Université de Normandie

École Doctorale de Sciences Physiques, Mathématiques et de l'Information pour l'Ingénieur

Thèse de doctorat

Discipline : Informatique et mathématiques appliquées

présentée par

Xavier Schepler

Solutions globales d'optimisation robuste pour la gestion dynamique de terminaux à conteneurs

---

Soutenue le 9 octobre 2015 devant le jury composé de :

M. Stefan Balev	Université du Havre	encadrant
M^me^ Nathalie Bostel-Dejax	Université de Nantes	rapporteure
M. Mohamed Didi Biha	Université de Caen	président
M. Maciej Drozdowski	Université de Technologie de Poznan	examinateur
M. Dominique Feillet	École des Mines de Saint-Étienne	rapporteur
M^me^ Sophie Michel-Loyal	Université du Havre	encadrant
M. Éric Sanlaville	Université du Havre	directeur

Laboratoire d'Informatique, du Traitement de l'Information et des Systèmes
25, rue Philippe Lebon
BP 1123
76063 Le Havre Cedex

à Xuezhou

Remerciements

Ma thèse étant terminée, le moment est venu d'adresser mes remerciements à ceux qui m'ont aidé et soutenu pendant ces trois années de thèse et grâce à qui mon initiation à la recherche s'est déroulée dans des conditions favorables à sa réussite.

Tout d'abord, je remercie Éric Sanlaville pour avoir été un directeur de thèse attentif et disponible. Son expertise en recherche opérationnelle et son regard avisé sur nos travaux m'ont été d'une aide précieuse. De même, je remercie mes encadrants Sophie Michel et Stefan Balev, pour leur implication et pour le temps et l'énergie qu'ils ont consacré.

Ma gratitude va aussi aux autres membres de mon jury, c'est à dire Nathalie Bostel-Dejax et Dominique Feillet, qui ont accepté d'être rapporteurs de ces travaux, ainsi qu'aux examinateurs, Maciej Drozdowksi et Mohamed Didi Biha, qui ont bien voulu faire partie de ce jury.

Mes remerciements collectifs sont adressés à toute l'équipe RI2C du LITIS pour m'avoir accueilli pendant ces trois années de doctorat. Je remercie plus particulièrement Frédéric Guinand qui m'a fait prendre part à un programme d'échange avec l'Université de Technologie de Poznan en Pologne ainsi que Véronique Jay qui m'a accompagné au début de ma mission doctorale d'enseignement.

Merci à Cédric Joncour pour sa disponibilité et pour les réponses claires qu'il a su apporter aux questions théoriques pointues que j'ai pu lui poser.

Ma reconnaissance va à François Cannic et Bernard Bécue du Centre de Ressources Informatique pour avoir mis à ma disposition les ordinateurs des salles de travaux pratiques afin de réaliser des expériences numériques.

Finalement, je remercie ma famille pour son aide précieuse et pour son soutien indéfectible.

Résumé

Résumé

Cette thèse s'intéresse au cas d'un port maritime dans lequel des terminaux à conteneurs coopèrent afin de fournir un meilleur service global. Pour coordonner les opérations entre les terminaux, un modèle et plusieurs méthodes de résolution sont proposés. L'objectif est de minimiser les temps de rotation des navires aux longs cours, des navires caboteurs, des barges fluviales et des trains. Une solution au modèle fournit une affectation des véhicules de transport de conteneurs aux terminaux, ce qui inclue les camions, ainsi qu'une allocation de ressources et des intervalles temporels pour leurs prises en charge et pour celles de leurs conteneurs. Pour obtenir des solutions au modèle, une formulation du problème comme un programme linéaire en variables mixtes est proposée, ainsi que plusieurs heuristiques basées sur la programmation mathématique. Une méthode de planification en horizon glissant est introduite pour la gestion dynamique avec prise en compte des incertitudes. Des expériences numériques sont conduites avec des milliers d'instances réalistes variées, dont les résultats indiquent la viabilité de notre approche. Des résultats démontrent qu'autoriser la coopération entre terminaux augmente significativement la performance du système.

Mots-clefs

planification portuaire maritime, gestion du flux de conteneurs, heuristiques basées sur la programmation mathématique, optimisation en horizon glissant

Abstract

This thesis deals with the case of a maritime port in which container terminals are cooperating to provide better global service. In order to coordinate operations between the terminals, a model and several solving methods are proposed. The objective is to minimize turnaround times of mother and feeder vessels, barges and trains. A solution to the model provides an assignment of container-transport vehicles to the terminals, including trucks, as well as an allocation of resources and time intervals to handle them and their containers. To obtain solutions to the model, a mixed-integer programming formulation is provided, as well as several mathematical programming based heuristics. A rolling horizon framework is introduced for dynamic management under uncertainty. Numerical experiments are conducted on thousands of various realistic instances. Results indicate the viability of our approach and demonstrate that allowing cooperation between terminals significantly increases the performance of the system.

Keywords

maritime port planning, container flow management, mathematical programming based heuristics, rolling horizon optimization

Table des matières

Introduction générale **13**
Le transport conteneurisé . . . 13
La compétition entre ports à conteneurs . . . 15
Structure de la thèse . . . 18

1 Le problème de la planification portuaire **21**
1.1 Introduction . . . 21
1.2 La manutention des conteneurs . . . 21
1.3 Présentation du modèle . . . 23
1.4 Revue de la littérature . . . 27
1.4.1 Problème d'allocation de postes à quai . . . 27
1.4.2 Problème d'allocations simultanées de postes à quai et de grues . . . 29
1.4.3 Problème d'allocations simultanées de postes à quai et de stockage . 30
1.4.4 Prise en charge des camions et des trains . . . 32
1.4.5 Autres modèles de gestion de flux de conteneurs portuaire . . . 33
1.5 Génération des instances . . . 35
1.5.1 Méthode de génération du trafic . . . 35
1.5.2 Classes d'instances 1 à 16 . . . 37
1.5.3 Classes d'instances I, II, III et A, B, C . . . 39
1.6 Conclusion . . . 42

2 Méthodes de décomposition et heuristiques **43**
2.1 Introduction . . . 43
2.2 Algorithme par séparation et évaluation progressive . . . 43
2.2.1 Présentation . . . 44
2.2.2 Règle de branchement utilisée . . . 45
2.2.3 Génération de coupes . . . 46
2.2.4 Implémentation par un solveur . . . 48
2.3 Décomposition de Dantzig-Wolfe . . . 49
2.3.1 Formulation matricielle du problème . . . 49
2.3.2 Décomposition de la formulation . . . 50
2.3.3 Génération de colonnes . . . 51
2.3.4 Stabilisation de la génération de colonnes . . . 52
2.3.5 Algorithme par séparation et génération de colonnes progressive . . 53
2.3.6 Problèmes liés à la dégénérescence . . . 53
2.4 Heuristiques basées sur une décomposition . . . 55

2.4.1 Heuristique du problème maître restreint . . . 55
2.4.2 Heuristique de relaxation et fixation . . . 56
2.4.3 Heuristique de restriction et fixation . . . 58
2.5 Conclusion . . . 59

3 Modèles mathématiques et résolution exacte 61
3.1 Introduction . . . 61
3.2 Formulations . . . 61
3.2.1 Notations . . . 61
3.2.2 Formulation compacte . . . 64
3.2.3 Formulation étendue . . . 70
3.3 $\mathcal{NP}$-difficulté . . . 71
3.4 Expériences numériques . . . 71
3.4.1 Résultats de la formulation compacte . . . 71
3.4.2 Résultats de la formulation étendue . . . 72
3.5 Allocation de postes à quai . . . 76
3.5.1 Formulation compacte . . . 76
3.5.2 Formulation étendue . . . 78
3.5.3 Expériences numériques . . . 79
3.6 Conclusion . . . 83

4 Résolution heuristique 85
4.1 Introduction . . . 85
4.2 Principe . . . 85
4.3 Pré-affectation aux terminaux . . . 86
4.4 Heuristiques de résolution du PLVM . . . 89
4.4.1 Heuristique du problème maître restreint . . . 89
4.4.2 Heuristique de relaxation et fixation . . . 90
4.4.3 Heuristique de restriction et fixation . . . 93
4.4.4 Stratégie structurelle de partitionnement des variables . . . 93
4.5 Expériences numériques . . . 95
4.5.1 Classes d'instances 9 à 16 . . . 95
4.5.2 Classes d'instances I, II, III, A, B et C . . . 103
4.6 Conclusion . . . 113

5 Planification en horizon glissant 115
5.1 Introduction . . . 115
5.2 Principe . . . 115
5.3 Application au problème de la planification portuaire . . . 117
5.3.1 Modèle d'incertitude . . . 117
5.3.2 Paramétrage de l'horizon glissant . . . 118
5.4 Expériences numériques . . . 119
5.4.1 Déroulement . . . 119
5.4.2 Résultats . . . 120
5.5 Conclusion . . . 122

Conclusion et perspectives 123

Table des figures **127**

Liste des tableaux **129**

A Annexes **131**
A.1 Contraintes techniques (3.11)-(3.13) 131
A.2 Caractéristiques de la formulation après pré-traitement par le solveur 132

Bibliographie **135**

Introduction générale

« La conteneurisation constitue aujourd'hui l'épine dorsale de la mondialisation. Elle permet de mettre les marchandises les plus diverses dans des conteneurs, boîtes métalliques aux dimensions standardisées, pendant toute la durée de leur transport maritime et terrestre, de la porte de l'industriel jusqu'à celle du client. Avec la conteneurisation, le transport maritime est intégré dans des chaînes de transport multimodales qui se déploient à l'échelle de la planète au service du commerce international. » Frémont. "Le monde en boîtes. Conteneurisation et mondialisation." (2007)

Cette introduction présente dans un premier temps certains aspects du transport conteneurisé. Dans un second temps, la compétition entre les ports à conteneurs pour attirer du trafic maritime est abordée. Dans un troisième temps, les solutions proposées dans cette thèse sont décrites et la structure de la thèse est donnée.

Le transport conteneurisé

La conteneurisation a débuté dans les années 1960, sous l'impulsion d'un entrepreneur américain, Malcolm McLean, et elle s'est mondialisée dans les années 1980. L'évolution du trafic mondial de conteneurs entre 1980 et 2013 est illustrée sur la figure 1. Dans [66], les auteurs rapportent que la croissance du trafic mondial de conteneurs (le nombre de conteneurs transportés) a été continue jusqu'en 2008, avec un taux de croissance annuel moyen de 9,5%. Ils signalent que pendant cette même période, le taux de croissance annuel moyen du débit de conteneurs (le nombre de conteneurs manutentionnés dans les ports) était de 10,5%, ce qui souligne une divergence entre le trafic et le débit de conteneurs, alors que les chaines de transport deviennent de plus en plus complexes. Ils notent que cette forte augmentation du trafic de conteneurs est liée à la croissance du commerce international et à l'adoption du conteneur pour le transport maritime et terrestre de marchandise.

La majorité du transport maritime de conteneurs était assurée en 2012 par 10 compagnies maritimes. Une compagnie maritime offre des services de transport de conteneurs avec une flotte de navires opérant sur des lignes régulières. La conception d'un réseau de transport maritime sur lignes régulières est étudiée dans [19]. Un tel réseau de transport, dont les nœuds sont des ports à conteneurs, a une topologie *hub-and-spoke* : les navires aux longs cours visitent les *hubs* et le transport entre ces *hubs* et les autres ports est assuré par des navires caboteurs. En effet, la visite d'un port est coûteuse et prend du temps, particulièrement pour les grands navires. Les navires aux longs cours ont des dimensions de plus

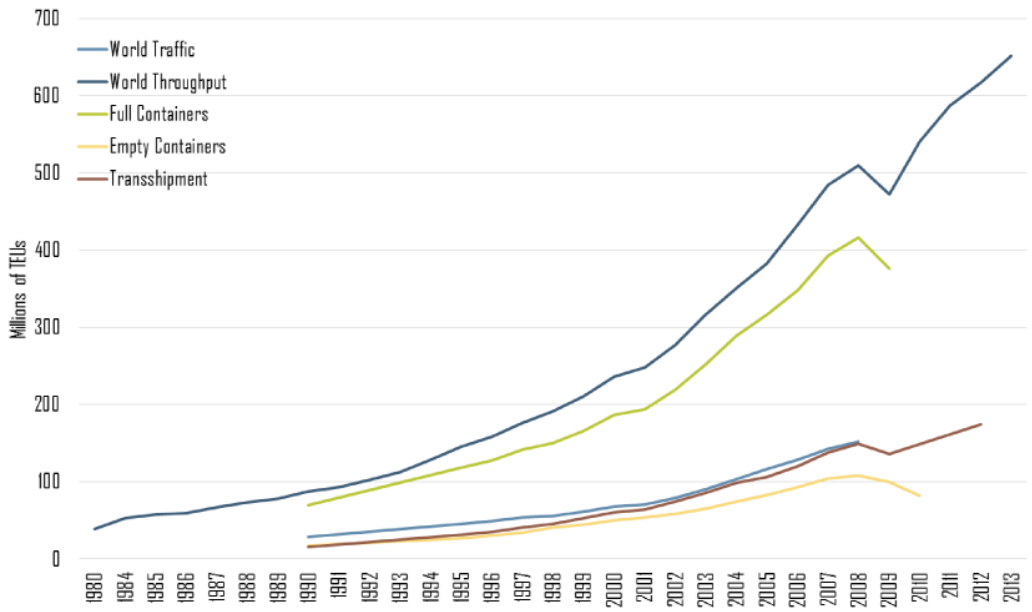

FIGURE 1 – Évolution du trafic mondial de conteneurs [66]

en plus gigantesques afin de réaliser des économies d'échelle. Par exemple, le MSC Oscar, qui est aujourd'hui le plus grand d'entre eux, a une capacité de 19224 conteneurs vingt pieds, et fait 396 mètres de long pour 59 mètres de large. Les navires caboteurs ont des dimensions plus modestes, pouvant transporter en moyenne entre 300 et 500 conteneurs.

La répartition des modes d'acheminement terrestre pour des ports de la rangée nord-européenne est donnée dans la table 1.

TABLE 1 – Répartition des modes d'acheminement dans l'hinterland (en pourcentage) [64]

Port	Route	Rail	Barge
Hambourg	69	29	2
Bremerhaven	40	56	4
Rotterdam	60	9	31
Anvers	60	8	32
Zeebrugge	61	38	1
Le Havre	87	5	8

La route est aujourd'hui le mode de transport terrestre dominant pour le transport vers et depuis les ports européens. Dans [32], les auteurs notent que les fleuves et les voies ferrées présentent toutefois des avantages considérables par rapport aux routes. Ils permettent d'une part d'éviter les congestions routières en cas de fort trafic. Ils sont plus efficients du point de vue énergétique que la route et ont des coûts par tonne-kilomètre plus bas. Ils fournissent des modes alternatifs à la route, dont les externalités négatives deviennent de plus en plus inacceptables. Cependant, contrairement à la route, qui possède un vaste réseau inter-connecté, les fleuves et les voies ferrées permettent rarement d'atteindre le destinataire final, et nécessitent généralement un court transport routier supplémentaire, qui ralentit l'acheminement et augmente son coût.

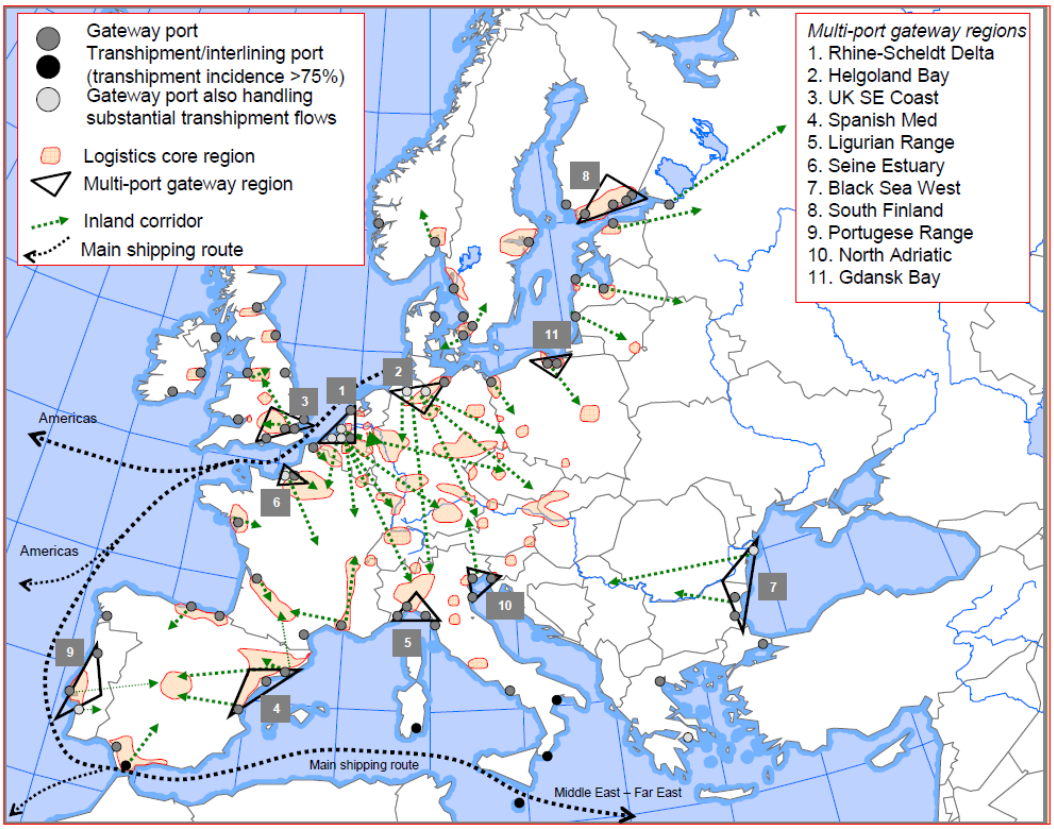

FIGURE 2 – Le système de ports à conteneurs européen [61]

La compétition entre ports à conteneurs

Les ports à conteneurs assurent l'intégration du transport maritime dans les chaînes de transport multimodales. Le système de ports à conteneurs européen est illustré sur la figure 2. Dans la rangée nord-européenne, l'alignement et la proximité des ports favorisent la compétition pour le trafic maritime. L'évolution du trafic de conteneurs dans les ports français et dans leurs compétiteurs proches entre 1993 et 2010 est donnée sur la figure 3. La compétition concerne le trafic à l'import/export ainsi que celui de transbordement maritime. Par exemple, plus de 60% des conteneurs à destination de l'Ile-de-France sont déchargés au port d'Anvers. Ainsi, les trois défis du port du Havre identifiés dans [64] sont les suivants. Le premier est de regagner des parts du marché de l'Ile-de-France. Le second est de développer le transbordement vers la façade atlantique de l'Europe. Le troisième est de conquérir l'hinterland lointain grâce au transport ferroviaire.

Différents facteurs ont été identifiés comme contribuant positivement à l'attractivité d'un port pour le trafic maritime, notamment le temps de rotation des navires dans [72] et la qualité des connexions avec l'hinterland pour le transport terrestre dans [80]. D'une part, la compétitivité d'un port requiert des infrastructures pour le service de navires de tailles grandissantes, ainsi que pour le service de barges fluviales, de trains et de camions. Par exemple, des investissements cumulés de plus de 2,5 milliards d'euros au port d'Anvers entre 1987 et 1997 lui ont permis de rester dans la course avec celui de Rotterdam. Au

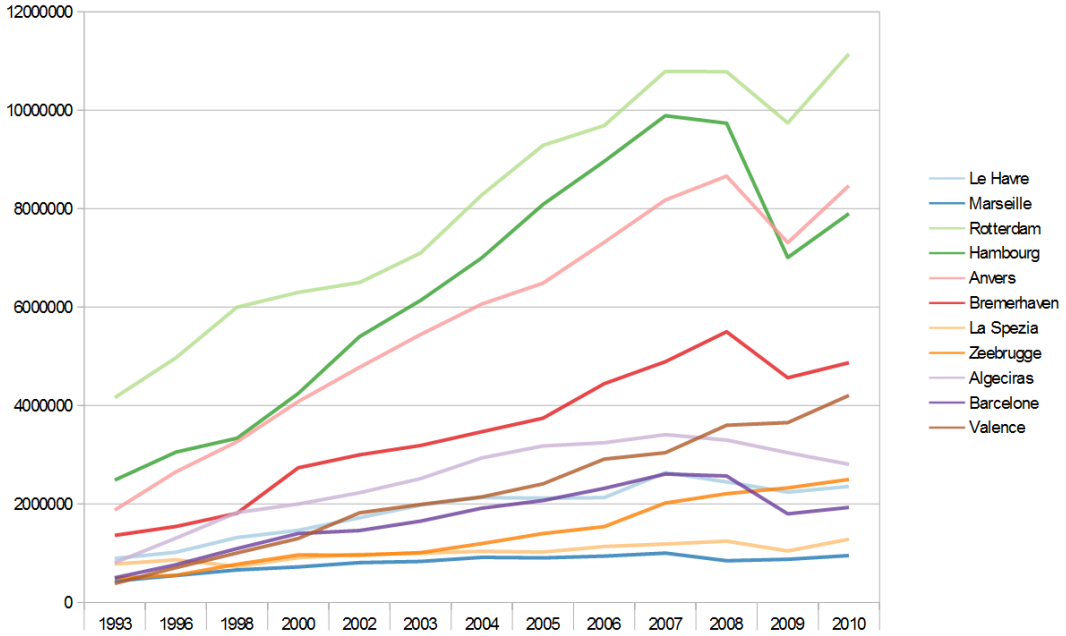

FIGURE 3 – Evolution du trafic de conteneurs dans les ports français et dans leurs compétiteurs proches, en équivalents vingt pieds [18]

port du Havre, le grand chantier portuaire Port 2000, dont les travaux ont débuté en 2001, comprend 4,2 kilomètres de quai avec douze postes à quai pour les portes-conteneurs et une digue de 3,5 kilomètres. La construction de la majeure partie du quai ainsi que celle de la digue ont déjà été achevées. L'investissement représente plus de 1,5 milliards d'euros. Deux terminaux à conteneurs opérant dans Port 2000 sont visibles sur la figure 4. De plus, dans le port du Havre, la construction d'un terminal dédié à la connexion avec les réseaux fluvial et ferroviaire a été complétée récemment, pour un montant supplémentaire de 135 millions d'euros. Ce terminal est visible sur la figure 5. D'autre part, la compétitivité d'un port nécessite la gestion efficiente des infrastructures dont il dispose afin d'assurer les services attendus dans les temps.

Les problèmes de gestion des opérations dans les terminaux à conteneurs ont reçu une attention considérable dans la littérature en recherche opérationnelle et logistique ces dernières années (voir les revues de la littérature [70, 69, 11, 16, 15, 10]). La plupart des études s'intéressent à un problème difficile à résoudre à l'intérieur d'un terminal, comme celui de l'allocation de postes à quai aux bateaux, celui de l'ordonnancement des grues de quai, celui de l'allocation de stockage aux conteneurs, etc. Plusieurs études considèrent deux problèmes simultanément, par exemple les allocations simultanées de postes à quai et de grues dans [43, 55, 35], les allocations simultanées de postes à quai et de stockage dans [40, 48]. Peu d'études considèrent globalement le flux de conteneurs dans de multiples terminaux d'un port, par exemple celles menées dans [52, 39], et celle dirigée dans cette thèse.

Pourtant, dans les grands ports où de multiples terminaux à conteneurs opèrent ensemble, améliorer séparément la gestion de chaque terminal n'est pas suffisant pour optimiser le temps de rotation des navires. Une gestion coordonnée des terminaux peut diminuer

Figure 4 – Terminaux maritimes en eaux profondes de Port 2000 au Havre

Figure 5 – Plateforme multimodale du port du Havre

le temps de service des navires, avec une répartition de la charge de travail globale entre les terminaux. De plus, le transport intra-portuaire des conteneurs entre les terminaux maritimes et ceux dédiés à l'hinterland doit aussi être coordonné.

Cette thèse s'inscrit dans le contexte du projet Passage Portuaire, présenté dans [65], dont le programme de recherche visait notamment à identifier de nouvelles organisations logistiques portuaires. Elle s'intéresse au cas d'un port dans lequel de multiples terminaux à conteneurs coopèrent afin de fournir un meilleur service global. Deux tendances récentes agissent de concert pour rendre cette coopération possible. Premièrement, de plus en plus d'opérateurs portuaires gèrent plusieurs terminaux dans un même port. Par exemple, actuellement dans le port du Havre, le groupe Perrigault opère deux terminaux (le terminal Porte Océane et le terminal de Normandie) et la GMP opère deux terminaux (le terminal de France et le terminal Nord). Deuxièmement, la coopération entre les terminaux peut être encouragée par les autorités portuaires. Ainsi, l'autorité portuaire de Rotterdam, qui gère le plus grand port d'Europe, avec 13 terminaux à conteneurs et 42 kilomètres de terrain le long de la Meuse, vise à accroitre la part de trafic fluvial et ferroviaire à plus de 50% du transport terrestre dans un futur proche. Elle vise de plus une forte augmentation du trafic. Ces deux objectifs requièrent une forte coopération entre les terminaux à conteneurs, particulièrement entre les terminaux maritimes et ceux fluviaux-ferroviaires.

Un port avec plusieurs terminaux est un système très complexe et optimiser les mouvements de tous les conteneurs sur une période donnée est un problème extrêmement difficile à appréhender numériquement. Cependant, à un niveau tactique de planification, il est par exemple possible de grouper les conteneurs et d'assurer la calculabilité pratique du problème. Cette thèse s'intéresse donc à la planification tactique des opérations dans un port, afin d'optimiser les flux de conteneurs dans des terminaux multiples en considérant les modes de transport maritime, fluvial, ferroviaire et routier.

Structure de la thèse

Le premier chapitre, intitulé « Le problème de la planification portuaire », introduit le problème étudié dans cette thèse. Afin de donner une idée de la manutention des conteneurs, certains équipements des terminaux sont d'abord illustrés. Puis, le modèle proposé pour le problème est présenté et il est positionné par rapport à ceux de la littérature. Finalement, les instances que nous avons générées pour les expériences numériques sont décrites.

Le second chapitre, intitulé « Méthodes de décomposition et heuristiques », présente les méthodes que nous avons utilisées pour traiter le Problème de la Planification Portuaire (PPP). Celles-ci sont basées sur la programmation linéaire en variables mixtes. Dans un premier temps, le fonctionnement d'un solveur de programmes linéaires en variables mixtes est présenté. Dans un second temps, une méthode de résolution exacte utilisant la décomposition de Dantzig-Wolfe est considérée. Dans un troisième et dernier temps, des heuristiques basées sur la décomposition du problème sont introduites.

Le troisième chapitre, intitulé « Modèles mathématiques et résolution exacte », introduit d'abord la formulation compacte détaillée du PPP et une formulation étendue

obtenue par décomposition de Dantzig-Wolfe, utilisées pour sa résolution exacte. Puis, des expériences numériques sont conduites avec ces deux formulations. Les résultats montrent que la résolution de la formulation compacte par un solveur à l'état de l'art permet de traiter des instances avec un terminal maritime multimodal ou deux terminaux spécialisés (un pour navires, camions et un pour barges fluviales, trains) prenant en charge un trafic annuel de quatre millions d'équivalents vingt pied sur un horizon de planification à sept jours. Par contre, la résolution de la formulation étendue donne des performances insuffisantes avec la méthode implémentée. Enfin, une formulation étendue du problème d'allocation de postes à quai est présentée, déjà connue dans la littérature. Nous montrons comment elle peut être obtenue depuis la formulation compacte du problème de la planification portuaire. Des expériences numériques permettent de confirmer les résultats rapportés précédemment avec cette formulation.

Le quatrième chapitre, intitulé « Résolution heuristique », introduit une famille d'heuristiques pour un type d'instances difficiles du problème de la planification portuaire, dans lesquelles des décisions d'affectation des véhicules aux terminaux doivent être prises. Plusieurs terminaux pouvant servir des véhicules, il faut déterminer le ou les terminaux de prise en charge de chacun de ces véhicules. Pour commencer, le principe de la famille d'heuristique est présenté. Puis, les implémentations des heuristiques de résolution du problème sont décrites. Pour finir, des expériences numériques comparatives sont conduites. Certaines heuristiques permettent de résoudre des instances difficiles avec une grande efficacité. Ces instances ont jusqu'à trois terminaux maritimes multimodaux et un niveau de trafic annuel de cinq millions d'EVP sur un horizon de planification à sept jours. L'analyse des résultats permet également de tirer des conclusions sur le couplage des sous-problèmes par modes de transport et sur les bénéfices de la coopération entre terminaux.

Le cinquième chapitre, intitulé « Planification en horizon glissant », constitue une étude préliminaire du traitement du PPP en horizon glissant, avec prise en compte des incertitudes sur les dates d'arrivée des navires. Dans un premier temps, le principe général de la planification en horizon glissant est présenté. Dans un deuxième temps, une application de ce principe au PPP est proposée. Dans un troisième temps, des expériences numériques sont conduites. Les résultats indiquent le potentiel de cette approche pour la gestion dynamique de terminaux à conteneurs.

Nous concluons par un récapitulatif des résultats obtenus et proposons des perspectives pour des travaux futurs.

Chapitre 1

Le problème de la planification portuaire

1.1 Introduction

Ce premier chapitre introduit le Problème de la Planification Portuaire (PPP). Ce problème concerne la planification de la prise en charge de flux de conteneurs par des terminaux coopérant dans un port maritime. Nous proposons un modèle tactique pour traiter ce problème. Une solution à notre modèle fournit d'une part une affectation des navires aux longs cours, navires caboteurs, barges fluviales, trains et camions aux terminaux. Elle fournit d'autre part une allocation de ressources et des intervalles temporels pour leurs prises en charge et pour la manutention des conteneurs. Cette planification est multi-période, le temps étant divisé en périodes de durées égales.

Dans un premier temps, afin de donner un idée du déroulement des opérations dans un terminal à conteneurs, la manutention des conteneurs est illustrée, avec les équipements correspondants. Dans un deuxième temps, le modèle proposé pour le PPP est présenté. Dans un troisième temps, une revue de la littérature est effectuée. Dans un quatrième temps, les instances de ce problème utilisées pour les expériences numériques sont décrites.

1.2 La manutention des conteneurs

Un terminal à conteneurs est une infrastructure où des conteneurs sont déchargés et chargés de et sur des véhicules de transport et où ils peuvent être stockés entretemps. Un terminal est équipé pour la prise en charge de certains modes de transport. Différents types de terminaux existent. Un terminal maritime multimodal réalise des transferts de conteneurs entre des navires aux longs cours, des navires caboteurs, des barges fluviales, des trains et des camions. Une vue schématique d'un terminal de ce type est fournie sur la figure 1.1. Un terminal dédié à l'arrière pays comme celui construit récemment dans le port du Havre se consacre au service des barges fluviales et des trains.

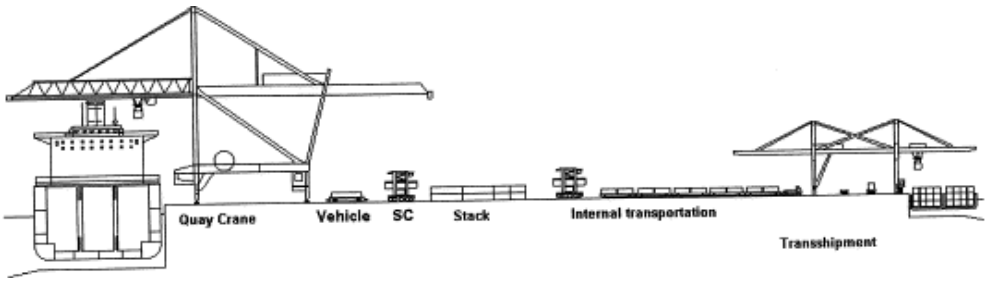

FIGURE 1.1 – Vue schématique d'un terminal à conteneurs maritime multimodal [78]

FIGURE 1.2 – Grues de quai dans le port de Rotterdam

En général, il y a une période de stockage comptée en jours entre le déchargement d'un conteneur et son chargement sur le véhicule de transport qui l'acheminera à sa prochaine destination.

La manutention des conteneurs sur les véhicules nécessite des équipements dépendant du mode de transport. Un conteneur de 40 pieds fait un peu plus de 12 mètres de long et peut peser plus de 25 tonnes. Pour les bateaux, cette manutention s'effectue avec des grues de quai montées sur rails, comme celles apparaissant sur la figure 1.2. Pour les trains, les conteneurs sont en général déchargés et chargés par des portiques, montés sur rails ou sur roues, comme ceux visibles sur la figure 1.3. Pour les camions, la manutention des conteneurs est réalisée avec des équipements variés, par exemple des chariots cavaliers ou des chariots élévateurs, ou encore des portiques. Des chariots cavaliers et un chariot élévateur apparaissent sur la figure 1.4.

A l'intérieur d'un terminal, le transport des conteneurs est assuré par des véhicules pouvant être des chariots cavaliers, des camions, des véhicules à guidage automatique, etc. Dans la zone de stockage, l'empilement et le dépilement des conteneurs peut faire intervenir des équipements comme des portiques, des chariots élévateurs, des chariots cavaliers, etc. Entre les terminaux, le transport des conteneurs peut être réalisé par exemple avec des navettes ferroviaires comme c'est prévu au port du Havre, ou par des camions

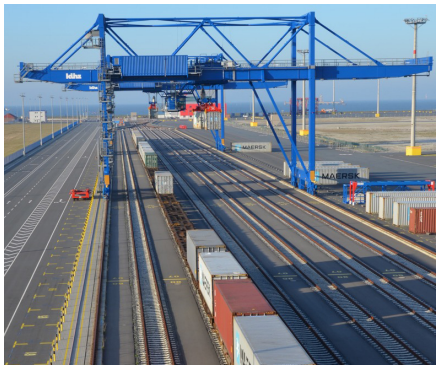

Figure 1.3 – Portiques dans le port de Wilhelmshaven

Figure 1.4 – Chariots cavaliers et chariot élévateur

avec plusieurs remorques, comme c'est le cas actuellement au port de Rotterdam.

Notre modèle du PPP permet de représenter les différents types de terminaux à conteneurs pouvant opérer dans un port et leurs équipements variés.

1.3 Présentation du modèle

Le PPP englobe la gestion des véhicules de transport de conteneurs, la gestion des équipements pour la manutention de leurs conteneurs, et la gestion de bout en bout des conteneurs dans les terminaux du port. Nous proposons un modèle tactique pour ce problème. La planification avec ce modèle fournit une ligne directrice pour la gestion opérationnelle des terminaux à conteneurs coopérant dans le port, sur un horizon de temps donné.

Dans le modèle proposé, la planification de l'allocation de postes à quai attribue à chaque bateau - navire au long cours, navire caboteur, barge fluviale - au moins une position d'amarrage dans un terminal, et détermine les périodes de prise en charge correspondantes. Un plan est aussi calculé pour les trains, qui sont affectés aux voies ferrées dans les terminaux au cours du temps. Les camions sont considérés par groupe. Dans un groupe, les camions sont assignés aux terminaux par les décisions prises pour leurs conte-

neurs. Ci-après, le mot véhicule désigne un bateau, un train ou un groupe de camions. Un véhicule a une date d'arrivée et une dernière période de présence possible dans le port (date échue, ou *deadline* en anglais). Un bateau ou un train a de plus une date de départ souhaitée (date d'échéance, ou *due date* en anglais) ainsi qu'un coût de retard. Ce coût augmente par période de présence au port après la date d'échéance. L'objectif global est de minimiser la somme des coûts des retards, le coût de retard dépendant de l'importance du bateau ou du train. En pratique, il est en général possible de fixer des rendez-vous aux camions. Nous supposons que ces rendez-vous permettent d'éviter leur retard à un niveau tactique et par conséquence les camions n'ont pas de coût de retard dans notre modèle. Toutefois, leur retard reste possible à un niveau opérationnel.

L'horizon de planification est divisé en périodes de durées égales. Le choix de la durée d'une période dépend de plusieurs critères. Premièrement, dans notre modèle, les décisions d'allocation de ressources aux véhicules doivent être prises pour des périodes complètes. Par exemple, un poste à quai est alloué à un bateau pour des périodes consécutives indivisibles. Il en est de même pour l'affectation d'une grue à un bateau. Afin que l'allocation de ressources soit efficiente, la durée d'une période doit être suffisamment petite. Deuxièmement, la durée d'une période a un impact important sur la planification produite et les décisions qui y sont prises. Ainsi, dans le cas de terminaux non automatisés, la durée d'un *shift* de travail est à prendre en compte, c'est à dire le nombre d'heures travaillées à la suite par une équipe. Un *shift* de travail dure en général plus de quatre heures. Choisir une durée de période qui en est un nombre diviseur permet de définir des tâches par période ensuite groupées par *shift* de travail. Troisièmement, les méthodes de résolution proposées pour ce problème sont naturellement plus rapides avec un petit nombre de périodes. A partir de ces critères parfois contradictoires, nous avons décidé d'utiliser une durée de période d'une ou deux heures lors des expériences numériques.

Dans ce modèle, le niveau de granularité pour les conteneurs est le lot. Un lot est un ensemble de conteneurs qui sont déchargés d'un véhicule source et chargés plus tard sur un autre véhicule destinataire. Rappelons qu'un groupe de camions est considéré comme un seul véhicule. Un conteneur déchargé de son véhicule source est souvent transporté à l'intérieur du terminal vers la zone de stockage. Il peut rester empilé là, ou être transporté vers un autre terminal. Il est ensuite chargé sur le véhicule destinataire, en général plusieurs jours après son déchargement. Une solution fournit les terminaux et les périodes pour décharger, charger et stocker les lots de conteneurs, ainsi que les périodes pour les transporter entre terminaux. Le sous-problème d'assigner aux conteneurs des blocs de stockage dans les terminaux est hors du champ du modèle proposé. Dans la section 1.4, une revue de la littérature est effectuée, où le problème d'allocation de stockage par bloc est présenté. Pour une revue détaillée des opérations de transport et de stockage dans les terminaux à conteneurs, le lecteur est redirigé vers [15, 16, 71].

Deux ressources principales sont considérées explicitement pour décharger et charger les conteneurs des véhicules : les zones de prise en charge et les groupes de grues, qui sont illustrées sur la figure 1.5. Les zones de prise en charge sont les endroits où les conteneurs sont manutentionnés sur les bateaux et sur les trains, c'est à dire respectivement les postes à quai et les groupes de voies ferrées. Un quai est partitionné en postes à quai. Un groupe de voies ferrées rassemble des voies ferrées adjacentes. L'allocation d'espace aux camions au cours du temps n'est pas considérée, car la ressource limitant leur prise en charge est supposée ici être les grues assurant la manutention de leurs conteneurs. Sur la figure 1.5,

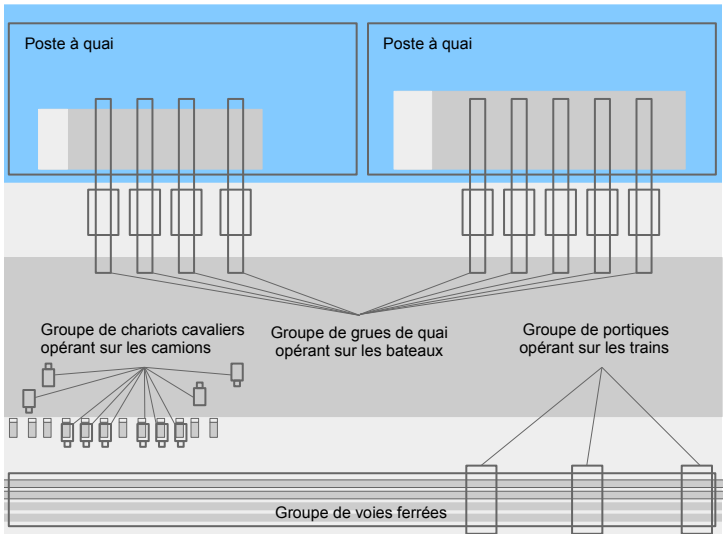

Figure 1.5 – Zones de prise en charge et groupes de grues dans un terminal

il y a trois zones de prise en charge : deux postes à quai et un groupe de voies ferrées.

Les grues opérant directement sur les véhicules sont l'autre ressource principale. Les grues pour les bateaux sont groupées par quai. Les grues pour les trains sont considérées par groupe de voies ferrées. Celles pour les camions sont groupées par terminal à conteneurs. Sur la figure 1.5, il y a un groupe de neuf grues de quai opérant dans deux postes à quai, un groupe de portiques opérant sur les voies ferrées et un groupe de chariots cavaliers opérant pour les camions. Toutes ces grues sont soit montées sur rails, soit sur roues, et donc mobiles.

L'affectation des grues aux bateaux est déterminée dans notre modèle. Le nombre de grues assignées à un bateau peut changer d'une période à une autre, les grues d'un groupe pouvant se déplacer le long du quai où elles opèrent. Il est supposé que les grues de quai d'un même groupe ont des caractéristiques identiques. Un groupe de grues pour bateaux est caractérisé par son nombre de grues de quai et par leur productivité marginale, étudiée dans [55]. Par exemple, supposons qu'une grue de quai seule peut manutentionner en moyenne 25 conteneurs par heure. Alors, quatre grues assignées au même bateau soulèveront au plus 75 conteneurs par heure, à cause des interférences entre elles. Cinq grues assignées au même bateau ne pourront soulever plus de 90 conteneurs par heure, pour la même raison. Ainsi, le nombre maximum de conteneurs manutentionnés en une période par un nombre donné de grues de quai opérant simultanément sur un bateau fait partie des données du modèle.

Puisque les grues pour les trains et celles pour les camions opèrent sur plusieurs véhicules dans de courtes périodes de temps avec peu d'interférences entre elles, un groupe de grues pour trains ou camions a seulement une caractéristique : un nombre maximum de conteneurs qu'il peut manutentionner par période.

Les sous-problèmes de calculer des ordonnancements détaillés pour les grues, notamment un par bateau, sont hors du champ du problème étudié. Par exemple, il s'agit d'ordonnancement tenant compte du plan d'arrimage du bateau, avec des contraintes opéra-

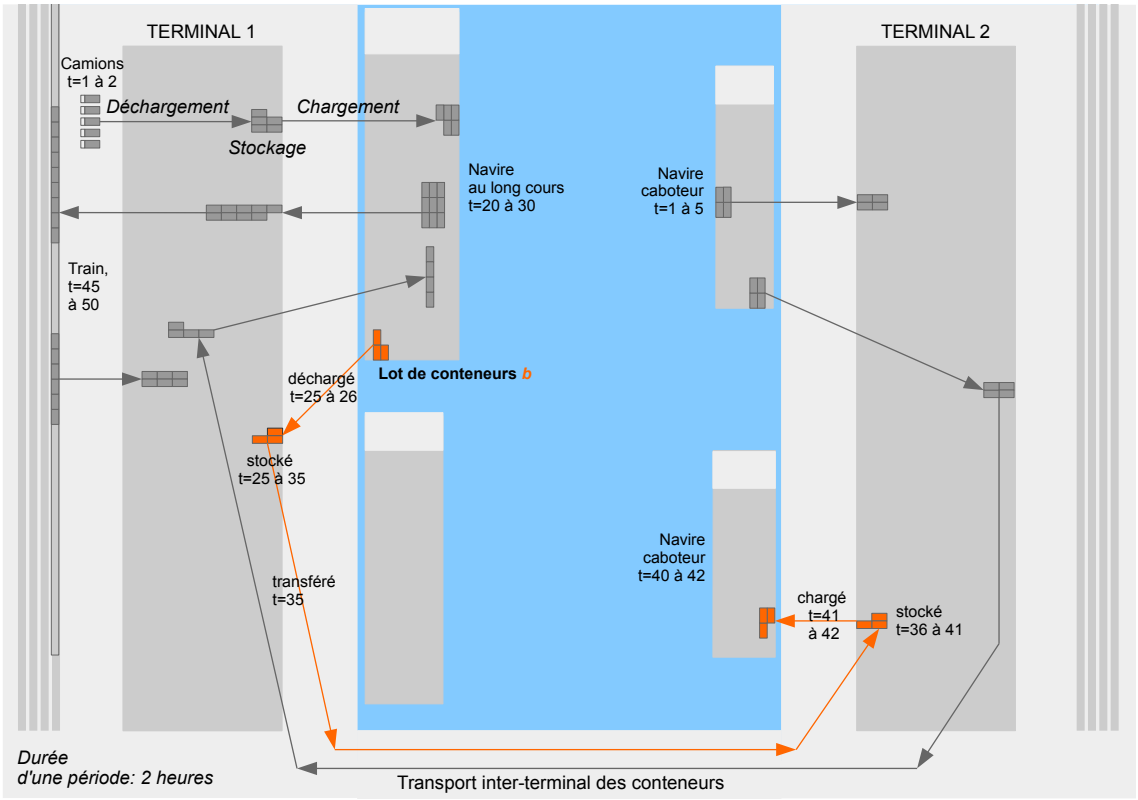

FIGURE 1.6 – Flux de conteneurs partiel dans deux terminaux

tionnelles de précédence sur la manutention des conteneurs liées à leur ordre d'empilement et à la stabilité du bateau. Pour une revue détaillée des problèmes d'ordonnancement des grues de quai, le lecteur est redirigé vers [11, 10].

Une solution à une instance simplifiée de ce problème est partiellement illustrée dans la figure 1.6, avec une durée de période de deux heures. Un navire au long cours est amarré au poste à quai en haut à gauche du terminal 1, de la période 20 à la période 30. Le lot b de trois conteneurs est déchargé de ce navire de la période 25 à la période 26. D'une part, l'affectation de grues de quai à ce bateau est nécessaire pour que ce déchargement soit possible. D'autre part, son déchargement est réalisable si une contrainte est respectée sur la quantité de conteneurs manutentionnés dans ce terminal par période. Cette contrainte par terminal et par période limite les flux de conteneurs entrant et sortant (déchargements/chargements de conteneurs par les groupes de grues et émissions/réceptions de conteneurs par transport inter-terminal). Cette limitation est imposée pour prendre en compte les ressources de transport de conteneurs à l'intérieur d'un terminal ainsi que celles de dépilement et d'empilement des conteneurs dans sa zone de stockage. Ensuite, ce lot b est stocké dans ce terminal de la période 25 à la période 35. Le nombre de conteneurs empilés dans un terminal doit toujours rester sous une limite donnée. Ensuite, ce lot b est transporté vers le terminal 2 à la période 35, pour être finalement chargé sur un navire caboteur pendant les périodes 41 et 42. La manutention de cinq autres lots est aussi décrite dans la figure où les périodes sont omises dans un souci de lisibilité. Plusieurs contraintes additionnelles doivent être respectées pour le transport inter-terminal des conteneurs. Le transport du terminal 1 au terminal 2 prend un nombre fixé de périodes, ici une période.

Il y a une limite donnée sur le nombre de conteneurs envoyés par période du terminal 1 au terminal 2. Il y a de plus une limite globale donnée sur le nombre total de conteneurs transportés entre les terminaux pendant tout l'horizon de planification. Cette contrainte a été introduite pour limiter les coûts liés au transport inter-terminal des conteneurs. Notons que nous avons gardé le problème aussi général que possible, mais que d'autres paramètres peuvent être requis pour correspondre à une configuration portuaire spécifique.

1.4 Revue de la littérature

A notre connaissance, peu d'études sont consacrées à des problèmes impliquant de multiples terminaux à conteneurs coopérant dans un port. Deux études de ce type sont considérées dans cette section. La première s'intéresse à la planification stratégique et cyclique dans un port du terminal et des périodes de passage de chaque navire d'un ensemble donné. La seconde est spécifique à un port de transbordements entre navires où l'espace de stockage est la ressource critique et elle considère la gestion des conteneurs. En fait, le problème d'allocation de postes à quai (*Berth Allocation Problem* ou BAP, en anglais), qui concerne la plupart du temps un quai dans un terminal à conteneurs, a attiré la plus grande part de l'attention des chercheurs. Depuis peu, des études intègrent un problème inter-dépendant avec le BAP, comme celui de l'allocation de grues de quai ou celui de l'allocation de stockage.

1.4.1 Problème d'allocation de postes à quai

Le BAP consiste à assigner des positions à quai avec des dates de début et de fin d'amarrage aux bateaux à venir. Les nombreuses variantes du BAP sont revues dans [11, 10], où une classification est donnée. La plupart d'entre elles sont $\mathcal{NP}$-difficiles [1]. Trois types d'agencement du quai sont reportés : discret, continu et hybride. Avec un agencement discret, un poste à quai peut accueillir seulement un bateau à la fois. Avec un agencement continu, les bateaux peuvent amarrer n'importe où sur le quai, ce qui permet la meilleure utilisation de l'espace. Cependant, beaucoup de terminaux à conteneurs utilisent un nombre limité de points d'amarrage, pour des raisons pratiques. Pour calculer un plan d'allocation de postes à quai sur des terminaux multiples, nous utilisons un agencement hybride, où chaque quai est vu comme un ensemble fini de postes à quai, et chaque poste à quai peut accueillir simultanément au plus deux bateaux. Ceci rend la condition suivante non seulement nécessaire mais aussi suffisante pour effectivement amarrer les bateaux.

Condition 1 : « A chaque période, la somme des longueurs des bateaux à amarrer est inférieure ou égale à la longueur du poste à quai dans lequel ils doivent être amarrés. »

Autoriser trois bateaux ou plus simultanément dans un poste à quai rendrait la condition 1 insuffisante, comme le démontre l'exemple dans la figure 1.7. Avec l'agencement hybride choisi, les longueurs des bateaux et celles des postes à quai sont explicitement prises

1. Cependant, les auteurs rapportent dans [45] que le BAP discret statique avec l'objectif le plus commun se réduit à un problème d'affectation à deux dimensions, résolu en temps polynomial par la méthode hongroise.

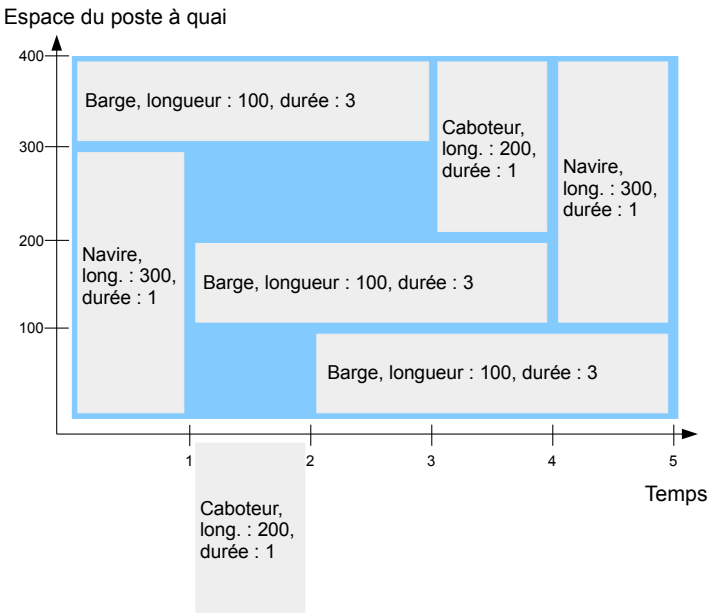

FIGURE 1.7 – Exemple où la condition 1 n'est pas suffisante pour amarrer les bateaux

en compte, et une meilleure utilisation de l'espace de quai peut être réalisée qu'avec un agencement discret. Dans notre modèle, le BAP est dynamique, car tous les bateaux à ordonnancer ne sont pas présents au départ. On parle sinon de BAP statique. Les temps de prise en charge des bateaux sont dynamiques car ils dépendent du nombre de grues affectées. Selon [11], l'objectif le plus commun du BAP est de minimiser le temps de service total des bateaux. Cet objectif est un cas particulier du nôtre qui est de minimiser le coût total du retard pondéré, quand pour chaque bateau la date de départ souhaitée vaut celle d'arrivée et le coût du retard est un.

L'étude [44] considère un BAP avec deux terminaux à conteneurs : le problème est résolu pour un terminal, et les bateaux qui doivent attendre plus qu'une durée limite donnée sont redirigés vers un terminal externe. L'objectif est de minimiser la somme des temps de prise en charge des bateaux dont le service s'effectue au terminal externe.

Dans [10], les auteurs rapportent que des méthodes exactes et des heuristiques permettent de traiter les instances du BAP. Dans [14], les auteurs s'intéressent au BAP dynamique à agencement de quai discret, avec temps de prise en charge dynamiques, dépendant de la position d'amarrage. Ils effectuent une comparaison numérique de cinq Programmes Linéaires en Variables Mixtes (PLVM). Les 50 instances de comparaison ont jusqu'à 35 bateaux et 10 postes à quai, et un horizon à 12 jours. Une formulation comme un problème de partitionnement d'ensemble généralisé permet d'obtenir avec CPLEX 11 la solution optimale en moins de 30 secondes à chacune de ces instances. Les quatre autres formulations donnent moins d'une fois sur trois une solution optimale dans la limite de deux heures sur le temps de calcul par instance. Nous nous intéressons à la meilleure formulation de cette variante du BAP dans la section 3.5 et confirmons les résultats obtenus précédemment avec elle dans [14]. Dans [10], les auteurs indiquent que les méta-heuristiques sont l'approche la plus fréquente pour traiter le BAP, en particulier les algorithmes génétiques et évolutionnaires. Pour la variante du BAP étudiée dans [14], une recherche tabou avait

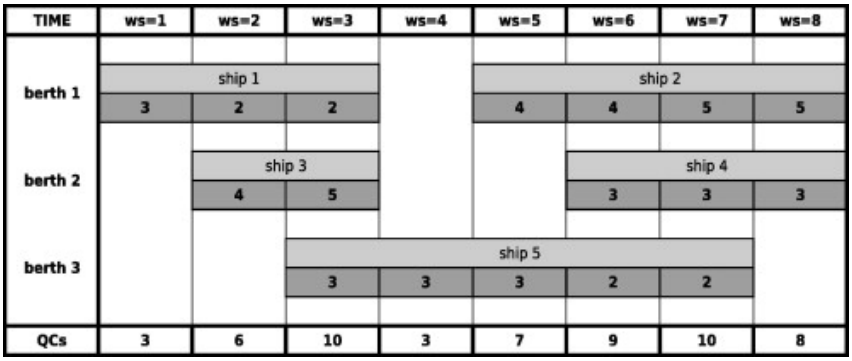

Figure 1.8 – Plan d'allocations de postes à quai et de grues [35]

auparavant été proposée dans [20]. Les expériences numériques sont réalisées dans [20] sur les mêmes 50 instances que dans [14]. Les résultats montrent que cette recherche tabou permet d'obtenir en quelques secondes pour chacune de ces instances une solution à moins de un pourcent en moyenne de l'optimalité. Cette évaluation de la qualité des résultats fournis par la recherche tabou est possible grâce à l'efficacité de la meilleure méthode exacte connue pour cette variante du BAP. Dans le contexte d'une approche hiérarchique, le BAP est la plupart du temps étudié indépendamment d'autres problèmes interdépendants, comme celui d'allocation de grues de quai.

1.4.2 Problème d'allocations simultanées de postes à quai et de grues

Dans [11], les auteurs rapportent qu'étant donné un plan d'allocation de postes à quai, le problème d'allocation de grues de quai est suffisamment simple pour être résolu par des règles de bon sens, ce qui explique l'absence d'étude qui lui serait consacrée. Récemment, plusieurs études ont intégré ce problème avec le BAP, notamment dans [55, 35, 43, 73]. En effet, les durées de prise en charge des bateaux dépendent de l'allocation de grues de quai. Dans [55], la productivité des grues de quai est supposée être une fonction n^α du nombre n de grues assignées au même bateau, où $0 < \alpha \leq 1$ est un coefficient d'interférences entre les grues. Dans notre modèle, la productivité d'un groupe de grues est une fonction réelle de n. Dans [35], les auteurs proposent le concept de profil de grues de quai, qui est une allocation de grues à un bateau suivant un ensemble de contraintes opérationnelles, définies par les gestionnaires. Ces contraintes peuvent concerner par exemple les variations du nombre de grues assignées au bateau, qui peuvent être autorisées seulement à la fin des *shifts* de travail, et être limitées à une ou deux grues. Ils requièrent comme entrée du problème pour chaque bateau un ensemble de profils de grues de quai. Une solution de leur modèle est illustrée sur la figure 1.8. Le temps y est divisé en *shifts* de travail. Dans [43], les mouvements des grues sont autorisés sous la contrainte qu'une grue ne peut pas bouger d'un poste à quai à un autre s'il y a entre eux un poste à quai dans lequel se trouve un bateau. Nous autorisons les mouvements de toutes les grues de quai à la fin des périodes, ce qui offre plus de flexibilité que dans [35, 43]. Dans [73], l'approche hiérarchique est comparée à celle intégrée par des expériences numériques. Les résultats confirment la valeur ajoutée de l'intégration en terme de réduction des coûts et d'utilisation efficiente des ressources, particulièrement dans le cas de congestion.

Pour résoudre les instances du problème d'allocations simultanées de postes à quai et de grues, les auteurs utilisent dans [55, 35, 43] des méta-heuristiques. Par exemple, dans [55], une recherche tabou et une optimisation *squeaky wheel* (heuristique basée sur des cycles de construction, d'analyse et de priorisation) fournissent en quelques minutes des solutions espérées proches de l'optimalité à des instances avec 40 bateaux, un quai de 1000 mètres modélisé par un agencement hybride, 10 grues et un horizon à sept jours. Les auteurs proposent aussi un PLVM résolu par CPLEX 9.1. Cela permet d'avoir des solutions proches de l'optimalité à des instances avec jusqu'à 20 bateaux, mais dans la limite de 10 heures sur le temps de calcul. Dans [35], un PLVM résolu par CPLEX 10.2 donne en moins de trois heures des solutions proches de l'optimalité à des instances avec jusqu'à 40 bateaux, cinq postes à quai, 13 grues et un horizon à 14 jours. Seulement deux instances sont résolues à l'optimalité. Une heuristique combinant recherche tabou et programmation linéaire fournit en moins de trois heures des solutions espérées proches de l'optimalité à des instances similaires avec jusqu'à 60 bateaux et 13 postes à quai. Notons que l'attribution d'un profil de grues de quai à un bateau détermine sa durée de prise en charge. La recherche tabou est utilisée pour résoudre le BAP lorsque les assignations des profils de grues de quai aux bateaux sont fixées. La programmation linéaire permet ensuite de mettre à jour les assignations des profils de grues de quai aux bateaux. Cette mise à jour repose sur les informations données par les coûts réduits de la relaxation linéaire du PLVM proposé. Des contraintes sont ajoutées au problème afin de prendre en compte la solution courante du BAP et la relaxation linéaire est résolue. Puis, pour chaque bateau, la variable correspondant à un profil de grues de quai avec le plus grand coût réduit détermine le prochain profil qui lui sera assigné. La procédure est répétée jusqu'à ce que tous les coûts réduits soient négatifs ou nuls, ou jusqu'à ce qu'une des deux limites sur le nombre d'itérations et sur la durée d'exécution soit atteinte. Dans [73], un algorithme de *branch-and-price* est proposé pour le problème introduit dans [35]. Ce type d'algorithme est présenté à la section 2.3. Les résultats montrent que l'algorithme de [73] surpasse CPLEX 12, permettant de résoudre à l'optimalité une grande partie des instances. Cependant, aucune instance avec plus de 20 bateaux, cinq postes à quai, 13 grues et un horizon à sept jours n'est résolue. Ainsi, le traitement des instances du problème d'allocations simultanées de postes à quai et de grues dans la littérature repose sur des heuristiques.

1.4.3 Problème d'allocations simultanées de postes à quai et de stockage

La planification de l'allocation de stockage est un problème tactique, qui consiste à assigner aux conteneurs des blocs de stockage dans un terminal. Un bloc offre une certaine capacité de stockage et un conteneur peut être stocké successivement dans différents blocs. Dans [59], l'allocation de stockage concerne des groupes de conteneurs transbordés entre des navires et elle repose sur une solution au BAP. De même, une solution à notre problème donne les terminaux et les endroits de déchargement et de chargement des lots de conteneurs, ce qui permet ensuite de déterminer une allocation de stockage dans les terminaux. C'est l'ordre de résolution habituel de ces problèmes dans la hiérarchie de sous-problèmes portuaires, donnée dans la figure 1.9.

Le problème d'allocations simultanées de postes à quai et de stockage est étudié dans [41, 51, 48]. Dans [41], les contraintes principales du problème sont d'une part celles du BAP continu et d'autre part des contraintes sur les capacités de stockage des blocs. Les

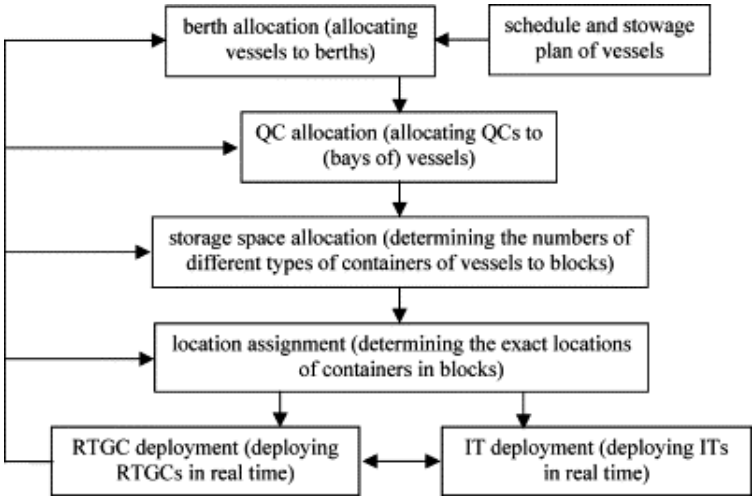

Figure 1.9 – Hiérarchie de sous-problèmes de la planification portuaire [83]

conteneurs sont représentés comme un flux entre les navires, les blocs et l'hinterland. L'objectif est de minimiser la distance parcourue par les chariots cavaliers qui assurent le transport des conteneurs. Le problème est formulé par un PLVM, puis une heuristique basée sur cette formulation est introduite. Elle repose sur le fait que le problème comporte deux composantes, une pour l'allocation de postes à quai et une pour l'allocation de stockage, chacune facile à résoudre quand la solution de l'autre est fixée. L'heuristique alterne entre ces deux composantes jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible d'améliorer la valeur de l'objectif. Comme le succès de cette heuristique dépend de son point de départ, c'est à dire de la première solution fixée, les auteurs proposent deux méthodes : la première est de générer un point de départ favorable et la seconde est d'utiliser des points de départs aléatoires multiples. Une étude de cas est ensuite réalisée pour l'opérateur PSA dans le port d'Anvers. Les instances ont 103 navires, un quai de 2000 mètres, 20 blocs et un horizon à un mois divisé en périodes de quatre heures. Une exécution de l'heuristique alternante prend quelques minutes pour un point de départ aléatoire. Le calcul d'un point de départ favorable nécessite un peu moins de deux heures. Les résultats montrent que ce calcul est payant par rapport à une approche avec des points de départs aléatoires multiples.

Dans [51], un problème tactique de gestion des navires caboteurs dans un terminal de transbordements entre navires est présenté. L'hypothèse des auteurs est que le service des navires caboteurs peut être négocié. Ce problème consiste d'une part à déterminer des positions d'amarrage et des périodes de prise en charge pour les navires caboteurs et d'autre part à calculer une allocation de stockage pour les flux de conteneurs entre navires caboteurs et navires aux longs cours. Les positions d'amarrage des navires aux longs cours sont fixées. Un de ces flux de conteneurs est illustré sur la figure 1.10. Un PLVM est formulé, résolu par CPLEX 12.1, et un algorithme mémétique est introduit. Des instances sont traitées avec jusqu'à 10 navires aux longs cours, 30 navires caboteurs, huit postes à quai, 23 blocs et un horizon à une semaine divisé en *shifts* de travail de huit heures. L'heuristique fournit des solutions espérées proches de l'optimalité aux plus grandes instances en moins d'une heure. Une formulation étendue obtenue par décomposition de Dantzig-Wolfe est ensuite introduite dans [48], et une heuristique de problème maître restreint est proposée. Ce type d'heuristique est décrit à la section 2.4.1. Dans [48], la

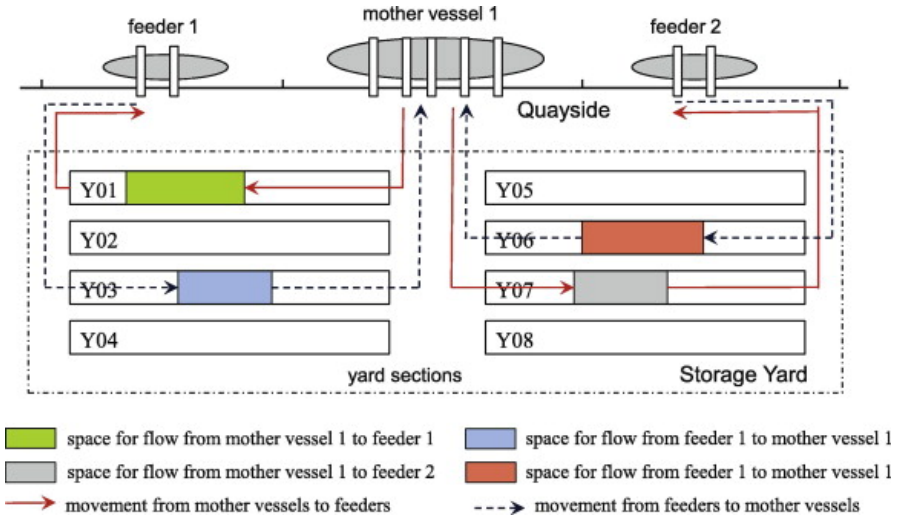

FIGURE 1.10 – Flux de conteneurs dans un terminal de transbordements entre navires [51]

relaxation linéaire du problème maître est résolue, ce qui constitue un premier ensemble de colonnes. Puis, les colonnes de cet ensemble sont diversifiées. Les postes à quai et les blocs de stockage saturés dans la solution courante sont identifiés. Les seconds membres des contraintes correspondantes sont réduits. Les nouvelles colonnes générées lors de la résolution de la relaxation linéaire sont ajoutée à l'ensemble de colonnes courant. Cette procédure est répétée un certain nombre de fois. Le problème maître restreint constitué est ensuite résolu par CPLEX 12.1. Cette heuristique fournit dans [48] des solutions de qualité similaire à celle de l'algorithme mémétique de [51], tout en étant plus rapide.

La résolution du problème d'allocations simultanées de postes à quai et de stockage repose donc sur des heuristiques, basées notamment sur la programmation mathématique.

1.4.4 Prise en charge des camions et des trains

La prise en charge des modes de transport maritime et fluvial dans les terminaux à conteneurs est étudiée dans de nombreux articles, mais peu de travaux s'intéressent à celle des modes ferroviaire et routier. Pourtant, les milliers d'arrivées quotidiennes de camions posent toujours problème à de nombreux terminaux. Des arrivées aléatoires se concentrent sur quelques périodes de la journée, pendant lesquelles des files d'attente se forment. Une solution de plus en plus adoptée est l'instauration d'un système de prise de rendez-vous pour les camions, afin de répartir leurs arrivées sur la journée, et de les rendre plus prédictibles. Elle a été utilisée avec succès notamment par le port de Southampton dès 2005, où elle a permis de réduire le temps de rotation des camions. Les étapes de son implémentation ainsi que la politique d'utilisation du système sont décrites dans [23].

Dans [82], les auteurs considèrent le problème de l'attribution de périodes de passage aux camions dans un terminal avec des chariots cavaliers opérant pour l'ensemble des modes de transport. Les camions sont représentés de façon agrégée. L'objectif pour les camions est de minimiser les déviations entre les périodes de passage au port qui leur sont attribuées par le terminal et celles qui étaient souhaitées par les entreprises de camionnage.

Le problème est représenté en tant que problème de flot multi-commodités dans un graphe indexé par le temps. Il est formulé comme un PLVM. Des expériences numériques avec un modèle de simulation à évènements discrets sont conduites, inspirées par la situation du Grand Port Maritime de Marseille. Les instances ont jusqu'à deux navires, une barge fluviale, un train, 769 camions et 1336 opérations à effectuer sur un jour. CPLEX 12 traite chacune d'elles en moins d'un seconde, fournissant des rendez-vous optimisés. Les résultats de la simulation montrent que l'utilisation de ces rendez-vous optimisés permet de réduire le temps d'immobilisation au port des camions de 14 minutes en moyenne pour les instances testées.

Le modèle que nous proposons permet d'attribuer des rendez-vous aux camions de façon similaire et flexible. A un premier niveau, pour chaque groupe de camions, un intervalle temporel dans lequel compléter sa prise en charge est requis comme une donnée de notre modèle. A un second niveau, une période est fixée pour chaque déchargement et chargement de camion, d'après la solution du modèle global. A un troisième niveau, la période de (dé)chargement d'un conteneur pour un camion peut être déplacée en fonction de la demande de l'entreprise de camionnage et de la disponibilité des ressources des terminaux. En effet, ces systèmes de rendez-vous sont très contraignants pour ces entreprises et doivent offrir de la flexibilité.

Les décisions prises pour les trains dans notre modèle sont tactiques et concernent leurs périodes de prise en charge dans des terminaux portuaires en fonction de la disponibilité des ressources. A notre connaissance, peu d'articles sont consacrés aux opérations liées aux trains dans les terminaux, en particulier portuaires. Dans la revue de la littérature [12], les problèmes rencontrés concernent essentiellement le transbordement de trains à camions et de trains à trains ainsi que le chargement des trains, conteneur par conteneur.

1.4.5 Autres modèles de gestion de flux de conteneurs portuaire

Un modèle proche de celui proposé ici est introduit dans [39]. Les auteurs considèrent des ensembles de navires passant périodiquement dans des terminaux à conteneurs gérés par un même opérateur dans un port. Il s'agit d'affecter un terminal et un intervalle temporel à chaque navire afin qu'il puisse être pris en charge. Les flux de conteneurs sont explicitement pris en compte : entre les navires, entre l'hinterland et les navires ainsi qu'entre les terminaux. Ils sont représentés sur la figure 1.11. Les objectifs sont d'équilibrer la charge de travail des grues entre les terminaux au cours du temps et de minimiser le transport inter-terminal des conteneurs. Les navires sont les seuls véhicules de transport de conteneurs représentés explicitement. Le besoin d'espace contigu pour les accueillir à quai est relâché, ainsi que les contraintes liées aux grues de quai. Contrairement à [39], nous tenons compte du fait que plus de 40% des navires ont plus d'un jour de retard, ce qui est rapporté en détails dans [77], et rend peu efficace la planification cyclique à un niveau tactique. Nous prenons aussi en compte le besoin d'espace contigu à quai pour les navires, ainsi que les contraintes sur les grues de quai. De plus, nous distinguons les barges fluviales, les trains et les camions dans les flux avec l'arrière-pays. Dans [39], le problème est formulé comme un PLVM. Une heuristique en deux étapes est proposée. Elle consiste à résoudre le problème avec des périodes d'abord de huit heures, afin de fixer le terminal de prise en charge de chaque navire, puis de passer à des périodes d'une heure afin de déterminer les intervalles temporels de prise en charge des navires successivement pour chaque terminal.

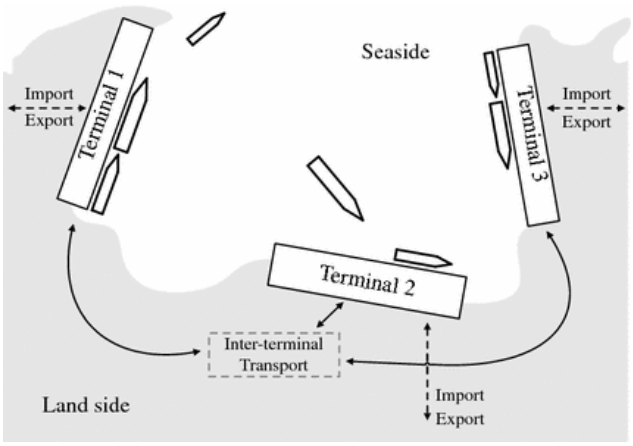

FIGURE 1.11 – Flux de conteneurs dans un groupe de terminaux [39]

Une étude de cas est effectuée pour l'opérateur PSA dans le port d'Anvers. Les instances ont trois terminaux, 37 navires et un horizon à sept jours. L'heuristique permet d'obtenir des solutions en quelques minutes, avec CPLEX 11. Les résultats indiquent que des petites modifications d'affectations déjà existantes permettent des améliorations significatives en terme d'utilisation des grues et de quantité de transport inter-terminal des conteneurs.

L'étude dans [52] considère les transbordements entre navires dans un port avec de multiples terminaux à conteneurs et se concentre sur l'allocation de stockage. Des groupes de conteneurs sont assignés à des blocs dans les zones de stockage des terminaux, ce qui affecte indirectement des terminaux de passage aux navires. Sur la figure 1.12, trois cas de transbordement sont représentés. Dans le premier cas, il n'y a pas de ré-allocation des conteneurs. Dans le deuxième cas, les conteneurs sont rapprochés du quai afin d'être chargés plus rapidement. Dans le troisième cas, le transport inter-terminal des conteneurs est requis. L'objectif est de minimiser les coûts de manutention des conteneurs à l'intérieur des terminaux et entre eux, ainsi que les coûts de transport entre les quais et les zones de stockage. Contrairement à [52], nous optimisons dans un premier temps le plan d'allocation de postes à quai car le temps de rotation des navires est un facteur clé de compétitivité du port. L'ordre que nous suivons est celui de l'approche hiérarchique habituelle de la littérature, donné dans la figure 1.9. Par ailleurs, une contrainte de notre modèle limite le transport inter-terminal des conteneurs. Dans [52], le problème est représenté en tant que problème de flot dans un graphe indexé par le temps. Il est formulé comme un PLVM. Une heuristique à deux niveaux est proposée. Au premier niveau, une recherche locale génère des assignations des groupes de conteneurs aux terminaux. Pour évaluer une de ces assignations, les variables du PLVM sont fixées en accord avec celle-ci, et sa relaxation linéaire est résolue. L'évaluation de cette assignation est la valeur de cette relaxation linéaire. Après assignation des groupes, on obtient un problème d'allocation de stockage pour chaque terminal. Au second niveau, une recherche tabou les résout successivement. Les expériences numériques sont conduites sur des instances avec au plus quatre terminaux, 40 navires, 20 blocs de stockage, 125 groupes de conteneurs et un horizon à sept jours divisé en périodes de huit heures. CPLEX 12.1 traite seulement les plus petites instances en moins de deux heures. L'heuristique donne des solutions espérées proches de l'optimalité à chaque instance en moins d'une heure et demi.

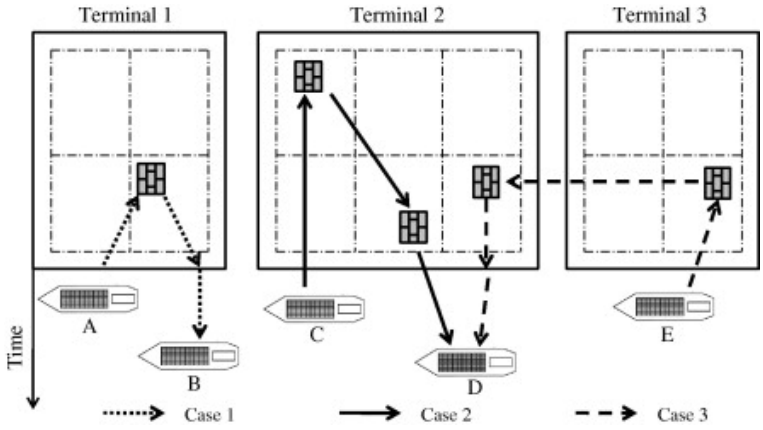

Figure 1.12 – Allocation d'espace de stockage aux groupes de conteneurs [52]

1.5 Génération des instances

Dans cette section, les caractéristiques des instances du PPP utilisées lors des expériences numériques sont présentées. Il s'agit d'instances générées avec une méthode inspirée par celle décrite dans [37], qui permet de produire des scénarios se déroulant dans un terminal à conteneurs portuaire. Un scénario consiste en des arrivées de bateaux, de trains et de camions, avec la liste des conteneurs à décharger et à charger. La génération des instances est basée sur un grand nombre de paramètres permettant de produire des scénarios de toutes tailles. Dans [37], les paramètres importants pour générer des scénarios pertinents sont donnés, ainsi que des algorithmes pour calculer les scénarios depuis ces paramètres. La méthode a été utilisée pour un projet de simulation d'un terminal du port d'Hambourg, mais elle est suffisamment générale pour être appliquée à n'importe quel autre terminal. Nous nous sommes inspirés de celle-ci pour générer nos instances.

1.5.1 Méthode de génération du trafic

Paramètres principaux

Les paramètres principaux de génération du trafic sont les suivants. Les valeurs utilisées sont similaires à celles données dans [37], pour la génération de scénarios correspondant au port d'Hambourg.

Les conteneurs déchargés au port proviennent à 40% de navires aux longs cours, 13% de navires caboteurs, 2% de barges fluviales, 13% de trains et 30% de camions. Les caractéristiques des bateaux sont décrits dans la table 1.1.

TABLE 1.1 – Caractéristiques des bateaux

Type	Longueur (mètres)	Capacité (EVP[1])	Grues maximum
Navires aux longs cours	400	14000	8
	345	8000	7
	325	5500	6
	275	4500	5
	287	3000	6
	225	1500	4
Navires caboteurs	180	800	4
	150	500	3
	100	300	2
Barges	60	100	1

[1] Equivalents Vingt Pieds

La seule caractéristique d'un train est sa capacité de transport et celle-ci est de 130 Equivalents Vingt Pieds (EVP).

Le trafic à l'import et à l'export des camions est réparti de façon équilibrée sur l'horizon de planification. En effet, un système de rendez-vous pour les camions permet cette répartition. Un groupe de camions est créé toutes les deux heures.

Nous supposons qu'un navire au long cours décharge 25% de sa capacité de transport, qu'un navire caboteur ou une barge fluviale en décharge 75% et un train 100%. Le temps de stockage d'un conteneur au port est environ d'un, deux, trois, quatre ou cinq jours, pour respectivement 10%, 20%, 50%, 10% et 10% des conteneurs. Ces durées de stockage sont plus petites que celles observées dans les grands terminaux portuaires, où le temps de stockage d'un conteneur à l'import est en moyenne compris entre cinq et sept jours, et où celui d'un conteneur à l'export se situe en moyenne entre trois et cinq jours, comme rapporté dans [26]. Environ 30% des conteneurs déchargés d'un navire au long cours sont chargés sur un navire caboteur ou sur une barge fluviale, 20% sur un train et 50% sur un camion. Plus de 75% des conteneurs déchargés d'un navire caboteur, d'une barge fluviale, d'un train ou d'un camion sont chargés sur un navire au long cours. La moitié des conteneurs sont des 20 pieds et l'autre moitié sont des 40 pieds.

Les intervalles temporels dans lesquels les véhicules doivent être pris en charge sont comme suit. Les dates d'échéances des bateaux et des trains sont toujours proches de leurs dates d'arrivée, par rapport au nombre de conteneurs à manutentionner sur eux et à la vitesse des grues. Étant données les dates d'arrivée au port x et d'échéance y pour un bateau ou pour un train, la date échue est $x + \lceil \eta(y - x + 1) \rceil$. Le paramètre η vaut 1,25 ou 1,5 dans les instances des classes 1 à 16, et il vaut 1,25 dans les instances des classes I, II, III et A, B, C. En pratique, dévier dans le pire cas de 25% sur le temps de séjour au port prévu paraît souhaitable. Chaque groupe de camions doit être pris en charge en une durée maximum comprise entre quatre et huit heures. Le coût de retard varie entre un pour un train et 140 pour le plus grand navire et il augmente linéairement avec la capacité de transport.

Déroulement de la génération

La première étape est de constituer l'ensemble des véhicules à prendre en charge au port pendant l'horizon de planification. Pour chaque type de bateaux (navires aux longs cours, navires caboteurs, barges fluviales), des bateaux sont choisis afin d'atteindre la quantité totale de conteneurs déchargés de ce type de bateau pendant l'horizon de planification. Ces bateaux sont choisis suivant leurs capacités de transport, et suivant le ratio, pour ce type de bateau, du nombre de conteneurs déchargés au port sur la capacité de transport. Les trains ont tous les mêmes caractéristiques et leur nombre est fixé afin de correspondre au nombre total de conteneurs déchargés de trains pendant l'horizon de planification. Les arrivées des bateaux et des trains sont réparties le long de l'horizon de planification par des tirages uniformes. Il y a un groupe de camions toutes les deux heures.

La deuxième étape consiste à effectuer des tirages aléatoires des quantités de conteneurs effectivement déchargés des véhicules. La quantité de conteneurs effectivement déchargée de chaque bateau et de chaque train est tirée selon une loi de Poisson de moyenne sa capacité de transport multipliée par le ratio pour son type. La quantité de conteneurs effectivement déchargée d'un groupe de camions est tirée selon une loi de Poisson de moyenne la quantité attendue avec une répartition régulière des déchargements des camions.

La troisième étape est la création des lots des conteneurs, qui fait intervenir deux types de paramètres. Il s'agit des paramètres pour la répartition des transferts de conteneurs entre modes de transport et des paramètres sur les durées de stockage des conteneurs. Les conteneurs déchargés de chaque véhicule sont répartis en accord avec ces paramètres sur des véhicules destinataires, en tenant aussi compte de leurs capacités de transport. Pour un groupe de camions, on utilise une capacité de transport proche de la quantité de conteneurs déchargés. Les conteneurs qui ne trouvent pas de véhicule destinataire doivent juste être déchargés au port. Par exemple, ce sera vraisemblablement le cas pour les conteneurs déchargés d'un véhicule arrivant à la fin de l'horizon de planification.

Nous avons implémenté cette procédure de génération des instances. Elle a été utilisée pour générer des instances des classes suivantes.

1.5.2 Classes d'instances 1 à 16

Objectifs

Les objectifs des classes d'instances 1 à 16 sont :

1. de comparer les résultats obtenus avec différentes méthodes de résolution du problème sur des instances réalistes variées,

2. d'évaluer l'impact de paramètres temporels sur les résultats, tels que la longueur de l'horizon de planification, l'écart entre les dates d'arrivée et les dates échues des véhicules, la durée d'une période.

Caractéristiques générales

Les caractéristiques générales des instances des classes 1 à 16 sont les suivantes. Elles comportent soit de un à trois terminaux maritimes multimodaux, soit un terminal pour navires, camions, et un terminal pour barges fluviales, trains. La durée d'une période est d'une ou deux heures. Les arrivées des véhicules sont prises en compte sur cinq ou sept jours et pas plus à cause des incertitudes sur les arrivées des navires. Plus de 40% d'entre eux sont en retard d'un ou plusieurs jours, comme rapporté dans [77]. Quatre niveaux de trafic annuel sont considérés : deux, trois, quatre et cinq millions d'EVP. Pour référence, le trafic au port du Havre était de deux millions et demi d'EVP en 2014.

Configurations portuaires

Les terminaux maritimes multimodaux des instances des classes 1 à 8 et 13 à 16 sont décrits dans la table 1.2, ainsi que le terminal pour navires, camions et celui pour barges fluviales, trains, des instances des classes 9 à 12. Pour un terminal c, Θ_c est le nombre maximum d'opérations par heure, et Ξ_c sa capacité de stockage en EVP.

TABLE 1.2 – Caractéristiques des terminaux à conteneurs des instances des classes 1 à 16

Terminal	Caractéristiques			Classe
	Bateaux	Trains	Camions	
Multimodal • $\Theta_c = 600$ • $\Xi_c = 40000$	Navires, barges fluviales • 16 grues[1] • 1 poste à quai de 750 m. • 1 poste à quai de 400 m. • 1 poste à quai de 350 m.	• 100 cont./h. • 6 voies	• 200 cont./h.	1 à 8 et 13 à 16
Navires, camions • $\Theta_c = 1000$ • $\Xi_c = 60000$	Navires • 22 grues[1] • 3 postes à quai de 800 m. • 1 poste à quai de 400 m.	-	• 400 cont./h.	9 à 12
Barges, trains • $\Theta_c = 400$ • $\Xi_c = 20000$	Barges • 4 grues[1] • 1 poste à quai de 200 m.	• 200 cont./h. • 10 voies	-	

[1] La vitesse de base d'une grue de quai est de 30 conteneurs par heure et la productivité de n grues $n^{0.8}$. Dans [7], il est rapporté qu'une grue de quai soulève en pratique entre 30 et 50 conteneurs par heure.

Les valeurs suivantes sont utilisées pour les paramètres liés au transport inter-terminal de conteneurs. Un terminal maritime multimodal peut envoyer au plus 60 conteneurs par heure à un autre terminal maritime multimodal. Un terminal pour navires, camions peut envoyer au plus 120 conteneurs par heure à un terminal pour barges fluviales, trains, et vice versa. Le transport des conteneurs d'un terminal à un autre prend toujours une période.

Récapitulatif

Pour les classes d'instances 1 à 16, la durée d'une période est d'une heure pour une instance d'une classe avec un numéro pair et de deux heures pour une instance d'une classe avec un numéro impair. Un récapitulatif de ces classes d'instances est donné dans la table 1.5.

Table 1.3 – Récapitulatif des classes d'instances 1 à 16

Terminaux	Jours	Trafic annuel	Véhicules					Lots	Classe
			N.[1]	C.[2]	B.[3]	T.[4]	G.[5]		
1 multimodal	5	2 M	7	11	6	32	60	530	1, 2
	7		12	14	7	44	84	830	3, 4
2 multimodaux	5	3 M	14	15	9	48	60	800	5, 6
	7		16	22	10	66	84	1150	7, 8
1 pour navires, camions, 1 pour barges, trains	5	4 M	19	20	9	64	60	990	9, 10
	7		20	21	13	89	84	1370	11, 12
3 multimodaux	5	5 M	23	25	10	79	60	1190	13, 14
	7		27	35	13	111	84	1760	15, 16

[1] Navires aux longs cours
[2] Navires caboteurs
[3] Barges fluviales
[4] Trains
[5] Groupes de camions

1.5.3 Classes d'instances I, II, III et A, B, C

Objectifs

Les classes d'instances I, II, III et A, B, C sont générées de manière à présenter plus de difficulté que les précédentes. Les objectifs sont :

1. de comparer les résultats obtenus avec différentes méthodes de résolution du problème sur des instances réalistes variées,
2. d'évaluer les bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux,
3. de s'assurer de la capacité à coordonner les opérations entre deux terminaux pour navires, camions, et un terminal pour barges fluviales, trains.

Caractéristiques générales

Les caractéristiques générales des instances des classes I, II, III et A, B, C sont les suivantes. La durée d'une période est de deux heures. Les arrivées des véhicules sont prises en compte sur cinq jours. Trois niveaux de trafic annuel sont considérés : deux et demi, trois et trois et demi millions d'EVP.

Méthode de génération

Dans un premier temps, 500 instances intermédiaires sont générées, avec la moitié du trafic et un terminal maritime multimodal. Ces 500 instances sont toutes résolues à l'optimalité à l'aide du PLVM introduit au chapitre 3 et de CPLEX 12.4. Les 10 instances avec les plus grands retards totaux sont gardées pour l'étape suivante, dans le but de produire des instances difficiles. Toutes les 490 autres instances sont supprimées.

Dans un deuxième temps, le premier ensemble de 45 instances est créé en fusionnant par paire les 10 instances précédentes. Les possibilités suivantes sont ajoutées aux instances obtenues par fusion : la possibilité d'affecter les bateaux, les trains et les groupes de camions aux terminaux, ainsi que la possibilité de transporter les conteneurs entre les terminaux. Les caractéristiques des terminaux, des véhicules et des lots de conteneurs restent autrement inchangées. Ce premier ensemble d'instances est utilisé pour évaluer les bénéfices de la coopération entre terminaux. Ces instances peuvent avoir des solutions sans retard, grâce à cette coopération, qui permet d'une part de répartir les véhicules entre les terminaux et qui permet d'autre part le transport de conteneurs entre les terminaux.

Dans un troisième temps, les 45 instances de l'ensemble précédent sont copiées. Dans chacune des copies, les deux terminaux maritimes multimodaux sont remplacés par deux terminaux pour navires et camions et un terminal pour barges fluviales et trains. Les caractéristiques des véhicules et des lots de conteneurs restent autrement inchangées. Des capacités adéquates de transport de conteneurs entre les terminaux sont ajoutées. Ce deuxième ensemble de 45 instances est utilisé pour s'assurer de la capacité à coordonner les opérations entre deux terminaux dédiés aux navires, camions, et un terminal pour barges fluviales, trains.

Configurations portuaires

Les deux terminaux maritimes multimodaux des instances des classes I, II, III sont décrits dans la table 1.4, ainsi que les terminaux pour navires, camions et le terminal pour barges fluviales, trains, des instances des classes A, B, C.

Table 1.4 – Caractéristiques des terminaux à conteneurs des instances des classes I, II, III et A, B, C

Terminal	Caractéristiques			Classe
	Bateaux	Trains	Camions	
Multimodal • $\Theta_c = 500$ • $\Xi_c = 17500$	Navires, barges fluviales • 16 grues[1] • 2 postes à quai de 600 m.	• 60 cont./h. • 8 voies	• 120 cont./h.	I, II, III
Navires, camions • $\Theta_c = 600$ • $\Xi_c = 17500$	Navires • 14 grues [1] • 1 poste à quai de 600 m. • 1 poste à quai de 450 m.	-	• 120 cont./h.	A, B, C
Barges, trains • $\Theta_c = 450$ • $\Xi_c = 17500$	Barges • 4 grues[1] • 2 postes à quai de 150 m.	• 240 cont./h. • 16 voies	-	

[1] La vitesse de base d'une grue de quai est de 25 conteneurs par heure et la productivité de n grues $n^{0.8}$. Cette vitesse plus basse que pour les instances 1 à 16 contribue à rendre les instances I, II, III et A, B, C plus difficiles.

Les valeurs suivantes sont utilisées pour les paramètres liés au transport inter-terminal de conteneurs. Un terminal multimodal (respectivement maritime) peut envoyer au plus 60 conteneurs par heure à un autre terminal multimodal (resp. maritime). Un terminal maritime peut envoyer au plus 90 conteneurs par heure à la plateforme multimodale, et vice versa. Le transport des conteneurs d'un terminal à un autre prend toujours une période. Dans les instances des classes I, II, III, le transport de conteneurs entre terminaux pendant tout l'horizon de planification est limité à un quart de tous les conteneurs.

Récapitulatif

Un récapitulatif des classes d'instances I, II, III et A, B, C est donné dans la table 1.5.

Table 1.5 – Récapitulatif des classes d'instances I, II, III et A, B, C

Terminaux	Jours	Trafic annuel	Véhicules					Lots	Classes
			N.[1]	C.[2]	B.[3]	T.[4]	G.[5]		
2 multimodaux ou	5	2,5 M	8	18	6	36	120	600	I, A
2 pour navires, camions		3 M	12	21	7	48	120	750	II, B
et 1 pour barges, trains		3,5 M	14	22	8	56	120	900	III, C

[1] Navires aux longs cours
[2] Navires caboteurs
[3] Barges fluviales
[4] Trains
[5] Groupes de camions

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la manutention des conteneurs dans les terminaux portuaires a d'abord été illustrée. Puis, le modèle tactique que nous proposons pour le PPP a été présenté. Ensuite, une revue de la littérature a été effectuée, portant sur des sous-problèmes et sur deux autres modèles du PPP. Finalement, la méthode de génération des instances de ce problème que nous avons implémentée a été présentée et les classes d'instances utilisées pour les expériences numériques ont été décrites.

La solution de notre modèle est donnée en entrée au problème d'allocation de stockage aux conteneurs, introduit à la section 1.4.3. Ce problème est résolu dans un second temps, ce qui est l'ordre établi par la hiérarchie habituelle de sous-problèmes de la planification portuaire, donnée dans la figure 1.9. Une possibilité pour des travaux futurs est l'intégration de ce problème à notre modèle. Par ailleurs, d'autres instances correspondant à des scénarios de congestions portuaires pourraient être générées.

Dans le chapitre suivant, des méthodes de résolution du PPP sont étudiées. Elles sont basées sur la programmation mathématique et elles sont applicables à des variantes de notre modèle.

Chapitre 2

Méthodes de décomposition et heuristiques

2.1 Introduction

Nous choisissons le cadre théorique offert par la Programmation Linéaire en Variables Mixtes (PLVM) pour résoudre le Problème de la Planification Portuaire (PPP). Les approches basées sur la PLVM sont fréquentes dans la littérature en planification et optimisation portuaire, comme nous l'avons vu dans la revue de la littérature à la section 1.4. Les résultats obtenus sont satisfaisants pour des instances réalistes de problèmes complexes. En effet, la PLVM offre d'une part un pouvoir expressif suffisant pour formuler ces problèmes. D'autre part, elle propose des algorithmes éprouvés, déjà implémentés dans des codes optimisés. De plus, des algorithmes spécifiques à une formulation peuvent être conçus, afin de traiter des instances plus grandes que par résolution directe avec un solveur. Une approche commune que nous avons suivie est celle de la décomposition du problème. Elle a été pratiquée avec succès pour le problème d'allocation simultanée de postes à quai et de grues dans [73]. Elle nous a permis de concevoir des heuristiques basées sur la PLVM efficaces pour le PPP.

Dans un premier temps, la procédure de résolution d'un programme linéaire en variables mixte par un solveur est décrite. Dans un second temps, une autre approche de résolution exacte est présentée, basée sur la décomposition de la formulation du PPP suivant sa structure. Dans un troisième temps, des heuristiques reposant aussi sur la décomposition du problème sont introduites.

2.2 Algorithme par séparation et évaluation progressive

Dans cette section, l'algorithme par séparation et évaluation progressive (*branch-and-bound* en anglais) ainsi que la génération de coupes sont présentés afin de décrire le fonctionnement d'un solveur de Programmes Linéaires en Variables Mixtes (PLVM).

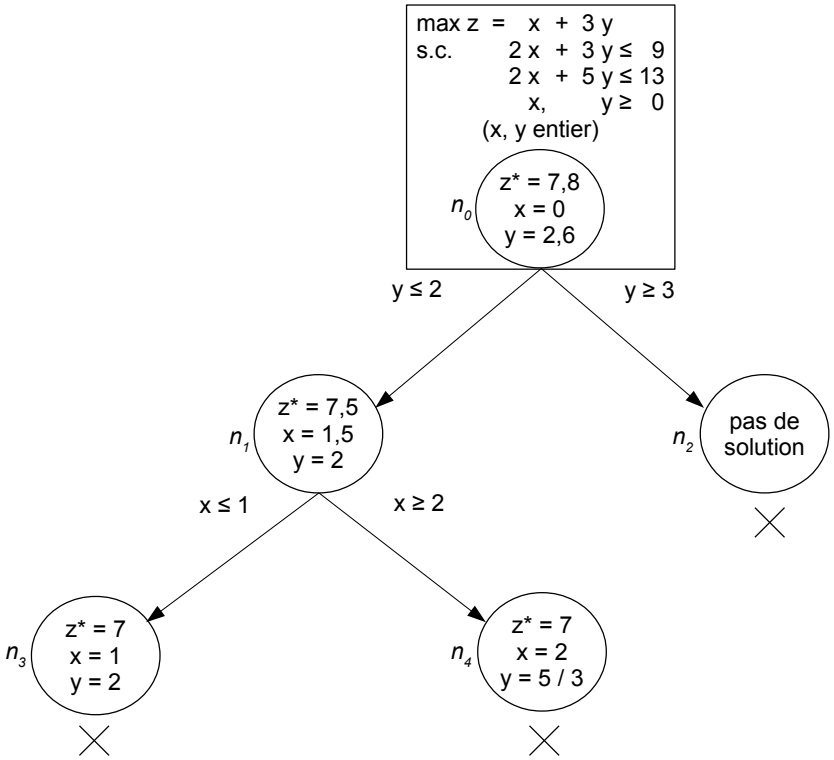

FIGURE 2.1 – Exécution d'un algorithme par séparation et évaluation progressive

2.2.1 Présentation

La résolution d'un PLVM par un solveur repose sur un algorithme par séparation et évaluation progressive. Il s'agit d'un algorithme de recherche arborescente, dont une exécution est illustrée sur la figure 2.1. A chaque nœud de l'arbre de recherche correspond un Programme Linéaire (PL). Au nœud racine, ce PL est la relaxation linéaire du PLVM, qui est le PL obtenu en supprimant les contraintes d'intégrité sur les variables entières. Nous qualifions d'entière une solution à un PL si elle respecte ces contraintes et de fractionnaire si elle n'y satisfait pas.

Un PL est résolu à chaque nœud de l'arbre de recherche, différent de celui à la racine par un ensemble de contraintes supplémentaires, dites de branchement. Si la solution optimale d'un PL est fractionnaire, son domaine réalisable est séparé en deux sous-domaines, afin d'éliminer cette solution et un ensemble de solutions fractionnaires. Cette séparation est effectuée selon une règle de branchement. Pour que l'algorithme converge vers une solution optimale en un temps fini, la règle de branchement doit respecter trois propriétés. Premièrement, l'union des sous-domaines doit contenir l'ensemble des solutions entières du problème père. Deuxièmement, toute solution fractionnaire doit pouvoir être éliminée. Troisièmement, le nombre de branchements potentiellement effectués doit être fini. Une règle de branchement commune consiste à brancher sur une variable avec une contrainte d'intégrité et une valeur non-entière. Sur la figure 2.1, au nœud racine n_0, la variable y qui vaut $2,6$ dans la solution optimale est sélectionnée. Deux nœuds fils sont créés, avec chacun un PL consistant en celui du nœud père auquel a été ajouté une contrainte de branchement portant uniquement sur la variable choisie. Ainsi, la contrainte $y \leq 2$ est

ajoutée au PL du nœud n_1 et $y \geq 3$ à celui de n_2. En contraignant les variables à prendre des valeurs entières de cette façon, on suit une règle de branchement en accord avec les trois propriétés précédentes.

Après un branchement, les programmes linéaires des nœuds créés sont résolus. L'évaluation d'un nœud de l'arbre de recherche est la valeur de la solution optimale de son PL. Elle fournit une borne sur les valeurs des solutions entières qu'il contient. Si l'évaluation d'un nœud n'est pas meilleure que la valeur d'une solution entière connue, alors, le nœud est fermé (nœud n_4 sur la figure 2.1). Le nœud est aussi fermé si la solution obtenue est entière (nœud n_3) ou s'il n'y a pas de solution (nœud n_2). Sinon, la procédure par séparation et évaluation progressive se poursuit (nœud n_1). Le choix du nœud dans lequel le branchement suivant aura lieu se fait parmi ceux qui n'ont pas été fermés. Un critère heuristique de sélection est celui de la meilleure évaluation. Lorsque tous les nœuds de l'arbre de recherche ont été fermés, l'algorithme apporte la preuve de l'optimalité de la meilleure solution entière trouvée. Si aucune solution entière n'a été trouvée, le problème est irréalisable. Par ailleurs, si le problème est non borné dans la direction optimisée, la résolution du PL de la racine l'indique. La méthode par séparation et évaluation progressive présentée ici pour la PLVM est utilisable pour d'autres problèmes. Des présentations plus générales en sont données dans [50, 58].

2.2.2 Règle de branchement utilisée

La règle de branchement utilisée est celle de CPLEX 12.4 avec le paramétrage par défaut. Le branchement est effectué sur une seule variable et le prochain nœud ouvert est celui avec la meilleure évaluation. La stratégie de sélection de la variable sur laquelle brancher est à notre connaissance une variante de la stratégie suivant les pseudo-coûts, comme indiqué dans [1].

La stratégie suivant les pseudo-coûts est introduite dans [9]. Le concept de pseudo-coût vise à mesurer de façon quantitative l'« importance » des différentes variables entières et à prévoir la détérioration de la fonction objectif quand une variable entière avec une valeur fractionnaire est forcée à prendre une valeur entière. Dans cette stratégie, un historique du succès des variables sur lesquelles un branchement a déjà été effectué est maintenu.

Nous présentons la stratégie par les pseudo-coûts décrite dans [54], pour un problème en minimisation. Soit $z^*_{q_p}$ l'évaluation du nœud q_p de l'arbre de recherche. A chaque fois qu'un branchement est effectué sur une variable x_i, telle que $x_i = \alpha$, l'augmentation de l'évaluation du nœud q_f où elle est fixée à la valeur entière supérieure $\lceil \alpha \rceil$, par rapport au nœud père q_p, est mesurée et notée $\Delta^i_{q_p} = z^*_{q_f} - z^*_{q_p}$. On note de plus :

$$\zeta^i_{q_p} = \frac{\Delta^i_{q_p}}{\lceil \alpha \rceil - \alpha}.$$

Soit Q_i l'ensemble des nœuds où le branchement a été effectué sur x_i et tels que le noeud fils où elle a été fixée à la valeur entière supérieure a été résolu et réalisable. Alors le pseudo-coût pour la fixation de x_i à une valeur entière supérieure est :

$$\Psi^+_i = \frac{\sum_{q \in Q_i} \zeta^i_q}{|Q_i|}.$$

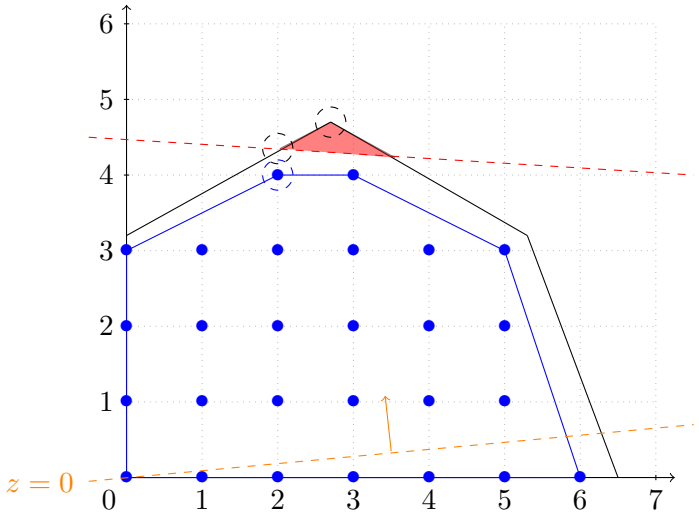

FIGURE 2.2 – Génération de coupes

De façon similaire, le pseudo-coût Ψ_i^- pour la fixation de x_i à une valeur entière inférieure est calculé. Ensuite, un score est déterminé pour chaque variable i à l'aide d'une fonction de Ψ_i^+ et Ψ_i^-. La variable avec le plus grand score est sélectionnée pour le branchement. Les pseudo-coûts non-initialisés reçoivent alors la valeur moyenne de ceux pour les variables déjà initialisées.

2.2.3 Génération de coupes

Présentation

La génération de coupes a lieu lorsque la relaxation linéaire a été résolue. Une coupe est générée dans le but d'éliminer un ensemble de solutions non réalisables contenant la solution courante. La génération de coupes est illustrée sur la figure 2.2. L'ensemble des solutions d'un programme linéaire à deux variables entières est donné. Il contient les points colorés en bleu. La frontière de l'enveloppe convexe de ses solutions entières apparait aussi en bleu. La frontière des solutions réalisables de la relaxation linéaire est tracée en noir. L'objectif est en maximisation et la droite correspondant à une valeur zéro de la fonction objectif apparait en orange.

Une première solution à la relaxation linéaire, la plus haute entourée en noir sur la figure, est obtenue. Puis, une coupe est générée, éliminant l'ensemble des solutions colorées en rouge. La relaxation linéaire est résolue à nouveau et la deuxième solution entourée en noir est obtenue. Elle s'approche de la solution optimale entière, entourée en bleu. La valeur de la relaxation linéaire est ainsi améliorée.

L'enveloppe convexe d'un ensemble est le plus petit convexe contenant cet ensemble, au sens de l'inclusion. Il s'agit ici d'un polyèdre, puisque nous nous situons dans le cas de l'enveloppe convexe des solutions réalisables d'un PLVM. Les sommets de ce polyèdre sont des solutions entières. Admettons qu'on dispose d'une description de ce polyèdre sous la

forme d'un système d'inéquations linéaires. On lui adjoint l'objectif du PLVM. Il apparait clairement que résoudre le PL obtenu revient à résoudre le PLVM de départ. Autrement dit, la résolution d'un PLVM peut en théorie se ramener à la résolution d'un PL.

Une approche polyhédrale s'intéresse à la description de l'enveloppe convexe de l'ensemble des solutions réalisables d'un PLVM. Cette description nécessite en général un nombre exponentiel de contraintes, qui sont des facettes de ce polyèdre. Une facette est une face dont la dimension est égale à la dimension du polyèdre moins un. Une description partielle de cette enveloppe convexe peut déjà accélérer la résolution d'un problème. A défaut de facettes, des inégalités valides permettant d'éliminer des solutions non réalisables peuvent aussi être utilisées.

Un solveur implémente un algorithme par séparation et évaluation progressive avec génération de coupes (*branch-and-cut* en anglais). Étant donnée une solution non réalisable, le problème de séparation consiste à fournir une inégalité valide pour le problème mais violée par cette solution. L'équivalence entre séparation et optimisation sur un ensemble convexe compact est démontrée dans [36]. Le problème de séparation est donc aussi difficile que le problème d'optimisation. Un algorithme de génération dynamique de coupes est lié à une famille de coupes, telle que les trois présentées plus bas. Le problème de séparation pour une famille de coupes est dans ce contexte généralement $\mathcal{NP}$-difficile. Toutefois, dans le cas d'un problème de séparation $\mathcal{NP}$-difficile, une heuristique peut être utilisée.

Un solveur génère des coupes standards, pour des sous-ensemble de variables et de contraintes du problème traité. Pour le PLVM du PPP, des coupes des trois familles suivantes sont parmi les plus générées par le solveur.

Coupes *mixed-integer rounding*

Il s'agit de coupes générées à partir d'une contrainte portant à la fois sur des variables entières et réelles. Considérons un ensemble $S = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^n_+ \times \mathbb{R}^p_+ \mid ax + gy \leq b\}$. Soit $f_0 = b - \lfloor b \rfloor$ et $f_j = a_j - \lfloor a_j \rfloor$. Alors l'inégalité suivante est valide pour l'enveloppe convexe de S.

$$\sum_{j=1}^{n} (\lfloor a_j \rfloor + \frac{(f_j - f_0)^+}{1 - f_0} x_j) + \frac{1}{1 - f_0} \sum_{j:g_j<0} g_j y_j \leq \lfloor b \rfloor$$

La preuve est donnée dans [21].

Coupes de clique

Ce sont des coupes comportant uniquement des variables binaires, générées à l'aide d'implications logiques. Elles sont décrites dans [68]. Les quatre types d'implications logiques considérées entre des variables binaires peuvent être représentées comme suit, en notant $\overline{x}_i$ le complément de x_i, c'est à dire $\overline{x}_i = 1 - x_i$.

$$x_i = 1 \Rightarrow x_j = 0, \quad x_i = 1 \Rightarrow \overline{x}_j = 0, \quad \overline{x}_i = 1 \Rightarrow x_j = 0, \quad \overline{x}_i = 1 \Rightarrow \overline{x}_j = 0$$

Une de ces implications logiques identifie deux variables, complémentées ou non, qui ne peuvent pas être à 1 en même temps dans une solution réalisable. Considérons le graphe

$G = (B^0 \cup B^c, E)$, où B^0 est l'ensemble des variables binaires originales, B^c l'ensemble des variables binaires complémentées et E l'ensemble des arêtes, telles que deux variables sont reliées par une arête si et seulement si les deux variables ne peuvent pas être en même temps à 1 dans une solution réalisable. En conséquence, chaque implication définit une arête du graphe. De plus, il y a une arête entre chaque variable et son complément. On peut voir que chaque clique maximal $C = C^0 \cup C^c$, avec $C^0 \subseteq B^0$ et $C^c \subseteq B^c$, définit une inégalité de clique valide de la forme suivante.

$$\sum_{c \in C^0} x_j + \sum_{c \in C^c} \overline{x}_j \leq 1 \Leftrightarrow \sum_{c \in C^0} x_j - \sum_{c \in C^c} x_j \leq 1 - |C^c|$$

Coupes *implied bound*

Il s'agit de coupes générées quand la valeur prise par une variable binaire implique des bornes pour une autre variable. Elles sont présentées dans [68]. Par exemple, supposons que pour une variable binaire x et une autre variable quelconque y avec $l \leq y \leq u$, on a $x = 0 \Rightarrow y \leq b$. Alors l'inégalité suivante est valide.

$$y \leq (u - b)x + b = \begin{cases} b & \text{si } x = 0, \\ u & \text{si } x = 1. \end{cases}$$

Des coupes similaires sont générées pour les trois autres cas possibles : $x = 0 \Rightarrow y \geq b$, $x = 1 \Rightarrow y \leq b$ et $x = 1 \Rightarrow y \geq b$.

2.2.4 Implémentation par un solveur

Pour accélérer la résolution du problème, un solveur de PLVM à l'état de l'art met en marche une machinerie logicielle sophistiquée. La procédure commence par une phase de pré-traitements, qui vise à réduire la taille du problème et à améliorer l'évaluation du nœud racine. Des colonnes et des lignes redondantes et/ou inutiles sont éliminées de la matrice des contraintes. Des bornes inférieures et supérieures sur des valeurs de variables sont resserrées. Des coefficients de contraintes sont modifiés. Certains de ces pré-traitements sont décrits dans [42, 68].

Après ces pré-traitements, la relaxation linéaire de la formulation est résolue. Puis, la génération de coupes, tente de diminuer la fractionnalité de la solution et d'améliorer encore l'évaluation du nœud racine. Cette génération de coupes peut éventuellement se produire à d'autres nœuds de l'arbre de recherche.

La recherche d'une solution optimale entière est l'étape suivante, avec un algorithme par séparation et évaluation progressive. Le choix de la variable fractionnaire sur laquelle brancher se fait suivant des stratégies plus ou moins élaborées et coûteuses en temps de calcul. Des heuristiques de recherche de solution entière sont exécutées ponctuellement afin d'obtenir des bornes pour élaguer l'arbre de recherche. De plus, d'autres méthodes, comme la fixation de variables par les coûts réduits, visent aussi à limiter la taille de l'arbre de recherche.

2.3 Décomposition de Dantzig-Wolfe

La décomposition de Dantzig-Wolfe est une technique de reformulation applicable à un PLVM. Elle résulte en un problème maître et un sous-problème de génération de ses colonnes, ce qui permet de répartir la difficulté entre ces deux problèmes. La valeur de la relaxation linéaire de la formulation décomposée est supérieure ou égale, dans le cas d'un problème en minimisation, à celle de la formulation d'origine. La décomposition de Dantzig-Wolfe permet par ailleurs d'éliminer certaines symétries dans une formulation.

2.3.1 Formulation matricielle du problème

Cette formulation matricielle du PPP est donnée afin de mettre en évidence la structure qui motive le choix des approches de résolution par décomposition. La formulation détaillée est introduite au chapitre 3. L'ensemble des véhicules de transport de conteneurs est noté V. Les vecteurs de variables sont les suivants. Il y a d'une part deux vecteurs de variables par véhicule : un vecteur de variables binaires x_v et un vecteur de variables réelles positives ou nulles y_v. Il y a d'autre part un vecteur global de variables réelles positives ou nulles z. Pour simplifier la formulation, on introduit des vecteurs de variables w_v.

$$w_v = \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \end{bmatrix} \quad \forall v \in \mathrm{V}$$

La formulation matricielle considérée est la suivante.

$$\begin{aligned}
&\text{minimiser} \sum_{v \in \mathrm{V}} c_v w_v \\
&\text{s.c. } Az + \sum_{v \in \mathrm{V}} A_v w_v \leq b && && (2.1)\\
&\qquad Fz \leq g && && (2.2)\\
&\qquad D_v w_v \leq e_v && \forall v \in \mathrm{V} && (2.3)\\
&\qquad z \in \mathbb{R}^u_+ \\
&\qquad w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}^{t_v}_+ && \forall v \in \mathrm{V}
\end{aligned}$$

Cette formulation est qualifiée de compacte. L'objectif est de minimiser le coût total des retards des bateaux et des trains. Les contraintes (2.1) portent sur le partage des ressources des terminaux entre les véhicules, ainsi que sur la prise en charge du flux de conteneurs. Les contraintes (2.2) sont relatives au stockage et au transport inter-terminal des conteneurs. Les contraintes (2.3) concernent l'allocation de ressources à un véhicule et les opérations de déchargement et de chargement des conteneurs de ce véhicule.

Cette formulation présente la structure suivante. Les contraintes globales (2.1) lient les vecteurs de variables z et w_v. Les contraintes locales (2.2) concernent un vecteur de variables z. Les contraintes locales (2.3) portent chacune sur un vecteur de variables w_v. Si les contraintes liantes (2.1) sont relâchées, $|\mathrm{V}| + 1$ sous-problèmes sont obtenus. Cette structure est exploitée par des méthodes de relaxation lagrangienne, ainsi que par la décomposition de Dantzig-Wolfe. Un des objectifs de ces méthodes est de traiter plusieurs problèmes de tailles plus petites que celle du problème de départ. Les méthodes de relaxation lagrangienne sont présentées dans [29, 53]. Elles ne sont pas à proprement parler

utilisées par la suite, à moins de considérer la décomposition de Dantzig-Wolfe comme une de ces méthodes, auxquelles elle est apparentée, comme il est noté dans [53].

2.3.2 Décomposition de la formulation

La décomposition de Dantzig-Wolfe, introduite dans [22], permet d'exploiter une structure comme celle que présente notre formulation. En effet, si les contraintes liantes (2.1) et les contraintes locales (2.2) sont relâchées, |V| sous-problèmes sont obtenus. Elle est basée sur le théorème suivant dans le cas de polyèdres bornés, c'est à dire de polytopes.

Théorème 1. Minkowski-Weyl : Les deux représentations suivantes d'un polytope Q sont équivalentes.

- Représentation comme intersection de demi-espaces : $Q = \{x \mid Ax \leq b, x \in \mathbb{R}^n\}$.
- Représentation comme combinaison convexe de ses points extrêmes $\{x_p\}_{p\in P}$: $Q = \{x \mid x = \sum_{p\in P} x_p\lambda_p, \sum_{p\in P} \lambda_p = 1, \lambda \in \mathbb{R}_+^{|P|}\} = \text{conv}(\{x_p\}_{p\in P})$.

Considérons l'enveloppe convexe de l'ensemble suivant apparaissant dans la formulation compacte, que nous admettrons borné.

$$\{w_v \mid D_v w_v \leq e_v, w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v}\} \tag{2.4}$$

D'après le théorème de Minkowski-Weyl, cette enveloppe convexe, qui est un polytope, peut être exprimée comme combinaison convexe de ses points extrêmes. On note X_v l'ensemble de ses points extrêmes et on les indice par un ensemble P_v :

$$X_v = \{w_v^p\}_{p\in P_v}.$$

Appliquer la décomposition de Dantzig-Wolfe pour exploiter la structure décrite précédemment consiste à reformuler le problème en remplaçant les variables w_v apparaissant dans (2.4) par une combinaison convexe de points de X_v respectant les contraintes d'intégrité et en supprimant les contraintes apparaissant dans (2.4), pour tout v. On obtient alors la formulation matricielle suivante du PPP.

$$\text{minimiser} \sum_{v\in \text{V}} \sum_{p\in P_v} c_v w_v^p \lambda_v^p$$

$$\text{s.c. } Az + \sum_{v\in \text{V}} \sum_{p\in P_v} A_v w_v^p \lambda_v^p \leq b \tag{2.5}$$

$$Fz \leq g \tag{2.6}$$

$$\sum_{p\in P_v} \lambda_v^p = 1 \qquad \forall v \in \text{V} \tag{2.7}$$

$$z \in \mathbb{R}_+^u \tag{2.8}$$

$$\sum_{p\in P_v} w_v^p \lambda_v^p \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v} \qquad \forall v \in \text{V} \tag{2.9}$$

$$\lambda_v^p \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall v \in \text{V}, \forall p \in P_v \tag{2.10}$$

Ce PLVM est appelé problème maître. Notons qu'une solution de la formulation étendue correspond à une solution entière de la formulation compacte, et vice-versa.

$$\sum_{p\in P_v} w_v^p \lambda_v^p = w_v \quad \forall v \in \text{V} \tag{2.11}$$

Le nombre de colonnes du problème maître est égal à la somme des cardinalités des ensembles X_v et du nombre de variables du vecteur z. Ce nombre est donc dans le pire cas exponentiel, car le nombre de sommets d'un polytope peut être exponentiel. C'est pourquoi, cette formulation est qualifiée d'étendue. Cependant, sa relaxation linéaire peut être résolue par génération dynamique de colonnes.

La valeur de la relaxation linéaire de cette formulation peut être strictement meilleure que celle de la formulation compacte, s'il existe v tel que :

$$\text{conv}(X_v) \neq \{w_v \mid D_v w_v \leq e_v, x_v \leq 1, x_v \in \mathbb{R}_+^{s_v}, y_v \in \mathbb{R}_+^{t_v}\}.$$

2.3.3 Génération de colonnes

Un algorithme de génération dynamique de colonnes permet de résoudre la relaxation linéaire d'une formulation étendue. Cette relaxation linéaire est le PL obtenu en relâchant les contraintes d'intégrité (2.9) du problème maître. Ces contraintes d'intégrité portent sur les valeurs des composantes du vecteur $\sum_{p \in P_v} x_v^p \lambda_v^p$ qui doivent toutes être binaires.

Le principe est de résoudre à chaque itération la relaxation linéaire d'un problème maître restreint à un sous-ensemble de colonnes avec l'algorithme du simplexe. Dans la formulation d'un problème maître restreint, les ensembles P_v indiçant les points de X_v sont remplacés par des sous-ensembles $\hat{P}_v \subsetneq P_v$. La résolution d'un problème maître restreint permet d'obtenir les vecteurs de variables duales pour les ensembles de contraintes (2.5) et (2.7) notés respectivement π et π_v. L'existence d'une colonne améliorante dans les ensembles X_v est déterminée par la résolution du problème de calcul de coûts réduits suivant :

$$\overline{c}_v(\pi, \pi_v) = \min\Big\{(c_v - \pi A_v) w_v - \pi_v \mid D_v w_v \leq e_v, w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v}\Big\}. \tag{2.12}$$

Ce problème de calcul des coûts réduits est appelé sous-problème de la génération de colonnes. Sa résolution complète est la résolution de (2.12) pour tout v. Sa résolution pour un v donné à l'optimalité fournit un point extrême de l'enveloppe convexe de l'ensemble (2.4) correspondant, c'est à dire un point de X_v. Si une colonne améliorante est trouvée, elle est ajoutée au problème maître restreint courant et la procédure se poursuit. Sinon, la solution de la relaxation linéaire du problème maître restreint courant est une solution optimale de la relaxation linéaire de la formulation étendue.

Lors de la génération de colonnes, le sous-problème est résolu répétitivement, pour des vecteurs de variables duales différents. Il est donc important de pouvoir le traiter efficacement, par exemple par programmation dynamique et/ou avec des heuristiques performantes, comme le problème de plus court chemin avec contraintes additionnelles de ressources apparaissant dans [73]. Pour la formulation choisie du PPP, le sous-problème est $\mathcal{NP}$-difficile mais aucun algorithme spécifique n'est connu. Lors des expériences numériques, il était résolu par un solveur à l'état de l'art.

Des choix d'implémentation peuvent aussi accélérer la convergence de la génération de colonnes. Ils sont discutés dans [76]. Certains de ces choix concernent la résolution du sous-problème. Une première possibilité est de résoudre complètement le sous-problème à l'optimalité, comme dans [75]. Une deuxième possibilité est d'interrompre sa résolution

lorsqu'une colonne améliorante a été obtenue, comme dans [73]. Entre ces deux possibilités, des critères d'arrêt intermédiaires existent. Le critère d'arrêt de la résolution du sous-problème dépend aussi de l'efficacité des méthodes disponibles pour sa résolution : le problème de sac à dos dans [75] est mieux traité numériquement que celui du plus court chemin avec contraintes de ressources dans [73]. D'autre part, l'initialisation du premier problème maître restreint impacte la vitesse de convergence de la génération de colonnes. Elle est aussi discutée dans [76].

2.3.4 Stabilisation de la génération de colonnes

La stabilisation de la génération de colonnes peut diminuer le nombre de colonnes générées par cet algorithme. Elle est présentée dans [56]. D'une part, la génération de colonnes peut être vue comme l'application de l'algorithme des plans coupants de Kelley dans le dual de la relaxation linéaire du problème maître, comme il est remarqué dans [13]. Cet algorithme introduit dans [47] est connu pour la lenteur de sa convergence. D'autre part, la stabilisation est aussi indiquée dans le cas où la relaxation linéaire du problème maître est dégénérée. Toutefois, d'autres approches essayent de remédier spécifiquement à cette dégénérescence, comme celle présentée dans [24].

Le terme stabilisation fait référence au contrôle des variations des variables duales et donc des oscillations de la borne duale lagrangienne donnée par la résolution complète du sous-problème à l'optimalité. En effet, la relaxation linéaire du problème maître est équivalente au dual du problème lagrangien obtenu par relaxation des contraintes de la formulation compacte laissées dans le problème maître de la formulation étendue, ce qui est démontré dans [34].

Après résolution de la relaxation linéaire d'un problème maître restreint, pour une solution optimale de valeur z^*, et des vecteurs de variables duales π et π_v, cette borne lagrangienne vaut :

$$z^* + \sum_{v \in \mathrm{V}} \overline{c}_v(\pi, \pi_v).$$

La fonction $\overline{c}_v(\pi, \pi_v)$ est définie dans (2.12). Un critère d'arrêt de la génération de colonnes est basé sur l'écart entre cette borne lagrangienne et la valeur optimale de la relaxation linéaire du problème maître restreint courant. Lorsque cet écart est suffisamment proche de 0, la génération de colonnes peut être arrêtée. En effet, cela se produit notamment si $\overline{c}_v(\pi, \pi_v) = 0$ pour tout v, c'est à dire s'il n'y a pas de colonne avec un coût réduit négatif dans un ensemble X_v.

Nous avons utilisé la technique de stabilisation introduite dans [79], appelée décomposition de Dantzig-Wolfe pondérée. L'idée de la décomposition de Dantzig-Wolfe pondérée est de mémoriser le vecteur de variables duales ayant donné la meilleure borne lagrangienne et de faire des pas depuis ce vecteur vers le vecteur de variables duales courant lors des calculs de coûts réduits dans les ensembles X_v. A chaque itération, des pas sont ainsi effectués jusqu'à l'obtention d'une colonne améliorante, ou de la preuve de non-existence d'une telle colonne.

La stabilisation est illustrée sur la figure 2.3, avec une exécution de l'algorithme de génération de colonnes. Les deux images donnent les évolutions des valeurs de la borne

lagrangienne et de celle du problème maître restreint. Dans le cas stabilisé, l'amplitude des oscillations de la borne lagrangienne est plus petite, et la convergence se fait après 40 itérations, contre 75 sans stabilisation.

2.3.5 Algorithme par séparation et génération de colonnes progressive

Un algorithme par séparation et génération de colonnes progressive (*branch-and-price* en anglais) est une procédure par séparation et évaluation progressive, qui permet l'obtention d'une solution entière à une formulation étendue obtenue par une reformulation de type Dantzig-Wolfe. Il existe plusieurs règles de branchement génériques pour un algorithme de ce type, présentées en détails dans [33, 74]. Avec notre formulation, le branchement est effectué sur les variables de la formulation compacte x_v, et les contraintes de branchement sont ajoutées dans le sous-problème. Par exemple, supposons qu'à un nœud de l'arbre de recherche, une variable x_v^b ait une valeur fractionnaire, c'est à dire

$$\sum_{p \in P_v} x_v^{pb} \lambda_v^p = x_v^b \notin \{0, 1\}.$$

Deux nœuds sont créés : un avec la contrainte de branchement additionnelle $x_v^b = 0$, l'autre avec $x_v^b = 1$. Ces contraintes sont ajoutées dans le sous-problème de la formulation étendue. Dans le problème maître restreint du premier nœud (respectivement du deuxième nœud), pour tout indice $p \in P_v$, tel que $x_v^{bp} = 1$ (resp. $x_v^{bp} = 0$), la variable λ_v^p est supprimée. Dans notre cas, le sous-problème est résolu par un solveur à l'état de l'art et la prise en compte des contraintes de branchement ne modifie pas sa structure. Un algorithme par séparation et génération de colonnes progressive a été implémenté pour la formulation étendue du PPP, mais il permet seulement la résolution d'instances de tailles très réduites. Des résultats pour la résolution de la relaxation linéaire au nœud racine sont donnés à la section 3.5.3.

2.3.6 Problèmes liés à la dégénérescence

La relaxation linéaire du problème maître de la formulation étendue considérée est souvent fortement dégénérée. La stabilisation permet de remédier en partie à ce problème, par exemple avec la méthode introduite dans [79], que nous avons utilisée. De plus, la formulation étendue du PPP présente la particularité que les variables (2.8) apparaissant dans les contraintes (2.5) et (2.6) font partie des problèmes maîtres restreints. Ceux-ci sont donc de tailles relativement grandes dès la première itération de la génération de colonnes. Leur optimisation est parfois longue après l'ajout d'une ou plusieurs colonnes générées dynamiquement. La majorité du temps de calcul est parfois passée dans cette optimisation. Sur la figure 2.3, on peut voir que la valeur du problème maître restreint reste identique d'une itération de la génération de colonnes à une autre, excepté lors des itérations 40, 41 et 42 du cas sans stabilisation. Les difficultés liées à la dégénérescence de la relaxation linéaire du problème maître sont le sujet de recherches spécifiques récentes, par exemple dans [24]. Par ailleurs, d'autres algorithmes que le simplexe pourraient être utilisés, comme la méthode des faisceaux, présentée dans [13].

FIGURE 2.3 – Stabilisation de la génération de colonnes

2.4 Heuristiques basées sur une décomposition

Bien que la formulation obtenue par décomposition de Dantzig-Wolfe n'a pas permis de résoudre des instances réalistes du PPP, l'idée de décomposition de la formulation suivant sa structure a permis de construire des heuristiques efficaces.

2.4.1 Heuristique du problème maître restreint

Le principe de base de cette heuristique est présenté dans [49]. Il consiste à résoudre un problème maître restreint à un sous-ensemble de colonnes afin d'obtenir une solution entière, sans considérer toutes les colonnes du problème maître, ni implicitement, ni explicitement. En effet, ces colonnes peuvent être en nombre exponentiel.

Nous utilisons pour cette heuristique une formulation hybridant la formulation compacte et la formulation étendue. Les colonnes sont générées pour $v \in \mathcal{V}$, avec $\mathcal{V} \subseteq \mathrm{V}$, à l'aide de points de l'ensemble :

$$\{w_v \mid D_v w_v \leq e_v, w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v}\}. \tag{2.4}$$

Pour $v \in \mathrm{V} \setminus \mathcal{V}$, les variables et les contraintes de la formulation compacte sont utilisées. Pour $v \in \mathcal{V}$, certains points w_v^p sont choisis, en espérant constituer ainsi un problème contenant la solution optimale entière, ou au moins de bonnes solutions entières. Ces points sont indicés par un ensemble $\hat{P}_v$. Pour le PPP, le choix de ces points est décrit à la section 4.4.1, qui présente l'implémentation de cette heuristique.

Rappelons la formulation qui serait habituellement utilisée par une heuristique de ce type.

$$\begin{aligned}
\text{minimiser} \quad & \sum_{v \in \mathrm{V}} \sum_{p \in \hat{P}_v} c_v w_v^p \lambda_v^p & & \\
\text{s.c.} \quad & Az + \sum_{v \in \mathrm{V}} \sum_{p \in \hat{P}_v} A_v w_v^p \lambda_v^p \leq b & & \\
& Fz \leq g & & \\
& \sum_{p \in \hat{P}_v} \lambda_v^p = 1 & & \forall v \in \mathrm{V} \\
& z \in \mathbb{R}_+^u & & \\
& \sum_{p \in \hat{P}_v} w_v^p \lambda_v^p \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v} & & \forall v \in \mathrm{V} \\
& \lambda_v^p \in \mathbb{R}_+ & & \forall v \in \mathrm{V}, \forall p \in \hat{P}_v
\end{aligned}$$

Notons qu'un vecteur de variables w_v^p contient des composantes binaires x_v^p et des composantes réelles positives y_v^p, correspondant respectivement aux vecteurs de variables x_v et y_v, avec :

$$w_v^p = \begin{bmatrix} x_v^p \\ y_v^p \end{bmatrix}.$$

Il présente à priori peu d'intérêt de conserver fixées les composantes des colonnes correspondant à des variables réelles lors de la recherche d'une solution entière avec un petit sous-ensemble de colonnes. Ré-introduire les variables et les contraintes de la formulation compacte qui leur sont associées augmente la faisabilité. La formulation hybride suivante est celle utilisée.

$$\text{minimiser} \sum_{v\in\mathcal{V}} c_v \begin{bmatrix} \sum_{p\in\hat{P}_v} x_v^p \lambda_v^p \\ y_v \end{bmatrix} + \sum_{v\in \mathrm{V}\setminus\mathcal{V}} c_v w_v$$

$$\text{s.c. } Az + \sum_{v\in\mathcal{V}} A_v \begin{bmatrix} \sum_{p\in\hat{P}_v} x_v^p \lambda_v^p \\ y_v \end{bmatrix} + \sum_{v\in \mathrm{V}\setminus\mathcal{V}} A_v w_v \leq b$$

$$Fz \leq g$$

$$D_v \begin{bmatrix} \sum_{p\in\hat{P}_v} x_v^p \lambda_v^p \\ y_v \end{bmatrix} \leq e_v \qquad \forall v \in \mathcal{V} \quad (2.13)$$

$$D_v w_v \leq e_v \qquad \forall v \in \mathrm{V}\setminus\mathcal{V} \quad (2.14)$$

$$\sum_{p\in\hat{P}_v} \lambda_v^p = 1 \qquad \forall v \in \mathcal{V} \quad (2.15)$$

$$\lambda_v^p \in \{0,1\} \qquad \forall v \in \mathcal{V}, \forall p \in \hat{P}_v$$

$$w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}_+^{t_v} \qquad \forall v \in \mathrm{V}\setminus\mathcal{V} \quad (2.16)$$

$$z \in \mathbb{R}_+^u$$

Ce problème de taille généralement plus petite que celle de la formulation compacte est ensuite résolu directement par un solveur.

2.4.2 Heuristique de relaxation et fixation

Présentation

L'heuristique de relaxation et fixation (*relax-and-fix* en anglais) est une heuristique de résolution de PLVM. Elle est présentée dans [63] pour la résolution de problèmes de planification multi-période, et appliquée avec succès dans [25, 8, 3, 28]. Son principe peut être décrit en quelques lignes. D'abord, l'ensemble des variables entières est partitionné en des sous-ensembles disjoints et un ordre de traitement de ces sous-ensembles de variables entières est défini. Puis, à chaque itération, les contraintes d'intégrité sont relâchées pour tous les sous-ensembles sauf un. Le sous-problème résultant est résolu. Les variables entières du sous-ensemble courant sont fixées à leurs valeurs et le processus est répété pour les sous-ensembles restants.

La résolution du premier sous-problème fournit une borne inférieure, pour un problème en minimisation, sur la valeur d'une solution optimale entière. Cette borne permet dans certains cas de prouver l'optimalité de la solution obtenue au problème par cette heuristique.

Idéalement, chaque sous-problème peut être résolu jusqu'à l'obtention d'une solution entière optimale, mais une solution entière suffit pour poursuivre la procédure. D'autre part, les routines de pré-traitements du solveur doivent être appelées après la résolution

d'un sous-problème, surtout si les fixations de variables entières leur permettent de diminuer significativement les tailles des sous-problèmes suivants.

Finalement, notons que l'heuristique de relaxation et fixation peut être modifiée afin de garantir l'obtention d'une solution entière s'il en existe une. Lorsqu'une infaisabilité est rencontrée, il faut alors fusionner les ensembles de variables entières auparavant fixées séparément, et poursuivre la procédure en partant de ce nouveau sous-problème. Cette modification est suggérée dans [27]. Nous ne l'avons pas utilisée pour nos recherches. En effet, elle peut augmenter la taille des sous-problèmes, au pire égale à celle du problème de départ. De plus, notre stratégie de partitionnement des variables entières conduit peu fréquemment à une infaisabilité.

Définition des sous-problèmes

L'heuristique de relaxation et fixation repose sur une partition de l'ensemble des variables entières du PLVM, et sur un ordre de traitement des sous-ensembles de la partition. Chaque sous-ensemble de variables entières va être fixé lors de la résolution d'un sous-problème à une des itérations. Ces sous-problèmes doivent pouvoir être traités suffisamment rapidement. Par ailleurs, une fixation de variables malencontreuse à une itération peut compliquer la résolution des sous-problèmes suivants, et conduire à une solution de mauvaise qualité, ou à l'infaisabilité. La définition des sous-problèmes par le partitionnement des variables entières et leur ordre de résolution doit tendre à préserver les possibilités de fixation des variables conduisant à de bonnes solution entières.

La stratégie habituelle de partitionnement des variables entières est de les grouper par macro-période. Les variables sont alors fixées par macro-période croissante. Nous considérons deux stratégies alternatives.

La première stratégie alternative, qualifiée d'hybride, est de partitionner d'abord les variables entières en des sous-ensembles indépendants, dans le sens qu'aucune contrainte du problème ne porte sur des variables entières appartenant à des sous-ensembles différents. Seules des contraintes portant sur des variables continues lient les sous-problèmes ainsi définis. Pour le PPP, cela revient à une partition par mode de transport. Puis, ces sous-ensembles sont partitionnés à nouveau par macro-période. Les variables sont alors fixées par mode de transport et par macro-période croissante à l'intérieur d'un mode de transport. Elles sont d'abord fixées pour les bateaux, puis pour les trains, puis pour les camions.

La seconde stratégie alternative, qualifiée de structurelle, consiste à grouper les variables entières fortement liées entre elles par les contraintes, afin qu'elles soient fixées en même temps. La liaison entre variables par les contraintes dans un PLVM est difficile à quantifier de façon générale. Pour le PPP, elle est mesurée par paire de véhicules. En effet, les variables entières de la formulation sont relatives à des véhicules. La valeur de la liaison entre des variables pour deux véhicules est zéro s'ils n'ont pas accès à au moins une même zone de prise en charge dans un terminal à conteneurs. Sinon, elle est égale au nombre de périodes communes de présence possible au port. Les véhicules sont groupés en maximisant les liaisons sur les variables des paires de véhicules d'un même groupe. La taille d'un groupe de véhicules est bornée. Le problème de groupement des véhicules est

présenté formellement à la section 4.4.4. Les variables sont d'abord fixées pour les bateaux, puis pour les trains, puis pour les camions. Pour un même mode de transport, les groupes de véhicules sont fixés par nombre de lots décroissants. Cet ordre permet de prendre les décisions qui ont le plus d'impact en premier, quand le degré de liberté est le plus grand.

2.4.3 Heuristique de restriction et fixation

Nous proposons une heuristique de restriction et fixation pour la résolution de la formulation compacte du PPP. Elle est applicable à d'autres problèmes dont la formulation présente une structure similaire à celle décrite dans la section 2.3.1. Cette heuristique peut être utilisée dans le cas d'instances de trop grandes tailles pour être traitées directement par l'heuristique de relaxation et fixation, c'est à dire présentant un trop grand nombre de lignes et/ou de colonnes. Elle repose sur un partitionnement des variables entières et réelles qui décompose le problème, et un ordre de traitement de ces sous-ensembles de variables. A notre connaissance, elle n'a pas été proposée auparavant. Elle est décrite en pseudocode dans la figure 2.4.

Données : PLVM ; `/* PLVM à résoudre */`
Γ ; `/* partition de l'ensemble de toutes les variables du PLVM */`
Résultat : Solution trouvée au PLVM ou null en cas d'échec
début
  $\hat{\Gamma} \leftarrow \emptyset$; `/* ensemble de variables déjà traités */`
  $\chi \leftarrow \emptyset$; `/* ensembles de paires avec chacune une variable entière et sa valeur fixée */`
  $\Pi \leftarrow$ null ; `/* PLVM résolu à l'itération courante */`
  $\gamma \leftarrow$ null ; `/* variables traitées à l'itération courante */`
  pour $i \leftarrow 1; i \leq |\Gamma|; i \leftarrow i + 1$ **faire**
    $\gamma \leftarrow \Gamma[i]$;
    $\hat{\Gamma} \leftarrow \hat{\Gamma} \cup \gamma$;
    $\Pi \leftarrow$ PLVM restreint aux variables de $\hat{\Gamma}$, avec les contraintes portant uniquement sur ces variables;
    $\Pi \leftarrow \Pi$ avec ajout de contraintes du PLVM non présentes dans Π, restreintes aux variables de $\hat{\Gamma}$;
    $\Pi \leftarrow \Pi$ avec variables entières de χ fixées à leurs valeurs;
    Résoudre Π;
    si *Aucune solution trouvée pour* Π **alors**
      retourner *null*
    fin
    sinon
      $\chi \leftarrow \chi$ avec variables entières de γ et leurs valeurs dans la solution de Π;
    fin
  fin
  retourner *Solution de* Π
fin

FIGURE 2.4 – Heuristique de restriction et fixation

A chaque itération, un sous-ensemble de variables entières et réelles est considéré, afin

de fixer ses variables entières. Les sous-ensembles de variables des itérations précédentes font aussi partie de ce sous-problème avec leurs variables entières fixées. Les autres sous-ensembles de variables ne sont pas considérés. Les contraintes portant uniquement sur les variables du sous-problème sont présentes. D'autres contraintes peuvent être ajoutées, en les restreignant aux variables courantes et en modifiant éventuellement leurs seconds membres, dans le but d'augmenter la faisabilité de la solution en train d'être construite. Le sous-problème courant est résolu et les variables entières sont fixées à leurs valeurs. Le processus est répété pour les sous-ensembles restants.

La stratégie de partitionnement des variables concernant les véhicules et leur ordre de fixation sont les mêmes que ceux de la stratégie structurelle utilisées avec l'heuristique de relaxation et fixation pour les variables entières. L'ensemble de variables du premier sous-problème contient de plus les variables relatives au stockage et au transport inter-terminal des conteneurs.

L'heuristique de relaxation et fixation peut être intégrée à cette heuristique pour accélérer la procédure. Par exemple, pour le PPP, une première partition des variables pour les véhicules par modes de transport définit des sous-problèmes pour l'heuristique de restriction et fixation. Puis, chaque sous-problème est résolu par l'heuristique de relaxation et fixation, en utilisant la stratégie structurelle.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, des méthodes de résolution du PPP ont été proposées. Elles sont basées sur la programmation mathématique et elles utilisent la formulation de ce problème introduite dans le chapitre suivant. Ces méthodes ont été implémentées et testées sur de nombreuses instances réalistes décrites à la section 1.5. Les résultats sont donnés aux sections 3.4 et 4.5.

Plusieurs heuristiques ont été présentées et sont applicables à d'autres formulations avec la même structure. Nous avons proposé une stratégie structurelle de partitionnement des variables entières utilisée avec l'heuristique de relaxation et fixation, qui donne de meilleurs résultats que la stratégie habituelle, comme le montrent les résultats comparatifs de la table 4.3. Une heuristique de restriction et fixation a aussi été introduite. A notre connaissance, cette dernière heuristique n'avait pas été proposée auparavant.

Nous laissons en perspective la recherche d'une méthode de calcul rapide d'une borne inférieure de bonne qualité sur la valeur d'une solution entière optimale, quand les solutions entières présentent du retard. Celle de la relaxation linéaire de la formulation compacte est généralement de mauvaise qualité. Une meilleure borne permettrait notamment d'évaluer les solutions trouvées aux instances non résolues à l'optimalité.

Chapitre 3

Modèles mathématiques et résolution exacte

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, un Programme Linéaire en Variables Mixtes (PLVM) est proposé pour modéliser le Problème de la Planification Portuaire (PPP). Le modèle est expliqué aux sections 1.3 et 1.4. La formulation proposée est indicée par le temps. Ce type de formulation nécessite un grand nombre de variables booléennes, mais il s'est montré efficace avec beaucoup de problèmes de planification multi-période, tels que celui considéré ici. Ce PLVM permet de définir formellement le problème, qui est prouvé $\mathcal{NP}$-difficile, même dans le cas d'un terminal avec un poste à quai et une grue. Une formulation étendue obtenue par décomposition de Dantzig-Wolfe est aussi présentée. Ensuite, des expériences numériques sont conduites sur des instances réalistes et variées. Puis, une formulation du problème d'allocation de postes à quai dynamique et discret connue dans la littérature est introduite. Des expériences numériques avec cette dernière formulation et le jeu d'instances de référence de la littérature sont réalisées.

3.2 Formulations

Afin de simplifier la présentation des formulations, les conteneurs dans les terminaux avant et après l'horizon de planification sont omis ici. Les formulations utilisées pour les expériences numériques les incluent, mais elles nécessitent des notations et des ensembles de contraintes additionnels, qui peuvent facilement être déduits de ceux donnés ci-après.

3.2.1 Notations

Les notations requises sont définies dans les tables 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 et concernent les terminaux à conteneurs, les véhicules de transport de conteneurs, les lots de conteneurs,

le transport inter-terminal de conteneurs et les périodes temporelles.

TABLE 3.1 – Notations pour les terminaux à conteneurs, les zones de prise en charge et les groupes de grues

C	ensemble de terminaux à conteneurs coopérant
Θ_c	quantité maximum de conteneurs traitée dans le terminal c par période, $c \in$ C
Ξ_c	capacité de stockage du terminal $c \in$ C
GA	ensemble des groupes de grues pour les bateaux
GB	ensemble des groupes de grues pour les trains
GC	ensemble des groupes de grues pour les camions
η_g	nombre de grues de quai dans le groupe $g \in$ GA
ρ_g^n	quantité maximum de conteneurs manutentionnés par période par n grues de quai du groupe g assignées au même bateau, $g \in$ GA, $n \in [\![0, \eta_g]\!]$
ρ_g	quantité maximum de conteneurs manutentionnés par période par le groupe de grues pour trains ou camions $g \in$ (GB $\cup$ GC) [1]
ZA	ensemble des postes à quai
ZB	ensemble des groupes de voies ferrées
ZC	ensemble des zones de prise en charge pour les camions - utilisé pour la modélisation
Z	Z = ZA $\cup$ ZB $\cup$ ZC
γ_z	groupe de grues opérant dans la zone $z \in$ Z
κ_z	longueur du poste à quai $z \in$ ZA
κ_z	nombre de voies ferrées dans le groupe $z \in$ ZB
ζ_z	terminal auquel la zone de prise en charge z appartient, $z \in$ Z
η_z	nombre maximum de grues de quai du groupe γ_z pouvant opérer simultanément dans le poste à quai $z \in$ ZA

[1] Puisque les grues pour les trains et celles pour les camions opèrent sur plusieurs véhicules dans de courtes périodes de temps avec peu d'interférences entre elles, un groupe de grues pour trains ou camions a seulement une caractéristique : un nombre maximum de conteneurs qu'il peut manutentionner par période.

TABLE 3.2 – Notations pour les bateaux, les trains et les camions

$\mathrm{V_A}$	ensemble des bateaux
$\mathrm{V_B}$	ensemble des trains
$\mathrm{V_C}$	ensemble des groupes de camions
V	$\mathrm{V} = \mathrm{V_A} \cup \mathrm{V_B} \cup \mathrm{V_C}$
Z_v	ensemble des zones ou le véhicule v peut être pris en charge, $v \in \mathrm{V}$
C_v	ensemble des terminaux avec au moins une zone où le véhicule v peut être pris en charge, $v \in \mathrm{V}$
r_v	date d'arrivée (*ready time*) du véhicule $v \in \mathrm{V}$
d_v	date de départ souhaitée (date d'échéance ou *due date*) du bateau ou train $v \in (\mathrm{V_A} \cup \mathrm{V_B})$
$\overline{d}_v$	dernière période possible de présence (date échue ou *deadline*) du véhicule $v \in \mathrm{V}$
π_v	coût unitaire du retard du bateau ou train $v \in (\mathrm{V_A} \cup \mathrm{V_B})$
δ_v	espace de stockage de conteneurs restant sur le véhicule v à son arrivée au port, $v \in \mathrm{V}$
κ_v	longueur du bateau $v \in \mathrm{V_A}$
η_v	nombre maximum de grues de quai qui peuvent être affectées au bateau $v \in \mathrm{V_A}$
η_v^z	nombre maximum de grues de quai qui peuvent être affectées au bateau v dans le poste à quai z, $v \in \mathrm{V_A}, z \in \mathrm{Z}_v : \eta_v^z = \min\{\eta_v, \eta_z\}$
$\tau_z^{z'}$	nombre de périodes requises pour un bateau (respectivement un train) pour se déplacer du poste à quai (resp. groupe de voies ferrées) z au poste (resp. groupe) z', $z \in \mathrm{Z_A}$, $z' \in \mathrm{Z_A}$ (resp. $z \in \mathrm{Z_B}$, $z' \in \mathrm{Z_B}$)
$\tilde{\mathrm{V}}$	ensemble des bateaux et trains qui doivent être totalement pris en charge dans une zone[1]

[1] Par exemple, le coût de déplacement des navires aux longs cours peut être trop grand pour permettre qu'il soient pris en charge sur deux postes à quai successifs.

TABLE 3.3 – Notations pour les lots de conteneurs

B	ensemble des lots de conteneurs
α_b	véhicule duquel le lot de conteneurs b est déchargé, $b \in \mathrm{B}$
ω_b	véhicule sur lequel le lot de conteneurs b est chargé, $b \in \mathrm{B}$
η_b	nombre de conteneurs dans le lot $b \in \mathrm{B}$
$\tilde{\eta}_b$	nombre d'équivalents vingt pieds dans le lot de conteneurs $b \in \mathrm{B}$ [1]
BU_v	ensemble des lots de conteneurs à décharger du véhicule $v \in \mathrm{V}$
BL_v	ensemble des lots de conteneurs à charger sur le véhicule $v \in \mathrm{V}$

[1] Les tailles des conteneurs (40 pieds, 20 pieds, ...) sont considérées seulement pour les capacités de stockage des terminaux et les capacités de transport des véhicules.

TABLE 3.4 – Notations pour le transport inter-terminal des conteneurs

$\tau_c^{c'}$	nombre de périodes entre l'envoi d'un conteneurs du terminal c et sa réception au terminal c', $c \in \mathrm{C}$, $c' \in \mathrm{C}$
$\eta_c^{c'}$	quantité maximum de conteneurs envoyés du terminal c au terminal c' par période, $c \in \mathrm{C}$, $c' \in \mathrm{C}$
Φ	quantité maximum de conteneurs transportés entre tous les terminaux pendant tout l'horizon de planification
I_b	ensemble des couples de terminaux entre lesquels le lot de conteneurs b peut être transféré, $b \in \mathrm{B} : \mathrm{I}_b = \{(c, c') \mid (c, c') \in (\mathrm{C}_{\alpha_b} \times \mathrm{C}_{\omega_b}), c \neq c'\}$

TABLE 3.5 – Notations pour les périodes temporelles

T_v	ensemble des périodes de présence possible du véhicule v au port, $v \in \mathrm{V}$, $\mathrm{T}_v = [\![r_v, \overline{d}_v]\!]$
T	ensemble des périodes de présence possible d'au moins un véhicule au port, $\mathrm{T} = [\![\min_{v \in \mathrm{V}}\{r_v\}, \max_{v \in \mathrm{V}}\{\overline{d}_v\}]\!]$
T_b	ensemble des périodes de présence possible du lot de conteneurs b au port, $b \in \mathrm{B}$, $\mathrm{T}_b = [\![r_{\alpha_b}, \overline{d}_{\omega_b}]\!]$
TU_b	ensemble des périodes possibles pour le déchargement du lot de conteneurs $b \in \mathrm{B}$, $\mathrm{TU}_b = [\![r_{\alpha_b}, \overline{d}_{\alpha_b}]\!]$
TL_b	ensemble des périodes possibles pour le chargement du lot de conteneurs $b \in \mathrm{B}$, $\mathrm{TL}_b = [\![r_{\omega_b}, \overline{d}_{\omega_b}]\!]$

3.2.2 Formulation compacte

Variables

Les variables de décision sont données dans les tables 3.6, 3.7 et sont relatives respectivement aux véhicules et aux lots de conteneurs.

TABLE 3.6 – Variables pour les bateaux, les trains et les groupes de camions

$m_v \in \mathbb{N}$ $(\mathbb{R}_+)$ [1]	nombre de périodes de retard du bateau ou train $v \in (\mathrm{VA} \cup \mathrm{VB})$
$h^{nt}_{vz} \in \{0,1\}$	indique si le bateau v est dans le poste à quai z avec n grues de quai pour la période t, $v \in \mathrm{VA}, z \in \mathrm{Z}_v, n \in [\![0, \eta^z_v]\!], t \in \mathrm{T}_v$
$h^t_{vz} \in \{0,1\}$	indique si le train v est dans le groupe de voies ferrées z pour la période t, $v \in \mathrm{VB}, z \in \mathrm{Z}_v, t \in \mathrm{T}_v$
$\underline{h}^t_{vz} \in \{0,1\}$	indique si la prise en charge du bateau ou train v dans la zone de prise en charge z commence au début de la période t, $v \in (\mathrm{VA} \cup \mathrm{VB}), z \in \mathrm{Z}_v, t \in \mathrm{T}_v$
$\overline{h}^t_{vz} \in \{0,1\}$	indique si la prise en charge du bateau ou train v dans la zone de prise en charge z se termine à la fin de la période t, $v \in (\mathrm{VA} \cup \mathrm{VB}), z \in \mathrm{Z}_v, t \in \mathrm{T}_v$
$o^t_{vz} \in \mathbb{R}_+$	quantité de conteneurs manutentionnés pour le train ou groupe de camions v dans la zone de prise en charge z pendant la période t, $v \in (\mathrm{VB} \cup \mathrm{VC})$, $z \in \mathrm{Z}_v$, $t \in \mathrm{T}_v$
$p^t_{vz} \in \{0,1\}$	$p^t_{vz} = \sum_{n=0}^{\eta^z_v} h^{nt}_{vz}$ indique si le bateau v est dans le poste à quai z pour la période t, $v \in \mathrm{VA}$, $z \in \mathrm{Z}_v$, $t \in \mathrm{T}_v$

[1] Les contraintes et l'objectif du problème assurent qu'en relâchant les contraintes d'intégrité de ces variables, elles prendront toujours des valeurs entières.

TABLE 3.7 – Variables pour les lots de conteneurs

$u^c_b \in \{0,1\}$	indique si le lot de conteneurs b est déchargé dans le terminal c, $b \in \mathrm{B}$, $c \in \mathrm{C}_{\alpha_b}$
$l^c_b \in \{0,1\}$	indique si le lot de conteneurs b est chargé dans le terminal c, $b \in \mathrm{B}$, $c \in \mathrm{C}_{\omega_b}$
$u^t_{bc} \in \mathbb{R}_+$ [1]	quantité de conteneurs du lot b déchargés dans le terminal c pendant la période t, $b \in \mathrm{B}$, $c \in \mathrm{C}_{\alpha_b}$, $t \in \mathrm{TU}_b$
$l^t_{bc} \in \mathbb{R}_+$ [1]	quantité de conteneurs du lot b chargés dans le terminal c pendant la période t, $b \in \mathrm{B}$, $c \in \mathrm{C}_{\omega_b}$, $t \in \mathrm{TL}_b$
$s^t_{bc} \in \mathbb{R}_+$ [1]	quantité totale de conteneurs du lot b stockés dans le terminal c à la fin de la période t, $b \in \mathrm{B}$, $c \in (\mathrm{C}_{\alpha_b} \cup \mathrm{C}_{\omega_b})$, $t \in \mathrm{T}_b$
$i^{c't}_{bc} \in \mathbb{R}_+$ [1]	quantité de conteneurs du lot b envoyés du terminal c au terminal c' pendant la période t, disponibles au terminal c' au début de la période $t + \tau^{c'}_c$, $b \in \mathrm{B}$, $(c, c') \in \mathrm{I}_b, t \in \mathrm{T}_b, t + \tau^{c'}_c \in \mathrm{T}_b$

[1] Des valeurs fractionnaires de variables relatives aux quantités de conteneurs manutentionnées sont acceptables à un niveau de planification tactique. Le temps de manutention d'un conteneur est faible par rapport à la durée d'une période. Des valeurs légèrement inférieures aux capacités réelles peuvent être utilisées pour les paramètres relatifs à la manutention des conteneurs.

Objectif

L'objectif est de minimiser le coût total des retards pondérés :

$$\text{minimiser} \sum_{v \in (V_A \cup V_B)} (\pi_v \cdot m_v).$$

L'objectif global est de minimiser la somme des coûts des retards, le coût de retard dépendant de l'importance du bateau ou du train. En pratique, il est en général possible de fixer des rendez-vous aux camions. Nous supposons que ces rendez-vous permettent d'éviter leur retard à un niveau tactique et par conséquence les camions n'ont pas de coût de retard dans notre modèle. Toutefois, leur retard reste possible à un niveau opérationnel.

Le PLVM complet est maintenant donné.

Contraintes sur les bateaux

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V_A}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} (\kappa_v \cdot p_{vz}^t) \leq \kappa_z \quad \forall z \in \mathrm{Z_A}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.1}$$

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V_A}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} p_{vz}^t \leq 2 \quad \forall z \in \mathrm{Z_A}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.2}$$

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V_A}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} \sum_{n=1}^{\eta_v^z} (n \cdot h_{vz}^{nt}) \leq \eta_z \quad \forall z \in \mathrm{Z_A}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.3}$$

$$\sum_{\substack{z\in \mathrm{Z_A}:\\ \gamma_z = g}} \sum_{\substack{v\in \mathrm{V_A}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} \sum_{n=1}^{\eta_v^z} (n \cdot h_{vz}^{nt}) \leq \eta_g \quad \forall g \in \mathrm{G_A}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.4}$$

$$\sum_{\substack{b\in \mathrm{BU}_v:\\ t\in \mathrm{TU}_b}} u_{bc}^t + \sum_{b\in \mathrm{BL}_v} l_{bc}^t \leq \sum_{\substack{z\in \mathrm{Z}_v:\\ c=\zeta_z}} \sum_{n=1}^{\eta_v^z} (\rho_{\gamma_z}^n \cdot h_{vz}^{nt}) \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall c \in \mathrm{C}_v, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.5}$$

$$\sum_{z\in \mathrm{Z}_v} p_{vz}^t \leq 1 \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.6}$$

$$m_v \geq (t - d_v) \cdot \left(\sum_{z\in \mathrm{Z}_v} p_{vz}^t \right) \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall t \in [\![d_v + 1, \overline{d}_v]\!] \tag{3.7}$$

$$- \sum_{b\in \mathrm{BU}_v} \sum_{c\in \mathrm{C}_v} \sum_{\substack{t'\in \mathrm{T}_v:\\ t'\leq t}} \left(\frac{\tilde{\eta}_b}{\eta_b} \cdot u_{bc}^{t'} \right) + \sum_{b\in \mathrm{BL}_v} \sum_{c\in \mathrm{C}_v} \sum_{\substack{t'\in \mathrm{T}_v:\\ t'\leq t}} \left(\frac{\tilde{\eta}_b}{\eta_b} \cdot l_{bc}^{t'} \right) \leq \delta_v \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.8}$$

$$\sum_{z\in \mathrm{Z}_v} \sum_{t\in \mathrm{T}_v} \underline{h}_{vz}^t = 1 \quad \forall v \in (\mathrm{V_A} \cap \tilde{\mathrm{V}}) \tag{3.9}$$

$$\overline{h}_{vz}^t + \sum_{z'\in \mathrm{Z}_v} \sum_{t'=t+1}^{\min\{t+\tau_z^{z'}, \overline{d}_v\}} \underline{h}_{v,z'}^{t'} \leq 1 \quad \forall v \in (\mathrm{V_A} \setminus \tilde{\mathrm{V}}), \forall z \in \mathrm{Z}_v, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.10}$$

$$\underline{h}_{vz}^{r_v} - p_{vz}^{r_v} = 0 \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall z \in \mathrm{Z}_v \tag{3.11}$$

$$\underline{h}_{vz}^{t+1} + p_{vz}^t - p_{vz}^{t+1} - \overline{h}_{vz}^t = 0 \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall z \in \mathrm{Z}_v, \forall t \in (\mathrm{T}_v \setminus \{\overline{d}_v\}) \tag{3.12}$$

$$p_{vz}^{\overline{d}_v} - \overline{h}_{vz}^{\overline{d}_v} = 0 \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall z \in \mathrm{Z}_v \tag{3.13}$$

$$p_{vz}^t = \sum_{n=0}^{\eta_v^z} h_{vz}^{nt} \quad \forall v \in \mathrm{V_A}, \forall z \in \mathrm{Z}_v, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.14}$$

Les contraintes (3.1) assurent que les longueurs des bateaux dans un poste à quai n'excèdent pas sa longueur, et les contraintes (3.2) font qu'il y a au plus deux bateaux dans un poste à quai. Les contraintes (3.3) limitent le nombre de grues de quai dans un poste à quai. Les contraintes (3.4) assurent qu'un groupe de grues de quai n'alloue pas plus de grues qu'il en a. Les contraintes (3.5) limitent la quantité de conteneurs manutentionnés sur un bateau suivant la vitesse des grues. Les contraintes (3.6) assurent qu'un bateau est présent dans au plus un poste à quai. Les contraintes (3.7) permettent d'avoir une fonction objectif linéaire. Les contraintes (3.7) et la fonction objectif donnent à chaque variable m_v une valeur égale au retard du bateau ou train v. Les contraintes (3.8) limitent le nombre de

conteneurs transportés par un véhicule. Les contraintes (3.9) assurent qu'un bateau $v \in \tilde{\mathrm{V}}$ est pris en charge dans un seul poste à quai. Les contraintes (3.10) font que le déplacement entre deux postes à quai nécessite un nombre fixé de périodes. Les contraintes techniques (3.11)-(3.13) lient les valeurs des variables $\underline{h}^t_{vz}, p^t_{vz}$ et $\overline{h}^t_{vz}$ (la preuve en est donnée dans l'annexe A.1). Les contraintes techniques (3.14) lient les valeurs des variables p^t_{vz} et h^{nt}_{vz}.

Contraintes sur les trains

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V_B}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} h^t_{vz} \leq \kappa_z \quad \forall z \in \mathrm{Z_B}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.15}$$

$$\sum_{\substack{z\in \mathrm{Z_B}:\\ \gamma_z = g}} \sum_{\substack{v\in \mathrm{V_B}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v}} o^t_{vz} \leq \rho_g \quad \forall g \in \mathrm{G_B}, \forall t \in \mathrm{T} \tag{3.16}$$

$$o^t_{vz} \leq \rho_{\gamma_z} \cdot h^t_{vz} \quad \forall v \in \mathrm{V_B}, \forall z \in \mathrm{Z}_v, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.17}$$

$$\sum_{\substack{b\in \mathrm{BU}_v:\\ t\in \mathrm{TU}_b}} u^t_{bc} + \sum_{\substack{b\in \mathrm{BL}_v:\\ t\in \mathrm{TL}_b}} l^t_{bc} = \sum_{\substack{z\in \mathrm{Z}_v:\\ c=\zeta_z}} o^t_{vz} \quad \forall v \in \mathrm{V_B}, \forall c \in \mathrm{C}_v, \forall t \in \mathrm{T}_v \tag{3.18}$$

Les contraintes (3.15) limitent le nombre de trains dans un groupe de voies ferrées. Les contraintes (3.16) restreignent la quantité de conteneurs manutentionnés par un groupe de grues pour trains. Les contraintes (3.17) assurent qu'un train est dans un groupe de voies ferrées quand les conteneurs sont manutentionnés. Les contraintes (3.18) limitent la quantité de conteneurs manutentionnés par période. Les autres contraintes sur les trains sont similaires aux contraintes (3.6)-(3.13) et obtenues en substituant l'indice du mode de transport A (bateaux) par B (trains). La même substitution est faite pour les variables p^t_{vz} qui sont remplacées par h^t_{vz}. Ces autres contraintes ne sont donc pas réécrites.

Contraintes sur les groupes de camions

Elles sont similaires aux contraintes (3.8), (3.16), (3.18) et obtenues en substituant l'indice du mode de transport A (bateaux) par C (camions) dans (3.8) ainsi que l'indice du mode de transport B (trains) par C (camions) dans (3.16) et (3.18). Elles ne sont donc pas réécrites.

Contraintes sur les lots de conteneurs

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V}:\\ c\in \mathrm{C}_v}} \sum_{\substack{b\in \mathrm{BU}_v:\\ t\in \mathrm{TU}_b}} u_{bc}^t + \sum_{\substack{v\in \mathrm{V}:\\ c\in \mathrm{C}_v}} \sum_{\substack{b\in \mathrm{BL}_v:\\ t\in \mathrm{TL}_b}} l_{bc}^t + \sum_{c'\in \mathrm{C}} \Bigg(\sum_{\substack{b\in \mathrm{B}:\\ (c',c)\in \mathrm{I}_b, t\in \mathrm{T}_b,\\ (t-\tau_{c'}^c)\in \mathrm{T}_b}} i_{bc'}^{c,t-\tau_{c'}^c} + \sum_{\substack{b\in \mathrm{B}:\\ (c,c')\in \mathrm{I}_b, t\in \mathrm{T}_b,\\ (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} \Bigg) \leq \Theta_c \quad \forall c\in \mathrm{C}, \forall t\in \mathrm{T} \tag{3.19}$$

$$\sum_{\substack{b\in \mathrm{B}:\\ c\in \mathrm{C}_b, t\in \mathrm{T}_b}} \left(\frac{\tilde{\eta}_b}{\eta_b}\cdot s_{bc}^t\right) \leq \Xi_c \quad \forall c\in \mathrm{C}, \forall t\in \mathrm{T} \tag{3.20}$$

$$s_{bc}^t + \sum_{\substack{c'\in \mathrm{C}:\\ (c,c')\in \mathrm{I}_b, (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} = s_{bc}^{t-1} + u_{bc}^t \quad \forall b\in \mathrm{B}, \forall c\in (\mathrm{C}_{\alpha_b}\setminus \mathrm{C}_{\omega_b}), \forall t\in \mathrm{TU}_b \tag{3.21}$$

$$s_{bc}^t + l_{bc}^t = s_{bc}^{t-1} + \sum_{\substack{c'\in \mathrm{C}:\\ (c',c)\in \mathrm{I}_b, (t-\tau_{c'}^c)\in \mathrm{T}_b}} i_{bc'}^{c,t-\tau_{c'}^c} \quad \forall b\in \mathrm{B}, \forall c\in (\mathrm{C}_{\omega_b}\setminus \mathrm{C}_{\alpha_b}), \forall t\in \mathrm{TL}_b \tag{3.22}$$

$$s_{bc}^t + l_{bc}^t + \sum_{\substack{c'\in \mathrm{C}:\\ (c,c')\in \mathrm{I}_b, (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} = u_{bc}^t + s_{bc}^{t-1} + \sum_{\substack{c'\in \mathrm{C}:\\ (c',c)\in \mathrm{I}_b, (t-\tau_{c'}^c)\in \mathrm{T}_b}} i_{bc'}^{c,t-\tau_{c'}^c} \quad \begin{array}{l}\forall b\in \mathrm{B}, \forall c\in (\mathrm{C}_{\alpha_b}\cup \mathrm{C}_{\omega_b}),\\ \forall t\in (\mathrm{TU}_b\cap \mathrm{TL}_b)\end{array} \tag{3.23}$$

$$\sum_{c\in \mathrm{C}_{\alpha_b}} u_b^c = 1 \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall b\in \mathrm{BU}_v \tag{3.24}$$

$$\sum_{t\in \mathrm{TU}_b} u_{bc}^t = \eta_b \cdot u_b^c \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall b\in \mathrm{BU}_v, \forall c\in \mathrm{C}_v \tag{3.25}$$

$$\sum_{c\in \mathrm{C}_{\omega_b}} l_b^c = 1 \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall b\in \mathrm{BL}_v \tag{3.26}$$

$$\sum_{t\in \mathrm{TL}_b} l_{bc}^t = \eta_b \cdot l_b^c \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall b\in \mathrm{BL}_v, \forall c\in \mathrm{C}_v \tag{3.27}$$

$$\sum_{c\in \mathrm{C}_b} s_{bc}^{r_{\alpha_b}-1} = 0 \quad \forall b\in \mathrm{B} \tag{3.28}$$

$$\sum_{\substack{t\in \mathrm{T}_b:\\ (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} \leq \eta_b \cdot l_b^{c'} \quad \forall b\in \mathrm{B}, \forall (c,c')\in \mathrm{I}_b \tag{3.29}$$

$$\sum_{\substack{b\in \mathrm{B}:\\ (c,c')\in \mathrm{I}_b, t\in \mathrm{T}_b,\\ (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} \leq \eta_c^{c'} \quad \forall (c,c')\in (\mathrm{C}\times \mathrm{C}), c\neq c', \forall t\in \mathrm{T} \tag{3.30}$$

$$\sum_{b\in \mathrm{B}} \sum_{(c,c')\in \mathrm{I}_b} \sum_{\substack{t\in \mathrm{T}_b:\\ (t+\tau_c^{c'})\in \mathrm{T}_b}} i_{bc}^{c't} \leq \Phi \tag{3.31}$$

Les contraintes (3.19) limitent la quantité de conteneurs traités par période dans un terminal. Les contraintes (3.20) limitent le nombre d'équivalents vingt pieds dans un terminal. Les contraintes (3.21)-(3.23) lient les valeurs des variables $u_{bc}^t, l_{bc}^t, s_{bc}^t$ et $i_{bc}^{c't}$, assurant la conservation du flux de conteneurs. Les contraintes (3.24) et (3.25) (resp. (3.26) et (3.27)) assurent qu'un lot est complètement déchargé (resp. chargé) dans un terminal.

Les contraintes (3.28) font qu'aucun conteneur n'est stocké dans les terminaux avant la première période de planification. Les contraintes (3.29) assurent qu'un lot est transféré entre deux terminaux au plus une fois. Les contraintes (3.30) limitent la quantité de conteneurs transférés par période entre deux terminaux. Les contraintes (3.31) restreignent la quantité totale de conteneurs transférés entre tous les terminaux pendant tout l'horizon de planification.

3.2.3 Formulation étendue

Pour donner la formulation étendue introduite sous forme matricielle à la section 2.3.2, nous allons définir précisément la formulation matricielle compacte à partir de laquelle elle est obtenue par décomposition de Dantzig-Wolfe. Cette définition repose sur celles des variables et des contraintes introduites à la sous-section précédente. La formulation matricielle compacte donnée à la section 2.3.1 est la suivante.

$$\begin{aligned}
&\text{minimiser} && \sum_{v\in \mathrm{V}} c_v w_v && && \\
&\text{s.c.} && Az + \sum_{v\in \mathrm{V}} A_v w_v \leq b && && (2.1)\\
& && Fz \leq g && && (2.2)\\
& && D_v w_v \leq e_v && \forall v \in \mathrm{V} && (2.3)\\
& && z \in \mathbb{R}^u_+ && && \\
& && w_v \in \{0,1\}^{s_v} \times \mathbb{R}^{t_v}_+ && \forall v \in \mathrm{V} &&
\end{aligned}$$

Dans cette formulation, un vecteur w_v se partitionne en un sous-vecteur x_v de variables binaires et un sous-vecteur y_v de variables réelles positives ou nulles.

$$w_v = \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \end{bmatrix} \quad \forall v \in \mathrm{V}$$

Les variables présentes dans un vecteur x_v dépendent du mode de transport du véhicule v. Un vecteur x_v contient des variables h^{nt}_{vz}, p^t_{vz} pour un bateau ou des variables h^t_{vz} pour un train. Il contient des variables $\underline{h}^t_{vz}$ et $\overline{h}^t_{vz}$ dans le cas d'un bateau ou d'un train. Il contient aussi des variables l^c_b et/ou u^c_b quel que soit le mode de transport du véhicule.

Un vecteur y_v contient des variables o^t_{vz} dans le cas d'un train ou d'un groupe de camions, ainsi que des variables u^t_{bc} et l^t_{bc}, quelque soit le mode de transport du véhicule. Étant donné que les variables m_v prennent toujours des valeurs entières même en relâchant leurs contraintes d'intégrité, elles sont considérées ici comme des variables continues (les contraintes (3.7) et l'objectif assurent qu'elles prendront des valeurs entières). Un vecteur y_v a une variable m_v dans le cas d'un bateau ou d'un train.

Le vecteur z rassemble les variables s^t_{bc} et $i^{c't}_{bc}$.

Les contraintes liantes (2.1) de la formulation compacte correspondent aux contraintes (3.1)-(3.4) pour les bateaux, aux contraintes (3.15),(3.16) pour les trains, aux contraintes pour les camions obtenues depuis les contraintes (3.16) et aux contraintes (3.19), (3.21)-(3.23),(3.29) pour les lots de conteneurs.

Les contraintes locales (2.2) sont données par les contraintes sur les lots de conteneurs (3.20), (3.28), (3.30) et (3.31).

Les contraintes locales (2.3) par véhicule regroupent les contraintes (3.24)-(3.27) quel que soit son mode de transport. Elles rassemblent de plus les contraintes (3.5)-(3.14) pour les bateaux. Elles regroupent aussi les contraintes (3.17)-(3.18) pour les trains, ainsi que les contraintes pour les trains obtenues depuis les contraintes (3.7)-(3.13). Elles contiennent de plus les contraintes pour les camions obtenues depuis les contraintes (3.8), (3.18).

3.3 $\mathcal{NP}$-difficulté

Le problème formulé dans la section précédente peut être prouvé $\mathcal{NP}$-difficile, même dans le cas d'un terminal avec seulement un poste à quai et une grue. Cela signifie qu'il n'existe sans doute pas d'algorithme polynomial qui permettrait de résoudre toutes les instances de ce problème.

Pour prouver que le Problème de la Planification Portuaire (PPP) est $\mathcal{NP}$-difficile, nous allons utiliser une réduction polynomiale à un problème $\mathcal{NP}$-complet d'ordonnancement sur une machine. Il s'agit du problème de minimisation de la somme pondérée des retards vrais, noté $MSPR$. Les données de $MSPR$ sont un ensemble J de tâches, et pour chaque tâche $j \in J$, des entiers positifs : une durée p_j, un poids w_j, et une date de fin souhaitée d_j. De plus, une instance contient un entier positif L. Il s'agit de déterminer s'il existe un ordonnancement tel que la somme pondérée des retards vrais est inférieure ou égale à L.

Théorème 3.1. *$MSPR$ est $\mathcal{NP}$-difficile [57].*

Théorème 3.2. *PPP est $\mathcal{NP}$-difficile.*

Démonstration. Nous allons montrer qu'étant donnée une instance quelconque de $MSPR$, on peut construire en temps polynomial une instance de PPP, telle que la réponse à l'une est *oui* si et seulement si la réponse à l'autre est aussi *oui*. Pour cela, il suffit de considérer le cas d'un terminal, avec un poste à quai et une grue. Le poste à quai peut accueillir un bateau à la fois. La vitesse de manutention de la grue est d'un conteneur par période. A chaque tache $j \in J$, on associe un bateau v_j, devant être pris en charge sans interruption dans un poste à quai. De chaque bateau v_j, un lot de p_j conteneurs doit être déchargé. Pour chaque bateau v_j, le coût du retard par période est w_j, et la date de départ au plus tard souhaitée d_j. L'équivalence est évidente. □

3.4 Expériences numériques

3.4.1 Résultats de la formulation compacte

Des résultats numériques agrégés obtenus avec la résolution directe de la formulation compacte par un solveur à l'état de l'art sont donnés pour les classes d'instances 1 à 4, 5

à 8 et 9 à 16, respectivement dans les tables 3.8, 3.10 et 3.9. La génération des instances est décrite à la section 1.5.2. Les expériences ont été effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4 avec le paramétrage par défaut. La limite sur le temps de calcul est de 7200 secondes.

Les quatre premières colonnes de ces tableaux déterminent la catégorie d'instance pour laquelle les résultats sont donnés dans les quatre colonnes suivantes. Cette catégorie dépend des caractéristiques des instances et du type de résultat obtenu, notamment avec ou sans retard dans le cas d'une résolution à l'optimalité. En effet, les instances sont différenciées par leur difficulté de résolution et celle-ci dépend fortement de l'existence d'une solution sans retard. La colonne η fournit la valeur du coefficient multiplicateur qui intervient dans le calcul des dates échues. Pour chaque classe d'instances, il y a deux ensembles de 100 (classes 1 à 8) ou 25 (classes 9 à 16) instances différant uniquement par la valeur de η et donc par les largeurs des fenêtres de temps des véhicules. Pour une catégorie donnée, la colonne « Nombre » rapporte le nombre d'instances. Les trois colonnes suivantes contiennent des informations sur la durée d'exécution pour les instances de la catégorie : durées minimale, moyenne et maximale, ainsi que le coefficient de variation, qui est le ratio de l'écart type sur la moyenne.

Presque 98% des 1600 instances avec un terminal multimodal ou deux terminaux spécialisés sont résolues. Aucune instance des classes 11 à 16 ne peut être traitée, car celles ci comportent des décisions d'affectation des véhicules aux terminaux et sont de trop grandes tailles. La détection de l'infaisabilité d'une instance est relativement rapide. Les instances sans retard sont en moyenne résolues plus rapidement que celles avec. Dans une instance sans retard, la valeur de la relaxation linéaire à la racine et celle d'une solution optimale entière sont égales à 0. Avec du retard, l'écart entre ces deux valeurs peut être long à fermer pour un algorithme par séparation et évaluation.

En faisant passer η de 1.25 à 1.5 pour un ensemble d'instances, des instances deviennent réalisables, car les dernières périodes de présence possible au port sont repoussées. Cela peut aussi diminuer le retard des bateaux et des trains en élargissant les fenêtres de temps des camions, pour lesquels aucun retard n'est compté, ce qui libère des ressources partagées entre les modes de transport à des périodes de surcharge. C'est le cas par exemple pour les instances de la classe 1, où le nombre d'instances sans retard augmente de 49 à 50 en faisant passer η de 1.25 à 1.5. Celui d'instances infaisables diminue de 44 à 37. Repousser les dernières périodes de présence possible au port augmente aussi la taille du problème, ce qui cause généralement une augmentation du temps de calcul.

Pour des paramètres de génération identiques, hormis la durée d'une période, le temps de calcul augmente en faisant passer cette durée de deux heures à une heure. En effet, cela double le nombre de périodes, et une grande partie des variables et des contraintes de la formulation sont indicées par le temps. Le passage de la durée des périodes de deux heures à une heure ne permet pas d'éviter l'infaisabilité.

3.4.2 Résultats de la formulation étendue

Dans la table 3.11, des résultats comparatifs sont donnés en terme de borne et de temps de calcul. Ils concernent la résolution de la relaxation linéaire de la formulation étendue

Table 3.8 – Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 1 à 4

Caractéristiques	Résultat		η	Nombre	Durée d'exécution			
					min.	moy.	max.	c.d.v.
1 term. multimodal, 2M EVP annuels, 60 périodes de 2 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	49	1.5	2.3	6.3	0.3
			1.5	50	1.8	3	6.7	0.3
		Retard	1.25	7	2.9	94.6	640.9	2.4
			1.5	13	3.7	218.9	2712.2	3.3
		Inf.	1.25	44	0.7	1.3	4.5	0.6
			1.5	37	1.1	2.6	11.3	0.8
1 term. multimodal, 2M EVP annuels, 120 périodes de 1 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	37	12.4	18	30.9	0.3
			1.5	42	12.9	24.3	50.3	0.3
		Retard	1.25	5	14	20.3	24.2	0.2
			1.5	9	23	72.6	204.1	0.8
		Inf.	1.25	58	3.1	11.5	87.6	1
			1.5	49	7.4	45.5	907.7	2.8
1 term. multimodal, 2M EVP annuels, 84 périodes de 2 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	60	2.3	6.3	73.2	1.5
			1.5	62	3.7	8.5	43.9	0.9
		Retard	1.25	6	4.3	70.6	204.1	1.3
			1.5	8	6.5	105.9	730.8	2.2
		Inf.	1.25	33	1.3	5.9	121	3.5
			1.5	29	1.7	8.5	42.6	1.1
	Non résolu	Sol. réal.	1.5	1	7200			
		Pas de sol. réal.	1.25	1				
1 term. multimodal, 2M EVP annuels, 168 périodes de 1 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	58	9	30.5	130.2	0.9
			1.5	61	12.6	37.2	119.8	0.6
		Retard	1.25	4	22.2	56.4	113.6	0.6
			1.5	9	32.3	62.5	182.3	0.8
		Inf.	1.25	35	3.7	11.9	37.2	0.6
			1.5	27	5.7	54.8	383.1	1.4
	Non résolu	Sol. réal.	1.25	3	7200			
			1.5	3				

[1] Obtention d'une solution optimale et d'une preuve d'optimalité, ou d'une preuve d'infaisabilité.

Table 3.9 – Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 5 et 6

Caractéristiques	Résultat		η	Nombre	Durée d'exécution			
					min.	moy.	max.	c.d.v.
2 term. multimodaux, 3M EVP annuels, 60 périodes de 2 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	18	2493.9	5142	7194.2	0.3
			1.5	17	1217.7	4795.1	7060.8	0.4
	Non résolu	Sol. réal.	1.25	4	7200			
			1.5	5				
		Pas de sol. réal.	1.25	3	7200			
			1.5	3				
2 term. multimodaux, 3M EVP annuels, 120 périodes de 1 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.5	1	6366.1	6366.1	6366.1	0
	Non résolu	Pas de sol. réal.	1.25	25	7200			
			1.5	24				

[1] Obtention d'une solution optimale et d'une preuve d'optimalité, ou d'une preuve d'infaisabilité.

TABLE 3.10 – Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 9 à 12

Caractéristiques	Résultat		η	Nombre	Durée d'exécution			
					min.	moy.	max.	c.d.v.
2 term. spécialisés, 4M EVP annuels, 60 périodes de 2 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	53	6.8	40.1	200	1.1
			1.5	53	9	50.4	435.7	1.3
		Retard	1.25	23	18	85.4	461.9	1.1
			1.5	34	16.6	352.6	3949.9	2
		Inf.	1.25	22	0.6	2.2	2.6	0.2
			1.5	10	0.7	2.3	2.9	0.4
	Non résolu	Sol. réal.	1.5	2	7200			
		Pas de sol. réal.	1.25	2				
			1.5	1				
2 term. spécialisés, 4M EVP annuels, 120 périodes de 1 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	60	82.7	408.8	1649.2	0.8
			1.5	60	118.5	569.6	1905.8	0.7
		Retard	1.25	9	212.7	1590.3	6138.8	1.1
			1.5	9	409.3	2105.8	4655.7	0.7
		Inf.	1.25	20	2	9.9	18.1	0.4
			1.5	13	2.3	9.1	13.8	0.4
	Non résolu	Sol. réal.	1.25	8	7200			
			1.5	14				
		Pas de sol. réal.	1.25	3				
			1.5	4				
2 term. spécialisés, 4M EVP annuels, 84 périodes de 2h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	40	10.9	30.1	119.3	0.7
			1.5	40	13.8	37	135.8	0.6
		Retard	1.25	9	19.5	62	112.6	0.5
			1.5	11	20.6	215	1347.4	1.7
		Inf.	1.25	49	0.9	9.1	303.1	4.6
			1.5	48	1	3.6	5.7	0.4
	Non résolu	Sol. réal.	1.25	2	7200			
			1.5	1				
2 term. spécialisés, 4M EVP annuels, 168 périodes de 1 h	Résolu[1]	Pas de retard	1.25	31	159.7	542.4	3477.5	1.2
			1.5	31	191.5	613.4	2766.7	0.8
		Retard	1.25	7	296	1371.3	2557.2	0.6
			1.5	7	743.4	2488.7	6103.4	0.8
		Inf.	1.25	56	3.5	10.8	21	0.6
			1.5	56	4.1	13.1	27	0.6
	Non résolu	Sol. réal.	1.25	6	7200			
			1.5	6				

[1] Obtention d'une solution optimale et d'une preuve d'optimalité, ou d'une preuve d'infaisabilité.

par génération de colonnes (colonne « RL éten. »), la résolution de la formulation compacte par le solveur avec les réglages par défaut (colonne « PLVM ») et le calcul d'une borne par résolution de la relaxation linéaire de la formulation compacte avec génération agressive de coupes par le solveur (colonne « RL comp.+coupes »). La valeur de la relaxation linéaire de la formulation compacte est donnée pour référence (colonne « RL comp. »). Les instances ont un terminal à conteneurs, un horizon de planification à quatre jours avec des périodes de deux heures, entre 25 et 29 bateaux et entre 72 et 99 lots de conteneurs. Il n'y a pas de trains ni de camions. La taille de ces instances est bien inférieure à celle des instances réalistes utilisées pour les expériences numériques de la section précédente, mais elles sont générées de manière à avoir uniquement des solutions avec du retard. Le solveur est CPLEX 12.4. Les temps de calcul sont donnés en secondes.

Nous observons d'une part que la borne de la relaxation linéaire de la formulation étendue est toujours strictement meilleure que celle de la formulation compacte, et que l'écart relatif moyen avec la solution optimale entière est de 41% pour la formulation étendue, contre 65% pour la formulation compacte. On observe d'autre part que la génération de coupes par le solveur permet d'obtenir une borne en moyenne significativement meilleure que les deux autres, avec un écart relatif moyen de 11% avec la valeur de la solution optimale entière. La génération de coupes est possible avec une formulation étendue, et elle permettrait d'améliorer la borne de sa relaxation linéaire.

Par ailleurs, la résolution de la relaxation linéaire de la formulation étendue par génération de colonnes est en moyenne 46 fois plus lente que la résolution de la formulation compacte complète par le solveur. Deux facteurs évoqués dans la section 2.3 peuvent expliquer cette lenteur. Premièrement, le sous-problème de la génération de colonnes est résolu par le solveur, et sa résolution est parfois beaucoup plus lente que le temps requis par le solveur pour obtenir la solution optimale entière de la formulation compacte. En effet, l'objectif du sous-problème comporte plus de variables, qui interviennent dans le calcul de coûts réduits, ce qui ralentit significativement sa résolution, en diminuant fortement le nombre de solutions optimales entières possibles. Deuxièmement, le problème maître est souvent fortement dégénéré, et des colonnes lui sont ajoutées sans aucune amélioration de sa valeur après ré-optimisation. Des résultats similaires à ceux donnés dans la table 3.11 sur un plus grand nombre d'instances avec différentes implémentations de la génération de colonnes, avec par exemple la méthode de stabilisation décrite à la section 2.3.4, ont conduit à l'abandon de l'approche de résolution exacte basée sur la formulation étendue.

Table 3.11 – Résultats comparatifs avec la génération de colonnes

Instance	RL comp.	RL éten.		PLVM		RL comp.+coupes	
	val.	temps	val.	temps	val.	temps	val.
x-1	25	61,42	83	0,61	147	0,64	147
x-2	2	12,3	27	0,33	27	0,39	26
x-3	354	23,63	520	1,24	678	1,64	678
x-4	484	60,87	783	2	1420	0,87	1110
x-5	73	34,65	160	0,72	208	1,56	195
x-6	176	112,47	249	3,18	594	8,89	594
x-7	4	90,17	48	0,81	82	1,17	82

3.5 Allocation de postes à quai

Le problème d'allocation de postes à quai (en anglais *Berth Allocation Problem*, BAP) dynamique et discret est décrit dans la section 1.4.1. Dans cette section, nous montrons dans un premier temps comment la formulation déjà connue de ce problème, fournissant les meilleurs résultats numériques pour un jeu d'instances de référence de la littérature, peut être obtenue depuis notre formulation du PPP. Le passage d'une formulation à l'autre nécessite une décomposition de Dantzig-Wolfe, présentée à la section 2.3. Il requiert aussi des simplifications de notre modèle, ainsi que des modifications mineures. Dans un deuxième temps, nous rapportons des résultats d'expériences numériques avec la formulation obtenue du BAP pour un jeu d'instances de référence de la littérature. Les résultats obtenus confirment ceux donnés dans [14], et incluent des informations supplémentaires, comme la valeur de la relaxation linéaire à la racine et le nombre de nœuds créés par le solveur.

3.5.1 Formulation compacte

Le passage à la formulation du BAP fournissant les meilleurs résultats numériques dans [14], depuis celle du PPP, est décrit ici. Comme nous l'avons déjà mentionné à la section 1.3, le BAP est un sous-problème du PPP. Certaines particularités du modèle du BAP de la littérature doivent être ajoutées à notre modèle. Dans le BAP dynamique et discret, les postes à quai ont des heures de service. Ils avaient initialement seulement une date de disponibilité dans [46], puis une date de fermeture leur a été ajoutée dans [20] et elles ont été toutes les deux utilisées dans [14]. Pourtant les terminaux à conteneurs opèrent généralement en continu, sept jours sur sept et 24 heures sur 24. Ces heures de service sont introduites dans le PPP. Pour cela, nous notons T_z l'ensemble des périodes de service du poste à quai z, T_v^z l'ensemble des périodes de présence possible du bateau v dans le poste à quai z ainsi que r_v^z et $\overline{d}_v^z$, respectivement la première et dernière présence possible du bateau v dans le poste à quai z. Dans le BAP, le temps de service d'un bateau v dépend du poste à quai z et il est noté δ_v^z. En pratique, ce temps de service dépend notamment de la taille du navire, du nombre de grues qui lui sont allouées, de leurs vitesses, du nombre de conteneurs à manutentionner et éventuellement de la distance du poste à quai avec leur(s) bloc(s) de stockage. Par ailleurs, nous supposons que le temps de service est toujours entier.

L'objectif du BAP est de minimiser le temps de service total des bateaux, ce qui est un cas particulier de l'objectif du PPP de minimiser la somme pondérée du retard, avec $d_v = r_v$ et $\pi_v = 1$. De plus, dans le BAP, chaque bateau doit être pris en charge en une fois dans un poste à quai. Ainsi, pour chaque bateau v, une seule variable $\overline{h}_{vz}^t$ peut valoir 1, et elle correspond alors à sa date de départ. L'objectif du PPP restreint au BAP peut se formuler de cette façon :

$$\text{minimiser} \sum_{v \in \mathrm{V}} \sum_{z \in \mathrm{Z}_v} \sum_{t \in \mathrm{T}_v^z} ((t - r_v + 1) \cdot \overline{h}_{vz}^t).$$

La contrainte artificielle suivante est ajoutée au PPP : un bateau amarré a nécessairement une grue affectée et une seule pour sa prise en charge. L'indice n des variables h_{vz}^{nt} pour les bateaux indiquant le nombre de grues est omis et ces variables sont dorénavant

notées h^t_{vz}, en considérant qu'une grue est allouée au bateau v pour la période t si h^t_{vz} vaut 1.

Dans le BAP, à chaque période, un poste à quai peut accueillir un seul bateau, ce qui revient à fixer dans le PPP les tailles des bateaux κ_v et les longueurs des postes à quai κ_z à la même valeur. Les contraintes (3.1) deviennent les suivantes :

$$\sum_{\substack{v\in \mathrm{V}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}^z_v}} h^t_{vz} \leq 1 \quad \forall z \in \mathrm{Z}, \forall t \in \mathrm{T}_z.$$

Les contraintes (3.2) sont maintenant redondantes et peuvent être omises.

Pour restreindre le PPP au BAP, nous supposons qu'il y a un groupe de grue g opérant sur l'ensemble des postes à quai, et que son nombre de grues est le nombre de postes à quai. Les contraintes (3.3) et (3.4) sont alors toujours satisfaites et inutiles, car un bateau peut recevoir une seule grue.

Dans le BAP, le temps de service δ^z_v d'un bateau v dépend uniquement du poste à quai z. Les données du PPP sont modifiées afin que la vitesse d'une grue dépende aussi du poste à quai z et du bateau v, et elle est notée ρ^v_z. Dans les données modifiées, un lot de γ conteneurs doit être déchargé de chaque bateau. La vitesse des grues dans un poste à quai z pour un bateau v est donc fixée à $\rho^v_z = \frac{\gamma}{\delta^z_v}$ conteneurs par période. De plus, l'utilisation à plein régime des grues allouées est requise. Les contraintes (3.5) deviennent :

$$u_t = \sum_{\substack{z\in \mathrm{Z}_v:\\ t\in \mathrm{T}^z_v}} (\rho^v_z \cdot h^t_{vz}) \quad \forall v \in \mathrm{V}, \forall t \in \mathrm{T}^z_v.$$

Les contraintes (3.9), (3.11), (3.12), (3.13) et (3.15) sont laissées telles quelles. Les contraintes (3.6), (3.7), (3.8), (3.10) sont inutiles pour des raisons évidentes, ainsi que celles sur les trains et les camions.

Concernant le flux de conteneurs, les capacités de traitement et de stockage du terminal sont fixées à des valeurs suffisamment grandes pour que les contraintes (3.19) et (3.20) soient toujours satisfaites. Celles-ci sont donc omises. Une variable u^t_v donne le nombre de conteneurs déchargés du bateau v à la période t, et une variable s^t_v indique le nombre total de conteneurs du lot du bateau v stocké dans le terminal à la fin de la période t. La

formulation résultante du PPP restreint au BAP est la suivante.

$$\text{minimiser} \sum_{v\in \mathrm{V}} \sum_{z\in \mathrm{Z}_v} \sum_{t\in \mathrm{T}_v^z} ((t-r_v+1)\cdot \overline{h}_{vz}^t) \tag{3.32}$$

$$\text{s.c.} \sum_{\substack{v\in \mathrm{V}:\\ z\in \mathrm{Z}_v, t\in \mathrm{T}_v^z}} h_{vz}^t \leq 1 \quad \forall z\in \mathrm{Z}, \forall t\in \mathrm{T}_z \tag{3.33}$$

$$u_v^t = \sum_{\substack{z\in \mathrm{Z}_v:\\ t\in \mathrm{T}_v^z}} (\rho_z^v \cdot h_{vz}^t) \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall t\in \mathrm{T}_v \tag{3.34}$$

$$\sum_{z\in \mathrm{Z}_v} \sum_{t\in \mathrm{T}_v^z} \underline{h}_{vz}^t = 1 \quad \forall v\in \mathrm{V} \tag{3.35}$$

$$\underline{h}_{vz}^{r_v^z} - h_{vz}^{r_v^z} = 0 \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall z\in \mathrm{Z}_v \tag{3.36}$$

$$\underline{h}_{vz}^{t+1} + h_{vz}^t - h_{vz}^{t+1} - \overline{h}_{vz}^t = 0 \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall z\in \mathrm{Z}_v, \forall t\in (\mathrm{T}_v^z \setminus \{\overline{d}_v^z\}) \tag{3.37}$$

$$h_{vz}^{\overline{d}_v^z} - \overline{h}_{vz}^{\overline{d}_v^z} = 0 \quad \forall v\in \mathrm{V}, z\in \mathrm{Z}_v \tag{3.38}$$

$$s_v^t = s_v^{t-1} + u_v^t \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall t\in \mathrm{T}_v \tag{3.39}$$

$$\sum_{t\in \mathrm{T}_v} u_v^t = \gamma \quad \forall v\in \mathrm{V} \tag{3.40}$$

$$s_v^{r_v-1} = 0 \quad \forall v\in \mathrm{V} \tag{3.41}$$

$$h_{vz}^t, \underline{h}_{vz}^t, \overline{h}_{vz}^t \in \{0,1\} \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall z\in \mathrm{Z}_v, \forall t\in \mathrm{T}_v^z \tag{3.42}$$

$$u_v^t \in \mathbb{R}_+ \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall t\in \mathrm{T}_v \tag{3.43}$$

$$s_v^t \in \mathbb{R}_+ \quad \forall v\in \mathrm{V}, \forall t\in (\mathrm{T}_v \cup \{r_v-1\}) \tag{3.44}$$

Cette formulation est dite compacte. Les contraintes (3.33) de cette formulation sont liantes. Les contraintes (3.34)-(3.41) sont locales et elles portent par bloc sur des variables liées à un seul bateau. En relâchant les contraintes liantes, un sous-problème est obtenu par bateau.

3.5.2 Formulation étendue

La décomposition de Dantzig-Wolfe, présentée à la section 2.3.2 produit alors la formulation suivante.

$$\text{minimiser} \sum_{v\in \mathrm{V}} \sum_{p\in P_v} \sum_{t\in \mathrm{T}_v^z} ((t-r_v+1)\cdot \overline{h}_{vz}^{tp} \cdot \lambda_v^p)$$

$$\text{s.c.} \sum_{v\in \mathrm{V}} \sum_{p\in P_v} h_{vz}^{tp} \cdot \lambda_v^p \leq 1 \qquad \forall z\in \mathrm{Z},\ t\in \mathrm{T}_z$$

$$\sum_{p\in P_v} \lambda_v^p = 1 \qquad \forall v\in \mathrm{V}$$

$$\lambda_v^p \in \{0,1\} \qquad \forall v\in \mathrm{V},\ p\in P_v$$

Cette formulation est dite étendue. Ses colonnes sont données par l'ensemble des solutions du système (3.34)-(3.44). Notons juste que des formulations alternatives équivalentes de ce système existent avec moins de variables et de contraintes. Ce système se décompose

en sous-systèmes : un par bateau. Les solutions du sous-système du bateau v sont indicées par un ensemble P_v. λ_v^p vaut un si la solution p du sous-système est utilisée pour le bateau v, et zéro sinon. h_{vz}^{tp} vaut 1 si dans la solution p du sous-système, la variable h_{vz}^t vaut un, et zéro sinon. De même pour $\overline{h}_{vz}^{tp}$.

Une colonne de la formulation étendue correspond pour un bateau v à un ensemble de δ_v^z périodes consécutives d'amarrage dans un poste à quai z. Donc, pour un bateau v et une zone z, le nombre de colonnes est inférieur ou égal à $|\mathrm{T}_v^z|$. Le nombre de colonnes de la formulation étendue est donc inférieur ou égal à $\sum_{v\in \mathrm{V}} \sum_{z\in \mathrm{Z}_v} |\mathrm{T}_v^z|$. Il est possible de résoudre le problème maître avec un solveur en générant toutes ses colonnes, pour les instances de référence de la littérature.

Notons que chaque sous-matrice des contraintes contenant seulement les colonnes d'un bateau est parfaite, comme mentionné dans [14]. Les caractéristiques et les propriétés d'une matrice parfaite sont étudiées dans [62]. Une matrice est parfaite si le polytope du problème associé de *set packing* a seulement des sommets entiers. Cependant, la propriété est perdue lorsque les sous-matrices des bateaux sont regroupées. En conséquence, des solutions fractionnaires peuvent être obtenues à la relaxation linéaire de cette formulation étendue. Numériquement, pour un jeu d'instances de référence de la littérature, la solution optimale à la relaxation linéaire de cette formulation a une valeur toujours proche de celle de la solution optimale entière.

3.5.3 Expériences numériques

Des résultats d'expériences numériques avec la formulation étendue du BAP sont rapportés dans cette section, avec un jeu d'instances de référence de la littérature, utilisé dans [14]. La planification est effectuée sur 12 jours. Six tailles d'instances sont considérées : 25 bateaux avec 5, 7, 10 postes à quai, 35 bateaux avec 7, 10 postes à quai et 60 bateaux avec 13 postes à quai. Les résultats sont donnés respectivement dans les tables 3.12, 3.14, 3.13, 3.15, 3.16 et 3.17. La colonne « Instance » fournit le numéro de l'instance. Le nombre de variables après pré-traitement par le solveur est donné dans la colonne « Colonnes ». La valeur de la relaxation linéaire à la racine est rapporté dans la colonne « RL », et celle de la solution optimale entière dans la colonne « Opt. ». La colonne « Nœuds » indique le nombre de nœuds de l'arbre de recherche. La durée de résolution en secondes est donnée dans la dernière colonne.

Les expériences sont effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4. Le paramétrage par défaut du solveur est utilisé.

Pour ces instances, la durée de résolution à l'optimalité avec la formulation étendue et un solveur à l'état de l'art est toujours inférieure à 30 secondes. Dans 81% des cas, la valeur de la relaxation linéaire à la racine est égale à celle d'une solution optimale entière. Dans 95% des cas, une solution optimale entière est obtenue à la racine. Cette solution entière optimale peut avoir été trouvée à l'une des itérations du simplexe lors de la résolution de la relaxation linéaire à la racine. Sinon, une heuristique utilisée par le solveur peut l'avoir produite. Lorsque le gap à la racine est non nul, il est généralement suffisamment petit pour que le solveur puisse déduire l'optimalité de la meilleure solution entière.

TABLE 3.12 – Résultats pour 25 bateaux, 5 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	166	758	759	1	2.8
02	24177	964	964	1	4.1
03	25553	970	970	1	4.4
04	23251	688	688	1	4
05	574	952	955	12	6.1
06	24468	1129	1129	1	3.4
07	24118	835	835	1	2.5
08	24605	627	627	1	1.8
09	1021	749	752	1	3.5
10	261	1073	1073	2	7.3

TABLE 3.13 – Résultats pour 25 bateaux, 7 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	35343	657	657	1	2.9
02	33061	622	622	1	2.4
03	35015	807	807	1	3.9
04	35823	648	648	1	4.5
05	34190	725	725	1	3.4
06	32576	794	794	1	4.7
07	31591	734	734	1	3.2
08	34984	768	768	1	3.4
09	34300	749	749	1	3.1
10	31647	825	825	1	3

TABLE 3.14 – Résultats pour 25 bateaux, 10 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	47574	713	713	1	7.3
02	47681	727	727	1	6.7
03	44857	761	761	1	5.9
04	41541	810	810	1	5.2
05	46196	840	840	1	6
06	45224	689	689	1	3.8
07	44120	666	666	1	3.8
08	42497	855	855	1	4.1
09	43806	711	711	1	3.6
10	42853	801	801	1	4

Table 3.15 – Résultats pour 35 bateaux, 7 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	322	999	1000	1	9.7
02	46009	1192	1192	1	12.8
03	48203	1201	1201	1	15.2
04	376	1139	1139	1	12.9
05	46888	1163	1164	1	14.9
06	1758	1684	1686	827	28.4
07	45874	1176	1176	1	5.8
08	45622	1316	1318	32	23.1
09	45251	1244	1245	1	9.8
10	297	1108	1109	1	9.1

Table 3.16 – Résultats pour 35 bateaux, 10 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	322	1123	1124	1	9.7
02	46009	1189	1189	1	12.8
03	48203	938	938	1	15.2
04	376	1226	1226	1	12.9
05	46888	1346	1349	1	14.9
06	1758	1188	1188	1	28.4
07	45874	1051	1051	1	5.8
08	45622	1194	1194	1	23.1
09	45251	1310	1311	1	9.8
10	297	1189	1189	1	9.1

TABLE 3.17 – Résultats pour 60 bateaux, 13 postes à quai

Instance	Colonnes	RL	Opt.	Nœuds	Durée (s.)
01	86436	1409	1409	1	6.1
02	86222	1261	1261	1	4.4
03	86765	1129	1129	1	3.9
04	87647	1302	1302	1	4
05	92121	1207	1207	1	3.8
06	89007	1261	1261	1	4.3
07	87142	1279	1279	1	4.6
08	90481	1299	1299	1	4.7
09	90822	1444	1444	1	6.5
10	88787	1213	1213	1	5
11	90218	1368	1368	1	8.3
12	87525	1325	1325	1	5.1
13	88682	1360	1360	1	6.2
14	91199	1233	1233	1	4.3
15	89001	1295	1295	1	4.5
16	89655	1364	1364	1	6.7
17	89010	1283	1283	1	3.8
18	87898	1345	1345	1	5.5
19	86322	1367	1367	1	6.4
20	90664	1328	1328	1	5.8
21	85885	1341	1341	1	5.3
22	91737	1326	1326	1	5.5
23	84500	1266	1266	1	6
24	88508	1260	1260	1	4.2
25	93570	1376	1376	1	6.5
26	86879	1318	1318	1	4.8
27	88341	1261	1261	1	4.2
28	89500	1359	1359	1	6.6
29	86640	1280	1280	1	6.3
30	86108	1344	1344	1	7.7

La formulation compacte que nous obtenons pour le BAP depuis celle du PPP n'est pas compétitive, car elle présente un trop grand nombre de variables. Cette formulation compacte du BAP a trois fois plus de variables indicées par v, z, t que la formulation étendue, et elle a encore deux autres types de variables indicées par v, t. Cependant, les différents types de variables que nous utilisons pour la formulation compacte du PPP permettent d'exprimer des contraintes complexes, qui ne font pas partie du BAP.

Afin de comparer les résultats de cette formulation étendue à ceux de formulations compactes, nous allons nous baser sur les formulations du BAP données dans [14] et sur les résultats rapportés avec elles pour les mêmes instances de référence de ce problème. La première de ces formulations provient de [45]. Les variables y correspondent à des décisions d'allocation des bateaux aux postes à quais et de choix de l'ordre dans lequel ils y sont servis. La seconde de ces formulations est issue de [20] et il s'agit d'une formulation en tant que problème de tournée de véhicules multi-dépot avec fenêtres de temps. Les postes à quai correspondent aux dépôts, les bateaux aux clients, et une séquence d'amarrage dans un poste à quai à une route de véhicule. Pour les cinquante premières instances avec au plus 35 bateaux, aucune de ces deux formulations ne donne au moins une fois sur trois une solution optimale, dans la limite de deux heures sur le temps de calcul par instance.

Aucun résultat avec ces formulations n'est rapporté pour les instances à 60 bateaux. A la lumière de ces autres résultats, les performances numériques de la formulation étendue du BAP sont donc assez remarquables.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une formulation compacte a été validée numériquement pour le PPP. Elle permet de traiter des instances des classes 1 à 8 de ce problème : 98% des 1600 instances sont résolues avec un solveur à l'état de l'art. Ces instances ont un terminal maritime multimodal ou un terminal pour navires, camions et un terminal pour barges fluviales, trains. Leur niveau de trafic annuel est au maximum de quatre millions d'EVP, avec un horizon de planification jusqu'à sept jours.

Le taux de résolution par cette méthode des instances des classes 9 à 16 avec plusieurs terminaux maritimes multimodaux chute ensuite rapidement. Seulement 17% des 200 instances avec deux terminaux maritimes multimodaux, un niveau de trafic annuel de trois millions d'EVP et un horizon de planification jusqu'à sept jours sont résolues (classes 9 à 12). Aucune solution entière n'est obtenue aux 200 instances avec trois terminaux maritimes multimodaux et un niveau de trafic annuel de cinq millions d'EVP (classes 13 à 16). La résolution directe est peu efficace pour ce type d'instances où des décisions d'affectations des véhicules aux terminaux doivent être prises, c'est à dire, lorsque plusieurs terminaux peuvent servir des véhicules, et que le ou les terminaux de prise en charge de véhicules doivent être déterminés. Cependant, les bonnes performances de la résolution directe pour les classes 1 à 8 ont motivé son utilisation dans des heuristiques, présentées dans le chapitre suivant.

Par ailleurs, une formulation étendue permettant de traiter efficacement le problème de l'allocation de postes à quai a aussi été présentée. Elle permet de résoudre à l'optimalité chaque instance d'un jeu de référence de la littérature en moins de 30 secondes et fournit des résultats significativement meilleurs que ceux obtenus avec deux autres formulations compactes. Ces bonnes performances numériques sont difficiles à expliquer théoriquement mais nous avons noté que chaque sous-matrice de contraintes contenant seulement les colonnes d'un bateau est parfaite. Une étude plus approfondie de la structure de la matrice des contraintes pourrait être conduite en se basant par exemple sur l'approche suivie dans [67].

Chapitre 4

Résolution heuristique

4.1 Introduction

La résolution directe par un solveur à l'état de l'art fournit des solutions à des instances réalistes du Problème de la Planification Portuaire (PPP), grâce au Programme Linéaire en Variables Mixtes (PLVM) formulé au chapitre précédent. Les expériences numériques menées à la section 3.4.1 montrent que cette méthode permet de traiter efficacement des instances avec un terminal maritime multimodal ou deux terminaux spécialisés - un pour navires, camions et un pour barges fluviales, trains - prenant en charge un trafic annuel de quatre millions d'Equivalents Vingt Pieds (EVP) sur un horizon de planification à sept jours. Par contre, elle est peu efficace lorsque des décisions d'affectation de véhicules aux terminaux doivent être réalisées, c'est à dire, lorsque plusieurs terminaux peuvent servir des véhicules, et que les terminaux de prise en charge de ces véhicules doivent être déterminés.

Ainsi, pour traiter ces instances difficiles, nous proposons une famille d'heuristiques. A chaque itération, une des ces heuristiques réalise dans un premier temps une pré-affectation de certains véhicules aux terminaux, ce qui réduit beaucoup la taille du problème. Puis, une méthode de résolution parmi plusieurs est appliquée au problème réduit.

Dans un premier temps, le principe de cette famille d'heuristiques est introduit. Dans un second temps, les implémentations des méthodes pour la résolution du problème après pré-affectation sont présentées. Dans un troisième temps, deux séries d'expériences numériques sont conduites.

4.2 Principe

Les heuristiques de la famille proposée diffèrent seulement par la méthode de résolution du problème après pré-affectation des véhicules sélectionnés aux terminaux, qui peut être ici soit la résolution directe du PLVM par un solveur, soit sa résolution avec une heuristique parmi celle du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle

de restriction et fixation. Ces heuristiques sont présentées de façon générale à la section 2.4 et des détails de leurs implémentations sont fournis dans ce chapitre. Ainsi, la famille d'heuristiques utilisée ici est basée sur la programmation mathématique et ses étapes sont les suivantes.

Étape 1 - Initialisation du PLVM

Construction du PLVM.
Résolution de sa relaxation linéaire.
Si infaisabilité, arrêt.

Étape 2 - Pré-affectation des véhicules sélectionnés aux terminaux

Calcul d'une nouvelle solution approchée au problème de pré-affectation.
Fixation d'une partie des variables du PLVM à zéro suivant la pré-affectation calculée.
Exécution des routines du solveur de réduction de la taille du problème.

Étape 3 - Résolution du PPP

Résolution du problème avec une des méthodes décrites au chapitre 2.
Si obtention d'une solution de valeur zéro et donc optimale, arrêt.
Sinon, retour à l'étape 2.

La meilleure solution trouvée à l'étape 3 est retournée. Si la limite sur le temps de calcul est atteinte pendant l'une de ces étapes, l'heuristique s'arrête à ce moment. A l'étape 2, si toutes les pré-affectations possibles ont été testées, l'heuristique s'arrête. A l'étape 3, le PLVM est résolu avec une limite sur le temps de calcul. Lors de la résolution du PLVM, la valeur de la meilleure solution entière obtenue jusqu'à présent à l'étape 3 est toujours utilisée pour élaguer l'arbre de recherche.

L'heuristique converge vers une solution optimale s'il en existe une et si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- à l'étape 2, les véhicules pré-affectés sont des véhicules devant chacun être pris en charge dans une zone,
- l'ensemble des pré-affectations possibles de ces véhicules est entièrement visité,
- à l'étape 3, une méthode de résolution exacte du PLVM est utilisée.

Afin d'accélérer la procédure, des étapes 3 de l'heuristique peuvent être exécutées en parallèle. Par exemple, une machine peut être dédiée au calcul des pré-affectations des véhicules sélectionnés aux terminaux. Puis, chaque PLVM après pré-affectation serait résolu par une machine différente (étape 3). Cette parallélisation n'a pas été implémentée car peu de pré-affectations sont généralement nécessaires pour obtenir une bonne solution entière.

4.3 Pré-affectation aux terminaux

Cette étape consiste à pré-affecter certains véhicules aux terminaux, ce qui réduit beaucoup la taille du PLVM et diminue la fractionnalité de sa relaxation linéaire. Par exemple, les véhicules à pré-affecter peuvent être choisis dans $\tilde{V}$, l'ensemble des véhicules devant être chacun pris entièrement en charge dans une zone, qui contient généralement les navires aux longs cours. Pour chacun de ces véhicules, un terminal à conteneurs est

sélectionné pour sa prise en charge et les variables concernant son service et la manutention de ses conteneurs dans les autres terminaux sont fixées à zéro. D'une part, cela réduit beaucoup la taille du problème, en éliminant des variables pour les véhicules et pour le flux de conteneurs, ainsi que les contraintes dont les variables ont été éliminées (par exemple des contraintes (3.5), (3.10)-(3.13) sur les bateaux et des contraintes (3.21)-(3.27) sur le flux de conteneurs). D'autre part, cela diminue la fractionnalité de la solution de la relaxation linéaire, où on peut avoir par exemple sans pré-affectation des véhicules de $\tilde{\mathrm{V}}$ pris en charge dans plusieurs terminaux.

Nous calculons des pré-affectations de véhicules qui équilibrent la charge de travail entre les terminaux et limitent le transport inter-terminal des conteneurs. Ceci est obtenu en ajoutant des contraintes au problème classique d'affectation. Pour augmenter la faisabilité des solutions au PPP après pré-affectation, nous choisissons comme objectif du problème de pré-affectation la minimisation du nombre de périodes communes à deux véhicules du même type affectés au même terminal. Le problème de pré-affectation est formulé ci-dessous comme un programme quadratique en variables binaires. Notons que ce problème n'a pas à être résolu à l'optimalité. Les notations et les variables de décision requises pour le formuler sont respectivement données dans les tables 4.1 et 4.2.

Table 4.1 – Notations pour le problème de pré-affectation

$\hat{\mathrm{V}}$	ensemble des véhicules à pré-affecter $\hat{\mathrm{V}} = \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{A}} \cup \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{B}} \cup \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{C}}$
P_1	ensemble de paires « concurrentes » de véhicules à pré-affecter, telles que les véhicules sont du même mode de transport et ont accès à au moins un terminal à conteneurs en commun, $P_1 = \{(v, v') \in ((\hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{A}} \times \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{A}}) \cup (\hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{B}} \times \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{B}}) \cup (\hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{C}} \times \hat{\mathrm{V}}_{\mathrm{C}})) \mid \lvert \mathrm{C}_v \cap \mathrm{C}_{v'} \rvert \geq 1, v < v'\}$
P_2	ensemble de paires « associées » de véhicules à pré-affecter, telles que les véhicules ont accès à au moins un terminal à conteneurs en commun, et que des conteneurs doivent être transférés entre eux, $P_2 = \{(v, v') \in (\hat{\mathrm{V}} \times \hat{\mathrm{V}}) \mid \lvert \mathrm{C}_v \cap \mathrm{C}_{v'} \rvert \geq 1,$ au moins 1 conteneur doit être transféré entre eux, $v < v'\}$
P	$P = P_1 \cup P_2$
$\delta_v^{v'}$	nombre de périodes dans l'intersection des fenêtres de temps des véhicules v et v', $\delta_v^{v'} = \lvert [\![r_v, \overline{d}_v]\!] \cap [\![r_{v'}, \overline{d}_{v'}]\!] \rvert$, $(v, v') \in P_1$
$\tau_v^{v'}$	nombre de conteneurs qui doivent être transférés entre les véhicules v et v', $(v, v') \in P_2$
τ_v^c	nombre de conteneurs déjà stockés dans des terminaux qui doivent être transportés au terminal c si le véhicule v est pré-affecté à ce terminal, $v \in \hat{\mathrm{V}}, c \in \mathrm{C}$
κ_c^m	nombre maximum de conteneurs manutentionnés dans le terminal c pour les véhicules de $\hat{\mathrm{V}}_m$, $c \in \mathrm{C}, m \in \{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}\}$
$\hat{\Phi}$	nombre maximum de conteneurs transportés entre les terminaux à cause de la pré-affectation

TABLE 4.2 – Variables du problème de pré-affectation

$x_v^c \in \{0,1\}$	si le véhicule v est pré-affecté au terminal à conteneurs c, $v \in \hat{\mathrm{V}}$, $c \in \mathrm{C}$

Pour $(v, v') \in P_1$, la valeur $\sum_{c \in (\mathrm{C}_v \cap \mathrm{C}_{v'})} (\delta_v^{v'} \cdot x_v^c \cdot x_{v'}^c)$ est égale au nombre maximum de périodes pendant lesquelles les véhicules v et v', du même mode de transport, seront présents simultanément dans un terminal, nécessitant les mêmes ressources pour leurs prises en charge. L'objectif est de minimiser la somme de ces nombres sur les paires de véhicules à pré-affecter dans P_1 :

$$\text{minimiser} \sum_{(v,v') \in P_1} \sum_{c \in (\mathrm{C}_v \cap \mathrm{C}_{v'})} (\delta_v^{v'} \cdot x_v^c \cdot x_{v'}^c).$$

Les contraintes sont les suivantes.

$$\sum_{c \in \mathrm{C}_v} x_v^c = 1 \quad \forall v \in \hat{\mathrm{V}} \tag{4.1}$$

$$\sum_{\substack{v \in \hat{\mathrm{V}}_m : \\ c \in \mathrm{C}_v}} \sum_{b \in (\mathrm{BL}_v \cup \mathrm{BU}_v)} (\eta_b \cdot x_v^c) \leq \kappa_c^m \quad \forall c \in \mathrm{C}, \forall m \in \{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}\} \tag{4.2}$$

$$\sum_{(v,v') \in P_2} \tau_v^{v'} \cdot \left(1 - \sum_{c \in (C_v \cap C_{v'})} x_v^c \cdot x_{v'}^c\right) + \sum_{c \in \mathrm{C}_v} \sum_{\substack{v \in \hat{\mathrm{V}} : \\ c \in \mathrm{C}_v}} (\tau_v^c \cdot x_v^c) \leq \hat{\Phi} \tag{4.3}$$

Les contraintes (4.1) pré-affectent chaque véhicule de $\hat{\mathrm{V}}$ à un terminal. Les contraintes (4.2) limitent dans chaque terminal la manutention des conteneurs par mode de transport (rappelons que η_b est le nombre de conteneurs du lot b). Les contraintes (4.3) limitent le transport inter-terminal des conteneurs.

Cette formulation est linéarisée de façon classique (voir dans [2]) et donnée ensuite à un solveur. Elle est résolue avec une certaine tolérance sur l'écart relatif entre la valeur de la meilleure solution entière et celle de la borne inférieure courante.

Pour obtenir une séquence de solutions différentes au problème de pré-affectation, des contraintes interdisant celles calculées précédemment lui sont ajoutées.Soit I_s l'ensemble des indices (v, c) des variables à un dans la solution s au problème de pré-affectation. La contrainte suivante interdit la solution s :

$$\sum_{(v,c) \in I_s} x_v^c \leq |I_s| - 1.$$

Notons que pour des terminaux identiques, des contraintes éliminant les solutions symétriques sont aussi ajoutées, correspondant aux permutations de ces terminaux. La résolution par le solveur du problème après ajout de la ou des contrainte(s) supplémentaire(s) est relativement très rapide, car elle se base sur celle effectuée précédemment.

Une fois que la pré-affectation des véhicules aux terminaux a été effectuée, c'est à dire que les variables correspondantes du PLVM ont été fixées à zéro, une heuristique ou un solveur est utilisé pour la résolution du PLVM.

4.4 Heuristiques de résolution du PLVM

Les heuristiques proposées pour résoudre le PLVM sont l'heuristique du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation, et celle de restriction et fixation. Il s'agit d'heuristiques basées sur la formulation mathématique du problème et sur sa décomposition en sous-problèmes. Les présentations générales de ces heuristiques sont effectuées à la section 2.4. Leurs principes sont brièvement rappelés ici et des détails de leurs implémentations pour le PPP sont fournis.

4.4.1 Heuristique du problème maître restreint

Cette heuristique est introduite à la section 2.4.1. Elle utilise une formulation étendue du PPP. Elle consiste à résoudre un problème maître restreint à un sous-ensemble de colonnes avec un solveur afin d'obtenir une solution entière, sans considérer toutes les colonnes en nombre exponentiel, ni implicitement, ni explicitement.

Nous utilisons pour cette heuristique une formulation hybride du PPP, dans laquelle les variables de la formulation compacte sont utilisées pour une partie des véhicules, et celle d'une formulation étendue pour l'autre partie. Cette formulation étendue diffère légèrement de celle introduite à la section 3.2.3. Toutes les variables réelles du problème sont laissées dans le problème maître afin d'augmenter la faisabilité, ainsi que les variables de choix des terminaux de déchargement et de chargement des lots de conteneurs. Le problème maître comporte donc de plus les contraintes suivantes. Il inclut les contraintes sur les bateaux (3.5),(3.8). Il contient les contraintes sur les trains (3.17),(3.18), ainsi que les contraintes sur les trains obtenues depuis les contraintes (3.8). Il comporte toutes les contraintes sur les camions. Il contient aussi les contraintes sur le flux de conteneurs (3.24)-(3.27). Dans la formulation de la section 3.2.3, toutes ces contraintes additionnelles étaient présentes uniquement dans le sous-problème.

Le nombre de colonnes étant exponentiel, il est nécessaire d'en effectuer une sélection, afin de les ajouter au problème maître restreint. Une approche commune est d'utiliser les colonnes générées lors de la résolution de la relaxation linéaire de la formulation étendue. Cette approche est mentionnée dans [49] et appliquée par exemple dans [4, 5]. Nous utilisons une autre approche, car les différentes implémentations testées de la génération de colonnes pour la résolution de la relaxation linéaire du problème maître sont trop lentes. Les colonnes sont générées de la façon suivante.

Des colonnes correspondant à des plans de prise en charge sont générées pour tous les bateaux et les trains, mais pas pour les groupes de camions. Les colonnes sont générées dans des ensembles comportant des contraintes locales laissées dans le problème maître, portant notamment sur des variables réelles. Les colonnes utilisées satisfont donc ces contraintes, pour certaines valeurs des variables réelles. Chaque colonne minimise le temps de service du bateau ou du train concerné. Lorsqu'une colonne est générée, on ajoute la contrainte que la prise en charge du véhicule débute à une période et dans une zone données. Pour un bateau, une contrainte est aussi ajoutée sur le nombre maximum de grues utilisées. Le sous-problème est le suivant pour un bateau, avec une prise en charge débutant à sa date

d'arrivée, dans la zone z du terminal c, avec le nombre maximum possible de grues.

$$\text{minimiser } m_v$$

$$m_v \geq (t - r_v + 1) \cdot p^t_{vz} \quad \forall t \in [\![r_v, \overline{d}_v]\!]$$

$$\sum_{\substack{b \in \mathrm{BU}_v: \\ t \in \mathrm{TU}_b}} u^t_{bc} + \sum_{\substack{b \in \mathrm{BL}_v: \\ t \in \mathrm{TL}_b}} l^t_{bc} \leq \sum_{n=1}^{\eta^z_v} (\rho^n_{\gamma_z} \cdot h^{nt}_{vz}) \quad \forall t \in \mathrm{T}_v$$

$$\sum_{t \in \mathrm{TU}_b} u^t_{bc} = \eta_b \quad \forall b \in \mathrm{BU}_v,$$

$$\sum_{t \in \mathrm{TL}_b} l^t_{bc} = \eta_b \quad \forall b \in \mathrm{BL}_v,$$

$$p^t_{vz} = \sum_{n=0}^{\eta^z_v} h^{nt}_{vz} \quad \forall t \in \mathrm{T}_v$$

$$h^{nt}_{vz} \in \{0, 1\} \quad \forall n \in [\![0, \eta^z_v]\!], \forall t \in \mathrm{T}_v$$

$$u^t_{bc} \in \mathbb{R}_+ \quad \forall b \in \mathrm{BU}_v, \forall t \in \mathrm{TU}_b$$

$$l^t_{bc} \in \mathbb{R}_+ \quad \forall b \in \mathrm{BL}_v, \forall t \in \mathrm{TL}_b$$

Une première colonne est créée à la date d'arrivée du véhicule concerné pour une zone donnée, ainsi que, dans le cas d'un bateau, un nombre maximum de grues utilisables. Dans le cas d'un bateau (respectivement d'un train), les valeurs des variables h^{nt}_{vz} (resp. h^t_{vz}) permettent de construire la colonne. Pour obtenir une autre colonne, les variables entières non nulles de la première colonne sont décalées d'une période. Ce décalage est répété pour créer d'autres colonnes tant que c'est possible. Des colonnes sont générées de cette manière en faisant varier la zone de prise en charge et dans le cas d'un bateau le nombre maximum de grues.

Notons que dans le cas où l'intervalle temporel pour le déchargement ou le chargement d'un lot d'un ou sur un véhicule v diffère de l'intervalle temporel pour la prise en charge de ce véhicule (c'est à dire si il existe $b \in \mathrm{BL}_v$ tel que $\mathrm{TL}_b \neq \mathrm{T}_v$, ou $b \in \mathrm{BU}_v$ tel que $\mathrm{TU}_b \neq \mathrm{T}_v$), la méthode précédente ne peut pas être utilisée telle quelle. Nous laissons en perspective le traitement de ces cas. Par ailleurs, la prise en charge de chaque véhicule pour lequel les colonnes sont générées de cette façon est effectuée dans un seul terminal. Des colonnes avec des prises en charge sur plusieurs terminaux pourraient être utilisées dans de prochains travaux.

4.4.2 Heuristique de relaxation et fixation

Cette heuristique est introduite à la section 2.4.2. Elle est utilisée avec la formulation compacte du PPP. Elle repose sur un partitionnement de ses variables entières qui définit un sous-problème par sous-ensemble de la partition, ainsi que sur un ordre de traitement de ces sous-ensembles. A chaque itération, les contraintes d'intégrité sont relâchées pour tous les sous-ensembles sauf un. Le sous-problème résultant est résolu. Les variables entières du sous-ensemble courant sont fixées à leurs valeurs et le processus est répété pour les sous-ensembles restants.

Des résultats comparatifs avec les trois stratégies de partitionnement des variables entières décrites à la section 2.4.2 sont donnés dans la table 4.3 pour des instances de la classe I. Afin d'effectuer la comparaison, les variables entières sont à chaque fois partitionnées en six sous-ensembles. Le nombre de sous-ensembles utilisés pour les autres expériences numériques varie d'une classe d'instances à une autre. Pour la stratégie par macro-période, six macro-périodes sont utilisées. La stratégie hybride est implémentée avec trois modes de transport et deux macro-périodes. Pour la stratégie structurelle, les bateaux sont partitionnés en trois sous-ensembles, les trains en deux sous-ensembles et les camions sont tous traités en une fois. Pour chaque stratégie, le temps de calcul et la valeur de la solution obtenue sont donnés par instance. Un tiret indique qu'aucune solution réalisable n'a été obtenue. Dans la dernière ligne du tableau, pour chaque stratégie, le nombre de fois où elle a fourni la meilleure solution entière est rapporté.

Les expériences ont été effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4, avec le paramétrage par défaut. La limite sur le temps de calcul est de 7200 secondes.

TABLE 4.3 – Comparaison de trois stratégies pour l'heuristique de relaxation et fixation avec les instances de la classe I

Ins.	Macro-périodes		Hybride		Structurelle	
	temps	val.	temps	val.	temps	val.
I - 1	325.8	0	163.1	0	337.3	0
I - 2	484.2	6	277.7	0	1362.3	0
I - 3	1196.1	-	163.2	0	361.4	0
I - 4	339.2	0	285.1	0	347.4	0
I - 5	362	3	3194	0	482	0
I - 6	795.7	0	118.3	0	454.3	0
I - 7	396.8	0	445.6	0	2250.8	0
I - 8	733.2	0	129.3	0	103.4	0
I - 9	692.4	6	303.9	0	461.6	0
I - 10	785.2	0	862.3	0	3623.1	0
I - 11	966.5	0	180.4	0	370.5	0
I - 12	404.8	-	131.1	0	266.2	0
I - 13	752.3	10	258.4	0	240.6	0
I - 14	907	6	352.8	6	1841.7	0
I - 15	1300.8	10	359.7	16	515	0
I - 16	4107	-	3758.3	-	3600.6	-
I - 17	3398	-	133.2	0	299.6	0
I - 18	328.5	0	218.2	0	1157.4	0
I - 19	806.4	0	254.8	6	858.3	0
I - 20	847.7	6	328.4	6	765.5	0
I - 21	304.4	10	309.3	0	1004	0
I - 22	374.5	0	226.5	0	1414.5	0
I - 23	273.5	0	246.8	0	298.5	0
I - 24	3714.4	139	3600.1	-	3600.6	-
I - 25	186	0	675.5	0	547.1	0
I - 26	277.2	-	121.4	0	328	0
I - 27	250.8	0	501.1	0	1440.9	-
I - 28	998.5	19	180.9	10	1384.8	0
I - 29	313.4	-	433.8	0	264.5	0
I - 30	3060.9	90	3620.3	30	3712.2	60
I - 31	168.7	6	121.8	0	257.2	0
I - 32	123.8	6	347.5	0	188.7	0
I - 33	313	0	511.8	0	163.2	0
I - 34	3717.7	60	3618.5	60	3600.6	-
I - 35	460.9	-	286.2	0	1223.8	0
I - 36	338.4	0	270.1	0	268	0
I - 37	137.6	-	102.5	0	136.3	0
I - 38	222.2	0	145.6	0	724.3	0
I - 39	359.5	14	131.7	6	467	0
I - 40	325.3	24	274.6	0	221.2	0
I - 41	476.5	0	252.6	0	248.8	0
I - 42	997.9	6	179.9	0	694.8	0
I - 43	432.9	6	522.3	3	459.2	0
I - 44	336.8	0	135.4	0	357	0
I - 45	317.2	0	377	0	796.9	0
# meilleures	22		36		40	

Dans la table 4.3, nous observons que la stratégie structurelle fournit 40 fois la meilleure solution entière, ce qui est la meilleure performance. La performance de la stratégie hybride

est proche de celle de la stratégie structurelle : elle donne 36 fois la meilleure solution entière. La stratégie habituelle par macro-période est significativement moins bonne que les deux autres : elle fournit seulement 22 fois la meilleure solution entière. Pour une instance, la I - 16, aucune stratégie n'a permis d'obtenir une solution entière. Nous avons donc utilisé la stratégie structurelle pour les expériences numériques, qui est définie en détail à la section 4.4.4.

L'ordre de fixation des variables entières est le suivant. Elles sont d'abord fixées pour les bateaux, puis pour les trains, puis pour les camions. Pour un mode de transport donné, les sous-ensembles de véhicules sont traités par nombre de lots décroissants, un lot étant compté deux fois si ses véhicules source et destinataire sont dans le même sous-ensemble. Cet ordre permet de prendre les décisions qui ont le plus d'impact quand le degré de liberté est le plus grand.

4.4.3 Heuristique de restriction et fixation

Cette heuristique est présentée de façon détaillée à la section 2.4.3. Comme l'heuristique de relaxation et fixation, elle repose sur un partitionnement de variables, qui définit des sous-problèmes, ainsi que sur un ordre de traitement de ces sous-problèmes. La résolution de chaque sous-problème permet de fixer les variables entières de son sous-ensemble de variables. Contrairement à l'heuristique de relaxation et fixation, un sous-ensemble de variables de la partition ne contient pas que des variables entières, mais aussi des variables réelles. A chaque itération, seules les variables des sous-problèmes des itérations précédentes et celles de l'itération courante sont considérées, avec les contraintes du problème initial portant uniquement sur ces variables. Les variables entières des itérations précédentes sont fixées à leurs valeurs déterminées dans ces itérations. D'autres contraintes du problème initial peuvent être ajoutées au sous-problème de l'itération courante, restreintes aux variables considérées, avec éventuellement leurs seconds membres modifiés, dans le but d'augmenter la faisabilité de la solution en train d'être construite.

Pour le PPP, les variables sont partitionnées en trois sous-ensembles : un par mode de transport. Le premier sous-problème est celui des bateaux, le second est celui des trains, et le troisième est celui des camions. Le premier sous-problème contient de plus les variables pour le stockage et celles pour le transport inter-terminal des conteneurs.

Chaque sous-problème est résolu par l'heuristique de relaxation et fixation, en utilisant la stratégie structurelle de partitionnement des variables entières.

Lors de la création d'un sous-problème, les contraintes (3.19), (3.20), (3.30) (3.31), lui sont ajoutées, restreintes aux variables courantes. Il s'agit de contraintes de capacité sur le traitement du flux de conteneurs. Leurs seconds membres ne sont pas modifiés.

4.4.4 Stratégie structurelle de partitionnement des variables

Ce partitionnement des variables par véhicule intervient dans deux heuristiques : celle de relaxation et fixation, présentée aux sections 2.4.2, 4.4.2 et celle de restriction et fixation,

présentée aux sections 2.4.3, 4.4.3. Il est basé sur la structure de la formulation du PPP. Beaucoup de contraintes liantes de cette formulation portent sur des véhicules du même mode de transport, dont les fenêtres de temps s'intersectent : les contraintes (3.1)-(3.4) sur les bateaux, les contraintes (3.15)-(3.16) sur les trains, ainsi que les contraintes sur les camions correspondant aux contraintes (3.16) sur les trains. Si toutes les contraintes liantes sur les véhicules sont supprimées, un ensemble de problèmes indépendants est obtenu : exactement un par véhicule, plus un pour le stockage et le transport inter-terminal des conteneurs. Les autres contraintes (3.19), (3.21)-(3.23), (3.29) lient des variables réelles qui ne sont pas fixées avant la dernière itération de chacune des deux heuristiques, et qui sont moins problématiques.

Ainsi, notre stratégie décompose le problème d'abord par mode de transport, ensuite par sous-ensemble de véhicules avec des fenêtres de temps qui s'intersectent. Chaque ensemble de véhicules ayant accès à au moins une zone de prise en charge en commun est partitionné en des sous-ensembles de tailles bornées. Chacune de ces partitions est solution du problème formulé ci-dessous comme un programme quadratique en variables 0-1, appelé le problème de partitionnement. Notons que, comme le problème de pré-affectation, le problème de partitionnement n'a pas à être résolu à l'optimalité. Les notations et les variables de décision pour le problème de partitionnement sont respectivement données dans les tables 4.4 et 4.5.

TABLE 4.4 – Notations pour le problème de partitionnement

$\bar{\mathrm{V}}$	ensemble de véhicules ayant accès à au moins une zone de prise en charge en commun, à partitionner en sous-ensembles disjoints
Ω	nombre de sous-ensembles disjoints dans la partition
ϵ	nombre minimum de véhicules dans un sous-ensemble
ζ	nombre maximum de véhicules dans un sous-ensemble
Q	ensemble de paires de véhicules $Q = \{(v, v') \in (\bar{\mathrm{V}} \times \bar{\mathrm{V}}) \mid v < v'\}$
$\delta_v^{v'}$	nombre de périodes dans l'intersection des fenêtres de temps des véhicules v et v', $\delta_v^{v'} = \lvert[\![r_v, \overline{d}_v]\!] \cap [\![r_{v'}, \overline{d}_{v'}]\!]\rvert$, $(v, v') \in Q$

TABLE 4.5 – Variables du problème de partitionnement

$x_v^o \in \{0, 1\}$	indique si le véhicule v est dans l'ensemble o de la partition, $v \in \bar{\mathrm{V}}$, $o \in [\![1, \Omega]\!]$

L'objectif est de grouper les véhicules les plus liés par les contraintes dans les mêmes ensembles, afin de fixer ensemble les variables les plus liées :

$$\max \sum_{(v,v') \in Q} \sum_{o \in [\![1,\Omega]\!]} (\delta_v^{v'} \cdot x_v^o \cdot x_{v'}^o).$$

Les contraintes sont les suivantes.

$$\sum_{o \in [\![1,\Omega]\!]} x_v^o = 1 \quad \forall v \in \bar{\mathrm{V}} \tag{4.4}$$

$$\epsilon \leq \sum_{v \in \bar{\mathrm{V}}} x_v^o \leq \zeta \quad \forall o \in [\![1,\Omega]\!] \tag{4.5}$$

Les contraintes (4.4) assignent chaque véhicule à un ensemble de la partition. Les contraintes (4.5) assurent que le nombre de véhicules dans chaque ensemble de la partition est entre le minimum et le maximum.

Cette formulation est linéarisée, comme celle du problème de pré-affectation et donnée ensuite à un solveur. Elle est résolue avec une certaine tolérance sur l'écart relatif entre la valeur de la meilleure solution entière et celle de la borne inférieure courante.

4.5 Expériences numériques

Dans cette section, des expériences numériques sont conduites d'abord avec les classes d'instances 9 à 16, puis avec les classes d'instances I, II, III, A, B, C. Ces classes d'instances sont respectivement décrites aux sections 1.5.2 et 1.5.3. D'une part, un objectif est de comparer les performances des différentes méthodes de résolution. D'autre part, un autre objectif est d'évaluer les bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux à l'aide des résultats obtenus avec les classes d'instances I, II, III. Cette coopération permet d'une part de répartir les véhicules entre les terminaux et d'autre part de transporter des conteneurs entre eux. Sans coopération, une répartition initiale des véhicules sur les terminaux existe pour les instances des classes I, II, III, telle que chaque véhicule est affecté à un terminal pour sa prise en charge, et aucun transport inter-terminal de conteneurs n'est nécessaire. Toutefois, cette répartition conduit uniquement à des solutions optimales avec du retard, dont la valeur est connue pour chaque instance, afin de la comparer avec la valeur des solutions dans le cas où les terminaux coopèrent.

4.5.1 Classes d'instances 9 à 16

Les classes d'instances 9 à 12 (respectivement 13 à 16) comportent deux terminaux maritimes multimodaux (resp. trois terminaux maritimes multimodaux) prenant en charge un trafic annuel de trois millions d'Equivalents Vingt Pieds (EVP, resp. de cinq millions d'EVP). L'horizon de planification est à cinq ou sept jours.

Paramétrage des heuristiques

Lors de la résolution des instances des classes 9 à 16, le paramétrage des heuristiques est le suivant, pour l'étape de pré-affectation et l'étape de résolution du PLVM.

Étape de pré-affectation Pour toutes ces instances, seuls les véhicules de l'ensemble $\tilde{V}$ sont pré-affectés aux terminaux. Cet ensemble contient par définition les bateaux et les trains devant être chacun pris en charge en une fois dans une zone. Il s'agit ici seulement des navires aux longs cours. La tolérance sur l'écart relatif lors de la résolution du problème de pré-affectation varie entre 0 et 0,55 [1] et elle augmente avec la taille des instances.

Étape de résolution du PLVM La résolution du PLVM après pré-affectation est confiée à une méthode parmi la résolution directe par un solveur, l'heuristique du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation. La limite sur le temps de calcul pour cette résolution est choisie suivant la rapidité observée de la méthode pour chaque classe d'instances, afin d'avoir le meilleur compromis entre la qualité des solutions obtenues et le nombre de pré-affectations testées. Le solveur est toujours utilisé avec les réglages par défaut.

Pour la résolution directe, la limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit varie entre 4000 et 5600 secondes et elle augmente avec la taille des instances.

Pour l'heuristique du problème maître restreint, des colonnes sont générées pour tous les bateaux et les trains. Les variables de la formulation compacte sont utilisées pour les camions. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit varie entre 3000 et 4200 secondes et elle augmente avec la taille des instances.

Pour l'heuristique de relaxation et fixation, l'ensemble des bateaux est partitionné en sous-ensembles avec entre 11 et 13 bateaux, ce qui donne quatre sous-ensembles de bateaux pour les instances des classes 9 et 10, quatre sous-ensembles pour les instances des classes 11 et 12, cinq sous-ensembles pour les instances des classes 13 et 14, sept sous-ensembles pour les instances des classes 15 et 16. L'ensemble des trains est divisé en deux et tous les groupes de camions sont traités en même temps. La tolérance sur l'écart relatif lors de la résolution du problème de partition varie entre 0 et 0,75[1] et elle augmente avec la taille des instances. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit varie entre 2000 et 2800 secondes et elle augmente avec la taille des instances.

Pour l'heuristique de restriction et fixation, la résolution des sous-problèmes par mode de transport avec l'heuristique de relaxation et fixation utilise la même partition que celle de l'heuristique de relaxation et fixation. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit est la même que celle pour l'heuristique de relaxation et fixation.

Résultats

Dans les tables 4.6, 4.8, 4.9, 4.10, les résultats sont respectivement rapportés pour les classes d'instances 9 et 10, 11 et 12, 13 et 14, 15 et 16. Dans un de ces tableaux, il y a donc des instances de deux classes, dont les paramètres de génération sont identiques hormis la

1. Notons les valeurs assez élevées de tolérance sur l'écart relatif pour la résolution des problèmes de pré-affectation et de partition. Les valeurs des relaxations linéaires des formulations de ces deux problèmes sont éloignées des valeurs des solutions optimales entières. Cependant, des solutions entières proche de l'optimalité peuvent être obtenues aux instances considérées de ces problèmes en au plus quelques minutes pour les plus grandes instances considérées.

durée d'une période, qui est de deux heures si le numéro de la classe est impair et d'une heure sinon. Pour chacune de ces classes, 25 instances sont considérées. Les expériences ont été effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4.

Les colonnes « PA RD », « PA HMR », « PA RF », « PA RF2 », indiquent les résultats avec l'heuristique qui utilise pour résoudre le PLVM après pré-affectation, respectivement la résolution directe, l'heuristique du maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation. Les temps de calcul sont donnés en secondes. Notons qu'une heuristique atteint toujours la limite sur le temps de calcul si aucune solution sans retard n'est trouvée. Un tiret dans la sous-colonne « val. » signifie qu'aucune solution entière n'est obtenue. Dans la dernière ligne de chaque tableau, pour chaque heuristique, le nombre de fois qu'elle a fourni le plus rapidement la meilleure solution entière est rapporté.

Une solution entière est obtenue par au moins une heuristique à 166 de ces 200 instances. Le passage d'une durée de période de deux heures à une heure fait chuter le taux d'obtention d'une solution optimale par au moins une heuristique de 98% aux classes 13, 15 (une seule instance non résolue par PA RF2) à 20% aux classes 14, 16. La plupart des variables et des contraintes des formulations utilisées du PPP étant indicées par le temps, doubler le nombre de périodes augmente significativement la taille du PLVM, et la durée de sa résolution, même avec une heuristique.

Une solution optimale est obtenue par PA RF2 à toutes les instances des classes 9, 10, 11, 12, 13. Cette heuristique trouve une solution optimale à 99% des instances avec des périodes de deux heures (classes 9, 11, 13, 15). Elle fournit 156 fois sur 166 le plus rapidement la meilleure solution entière. C'est la seule heuristique qui donne des solutions entières aux instances des classes 14 et 16, avec respectivement huit solutions entières dont trois optimales et neuf solutions entières dont sept optimales.

PA RF trouve une solution optimale à la totalité des instances des classes 9, 10, 11, et à 96% des instances des classes 12 et 13. Elle obtient une solution entière non-optimale à 20% des instances de la classe 15.

D'une part, les performances de PA RF2 indiquent que pour ces instances, le couplage entre les sous-problèmes par mode de transport est faible. En effet, le stockage des conteneurs, pour une durée moyenne d'environ trois jours, découple les sous-problèmes par mode de transport. L'heuristique de restriction et fixation, avec l'implémentation et le paramétrage utilisés, traite successivement chaque mode de transport, en ne tenant pas compte des modes de transport suivants. La durée de stockage moyenne dans les grands terminaux à conteneurs portuaires se situe actuellement entre quatre et six jours, comme rapporté dans [26], ce qui justifie cette approche. D'autre part, les performances de PA RF2, significativement meilleures que celles de PA RF, indiquent que la prise en compte de toutes les contraintes et de toutes les variables du problème, même avec les contraintes d'intégrité relâchées sur les variables entières autres que celles du sous-problème courant, ralentit fortement l'heuristique de relaxation et fixation par rapport à l'heuristique de restriction et fixation.

PA HMR donne une solution optimale à 97% des instances des classes 9, 10 et 11, ainsi qu'à la totalité des instances de la classe 13. Elle obtient une solution optimale à 12%

des instances de la classe 12. Elle trouve une solution optimale à 24% des instances de la classe 15, et une solution entière à 68% de ces instances. Elle ne fournit aucune solution entière à une instance de la classe 16. PA HMR donne même neuf fois le plus rapidement la meilleure solution entière. L'heuristique du problème maître restreint avec une formulation hybride présente donc un potentiel qui pourrait être développé pour traiter le PPP.

La pré-affectation permet à la résolution directe par un solveur d'obtenir une solution optimale à toutes les instances des classes 9, 10 et 11. Sans pré-affectation, respectivement 78%, 4% et 0% des instances de ces classes étaient résolues. De plus, des solutions entières sont trouvées par PA RD à 44% des instances de la classe 12, dont 36% de solutions optimales, ainsi que des solutions entières à 16% et 8% des instances des classes 13 et 15. PA RD ne fournit aucune solution entière aux instances des classes 14 et 16. La pré-affectation réduit la taille du problème et la fractionnalité de la relaxation linéaire, ce qui accélère le processus de résolution par un solveur.

Les nombres moyens de pré-affectations testées sont rapportés dans la table 4.7, pour les instances des classes 9 et 10, auxquelles une solution optimale est obtenue par toutes les heuristiques. La séquence de pré-affectations testées par les heuristiques est la même. On constate que PA RD, PA RF, PA RF2, testent en moyenne des nombres proches de pré-affectations, qui sont respectivement de 1.2, 1.28, 1.28 pour les instances de la classe 9 et de 1.12, 1.16 et 1.24 pour les instances de la classe 10. La plupart du temps, la première pré-affectation testée donne une solution optimale pour ces classes d'instances. De plus, cela montre que pour ces instances, l'heuristique de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation fournissent généralement une solution entière optimale, ce qui confirme la faiblesse du couplage entre les modes de transport. Les nombres moyens de pré-affectations testées par PA HMR sont de 2,64 et 1,48 pour les instances de la classe 9 et de la classe 10. PA HMR fait plus d'itérations que PA RD, mais effectue chacune d'elles beaucoup plus rapidement. L'heuristique du problème maître restreint fournit moins souvent la solution optimale entière, mais les performances de l'heuristique PA HMR restent néanmoins satisfaisantes, par rapport à celles de PA RD.

Table 4.6 – Résultats comparatifs avec les instances des classes 9 et 10

Ins.	PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
9 - 1	1099.9	0	319.5	0	131.1	0	51.3	0
9 - 2	544.3	0	43.7	0	323.6	0	50	0
9 - 3	928.4	0	55.3	0	234.8	0	100.3	0
9 - 4	3676	0	50.8	0	158.9	0	36.7	0
9 - 5	916.2	0	182.3	0	223.4	0	39.1	0
9 - 6	504.2	0	51.3	0	227.8	0	41.2	0
9 - 7	738.2	0	163.2	0	293.1	0	65.6	0
9 - 8	767.6	0	172	0	336.9	0	43.6	0
9 - 9	736.2	0	440	0	135.7	0	54.1	0
9 - 10	1020.1	0	341.5	0	437.9	0	98.5	0
9 - 11	1308.7	0	151.9	0	300.4	0	66.4	0
9 - 12	456.8	0	36.1	0	108.2	0	32.5	0
9 - 13	504.8	0	1021.6	0	278.5	0	41.9	0
9 - 14	432.1	0	187.5	0	378.7	0	41.4	0
9 - 15	3280.8	0	50.2	0	396.1	0	41.6	0
9 - 16	413.3	0	42.5	0	262.1	0	37.5	0
9 - 17	2356.1	0	344.4	0	137.8	0	47	0
9 - 18	2248.5	0	46.8	0	209.8	0	47.4	0
9 - 19	650.8	0	119.5	0	126.8	0	46.5	0
9 - 20	822.8	0	113.9	0	128	0	49.6	0
9 - 21	215.7	0	44.1	0	302.3	0	29	0
9 - 22	3684.5	0	160.2	0	207	0	48.9	0
9 - 23	765.1	0	65	0	292.1	0	38.5	0
9 - 24	631.5	0	59.4	0	307.4	0	37.4	0
9 - 25	685	0	39.7	0	297	0	53.9	0
10 - 1	1139.7	0	383.5	0	264.2	0	68	0
10 - 2	436.4	0	639.4	0	254	0	48.1	0
10 - 3	1048.4	0	5461.2	0	223.9	0	64.6	0
10 - 4	2243.7	0	950.2	0	1485	0	195.2	0
10 - 5	3308.2	0	1421.1	0	317.4	0	63.5	0
10 - 6	4109.2	0	2052.7	0	355.5	0	91	0
10 - 7	279	0	812.9	0	155	0	61.7	0
10 - 8	717.7	0	2054.6	0	407.1	0	75.5	0
10 - 9	628.2	0	595.3	0	167.6	0	71.8	0
10 - 10	1068	0	787.1	0	229.7	0	67.9	0
10 - 11	1754.6	0	1431.5	0	282.1	0	66.6	0
10 - 12	1115.6	0	434.6	0	234.8	0	62.8	0
10 - 13	1594.1	0	771.3	0	218.1	0	72.2	0
10 - 14	494	0	951.6	0	515.4	0	88.4	0
10 - 15	1881.6	0	851.5	0	476.9	0	64.6	0
10 - 16	212.8	0	2536.7	0	223.2	0	66.5	0
10 - 17	899.9	0	1348.1	0	228.9	0	58.2	0
10 - 18	870.6	0	336.3	0	889.6	0	68.7	0
10 - 19	1180.2	0	1441.1	0	220.9	0	60.9	0
10 - 20	178.2	0	598.2	0	674.1	0	62.3	0
10 - 21	1135.8	0	873.5	0	362.3	0	72	0
10 - 22	840.9	0	822.4	0	399.1	0	77.5	0
10 - 23	2349.9	0	1897.5	0	491.7	0	64.8	0
10 - 24	883.8	0	1428.8	0	191.7	0	85.6	0
10 - 25	1098.7	0	1251.4	0	194	0	744.3	0
# meilleures	0		4		1		45	

Table 4.7 – Nombres moyens de pré-affectations testées avec les instances des classes 9 et 10

Classe	PA RD				PA HMR				PA RF				PA RF2			
	min.	moy.	max.	c.d.v.	min.	moy.	max.	c.d.v.	min.	moy.	max.	c.d.v.	min.	moy.	max.	c.d.v.
9	1	1.2	3	0.5	1	2.64	28	2.1	1	1.28	3	0.5	1	1.28	3	0.4
10	1	1.12	2	0.3	1	1.48	5	0.6	1	1.16	3	0.4	1	1.24	4	0.5

TABLE 4.8 – Résultats comparatifs avec les instances des classes 11 et 12

Ins.	PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
11 - 1	1062.8	0	2598.6	-	154.5	0	42.4	0
11 - 2	795.7	0	48.9	0	403	0	46.4	0
11 - 3	747.4	0	93.2	0	287.8	0	44.6	0
11 - 4	587.8	0	4006.7	3	165.1	0	27.5	0
11 - 5	1510.1	0	244.8	0	304.8	0	47.1	0
11 - 6	780.8	0	75.3	0	291.4	0	44.7	0
11 - 7	4196	0	115.2	0	392.8	0	57.8	0
11 - 8	921.3	0	271.6	0	357.2	0	59.6	0
11 - 9	2017.8	0	144.9	0	428.5	0	45.8	0
11 - 10	4816.2	0	40.1	0	265.5	0	52.2	0
11 - 11	780.6	0	223.3	0	232.8	0	53.7	0
11 - 12	1020.7	0	92.8	0	255.9	0	47.1	0
11 - 13	1219.9	0	153.8	0	131.5	0	41.9	0
11 - 14	581.8	0	67.4	0	231.2	0	64.3	0
11 - 15	2068.3	0	95.2	0	310.2	0	45.4	0
11 - 16	1435.2	0	96.7	0	281.9	0	50.1	0
11 - 17	1524.6	0	70.6	0	554.9	0	108.4	0
11 - 18	660.3	0	122.8	0	324.4	0	111.9	0
11 - 19	1626.2	0	36.3	0	327	0	70.5	0
11 - 20	635	0	107	0	204.9	0	40.2	0
11 - 21	2406.1	0	255.4	0	273.4	0	83.5	0
11 - 22	670.7	0	146.7	0	182.3	0	50.6	0
11 - 23	1871.2	0	150.4	0	194.8	0	96.7	0
11 - 24	1564.1	0	81.9	0	683.9	0	46.4	0
11 - 25	694.4	0	156.9	0	909.3	0	115	0
12 - 1	7200	101	7200	-	1411.3	0	197.3	0
12 - 2	3827.3	0	2571.3	0	487.9	0	131.9	0
12 - 3	7200	-	4073.7	-	5550.1	0	1316.2	0
12 - 4	7200	-	7200	-	1346.8	0	133.2	0
12 - 5	7200	9	-	-	2973	0	221.7	0
12 - 6	7200	-	7200	-	351.2	0	176.6	0
12 - 7	7200	-	7200	-	1196.3	0	135.6	0
12 - 8	7200	-	7200	1	847.3	0	142.7	0
12 - 9	7200	-	7200	-	850.7	0	158.7	0
12 - 10	7200	536	7200	-	686.9	0	225.2	0
12 - 11	7200	-	7200	-	1133.1	0	160.1	0
12 - 12	7200	21	7200	-	2412.5	0	168.5	0
12 - 13	7200	-	7200	-	1194.4	0	159.2	0
12 - 14	3630.6	0	7200	-	587.7	0	150.5	0
12 - 15	7200	-	7200	-	3408.2	0	312	0
12 - 16	7200	-	-	-	784.6	0	196.7	0
12 - 17	7200	-	7200	-	1069.4	0	210.2	0
12 - 18	7200	9	-	-	534.1	0	161.6	0
12 - 19	7200	-	7200	-	778.3	0	128	0
12 - 20	7200	29	2905.7	0	621	0	127.1	0
12 - 21	7200	6	7200	-	7200	3	194.3	0
12 - 22	7200	-	4335.7	-	829.6	0	163.9	0
12 - 23	1859.8	0	7200	-	1230	0	338.7	0
12 - 24	7200	-	3881.6	-	1931.2	0	298	0
12 - 25	5955.2	0	7200	-	1720.5	0	152.2	0
# meilleures	0		2		0		48	

Table 4.9 – Résultats comparatifs avec les instances des classes 13 et 14

Ins.	PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
13 - 1	-	-	1531.6	0	3844.6	0	185.5	0
13 - 2	7200	-	1004	0	1918.3	0	312.1	0
13 - 3	-	-	1446.4	0	1617.7	0	231.6	0
13 - 4	-	-	506.9	0	1422.3	0	299.7	0
13 - 5	-	-	2156.1	0	3696.4	0	248.4	0
13 - 6	7200	-	2892.7	0	7200	1386	916.7	0
13 - 7	7200	24	1280.8	0	1693.4	0	202.9	0
13 - 8	7200	5	705.1	0	4014.8	0	210.2	0
13 - 9	7200	-	249.9	0	3276	0	286.6	0
13 - 10	-	-	602.8	0	1970.1	0	132.4	0
13 - 11	7200	148	2834.6	0	5144.8	0	1766.3	0
13 - 12	7200	-	729.4	0	1258.8	0	277	0
13 - 13	-	-	1027.9	0	1206.2	0	249.1	0
13 - 14	7200	-	2016.7	0	1392.8	0	200.7	0
13 - 15	5150.7	0	1313.6	0	1389.2	0	234.4	0
13 - 16	-	-	490.4	0	1349.2	0	589.6	0
13 - 17	7200	-	740.3	0	4487.3	0	220.6	0
13 - 18	-	-	2034	0	1429.5	0	176	0
13 - 19	7200	-	855.7	0	1760.3	0	255.9	0
13 - 20	-	-	1709.3	0	1702.1	0	258.5	0
13 - 21	7200	-	792.7	0	4318.2	0	214.3	0
13 - 22	-	-	298.8	0	1155.7	0	303.2	0
13 - 23	7200	-	1727.5	0	1059.3	0	255.7	0
13 - 24	-	-	3243.9	0	3155.3	0	370.6	0
13 - 25	7200	-	5440.1	0	1661.5	0	232.2	0
14 - 1	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 2	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 3	7200	-	7200	-	7200	-	5024.7	0
14 - 4	7200	-	7200	-	7200	-	2323.1	0
14 - 5	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 6	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 7	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 8	7200	-	7200	-	7200	-	7200	13
14 - 9	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 10	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 11	7200	-	7200	-	7200	-	7200	3
14 - 12	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 13	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 14	7200	-	7200	-	7200	-	7200	20
14 - 15	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 16	7200	-	7200	-	7200	-	7200	6
14 - 17	7200	-	7200	-	7200	-	5310.3	0
14 - 18	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 19	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 20	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 21	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 22	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 23	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 24	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
14 - 25	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
# meilleures	0		2		0		30	

TABLE 4.10 – Résultats comparatifs avec les instances des classes 15 et 16

Ins.	PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
15 - 1	7200	24184	7200	-	7200	-	581.2	0
15 - 2	7200	-	7200	-	7200	-	625.2	0
15 - 3	7200	-	6818.4	0	7200	-	4125.4	0
15 - 4	7200	-	7200	221	7200	-	614.1	0
15 - 5	7200	-	7200	30	7200	-	3033.3	0
15 - 6	7200	-	7200	-	7200	-	1740.8	0
15 - 7	7200	-	7200	50	7200	-	979.2	0
15 - 8	7200	-	4434.6	0	7200	22	644.8	0
15 - 9	7200	-	7200	30	7200	-	486.1	0
15 - 10	7200	-	7200	77	7200	-	1622.5	0
15 - 11	7200	-	4494.1	0	7200	-	576.4	0
15 - 12	7200	-	7200	-	7200	3	644.1	0
15 - 13	7200	-	7200	80	7200	-	753	0
15 - 14	7200	-	7200	-	7200	-	652.6	0
15 - 15	7200	-	7200	818	7200	-	7200	-
15 - 16	7200	-	7200	30	7200	-	595.3	0
15 - 17	7200	-	7200	342	7200	-	523.8	0
15 - 18	7200	-	4083.6	0	7200	-	1953.6	0
15 - 19	7200	-	7200	300	7200	-	835.6	0
15 - 20	7200	-	7200	1354	7200	9	561	0
15 - 21	7200	-	7200	-	7200	-	1466.1	0
15 - 22	7200	-	7200	-	7200	-	1141.4	0
15 - 23	7200	442	2936	0	7200	90	1018.3	0
15 - 24	7200	-	7200	-	7200	432	549.9	0
15 - 25	7200	-	4208.9	0	7200	-	1585.1	0
16 - 1	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 2	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 3	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 4	7200	-	7200	-	7200	-	2733.9	0
16 - 5	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 6	7200	-	7200	-	7200	-	2420.1	0
16 - 7	7200	-	7200	-	7200	-	1986	0
16 - 8	7200	-	7200	-	7200	-	2707.3	0
16 - 9	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 10	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 11	7200	-	7200	-	7200	-	6170.4	0
16 - 12	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 13	7200	-	7200	-	7200	-	4894	0
16 - 14	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 15	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 16	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 17	7200	-	7200	-	7200	-	7200	16
16 - 18	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 19	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 20	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 21	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 22	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
16 - 23	7200	-	7200	-	7200	-	4569	0
16 - 24	7200	-	7200	-	7200	-	7200	24
16 - 25	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
# meilleures	0		1		0		33	

4.5.2 Classes d'instances I, II, III, A, B et C

Les instances des classes I, II, III ont deux terminaux maritimes multimodaux et celles des classes A, B, C ont un terminal pour navires, camions et un terminal pour barges fluviales, trains. Le niveau de trafic annuel est de 2,5 (classes d'instances I, A), 3 (classes d'instances II, B) ou 3,5 (classes d'instances III, C) millions d'EVP. L'horizon de planification est à cinq jours.

Paramétrage des heuristiques

Lors de la résolution des instances des classes I, II, III, A, B et C, le paramétrage des heuristiques est le suivant, pour l'étape de pré-affectation et l'étape de résolution du PLVM.

Étape de pré-affectation Les ensembles de véhicules pré-affectés aux terminaux et les valeurs utilisées pour la tolérance sur l'écart relatif lors de la résolution du problème de pré-affectation sont données dans la table 4.11.

Table 4.11 – Paramétrage pour le problème de pré-affectation

<table>
<tr><th rowspan="2">Classe</th><th colspan="3">Véhicules pré-affectés</th><th rowspan="2">Tolérance sur l'écart relatif</th></tr>
<tr><th>Bateaux</th><th>Trains</th><th>Groupes de camions</th></tr>
<tr><td>I</td><td>Tous les navires aux longs cours</td><td rowspan="2">Aucun</td><td rowspan="6">Aucun</td><td>0</td></tr>
<tr><td>II</td><td rowspan="2">Tous les navires aux longs cours et les navires caboteurs</td><td>0.3[1]</td></tr>
<tr><td>III</td><td>1 sur 2</td><td>0.6[1]</td></tr>
<tr><td>A</td><td>Tous les navires aux longs cours</td><td rowspan="3">Aucun</td><td>0</td></tr>
<tr><td>B</td><td rowspan="2">Tous les navires aux longs cours et les navires caboteurs</td><td>0.2[1]</td></tr>
<tr><td>C</td><td>0.3[1]</td></tr>
</table>

Étape de résolution du PLVM La résolution du PLVM après pré-affectation est assurée par un solveur, ou par une méthode parmi l'heuristique du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation. La limite sur le temps de calcul pour cette résolution est choisie suivant la rapidité observée de la méthode pour chaque classe d'instances, afin d'avoir le meilleur compromis entre la qualité des solutions obtenues et le nombre de pré-affectations testées. Le solveur est toujours utilisé avec les réglages par défaut.

Pour la résolution directe, le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit est limité à une durée entre 3600 et 4400 secondes, qui augmente avec la taille de l'instance.

Pour l'heuristique du problème maître restreint, des colonnes sont générées pour tous les bateaux et les trains. Les variables de la formulation compacte sont utilisées pour les

1. Notons à nouveau les valeurs assez élevées de tolérance sur l'écart relatif pour la résolution du problème de pré-affectation, pour la même raison que celle donnée page 96.

camions. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit varie entre 2700 et 3000 secondes et elle augmente avec la taille des instances.

Pour l'heuristique de relaxation et fixation, l'ensemble des bateaux est partitionné en sous-ensembles avec entre 7 et 13 bateaux, l'ensemble des trains est partitionné en deux et tous les groupes de camions sont traités en même temps. La tolérance sur l'écart relatif lors de la résolution du problème de partition varie entre 0 et 0,7 [2] et elle augmente avec la taille des instances. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit varie entre 2000 et 2800 secondes et elle augmente avec la taille des instances.

Pour l'heuristique de restriction et fixation, la résolution des sous-problèmes par mode de transport avec l'heuristique de relaxation et fixation repose sur la même partition que celle de la résolution du PLVM après pré-affectation par l'heuristique de relaxation et fixation. La limite sur le temps de calcul pour la résolution du PLVM réduit est la même que celle pour l'heuristique de relaxation et fixation.

Résultats

Dans les tables 4.12, 4.13, 4.14, 4.16, 4.17, 4.18, des résultats sont respectivement rapportés pour les classes d'instances I, II, III, A, B, C. Les tables de résultats comportent de plus une colonne RD, pour la résolution directe, sans pré-affectation. Dans la table 4.18, les relaxations linéaires de 4 instances sont irréalisables et indiquées par *inf.* Les expériences ont été effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4. Rappelons que deux instances avec le même numéro des classes A et I ou B et II ou C et III diffèrent uniquement par la configuration portuaire des terminaux à conteneurs.

Sans pré-affectation, la résolution directe ne peut pas fournir de solution entière aux instances des classes II et III. Certaines instances de la classe I, I - 16, I - 24, I - 30, I - 34 ont probablement une solution optimale de valeur strictement positive, mais la valeur de la relaxation linéaire du PLVM sans pré-affectation est de zéro. Aucune preuve d'optimalité pour une solution de valeur strictement positive n'est obtenue.

L'heuristique PA RF2 réalise la meilleure performance en terme de nombre de meilleures solutions obtenues le plus rapidement (202), suivi dans l'ordre par PA RF (41), PA HMR (11), PA RD (11) et RD (1). Par niveau de trafic et par heuristique, les taux d'obtentions de solutions entières et de solutions optimales sont les suivants. PA RF2 fournit une solution entière à 100% des instances des classes I et A, 88% des instances des classes II et B, 86% des instances des classes III et C. Elle fournit une solution optimale à 91% des instances des classes I et A, 71% des instances des classes II et B, 70% des instances des classes III et C. Pour PA RF, les pourcentages de solutions entières à ces classes d'instances sont respectivement de 97%, 93%, 82% et ceux de solutions optimales sont respectivement de 91%, 75%, 71%. Du point de vue des nombres de solutions entières et de solutions optimales obtenues, les résultats sont donc similaires pour PA RF2 et PA RF, avec respectivement 91% et 90% de solutions entières ainsi que 77% et 79% et de solutions entières optimales. Pour PA HMR, les pourcentages de solutions entières à ces

2. Notons encore une fois les valeurs assez élevées de tolérance sur l'écart relatif pour la résolution du problème de partition, pour la même raison que celle donnée page 96.

classes d'instances sont respectivement de 95%, 71%, 26% et ceux de solutions optimales sont respectivement de 82%, 58%, 15%. Pour PA RD, ils sont respectivement de 97%, 70%, 60% et ceux de solutions optimales sont respectivement de 88%, 62%, 46%. Ces résultats de PA RD sont meilleurs que ceux de PA HMR, particulièrement pour les instances des classes III et C. Pour RD, ils sont respectivement de 90%, 24%, 5% et ceux de solutions optimales sont respectivement de 85%, 24%, 5%. Pour toutes les heuristiques, les taux d'obtention de solutions entières et de solutions optimales diminuent lorsque le niveau de trafic augmente.

Les instances des classes I et A ont par paire les mêmes trafics, ainsi que les instances des classes B et II, et les instances des classes C et III. Dans ces cas, planifier pour les instances des classes A, B, C est numériquement plus facile que pour les instances des classes I, II, III. Une solution entière réalisable est obtenue par résolution directe à environ 53% des instances des classes A, B, C mais seulement à 28% des instances des classes I, II, III. La raison est que dans les instances des classes A, B, C, le seul terminal qui peut prendre en charge les barges et les trains est la plateforme multimodale. Cela réduit le nombre de décisions possibles liées à ces véhicules et à leurs conteneurs, par rapport aux instances des classes I, II, III, ou les barges et les trains peuvent être pris en charge dans deux terminaux.

Les résultats sur les instances des classes I, II, III, démontrent que la coopération entre les deux terminaux maritimes multimodaux peut éviter le retard des bateaux et des trains. Ces bénéfices de la coopération entre terminaux apparaissent dans la table 4.15, où les valeurs des solutions optimales avec et sans coopération sont données. Dans des situations où les deux terminaux devraient fournir des services avec du retard s'ils agissent sans coopérer, la coopération entre eux peut éviter ces retards et ces services se font à l'heure. Les méthodes de résolution utilisées fournissent dans 83% des cas une solution sans retard aux instances des classes I, II, III. De plus, les méthodes proposées obtiennent une solution avec moins de retard que dans le cas sans-coopération dans 87% des cas.

Les résultats sur les instances des classes A, B, C montrent qu'il est possible de coordonner les opérations entre deux terminaux maritimes et une plateforme multimodale, pour les niveaux de trafic considérés.

TABLE 4.12 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe I

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
I - 1	2342.5	0	152.9	0	374.5	0	69.4	0	24.4	0
I - 2	3462.5	0	227.9	0	1419.7	0	70.9	0	31.6	0
I - 3	7008.5	0	446	0	458	0	200	0	41.6	0
I - 4	2014.7	0	215.8	0	102.5	0	147.6	0	28.3	0
I - 5	3167	0	205.6	0	728.7	0	1609.9	0	40.8	0
I - 6	625.4	0	256.1	0	366.7	0	91.2	0	29.8	0
I - 7	5227.1	0	226.2	0	543.2	0	82.4	0	33.3	0
I - 8	1529.3	0	351.9	0	300.6	0	76.9	0	23.8	0
I - 9	7200	-	175.9	0	161.2	0	162.1	0	31.4	0
I - 10	7200	-	7200	30	7200	15	6398.7	0	3611	0
I - 11	987.9	0	253.7	0	204	0	88.4	0	28.7	0
I - 12	511.1	0	174.6	0	308.3	0	71.9	0	22.6	0
I - 13	3415.6	0	304.5	0	161.2	0	86.7	0	69.3	0
I - 14	7200	-	932.5	0	80.3	0	389.4	0	33.1	0
I - 15	7200	-	533.7	0	4833.2	0	337.5	0	36.4	0
I - 16	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	164
I - 17	936.6	0	252.9	0	352.8	0	113.3	0	32.4	0
I - 18	3479	0	200.5	0	241.4	0	82.3	0	26.6	0
I - 19	3178	0	880.7	0	191.7	0	471.1	0	44.2	0
I - 20	2167.2	0	753.2	0	117.1	0	184.9	0	30.3	0
I - 21	6770.5	0	506.2	0	285.3	0	77.4	0	23.6	0
I - 22	1828.7	0	308.2	0	511.5	0	146.8	0	36.9	0
I - 23	2607	0	142	0	324.1	0	63.3	0	29.5	0
I - 24	7200	150	7200	120	7200	120	7200	-	7200	120
I - 25	2696.7	0	210.9	0	256.2	0	75	0	24.3	0
I - 26	2132.7	0	233	0	279.9	0	72.2	0	29.3	0
I - 27	2219	0	290.4	0	493	0	61.9	0	28.1	0
I - 28	2198.4	0	197.9	0	85	0	116.2	0	33	0
I - 29	2939.2	0	285.1	0	78.6	0	55.5	0	24.3	0
I - 30	7200	60	7200	30	7200	60	7200	30	7200	30
I - 31	671.1	0	34.4	0	245.3	0	110.5	0	18.4	0
I - 32	4001.2	0	109.6	0	233	0	77.1	0	17	0
I - 33	857.2	0	151.3	0	287.1	0	87.5	0	26	0
I - 34	7200	-	7200	60	7200	60	7200	60	7200	60
I - 35	2423.2	0	241	0	160.3	0	87.2	0	23.8	0
I - 36	6757.6	0	211.8	0	173.9	0	125.9	0	24.4	0
I - 37	295.2	0	208.7	0	180.9	0	104.6	0	25.5	0
I - 38	2709	0	125.2	0	104.5	0	60.7	0	26.1	0
I - 39	2245.2	0	216.9	0	228.6	0	72.8	0	33.7	0
I - 40	4202.5	0	368	0	7200	3	52.5	0	25	0
I - 41	3420.4	0	569.6	0	136.1	0	147.5	0	30.5	0
I - 42	2704.5	0	206.1	0	156.5	0	72.3	0	39	0
I - 43	2858	0	644.9	0	610.4	0	111.9	0	23.9	0
I - 44	858.7	0	152	0	277.1	0	81.2	0	26.4	0
I - 45	7200	-	202.8	0	172.4	0	60.4	0	23	0
# meilleures	0		3		4		2		43	

Table 4.13 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe II

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
II - 1	7200	-	1798	0	662	0	352.4	0	38.6	0
II - 2	7200	-	294.2	0	1507	0	64.1	0	30.2	0
II - 3	7200	-	161.9	0	381.9	0	223.5	0	42.1	0
II - 4	7200	-	322.5	0	737.3	0	163.3	0	67.4	0
II - 5	7200	-	337.6	0	415.4	0	50.3	0	33.6	0
II - 6	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
II - 7	7200	-	7200	-	7200	63	7200	596	7200	33
II - 8	7200	-	141.7	0	706	0	61.7	0	97	0
II - 9	7200	-	7200	33	7200	8	7200	55	83.9	0
II - 10	7200	-	7200	-	7200	-	7200	329	7200	163
II - 11	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	250
II - 12	7200	-	482.1	0	2256.4	0	63.8	0	37.5	0
II - 13	7200	-	294.9	0	7200	15	661	0	82.6	0
II - 14	7200	-	1123.9	0	1005.4	0	59.4	0	42.4	0
II - 15	7200	-	501.4	0	714.1	0	103.9	0	30.4	0
II - 16	7200	-	787.8	0	1284.7	0	63.5	0	42.5	0
II - 17	7200	-	292.1	0	1181.8	0	58.3	0	33.4	0
II - 18	7200	-	7200	-	7200	310	7200	30	7200	35
II - 19	7200	-	1744.6	0	443	0	103.8	0	30.2	0
II - 20	7200	-	1035.6	0	463.5	0	60.2	0	38.5	0
II - 21	7200	-	7200	60	1762.4	0	155.2	0	70.4	0
II - 22	7200	-	7200	225	7200	146	1307.1	0	7200	85
II - 23	7200	-	379.4	0	473.7	0	142.9	0	45.6	0
II - 24	7200	-	661.5	0	525.7	0	69.9	0	35.3	0
II - 25	7200	-	7200	140	7200	140	4431	0	38.3	0
II - 26	7200	-	7200	-	7200	-	7200	115	7200	-
II - 27	7200	-	608.2	0	1494.6	0	83.5	0	51.6	0
II - 28	7200	-	1315.9	0	3247.2	0	1197.3	0	45.8	0
II - 29	7200	-	860.2	0	738.5	0	62.7	0	46.8	0
II - 30	7200	-	7200	-	2081.2	0	156.1	0	2391.7	0
II - 31	7200	-	788.6	0	404.8	0	75	0	29.8	0
II - 32	7200	-	932.2	0	1884.6	0	7200	55	41.3	0
II - 33	7200	-	7200	-	7200	30	1112.8	0	7200	60
II - 34	7200	-	7200	-	7200	-	4578.4	0	7200	30
II - 35	7200	-	7200	-	7200	-	7200	90	7200	90
II - 36	7200	-	7200	-	428.2	0	4938.2	0	67.1	0
II - 37	7200	-	483.6	0	3644	0	1176.6	0	38.9	0
II - 38	7200	-	7200	-	7200	-	6390.2	0	7200	-
II - 39	7200	-	877.4	0	7200	0	84.7	0	54.1	0
II - 40	7200	-	7200	-	7200	-	6755	0	257.1	0
II - 41	7200	-	772.1	0	1596.7	0	57.5	0	40	0
II - 42	7200	-	291.6	0	314.1	0	65.4	0	38	0
II - 43	7200	-	7200	11	5936.5	0	162.2	0	598.1	0
II - 44	7200	-	367.7	0	2556.7	0	120.8	0	41.1	0
II - 45	7200	-	418.3	0	1414.2	0	86	0	141.7	0
# meilleures	0		0		0		12		33	

TABLE 4.14 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe III

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
III - 1	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
III - 2	7200	-	7200	-	7200	-	1652.6	0	58.1	0
III - 3	7200	-	7200	-	7200	155	7200	-	7200	120
III - 4	7200	-	7200	-	7200	-	5022.9	0	81.9	0
III - 5	7200	-	7200	-	7200	119	7200	123	7200	150
III - 6	7200	-	7200	-	7200	-	5671.7	0	85.2	0
III - 7	7200	-	3524.7	0	7200	-	230.1	0	43.4	0
III - 8	7200	-	3463.8	0	7200	-	1631.6	0	58.4	0
III - 9	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
III - 10	7200	-	7200	-	7200	1094	7200	3	3321.3	0
III - 11	7200	-	7200	-	7200	-	7200	90	7200	120
III - 12	7200	-	7200	1323	7200	-	632.6	0	71.6	0
III - 13	7200	-	7200	-	7200	-	7200	150	7200	120
III - 14	7200	-	7200	-	7200	-	5564.8	0	2840.2	0
III - 15	7200	-	7200	1020	7200	685	312.7	0	52	0
III - 16	7200	-	7200	-	7200	-	1856	0	63.6	0
III - 17	7200	-	3052.1	0	3925.2	0	187.2	0	58.5	0
III - 18	7200	-	3840	0	7200	3	2939.5	0	47.8	0
III - 19	7200	-	1541.9	0	7200	628	267	0	58.5	0
III - 20	7200	-	7200	-	7200	-	1335.5	0	47.2	0
III - 21	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
III - 22	7200	-	7200	-	7200	438	2027.7	0	214.5	0
III - 23	7200	-	7200	-	7200	90	7200	66	7200	90
III - 24	7200	-	7200	15	7200	-	5642	0	153.4	0
III - 25	7200	-	2122.6	0	7200	-	277.3	0	58.9	0
III - 26	7200	-	7200	-	7200	-	7200	156	7200	-
III - 27	7200	-	7200	142	7200	-	1034.7	0	49.7	0
III - 28	7200	-	7200	90	7200	807	256.2	0	87.9	0
III - 29	7200	-	7200	22	7200	311	308.6	0	44.6	0
III - 30	7200	-	7200	60	7200	-	210.2	0	46.6	0
III - 31	7200	-	7200	6	7200	12	328.3	0	84.1	0
III - 32	7200	-	7200	-	7200	-	7200	80	7200	55
III - 33	7200	-	7200	14	7200	-	1391	0	64	0
III - 34	7200	-	7200	-	7200	-	308.3	0	134.3	0
III - 35	7200	-	3315.8	0	7200	-	247.4	0	69.1	0
III - 36	7200	-	3622.6	0	7200	-	2664.3	0	81.9	0
III - 37	7200	-	3264.9	0	7200	-	1156.8	0	50.7	0
III - 38	7200	-	6814.7	0	7200	-	1226.8	0	52.2	0
III - 39	7200	-	2166.8	0	7055.9	0	2473.8	0	38.5	0
III - 40	7200	-	7200	420	7200	-	4236.7	0	61.6	0
III - 41	7200	-	1449.7	0	7200	-	257.1	0	51.9	0
III - 42	7200	-	5257.6	0	7200	-	226.1	0	52.7	0
III - 43	7200	-	7200	-	7200	-	478.6	0	6601.5	0
III - 44	7200	-	7200	-	7200	-	7200	155	7200	90
III - 45	7200	-	7200	12	7200	-	299.4	0	44	0
# meilleures	0		0		1		4		37	

Table 4.15 – Bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux

Ins.	Meilleure valeur connue avec coop.	Valeur optimale sans coop.	Ins.	Meilleure valeur trouvée avec coop.	Valeur optimale sans coop.	Ins.	Meilleure valeur trouvée avec coop.	Valeur optimale sans coop.
I - 1	0	115	II - 1	0	172	III - 1	150	150
I - 2	0	120	II - 2	0	149	III - 2	0	145
I - 3	0	224	II - 3	0	149	III - 3	120	120
I - 4	0	150	II - 4	0	144	III - 4	0	150
I - 5	0	90	II - 5	0	169	III - 5	119	150
I - 6	0	115	II - 6	179	179	III - 6	0	180
I - 7	0	219	II - 7	33	143	III - 7	0	170
I - 8	0	145	II - 8	0	143	III - 8	0	120
I - 9	0	85	II - 9	0	138	III - 9	150	150
I - 10	0	224	II - 10	163	163	III - 10	0	115
I - 11	0	150	II - 11	250	409	III - 11	90	90
I - 12	0	254	II - 12	0	403	III - 12	0	90
I - 13	0	120	II - 13	0	430	III - 13	120	120
I - 14	0	115	II - 14	0	380	III - 14	0	85
I - 15	0	120	II - 15	0	380	III - 15	0	85
I - 16	164	224	II - 16	0	375	III - 16	0	120
I - 17	0	150	II - 17	0	400	III - 17	0	115
I - 18	0	90	II - 18	30	410	III - 18	0	90
I - 19	0	120	II - 19	0	199	III - 19	0	90
I - 20	0	225	II - 20	0	193	III - 20	0	120
I - 21	0	90	II - 21	0	170	III - 21	120	120
I - 22	0	194	II - 22	0	170	III - 22	0	115
I - 23	0	120	II - 23	0	165	III - 23	66	90
I - 24	120	120	II - 24	0	190	III - 24	0	120
I - 25	0	115	II - 25	0	200	III - 25	0	90
I - 26	0	120	II - 26	115	115	III - 26	120	120
I - 27	0	224	II - 27	0	120	III - 27	0	150
I - 28	0	120	II - 28	0	115	III - 28	0	145
I - 29	0	150	II - 29	0	329	III - 29	0	120
I - 30	30	90	II - 30	0	323	III - 30	0	150
I - 31	0	120	II - 31	0	560	III - 31	0	150
I - 32	0	225	II - 32	0	350	III - 32	55	170
I - 33	0	120	II - 33	0	300	III - 33	0	120
I - 34	60	115	II - 34	0	300	III - 34	0	150
I - 35	0	120	II - 35	90	295	III - 35	0	140
I - 36	0	224	II - 36	0	320	III - 36	0	135
I - 37	0	150	II - 37	0	330	III - 37	0	110
I - 38	0	90	II - 38	0	140	III - 38	0	140
I - 39	0	225	II - 39	0	140	III - 39	0	140
I - 40	0	225	II - 40	0	135	III - 40	0	110
I - 41	0	220	II - 41	0	173	III - 41	0	140
I - 42	0	225	II - 42	0	150	III - 42	0	60
I - 43	0	329	II - 43	0	150	III - 43	0	115
I - 44	0	255	II - 44	0	145	III - 44	90	90
I - 45	0	195	II - 45	0	170	III - 45	0	90

TABLE 4.16 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe A

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
A - 1	1289.5	0	76.4	0	93.3	0	76.5	0	16.1	0
A - 2	336.5	0	106.9	0	7200	10	78.4	0	29.1	0
A - 3	2026.6	0	85.7	0	31.5	0	70.5	0	33.1	0
A - 4	323.3	0	69.3	0	22.6	0	100.1	0	14	0
A - 5	1938.6	0	100.2	0	90.9	0	97.3	0	221.4	0
A - 6	591.1	0	44.4	0	23.7	0	55	0	15.3	0
A - 7	590.9	0	76.4	0	51.9	0	80.2	0	21.6	0
A - 8	241.6	0	36.7	0	7200	24	36.6	0	16.9	0
A - 9	1130.9	0	79.6	0	23.7	0	38.8	0	12.9	0
A - 10	1736.2	0	7200	30	7200	20	6695.6	0	1371.4	0
A - 11	167.5	0	27.3	0	28.6	0	45.5	0	15.7	0
A - 12	242.1	0	36.3	0	25	0	35.2	0	15.3	0
A - 13	266.8	0	109.6	0	40.6	0	49.9	0	33.3	0
A - 14	1921.2	0	205.9	0	7200	5	229	0	71.6	0
A - 15	1286.4	0	41.7	0	7200	39	118.8	0	19.7	0
A - 16	7200	-	7200	-	7200	-	7200	164	7200	170
A - 17	125.9	0	25.5	0	22.8	0	31.9	0	14.9	0
A - 18	158.1	0	93.7	0	25.4	0	45	0	11.9	0
A - 19	1093.8	0	112.5	0	51.5	0	156.6	0	50.1	0
A - 20	369.2	0	34	0	21.3	0	43.1	0	43.5	0
A - 21	188.8	0	44.5	0	49.1	0	64.2	0	17.4	0
A - 22	140.3	0	82.1	0	33.3	0	49.9	0	20.2	0
A - 23	94.6	0	30.8	0	24.9	0	49.1	0	16.7	0
A - 24	7200	150	7200	120	7200	-	7200	120	7200	120
A - 25	330.8	0	90.2	0	22.7	0	30.9	0	15.4	0
A - 26	363	0	88.6	0	76	0	82.2	0	17	0
A - 27	218.6	0	87.2	0	21.9	0	40.8	0	18.9	0
A - 28	361.8	0	86.5	0	23.2	0	39.1	0	19.1	0
A - 29	185.1	0	37.8	0	25.6	0	35.2	0	14.6	0
A - 30	7200	30	7200	30	7200	-	7200	30	7200	30
A - 31	235.7	0	28.7	0	17.6	0	34.1	0	13.4	0
A - 32	462.4	0	26.6	0	20.1	0	30.8	0	11.3	0
A - 33	262.3	0	86.9	0	39.6	0	38	0	13	0
A - 34	7200	-	7200	60	7200	65	7200	60	7200	60
A - 35	167.4	0	97.7	0	173.2	0	50.6	0	15.5	0
A - 36	609.4	0	47.4	0	31.3	0	56.2	0	17.3	0
A - 37	62.8	0	29.3	0	21.2	0	37.8	0	13.5	0
A - 38	355.7	0	91.6	0	23.6	0	29.2	0	14.6	0
A - 39	225.6	0	90.4	0	16.8	0	77.4	0	14.1	0
A - 40	151.4	0	89.6	0	7200	60	62.1	0	17.7	0
A - 41	454.5	0	65.1	0	55.1	0	268.4	0	15.5	0
A - 42	137.3	0	71.7	0	33	0	82	0	20.8	0
A - 43	241.7	0	81.9	0	26.3	0	64	0	19	0
A - 44	106.1	0	23	0	22	0	34.9	0	14.4	0
A - 45	172.6	0	60	0	19.6	0	35	0	11.9	0
# meilleures	1		3		3		3		40	

Table 4.17 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe B

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
B - 1	362.6	0	97.1	0	226.9	0	52.7	0	27.3	0
B - 2	749.7	0	68.3	0	70.3	0	562.8	0	62.5	0
B - 3	798.5	0	332.3	0	111.4	0	249.5	0	33.7	0
B - 4	6343.7	0	691.3	0	746.8	0	60.8	0	35.7	0
B - 5	795.4	0	332	0	637.9	0	86.2	0	25.7	0
B - 6	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
B - 7	7200	-	7200	-	7200	-	7200	38	7200	249
B - 8	6162.5	0	678.4	0	503.5	0	439.6	0	195.1	0
B - 9	7200	-	2255.9	0	7200	-	7200	39	7200	115
B - 10	7200	-	7200	2135	7200	-	7200	344	7200	-
B - 11	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
B - 12	1134.5	0	368	0	189.3	0	56.8	0	25	0
B - 13	5698.8	0	288.6	0	7200	15	247.7	0	26.8	0
B - 14	2748.1	0	269.3	0	945.1	0	49	0	42.6	0
B - 15	2084.1	0	240.5	0	101.9	0	72.5	0	33.7	0
B - 16	1321.9	0	76.6	0	138.8	0	52	0	30.8	0
B - 17	1031.5	0	157.9	0	172.8	0	56.9	0	24.3	0
B - 18	7200	-	7200	-	7200	-	7200	365	7200	260
B - 19	7200	-	513.6	0	7200	-	207.6	0	40.4	0
B - 20	3432.8	0	413.7	0	41.3	0	387	0	41.4	0
B - 21	4131.7	0	7200	60	7200	3	1052.9	0	406.5	0
B - 22	7200	-	1850.6	0	7200	-	229.6	0	7200	30
B - 23	7200	-	1075.6	0	7200	90	797.9	0	2573.4	0
B - 24	4611.8	0	258.1	0	307.5	0	1096.8	0	40.1	0
B - 25	7200	-	7200	-	7200	-	7200	225	7200	6
B - 26	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
B - 27	892.9	0	469.9	0	101.4	0	1649.4	0	186.9	0
B - 28	7200	-	1186	0	7200	-	257.3	0	2155.3	0
B - 29	7200	-	318.8	0	90.3	0	58.2	0	41.7	0
B - 30	7200	-	7200	-	7200	-	7200	246	7200	-
B - 31	1902.8	0	284.8	0	132.3	0	53.5	0	25.6	0
B - 32	7200	-	7200	-	7200	33	1126.1	0	111.8	0
B - 33	7200	-	7200	-	7200	-	7200	30	7200	300
B - 34	7200	-	7200	-	7200	-	3284.1	0	7200	120
B - 35	7200	-	7200	-	7200	-	7200	380	7200	-
B - 36	7200	-	7200	-	7200	-	227.7	0	2531.6	0
B - 37	7200	-	859.9	0	359.9	0	184	0	124.3	0
B - 38	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
B - 39	6828.2	0	783.9	0	2106.5	0	431.4	0	36	0
B - 40	7200	-	7200	-	7200	-	7200	55	7200	110
B - 41	6417.2	0	436.9	0	122.9	0	45.6	0	29.7	0
B - 42	935.2	0	221.6	0	105.1	0	2275.1	0	29.9	0
B - 43	7200	-	761.7	0	1683.6	0	2082.9	0	1931.7	0
B - 44	917.4	0	1362.3	0	524.8	0	51.3	0	32.5	0
B - 45	3263.5	0	175.2	0	163.9	0	52.5	0	54	0
# meilleures	0		2		2		12		25	

TABLE 4.18 – Résultats comparatifs avec les instances de la classe C

Ins.	RD		PA RD		PA HMR		PA RF		PA RF2	
	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.	durée	val.
C - 1	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
C - 2	7200	-	1510.3	0	7200	136	2836.1	0	1701.1	0
C - 3	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	207
C - 4	7200	-	7200	60	7200	8	192	0	390.2	0
C - 5	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
C - 6	7200	-	535.7	0	7200	12	1101.1	0	129	0
C - 7	7200	-	589.4	0	839.6	0	578	0	26.1	0
C - 8	7200	-	235.3	0	4412.7	0	1294.6	0	33.6	0
C - 9	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
C - 10	7200	-	6972.8	0	7200	-	963.1	0	7200	73
C - 11	7200	-	7200	-	7200	-	7200	93	7200	139
C - 12	7200	-	310.8	0	7200	30	120	0	71.7	0
C - 13	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
C - 14	7200	-	1303	0	7200	76	4423.5	0	3777.6	0
C - 15	7200	-	913.8	0	7200	-	4755.5	0	164.3	0
C - 16	7200	-	323	0	88.7	0	105.6	0	112.4	0
C - 17	7200	-	432.7	0	7200	25	112.8	0	33.9	0
C - 18	7200	-	608.4	0	7200	5	1282.7	0	26.4	0
C - 19	7200	-	307.6	0	7200	-	1257.5	0	134.5	0
C - 20	1433.4	0	788.6	0	435.5	0	461.4	0	25.9	0
C - 21	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	186
C - 22	7200	-	923.2	0	7200	76	134.4	0	163.4	0
C - 23	7200	-	7200	-	7200	90	6229	0	2464.1	0
C - 24	7200	-	6375.8	0	7200	60	175.6	0	585.7	0
C - 25	7200	-	517.8	0	200.2	0	1272.8	0	32.5	0
C - 26	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	123
C - 27	7200	-	560.3	0	7200	-	337.5	0	28.7	0
C - 28	7200	-	661.2	0	124.7	0	149.2	0	29.5	0
C - 29	7200	-	1164.9	0	426	0	157.5	0	61.5	0
C - 30	7200	-	222.9	0	7200	70	2676	0	236.4	0
C - 31	7200	-	411.7	0	301.5	0	83.8	0	43.7	0
C - 32	7200	-	7200	-	7200	-	7200	90	7200	150
C - 33	7200	-	6420.1	0	3010.7	0	90.1	0	158.5	0
C - 34	7200	-	571.9	0	2570.1	0	2147.5	0	129.5	0
C - 35	5332.3	0	262.4	0	7200	58	1219.7	0	107.7	0
C - 36	irréalisable									
C - 37	irréalisable									
C - 38	7200	-	266.6	0	7200	198	1450	0	30.4	0
C - 39	2543.9	0	214.2	0	465.5	0	87.9	0	30.1	0
C - 40	irréalisable									
C - 41	irréalisable									
C - 42	1048.8	0	120.8	0	7200	6	233.9	0	31.4	0
C - 43	7200	-	5577	0	7200	-	2169.2	0	7200	6
C - 44	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-	7200	-
C - 45	4408	0	204.7	0	2737.5	0	113.2	0	52	0
# meilleures	0		3		1		8		24	

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, quatre heuristiques basées sur la programmation mathématique ont été proposées pour la résolution d'un type d'instances difficiles du PPP. Ce type d'instances comporte des décisions d'affectation de véhicules aux terminaux à conteneurs. Pour ces véhicules, les terminaux de prise en charge doivent être déterminés. A chaque itération, une pré-affectation de certains véhicules aux terminaux est effectuée, ce qui réduit beaucoup la taille du problème. Puis, une méthode de résolution lui est appliquée, parmi la résolution directe du PLVM par un solveur, l'heuristique du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation. Les implémentations de ces heuristiques ont été présentées.

Des expériences numériques ont ensuite été conduites avec les classes d'instances 9 à 16 et I, II, III, A, B, C. Ces instances ont jusqu'à trois terminaux à conteneurs maritimes multimodaux, prenant en charge un trafic annuel de cinq millions d'EVP sur un horizon de planification à sept jours. L'utilisation de l'heuristique de restriction et fixation pour la résolution du problème après pré-affectation donne globalement les meilleures performances. Elle permet d'obtenir une solution optimale à 79% des instances des classes 9 à 16 et une solution optimale à 77% des instances des classes I, II, III, A, B, C. Son taux d'obtention de solutions optimales est notamment de 100% pour les instances des classes 9 à 13 et de 96% pour les instances de la classe 15. Puisque cette heuristique traite ici successivement chaque mode de transport, sans tenir compte des modes de transport suivants, ces résultats montrent que pour les instances considérées, le couplage entre les sous-problèmes par mode de transport est faible. En effet, le stockage des conteneurs, en moyenne de trois jours dans ces instances, découple ces sous-problèmes. Notons que la durée de stockage moyenne des instances est inférieure à celle des grands terminaux à conteneurs portuaires, qui se situe actuellement entre quatre et six jours. Par ailleurs, les résultats avec les instances des classes I, II, III montrent les bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux. Dans des situations où les deux terminaux devraient fournir des services avec du retard s'ils agissent sans coopérer, la coopération entre eux résulte en des services à l'heure. Les méthodes de résolution utilisées fournissent dans 83% des cas une solution sans retard aux instances des classes I, II, III. De plus, ces méthodes obtiennent une solution avec moins de retard que dans le cas sans coopération dans 87% des cas. Ces résultats laissent entrevoir que la coopération entre terminaux augmente significativement la performance du port en terme de temps de rotation des véhicules.

L'utilisation de l'heuristique du problème maître restreint après pré-affectation fournit des résultats irréguliers. D'une part, la diversification des colonnes utilisées pourrait améliorer ses résultats. D'autre part, les variables de la formulation compacte pourraient être utilisées pour plus de véhicules. Finalement, la résolution du problème maître restreint pourrait être effectuée par l'heuristique de relaxation et fixation.

Chapitre 5

Planification en horizon glissant

5.1 Introduction

Bien que la plupart des navires porte-conteneurs opèrent sur des lignes dites régulières, une grande enquête conduite en 2006 a révélé que plus de 40% d'entre eux étaient en retard d'un ou plusieurs jours. Cette enquête, dont les résultats sont étudiés en détails dans [77], ne comptabilise pas moins de 5410 arrivées de navires portes-conteneurs sur 23 routes commerciales est/ouest et nord/sud entre avril et septembre 2006. Pour être plus précis, le pourcentage de navires à l'heure était d'environ 52% et 21% des navires arrivaient avec un jour de retard, 8% avec deux jours de retard, et pas moins de 14% avec trois jours ou plus (les 4% restant étaient en avance de deux ou trois jours). Un retard inattendu peut forcer une compagnie maritime à modifier le planning d'un navire porte-conteneurs à la dernière minute, par exemple en omettant un port sur sa route, ou en intervertissant deux ports. Une conséquence est que les terminaux à conteneurs peuvent faire face à des pics imprévus d'activité, avec des effets en cascade pour tous les navires de passage.

Ce chapitre constitue une étude préliminaire du traitement du Problème de la Planification Portuaire (PPP) en horizon glissant. La gestion dynamique des terminaux à conteneurs y est considérée, avec prise en compte des incertitudes sur les dates d'arrivée des navires. Nous choisissons d'intégrer les incertitudes sur les dates d'arrivée des navires, car ce sont celles avec l'impact le plus important sur l'ensemble de la planification.

Dans un premier temps, le principe général de la planification en horizon glissant est décrit. Dans un second temps, une application de cette méthode pour le PPP est proposée. Dans un troisième temps, des expériences numériques sont conduites, afin d'évaluer l'approche considérée.

5.2 Principe

La planification en horizon glissant est présentée dans [6], pour des problèmes de planification de la production, dont les données présentent des incertitudes, notamment

les demandes. Elle est mise en application pour le problème d'allocations simultanées de postes à quai et de grues dans [17].

En horizon glissant, une solution au modèle est utilisée seulement pour des décisions concernant un futur proche avec des données fiables, où l'application de ces décisions est possible, compte tenu des délais de mise en œuvre. Toutefois, les données sur un futur plus lointain, comportant plus d'incertitudes, sont aussi intégrées au modèle. Cela vise à incorporer l'impact des décisions prises aujourd'hui sur celles à venir. Le modèle est optimisé périodiquement, avec des données actualisées et des données nouvelles, afin de prendre à chaque fois les décisions pour le futur proche. La planification en horizon glissant consiste ainsi en une séquence de décisions déterminée par des solutions successives du modèle, avec à chaque fois l'intégration de données actualisées et de données nouvelles.

Dans ce chapitre, les expressions « horizon de planification », « pas de planification », « période élémentaire », « période élémentaire gelée », sont utilisées avec les sens suivants.

- L'horizon de planification est la période de temps pour laquelle des données sont prises en compte lors de l'optimisation du modèle.
- Un pas de planification est une période de temps entre deux optimisations successives du modèle.
- Une période élémentaire est une période de temps utilisée dans le modèle pour la discrétisation du temps.
- L'horizon gelé est un ensemble de périodes élémentaires au début de l'horizon de planification courant, pour lesquelles les décisions prises au pas de planification précédent sont utilisées, sauf en cas de problème majeur.

Dans [30], les auteurs mentionnent que le choix de la durée du pas de planification résulte de la recherche d'un compromis entre, d'une part un pas trop long, qui nuirait à l'adaptabilité du plan aux changements, et d'autre part un pas trop court, qui nuirait à la stabilité du système, par une réorganisation incessante des activités. Pour le PPP, la durée du pas de planification peut être par exemple un multiple de celle d'un *shift* de travail, alors que la durée des périodes élémentaires dans le modèle en serait un diviseur.

Afin d'intégrer le délai nécessaire pour préparer l'application d'une décision, les premières périodes élémentaires du pas de planification courant peuvent être gelées. Pour le PPP, ce peut être par exemple le gel du premier *shift* de travail de l'horizon de planification. Un problème majeur qui lèverait ce gel pourrait être un important retard de navire à la dernière minute, par exemple à cause d'une avarie technique.

Le principe de la planification en horizon glissant utilisée pour le PPP est illustré sur la figure 5.1. Pour le premier horizon de planification, le modèle est optimisé avant le pas 1, pour les pas 1, 2 et 3, afin de prendre des décisions au pas 1. A la fin du pas 1, le modèle est optimisé, pour les pas 2, 3, et 4, afin de prendre les décisions au pas 2, et ainsi de suite. A chaque pas de planification, les quatre premières périodes élémentaires sont gelées. A la fin de chaque pas de planification, les décisions pour les pas suivants sont donc remises en question, en fonction des données actualisées et des données pour le nouveau pas de planification.

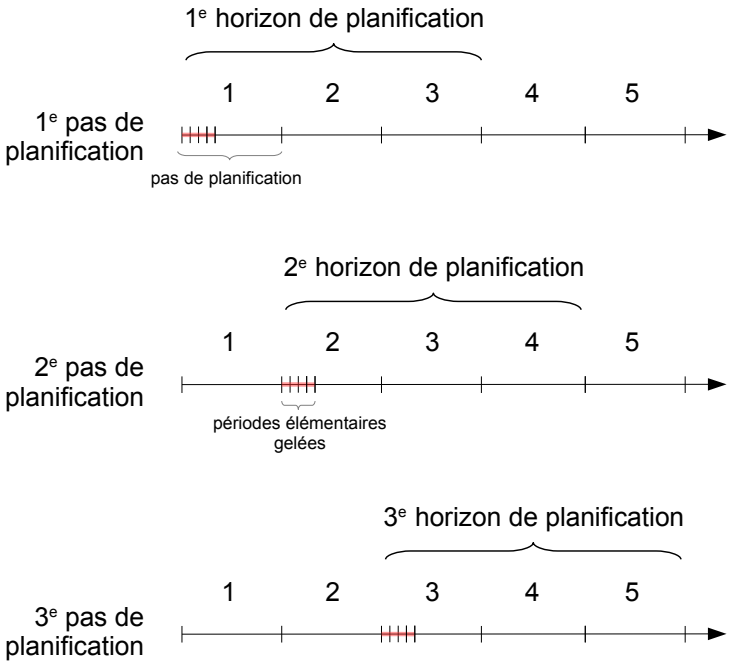

Figure 5.1 – Planification en horizon glissant

5.3 Application au problème de la planification portuaire

5.3.1 Modèle d'incertitude

Modèle

Les retards des navires peuvent avoir des causes diverses, comme une prise en charge plus longue que prévue au port précédent, des conditions climatiques défavorables, une avarie technique, etc. De même, des navires peuvent être en avance, par exemple pour des raisons symétriques aux deux premières causes de retard données. Pour compenser, un navire peut accélérer ou ralentir sur sa route, ce qui influe sur sa consommation de carburant et donc sur les frais associés. Dans [38], les auteurs notent que certains terminaux à conteneurs s'engagent contractuellement à une rapidité de service pour un navire sous réserve que celui-ci arrive dans un intervalle de temps donné. Ceci incite les navires à contrôler les déviations de leurs dates d'arrivée en adaptant leurs vitesses, tant que c'est possible.

Pour perturber les dates d'arrivée des navires, on détermine d'abord aléatoirement pour chacun d'eux si sa date d'arrivée va dévier ou non lors de l'actualisation des données du modèle, avec χ la probabilité de déviation. Pour les navires dont les dates d'arrivée dévient, les dates actualisées suivent des lois normales asymétriques de positions leurs dates d'arrivée prévues, d'échelle σ périodes élémentaires, de paramètre α. La période d'arrivée d'un navire est arrondie à l'entier supérieur lors de la planification, mais elle est

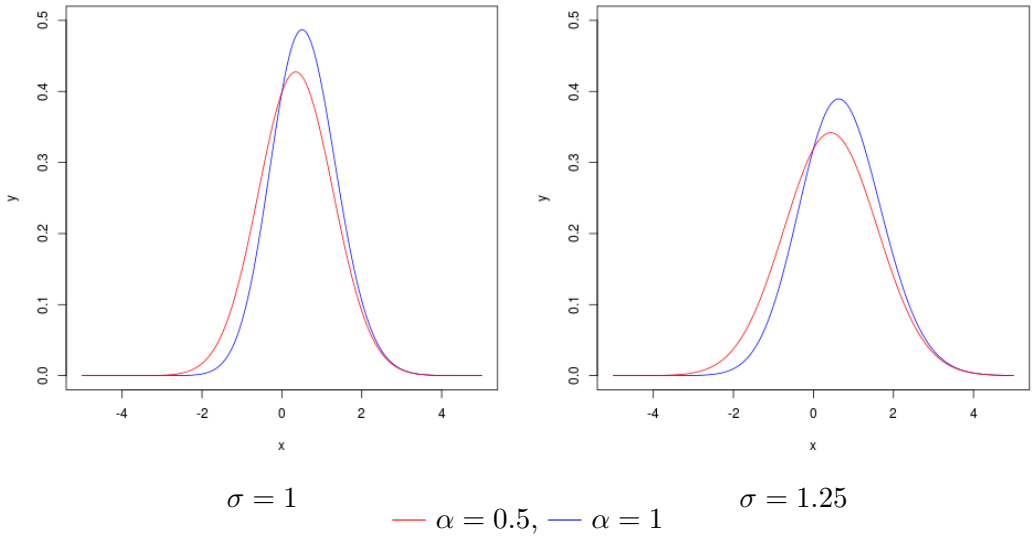

FIGURE 5.2 – Fonctions de densité des distributions normales asymétriques utilisées

mémorisée et actualisée comme un réel. Les dates d'échéance et échue des navires sont aussi décalées de la déviation de la date d'arrivée du navire.

Paramétrage

Nous considérons les perturbations quotidiennes suivantes des dates d'arrivée des navires. Les valeurs de χ sont 0.4 puis 0.6. Les paramètres σ, α sont testés avec les valeurs $(1, 0.5)$, $(1, 1)$, $(1.25, 0.5)$ et $(1.25, 1)$. Les fonctions de densité des distributions normales asymétriques correspondantes sont tracées sur la figure 5.2. A chaque tirage, les valeurs moyennes des retards des navires affectés sont donc respectivement environ 0.3, 0.5, 0.4 et 0.7 périodes.

5.3.2 Paramétrage de l'horizon glissant

Dans [17], les auteurs s'intéressent à la planification en horizon glissant des allocations simultanées de postes à quai et de grues. Ils utilisent un horizon de planification à trois jours avec des périodes de planification de deux *shifts* de travail de 12 heures et des périodes élémentaires de six heures. Ils indiquent que la durée de l'horizon de planification est choisie en accord avec la complexité du problème, l'efficacité des méthodes de résolution et la validité des données.

Nous utilisons aussi pour la planification en horizon glissant un horizon de planification à trois jours, pour la prise en compte des arrivées des véhicules. De même, notre pas de planification est d'un jour, avec des décisions gelées sur le premier *shift* de travail du pas de planification courant. Par contre, notre shift de travail a une durée de huit heures, et la durée de notre période élémentaire est deux heures. Ce paramétrage est illustré sur la

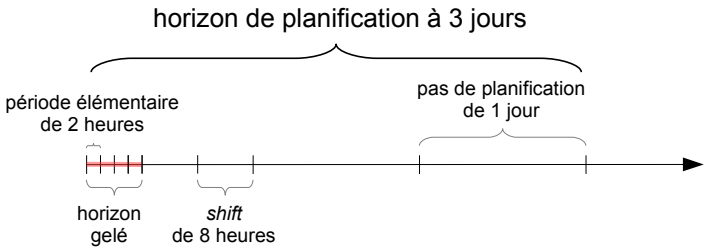

Figure 5.3 – Paramétrage de l'horizon glissant

figure 5.3.

Par ailleurs, il est nécessaire de considérer l'impact des changements de plans sur les opérations hors du champ du modèle, notamment sur celles liées à l'allocation de stockage, présentée à la section 1.4.3. D'une part, nous fixons les terminaux de déchargement et de chargement des lots de conteneurs déterminés lors de l'optimisation précédente, ce qui fixe aussi les terminaux de passage des véhicules. D'autre part, nous interdisons les changements de zones de prise en charge des bateaux et des trains. En effet, les conteneurs sont en général stockés à proximité de l'endroit de prise en charge du véhicule sur lequel il sont manutentionnés, afin de limiter leur transport intra-terminal pendant la prise en charge de ce véhicule. Un changement de zone de prise en charge d'un véhicule peut donc résulter en la ré-organisation de blocs de stockage, et donc en des opérations de dépilement, de transport et d'empilement de conteneurs. Ces opérations coûteuses sont à éviter.

5.4 Expériences numériques

5.4.1 Déroulement

Des expériences numériques sont maintenant conduites avec les instances de la classe I en horizon glissant. Ces instances sont décrites à la section 1.5.3. Lors d'une expérience avec une de ces instances, trois optimisations du modèle sont effectuées, pour ses trois premiers jours. Les données du troisième jour sont donc perturbées trois fois, ce qui est le nombre maximum de perturbations possibles avec le paramétrage utilisé. Pour chacun des triplets de valeurs de χ, σ, α, 10 optimisations en horizon glissant sont réalisées par instance, en partant à chaque fois de l'instance initiale.

Les instances étant de tailles raisonnables et les problèmes traités en horizon glissant étant de tailles plus réduites, la résolution directe par un solveur est utilisée. Les expériences ont été effectuées sur un ordinateur avec un processeur à 3 GHz et 8 Go de mémoire vive. Le solveur de PLVM est CPLEX 12.4, avec le paramétrage par défaut.

Finalement, afin d'évaluer l'optimisation en horizon glissant en tant que méthode de résolution du problème, chaque instance est aussi résolue sans perturbation des dates d'arrivées des navires.

TABLE 5.1 – Réalisabilité en fonction de χ, σ et α

χ	σ	α	Réalisabilité
0.4	1	0.5	95%
		1	87%
	1.25	0.5	87%
		1	79%
0.6	1	0.5	85%
		1	81%
	1.25	0.5	81%
		1	72%

5.4.2 Résultats

Dans la table 5.1, le taux de réalisabilité obtenu pour les instances de la classe I en fonction des paramètres χ, σ, et α est rapporté. On observe que le taux de réalisabilité moyen est d'environ 84% malgré des déviations importantes des arrivées des navires. En effet, leurs arrivées sont perturbées trois fois, ce qui donne parfois la cause suivante d'infaisabilité. Le temps de passage de certains lots de conteneurs est initialement inférieur à un jour. Avec les perturbations répétées des dates d'arrivées des navires, des transferts de conteneurs impliquant des navires deviennent infaisables. Cela se produit quand la date d'arrivée d'un véhicule dépasse la date échue d'un autre véhicule alors qu'un lot de conteneurs doit être transféré du premier vers le second. En pratique, dans de telles situations, il peut être décidé de reporter le transport des conteneurs, plutôt que de retarder le départ du véhicule destinataire.

Avec des déviations des arrivées des navires encore plus sévères, il serait en outre nécessaire de mettre en œuvre des techniques additionnelles pour rendre les planifications robustes. Une méthode utilisée dans [60, 81] est l'ajout de périodes tampons entre deux périodes de services successives de navires sur la même portion de quai, permettant d'absorber les déviations des arrivées.

Dans la table 5.2, des résultats sont rapportés pour la planification en horizon glissant ayant pour base les instances de la classe I, avec des arrivées déterministes et avec des arrivées stochastiques des navires. La colonne « RD » fournit les résultats de la résolution directe à fins de comparaison. La colonne « HG déterministe » donne les résultats de la planification en horizon glissant avec des arrivées déterministes des navires. La colonne « HG stochastique » présente les résultats agrégés avec des arrivées aléatoires et 10 exécutions par instance. Les paramètres χ, σ, α ont respectivement comme valeur 0.4, 1.25 et 0.5. Pour la résolution en horizon glissant, le temps de calcul pour la première optimisation du modèle est donné dans la colonne « durée 1 » et le temps de calcul total est fourni dans la colonne « durée tot. ». Dans le cas stochastique, le nombre d'infaisabilités rencontrées est donné dans la sous-colonne « # inf » et le nombre de solutions sans retard obtenues est rapporté dans la colonne « # 0 ».

Pour la résolution directe, la limite sur le temps de calcul est de 7200 secondes par instance. Pour la planification en horizon glissant, la limite sur le temps de calcul est de 3600 secondes par optimisation du modèle.

Table 5.2 – Résultats de la résolution en horizon glissant avec les instances de la classe I

Instance	RD		HG déterministe			HG stochastique				
	durée	val.	durée 1	durée tot.	val.	# inf.	durée 1 moy.	durée tot. moy.	# 0	val. moy.
I - 1	2342.5	0	241.5	266.8	0	1	72	97.9	9	0
I - 2	3462.5	0	38.5	109.5	0	2	20.1	74.2	8	0
I - 3	7008.5	0	72.8	257.3	0	3	66.4	119.5	7	0
I - 4	2014.7	0	58	123.1	0	1	46.2	77.6	9	0
I - 5	3167	0	504.6	543.3	0	1	78.1	104.8	8	3.3
I - 6	625.4	0	71.5	140.4	0	3	27.6	71.4	7	0
I - 7	5227.1	0	118	205.6	0	0	74.3	157.7	10	0
I - 8	1529.3	0	82.8	150.7	0	0	46.2	76.5	10	0
I - 9	7200	-	416.9	478.8	0	0	76.8	108.9	10	0
I - 10	7200	-	28.2	274.5	0	4	19.6	167.3	6	0
I - 11	987.9	0	12.5	53.4	0	1	11.4	66.4	9	0
I - 12	511.1	0	68.1	155.8	0	4	22	74.4	6	0
I - 13	3415.6	0	13.3	246	0	0	37.2	141.5	10	0
I - 14	7200	-	268.1	603.1	0	1	49.4	169.1	9	0
I - 15	7200	-	15	1031.7	0	1	12.6	222.2	9	0
I - 16	7200	-	3600	3657.9	-	7	27.8	4051.8	0	159.3
I - 17	936.6	0	12.4	48.7	0	1	23.4	70.5	9	0
I - 18	3479	0	36.4	285.1	0	1	20.1	125.1	8	0.3
I - 19	3178	0	51	303.8	0	2	56.4	240.3	6	1.6
I - 20	2167.2	0	77.9	141.9	0	1	20.4	153.9	8	0.7
I - 21	6770.5	0	10.8	209	0	3	22.3	80.9	6	0.4
I - 22	1828.7	0	74.1	116	0	2	53.1	108.5	8	0
I - 23	2607	0	39.7	86.9	0	0	22.5	51.5	10	0
I - 24	7200	150	3600	3652.9	150	1	3600	3637.5	0	107.2
I - 25	2696.7	0	44.6	70.2	0	0	55.2	80.9	10	0
I - 26	2132.7	0	24.2	77.9	0	2	14.1	63.9	7	1
I - 27	2219	0	61.1	168.7	0	0	54.6	104.6	9	0.3
I - 28	2198.4	0	19.3	92.9	0	1	13.7	88.8	9	0
I - 29	2939.2	0	19.5	39.9	0	3	24.9	52	7	0
I - 30	7200	60	3600	3637.4	30	0	1988.1	2010.7	5	24
I - 31	671.1	0	37.5	50.5	0	1	47.2	64.8	9	0
I - 32	4001.2	0	60	95.4	0	0	55.3	77.1	10	0
I - 33	857.2	0	40.4	271.4	0	1	87.3	109.4	9	0
I - 34	7200	-	3600	3774.2	60	5	3600	3646.3	1	84
I - 35	2423.2	0	48.4	101.9	0	1	20.9	58.6	9	0
I - 36	6757.6	0	94.2	156.8	0	1	80.2	121.3	9	0
I - 37	295.2	0	46.9	61	0	0	36.6	57.3	10	0
I - 38	2709	0	66.6	104.2	0	1	60.5	80.3	9	0
I - 39	2245.2	0	519.5	566.8	0	0	147.9	165.1	10	0
I - 40	4202.5	0	139.4	176.7	0	0	75.6	99.5	10	0
I - 41	3420.4	0	155.7	519.7	0	1	166	202.9	9	0
I - 42	2704.5	0	29	130.8	0	1	26.1	69.4	9	0
I - 43	2858	0	160	239.5	0	3	54.1	253.9	6	0.7
I - 44	858.7	0	91.2	130.2	0	1	55	78	9	0
I - 45	7200	-	46.9	62.5	0	0	70.7	97	10	0

En horizon glissant, plus de la majorité du temps de calcul est ici utilisée environ une fois sur deux pour la première optimisation du modèle, qui comporte généralement un plus grand nombre de décisions que les deux optimisations suivantes.

Avec des arrivées déterministes, on observe que les meilleures solutions connues sont obtenues à toutes les instances exceptées I - 16 et I - 24, auxquelles des heuristiques ont fourni de meilleurs solutions. Ces deux instances sont par ailleurs les seules auxquelles aucune solution sans retard n'est obtenue dans le cas stochastique. La résolution en horizon glissant surpasse la résolution directe à la fois au niveau du temps de calcul et au niveau de la qualité des solutions. Avec des arrivées aléatoires, des solutions sans retard sont toujours obtenues pour 76% des instances. Dans le cas ou une solution est obtenue, il s'agit d'une solution sans retard dans 92% des cas. Le coût total de retard moyen est d'environ 9 ce

qui est une valeur faible par rapport au coût de retard par période de 140 du plus grand navire. Ces résultats font donc apparaitre un certain potentiel pour la mise en œuvre du modèle en horizon glissant.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une étude préliminaire du traitement du PPP en horizon glissant a été effectuée, en considérant des déviations des arrivées des navires. Le principe général de l'optimisation en horizon glissant a d'abord été présenté. Puis, son application au PPP a été décrite. Finalement, des expériences numériques ont été conduites.

Les résultats de ces quelques expériences numériques montrent que le taux de réalisabilité moyen proche de 84% est satisfaisant, compte tenu des transferts de conteneurs entre véhicules susceptibles de devenir infaisables, lorsque la date d'arrivée d'un véhicule source dépasse la date échue d'un véhicule destinataire. Une solution serait d'annuler ces transferts et de reporter les transports des conteneurs. De plus, le coût total de retard moyen est faible. Lorsqu'une solution est obtenue, il s'agit d'une solution sans retard dans 92% des cas. Ces résultats indiquent donc que la mise en œuvre du modèle en horizon glissant présente un potentiel pour la gestion dynamique de terminaux à conteneurs.

En outre, l'optimisation en horizon glissant apparait comme une méthode relativement efficace de résolution du PPP dans le cas déterministe. Les optimisations du modèle pourraient être effectuées à l'aide d'une des heuristiques introduites à la section 2.4, pour accélérer la procédure.

Afin de faire face à des perturbations plus sévères des arrivées des navires, une perspective est l'utilisation de périodes tampons entre les périodes de services des navires. Ces périodes tampons seraient ajoutées afin d'absorber les déviations des arrivées des navires. Par ailleurs, la prise en compte des incertitudes sur les arrivées des barges et des trains pourraient être effectuées de façon similaire en horizon glissant.

Conclusion et perspectives

L'objectif principal de cette thèse était de considérer une nouvelle organisation logistique portuaire pour la gestion dynamique de terminaux à conteneurs. Nos travaux se sont intéressés à la coopération entre terminaux dans un port maritime, afin de diminuer les temps de rotation des navires, barges et trains. Les résultats laissent entrevoir que la coopération entre terminaux améliore significativement la performance du système. En pratique, nos idées sont immédiatement applicables aux terminaux d'un seul opérateur dans un port, comme les deux terminaux du groupe Perrigault au port du Havre, ou encore les deux terminaux de la GMP. Si on s'intéresse à plusieurs opérateurs, intervenant dans différents terminaux du port, des questions se posent, par exemple sur la possibilité de sous-contracter régulièrement la prise en charge de navires. Toutefois, l'utilisation d'un terminal partagé dédié à l'hinterland, comme la plateforme multimodale qui entrera bientôt en service au port du Havre, appelle à renforcer la coopération entre les membres du système. Ce chapitre résume le travail accompli et donne des perspectives pour la poursuite des recherches.

Dans le premier chapitre, le Problème de la Planification Portuaire (PPP) a été présenté. Afin de traiter ce problème, nous avons proposé un modèle tactique pour la planification de la prise en charge de flux de conteneurs par des terminaux coopérant dans un port. Les véhicules des différents modes de transport y sont explicitement représentés : les navires aux longs cours, navires caboteurs, barges fluviales, trains et camions. Les camions y sont considérés par groupe. La granularité du modèle pour les conteneurs est le lot. Un lot est un ensemble de conteneurs qui sont déchargés d'un véhicule source et chargés plus tard sur un autre véhicule destinataire. Un groupe de camions est considéré comme un seul véhicule. Le modèle permet de déterminer une allocation de ressources pour la prise en charge de ces véhicules et de leurs conteneurs, ainsi que les intervalles temporels correspondants. Ce modèle a été positionné par rapport à ceux de la littérature, où très peu d'études de ce type existent. La méthode de génération d'instances que nous avons implémentée à été décrite, ainsi que les classes d'instances réalistes et variées utilisées pour les expériences numériques.

Le second chapitre a permis de définir plusieurs méthodes de résolution du PPP. Ces méthodes sont basées sur la programmation linéaire en variables mixtes. La méthode standard de résolution par séparation et évaluation progressive avec génération de coupes (*branch-and-cut* en anglais) a d'abord été présentée. Puis, plusieurs méthodes de décomposition exploitant la structure particulière de la formulation du PPP ont été considérées. Dans un premier temps, une méthode exacte a été décrite, basée sur la décomposition de Dantzig-Wolfe et sur un algorithme par séparation et génération de colonnes progressive

(*branch-and-price* en anglais). Dans un second temps, plusieurs heuristiques basées sur la décomposition structurelle du problème et la programmation mathématique ont été introduites : une heuristique de relaxation et fixation, une heuristique du problème maître restreint et une heuristique de restriction et fixation. A notre connaissance, cette dernière heuristique n'avait pas été proposée auparavant. Les méthodes de résolution proposées pour la formulation du PPP sont applicables à d'autres formulations présentant la même structure.

Dans le troisième chapitre, une formulation du PPP comme un programme linéaire en variables mixtes a été introduite. Des expériences numériques ont été conduites avec sa résolution directe par un solveur. D'une part, leurs résultats montrent qu'il est possible de traiter certaines instances réalistes de cette manière. Ces instances ont un terminal maritime multimodal ou un terminal pour navires, camions et un terminal pour barges fluviales, trains. Leur niveau de trafic annuel est d'au plus quatre millions d'Equivalents Vingt Pieds (EVP). Leur horizon de planification est d'au plus sept jours. D'autre part, ces résultats montrent que la résolution directe est peu efficace pour les instances présentant des décisions d'affectation de véhicules aux terminaux. Par ailleurs, des résultats obtenus avec la formulation décomposée et l'algorithme de génération de colonnes indiquent que notre implémentation de cette méthode est peu compétitive. La dégénérescence des problèmes maîtres restreints reste problématique après stabilisation de la génération de colonnes, et le traitement du sous-problème est parfois trop long. Finalement, nous avons montré comment une formulation du problème d'allocation de postes à quai connue dans la littérature peut être obtenue depuis notre formulation du PPP. Des expériences numériques ont été conduites avec les instances de référence de la littérature et la résolution directe de la formulation par un solveur. Les instances ont jusqu'à 60 bateaux et 13 postes à quai. L'horizon de planification est de 12 jours. Chacune des instances est résolue en moins de trente secondes. Ces derniers résultats confirment ceux rapportés précédemment dans la littérature, et donc le fait qu'il s'agit de la meilleure approche connue pour cette version du problème d'allocation de postes à quai.

Le quatrième chapitre s'est intéressé à une famille d'heuristiques pour la résolution d'instances difficiles du PPP, dans lesquelles des décisions d'affectation de véhicules aux terminaux doivent être prises. A chaque itération, une pré-affectation de certains véhicules aux terminaux est déterminée, ce qui réduit beaucoup la taille du problème. Puis, une méthode de résolution lui est appliquée, parmi la résolution directe par un solveur, l'heuristique du problème maître restreint, celle de relaxation et fixation et celle de restriction et fixation. Des expériences numériques ont été menées. Les instances ont jusqu'à trois terminaux à conteneurs maritimes multimodaux, prenant en charge un trafic annuel de cinq millions d'EVP sur un horizon de planification à sept jours. L'utilisation de l'heuristique de restriction et fixation pour la résolution du problème après pré-affectation donne globalement les meilleures performances. Si on se restreint aux instances avec un trafic annuel d'au plus trois millions d'EVP, supérieur à celui du port du Havre l'année dernière d'environ un demi million d'EVP, les taux d'obtention de solutions réalisables et de solutions optimales avec l'heuristique de restriction et fixation sont respectivement de 97% et 91%. L'utilisation de l'heuristique de restriction et fixation fournit des performances similaires en terme de qualité des solutions et de faisabilité, mais la résolution est alors plus lente. Par ailleurs, les résultats montrent les bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux. Dans des situations où les deux terminaux devraient fournir des services avec du retard s'ils agissent sans coopérer, la coopération entre

eux résulte en des services à l'heure. Ces résultats laissent entrevoir que la coopération entre terminaux augmente significativement la performance du port en terme de temps de rotation des véhicules.

Dans le cinquième chapitre, une étude préliminaire de la mise en œuvre du modèle en horizon glissant a été effectuée, pour la gestion dynamique des terminaux à conteneurs. Des déviations quotidiennes aléatoires des dates d'arrivée des navires ont été considérées. Dans un premier temps, le principe général de la planification en horizon glissant a été présenté. Dans un second temps, son application au PPP a été décrite. Dans un troisième temps, des expériences numériques ont été conduites. Leurs résultats indiquent que la planification en horizon glissant présente un potentiel pour la gestion dynamique de terminaux à conteneurs. En effet, grace à cette méthode, des solutions réalisables sont obtenues dans 84% des cas, ce qui est satisfaisant au vu des perturbations sévères considérées. De plus, lorsqu'une solution est obtenue, il s'agit d'une solution sans retard dans 92% des cas. En outre, l'optimisation en horizon glissant apparait comme une méthode relativement efficace de résolution du PPP dans le cas déterministe.

Nous donnons en perspectives trois directions pour la poursuite de nos recherches. Une première direction s'intéresse au développement d'une méthode rapide d'obtention d'une bonne borne duale. Cette borne duale permettrait d'évaluer la qualité des meilleures solutions connues à certaines instances avec un coût total de retard positif et une borne duale nulle. Elle pourrait être utilisé comme critère d'arrêt de la famille d'heuristiques proposée au chapitre 4, ou encore comme fonction d'évaluation des pré-affectations, afin de guider par exemple une recherche locale.

Une deuxième direction concerne les heuristiques basées sur la programmation mathématique. L'heuristique de relaxation et fixation avec la stratégie structurelle de partitionnement des variables et l'heuristique de restriction et fixation pourraient être évaluées sur des instances de référence de problèmes connus. Par ailleurs, des combinaisons d'heuristiques pourraient être testées. Par exemple, une heuristique pourrait utiliser à un premier niveau la planification en horizon glissant. Au deuxième niveau, les sous-problèmes de l'horizon glissant seraient eux même résolus par relaxation et fixation, avec une décomposition structurelle.

Une troisième direction a rapport à la prise en compte des incertitudes sur les données. Pour les navires, l'utilisation de tampons temporels entre les périodes de service consécutives planifiées sur la même portion de quai permettrait d'absorber non seulement les déviations des arrivées mais aussi les variations des temps de service. Ceci conférerait un caractère robuste supplémentaire aux solutions du modèle pour le PPP.

Table des figures

1 Évolution du trafic mondial de conteneurs [66] 14
2 Le système de ports à conteneurs européen [61] 15
3 Evolution du trafic de conteneurs dans les ports français et dans leurs compétiteurs proches, en équivalents vingt pieds [18] 16
4 Terminaux maritimes en eaux profondes de Port 2000 au Havre 17
5 Plateforme multimodale du port du Havre 17

1.1 Vue schématique d'un terminal à conteneurs maritime multimodal [78] . . . 22
1.2 Grues de quai dans le port de Rotterdam 22
1.3 Portiques dans le port de Wilhelmshaven 23
1.4 Chariots cavaliers et chariot élévateur 23
1.5 Zones de prise en charge et groupes de grues dans un terminal 25
1.6 Flux de conteneurs partiel dans deux terminaux 26
1.7 Exemple où la condition 1 n'est pas suffisante pour amarrer les bateaux . . 28
1.8 Plan d'allocations de postes à quai et de grues [35] 29
1.9 Hiérarchie de sous-problèmes de la planification portuaire [83] 31
1.10 Flux de conteneurs dans un terminal de transbordements entre navires [51] 32
1.11 Flux de conteneurs dans un groupe de terminaux [39] 34
1.12 Allocation d'espace de stockage aux groupes de conteneurs [52] 35

2.1 Exécution d'un algorithme par séparation et évaluation progressive 44
2.2 Génération de coupes 46
2.3 Stabilisation de la génération de colonnes 54
2.4 Heuristique de restriction et fixation 58

5.1 Planification en horizon glissant 117
5.2 Fonctions de densité des distributions normales asymétriques utilisées . . . 118
5.3 Paramétrage de l'horizon glissant 119

Liste des tableaux

1 Répartition des modes d'acheminement dans l'hinterland (en pourcentage) [64] 14

1.1 Caractéristiques des bateaux 36
1.2 Caractéristiques des terminaux à conteneurs des instances des classes 1 à 16 38
1.3 Récapitulatif des classes d'instances 1 à 16 39
1.4 Caractéristiques des terminaux à conteneurs des instances des classes I, II, III et A, B, C 41
1.5 Récapitulatif des classes d'instances I, II, III et A, B, C 41

3.1 Notations pour les terminaux à conteneurs, les zones de prise en charge et les groupes de grues 62
3.2 Notations pour les bateaux, les trains et les camions 63
3.3 Notations pour les lots de conteneurs 63
3.4 Notations pour le transport inter-terminal des conteneurs 64
3.5 Notations pour les périodes temporelles 64
3.6 Variables pour les bateaux, les trains et les groupes de camions 65
3.7 Variables pour les lots de conteneurs 65
3.8 Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 1 à 4 73
3.9 Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 5 et 6 73
3.10 Résultats de la résolution directe avec les instances des classes 9 à 12 74
3.11 Résultats comparatifs avec la génération de colonnes 75
3.12 Résultats pour 25 bateaux, 5 postes à quai 80
3.13 Résultats pour 25 bateaux, 7 postes à quai 80
3.14 Résultats pour 25 bateaux, 10 postes à quai 80
3.15 Résultats pour 35 bateaux, 7 postes à quai 81
3.16 Résultats pour 35 bateaux, 10 postes à quai 81
3.17 Résultats pour 60 bateaux, 13 postes à quai 82

4.1 Notations pour le problème de pré-affectation 87
4.2 Variables du problème de pré-affectation 88
4.3 Comparaison de trois stratégies pour l'heuristique de relaxation et fixation avec les instances de la classe I 92
4.4 Notations pour le problème de partitionnement 94
4.5 Variables du problème de partitionnement 94
4.6 Résultats comparatifs avec les instances des classes 9 et 10 99
4.7 Nombres moyens de pré-affectations testées avec les instances des classes 9 et 10 99

4.8 Résultats comparatifs avec les instances des classes 11 et 12 100
4.9 Résultats comparatifs avec les instances des classes 13 et 14 101
4.10 Résultats comparatifs avec les instances des classes 15 et 16 102
4.11 Paramétrage pour le problème de pré-affectation 103
4.12 Résultats comparatifs avec les instances de la classe I 106
4.13 Résultats comparatifs avec les instances de la classe II 107
4.14 Résultats comparatifs avec les instances de la classe III 108
4.15 Bénéfices de la coopération entre deux terminaux maritimes multimodaux . 109
4.16 Résultats comparatifs avec les instances de la classe A 110
4.17 Résultats comparatifs avec les instances de la classe B 111
4.18 Résultats comparatifs avec les instances de la classe C 112

5.1 Réalisabilité en fonction de χ, σ et α 120
5.2 Résultats de la résolution en horizon glissant avec les instances de la classe I 121

A.1 Caractéristiques du PLVM après réduction par le solveur pour des instances des classes I, II, III, A, B, C 133

Annexe A

Annexes

A.1 Contraintes techniques (3.11)-(3.13)

Dans cette section, nous montrons que ces contraintes lient bien les valeurs des variables $\underline{h}^t_{vz}, p^t_{vz}$ et $\overline{h}^t_{vz}$, afin que les variables $\underline{h}^t_{vz}$ et $\overline{h}^t_{vz}$ prennent des valeurs en accord avec leurs définitions. La preuve est donnée pour les bateau et elle s'effectue de la même façon pour les trains.

Montrons d'abord que, quand la prise en charge d'un bateau $v \in \text{Va}$ dans une zone $z \in \text{Z}_v$ commence au début d'une période $t \in \text{T}_v$, la variable $\underline{h}^t_{vz}$ est alors égale à 1.

Proposition A.1. *Pour tout $v \in \text{Va}$, $z \in \text{Z}_v$, s'il existe $t \in \text{T}_v$, tel que :*
- *$p^t_{vz} = 1$,*
- *$t = r_v$ ou $p^{t-1}_{vz} = 0$,*

alors $\underline{h}^t_{vz} = 1$.

Démonstration. Si $t = r_v$, alors $\underline{h}^t_{vz} = 1$, car $\underline{h}^t_{vz} = p^t_{vz} = 1$ est la seule solution possible à (3.11).

Pour $t > r_v$, supposons $\underline{h}^t_{vz} = 0$. L'équation correspondante de (3.12) est alors :

$$\begin{aligned} \underline{h}^t_{vz} + p^{t-1}_{vz} - p^t_{vz} - \overline{h}^{t-1}_{vz} &= 0, \\ -1 - \overline{h}^{t-1}_{vz} &= 0, \end{aligned}$$

ce qui est impossible car $\overline{h}^{t-1}_{vz} \in \{0, 1\}$.

Pour $t > r_v$, supposons $\underline{h}^t_{vz} = 1$. L'équation correspondante de (3.12) est alors :

$$\begin{aligned} \underline{h}^t_{vz} + p^{t-1}_{vz} - p^t_{vz} - \overline{h}^{t-1}_{vz} &= 0, \\ -\overline{h}^{t-1}_{vz} &= 0. \end{aligned}$$

$\underline{h}^t_{vz} = p^t_{vz} = 1$, $\overline{h}^{t-1}_{vz} = p^{t-1}_{vz} = 0$ est la seule solution possible. □

On montre de la même façon que quand la prise en charge d'un bateau $v \in \mathrm{V_A}$ dans une zone $z \in \mathrm{Z}_v$ se termine à la fin d'une période $t \in \mathrm{T}_v$, la variable correspondante $\overline{h}^t_{vz}$ est alors égale à 1.

Proposition A.2. *S'il existe une solution avec des variables $\underline{h}^t_{vz}, \overline{h}^t_{vz}$ égales à 1 sans correspondre respectivement au début ou à la fin de la prise en charge d'un bateau, alors il existe une solution identique exceptée pour les variables $\underline{h}^t_{vz}, \overline{h}^t_{vz}$ égales à 0.*

Considérons d'abord les deux lemmes suivants.

Lemme A.3. *Pour $v \in \mathrm{V}$, $z \in \mathrm{Z}_v$, s'il existe $t \in (\mathrm{T}_v \setminus \{\overline{d}_v\})$ tel que $\underline{h}^{t+1}_{vz} = 1$, alors une des trois conditions suivantes est vérifiée :*

1. $p^t_{vz} = \overline{h}^t_{vz} = 0$ *et* $p^{t+1}_{vz} = 1$,
2. $p^t_{vz} = p^{t+1}_{vz} = \overline{h}^t_{vz} = 1$,
3. $p^t_{vz} = p^{t+1}_{vz} = 0$ *et* $\overline{h}^t_{vz} = 1$.

Démonstration. Ce sont les solutions possibles à l'équation correspondante de (3.12) dans laquelle $\underline{h}^{t+1}_{vz} = 1$. □

Lemme A.4. *Pour $v \in \mathrm{V_A}$, $z \in \mathrm{Z}_v$, s'il existe $t \in (\mathrm{T}_v \setminus \{\overline{d}_v\})$ tel que $\overline{h}^t_{vz} = 1$, alors une des trois conditions suivantes est vérifiée :*

1. $p^t_{vz} = 1$ *et* $\underline{h}^{t+1}_{vz} = p^{t+1}_{vz} = 0$,
2. $p^t_{vz} = p^{t+1}_{vz} = \underline{h}^{t+1}_{vz} = 1$,
3. $p^t_{vz} = p^{t+1}_{vz} = 0$ *et* $\underline{h}^{t+1}_{vz} = 1$.

Démonstration. Similaire à la précédente. □

Nous pouvons maintenant prouver la propriété donnée précédemment.

Démonstration. D'après les deux lemmes précédents, les variables $\underline{h}^t_{vz}, \overline{h}^t_{vz}$ égales à 1 sans correspondre respectivement au début ou à la fin de la prise en charge d'un bateau dans une zone le sont par paires $\underline{h}^{t+1}_{vz}, \overline{h}^t_{vz}$. En donnant aux variables de ces paires la valeur 0 on obtient la solution souhaitée. □

De plus, les variables d'une paire $\underline{h}^{t+1}_{vz}, \overline{h}^t_{vz}$ peuvent être égales à 1 si et seulement si $\tau^{z'}_z = 1$, à cause des contraintes (3.10).

A.2 Caractéristiques de la formulation après pré-traitement par le solveur

Les caractéristiques du programme linéaire en variables mixtes pour les instances des classes I, II, III, A, B, C après exécution des routines de réduction par CPLEX 12.4, sont rapportés dans le tableau A.1, Ces routines éliminent pour ces instances en moyenne 6% des lignes et 3% des colonnes.

Table A.1 – Caractéristiques du PLVM après réduction par le solveur pour des instances des classes I, II, III, A, B, C

Classe	Lignes[1]	Colonnes[1]	Non-zéros[1]	Variables binaires [1]
I	30502	68880	548809	12910
II	38949	87285	695590	17665
III	53551	122706	967018	20275
A	29610	67454	508569	12378
B	36803	81999	606389	17070
C	52030	117941	865618	19896

[1] Nombre moyen arrondi

Bibliographie

[1] T. Achterberg, T. Koch et A. Martin. “Branching rules revisited”. In : *Operations Research Letters* 33.1 (2005), p. 42 –54.

[2] W. P. Adams, R. J. Forrester et F. W. Glover. “Comparisons and enhancement strategies for linearizing mixed 0-1 quadratic programs”. In : *Discrete Optimization* 1.2 (2004), p. 99 –120.

[3] K. Akartunali et A. J. Miller. “A heuristic approach for big bucket multi-level production planning problems”. In : *European Journal of Operational Research* 193.2 (2009), p. 396 –411.

[4] L. Alfandari, J. Sadki, A. Plateau et A. Nagih. “Hybrid column generation for large-size Covering Integer Programs : Application to transportation planning”. In : *Computers & Operations Research* 40.8 (2013), p. 1938 –1946.

[5] L. Alfandari, A. Plateau et X. Schepler. “A branch-and-price-and-cut approach for sustainable crop rotation planning”. In : *European Journal of Operational Research* 241.3 (2015), p. 872 –879.

[6] K. R. Baker. “An experimental study of the effectiveness of rolling schedules in production planning”. In : *Decision Sciences* 8.1 (1977), p. 19–27.

[7] A. Bartošek et O. Marek. “Quay cranes in container terminals”. In : *Transactions on Transport Sciences* 6.1 (2013), p. 9–18.

[8] G. Belvaux et L. A. Wolsey. “bc-prod : A Specialized Branch-and-Cut System for Lot-Sizing Problems”. In : *Management Science* 46.5 (2000), p. 724–738.

[9] M. Benichou, J. Gauthier, P. Girodet, G. Hentges, G. Ribiere et O. Vincent. “Experiments in mixed-integer linear programming”. In : *Mathematical Programming* 1.1 (1971), p. 76–94.

[10] C. Bierwirth et F. Meisel. “A follow-up survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals”. In : *European Journal of Operational Research* 244.3 (2015), p. 675 –689.

[11] C. Bierwirth et F. Meisel. “A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals”. In : *European Journal of Operational Research* 202.3 (2010), p. 615 –627.

[12] N. Boysen, M. Fliedner, F. Jaehn et E. Pesch. “A Survey on Container Processing in Railway Yards”. In : *Transportation Science* 47.3 (2013), p. 312–329.

[13] O. Briant, C. Lemaréchal, P. Meurdesoif, S. Michel, N. Perrot et F. Vanderbeck. “Comparison of bundle and classical column generation”. In : *Mathematical programming* 113.2 (2008), p. 299–344.

[14] K. BUHRKAL, S. ZUGLIAN, S. ROPKE, J. LARSEN et R. LUSBY. "Models for the discrete berth allocation problem : A computational comparison". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 47.4 (2011), p. 461 –473.

[15] H. J. CARLO, I. F. VIS et K. J. ROODBERGEN. "Storage yard operations in container terminals : Literature overview, trends, and research directions". In : *European Journal of Operational Research* 235.2 (2014), p. 412 –430.

[16] H. J. CARLO, I. F. VIS et K. J. ROODBERGEN. "Transport operations in container terminals : Literature overview, trends, research directions and classification scheme". In : *European Journal of Operational Research* 236.1 (2014), p. 1 –13.

[17] D. CHANG, Z. JIANG, W. YAN et J. HE. "Integrating berth allocation and quay crane assignments". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 46.6 (2010), p. 975–990.

[18] R. CHARLES. *Les ports français : de la réforme à la relance*. 2008.

[19] M. CHRISTIANSEN, K. FAGERHOLT, B. NYGREEN et D. RONEN. "Ship routing and scheduling in the new millennium". In : *European Journal of Operational Research* 228.3 (2013), p. 467 –483.

[20] J.-F. CORDEAU, G. LAPORTE, P. LEGATO et L. MOCCIA. "Models and Tabu Search Heuristics for the Berth-Allocation Problem". In : *Transportation Science* 39.4 (2005), p. 526–538.

[21] G. CORNUÉJOLS. "Valid inequalities for mixed integer linear programs". In : *Mathematical Programming* 112.1 (2008), p. 3–44.

[22] G. B. DANTZIG et P. WOLFE. "Decomposition Principle for Linear Programs". In : *Operations Research* 8.1 (1960), p. 101–111.

[23] P. DAVIES et D. PRINCIPAL. "Container Terminal Reservation Systems". In : *Annual METRANS National Urban Freight Conference*. 2009.

[24] J. DESROSIERS, J. B. GAUTHIER et M. E. LÜBBECKE. "Row-reduced column generation for degenerate master problems". In : *European Journal of Operational Research* 236.2 (2014), p. 453 –460.

[25] C. DILLENBERGER, L. F. ESCUDERO, A. WOLLENSAK et W. ZHANG. "On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups". In : *European Journal of Operational Research* 75.2 (1994), p. 275 –286.

[26] C. DUCRUET, H. ITOH et O. MERK. "Time Efficiency at World Container Ports". In : *International Transport Forum Discussion Papers*. 2014-08. 2014.

[27] L. ESCUDERO et J. SALMERON. "On a Fix-and-Relax Framework for a Class of Project Scheduling Problems". In : *Annals of Operations Research* 140.1 (2005), p. 163–188.

[28] D. FERREIRA, R. MORABITO et S. RANGEL. "Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants". In : *Computers & Operations Research* 37.4 (2010), p. 684 –691.

[29] M. L. FISHER. "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems". In : *Management Science* 50.12_supplement (2004), p. 1861–1871.

[30] J. FRANCOIS. "Planification des chaînes logistiques : Modélisation du système décisionnel et performance". Thèse de doct. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2007.

[31] A. FRÉMONT. "Le monde en boîtes. Conteneurisation et mondialisation." In : *Synthèse INRETS* (2007).

[32] A. FRÉMONT, P. FRANC et B. SLACK. "Inland barge services and container transport : the case of the ports of Le Havre and Marseille in the European context". In : *Cybergeo : European Journal of Geography* (2009).

[33] G. GAMRATH. "Generic Branch-Cut-and-Price". Thèse de doct. Technische Universität Berlin, 2010.

[34] A. GEOFFRION. "Lagrangean relaxation for integer programming". English. In : *Approaches to Integer Programming*. Sous la dir. de M. BALINSKI. T. 2. Mathematical Programming Studies. Springer Berlin Heidelberg, 1974, p. 82–114.

[35] G. GIALLOMBARDO, L. MOCCIA, M. SALANI et I. VACCA. "Modeling and solving the Tactical Berth Allocation Problem". In : *Transportation Research Part B : Methodological* 44.2 (2010), p. 232 –245.

[36] M. GRÖTSCHEL, L. LOVÁSZ et A. SCHRIJVER. "The ellipsoid method and its consequences in combinatorial optimization". In : *Combinatorica* 1.2 (1981), p. 169–197.

[37] S. HARTMANN. "Generating scenarios for simulation and optimization of container terminal logistics". In : *OR Spectrum* 26.2 (2004), p. 171–192.

[38] M. HENDRIKS, M. LAUMANNS, E. LEFEBER et J. T. UDDING. "Robust cyclic berth planning of container vessels". In : *OR spectrum* 32.3 (2010), p. 501–517.

[39] M. HENDRIKS, D. ARMBRUSTER, M. LAUMANNS, E. LEFEBER et J. UDDING. "Strategic allocation of cyclically calling vessels for multi-terminal container operators". In : *Flexible Services and Manufacturing Journal* 24.3 (2012), p. 248–273.

[40] M. HENDRIKS, E. LEFEBER et J. UDDING. "Simultaneous berth allocation and yard planning at tactical level". In : *OR Spectrum* 35.2 (2013), p. 441–456.

[41] M. HENDRIKS, E. LEFEBER et J. UDDING. "Simultaneous berth allocation and yard planning at tactical level". English. In : *OR Spectrum* 35.2 (2013), p. 441–456.

[42] K. L. HOFFMAN et M. PADBERG. "Improving LP-Representations of Zero-One Linear Programs for Branch-and-Cut". In : *ORSA Journal on Computing* 3.2 (1991), p. 121–134.

[43] A. IMAI, H. C. CHEN, E. NISHIMURA et S. PAPADIMITRIOU. "The simultaneous berth and quay crane allocation problem". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 44.5 (2008), p. 900 –920.

[44] A. IMAI, E. NISHIMURA et S. PAPADIMITRIOU. "Berthing ships at a multi-user container terminal with a limited quay capacity". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 44.1 (2008), p. 136 –151.

[45] A. IMAI, E. NISHIMURA et S. PAPADIMITRIOU. "The dynamic berth allocation problem for a container port". In : *Transportation Research Part B : Methodological* 35.4 (2001), p. 401 –417.

[46] A. IMAI, E. NISHIMURA et S. PAPADIMITRIOU. "The dynamic berth allocation problem for a container port". In : *Transportation Research Part B : Methodological* 35.4 (2001), p. 401 –417.

[47] J. J. E. KELLEY. "The Cutting-Plane Method for Solving Convex Programs". In : *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 8.4 (1960), p. 703–712.

[48] J. G. JIN, D.-H. LEE et H. HU. "Tactical berth and yard template design at container transshipment terminals : A column generation based approach". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 73.0 (2015), p. 168 –184.

[49] C. JONCOUR, S. MICHEL, R. SADYKOV, D. SVERDLOV et F. VANDERBECK. "Column Generation based Primal Heuristics". In : *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 36.0 (2010). {ISCO} 2010 - International Symposium on Combinatorial Optimization, p. 695 –702.

[50] E. L. LAWLER et D. E. WOOD. "Branch-And-Bound Methods : A Survey". In : *Operations Research* 14.4 (1966), pp. 699–719.

[51] D.-H. LEE et J. G. JIN. "Feeder vessel management at container transshipment terminals". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 49.1 (2013), p. 201 –216.

[52] D.-H. LEE, J. G. JIN et J. H. CHEN. "Terminal and yard allocation problem for a container transshipment hub with multiple terminals". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 48.2 (2012), p. 516 –528.

[53] C. LEMARÉCHAL. "The omnipresence of Lagrange". In : *Annals of Operations Research* 153.1 (2007), p. 9–27.

[54] A. MARTIN. "Integer programs with block structure". Habilitation à Diriger des Recherches. 2000.

[55] F. MEISEL et C. BIERWIRTH. "Heuristics for the integration of crane productivity in the berth allocation problem". In : *Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review* 45.1 (2009), p. 196 –209.

[56] O. du MERLE, D. VILLENEUVE, J. DESROSIERS et P. HANSEN. "Stabilized column generation". In : *Discrete Mathematics* 194.1 ?3 (1999), p. 229 –237.

[57] R. G. MICHAEL et S. J. DAVID. *Computers and intractability : a guide to the theory of NP-completeness*. WH Freeman & Co., San Francisco, 1979.

[58] L. G. MITTEN. "Branch-and-Bound Methods : General Formulation and Properties". In : *Operations Research* 18.1 (1970), p. 24–34.

[59] L. MOCCIA et A. ASTORINO. "The group allocation problem in a transshipment container terminal". In : *11th World Conference on Transport Research*. 2007.

[60] R. MOORTHY et C.-P. TEO. "Berth management in container terminal : the template design problem". English. In : *OR Spectrum* 28.4 (2006), p. 495–518.

[61] T. E. NOTTEBOOM. "Concentration and the formation of multi-port gateway regions in the European container port system : an update". In : *Journal of Transport Geography* 18.4 (2010). Special Issue on Comparative North American and European gateway logistics, p. 567 –583.

[62] M. PADBERG. "Perfect zero-one matrices". English. In : *Mathematical Programming* 6.1 (1974), p. 180–196.

[63] Y. POCHET et L. A. WOLSEY. *Production planning by mixed integer programming*. Springer Science & Business Media, 2006.

[64] *Projet DEVPORT*. URL : `http://www.projet-devport.fr/`.

[65] *Projet Passage portuaire du conteneur*. `http://lmah.univ-lehavre.fr/~michel/wiki-passageportuaire/doku.php`.

[66] J.-P. RODRIGUE, C. COMTOIS et B. SLACK. *The geography of transport systems*. Routledge, 2013.

[67] D. M. RYAN et B. A. FOSTER. "An integer programming approach to scheduling". In : *Computer scheduling of public transport urban passenger vehicle and crew scheduling* (1981), p. 269–280.

[68] M. W. P. SAVELSBERGH. "Preprocessing and Probing Techniques for Mixed Integer Programming Problems". In : *ORSA Journal on Computing* 6.4 (1994), p. 445–454.

[69] R. STAHLBOCK et S. VOSS. "Operations research at container terminals : a literature update". In : *OR Spectrum* 30.1 (2008), p. 1–52.

[70] D. STEENKEN, S. VOSS et R. STAHLBOCK. "Container terminal operation and operations research - a classification and literature review". In : *OR Spectrum* 26.1 (2004), p. 3–49.

[71] K. TIERNEY, S. VOSS et R. STAHLBOCK. "A mathematical model of inter-terminal transportation". In : *European Journal of Operational Research* 235.2 (2014), p. 448 –460.

[72] J. TONGZON et W. HENG. "Port privatization, efficiency and competitiveness : Some empirical evidence from container ports (terminals)". In : *Transportation Research Part A : Policy and Practice* 39.5 (2005), p. 405 –424.

[73] I. VACCA, M. SALANI et M. BIERLAIRE. "An Exact Algorithm for the Integrated Planning of Berth Allocation and Quay Crane Assignment". In : *Transportation Science* 47.2 (2013), p. 148–161.

[74] F. VANDERBECK. "Branching in branch-and-price : a generic scheme". In : *Mathematical Programming* 130.2 (2011), p. 249–294.

[75] F. VANDERBECK. "Computational study of a column generation algorithm for bin packing and cutting stock problems". In : *Mathematical Programming* 86.3 (1999), p. 565–594.

[76] F. VANDERBECK. "Implementing Mixed Integer Column Generation". In : *Column Generation*. Sous la dir. de G. DESAULNIERS, J. DESROSIERS et M. SOLOMON. Springer US, 2005, p. 331–358.

[77] B. VERNIMMEN, W. DULLAERT et S. ENGELEN. "Schedule unreliability in liner shipping : origins and consequences for the hinterland supply chain". In : *Maritime Economics & Logistics* 9.3 (2007), p. 193–213.

[78] I. F. VIS et R. de KOSTER. "Transshipment of containers at a container terminal : An overview". In : *European Journal of Operational Research* 147.1 (2003), p. 1 –16.

[79] P. WENTGES. "Weighted Dantzig-Wolfe Decomposition for Linear Mixed-integer Programming". In : *International Transactions in Operational Research* 4.2 (1997), p. 151–162.

[80] B. W. WIEGMANS, A. V. D. HOEST et T. E. NOTTEBOOM. "Port and terminal selection by deep-sea container operators". In : *Maritime Policy & Management* 35.6 (2008), p. 517–534.

[81] Y. XU, Q. CHEN et X. QUAN. "Robust berth scheduling with uncertain vessel delay and handling time". In : *Annals of Operations Research* 192.1 (2012), p. 123–140.

[82] E. ZEHENDNER et D. FEILLET. "Benefits of a truck appointment system on the service quality of inland transport modes at a multimodal container terminal". In : *European Journal of Operational Research* 235.2 (2014), p. 461 –469.

[83] C. ZHANG, J. LIU, Y. wah WAN, K. G. MURTY et R. J. LINN. “Storage space allocation in container terminals”. In : *Transportation Research Part B : Methodological* 37.10 (2003), p. 883 –903.