelles que soient les contraintes de puissance d'interférence crêtes.

(b) Si $\forall\ k$, $\exists\ p_1 \in \mathbb{R}$ tel que $f_1(p_1) \leq f_2^{(k)}(p_1)$, cela signifie que toutes les fonctions de $f_2^{(k)}(.)$ et $f_1(.)$ se croisent. Alors, l'ensemble $\mathcal{A}$ défini en (3.9) n'est pas vide, le SU est actif dans ce cas.

La discussion dans ce cas est en fonction de deux aspects :

- Les contraintes de positivité : Pour cela, nous devons étudier la position des points d'intersection $\widehat{p}^{(k)} = (\widehat{p}_1^{(k)}, \widehat{p}_2^{(k)})$ et $\widetilde{p}^{(k)} = (\widetilde{p}_1^{(k)}, \widetilde{p}_2^{(k)})$ par rapport à l'origine de l'axe où $\widehat{p}^{(k)}$ et $\widetilde{p}^{(k)}$ sont les points d'intersection entre $f_1(.)$ et $f_2^{(k)}(.)$ pour chaque $PU_k$ tel que $\widehat{p}_1^{(k)} < \widetilde{p}_1^{(k)}$. Nous notons par $f_{min}$ et $f_{max}$ les fonctions de contraintes d'interférence totales $f_2^{(k)}(.)$ avec un minimum ou maximum de pente respectivement :

$$f_{min}(p_1) = C_{min} - \min_k \left\{ \frac{g_1^{(k)}}{g_2^{(k)}} \right\} p_1,$$

$$f_{max}(p_1) = C_{max} - \max_k \left\{ \frac{g_1^{(k)}}{g_2^{(k)}} \right\} p_1,$$

où $C_{min} = \left\{ \frac{\overline{P}^{(k)}}{g_2^{(k)}} \right\}_{k = arg \min_j \left\{ \frac{g_1^{(j)}}{g_2^{(j)}} \right\}}$ et $C_{max} = \left\{ \frac{\overline{P}^{(k)}}{g_2^{(k)}} \right\}_{k = arg \max_j \left\{ \frac{g_1^{(j)}}{g_2^{(j)}} \right\}}$ sont des

constantes positives. Si les deux abscisses des points d'intersection $\widehat{p}_1$ et $\widetilde{p}_1$, corres-

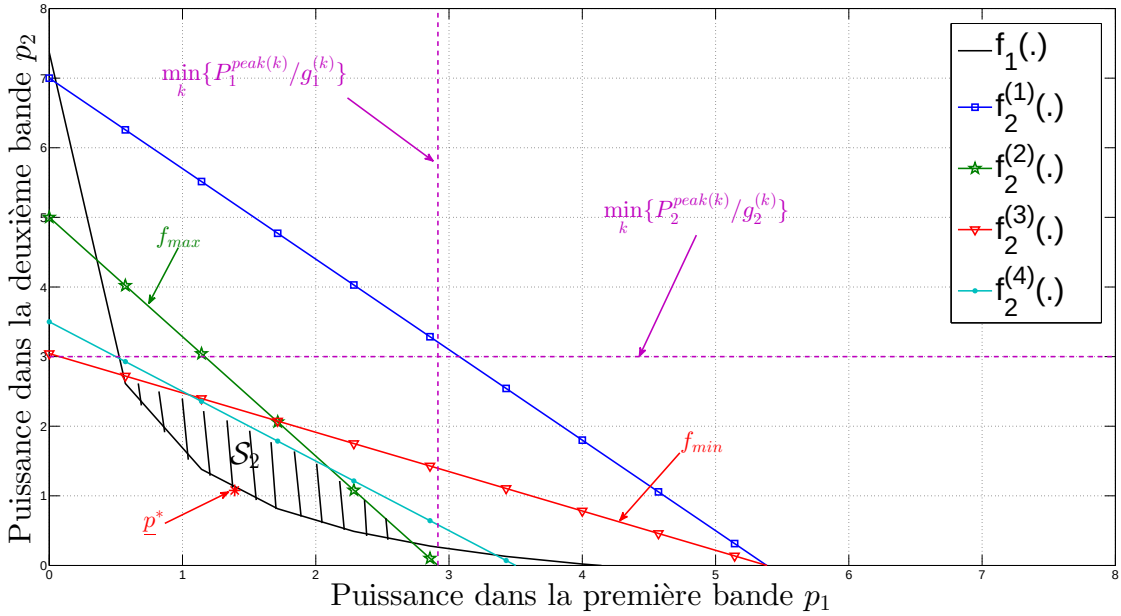



FIGURE 3.2 – *Un cas où une solution optimale existe. L'ensemble faisable est la zone convexe hachurée* $\mathcal{S}_2 \neq \emptyset$

pondants respectivement aux points d'intersection entre $f_1(.)$ et $f_{min}(.)$ et entre $f_1(.)$ et $f_{max}(.)$, sont positifs, alors l'ensemble $\mathcal{A}$ est non vide (voir la preuve dans l'Annexe A.1).

- La contrainte d'interférence crête (2.5), c.à.d., l'intersection de l'ensemble $\mathcal{A}$ et l'ensemble $\mathcal{B}$ présentée dans (3.9 ).

Dans la Figure 3.2, nous illustrons le scénario suivant : $N = 2$, $K = 4$, $R^{min} = 3.5$ bps, $c_1 = 2.5$, $c_2 = 1.4$, $\overline{P}^{(k)} = 7$, $\forall k$, $P_1^{peak(1)} = P_1^{peak(2)} = 5$ mW, $P_1^{peak(3)} = 8$ mW, $P_1^{peak(4)} = 7$ mW, $P_2^{peak(1)} = P_2^{peak(4)} = 5$ mW, $P_2^{peak(2)} = 6$ mW, $P_2^{peak(3)} = 7$ mW, $g_1^{(1)} = g_1^{(3)} = 1.3$, $g_1^{(2)} = 2.4$, $g_1^{(4)} = g_2^{(4)} = 2$, $g_2^{(1)} = 1$, $g_2^{(2)} = 1.4$ et $g_2^{(3)} = 2.3$. Nous remarquons que l'ensemble hachuré est délimité par les courbes $f_1(.)$, $f_{min}(.)$, $f_{max}(.)$ et $f_2^{(4)}(.)$ qui correspondent aux contraintes les plus restrictives. Ainsi, le SU est actif avec l'allocation de puissance optimale indiquée par $\underline{p}^*$.

### 3.3.2 Solution analytique quand l'ensemble faisable est non-vide

En nous basant sur l'analyse précédente dans le cas de deux bandes de fréquences orthogonales, nous dérivons dans ce qui suit une solution analytique du problème (3.1). Cette solution analytique est donnée par le théorème suivant :

**Théorème 1.** *La solution analytique du problème d'optimisation (3.1) dans le cas de deux bandes orthogonales de fréquence ($N = 2$), est détaillée dans le schéma 1. Si le débit cible $R^{min}$ est supérieur au débit maximal réalisable $R^{max}$ dans (3.4), alors la contrainte de QoS*

*n'est pas satisfaite simultanément avec au moins une autre contrainte de notre problème (3.1). Dans ce cas, l'ensemble faisable est vide et le SU n'est pas autorisé à transmettre. Sinon, le SU est actif et autorisé à transmettre avec une allocation de puissance donnée par :*

$$\begin{cases} p_1^* &= \left[-\dfrac{1}{c_1}+\sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}\right]_x^y, \\ p_2^* &= \left[-\dfrac{1}{c_2}+\sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}\right]_w^z, \end{cases} \tag{3.10}$$

*où*[3] $x, y, w, z$ *sont donnés par :*

$$\begin{cases} x = \max\left\{\max\left\{\min\limits_k\{\widehat{p_1}^{(k)}\}, 0\right\}; f_1^{-1}\left(\min\limits_k\left\{\dfrac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right)\right\}, \\ y = \min\left\{\min\left\{\min\limits_k\{\widetilde{p_1}^{(k)}\}, f_1^{-1}(0)\right\}; \min\limits_k\left\{\dfrac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right\}, \\ w = \max\left\{\max\left\{\min\limits_k\{\widetilde{p_2}^{(k)}\}, 0\right\}; f_1\left(\min\limits_k\left\{\dfrac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right)\right\}, \\ z = \min\left\{\min\left\{\max\limits_k\{\widehat{p_2}^{(k)}\}, f_1(0)\right\}; \min\limits_k\left\{\dfrac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right\}. \end{cases}$$

Les détails de la preuve de ce théorème sont fournis dans l'Annexe A.1.

**Remarque 3.3.1.** *La difficulté principale ajoutée par rapport à notre travail dans [Masmoudi et al., 2012] réside dans le nombre de contraintes (la communication de chaque utilisateur primaire est protégée ce qui impose $N+1$ contraintes linéaires : $N$ contraintes maximales d'interférence crêtes et une contrainte sur l'interférence totale) et, par conséquent, l'étude de l'ensemble faisable est plus compliquée dans ce chapitre comparée avec celle détaillée dans [Masmoudi et al., 2012]. Malgré l'aspect mathématique compliqué de la solution analytique, l'importance de cette solution, dans le cas de deux bandes de fréquences orthogonales, réside dans le fait qu'elle nous permet de gagner facilement une intuition dans le cas général.*

3. On note par $[x]_a^b = \min\{\max\{x, a\}, b\}$ qui est l'équivalent à :

$$[x]_a^b = \begin{cases} x, & \text{if} \quad a \le x \le b \\ a, & \text{if} \quad x < a \\ b, & \text{if} \quad x > b. \end{cases}$$

**Schéma 1:** Solution analytique dans le cas $N = 2$, pour $K \geq 1$ PUs et un seul SU

**Si** $\exists\ k \in \mathcal{K}$ tel que $\overline{P}^{(k)} < -\dfrac{g_1^{(k)}}{c_1} - \dfrac{g_2^{(k)}}{c_2} + 2\sqrt{\dfrac{g_1^{(k)}}{c_1}\dfrac{g_2^{(k)}}{c_2}2^{R^{min}}}$,
**Alors** $\mathcal{A} = \varnothing$ et $\mathcal{S}_2 = \varnothing \rightarrow$ SU n'est pas actif
**Sinon** $\forall\ k \in \mathcal{K}$ nous avons $\overline{P}^{(k)}$ est supérieur ou égale à ce seuil
  **Si** $\exists\ (\ell, j) \in \mathcal{K}^2$ tel que $\widetilde{p}_1^{(\ell)} < \widehat{p}_1^{(j)}$,
  **Alors** $\mathcal{A} = \varnothing$, $\mathcal{S}_2 = \varnothing \rightarrow$ SU n'est pas actif
  **Sinon** $\forall (\ell, j) \in \mathcal{K}^2$ nous avons $\widetilde{p}_1^{(\ell)} \geq \widehat{p}_1^{(j)}$
    **Si** $\exists\ m \in \mathcal{K}$ tel que $\widetilde{p_1}^{(m)} < 0$,
    **Alors** $\mathcal{A} \subset (-\infty, 0) \times (0, +\infty) \Rightarrow \mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \varnothing$ et $\mathcal{S}_2 = \varnothing \rightarrow$ SU n'est pas actif
    **Sinon** $\forall\ m \in \mathcal{K};\ \widetilde{p_1}^{(m)} \geq 0$ :
      soit $\left(\forall\ m \in \mathcal{K};\ \widehat{p_1}^{(m)} < 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{A} \cap (-\infty, 0) \times (0, +\infty) \neq \emptyset\right)$
      soit $\left(\forall\ m \in \mathcal{K};\ \widehat{p_1}^{(m)} \geq 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{A} \subset (0, +\infty)^2\right)$
      **Si** $\min\limits_k \left\{\dfrac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\} < \min\limits_k \left\{\widehat{p_1}^{(k)}\right\}$ ou $\min\limits_k \left\{\dfrac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\} < \min\limits_k \left\{\widehat{p_2}^{(k)}\right\}$
      ou $\left\{ f_1\left(\min\limits_k \left\{\dfrac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right) > \min\limits_k \left\{\dfrac{P_2^{peak(k)}}{g_2}\right\}\right.$
      et $\left. f_1^{-1}\left(\min\limits_k \left\{\dfrac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right) > \min\limits_k \left\{\dfrac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right\}$,
      **Alors**
      $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \varnothing$. Les contraintes d'interférence crête ne sont pas satisfaites
      $\rightarrow$ SU n'est pas actif.
      **Sinon**
      $\mathcal{S}_2 \neq \emptyset$.
      La solution optimale analytique $(p_1^*, p_2^*)$ donnée dans (3.10).

### 3.3.3 Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons quelques résultats de simulation pour illustrer la solution du problème de minimisation de puissance sur deux bandes de fréquences orthogonales sous la contrainte de QoS et les contraintes d'interférences radio cognitives. La solution présentée dans cette section est détaillée dans le schéma 1.
Dans nos simulations, nous traçons le débit du SU et les puissances d'interférence causée par le SU aux PUs en fonction de la contrainte de débit $R^{min}$, la contrainte de puissance d'interférence totale $\overline{P}$ et en fonction du gain de puissance du lien direct $c_1$ et lien interférant $g_1$.

### Débit optimal du SU et niveaux d'interférences causés par le SU aux PUs en fonction du minimum de QoS

Nous illustrons l'analyse précédente afin d'avoir l'intuition sur la façon dont notre solution optimale varie en changeant la contrainte de QoS minimale dans le cas de deux bandes de fréquences orthogonales $N = 2$ pour $K = 3$ PUs en fixant les paramètres du système : $c_1 = 1.4$, $c_2 = 2.5$, $\overline{P}^{(k)} = 7$ , $\forall k$, $P_1^{peak(1)} = P_2^{peak(1)} = P_2^{peak(2)} = 5$, $P_1^{peak(2)} = 6$, $P_1^{peak(3)} = P_2^{peak(3)} = 7$, $g_1^{(1)} = g_2^{(2)} = 1.3$, $g_1^{(2)} = 1$, $g_1^{(3)} = g_2^{(3)} = 2$ et $g_2^{(1)} = 2.2$.

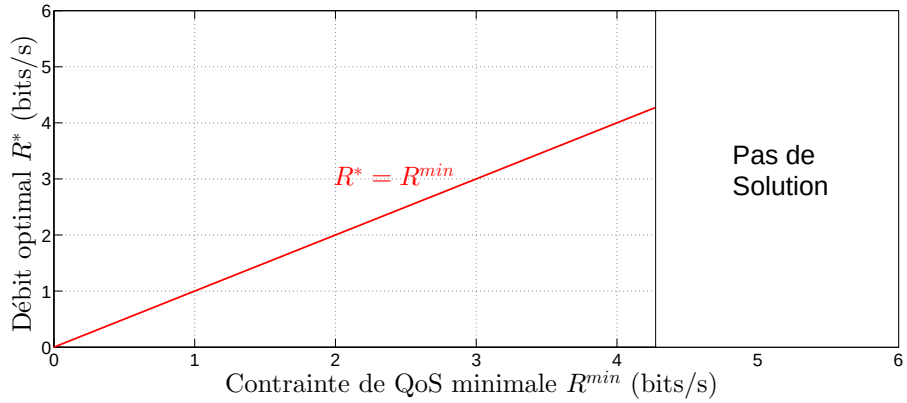
Grâce à la solution analytique du Théorème 1, nous n'aurons pas besoin d'exécuter un algorithme itératif. En fait, les résultats sont obtenus simplement en traçant les expressions analytiques (3.10) via MATLAB. Ainsi, l'analyse de l'influence des différents paramètres sur la solution est beaucoup plus facile et plus rapide dans ce cas.

Dans les Figures : 3.3(a), 3.3(b) et 3.3(c), nous traçons respectivement le débit optimal $R^*$ du SU, les puissances optimales $p_n^*$, $\forall n \in \mathcal{N}$ et les puissances d'interférence causées par SU à chaque PU ($\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$, $\forall k \in \mathcal{K}$) en fonction de la contrainte de QoS cible $R^{min}$. Comme prévu, nous remarquons que le débit optimal est toujours égal au débit minimum cible $R^{min}$ et les puissances d'émission et les puissances d'interférence causées par le SU à chaque PU augmentent de façon exponentielle avec la contrainte de débit $R^{min}$. Nous observons qu'il y a une valeur critique de $R^{min}$ au-delà de laquelle le problème ne possède plus de solution, car les contraintes d'interférence totale et de QoS ne sont pas simultanément satisfaites. Cette valeur critique de $R^{min}$ est liée aux puissances d'interférence causées par le SU au troisième PU lorsque $\sum_n g_n^{(3)} p_n^* = \overline{P}^{(3)}$. Au dessus de cette valeur du niveau d'interférence totale, la solution n'existe pas. Par conséquent, si la contrainte de QoS est trop restrictive, c.à.d., $R^{min}$ est au-dessus du seuil $R^{max}$, une solution faisable n'existe pas.

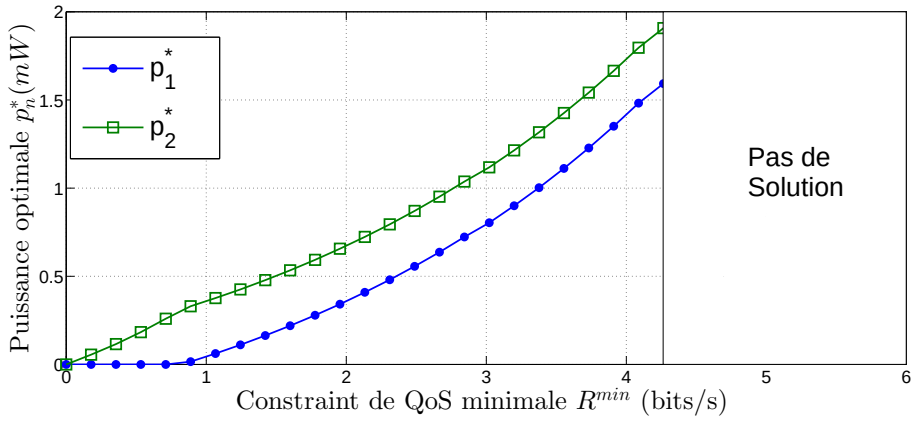
### Débit optimal du SU et niveaux d'interférences causés par le SU aux PUs en fonction de la puissance maximale d'interférence

Dans la Figure 3.4, nous traçons le débit optimal $R^*$ du SU et les niveaux de puissance d'interférence causés par le SU au $k^{\text{ème}}$ PU : $g_1^{(k)} p_1^*$ et $g_2^{(k)} p_2^*$ en fonction de la puissance d'interférence totale $\overline{P}$ sur les deux bande de fréquence orthogonales pour un seul PU avec les paramètres du système : [4] $K = 1$, $N = 2$, $c_1 = 2.5$, $c_2 = 1.4$, $R^{min} = 4$ bps, $P_1^{peak(1)} = 5$ mW, $P_2^{peak(1)} = 7$ mW, $g_1^{(1)} = 2$ et $g_2^{(1)} = 1.3$. Comme dans la figure précédente, il y a une zone où il n'y a pas de solution ($\overline{P} < 6mW$). Dans la Figure 3.4(a), le débit du SU est égal à la contrainte de débit minimum $R^{min}$, $\forall \overline{P} > 6mW$. Dans la Figure 3.4(b), nous remarquons que le niveau de puissance d'interférence causée par le SU aux PUs pour chaque bande de fréquence orthogonale est constant et indépendant de $\overline{P}$. Nous constatons que si $\overline{P} \simeq 6mW$, la contrainte d'interférence totale est satisfaite avec égalité $g_1 p_1^* + g_2 p_2^* \simeq \overline{P}$. Toutefois, si $\overline{P} > 6mW$ la contrainte d'interférence totale est satisfaite avec inégalité $g_1 p_1^* + g_2 p_2^* < \overline{P}$.

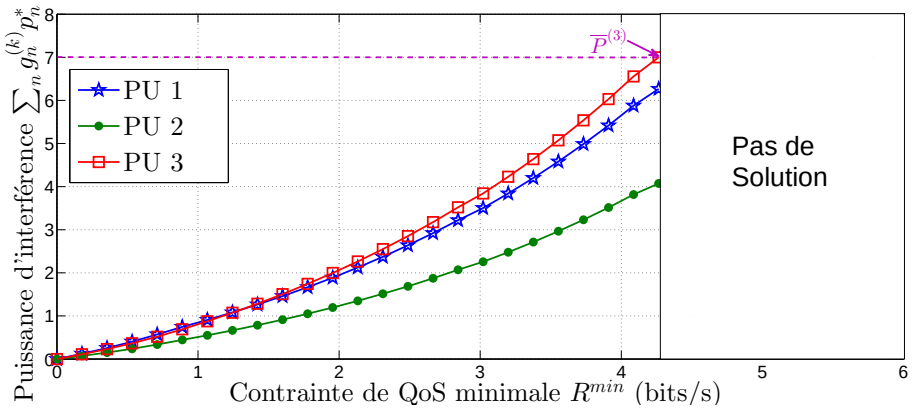
4. Notons que dans le cas où $K = 1$ PU, nous remplaçons l'indice $(k)$ par $(1)$.




(a) *Débit optimal du SU vs.* $R^{min}$

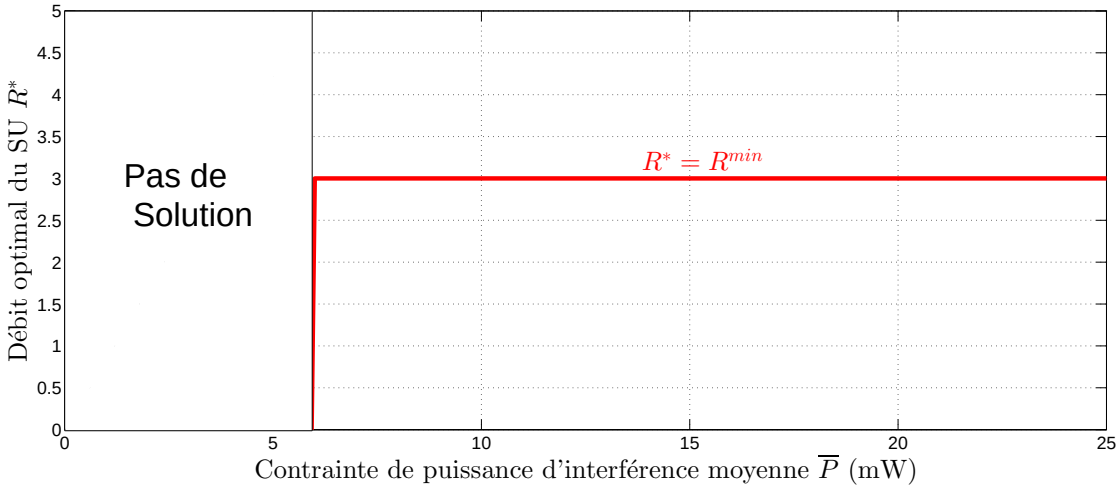



(b) *Puissance optimale vs.* $R^{min}$

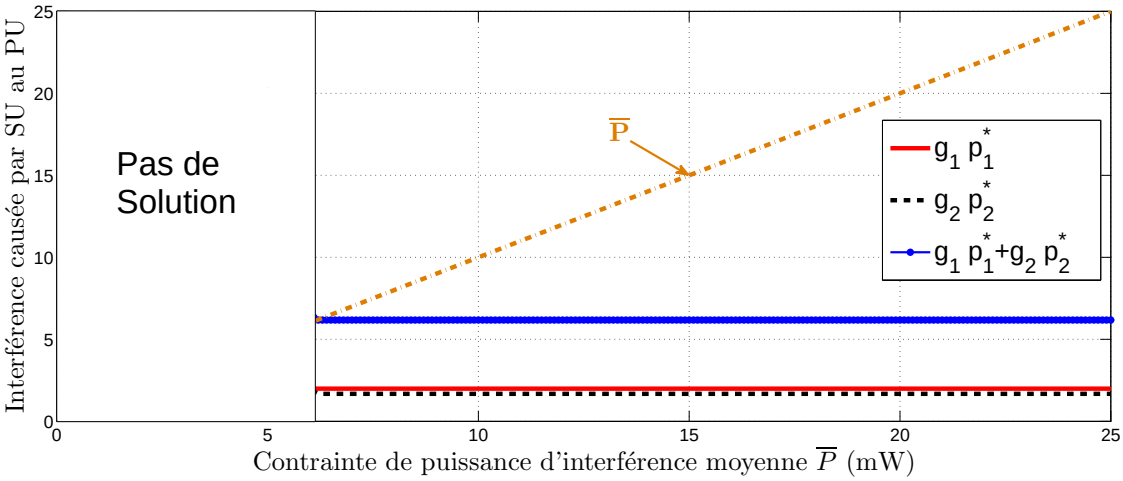



(c) *Niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs* $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ *vs.* $R^{min}$

FIGURE 3.3 – *Effet de la variation de la contrainte de débit* $R^{min}$ *sur (a) le débit optimal du SU, (b) les puissances optimales et (c) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas :* $N = 2$ *bandes et* $K = 3$ *PUs.*




(a) *Débit optimal du SU vs.* $\overline{P}$

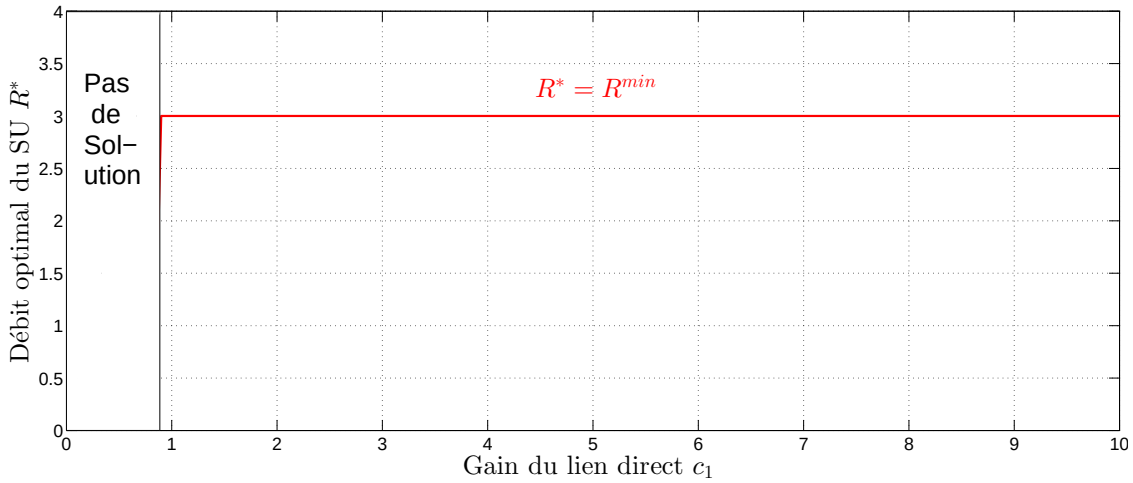



(b) *Niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs* $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ *vs.* $\overline{P}$

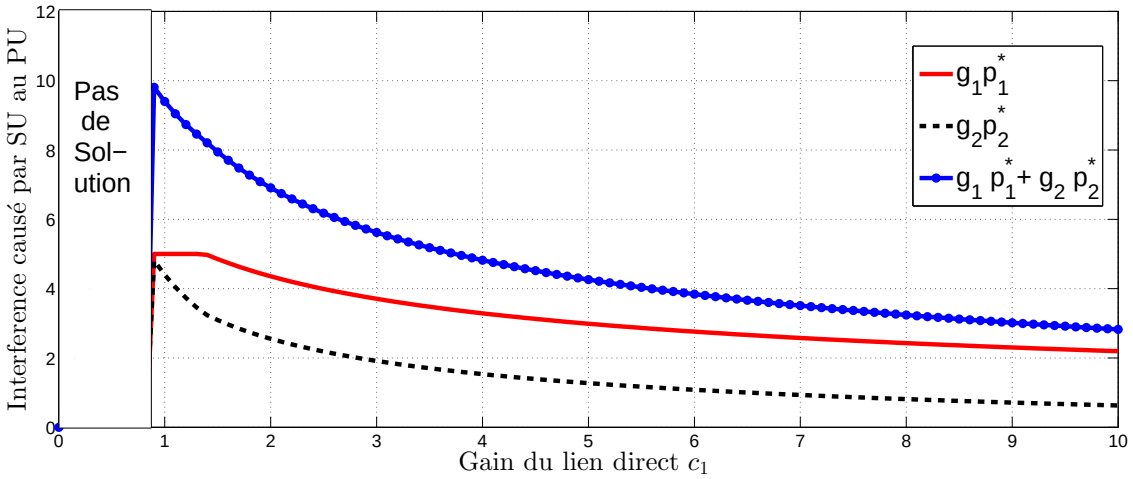
FIGURE 3.4 – *Effet de la variation de la contrainte de puissance d'interférence* $\overline{P}$ *sur (a) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par SU aux PUs dans le scénario :* $N = 2$, $K = 1$.

### Débit optimal du SU et niveaux d'interférences causés par le SU aux PUs en fonction du gain des canaux

Dans la Figure 3.5, nous traçons le débit optimal $R^*$ du SU et le niveau de puissance d'interférence causé par le SU aux PUs : $g_1^{(1)} p_1^*$ et $g_2^{(1)} p_2^*$ en fonction du gain de puissance du lien direct de la première bande $c_1$ sur deux bandes de fréquences orthogonales pour un seul PU avec les paramètres suivants : $K = 1$, $N = 2$, $c_2 = 1.4$, $R^{min} = 3$ bps,$\overline{P}^{(1)} = 10$ mW , $P_1^{peak(1)} = 5$ mW, $P_2^{peak(1)} = 7$ mW, $g_1^{(1)} = 2$ et $g_2^{(1)} = 1.3$. Dans la Figure 3.5(a), le débit optimal est égal au débit minimum cible $R^{min}$ pour toutes les valeurs de $c_1$ ($\forall c_1 > 0,9$).



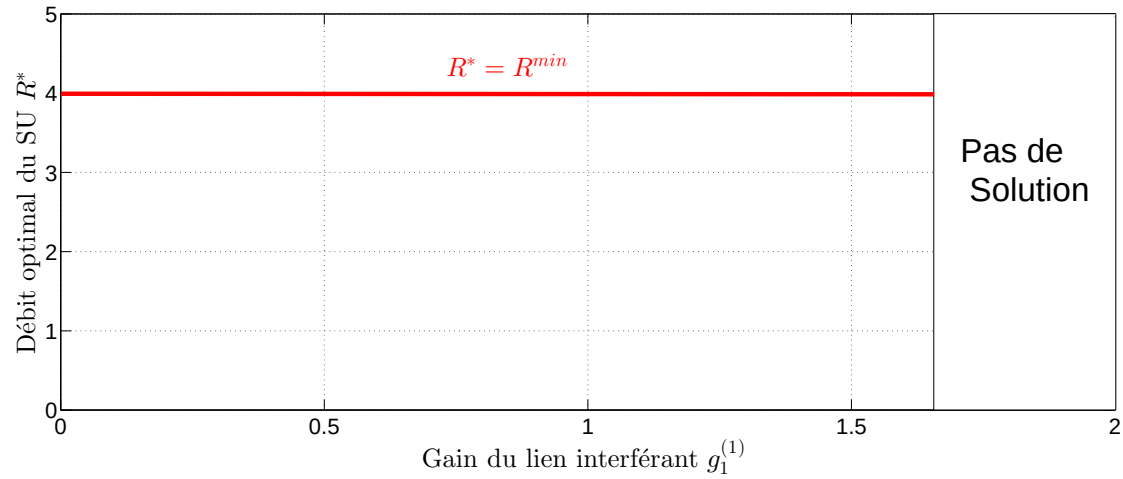

(a) *Débit optimal du SU vs.* $c_1$



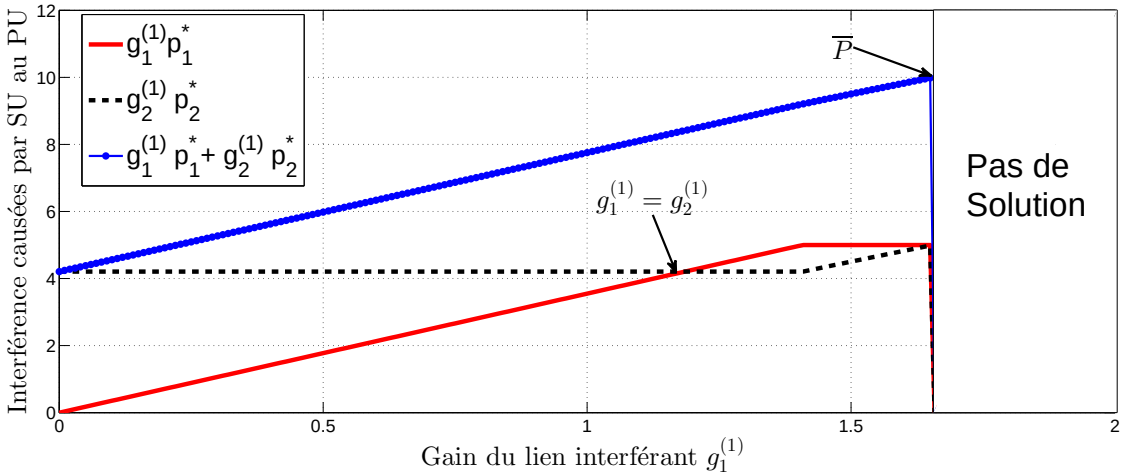

(b) *Niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs* $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ *vs.* $c_1$

FIGURE 3.5 – *Effet de la variation du gains de puissance du lien direct* $c_1$ *sur (a) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas :* $N = 2$ *bandes et* $K = 1$ *PU.*

Dans la Figure 3.5(b), nous remarquons que la puissance optimale pour chaque bande de fréquence orthogonale décroit de façon exponentielle en fonction de $c_1$. Nous constatons que si $c_1 \simeq 0.9$, nous obtenons $g_1^{(1)} p_1^* + g_2^{(1)} p_2^* \simeq \overline{P}^{(1)}$. Et, si $c_1 > 0.9$ nous obtenons $g_1^{(1)} p_1^* + g_2^{(1)} p_2^* < \overline{P}^{(1)}$. Donc, le gain du lien direct $c_1$ (même discussion pour $c_2$) influe directement sur la solution optimale et sur l'existence de cette solution dans le cas général. Ainsi, il existe un seuil de ce paramètre au dessous duquel la solution n'existe pas. Ce seuil dépend des autres paramètres du système et change pour chaque scénario différent. Dans le cas de la Figure 3.5, nous l'avons vérifié analytiquement aussi.




(a) *Débit optimal du SU vs.* $g_1^{(1)}$




(b) *Niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs* $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ *vs.* $g_1^{(1)}$

FIGURE 3.6 – *Effet de la variation du gain de puissance du lien interférant* $g_1^{(1)}$ *sur (b) le débit optimal et (b) les niveaux d'interférence causés par le SU aux PUs dans le cas :* $N = 2$ *bandes et* $K = 1$ *PU.*

Dans la Figure 3.6, nous traçons le débit optimal $R^*$ du SU et les niveaux de puissance d'interférence causés par le SU aux PUs : $g_1^{(1)} p_1^*$ et $g_2^{(1)} p_2^*$ en fonction du gain de puissance du lien interférant $g_1^{(1)}$ sur deux bandes de fréquence et pour un seul PU avec les paramètres suivants : $c_1 = 2.5$, $c_2 = 1.4$, $R^{min} = 4$ bps, $P_1^{peak(1)} = 5$ mW, $P_2^{peak(1)} = 7$ mW, $\overline{P}^{(1)} = 10$ mW et $g_2^{(1)} = 1.3$. Dans la Figure 3.6(a), le débit optimal est égal à la contrainte de débit minimum $R^{min}$ pour toutes les valeurs $g_1^{(1)}$ inférieur au seuil (si $g_1^{(1)} > 1.65$ une solution n'existe plus). Dans la Figure 3.6(b), nous constatons que chaque puissance optimale pour chaque bande de fréquence orthogonale croit de façon linéaire en fonction de $g_1^{(1)}$. Nous

constatons que si $g_1^{(1)} \simeq 1.65$, nous obtenons $g_1^{(1)} p_1^* + g_2^{(1)} p_2^* \simeq \overline{P}^{(1)}$. Et, si $g_1^{(1)} < 1.65$ nous obtenons $g_1^{(1)} p_1^* + g_2^{(1)} p_2^* < \overline{P}^{(1)}$. Donc, le gain du lien interférant $g_1^{(1)}$ (même discussion pour $g_2^{(1)}$) influe indirectement sur la solution optimale et sur l'existence de cette solution dans le cas général. Il existe un seuil de ce paramètre qui dépend des paramètres du scénario choisis. Dans le cas de la Figure 3.6, nous avons vérifié la valeur de ce seuil analytiquement ($c_1 = 0.9$) au dessous duquel la solution n'existe pas.

## 3.4 Plusieurs bandes de fréquences orthogonales

Dans cette section, nous analysons le problème d'allocation de puissance dans le cas où un nombre arbitraire de bandes orthogonales est disponible ($N \geq 2$).

### 3.4.1 Algorithme itératif proposé

Dans ce cas général, une expression analytique de la solution optimale (quand l'ensemble faisable est non vide) ne semble pas possible. Pour cela, un algorithme itératif de type *water-filling* doit être considéré à la place.

**Remarque 3.4.1.** *Les solutions analytiques à ce type de problèmes d'allocation ne sont pas possibles en général [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Comme un exemple illustratif, nous citons le problème classique de* water-filling *dans [Boyd and Vandenberghe, 2004] qui peut être considéré comme un cas particulier de notre problème. Les solutions sont classiquement caractérisées comme des points fixes d'un système d'équations et calculées numériquement.*

#### 3.4.1.1 Conditions KKT

Nous utilisons des outils d'optimisation convexe pour caractériser la solution du problème (3.1). Plus précisément, dans le théorème suivant, nous proposons, quand l'ensemble faisable est non vide, une caractérisation des solutions de (3.1).

**Théorème 2.** *Si le débit cible $R^{min}$ est inférieur au débit maximal réalisable $R^{max}$ dans (3.4), alors le SU transmet et l'allocation de puissance optimale donnée par la solution*

*suivante de type* water-filling *[Ngo and Le-Ngoc, 2011] :*

$$\begin{cases} p_n^* = \left[\xi_n - \dfrac{1}{c_n}\right]_0^{\min_k\{P_n^{peak(k)}/g_n^{(k)}\}}, \ \forall n \in \mathcal{N}, \\ \text{où,} \ \ \xi_n = \dfrac{\beta}{\ln(2)\left(1 + \sum_{k=1}^{K} \lambda_k g_n^{(k)}\right)}, \\ \beta \quad \text{et} \quad \lambda_k \quad \text{vérifiant les conditions suivantes :} \\ \begin{cases} \beta > 0 \quad \text{et} \quad \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n^*) = R^{min}, \\ \left(\lambda_k > 0 \quad \text{et} \quad \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* = \overline{P}^{(k)}\right) \text{ ou } \left(\lambda_k = 0 \ \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* < \overline{P}^{(k)}\right), \ \forall k. \end{cases} \end{cases} \tag{3.11}$$

*Si le débit cible est supérieur au débit maximal réalisable ($R^{min} > R^{max}$), alors l'ensemble faisable est vide et le problème (3.1) n'a pas de solution. Ainsi, le SU n'est pas autorisé à transmettre*

Ce résultat découle du fait que, lorsque $R^{min} \leq R^{max}$ l'ensemble faisable est un ensemble convexe non vide, notre problème dans (3.1) est un problème d'optimisation convexe [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Les conditions d'optimalité de KKT sont à la fois nécessaires et suffisantes dans ce cas et sont équivalentes au système des points fixes du système d'équations (3.11).
Les détails de la preuve sont fournis dans l'Annexe A.2.

#### 3.4.1.2 Méthode de sous-gradient

En nous basant sur la caractérisation dans le paragraphe précédent, nous proposons un algorithme itératif pour calculer la solution de (3.1). Pour calculer la solution au problème classique de *water-filling* [Boyd and Vandenberghe, 2004], plusieurs travaux dans la littérature ont proposé une procédure numérique finie et déterministe (par exemple, [Scutari et al., 2008], [Palomar and Fonollosa, 2005] et leurs références citées). Cependant, dans notre cas, la présence des PUs impose des contraintes supplémentaires (ajoutées à la contrainte classique de QoS minimum). Ces contraintes supplémentaires rendent le problème complexe et ne permettent pas d'utiliser l'approche numérique classique. Au lieu de cela, nous proposons ici un algorithme itératif de sous-gradient qui converge vers l'une des solutions optimales de (3.1).

L'algorithme 2 détaille notre algorithme de sous-gradient proposé. Il se trouve que le point de convergence de l'algorithme 2 est une solution optimale au problème général dans (3.1) à condition qu'une solution existe [Boyd et al., 2003, Ngo and Le-Ngoc, 2011].

**Proposition 1.** *Si le problème (3.1) est faisable, alors l'algorithme 2 converge et le point de convergence est une solution optimale du problème de minimisation général (3.1).*

**Algorithm 2:** Algorithme itératif de sous-gradient dans le cas 1 SU et K PUs.

**1)** Initialisation des multiplicateurs pour la première itération $\lambda_k^{(0)}$ $\forall\, k \in \mathcal{K}$ et $\beta^{(0)}$.
**2)** $i = 1$
**3)** **for** *itération* $i$ **do**
  **for** $n \in \mathcal{N}$ **do**
    Calcul de la puissance $p_n^{(i)}$ donné par :

$$p_n^{(i)} = \left[ \frac{\beta^{(i-1)}}{\ln(2)\left(1 + \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{(i-1)} g_n^{(k)}\right)} - \frac{1}{c_n} \right]_0^{\min_k \left\{ P_n^{peak(k)} / g_n^{(k)} \right\}}.$$

  **for** $k \in \mathcal{K}$ **do**
    Mise à jour de $\lambda_k^{(i)}$ tel que : $\lambda_k^{(i)} = \left[ \lambda_k^{(i-1)} - \tau_\lambda \left( \overline{P}^{(k)} - \sum_n g_n^{(k)} p_n^{(i)} \right) \right]^+$.

  Mise à jour de $\beta^{(i)}$ tel que : $\beta^{(i)} = \left[ \beta^{(i-1)} + \tau_\beta \left( R^{min} - \sum_n \log_2(1 + c_n p_n^{(i)}) \right) \right]^+$
  .
  $i = i + 1$
**4)** Répéter **3)** jusqu'à la convergence :
$\|\beta^{(i)} - \beta^{(i-1)}\| \leq \epsilon_\beta$ et $\max_{k \in \mathcal{K}} \left\{ \|\lambda_k^{(i)} - \lambda_k^{(i-1)}\| - \epsilon_{\lambda_k} \right\} \leq 0$,
où $\epsilon_{\lambda_k}$, $\epsilon_\beta$ sont des paramètres de précision et $\tau_\lambda$ , $\tau_\beta$ sont les pas de mise à jour.

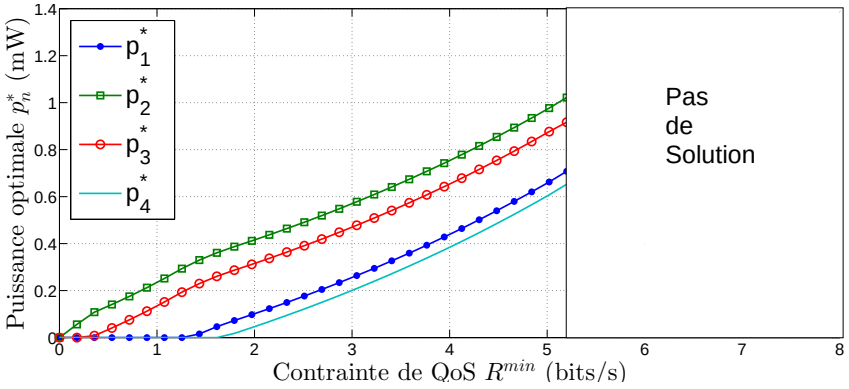
La preuve de cette proposition est basée sur les outils d'optimisation convexe [Boyd et al., 2003]. L'intuition est que, l'itération à l'état de la convergence satisfait les conditions KKT dans Théorème 2 qui sont à la fois nécessaires et suffisantes pour l'optimalité du problème d'optimisation convexe (3.1). Dans [Ngo and Le-Ngoc, 2011], les auteurs ne donnent pas de preuve d'optimalité pour leur algorithme proposé dans le cas d'un ou plusieurs SUs. Par contre dans notre travail, nous utilisons des outils d'optimisation convexes afin de trouver une solution optimale. Notre solution optimale est calculée via un algorithme itératif de sous-gradient.

Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter quelques résultats de simulation qui illustrent notre algorithme de sous-gradient.

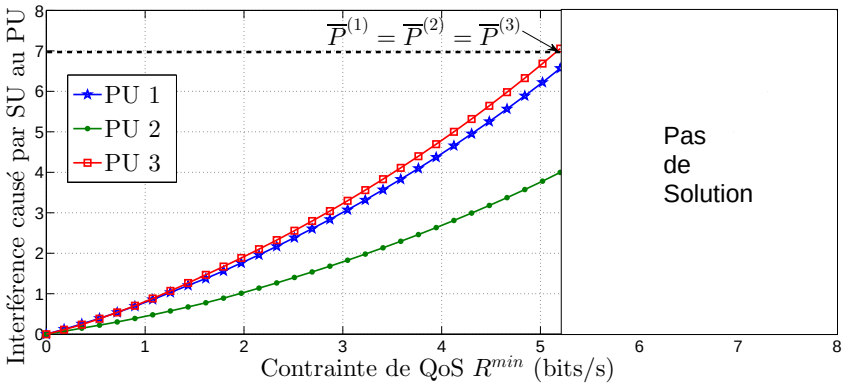
### 3.4.2 Résultats numériques

Dans cette section, nous allons évaluer notre algorithme itératif par des simulations numériques. Ainsi, l'analyse de l'effet des différents paramètres du système est beaucoup plus lente par rapport au cas de deux bandes de fréquences. Pour chaque point des courbes suivantes, il est nécessaire d'exécuter notre algorithme itératif de sous-gradient. Toutes les observations que nous donnons ci-dessous ont été vérifiées dans d'autres conditions de simulations. Nous avons sélectionné dans ce qui suit seulement quelques scénarios parmi

les plus illustratifs et intéressants.




(a) *Profil de puissance optimal vs.* $R^{min}$




(b) *Puissances d'interférence causées par le SU à chaque PU* $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ *vs.* $R^{min}$

FIGURE 3.7 – *Effet de la contrainte de QoS dans le cas de* $N = 4$ *bandes de fréquences orthogonales et* $K = 3$ *utilisateurs primaires.*

Dans la Figure 3.7, nous considérons le scénario suivant : $N = 4$, $K = 3$, $c_1 = 1.4$, $c_2 = 2.5$, $c_1 = 2$, $c_4 = 1.3$, $\overline{P}^{(k)} = 7$ mW, $\forall k$, $P_1^{peak(1)} = 5$ mW, $P_1^{peak(2)} = 6$ mW, $P_1^{peak(3)} = 7$ mW, $P_2^{peak(1)} = P_2^{peak(2)} = 5$ mW, $P_2^{peak(3)} = 7$ mW, $P_3^{peak(1)} = 5$ mW, $P_3^{peak(2)} = 6$ mW, $P_3^{peak(3)} = 7$ mW, $P_4^{peak(1)} = 7$ mW, $P_4^{peak(2)} = 8$ mW, $P_4^{peak(3)} = 6$ mW, $g_1^{(1)} = 1.3$, $g_1^{(2)} = 1$, $g_1^{(3)} = 2$, $g_2^{(1)} = 2.2$, $g_2^{(2)} = 1.3$, $g_2^{(3)} = 2$, $g_3^{(1)} = 2$, $g_3^{(2)} = 1$, $g_3^{(3)} = 2.5$, $g_4^{(1)} = 2.4$, $g_4^{(2)} = 1.6$ et $g_4^{(3)} = 2$. Dans la Figure 3.7(a), nous traçons le profil de puissance optimale dans chaque bande $p_n^*$ pour $n \in \{1, \ldots, N\}$ en fonction du débit cible $R^{min}$. Nous remarquons que les puissances d'émission augmentent de façon linéaire avec la contrainte de QoS. En outre, pour de faibles valeurs de la contrainte de débit cible $R^{min}$, certaines bandes n'ont pas de puissance allouée (c.à.d., $p^* = 0$). Cela signifie que pour des valeurs de puissances faibles la contrainte de QoS minimum est respectée, et par conséquent, l'utilisation de toutes les bandes de fréquence disponibles n'est pas nécessaire.

Dans la Figure 3.7(b), nous traçons les puissances d'interférence causées par le SU à chaque PU $\sum_n g_n^{(k)} p_n^*$ par rapport au débit cible $R_{min}$. Nous remarquons qu'il y a une

valeur critique de $R^{min}$ au-delà de laquelle le problème ne possède pas de solution. En effet, la contrainte d'interférence totale et de la contrainte de qualité de service ne peuvent pas être satisfaites simultanément dans ce cas. Ce seuil de $R^{min}$, qui est égal à $R^{max}$ dans (3.4), est lié à la puissance d'interférence causée par le SU au troisième PU, $\sum_{n=1}^{N} g_n^{(3)} p_n^* = \overline{P}^{(3)}$, au-dessus duquel une solution optimale n'existe pas, car le niveau d'interférence au troisième PU serait supérieur à la limite tolérée. Par conséquent, si la contrainte de QoS est trop restrictive, $R^{min}$ est au-dessus de ce seuil $R^{max}$, alors le SU n'est pas autorisé à transmettre.

### Effet du nombre des PUs

Nous étudions le comportement moyen de l'algorithme en utilisant des simulations de type *Monte-Carlo* : pour chaque cas, nous utilisons des gains de canaux tirés aléatoirement, tels que $g_n^{(k)} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2)$, $\forall k$, $\forall n$ ou/et $c_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_c^2)$, $\forall n$.

On définit la probabilité qu'il n'y ait pas une solution au problème (3.1) comme $\widehat{\mathbf{P}}_{out} = \mathbf{P}(\mathcal{S}_{\mathbf{N}} = \emptyset)$ estimée de façon empirique comme suit :

$$\widehat{\mathbf{P}}_{out} = \frac{C_0}{C_{Total}}, \tag{3.12}$$

où $C_0$ est le nombre des cas dans lesquels aucune solution n'existe et $C_{Total}$ est le nombre total des tirages aléatoires. Cette probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ est similaire à une probabilité de coupure *outage probability*.

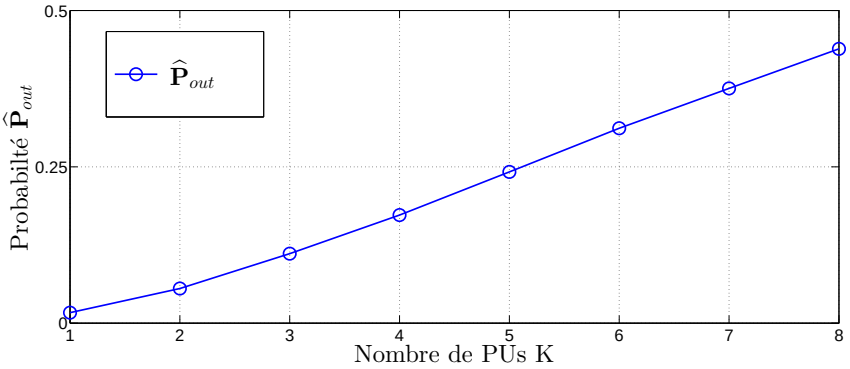
Toutefois, lorsque au moins une solution existe, nous estimons la puissance optimale moyenne consommée comme suit :

$$\mathbb{E}\left(\sum_n p_n^*\right) = \frac{1}{(C_{Total} - C_0)} \sum_{i=1}^{C_{Total}-C_0} \left(\sum_{n=1}^{N} p_n^*(i)\right), \tag{3.13}$$

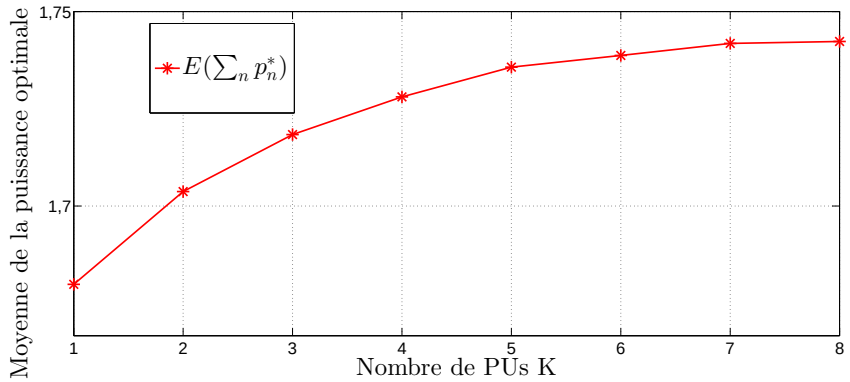
où $\sum_{n=1}^{N} p_n^*(i)$ est la puissance consommée totale optimale (la fonction objectif du problème (3.1)) pour le i$^{\text{ème}}$ cas où une solution existe.

Nous nous intéressons à l'effet du nombre d'utilisateurs primaires $K$ en fixant le nombre de bandes de fréquences à $N = 2$. Puisque nous pouvons calculer la solution analytique via l'équation (3.10), dans la simulation suivante, nous n'avons pas besoin d'exécuter notre algorithme itératif. Nous considérons le scénario suivant $C_{Total} = 100.000$, $R^{min} = 3$ *bps*, $c_1 = 2.5$, $c_2 = 2$, $P_1^{peak(k)} = 5$ *mW*, $\forall k$, $P_2^{peak(k)} = 6$ *mW*, $\forall k$, $\overline{P}^{(k)} = 7$ *mW*, $\forall k$ et des gains aléatoires $g_n^{(k)} \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $\forall n \in \mathcal{N}$, $\forall k \in \mathcal{K}$.

Dans la Figure 3.8(a), nous traçons la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ en fonction du nombre d'utilisateurs primaires $K$. Nous observons que la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ augmente plus ou moins linéairement avec $K$. Plus le nombre de PUs est grand, plus il y a de contraintes qui doivent être respectées (chaque PU impose une contrainte d'interférence totale et crête) et, par conséquent, la probabilité que toutes les contraintes sont satisfaites diminue. Lorsque le




(a) *Probabilité qu'il n'existe pas de solution* $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ *vs.* $K$




(b) *Moyenne de la puissance totale optimale* $\mathbb{E}\left(\sum_{n=1}^{N} p_n^*\right)$ *vs.* $K$

FIGURE 3.8 – *Effet de la variation du nombre des PUs* $K$ *sur (a) la probabilité* $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ *et (b) la moyenne de la puissance totale optimale*

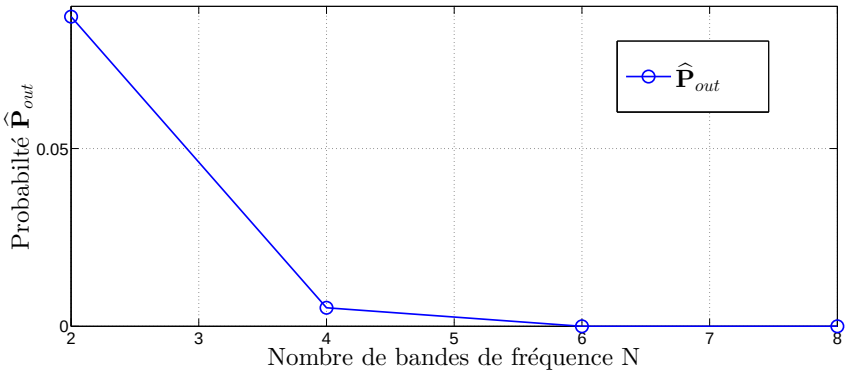
nombre de PU est trop élevé (K $\gg$ 1), la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ tendra vers 1 et le SU n'est pas actif et n'est pas autorisé à transmettre.

Dans la Figure 3.8(b), nous observons que la moyenne de la puissance optimale consommée, quand une solution existe, augmente de façon logarithmique avec le nombre d'utilisateurs primaires $K$. Plus le nombre de PUs est grand, plus l'ensemble faisable est restreint, par conséquent, la puissance consommée optimale augmente. Lorsque le nombre des PUs est trop élevé ($K \gg 1$), notre ensemble faisable $\mathcal{S}_N$ est de plus en plus petit. Par conséquent, la valeur optimale de la puissance consommée est saturée à partir d'un seuil atteint. Au-dessus de ce seuil, le SU n'est pas autorisé à transmettre. Ainsi, nous notons un niveau de saturation pour $K \geq 6$.

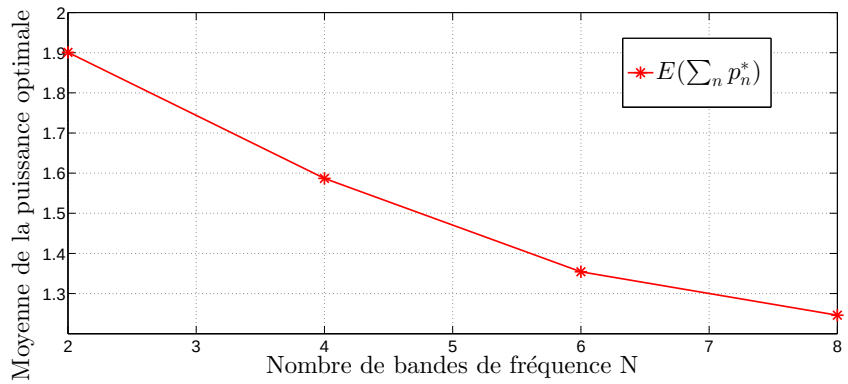
### Effet du nombre de bandes de fréquences

Dans ce paragraphe, nous sommes intéressés à l'effet du nombre de bandes de fréquences disponibles $N$ et nous fixons le nombre de PU à $K = 2$. Ce cas est plus compliqué que le précédent, en terme d'implémentation et temps de calcul, parce que nous avons

besoin d'exécuter notre algorithme itératif pour chacun des $C_{Total}$ cas. Comme pour la Figure 3.8, nous considérons : $C_{Total} = 100.000, R^{min} = 3$ bps et un gain de puissance aléatoire $g_n^{(k)} \sim \mathcal{N}(0,1),\ \forall n \in \mathcal{N},\ \forall k \in \mathcal{K}$. Cependant, les contraintes totales et crêtes ont des dimensions différentes et sont choisies comme suit : $P_n^{peak(1)} = 5$ mW, $\forall n$, $P_n^{peak(2)} = 6$ mW, $\forall n$, $\overline{P}^{(1)} = \overline{P}^{(2)} = 7N$ , $\forall k$. En outre, les liens interférants ne sont plus fixes mais choisis aléatoires tel que $c_n \sim \mathcal{N}(0,10),\ \forall n \in \mathcal{N}$. Dans ce scénario, nous considérons des PUs tolérants qui admettent une version simplifiée de la contrainte d'interférence totale, soit, un niveau maximal $\overline{P}$ qui est proportionnel au nombre de bandes $N$.




(a) *Probabilité lorsqu'une solution n'existe pas vs. N*




(b) *Moyenne de la puissance totale optimale vs. N*

FIGURE 3.9 – *Effet de la variation du nombre de bandes N sur (a) la probabilité* $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ *et (b) la moyenne de la puissance totale optimale*

Dans la Figure 3.9(a), nous traçons la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ en fonction du nombre de bandes de fréquences $N$. Nous observons que la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ diminue avec $N$. Ceci est expliqué par le fait que lorsque le nombre $N$ est en augmentation, le nombre de degrés de liberté dans le système augmente également et une solution à notre problème est susceptible d'exister. Lorsque le nombre de bandes de fréquences ($N \gg 1$) est trop élevé, la probabilité $\widehat{\mathbf{P}}_{out}$ devient nulle (dans Figure 3.9 pour $N = 8$). Par conséquent, le SU est toujours autorisé à transmettre pour les grandes valeurs de bandes de fréquences $N$.

Dans la Figure 3.9(b), nous traçons la moyenne de la puissance consommée en fonction

du nombre de bandes de fréquences $N$. Nous observons que la moyenne de la puissance consommée diminue avec $N$. Ceci est également expliqué par le fait que la dimension du problème augmente et la solution ne peut pas être meilleure (c.à.d., la moyenne de la puissance consommée ne peut pas être plus petite comme l'objectif est de minimiser la consommation de puissance). Nous remarquons également que lorsque le nombre de bandes de fréquences $N$ est très élevé, on obtient un niveau de saturation. Cela signifie que, après une certaine valeur de $N$, même si on ajoute un autre degré de liberté au problème, la solution optimale ne change pas de manière significative.

## 3.5 Connaissance imparfaite des canaux

Dans cette section, nous étudions l'effet des erreurs d'estimation sur l'algorithme d'allocation de puissance en minimisant la consommation de puissance globale sous contrainte de QoS minimale et contraintes de puissance d'interférence.

### 3.5.1 Modèle d'erreur au niveau ST

Dans la suite, nous supposons que l'émetteur secondaire (ST) a seulement une connaissance parfaite de son propre SINR $c_n$ dans chaque bande. Cependant, le ST ne connaît pas exactement le gain de puissance $g_n^{(k)}$ vers chaque récepteur primaire (PR) et a une estimation du gain par $\widehat{g}_n^{(k)}$. Nous supposons que les PRs sont suffisamment espacés, ç.à.d., les gains de puissance dans chaque bande $(g_n^{(1)}, g_n^{(2)}, \ldots, g_n^{(K)})$ pour tous les PR sont indépendants. Nous supposons aussi que les gains de puissance au $k^{\text{ème}}$ PR $(g_1^{(k)}, g_2^{(k)}, \ldots, g_N^{(k)})$ dans toutes les bandes de fréquence sont indépendants de ceux du $k'^{\text{ème}}$ PR, $k \neq k'$.

Nous nous basons sur le modèle d'erreur additif du gain de canal proposé dans [Wang et al., 2011] et Pascual-Iserte et al. [2006], où l'erreur d'estimation de canal perturbant le gain du canal $\epsilon \backsim \mathcal{CN}(0, \sigma_\epsilon^2)$ est une variable complexe gaussienne à symétrie circulaire de moyenne nulle. Ainsi, l'estimation du gain du canal est donnée par :

$$\widehat{h}_n^{(k)} = h_n^{(k)} + \epsilon_n^{(k)}. \tag{3.14}$$

Étant donné que le gain de puissance est $g_n^{(k)} = |h_n^{(k)}|^2$, son estimation est donné par :

$$\widehat{g}_n^{(k)} = g_n^{(k)} + er_n^{(k)}, \ \forall n, \forall k. \tag{3.15}$$

où, $er_n^{(k)} = |\epsilon_n^{(k)}|^2 + 2\Re(h_n^{(k)}\epsilon_n^{(k)})$ a une moyenne $\mathbb{E}[er] = \sigma_\epsilon^2$ et une variance $\sigma_{er}^2 = \sigma_\epsilon^4 + 4g_n^{(k)}\,\sigma_\epsilon^2$. Dans la plupart des cas empiriques, ce modèle d'erreur $er$ est situé dans l'intervalle $\mathcal{I}_r$ en fonction de sa moyenne $\mathbb{E}[er]$ et de sa variance $\sigma_{er}^2$ tel que :
$\mathcal{I}_r = \left[\mathbb{E}[er] - 3\sigma_{er}^2; \mathbb{E}[er] + 3\sigma_{er}^2\right]$.

### 3.5.2 Analyse de la robustesse dans le pire cas

Pour vérifier la robustesse de l'allocation de puissance, plusieurs travaux dans la littérature (par exemple, [Pascual-Iserte et al., 2006, Wang and Palomar, 2009, Wang et al.,

2011] et les références citées) prennent explicitement en compte l'imperfection de l'estimation du canal en adoptant des nouvelles contraintes d'interférence appropriées qui sont robustes par rapport aux pires erreurs d'estimation du canal. Dans ce paragraphe, nous étudions les performances de l'Algorithme 2. Nous supposons un scénario lorsque le SU ne connaît pas le vrai gain de puissance $g_n^{(k)}$, mais seulement une estimation. Nous étudions la robustesse basée sur l'erreur d'estimation dans le pire cas. Deux cas peuvent être distingués : la surestimation, et la sous-estimation des gains de canaux.

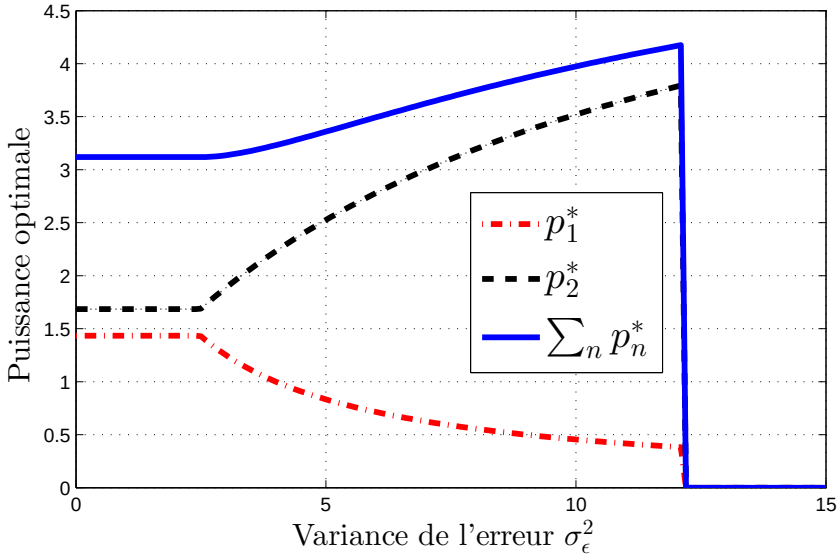
### Sur-estimation du gain de puissances $g_n^{(k)} < \widehat{g}_n^{(k)}$

La sur-estimation du gain de puissances implique que l'ensemble faisable estimé $\widehat{\mathcal{S}}_{\mathcal{N}}$ est plus petit que le vrai ensemble faisable $\mathcal{S}_N$, c.à.d., $\widehat{\mathcal{S}}_{\mathcal{N}} \subseteq \mathcal{S}_N$. Ceci peut conduire à une dégradation des performances du SU. Pour cette raison, nous considérons le pire cas de l'estimation du canal (pire cas pour le SU). C'est le cas dans lequel tous les gains des canaux interférant sont sur-estimées à une valeur maximale sous les hypothèses citées précédemment et en considérant que la variance de l'erreur du gain de canal $\epsilon_n^{(k)}$ est négligeable pour le gain de puissance réelle c.à.d., $\sigma_\epsilon^2 \ll g_n^{(k)}$. En utilisant le modèle d'erreur (3.15), nous pouvons écrire le pire cas estimé du gain de puissance comme suit :

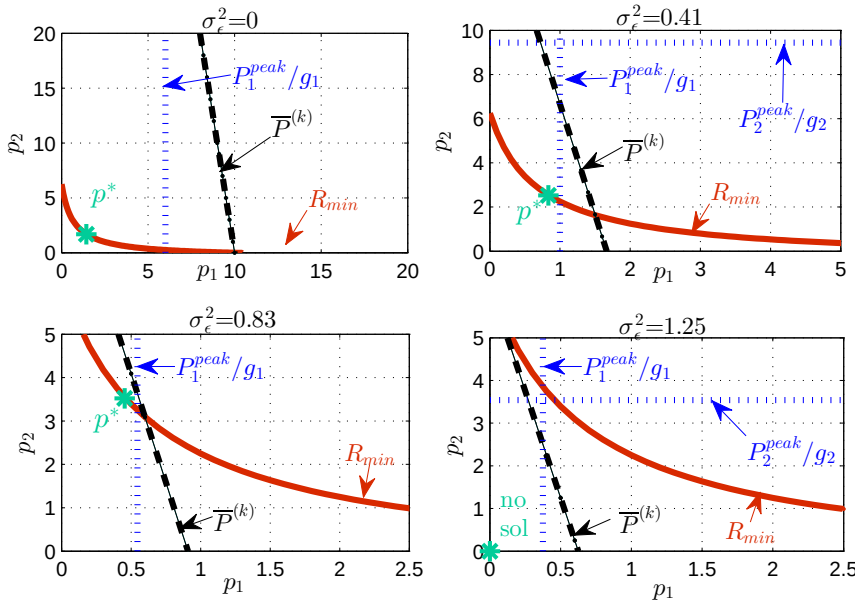
$$\widehat{g}_n^{(k),\text{pire}} \simeq g_n^{(k)} + 12\ g_n^{(k)}\ \sigma_\epsilon^2.$$

Cette expression est obtenue en considérant la valeur maximale de l'intervalle $\mathcal{I}_r$ en supposant que $\sigma_\epsilon^2 \ll g_n^{(k)}$. au gain réel dans le pire cas. Dans le cas de sur-estimation, les erreurs d'estimation n'influencent pas sur les PUs et les contraintes d'interférence sont toujours respectées. Nous proposons d'évaluer l'impact des erreurs d'estimation du canal dans le pire cas sur les performances du SU. Dans la Figure 3.10, nous illustrons le scénario où $N = 2$ bandes de fréquences et $K = 3$ utilisateurs primaires avec les paramètres du système : $R^{min} = 4$ bps, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 2.4$, $P_1^{peak(1)} = 5$ mW, $P_1^{peak(2)} = 6$ mW, $P_1^{peak(3)} = 7$ mW, $P_2^{peak(1)} = P_2^{peak(2)} = 5$ mW, $P_2^{peak(3)} = 7$ mW, $\overline{P}^{(k)} = 10$ mW, $\forall k$, $\widehat{g}_1^{(k)} = 1$, $\forall k$ et $\widehat{g}_2^{(k)} = 0.1$, $\forall k$.

Dans la Figure 3.10(a), nous traçons le comportement de la consommation de puissance optimale ($\sum_n p_n^*$) en fonction de la variance de l'erreur. Comme la variance d'erreur augmente, la performance du SU au point optimal décroît et sa consommation de puissance augmente. Nous remarquons qu' il y a un seuil sur la variance de l'erreur, au-dessus duquel l'ensemble faisable estimée devient vide et le SU n'est pas autorisé à transmettre dans le système. Dans la Figure 3.10(b), nous présentons l'ensemble faisable et la puissance optimale dans quatre cas en fonction de la variance de l'erreur $\sigma_\epsilon^2$. Nous remarquons qu'en augmentant la variance de l'erreur, l'ensemble faisable devient de plus en plus restreint jusqu'à ce qu'une solution n'existe plus (par exemple, lorsque $\sigma_\epsilon^2 = 1.25$). Nous pouvons alors conclure que l'erreur d'estimation a un impact direct sur les contraintes d'interférence dans cette figure. En effet, dans notre modèle, l'erreur d'estimation n'est plus constante mais elle dépend du gain de puissance (égale à $12\ \sigma_\epsilon^2 g_n^{(k)}$), ce qui provoque que les contraintes de puissance diminuent d'une manière proportionnelle avec les gains




(a) *Consommation de puissance vs. la variance de l'erreur* $\sigma_\epsilon^2$




(b) *L'ensemble faisable* $\widehat{\mathcal{S}}_N$ *: contraintes de QoS et d'interférence de puissance*

FIGURE 3.10 – *Sur-estimation dans le modèle d'erreur* $\widehat{g}_n^{(k)} = g_n^{(k)} + 12\ g_n^{(k)}\ \sigma_\epsilon^2$

(qui fait que ces contraintes tombent au-dessous de la courbe de débit lorsque $\sigma_\epsilon^2 = 1.25$).

### Sous-estimation du gain de puissances $g_n^{(k)} > \widehat{g}_n^{(k)}$

La sous-estimation du gain de puissances implique un ensemble faisable estimé $\widehat{\mathcal{S}}_{\mathcal{N}}$ plus large que l'ensemble faisable actuel $\mathcal{S}_N$, c.à.d., $\mathcal{S}_N \subseteq \widehat{\mathcal{S}}_{\mathcal{N}}$. Cela signifie que la performance du SU est améliorée étant donnée cette erreur d'estimation. Le problème majeur est que le SU profite du fait que les contraintes d'interférences estimées deviennent moins restrictives. Ceci se traduit par la création de l'interférence aux PUs qui peut être au-dessus des vraies valeurs tolérées. Ainsi, l'accent est mis non plus sur la performance du SU mais sur le fait que le SU peut violer les véritables contraintes d'interférence imposées par les PUs. Pour cette raison, nous considérons les pires cas d'estimation de l'erreur qui affectent le plus l'interférence créée aux PUs. C'est le cas dans lequel tous les gains de canaux interférant sont sous-estimés à une valeur minimale : sous les hypothèses précédentes et en considérant que $\sigma_\epsilon^2 \ll g_n^{(k)}$. Dans le pire cas, le gain de puissance peut être sous-estimée comme suit :

$$\widehat{g}_n^{(k),\text{pire}} \simeq g_n^{(k)} - 12\ g_n^{(k)}\ \sigma_\epsilon^2.$$

Cette expression est obtenue en considérant la valeur maximale de l'intervalle $\mathcal{I}_r$ et en supposant que $\sigma_\epsilon^2 \ll g_n^{(k)}$ tel qu'on ajoute $\mathbb{E}[er] - 3\ \sigma_{er}^2 = \sigma_\epsilon^2 - 3\ (\sigma_\epsilon^4 + 4\ g_n^{(k)}\sigma_\epsilon^2) \simeq -12\ g_n^{(k)}\sigma_\epsilon^2$ au gain réel dans le pire cas.

Si le SU sous-estime les gains de puissance de ses liens interférant aux PUs, alors l'ensemble faisable estimée est plus grand que le vrai ensemble faisable et la performance du SU pourrait être meilleure suite à ces erreurs d'estimation. La robustesse de la performance du SU n'est pas la question ici. Ces erreurs font que le SU sous-estime ses niveaux d'interférence causés aux PUs ce qui peut entraîner la violation des véritables contraintes des PUs. Ceci est un problème majeur dans les canaux CR dans lesquels la considération primordiale est de garantir le niveau maximal d'interférence aux PUs.

Dans la Figure 3.11, nous considérons le même scénario que dans la Figure 3.10. Nous nous concentrons sur le premier PU et nous traçons les niveaux d'interférence estimés (totale $\overline{P}$ et crête $P^{peak}$) basés sur l'estimation dans le pire cas et les niveaux d'interférence réels. Nous remarquons que la solution n'est pas influencée, dans ce scénario, par l'erreur d'estimation. Dans ce cas, il est facile de voir que la solution ne change pas en augmentant l'ensemble des contraintes d'interférence. Cela signifie que, chaque fois que la solution dans le cas de CSI parfait n'est pas près de la frontière des contraintes d'interférence, la sous-estimation des gains n'influence pas sur la solution optimale. Par conséquent, dans de tels cas ni le SU ni les PUs ne seront affectés par de telles erreurs.

Dans la Figure 3.12, nous traçons le niveau d'interférence estimée (totale et crête) causée par le SU, dans le scénario suivant : $N = 2$, $K = 1$ (un seul utilisateur primaire), $c_1 = 10$, $c_2 = 1$, $g_1^{(1)} = 10$, $g_2^{(1)} = 0.1$, $\overline{P}^{(1)} = 10$ mW , $P_n^{peak(1)} = 5$ mW, $\forall\ n$. Dans ce cas, si un canal donné fournit un très bon lien direct vers le SU ($c_1 >> c_2$) et a aussi un bon lien interférant avec le PU ($g_1 >> g_2$) alors la sous-estimation des erreurs a un impact sur les contraintes du PU. Nous observons que, même pour des valeurs très faibles de la variance d'erreur, l'interférence réelle causée aux PUs est bien supérieure à la limite tolérée : à la fois la contrainte d'interférence totale et la contrainte d'interférence crête dans la bande 1 sont violées par le SU en raison de ces sous-estimations des erreurs.

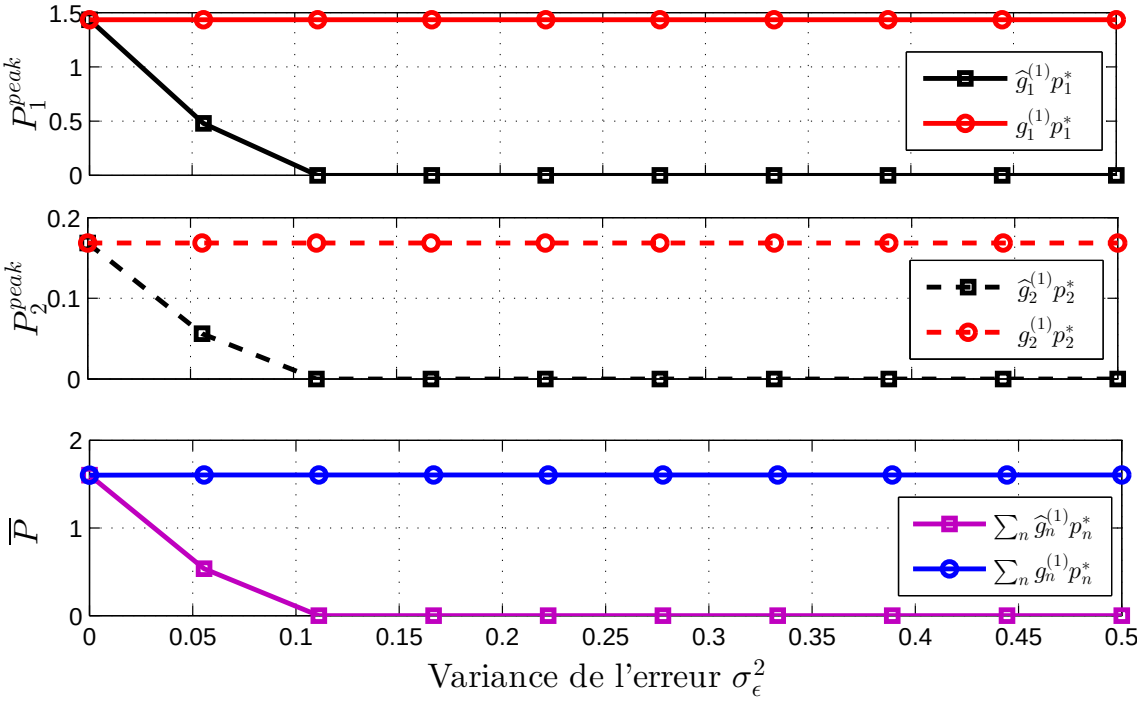



FIGURE 3.11 – *Cas où la sous-estimation des gains n'influence pas nécessairement sur les PUs.*

Plusieurs solutions sont possibles pour faire face à ce manque de robustesse à l'estimation. Une solution, proposée par [Wang et al., 2011], consiste à tenir compte de ces erreurs dans la formulation du problème et changer ainsi l'algorithme d'allocation de puissance. Toutefois, ces approches peuvent se révéler trop rigides et peuvent provoquer que le SU ne sera pas autorisé à transmettre dans la plupart des cas. Une solution plus simple, basée sur l'analyse ci-dessus, est de vérifier si la répartition optimale de la puissance dans le cas de CSI parfaite ne se trouve pas près de la frontière des contraintes maximales d'interférence. Si oui, alors le SU transmet en utilisant son estimation du canal, sinon il n'est pas autorisé à transmettre. Maintenant, le problème est que, bien sûr, le SU ne possèdent pas les connaissances des CSI parfaits. Toutefois, si nous supposons que le SU connaît la variance de l'erreur d'estimation (qui est une hypothèse assez raisonnable), le SU peut calculer la solution basée sur l'analyse du pire cas en utilisant les gains de puissance du lien interférant :

$$\tilde{g}_n^{(k)} = \frac{\hat{g}_n^{(k)}}{1 - 12\sigma_\epsilon^2}, \ \forall n, \ \forall k.$$

Si cette solution ne se situe pas à proximité des frontières des contraintes d'interférence, alors le SU peut transmettre en se basant sur son estimation, sinon, les contraintes d'interférence sont considérées comme critiques et le SU n'est pas autorisé à transmettre. En conclusion, l'estimation des gains est contraignante mais suffisante dans la majorité des

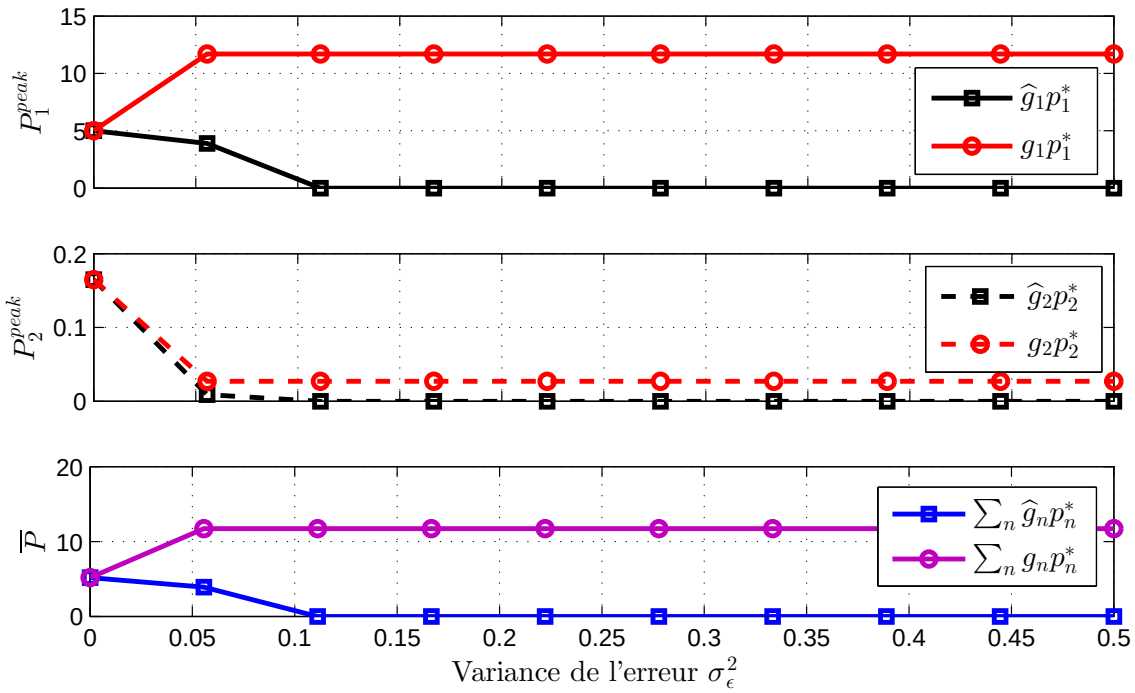



FIGURE 3.12 – *Cas où la sous-estimation des gains a un impact sur les contraintes d'interférence des PUs.*

cas.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé le problème d'allocation de puissance sur plusieurs bandes orthogonales dans un système radio cognitive composé d'un utilisateur secondaire et plusieurs utilisateurs primaires. Nous avons étudié la puissance d'émission minimale au niveau de l'utilisateur secondaire sous une contrainte de qualité de service cible d'un côté, et des contraintes d'interférence crête et totale causés à chaque utilisateur primaire de l'autre coté.

Comme ces contraintes qui doivent être simultanément remplies sont opposées, l'utilisateur secondaire peut ne pas être toujours autorisé à transmettre. Des conditions suffisantes sur les paramètres du système permettant le SU à être actif dans le réseau, ont été fournis. Dans ces conditions, la solution optimale prend la forme d'une solution de type *water-filling*. Dans le cas particulier de deux bandes de fréquences orthogonales, une solution analytique a été fournie. Dans le cas général où une telle solution analytique n'est pas possible, nous avons proposé un algorithme itératif de sous-gradient qui converge toujours vers une solution optimale lorsque le problème est faisable. La performance du SU en termes de probabilité d'être actif dans le système et la puissance consommée moyenne

est illustrée par des résultats numériques. Il se trouve que plus le nombre de bandes disponibles, plus la performance du SU est meilleure, également, plus le nombre de primaires, plus la transmission SU est limitée et donc sa performance diminue.

De plus, nous avons analysé l'effet du CSI imparfait dans le canal radio cognitif sur l'allocation de puissance optimale de l'utilisateur secondaire. Le pire cas en termes d'erreurs d'estimation des gains de canaux a été analysés à la fois, de point de vue performance du SU et du PU. Lorsque le SU sur-estime ses gains des liens interférant aux PUs, le SU n'est pas autorisé toujours à transmettre et encourt donc à une perte de performance qui n'est pas trop critique. Lorsque le SU sous-estime ses gains, il peut influencer sur les contraintes du PU en dépassant les niveau d'interférence maximales tolérables par les PUs. Donc, nous pouvons conclure que notre algorithme itératif est adapté dans le cas de sur-estimation des gains de canaux lorsque le CSI n'est pas parfait. Par contre, dans le cas de sous-estimation des gains de canaux, soit une approche similaire à celle dans [Wang et al., 2011] serait préférable ou bien nous supposons que le SU connaît la variance de l'erreur d'estimation, le SU peut calculer la solution basée sur l'analyse du pire cas en utilisant les gains de puissance du lien interférant proposé dans ce chapitre. Une partie de ce travail a donné lieu à la publication [Masmoudi et al., 2012] dans un congrès international.

> *"Each success only buys an admission ticket to a more difficult problem."*
> — ***Henry Kissinger***

Chapitre 4

# Allocation conjointe de spectre et de puissance pour les utilisateurs opportunistes

## Sommaire


**4.1 Introduction** . . . . . **66**
**4.2 Problème d'ordonnancement et d'allocation de puissance** . . . **67**
4.2.1 Discrétisation . . . . . 67
4.2.2 Existence d'une solution . . . . . 68
4.2.2.1 Conditions Nécessaires (CN) . . . . . 69
4.2.2.2 Conditions Suffisantes (CS) . . . . . 69
4.2.3 Relaxation de Lagrange . . . . . 70
4.2.3.1 Formulation duale . . . . . 71
4.2.3.2 Algorithme itératif de sous-gradient projeté . . . . . 73
4.2.4 Optimalité de la relaxation de Lagrange . . . . . 74
4.2.4.1 Solutions optimales discrètes . . . . . 76
**4.3 Résultats numériques** . . . . . **77**
4.3.1 Efficacité de la consommation de puissance . . . . . 77
4.3.2 Faisabilité du problème . . . . . 78
4.3.3 Cas où les conditions nécessaires ne sont pas respectées . . . . . 80
4.3.4 Cas où les conditions nécessaires sont respectées mais les conditions suffisantes ne sont pas respectées . . . . . 81
**4.4 Cas particulier d'indécision : les systèmes symétriques** . . . . . **83**
4.4.1 Cas extrême où les gains de canaux sont identiques pour tous les SUs et sur toutes les bandes . . . . . 83
4.4.2 Autres cas symétriques . . . . . 86
**4.5 Conclusion** . . . . . **87**

## 4.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné dans le Chapitre 2, le problème d'allocation de ressources dans les systèmes sans fil (sans hiérarchie entre les utilisateurs) a été largement étudié dans des applications dont le principal défi est l'efficacité de la consommation d'énergie (dans les systèmes où la durée de vie de la batterie des appareils est limitée [Pang et al., 2008] ou même dans les réseaux de communications futures 5G [Cavalcante et al., 2014]). D'autre part, la plupart des systèmes sans fil récents ordonnancent dynamiquement les utilisateurs au niveau accès et allouent les ressources de la couche physique en se basant sur les conditions des canaux des utilisateurs ainsi que leurs demandes de qualité de service.

En outre, l'allocation de puissance est particulièrement intéressante lorsqu'elle est couplée avec l'ordonnancement des utilisateurs dans le spectre (dit aussi *scheduling* de spectre [A.Alsawah and Fijalkow, 2008, Gesbert and Alouini, 2003]). Cette allocation conjointe a fait l'objet de nombreuses études dans des systèmes non-radio cognitifs tels que les systèmes *Code Division Multiple Access* (CDMA) dans [Agrawal et al., 2004] et les systèmes *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) de point de vue du lien descendant [Huang et al., 2009a] ou montant [Huang et al., 2009b]. Le travail le plus proche du notre est [Huang et al., 2009b], dans lequel un algorithme qui résout le problème d'allocation de spectre et de puissance a été proposé dans un système OFDM (sans hiérarchie entre les utilisateurs du spectre) afin de calculer la puissance optimale qui maximise la qualité de service globale. Les auteurs abordent ce problème d'ordonnancement discret de spectre en utilisant la relaxation de Lagrange. Cependant, ils ne donnent pas la preuve de la convergence de leur algorithme. Dans le contexte radio cognitif, le problème d'allocation de puissance du SU a été étudié sans les contraintes d'ordonnancement de spectre [Masmoudi et al., 2012, Mertikopoulos and Belmega, 2014, Pang et al., 2010, Yang et al., 2013]. Des solutions décentralisées en utilisant la théorie des jeux non-coopérative sont proposées dans [Alpcan et al., 2002, Scutari and Palomar, 2010, 2009, Wang et al., 2011] .

Dans ce chapitre, nous considérons le problème d'ordonnancement de spectre et d'allocation de puissance qui vise à minimiser la consommation totale de puissance du SU sous contraintes de débit minimal du SU et de puissance d'interférence causée aux PUs dans le contexte radio cognitif (CR) décrit dans le Chapitre 1. Un tel problème présente deux défis majeurs. Tout d'abord, la contrainte de la qualité de service minimale et les contraintes d'interférences maximales peuvent ne pas être satisfaites simultanément. Plusieurs travaux dans la littérature [Palomar and Fonollosa, 2005, Scutari et al., 2008] ont proposé une procédure de *water-filling* classique pour résoudre les problèmes d'allocation des ressources dans les canaux à interférences classiques ou les canaux à accès multiple. Dans ce chapitre, la présence des PUs impose des contraintes d'interférences supplémentaires ajoutées à la contrainte classique de débit minimum. Ces contraintes supplémentaires sont la principale raison pour laquelle les approches numériques classiques ne sont plus adaptées.
La deuxième difficulté dans notre problème est la nature discrète du paramètre d'ordonnancement de l'allocation de spectre (qui représente la fraction de la bande allouée à l'utilisateur). Ce paramètre rend le problème d'optimisation non-convexe. Inspiré de l'approche proposée dans [Huang et al., 2009b], nous utilisons la relaxation de Lagrange et la

formulation duale pour obtenir un problème d'optimisation convexe. Nous étudions ensuite les conditions de KKT du problème relaxé et montrons que les solutions qui répondent à ces conditions sont en fait les solutions du problème non-convexe initial. Pour résoudre le problème relaxé numériquement, nous proposons un algorithme de sous-gradient projeté [Boyd et al., 2003] qui converge vers la solution optimale lorsque le problème est faisable.

Les principales contributions, dans ce chapitre, sont les suivantes :

- Nous proposons des conditions nécessaires et des conditions suffisantes pour l'existence d'une solution dans le problème d'ordonnancement de spectre et l'allocation de puissance dans un système radio cognitif ;
- Nous introduisons un problème d'optimisation convexe basé sur la relaxation de Lagrange du problème non convexe initial. Ensuite, nous prouvons rigoureusement que le problème relaxé propose des solutions discrètes qui sont les solutions au problème initial.
- La solution optimale du problème relaxé, quand elle existe, est calculée par l'intermédiaire d'un algorithme de sous-gradient projeté. Nous montrons que, lorsque le problème est faisable, notre algorithme proposé converge toujours et qu'il converge nécessairement vers une solution optimale qui vérifie les conditions KKT.
- Nous étudions également le cas spécifique d'un système symétrique dans lequel notre algorithme itératif n'est plus adapté et nous proposons une solution analytique.
- Nous illustrons par des résultats numériques, l'efficacité énergétique de notre stratégie d'allocation proposée par rapport à d'autres stratégies arbitraires d'allocation de spectre.

## 4.2 Problème d'ordonnancement et d'allocation de puissance

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier un problème d'allocation de ressources centralisé dans lequel le contrôleur du système ordonnance les SUs afin de réduire au minimum la consommation de puissance globale (qui est en cohérence avec le contexte de la communication *green* [Han et al., 2011, Masera and Lestable, 2011]) tout en respectant les contraintes de qualité de service minimum au SU et sans trop interférer avec les PUS (l'interférence tolérée est au-dessus des limites critiques d'interférence). Deux questions principales se posent auxquelles on essaie de répondre dans ce chapitre :

- L'ordonnancement du spectre : quel SU devrait être autorisé à transmettre dans chaque bande ?
- L'allocation de puissance : quelle est la valeur d'allocation de puissance optimale pour chaque SU dans ses bandes allouées ?

### 4.2.1 Discrétisation

Dans ce contexte, nous avons défini dans (1.2) le débit du SU $q$ dans la bande $n$ par l'expression de la capacité de Shannon dans [Shannon, 1949] et le débit total réalisable pour la transmission du SU $q$ dans (1.3). Afin d'aborder les deux questions posées précédemment,

nous formulons le problème d'optimisation comme suit :

$$(DP_1) \begin{cases} \text{minimiser} \sum_{q\in\mathcal{Q}} \sum_{n\in\mathcal{N}} p_{qn} \\ \text{s.c.} \quad \sum_{n\in\mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \overline{P}_q^{(k)}, \ \forall q, \forall k, \\ \quad\quad 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)}, \ \forall n, \forall q, \forall k, \\ \quad\quad R_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) \geq R_q^{min}, \forall q, \\ \quad\quad \sum_q x_{qn} \leq 1, \forall n, \\ \quad\quad x_{qn} \in \{0,1\}, \forall n, \forall q, \end{cases}$$

où $R_q^{min}$ représente le débit cible du SU $q$, $g_{qn}^{(k)}$ est le gain de puissance du lien interférant $ST_q - PR^{(k)}$, $\overline{P}_q^{(k)}$ est le niveau maximal de puissance d'interférence totale que le SU $q$ est autorisé à causer au $PU^{(k)}$ et $P_{qn}^{peak(k)}$ le niveau maximal de puissance d'interférence crête dans la bande $n$ tel que le SU $q$ est autorisé à causer au $PU^{(k)}$.

Ce problème d'optimisation est difficile pour deux raisons principales. Tout d'abord, les contraintes de qualité de service cibles et les contraintes maximales d'interférence causées aux PUs sont opposées, et par conséquent, l'ensemble faisable peut être vide en fonction des paramètres du système. Deuxièmement, pour éviter l'interférence aux PUs et l'interférence mutuelle entre les SUs, nous supposons que le contrôleur du système affecte au plus un SU à une bande donnée $n$ et que cette bande ne peut plus être allouée à un autre SU. Cela transforme le problème en un problème d'optimisation discret par rapport au paramètre d'ordonnancement qui est aussi la fraction de la bande. Dans le reste de cette section, nous abordons ces deux défis et proposons un algorithme efficace afin de calculer la solution optimale quand elle existe.

### 4.2.2 Existence d'une solution

Le contrôleur doit allouer du spectre à tous les SUs pour assurer un débit cible non nul pour chaque SU. Les SUs doivent atteindre leur débit minimal tout en respectant les contraintes sur les interférences causées aux PUs. Ainsi, la première question qui se pose est : dans quelles conditions (en fonction des paramètres du système) la qualité de service et les contraintes d'interférence peuvent-elles être satisfaites en même temps ?

Notons l'ensemble faisable de ($\mathrm{DP}_1$) par $\mathcal{S}_\mathcal{F}$ défini comme suit :

$$\mathcal{S}_\mathcal{F} = \left\{ \begin{array}{l} (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) \in \{0,1\}_+^{N\times Q} \times \mathbb{R}_+^{N\times Q} \mid \sum_{n\in\mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \overline{P}_q^{(k)}, \ \forall q, \forall k \\ 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)}, \ \forall n, \forall q, \forall k, \quad R_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) \geq R_q^{min}, \forall q \\ \sum_{q\in\mathcal{Q}} x_{qn} \leq 1, \forall n \text{ et } x_{qn} \in \{0,1\}, \forall n, \forall q. \end{array} \right\}.$$

Par la suite, nous donnons des conditions nécessaires et des conditions suffisantes en fonction des paramètres du système pour l'existence d'au moins une solution de ($\mathrm{DP}_1$),

c.à.d., $\mathcal{S}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$.

Nous commençons par supposer, sans perte de généralité, que pour tout SU $q$ $R_q^{min} > 0$. Compte tenu de cette hypothèse et du fait qu'un seul SU est autorisé à transmettre dans une bande donnée, le problème n'a pas de solution quand $N < Q$. Ainsi, une première condition nécessaire triviale, pour qu'une solution existe, est que le nombre de SUs soit supérieur au nombre total de bandes $Q \geq N$.

#### 4.2.2.1 Conditions Nécessaires (CN)

**Théorème 3.** *Si $N \geq Q$ et pour tout $q$, $R_q^{min} > 0$ et si le débit minimum $R_\ell^{min}$ d'un SU $\ell$ arbitraire est supérieur à son débit maximal réalisable $R_\ell^{max}$, alors l'ensemble faisable $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$ est vide. Le débit maximal réalisable d'un SU $\ell$ $R_\ell^{max}$ représente la valeur optimale du problème d'optimisation suivant :*

$$\begin{aligned} R_\ell^{max} = \max_{\underline{p}} & \sum_{n \in \mathcal{N}} \log_2 (1 + p_{\ell n} c_{\ell n}) \\ s.c. \quad & \textstyle\sum_n g_{\ell n}^{(k)} p_{\ell n} \leq \overline{P}_\ell^{(k)}, \\ & g_{\ell n}^{(k)} p_{\ell n} \leq P_{\ell n}^{peak(k)}, \ \forall n, \forall k. \end{aligned} \tag{4.1}$$

*$R_\ell^{max}$ correspond au débit maximal réalisable du SU $\ell$ s'il était le seul SU dans le système qui coïncide avec le débit $R^{max}$ défini dans le chapitre précédent dans (3.4) dans le cas d'un seul SU.*

Ce résultat signifie que s'il y a au moins un SU $\ell$ qui ne peut pas atteindre sa QoS minimale $R_\ell^{min}$, s'il était le seul SU dans le système, le problème ($\mathrm{DP}_1$) n'a pas de solution. Dans le cas particulier où il y a un seul SU dans le système, c.à.d., $Q = 1$, ces conditions nécessaires sont également des conditions suffisantes garantissant l'existence d'une solution. Même si, pour $Q > 1$, ces conditions ne sont pas trop "serrées" (au moins une bande doit être allouée par SU, et par conséquent, aucun SU n'aura accès à toutes les bandes) elles ont le mérite d'être générales, équitables, intuitives et ont une faible complexité de calcul. La preuve de ce théorème est détaillée dans Annexe B.1.1.

#### 4.2.2.2 Conditions Suffisantes (CS)

**Théorème 4.** *Si $N \geq Q$ et pour tout $q$, $R_q^{min} > 0$, et si chaque SU $q$ a un débit minimum $R_q^{min}$ inférieur au seuil $R_q^{CS} = \log_2 \left(1 + \min_n \left\{ c_{qn} \min_k \left\{ \frac{\overline{P}_q^{(k)}}{g_{qn}}, \frac{P_{qn}^{peak(k)}}{g_{qn}} \right\} \right\} \right)$, alors l'ensemble faisable est non vide $\mathcal{S}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$.*

Intuitivement Théorème 4 signifie que si chaque $\mathrm{SU}_q$ a un débit minimum $R_q^{min}$ assez faible, c.à.d., plus petit que le débit obtenu en utilisant seulement son pire canal, alors le problème ($\mathrm{DP}_1$) a au moins une solution. La preuve de ce théorème est détaillée dans Annexe B.1.2.

**Remarque 4.2.1.** *Quand $Q = 1$, $N = 1$ les conditions suffisantes du Théorème 4 sont identiques aux conditions nécessaires du Théorème 3. Cependant, (de manière similaire aux*

*conditions nécessaires du Théorème 3), ces conditions suffisantes ne sont pas assez serrées en général. En effet, quand $Q = 1$ et $N > 1$ les conditions nécessaires du Théorème 3 sont aussi des conditions suffisantes. Néanmoins, dans le cas général, il semble très difficile de trouver de meilleures conditions suffisantes qui sont calculables facilement et équitables à l'égard de tous les SUs. Pour mieux comprendre cela, considérons d'abord le cas où $Q \leq N < 2Q$ : il n'y a pas suffisamment de canaux pour allouer deux canaux par SU. Ainsi, une partie des SUs n'aura qu'un unique canal qui peut être leur pire canal. Dans ce cas, trouver de meilleures conditions suffisantes et équitables semble très peu probable. Maintenant, si $\gamma Q \leq N < (\gamma+1)Q$ avec $\gamma \geq 2$ : il y aura au moins $\gamma$ canaux qui peuvent être alloués à chaque SU. Dans ce cas, une meilleure condition suffisante peut être trouvée par le calcul du débit atteignable sur les $\gamma$ pires canaux pour chaque SU. Cependant, puisque nous ne pouvons pas savoir à l'avance quelle combinaison de canaux $\gamma$ résultant le pire débit réalisable, il faudrait calculer tous les $C_N^{\gamma}$ combinaisons pour chacun des $Q$ SUs.*

Maintenant, si l'ensemble faisable $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$ est non vide, trouver la solution de $(DP_1)$ n'est pas trivial. En effet, nous remarquons que l'ordonnancement des SUs est un problème combinatoire discret $x_{qn} \in \{0,1\}$, $\forall n, \forall q$. Dans ce qui suit, nous allons fournir un algorithme efficace qui calcule la solution optimale en utilisant une approche de relaxation de Lagrange [Boyd et al., 2003].

### 4.2.3 Relaxation de Lagrange

Lorsque l'ensemble faisable $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$ n'est pas vide, nous proposons de résoudre un problème d'optimisation continu dans lequel le paramètre d'ordonnancement est réel $x_{qn} \in [0,1]$ .

$$(CP_2) \begin{cases} \text{minimiser} \displaystyle\sum_{q\in\mathcal{Q}} \sum_{n\in\mathcal{N}} p_{qn} \\ \text{s.c.} \quad \displaystyle\sum_{n\in\mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \overline{P}_q^{(k)}, \ \forall q, \forall k, \\ \qquad 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{peak(k)}, \ \forall n, \forall q, \forall k, \\ \qquad \widetilde{R}_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) \geq R_q^{min}, \forall q, \\ \qquad \displaystyle\sum_q x_{qn} \leq 1, \forall n, \\ \qquad 0 \leq x_{qn} \leq 1, \forall n, \forall q. \end{cases}$$

Inspiré de [Huang et al., 2009b], le problème continu $(CP_2)$ n'est pas exactement la relaxation lagrangienne de $(DP_1)$, mais celle d'un problème discret équivalent (défini plus tard par $(DP_2)$) dans lequel les contraintes de puissance d'interférence crêtes $g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)}$ sont remplacées par $g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{peak(k)}$. De plus, nous remplaçons le débit réalisable de Shannon du SU $q$ dans (1.3) par cette fonction :

$$\widetilde{R}_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) = \sum_{n\in\mathcal{N}} \widetilde{r}_{qn}(x_{qn}, p_{qn}), \tag{4.2}$$

où le débit de la transmission du $q^{\text{ème}}$ utilisateur secondaire dans la bande $n$ s'écrit :

$$\widetilde{r}_{qn}(x_{qn}, p_{qn}) = \begin{cases} x_{qn} \log\left(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}}{x_{qn}}\right), & \text{si } x_{qn} > 0, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{4.3}$$

**Remarque 4.2.2.** *Notons que si $x_{qn} \in \{0, 1\}$, alors la fonction dans (4.3) correspond exactement au débit de Shannon dans (1.2). Par contre, dans le cas continu tel que $x_{qn} \in [0, 1]$ l'expression (4.3) ne correspond plus au débit de Shannon. Le dénominateur du terme $\frac{s_{qn} p_{qn}}{x_{qn}}$ est introduit pour des raisons mathématiques de simplification et va jouer un rôle très important par la suite pour résoudre notre problème d'allocation de ressources.*

L'intérêt majeur de cette approche est que cela nous permettra de résoudre le problème non-convexe initial à l'aide d'un algorithme très efficace basé sur des techniques d'optimisation convexe. Non seulement le problème continu ($\text{CP}_2$) est plus simple à résoudre car c'est un problème d'optimisation convexe, mais aussi, à l'aide de ces deux modifications, le problème ($\text{CP}_2$) aura des solutions discrètes en $\boldsymbol{x}$, qui sont aussi les solutions à notre problème initial ($\text{DP}_1$), comme nous le montrerons plus tard.

#### 4.2.3.1 Formulation duale

Le problème continu ($\text{CP}_2$) est un problème d'optimisation convexe. En effet, la fonction objectif est affine en $\boldsymbol{p}$ et, en ce qui concerne les contraintes : les contraintes d'interférence sont affines en $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p})$ ; les contraintes d'ordonnancement sont affines en $\boldsymbol{x}$ ; et les contraintes de débit sont concaves conjointement en $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p})$. D'après [Boyd and Vandenberghe, 2004], si ($\text{CP}_2$) est convexe alors ce problème peut être résolu par une formulation duale. Nous associons les variables duales $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_q)_{q \in \mathcal{Q}}$ avec les contraintes de puissance d'interférence totale, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_q)_{q \in \mathcal{Q}}$ avec les contraintes de débit et $\boldsymbol{\mu} = (\mu)_{n \in \mathcal{N}}$ avec les contraintes d'ordonnancement de spectre, résultant dans le Lagrangien suivant :

$$\begin{aligned} \mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p}) &= \sum_q \sum_n p_{qn} - \sum_q \beta_q \left(\widetilde{R}_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) - R_q^{min}\right) \\ &+ \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \left(\sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn} - \overline{P}_q^{(k)}\right) + \sum_n \mu_n \left(\sum_q x_{qn} - 1\right). \end{aligned} \tag{4.4}$$

Afin de résoudre ($\text{CP}_2$), il suffit de résoudre le problème dual :

$$\max_{(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}) \geq 0} \min_{(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \in \mathcal{S}_{\mathcal{F}}} \mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p}). \tag{4.5}$$

Inspiré de [Huang et al., 2009b] dans lequel les auteurs considèrent un problème conjoint d'ordonnancement de spectre et d'allocation de puissance dans les systèmes OFDM en maximisant le débit du SU sans les contraintes des PUs, nous proposons de résoudre ($CP_2$) via les étapes suivantes.

**Étape 1 :** La puissance optimale $\mathbf{p}$ qui minimise le Lagrangian $\mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ definit

dans (4.4) pour $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\mu}$ données est une solution de type *water-filling* :

$$p^*_{qn} = \frac{x_{qn}}{c_{qn}} \left[ \frac{\beta_q c_{qn}}{1 + \sum_k \lambda_q^{(k)} g_{qn}^{(k)}} - 1 \right]_0^{\min_k \{P_{qn}^{peak(k)}\} c_{qn}}, \tag{4.6}$$

où nous notons par

$$[x]_a^b = \begin{cases} a & \text{si} \quad x \leq a, \\ x & \text{si} \quad a < x < b, \\ b & \text{si} \quad x \geq b. \end{cases}$$

**Étape 2 :** En substituant $\mathbf{p}^*$ dans $\mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p})$, nous obtenons la fonction :

$$\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}) = -\sum_q \sum_n x_{qn} \left(\varphi_{qn} - \mu_n\right) + \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \overline{P}_q^{(k)} - \sum_n \mu_n, \tag{4.7}$$

où $\varphi_{qn} = \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q) = \aleph_{qn}(a, b, c, d)$ est une fonction des paramètres du système définie par :

$$\begin{cases} 0 & \text{si } \frac{a}{c} \geq b, \\ -b + \frac{a}{c} + b \log_2(\frac{bc}{a}) & \text{si } \frac{a}{c} \leq b \leq \frac{a(dc+1)}{c}, \\ -da + b \log_2(1 + dc) & \text{si } \frac{(a)(dc+1)}{c} < b, \end{cases} \tag{4.8}$$

telles que $a = 1 + \sum_k \lambda_q^{(k)} g_{qn}^{(k)}$, $b = \beta_q$, $c = c_{qn}$ et $d = \min_k \{P_{qn}^{peak(k)}\}$.

**Étape 3 :** Dans l'équation (4.7), nous remarquons que la fonction $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x})$ est affine en $\boldsymbol{x}$. En minimisant $G(\lambda, \beta, \mu, \boldsymbol{x})$ par rapport à $\boldsymbol{x}$, telle que $x_{qn} \in [0, 1]$, nous obtenons la fonction duale suivante :

$$\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}) = -\sum_q \sum_n \left[\varphi_{qn} - \mu_n\right]^+ + \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \overline{P}_q^{(k)} - \sum_n \mu_n, \tag{4.9}$$

avec $[x]^+ = \max(x, 0)$ et l'allocation du spectre $\boldsymbol{x}^*$ est :

$$x^*_{qn}(\boldsymbol{\mu}) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad \varphi_{qn} > \mu_n, \\ 0 & \text{si} \quad \varphi_{qn} < \mu_n. \end{cases} \tag{4.10}$$

Si $\varphi_{qn} = \mu_n$, alors la valeur optimale $x^*_{qn}(\boldsymbol{\mu})$ peut être n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[0, 1]$ tout en garantissant que la contrainte de *scheduling* reste égale à 1 , c.à.d., $\sum_q x^*_{qn} = 1$. Nous pouvons maintenant maximiser la fonction duale $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu})$ par rapport à $\boldsymbol{\mu}$ pour $\boldsymbol{\lambda}$ et $\boldsymbol{\beta}$ donnés, en fixant $\mu_n = \mu^*_n(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ où $\mu^*_n$ est obtenu comme suit :

$$\mu^*_n(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = \max_q \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q). \tag{4.11}$$

**Remarque 4.2.3.** *A partir des équations (4.10) et (4.11), il est clair que* $x^*_{qn}(\boldsymbol{\mu}) = 0$ *si* $q \notin arg \max_{q \in \mathcal{Q}} \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q)$. *Intuitivement, cela signifie que la bande* $n$ *est allouée à un SU* $\ell$ *spécifique si la fonction des paramètres de canaux donnée par* $\varphi_{\ell n}(\lambda_\ell^{(k)}, \beta_\ell)$ *est maximisée par rapport à* $\ell$. *Il peut y avoir des cas d'indécision lorsque plusieurs SUs atteignent la valeur* $\mu_n^*$ *dans la bande* $n$. *C'est le cas où il existe deux SUs,* $SU_r$ *et* $SU_q$, *tels que* $r \neq q$ *et* $\varphi_{qn} = \varphi_{rn} = \mu_n^*$. *Ces cas d'indécision se produisent avec une probabilité nulle si les gains de canaux sont tirés aléatoirement à partir des distributions continues. En pratique, cela implique que ces cas problématiques ne se produisent presque jamais.*

À partir de l'équation (4.10) nous observons également que ($\mathrm{CP}_2$) permet d'avoir des solutions discrètes en $\boldsymbol{x}^*$, quand il est faisable. Puisque nous nous intéressons à la résolution du problème discret ($\mathrm{DP}_1$), nous faisons le choix de sélectionner une solution discrète telle que :

$$x^*_{qn}(\boldsymbol{\mu}^*) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad \varphi_{qn} \geq \mu_n^*, \\ 0 & \text{si} \quad \varphi_{qn} < \mu_n^*. \end{cases} \tag{4.12}$$

**Étape 4 :** En substituant $\boldsymbol{\mu}^*$ dans $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu})$ et remarquant que $\boldsymbol{\mu}^*, \mathbf{p}^*, \mathbf{x}^*$ sont fonctions de $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ nous avons en outre :

$$\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \overline{P}_q^{(k)} - \sum_n \max_q \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q). \tag{4.13}$$

La solution du problème dual (4.5) peut être calculée numériquement en maximisant $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ par rapport $\boldsymbol{\lambda} \geq 0$ et $\boldsymbol{\beta} \geq 0$. Dans ce but, nous utilisons une recherche basée sur le sous-gradient projeté [Boyd et al., 2003] afin de mettre à jour $\boldsymbol{\lambda}$ et $\boldsymbol{\beta}$ comme défini dans l'Algorithme 3 et dans les équations (4.14) et (4.15).

#### 4.2.3.2 Algorithme itératif de sous-gradient projeté

En se basant sur la formulation duale précédente, nous proposons un algorithme itératif de sous-gradient projeté pour calculer la solution optimale de ($\mathrm{CP}_2$) quand elle existe. Les itérations sont détaillées dans l'Algorithme 3. L'approche de sous-gradient projeté introduit dans Chapitre 3, est habituellement utilisée pour calculer les solutions de type *water-filling* [Huang et al., 2009b, Ngo and Le-Ngoc, 2011, Scutari and Palomar, 2010]. L'algorithme proposé converge vers une solution si le problème est faisable.

**Proposition 2.** *Si (CP$_2$) est faisable, l'Algorithme 3 converge toujours et le point de convergence est une allocation de puissance et de spectre optimale.*

La preuve de cette proposition repose sur des outils d'optimisation convexe et est donnée dans Annexe B.2.2. L'intuition est que, le point de convergence qui est discret par rapport au paramètre d'allocation du spectre par construction satisfait les conditions KKT, qui sont à la fois nécessaires et suffisantes pour l'optimalité des problèmes d'optimisation convexe. Nous prouvons rigoureusement la convergence de cet algorithme de sous-gradient projeté dans l'Annexe B.2.

**Algorithm 3:** Algorithme de sous-gradient projeté

**1)** Initialisation : $\beta_q^{[0]}$, $\lambda_q^{(k)[0]}$, $\forall\ q,\ \forall\ k$.
**2)** $i = 1$ .
**3)** **while** *itération* $i < Nb_{Iter}^{max}$ **do**
  **for** *chaque SU* $q \in \mathcal{Q}$ **do**
    **for** *chaque bande* $n \in \mathcal{N}$ **do**
      Mettre à jour les puissances $p_{qn}^{[i]}$ dans (4.6).
      Mettre à jour la fonction des paramètres du système $\varphi_{qn}$ dans (4.8).
      Mettre à jour le multiplicateur de Lagrangien $\mu_n^{[i]}$ dans (4.11).
      Mettre à jour l'allocation d'ordonnancement de spectre $x_{qn}^{[i]}$ dans (4.12).
    **for** $k \in \mathcal{K}$ **do**
      Mettre à jour $\lambda_q^{(k)[i]}$ tel que :

$$\lambda_q^{(k)[i]} = \left[\lambda_q^{(k)[i-1]} - \tau\left(\overline{P}_q^{(k)} - \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{[i]}\right)\right]^+. \tag{4.14}$$

    Mettre à jour $\beta_q^{[i]}$ tel que :

$$\beta_q^{[i]} = \left[\beta_q^{[i-1]} + \tau\left(R_q^{min} - \widetilde{R}_q\left(\underline{x}_q^{[i]}, \underline{p}_q^{[i]}\right)\right)\right]^+. \tag{4.15}$$

    où $\widetilde{R}_q$ est défini dans (4.2) et $\tau$ est le pas de mise à jour.
    $i = i + 1$

**4)** Répéter **3)** jusqu'à la convergence pour tous les SUs dans toutes les bandes $\forall q, \forall n$, $\left|x_{qn}^{[i]} - x_{qn}^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_x$, $\left|p_{qn}^{[i]} - p_{qn}^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_p$, $\left|\beta_q^{[i]} - \beta_q^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_\beta$ et $\max_{k\in\mathcal{K}}\left\{\left|\lambda_q^{(k)[i]} - \lambda_q^{(k)[i-1]}\right| - \epsilon_{\lambda_k}\right\} \leq 0$, où $\epsilon_x$, $\epsilon_p$, $\epsilon_{\lambda_k}$ et $\epsilon_\beta$ sont des paramètres de précision.

### 4.2.4 Optimalité de la relaxation de Lagrange

Notre objectif principal dans le reste de ce chapitre est de montrer que l'Algorithme 3 converge non seulement vers une solution de ($\mathrm{CP}_2$), mais que cette solution est une solution du problème discret initial ($\mathrm{DP}_1$). Pour cela, nous définissons ($DP_2$) la version

discrète de ($\mathrm{CP}_2$) par :

$$(DP_2) \begin{cases} \text{minimiser} \sum_{q\in\mathcal{Q}} \sum_{n\in\mathcal{N}} p_{qn} \\ \text{s.c.} \quad \sum_{n\in\mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \overline{P}_q^{(k)}, \ \forall q, \forall k, \\ \quad 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{peak(k)}, \ \forall n, \forall q, \forall k, \\ \quad \widetilde{R}_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) \geq R_q^{min}, \forall q, \\ \quad \sum_q x_{qn} \leq 1, \forall n, \\ \quad x_{qn} \in \{0,1\}, \forall n, \forall q. \end{cases}$$

L'objectif est de minimiser la consommation de puissance globale des SUs soumis aux contraintes de débit, aux contraintes de puissance d'interférences (identiques à ceux de ($\mathrm{CP}_2$)) et aux contraintes d'ordonnancement discrètes : $x_{qn} \in \{0,1\}$, $\forall n, \forall q$, $\sum_q x_{qn} \leq 1$, $\forall n$.

**Proposition 3.** *Si ($CP_2$) est faisable, toutes les solutions de ($CP_2$) qui sont discrètes par rapport à l'allocation optimale d'ordonnancement $\boldsymbol{x}^*$ sont les seules solutions optimales de ($DP_2$).*

*Preuve :* L'ensemble faisable de ($\mathrm{DP}_2$) est inclus dans l'ensemble faisable de ($\mathrm{CP}_2$). La seule différence entre ces deux problèmes est le paramètre d'ordonnancement $x_{qn}$ qui est discret dans ($\mathrm{DP}_2$) et continu dans ($\mathrm{CP}_2$). Ainsi, nous pouvons remarquer que toute solution discrète pour ($\mathrm{CP}_2$), si elle existe, est également la solution optimale de ($\mathrm{DP}_2$). □

Ensuite, nous comparons les problèmes discrets ($\mathrm{DP}_1$) et ($\mathrm{DP}_2$).

**Proposition 4.** *Les problèmes d'optimisation ($DP_1$) et ($DP_2$) sont équivalents dans le sens que leurs ensembles des solutions sont identiques.*

*Preuve :* Si nous fixons une allocation d'ordonnancement arbitraire $\widetilde{\boldsymbol{x}} \in \mathcal{X}$, où l'ensemble des contraintes d'ordonnancement est défini comme suit :

$$\mathcal{X} = \left\{ \widetilde{\boldsymbol{x}} \in \{0,1\}^{Q\times N} \mid \sum_l \widetilde{x}_{ln} = 1, \forall n \right\},$$

alors, les deux problèmes ($\mathrm{DP}_1$) et ($\mathrm{DP}_2$) sont réduits au même problème d'allocation de puissance ($\mathrm{CP}_3$) dans lequel la seule variable qui reste à optimiser est la variable

d'allocation de puissance[1] des SUs.

$$(CP_3)\begin{cases} \text{minimiser} \displaystyle\sum_{q\in\mathcal{Q}}\sum_{n\in\mathcal{N}} p_{qn}\mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}} \\ \text{s.c.} \quad \displaystyle\sum_{n} g_{qn}^{(k)} p_{qn}\mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}} \leq \overline{P}_q^{(k)},\ \forall q\in\mathcal{Q}, \forall k\in\mathcal{K} \\ \qquad 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn}\mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}} \leq P_{qn}^{peak(k)}\mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}}, \forall q,n,k, \\ \qquad \displaystyle\sum_{q} \mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}} \log_2\left(1+\frac{c_{qn}p_{qn}}{\widetilde{x}_{qn}}\right) \geq R_q^{min},\ \forall n. \end{cases}$$

D'une part, si le paramètre d'ordonnancement est égal à zéro, $\widetilde{p}_{qn}=0$, alors la puissance optimale correspondante est également nulle $\widetilde{p}_{qn}=0$ (par ce que la puissance optimale est linéaire en $\boldsymbol{x}$). D'autre part, si le paramètre d'ordonnancement est égal à 1, alors la puissance optimale $\widetilde{p}_{qn}$ est une solution de type *water-filling* sur le spectre alloué. Ainsi, chaque fois que $\widetilde{\boldsymbol{x}}$ est fixé, les deux problèmes ($\mathrm{DP}_1$) et ($\mathrm{DP}_2$) se réduisent à résoudre les mêmes $Q$ problèmes d'allocation de puissance découplés une pour chaque SU. Tout ce qui reste à prouver est que les deux problèmes ($\mathrm{DP}_1$) et ($\mathrm{DP}_2$) ont le même ensemble d'allocation de spectre optimal $\boldsymbol{x}^*$. Les puissances optimales $\boldsymbol{p}^*$ seront déduites à partir de la résolution de ($\mathrm{CP}_3$).
En supposant que ($\mathrm{DP}_1$) est faisable, alors nous pouvons facilement vérifier que les solutions optimales de ($\mathrm{DP}_1$) satisfont toutes les contraintes de ($\mathrm{DP}_2$). En ajoutant le fait que l'ensemble faisable de ($\mathrm{DP}_1$) contient (et est plus grand que) l'ensemble faisable de ($\mathrm{DP}_2$), nous concluons que les ensembles des solutions des deux problèmes sont identiques. □

#### 4.2.4.1 Solutions optimales discrètes

**Théorème 5.** *Si ($CP_2$) est faisable, alors toutes les solutions de ($CP_2$), qui sont discrètes par rapport à $\boldsymbol{x}^*$, sont les solutions optimales de ($DP_1$).*

Ce théorème est déduit des Propositions 3 et 4. Dans la Proposition 4, nous avons montré que les deux problèmes discrets ($\mathrm{DP}_1$) et ($\mathrm{DP}_2$) sont équivalents. En outre, d'après la Proposition 3, nous avons montré que les solutions optimales discrètes de ($\mathrm{DP}_2$) sont les solutions discrètes de ($\mathrm{CP}_2$). Ainsi, nous pouvons conclure que toutes les solutions discrètes de ($\mathrm{CP}_2$) sont les solutions optimales discrètes de ($\mathrm{DP}_1$).

En conclusion, nos résultats montrent que l'Algorithme 3, construit pour résoudre ($\mathrm{CP}_2$), sélectionne uniquement les solutions discrètes optimales et résout effectivement ($\mathrm{DP}_2$). D'après Proposition 4, les deux problèmes distincts ($\mathrm{DP}_2$) et ($\mathrm{DP}_1$) sont équivalents, donc, notre Algorithme 3 de sous-gradient projeté résout le problème initial ($\mathrm{DP}_1$) et converge vers l'allocation optimale de puissance et de spectre à chaque fois que le problème est faisable.

Dans la section suivante, nous allons présenter quelques résultats de simulation qui illustrent la performance de notre algorithme de sous-gradient projeté en supposant que les canaux sont tirés aléatoirement et sont indépendantes et identiquement distribués (i.i.d).

1. Nous notons par $\mathbb{1}_{\{\widetilde{x}_{qn}\}}$ la quantité qui est égale à 1 si $\widetilde{x}_{qn}=1$ et zéro sinon.

## 4.3 Résultats numériques

Toutes les observations de cette section ont été vérifiées par des simulations avec des paramètres de système génériques. Nous avons sélectionné seulement quelques cas qui sont les plus illustratifs et intéressants.

### 4.3.1 Efficacité de la consommation de puissance

Nous commençons par comparer la consommation de puissance globale entre notre allocation d'ordonnancement de spectre et d'autres techniques arbitraires d'allocation de spectre [Masucci et al.] telles que l'ordonnancement du spectre entrelacé (*interleaved*) et par block (*block-wise*).

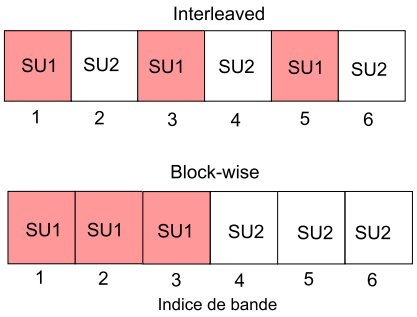



FIGURE 4.1 – *Allocation de spectre (entrelacé et block-wise).*

Dans la Figure 4.1, nous représentons ces deux allocations arbitraires dans le cas de $N = 6$ bandes et $Q = 2$ SUs. Nous remarquons que, dans les deux allocations, chaque SU peut transmettre dans trois bandes mais l'ordonnancement entre les SUs diffère. Dans le schéma d'allocation *block-wise*, les sous-ensembles de bandes adjacentes, appelées blocs, sont attribués à chaque utilisateur (la taille du bloc est égale à trois bandes dans ce cas). Dans le schéma d'allocation entrelacé, les bandes sont espacées uniformément à une distance égal au nombre d'utilisateurs (la taille de bloc est égal à $N - 1 = 1$ dans ce cas).

Une fois l'ordonnancement de spectre fixé, le calcul des allocations de puissance est fait via les méthodes de sous-gradient (ou *water-filling*). Nous nous concentrons uniquement sur les cas dans lesquels le problème est faisable et dans lesquels notre Algorithme 3 converge vers la solution optimale de ($\mathrm{DP}_1$). Ainsi, pour chacune des 1000 réalisations de canaux aléatoires, nous choisissons les débits minimaux cibles égaux aux débits des conditions suffisantes dans le Théorème 4.

Figure 4.2 illustre cette comparaison en fonction de $N \in \{Q, 2Q, 4Q, 8Q, 16Q\}$ dans le scénario suivant : $Q = 4$, $K = 8$, les canaux sont choisis de manière aléatoire tel que $g_{qn}^{(k)} \backsim \mathcal{N}(0, 4)$, $\forall q, \forall n, \forall k$ et $c_{qn} \backsim \mathcal{N}(0, 20)$, $\forall q, \forall n$, $\overline{P}_q^{(k)} = 10$ mW, $\forall q, \forall k$, $P_{qn}^{peak(k)} = 20$ mW, $\forall q, \forall n, \forall k$.

Nous remarquons que les allocations entrelacé et *block-wise* ont la même performance moyenne à cause des gains de canaux qui sont indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d). Notre algorithme est meilleur de point de vue de la consommation de puissance par

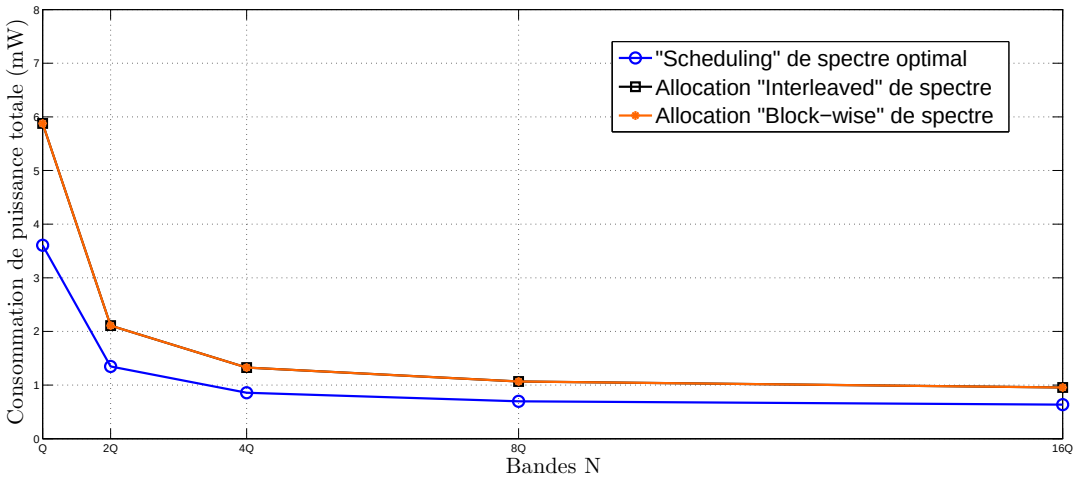



FIGURE 4.2 – *Consommation de puissance moyenne en fonction du nombre de bandes* $N \in \{Q, 2Q, 4Q, 8Q, 16Q\}$ *pour* $Q = 4$ *SUs,* $K = 8$ *PUs lorsque les conditions suffisantes sont toujours satisfaites. Notre allocation optimale du spectre est meilleure que les allocations de spectre arbitraires (entrelacé et* block-wise*).*

rapport à ces allocations de spectre fixes (entrelacé et *block-wise*) et l'écart de performance diminue avec le nombre de bandes $N$. On peut augmenter encore le nombre de bandes $N$ et nous constatons que si $N \to \infty$ ces courbes se confondent.

Les conditions suffisantes qui garantissent l'existence d'une solution et la convergence de l'Algorithme 3, ne sont pas assez serrées en général car elles reposent sur l'utilisation de $Q$ bandes seulement et sur l'hypothèse que chaque SU est autorisé à transmettre dans son pire canal. Trouver des conditions suffisantes plus serrées qui sont calculable explicitement semble une tâche très difficile. Par conséquent, nous étudions les performances de notre algorithme dans les cas où les conditions suffisantes ne sont pas respectées.

### 4.3.2 Faisabilité du problème

Dans la Figure 4.3, nous illustrons la probabilité empirique (à travers 1000 réalisations de canaux aléatoires) que le problème ($\mathrm{DP}_1$) ne soit pas faisable en fonction de la QoS cible $R^{min}$ dans le scénario suivant : $N = 4$, $K = 8$, $Q = 2$, $R_q^{min} = R^{min}$, $\forall q$, $\overline{P}_q^{(k)} = 10$ mW, $\forall q, \forall k$, $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 27.8797 & 2.0727 & 0.7779 & 4.3263 \\ 7.6688 & 7.6722 & 11.0049 & 1.7281 \end{pmatrix}$ [2], $P_{qn}^{peak(k)} = 20$ mW, $\forall q, \forall n, \forall k$ et les gains de puissance $g_{qn}^{(k)} \backsim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2)$, $\forall q, \forall n, \forall k$ pour une valeur arbitraire de variance $\sigma_g^2 = 2$.

Afin de décider si le problème est faisable ou non, nous testons si l'algorithme converge

2. Nous notons par $\boldsymbol{c} = \left[c_{qn}\right]_{q,n}$ la matrice de dimension $Q \times N$ avec les coefficients $c_{qn}$ pour tous les SUs et toutes les bandes.

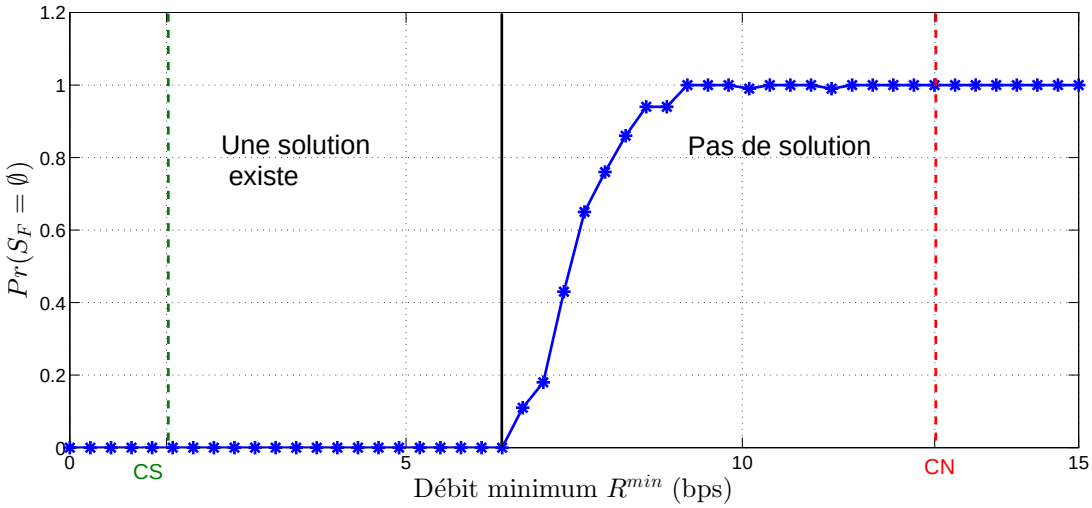



FIGURE 4.3 – *Probabilité empirique lorsque le problème n'est pas faisable en fonction du débit minimum cible $R^{min}$ pour chaque SU.*

avant que le nombre maximal d'itérations est atteint. D'après la Proposition 2 et le Théorème 5, si l'algorithme converge, alors le point de convergence est une solution optimale de ($\mathrm{DP}_1$). Pour des raisons pratiques, si l'algorithme atteint le nombre maximal d'itérations avant la convergence, nous décidons que le problème n'est pas faisable. Cette approche est basée sur une recherche empirique pour le nombre maximal d'itérations. Dans ce cadre nous fixons $10^5$ comme étant le nombre maximal d'itérations.

Dans la Figure 4.3, nous remarquons qu'il y a un seuil, $R^{min} \simeq 6.25$ bps, en dessous duquel une solution existe et au-dessus duquel le problème n'est pas faisable. Les deux autres seuils tracés, CS et CN, illustrent le pire cas des conditions suffisantes et des conditions nécessaires sur toutes les réalisations aléatoires et sont calculés comme suit. Nous notons par $R_q^{CS(t)}$ les débits de la condition suffisante du Théorème 4 pour la réalisation aléatoire du canal $t \in \{1, \ldots, 1000\}$. De même, nous notons par $R_q^{CN(t)}$ les débits des conditions nécessaires du Théorème 3 qui dépendent également de la réalisation aléatoire $t$. Le seuil CS représente la valeur minimale des débits $R_q^{CS(t)}$ des réalisations de canal sur l'ensemble des SUs et sur toutes les réalisations : $\min_{q,t}\{R_q^{CS(t)}\} = 1,44$ bps et le seuil CN représente la valeur maximale des débit $R_q^{max(t)}$ pour tous les SUs et sur toutes les réalisations : $\max_{q,t}\{R_q^{CN(t)}\} = 12.86$ bps.

Bien que les valeurs de CS et CN dans la Figure 4.3 soient les conditions des pires cas (pour tous les canaux aléatoires et tous les SUs), ils montrent toujours que nos conditions suffisantes et nos conditions nécessaires ne sont pas trop serrées, en général, comme nous l'avons déjà discuté dans la Remarque 4.2.1. Cela signifie qu'il y a beaucoup de cas pour lesquels nous ne savons pas à priori si le problème est faisable ou pas : ce sont les cas où les conditions suffisantes ne sont pas respectées, mais les conditions nécessaires sont

respectées. Par la suite, dans la Section 4.3.4, nous nous intéressons justement à ces cas intéressants.

### 4.3.3 Cas où les conditions nécessaires ne sont pas respectées

Nous illustrons d'abord le cas où les conditions nécessaires ne sont pas respectées, c.à.d., il existe au moins un SU $q$ tels que le débit cible est supérieur au débit maximal réalisable dans le Théorème 3, $R_q^{min} \geq R_q^{max}$. Nous considérons le scénario suivant [2] :$N = 4$, $K = 8$, $Q = 2$, $\overline{P}_q^{(k)} = 10$ mW, $\forall q, \forall k$, $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 27.8797 & 2.0727 & 0.7779 & 4.3263 \\ 7.6688 & 7.6722 & 11.0049 & 1.7281 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{g}^{(k)} = \begin{pmatrix} 2.4086 & 3.2329 & 1.1983 & 0.4016 \\ 1.8904 & 0.1510 & 0.0362 & 0.3318 \end{pmatrix}$ [3] , $\forall k$, $P_{qn}^{peak(k)} = 20$ mW, $\forall q, \forall n, \forall k$, $R_1^{CS} = 1.4421$ *bps*, $R_2^{CS} = 4.7488$ *bps*. Nous fixons les débits cibles $R_1^{min} = R_2^{min} = 13$ bps qui sont plus élevés que les débits maximaux que chaque SU pourrait atteindre si ils étaient seuls dans le système : $R_1^{max} = 8.0803$ *bps*, $R_2^{max} = 12.8686$ *bps*.

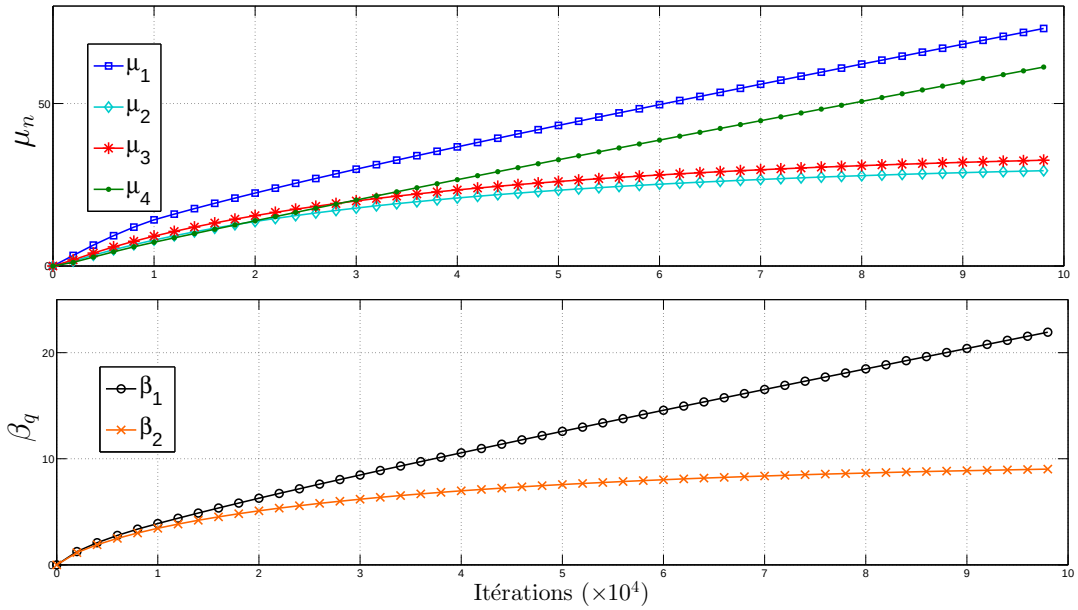



FIGURE 4.4 – *Algorithme 3 atteint le nombre maximal d'itérations* ($10^5$) *sans qu'il y ait convergence.*

Figure 4.4 illustre l'évolution des multiplicateurs de Lagrange $\mu_n$ et $\beta_q$ correspondant aux contraintes moyennes par rapport aux itérations de l'algorithme. On remarque que l'Algorithme 3 ne converge pas avant que le nombre maximal d'itérations soit atteint. Dans ce cas, nous décidons que le problème n'est pas faisable. Une alternative serait de pouvoir

3. Nous notons $\boldsymbol{g}^{(k)} = \left[g_{qn}^{(k)}\right]_{q,n}$ la matrice de dimension $Q \times N$ avec les coefficients $g_{qn}^{(k)}$ pour tous les SUs et toutes les bandes.

augmenter encore le nombre maximal d'itérations, mais ce processus doit être fini et une décision finale doit être faite à un certain point.

### 4.3.4 Cas où les conditions nécessaires sont respectées mais les conditions suffisantes ne sont pas respectées

Ici, nous illustrons le cas où les conditions nécessaires sont respectées et au moins une des conditions suffisantes n'est pas respectée, c.à.d. $\exists q,\ R_q^{CS} < R_q^{min}$ et $\forall q,\ R_q^{min} \leq R_q^{max}$ dans le même scénario que la Figure 4.4 sauf pour les débits cibles qui sont entre les seuils des conditions suffisantes et les conditions nécessaires. Nous considérons alors ces deux cas : $R_q^{min} = 3$ bps, $\forall q$ puis $R_q^{min} = 8$ bps, $\forall q$.

#### Comportement de notre algorithme

Dans la Figure 4.5, nous voulons vérifier si notre algorithme de sous-gradient projeté converge vers une solution optimale ou non.

Dans la Figure 4.5(a), nous traçons les multiplicateurs de Lagrange $\mu_n$, $\beta_q$ associés respectivement aux contraintes d'ordonnancement et de débit lorsque les débits cibles minimales sont $R_1^{min} = R_2^{min} = 3\ bps$. Nous pouvons voir que notre algorithme converge dans ce cas et, par conséquent, le problème est faisable et résolu par l'Algorithme 3. En effet, les multiplicateurs de Lagrange convergent vers les valeurs optimales $\mu_n^*$ et $\beta_q^*$ qui sont strictement positives et satisfont avec égalité la contrainte d'ordonnancement et la contrainte du débit respectivement.

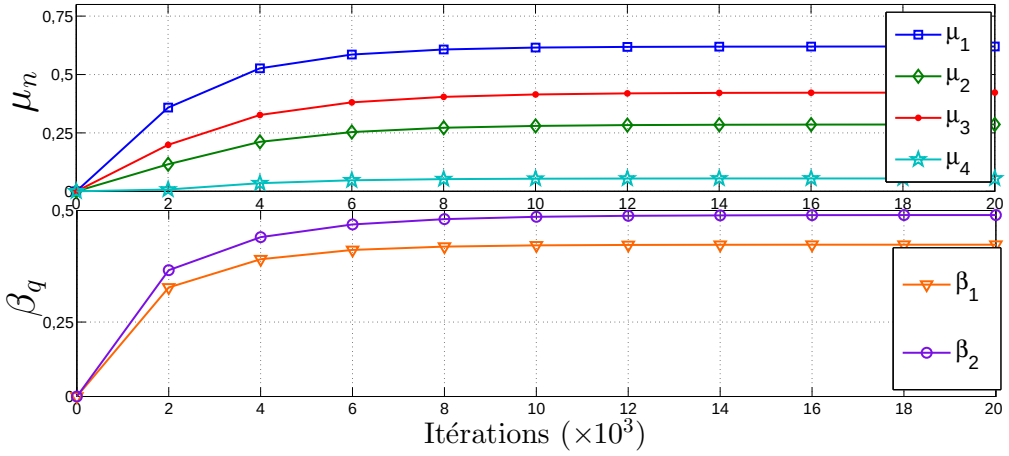
Dans la Figure 4.5(b), nous fixons le minimum débit cibles $R_1^{min} = R_2^{min} = 8\ bps$. Dans ce cas, nous remarquons que notre algorithme atteint le nombre maximal d'itérations sans la convergence. En raison de ces débits cibles élevés, l'algorithme ne converge pas dans le temps et, par conséquent, le problème n'a pas de solution. Nous avons vérifié que rajouter des itérations ne suffisait pas. Ces résultats sont illustrés dans la Figure 4.3 dans laquelle la probabilité $\hat{\mathbb{P}}_{out}$ est égale à zéro lorsque $R_q^{min} = 3\ bps,\ \forall q$ mais elle est égale à 1 si $R_q^{min} = 8\ bps,\ \forall q$.

#### Solution Water-filling

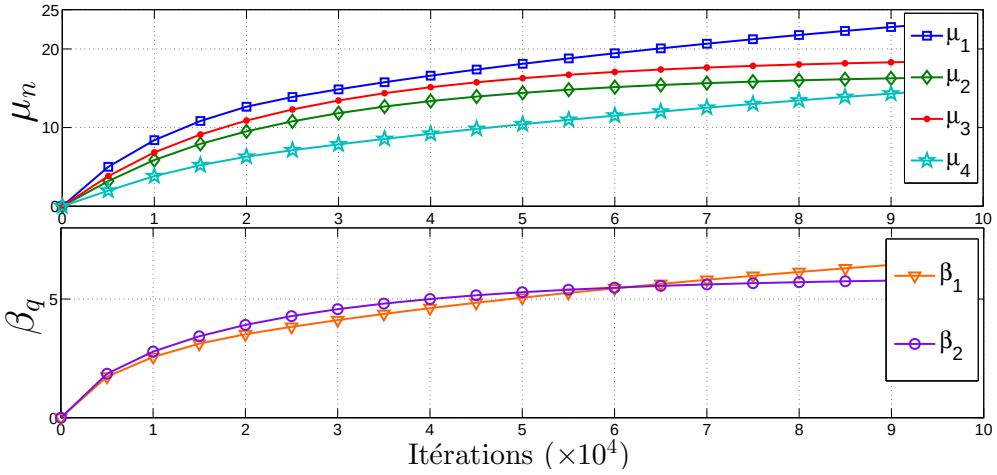
Figure 4.6 illustre l'ordonnancement et d'allocation de puissance optimales dans le cas où notre algorithme converge pour le même scénario que dans la Figure 4.5(a).

Nous remarquons que la solution optimale est équitable en terme du nombre de bandes par SU : deux bandes sont allouées à chaque SU. Bande 1 et 4 sont allouées à $SU_1$, parce que $SU_1$ a un SNR plus élevé que $SU_2$ dans ces bandes. Bande 2 et 3 sont allouées à $SU_2$ pour la même raison. Cette allocation de puissance et de spectre satisfait toutes les conditions KKT, donc, c'est une solution optimale.

En conclusion, lorsque les conditions suffisantes ne sont pas respectées, bien que les conditions nécessaires sont respectées, nous ne savons pas a priori si l'Algorithme 3 converge ou non. Néanmoins, nous pouvons encore exploiter notre algorithme pour décider si le problème est faisable ou non, et ainsi calculer la solution optimale quand elle existe. Si l'algorithme converge avant d'atteindre le nombre maximal d'itérations, alors nous savons




(a) *Convergence de l'Algorithme 3 vers une solution optimale*




(b) *Divergence de l'Algorithme 3*

FIGURE 4.5 – *Comportement de l'Algorithme 3 lorsque les conditions suffisantes ne sont pas respectées (a)* $R_q^{min} = 3$, $\forall q$ *le problème est faisable et l'algorithme converge et (b)* $R_q^{min} = 8$, $\forall q$ *l'algorithme ne converge pas dans ce cas.*

que le problème est faisable et que le point de convergence est une solution optimale de ($DP_1$). Sinon, nous pouvons soit augmenter encore le nombre maximal d'itérations soit décider que le problème n'est pas faisable. Dans tels cas, au lieu de ne pas permettre à aucun des SUs de transmettre, le contrôleur du système peut diminuer le débit cible minimum des SUs (une QoS inférieure peut être mieux que pas de QoS dans les applications à faible débit de données) ou peut même décider d'autoriser seulement un sous-ensemble des SUs de transmettre pour transformer le problème pour qu'il devient faisable comme mentionné dans [A.Alsawah and Fijalkow, 2008].

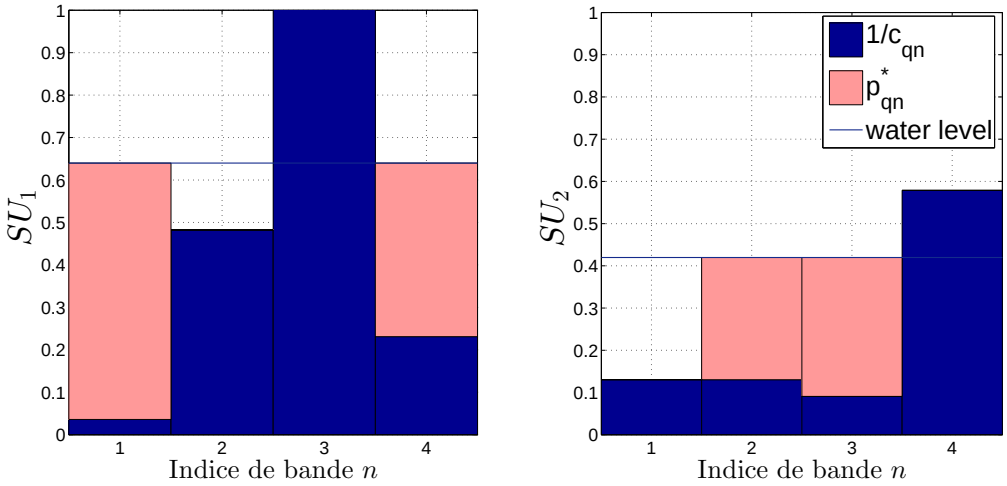



FIGURE 4.6 – *Allocation de puissance et de spectre optimales lorsque l'algorithme 3 converge. Le contrôleur du système alloue deux bandes par SU.*

Comme nous l'avons mentionné, ils existent d'autres cas dans lesquels l'Algorithme 3 ne permet pas de calculer la solution. Cela se produit dans des cas d'indécision entre plusieurs SUs (ç.à.d., décider si le SU est autorisé à transmettre dans une bande donnée ou pas).

## 4.4 Cas particulier d'indécision : les systèmes symétriques

Dans cette section, nous nous intéressons aux systèmes symétriques dans lesquels notre algorithme ne permet pas de calculer la solution. Ces cas particuliers d'indécision se produisent si plusieurs SUs ont la même valeur maximale pour le paramètre de décision $\mu_n^*$ décrit dans la Section 4.2.3.1 (c.à.d., il existe deux SUs $q \neq r$ tels que $\varphi_{qn} = \varphi_{rn} = \mu_n^*$).

### 4.4.1 Cas extrême où les gains de canaux sont identiques pour tous les SUs et sur toutes les bandes

Considérons le système complètement symétrique dans lequel tous les SUs ont les mêmes gains de canaux, les mêmes contraintes d'interférence crête et moyenne, et ont les mêmes débits cibles : $c_{qn} = c$, $g_{qn} = g$, $P_{qn}^{peak} = P^{peak}$, $\overline{P}_q = \overline{P}$ et $R_q^{min} = R^{min}$, $\forall n$, $\forall q$.

**Remarque 4.4.1.** *Dans ce cas, l'allocation optimale de puissance est telle que tous les SUs allouent uniformément leur puissance sur leurs bandes allouées. Pour tout paramètre d'ordonnancement $\boldsymbol{x}^*$, l'allocation de puissance est une solution de type* water-filling *[Scutari et al., 2008] [Palomar and Fonollosa, 2005] dérivée des conditions KKT :*

$$p_{qn}^* = \begin{cases} \frac{1}{c}\left[\frac{\beta_q c}{1+\lambda_q g} - 1\right]_0^{P^{peak}c} & si\ x_{qn}^* = 1, \\ 0 & sinon, \end{cases} \tag{4.16}$$

*et, par conséquent, nous avons $p^*_{qn} = p^*_q$, pour toute bande $n$ qui est utilisée à la solution optimale par SU $q$.*

**Proposition 5.** *Si une solution optimale $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{p}^*)$ existe, toutes les bandes de fréquence sont utilisées.*

Ce résultat signifie que si l'ensemble faisable est non vide, aucune bande reste inutilisée par les utilisateurs opportunistes.

**Proposition 6.** *Dans le problème discret ($DP_1$) avec des canaux symétriques, toutes les contraintes de débit et toutes les contraintes d'ordonnancement sont actives à la solution (c.à.d., les contraintes de débits et d'ordonnancement sont satisfaites avec égalité).*

La preuve de cette proposition est détaillée dans Annexe B.4.1.

Par la suite, l'idée principale est de simplifier le problème ($\mathrm{DP}_1$) dans lequel les inconnues sont $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{p}$ et de le réduire à un problème dans lequel la seule inconnue est $N^*_q$, $\forall q$ où $N^*_q$ désigne le nombre de bandes allouées à l'optimum au $\mathrm{SU}_q$ [4] :

$$N^*_q \triangleq Card\left\{n \in \mathcal{N} \mid \ x^*_{qn} = 1\right\}.$$

D'après la Proposition 6, puisque la contrainte d'ordonnancement est satisfaite avec égalité, le nombre total de bandes allouées aux SUs à la solution est égal au nombre total de bandes $N$.

$$\sum_q N^*_q = N. \tag{4.17}$$

La preuve de ce résultat est détaillé dans l'Annexe B.4. D'après la Proposition 6 la contrainte de débit est satisfaite avec égalité et d'après la remarque 4.4.1 l'allocation de puissance uniforme est optimale, nous pouvons écrire la puissance optimale $p^*_{qn}$ comme suit :

$$p^*_{qn} = \begin{cases} \frac{1}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q}\right) - 1\right) & \text{si } x^*_{qn} = 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

4. Notons par $Card(\mathcal{X})$ la valeur du cardinal de l'ensemble $\mathcal{X}$.

À partir de (4.17), le problème discret ($\mathrm{DP}_1$) est simplifié de la façon suivante :

$$(DP_N)\quad\begin{cases} \text{minimiser} \displaystyle\sum_{q\in\mathcal{Q}} \frac{N_q}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q}\right)-1\right) & \\ \text{s.c.} \quad \displaystyle\frac{N_q}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q}\right)-1\right) \leq \frac{\overline{P}}{g},\ \forall q, & (C1) \\ \displaystyle\frac{1}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q}\right)-1\right) \leq \frac{P^{peak}}{g},\ \forall q, & (C2) \\ \displaystyle\sum_{q=1}^{Q} N_q = N, & (C3) \\ N_q \in \mathbb{N}^*,\ \forall q. & (C4) \end{cases}$$

Ce problème est intéressant car il n'est plus un problème d'ordonnancement et d'allocation de puissance conjointe $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$ mais dépend uniquement du nombre de bandes allouées à l'optimum $N_q^*, \forall q$.

Pour des raisons de simplicité, nous commençons par supposer que le nombre de bandes disponibles est proportionnel au nombre de SUs. Cela signifie que le rapport $N/Q$ est un nombre entier : $N/Q \in \mathbb{N}$.
Maintenant, nous allons prouver que la solution optimale du problème ($\mathrm{DP}_N$) est d'allouer le spectre d'une manière équitable entre les SUs.

**Proposition 7.** *La solution optimale du problème ($DP_N$), lorsque ce problème est faisable, est d'allouer le spectre uniformément aux SUs :*

$$N_q^* = \frac{N}{Q},\ \forall q. \tag{4.18}$$

La preuve de cette proposition est détaillée dans Annexe B.4.2.
La solution analytique est donnée par :

$$p_{qn}^* = \begin{cases} \frac{1}{c}(\exp(\frac{R^{min}Q}{N})-1) & \text{si } x_{qn}^* = 1, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{4.19}$$

où $\left\{x_{qn}^*\right\}_{qn}$ est tout paramètre d'allocation du spectre, tel que chaque bande est utilisée et à chaque SU on alloue exactement $\frac{N}{Q}$ bandes. En conclusion, afin de minimiser la consommation de puissance du système symétrique CR, tout le spectre doit être utilisé (voir la Proposition 5). Et comme tous les SUs ont les mêmes conditions de communication, le contrôleur du système ne privilégie aucun SU et le spectre est équitablement divisé entre eux. Il existe de nombreuses façons d'allouer le spectre soit par une allocation entrelacé ou *block-wise*[Masucci et al.]. Ces deux types d'allocations (voir Figure 4.1 ) sont toutes équivalentes étant donné la symétrie du système. Ensuite, chaque SU alloue uniformément sa puissance comme dans (4.19) sur les bandes qui lui sont allouées.

Enfin, nous proposons une solution plus générale dans le cas où le nombre des bandes n'est pas proportionnel au nombre des SUs, $N/Q \in \mathbb{Q}^+$. Il se trouve que la solution

optimale du ($\mathrm{DP}_N$) est très semblable à l'allocation du spectre juste discutée ci-dessus.

**Proposition 8.** *Une solution optimale du problème ($DP_N$) lorsque ce problème est faisable est donnée comme suit :*

$$N_q^* = \begin{cases} \lfloor \frac{N}{Q} \rfloor + 1 & si \quad q \in \left\{1, \ldots, N - \lfloor \frac{N}{Q} \rfloor Q\right\}, \\ \lfloor \frac{N}{Q} \rfloor & si \quad q \in \{N - \lfloor \frac{N}{Q} \rfloor Q + 1, \ldots, Q\}, \end{cases} \tag{4.20}$$

où nous notons par $\lfloor x \rfloor$ la partie entière de x.

La preuve de cette proposition est détaillée dans Annexe B.4.2. L'allocation optimale de la puissance est uniforme sur toutes les bandes qui sont utilisées par les SUs et est donnée dans (4.19). La différence avec le cas précédent réside dans le nombre de bandes que chaque SU peut utiliser.

En conclusion, lors de la résolution du problème ($DP_N$) dans ce système symétrique et grâce à la forme convexe de la fonction objectif dans un espace continu, deux cas se présentent :

a) si la solution du problème continue convexe relaxé (c.à.d., $N/Q$) est un entier alors cette allocation équitable du spectre est optimale $N_q^* = \frac{N}{Q}$, $\forall q$ ;

b) si $\frac{N}{Q}$ n'est pas un entier alors chaque SU est autorisé à transmettre dans soit $\lfloor \frac{N}{Q} \rfloor$ ou $\lfloor \frac{N}{Q} \rfloor + 1$ bandes tel que $\sum_q N_q^* = N$. Cela signifie que la solution n'est pas parfaitement équitable (comme le cas précédent) et $\{Q - N + \lfloor \frac{N}{Q} \rfloor Q\}$ SUs seront autorisé à transmettre dans une bande supplémentaire.

### 4.4.2 Autres cas symétriques

Mis-à-part ce cas particulier, il y a d'autres cas intéressants mais plus compliqués à résoudre :

(i) le cas dans lequel un SU $q$ a les mêmes gains de canaux et les seuils d'interférence crête dans toutes les bandes de fréquence, par contre, deux SUs différents n'ont pas nécessairement les mêmes conditions de canaux : $c_{qn} = c_q$, $g_{qn} = g_q$, $P_{qn}^{peak} = P_q^{peak}$, $\forall n$ ;

(ii) le cas où dans une bande $n$ tous les SUs ont les mêmes gains de canaux et les seuils d'interférence crête : $c_{qn} = c_n$, $g_{qn} = g_n$, $P_{qn}^{peak} = P_n^{peak}$, $\forall q$.

Bien que dans le premier cas (i), nous pouvons simplifier le problème en utilisant l'allocation de puissance uniforme optimale pour chaque SU $q$, une solution analytique semble difficile, voire impossible, à trouver car, contrairement au cas parfaitement symétrique, nous ne pouvons plus conclure à partir des conditions KKT que le nombre de bandes allouées est le même pour tous les SUs. Dans le second cas (ii), nous ne pouvons plus utiliser le fait que l'allocation optimale de puissance est uniforme sur le spectre alloué. Alors, nous ne pouvons même pas simplifier le problème selon le cas symétrique. Comme ces cas semblent difficiles et arrivent avec une probabilité zéro dans la pratique, nous ne les détaillerons pas dans ce manuscrit.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'allocation de spectre et l'allocation de puissance aux utilisateurs opportunistes dans un réseau de CR dont le but est de minimiser la consommation totale de puissance. Nous avons proposé des solutions à ces deux principaux défis. Une première difficulté réside dans les contraintes de qualité de service et de puissance d'interférence qui peuvent ne pas être respectées simultanément. Pour aborder cette question, nous avons fourni des conditions nécessaires et des conditions suffisantes générales à l'existence d'une solution optimale. Un deuxième défi est la non-convexité de ce problème à cause de l'ordonnancement discret du spectre. Nous avons exploité l'approche de relaxation de Lagrange afin de résoudre notre problème initial non convexe et nous avons proposé un algorithme de sous-gradient projeté qui converge vers l'allocation optimale de puissance et de spectre lorsque le problème est faisable. Nous avons prouvé que le point de convergence de notre algorithme est solution optimale du problème discret initial. Nous avons également étudié le cas particulier des canaux symétriques pour lequel nous avons proposé une solution analytique. Ce travail a donné lieu à deux publications [Masmoudi et al., 2015b] dans un congrès national, [Masmoudi et al., 2015c] dans un congrès international et une soumission [Masmoudi et al., 2015a] dans le revue de *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*.

Les travaux futurs pourraient envisager une analyse plus approfondie des cas dans lesquels le problème est infaisable. Au lieu de ne pas autoriser tous les SUs de transmettre, le contrôleur du système pourrait décider de supprimer un sous-ensemble bien choisi des SUs (de manière similaire à [A.Alsawah and Fijalkow, 2008]) pour rendre le problème d'optimisation faisable avec une probabilité de coupure limitée à un petit nombre d'utilisateurs.

*"Not knowing when the dawn will come,*
*I open every door."*
— ***Emily Dickinson***

# Conclusions et perspectives

Dans cette thèse, nous avons abordé des problèmes d'allocation de ressources dans les systèmes radio cognitifs dans un contexte de communication *green* qui a comme objectif l'efficacité énergétique dans des scénarios domotiques. L'étude de ces problèmes sont particulièrement pertinents dans le contexte actuel de l'augmentation continue des dispositifs connectés dans l'environnement de la maison qui entraîne une forte augmentation de la consommation d'énergie. Dans cette thèse, nous avons étudié le problème d'allocation de ressources non seulement de point de vue allocation de puissance mais nous avons également examiné les problèmes d'allocation du spectre, au sens du *scheduling* des utilisateurs opportunistes du spectre.

- Dans le Chapitre 1, nous avons présenté un modèle centralisé de système radio cognitif composé d'un contrôleur, plusieurs utilisateurs secondaires et plusieurs utilisateurs primaires. La transmission est effectuée sur plusieurs bandes de fréquence orthogonales. Nous avons présenté aussi les différentes contraintes imposées au système radio cognitif : les contraintes de débit afin d'atteindre un minimum de qualité de service pour les transmissions des utilisateurs secondaires, les contraintes de puissance d'interférence (crête et totale) pour protéger chaque utilisateur primaire et pour limiter les interférences causées par l'utilisateur secondaire, et les contraintes discrètes de *scheduling* de spectre afin que les utilisateurs secondaires accèdent au spectre d'une manière opportuniste sans trop créer d'interférence.
- Dans le Chapitre 2, nous avons analysé les différentes métriques de l'efficacité énergétique les plus populaires dans les systèmes radio cognitifs : la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence induite ; la minimisation de la consommation de puissance sous contraintes de débit minimum et le ratio débit puissance. Toutes ces trois métriques sont interprétées du point de vue du compromis entre la minimisation de puissance et la maximisation de débit. Pour chaque métrique, la solution efficace d'allocation de puissance représente un compromis puissance vs débit. En considérant les deux premières métriques, toutes les paires de compromis optimaux peuvent être obtenues et une relation géométrique entre elles est proposée. Cela n'est pas le cas avec la troisième métrique. Nous avons considéré dans les chapitres suivants la deuxième métrique. Ce choix est justifié par plusieurs raisons. D'abord, dans différentes types d'applications, il est plus naturel de définir d'abord les contraintes

de QoS minimum (e.g., applications vidéo *streaming* nécessitent très haut débits alors que les applications de capteurs nécessitent des débits faibles) et ensuite pour être efficace en terme de la consommation de puissance, le choix naturel de l'objectif est de minimiser cette consommation. De plus, en comparant avec les autres métriques, ce choix ne nécessite pas une estimation pertinente de la consommation de la puissance de circuit des dispositifs émetteurs et/ou récepteurs (cas de la troisième métrique : le ratio débit puissance) et ne nécessite pas une conversion bits par seconde vs. Watts (cas de la première métrique : la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence induite).

- Dans le Chapitre 3, nous avons analysé cette métrique de l'efficacité énergétique dans un système radio cognitive composé d'un utilisateur secondaire et plusieurs utilisateurs primaires. Nous avons étudié la minimisation de la puissance moyenne au niveau de l'utilisateur secondaire sous une contrainte de qualité de service cible, et des contraintes d'interférence moyenne et crête causé à chaque utilisateur primaire. Nous avons proposé un algorithme itératif basé sur la solution de type *water-filling*. Dans le cas particulier ou seulement deux bandes de fréquence sont disponibles, nous avons proposé une solution analytique. Nous avons analysé aussi l'effet du CSI imparfait dans le canal radio cognitif. L'objectif est toujours le même, le SU veut minimiser sa consommation de puissance sous contrainte de débit et d'interférence maximale crées par les utilisateurs primaires. Le pire cas en termes d'erreurs d'estimation a été analysés à la fois, de point de vue performance du SU et du PU. Lorsque le SU sur-estime ses liens interférants avec les PUs, la solution est trop pessimiste et le SU n'est pas autorisé a exploiter efficacement le spectre. Lorsque le SU sous-estime ses liens interférant au PU, il ne respecte pas les contraintes des PUs en dépassant les niveaux d'interférences maximales imposés par les PUs. Donc, nous pouvons conclure que notre algorithme itératif est adapté dans le cas de sur-estimation des gains de canaux lorsque le CSI n'est pas parfait. Par contre, dans le cas de sous-estimation des gains de canaux, une approche similaire à celle dans [Wang et al., 2011] est préférable. Donc, notre solution est adaptée aux canaux radio cognitive si et seulement si une bonne connaissance des canaux est disponible aux SUs.
- Finalement, dans le Chapitre 4, nous avons ajouté au système précédent plusieurs utilisateurs SUs. Dans ce cas plus général, nous avons étudié le problème conjointe d'allocation de spectre et d'allocation de puissance aux utilisateurs opportunistes dans un réseau CR dont le but est minimiser la consommation de puissance globale des SUs. Nous avons fourni des conditions nécessaires et conditions suffisantes générales pour l'existence d'une solution optimale. Nous avons exploité l'approche de relaxation de Lagrange afin de résoudre notre problème initial non convexe (en raison de l'ordonnancement discret du spectre) et proposé un algorithme de sous-gradient projeté qui converge vers l'allocation optimale de puissance et de spectre lorsque le problème est faisable. Nous avons également étudié le cas particulier des canaux symétrique pour lequel nous avons proposé une solution analytique.

## Perspectives

Parmi les travaux futurs et extensions intéressantes de cette thèse on peut citer :

### À court terme :

Nous pouvons ajouter à notre travail dans le Chapitre 2, l'étude des stratégies des allocations de ressources qui maximisent les deux autres métriques de l'efficacité énergétique (i.e., la maximisation de débit avec pénalité sur l'interférence induite et le ratio débit puissance) dans le cas général de plusieurs SUs et plusieurs PUs.

Nous pouvons aussi étudier l'influence d'une connaissance imparfaite du CSI au niveau des SUs et analyser l'impact sur la robustesse du problème d'allocation conjointe de puissance et spectre défini dans le Chapitre 4. Dans ce cas, nous devrons changer le problème d'optimisation est appliquer la méthode de robustesse utilisée dans [Pascual-Iserte et al., 2006, Wang and Palomar, 2009, Wang et al., 2011, Yang et al., 2013] pour inclure les effets des erreurs du CSI dans les contraintes afin de garantir que les SUs respectent toujours les contraintes d'interférence aux PUs.

### À moyen terme :

Nous pouvons envisager une analyse plus approfondie des scénarios dans lesquels le problème est infaisable. Le problème est infaisable à cause du caractère opposé des contraintes des débits minimaux et des contraintes d'interférence maximale. Au lieu de ne pas autoriser tous les SUs de transmettre, le contrôleur du système peut décider de supprimer un sous-ensemble bien choisi de SUs pour rendre le problème d'optimisation faisable.

Quand le nombre des SUs est supérieure au nombre des bandes, notre algorithme n'est plus adaptable. A cause de l'hypothèse d'équité entre les SUs c'est à dire que seulement un SU peut transmettre dans une bande donnée. Nous pouvons relâcher cette hypothèse de telle sorte que tous les SUs peuvent utiliser une bande donnée. Nous pouvons aussi penser à ne pas laisser un petit nombre d'utilisateurs secondaires de communiquer pendant une partie du temps. Nous combinerons ainsi le partage temporel *time sharing* et le *scheduling* [A.Alsawah and Fijalkow, 2008] de façon à obtenir l'équivalent des fractions de bandes.

### À long terme :

Dans cette thèse nous avons supposé qu'un contrôleur des utilisateurs opportunistes optimise d'une manière centralisé le spectre et les allocations de puissance des SUs. Dans le cas d'un nombre très grand des SUs cette approche n'est plus adapté. Une approche décentralisée peut alors être envisagé en exploitant les outils de la théorie des jeux [Belmega et al., 2009, 2011, Scutari and Palomar, 2010, 2009, Wang et al., 2011]. Les SUs ne peuvent plus être *schedulés* (en absence du contrôleur) ils vont donc utiliser toutes les bandes de fréquences. Chaque SU est autonome et choisit son propre allocation de puissance qui optimise sa propre consommation de puissance. L'étude des solutions comme l'équilibre de Nash ou l'équilibre de Debreu serait très intéressante [Bacci et al., 2015].

D'autre part, nous pouvons relaxer les hypothèses des canaux statiques et étudier le problèmes d'allocation de puissance dynamique ou variant dans le temps. Parmi les travaux qui se sont intéressés à ce point, nous pouvons citer l'approche de *learning online* dans [Mertikopoulos and Belmega, 2013, 2014].

Annexe A

# Preuves du chapitre 3

## A.1 Preuve du Théorème 1. Solution analytique dans le cas de deux bandes

Afin d'étudier la faisabilité des contraintes en analysant l'ensemble $\mathcal{S}_2$ défini dans (3.6), nous étudions les points d'intersection $\{(\widehat{p}_1^{(k)}, \widehat{p}_2^{(k)}), (\widetilde{p}_1^{(k)}, \widetilde{p}_2^{(k)})\} \in \mathcal{A}$, des fonctions $f_1(.)$ dans l'équation (3.7) et $f_2^{(k)}(.)$ dans l'équation (3.8) en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} p_2 = \dfrac{1}{c_2}\left(\dfrac{2^{R^{min}}}{1+c_1p_1} - 1\right), \\ p_2 = \dfrac{\overline{P}^{(k)} - g_1^{(k)}p_1}{g_2^{(k)}}, \forall\ k \in \mathcal{K}, \\ p_1 \in \left[0, \min\limits_{\ell}\left\{\dfrac{P_1^{peak(\ell)}}{g_1^{(\ell)}}\right\}\right]. \end{cases} \tag{A.1}$$

En outre, nous avons :

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{P}^{(k)} - g_1^{(k)}p_1}{g_2^{(k)}} = \dfrac{1}{c_2}\left(\dfrac{2^{R^{min}}}{1+c_1p_1} - 1\right), \\ p_1 \in \left[0, \min\limits_{\ell}\left\{\dfrac{P_1^{peak(\ell)}}{g_1^{(\ell)}}\right\}\right]. \end{cases} \tag{A.2}$$

À partir de la première équation dans (A.2), nous obtenons une équation quadratique en $p_1$ :

$$\Delta_{p_1}^{(k)} = \left(\overline{P}^{(k)}c_1c_2 - g_1^{(k)}c_2 + g_2^{(k)}c_1\right)^2 + 4g_1^{(k)}c_2c_1(\overline{P}^{(k)}c_2 + g_2^{(k)} - g_2^{(k)}2^{R^{min}}). \tag{A.3}$$

(a) S'il existe un indice $k$ tel que $\Delta_{p_1}^{(k)} < 0$, cela signifie que $f_1(p_1) > f_2^{(k)}(p_1)\ \forall p_1 \in \mathbb{R}$ et que $f_1(.)$ ne coupe pas $f_2^{(k)}(.)$. Cela signifie que la contrainte de qualité de service au SU n'est pas satisfaite en même temps que la contrainte d'interférence totale du $PU^{(k)}$. Ainsi, $\mathcal{S}_2 = \varnothing$ et il n'y a pas de solution à notre problème dans (3.1).

(b) Sinon, si $\Delta_{p_1}^{(k)} \geq 0\ \forall k \in \mathcal{K}$ qui est équivalent à $\overline{P}^{(k)} \geq -g_1^{(k)}/c_1 - g_2^{(k)}/c_2 + 2\sqrt{(g_1^{(k)} g_2^{(k)})/(c_1 c_2) 2^{R^{min}}}$ pour tout $k$, alors nous avons deux points d'intersection $\widehat{p}^{(k)} = (\widehat{p_1}^{(k)}, \widehat{p_2}^{(k)})$ et $\widetilde{p}^{(k)} = (\widetilde{p_1}^{(k)}, \widetilde{p_2}^{(k)}), \widehat{p}^{(k)}, \widetilde{p}^{(k)} \in \mathcal{A}$ qui deviennent identiques ($\widehat{p}^{(k)} \equiv \widetilde{p}^{(k)}$) si $\Delta_{p_1}^{(k)} = 0$. Ces points d'intersection sont exprimées comme suit :

$$\begin{aligned} \widehat{p_1}^{(k)} &= \frac{(\overline{P}^{(k)} c_1 c_2 - g_1^{(k)} c_2 + g_2^{(k)} c_1) - \sqrt{\Delta_{p_1}^{(k)}}}{2 g_1^{(k)} c_1 c_2}, \\ \widetilde{p_1}^{(k)} &= \frac{(\overline{P}^{(k)} c_1 c_2 - g_1^{(k)} c_2 + g_2^{(k)} c_1) + \sqrt{\Delta_{p_1}^{(k)}}}{2 g_1^{(k)} c_1 c_2}. \end{aligned} \tag{A.4}$$

**Remarque A.1.1.** *Nous avons fait la convention de désigner le plus petit point d'intersection $\widehat{p}_1$ et le plus grand $\widetilde{p}_1$. Ainsi, nous avons pour tout PU $k$, $\widehat{p}_1^{(k)} < \widetilde{p}_1^{(k)}$, $\widehat{p}_2^{(k)} = f_1(\widehat{p}_1^{(k)})$ et $\widetilde{p}_2^{(k)} = f_1(\widetilde{p}_1^{(k)})$.*

Nous avons deux cas différents :

i) S'il existe une paire $(\ell, j) \in \mathcal{K}^2$ tel que $\widetilde{p_1}^{(\ell)} < \widehat{p_1}^{(j)}$, alors, l'aire d'intersection entre $f_1$, $f_2^{(\ell)}$ et l'aire d'intersection entre $f_1$, $f_2^{(j)}$ ne se croisent pas et l'ensemble est vide $\mathcal{A} = \varnothing$. Ainsi, il n'y a pas de solution parce que la contrainte de débit, la contrainte de puissance d'interférence totale du $PU\ell$ et la contrainte de puissance d'interférence totale du $PUj$ ne sont pas simultanément satisfaites. Contrairement au premier cas (a), malgré le fait que la contrainte de débit est satisfaite avec la contrainte de puissance d'interférence totale du $PU\ell$ d'une part et avec la contrainte de puissance d'interférence totale du $PUj$ d'autre part, l'ensemble faisable $\mathcal{S}_2$ est vide et il n'y a pas de solution. Nous illustrons ce cas dans la Figure A.1 où nous considérons le scénario suivant : $N = 2$, $K = 4$, $c_1 = 1$ , $c_2 = 5$, $\overline{P}^{(k)} = 10$ mW, $\forall k$, $R^{min} = 5$ bps, $P_n^{peak(k)} = 20$ mW, $\forall n, \forall k$, $g_1^{(1)} = 1.4$, $g_1^{(2)} = 0.25$, $g_1^{(3)} = 1$, $g_1^{(4)} = 2$, $g_2^{(1)} = 2.2$, $g_2^{(2)} = 10$, $g_2^{(3)} = 1.5$, $g_2^{(4)} = 2.3$. Nous remarquons qu'il n'y a pas de solution parce que la contrainte de débit, la contrainte de puissance d'interférence totale du $PU2$ et la contrainte de puissance d'interférence totale du $PU4$ ne sont pas simultanément satisfaites tel que $\widetilde{p_1}^{(4)} < \widehat{p_1}^{(2)}$.

ii) Sinon, si $\forall(\ell, j) \in \mathcal{K}^2$ nous avons $\widetilde{p}_1^{(\ell)} \geq \widehat{p}_1^{(j)}$, alors que nous avons toujours un ensemble $\mathcal{A}$ non-vide dans lequel la contrainte de débit et les contraintes d'interférence totale à tous les PUs sont satisfaites simultanément. Maintenant, la discussion est en fonction de la position des points d'intersection $(\widehat{p}_1^{(k)}, \widehat{p}_2^{(k)})$ et $(\widetilde{p}_1^{(k)}, \widetilde{p}_2^{(k)})$ par rapport à l'origine parce que nous vérifions la positivité de la contrainte de solution.

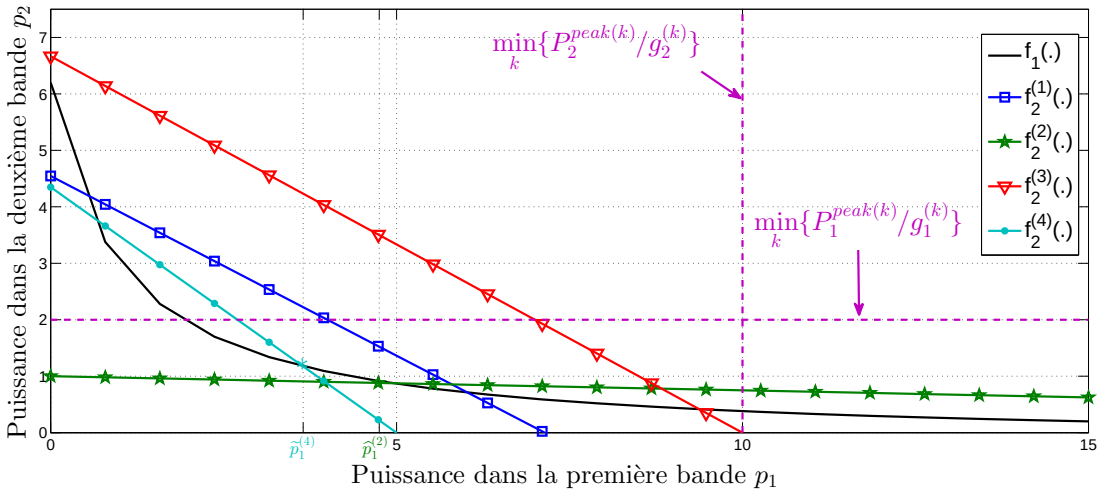



FIGURE A.1 – *Le cas i) où l'ensemble $\mathcal{A}$ est vide car $\widetilde{p}_1^{(4)} < \widehat{p}_1^{(2)}$ .*

- S'il existe un indice $m \in \mathcal{K}$ tel que $\widetilde{p_1}^{(m)} < 0$ (Remarque A.1.1), cela signifie que la contrainte de positivité n'est pas respectée pour $p_1$ et $\mathcal{A} \subset (-\infty, 0) \times (0, +\infty)$. Ainsi, $\mathcal{S}_2 = \varnothing$ et nous n'avons pas de solution.
- Sinon, pour tout $m \in \mathcal{K}$, nous avons $\widetilde{p_1}^{(m)} \geq 0$. Dans ce cas, il y a deux situations similaires, soit, s'il existe un indice $m \in \mathcal{K}$ tel que $\widehat{p_1}^{(m)} < 0$ c.à.d, $\mathcal{A} \subset (0, +\infty)^2$ ou si, pour quelque $m \in \mathcal{K}$ à la fois des deux abscisses des points d'intersection $\widehat{p_1}^{(m)}$ et $\widetilde{p_1}^{(m)}$ sont positifs dire, $\mathcal{A} \subset (0, +\infty)^2$. Ensuite, l'existence de la solution dépend des contraintes pic d'interférence. Par conséquent, une solution unique existe si $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} \neq \varnothing$. Il se trouve que si l'une de ces conditions suivantes est remplie, alors au moins un de la puissance crête contraintes d'interférence ne sont pas remplies :
  * Si $\min_k\{P_1^{peak(k)}/g_1^{(k)}\} < \min_k\{\widehat{p}_1^{(k)}\}$, alors la contrainte de puissance d'interférence crête dans la première bande est trop restrictive et n'a pas rencontré simultanément avec les autres contraintes.
  * La même discussion peut être faite dans la deuxième bande si $\min_k\{P_2^{peak(k)}/g_2^{(k)}\} < \min_k\{\widetilde{p}_2^{(k)}\}$.
  * Si le point de coordonnées $(\min_k\{P_1^{peak(k)}/g_1^{(k)}\}, \min_k\{P_2^{peak(k)}/g_2^{(k)}\})$ est strictement inférieure à la courbe des taux $f_1(.)$, alors la contrainte de taux et les contraintes électriques pic d'interférence ne sont pas remplies simultanément. Nous comparons ensuite ce point à son image par la fonction de taux $f_1(.)$. Ainsi, l'ensemble réalisable est vide ($\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset$) si $f_1^{-1}(\min_k\{P_2^{peak(k)}/g_2^{(k)}\}) > \min_k\{P_1^{peak(k)}/g_1^{(k)}\}$ et si $f_1(\min_k\{P_1^{peak(k)}/g_1^{(k)}\}) > \min_k\{P_2^{peak(k)}/g_2^{(k)}\}$.
  * Sinon, si toutes ces conditions précédentes ne sont pas remplies, alors une solution unique existe et est donnée par :

$$\begin{cases} p_1^* &= \left[-\dfrac{1}{c_1}+\sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}\right]_x^y, \\ p_2^* &= \left[-\dfrac{1}{c_2}+\sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}\right]_w^z, \end{cases} \tag{A.5}$$

où $x, y, w, z$ sont les valeurs des bords telles que :

$$x = \max\left\{\max\left\{\min_k\{\widehat{p_1}^{(k)}\}, 0\right\}; f_1^{-1}\left(\min_k\left\{\frac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right)\right\},$$

$$y = \min\left\{\min\left\{\min_k\{\widetilde{p_1}^{(k)}\}, f_1^{-1}(0)\right\}; \min_k\left\{\frac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right\},$$

$$w = \max\left\{\max\left\{\min_k\{\widetilde{p_2}^{(k)}\}, 0\right\}; f_1\left(\min_k\left\{\frac{P_1^{peak(k)}}{g_1^{(k)}}\right\}\right)\right\},$$

$$z = \min\left\{\min\left\{\max_k\{\widehat{p_2}^{(k)}\}, f_1(0)\right\}; \min_k\left\{\frac{P_2^{peak(k)}}{g_2^{(k)}}\right\}\right\}.$$

**Remarque A.1.2.** *L'expression de la solution optimale donnée dans l'équation (A.5) est déduite à partir des étapes suivantes :*

- *Il est facile de prouver par absurde que la contrainte de débit est satisfaite avec égalité à l'optimum :* $R^*(p_1^*, p_2^*) = R^{min}$.
- *Trouver le point d'intersection de la tangente* $p_1 + p_2 = cte$ *et de la courbe* $R(p_1, p_2) = R^{min}$.
- *Si ce point tangent satisfait toutes les contraintes (voir la discussion ci-dessus), alors* $p_1^* = -\dfrac{1}{c_1} + \sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}$ *et* $p_2^* = -\dfrac{1}{c_2} + \sqrt{\dfrac{2^{R^{min}}}{c_1c_2}}$. *Sinon nous le projetons sur les contraintes telles que* $x \leq p_1^* \leq y$ *et* $w \leq p_2^* \leq z$.

## A.2 Preuve de Théorème 2. Solution de Water-filling

Deux scénarios sont possibles :

- Si $R^{min} > R^{max}$, alors $\mathcal{S}_N = \emptyset$ : dans ce cas, il n'y a pas d'allocation de puissance possible, i.e, aucun vecteur $\underline{p} \in \mathbb{R}_+^N$ qui satisfait simultanément toutes les contraintes dans les équations (1.8), (1.7) et(1.6).

- Sinon, si $R^{min} \leq R^{max}$, alors $\mathcal{S}_N \neq \emptyset$ :
  En tenant compte la concavité du débit, la linéarité des contraintes de puissance et la convexité de la fonction objectif, il est facile de prouver que $\mathcal{S}_N$ est un ensemble

convexe [Boyd and Vandenberghe, 2004], soit $\forall\ \underline{p}', \underline{p}'' \in \mathcal{S}_N,\ \ \forall\ \theta \in [0,1]$ nous avons :

$$\theta \underline{p}' + (1-\theta)\ \underline{p}'' \in \mathcal{S}_N. \tag{A.6}$$

Ainsi, le problème d'optimisation (3.1) est un problème d'optimisation convexe qui a au moins une solution optimale [Boyd and Vandenberghe, 2004]. Par conséquent, nous pouvons appliquer la méthode de Lagrange pour résoudre (2.6 ). Avant de faire cela, nous remarquons que tous les $N \times K$ contraintes dans (2.5) réduisent à seulement $N$ contraintes :

$$0 \leq p_n \leq \min_k \{P_n^{peak(k)}/g_n^{(k)}\}, \forall\ n \in \mathcal{N}.$$

Le Lagrangien de ce problème est donné par :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\underline{p}, \beta, \underline{\lambda}, \underline{\alpha}, \underline{\mu}) &= \sum_{n=1}^{N} p_n - \beta \left( \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n) - R^{min} \right) \\ &+ \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \left( \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n - \overline{P}^{(k)} \right) - \sum_{n=1}^{N} \alpha_n g_n^{(k)} p_n + \sum_{n=1}^{N} \mu_n \left( g_n^{(k)} p_n - P_n^{peak(k)} \right),\end{aligned} \tag{A.7}$$

où $\beta$, $\underline{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_K)$, $\underline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_N)$ et $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N)$ sont les multiplicateurs de Lagrange non-négatifs des contraintes correspondantes (1.8) et (1.7) respectivement. Nous notons par $\underline{p}^*$ la solution optimale.
Les Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions d'optimalité sont suffisantes et nécessaires et sont détaillés ci-dessous :

1) Calculer la solution qui rend la dérivé de Lagrange nulle :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_n} \right|_{p_n = p_n^*} = 0\ ,$$

2) Multiplicateur de Lagrange non-négative de la contrainte de débit :

$$\beta > 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n^*) = R^{min},$$

$$\text{ou } \ \beta = 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n^*) > R^{min},$$

3) Multiplicateur de Lagrange non-négative de la contrainte de puissance d'interférence totale pour chaque utilisateur primaire :

$$\lambda_k > 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* = \overline{P}^{(k)} \text{ ou } \lambda_k = 0 \ \text{ et } \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* < \overline{P}^{(k)}\ ,$$

4) Multiplicateur de Lagrange non-négative des contraintes de puissances crête pour chaque bande :

$$\alpha_n > 0 \text{ et } g_n^{(k)} p_n^* = 0 \text{ ou } \alpha_n = 0 \ \text{ et } g_n^{(k)} p_n^* > 0,$$

$$\mu_n > 0 \text{ et } p_n^* = \min_k \left\{ \frac{P_n^{peak(k)}}{g_n^{(k)}} \right\} \text{ ou } \mu_n = 0 \text{ et } p_n^* < \min_k \left\{ \frac{P_n^{peak(k)}}{g_n^{(k)}} \right\}.$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, afin de calculer la solution optimale de notre problème, la dérivé du Lagrangien dans (A.7) est mise à zéro et donc :

$$p_n^* = \frac{\beta}{\ln(2)(1 + \sum_k \lambda_k g_n^{(k)} + (\mu_n - \alpha_n) g_n^{(k)})} - \tfrac{1}{c_n}. \tag{A.8}$$

Compte tenu des autres conditions KKT, la solution optimale en fonction de ($\alpha_n$,$\mu_n$) est caractérisée comme suit. Pour tout $n \in \mathcal{N}$ nous avons :

⋆ $\alpha_n = 0$ et $\mu_n = 0$,

La puissance optimale est strictement entre 0 et $\min_k \left\{ \frac{P_n^{peak}}{g_n} \right\}$ :

$$p_n^* = \frac{\beta}{\ln(2)(1 + \sum_k \lambda_k g_n^{(k)})} - \frac{1}{c_n}, \tag{A.9}$$

⋆ $\alpha_n = 0$ et $\mu_n > 0$,

$$p_n^* = \min_k \left\{ \frac{P_n^{peak(k)}}{g_n^{(k)}} \right\}, \tag{A.10}$$

⋆ $\alpha_n > 0$ et $\mu_n = 0$,

$$p_n^* = 0. \tag{A.11}$$

Enfin, les équations (A.9), (A.10) et (A.11) peuvent être réécrites sous une forme compacte comme suit :

$$p_n^* = \left[ \frac{\beta}{\ln(2)(1 + \sum_k \lambda_k g_n^{(k)})} - \frac{1}{c_n} \right]_0^{\min_k \left\{ \frac{P_n^{peak(k)}}{g_n^{(k)}} \right\}}, \tag{A.12}$$

où $\beta$ et $\lambda_k$ vérifient les conditions suivantes :

$$\left\{ \beta > 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + c_n p_n^*) = R^{min} \right\}$$

et $\left\{ \lambda_k > 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* = \overline{P}^{(k)} \text{ ou } \lambda_k = 0 \text{ et } \sum_{n=1}^{N} g_n^{(k)} p_n^* < \overline{P}^{(k)} \right\}$.

Ainsi, en faisant le changement de variable $\xi_n = \beta / \left( \ln(2)(1 + \sum_k \lambda_k g_n^{(k)}) \right)$, nous obtenons la solution analytique du problème (2.6), qui est exprimé par le *Water-*

*filling* bien connu :

$$p_n^* = \left[\xi_n - \frac{1}{c_n}\right]_0^{\min\limits_k \left\{ \frac{P_n^{peak(k)}}{g_n^{(k)}} \right\}}. \tag{A.13}$$

Lorsque l'ensemble faisable est vide, une ou plusieurs contraintes doivent être relaxées afin de permettre une transmission secondaire non-trivial.

Annexe B

# Preuves du Chapitre 4

## B.1 Faisabilité du problème d'allocation conjointe du spectre et de puissance

Dans ce qui suit, nous allons fournir à la fois des conditions nécessaires et des conditions suffisantes pour l'existence d'au moins une solution au problème $(DP_1)$.

### B.1.1 Preuve du Théorème 3. Conditions nécessaires pour l'existence d'une solution

i) Nous commençons par un cas particulier dans lequel $Q = 1$, $N \geq Q$, $K \geq 1$. Cela signifie qu'il y a seulement un SU occupant tout le spectre c.à.d., $\forall n, x^*_{1n} = 1$. Dans ce cas, nous considérons le problème de maximisation du débit au niveau du SU afin de trouver le débit maximum réalisable sous contraintes d'interférence aux PUs. Une condition nécessaire et suffisante (CNS) pour avoir une solution est donnée par $R_1^{min} \leq R_1^{max}$. Si le débit cible du SU est trop restrictif (i.e., l'exigence du débit minimum est au-dessus de $R_1^{max}$), tel que même si ce SU peut transmettre dans la totalité du spectre il ne peut pas atteindre ce débit cible en respectant les contraintes d'interférence, alors l'ensemble faisable est vide. Nous pouvons résumer cette condition nécessaire et suffisante comme suit :

$$\begin{cases} Q = 1, N \geq Q, K \geq 1 \\ R_1^{min} \leq R_1^{max} \end{cases} \underset{CNS}{\Leftrightarrow} \mathcal{S}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset.$$

ii) Maintenant, nous supposons que $Q \geq 1$, $N \geq Q$, $K \geq 1$. Si nous allouons tout le spectre à un seul SU, alors il doit satisfaire son débit cible sinon le problème ne peut pas avoir une solution et l'ensemble faisable est vide. Ainsi, chaque SU doit avoir son débit minimal cible inférieur au débit $R_\ell^{max}$ qu'il peut atteindre en supposant qu'il est le seul SU dans le spectre et qui est défini dans (4.1). Supposons qu'il existe un SU $\ell$ arbitraire, de telle sorte qu'il est le seul SU dans le spectre, c.à.d., $x_{\ell n} = 1$, $\forall n$ et si $R_\ell^{min} > R_\ell^{max}$, alors il n'y a aucune solution et $\mathcal{S}_{\mathcal{F}} = \emptyset$. Nous résumons cette

condition nécessaire comme suit :

$$\begin{cases} Q \geq 1, N \geq Q, K \geq 1 \\ \exists\ \ell :\ R_\ell^{min} > R_\ell^{max} \end{cases} \underset{CN}{\Rightarrow} \mathcal{S}_\mathcal{F} = \emptyset.$$

### B.1.2 Preuve du Théorème 4. Conditions suffisantes pour l'existence d'une solution

Supposons que $Q \geq 1$, $N \geq Q$, $\forall K$, nous voulons trouver des conditions suffisantes (CS) sur les paramètres du système qui assurent l'existence d'une paire $(x, p)$ qui satisfait toutes les contraintes simultanément. Afin de trouver ces conditions suffisantes, nous construisons $\widetilde{x}$ et $\widetilde{p}$ qui satisfont les contraintes de *scheduling* du spectre et de puissance et sont définis par :

$$\widetilde{x}_{qn} = \begin{cases} 1 & si \quad \text{q=n}, \\ 0 & \text{sinon}, \end{cases} \tag{B.1}$$

et

$$\widetilde{p}_{qn} = \min_k \left\{ \frac{\overline{P}_q^{(k)}}{g_{qn}}, \frac{P_{qn}^{peak(k)}}{g_{qn}} \right\} \delta_{q=n}. \tag{B.2}$$

Cette construction de $\widetilde{x}$ est possible parce que nous avons supposé que $N \geq Q$. Maintenant, nous voulons trouver la CS telle que la paire construite $(\widetilde{x}, \widetilde{p})$ (qui respecte les contraintes de spectre et de puissance) satisfait aussi la contrainte de débit minimum. Le débit réalisable du SU$q$ pour l'allocation de spectre et de puissance construite est donné par :

$$\begin{aligned} R_q(\underline{\widetilde{x}}_q, \underline{\widetilde{p}}_q) &= \sum_n \widetilde{x}_{qn} \log\left(1 + c_{qn}\widetilde{p}_{qn}\right) \\ &= \widetilde{x}_{qq} \log\left(1 + c_{qq}\widetilde{p}_{qq}\right) \\ &= \log\left(1 + c_{qq}\widetilde{p}_{qq}\right). \end{aligned}$$

Il se trouve que ce débit est plus élevé que le débit que l'on aurait dans le pire canal. Ainsi, le débit résultant de l'égalité précédente peut être borné comme suit :

$$R_q(\underline{\widetilde{x}}_q, \underline{\widetilde{p}}_q) \geq \log\left(1 + \min_n \left\{ c_{qn} \min_k \left\{ \frac{\overline{P}_q^{(k)}}{g_{qn}}, \frac{P_{qn}^{peak(k)}}{g_{qn}} \right\} \right\}\right). \tag{B.3}$$

Cette inégalité résulte directement de la construction dans (B.1) et (B.2). Ainsi, la contrainte de débit est toujours satisfaite si le débit minimum cible $R_q^{min}$ est inférieur à la borne de (B.3) et l'ensemble faisable est non vide. Pour résumer, nous avons les conditions

suffisantes suivantes :

$$\begin{cases} Q \geq 1, N \geq Q, K \geq 1, \forall\ q \\ R_q^{min} \leq \log\left(1 + \min\limits_n \left\{ c_{qn} \min\limits_k \left\{ \frac{\overline{P}_q^{(k)}}{g_{qn}}, \frac{P_{qn}^{peak(k)}}{g_{qn}} \right\} \right\} \right) \end{cases} \underset{CS}{\Rightarrow} \mathcal{S}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset.$$

Nous remarquons que des conditions suffisantes plus serrées peuvent être obtenues directement en utilisant les débits construits dans (B.3). Cependant, cette construction peut-être inéquitable pour les SUs et est plutôt arbitraire car elle est basée sur le fait que SU $q$ est alloué précisément la bande d'indice $q$. Toute autre permutation parmi les $Q!$ possibilités peut être également considéré pour obtenir d'autres conditions suffisantes qui sont moins conservatrices que cette que nous proposons. L'avantage de la CS qu'on propose est qu'elle est simple et équitable à l'égard de tous les SUs. Il semble très difficile de trouver de meilleures conditions suffisantes qui sont calculables facilement et équitables à l'égard de tous les SUs.

## B.2 Preuve de la convergence de l'Algorithme 3

Nous allons prouver que, si l'ensemble faisable du problème $(CP_2)$ est non vide, alors notre Algorithme 3 de sous-gradient projetée converge toujours vers une solution optimale.

### B.2.1 Preuve de la convergence de la méthode de sous-gradient

Afin de prouver la convergence de notre algorithme, nous commençons par prouver que la fonction duale $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ de l'**Étape 4** dans la Section 4.2.3.1 est concave par rapport à $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ : Sachant que le Lagrangien $\mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ dans **Étape 1** est affine en $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\mu}$ pour tout paire $(\mathbf{x},\ \mathbf{p})$ faisable et d'après [Boyd et al., 2003], l'*infimum* $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}) = \inf\limits_{(\mathbf{x},\mathbf{p})} \mathrm{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ est conjointement concave par rapport à $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\mu}$. Comme la fonction duale résultante $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu})$ est conjointement concave en $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ et $\boldsymbol{\mu}$ et d'après le théorème détaillé dans [Foucart and Rauhut, 2013] (Appendix B.15), nous obtenons la concavité de la fonction $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = \max\limits_{\boldsymbol{\mu}} \mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\mu})$.

Inspire de [Boyd et al., 2003] et comme $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = -\sum\limits_n \max\limits_q \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q) + \sum\limits_q \beta_q R_q^{min} - \sum\limits_k \sum\limits_q \lambda_q^{(k)} \overline{P}_q^{(k)}$ est conjointement concave en $\boldsymbol{\lambda}$ et $\boldsymbol{\beta}$ (mais elle n'est pas différentiable à cause de la fonction *piecewise* $\varphi_{qn}$), afin de maximiser $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$, nous proposons d'utiliser la méthode de sous-gradient projeté :

$$X^{(i+1)} = \left[ X^{(i)} - \tau G^{(i)} \right]^+, \tag{B.4}$$

où $X^{(i)}$ est la mise à jour de la variable du problème $X = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix}$ à l'instant $i$. Nous projetons cette variable pour respecter la positivité de $\boldsymbol{\lambda}$ et $\boldsymbol{\beta}$. $G^{(i)}$ représente n'importe quel sous-gradient de G à $X^{(i)}$ et $\tau > 0$ est une constante du pas de mise à jour. Nous choisissons

le sous-gradient de la fonction duale $\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ à $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}$ donné par les contraintes : $D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{pmatrix} -\sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn} + \overline{P}_q^{(k)} \\ \widetilde{R}_q(\underline{x}_q, \underline{p}_q) - R_q^{min} \end{pmatrix}$. La preuve de ce résultat est basée sur le fait qu'un sous-gradient de la fonction G à $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ est n'importe quel vecteur $D$ qui satisfait cette inégalité, $\forall(\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\beta}_1)$ et $(\boldsymbol{\lambda}_2, \boldsymbol{\beta}_2)$ :

$$\mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\beta}_1) - \mathrm{G}(\boldsymbol{\lambda}_2, \boldsymbol{\beta}_2) \leq D(\boldsymbol{\lambda}_2, \boldsymbol{\beta}_2)^T \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}_1 - \boldsymbol{\lambda}_2 \\ \boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\beta}_2 \end{pmatrix}. \tag{B.5}$$

Comme $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{p}$ sont bornés tel que $0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)}$ and $0 \leq x_{qn} \leq 1$, alors, la norme[1] du sous-gradient est aussi bornée $||D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})^{(i)}||_2 \leq D_{th}$ telle que :

$$\begin{aligned} D_{th} &= \sqrt{D_{th1}^2 + D_{th2}^2} \text{ with} \\ D_{th1} &= \max\left\{\min_k \left\{\overline{P}_q^{(k)}\right\}, \min_k \left\{\overline{P}_q^{(k)}\right\} - N \min_k \left\{P_{qn}^{peak}\right\}\right\}, \\ D_{th2} &= \sum_n \log\left(1 + c_{qn} \min_k \left\{\frac{P_{qn}^{peak}}{g_{qn}}\right\}\right) - R_q^{min}. \end{aligned}$$

D'après [Boyd et al., 2003], nous avons que notre algorithme de sous-gradient converge, lorsque $i \to +\infty$, dans un voisinage de la solution optimale qui dépend du pas de mise à jour :

$$\max_{j=1,\ldots,i} ||G(\boldsymbol{\lambda}^{(j)}, \boldsymbol{\beta}^{(j)}) - G(\boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\beta}^*)|| \leq \frac{D_{th}^2 \tau}{2}.$$

En ce qui concerne ces méthodes de sous-gradient, il y a beaucoup de résultats de convergence [Nesterov, 1998, Shor, 1985] pour différentes valeurs du pas de mise à jour autre qu'un pas constante : un pas à longueur constante ; un pas à carré sommable mais non-sommable *square summable but not summable* (par exemple,$\tau^{(i)} = a/(b+i)$, $a > 0$ and $b \geq 0$) ; et un pas à diminution non sommable *non-summable diminishing* (par exemple,$\tau^{(i)} = a/\sqrt{i}$, $a > 0$). Le choix du pas de mise à jour constant ou bien la longueur du pas constante implique que "la réduction de la distance avec l'ensemble des minimums est garantie uniquement à l'extérieur d'un certain voisinage de cet ensemble, où la taille de ce voisinage est en fonction de la valeur de la longueur du pas" [Shor, 1985], dans notre cas $\tau$. Les deux autres choix du pas sont nécessaires pour obtenir des résultats de convergence fortes.

1. Notons par $||X||_2$ la norme euclidienne de $X$.

### B.2.2 Preuve de la Proposition 2

Si l'Algorithme 3 converge, cela signifie que le critère de convergence est rempli et il existe un indice $e > 0$ telle que pour tout $i \geq e$ et $\forall q \in \mathcal{Q},\ \forall n \in \mathcal{N}$ :

$$\begin{cases} \left|x_{qn}^{[i]} - x_{qn}^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_x,\ \left|p_{qn}^{[i]} - p_{qn}^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_p, \\ \left|\beta_q^{[i]} - \beta_q^{[i-1]}\right| \leq \epsilon_\beta \ \text{ et } \left|\lambda_q^{(k)[i]} - \lambda_q^{(k)[i-1]}\right| \leq \epsilon_{\lambda_k}, \forall k. \end{cases}$$

Remarquons que $\epsilon_x$, $\epsilon_p$, $\epsilon_{\lambda_k}$ et $\epsilon_\beta$ sont des paramètres de précision qui sont choisis arbitrairement petits dans notre Algorithme 3. Pour un but purement analytique, nous supposons que $\epsilon_x = \epsilon_p = \epsilon_\beta = \epsilon_{\lambda_k} = 0,\ \forall k \in \mathcal{K}$. Cela signifie que le point de convergence dans (B.6) devient $\forall i \geq e$ et $\forall q \in \mathcal{Q},\ \forall n \in \mathcal{N}$ :

$$\begin{cases} x_{qn}^{[i]} \simeq x_{qn}^{[i-1]},\ p_{qn}^{[i]} \simeq p_{qn}^{[i-1]}, \\ \beta_q^{[i]} \simeq \beta_q^{[i-1]},\ \text{ et } \lambda_q^{(k)[i]} \simeq \lambda_q^{(k)[i-1]},\ \forall k \in \mathcal{K}. \end{cases} \tag{B.6}$$

D'après la règle de mise à jour de l'algorithme 3 du multiplicateur de Lagrange $\beta_q$, nous avons :

$$\beta_q^{[i]} = \left[\beta_q^{[i-1]} + \tau\left(R_q^{min} - \sum_n x_{qn}^{[i]} \log(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}^{[i]}}{x_{qn}^{[i]}})\right)\right]^+, \tag{B.7}$$

avec un pas de mise à jour positif $\tau > 0$. Les équations (B.6) et (B.7) impliquerait nécessairement que la contrainte de débit est satisfaite avec égalité : $\sum_n x_{qn}^{[i]} \log\left(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}^{[i]}}{x_{qn}^{[i]}}\right) = R_q^{min},\ \forall q \in \mathcal{Q},\ \forall i \geq e$.
Cela signifie que cette condition de KKT est satisfaite :

$$\beta_q^{[i]} > 0 \text{ et } \sum_n x_{qn}^{*[i]} \log\left(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}^{[i]}}{x_{qn}^{[i]}}\right) = R_q^{min}.$$

Ainsi, pour le multiplicateur de Lagrange $\mu_n$, nous avons : $\sum_q x_{qn}^{[i]} \leq 1$. Cela signifie que cette condition de KKT est satisfaite :

$$\mu_n^{[i]} \geq 0 \text{ et } \sum_q x_{qn}^{[i]} \leq 1.$$

Similaire pour le multiplicateur de Lagrange $\lambda_q^{(k)}$, nous avons :

$$\forall\ i \geq e,\ \lambda_q^{(k)[i]} = \lambda_q^{(k)[i-1]},\ \ \forall k \in \mathcal{K}.$$

Ainsi, il y aura deux cas, selon le signe de $\lambda_q^{(k)[e]}$ :

– Si $\lambda_q^{(k)[i]} = 0$ et $\lambda_q^{(k)[i-1]} = 0$, $\forall\ i > e$, d'après la règle de mise à jour :

$$\lambda_q^{(k)[i]} = \left[\lambda_q^{(k)[i-1]} - \tau\left(\overline{P}_q^{(k)} - \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{[i]}\right)\right]^+, \tag{B.8}$$

nous obtenons $\sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{[i]} \leq \overline{P}_q^{(k)}$, $\forall i > e$.

– Si $\lambda_q^{(k)[i]} = \lambda_q^{(k)[i-1]} > 0$, $\forall\ i > e$, d'après cette equation de mise à jour : $\lambda_q^{(k)[i]} = \lambda_q^{(k)[i-1]} - \tau\left(\overline{P}_q^{(k)} - \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{[i]}\right)$, $\tau > 0$ et à partir de (B.6), nous obtenons $\sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{*[i]} = \overline{P}_q^{(k)}$, $\forall\ i > e$.

Les niveaux de puissance au point de convergence sont :

$$p_{qn}^* = \frac{x_{qn}^*}{c_{qn}}\left[\frac{\beta_q c_{qn}}{1 + \sum_k \lambda_q^{(k)} g_{qn}^{(k)}} - 1\right]_0^{\min_k\left\{P_{qn}^{peak(k)}\right\} c_{qn}}. \tag{B.9}$$

En conclusion, toutes les conditions d'optimalité de KKT sont satisfaites à la convergence :

$$\begin{cases} \beta_q^{[i]} > 0 \text{ et } \sum_n x_{qn}^{*[i]} \log\left(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}^{*[i]}}{x_{qn}^{*[i]}}\right) = R_q^{min}, \\ \mu_n^{[i]} > 0 \text{ et } \sum_q x_{qn}^{*[i]} = 1 \text{ ou } \mu_n^{[i]} = 0 \text{ et } \sum_q x_{qn}^{*[i]} < 1, \\ \left(\lambda_q^{(k)[i]} > 0 \text{ et } \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{*[i]} = \overline{P}_q^{(k)}\right) \text{ ou} \\ \left(\lambda_q^{(k)[i]} = 0 \text{ et } \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{*[i]} \leq \overline{P}_q^{(k)}\right) \ \forall k. \end{cases} \tag{B.10}$$

Ainsi, Algorithme 3 converge vers une allocation de spectre optimale $x_{qn}^* \in \{0, 1\}$ et l'allocation de puissance optimale donnée dans (B.9).

## B.3 Preuve du Théorème 5. Optimalité de la relaxation de Lagrange

Dans la Proposition 3, nous avons montré que les deux problèmes discrets $(DP_2)$ (avec $x$ multiplié par la puissance crête) et $(DP_1)$ (sans $x$ dans la contrainte d'interférence crête) sont équivalents. En outre, à partir de la Proposition 2, nous avons montré que la solution discrète optimale de $(DP_2)$ est la solution discrète de $(CP_2)$. Ainsi, nous pouvons conclure qu'il existe au moins une solution discrète de $(CP_2)$ qui est aussi parmi les solutions discrètes optimales de $(DP_1)$.

## B.4 Cas extrême où les paramètres du système sont identiques pour chaque SU et sur chaque bande

Nous nous intéressons au cas symétrique particulier qui ne peut pas être résolu par notre Algorithme 3. Dans un tel cas, il y a des cas d'indécision concernant l'allocation du spectre parce que nous pouvons allouer une bande à plusieurs SUs sans perte d'optimalité. Dans ce cas, nous supposons que : $c_{qn} = c,\ g_{qn} = g,\ P_{qn}^{peak} = P^{peak},\ \overline{P}_q = \overline{P},\ R_q^{min} = R^{min}, \forall n, \forall q$. Dans ce qui suit, nous allons prouver les Propositions 6, 7 et 8.

### B.4.1 Preuve de la Proposition 6

Tout d'abord, nous allons montrer que la contrainte de débit est satisfaite avec égalité à l'optimum :

$$\sum_n x_{qn}^* \log\left(1 + \frac{p_{qn}^* c}{x_{qn}^*}\right) = R^{min}, \forall q.$$

Supposons par absurde qu'il existe un SU $q$ de telle sorte qu'à l'optimum $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{p}^*)$ nous avons $\sum_m x_{qm}^* \log\left(1 + \frac{p_{qm}^* c}{x_{qm}^*}\right) > R^{min}$.
Nous choisissons une bande arbitraire $n$ et nous montrons que, dans ce cas SU, $q$ peut réduire sa consommation de puissance globale tout en respectant les contraintes qui conduit à une contradiction. Nous avons :

$$\sum_{m \neq n} x_{qm}^* \log(1 + \frac{c_{qm} p_{qm}^*}{x_{qm}^*}) + x_{qn}^* \log(1 + \frac{c_{qn} p_{qn}^*}{x_{qn}^*}) > R^{min},$$

équivalent à $\log(1 + c_{qn} p_{qn}^*) > R^{min} - \sum_{m \neq n} r_{qm}^*$, où $r_{qm}^* = x_{qm}^* \log(1 + \frac{c_{qm} p_{qm}^*}{x_{qm}^*})$.
Nous construisons une nouvelle allocation $(\boldsymbol{x}^{new}, \boldsymbol{p}^{new})$ comme suit : l'allocation de puissance est la même que la puissance à l'optimum $p_{qm}^{new} = p_{qm}^*$, sauf pour la n-ième bande où nous diminuons la puissance afin d'atteindre le débit cible $R^{min}$ avec égalité de telle sorte que :

$$p_{qm}^{new} = \begin{cases} p_{qm}^*, & si \quad m \neq n, \\ p_{qn}^{new}, & si \quad m = n, \end{cases}$$

où $p_{qn}^{new} = \frac{1}{c_{qn}} \left(\exp\left(R^{min} - \sum_{m \neq n} r_{qm}^*\right) - 1\right)$. Nous avons $p_{qn}^{new} < p_{qn}^*$ ce qui implique $\sum_n p_{qn}^{new} < \sum_n p_{qn}^*$. Avec sa nouvelle allocation de puissance $p_q^{new}$, l'utilisateur $q$ satisfait toutes les contraintes et a strictement une consommation de puissance inférieure à la puissance optimale $p^*$ ce qui est une contradiction. Alors, nous pouvons conclure que $\forall\ q$, $\sum_n x_{qn}^* \log\left(1 + \frac{p_{qn}^* c}{x_{qn}^*}\right) = R^{min}$.

Maintenant, nous allons montrer que la contrainte d'ordonnancement est satisfaite aussi avec égalité à l'optimum : $\forall\ n$, $\sum_q x_{qn}^* = 1$.
Supposons par absurde qu'il existe une bande $n$ tel que $\sum_q x_{qn}^* < 1$. En utilisant la

contrainte discrète $x^*_{qn} \in \{0,1\}$, $\forall\ n$, $\forall\ q$, cela signifie que, dans la bande $n$, $x^*_{qn} = 0$, $\forall\ q$ (c.à.d., la bande $n$ n'est pas utilisé du tout à l'optimum). Nous construisons une autre allocation $(\boldsymbol{x}^{new}, \boldsymbol{p}^{new})$ comme suit : l'allocation du spectre est la même que celle à l'optimum $\boldsymbol{x}^{new} = \boldsymbol{x}^*$ sauf pour la bande $n$ qu'on décide d'allouer à un utilisateur arbitraire $k$ comme suit :

$$x^{new}_{km} = \begin{cases} x^*_{km} & si \quad m \neq n, \\ 1 & si \quad m = n. \end{cases} \tag{B.11}$$

Ensuite, nous calculons l'allocation optimale de puissance correspondante de l'utilisateur $k$ (avec une bande de plus par rapport à $\boldsymbol{x}^*$) de telle sorte que son débit soit équivalent à $R^{min}$. Nous désignons par $N_k$ le nombre des bandes attribuées au SU $k$ à l'optimum $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{p}^*)$, c.à.d., $N^*_k = Card\,\{n \in \mathcal{N} \mid\ x^*_{kn} = 1\}$. De la contrainte de débit et du fait que l'allocation optimale de puissance est uniforme sur les bandes utilisées (Remarque 4.4.1), nous avons

$$\sum_m x^*_{km} \log\left(1 + \frac{p^*_k c}{x^*_{km}}\right) = R^{min}$$

ce qui est équivalent à : $N_k \log(1 + p^*_k c) = R^{min}$.
L'allocation de puissance est donc donnée par

$$p^*_k = \begin{cases} \frac{1}{c}(\exp(\frac{R^{min}}{N_k}) - 1) & \text{si } x_{kn} = 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{B.12}$$

Cependant, la contrainte de débit pour la puissance construite est satisfaite avec égalité

$$\sum_m x^{new}_{km} \log\left(1 + \frac{p^{new}_k c}{x^{new}_{km}}\right) = R^{min},$$

ce qui est équivalent à $(N_k + 1)\log(1 + p^{new}_k c) = R^{min}$.
L'allocation de puissance construite optimale est donnée par

$$p^{new}_k = \begin{cases} \frac{1}{c}(\exp(\frac{R^{min}}{N_k+1}) - 1) & \text{si } x^{new}_{kn} = 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{B.13}$$

Les deux fonctions objectifs correspondantes au point optimal $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{p}^*)$ au point construit $(\boldsymbol{x}^{new}, \boldsymbol{p}^{new})$ sont :

$$\sum_m p^*_k = \frac{N_k}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_k}\right) - 1\right),$$

et

$$\sum_m p^{new}_k = \frac{N_k + 1}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_k + 1}\right) - 1\right).$$

On utilise le fait que la fonction $f(M) = M/c*(\exp(R^{min}/M) - 1)$ est strictement décroissante en M. Cette fonction $f(M)$ représente la puissance totale nécessaire pour atteindre

$R^{min}$ avec une allocation uniforme sur $M$ bandes.

Par conséquent, l'utilisateur $k$ atteint le débit $R^{min}$ avec une consommation inférieure au point optimale $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{p}^*)$. La consommation globale de puissance :

$$\sum_m p_k^{new} < \sum_m p_k^*.$$

Alors, nous avons la paire $(\boldsymbol{x}^{new}, \boldsymbol{p}^{new})$ qui satisfait toutes les contraintes et nous donne une consommation strictement inférieure à l'optimum ce qui est une contradiction. Donc, la contrainte d'ordonnancement est satisfaite avec égalité.

En conclusion, si un SU utilise une bande supplémentaire, il obtient le même débit $R^{min}$ avec moins de consommation de puissance (et avec moins de puissance transmise dans chaque bande utilisée).

Par conséquent, à l'optimum toutes les bandes sont utilisées.

### B.4.2 Preuve des Propositions 7 et 8

Tout d'abord, nous commençons par résoudre un problème plus simple que $(DP_N)$ en ignorant les contraintes d'interférence $(C1)$ et $(C2)$ et qui prend en compte seulement la contrainte d'ordonnancement $(C3)$. Nous commençons par étudier une version relaxée de ce problème dans laquelle $N_q$ est un réel positif :

$$\begin{array}{ll} \text{minimiser} & \displaystyle\sum_{q\in\mathcal{Q}} \frac{N_q}{c}\left(\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q}\right)-1\right) \\ \text{s.c} & \displaystyle\sum_{q=1}^{Q} N_q = N, \\ & N_q > 0,\ \forall q. \end{array}$$

Ce problème est convexe parce que sa fonction objectif est convexe conjointement en $(N_1, N_2, \ldots, N_Q)$ et les contraintes sont affines en $N_q$. Le Lagrangien du problème est donné par :

$$\mathrm{L}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{N}_q) \quad = \sum_{q\in\mathcal{Q}} \frac{N_q}{c}\left(\exp(\frac{R^{min}}{N_q})-1\right) + \alpha\left(\sum_{q=1}^{Q} N_q - N\right) - \sum_q \delta_q N_q.$$

Les conditions d'optimalité de KKT pour ce problème continu sont :

1) $\dfrac{\partial \mathrm{L}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{N}_q)}{\partial N_q^*} = 0,\ \forall q,$

$\Rightarrow \exp\left(\dfrac{R^{min}}{N_q^*}\right)\left(\dfrac{1}{c} - \dfrac{R^{min}}{cN_q^*}\right) - \dfrac{1}{c} + \alpha^* - \delta_q^* = 0,$

2) $\alpha^* \in \mathbb{R}$ et $\displaystyle\sum_q N_q^* = N,$

3) $\forall q,\ \delta_q^* = 0$ et $N_q^* > 0.$

De toutes ces conditions de KKT, nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{cases} \exp\left(\dfrac{R^{min}}{N_q^*}\right)\left(\dfrac{1}{c}-\dfrac{R^{min}}{cN_q^*}\right)-\dfrac{1}{c}+\alpha^*=0,\ \forall q, \\ \alpha^*\in\mathbb{R}\ \text{ et }\ \displaystyle\sum_q N_q^*=N, \\ N_q^*>0,\ \forall q. \end{cases}$$

D'après la première équation du système ci-dessus, nous pouvons écrire :

$$\alpha^* \ = -\exp\left(\frac{R^{min}}{N_q^*}\right)\left(\frac{1}{c}-\frac{R^{min}}{cN_q^*}\right)+\frac{1}{c},\quad \forall\ q. \tag{B.14}$$

D'après l'équation (B.14) et le fait que la fonction $U(M)=\frac{1}{c}-\frac{1}{c}\exp(\frac{R^{min}}{M})(1-\frac{R^{min}}{M})$ est strictement croissante et bijective, nous concluons qu'à l'optimum, nous avons le même nombre de bandes allouées $N_q^*=N_r^*,\quad \forall q\neq r$. Le problème continu a une solution optimale unique car sa fonction objectif est strictement convexe. Considérant la contrainte $\sum_q N_q^*=N$ , la solution optimale est donné par : $N_q^*=N/Q$. Dans le cas du problème discret $(DP_N)$ sans les contraintes $(C1)$ et $(C2)$, nous avons deux cas :

a) Si la solution du problème continu convexe (c.à.d., $N/Q$) est un entier alors cette allocation équitable du spectre est optimale pour le problème discret $N_q^*=\frac{N}{Q},\ \forall q$. Dans ce cas, cette solution optimale est unique.
b) Si $\frac{N}{Q}$ n'est pas un entier, étant donnée la stricte convexité de la fonction objectif, il faut allouer un nombre de bandes de telle sorte qu'on se rapproche le plus de $N/Q$. Parmi ces allocations, chaque SU est autorisé à transmettre soit dans $\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor$ ou dans $\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor+1$ bandes tel que $\sum_q N_q^*=N$. Cela signifie que la solution ne sera pas parfaitement équitable (comme le cas précédent) et $\{Q-N+\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor Q\}$ SUs seront autorisé à transmettre dans une bande supplémentaire. Nous devons tester toutes ces $C^Q_{Q-N+\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor Q}$ allocations possibles et choisir le meilleur. Étant donnée la symétrie de la fonction objectif, toutes ces possibilités donnent la même valeur de la fonction objectif. Nous donnons dans ce qui suit une de ces solutions :

$$N_q^*=\begin{cases} \lfloor\frac{N}{Q}\rfloor+1 & \text{si } q\in\{1,\dots N-\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor Q\}, \\ \lfloor\frac{N}{Q}\rfloor & \text{si } q\in\{N-\lfloor\frac{N}{Q}\rfloor Q+1,\dots,Q\}. \end{cases} \tag{B.15}$$

Maintenant, l'objectif est de prouver que si $(DP_N)$ est faisable, la solution optimale est : soit $N_q^*=\frac{N}{Q}$, pour tous les SUs si $\frac{N}{Q}$ est entier ou bien $N_q^*$ dans (B.15) si $\frac{N}{Q}$ n'est pas entier. De l'hypothèse de faisabilité, il existe au moins un vecteur possible $(\widetilde{N}_1,\dots,\widetilde{N}_Q)$ qui satisfait $(C1),(C2),(C3)$ et $(C4)$. D'après la condition $(C3)$, nous avons qu'il existe au moins un indice $q$ tels que $\widetilde{N}_q\leq\lfloor N/Q\rfloor$ (sinon $(C3)$ n'est pas respectée). Donc, nous avons :

$$N/Q\geq\lfloor N/Q\rfloor\geq\widetilde{N}_q.$$

Tout d'abord, de la condition $(C1)$ nous avons : $f(\widetilde{N}_q) \leq \frac{\overline{P}}{g}$. Le fait que $f(M) = M/c * (\exp(R^{min}/M) - 1)$ soit strictement décroissante en M, signifie que

$$f(N/Q) \leq f\left(\lfloor N/Q \rfloor\right) \leq f(\widetilde{N}_q) \leq \frac{\overline{P}}{g}.$$

Ainsi, d'après l'inégalité triviale $\lfloor N/Q \rfloor + 1 \geq \lfloor N/Q \rfloor$ nous obtenons :

$$f\left(\lfloor N/Q \rfloor + 1\right) \leq f\left(\lfloor N/Q \rfloor\right) \leq \frac{\overline{P}}{g}.$$

De plus à partir de la condition $(C2)$ nous avons : $T(\widetilde{N}_q) \leq \frac{P^{peak}}{g}$, $\forall q$ où $T(M) = 1/c * (\exp(R^{min}/M) - 1)$ est la puissance crête nécessaire pour atteindre $R^{min}$ avec une allocation uniforme sur $M$ bandes. Nous savons que $T(M)$ est strictement décroissante par rapport à M, ce qui implique :

$$T(N/Q) \leq T\left(\lfloor N/Q \rfloor\right) \leq T(\widetilde{N}_q) \leq \frac{P^{peak}}{g},$$

et aussi

$$T\left(\lfloor N/Q \rfloor + 1\right) \leq T\left(\lfloor N/Q \rfloor\right) \leq \frac{P^{peak}}{g}.$$

En conclusion, si $(DP_N)$ est faisable, la solution optimale est soit $N_q^* = \frac{N}{Q}$ (pour tous les SUs) à condition que $\frac{N}{Q}$ soit un entier, ou $N_q^*$ dans (B.15) sinon.

# Bibliographie


A.Alsawah and I. Fijalkow. Practical radio link resource allocation for fair QoS-provision on OFDMA downlink with partial channel-state information. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008.

R. Agrawal, V. Subramanian, and R. Berry. Joint scheduling and resource allocation in CDMA systems. *Proc. of WiOpt'04*, pages 24–26, 2004.

I. F. Akyildiz, W.-Y. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty. A survey on spectrum management in cognitive radio networks. *IEEE Communications Magazine*, 46(4) :40–48, 2008.

T. Alpcan, T. Başar, R. Srikant, and E. Altman. CDMA uplink power control as a noncooperative game. *Wireless Networks*, 8(6) :659–670, 2002.

G. Bacci, E. Belmega, P. Mertikopoulos, and L. Sanguinetti. Energy-aware competitive power allocation for heterogeneous networks under QoS constraints. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, accepted, 2015.

A. Bagayoko, I. Fijalkow, and P. Tortelier. Power control of spectrum-sharing in fading environment with partial channel state information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(5) :2244–2256, 2011.

E. V. Belmega and S. Lasaulce. Energy-efficient precoding for multiple-antenna terminals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(1) :329–340, 2011.

E.-V. Belmega, S. Lasaulce, and M. Debbah. Power allocation games for MIMO multiple access channels with coordination. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 8(6) :3182–3192, 2009.

E.-V. Belmega, S. Lasaulce, M. Debbah, M. Jungers, and J. Dumont. Power allocation games in wireless networks of multi-antenna terminals. *Telecommunication Systems*, 47 (1-2) :109–122, 2011.

B. Benmammar and A. Amraoui. Réseaux de radio cognitive : Allocation des ressources radio et accés dynamique au spectre. *arXiv preprint arXiv :1407.2705*, 2014.

J. W. Berresford. The scarcity rationale for regulating traditional broadcasting : An idea whose time has passed. *FCC Media Bureau Staff Research Paper, March*, 2005.

E. Björnson and E. Jorswieck. Optimal resource allocation in coordinated multi-cell systems. *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, 9(2-3) : 381–p, 2013.

E. Bjornson, J. Hoydis, M. Kountouris, and M. Debbah. Massive MIMO systems with non-ideal hardware : Energy efficiency, estimation, and capacity limits. *IEEE Transactions on Information Theory*, 60(11) :7112–7139, 2014a.

E. Bjornson, L. Sanguinetti, J. Hoydis, and M. Debbah. Optimal design of energy-efficient multi-user MIMO systems : Is massive MIMO the answer ? *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 14(6) :3059 – 3075, 2014b.

S. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex optimization.* Cambridge university press, 2004.

S. Boyd, L. Xiao, and A. Mutapcic. Subgradient methods. *Lecture notes of EE392o, Stanford University, Autumn Quarter*, pages 2004–2005, 2003.

S. Brueck, L. Zhao, J. Giese, and M. A. Amin. Centralized scheduling for joint transmission coordinated multi-point in LTE-advanced. In *International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, pages 177–184, 2010.

D. Cabric, S. Mishra, and R. Brodersen. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios. In *Conference record of the thirty-eighth Asilomar conference on Signals, systems and computers*, volume 1, pages 772–776, 2004.

R. Cavalcante, S. Stanczak, M. Schubert, A. Eisenblaetter, and U. Tuerke. Toward energy-efficient 5g wireless communications technologies : Tools for decoupling the scaling of networks from the growth of operating power. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31 (6) :24–34, 2014.

S. Chaimool and K. Chung. CPW-fed mirrored-L monopole antenna with distinct triple bands for WiFi and WiMAX applications. *IET Electronics letters*, 45(18) :928–929, 2009.

Q. Chen, Y.-C. Liang, M. Motani, and W. Wong. A two-level MAC protocol strategy for opportunistic spectrum access in cognitive radio networks. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 60(5) :2164–2180, 2011.

R. Couillet and M. Debbah. Cognitive OFDM network sensing : a free probability approach. *arXiv preprint arXiv :0811.0731*, 2008.

S. Diggavi and T. Cover. The worst additive noise under a covariance constraint. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(7) :3072–3081, 2001.

K. Doppler, M. Rinne, C. Wijting, C. B. Ribeiro, and K. Hugl. Device-to-device communication as an underlay to lte-advanced networks. *IEEE Communications Magazine*, 47 (12) :42–49, 2009.

FCC. Spectrum policy task force. *Rep. ET Docket*, 2 :135, 2002.

Z. Fei, C. Xing, N. Li, and J. Kuang. Adaptive multiobjective optimisation for energy efficient interference coordination in multicell networks. *IET Communications*, 8(8) : 1374–1383, 2014.

P. Ferrand, C. Goursaud, and J. Gorce. Energy-delay tradeoffs in a linear sequence of relay channels. In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, pages 1140–1145, 2012.

S. Foucart and H. Rauhut. *A mathematical introduction to compressive sensing*. Springer, 2013.

D. Gesbert and M.-S. Alouini. Selective multi-user diversity. In *Proceedings of the 3rd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, pages 162–165, 2003.

D. Goodman and N. Mandayam. Power control for wireless data. *IEEE Personal Communications*, 7(2) :48–54, 2000.

G. Gur, S. Bayhan, and F. Alagoz. Cognitive femtocell networks : an overlay architecture for localized dynamic spectrum access [dynamic spectrum management]. *IEEE Wireless Communications*, 17(4) :62–70, 2010.

C. Han, T. Harrold, S. Armour, I. Krikidis, S. Videv, P. M. Grant, H. Haas, J. S. Thompson, I. Ku, C.-X. Wang, et al. Green radio : radio techniques to enable energy-efficient wireless networks. *Communications Magazine, IEEE*, 49(6) :46–54, 2011.

Z. Hasan, G. Bansal, E. Hossain, and V. Bhargava. Energy-efficient power allocation in OFDM-based cognitive radio systems : A risk-return model. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 8(12) :6078–6088, 2009.

S. Haykin. Cognitive radio : brain-empowered wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(2) :201–220, 2005.

J. Hoydis, M. Kobayashi, and M. Debbah. Green small-cell networks. *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 6(1) :37–43, 2011.

J. Huang, V. Subramanian, R. Agrawal, and R. Berry. Downlink scheduling and resource allocation for ofdm systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 8(1) : 288–296, 2009a.

J. Huang, V. Subramanian, R. Agrawal, and R. Berry. Joint scheduling and resource allocation in uplink OFDM systems for broadband wireless access networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 27(2) :226–234, 2009b.

C. Isheden, Z. Chong, E. Jorswieck, and G. Fettweis. Framework for link-level energy efficiency optimization with informed transmitter. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 11(8) :2946–2957, 2012.

ITU-R. International telecommunication union radiocommunication sector. *World mobile telecommunication market forecast*, 2005.

C. Lameiro, I. Santamaría, and P. J. Schreier. Benefits of improper signaling for underlay cognitive radio. *IEEE Wireless Communications Magazine*, 4(1) :22–25, 2014.

E. Laugier. http ://www.lenouveleconomiste.fr/objets-connectes-la-deuxieme-revolution-de-linternet-20299/. *Le nouvel economiste*, 2013.

L. B. Le and E. Hossain. Resource allocation for spectrum underlay in cognitive radio networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(12) :5306–5315, 2008.

Y. Lee. Opportunistic spectrum access in congnitive networks. *Electronics Letters*, 44 (17) :1022–1024, 2008.

W. Liu, H. Widmer, and P. Raffin. Broadband PLC access systems and field deployment in european power line networks. *IEEE Communications Magazine*, 41(5) :114–118, 2003.

L. Luo, P. Zhang, G. Zhang, and J. Qin. Outage performance for cognitive relay networks with underlay spectrum sharing. *IEEE Communications Letters*, 15(7) :710–712, 2011.

E. Masera and T. Lestable. Econhome project presentation. In *Mobile World Congress (MWC), Barcelona*, 2011.

R. Masmoudi, E. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami. A closed-form solution to the power minimization problem over two orthogonal frequency bands under qos and cognitive radio interference constraints. In *IEEE International conference on Dynamic Spectrum Access Networks*, pages 212–222, 2012.

R. Masmoudi, E. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami. A unifying view on energy-efficiency metrics in cognitive radio channels. In *European Signal Processing Conference*, pages 171–175, 2014.

R. Masmoudi, E. Belmega, and I. Fijalkow. Efficient spectrum scheduling and power allocation for opportunistic users. In *IEEE Transactions on Signal Processing*, submitted, 2015a.

R. Masmoudi, E. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami. Allocation de spectre et de puissance dans les systèmes radio cognitives. In *GRETSI*, Lyon, France, 2015b.

R. Masmoudi, E. Belmega, I. Fijalkow, and N. Sellami. Joint scheduling and power allocation in cognitive radio systems. In *IEEE International Workshop on Advances in Software Defined and Context Aware Cognitive Networks of IEEE International Conference on Communications*, Londres, UK, 2015c.

A. Masucci, E. Belmega, and I. Fijalkow. Optimal blockwise subcarrier allocation policies in single-carrier FDMA uplink systems. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*.

F. Mattern, T. Staake, and M. Weiss. ICT for green : how computers can help us to conserve energy. In *ACM Proceedings of the 1st international conference on energy-efficient computing and networking*, pages 1–10, 2010.

P. Mertikopoulos and E. Belmega. Adaptive spectrum management in MIMO-OFDM cognitive radio : An exponential learning approach. In *International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools*, pages 243–252, 2013.

P. Mertikopoulos and E. Belmega. Transmit without regrets : online optimization in MIMO-OFDM cognitive radio systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 32(11) :1987–1999, 2014.

P. Mertikopoulos and E. Belmega. Learning to be green : robust energy efficiency maximization in dynamic MIMO-OFDM systems. *arXiv preprint arXiv :1504.03903*, 2015.

F. Meshkati, H. Poor, S. C. Schwartz, and N. Mandayam. An energy-efficient approach to power control and receiver design in wireless data networks. *IEEE Transactions on Communications*, 53(11) :1885–1894, 2005.

G. Miao, N. Himayat, and G. Li. Energy-efficient link adaptation in frequency-selective channels. *IEEE Transactions on Communications*, 58(2) :545–554, 2010.

J. Mitola. Cognitive radio—an integrated agent architecture for software defined radio. 2000.

J. Mitola and G. M. Jr. Cognitive radio : making software radios more personal. *IEEE Personal Communications*, 6(4) :13–18, 1999.

Y. Nesterov. Introductory lectures on convex programming volume i : Basic course. 1998.

D. Ngo and T. Le-Ngoc. Distributed resource allocation for cognitive radio networks with spectrum-sharing constraints. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60 (7) :3436–3449, 2011.

D. Palomar and J. Fonollosa. Practical algorithms for a family of waterfilling solutions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(2) :686–695, 2005.

J.-S. Pang, G. Scutari, F. Facchinei, and C. Wang. Distributed power allocation with rate constraints in gaussian parallel interference channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(8) :3471–3489, 2008.

J.-S. Pang, G. Scutari, D. Palomar, and F. Facchinei. Design of cognitive radio systems under temperature-interference constraints : A variational inequality approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(6) :3251–3271, 2010.

A. Pascual-Iserte, D. P. Palomar, A. I. Pérez-Neira, and M. Á. Lagunas. A robust maximin approach for MIMO communications with imperfect channel state information based on convex optimization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(1) :346–360, 2006.

QUALCOMM. Rising to meet 1000x mobile data challenge. *white paper*, 2012.

QUALCOMM. 5G - vision for the next generation of connectivity. *white paper*, 2015.

S. Schaible. Fractional programming. *Zeitschrift für Operations Research*, 27(1) :39–54, 1983.

G. Scutari and D. Palomar. MIMO cognitive radio : A game theoretical approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(2) :761–780, 2010.

G. Scutari and D. P. Palomar. *Competitive Optimization of Cognitive Radio MIMO Systems via Game Theory.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2009.

G. Scutari, D. Palomar, and S. Barbarossa. Asynchronous iterative water-filling for gaussian frequency-selective interference channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(7) :2868–2878, 2008.

M. Shaat and F. Bader. Channel assignment and power allocation algorithms in multi-carrier-based cognitive radio environments. *Cognitive Communications : Distributed Artificial Intelligence (DAI), Regulatory Policy & Economics, Implementation*, pages 53–92, 2012.

C. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1) : 10–21, 1949.

N. Shor. Minimization methods for non-differentiable functions. naukova dumka, kiev. *English translation published by Springer-Verlag, Berlin*, 1985.

E. Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *European transactions on telecommunications*, 10(6) :585–595, 1999.

S. Verdù. On channel capacity per unit cost. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5) :1019–1030, 1990.

B. Wang and D. Zhao. Performance analysis in CDMA-based cognitive wireless networks with spectrum underlay. In *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6, 2008.

J. Wang and D. P. Palomar. Worst-case robust MIMO transmission with imperfect channel knowledge. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(8) :3086–3100, 2009.

J. Wang, G. Scutari, and D. P. Palomar. Robust MIMO cognitive radio via game theory. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(3) :1183–1201, 2011.

J. Wu, S. Rangan, and H. Zhang. *Green Communications : Theoretical Fundamentals, Algorithms and Applications.* CRC Press, 2012.

H. Yan, F. Fontaine, O. Bouchet, J.-P. Vuichard, J.-P. Javaudin, M. Lebouc, M.-H. Hamon, and C. G. B. Cousin. Hope : Home power efficiency system for a green network. In *IEEE Conference on Computer Communications Workshops*, pages 41–42, 2013.

Y. Yang, G. Scutari, P. Song, and D. Palomar. Robust MIMO cognitive radio systems under interference temperature constraints. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 31(11) :2465–2482, 2013.

W. Yu. Multiuser water-filling in the presence of crosstalk. In *Information Theory and Applications Workshop*, pages 414–420, La Jolla, CA, Jan. 2007.

B. Yuksekkaya, A. Kayalar, M. Tosun, M. Ozcan, and A. Alkar. A GSM, internet and speech controlled wireless interactive home automation system. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 52(3) :837–843, 2006.

Q. Zhao and B. M. Sadler. A survey of dynamic spectrum access. *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(3) :79–89, 2007.

X. Zhou, G. Li, D. Li, D. Wang, and A. Soong. Probabilistic resource allocation for opportunistic spectrum access. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(9) : 2870–2879, 2010.