



**HAL**  
open science

# Stratégies de modélisation et de commande des microsystemes piézoélectriques à plusieurs degrés de liberté.

Didace Habineza

## ► To cite this version:

Didace Habineza. Stratégies de modélisation et de commande des microsystemes piézoélectriques à plusieurs degrés de liberté.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Bourgogne Franche-Comté, 2015. Français. NNT: . tel-01264867

**HAL Id: tel-01264867**

**<https://hal.science/tel-01264867>**

Submitted on 29 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



SPIM

Thèse de Doctorat



UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

# Stratégies de modélisation et de commande des microsystemes piezoélectriques à plusieurs degrés de liberté

 Didace **HABINEZA**





# SPIM

## Thèse de Doctorat

UFC

école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

N° |

THÈSE présentée par

Didace **HABINEZA**

pour obtenir le

Grade de Docteur de  
l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Automatique**

## Stratégies de modélisation et de commande des microsystèmes piezoélectriques à plusieurs degrés de liberté

Unité de Recherche :  
FEMTO-ST, UMR CNRS 6174

Soutenue le 02-Décembre-2015 devant le Jury :

Stéphane RÉGNIER	Président	Professeur à UPMC, Paris
Alina VODA-BESANÇON	Rapporteur	MCF HDR à l'UJF, Grenoble
Xavier BRUN	Rapporteur	Professeur à l'INSA, Lyon
Mohammad AL JANAIDEH	Examineur	Associate Professor à University of Jordan Amman, Jordanie/Visiting Professor à University of Toronto, Canada
Yann LE GORREC	Directeur de thèse	Professeur à l'ENSMM, Besançon
Micky RAKOTONDRABE	Co-Directeur de thèse	MCF HDR à l'UFC, Besançon



*A ma famille.*



# Remerciements

Les résultats obtenus au cours de cette thèse n'auraient vu le jour sans le soutien et l'aide de nombreuses personnes que je tenais à remercier.

Ayant effectué cette thèse au sein du département Automatique et Systèmes Micro- Mécatroniques (AS2M) de l'institut FEMTO-ST, je remercie les directeurs successifs du département : Prof. Nouredine Zerhouni et Dr. Michaël Gauthier pour l'accueil et les conditions de travail agréables qu'ils m'ont fournies. Je tiens aussi à remercier Prof. Philippe Lutz, directeur de l'école doctorale SPIM pour l'accueil au sein de l'école.

J'exprime ma gratitude particulière à mes directeurs de thèse Dr. Micky Rakotondrabe et Prof. Yann Le Gorrec qui m'ont fait confiance et donné l'opportunité d'effectuer ce travail de thèse riche et très formateur. Je leur suis reconnaissant pour leur aide, leur patience, leur écoute, leur temps et leurs encouragements tout au long de ces trois années de thèse.

J'adresse aussi mes remerciements à chacun des membres du jury : Dr. Alina Voda-Besançon et Prof. Xavier Brun qui m'ont fait l'honneur de rapporter ce travail, ainsi qu'à Dr. Mohammad Al Janaideh et à Prof. Stéphane Régnier pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

Je remercie également les ingénieurs et techniciens du laboratoire, en particulier M. Patrick Rougeot, Dr. Joël Agnus et M. Jean Lachat, pour leur aide à la réalisation de différentes tâches techniques, M. Mahmoud Zouari, un stagiaire avec qui j'ai travaillé pendant ces six derniers mois de ma thèse. Mes remerciements vont aussi à Prof. Arnaud Hubert qui m'a offert la première opportunité d'entrer au département AS2M, en tant que stagiaire.

Je terminerai par remercier tous les membres du département AS2M pour la bonne humeur, et en particulier les personnes qui m'ont entouré pendant mes premiers jours au département : Dr. Vincent Chalvet, Dr. Nandish Calchand, Dr. Naresh Marturi, etc ; les personnes avec qui j'ai partagé mes bureaux successifs : Dr. Alexandru Ivan, Dr. Hector Ramirez, Dr. Vincent Chalvet, M. Jean Antoine Séon, M. Valérian Guelpa et M. Wissem Haouas ; et enfin, des personnes avec qui j'ai partagé des vas-et-vient de chaque midi pour le R.U : M. Marcelo Gaudenzi (l'"animateur" de l'équipe), Dr. Sergio Lescano, M. Vincent Trenchant, Mlle Margot Billot, M. Adrian Ciubotariu, etc ; Merci, surtout pour cette très bonne ambiance.

*Didace.*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
1.1	Contexte scientifique . . . . .	4
1.2	Objectifs et plan du rapport . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Modélisation multivariable de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties</b>	<b>9</b>
2.1	Introduction . . . . .	10
2.2	Etat de l’art sur la modélisation de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties . . . . .	11
2.2.1	Hystérésis . . . . .	11
2.2.1.1	Définition et propriétés du phénomène d’hystérésis . . . . .	11
2.2.1.2	Modèles d’hystérésis . . . . .	12
2.2.1.3	Modèles de Bouc-Wen classique, Wang-Wen et Bouc-Wen généralisé . . . . .	16
2.2.1.4	Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé pour les actionneurs piézoélectriques . . . . .	18
2.2.2	Creep . . . . .	19
2.2.3	Oscillations mal-amorties . . . . .	22
2.2.4	Synthèse . . . . .	22
2.3	Extension à la modélisation multivariable . . . . .	23
2.3.1	Hystérésis . . . . .	23
2.3.1.1	Proposition d’un modèle de Bouc-Wen classique multivariable	23
2.3.1.2	Proposition d’un modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable	23
2.3.1.3	Caractérisation multivariable de l’hystérésis . . . . .	24
2.3.1.4	Identification des paramètres du modèle de Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé multivariables . . . . .	24
2.3.2	Modélisation de l’hystérésis rate-dependent par le modèle de Bouc-Wen classique . . . . .	26
2.3.3	Creep . . . . .	31
2.3.3.1	Caractérisation et modélisation multivariable du creep . . . . .	31
2.3.3.2	Identification des paramètres du modèle du creep multivariable	31



2.3.4	Oscillations mal-amorties . . . . .	31
2.3.4.1	Caractérisation et modélisation multivariables des oscillations . . . . .	31
2.3.4.2	Identification des paramètres du modèle multivariable des oscillations . . . . .	32
2.4	Application au tube piézoélectrique . . . . .	32
2.4.1	Présentation de la maquette expérimentale . . . . .	32
2.4.2	Hystérésis . . . . .	33
2.4.2.1	Caractérisation et identification . . . . .	33
2.4.2.2	Validation des paramètres identifiés . . . . .	36
2.4.3	Creep . . . . .	37
2.4.4	Oscillations mal-amorties . . . . .	39
2.5	Synthèse - Conclusion . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Commande multivariable en boucle ouverte</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	46
3.2	Compensation de l'hystérésis . . . . .	47
3.2.1	Equation du compensateur . . . . .	47
3.2.2	Calcul de l'inverse de la matrice $D_p$ : . . . . .	49
3.2.3	Application au tube piézoélectrique . . . . .	49
3.3	Compensation du creep . . . . .	50
3.3.1	Equation du compensateur . . . . .	51
3.3.2	Application au tube piézoélectrique . . . . .	52
3.4	Compensation des oscillations mal-amorties . . . . .	53
3.4.1	Synthèse $H_\infty$ multivariable en boucle ouverte . . . . .	54
3.4.2	Application au tube piézoélectrique . . . . .	57
3.4.2.1	Calcul du compensateur . . . . .	57
3.4.2.2	Simulation et implémentation du compensateur . . . . .	58
3.5	Compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties . . . . .	61
3.5.1	Modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique . . . . .	62
3.5.2	Linéarisation du système initial - $S_0$ . . . . .	63
3.5.2.1	Cas 1 : compensation de l'hystérésis d'abord, puis du creep . . . . .	63
3.5.2.2	Cas 2 : compensation du creep d'abord, ensuite de l'hystérésis . . . . .	65
3.5.2.3	Conclusion sur la linéarisation de $S_0$ : comparaison des cas 1 et cas 2 . . . . .	66
3.5.3	Caractérisation et modélisation de la dynamique du système $S_L$ . . . . .	66
3.5.4	Compensation des oscillations mal-amorties pour le système $S_L$ . . . . .	68
3.5.5	Résultats expérimentaux de la compensation complète du système $S_0$ . . . . .	69
3.6	Synthèse - Conclusion . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Caractérisation, analyse, modélisation et commande en boucle ouverte des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques</b>	<b>75</b>
4.1	Introduction . . . . .	76
4.2	Caractérisation des effets de la température : application à l'axe X du tube piézoélectrique . . . . .	77

4.2.1	Environnement et procédure expérimentale . . . . .	77
4.2.2	Résultats de la caractérisation . . . . .	78
4.2.2.1	La déflexion thermomécanique . . . . .	78
4.2.2.2	L'hystérésis . . . . .	78
4.2.2.3	Le creep . . . . .	80
4.2.2.4	Les oscillations mal-amorties et la dynamique de l'actionneur . . . . .	80
4.2.3	Synthèse . . . . .	81
4.3	Proposition et validation d'un modèle complet avec prise en considération de la variation de la température . . . . .	81
4.3.1	Modèle complet dépendant de la température . . . . .	81
4.3.2	Identification des paramètres du modèle proposé . . . . .	82
4.3.2.1	Déflexion thermomécanique : identification de $\Gamma_T(T)$ . . . . .	83
4.3.2.2	Hystérésis : identification de $d_p(T)$ , $A(T)$ , $\beta(T)$ et $\gamma(T)$ . . . . .	83
4.3.2.3	Creep : identification de $Cr(s, T)$ . . . . .	83
4.3.2.4	Oscillations mal-amorties : identification de $D(s, T)$ . . . . .	84
4.3.3	Validation par simulation du modèle proposé . . . . .	86
4.3.3.1	Hystérésis . . . . .	86
4.3.3.2	Creep . . . . .	87
4.3.3.3	Oscillations mal-amorties . . . . .	88
4.3.4	Synthèse . . . . .	89
4.3.5	Extension en un modèle multivariable . . . . .	90
4.4	Proposition d'une loi de commande en boucle ouverte avec prise en compte de la variation de la température . . . . .	91
4.4.1	Le compensateur à coefficients polynomiaux . . . . .	91
4.4.2	Compensation avec la technique <i>switching compensator</i> . . . . .	92
4.4.3	Synthèse . . . . .	93
4.5	Synthèse - Conclusion . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Commande en boucle fermée et combinaison boucle ouverte-boucle fermée</b> . . . . .	<b>95</b>
5.1	Introduction . . . . .	96
5.2	Etat de l'art sur la commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques . . . . .	97
5.2.1	Méthodes utilisées dans le cas monovariabile . . . . .	97
5.2.1.1	<i>Loop Shaping</i> classique . . . . .	98
5.2.1.2	Commande PID et amélioration de la bande passante du système en boucle fermée . . . . .	99
5.2.1.3	Commande adaptative et <i>Internal Model Control</i> (IMC) . . . . .	100
5.2.1.4	Synthèse $H_\infty$ en boucle fermée . . . . .	102
5.2.2	Méthodes utilisées pour la prise en compte des couplages . . . . .	104
5.3	Proposition d'un modèle linéaire dynamique, et commande $H_\infty$ pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes . . . . .	105
5.3.1	Modèle monovariabile, linéaire et dynamique suivi d'une incertitude . . . . .	106
5.3.2	Extension à la modélisation multivariable . . . . .	108
5.3.3	Commande $H_\infty$ standard pour les actionneurs piézoélectriques à $n$ -ddl . . . . .	110
5.3.3.1	Spécifications et fonctions de pondération . . . . .	110

5.3.3.2	Problème $H_\infty$ standard et calcul du correcteur . . . . .	112
5.3.4	Application au tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl . . . . .	114
5.3.4.1	Modèle linéaire et dynamique du tube piézoélectrique . . . . .	114
5.3.4.2	Commande $H_\infty$ du tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl . . . . .	117
5.3.4.3	Simulation et implémentation du système en boucle fermée . . . . .	118
5.3.5	Synthèse . . . . .	125
5.4	Prise en compte des effets de la température par la technique <i>switching controller</i>	126
5.5	Combinaison des techniques de commande en boucle fermée et boucle ouverte	130
5.5.1	Différentes configurations d'implémentation des correcteurs boucle ouverte- boucle fermée . . . . .	130
5.5.2	Comparaison des résultats par rapport à différentes configurations . . . . .	133
5.5.3	Synthèse . . . . .	134
5.6	Synthèse - Conclusion . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>137</b>
6.1	Conclusions . . . . .	137
6.2	Perspectives . . . . .	138
<b>A</b>	<b>Effet de l'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages, sur des images AFM ([213])</b>	<b>141</b>
<b>B</b>	<b>Annexe relative à la modélisation de l'hystérésis</b>	<b>143</b>
B.1	Hystérons pour l'approche de Preisach et l'approche de Prandtl-Ishlinskii . . . . .	143
B.2	Effet de déphasage vs. le phénomène d'hystérésis . . . . .	145
B.3	Exemple de systèmes avec hystérésis <i>rate-independent</i> et hystérésis <i>rate-dependent</i> ([138])	147
<b>C</b>	<b>Annexe relative à la commande multivariable en boucle ouverte</b>	<b>149</b>
<b>D</b>	<b>Caractérisation, modélisation et commande des effets de la température</b>	<b>151</b>
D.1	L'environnement contrôlé en température . . . . .	151
D.2	Implémentation du modèle complet de la déflexion, avec prise en compte de la variation de la température . . . . .	153
D.3	Implémentation du bloc qui réalise l'opération "switching" (le bloc choix du compensateur/contrôleur) . . . . .	155
	<b>Références</b>	<b>157</b>

# Table des figures

1.1	Illustration de deux types de microscopes à sonde locale (SPM). (a) <i>Atomic Force Microscope</i> (AFM) : reconstruction de l'image d'un échantillon à partir de la réflexion d'un faisceau laser. Cette réflexion est due à la déflexion du levier suite à l'interaction entre la pointe et l'échantillon. (b) <i>Scanning Tunneling Microscope</i> (STM) : la reconstruction de l'image de l'échantillon, à partir d'un courant électrique ( <i>tunneling current</i> ) issu d'un échange d'électrons entre l'échantillon et la pointe. Un actionneur piézoélectrique est utilisé pour permettre à la pointe de balayer la surface de l'échantillon. . . . .	4
1.2	Description et fonctionnement du tube piézoélectrique, modèle PT 230.94. . . . .	6
1.3	Représentation d'un système piézoélectrique multivariable et les deux approches de commande utilisées. . . . .	7
2.1	Système piézoélectrique multi-axes. . . . .	10
2.2	Schéma d'illustration du phénomène d'hystérésis. (a) : le transducteur d'hystérésis, (b) : représentation de l'entrée $u(t)$ en fonction du temps $t$ , (c) : la représentation de la sortie $y(t)$ en fonction de l'entrée $u(t)$ . . . . .	11
2.3	Schéma de Hammerstein pour la modélisation de l'hystérésis <i>rate-dependent</i> . . . . .	15
2.4	Illustration des variables du modèle de Bouc-Wen. $F$ est une force extérieure qui agit sur le matériau, $f$ est la force de rappel et $x$ la déformation du matériau. . . . .	16
2.5	Les régions de la courbe d'hystérésis et les valeurs de la fonction $\psi$ correspondantes pour : (a) le modèle de Bouc-Wen classique et (b) le modèle de Wang-Wen. . . . .	17
2.6	Les régions de la courbe d'hystérésis et les valeurs de la fonction $\psi$ , pour le modèle de Bouc-Wen généralisé [191]. . . . .	18
2.7	Exemple de comparaison du modèle Bouc-Wen Classique et Bouc-Wen Généralisé. (a) comparaison visuelle, (b) erreur de modélisation par rapport à la courbe expérimentale (modèle-expérimental). . . . .	19
2.8	Réponse à un échelon d'un actionneur piézoélectrique : illustration des oscillations mal-amorties et de l'effet creep. $U$ désigne la tension appliquée à l'actionneur et $y$ la déflexion. . . . .	20
2.9	Modélisation du creep par l'opérateur de dérive linéaire. . . . .	21

2.10	Représentation des courbes expérimentales d'hystérésis à différentes fréquences de $U$ . . . . .	27
2.11	L'évolution des quatre paramètres du modèle de Bouc-Wen classique en fonction de la fréquence $f$ de la tension $U$ , avec la représentation de leurs interpolations polynomiales. . . . .	28
2.12	Les courbes du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux, pour différentes valeurs de $f$ . . . . .	29
2.13	Comparaison du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux et les courbes expérimentales, à $f = 1\text{Hz}$ et à $f = 150\text{Hz}$ . . . . .	30
2.14	La description de la maquette expérimentale. . . . .	33
2.15	Caractérisation de l'hystérésis du tube piézoélectrique, avec des entrées triangulaires d'amplitude 200V d'amplitude et de fréquence 0.4Hz. Les notations $h$ et $H$ sont utilisées au <a href="#">chapitre 5</a> pour quantifier numériquement l'hystérésis. . . . .	34
2.16	Courbes expérimentales et simulation du modèle de Bouc-Wen multivariable identifié, pour les boucles externes et internes. . . . .	36
2.17	Caractérisation multivariable du creep. Les notations $A_f$ et $A_m$ sont utilisées au <a href="#">chapitre 5</a> pour quantifier numériquement le creep. . . . .	37
2.18	Modélisation multivariable du creep . . . . .	39
2.19	Caractérisation multivariable des oscillations mal-amorties. Les données expérimentales ont été enregistrées à une période d'échantillonnage de $25\mu\text{s}$ . Les notations $A_m$ et $A_f$ sont utilisées au <a href="#">chapitre 5</a> pour quantifier numériquement les oscillations mal-amorties. . . . .	40
2.20	Modélisation multivariable des oscillations mal amorties . . . . .	42
3.1	Structure générale de la procédure de commande en charge. . . . .	46
3.2	Structure générale de la procédure de commande en tension. . . . .	46
3.3	Principe de compensation de l'hystérésis multivariable, par combinaison du modèle de Bouc-Wen multivariable avec la structure multiplicative inverse. . . . .	48
3.4	Résultats expérimentaux de la compensation de l'hystérésis du tube piézoélectrique, avec $y_r$ de $20\mu\text{m}$ et $10\mu\text{m}$ . . . . .	50
3.5	Principe de compensation du creep multivariable, par combinaison du modèle LTI multivariable du creep avec la structure multiplicative inverse. . . . .	51
3.6	Résultats de compensation du creep multivariable. . . . .	53
3.7	Le principe de compensation des oscillations mal-amorties par la synthèse $H_\infty$ en boucle ouverte. . . . .	54
3.8	Le système compensé, augmenté d'un modèle de référence $W_r$ et des fonctions de pondération $W_1$ et $W_2$ . . . . .	56
3.9	Simulation des réponses à un échelon du système compensé $T = G K$ . . . . .	58
3.10	Analyse fréquentielle du système initial $G$ , son compensateur $K$ et système compensé $T = G K$ : comparaison du système compensé par rapport au compensateur et le système initial. On remarque que le compensateur représente l'inverse du système initial sur la gamme de fréquences correspondante à la bande passante du système compensé $T$ . . . . .	59
3.11	Résultats de compensation des oscillations mal-amorties pour le système $T$ . . . . .	60

3.12	Compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties : $S_0$ est le système initial, avec l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties, $S_L$ est le système linéarisé (hystérésis et creep compensés), et $T$ est le système après la compensation complète (hystérésis, creep et oscillations). . . . .	61
3.13	Implémentation du modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique : (a) la représentation compacte, (b) représentation détaillée. . . . .	63
3.14	Linéarisation du système $S_0$ en commençant par la compensation de l'hystérésis. . . . .	64
3.15	Linéarisation du système $S_0$ en commençant par la compensation de l'hystérésis. . . . .	65
3.16	Caractérisation des oscillations pour le système $S_L$ , pour le cas 1 (hystérésis compensé en premier) et le cas 2 (le creep compensé en premier), avec des échelons $x_l$ et $y_l$ d'amplitudes $25\mu\text{m}$ . (a) $x_l \rightarrow x$ , (b) $y_l \rightarrow x$ , (c) $x_l \rightarrow y$ , et (d) $y_l \rightarrow y$ . . . . .	67
3.17	Diagrammes de Bode pour le système $S_L$ : cas 1 (modèle $G_{L1}(s)$ ) et cas 2 (modèle $G_{L2}(s)$ ). (a) $G_{Lxx}(s)$ , (b) $G_{Lxy}(s)$ , (d) $G_{Lyx}(s)$ et (a) $G_{Lyy}(s)$ . . . . .	68
3.18	Schéma de synthèse de la compensation des oscillations mal-amorties, pour le système linéarisé $S_L$ . . . . .	69
3.19	Vérification expérimentale de l'hystérésis pour le système $T$ . . . . .	70
3.20	Vérification expérimentale du creep pour le système $T$ . . . . .	71
3.21	Vérification expérimentale de la compensation des oscillations pour le système $T$ . . . . .	72
4.1	Evolution de la température lors de nos expérimentations. . . . .	77
4.2	Déflexion thermomécanique. . . . .	78
4.3	Caractérisation d'hystérésis à différentes températures. . . . .	79
4.4	Compensation de l'hystérésis à différentes températures, avec un compensateur calculé à $25^\circ\text{C}$ . . . . .	79
4.5	Caractérisation du creep à différentes températures. . . . .	80
4.6	Caractérisation des dynamiques de l'actionneur à différentes températures. . . . .	81
4.7	Evolution des paramètres de Bouc-Wen en fonction de la température. . . . .	83
4.8	Evolution des coefficients des fonctions de transfert utilisées pour modéliser le creep, en fonction de la température. . . . .	84
4.9	Évolution des coefficients des fonctions de transfert $D(s)$ , en fonction de la température. Les coefficients $n_i$ et $d_i$ sont représentés sur la même sous-figure. . . . .	85
4.10	Implémentation du modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température autour de l'actionneur. . . . .	86
4.11	Validation du modèle d'hystérésis du modèle complet à coefficients polynomiaux. . . . .	87
4.12	Validation du modèle complet de creep identifié avec considération de la température. . . . .	88
4.13	Validation du modèle complet de la partie dynamique avec prise en compte de la température. . . . .	89
4.14	Structure de compensation basée sur le compensateur dont les coefficients dépendent de la température. . . . .	91
4.15	Structure de la compensation par la technique <i>switching compensator</i> . . . . .	93
5.1	Schéma général de la commande en boucle fermée. . . . .	97

5.2	Schéma de structure de la commande PID. . . . .	99
5.3	Schéma d'illustration de la commande adaptative classique. . . . .	100
5.4	Structure de commande en boucle ouverte du système $G$ . . . . .	101
5.5	Schéma de structure de la commande IMC. . . . .	101
5.6	Schéma standard pour la formulation du problème $H_\infty$ . . . . .	103
5.7	Schéma de la formulation de l'incertitude multiplicative en entrée. . . . .	104
5.8	Modélisation quadrilatérale de l'hystérésis [167]. . . . .	106
5.9	Modèle linéaire pour la déflexion $y$ d'un actionneur piézoélectrique actionné par une tension $U$ . $\Delta$ représente l'incertitude normalisée ( $\ \Delta\ _\infty \leq 1$ ), pondérée par une fonction $W$ . $d$ représente une perturbation fictive au système, qui englobe l'offset de l'hystérésis et le creep. . . . .	107
5.10	Un système piézoélectrique multi-axes, avec $n$ entrées et $n$ sorties. . . . .	108
5.11	Implementation du modèle proposé pour l'axe $i$ ( $1 \leq i \leq n$ ) : les couplages, le creep et les offset de l'hystérésis des transferts directs sont regroupés dans une perturbation $d_i$ . $\Delta_i$ représente l'incertitude normalisée pour l'axe $i$ ( $\ \Delta_i\ _\infty \leq 1$ ). . . . .	109
5.12	La structure du système en boucle fermée, augmentée des fonctions de pondération. $\Delta_i$ représente l'incertitude normalisée pour chaque axe $i$ ( $\ \Delta_i\ _\infty \leq 1$ ). . . . .	111
5.13	La représentation à partir de la quelle le problème $H_\infty$ standard est défini (la représentation équivalente au schéma de la figure Fig. 5.12 en termes de conditions de stabilité et performance). . . . .	111
5.14	Schéma standard de la synthèse $H_\infty$ pour chaque axe $i$ . . . . .	113
5.15	(a) : un système piézoélectrique 3-ddl couplé, non-linéaire et oscillant. (b) : approximation de ce système en trois systèmes monovariabiles. . . . .	115
5.16	Approximation quadrilatérale de l'hystérésis pour chacun des trois axes. . . . .	115
5.17	Vérification de la satisfaction des spécifications imposées pour : (a) suivi de trajectoire, (b) modération de la commande, (c) rejet de la perturbation, (d) stabilité robuste relativement à l'incertitude. . . . .	118
5.18	Les réponses fréquentielles pour le système en boucle ouverte et le système en boucle fermée. (a), (b) et (c) pour les axes $X$ , $Y$ et $Z$ , respectivement. . . . .	119
5.19	Le schéma du système en boucle fermée. . . . .	119
5.20	Vérification de l'hystérésis pour le système en boucle fermée. . . . .	120
5.21	Vérification du creep pour le système en boucle fermée. . . . .	121
5.22	Vérification des oscillations pour le système en boucle fermée. . . . .	122
5.23	Suivi d'une trajectoire hélicoïdale. . . . .	125
5.24	Commande du système avec le correcteur à 25°C. . . . .	127
5.25	Les simulations du correcteur $K_{25}(s)$ sur chaque modèle $G_{T_i}(s)$ . . . . .	127
5.26	Structure de commande des effets de la température par la technique <i>switching controller</i> . . . . .	129
5.27	Les simulations avec la technique <i>switching controller</i> sur chaque modèle $G_{T_i}(s)$ . . . . .	129
5.28	La structure générale de la combinaison de la commande en boucle ouverte et en boucle fermée. . . . .	131
5.29	Différentes configurations d'implémentation des correcteurs mixtes boucle ouverte-boucle fermée, pour les actionneurs piézoélectriques. . . . .	132

5.30	La structure de la commande mixte utilisée. $K_{\infty}(s)$ représente le compensateur des oscillations mal-amorties par la synthèse $H_{\infty}$ standard en boucle ouverte. $K_{bo}(s)$ est le compensateur complet d'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. $K_{bf}(s)$ est le correcteur PI. . . . .	133
5.31	Comparaison par simulation entre la commande en boucle fermée utilisée individuellement et la commande mixte boucle ouverte-boucle fermée. . . . .	134
A.1	Un exemple illustratif des effets d'hystérésis, du creep, des oscillations et des couplages sur les images AFM. . . . .	141
B.1	Modélisation de l'hystérésis avec des hystérons de l'approche Preisach [144]. (a) illustration de l'hystéron, (b) deux hystérons combinés pour former la courbe d'hystérésis représenté à (c). . . . .	144
B.2	Modélisation de l'hystérésis avec des hystérons de l'approche Preisach [144]. (a) l'hystéron, (b) deux hystérons dont les paramètres sont réglés afin de modéliser la courbe représentée à (c). . . . .	145
B.3	La représentation dynamique du système $G$ : (a) représentation entrée-sortie du système $G$ , (b) son diagramme de Bode. . . . .	146
B.4	La représentation de la sortie $y$ en fonction de l'entrée $U = \sin(2\pi ft)$ à différentes valeurs de $f$ . . . . .	146
B.5	Exemple d'un système avec l'hystérésis <i>rate-independent</i> : l'allure des courbes d'hystérésis ne change pas avec la fréquence $\omega$ de $H$ . . . . .	147
B.6	Système masse-ressort-amortisseur. . . . .	148
B.7	Exemple d'un système avec l'hystérésis <i>rate-dependent</i> : l'allure des courbes d'hystérésis varie avec la fréquence $\omega$ de $r$ . . . . .	148
D.1	L'environnement contrôlé en température et la maquette expérimentale : (a) la maquette à l'intérieur de la chambre de l'environnement contrôlé en température, (b) la maquette expérimentale et câbles d'alimentation vers l'extérieur de la chambre, (c) le matériel de commande et amplification, à l'extérieur de la chambre. . . . .	152
D.2	Implémentation globale du modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température. . . . .	153
D.3	Eclaté du bloc de creep ( $Cr(s, T)$ ) de la structure globale représenté dans la figure D.2. . . . .	154
D.4	Eclaté du bloc qui réalise la sélection du compensateur. . . . .	155





# Liste des tableaux

2.1	La classification des approches de modélisation et des modèles d’hystérésis, ainsi que les propriétés d’hystérésis prises en compte par chaque modèle (les notations CBO, RI et RD signifient Commande en Boucle Ouverte, Rate-Independent et Rate-Dependent, respectivement). . . . .	14
2.2	Les valeurs des paramètres du modèle de Bouc-Wen classique en fonction de la fréquence $f$ de la tension en entrée $U$ . . . . .	28
5.1	Techniques couramment utilisées pour la commande monovariante des actionneurs piézoélectriques, regroupées selon l’objectif d’utilisation. . . . .	98
5.2	Les valeurs numériques de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, pour les transferts directs, avant et après implémentation du correcteur. . . . .	123
5.3	La comparaison des amplitudes des couplages pour le système initial et le système en boucle fermée. . . . .	124
5.4	Les temps de réponse du système à différentes températures lorsque le correcteur $K_{25}$ est utilisé seul. . . . .	128
5.5	Les paramètres des correcteurs PI calculés pour chaque température. . . . .	128
5.6	Les temps de réponse du système avec la technique <i>switching controller</i> . . . . .	130
6.1	Les techniques de modélisation et de commande que nous avons utilisées. . . . .	138



# Acronymes

**AFM** : Atomic Force Microscope

**ARX** : AutoRegressive eXogenous

**ARMAX** : AutoRegressive Moving Average eXogenous

**BO** : Boucle Ouverte

**BF** : Boucle Fermée

**ddl** : degré de liberté

**LTI** : Linear Time Invariant

**PID** : Proportionnel-Intégral-Dérivé

**SPM** : Scanning Probe Microscope

**STM** : Scanning Tunneling Microscope



# Chapitre 1

## Introduction générale

*Ce travail de thèse porte sur les stratégies de modélisation et de commande des actionneurs piézoélectriques à plusieurs degrés de liberté. Ce chapitre introduit le contexte, les motivations et les objectifs de ce travail de thèse. Les motivations scientifiques de ce travail sont introduites à l'aide d'un exemple d'application des actionneurs piézoélectriques à plusieurs degrés de liberté. Nous présentons ensuite le plan selon lequel ce rapport de thèse est structuré.*

### Sommaire

---

1.1	Contexte scientifique . . . . .	4
1.2	Objectifs et plan du rapport . . . . .	6

---

## 1.1 Contexte scientifique

Depuis plus d'une cinquantaine d'années (avec l'invention du circuit intégré en 1958 [71, 125]), le monde assiste à un essor croissant de la miniaturisation des produits. Cette miniaturisation est accompagnée d'un besoin d'effectuer non seulement les tâches de micro-usinage, micro-assemblage, etc, mais aussi d'un besoin de disposer de capacités d'observer des micro-objets. Le microscope optique est l'un des outils classiquement utilisés pour observer les objets de tailles très petites mais ses performances sont limitées par rapport au besoin actuel, notamment en terme de résolution. En effet, la résolution d'un microscope optique est proportionnelle à la longueur d'onde de la lumière. Pour la lumière blanche, cette longueur est de 500nm, ce qui fait qu'en général la meilleure résolution qu'un microscope optique peut avoir est autour de 200nm. Actuellement, il est possible d'observer des surfaces d'objets miniatures avec une résolution pouvant atteindre 0.1nm grâce au microscope à sonde. La microscopie à sonde locale (*Scanning Probe Microscopy* en anglais) connaît ses débuts en 1981, avec l'invention du microscope à effet tunnel (*Scanning Tunneling Microscope*) par Gerd Binnig et Heinrich Rohrer, alors chercheurs à IBM Zurich [21]. La figure Fig. 1.1 présente deux types de microscopes à sondes les plus connus : le microscope à force atomique (*Atomic Force Microscope*-AFM) dont le principe est basé sur la force atomique entre la pointe du microscope et l'échantillon, et le microscope à effet tunnel (*Scanning Tunneling Microscope*-STM), dont le principe est basé sur la mesure du courant issu d'un échange d'électrons entre la pointe et l'échantillon.

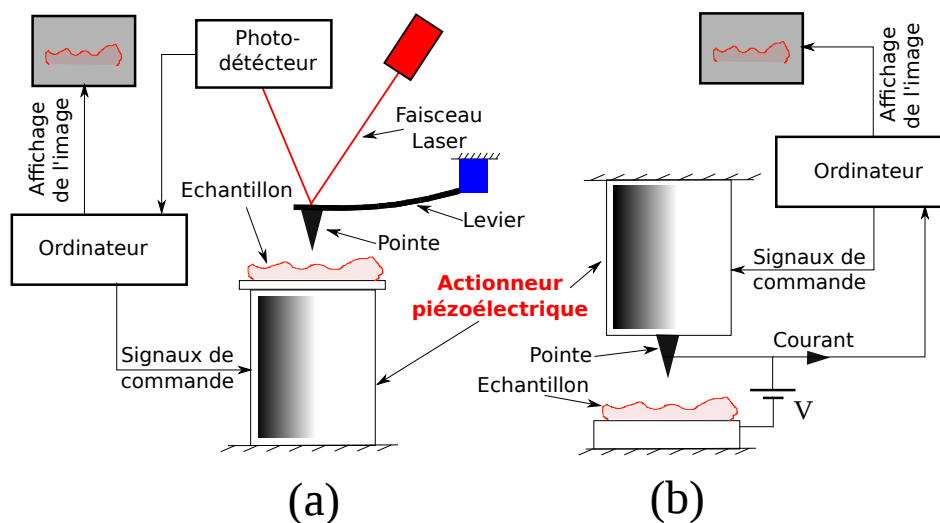


FIGURE 1.1: Illustration de deux types de microscopes à sonde locale (SPM). (a) *Atomic Force Microscope* (AFM) : reconstruction de l'image d'un échantillon à partir de la réflexion d'un faisceau laser. Cette réflexion est due à la déflexion du levier suite à l'interaction entre la pointe et l'échantillon. (b) *Scanning Tunneling Microscope* (STM) : la reconstruction de l'image de l'échantillon, à partir d'un courant électrique (*tunneling current*) issu d'un échange d'électrons entre l'échantillon et la pointe. Un actionneur piézoélectrique est utilisé pour permettre à la pointe de balayer la surface de l'échantillon.

La figure Fig. 1.1 montre que l'un des éléments de base du microscope à sonde est l'actionneur piézoélectrique qui permet le positionnement rapide et précis des échantillons ou de la pointe. Par rapport aux autres types d'actionneurs (magnétostrictifs, électromagnétiques, thermiques, etc), le choix de l'actionneur piézoélectrique pour cette application est motivé par les raisons suivantes : une très bonne résolution (de l'ordre du nanomètre), une dynamique très rapide (une bande passante de plus d'un kHz possible), la facilité d'alimentation, une grande densité de force, etc [89].

D'un point de vue fonctionnel, les actionneurs piézoélectriques peuvent être regroupés en deux catégories. La première inclut les actionneurs conçus pour fournir des déflexions suivant une seule direction (actionneurs à un degré de liberté ou mono-axe). On peut citer à titre d'exemple la poutre piézoélectrique à section rectangulaire, utilisée pour les tâches de micromanipulation et de microassemblage. La deuxième catégorie concerne les actionneurs conçus pour fléchir suivant plusieurs directions (actionneurs à plusieurs degrés de liberté ou multi-axes). Un exemple de ce type d'actionneurs est le tube piézoélectrique qui peut fléchir dans trois directions  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , selon l'application de la tension électrique sur ses électrodes.

Le premier tube piézoélectrique a été inventé en 1986 par G. Binnig et D. P. E. Smith [22]. Avant son invention, le positionnement de la pointe ou l'échantillon dans les microscopes à sonde était assuré par des tripodes piézoélectriques [20]. Par rapport aux tripodes, le tube a apporté beaucoup d'avantages, en particulier en terme de précision de positionnement, la rapidité et la facilité d'intégration dans le microscope [133]. Le tube de Binnig et Smith rapporté dans [22] avait une déflexion électromécanique de 5nm/V et une première résonance à 8kHz pour les deux directions perpendiculaires à son axe (directions  $X$  et  $Y$ ), et une première résonance à 40kHz pour la direction perpendiculaire à son axe (direction  $Z$ ). Les tubes piézoélectriques commercialisés actuellement peuvent fournir plus de 100nm/V avec une première résonance autour de 1kHz et une résolution sub-nanométrique. Outre la microscopie, les tubes piézoélectriques sont aussi utilisés dans beaucoup d'autres applications de micro/nano-positionnement telles que l'usinage [68], la métrologie [184], etc. Dans cette thèse, nous utilisons le tube piézoélectrique de modèle PT 230.94, fabriqué par la compagnie *Physik Instrumente*. Sa description et son fonctionnement sont présentés sur la figure Fig. 1.2.

Néanmoins, les actionneurs piézoélectriques sont affectés par des fortes non-linéarités (l'hystérésis et la dérive lente, souvent appelé *creep*), des oscillations mal amorties, une forte sensibilité aux variations des conditions ambiantes (en particulier, la variation de température), ainsi qu'au problème de couplages entre les différents axes de l'actionneur. Un exemple de l'effet de chacun de ces phénomènes sur les images AFM est montré à la figure Fig. A.1 [213].

Pour contrecarrer les problèmes sus-mentionnés, la commande en boucle fermée (Fig. 1.3b-(1)) est la plus utilisée [1, 15, 28, 62, 99, 176, 209, 215]. Par ailleurs, sa mise en place est compromise par le manque de capteurs convenables en termes de performances et dimensions, pour les applications à l'échelle micro/nano-métrique en général. D'un côté, les capteurs de tailles convenables (capteurs capacitifs, inductifs, jauges de déformation, etc) n'ont pas les performances nécessaires telles que de faibles bruits, bonne résolution et précision, faible sensibilité à l'environnement, bande passante, etc. De l'autre côté, les capteurs disposant des performances nécessaires tels que les capteurs optiques, sont très volumineux, ce qui rend leur installation difficile, surtout pour les actionneurs multi-axes où un nombre élevé de capteurs est nécessaire.



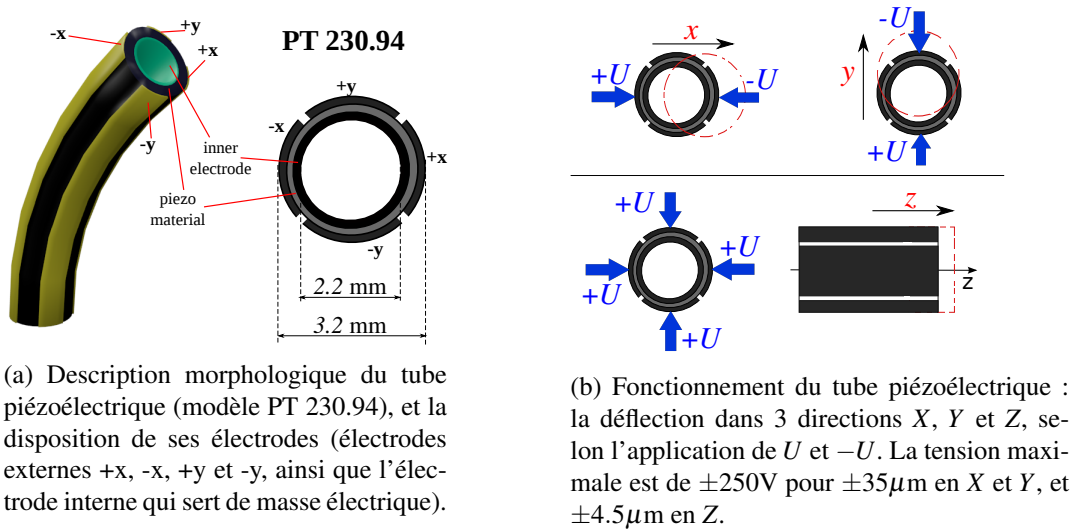


FIGURE 1.2: Description et fonctionnement du tube piézoélectrique, modèle PT 230.94.

Par conséquent, les techniques de commande en boucle ouverte (Fig. 1.3b-(2)), permettant de contourner ce problème sont particulièrement adaptées. La commande en boucle ouverte de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties est basée essentiellement sur les techniques d'inversion de modèle. Pour ce faire, le modèle de l'effet à commander est d'abord identifié. Ensuite, différentes techniques consistant à inverser ce modèle ou à trouver une structure équivalente à son inverse sont appliquées [94, 101, 161]. Ces techniques ont été beaucoup étudiées pour la commande monovariante, c'est à dire pour les actionneurs mono-axe [34, 44, 163] ou pour les actionneurs multi-axes mais en étudiant chaque axe de l'actionneur individuellement [18, 178, 160].

Par ailleurs, les approches relatives à la modélisation et commande multivariable des actionneurs piézoélectriques multi-axes, en considérant les transferts directs et les couplages simultanément, sont nouvelles. Dans cette thèse, nous proposons une extension des techniques de modélisation et commande utilisées en monovariante aux approches multivariantes, permettant de prendre en compte à la fois les transferts directs et les couplages.

## 1.2 Objectifs et plan du rapport

Ce travail de thèse s'articule autour de quatre principaux objectifs :

1. Mettre en place des modèles multivariants pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes, les techniques existant dans la littérature étant limitées à la modélisation monovariante. La modélisation proposée sera du type boîte-noire (Fig. 1.3a), c'est à dire basée sur des relations entrées-sorties uniquement et sur des modèles mathématiques.
2. Utiliser les modèles multivariants proposés afin de proposer des nouvelles lois de commande multivariantes en boucle ouverte, pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes.

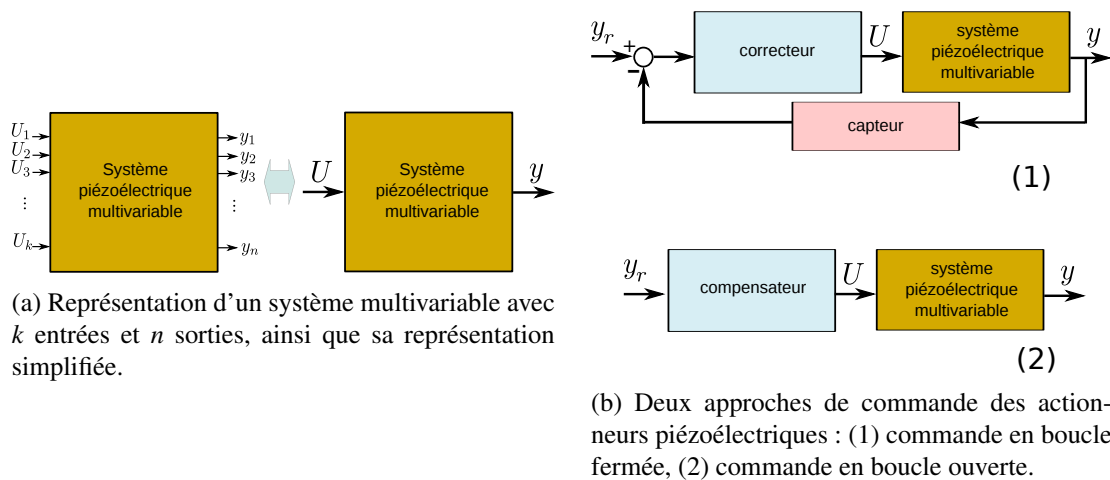


FIGURE 1.3: Représentation d'un système piézoélectrique multivariable et les deux approches de commande utilisées.

3. Caractériser, modéliser et commander les effets de la variation de la température sur les actionneurs piézoélectriques. Dans la littérature, les méthodes utilisées pour analyser les effets de la température sont souvent basées sur les propriétés physiques des actionneurs. Dans ce travail, l'objectif est de faire une même analyse à l'aide des modèles entrée-sortie.
4. Combiner les techniques de commande multivariable en boucle ouverte et les techniques classiques de commande en boucle fermée afin d'améliorer la bande passante des systèmes contrôlés.

Le rapport est présenté selon six chapitres, découpés comme suit :

**Le chapitre 2** est consacré à la modélisation multivariable de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Nous faisons d'abord un état de l'art des modèles existant dans la littérature pour la modélisation de ces phénomènes. A partir de l'état de l'art, nous choisissons le modèle que nous étendons à la modélisation multivariable. Enfin, nous vérifions l'applicabilité et la validité du modèle multivariable sur le tube piézoélectrique.

**Le chapitre 3** est consacré à la commande multivariable et en boucle ouverte de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Dans ce chapitre, nous utilisons les modèles proposés au **chapitre 2** pour construire les compensateurs multivariables de ces phénomènes. Nous appliquons expérimentalement ces techniques de compensation également sur le tube piézoélectrique.

**Le chapitre 4** est consacré à la caractérisation, la modélisation et la commande en boucle ouverte des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques. Nous analysons en détails ces effets sur la déflexion globale de l'actionneur, sur l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties. Ensuite, à partir de ces caractérisations, nous proposons des stratégies qui peuvent être utilisées afin de commander ces effets en boucle ouverte.

**Le chapitre 5** est consacré à la commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques et la combinaison de cette dernière avec les techniques de commande en boucle ouverte

proposées au **chapitre 3**, dans le but d'améliorer la bande passante des systèmes contrôlés. En premier lieu, nous faisons un état de l'art des techniques de commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques. Ensuite, nous présentons différentes configurations d'implémentation des correcteurs mixtes (boucle ouverte-boucle fermée). Enfin, nous comparons ces configurations en termes de bandes passantes obtenues.

**Le chapitre 6** conclut ce rapport. Dans ce chapitre, nous établissons une synthèse des techniques de commande proposées. Nous tirons ensuite des conclusions par rapport aux objectifs de départ et enfin nous proposons quelques perspectives.

# Modélisation multivariable de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties

*La modélisation de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties a été largement étudiée dans la littérature pour les actionneurs piézoélectriques mono-axe. Ces études ont abouti à un ensemble de modèles performants pour ce type de systèmes monovariables. Dans ce chapitre, nous proposons des modèles adaptés aux actionneurs piézoélectriques multi-axes. Contrairement aux modèles monovariables, les modèles proposés permettent de prendre en compte simultanément les transferts directs et les effets de couplage. Les modèles multivariables proposés relèvent d’une extension des modèles monovariables déjà existant. Ce chapitre explique le choix des modèles sélectionnés pour être étendus en multivariable, le cheminement suivi pour réaliser cette extension ainsi que les procédures d’identification des modèles proposés. Les techniques de modélisation proposées ont été validées expérimentalement sur le tube piézoélectrique, à trois degrés de liberté.*

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Etat de l’art sur la modélisation de l’hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties</b>	<b>11</b>
2.2.1	Hystérésis	11
2.2.2	Creep	19
2.2.3	Oscillations mal-amorties	22
2.2.4	Synthèse	22
<b>2.3</b>	<b>Extension à la modélisation multivariable</b>	<b>23</b>
2.3.1	Hystérésis	23
2.3.2	Modélisation de l’hystérésis rate-dependent par le modèle de Bouc-Wen classique	26

2.3.3	Creep . . . . .	31
2.3.4	Oscillations mal-amorties . . . . .	31
<b>2.4</b>	<b>Application au tube piézoélectrique . . . . .</b>	<b>32</b>
2.4.1	Présentation de la maquette expérimentale . . . . .	32
2.4.2	Hystérésis . . . . .	33
2.4.3	Creep . . . . .	37
2.4.4	Oscillations mal-amorties . . . . .	39
<b>2.5</b>	<b>Synthèse - Conclusion . . . . .</b>	<b>43</b>

## 2.1 Introduction

Pour les actionneurs piézoélectriques, l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties, peuvent être modélisés en se basant sur les paramètres géométriques ou sur les propriétés physiques de l'actionneur [14, 56]. Les modèles ainsi formés constituent une catégorie de modèles appelés modèles microscopiques. Ces modèles permettent d'avoir une quantité assez large d'informations sur l'actionneur et sur l'effet modélisé mais ils comportent une grande quantité de paramètres, ce qui rend très complexe leur identification et leur utilisation dans un cadre expérimentale. Une stratégie de modélisation alternative et la plus couramment utilisée pour les actionneurs piézoélectriques est l'utilisation d'un modèle de type boîte-noire. Par cette approche, les modèles synthétisés reflètent uniquement le comportement entre l'entrée et la sortie du système, sans tenir compte de l'aspect morphologique ou de la constitution interne de l'actionneur. Cette considération mène à une catégorie des modèles qualifiés de *phénoménologiques* ou macroscopiques.

Ce chapitre propose d'abord un état de l'art sur les modèles *phénoménologiques* couramment utilisés pour la modélisation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties pour les actionneurs piézoélectriques. Nous proposons ensuite des modèles multivariables pour l'hystérésis, le creep et les oscillations. Les modèles proposés sont présentés de façon généralisée, en considérant un système multivariable avec  $k$  entrées et  $n$  sorties (Fig. 2.1). Les modèles multivariables ainsi constitués prennent en compte non seulement le cas des systèmes carrés ( $k = n$ ) mais aussi le cas des systèmes rectangulaires (c'est à dire sous- ou sur-actionnés).

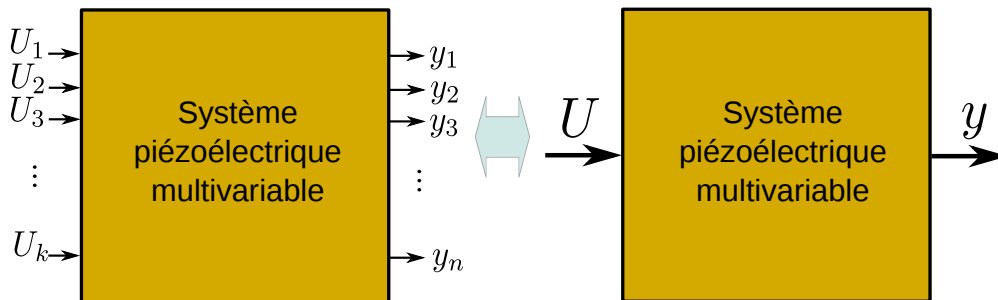


FIGURE 2.1: Système piézoélectrique multi-axes.

Le choix des modèles considérés pour une extension en multivariable est basée sur la simplicité de mise en œuvre, la précision du modèle, le coût en termes de temps d'identification (le nombre de paramètres à identifier) et d'implémentation, et la possibilité d'utilisation du modèle pour la synthèse d'une commande en boucle ouverte.

Ce chapitre est organisé comme suit. La première partie propose un état de l'art sur la modélisation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties pour les actionneurs piézoélectriques. La deuxième partie présente et développe les modèles multivariables proposés. Enfin, dans la dernière partie du chapitre, nous appliquons les techniques de modélisation multivariable proposées sur le tube piézoélectrique.

## 2.2 Etat de l'art sur la modélisation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties

### 2.2.1 Hystérésis

#### 2.2.1.1 Définition et propriétés du phénomène d'hystérésis

Le terme hystérésis vient du mot grec *husterêsis* qui signifie "retard" (*lagging-behind*). C'est un phénomène non-linéaire connu dans plusieurs domaines scientifiques (magnétisme [30], ferroélectricité [114], mécanique [3], électropneumatique [189], optique [171], économie [39], etc), ce qui suscite une ambiguïté dans sa définition technique. Pour définir ce phénomène, Isaak D. Mayergoyz [126] utilise la notion de transducteur d'hystérésis, illustré par la figure Fig. 2.2.

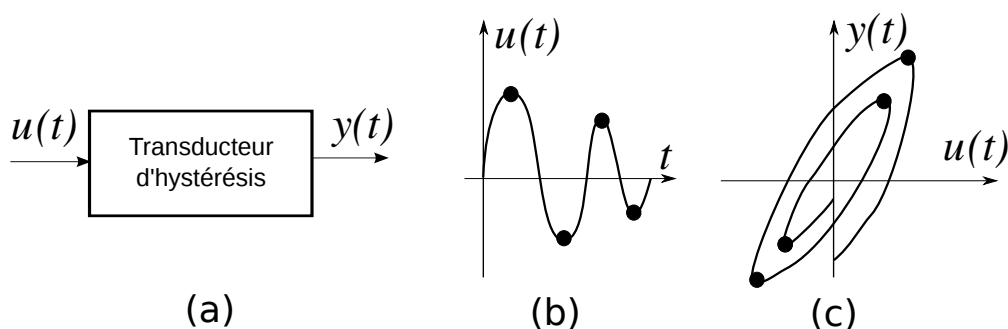


FIGURE 2.2: Schéma d'illustration du phénomène d'hystérésis. (a) : le transducteur d'hystérésis, (b) : représentation de l'entrée  $u(t)$  en fonction du temps  $t$ , (c) : la représentation de la sortie  $y(t)$  en fonction de l'entrée  $u(t)$ .

Le système  $S$  de la figure Fig. 2.2-a, d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $y(t)$  s'appelle transducteur d'hystérésis si la relation entrée-sortie ( $y(t)$  en fonction de  $u(t)$ ) (Fig. 2.2-c) représente une non-linéarité à plusieurs branches, pour laquelle la transition d'une branche à l'autre apparaît après chaque extremum de  $u(t)$ . L'évolution de ces branches dépend de la valeur actuelle et les valeurs précédentes de  $u(t)$ .

Il est à noter que la fréquence de  $u(t)$  joue un rôle particulier dans l'analyse du phénomène d'hystérésis. Considérons toujours le système  $S$  de la figure Fig. 2.2-a, pour lequel l'application d'une entrée  $u(t)$  périodique et d'amplitude constante provoque une sortie périodique  $y(t)$ . En fonction des caractéristiques dynamiques du système  $S$ , le tracé de  $y(t)$  en fonction de  $u(t)$  représente des courbes en boucle, qui expriment un comportement similaire à hystérésis. Si ce comportement se manifeste pour les fréquences relativement élevées de  $u(t)$  mais disparaît pour les fréquences proches de zero, alors le système  $S$  est non-hystérétique. Par contre, si ce comportement non-linéaire persiste pour les fréquences de  $u(t)$  proches de zero (domaine quasi-statique), alors le système  $S$  présente réellement le phénomène d'hystérésis [138]. En effet, pour les systèmes linéaires, la présence d'un comportement similaire à l'hystérésis à des fréquences élevées est dû tout simplement au déphasage (*phase-lag*) entre  $u(t)$  et  $y(t)$  (voir annexe B.2). Lorsque les systèmes hystérétiques sont excités à des fréquences élevées, le phénomène naturel d'hystérésis et l'effet de déphasage sont combinés. C'est pour cette raison que, pour isoler le phénomène d'hystérésis, ce dernier est en général caractérisé à des fréquences relativement basses.

Pour certains matériaux, les courbes d'hystérésis restent similaires pour toutes les fréquences de  $u(t)$ . C'est le cas de l'hystérésis d'un certain nombre de systèmes ferromagnétiques [138]. On parle dans ce cas de l'hystérésis "*rate-independent*". Lorsque la forme des courbes d'hystérésis change avec la fréquence de  $u(t)$  on parle de l'hystérésis *rate-dependent*. C'est le cas notamment de l'hystérésis des systèmes piézoélectriques [74].

Le phénomène d'hystérésis possède aussi d'autres propriétés liées à la forme de ses courbes. En fonction de l'amplitude de  $u(t)$  ou des propriétés du matériau concerné, la courbe d'hystérésis peut être de forme saturée [174], de forme asymétrique [10] ou de forme papillon (*butterfly*) [52, 218]. La sous-section suivante fait un état de l'art des modèles d'hystérésis couramment utilisés ainsi que les techniques existantes de modélisation d'hystérésis. Nous nous limitons ici à la modélisation de l'hystérésis dans le domaine des matériaux de structure, des matériaux intelligents et de l'électromagnétisme.

### 2.2.1.2 Modèles d'hystérésis

L'objectif de cette sous-section est de nous permettre de repérer le modèle que nous allons étendre à la modélisation multivariable de l'hystérésis et qui nous permettra par la suite de synthétiser une commande en boucle ouverte multivariable pour les actionneurs piézoélectriques. La littérature sur la modélisation monovariable de l'hystérésis est très vaste. Une synthèse incluant les développements récents est faite dans [83], où les approches de modélisation phénoménologique de l'hystérésis les plus utilisées sont regroupées en deux grandes catégories : les approches basées sur la superposition d'opérateurs élémentaires appelés hystérons, et les approches basées sur les équations différentielles. Outre ces deux catégories, il existe aussi une catégorie de techniques basées notamment sur l'interpolation polynomiale. Pour chacune de ces trois catégories, les approches de modélisation les plus connues sont :

- approches à base d'hystérons : approche de Preisach [150], de Prandtl-Ishlinskii [149, 92] et de Maxwell-Slip [212] ;
- approches à base d'équations différentielles : approche de Bouc-Wen [23, 207], de Duhem [53], de Coleman-Hodgdon [35] et de Dahl [45, 46] ;

— autres approches de modélisation : Polynomial [13, 16], Lookup table [54], Ellipsoidal [74], *Phasers* [40, 42], etc.

Pour prendre en compte différentes propriétés ou variétés de formes des courbes d'hystérésis, pour chacune des approches ci-dessus, plusieurs modèles ont été développés. Les détails sur ces modèles sont recensés dans la troisième colonne du tableau Tab. 2.1. Il est aussi mentionné si, à notre connaissance, le modèle a été déjà utilisé pour la commande en boucle-ouverte de l'hystérésis des systèmes piézoélectriques. La quatrième colonne indique la propriété d'hystérésis (*rate-independency/dependency*) ou la forme de la courbe (symétrique/asymétrique) prise en compte par chaque modèle.



TABLE 2.1: La classification des approches de modélisation et des modèles d'hystérésis, ainsi que les propriétés d'hystérésis prises en compte par chaque modèle (les notations CBO, RI et RD signifient Commande en Boucle Ouverte, Rate-Independent et Rate-Dependent, respectivement).

Catégorie	Approches	Modèles	Forme/ type d'hystérésis
Modèles à base d' hystérons	Preisach	Preisach classique (CBO) [96] Preisach modifié (CBO) [205] Preisach dynamique [217] Preisach généralisé [69] Preisach étendu [195] <i>Vector hysteresis</i> [127]	symétrique/RI symétrique/RI symétrique/RD symétrique/RI symétrique/RI symétrique/RI
	Prandtl-Ishlinskii	PI classique (CBO) [5, 157] <i>Rate-dependent</i> PI [8] PI généralisé (CBO) [7] PI modifié [95] (CBO) [75, 104]	symétrique/RI symétrique/RD asymétrique/RI asymétrique/RI
	Maxwell-Slip (MS)	MS classique [33] MS généralisé [2]	symétrique/RI symétrique/RI
Modèles à base des équ. différ.	Bouc-Wen (BW)	BW classique (CBO) [156] BW généralisé [191]	symétrique/RI asymétrique/RI
	Duhem	Duhem classique (CBO)[113] Duhem généralisé [140] Duhem semi-linéaire [139, 138]	symétrique/RI symétrique/RI symétrique/RD
	Coleman- Hodgdon (CH)	CH classique [36] CH asymétrique [201]	symétrique/RI asymétrique/RI
	Dahl	Dahl classique (CBO) [211] Dahl modifié [17]	symétrique/RI asymétrique/RI
Autres approches	Polynomial [67, 151]		symétrique/RI
	Lookup table (CBO)[180]		symétrique/RI
	Ellipsoidal (CBO) [74]		symétrique/RD
	Phasers (CBO) [40]		symétrique/RD

**Remarques :**

- L'hystérésis *rate-dependent* est aussi souvent modélisé en utilisant l'approximation de Hammerstein. Cette approximation consiste à mettre en cascade un modèle *rate-independent* de l'hystérésis et une dynamique linéaire, ce qui résulte en un modèle non-linéaire dynamique d'hystérésis [153, 167, 206].

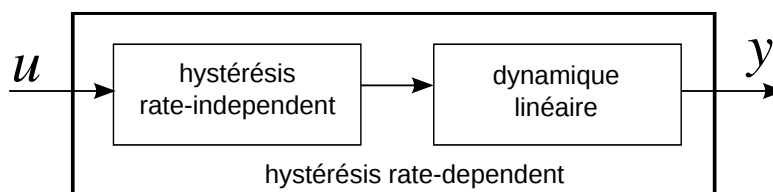


FIGURE 2.3: Schéma de Hammerstein pour la modélisation de l'hystérésis *rate-dependent*.

- Les modèles d'hystérésis *rate-dependent* cités dans le tableau, prennent en compte l'aspect non-linéaire et la dynamique du système dans un même modèle. Par ailleurs, il est à noter que la modélisation par les *Phasers* et le modèle ellipsoïdal sont basés sur la considération de l'hystérésis comme un déphasage entre l'entrée  $u(t)$  et la sortie  $y(t)$ , non pas comme un phénomène non-linéaire. Pour considérer la non-linéarité, un modèle d'hystérésis *rate-independent* est nécessaire. C'est le cas de la modélisation dans [41] où l'opérateur *Phaser* est combiné avec le modèle de Preisach.

En ce qui concerne notre objectif de modélisation multivariable et commande en boucle ouverte, les approches à base d'équations différentielles sont les plus attractives. En effet, la précision des modèles à base d'hystérons dépend du nombre d'opérateurs élémentaires utilisés contrairement aux modèles à bases d'équations différentielles où le nombre de paramètres est fixe. Les modèles à base d'hystérons utilisent par conséquent un nombre élevé de paramètres, ce qui rendrait les modèles multivariables correspondants très lourds, laborieux à identifier et difficiles à implémenter par rapport aux modèles à base d'équations différentielles (voir [annexe B](#)). Les modèles à base d'équations différentielles constituent donc notre choix.

Parmi les modèles à base d'équations différentielles, nous avons choisi le modèle de Bouc-Wen pour les raisons suivantes :

- la structure mathématique du modèle de Bouc-Wen permet une écriture de ses paramètres sous forme matricielle, ce qui le rend plus simple à étendre à la modélisation multivariable ;
- le modèle de Bouc-Wen utilise un nombre très réduit de paramètres. Ainsi, le nombre de paramètres du modèle multivariable que nous proposons reste faible, par rapport aux modèles monovariables avec un nombre élevé de paramètres ;
- le modèle de Bouc-Wen présente de bonnes propriétés pour la commande en boucle ouverte de l'hystérésis.

Dans la sous-section suivante, le modèle de Bouc-Wen est étudié en détails afin de faciliter l'explication de la démarche que nous avons adoptée pour réaliser son extension à la modélisation multivariable.

### 2.2.1.3 Modèles de Bouc-Wen classique, Wang-Wen et Bouc-Wen généralisé

Le modèle de Bouc-Wen a été introduit par Bouc en 1967 [23, 24] pour modéliser l'hystérésis dans les matériaux de structure, puis étendu par Wen en 1976 [207], qui a démontré sa capacité à modéliser plusieurs variétés de courbes d'hystérésis. Ce modèle permet de modéliser la relation hystérétique entre la force de rappel  $f$  et le déplacement (la déformation)  $x$  du matériau (figure Fig. 2.4).

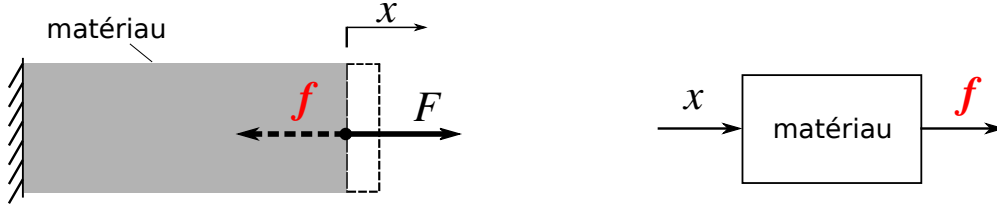


FIGURE 2.4: Illustration des variables du modèle de Bouc-Wen.  $F$  est une force extérieure qui agit sur le matériau,  $f$  est la force de rappel et  $x$  la déformation du matériau.

Cette relation est décrite par l'équation Eq. 2.1 [91, 191] :

$$\begin{cases} f(x, \dot{x}, z) = \alpha k_0 x + (1 - \alpha) k_0 z \\ \dot{z} = \dot{x} [A - |z|^m \psi(x, \dot{x}, z)] \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $\dot{x}$  désigne la vitesse de déformation,  $k_0$  la raideur du matériau dans le domaine élastique,  $\alpha$  le rapport entre la raideur dans le domaine plastique  $k_f$  et  $k_0$  ( $\alpha := k_f/k_0$ ),  $z$  représente la variable interne de l'hystérésis, et  $A$  et  $m$  des paramètres d'ajustement relatifs au comportement interne du matériau.  $\psi$  est une fonction qui gouverne la forme des courbes du modèle. La définition de cette fonction dépend donc de la forme de l'hystérésis que l'on souhaite modéliser. Pour le modèle de Bouc-Wen classique, la fonction  $\psi$  est définie par l'équation Eq. 2.2 [23, 207]. Pour le modèle de Wang-Wen, cette fonction est définie par l'équation Eq. 2.3 [203].

$$\psi_{BW} = \gamma + \beta \operatorname{sgn}(\dot{x}z) \quad (2.2)$$

$$\psi_{WW} = \gamma + \beta \operatorname{sgn}(\dot{x}z) + \phi [\operatorname{sgn}(\dot{x}) + \operatorname{sgn}(z)] \quad (2.3)$$

avec  $\gamma$ ,  $\beta$  et  $\phi$  les paramètres du modèle et  $\operatorname{sgn}$  la fonction *signe*. Les fonctions  $\psi_{BW}$  et  $\psi_{WW}$  qui gouvernent la forme de l'hystérésis pour le modèle de Bouc-Wen classique et Wang-Wen ne dépendent que de deux variables  $\dot{x}$  et  $z$ . Selon les signes de  $\dot{x}$  et  $z$  on distingue quatre régions sur la courbe d'hystérésis (voir Fig. 2.5) : (R1) ( $z \geq 0, \dot{x} \geq 0$ ), (R2) ( $z \geq 0, \dot{x} < 0$ ), (R3) ( $z < 0, \dot{x} < 0$ ) et (R4) ( $z < 0, \dot{x} \geq 0$ ).

A partir de l'équation Eq. 2.2, on remarque que pour (R1) et (R3) la valeur de la fonction  $\psi_{BW}$  est  $(\gamma + \beta)$  et que pour (R2) et (R4) cette valeur est  $(\gamma - \beta)$ . Pour les quatre régions, la fonction  $\psi_{BW}$  ne peut donc avoir que deux valeurs :  $(\gamma + \beta)$  et  $(\gamma - \beta)$ , ce qui justifie la symétrie entre (R1) et (R3), et entre (R2) et (R4) ainsi que la limite du modèle de Bouc-Wen classique à la modélisation de l'hystérésis symétrique. A partir de l'équation Eq. 2.3, on remarque que

l'introduction du paramètre  $\phi$  permet à la fonction  $\psi_{WW}$  du modèle Wang-Wen permet d'avoir trois valeurs différentes :  $(\gamma + \beta + 2\phi)$  pour (R1),  $(\gamma + \beta - 2\phi)$  pour (R3) et  $(\gamma - \beta)$  pour (R2) et (R4). Ceci permet au modèle de Wang-Wen de prendre en compte l'asymétrie entre la région (R1) et (R3).

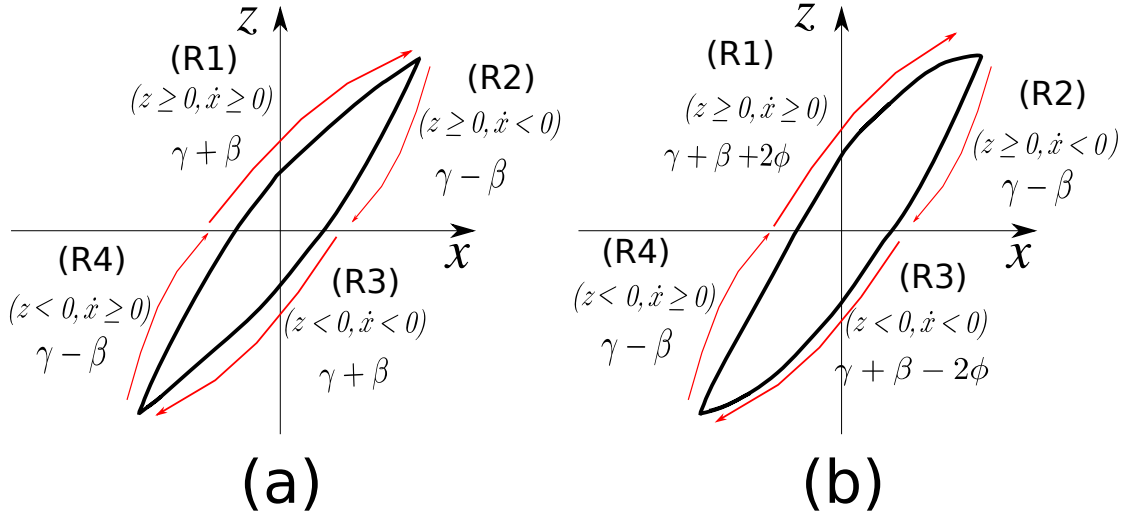


FIGURE 2.5: Les régions de la courbe d'hystérésis et les valeurs de la fonction  $\psi$  correspondantes pour : (a) le modèle de Bouc-Wen classique et (b) le modèle de Wang-Wen.

Dans [191], la fonction  $\psi$  a été étendue pour rendre la forme de l'hystérésis dépendant également de  $x$ , en plus de  $\dot{x}$  et  $z$ . Le modèle ainsi formé est nommé Bouc-Wen généralisé et sa fonction  $\psi$  est :

$$\psi_{GBW} = \beta_1 \text{sgn}(\dot{x}z) + \beta_2 \text{sgn}(x\dot{x}) + \beta_3 \text{sgn}(xz) + \beta_4 \text{sgn}(\dot{x}) + \beta_5 \text{sgn}(z) + \beta_6 \text{sgn}(x). \quad (2.4)$$

Selon les signes de  $x$ ,  $\dot{x}$  et  $z$ , on peut distinguer six régions (R1), (R2), ... (R6), avec six différentes valeurs de la fonction  $\psi_{BWG}$  (voir Fig. 2.6). Cette augmentation du nombre de degrés de liberté donne à ce modèle la capacité de déplacer les régions du modèle de façon asymétrique et de modéliser l'asymétrie globale de la courbe d'hystérésis.

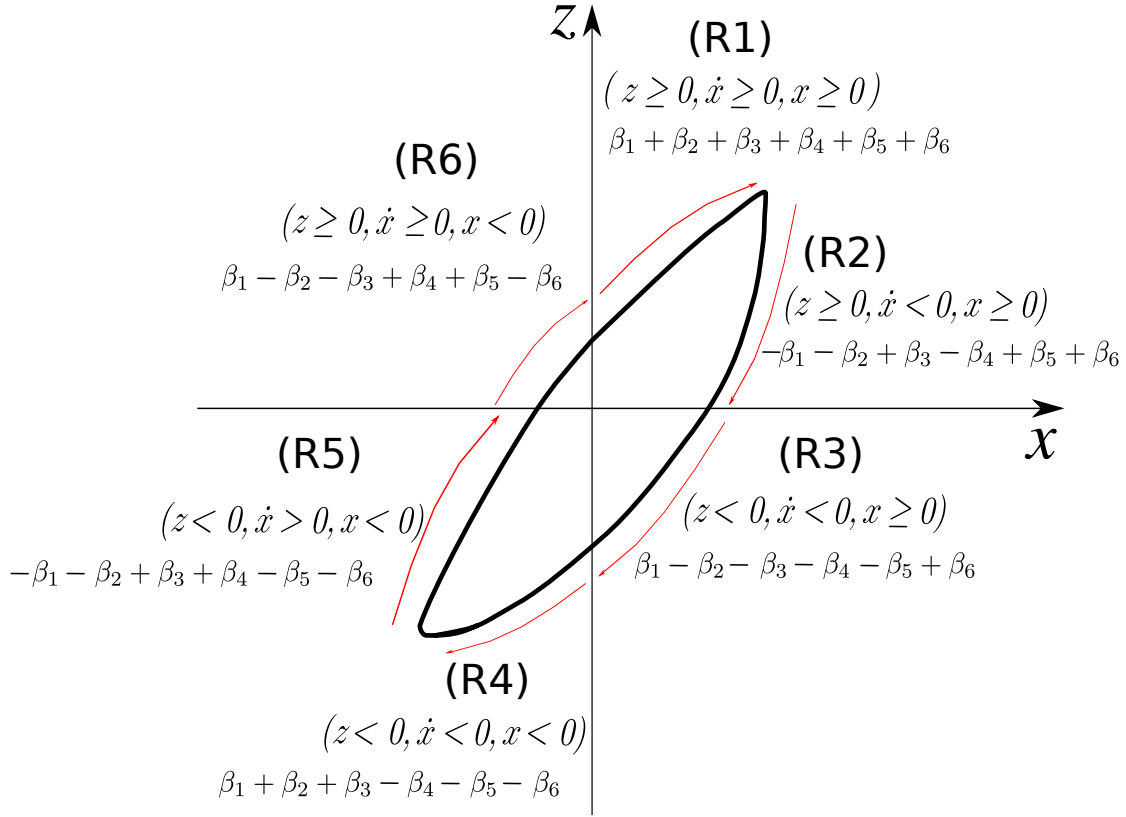


FIGURE 2.6: Les régions de la courbe d'hystérésis et les valeurs de la fonction  $\psi$ , pour le modèle de Bouc-Wen généralisé [191].

#### 2.2.1.4 Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé pour les actionneurs piézoélectriques

Le modèle décrit par l'équation Eq. 2.1 relie la déformation  $x$  en entrée à une force de rappel  $f$  en sortie (on impose une déformation  $x$  au matériau et on observe la force de rappel  $f$ ). Pour les actionneurs piézoélectriques, on impose une tension  $U$  et on observe la déflexion de l'actionneur  $y$ . Par conséquent, le modèle adapté aux actionneurs piézoélectriques utilise la tension électrique  $U$  à la place de  $x$  et la déflexion  $y$  à la place de la force de rappel. Un autre changement important concerne l'approximation du paramètre  $m$  de la deuxième équation de Eq. 2.1. En effet, plusieurs tests expérimentaux [118] ont montré que, l'élasticité des matériaux piézoélectriques permet de considérer  $m \simeq 1$ . Par conséquent, le modèle de Bouc-Wen classique adapté aux actionneurs piézoélectriques est utilisé dans [118, 156] sous la forme :

$$\begin{cases} y = d_p U - h & , y(t_0) = y_0 \\ \dot{h} = A\dot{U} - \beta|\dot{U}|h - \gamma\dot{U}|h| & , h(t_0) = h_0 \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $d_p$  est la constante piézoélectrique et  $h$  la variable interne de l'hystérésis.

La forme de l'hystérésis des actionneurs piézoélectrique peut aussi être de forme asymétrique. Par conséquent, nous avons aussi proposé dans [79, 81], une adaptation du modèle de Bouc-Wen généralisé aux actionneurs piézoélectriques, sous l'équation :

$$\begin{cases} y = d_p U - h \\ \dot{h} = \dot{U} [A - |h| \psi(U, \dot{U}, h)] \\ \psi(U, \dot{U}, h) = \beta_1 \text{sgn}(\dot{U}h) + \beta_2 \text{sgn}(U\dot{U}) + \beta_3 \text{sgn}(Uh) + \beta_4 \text{sgn}(\dot{U}) + \beta_5 \text{sgn}(h) + \beta_6 \text{sgn}(U) \end{cases} \quad (2.6)$$

Pour illustrer la capacité du modèle de Bouc-Wen généralisé à modéliser l'hystérésis asymétrique par rapport au modèle de Bouc-Wen classique, nous avons identifié leurs paramètres pour une même courbe d'hystérésis. La courbe utilisée représente l'hystérésis de l'un des axes du tube piézoélectrique PT.230.94. La comparaison de deux modèles avec la courbe expérimentale est établie dans la figure Fig. 2.7-a-b, où on remarque une erreur de modélisation plus petite pour le modèle de Bouc-Wen généralisé que pour le modèle de Bouc-Wen classique.

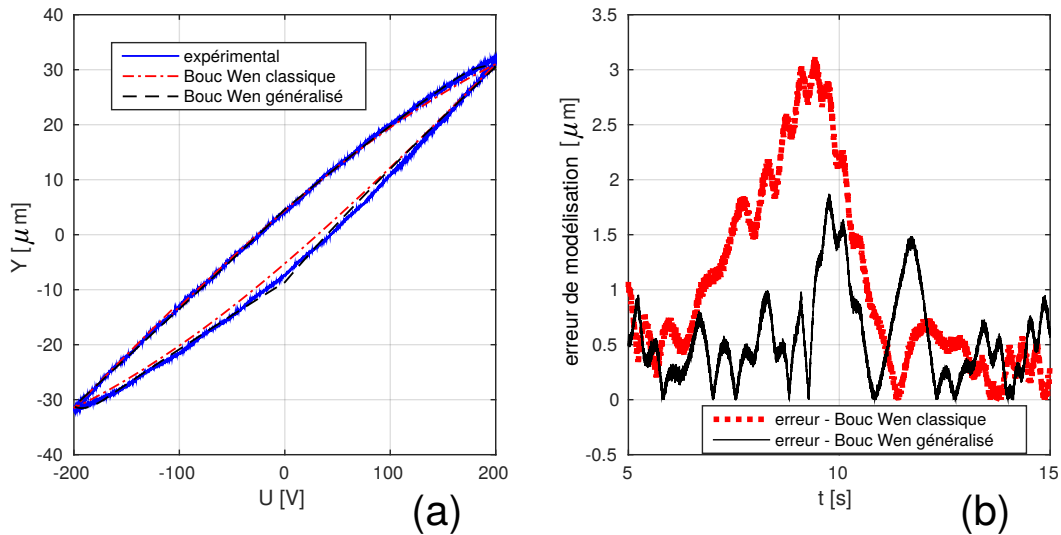


FIGURE 2.7: Exemple de comparaison du modèle Bouc-Wen Classique et Bouc-Wen Généralisé. (a) comparaison visuelle, (b) erreur de modélisation par rapport à la courbe expérimentale (modèle-expérimental).

### 2.2.2 Creep

Le phénomène de creep (appelé aussi *dérive lente* ou *fluage* en français, ou bien *cold flow* en anglais) est très connu en science des matériaux. Il est défini en tant que phénomène provoquant une déformation d'un matériau lorsque ce dernier est soumis à une contrainte constante et inférieure à la limite d'élasticité, pendant une durée relativement longue [26, 130]. Pour les actionneurs piézoélectriques, lorsque une tension  $U$  d'amplitude constante est appliquée, puis

maintenue pendant une durée relativement longue, le champ rémanent créé provoque un comportement de dérive de la déflexion  $y$  de l'actionneur [28].

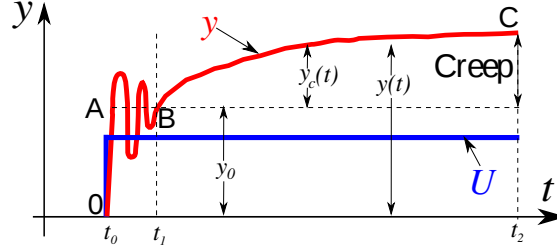


FIGURE 2.8: Réponse à un échelon d'un actionneur piézoélectrique : illustration des oscillations mal-amorties et de l'effet creep.  $U$  désigne la tension appliquée à l'actionneur et  $y$  la déflexion.

Sur la courbe de la déflexion sur la figure Fig. 2.8, le phénomène de creep est représenté par la portion  $BC$ . La portion  $OAB$  représente les oscillations mal-amorties (la partie transitoire de la réponse à un échelon), un phénomène qui sera discuté dans la section suivante.

A partir de la figure Fig. 2.8, lorsqu'une tension  $U$  d'amplitude constante est appliquée, la déflexion  $y$  de l'actionneur est donnée par :

$$y(t) = y_0(t) + y_c(t) e^{-(t_1-t_0)t}. \quad (2.7)$$

Or, le phénomène de creep est observé sur une durée très longue par rapport à la partie transitoire de la réponse à un échelon. Pour les actionneurs piézoélectriques, le creep peut toujours être observé au delà de 300s alors que la partie transitoire ne dure que quelques dizaines de millisecondes. Par conséquent, en considérant la représentation de la figure Fig. 2.8, le temps  $(t_1 - t_0)$  est négligeable par rapport à  $(t_2 - t_1)$  et on peut considérer dans ce cas une courbe où les points  $A$  et  $B$  sont confondus, donc  $(t_1 - t_0) \approx 0$ . En remplaçant cette approximation dans l'équation Eq. 2.7, le modèle global du creep devient :

$$y(t) = y_0 + y_c(t), \quad (2.8)$$

où  $y_0$  correspond à la déflexion de la portion  $OB$  et  $y_c(t)$  la déflexion de la portion  $BC$ , qui est la partie qui représente le phénomène de creep proprement dit. On s'apercevra par la suite que les modèles de creep couramment utilisés sont basés sur l'hypothèse de l'équation Eq. 2.8.

Bien que l'hystérésis et le creep représentent tous les deux des non-linéarités qui affectent les actionneurs piézoélectriques, la littérature sur la modélisation du creep est moins développée pour le creep que pour l'hystérésis. Pour modéliser le creep des actionneurs piézoélectriques, il existe deux modèles les plus couramment utilisés [55] : (1) le modèle logarithmique, et (2) le modèle basé sur l'opérateur de dérive linéaire, appelé modèle LTI (*Linear Time Invariant*) du creep.

Le modèle logarithmique du creep [87, 98] est représenté par l'équation Eq. 2.9 :

$$y = y_0(1 + \gamma \log(t/t_1)), \quad (2.9)$$

où le paramètre  $t_1$  désigne le temps à partir duquel le creep commence à apparaître et  $y_0$  la déflexion de l'actionneur à l'instant  $t_1$  (voir figure Fig. 2.8). Le paramètre  $\gamma$  est un scalaire réel, appelé "facteur ou taux du creep". Noter que le développement de l'équation Eq. 2.9 fait apparaître deux parties additives  $y_0$  et  $y_c(t)$  de l'équation Eq. 2.8.

La modélisation par l'opérateur de dérive linéaire (Modèle de Voigt-Kelvin) [116, 134, 200] est basée sur la combinaison de plusieurs systèmes ressort-amortisseur (voir Fig. 2.9), ce qui résulte en un modèle dynamique linéaire du creep. Ce modèle est représenté par l'équation Eq. 2.10 :

$$\frac{y(s)}{U(s)} = \frac{1}{k_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i s + k_i}, \quad (2.10)$$

où  $y(s)$  et  $U(s)$  représentent respectivement la déflexion de l'actionneur et la tension appliquée dans le domaine fréquentielle ( $s$  étant l'opérateur de Laplace).

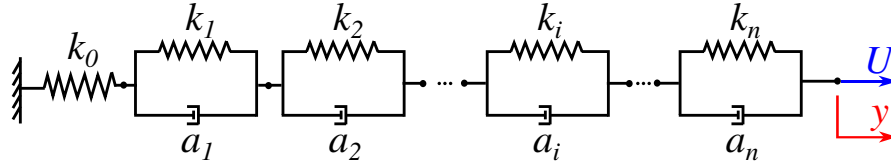


FIGURE 2.9: Modélisation du creep par l'opérateur de dérive linéaire.

Le paramètre  $k_0$  modélise le comportement élastique de l'actionneur (la déflexion  $y_0$  par rapport à l'amplitude  $U$  de l'échelon appliqué), et  $n$  le nombre de systèmes ressort-amortisseur considéré pour modéliser l'évolution de la déflexion  $y_c(t)$ .  $a_i$  et  $k_i$  sont des paramètres de la fonction qui modélise le sous-système  $i$  parmi les  $n$  systèmes ressort-amortisseur considérés.

Le modèle de l'équation Eq. 2.10 peut se substituer à l'écriture de l'équation Eq. 2.11, utilisée dans [163] pour la modélisation du creep d'une poutre piézoélectrique mono-axe :

$$y(s) = [K + Cr(s)]U(s). \quad (2.11)$$

Le paramètre  $K$  modélise l'élasticité de l'actionneur par rapport à la tension  $U$  appliquée et  $Cr(s)$  correspond au modèle linéaire et dynamique de la partie creep. Ce modèle a été déjà étendu aux systèmes multivariables dans [158] pour modéliser le creep d'une poutre piézoélectrique à deux degrés de liberté et nous le reprenons dans la section suivante, pour la modélisation du creep du tube piézoélectrique.

A part les deux stratégies de modélisation citées ci-dessus, d'autres travaux utilisent une stratégie qui consiste à intégrer le creep dans le modèle d'hystérésis. L'opérateur d'hystérésis utilisé peut être le Prandtl-Ishlinskii [105], le Preisach [106], ou *Fractional-Order Maxwell Resistive Capacitor* (FOMRC) [115], etc.



### 2.2.3 Oscillations mal-amorties

Les oscillations mal-amorties apparaissent dans la partie transitoire d'une réponse à un échelon de l'actionneur piézoélectrique. Sur la figure Fig. 2.8 cette partie est représentée par la portion  $OAB$  de la courbe  $OABC$ .

La partie transitoire d'une réponse à un échelon peut être modélisée à l'aide des équations différentielles, qui peuvent à leur tour, être mises sous forme de fonctions de transfert dynamiques, en utilisant la transformée de Laplace [208]. Ces fonctions de transfert représentent l'aspect dynamique de l'actionneur et constituent le modèle le plus utilisé pour la synthèse des correcteurs des actionneurs piézoélectriques [64, 165].

Pour un système d'entrée  $U$  et de sortie  $y$ , le modèle des oscillations mal-amorties, à base de fonctions de transfert s'écrit :

$$y = G(s) U. \quad (2.12)$$

Le gain dynamique  $G(s)$  est défini par

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^p a_i s^i}{\sum_{i=0}^n b_i s^i}, \quad (2.13)$$

où  $s$  est l'opérateur de Laplace et  $n$  et  $p$  deux entiers, qui désignent respectivement les degrés du dénominateur et du numérateur de  $G(s)$  ( $n \geq p$ ).  $a_i$  et  $b_i$  sont des coefficients de la fonction de transfert  $G(s)$ .

### 2.2.4 Synthèse

Cette section a porté sur la modélisation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Pour chacun de ces trois effets, nous avons donné un état de l'art des modèles couramment utilisés. Le modèle de Bouc-Wen classique et les modèles LTI pour le creep et pour les oscillations, ont été choisis pour la modélisation multivariable de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, respectivement.

Cette section a aussi permis de comprendre la contribution de chacun de ces trois effets sur la déflexion  $y$  de l'actionneur à l'instant  $t$ . En particulier, la représentation de la réponse à un échelon de la figure Fig. 2.8 montre que la déflexion  $y$  est une combinaison additive de la déflexion  $y_0$  qui précède l'apparition du phénomène de creep, et la déflexion  $y_c$  de la partie creep. La déflexion  $y_0$  est non-linéaire et dynamique à cause du phénomène d'hystérésis et le comportement oscillatoire de l'actionneur. Pour modéliser la déflexion  $y_0$ , l'approximation de Hammerstein (Fig. 2.3), qui permet de concaténer un modèle d'hystérésis et un modèle dynamique linéaire, est souvent utilisée. Ainsi, la déflexion  $y$  combine l'approximation de Hammerstein (pour l'hystérésis et les oscillations mal-amorties) et la déflexion de la partie creep  $y_c$ . Cette hypothèse sera utilisée pour la mise en place d'un modèle complet de la déflexion, dans le chapitre 3.

## 2.3 Extension à la modélisation multivariable

### 2.3.1 Hystérésis

#### 2.3.1.1 Proposition d'un modèle de Bouc-Wen classique multivariable

Le modèle de l'équation Eq. 2.5 présenté dans la section précédente considère un système monovarié ayant comme entrée la tension  $U$  et comme sortie la déflexion  $y$ . Dans cette section, nous proposons une extension de ce modèle de Bouc-Wen classique multivariable pour modéliser l'hystérésis des systèmes multivariables.

Pour ce faire, considérons un système multivariable avec  $k$  entrées et  $n$  sorties (Fig. 2.1). Ce système est rectangulaire si  $k \neq n$  (sous-actionné si  $k < n$ , sur-actionné si  $k > n$ ) et carré si  $k = n$ . Par conséquent,  $U$  et  $y$  ne sont plus des signaux monovariés mais des vecteurs à  $k$  et à  $n$  lignes, respectivement. Pour exprimer le vecteur  $y$  en fonction de  $U$ , nous avons proposé dans [78, 80] le modèle multivariable de l'équation Eq. 2.14 :

$$\begin{cases} y = D_p U - h \\ \dot{h} = A\dot{U} - B(|\dot{U}| \circ \hat{h}) - \Gamma(\dot{U} \circ |\hat{h}|), \end{cases} \quad (2.14)$$

qui peut être mis sous une écriture compacte :

$$\begin{cases} y = D_p U - H(U) \\ H(U) = h, \end{cases} \quad (2.15)$$

avec  $\dot{h} = A\dot{U} - B(|\dot{U}| \circ \hat{h}) - \Gamma(\dot{U} \circ |\hat{h}|)$ .

$D_p$ ,  $A$ ,  $B$  et  $\Gamma$  sont des matrices paramétriques du modèle multivariable, écrites à partir des scalaires  $d_p$ ,  $A$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  de l'équation Eq. 2.5.  $h$  est un vecteur (avec  $n$  lignes) des variables internes de l'hystérésis multivariable.  $\dot{U}$  et  $\hat{h}$  sont définis à partir de  $U$  et  $h$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{U} = [\dot{U}; \mathbb{O}_{(n-k) \times 1}] \text{ et } \hat{h} = h \text{ si } n > k \\ \hat{h} = [h; \mathbb{O}_{(k-n) \times 1}] \text{ et } \dot{U} = \dot{U} \text{ si } n < k \\ \dot{U} = U \text{ et } \hat{h} = h \text{ si } n = k \end{cases} \quad (2.16)$$

où  $\mathbb{O}_{n \times k}$  désigne une matrice de  $n$  lignes et  $k$  colonnes, avec des éléments nuls.

L'opérateur  $\circ$  symbolise le produit de Hadamard des matrices.  $D_p$ ,  $A$ ,  $B$  et  $\Gamma$  sont des matrices contenant les paramètres de l'hystérésis multivariable.  $D_p$  et  $A \in \mathbb{R}^{n \times k}$ , et  $B$  et  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$  si  $n \geq k$  et  $\in \mathbb{R}^{n \times k}$  si  $n < k$ .

#### 2.3.1.2 Proposition d'un modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable

Pour prendre en compte l'hystérésis asymétrique multivariable, nous avons proposé dans [79] le modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable. Ce modèle est mis en place à partir du modèle de Bouc-Wen généralisé monovarié de l'équation Eq. 2.6 et en suivant le même cheminement que le modèle de Bouc-Wen classique multivariable. Le modèle multivariable proposé est représenté par l'équation Eq. 2.17 :

$$\begin{cases} y = D_p U - h \\ \dot{h} = A \dot{U} - \Psi (\dot{U} \circ |\hat{h}|) \\ \Psi = B \text{diag}(\text{sgn}(\dot{U} \circ \hat{h})) + C \text{diag}(\text{sgn}(\dot{U} \circ \dot{U})) + D \text{diag}(\text{sgn}(\dot{U} \circ \hat{h})) \\ \quad + E \text{diag}(\text{sgn}(\dot{U})) + F \text{diag}(\text{sgn}(\hat{h})) + G \text{diag}(\text{sgn}(\dot{U})). \end{cases} \quad (2.17)$$

$B, C, D, E, F$  et  $G$  sont des matrices qui résultent d'une écriture matricielle des paramètres  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  et  $\beta_6$ , du modèle de Bouc-Wen généralisé monovarié de l'équation Eq. 2.6.  $h$  représente un vecteur à  $n$  lignes, des variables internes de l'hystérésis multivarié et asymétrique.  $\dot{U}$  et  $\hat{h}$  sont des vecteurs définis à partir de  $U$  et  $h$  comme indiqué dans l'équation Eq. 2.16. Par conséquent,  $\Psi$  (qui est une matrice des fonctions qui définissent la forme de l'hystérésis) est de dimension  $n \times n$  si  $n \geq k$  et de dimension  $n \times k$  si  $n < k$ . Les matrices  $B, C, D, E, F \in \mathbb{R}^{n \times n}$  si  $n \geq k$  et  $\in \mathbb{R}^{n \times k}$  si  $n < k$ .

### 2.3.1.3 Caractérisation multivarié de l'hystérésis

Avant l'étape de modélisation, l'hystérésis est d'abord caractérisé expérimentalement. En général, pour caractériser l'hystérésis, un signal d'entrée  $U$  périodique, de type sinusoïdal ou triangulaire, est utilisé. La fréquence  $f$  de ce signal est choisie de telle sorte à isoler l'hystérésis de l'effet de déphasage (qui apparaît pour  $f$  très grande) et du creep (qui est présent pour  $f$  très petite).

Reprenons le système multivarié de la figure Fig. 2.1, avec  $k$  entrées et  $n$  sorties. Pour caractériser l'hystérésis multivarié de ce système, on applique le signal  $U_j$  (avec  $1 \leq j \leq k$ ) et on laisse les autres entrées (i.e. tous les  $U_p$  avec  $p \neq j$  et  $1 \leq p \leq k$ ) égales à zéro. Pour chaque entrée  $U_j$  appliquée, les données expérimentales  $U_j^{exp}$  et  $y_i^{exp}$  (avec  $1 \leq i \leq n$ ) sont simultanément enregistrées. Ces données permettent de représenter les courbes  $(U_j^{exp}, y_i^{exp})$ , qui sont les caractéristiques de l'hystérésis. Ensuite, la même procédure est répétée pour chaque  $U_j$  (avec  $1 \leq j \leq k$ ) afin d'obtenir l'hystérésis correspondant à tous les  $k$  entrées. A la fin de l'étape de caractérisation,  $(n \times k)$  courbes au total sont représentées.

### 2.3.1.4 Identification des paramètres du modèle de Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé multivariés

Même si la définition de la variable interne de l'hystérésis ( $h$ ) est différente pour le modèle de Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé, la procédure d'identification des paramètres de ces deux modèles est la même. Par conséquent, seule la procédure d'identification pour le modèle de Bouc-Wen classique multivarié est détaillée dans cette section.

Les deux équations de Eq. 2.14 peuvent être écrites de manière détaillée afin de pouvoir exprimer chaque sortie  $y_i$  en fonction de chaque entrée  $U_j$  comme suit :

$$y_i = \left( \sum_{j=1}^k D_{ij} U_j \right) - h_i \quad (2.18)$$

$$\dot{h}_i = \sum_{j=1}^k A_{ij} \dot{U}_j - \sum_{j=1}^k B_{ij} |\dot{U}_j| \hat{h}_j - \sum_{j=1}^k \Gamma_{ij} \dot{U}_j |\hat{h}_j| \quad (2.19)$$

où  $h_i$  représente la variable interne de l'hystérésis pour la sortie  $y_i$ , et  $\hat{h}_j$  définis à partir de l'équation Eq. 2.16.

A partir des équations Eq. 2.18 et Eq. 2.19, l'équation caractéristique de la courbe  $(U_j^{exp}, y_i^{exp})$  (lorsque seul  $U_j$  est appliquée) est :

$$\begin{cases} y_i = D_{ij}U_j - h_i \\ \dot{h}_i = A_{ij}\dot{U}_j - B_{ij}|\dot{U}_j|\hat{h}_j - \Gamma_{ij}\dot{U}_j|\hat{h}_j| \end{cases} \quad (2.20)$$

A partir de l'équation Eq. 2.20, les paramètres à identifier sont  $D_{ij}$ ,  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  et  $\Gamma_{ij}$  ( $1 \leq i \leq n$  et  $1 \leq j \leq k$ ), qui sont respectivement les éléments des matrices  $D_p$ ,  $A$ ,  $B$  et  $\Gamma$ . Ces paramètres sont des nombres réels positifs, négatifs ou nuls.  $y_i$  est la  $i^{me}$  sortie et  $U_j$  symbolise la  $j^{me}$  entrée. Par conséquent, lorsque  $i = j$ , nous avons un hystérésis direct et quand  $i \neq j$ , nous avons un hystérésis de couplage.

On remarque aussi que le signal  $\dot{h}_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) dépend de  $h_j$ ,  $j$  étant l'indice de la tension appliquée  $U_j$ . Donc, la sortie  $y_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) qui ne devrait dépendre naturellement que de  $h_i$  dépend aussi de  $h_j$ . Cette interdépendance directe-couplage impose une procédure d'identification spécifique, effectuée en deux étapes :

— **Étape 1 : identification des paramètres pour l'hystérésis des transferts directs**

A partir de l'équation Eq. 2.20, l'équation correspondant à l'hystérésis direct est obtenue par l'égalité  $i = j$  :

$$\begin{cases} y_j = D_{jj}U_j - h_j \\ \dot{h}_j = A_{jj}\dot{U}_j - B_{jj}|\dot{U}_j|\hat{h}_j - \Gamma_{jj}\dot{U}_j|\hat{h}_j| \end{cases} \quad (2.21)$$

Les paramètres sont obtenus en résolvant par la méthode des moindres carrés, le problème suivant :

Trouver  $D_{jj}$ ,  $A_{jj}$ ,  $B_{jj}$  et  $\Gamma_{jj}$  tel que :

$$\begin{cases} \dot{h}_j = A_{jj}\dot{U}_j^{exp} - B_{jj}|\dot{U}_j^{exp}|\hat{h}_j - \Gamma_{jj}\dot{U}_j^{exp}|\hat{h}_j| \\ y_j(q) = D_{jj}U_j^{exp} - h_j \\ \min \left( \sum_{q=1}^{N^{exp}} \left( y_j^{exp}(q) - y_j(q) \right)^2 \right) \end{cases} \quad (2.22)$$

avec  $y_j^{exp}$  et  $U_j^{exp}$  les données expérimentales de  $y_j$  et  $U_j$ , et  $N^{exp}$  le nombre de points enregistrés pendant la caractérisation.

— **Étape 2 : identification des paramètres pour l'hystérésis des couplages**

Ayant déjà identifié les paramètres de l'hystérésis pour les transferts directs, cette section consiste à identifier le reste des paramètres, qui sont les paramètres pour les couplages. Il est à noter que les équations d'identification des paramètres des transferts directs (équation Eq. 2.21) interviennent aussi dans l'identification des couplages. Les paramètres  $D_{jj}$ ,  $A_{jj}$ ,  $B_{jj}$  et  $\Gamma_{jj}$  obtenus pendant l'identification des transferts directs sont donc utilisés pour l'identification des paramètres  $D_{ij}$ ,  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  et  $\Gamma_{ij}$  des couplages  $((U_j, y_i)$  avec  $i \neq j$ ).

Rappelons d'abord que les équations des couplages sont écrites à partir de l'équation Eq. 2.20 avec  $i \neq j$  :

$$\begin{cases} y_i = D_{ij}U_j - h_i \\ \dot{h}_i = A_{ij}\dot{U}_j - B_{ij}|\dot{U}_j|\hat{h}_j - \Gamma_{ij}\dot{U}_j|\hat{h}_j| \end{cases} \quad (2.23)$$

Comme on peut l'observer à partir de la deuxième équation de Eq. 2.23, la variable interne de l'hystérésis  $\dot{h}_i$  dépend de  $h_j$ . Par conséquent, l'équation  $h_j$  Eq. 2.21 est nécessaire pour l'écriture de  $\dot{h}_i$ . Les équations modélisant les couplages sont donc :

$$\begin{cases} y_i = D_{ij}U_j - h_i \\ \dot{h}_i = A_{ij}\dot{U}_j - B_{ij}|\dot{U}_j|\hat{h}_j - \Gamma_{ij}\dot{U}_j|\hat{h}_j| \\ \dot{h}_j = A_{jj}\dot{U}_j - B_{jj}|\dot{U}_j|\hat{h}_j - \Gamma_{jj}\dot{U}_j|\hat{h}_j| \end{cases} \quad (2.24)$$

Pour identifier les paramètres  $D_{ij}$ ,  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  et  $\Gamma_{ij}$ , nous utilisons de nouveau la méthode des moindres carrés :

$$\begin{cases} \dot{h}_j = A_{jj}\dot{U}_j^{\text{exp}} - B_{jj}|\dot{U}_j^{\text{exp}}|\hat{h}_j - \Gamma_{jj}\dot{U}_j^{\text{exp}}|\hat{h}_j| \\ \dot{h}_i = A_{ij}\dot{U}_j^{\text{exp}} - B_{ij}|\dot{U}_j^{\text{exp}}|\hat{h}_j - \Gamma_{ij}\dot{U}_j^{\text{exp}}|\hat{h}_j| \\ y_i = D_{ij}U_j^{\text{exp}} - h_i \\ \min \left( \sum_{q=1}^{N^{\text{exp}}} (y_i^{\text{exp}}(q) - y_i(q))^2 \right) \end{cases} \quad (2.25)$$

### 2.3.2 Modélisation de l'hystérésis rate-dépendent par le modèle de Bouc-Wen classique

L'objectif de l'étude menée dans cette sous-section est de modéliser l'hystérésis *rate-dependent* en utilisant le modèle de Bouc-Wen classique. Comme expliqué dans la section 2.2.1.2, différents modèles existent pour modéliser l'hystérésis *rate-dependent* (Tab. 2.1) mais le modèle de Bouc-Wen classique présente beaucoup d'avantages. L'approximation de Hammerstein (Fig. 2.3) peut aussi être utilisée pour modéliser l'hystérésis *rate-dependent* mais cette technique exige la connaissance du modèle dynamique linéaire de l'actionneur. Par conséquent, nous proposons d'étendre le modèle de Bouc-Wen classique qui est *rate-independent* en un modèle *rate-dependent*.

Pour caractériser l'hystérésis *rate-dependent*, une tension sinusoïdale  $U = U_m \sin(2\pi f t)$ , avec  $U_m = 150\text{V}$  et  $f = \{1, 10, 30, 50, 60, 80, 110, 130, 150, 180, 200\}\text{Hz}$ , a été appliquée à l'axe X du tube piézoélectrique PT 94-230. Pour chaque valeur de  $f$ , la déflexion a été enregistrée, puis représentée graphiquement en fonction de  $U$  (voir Fig. 2.10). Par souci de clarté, seules les courbes correspondantes aux fréquences  $f = \{1, 20, 150\}\text{Hz}$  sont représentées.

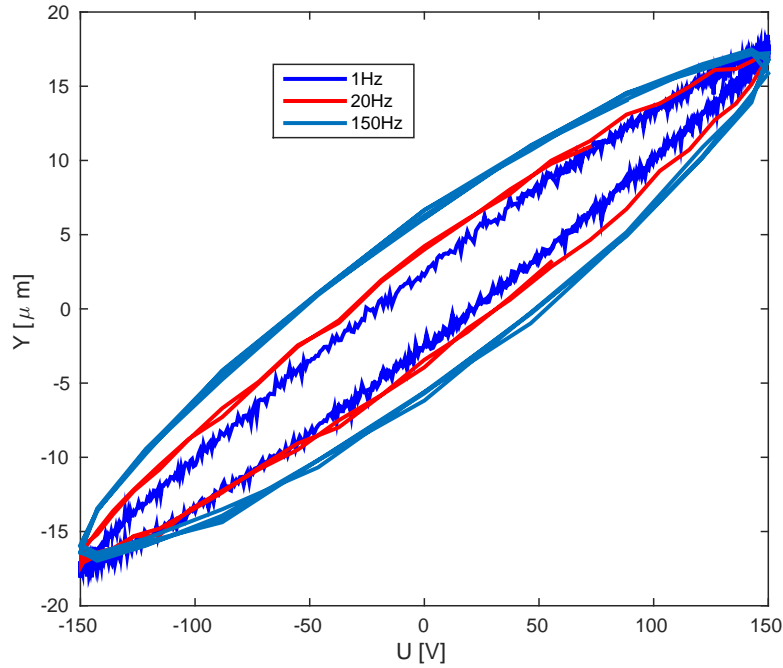


FIGURE 2.10: Représentation des courbes expérimentales d'hystérésis à différentes fréquences de  $U$ .

A partir des résultats de la figure Fig. 2.10, on observe un changement de l'allure des courbes d'hystérésis selon la fréquence  $f$ . On remarque que l'inclinaison (l'orientation) et le ventre des courbes d'hystérésis changent en fonction de la fréquence  $f$  de l'entrée  $U$ . En outre, on remarque que les pointes des courbes d'hystérésis possèdent une forme aiguë pour les basses fréquences, et une forme arrondie pour des fréquences élevées. Ce constat rejoint les résultats sur l'analyse de l'hystérésis *rate-dependent* des actionneurs piézoélectriques faite notamment dans [6, 74].

Après la caractérisation, les quatre paramètres du modèle de Bouc-Wen classique  $d_p$ ,  $A$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ont été identifiés, pour chaque courbe d'hystérésis correspondant à la fréquence  $f$ . Ensuite, l'évolution de chaque paramètre en fonction de la fréquence  $f$  a été modélisée par une interpolation polynomiale. Le modèle de Bouc-Wen classique de l'équation Eq. 2.5 devient donc un modèle dont les paramètres  $d_p$ ,  $A$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  dépendent de la fréquence  $f$  (modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux) :

$$\begin{cases} \dot{y} = d_p(f) \dot{U} - \beta h \\ \dot{h} = A(f) \dot{U} - \beta(f) | \dot{U} | h - \gamma(f) \dot{U} | h | \end{cases}, \quad \begin{cases} y(t_0) = y_0 \\ h(t_0) = h_0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Le tableau Tab. 2.2 recense les paramètres du modèle de Bouc-Wen classique identifiés à chaque fréquence  $f$  :

TABLE 2.2: Les valeurs des paramètres du modèle de Bouc-Wen classique en fonction de la fréquence  $f$  de la tension en entrée  $U$ .

$f$ [Hz]	1	10	30	50	60	80	110	130	150	180	200
$d_p$	0.16	0.15	0.14	0.15	0.16	0.16	0.17	0.17	0.16	0.17	0.18
$A$	0.04	0.04	0.05	0.05	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.09	0.10
$\beta$	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00
$\gamma$	0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00

Les polynômes identifiés pour interpoler l'évolution de chaque paramètre en fonction de  $f$  sont :

$$\begin{cases} d_p(f) = 5.4705 \times 10^{-14} f^6 - 3.5533 \times 10^{-11} f^5 + 9.3568 \times 10^{-9} f^4 - 1.2499 \times 10^{-6} f^3 \\ \quad + 8.4190 \times 10^{-5} f^2 - 0.0022 f + 0.1670 \\ A(f) = 2.3091 \times 10^{-14} f^6 - 1.6327 \times 10^{-11} f^5 + 4.7437 \times 10^{-9} f^4 - 6.8943 \times 10^{-7} f^3 \\ \quad + 4.8470 \times 10^{-5} f^2 - 0.0011 f + 0.0559 \\ \beta(f) = -1.4831 \times 10^{-9} f^3 + 4.6784 \times 10^{-7} f^2 - 3.8978 \times 10^{-5} f + 0.0100 \\ \gamma(f) = 9.0704 \times 10^{-10} f^3 - 2.0808 \times 10^{-7} f^2 + 6.5771 \times 10^{-7} f + 0.0010. \end{cases} \quad (2.27)$$

L'évolution de chaque paramètre en fonction de  $f$  et son interpolation polynomiale sont représentées dans la figure Fig. 2.11.

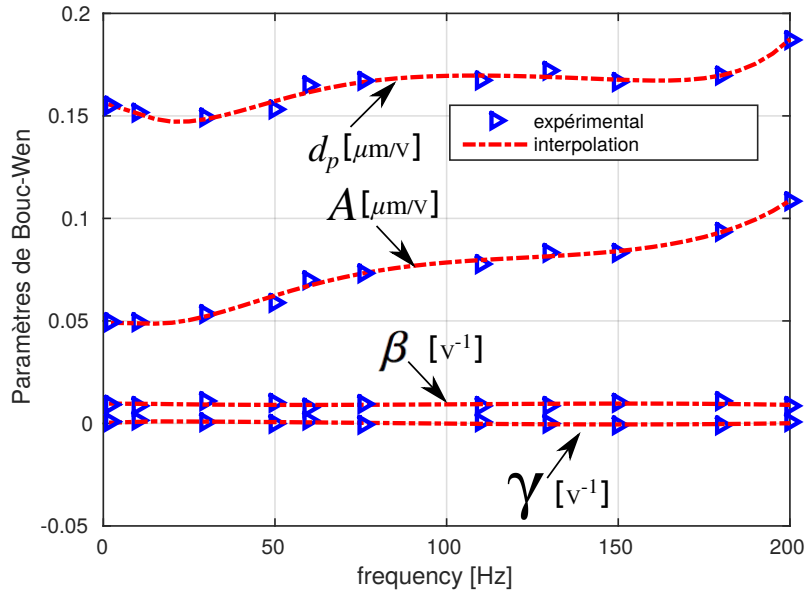


FIGURE 2.11: L'évolution des quatre paramètres du modèle de Bouc-Wen classique en fonction de la fréquence  $f$  de la tension  $U$ , avec la représentation de leurs interpolations polynomiales.

Pour vérifier l'efficacité du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux proposé (Eq. 2.26), ce dernier a été implémenté, puis simulé en utilisant *Matlab/Simulink*. Les résultats de simulation sont reportés dans la figure Fig. 2.12 pour  $f = \{1, 20, 150\}$ Hz. Par rapport à la figure Fig. 2.10, les courbes de la figure Fig. 2.12 montrent que le modèle proposé permet de prendre en compte le changement de l'inclinaison et la largeur du ventre des courbes d'hystérésis.

Par ailleurs, les pointes des courbes du modèle proposé gardent la forme aiguë sur toute la gamme de  $f$ . Dans la figure Fig. 2.13, le modèle proposé est comparé avec les courbes expérimentales à  $f = 1$ Hz et à  $f = 150$ Hz. On remarque la capacité du modèle proposé à modéliser la pointe aiguë de la courbe expérimentale à  $f = 1$ Hz et son incapacité à modéliser la pointe arrondie de la courbe expérimentale à  $f = 150$ Hz.

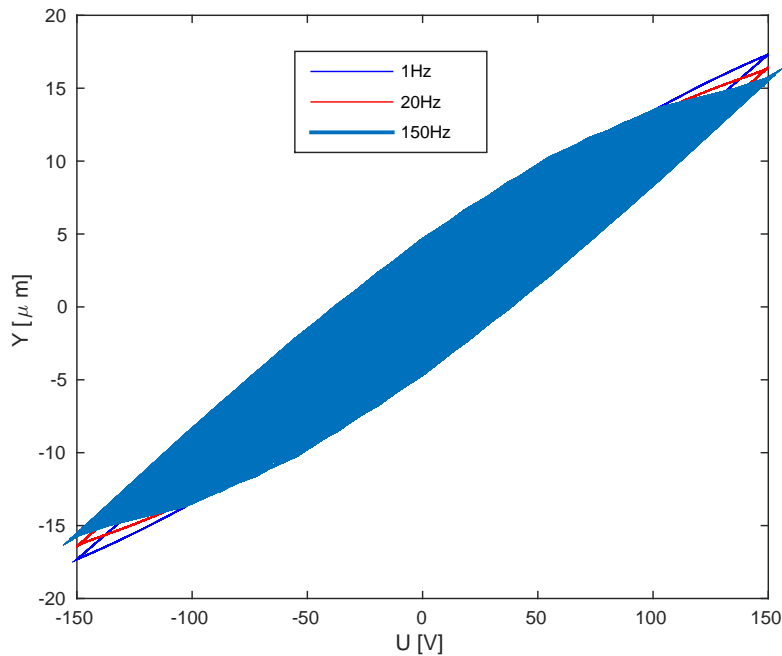


FIGURE 2.12: Les courbes du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux, pour différentes valeurs de  $f$ .



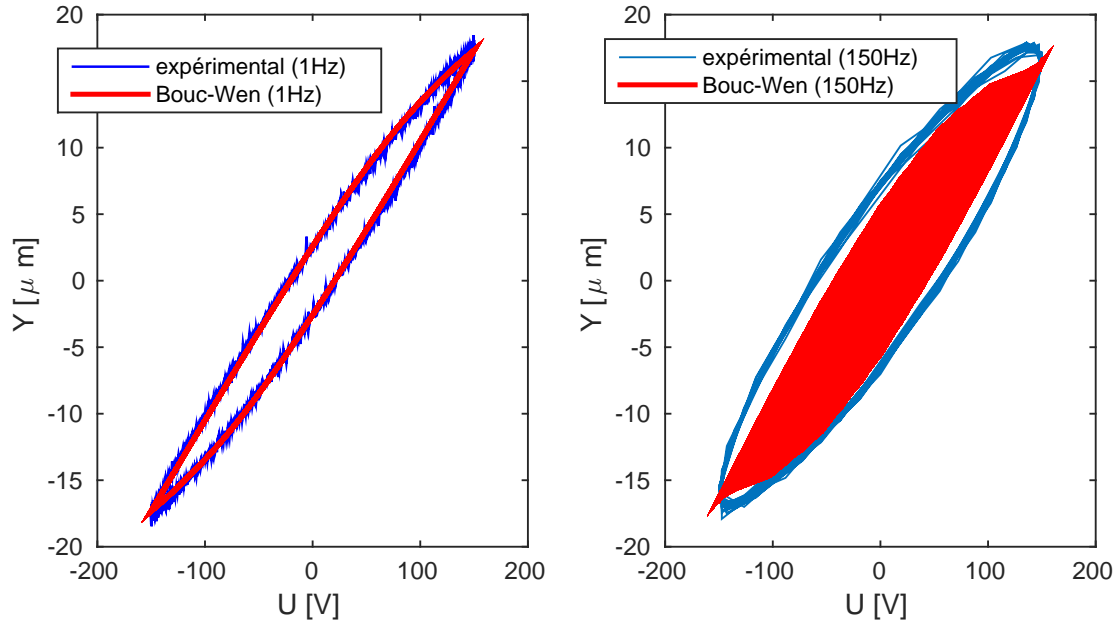


FIGURE 2.13: Comparaison du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux et les courbes expérimentales, à  $f = 1\text{Hz}$  et à  $f = 150\text{Hz}$ .

Le problème de la forme de la pointe des courbes d'hystérésis n'est pas nouveau. Les conclusions tirées notamment dans [47, 128, 170] montrent que la pointe aiguë d'une courbe d'hystérésis indique la non-linéarité du matériau concerné alors que la pointe arrondie est la conséquence d'un déphasage (*phase-lag*) entre la variable en entrée et la variable de sortie. Dans notre cas, la pointe aiguë des courbes d'hystérésis à des fréquences basses indique la non-linéarité du matériau piézoélectrique et la pointe arrondie le déphasage entre la tension appliquée  $U$  et la déflexion de l'actionneur  $y$ . Par conséquent, comme la structure du modèle de Bouc-Wen classique ne permet que de prendre en compte l'aspect non-linéaire de l'actionneur, le modèle proposé garde la pointe aiguë à basses et hautes fréquences. Ainsi, à ce stade, le modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux que nous avons proposé dans l'équation Eq. 2.26 ne permet pas de tenir compte de tous les effets de l'hystérésis *rate-dependent* des actionneurs piézoélectriques.

Par ailleurs, la forme arrondie de la pointe donne aux courbes d'hystérésis une allure de forme ellipsoïdale. Le modèle ellipsoïdal a été utilisé notamment dans [73, 74], pour modéliser l'hystérésis *rate-dependent*. L'avantage de ce modèle est qu'il utilise lui aussi un nombre réduit de paramètres (cinq paramètres : les coordonnées du centre de l'ellipse, les longueurs du grand et petit axe, ainsi que l'angle de l'orientation de l'ellipse). Sa limitation réside dans le fait qu'il conserve sa pointe arrondie aux basses fréquences, ce qui réduit son efficacité à modéliser l'aspect non-linéaire de l'actionneur. Par conséquent, comme perspective, le modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux peut être combiné avec le modèle ellipsoïdal. Ceci permettrait de modéliser la pointe arrondie due au déphasage entre la tension  $U$  et la déflexion  $y$

à hautes fréquences, tout en assurant la modélisation de la pointe aiguë aux basses fréquences, par le modèle de Bouc-Wen classique.

### 2.3.3 Creep

#### 2.3.3.1 Caractérisation et modélisation multivariable du creep

La caractérisation du creep dans les actionneurs piézoélectriques multi-axes suit la procédure suivante. On applique un signal  $U_j$  (avec  $1 \leq j \leq k$ ) pendant une durée  $t$  et on laisse les autres entrées (i.e. tous les  $U_p$  avec  $p \neq j$  et  $1 \leq p \leq k$ ) égales à zero. Pour chaque entrée  $U_j$  appliquée, les données expérimentales  $U_j^{exp}$  et  $y_i^{exp}$  (avec  $1 \leq i \leq n$ ) sont simultanément enregistrées. Ces données permettent de représenter les courbes  $y_i^{exp}$  en fonction du temps  $t$ , qui sont les caractéristiques du creep. Ensuite, la même procédure est répétée pour chaque  $U_j$  (avec  $1 \leq j \leq k$ ). La durée  $t$  d'observation du creep est généralement longue. Pour les actionneurs piézoélectriques, une durée supérieure à 300s est généralement nécessaire. Pour modéliser le creep multivariable, le modèle de l'équation Eq. 2.11 est utilisé, en réécrivant ses paramètres sous forme matricielle. Pour un système à  $k$  entrées et  $n$  sorties, le modèle multivariable du creep est écrit :

$$y = [K + Cr(s)]U \quad (2.28)$$

où  $y \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  est le vecteur des déflexions (sorties) et  $U \in \mathbb{R}^{k \times 1}$ , le vecteur des tensions en entrée.  $K \in \mathbb{R}^{n \times k}$  est une matrice des paramètres qui désignent l'élasticité de l'actionneur, pour les transferts directs et les couplages.  $Cr \in \mathbb{C}^{n \times k}$  est la matrice des fonctions de transfert qui modélise la partie creep pour les transferts directs et les couplages.

#### 2.3.3.2 Identification des paramètres du modèle du creep multivariable

La matrice  $K$  est composée des éléments  $K_{ij}$  avec  $1 \leq i \leq n$  et  $1 \leq j \leq k$ . En utilisant les notations de la figure Fig. 2.8 (page 20), nous avons  $K_{ij} = y_{0i}/U_j$ , où  $y_{0i}$  désigne la déflexion de l'actionneur pour l'axe  $i$  à l'instant  $t_1$ , et  $U_j$  l'amplitude de l'échelon appliqué. En pratique,  $K$  est un gain non-linéaire à cause du phénomène d'hystérésis. Pour le modèle utilisé dans cette section, ce gain est considéré linéaire mais un modèle plus général, qui considère la non-linéarité sur ce gain, est proposé dans la section 3.5.2.

Les éléments de la matrice  $Cr(s)$  ( $Cr_{ij}$  avec  $1 \leq i \leq n$  et  $1 \leq j \leq k$ ) sont obtenus en appliquant les algorithmes d'identification sur chacune des courbes obtenues à l'étape de caractérisation. Il est à noter que, ces algorithmes d'identification sont appliqués sur les données de la partie creep (la portion  $BC$  sur la courbe de la figure Fig. 2.8 (page 20)).

### 2.3.4 Oscillations mal-amorties

#### 2.3.4.1 Caractérisation et modélisation multivariables des oscillations

La caractérisation des oscillations mal-amorties suit la même procédure que celle utilisée pour la caractérisation du creep. Les oscillations sont observées sur une durée très courte après

l'application de l'échelon. Pour les actionneurs piézoélectriques, la durée d'observation des oscillations et de quelques dizaines de millisecondes. En plus, la période d'échantillonnage utilisée doit être assez petite afin de saisir l'évolution de la déflexion avec une résolution la plus grande possible.

En considérant le système de la figure Fig. 2.1 (page 10), d'entrée  $U \in \mathbb{R}^{k \times 1}$  et de sortie  $y \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , le modèle multivariable des oscillations est exprimé par l'équation :

$$y = G(s) U \quad (2.29)$$

où  $G(s)$  est une matrice de dimension  $n \times k$ , composée des fonctions  $G_{ij}(s)$ , qui sont des transferts  $U_j \rightarrow y_i$ ,  $1 \leq j \leq k$  et  $1 \leq i \leq n$ . Cette technique de modélisation est classiquement utilisée pour les systèmes multivariables.

### 2.3.4.2 Identification des paramètres du modèle multivariable des oscillations

Une fois que l'étape de caractérisation des oscillations est terminée, les algorithmes d'identification classiques (*ARX*, *ARMAX*, etc - voir *System Identification Toolbox* de *Matlab* [117]) sont appliquées aux données expérimentales de chacune des courbes obtenues. L'identification du transfert  $G_{ij}(s)$  est réalisée à partir des données expérimentales de la courbes  $y_i = f(t)$  lorsque la tension  $U_j$  est appliquée.

## 2.4 Application au tube piézoélectrique

Cette section est dédiée à l'application de la caractérisation et de la modélisation multivariable de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, proposée dans la section précédente, au tube piézoélectrique. Les entrées du système sont les trois tensions  $U_x$ ,  $U_y$  et  $U_z$  et les sorties, les déflexions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Avant de présenter les résultats expérimentaux de la caractérisation et de la modélisation nous présentons d'abord la maquette expérimentale utilisée.

### 2.4.1 Présentation de la maquette expérimentale

La maquette expérimentale utilisée est représentée par la figure Fig. 2.14. Elle est composée d'un tube piézoélectrique, un ordinateur avec le logiciel *Matlab/Simulink*, trois capteurs de déplacement et des amplificateurs de tension connectés à l'ordinateur via une carte de conversion analogique-numérique/numérique-analogique dSPACE-1103.

Le tube piézoélectrique utilisé est de type PT230.94 présenté dans l'introduction générale (Fig. 1.2-(page 6)). Comme sa plage de fonctionnement pour la tension est de  $\pm 250V$ , les amplificateurs de tension sont utilisés pour amplifier la tension de sortie de la carte dSPACE qui est limitée à  $\pm 12V$ . Les déflexions du tube sont mesurées à l'aide des capteurs de déplacement optiques LC-2420 fabriqués par la compagnie *Keyence*. Ces capteurs ont une résolution de 10nm et une bande passante de 50kHz. L'actionneur étant de forme tubulaire, un petit cube à faces réfléchissantes est utilisé pour permettre une mesure linéaire de la déflexion par les capteurs optiques.

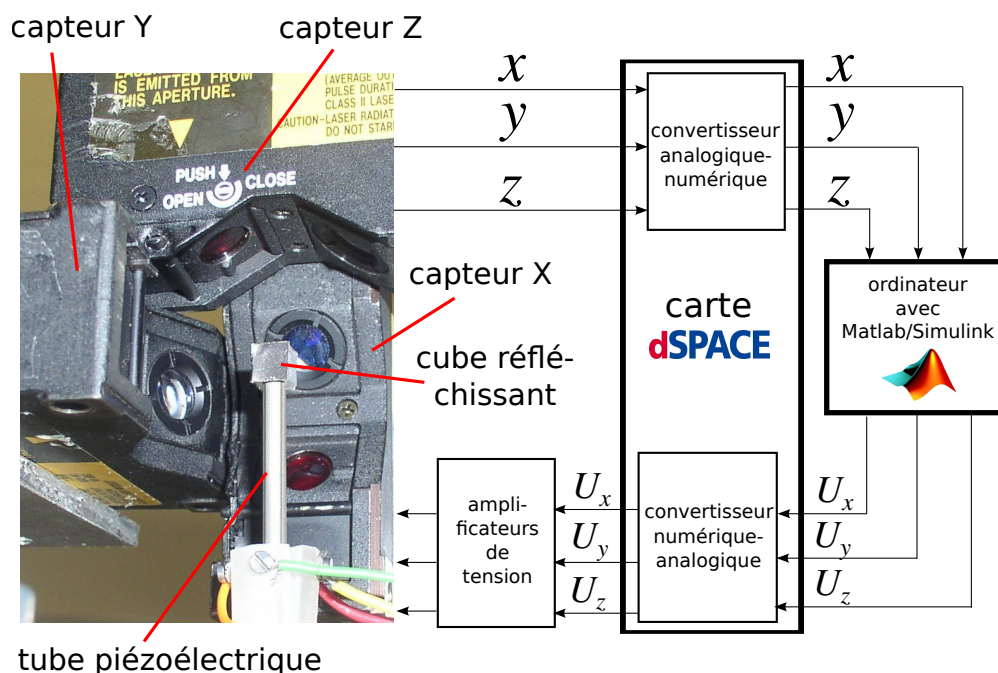


FIGURE 2.14: La description de la maquette expérimentale.

## 2.4.2 Hystérésis

### 2.4.2.1 Caractérisation et identification

L'hystérésis du piézotube est caractérisé comme suit. Un signal triangulaire  $U_x$  d'amplitude 200V et de fréquence 0.4Hz est appliqué aux électrodes +x et -x de l'actionneur tandis que les signaux  $U_y$  et  $U_z$  sont mis à zero. Les déflexions correspondantes  $x$ ,  $y$  et  $z$  en fonction de la tension appliquée  $U_x$  sont tracées, voir Fig. 2.15-(a), (d) et (g), respectivement. La courbe de la figure Fig. 2.15-(a) correspond à l'hystérésis direct et les courbes des figures Fig. 2.15-(d) et (g) représentent les couplages. Pour caractériser l'hystérésis pour le reste des axes, les signaux  $U_y$  puis  $U_z$  sont appliqués, en mesurant à chaque fois les déflexions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les figures Fig. 2.15-(e) et Fig. 2.15-(i) représentent l'hystérésis direct et le reste des courbes représente les couplages. Ces résultats montrent que l'hystérésis apparaît dans les transferts directs et dans les couplages. Pour les couplages, la forme de l'hystérésis peut être très asymétrique et de forme irrégulière, ce qui est le cas des courbes des figures Fig. 2.15-(c),(f) et (h).

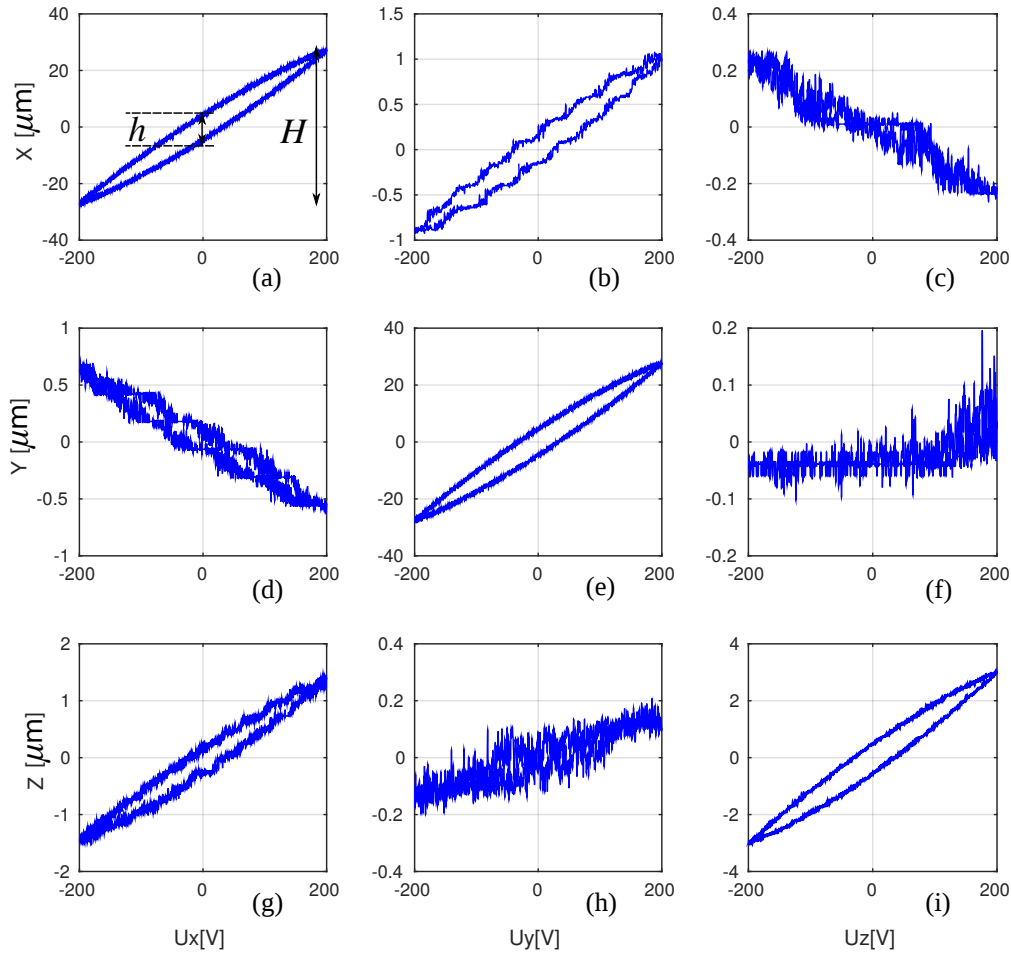


FIGURE 2.15: Caractérisation de l'hystérésis du tube piézoélectrique, avec des entrées triangulaires d'amplitude 200V d'amplitude et de fréquence 0.4Hz. Les notations  $h$  et  $H$  sont utilisées au chapitre 5 pour quantifier numériquement l'hystérésis.

Comme mentionné précédemment, pour caractériser l'hystérésis, des signaux sinusoïdaux ou triangulaires peuvent être utilisés. La différence réside dans le fait que, les signaux triangulaires excitent plus de fréquences que les signaux sinusoïdaux. Pour cette application, la caractérisation par des signaux triangulaires a été choisie car c'est le type de signal le plus utilisé lors du balayage dans les microscopes à sonde, donc le signal qui correspond le plus à l'application du tube piézoélectrique.

L'amplitude du signal ( $\pm 200\text{V}$ ) est choisie pour couvrir une amplitude de déflexion la plus large possible, et ainsi, assurer la capacité des paramètres identifiés à modéliser une large gamme de boucles internes d'hystérésis.

La fréquence à laquelle l'hystérésis est caractérisé est choisie de manière à l'isoler de deux effets : le creep qui apparaît à très faibles fréquences et l'effet de déphasage qui est présent pour des fréquences élevées. Plusieurs tests montrent que la fréquence choisie ici, 0.4Hz, satisfait cette condition.

L'étape de caractérisation a permis d'obtenir les courbes expérimentales d'hystérésis, représentées sur la figure Fig. 2.15. Les paramètres du modèle sont identifiés en appliquant la méthode des moindres carrés sur chacune des courbes de cette figure. Comme indiqué précédemment, la procédure d'identification commence par l'hystérésis des transferts directs. Pour ce faire, les paramètres pour les courbes des figures Fig. 2.15-(a), Fig. 2.15-(e) et Fig. 2.15-(i), sont identifiés en premier à l'aide du problème d'optimisation décrit par l'équation Eq. 2.22, avec  $j = x$ ,  $j = y$ , puis  $j = z$ , respectivement.

Les paramètres pour les couplages sont identifiés à partir de l'équation Eq. 2.25. A titre d'exemple, le problème d'optimisation utilisé pour identifier les paramètres  $D_{xz}$ ,  $A_{xz}$ ,  $B_{xz}$  et  $\Gamma_{xz}$  (hystérésis de la courbe Fig. 2.15-(c)) est : trouver  $D_{xz}$ ,  $A_{xz}$ ,  $B_{xz}$  et  $\Gamma_{xz}$  tels que :

$$\begin{cases} \dot{h}_z = A_{zz}\dot{U}_z^{\text{exp}} - B_{zz}|\dot{U}_z^{\text{exp}}|\hat{h}_z - \Gamma_{zz}\dot{U}_z^{\text{exp}}|\hat{h}_z| \\ \dot{h}_z = A_{xz}\dot{U}_z^{\text{exp}} - B_{xz}|\dot{U}_z^{\text{exp}}|\hat{h}_z - \Gamma_{xz}\dot{U}_z^{\text{exp}}|\hat{h}_z| \\ y_x = D_{xz}U_z^{\text{exp}} - h_x \\ \min \left( \sum_{q=1}^{N^{\text{exp}}} (y_x^{\text{exp}}(q) - y_x(q))^2 \right) \end{cases} \quad (2.30)$$

avec  $y_x^{\text{exp}}$  et  $U_z^{\text{exp}}$ , les données expérimentales de la courbe de la figure Fig. 2.15-(c).

Après identification complète, les paramètres des équations Eq. 4.14 et 4.15 ont été obtenus et nous avons :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0.1663 & 0.0054 & -0.0345 \\ -0.0048 & 0.1803 & -0.0259 \\ 0.0164 & -0.0360 & 0.0310 \end{pmatrix}}_D \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \\ \dot{h}_z \end{pmatrix}}_h &= \underbrace{\begin{pmatrix} 0.0616 & 0.0013 & -0.0338 \\ -0.0026 & 0.0658 & -0.0259 \\ 0.0111 & -0.0364 & 0.0160 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_z \end{pmatrix}}_{\dot{U}} \\ &- \underbrace{\begin{pmatrix} 0.0073 & 0.0002 & -0.0000 \\ -0.0001 & 0.0054 & 0.0000 \\ 0.0004 & 0.0000 & 0.0017 \end{pmatrix}}_B \underbrace{\begin{pmatrix} |\dot{U}_x| \\ |\dot{U}_y| \\ |\dot{U}_z| \end{pmatrix}}_{|\dot{U}|} \circ \underbrace{\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix}}_h \\ &- \underbrace{\begin{pmatrix} 0.0016 & 0.0000 & -0.0003 \\ -0.0001 & 0.0010 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0000 & -0.0003 \end{pmatrix}}_\Gamma \underbrace{\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}}_{\dot{U}} \circ \underbrace{\begin{pmatrix} |h_x| \\ |h_y| \\ |h_z| \end{pmatrix}}_{|h|} \end{aligned} \quad (2.32)$$

### 2.4.2.2 Validation des paramètres identifiés

Pour valider les paramètres identifiés, deux étapes sont nécessaires. La première étape consiste à comparer la simulation du modèle identifié avec les données expérimentales utilisées pour l'identification. Cette étape est montrée par la figure Fig. 2.16 où la simulation du modèle décrit par les équations Eq. 2.31 et Eq. 2.32 est comparée avec les résultats expérimentaux caractérisés à l'aide d'un signal triangulaire de 200V d'amplitude.

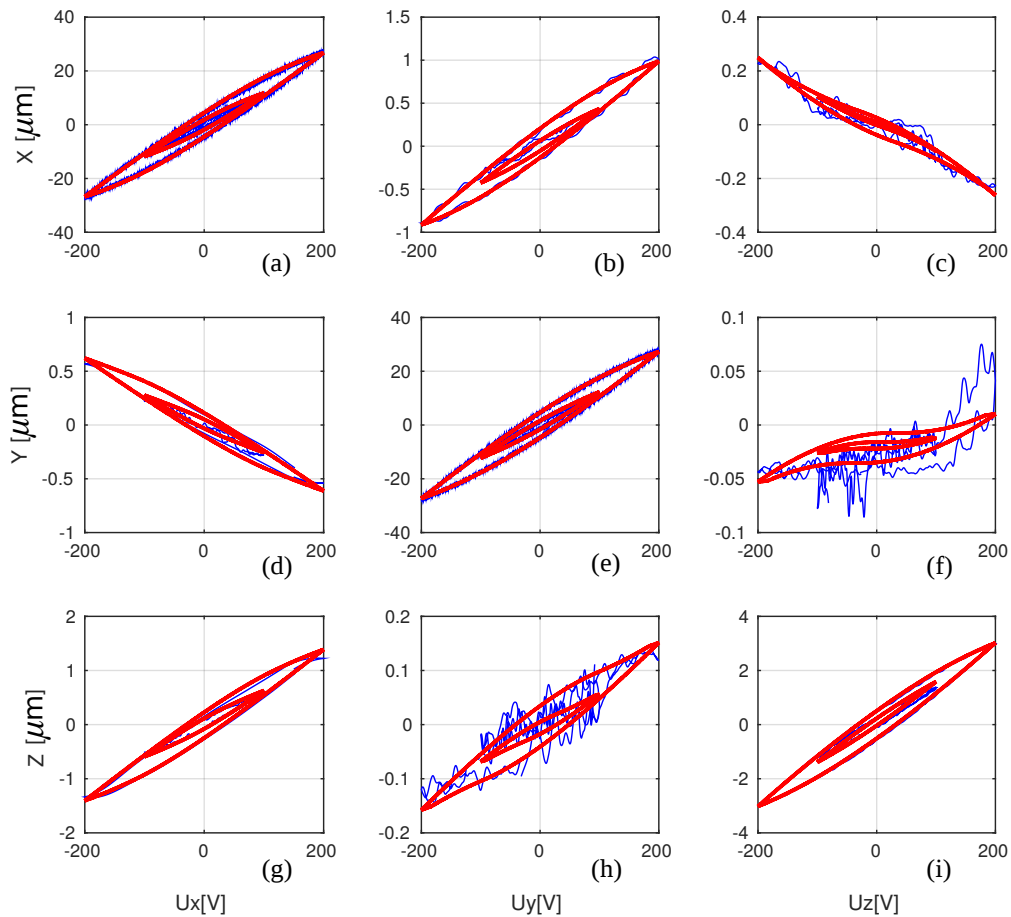


FIGURE 2.16: Courbes expérimentales et simulation du modèle de Bouc-Wen multivariable identifié, pour les boucles externes et internes.

Cette figure montre une bonne cohérence entre Fig. 2.16-(f) et (h). En effet, pour ces deux cas, les données expérimentales présentent des hystérésis asymétriques et de forme irrégulière, et le modèle de Bouc-Wen classique utilisé n'est pas adapté à ce cas.

La deuxième étape consiste à vérifier le modèle avec un signal en entrée d'amplitude plus faible, afin de savoir si celui-ci est capable de modéliser aussi les boucles internes de l'hystérésis. Alors que la boucle externe est caractérisée à  $\pm 200V$  d'amplitude, une boucle interne est caractérisée avec un signal triangulaire de  $\pm 100V$  d'amplitude. Donc, pour valider le modèle pour les boucles internes, le modèle identifié précédemment est simulé avec une entrée triangulaire de  $\pm 100V$ . La comparaison est également montrée sur la figure Fig. 2.16 où on remarque une bonne cohérence entre le modèle identifié et l'hystérésis expérimentale, pour les boucles internes.

### 2.4.3 Creep

Le creep a été caractérisé en utilisant un échelon d'amplitude de 200V, avec une durée d'observation de 600s. Les courbes obtenues sont représentées dans la figure Fig. 2.17 où on remarque la présence du creep dans les transferts directs et les couplages.

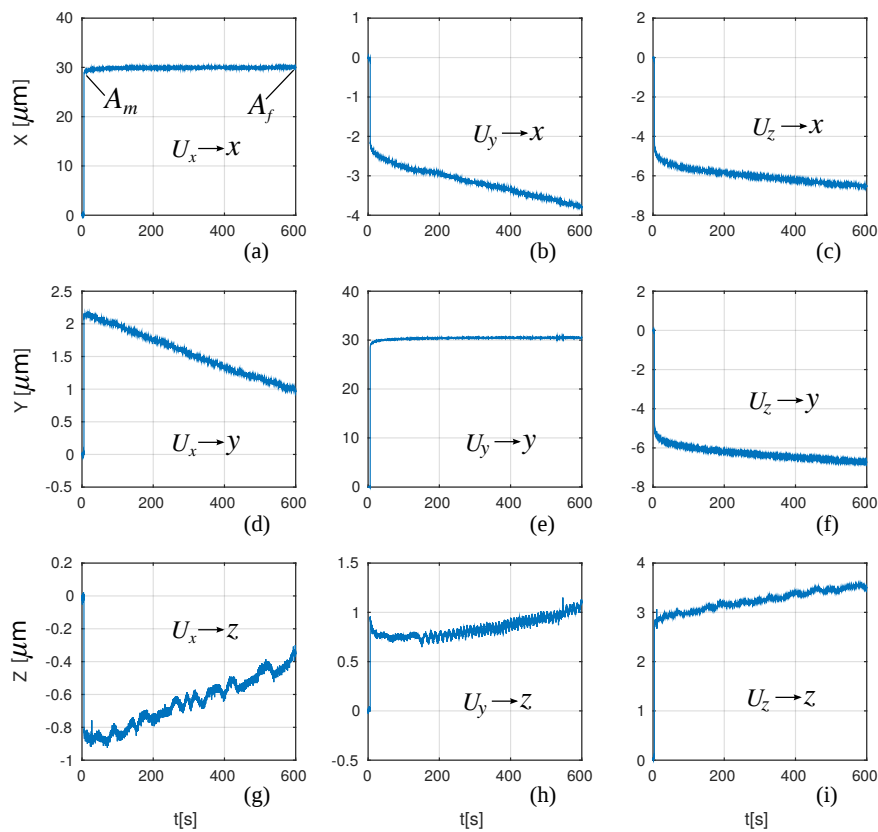


FIGURE 2.17: Caractérisation multivariable du creep. Les notations  $A_f$  et  $A_m$  sont utilisées au chapitre 5 pour quantifier numériquement le creep.



La modélisation est effectuée en utilisant la technique détaillée dans la section 2.3.3.1. Les paramètres obtenus pour les matrices  $K$  et  $Cr$  sont représentés par les équations Eq. 2.33 et Eq. 2.35, respectivement.

$$K = \begin{pmatrix} 0.1438 & -0.0115 & -0.0234 \\ 0.0105 & 0.1455 & -0.0257 \\ -0.0038 & 0.0045 & 0.0140 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

$$Cr(s) = \begin{pmatrix} Cr_{xx}(s) & Cr_{xy}(s) & Cr_{xz}(s) \\ Cr_{yx}(s) & Cr_{yy}(s) & Cr_{yz}(s) \\ Cr_{zx}(s) & Cr_{zy}(s) & Cr_{zz}(s) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

avec

$$\begin{cases} Cr_{xx}(s) = \frac{0.00041238(s+0.01926)}{(s+0.1156)(s+0.01249)} \\ Cr_{yx}(s) = \frac{-1.124 \times 10^{-5}}{s+0.0003682} \\ Cr_{zx}(s) = \frac{-1.6004 \times 10^{-5}(s-0.01484)}{(s+0.05074)(s+0.0002798)} \\ Cr_{xy}(s) = \frac{-6.9174 \times 10^{-5}(s^2+0.004223s+6.025 \times 10^{-6})}{(s+0.03461)(s^2+1.275 \times 10^{-7}s+1.904 \times 10^{-6})} \\ Cr_{yy}(s) = \frac{0.00042559(s+0.01996)}{(s+0.1123)(s+0.01094)} \\ Cr_{zy}(s) = \frac{-7.6994 \times 10^{-5}(s+0.02094)(s-0.003777)}{s(s+0.1335)(s+0.01192)} \\ Cr_{xz}(s) = \frac{-0.00015335(s+0.003555)}{(s+0.03759)(s+0.0007664)} \\ Cr_{yz}(s) = \frac{-0.0001356(s+0.005022)}{(s+0.0389)(s+0.001595)} \\ Cr_{zz}(s) = \frac{5.8485 \times 10^{-5}(s+0.01267)}{(s+0.09828)(s+0.0008187)} \end{cases} \quad (2.35)$$

On remarque que les paramètres de la matrice  $K$  peuvent être positifs ou négatifs, suivant le sens de déflexion de l'actionneur par rapport à l'échelon appliqué. La partie dynamique du creep exprimée par la matrice  $Cr(s)$  a été simulée puis comparée avec les données expérimentales, isolées de la partie modélisée par le gain  $K$ . La figure Fig. 2.18 montre une bonne cohérence entre le modèle identifié et les courbes expérimentales.

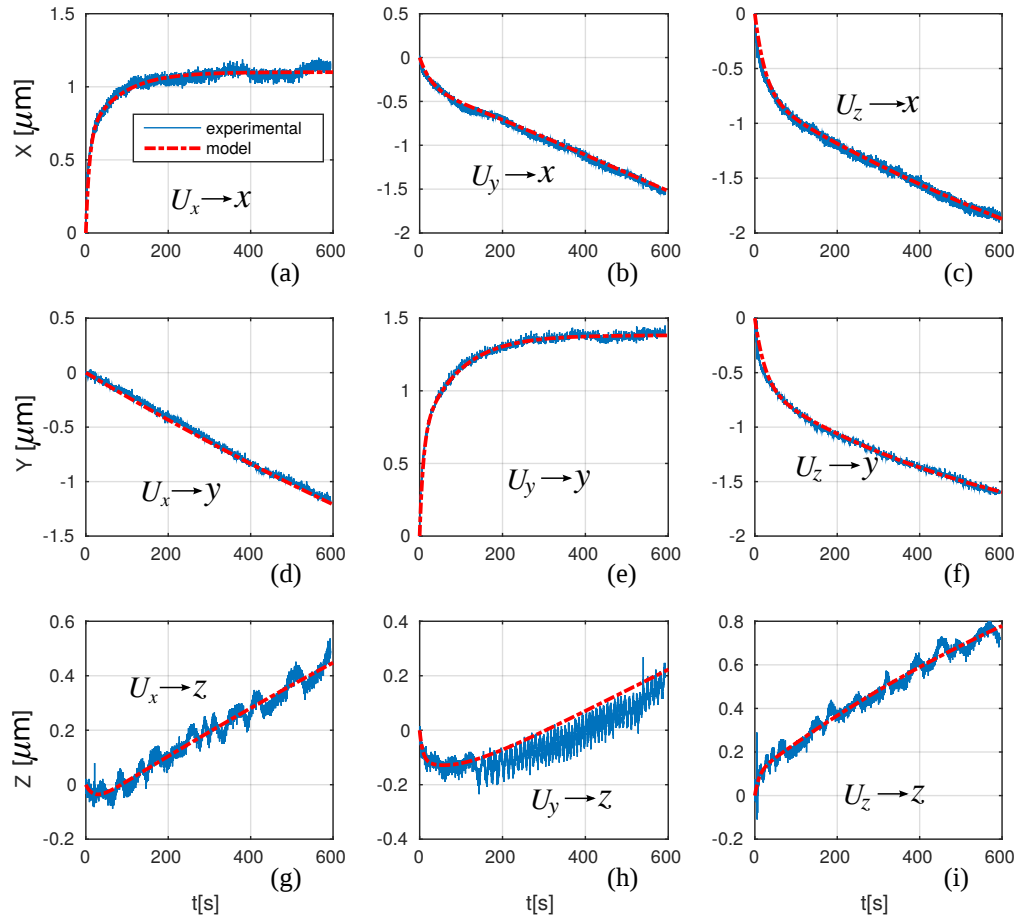


FIGURE 2.18: Modélisation multivariable du creep

#### 2.4.4 Oscillations mal-amorties

Un échelon d'amplitude 200V est utilisé pour caractériser les oscillations. Les courbes obtenues sont représentées dans la figure Fig 2.19. On constate la présence des oscillations mal-amorties dans les transferts directs et dans les couplages. On remarque aussi la rapidité du système caractérisé, qui se traduit par un temps de réponse inférieur à 15ms pour les transferts directs et les couplages.

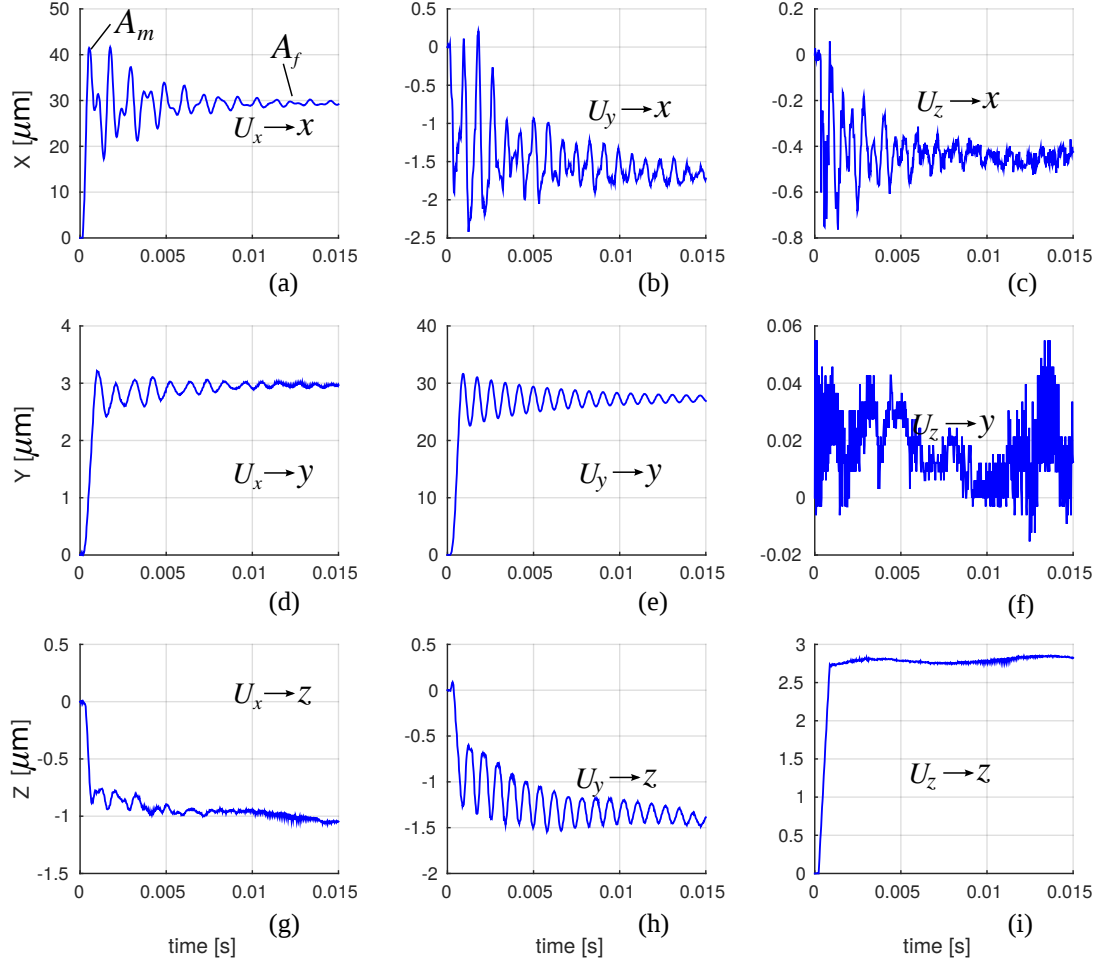


FIGURE 2.19: Caractérisation multivariable des oscillations mal-amorties. Les données expérimentales ont été enregistrées à une période d'échantillonnage de  $25\mu\text{s}$ . Les notations  $A_m$  et  $A_f$  sont utilisées au chapitre 5 pour quantifier numériquement les oscillations mal-amorties.

Le modélisation des oscillations est effectuée en appliquant l'algorithme *ARMAX* sur chacune des neuf courbes de la figure Fig. 2.19. Les neuf fonctions de transfert obtenues sont regroupées dans le transfert  $G(s)$  (Eq. 2.37). Pour vérifier l'efficacité du modèle identifié, nous simulons ce dernier dans *Matlab/Simulink*, en appliquant des échelons de 200V d'amplitude. Les résultats de simulation sont ensuite comparés avec les courbes de caractérisation dans la figure Fig. 2.20, où on constate une bonne cohérence entre les deux.

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_{xx}(s) & G_{xy}(s) & G_{xz}(s) \\ G_{yx}(s) & G_{yy}(s) & G_{yz}(s) \\ G_{zx}(s) & G_{zy}(s) & G_{zz}(s) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{xx}(s) = \frac{4.4718 \times 10^{15} (s+319.7)(s^2+570.5s+4.968 \times 10^7)}{(s+3.625 \times 10^4)(s+1.207 \times 10^4)(s+313.9)(s^2+536.5s+3.558 \times 10^7)} \\ \quad \times \frac{(s^2+873.8s+1.102 \times 10^8)}{(s^2+1352s+1.025 \times 10^8)(s^2+469.2s+1.081 \times 10^8)} ; \\ G_{yx}(s) = \frac{-10.534(s-1.513 \times 10^4)(s^2+610.3s+3.342 \times 10^5)}{(s^2+567s+2.882 \times 10^5)(s^2+1.208 \times 10^4s+3.673 \times 10^7)} \\ \quad \times \frac{(s^2+807.4s+2.329 \times 10^7)(s^2+57.97s+5.737 \times 10^7)}{(s^2+1132s+1.82 \times 10^7)(s^2+516.2s+3.491 \times 10^7)} ; \\ G_{zx}(s) = \frac{-1.5278(s+2.495 \times 10^4)(s+963.3)(s^2+2288s+8.783 \times 10^6)(s^2+337.4s+1.931 \times 10^7)(s^2-2.524 \times 10^4s+2.855 \times 10^8)}{(s+563.8)(s^2+1644s+5.824 \times 10^6)(s^2+414.7s+1.72 \times 10^7)(s^2+2121s+3.833 \times 10^7)(s^2+2882s+1.681 \times 10^8)} \\ G_{xy}(s) = \frac{-3.8154(s+487.2)(s^2+20.85s+2.836 \times 10^7)}{(s+6337)(s+351.2)(s^2+394.1s+3.605 \times 10^7)} \\ \quad \times \frac{(s^2+2207s+7.762 \times 10^7)(s^2-2.826 \times 10^4s+2.733 \times 10^9)}{(s^2+517.2s+6.043 \times 10^7)(s^2+628.3s+2.384 \times 10^8)} ; \\ G_{yy}(s) = \frac{-9.0985 \times 10^5 (s-1.871 \times 10^4)(s^2-98.19s+9.619 \times 10^7)}{(s+3984)(s^2+6789s+5.067 \times 10^7)(s^2+321.5s+6.015 \times 10^7)} \\ G_{zy}(s) = \frac{48574(s-9689)(s^2-1529s+8.221 \times 10^5)(s^2+962.1s+8.63 \times 10^5)(s^2+1362s+9.306 \times 10^7)}{(s+1037)(s^2+1534s+8.258 \times 10^5)(s^2+2254s+1.614 \times 10^6)(s^2+2662s+5.665 \times 10^7)(s^2+255.3s+6.024 \times 10^7)} \\ G_{xz}(s) = \frac{-25.139(s^2+80.37s+2.085 \times 10^4)(s^2+10.8s+8.012 \times 10^5)(s^2+301.9s+2.68 \times 10^7)(s^2-3191s+1.883 \times 10^8)}{(s+1.553 \times 10^4)(s^2+71.29s+1.957 \times 10^4)(s^2+28.31s+7.784 \times 10^5)(s^2+510.3s+3.65 \times 10^7)(s^2+523.5s+1.062 \times 10^8)} \\ G_{yz}(s) = \frac{1.2237 \times 10^{-5} (s+2.665 \times 10^4)(s-162.2)}{(s^2+60.03s+2.557 \times 10^5)} \\ G_{zz}(s) = \frac{-6.8388(s-3.324 \times 10^4)(s+605.1)(s^2+159.6s+3.7 \times 10^5)}{(s+541.7)(s^2+141s+3.728 \times 10^5)(s^2+5724s+1.795 \times 10^7)} . \end{array} \right. \quad (2.37)$$

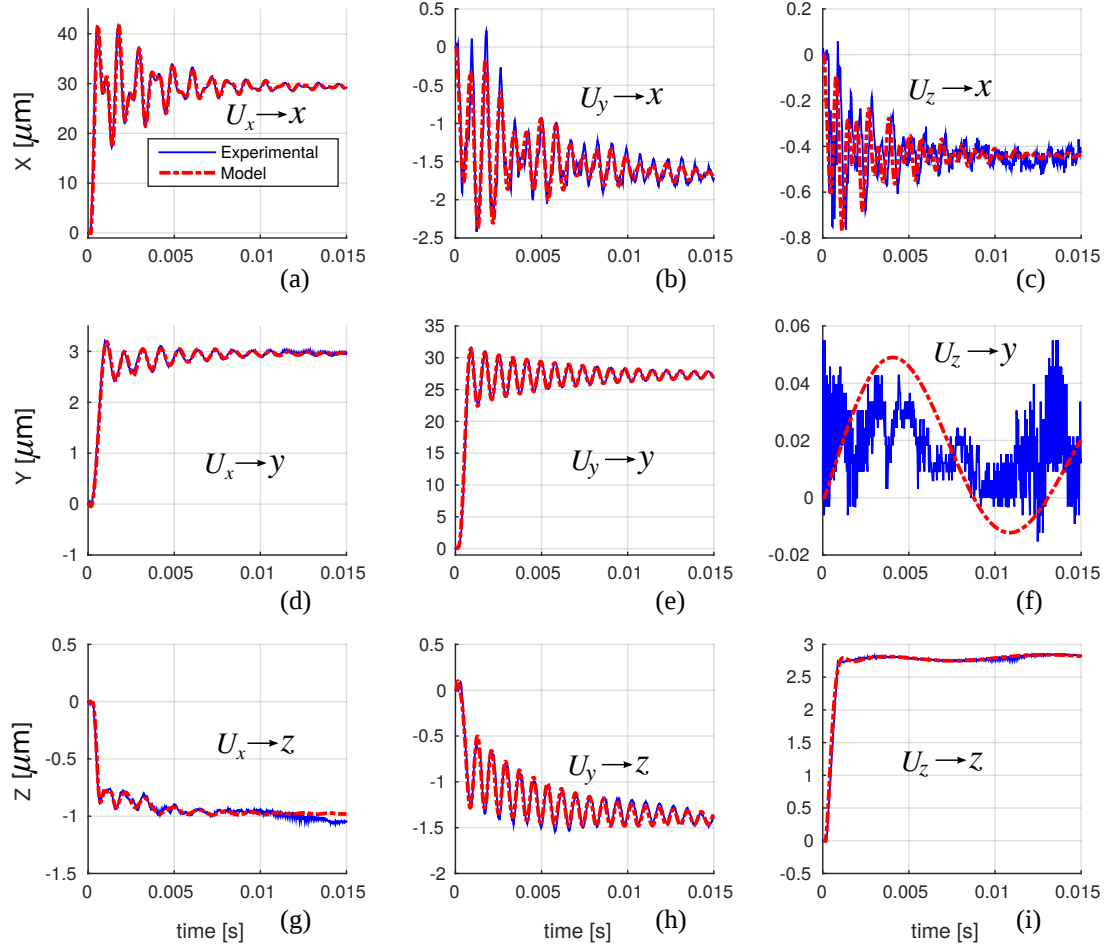


FIGURE 2.20: Modélisation multivariable des oscillations mal amorties

On remarque que les fonctions de transfert identifiées (équation Eq. 2.37) sont d'ordres élevés. En effet, ces fonctions modélisent le système jusqu'à la troisième ou quatrième fréquence de résonance. Une réduction de ces modèles est possible, mais comme nous souhaitons les utiliser pour synthétiser une commande en boucle ouverte, nous avons gardé les modèles non-réduits, qui reflètent les données expérimentales le plus rigoureusement possible (voir Fig. 2.20).

## 2.5 Synthèse - Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé un état de l'art des techniques utilisées pour modéliser l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties dans les actionneurs piézoélectriques. Cet état de l'art avait pour objectif de repérer les modèles pouvant être étendus en multivariable.

Pour la modélisation multivariable de l'hystérésis, nous avons proposé un modèle de Bouc-Wen classique multivariable et un modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable. Une procédure de caractérisation et d'identification associées ont été proposées. Enfin, nous avons validé le modèle expérimentalement sur un tube piézoélectrique travaillant en trois degrés de liberté. Afin de modéliser l'hystérésis *rate-dependent* multivariable, une tentative d'adaptation du modèle de Bouc-Wen classique à la modélisation de l'hystérésis *rate-dependent* a été effectuée. Un modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux a été proposé mais il s'est avéré que ce dernier n'arrive pas à prendre en compte l'effet de déphasage entre la tension et la déflexion de l'actionneur. Une combinaison du modèle de Bouc-Wen classique à coefficients polynomiaux et d'un modèle ellipsoïdal a été proposée comme perspective.

Pour la modélisation multivariable du creep et les oscillations mal-amorties, nous avons opté pour des modèles multivariables déjà utilisés dans des travaux précédents. Ces techniques ont été aussi validées dans ce chapitre, sur un tube piézoélectrique.

Les modèles multivariables proposés dans ce chapitre seront utilisés dans le chapitre 3 pour la commande multivariable en boucle ouverte d'actionneurs piézoélectriques multi-axes.



# Commande multivariable en boucle ouverte

*Ce chapitre concerne la commande multivariable en boucle ouverte multivariable de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Les techniques de commande proposées sont basées sur les modèles multivariables proposés dans le chapitre précédent. Dans un premier temps, nous proposons de compenser l'hystérésis en combinant la structure multiplicative inverse avec le modèle de Bouc-Wen multivariable, et le creep par une combinaison de la structure multiplicative inverse avec un modèle LTI multivariable du creep. Ensuite, pour compenser les oscillations mal-amorties, nous utilisons une technique basée sur la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle ouverte. Enfin, ces trois stratégies sont combinées pour effectuer une compensation multivariable et simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Toutes ces techniques de compensation sont validées sur un tube piézoélectrique, à trois degrés de liberté.*

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>46</b>
<b>3.2</b>	<b>Compensation de l'hystérésis</b>	<b>47</b>
3.2.1	Equation du compensateur	47
3.2.2	Calcul de l'inverse de la matrice $D_p$ :	49
3.2.3	Application au tube piézoélectrique	49
<b>3.3</b>	<b>Compensation du creep</b>	<b>50</b>
3.3.1	Equation du compensateur	51
3.3.2	Application au tube piézoélectrique	52
<b>3.4</b>	<b>Compensation des oscillations mal-amorties</b>	<b>53</b>
3.4.1	Synthèse $H_\infty$ multivariable en boucle ouverte	54
3.4.2	Application au tube piézoélectrique	57
<b>3.5</b>	<b>Compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties</b>	<b>61</b>



3.5.1	Modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique . . .	62
3.5.2	Linéarisation du système initial - $S_0$ . . . . .	63
3.5.3	Caractérisation et modélisation de la dynamique du système $S_L$ . . . .	66
3.5.4	Compensation des oscillations mal-amorties pour le système $S_L$ . . . .	68
3.5.5	Résultats expérimentaux de la compensation complète du système $S_0$	69
3.6	<b>Synthèse - Conclusion</b> . . . . .	<b>72</b>

### 3.1 Introduction

Les techniques de commande en boucle ouverte pour les actionneurs piézoélectriques peuvent être regroupées en deux catégories : la commande en charge et la commande en tension. La commande en charge consiste à utiliser une charge en tant que signal en entrée de l'actionneur. Pour ce faire, la tension  $U$  destinée à alimenter l'actionneur est d'abord amplifiée à l'aide d'un circuit électronique dédié, puis la charge  $Q$  obtenue est utilisée pour actionner le système piézoélectrique. Le schéma représentatif d'un processus de commande en charge est représenté par la figure Fig. 3.1.

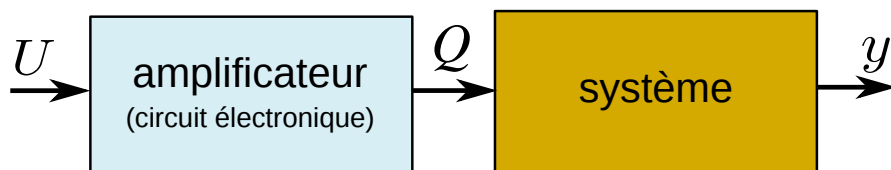


FIGURE 3.1: Structure générale de la procédure de commande en charge.

Cette technique est utilisée pour compenser les non-linéarités hystérésis et creep [37, 59, 63, 97, 131] et elle a été combinée avec la technique *Piezoelectric Shunt Damping* pour amortir les oscillations, notamment dans [63, 65, 132]. Par ailleurs, sa popularité reste limitée par la complexité de construction de l'amplificateur.

La deuxième technique, qui est la commande en tension, est quant à elle basée sur l'inversion ou un réarrangement d'un modèle de l'effet à compenser (l'hystérésis, le creep ou les oscillations). Elle nécessite donc une étape de modélisation, à partir de laquelle un modèle de l'effet à commander est mis en place. La structure générale de la commande en tension est représentée par la figure Fig. 3.2.

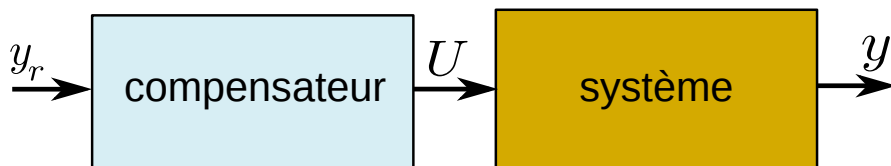


FIGURE 3.2: Structure générale de la procédure de commande en tension.

Cette figure montre un système d'entrée  $U$  et de sortie  $y$ . Une fois que le modèle de l'effet à compenser est mis en place, un compensateur est construit à base de ce modèle, puis mis en cascade avec le système initial. La nouvelle entrée au système compensé (l'entrée de référence) est noté  $y_r$ . Le rôle du compensateur est par conséquent de générer, à partir de  $y_r$ , la commande  $U$  permettant de supprimer l'effet à compenser. Par rapport à la commande en charge, la commande en tension jouit d'une très forte popularité dans la littérature sur la commande en boucle ouverte des actionneurs piézoélectriques [147]. Elle constitue aussi notre choix pour la commande en boucle ouverte des actionneurs piézoélectriques multi-axes.

Dans ce chapitre, les modèles multivariables proposés dans le chapitre précédent sont utilisés pour construire les compensateurs multivariables de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. Contrairement à la compensation monovariante, les compensateurs multivariables proposés sont conçus pour deux objectifs : (1) supprimer l'effet concerné (l'hystérésis, le creep ou les oscillations) dans les transferts directs, (2) supprimer ou réduire, le plus largement possible, l'amplitude des couplages.

La structure de la figure Fig. 3.2 montre que la réalisation de la compensation ne nécessite pas la mesure de la déflexion  $y$ . Les capteurs de déplacement ne sont donc pas nécessaires pendant la compensation. Ils ne sont utilisés que pour l'étape de la caractérisation, qui mène à la mise en place du modèle de l'effet à compenser. Les stratégies de compensation développées dans ce chapitre sont introduites de manière généralisée. Elles sont applicables aux procédés avec le même nombre d'entrées et sorties (systèmes carrés), et aux procédés sous- ou sur-actionnés.

Ce chapitre est organisé comme suit. La première partie et la deuxième partie concernent la compensation multivariable de l'hystérésis et du creep, respectivement. Dans la troisième partie, une méthode de compensation multivariable des oscillations mal-amorties est proposée. La quatrième partie se base sur les techniques des parties précédentes, afin de réaliser une compensation complète de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties. La dernière partie conclut le chapitre.

## 3.2 Compensation de l'hystérésis

Dans ce chapitre, nous proposons de combiner le modèle de Bouc-Wen multivariable développé dans le chapitre précédent avec la structure multiplicative inverse afin de compenser l'hystérésis multivariable. La procédure qui mène à la construction d'un compensateur est la même pour le modèle de Bouc-Wen classique et le modèle de Bouc-Wen généralisé. La combinaison du modèle de Bouc-Wen avec la structure multiplicative inverse a été utilisée dans [156] pour compenser l'hystérésis d'une poutre piézoélectrique mono-axe. Notre apport ici est d'étendre cette technique pour les procédés multi-ddl et couplés.

### 3.2.1 Equation du compensateur

Reprenons le modèle de Bouc-Wen multivariable sous sa forme compacte (Eq. 2.15). Les paramètres de ce modèle étant identifiés, nous proposons d'utiliser la structure présentée dans la

figure Fig. 3.2 où  $y_r = (y_1^{ref} \ y_2^{ref} \ \dots \ y_n^{ref})^T$  représente le vecteur des entrées désirées du système compensé. Le compensateur est calculé de telle sorte qu'il satisfasse la condition suivante :

$$y = y_r. \quad (3.1)$$

En introduisant cette condition dans la première équation de Eq. 2.15 (page 23), nous obtenons l'équation suivante :

$$y_r = D_p U - H(U), \quad (3.2)$$

à partir de laquelle nous déduisons l'équation de la commande idéale  $U$  (en considérant que  $D_p$  est inversible) satisfaisant l'équation Eq. 3.1 :

$$U = D_p^{-1}(y_r + H(U)). \quad (3.3)$$

L'équation Eq. 3.3 représente l'équation du compensateur multivariable d'hystérésis. La figure Fig. 3.3 présente l'implémentation de ce compensateur sur le système original. Cette figure montre que l'opérateur  $H(U)$  du modèle est directement utilisé dans la construction du compensateur. Ceci implique que les paramètres des matrices  $A$ ,  $B$  et  $\Gamma$  (rassemblées dans l'opérateur  $H(U)$ ) obtenus suite à l'identification sont directement utilisés pour la compensation. Par conséquent, l'identification du modèle permet en même temps d'obtenir les paramètres du compensateur, ce qui constitue un avantage en termes de temps d'identification, particulièrement pour les systèmes multi-axes, où le nombre de paramètres à identifier est élevé. On notera aussi que le modèle de Bouc-Wen (Eq. 2.14) inclut une équation différentielle non-linéaire qui ne permet pas d'effectuer une inversion directe du modèle. La compensation à base de la structure multiplicative inverse permet donc d'obtenir un compensateur sans devoir calculer l'inverse du modèle de Bouc-Wen.

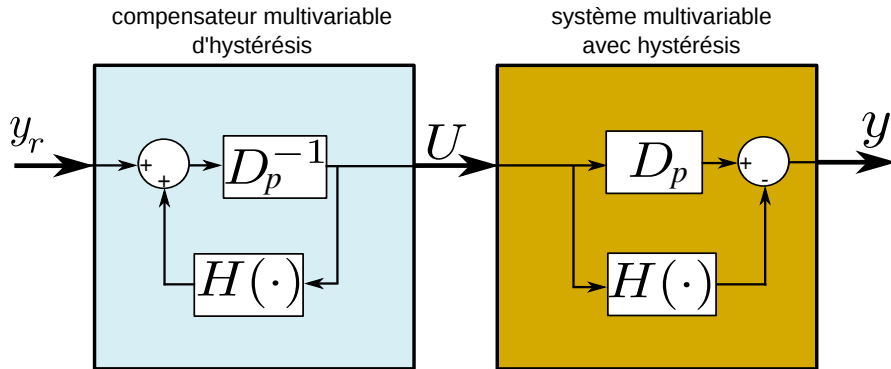


FIGURE 3.3: Principe de compensation de l'hystérésis multivariable, par combinaison du modèle de Bouc-Wen multivariable avec la structure multiplicative inverse.

Cependant, comme le montre l'équation Eq. 3.3, le compensateur nécessite le calcul de l'inverse de la matrice  $D_p$ . La sous-section suivante discute de l'inversion de cette matrice, en tenant compte des cas où le système compensé est carré (matricé  $D_p$  carré) ou sous ou sur-actionné (matricé  $D_p$  rectangulaire).

### 3.2.2 Calcul de l'inverse de la matrice $D_p$ :

Pour les systèmes **carrés** (complètement actionnés),  $D_p$  est une matrice carrée. Pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes, cette matrice est toujours inversible. En effet, ces actionneurs sont conçus de telle sorte que chaque entrée  $U_j$  puisse imposer une déflexion  $y_j$  non-nulle. En outre, les couplages résultent d'un défaut de conception et leurs amplitudes sont naturellement faibles par rapport aux amplitudes des transferts directs. Autrement dit, tous les éléments  $D_{jj} \neq 0$  satisfaisant  $D_{ij} \ll D_{jj}$ . Par conséquent, la matrice  $D_p$  est toujours non-singulière.

Pour les systèmes **sous** et **sur-actionnés**, la matrice  $D_p$  est rectangulaire. Dans ce cas, nous utilisons la pseudo-inverse de Moore-Penrose [136] pour calculer la matrice  $D_p^+$  :

$$U = D_p^+(y_r + H(U)). \quad (3.4)$$

$D_p$  étant une matrice  $\in \mathbb{R}^{n \times k}$ , nous aurons  $D^+ \in \mathbb{R}^{k \times n}$ . La pseudo-inverse de Moore-Penrose est définie par :

$$D_p^+ = C^T (CC^T)^{-1} (B^T B)^{-1} B^T \quad (3.5)$$

avec  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathbb{R}^{m \times k}$  les matrices de décomposition de  $D_p$  tel que  $D_p = BC$ .

L'utilisation de cette pseudo-inverse garantit que la solution a une norme-2 minimale dans le cas où le système est sur-actionné et que l'erreur d'estimation a une norme-2 minimale dans le cas où le système est sous-actionné. L'implémentation du compensateur pour les systèmes sous et sur-actionnés est celle représentée sur la figure Fig. 3.3, en remplaçant  $D_p^{-1}$  par  $D_p^+$ .

### 3.2.3 Application au tube piézoélectrique

Nous reprenons ici l'actionneur tube piézoélectrique dont on a déjà modélisé l'hystérésis au chapitre 2. Les paramètres numériques du modèle étant déjà identifiés (Eq. 4.14 et Eq. 4.15), le compensateur de la figure Fig. 3.3 a été implémenté. Considérant un système à 3-ddl, le nouveau vecteur des entrées est  $y_r = (x_{ref} \ y_{ref} \ z_{ref})^T$ .

Comme dans l'étape de caractérisation, la compensation est faite en utilisant des signaux triangulaires à la fréquence de 0.4Hz. Leurs amplitudes sont de  $\pm 20 \mu m$  pour  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$ , et de  $\pm 2 \mu m$  pour  $z_{ref}$ . La figure Fig. 3.4 montre les résultats de compensation. On remarque la suppression de l'hystérésis dans les transferts directs ainsi qu'une diminution globale d'amplitude des couplages. L'amplitude des couplages des figures Fig. 3.4-(c),(f),(h) reste relativement élevée. Cela est dû à la mauvaise représentation de l'hystérésis des courbes de caractérisation correspondant (Fig. 2.15-(c),(f),(h)).

Pour vérifier l'effet du compensateur pour les boucles internes, les mêmes entrées ont été appliquées, toujours à la fréquence de 0.4Hz mais à des amplitudes plus faibles ;  $\pm 10 \mu m$  pour  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$ , et  $\pm 1 \mu m$  pour  $z_{ref}$ . Les résultats sont reportés dans la figure Fig. 3.4. Comme pour le cas des boucles externes, on remarque que l'hystérésis est supprimé pour les transferts directs et que l'amplitude des couplages est réduite considérablement.

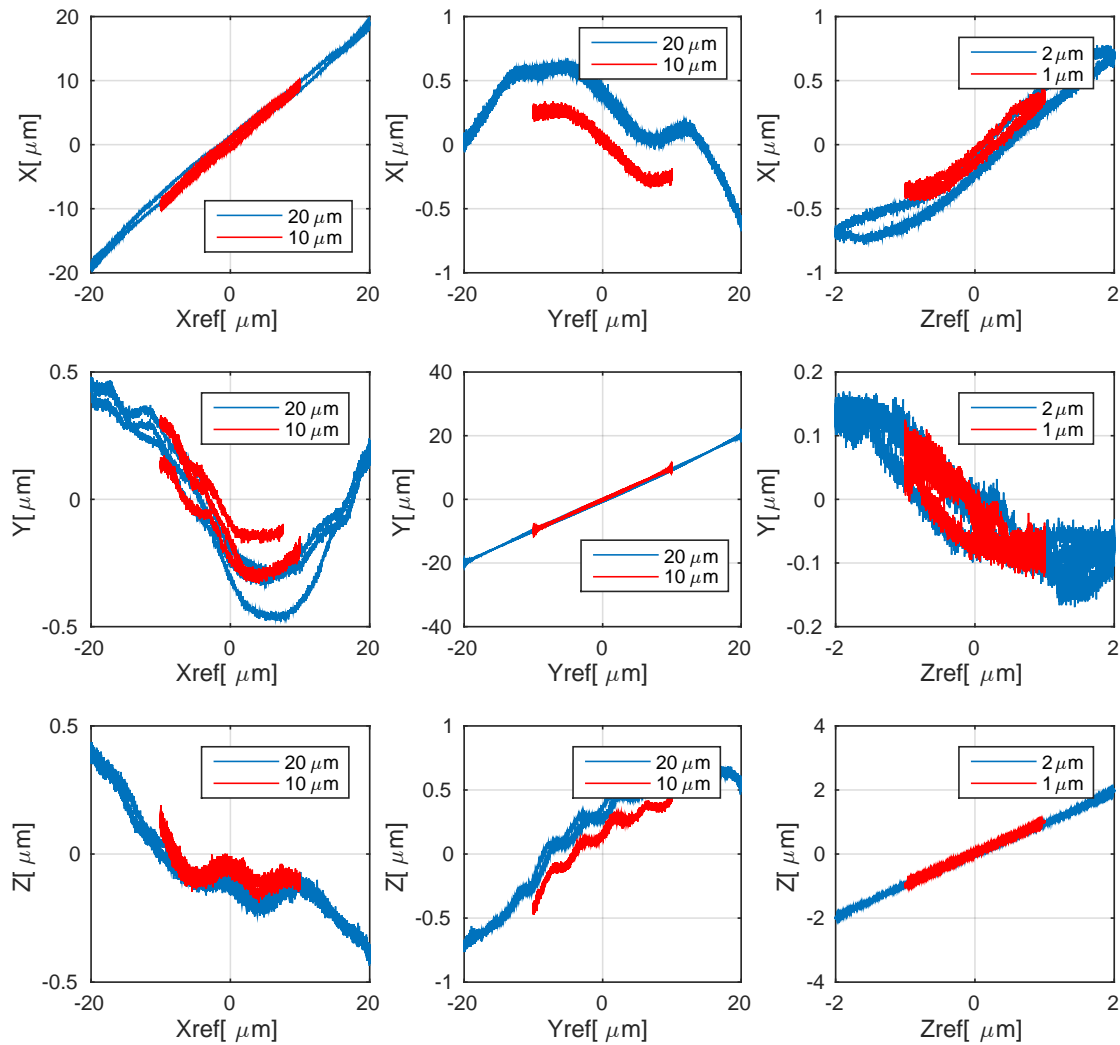


FIGURE 3.4: Résultats expérimentaux de la compensation de l'hystérésis du tube piézoélectrique, avec  $y_r$  de  $20\mu\text{m}$  et  $10\mu\text{m}$ .

### 3.3 Compensation du creep

Dans la littérature, la commande en boucle ouverte du creep a été réalisée en utilisant notamment la technique "*voltage creep*", basée sur le modèle logarithmique du creep. Le principe de cette technique est le suivant. Comme une tension  $U$  constante appliquée à un actionneur piézoélectrique provoque une déflexion  $y$  évoluant de façon logarithmique, une tension évoluant de façon logarithmique (à la place d'une tension constante) provoque une déflexion constante, en choisissant minutieusement un facteur de creep approprié. En se référant sur la structure de la figure Fig. 3.2 (page 46), le compensateur est conçu pour fournir une tension  $U$  de forme lo-

arithmique, appliquée à l'actionneur pour obtenir une déflexion  $y$  constante (sans creep). Cette technique a été utilisée pour les cas monovariante, notamment dans [88].

Pour compenser le creep multivariable nous utilisons la technique proposée dans [158]. Cette technique consiste à combiner la structure multiplicative inverse et le modèle LTI multivariable du creep de l'équation Eq. 2.28 (page 31). L'utilisation de cette technique présente les mêmes avantages que ceux de la technique de compensation de l'hystérésis multivariable de la section précédente : l'utilisation directe des paramètres du modèle pour construire le compensateur, la réduction du temps de calcul du compensateur, etc. En particulier, cette technique permet d'obtenir le compensateur du creep sans faire recours aux techniques d'inversion des fonctions de transfert.

### 3.3.1 Equation du compensateur

Considérons toujours la structure représentée par la figure Fig. 3.2 (page 46). Le compensateur est calculé de telle sorte à satisfaire la condition suivante :

$$y = y_r. \quad (3.6)$$

En introduisant cette condition dans la première équation de Eq. 2.28 (modèle LTI du creep multivariable), nous obtenons l'équation Eq. 3.7 :

$$y_r = [K + Cr(s)] U, \quad (3.7)$$

à partir de laquelle nous déduisons l'équation de la commande  $U$  qui satisfait l'équation Eq. 3.6 :

$$U = K^{-1} [y_r - Cr(s) U]. \quad (3.8)$$

L'implémentation de cette équation est représentée dans la figure Fig. 3.5.

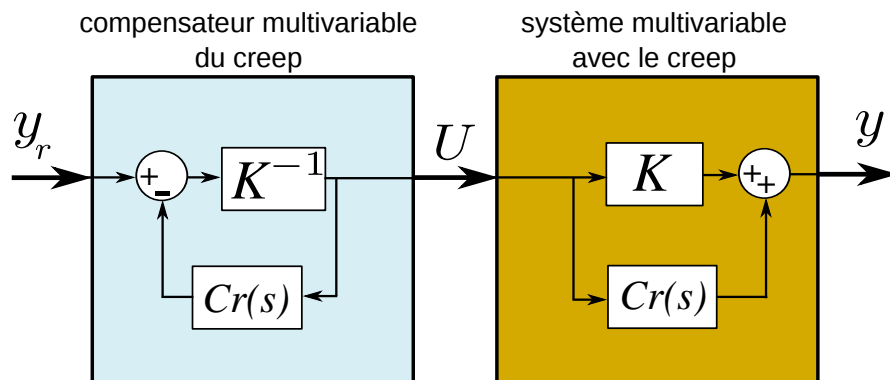


FIGURE 3.5: Principe de compensation du creep multivariable, par combinaison du modèle LTI multivariable du creep avec la structure multiplicative inverse.

Nous remarquons que la partie dynamique linéaire  $Cr(s)$  est directement utilisée pour construire le compensateur, sans avoir recours aux techniques d'inversion des fonctions de transfert de la matrice  $Cr(s)$ . En plus, une fois que le modèle est identifié, aucun calcul supplémentaire n'est nécessaire pour mettre en place le compensateur. La seule opération supplémentaire à faire est de calculer l'inverse de la matrice  $K$ . Le calcul de l'inverse de la matrice  $K$  dépend du fait que le système soit carré ou rectangulaire. Les conditions et la procédure d'inversion de la matrice  $K$  sont les mêmes que celles la matrice  $D_p$  du modèle d'hystérésis, discutées dans la [section 3.2.2](#).

### 3.3.2 Application au tube piézoélectrique

A partir du modèle du creep multivariable identifié dans les équations [Eq. 2.33](#) et [Eq. 2.35](#), le compensateur de la figure [Fig. 3.5](#) a été implémenté, en considérant un système à 3-ddl, dont le vecteur des entrées est  $y_r = (x_{ref} \ y_{ref} \ z_{ref})^T$ .

Pour tester l'efficacité du compensateur, des échelons  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$  d'amplitudes  $\pm 20\mu m$ , et  $z_{ref}$  d'amplitude  $\pm 2.5\mu m$  ont été appliqués successivement. A chaque fois, les déflexions  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont enregistrées simultanément. Comme pour l'étape de caractérisation, la durée d'observation du creep utilisée pour la compensation est de 600s. Les résultats de compensation sont reportés dans la figure [Fig. 3.6](#).

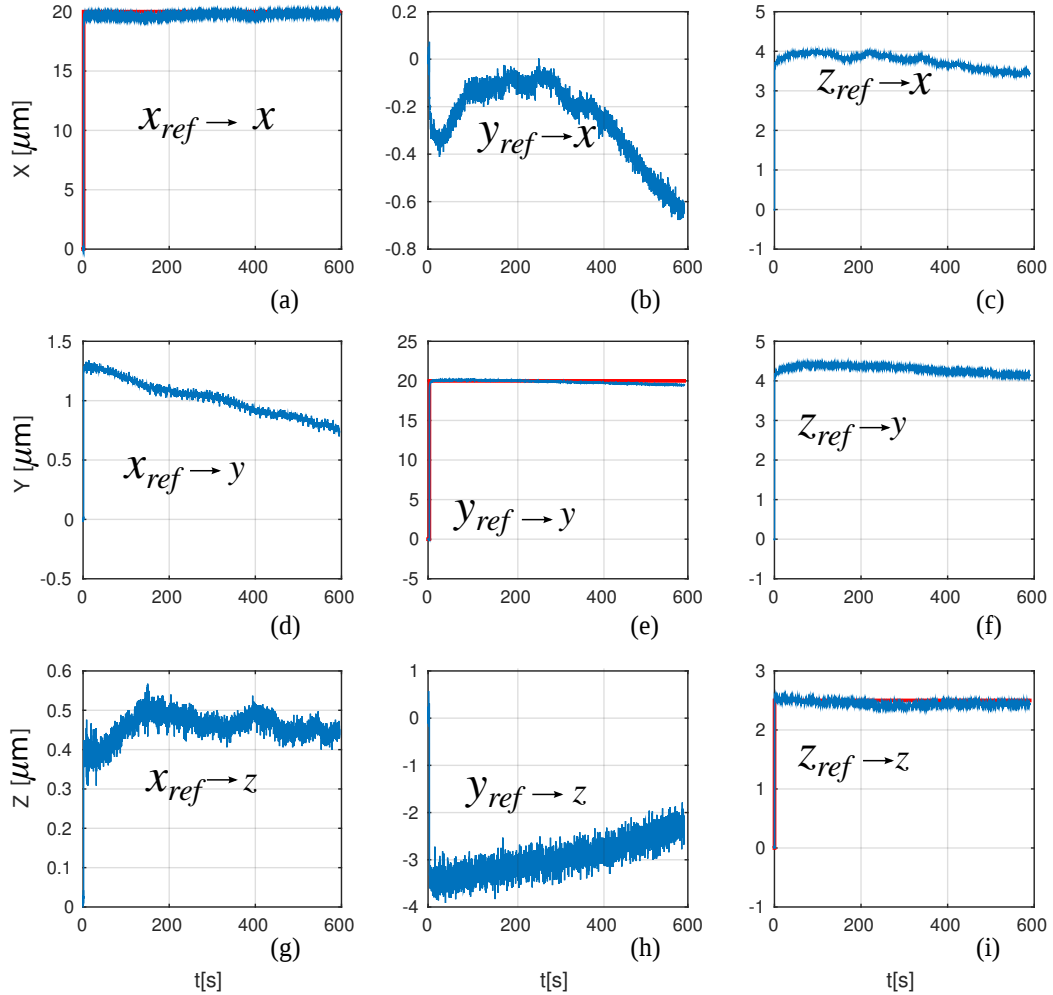


FIGURE 3.6: Résultats de compensation du creep multivariable.

Cette figure montre que le creep est supprimé pour les transferts directs, avec une erreur statique très faible. On remarque aussi une réduction de l'amplitude des couplages, mis à part les couplages des figures Fig. 3.6-(c),(h). Ceci peut être due aux erreurs d'évaluation des paramètres de la matrice  $K$ .

### 3.4 Compensation des oscillations mal-amorties

Les techniques "*input-shaping*" font partie des méthodes les plus populaires pour la compensation des oscillations mal-amorties. Un état de l'art sur ces techniques est détaillé dans [186].



Le principe général consiste à modifier le signal en entrée (la commande), afin de générer une série d'oscillations décalées dans le temps les unes par rapport aux autres. Les amplitudes de ces oscillations ainsi que les temps de décalage sont minutieusement choisis, de telle sorte que la somme des oscillations générées résulte en une dissipation de l'oscillation globale [142, 187]. Ces techniques ont été utilisées pour des actionneurs piézoélectriques mono-axes [163] ou pour les actionneurs multi-axes, mais sans prise en compte des couplages [81, 160]. Une extension des techniques *input shaping* à la compensation multivariable est réalisée notamment dans [4], mais la procédure de compensation est complexe, suite au grand nombre de paramètres que représentent les équations mathématiques utilisées.

Les techniques basées sur l'inversion des fonctions de transfert ont été aussi utilisées : *Exact inverse* [185], *Optimal inverse* [93], *Zero Magnitude Error Tracking* (ZMET) et *Zero Phase Error Tracking* (ZPET) [182, 197, 198], etc. Par ailleurs, l'identification des actionneurs piézoélectriques aboutit à des fonctions de transfert d'ordres très élevées et qui ne satisfont pas les conditions de bi-causalité et de non minimum de phase. Par conséquent, l'utilisation des techniques d'inversion s'avère moins efficace.

Nous proposons ici une technique basée sur la synthèse  $H_\infty$  multivariable de précommande dynamique. La synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte a été utilisée notamment dans [177, 179, 29] pour réaliser une précommande suivie d'une commande en boucle fermée. Nous l'adoptons dans cette thèse pour compenser les oscillations dans les systèmes piézoélectriques multi-axes. Contrairement aux techniques *input shaping* ou les techniques basées sur l'inversion des fonctions de transfert, la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle ouverte permet de considérer simultanément les transferts directs et les couplages pendant la synthèse. En outre, le calcul du compensateur est réalisé en une seule synthèse, ce qui réduit considérablement le temps de calcul, par rapport aux techniques où le compensateur est calculé pour chaque axe de l'actionneur, séparément.

### 3.4.1 Synthèse $H_\infty$ multivariable en boucle ouverte

Le principe de compensation par la synthèse  $H_\infty$  standard est décrit par la figure Fig. 3.7.

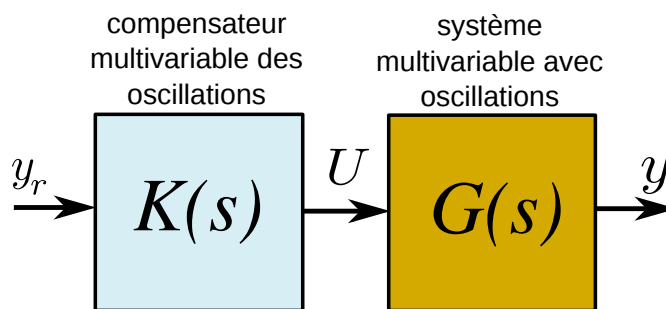


FIGURE 3.7: Le principe de compensation des oscillations mal-amorties par la synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte.

Considérons dans un premier temps le cas d'un système mono-axe de modèle monovisible  $G(s)$ . L'objectif est de calculer un compensateur  $K(s)$  qui va générer l'entrée  $U$  permettant à la

sortie  $y$  de suivre l'entrée désirée  $y_r$ . Outre ce suivi de consigne, le compensateur  $K(s)$  est conçu afin de satisfaire un certain nombre de performances. Toutes ces performances sont définies à travers un modèle de référence  $W_r$  et des fonctions de pondération que nous allons nommer  $W_1$  et  $W_2$ .

Le modèle de référence  $W_r$  correspond au comportement souhaité pour le système après compensation. Nous choisissons donc une fonction de transfert du premier ordre :

$$W_r(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (3.9)$$

où  $\tau$  est la constante de temps définie par  $\tau = t_r/3$ , avec  $t_r$  le temps de réponse souhaité pour le système compensé.

La pondération  $W_1$  permet d'imposer les performances relatives au suivi de l'entrée désirée par la sortie du système compensé. L'une des structures utilisées pour construire cette pondération est [161] :

$$W_1(s) = \frac{s + 3/t_r}{k_o s + 3\varepsilon_s/t_r}. \quad (3.10)$$

Le paramètre  $k_o$  est utilisé pour définir le critère de dépassement pour le système compensé. Pour avoir un système compensé sans dépassement,  $k_o = 1$ . Le paramètre  $\varepsilon_s$  définit l'erreur statique tolérée pour le système compensé.

La pondération  $W_2$  permet de modérer le signal de commande  $U$  par le compensateur  $K$ , afin d'éviter la saturation du système  $G$ . Pour les actionneurs piézoélectriques, cette pondération permet de protéger l'actionneur, en limitant la tension  $U$  générée par le compensateur. La pondération  $W_2$  peut être une constante ou un gain dynamique similaire à  $W_1$  si l'on souhaite limiter la commande  $U$  à des fréquences élevées. En imposant une amplitude maximale  $U^{max}$  du signal en entrée, la pondération  $W_2$ , sous sa forme constante, peut être définie comme suit [161] :

$$W_2(s) = \frac{y^{max}}{U^{max}}, \quad (3.11)$$

avec  $y^{max}$  l'amplitude de la sortie qui correspond à  $U^{max}$ .

Pour les systèmes multimultivariables, le modèle  $G(s)$  est une matrice de fonctions de transfert, et le modèle de référence  $W_r$  ainsi que les pondérations  $W_1$  et  $W_2$  sont des matrices dont les éléments sont des pondérations construites à base des performances souhaitées pour chaque axe. Dans l'objectif de supprimer les couplages pour le système compensé, nous proposons de mettre les matrices  $W_r$ ,  $W_1$  et  $W_2$  sous la forme diagonale (les éléments correspondants aux couplages sont nuls). En particulier, pour les systèmes carrés, les matrices  $W_r$ ,  $W_1$  et  $W_2$  sont définies comme suit :

$$W_r(s) = \text{diag}(W_r^{ii}(s)), \quad W_1(s) = \text{diag}(W_1^{ii}(s)), \quad W_2(s) = \text{diag}(W_2^{ii}(s)), \quad (3.12)$$

avec  $W_r^{ii}$ ,  $W_1^{ii}$  et  $W_2^{ii}$  définies pour chaque axe  $i$ , selon les équations Eq. 3.9, Eq. 3.10 et Eq. 3.11.

Le modèle  $W_r$  et les pondérations  $W_1$  et  $W_2$  de l'équation Eq. 3.12 permettent de construire le système augmenté de la figure Fig. 3.8,

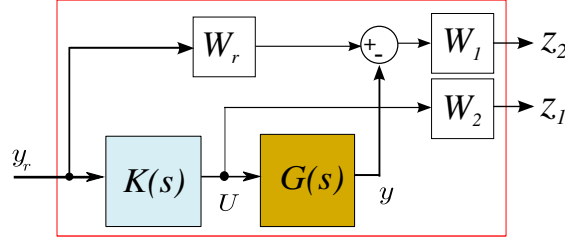


FIGURE 3.8: Le système compensé, augmenté d'un modèle de référence  $W_r$  et des fonctions de pondération  $W_1$  et  $W_2$ .

à partir duquel le problème  $H_\infty$  standard est défini. A partir de ce système, les nouvelles entrées et sorties, appelées aussi entrées exogènes et sorties pondérées, sont définies. En se basant sur le système augmenté de la figure Fig. 3.8,  $y_r$  constitue le vecteur des entrées exogènes et  $z = (z_1 \ z_2)^T$  un vecteur des sorties pondérées.

L'expression de  $z$  en fonction de  $y_r$  permet de définir le transfert  $F$ , qui est obtenu classiquement par transformation fractionnelle linéaire (*linear fractional transformation-LFT*). A partir de la figure Fig. 3.8, le transfert entre l'entrée  $y_r$  et la sortie  $z$  est exprimée comme suit :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_2 K \\ W_1 W_r - W_1 T \end{pmatrix} y_r, \quad (3.13)$$

avec  $T = G K$  la fonction de transfert du système compensé. On en déduit donc le transfert  $F$  :

$$F = \begin{pmatrix} W_2 K \\ W_1 W_r - W_1 T \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Le problème  $H_\infty$  standard optimal consiste à trouver le compensateur  $K$  qui minimise la norme  $\|F\|_\infty$  :

$$\|F\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(F(j\omega)), \quad (3.15)$$

avec  $\bar{\sigma}(F(j\omega))$  la valeur singulière supérieure de la matrice  $F(j\omega)$ , à la pulsation  $\omega$ . Par ailleurs, à cause de la complexité de sa résolution, le problème  $H_\infty$  standard optimal est réduit en un problème *sous-optimal*, qui consiste à trouver le compensateur  $K$  qui stabilise le transfert  $F$  pour  $\|F\|_\infty < \gamma$ , avec  $\gamma$  un paramètre d'évaluation des performances. Par conséquent, à partir de l'équation Eq. 3.14, le problème  $H_\infty$  standard sous-optimal à résoudre pour obtenir le compensateur  $K$  est :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_2(s)K(s) \\ W_1(s)W_r(s) - W_1(s)T(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma. \quad (3.16)$$

Selon l'inégalité de Cauchy-Schwartz [192], si les conditions de l'équation Eq. 3.17 sont vérifiées, alors l'inégalité de l'équation Eq. 3.16 est satisfaite :

$$\begin{cases} \|K(s)\|_\infty < \|W_2^{-1}(s)\|_\infty \gamma \\ \|W_r(s) - T(s)\|_\infty < \|W_1^{-1}(s)\|_\infty \gamma \end{cases} \quad (3.17)$$

Différents algorithmes peuvent être utilisés pour résoudre le problème de l'équation Eq. 3.17, notamment l'algorithme DGKF [51] (voir *Robust Control Toolbox* de Matlab [32]) qui sera utilisé pour la synthèse.

### 3.4.2 Application au tube piézoélectrique

#### 3.4.2.1 Calcul du compensateur

Nous considérons ici le tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl. Le vecteur des entrées est  $U = (U_x \ U_y \ U_z)^T$  et celui des sorties  $y = (x \ y \ z)^T$ . A partir de la caractérisation du tube piézoélectrique, voir les courbes d'hystérésis et oscillations des figures Fig. 2.15 et Fig. 2.19, nous proposons de fixer les spécifications suivantes pour le système compensé<sup>1</sup> :

- un temps de réponse de 25ms pour les trois axes ( $t_r = 0.025$ ) ;
- une erreur statique maximale de 1% ( $\epsilon_s = 0.01$ ) pour tous les trois axes ;
- une tension maximale de 200V pour une déflexion de  $25\mu\text{m}$  pour les axes  $X$  et  $Y$ , et pour une déflexion de  $2.5\mu\text{m}$  pour l'axe  $Z$  ;
- pas de dépassement pour les trois axes ( $k_o = 1$ ).

A partir des relations Eq. 3.9, Eq. 3.10, Eq. 3.11 et Eq. 3.12, ces spécifications sont traduites en pondérations matricielles. Nous obtenons :

$$\begin{cases} W_r(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+\frac{0.025}{3}s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\frac{0.025}{3}s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+\frac{0.025}{3}s} \end{pmatrix} \\ W_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{s+120}{s+1.2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s+120}{s+1.2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s+120}{s+1.2} \end{pmatrix} \\ W_2(s) = \begin{pmatrix} 0.125 & 0 & 0 \\ 0 & 0.125 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0125 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.18)$$

Ayant à notre disposition le modèle  $G(s)$  (Eq. 2.37) et les pondérations  $W_r(s)$ ,  $W_1(s)$  et  $W_2(s)$  (Eq. 3.18), le problème de l'équation Eq. 3.17 a été résolu en utilisant l'algorithme DGKF et le compensateur  $K(s)$  (voir Eq. C.1 et Eq. C.2-annexe C), avec un  $\gamma = 0.978906$ , a été obtenu.

1. Le cahier de charges initial était plus sévère : un temps de réponse de 0.5ms et une erreur statique de 1% pour les trois axes. Ces performances ont dues être relaxées lors de la synthèse du compensateur.

### 3.4.2.2 Simulation et implémentation du compensateur

Avant l'implémentation expérimentale du compensateur  $K$ , les réponses à un échelon pour le système compensé  $T$ , et les réponses fréquentielles de  $G$ ,  $K$  et  $T$ , ont été analysées en simulation. Les réponses à un échelon du système compensé  $T$  (Fig. 3.9) montrent une suppression des oscillations mal-amorties dans les transferts directs ainsi qu'une réduction majeure des couplages.

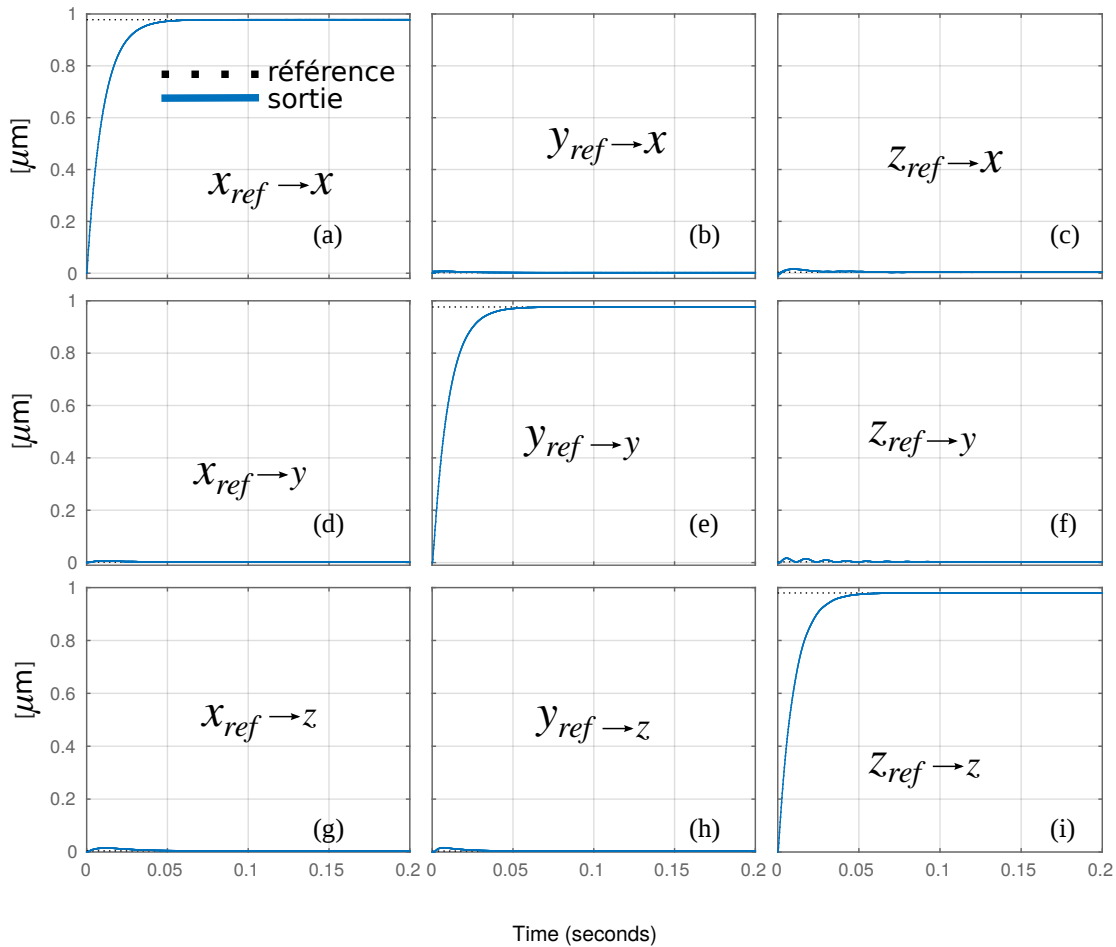


FIGURE 3.9: Simulation des réponses à un échelon du système compensé  $T = GK$ .

Les réponses fréquentielles (Fig. 3.10) montrent que le compensateur proposé permet d'obtenir une bande passante de 80Hz pour le système compensé et un rejet de couplages pouvant aller jusqu'à 50dB à faibles fréquences.

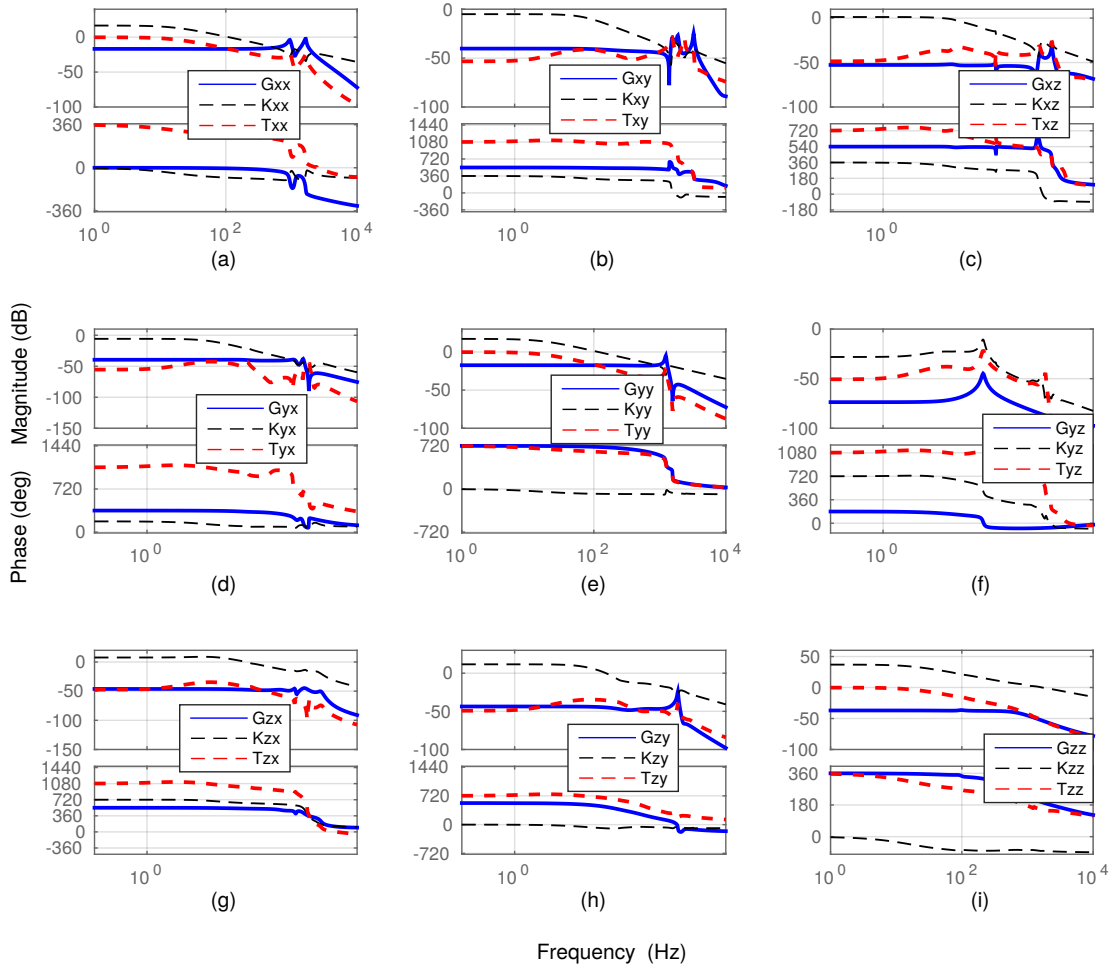


FIGURE 3.10: Analyse fréquentielle du système initial  $G$ , son compensateur  $K$  et système compensé  $T = G K$  : comparaison du système compensé par rapport au compensateur et le système initial. On remarque que le compensateur représente l'inverse du système initial sur la gamme de fréquences correspondante à la bande passante du système compensé  $T$ .

Après l'étape de simulation, le compensateur été implémenté expérimentalement et les nouvelles entrées  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$  de  $20\mu m$ , ainsi que  $z_{ref}$  de  $2\mu m$ , ont été appliquées successivement. Les résultats obtenus sont représentés dans la figure Fig. 3.11.

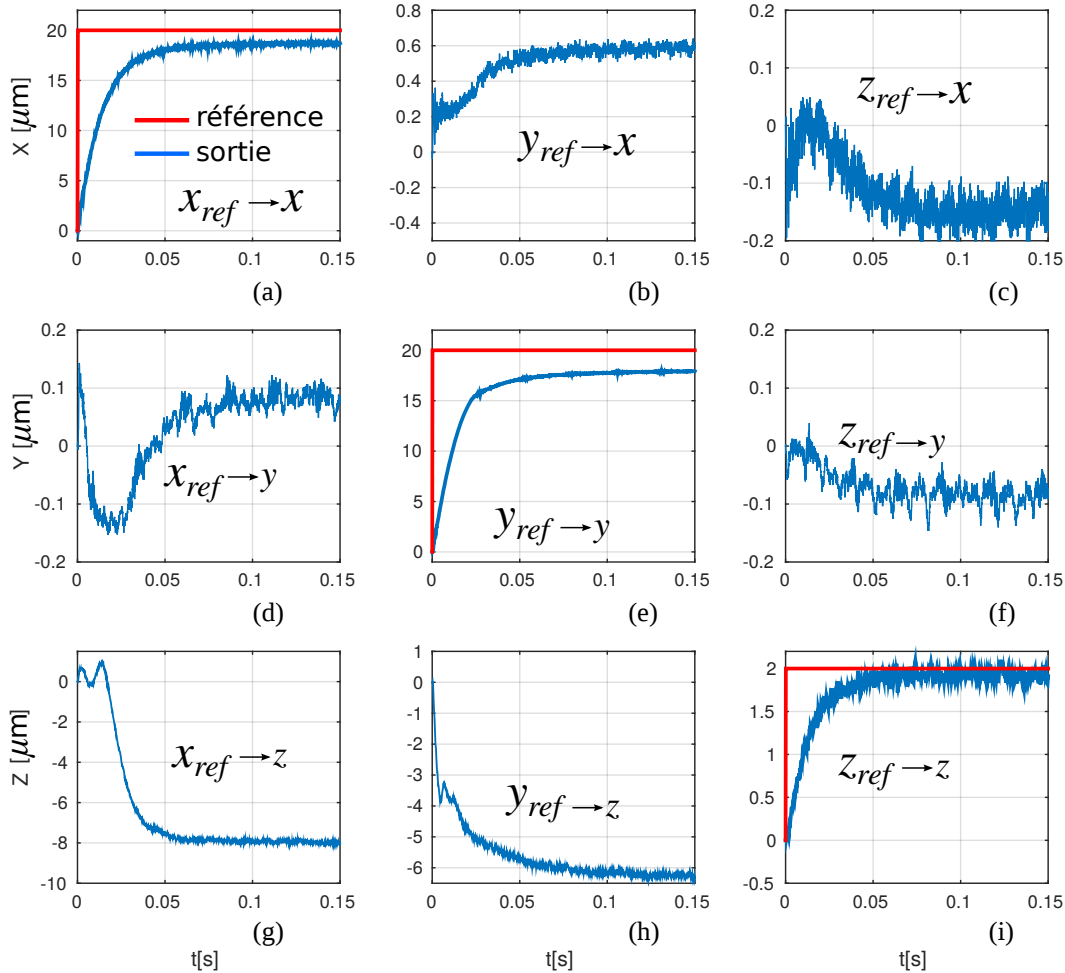


FIGURE 3.11: Résultats de compensation des oscillations mal-amorties pour le système  $T$ .

En comparant ces résultats avec les résultats de la caractérisation des oscillations mal-amorties de la figure Fig. 2.19 (page 40), on remarque la suppression des vibrations dans les transferts directs et une réduction de l'amplitude des couplages jusqu'à 85%.

Néanmoins, on remarque une erreur statique au niveau des transferts directs pour les axes  $X$  et  $Y$ . Cette erreur statique correspond en partie à l'erreur  $\varepsilon_s = 1\%$  spécifiée dans le cahier de charge lors de la synthèse  $H_\infty$  (remarquable aussi sur les simulations de la figure Fig. 3.9). L'erreur statique peut être aussi due à la variation des conditions expérimentales (la variation de la température par exemple), qui a un impact sur le modèle utilisé pendant la synthèse du compensateur. On remarque aussi que l'amplitude des couplages de l'axe  $Z$  (Fig. 3.11-(g),(h)) a augmenté. Ceci peut être justifié par le fait que, une petite variation des conditions expérimentales

tales affecte beaucoup plus l'axe Z, dont la déflexion dépend des déflexions des deux axes X et Y. L'effet de la variation de la température sur les actionneurs piézoélectriques est étudié dans le chapitre 4.

### 3.5 Compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties

Dans la section précédente (section 3.4), nous avons utilisé un compensateur basé sur la synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte afin de supprimer les oscillations mal-amorties dans les actionneurs piézoélectriques multi-axes. Cependant, le nouveau système dont les oscillations sont compensées reste non-linéaire à cause des phénomènes d'hystérésis et de creep. Dans cette section, nous proposons une compensation simultanée des oscillations mal-amorties, de l'hystérésis et du creep. La compensation complète de l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties est inspirée des travaux dans [163, 44], des travaux qui portent sur les systèmes monovariables. La procédure détaillée dans cette section est multivariable et permet de prendre en compte les transferts directs et les couplages, à la fois.

La procédure de compensation simultanée est représentée dans la figure Fig. 3.12.

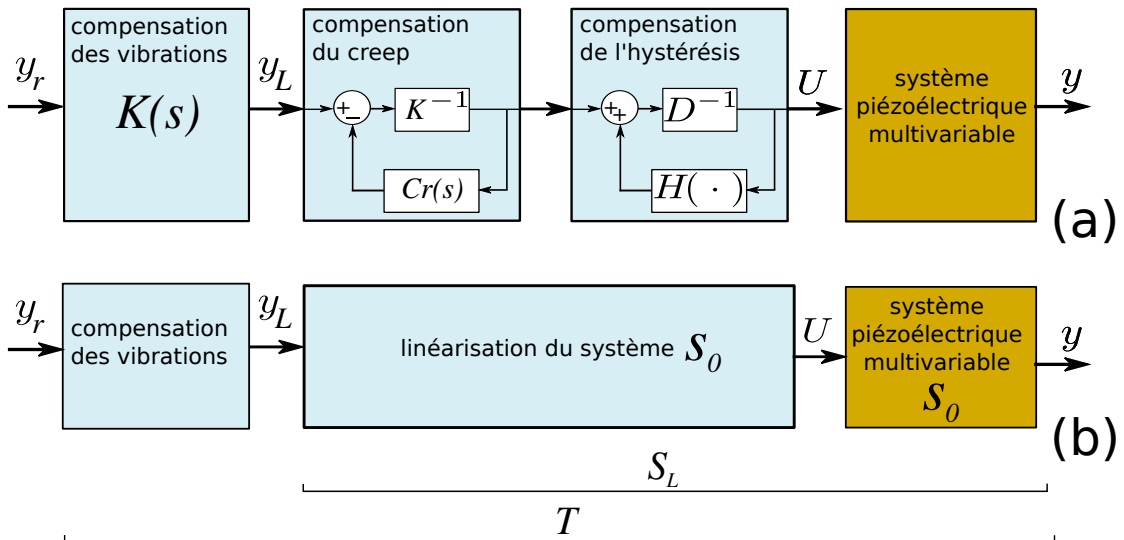


FIGURE 3.12: Compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties :  $S_0$  est le système initial, avec l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties,  $S_L$  est le système linéarisé (hystérésis et creep compensés), et  $T$  est le système après la compensation complète (hystérésis, creep et oscillations).

D'abord, le système initial ( $S_0$ ) est linéarisé en utilisant les techniques de compensation d'hystérésis et de creep détaillées dans la section 3.2 et la section 3.3. Ceci permet non seulement de linéariser le système mais aussi de réduire l'amplitude des couplages. Le système ainsi obtenu



( $S_L$ ) est linéaire mais oscillant. Ces oscillations mal-amorties sont ensuite supprimées à l'aide de la synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte proposée dans la section 3.4.

Afin de pouvoir procéder à une compensation complète, un modèle complet, incluant l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties est nécessaire. La sous-section suivante est dédiée à la mise en place de ce modèle.

### 3.5.1 Modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique

Dans le chapitre 2, un modèle de la déflexion  $y(t)$  d'un actionneur piézoélectrique a été déduit (Eq. 2.8), en se basant sur la réponse à un échelon de la figure Fig. 2.8. Dans ce modèle, la déflexion globale de l'actionneur est scindée en deux parties additives :  $y_0$  qui modélise la déflexion de l'actionneur avant l'apparition du creep et  $y_c$  qui modélise la déflexion de la partie creep. Dans ce modèle, la partie modélisée par  $y_0$  a été dans un premier temps considérée comme linéaire et statique. En fait, comme il a été expliqué dans la section 2.2.4, cette partie est dynamique et non-linéaire, à cause de la présence des oscillations mal-amorties et le phénomène d'hystérésis. Dans [167, 161], la déflexion  $y_0$  a été modélisée en utilisant l'approximation de Hammerstein (Fig. 2.3). Pour ce faire, une partie statique non-linéaire  $\Gamma(U)$  et une partie dynamique linéaire  $D(s)$  sont mis en cascade :

$$y_0 = D(s) \Gamma(U). \quad (3.19)$$

L'opérateur  $\Gamma(\cdot)$  représente un modèle quelconque d'hystérésis. Pour notre modèle complet de la déflexion, nous utilisons le modèle de Bouc-Wen classique de l'équation Eq. 2.14 discuté dans le chapitre 2. Par conséquent, l'équation Eq. 3.19 devient :

$$y_0 = D(s) [d_p U - h]. \quad (3.20)$$

Le paramètre  $d_p$  désigne la constante piézoélectrique de l'actionneur.  $D(s)$  est la fonction de transfert qui modélise la partie dynamique de l'actionneur. Notons que le gain statique de l'actionneur est pris en compte grâce au paramètre  $d_p$ .  $D(s)$  représente donc une dynamique normalisée :  $D(s=0) = 1$  ( $D(s=0) = I$  pour les cas multivariables). Le modèle de l'équation Eq. 3.20 a été validé sur les données expérimentales notamment dans [167, 155].

Le modèle de l'équation Eq. 3.20 permet donc de ne prendre en compte que les oscillations mal-amorties de la partie transitoire ainsi que l'hystérésis. Pour compléter ce modèle, la déflexion  $y_c$  qui représente la déflexion correspondant à la partie creep est rajoutée. Pour ce faire, nous utilisons le modèle LTI de l'équation Eq. 2.11. Nous obtenons le modèle complet de la déflexion pour un actionneur piézoélectrique :

$$y = D(s) [d_p U - h] + Cr(s) U. \quad (3.21)$$

L'implémentation de ce modèle est représentée sur la figure Fig. 3.13-(b). Pour un système multi-axes, de  $n$  entrées et  $n$  sorties,  $d_p$  et  $D(s)$  sont des matrices de dimension  $n \times n$ , et  $U$  et  $h$  des vecteurs de dimension  $n \times 1$ .

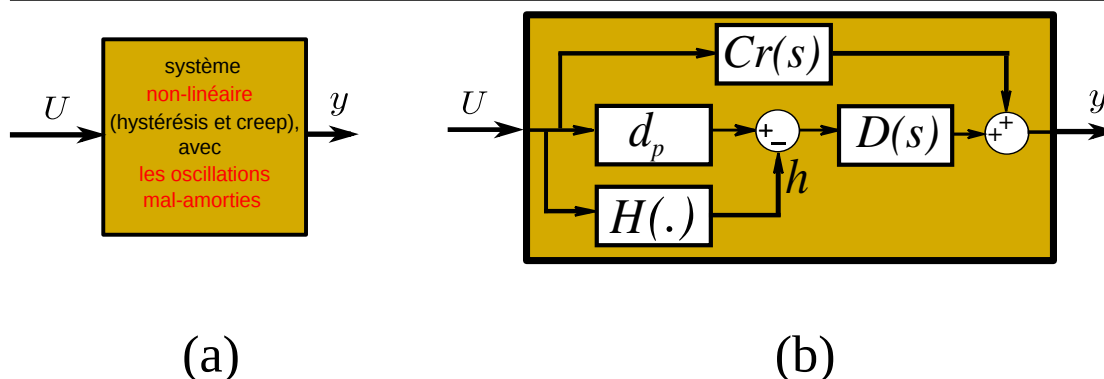


FIGURE 3.13: Implémentation du modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique : (a) la représentation compacte, (b) représentation détaillée.

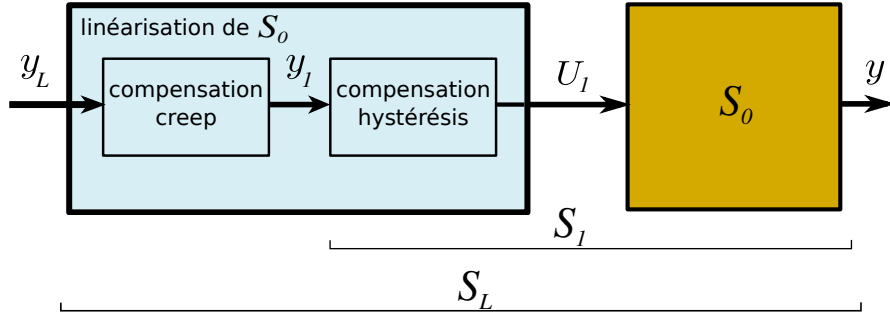
Le modèle de l'équation Eq. 3.21 permet de modéliser les trois effets : l'hystérésis, le creep ainsi que les oscillations mal-amorties pour les actionneurs piézoélectriques. Il est utilisé dans la sous-section suivante pour étudier la linéarisation pendant la compensation complète de l'hystérésis, du creep et les oscillations, dans le chapitre chapitre 4 pour la modélisation des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques et dans le chapitre chapitre 5 pour construire un modèle linéaire et dynamique de la déflexion des actionneurs piézoélectriques.

### 3.5.2 Linéarisation du système initial - $S_0$

Le système  $S_0$  est caractérisé par deux non-linéarités : l'hystérésis et le creep. La procédure de linéarisation de  $S_0$  peut être effectuée en commençant par compenser l'hystérésis ou le creep. Par conséquent, deux cas se présentent : le cas 1 où l'hystérésis est compensé en premier, et le cas 2 où la compensation commence par le creep. Ces deux cas méritent être traités pour vérifier si la commutation des compensateurs de l'hystérésis et du creep n'a pas d'impact sur la dynamique du système linéarisé  $S_L$ .

#### 3.5.2.1 Cas 1 : compensation de l'hystérésis d'abord, puis du creep

A partir de l'équation de compensation d'hystérésis Eq. 3.3 (page 48), l'équation du compensateur d'hystérésis pour le système  $S_1$  (Fig. 3.14) est :

FIGURE 3.14: Linéarisation du système  $S_0$  en commençant par la compensation de l'hystérésis.

$$U_1 = d_p^{-1}(y_1 + h). \quad (3.22)$$

Sachant que le modèle complet pour le système  $S_0$  est :

$$y = D(s) [d_p U_1 - h] + Cr(s) U_1, \quad (3.23)$$

en remplaçant Eq. 3.22 dans Eq. 3.23, on obtient :

$$y = \underbrace{D(s) y_1}_{\text{dynamique}} + \underbrace{Cr(s) [d_p^{-1}(y_1 + h)]}_{y_{c1}: \text{creep de } S_1}. \quad (3.24)$$

L'équation Eq. 3.24 représente le modèle du système  $S_1$ , un système d'entrée  $y_1$  et de sortie  $y$ . Cette équation montre que le système  $S_1$  est dynamique (la partie  $D(s)$ ), avec un creep (la partie  $Cr(s)$ ). En modélisant le creep du système  $S_1$  par :

$$y_{c1} = [\tilde{K} + \tilde{C}r(s)] y_1, \quad (3.25)$$

le modèle complet du système  $S_1$  devient :

$$y = D(s) y_1 + [\tilde{K} + \tilde{C}r(s)] y_1. \quad (3.26)$$

A partir de l'équation Eq. 3.8, l'équation du compensateur pour le creep du système  $S_1$  est :

$$y_1 = \tilde{K}^{-1} [y_L - \tilde{C}r(s) y_1]. \quad (3.27)$$

En remplaçant Eq. 3.27 dans Eq. 3.26, on a :

$$y = D(s) y_1 + y_L. \quad (3.28)$$

Par ailleurs, le gain statique de l'actionneur étant compensé lors de la compensation de l'hystérésis, le paramètre  $\tilde{K}$  est proche de l'unité ( $\tilde{K} \simeq 1$  dans le cas monovarié et  $\tilde{K} \simeq I$  dans le cas multivarié). En appliquant cette hypothèse à l'équation Eq. 3.27 et en remplaçant cette dernière dans Eq. 3.28, on obtient :

$$y = D(s) y_L + [y_L - D(s) \tilde{C}r(s) y_1]. \quad (3.29)$$

Or, pour la caractérisation de la dynamique du système  $S_L$ , le creep  $\tilde{C}r(s)$  de l'équation Eq. 3.29 est négligeable par rapport à la dynamique  $D(s)$ , ce qui permet d'écrire  $D(s) \tilde{C}r(s) \simeq D(s)$ . Le modèle du système  $S_L$  devient donc :

$$y = D(s) y_L + [y_L - D(s) y_1]. \quad (3.30)$$

### 3.5.2.2 Cas 2 : compensation du creep d'abord, ensuite de l'hystérésis

Supposons cette fois-ci que l'on commence par la compensation du creep. L'équation du compensateur du creep (Fig. 3.15) est :

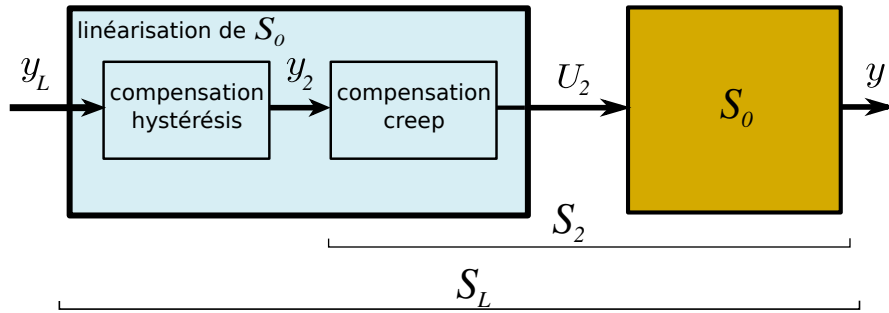


FIGURE 3.15: Linéarisation du système  $S_0$  en commençant par la compensation de l'hystérésis.

$$U_2 = K^{-1} [y_2 - Cr(s) U_2]. \quad (3.31)$$

Sachant que le modèle complet pour le système  $S_0$  est :

$$y = D(s) [d_p U_2 - h] + Cr(s) U_2, \quad (3.32)$$

en remplaçant Eq. 3.31 dans Eq. 3.32, on obtient :

$$y = D(s) [d_p K^{-1} y_2 - d_p K^{-1} Cr(s) U_2 - h] + Cr(s) U_2. \quad (3.33)$$

L'équation Eq. 3.33 représente le modèle du système  $S_2$ , un système d'entrée  $y_2$  et de sortie  $y$ . Les paramètres  $d_p$  et  $K$  modélisent tous les deux le gain statique de l'actionneur. Par conséquent  $d \simeq K$  et le produit  $d K^{-1} \simeq 1$  ( $d K^{-1} \simeq I$  les cas multivariables).

L'équation Eq. 3.33 devient :

$$y = D(s) [y_2 - Cr(s) U_2 - h] + Cr(s) U_2, \quad (3.34)$$

ce qui peut être réécrite comme suit :

$$y = D(s) y_2 - D(s) Cr(s) U_2 - D(s) h + Cr(s) U_2. \quad (3.35)$$

La dynamique  $Cr(s)$  est dominante par rapport à  $D(s)$  et le produit  $D(s)Cr(s) \simeq Cr(s)$ . Par conséquent, l'équation Eq. 3.35 devient :

$$y = D(s) \underbrace{(y_2 - h)}_{y_{h2}: \text{hyst de } S_2} . \quad (3.36)$$

En modélisant l'hystérésis du système  $S_2$  par :

$$y_{h2} = \tilde{d}_p y_2 - \tilde{h}, \quad (3.37)$$

avec  $\tilde{d}$  et  $\tilde{h}$  la constante piézoélectrique et la variable interne de l'hystérésis pour le système  $S_2$ ,  $d_p$  et  $h$  désignant les mêmes paramètres pour le système  $S_0$ . Le modèle complet du système  $S_2$  devient :

$$y = D(s)(\tilde{d}_p y_2 - \tilde{h}). \quad (3.38)$$

A partir de l'équation Eq. 3.3, l'équation du compensateur de l'hystérésis pour le système  $S_2$  est :

$$y_2 = \tilde{d}_p^{-1}(y_L + \tilde{h}). \quad (3.39)$$

En remplaçant Eq. 3.39 dans Eq. 3.38, on aboutit au modèle du système linéarisé  $S_L$  :

$$y = D(s) y_L. \quad (3.40)$$

### 3.5.2.3 Conclusion sur la linéarisation de $S_0$ : comparaison des cas 1 et cas 2

La comparaison des équations Eq. 3.30 et Eq. 3.40 montre que le système linéarisé  $S_L$  a la même dynamique  $D(s)$  pour les deux cas. Si un échelon  $y_L$  est appliqué, on devrait observer les mêmes oscillations mal-amorties pour les deux cas. Par ailleurs, les valeurs finales des réponses à un échelon pour les deux cas peuvent être différentes, à cause du facteur  $[y_L - D(s) y_1]$  de l'équation Eq. 3.30. Dans la sous-section suivante, le système  $S_L$  est caractérisé pour vérifier ce constat.

### 3.5.3 Caractérisation et modélisation de la dynamique du système $S_L$

Cette section concerne la caractérisation du système  $S_L$  dans le cas d'un tube piézoélectrique travaillant en 2-ddl. Par conséquent,  $S_L$  est un système d'entrée  $y_L = (x_l \ y_l)^T$  et de sortie  $y = (x \ y)^T$ . Pour caractériser les dynamiques du système  $S_L$ , les échelons  $x_l$  et  $y_l$  d'amplitude  $25\mu\text{m}$  ont été appliqués successivement. La caractérisation a été réalisée dans les deux cas commutés des compensateurs d'hystérésis et du creep. Les réponses obtenues sont représentées sur la figure Fig. 3.16.

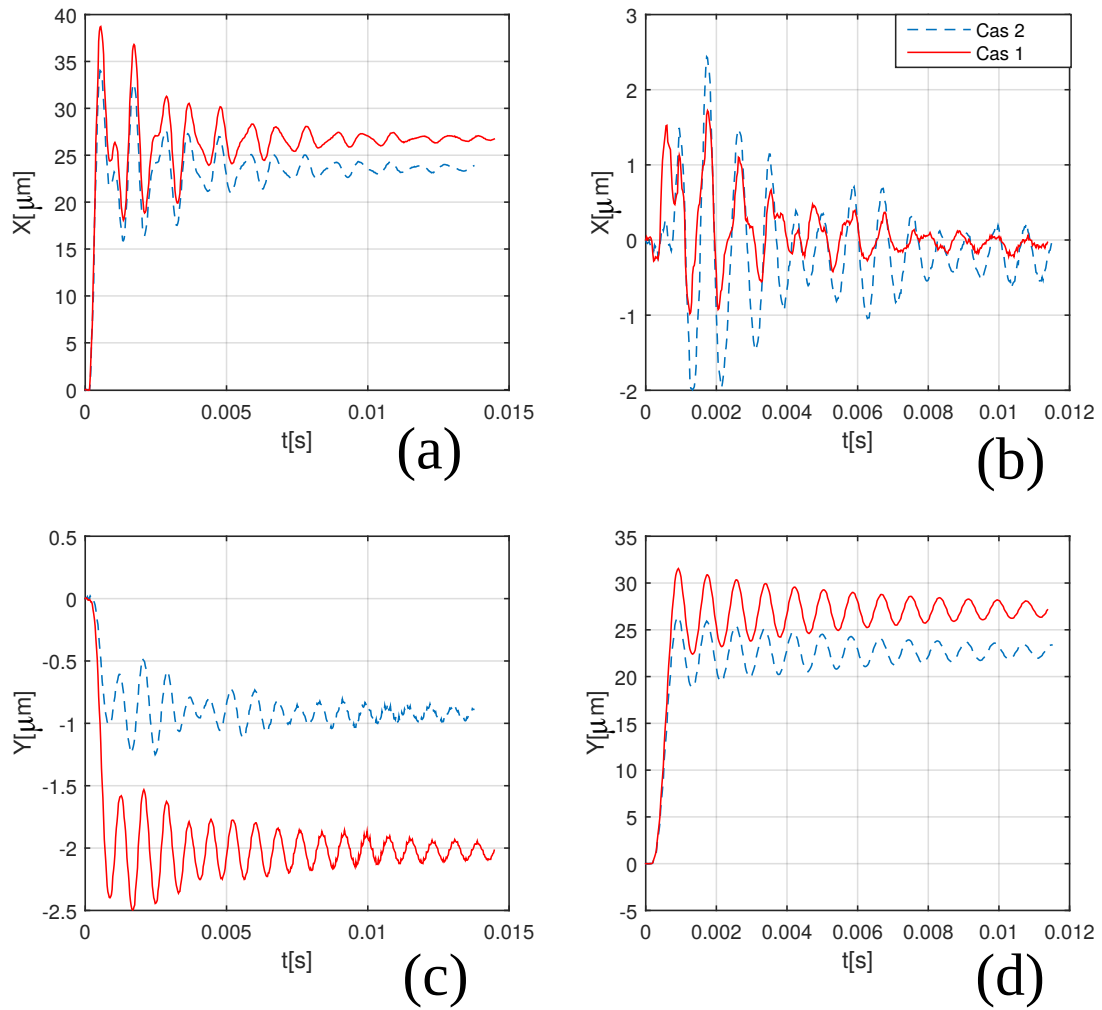


FIGURE 3.16: Caractérisation des oscillations pour le système  $S_L$ , pour le cas 1 (hystérésis compensé en premier) et le cas 2 (le creep compensé en premier), avec des échelons  $x_l$  et  $y_l$  d'amplitudes  $25\mu\text{m}$ . (a)  $x_l \rightarrow x$ , (b)  $y_l \rightarrow x$ , (c)  $x_l \rightarrow y$ , et (d)  $y_l \rightarrow y$ .

A partir de ces réponses, le modèle dynamique et linéaire du système  $S_L$  a été identifié. Ce modèle est nommé  $G_{L1}(s)$  et  $G_{L2}(s)$  pour le cas 1 et le cas 2, respectivement. Les diagrammes de Bode de  $G_{L1}(s)$  et  $G_{L2}(s)$  sont représentés dans la figure Fig. 3.17.

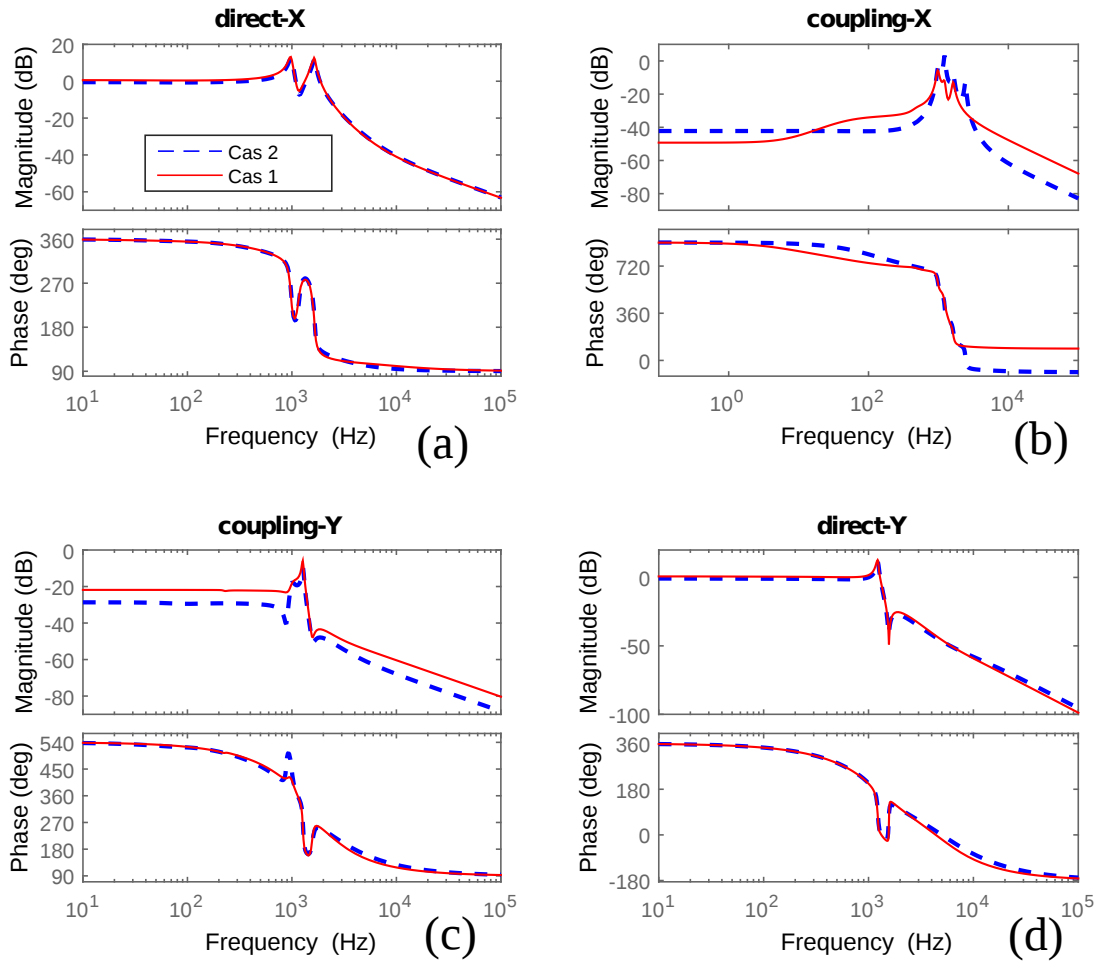


FIGURE 3.17: Diagrammes de Bode pour le système  $S_L$  : cas 1 (modèle  $G_{L1}(s)$ ) et cas 2 (modèle  $G_{L2}(s)$ ). (a)  $G_{Lxx}(s)$ , (b)  $G_{Lxy}(s)$ , (d)  $G_{Lyx}(s)$  et (a)  $G_{Lyy}(s)$ .

Les figures Fig. 3.16 et Fig. 3.17 permettent de tirer les remarques suivantes : (1) les dynamiques du système  $S_L$  sont similaires pour les deux cas (avec une légère différence d'amplitudes) et par conséquent, dans les deux cas, la linéarisation de  $S_0$  n'influe pas sur la dynamique du système  $S_L$  ; (2) la linéarisation de  $S_0$  est accompagnée de la compensation du gain statique (la magnitude du système  $S_L$  avoisine 0dB pour les transferts directs) et d'une réduction de l'amplitude des couplages (comparaison entre Fig. 2.19 et Fig. 3.16).

### 3.5.4 Compensation des oscillations mal-amorties pour le système $S_L$

Pour compenser les oscillations mal-amorties du système linéarisé, nous avons fait le choix d'utiliser la dynamique  $G_{L1}(s)$  (relative au cas 1) comme modèle dynamique linéaire du système

$S_L$ . Nous allons donc noter  $G_L(s) = G_{L1}(s)$ . La représentation de la figure Fig. 3.12 est par conséquent réduite à celle de la figure Fig. 3.18.

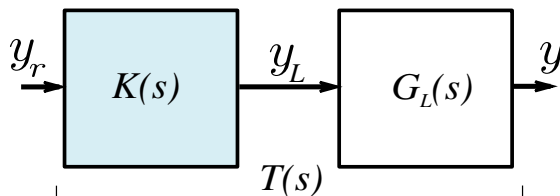


FIGURE 3.18: Schéma de synthèse de la compensation des oscillations mal-amorties, pour le système linéarisé  $S_L$ .

La synthèse  $H_\infty$  standard en boucle ouverte a donc été appliquée au système  $S_L$ , selon la procédure proposée dans la section 3.4.1. Le compensateur  $K(s)$  obtenu a été ensuite implémenté et le système  $T$  a été caractérisé afin de vérifier la compensation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties.

### 3.5.5 Résultats expérimentaux de la compensation complète du système $S_0$

Le système analysé est  $T$ , d'entrée  $y_r = (x_{ref} \ y_{ref})$  et de sortie  $y = (x \ y)$ . Pour analyser l'hystérésis, des signaux triangulaires  $x_{ref}$  de  $20\mu\text{m}$  d'amplitude et  $y_{ref}$  de  $25\mu\text{m}$  d'amplitude ont été appliqués successivement. Les courbes d'hystérésis correspondant sont représentées dans la figure Fig. 3.19,



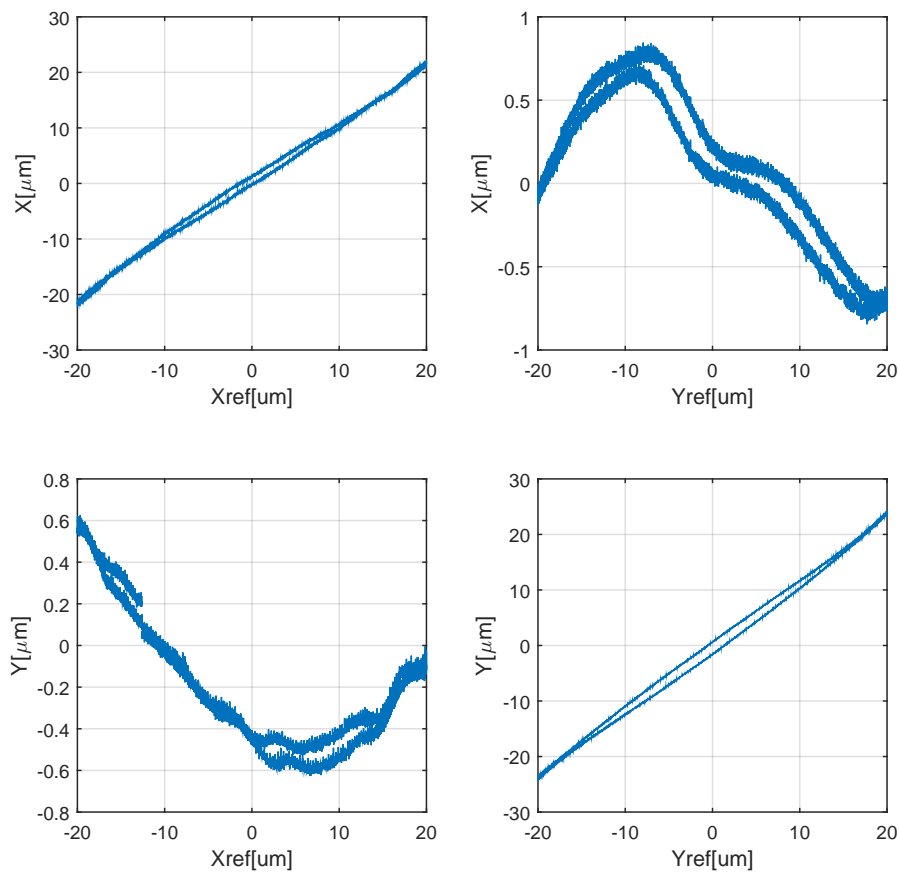


FIGURE 3.19: Vérification expérimentale de l'hystérésis pour le système  $T$ .

où l'on remarque une linéarisation des transferts directs et une faible amplitude pour les couplages.

Pour analyser le creep, des échelons  $x_{ref}$  de  $20\mu\text{m}$  et  $y_{ref}$  de  $25\mu\text{m}$  ont été appliqués successivement et les réponses ont été observées sur une durée de 250s. Ces réponses sont représentées à la figure Fig. 3.20,

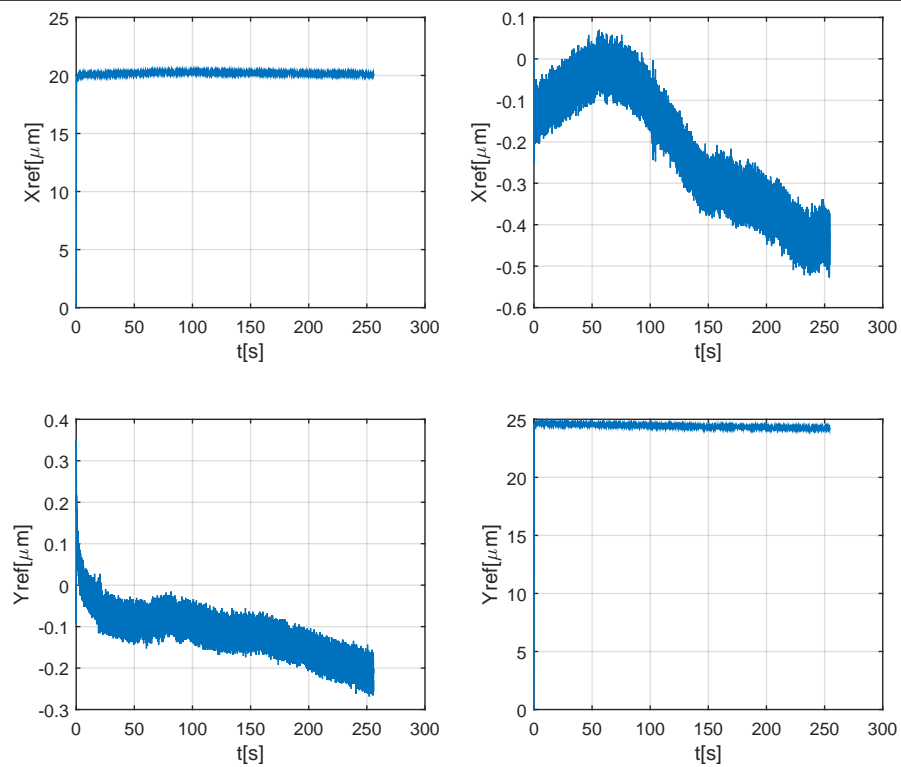


FIGURE 3.20: Vérification expérimentale du creep pour le système  $T$ .

où l'on remarque une suppression du creep pendant la durée d'observation.

Pour vérifier la suppression des oscillations, les mêmes échelons ont été appliqués. Contrairement au creep, les réponses ont été observées pendant une durée de 150ms. La figure [Fig. 3.21](#) montre les réponses obtenues.

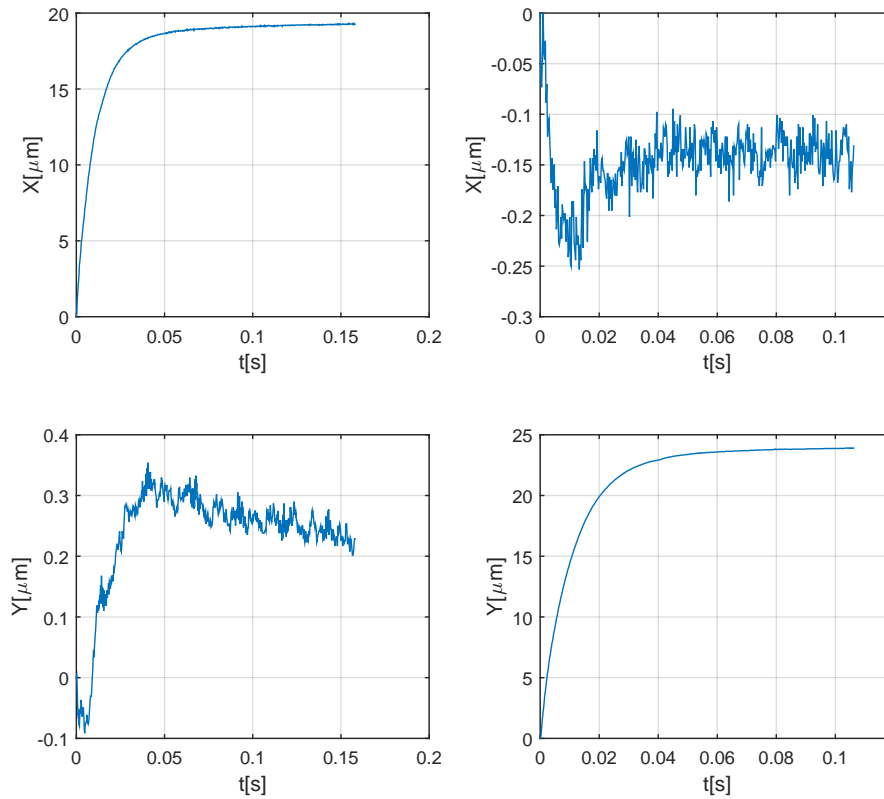


FIGURE 3.21: Vérification expérimentale de la compensation des oscillations pour le système  $T$ .

On remarque une suppression des oscillations mal-amorties pour le système  $T$  et une réduction de l'amplitude des couplages, de 3 et  $2\mu\text{m}$  pour le système  $S_0$  (Fig. 2.19) à 0.3 et  $0.2\mu\text{m}$  pour le système complètement compensé (Fig. 3.21).

En conclusion, à partir des résultats des figures Fig. 3.19, Fig. 3.20 et Fig. 3.21, nous concluons que la mise en cascade des compensateurs multivariables a permis d'obtenir un système linéarisé (hystérésis et creep compensés), amorti (oscillations mal-amorties supprimées) et découplé (une réduction considérable de l'amplitude des couplages).

### 3.6 Synthèse - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des stratégies de commande multivariable en boucle ouverte de l'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages dans les actionneurs multi-axes. Dans la première partie, les trois phénomènes sont compensés séparément. Dans la deuxième partie, un compensateur complet, permettant une compensation simultanée de ces trois phénomènes a été mis en place.

Pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes, les modèles identifiés portent naturellement un nombre élevé de paramètres. Ceci implique à la base une difficulté dans la construction

du compensateur et un temps de calcul élevé. La combinaison de la structure multiplicative inverse et de modèles identifiés nous a permis de contourner ce problème pour la construction de compensateurs d'hystérésis et de creep. Pour les oscillations mal-amorties, cette difficulté a été contournée grâce à l'utilisation de la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle ouverte. Un autre avantage des techniques proposées réside dans le fait que le compensateur agit simultanément sur les transferts directs et sur les couplages.

Les stratégies de commande proposées permettent d'effectuer la compensation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, sans faire intervenir des capteurs de déplacement pendant la compensation. Ceci permet d'obtenir un degré élevé d'intégration des actionneurs piézoélectriques dans les systèmes de micro/nano-positionnement.

Cependant, comme dans tout autre démarche de commande en boucle ouverte, l'efficacité des techniques de compensation proposées dans ce chapitre ne repose que sur la précision des modèles utilisés pour la construction du compensateur. Par conséquent, la fiabilité de la compensation n'est assurée que lorsque les paramètres du modèle utilisé ne sont pas perturbés. La variation de la température autour de l'actionneur est l'un des facteurs très connus qui peuvent influencer sur ces paramètres. Le chapitre suivant fait une étude sur l'impact de la variation de la température sur la déflexion des actionneurs piézoélectriques, avec une application sur un tube piézoélectrique.



# Caractérisation, analyse, modélisation et commande en boucle ouverte des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques

*Ce chapitre porte sur l'analyse et la modélisation des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques multi-axes. Cette analyse conduit à un modèle multivariable complet du comportement des actionneurs piézoélectriques, avec prise en compte de la variation de la température autour de l'actionneur. Le modèle proposé inclut non seulement l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties mais aussi la déflexion due à la variation de la température. Cette modélisation permet de proposer les techniques de commande en boucle ouverte des actionneurs piézoélectriques, en présence d'une variation de la température. L'étude des effets de la variation de la température a été réalisée sur un tube piézoélectrique, dans un environnement contrôlé en température dédié.*

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>4.2</b>	<b>Caractérisation des effets de la température : application à l'axe X du tube piézoélectrique</b>	<b>77</b>
4.2.1	Environnement et procédure expérimentale	77
4.2.2	Résultats de la caractérisation	78
4.2.3	Synthèse	81
<b>4.3</b>	<b>Proposition et validation d'un modèle complet avec prise en considération de la variation de la température</b>	<b>81</b>
4.3.1	Modèle complet dépendant de la température	81
4.3.2	Identification des paramètres du modèle proposé	82
4.3.3	Validation par simulation du modèle proposé	86

4.3.4	Synthèse . . . . .	89
4.3.5	Extension en un modèle multivariable . . . . .	90
<b>4.4</b>	<b>Proposition d'une loi de commande en boucle ouverte avec prise en compte de la variation de la température . . . . .</b>	<b>91</b>
4.4.1	Le compensateur à coefficients polynomiaux . . . . .	91
4.4.2	Compensation avec la technique <i>switching compensator</i> . . . . .	92
4.4.3	Synthèse . . . . .	93
<b>4.5</b>	<b>Synthèse - Conclusion . . . . .</b>	<b>94</b>

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons proposé un modèle complet entre la déflexion et la tension appliquée un actionneur piézoélectrique. Ce modèle est décrit par l'équation [Eq. 3.21 \(page 62\)](#). Il prend en compte les phénomènes propres à l'actionneur : les non-linéarités de type hystérésis et creep, ainsi que la dynamique. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte les effets relatifs à l'état de l'environnement autour de l'actionneur.

Dans ce chapitre, nous introduisons dans le modèle complet défini précédemment, l'effet de la variation de la température autour de l'actionneur. Dans la littérature, différents travaux ont étudié les effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques. La plupart de ces études analysent la variation des coefficients piézoélectriques en fonction de la variation de la température [[137](#), [124](#), [204](#), [66](#), [190](#)], tandis que d'autres focalisent sur la commande en boucle fermée pour contrecarrer les effets de celle-ci, mais sans établir une analyse détaillée sur les différents phénomènes qui affectent l'actionneur [[162](#), [12](#)].

Dans ce chapitre, nous étudions l'effet de la variation de la température sur les phénomènes considérés dans l'équation [Eq. 3.21](#) : l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties. En plus de ces phénomènes, la déflexion thermomécanique (la déflexion due uniquement à la variation de la température) est aussi considérée.

Outre l'analyse et la modélisation, nous proposons aussi deux techniques de commande en boucle ouverte prenant en compte de la variation de la température. Contrairement aux capteurs de déplacement, les capteurs de température ont des tailles convenables et permettent leur intégration dans les systèmes de commande dans des applications à l'échelle micro/nanométrique. Les techniques de commande proposées utilisent donc la mesure de la température.

Ce chapitre est organisé comme suit. Dans la première partie, la déflexion thermomécanique, l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties sont caractérisés pour différentes températures. Dans la deuxième partie, un modèle monovariante prenant en compte les effets de la température est mis en place puis étendu en multivariable. Dans la troisième partie, les paramètres du modèle proposé sont identifiés et la simulation du modèle est effectuée pour sa validation. Cette identification est effectuée à partir des données de caractérisation sur un tube piézoélectrique. Dans la quatrième partie des techniques de commande en boucle ouverte, permettant une compensation complète avec prise en compte des effets de la température, sont proposées. Enfin, une conclusion globale sur les méthodes proposées est faite dans la cinquième partie.

## 4.2 Caractérisation des effets de la température : application à l'axe X du tube piézoélectrique

Cette section a pour objectif de caractériser l'effet de la variation de la température sur la déflexion des actionneurs piézoélectriques. Nous analysons cet effet sur la déflexion globale de l'actionneur (déflexion thermomécanique), sur l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties. Les caractérisations sont effectuées sur l'axe X du tube piézoélectrique.

### 4.2.1 Environnement et procédure expérimentale

Les expérimentations pour caractériser les effets de la température sur la déflexion du tube piézoélectrique ont été réalisées dans un environnement contrôlé en température, dont le système de commande a été construit par la société *HYDRONIC* [90]. Cet environnement est constitué d'une chambre de  $1.60 \times 1.20 \times 2.00 \text{ m}^3$ , d'un dispositif de chauffage et refroidissement du flux d'air et d'un système de commande et d'affichage de la température, la pression et l'humidité (voir figure Fig. D.1). L'environnement permet de contrôler la température à l'intérieur de la chambre de 20 à 45°C. Il permet aussi de contrôler les autres paramètres tels que l'humidité et la pression à l'intérieur de la chambre.

Pour caractériser l'effet de la variation de la température sur l'axe X du tube piézoélectrique, la maquette expérimentale utilisée précédemment a été placée à l'intérieur de la chambre de l'environnement contrôlé en température. Ensuite, nous avons fait varier la température de la chambre entre 25°C et 35°C avec un incrément de 0.5°C. Cet intervalle de température de caractérisation est défini par la suite par :

$$T_{i+1} = T_i + 0.5 \text{ avec } 0 \leq i \leq 20; \text{ avec } T_0 = 25^\circ\text{C} \text{ et } T_{20} = 35^\circ\text{C}. \quad (4.1)$$

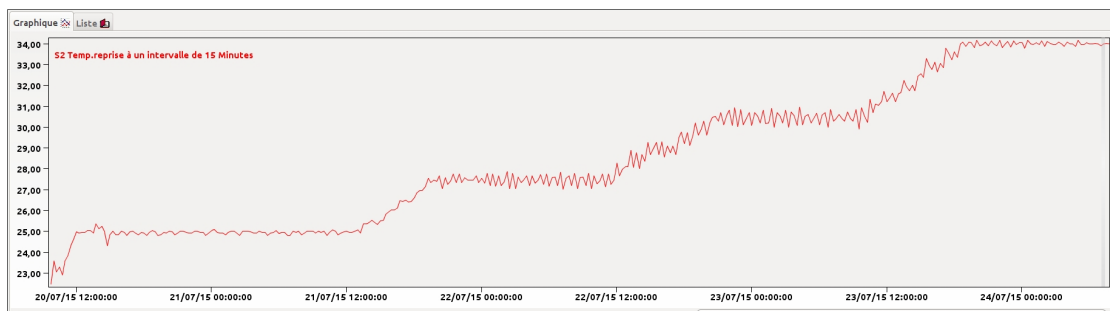


FIGURE 4.1: Evolution de la température lors de nos expérimentations.

A chaque température  $T_i$ , nous caractérisons les phénomènes suivants :

- l'hystérésis et les oscillations mal-amorties. La durée de caractérisation du creep étant relativement plus élevée, ce dernier n'a été caractérisé que pour  $T = \{25, 27, 29, 31, 33, 35\}^\circ\text{C}$ . La caractérisation de l'hystérésis, de creep et des oscillations mal-amorties a été effectuée en suivant les consignes de caractérisation discutées dans le chapitre 2.



- la déflexion thermomécanique : la déflexion de l'actionneur due uniquement à la variation de la température. Pour évaluer cette déflexion, la position de l'actionneur à  $T_i$  et à  $T_{i+1}$  sont comparées pour chaque passage de  $T_i$  à  $T_{i+1}$ .

La courbe qui montre l'évolution de la température à l'intérieur de la chambre lors de nos expérimentations est représentée par Fig 4.1.

## 4.2.2 Résultats de la caractérisation

### 4.2.2.1 La déflexion thermomécanique

La figure Fig. 4.2 représente la déflexion de l'axe X du tube PT230-94 due à la variation de la température. On remarque qu'une variation de  $1^\circ\text{C}$  a pour conséquence une déflexion de l'actionneur de  $3.8\mu\text{m}$ , un gain très élevé par rapport à la déflexion électromécanique qui est de  $0.15\mu\text{m}/\text{V}$ . La caractérisation réalisée sur un actionneur de type poutre dans [162] a aussi abouti à la même conclusion.

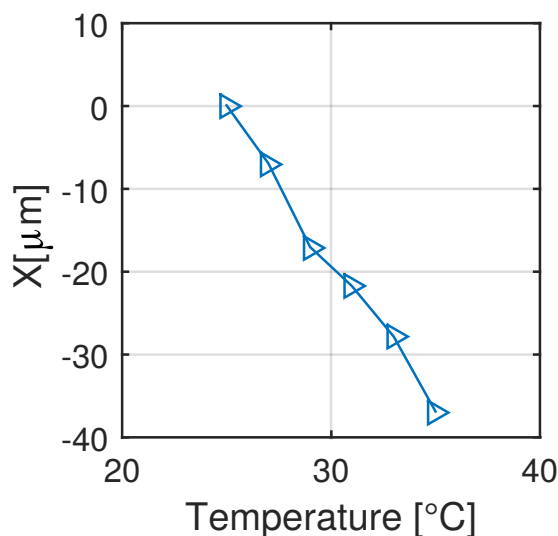


FIGURE 4.2: Déflexion thermomécanique.

### 4.2.2.2 L'hystérésis

L'hystérésis à différentes températures est représenté sur la figure Fig. 4.3. Par souci de clarté, seules les caractérisations effectuées à  $T = \{25, 29, 31, 35\}^\circ\text{C}$  sont représentées. Cette figure montre qu'il n'existe pas une différence remarquable entre les courbes d'hystérésis à différentes températures, à part une légère asymétrie des courbes à certaines températures. Le seul changement remarquable est l'inclinaison (l'orientation) des courbes. Ce constat est en concordance avec l'analyse faite dans [102, 164, 162].

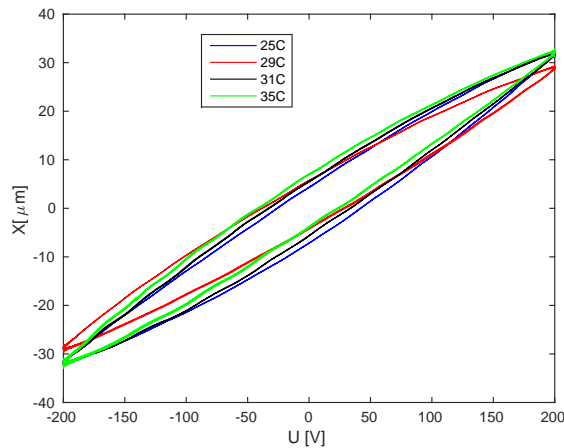
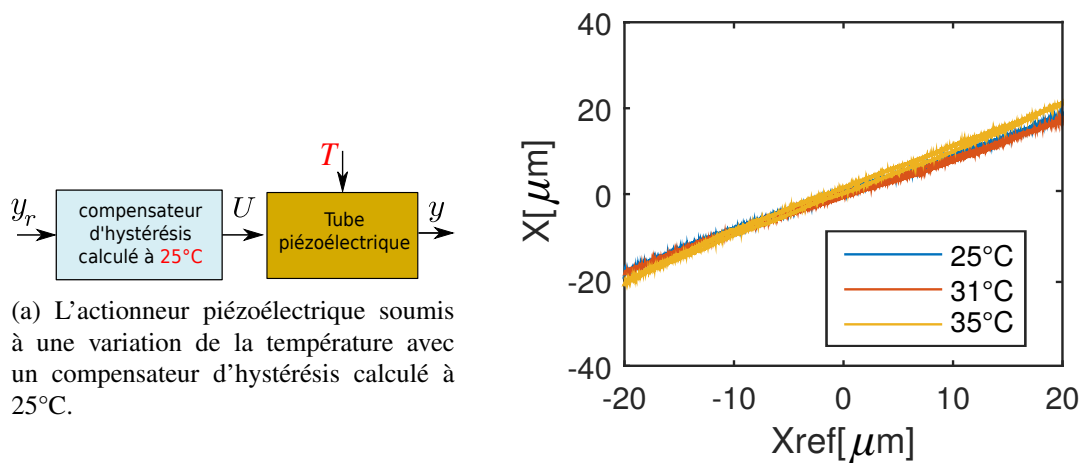


FIGURE 4.3: Caractérisation d'hystérésis à différentes températures.

Pour justifier ce constat, nous avons identifié les paramètres du modèle de Bouc-Wen classique sur une courbe caractérisée à 25°C. Ensuite, nous avons synthétisé un compensateur d'hystérésis à partir de ces paramètres. Les résultats de compensation obtenus en appliquant ce compensateur avec différentes conditions de température sont représentés sur la figure Fig. 4.4. On remarque que le compensateur synthétisé à 25°C permet de supprimer l'hystérésis à des températures différentes, hormis l'inclinaison des courbes.



(a) L'actionneur piézoélectrique soumis à une variation de la température avec un compensateur d'hystérésis calculé à 25°C.

(b) Résultats de compensation de l'hystérésis à différentes températures, en utilisant le compensateur synthétisé à 25°C.

FIGURE 4.4: Compensation de l'hystérésis à différentes températures, avec un compensateur calculé à 25°C.

### 4.2.2.3 Le creep

Les courbes caractéristiques du creep à différentes températures sont représentées dans Fig. 4.5. Cette figure montre que le creep varie fortement en fonction de la température autour de l'actionneur. Les caractérisations effectuées dans [164, 162, 159] ont aboutit à la même conclusion.

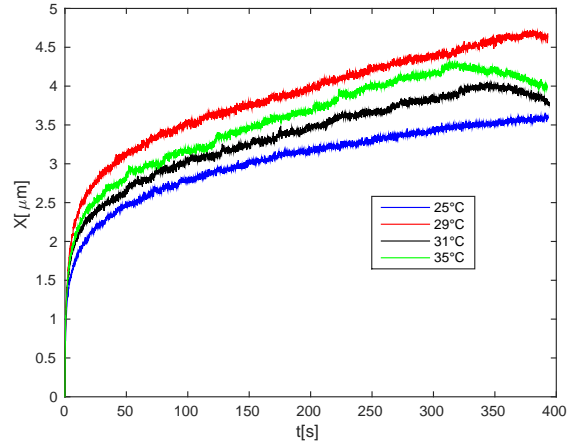


FIGURE 4.5: Caractérisation du creep à différentes températures.

### 4.2.2.4 Les oscillations mal-amorties et la dynamique de l'actionneur

Fig. 4.6 présente les caractéristiques dynamiques de l'actionneur à différentes températures. Fig. 4.6-a montre la partie transitoire de la réponse à un échelon qui a permis d'identifier le modèle dynamique de l'actionneur pour chaque température. Les diagrammes de Bode des modèles identifiés sont représentés sur la figure Fig. 4.6-b. On remarque un changement du comportement dynamique de l'actionneur en fonction de la température, en particulier sur la fréquence de résonance. Cette conclusion concorde avec les constatations mentionnées notamment dans [12], mais en contradiction avec les résultats dans [164, 162], obtenus à partir des caractérisations sur un actionneur de type poutre. La variation de la 1ère et la 2ème fréquence de résonance en fonction de la température est représentée à la figure Fig. 4.6-c.

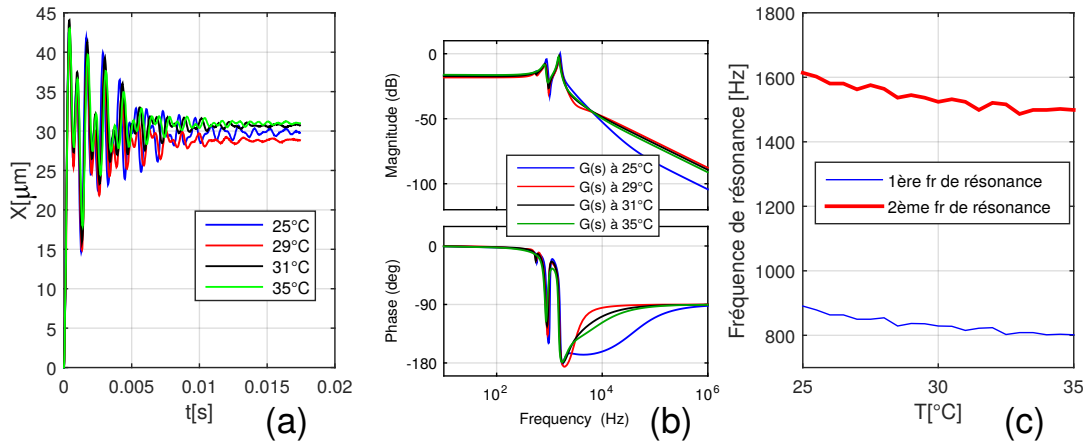


FIGURE 4.6: Caractérisation des dynamiques de l'actionneur à différentes températures.

### 4.2.3 Synthèse

L'effet de la température sur la déflexion de l'actionneur piézoélectrique a été caractérisé. Les caractérisations ont été effectuées sur l'axe  $X$  du tube piézoélectrique PT94-230. Ces caractérisations montrent qu'un changement de la température autour de l'actionneur : (1) provoque une déflexion de l'actionneur, (2) et a une influence sur l'hystérésis, sur le creep et sur la dynamique de l'actionneur. Les résultats de caractérisation sont rapportés aux figures Fig. 4.2, Fig. 4.3, Fig. 4.5 et Fig. 4.6. On remarque que :

- la variation de la température a une forte influence sur la déflexion thermomécanique de l'actionneur ( $3.8\mu m$  pour une variation de  $1^\circ C$  autour de l'actionneur) ;
- la forme des courbes d'hystérésis change très légèrement avec la variation de la température mais leur inclinaison varie de façon significative ;
- le creep est fortement dépendant de la variation de la température ;
- enfin, la variation de la température influe sur le comportement dynamique de l'actionneur (un décalage de 100Hz pour la première et la deuxième fréquences de résonance, quand la température varie de 25 à  $35^\circ C$ ).

La sous-section suivante est dédiée à la proposition d'un modèle permettant de modéliser la déflexion d'un actionneur piézoélectrique en tenant compte de la variation de la température.

## 4.3 Proposition et validation d'un modèle complet avec prise en considération de la variation de la température

### 4.3.1 Modèle complet dépendant de la température

Dans le chapitre 3, un modèle complet entre la déflexion et la tension appliquée à un actionneur piézoélectrique a été proposé (Eq. 3.21). Ce modèle prend en compte le phénomène d'hystérésis, de creep, ainsi que les oscillations mal-amorties, sans tenir compte de l'influence

de la température. Cependant, les caractérisations de la sous-section précédente montrent que la variation de la température provoque une déflexion de l'actionneur (déflexion thermomécanique), et qu'elle a un effet sur l'hystérésis, le creep ainsi que sur le comportement dynamique du système.

La proposition d'un modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la température est basée sur deux hypothèses :

- la déflexion thermomécanique  $y_T$  (due à la variation de la température) et la déflexion électromécanique  $y_U$  (due à l'application d'une tension aux bornes de l'actionneur) dont le modèle est donné par l'équation Eq. 3.21, sont additives :

$$y = y_T + y_U; \quad (4.2)$$

- les paramètres du modèle de la déflexion électromécanique  $y_U$  (Eq. 3.21), dépendent tous de la température :

$$y_U = D(s,T) [d_p(T)U - h] + Cr(s,T)U. \quad (4.3)$$

Bien que la déflexion thermomécanique caractérisée dans la figure Fig. 4.2 présente un comportement linéaire, certaines études ont montré que cette déflexion est généralement non-linéaire [162, 66]. Pour le modèle que nous proposons, nous considérons un cas général où cette déflexion est non-linéaire. La déflexion thermomécanique est représentée par l'équation Eq. 4.4, dans laquelle  $\Gamma_T(\cdot)$  est un opérateur non-linéaire thermomécanique :

$$y_T(t) = \Gamma_T(T,t). \quad (4.4)$$

Par conséquent, à partir des équations Eq. 4.2 et Eq. 4.3 ainsi que l'équation de la variable interne d'hystérésis du modèle de Bouc-Wen classique  $h$  (la deuxième équation de Eq. 2.5), le modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température est déduit :

$$\begin{cases} y(s) = \Gamma_T(s,T) + D(s,T) [d_p(T)U(s) - h(s)] + Cr(s,T)U(s) \\ \dot{h}(t) = A(T)\dot{U}(t) - \beta(T)|\dot{U}(t)|h(t) - \gamma(T)\dot{U}(t)|h(t)| \end{cases} \quad (4.5)$$

### 4.3.2 Identification des paramètres du modèle proposé

Dans cette sous-section, nous identifions les paramètres du modèle de l'équation Eq. 4.5. Ces paramètres dépendent de la température et leur évolution est mise en place à partir de la caractérisation faite à chaque température  $T_i$ . La modélisation de cette évolution est effectuée en utilisant les méthodes d'interpolation polynomiale. Nous utilisons l'interpolation *linear spline* [76, 84] qui consiste à approximer l'évolution du paramètre entre deux températures successives par une fonction affine.

#### 4.3.2.1 Déflexion thermomécanique : identification de $\Gamma_T(T)$

A partir de la figure Fig. 4.2, la déflexion thermomécanique pour l'axe  $X$  peut être interpolée par une droite affine de pente  $3.8\mu\text{m}/^\circ\text{C}$ . En considérant une déflexion de  $0\mu\text{m}$  à  $25^\circ\text{C}$  et  $-38\mu\text{m}$  à  $35^\circ\text{C}$ , le polynôme d'interpolation pour la déflexion thermomécanique est donc :

$$\Gamma_T(T) = -3.8(T - 25) \quad \text{avec} \quad 25^\circ\text{C} \leq T \leq 35^\circ\text{C} \quad (4.6)$$

#### 4.3.2.2 Hystérésis : identification de $d_p(T)$ , $A(T)$ , $\beta(T)$ et $\gamma(T)$

Pour identifier les paramètres de la partie hystérésis en fonction de la température, les paramètres du modèle de Bouc-Wen classique ont été identifiés pour chaque courbe d'hystérésis obtenu à chaque température  $T_i$ . Ensuite, une interpolation des paramètres obtenus en fonction de la température a été effectuée. Pendant l'interpolation, les paramètres identifiés pour les courbes caractérisées à  $T = \{28.5, 32.5\}^\circ\text{C}$  n'ont pas été considérés. Ces deux températures ont été réservées pour l'étape de validation du modèle proposé. Les paramètres identifiés et leurs interpolations sont représentés par la figure Fig. 4.7.

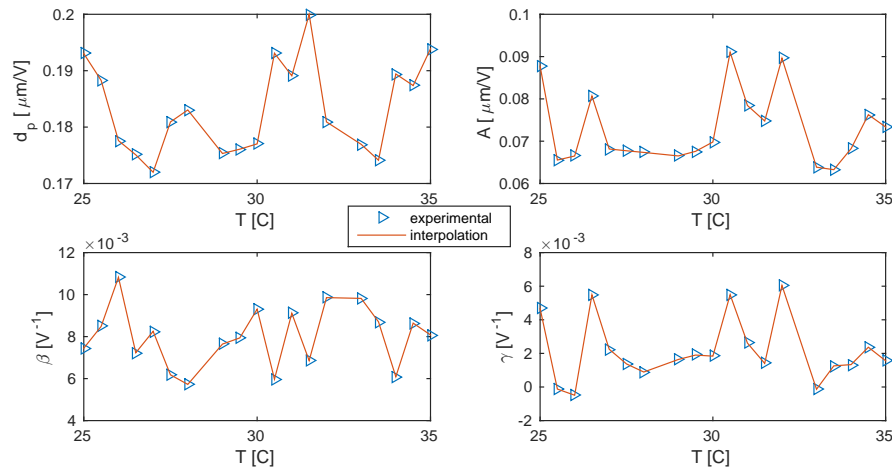


FIGURE 4.7: Evolution des paramètres de Bouc-Wen en fonction de la température.

#### 4.3.2.3 Creep : identification de $Cr(s, T)$

Pour identifier les paramètres de la partie creep en fonction de la température, les modèles LTI du creep ont été identifiés pour chaque température  $T = \{25, 27, 29, 31, 33, 35\}^\circ\text{C}$ , à part pour la température  $T = 33^\circ\text{C}$ , réservée pour l'étape de validation.

Tous les modèles LTI du creep ont été identifiés en utilisant l'algorithme *ARMAX* de sous la forme

$$Cr(s) = \frac{n_2s^2 + n_1s + n_0}{d_2s^2 + d_1s + d_0}, \quad (4.7)$$

avec  $n_i$  ( $0 \leq i \leq 2$ ) les coefficients du numérateur, et  $d_i$  ( $0 \leq i \leq 2$ ) les coefficients du dénominateur. Le modèle de l'équation Eq. 4.7 pour chaque température de l'intervalle mentionné ci-dessus, ce qui a permis d'obtenir l'évolution des coefficients  $n_i$  et  $d_i$  en fonction de la température :  $n_i(T)$  et  $d_i(T)$ . Par conséquent, le modèle LTI dépendant de la température ( $Cr(s,T)$ ) est :

$$Cr(s,T) = \frac{n_2(T)s^2 + n_1(T)s + n_0(T)}{d_2(T)s^2 + d_1(T)s + d_0(T)}. \quad (4.8)$$

L'évolution des coefficients  $n_i(T)$  et  $d_i(T)$  et leurs interpolations, sont représentées par la figure Fig. 4.8.

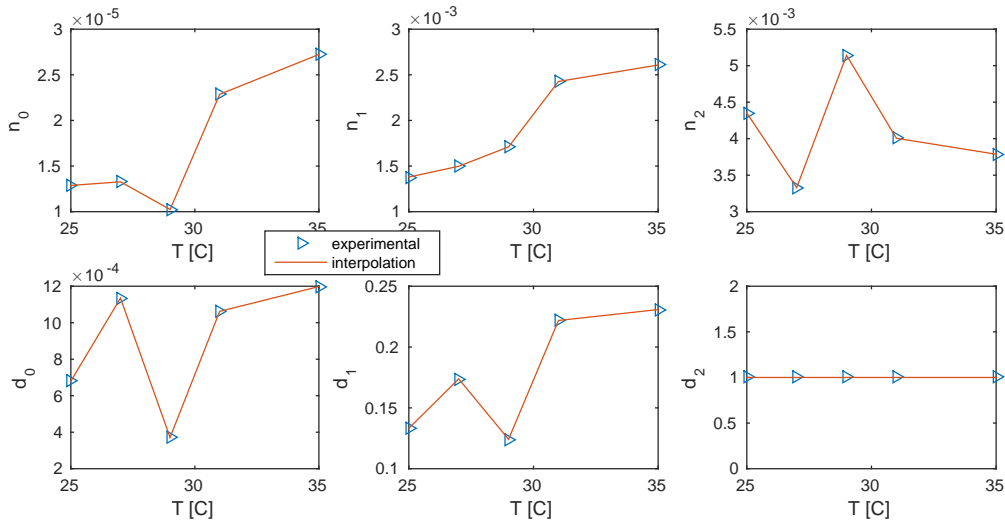


FIGURE 4.8: Evolution des coefficients des fonctions de transfert utilisées pour modéliser le creep, en fonction de la température.

#### 4.3.2.4 Oscillations mal-amorties : identification de $D(s,T)$

Les fonctions de transfert  $G(s)$  identifiées en appliquant l'algorithme ARMAX sur les réponses à un échelon de la figure 4.6. Ces fonctions de transfert sont de la forme :

$$G(s) = \frac{b_8s^8 + b_7s^7 + \dots + b_1s + b_0}{a_9s^9 + a_8s^8 + a_7s^7 + \dots + a_1s + a_0}, \quad (4.9)$$

avec  $b_i$  ( $0 \leq i \leq 8$ ) les coefficients du numérateur, et  $a_i$  ( $0 \leq i \leq 9$ ) les coefficients du dénominateur.

Pour les intégrer dans le modèle complet proposé (Eq. 4.5) ces fonctions sont d'abord normalisées et mises sous la forme

$$D(s) = \frac{n_8s^8 + n_7s^7 + \dots + n_1s + n_0}{d_9s^9 + d_8s^8 + d_7s^7 + \dots + d_1s + d_0}, \quad (4.10)$$

avec  $D(s=0) = 1$ , donc  $n_0 = d_0$ . Ensuite les fonctions de transfert  $D(s)$  sont identifiées pour chaque température, ce qui permet d'obtenir les coefficients  $n_i(T)$  et  $d_i(T)$  et d'avoir la dynamique  $D(s,T)$  :

$$D(s,T) = \frac{n_8(T)s^8 + n_7(T)s^7 + \dots + n_1(T)s + n_0(T)}{d_9(T)s^9 + d_8(T)s^8 + d_7(T)s^7 + \dots + d_1(T)s + d_0(T)}. \quad (4.11)$$

L'évolution des coefficients  $n_i(T)$  et  $d_i(T)$  et leurs interpolations, sont représentées par la figure Fig. 4.9. Comme pour le cas de l'hystérésis, les paramètres identifiés pour les courbes caractérisées à  $T = \{28.5, 32.5\}^\circ\text{C}$  ont été gardés pour l'étape de validation.

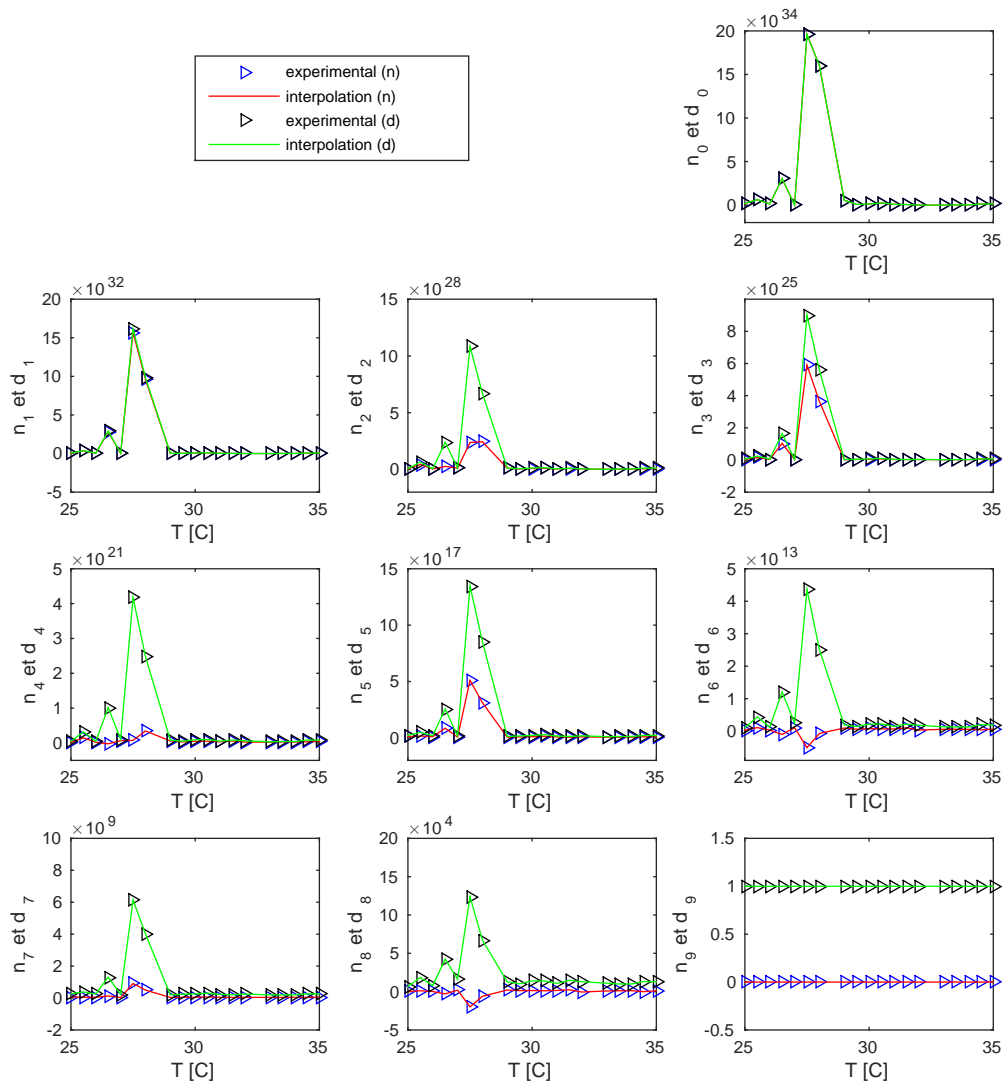


FIGURE 4.9: Évolution des coefficients des fonctions de transfert  $D(s)$ , en fonction de la température. Les coefficients  $n_i$  et  $d_i$  sont représentés sur la même sous-figure.



### 4.3.3 Validation par simulation du modèle proposé

Dans la sous-section précédente, le nouveau modèle pouvant prendre en compte l'effet de la température a été identifié. Dans cette sous-section, nous simulons en utilisant *Matlab/Simulink*, en suivant la structure représentée dans la figure Fig. 4.10 qui est l'équivalent du modèle de la figure Fig. 3.13, avec prise en compte de la variation de la température, puis nous comparons les données de simulation avec les résultats expérimentaux. L'implémentation détaillée en *Simulink* du modèle de la figure Fig. 4.10 est représentée aux figures Fig. D.2 et Fig. D.3.

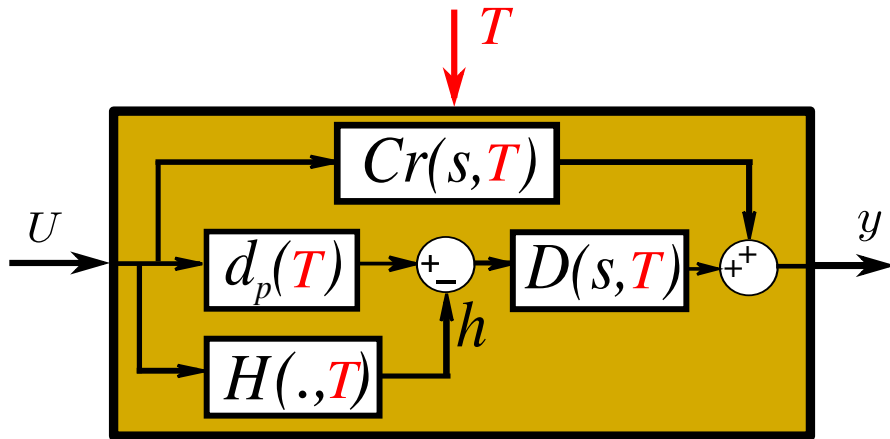


FIGURE 4.10: Implémentation du modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température autour de l'actionneur.

#### 4.3.3.1 Hystérésis

Pour valider le modèle d'hystérésis dans l'équation Eq. 4.5, un signal sinusoïdal d'amplitude 200V à une fréquence de 0.4Hz a été appliqué au modèle *Simulink*. La température a été variée de 25 à 35°C, et à chaque température, la sortie y a été tracée en fonction de l'entrée U. La figure Fig. 4.11 compare les résultats de simulation et les courbes expérimentales obtenues pendant l'étape de la caractérisation. Rappelons que les températures  $T = \{28.5, 32.5\}^{\circ}\text{C}$  n'ont pas été prises en compte intentionnellement pendant l'étape d'interpolation, afin de pouvoir les utiliser pour la validation du modèle.

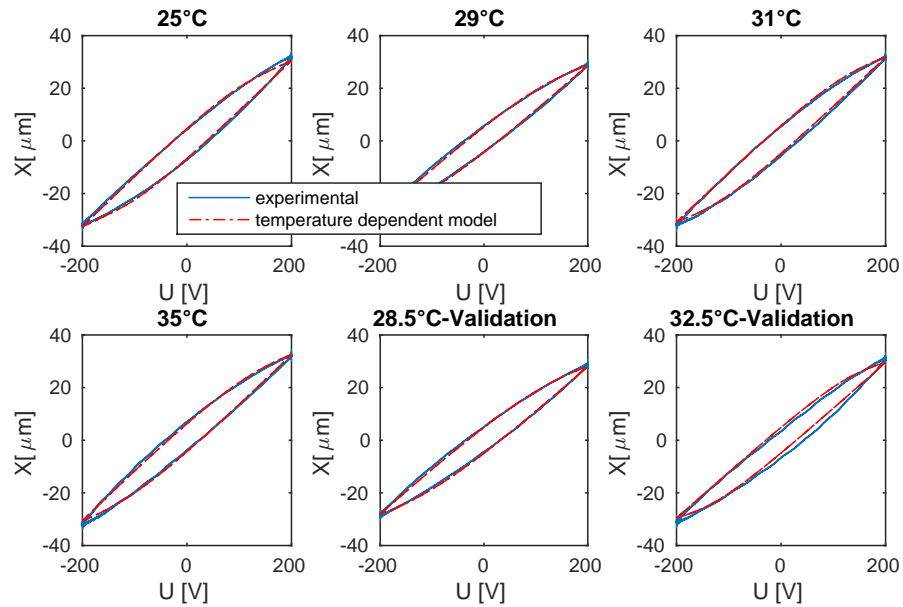


FIGURE 4.11: Validation du modèle d'hystérésis du modèle complet à coefficients polynomiaux.

La comparaison établie sur la figure Fig. 4.11 montre une bonne cohérence entre le modèle proposé et les courbes expérimentales. En outre, le modèle proposé donne des résultats proches des courbes expérimentales pour les températures  $T = \{28.5, 32.5\}^\circ\text{C}$  qui n'ont pas été considérées pendant l'interpolation des paramètres du modèle. Ceci permet de conclure que, même si le modèle est basé sur les données caractérisées de façon discrète entre  $T_0 = 25$  et  $T_{20} = 35^\circ\text{C}$ , l'écart de  $0.5^\circ\text{C}$  considéré entre  $T_i$  et  $T_{i+1}$  est suffisamment petit pour assurer la cohérence du modèle sur tout le domaine de température considéré.

#### 4.3.3.2 Creep

Pour valider le modèle du creep identifié, nous appliquons un échelon de 200V sur le modèle *Simulink*. Les réponses pour la déflexion  $y$  à chaque température  $T_i$  sont comparées avec les courbes expérimentales à la figure Fig. 4.12.

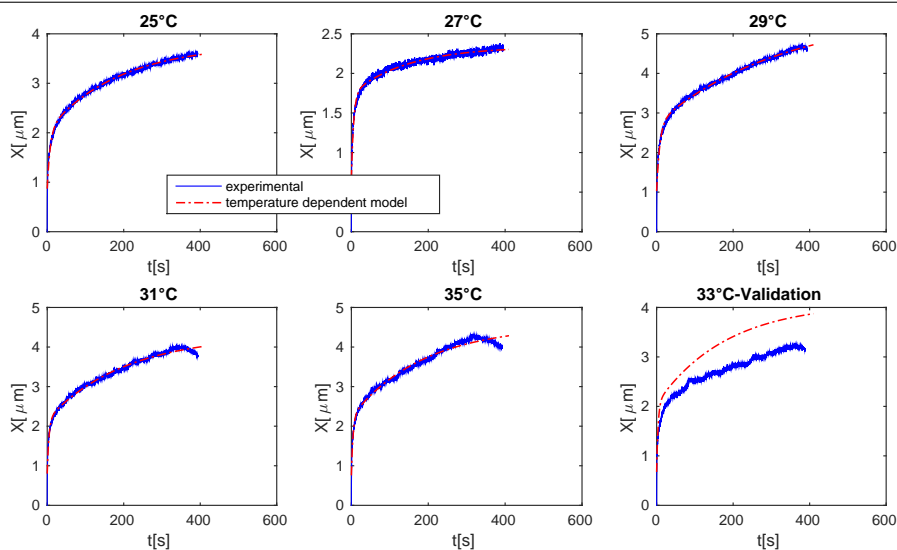


FIGURE 4.12: Validation du modèle complet de creep identifié avec considération de la température.

On remarque une bonne cohérence du modèle pour les courbes prises aux températures considérées. Pour la température  $T = 33^\circ\text{C}$  réservée à la validation lors de l'interpolation, on remarque que le modèle passe loin de la courbe expérimentale. Ceci est due au fait que la caractérisation du creep a été effectuée pour des températures très espacées (un incrément de  $2^\circ\text{C}$ ), par rapport à l'hystérésis et les oscillations mal-amorties (un incrément de  $0.5^\circ\text{C}$ ). Pour améliorer l'efficacité du modèle proposé la caractérisation avec un incrément plus petit est nécessaire.

#### 4.3.3.3 Oscillations mal-amorties

La validation de la partie dynamique du modèle proposé a été effectuée en suivant la même procédure que la validation du creep. La comparaison des résultats de simulation du modèle avec les courbes expérimentales est présentée sur la figure Fig. 4.13.

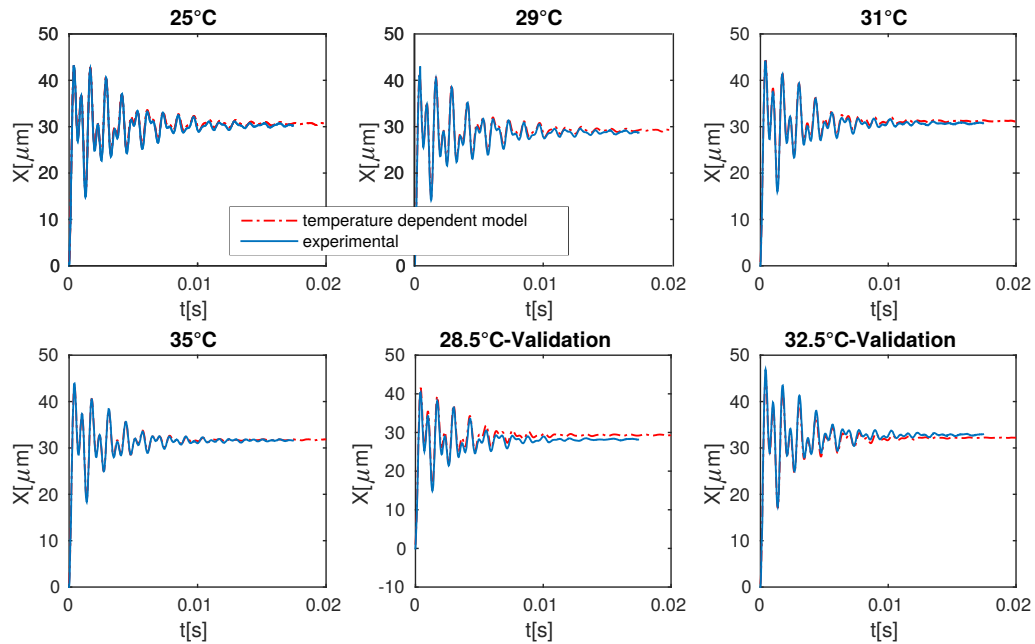


FIGURE 4.13: Validation du modèle complet de la partie dynamique avec prise en compte de la température.

On remarque une bonne cohérence entre le modèle et les courbes expérimentales pour les températures prises en compte pendant l'interpolation et pour les températures  $T = \{28.5, 32.5\}^\circ\text{C}$ , réservées pour l'étape de validation.

#### 4.3.4 Synthèse

Un modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température autour de l'actionneur a été proposé (équation Eq. 4.5). Les paramètres de ce modèle dépendent par conséquent de la température. Ces paramètres ont été identifiés à partir des caractérisations effectuées à différentes températures, entre 25 à 35°C. Les paramètres identifiés ainsi que leurs interpolations sont représentés par les figures Fig. 4.7, Fig. 4.8 et Fig. 4.9. A partir de ces interpolations, le modèle de l'équation Eq. 4.5 a été implémenté dans *Matlab/Simulink* selon le schéma de la figure Fig. 4.10.

La comparaison entre les résultats du modèle proposé et les courbes expérimentales est rapportée dans les figures Fig. 4.11, Fig. 4.12 et Fig. 4.13. Cette comparaison confirme la validité du modèle proposé. En particulier, les résultats de ces figures montrent que le modèle permet de combiner simultanément l'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties, alors que la caractérisation de ces phénomènes a été effectuée séparément.

### 4.3.5 Extension en un modèle multivariable

Dans la sous-section précédente, un modèle de l'actionneur piézoélectrique avec prise en compte de la variation de température a été proposé et validé. Ce modèle proposé concerne les systèmes monovariabes, dans cette sous-section, ce modèle est étendu en multivariable. Pour ce faire, considérons un système avec  $k$  entrées et  $n$  sorties. Le modèle complet avec prise en compte de la variation de la température devient donc :

$$\begin{cases} y = \Gamma_T(T) + \hat{D}(s,T) [\hat{D}_p(T)U - \hat{h}] + Cr(s,T)U \\ \hat{h} = A(T)\dot{U} - \hat{B}(T) (|\dot{U}| \circ \hat{h}) - \hat{\Gamma}(T) (\dot{U} \circ |\hat{h}|) \end{cases}, \quad (4.12)$$

avec  $y$  le vecteur (à  $n$  lignes) des déflexions (sorties),  $U$  le vecteur (à  $k$  lignes) des tensions en entrée et  $h$  le vecteur (à  $n$  lignes) des variables internes de l'hystérésis multivariable.  $\Gamma_T(T)$  est un vecteur à  $n$  lignes, dont les éléments modélisent la déflexion thermomécanique pour chaque axe de l'actionneur.  $D(s,T)$  et  $Cr(s,T)$  sont des matrices à  $n$  lignes et  $k$  colonnes, dont les éléments sont des fonctions de transfert qui modélisent l'aspect dynamique de l'actionneur et le creep, respectivement.  $D_p(T)$ ,  $A(T)$ ,  $B(T)$  et  $\Gamma(T)$  sont des matrices à  $n$  lignes et  $k$  colonnes contenant les paramètres de l'hystérésis multivariable.

Les matrices  $\hat{D}$ ,  $\hat{D}_p$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{\Gamma}$ , ainsi que les signaux  $\dot{U}$  et  $\hat{h}$  sont définis à partir de  $D$ ,  $D_p$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\dot{U}$  et  $h$  comme suit :

$$\begin{cases} \text{si } n > k, & \hat{D} = [D; \mathbb{O}_{n \times (n-k)}], \hat{D}_p = D_p, \hat{B} = [B; \mathbb{O}_{n \times (n-k)}], \hat{\Gamma} = [\Gamma; \mathbb{O}_{n \times (n-k)}], \\ & \dot{U} = [\dot{U}; \mathbb{O}_{(n-k) \times 1}] \text{ et } \hat{h} = h; \\ \text{si } n < k, & \hat{D} = D, \hat{D}_p = [D_p; \mathbb{O}_{(k-n) \times k}], \hat{B} = B, \hat{\Gamma} = \Gamma, \\ & \dot{U} = \dot{U} \text{ et } \hat{h} = [h; \mathbb{O}_{(k-n) \times 1}]; \\ \text{si } n = k, & \hat{D} = D, \hat{D}_p = D_p, \dot{U} = \dot{U} \text{ et } \hat{h} = h. \end{cases} \quad (4.13)$$

$\mathbb{O}_{n \times k}$  désigne une matrice de  $n$  lignes et  $k$  colonnes, avec des éléments nuls.

Par exemple, pour un système à 2 entrées et 4 sorties ( $k = 2$ ,  $n = 4$ ), les deux équations de Eq. 4.12 sont :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_1^T \\ \Gamma_2^T \\ \Gamma_3^T \\ \Gamma_4^T \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & 0 & 0 \\ D_{41} & D_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\hat{D}} \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} D_{p11} & D_{p12} \\ D_{p21} & D_{p22} \\ D_{p31} & D_{p32} \\ D_{p41} & D_{p42} \end{pmatrix}}_{\hat{D}_p = D_p} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} \right] + \underbrace{\begin{pmatrix} Cr_{11} & Cr_{12} \\ Cr_{21} & Cr_{22} \\ Cr_{31} & Cr_{32} \\ Cr_{41} & Cr_{42} \end{pmatrix}}_{Cr} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \\ \dot{h}_4 \end{pmatrix}}_{\dot{h}} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \\ A_{41} & A_{42} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}}_{\dot{U}} - \underbrace{\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\hat{B}} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} |\dot{U}_1| \\ |\dot{U}_2| \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & 0 & 0 \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\hat{\Gamma}} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} |h_1| \\ |h_2| \\ |h_3| \\ |h_4| \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

## 4.4 Proposition d'une loi de commande en boucle ouverte avec prise en compte de la variation de la température

Dans la section précédente nous avons proposé un modèle complet dépendant de la température et nous avons étendu ce modèle en multivariable. Dans cette section nous proposons des techniques de commande en boucle ouverte, en tenant compte de la variation de la température autour de l'actionneur. Deux techniques sont proposées. La première technique utilise un compensateur à coefficients variables en fonction de la température. La deuxième est basée sur une technique de sélection d'un compensateur correspondant à la température mesurée autour de l'actionneur.

### 4.4.1 Le compensateur à coefficients polynomiaux

La technique de compensation avec un compensateur à coefficients polynomiaux reprend la technique de compensation complète proposée dans le [chapitre 3 - section 3.5](#) mais en considérant que les coefficients des compensateurs d'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties varient en fonction de la température. En outre, ayant déjà identifié le modèle de la déflexion thermomécanique  $\Gamma_T(T)$ , ce dernier est utilisé pour considérer cette déflexion dans la compensation. L'illustration de cette technique est représentée par la figure [Fig. 4.14](#).

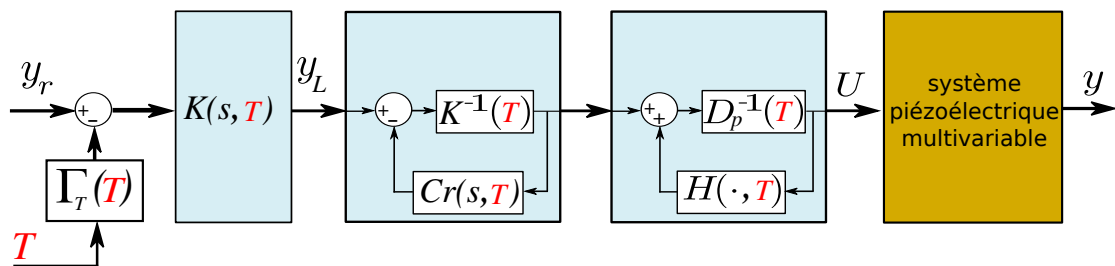


FIGURE 4.14: Structure de compensation basée sur le compensateur dont les coefficients dépendent de la température.

La procédure pour mettre en place le compensateur de la figure [Fig. 4.14](#) est la suivante.

- A partir du modèle complet de la déflexion prenant en compte de la variation de la température, les termes  $D_p(T)$ ,  $H(.,T)$  et  $Cr(s,T)$  sont repris et utilisés directement dans le compensateur.
- Après la compensation de l’hystérésis, le gain statique du système est quasiment unitaire, grâce au terme  $D_p^{-1}(T)$ . Par conséquent, le gain  $K(T)$  de la partie creep peut être approximé  $K(T) \simeq 1$  et le terme  $K^{-1}(T)$  peut être considéré unitaire pour toutes les températures.
- Pour construire le compensateur des oscillations mal-amorties, les données de caractérisation des dynamiques  $D(s)$  pour chaque température sont utilisées. Ainsi, pour chaque température  $T_i$ , un compensateur des oscillations  $K(s)$  est calculé, en utilisant la synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte (voir [section 3.4](#)).
- Ayant le compensateur  $K(s)$  pour chaque température  $T_i$ , l’évolution de ses coefficients peut être interpolée pour mettre en place le compensateur des oscillations avec prise en considération de la variation de la température  $K(s,T)$ .
- Le dernier effet à compenser est la déflexion thermomécanique. Pour ce faire, la déflexion thermomécanique est prédite à partir du modèle  $\Gamma_T(T)$ , puis soustraite à la déflexion désirée  $y_r$ .

La procédure détaillée ci-dessus est difficile à réaliser. En perspective, compte tenu de la dynamique de la température qui est relativement lente, les techniques classiques de commande par séquençement de gain (*gain scheduling*) [[172](#), [181](#)] peuvent être utilisées.

#### 4.4.2 Compensation avec la technique *switching compensator*

La procédure décrite ci-dessus pour réaliser un compensateur à coefficients polynomiaux est difficile à implémenter, en particulier, l’implémentation de la fonction de transfert  $K(s,T)$  (voir exemple d’implémentation d’une fonction de transfert à coefficients variables à la figure [Fig. D.3](#)).

Par conséquent, nous proposons une autre stratégie de commande en boucle ouverte, plus facile à synthétiser. Cette stratégie est basée sur la technique *switching compensator* utilisée notamment dans [[111](#), [202](#), [86](#)] pour la commande en boucle fermée. Son principe général est basée sur la sélection d’un compensateur parmi plusieurs, grâce à un système de sélection par interrupteur (*switching*). L’avantage de cette technique réside dans sa simplicité de mise en oeuvre et d’implémentation, et son adaptation à la commande en boucle ouverte où les techniques robustes telles que la synthèse  $H_\infty$  en boucle fermée ne peuvent pas être appliquées.

Considérons le compensateur issu de la compensation complète du [chapitre 3 - section 3.5](#). Le compensateur est capable de compenser l’hystérésis, le creep et les oscillations mais pour une température stable ( $T_i$ ). Supposons cette fois-ci que nous disposons d’une séries de  $N$  caractérisations, entre une température  $T_0$  et une température  $T_N$ . Nous pouvons donc calculer  $(N + 1)$  compensateurs complets, que nous allons noter  $\mathcal{C}_i$  avec  $0 \leq i \leq N$ . En se référant à la sous-section précédente, nous disposons des données pour  $(N + 1 = 21)$  caractérisations entre  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  et  $T_{20} = 35^\circ\text{C}$ . Nous pouvons donc calculer 21 compensateurs, les implémenter puis construire un système de sélection du compensateur à activer selon la température autour de l’actionneur. La mise en place de cette compensation est représentée par la figure [Fig. 4.15](#)

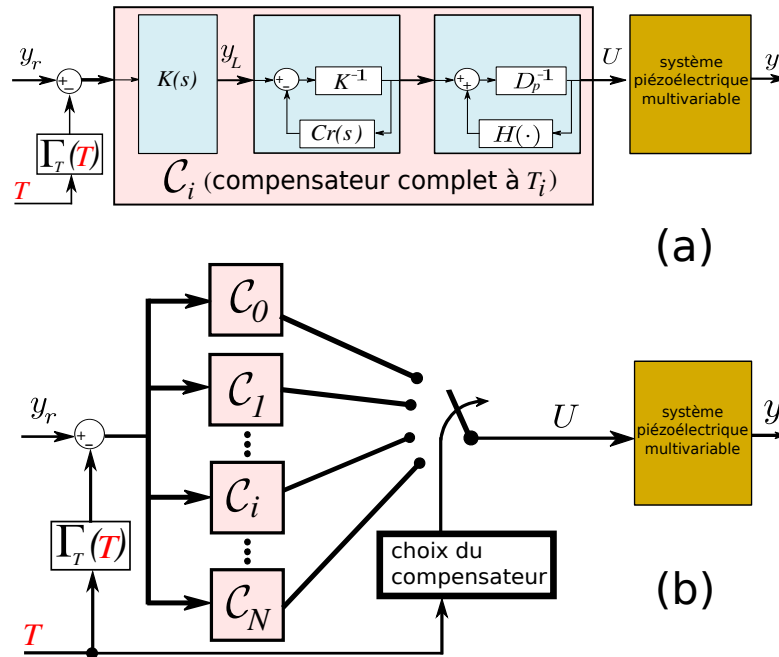


FIGURE 4.15: Structure de la compensation par la technique *switching compensator*.

Les compensateurs  $\mathcal{C}_i$  sont faciles à implémenter puisque leurs coefficients sont constants (ils ne dépendent pas de la variation de la température). En particulier, l'implémentation des fonctions de transfert à coefficients variables n'est plus nécessaire puisque les coefficients des fonctions  $K(s)$  et  $Cr(s)$  sont des constantes.

La sélection du compensateur est réalisée selon cet algorithme :

**if**  $T_i \leq T < T_{i+1}$  ; **select**  $\mathcal{C}_i$  ; **end**.

L'implémentation de cet algorithme dans *Matlab/Simulink* peut être réalisée selon la structure représentée dans l'[annexe D.3](#).

### 4.4.3 Synthèse

Dans cette sous-section, nous avons proposé deux techniques de commande en boucle ouverte des actionneurs piézoélectriques, avec mesure de la variation de la température autour de l'actionneur. Les deux techniques proposées sont :

- la compensation avec les compensateurs à coefficients polynomiaux ;
- la compensation par la technique *switching compensators*.

La première technique est plus laborieuse et difficile à implémenter mais assure la continuité dans l'estimation de ses paramètres entre deux températures successives.

La deuxième technique est facile à mettre en oeuvre mais la compensation entre deux températures successives est assurée par un seul compensateur. Elle est donc plus efficace si l'intervalle considérée entre deux températures successives pendant la caractérisation est très réduite. En outre, Cette technique peut conduire aux situations d'instabilité [111] ou aux problèmes de



*chattering*, par exemple si la température varie (oscille) autour d'une température  $T_i$  de déclenchement de la sélection d'un nouveau correcteur. Dans ce cas, différentes techniques telles que l'utilisation de bascules de Schmitt permettant d'imposer un seuil autour de  $T_i$ , peuvent être utilisées pour améliorer la structure de la figure Fig. 4.15.

## 4.5 Synthèse - Conclusion

Dans ce chapitre nous avons discuté de la caractérisation, de l'analyse et de la modélisation de l'influence de la variation de la température sur les actionneurs piézoélectriques. A partir des modèles proposés prenant en compte les effets d'une telle variation, deux techniques de commande en boucle ouverte ont été proposées. Ces deux techniques sont basées sur la compensation complète de l'hystérésis, creep et oscillations mal-amorties, discutée dans le chapitre 3. Les techniques de caractérisation, modélisation et commande proposées dans ce chapitre présentent un avantage lié au fait que ces techniques sont basées sur la considération de l'actionneur comme un système boîte-noire. Ceci permet de réduire le nombre de paramètres à étudier par rapport à une modélisation physique et permet aux techniques proposées dans ce chapitre d'être applicables à n'importe quel actionneur, quelque soit sa morphologie ou sa taille.

Par ailleurs, les résultats présentés dans ce chapitre montrent une évolution aléatoire des paramètres identifiés par rapport à l'évolution de la température, ce qui demande des caractérisations supplémentaires afin de vérifier leur répétabilité.

En outre, pour augmenter la fiabilité des résultats issus de la caractérisation, nous proposons comme perspective, de considérer la température de l'actionneur (mesurée sur les parois ou électrodes de l'actionneur) au lieu de considérer la température autour de l'actionneur (la température de la chambre). En effet, une même variation de la température autour de l'actionneur peut influencer différemment sur ce dernier suite à la qualité de l'air ou la variation précédente. Par conséquent, pour une même température autour de l'actionneur, on peut mesurer des températures différentes sur les électrodes de l'actionneur, et ainsi obtenir les mesures différentes pour la déflexion de l'actionneur.

Malgré la disponibilité des capteurs de tailles convenables permettant d'effectuer les mesures de la température sur les parois de l'actionneur, la mesure de la température autour de l'actionneur (celle de la chambre) est la plus facile à acquérir expérimentalement. En effet, l'installation de capteurs de température sur l'actionneur pose notamment des problèmes d'isolation, dû au fait que les électrodes sont fabriquées en matériaux conducteurs. Pour utiliser les mesures de température autour de l'actionneur, nous proposons dans le chapitre suivant la commande en boucle fermée qui permet de prendre en compte les différences éventuelles de température entre la chambre et les parois de l'actionneur, sous forme d'une perturbation. A part la gestion de l'incertitude sur les effets de la variation de la température, le chapitre suivant introduit aussi une combinaison de la commande en boucle ouverte et boucle fermée, afin d'augmenter la bande passante des systèmes commandés.

# Commande en boucle fermée et combinaison boucle ouverte-boucle fermée

*Ce chapitre discute de différentes techniques de commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes et de la combinaison de ces techniques avec la commande en boucle ouverte. Un des défis liés à la commande en boucle fermée de ces actionneurs concerne l'ordre des correcteurs synthétisés qui est généralement élevé à cause des outils mathématiques utilisés et de la considération simultanée des transferts directs et des couplages dans le modèle global du système. Par conséquent, nous proposons en premier lieu une approche de modélisation et de commande par découplage basée sur la synthèse  $H_\infty$  standard, permettant d'alléger l'ordre des correcteurs synthétisés. Ensuite, pour prendre en compte les effets de la température, nous proposons une stratégie basée sur la technique switching controller combinée avec la structure PID. Enfin, nous discutons sur différentes configurations d'implémentation de correcteurs mixtes (lorsque la commande en boucle ouverte est combinée avec la commande en boucle fermée) et nous comparons ensuite les réponses temporelles pour certaines de ces configurations, afin de vérifier l'amélioration de la rapidité du système grâce à la combinaison de ces deux schémas. Les techniques de modélisation et commande proposées ont été validées sur le tube piézoélectrique.*

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>96</b>
<b>5.2</b>	<b>Etat de l'art sur la commande en boucle fermée des actionneurs piézo-électriques</b>	<b>97</b>
5.2.1	Méthodes utilisées dans le cas monovariable	97
5.2.2	Méthodes utilisées pour la prise en compte des couplages	104

<b>5.3</b>	<b>Proposition d'un modèle linéaire dynamique, et commande <math>H_\infty</math> pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes</b>	<b>105</b>
5.3.1	Modèle monovariante, linéaire et dynamique suivi d'une incertitude	106
5.3.2	Extension à la modélisation multivariable	108
5.3.3	Commande $H_\infty$ standard pour les actionneurs piézoélectriques à $n$ -ddl	110
5.3.4	Application au tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl	114
5.3.5	Synthèse	125
<b>5.4</b>	<b>Prise en compte des effets de la température par la technique <i>switching controller</i></b>	<b>126</b>
<b>5.5</b>	<b>Combinaison des techniques de commande en boucle fermée et boucle ouverte</b>	<b>130</b>
5.5.1	Différentes configurations d'implémentation des correcteurs boucle ouverte-boucle fermée	130
5.5.2	Comparaison des résultats par rapport à différentes configurations	133
5.5.3	Synthèse	134
<b>5.6</b>	<b>Synthèse - Conclusion</b>	<b>135</b>

## 5.1 Introduction

La commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques est discutée dans ce chapitre. L'analyse des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques faite dans le chapitre précédent a révélé une déflexion thermomécanique et un changement du modèle dynamique. L'introduction de la commande en boucle fermée est donc motivée par la nécessité de garantir de bonnes performances lorsque les conditions ambiantes autour de l'actionneur changent.

La commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques est confrontée à deux défis. Le premier défi est lié à l'ordre des correcteurs qui est souvent élevé et donc difficilement implémentables, dans le cas de systèmes travaillant à haute fréquence. En effet, les modèles dynamiques des actionneurs piézoélectriques sont en général d'ordre élevé, en particulier ceux des actionneurs multi-axes pour lesquels le modèle global doit inclure les dynamiques des couplages. Les correcteurs calculés à base de ces modèles sont par conséquent d'ordre élevé, ce qui rend leur implémentation expérimentale difficile. Le deuxième défi est lié à la réduction de la bande passante du système initial par le correcteur. Cette réduction a un impact sur différentes applications à l'échelle micro/nano-métrique, par exemple en microscopie à balayage, où la vitesse de balayage constitue un critère de base.

Pour aboutir à la synthèse de correcteurs d'ordre convenable, nous avons proposé une technique de modélisation et de commande par découplage, qui consiste à considérer les couplages comme des perturbations. Pour améliorer la bande passante du système en boucle fermée, nous proposons de combiner les techniques de commande en boucle ouverte et en boucle fermée. De plus, pour prendre en compte les changements de modèle dynamique due à la variation de la température autour de l'actionneur, nous proposons une stratégie basée sur la technique *switching controller* combinée avec la structure PID.

Ce chapitre est structuré comme suit. La deuxième section est consacrée à l'état de l'art des techniques couramment utilisées pour la commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques. Dans la troisième section, nous proposons un modèle linéaire, dynamique et multivariable pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes. A partir de ce modèle, nous proposons une méthode de découplage suivie d'une technique de commande en boucle fermée basée sur la synthèse  $H_\infty$  standard. Dans la quatrième section, nous combinons la technique *switching controller* et la commande PID pour contrôler les effets de la température sur le tube piézoélectrique. La cinquième section est consacrée à la combinaison de la commande en boucle fermée et des techniques de commande en boucle ouverte étudiées dans les chapitres 2 et 3. Enfin, la sixième section conclut le chapitre.

## 5.2 Etat de l'art sur la commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques

### 5.2.1 Méthodes utilisées dans le cas monovariabale

Dans cette sous-section, nous discutons des techniques couramment utilisées pour la commande monovariabale des actionneurs piézoélectriques. Ce sont des techniques utilisées pour les actionneurs mono-axes ou pour les actionneurs multi-axes mais sans considération des couplages (en considérant chaque axe de l'actionneur indépendamment). Le schéma général de la commande en boucle fermée est celui de la figure Fig. 5.1, où  $U$  est l'entrée du système, commandé à l'aide d'un correcteur  $K$ .  $e$  désigne l'erreur ou la déviation de la sortie  $y$  par rapport à la consigne  $y_r$ .  $G(s)$  désigne la fonction de transfert du système commandé.

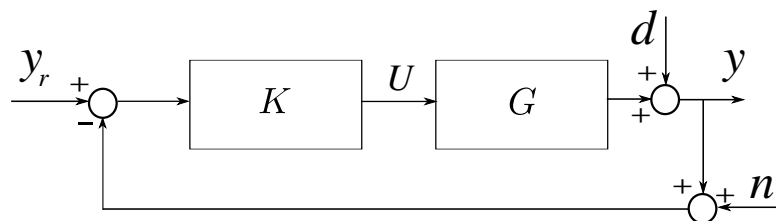


FIGURE 5.1: Schéma général de la commande en boucle fermée.

Selon l'objectif d'utilisation, les techniques citées dans cette sous-section peuvent être classées selon trois catégories : (1) les techniques classiques, (2) les techniques utilisées dans le but d'améliorer la bande passante du système en boucle fermée, et (3) les techniques utilisées pour contrer les perturbations ou les incertitudes sur le modèle. Les techniques couramment utilisées selon chaque catégorie sont répertoriées dans le tableau Tab. 5.1.

TABLE 5.1: Techniques couramment utilisées pour la commande monovariante des actionneurs piézoélectriques, regroupées selon l'objectif d'utilisation.

Techniques classiques	Techniques pour l'amélioration de la bande passante	Techniques pour contrer les perturbations et incertitudes sur le modèle
- <i>Loop Shaping</i> classique - La structure PID	- <i>Negative Imaginary</i> (NI) - <i>Integral Resonant Control</i> (IRC) - Combinaison de la commande boucle ouverte et boucle fermée	- Commande adaptative - <i>Internal Model Control</i> (IMC) - Synthèse $H_\infty$

### 5.2.1.1 *Loop Shaping* classique

La technique de *Loop Shaping* a été utilisée notamment dans [48] pour la commande d'un tube piézoélectrique implanté dans un AFM. A partir de la structure de la figure Fig. 5.1, la technique *Loop Shaping* consiste à trouver un correcteur  $K(s)$  de la forme

$$K(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0 s^0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0 s^0}, \quad (5.1)$$

garantissant certaines performances en terme de temps de réponse, précision et robustesse. Ces performances sont exprimées principalement à partir de trois fonctions :  $L$  qui exprime le transfert direct de la boucle,  $S$  qui est la fonction de sensibilité et  $T$  appelée fonction de sensibilité complémentaire. Ces fonctions sont définies comme suit [188] :

$$L = GK; \quad S = \frac{1}{1+L} = \frac{1}{1+GK}; \quad T = \frac{L}{1+L} = \frac{GK}{1+GK}. \quad (5.2)$$

La conception d'un correcteur *Loop Shaping* est basée sur la construction du transfert  $L$  satisfaisant un compromis entre le critère de rejet de perturbation et le suivi de trajectoire, ainsi que le critère de minimisation de bruit. En effet, si le système de la figure Fig. 5.1 est soumis à une perturbation  $d$  et à un bruit de mesure  $n$ , l'erreur  $e = y_r - y$  peut être exprimée comme [188] :

$$e = S y_r - S d + T n. \quad (5.3)$$

Comme l'objectif consiste à minimiser l'erreur  $e$ , nous souhaitons donc que  $e \simeq 0 y_r - 0 d + 0 n$ . En comparant cette relation et l'équation Eq. 5.3, on remarque que le rejet de la perturbation  $d$  est atteint si  $S = \frac{1}{1+L} \simeq 0$ , donc  $L$  doit être large. D'autre part, on remarque que pour réduire le bruit,  $T = \frac{L}{1+L} \simeq 0$ , donc  $L$  doit être faible. Pour satisfaire ce compromis, certaines études proposent des correcteurs de la forme :

$$K(s) = k \frac{(bs + 1)^n}{(as + 1)^m}, \quad (5.4)$$

où les paramètres  $k$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $n$  et  $m$  sont choisis de telle façon à optimiser les performances souhaitées, ou bien le correcteur de la forme :

$$K(s) = \frac{\omega_c}{s} G(s)^{-1} \quad (5.5)$$

qui est utilisable lorsque l'inverse du modèle du système à contrôler est réalisable et stable ( $\omega_c$  est la fréquence de coupure désirée pour la bande passante du système en boucle fermée).

Cependant, la technique *Loop Shaping* classique n'est pas facile à mettre en oeuvre, surtout lorsque le modèle du système est complexe. La technique  $H_\infty$  *Loop Shaping* qui sera expliquée dans la [section 5.3](#) est la plus utilisée.

### 5.2.1.2 Commande PID et amélioration de la bande passante du système en boucle fermée

La structure de commande PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) fait partie des techniques les plus utilisées dans l'industrie. Sa notoriété est due à la simplicité d'implémentation et au réglage de ses paramètres. Sa structure dans le cas standard est représentée à la figure [Fig. 5.2](#),

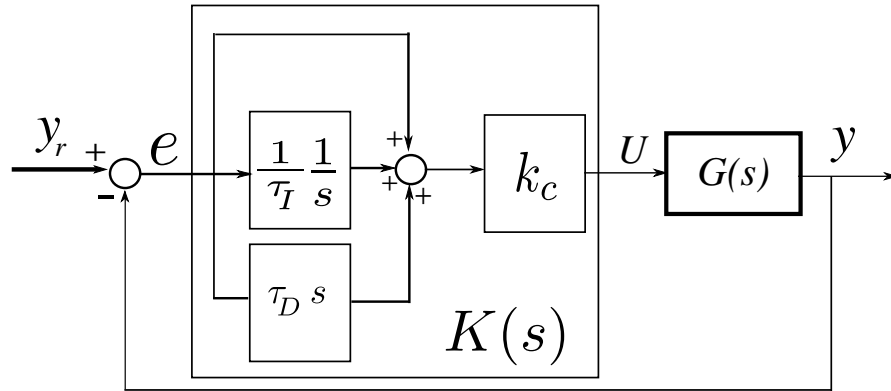


FIGURE 5.2: Schéma de structure de la commande PID.

et la fonction de transfert du correcteur donnée par l'équation [Eq. 5.6](#) :

$$K(s) = \frac{U(s)}{e(s)} = k_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right). \quad (5.6)$$

$k_c$  est le gain proportionnel,  $\tau_I$  est la constante de temps de l'action intégrale et  $\tau_D$  est la constante de temps de l'action dérivée.

Pour les actionneurs piézoélectriques, la commande PID a été utilisée notamment dans [\[103, 43\]](#) pour les opérations de nano/micro-positionnement tout en proposant différentes techniques de réglage des paramètres  $k_c$ ,  $\tau_I$  et  $\tau_D$ . Ces techniques incluent la méthode semi-automatique et automatique [\[196\]](#), les méthodes de régulation optimales [\[183\]](#), la méthode robuste par intervalles [\[100\]](#), etc. Les travaux dans [\[62, 108, 169\]](#) montrent que l'action "intégrale" du PID permet de réduire les erreurs de positionnement dus à l'hystérésis et au creep.

Par ailleurs, la bande passante du système en boucle fermée en utilisant les techniques citées ci-dessus est très réduite. En particulier, il a été démontré dans [61], que la bande passante obtenue en utilisant le correcteur PI est limitée à  $2\omega_n\xi$ , avec  $\omega_n$  et  $\xi$ , la fréquence naturelle et le facteur d'amortissement du système, respectivement. Cette bande passante est très faible puisque, pour la plupart des systèmes utilisés en nano/mico-positionnement,  $\xi \simeq 0.01$ . Par conséquent, la bande passante obtenue n'est que de 2% de la première fréquence de résonance [60].

Pour améliorer cette bande passante certaines techniques sont combinées avec le correcteur PI. Parmi ces techniques on peut citer *Negative Imaginary* et *Integral Resonant Control*. Ces techniques sont beaucoup utilisées pour l'amortissement des modes de résonance des structures flexibles [145, 146]. Les techniques *Negative Imaginary* ont été appliquées aux actionneurs piézoélectriques notamment dans [11, 123], où une bande passante en boucle fermée de 300Hz a été obtenue. La technique *Integral Resonant Control* a été appliquée sur chacun des axes X et Y d'un tube piézoélectrique dans [62] et a permis d'atteindre une bande passante de 490Hz sur chacun des axes.

Une autre stratégie utilisée pour améliorer la bande passante des systèmes en boucle fermée c'est la combinaison de la commande en boucle ouverte et la commande en boucle fermée. Cette stratégie est discutée dans la section 5.5.

### 5.2.1.3 Commande adaptative et *Internal Model Control* (IMC)

Les techniques présentées dans la sous-section précédente permettent d'obtenir de bonnes performances pour le système contrôlé mais elles ne permettent pas de garantir ces performances en présence de perturbations ou d'incertitudes sur le modèle. Pour ce faire, la commande adaptative et la commande IMC font partie des techniques les plus utilisées.

La commande adaptative est une stratégie basée sur l'adaptation en temps réel du correcteur au changement du système contrôlé. Les paramètres du correcteur varient donc en fonction de l'évolution du système. Il existe plusieurs techniques associées à la commande adaptative. La figure Fig. 5.3 présente la technique *Model Identification Adaptive Control*, qui est beaucoup utilisée pour la commande des actionneurs piézoélectriques.

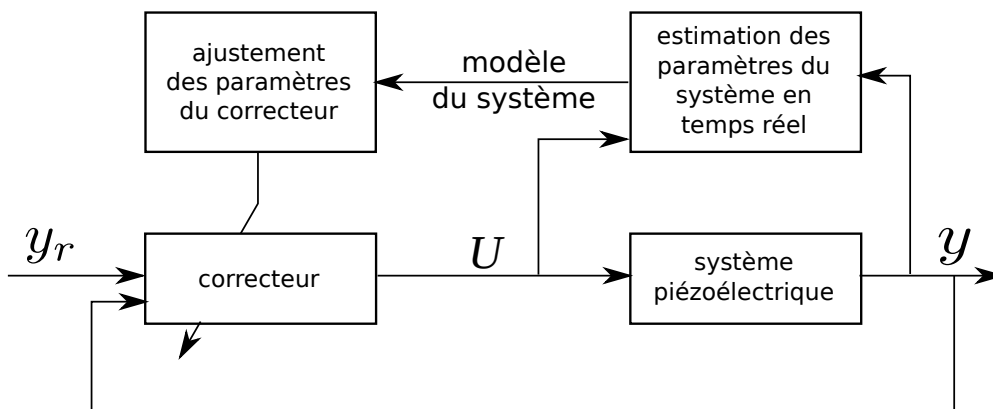


FIGURE 5.3: Schéma d'illustration de la commande adaptative classique.

Sur cette figure, le correcteur s'adapte à la variation des paramètres du système, grâce à l'information fournie par des algorithmes d'identification (en temps réel) de celui-ci. Pour les actionneurs piézoélectriques, la commande adaptative permet de prendre en compte les non-linéarités, l'hystérésis et le creep, en les considérant comme des perturbations. Les modèles d'hystérésis et de creep classiques sont dans ce cas utilisés pour estimer en temps réel l'effet de ces phénomènes [57, 193, 210]. Par ailleurs, l'utilisation de la commande adaptative est limitée par la nécessité de temps et de puissance de calcul élevés, dus à la synthèse et l'implémentation des algorithmes d'estimation en temps réel des paramètres du système souvent basés sur une série de tests de type essais-erreurs [85].

La commande IMC a été appliquée aux actionneurs piézoélectriques mono-axes, notamment dans [9, 110]. Dans [160], la commande IMC a été implémentée sur chacun des axes d'une poutre piézoélectrique en 2-ddl. Le principe de sa conception est le suivant. Considérons un procédé  $G(s)$  dont le modèle nominal est  $\tilde{G}(s)$ , commandé en boucle ouverte selon le schéma de la figure Fig. 5.4.

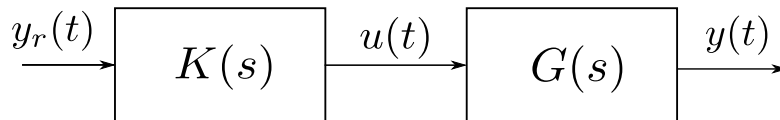


FIGURE 5.4: Structure de commande en boucle ouverte du système  $G$ .

Pour prendre en compte la perturbation et la différence entre le modèle et le système réel, la structure de la figure Fig. 5.5 est utilisée.

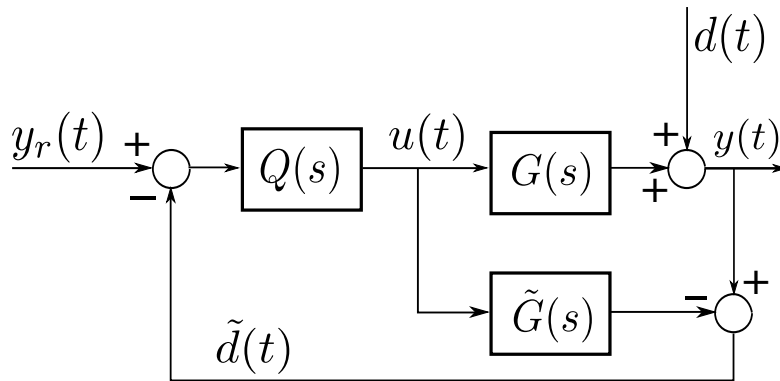


FIGURE 5.5: Schéma de structure de la commande IMC.

Dans cette figure,  $d$  représente une perturbation inconnue qui affecte le système  $G$ , et  $Q(s)$  le correcteur IMC. La commande  $U$  est appliquée au système réel  $G$  et au modèle de ce système  $\tilde{G}$ . La comparaison entre la sortie réelle du système ( $y$ ) et la sortie du modèle ( $\tilde{y}$ ) donne un signal  $\tilde{d}$  défini par l'équation Eq. 5.7 :



$$\tilde{d} = [G(s) - \tilde{G}(s)]U + d. \quad (5.7)$$

Le signal  $\tilde{d}$  inclut la perturbation inconnue du système et l'imperfection du modèle ( $\tilde{G}$ ) par rapport au système réel  $G$  : si  $d = 0$ ,  $\tilde{d}$  représente la différence entre le système réel et le modèle, si  $G = \tilde{G}$ ,  $\tilde{d}$  représente la perturbation inconnue du système. Pour améliorer les performances de commande, le signal  $\tilde{d}$  est comparé à la consigne  $y_r$ , ce qui fait que la commande  $U$  est

$$U = \frac{[y_r - \tilde{d}]K(s)}{1 + [G(s) - \tilde{G}(s)]K(s)}. \quad (5.8)$$

À partir de Eq. 5.8 et sachant que  $y = G(s)U + d$ , l'expression de la sortie du système  $y$  en fonction de la consigne  $y_r$  est :

$$y = \frac{K(s)G(s)y_r + [1 - K(s)\tilde{G}(s)]d}{1 + [G(s) - \tilde{G}(s)]K(s)}. \quad (5.9)$$

À partir de l'équation Eq. 5.9, on remarque que si on choisit  $K(s) = \tilde{G}(s)^{-1}$  et que  $G(s) = \tilde{G}(s)$ , la sortie  $y$  suit parfaitement la consigne  $y_r$ , tout en rejetant la perturbation  $d$ . De plus, on remarque que, même dans le cas où  $G(s) \neq \tilde{G}(s)$  (en ayant quelques imperfections sur le modèle), la perturbation est rejetée en ayant  $K(s) = \tilde{G}(s)^{-1}$ . Le problème de la commande IMC est donc celui de minimiser les erreurs entre le modèle  $\tilde{G}(s)$  et le système réel  $G(s)$ . Comme les effets de discordance entre le système et son modèle sont très importants à hautes fréquences, un filtre passe-bas  $F(s)$  est souvent rajouté pour atténuer ces effets. Par conséquent, les correcteurs IMC sont souvent construits par l'inverse du modèle du système à contrôler, mis en cascade avec un filtre passe-bas :

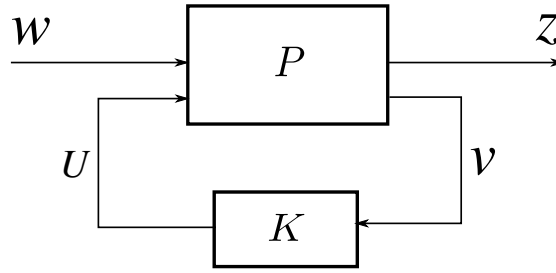
$$Q(s) = K(s)F(s). \quad (5.10)$$

La commande IMC présente l'avantage par rapport à la conception et l'implémentation du correcteur mais elle n'est pas adaptée à la commande des systèmes non-linéaires ou les systèmes naturellement instables [82]. En plus, les suppositions  $K(s) = \tilde{G}(s)^{-1}$  ou  $G(s) = \tilde{G}(s)$  ne sont pas toujours réalisables, ce qui limite l'utilisation de la commande IMC aux applications où la perturbation ou les imperfections du modèle sont faibles.

Comme conclusion, les deux concepts, la commande adaptative et IMC ne sont pas adaptés lorsque les perturbations ou l'incertitude sur le modèle sont importantes. Par conséquent, d'autres méthodes de commande plus robustes sont nécessaires. La technique la plus utilisée est la synthèse  $H_\infty$ .

#### 5.2.1.4 Synthèse $H_\infty$ en boucle fermée

Soit un système  $G$  asservi au moyen d'un correcteur  $K$ , tel que montré à la figure Fig. 5.1 (page 97). Dans la synthèse  $H_\infty$ , le système  $G$  est augmenté d'un certain nombre des pondérations qui définissent les performances souhaitées pour le système en boucle fermée. Ces performances concernent notamment le suivi de consigne, le rejet de perturbations, la modération de commande, etc. Le système  $G$  est augmenté de ces pondérations pour former un système  $P$  représenté à la figure Fig. 5.6.


 FIGURE 5.6: Schéma standard pour la formulation du problème  $H_\infty$ .

Dans cette figure,  $w$  représente les entrées exogènes au système tels que la consigne, les perturbations et les bruits.  $z$  représente les sorties à commander.  $v$  représente les sorties disponibles (mesurables) utilisées par le correcteur pour générer la commande  $U$ .

Le problème  $H_\infty$  consiste à trouver un correcteur  $K$ , qui minimise la norme infini du transfert  $w$  vers  $z$ . Ce transfert est noté  $F_l(P,K)$  et il est obtenu en utilisant le procédé LFT (*linear fractional transformation*). Pour ce faire, le système  $P$  est partitionné de telle sorte que les fonctions de transfert entre les sorties du système  $z$  et  $v$ , et les entrées  $w$  et  $U$  soient disponibles :

$$\begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ U \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

A partir de la relation Eq. 5.11 et de la figure Fig. 5.6,  $F_l(P,K)$  est défini par la relation :

$$F_l(P,K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}. \quad (5.12)$$

Le problème  $H_\infty$  standard consiste à déterminer  $K$  qui stabilise le système de la figure Fig. 5.6 et qui minimise  $\|F_l(P,K)\|_\infty$ , avec

$$\|F_l(P,K)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(F_l(P,K)(j\omega)). \quad (5.13)$$

$\bar{\sigma}(F_l(P,K)(j\omega))$  est la valeur singulière maximale de la matrice  $F_l(P,K)(j\omega)$ , à la pulsation  $\omega$ . Comme mentionné au chapitre 3, ce problème est souvent ramené à un problème sous-optimal qui consiste à trouver un correcteur  $K$  tel que  $\|F_l(P,K)\|_\infty < \gamma$ , avec  $\gamma$  un paramètre d'évaluation des performances.

La construction et l'utilisation des pondérations permettant d'exprimer les performances souhaitées pour le système en boucle fermée sont développées en détails dans la section 5.3, où la synthèse  $H_\infty$  standard est appliquée à la commande du tube piézoélectrique.

#### Modélisation de l'incertitude :

Il existe plusieurs formes d'expression d'incertitudes mais la plus utilisée pour la commande des actionneurs piézoélectriques est l'incertitude multiplicative directe en entrée, dont la structure est représentée dans la figure Fig. 5.7.

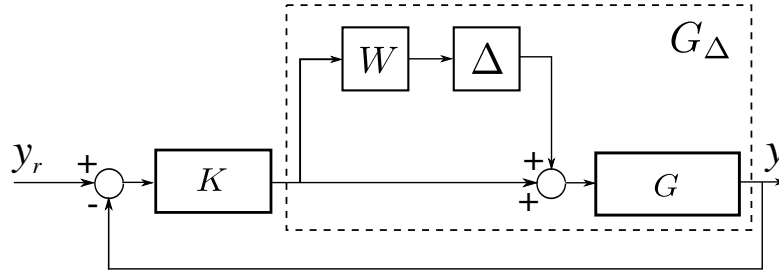


FIGURE 5.7: Schéma de la formulation de l'incertitude multiplicative en entrée.

Dans cette figure,  $G_\Delta$  désigne le modèle du système avec incertitude,  $W$  désigne la fonction de pondération de l'incertitude  $\Delta$ . Dans la construction du correcteur, on considère que  $G_\Delta$  représente les modèles perturbés par rapport à un modèle nominal  $G_o$ , avec  $G_\Delta$  exprimé comme suit :

$$G_\Delta(s) = G_o(s)[1 + \Delta(s)W(s)]. \quad (5.14)$$

$\Delta(s)$  est une fonction de transfert stable, telle que  $\|\Delta(s)\|_\infty \leq 1$  et  $W(s)$  une fonction de transfert qui spécifie la taille de l'incertitude. La condition de stabilité en présence de l'incertitude paramétrée par  $W(s)$  est appliquée dans la [section 5.3](#), pour la synthèse du correcteur pour le tube piézoélectrique, par la synthèse  $H_\infty$  standard.

### 5.2.2 Méthodes utilisées pour la prise en compte des couplages

La commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques multi-axes est rendue difficile par la présence du phénomène de couplage entre les axes. Pour un système piézoélectrique multivariable avec  $k$  entrées ( $U_j$  avec  $1 \leq j \leq k$ ) et  $n$  sorties ( $y_i$  avec  $1 \leq i \leq n$ ), le modèle dynamique linéaire est exprimé par :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1k}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2k}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \cdots & G_{nk}(s) \end{pmatrix}}_{G(s)} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_k \end{pmatrix}, \quad (5.15)$$

où les dynamiques des couplages sont représentées par  $G_{ij}(s)$  avec  $i \neq j$ .

Par exemple, pour le cas d'un tube piézoélectrique, le modèle dynamique utilisé pour la synthèse des correcteurs est :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{xx}(s) & G_{xy}(s) & G_{xz}(s) \\ G_{yx}(s) & G_{yy}(s) & G_{yz}(s) \\ G_{zx}(s) & G_{zy}(s) & G_{zz}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}. \quad (5.16)$$

Cependant, l'utilisation de l'intégralité de ce modèle (en gardant les termes pour les transferts directs et les couplages ensemble) aboutit à des correcteurs d'ordre élevé difficiles à implémenter. Pour contourner ce problème, certains travaux utilisent des modèles découplés, considérés pour une plage spécifique de fréquences où l'amplitude des couplages est négligeable. Par exemple, il a été montré dans [48, 129] que l'amplitude des couplages devient importante à des fréquences proches de la première fréquence de résonance de l'actionneur, et relativement très faible à basses fréquences. Par conséquent, le correcteur peut être synthétisé en se basant uniquement sur la dynamique des transferts directs [214, 175, 18].

Pour prendre en compte les couplages lors de la synthèse du correcteur, le système est d'abord découplé et les couplages sont considérés comme des perturbations. Le modèle de l'équation Eq. 5.15 devient :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{xx}(s) & 0 & 0 \\ 0 & G_{yy}(s) & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix}, \quad (5.17)$$

avec  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$  les perturbations fictives correspondant aux couplages. Différentes techniques existent pour modéliser ces perturbations. Dans [159] par exemple, elles ont été modélisées en se basant sur la valeur numérique des amplitudes maximales (pire cas) que les couplages peuvent atteindre. Dans [216], les perturbations sont modélisées à partir des réponses fréquentielles des couplages, en utilisant des filtres passe-bande, calibrés à la fréquence correspondant à l'amplitude maximale des couplages.

Il est à noter que, certaines techniques de commande basées sur la modélisation par la représentation d'état sont utilisées pour synthétiser des correcteurs multivariables sans recourir aux méthodes de découplage sus-mentionnées. C'est le cas de la commande LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) classique, qui a été utilisée pour la commande des actionneurs piézoélectriques multi-axes dans [77, 141, 148, 173, 199].

### 5.3 Proposition d'un modèle linéaire dynamique, et commande $H_\infty$ pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes

Dans cette section nous proposons un modèle linéaire et dynamique pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes. Ce modèle prend en compte l'hystérésis, le creep, les oscillations mal-amorties et les couplages. Pour modéliser l'hystérésis, nous utilisons un modèle linéaire basée sur l'approximation quadrilatérale suivie d'une incertitude. Pour modéliser le creep et les oscillations mal-amorties nous utilisons les modèles dynamiques linéaires (modèle LTI du creep et des oscillations mal-amorties) utilisés au chapitre 2. Ce modèle est ensuite utilisé pour proposer une technique de commande par découplage, basée sur la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle fermée. Pour réaliser le découplage du système, les couplages sont considérés comme des perturbations. Ce découplage est accompagné de la formulation d'une perturbation fictive globale, qui inclut les couplages et le creep. Lors de la synthèse du correcteur, cette perturbation est gérée grâce à la technique  $H_\infty$  standard.

L'intérêt du modèle linéaire proposé est qu'il est simple à identifier par rapport aux techniques qui utilisent les modèles non-linéaires d'hystérésis ou du creep. En outre, il facilite la

synthèse des correcteurs linéaires tout en tenant compte de l'effet des non-linéarités hystérésis et creep (l'hystérésis pris en compte dans l'incertitude du modèle et le creep inclus dans la perturbation). La technique de découplage proposée permet de synthétiser des correcteurs d'ordre réduit et facilement implémentables expérimentalement.

### 5.3.1 Modèle monovariante, linéaire et dynamique suivi d'une incertitude

Dans le chapitre 3-section 3.5.1, nous avons proposé un modèle complet de la déflexion pour un actionneur piézoélectrique (Eq. 3.21). Dans ce modèle, l'hystérésis est pris en compte en utilisant le modèle de Bouc-Wen, qui est un modèle non-linéaire. Dans cette sous-section, un modèle linéaire d'hystérésis est proposé et l'équation Eq. 3.21 devient

$$y = D(s) H_L(U) + Cr(s)U, \quad (5.18)$$

avec  $H_L(U)$  un modèle linéaire d'hystérésis, qui remplace le modèle de Bouc-Wen. La modélisation de  $H_L(U)$  est basée sur une approximation quadrilatérale, qui consiste à réduire une courbe nonlinéaire en un quadrilatère (Fig. 5.8) [167]. L'approximation quadrilatérale est un cas particulier du modèle multilinéaire (plurilinéaire) utilisé dans [166]. Cette approximation est généralement possible pour les actionneurs piézoélectriques, qui représentent en général un hystérésis non-saturé, contrairement aux actionneurs magnétostrifs, alliages à mémoire de forme, etc.

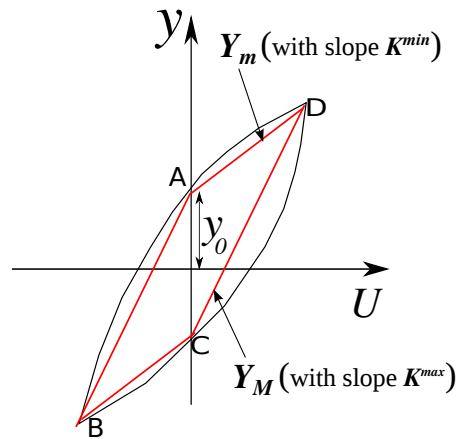


FIGURE 5.8: Modélisation quadrilatérale de l'hystérésis [167].

A partir du modèle quadrilatéral de la figure Fig. 5.8, considérons  $K^{max}$  et  $K^{min}$  les pentes maximale et minimale des côtés du quadrilatère ABCD (pentes des segments de droites  $Y_M$  et  $Y_m$ ). A partir de ces pentes, trois paramètres sont définis : le gain statique ( $\alpha$ ) qui est la moyenne entre  $K^{max}$  et  $K^{min}$ , l'incertitude sur le gain statique ( $\delta$ ) ainsi qu'un rayon  $r$  :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{K^{max} + K^{min}}{2} \\ r = \frac{K^{max} - K^{min}}{2} \\ -r \leq \delta \leq r \end{cases}, \quad (5.19)$$

et par conséquent, un modèle affine avec incertitude pour l'hystérésis, est obtenu :

$$\begin{cases} H_L(U) = (\alpha + \delta) U + y_0, \\ |\delta| \leq r \end{cases} \quad (5.20)$$

avec  $y_0$  l'offset du segment dont la pente est la plus raide (Fig. 5.8).

En remplaçant  $H_L(U)$  de l'équation Eq. 5.20 dans Eq. 5.18, on obtient :

$$y = (\alpha + \delta) D(s) U + y^H + C^r(s) U, \quad (5.21)$$

avec  $y^H = D(s) y_0$  un terme qui sera considéré comme une perturbation fictive par la suite. L'équation Eq. 5.20 peut à son tour être factorisée comme suit :

$$y = \left(1 + \frac{\delta}{\alpha}\right) \alpha D(s) U + y^H + C^r(s) U. \quad (5.22)$$

L'incertitude dans l'équation Eq. 5.22 est de type multiplicative directe (Eq. 5.14) et sera représentée par le terme  $\Delta$  pondérée par le terme  $W$ . En outre, nous remarquons qu'on peut intégrer le creep et le terme  $y^H$  dans une perturbation fictive  $d$  :

$$y = (1 + \Delta(s) W(s)) \alpha D(s) U + \underbrace{y^H + C^r(s) U}_{\text{perturbation } d}, \quad (5.23)$$

avec

$$\begin{cases} \|\Delta\|_\infty \leq 1 \\ W = \frac{r}{\alpha} = \frac{K^{max} - K^{min}}{2\alpha}. \end{cases} \quad (5.24)$$

L'implémentation du modèle de l'équation Eq. 5.23 est représentée par la figure Fig. 5.9.

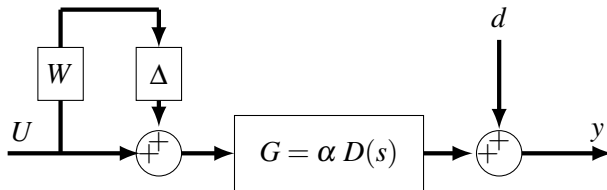


FIGURE 5.9: Modèle linéaire pour la déflexion  $y$  d'un actionneur piézoélectrique actionné par une tension  $U$ .  $\Delta$  représente l'incertitude normalisée ( $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ ), pondérée par une fonction  $W$ .  $d$  représente une perturbation fictive au système, qui englobe l'offset de l'hystérésis et le creep.

### 5.3.2 Extension à la modélisation multivariable

Dans cette section, nous proposons d'étendre ce modèle monovariabile à un modèle adapté aux actionneurs piézoélectriques multi-axes. Nous allons nous limiter aux cas des actionneurs ayant le même nombre d'entrées et de sorties (Fig. 5.10). Pour faciliter l'extension, l'équation Eq. 5.23 est mise sous cette forme :

$$\begin{cases} y = k D(s) U + y^H + C^r(s) U \\ k = (1 + \Delta(s) W(s)) \alpha. \end{cases} \quad (5.25)$$

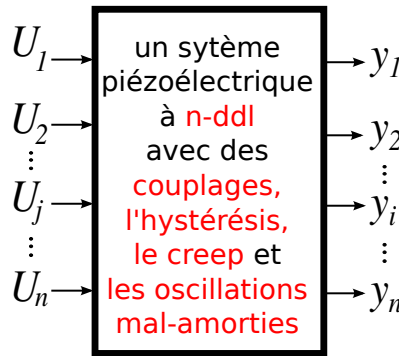


FIGURE 5.10: Un système piézoélectrique multi-axes, avec  $n$  entrées et  $n$  sorties.

Dans un premier temps, nous proposons de généraliser la première équation de Eq. 5.25 par

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix}}_K \circ \underbrace{\begin{pmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) & \cdots & D_{1n}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) & \cdots & D_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{n1}(s) & D_{n2}(s) & \cdots & D_{nn}(s) \end{pmatrix}}_{D(s)} \underbrace{\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}}_U + \underbrace{\begin{pmatrix} y_1^H \\ y_2^H \\ \vdots \\ y_n^H \end{pmatrix}}_{y^H} + \underbrace{\begin{pmatrix} C_{11}^r(s) & C_{12}^r(s) & \cdots & C_{1n}^r(s) \\ C_{21}^r(s) & C_{22}^r(s) & \cdots & C_{2n}^r(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}^r(s) & C_{n2}^r(s) & \cdots & C_{nn}^r(s) \end{pmatrix}}_{C^r(s)} \underbrace{\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}}_U, \quad (5.26)$$

où  $K \circ D(s)$  indique le produit matricielle de Hadamard :  $(K \circ D(s))_{i,j} = k_{ij} D_{ij}(s)$ .

Ensuite, en développant l'équation Eq. 5.26 nous obtenons une équation reliant chaque sortie  $y_i$ , l'entrée  $U_j$  et l'offset  $y_i^H$  comme suit :

$$y_i = \underbrace{\sum_{j=1}^n k_{ij} D_{ij}(s) U_j}_{\text{hysteresis}} + \underbrace{y_i^H}_{\substack{\text{direct} \\ \text{hysteresis} \\ \text{offset}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^n C_{ij}^r(s) U_j}_{\text{creep}}. \quad (5.27)$$

Les indices  $i$  et  $j$  désignent respectivement la sortie concernée dans le vecteur  $y$  et l'entrée considérée dans le vecteur  $U$ . Lorsque  $i = j$  nous avons un transfert direct et lorsque  $i \neq j$  nous avons un couplage. En séparant les termes des transferts directs et les couplages pour l'hystérésis et le creep, l'équation Eq. 5.27 devient :

$$y_i = \underbrace{k_{ii} D_{ii}(s) U_i}_{\text{hysteresis-directs}} + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} D_{ij}(s) U_j}_{\text{hysteresis-couplages}} + \underbrace{y_i^H}_{\substack{\text{offset} \\ \text{d'hysteresis} \\ \text{directs}}} + \underbrace{C_{ii}^r(s) U_i}_{\text{creep-directs}} + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n C_{ij}^r(s) U_j}_{\text{creep-couplages}}. \quad (5.28)$$

Rappelons que, la stratégie de modélisation adoptée consiste à combiner l'offset de l'hystérésis, le creep ainsi que les couplages dans une perturbation fictive. L'équation Eq. 5.28 devient donc :

$$y_i = k_{ii} D_{ii}(s) U_i + y_i^H + \underbrace{d_{ii}^{Cr} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij}^H + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij}^{Cr}}_{\text{perturbation } d_i}, \quad (5.29)$$

avec  $y_i^H$  l'offset pour l'hystérésis du transfert direct, et  $d_{ii}^{Cr}$ ,  $d_{ij}^H$ , et  $d_{ij}^{Cr}$ , qui désignent respectivement les *worst cases* des creep pour les transferts directs, l'hystérésis pour les couplages et le creep pour les couplages. En outre, la considération des couplages en tant que perturbation permet de découpler le système et d'étudier chaque axe  $i$  (avec  $1 \leq i \leq n$ ) de l'actionneur indépendamment. Par conséquent, l'indice  $ii$  utilisée dans les équations précédentes sera remplacée pour la suite par  $i$ .

En remplaçant le gain  $k_i$  de l'équation Eq. 5.29 par la deuxième équation de Eq. 5.25 le modèle final qui régit la déflexion de l'actionneur pour l'axe  $i$  (dont l'implémentation est représentée à la figure Fig. 5.11) est :

$$\begin{cases} y_i = (1 + \Delta_i(s) W_i(s)) \alpha_i D_i(s) U_i + d_i \\ d_i = |y_i^H| + |d_{ii}^{Cr}| + \sum_{j \neq i}^n |d_{ij}^H| + \sum_{j \neq i}^n |d_{ij}^{Cr}|. \end{cases} \quad (5.30)$$

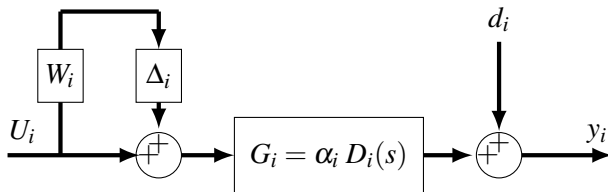


FIGURE 5.11: Implémentation du modèle proposé pour l'axe  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) : les couplages, le creep et les offset de l'hystérésis des transferts directs sont regroupés dans une perturbation  $d_i$ .  $\Delta_i$  représente l'incertitude normalisée pour l'axe  $i$  ( $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$ ).

Finalement, à partir de l'équation Eq. 5.30, le modèle linéaire, dynamique et découplé pour un actionneur piézoélectrique à  $n$  entrées et  $n$  sorties est :



$$\underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}}_y = \left[ \text{diag} \begin{pmatrix} (1 + \Delta_1(s)W_1(s))\alpha_1 D_1(s) \\ (1 + \Delta_2(s)W_2(s))\alpha_2 D_2(s) \\ \vdots \\ (1 + \Delta_n(s)W_n(s))\alpha_n D_n(s) \end{pmatrix} \right] \underbrace{\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}}_U + \underbrace{\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}}_d \quad (5.31)$$

L'équation Eq. 5.31 peut se mettre sous la forme

$$y = [(I + \Delta W) \alpha] \circ D(s) U + d, \quad (5.32)$$

avec  $\Delta$  une incertitude structurée et normalisée :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Delta_n \end{pmatrix},$$

avec  $\|\Delta\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|\Delta_i\| \leq 1$  et

$$W = \begin{pmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_n \end{pmatrix}.$$

### 5.3.3 Commande $H_\infty$ standard pour les actionneurs piézoélectriques à $n$ -ddl

#### 5.3.3.1 Spécifications et fonctions de pondération

L'étape de caractérisation de l'actionneur permet de spécifier les performances que l'on souhaite obtenir pour le système en boucle fermée, en termes de suivi de consigne, de modération de la commande et du rejet des perturbations. La structure du système en boucle fermée est représentée à la figure Fig. 5.12, où  $W_e^i$ ,  $W_U^i$  and  $W_d^i$  sont des pondérations relatives aux signaux  $e_i$  (erreur),  $U_i$  (la commande) et  $d_i$  (la perturbation), respectivement, introduites pour exprimer les performances souhaitées pour le système en boucle fermée.  $\tilde{z}_i$  et  $\tilde{U}_i$  sont de nouvelles sorties appelées aussi sorties pondérées, et  $\tilde{d}_i$  est une entrée pondérée.  $y_{iref}$  désigne la consigne au système contrôlé et  $C_i$  les correcteurs à calculer en utilisant la synthèse  $H_\infty$  standard.

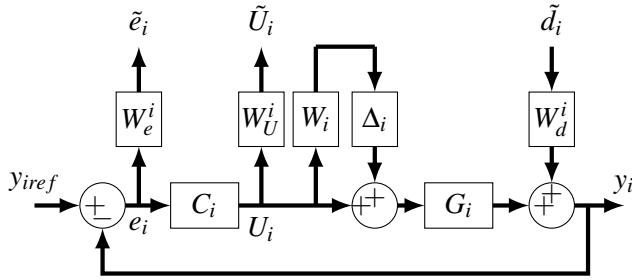


FIGURE 5.12: La structure du système en boucle fermée, augmentée des fonctions de pondération.  $\Delta_i$  représente l'incertitude normalisée pour chaque axe  $i$  ( $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$ ).

En présence d'une incertitude multiplicative directe en entrée, les conditions de stabilité et de performance robuste [58, 188, 219], associées au schéma de la figure Fig. 5.12 sont :

$$|T_i| < \frac{1}{|W_i|} \quad \text{et} \quad |W_e^i S_i| + |W_i T_i| < 1, \quad (5.33)$$

avec

$$S_i = \frac{1}{1 + G_i C_i} \quad \text{et} \quad T_i = \frac{G_i C_i}{1 + G_i C_i}, \quad (5.34)$$

la fonction de sensibilité et la fonction de transfert du système en boucle fermée ou sensibilité complémentaire (voir Eq. 5.2), respectivement. En appliquant ces conditions, la pondération  $W_i$  peut être ramenée en sortie  $y_i$  et le schéma de la figure Fig. 5.12 devient celui de la figure Fig. 5.13, qui est le schéma utilisé pour définir le problème  $H_\infty$  standard et calculer le correcteur  $C_i$ .

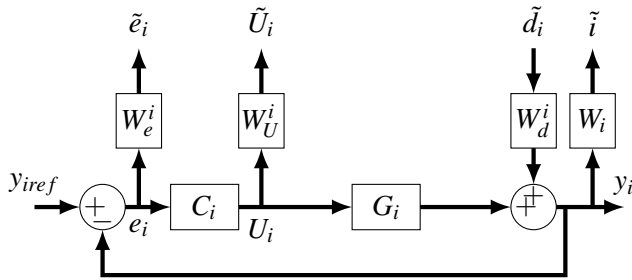


FIGURE 5.13: La représentation à partir de laquelle le problème  $H_\infty$  standard est défini (la représentation équivalente au schéma de la figure Fig. 5.12 en termes de conditions de stabilité et performance).

Les fonctions de pondération sont définies à partir du cahier des charges suivant :

— Suivi de consigne :

nous souhaitons un temps de réponse maximal  $t_i^r$ , une erreur statique inférieure à  $\varepsilon_i$  et un dépassement ( $v_i$ ) nul pour chaque axe  $i$  de l'actionneur. La fonction de pondération qui satisfait ces différentes spécifications est donnée par [159] [188] [29] :

$$\frac{1}{W_e^i} = \frac{\theta_i s + 3\varepsilon_i/t_i^r}{s + 3/t_i^r}, \quad (5.35)$$

avec  $\theta_i = 1 + v_i$ . Pour un dépassement nul,  $\theta_i = 1$ .

- Modération de commande  $U_j$  :

l'objectif de la modération de la commande est de limiter  $U_j$  afin d'éviter la saturation de l'actionneur. Cela revient à imposer la tension maximale  $U_j^{max}$  admissible pour une déflexion  $y_{iref}^{max}$  par le biais de la pondération  $W_U^i$  :

$$\frac{1}{W_U^i} = \frac{U_i^{max}}{y_{iref}^{max}}. \quad (5.36)$$

- Rejet de perturbations  $d_i$  :

l'objectif de cette pondération est de définir la capacité du système en boucle fermée à rejeter la perturbation  $d_i$ . En désignant  $\rho = |y_{iref} - y_i|$  [ $\mu m$ ] comme effet de la perturbation sur l'axe  $i$ , l'erreur statique due à la perturbation  $d_i$  peut être calculée comme suit :

$$\varepsilon_i^d = \frac{\rho}{d_i^{wc}}, \quad (5.37)$$

avec  $d_i^{wc}$  la valeur représentant le pire cas pour la perturbation  $d_i$ , obtenu à partir de l'équation Eq. 5.30. En notant  $t_i^{rd}$  le temps de réponse relatif au rejet de la perturbation, la pondération pour le rejet de perturbation est donnée par la relation :

$$\frac{1}{W_e^i W_d^i} = \frac{\theta_i s + 3\varepsilon_i^d/t_i^{rd}}{s + 3/t_i^{rd}}, \quad (5.38)$$

la structure de ce gabarit étant prise similaire à celle du suivi de consigne.

- Pondération de l'incertitude : la pondération de l'incertitude pour l'axe  $i$  ( $W_i$ ) est calculée directement à partir de l'équation Eq. 5.24 (page 107).

### 5.3.3.2 Problème $H_\infty$ standard et calcul du correcteur

Les fonctions de pondération étant définies, la structure de la figure Fig. 5.13 est transformée en un schéma standard représenté à la figure Fig. 5.14.

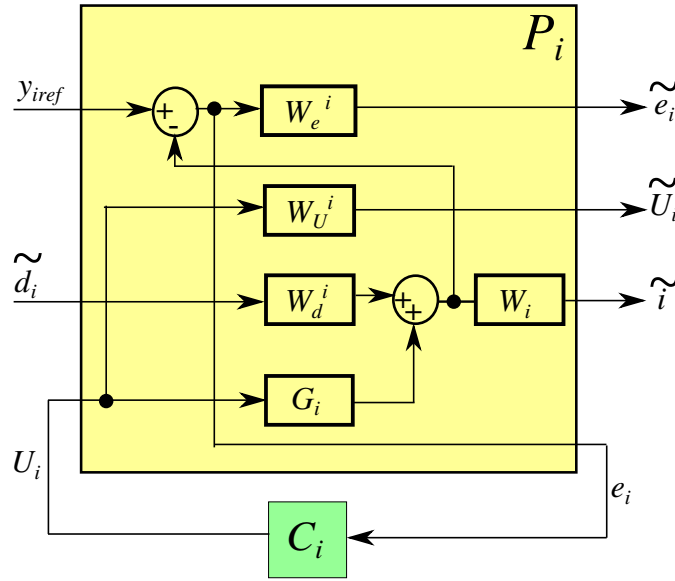


FIGURE 5.14: Schéma standard de la synthèse  $H_\infty$  pour chaque axe  $i$ .

A partir de ce schéma, le transfert  $F_l(P_i, C_i)$  entre les entrées exogènes  $(y_{iref} \ \tilde{d}_i)^T$  et les sorties exogènes  $(\tilde{z}_i \ \tilde{U}_i \ \tilde{i})^T$  est défini par :

$$\begin{pmatrix} \tilde{z}_i \\ \tilde{U}_i \\ \tilde{i} \end{pmatrix} = [F_l(P_i, C_i)] \begin{pmatrix} y_{iref} \\ \tilde{d}_i \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

i.e.

$$F_l(P_i, C_i) = \begin{pmatrix} W_e^i S_i & -W_e^i S_i W_d^i \\ W_U^i C_i S_i & -W_U^i C_i S_i W_d^i \\ W_i G_i C_i S_i & W_i S_i W_d^i \end{pmatrix}. \quad (5.40)$$

Le problème  $H_\infty$  standard qui consiste à trouver le correcteur  $C_i(s)$  tel que :

$$\|F_l(P_i, C_i)\|_\infty < \gamma, \quad (5.41)$$

permet par conséquent d'aboutir à la condition suivante :

$$\begin{pmatrix} \|W_e^i S_i\|_\infty < \gamma & \| -W_e^i S_i W_d^i \|_\infty < \gamma \\ \|W_U^i C_i S_i\|_\infty < \gamma & \| -W_U^i C_i S_i W_d^i \|_\infty < \gamma \\ \|W_i G_i C_i S_i\|_\infty < \gamma & \|W_i S_i W_d^i\|_\infty < \gamma \end{pmatrix}. \quad (5.42)$$

Cette condition est satisfaite si les inégalités suivantes sont assurées :

$$\begin{pmatrix} |S_i| < \left| \frac{1}{W_e} \right| \gamma_i & |S_i| < \left| \frac{1}{W_e W_d} \right| \gamma_i \\ |C_i S_i| < \left| \frac{1}{W_U} \right| \gamma_i & |C_i S_i| < \left| \frac{1}{W_U W_d} \right| \gamma_i \\ |G_i C_i S_i| < \left| \frac{1}{W_i} \right| \gamma_i & |S_i| < \left| \frac{1}{W_i W_d} \right| \gamma_i \end{pmatrix}. \quad (5.43)$$

A partir de cette condition, nous avons utilisé l'algorithme DGKF [51][70] pour trouver chaque correcteur  $C_i(s)$  ( $i = 1 \rightarrow n$ ). Les correcteurs  $C_i(s)$  obtenus permettent enfin de construire le correcteur global du système multi-axes :

$$C(s) = \text{diag}(C_i(s)). \quad (5.44)$$

On note que  $C(s)$  un correcteur multivariable diagonale puisque les couplages sont pris en compte dans la perturbation  $d_i$  affectant chaque axe  $i$ .

### 5.3.4 Application au tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl

Cette section vise à appliquer la méthode de modélisation et la stratégie de commande par la synthèse  $H_\infty$  proposées dans la sous-section précédente au tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl. Les paramètres du modèle linéaire, dynamique et découplé proposés sont identifiés à partir des données de caractérisation de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, obtenues au chapitre 2 (Fig. 2.15, Fig. 2.17, Fig. 2.19).

#### 5.3.4.1 Modèle linéaire et dynamique du tube piézoélectrique

En suivant le modèle proposé dans l'équation Eq. 5.31, le modèle de la déflexion du tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl est de la forme :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \left[ \text{diag} \begin{pmatrix} (1 + \Delta_x(s)W_x(s))\alpha_x D_x(s) \\ (1 + \Delta_y(s)W_y(s))\alpha_y D_y(s) \\ (1 + \Delta_z(s)W_z(s))\alpha_z D_z(s) \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix}, \quad (5.45)$$

où  $W_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $D_i(s)$  et  $d_i$  ( $i \in \{x,y,z\}$ ) sont des paramètres à identifier. Son implémentation est représentée par la figure Fig. 5.15.

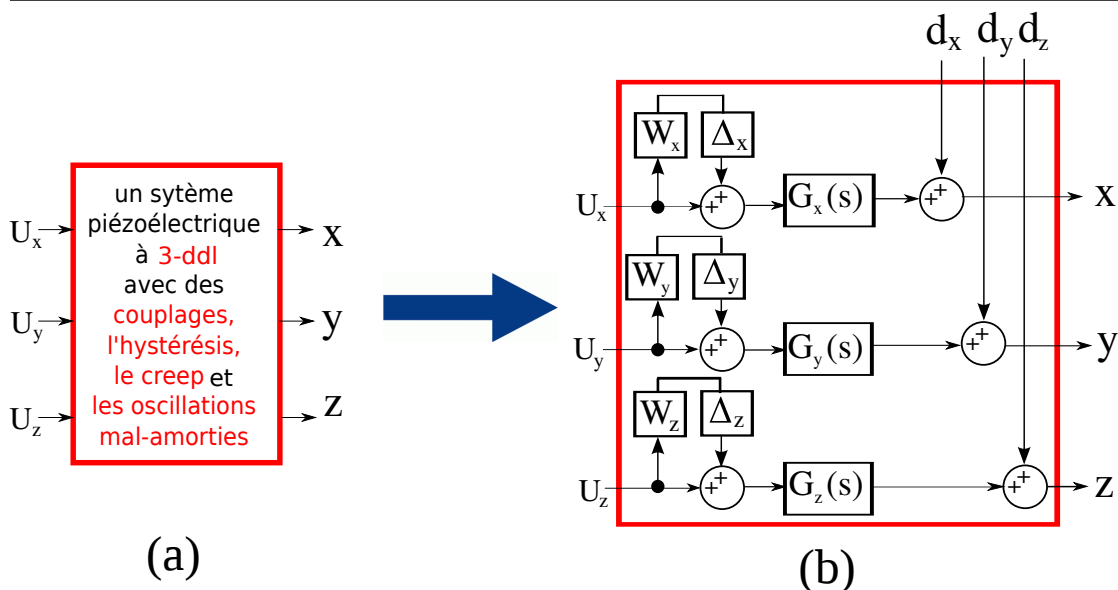


FIGURE 5.15: (a) : un système piézoélectrique 3-ddl couplé, non-linéaire et oscillant. (b) : approximation de ce système en trois systèmes monovariables.

**Identification des  $\alpha_i$  :**

La figure Fig. 5.16 représente le modèle quadrilatéral appliqué à chacune des courbes d'hystérésis des transferts directs du tube piézoélectrique issues des figures Fig. 2.15-(a),(e) et (i) ainsi que les valeurs numériques des pentes  $K^{max}$  et  $K^{min}$  correspondantes.

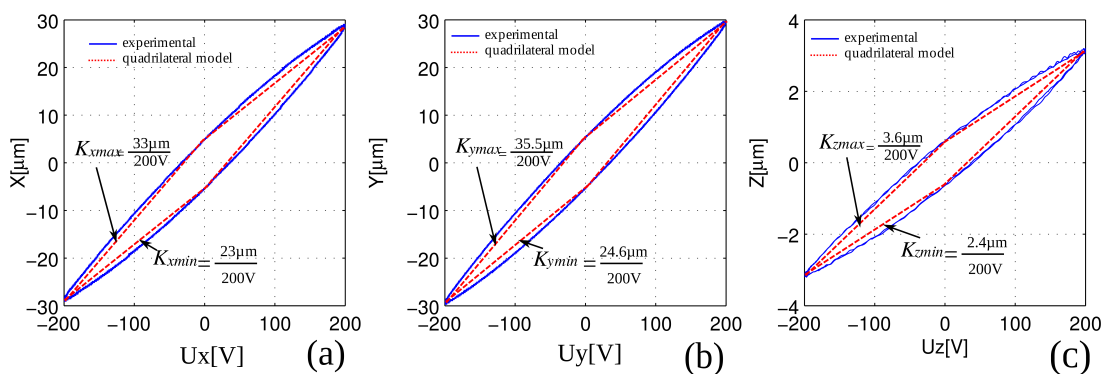


FIGURE 5.16: Approximation quadrilatérale de l'hystérésis pour chacun des trois axes.

En utilisant la première équation de Eq. 5.19, les valeurs numériques de  $\alpha_i$  sont obtenues :

$$\begin{cases} \alpha_x = 0.1400 \\ \alpha_y = 0.1502 \\ \alpha_z = 0.0150. \end{cases} \quad (5.46)$$

**Identification des dynamiques  $D_i(s)$  :**

Selon le modèle de l'équation Eq. 5.45, les dynamiques à identifier sont  $D_x(s)$ ,  $D_y(s)$  et  $D_z(s)$ . Ces dynamiques sont obtenues en normalisant les transferts  $G_{xx}(s)$ ,  $G_{yy}(s)$  et  $G_{zz}(s)$  de l'équation Eq. 2.37. Ces dynamiques normalisées sont :

$$\begin{cases} D_x(s) = \frac{2438s^3 + 1.558 \times 10^7 s^2 + 2.208 \times 10^{11} s + 4.738 \times 10^{12}}{s^4 + 6533s^3 + 4.478 \times 10^7 s^2 + 2.348 \times 10^{11} s + 4.738 \times 10^{12}} \\ D_y(s) = \frac{2787s^3 - 9.459 \times 10^6 s^2 + 5.658 \times 10^{11} s + 7.251 \times 10^{12}}{s^4 + 9218s^3 + 7.234 \times 10^7 s^2 + 6.096 \times 10^{11} s + 7.251 \times 10^{12}} \\ D_z(s) = \frac{2.182 \times 10^{14}}{s^3 + 6.675 \times 10^4 s^2 + 7.594 \times 10^9 s + 2.182 \times 10^{14}} \end{cases} \quad (5.47)$$

On remarque que  $D_x(s=0) = D_y(s=0) = D_z(s=0) = 1$ .

**Identification des perturbations  $d_i$  au pire cas :**

Dans cette partie, nous identifions les valeurs numériques des perturbations en considérant les pires cas. Selon l'équation Eq. 5.30 et en considérant un système à 3-ddl avec  $U_x$ ,  $U_y$  et  $U_z$  comme entrées et  $x$ ,  $y$  et  $z$  comme sorties, les relations permettant de calculer ces valeurs numériques sont :

$$\begin{cases} d_x = |y_x^H| + |d_{xx}^{Cr}| + |d_{xy}^H| + |d_{xz}^H| + |d_{xy}^{Cr}| + |d_{xz}^{Cr}| \\ d_y = |y_y^H| + |d_{yy}^{Cr}| + |d_{yx}^H| + |d_{yz}^H| + |d_{yx}^{Cr}| + |d_{yz}^{Cr}| \\ d_z = |y_z^H| + |d_{zz}^{Cr}| + |d_{zx}^H| + |d_{zy}^H| + |d_{zx}^{Cr}| + |d_{zy}^{Cr}|. \end{cases} \quad (5.48)$$

A partir des caractérisations des figures Fig. 2.15, Fig. 2.17, Fig. 2.19 (pages 34, 37 et 40), les valeurs numériques des perturbations  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$  sont :

$$\begin{cases} d_x = |5| + |5.2| + |1.5| + |-0.4| + |-0.2| + |-0.3| \\ \quad = 12.6 \mu m \\ d_y = |5| + |4| + |-0.5| + |0.6| + |-0.1| + |-1.2| \\ \quad = 11.4 \mu m \\ d_z = |0.6| + |0.5| + |1.5| + |0.8| + |0.3| + |0.15| \\ \quad = 3.8 \mu m. \end{cases} \quad (5.49)$$

**Identification des pondérations d'incertitude  $W_i$  :**

Les pondérations  $W_i$  ( $i \in \{x, y, z\}$ ) sont calculées à partir de la deuxième équation de Eq.5.24, où  $K_i^{max}$  et  $K_i^{min}$  sont identifiées à partir du modèle quadrilatéral de la figure Fig. 5.16. Nous obtenons :

$$\begin{cases} W_x = 0.1786 \\ W_y = 0.1814 \\ W_z = 0.2000 \end{cases} \quad (5.50)$$

### 5.3.4.2 Commande $H_\infty$ du tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl

**Spécifications :** Nous proposons les valeurs numériques suivantes pour le cahier des charges défini en [section 5.3.3.1](#).

- Suivi de trajectoire :
  - un temps de réponse de  $10ms$  pour les axes X et Y, et  $0.5ms$  pour l'axe Z ;
  - une erreur statique inférieure à  $10\%$  ;
  - et un dépassement nul.
- Modération de commande :

Les tensions appliquées à l'actionneur devront être limitées afin d'éviter la saturation de ce dernier. Pour ce faire, nous imposons une tension d'entrée maximale ( $U_x$ ,  $U_y$  et  $U_z$ ) de  $\pm 200V$  pour une référence maximale de  $\pm 30\mu m$  s les axes X et Y, et  $\pm 3\mu m$  pour l'axe Z.
- Rejet de perturbations  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$  :

Nous souhaitons un temps de réponse inférieur à  $5ms$  pour le rejet de perturbations pour les trois axes. En plus, nous fixons  $1\mu m$  comme effet maximal de la perturbation maximale  $d_i^{vc}$ .

A partir des formulations [Eq. 5.35](#) à [Eq. 5.38](#), ces spécifications sont traduites en gabarits fréquentiels comme suit :

$$\begin{cases} \frac{1}{W_e^x} = \frac{s+60}{s+600}, \frac{1}{W_U^x} = \frac{200}{30}, \frac{1}{W_e^x W_d^x} = \frac{s+47.62}{s+600} \\ \frac{1}{W_e^y} = \frac{s+30}{s+300}, \frac{1}{W_U^y} = \frac{200}{30}, \frac{1}{W_e^y W_d^y} = \frac{s+5.263}{s+60} \\ \frac{1}{W_e^z} = \frac{s+60}{s+6000}, \frac{1}{W_U^z} = \frac{200}{30}, \frac{1}{W_e^z W_d^z} = \frac{s+1558}{s+6000} \end{cases} \quad (5.51)$$

#### Calcul du correcteur :

L'objectif est de calculer le correcteur  $C(s)$  tel que :

$$C = \begin{pmatrix} C_x(s) & 0 & 0 \\ 0 & C_y(s) & 0 \\ 0 & 0 & C_z(s) \end{pmatrix}. \quad (5.52)$$

Pour ce faire, le problème de l'équation [Eq. 5.43](#) a été résolu pour chaque axe  $i$  (avec  $i = \{x,y,z\}$ ) en utilisant l'algorithme DGKF sous *Matlab*, et trois correcteurs  $C_x(s)$ ,  $C_y(s)$  et  $C_z(s)$  obtenus sont :

$$\begin{cases} C_x(s) = \frac{39897(s+5784)(s+600)(s+54)(s+20)(s^2+728.4s+4.0 \times 10^7)}{(s+1.7 \times 10^4)(s+600)(s+60)(s^2+35s+692.9)(s^2+5933s+6.3 \times 10^7)} \\ \gamma_{x-opt} = 1.632359 \\ C_y(s) = \frac{11358(s+8832)(s+300)(s+11.9)(s+8.4)(s^2+374.1s+6.8 \times 10^7)}{(s+2.1 \times 10^4)(s+346.3)(s+30)(s+13)(s+1.0)(s^2+5393s+1.5 \times 10^8)} \\ \gamma_{y-opt} = 1.483102 \\ C_z(s) = \frac{2.8 \times 10^5 (s+2 \times 10^5)(s+3.3 \times 10^4)(s+6 \times 10^3)(s+1257)}{(s+2 \times 10^5)(s+3.9 \times 10^4)(s+6 \times 10^3)(s+1627)} \\ \quad \times \frac{(s^2+3 \times 10^4 s+6.4 \times 10^9)}{(s+60)(s^2+3 \times 10^4 s+6.6 \times 10^9)} \\ \gamma_{z-opt} = 2.424572 \end{cases} \quad (5.53)$$

avec  $\gamma_{i-opt}$  ( $i \in \{x,y,z\}$ ) les paramètres d'évaluation de performances.



5.3.4.3 Simulation et implémentation du système en boucle fermée

Simulation du système en boucle fermée :

Avant l'implémentation du correcteur obtenu, des simulations visant à évaluer la satisfaction des spécifications imposées et les performances du système en boucle fermée, ont été réalisées. Pour ce faire, les valeurs singulières des fonctions intervenant dans la condition Eq. 5.43 sont tracées, voir figure Fig. 5.17.

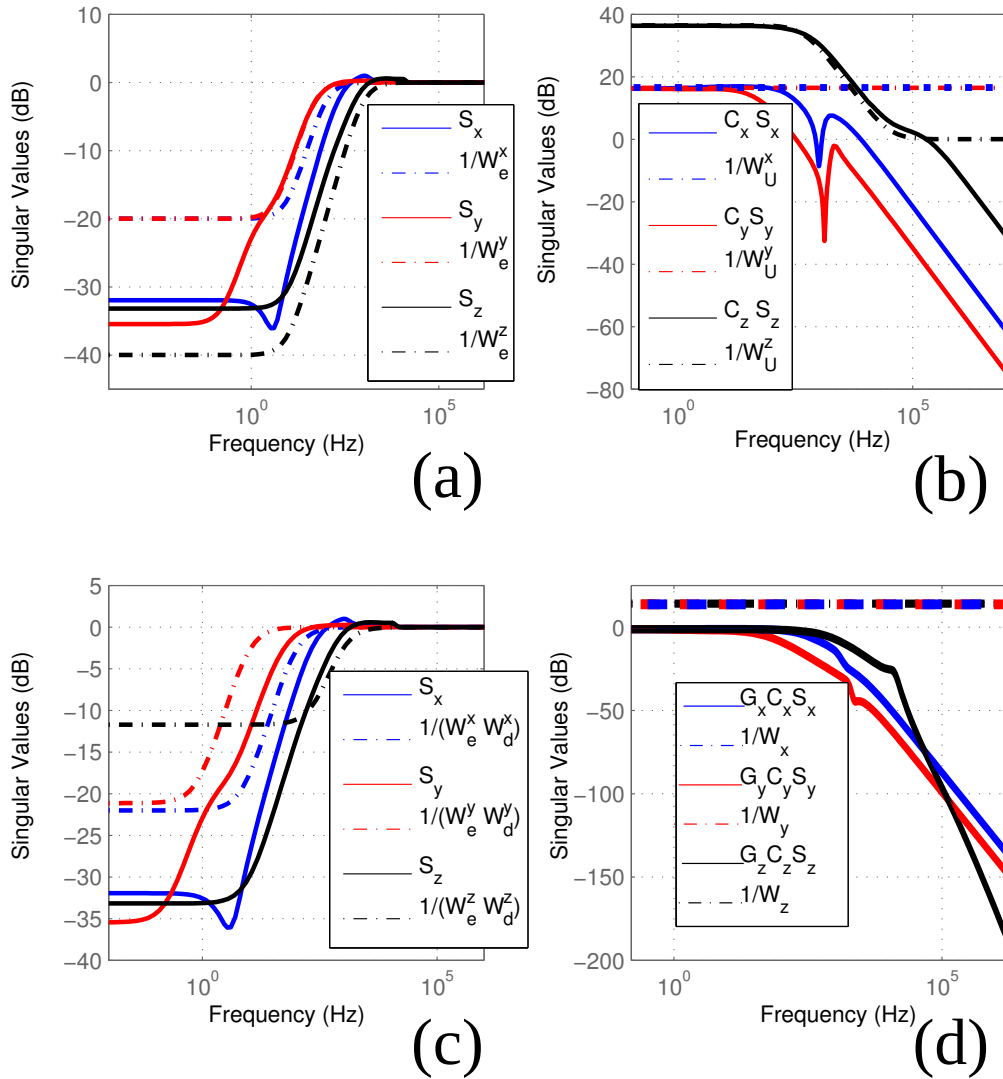


FIGURE 5.17: Vérification de la satisfaction des spécifications imposées pour : (a) suivi de trajectoire, (b) modération de la commande, (c) rejet de la perturbation, (d) stabilité robuste relativement à l'incertitude.

On remarque une satisfaction des spécifications imposées pour le suivi de la trajectoire, la modération de commande, le rejet de perturbation ainsi que les pondérations pour l'incertitude, pour des fréquences inférieures à 85Hz, qui est la bande passante du système en boucle fermée.

En outre, la bande passante du système en boucle fermée et celle du système initial en boucle ouverte ont été comparées. La figure Fig. 5.18 représente les diagrammes de Bode des fonctions de transfert pour les systèmes en boucle ouverte  $G_i(s)$  et les fonctions de transfert en boucle fermée  $T_i(s)$ .

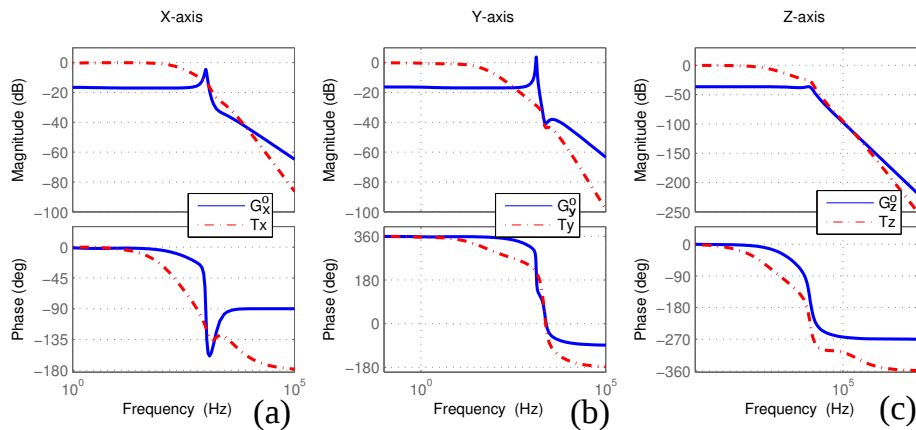


FIGURE 5.18: Les réponses fréquentielles pour le système en boucle ouverte et le système en boucle fermée. (a), (b) et (c) pour les axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , respectivement.

Ces représentations montrent une bande passante cohérente du système en boucle fermée, mais toujours faible par rapport au système initial.

**Evaluation expérimentale de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, pour le système en boucle fermée :**

Après l'étape de simulations, le correcteur calculé a été implémenté expérimentalement selon le schéma de la figure Fig. 5.19. L'hystérésis, le creep et les oscillations mal-amorties pour le système en bouclé fermée ont été ensuite analysés.

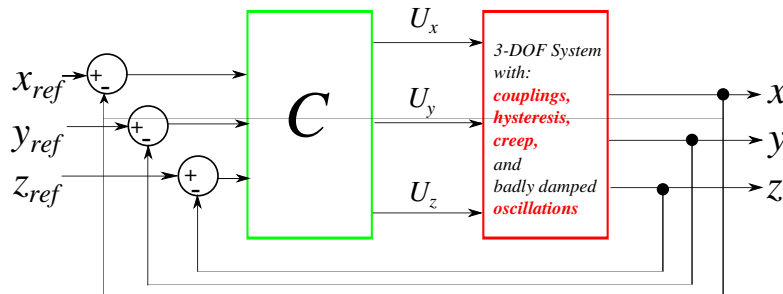


FIGURE 5.19: Le schéma du système en boucle fermée.

Pour caractériser l'hystérésis, des signaux sinusoïdaux  $x_{ref}$ ,  $y_{ref}$  d'amplitude de  $25\mu m$ , et  $z_{ref}$  d'amplitude  $3\mu m$ , tous à une fréquence de 0.1Hz ont été appliquées. Les déflexions correspondantes sont reportées dans la figure Fig. 5.20, où on remarque la capacité du correcteur calculé à supprimer l'hystérésis ainsi qu'à réduire considérablement les amplitudes des couplages.

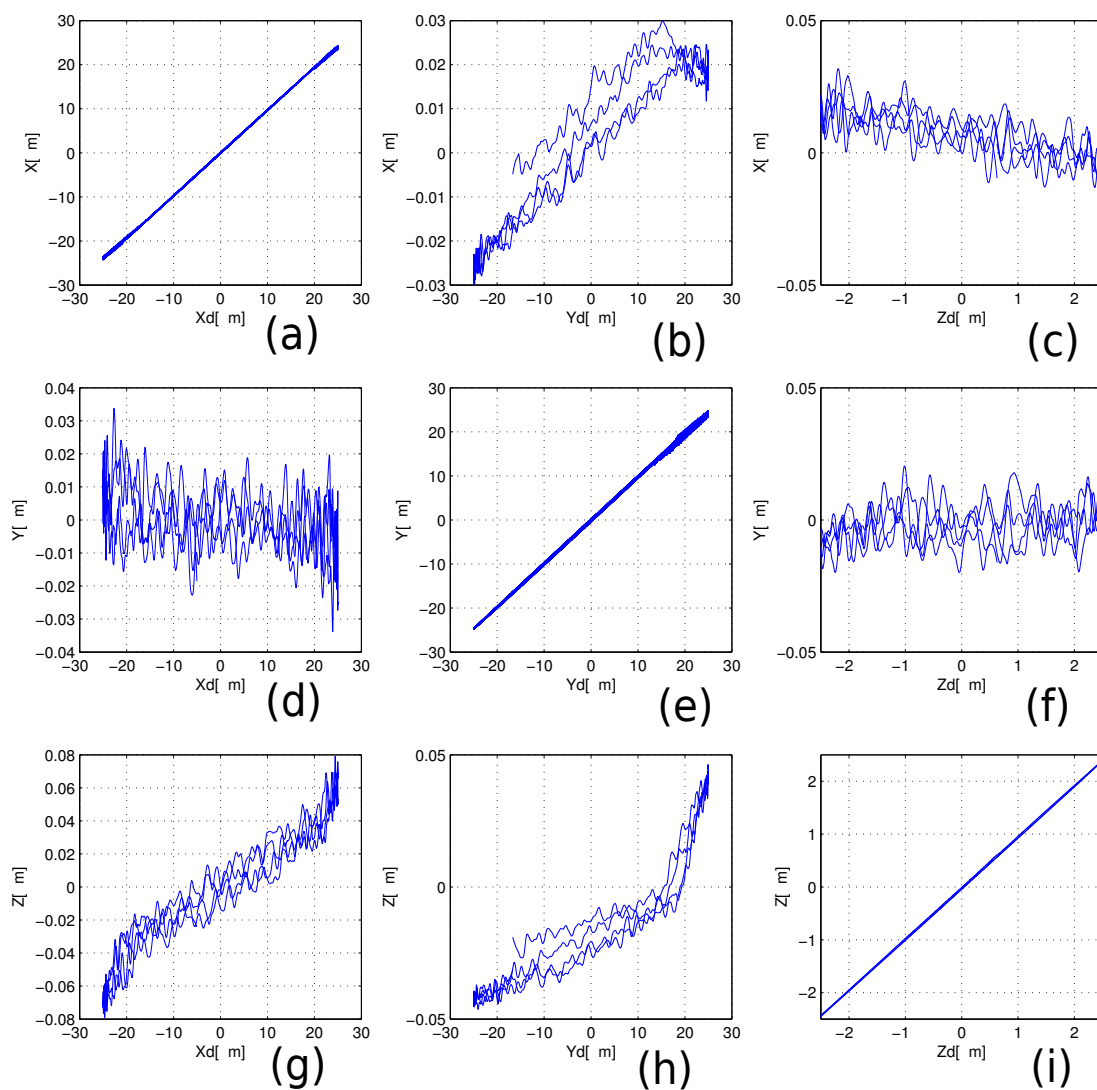


FIGURE 5.20: Vérification de l'hystérésis pour le système en boucle fermée.

Pour observer le creep et les oscillations mal-amorties, des échelons d'amplitude  $25\mu m$  pour  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$ , et  $3\mu m$  pour  $z_{ref}$ , ont été ensuite appliqués. Le creep est observé pendant une durée de 600s et les dynamiques pour une durée de 0.2ms. Les résultats sont reportés dans la figure

Fig. 5.21 pour le creep et Fig. 5.22 pour les oscillations. On remarque une suppression des oscillations et du creep grâce au correcteur calculé.

Enfin, pour tester la capacité du correcteur à rejeter les perturbations, des petites impulsions  $d_1$  à  $d_8$  ont été appliquées au moment de tester le creep (Fig. 5.21). Cela a été réalisé en appliquant un échelon sur l'axe correspondant au couplage pendant une durée très courte. Nous remarquons un rejet rapide de perturbations par le correcteur calculé.

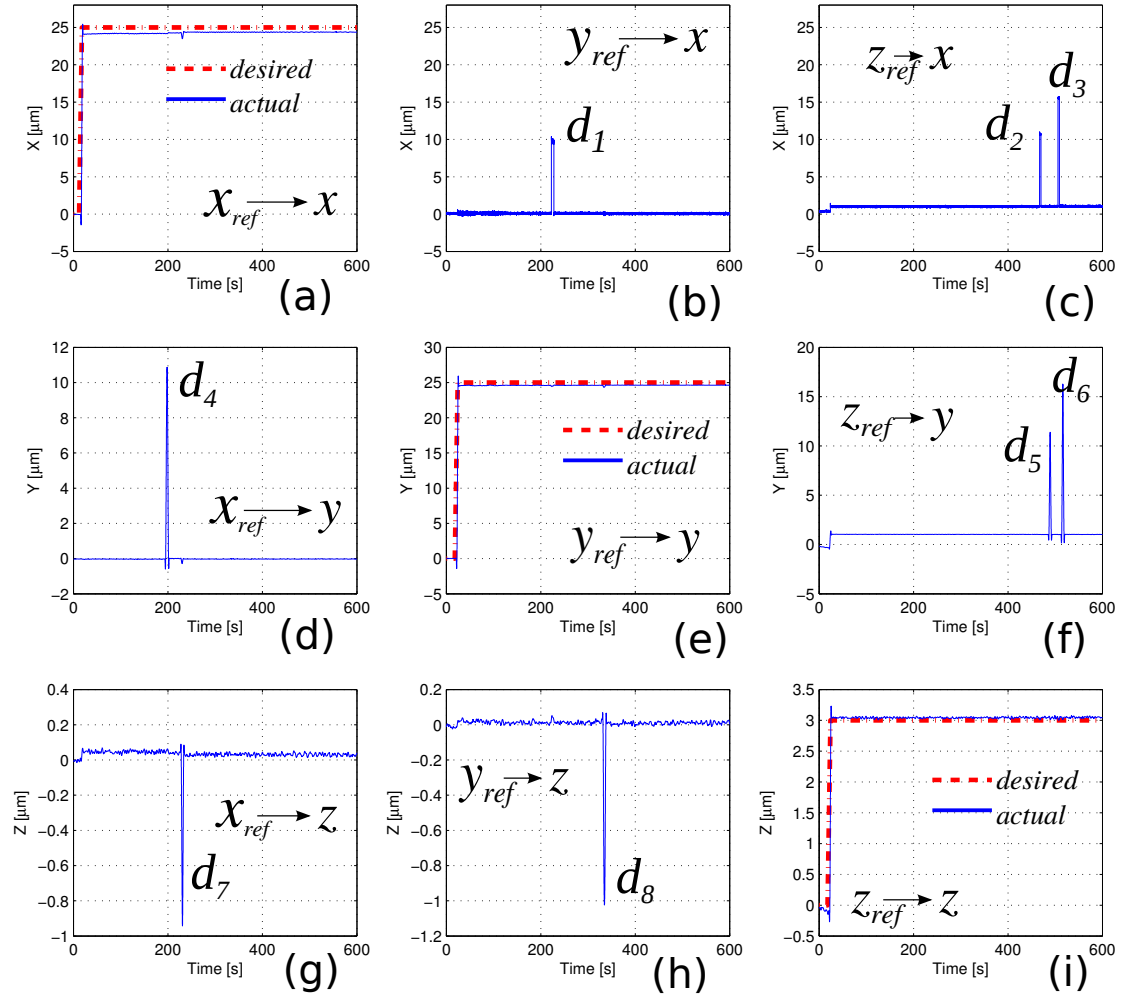


FIGURE 5.21: Vérification du creep pour le système en boucle fermée.

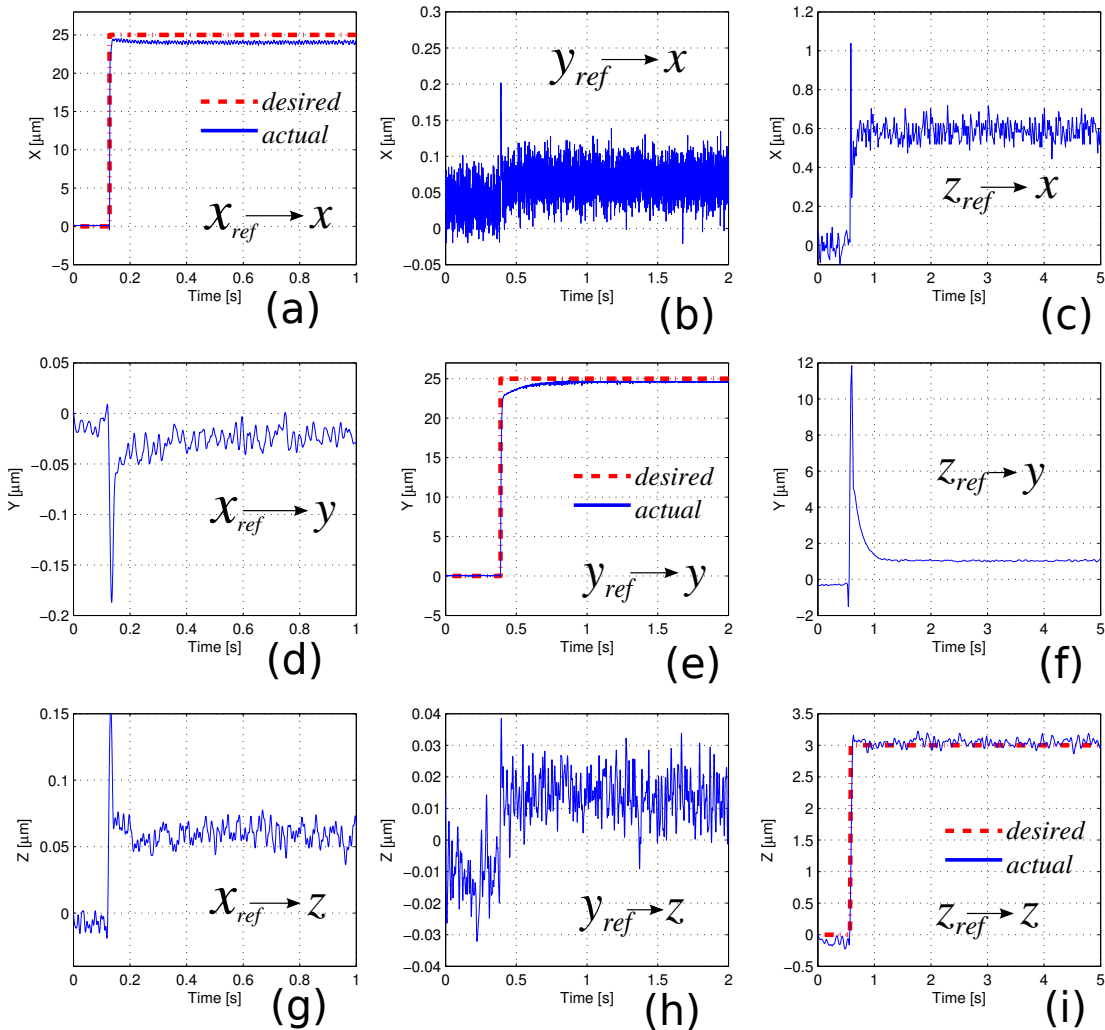


FIGURE 5.22: Vérification des oscillations pour le système en boucle fermée.

**Comparaison entre le système initial et le système en boucle fermée : valeurs numériques de l'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages :**

Dans ce paragraphe nous comparons les valeurs numériques de l'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages, avant (système initial) et après l'implémentation du correcteur (système en boucle fermée).

Pour quantifier numériquement l'hystérésis, nous utilisons le rapport  $(h/H) \times 100\%$ , avec  $h$  l'écart entre la branche montante et descendante de l'hystérésis et  $H$  la déflexion maximale (crête à crête) (voir Fig. 2.15-(a), page 34). Pour quantifier le creep et les oscillations mal-amorties nous utilisons l'expression  $[(A_m - A_f)/A_f] \times 100\%$ . Pour le creep, les notations  $A_f$  et  $A_m$  (voir figure Fig. 2.17-(a) - page 37) désignent la déflexion de l'actionneur avant le début du creep et la déflexion après le temps d'évaluation du creep, respectivement. Pour les oscil-

lations mal-amorties,  $A_f$  et  $A_m$  désignent la déflexion maximale de la réponse à un échelon (dépassement) et la déflexion après la période transitoire, respectivement.

Les valeurs numériques de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties pour les transferts directs sont présentées au tableau Tab. 5.2. Pour le système en boucle ouverte (système initial) ces valeurs sont calculées à partir des résultats de la caractérisation de la section 2.4 (Fig. 2.15 - page 34, Fig. 2.17 - page 37 et Fig. 2.19 - page 40). Pour le système en boucle fermée, elles sont calculées à partir des figures Fig. 5.20 - page 120, Fig. 5.21 - page 121 et Fig. 5.22 - page 122.

TABLE 5.2: Les valeurs numériques de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties, pour les transferts directs, avant et après implémentation du correcteur.

	Système initial			Système en boucle fermée		
	Hyst.	Creep	Oscil.	Hyst.	Creep	Oscil.
X	16.2%	17.0%	42.1%	0.01%	0.31%	1.62%
Y	17.1%	7.00%	50.6%	0.01%	0.04%	0.06%
Z	25.8%	12.9%	6.40%	0.00%	0.01%	3.31%

La comparaison dans le tableau Tab. 5.2 montre que l'hystérésis qui était de plus de 16.2% pour le système initial est quasiment supprimé pour le système en boucle fermée ( $\simeq 0.0\%$ ). Le creep est réduit de 7.0% à moins de 0.4% et les oscillations de 42.19% à moins de 3.5%.

Pour évaluer le couplage, nous quantifions leurs amplitudes en fonction des amplitudes des transferts directs correspondants. Le couplage pour l'axe  $i$  ( $i \in \{x, y, z\}$ ) est quantifié en utilisant le rapport  $(H_{U_j}^i / H_{U_i}^i) \times 100\%$ , avec  $H_{U_j}^i$  la déflexion maximale du couplage  $U_j \rightarrow i$  ( $j \neq i$ ) et  $H_{U_i}^i$  la déflexion maximale pour le transfert direct  $U_i \rightarrow i$ .

La comparaison des amplitudes des couplages pour le système initial et le système en boucle fermée est effectuée dans le tableau Tab. 5.3. Ces amplitudes ont été calculées à partir de la figure Fig. 2.15 - page 34 pour le système initial, et à partir de Fig. 5.20 - page 120 pour le système en boucle fermée.

TABLE 5.3: La comparaison des amplitudes des couplages pour le système initial et le système en boucle fermée.

	Système initial	Système en boucle fermée
axe X	$\frac{H_{U_y}^x}{H_{U_x}^x} = \frac{3.4}{56.5} = 6.0\%$	$\frac{H_{y_{ref}}^x}{H_{x_{ref}}^x} = \frac{0.04}{24.6} = 0.1\%$
Y	$\frac{H_{U_z}^x}{H_{U_x}^x} = \frac{0.7}{56.5} = 1.2\%$	$\frac{H_{z_{ref}}^x}{H_{x_{ref}}^x} = \frac{0.02}{24.6} = 0.0\%$
axe Y	$\frac{H_{U_x}^y}{H_{U_y}^y} = \frac{1.1}{60.2} = 1.8\%$	$\frac{H_{x_{ref}}^y}{H_{y_{ref}}^y} = \frac{0.02}{24.9} = 0.0\%$
Z	$\frac{H_{U_z}^y}{H_{U_y}^y} = \frac{1.2}{60.2} = 1.9\%$	$\frac{H_{z_{ref}}^y}{H_{y_{ref}}^y} = \frac{0.01}{24.9} = 0.0\%$
axe Z	$\frac{H_{U_x}^z}{H_{U_z}^z} = \frac{2.4}{6.2} = 38.7\%$	$\frac{H_{x_{ref}}^z}{H_{z_{ref}}^z} = \frac{0.1}{2.5} = 4.0\%$
	$\frac{H_{U_y}^z}{H_{U_z}^z} = \frac{1.2}{6.2} = 19.3\%$	$\frac{H_{y_{ref}}^z}{H_{z_{ref}}^z} = \frac{0.1}{2.5} = 4.0\%$

On remarque que le correcteur calculé a réduit considérablement les amplitudes des couplages (de 6% à moins de 0.1% pour l'axe X, de 1.9% à 0.0% pour l'axe Y, et de 38.7% à 4.0% pour l'axe Z).

**Suivi d'une trajectoire complexe :**

Nous avons aussi testé la capacité du correcteur calculé à permettre l'actionneur de suivre une trajectoire complexe. La trajectoire choisie est de type hélicoïdale. Pour ce faire, un signal sinusoïdal  $x_{ref}$  d'amplitude  $15\mu m$  à 0.1Hz, un cosinus  $y_{ref}$  d'amplitude  $15\mu m$  à 0.1Hz et un signal en escalier  $z_{ref}$  montant de  $0\mu m$  à  $3\mu m$  ont été appliqués simultanément. La figure Fig. 5.23 compare la trajectoire désirée et la trajectoire empruntée par la pointe de l'actionneur.

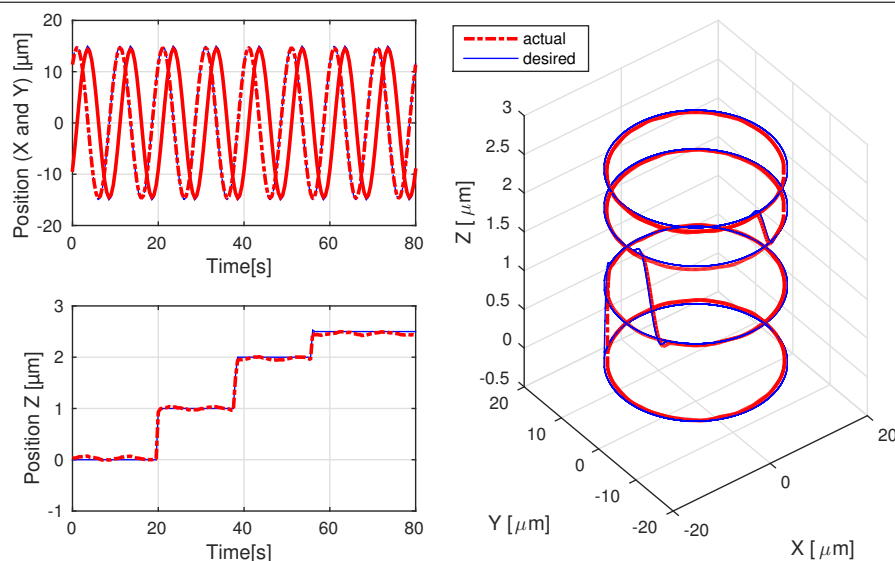


FIGURE 5.23: Suivi d'une trajectoire hélicoïdale.

Cette comparaison prouve la capacité du correcteur calculé à suivre des trajectoires complexes.

### 5.3.5 Synthèse

Dans cette section, nous avons proposé un modèle linéaire, dynamique et multivariable, pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes. Ce modèle est adapté pour la commande en boucle fermée. Pour ce faire, un modèle linéaire d'hystérésis, basée sur une approximation quadrilatérale, suivi d'une incertitude a été utilisé à la place des modèles non-linéaires d'hystérésis couramment utilisés. Le creep et la dynamique du systèmes sont considérés en utilisant leurs modèles LTI utilisés au [chapitre 2](#). Ensuite, à partir de ce modèle multivariable, nous avons proposé un modèle découplé, en incluant les couplages en une perturbation fictive. A partir de ce modèle découplé, nous avons proposé une stratégie de commande basée sur la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle fermée. L'application de cette technique sur un modèle découplé a permis d'obtenir des correcteurs d'ordre réduit, facilement implémentables expérimentalement, tout en prenant en considération l'effet d'hystérésis, du creep et des couplages.

La technique de modélisation et commande proposée considère des couplages comme des perturbations statiques, ce qui n'est pas en réalité le cas. De plus, la bande passante obtenue pour le système en boucle fermée reste relativement petite par rapport à la bande passante du système en boucle ouverte. Comme perspective, des modèles dynamiques des couplages peuvent être utilisés pour formuler une perturbation dynamique. En plus, les techniques telles que *Negative Imaginary* évoquées dans l'état de l'art peuvent être combinées à la stratégie proposée afin d'élargir la bande passante du système en boucle fermée.



## 5.4 Prise en compte des effets de la température par la technique *switching controller*

Dans le [chapitre 4](#), nous avons analysé, modélisé et proposé des stratégies de commande en boucle ouverte des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques, avec application au tube piézoélectrique. Nous avons aussi évoqué la difficulté de la mise en place de modèles précis pour les effets de la température, ce qui rend la commande en boucle ouverte de ces effets moins performante. Dans ce chapitre nous proposons une commande en boucle fermée permettant de s'affranchir des effets de la température. Comme démontré dans le [chapitre 4](#), le modèle dynamique de l'actionneur change avec la variation de la température. Étant donnée la dynamique lente de variation de la température, l'approche adoptée ici consiste à considérer une synthèse multimodèle, chaque modèle correspondant à une température. Pour établir une commande pouvant prendre en compte ce changement de modèle, nous proposons une stratégie basée sur la combinaison de la technique *switching controller* et la structure PI.

La gamme de température considérée dans cette section est entre 25°C et 35°C avec  $T = \{25, 27, 29, 31, 33, 35\}$ °C et nous travaillons sur l'axe X du tube piézoélectrique PT 230.94. Les modèles dynamiques correspondants à chacune de ces températures seront notés  $G_{T_i}(s)$ , avec  $T_i$  la température concernée (rappelons que ces modèles ont été déjà identifiés au [chapitre 4](#)).

La stratégie de commande proposée est basée sur une combinaison de la technique *switching controller* avec la commande PI (Proportionnel-Intégral). Il est à noter que, un autre type de correcteur peut aussi être utilisé. Ici, le choix du correcteur PI est basée sur deux raisons : (1) la simplicité de sa mise en oeuvre, (2) l'action intégrale du correcteur PI permet de réduire l'effet d'hystérésis et le creep, ce qui le rend l'un des correcteurs les plus utilisés pour la commande des actionneurs piézoélectriques [[12](#), [49](#), [62](#), [72](#), [109](#)].

Dans un premier temps, nous montrons que, un correcteur calculé sur un seul modèle ne suffit pas à assurer les performances souhaitées sur tous les modèles (lorsque la température change). Nous préons la température  $T = 25$ °C comme référence (le modèle de l'axe X du tube piézoélectrique à 25°C comme modèle nominal). La performance concernée ici c'est la rapidité du système en boucle fermée.

Pour ce faire, nous avons utilisé le modèle  $G_{25}(s)$  pour calculer le correcteur PI. Le correcteur calculé est :

$$K_{25}(s) = k_{25} \left( 1 + \frac{1}{\tau_{25} s} \right), \quad (5.54)$$

avec  $k_{25} = 0.000671$  et  $\tau_{25} = 2.25 \times 10^{-7}$ s.

Ensuite, le correcteur  $K_{25}(s)$  a été implémenté selon le schéma de la figure [Fig. 5.24](#) :

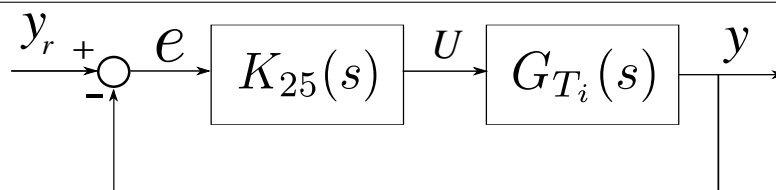


FIGURE 5.24: Commande du système avec le correcteur à 25°C.

Les réponses temporelles de l'application du correcteur  $K_{25}$  sur  $G_{T_i}(s)$  sont représentées par la figure Fig. 5.25.

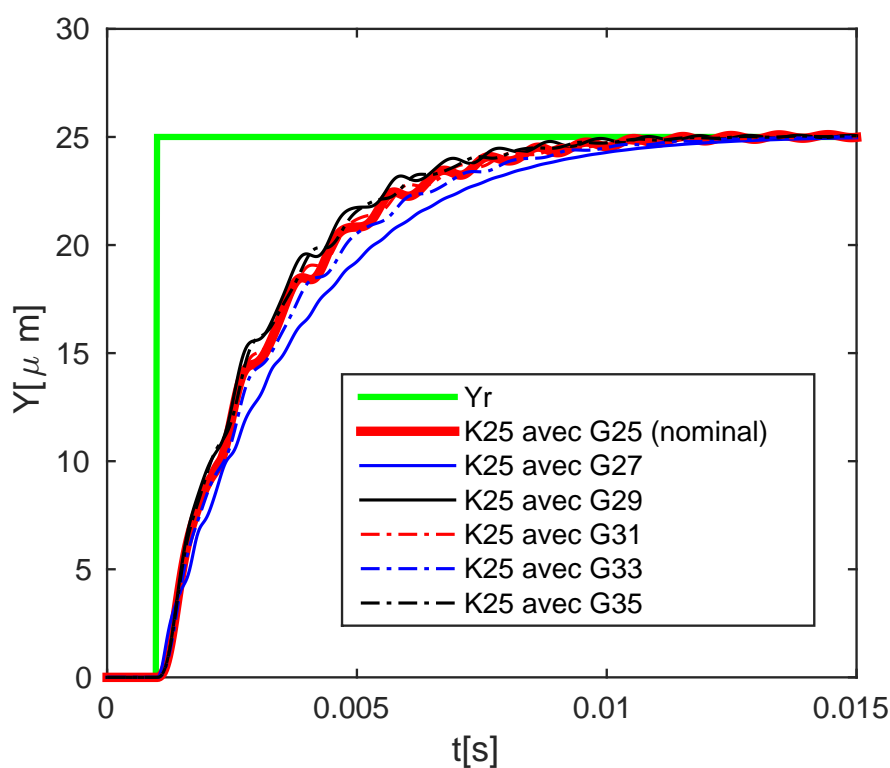


FIGURE 5.25: Les simulations du correcteur  $K_{25}(s)$  sur chaque modèle  $G_{T_i}(s)$ .

On remarque que si seul le correcteur  $K_{25}(s)$  est utilisé, le système serait moins rapide pour certaines températures. Les temps de réponse sont collectés dans le tableau Tab. 5.4.

TABLE 5.4: Les temps de réponse du système à différentes températures lorsque le correcteur  $K_{25}$  est utilisé seul.

$T$ [°C]	<b>25</b>	27	29	31	33	35
$t_r$ à 95% [ms]	<b>6.3</b>	7.8	5.6	6.6	6.9	6.0

Pour assurer la rapidité du système en boucle fermée à chaque température (par rapport au système nominal) nous utilisons la technique *switching controller*. Pour ce faire, un correcteur  $K_{T_i}(s)$  avec

$$K_{T_i}(s) = k_{T_i} \left( 1 + \frac{1}{\tau_{T_i} s} \right), \quad (5.55)$$

est calculé pour chaque modèle  $G_{T_i}(s)$ . Les paramètres  $k_{T_i}$  et  $\tau_{T_i}$  sont ajustés de telle sorte à avoir un système en boucle fermée plus rapide par rapport au système nominal (satisfaire un temps de réponse inférieur à 6.3ms, voir [Tab. 5.4](#)).

Les paramètres obtenus pour chaque correcteur  $K_{T_i}(s)$  sont dans le tableau [Tab. 5.5](#) :

TABLE 5.5: Les paramètres des correcteurs PI calculés pour chaque température.

$T$ [°C]	25	27	29	31	33	35
$k_{T_i}$	0.000671	0.000827	0.000613	0.000665	0.00072	0.000632
$\tau_{T_i}$ [s]	$2.25 \times 10^{-7}$	$2.00 \times 10^{-7}$	$2.10 \times 10^{-7}$	$2.00 \times 10^{-7}$	$2.00 \times 10^{-7}$	$2.00 \times 10^{-7}$

Ensuite, les correcteurs  $K_{T_i}(s)$  sont implémentés selon le schéma de la figure [Fig. 5.26](#).

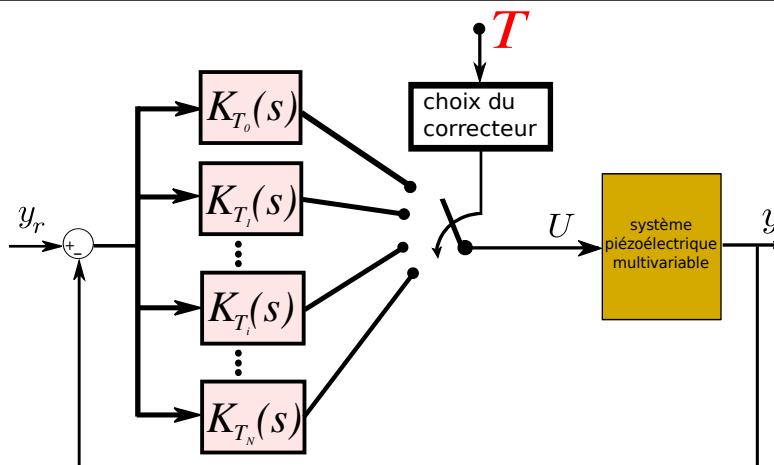


FIGURE 5.26: Structure de commande des effets de la température par la technique *switching controller*.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure Fig. 5.27

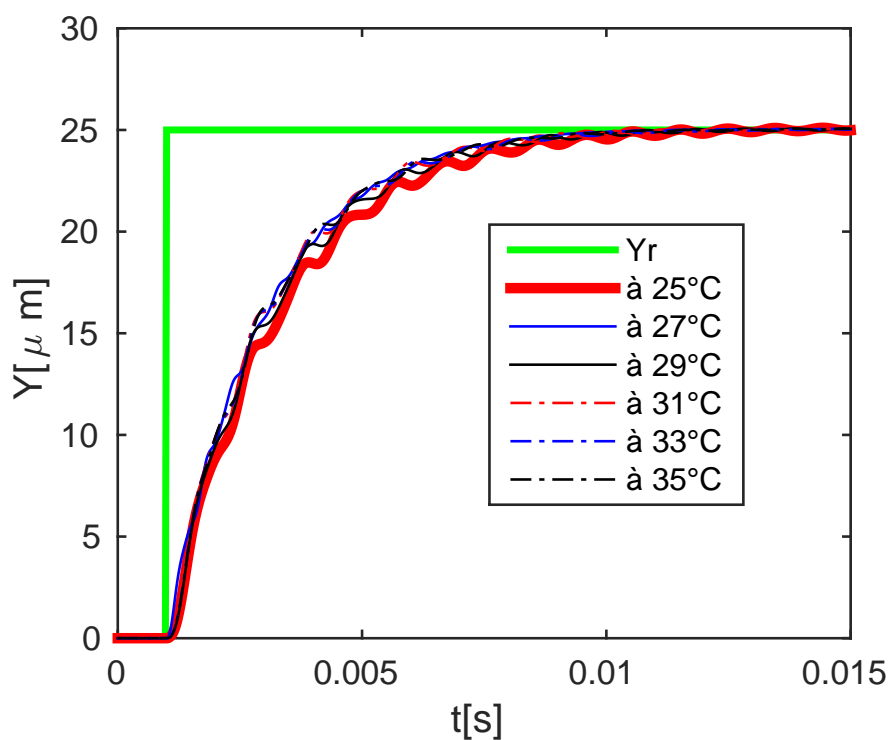


FIGURE 5.27: Les simulations avec la technique *switching controller* sur chaque modèle  $G_{T_i}(s)$ .

Les temps de réponse pour chaque courbe sont collectés dans le tableau Tab. 5.6

TABLE 5.6: Les temps de réponse du système avec la technique *switching controller*.

$T$ [°C]	<b>25</b>	27	29	31	33	35
$t_r$ à 95% [ms]	<b>6.3</b>	5.6	6.3	5.7	5.8	5.8

On remarque que, grâce à la technique *switching controller*, nous assurons la rapidité du système pour toutes les températures, par rapport au système nominal. Il est aussi à noter que, les autres types de correcteurs peuvent être utilisés à la place du PI, ce qui permettrait d'atteindre les performances meilleures que celles obtenues avec la commande PI.

## 5.5 Combinaison des techniques de commande en boucle fermée et boucle ouverte

L'objectif de l'approche développée dans cette section est de montrer que la technique de compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties développée au [chapitre 3 - section 3.5](#) peut être combinée avec la commande en boucle fermée afin d'obtenir des meilleures performances pour le système contrôlé. En effet, la commande en boucle ouverte permet d'obtenir une large bande passante mais elle est limitée en terme de robustesse. La commande en boucle fermée est robuste mais limitée en terme de bande passante. La combinaison de deux techniques permet de rendre les systèmes contrôlés rapides et robustes à la fois. En premier lieu, différentes configurations d'implémentation des correcteurs mixtes (boucle ouverte-boucle fermée) sont discutées. Ensuite, une de ces configurations est utilisée pour illustrer l'avantage de cette combinaison.

### 5.5.1 Différentes configurations d'implémentation des correcteurs boucle ouverte-boucle fermée

La structure globale de la combinaison des techniques de commande en boucle fermée et en boucle ouverte est représentée à la figure [Fig. 5.28 \[154\]](#)

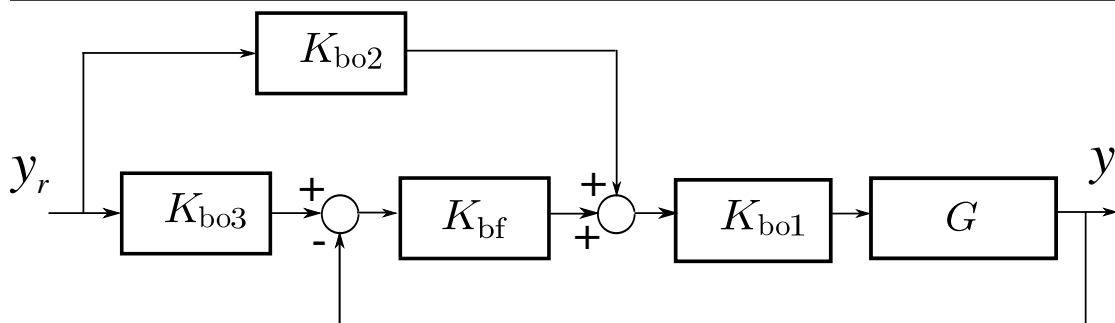


FIGURE 5.28: La structure générale de la combinaison de la commande en boucle ouverte et en boucle fermée.

Dans cette figure,  $K_{bo1}$ ,  $K_{bo2}$  et  $K_{bo3}$  représentent les différentes positions que peut occuper le correcteur en boucle ouverte (bo) lorsque la commande en boucle ouverte est combinée avec la commande en boucle fermée.  $K_{bf}$  représente le correcteur en boucle fermée (bf). Généralement, le correcteur en boucle ouverte n'est implémenté que dans l'une des trois positions citées ci-dessus. Nous allons donc utiliser la notation unique  $K_{bo}$  pour le correcteur en boucle ouverte. Selon l'objectif d'utilisation de ce dernier, nous distinguons trois configurations représentées à la figure [Fig. 5.29](#).

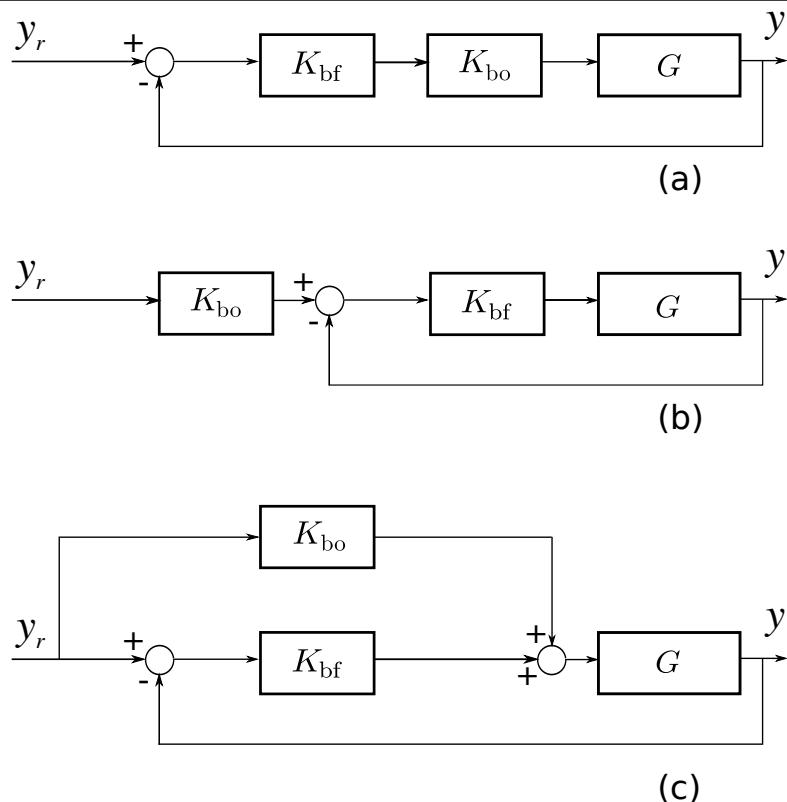


FIGURE 5.29: Différentes configurations d'implémentation des correcteurs mixtes boucle ouverte-boucle fermée, pour les actionneurs piézoélectriques.

Les avantages et inconvénients relatifs à chacune de ces configurations sont discutées notamment dans [27, 154]. Généralement, le correcteur  $K_{bo}$  est utilisé pour les objectifs suivants :

- pour la configuration (a),  $K_{bo}$  est utilisé pour la linéarisation ou l'amortissement du système initial avant le calcul du correcteur  $K_{bf}$ . Ceci permet de synthétiser le correcteur en boucle fermée sur un système linéaire et de dynamique d'ordre moins élevé. Par conséquent, le calcul de  $K_{bf}$  n'est pas basé directement sur les propriétés du système initial mais sur le système résultant de la précompensation par  $K_{bo}$ . Cette configuration a été utilisée notamment dans [164, 168]
- pour la configuration (b) (appelée *Closed-Loop Injection*), le compensateur  $K_{bo}$  joue le rôle de préfiltre et il peut être utilisé pour améliorer les performances dynamiques du système en boucle fermée réalisée à l'aide de  $K_{bf}$ . Cette configuration a été adoptée notamment dans [112, 109, 194]
- pour la configuration (c) (appelée *Plant Injection*), les correcteurs  $K_{bf}$  et  $K_{bo}$  sont conçus indépendamment. La conception de chacun de ces correcteurs est basée directement sur les propriétés du système initial, ce qui constitue un avantage par rapport au temps de calcul de ces deux correcteurs (seule la caractérisation du système initial est nécessaire pour mettre en place les deux correcteurs contrairement aux configurations (a) et (b))

où une caractérisation intermédiaire est nécessaire) [50, 34]. La configuration (c) a été utilisée notamment pour la commande d'un AFM dans [143].

- certains travaux utilisent une combinaison de la configuration (b) et (c) pour augmenter les performances du système en boucle fermée. C'est le cas de [108] où cette combinaison est utilisée pour la commande simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties.

### 5.5.2 Comparaison des résultats par rapport à différentes configurations

Pour vérifier l'effet de la combinaison de la commande en boucle ouverte et en boucle fermée, différentes comparaisons sont possibles. Par ailleurs, nous allons nous limiter à la commande en boucle fermée classique (Fig. 5.1 - page 97) et la configuration (c). La comparaison se fait sur l'axe  $X$  du tube piézoélectrique PT230.94.

Pour  $K_{bf}$ , nous utilisons le correcteur PI

$$K_{bf}(s) = k_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right), \quad (5.56)$$

avec  $k_c = 0.000671$  et  $\tau_I = 2.25 \times 10^{-7}$  s (le correcteur calculé en utilisant le modèle à 25°C, équation Eq. 5.54 - page 126).

Pour le correcteur  $K_{bo}$  nous utilisons le compensateur simultané d'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties en boucle ouverte, calculé dans la section 3.5. La structure qui combine  $K_{bf}$  et  $K_{bo}$  utilisée pour la comparaison est représentée par la figure Fig. 5.30

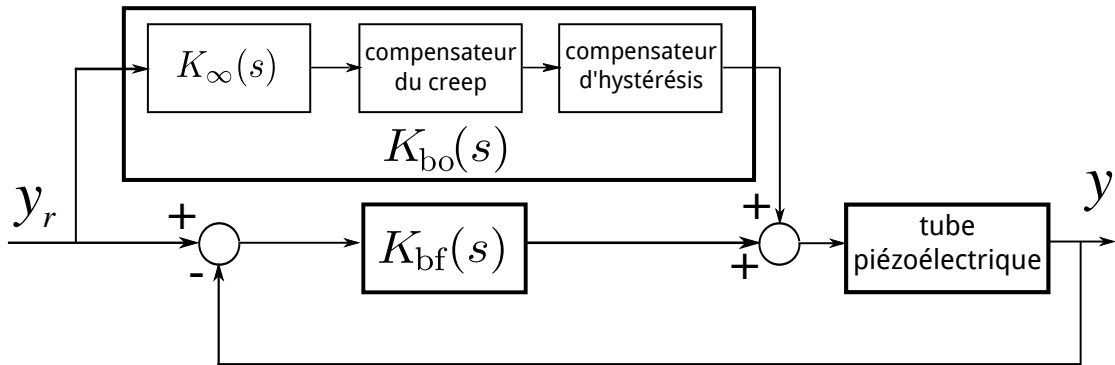


FIGURE 5.30: La structure de la commande mixte utilisée.  $K_\infty(s)$  représente le compensateur des oscillations mal-amorties par la synthèse  $H_\infty$  standard en boucle ouverte.  $K_{bo}(s)$  est le compensateur complet d'hystérésis, du creep et des oscillations mal-amorties.  $K_{bf}(s)$  est le correcteur PI.

La comparaison est établie à la figure Fig. 5.31,



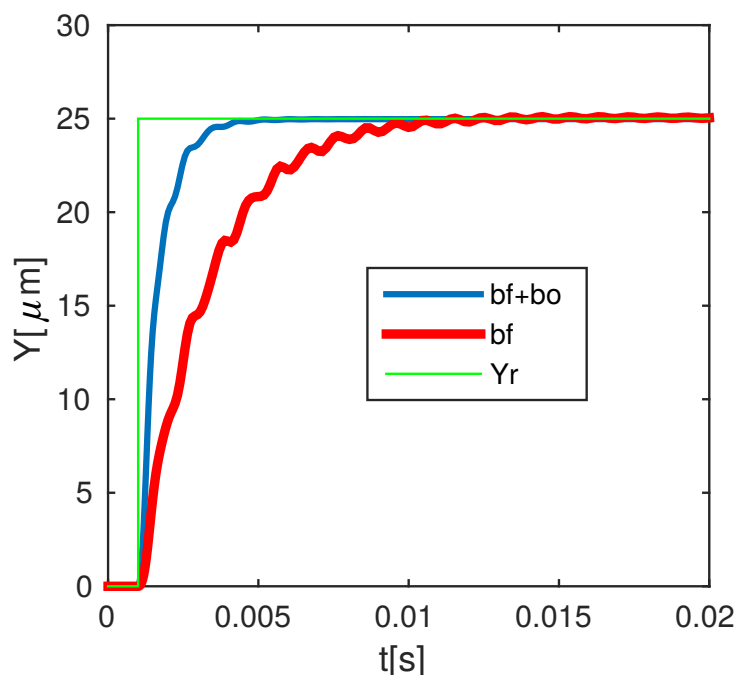


FIGURE 5.31: Comparaison par simulation entre la commande en boucle fermée utilisée individuellement et la commande mixte boucle ouverte-boucle fermée.

où on remarque une amélioration de la rapidité du système commandé uniquement en boucle fermée. Les temps de réponse à 95% sont  $t_r^{bf} = 6.3\text{ms}$  (une bande passante de 75Hz à  $-3\text{dB}$ ) pour la configuration où la commande en boucle fermée est utilisée individuellement et  $t_r^{bf+bo} = 3.0\text{ms}$  (une bande passante de 159Hz à  $-3\text{dB}$ ) pour le système commandé par le correcteur mixte boucle ouverte-boucle fermée. Une meilleure amélioration peut être obtenue si un autre compensateur des oscillations-mal amorties (par exemple les compensateurs *Input Shaping*) est utilisé à la place de  $K_\infty(s)$  (ici, la technique  $H_\infty$  en boucle ouverte a été adoptée puisqu'elle est adaptée aux systèmes multivariables).

### 5.5.3 Synthèse

Dans cette section, nous avons présenté différentes configurations utilisées pour implémenter des correcteurs mixtes boucle fermée-boucle ouverte. Ensuite nous avons comparé en terme de rapidité un système commandé en boucle fermée classique et le même système commandé par une combinaison de la même commande en boucle fermée et la commande en boucle ouverte. Nous avons particulièrement utilisé la configuration *plant injection* de la figure Fig. 5.29 - page 132 . Cette comparaison montre que la combinaison de la commande en boucle ouverte et commande en boucle fermée a permis d'obtenir un système deux fois plus rapide que le système commandé en boucle fermée.

La bande passante de 159Hz obtenue reste relativement modeste sachant que la première fréquence de résonance pour le tube piézoélectrique utilisé est à 980Hz. Pour l'améliorer tout en tenant compte de l'aspect multivariable, nous proposons :

- d'utiliser les techniques *Input-Shaping* qui permettent d'obtenir une bande passante plus large par rapport à la synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte. Une extension en multivariable des techniques *Input-Shaping* a été récemment faite notamment dans [4] ;
- de combiner la commande PI qui est *a priori* moins performant en terme de bande passante, mais qui est facile à combiner avec les techniques *Negative Imaginary* ou *Integral Resonant Control*. Cette combinaison a permis d'atteindre une bande passante de plus de 400Hz pour le tube piézoélectrique, notamment dans [62] ;
- et enfin, de combiner ces deux correcteurs selon l'une des configurations de la figure Fig. 5.29.

## 5.6 Synthèse - Conclusion

Ce chapitre a porté sur les techniques de commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques. L'introduction de la commande en boucle fermée a été motivée par la présence de perturbations et par le changement du modèle dû à la variation de la température autour de l'actionneur. L'apport de ce chapitre concerne deux points essentiels. Le premier point est la mise en place d'un modèle linéaire, dynamique et multivariable pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes, adapté pour une synthèse des correcteurs multi-monovariables et à ordre réduit. Le deuxième point concerne la commande en boucle fermée des effets de la température et la combinaison de la commande en boucle fermée avec des techniques de commande en boucle ouverte que nous avons proposées au chapitre 3.

En premier lieu, nous avons fait un état de l'art des techniques couramment utilisées pour la commande en boucle fermée des actionneurs piézoélectriques. Ensuite, nous avons proposé puis appliqué la méthode de modélisation et commande par découplage au tube piézoélectrique travaillant en 3-ddl. Les résultats obtenus prouvent son efficacité en termes de suppression d'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages. L'hystérésis qui était initialement de plus de 16% a été quasiment supprimé ( $\simeq 0\%$ ), le creep a été réduit de 7% à moins de 0.5%, les oscillations de 40% à moins de 4% et des couplages de 38% à 4%.

Pour prendre en considération la variation du modèle dû à la variation de la température, nous avons proposé deux stratégies de commande en boucle fermée. La première stratégie est basée sur la combinaison de la technique *switching controller* et la commande PI. Nous avons appliqué cette stratégie à la commande de l'axe  $X$  du tube piézoélectrique et les résultats de simulation prouvent la capacité de cette technique à assurer les performances souhaitées, face à la variation de la température. Sur une gamme de température de 25 à 35°C, la technique a permis de garantir la rapidité du système à chaque température, par rapport à la rapidité du système à 25°C considéré comme référence. Les avantages et les limites de la technique *switching controller* ont été discutées dans la section 4.4.

Enfin, pour améliorer la bande passante du système commandé en boucle fermé, nous avons combiné ce dernier avec une structure de commande en boucle ouverte. Cette combinaison a

permis d'améliorer la bande passante du système commandé à l'aide d'un correcteur PI de 75 à 150Hz.

Comme perspective, la technique *switching controller* peut être combinée avec les techniques d'amortissement abordées dans la [section 5.2](#). Cette combinaison peut à son tour être appliquée aux actionneurs piézoélectriques multi-axes, en utilisant la technique de découplage proposée dans la [section 5.3.2](#).

## Conclusions et perspectives

### 6.1 Conclusions

Ce travail de thèse a porté sur les stratégies de modélisation et de commande des actionneurs piézoélectriques multi-axes. Ces actionneurs sont caractérisés par des non-linéarités fortes (hystérésis et creep), des oscillations mal-amorties, des couplages entre les axes et la sensibilité à l'environnement, spécialement à la variation de la température. En premier lieu, nous avons proposé des modèles multivariables et des techniques de commande multivariables en boucle ouverte. Ensuite, nous avons caractérisé et modélisé les effets de la température sur le tube piézoélectrique. Cette caractérisation nous a permis de proposer plusieurs techniques de commande en boucle fermée pour les actionneurs piézoélectriques. Enfin, pour améliorer la bande passante des systèmes commandés en boucle fermée, nous avons proposé de combiner des techniques de commande en boucle ouverte et des techniques de type boucle fermée.

Par rapport aux techniques de modélisation et de commande des microsystèmes piézoélectriques existant dans la littérature, ce travail de thèse a apporté des points suivants :

Le premier apport de cette thèse concerne la modélisation et la commande en boucle ouverte multivariables d'hystérésis. En effet, les modèles d'hystérésis existant dans la littérature ne sont adaptés qu'à la modélisation monovariante. Pour cela, nous avons étendu le modèle de Bouc-Wen classique et Bouc-Wen généralisé à la modélisation multivariable. Il est à noter que, les stratégies de modélisation et commande proposées sont aussi applicables aux autres types d'actionneurs affectés par l'hystérésis.

Le deuxième apport concerne la caractérisation et la proposition des modèles de type boîte-noire pour les effets de la température, les modèles existant dans la littérature étant basés sur des paramètres physiques des actionneurs.

Le troisième apport concerne la proposition d'un modèle linéaire, dynamique et multivariable pour les actionneurs piézoélectriques multi-axes. Ce modèle est accompagné d'une stratégie de découplage et d'une synthèse  $H_\infty$  en boucle fermée. Cette stratégie permet d'obtenir des correcteurs robustes d'ordre réduit et ainsi facilement implémentables.

Les techniques de modélisation et de commande utilisées sont rassemblées dans le tableau [Tab. 6.1](#).

TABLE 6.1: Les techniques de modélisation et de commande que nous avons utilisées.

Effet	Modèle multivariable	Commande en boucle ouverte (BO)	Commande en boucle fermée (BF)
Hystérésis	Bouc-Wen (BW).	BW+structure inverse multiplicative (1).	
Creep	Modèle LTI du creep.	LTI+structure inverse multiplicative (2).	
Oscillations	Modèle LTI des oscil.	Synthèse $H_\infty$ standard en BO (3).	
Hystérésis+Creep+Oscillations	1. Modèle complète (BW+LTI du creep+LTI des oscil.). 2. Modèle linéaire, dynamique et découplé.		Synthèse $H_\infty$ standard en BF.
Effets de la température	Modèle complète à coeff. dépendant de la température	1. (1)+(2)+(3) à coef. variables ; 2. (1)+(2)+(3)+ <i>switching compensator</i> .	PID+ <i>switching controller</i>

On note que (par rapport au tableau Tab. 6.1), pour améliorer la bande passante, nous avons proposé de combiner la commande en boucle ouverte et la commande en boucle fermée.

## 6.2 Perspectives

Les stratégies de modélisation et de commande que nous avons proposées ouvrent différentes perspectives, résumées comme suit :

Pour la modélisation multivariable de l'hystérésis (chapitre 2), une des perspectives est de construire un modèle de Bouc-Wen classique *rate-dependent*. Ce modèle peut être construit à partir de la combinaison d'un modèle de Bouc-Wen classique *rate-independent* et d'un modèle qui prend en compte le déphasage entre l'entrée et la sortie, par exemple le modèle ellipsoïdal. Le modèle obtenu, que l'on peut appeler modèle de Bouc-Wen ellipsoïdal, serait facilement extensible à la modélisation multivariable de l'hystérésis *rate-dependent*.

En ce qui concerne la commande multivariable en boucle ouverte (chapitre 3), la première perspective est de démontrer analytiquement la stabilité du compensateur d'hystérésis par la combinaison du modèle de Bouc-Wen avec la structure multiplicative inverse. Pour ce faire, l'approche de Lyapunov peut être utilisée. La deuxième perspective est de tester la technique de compensation simultanée de l'hystérésis, du creep et des oscillations, sur un AFM, afin de vérifier ses performances sur des images des échantillons réelles. Ceci permettrait d'évaluer de façon concrète et applicative les performances des techniques de commande multivariable en boucle ouverte que nous avons proposées et d'envisager leur utilisation dans la microscopie à

sonde. Selon certains fabricants des AFM, si la commande en position des actionneurs piézo-électriques utilisés dans les AFM était faite entièrement en boucle ouverte, le coût global d'un AFM serait réduit de 15 à 30% selon *Physik Instrumente* et de 6 à 15% selon *Nanosurf AG*.

Concernant les effets de la température (chapitre 4) ; comme il a été mentionné dans l'introduction, nous avons fait le choix d'utiliser les modèles de type boîte-noire. Néanmoins, comme les paramètres de ces modèles ne sont pas liés à l'aspect physique de l'actionneur, leur évolution en fonction de la température est susceptible d'évoluer de manière aléatoire (voir [section 4.3](#)). La première perspective consiste à réadapter notre procédure de caractérisation, en mesurant la température des électrodes de l'actionneur au lieu de mesurer la température ambiante. Ensuite, vérifier si les paramètres, malgré leur évolution aléatoire, sont répétables. Cette vérification permettrait de décider sur l'utilisation des modèles de type boîte-noire ou le passage aux modèles physiques. Aussi, certains paramètres du modèle de Bouc-Wen classique peuvent être fixés, pour réduire le nombre de paramètres à évaluer. Les techniques utilisées pour fixer certains des paramètres du modèle de Bouc-Wen sont détaillées notamment dans [\[38, 119\]](#).

La deuxième perspective est de vérifier une éventuelle analogie entre des modèles existant pour la déflexion électromécanique et la déflexion thermomécanique. Par exemple, pour le tube piézoélectrique, selon la tension  $U$  appliquée, la déflexion électromécanique  $\Delta$  pour les trois axes est donnée par ces relations [\[31, 176\]](#) :

$$\Delta_{x,y} = \frac{\sqrt{2}d_{31}L^2}{\pi Dh}U_{x,y} ; \quad \Delta_z = \frac{2d_{31}L}{h}U_z, \quad (6.1)$$

avec  $d_{31}$  la constante piézoélectrique, et  $L$ ,  $D$  et  $h$ , la longueur, le diamètre et l'épaisseur du tube, respectivement. La vérification se baserait sur la substitution de la tension  $U$  par la température  $T$ , ce qui serait éventuellement accompagné d'une réadaptation de certains coefficients. Des relations obtenues permettraient de modéliser plus efficacement la déflexion thermomécanique d'un actionneur piézoélectrique.

Pour la commande en boucle fermée (chapitre 5), une perspective est de combiner la technique de commande par découplage que nous avons proposée, avec les techniques d'amortissement (*Negative Imaginary* et *Integral Resonant Control*), afin d'améliorer la bande passante du système en boucle fermée. Concernant la commande en boucle fermée des effets de la température, en plus de la stratégie basée sur la technique *switching controller* que nous avons utilisé dans la [section 5.4](#), nous proposons en perspective une technique de commande basée sur la synthèse multimodèle par retour de sortie.

Cette technique consiste à mettre en place une série d'observateurs en parallèle, permettant de placer un nombre de pôles assez suffisant, dans le but d'imposer des performances souhaitées pour plusieurs modèles différents, à la fois. La synthèse multimodèle a été utilisée notamment dans [\[107\]](#) pour la commande latérale d'un avion flexible, et dans [\[25\]](#) pour la commande en force d'une micro-pince servant à tenir les micro-billes de tailles et de caractéristiques mécaniques différentes. Elle peut être adoptée pour commander des actionneurs piézoélectriques en présence du changement de modèle dû à la variation de la température.



# Annexe A

## Effet de l'hystérésis, du creep, des oscillations mal-amorties et des couplages, sur des images AFM ([213])

Cette annexe présente des images démonstratives des effets d'hystérésis, du creep, des oscillations et des couplages, sur les images AFM [213]. Ces effets sont montrés sur la figure A.1. Sur cette figure, chacun des phénomènes sus-mentionnés a été isolé afin d'identifier son impact sur la qualité ou la déformation des images AFM par rapport à l'image de référence.

(a1 et a2) images de référence. (b) effet des vibrations, (c) couplage X-Y, (d) la présence de l'hystérésis dans les axes latéraux, (e) effet du creep, (f1 et f2) insuffisance de la bande passante de la boucle pour l'axe Z, (g1 et g2) couplage X-Y-Z.

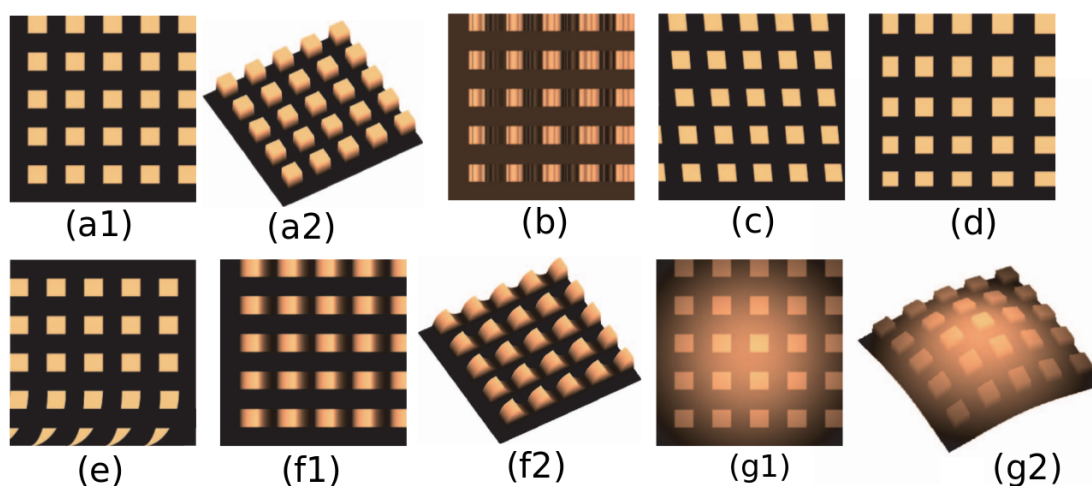


FIGURE A.1: Un exemple illustratif des effets d'hystérésis, du creep, des oscillations et des couplages sur les images AFM.





# Annexe **B**

## Annexe relative à la modélisation de l'hystérésis

Cette annexe concerne la modélisation de l'hystérésis et fait un rappel du phénomène de déphasage (*phase-lag*) qui est souvent confondu avec le phénomène d'hystérésis. Dans la première sous-section nous présentons des hystérons pour l'approche de Preisach et Prandtl-Ishlinskii et nous illustrons leur utilisation pour la modélisation des courbes d'hystérésis.

Dans la deuxième partie, nous discutons de l'effet de déphasage, en utilisant un exemple des courbes entrée-sortie d'un modèle dynamique linéaire, à différentes fréquences.

### **B.1 Hystérons pour l'approche de Preisach et l'approche de Prandtl-Ishlinskii**

La figure [Fig. B.1](#) présente l'hystéron (caractérisé par deux paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ ) pour l'approche de Preisach et montre comment des hystérons sont rassemblés afin de modéliser une courbe d'hystérésis.

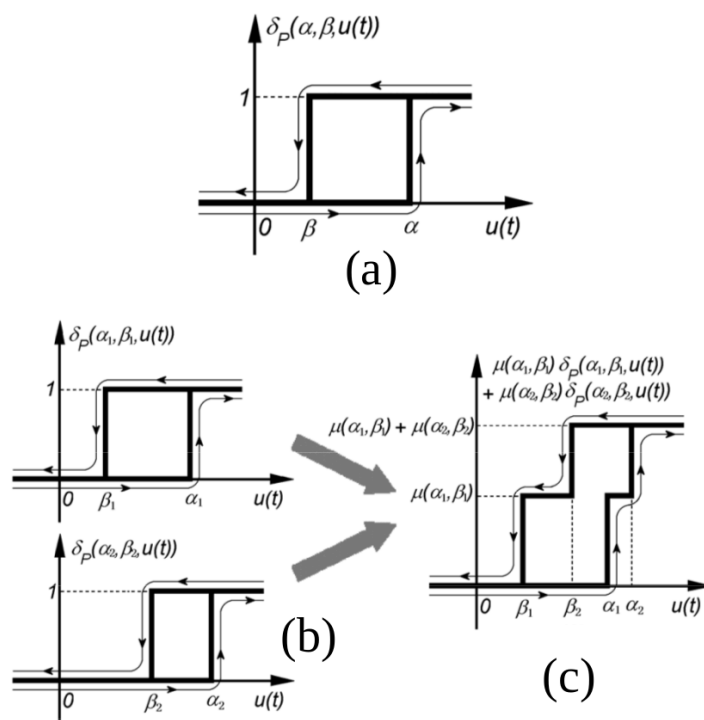


FIGURE B.1: Modélisation de l'hystérésis avec des hystérons de l'approche Preisach [144]. (a) illustration de l'hystéron, (b) deux hystérons combinés pour former la courbe d'hystérésis représentée à (c).

La figure Fig. B.1-a illustre un hystéron pour l'approche de Preisach.  $u(t)$  désigne l'entrée et  $\delta_P$  la sortie, qui est une fonction des paramètres caractéristiques de l'hystéron  $\beta$  et  $\alpha$ . La figure Fig. B.1-b montre deux hystérons dont les paramètres sont réglés afin de modéliser la courbe représentée à la figure Fig. B.1-c.

La figure Fig. B.2 représente l'hystéron pour l'approche de Prandtl-Ishlinskii et montre deux hystérons mis ensemble afin de modéliser une courbe d'hystérésis.

La figure Fig. B.2 représente l'hystéron pour l'approche de Prandtl-Ishlinskii par deux paramètres  $r$  et  $w$ .

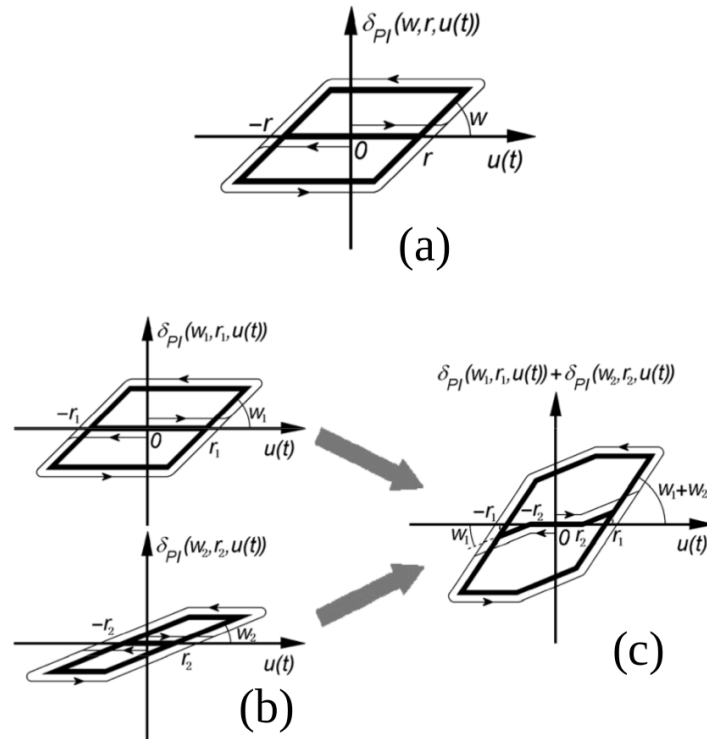


FIGURE B.2: Modélisation de l'hystérésis avec des hystérons de l'approche Preisach [144]. (a) l'hystéron, (b) deux hystérons dont les paramètres sont réglés afin de modéliser la courbe représentée à (c).

La figure Fig. B.2-a représente l'hystéron avec ses paramètres caractéristiques  $r$  et  $w$ .  $u(t)$  est l'entrée et  $\delta_{PI}$  la sortie.

Pour obtenir une forme plus régulière d'une courbe d'hystérésis, un nombre élevé d'hystérons est nécessaire. L'avantage des modèles à base d'hystérons réside dans le fait qu'il est possible d'utiliser un nombre élevé d'hystérons pour modéliser la courbe d'hystérésis avec beaucoup de précision. Par ailleurs, chaque hystéron étant caractérisé par deux paramètres ( $\beta$  et  $\alpha$  pour Preisach et  $r$  et  $w$  pour Prandtl-Ishlinskii), cette augmentation du nombre d'hystérons conduit à un modèle avec un nombre très élevé de paramètres.

## B.2 Effet de déphasage vs. le phénomène d'hystérésis

Cette section a pour objectif de rappeler l'effet de déphasage (*phase-lag*) afin de pouvoir le distinguer du phénomène d'hystérésis. Considérons à titre d'exemple un système  $G$ , **linéaire** (non-hystérétique) et **dynamique** dont le modèle dynamique est  $G(s)$  :

$$G(s) = \frac{1}{s+1}. \quad (\text{B.1})$$

Le diagramme de Bode du système  $G$  est représenté à la figure Fig. B.3-(b).

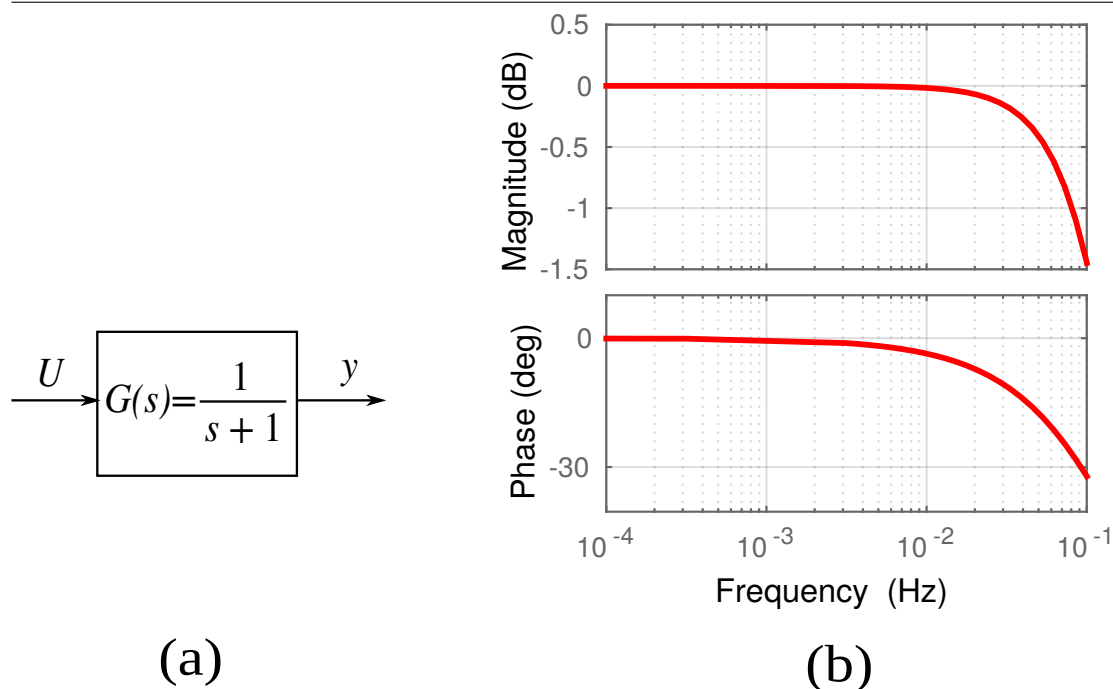


FIGURE B.3: La représentation dynamique du système  $G$  : (a) représentation entrée-sortie du système  $G$ , (b) son diagramme de Bode.

La figure Fig. B.4 représente les tracés de la sortie  $y$  en fonction de l'entrée  $U(t) = \sin(2\pi ft)$ , à différentes valeurs de la fréquence  $f$ .

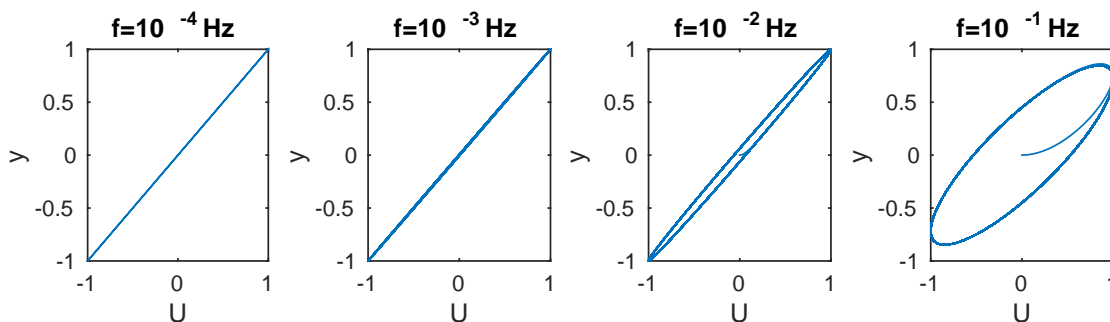


FIGURE B.4: La représentation de la sortie  $y$  en fonction de l'entrée  $U = \sin(2\pi ft)$  à différentes valeurs de  $f$ .

Sur cette figure, on remarque que les tracés de  $y$  en fonction de  $U$  représentent un comportement similaire à l'hystérésis pour  $f = 10^{-1}\text{Hz}$  et  $f = 10^{-2}\text{Hz}$  et un comportement linéaire pour  $f = 10^{-3}\text{Hz}$  et  $f = 10^{-4}\text{Hz}$ . En effet, ce comportement n'est pas dû à la présence de l'hystérésis mais un déphasage (*phase-lag*) entre  $U$  et  $y$ . Ce déphasage est remarquable sur le diagramme de Bode de la figure Fig. B.3-(b) :  $-30$  et  $-3.6$  degrés à  $f = 10^{-1}\text{Hz}$  et  $f = 10^{-2}\text{Hz}$ , respectivement, et un déphasage quasiment nul ( $\simeq 0$  degrés) pour les fréquences inférieures à  $f = 10^{-3}\text{Hz}$ .

Donc, le comportement similaire à l'hystérésis est présent pour les fréquences élevées mais disparaît à faibles fréquences, ce qui veut dire que ce que l'on observe est l'effet de phase mais pas le phénomène d'hystérésis. Pour vérifier si un système est hystérétique, on utilise un signal avec une fréquence correspondant à un déphasage quasiment nul. Si le comportement hystérétique apparaît toujours à une telle fréquence, le système est réellement hystérétique.

Une autre propriété que l'on remarque à partir des courbes de la figure Fig. B.4 c'est la pointe arrondie qui caractérise l'effet de déphasage. Sur cette figure, cette propriété est remarquable surtout à la fréquence  $f = 10^{-1}$ Hz. Lorsque les systèmes hystérétiques sont excités par des signaux répétitifs avec des fréquences élevées, c'est cette propriété qui modifie la pointe de forme aiguë qui caractérise la non-linéarité d'hystérésis en une forme arrondie.

### B.3 Exemple de systèmes avec hystérésis *rate-independent* et hystérésis *rate-dependent*([138])

Dans cette section, nous donnons des exemples de systèmes avec hystérésis *rate-independent* et hystérésis *rate-dependent*. La figure Fig. B.5 montre un exemple de l'hystérésis *rate-independent* (la représentation du champ magnétique  $B$  en fonction de l'intensité du champ magnétique  $H$ , pour un matériau ferromagnétique - *ferromagnetically soft material of the isoperm type*), illustré dans [138]

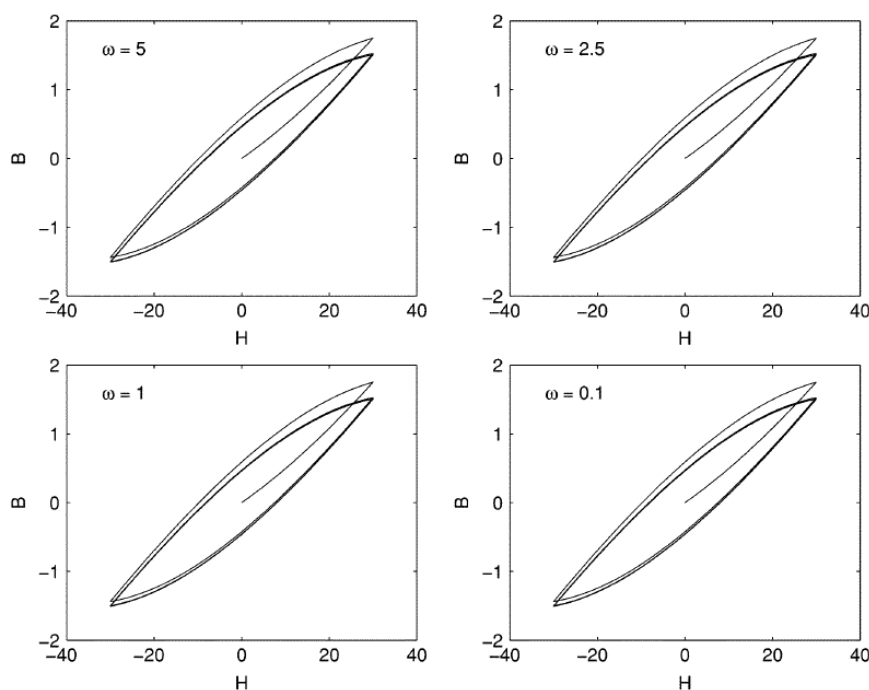


FIGURE B.5: Exemple d'un système avec l'hystérésis *rate-independent* : l'allure des courbes d'hystérésis ne change pas avec la fréquence  $\omega$  de  $H$ .

La figure Fig. B.7 montre un exemple de l'hystérésis *rate-dependent* pour un système masse-ressort-amortisseur avec fente-mass-dashpot-spring system with gap (Fig. B.6) [138]

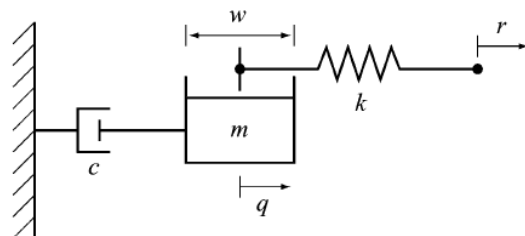


FIGURE B.6: Système masse-ressort-amortisseur.

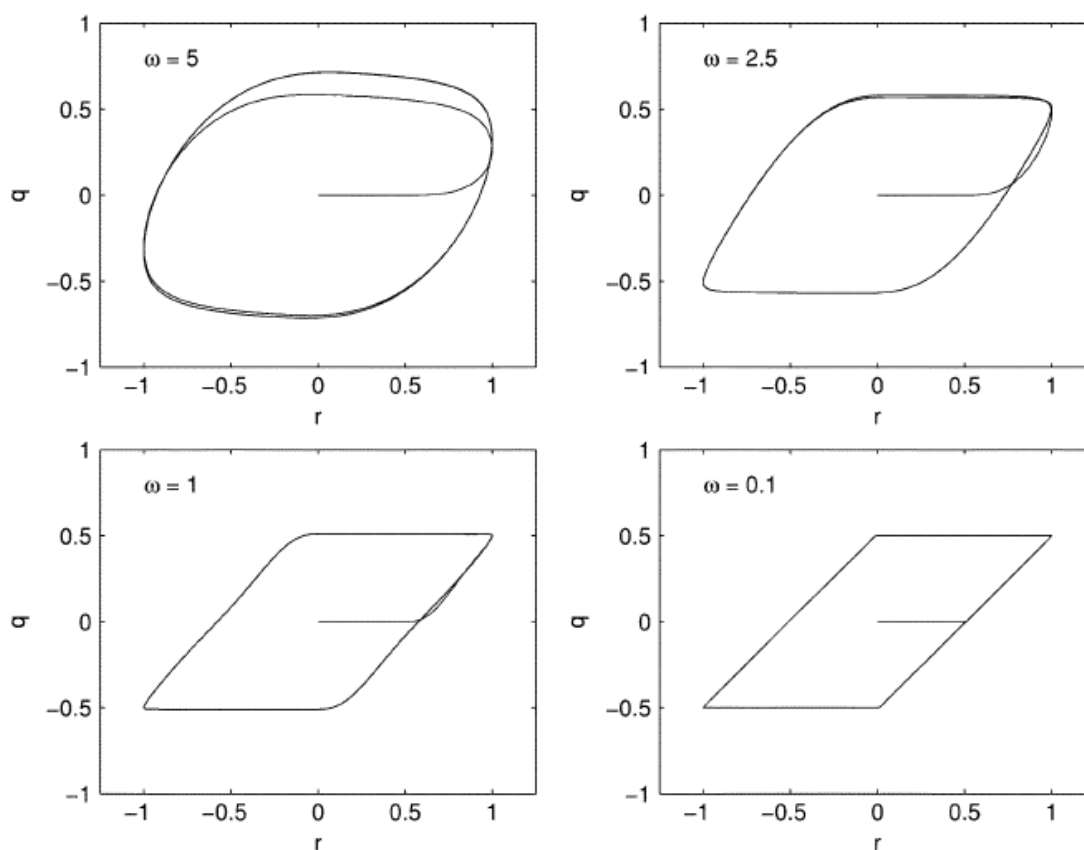


FIGURE B.7: Exemple d'un système avec l'hystérésis *rate-dependent* : l'allure des courbes d'hystérésis varie avec la fréquence  $\omega$  de  $r$ .

# Annexe **C**

## Annexe relative à la commande multivariable en boucle ouverte

### Résultats de la synthèse $H_\infty$ standard en boucle ouverte

Le compensateur  $K(s)$  en boucle ouverte obtenu au [chapitre 3 - section 3.4.2](#) :

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_{xx}(s) & K_{xy}(s) & K_{xz}(s) \\ K_{yx}(s) & K_{yy}(s) & K_{yz}(s) \\ K_{zx}(s) & K_{zy}(s) & K_{zz}(s) \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

avec



$$\left\{ \begin{aligned}
 K_{xx}(s) &= \frac{-0.020477(s-3.385e04)(s+8670)(s+2088)(s+1935)(s+124.5)(s+105.4)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)} \\
 &\quad \times \frac{(s+102.4)(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{yx}(s) &= \frac{0.0084158(s+8670)(s+1935)(s+1610)(s-6393)(s+136.2)(s+124.5)(s+100.7)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{zx}(s) &= \frac{-0.028564(s-1.48e04)(s+8670)(s+2468)(s+1935)(s+124.5)(s+102.6)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)} \\
 &\quad \times \frac{(s+52.15)(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{xy}(s) &= \frac{0.057036(s+8670)(s+1935)(s+124.5)(s^2+196.6s+9668)(s^2+1789s+8.943e05)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+1089s+2.337e06)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{yy}(s) &= \frac{0.15422(s+8670)(s+1935)(s+124.5)(s+108.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+4790s+9.973e06)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{zy}(s) &= \frac{0.48614(s+8670)(s+1935)(s+124.5)(s+99.89)(s+91.52)(s^2+1789s+8.943e05)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2-959.1s+1.985e06)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{xz}(s) &= \frac{-0.031963(s+8670)(s+2464)(s+1935)(s-4031)(s+124.5)(s+102.6)(s+81.57)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{yz}(s) &= \frac{0.0079564(s+8670)(s+1935)(s-7665)(s-496.3)(s+124.5)(s+98.62)(s+30.25)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 K_{zz}(s) &= \frac{0.80295(s+8670)(s+8268)(s+2323)(s+1935)(s+124.5)(s+103.4)(s+101.6)}{(s+8670)(s+2072)(s+1935)(s+124.5)(s+109.1)(s+102.5)(s+99.62)(s^2+1789s+8.943e05)} \\
 &\quad \times \frac{(s^2+1789s+8.943e05)(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)}{(s^2+8806s+2.76e07)(s^2+1.465e04s+1.096e08)} ; \\
 \gamma_{opt} &= 0.9789
 \end{aligned} \right. \tag{C.2}$$

# Annexe **D**

## Caractérisation, modélisation et commande des effets de la température

Cette annexe présente la maquette expérimentale et l'implémentation des blocs Simulink relatifs à la commande en boucle fermée et la commande en boucle ouverte des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques.

### **D.1 L'environnement contrôlé en température**

La figure [Fig. D.1](#) présente la maquette expérimentale et la chambre de l'environnement contrôlé en température utilisés pour évaluer l'effet de la température sur le tube piézoélectrique.

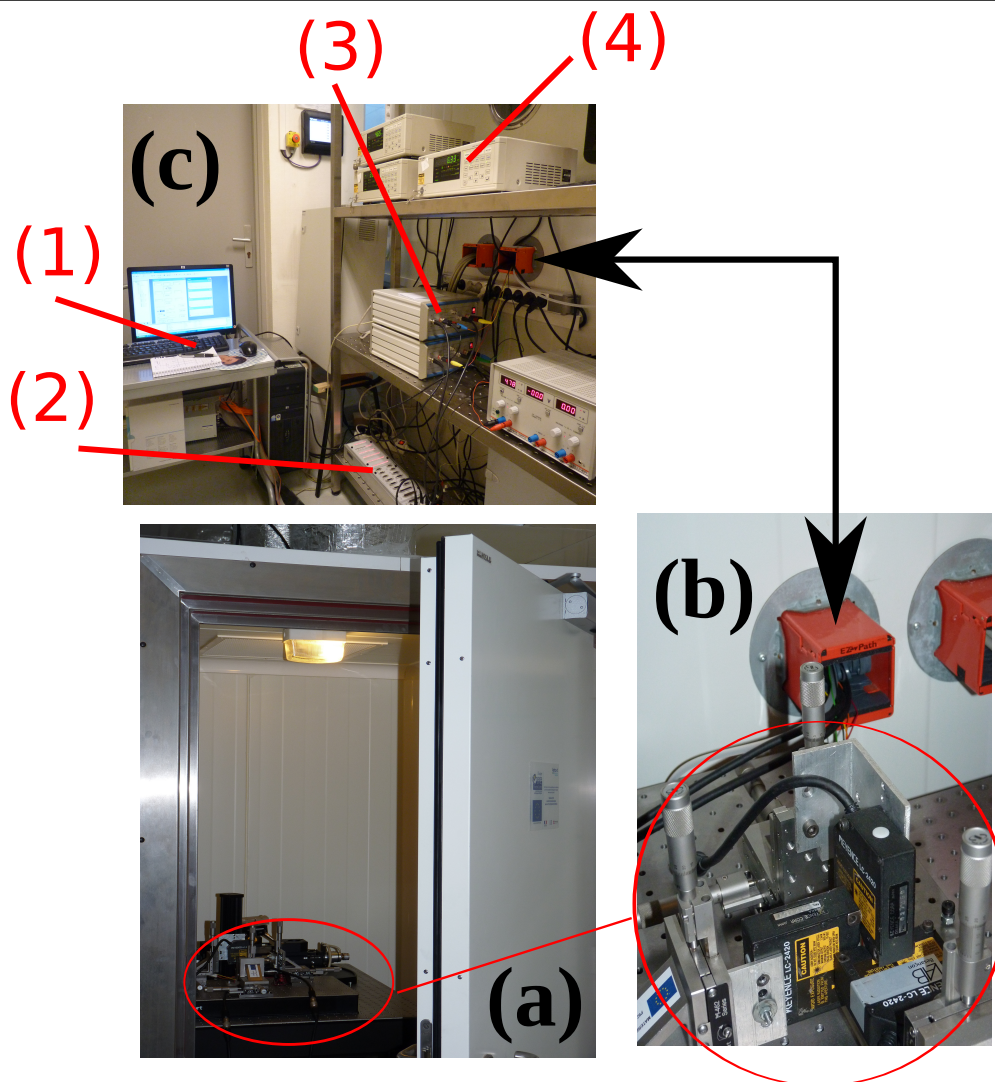


FIGURE D.1: L'environnement contrôlé en température et la maquette expérimentale : (a) la maquette à l'intérieur de la chambre de l'environnement contrôlé en température, (b) la maquette expérimentale et câbles d'alimentation vers l'extérieur de la chambre, (c) le matériel de commande et amplification, à l'extérieur de la chambre.

Sur la figure Fig. D.1-b, le matériel montré comprend trois capteurs de position qui sont utilisés pour mesurer les déflexions du tube. La figure Fig. D.1-c, montre l'extérieur de la chambre de l'environnement contrôlé en température. Le matériel montré comprend un (1) un ordinateur utilisé pour réaliser différents calculs, générer les signaux de commande et traiter et enregistrer les déflexions du tube piézoélectriques, (2) la carte dSPACE pour la conversion numérique-analogique, (3) les amplificateurs de tension, (4) les boîtiers pour les capteurs de position se trouvant à l'intérieur de la chambre de l'environnement.

## D.2 Implémentation du modèle complet de la déflexion, avec prise en compte de la variation de la température

La figure Fig. D.2 présente l'implémentation avec le logiciel *Matlab/Simulink* du modèle complet de la déflexion d'un actionneur piézoélectrique développé au chapitre 3.

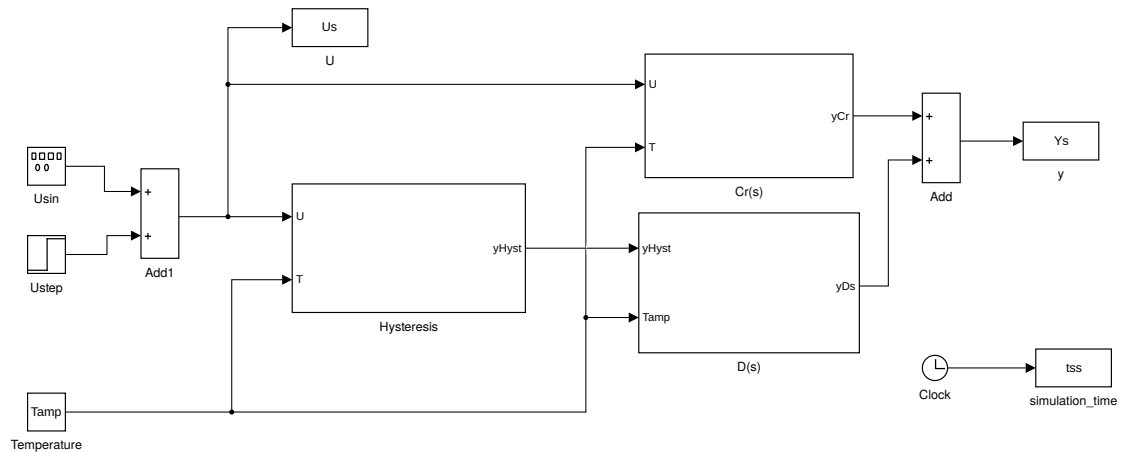


FIGURE D.2: Implémentation globale du modèle complet de la déflexion avec prise en compte de la variation de la température.

La figure Fig. D.3 montre un éclaté du bloc du modèle de creep. Cet éclaté vise à montrer la difficulté d'implémentation des fonctions de transferts à coefficients variables. Les blocs *LookupTable* sont utilisés pour estimer les paramètres du modèle de creep selon la température  $T$ .

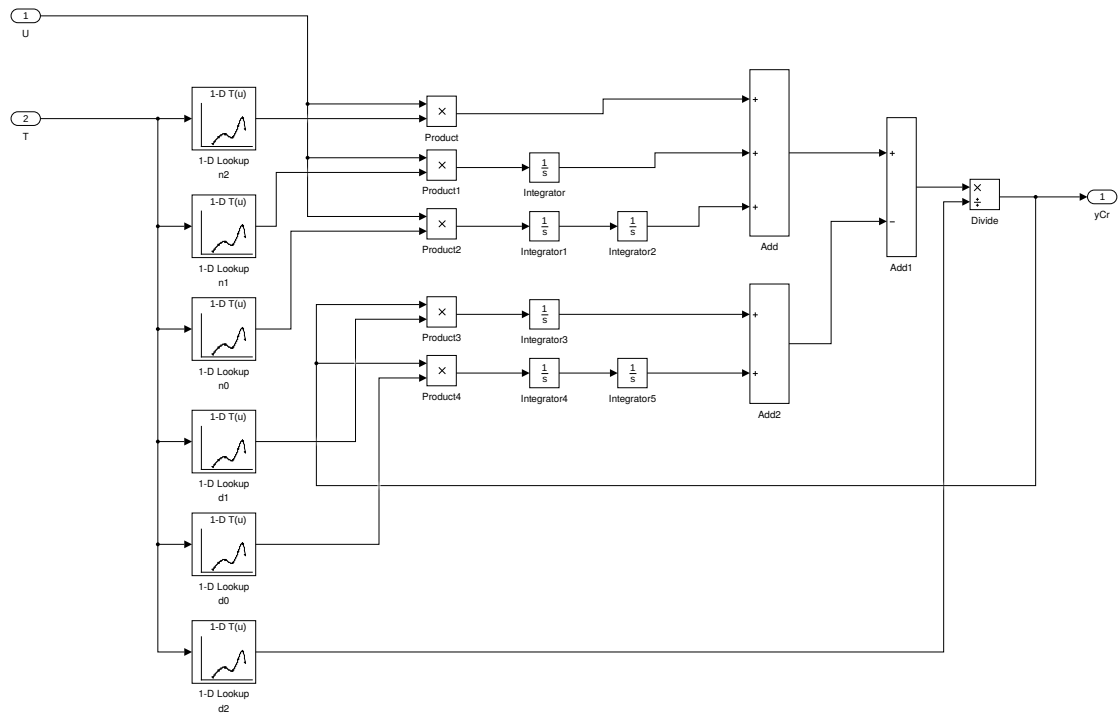


FIGURE D.3: Eclaté du bloc de creep ( $Cr(s, T)$ ) de la structure globale représenté dans la figure D.2.

### D.3 Implémentation du bloc qui réalise l'opération "switching" (le bloc choix du compensateur/contrôleur)

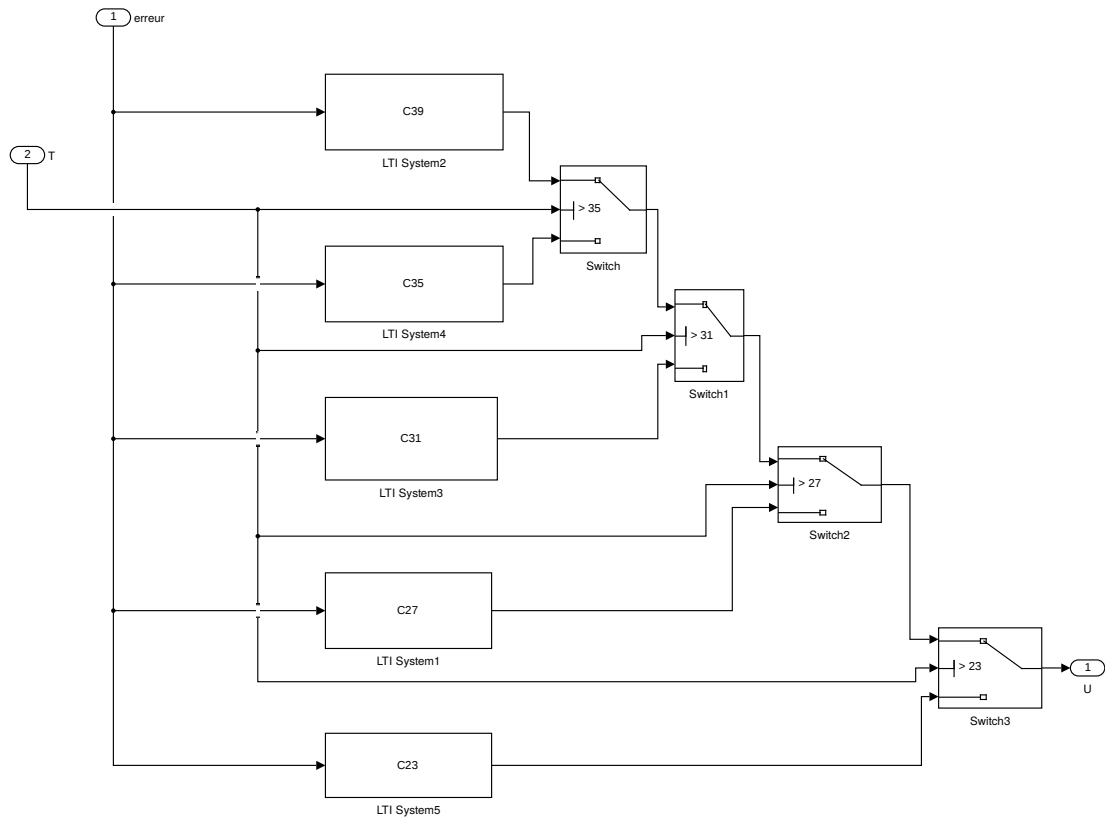


FIGURE D.4: Eclaté du bloc qui réalise la sélection du compensateur.



# Bibliographie

- [1] AHMAD, I., VODA, A., AND BESANÇON, G. Robust hinf control of a scanning tunneling microscope under parametric uncertainties. In *American Control Conference (ACC), 2010* (2010), IEEE, pp. 6555–6560.
- [2] AL-BENDER, F., LAMPAERT, V., AND SWEVERS, J. The generalized maxwell-slip model : a novel model for friction simulation and compensation. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 50, 11 (2005), 1883–1887.
- [3] AL-BENDER, F., SYMENS, W., SWEVERS, J., AND VAN BRUSSEL, H. Theoretical analysis of the dynamic behavior of hysteresis elements in mechanical systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 39, 10 (2004), 1721–1735.
- [4] AL HAMIDI, Y., AND RAKOTONDRABE, M. Vibrations feedforward control in a 2-dof piezoelectric micropositioner by extending the extra insensitive input shaping technique. *PIE - Sensing Technology+Applications ; Sensors for Next Generation Robots conference*.
- [5] AL JANAIDEH, M., AND KREJČÍ, P. An inversion formula for a prandtl–ishlinskii operator with time dependent thresholds. *Physica B : Condensed Matter* 406, 8 (2011), 1528–1532.
- [6] AL JANAIDEH, M., RAKHEJA, S., AND SU, C.-Y. Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator. *Mechatronics* 19, 5 (2009), 656–670.
- [7] AL JANAIDEH, M., RAKHEJA, S., AND SU, C.-Y. An analytical generalized prandtl–ishlinskii model inversion for hysteresis compensation in micropositioning control. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 16, 4 (2011), 734–744.
- [8] AL JANAIDEH, M., SU, C.-Y., AND RAKHEJA, S. Development of the rate-dependent prandtl–ishlinskii model for smart actuators. *Smart Materials and Structures* 17, 3 (2008), 035026.
- [9] AL-MAMUN, A., LEE, T., LING, P., AND SUTHASUN, T. Internal model control for the dual-stage actuator in hard disk drives. In *IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the]* (2002), vol. 2, IEEE, pp. 1606–1611.



- [10] ALJANAIDEH, O., RAKHEJA, S., AND SU, C.-Y. A prandtl-ishlinskii model for characterizing asymmetric and saturated hysteresis of smart material actuators. In *Intelligent Robotics and Applications*. Springer, 2013, pp. 635–643.
- [11] APHALE, S. S., BHIKKAJI, B., AND MOHEIMANI, S. R. Minimizing scanning errors in piezoelectric stack-actuated nanopositioning platforms. *Nanotechnology, IEEE Transactions on* 7, 1 (2008), 79–90.
- [12] APHALE, S. S., DEVASIA, S., AND MOHEIMANI, S. R. High-bandwidth control of a piezoelectric nanopositioning stage in the presence of plant uncertainties. *Nanotechnology* 19, 12 (2008), 125503.
- [13] BADEL, A., QIU, J., AND NAKANO, T. A new simple asymmetric hysteresis operator and its application to inverse control of piezoelectric actuators. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 55, 5 (May 2008), 1086–1094.
- [14] BALLAS, R. G. *Piezoelectric multilayer beam bending actuators : static and dynamic behavior and aspects of sensor integration*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [15] BARRETT, R. C., AND QUATE, C. F. Optical scan-correction system applied to atomic force microscopy. *Rev. Sci. Instrum* 62 (1991).
- [16] BASHASH, S., AND JALILI, N. A polynomial-based linear mapping strategy for feedforward compensation of hysteresis in piezoelectric actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 130, 3 (2008), 031008.
- [17] BASTIEN, J., MICHON, G., MANIN, L., AND DUFOUR, R. An analysis of the modified dahl and masing models : application to a belt tensioner. *Journal of Sound and Vibration* 302, 4 (2007), 841–864.
- [18] BHIKKAJI, B., RATNAM, M., FLEMING, A. J., AND MOHEIMANI, S. R. High-performance control of piezoelectric tube scanners. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 15, 5 (2007), 853–866.
- [19] BIENAIMÉ, A., CHALVET, V., CLÉVY, C., GAUTHIER-MANUEL, L., BARON, T., AND RAKOTONDRABE, M. Static/dynamic trade-off performance of pzt thick film microactuators. *Journal of Micromechanics and Microengineering* 25, 7 (2015), 075017.
- [20] BINNIG, G., ROHRER, H., GERBER, C., AND WEIBEL, E. Surface studies by scanning tunneling microscopy. *Physical review letters* 49, 1 (1982), 57.
- [21] BINNIG, G., ROHRER, H., GERBER, C., AND WEIBEL, E. Tunneling through a controllable vacuum gap. *Applied Physics Letters* 40, 2 (1982), 178–180.
- [22] BINNIG, G., AND SMITH, D. Single-tube three-dimensional scanner for scanning tunneling microscopy. *Review of Scientific Instruments* 57, 8 (1986), 1688–1689.
- [23] BOUC, R. Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. Conference on Non-linear Oscillations, Prague, Czechoslovakia.
- [24] BOUC, R. *Modèle mathématique d’hystérésis. Application aux systèmes à un degré de liberté*. PhD thesis, 1969.
- [25] BOUDAOU, M., DE FARIA, M. G., HADDAB, Y., HALIYO, S., LE GORREC, Y., LUTZ, P., AND RÉGNIER, S. Robust microscale grasping using a self scheduled dynamic controller. In *World Congress* (2014), vol. 19, pp. 7492–7498.

- [26] BOYLE, J. T., AND SPENCE, J. *Stress analysis for creep*. Elsevier, 2013.
- [27] BUTTERWORTH, J. A., PAO, L. Y., AND ABRAMOVITCH, D. Y. A comparison of control architectures for atomic force microscopes. *Asian Journal of Control* 11, 2 (2009), 175–181.
- [28] CAO, Y., AND CHEN, X. A survey of modeling and control issues for piezo-electric actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 137, 1 (2015), 014001.
- [29] CAROLINE BÉRARD, JEAN-MARC BIANNIC, D. S. *La commande Multivariable application au pilotage d'un avion*. Dunod, 2012.
- [30] CHATTERJEE, B. Hysteresis in magnetic systems. *American Journal of Physics* 63, 7 (1995), 643–646.
- [31] CHEN, C. J. Electromechanical deflections of piezoelectric tubes with quartered electrodes. *Applied Physics Letters* 60, 1 (1992), 132–134.
- [32] CHIANG, R. Y., AND SAFONOV, M. G. *Robust Control Toolbox : for Use with MATLAB : User's Guide, June 1, 1988*. MathWorks Incorporated, 1988.
- [33] CHOI, G. S., LIM, Y. A., AND CHOI, G. H. Tracking position control of piezoelectric actuators for periodic reference inputs. *Mechatronics* 12, 5 (2002), 669–684.
- [34] CLAYTON, G. M., TIEN, S., LEANG, K. K., ZOU, Q., AND DEVASIA, S. A review of feedforward control approaches in nanopositioning for high-speed spm. *Journal of dynamic systems, measurement, and control* 131, 6 (2009), 061101.
- [35] COLEMAN, B. D., AND HODGDON, M. L. A constitutive relation for rate-independent hysteresis in ferromagnetically soft materials. *International Journal of Engineering Science* 24, 6 (1986), 897–919.
- [36] COLEMAN, B. D., AND HODGDON, M. L. On a class of constitutive relations for ferromagnetic hysteresis. *Archive for Rational Mechanics and analysis* 99, 4 (1987), 375–396.
- [37] COMSTOCK, R. Charge control of piezoelectric actuators to reduce hysteresis effects, Apr. 21 1981. US Patent 4,263,527.
- [38] CONSTANTINOU, M. C., AND KNEIFATI, M. C. *Dynamics of Soil-base-isolated Structure Systems : Nonlinear Systems. Report 3*. [Department of Civil Engineering], Drexel University, 1987.
- [39] CROSS, R. On the foundations of hysteresis in economic systems. *Economics and Philosophy* 9, 01 (1993), 53–74.
- [40] CRUZ-HERNANDEZ, J., AND HAYWARD, V. Reduction of major and minor hysteresis loops in a piezoelectric actuator. In *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on* (Dec 1998), vol. 4, pp. 4320–4325 vol.4.
- [41] CRUZ-HERNANDEZ, J. M., AND HAYWARD, V. On the linear compensation of hysteresis. In *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on* (1997), vol. 2, IEEE, pp. 1956–1957.
- [42] CRUZ-HERNÁNDEZ, J. M., AND HAYWARD, V. Phase control approach to hysteresis reduction. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 9, 1 (2001), 17–26.

- [43] CUTTINO, J. F., MILLER JR, A. C., AND SCHINSTOCK, D. E. Performance optimization of a fast tool servo for single-point diamond turning machines. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 4, 2 (1999), 169–179.
- [44] D. CROFT, G. S., AND DEVASIA, S. Creep, hysteresis, and vibration compensation for piezoactuators : Atomic force microscopy application. *ASME J. Dyn. Syst. Control* 123 (2001).
- [45] DAHL, P. A solid friction model. Tech. rep., DTIC Document, 1968.
- [46] DAHL, P. R. Measurement of solid friction parameters of ball bearings. Tech. rep., DTIC Document, 1977.
- [47] DAMJANOVIC, D. Hysteresis in piezoelectric and ferroelectric materials.
- [48] DANIELE, A., SALAPAKA, S., SALAPAKA, M., AND DAHLEH, M. Piezoelectric scanners for atomic force microscopes : Design of lateral sensors, identification and control. In *American Control Conference, 1999. Proceedings of the 1999* (1999), vol. 1, IEEE, pp. 253–257.
- [49] DAS, S., POTA, H., AND PETERSEN, I. A mimo double resonant controller design for nanopositioners. *Nanotechnology, IEEE Transactions on* 14, 2 (March 2015), 224–237.
- [50] DEVASIA, S. Robust inversion-based feedforward controllers for output tracking under plant uncertainty. In *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000* (2000), vol. 1, IEEE, pp. 497–502.
- [51] DOYLE, J., GLOVER, K., KHARGONEKAR, P., AND FRANCIS, B. State-space solutions to standard h2 and h inf ; control problems. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 34, 8 (Aug 1989), 831–847.
- [52] DRINČIĆ, B., TAN, X., AND BERNSTEIN, D. S. Why are some hysteresis loops shaped like a butterfly ? *Automatica* 47, 12 (2011), 2658–2664.
- [53] DUHEM, P. *Sur les deformations permanentes et l’hysteresis*, vol. 3. Bibliotheque de l’Ecole polytechnique, A5E 136, 1902.
- [54] EDDY, K. K. Actuator bias prediction using lookup-table hysteresis modeling, Feb. 16 1999. US Patent 5,872,674.
- [55] EL-RIFAI, O. M., AND YOUCEF-TOUMI, K. Creep in piezoelectric scanners of atomic force microscopes. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002* (2002), vol. 5, IEEE, pp. 3777–3782.
- [56] ERTURK, A. *Electromechanical modeling of piezoelectric energy harvesters*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2009.
- [57] ESCARENO, J.-A., RAKOTONDRAHE, M., AND HABINEZA, D. Backstepping-based robust-adaptive control of a nonlinear 2-dof piezoactuator. *Control Engineering Practice* 41 (2015), 57–71.
- [58] FILARDI, G., SENAME, O., BESANÇON-VODA, A., AND SCHROEDER, H.-J. Robust hinf control of a dvd drive under parametric uncertainties. In *IEEE European Control Conference, Cambridge, UK* (2003).

- [59] FLEMING, A. Charge drive with active dc stabilization for linearization of piezoelectric hysteresis. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 60, 8 (August 2013), 1630–1637.
- [60] FLEMING, A. J. High speed nanopositioning with force feedback. In *American Control Conference (ACC), 2010* (2010), IEEE, pp. 4969–4974.
- [61] FLEMING, A. J. Nanopositioning system with force feedback for high-performance tracking and vibration control. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 15, 3 (2010), 433–447.
- [62] FLEMING, A. J., APHALE, S. S., AND MOHEIMANI, S. R. A new method for robust damping and tracking control of scanning probe microscope positioning stages. *Nanotechnology, IEEE Transactions on* 9, 4 (2010), 438–448.
- [63] FLEMING, A. J., BEHRENS, S., AND MOHEIMANI, S. R. An autonomous piezoelectric shunt damping system. In *Smart Structures and Materials (2003)*, International Society for Optics and Photonics, pp. 207–216.
- [64] FLEMING, A. J., AND LEANG, K. K. *Design, Modeling and Control of Nanopositioning Systems*. Springer, 2014.
- [65] FLEMING, A. J., AND MOHEIMANI, S. Sensorless vibration suppression and scan compensation for piezoelectric tube nanopositioners. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 14, 1 (Jan 2006), 33–44.
- [66] FOUAIDY, M., HAMMOUDI, N., AND ORSAY, I. Characterization of piezoelectric actuators used for srf cavities active tuning at low temperature. In *Proceedings of the 11 th Superconducting Radio Frequency workshop (SRF 2003)* (2003).
- [67] GAN, J., AND ZHANG, X. A novel mathematical piezoelectric hysteresis model based on polynomial. In *Intelligent Robotics and Applications*. Springer, 2014, pp. 354–365.
- [68] GAO, W., HOCKEN, R. J., PATTEN, J. A., LOVINGOOD, J., AND LUCCA, D. A. Construction and testing of a nanomachining instrument. *Precision Engineering* 24, 4 (2000), 320–328.
- [69] GE, P., AND JOUANEH, M. Generalized preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuators. *Precision Engineering* 20, 2 (1997), 99–111.
- [70] GLOVER, K., AND DOYLE, J. C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an hinf-norm bound and relations to relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters* 11, 3 (1988), 167–172.
- [71] GOUZÈNES, L. La micro et la nano-électronique. *Réalités Industrielles* (2005), 5.
- [72] GU, G., AND ZHU, L. High-speed tracking control of piezoelectric actuators using an ellipse-based hysteresis model. *Review of Scientific Instruments* 81, 8 (2010), 085104.
- [73] GU, G., AND ZHU, L. Modeling piezoelectric actuator hysteresis with a family of ellipses. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on* (2010), IEEE, pp. 878–883.
- [74] GU, G., AND ZHU, L. Modeling of rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuators using a family of ellipses. *Sensors and Actuators A : Physical* 165, 2 (2011), 303–309.

- [75] GU, G.-Y., YANG, M.-J., AND ZHU, L.-M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified prandtl-ishlinskii model. *Review of Scientific Instruments* 83, 6 (2012), 065106.
- [76] GUAN-DE, L. Matlab curve fitting toolbox in disposing of experiment data [j]. *Tractor & Farm Transporter* 4 (2006), 040.
- [77] HABIBULLAH, H., POTA, H., AND PETERSEN, I. High-precision spiral positioning control of a piezoelectric tube scanner used in an atomic force microscope. In *American Control Conference (ACC), 2014* (June 2014), pp. 1625–1630.
- [78] HABINEZA, D., RAKOTONDRABE, M., AND LE GORREC, Y. Modeling, identification and feedforward control of multivariable hysteresis by combining bouc-wen equations and the inverse multiplicative structure. In *American Control Conference (ACC), 2014* (June 2014), pp. 4771–4777.
- [79] HABINEZA, D., RAKOTONDRABE, M., AND LE GORREC, Y. Multivariable generalized bouc-wen modeling, identification and feedforward control and its application to multi-dof piezoelectric actuators. In *The 19th World Congress of the International Federation of Automatic Control. IFAC'14* (aug 2014), International Federation of Automatic Control (IFAC), pp. 10952–10958.
- [80] HABINEZA, D., RAKOTONDRABE, M., AND LE GORREC, Y. Bouc–wen modeling and feedforward control of multivariable hysteresis in piezoelectric systems : Application to a 3-dof piezotube scanner. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on PP*, 99 (2015), 1–1.
- [81] HABINEZA, D., RAKOTONDRABE, M., AND LE GORREC, Y. Commande en boucle ouverte multivariable de l’hystérésis et des oscillations mal amorties dans les actionneurs piézoélectriques multi-axes. In *Journées Doctorales & Journées Nationales du GDR MACS* (2015).
- [82] HAMED, B., AND ISSA, W. A modified internal model control for unstable–time delayed system. *International Journal of Engineering and Advanced Technology* 1 (2011), 56–62.
- [83] HASSANI, V., TIAHJOWIDODO, T., AND DO, T. N. A survey on hysteresis modeling, identification and control. *Mechanical systems and signal processing* 49, 1 (2014), 209–233.
- [84] HAZEWINKEL, M. *Spline interpolation*. No. 9781556080104. Springer, 2001.
- [85] HESPANHA, J. P., LIBERZON, D., AND MORSE, A. S. Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching. *Systems & Control Letters* 49, 1 (2003), 49–65.
- [86] HESPANHA, J. P., AND MORSE, A. S. Switching between stabilizing controllers. *Automatica* 38, 11 (2002), 1905–1917.
- [87] HEWON JUNG, J. Y. S., AND GWEON, D. New open-loop actuating method of piezoelectric actuators for removing hysteresis and creep. *Review of scientific instruments* 71 (2000), 2.

- [88] HEWON JUNG, J. Y. S., AND GWEON, D. New open-loop actuating method of piezoelectric actuators for removing hysteresis and creep. *Review of scientific instruments* 71 (2000), 2.
- [89] HUBER, J., FLECK, N., AND ASHBY, M. The selection of mechanical actuators based on performance indices. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* (1997), vol. 453, The Royal Society, pp. 2185–2205.
- [90] HYDRONIC. <http://www.hydronic.com/presentation>.
- [91] IKHOUANE, F., AND RODELLAR, J. *Systems with hysteresis : Analysis, identification and control using the Bouc-Wen model*. John Wiley & Sons, 2007.
- [92] ISHLINSKII, A. Y. Some applications of statistical methods to describing deformations of bodies. *Akad. Nauk SSSR, Techn. Ser 9* (1944).
- [93] J. S. DEWEY, K. L., AND DEVASIA, S. Experimental and theoretical results in output-trajectory redesign for flexible structures. *ASME J. Dyn. Syst., Meas. Control* 120 (1998).
- [94] JANOCHA, H., AND KUHNEN, K. Real-time compensation of hysteresis and creep in piezoelectric actuators. *Sensors Actuators* 79 (2000).
- [95] JIANG, H., JI, H., QIU, J., AND CHEN, Y. A modified prandtl-ishlinskii model for modeling asymmetric hysteresis of piezoelectric actuators. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 57, 5 (2010), 1200–1210.
- [96] JIE, G., XIANGDONG, L., XIAOZHONG, L., AND ZHILIN, L. Neural networks preisach model and inverse compensation for hysteresis of piezoceramic actuator. In *Intelligent Control and Automation (WCICA), 2010 8th World Congress on* (2010), IEEE, pp. 5746–5752.
- [97] JOEL AGNUS, N. C. Device for controlling a piezoelectric actuator and scanner controlled by said control device, 2004.
- [98] JUNG, H., SHIM, J. Y., AND GWEON, D. Tracking control of piezoelectric actuators. *Nanotechnology* 12, 1 (2001), 14.
- [99] KHADRAOUI, S., RAKOTONDRABE, M., AND LUTZ, P. Modeling and Robust Deflection Control of Piezoelectric microActuators modelled by Zero-Order Numerator Interval System. In *18th World Congress of the International Federation of Automatic Control, IFAC'11*. (Milan, Italy, Aug. 2011), vol. sur CD ROM, pp. 9763–9768.
- [100] KHADRAOUI, S., RAKOTONDRABE, M., AND LUTZ, P. Pid-structured controller design for interval systems : Application to piezoelectric microactuators. In *American Control Conference (ACC), 2011* (2011), IEEE, pp. 3477–3482.
- [101] KIONG, T. K., AND SUNAN, H. *Modeling and Control of Precision Actuators*. CRC Press, 2013.
- [102] KÖHLER, R., AND RINDERKNECHT, S. A phenomenological approach to temperature dependent piezo stack actuator modeling. *Sensors and Actuators A : Physical* 200 (2013), 123–132.
- [103] KOUNO, E. A fast response piezoelectric actuator for servo correction of systematic errors in precision machining. *Ann. CIRP* 33 (1982).

- [104] KUHNEN, K. Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities : A modified prandtl-ishlinskii approach. *European journal of control* 9, 4 (2003), 407–418.
- [105] KUHNEN, K. Modelling, identification, and compensation of complex hysteretic and log (t)-type creep nonlinearities. *Control and intelligent systems* 33, 2 (2005), 134–147.
- [106] KUHNEN, K., AND KREJCI, P. Compensation of complex hysteresis and creep effects in piezoelectrically actuated systems a new preisach modeling approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 54, 3 (2009), 537–550.
- [107] LE GORREC, Y. *Commande modale robuste et synthèse de gains autoséquences*. PhD thesis, ANRT [diff.], 1998.
- [108] LEANG, K. K., AND DEVASIA, S. Hysteresis, creep, and vibration compensation for piezoactuators : Feedback and feedforward control. In *Proceedings of the Second IFAC Conference on Mechatronic Systems, Berkeley, CA, Dec (2002)*, Citeseer, pp. 9–11.
- [109] LEANG, K. K., AND DEVASIA, S. Feedback-linearized inverse feedforward for creep, hysteresis, and vibration compensation in afm piezoactuators. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 15, 5 (2007), 927–935.
- [110] LEE, Y.-S., AND ELLIOTT, S. Active position control of a flexible smart beam using internal model control. *Journal of Sound and Vibration* 242, 5 (2001), 767–791.
- [111] LEITH, D., SHORTEN, R., LEITHEAD, W., MASON, O., AND CURRAN, P. Issues in the design of switched linear control systems : a benchmark study. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 17, 2 (2003), 103–118.
- [112] LI, Y., AND BECHHOEFER, J. Feedforward control of a closed-loop piezoelectric translation stage for atomic force microscope. *Review of Scientific Instruments* 78, 1 (2007), 013702.
- [113] LIN, C.-J., AND LIN, P.-T. Tracking control of a biaxial piezo-actuated positioning stage using generalized duhem model. *Computers & Mathematics with Applications* 64, 5 (2012), 766–787.
- [114] LIU, J.-M., WANG, W., LIU, Z., CHAN, H., AND CHOY, C. Dynamic hysteresis in ferroelectric systems : experiment and monte carlo simulation. *Applied Physics A* 75, 4 (2002), 507–514.
- [115] LIU, Y., SHAN, J., GABBERT, U., AND QI, N. Hysteresis and creep modeling and compensation for a piezoelectric actuator using a fractional-order maxwell resistive capacitor approach. *Smart Materials and Structures* 22, 11 (2013), 115020.
- [116] LIU, Y., SHAN, J., AND QI, N. Creep modeling and identification for piezoelectric actuators based on fractional-order system. *Mechatronics* 23, 7 (2013), 840–847.
- [117] LJUNG, L. System identification toolbox for use with {MATLAB}.
- [118] LOW, T., AND GUO, W. Modeling of a three-layer piezoelectric bimorph beam with hysteresis. *Journal of MicroElectromechanical Systems* 4 (1995).
- [119] MA, F., ZHANG, H., BOCKSTEDTE, A., FOLIENSTE, G. C., AND PAEVERE, P. Parameter analysis of the differential model of hysteresis. *Journal of Applied Mechanics* 71, 3 (2004), 342–349.

- [120] MAGNI, J.-F. On continuous-time parameter identification by using observers. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 40, 10 (Oct 1995), 1789–1792.
- [121] MAGNI, J.-F., AND MOUYON, P. A tutorial approach to observer design. Tech. Rep. DERA-1991, Office national d'études et de recherches aérospatiales. Chatillon, 1991.
- [122] MAGNI, J.-F., AND MOUYON, P. On residual generation by observer and parity space approaches. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 39, 2 (Feb 1994), 441–447.
- [123] MAHMOOD, I., AND MOHEIMANI, S. R. Making a commercial atomic force microscope more accurate and faster using positive position feedback control. *Review of Scientific Instruments* 80, 6 (2009), 063705.
- [124] MARTINET, G., CHATELET, F., OLIVIER, A., HAMMOUDI, N., BLIVET, S., FOUAIDY, M., AND SAUGNAC, H. Low temperature properties of piezoelectric actuators used in srf cavities cold tuning systems. Tech. rep., 2006.
- [125] MATHERAT, P. Une histoire de la microélectronique. Lecture, 2007.
- [126] MAYERGOYZ. *Mathematical Models of Hysteresis*. Springer-Verlag, 1991.
- [127] MAYERGOYZ, I. D. Mathematical models of hysteresis. *Magnetics, IEEE Transactions on* 22, 5 (1986), 603–608.
- [128] MAYERGOYZ, I. D., AND BERTOTTI, G. *The science of hysteresis*. Elsevier, 2005.
- [129] MERRY, R., UYANIK, M., VAN DE MOLENGRAFT, R., KOOPS, R., VAN VEGHEL, M., AND STEINBUCH, M. Identification, control and hysteresis compensation of a 3 dof metrological afm. *Asian Journal of Control* 11, 2 (2009), 130–143.
- [130] MEYERS, M. A., AND CHAWLA, K. K. *Mechanical behavior of materials*, vol. 2. Cambridge University Press Cambridge, 2009.
- [131] MINASE, J., LU, T.-F., CAZZOLATO, B., AND GRAINGER, S. A review, supported by experimental results, of voltage, charge and capacitor insertion method for driving piezoelectric actuators. *Precision Engineering* 34, 4 (2010), 692–700.
- [132] MOHEIMANI, S., AND VAUTIER, B. Resonant control of structural vibration using charge-driven piezoelectric actuators. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 13, 6 (Nov 2005), 1021–1035.
- [133] MOHEIMANI, S. R. Invited review article : Accurate and fast nanopositioning with piezoelectric tube scanners : Emerging trends and future challenges. *Review of Scientific Instruments* 79, 7 (2008), 071101.
- [134] MOKABERI, B., AND REQUICHA, A. A. Compensation of scanner creep and hysteresis for afm nanomanipulation. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on* 5, 2 (2008), 197–206.
- [135] MOORE, B. On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 21, 5 (Oct 1976), 689–692.
- [136] MOORE, E. H. On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society* 26, 394–395.



- [137] MOURE, A., ALEMANY, C., AND PARDO, L. Temperature dependence of piezoelectric, elastic and dielectric coefficients at radial resonance of piezoceramics with an aurivillius-type structure. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 52, 4 (2005), 570–577.
- [138] OH, J., AND BERNSTEIN, D. S. Semilinear duhem model for rate-independent and rate-dependent hysteresis. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 50, 5 (2005), 631–645.
- [139] OH, J., PADTHE, A. K., BERNSTEIN, D. S., RIZOS, D. D., AND FASSOIS, S. D. Duhem models for hysteresis in sliding and presliding friction. Citeseer.
- [140] PADTHE, A. K., DRINCIC, B., OH, J., RIZOS, D. D., FASSOIS, S. D., AND BERNSTEIN, D. S. Duhem modeling of friction-induced hysteresis. *Control Systems, IEEE* 28, 5 (2008), 90–107.
- [141] PANTAZI, A., SEBASTIAN, A., CHERUBINI, G., LANTZ, M., POZIDIS, H., ROTHUIZEN, H., AND ELEFThERIOU, E. Control of mems-based scanning-probe data-storage devices. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 15, 5 (2007), 824–841.
- [142] PAO, L. Y. Multi-input shaping design for vibration reduction. *Automatica* 35, 1 (1999), 81–89.
- [143] PAO, L. Y., BUTTERWORTH, J., ABRAMOVITCH, D. Y., ET AL. Combined feedforward/feedback control of atomic force microscopes. In *American Control Conference, 2007. ACC'07* (2007), IEEE, pp. 3509–3515.
- [144] PENG, J., AND CHEN, X. A survey of modeling and control of piezoelectric actuators.
- [145] PETERSEN, I., AND LANZON, A. Feedback control of negative-imaginary systems. *Control Systems, IEEE* 30, 5 (Oct 2010), 54–72.
- [146] PETERSEN, I. R. Negative imaginary systems theory in the robust control of highly resonant flexible structures. In *Australian Control Conference (AUCC), 2011* (2011), IEEE, pp. 1–6.
- [147] PONS, J. L. *Emerging actuator technologies : a micromechatronic approach*. John Wiley & Sons, 2005.
- [148] POTA, H. R., PETERSEN, I. R., RANA, M., ET AL. Creep, hysteresis, and cross-coupling reduction in the high-precision positioning of the piezoelectric scanner stage of an atomic force microscope. *Nanotechnology, IEEE Transactions on* 12, 6 (2013), 1125–1134.
- [149] PRANDTL, L. Ein gedankenmodell zur kinetischen theorie der festen körper. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 8, 2 (1928), 85–106.
- [150] PREISACH, F. *Über die magnetische Nachwirkung*, vol. 94. Springer, 1935.
- [151] PRICOP, V., HELEREA, E., AND SCUTARU, G. Fitting magnetic hysteresis curves by using polynomials. In *Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE), 2014 International Symposium on* (2014), IEEE, pp. 1–6.
- [152] PROCTOR, D. L., ALBERT, D. R., AND DAVIS, H. F. Improved piezoelectric actuators for use in high-speed pulsed valves. *Review of Scientific Instruments* 81, 2 (2010), 023106.

- [153] RADOUANE, A., AHMED-ALI, T., AND GIRI, F. Parameter identification of hammerstein systems with bouc-wen hysteresis input nonlinearity\*. In *Control Conference (ECC), 2014 European* (June 2014), pp. 684–689.
- [154] RAKOTONDABE, M. *Piezoelectric systems for precise and high dynamic positioning design, modeling, estimation and control*. Habilitation à diriger des recherches, Sciences Physiques pour Ingénieur et Microtechniques, Université de Franche Comté, Decembre 2014.
- [155] RAKOTONDRABE, M. *Développement et commande modulaire d'une station de microassemblage*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2006.
- [156] RAKOTONDRABE, M. Bouc-wen modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis nonlinearity in piezoelectric actuators. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 8 (2011), 2.
- [157] RAKOTONDRABE, M. Classical prandtl-ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators. *IEEE* 10 (2012), 13.
- [158] RAKOTONDRABE, M. Modeling and compensation of multivariable creep in multi-dof piezoelectric actuators. *ICRA* (2012).
- [159] RAKOTONDRABE, M. Smart materials-based actuators at the micro/nano-scale. *New York, NY : Springer* 10 (2013).
- [160] RAKOTONDRABE, M., AGNUS, J., AND LUTZ, P. Feedforward and imc-feedback control of a nonlinear 2-dof piezoactuator dedicated to automated micropositioning tasks. In *Automation Science and Engineering (CASE), 2011 IEEE Conference on* (2011), IEEE, pp. 393–398.
- [161] RAKOTONDRABE, M., AL JANAIDEH, M., BIENAIMÉ, A., AND XU, Q. Smart materials-based actuators at the micro/nano-scale. *New York, NY : Springer* 10 (2013), 978–1.
- [162] RAKOTONDRABE, M., CLÉVY, C., AND LUTZ, P. Hinf deflection control of a unimorph piezoelectric cantilever under thermal disturbance. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'07*. (2007), pp. 1190–1195.
- [163] RAKOTONDRABE, M., CLÉVY, C., AND LUTZ, P. Complete open loop control of hysteretic, creeped, and oscillating piezoelectric cantilevers. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on* 7, 3 (2010), 440–450.
- [164] RAKOTONDRABE, M., DIOUF, M., AND LUTZ, P. Robust feedforward-feedback control of a hysteretic piezocantilever under thermal disturbance. In *17th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control, IFAC'08*. (2008), pp. 6–pages.
- [165] RAKOTONDRABE, M., FOWLER, A. G., AND MOHEIMANI, S. R. Control of a novel 2-dof mems nanopositioner with electrothermal actuation and sensing. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 22, 4 (2014), 1486–1497.
- [166] RAKOTONDRABE, M., HADDAB, Y., AND LUTZ, P. Plurilinear modeling and discrete  $\mu$ -synthesis control of a hysteretic and creeped unimorph piezoelectric cantilever. In *9th*

- International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, IEEE ICARV'06* (2006), no. sur CD ROM, pp. 57–64.
- [167] RAKOTONDRABE, M., HADDAB, Y., AND LUTZ, P. Quadrilateral modelling and robust control of a nonlinear piezoelectric cantilever. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 17, 3 (May 2009), 528–539.
- [168] RAKOTONDRABE, M., RABENOROSOA, K., AGNUS, J., AND CHAILLET, N. Robust feedforward-feedback control of a nonlinear and oscillating 2-dof piezocantilever. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on* 8, 3 (2011), 506–519.
- [169] RANA, M., POTA, H. R., PETERSEN, I. R., AND HABIB, H. Nonlinearity compensation for improved nanopositioning of atomic force microscope. In *Control Applications (CCA), 2013 IEEE International Conference on* (2013), IEEE, pp. 461–466.
- [170] RAO, M., KRISHNAMURTHY, H., AND PANDIT, R. Magnetic hysteresis in two model spin systems. *Physical Review B* 42, 1 (1990), 856–884.
- [171] ROZANOV, N. Hysteresis phenomena in distributed optical systems. *JETP* 80, 1 (1981), 96–108.
- [172] RUGH, W. J. Analytical framework for gain scheduling. In *1990 American Control Conference* (1990), pp. 1688–1694.
- [173] RYBA, L., VODA, A., AND BESANÇON, G. An lqg/ltr approach towards piezoactuator vibration reduction with observer-based hysteresis compensation. In *19th IFAC World Congress (IFAC WC 2014)* (2014), pp. n–c.
- [174] SABOLSKY, E., JAMES, A., KWON, S., TROLIER-MCKINSTRY, S., AND MESSING, G. Piezoelectric properties of  $\text{SrTiO}_3$  textured  $\text{Pb(Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3}\text{O}_3\text{-PbTiO}_3$  ceramics. *Applied Physics Letters* 78, 17 (2001).
- [175] SALAPAKA, S., SEBASTIAN, A., CLEVELAND, J. P., AND SALAPAKA, M. V. High bandwidth nano-positioner : A robust control approach. *Review of scientific instruments* 73, 9 (2002), 3232–3241.
- [176] SANTOSH DEVASIA, EVANGELOS ELEFTHERIOU, R. M. A survey of control issues in nanopositioning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 15 (2007).
- [177] SCHITTER, G., FANTNER, G. E., KINDT, J. H., THURNER, P. J., AND HANSMA, P. K. On recent developments for high-speed atomic force microscopy. In *Proc. of the Conference on Advanced Intelligent Mechatronics* (2005), pp. 261–4.
- [178] SCHITTER, G., AND STEMMER, A. Identification and open-loop tracking control of a piezoelectric tube scanner for high-speed scanning-probe microscopy. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 12, 3 (2004), 449–454.
- [179] SCHITTER, G., STEMMER, A., AND ALLGÖWER, F. Robust 2 dof-control of a piezoelectric tube scanner for high speed atomic force microscopy. In *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003* (2003), vol. 5, IEEE, pp. 3720–3725.
- [180] SHABANINIA, F., AND MAVADDAT, M. Identification and control for a single-axis pzt nanopositioner stage.

- [181] SHAMMA, J. S., AND ATHANS, M. Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter-varying plants. *Automatica* 27, 3 (1991), 559–564.
- [182] SHENG, J., LI, J. G., AND ZHOU, L. Closed-loop identification and composed controller design for precise machining. In *Advanced Materials Research* (2010), vol. 97, Trans Tech Publ, pp. 3139–3145.
- [183] SHIEH, H.-J., CHIU, Y.-J., AND CHEN, Y.-T. Optimal pid control system of a piezoelectric microspitioner. In *System Integration, 2008 IEEE/SICE International Symposium on* (2008), IEEE, pp. 1–5.
- [184] SHIM, J.-Y., AND GWEON, D.-G. Piezo-driven metrological multiaxis nanopositioner. *Review of Scientific Instruments* 72, 11 (2001), 4183–4187.
- [185] SILVERMAN, L. M. Inversion of multivariable linear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 14, 3 (1969), 270–276.
- [186] SINGH, T., AND SINGHOSE, W. Tutorial on input shaping/time delay control of maneuvering flexible structures. University of Buffalo, NY 14260.
- [187] SINGH, T., AND SINGHOSE, W. Input shaping/time delay control of maneuvering flexible structures. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002* (2002), vol. 3, IEEE, pp. 1717–1731.
- [188] SKOGESTAD, S., AND POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control : analysis and design*, vol. 2. Wiley New York, 2007.
- [189] SMAOUI, M., BRUN, X., AND THOMASSET, D. Systematic control of an electropneumatic system : integrator backstepping and sliding mode control. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 14, 5 (2006), 905–913.
- [190] SMITH, R., AND WELSH, F. Temperature dependence of the elastic, piezoelectric, and dielectric constants of lithium tantalate and lithium niobate. *Journal of applied physics* 42, 6 (1971), 2219–2230.
- [191] SONG, J., AND KIUREGHIAN, A. D. Generalized bouc-wen model for highly asymmetric hysteresis.
- [192] STEELE, J. M. *The Cauchy-Schwarz Master Class : An Introduction to the Art of Mathematical Inequalities*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2004.
- [193] STEPANENKO, Y., AND SU, C.-Y. Intelligent control of piezoelectric actuators. In *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on* (Dec 1998), vol. 4, pp. 4234–4239 vol.4.
- [194] SUMEET S APHALE, S. D., AND MOHEIMANI, S. O. R. High-bandwidth control of a piezoelectric nanopositioning stage in the presence of plant uncertainties. *IOP Publishing* (2008).
- [195] SZPUNAR, B., ATHERTON, D., AND SCHONBACHLER, M. An extended preisach model for hysteresis processes. *Magnetics, IEEE Transactions on* 23, 5 (1987), 3199–3201.
- [196] TAN, K., LEE, T. H., AND ZHOU, H. X. Micro-positioning of linear-piezoelectric motors based on a learning nonlinear pid controller. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 6, 4 (2001), 428–436.

- [197] TIAN, L., WU, J., XIONG, Z., AND DING, H. Precise motion control of piezoelectric actuators using modified zpctc-based composite controller. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2014 IEEE/ASME International Conference on* (July 2014), pp. 967–972.
- [198] TOMIZUKA, M. Zero phase error tracking algorithm for digital control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 109, 1 (1987), 65–68.
- [199] VAUTIER, B. J., MOHEIMANI, S. R., BHIKKAJI, B., BEHRENS, S., FLEMING, A., RATNAM, M., HALIM, D., NIEDERBERGER, D., MORARI, M., PETERSEN, I. R., ET AL. Multivariable lqg vibration control using charge-driven piezoelectric actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 10, 1 (2005), 118–122.
- [200] VIEIRA, S. The behavior and calibration of some piezoelectric ceramics used in the stm. *IBM journal of research and development* 30, 5 (1986), 553–556.
- [201] VOROS, J. Modeling and identification of hysteresis using special forms of the coleman-hodgdon model. *Journal of ELECTRICAL ENGINEERING* (2009).
- [202] VU, L., AND LIBERZON, D. Stability of interconnected switched systems and supervisory control of time-varying plants. In *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on* (2007), IEEE, pp. 4021–4026.
- [203] WANG, C.-H., AND WEN, Y. K. Reliability and redundancy of pre-northridge low-rise steel building under seismic excitation. Rep. No. UILU-ENG-99-2002, Univ. Illinois at Urbana-Champaign, Champaign, Ill., 1998.
- [204] WANG, D., FOTINICH, Y., AND CARMAN, G. P. Influence of temperature on the electromechanical and fatigue behavior of piezoelectric ceramics. *Journal of applied physics* 83, 10 (1998), 5342–5350.
- [205] WANG, X., REYSETT, A., POMMIER-BUDINGER, V., AND GOURINAT, Y. A modified preisach model and its inversion for hysteresis compensation in piezoelectric actuators. *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures* 10, 1 (2014), 122–142.
- [206] WANG, Z., ZHANG, Z., MAO, J., AND ZHOU, K. A hammerstein-based model for rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuator. In *Control and Decision Conference (CCDC), 2012 24th Chinese* (May 2012), pp. 1391–1396.
- [207] WEN, Y.-K. Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the engineering mechanics division* 102, 2 (1976), 249–263.
- [208] WIDDER, D. V. What is the laplace transform? *American Mathematical Monthly* (1945), 419–425.
- [209] XIE, H., ONAL, C., RÉGNIER, S., AND SITTI, M. *Atomic Force Microscopy Based Nanorobotics : Modelling, Simulation, Setup Building and Experiments*, vol. 71. Springer, 2011.
- [210] XIE, W.-F., SU, C., YAO, H., AND FU, J. *Adaptive Control of Piezoelectric Actuators with Unknown Hysteresis*. INTECH Open Access Publisher, 2009.
- [211] XU, Q., AND LI, Y. Dahl model-based hysteresis compensation and precise positioning control of an xy parallel micromanipulator with piezoelectric actuation. *Journal of dynamic systems, measurement, and control* 132, 4 (2010), 041011.

- [212] YEH, T.-J., LU, S.-W., AND WU, T.-Y. Modeling and identification of hysteresis in piezoelectric actuators. *Journal of dynamic systems, measurement, and control* 128, 2 (2006), 189–196.
- [213] YONG, Y., MOHEIMANI, S., KENTON, B. J., AND LEANG, K. Invited review article : High-speed flexure-guided nanositioning : Mechanical design and control issues. *Review of scientific instruments* 83, 12 (2012), 121101.
- [214] YONG, Y. K., APHALE, S. S., AND MOHEIMANI, S. R. Design, identification, and control of a flexure-based xy stage for fast nanoscale positioning. *Nanotechnology, IEEE Transactions on* 8, 1 (2009), 46–54.
- [215] YONG, Y. K., FLEMING, A. J., AND MOHEIMANI, S. R. A novel piezoelectric strain sensor for simultaneous damping and tracking control of a high-speed nanositioner. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 18, 3 (2013), 1113–1121.
- [216] YONG, Y. K., LIU, K., AND MOHEIMANI, S. R. Reducing cross-coupling in a compliant xy nanositioner for fast and accurate raster scanning. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 18, 5 (2010), 1172–1179.
- [217] YU, Y., XIAO, Z., NAGANATHAN, N. G., AND DUKKIPATI, R. V. Dynamic preisach modelling of hysteresis for the piezoceramic actuator system. *Mechanism and Machine Theory* 37, 1 (2002), 75–89.
- [218] ZHOU, D., KAMLAH, M., AND MUNZ, D. Effects of uniaxial prestress on the ferroelectric hysteretic response of soft pzt. *Journal of the European Ceramic Society* 25, 4 (2005), 425–432.
- [219] ZHOU, K., AND DOYLE, J. C. *Essentials of robust control*, vol. 180. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.



# Publications

---

Ces travaux de thèse ont conduit à diverses publications. Les travaux publiés apparaissent de la manière suivante :

- le chapitre 2 est décrit dans [J1] [C1] et [C2]
  - le chapitre 3 est décrit dans [J1], [C1], [C2], [C3] et [C4],
  - le chapitre 5 est décrit dans [J2].
- 

## Revue internationale à comité de lecture :

- [J2] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Characterization, Modeling and  $H_\infty$  Control of n-DOF Piezoelectric Actuators : Application to a 3-DOF Precise Positioner', *Asian Journal of Control*, Vol. 18, No. 5, pp. 1–20, September 2016, (DOI : 10.1002/asjc.1224).
- [J1] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Bouc-Wen Modeling and Feedforward Control of Multivariable Hysteresis in Piezoelectric Systems : Application to a 3-DoF Piezotube Scanner', *IEEE - Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 23, No. 5, pp. 1797–1806, January 2015, (DOI :10.1109/TCST.2014.2386779).

## Conférences internationales :

- [C3] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, ' Simultaneous Suppression of Badly-Damped Vibrations and Cross-couplings in a 2-DoF piezoelectric actuator, by using Feedforward Standard H-inf approach', *SPIE - Sensing Technology Applications ; Sensors for Next Generation Robots conference*, Baltimore, Maryland USA, April 2015.
- [C2] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Multivariable generalized Bouc- Wen modeling, identification and feedforward control and its application to a 2-DoF piezoelectric multimorph actuator', *IFAC – WC, (International Federation of Automatic Control-World Congress)*, Cape Town, South Africa, August 2014.
- [C1] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Modeling, identification and feedforward control of multivariable hysteresis by combining Bouc-Wen equations and the inverse multiplicative structure', *IEEE- ACC, (American Control Conference)*, Portland, Oregon, USA, June 2014. [BEST PRESENTATION IN SESSION AWARD]



## Conférences nationales :

- [C5] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Feedforward control of hysteresis and badly damped oscillations in multivariable systems', GT-SYSME/GDR-MACS, (Workshop on Mechatronic Systems), Nantes France, November 2015.
- [C4] **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Yann Le Gorrec, 'Commande en boucle ouverte multivariable de l'hystérésis et des oscillations mal amorties dans les actionneurs piézoélectriques multi-axes', *Journées Doctorales / Journées Nationales MACS*, Bourges, 16-19 Juin 2015.

## Publications avec collaboration :

### *Chapitres de livres :*

- Micky Rakotondrabe, Juan-Antonio Escareno, **Didace Habineza** and Sergio Lescano 'Kalman filtering and state-feedback control of a nonlinear piezoelectric cantilevered actuator', a chapter in 'Smart materials-based actuators at the micro/nano-scale : characterization, control and applications' edited by Micky Rakotondrabe, Springer - Verlag, New York, ISBN 978-1-4614-6683-3, 2013.

### *Revues internationales à comité de lecture :*

- Vincent Chalvet, **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Cédric Clévy, 'Hysteresis characterization of novel thick-film PZT microactuators', *Elsevier Physica B : Condensed Matter (Physica B)*, doi :10.1016/j.physb.2015.11.007, 2015.
- Omar Aljanaideh, **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe and Mohammad Al Janaideh, 'Experimental comparison of rate-dependent hysteresis models in characterizing and compensating hysteresis of piezoelectric tube actuators', *Elsevier Physica B : Condensed Matter (Physica B)*, doi :10.1016/j.physb.2015.10.021, 2015.
- Juan Antonio Escareno, Micky Rakotondrabe and **Didace Habineza**, 'Backstepping-based robust-adaptive control of a nonlinear 2-DOF piezoactuator', *IFAC-Control Engineering Practice (CEP)*, DOI.10.1016/j.conengprac.2015.04.007.

### *Conférences internationales et nationales :*

- Helon V Hultmann Ayala, **Didace Habineza**, Micky Rakotondrabe, Carlos E Klein, Leandro S Coelho, 'Nonlinear Black-box System Identification through Neural Networks of a Hysteretic Piezoelectric Robotic Micromanipulator', 17th IFAC Symposium on System Identification, Beijing, China, October 19-21, 2015.
- Juan Antonio Escareno, **Didace Habineza** and Micky Rakotondrabe, 'Tracking Control of a Piezocantilever Using a Bounded-Input Adaptive Backstepping Scheme and Sliding-Mode Observer', *IFAC-WC, (International Federation of Automatic Control-World Congress)*, Cape Town, South Africa, August 2014.

- Ioan Alexandru Ivan, Micky Rakotondrabe, Valentin Gurgu, **Didace Habineza** and Rosario Toscano, 'Mesure par self-sensing sur les actionneurs piézoélectriques et commande en boucle fermée', *CETSIIS, (Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes)*, Besançon, October 2014.





## Résumé :

Les actionneurs piézoélectriques font partie des outils les plus utilisés dans les applications à l'échelle micro/nano-métrique (micromanipulation, microassemblage, micropositionnement, etc). Du point de vue fonctionnel, on distingue les actionneurs mono-axe (permettant d'obtenir la déflexion suivant une direction) et les actionneurs multi-axes (pouvant fléchir suivant plusieurs directions). La notoriété des actionneurs piézoélectriques est due à un certain nombre de performances telles qu'une large bande passante (plus du kHz possible), une très bonne résolution (de l'ordre du nanomètre), une faible consommation en énergie électrique, une grande densité de force, une facilité d'alimentation et d'intégration, etc. Cependant, ces actionneurs sont caractérisés par des non-linéarités fortes (hystérésis et la dérive lente), des oscillations mal-amorties, et sont sensibles à la variation des conditions ambiantes (en particulier à la variation de la température). Pour les actionneurs multi-axes, il s'ajoute un problème des couplages entre les différents axes de l'actionneur. Cette thèse propose des stratégies innovantes de commande des actionneurs piézoélectriques multi-axes pour contrer les problèmes sus-mentionnés. Ces stratégies sont groupées en deux catégories. La première catégorie concerne les techniques de commande en boucle fermée. Ces techniques sont les plus adaptées pour garantir la robustesse et un niveau de précision élevé pour les actionneurs piézoélectriques. Cependant, à l'échelle micro/nano-métrique, ces techniques sont limitées par un manque d'espace suffisant pour installer des capteurs de position. La deuxième catégorie concerne la commande en boucle ouverte dont l'intérêt majeur est lié au fait qu'il n'y a pas besoin de capteurs pour la commande, ce qui constitue un avantage en terme de coût et facilité d'intégration. Dans cette thèse, nous proposons d'abord les techniques de modélisation et de commande en boucle ouverte multivariées. Ensuite, nous faisons une analyse des effets de la température sur les actionneurs piézoélectriques et nous proposons des techniques de commande en boucle ouverte et en boucle fermée de ces effets. Enfin, une stratégie de commande en boucle fermée par découplage, visant à obtenir des correcteurs d'ordre réduit pour les actionneurs multi-axes est proposée. Toutes ces techniques sont vérifiées et appliquées expérimentalement à un actionneur piézoélectrique de type tube.

**Mots clés :** Actionneurs piézoélectriques multi-axes, modélisation, hystérésis, dérive lente, oscillations, couplages, commande en boucle ouverte, commande en boucle fermée.

## Abstract:

Piezoelectric actuators are among the most used tools in many applications at micro/nano-scale (micromanipulation, microassembly, micropositioning, etc). From a functional perspective, there exist mono-axis actuators (which are made to bend in one direction) and multi-axis actuators (which provide deflections in different directions). The popularity of piezoelectric actuators is especially due to their high resolution (nanometric resolution), the large bandwidth (greater than 1kHz possible), the low electrical power consumption, the high force density, the ease of integration in positioning systems, etc. However, piezoelectric actuators are characterized by hysteresis and creep nonlinearities, badly damped vibrations and they are sensitive to the variation of ambient conditions (especially to the temperature variation). In addition, multi-axis actuators exhibit cross-couplings between their axis. This thesis proposes novel strategies for modeling and control of multi-axis piezoelectric actuators, with the aim to counteract the aforementioned problems. These strategies are grouped into two categories. The first category concerns feedback control techniques. These techniques are the most suitable to ensure the robustness and a high level of precision for piezoelectric actuators. However, at the micro/nanoscale, these techniques are limited by the lack of enough physical space to install feedback sensors. The second category concerns the feedforward control techniques. The main advantage of these techniques is related to the fact that, in feedforward control schemes, feedback sensors are not needed for tracking. This allows to achieve a high degree of packageability and the cost reduction. In this thesis, we first propose multivariable modeling and feedforward control techniques. Then, we analyse the effects of temperature variation on piezoelectric actuators and we propose feedforward and feedback control techniques for these effects. Finally, a feedback strategy based on decoupling techniques with an aim to reduce the order of feedback controllers for multi-axis piezoelectric actuators, is proposed. All these modeling and control strategies are experimentally applied on a piezoelectric tube actuator.

**Key words :** Multi-axis piezoelectric actuators, modeling, hysteresis, creep, vibration, coupling effect, feedforward control, feedback control.

