



HAL
open science

Interférométrie Simultanée avec Deux Espèces Atomiques Rb/ Rb et Applications aux Mesures Inertielles

Alexis Bonnin

► **To cite this version:**

Alexis Bonnin. Interférométrie Simultanée avec Deux Espèces Atomiques Rb/ Rb et Applications aux Mesures Inertielles. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Saclay (COMUE), 2015. Français. NNT : 2015SACLS090 . tel-01272542

HAL Id: tel-01272542

<https://theses.hal.science/tel-01272542>

Submitted on 11 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2015SACLE090



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY,
PRÉPARÉE À L'ONERA
(OFFICE NATIONAL D'ÉTUDES ET DE RECHERCHES AÉROSPATIALES)

ÉCOLE DOCTORALE N°288
ONDES ET MATIÈRE

SPÉCIALITÉ DE DOCTORAT : PHYSIQUE QUANTIQUE

Par

MR. ALEXIS BONNIN

INTERFÉROMÉTRIE SIMULTANÉE AVEC
DEUX ESPÈCES ATOMIQUES $^{87}\text{Rb}/^{85}\text{Rb}$
ET APPLICATIONS AUX MESURES INERTIELLES

Thèse présentée et soutenue à Orsay, le 23 novembre 2015, devant le jury composé de :

Mr.	Philippe RONCIN	ISMO, Orsay	Président
Mme	Saïda GUELLATI-KHELIFA	LKB, Paris	Rapporteur
Mr.	Ernst RASEL	IQ, Hanovre	Rapporteur
Mr.	Franck PEREIRA DOS SANTOS	SYRTE, Paris	Examineur
Mme	Laurence PRUVOST	LAC, Orsay	Directrice de thèse
Mr.	Nassim ZAHZAM	ONERA, Palaiseau	Encadrant de thèse
Mr.	Pierre TOUBOUL	ONERA, Palaiseau	Invité

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été financée par l'ONERA et s'est effectuée sur le site de Palaiseau. Je remercie donc Michel Lefebvre et Olivier Le Traon de m'avoir accueilli respectivement au sein du Département de Mesures Physiques (DMPH) et de l'unité Capteurs et Micro-Technologie (CMT). Le cadre de travail excellent dont j'ai bénéficié pendant plus de trois ans a grandement contribué au bon déroulement de ma thèse.

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir bien voulu accepté la charge d'évaluer ce travail. Je remercie en particulier mes deux rapporteurs, Saïda Guellati-Khélifa et Ernst Rasel, pour leur lecture de ce manuscrit ainsi pour leurs questions pertinentes, témoins de l'intérêt porté à mon travail. Je remercie Franck Pereira dos Santos d'avoir apporté son œil d'expert en tant qu'examinateur. Je remercie ensuite Pierre Touboul d'avoir suivi régulièrement l'évolution de cette thèse et de s'être penché sur notre test du *Principe d'Équivalence* avec des atomes. Je remercie enfin Philippe Roncin d'avoir présidé l'ensemble de ce jury.

Je tiens à remercier ma directrice de thèse Laurence Pruvost du laboratoire Aimé Cotton de s'être assuré du bon déroulement académique de mes travaux. Son regard extérieur a été bénéfique tout au long de la thèse et notamment pour la correction du manuscrit ainsi que pour la préparation de la soutenance.

Ce fut un réel plaisir pour moi de travailler au quotidien dans l'équipe "Capteurs Inertiels Atomiques" de l'ONERA, et ce dans une atmosphère de camaraderie joyeuse, détendue et néanmoins le plus souvent efficace! Je remercie en premier lieu Nassim Zahzam qui m'a encadré pendant plus de trois ans. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a témoigné ainsi que pour l'autonomie croissante qu'il m'a donné. Son sens physique et sa rigueur dans la manière d'aborder et de résoudre les problèmes ont toujours permis de dénouer les obstacles que nous avons rencontrés. Je retiens le temps qu'il m'a consacré, les connaissances qu'il m'a transmises et l'ensemble des échanges et discussions que nous avons eu, aussi bien sur des questions physiques, sportives que sur de tout autres sujets. Pour tout cela encore merci! Un grand merci aussi à Yannick Bidet qui a été très présent tout au long de la thèse. Il m'a apporté sa très grande maîtrise de l'interférométrie atomique ainsi que du fonctionnement de l'expérience et a toujours su trouver des réponses à mes "petites questions"! Je remercie ensuite Alexandre Bresson, qui, malgré ses nouvelles fonctions, continu d'apporter énormément à l'équipe atomes froids grâce à sa supervision, sa bonne humeur et sa grande connaissance des aspects théoriques et techniques de ces expériences. Je remercie aussi Cédric Blanchard, lui aussi pour sa bonne humeur, ses coups de mains et sa grande précision dans la réalisation de pleins de choses très utiles. C'est toujours un plaisir de travailler à ses côtés dans un labo joyeux et parfaitement ordonné! J'ai eu aussi le plaisir de côtoyer Malo Cadoret, de façon plus "intermittente", et avec qui j'ai toujours beaucoup apprécié discuter et apprendre encore sur l'interférométrie atomique. Enfin je souhaite bon courage et beaucoup de réussite à Clément Diboune qui va continuer à faire vivre l'expérience mutli-espèces.

J'en arrive ensuite à mes comparses du bureau S2-16, initialement Geoffrey Renon, Olivier Carrivain et Fabien Théron, les deux premiers ayant ensuite été remplacés, avec panache, par Robert George et Gautier Vilmart. J'associe aussi Malik Nafa, qui, malgré ses quelques mètres d'écart, trouve toute sa place parmi ce groupe. Ce fut un plaisir de partager avec vous tous, dans une gaieté constante, le quotidien d'un thésard du DMPH. Merci à Geoffrey, à ses atomes

REMERCIEMENTS

bien plus chauds que le zéro absolu, et aux discussions, plats et soirées partagées. Merci à Olivier, à ses points de vue atypiques et à ses histoires souvent rocambolesques ! Merci à Fabien avec qui j'ai partagé pendant trois ans les aléas d'une expérience d'atomes froids et surtout une certaine idée commune concernant la manière d'égayer et/ou déranger un bureau ! Merci à Robert, à sa bonhomie et à sa manière si particulière de filtrer les informations, conversations ou distractions qui lui parviennent. Merci à Gautier, à son flegme naturel et communicatif, qui parfois saute face à une ligne de code, à sa voiture de m'avoir ramené et à sa sympathie spontanée. Merci à Malik, à sa légendaire rapidité de nutrition, à ses avis assurés et tranchés et aux retours communs dans le RER. Merci à tous pour l'ensemble de ces moments !

Durant ces trois années passées à l'ONERA, j'ai aussi côtoyé un grand nombre de personnes que je souhaite remercier.

L'ensemble des membres de l'équipe SLM que j'ai eu le plaisir de fréquenter lors des pauses café, à la cantine, dans les couloirs ou leurs labo et avec qui j'ai beaucoup appris sur les lasers, l'optique-non linéaire ou tout autres sujets. Merci à Michael Scherman, Myriam Raybaut, Jean-Michel Melkonian, Antoine Godard, Jean-Baptiste Dherbecourt, Guillaume Gorju, Ajmal Mohamed, Nelly Dorval, Mikaël Orain, Thomas Schmid, Jean-Pierre Faleni, Brigitte Attal-Trétout, Quentin clément (compère du RER B et de ses aléas), Jessica Barrientos Barria, Cédric Laporte, Erwan Cadiou, Delphine Descloux, Guillaume Aoust.

Merci aussi à Florence Baumgartner, Hélène Meler et Sylvie Nicolle pour leur gentillesse et leur grande aide dans les tâches administratives ou dans la préparation de mes conférences à l'étranger.

Merci aussi aux différents stagiaires de l'équipe atomes froids, Cyrille, Niels, Emily, Matthieu, Céline et Benjamin.

Durant ma thèse j'ai eu le plaisir d'enseigner à l'École Centrale Paris. Je voudrais remercier Gloria Foulet de m'avoir donné cette opportunité et de m'avoir initié à la pédagogie. Merci aussi à Bruno, Adèle, Olivier et les autres thésards avec qui j'enseignais et avec qui j'ai beaucoup échangé lorsque les étudiants bataillaient avec leurs alignements.

Je ne voudrais pas oublier mes amis, avec qui j'ai passé de nombreux moments en dehors du travail et qui ont toujours montré un intérêt à mes recherches.

Merci donc à Marie et Guilloumes et aux soirées, réveillons, week-ends, parties de pétanques et autres activités effectuées ensembles. Un immense merci à l'ensemble du peloton composé de Jean, compagnon d'escalade, de blagues et de boissons, Manu, lui aussi compagnon d'escalade mais aussi de musique et actuellement exilé en Antarctique, Manfred, toujours fidèle et partant bien qu'appelé à repartir au Japon, Geoffrey, complice de soirée et troll incomparable, Charles, joyeux luron armé de son célèbre pébroc, Tatiana et Vincent, camarades joviaux et badins connaissant la routine du thésard, Simon et Céline, organisateurs de grands événements tels que week-ends entre amis et mariage, Meriem et Bertrand, aussi buveurs que dévoués et amicaux, et Marie, réjouissante amie toujours prête à partager et ricaner.

Un énorme merci à mes plus vieux amis toulousains. Jeff, le plus fidèle, que j'ai toujours énormément plaisir à retrouver. Lucas, certainement le plus ancien mais aussi le plus dur à attraper. Sans oublier Qassem, avec qui je partage bien plus de points communs que la même date d'anniversaire, ou encore Romain, Gilles et Grégoire.

Je tiens ensuite à remercier ma famille pour le soutien et l'affection constante qu'ils m'ont toujours témoigné, que ce soit mes oncles et tantes, mes cousins et cousines et bien sur mes grands-parents. Grands-parents de qui je tiens beaucoup, ceux qui sont là et qui m'ont toujours encouragé, et ceux qui sont partis et avec qui j'aurais aimé partager cela. Ce manuscrit leur est dédié.

Et surtout un grand merci à mes parents et à ma sœur Lorraine, qui m'ont toujours soutenu,

stimulé et incité à avancer. C'est en grande partie grâce à eux si j'ai pu aujourd'hui, écrire cette thèse, et je réalise d'autant plus en ces instants la chance que j'ai, et que j'ai toujours eu, de les avoirs.

Merci donc à toute ma famille, et comme nous dit Montesquieu dans ses Lettres Persanes : *“Heureux celui qui, connaissant le prix d'une vie douce et tranquille, repose son cœur au milieu de sa famille.”*

Pour finir, je souhaiterais remercier une personne toute particulière à mes yeux : Julie, qui m'a toujours supporté, dans les deux sens du terme ! J'ai toujours pu compter et me reposer sur elle quand j'en avais besoin. Je ne la remercierai jamais assez pour sa confiance, son dynamisme, son humour ...

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	i
Acronymes et notations	ix
Introduction	1
0.1 La mesure du mouvement des corps	3
0.1.1 De l'interférométrie atomique vers la mesure inertielle	3
0.1.2 Description du champ de pesanteur	6
0.1.3 Applications des capteurs inertiels atomiques	7
0.1.4 Différents types de capteurs inertiels à atomes froids	13
0.2 Tester le principe d'équivalence	18
0.2.1 Qu'est-ce que le Principe d'Équivalence ?	18
0.2.2 Test du Principe d'Équivalence avec des objets de nature classique	23
0.2.3 L'interférométrie atomique et les objets de nature quantique	26
0.2.4 État de l'art en interférométrie atomique	34
0.3 Organisation du travail de recherche	37
0.4 Plan du manuscrit	38
I Aspects théoriques sur l'interférométrie atomique et la mesure différentielle	41
I.1 Transition Raman stimulée et interféromètre atomique	41
I.1.1 Transition Raman stimulée à deux photons	42
I.1.2 Dynamique du système	43
I.1.3 Séparatrices et miroirs atomiques	46
I.1.4 Sélectivité en vitesse	48
I.2 Interféromètre atomique de type Mach-Zehnder	49
I.2.1 Description de l'interféromètre	49
I.2.2 Calcul du déphasage	50
I.2.3 Fonction de sensibilité	54
I.2.4 Réponses de l'interféromètre et facteur d'échelle	57
I.3 Déphasage différentiel dans la cas double espèce	63
I.3.1 Du déphasage simple espèce vers	63
I.3.2 ... le déphasage différentiel double espèce	66
I.4 Ellipses et extraction de la phase différentielle	69
I.4.1 Pourquoi et comment extraire la phase d'une ellipse ?	69
I.4.2 Extraction directe de la phase	71
I.4.3 Caractérisation et validation de la méthode	74
I.5 Conclusion	81
II Dispositif Expérimental	83
II.1 Le gravimètre atomique GIRAFE	83
II.1.1 Choix des atomes	83
II.1.2 Fonctionnement du gravimètre	84
II.2 Tête du Capteur	85
II.2.1 Enceinte à vide	87
II.2.2 Environnement magnétique	88

TABLE DES MATIÈRES

II.2.3	Optiques MOT, Pousseur, Raman, Détection	88
II.3	Plate-forme de contrôle des vibrations	89
II.4	Système laser et micro-onde adapté au double espèce	90
II.4.1	Architecture laser	90
II.4.2	Génération des raies lasers et module micro-onde	92
II.5	Pistes d'amélioration du système laser bi-espèce	99
II.5.1	Limitations actuelles	99
II.5.2	Ébauches de nouvelles architectures lasers	100
II.6	Conclusion	103
III	Mise en œuvre de l'interféromètre à deux espèces	105
III.1	Mesure des populations atomiques	105
III.1.1	Détection par fluorescence	105
III.1.2	Non-linéarités de la détection	107
III.2	Source atomique de ^{87}Rb et ^{85}Rb	113
III.2.1	Piégeage et refroidissement des atomes	113
III.2.2	Caractérisation du refroidissement simultané des deux isotopes	114
III.2.3	Préparation de l'état quantique des atomes	120
III.3	Réalisation de l'interféromètre atomique	122
III.3.1	Caractérisation des faisceaux et transitions Raman	122
III.3.2	Transitions Raman contra-propageantes et paires Raman parasites	126
III.3.3	Réglage des paramètres expérimentaux	130
III.4	Conclusion	132
IV	Test du principe d'équivalence et réjection des vibrations	135
IV.1	Test du principe d'équivalence	135
IV.1.1	Mesure simultanée de l'accélération différentielle	136
IV.1.2	Présentation et résultats du test	139
IV.2	Exactitude des mesures d'accélération différentielles	140
IV.2.1	Différence de facteurs d'échelle	141
IV.2.2	Raies parasites	142
IV.2.3	Déplacements en fréquence des niveaux atomiques	146
IV.2.4	Accélération de Coriolis et effet Sagnac	150
IV.2.5	Aberrations de front d'onde	153
IV.2.6	Autres effets systématiques	154
IV.3	Sensibilité court terme et résolution des mesures d'accélération différentielles	156
IV.3.1	Bruit de phase micro-onde non commun	156
IV.3.2	Bruit de détection	159
IV.3.3	Bruits de fréquence et d'intensité du laser Raman	162
IV.3.4	Sensibilité, résolution et analyse des variances d'Allan	163
IV.4	Réjection des vibrations	167
IV.4.1	Niveau de réjection avec le ^{87}Rb et ^{85}Rb	168
IV.4.2	Limites ultimes dues à la différence de facteur d'échelle	172
IV.4.3	Impact des accélérations verticales	176
IV.4.4	Impact des effets inertiels supplémentaires	178
IV.5	Conclusion	180
V	Applications aux mesures d'accélération	183
V.1	A propos de la mesure d'accélération	183
V.2	Accéléromètre double espèce non ambigu à grande plage de mesure	186
V.2.1	Principe de fonctionnement	186
V.2.2	Réalisation expérimentale	187

V.3	Accéléromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire	191
V.3.1	Principe de fonctionnement	191
V.3.2	Réalisation expérimentale	193
V.4	Couplage des deux modes de fonctionnement et gravimètre triple espèce	195
V.5	Conclusion	196
Conclusions et perspectives		199
VI.1	Conclusion	199
VI.2	Perspectives	201
VI.2.1	Perspectives sur l'expérience à court et moyen termes	201
VI.2.2	Perspectives générales sur le long terme	204
A	Terminologie spécifique aux appareils de mesure	207
B	Grandeurs physiques des atomes de ^{87}Rb et ^{85}Rb	209
C	Modulation en phase d'un laser	213
D	Calcul du contraste en sortie d'interféromètre	217
E	Variance d'Allan	219
F	Doublage en fréquence avec un cristal PPLN en guide d'onde	221
G	Communications Scientifiques	225
	Bibliographie	265

ACRONYMES ET NOTATIONS

Acronymes utilisés dans le manuscrit

AOM	Acousto Optical Modulator - Modulateur Acousto-Optique
BEC	Bose-Einstein Condensate - Condensat de Bose-Einstein
CHAMP	CHAllanging Minisatellite Payload
CNES	Centre National d'Études Spatiales
DDS	Direct Digital Synthesis - Synthèse Digitale Directe
DFB	Distributed FeedBack laser diode - Diode laser à rétroaction répartie
DGA	Délégation Générale de l'Armement
DSP	Densité Spectrale de Puissance
DRO	Dielectric Resonator Oscillator - Oscillateur à Résonateur Diélectrique
EEP	Einstein Equivalence Principle - Principe d'Équivalence d'Einstein
EDFA	Erbium-Doped Fiber Amplifier - Amplificateur à Fibre Dopé Erbium
ESA	European Space Agency - Agence Spatiale Européenne
FG5	Freefall Gravimeter 5 from μg solution
FWHM	Full Width at Half Maximum - Largeur Totale à Mi-Hauteur
GIBON	Gradiomètre Interférométrique de Bloch de l'ONera
GIRAFE	Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids Embarquable
GOCE	Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GPS	Global Positioning System - Système de Localisation Mondial
GRACE	Gravity Recovery And Climate Experiment
ICE	Interférométrie Cohérente pour l'Espace
ISS	International Space Station - Station Spatiale Internationale
LLI	Local Lorentz Invariance - Invariance de Lorentz Locale
LPI	Local Position Invariance - Invariance de Position Locale
MICROSCOPE	MICRO-Satellite pour l'Observation du Principe d'Équivalence
MOT	Magneto-Optical Trap - Piège Magnéto-Optique
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
PPLN	Periodically Poled Lithium Niobate - Niobate de Lithium Périodiquement Orienté
PPLN-WG	Periodically Poled Lithium Niobate WaveGuide - Niobate de Lithium Périodiquement Orienté en Guide d'Onde
QUANTUS	QUANTengase Unter Schwerelosigkeit
Q-WEP	Quantum Weak Equivalence Principle
RSB	Rapport Signal sur Bruit
Rb	Rubidium
STE-QUEST	Space-Time Explorer and QUantum Equivalence Principle Space Test
UFF	Universality of Free Fall - Universalité de la Chute Libre
VCO	Voltage Control Oscillator - Oscillateur Contrôlé en tension
WEP	Weak Equivalence Principle - Principe d'Équivalence Faible

Principales notations utilisées dans le manuscrit

\vec{g}	champ de pesanteur terrestre
\vec{k}_{eff}	vecteur d'onde effectif d'une transition Raman
T	temps d'interrogation, temps entre deux impulsions Raman successives
τ	durée d'une impulsion Raman $\pi/2$
α	rampe de fréquence Raman
$\Delta\Phi$	déphasage en sortie d'interféromètre
ϕ_d	phase différentielle
Δ	désaccord Raman
δ	désaccord laser par rapport à la transition Raman à deux photons
$\eta(A, B)$	paramètres d'Eötvös pour les corps A et B
a	accélération constante subie par un atome
Δa	différence d'accélération hypothétique entre les deux isotopes du rubidium
δk	différence entre les vecteurs d'onde effectifs relatifs aux deux isotopes
\tilde{a}	bruit de vibration du miroir Raman
z_M	position du miroir Raman
ω_D	désaccord Doppler
ω_G	fréquence de structure hyperfine
ω_R	pulsation de recul
v_r	vitesse de recul
Γ	largeur naturelle de raie
Ω_{eff}	pulsation de Rabi effective de la transition Raman
Ω_R	pulsation de Rabi généralisée de la transition Raman
$ \Psi(t)\rangle$	fonction d'onde atomique
φ	phase laser Raman
δ^{diff}	déplacement différentiel des niveaux d'énergie
δ^{LS1}	déplacement lumineux différentiel à un photon
δ^{LS2}	déplacement lumineux différentiel à deux photons
δ^{Zee}	déplacement différentiel par effet Zeeman
T_{at}	température du nuage atomique
m	masse de l'atome considéré
λ	masse de l'atome considéré
P_0	offset des franges d'interférences
A	amplitude des franges d'interférences
S	facteur d'échelle lié à la mesure d'accélération
$g_s(t)$	fonction de sensibilité en phase de l'interféromètre atomique
$f_p(t)$	fonction de réponse en position de l'interféromètre atomique
$f_v(t)$	fonction de réponse en vitesse de l'interféromètre atomique
$f_a(t)$	fonction de réponse en accélération de l'interféromètre atomique
t_l	instant de lâcher des atomes
t_r	instant de départ de la rampe de fréquence Raman
t_c	temps de chute entre le lâcher des atomes et la première impulsion Raman
v_0	vitesse initiale de l'atome au moment du lâcher
$J_n(x)$	fonctions de Bessel
N_{tot}	nombre total d'atomes participants à l'interféromètre
Ω_T	vitesse de rotation de la Terre

INTRODUCTION

*Toi, Vénérable, tu es peut-être en effet un chercheur ;
mais le but que tu as devant les yeux et que tu
essaies d'atteindre t'empêche justement de voir ce
qui est tout proche de toi.*

Hermann HESSE , Siddhartha, 1922

S'INTÉRESSER au mouvement des corps, c'est se questionner sur la place des choses, se demander quelles forces les ont amenées là. C'est aussi s'interroger sur leur passé, leur provenance, pour se projeter ensuite vers leur avenir, leurs évolutions futures. La pierre tombe, la fumée monte, le bois flotte, le soleil parcourt la voûte du ciel. Ces assertions correspondent à autant d'observations qui ont poussé les hommes à appréhender la question du mouvement, depuis des temps reculés, comme peuvent en attester les vestiges de Stonehenge, datant de plus de deux millénaires avant notre ère, et dont l'alignement avec un grand nombre de corps célestes reste encore aujourd'hui source de questionnement et d'étonnement.

Dès l'antiquité, la physique aristotélicienne exposait déjà une théorie cohérente du mouvement. Intimement liée à l'organisation du cosmos, on y retrouvait effectivement des notions telles que le repos. Selon Aristote, le monde *sublunaire*, ou terrestre, est issu du mélange de quatre sphères composées des éléments fondamentaux que sont la terre, l'eau, l'air et le feu. Chaque élément possède un mouvement naturel, par lequel il tend à retourner à sa sphère originelle lorsqu'il en a été séparé avec violence, de la même manière que le cheval accélère à l'approche de son retour à l'écurie. Chaque mouvement résulte nécessairement d'une cause, efficiente, matérielle, formelle ou finale, qui pousse les corps à se mouvoir et à retourner à un état de repos. Le mouvement circulaire, ramenant systématiquement les corps à leur point initial, représentait alors une forme d'harmonie qui séparait le domaine terrestre du monde céleste. D'autres scientifiques, comme Archimède, ont par ailleurs été capables à cette époque d'expliquer des phénomènes inertiels, en évoquant le poids des corps, sans toutefois expliciter de quoi il s'agissait.

Aux XVI^{ème} et XVII^{ème} siècles, grâce aux travaux de Copernic puis de Brahe et de Kepler, et à leurs études du mouvement des astres dans le système solaire, la terre perdait son rôle de centre de l'univers au profit du soleil. Pour étayer leurs théories, des notions telles que l'attraction mutuelle entre deux corps apparentés apparaissent : la pierre est attirée par la terre, car de même nature, et inversement. Le physicien et astronome italien Galileo Galilei, dit Galilée, prétendra alors que de la gravité, nous ne connaissons que le nom [1]. Ne cherchant pas à la décrire, il en chercha néanmoins les effets à travers sa loi de la chute des corps. Il énonça le premier le principe de relativité, stipulant que les lois de la physique sont identiques dans tout référentiel galiléen, ce qui le conduisit à l'idée que le mouvement d'un corps sous l'effet de la gravitation est indépendant de la structure, de la composition, et en particulier de la masse de celui-ci.

Toutefois c'est un siècle plus tard que Newton et ses lois du mouvement [2] révolutionneront la compréhension de la mécanique des corps, en élaborant en particulier un cadre mathématique pour les notions d'inertie et de force. La gravité devient alors une force universelle responsable de l'attraction des corps massiques entre eux. La mécanique Newtonienne a ceci de révolutionnaire qu'elle a permis d'accéder à une explication cohérente du monde dans son universalité et non simplement dans une interprétation résultant de la superposition de phénomènes indépendants.

La mécanique classique de Newton permet encore aujourd'hui de comprendre et d'expliquer

un grand nombre de phénomènes physiques dans l'approximation de vitesses faibles devant celle de la lumière. C'est d'ailleurs l'étude des implications des équations de Maxwell sur la propagation de la lumière qui va permettre à Einstein de poser les bases de sa théorie de la relativité restreinte en 1905 [3] : le principe de relativité galiléenne est conservé, la vitesse de la lumière est une constante dans tous les référentiels galiléens, et les notions d'espace et de temps deviennent alors toutes deux relatives et intimement liées. C'est l'extension de cette théorie qui permet à Einstein d'imaginer sa théorie de la *Relativité Générale* [4], dans laquelle la gravitation perd sa notion de force d'attraction mais est perçue comme l'empreinte de la déformation géométrique de l'espace-temps. Cette théorie s'articule autour de la pierre angulaire qu'est le *Principe d'Équivalence d'Einstein*, et qui peut s'exprimer sous sa manière la plus simple comme l'équivalence locale entre le champ de gravitation et un repère uniformément accéléré. Ce principe a notamment pour conséquence directe l'égalité entre la masse inerte et la masse gravitationnelle¹, et se manifeste expérimentalement par l'*Universalité de la Chute Libre* des corps, comme l'avaient observée Galilée puis Newton.

Jusqu'à aujourd'hui cette théorie n'a encore jamais été mise en défaut par des observations expérimentales. Elle permet d'expliquer et d'appréhender une quantité extrêmement variée de phénomènes, spécialement lorsqu'il s'agit du domaine de l'infiniment grand, comme par exemple justifier la déviation de la lumière sous l'effet de la masse d'un corps céleste (lentille gravitationnelle), expliquer le décalage vers le rouge du spectre lumineux dû à l'expansion de l'univers (et non à l'effet Doppler), prédire l'existence des trous noirs, mais aussi plus modestement, lorsqu'il s'agit de corriger des termes relativistes pour se positionner précisément à l'aide du GPS.

Parallèlement aux travaux d'Einstein, s'est développée au début du XX^{ème} siècle, une approche radicalement différente de la physique, particulièrement adaptée à la description de l'infiniment petit : la *Mécanique Quantique*. Après la résolution du problème du rayonnement du corps noir par Planck par une hypothèse sur la quantification de l'énergie électromagnétique et de la matière, un grand nombre de travaux sont venus enrichir cette nouvelle discipline, débouchant sur des notions fondatrices du domaine telles que la dualité onde-corpuscule, la superposition d'états ou encore le principe d'incertitude, ou d'indétermination d'Heisenberg. Pour les objets de nature quantique, la définition de la position et de la vitesse est parfois contre-intuitive, et donc par la même occasion la perception de ce qu'est "classiquement" le mouvement : qu'est ce que le mouvement d'un objet qui est à la fois une onde et un corpuscule, qui peut se trouver dans une superposition d'états potentiellement délocalisés, et dont la connaissance précise et simultanée de la position et de la vitesse est impossible ? Une approche statistique et probabiliste du problème permet dans ce cas d'interpréter les grandeurs observables.

Aujourd'hui la *Mécanique Quantique* (plus précisément le *Théorie Quantique des Champs*) a permis la compréhension de manifestations de la physique atomique, de la physique des particules ou de la physique des hautes énergies, en unifiant la description des trois interactions fondamentales, hormis la gravitation, que sont l'interaction électromagnétique, l'interaction forte et l'interaction faible, au sein de ce qui est communément appelé le *Modèle Standard*. C'est pourquoi il est perçu actuellement comme le modèle existant le plus complet pour expliquer les mécanismes physiques à l'échelle microscopique.

Comment concilier ces deux théories, que sont la *Relativité Générale* et la *Mécanique Quantique*, et qui sont la base de la connaissance actuelle de l'univers ? La réponse à cette question est perçue pour beaucoup de scientifiques comme le "Graal" de la physique moderne. Jusqu'à aujourd'hui, de nombreuses tentatives de réconciliations ont conduit à des modèles prédisant une violation du *Principe d'Équivalence*. C'est pourquoi il est nécessaire de vérifier par l'expérience, et ce de la manière la plus précise possible, les implications physiques de ce principe dans le but de déceler ces violations et par la suite de contraindre et d'étayer les modèles théoriques naissant.

1. La masse inerte, ou inertielle, traduit la résistance de la matière face à sa mise en mouvement par une action extérieure alors que la masse gravitationnelle traduit la capacité de la matière à attirer les corps de façon universelle.

Dans ce contexte, les tests associant par certains aspects les deux théories, et notamment des tests de relativité générale utilisant des objets de nature quantique², semblent être d'excellents candidats dans cette volonté de réunification.

0.1 La mesure du mouvement des corps

La mesure inertielle est un enjeu important de la mesure physique car elle permet d'appréhender les effets à l'origine du mouvement, mais aussi, de connaître la position et la trajectoire des objets. Le développement de capteurs capables de mesurer des grandeurs caractérisant ce mouvement : accélérations, gradient d'accélérations, vitesses, positions, rotations, trouve donc de très nombreuses applications dans divers domaines de la physique, les spécificités des capteurs inertiels à ondes de matière leur permettant d'en faire des instruments de pointe.

0.1.1 De l'interférométrie atomique vers la mesure inertielle

Dès le XVII^{ème} s'affrontent deux conceptions radicalement différentes en ce qui concerne la nature de la lumière, une conception ondulatoire, initialement introduite par Huygens, s'oppose à une vision corpusculaire, soutenue par Newton. Au cours de l'histoire, plusieurs vérifications, comme par exemple la célèbre expérience de diffraction de Young ou la démonstration par Einstein de l'effet photoélectrique en postulant l'existence des photons, ont permis de montrer que ces deux conceptions de la lumière ne sont en fait que deux représentations différentes du même phénomène.

C'est en 1923 que de Broglie, lors de ces travaux de thèse, affirme que la dualité onde-corpuscule s'applique à la matière [5, 6]. Il stipule qu'à toute particule de masse m est associée une onde, dont la longueur d'onde λ_{DB} peut être reliée à la quantité de mouvement p de la particule considérée, par la relation :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1)$$

où h est la constante de Planck, c la vitesse de la lumière et v celle de la particule. Quelques années plus tard, de nombreuses expériences sont venues étayer ce postulat. En 1927 l'expérience de Davisson et Germer permet d'observer des figures de diffraction provenant d'interférences à ondes multiples entre électrons dans un cristal de nickel [7], suivie en 1930 par des expériences similaires avec des atomes et des molécules [8], ou encore en 1933, grâce à Kapitza et Dirac, et leur étude de la réflexion des électrons par des ondes lumineuses stationnaires [9]. Le premier interféromètre de matière à deux ondes a été réalisé en 1952 avec des électrons [10]. Aujourd'hui, les théories scientifiques modernes accordent à tous les objets cette dualité onde-corpuscule, bien que l'aspect ondulatoire ne soit bien souvent perceptible qu'à des échelles microscopiques.

Il est alors possible de tirer partie de l'analogie entre photon et particule pour imaginer de nouvelles expériences applicables aux ondes de matière. Des méthodes jusqu'alors propres à l'optique ondulatoire, en particulier l'interférométrie, ont pu être transposées aux particules. En optique, la méthode interférométrique est un formidable outil lorsqu'il s'agit par exemple de mesurer des variations faibles de longueurs. L'observation du défilement des franges d'interférences donne accès à des mesures de longueur pouvant être plusieurs ordres de grandeurs en dessous des longueurs d'onde utilisées (quelques centaines de nanomètres dans le visible). L'étude du déphasage entre les deux bras d'un interféromètre optique peut aussi permettre de mesurer des effets inertiels. On peut citer l'exemple du gravimètre à coin de cube [11] dans lequel un miroir appartenant à un bras de l'interféromètre se trouve en chute libre. Cette chute engendre un

2. On différencie ici les objets de nature quantique par rapport aux objets de nature classique, *i.e.* les objets pour lesquels l'aspect ondulatoire n'est pas négligeable.

défilement des franges d'interférences, la vitesse de défilement permettant ensuite de remonter à une mesure locale de la gravité terrestre g avec une exactitude relative de quelques 10^{-9} [12]. Les gyromètres laser [13] et les gyromètres à fibre optique [14] présentent une très grande sensibilité aux rotations par effet Sagnac [15], pouvant aller jusqu'à 10^{-11} rad.s $^{-1}$ / $\sqrt{\text{Hz}}$ dans le cas des gyro-laser. Ces techniques d'interférométrie optique ont été renforcées au milieu du XX^{ème} siècle avec l'avènement du laser en fournissant des sources de grande cohérence, de très bonne stabilité en longueur d'onde et de flux de photons très important.

Dans le cadre de l'interférométrie à ondes de matière, les ondes lumineuses sont remplacées par des ondes de de Broglie. Il existe des avantages à l'emploi de particules au lieu de photons, dans les expériences d'interférométrie visant la réalisation de capteurs inertiels [16]. Tout d'abord, contrairement aux photons, les particules sont des objets massiques dont le couplage avec les champs inertiels sont intrinsèquement plus forts. Les vitesses de déplacement typiques sont bien plus faibles, notamment dans des expériences possédant des sources d'atomes froids, ce qui permet un temps d'interrogation plus long et donc une meilleure sensibilité aux effets inertiels. Les atomes présentent une grande variété d'états internes, à comparer aux deux états de polarisation transverses des photons, ce qui permet d'envisager des systèmes de détection divers sensibles à cet état interne. Les principales faiblesses des atomes résident dans une plus grande fragilité face à des phénomènes de décohérences possibles (par exemple des processus d'émissions spontanées, de collisions ...) et dans un flux de particules beaucoup plus faible que les flux de photons obtenus dans une onde laser (au moins un million de fois plus faible).

Dans les années 1970, des interféromètres à neutrons font apparaître des interférences quantiques induites par la gravité [17] mais aussi par l'effet Sagnac dû à la rotation de la terre [18]. Ces instruments ont été à la base du développement de nombreuses expériences d'interférométrie avec des atomes, qui sont, comparés aux neutrons, des particules plus lentes et de masse supérieure. Les sources atomiques sont plus accessibles, moins coûteuses, plus compactes, plus variées et, comme vis-à-vis des photons, présentent une plus grande variété d'états internes détectables. De plus, les atomes bénéficient des techniques de refroidissement et de manipulation par laser pour contrôler finement la position et la dispersion de ces sources.

A la fin des années 80, les progrès réalisés sur le refroidissement et la manipulation des atomes par laser, travaux récompensés par le prix Nobel de physique en 1997 [19, 20, 21], ont grandement contribué au développement du domaine de l'interférométrie atomique. Les atomes froids³, outre de posséder une longueur d'onde largement supérieure à celles des atomes thermiques, mènent à des sources moins dispersives (en vitesse), plus ponctuelles et plus brillantes. Ils forment ainsi un nuage relativement compact et l'évolution de leur mouvement peut donc être observé pendant un temps plus long, augmentant ainsi la sensibilité des interféromètres atomiques aux effets inertiels, notamment dans des expériences où les atomes sont en chute libre. De par leur faible dispersion en vitesse, les atomes froids vont de plus tous interagir de manière similaire, au vu de l'effet Doppler, avec les faisceaux lasers générant les optiques atomiques. Cet aspect permet de garder une cohérence sur l'ensemble des atomes du nuage et peut se rapprocher de la notion de monochromatisme d'une source face à des phénomènes dispersifs en optique.

Aujourd'hui, il existe de nombreuses manières de séparer, réfléchir et re-combiner les fonctions d'ondes atomiques de manière cohérente. L'utilisation de deux fentes de diffraction [22] autorise la sélection de certaines classes de vitesse des atomes, la succession de trois réseaux matériels [23] peut réaliser un interféromètre atomique, l'emploi de gradients de champs magnétique permet aussi la manipulation des ondes de matière à travers l'effet Stern et Gerlach [24]. Enfin, une autre solution consiste à utiliser le couplage entre un champ électromagnétique résonnant produit par laser et un atome, pour réaliser les fonctions de base d'un interféromètre [25, 26, 27]. Ces couplages sont possibles avec des réseaux de Bragg de lumière [28, 29] ou avec des transitions Raman stimulées à deux photons [30], technique particulièrement pertinente qui a conduit aux

3. On parle d'un nuage d'atomes froids lorsque la distribution en vitesse des atomes correspond à une température cinétique de l'ordre, ou inférieure, au mK.

premiers gravimètres à atomes froids [30, 31].

Sont donc discutés ensuite les avantages particuliers des optiques atomiques basées sur les transitions Raman stimulées. Ce sont celles que nous avons utilisées dans notre expérience et qui sont “traditionnellement” utilisées dans de nombreux capteurs inertiels quantiques. Durant une impulsion Raman, les atomes interagissent avec deux faisceaux lasers contra-propageant : ils absorbent un photon suivant une direction et en émettent un autre de manière stimulée suivant la direction opposée communiquant, de cette manière, deux fois l’impulsion de recul des photons. De plus, la transition Raman provoque un changement d’état interne de l’atome. Dans le cas des atomes alcalins, des états fondamentaux à longue durée de vie sont couplés, garantissant le maintien de la cohérence pendant la mesure interférométrique. Pour réaliser une séparatrice Raman, l’idée consiste donc à faire interagir un atome avec deux laser contra-propageants et à induire un changement de l’état externe grâce au transfert de l’impulsion des photons ($2\hbar k$). Grâce à un temps d’interaction bien choisi (impulsion $\pi/2$), il est possible de créer une superposition équiprobable entre l’état d’impulsion de départ $|p\rangle$ et l’état d’impulsion $|p + 2\hbar k\rangle$. Pour réaliser un miroir atomique, l’idée reste identique, le temps d’interaction (impulsion π) est ici choisi de manière à effectuer un transfert complet d’impulsion entre les photons et les atomes pour réfléchir le paquet d’onde atomique. Par rapport à une transition à un photon, les transitions Raman transfèrent ainsi aux atomes des impulsions de recul deux fois plus importantes, ce qui permet de séparer spatialement les deux bras de l’interféromètre et d’obtenir ainsi une plus grande sensibilité aux effets inertiels à cause d’une aire spatio-temporelle augmentée. De plus, ces transitions présentent l’intérêt de coupler les niveaux d’énergie interne aux degrés de liberté externe des atomes [25], le degré de liberté externe de l’atome est “étiqueté” par le niveau interne de l’atome. Il sera ainsi possible de détecter l’état externe de l’atome (*i.e.* une des deux sorties de notre interféromètre) par une simple détection par fluorescence ou par absorption et ce, même s’il est spatialement confondu avec l’autre degré externe.

Ce sont l’ensemble de ces avantages qui ont permis à Kasevich et Chu de réaliser les premiers interféromètres atomiques sensibles à l’accélération de gravité, basés sur des fontaines atomiques (*cf.* Figure 1) de sodium [30] puis de césium [31] dans les années 90. Ces expériences sont considérées aujourd’hui comme fondatrices dans le domaine. Elles ont notamment profité de l’apport des horloges atomiques, fonctionnant sur le principe de fontaine atomique⁴ [34, 35]. Les atomes sont capturés et refroidis dans un piège magnéto-optique (MOT), lancés vers le haut grâce à une mélasse mouvante et préparés dans un état atomique défini. Lors de la phase de chute libre, les atomes sont interrogés par un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder constitué par trois impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$ qui jouent le rôle de séparatrices et miroirs (*cf.* Figure 1) et qui couplent les deux états fondamentaux hyperfins. Le temps T entre deux impulsions Raman est de typiquement 100 ms. On appellera ce temps T le temps d’interrogation dans la suite du manuscrit. Les deux états externes possibles en sortie de l’interféromètre sont mesurés grâce à une détection par fluorescence. Sous certaines conditions, la chute libre des atomes n’est due qu’à la gravité terrestre \vec{g} et le déphasage en sortie de l’interféromètre lui est alors proportionnel $\Delta\Phi = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} T^2$, où \vec{k}_{eff} représente le vecteur d’onde effectif de la transition Raman. La sensibilité de l’interféromètre croît comme le carré du temps d’interrogation des atomes T , ce qui justifie l’intérêt de l’utilisation d’un nuage d’atomes froids à faible dispersion, pouvant être observés pendant plus longtemps, et la configuration de fontaine, pour doubler ce temps d’interrogation. De plus, le vecteur d’onde effectif k_{eff} est extrêmement bien connu (à 10^{-9} près ou mieux) car les fréquences lasers sont référencées sur des transitions atomiques dont les écarts entre niveaux d’énergie sont très bien connus. La nature de la mesure, *i.e.* une mesure interférométrique avec des objets en chute libre, et l’excellente connaissance de la valeur

4. A la sortie du piège, les atomes froids sont lancés verticalement à travers une cavité micro-onde, réalisant une première séparatrice atomique lors de la phase de montée, puis une seconde lors de la phase de descente, selon le schéma de l’interféromètre de Ramsey. L’étude des franges d’interférences en sortie mène à une mesure exacte et extrêmement stable (de l’ordre de $1.6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ [33]) de la fréquence hyperfine de l’état fondamental du Césium, sur laquelle est basée l’unité de temps du système international.

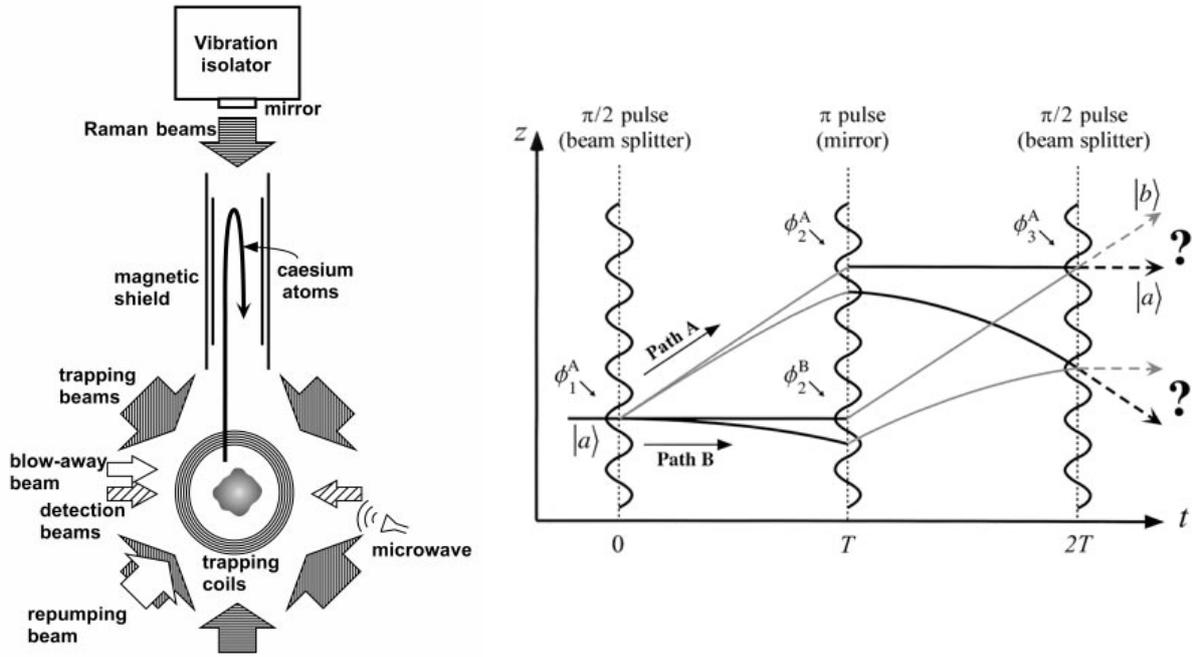


FIGURE 1 – Gravimètre atomique de Stanford (images tirées de [32]). A gauche : schéma du montage utilisé pour la réalisation de la fontaine atomique. A droite : principe de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder exécuté avec trois impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$, les trajectoires classiques étant représentées avec (lignes incurvées) et sans (lignes droites) gravité.

du facteur d'échelle ($k_{\text{eff}}T^2$) prouvent le caractère absolu des gravimètres à atomes froids. Le bilan d'exactitude (incomplet), après correction des effets systématiques entachant la mesure, achevé aux alentours des années 2000 fait apparaître une erreur relative sur la mesure de g de 3.4×10^{-9} [32, 36], comparable à celles obtenues avec les gravimètres à coin de cube de type FG5 [37], mais avec une sensibilité bien meilleure d'environ $2 \times 10^{-8}g$ par coup de 1.3 s. Des campagnes de comparaison [32, 38] ont d'ailleurs prouvé la compatibilité des résultats donnés par les deux types d'instruments. Aujourd'hui, les gravimètres atomiques à l'état de l'art atteignent des sensibilités allant jusqu'à $4.2 \times 10^{-9}g/\sqrt{\text{Hz}}$ et des résolutions de quelques $10^{-10}g$ pour des temps d'intégration inférieurs à 1000 s.

0.1.2 Description du champ de pesanteur

Avant de commencer la présentation des applications des capteurs inertiels, nous décrivons rapidement le champ de pesanteur, car un grand nombre de ces applications font appel à des gravimètres qui s'évertuent à le mesurer. Le champ de pesanteur terrestre, dans une approche newtonienne, résulte de deux forces : la force d'interaction gravitationnelle et la force d'inertie axifuge.

La loi de gravitation de Newton stipule que deux masses exercent l'une sur l'autre une force attractive proportionnelle au produit de leur masse et à l'inverse du carré de la distance qui sépare leur centre de masse. On considère ici un corps A de masse m sur lequel s'applique l'attraction gravitationnelle de la Terre Te . La Terre n'étant pas réduite à un point, sa masse peut être décrite par une distribution volumique de masse $\rho(r, t)$ (qui dépend du temps comme nous le verrons dans la section traitant des applications en *géophysique*). L'expression de cette force peut alors se mettre sous la forme :

$$\vec{F}_{Te \rightarrow A} = -Gm \iiint_V \frac{\rho(r, t)}{r^2} \cdot \vec{u}_{dV \rightarrow A} dV \quad (2)$$

où G est la constante universelle de gravitation, V le volume de la terre et $\vec{u}_{dV \rightarrow A}$ le vecteur unitaire de la direction allant de l'élément élémentaire de volume dV vers le corps A . Cette force est proportionnelle à la masse m , le coefficient vectoriel de proportionnalité est par définition le champ de gravitation terrestre, aussi appelé accélération gravitationnelle \vec{g}_{grav} .

Si le corps A est lié à la surface de Terre, la rotation de cette dernière induit une force d'inertie axifuge dont l'expression est :

$$\vec{F}_{axi} = m\Omega_T^2 R_T(r) \cos \lambda \cdot \vec{u}_{\lambda=0} \quad (3)$$

où Ω_T est la vitesse de rotation de la Terre, $R_T(r)$ le rayon de la Terre à la position du corps A et λ la latitude à laquelle se trouve A .

A la surface de la Terre, la résultante de ces deux forces, appelée force de pesanteur \vec{P} (ou poids), peut se factoriser par la masse m et se mettre sous la forme bien connue $\vec{P} = m\vec{g}$, où \vec{g} est le champ de pesanteur terrestre. \vec{g} , étant une accélération, s'exprime en m.s^{-2} et vaut approximativement $g \simeq 9.8 \text{ m.s}^{-2}$ à la surface de la terre (à Paris). Cette grandeur est souvent utilisée comme unité d'accélération. Les variations de pesanteur qui intéressent les géophysiciens et géodésiens sont comprises entre 10^{-9} et 10^{-3} m.s^{-2} , c'est pourquoi une unité de l'ancien système CGS, le Gal, nommée ainsi en hommage à Galilée, ainsi que ses subdivisions, sont toujours fréquemment utilisées. Il existe également une unité particulière pour les gradients de gravité, l'Eötvös, noté E. Le tableau 1 donne les conversions entre les différentes unités.

TABLE 1 – Conversions entre les différentes unités de pesanteur

1 Gal	=	10^{-2} m.s^{-2}	\simeq	$10^{-3} g$
1 mGal	=	10^{-5} m.s^{-2}	\simeq	$10^{-6} g$
1 μ Gal	=	10^{-8} m.s^{-2}	\simeq	$10^{-9} g$
1 E	=	10^{-9} s^{-2}	=	$0.1 \mu\text{Gal.m}^{-1}$

0.1.3 Applications des capteurs inertiels atomiques

Les capteurs inertiels à ondes de matière présentent un panel large et varié d'atouts pour de nombreux domaines d'application, touchant aussi bien la recherche en physique que l'industrie, et expliquant ainsi le nombre croissant d'expériences, prototypes, ou projets concernant leurs réalisations.

Ce sont des instruments à caractère absolu, qui donnent accès à la valeur vraie de la grandeur inertielle mesurée, ce qui constitue souvent un avantage non négligeable et qui est, pour certaines applications, nécessaire. Le caractère absolu est en partie dû à l'utilisation des fréquences de transitions atomiques comme références, à l'image de ce qui est fait dans les horloges atomiques, ce qui assure une excellente connaissance du facteur d'échelle associé à la mesure et une dérive globale de l'instrument très faible.

L'avantage des atomes froids par rapport aux photons a déjà été discuté dans la partie 0.1.1. Dans un capteur inertielle on observe le mouvement d'un objet, appelé masse d'épreuve, par rapport à une certaine référence inertielle. Dans le cas présent, les atomes sont des masses d'épreuve particulières qui ont l'intérêt d'être facilement manipulables grâce à l'ensemble des techniques d'interaction avec les lasers. Comparés à des gravimètres à coin de cube, dont la manipulation de la masse d'épreuve macroscopique nécessite de bons rouages (le coin de cube nécessitant d'être remonté mécaniquement à chaque cycle de mesure), le gain de maniabilité apporté par les techniques expérimentales associées aux atomes froids mène à une augmentation de la cadence de mesure, et donc à une meilleure sensibilité. Technologiquement parlant, de nombreux progrès ont été effectués dans la réalisation expérimentale des expériences d'atomes

froids comme en témoigne l'essor des expériences sur puce qui laissent entrevoir un fort potentiel de miniaturisation pour le futur. Enfin la nature quantique de la masse d'épreuve ajoute un degré de liberté supplémentaire dans la manière dont cette masse interagit avec l'environnement extérieur, on peut par exemple facilement étudier l'effet d'un spin avec des masses d'épreuves de nature quantique.

Navigation :

La mesure inertielle est à la base de la navigation et du guidage autonome d'un engin mobile. Aujourd'hui le guidage de la majorité des engins se fait par GPS (pour Global Positioning System en anglais). Dans le cadre des navigations terrestre, maritime ou aérienne, des pertes inopinées du signal GPS et de certaines données de navigation (sondes ou autres ...) peuvent intervenir. Dans d'autres cas, comme pour la navigation sous-marine ou la navigation spatiale loin de la Terre, le signal GPS n'est tout simplement pas accessible. Dans ces conditions, il est alors nécessaire que le positionnement et le guidage du porteur se fassent de manière autonome.

Pour connaître la trajectoire d'un porteur mobile il est commun d'intégrer les signaux fournis par une centrale inertielle. Une centrale inertielle est un appareil qui consiste à mesurer les six composantes inertielles, c'est à dire l'accélération et la rotation suivant les trois directions de l'espace, pour reconstituer l'évolution de la position dans le temps. Un interféromètre à atomes froids a d'ailleurs permis la mesure d'une base inertielle complète [39]. Le biais et la dérive des instruments de navigation introduisent alors des erreurs d'estimation qui se propagent rapidement au cours de l'intégration du mouvement dans le temps. Il est donc nécessaire d'effectuer le plus régulièrement possible un re-calibrage des instruments de navigation. Le caractère absolu et la faible dérive des interféromètres à atomes froids constituent donc des atouts indéniables pour ces applications, notamment pour recalibrer les centrales inertielles.

En complément d'une centrale inertielle, un gravimètre constitue une aide à la navigation. Pour cela, il est nécessaire de cartographier au préalable, avec la meilleure résolution spatiale possible, le champ de pesanteur de la zone de navigation considérée (*cf.* Figure 2 droite). En embarquant un gravimètre sur le porteur, la position de celui-ci peut alors être connue en corrélant l'évolution de la mesure de pesanteur, le long de la trajectoire, avec les valeurs données par la carte. Cette application nécessite donc la réalisation de cartes précises des champs de pesanteur ainsi qu'un gravimètre dont la dérive est faible, ou très bien connue, et qui fournit une mesure absolue de pesanteur pour corrélérer, de la meilleure façon possible, les mesures de l'instrument aux données de la carte. De plus, plus la carte de gravité est résolue spatialement, plus le positionnement sera précis. Ce point soulève la nécessité de "gravimètres de terrain" capables de mesurer la gravité *in situ*.

Enfin, les signaux d'un gravimètre (et/ou un gradiomètre) apportent des données supplémentaires pour l'aide à la navigation. Par exemple, en navigation sous-marine, un gravimètre (et/ou un gradiomètre) peut être utilisé pour détecter les signatures gravimétriques engendrées par le relief sous-marin ou par d'éventuels obstacles, et ce de manière discrète, sans employer un sonar par exemple.

Géodésie :

La géodésie est la science destinée à l'étude de la forme et des dimensions de la Terre. Les mesures de pesanteur permettent de remonter à ces données. La force de pesanteur est une force conservative, elle dérive donc d'un potentiel qui est appelé le potentiel de pesanteur. Il est alors possible de définir des surfaces équipotentielles associées. L'une d'elles, certainement la plus importante, est le géoïde. Il correspond à la surface équipotentielle du champ de pesanteur qui se confond avec le niveau moyen des mers. Une mesure précise du champ de gravité permet de déterminer l'écart de ce géoïde par rapport à une surface équipotentielle théorique de référence de

forme ellipsoïdale⁵ [40]. Plusieurs satellites d’observation de la Terre, comme CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) et GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) dont les accéléromètres électrostatiques ont été développés à l’ONERA [41], ont permis de mesurer cet écart en terme d’altitude (*cf.* Figure 2 gauche) mais aussi en terme d’anomalies de gravité (*cf.* Figure 2 droite).

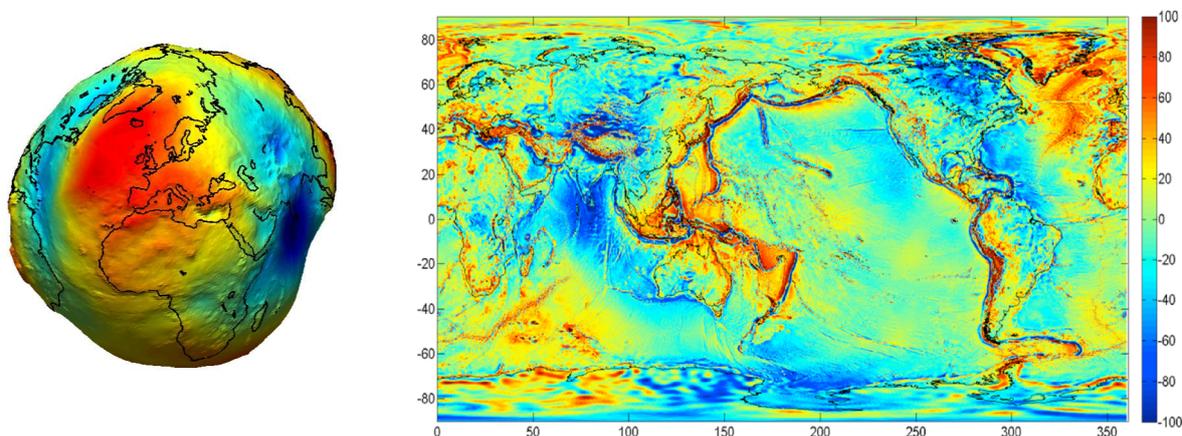


FIGURE 2 – Géοide et anomalies de gravité (images tirées de [42]). A gauche : représentation de l’altitude du géοide telle que mesurée par le satellite GOCE. A droite : anomalies de gravité, *i.e.* l’écart en mGal entre la mesure de gravité au niveau du géοide par rapport à la valeur théorique correspondant à l’ellipsoïde de référence.

La Figure 2, qui présente l’aspect du géοide et les anomalies de gravité (en mGal) déduites grâce aux données de la mission GOCE, permet de se faire une idée de la forme de la Terre et montre bien qu’elle n’est pas sphérique et parfaitement homogène. Ces disparités peuvent par exemple expliquer certaines variations de l’axe de rotation de la Terre dans le temps. En effet la Terre n’est pas une toupie parfaitement équilibrée et parfaitement rigide, ce qui engendre des perturbations dans sa rotation.

Géophysique :

La mesure de pesanteur est un outil majeur de l’étude de la Terre. En effet, la Terre n’est absolument pas une structure régulière, homogène et statique. Il existe donc des variations locales de sa distribution de masse (*cf.* Eq. (2)). Les mesures des variations du champ de pesanteur qui en découlent sont donc la signature de certains aspects concernant la structure, la composition ou encore la dynamique terrestre. Il est possible de classer ces variations de pesanteur en deux catégories : les variations spatiales et les variations temporelles.

Variations temporelles de pesanteur. Les variations temporelles de pesanteur sont principalement liées à l’activité interne de la Terre, au climat, à la météorologie ainsi qu’aux phénomènes de marées.

Les phénomènes les plus importants en terme d’amplitude proviennent des éruptions volcaniques, des séismes et de la tectonique des plaques. Ils déplacent en effet des quantités considérables de matière remodelant de manière importante les distributions de masses terrestres et pouvant induire des changements de pesanteur de l’ordre du mGal sur des échelles de temps comprises entre quelques secondes, comme pour les impacts antérieurs et contemporains aux séismes, et quelques siècles, pour les phénomènes liés aux mouvements globaux des plaques continentales. De plus les relevés sismologiques et volcaniques sont un axe majeur de la géophysique, notamment pour l’étude de la structure interne de la Terre par l’analyse des réflexions et

5. En première approximation la forme de la Terre est ellipsoïdale, en considérant de plus une répartition homogène de sa masse on arrive à une équipotentielle théorique ellipsoïdale.

de la propagation des ondes sismiques à travers les différents milieux qui la composent (croûte, manteau, noyau etc...).

Les forces de marées induites par la Lune et le Soleil, couplées à la rotation terrestre, sont à l'origine de processus de variations de hauteurs et de déplacements de l'eau contenue dans les mers et les océans. Les marées induisent aussi des déformations de la croûte terrestre. Ces forces engendrent alors des variations de pesanteur de quelques centaines de μGal sur des périodes typiques de 12 et 24 heures. La figure 3 montre les variations de gravité sous l'effet des marées du 27 mai au 2 juin 2009, mesurées avec le gravimètre GIRAFE (qui a été utilisé pour la réalisation expérimentale de la thèse). Il existe des modèles théoriques de prédiction très fiables des effets des marées [43] (*cf.* figure 3). Ils peuvent alors être retranchés de la mesure et sont aussi d'excellents moyens de calibration et d'essais pour les gravimètres.

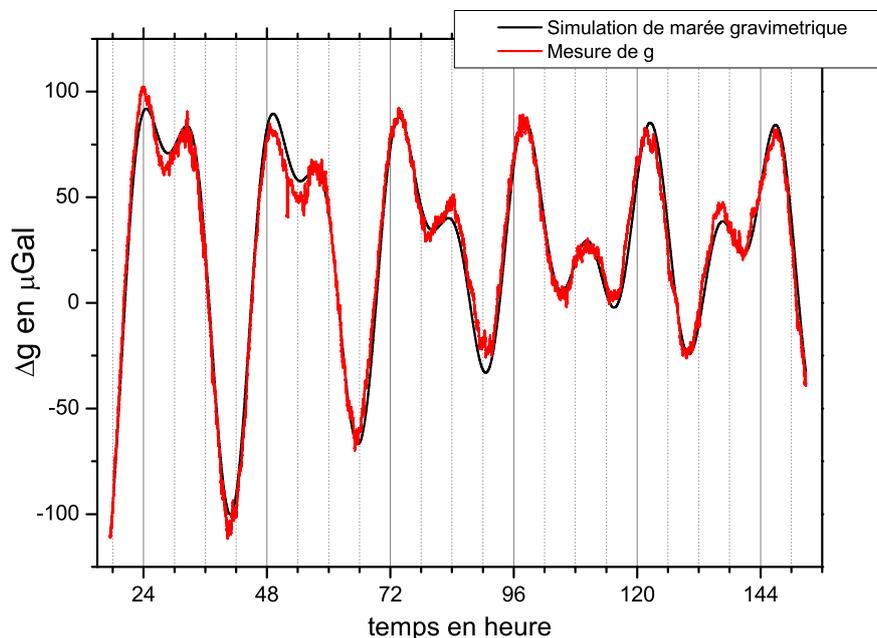


FIGURE 3 – Variations de pesanteur Δg , moyennées sur 15 min, du 27 mai au 2 juin 2009, exprimées en μGal , sous l'effet des marées et mesurées avec le gravimètre GIRAFE de l'ONERA [44]. La mesure est comparée à un modèle théorique des effets des marées [43].

Il existe ensuite plusieurs autres effets d'amplitude plus faibles, inférieurs ou de l'ordre de quelques dizaines de μGal , qui peuvent être étudiés à l'aide de gravimètres et gradiomètres. On peut citer les nombreuses applications en hydrologie et sur la compréhension du mouvement des masses d'eau en général qui impliquent différents phénomènes, comme par exemple les dynamiques saisonnières de remplissage des nappes phréatiques, qui est un enjeu stratégique dans beaucoup de régions arides du monde. Le climat joue aussi un rôle sur les variations de pesanteur, les différences journalières de pression et de température atmosphérique ont un impact détectable sur la répartition des masses d'air et d'eau. A des échelles de temps beaucoup plus importantes, les périodes de glaciation successives font croître ou décroître les calottes glaciaires. Lors de la fonte des glaces, des masses terrestres initialement comprimées par le volume de glace se détendent et se relèvent, phénomène portant l'appellation de rebond post-glaciaire. Dans une thématique plus "actuelle", l'élévation du niveau de la mer est lui aussi source de changements dans le champ de pesanteur à la surface de la Terre. Pour donner un ordre d'idée du phénomène, on estime qu'il crée des variations d'environ $1.7 \mu\text{Gal}/\text{an}$ [45].

Variations spatiales de pesanteur. Les variations spatiales de pesanteur sont principalement liées à la structure terrestre, aussi bien interne que géographique.

L'influence spatiale prépondérante est liée aux variations géographiques suivant la latitude et l'altitude du lieu considéré. La composante axifuge due à la rotation de la terre (*cf.* équation (3)) et l'aplatissement aux pôles qui en découle, font varier le champ de pesanteur de 9.78 m.s^2 , à l'équateur, à 9.83 m.s^2 , aux pôles. En première approximation, le champ de pesanteur varie, à la surface de la Terre, quasiment linéairement avec l'altitude : plus on s'éloigne du centre de masse de la Terre, plus la pesanteur diminue. Le gradient vertical de ce champ est de l'ordre de 3000 E , ce qui induit une variation d'environ 0.015 m.s^2 entre le sommet du Mont Blanc, qui culmine à 4810 m , et une plage de la méditerranée à moins de 250 km de là. La figure 4 montre la valeur de g en France métropolitaine au niveau du sol. Les influences de la latitude et de l'altitude, à travers les massifs montagneux, sont bien visibles.

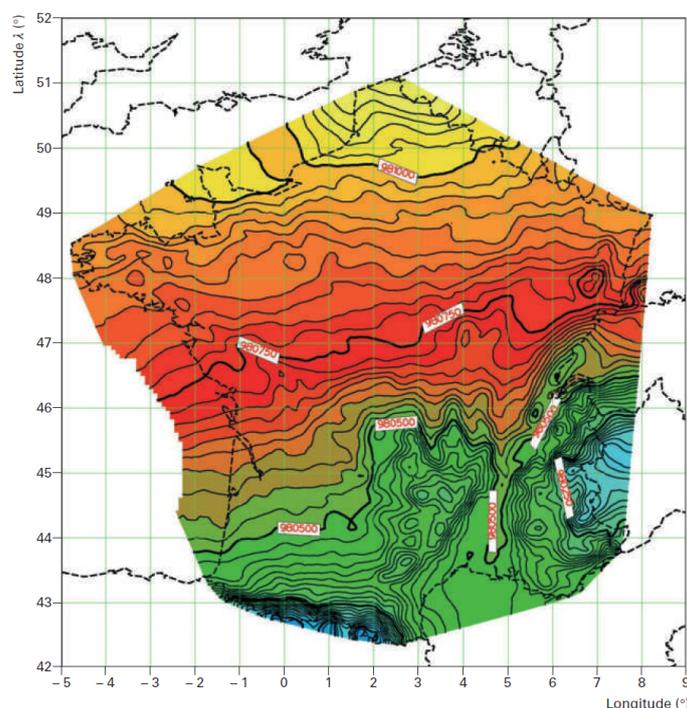


FIGURE 4 – Valeur de la pesanteur (mGal) au sol (image tirée de [40]), calculée par le Bureau Gravimétrique International (BGI), situé à Toulouse, à partir de 49 625 mesures effectuées en France

Il est ensuite possible de cartographier les distributions de masses souterraines et d'en déduire des informations sur la structure, la composition et la géologie du sous-sol. Suivant le niveau de résolution spatiale escompté, le champ de pesanteur peut être mesuré depuis l'espace, depuis un avion ou directement au sol. Les anomalies de gravité mesurées peuvent alors être la signature de différentes structures du sous-sol, comme des cavités souterraines dont la détection est utile lors du forage de tunnels par exemple. Ensuite cet outil s'avère très efficace pour la prospection pétrolière et minière lorsqu'il s'agit de situer un gisement. Enfin la gravimétrie fournit à l'archéologie un instrument d'exploration très performant et surtout non intrusif car il permet de déceler des vestiges enfouis dans le sol sans nécessiter des fouilles à ciel ouvert.

Un grand nombre d'applications et de données sur ces sujets sont décrits dans [46, 47].

Métrologie :

Le mesure absolue de g est un aspect central pour améliorer la définition actuelle du kilogramme à l'aide d'une expérience de balance du Watt [48, 49]. Le kilogramme est aujourd'hui la seule des sept unités de base du système international d'unités dont la définition reste encore

basée sur un artefact matériel. Des dispersions relatives de l'ordre de 5×10^{-8} sur un siècle entre étalons de masse ont été observées, entraînant avec elles des dérives des unités qui lui sont liées comme l'ampère, la mole ou le candela. Une balance du Watt consiste en une comparaison d'une puissance mécanique, ici le poids subit par la masse, à une puissance électrique, la force de Laplace sur une bobine, obtenue sur chacun des deux bras d'une balance. Elle repose sur deux phases distinctes, une statique et une dynamique, qui permettent de s'affranchir des incertitudes liées aux mesures du champ magnétique et de la circonférence de la bobine. La balance du Watt permet de lier la masse à la constante fondamentale de Planck h , et ainsi d'éviter des fluctuations du kilogramme, au moyen d'effets physiques bien connus des métrologues comme l'effet Hall quantique et l'effet Josephson. Une mesure absolue de g est requise dans cette relation et ce avec une incertitude relative meilleure que les 5×10^{-8} énoncés précédemment.

Physique Fondamentale :

Beaucoup d'expériences et de projets à travers le monde attestent que les capteurs quantiques basés sur l'interférométrie atomique sont des outils particulièrement intéressants pour explorer de nombreux aspects fondamentaux de la physique.

La constante de structure fine α est une constante fondamentale qui caractérise la force de l'interaction électromagnétique. Elle intervient par exemple dans les expressions des structures énergétiques des niveaux atomiques et est un paramètre de base des calculs d'électrodynamique quantique. Cette constante peut être déduite par la détermination du rapport h/m , entre la constante de Planck et la masse d'un atome, et cela grâce à la mesure de la vitesse de recul de l'atome⁶, $v_r = \hbar k/m$, par interférométrie atomique [50, 51]. La mesure la plus précise de cette vitesse de recul [51] à été réalisée en couplant un interféromètre de Ramsey-Bordé [25], sensible aux variations de vitesse, avec des oscillations de Bloch. La méthode de mesure consiste à transférer de manière cohérente un grand nombre d'impulsions de recul à des atomes au repos et à mesurer ensuite la distribution de vitesse finale. Le transfert des impulsions de recul se faisant grâce aux oscillations de Bloch induites par un réseau optique vertical accéléré. Cette méthode mène à une incertitude relative sur α au niveau de l'état de l'art de 6.6×10^{-10} . L'étude de cette constante est aussi au cœur de théories, comme la théorie des cordes ou des théories non métriques de la gravitation, qui tentent d'aller au delà du *Modèle Standard* de la physique des particules et qui impliquent la "variabilité de certaines constantes" comme α .

La constante universelle de gravitation G est une des constantes fondamentales parmi les moins bien connues, et ce malgré le rôle clé qu'elle joue dans la théorie de la gravitation. Il n'existe pas de prédiction théorique de sa valeur et seules des mesures expérimentales, pas toujours parfaitement concordantes, permettent pour le moment d'évaluer sa valeur. L'influence de masses connues sur le champ de gravité a été mesurée par des gradiomètres à atomes froids, conduisant ainsi à une détermination de G [52, 53], avec une incertitude relative de 1.5×10^{-4} [53]. Des mesures par interférométrie atomique pourront potentiellement aider à identifier les sources d'erreur qui sont à l'origine de la discordance des différentes mesures expérimentales. En effet, les effets systématiques associés aux expériences d'interférométrie atomique sont radicalement différents de ceux des autres expériences (balances de torsion et pendules) car les techniques et les moyens de mesure mis en œuvre diffèrent grandement.

Toujours dans la thématique de la compréhension de la gravitation, des expériences basées sur l'interférométrie atomique visent à mesurer les forces d'interaction entre un atome et une surface, séparés de distances inférieures à $10 \mu\text{m}$ [54, 55], pour tester les lois de la gravitation à très courtes distances où les théories d'unification prédisent des déviations à la loi de Newton en $1/r^2$. A ces échelles de distance, l'interaction de Casimir-Polder entre l'atome et la surface domine très largement sur l'interaction gravitationnelle. Cette interaction doit donc être précisément connue pour déceler les effets gravitationnels qui se cachent derrière elle. Elle peut aussi être étudiée

6. La vitesse de recul d'un atome de masse m , $v_r = \hbar k/m$, correspond à la vitesse transmise à l'atome lorsqu'il absorbe ou émet un photon de moment $\hbar k$.

pour elle-même, car il s’agit d’une manifestation macroscopique des fluctuations quantiques du vide⁷. En piégeant des atomes dans un réseau optique vertical il est possible de contrôler très finement la position de ces derniers [56] et de les amener à quelques micromètres d’une surface test. Par exemple dans le cas de l’expérience FORCA-G du LNE-SYRTE, la mesure de la force créée par cette surface sur les atomes peut alors se faire en réalisant, dans un réseau optique vertical, des interféromètres à ondes multiples impliquant une superposition cohérente entre différents états de Wannier-Stark [57, 58].

Il est ensuite possible d’utiliser des interféromètres à atomes froids pour réaliser des tests de relativité générale [59]. Les capteurs inertiels atomiques, mais aussi les horloges, sont d’excellents candidats pour vérifier expérimentalement cette théorie de part leur sensibilité et leur stabilité concernant les mesures d’inertie et de temps. La taille de ces capteurs rend possible des tests en laboratoire. Ces expériences pourront ensuite être menées dans des environnements qui permettent d’améliorer encore leurs performances, comme la micro-gravité ou l’espace où l’on peut obtenir des temps d’interrogation plus longs et donc une meilleure sensibilité. De plus, ces capteurs offrent le contrôle d’un grand nombre de paramètres expérimentaux qui rendent possible la mesure individuelle de différents termes relativistes [59]. Il est notamment possible de tester les trois aspects du *Principe d’Équivalence d’Einstein* (qui sera discuté plus en détails dans la section 0.2.1) à savoir : l’invariance de Lorentz locale [60], l’invariance de position locale [61], et l’universalité de la chute libre [62, 63, 64, 65, 66] (voir ensuite les sections 0.2.3 et 0.2.4). Enfin, de nombreux projets à travers le monde s’intéressent aussi à l’observation de la courbure de l’espace temps sous l’effet de la rotation de masses, ou effet Lense-Thirring [67], ou encore à la détection des ondes gravitationnelles [68, 69, 70, 71].

Pour finir, en s’éloignant un peu du domaine des atomes froids, des interféromètres atomiques utilisant des jets de lithium ont par exemple permis de mesurer les indices de réfraction de gaz s’appliquant sur les ondes de matière du lithium [72]. On peut aussi citer les travaux effectués dans un groupe à Vienne concernant la dualité onde-corpuscule en observant la diffraction des ondes de matière de grandes molécules organiques formées de plus de 400 atomes [73].

Le compte rendu du cours CLXXXVIII de *l’École d’Été Internationale de Physique “Enrico Fermi”* à Varenna en 2013 [74], donne un très bon aperçu de ce qui se fait actuellement dans le domaine de l’interférométrie atomique.

0.1.4 Différents types de capteurs inertiels à atomes froids

L’interférométrie atomique est un domaine de recherche extrêmement fertile et en pleine expansion menant à une difficulté croissante de réaliser une liste exhaustive des expériences de mesures inertielles réalisées par interférométrie atomique. En effet, de plus en plus de groupes à travers le monde s’attachent à la réalisation de telles expériences depuis maintenant plus de vingt ans. Cette partie n’est donc pas un état de l’art exhaustif de la mesure inertielle avec les atomes froids mais se veut être une partie explicative des différentes méthodes de mesure qui ont été développées.

Gravimètres avec des atomes en chute libre :

A l’heure actuelle, la technique la plus répandue pour la réalisation de gravimètres à atomes froids est celle historiquement utilisée par Mark Kasevich et Steven Chu [30, 31] dont le principe a déjà été expliqué précédemment (fin de la partie 0.1.1) et sera expliquée beaucoup plus en détail dans la suite du manuscrit. Est simplement rappelée ici l’expression du déphasage en sortie d’un interféromètre de ce type :

$$\Delta\Phi = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g}T^2 \quad (4)$$

7. Deux plaques métalliques, qui se font face dans le vide, imposent une sélection aux modes de champ du vide qui peuvent exister à l’intérieur de la cavité, tandis que tous les modes peuvent exister à l’extérieur. La densité d’énergie à l’intérieur de la cavité devient alors plus faible qu’à l’extérieur. Il en résulte une attraction entre les deux plaques. Un effet analogue se produit lors de l’interaction d’un dipôle atomique avec une surface.

où \vec{k}_{eff} est le vecteur d'onde effectif associé à la transition Raman et T le temps entre deux impulsions Raman. Aujourd'hui, les performances des instruments atomiques ont dépassé celles de leurs homologues classiques (gravimètres à coin de cube), notamment en terme de sensibilité, grâce à des cadences de mesure plus élevées [38]. Pour la plupart de ces gravimètres atomiques, la sensibilité reste limitée par le bruit de vibration qui entache la mesure gravimétrique en faisant vibrer la référence inertielle par rapport à laquelle chutent les atomes, à savoir le miroir de rétro-réflexion des faisceaux Raman. Des systèmes de réjection de ces vibrations, passifs et actifs, sont mis en œuvre pour minimiser ces effets [75]. Une autre méthode consiste également à corrélérer le signal du capteur atomique avec un capteur inertiel annexe [76, 77]. Les temps d'interrogation varient typiquement de quelques dizaines de millisecondes, dans des cas où les atomes sont simplement lâchés, jusqu'à 400 millisecondes pour de grandes fontaines [60].

Le tableau 2 compare les performances de quelques gravimètres à atomes froids dans le monde qui, soient présentent les meilleures performances, soient des techniques innovantes. Les performances de l'instrument qui a été utilisé lors de cette thèse sont également ajoutées à titre de comparaison.

TABLE 2 – Comparaison des performances de gravimètres à atomes froids. MZ fait référence à un interféromètre de type Mach-Zehnder.

Laboratoire [Réf.]	Configuration	Sensibilité ($g/\sqrt{\text{Hz}}$) (bruits limites)	Résolution (g)	Exactitude (g) (limites)
Stanford [32, 36]	Fontaine (T=160ms) MZ - Raman	1.7×10^{-8} (phase RF, détection, vibrations)	1×10^{-9} (2000 s)	3.4×10^{-9} (phase RF, Coriolis)
SYRTE [38, 48]	Lâcher (T=80ms) MZ - Raman	5.7×10^{-9} (vibrations)	2×10^{-10} (1000 s)	4.9×10^{-9} (aberrations)
Wuhan [75]	Fontaine (T=300ms) MZ - Raman	4.2×10^{-9} (détection)	3×10^{-10} (300 s)	-
ONERA [44]	Lâcher (T=48ms) MZ - Raman	4.2×10^{-8} (vibrations)	2×10^{-9} (1000 s)	2.5×10^{-8} (Coriolis, aberrations)
Berlin [78]	Fontaine (T=230ms) MZ - Raman	3×10^{-8} (vibrations)	$\sim 10^{-9}$	-
Camberra [79]	Lâcher (T=60ms) MZ - Bragg	6×10^{-8} (vibrations)	2.7×10^{-9} (1000 s)	-

Historiquement, le premier gravimètre atomique a été développé à l'université de Stanford aux Etat-Unis [32, 36]. Cette expérience a permis de démontrer que des performances de pointe pouvaient être atteintes avec ces instruments. A la fin des années 90, l'instrument présentait une sensibilité de $1.7 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ et une résolution de $1 \times 10^{-9} g$ après 2000 s, pour un temps d'intégration $T = 160$ ms dans une configuration de fontaine. Le bilan d'exactitude global faisait apparaître une incertitude de mesure de $3.4 \times 10^{-9} g$, et un écart avec la mesure d'un gravimètre à coin de cube de $(8 \pm 7) \times 10^{-9} g$. Cette expérience a ensuite été améliorée en 2008 pour atteindre

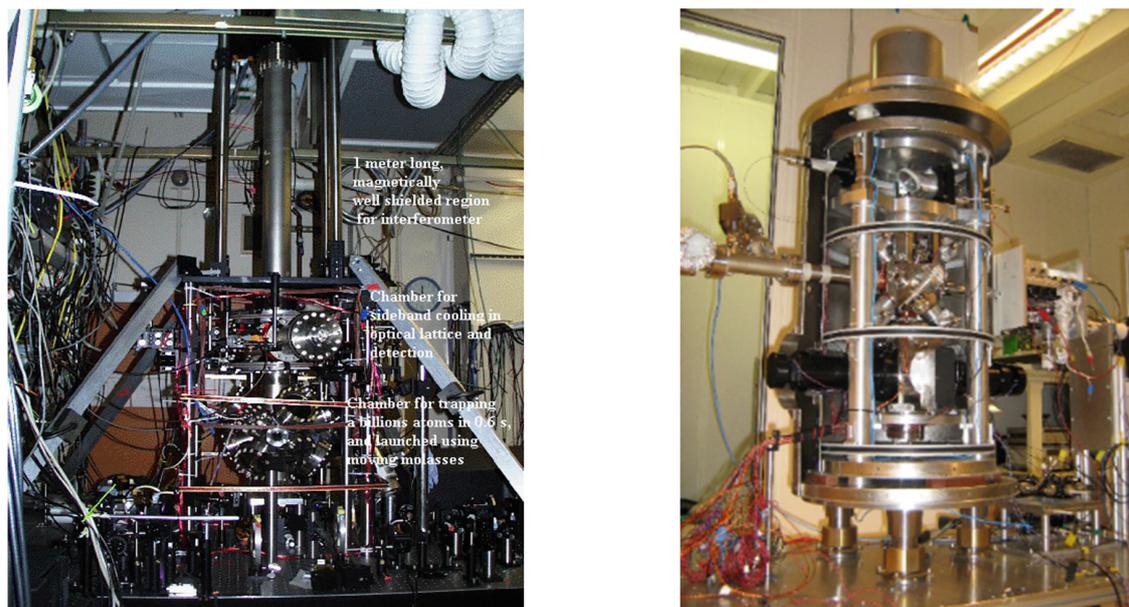


FIGURE 5 – Gravimètres à atomes froids de laboratoire. A gauche : le gravimètre de Stanford, basé sur une fontaine d’atomes froids de césium. A droite : le gravimètre du LNE-SYRTE, basé sur le lâcher d’atomes de rubidium.

une sensibilité de $8 \times 10^{-9} g / \sqrt{\text{Hz}}$ avec $T \simeq 400$ ms [60].

Aujourd’hui, deux instruments [38, 75] se détachent en terme de sensibilité. Dans un récent papier de 2014 [38], le gravimètre atomique du LNE-SYRTE, amélioré dans le cadre du projet de la balance du Watt, a montré une sensibilité de $5.7 \times 10^{-9} g / \sqrt{\text{Hz}}$ et une résolution de $2 \times 10^{-10} g$ après 1000 s d’intégration, pour $T = 160$ ms (avec des atomes lâchés après refroidissement). La sensibilité semble ici limitée par le bruit de vibration et des systèmes anti-vibration plus performants ainsi qu’une configuration de fontaine constituent des pistes d’améliorations futures. Le second gravimètre est celui de l’université de Huazhong à Wuhan en Chine [75] qui présente à l’heure actuelle la meilleure sensibilité, soit $4.2 \times 10^{-9} g / \sqrt{\text{Hz}}$, pour une résolution de $3 \times 10^{-10} g$ après 300 s, dans une configuration de fontaine atomique avec un temps d’interrogation $T = 300$ ms. Contrairement aux autres gravimètres proches de l’état de l’art, la sensibilité n’est plus limitée par le bruit de vibration mais par le bruit de détection. Le bruit de vibration est fortement réduit grâce à l’utilisation d’un système actif d’isolation de type superspring [80].

L’exactitude des gravimètres à atomes froids est principalement limitée par l’effet Coriolis et les aberrations de front d’onde des faisceaux Raman [81, 82] (*cf.* tableau 2). Ces biais sont liées aux positions et vitesses initiales du nuage d’atomes ainsi qu’aux dispersions en position et en vitesse de ce dernier. Le gravimètre atomique du LNE-SYRTE participe à des campagnes internationales de comparaison entre différents gravimètres absolus [83], faisant apparaître une exactitude de $4.9 \times 10^{-9} g$. Le gravimètre développé à l’université de Humboldt à Berlin [78] est lui aussi impliqué dans des campagnes de comparaison. Le gravimètre GIRAFE développé à l’ONERA [44], utilisé pour réaliser les expériences de cette thèse, a été comparé en laboratoire avec un gravimètre relatif du SHOM (Service Hydrographique et Océanique de la Marine), lui même calibré par rapport à un gravimètre absolu. Cette étude révèle une exactitude de mesure de $25 \times 10^{-9} g$. Ce gravimètre atomique GIRAFE a lui pour vocation initiale de démontrer la faisabilité d’un gravimètre à atomes froids embarquable : des mesures gravimétriques dans un ascenseur [44] (valeur de g à différents étages, ascenseur en mouvement) ont d’ailleurs été réalisées.

Enfin, on peut citer le gravimètre de l’université nationale australienne de Camberra qui utilise un interféromètre de type Mach-Zehnder, mais basé sur des séparatrices de Bragg [79], et

non sur des transitions Raman stimulées. Les performances obtenues dans cette configuration, *i.e.* une sensibilité de $6 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ et une résolution de $2.7 \times 10^{-9} g$ après 1000 s, pour $T = 60$ ms, sont comparables à celles des autres instruments.

Gravimètres avec des atomes partiellement ou entièrement piégés :

Il existe d'autres techniques d'interférométrie atomique pour mesurer g qui présentent des performances très prometteuses. Ces techniques sont basées sur l'implémentation d'atomes partiellement ou entièrement piégés pendant la séquence de mesure pour la réalisation de gravimètres (ou de capteurs inertiels). Le piégeage des atomes permet surtout une mesure locale de l'accélération en confinant les atomes sur des distances plus courtes que celles mises en jeu dans les expériences où ils sont en chute libre. Ces techniques ouvrent la voie vers des capteurs inertiels atomiques de petite dimension tout en gardant des performances de pointe.

Concernant les atomes partiellement piégés, peuvent être citées les expériences combinant un interféromètre de Ramsey-Bordé avec des oscillations de Bloch ($\pi/2 - \pi/2$ -Bloch- $\pi/2 - \pi/2$). Les oscillations de Bloch sont utilisées pour contrer la chute libre des atomes. La mesure de gravité s'effectue sur une distance plus courte et il est potentiellement possible d'augmenter la sensibilité de l'instrument sans augmenter la distance de chute libre. Une première expérience à l'ONERA utilise la technique des oscillations de Bloch [84] : entre les deux paires d'impulsions $\pi/2$, les atomes sont chargés dans un réseau optique vertical stationnaire et subissent N oscillations de Bloch pour les maintenir en lévitation. La sensibilité est ici de $3.4 \times 10^{-6} g/\sqrt{\text{Hz}}$ et atteint une résolution de $2 \times 10^{-7} g$ après 300 s, pour un temps passé dans l'interféromètre d'environ 120 ms et une distance de chute de 0.8 mm. Une seconde expérience au LKB emploie les oscillations de Bloch, mais de manière pulsée [85], pour éviter des phénomènes de décohérences dont l'importance augmente avec la durée d'interaction entre les atomes et le réseau optique. Dans cette expérience, entre les deux paires d'impulsions $\pi/2$, des réseaux optiques pulsés et accélérés sont utilisés pour faire "rebondir" les atomes et ainsi compenser la chute libre. La sensibilité démontrée est de $7.4 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ et atteint une résolution de $4.8 \times 10^{-8} g$ après 4 min, pour un temps passé dans l'interféromètre d'environ 400 ms et une distance de chute de 4.6 mm.

Les expériences à atomes entièrement piégés peuvent amener à des mesures encore plus locales des forces car les atomes y sont quasiment statiques durant la séquence de mesure. On peut citer dans ce contexte l'expérience FORCA-G du LNE-SYRTE, brièvement décrite précédemment, et qui a pour vocation de réaliser des mesures de force à courte distance [57, 58]. Avec cette expérience, les sensibilités relatives obtenues sur la mesure de la fréquence de Bloch, et donc sur la mesure de gravité dans un réseau vertical, sont de l'ordre de 10^{-5} à 1 s.

Toujours concernant les expériences à atomes entièrement piégés, des méthodes non interférométriques pour mesurer la gravité existent. On peut citer ici l'expérience réalisée au LENS à Florence [64] où les atomes sont piégés pendant plusieurs secondes dans un réseau vertical modulé en amplitude autour de la fréquence de Bloch induisant des transitions par effet tunnel entre les différents puits et menant à une mesure précise de g . Cette expérience a notamment permis un test de l'universalité de la chute libre (sensibilité de $1.5 \times 10^{-6} g/\sqrt{\text{Hz}}$, $4 \times 10^{-8} g$ après 900 s d'intégration pour le ^{88}Sr). En 2005, une expérience au LKB avait permis de mesurer g grâce aux oscillations de Bloch dans un réseau vertical avec une incertitude relative de 10^{-6} [86].

Enfin, un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder, dans lequel les atomes sont guidés linéairement grâce à un guide d'onde optique, a démontré le principe d'une mesure d'accélération suivant un axe horizontal [87], et non plus de la gravité suivant l'axe vertical, avec une résolution de $7 \times 10^{-5} g$.

Une liste bien plus exhaustive des différents gravimètres à atomes froids développés à travers le monde est donnée dans la référence [88].

Gradiomètres :

Un gradiomètre à atomes froids est basé sur la réalisation simultanée de deux interféromètres avec deux nuages d'atomes, de la même espèce atomique, mais séparés spatialement, le faisceau laser Raman utilisé pour créer les séparatrices atomiques étant commun aux deux nuages. L'accélération différentielle des deux ensembles atomiques est mesurée le long de l'axe défini par le faisceau Raman et s'obtient en soustrayant les déphasages en sortie des deux interféromètres, $\Delta\varphi = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2$. Le gradient de gravité est ensuite extrait en divisant l'accélération différentielle par la distance Δz séparant les deux points de mesure. Lorsque les deux nuages atomiques, et donc les deux interféromètres, sont séparés verticalement et sont interrogés par un faisceau Raman lui aussi vertical, la composante diagonale selon l'axe vertical z du tenseur de gradient de gravité est alors tirée de la relation $\Gamma_{zz} = \Delta\varphi / (k_{\text{eff}} T^2 \Delta z)$.

Le caractère simultané de la mesure rend plusieurs effets systématiques et bruits communs aux deux interféromètres, et notamment le bruit de vibration qui limite les gravimètres à l'état de l'art. La mesure différentielle rejette ensuite, plus ou moins fortement, ces effets perturbateurs et indésirables. La simultanéité de la mesure permet aussi la corrélation des signaux des deux interféromètres. Les signaux interférométriques étant dans le cas d'un Mach-Zehnder sinusoïdaux, on obtient l'équation paramétrique d'une ellipse en traçant le signal du premier interféromètre en fonction du signal du second. La mesure différentielle peut alors aussi être déduite grâce à l'ellipse [89, 90], et ce même dans des conditions expérimentales moins favorables, principalement en terme de vibrations. Tous ces aspects de mesures différentielles nous intéressent tout particulièrement dans la cadre des mesures différentielles double espèce appliquées par exemple à des tests du *Principe d'Équivalence*, la différence majeure provenant de l'utilisation de deux nuages atomiques imbriqués contenant deux types d'atomes différents.

Les principales expériences de laboratoire dédiées à la mesure du gradient vertical Γ_{zz} ont été réalisées à l'université de Yale [91, 92] et au LENS à Florence [93]. Ces expériences ont d'ailleurs toutes deux été appliquées à la mesure de G .

A Yale, le gradiomètre est basé sur l'utilisation de deux MOT de césium séparés de 1.4 m, les atomes froids sont ensuite lancés grâce à une fontaine atomique et interrogés par un interféromètre de $T = 157.5$ ms. La sensibilité atteinte sur l'accélération différentielle est $4 \times 10^{-9} g / \sqrt{\text{Hz}}$. Elle est ici limitée par le bruit de projection quantique [94] lors de la détection des populations atomiques en sortie de l'interféromètre. Aucune détérioration notable de la sensibilité n'a été observée en présence de vibrations, dans la plage de 1 à 100 Hz, allant jusqu'à $2.5 \times 10^{-2} g$ grâce à la mesure différentielle simultanée. Cela correspond à une réjection de 140 dB (en puissance) du bruit de vibration. On pourra par la suite comparer cette réjection avec celle obtenue dans l'expérience double espèce. Des réjections analogues sont aussi démontrées sur des effets dus aux rotations comme l'effet Coriolis et la force centrifuge.

A Florence, le gradiomètre est basé sur l'utilisation d'un unique MOT de rubidium dont les atomes sont successivement lancés verticalement dans une fontaine. Les deux nuages d'atomes atteignent l'apogée de leur trajectoires balistiques à 60 et 90 cm respectivement au dessus du MOT correspondant à $\Delta z = 328$ mm. La sensibilité, actuellement limitée par le bruit de projection quantique, est de $3 \times 10^{-9} g / \sqrt{\text{Hz}}$ avec $T = 160$ ms, ce qui permet d'atteindre une résolution de $5 \times 10^{-11} g$ après 8000 s d'intégration [93].

A Stanford, un gradiomètre horizontal, mesurant Γ_{xx} (composante diagonale suivant x du tenseur de gradient de gravité), a été développé [95] : un faisceau laser Raman horizontal interroge deux nuages de césium séparés horizontalement de 70 cm. Le gradiomètre GIBON, actuellement en développement à l'ONERA, a pour but de mesurer des termes hors diagonaux du tenseur du gradient de gravité, comme Γ_{zx} qui correspond à la différence spatiale suivant x des accélérations subies suivant z . Ces termes hors diagonaux ont un grand intérêt pour les applications de navigation inertielle.

Gyromètres :

La dernière classe de capteurs inertiels développés avec l’interférométrie atomique et les atomes froids est le gyromètre, qui mesure les rotations par effet Sagnac. Plusieurs capteurs de ce type ont vu le jour dans le monde [96, 97, 98, 99] et présentent des sensibilités comprises entre quelques 10^{-7} rad.s⁻¹/√Hz et quelques 10^{-10} rad.s⁻¹/√Hz. Pour donner un point de comparaison, la terre, qui effectue une rotation de 2π radians en 24 heures, a une vitesse de rotation de 7×10^{-5} rad.s⁻¹. Dans un gyromètre à effet Sagnac, le facteur d’échelle appliqué à la mesure de rotation est proportionnel à l’aire de l’interféromètre. Les sensibilités données sont extrêmement intéressantes au vu de l’aire physique réduite englobée par l’interféromètre atomique de type Mach-Zehnder et sont comparables à celles obtenus avec des gyromètres optiques de plus grande aire. De nouvelles configurations interférométriques à quatre impulsions [100, 101] devraient permettre d’améliorer ces résultats grâce à une aire physique augmentée caractérisée par un facteur d’échelle proportionnel à T^3 .

0.2 Tester le principe d’équivalence

Historiquement, mais surtout conceptuellement, l’*Universalité de la Chute Libre*, ou *Principe d’Équivalence Faible*, est, avec le principe de relativité, à la base de l’évolution des théories et de la compréhension des phénomènes liés à la gravitation. Les implications successives de ce principe ont débouché sur les théories métriques de la gravitation, dont l’aboutissement le plus complet reste aujourd’hui encore la *Relativité Générale*. Tester le *Principe d’Équivalence*, dans sa globalité, constitue donc un aspect fondamental de la physique moderne surtout en sachant que les tentatives de réunification de la gravitation avec les autres interactions fondamentales et avec la *Mécanique Quantique* conduisent toutes, jusqu’à présent, vers des violations supposées de ce principe. Dans ce cadre, nous nous intéresserons dans la suite de cette partie aux différentes possibilités, existantes et envisagées, pour tester l’*Universalité de la Chute Libre*, aussi bien avec des objets de nature classique que quantique. L’interférométrie atomique étant pour ces derniers un outil formidable dans la réalisation expérimentale de ces tests.

0.2.1 Qu’est-ce que le Principe d’Équivalence ?

Il est commun d’attribuer la paternité du *Principe d’Équivalence Faible* (WEP) à Galilée. C’est en effet lui qui posa le premier l’idée que le mouvement d’un corps sous l’effet de la gravité est indépendant de sa structure et surtout de sa masse. Cette idée est exposée par sa célèbre expérience de pensée qui consiste à comparer la chute simultanée de deux objets différents depuis le haut de la tour de Pise et de constater qu’ils atteignent bien le sol au même instant (*cf.* figure 6). Il n’est pas établi qu’il effectua réellement cette expérience, mais nous savons que ses travaux l’ont amené à comparer le mouvement de différents corps sur des plans inclinés.

Newton considérait ce principe comme un des fondements de la mécanique des corps. Le paragraphe d’ouverture de ses *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* lui est d’ailleurs consacré. Grâce à des expériences sur des pendules, il démontra que le poids d’un corps, au sens de la force qui résulte de la gravitation, est proportionnel à sa masse, au sens de sa quantité de matière. C’est de cette constatation que l’on peut tirer la formulation du WEP qui stipule l’égalité entre la masse grave et la masse inerte (*cf.* note 1), dans un système d’unité approprié. Cette vision est à l’origine du paramètre d’Eötvös $\eta(A, B)$ qui est utilisé pour quantifier les tests du WEP entre deux corps A et B . Il est défini de la manière suivante :

$$\eta(A, B) = 2 \frac{\left(\frac{m_g}{m_i}\right)_A - \left(\frac{m_g}{m_i}\right)_B}{\left(\frac{m_g}{m_i}\right)_A + \left(\frac{m_g}{m_i}\right)_B} \quad (5)$$

où m_g représente la masse grave et m_i la masse inerte. Il est donc égale à la différence des rapports entre ces deux types de masses pour les deux corps, sur la “moyenne” de ce rapport.

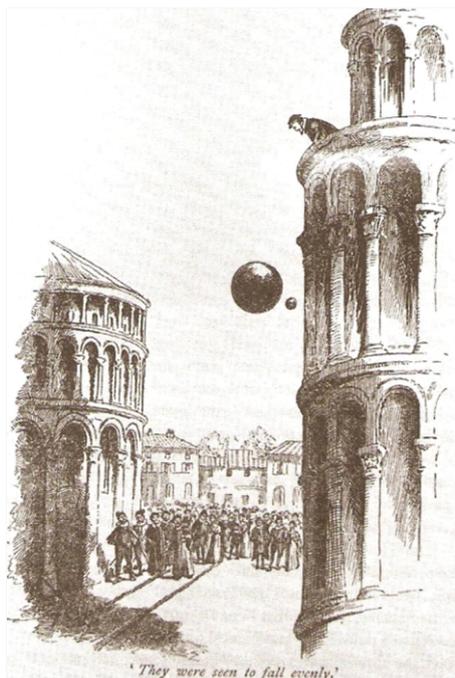


FIGURE 6 – Représentation de l'expérience de pensée formulée par Galilée pour démontrer l'*Universalité de la Chute Libre*. La chute de deux corps différents est comparée depuis le haut de la tour de Pise dont l'inclinaison permet aisément d'observer le déroulement de l'expérience.

Si l'on se replace dans une vision galiléenne du problème on peut énoncer de manières alternatives ce principe : la trajectoire d'un corps ponctuel en chute libre dépend seulement de sa position et de sa vitesse initiale mais est indépendant de sa composition et de sa structure, ou encore, toutes les particules au même point de l'espace et du temps plongées dans un champ gravitationnel donné subiront la même accélération, et ce indépendamment de leurs propriétés intrinsèques, en particulier de leur masse. Dans ce contexte on préférera référer ce principe sous l'appellation d'*Universalité de la Chute Libre* (UFF). Le paramètre d'Eötvös peut donc se réécrire dans un référentiel galiléen sous la forme :

$$\eta(A, B) \equiv 2 \frac{(a_A - a_B)}{(a_A + a_B)} \quad (6)$$

où a_A et a_B représentent respectivement les accélérations des corps A et B . Ce paramètre se ramène donc à la différence d'accélération entre les deux corps sur leur accélération moyenne. Si le WEP est violé, les accélérations de A et B seront différentes et le paramètre d'Eötvös $\eta(A, B)$ sera non nul. C'est cette version qui est utilisée dans la suite du manuscrit car notre expérience permet d'effectuer une mesure de l'accélération différentielle entre les deux isotopes stables du rubidium.

En 1907, les réflexions d'Einstein sur les implications du WEP le conduisent à affirmer que pour un observateur, il est strictement impossible de distinguer localement l'effet d'un champ de gravitation uniforme à celui d'une accélération uniforme [102]. Pour illustrer ses dires, Einstein imagine une expérience de pensée qui porte aujourd'hui le nom d'ascenseur d'Einstein (*cf.* figure 7) : on enferme un physicien dans un ascenseur comportant des parois opaques. L'ascenseur se trouvant dans le vide astral, ce dernier n'est soumis à aucun champ de force extérieur, on considère qu'il est simplement tiré vers le haut avec une accélération constante. Le physicien observe alors la chute libre d'objets dans cet ascenseur. Maîtrisant parfaitement la loi de la gravitation Newtonienne, le physicien peut conclure que son ascenseur se trouve immobile dans un champ de gravitation localement constant comme cela est par exemple le cas à la surface de

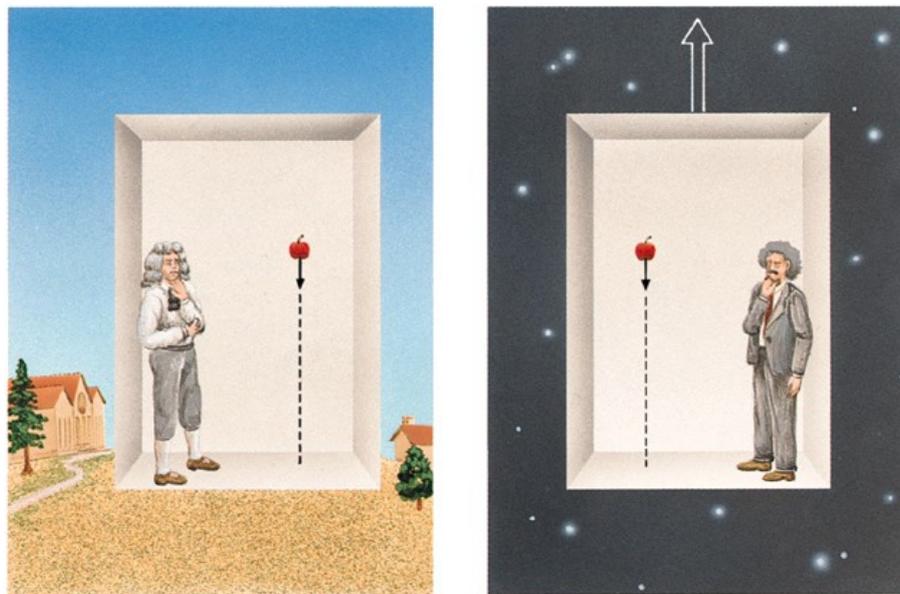


FIGURE 7 – Représentation de l’expérience de pensée de l’ascenseur d’Einstein démontrant qu’il est strictement impossible de distinguer localement l’effet d’un champ de gravitation uniforme à celui d’une accélération uniforme.

la terre. Le physicien n’a alors aucun moyen de distinguer l’action d’un champ gravitationnel constant d’une accélération constante, et ce quelles que soient les expériences qu’il fait (pas seulement des expériences de chute des corps). Ces considérations poussent Einstein à étendre le principe de relativité⁸ à tous les référentiels, galiléens ou non, et en particulier aux référentiels accélérés. Cette extension porte le nom de *Principe d’Équivalence d’Einstein* (EEP) : en tout point de l’espace et du temps il existe un référentiel “localement” galiléen, qui est le référentiel en chute libre dans le champ de gravitation, et dans lequel aucune expérience non-gravitationnelle ne permet de le distinguer d’un référentiel non soumis à la gravitation. Ces éléments impliquent nécessairement une courbure de l’espace-temps dont la gravitation n’est autre que l’empreinte des déformations de sa géométrie sous l’effet de la masse. Comme un référentiel en chute libre dans un champ de gravitation est “localement” équivalent à un référentiel galiléen, la trajectoire de tout corps en chute libre s’effectue donc le long d’une géodésique⁹ de l’espace-temps. Les particules libres évoluent finalement dans un espace-temps courbé dont la gravitation est la manifestation de ces courbures. Le *Principe d’Équivalence d’Einstein* constitue donc les fondements de la théorie de la *Relativité Générale* qui est à la base de l’élaboration de la vision d’un espace-temps courbé.

Reformulation et différents aspects du Principe d’Équivalence d’Einstein :

Comme nous venons de le voir, l’EEP peut être vu comme une généralisation de l’UFF et du principe de relativité à tous les référentiels. Il est important de noter que l’aspect local des expériences d’Einstein est primordial. C’est en effet sur ce point que réside les principales avancées par rapport aux visions de Galilée et Newton. Le terme local fait ici référence à des référentiels dont l’extension spatiale est suffisamment petite pour négliger les effets des forces de marées et les variations de gravité, *i.e.* à des référentiels en chute libre. Plusieurs auteurs comme Schiff, Dicke et Thorne ont reformulé de manière plus moderne ce principe dans l’espoir de clarifier la pensée d’Einstein sur ces questions. Il est aujourd’hui de coutume de subdiviser

8. Le principe de relativité affirme que les lois de la physique s’expriment de manière identique dans tous les référentiels galiléens

9. Une géodésique désigne le ou les chemins de plus courte distance entre deux points d’un espace pourvu d’une métrique donnée.

l'EEP en trois assertions [103] :

- (i). *WEP / UFF - Principe d'Équivalence Faible / Universalité de la Chute Libre.* La trajectoire d'une masse d'épreuve non chargée, à un certain endroit de l'espace-temps avec une vitesse initiale donnée, est indépendante de sa structure interne et de sa composition. La manière la plus commune de tester le WEP consiste à comparer l'accélération de deux objets différents A et B dans le même champ gravitationnel. Si le WEP est vérifié, l'accélération différentielle, et donc le paramètre d'Eötvös $\eta(A, B)$ sont nuls.
- (ii). *LLI - Invariance de Lorentz Locale.* Le résultat d'une expérience locale, ne faisant pas intervenir la gravité, est indépendante de la vitesse du référentiel en chute libre dans lequel elle est effectuée. Les tests de LLI sont communément basés sur des expériences locales, comme par exemple la comparaison de la fréquence de deux horloges différentes, dont les vitesses et les orientations sont modifiées dans le temps et l'espace. Le résultat de l'expérience doit alors être indépendant de ces modifications.
- (iii). *LPI - Invariance de Position Locale.* Le résultat d'une expérience locale, ne faisant pas intervenir la gravité, est indépendante de où et quand dans l'univers elle est effectuée. Ce principe peut être testé à travers une expérience sur le "red-shift" gravitationnel. Le décalage de fréquence entre deux horloges de même type, à deux positions différentes, est uniquement une conséquence du décalage entre les deux référentiels associés aux horloges (ce décalage est égal à $\Delta U/c^2$, avec ΔU la différence de potentiel gravitationnel et c la vitesse de la lumière, si et seulement si LPI est vérifié).

Pour tester l'EEP dans son ensemble, il est donc nécessaire de vérifier les trois assertions précédentes. Néanmoins, en 1960, Schiff propose une conjecture, dont la preuve rigoureuse n'existe pas encore, et selon laquelle toute théorie de la gravitation satisfaisant le WEP satisfait nécessairement l'EEP (ces théories étant obligatoirement des théories métriques de l'espace-temps dont les déformations sont dues aux phénomènes de gravitation). Selon cette conjecture, si une des trois assertions est violée, les autres le sont nécessairement. Il en découle donc de nombreuses questions concernant les expériences à mener pour détecter des éventuelles déviations au *Principe d'Équivalence* : quel aspect est le plus aisément vérifiable ? En employant quelle type d'expérience ? Et avec quels moyens ?

Il existe une dernière extension du *Principe d'Équivalence* : le *Principe d'Équivalence Fort*. Il généralise l'EEP à toutes les expériences, même des expériences portant sur la gravitation elle-même. Cela permet d'étendre ce principe aux objets qui exercent une force gravitationnelle sur eux même comme c'est le cas pour les étoiles, les planètes, les trous noirs ou encore aux expériences qui mettent en jeu l'interaction gravitationnelle entre plusieurs objets (expérience de Cavendish en 1798). Dans cette version du principe, la notion de "localité" est beaucoup plus large que pour la version dite d'Einstein : par exemple le système solaire dans sa globalité peut être considéré comme une expérience gravitationnelle dans un référentiel galiléen "infiniment" plus grand. Actuellement, la *Relativité Générale* reste la seule théorie qui satisfait le *Principe d'Équivalence Fort*. Une violation de ce principe la remettrait donc en cause mais ne constituerait pas nécessairement une violation de l'EEP.

Des violations escomptées du Principe d'Équivalence :

Ce paragraphe a pour vocation de faire sentir en quoi tester le *Principe d'Équivalence*, et d'en chercher d'éventuelles violations, est considéré actuellement comme un enjeu majeur de la physique moderne. Il ne prétend en aucune manière présenter les différentes théories qui visent à réconcilier la *Relativité Générale* et la *Mécanique Quantique* dans un modèle global permettant d'unifier les quatre interactions fondamentales. Ce paragraphe résulte de la lecture de diverses sources [65, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109] qui a permis de dégager quelques aspects sur ce sujet qui semblaient être importants vis-à-vis des tests du *Principe d'Équivalence* avec des objets de nature quantique.

La *Mécanique Quantique*, et la *Théorie Quantique des Champs*, sont des théories efficaces pour comprendre des phénomènes observés en physique atomique, physique des particules, physique des hautes énergies et ont aussi permis une description unifiée des trois interactions fondamentales non-gravitationnelles. Elles ont conduit au *Modèle Standard* de la physique des particules qui est aujourd'hui le pilier de notre compréhension du monde "microscopique" comme peut par exemple en témoigner la découverte récente du Boson de Higgs.

A l'inverse, la *Relativité Générale* est quant à elle le pilier sur lequel repose la description du monde à l'échelle macroscopique et au delà, stellaire, galactique et même cosmologique. Elle n'a jusqu'à ce jour jamais été mise en défaut par des observations expérimentales et donne notamment accès à une analyse brillante de tous les phénomènes liés à la gravitation.

Il existe beaucoup de théories alternatives (théories à paramètres post-newtoniens, théorie Brans-Dicke) à la *Relativité Générale* en ce qui concerne la gravitation et qui ne seront pas discutées ici. Certaines de ces théories, comme la théorie élaborée par Brans et Dicke, dont la métrique de l'espace-temps n'est pas uniquement déterminée par la répartition des masses mais aussi par un champ scalaire, prédisent des déviations au *Principe d'Équivalence*. La *Relativité Générale* et la plupart de ces alternatives restent néanmoins des théories "classiques" dans le sens où elles n'incluent pas des manifestations de type quantique. On peut par exemple se poser la question de savoir comment décrire la courbure de l'espace-temps liée à un système quantique décrit par une fonction d'onde quantique ? La résolution de ce problème constituerait à n'en pas douter une avancée importante dans l'objectif d'unification des interactions fondamentales. Il existe beaucoup de pistes [109] concernant ce que l'on pourrait appelé l'exploration de la gravité quantique comme la théorie de Kaluza-Klein, la théorie des cordes, le modèle du dilaton, la théorie M, la gravitation quantique à boucle, les supersymétries *etc...* Le point central parmi la grande majorité de ces efforts théoriques d'unification est qu'ils prédisent des violations du *Principe d'Équivalence* à des niveaux encore insondables. C'est pourquoi il est extrêmement intéressant de continuer à tester le *Principe d'Équivalence*, et ce de manière de plus en plus précise, dans l'espoir de restreindre progressivement les bornes des différentes théories et d'orienter ainsi les axes possibles d'unification.

Une façon simple de quantifier ces possibles violations [103] est de considérer que la masse inertielle m_i n'est plus égale à la masse gravitationnelle m_g . Cette masse inertielle est composée de plusieurs énergies de masse : énergie de repos, énergie électromagnétique, énergie d'interaction faible et forte et d'autres potentielles. Si une de ces formes d'énergie, qui contribuent à la masse inertielle, contribue différemment à la masse gravitationnelle, la violation du WEP peut s'écrire comme $m_p = m_i + \sum_k \frac{\eta^k E^k}{c^2}$, où E^k est l'énergie interne du corps provenant de l'interaction k , c la vitesse de la lumière et η^k est un paramètre sans dimension qui caractérise la force de la violation du WEP induite par l'interaction k . Au vu de ces violations, la valeur du paramètre d'Eötvs est alors donnée par [103] :

$$\eta(A, B) \equiv 2 \frac{(a_A - a_B)}{(a_A + a_B)} = \sum_k \eta^k \left(\frac{E_A^k}{m_{i,A} c^2} - \frac{E_B^k}{m_{i,B} c^2} \right) \quad (7)$$

Une mesure expérimentale de $\eta(A, B)$ permet finalement d'établir des bornes et des contraintes sur les paramètres de violation η^k .

Ensuite, un point supplémentaire semble crucial à souligner : en fonction de la paire de masses d'épreuves utilisée, les violations escomptées du *Principe d'Équivalence* sont fortement dépendantes du modèle qui est pris en compte. Par exemple si l'on compare les prédictions du modèle du dilaton [107] à celles de l'extension du modèle standard [108, 110], comme cela est fait dans un article sur un test quantique de l'UFF [65], pour une paire de masses d'épreuves donnée, l'amplitude de la violation sera différente suivant l'un ou l'autre des modèles. L'emploi de masses d'épreuves quantiques et/ou classiques se justifie, se réfute ou se retrouve être complémentaire (*cf.* partie 0.2.3 choix des espèces). On peut donc en conclure que pour une précision donnée sur le test du *Principe d'Équivalence*, plus il existe de variantes du test utilisant différentes paires de

masses d'épreuve, plus il sera possible de poser des bornes sur les différents modèles envisagés et de converger ainsi vers la description la plus complète.

Enfin, pour insister une dernière fois sur l'importance des tests de la *Relativité Générale*, vis-à-vis de l'évaluation des limites des théories actuelles et de la contrainte des nouvelles, peuvent encore être citées quelques implications possibles liées à sa violation. Par exemple, des théories modernes font apparaître de nouvelles interactions fondamentales, de nouveaux champs scalaires couplés à la gravité, des variations des constantes fondamentales etc ... Dans un contexte plus cosmologique, les difficultés rencontrées, aussi bien par la *Relativité Générale* que par le *Modèle Standard* des particules, face à une découverte fondamentale qu'est l'accélération de l'univers, ont notamment fait germer l'idée que ce dernier était principalement formé d'énergie et de matière noire. L'étude poussée de la véracité du *Principe d'Équivalence* émerge alors comme une marche obligatoire à franchir pour aborder ces nouveaux aspects de la physique.

Dans la suite du manuscrit on se concentrera principalement sur les tests du WEP/UFF, car c'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux présentés ici.

0.2.2 Test du Principe d'Équivalence avec des objets de nature classique

Comme nous l'avons dit précédemment, le paramètre d'Eötvös $\eta(A, B)$ est utilisé pour quantifier les résultats d'un test de l'UFF. Ce paramètre est donné, lors d'une expérience de comparaison des chutes libres de deux corps A et B , par la mesure de l'accélération différentielle sur l'accélération moyenne subie par ces deux corps. Actuellement, aucune violation de ce principe n'a encore été décelée et les meilleures expériences, qui sont basées sur l'utilisation de masses d'épreuves classiques, ont confirmé que $\eta(A, B)$ valait 0 avec une incertitude de l'ordre de quelques 10^{-13} .

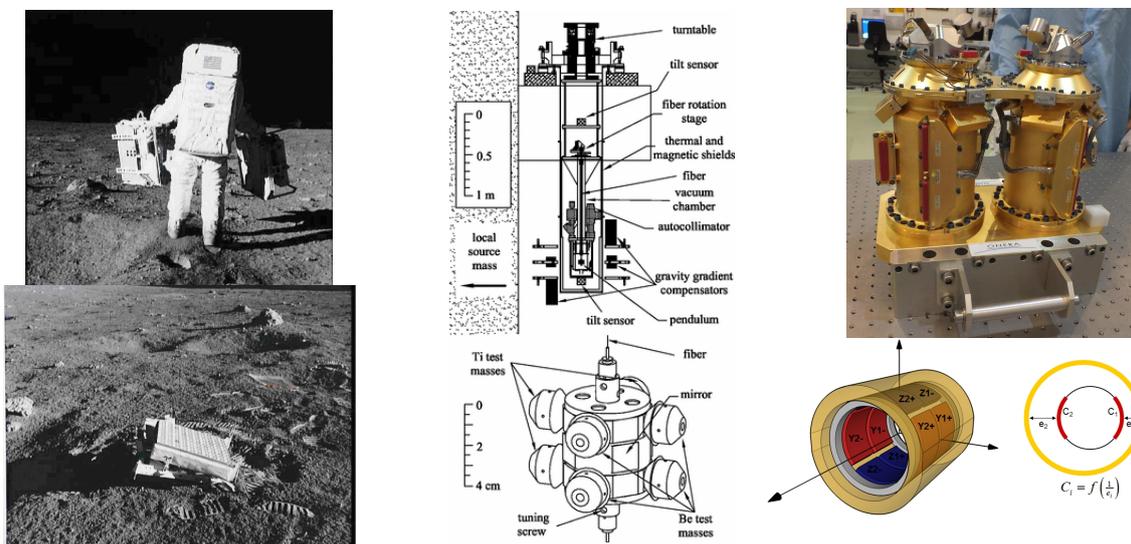


FIGURE 8 – Différents tests du *Principe d'Équivalence Faible* avec des objets de nature classique. A gauche : test par télémétrie laser Terre-Lune, photos [111] du réflecteur à coins de cubes déposé sur la Lune par Buzz Aldrin. Au centre : représentation du pendule de torsion [112] utilisé pour effectuer un test en laboratoire. A droite : photo et principe de fonctionnement des accéléromètres du projet MICROSCOPE [113] qui seront envoyés en orbite.

La balance de torsion :

Actuellement, la meilleure vérification en laboratoire du WEP a été effectuée grâce au pendule de torsion développé dans le cadre de l'expérience Eöt-Wash de l'université de Washington

à Seattle [112, 114]. L'utilisation de ce pendule de torsion en rotation constante permet de comparer l'accélération horizontale de masses d'épreuve de composition différente avec des incertitudes de l'ordre de quelques 10^{-15} m.s⁻² [112]. Cette différence d'accélération peut alors être comparée vis-à-vis de champs de gravité différents comme celui de la Terre, celui des masses autour de l'expérience, celui du Soleil, celui de notre galaxie et même celui de la matière noire galactique.

Le principe du pendule de torsion est conceptuellement simple : deux masses d'épreuve de composition différente sont reliées par un barreau rigide dont le centre est suspendu par un fil rigide vertical, *i.e.* parallèle à \vec{g} , caractérisé par une constante de torsion. Une différence d'accélération entre les deux masses dans le plan transverse va alors engendrer une variation angulaire du pendule qui se traduit par un couple exercé par le fil vertical sur le pendule pour le maintenir à l'équilibre.

La réalisation expérimentale de ce pendule est beaucoup plus complexe (*cf.* figure 8 au centre). Le "corps" du pendule comporte quatre masses d'épreuve de béryllium, Be, et quatre de titane, Ti, séparées de quelques centimètres dans une configuration de dipôle horizontal. Il est suspendu par un fil de tungstène, de diamètre 20 μ m, et long de 1.07 m. Ce pendule est placé dans une enceinte sous vide à 10^{-5} Pa et est protégé des variations de température et de champs magnétiques par différents boucliers. Le champ magnétique ambiant est quant à lui compensé par des bobines de Helmholtz. Le tout est placé sur une platine de rotation qui permet de mettre le pendule en rotation continue.

Les principales sources d'incertitude sur la mesure de l'accélération différentielle proviennent des contraintes d'alignement et de symétries drastiques imposés par ce type d'expérience, par les fluctuations de température et aussi par les effets de gradient du champ de gravité.

La spécificité et l'efficacité de la mesure réside principalement dans la mise en rotation continue du pendule à une fréquence donnée ($f_r = 1/T_r = 0.835$ mHz, telle que T_r soit plus élevée que la période d'oscillation de torsion libre du pendule, T_0 , donnée par la constante de torsion du fil) qui permet une sorte de détection synchrone du signal d'accélération différentielle dans un régime forcé et donc une bien meilleure sensibilité. Les données sont traitées en considérant jusqu'à la neuvième harmonique de la fréquence de rotation, leur amplitude donne l'accélération horizontale des masses dans le champ de pesanteur terrestre, menant à $\eta(Be, Ti)_{\text{Terre}} = (0.3 \pm 1.8) \times 10^{-13}$.

La télémétrie laser Terre-Lune :

L'installation de plusieurs réflecteurs constitués d'une matrice de coins de cube sur la surface de la Lune par les missions Apollo il y a environ 40 ans (*cf.* figure 8 gauche), a initié un programme de test du *Principe d'Équivalence* grâce à la télémétrie laser [111, 115]. Cette technique fournit un ensemble de mesures de distance extrêmement précises entre un observatoire sur Terre et les réflecteurs lunaires. Ces données sont ensuite utilisées pour déterminer la manière dont tombent ces corps de nature "astronomique" par rapport au Soleil. L'analyse de ces mêmes données ont imposé des limites de plus en plus strictes sur les violations du *Principe d'Équivalence* mais ont aussi permis la détermination de nombreux paramètres gravitationnels relativistes. Pour donner un ordre de grandeur, l'incertitude actuelle des mesures de distance Terre-Lune est d'environ 2 cm, à comparer aux 385 000 km qui les séparent. Cette expérience donne accès à un test du WEP mais aussi plus largement à des tests du *Principe d'Équivalence Fort* et de *Relativité Générale* car les effets de gravitation propres au système Terre-Lune et à chaque corps séparément ne sont bien évidemment pas négligeables.

La sensibilité prépondérante de l'orbite lunaire au *Principe d'Équivalence* provient de l'accélération de la Lune et de la Terre par rapport au Soleil. Une différence entre ces accélérations causée par une violation au *Principe d'Équivalence* entraînerait un terme d'anomalie dans la période synodique¹⁰ lunaire de 29.53 jours [111]. Le résultat sur le test du WEP est de

10. La période synodique d'un astre correspond au temps mis par ce dernier pour revenir à une configuration identique du système Terre-astre-Soleil, elle est différente de la période de révolution sidérale.

$(-0.8 \pm 1.3) \times 10^{-13}$ [116].

Pour améliorer ce résultat, de nombreux efforts doivent être fournis pour atteindre des mesures de distance Terre-Lune de l'ordre du millimètre. Elles nécessitent une modélisation extrêmement fine du système astronomique Terre-Lune, ce qui est un enjeu de taille, en prenant par exemple en compte des effets tels que la dilatation thermique, la pression de radiation du soleil où la correction de la propagation des rayonnements laser dans l'atmosphère.

Le projet MICROSCOPE :

MICROSCOPE [113, 117, 118, 119, 120, 121] (MICRO-Satellite pour l'Observation du Principe d'Équivalence) est une mission spatiale de l'ONERA et du CNES qui vise à tester le *Principe d'Équivalence* avec une incertitude sur η de l'ordre de 10^{-15} , ce qui est environ cent fois meilleur que les tests actuels. Le lancement, prévu en 2016, et les résultats de cette mission sont donc très attendus par la communauté scientifique.

Le satellite final fera moins de 200 kg, pour une charge utile de 40 kg et une consommation utile inférieure à 40 W. Il sera lancé sur une orbite circulaire, pour diminuer les fluctuations de traînée, à 710 km d'altitude et hélio-synchrone, pour éviter des variations de température dues aux éclipses. Des propulseurs à gaz froid (jets d'azote) très perfectionnés corrigeront de manière très fine les forces de traînée extérieures au satellite.

La mesure repose sur une expérience de chute libre au sens de Galilée, l'environnement spatial autorisant des temps d'intégration très longs. Ici, deux masses d'épreuve cylindriques sont asservies pour rester immobile par rapport au satellite. L'axe des cylindres constitue l'axe de mesure du test du *Principe d'Équivalence*. Le satellite est en mouvement autour de la Terre et pointe une direction fixe par rapport aux étoiles, les deux masses d'épreuves vont alors ressentir la gravité terrestre le long de l'axe de mesure à la fréquence du mouvement orbital. Si le *Principe d'Équivalence* est vérifié, les deux masses vont subir exactement la même accélération de contrôle pour rester sur la même trajectoire. Dans le cas contraire, un signal différentiel sera détecté à la fréquence orbitale. Il est aussi prévu de mettre le satellite en rotation autour de l'axe perpendiculaire au plan orbital à une fréquence d'environ $\sim 10^{-3}$ Hz. Le signal potentiel de violation du *Principe d'Équivalence* se trouvera alors à une fréquence correspondant à la somme de la fréquence orbitale et de la fréquence de rotation du satellite.

Les mesures d'accélération sont effectuées grâce à des accéléromètres électrostatiques développés à l'ONERA (cf. figure 8 droite). Un accéléromètre électrostatique consiste à suspendre par des forces électrostatiques une masse d'épreuve, le contrôle étant réalisé suivant les 6 degrés de liberté de la masse d'épreuve. Pour cela, un système d'électrodes, formant de multiples couples capacitifs sensibles au déplacement, est disposé autour de la masse d'épreuve. Dans l'espace, la masse d'épreuve est complètement suspendue suivant ses 6 degrés de liberté, il n'y a aucun contact mécanique ce qui explique la sensibilité exceptionnelle de ces instruments dans cet environnement particulier. Pour les besoins de la mission, le satellite comportera deux de ces accéléromètres où deux masses d'épreuve quasi-cylindriques sont imbriqués de manière concentrique. Un accéléromètre contient deux masses identiques de platine et servira à déterminer l'exactitude finale de l'instrument, l'autre inclut deux masses différentes, une de platine et une de titane, la comparaison des deux sorties permettant de rejeter certains effets systématiques. Le choix des matériaux résulte d'un compromis entre la sensibilité de l'instrument et l'intérêt théorique qu'ils présentent.

Finalement, les positions des deux masses d'épreuve sont très finement contrôlées au moyen de forces électrostatiques afin qu'elles suivent la même orbite, avec une exactitude meilleure que 3×10^{-11} m. De plus, la technologie des accéléromètres électrostatiques est maintenant parfaitement maîtrisée depuis plusieurs dizaines d'années et profite de l'expertise acquise pendant les missions spatiales précédentes (CHAMP, GRACE, GOCE). Les accéléromètres embarqués dans le satellite GOCE présentent d'ailleurs des sensibilités inégalées de l'ordre de quelques 10^{-12} m.s⁻²/√Hz sur une plage typique de 1 à 100 mHz [122] proche de ce qui est requis pour MICROSCOPE (2×10^{-12} m.s⁻²/√Hz sur la plage 0.1-100 mHz). Les accéléromètres sont ac-

tuellement en cours d'intégration dans le satellite dont le lancement est prévu pour février 2016.

Les tests de l'UFF basés sur des objets classiques sont aujourd'hui ce qui se fait de mieux pour la mesure de l'accélération différentielle entre deux objets en chute libre. Des projets spatiaux comme MICROSCOPE ou STEP (Satellite Test of the Equivalence Principle) espèrent repousser encore ces limites en profitant de l'environnement particulièrement favorable résultant de la mise en orbite d'accéléromètres.

0.2.3 L'interférométrie atomique et les objets de nature quantique

Les expériences d'interférométrie atomique qui testent l'UFF avec des objets de nature quantique sont encore loin des performances atteintes par leurs homologues classiques. Les exactitudes actuelles démontrées sur le paramètre d'Eötvös sont de l'ordre de quelques 10^{-7} [62, 63, 64, 65] voire de quelques 10^{-8} [66] récemment. Néanmoins, la relative jeunesse de l'interférométrie atomique laisse entrevoir des améliorations nombreuses et variées qui feront des tests basés sur cette technique des tests complémentaires à ceux effectués avec des objets classiques. Outre l'amélioration des performances des capteurs à ondes de matière, les tests de l'UFF utilisant des objets de nature quantique présentent intrinsèquement des différences, et/ou des avantages, par rapport aux tests utilisant des objets de nature classique [65, 105, 123] :

- (i). Les tests "quantiques" de l'UFF examinent l'effet de la gravitation sur la propagation des ondes de matière. Si l'UFF est vérifiée, la trajectoire ne dépend pas de la nature de l'onde de matière. Le centre de masse du paquet d'onde est censé suivre la trajectoire suivie par le centre de masse d'un objet classique, malgré toute dispersion spatiale ou superposition d'états (la mécanique classique peut alors être perçue comme une approximation géométrique vis-à-vis de l'optique à onde de matière).
- (ii). Durant la mesure interférométrique, le paquet d'onde atomique se trouve dans une superposition d'états délocalisés sur les deux bras de l'interféromètre. Dans le cas d'un interféromètre de type Mach-Zehnder manipulant des atomes de rubidium par l'intermédiaire de transitions Raman, la délocalisation spatiale maximale correspond au produit de deux fois la vitesse de recul des atomes par le temps T séparant deux impulsions laser, soit $2\hbar kT/m \simeq 1.2$ mm, pour $T = 100$ ms, où k est le vecteur d'onde du laser.
- (iii). L'interférométrie à onde de matière permet d'étendre le catalogue de paires de masses d'épreuve utilisables pour des tests de l'UFF. Suivant les différents modèles théoriques, la sensibilité d'une expérience aux violations possibles du *Principe d'Équivalence* diffère en fonction de la composition et de la nature des objets en chute libre. Un plus grand choix dans les masses d'épreuve signifie donc plus de contraintes potentielles des différents modèles. De plus, les atomes permettent d'accéder à une variété d'états internes bien plus vaste que les objets classiques ainsi qu'à des états quantiques dégénérés (Condensats de Bose-Einstein ou BEC). Les techniques d'interférométrie atomique, de manipulation d'atomes par laser sont par exemple utilisables sur les alcalins (Li, Na, K, Rb, Cs), mais aussi sur d'autres atomes (Sr, Yb), ou encore sur des molécules plus complexes.
- (iv). Les expériences à ondes de matière profitent de masses d'épreuves possédant une pureté isotopique quasi-parfaite, difficilement atteignable avec des objets classiques. Par exemple dans un MOT, seuls les atomes possédant la bonne structure atomique seront piégés et refroidis.
- (v). Il est possible d'utiliser des ensembles d'atomes possédant des polarisations de spin bien précises et d'explorer ainsi des phénomènes de couplages particuliers entre la gravité, l'espace-temps et ces spins [64]. Cette particularité est spécifique aux expériences quantiques.
- (vi). Les longueurs de cohérence des sources atomiques, obtenues par des techniques de refroi-

dissement, ont des ordres de grandeur de différences avec les longueurs de cohérence des objets classiques (typiquement quelques micromètres pour un BEC de ^{87}Rb face à 10^{-27} m ou moins pour des objets classiques). Des modèles de gravitation quantique basés sur des fluctuations métriques de l'espace-temps [124] montrent que les violations attendues sont plus prononcées pour des systèmes possédant des grandes longueurs de cohérence.

- (vii). La position et la vitesse du centre de masse des masses d'épreuve à ondes de matière peut être contrôlées, mesurées et imagées de manière indépendantes pour les deux paquets d'ondes. Il est alors conceptuellement possible d'obtenir une coïncidence parfaite entre les deux centres de masses d'épreuves. De plus, l'utilisation de deux nuages d'atomes, froids ou ultra-froids, de température et de taille identique permet d'obtenir deux masses d'épreuve "quasi-parfaitement" imbriquées (les distributions spatiales et en vitesse étant identiques), répondant à la nécessité de tests "locaux" de l'EEP.

Toutes ces différences entre tests classiques et quantiques de l'UFF prouvent leur complémentarité dans l'exploration des nouvelles théories de la physique. Pour que cette complémentarité soit totale, il est aujourd'hui nécessaire d'améliorer les performances des capteurs inertiels quantiques pour qu'ils puissent atteindre des exactitudes et des sensibilités sur η identiques à celles obtenues avec les capteurs classiques. Pour cela diverses pistes sont étudiées parallèlement : choisir les bonnes espèces atomiques, réaliser des sources atomiques adaptées, augmenter le facteur d'échelle ($n\hbar k T^2$) et donc la sensibilité de la mesure d'accélération, soit en augmentant la séparation entre les bras de l'interféromètre (liée au transfert d'impulsion $n\hbar k$), soit en augmentant le temps d'interrogation (T).

Les différents projets visant à tester le WEP qui sont mentionnés dans les paragraphes suivants sont récapitulés dans le tableau 3 se trouvant à la fin de cette partie.

Augmentation du temps d'interrogation :

Le premier levier sur lequel il est possible d'agir pour augmenter les performances des accéléromètres à atomes froids est le temps de chute libre des atomes. La sensibilité des interféromètres atomiques évolue comme le carré de ce temps (*cf.* équation (4)). Cette dépendance peut être facilement interprétée de manière qualitative par le fait que plus le temps d'observation de la chute libre des atomes est grand, plus la mesure d'accélération est précise. Pour comprendre de manière plus quantitative la dépendance en T^2 du facteur d'échelle, on pourra se reporter à la partie I.2.2.

Pour accéder à des temps d'interrogation très longs, de l'ordre de quelques secondes, deux grands axes sont actuellement envisagés : ils sont illustrés par les photos de la figure 9.

Le premier consiste à réaliser des interféromètres atomiques de très grande taille (typiquement de 10 m pour les trois projets aux universités de Stanford, Wuhan et Hanovre). Le principe est basé sur la construction d'une enceinte à vide de grande dimension au sein de laquelle les atomes sont piégés, lancés grâce à une fontaine atomique puis interrogés par l'interféromètre. Les temps d'interrogation sont alors un ordre de grandeur plus grand que dans les gravimètres à atomes froids classiques. Par exemple le temps de chute libre dans la tour à Stanford est de $2T = 2.3$ s, la sensibilité inférée¹¹ de l'interféromètre aux accélérations verticales atteint alors $6.7 \times 10^{-12}g$ par coup [125].

Le deuxième consiste à placer l'interféromètre atomique dans un environnement favorable à la mesure. Placer l'expérience en impesanteur¹², en "zéro- g " ou en micro-gravité (suivant les appellations), se révèle alors être particulièrement adapté. En effet dans ces conditions c'est toute

11. Le bruit de phase résiduel entre deux parties du nuage atomique est mesuré à 2 mrad par coup, correspondant à la sensibilité donnée. Par cette technique le bruit de vibration est commun aux deux parties du nuage et permet d'estimer le bruit de phase résiduel par mesure différentielle, même si le bruit de phase moyen sur l'ensemble du nuage en sortie d'interféromètre est limité par le bruit de vibration.

12. Un système est en état d'impesanteur lors qu'aucune accélération causée par la gravitation (ou une autre force) ne peut être mesurée par un observateur situé dans ce système. C'est le cas des systèmes en chute libre dans le vide.



FIGURE 9 – Futurs projets visant à tester l’UFF par interférométrie atomique avec des grands temps d’interrogations. De gauche à droite et de haut en bas : le projet STE-QUEST, l’airbus zero- g (ICE), la tour de Stanford, l’ISS (Q-WEP), la tour de chute libre de Brême (QUANTUS), la tour de Wuhan.

l’expérience qui se trouve être en chute libre, les atomes, eux aussi en chute libre, sont alors fixes par rapport à l’expérience, aux vibrations près, et peuvent finalement être interrogés pendant des temps très longs. Ces régimes peuvent être atteints pendant une vingtaine de secondes lors de vols paraboliques (*cf.* projet ICE), pendant 4.7 s, ou même 9.4 s en mode catapulte, dans la tour de chute libre de Brême, haute de de 140 m (*cf.* projet QUANTUS), pendant quelques minutes dans une fusée (projet MAIUS, suite de QUANTUS) et enfin idéalement pendant plusieurs années en orbite autour de la Terre, comme dans la Station Spatiale Internationale (*cf.* projet Q-WEP) ou dans un satellite (*cf.* projet STE-QUEST). Dans ces conditions, le temps d’interrogation des atomes est limité par l’expansion du nuage atomique, *i.e.* par sa température. Pour STE-QUEST, grâce à l’utilisation de techniques de refroidissement tel que le Delta-Kick-Cooling (DKC), il sera *a priori* possible de collimater un BEC à une température équivalente à 70 pK, ce qui autorise une séquence interférométrique longue de $2T = 10$ s.

Augmentation de la séparation entre les bras de l’interféromètre :

L’autre levier important permettant d’augmenter la sensibilité des interféromètres est l’ampleur du recul qui est transféré par les photons aux atomes. L’utilisation de transitions Raman stimulées contra-propageantes constitue déjà un atout indéniable par rapport à une transition optique entre deux niveaux atomiques. En effet le vecteur d’onde effectif est alors deux fois plus grand, tout comme la séparation entre les deux bras de l’interféromètre. Il existe ensuite d’autres techniques qui permettent d’augmenter encore cette séparation.

La double diffraction [126] est aussi basée sur les transitions Raman (ou des séparatrices de Bragg [127]) et mène à une séparation symétrique de $4\hbar k$ dans l’espace des impulsions. Si le décalage Doppler est négligeable, comme cela est le cas en micro-gravité, les états $|e, p \pm 2\hbar k\rangle$ sont dégénérés et sont donc simultanément couplés à l’état $|g, p\rangle$ par la transition Raman “doublement” résonnante. Partant de $|g, p\rangle$, la séparation se fait alors symétriquement dans $|e, p + 2\hbar k\rangle$ et $|e, p - 2\hbar k\rangle$. L’état interne $|e\rangle$ restera de plus le même le long des deux bras de l’interféromètre réduisant ainsi les effets indésirables causés par les déplacements en fréquence des niveaux atomiques (déplacements lumineux, effet Zeeman etc...). Le bruit de phase laser, alors commun aux deux bras de l’interféromètre, est aussi rejeté. Il est possible d’étendre ce schéma

de double diffraction à des séparations en impulsion plus grandes ($4N\hbar k$) en multipliant les séparatrices et en ajustant la fréquence des faisceaux contra-propageant pour remplir pleinement les conditions de résonances [126]. Le schéma de double diffraction simple a été retenu dans le cadre des missions spatiales (Q-WEP et STE-QUEST) du fait du décalage Doppler nul en impesanteur.

Il est ensuite possible d'utiliser la diffraction de Bragg des atomes par une onde lumineuse stationnaire pulsée, formée de deux faisceaux contra-propageants, pour transférer un grand nombre d'impulsions de recul au travers d'une transition à $2n$ photons sans changement d'état interne de l'atome. Une transition de Bragg peut être perçue comme une transition multi-bi-photonique sans changement d'état interne : une transition à deux photons couple les deux états $|a, p\rangle$ et $|a, p + 2\hbar k\rangle$, il est alors possible de coupler directement, grâce à plusieurs de ces transitions, les états $|a, p = 0\rangle$ et $|a, 2n\hbar k\rangle$ en imposant une différence de fréquence entre les deux raies lasers correspondant exactement au recul des $2n$ photons. Une manière alternative de percevoir le processus est simplement de considérer que l'atome absorbe n photons suivant une fréquence laser et en émet n autres de manière stimulée suivant l'autre fréquence laser, la différence de fréquence correspondant exactement aux $2n$ reculs. Comme l'atome reste dans le même état interne, l'interféromètre réalisé avec ces séparatrices reste insensible aux déplacements des niveaux d'énergie atomique. En combinant plusieurs impulsions de Bragg de $6\hbar k$ l'équipe de Stanford a montré qu'il était possible de réaliser une séparation allant jusqu'à $102\hbar k$ [128].

Les oscillations de Bloch sont aussi utilisées pour générer des séparatrices de grandes impulsions [129]. Le principe des oscillations de Bloch consiste à éclairer de manière continue un atome par deux faisceaux contra-propageant de fréquences différentes. L'interférence des deux laser crée un réseau optique mobile dont la vitesse est proportionnelle à la différence de fréquence. L'atome subit une succession de transitions stimulées à deux photons sans changement d'état interne alors que sa vitesse augmente elle successivement de deux vitesses de recul. Le décalage Doppler dû à ce gain en vitesse est compensé périodiquement par un balayage en fréquence : les atomes sont finalement accélérés. En chargeant initialement les deux paquets d'onde des deux bras de l'interféromètre dans deux bandes d'énergies différentes, il est possible d'accélérer les atomes se trouvant uniquement dans la bande fondamentale et d'augmenter ainsi la séparation entre ces deux bras.

Finalement il est possible de combiner la diffraction de Bragg et les oscillations de Bloch dans un même interféromètre. C'est ce qui a été réalisé dans le groupe de Berkley [130] séparant les états d'impulsion entre les deux bras jusqu'à $24\hbar k$.

La faiblesse de ces techniques (notamment le transfert d'un grand nombre d'impulsions avec Bragg) par rapport aux transitions Raman à deux photons classiques provient du fait que l'état externe n'est pas étiqueté par l'état interne, rendant impossible la détection des ports de sortie par simple fluorescence ou absorption. Ces techniques requièrent de plus à efficacité équivalente, des sources atomiques plus froides, ainsi que des lasers de puissance supérieure.

Choix de la paire d'espèces :

Le choix de la paire d'espèces atomiques utilisée est un point central de ces expériences qui s'appuie sur des considérations et des motivations aussi bien scientifiques que techniques.

Comme nous l'avons déjà mentionné, suivant le modèle théorique utilisé, l'amplitude des violations du *Principe d'Équivalence* pour une paire de masses d'épreuve donnée ne sera pas la même : *i.e.* au vu d'un modèle donné, plus les espèces utilisées "diffèrent", plus le signal de violation sera fort. Les articles [65, 131] comparent les paramètres de violations calculés grâce à deux modèles différents : le modèle du dilaton [107] et l'extension du modèle standard [108, 110].

Les modèles de théories des cordes prédisent l'existence d'une particule de masse nulle, le dilaton, associée à un champ scalaire théorique ϕ , dont le couplage avec la gravitation pourrait entraîner des violations du *Principe d'Équivalence*¹³. Dans ce modèle du dilaton, les forces

13. Historiquement, les tentatives d'unification de la gravité avec l'électromagnétisme font apparaître "naturel-

provenant de différentes interactions peuvent agir différemment sur les protons ou les neutrons [65, 131]. Pour une espèce donnée X , deux charges effectives Q_X^1 et Q_X^2 , calculées à partir de la composition de l'espèce X , sont alors introduites. Les violations du WEP dépendent alors des différences entre les charges effectives $\Delta Q_{A,B}^1$ et $\Delta Q_{A,B}^2$ pour deux espèces A et B . Une mesure de $\eta(A, B) = D_1(\Delta Q_{A,B}^1) + D_2(\Delta Q_{A,B}^2)$ permet alors de placer des bornes sur les paramètres de violation D_1 et D_2 (de manière similaire à ce qui est présenté au travers de l'équation (7)). Dans ce cas, plus les différences de charges effectives sont grandes, plus la violation sera forte.

L'extension du modèle standard est une théorie des champs qui étend l'action du *Modèle Standard* grâce notamment à des termes de violations de LLI et d'autres aspects de l'EEP. Les violations du *Principe d'Équivalence* y sont quantifiées par des différences, entre les espèces A et B , notées $\Delta f_{-n}, \Delta f_{+n}, \Delta \bar{f}_{-n}, \Delta \bar{f}_{+n}$. Sans rentrer dans les détails, ces paramètres de violation sont définis pour la matière et pour l'antimatière. Il sont reliés à l'excès de neutrons et au nombre baryonique¹⁴ des deux espèces mises en jeu [65, 108, 131]. De la même manière que pour le modèle du dilaton, une violation du *Principe d'Équivalence* s'écrit $\eta(A, B) = \Delta f_{-n} + \Delta f_{+n} + \Delta \bar{f}_{-n} + \Delta \bar{f}_{+n}$, et donc plus ces différences sont marquées, plus la violation sera forte.

Le tableau présenté en figure 10 donne les valeurs des paramètres qui quantifient l'importance des violations attendues suivant ces deux modèles. On remarque alors que, suivant la paire de masses d'épreuve choisie, les violations escomptées n'auront pas la même amplitude. On a donc tout intérêt à choisir des paires de masses d'épreuve qui présentent des violations potentielles importantes (selon différents paramètres), plus facilement détectables.

A	B	$\Delta Q_{A,B}^1$ ·10 ⁴	$\Delta Q_{A,B}^2$ ·10 ⁴	Δf_{-n} ·10 ²	Δf_{+n} ·10 ⁴	$\Delta \bar{f}_{-n}$ ·10 ⁵	$\Delta \bar{f}_{+n}$ ·10 ⁴
⁹ Be	Ti	-15.46	-71.20	1.48	-4.16	-0.24	-16.24
Cu	²³⁸ U	-19.09	-28.62	-7.08	-8.31	-89.89	-2.38
⁶ Li	⁷ Li	0.79	-10.07	-7.26	7.79	-72.05	5.82
⁸⁵ Rb	⁸⁷ Rb	0.84	-0.79	-1.01	1.81	1.04	1.67
⁸⁷ Sr	⁸⁸ Sr	0.42	-0.39	-0.49	2.04	10.81	1.85
³⁹ K	⁸⁷ Rb	-6.69	-23.69	-6.31	1.90	-62.30	0.64
⁸⁷ Rb	¹⁷⁰ Yb	-12.87	-13.92	-1.36	-8.64	86.00	-5.46

FIGURE 10 – Comparaison des paramètres quantifiant les violations du *Principe d'Équivalence* suivant le modèle du dilaton et l'extension du modèle standard. Le tableau est extrait de la référence [131].

Un autre aspect qui entre en jeu dans le choix des espèces atomiques concerne la maturité technologique associée aux espèces, principalement en ce qui concerne leur manipulation par laser et leur refroidissement. Ce point est crucial car les projets regroupés dans le tableau 3 sont très ambitieux et nécessitent souvent de franchir des paliers technologiques et expérimentaux. Cet aspect est particulièrement important pour les projets spatiaux qui nécessitent des niveaux de stabilité et robustesse élevés. Aujourd'hui le ⁸⁷Rb et le ¹³³Cs sont les deux atomes qui ont permis la réalisation de capteurs inertiels atomiques à l'état de l'art, ce qui en fait *a priori* de bons candidats.

Le dernier aspect qui entre en compte pour le choix des espèces atomiques concerne les rejections des bruits. Les tests de l'UFF consistent en une mesure différentielle d'accélération. Il est donc possible de rejeter des bruits de modes communs entre les deux espèces utilisées, et

lement" un champ scalaire présentant un couplage avec la gravité [106].

14. Le nombre baryonique est un nombre quantique défini comme le tiers de la différence de quarks et d'antiquarks dans un système, les quarks étant des particules élémentaires qui forment, par exemple, les protons et les neutrons

notamment dans le cas d'une mesure simultanée. Or, il faut savoir que la sensibilité des gravimètres à atomes froids à l'état de l'art est principalement limitée par le bruit de vibration qui entache la mesure d'accélération. Une mesure simultanée entre deux espèces adéquates peut réduire considérablement l'impact de ce bruit afin qu'il ne limite pas la sensibilité de la mesure d'accélération différentielle. Cette réjection de bruit s'accompagne alors d'une relâche considérable sur les contraintes environnementales de l'expérience. Ces considérations de réjection de bruit ont donc tendance à aller à l'encontre du choix de la paire d'espèces qui maximise la violation de l'EEP. En effet, plus les transitions optiques et les niveaux atomiques mis en jeu lors de l'expérience sont proches, plus il sera possible de bénéficier d'une réjection de bruits de mode commun efficace en permettant notamment de profiter de facteurs d'échelles de mesure extrêmement proches pour les deux espèces. C'est pourquoi, deux isotopes d'une même espèce atomique sont de très bon candidats. Ils demeurent des objets de compositions différentes pour les tests de l'UFF, malgré des masses proches.

Les trois points précédents, violations espérées de l'EEP, contraintes expérimentales, réjection de bruits, permettent de justifier le choix des espèces pour les différents tests :

- *Le couple $^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$.* Malgré une sensibilité relativement faible aux hypothétiques violations de l'EEP de part la forte similitude de ces deux isotopes, l'avantage majeur de l'utilisation de ce couple d'atomes réside dans la possibilité de rejeter fortement certains bruits de modes communs, et en particulier les vibrations. Cela permet d'envisager des expériences dans des environnements variés, au sol (Stanford), dans l'espace (STE-QUEST, Q-WEP) et semble même indispensable dans des environnements très bruités, comme cela est le cas dans l'ISS, notamment à cause de la présence humaine. Il est de plus assez simple expérimentalement de manipuler ces deux isotopes avec les mêmes lasers, les mêmes optiques, et de bénéficier du large éventail technologique associé au ^{87}Rb . Ces raisons nous ont poussé à utiliser ce couple pour l'expérience présentée dans cette thèse.
- *Le couple $^{87}\text{Rb} / \text{K}$.* Ce couple d'espèces a l'avantage de présenter une forte sensibilité aux violations de l'EEP, surtout prédites par l'extension du modèle standard. Il est même possible de comparer la chute libre d'un boson, le ^{87}Rb , et d'un fermion, le ^{40}K (*cf.* QUANTUS). Néanmoins les réjections possibles des bruits de mode commun avec cette paire sont plus faibles que pour les deux isotopes du rubidium, augmentant drastiquement les certaines contraintes expérimentales : concernant les vibrations, un facteur de réjection d'environ 10^2 est possible avec le couple Rb-K alors qu'un facteur 10^9 est possible avec le couple ^{87}Rb - ^{85}Rb (un facteur 5×10^4 est démontré dans le cadre de cette thèse), dans le cas où la réjection est limitée par la différence de facteur d'échelle provenant de la différence entre les vecteurs d'ondes associés aux deux espèces. Aujourd'hui, il est expérimentalement plus difficile de manipuler le K que le ^{87}Rb , néanmoins de nombreux projets ambitieux (ICE, QUANTUS, STE-QUEST version 2) tentent de combler cet écart et entrevoient une évolution rapide des techniques de manipulation de cette espèce.
- *L'atome de Cs.* Le césium est historiquement une espèce qui a permis de réaliser des capteurs inertiels à l'état de l'art et constitue dans cette perspective un bon candidat pour tester l'UFF (*cf.* Wuhan). Elle pâtit néanmoins de la difficulté expérimentale à être condensée.
- *Les isotopes du Li.* Les deux isotopes du lithium pourraient avoir une haute sensibilité aux violations de l'EEP, à cause d'une différence de nucléons relativement grande, tout en restant relativement proche expérimentalement parlant (*cf.* Berkley). Un des deux isotopes peut aussi être combiné avec une autre espèce atomique (par exemple le rubidium ou le césium, *cf.* Wuhan). Aujourd'hui, il existe des condensats de lithium mais aucune expérience d'interférométrie atomique n'utilise pour le moment cette espèce.
- *Le couple $^{88}\text{Sr} / ^{87}\text{Sr}$.* Ces deux isotopes, un boson et un fermion, sont moyennement sensibles aux violations de l'EEP mais permettent de sonder des couplages entre la gravité et les spins. Ils profitent du développement des horloges optiques à strontium. Les différents

isotopes du strontium on déjà été condensés. Une manipulation expérimentale simultanée des isotopes ^{88}Sr et ^{87}Sr n'a pas encore été réalisée.

- *L'atome d'Yb.* L'utilisation de l'atome d'ytterbium pour réaliser des expériences d'interférométrie atomique est apparu très récemment (*cf.* Hanovre [131]). Le couple Rb-Yb présente une sensibilité aux violations de l'EEP meilleure que les associations Rb-K ou Li-Li. L'isotope ^{174}Yb a déjà été condensé. Les contraintes expérimentales liées à la bonne superposition des nuages de rubidium et d'ytterbium semblent être un point central de la réussite future du projet [131].

Qualité de la source atomique :

Le dernier levier sur lequel il est possible d'agir en interférométrie atomique concerne les caractéristiques de la source atomique : son étendue spatiale, sa dispersion en vitesse, sa densité et son flux. Aujourd'hui, les gravimètres atomiques à l'état de l'art reposent sur l'utilisation d'une source d'atomes froids générée à partir d'un piège magnéto-optique. Ces sources présentent des tailles typiques de l'ordre de quelques millimètres et des dispersions en vitesse de l'ordre du centimètre par seconde (température d'environ $1\ \mu\text{K}$). Des flux suffisamment importants d'atomes sont obtenus pour atteindre des cadences de mesure de l'ordre quelques hertz.

L'utilisation de sources atomiques ultra-froides, comme des BEC, semble apparaître comme une voie prometteuse pour améliorer encore les performances des capteurs inertiels atomiques. Comparées aux atomes froids, ces sources combinent une étendue spatiale réduite et une faible dispersion en vitesse (température d'environ $100\ \text{nK}$). Ces caractéristiques présentent des avantages notables pour le contrôle et la réduction de biais provenant d'effets systématiques comme l'effet Coriolis, les aberrations de front d'onde qui limitent actuellement l'exactitude des gravimètres atomiques à l'état de l'art [81]. Ensuite, l'utilisation d'une source de faible dispersion en vitesse permet d'envisager une interrogation plus longue des atomes et donc une meilleure sensibilité. En effet, cette faible dispersion permet le maintien de l'ensemble du nuage dans une zone homogène d'intensité du laser pendant la durée de l'interféromètre. Ceci permet de conserver un bon contraste et un bon rapport signal à bruit en sortie, et ce même pour des temps d'interrogation longs.

Néanmoins, l'utilisation de sources cohérentes de forte densité telles que les BEC entraîne des inconvénients. Ces inconvénients résident dans l'apparition d'interactions atome-atome, intra et inter-espèces, qui sont à l'origine de déphasages interférométriques supplémentaires au travers des effets de champ moyen. Finalement, il est nécessaire de bien maîtriser et de bien modéliser ces phénomènes d'interaction si l'on veut atteindre les niveaux d'exactitude espérés. Concernant ces sujets, on pourra lire les travaux du groupe de Camberra en Australie qui a étudié le rôle de ce type de sources en interférométrie atomique [132, 133, 134] ou encore le récent papier [135] du groupe du Laboratoire Kastler Brossel qui étudie le déphasage induit par les interactions atome-atome. De plus, l'utilisation de condensats complexifie l'élaboration de l'expérience, augmente pour l'heure actuelle considérablement le temps de préparation de la source, de quelques dizaines de secondes typiquement, ce qui entraîne une forte diminution du flux d'atomes et une chute de la cadence de mesure. Des efforts sont aujourd'hui fournis pour réduire ces faiblesses.

Pour atteindre les sensibilités visées par les projets visant un test du WEP avec des atomes (*cf.* tableau 3), l'utilisation de sources ultra-froides semble indispensable pour atteindre des temps d'interrogation de l'ordre de la seconde. Dans le cas d'une mesure double espèce, les biais dépendant de la position et de la vitesse des atomes (Coriolis, aberrations, gradient ...) peuvent être fortement réduits grâce à la mesure différentielle s'il l'on s'assure d'un bon recouvrement entre les deux nuages associés aux deux espèces. La qualité du recouvrement est alors une contrainte expérimentale majeure pour les futures expériences. Pour donner une idée des ordres de grandeurs requis, pour atteindre les niveaux de 10^{-15} sur η visés par STE-QUEST, il est nécessaire de contrôler la position des centres de masses des deux nuages atomiques à $1\ \text{nm}$ près et leur vitesses à quelques $\text{nm}\cdot\text{s}^{-1}$ près [123]. Dans ce contexte, des techniques de Delta Kick Cooling [136] sont particulièrement adaptées pour le contrôle de ces paramètres ainsi que

pour obtenir des températures inférieures à 100 nK. Il est montré qu'un choix judicieux entre l'expansion libre d'un nuage et des "kick" de contraintes (impulsions lumineuses, magnétiques ...) peut réduire l'expansion du nuage et presque la "figer". Dans une vision optique, ce processus s'apparente donc à la collimation de la source atomique. Ces techniques sont aujourd'hui utilisées en interférométrie atomique [137, 125].

Le tableau 3 présente les caractéristiques des projets connus visant à tester l'UFF par interférométrie atomique ainsi que les références associées. Comme on peut le remarquer, les environnements de mesure, les espèces utilisées et les exactitudes visées sont très variées. Les motivations ayant conduit à ces choix ont été discutées dans les paragraphes précédents.

TABLE 3 – Principales caractéristiques concernant les projets et expériences futures visant à tester l'UFF par interférométrie atomique (IA = Interféromètre Atomique, ISS = International Space Station).

Projet Réf.	Environnement	Espèces Atomiques	T (s)	Séparatrice	Exactitude visée (η)
STE-QUEST [105, 123, 138]	zero- g (satellite en orbite)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$ $^{87}\text{Rb} / ^{41}\text{K}$	5	Raman double diffraction	2×10^{-15}
Q-WEP [138]	zero- g (ISS)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$	~ 1	Raman double diffraction	10^{-14}
QUANTUS [137, 139]	zero- g (tour de chute libre)	$^{87}\text{Rb} / ^{40}\text{K}$	~ 1	Bragg	$\leq 10^{-11}$
ICE [76]	zero- g (vols paraboliques)	$^{87}\text{Rb} / ^{39}\text{K}$	~ 1	Raman	10^{-11}
Stanford [59, 125]	Très grand IA (fontaine $\simeq 10$ m)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$	1.2	Raman Bragg (futur)	10^{-15}
Wuhan [140]	Très grand IA (fontaine $\simeq 10$ m)	Rb / Cs / Li	1.3		10^{-15}
Hanovre [131]	Très grand IA (fontaine $\simeq 10$ m)	$^{87}\text{Rb} / ^{170}\text{Yb}$	1.3	Bragg	7×10^{-13}
Berkley [141]	IA (réseau optique)	$^6\text{Li} / ^7\text{Li}$		Bloch-Bragg	10^{-14}

Les états d'avancement des différents projets sont différents. Concernant ICE, un accéléromètre de ^{87}Rb a été obtenu dans l'avion zéro- g durant les vols paraboliques et un interféromètre avec des atomes de ^{39}K a été réalisé dernièrement [142]. Le projet QUANTUS a permis d'obtenir des franges d'interférences avec un condensat de Bose-Einstein de ^{87}Rb en micro-gravité [137], lors de tests dans la tour de Brême. Concernant les très grands interféromètres atomiques, la fontaine de Stanford a conduit à des mesures inertielles de très grande sensibilité grâce à des temps d'interrogation de $2T = 2.3$ s avec une source "ponctuelle" ultra-froide de ^{87}Rb [125]. La fontaine de 10 m à Wuhan est en cours de construction et/ou en cours d'évaluation alors que celle de Hanovre n'est pas encore construite. Les projets spatiaux STE-QUEST et Q-WEP ne se trouvent encore qu'à un stade préliminaire d'étude et de qualification.

0.2.4 État de l’art en interférométrie atomique

Le premier test de l’UFF utilisant l’interférométrie à onde de matière a été réalisé en 1975. Il comparait le déphasage induit par la gravité sur les ondes de matière des neutrons [17] aux mesures effectuées avec un gravimètre classique. Par la suite, les campagnes de comparaison des gravimètres absolus ont permis de vérifier l’UFF, entre des coins de cube utilisés dans les gravimètres FG-5 et les atomes de césium et de rubidium utilisés dans les gravimètres à atomes froids, avec des exactitudes de l’ordre de quelques 10^{-9} [32, 38] sur η . Néanmoins ces deux types de tests de l’UFF ne sont pas “entièrement” quantiques, ils comparent la chute libre d’ondes de matière à des objets de nature classique.

Dans la suite de cette partie, nous nous focaliserons sur les tests “purements quantiques” de l’UFF, *i.e.* des tests dont les deux masses d’épreuves sont des objets de nature quantique. Nous allons présenter chronologiquement les différentes expériences d’interférométrie atomique qui ont abouti sur des tests de l’UFF (*cf.* figure 11). Les tableaux 4 et 5 présentent respectivement les caractéristiques principales des expériences mises en œuvre et les principaux résultats qui en découlent, *i.e.* les sensibilités et exactitudes sur le paramètre d’Eötvös.

TABLE 4 – Caractéristiques des expériences atomiques double espèce ayant été utilisées pour des tests de l’UFF. MZ fait référence à Mach-Zehnder.

Expérience (année)	Caractéristiques de l’expérience	Temps d’interrogation	Mesure
Garching (2004)	Fontaine atomique Interféromètre MZ Séparatrices de Bragg	$T = 40$ ms	Non-simultanée
ONERA (2013)	Atomes lâchés Interféromètre MZ Séparatrices Raman	$T = 40$ ms	Simultanée
Florence (2014)	Atomes piégés Oscillations de Bloch Réseau optique vertical	$t_M = 8 - 12$ s	Non-simultanée
Hanovre (2014)	Atomes lâchés Interféromètre MZ Séparatrices Raman	$T = 20$ ms	Simultanée
Wuhan (2015)	Fontaine atomique Interféromètre MZ Double diffraction	$T = 70.96$ ms	Simultanée

La première expérience qui compara la chute libre de deux ondes de matière atomiques a été réalisée en 2004 dans le groupe de Hänsch en Allemagne [62]. L’interféromètre atomique utilisé est basé sur des séparatrices formées par des réseaux d’amplitude lumineux résonnants qui diffractent les ondes de matière suivant une série d’états séparés en impulsion de $\pm 2\hbar k$. La lumière étant résonnante il n’y a *a priori* pas de déphasage dû aux déplacements lumineux. La décohérence induite par l’émission spontanée n’est pas ressentie car la transition est ouverte et les atomes perdus ne sont pas détectés ; seuls les atomes participant à l’interféromètre le sont. L’interféromètre est composé de trois séparatrices de 200 ns de durée et séparées dans le temps par $T \simeq 40$ ms. Ce temps T est ensuite légèrement balayé pour observer les franges (*cf.* figure 11

TABLE 5 – Etat de l'art des tests de l'UFF par interférométrie atomique.

Expérience	Espèces atomiques	sensibilité ($\eta/\sqrt{\text{Hz}}$)	Exactitude (η)	Réf.
Garching (2004)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$	1.2×10^{-5}	$(1.2 \pm 1.7) \times 10^{-7}$	[62]
ONERA (2013)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$	8×10^{-7} 1.2×10^{-7} (2015)	$(1.2 \pm 3.2) \times 10^{-7}$	[63]
Florence (2014)	$^{88}\text{Sr} / ^{87}\text{Sr}$	9.8×10^{-6} (^{87}Sr) 1.5×10^{-6} (^{88}Sr)	$(0.2 \pm 1.6) \times 10^{-7}$	[64]
Hanovre (2014)	$^{87}\text{Rb} / ^{39}\text{K}$	3.5×10^{-5}	$(0.3 \pm 5.4) \times 10^{-7}$	[65]
Wuhan (2015)	$^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$	4.5×10^{-7}	$(2.8 \pm 3) \times 10^{-8}$	[66]

a)). La chute libre du ^{87}Rb et du ^{85}Rb est comparée de manière séquentielle, *i.e.* de manière non-simultanée. Les données sont enregistrées en trois sessions chacune correspondant à une journée de mesure. Le résultat final mène à $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (1.2 \pm 1.7) \times 10^{-7}$. L'incertitude correspond à l'erreur statistique sur la mesure. La chute libre du ^{87}Rb dans deux états hyperfins différents a aussi été comparée donnant $\eta(|F=2, m_F=0\rangle, |F=3, m_F=0\rangle) = (0.4 \pm 1.2) \times 10^{-7}$.

Dix années plus tard, en 2013, dans le cadre de cette thèse, un nouveau test de l'UFF a été réalisé à l'ONERA [63]. L'interféromètre atomique est ici un interféromètre de type Mach-Zehnder basé sur des transitions Raman stimulées, le temps entre les séparatrices étant aussi de $T = 40$ ms. Les atomes utilisés sont aussi le ^{87}Rb et le ^{85}Rb . La principale avancée réside dans la *simultanéité* de la mesure. Tous les futurs projets sont d'ailleurs basés sur cette méthode de mesure et c'est en cela que cette expérience constitue une démonstration de principe. La *simultanéité* permet de profiter de la réjection de certains bruits communs aux deux espèces par mesure différentielle. Cette première expérience a montré une réjection du bruit de vibration d'un facteur 550 (55 dB). Les signaux interférométriques (*cf.* figure 11 b)) sont intégrés sur deux fois 15 min (pour chaque direction de \vec{k}_{eff}) la sensibilité étant bien meilleure que dans l'expérience précédente. Le résultat sur le test de l'UFF est comparable au précédent $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (1.2 \pm 3.2) \times 10^{-7}$, l'incertitude étant ici limitée par les incertitudes sur les effets systématiques (principalement sur les déplacements lumineux). Comme nous le verrons par la suite, cette expérience double espèce a ensuite été longuement améliorée pour obtenir principalement une meilleure sensibilité ($1.2 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$) et un facteur de réjection des vibrations bien plus grand de 50 000 (94 dB).

L'année 2014 a été prolifique en termes de nouveaux résultats avec deux nouvelles expériences qui sont venues élargir le spectre des possibilités pour tester l'UFF avec les atomes.

La première a été réalisée dans le groupe de Tino en Italie et compare pour la première fois l'effet de la gravitation sur un boson, le ^{88}Sr , et sur un fermion, le ^{87}Sr [64]. Le test de l'EEP se fait grâce à la mesure de la fréquence de Bloch qui correspond à la différence d'énergie site à site induite par la force gravitationnelle dans un réseau optique vertical. Cette différence de fréquence ne doit alors dépendre que du rapport de masse entre les deux isotopes, connu à environ 10^{-10} près. La mesure de la fréquence de Bloch se fait non-simultanément pour les deux isotopes en modulant en amplitude le réseau optique à différentes fréquences : les atomes vont être plus largement délocalisés lors de l'égalité entre la fréquence de modulation et la fréquence de Bloch. L'observation de la largeur du nuage pour différentes fréquences de modulation permet de déduire la fréquence de Bloch (*cf.* figure 11 c)) et donc de comparer l'influence de la gravitation sur les deux isotopes. Le résultat final est obtenue après l'intégration de 68 sessions de mesure de

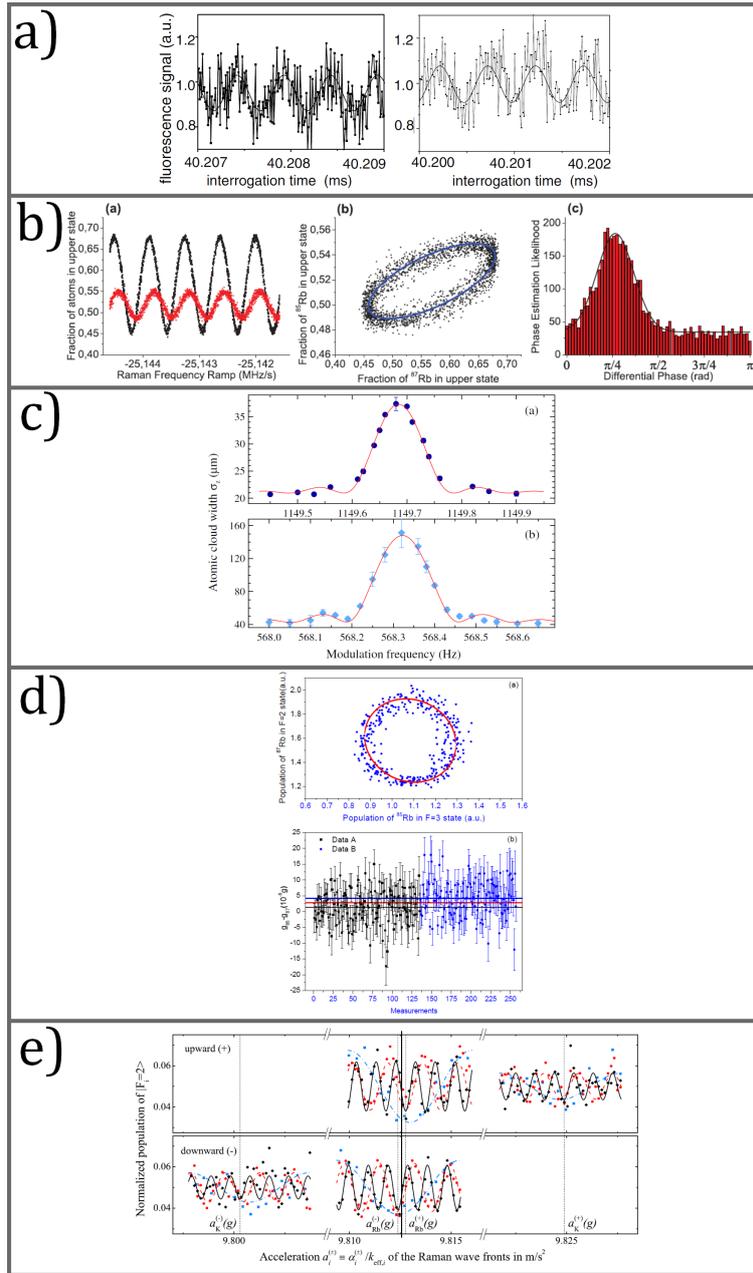


FIGURE 11 – Signaux interférométriques des expériences de l'état de l'art pour les tests de l'UFF avec des objets de nature quantique. De haut en bas les expériences de : Garching 2004 [62] a), ONERA 2013 [63] b), Florence 2014 [64] c), Hanovre 2014 [65] d) et Wuhan 2015 [66] e).

700 secondes pour chaque isotope et mène à $\eta(^{88}\text{Sr}, ^{87}\text{Sr}) = (0.2 \pm 1.6) \times 10^{-7}$. Ce résultat permet de contraindre certains paramètres de violations de l'EEP, notamment en ce qui concerne les effets de couplage entre le spin et la gravité grâce à l'utilisation d'un boson et d'un fermion.

La seconde a été réalisée dans le groupe de Rasel en Allemagne et compare pour la première fois la chute d'ondes de matière associées à deux espèces atomiques différentes, à savoir le ^{87}Rb et le ^{39}K [65] (*cf.* figure 11 d)). Les deux espèces sont manipulées simultanément dans un interféromètre de type Mach-Zehnder, avec $T = 20$ ms, dans lequel les deux faisceaux lasers contenant les fréquences Raman associées aux deux espèces sont superposés. Le résultat final est obtenu après 4096 secondes d'intégration et donne $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{39}\text{K}) = (0.3 \pm 5.4) \times 10^{-7}$. Ce résultat est principalement limité par la sensibilité de la mesure d'accélération avec le potassium. Dans l'article, le bilan d'incertitude global est présenté dans l'état actuel de l'expérience mais est aussi

projeté en tenant compte des améliorations à venir. Une augmentation de la sensibilité de la mesure pourrait alors mener à un test de l'UFF à quelques 10^{-9} avec ces deux espèces.

Le dernier test de l'UFF a été réalisé très récemment en 2015 dans le groupe de Zhan en Chine [66]. C'est la technique de double diffraction qui a été employée et qui a été appliquée pour la première fois à la manipulation de deux espèces, à savoir le ^{87}Rb et le ^{85}Rb . Cette expérience est un pas supplémentaire dans la démonstration de la faisabilité des expériences spatiales qui prévoient également d'utiliser la double diffraction (STE-QUEST, Q-WEP). L'interféromètre est de type Mach-Zehnder avec $T = 70.96$ ms, pour avoir une phase différentielle proche de $\pi/2$ (cf. figure 11 e)). Un intérêt tout particulier a été porté pour obtenir des paramètres identiques pour les deux espèces (puissances lasers, fréquences de Rabi, annulation des déplacements lumineux) la seule différence résidant dans un léger écart entre les vecteurs d'onde effectifs, comme c'est aussi le cas dans notre expérience. Cette expérience démontre aussi la possibilité de réjection du bruit de phase des lasers Raman par une mesure différentielle grâce à l'utilisation de la double diffraction. L'erreur statistique sur η après 3200 secondes est de 0.8×10^{-8} ce qui donne après correction des effets systématiques $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (2.8 \pm 3) \times 10^{-8}$, soit un ordre de grandeur de mieux que toutes les expériences précédentes. La plus grande incertitude provient de l'effet Coriolis et est principalement due aux imperfections de lancer des deux atomes par la fontaine atomique qui crée des différences dans les vitesses et les positions initiales des nuages d'atomes froids. Ce point permet d'insister sur la nécessité de contrôler très précisément ces paramètres pour les futurs projets qui testeront le WEP.

Pour finir cette partie par une étude comparative sur les performances de ces différentes expériences, on peut dire ceci : les expériences utilisant les deux isotopes du rubidium présentent pour le moment des sensibilités bien meilleures que les expériences utilisant d'autres type d'atomes. Cela est dû à la maturité de l'utilisation du ^{87}Rb dans les expériences inertielles atomiques et à la facilité de l'étendre à la manipulation du ^{85}Rb . La similitude entre ces deux atomes facilite aussi les possibles réjections des bruits de modes commun (vibrations, phase laser etc ...) pouvant limiter la sensibilité. Les bilans d'exactitude montrent que ces expériences sont limitées par des incertitudes sur certains effets systématiques qu'il sera donc nécessaire d'améliorer. Les expériences utilisant d'autres paires d'atomes, que les deux isotopes du rubidium, doivent quant à elles préalablement passer par une amélioration de la sensibilité globale de la mesure d'accélération différentielle, avant de s'attaquer à la correction "précise" des effets systématiques prépondérants.

0.3 Organisation du travail de recherche

Ce mémoire présente l'étude d'un interféromètre atomique double espèce (^{87}Rb et ^{85}Rb) et ses applications aux mesures inertielles, principalement pour réaliser un test de l'*Universalité de la Chute Libre* avec des atomes mais aussi pour évaluer les possibles améliorations qu'un tel système pourrait présenter pour les mesures de gravité ou d'accélération. Les résultats relatés ici proviennent d'un travail expérimental en laboratoire auquel s'associe un travail de modélisation théorique de l'interféromètre et une méthode d'extraction de la phase différentielle à partir du signal elliptique obtenu en sortie.

Le dispositif expérimental repose sur la modification du gravimètre atomique GIRAFE [44], initialement conçu pour l'utilisation du ^{87}Rb seul, pour la manipulation des deux isotopes du rubidium. Dans un premier temps, le piégeage et le refroidissement simultané des deux isotopes ont été réalisés puis caractérisés. Pour cela, le système laser existant a été adapté en intégrant un nouveau module micro-onde permettant de synthétiser les raies lasers nécessaires à la manipulation du ^{85}Rb . La source atomique alors obtenue est suffisamment froide pour effectuer la séquence interférométrique, la température ayant été mesurée grâce à la mise en œuvre d'une spectroscopie Raman pour les deux espèces. Les transitions Raman étant les briques élémentaires à la manipulation des deux isotopes dans l'interféromètre, la réalisation de la séquence

interférométrique de type Mach-Zehnder a conduit à la première mesure simultanée de l'accélération différentielle entre deux types d'atomes. L'analyse et le traitement des signaux obtenus ont conduit à un test atomique du WEP à l'état de l'art, la simultanéité de la mesure ayant permis de montrer, pour la première fois, la possibilité de réjection du bruit de vibration par effet de mode commun avec deux espèces différentes.

Cette première phase expérimentale a permis d'évaluer les principales limites de notre instrument. Une longue étape de caractérisation et d'amélioration globale du système en a donc découlé. Au cours de celle-ci, certains effets parasites provenant des paires Raman additionnelles ont été réduits, le temps d'interaction ainsi que la cadence de mesure ont été augmentés, un nouveau module micro-onde pour la génération des raies lasers a été réalisé, la puissance laser Raman a été asservie, les non-linéarités du schéma de détection ont été étudiées et corrigées... Le formalisme de la fonction de sensibilité a été approfondi et appliqué à la modélisation de l'interféromètre atomique double espèce. Les résultats obtenus concernant les réponses inertielles de l'interféromètre ainsi que l'expression de la phase différentielle constituent un résultat notable qui peut permettre une meilleure compréhension des interféromètres atomiques (simple et double espèce) et peut s'avérer utile pour les futures expériences visant à tester le WEP. La méthode d'extraction de la phase différentielle à partir du signal elliptique a elle aussi été approfondie en parallèle.

Tout ce travail a conduit à un rapport signal à bruit bien meilleur et l'instrument a été caractérisé en termes de sensibilité, résolution et stabilité. La réjection du bruit de vibration a ensuite été étudiée en soumettant le capteur atomique à des excitations connues. Cela a permis de déterminer les limitations expérimentales de cette réjection, aussi bien intrinsèques à l'instrument qu'environnementales, qui pourraient restreindre les performances des futurs accéléromètres atomiques double espèce.

Enfin, ce travail de thèse s'est terminé par l'étude et la réalisation expérimentale de deux modes de fonctionnement innovants basés sur des configurations particulières d'interféromètres atomiques double espèce, qui permettent d'améliorer les performances des capteurs inertiels simple espèce, principalement pour des mesures embarquées d'accélération.

Le temps restant et les plages de disponibilité de l'expérience n'ont pas permis de réaliser un nouveau test du WEP bénéficiant de l'ensemble des améliorations apportées, principalement concernant l'amélioration de la sensibilité. C'est pourquoi certains résultats présentés dans ce manuscrit, notamment ceux en relation avec le test du WEP, ne correspondent pas aux performances actuelles de notre instrument double espèce.

0.4 Plan du manuscrit

La plan de ce mémoire de thèse est un plan thématique qui ne suit pas la logique propre à la chronologie des recherches.

Au chapitre I, des aspects théoriques nécessaires à la compréhension d'un interféromètre atomique double espèce et de la mesure différentielle seront présentés. Le principe des transition Raman sera rappelé (partie I.1), le déphasage et les fonctions de réponse inertielle d'un interféromètre de type Mach-Zehnder seront étudiées (partie I.2), principalement grâce au formalisme de la fonction de sensibilité. Ensuite, le déphasage différentiel entre les deux atomes sera exprimé de la manière la plus complète possible (partie I.3) et pour finir, la méthode d'extraction de cette phase différentielle à partir du signal interférométrique elliptique sera présentée (partie I.4).

Le chapitre II détaille le dispositif expérimental utilisé pour la réalisation des expériences en se concentrant principalement sur les modifications apportées au gravimètre initial pour la manipulation des deux isotopes du rubidium. Les motivations qui ont poussé au choix de la paire ^{87}Rb et ^{85}Rb seront rappelées (partie II.1.1), le gravimètre GIRAFE sera décrit dans sa globalité (partie II.1). On se focalisera ensuite sur le système laser utilisé pour la manipulation des deux isotopes et en particulier sur le module micro-onde développé pour générer l'ensemble des raies lasers requises (partie II.4). Pour finir des pistes d'améliorations et de nouvelles architectures de

ce système laser seront succinctement présentées (partie II.5).

Le chapitre III décrira la mise en œuvre de l'interféromètre double espèce à travers la description des trois grandes étapes qui composent la séquence de mesure. L'étape finale de détection des populations atomiques sera présentée en premier (partie III.1), la source atomique de ^{87}Rb et ^{85}Rb sera expliquée à travers la caractérisation du piégeage, refroidissement et sélection de l'état quantique (partie III.2). Pour finir, la mise en œuvre et l'optimisation de l'interféromètre double espèce simultanée seront introduites (partie III.3).

Le chapitre IV s'attachera à donner les principaux résultats expérimentaux obtenus à l'aide de l'interféromètre double espèce simultanée. Le test du *Principe d'Équivalence Faible* réalisé sera présenté (partie IV.1) ainsi que le bilan d'exactitude associé. Ensuite, l'évaluation et la correction de chaque effet systématique seront explicitées (partie IV.2). Les sources principales de bruit et de dérive seront analysées pour interpréter les performances en termes de sensibilité, résolution et stabilité obtenues après optimisation de l'instrument (partie IV.3). Pour finir, la réjection du bruit de vibration par effet de mode commun entre les deux espèces sera caractérisée (partie IV.4).

Le chapitre V présente deux modes de fonctionnement basés sur des configurations d'interféromètre double espèce particulières, qui permettent d'améliorer les performances des capteurs inertiels simple espèce. Certains aspects sur la mesure d'accélération à partir du signal interférométrique seront tout d'abord rappelés (partie V.1). Les deux modes de fonctionnement seront ensuite décrits : le premier, reposant sur deux temps d'interaction différents pour les deux isotopes, mène à une augmentation de la plage de mesure (partie V.2), le second, reposant sur des temps d'interaction identiques et un déphasage constant de $\pi/2$ entre les deux signaux, permet d'obtenir un capteur à fonctionnement linéaire plus sensible (partie V.3). Enfin, un mode de fonctionnement hybride, qui couple les avantages des deux modes précédents, sera envisagé (partie V.4).

Après une conclusion sur les recherches menées pendant ces travaux de thèse, des perspectives d'amélioration relatives à la mesure d'accélération avec un interféromètre double espèce seront données avant d'ouvrir sur le futur de ce type d'expériences concernant les mesures de terrain et des tests de physique fondamentale.

CHAPITRE I

ASPECTS THÉORIQUES SUR L'INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUE ET LA MESURE DIFFÉRENTIELLE

Une théorie mathématiquement belle a plus de chance d'être une théorie correcte qu'une théorie inélégante, même si cette dernière décrit correctement les résultats expérimentaux.

Paul DIRAC

TOUT phénomène d'interférométrie nécessite un certain nombre de prérequis pour pouvoir être observé. Dans le cas de l'interférométrie à division d'amplitude, l'amplitude de l'onde est séparée suivant les bras de l'interféromètre avant d'être re-combinée en sortie ; la cohérence des deux ondes obtenues devant être préservées pour obtenir une figure d'interférence. Pour les atomes, la fonction d'onde atomique est interprétée comme une *amplitude de probabilité de présence* [143]. Dans le cas de l'interférométrie atomique, ce sont des *amplitudes de transition* d'un état initial vers un état final qui donnent lieu à des interférences quantiques. Le déphasage en sortie est un témoin de la propagation des ondes dans l'instrument et peut donc être lié à des paramètres physiques comme la distance, la vitesse, la rotation ou l'accélération. Les transitions Raman sont des outils efficaces pour la séparation, la réflexion et plus généralement pour la manipulation cohérente des paquets d'ondes atomiques.

Dans ce chapitre seront présentés les aspects théoriques nécessaires à la compréhension du fonctionnement d'un accéléromètre à atomes froids double espèce. Les principales étapes des calculs seront données pour traduire au mieux la démarche suivie. Dans un premier temps, on exposera les principes physiques des transitions Raman stimulées qui sont les briques de base de la réalisation de l'interféromètre atomique utilisé. Le déphasage ainsi que les réponses inertielles de cet interféromètre de type Mach-Zehnder seront alors étudiés. On s'attachera ensuite à exprimer de la manière la plus complète possible le déphasage différentiel entre deux atomes différents. Pour finir, on présentera une méthode d'extraction de cette phase différentielle exécutable dans des cas où les atomes sont manipulés simultanément dans l'interféromètre.

I.1 Transition Raman stimulée et interféromètre atomique

Une transition Raman stimulée est un processus à deux photons qui résulte du couplage entre les niveaux d'énergie d'un atome et un champ électromagnétique, ici un champ laser. Ce couplage induit un changement d'état interne qui s'accompagne d'un changement d'impulsion, et qui permet de placer l'atome dans une superposition cohérente d'états. Le lien direct entre les états internes et externes permet "l'étiquetage" [25] de l'état externe de l'atome par son état interne, ce qui facilite et améliore grandement la détection des ports de sortie de l'interféromètre :

la détection peut se faire par simple lecture de la répartition de la population atomique entre les deux états internes. Le processus étant à deux photons, les impulsions de recul transmises sont importantes, ce qui a pour conséquence d'augmenter l'aire spatio-temporelle de l'interféromètre et donc sa sensibilité aux effets inertiels. Les atomes alcalins sont particulièrement adaptés aux transitions Raman. En effet les niveaux hyperfins mis en jeu présentent de très longues durées de vie, évitant ainsi les pertes de cohérence par désexcitation spontanée.

I.1.1 Transition Raman stimulée à deux photons

Présentation du problème :

Le problème peut se ramener au système suivant : on considère un atome à trois niveaux, deux niveaux fondamentaux $|f\rangle$, $|e\rangle$, et un niveau excité $|c\rangle$, couplés par un champ électrique qui résulte de deux faisceaux lasers contra-propageant de vecteur d'onde et de pulsation respectives \vec{k}_1, ω_1 et \vec{k}_2, ω_2 . Ces deux composantes du champ électrique peuvent s'exprimer de la manière suivante

$$\begin{cases} \hat{E}_1(\hat{R}, t) = E_1 e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \hat{R} + \phi_1(t))} \hat{e}_1 + c.c. \\ \hat{E}_2(\hat{R}, t) = E_2 e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \hat{R} + \phi_2(t))} \hat{e}_2 + c.c. \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

avec des notations canoniques, où \hat{e}_1 et \hat{e}_2 sont les polarisations, \hat{R} l'opérateur position de l'atome et $\phi_1(t)$, $\phi_2(t)$ les phases des deux faisceaux lasers. La différence de fréquence laser $\omega_1 - \omega_2$ concorde avec la différence entre les deux états d'énergie inférieure $|f\rangle$, $E_f = \hbar\omega_f$ et $|e\rangle$, $E_e = \hbar\omega_e$. Les deux fréquences lasers sont de plus accordées proche d'une transition optique par l'intermédiaire d'un niveau virtuel $|i\rangle$. Le désaccord Raman Δ correspond alors à la différence de fréquence entre faisceau laser \vec{E}_1 et la transition atomique $|f\rangle \rightarrow |c\rangle$:

$$\Delta = \omega_1 - (\omega_c - \omega_f) \quad (\text{I.2})$$

Dans la pratique ce désaccord Raman est pris très grand devant la largeur naturelle Γ de la raie pour éviter de peupler l'état excité $|c\rangle$ et limiter ainsi la perte de cohérence par émission spontanée.

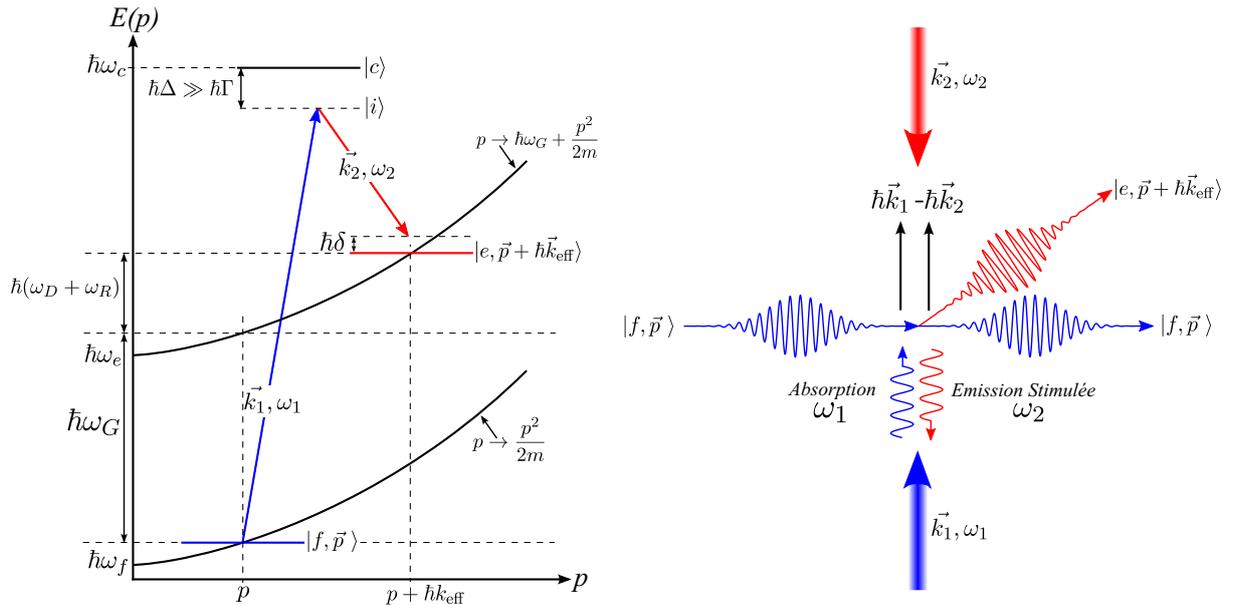


FIGURE I.1 – Schémas de la transition Raman stimulée à deux photons. A gauche : diagramme des niveaux d'énergie impliqués. A droite : représentation du processus physique.

Processus physique :

Le processus physique est représenté sur la figure I.1 (droite) : considérons un atome initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$, où \vec{p} est l'impulsion initiale de l'atome, et soumis au champ électrique $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$. L'atome absorbe un photon provenant du champ \vec{E}_1 et acquiert une impulsion $\hbar\vec{k}_1$. Il émet simultanément un photon de manière stimulée suivant le champ \vec{E}_2 , pour terminer dans l'état $|e\rangle$, et acquérir une impulsion supplémentaire $-\hbar\vec{k}_2$. Le vecteur d'onde effectif \vec{k}_{eff} associé à cette transition à deux photons est alors

$$\begin{cases} \vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \\ \|\vec{k}_{\text{eff}}\| = \|\vec{k}_1\| + \|\vec{k}_2\| \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

dont la norme est égale à la somme des normes des vecteurs d'onde laser car les deux faisceaux sont parfaitement contra-propageants. L'état final de l'atome est donc $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, où l'état interne $|e\rangle$ est relié au changement d'état externe $+\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$.

Condition de résonance :

Pour commencer, on néglige ici tout impact des déplacements lumineux et de l'effet Zeeman sur les fréquences des niveaux d'énergie, ce qui revient à se placer dans les conditions illustrées par la figure I.1. Pour que le processus soit efficace, le système doit satisfaire les conditions de conservation de l'impulsion et de l'énergie lors de la transition $|f, \vec{p}\rangle \rightarrow |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ soit :

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_f + \frac{p^2}{2m} = \hbar\omega_2 + \hbar\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2}{2m} \quad (\text{I.4})$$

La condition de résonance peut alors être déduite de cette équation et se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \omega_1 - \omega_2 &= (\omega_e - \omega_f) + \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{m} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} \\ &= \omega_G + \omega_D + \omega_R \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

où ω_G est la fréquence de structure hyperfine (ou fréquence d'horloge), et ω_D et ω_R sont respectivement le désaccord Doppler et la pulsation de recul associés à la transition Raman à deux photons, avec m la masse de l'atome. Le désaccord laser δ est ensuite défini par :

$$\delta = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_G + \omega_D + \omega_R) \quad (\text{I.6})$$

La condition de résonance sera alors vérifiée pour $\delta = 0$. Expérimentalement l'équation (I.5) peut se traduire ainsi : la différence de fréquence entre les deux faisceaux lasers $\omega_1 - \omega_2$ doit être accordée proche de la fréquence d'horloge, de manière à compenser exactement les écarts induits par l'effet Doppler et le recul.

I.1.2 Dynamique du système

Le Hamiltonien du système précédemment décrit s'écrit comme la somme de deux termes. Premièrement le Hamiltonien atomique, \hat{H}_A , de l'atome à trois niveaux, auquel on ajoute le mouvement du centre de masse de l'atome :

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hbar\omega_f|f\rangle\langle f| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_c|c\rangle\langle c| \quad (\text{I.7})$$

et deuxièmement le Hamiltonien d'interaction entre l'atome et le champ électrique \hat{H}_{int} :

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{d} \cdot \left(\hat{E}_1(\hat{R}, t) + \hat{E}_2(\hat{R}, t) \right) \quad (\text{I.8})$$

où \hat{d} est l'opérateur moment dipolaire électrique. Notons $|\vec{p}\rangle$ les états propres de l'opérateur d'énergie cinétique $\hat{P}^2/2m$. Les états propres du Hamiltonien atomique s'écrivent alors comme le produit tensoriel des états internes et externes sous la forme $|a, \vec{p}\rangle = |a\rangle \otimes |\vec{p}\rangle$, où $a = f, e, c$. En particulier les états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ en font partie. Pour traduire le couplage entre les états atomiques induit par le champ électrique, nous introduisons les pulsations de Rabi :

$$\begin{aligned}\Omega_{1f} &= -\frac{2E_1}{\hbar} \langle c | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon}_1 | f \rangle \\ \Omega_{2f} &= -\frac{2E_2}{\hbar} \langle c | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon}_2 | f \rangle \\ \Omega_{1e} &= -\frac{2E_1}{\hbar} \langle c | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon}_1 | e \rangle \\ \Omega_{2e} &= -\frac{2E_2}{\hbar} \langle c | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon}_2 | e \rangle\end{aligned}\tag{I.9}$$

L'évolution temporelle de la fonction d'onde atomique $|\Psi(t)\rangle$ lors de la transition Raman est ensuite donnée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \left(\hat{H}_A + \hat{H}_{\text{int}} \right) |\Psi(t)\rangle\tag{I.10}$$

Comme le désaccord Raman Δ est très grand devant les pulsations de Rabi et devant la largeur naturelle Γ des transitions, l'état excité $|c\rangle$ est très peu peuplé et l'émission spontanée peut être négligée. Les deux états fondamentaux ayant des très longues durées de vie, la cohérence de la superposition d'état n'est pas limitée par Γ . Dans ces conditions, il a été démontré [16, 144] que l'état $|c\rangle$ peut être éliminé adiabatiquement et que le système se ramène à celui d'un atome à deux niveaux $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ couplés par le champ $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ avec une pulsation de Rabi effective :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{1f}\Omega_{2e}^*}{2\Delta}\tag{I.11}$$

La fonction d'onde atomique peut donc se décomposer sur une base formée de ces deux états tel que $|\Psi(t)\rangle = C_f(t)|f, \vec{p}\rangle + C_e(t)|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ où $C_f(t)$ et $C_e(t)$ représentent les amplitudes de probabilité de présence dans chaque état. On se place sous l'approximation des ondes tournantes, où les termes oscillant aux fréquences optiques sont négligés. On considère de plus que les phases lasers sont constantes pendant la durée de l'interaction, *i.e* $\phi_{1,2}(t) = \phi_{1,2}$. Après un changement de variable donné par $C_n(t) = c_n(t)e^{-i\omega_n t}$, l'équation de Schrödinger (I.10) se ramène au système d'équations différentielles couplées suivant :

$$\begin{cases} \dot{c}_f &= -i \left(\Omega_f^{AC} \right) c_f - i \left(\frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i(\delta t + \phi_1 - \phi_2)} \right) c_e \\ \dot{c}_e &= -i \left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} e^{-i(\delta t + \phi_1 - \phi_2)} \right) c_f - i \left(\Omega_e^{AC} \right) c_e \end{cases}\tag{I.12}$$

où Ω_f^{AC} et Ω_e^{AC} correspondent aux déplacements lumineux induits par les deux champs électriques sur les niveaux d'énergie hyperfins, avec $\Omega_f^{AC} = \frac{|\Omega_{1f}|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_{2f}|^2}{4(\Delta - \omega_G)}$ et $\Omega_e^{AC} = \frac{|\Omega_{1e}|^2}{4(\Delta + \omega_G)} + \frac{|\Omega_{2e}|^2}{4\Delta}$. On définit alors les déplacements lumineux à un photon différentielle δ^{LS1} et moyen μ^{LS1} ainsi que la pulsation de Rabi généralisée Ω_R comme :

$$\begin{aligned}\delta^{LS1} &= \Omega_e^{AC} - \Omega_f^{AC} \\ \mu^{LS1} &= \Omega_e^{AC} + \Omega_f^{AC} \\ \Omega_R &= \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (\delta - \delta^{LS1})^2}\end{aligned}\tag{I.13}$$

On définit ensuite la phase laser Raman φ comme la différence de phase entre les deux lasers :

$$\varphi = \phi_1 - \phi_2\tag{I.14}$$

La résolution de ce système est aujourd'hui bien connue (pour une résolution plus complète que celle présentée ici on pourra se référer à [16, 144, 145, 146]). L'évolution temporelle de la fonction d'onde atomique dans la base ($|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$) est finalement donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_f(t_0 + \tau) = \left(\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) - i\frac{\delta - \delta^{LS1}}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right) e^{-i(\mu^{LS1} - \delta + 2\omega'_f)\frac{\tau}{2}} C_f(t_0) \\ \quad - i e^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \varphi)} \frac{|\Omega_{\text{eff}}|}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{-i(\mu^{LS1} - \delta + 2\omega'_f)\frac{\tau}{2}} C_e(t_0) \\ C_e(t_0 + \tau) = -i e^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \varphi)} \frac{|\Omega_{\text{eff}}|}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{-i(\mu^{LS1} + \delta + 2\omega'_e)\frac{\tau}{2}} C_f(t_0) \\ \quad \left(\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) + i\frac{\delta - \delta^{LS1}}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right) e^{-i(\mu^{LS1} + \delta + 2\omega'_e)\frac{\tau}{2}} C_e(t_0) \end{array} \right. \quad (\text{I.15})$$

où les pulsations ω'_f et ω'_e sont les pulsation associées à l'énergie totale de l'atome dans les états respectifs $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hbar\omega'_f = \hbar\omega_f + \frac{p^2}{2m} \\ \hbar\omega'_e = \hbar\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2}{2m} \end{array} \right. \quad (\text{I.16})$$

Dans le système (I.15), on peut noter que l'oscillation temporelle de C_f et C_e s'effectue à la pulsation $\Omega_R \ll \Delta$, ce qui valide la résolution du système par élimination adiabatique. Grâce à ce formalisme il est possible d'exprimer l'évolution temporelle du système sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} C_f(t_0 + \tau) \\ C_e(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = M(t_0, \tau, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta) \begin{pmatrix} C_f(t_0) \\ C_e(t_0) \end{pmatrix} \quad (\text{I.17})$$

où M est la matrice d'évolution qui correspond à la matrice 2,2 associée au système linéaire d'équations (I.15). Pour alléger l'expression de cette matrice, les notations suivantes sont généralement utilisées : on note $\cos\theta = (\delta - \delta^{LS1})/\Omega_R$, $\sin\theta = |\Omega_{\text{eff}}|/\Omega_R$, $\bar{\omega}_f = \omega'_f + (\mu^{LS1} - \delta)/2$, $\bar{\omega}_e = \omega'_e + (\mu^{LS1} + \delta)/2$, d'où :

$$M(t_0, \tau, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta) = \begin{pmatrix} \left[\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) - i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right] e^{-i\bar{\omega}_f\tau} & -i e^{i(\varphi + (\omega_1 - \omega_2)t_0)} \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_f\tau} \\ -i e^{-i(\varphi + (\omega_1 - \omega_2)t_0)} \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_e\tau} & \left[\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) + i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right] e^{-i\bar{\omega}_e\tau} \end{pmatrix} \quad (\text{I.18})$$

La dynamique du système atomique est donc décrite par un système effectif à deux niveaux $\{|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$. Les probabilités de présence $P_f(\tau)$ et $P_e(\tau)$ dans chacun des deux états oscillent à la pulsation de Rabi Ω_R avec une amplitude maximale de $\Omega_{\text{eff}}^2/\Omega_R^2$. Partant initialement de l'état $|f, \vec{p}\rangle$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_f(\tau) = |C_f(\tau)|^2 = 1 - \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \\ P_e(\tau) = |C_e(\tau)|^2 = \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \end{array} \right. \quad (\text{I.19})$$

Lorsque la condition de résonance "généralisée" ($\delta = \delta^{LS1}$) est vérifiée on obtient $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_R$ et l'efficacité maximale de transition théorique est de 100 %. En adaptant la durée d'interaction τ pendant l'impulsion Raman, il est possible de créer une superposition cohérente quelconque des deux états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, et donc de réaliser les briques élémentaires de l'interféromètre que sont les séparatrices et les miroirs atomiques.

Condition de résonance généralisée et déplacements des niveaux d'énergies :

Dans le cas expérimental réel il existe d'autres phénomènes à l'origine du déplacement des niveaux d'énergies. La condition de résonance (I.6) n'est donc plus valide, il est nécessaire d'y ajouter les contributions de ces déplacements. Dans notre expérience, les deux phénomènes prépondérants sont le déplacement lumineux à deux photons [147] ainsi que l'effet Zeeman.

Expérimentalement les deux champs électriques \vec{E}_1 et \vec{E}_2 sont issus de la rétro-réflexion d'un unique faisceau laser contenant les deux fréquences ω_1 et ω_2 . Il existe alors une deuxième paire Raman contra-propageante qui induit un transfert d'impulsion dans la direction opposée $-\vec{k}_{\text{eff}}$ à la précédente. Cette seconde paire Raman couple l'état $|f, \vec{p}\rangle$ à l'état $|e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, et l'état $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ à l'état $|f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. La condition de résonance n'est toutefois pas parfaitement vérifiée pour ces couplages, principalement à cause du décalage Doppler provoqué par la chute libre des atomes après leur lâcher. Si l'on attend assez longtemps après ce lâcher, le décalage Doppler devient suffisant pour que les transferts d'atomes dans les état $|e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ et $|f, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ puissent être négligées. Sous ces hypothèses, les couplages supplémentaires se traduisent par l'ajout de termes diagonaux dans la matrice d'évolution M . La physique du système effectif à deux niveaux reste donc identique, il est simplement nécessaire d'ajouter un déplacement lumineux à deux photons dont la différence entre les deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ est appelée δ^{LS2} .

Sous l'action d'un champ magnétique les niveaux d'énergie atomiques sont déplacés par effet Zeeman. Dans l'hypothèse où le champ magnétique est parfaitement colinéaire à l'axe de quantification des atomes (ici la direction de chute libre), le couplage dipolaire magnétique ne se traduit aussi que par l'ajout de termes diagonaux traduisant un décalage simple des niveaux en énergie. Expérimentalement les atomes sont préparés dans un sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$ insensible au champ magnétique au premier ordre; il existe cependant des déplacements plus faibles au second ordre. Le décalage différentiel introduit entre les niveaux sera noté ici δ^{Zee} .

En gardant la même description du système physique dans son ensemble, il est alors possible de définir un déplacement en énergie différentiel global δ^{diff} entre les niveaux $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ qui correspond à la somme de toutes les contributions précédemment énoncées :

$$\delta^{diff} = \delta^{LS1} + \delta^{LS2} + \delta^{Zee} \quad (\text{I.20})$$

La condition de résonance généralisée devient finalement :

$$\delta = \delta^{diff} = (\omega_1 - \omega_2) - \omega_G - \omega_D - \omega_R \quad (\text{I.21})$$

Pour un traitement plus complet des déplacements lumineux, on pourra se référer à [145] concernant celui à un photon et à [147, 148, 149] concernant celui à deux photons.

I.1.3 Séparatrices et miroirs atomiques

Considérons que l'atome soit initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$ et que la condition de résonance $\delta = \delta^{diff}$ soit parfaitement remplie. L'expression de la matrice d'évolution se simplifie donc comme suit :

$$M(t_0, \tau, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{diff}) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_f\tau} & -ie^{i(\varphi+(\omega_1-\omega_2)t_0)} \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_f\tau} \\ -ie^{-i(\varphi+(\omega_1-\omega_2)t_0)} \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_e\tau} & \cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_e\tau} \end{pmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Séparatrice atomique - impulsion $\pi/2$:

Pour réaliser une séparatrice atomique avec une transition Raman, le temps d'interaction τ doit être adapté de manière à obtenir une répartition équiprobable entre les niveaux $|f, \vec{p}\rangle$ et

$|e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. Pour cela, la durée de l'impulsion, appelée ici $\tau_{\pi/2}$, doit vérifier $\Omega_{\text{eff}} \times \tau_{\pi/2} = \pi/2$ (cf. figure I.2). La matrice de transfert associée $M_{\pi/2}$ se réduit sous la forme :

$$M_{\pi/2} \left(t_0, \tau = \tau_{\pi/2}, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\bar{\omega}_f \tau_{\pi/2}} & -ie^{i\varphi + i(\omega_1 - \omega_2)t_0 - i\bar{\omega}_f \tau_{\pi/2}} \\ -ie^{-i\varphi - i(\omega_1 - \omega_2)t_0 - i\bar{\omega}_e \tau_{\pi/2}} & e^{-i\bar{\omega}_e \tau_{\pi/2}} \end{pmatrix} \quad (\text{I.23})$$

Dans ces conditions, en partant initialement de l'état $|f, \vec{p}\rangle$, l'atome se trouve dans la superposition cohérente $\frac{1}{\sqrt{2}}(|f, \vec{p}\rangle + |e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle)$ après l'impulsion Raman. Ce type d'impulsion est employé à la fois pour séparer le paquet d'onde atomique suivant les deux bras de l'interféromètre, et pour le recombiner en sortie, fermant ainsi l'interféromètre.

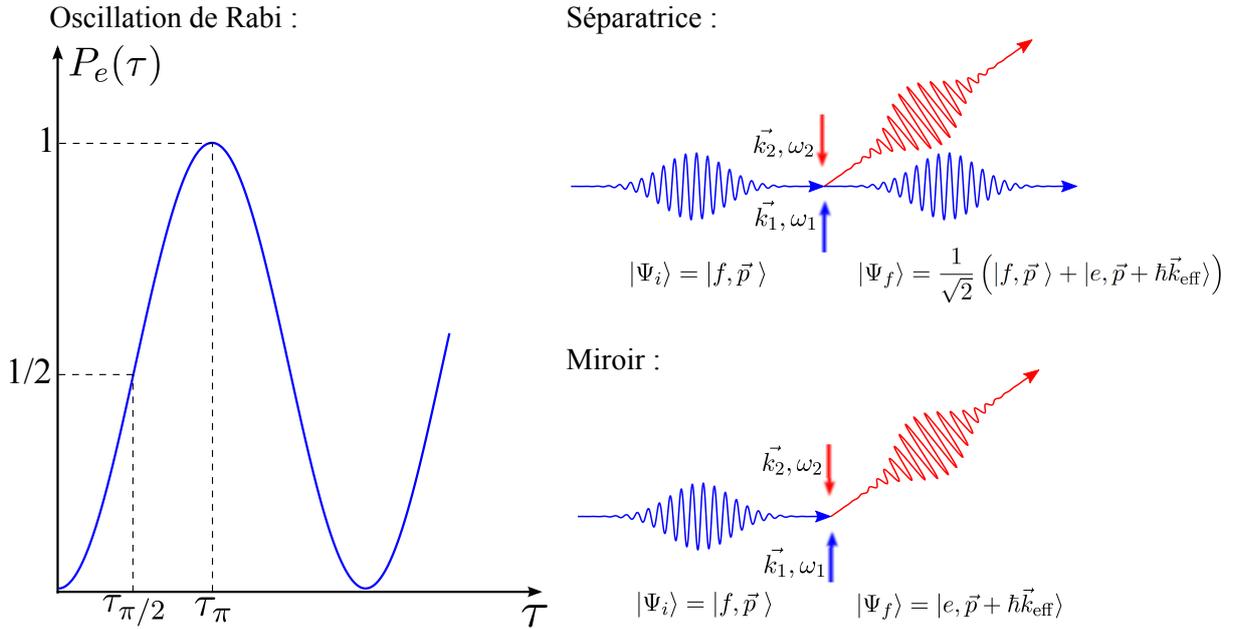


FIGURE I.2 – Oscillation de Rabi de la probabilité de présence dans l'état excité. Représentation d'une impulsion $\pi/2$ (séparatrice atomique) et d'une impulsion π (miroir atomique), où $|\Psi_i\rangle$ et $|\Psi_f\rangle$ représentent respectivement les fonctions d'ondes atomiques initiales et finales.

Miroir atomique - impulsion π :

Un miroir atomique correspond à la réflexion totale du paquet d'onde atomique. Pour cela, le temps d'interaction τ_π d'une impulsion π doit être adapté de manière à obtenir $\Omega_{\text{eff}} \times \tau_\pi = \pi$ (cf. figure I.2). La matrice de transfert associée M_π se réduit sous la forme :

$$M_\pi \left(t_0, \tau = \tau_\pi, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}} \right) = -i \begin{pmatrix} 0 & e^{i\varphi + i(\omega_1 - \omega_2)t_0 - i\bar{\omega}_f \tau_\pi} \\ e^{-i\varphi - i(\omega_1 - \omega_2)t_0 - i\bar{\omega}_e \tau_\pi} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.24})$$

Une impulsion π s'accompagne d'une déviation spatiale du paquet d'onde atomique, correspondant au transfert d'impulsion, qui permet de rediriger les deux bras de l'interféromètre.

Les impulsions π et $\pi/2$ sont donc les briques élémentaires à l'élaboration d'un interféromètre atomique. Il suffit d'en agencer plusieurs de manière astucieuse pour réaliser différents types d'interféromètres. Il est important de noter que dès qu'une partie du paquet d'onde atomique est diffractée, *i.e.* dès qu'il y a un changement d'état induit par le couplage Raman, la phase laser Raman φ est gravée sur la fonction d'onde atomique (par la présence des termes anti-diagonaux $e^{\pm i\varphi}$ dans la matrice (I.22)). Les termes de phase $e^{-i\bar{\omega}_f \tau}$, $e^{-i\bar{\omega}_e \tau}$ et $e^{\pm i(\omega_1 - \omega_2)t_0}$ sont aussi gravés

sur la fonction d'onde atomique. Ils correspondent respectivement à l'évolution naturelle de la phase dans les deux niveaux d'énergie décalés sous l'influence de la lumière des lasers Raman (et des champs magnétiques) et à la différence de fréquence entre les lasers.

I.1.4 Sélectivité en vitesse

L'évolution des probabilités de présence dans chaque état (*cf.* équations (I.19)) est directement liée à la pulsation de Rabi généralisée Ω_R . Ces probabilités dépendent alors de la vitesse de l'atome considéré. En effet, Ω_R dépend du désaccord Raman δ qui dépend lui même de la vitesse de l'atome par l'intermédiaire de l'effet Doppler. Cette dépendance est à l'origine de la sélectivité en vitesse des transitions Raman stimulées à deux photons [150].

Jusqu'ici seuls des ondes de matière planes ($\vec{p} = m\vec{v}$) ont été considérées. Expérimentalement, les nuages d'atomes froids sont à une température finie T_{at} et présentent donc une distribution en vitesse gaussienne :

$$f_v(v) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - v_0)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad (\text{I.25})$$

où $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m}$ et v_0 sont respectivement la largeur de la distribution et la vitesse de groupe des atomes suivant la direction de \vec{k}_{eff} . Le taux de transfert global vers l'état $|e\rangle$ pour cet ensemble d'atomes se calcule donc en intégrant les probabilités de présence sur l'ensemble de la distribution en vitesse :

$$P(\tau) = \int f_v(v) P_e(\tau, v) dv \quad (\text{I.26})$$

Plaçons nous dans le cas d'une impulsion π avec $\Omega_R \times \tau_\pi = \pi$ et où les déplacements lumineux sont négligeables. Considérons de plus que la condition de résonance est vérifiée pour la vitesse de groupe *i.e.* $\delta(v_0) = 0$. La probabilité de transition issue de l'équation (I.19) pour un atome de vitesse v se met alors sous la forme d'un sinus cardinal au carré :

$$\begin{aligned} P_e(\tau_\pi, v) &= \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\tau_\pi}{\pi} k_{\text{eff}}(v - v_0)\right)^2}\right) \\ &\simeq \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\tau_\pi}{2} k_{\text{eff}}(v - v_0)\right) \quad \text{si } \frac{\tau_\pi}{\pi} k_{\text{eff}}(v - v_0) \gg 1 \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Une impulsion Raman π est équivalente dans le domaine temporel à une fonction porte de durée τ_π et donc à un filtre fréquentiel de largeur typique $1/\tau_\pi$; la transformée de Fourier d'une telle fonction porte étant un sinus cardinal ($f \rightarrow \text{sinc}(\pi\tau_\pi f)$). Dans le domaine des vitesses, la transition Raman sélectionne une classe de vitesse centrée autour de la vitesse de groupe v_0 et de largeur typique $\pi/\tau_\pi k_{\text{eff}}$ comme le montrent les équations (I.26) et (I.27). Les atomes possédant des vitesses supérieures ne seront pas adressés à cause d'un décalage Doppler trop important. Pour maximiser le taux de transfert, il sera bénéfique de générer une impulsion Raman π courte, car la sélection en vitesse sera d'autant plus large. Pour satisfaire la condition $\Omega_R \times \tau_\pi = \pi$, plus τ_π est petit plus la puissance laser doit être importante. Les atomes froids, qui possèdent une dispersion en vitesse faible, sont alors particulièrement adaptés pour être diffractés efficacement par ce type de transitions et ainsi obtenir un bon contraste en sortie d'interféromètre, et ce tout en gardant des puissances lasers raisonnables.

La largeur à mi-hauteur de la sélection en vitesse imposée par une transition Raman de durée τ_π est donnée par $2\pi/\tau_\pi k_{\text{eff}} \sim 4 \text{ cm.s}^{-1}$, pour des paramètres expérimentaux classiques ($\tau_\pi = 10\mu\text{s}$ et $k_{\text{eff}} = 4\pi/780 \text{ nm}^{-1}$). Ceci correspond évidemment à une largeur supérieure à la largeur typique de la distribution en vitesse d'un nuage d'atomes froids de rubidium ($\sigma_v \sim 1 \text{ cm.s}^{-1}$ à une température de $1 \mu\text{K}$) ce qui prouve que la plus grande partie des atomes participent à la transition Raman.

I.2 Interféromètre atomique de type Mach-Zehnder

I.2.1 Description de l'interféromètre

En combinant trois impulsions Raman il est possible de réaliser un interféromètre atomique équivalent à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique. Une première impulsion $\pi/2$ sépare de manière cohérente les deux composantes de la fonction d'onde atomique. Après un temps T , une impulsion π les réfléchit, ce qui a pour conséquence de les faire converger l'une vers l'autre. De façon symétrique, les deux composantes se rencontrent au bout d'un autre temps T où une dernière impulsion $\pi/2$ les re-combine et les fait ainsi interférer. La détection de la répartition de la population entre les états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ permet de visualiser les franges d'interférence et de remonter au déphasage entre les deux bras de l'interféromètre.

La figure I.3 donne une représentation de cet interféromètre dans le cas où les atomes sont en chute libre sous l'effet du champ de pesanteur \vec{g} . Le temps T est défini comme le temps entre deux impulsions successives, le temps τ correspond lui au temps $\tau_{\pi/2}$ d'une séparatrice, ce qui donne une durée totale de $2T + 4\tau$ pour l'interféromètre. Pour des raisons de symétrie évidente l'origine des temps est placée au milieu de l'interféromètre (milieu de l'impulsion π). Les phases lasers Raman (*cf.* équation (I.14)) gravées sur la fonction d'onde atomique durant

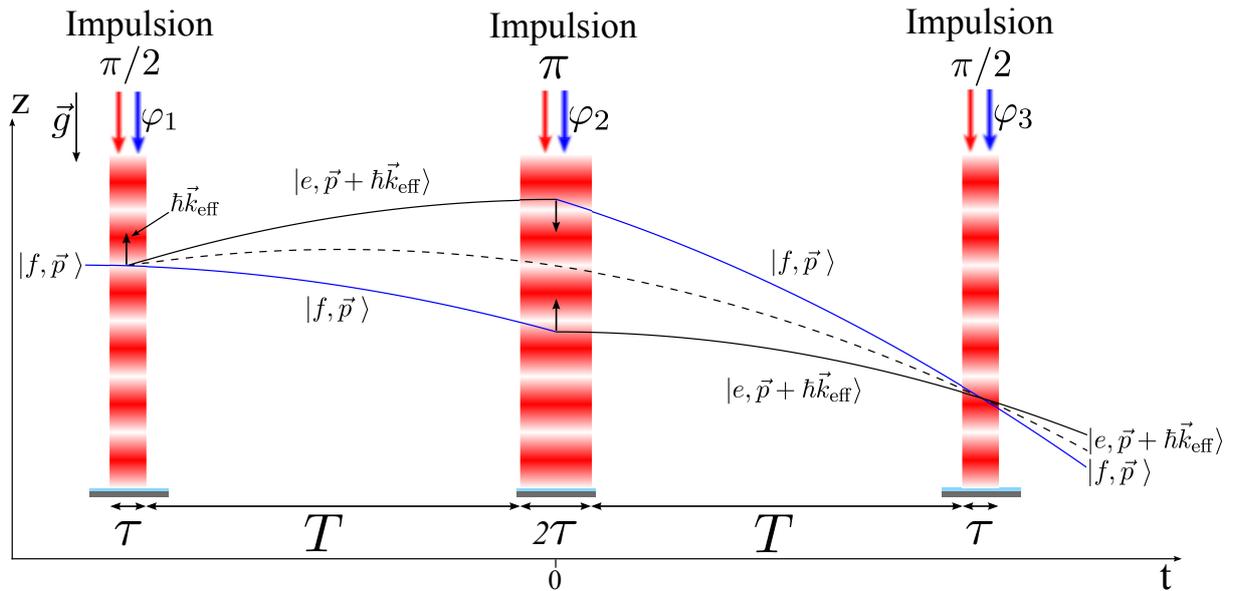


FIGURE I.3 – Diagramme temps-espace de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. La ligne pointillée représente la trajectoire classique du centre de masse d'un atome, les lignes pleines représentent les trajectoires des deux composantes de la fonction d'onde atomique suivant les deux bras de l'interféromètre.

les trois impulsions sont notées φ_1 , φ_2 et φ_3 . Entre les impulsions Raman, les paquets d'ondes atomiques se propagent librement et la matrice d'évolution associée s'écrit :

$$M_L(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_f t} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_e t} \end{pmatrix} \quad (\text{I.28})$$

Le formalisme matriciel est particulièrement adaptée pour résoudre le problème de l'évolution d'un système atomique soumis à une séquence d'événements élémentaires. Il suffit en effet d'effectuer le produit matriciel entre les différentes matrices élémentaires pour obtenir la matrice de transfert globale de l'interféromètre $M_{\text{interfero}}$ et pouvoir ainsi calculer l'évolution du système :

$$\begin{aligned}
 M_{\text{interfero}}(T, \tau, \varphi, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}}) &= M_{\pi/2}(T + \tau, \tau, \varphi_3, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}}) \\
 &\times M_L(T) \\
 &\times M_{\pi}(-\tau, 2\tau, \varphi_2, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}}) \\
 &\times M_L(T) \\
 &\times M_{\pi/2}(-T - 2\tau, \tau, \varphi_1, \Omega_{\text{eff}}, \delta = \delta^{\text{diff}})
 \end{aligned} \tag{I.29}$$

Il reste maintenant à étudier le déphasage en sortie de cet interféromètre et d'en étudier les causes.

I.2.2 Calcul du déphasage

Les deux ports de sortie de cet interféromètre atomique correspondent aux deux états d'impulsion possibles $|\vec{p}\rangle$ et $|\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. Le déphasage accumulé entre les deux bras définira donc la probabilité de présence dans chacun de ces ports. L'avantage principal des transitions Raman est le couplage bijectif de ces états d'impulsion avec l'état interne de l'atome. La détection de la répartition entre les deux ports de l'interféromètre peut alors s'effectuer efficacement par une simple mesure de fluorescence et ne nécessite pas une imagerie résolue en position.

En pratique, l'expérience est réalisée avec un ensemble statistique d'atomes. Les franges sont observées en mesurant la proportion d'atomes normalisée $N_e/(N_e + N_f)$ dans l'état $|e\rangle$ en sortie de l'interféromètre avec des atomes préparés initialement dans l'état $|f\rangle$ (N_e et N_f étant le nombre d'atomes dans chaque état). En utilisant l'expression de la matrice de transfert de l'interféromètre (*cf.* équation (I.29)) on trouve :

$$P = \frac{N_e}{N_e + N_f} = \frac{|C_e(T + 2\tau)|^2}{|C_e(T + 2\tau)|^2 + |C_e(T + 2\tau)|^2} = P_0 - \frac{A}{2} \cos(\Delta\Phi) \tag{I.30}$$

où P_0 et A sont respectivement l'offset et l'amplitude des franges d'interférences qui valent $1/2$ et 1 dans le cas idéal où les atomes sont à température nulle et où les transitions Raman sont parfaitement résonantes ; $\Delta\Phi$ est le déphasage interférométrique qui vaut ici :

$$\Delta\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3 = \varphi(-T - 2\tau) - 2\varphi(-\tau) + \varphi(T + \tau) \tag{I.31}$$

Sous l'approximation de transitions Raman infiniment courtes (*i.e.* $\tau \ll T$), ce déphasage s'exprime donc comme une combinaison linéaire des phases lasers durant les trois impulsions. Il correspond à la différence de phase gravée par le laser Raman sur la fonction d'onde atomique le long des deux bras de l'interféromètre, à savoir $\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3$ pour le bras supérieur et φ_2 pour le bras inférieur. Les termes de phase provenant de la propagation libre du paquet d'onde s'annulent grâce à la symétrie parfaite de l'interféromètre. En effet, le temps passé dans chacun des deux états est parfaitement identique entre les deux bras de l'interféromètre. Il est ensuite important de remarquer dans l'équation (I.31) que cette symétrie rend l'interféromètre insensible à des phases lasers constantes ou linéaires dans le temps, c'est pourquoi les termes de phase provenant de la différence entre les fréquences des lasers s'annulent. Seul les termes quadratiques (ou de puissance supérieure) seront causes de déphasage. Enfin notons que la phase interférométrique dépend directement de la stabilité, pendant l'interféromètre, de la différence de phase laser $\phi_1(t) - \phi_2(t)$.

Origine du déphasage dû à \vec{g} :

Cette sous partie a pour but d'expliquer l'origine du déphasage induit par la pesanteur ou par toute accélération constante. Une méthode de calcul plus complète sera explicitée dans les deux parties suivantes. Jusqu'à présent tout le développement théorique ne prenait pas en

compte l'action extérieure des effets inertiels et les calculs s'appliquaient au cas d'un atome immobile. Considérons maintenant que l'atome est en chute libre sous l'effet de \vec{g} (cf. figure I.3). Pour simplifier les calculs et se ramener aux cas précédents, on se place dans le référentiel en chute libre lié au centre de masse de l'atome, d'accélération uniforme \vec{g} . Dans ce référentiel, la quantité de mouvement de l'atome restera constante et le hamiltonien de l'atome soumis aux lasers Raman sera toujours donné par les équations (I.7) et (I.8). Dans la pratique, le faisceau laser Raman est rétro-réfléchi sur un miroir fixe dans le référentiel du laboratoire. La phase laser gravée sur la fonction d'onde atomique va donc dépendre de la position relative entre ce miroir et l'atome¹. Il est alors nécessaire d'effectuer un changement de la variable d'espace \hat{R} dans les expressions des champs électriques :

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix} \rightarrow \hat{R}_{\vec{g}} = \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} + \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix} \quad (\text{I.32})$$

Dans le référentiel en chute libre lié au centre de masse de l'atome, l'expression des champs électriques reste donc analogue à condition d'inclure les termes supplémentaires provenant du changement de référentiel dans les expressions des phases lasers $\phi_{1,2}(t)$ (cf. équation (I.1)). Finalement, sous l'hypothèse d'ondes lumineuses planes, la phase laser Raman gravée sur la fonction d'onde atomique par une impulsion lumineuse se produisant à l'instant t_i s'écrit comme :

$$\varphi(t_i) = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t_i) + (\phi_1(t) - \phi_2(t)) \quad (\text{I.33})$$

où $\vec{r}(t)$ est la position relative de l'atome par rapport au miroir Raman, dont l'opérateur correspondant est $\hat{R}_{\vec{g}}$. Ce vecteur peut se mettre simplement sous la forme $\vec{r}(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{r}_0$, avec \vec{r}_0 et \vec{v}_0 les positions et vitesses à $t = 0$. Dans cette expression (I.33), les variations de phase laser $\phi_1(t) - \phi_2(t)$ pendant l'impulsion lumineuse sont négligées et la durée de ces impulsions est considérée comme infiniment courte ($\tau \ll T$). Pour calculer le déphasage en sortie d'interféromètre, il ne reste plus qu'à appliquer le résultat de l'équation (I.31) et à exprimer la phase laser φ aux trois instants correspondant aux trois impulsions pour obtenir :

$$\Delta\Phi = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} T^2 \quad (\text{I.34})$$

Dans cette expression les termes de position et de vitesse s'annulent grâce à la symétrie de l'interféromètre : ne subsistent que les termes d'accélération, quadratiques dans le temps. Cette approche du calcul du déphasage peut être résumée de la manière suivante : la chute libre d'un atome est échantillonnée à trois instants différents grâce à une règle laser dont les graduations sont données par les plans de phase de l'onde laser Raman. Il est alors possible de remonter à l'accélération subie par l'atome "au milieu" de l'interféromètre par double différence entre les trois positions ainsi mesurées.

La relation (I.34) permet finalement d'exprimer en première approximation le déphasage d'un accéléromètre atomique de type Mach-Zehnder. Cette relation est directement extensible à la mesure de toute accélération constante \vec{a} grâce à l'EEP. Le facteur d'échelle de la mesure est donc $S = k_{\text{eff}}T^2$. La valeur de S est directement liée à la sensibilité de la mesure, plus S sera grand plus l'instrument sera sensible. La connaissance précise de sa valeur est, elle, liée à l'exactitude de la mesure d'accélération. En pratique le vecteur d'onde effectif Raman est très bien connu grâce au verrouillage des fréquences lasers sur une référence atomique alors que la bonne connaissance de T découle d'un séquençage précis de l'interféromètre.

1. Le miroir de rétro-réflexion Raman représente ici la référence inertielle par rapport à laquelle l'accélération de l'atome est mesurée.

Lorsque les atomes sont en chute libre pendant la séquence interférométrique, le désaccord Doppler augmente au cours du temps comme $\omega_D(t) = k_{\text{eff}}gt$. Si la différence de fréquence entre les faisceaux lasers reste fixe, la condition de résonance (I.21) n'est plus vérifiée. La probabilité de transition diminue alors tout comme l'amplitude des franges d'interférences et le signal est finalement perdu. Pour maintenir l'efficacité des optiques Raman à leur maximum, il est nécessaire d'introduire une rampe de fréquence linéaire $2\pi\alpha = k_{\text{eff}}g$ sur la différence de fréquence laser pour compenser parfaitement ce désaccord. Expérimentalement, la mesure gravimétrique revient donc à compenser le plus finement possible le désaccord, donc le déphasage, induit par effet Doppler pendant la chute libre de l'atome.

Déphasage pour un désaccord non nul et des impulsions infiniment courtes :

Le but est ici de donner une expression du déphasage de l'interféromètre atomique dans un cas plus général qui sera utile pour l'analyse ultérieure de certains résultats. Les hypothèses sont les suivantes :

- (i). Les atomes sont en chute libre sous le seul effet de la pesanteur \vec{g} . On se place dans le référentiel en chute libre lié aux atomes pour pouvoir appliquer le développement théorique précédent (*cf.* parties I.1 et I.2.1). Le désaccord Doppler induit par cette chute libre est compensé par un balayage linéaire α de la fréquence laser qui s'exprimera en $\text{Hz}\cdot\text{s}^{-1}$.
- (ii). La phase laser $\varphi(t)$ gravée sur les atomes pendant une impulsion Raman suit alors l'expression donnée par l'équation (I.33). Cette phase est définie localement à la position de l'atome $\vec{r}(t)$ par rapport au miroir Raman. Expérimentalement le miroir est fixe dans le référentiel lié au laboratoire et il correspond finalement à la référence inertielle. La chute des atomes est donc comparée par rapport à sa position.
- (iii). Le paquet d'onde atomique ainsi que les ondes lumineuses sont considérées comme des ondes planes.
- (iv). Les déplacements en fréquence des niveaux d'énergie atomiques (déplacements lumineux, effet Zeeman ...) sont pris en compte.
- (v). La condition de résonance n'est pas parfaitement vérifiée, *i.e.* $\delta \neq \delta^{diff}$, et le couplage avec le champ électrique est donné par la pulsation de Rabi généralisée $\Omega_R = \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (\delta - \delta^{diff})^2}$.
- (vi). Ces pulsations de Rabi ne sont pas nécessairement identiques entre les trois impulsions Raman. On appelle $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ les pulsations de Rabi généralisées associées à chacune de ces trois impulsions. Dans notre expérience ces disparités proviennent de raies lasers Raman additionnelles qui modifient les amplitudes de transition.
- (vii). Les impulsions Raman ne réalisent donc pas des impulsions π et $\pi/2$ parfaites, *i.e.* $\Omega_{1,3} \times \tau \neq \pi/2$ et $\Omega_2 \times 2\tau \neq \pi$, les séparatrices et miroirs de l'interféromètre n'ont donc pas les coefficients de réflexion et transmission escomptés ce qui entraîne principalement une chute de contraste.

La méthode de détermination de la phase interférométrique est la même que précédemment et reste basée sur l'utilisation de la matrice de transfert de l'interféromètre (*cf.* (I.29)). Les matrices des séparatrices et miroirs atomiques présentées dans la partie I.1.3 doivent être modifiées pour décrire les hypothèses actuelles. Pour cela on réécrit ces matrices en accord avec les équations d'évolution temporelle de la fonction d'onde atomique (*cf.* (I.15)) en discriminant les trois pulsations de Rabi généralisées associées aux trois impulsions Raman. En observant ces équations on remarque que des déphasages supplémentaires vont intervenir par l'intermédiaire des phases correspondant aux termes $\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \pm i\frac{\delta - \delta^{diff}}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)$. Ces termes sont en effet des grandeurs complexes lorsque la condition de résonance n'est pas vérifiée. Une expression du déphasage interférométrique dans un cadre plus général est ainsi obtenue :

$$\begin{aligned}
 \Delta\Phi &= \varphi(-T-2\tau) - 2\varphi(-\tau) + \varphi(T+\tau) \\
 &+ \arctan\left(\frac{\delta-\delta^{diff}}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right)\right) - \arctan\left(\frac{\delta-\delta^{diff}}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right)\right) \\
 &\simeq \left(\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} - 2\pi\alpha\right) T^2 \\
 &+ (\phi_1(-T-2\tau) - \phi_2(-T-2\tau)) - 2(\phi_1(-\tau) - \phi_2(-\tau)) \\
 &+ (\phi_1(T+\tau) - \phi_2(T+\tau)) \\
 &+ \frac{\delta-\delta^{diff}}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) - \frac{\delta-\delta^{diff}}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{I.35}$$

On retrouve les termes de déphasage induit par l'interaction avec les impulsions Raman qui donnent les dépendances à l'accélération et à la différence de phase des lasers Raman $\phi_1(t) - \phi_2(t)$. Les termes supplémentaires en $\frac{\delta-\delta^{diff}}{\Omega_i} \tan\left(\frac{\Omega_i\tau}{2}\right)$ proviennent de l'écart à la condition de résonance. Ils dépendent uniquement des pulsations de Rabi de la première et de la troisième impulsion. En effet en observant les équations (I.15) on remarque que ces termes sont associés au phénomène de transmission du paquet d'onde atomique, *i.e.* lorsqu'il n'y a pas de changement d'état interne, lors d'une impulsion Raman. Dans l'hypothèse où le miroir atomique n'est pas parfait $\Omega_2 \times 2\tau \neq \pi$, la réflexion n'est pas parfaite et certains atomes peuvent être transmis. Néanmoins ces atomes n'interfèrent pas en sortie de l'interféromètre, et ne participent donc pas au déphasage global.

Cette formule du déphasage interférométrique (I.35) sera complétée dans la partie I.2.4 par la formule (I.60) qui prend en compte l'effet de la durée non nulle des impulsions Raman, ce qui permettra notamment de donner une expression du facteur d'échelle lié à la mesure d'accélération plus complète que $k_{\text{eff}}T^2$.

Différentes méthodes de calcul du déphasage :

Pour atteindre des niveaux d'exactitude supérieurs ou pour considérer des effets inertiels autres que la gravité seule, en particulier les effets de gradient de gravité et de rotation, il est nécessaire de modéliser et de calculer plus finement le déphasage interférométrique. Pour cela différents formalismes ont été employés et/ou développés.

Intégrales de chemin (voir [151, 152, 153]). Ce formalisme est basé sur l'interprétation de Feynman de la mécanique quantique en terme d'intégrales de chemin. Il repose sur le calcul de l'intégrale d'action le long des trajectoires classiques suivies par les deux composantes de la fonction d'onde dans les deux bras de l'interféromètre. Il a été démontré que lorsque le Lagrangien du système est au plus quadratique en position et en impulsion, la phase peut être entièrement déterminée par l'action classique le long des trajectoires classiques. Le déphasage interférométrique est écrit comme la somme de plusieurs contributions : le déphasage lié à la propagation des ondes de matière, le déphasage lié à la séparation éventuelle de ces ondes en entrée et/ou en sortie de l'interféromètre, et enfin le déphasage laser résultant de l'interaction de l'atome avec la lumière pendant les impulsions Raman. Dans le cas d'un interféromètre symétrique, fermé (*i.e.* sans séparation) et décrit par un Lagrangien au plus quadratique, les termes liés à la propagation et à la séparation des ondes sont nuls, seul subsiste le terme d'interaction laser. Ce résultat est en accord avec le calcul matriciel de mécanique quantique dans le référentiel en chute libre que nous utilisons. Cette formalisme a par exemple conduit aux calculs du déphasage induit par un gradient de gravité, par une rotation ou encore à la détermination de termes correctifs prenant en compte le balayage en fréquence des raies Raman pendant la séquence interférométrique. Lorsque la résolution des équations du mouvement n'est pas possible, les effets inertiels sont traités de manière perturbative : la trajectoire classique non perturbée et le Lagrangien simplifié associé sont tout d'abord déterminés, puis le Lagrangien perturbé est intégré le long de ces trajectoires non perturbées.

En suivant cette approche, il est par exemple possible de retrouver le déphasage interféro-

métrique induit par la pesanteur \vec{g} en sortie d'un interféromètre de type Mach-Zehnder grâce à un calcul perturbatif rapide. Considérons les trajectoires classiques rectilignes sans pesanteur suivies par les composantes de la fonction d'onde atomique dans l'interféromètre (voir figure D.1 par exemple). En première approximation, la composante transitant par le bras supérieur passe un temps T à une altitude supérieure $\Delta z = \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T$ par rapport à la composante transitant dans le bras inférieur. Il en résulte donc une différence d'énergie potentielle $\Delta E = mg\Delta z$ entre les deux bras de l'interféromètre. Cette différence d'énergie entraînant finalement une différence de phase $\Delta\Phi = \frac{\Delta E}{\hbar} T = k_{\text{eff}} g T^2$.

Formalisme ABCD ξ (voir [154, 155, 156]). Ce formalisme développé par C. Bordé s'intéresse au calcul exact du déphasage interférométrique dans un interféromètre à onde de matière régi par un Hamiltonien au plus quadratique. Il tient compte de la structure gaussienne du paquet d'onde atomique ainsi que de sa propagation pendant le temps non-nul d'interaction avec les impulsions Raman. Pour cela, le formalisme des matrices ABCD utilisé en optique a été adapté à la propagation d'un paquet d'onde atomique soumis à plusieurs forces inertielles. Ce formalisme offre finalement un cadre mathématique complet pour l'étude du déphasage dans un interféromètre que ce soit pour les horloges atomiques, les capteurs inertiels atomiques et même pour tout type d'interféromètre.

I.2.3 Fonction de sensibilité

Pour caractériser de manière plus fine les performances de notre interféromètre atomique nous avons utilisé le formalisme de la fonction de sensibilité. Cela permettra d'étudier la réponse temporelle en accélération, en vitesse et en position de l'interféromètre, mais aussi le facteur d'échelle de la mesure d'accélération en fonction des paramètres expérimentaux (T , τ , pulsations de Rabi). Ce développement sera effectué dans la partie suivante (*cf.* partie I.2.4).

Initialement ce formalisme a été développé pour modéliser l'influence du bruit de l'oscillateur d'interrogation sur les horloges à ions piégés [157], il a ensuite été adapté aux cas des capteurs inertiels atomique [145, 158, 159]. Il permet d'exprimer de manière générale l'influence de certains bruits ou perturbations sur la phase interférométrique, notamment les bruits agissant sur la phase des lasers Raman (bruit de phase micro-onde, bruit de fréquence des lasers, bruit de vibration etc ...) ou les effets décalant les niveaux d'énergie des atomes (déplacements lumineux etc ...).

Le but de cette démarche est de modéliser la réponse de l'interféromètre à une variation infinitésimale de phase laser Raman $\delta\varphi$ se produisant à un instant t pendant l'interféromètre. On considère ici que $\delta\varphi$ est un saut de phase infinitésimal, *i.e.* $\delta\varphi$ est une fonction échelon (ou fonction de Heaviside) d'amplitude infiniment petite. Cette variation de phase entraîne une variation δP de la probabilité de transition en sortie de l'interféromètre. La fonction de sensibilité de l'interféromètre g_s se définit alors de la manière suivante :

$$g_s(t) = 2 \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\varphi, t)}{\delta\varphi} \quad (\text{I.36})$$

Grâce à l'équation (I.30) il est possible de réécrire cette fonction en fonction de la phase interférométrique $\Delta\Phi$ qui est la grandeur que l'on cherche à mesurer :

$$g_s(t) = A \sin(\Delta\Phi) \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi(\delta\varphi, t)}{\delta\varphi} \quad (\text{I.37})$$

En observant cette équation on remarque qu'il est préférable de se placer à mi-frange, *i.e.* pour une valeur de la phase interférométrique $\Delta\Phi \equiv \pi/2 \pmod{\pi}$, car la sensibilité à la phase est alors maximale. A contrario, cette sensibilité est nulle lorsque l'on se trouve en sommet et en bas de frange pour $\Delta\Phi \equiv 0 \pmod{\pi}$.

La fonction de sensibilité caractérise donc la réponse du déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre en fonction des variations de phase laser. Il est donc possible de calculer le

déphasage interférométrique créé par une évolution quelconque de la phase laser Raman $\varphi(t)$:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{A \sin(\Delta\Phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) d\varphi(t) = \frac{1}{A \sin(\Delta\Phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} dt \quad (\text{I.38})$$

Calcul et expression de la fonction de sensibilité :

Le calcul complet de la fonction de sensibilité est effectué en détail dans la thèse de P. Cheinet [145]. On se replace sous les mêmes 7 hypothèses que précédemment excepté la numéro (v) car on considère maintenant que la condition de résonance $\delta = \delta^{diff}$ est vérifiée. On considère de plus que les pulsations de Rabi sont constantes pendant la durée des impulsions Raman, *i.e.* que ces impulsions sont supposées carrées.

Commençons tout d'abord par donner l'expression générale de la probabilité de transition P sous ces conditions (*cf.* annexe D) :

$$P = P_0 - \frac{A}{2} \cos(\Delta\Phi)$$

avec

$$\begin{cases} P_0 &= \frac{1}{2} \left(\sin^2 \left(\frac{(\Omega_1 + \Omega_3)\tau}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{(\Omega_1 - \Omega_3)\tau}{2} \right) \right) + \cos(\Omega_1\tau) \sin^2(\Omega_2\tau) \cos(\Omega_3\tau) \\ A &= \sin(\Omega_1\tau) \sin^2(\Omega_2\tau) \sin(\Omega_3\tau) \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

Le calcul de la fonction de sensibilité est aisé lorsque le saut de phase $\delta\varphi$ se produit entre les impulsions Raman. Par exemple s'il se produit entre la première et la seconde impulsion, la phase interférométrique vaut $\Delta\Phi = \varphi - 2(\varphi + \delta\varphi) + (\varphi + \delta\varphi) = -\delta\varphi$ et donc la fonction de sensibilité vaut $A \sin(\Delta\Phi) \times (-1)$. De manière analogue on trouve $A \sin(\Delta\Phi) \times 1$ lorsque le saut a lieu entre la seconde et la troisième impulsion.

Lorsque le saut de phase intervient pendant une impulsion Raman le calcul devient plus complexe. Dans le cadre du formalisme matriciel il est avantageux de considérer le saut de phase comme un échelon plutôt que comme un dirac. En effet dans le cas d'un échelon de phase, la matrice de transfert d'une impulsion peut être exprimée comme le produit de deux matrices : une première sans modification et une seconde où l'on ajoute le saut de phase $\delta\varphi$. Cette mécanique n'est pas possible en considérant un dirac de phase. Prenons le cas d'une impulsion Raman débutant à un instant $t = 0$, de durée τ , pendant laquelle un échelon de phase $\delta\varphi$ se produit à un temps t . La matrice M décrivant cette impulsion se met donc sous la forme :

$$M = M(t_0 = t, \tau - t, \varphi + \delta\varphi, \dots) \times M(t_0 = 0, t, \varphi, \dots) \quad (\text{I.40})$$

Il faut ensuite calculer la nouvelle expression de la phase interférométrique en injectant cette matrice dans la matrice de transfert de l'interféromètre et répéter l'opération pour les trois impulsions. La fonction obtenue se met sous la forme suivante :

$$g_s(t) = A \sin(\Delta\Phi) \times \begin{cases} -\frac{\sin[\Omega_1(t+T+2\tau)]}{\sin(\Omega_1\tau)} & \text{si } -T - 2\tau \leq t \leq -T - \tau \\ -1 & \text{si } -T - \tau \leq t \leq -\tau \\ \frac{\sin(\Omega_2 t)}{\sin(\Omega_2\tau)} & \text{si } -\tau \leq t \leq \tau \\ 1 & \text{si } \tau \leq t \leq T + \tau \\ -\frac{\sin[\Omega_3(t-T-2\tau)]}{\sin(\Omega_3\tau)}, & \text{si } T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{I.41})$$

Cette expression est en accord avec les expressions données dans la thèse de P. Cheinet [145] si l'on se ramène aux cas exposés.

La figure I.4 donne l'allure de la fonction de sensibilité pour différentes valeurs de pulsations de Rabi dans le cas où l'interféromètre fonctionne à mi-frange (*i.e.* $\Delta\Phi = \pi/2$). Elle est composée

de parties constantes et d'arches de sinusoides. Dans le cas idéal où $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$, la fonction est parfaitement impaire. Lorsqu'il existe un défaut de séparatrices atomiques, *i.e.* $\Omega_{1,3}\tau \neq \frac{\pi}{2}$, cette symétrie est brisée, mais seulement entre les intervalles de temps $[-T - 2\tau, -T - \tau]$ et $[T + \tau, T + 2\tau]$ correspondant aux impulsions 1 et 3, la fonction restant impaire sur l'intervalle de temps $[-T - \tau, T + \tau]$. Un défaut du miroir atomique seul, *i.e.* $\Omega_2\tau \neq \frac{\pi}{2}$, n'entraîne pas une brisure de cette symétrie, c'est donc principalement le contraste de l'interféromètre qui est dégradé.

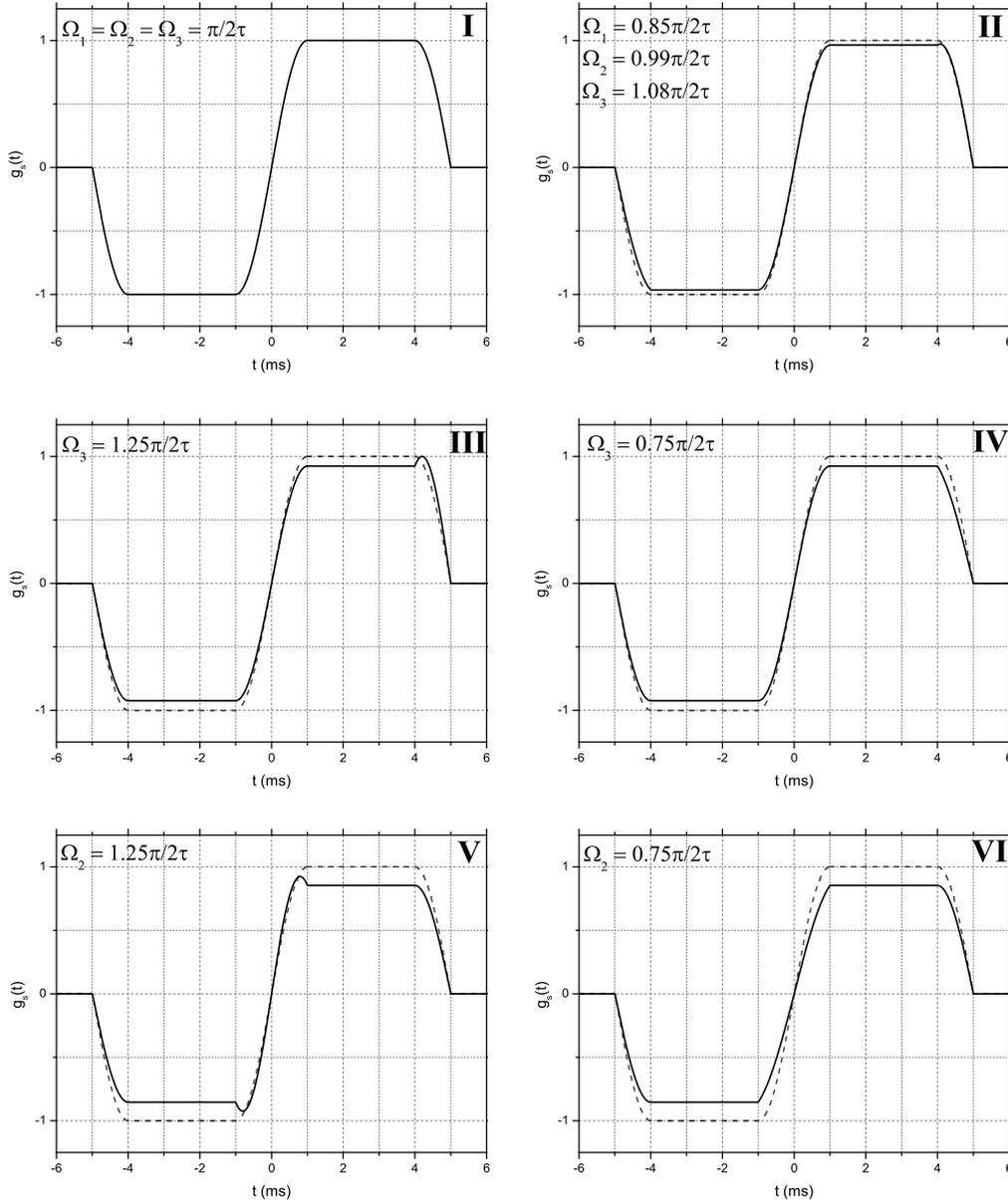


FIGURE I.4 – En traits pleins, les fonctions de sensibilité pour différentes valeurs de pulsations de Rabi à mi-frange (*i.e.* $\Delta\Phi = \pi/2$). En pointillés, les fonctions de sensibilité dans le cas idéal $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$. Les valeurs des paramètres, $T = 3$ ms et $\tau = 1$ ms, ont été choisies pour une bonne visibilité des courbes. I, cas idéal. II, un jeu expérimental réel de valeurs des Ω_i . III et IV, influence d'un défaut sur Ω_3 . V et VI, influence d'un défaut sur Ω_2 . Un défaut sur Ω_1 mène à une situation parfaitement opposée à celle d'un défaut sur Ω_3 .

Remarque : la diminution globale de l'aire de la fonction de sensibilité que l'on peut observer

sur la figure I.4 résulte de la chute de contraste induite par la perte d'efficacité des séparatrices et miroirs atomiques. L'influence sur la phase interférométrique sera étudiée dans la partie suivante.

Sensibilité au bruit de phase :

Grâce à la fonction de sensibilité, il est possible d'estimer l'impact d'un bruit de phase laser aléatoire sur la phase interférométrique, à partir de la densité spectrale de puissance $S_\phi(\omega)$ de ce bruit. La variance des fluctuations de la phase interférométrique $\sigma_{\Delta\Phi}^2$ est donnée par :

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{1}{|A \sin(\Delta\Phi)|^2} \int_0^{+\infty} |\omega G(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{1}{|A \sin(\Delta\Phi)|^2} \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (\text{I.42})$$

où $G(\omega)$ est la transformée de Fourier de $g_s(t)$. Si $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$, $g_s(t)$ est impaire et donc $G(\omega)$ est purement imaginaire. Cette expression fait apparaître la fonction de transfert en phase $H(\omega) = \omega G(\omega)$ de l'interféromètre atomique. En tenant compte de la durée finie des impulsions Raman et sous l'hypothèse de pulsations de Rabi égales entre les trois impulsions, son expression est donnée par [145, 159] :

$$H(\omega) = \frac{4i\omega\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \quad (\text{I.43})$$

Dans le cas où les pulsations de Rabi des trois impulsions ne sont pas égales entre elles le calcul et l'expression de la fonction de transfert est plus complexe. En effet la fonction de sensibilité n'étant plus impaire, sa transformée de Fourier n'est plus purement imaginaire.

I.2.4 Réponses de l'interféromètre et facteur d'échelle

Dans les interféromètres atomiques, la déphasage en sortie s'exprime comme une combinaison linéaire de la phase laser pendant les différentes impulsions lumineuses (*cf.* équation (I.31)). Cela permet de décrire les gravimètres atomiques comme des systèmes linéaires invariants dans le temps [160]. Dans ce formalisme, la fonction de sensibilité est alors liée à la réponse indicielle² en phase de l'interféromètre (*cf.* équation (I.38)).

Dans cette partie on ne néglige plus la durée des impulsions Raman. A un instant t , la phase laser Raman qui est gravée sur la fonction d'onde atomique s'écrit précisément comme (*cf.* équations (I.33) et (I.15)) :

$$\varphi(t) = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t) + (\phi_1(t) - \phi_2(t)) \quad (\text{I.44})$$

où $\vec{r}(t)$ est la position relative entre l'atome et le miroir de rétro-réflexion des faisceaux Raman, dans le référentiel lié au centre de masse de l'atome en chute libre.

Réponse en vitesse :

On ne considère pas ici le bruit de phase Raman $\phi_1(t) - \phi_2(t)$ car on ne s'intéresse qu'à l'influence des grandeurs inertielles. Dans ces conditions, l'expression du déphasage interférométrique (I.38) peut se mettre sous la forme :

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \dot{\vec{r}}(t) dt \quad (\text{I.45})$$

où

$$f_v(t) = \frac{g_s(t)}{A \sin(\Delta\Phi)} \quad (\text{I.46})$$

2. La réponse indicielle est la réponse d'un système à une fonction de Heaviside ou fonction échelon.

$f_v(t)$ est donc directement liée à la réponse impulsionnelle³ en vitesse de l'interféromètre (on peut la voir comme la réponse impulsionnelle "retournée temporellement"). On l'appellera la fonction de réponse en vitesse dans la suite du manuscrit. Elle sera représentée ultérieurement en figure I.7.

Considérons le cas d'une vitesse constante $\vec{r}(t) = \vec{v}_0$ pendant l'interféromètre, équivalente à une vitesse initiale non nulle \vec{v}_0 . Dans un cas où les trois pulsations de Rabi associées à chaque optique atomique sont égales, la fonction $f_v(t)$ est impaire et l'interféromètre est insensible à cette vitesse. Dans le cas où les trois pulsations de Rabi ne sont pas égales, cette fonction n'est plus impaire, la symétrie est brisée pendant les impulsions 1 et 3, cette vitesse engendre alors un déphasage non nul (*cf.* équation (I.60)) car l'intégrale (I.45) n'est plus nulle. Dans ces conditions l'interféromètre est alors sensible à la vitesse initiale du miroir Raman par rapport aux atomes.

Réponse en position :

En intégrant par partie la relation (I.45) le déphasage peut s'écrire comme :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \left[f_v(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t) \right]_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{d}{dt} f_v(t) \right) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_p(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t) dt \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

car la fonction $f_v(t)$ est nulle en $\pm\infty$.

La fonction $f_p(t)$ correspond donc à la fonction de réponse de l'interféromètre en position. Elle est égale à l'opposée de la dérivée de la fonction de réponse en vitesse et son expression est donc la suivante :

$$f_p(t) = \begin{cases} \frac{\Omega_1 \cos[\Omega_1(t+T+2\tau)]}{\sin(\Omega_1\tau)} & \text{si } -T - 2\tau \leq t \leq -T - \tau \\ 0 & \text{si } -T - \tau < t < -\tau \\ -\frac{\Omega_2 \cos(\Omega_2 t)}{\sin(\Omega_2\tau)} & \text{si } -\tau \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{si } \tau < t < T + \tau \\ \frac{\Omega_3 \cos[\Omega_3(t-T-2\tau)]}{\sin(\Omega_3\tau)}, & \text{si } T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{I.48})$$

Cette fonction est représentée en figure I.7. Lorsque les trois pulsations de Rabi associées à chaque impulsion Raman sont identiques, la fonction $f_p(t)$ est paire et son intégrale entre $-\infty$ et $+\infty$ est nulle. Dans ce cas, il est facile de concevoir que la valeur du déphasage interférométrique, tel qu'exprimé selon l'équation (I.47), est indépendant de la position initiale \vec{r}_0 du miroir Raman par rapport à l'atome car l'intégrale de $f_p(t)$ est nulle. Lorsque les pulsations de Rabi sont différentes la symétrie est brisée entre la première et la dernière impulsion. Néanmoins l'intégrale de l'équation (I.47) reste nulle, et ce quelles que soient les valeurs de Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 . Cette propriété provient du fait que la phase acquise pendant une impulsion i est pondérée par la pulsation de Rabi associée Ω_i . Cette pondération, couplée à la durée des impulsions ($\tau - 2\tau - \tau$), fait que pour toutes valeurs des Ω_i , on a toujours $2\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3$ et donc $\Delta\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3 = 0$. L'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder est donc insensible à la position initiale relative de l'atome par rapport au miroir de rétro-réflexion tant que la durée relative des trois impulsions Raman $\tau - 2\tau - \tau$ reste parfaitement contrôlée.

Réponse en accélération :

Dans le cas d'un gravimètre, la grandeur que l'on cherche à mesurer est l'accélération. Pour faire apparaître la dépendance du déphasage interférométrique à cette grandeur il faut intégrer

3. La réponse impulsionnelle est la réponse d'un système à une impulsion très brève modélisée par une distribution de dirac. La grandeur en sortie du système s'exprime comme le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle et la grandeur en entrée.

par partie la relation (I.45). On obtient alors la relation :

$$\Delta\Phi = - \left[f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \dot{\vec{r}}(t) \right]_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \ddot{\vec{r}}(t) dt \quad (\text{I.49})$$

où $f_a(t)$ est une primitive de $-f_v(t)$. On cherche alors la primitive qui correspond physiquement à la réponse en accélération de l'interféromètre. On appellera cette fonction la fonction de réponse de l'interféromètre [76] (sous entendu en accélération) dans la suite du manuscrit. En appliquant le principe de causalité, la fonction $f_a(t)$ est nécessairement nulle pour un temps $t > T + 2\tau$ car la phase mesurée ne peut pas dépendre de l'accélération après l'interféromètre. La réponse en accélération se calcule donc grâce à :

$$f_a(t) = - \int_{+\infty}^t f_v(t') dt' = \int_t^{+\infty} f_v(t') dt' \quad (\text{I.50})$$

dont l'expression complète est donnée par :

$$f_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) - \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right), & \text{si } t \leq -T - 2\tau \\ \frac{(\cos(\Omega_1\tau) - \cos[\Omega_1(t+T+2\tau)])}{\Omega_1 \sin(\Omega_1\tau)} + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & \text{si } -T - 2\tau \leq t \leq -T - \tau \\ t + T + \tau + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & \text{si } -T - \tau \leq t \leq -\tau \\ \frac{(\cos(\Omega_2 t) - \cos[\Omega_2\tau])}{\Omega_2 \sin(\Omega_2\tau)} + T + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & \text{si } -\tau \leq t \leq \tau \\ -t + T + \tau + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & \text{si } \tau \leq t \leq T + \tau \\ \frac{(1 - \cos[\Omega_3(t-T-2\tau)])}{\Omega_3 \sin(\Omega_3\tau)}, & \text{si } T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0 & \text{si } t \geq T + 2\tau \end{cases} \quad (\text{I.51})$$

Pour extraire la valeur du déphasage interférométrique $\Delta\Phi$ il faut connaître la valeur du terme $\left[f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \dot{\vec{r}}(t) \right]_{-\infty}^{+\infty}$ dans l'expression (I.49). En $+\infty$ ce terme vaut 0 car $f_a(t)$ est nulle pour $t > T + 2\tau$. Il est ensuite nécessaire de considérer que $\dot{\vec{r}}(-\infty) = 0$. Nous reviendrons sur ce point dans la partie I.3.1. Sous cette hypothèse la phase interférométrique s'écrit finalement comme :

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \ddot{\vec{r}}(t) dt \quad (\text{I.52})$$

Cette relation montre que dans l'expression du déphasage en sortie d'interféromètre, l'accélération des atomes par rapport au miroir Raman est pondéré par la fonction $k_{\text{eff}} f_a(t)$. La forme triangulaire de cette fonction démontrant que la sensibilité à l'accélération est maximale au centre de l'interféromètre (au niveau du miroir atomique) là où la séparation entre les deux composantes du paquet d'onde suivant les deux bras de l'interféromètre est maximale.

La figure I.5 donne l'allure de la fonction de réponse en accélération pour différentes valeurs de pulsations de Rabi. Elle est composée de parties linéaires et d'arches de sinusoides. Dans le cas idéal où $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$, la fonction est parfaitement impaire. Cette symétrie est brisée lorsqu'il existe une différence entre la première et la dernière impulsion. Dans ce cas la fonction $f_a(t)$ n'est pas nulle pour $t < -T - 2\tau$. Ce résidu est la signature de la dépendance en vitesse initiale de l'interféromètre atomique. Dans le cas où les atomes sont en chute libre, l'interféromètre va donc être sensible à la vitesse acquise entre le lâcher des atomes et l'interféromètre. On retrouve donc ici la dépendance à la vitesse initiale entrevue avec la brisure de la symétrie de la réponse en vitesse $f_v(t)$. On peut aussi remarquer que lorsque $\Omega_1 < \Omega_3$, la fonction de réponse en accélération se trouve très légèrement au dessus de la fonction "idéale" obtenue pour $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$, et inversement pour $\Omega_1 > \Omega_3$. Un défaut sur les pulsations de Rabi Ω_1 et

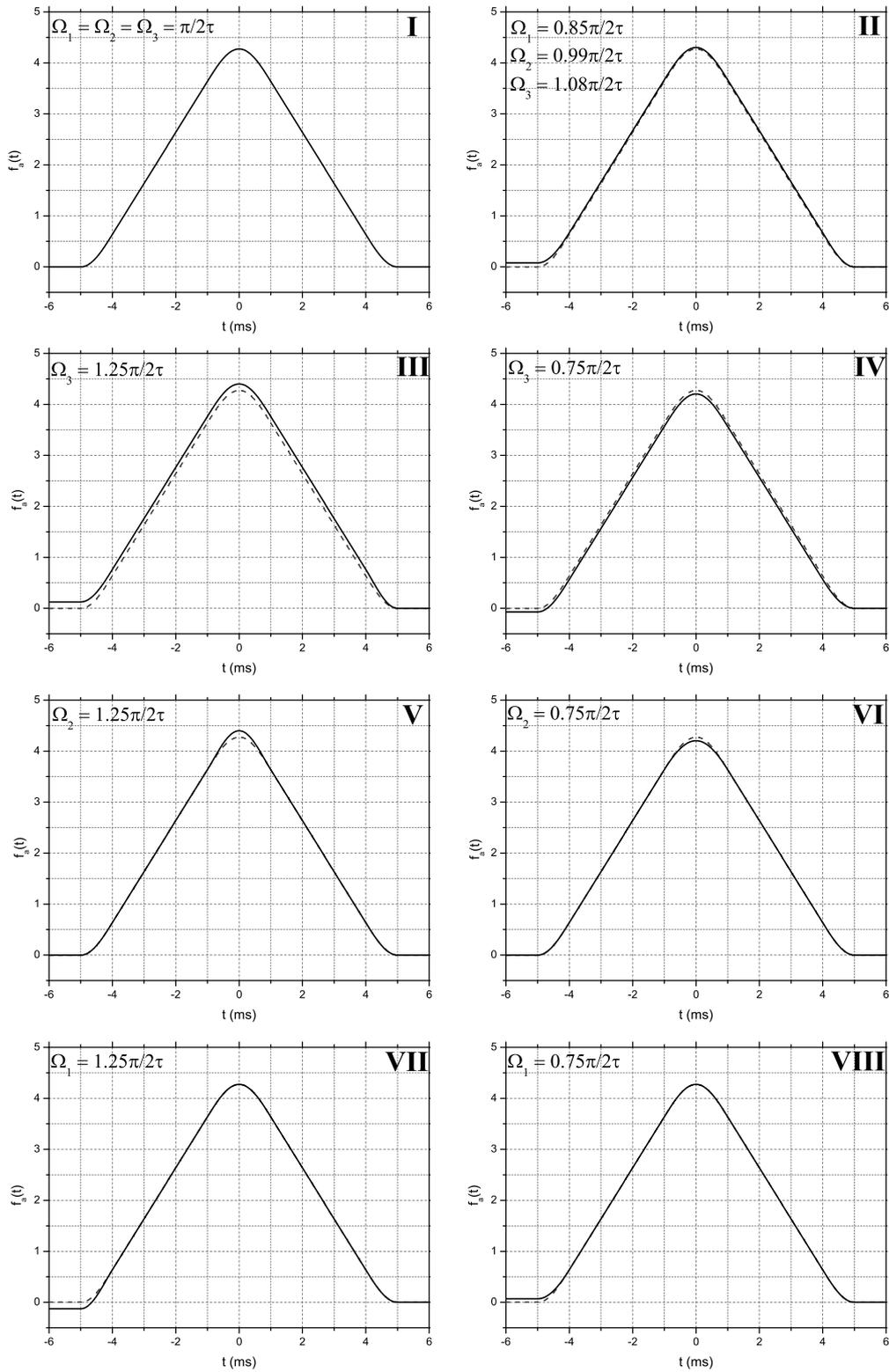


FIGURE I.5 – En traits pleins, les fonctions de réponse en accélération pour différentes valeurs de pulsations de Rabi. En pointillés, les fonctions de réponse dans le cas idéal $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$. Les valeurs des paramètres, $T = 3$ ms et $\tau = 1$ ms, ont été choisies pour une bonne visibilité des courbes. I, cas idéal. II, un jeu expérimental de valeurs des Ω_i . III et IV, influence d'un défaut sur Ω_3 . V et VI, influence d'un défaut sur Ω_2 . VII et VIII, influence d'un défaut sur Ω_1 .

Ω_3 changent alors plus fortement l'aire sous $f_a(t)$, et donc la sensibilité à l'accélération, qu'un défaut sur la pulsation de Rabi Ω_2 .

De la même manière que pour la fonction de sensibilité, il est possible de définir la fonction de transfert fréquentielle de l'interféromètre en accélération $H_a(\omega)$. La transformée de Fourier de la fonction $f_a(t)$, notée $F_a(\omega)$, est reliée à la fonction de transfert en phase par la relation $F_a(\omega) = H(\omega)/\omega^2$. Finalement, l'expression de la fonction $H_a(\omega)$ est donnée par la relation $H_a(\omega) = k_{\text{eff}}F_a(\omega) = \frac{k_{\text{eff}}}{\omega^2}H(\omega)$. La variance des fluctuations de la phase interférométrique $\sigma_{\Delta\Phi}^2$ causées par le bruit d'accélération du miroir Raman peut alors être estimée de manière analogue à l'équation (I.42) en intégrant la densité spectrale de bruit d'accélération S_a avec cette fonction de transfert. La fonction de transfert normalisée est représentée sur la figure I.6, l'interféromètre atomique est donc équivalent à un filtre passe-bas en accélération dont la fréquence de coupure est $1/2T$.

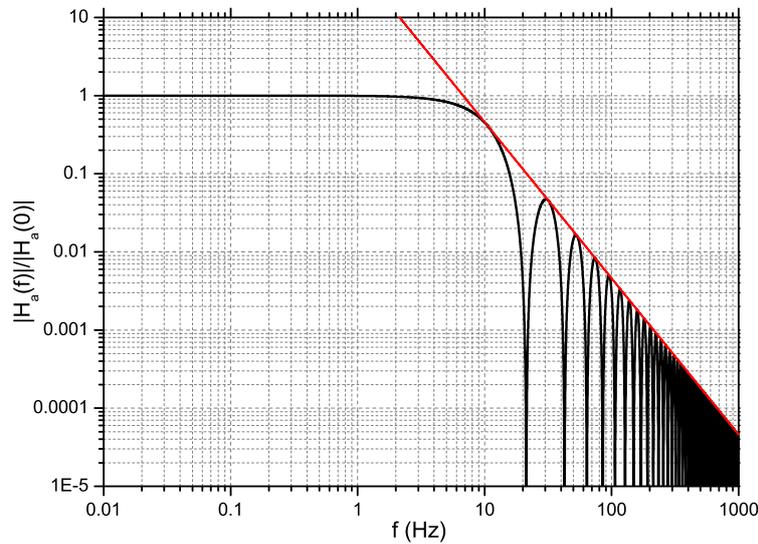


FIGURE I.6 – Fonction de transfert en accélération normalisée pour $T = 47$ ms et $\tau = 4$ μ s. L'interféromètre est équivalent à un filtre passe bas dont le comportement asymptotique est donné par la droite rouge ($H_a(\omega) \sim 4/(2\pi fT)^2$).

Relation entre les différentes fonctions de réponse :

Les fonctions de réponse en accélération, vitesse et position de l'interféromètre ne sont bien sur que trois visions de la dépendance de la phase de sortie aux effets inertiels, et principalement à l'accélération pour un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. En partant des relations présentées dans cette partie, le lien entre ces fonctions est le suivant :

$$\frac{d^2}{dt^2}f_a(t) = -\frac{d}{dt}f_v(t) = -\frac{1}{A \sin(\Delta\Phi)} \frac{d}{dt}g_s(t) = f_p(t) \quad (\text{I.53})$$

La figure I.7 regroupe ces trois fonctions pour des paramètres interférométriques identiques ($T = 3$ ms et $\tau = 1$ ms). On observe aisément les relations de dérivée qui existent entre elles. Dans le cas où les pulsations de Rabi sont égales (cas I, III, et V), l'intégrale de l'aire sous la courbe permet de comprendre la grande sensibilité de l'interféromètre à une accélération constante ainsi que son insensibilité à une vitesse constante et à la position. Des pulsations de Rabi inégales entre les trois impulsions Raman (cas II, IV et VI) amènent de légères modifications de la sensibilité de l'interféromètre aux effets inertiels, et notamment en vitesse.

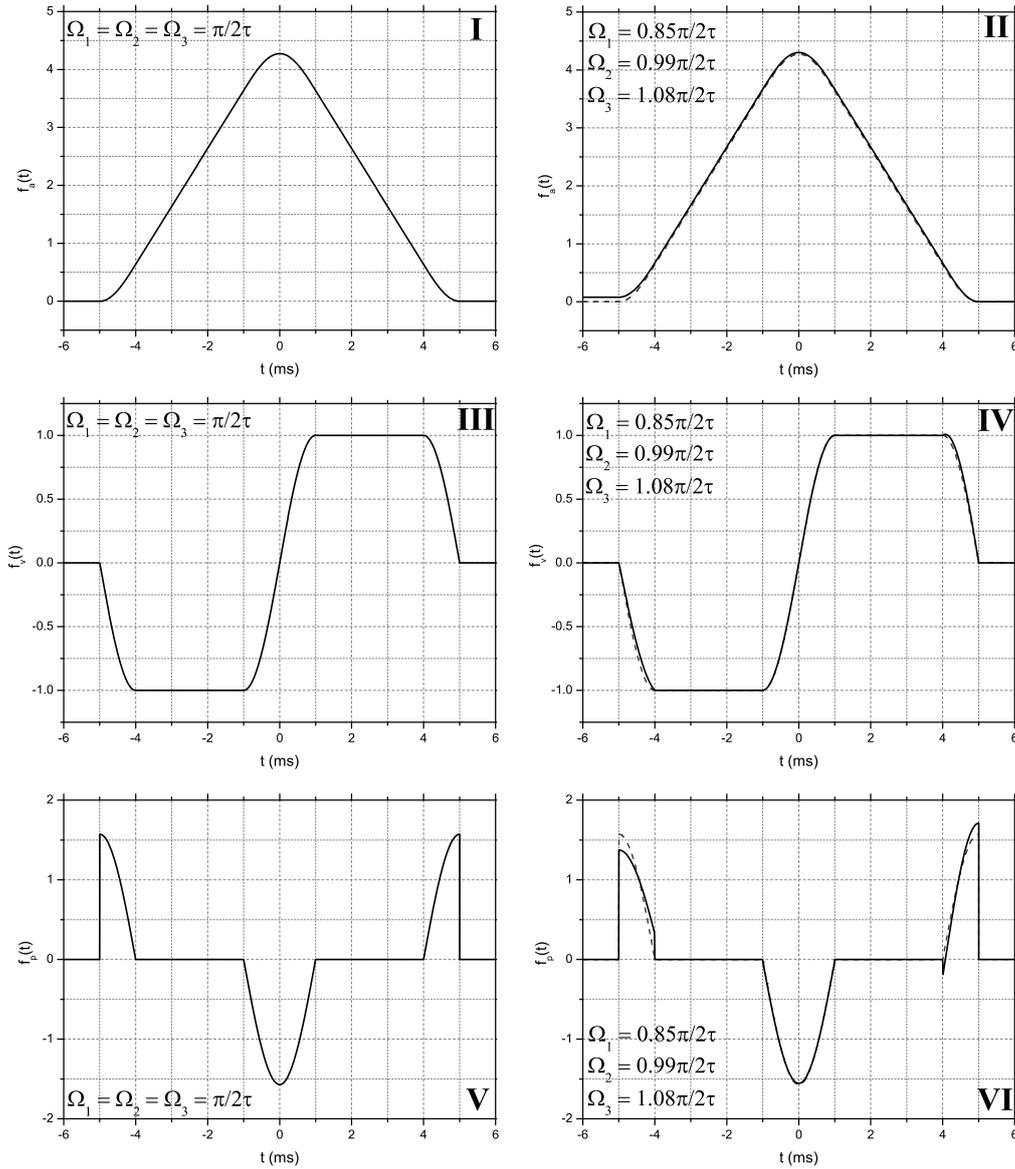


FIGURE I.7 – Fonctions de réponse de l'interféromètre en accélération (I et II), en vitesse (III et IV) et en position (V et VI) pour différentes valeurs de pulsations de Rabi.

Facteur d'échelle de la mesure d'accélération :

Intéressons nous maintenant au facteur d'échelle associé à la mesure de l'accélération. En sortie, la probabilité P de se trouver dans l'état $|e\rangle$ partant de l'état $|f\rangle$ dépend du déphasage accumulé le long des deux bras de l'interféromètre (*cf.* équation (I.30)). Dans le cas où les atomes sont en chute libre à accélération a constante par rapport à la référence inertielle, le déphasage est directement proportionnel à cette accélération. C'est ce facteur de proportionnalité S , tel que $\Delta\Phi = Sa$, que l'on appelle le facteur d'échelle de mesure. Il est donc directement lié à la sensibilité de la mesure d'accélération : plus il sera grand, plus la mesure sera sensible. On ne s'intéresse ici qu'au déphasage induit par une accélération constante le long de \vec{k}_{eff} , on ne prend pas en compte les effets dus à la vitesse initiale. Pour le calcul de l'expression du facteur d'échelle on préférera ici utiliser la fonction de réponse en vitesse car elle permet de séparer les termes d'accélération (linéaires en t) des termes de vitesse initiale (constants suivant t), ce qui n'est pas possible avec la réponse en accélération. Dans ces conditions, la vitesse relative de l'atome

par rapport au miroir Raman est donnée par at et le déphasage induit d'après l'équation (I.45) est :

$$\Delta\Phi = Sa = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) k_{\text{eff}} t dt \right) a \quad (\text{I.54})$$

où le facteur d'échelle de la mesure est donné par :

$$\begin{aligned} S &= k_{\text{eff}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) t dt \\ &= k_{\text{eff}} \left[\right. \\ &\quad (T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) \right) \\ &\quad \left. + \left(\frac{2}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_3^2} \right) - \tau \left(\frac{2\cotan(\Omega_2\tau)}{\Omega_2} - \frac{\cotan(\Omega_1\tau)}{\Omega_1} - \frac{\cotan(\Omega_3\tau)}{\Omega_3} \right) \right] \\ &\simeq k_{\text{eff}} T^2 \end{aligned} \quad (\text{I.55})$$

Cette expression est en adéquation avec celle calculée dans la thèse de P. Cheinet [145].

A l'ordre 0 (termes en T^2) on retrouve bien l'expression classique du facteur d'échelle $k_{\text{eff}}T^2$. La correction au premier ordre (termes en $T\tau$ et T/Ω) provient de la prise en compte de la durée finie des impulsions Raman τ et 2τ . Elle ne fait intervenir que les pulsations de Rabi associées aux séparatrices atomiques Ω_1 et Ω_3 . Pour comprendre cette dépendance, on peut se reporter aux équations d'évolution temporelle (*cf.* (I.15)) de la fonction d'onde atomique pendant une impulsion Raman. Lorsque le paquet d'onde atomique est réfléchi, *i.e.* dès qu'il y a un changement de l'état interne induit par le couplage Raman, la phase laser gravée sur la fonction d'onde atomique ne dépend pas de la valeur de la pulsation de Rabi. Au contraire, lorsque le paquet d'onde est transmis, *i.e.* lorsqu'il n'y a pas de changement de l'état interne, la phase laser gravée dépend de la pulsation de Rabi par l'intermédiaire de la phase des termes $\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \pm i\frac{\delta-\delta^{LS1}}{\Omega_R} \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)$. Pendant la première et la troisième impulsion Raman, la moitié du paquet d'onde atomique est transmise, d'où la dépendance du facteur d'échelle à Ω_1 et Ω_3 . Pendant la seconde impulsion Raman, le paquet d'onde est réfléchi, les résidus éventuellement transmis n'interfèrent pas en sortie, et donc la facteur d'échelle ne dépend pas de Ω_2 au premier ordre.

Enfin il existe des corrections au second ordre (termes en τ/Ω et $1/\Omega^2$) qui dépendent des trois pulsations de Rabi ainsi que de τ .

I.3 Déphasage différentiel dans la cas double espèce

Un test atomique du *Principe d'Équivalence* est lié à la mesure de l'accélération différentielle subie par deux atomes différents. On s'attachera alors dans cette partie à donner une expression complète du déphasage interférométrique différentiel ϕ_d et à introduire la réjection des vibrations rendue possible par la mesure différentielle simultanée.

I.3.1 Du déphasage simple espèce vers ...

La relation (I.35) donne une expression du déphasage interférométrique à l'ordre 0. Grâce au développement théorique issu du formalisme de la fonction de sensibilité nous pouvons maintenant compléter cette expression en y ajoutant les termes correctifs provenant de la durée des impulsions Raman ainsi que des éventuelles dépendances à la vitesse engendrées par des inhomogénéités entre les pulsations de Rabi des différentes transitions Raman.

Hypothèses et position du problème :

On appelle toujours $\vec{r}(t)$ la position relative de l'atome par rapport au miroir Raman (dans le référentiel en chute libre lié à l'atome). Comme nous l'avons rapidement énoncé dans la partie

précédente, pour que la relation suivante soit vérifiée

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \dot{\vec{r}}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \ddot{\vec{r}}(t) dt \quad (\text{I.56})$$

il est nécessaire que le terme $\left[f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \dot{\vec{r}}(t) \right]_{-\infty}^{+\infty}$ soit nul. Pour cela, deux hypothèses s'offrent à nous :

- (i). La fonction $f_a(t)$ est nulle en $-\infty$.
- (ii). La vitesse de l'atome par rapport au miroir est nulle en $-\infty$.

La première hypothèse n'est pas valable. En effet si on considère que celle-ci est vérifiée, la fonction $f_a(t)$ qui en découle devient non nulle pour $t > T + 2\tau$ ce qui viole le principe de causalité, car la phase en sortie serait alors sensible à l'accélération des atomes après la fin de l'interféromètre, ce qui est physiquement impossible.

La seconde hypothèse semble physiquement plus satisfaisante. Elle mène en effet à des considérations physiques qui paraissent cohérentes et nous la ferons donc dans la suite du manuscrit.

Rapprochons nous alors de considérations expérimentales. Un ensemble d'atomes est capturé dans un MOT avant d'être lâché à un instant noté t_l . Ces atomes sont ensuite interrogés par l'interféromètre atomique pendant leur chute libre. A cet instant t_l et dans un environnement dépourvu de toute accélération parasite, la vitesse d'un atome de ce nuage par rapport au miroir Raman est "quasi-nulle". Le résidu en vitesse, noté $v_0 = \dot{r}(t_l)$, peut par exemple provenir de la dispersion en vitesse au sein du nuage atomique ou bien d'éventuelles vitesses de recul transmises par la lumière pendant la coupure du piège. La fonction de réponse en accélération étant nécessairement constante pour $t < -T - 2\tau$, la contribution sur la phase interférométrique de l'accélération $\ddot{\vec{r}}(t)$ suivant \vec{k}_{eff} pour les temps précédents l'instant t_l est alors :

$$\int_{-\infty}^{t_l} f_a(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \ddot{\vec{r}}(t) dt = f_a(-T - 2\tau) k_{\text{eff}} (\dot{r}(t_l) - \dot{r}(-\infty)) = f_a(-T - 2\tau) k_{\text{eff}} v_0 \quad (\text{I.57})$$

Le déphasage interférométrique dépendra donc uniquement de la vitesse de l'atome au moment du lâcher et ce quelles que soient les variations d'accélération antérieures à cet instant.

Sous l'hypothèse d'une vitesse nulle en $-\infty$, il est donc toujours possible de se ramener au problème suivant : l'accélération de l'atome par rapport au miroir est nulle sur l'intervalle de temps $]-\infty, t_l[$, vaut $\ddot{r}(t) + v_0 \delta(t - t_l)$ sur l'intervalle $[t_l, +\infty[$. Dans le cas où l'atome n'est soumis qu'à une accélération constante a après le lâcher, la trajectoire de ce dernier suivant \vec{k}_{eff} est donc décrite par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}(t) &= \begin{cases} a + v_0 \delta(t - t_l) & \text{si } t \geq t_l \\ 0 & \text{si } t < t_l \end{cases} \\ \dot{r}(t) &= \begin{cases} a(t - t_l) + v_0 \sigma(t - t_l) & \text{si } t \geq t_l \\ 0 & \text{si } t < t_l \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{I.58})$$

où $\delta(t)$ est la distribution de dirac et $\sigma(t)$ la fonction de Heaviside (ou fonction échelon). La figure I.8 représente l'évolution temporelle de ces deux grandeurs.

Pour satisfaire en permanence la condition de résonance, une rampe de fréquence α est appliquée sur une des fréquences lasers pour compenser le désaccord induit par effet Doppler lors de la chute libre (*cf.* figure 8). On appelle t_r l'instant à partir duquel cette rampe est appliquée. Expérimentalement, si la vitesse initiale de l'atome est nulle à l'instant du lâcher on impose $t_r = t_l$. Dans ces conditions, il est alors possible d'écrire les dérivées premières et secondes de la phase laser Raman dans le référentiel en chute libre lié à l'atome :

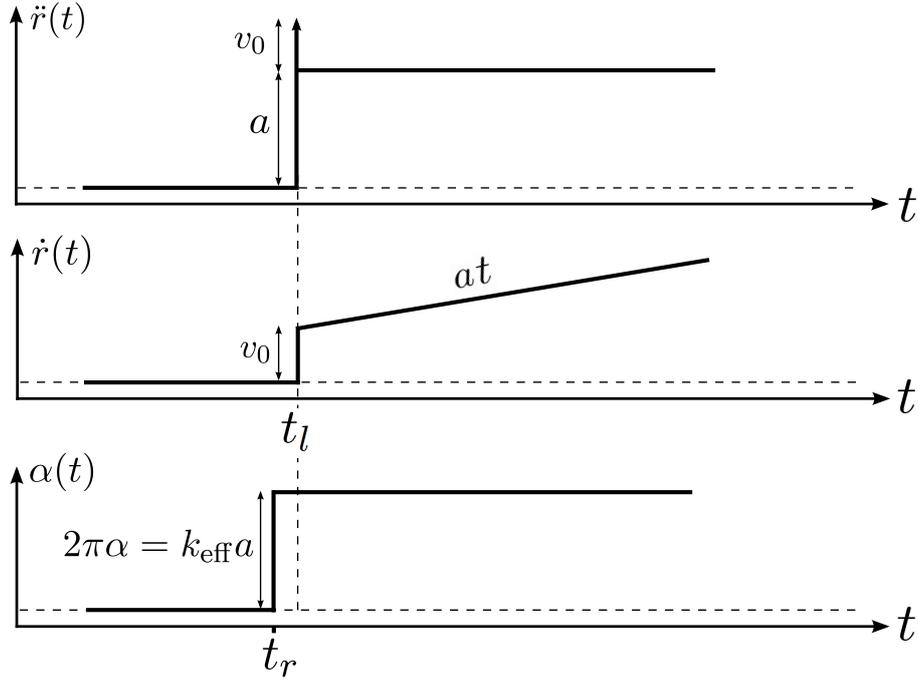


FIGURE I.8 – Évolution temporelle de l'accélération et de la vitesse d'un atome pendant l'expérience. t_l correspond à l'instant où les atomes sont lâchés après coupure du MOT. Une rampe de fréquence α est introduite à partir d'un instant t_r pour compenser le désaccord par effet Doppler. Dans un cas idéal, $v_0 = 0$ et $t_l = t_r$.

$$\dot{\varphi}(t) = \begin{cases} k_{\text{eff}}a(t - t_l) \sigma(t - t_l) - 2\pi\alpha(t - t_r) \sigma(t - t_r) + k_{\text{eff}}v_0 \sigma(t - t_l) & \text{si } t \geq \min(t_l, t_r) \\ 0 & \text{si } t < \min(t_l, t_r) \end{cases}$$

$$\ddot{\varphi}(t) = \begin{cases} k_{\text{eff}}a \sigma(t - t_l) - 2\pi\alpha \sigma(t - t_r) + k_{\text{eff}}v_0 \delta(t - t_l) & \text{si } t \geq \min(t_l, t_r) \\ 0 & \text{si } t < \min(t_l, t_r) \end{cases}$$
(I.59)

Déphasage pour un désaccord nul et des impulsions de durée finie :

Pour trouver l'expression du déphasage interférométrique il ne reste plus qu'à effectuer le calcul des intégrales de l'équation (I.56) en injectant les expressions données en (I.59). On obtient alors au premier ordre :

$$\Delta\Phi = (k_{\text{eff}}a - 2\pi\alpha)(T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) \right) + (2\pi\alpha t_r - k_{\text{eff}}a t_l + k_{\text{eff}}v_0) \left(\frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) - \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) \right)$$
(I.60)

On retrouve bien dans cette expression le terme d'accélération impacté par le facteur d'échelle S de la mesure au premier ordre. Ce terme peut être parfaitement compensé en introduisant la rampe de fréquence adéquate ($2\pi\alpha = k_{\text{eff}}a$), et ce indépendamment des valeurs de T et τ .

Il existe ensuite un déphasage supplémentaire provenant de la vitesse des atomes si $\Omega_1 \neq \Omega_3$. On distingue deux contributions : une dépendance à une vitesse initiale non nulle au moment du lâcher $k_{\text{eff}}v_0$, et une dépendance à la vitesse acquise pendant la chute libre depuis le lâcher $k_{\text{eff}}a t_l$. Ce déphasage peut être ensuite compensé en ajustant l'instant de départ t_r de la rampe de fréquence α . Enfin il est intéressant de comparer l'expression de ce déphasage induit par la

vitesse avec l'expression (I.35). On remarque alors que le déphasage induit par la vitesse non nulle de l'atome est équivalent à un déphasage induit par un désaccord non nul $\delta = k_{\text{eff}}v$ dans l'approximation où $\delta \ll \Omega$.

I.3.2 ... le déphasage différentiel double espèce

Nous allons maintenant donner l'expression du déphasage différentiel dans le cas où deux types d'atomes différents sont manipulés simultanément par l'interféromètre atomique. Dans notre expérience il s'agit des deux isotopes stables du rubidium : le ^{87}Rb et le ^{85}Rb .

Commençons par poser le problème et les notations associées. On appelle respectivement $\vec{r}_{87}(t)$ et $\vec{r}_{85}(t)$ les positions relatives des deux types d'atomes par rapport au miroir Raman. Pendant la chute libre, les deux isotopes sont interrogés simultanément par le même interféromètre. Les faisceaux lasers sont communs et contiennent les deux paires Raman associées à chacune des espèces. Exactement la même rampe de fréquence α est appliquée pour chacun des deux isotopes.

Comme l'accélération des atomes est mesurée par rapport à la position du miroir Raman, il faut prendre en compte le bruit de vibration de ce dernier. Ce bruit crée un signal d'accélération supplémentaire, noté $\tilde{a}(t)$, qui entache la mesure. On rappelle ici que ce bruit limite généralement la sensibilité des gravimètres atomiques et qu'il peut être efficacement rejeté dans le cas d'une mesure différentielle. Cette réjection sera étudiée en détails dans un chapitre ultérieur (*cf.* chapitre IV partie IV.4) car elle constitue un atout spécifique à un test du WEP utilisant deux espèces "similaires".

Comme précédemment on peut se ramener à un cas où l'on considère les vitesses et accélérations des deux espèces nulles avant la coupure du piège. L'accélération et la vitesse de chaque isotope peuvent s'exprimer alors pour $t \geq t_l$ comme :

$$\begin{cases} a_{87}(t) = a + v_{0,87}\delta(t - t_l) + \tilde{a}(t) \\ a_{85}(t) = a + \Delta a + v_{0,85}\delta(t - t_l) + \tilde{a}(t) \\ v_{87}(t) = at + v_{87}\sigma(t - t_l) + \tilde{v}(t) \\ v_{85}(t) = (a + \Delta a)t + v_{85}\sigma(t - t_l) + \tilde{v}(t) \end{cases} \quad (\text{I.61})$$

où $\Delta a = a_{85} - a_{87}$ est le signal de violation du principe d'équivalence, $v_{87} = v_{0,87} - at_l$ et $v_{85} = v_{0,85} - at_l$ sont les vitesses associées à chaque isotope à $t = 0$, et $\tilde{v}(t)$ est le bruit de vibration en vitesse. Comme pour l'équation (I.59), il est possible d'écrire les dérivées premières et secondes de la phase laser Raman pour les deux isotopes : $\dot{\phi}_{87}(t)$, $\dot{\phi}_{85}(t)$, $\ddot{\phi}_{87}(t)$ et $\ddot{\phi}_{85}(t)$. Les déphasages des deux isotopes en sortie d'interféromètre sont ensuite donnés par :

$$\begin{cases} \Delta\Phi_{87} = \int f_a^{87}(t) \ddot{\phi}_{87}(t) dt + \phi_{SE}^{87} \\ = (k_{\text{eff}}^{87}a - 2\pi\alpha) \int f_v^{87}(t) t dt \\ + (k_{\text{eff}}^{87}v_{87} + 2\pi\alpha t_r) \int f_v^{87}(t) dt \\ + k_{\text{eff}}^{87} \int f_a^{87}(t) \tilde{a}(t) dt \\ + \phi_{SE}^{87} \end{cases} \quad (\text{I.62})$$

$$\begin{cases} \Delta\Phi_{85} = \int f_a^{85}(t) \ddot{\phi}_{85}(t) dt + \phi_{SE}^{85} \\ = (k_{\text{eff}}^{85}(a + \Delta a) - 2\pi\alpha) \int f_v^{85}(t) t dt \\ + (k_{\text{eff}}^{85}v_{85} + 2\pi\alpha t_r) \int f_v^{85}(t) dt \\ + k_{\text{eff}}^{85} \int f_a^{85}(t) \tilde{a}(t) dt \\ + \phi_{SE}^{85} \end{cases} \quad (\text{I.63})$$

Où ϕ_{SE}^{87} et ϕ_{SE}^{85} représentent les déphasages induits par les effets systématiques pour chacune des espèces. Finalement la phase différentielle est alors simplement définie par :

$$\phi_d = \Delta\Phi_{85} - \Delta\Phi_{87} \quad (\text{I.64})$$

Pour simplifier l'expression finale de la phase différentielle nous définissons les grandeurs différentielles associées. Comme pour la définition de ϕ_d , nous avons choisi de les référencer par rapport aux grandeurs associées au ^{87}Rb :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta k = k_{\text{eff}}^{85} - k_{\text{eff}}^{87} \\ k = k_{\text{eff}}^{87} \\ \delta f_v(t) = f_v^{85}(t) - f_v^{87}(t) \\ f_v(t) = f_v^{87}(t) \\ \delta f_a(t) = f_a^{85}(t) - f_a^{87}(t) \\ f_a(t) = f_a^{87}(t) \\ \Delta v = v_{85} - v_{87} = v_{0,85} - v_{0,87} \end{array} \right. \quad (\text{I.65})$$

Le tableau I.1 donne l'expression complète de la phase différentielle ϕ_d découlant des équations (I.62), (I.63) et (I.64) suivant les notations (I.65). La fonction de réponse en vitesse est préférentiellement utilisée (hormis pour le bruit de vibration) car elle permet de séparer simplement les composantes d'accélération continue, linéaires dans le temps, des composantes de vitesse, constantes dans le temps. Les termes qui composent ϕ_d peuvent être regroupés en cinq catégories :

- *Termes Δa .* Des termes provenant d'une potentielle violation du WEP. Le terme 1 correspond au signal de violation Δa impacté par le facteur d'échelle de la mesure d'accélération. C'est le terme que l'on cherche à détecter. Les termes 2 et 3 sont des corrections du premier ordre qui proviennent de la différence entre les facteurs d'échelles associés aux deux isotopes. Le terme 2 provient d'une différence δk entre les vecteurs d'onde des paires Raman et le terme 3 d'une différence dans les fonctions de réponse temporelle ($f_v^{85}(t)$ ou $f_a^{85}(t)$). Le terme 4 correspond à une correction du deuxième ordre qui combine ces deux différences.
- *Termes a .* Des termes dépendant de l'accélération mutuelle a subie par les deux espèces lors de la chute libre. Ces termes ne sont pas parfaitement éliminés par la mesure différentielle à cause de la différence entre les facteurs d'échelle. Le terme 5 correspond au déphasage induit par a à cause d'une différence entre les vecteurs d'onde. Le terme 6 provient quant à lui de la différence entre les fonctions de réponse. Il peut être annulé si l'accélération mutuelle a est parfaitement compensée par la rampe de fréquence α . Le terme 7 combine les deux différences.
- *Termes \tilde{a} .* Des termes dépendant du bruit d'accélération de la référence inertielle \tilde{a} . Tout d'abord il est important de noter que la mesure différentielle permet d'éliminer le terme principal $k \int f_a(t)\tilde{a}(t) dt$. Cette élimination traduit la réjection de ce bruit grâce à une mesure différentielle simultanée. La simultanéité de la mesure est ici un ingrédient indispensable car elle permet de rendre le bruit d'accélération commun aux espèces, et ainsi d'autoriser sa réjection par mesure différentielle. Néanmoins, il subsiste des limitations à cette réjection dues à la différences entre les vecteurs d'onde (terme 8), entre les fonctions de réponse (terme 9), ou combinant les deux (terme 10).
- *Termes v .* Des termes dépendant de la vitesse des atomes. Une différence entre les pulsations de Rabi associées à la première et à la dernière impulsion Raman ($\Omega_1 \neq \Omega_3$) rend l'interféromètre sensible aux vitesses des atomes. Il en découle alors un déphasage non nul, donné par le terme 11, si les vitesses verticales des deux isotopes sont différentes ($\Delta v \neq 0$). Il existe ensuite des corrections provenant de la différence entre les vecteurs d'onde (termes 12), entre les fonctions de réponse (terme 13), ou combinant les deux (terme 14). Le terme

TABLE I.1 – Expression du déphasage différentiel ϕ_d . Les notations sont définies dans (I.65) ainsi que dans le texte.

Terme	Déphasage	Terme dominant (terme DC, $\omega \rightarrow 0$)
Termes Δa		
1	$k\Delta a \int f_v(t) t dt$	$k\Delta a (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
2	$\delta k\Delta a \int f_v(t) t dt$	$\delta k\Delta a (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
3	$k\Delta a \int \delta f_v(t) t dt$	$k\Delta a (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
4	$\delta k\Delta a \int \delta f_v(t) t dt$	$\delta k\Delta a (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
Termes a		
5	$\delta ka \int f_v(t) t dt$	$\delta ka (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
6	$(ka - 2\pi\alpha) \int \delta f_v(t) t dt$	$(ka - 2\pi\alpha) (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
7	$\delta ka \int \delta f_v(t) t dt$	$\delta ka (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
Termes \tilde{a}		
8	$\delta k \int f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$\delta k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
9	$k \int \delta f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
10	$\delta k \int \delta f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$\delta k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$
Termes v		
11	$k\Delta v \int f_v(t) dt$	$k\Delta v \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$
12	$\delta kv_{85} \int f_v(t) dt$	$\delta kv_{85} \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$
13	$(kv_{85} + 2\pi\alpha t_r) \int \delta f_v(t) dt$	$(kv_{85} + 2\pi\alpha t_r) \left(\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2} \right)$
14	$\delta kv_{85} \int \delta f_v(t) dt$	$\delta kv_{85} \left(\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2} \right)$
Eff. Syst.		
15	$\phi_{SE}^{85} - \phi_{SE}^{87}$	$\phi_{SE}^{85} - \phi_{SE}^{87}$

13 pouvant être annulé si l'instant de départ t_r de la rampe de fréquence correspond à l'instant auquel les atomes sont lâchés du piège sans vitesse initiale.

- *Eff. Syst.* Pour finir il existe des effets systématiques qui ajoutent un déphasage différentiel supplémentaire (terme 15). Dans notre expérience les effets principaux sont l'impact

des paires Raman supplémentaires générées par modulation de phase, les termes de déplacements lumineux (majoritairement à deux photons), l'effet Coriolis et les aberrations de front d'onde du faisceau Raman. Ces effets seront étudiés dans un chapitre ultérieur (*cf.* chapitre IV partie IV.2).

La deuxième colonne du tableau I.1 donne l'expression de la phase différentielle suivant le formalisme des fonctions de réponse. La troisième colonne présente les termes dominants dans la limite d'accélération et de vitesses continues (terme DC, $\omega \rightarrow 0$). Pour exprimer simplement ces différents termes, certaines approximations ont été effectuées. Pour les termes 1 à 10, relatif aux signaux d'accélération, la différence entre Ω_1 et Ω_3 a été négligée. L'expression rigoureuse peut alors être retrouvée en remplaçant $\frac{2}{\Omega^i} \tan\left(\frac{\Omega^i \tau}{2}\right)$ par $\frac{1}{\Omega_1^i} \tan\left(\frac{\Omega_1^i \tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3^i} \tan\left(\frac{\Omega_3^i \tau}{2}\right)$ pour l'isotope i . Pour les termes 11 à 14, relatifs à la vitesse, cette approximation ne peut plus être faite et il est possible d'écrire $\frac{1}{\Omega_3^i} \tan\left(\frac{\Omega_3^i \tau}{2}\right) - \frac{1}{\Omega_1^i} \tan\left(\frac{\Omega_1^i \tau}{2}\right) \simeq \frac{\delta\Omega^i}{(\Omega^i)^2}$ si $\delta\Omega^i = \Omega_1^i - \Omega_3^i \ll \Omega_{1,3}^i$.

I.4 Ellipses et extraction de la phase différentielle

Maintenant que nous disposons d'une expression complète de la phase différentielle liée à la mesure de l'accélération subie par deux types d'atomes différents, nous allons dans cette partie présenter et valider une méthode d'extraction de cette phase à partir d'un signal elliptique obtenu grâce à la corrélation entre les deux signaux associés aux deux espèces utilisées.

I.4.1 Pourquoi et comment extraire la phase d'une ellipse ?

Dans le cas d'un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder, la probabilité de transition P de l'état $|f\rangle$ vers l'état $|e\rangle$ est une fonction sinusoïdale de la phase interférométrique $\Delta\Phi$ (*cf.* équation (I.39)). Les signaux issus de deux gravimètres corrélés a et b , mesurant la même accélération avec le même facteur d'échelle, décrivent donc paramétriquement une ellipse :

$$\begin{cases} P^a = P_0^a - \frac{A^a}{2} \cos(\Delta\Phi) \\ P^b = P_0^b - \frac{A^b}{2} \cos(\Delta\Phi + \phi_d) \end{cases} \quad (\text{I.66})$$

L'ellipticité de la courbe paramétrique (I.66) est ici imposée par la valeur de la phase différentielle. Lorsque $\phi_d = \pi/2$, et $A^a = A^b$, les données forment un cercle centré sur (P_0^a, P_0^b) . Lorsque $\phi_d = 0$ ou π , l'ellipse est réduite à une droite. Le bruit de phase commun entre les deux gravimètres va alors distribuer les points sur cette ellipse mais sans changer son ellipticité. Lorsque ce bruit commun (principalement induit par le bruit de vibration dans une expérience) est plus grand que $\pi/2$, les franges d'interférences des interféromètres simples sont brouillées. Néanmoins la corrélation entre les deux interféromètres permet toujours de reconstruire l'ellipse et donc de remonter à la phase différentielle grâce à son ellipticité.

Cette situation correspond au cas d'un gradiomètre [93] où l'accélération de deux nuages composés d'atomes d'une même espèce est mesurée à deux altitudes différentes. Les "deux gravimètres" possèdent alors exactement le même facteur d'échelle. Dans le cas général d'une mesure bi-espèce, les deux facteurs d'échelle S_a et S_b sont différents. Les deux systèmes de franges évoluent donc à des fréquences différentes et la courbe paramétrée n'est plus une ellipse mais une courbe de Lissajous.

Dans notre expérience les facteurs d'échelle S_{87} et S_{85} associés au ^{87}Rb et au ^{85}Rb ne sont pas identiques, néanmoins leur différence relative reste très faible (de l'ordre de quelques 10^{-6}). Au vu de cette faible différence et du faible nombre de franges balayées (soit par la rampe de fréquence α , soit en considérant l'amplitude du bruit d'accélération) il est pleinement légitime d'approximer les signaux à des ellipses. Cette hypothèse sera faite dans la suite du manuscrit. On peut de plus ajouter que dans le cas de la paire ^{87}Rb - ^{85}Rb , il est possible expérimentalement d'égaliser parfaitement les deux vecteurs d'onde effectifs et donc d'obtenir

des facteurs d'échelle identiques $S_{87} = S_{85}$ pour des interféromètres parfaitement simultanés [138, 161]. Il est donc possible d'obtenir un signal de corrélation elliptique. Une telle égalité est impossible à obtenir avec deux atomes d'espèces différentes, dont les transitions énergétiques sont différentes, manipulés par deux interféromètres parfaitement simultanés qui utilisent des transitions Raman. La différence de vecteur d'onde devant nécessairement être compensée par des paramètres temporels T et/ou τ différents.

Différentes méthodes d'extraction de la phase différentielle :

Dans le cadre des mesures différentielles, il est impératif de disposer d'une technique efficace et non biaisée d'extraction de la phase différentielle. Nous présentons rapidement ici les différentes méthodes utilisées en interférométrie atomique :

Ajustement Elliptique. Il est tout d'abord possible d'extraire la phase différentielle grâce à un ajustement de l'ellipse au sens des moindres carrés [89]. Un algorithme permet de minimiser la distance algébrique entre les données et l'ellipse dans le but d'estimer les coefficients algébriques de cette conique. La phase différentielle peut être ensuite déduite de ces coefficients. Cette méthode d'extraction a été la première à être appliquée aux cas des interféromètres atomiques, notamment pour des gradiomètres [93, 162] et pour la mesure de la constante gravitationnelle G [52, 53]. Cette technique est relativement peu coûteuse en temps de calcul et peut permettre de traiter les données en temps réel. Cependant elle souffre d'un désavantage majeur : en présence de bruits sur l'ellipse (bruit d'amplitude, d'offset ou de phase non commun sur les franges d'interférences), elle donne une estimation biaisée de ϕ_d lorsque $\phi_d \neq \pi/2$. Pour finir elle n'est applicable que dans des cas où les deux capteurs ont des facteurs d'échelle identiques.

Estimation Bayésienne. Une analyse bayésienne du problème mène à une extraction plus juste de la phase différentielle [90, 163, 164, 142]. Elle permet de contraindre plus fortement l'estimation de cette phase grâce aux connaissances préexistantes sur le bruit du système, en se basant sur un modèle statistique qui décrit la distribution des données que ce bruit engendre. L'inférence bayésienne⁴, qui est une méthode permettant de déduire la probabilité d'un événement à partir de celles d'autres événements déjà évalués, est alors un outil particulièrement adapté pour se servir de ces *a priori*. Cette technique d'estimation a pour avantage de faire converger plus rapidement l'incertitude sur ϕ_d et nécessite donc un nombre plus faible de données pour une sensibilité voulue. De plus, en présence de bruits, la valeur estimée de ϕ_d n'est pas biaisée sur un très large plage (approchant $[0, \pi]$). Les limites de cette méthode réside dans le fait qu'elle demande un grand nombre de connaissances *a priori*, précises, sur le système (niveaux de bruits, contrastes des interféromètres ...), et qu'elle est coûteuse en temps de calcul car elle nécessite le calcul d'un grand nombre d'intégrales (pour l'évaluation des distributions de vraisemblances). De plus elle n'est applicable que pour des interféromètres simultanées présentant un haut degré de corrélation [142]. Néanmoins elle permet de traiter des cas où les deux facteurs d'échelle des deux interféromètres sont différents [142, 164].

Reconstruction des franges par corrélation avec un accéléromètre. Une autre méthode consiste à utiliser la corrélation des deux interféromètres atomiques avec un capteur inertiel supplémentaire (sismomètre [165], accéléromètre [76, 142, 77]). La phase commune aléatoire provenant du bruit de vibration est ici mesurée contrairement aux deux méthodes précédentes où elle est

4. L'inférence bayésienne repose principalement sur le théorème de Bayes qui donne la probabilité conditionnelle d'un événement A sachant un événement B. Dans le cas présent d'un interféromètre, on peut l'appliquer de la manière suivante : on mesure une première fois la phase en sortie sachant qu'elle se trouve entre 0 et 2π . Connaissant le bruit lié à cette mesure, on peut en déduire la distribution vraisemblable de la phase après celle-ci. On mesure une seconde fois la phase en sortie. On calcule alors la nouvelle distribution de la phase sachant la distribution issue de la mesure précédente. Ceci ajoute une contrainte supplémentaire par rapport au cas où les mesures successives sont considérées comme indépendantes. Le processus est ensuite réitéré jusqu'à obtenir une distribution de vraisemblance suffisamment fine, la $n^{\text{ième}}$ mesure étant contrainte par les $n - 1$ précédentes.

“supprimée”. Grâce à cette corrélation, les franges d’interférences de chaque espèce peuvent être reconstruites et la phase différentielle extraite grâce à un ajustement sinusoïdal classique de celles-ci au sens des moindres carrés. Cette technique, peu coûteuse en temps de calcul, peut être implémentée en temps réel [77] et fonctionne sur un large panel de conditions expérimentales (niveaux de bruits, différences entre les facteurs d’échelle *etc* ...). Cette méthode est limitée par la sensibilité du capteur inertiel annexe⁵ lors de la reconstruction des franges.

Pour traiter nos données, nous avons utilisé une méthode alternative référencée sous l’appellation “*Extraction Directe de la Phase*” [162] que nous allons présenter et caractériser dans les deux sections suivantes.

I.4.2 Extraction directe de la phase

Présentation de la méthode :

On se place dans le cas où la mesure des proportions d’atomes pour les deux isotopes P^{87} et P^{85} est répétée N fois. Les paramètres des franges d’interférences (offsets, amplitudes) et les phases (commune et différentielle) sont indexées par le numéro j de la mesure :

$$\forall j \in [1, N], \begin{cases} P_j^{87} = P_{0,j}^{87} - \frac{A_j^{87}}{2} \cos(\Delta\Phi_j) \\ P_j^{85} = P_{0,j}^{85} - \frac{A_j^{85}}{2} \cos(\Delta\Phi_j + \phi_{d,j}) \end{cases} \quad (\text{I.67})$$

Grâce à ces données, il est possible d’obtenir l’équation paramétrique d’une ellipse normalisée, *i.e.* d’amplitude 1, et centrée sur l’origine du plan (0,0) :

$$\forall j \in [1, N], \begin{cases} x_j = -2 \frac{P_j^{87} - P_{0,j}^{87}}{A_j^{87}} = \cos(\Delta\Phi_j) \\ y_j = -2 \frac{P_j^{85} - P_{0,j}^{85}}{A_j^{85}} = \cos(\Delta\Phi_j + \phi_{d,j}) \end{cases} \quad (\text{I.68})$$

Partant de ces données on cherche maintenant à déterminer ϕ_d qui correspond au maximum de vraisemblance de tous les $\phi_{d,j}$. En utilisant la fonction inverse arccos, l’équation (I.68) se ramène à :

$$\forall j \in [1, N], \begin{cases} \Delta\Phi_j & = \arccos(x_j) \quad \text{ou} \quad -\arccos(x_j) \\ \Delta\Phi_j + \phi_{d,j} & = \arccos(y_j) \quad \text{ou} \quad -\arccos(y_j) \end{cases} \quad (\text{I.69})$$

La phase commune $\Delta\Phi_j$ peut être éliminée de cette expression et l’on obtient une première expression de $\phi_{d,j}$:

$$\forall j \in [1, N], \phi_{d,j} \in [0, 2\pi] = \begin{cases} \arccos(x_j) + \arccos(y_j) & (1) \\ \arccos(x_j) - \arccos(y_j) & (2) \\ -\arccos(x_j) + \arccos(y_j) & (3) \\ -\arccos(x_j) - \arccos(y_j) & (4) \end{cases} \quad (\text{I.70})$$

Il existe donc 4 solutions pour $\phi_{d,j}$ sur l’intervalle $[0, 2\pi]$, appartenant chacune à un cadran différent du cercle unité. Les solutions (1) et (4) ainsi que (2) et (3) sont opposées et correspondent à une même ellipse. La phase différentielle ϕ_d est donc définie sur l’intervalle $[0, \pi]$ et l’on obtient :

$$\forall j \in [1, N], \phi_{d,j} \in [0, \pi] = \begin{cases} |\arccos(x_j) + \arccos(y_j)| & (1) \text{ et } (4) \\ |\arccos(x_j) - \arccos(y_j)| & (2) \text{ et } (3) \end{cases} \quad (\text{I.71})$$

5. Dans des cas très particuliers ($\phi_d = 0$, niveaux de bruits faibles, forte corrélation, *i.e.* même facteur d’échelle et mesures simultanées) cette limite peut être dépassée en utilisant la corrélation entre les deux interféromètres [142] et les rejections qui s’en suivent.

En utilisant des formules trigonométriques il est possible de mettre cette équation sous la forme [162] :

$$\forall j \in [1, N], \phi_{d,j} \in [0, \pi] = \arccos \left(x_j y_j \pm \sqrt{(1 - x_j^2)(1 - y_j^2)} \right) \quad (\text{I.72})$$

la solution “+” correspondant aux cas (2) et (3) et la “-” aux cas (1) et (4).

Finalement, pour toute mesure (P_j^{87}, P_j^{85}) il existe deux solutions pour la phase ϕ_d sur l'intervalle $[0, \pi]$. Cela provient du fait que par tout point du plan passe deux ellipses. Ce fait est illustré par la figure I.9. Parmi ces deux solutions, une seule correspondra à la véritable valeur de ϕ_d ⁶, l'autre solution étant uniformément répartie sur l'intervalle $[0, \pi]$ lorsque les points sont uniformément répartis sur l'ellipse.

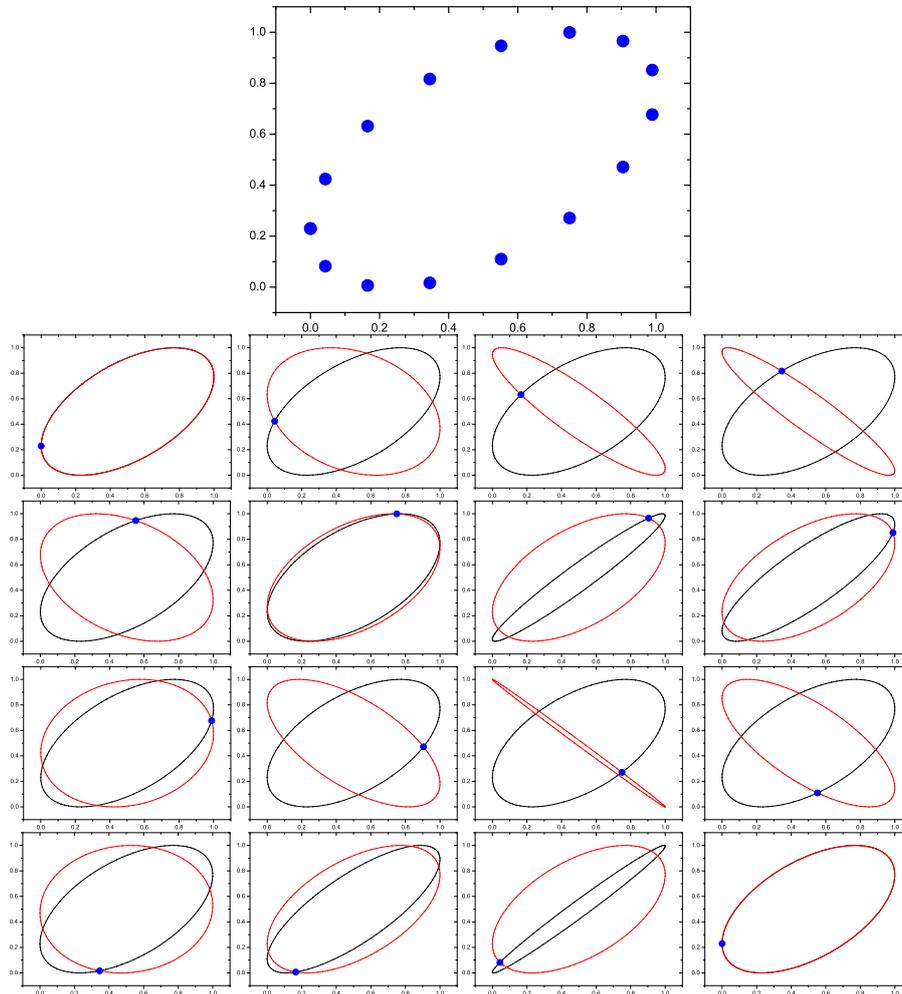


FIGURE I.9 – Représentation des deux solutions de ϕ_d obtenues par *Extraction Directe de la Phase*. Pour chacun des 16 points provenant d'une ellipse de référence (ici $\phi_d = 1$ rad), il existe deux ellipses qui passent par ce point, l'une correspondant à l'ellipse de référence.

La valeur finale de ϕ_d est extraite par estimation du maximum de vraisemblance de la distribution formée des N valeurs $\phi_{d,j}$ calculées.

6. Suivant les coordonnées du point considérée, la “bonne” solution correspondra soit à la solution “+” soit à la solution “-” comme le montre la figure I.9.

Mise en œuvre de la méthode :

En présence de bruits non communs aux deux isotopes, les données sont réparties autour de l'ellipse (*cf.* figure I.10). Cela a pour conséquence d'élargir la distribution des $\phi_{d,j}$ calculés. Expérimentalement les bruits qui perturbent la mesure sont de type gaussien et la distribution de phase présente alors un profil lui aussi gaussien. Pour estimer la valeur la plus vraisemblable de ϕ_d nous appliquons la démarche suivante :

1. On calcule les $2N$ solutions possibles $\phi_{d,j}$ selon l'équation (I.72).
2. On construit la fonction de vraisemblance de la phase différentielle sur $[0, \pi]$ en comptant le nombre de solutions comprises dans un succession d'intervalles jointifs $[np, (n+1)p]$ (le pas p étant imposé par l'utilisateur).
3. On obtient une première estimation de ϕ_d en déterminant le maximum de cette fonction de vraisemblance. Dans notre cas cette opération est effectuée en réalisant un ajustement gaussien de la fonction (en accord avec les bruits expérimentaux).
4. Grâce à cette première estimation de ϕ_d , pour chaque j on extrait la valeur $\phi_{d,j}$ la plus proche de cette première estimation parmi les deux solutions possibles. Il reste finalement N $\phi_{d,j}$ associées aux N mesures.
5. On obtient l'estimation finale de ϕ_d après extraction du maximum de vraisemblance parmi ces N solutions. Comme la fonction de vraisemblance est ici symétrique et qu'elle ne présente qu'un unique maximum local, cette opération est simplement réalisée en prenant la valeur moyenne des N solutions.
6. La résolution sur ϕ_d est estimée à $\frac{\sigma_N}{\sqrt{N}}$, où σ_N représente l'écart type de la fonction de vraisemblance (*i.e.* simplement l'écart type associé à la dispersion des N valeurs $\phi_{d,j}$).

La figure I.10 montre les étapes importantes de cette démarche. Pour ces données, la phase commune aux deux isotopes est balayée uniformément grâce à la rampe de fréquence α et les bruits sur l'ellipse sont de type gaussien (bruit de détection, bruit de phase de la chaîne micro-onde). On remarque alors que la distribution de phase suit bien un profil gaussien et que la distribution contenant les N "mauvaises" solutions est bien uniformément répartie.

Notons aussi dès à présent que cette méthode d'extraction de la phase nécessite des connaissances *a priori* sur le système. En effet l'utilisation des grandeurs normalisées x_j et y_j nécessite de connaître préalablement les offsets et les amplitudes des franges d'interférences pour les deux isotopes. Ces paramètres sont facilement accessibles expérimentalement. Lorsqu'il est possible de visualiser les franges d'interférences (amplitude de vibrations faible et balayage avec α ou franges balayées par les vibrations et reconstruites grâce à la corrélation avec un capteur annexe) ces paramètres sont extraits d'un simple ajustement sinusoïdal des franges. Lorsque les franges sont brouillées, ces paramètres sont accessibles à travers la densité de probabilité [104, 76] des proportions d'atomes P^{87} et P^{85} . Sans aller jusqu'à appliquer la méthode BAT [104], sachant que P^{87} et P^{85} sont des fonctions sinusoïdales, l'offset correspond à la valeur moyenne de la densité de probabilité et l'amplitude à son écart type multiplié par $\sqrt{2}$. Contrairement à une analyse bayésienne, aucun prérequis sur le bruit de la mesure n'est nécessaire. Les hypothèses qui ont été prises concernant ce bruit dans notre réalisation de l'*Extraction Directe de la Phase* (à savoir que la fonction de vraisemblance est symétrique et gaussienne) peuvent être facilement écartées en n'estimant le maximum de vraisemblance que grâce à la détermination des maxima des fonctions associées.

Enfin il est important de noter que pour que cette méthode d'extraction fonctionne de façon optimale, il est nécessaire d'avoir une répartition assez uniforme des points autour de l'ellipse, et donc une répartition assez uniforme de la phase commune $\Delta\Phi$ sur l'intervalle $[0, \pi]$. Expérimentalement, cette répartition est obtenue soit en balayant la rampe de fréquence α soit en présence d'un bruit de vibration aléatoire suffisamment élevé (supérieur à une interfrange).

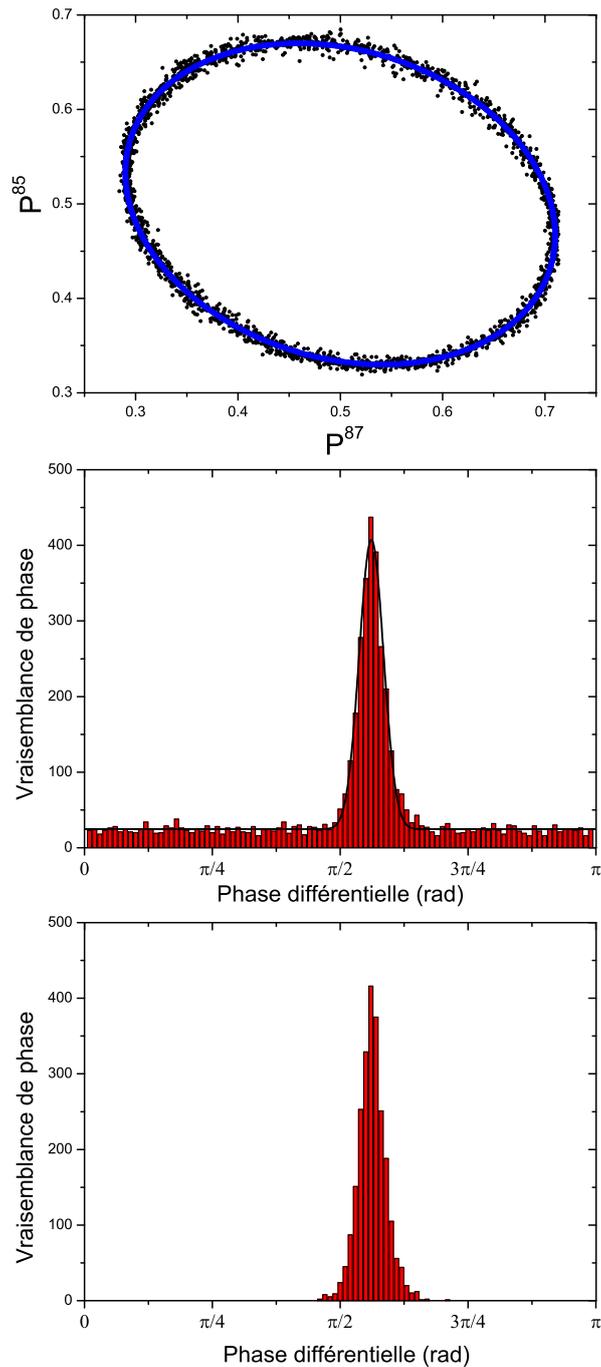


FIGURE I.10 – Mise en œuvre de l'extraction de la phase (voir la démarche en 6 points dans le texte). De haut en bas : Ellipse contenant $N = 2400$ points (points noirs), et représentation de l'ellipse estimée après extraction de la phase différentielle (courbe bleue). Fonction de vraisemblance donnant la distribution des $2N$ solutions possibles et son ajustement gaussien. Fonction de vraisemblance après élimination de la mauvaise valeur de la phase pour chacune des N mesures. Les données proviennent ici d'une mesure réelle et non d'une simulation.

I.4.3 Caractérisation et validation de la méthode

Nous allons maintenant caractériser à travers des simulations les performances de la méthode d'*Extraction Directe de la Phase* dans le but de valider son utilisation pour le traitement des données expérimentales. Pour cela on étudiera le biais et la résolution sur la phase différentielle

qui découlent de cette méthode ainsi que l'influence des différents paramètres expérimentaux.

Bruits sur l'ellipse :

Pour étudier les performances de notre méthode d'extraction de la phase il est nécessaire de modéliser correctement les bruits impactant le signal observé. Dans notre cas, la mesure des proportions d'atomes P^{87} et P^{85} peut être affectée par trois types de bruits différents : des bruits d'offset $\tilde{\sigma}_P^i$ (où i fait référence à un isotope donné) qui altèrent la valeur moyenne des franges, des bruits d'amplitude $\tilde{\sigma}_A^i$ qui altèrent l'amplitude des franges, et enfin un bruit de phase non commun $\tilde{\sigma}_\phi$. Les franges bruitées sont alors modélisées de la manière suivante :

$$\begin{cases} P^{87} = (P_0^{87} + \tilde{\sigma}_P^{87}) - \left(\frac{A^{87}}{2} + \tilde{\sigma}_A^{87}\right) \cos(\Delta\Phi) \\ P^{85} = (P_0^{85} + \tilde{\sigma}_P^{85}) - \left(\frac{A^{85}}{2} + \tilde{\sigma}_A^{85}\right) \cos(\Delta\Phi + \phi_d + \tilde{\sigma}_\phi) \end{cases} \quad (\text{I.73})$$

En accord avec des conditions expérimentales réalistes, ces trois types de bruit présentent une distribution gaussienne de moyenne nulle. Les trois écarts type associés σ_P^i , σ_A^i et σ_ϕ seront ensuite ajustés pour simuler des niveaux de bruits spécifiques différents.

La figure I.11 montre l'impact de ces différents bruits sur l'allure globale de l'ellipse bruitée. On remarque alors des différences de cette allure en fonction du type de bruit mais aussi en fonction de l'isotope sur lequel ce bruit s'applique. Dans un cas où un bruit est prépondérant par rapport aux autres, il sera alors possible expérimentalement de visualiser son influence en observant l'allure du signal elliptique.

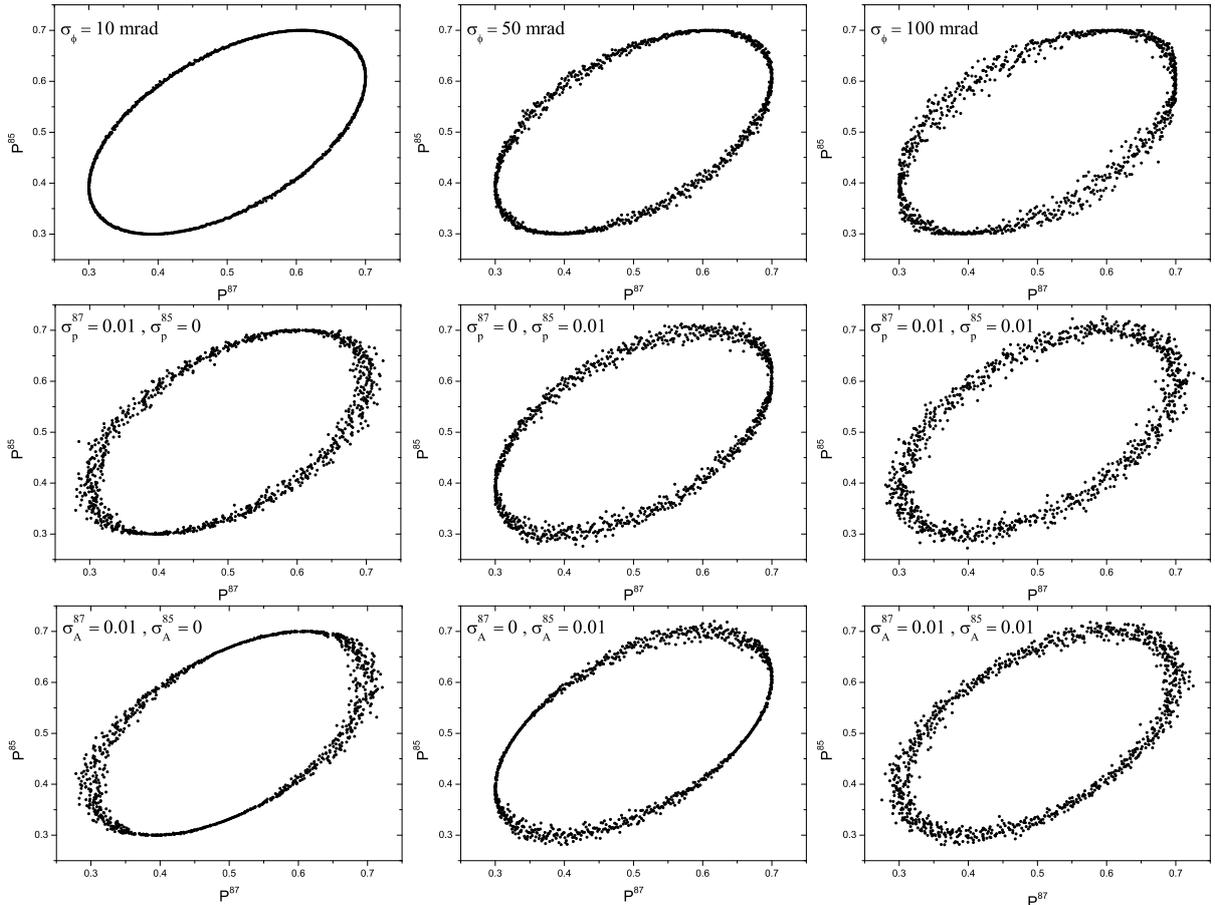


FIGURE I.11 – Influence des différents bruits sur des ellipses de $N = 1000$ points lorsque $\phi_d = 1$ rad.

Notons de plus qu'en ajoutant des bruits sur l'ellipse, il existe, après normalisation des

données, des points (x_j, y_j) qui sortent du “carré unitaire”. Les fonctions arc-cosinus et racine carrée (cf. équations (I.71) et (I.72)) ne sont alors plus définies. Pour pallier le problème, nous avons utilisé les extensions complexes de ces fonctions. Dans ces conditions il est préférable d'utiliser l'équation (I.72) car elle ne souffre pas des confusions qui peuvent intervenir entre valeur absolue et module pour des grandeurs complexes.

Caractérisation statistique de la méthode :

Pour caractériser notre méthode d'extraction de la phase différentielle nous avons eu recours à une approche statistique du problème. Dans les résultats qui vont suivre (*i.e.* pour les figures I.12 à I.17), pour chaque point d'une courbe, 1000 ellipses bruitées⁷ comportant chacune N points sont simulées en accord avec l'expression (I.73), les N points étant répartis uniformément sur les ellipses, car la phase commune $\Delta\Phi$ est choisie uniformément répartie sur $[0, \pi]$. Ensuite, 1000 valeurs et 1000 incertitudes sur ϕ_d en sont déduites dans le but d'obtenir une estimation statistique du biais et de la résolution de la méthode d'*Extraction Directe de la Phase*. On peut alors faire la distinction entre deux incertitudes différentes liées à cette approche : ce que l'on appelle la résolution σ_{ϕ_d} , qui sera donnée par la valeur moyenne des 1000 incertitudes sur ϕ_d estimées par notre méthode, et ce que l'on appelle l'incertitude statistique notée σ_{stat} , qui sera donnée par l'écart type sur la distribution des 1000 valeurs de ϕ_d estimées. Les deux grandeurs devant être égales si l'incertitude sur ϕ_d calculée par la méthode d'*Extraction Directe de la Phase* est valide.

Pour ces simulations, les valeurs des offsets et des amplitudes des franges d'interférences correspondent aux valeurs expérimentalement mesurées, ici $P_0^{87} = P_0^{85} = 0.5$, $A^{87} = 0.4$ et $A^{85} = 0.36$.

Concernant les niveaux de bruits, nous nous référençons à un niveau de référence, appelé “bruits typiques”, qui correspond aux amplitudes de bruits typiques observées lors des mesures expérimentales, ici $\sigma_P^{87} = \sigma_A^{87} = 0.003$, $\sigma_P^{85} = \sigma_A^{85} = 0.004$ et $\sigma_\phi = 10$ mrad. Nous désignons dans la suite, “bruits forts” et “bruits faibles”, les niveaux de bruits qui correspondent respectivement à des écart types 3 fois plus fort et 2 fois plus faible pour tous les types de bruits.

Biais et résolution :

Les premiers paramètres à caractériser sont bien évidemment le biais et la résolution sur ϕ_d qui sont obtenus avec cette méthode d'extraction. Les ellipses simulées comportent ici $N = 2000$ points. La figure I.12 donne le résultat des simulations pour différentes valeurs de ϕ_d sur la plage $[0, \pi]$ et pour différentes amplitudes des bruits.

La méthode d'extraction direct de la phase donne une valeur non biaisé sur une large plage de phase, soit environ $[3\pi/16, 13\pi/16]$, et ce même en présence de “bruits forts”. La largeur de la plage de phase sur laquelle la phase différentielle est extraite sans biais dépend de l'amplitude des bruits : plus les bruits sont faibles, plus cette plage est grande. En effet, l'estimation du maximum de vraisemblance grâce à la valeur moyenne de la fonction de vraisemblance devient biaisé lorsque cette dernière est tronquée, *i.e.* lorsque la largeur de cette fonction est supérieur à la valeur de ϕ_d ou de $\pi - \phi_d$ (dans ces conditions il serait préférable d'estimer le maximum de vraisemblance en prenant simplement le maximum de cette fonction). La résolution liée à l'estimation reste constante sur l'ensemble de la plage de phase considérée. De plus la valeur de cette résolution estimée reste valide car elle correspond à la dispersion statistique des valeurs : on a en effet : $\sigma_{\phi_d}/\sigma_{stat} \sim 1$.

Convergence de la méthode :

Intéressons nous ensuite à la convergence de la méthode, *i.e.* aux évolutions du biais et de la résolution en fonction du nombre de points formant l'ellipse. Ces évolutions caractérisent donc la “rapidité” avec laquelle cette méthode permet de converger vers la bonne valeur de ϕ_d . La

7. Chacune des 1000 ellipses provient d'un tirage aléatoire différent des bruits σ_P^i , σ_A^i et σ_ϕ (non corrélés entre eux).

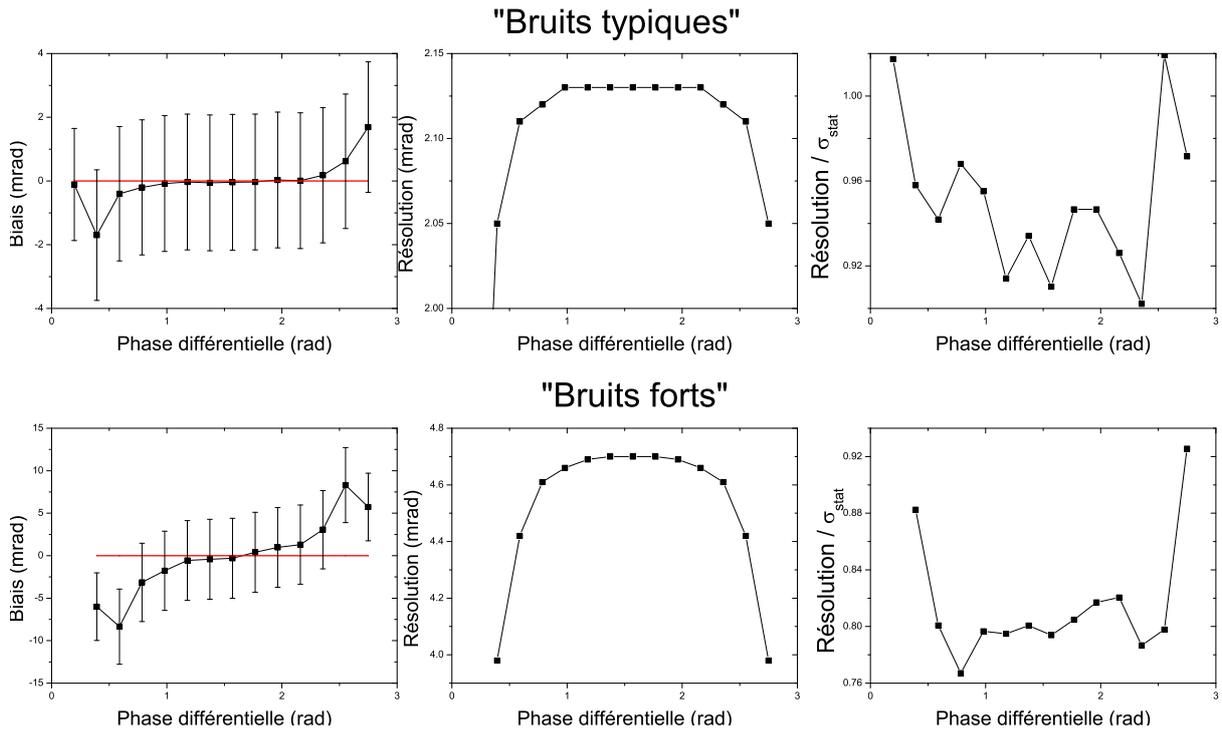


FIGURE I.12 – Biais et résolution de l'extraction directe de la phase en fonction de la valeur de ϕ_d pour différents niveaux de bruits. Les barres d'erreur sur les courbes de biais correspondent à l'incertitude sur l'extraction de ϕ_d pour une ellipse. La courbe donnant la résolution σ_{ϕ_d} sur σ_{stat} sert de validation à l'incertitude calculée par la méthode d'*Extraction Directe de la Phase*.

figure I.13 montre ces évolutions pour différents niveaux de bruits. Nous préférons ici donner l'évolution de la dispersion statistique des valeurs σ_{stat} pour s'affranchir de toute erreur liée à l'estimation de l'incertitude sur ϕ_d .

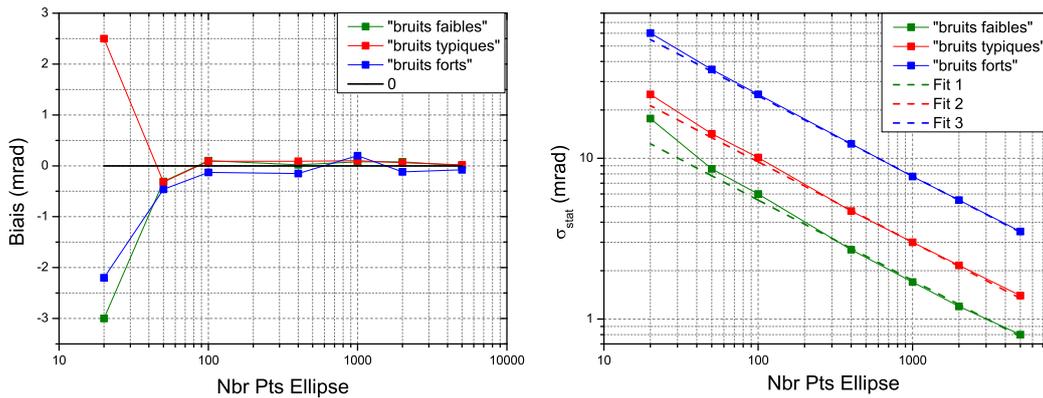


FIGURE I.13 – Convergence du biais et de l'incertitude sur ϕ_d .

L'extraction directe de la phase donne une estimation non biaisée de ϕ_d (biais inférieur à typiquement 0.1 mrad) pour des ellipses composées d'au moins 100 points, et ce pour tous les niveaux de bruit considérés. En prenant le cas de notre expérience où les points sont acquis à une fréquence de 4 Hz, une valeur non biaisée de ϕ_d peut être donnée après seulement 25 s.

Concernant l'incertitude sur cette estimation de ϕ_d , elle converge empiriquement comme $\frac{2.8\sigma_{glob}}{\sqrt{N}} \supseteq \sigma_{stat} \supseteq \frac{2\sigma_{glob}}{\sqrt{N}}$ suivant les amplitudes de bruit considérés, où σ_{glob} représente l'écart type global correspondant à la somme des contributions des différentes sources de bruit impactant la

détermination de ϕ_d , *i.e.* on a $\sigma_{glob} = \sqrt{\sqrt{(\sigma_P^{87})^2 + (\sigma_A^{87})^2 + (\sigma_\phi)^2} + \sqrt{(\sigma_P^{85})^2 + (\sigma_A^{85})^2 + (\sigma_\phi)^2}}$. Cette convergence est proche de la meilleure intégration possible de l'erreur sur la phase, à savoir $\frac{\sigma_{glob}}{\sqrt{N}}$.

Il est aussi intéressant d'étudier l'évolution du biais et de la résolution en fonction du Rapport Signal sur Bruit (RSB) de l'interféromètre. Pour des "bruits typiques", la figure I.14 montre que la résolution sur l'estimation de ϕ_d est proportionnelle à $RSB^{-0.7}$. Cette tendance est à comparer avec celle obtenue avec un gravimètre atomique simple espèce standard, lors d'un fonctionnement à mi frange, qui évolue comme RSB^{-1} . Notre méthode d'extraction de la phase est donc moins sensible à des variations d'accélération que celle utilisée dans un gravimètre standard [44]. Cette perte de sensibilité s'explique par le fait que dans notre cas le signal est réparti sur l'ensemble de l'intervalle possible de la phase interférométrique $[0, \pi]$ (pour parcourir entièrement l'ellipse et extraire correctement ϕ_d), et pas seulement au voisinage de $\pi/2$ où la réponse de l'interféromètre est la plus sensible, comme c'est le cas pour un gravimètre.

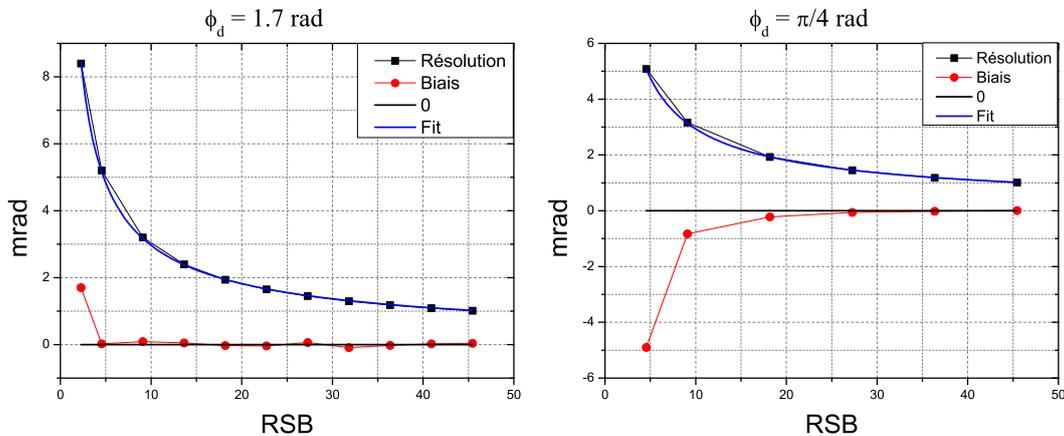


FIGURE I.14 – Influence du Rapport Signal sur Bruit (RSB) lors de l'extraction de ϕ_d pour des ellipses de $N = 2000$ points. Le RSB est modifié en jouant sur l'amplitude des franges d'interférences pour les deux isotopes. Les courbes "Fit" donnent une décroissance suivant $RSB^{-0.7}$.

L'étude du biais, de la résolution et de la convergence prouvent la justesse et l'efficacité de cette méthode pour le traitement d'un grand nombre d'ellipses associées à un large panel de valeurs de phase différentielle ainsi que de niveaux de bruits.

Comparaison à la limite quantique standard :

Le bruit de projection quantique [94] constitue la limite fondamentale pour la sensibilité sur la mesure d'accélération différentielle. Il provient des fluctuations quantiques associées à la mesure des populations atomiques en sortie d'interféromètre, qui résulte de la projection de la fonction d'onde sur l'un des deux états possibles lors de la détection. Il est donc intéressant de comparer la sensibilité obtenue sur la phase différentielle avec la méthode d'*Extraction Directe de la Phase* par rapport à celle obtenue avec un interféromètre fonctionnant à flanc de frange, lorsque cette limite fondamentale est atteinte.

On simule ici des signaux interférométriques limités par le bruit de projection quantique. Pour cela, seul un bruit aléatoire gaussien d'écart type $\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N_{tot}}}$ [145] est ajouté sur les probabilités de transitions P^{87} et P^{85} , où N_{tot} représente le nombre total d'atomes détectés. La figure I.15 montre l'évolution de la résolution obtenue sur ϕ_d en fonction de l'amplitude des franges d'interférences (avec $A^{87} = A^{85}$). Cette résolution sur ϕ_d est normalisée par la limite imposée par le bruit de projection quantique, pour les deux interféromètres, à flanc de frange, à savoir $\sigma_{QPN} = \frac{\sqrt{2}}{A\sqrt{N_{tot}}}$, pour un nombre d'atomes $N_{tot} = 10^6$.

Il est possible de distinguer deux tendances générales sur la figure I.15. Lorsque l'amplitude

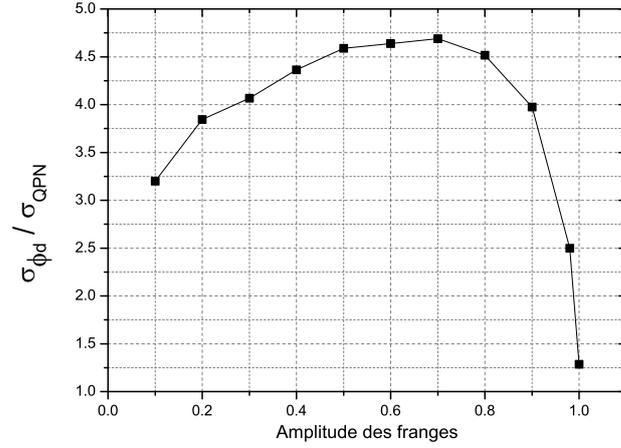


FIGURE I.15 – Résolution obtenue après extraction de la phase différentielle, normalisée par la limite imposée par le bruit de projection quantique, pour les deux interféromètres, à flanc de frange, en fonction de l’amplitude des franges d’interférences et pour un nombre d’atomes $N_{tot} = 10^6$.

des franges est inférieure à 0.7, plus cette amplitude diminue, plus la résolution sur ϕ_d se rapproche de la limite imposée par le bruit de projection quantique. A contrario, lorsque l’amplitude des franges est supérieure à 0.7, plus elle augmente, plus la résolution sur ϕ_d se rapproche de la limite imposée par le bruit de projection quantique ($\sigma_{\phi_d} \sim 1.25 \sigma_{\text{QPN}}$ lorsque $A = 1$). Cette tendance résulte de la combinaison non triviale de deux phénomènes. Premièrement, lorsque l’amplitude des franges diminue, le bruit en sommet de frange augmente (le bruit étant nul pour une amplitude de 1). Deuxièmement, lorsque le bruit augmente, l’incertitude sur la détermination de la phase interférométrique augmente plus rapidement à flanc de frange qu’en sommet de frange (car $\left| \frac{dP}{d\Delta\Phi} \right| = \frac{A}{2} |\sin(\Delta\Phi)| \xrightarrow{\Delta\Phi \rightarrow n\pi} 0$).

Finalement, la méthode d’*Extraction Directe de la Phase* permet d’obtenir des sensibilités proches de la limite quantique standard, environ $\sigma_{\phi_d} < 5 \sigma_{\text{QPN}}$ pour $N_{tot} = 10^6$, et ce quelle que soit la valeur de la phase différentielle ϕ_d . Cette perte en sensibilité s’expliquant toujours par le fait que dans notre cas le signal est distribué sur l’ensemble de l’intervalle possible de la phase interférométrique, $[0, \pi]$, et pas seulement au voisinage de $\pi/2$ où la réponse de l’interféromètre est la plus sensible.

Influence d’une erreur sur l’amplitude et l’offset :

Nous allons maintenant étudier la robustesse de la méthode face à des erreurs liées aux connaissances *a priori* qu’il est nécessaire d’avoir sur les offsets et les amplitudes des franges d’interférences. Pour cela nous avons volontairement rajouté des erreurs sur ces paramètres, δP_0 et δA , lors de l’estimation de ϕ_d .

La figure I.16 montre l’évolution du biais en fonction des erreurs relatives sur les amplitudes et les offsets des franges. La méthode d’estimation est très peu sensible à une erreur sur l’amplitude des franges. En effet elle reste peu biaisée pour des erreurs relatives allant jusqu’à environ 5 % sur ce paramètre. Concernant une erreur sur l’offset, aucun biais significatif n’est observé pour des erreurs relatives d’environ 1 % sur ce paramètre. Nous avons de plus vérifié que ces résultats restaient vrais sur l’ensemble de la plage $[3\pi/16, 13\pi/16]$.

Ces résultats prouvent la robustesse de notre estimateur face à des situations où les paramètres expérimentaux ne sont pas précisément connus. Pour donner un point de comparaison, lors de l’évaluation des amplitudes et des offsets des franges par un ajustement sinusoïdal des

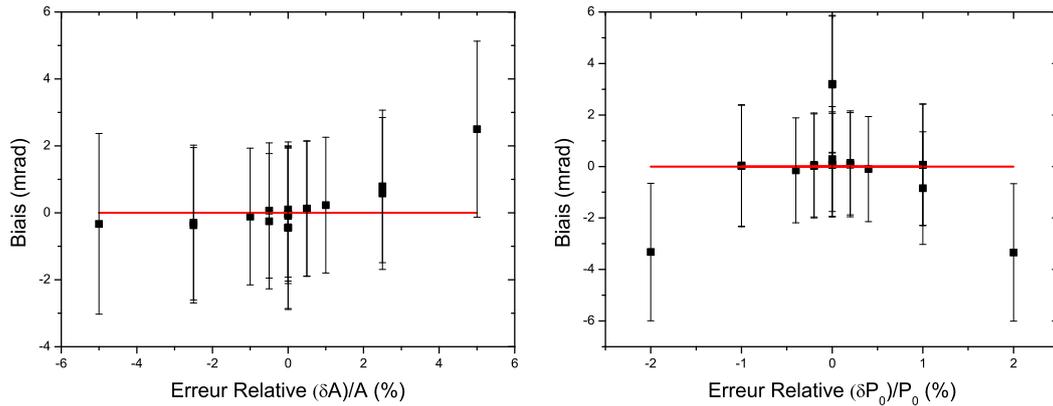


FIGURE I.16 – Influence d’une erreur sur l’amplitude δA et l’offset δP des franges lors de l’extraction de la phase différentielle pour des ellipses de $N = 2000$ points et $\phi_d = 1.7$ rad. Les barres d’erreur sur les biais correspondent à l’incertitude sur l’extraction de ϕ_d pour une ellipse.

franges, les erreurs relatives obtenues sont d’environ 0.8 % pour l’amplitude et de 0.1 % pour l’offset.

Influence du pas de la fonction de vraisemblance :

Le dernier paramètre qu’il est possible d’ajuster lors de l’estimation de ϕ_d est le pas p utiliser pour tracer la “première” fonction de vraisemblance (celle contenant les $2N$ solutions). Ce pas aura en effet une importance lors de la détermination du maximum de vraisemblance par l’ajustement gaussien. En effet si p est choisi trop petit, la fonction de vraisemblance présente de fortes irrégularités dues à la faible probabilité de trouver une valeur de la phase différentielle dans un intervalle de largeur p . *A contrario*, si p est choisi trop grand, on perd la résolution sur le profil de la fonction de vraisemblance.

La figure I.17 donne l’évolution du biais sur ϕ_d , obtenu après ajustement gaussien de la première distribution de vraisemblance (contenant les $2N$ solutions), en fonction du pas p utilisé pour la construire, et pour des ellipses formées d’un nombre de points N différent. On remarque alors qu’un bon compromis est obtenu lorsque le nombre de points N_f utilisé pour échantillonner la fonction de vraisemblance est égal à $\frac{N}{2}$. Le pas en phase est alors définie par $p = \frac{\pi}{N_f} = \frac{2\pi}{N}$.

Conclusion sur la méthode :

La méthode d’extraction directe de la phase est finalement un estimateur très pertinent pour évaluer la phase différentielle dans un interféromètre atomique bi-espèce simultané. Elle donne une estimation non biaisée de ϕ_d sur une large plage de phase tout en restant relativement simple à mettre en œuvre. Contrairement à une analyse bayésienne, elle nécessite un coût de calcul relativement faible tout en gardant une rapidité de convergence assez élevée. Elle donne en effet une valeur juste de ϕ_d pour des ellipses formées de seulement $N = 100$ points et ne nécessite principalement qu’un ajustement gaussien et une simple boucle sur N dans sa réalisation. De plus, les *a priori* qu’elle requiert sont nettement moins contraignant (notamment en ce qui concerne la connaissance des bruits de mesure) et les précisions nécessaires sur les paramètres expérimentaux à connaître sont facilement atteignables.

En comparaison de la méthode de reconstruction des franges par corrélation avec un accéléromètre, la résolution obtenue sur ϕ_d n’est pas tributaire de la sensibilité de l’accéléromètre annexe mais seulement des performances de l’interféromètre atomique. Son faible coût en temps de calcul laisse penser qu’il serait de plus possible d’effectuer un traitement des données en temps réel grâce à cette méthode.

Enfin il semble possible d’étendre cette technique d’extraction de la phase différentielle aux cas de courbes de Lissajous fermées (dans le cas où le rapport entre les deux facteurs d’échelle

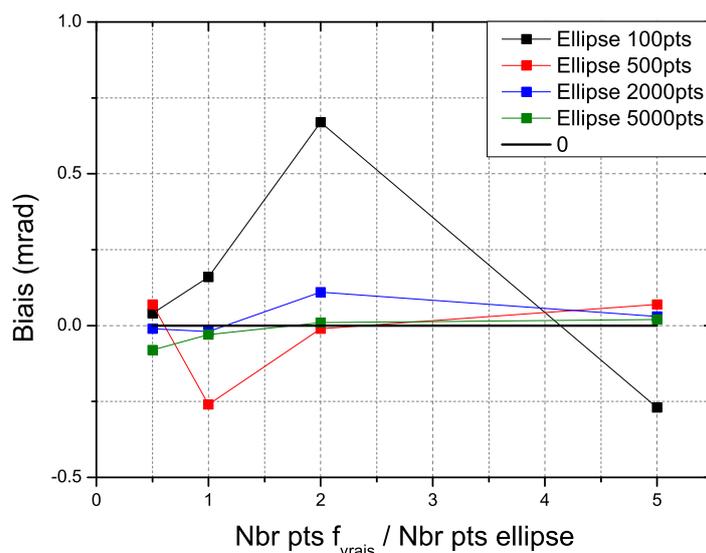


FIGURE I.17 – Influence du pas de la fonction de vraisemblance lors de l'extraction de ϕ_d . Le pas p est ici donné par $p = \frac{\pi}{N_f}$, où N_f est le nombre de points utilisés pour échantillonner la fonction de vraisemblance.

peut s'exprimer comme le rapport entre deux nombres premiers) en reprenant le calcul des solutions possibles de ϕ_d pour un point du plan donné.

I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la physique des transitions Raman utilisées pour manipuler de manière cohérente les paquets d'ondes atomiques a été présentée. Ces transitions sont les briques de base nécessaires à la réalisation de notre interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. Elles permettent notamment de coupler l'état interne de l'atome à son état externe et facilitent ainsi la lecture du déphasage en sortie. L'intérêt de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder réside dans sa grande sensibilité à l'accélération subie par l'atome au cours de la séquence interférométrique. Pour exprimer de manière rigoureuse le déphasage différentiel dans le cas bi-espèce nous avons eu recours au formalisme de la fonction de sensibilité. Ce formalisme est un outil puissant pour décrire de manière efficace les réponses inertielles de cette interféromètre (*i.e.* les réponses en accélération, vitesse et position). Pour finir, l'estimateur d'*Extraction Directe de la Phase* que nous avons mis en œuvre pour estimer la phase différentielle à partir d'un signal elliptique a été caractérisé et validé. Cette méthode représente une solution alternative efficace pour le traitement des signaux interférométriques bi-espèce.

Dans ce chapitre les principaux aspects théoriques en relation directe avec l'expérience ont donc été décrits et discutés. Le chapitre II s'attachera quant à lui à présenter les outils expérimentaux utilisés pour la réalisation pratique des mesures.

CHAPITRE II

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Les expériences sont les véritables maîtres qu'il faut suivre dans la Physique.

Pascal , traités de l'Équilibre des Liqueurs et de la Pesanteur de la Masse de l'Air, 1654

LE montage expérimental utilisé pour la réalisation pratique de l'expérience est basé sur le gravimètre atomique GIRAFE [44] (pour Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids Embarquable) réalisé à l'ONERA. Cet instrument, basé sur la manipulation du ^{87}Rb , a permis la réalisation de mesures gravimétriques proches de l'état de l'art : sensibilité de $4.2 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$, résolution de $2 \times 10^{-9} g$ après 1000 s, exactitude de $25 \times 10^{-9} g$, cela pour un temps de chute libre des atomes relativement faible de $2T = 96$ ms. Ce gravimètre a de plus pour vocation de démontrer l'embarquabilité de ce type d'instruments. Il a notamment conduit à des mesures de gravité dans un ascenseur [44] (valeur de g à différents étages, ascenseur en mouvement).

Pour tester le *Principe d'Équivalence*, des modifications ont été apportées à ce gravimètre, principalement sur la génération des fréquences lasers, pour étendre cet instrument à la manipulation simultanée des deux isotopes stables du rubidium : le ^{87}Rb et le ^{85}Rb . Dans ce chapitre seront présentés les outils expérimentaux utilisés et développés à cet effet.

Dans un premier temps, les motivations expérimentales qui ont poussé au choix du ^{87}Rb et du ^{85}Rb seront rappelées et le gravimètre GIRAFE sera décrit dans sa globalité. On se focalisera ensuite sur le système laser développé pour la manipulation des deux isotopes et en particulier sur le module micro-onde qui permet de générer les raies lasers nécessaires à l'expérience par modulation de phase. Ce module constitue en effet l'élément expérimental central qui a conduit aux mesures d'accélération différentielles. Enfin, des pistes d'améliorations de ce système laser seront succinctement présentées.

II.1 Le gravimètre atomique GIRAFE

Cet instrument est à la base de toutes les expériences présentées dans ce mémoire. Il a été conçu et construit par l'équipe "atomes froids" de l'ONERA et le projet a été financé par la DGA (Délégation Générale de l'Armement). Il fonctionnait initialement avec le ^{87}Rb seul.

II.1.1 Choix des atomes

Pour tester le *Principe d'Équivalence* avec des atomes froids il est nécessaire de pouvoir refroidir, manipuler et détecter deux types d'atomes de masses différentes. Les motivations scientifiques relatives à l'utilisation de la paire ^{87}Rb et ^{85}Rb ont déjà été discutées dans le chapitre d'introduction : malgré une sensibilité relativement faible aux hypothétiques violations de l'EEP, l'emploi de ces atomes mène à une réjection forte des bruits de mode commun, comme les vibrations, ce qui permet de garder une excellente sensibilité sur la mesure de l'accélération

différentielle dans des environnements expérimentaux variés.

On se concentre alors dans cette section à donner les considérations pratiques qui ont conduit à l'utilisation du ^{87}Rb et du ^{85}Rb dans notre expérience.

Tout d'abord il n'était pas nécessaire d'effectuer des modifications majeures de l'expérience. Les dispensers de rubidium étant déjà installés, aucune modification de l'enceinte à vide n'était donc requise.

Ensuite les longueurs d'onde associées aux transitions optiques des deux isotopes sont très proches (décalées de seulement quelques GHz). Il était donc relativement simple d'adapter le système laser préexistant à la manipulation de ces deux isotopes. En effet, comme nous le verrons dans ce chapitre, la génération des raies lasers nécessaires à l'expérience est basée sur la modulation en phase d'une unique diode laser opérant dans la bande C des télécoms (1560 nm ici). Il était donc seulement nécessaire de réaliser une source micro-onde capable de générer les fréquences de quelques GHz requises pour "combler" la différence existante entre les deux isotopes, et ce sans modification aucune du système laser dans son ensemble.

De plus, le ^{85}Rb , tout comme le ^{87}Rb , est un atome alcalin particulièrement adapté aux expériences d'atomes froids. Il possède des structures fine et hyperfine adaptées à un refroidissement sub-Doppler efficace permettant d'obtenir des températures de l'ordre du microkelvin. La similitude entre les deux isotopes permettant même de réaliser un refroidissement simultané en utilisant les mêmes lasers et bobines pour les MOT. Le ^{85}Rb possède aussi toutes les qualités nécessaires à la réalisation de l'interféromètre atomique : niveaux à longue durée de vie, sous niveaux Zeeman $m_F = 0$ etc ...

Enfin, un dernier argument a joué dans le choix de cette paire d'atomes. Elle a en effet été choisie pour la première version du projet STE-QUEST. Il nous a alors semblé pertinent de démontrer le principe d'une telle mesure simultanée avec ces deux isotopes et d'en étudier un des points centrale qu'est la réjection des vibrations.

II.1.2 Fonctionnement du gravimètre

La séquence de mesure gravimétrique avec les atomes (piégeage et refroidissement, préparation, interféromètre, détection) nécessite de nombreux éléments qui peuvent se décomposer en cinq grands blocs comme le montre la figure II.1.

A. Le capteur, formé principalement de l'enceinte sous vide (et de son système de pompage) à l'intérieure de laquelle l'expérience se déroule pendant la chute libre des atomes. La tête de ce capteur (*cf.* partie II.2) possède une ossature mécanique globale qui maintient la cellule en verre, les bobines, les blindages magnétiques, les optiques *etc* ...

B. Une plate-forme (*cf.* partie II.3) à laquelle est lié le miroir Raman, qui constitue la référence inertielle, et qui supporte la tête du capteur. Cette plate-forme est composée d'une table anti-vibration, d'un système de contrôle de la position et de l'orientation de la tête capteur ainsi que d'un système d'excitation mécanique.

C. Un bloc laser et micro-ondes (*cf.* partie II.4.1) qui comprend le système laser (*i.e* le système générant les faisceaux de refroidissement, Raman, de détection et pousseur), leur système d'asservissement ainsi que les sources des signaux hyperfréquences (sélection Zeeman, fréquences de modulations, rampe de fréquence α).

D. Une unité de pilotage constituée d'un séquenceur ainsi que des électroniques d'alimentation, de commande, de synchronisation, d'asservissements des éléments de l'expérience, de traitements des signaux.

E. Une interface qui permet la programmation de la séquence interférométrique ainsi que le contrôle des différents paramètres expérimentaux. Cette interface contient aussi un étage de traitement qui convertit les signaux en mesure de gravité.

Les blocs D et E ne seront eux pas détaillés dans la suite du chapitre.

La mesure gravimétrique étant répétée, les blocs A à D fonctionnent de manière autonome, une fois les instructions envoyées par l'intermédiaire de l'interface, et l'évolution des données

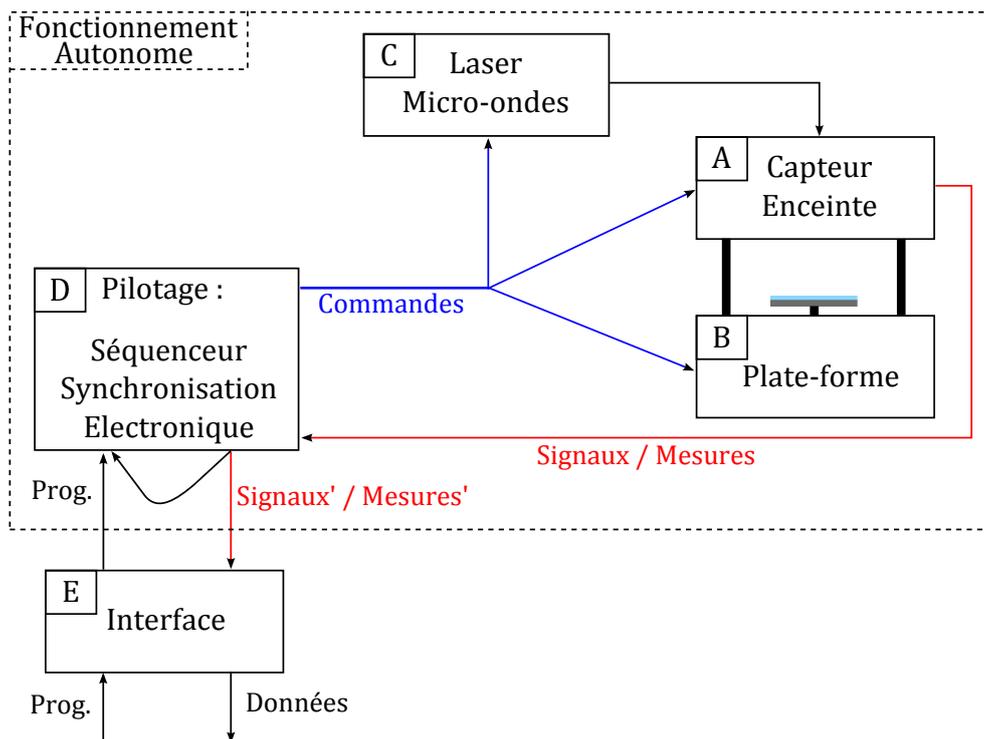


FIGURE II.1 – Architecture globale du gravimètre GIRAFE.

peut être observée en temps réel par l'utilisateur. La séquence de mesure complète est donnée en figure II.2. Elle sera décrite et caractérisée dans le chapitre III.

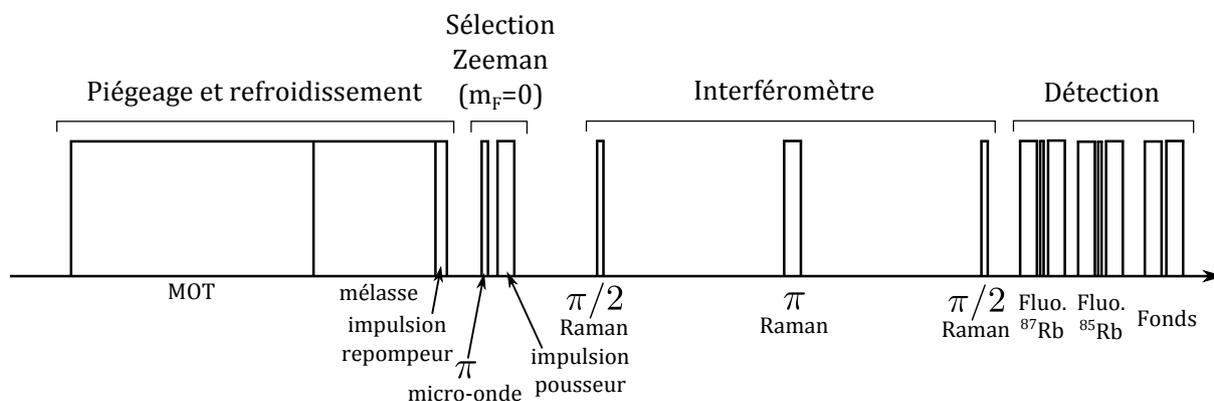


FIGURE II.2 – Séquence de mesure complète. Les atomes sont refroidis dans un MOT suivi d'une phase de mélasse optique et préparés dans l'état hyperfin de plus haute énergie. Une étape de sélection Zeeman permet ensuite de sélectionner les atomes se trouvant dans un sous-niveau Zeeman $m_F = 0$ uniquement. Après l'interféromètre, la probabilité de transition est évaluée par fluorescence, successivement pour les deux isotopes.

II.2 Tête du Capteur

La partie haute de la figure II.3 présente la tête du capteur du gravimètre atomique GIRAFE sous une forme schématique. Les principaux éléments qui la composent y sont représentés : l'enceinte à vide à l'intérieur de laquelle l'expérience est réalisée, les bobines de champ magnétique ainsi que le blindage et enfin les faisceaux et principaux éléments optiques. Ces trois points sont détaillés dans les paragraphes qui suivent.

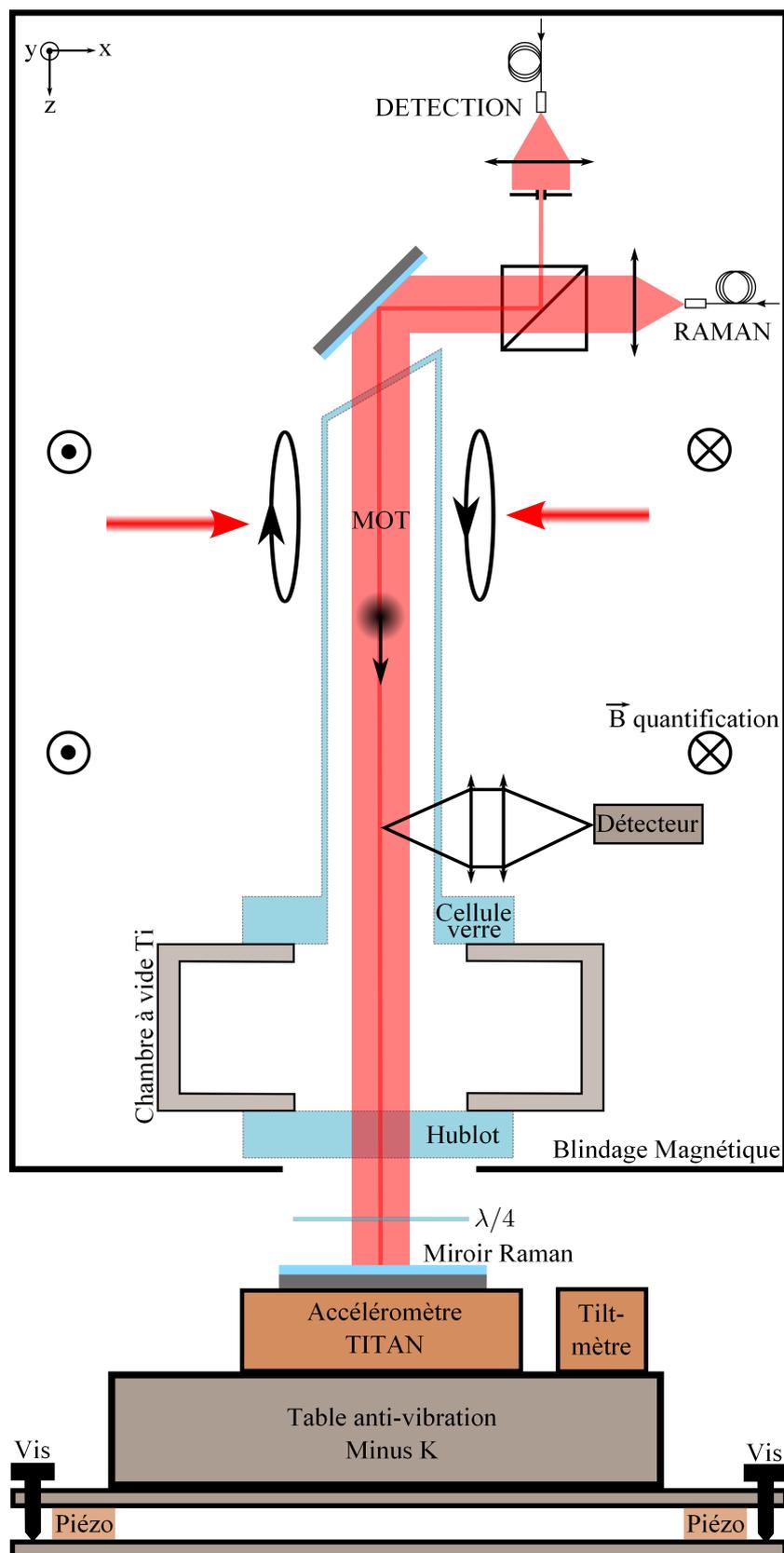


FIGURE II.3 – Schéma de la tête capteur et de la plate-forme de contrôle des vibrations du gravimètre GIRAFE.

II.2.1 Enceinte à vide

Les atomes froids de rubidium sont manipulés et détectés dans une cellule sous vide en quartz (Hellma) de taille centimétrique, la distance totale de chute libre étant d'environ 6 cm durant la mesure. La fenêtre supérieure de cette dernière est biseautée. La cellule et le hublot inférieur sont connectés à une chambre à vide en titane par la technique du joint usiné [45]. Quatre dispensers, dont trois de secours, délivrent la vapeur de rubidium nécessaire à l'expérience. Le système de pompage est constitué d'une pompe ionique de 3 l/s et de deux getters. Finalement, une pression à l'intérieur de l'enceinte de 10^{-11} mbar est mesurée sur le courant de la pompe ionique. Cette valeur est compatible avec les exigences de l'expérience vis à vis des pertes d'atomes froids par collisions avec la vapeur résiduelle.

Un point important pour l'exactitude de la mesure de pesanteur est la qualité du front d'onde du faisceau Raman car la phase de ce laser est gravée sur la fonction d'onde atomique lors d'une impulsion. Ce faisceau passe par la face supérieure de la cellule en quartz et traverse deux fois le hublot inférieur. La déformation du front d'onde sur la face supérieure de la cellule n'est pas critique car les défauts de front d'onde issus de ce composant seront les mêmes pour les deux faisceaux Raman contra-propageants. Ceci n'est pas le cas pour les déformations causées par le hublot inférieur bridé. En effet le faisceau rétro-réfléchi le traverse deux fois contre aucune pour l'autre faisceau. Les déformations causées par le hublot ont été mesurées avec un interféromètre de type Zygo : un front d'onde avec un rayon de courbure de 2.7 km présentant des déformations pic-vallée inférieures à $\lambda/10$ à 780 nm est obtenu. Ces défauts conduisent à une erreur systématique sur la mesure de pesanteur estimée à $-23 \pm 8 \mu\text{Gal}$ pour un temps d'interrogation $T = 48$ ms. Notons que dans le cas d'une mesure différentielle cet effet est fortement réduit car les deux isotopes partagent le même faisceau laser Raman et donc les mêmes aberrations de front d'onde.

La figure II.4 montre une photo de cette enceinte sous vide.

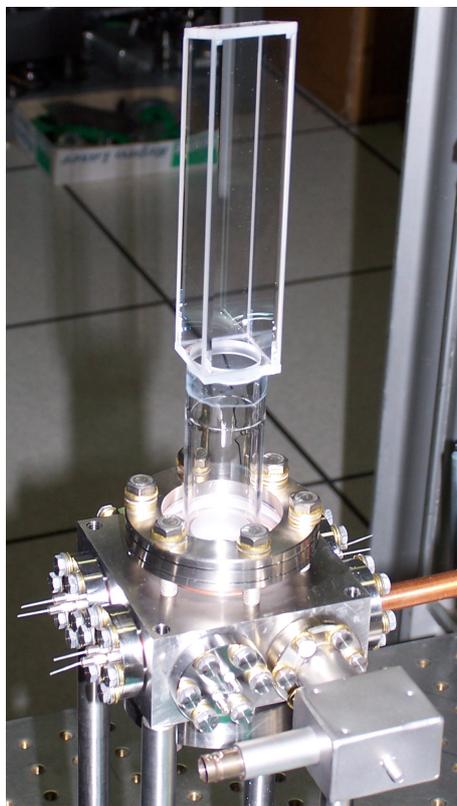


FIGURE II.4 – Photo de l'enceinte à vide.

II.2.2 Environnement magnétique

Le gravimètre atomique nécessite un gradient de champ magnétique lors de la phase de piégeage des atomes de rubidium dans le MOT et d'un champ magnétique de quantification uniforme lors de la séquence interférométrique.

Gradient de champ magnétique. Il est généré par deux bobines de 3 cm de diamètre comportant 70 spires placées verticalement dans le plan (y, z) de chaque côté de la cellule en configuration anti-Helmholtz (*cf.* figure II.3). Sa valeur est d'environ 11 G/cm/A sachant que le courant dans les bobines ne doit pas dépasser 2A. Après la phase de piégeage et de refroidissement, le gradient de champ magnétique doit être coupé rapidement pour laisser place à une phase de mélasse optique. Un interrupteur rapide permet d'obtenir une coupure exponentielle du champ avec une constante de temps de 60 μ s.

Champ magnétique de quantification. Pendant la séquence interférométrique et la phase de sélection Zeeman, les atomes doivent être soumis à un champ magnétique uniforme. Il est obtenu à l'aide de deux bobines de diamètre 20 cm comportant 20 spires placées horizontalement dans le plan (x, y) en configuration Helmholtz (*cf.* figure II.3). Le champ généré à l'intérieur de la cellule est de 2.8 G/A avec une uniformité de 1 % sur les 6 cm de chute libre.

Blindage magnétique. Afin d'être insensible aux champs magnétiques extérieurs, le capteur doit comporter un blindage magnétique. Ce blindage est composé de quatre couches de mumetal qui donnent un facteur d'atténuation estimé à environ $\sim 4 \times 10^4$. Le champ résiduel mesuré expérimentalement à l'intérieur de l'enceinte est d'environ 1 mG.

II.2.3 Optiques MOT, Pousseur, Raman, Détection

Faisceaux MOT. Pour la réalisation du MOT, six faisceaux sont nécessaires : deux faisceaux de directions opposées pour chacune des trois directions de l'espace. La figure II.3 ne montre pas l'ensemble de ces faisceaux. La première paire de faisceaux MOT se trouve suivant l'axe x défini par l'axe des bobines de gradient de champ magnétiques. Les deux autres paires de faisceaux, non représentées, se trouvent dans le plan (y, z) , elles sont perpendiculaires entre elles et forment un angle de 45° avec la direction de chute libre z déjà occupée par les faisceaux détection et Raman. Cette configuration permet de plus d'éviter toute lumière parasite dans cette direction z . Pour capturer un grand nombre d'atomes et obtenir un éclaircissement uniforme au niveau de la cellule, le waist de ces faisceaux est relativement grand : soit environ 13.5 mm.

Faisceau Pousseur. Après la phase de sélection Zeeman, il est nécessaire d'éjecter la population résiduelle d'atomes non sélectionnés dans le sous niveau $m_F = 0$ hors de la zone de mesure. Ce faisceau laser résonnant n'est pas représenté sur la figure II.3. Il se trouve au niveau du MOT dans la direction y perpendiculaire à l'axe des bobines de gradient.

Faisceaux Raman et Détection. Un cube séparateur de polarisation permet de combiner le faisceau de détection et le faisceau Raman avant qu'ils soient tous deux redirigés par un miroir selon l'axe de chute libre z dans la cellule. Une platine de translation permet d'ajuster la position du faisceau de détection par rapport aux atomes et ainsi sélectionner différentes vitesses transverses. Un diaphragme au niveau de l'objectif de collimation permet d'ajuster la taille de ce faisceau. En pratique cette taille est réglée pour être petite devant la taille du nuage atomique. Concernant le faisceau Raman, ce dernier est transmis par le cube séparateur pour filtrer sa polarisation après avoir été collimaté afin d'obtenir un waist de 10 mm. Une lame quart d'onde ($\lambda/4$) permet d'obtenir une polarisation linéaire orthogonale pour le faisceau rétro-réfléchi. Les composants se trouvant après le hublot inférieur de la cellule, *i.e.* la lame $\lambda/4$ et miroir Raman, sont qualifiés $\lambda/20$ pour garder une bonne qualité de front d'onde du faisceau Raman. Les optiques avant l'entrée du faisceau dans la cellule sont choisies avec une déformation du front d'onde inférieure à $\lambda/4$.

Détection de la fluorescence. Le but de la détection est de mesurer la population relative entre les deux états couplés par les transitions Raman. Elle s'effectue dans cette expérience par

fluorescence. Les atomes sont éclairés verticalement par le faisceau de détection et la lumière qu'ils diffusent est envoyée à une photodiode de 1 cm de côté. Un objectif de collimation, formé de deux condenseurs de diamètre 30 mm et de focal 26 mm, image le nuage atomique sur cette photodiode avec un angle solide de détection de 0.8 et un grandissement de 1. Ce système permet de collecter environ 5 % de la lumière totale diffusée par les atomes. Le signal de la photodiode est ensuite converti et amplifié par un circuit trans-impédance. Le temps de réponse du système de détection global étant évalué à 100 μ s.

II.3 Plate-forme de contrôle des vibrations

Comme nous l'avons déjà évoqué, le contrôle des vibrations auxquelles la référence inertielle, représentée matériellement par le miroir Raman, est soumise est un aspect critique et limitant pour la sensibilité d'un gravimètre atomique simple espèce. Pour limiter l'impact des vibrations, il est usuel d'utiliser un système anti-vibration passif ou actif efficace. Dans le cas d'un instrument bi-espèce simultané, la corrélation des deux signaux interférométriques permet de rejeter efficacement ces vibrations par mesure différentielle. Il est alors important d'étudier et de caractériser attentivement cette réjection. Pour cela, un système permettant d'exciter mécaniquement le gravimètre à des fréquences et amplitudes données est requis. Le système de contrôle des vibrations est schématisé dans la figure II.3 (partie basse sous le miroir Raman).

Le miroir Raman est fixé à un accéléromètre mécanique : un accéléromètre Titan de Nanometrics. Cet accéléromètre est utile pour mesurer les vibrations de la référence inertielle. En connaissant les fonctions de transfert des accéléromètres atomique et mécanique ainsi qu'en modélisant le couplage mécanique qui les relie, il est possible de corrélérer les deux signaux d'accélération. Cette corrélation permet par exemple de reconstruire les franges d'interférences en traçant la répartition de population atomique P en fonction du signal de l'accéléromètre mécanique. Cet accéléromètre possède les caractéristiques suivantes : un bruit intrinsèque inférieur à $10^{-7}g/\sqrt{\text{Hz}}$ sur la bande passante 0.1 \rightarrow 100 Hz, ainsi qu'une dérive de 3 ng/s, mesurée expérimentalement.

Le miroir Raman, l'accéléromètre Titan ainsi que l'ensemble de la tête du capteur sont placés sur une table anti-vibration passive Minus-K BM-4. Cette table possède une fréquence de résonance verticale naturelle à 0.5 Hz, mais notons que cette résonance peut être modifiée jusqu'à environ 2.1 Hz. Elle permet de réduire le bruit de vibration du laboratoire entre 0.01 et 1 $\mu g/\sqrt{\text{Hz}}$ dans la bande passante de l'interféromètre ($0 \rightarrow 1/2T = 10.6$ Hz pour $T = 47$ ms). Un tilt-mètre est de plus placé sur cette table pour contrôler la verticalité du gravimètre.

La Minus-K est elle-même montée sur une plate-forme d'excitation. Cette plate-forme a deux fonctions principales. La première est le réglage de la verticalité du gravimètre, *i.e.* l'alignement de \vec{k}_{eff} sur \vec{g} , grâce à un système de trois vis micrométriques motorisées. La seconde concerne l'excitation mécanique de la tête capteur. Lorsque les vis micrométriques sont relevées, la plate-forme repose sur des cales piézo-électriques qui permettent de mettre en mouvement tout l'ensemble.

Pour obtenir une excitation mécanique purement sinusoïdale, la table anti-vibration est utilisée comme un filtre. Pour une fréquence d'excitation donnée, inférieure à 2.1 Hz, la fréquence de résonance de la Minus-K est accordée sur cette fréquence d'excitation coupant ainsi les harmoniques supérieures. Grâce à ce montage, il est possible d'exciter verticalement le gravimètre à des fréquences inférieures à 2.1 Hz pour des amplitudes pic-pic typiquement comprises entre quelques $10^{-5}g$ et $5 \times 10^{-2}g$.

II.4 Système laser et micro-onde adapté au double espèce

Le système laser utilisé dans l'expérience est basé sur le doublage en fréquence d'une source laser à 1560 nm [45, 166, 167, 168, 169, 170, 171]. L'architecture laser est comparable à celle présentée dans l'article [167]. Ce système laser est constitué de deux parties distinctes. Une première partie à 1560 nm est entièrement fibrée et n'est composée que de composants issus de la technologie des télécommunications, ce qui permet d'obtenir d'excellentes performances en terme de compacité, robustesse, maintien de polarisation et finesse spectrale. Après le doublage en fréquence, la seconde partie du système est constituée d'un banc laser espace libre à 780 nm. Ce banc répartit la lumière suivant les différentes fonctions voulues et des fibres optiques la conduisent jusqu'à la tête du capteur. Une unique source laser est utilisée pour générer l'ensemble des raies lasers requises (raies de refroidissement, raies Raman, détection, pousueur) par modulation de phase.

II.4.1 Architecture laser

Banc laser fibré à 1560 nm :

La figure II.5 présente le schéma global du banc laser fibré à 1560 nm. Il est constitué d'une diode laser maître asservie en fréquence. Une diode esclave, agile en fréquence, est asservie par battement sur la diode laser maître. Cette diode laser est à la base de toutes les fréquences lasers utiles à l'expérience. La lumière issue de cette diode est envoyée à travers un modulateur de phase électro-optique. En injectant les hyperfréquences appropriées dans ce composant toutes les raies lasers requises pour l'expérience sont générées par modulation de phase. La lumière est ensuite amplifiée à travers un amplificateur fibré EDFA 5 W dont la sortie est envoyée vers l'étage de doublage en fréquence et le banc laser espace libre. Notons que tous les composants fibrés sont des composants de télécommunication à maintien de polarisation.

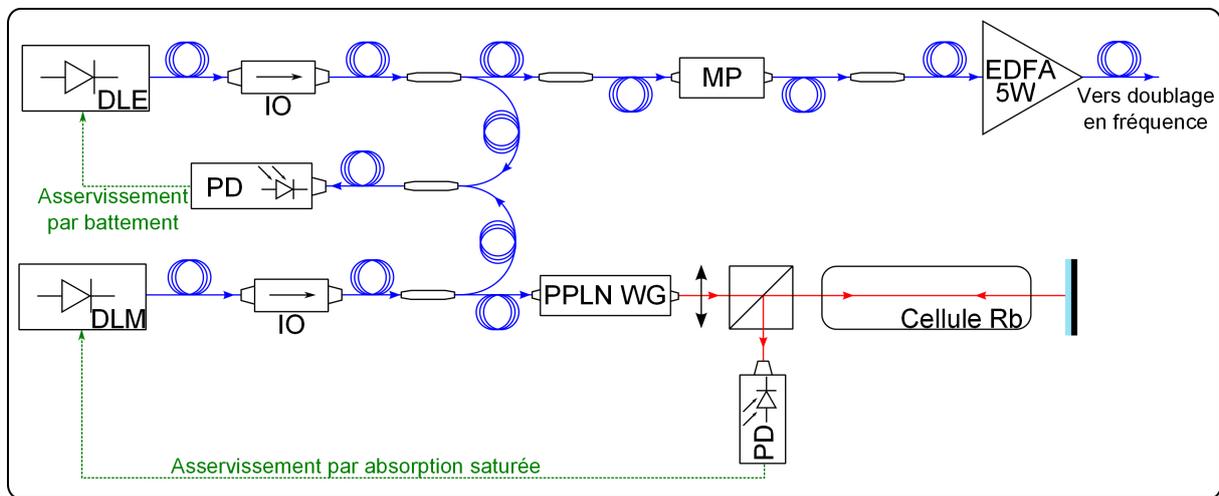


FIGURE II.5 – Schéma du banc laser à 1560 nm (DLM : Diode Laser Maître, DLE : Diode Laser Esclave, PD : PhotoDiode, IO : Isolateur Optique, MP : Modulateur de Phase, EDFA : Erbium-Doped Fiber Amplifier en anglais, PPLN WG : Periodically Poled Lithium Niobate Wave-Guide en anglais).

Laser maître. Le laser maître, noté DLM, est composé d'une diode laser DFB (pour Distributed FeedBack en anglais) émettant à 1560 nm, de largeur spectrale voisine de 1 MHz et de puissance 20 mW. Une partie de la lumière est doublée en fréquence dans un cristal PPLN en guide d'onde de rendement 500 %/W pour une température d'accord de phase de 58°C. Une puissance lumineuse disponible de 500 μ W à 780 nm est obtenue pour réaliser l'absorption sa-

turée. La diode est asservie sur le pic d'absorption saturée du cross-over 3-4 du ^{85}Rb à l'aide d'un boîtier électronique dédié. L'asservissement repose sur la détection synchrone du signal d'absorption saturée modulé à 15 kHz, obtenu en modulant le courant de la diode laser. L'autre partie de la lumière à 1560 nm est destinée à réaliser le verrouillage en fréquence de la diode laser esclave.

Laser esclave. Le laser esclave, noté DLE, est composé d'une diode laser DFB à 1560 nm, de largeur spectrale 0.5 MHz et de puissance 30 mW. La lumière en sortie est équitablement répartie entre deux voies. La première partie est envoyée vers le modulateur de phase qui permet de générer les composantes spectrales nécessaires au refroidissement des atomes et aux paires Raman. Le modulateur de phase consiste en un cristal électro-optique auquel un potentiel électrique sinusoïdal à une certaine fréquence est appliqué. Ce potentiel engendre une variation périodique de l'indice de réfraction du matériau et génère ainsi des bandes latérales de modulation (on pourra se référer à l'annexe C sur la modulation en phase d'un laser). En sortie du modulateur, une puissance utile de 10 mW est disponible et l'amplificateur fibré EDFA est injecté par une puissance typique de 4-5 mW. L'autre partie de la lumière est prélevée pour réaliser l'asservissement en fréquence de la diode esclave [45]. Cet asservissement est basé sur le battement entre les diodes esclave et maître. Ce signal de battement est mixé avec une source de comparaison agile en fréquence qui permet de ramener le signal dans la bande passante (0-64 MHz) du module d'asservissement. La fréquence de ce deuxième battement est ensuite convertie en tension puis comparée à une tension de consigne imposée par l'utilisateur. Le signal d'erreur obtenu est envoyé à un circuit proportionnel-intégrateur avant de contre-réagir sur le courant de la diode esclave. En jouant sur la fréquence de la source de comparaison, l'utilisateur peut modifier la fréquence du laser esclave par rapport à la fréquence fixe du laser maître. Cette architecture permet notamment d'effectuer des sauts de fréquence pour passer des phases MOT/détection à la phase Raman (qui nécessite d'être très désaccordée devant Γ). Avec ce montage, un saut de 1 GHz en fréquence peut être effectué en quelques millisecondes [167].

Banc laser en espace libre à 780 nm :

La figure II.6 présente le schéma global du banc laser en espace libre à 780 nm. En sortie de l'amplificateur fibré EDFA, le laser est doublé en fréquence par un double passage dans un cristal de PPLN. Le faisceau laser à 780 nm est alors divisé à l'aide d'un modulateur acousto-optique (AOM) et de cubes séparateurs de polarisation afin d'obtenir les différents faisceaux lasers nécessaires à l'expérience : piégeage et refroidissement, pousseur, Raman et détection. Ces faisceaux sont ensuite injectés dans des fibres optiques et acheminés vers la tête du capteur. Le contrôle des séquences des lasers est effectué grâce à l'AOM ainsi qu'à quatre obturateurs.

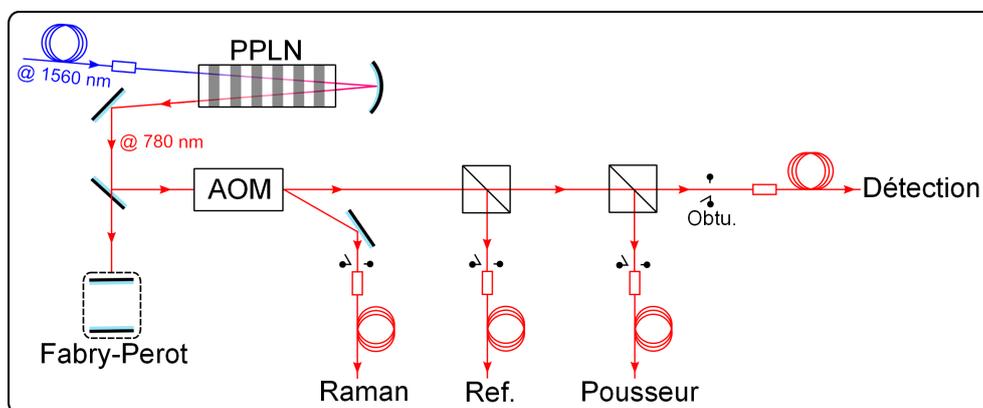


FIGURE II.6 – Schéma du banc laser espace libre à 780 nm (AOM : Acousto-Optic Modulator en anglais, PPLN : Periodically Poled Lithium Niobate en anglais, Obt. = Obturateur).

Doublage en fréquence. Pour obtenir une efficacité de conversion suffisante, le doublage en fréquence du laser à 1560 nm est effectué par un double passage dans un cristal de PPLN long de 3 cm. Pour cela un miroir sphérique en or est utilisé pour re-focaliser le faisceau dans le cristal. Dans cette configuration une efficacité de conversion d'environ $\sim 5.3 \%$ /W est obtenue, ce qui correspond à une puissance utile de 1.1 W à 780 nm pour 5 W à 1560 nm en entrée. La largeur à mi-hauteur de la courbe d'accord de phase est de 24 GHz en fréquence (supérieure à l'écart maximal entre les fréquences lasers d'environ 7 GHz dans l'expérience) et 1.4°C en température. Un triple passage dans le cristal peut aussi être réalisé pour augmenter encore l'efficacité de conversion. Néanmoins la largeur de la courbe d'accord de phase diminue et la puissance de sortie à 780 nm est alors trop sensible aux variations de température.

AOM et obturateurs. Le faisceau laser à 780 nm est ensuite dirigé dans un modulateur acousto-optique. L'ordre -1 est utilisé pour le faisceau Raman et l'ordre 0 pour les faisceaux MOT, pousseur et détection. En contrôlant la puissance radiofréquence envoyée à l'AOM le rapport d'intensité entre les deux voies peut être ajusté : l'extinction maximale étant de 10^{-5} pour l'ordre -1 et 10^{-2} pour l'ordre 0. Cet AOM est aussi utilisé pour générer les impulsions Raman de durée τ . Le temps de montée mesuré est d'environ 0.2 μ s ce qui est acceptable pour générer des impulsions de quelques microsecondes. Sur chacune des quatre voies lasers, des obturateurs sont placés. Ils s'ouvrent et se ferment en 0.2 ms avec un délai d'environ 1 ± 0.1 ms. Dans l'expérience, des impulsions temporellement courtes sont requises (typiquement inférieur ou égale à la milliseconde pour le Raman et la détection), c'est pourquoi l'AOM est utilisé pour les générer. Les obturateurs viennent alors en complément pour obtenir une meilleure extinction.

Injection dans les fibres à 780 nm. Les quatre faisceaux sont ensuite injectés dans des fibres à maintien de polarisation à l'aide de collimateurs avec une efficacité d'environ 80 %. Une puissance utile d'environ 0.8 W peut alors être envoyée vers le MOT et/ou le Raman, ce qui est amplement suffisant pour les besoins de l'expérience. La fibre optique pour le MOT est elle dirigée vers un diviseur par 6 (Schäfter + Kirchhoff). Une bonne qualité de polarisation en sortie est requise pour le MOT mais surtout pour le faisceau Raman. En effet, comme la polarisation de ce faisceau est filtrée par le passage dans un cube séparateur de polarisation avant d'interagir avec les atomes, toute fluctuation de polarisation entraînera une fluctuation de puissance.

Fabry-Perot. Après le doublage en fréquence, un interféromètre de Fabry-Perot de 10 GHz d'intervalle spectral libre est utilisé pour observer le spectre laser à 780 nm. Il est principalement utilisé pour caractériser les fréquences et puissances des différentes composantes spectrales pour l'expérience double espèce pendant les phases MOT et Raman.

Dans ce système laser simple, compact et robuste, une seule diode laser, à savoir la diode esclave, est utilisée pour générer toutes les raies lasers requises par l'expérience par modulation de phase. Dans ces conditions le bruit de phase entre les deux raies lasers des paires Raman ne provient que du bruit de phase des sources micro-ondes utilisées pour la modulation. Ces sources sont toutes référencées sur une référence commune à 10 MHz et sont structurées à partir de composants bas bruit. Ce système présente donc l'avantage de ne pas nécessiter l'asservissement en phase de deux diodes lasers pour générer les paires Raman. Néanmoins la génération des raies lasers par modulation de phase présente quelques inconvénients. De la puissance est perdue dans les raies de modulation additionnelles et il existe des paires Raman parasites lors de l'interféromètre qui perturbent les probabilités de transition entre les états couplés et engendrent un déphasage supplémentaire [172, 173].

II.4.2 Génération des raies lasers et module micro-onde

L'ensemble des raies lasers requises pour l'expérience sont générées par modulation en phase de la seule diode laser esclave. Les structures hyperfines des transitions D_2 du ^{87}Rb et du ^{85}Rb

avec l'ensemble des raies lasers, ainsi que le spectre d'absorption saturé, sont représentés sur la figure II.7. On pourra aussi se reporter à l'annexe B pour compléter ces données. La modulation en phase d'une source laser par plusieurs fréquences est elle donnée en Annexe C.

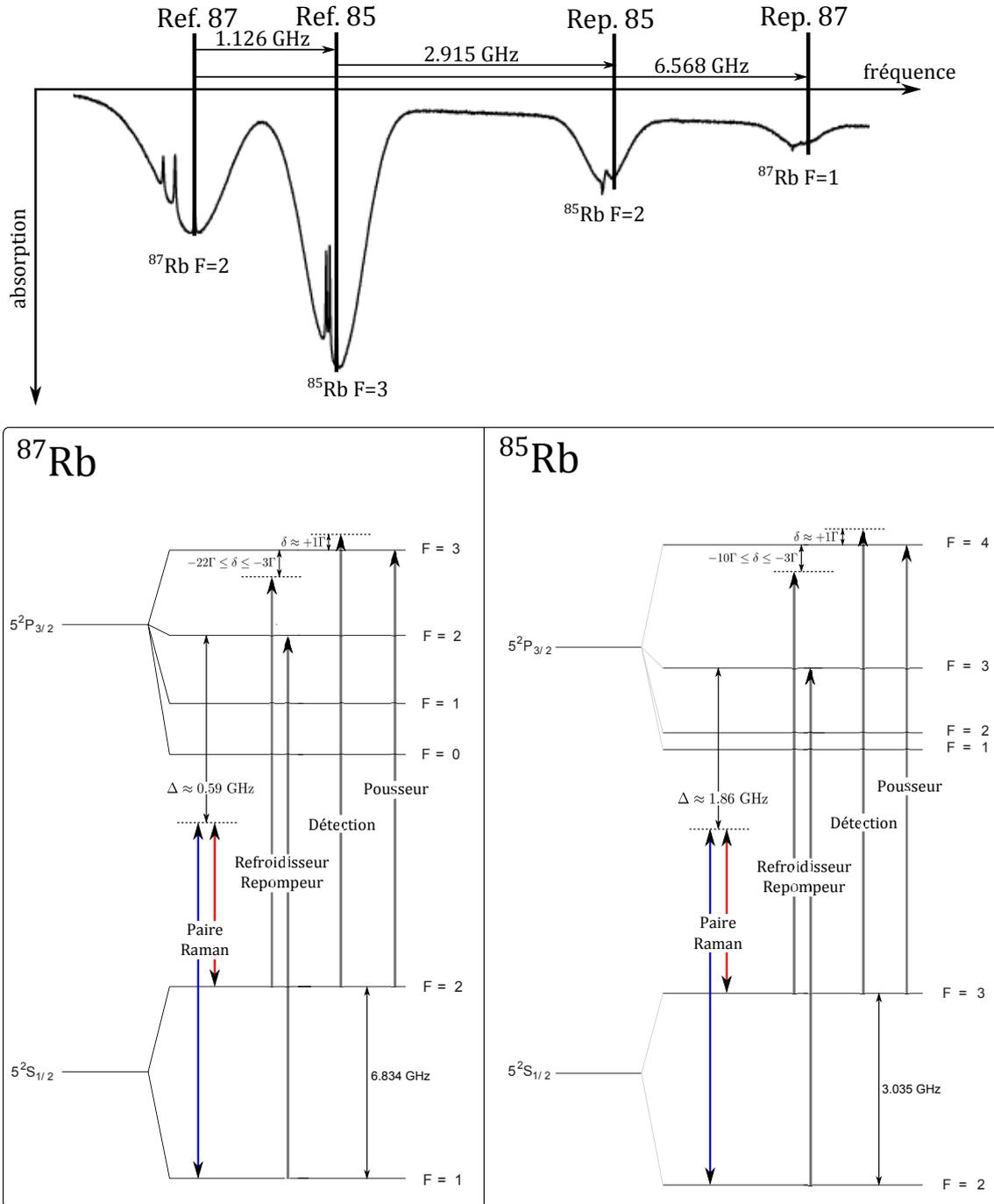


FIGURE II.7 – Raies lasers utilisées lors de l'expérience double espèce. En haut : spectre d'absorption saturée de la raie D₂ du rubidium et principaux écarts en fréquence entre les transitions pour les deux isotopes (Ref. pour les raies de refroidissement et Rep. pour les raies repompeur). En bas : structures hyperfines de la transition D₂ pour les deux isotopes et ensemble des raies lasers utilisées pendant l'expérience.

Le tableau II.1 présente alors l'ensemble des fréquences micro-ondes à synthétiser pour générer les raies lasers par modulation de phase.

Pendant la phase MOT et mélasse, le battement entre les lasers maître et esclave est réglé

TABLE II.1 – Fréquences micro-ondes utiles à l'expérience

Raies atomiques	Fréquence micro-onde	Agilité
Refroidisseur ^{87}Rb - Laser maître	1 066 MHz	$-22\Gamma \rightarrow +1\Gamma$
Repompeur ^{87}Rb - Refroidisseur ^{87}Rb	6 568 MHz	<i>idem</i>
Raman ^{87}Rb	6 834 MHz	Rampe α
Refroidisseur ^{85}Rb - Refroidisseur ^{87}Rb	1 126 MHz	$-10\Gamma \rightarrow +1\Gamma$
Repompeur ^{85}Rb - Refroidisseur ^{85}Rb	2 915 MHz	<i>idem</i>
Raman ^{85}Rb	3 035 MHz	Rampe α

de telle sorte que la fréquence du laser esclave (*i.e.* la porteuse) soit accordée sur la transition de refroidissement du ^{87}Rb . Il est donc encore nécessaire de synthétiser trois fréquences micro-ondes pour générer le repompeur ^{87}Rb ainsi que le refroidisseur et le repompeur du ^{85}Rb . Le repompeur ^{87}Rb est obtenu en modulant la porteuse à une fréquence de 6.568 GHz. Le refroidisseur ^{85}Rb est obtenu en modulant la porteuse à une fréquence de 1.126 GHz. Le repompeur ^{85}Rb est quant à lui obtenu en modulant l'ordre 1 de modulation à 1.126 GHz à une fréquence de 2.915 GHz. Toutes ces sources doivent de plus être agiles en fréquence. Pendant la phase de mélasse optique, les fréquences lasers de refroidissement sont désaccordées dans le rouge de -20Γ (~ 120 MHz) pour le ^{87}Rb et de -10Γ (~ 60 MHz) pour le ^{85}Rb . Pendant la phase de détection, les raies de refroidissement pour les deux isotopes sont désaccordées dans le bleu d'environ $+1 \Gamma$ pour détecter et pousser les atomes. Lors de ces changements de fréquence, les raies repompeur doivent, elles, rester à résonance.

Pendant la séquence d'interférométrie atomique, la fréquence de la diode laser esclave est désaccordée dans le rouge de plusieurs centaines de MHz. Pour générer les deux paires Raman pour les deux isotopes, deux fréquences micro-ondes correspondant aux deux fréquences hyperfines, à savoir 6.834 GHz pour le ^{87}Rb et 3.035 GHz pour le ^{85}Rb , sont injectées dans le modulateur de phase. Dans cette configuration, la fréquence porteuse est alors commune aux deux paires Raman. Pour compenser l'effet Doppler lors de la chute libre des atomes, ces sources micro-ondes doivent pouvoir être balayées en fréquence de manière très précise ($\sim 1 \mu\text{Hz}$).

Il est donc nécessaire de disposer de cinq sources de fréquence micro-onde différentes pour générer les raies lasers. La figure II.8 présente le schéma du module micro-onde réalisé pour générer ces fréquences. Ce module est la brique principale de l'extension du gravimètre GIRAFE à la manipulation des deux isotopes du rubidium car il permet à lui seul de générer les raies lasers nécessaires pour le piégeage, le refroidissement, la séquence interférométrique et la détection des atomes.

Source micro-onde Raman 87. Cette source a été réalisée par SpectraDynamics (SDI). Elle est composée de deux références quartz à 5 et 100 MHz aservies et d'un DRO (Oscillateur à Résonateur Diélectrique) à 6.8 GHz pour obtenir une source bas bruit de phase. Le DRO est mixé avec une DDS (Synthèse Digitale Directe) balayable entre 25 et 45 MHz avec une résolution de $1 \mu\text{Hz}$ pour réaliser une rampe de fréquence très précise autour de 6.834 GHz.

Source micro-onde Raman 85. Cette source est basée sur un synthétiseur de fréquence 100 kHz - 20 GHz, de marque Rhodes & Schwartz modèle SMB 100 A, référencé sur une référence à 10 MHz commune avec la source Raman 87. Ce synthétiseur délivre un signal à 3.001 GHz mixé avec la même DDS que celle utilisée pour la source Raman 87, pour réaliser une rampe de fréquence autour de 3.035 GHz. Le signal transite ensuite à travers un filtre passe-bande

férents gains. Les sources Raman et repompeur pour chaque isotope sont re-combinées et sélectionnées à l'aide de deux interrupteurs 2 voies. Toutes les sources sont ensuite re-combinées entre elles grâce à deux coupleurs 2 voies avant d'être envoyées au modulateur de phase.

Pendant la phase MOT trois fréquences différentes sont envoyées au modulateur de phase : 1.126 GHz (refroidisseur 85), 6.568 GHz (repompeur 87) et 2.915 GHz (repompeur 85). La figure II.9 montre le spectre laser à 780 nm mesuré à l'aide du Fabry-Pérot d'environ 10 GHz d'intervalle spectral libre. Les puissances des trois signaux micro-ondes sont adaptées pour obtenir des intensités lasers équivalentes pour les deux isotopes. Comme cela est expliqué dans l'Annexe C, la porteuse est modulée suivant les puissances injectées pour les trois signaux, chaque pic de modulation à une fréquence donnée étant lui même modulé par les signaux associés aux deux autres fréquences. Il en résulte un spectre laser complexe, comportant de multiples composantes spectrales comme le montre la figure II.9. Néanmoins, parmi toutes ces composantes spectrales se trouvent les quatre fréquences lasers nécessaires au piégeage et au refroidissement du ^{87}Rb et du ^{85}Rb . Comme nous le verrons dans le chapitre III, les composantes spectrales additionnelles n'ont pas d'influence significative sur l'efficacité du refroidissement en terme de température car elles se trouvent loin de toute résonance atomique. Le seul aspect négatif étant la perte d'un peu plus d'un tiers de la puissance laser totale, majoritairement dans l'ordre -1 de modulation à 1.126 GHz.

Ces trois sources de modulation sont aussi utilisées alternativement durant la séquence de détection double espèce.

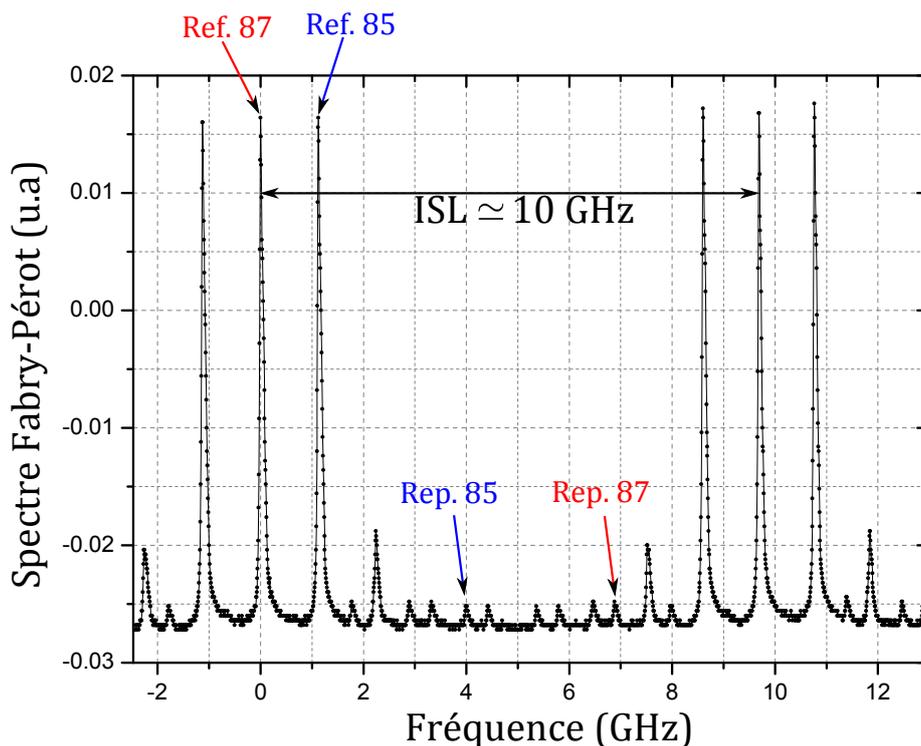


FIGURE II.9 – Spectre du faisceau laser à 780 nm pendant la phase MOT obtenu avec un Fabry-Pérot (Ref. pour les raies de refroidissement et Rep. pour les raies repompeur).

Pendant la phase d'interférométrie atomique les deux sources Raman autour de 6.834 GHz et 3.035 GHz sont injectées dans le modulateur de phase. La figure II.10 présente le spectre laser à 780 nm, soit mesuré avec le Fabry-Pérot d'intervalle spectral libre 10 GHz soit sous forme schématique. L'intervalle spectrale libre de 10 GHz n'est ici pas particulièrement adapté au vu des fréquences injectées car le repliement du spectre engendre un recouvrement partiel des ordres de modulations associés à chaque isotope. Comme le montre le schéma, la porteuse est commune aux

deux paires Raman. Dans cette configuration, les normes des vecteurs d'onde effectifs ($\|\vec{k}_{\text{eff}}\| = \|\vec{k}_1\| + \|\vec{k}_2\|$) associés aux deux transitions Raman ne peuvent pas être égalisées, ce qui engendre une différence relative fixe de $\delta k/k_{\text{eff}} = 5 \times 10^{-6}$. Ce schéma montre aussi la présence de paires Raman parasites issues de la modulation en phase. Elles proviennent principalement des ordres de modulations -1 associées aux deux fréquences injectées. Ces deux paires Raman parasites ont des intensités lasers identiques aux paires Raman principales mais sont alors désaccordées de $\Delta^i + \omega_G^i$ au lieu de seulement Δ^i (où Δ^i et ω_G^i sont respectivement le désaccord Raman et la fréquence de structure hyperfine de l'isotope i). Ces raies parasites modifient les probabilités de transition et entraînent donc des chutes de contrastes et des déphasages supplémentaires en sortie d'interféromètre. Ces effets seront étudiés dans les chapitres III et IV.

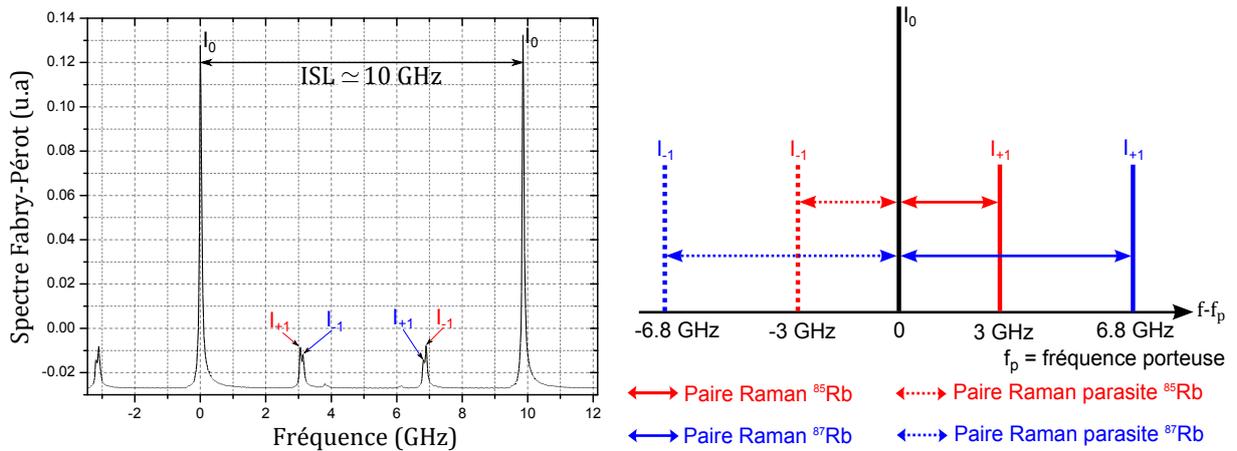


FIGURE II.10 – Spectre du faisceau laser à 780 nm pendant la phase Raman obtenu avec un Fabry-Pérot. Les deux bandes latérales à 6.834 GHz et 3.035 GHz se recouvrent partiellement du fait du repliement du spectre (ici l'intervalle spectral libre de 10 GHz est proche de 6.834+3.035 GHz). Pour une meilleur visibilité un schéma de ce spectre est donné. On peut y voir la présence des paires Raman parasites générées par modulation de phase.

Pour la mise en œuvre expérimentale il est parfois nécessaire d'éteindre la porteuse à l'aide des fréquences de modulation. Par exemple, lors de la détection des atomes de ^{85}Rb à l'aide de la transition de refroidissement de cet isotope, il est nécessaire d'éteindre la porteuse, car elle est accordée sur la transition de refroidissement du ^{87}Rb , et ce pour éviter tout signal parasite provenant de ces atomes. Pour réaliser l'extinction, sans perdre les bandes latérales nécessaires, on utilise le fait qu'à haute puissance micro-onde (~ 20 dBm) la puissance de la porteuse s'annule (*cf.* figure II.11), laissant les bandes latérales actives. La figure II.11 montre l'évolution de l'intensité laser à 780 nm contenue dans la porteuse et dans l'ordre +1 de modulation en fonction de la puissance du signal de modulation à 1.126 GHz. Les intensités de chaque composante spectrale sont mesurées à l'aide du Fabry-Pérot. Il est ici possible d'éteindre la porteuse d'un facteur 1000 au minimum, la mesure étant limitée par le bruit à l'oscilloscope du signal du Fabry-Pérot. Cette figure montre aussi qu'il est possible d'obtenir un rapport d'intensité quelconque entre la raie laser de modulation et la porteuse. En pratique, cette extinction n'est possible qu'avec la source refroidissement 85. En effet en observant le schéma II.8, on peut voir que les quatre autres sources micro-ondes transitent par un nombre supérieur d'interrupteurs et de coupleurs 2 voies. Ces éléments engendrent intrinsèquement une perte de signal de 3 dB au minimum. La puissance en entrée du modulateur de phase pour ces quatre sources est d'environ 15 dBm, grandeur insuffisante pour éteindre la porteuse. Ces aspects sont limitant dans la réalisation de l'expérience. Ils pourraient être contrés en utilisant des amplificateurs possédant des gains et des puissances de saturations supérieures. Néanmoins lors de la mise en œuvre de l'expérience (*cf.* chapitre III) cette extinction n'a réellement d'impact que lors de la détection

des atomes de ^{85}Rb .

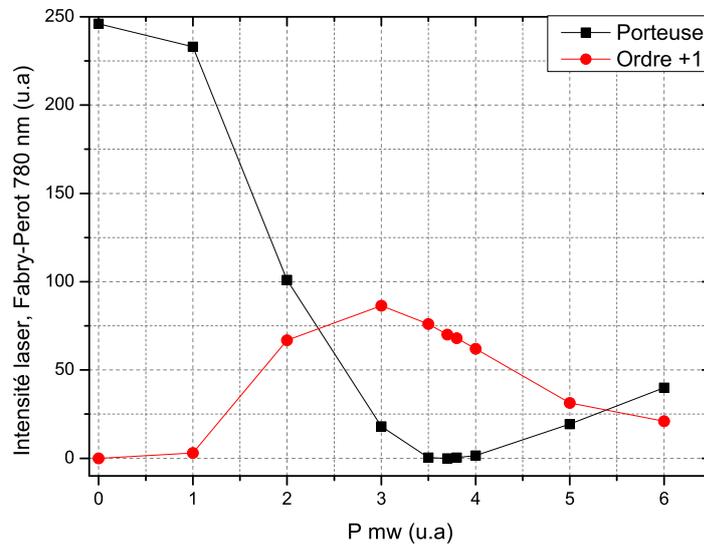


FIGURE II.11 – Extinction de la porteuse avec la modulation en phase à 1.126 GHz. La puissance micro-onde est réglée grâce à la tension de commande de l’atténuateur variable.

Un point supplémentaire à examiner est la stabilité en fréquence de ces sources micro-ondes dans le temps. Les dérives des sources Raman sont extrêmement faibles car elles sont asservies en fréquence sur les références à quartz. Les dérives des sources repompeur ne sont pas critiques au vu des désaccords et des puissances lasers mis en jeux lors de l’expérience. Seules les dérives de la source refroidisseur ^{85}Rb auront un impact significatif sur l’expérience. En effet l’efficacité de détection des atomes de ^{85}Rb dépend de la fréquence de la raie de refroidissement générée par cette source. La figure II.12 donne la stabilité de cette source micro-onde sur plusieurs jours. La source met environ une heure pour se stabiliser, on observe ensuite des variations pic-pic n’excédant pas 50 kHz.

Pour finir, une dernière source micro-onde doit être incorporée au gravimètre pour effectuer la sélection Zeeman des atomes de ^{85}Rb . Le schéma de cette source est donné en figure II.13. Un synthétiseur à 3.035 GHz est accordé sur la fréquence de structure hyperfine du ^{85}Rb et asservie par la référence à 10 MHz. Le signal traverse ensuite un interrupteur pour pouvoir fonctionner en mode pulsé avant d’être amplifié dans un amplificateur de gain 30 dB. Avec ce montage une puissance de 25 dBm peut être envoyée vers une antenne micro-onde qui irradie ensuite sur les atomes. Un isolateur est placé afin d’éviter tout retour dans la source pour ne pas l’endommager ou perturber sa fréquence de sortie. Cette source est ensuite couplée à une source “Zeeman” analogue fonctionnant à 6.834 GHz pour le ^{87}Rb . Les signaux sont ensuite envoyés vers l’antenne micro-onde proche des atomes, et non au modulateur de phase, pour stimuler les transitions hyperfines.

Les extensions micro-ondes présentées dans les figures II.8 et II.13 sont intégrées dans un rack standard de 19 pouces. La mise en œuvre de l’expérience double espèce n’a donc pas augmenté significativement l’encombrement de l’expérience initiale simple espèce. Une photo de ce rack est donné en figure II.14.

En complément au gravimètre simple espèce, le module micro-onde réalisé regroupe toutes les sources nécessaires à la synthèse des raies lasers supplémentaires par modulation de phase pour l’expérience double espèce. Ces sources possèdent des agilités, des stabilités et des niveaux de bruit en fréquence suffisants pour réaliser l’ensemble des fonctions nécessaires la manipulation du

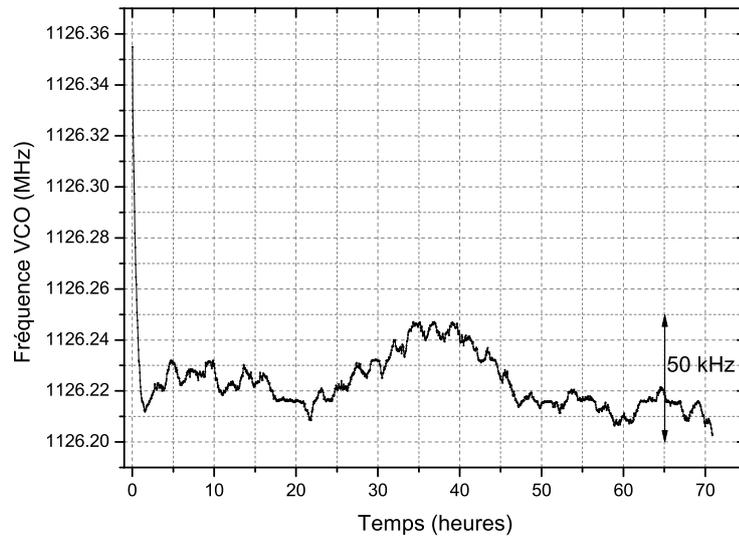


FIGURE II.12 – Stabilité en fréquence de la source micro-onde refroidisseur 85 autour de 1.126 GHz.

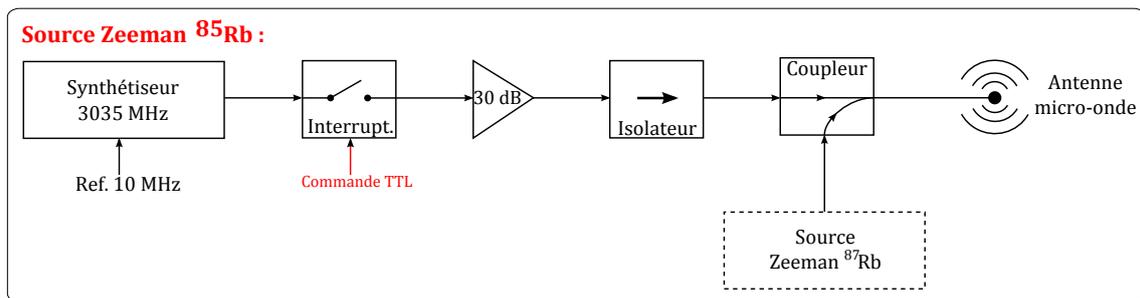


FIGURE II.13 – Schéma de la source micro-onde réalisée pour effectuer la sélection Zeeman double espèce.

^{87}Rb et du ^{85}Rb . Les seules limitations proviennent d'une puissance micro-onde disponible faible en sortie du module pour certaines fréquences de modulation. Ces limites ne sont cependant pas critiques pour la réalisation de la séquence globale de mesure.

II.5 Pistes d'amélioration du système laser bi-espèce

De nouvelles architectures lasers ont été envisagées pour dépasser les limites actuelles du système laser double espèce existant. Ces architectures reposent sur un concept identique, à savoir l'utilisation d'un maximum de composants fibrés à 1560 nm et la génération des raies lasers requises par modulation en phase d'un petit nombre de sources lasers.

II.5.1 Limitations actuelles

Le système laser décrit dans la partie II.4, bien que répondant aux exigences principales de l'expérience double espèce, présente certaines limites qu'il est intéressant de lister pour envisager des pistes d'améliorations dans le futur.

Tout d'abord la génération des quatre fréquences lasers requises pour le refroidissement des deux isotopes par modulation en phase d'une unique source laser n'est pas optimale en terme

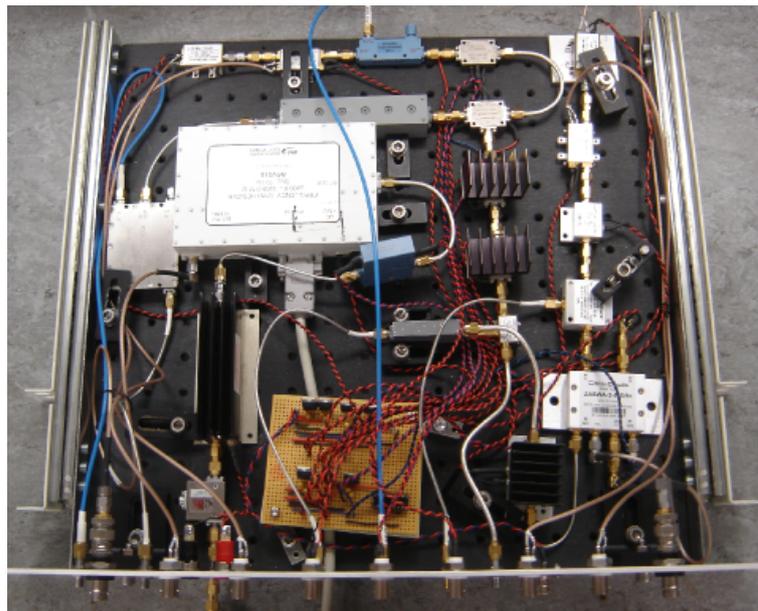


FIGURE II.14 – Photo du module micro-onde double espèce.

de puissance. En effet, environ un tiers de la puissance laser utile à 780 nm est perdue dans des raies de modulation additionnelles qui n’interagissent pas avec les atomes. Des pertes de puissances trop importantes doivent être évitées dans les expériences embarquées, notamment dans le cadre des missions spatiales.

Pour continuer sur les limites liées à la modulation en phase d’une unique source laser, cette architecture engendre l’apparition de paires Raman parasites (*cf.* figure II.10). Ces raies parasites perturbent les probabilités de transition pendant l’interféromètre et entraînent des chutes de contraste et des déphasages supplémentaires. De plus, dans cette configuration, il est impossible d’égaliser parfaitement les vecteurs d’ondes effectifs associés aux deux isotopes car la porteuse est commune aux deux paires Raman. Il est donc impossible d’obtenir le même facteur d’échelle pour les deux isotopes pour des interféromètres parfaitement simultanés.

Ensuite le banc en espace libre à 780 nm impose des limites en terme de compacité mais surtout en terme de robustesse, un banc espace libre étant par essence plus sujet aux désalignements qu’un banc fibré. La compacité et la robustesse d’un système laser sont bien évidemment des aspects cruciaux pour des expériences ayant vocation à être embarquées. Lors de sa réalisation, la technologie des cristaux PPLN en guide d’onde n’était pas encore mature pour toutes les gammes de puissance et seul un doublage en espace libre permettait d’accéder aux niveaux de puissances requis. L’espace libre présente de plus des avantages pour le contrôle des puissances lasers, notamment pour obtenir de bon taux d’extinctions par l’utilisation d’obturateurs mécaniques. Ces obturateurs présentent cependant des temps de coupure lents de l’ordre de la milliseconde. Enfin un système espace libre permet un bon contrôle et un bon maintien de la polarisation des faisceaux, le caractère PM (pour Polarisation Maintaining en anglais) des composants fibrés à 780 nm étant encore aujourd’hui nettement moins bon que celui de leurs homologues à 1560 nm.

II.5.2 Ébauches de nouvelles architectures lasers

Les limitations présentées ont permis d’établir le cahier des charges sur lequel la conception de nouvelles architectures lasers pourrait reposer :

- Utilisation de peu de sources lasers, ce qui impose l’utilisation de la génération de fréquences lasers par modulation de phase.
- Utilisation d’un maximum de composants fibrés à 1560 nm provenant des télécommuni-

cations pour répondre aux questions de compacité et de robustesse. Ce point impose un doublage en fréquence “tardif” dans la chaîne laser et donc l'utilisation de composants à haute tenue au flux. Il est de plus nécessaire d'utiliser des composants fibrés qui permettent d'obtenir des taux d'extinctions suffisamment bon et sur des temps caractéristiques relativement courts, typiquement inférieurs à la microseconde.

- Éviter la génération de paires Raman parasites, ce qui impose d'utiliser au moins deux sources lasers distinctes.
- Obtenir des vecteurs d'onde Raman pour le ^{87}Rb et le ^{85}Rb le plus proche possible, ce qui impose aussi d'utiliser au moins deux sources lasers distinctes.
- Limiter au maximum les pertes de puissance laser utile pendant le refroidissement des atomes.

L'ébauche d'architecture laser qui va être présentée repose principalement sur l'amélioration récente des performances des cristaux de PPLN en guide d'onde en terme de tenu au flux. Quelques résultats expérimentaux concernant ces cristaux sont donnés dans l'annexe F.

Systeme laser à deux diodes et paires Raman “croisées” :

La figure II.15 donne le schéma de principe d'une architecture laser permettant de générer les deux paires Raman associées aux deux isotopes dans une configuration croisée à partir de deux sources lasers indépendantes modulées en phase et désaccordées de manière adéquate. Cette architecture repose sur l'utilisation de deux diodes lasers à 1560 nm asservies en phase, chacune suivie d'un modulateur en phase et d'un amplificateur. Des modulateurs acousto-optiques fibrés à haute tenue au flux sont ensuite utilisés comme interrupteurs rapides pour répartir la lumière selon les différentes fonctions de l'expérience. Une extinction d'environ 50 dB peut être obtenue en sortie d'AOM pour les ordres ± 1 . Cette extinction s'élève ensuite à 100 dB après doublage. Ce niveau est amplement suffisant pour les besoins de l'expérience et permet de s'affranchir de l'utilisation des obturateurs mécaniques. Les étages de doublage en fréquence réalisés par des PPLN en guide d'onde se trouvent en toute fin de chaîne laser, maximisant ainsi l'utilisation des composants télécoms. Cette architecture permet aussi la réalisation d'un système entièrement fibré répondant à des contraintes de compacité et de robustesse.

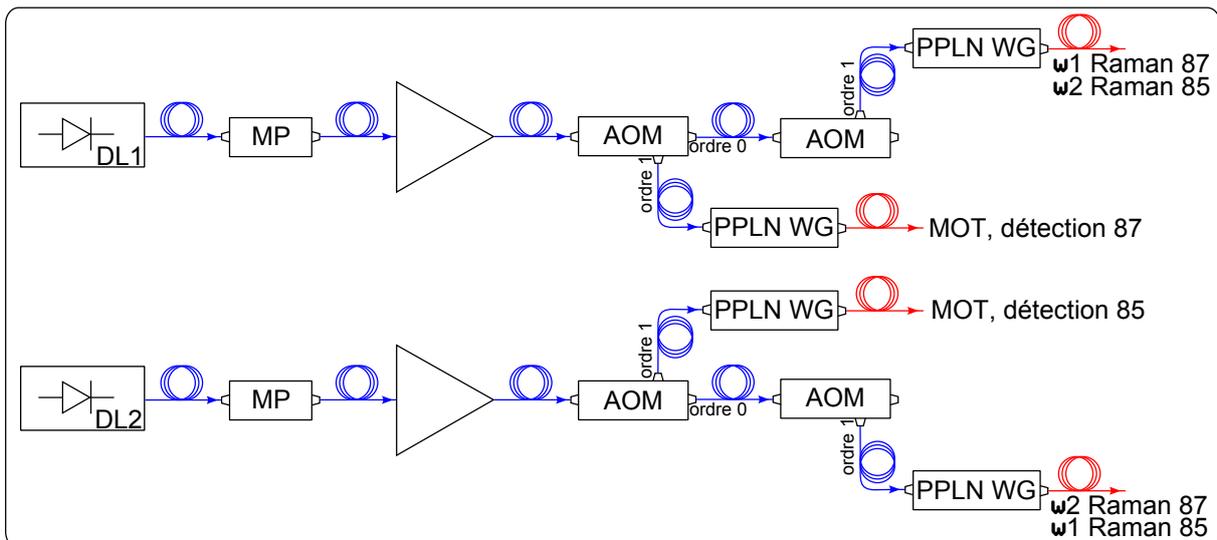


FIGURE II.15 – Schéma de principe de l'architecture laser à deux diodes et paires Raman “croisées”.

Un système laser analogue pour un gravimètre simple espèce a été réalisé au laboratoire (*cf.* photo II.16), en parallèle des travaux de thèse. Cette réalisation s'est effectuée grâce à une étude préliminaire des composants et technologies envisageables dans le cas bi-espèce. Ce système

correspond à la moitié du système présenté (*i.e.* à la chaîne laser suivant une des deux diode). Les premiers résultats expérimentaux semblent prometteurs pour l'implémentation future d'un tel système sur une expérience d'interférométrie atomique.



FIGURE II.16 – Photo du banc laser entièrement fibré.

Séquence interférométrique. Pendant la séquence interférométrique les deux diodes sont désaccordées par rapport aux transitions atomiques. La différence de fréquence qui les sépare est réglée à $1.9/2 + df/2$ GHz, où df est une fréquence réglable par l'utilisateur. Le signal de la première diode est ensuite modulé en phase à une fréquence de $4.9 + df$ GHz, alors que celui de la seconde est modulé à $4.9 - df$ GHz. Les deux spectres obtenus à 1560 nm sont représentés sur la figure II.17. Ces deux signaux sont ensuite amplifiés, pulsés grâce aux AOM, doublés en fréquence séparément avant d'être recombinaison. Le spectre final à 780 nm après recombinaison est aussi donné sur la figure II.17. En procédant ainsi, les paires Raman pour les deux isotopes sont composées d'une fréquence provenant de la première diode et d'une autre provenant de la seconde diode, d'où l'appellation paires Raman "croisées". En observant le spectre obtenu à 780 nm, on remarque que les paires Raman additionnelles, dues aux raies additionnelles de modulation, sont désaccordées d'au moins $\pm 2df$ par rapport aux transitions à deux photons. On remarque aussi que dans cette configuration, la différence de vecteur d'onde entre les transitions Raman pour les deux isotopes est de $2\pi df/c$ (où c est la vitesse de la lumière). Il faut finalement choisir df suffisamment grand pour limiter l'impact des paires Raman parasites mais aussi suffisamment petit dans l'objectif d'obtenir des vecteurs d'onde, et donc des facteurs d'échelle, les plus proches possibles pour bénéficier d'une réjection des vibrations efficace. Pour limiter l'impact des raies parasites il faut que $2df\tau \gg 1$, soit $df \gg 50$ kHz pour $\tau = 10$ μ s. En choisissant $df = 500$ kHz, on obtient une différence relative entre les vecteurs d'onde de $\delta k/k = 500 \times 10^3 / 384 \times 10^{12} = 1.3 \times 10^{-9}$, ce qui correspond aux valeurs spécifiées par des missions spatiales telles que STE-QUEST. Cette valeur de 10^{-9} est trois ordres de grandeur meilleure que la valeur actuelle de quelques 10^{-6} .

Piégeage et refroidissement. Pour la phase de refroidissement, chacune des diodes génère les fréquences de refroidissement et de repompage pour chacun des deux isotopes. La première diode est accordée sur la transition de refroidissement du ^{87}Rb et la seconde sur celle du ^{85}Rb . Il ne reste plus qu'à injecter aux deux modulateurs de phase les deux fréquences micro-ondes nécessaires à la synthèse des deux raies de repompage. Ces raies lasers sont ensuite amplifiées et redirigées grâce aux AOM. Dans cette configuration, une partie minime de la puissance utile

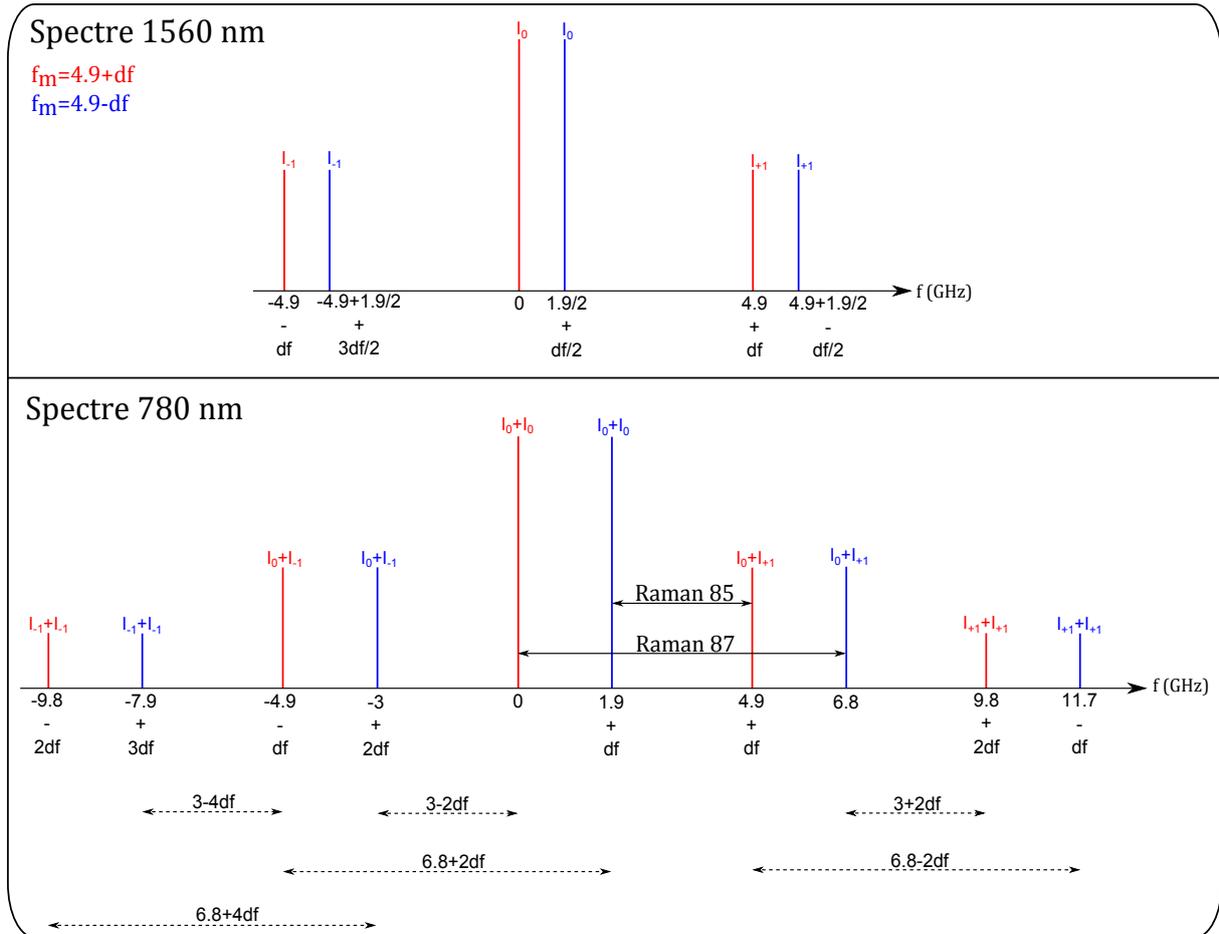


FIGURE II.17 – Spectres Raman double espèce “croisés” à 1560 nm et après doublage à 780 nm. Pour des raisons de simplicité, on considère ici que la différence de fréquence entre les raies lasers Raman est de 6.8 GHz pour le ^{87}Rb et de 3 GHz pour le ^{85}Rb . Les spectres rouges et bleus proviennent chacun d’une diode différente. Les écarts en pointillés donnent les paires Raman parasites désaccordées.

à 780 nm est perdue car les raies de modulation pour générer les fréquences repompeur sont de faibles amplitudes. Ces fréquences lasers pourront être utilisées pour la séquence de détection.

Concernant la référence de fréquence, les deux diodes peuvent être référencées par battement par rapport à une diode maître verrouillée sur une absorption saturée, où mieux, une des deux diodes peut servir de référence comme cela est réalisé dans l’article [171].

L’architecture laser présentée répond donc au cahier des charges qui était posé. Un système laser basé sur cette architecture semble pouvoir répondre à des contraintes de compacité et de robustesse importantes par son aspect entièrement fibré. Il semble de plus scientifiquement pertinent car il permet de s’affranchir des contraintes liées aux paires Raman parasites tout en générant deux vecteurs d’onde effectifs extrêmement proches, et cela en ne nécessitant qu’un petit nombre de sources lasers. Cette architecture semble donc au premier abord intéressante pour les futures missions embarquées visant à tester le *Principe d’Équivalence d’Einstein*.

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, le choix de l’utilisation du ^{87}Rb et du ^{85}Rb a été justifiée. Ces atomes offrent en effet une certaine simplicité dans l’adaptation du gravimètre GIRAFE ainsi que dans

la réalisation globale de l'expérience, tout en présentant des avantages pour la réjection des vibrations. L'appareil de mesure GIFAFE a ensuite été décrit. Son fonctionnement global a été expliqué ainsi que l'enceinte à vide, les éléments de champ magnétique et les optiques qui composent la tête du capteur. La plate-forme de contrôle des vibrations qui sera utilisée pour étudier la réjection des vibrations a aussi été présentée. L'architecture laser basée sur un banc fibré robuste et compact à 1560 nm et un banc espace libre à 780 nm permet de générer toutes les raies lasers nécessaires à la réalisation d'une expérience d'interférométrie atomique par modulation de phase. C'est pourquoi le module micro-onde qui a permis la synthèse de l'ensemble des raies lasers double espèce a été décrit en détail. Ce module est en effet la brique élémentaire qui a permis la manipulation des deux isotopes du rubidium à partir du gravimètre existant. Enfin, des pistes d'amélioration du système laser ont été étudiées, la nouvelle architecture reposant principalement sur l'utilisation de deux diodes lasers permettant de générer les paires Raman pour les deux isotopes dans une configuration "croisée". Cette architecture permettrait notamment d'obtenir des vecteurs d'onde effectifs plus proches pour les deux isotopes, de s'affranchir des effets néfastes des paires Raman parasites et enfin de diminuer les pertes de puissance laser pendant le piégeage et le refroidissement des atomes.

CHAPITRE III

MISE EN ŒUVRE DE L'INTERFÉROMÈTRE À DEUX ESPÈCES

*Une expérience de physique n'est pas seulement
l'observation d'un phénomène; elle est en outre
l'interprétation théorique de ce phénomène [...]
Une expérience de physique ne peut jamais
condamner une hypothèse isolée, mais
seulement tout un ensemble théorique.*

Pierre Duhem

MAINTENANT que le dispositif expérimental utilisé a été présenté, il reste à décrire la mise en œuvre pratique de la séquence de mesure qui conduit aux signaux d'accélération différentielle. Comme pour un gravimètre atomique simple espèce, cette séquence peut se décomposer en trois grandes étapes : la préparation de la source atomique, la séquence interférométrique et la détection. La particularité de cette expérience réside dans la manipulation simultanée des deux isotopes du rubidium.

Ce chapitre s'attachera à décrire les trois grandes étapes de la séquence de mesure pour le ^{87}Rb et le ^{85}Rb . Dans un premier temps on décrira le schéma de détection par fluorescence utilisé et les non-linéarités qui lui sont liées. Bien que la détection soit l'étape finale de la séquence de mesure, elle est ici décrite en premier car elle constitue un outil de diagnostic indispensable à la caractérisation des deux étapes antérieures. Ensuite la source atomique de ^{87}Rb et ^{85}Rb sera étudiée. Le piégeage et refroidissement simultané des deux isotopes sera caractérisé ainsi que la préparation de l'état quantique grâce aux sélections Zeeman. Enfin on présentera la manière dont l'interféromètre double espèce simultané est réalisé et optimisé.

III.1 Mesure des populations atomiques

Le but de la détection est de mesurer la répartition atomique suivant les deux ports de sortie de l'interféromètre pour accéder au déphasage. Cela revient à mesurer la probabilité de transition d'un état d'impulsion $|p\rangle$ vers l'état d'impulsion $|p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$, tous deux étiquetés par un état interne différent (*cf.* partie I.1).

III.1.1 Détection par fluorescence

La détection des deux états internes pour les deux isotopes se fait en collectant la fluorescence induite par laser sur les atomes, le signal de fluorescence étant proportionnel au nombre d'atomes dans l'état sondé. Les deux états internes possibles en sortie d'interféromètre sont les états $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ et $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb , et les états $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ et $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb (*cf.* Annexe B).

Le schéma global de détection est représenté en figure III.1. En sortie d'interféromètre, le nuage atomique est éclairé par deux trains successives de trois impulsions de durée 1.5-0.05-1.5 ms. Le premier train de trois impulsions induit la fluorescence des atomes de ^{87}Rb , le second celle des atomes de ^{85}Rb . Cette séquence est effectuée alors que les atomes sont en chute libre, le faisceau de détection est vertical, rétro-réfléchi par le miroir Raman, et la fluorescence est collectée perpendiculairement grâce à une photodiode. Après 5 ms, la séquence se termine par deux impulsions lumineuses permettant de mesurer le signal résiduel provenant de la vapeur atomique de fond pour les deux isotopes.

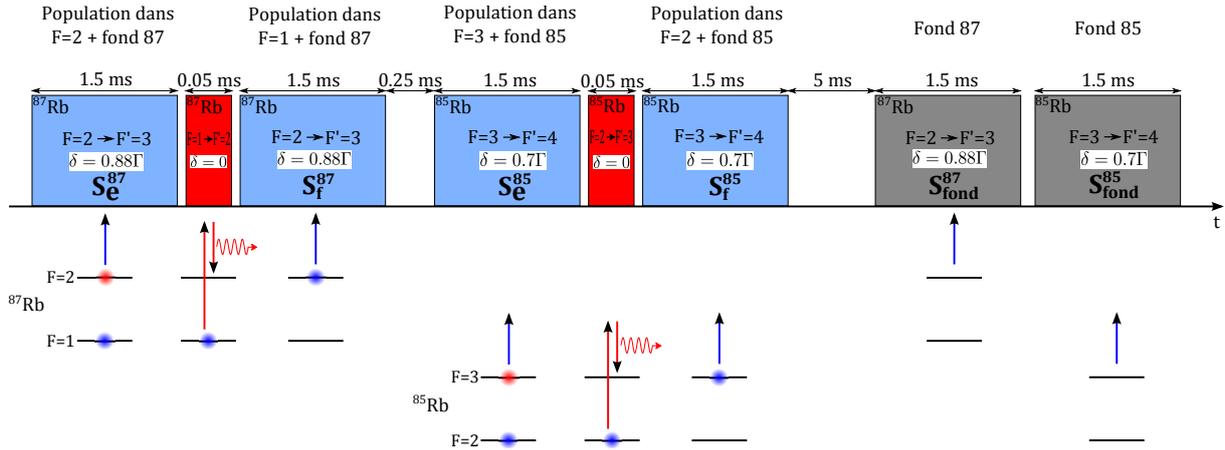


FIGURE III.1 – Schéma de détection.

Pour le ^{87}Rb , les trois impulsions réalisent les fonctions suivantes : les atomes sont tout d'abord éclairés pendant 1.5 ms par un laser désaccordé dans le bleu de 0.88Γ avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Le signal de fluorescence mesuré S_e^{87} est proportionnel au nombre d'atomes dans l'état $|F = 2\rangle$, il provient de l'intégration du signal collecté par la photodiode pendant les 1.2 premières millisecondes de l'impulsion. Le léger désaccord dans le bleu permet d'éjecter les atomes détectés dans cet état hors de la zone de détection. Ensuite les atomes restant sont soumis pendant 0.05 ms à un laser résonnant avec la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ afin de pomper optiquement les atomes de l'état $|F = 1\rangle$ vers l'état $|F = 2\rangle$. La troisième impulsion lumineuse est identique à la première et le signal de fluorescence S_f^{87} est alors proportionnel au nombre d'atomes initialement dans $|F = 1\rangle$. Le facteur de proportionnalité est identique pour S_e^{87} et S_f^{87} car les deux impulsions sont identiques. Pendant la seconde impulsion, la modulation à 6.568 GHz est injectée dans le modulateur de phase afin de générer la raie nécessaire au pompage optique. Une puissance micro-onde adéquate à cette fréquence est envoyée pour éteindre la porteuse au maximum. Néanmoins, l'extinction n'est jamais atteinte expérimentalement et un résidu de la porteuse subsiste.

Pour le ^{85}Rb , la séquence de détection est conceptuellement identique : les atomes sont tout d'abord éclairés et poussés pendant 1.5 ms par un laser désaccordé dans le bleu de 0.7Γ avec la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. Le signal de fluorescence mesuré S_e^{85} est proportionnel au nombre d'atomes dans l'état $|F = 3\rangle$. Ensuite les atomes sont soumis pendant 0.05 ms à un laser résonnant avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ afin de pomper optiquement les atomes de l'état $|F = 2\rangle$ vers l'état $|F = 3\rangle$. La troisième impulsion lumineuse est identique à la première et le signal de fluorescence S_f^{85} est proportionnel au nombre d'atomes initialement dans $|F = 2\rangle$. En pratique, durant la première et la troisième impulsion, la modulation à 1.126 GHz est injectée au modulateur de phase pour générer la transition cyclante. La puissance micro-onde est ajustée de sorte que la porteuse soit éteinte, et ceci afin d'éviter tout signal parasite provenant des atomes froids de ^{87}Rb restant (la durée des impulsions de détection est finie et ne peut pas être allongée ici, une partie des atomes n'est donc pas poussée hors de la zone de détection). La qualité de cette extinction constitue donc un des aspects critiques de la détection des atomes de

^{85}Rb . Expérimentalement le facteur d'extinction de la porteuse est supérieur à 1 000. Pendant la seconde impulsion, la modulation à 2.915 GHz est envoyée au modulateur de phase pour générer la raie de pompage. La puissance est ici insuffisante pour éteindre entièrement la raie de modulation à 1.126 GHz.

Après un délai de 5 ms, deux impulsions de 1.5 ms, identiques à celles réalisées pour compter les atomes, permettent de mesurer le signal résiduel provenant de la vapeur atomique de fond pour les deux isotopes. Les deux signaux mesurés S_{fond}^{87} et S_{fond}^{85} sont indispensables à la normalisation des signaux de détection.

Avec ce schéma de détection, la probabilité de présence dans l'état de plus haute énergie $|e\rangle$ est alors donné pour l'isotope i par :

$$P^i = \frac{S_e^i - S_{\text{fond}}^i}{S_e^i + S_f^i - 2S_{\text{fond}}^i} = \frac{N_e^i}{N_e^i + N_f^i} \quad (\text{III.1})$$

où N_e^i correspond au nombre d'atomes dans l'état $|F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb , et N_f^i au nombre d'atomes dans l'état $|F = 1\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 2\rangle$ pour le ^{85}Rb . La normalisation du signal de détection permet notamment de s'affranchir des fluctuations coup à coup du nombre d'atomes.

Expérimentalement, la puissance laser pendant la séquence de détection est réglée de sorte que le bruit de détection soit le plus faible possible. Le waist du faisceau de détection est d'environ 1.5 mm pour une intensité d'environ 4 mW/cm², légèrement supérieure aux intensités de saturation des transitions mises en jeu pour les deux isotopes (3.58 mW/cm² pour le ^{87}Rb et 3.90 mW/cm² pour le ^{85}Rb en considérant une polarisation isotrope, cf. Annexe B).

La figure III.2 montre l'allure des signaux de détection pour les deux isotopes. Sur cette figure on peut observer la fluorescence provenant des deux séquences de trois impulsions qui permettent de compter les nombres d'atomes. On peut remarquer que les deux impulsions qui pompent optiquement les deux isotopes émettent aussi un signal de fluorescence. En effet il est impossible d'éteindre complètement les raies lasers associées aux transitions cyclantes car les puissances micro-ondes générant les raies repompeur sont légèrement trop faibles.

Concernant la détection, le dernier paramètre important à régler est l'instant de départ de la séquence. Pendant la détection, les atomes sont en chute libre et sont éclairés lors de leur passage devant la photodiode. Il est donc nécessaire que les atomes soient éclairés à l'intérieur de la zone de détection. Cette zone de détection possède une extension spatiale de 1 cm dans la direction verticale. Elle est définie comme l'image de la photodiode de 1 cm par le système optique de collection qui possède un grandissement de 1. La distance parcourue par le nuage atomique pendant les six premières impulsions générées pour compter les atomes est d'environ 6 mm. Ce nuage possède de plus une extension spatiale verticale de 4 mm (FWHM) à ce moment de l'expérience. Dans ces conditions, la zone de détection coïncide tout juste avec le passage du nuage et le réglage du temps de départ nécessite d'être précis. Afin de maximiser l'efficacité de la détection ainsi que pour obtenir une efficacité identique entre les impulsions comptant N_e^i et N_f^i , l'instant de départ est réglé de façon à maximiser l'amplitude l'ensemble des pics de fluorescence. L'intervalle de temps se situant entre les deux séquences de trois impulsions, associées aux deux isotopes, correspond alors au moment où le nuage atomique se trouve au centre de la zone de détection.

III.1.2 Non-linéarités de la détection

Le schéma de détection utilisé et sa réalisation pratique donnent lieu à des non-linéarités lors du comptage des nombres d'atomes dans l'état du bas N_f^i . Les franges d'interférences ne sont alors plus parfaitement sinusoïdales. Cela engendre des biais importants sur la détermination de la phase différentielle par *Extraction Directe de la Phase* à partir du signal elliptique.

Ces non-linéarités sont visualisables sur les signaux interférométriques bruts donnés en figure III.3. En observant les franges d'interférences, on remarque que les ajustements sinusoïdaux

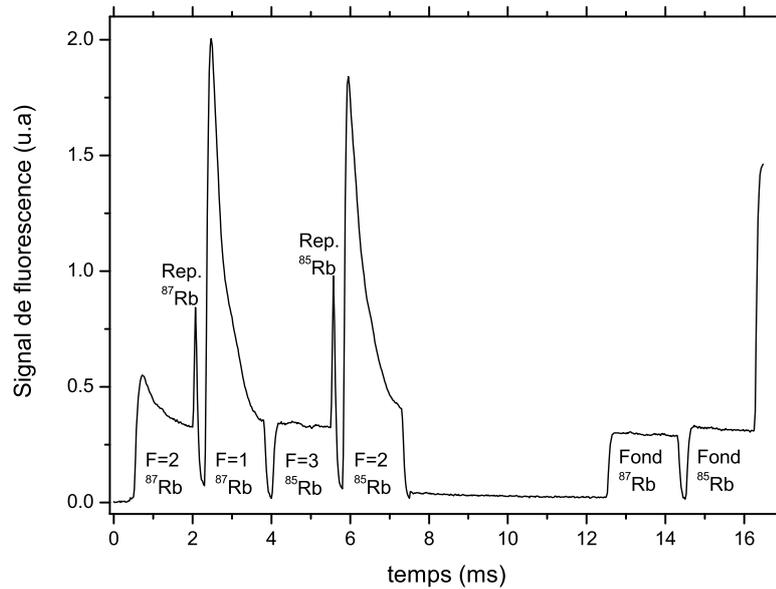


FIGURE III.2 – Signaux de détection par fluorescence. On peut observer les deux séquences de trois impulsions de durée 1.5-0.05-1.5 ms pour les deux isotopes ainsi que les deux impulsions utilisées pour mesurer les fonds.

ne reproduisent pas parfaitement l'allure des franges à cause des non-linéarités. L'effet de ces non-linéarités est très net sur le signal de corrélation. Il présente en effet une forme différente d'une ellipse. Lors de l'ajustement des franges d'interférence par une fonction sinusoïdale, il est possible de réaliser celui-ci sans contraindre les paramètres d'ajustement (courbes bleus sur la figure III.3), soit en contraignant l'amplitude de cet ajustement pour qu'il corresponde au mieux avec les points en sommet de frange (courbes rouges sur la figure III.3). On remarque que ces deux configurations ne mènent pas à un ajustement satisfaisant de l'ellipse.

Expérimentalement, les non-linéarités observées sur les franges d'interférences peuvent provenir soit du schéma de détection, soit de l'interféromètre Raman. Pour être certains d'incriminer uniquement la détection comme origine de ces non-linéarités, l'interféromètre Raman a été remplacé par un interféromètre micro-onde de Ramsey ($\pi/2 - \pi/2$), réalisé grâce à la chaîne micro-onde utilisée pour la sélection Zeeman (*cf.* figure II.13). Cet interféromètre de Ramsey permet de s'affranchir des sources de bruit propres à l'interféromètre Raman, comme par exemple le bruit provenant des lasers Raman. Il est de plus très peu sensible au bruit de vibration car le vecteur d'onde effectif de la transition micro-onde est très faible. Les franges obtenues en sortie de l'interféromètre micro-onde de Ramsey présentent les mêmes non-linéarités que les franges du Mach-Zehnder comme le montre la figure III.4. Lors des deux acquisitions, seule la détection est commune aux deux interféromètres ce qui confirme qu'elle est bien à l'origine des non-linéarités observées.

En étudiant les signaux de détection, et en particulier les pertes par émission spontanée ainsi que la manière dont les atomes sont poussés par le laser, nous sommes arrivés aux explications physiques illustrées par la figure III.5 concernant l'origine des non-linéarités induites par le schéma de détection.

Pour un isotope donné, pendant la première impulsion de détection, lorsque la population atomique dans l'état de plus haute énergie N_e est mesurée, une partie de ces atomes, $\epsilon_{\text{sp}}N_e$, est dépeuplée par émission spontanée vers l'état de plus basse énergie, où $0 \leq \epsilon_{\text{sp}} \leq 1$. De plus, une autre partie de ces atomes, ϵ_2N_e , n'est pas poussée hors de la zone de détection car l'impulsion

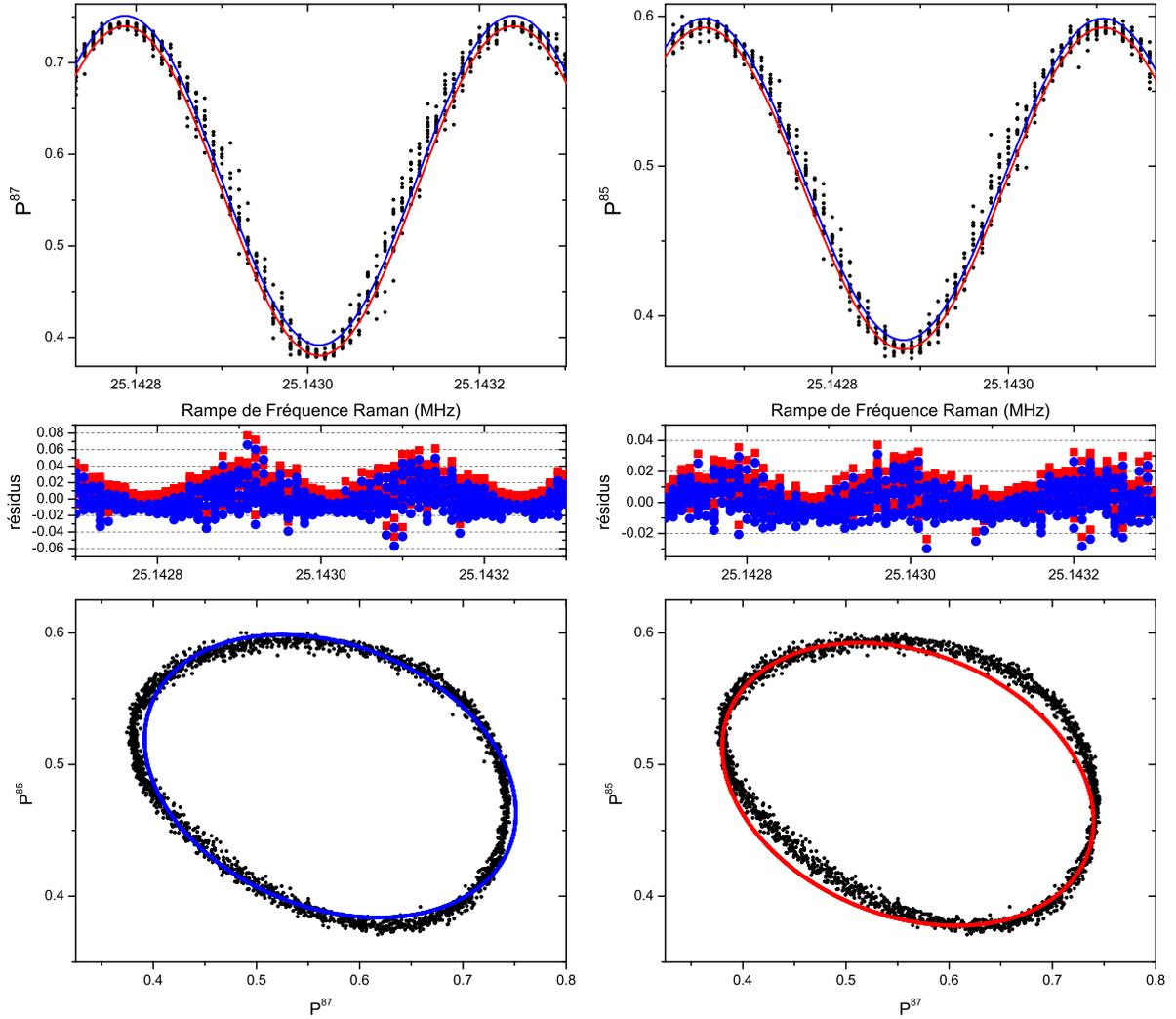


FIGURE III.3 – Visualisation des non-linéarités du schéma de détection utilisé sur les signaux interférométriques. En bleu un ajustement sinusoïdal classique sans contraindre les paramètres d’ajustement, en rouge l’amplitude de l’ajustement sinusoïdal est imposée pour correspondre au mieux aux points en sommet et bas de frange.

a une durée finie, où $0 \leq \epsilon_2 \leq 1$. Ces deux effets se contrebalancent l’un l’autre en fonction de la puissance laser de détection (*cf.* figure III.6). Lorsque l’intensité du laser de détection est petite devant l’intensité de saturation de la transition, une faible proportion des atomes (ϵ_{sp} petit) est perdue par émission spontanée alors qu’une partie importante des atomes n’est pas poussée hors de la zone de détection. La situation inverse se produit lorsque l’intensité du laser de détection est grande devant l’intensité de saturation de la transition. Expérimentalement, un compromis doit être trouvé sur l’intensité du laser de détection pour minimiser les transferts globaux d’atomes de l’état du haut vers l’état du bas.

Un dernier phénomène s’ajoute pour expliquer ces non-linéarités. Pendant la seconde impulsion de détection, lorsque les atomes de l’état de plus basse énergie sont pompés vers l’état de plus haute énergie, il est expérimentalement impossible d’éteindre complètement la composante spectrale relative à la transition cyclante utilisée pour la détection. Cette composante chasse une partie des atomes hors de la zone de détection, $(1 - \epsilon_1)N_f + (1 - \epsilon_1)(\epsilon_{sp} + \epsilon_2)N_e$, où $0 \leq \epsilon_1 \leq 1$. Finalement pendant la troisième impulsion de détection, $\epsilon_1 N_f + \epsilon_1(\epsilon_{sp} + \epsilon_2)N_e$ atomes seront détectés.

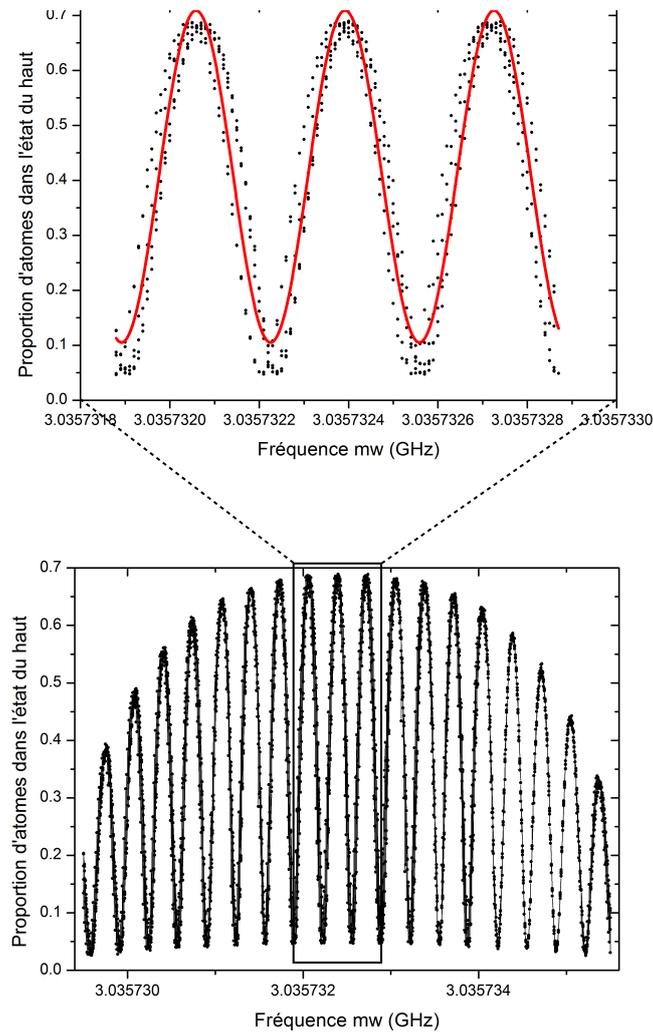


FIGURE III.4 – Franges de Ramsey du ^{85}Rb ($T=3$ ms, $\tau = 125$ μs).

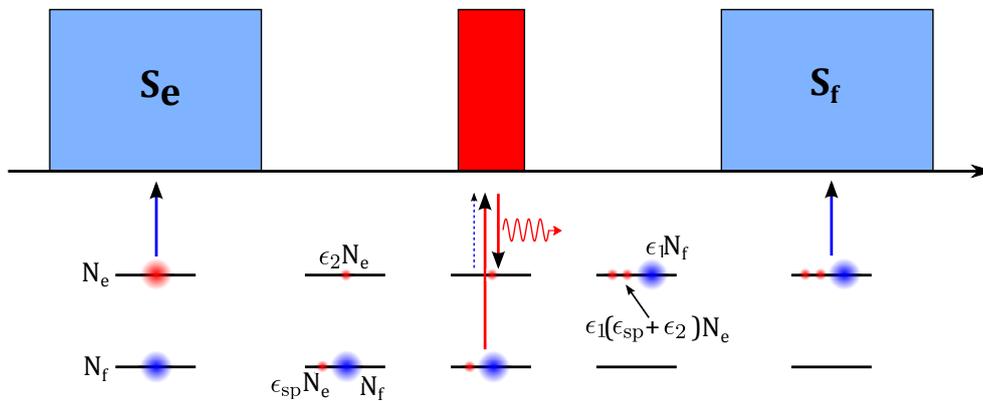


FIGURE III.5 – Origines des non-linéarités du schéma de détection. Ces non linéarités proviennent des résidus d'atomes initialement dans l'état de plus haute énergie $|e\rangle$ détectés lors de la troisième impulsion de détection (traduit par ϵ_{sp} et ϵ_2), ainsi que des atomes poussés hors de la zone de détection pendant l'impulsion de pompage optique (traduit par ϵ_1).

Les franges non-linéaires qui sont tracées correspondent alors à :

$$\frac{S_e^i - S_{\text{fond}}^i}{S_e^i + S_f^i - 2S_{\text{fond}}^i} = \frac{N_e^i}{[1 + \epsilon_1(\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2)] N_e^i + \epsilon_1 N_f^i} \quad (\text{III.2})$$

Il est donc possible de reconstruire les franges sinusoïdales en traçant :

$$\frac{S_e^i - S_{\text{fond}}^i}{(1 - \epsilon_{\text{sp}} - \epsilon_2)(S_e^i - S_{\text{fond}}^i) + \frac{(S_f^i - S_{\text{fond}}^i)}{\epsilon_1}} = \frac{N_e^i}{N_e^i + N_f^i} = P^i \quad (\text{III.3})$$

Les valeurs des paramètres ϵ_{sp} , ϵ_1 et ϵ_2 ont été mesurées expérimentalement pour quantifier l'impact des non-linéarités du schéma de détection sur les signaux interférométriques.

Pour mesurer ϵ_{sp} et ϵ_2 , les atomes sont initialement préparés dans l'état de plus haute énergie seulement. La séquence interférométrique n'est pas réalisée, et les résidus d'atomes détectés lors de la troisième impulsion de détection sont ensuite mesurés dans deux configurations différentes. Dans la première configuration, la séquence de détection reste inchangée. Les atomes mesurés lors de la troisième impulsion correspondent alors aux atomes dépeuplés par émission spontanée et non poussés, donnant accès à $\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2$. Dans la seconde configuration, une raie repompeur de très faible puissance est ajoutée pendant la première impulsion de détection. Cette raie laser pompe immédiatement les atomes perdus par émission spontanée. Lors de la dernière impulsion de détection, seuls les atomes non poussés seront donc mesurés.

La figure III.6 donne l'évolution de la proportion d'atomes détectés lors de la troisième impulsion de détection pour le ^{87}Rb en fonction de la puissance laser de détection. Lorsque l'intensité augmente, le paramètre d'émission spontanée ϵ_{sp} passe de 0 % à 12 % au maximum, alors que celui donnant la proportion d'atomes non poussés passe de 50 % à 3 % environ.

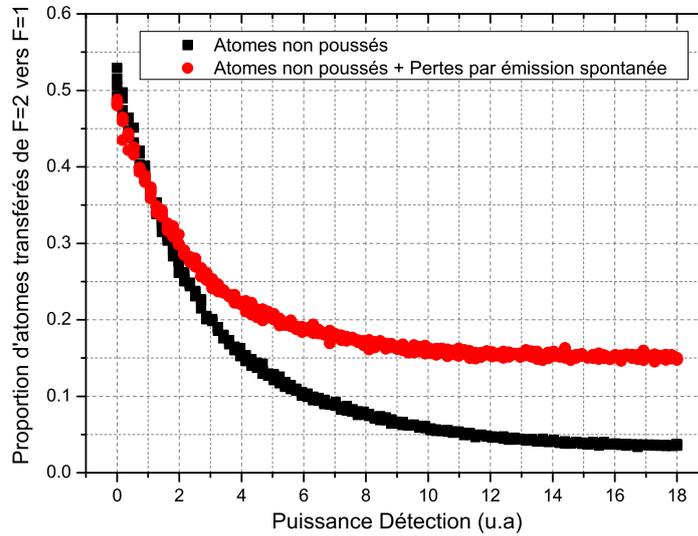


FIGURE III.6 – Proportion d'atomes détectés lors de la troisième impulsion de détection pour le ^{87}Rb en fonction de la puissance laser de détection, pour des atomes initialement préparés dans l'état de plus haute énergie.

Pour mesurer ϵ_1 , les atomes sont initialement préparés dans l'état de plus basse énergie uniquement. Il ne reste plus qu'à comparer les nombres d'atomes mesurés lorsque l'impulsion de pompage optique est allumée ou éteinte.

Pour finir il est aussi possible de déterminer les paramètres $\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2$ et ϵ_1 en ajustant directement les franges non-linéaires par l'équation (III.2).

Le tableau III.1 donne les valeurs expérimentales typiques des paramètres de non-linéarité pour les deux isotopes utilisés. On remarque alors que le paramètre de pertes par émission spontanée est beaucoup plus important pour le ^{85}Rb . Cela s'explique par le fait que cet isotope possède une structure fine plus étroite et donc un taux de dépompement par émission spontanée plus important que celui du ^{87}Rb . Ces valeurs peuvent de plus varier dans le temps, ces variations étant principalement dues aux variations des puissances micro-ondes envoyées au modulateur de phase. En effet, les paramètres de non-linéarité dépendent directement des intensités lasers contenues dans les différentes composantes spectrales utilisées pendant la détection.

TABLE III.1 – Valeurs typiques des paramètres de non-linéarité du schéma de détection pour les deux isotopes du rubidium.

Paramètres	^{87}Rb	^{85}Rb
ϵ_{sp}	0.07	0.25
ϵ_2	0.05	0.05
ϵ_1	0.75	0.8

La figure III.7 donne l'évolution temporelle des paramètres de non linéarité sur 32 heures. Cette évolution est mesurée grâce à des ajustements sinusoidaux des franges d'interférences à différents instants. Le temps caractéristique des variations est d'environ 10-15 min, il sera donc nécessaire de les prendre en compte pour des expériences de durée supérieure.

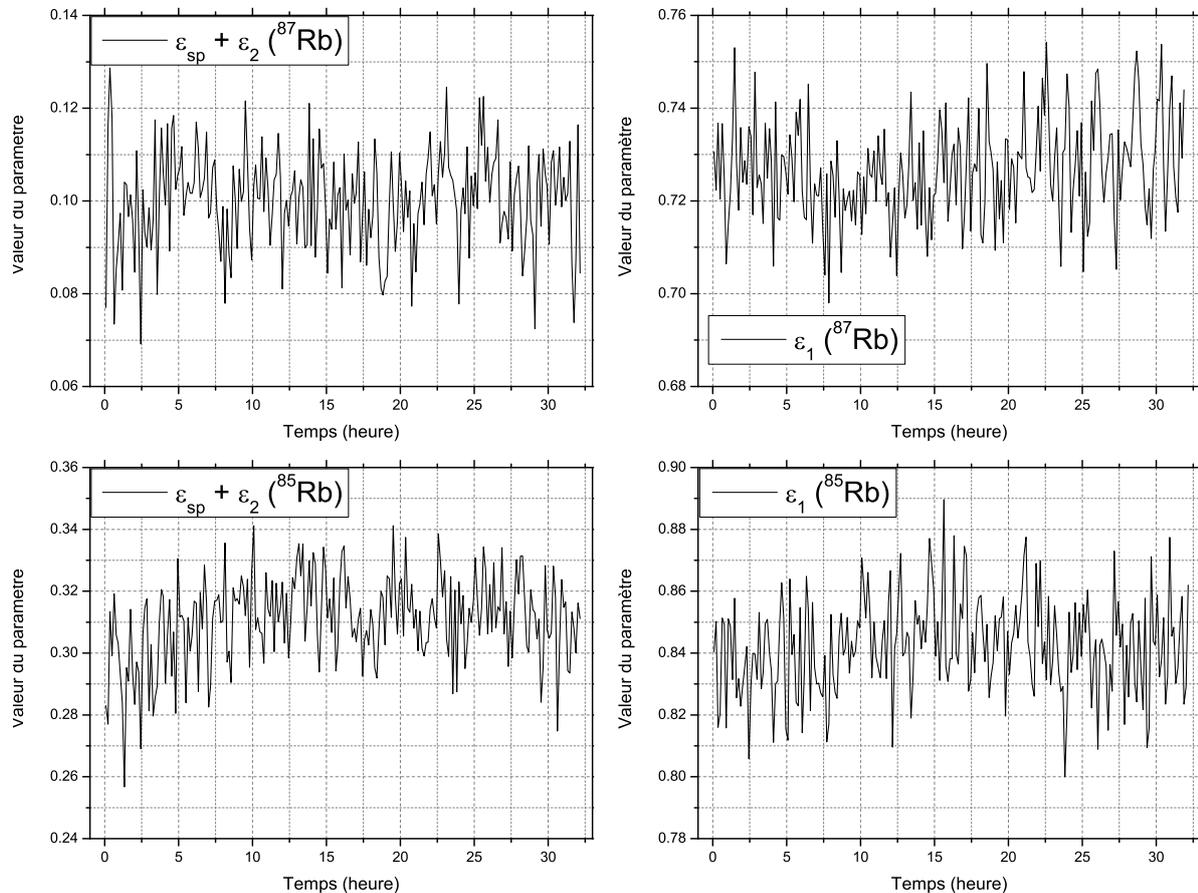


FIGURE III.7 – Évolutions temporelles des paramètres de non-linéarités.

La figure III.8 montre les signaux interférométriques après correction des non-linéarités de la détection. Les franges obtenues sont bien sinusoïdales et la phase différentielle peut être extraite sans biais à partir des points de l'ellipse. Ces corrections s'accompagnent d'une nette augmentation de l'amplitude des franges pour le ^{85}Rb grâce à la correction des fortes pertes par émission spontanée.

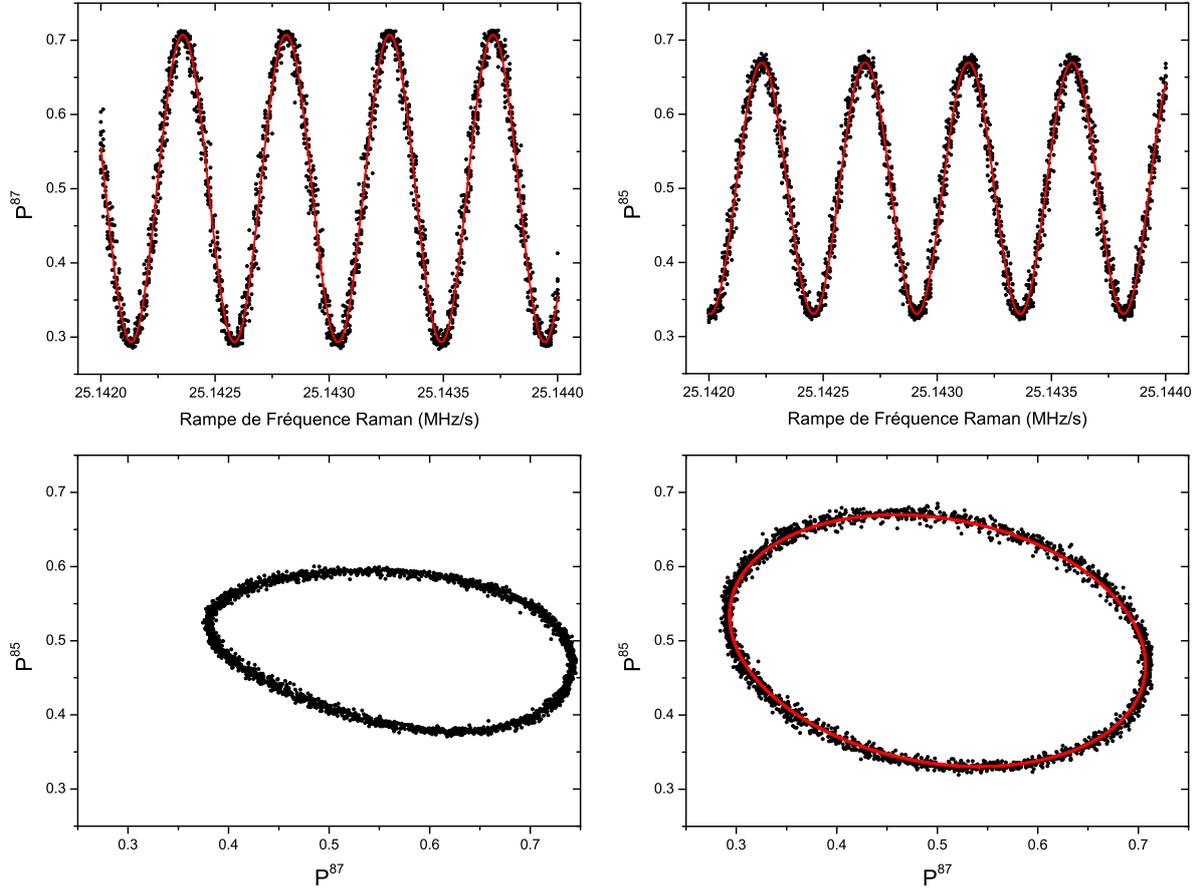


FIGURE III.8 – Signaux interférométriques après correction des non-linéarités de la détection. En bas à gauche le signal de corrélation elliptique entre les deux isotopes avant correction des non-linéarités. En bas à droite le signal de corrélation après correction des non-linéarités.

III.2 Source atomique de ^{87}Rb et ^{85}Rb

Dans cette partie seront présentées les principales caractéristiques de la source d'atomes froids de ^{87}Rb et de ^{85}Rb . Cette source est issue du piégeage et du refroidissement simultané des deux isotopes grâce à un piège magneto-optique (MOT) suivi d'une phase de mélasse optique. Les atomes sont ensuite préparés dans un sous-niveau Zeeman $m_F = 0$, insensible aux champs magnétiques, grâce à une étape de sélection Zeeman.

III.2.1 Piégeage et refroidissement des atomes

Piège Magnéto-Optique (MOT) :

Un MOT [174, 175, 176] est chargé à partir d'une vapeur créée grâce au dégazage engendré par le passage d'un courant de 2.8 A dans un filament (dispenser) contenant du rubidium solide. Le courant est ajusté de manière à obtenir un chargement efficace du MOT. Il résulte d'un compromis entre un flux suffisant d'atomes et un taux de pertes par collisions suffisamment faible.

La puissance laser de chacun des 6 faisceaux du piège est d'environ 60 mW. Ces faisceaux ont un waist de 13.5 mm et des polarisations en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ [176]. Les quatre composantes spectrales requises sont générées par modulation de phase (cf. partie II.4.2) : la raie de refroidissement pour le ^{87}Rb est la transition cyclante $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$, la raie de refroidissement pour le ^{85}Rb est la transition cyclante $|5^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$, les raies de pompage optique correspondent aux transitions $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb . Les puissances de modulation sont réglées de façon à obtenir des paramètres de piégeage proches pour les deux isotopes. Les intensités entre les deux raies de refroidissement sont égalisées et les raies de repompage possèdent des intensités de 3 % pour le ^{87}Rb et de 5 % pour le ^{85}Rb relativement aux raies de refroidissement (se reporter à la figure II.9 pour le spectre). La puissance de la raie repompeur du ^{85}Rb étant plus élevée pour compenser un taux de pertes par émission spontanée plus important à cause d'écart hyperfins plus faibles. Dans ces conditions, environ un tiers de la puissance est perdue dans les raies additionnelles de modulation. L'intensité au centre du faisceau contenue dans chacune des raies de refroidissement est alors d'environ 7 mW/cm² ce qui correspond à 4.2 I_{sat} , où $I_{sat} = 1.67$ mW/cm² désigne l'intensité de saturation des deux transitions cyclantes (cf. Annexe B). Pour réaliser le piège, un gradient de champ magnétique de 20 G/cm est appliqué. En laissant le piège se charger pendant 100-200 ms, quelques 10⁸ atomes de chaque isotope sont capturés.

Refroidissement sub-Doppler grâce à une mélasse optique :

Les atomes capturés dans le MOT sont ensuite encore refroidis grâce à une phase de mélasse optique. Durant cette phase, le gradient de champ magnétique est éteint, les raies de refroidissement sont progressivement désaccordées dans le rouge et leur intensité est diminuée. Les atomes sont alors refroidis vers un régime sub-Doppler par un mécanisme de type Sisyphe¹ [177]. Dans ce régime, la température atteinte est de l'ordre de quelques vitesses de recul [178] (une vitesse de recul $v_r = 5.9$ mm.s⁻¹ correspondant à une température $T_r = 360$ nK pour le rubidium).

La figure III.9 donne la séquence expérimentale de la phase de mélasse optique double espèce. Sa durée totale est de 26.5 ms. Tout d'abord, les fréquences des faisceaux piégeants sont désaccordées en 3 ms de -3Γ à -10Γ , pour le ^{87}Rb , et de -3Γ à -5Γ , pour le ^{85}Rb . Ensuite le champ magnétique est coupé, et l'on passe à une phase de mélasse, à proprement parler, d'une durée de 15 ms pendant laquelle s'effectue le refroidissement sub-Doppler. Après cela, les désaccords des raies de refroidissement sont augmentés jusqu'à -22Γ pour le ^{87}Rb et -10Γ pour le ^{85}Rb . Pendant les 7.5 dernières millisecondes, l'intensité laser totale est progressivement amenée à 0 pour atteindre le refroidissement ultime. Une impulsion de repompage de 1 ms permet finalement de préparer les atomes dans les états hyperfins de plus haute énergie ($|F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb). Les températures finales obtenues sont de quelques microKelvin pour les deux isotopes.

III.2.2 Caractérisation du refroidissement simultané des deux isotopes

Dans cette partie, le refroidissement double-espèce est caractérisé par les mesures des nombres d'atomes et de la température. Ces paramètres sont clés pour la qualité de la mesure interférométrique. La température du nuage atomique limite le contraste en sortie d'interféromètre à cause de la sélectivité en vitesse des transitions Raman mais aussi à cause du profil d'intensité inhomogène du faisceau laser. Une température faible permet de plus de réduire les effets systématiques dus à l'effet Coriolis ou aux aberrations de front d'onde du faisceau Raman. Le nombre d'atomes est quant à lui un paramètre important pour le rapport signal à bruit de la détection.

1. Les énergies des sous-niveaux Zeeman sont modulées spatialement, les déplacements lumineux de ces sous-niveaux étant modulés par la modulation de la polarisation si l'on considère des faisceaux contra-propageant en configuration $lin \perp lin$. Cette modulation est corrélée avec une modulation spatiale du taux de pompage des atomes. On se retrouve alors dans un régime où les atomes gravissent une succession de collines de potentiel et retombent dans des puits, d'où le nom de refroidissement Sisyphe.

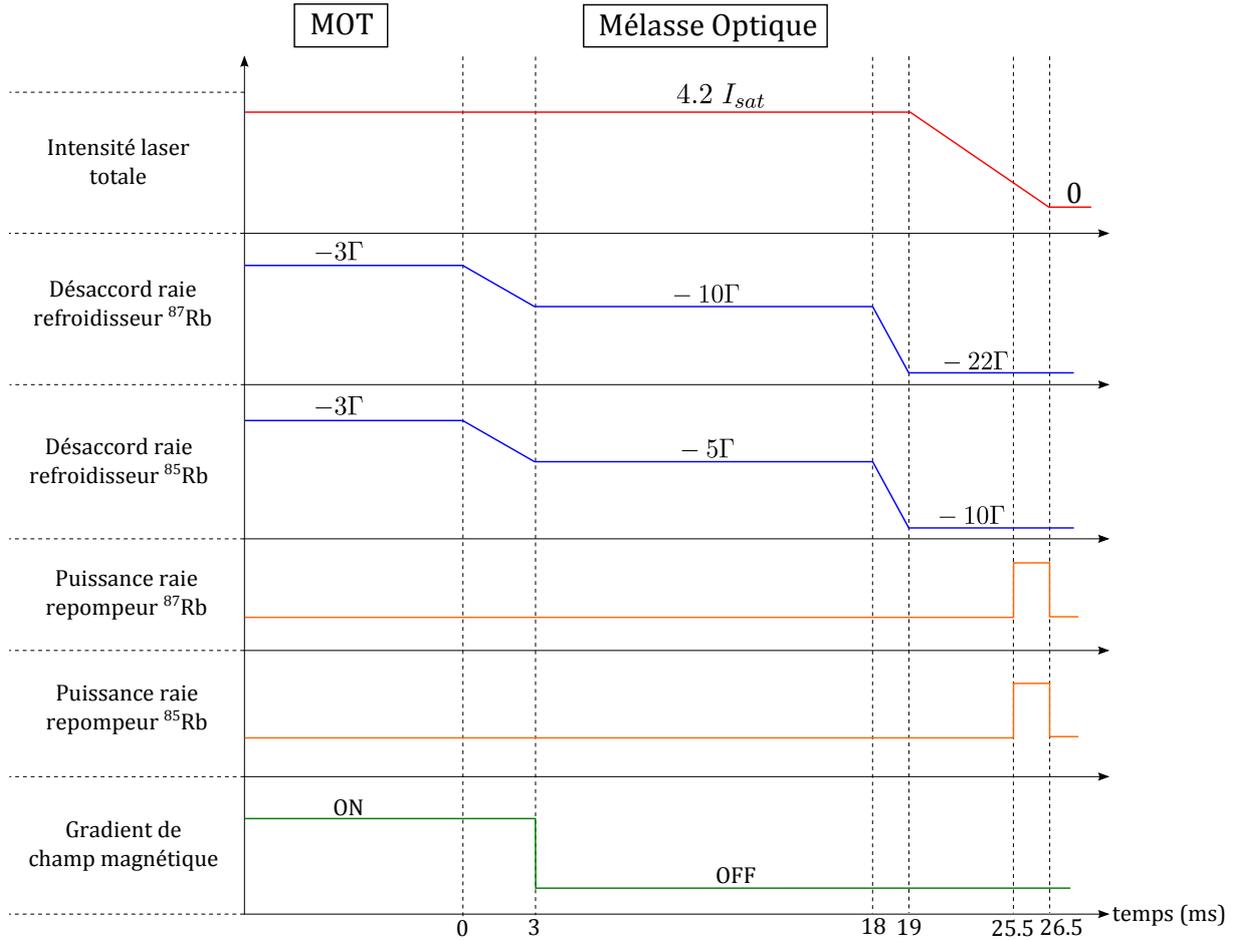


FIGURE III.9 – Séquence temporelle de la phase de mélasse optique double espèce. Les désaccords sont donnés par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ pour le ^{85}Rb .

Avant de présenter les résultats, on rappelle ici que le ^{87}Rb et le ^{85}Rb sont les deux isotopes stables du rubidium, l'abondance isotopique naturelle est de 27.83 % pour le ^{87}Rb et de 72.17 % pour le ^{85}Rb .

Dynamique de chargement des MOT :

Le chargement d'un MOT résulte habituellement d'une compétition entre le taux de chargement et les pertes par collisions [179, 180]. Celles-ci proviennent des collisions avec le gaz "chaud" résiduel dans l'enceinte mais aussi des collisions entre atomes froids. Dans le cas d'un piège contenant deux isotopes, il est alors nécessaire d'ajouter les collisions entre deux atomes différents. L'équation de taux régissant le nombre d'atomes dans le MOT peut alors se mettre sous la forme [181, 182] :

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = R_i - \alpha_i N_i(t) - \beta_i \int_{V_i} n_i^2(t) dr^3 - \beta_{j-i} \int_{V_i} n_i(t) n_j(t) dr^3 \quad (\text{III.4})$$

où i et j font références aux deux isotopes. N_i , N_j et n_i , n_j sont respectivement les nombres et les densités d'atomes piégés dans les volumes de capture V_i , V_j . R_i , R_j sont les taux de chargement, α_i , α_j sont les taux de pertes par collisions avec la vapeur résiduelle, β_i et β_{j-i} sont les paramètres de pertes induites par les collisions entre atomes froids de même espèce ou inter-espèce (collisions à deux corps). Les types de collisions entre atomes froids sont diverses et variées [183, 182] et ces processus peuvent faire intervenir des atomes dans un état fondamental, des atomes dans un état excité et être assistés par la lumière. Les coefficients β_i et β_{j-i} incluent

globalement ces divers processus.

Pour résoudre cette équation on se place sous l'approximation de densité d'atomes constante [184]. Cette approximation est raisonnable dans notre cas. Sa validité a été vérifiée expérimentalement en mesurant la densité atomique obtenue pour différents temps de chargements. Cette approximation mène à un chargement exponentiel du MOT :

$$N_i(t) = N_i^{sta} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{j-i}}\right) \right) \quad (\text{III.5})$$

où le nombre d'atomes dans l'état stationnaire pour l'isotope i est donné par :

$$N_i^{sta} = \frac{R_i}{\alpha_i + \beta_i n_i + \beta_{j-i} n_j} \quad (\text{III.6})$$

et le temps caractéristique de chargement par :

$$\tau_{j-i} = \frac{1}{\alpha_i + \beta_i n_i + \beta_{j-i} n_j} \quad (\text{III.7})$$

Pour observer les temps de chargement caractéristiques du MOT, le gradient de champ magnétique est allumé et le nombre d'atomes est mesuré par fluorescence grâce à une photodiode. La figure III.10 montre les chargements d'un double MOT ($^{87}\text{Rb} + ^{85}\text{Rb}$) et des MOT simples. Les espèces atomiques capturées sont sélectionnées en allumant ou éteignant les fréquences repompeur associées. Les temps de chargements obtenus sont : $\tau_{87-85} = 0.95$ s pour le double MOT, $\tau_{87} = 1.32$ s et $\tau_{85} = 0.99$ s pour les MOT simple espèce. Ces temps caractéristiques sont donc du même ordre de grandeur. En supposant que les taux de pertes par collisions avec la vapeur résiduelle sont équivalents, la comparaison des temps de chargement, $\tau_{87-85} < \tau_{85} < \tau_{87}$, montre que le taux de collision entre atomes froids est plus important pour le ^{85}Rb que pour le ^{87}Rb , $\beta_{85} n_{85} > \beta_{87} n_{87}$ (cf. équation (III.7)). Le temps de chargement du double MOT est ensuite plus rapide à cause des collisions inter-espèce. La comparaison des nombres d'atomes stationnaires, $N_{87}^{sta} < N_{85}^{sta}$, nous informe de plus sur le fait que le taux de capture pour le ^{87}Rb est plus faible que pour le ^{85}Rb , $R_{87} < R_{85}$ (cf. équation (III.6)). Cette différence étant principalement due à l'abondance isotopique naturelle des isotopes du rubidium.

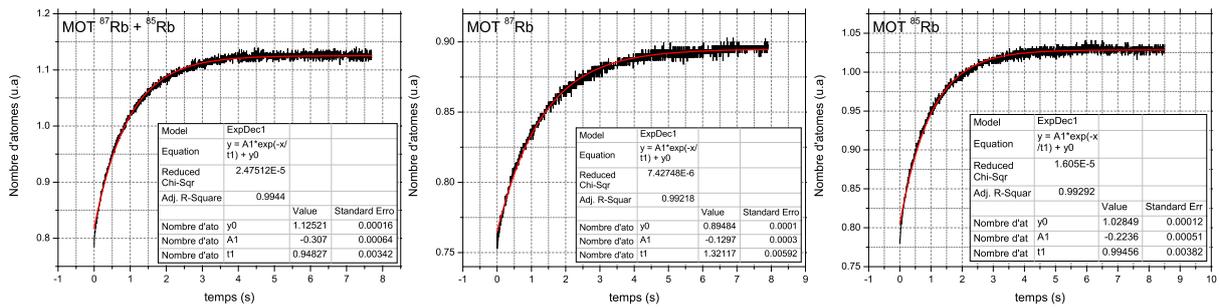


FIGURE III.10 – Temps de chargement du MOT. En noir la courbe expérimentale mesurée par fluorescence, en rouge la courbe de tendance (cf. équation (III.5)).

Nombre d'atomes :

On cherche maintenant à caractériser le double MOT en terme de nombre d'atomes afin d'étudier l'influence d'un piégeage simultané sur ce paramètre.

On s'intéresse ici aux nombres stationnaires d'atomes. La figure III.11 permet de les visualiser. Cette courbe résulte des allumages et extinctions successifs des fréquences repompeur pour les deux isotopes. On remarque clairement 6 signaux de fluorescences sur la courbe qui sont issus de la séquence suivante :

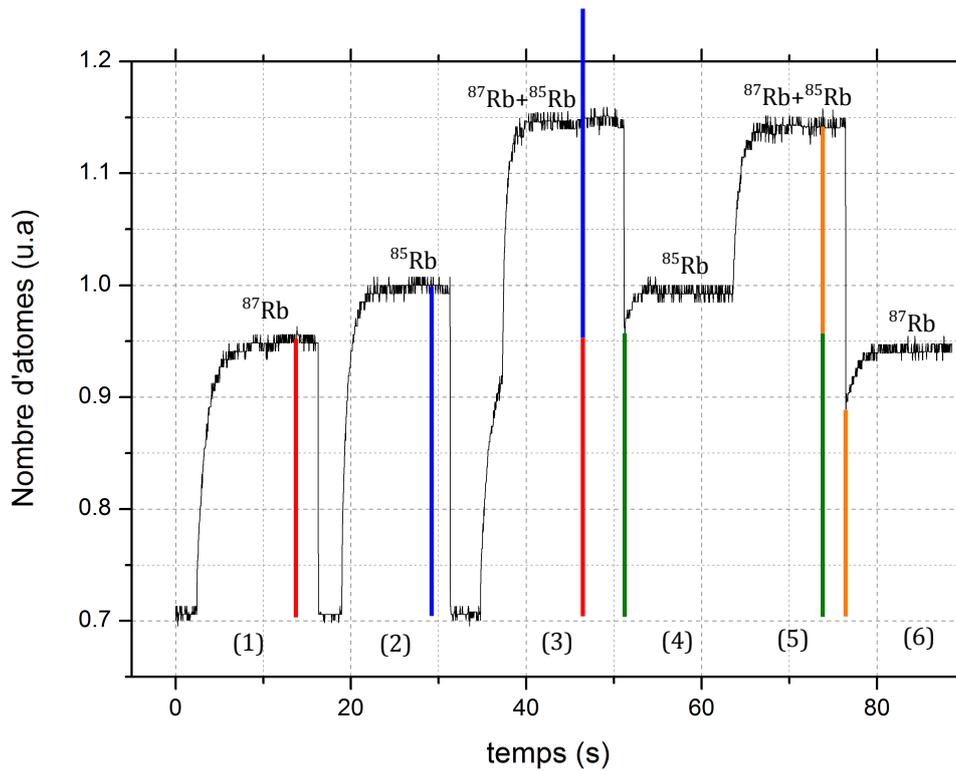


FIGURE III.11 – Comparaison des nombres d’atomes entre les MOT simple et double espèce. Les différents types d’atomes sont chargés en allumant ou éteignant les fréquences repompeur pour les deux isotopes. L’explication de la séquence est donnée dans le texte.

1. La raie laser repompeur ^{87}Rb est allumée, le MOT est chargé d’atomes de ^{87}Rb dont le nombre est représenté par la barre rouge. La raie repompeur ^{87}Rb est ensuite éteinte.
2. La raie laser repompeur ^{85}Rb est allumée, le MOT est chargé d’atomes de ^{85}Rb dont le nombre est représenté par la barre bleue. La raie repompeur ^{85}Rb est ensuite éteinte.
3. Les deux raies repompeur sont allumées, le MOT est chargé des deux isotopes.
4. Partant d’un MOT double espèce, la raie repompeur ^{87}Rb est éteinte. Juste après cette extinction, le signal de fluorescence nous informe sur le nombre d’atomes de ^{85}Rb dans le MOT double espèce, représenté par la barre verte. Le signal retrouve ensuite la même valeur que pour le MOT de ^{85}Rb seul.
5. La raie repompeur ^{85}Rb est rallumée pour recharger les deux isotopes dans le MOT.
6. Partant d’un MOT double espèce, la raie repompeur ^{85}Rb est éteinte. Juste après cette extinction, le signal de fluorescence nous informe sur le nombre d’atomes de ^{87}Rb dans le MOT double espèce, représenté par la barre orange. Le signal retrouve ensuite la même valeur que pour le MOT de ^{87}Rb seul.

Pendant cette séquence, les paramètres du MOT sont similaires pour les deux isotopes (désaccords, puissances lasers de refroidissement, gradient de champ magnétique), les taux de fluorescences sont donc similaires pour les deux isotopes et les niveaux de fluorescence permettent donc de comparer les nombres d’atomes entre les deux isotopes.

Plusieurs observations peuvent alors être tirées de la figure III.11. La première est la présence des pertes d’atomes froids par collisions inter-espèces. En effet le nombre total d’atomes dans le MOT double espèce (barre verte + orange) est inférieur à la somme des nombres d’atomes de ^{87}Rb et ^{85}Rb dans les MOT simples (barre rouge + bleue). La comparaison des signaux de

fluorescence n°4 et n°6 montre de plus que ces pertes par collisions inter-espèce sont, en relatif, légèrement supérieures pour le ^{87}Rb , *i.e.* $\beta_{85-87}n_{85} > \beta_{87-85}n_{87}$.

La seconde observation est que le rapport isotopique entre les nombres d'atomes des deux isotopes n'est pas conservé, à la fois dans le MOT double espèces et entre les MOT simple espèces respectifs. Les signaux montrent que l'on perd plus d'atomes de ^{85}Rb que de ^{87}Rb . Cela provient des pertes par collisions plus importantes pour cette isotope $\beta_{85}n_{85} > \beta_{87}n_{87}$, et confirme la déduction faite grâce à la comparaison des temps de chargement.

Enfin il est important de noter que les pertes induites par les collisions inter-espèce dans le MOT double espèce sont d'environ 10-15 % pour les deux espèces par rapport aux nombres d'atomes dans les MOT simple espèce.

L'étude des signaux de fluorescence permet donc de comprendre qualitativement l'importance des mécanismes de collisions mis en jeux lors du piégeage et refroidissement simultané de deux isotopes.

En connaissant la calibration de la photodiode qui collecte la fluorescence du MOT, l'angle solide de détection, ainsi que les intensités et désaccords des faisceaux lasers, il est possible d'estimer le nombre d'atomes piégés à partir du signal de fluorescence. En régime stationnaire, un nombre d'atomes de ^{87}Rb , respectivement de ^{85}Rb , de 1×10^9 , respectivement de 1.5×10^9 , est estimé. Suivant le temps de cycle choisi pour l'expérience, la phase MOT dure typiquement entre 100 et 400 ms. Le temps de chargement du piège double espèce étant de 1 s, quelques 10^8 atomes de chaque isotope sont capturés et refroidis.

Qualité de la préparation en fin de mélasse :

En fin de mélasse, les atomes sont préparés dans l'état $|F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb grâce à l'augmentation des puissances des raies repompeur. Dans notre expérience cette préparation n'est pas parfaite car il est impossible d'éteindre complètement les raies de refroidissement.

Pour caractériser la qualité de la préparation des atomes dans l'état hyperfin de plus haute énergie en fin de mélasse, le nombre d'atomes dans chaque état est mesuré grâce à la séquence de détection décrite précédemment (*cf.* partie III.1.1). La figure III.12 présente les signaux de détection obtenus en sortie de mélasse avec et sans faisceau pousseur (en l'absence de faisceaux Raman). On rappelle que le faisceau pousseur est un faisceau laser résonnant allumé, ou non, après la fin de la phase de mélasse qui permet de chasser les populations atomiques des états de plus haute énergie pour les deux isotopes. En fin de mélasse, on observe que la majorité des atomes se trouvent bien dans les états de plus haute énergie (courbe III.12 a)). Dans la courbe III.12 b), le faisceau pousseur est utilisé pour chasser les atomes dans les états de plus haute énergie pour les deux isotopes et les résidus dans les états de plus basses énergies sont alors observés. Ces résidus sont de 3.6 % pour le ^{87}Rb et 4.6 % pour le ^{85}Rb relativement au nombres d'atomes dans les états du haut. Ces résidus d'atomes n'engendrent finalement qu'une chute de contraste minime en sortie d'interféromètre.

Mesure de la température de la source atomique :

Les mesures de température ont été effectuées par spectroscopie Raman grâce à la sélectivité en vitesse des transitions Raman contra-propageantes [150]. Comme nous l'avons vu dans la partie I.1.4, la probabilité de transition est donnée par le produit de convolution entre la distribution en vitesse des atomes et la transformée de Fourier du profil temporel de l'impulsion Raman. Pour réaliser la spectroscopie Raman, nous avons donc observé l'évolution des probabilités de transition en fonction de la différence de fréquences Raman pour des impulsions π suffisamment longues.

La figure III.13 montre les résultats obtenus pour les mesures de température par spectroscopie Raman. Les températures typiques du nuage atomique sont de l'ordre du microKelvin, $1 \mu\text{K}$ correspondant ici à un élargissement Doppler de 25 kHz (demi-largeur à mi-hauteur). Pour

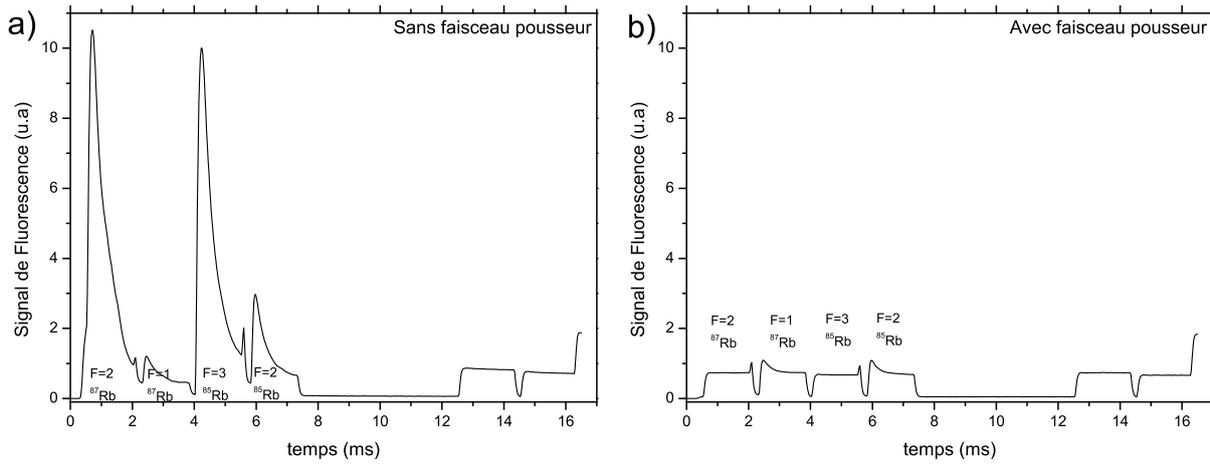


FIGURE III.12 – Étude de la préparation des atomes dans l'état hyperfin de plus haute énergie en fin de mélasse grâce à la séquence de détection utilisée. a) Les atomes se trouvent majoritairement dans l'état de plus haute énergie pour les deux isotopes. b) En poussant ces atomes, on observe les faibles résidus dans l'état de plus basse énergie.

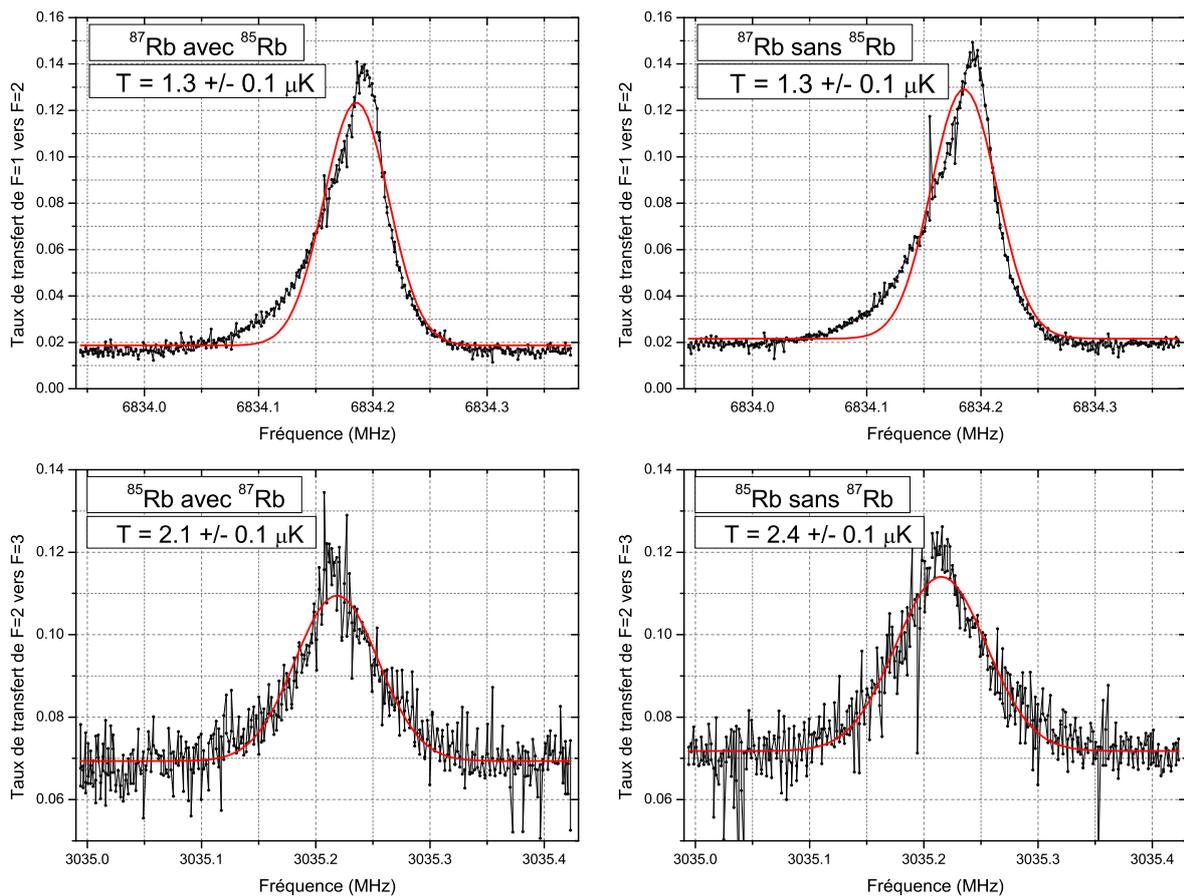


FIGURE III.13 – Spectres Raman pour les mesures de température du nuage atomique. Les probabilités de transition sont sondées par une impulsion Raman π de durée $250 \mu\text{s}$.

obtenir une résolution suffisante, l'impulsion π générée a une durée de $250 \mu\text{s}$, correspondant à une largeur spectrale de 4 kHz . Les températures pour chaque isotope ont été mesurées en pré-

sence ou non de l'autre isotope lors du piégeage et refroidissement². Les températures obtenues lors du refroidissement simultané sont de l'ordre de deux vitesses de recul : $1.3 \pm 0.1 \mu\text{K}$ pour le ^{87}Rb et $2.1 \pm 0.1 \mu\text{K}$ pour le ^{85}Rb . Ces températures sont similaires à celles obtenues lors des refroidissements séparés de chaque isotope : $1.3 \pm 0.1 \mu\text{K}$ pour le ^{87}Rb et $2.4 \pm 0.1 \mu\text{K}$ pour le ^{85}Rb . Le nuage de ^{85}Rb étant légèrement plus chaud vraisemblablement à cause d'un désaccord plus faible pendant la phase de mélasse.

Conclusion sur le refroidissement simultané des deux espèces :

La source d'atomes froids provenant du refroidissement simultané des deux isotopes tel qu'il a été mis œuvre répond à tous les critères nécessaires à la bonne réalisation de la séquence interférométrique. Le nombre d'atomes ($\sim 10^8$) est amplement suffisant pour obtenir une détection efficace de la répartition des populations atomiques. Le temps de chargement du piège est quant à lui suffisamment court pour que le capteur travaille à des cadences de quelques Hertz. De plus, les températures des nuages d'atomes pour les deux isotopes ($\sim 2 \mu\text{K}$) sont suffisamment faibles pour garantir un bon contraste en sortie d'interféromètre. Les températures obtenues ici sont proches de celles de plusieurs gravimètres à l'état de l'art ($1.5 \mu\text{K}$ dans [36] et $2.5 \mu\text{K}$ [165]).

On peut enfin noter que la réalisation expérimentale de ce refroidissement simultané double espèce est relativement simple. Il ne nécessite qu'une unique source laser modulée en phase à des fréquences micro-ondes adéquates. La présence de raies additionnelles de modulation n'a pas d'influence néfaste sur le refroidissement hormis la perte de puissance efficace. En effet, dans le cas présent, toutes ces raies additionnelles se trouvent loin de toute résonance atomique et n'interagissent pas fortement avec les atomes.

III.2.3 Préparation de l'état quantique des atomes

Après la phase de mélasse optique et avant la séquence interférométrique, les atomes possédant un état quantique adapté sont sélectionnés. Cette sélection est opérée afin de garder uniquement les atomes se trouvant dans un sous-niveau Zeeman $m_F = 0$, insensible aux champs magnétiques au premier ordre. Cette sélection permet aussi d'augmenter le contraste en sortie d'interféromètre en évitant le brouillage des franges induit par des effets parasites extérieurs pouvant entraîner des déphasages différents selon l'état quantique de l'atome.

Déroulement de la préparation :

En fin de mélasse, les atomes sont grossièrement répartis de manière équiprobable entre tous les sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin de plus haute énergie.

Les bobines de quantifications permettent de générer un champ magnétique uniforme d'amplitude 0.5 G afin de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman en tirant parti de l'effet Zeeman linéaire. Ce champ engendre un écart en fréquence de ± 700 kHz entre les transitions hyperfines $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ pour le ^{87}Rb , et de ± 470 kHz entre les transitions hyperfines $|F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = \pm 1\rangle$ pour le ^{85}Rb . Une impulsion micro-onde π à résonance de $250 \mu\text{s}$ permet alors de transférer les atomes peuplant uniquement les sous-niveaux $|F = 2, m_F = 0\rangle$ pour le ^{87}Rb , respectivement $|F = 3, m_F = 0\rangle$ pour le ^{85}Rb , vers les sous-niveaux $|F = 1, m_F = 0\rangle$, respectivement $|F = 2, m_F = 0\rangle$. L'impulsion micro-onde est simultanée pour les deux isotopes. Elle contient les deux fréquences hyperfines qui sont générées grâce à la source présentée en figure II.13. Pour finir, les atomes sont éclairés par une impulsion de faisceau pousseur. Les atomes présents dans les niveaux du hauts, $|F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb , sont chassés et ne participeront pas à l'interféromètre.

La figure III.14 montre les sous-niveaux Zeeman mis en jeux lors de la sélection. La spectroscopie Raman fait bien apparaître l'équipartition entre les différents sous-niveaux Zeeman

2. On remarque sur ces spectres une asymétrie des distributions en vitesse (principalement pour le ^{87}Rb) dont la provenance serait à étudier.

pour les deux isotopes. Pour le ^{87}Rb , au mieux un cinquième des atomes seront donc sélectionnés, pour le ^{85}Rb , ce chiffre tombe à un septième à cause d'un nombre supérieur ($2F + 1$) de sous-niveaux Zeeman.

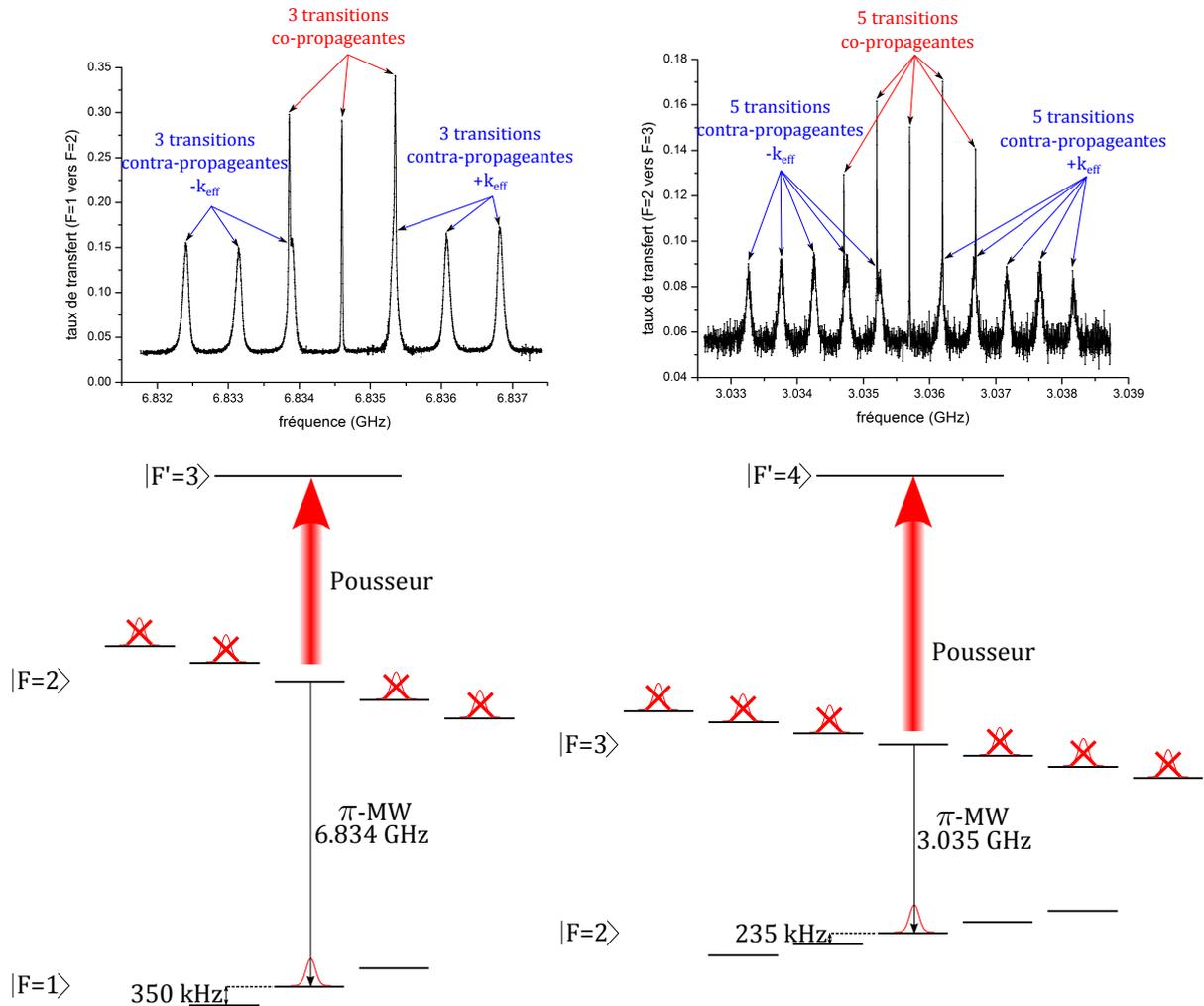


FIGURE III.14 – Spectroscopie Raman des transitions hyperfines et sélection Zeeman pour les deux isotopes du rubidium : à gauche pour le ^{87}Rb , à droite pour le ^{85}Rb . La spectroscopie Raman fait apparaître les transitions possibles suivant les sous-niveaux Zeeman après la levée de dégénérescence induite par un champ magnétique uniforme. On observe clairement les transitions Raman contra-propageantes ($\pm \vec{k}_{\text{eff}}$) et co-propageantes.

Qualité de la préparation :

La figure III.15 montre la qualité de la préparation de l'état quantique des atomes après la phase de sélection Zeeman. Les atomes se trouvent bien dans les deux états de plus basse énergie pour les deux isotopes. Seul un petit résidu ne dépassant pas 3 % se trouve dans l'état de plus haute énergie pour le ^{85}Rb . Ces atomes sont probablement dépeuplés par émission spontanée lors de l'impulsion pousseur. Ce nombre n'aura pas d'influence significative sur le contraste en sortie d'interféromètre.

La contribution principale, en terme de nombre absolu d'atomes, concernant les défauts de préparation de l'état quantique des atomes provient des résidus restant dans les états de plus basse énergie après l'impulsion repompeur en fin de mélasse (*cf.* figure III.12). Finalement, avant l'entrée dans l'interféromètre, plus de 90 % des atomes de ^{87}Rb se trouvent dans l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et de même pour les atomes de ^{85}Rb dans l'état $|F = 2, m_F = 0\rangle$.

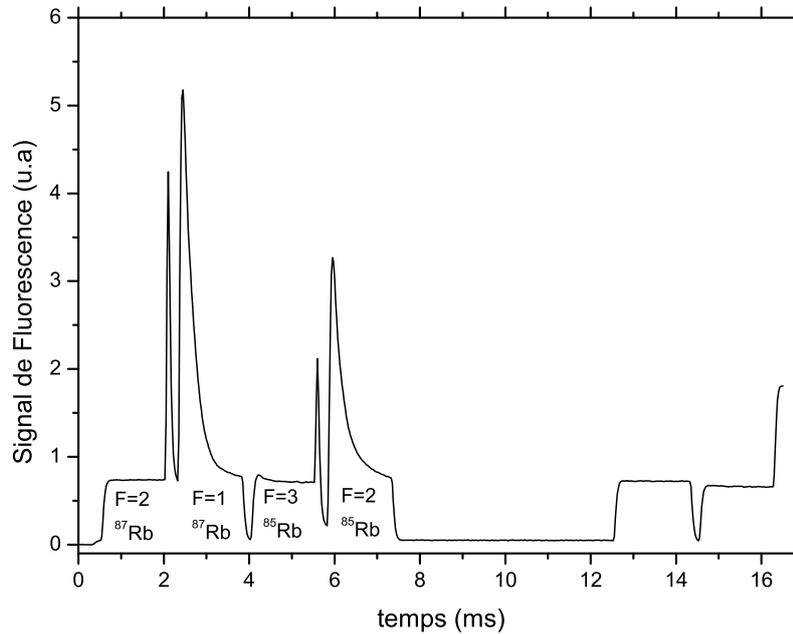


FIGURE III.15 – Qualité de la sélection Zeeman.

III.3 Réalisation de l'interféromètre atomique

Dans cette partie, la mise en œuvre pratique de l'interféromètre double espèce simultané sera décrite. Cet interféromètre est basé sur l'utilisation de transitions Raman contra-propageantes dans des conditions de polarisation et de durée précise. Les paires Raman parasites générées par modulation de phase constituent une des principales limites au réglage des paramètres de l'interféromètre. Les effets de ces raies sur les amplitudes de transition seront étudiés. On finira en présentant la manière dont les paramètres de l'interféromètre sont ajustés pour aboutir à la mesure interférométrique.

III.3.1 Caractérisation des faisceaux et transitions Raman

Pour réaliser un interféromètre sensible à l'accélération, les deux faisceaux Raman doivent être contra-propageants (*cf.* chapitre I). Dans notre expérience, un unique faisceau Raman contenant les deux fréquences lasers est rétro-réfléchi. Dans cette configuration, des transitions Raman co-propageantes peuvent aussi être excitées. Ces transitions sont de leur côté très peu sensibles à la vitesse des atomes car les normes des vecteurs d'onde effectifs associées correspondent aux transitions micro-ondes entre les niveaux hyperfins pour les deux isotopes.

Règles de sélection et polarisations des faisceaux Raman :

Pour maintenir la polarisation des atomes pendant la phase interférométrique un champ magnétique uniforme de 30 mG est créé suivant l'axe vertical de chute libre. Cet axe fait ici office d'axe de quantification. Les faisceaux Raman se propagent verticalement le long de cet axe de quantification, la polarisation de chaque faisceau peut donc se décomposer en une combinaison linéaire des polarisations circulaires σ^+ et σ^- . Grâce aux règles de sélection des transitions dipolaires électriques et en se référant aux coefficients de Clebsch-Gordan associés [185, 186], il est possible de démontrer que seuls les couples de polarisations $\sigma^+ - \sigma^+$, $\sigma^- - \sigma^-$ et $lin \perp lin$ peuvent stimuler des transitions Raman [45]. Expérimentalement, le faisceau Raman “descen-

dant" possède une polarisation rectiligne après le passage dans un cube polariseur. Le faisceau rétro-réfléchi possède lui une polarisation rectiligne, perpendiculaire à la précédente, car une lame $\lambda/4$ est placée devant le miroir de rétro-réflexion. C'est cette configuration de polarisation qui se nomme $lin \perp lin$. Elle a été choisie car il a été démontré [45] que cette configuration de polarisation ne permet pas les transitions co-propageantes, mais seulement les transitions contra-propageantes.

Une spectroscopie Raman permet d'étudier les transitions contra et co-propageantes. La figure III.16 montre le spectre obtenu après 90 ms de chute pour une impulsion Raman de durée $\tau = 4 \mu s$. On observe alors clairement les deux transitions contra-propageantes ($\pm \vec{k}_{eff}$) ainsi que la transition co-propageante. Théoriquement, cette dernière est interdite dans la configuration de polarisation $lin \perp lin$. Malgré cela, on remarque sur les spectres que cette transition co-propageante demeure permise (principalement pour le ^{87}Rb), ceci étant dû aux imperfections de polarisation des faisceaux Raman. Les transitions contra-propageantes sont désaccordées de $\pm \vec{k}_{eff}v/2\pi = \pm \vec{k}_{eff}gt/2\pi = \pm 2.3$ MHz par rapport à la fréquence de transition hyperfine, ce qui n'est pas le cas pour la transition co-propageante faiblement sensible à la vitesse. La largeur des raies n'est pas ici limitée par la distribution en vitesse des atomes (comme cela est le cas dans la figure III.14) mais par la largeur spectrale de l'impulsion Raman.

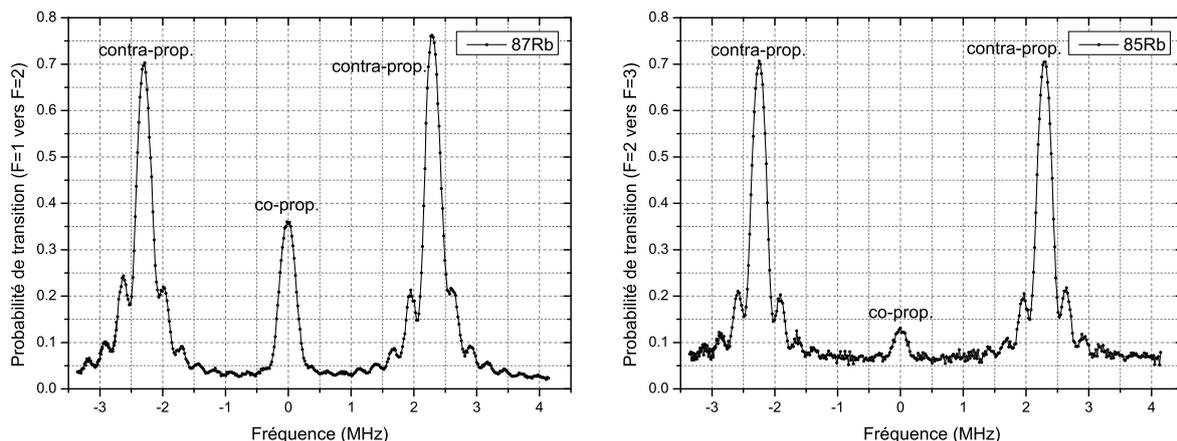


FIGURE III.16 – Spectroscopies Raman des transitions contra et co-propageantes pour les deux isotopes tracées en fonction du désaccord par rapport aux fréquences hyperfines après 90 ms de chute libre. La durée de l'impulsion Raman est réglée à $\tau = 4 \mu s$.

Reste maintenant à étudier les couplages possibles avec ces lasers Raman pour un état de départ polarisé dans un sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$. Lors du changement d'état hyperfin induit par la transition Raman, l'atome peut soit rester dans un sous-niveau $m_F = 0$, *i.e* $\Delta m_F = 0$, soit être transféré vers un sous-niveau $m_F = \pm 2$, *i.e* $\Delta m_F = \pm 2$, en accord avec les règles de sélection imposées par la configuration de polarisation $lin \perp lin$ des faisceaux. En se référant aux coefficients de Clebsh-Gordan associés [185, 186] et en considérant que le désaccord Raman Δ est grand devant les écarts entre les niveaux hyperfins des états excités, on trouve que les amplitudes de transition interfèrent constructivement lorsque $\Delta m_F = 0$ et destructivement lorsque $\Delta m_F = \pm 2$ (ceci pour les deux isotopes). Finalement, avec cette configuration laser, les seules transitions permises sont les transitions $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 2, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ pour le ^{85}Rb . De plus, la présence d'un champ magnétique uniforme lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Ainsi les transitions Raman ne sont résonnantes que pour des atomes se trouvant dans les sous-niveaux $m_F = 0$, pour des valeurs de champ magnétique suffisamment importantes.

Oscillations de Rabi des transitions contra-propageantes :

Dans le chapitre I, il a été démontré que les transitions Raman sont équivalentes au couplage par un laser d'un système effectif à deux niveaux. Ce couplage est traduit par une pulsation de Rabi effective (*cf.* équation (I.11)). La probabilité de transition entre les deux états varie alors de manière sinusoïdale avec la durée de l'impulsion à la pulsation de Rabi généralisée (*cf.* équation (I.19)).

La probabilité de transition en fonction de la durée τ d'une impulsion Raman peut être mesurée pour les deux isotopes. Les deux paires Raman sont générées par modulation de phase comme expliqué dans le chapitre II.

La figure III.17 montre ce phénomène d'oscillation de Rabi pour les deux isotopes. On remarque cependant que ces oscillations sont amorties à mesure que la durée de l'impulsion augmente. Ces amortissements sont dus à des phénomènes de décohérence sur l'ensemble du nuage atomique.

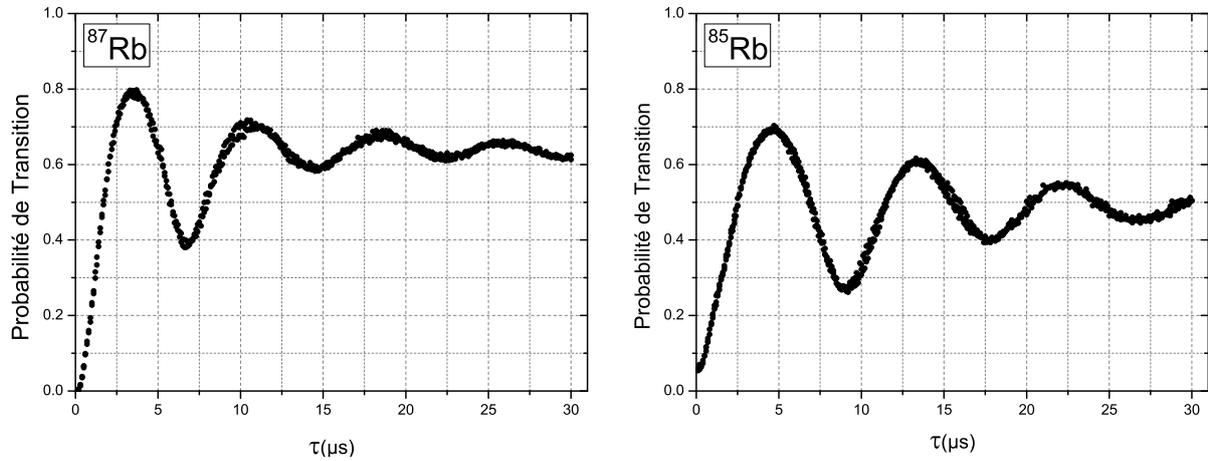


FIGURE III.17 – Visualisation des oscillations de Rabi associées aux transitions Raman contra-propageantes pour les deux isotopes. Les désaccords Raman Δ sont de 0.59 GHz pour le ^{87}Rb et de 1.86 GHz pour le ^{85}Rb . La durée d'une impulsion π est d'environ $4 \mu\text{s}$.

Deux phénomènes sont à l'origine d'inhomogénéités spatiales de la pulsation de Rabi sur l'ensemble du nuage atomique. Tout d'abord la pulsation de Rabi dépend de la vitesse des atomes par l'intermédiaire de l'effet Doppler ; ceci est à l'origine de la sélectivité en vitesse des transitions Raman (*cf.* partie I.1.4). La distribution en vitesse des atomes, provenant de leur température finie, engendre alors une inhomogénéité spatiale de la pulsation de Rabi. Après un temps de chute t , la distribution de vitesse verticale des atomes est donnée par :

$$f_v(v, t) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - gt)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad (\text{III.8})$$

avec $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m}$ la largeur de cette distribution.

Ensuite les faisceaux Raman ont un profil d'intensité gaussien. L'amplitude du champ électrique vue par un atome sur le bord du faisceau sera donc plus faible que celle vue par un atome au centre. La pulsation de Rabi effective présentera donc un profil spatial gaussien dans la direction perpendiculaire à la propagation des faisceaux, d'où :

$$\Omega_{\text{eff}}(r) = \Omega_0 e^{-\frac{(r-r_0)^2}{w_0^2}} \quad (\text{III.9})$$

où r_0 et w_0 correspondent respectivement au centre et au waist des faisceaux Raman, et Ω_0 à la pulsation de Rabi pour un atome au centre du faisceau. La probabilité de transition sur

l'ensemble du nuage dépendra donc de sa distribution spatiale, donnée, après un temps de chute t , par :

$$f_r(r, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2(t)}} \exp\left(-\frac{(r - \frac{1}{2}gt^2)^2}{2\sigma_z^2(t)}\right) \quad (\text{III.10})$$

où $\sigma_z^2(t) = \sigma_{z_0}^2 + (\sigma_v t)^2$, avec σ_{z_0} la largeur initiale du nuage atomique.

Pour simplifier le calcul de la probabilité de transition, on considère que le nuage atomique est centré par rapport aux faisceaux Raman. On considère de plus que la condition de résonance est vérifiée pour la vitesse de groupe gt et que les distributions spatiale et de vitesse des atomes sont isotropes. Sous ces conditions, la probabilité de transition est donnée par :

$$P(\tau, t) = \int \int f_r(r, t) f_v(v, t) \frac{\Omega_{\text{eff}}^2(r)}{\sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2(r) + (k_{\text{eff}}(v - gt))^2}} \sin^2\left(\frac{\tau}{2} \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2(r) + (k_{\text{eff}}(v - gt))^2}\right) dr dv \quad (\text{III.11})$$

La figure III.18 montre les oscillations de Rabi comme décrites par l'équation (III.11) en fonction des paramètres que sont la température des atomes, la taille initiale du nuage et le temps de chute libre. On remarque alors nettement l'intérêt d'avoir une source atomique froide et ponctuelle afin de maximiser l'efficacité de transfert. Il est aussi important de noter que les

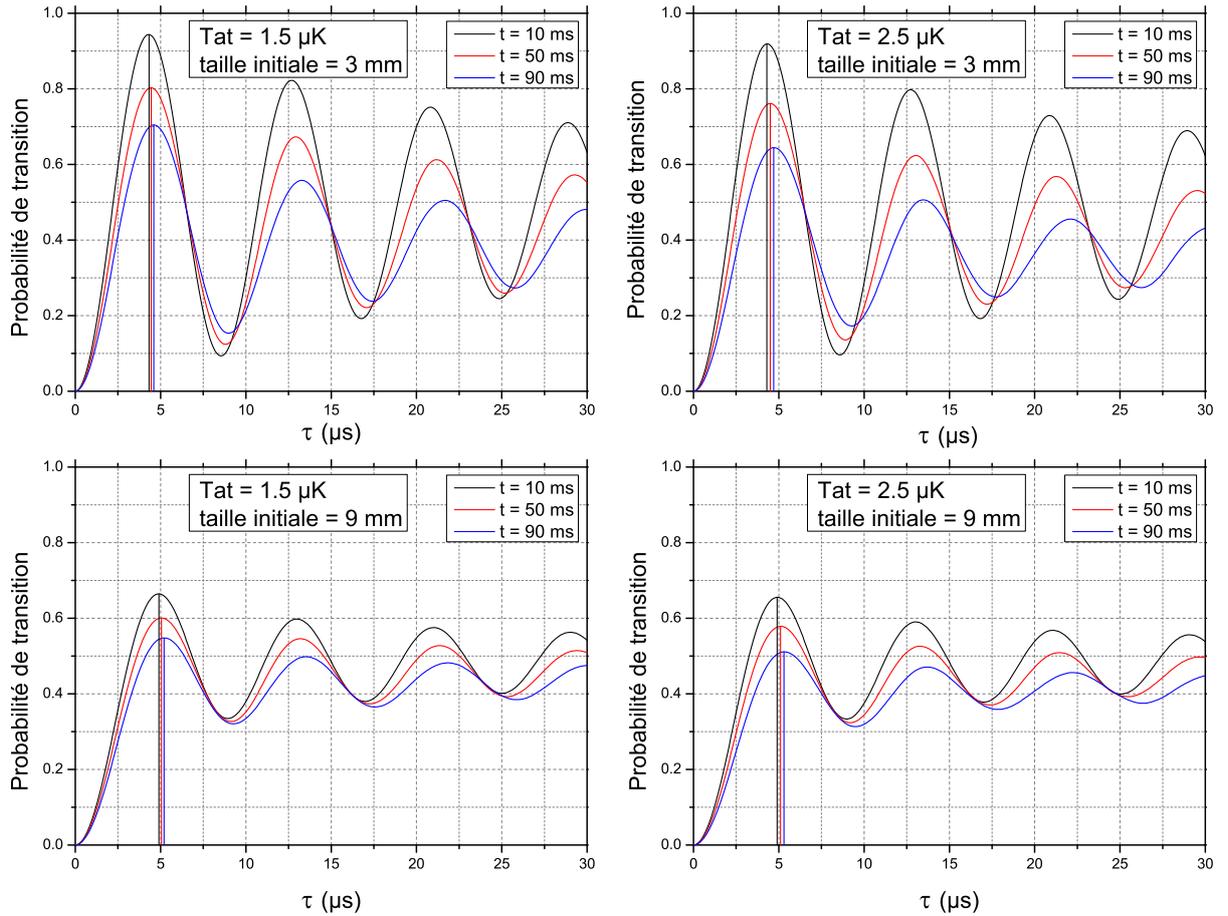


FIGURE III.18 – Simulations des oscillations de Rabi pour deux températures différentes (1.5 et 2.5 μK), pour deux tailles initiales de nuage différentes (3 et 9 mm) et à différents instants t après le lâcher (10, 50 et 90 ms). Le waist du faisceau Raman est de 10 mm. La pulsation de Rabi au centre du faisceau est réglée comme $\Omega_0 = \pi/(4\mu\text{s})$.

pulsations de Rabi généralisées ne sont pas identiques après différents temps de chute. En effet,

lors de la chute libre, le nuage atomique s'étend et des zones de plus faible intensité laser sont sondées augmentant ainsi les inhomogénéités de pulsation au sein du nuage. Plus le nuage est étendu, moins le transfert est efficace et plus la pulsation de Rabi est lente. Cette observation conforte le traitement effectué au chapitre I, concernant les réponses de l'interféromètre, où l'on considérait trois pulsations de Rabi différentes pour les trois impulsions Raman de l'interféromètre.

En conclusion, pour limiter les inhomogénéités des pulsations de Rabi et obtenir un taux de transfert efficace ainsi que des pulsations de Rabi constantes au cours de l'interféromètre, il est nécessaire de disposer d'une source atomique froide et ponctuelle sondée par un faisceau Raman de grande taille. Pour faire un parallèle avec l'interférométrie en optique, la largeur du faisceau Raman est à relier à la dispersion introduite par les optiques. La température de la source atomique est quant à elle à relier au mono-chromatisme de la source lumineuse.

Décohérences par émission spontanée :

Une autre cause de décohérence pour la fonction d'onde atomique, et donc de chute de contraste, sont les pertes par émission spontanée pendant les impulsions Raman. Une étude complète de ce phénomène est présentée dans [145]. Connaissant les taux d'émission spontanée, les désaccords, ainsi que les rapports entre les raies Raman, il est possible d'effectuer un calcul qualitatif des pertes ($ES \propto \frac{\Gamma}{\Delta}$) : pendant une impulsion π , ces pertes sont estimées à 3 % pour le ^{87}Rb , et à 1 % pour le ^{85}Rb , connaissant les désaccords Raman respectifs de 0.59 GHz et 1.86 GHz. Ces pertes sont donc faibles mais pas totalement négligeables. En revanche la décohérence induite par l'émission spontanée provenant d'éventuels résidus de lumière entre les impulsions Raman est totalement négligeable. En effet les obturateurs mécaniques permettent d'obtenir un excellent taux d'extinction à l'intérieur de l'enceinte.

III.3.2 Transitions Raman contra-propageantes et paires Raman parasites

Pour générer les transitions Raman contra-propageantes, un faisceau laser rétro-réfléchi modulé en phase est utilisé. Les paires Raman associées aux deux isotopes sont générées en injectant les fréquences hyperfines (6.834 GHz et 3.035 GHz), corrigées du recul, de l'effet Doppler et des éventuels déplacements en fréquence des niveaux d'énergie, directement dans le modulateur de phase (*cf.* partie II.4.2). On se consacre dans cette partie aux transitions Raman "parasites" [173] associées à un seul isotope et à leur impact sur l'amplitude de transition entre les deux états internes couplés ainsi que sur le contraste de l'interféromètre.

Le champ électrique à 780 nm vu par un atome, associé à un faisceau laser rétro-réfléchi modulé en phase à une seule fréquence ω_G avec une profondeur donnée m , peut se décomposer sur la base des $e^{in\omega_G t}$, $n \in \mathbb{Z}$, grâce aux fonctions de Bessel J_n (*cf.* Annexe C) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_\alpha(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\omega_L t} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(m) e^{in\omega_G t} \right) + c.c \\ \quad = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_\alpha(n) e^{i(\omega_L + n\omega_G)t} + c.c \\ \vec{E}_\beta(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\omega_L \left(t - \frac{2z_M}{c}\right)} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(m) e^{in\omega_G \left(t - \frac{2z_M}{c}\right)} \right) + c.c \\ \quad = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_\beta(n) e^{i(\omega_L + n\omega_G)t} + c.c \end{array} \right. \quad (\text{III.12})$$

où \vec{E}_α et \vec{E}_β correspondent respectivement au champ laser se propageant vers le bas et vers le haut, *i.e.* selon la direction de chute libre des atomes ou selon la direction opposée. Le champ \vec{E}_β est issu de la rétro-réflexion du faisceau laser par le miroir Raman se situant à une position z_M par rapport aux atomes.

Dans ces conditions, chaque couple de raies lasers contra-propageantes séparées par une fréquence ω_G conduit à des transitions Raman stimulées entre les deux états fondamentaux $|f\rangle$

et $|e\rangle$. On ne considère ici que les transitions $+k_{\text{eff}}$, correspondant au cas où la fréquence la plus élevée est contenue dans le champ \vec{E}_α se propageant vers le bas, les transitions co-propageantes se trouvant quant à elles hors de résonance à cause de la vitesse non nulle des atomes. Les transitions Raman induites par le laser sont représentées sur la figure III.19.

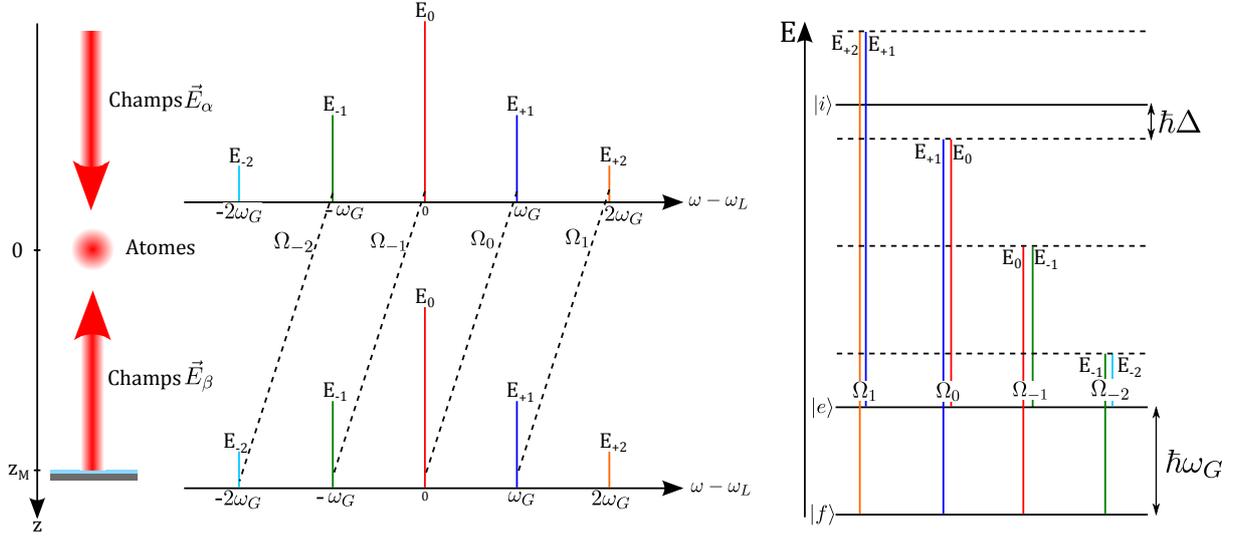


FIGURE III.19 – Transitions Raman avec un laser rétro-réfléchi modulé en phase à une seule fréquence. A gauche : représentation du spectre Raman à 780 nm, les lignes pointillées correspondent aux paires Raman contra-propageantes. A droite : diagramme énergétique des niveaux atomiques et des transitions Raman possibles.

La paire Raman formée des fréquences $\omega_L + (n + 1)\omega_G$ et $\omega_L + n\omega_G$ couple l'état $|f, p\rangle$ à l'état $|e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k\rangle$, où $\hbar\Delta k = 2\hbar\omega_G/c$ correspond à la différence d'impulsion transmise à l'atome par deux paires Raman successives en fréquence. La pulsation de Rabi effective Ω_n associée à cette transition Raman est proportionnelle à

$$\Omega_n \propto \frac{E_\alpha^*(n+1) E_\beta(n)}{\Delta - n\omega_G} \quad (\text{III.13})$$

où Δ est le décalage Raman imposé à la paire Raman “principale” Ω_0 . La famille des états quantiques couplés par l'ensemble de ces transitions Raman est donnée par $(|f, p + n\hbar\Delta k\rangle, |e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k\rangle)$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Contrairement au cas idéal où seule une paire Raman est présente, un laser modulé en phase couple une infinité d'états quantiques différents en impulsion. Une transition Raman induite par un spectre modulé en phase peut alors être vue comme une séparatrice (ou miroir) atomique multiple, chaque composante successive diffractée présentant ainsi un écart en impulsion d'une quantité $\hbar\Delta k$. Ces séparatrices multiples créent alors de multiples interféromètres et chemins “parasites” légèrement différents de l'interféromètre “principal” (*cf.* partie IV.2.2). Ces chemins parasites interfèrent entre eux et engendrent alors une chute de contraste globale, ainsi qu'un déphasage supplémentaire (qui sera traité dans la partie IV.2.2), en sortie d'interféromètre.

On s'intéresse ensuite à l'amplitude de transition globale entre les états internes $|f\rangle$ et $|e\rangle$, en considérant que la dégénérescence provenant de la famille d'états externes n'est pas levée. Cette approximation revient physiquement à considérer que l'ensemble des chemins “parasites” créés par les séparatrices multiples sont confondus. Cette approximation est trop forte lorsqu'il s'agit de calculer précisément le déphasage induit par ces chemins en sortie d'interféromètre (voir la partie IV.2.2 pour cela). Elle est en revanche amplement suffisante lorsqu'il s'agit de modéliser leur influence sur le contraste de l'interféromètre.

Sous cette approximation, l'amplitude de transition globale entre $|f\rangle$ et $|e\rangle$, définie par

$\Omega_{|f\rangle\rightarrow|e\rangle}$, s'écrit simplement comme la somme des amplitudes de transition liées à chacune des transitions Raman induites, soit :

$$\Omega_{|f\rangle\rightarrow|e\rangle} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Omega_n \quad (\text{III.14})$$

A partir des équations (III.12) et (III.13) cette somme peut se mettre sous la forme :

$$\Omega_{|f\rangle\rightarrow|e\rangle} = \Omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{J_n(m)J_{n+1}(m)}{J_0(m)J_1(m)} \frac{\Delta}{\Delta - n\omega_G} e^{in\Delta kz_M} + c.c \right] \quad (\text{III.15})$$

L'ensemble des termes dans cette somme interfèrent alors entre eux de manière destructive et/ou constructive, et contribuent finalement à modifier la pulsation de Rabi globale associée à l'ensemble des transitions Raman. La phase des différents termes, *i.e.* $in\Delta kz_M$, dépend de la position relative du miroir de rétro-réflexion par rapport aux atomes : $\Omega_{|f\rangle\rightarrow|e\rangle}$ est modulée spatialement à la fréquence Δk . L'amplitude de ces termes dépend quant à elle du désaccord Raman Δ et de la fréquence hyperfine ω_G , mais aussi de la profondeur de modulation appliquée car elle dicte l'amplitude relative de l'ensemble des composantes spectrales générées.

Dans le référentiel en chute libre lié aux atomes, la position du miroir Raman évolue comme $z_M = z_0 - \frac{1}{2}gt^2$, et l'amplitude de transition dépend donc directement de l'instant t auquel l'impulsion lumineuse est effectuée. Pour la mise en œuvre pratique de l'interféromètre cela signifie que les trois pulsations de Rabi associées à chacune des trois impulsions Raman dépendent directement de paramètres tels que le temps T entre deux impulsions ou l'instant t_l auquel les atomes sont lâchés.

La figure III.20 montre l'évolution de la pulsation de Rabi globale $\Omega_{|f\rangle\rightarrow|e\rangle}$ en fonction du temps de chute libre des atomes pour une distance atome-miroir initiale de 312.05 mm, et ce pour les deux isotopes. La pulsation de Rabi associée au ^{87}Rb oscille à une fréquence spatiale $\Delta k = 286 \text{ m}^{-1}$, plus élevée que celle de la pulsation associée au ^{85}Rb , $\Delta k = 127 \text{ m}^{-1}$, car la fréquence hyperfine est plus élevée pour cet isotope. Cette relation entre fréquences hyperfines est de plus à l'origine de l'amplitude supérieure des variations de cette pulsation pour le ^{85}Rb . En effet, une fréquence hyperfine plus faible est à relier à un désaccord plus faible pour les paires Raman parasites, et donc à un impact supérieur sur l'amplitude de transition. Ses variations sont en relatif de l'ordre de 8 % pour le ^{87}Rb et de 37 % pour le ^{85}Rb . La figure III.20 prouve finalement qu'il est en pratique extrêmement difficile d'égaliser les pulsations de Rabi pour les trois impulsions de l'interféromètre, et en particulier pour le ^{85}Rb .

Pour valider cette approche traitant de l'impact des paires Raman parasites sur l'amplitude de transition entre les deux états hyperfins, les pulsations de Rabi $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ associées aux trois impulsions d'un interféromètre de type Mach-Zehnder ont été mesurées. On considère ici un interféromètre tel que $T = 40 \text{ ms}$ avec une première impulsion intervenant 10 ms après le lâcher des atomes. La distance atome-miroir initiale est ici prise égale à 312.05 mm. La figure III.21 montre les oscillations de Rabi mesurées expérimentalement pour ces trois impulsions. En se reportant à la figure III.20, on retrouve bien l'évolution prédite par l'équation (III.15), à savoir $\Omega_2 \approx \Omega_3 > \Omega_1$ pour le ^{87}Rb , et $\Omega_3 > \Omega_1 > \Omega_2$ pour le ^{85}Rb .

L'influence principale d'une inhomogénéité entre les pulsations de Rabi associées aux trois impulsions Raman est la dégradation du contraste des franges d'interférences en sortie d'interféromètre. En effet, en gardant des durées d'impulsion $\tau - 2\tau - \tau$ constantes, il devient impossible de maximiser les efficacités de réflexion et/ou transmission pour les trois optiques atomiques. En appliquant la démarche présentée dans l'annexe D à l'interféromètre considéré ($T = 40 \text{ ms}$, $z_M(t=0) = 312.05 \text{ mm}$ et première impulsion après 10 ms de temps de chute) la présence des paires Raman parasites fait chuter le contraste en sortie d'environ 2 % pour le ^{87}Rb et d'environ 50 % pour le ^{85}Rb .

Pour diminuer ou éliminer l'impact néfaste des paires Raman parasites, différentes tech-

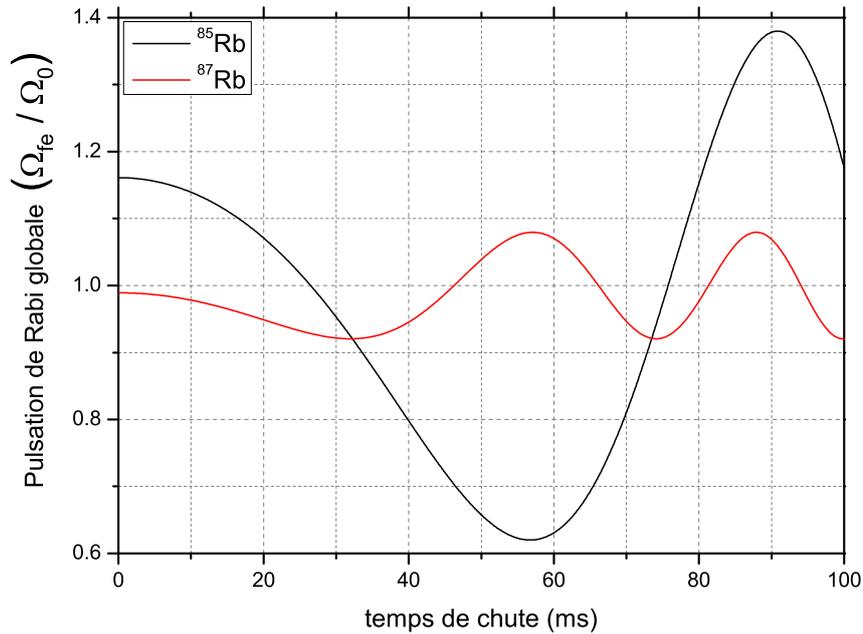


FIGURE III.20 – Pulsation de Rabi globale en fonction du temps de chute des atomes pour une distance atome miroir initiale de 312.05 mm. La pulsation globale est normalisée par rapport à la pulsation de Rabi de la paire Raman principale. En rouge l'évolution pour le ^{87}Rb , en noir pour le ^{85}Rb .

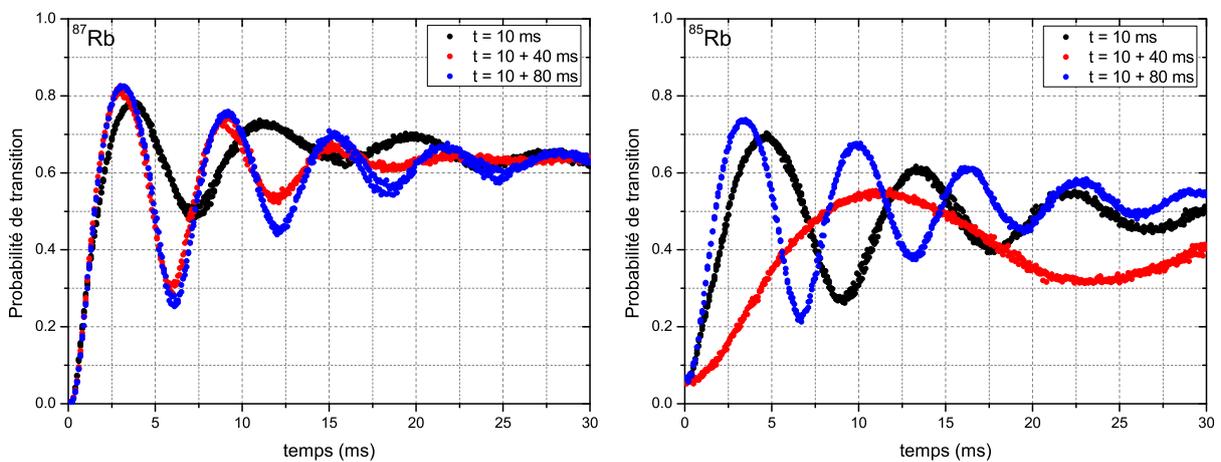


FIGURE III.21 – Mesure des oscillations de Rabi à différents instants après le lâcher des atomes.

niques expérimentales existent. La première consiste bien évidemment à utiliser deux sources lasers différentes verrouillées en phase. La solution présentée à travers les figures II.15 et II.17 permet notamment de s'affranchir de ces paires parasites tout en gardant un nombre de sources lasers primaires faible pour la manipulation de deux espèces atomiques. Une autre solution [187] consiste à convertir en partie le signal issu du modulateur de phase en un champ électrique modulé en amplitude. Pour cela il est par exemple possible d'utiliser des cavités optiques pour éliminer certaines bandes latérales de modulation où encore de faire interférer le signal modulé avec la fréquence porteuse (ces interférences sont réalisées dans [187] grâce à un interféromètre de type Sagnac).

III.3.3 Réglage des paramètres expérimentaux

Maintenant que les caractéristiques et spécificités propres aux faisceaux Raman utilisés ont été présentées, il reste à décrire la mise en œuvre expérimentale de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. Pour accéder à une mesure d'accélération sensible et fidèle, en particulier concernant l'accélération différentielle subie par les deux isotopes, plusieurs critères ont été définis :

- a. La séquence temporelle d'interférométrie atomique doit être rigoureusement identique et simultanée pour les deux isotopes. Les durées des impulsions, $\tau - 2\tau - \tau$, ainsi que le temps T les séparant sont les mêmes pour les deux isotopes. Ce critère assure la forte corrélation entre les deux signaux atomiques ainsi que l'obtention de fonctions de réponse temporelle proches. Cela favorisera la réjection des bruits de mode commun lors de l'extraction de la phase différentielle, et en particulier du bruit de vibration.
- b. Les pulsations de Rabi associées aux trois impulsions Raman doivent être identiques entre elles pour un isotope donné ainsi qu'entre les deux isotopes. Ce critère assure la qualité du rapport signal à bruit obtenu pour les deux isotopes en sortie d'interféromètre (maximisation du contraste) et favorise l'obtention de réponses identiques pour les deux isotopes (*cf.* partie I.2.4 et équation (I.55)).
- c. L'interféromètre doit évidemment être peu sensible aux sources de biais intrinsèques à cette technique de mesure. Dans notre cas ces biais proviennent majoritairement des déplacements en énergie des niveaux atomiques sous l'effet de la lumière (à un ou deux photons par effet Stark) ou des champs magnétiques (effet Zeeman). L'impact des paires Raman parasites sur les amplitudes de transition et donc sur la qualité des optiques atomiques est aussi une source de biais non négligeable dans notre expérience.

Pour répondre à chacun des trois critères, un certain nombre de leviers expérimentaux sont à notre disposition :

- a. Une simultanéité parfaite des séquences interférométriques est obtenue pour les deux isotopes car le faisceau Raman est commun. La séquence est alors réalisée à partir du même modulateur acousto-optique (*cf.* figure II.6) assurant ainsi l'égalité parfaite des paramètres τ et T pour les deux isotopes. On peut de plus ajouter qu'un faisceau Raman commun permet de mesurer l'accélération suivant un axe de projection commun. Finalement l'accélération différentielle obtenue résulte de la mesure des accélérations subies par les deux isotopes suivant la même direction et au même point du temps et de l'espace, aux différences de positions et vitesses initiales entre les deux nuages près.
- b. Pour obtenir des pulsations de Rabi proches il est possible de : régler l'intensité relative des composantes spectrales des transitions Raman en contrôlant les puissances des différentes fréquences micro-ondes ; jouer sur le désaccord Raman Δ , en sachant que la porteuse laser est commune aux deux paires Raman ; et jouer sur la puissance laser totale envoyée vers les atomes. La principale limitation concernant ce critère provient de l'impact néfaste des paires Raman parasites sur les pulsations de Rabi comme cela a été présenté dans la partie III.3.2. Les variations de la valeur des pulsations de Rabi à cause de cet effet dépendent principalement de T ainsi que de l'intensité des différentes composantes spectrales et donc des puissances des deux fréquences de modulation à 6.834 GHz et 3.035 GHz (*cf.* partie III.3.2).
- c. Pour limiter les déplacements par effet Zeeman, les atomes sont préparés dans un sous-niveau $m_F = 0$ insensible à cet effet au premier ordre. Pendant la séquence d'interférométrie, le champ magnétique de quantification permet de lever la dégénérescence entre les sous-niveaux Zeeman et les règles de sélection imposées par les polarisations des faisceaux Raman permettent d'éviter de peupler des niveaux plus sensibles aux champs magnétiques lors des transitions Raman. Ensuite, concernant les déplacements lumineux, il a été démontré [145]

qu'en réglant l'intensité relative des deux raies Raman, il est possible d'annuler le déplacement lumineux différentiel à un photon entre les deux niveaux couplés pour un désaccord Raman donné. Cette annulation est possible pour les deux isotopes et en présence des raies additionnelles de modulation [45, 172]. Pour le ^{87}Rb , le rapport d'intensité entre l'ordre de modulation +1 et la porteuse doit être d'environ $\frac{1}{2}$ pour un désaccord Raman $\Delta = 0.59$ GHz. Pour le ^{85}Rb , le rapport d'intensité doit être d'environ $\frac{1}{5}$ pour un désaccord Raman $\Delta = 1.86$ GHz. Concernant le déplacement lumineux à deux photons causé par la paire Raman contra-propageante dans la direction opposée, il est possible de réduire le biais introduit en augmentant le temps de chute avant la première impulsion Raman. En effet la vitesse acquise par les atomes sera plus grande tout comme le désaccord induit par effet Doppler (*cf.* partie I.1.2). Concernant le biais introduit par les paires Raman parasites, sa valeur est reliée à la position z_M du miroir Raman ainsi qu'à T et au temps de lâcher des atomes. Une étude précise de ce biais sera présentée dans la partie IV.2.2.

En connaissant ces leviers expérimentaux, la démarche suivie pour régler l'interféromètre est la suivante :

1. La valeur de la rampe de fréquence Raman α , ainsi que l'instant de départ de cette rampe, sont réglés de manière à compenser au mieux l'effet Doppler pour le ^{87}Rb . Cette étape bénéficie du travail préalable effectué sur l'optimisation du gravimètre atomique simple espèce GIRAFE.
2. On règle tout d'abord grossièrement le rapport d'intensité entre les deux raies Raman pour les deux isotopes afin de limiter l'impact des déplacements lumineux à un photon. Ce réglage est réalisé en ajustant les puissances de modulation à 6.834 GHz et 3.035 GHz. Pour le ^{85}Rb , le rapport $\frac{1}{5}$ est facilement accessible. Pour le ^{87}Rb , la puissance de modulation à 6.834GHz n'est pas suffisante pour atteindre un rapport $\frac{1}{2}$, il est possible d'obtenir au mieux un rapport d'environ $\frac{1}{3}$.
3. Les fréquences de modulation permettant de générer les bandes latérales utilisées pour les transitions Raman sont accordées pour satisfaire la condition de résonance.
4. Les désaccords Raman et la puissance laser totale sont ensuite adaptés de manière à obtenir des pulsations de Rabi du même ordre de grandeur. Les désaccords obtenus de $\Delta = 0.59$ GHz pour le ^{87}Rb et de $\Delta = 1.86$ GHz pour le ^{85}Rb sont suffisamment grands pour limiter les décohérences par émission spontanée.
5. Le temps T entre deux impulsions est ensuite choisi. Il doit être le plus grand possible pour maximiser la sensibilité de la mesure d'accélération, le temps maximal étant $T = 47$ ms au vu de la distance de chute de quelques centimètres autorisée par notre expérience. Le choix de ce paramètre résulte ensuite d'un compromis pour trouver un point de fonctionnement qui minimise au maximum les effets néfastes des raies parasites sur les pulsations de Rabi.
6. Après ces quatre premiers points, l'optimisation de l'interféromètre rentre dans une phase itérative. Les puissances de modulation à 6.834 GHz et 3.035 GHz sont réglées finement de manière à obtenir des pulsations de Rabi "les plus similaires possible" entre les deux isotopes. Comme les déplacements lumineux ne sont pas parfaitement compensés, chaque modification fine de l'intensité des différentes composantes spectrales s'accompagne d'un réajustement des fréquences de modulation pour rester à résonance.
7. Enfin, en conservant le rapport de durée $\tau - 2\tau - \tau$ entre les impulsions Raman, le temps τ est choisi de manière à maximiser les taux de transfert au vu des valeurs des six pulsations de Rabi (une valeur pour chacune des trois impulsions Raman pour les deux isotopes) afin d'obtenir un contraste maximum en sortie d'interféromètre.

Cette démarche permet d'obtenir un réglage "correct" de l'interféromètre atomique, suffisant pour effectuer des mesures d'accélération différentielles de qualité. Pour conclure sur celle-ci, l'interféromètre obtenu permet une mesure parfaitement simultanée de l'accélération subie par

les deux isotopes suivant une direction identique au même point du temps et de l'espace. Les paramètres expérimentaux choisis (T , τ , intensités lasers, désaccords Raman ...) résultent principalement d'un compromis entre la minimisation des effets des raies parasites et l'annulation des déplacements lumineux différentiels. Cependant, dans l'état actuel de l'expérience, ces deux effets ne peuvent pas être parfaitement contrés, et notamment, il est expérimentalement impossible d'obtenir des pulsations de Rabi identiques pour toutes les impulsions lumineuses entre les deux isotopes.

Chronologie des améliorations apportées à l'expérience :

Au vu de la chronologie du travail expérimental, il est possible de dégager deux grandes périodes, et deux états de l'interféromètre double espèce simultanée, chacun associé à une période.

Tout d'abord, on peut considérer "l'interféromètre double espèce originel". Il résulte directement de l'adaptation du gravimètre GIRAFE à la manipulation simultanée des deux isotopes stable du rubidium. Après une première période de caractérisation et d'optimisation, cet interféromètre a conduit aux premiers résultats expérimentaux majeurs, et notamment à la première démonstration de mesure simultanée de l'accélération différentielle, menant à un test de l'*Universalité de la Chute Libre* présenté dans [63]. Cette première expérience a ensuite servi de point de départ à l'élaboration d'un "interféromètre atomique double espèce amélioré". Elle a en effet permis d'identifier les faiblesses de "l'interféromètre originel". "L'interféromètre amélioré" résulte alors d'une nouvelle phase de caractérisation et d'optimisation d'environ un an. Le tableau III.2 présente les principales caractéristiques et paramètres liés à ces deux versions de l'interféromètre atomique double espèce simultanée.

Les améliorations apportées à l'interféromètre originel sont principalement liées à la diminution de l'impact des raies parasites et des déplacements lumineux. Cela a été réalisé en améliorant le module micro-onde, permettant ainsi d'obtenir plus de puissance pour les fréquences de modulation. La position du miroir Raman par rapport à la position initiale des atomes a aussi été modifiée de manière à limiter l'impact néfaste des paires Raman parasites sur le ^{85}Rb . Les six pulsations de Rabi obtenues sont alors nettement plus proches les unes des autres qu'au par-avant. L'amélioration du module micro-onde a aussi permis de réduire significativement le bruit de phase non-commun entre les sources à 6.834 GHz et 3.035 GHz. L'étude et la correction des non-linéarités du schéma de détection ont aussi grandement contribué à l'amélioration du signal. Les températures des deux isotopes ont légèrement augmentées, mais cela au bénéfice d'un nombre d'atomes plus important. Tout ceci a contribué à une amélioration significative du rapport signal à bruit (d'un facteur 5 environ, cf. figure III.22), fait visualisable grâce aux valeurs des amplitudes franges d'interférences. Ces améliorations, couplées à l'augmentation de T , ont permis une augmentation de la sensibilité et de la résolution sur la mesure de l'accélération différentielle d'un facteur 10.

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la mise en œuvre de l'interféromètre atomique double espèce simultanée a été décrite. Pour cela, les différentes étapes de la séquence de mesure, à savoir la préparation de la source atomique, la phase d'interférométrie et la détection, ont été présentées et caractérisées.

La détection permet de mesurer la répartition atomique en sortie d'interféromètre en collectant la fluorescence induite par laser sur les atomes. Une succession d'impulsions lumineuses permet de compter les nombres d'atomes dans chacun des niveaux mis en jeu, pour chacun des deux isotopes. Les non-linéarités de ce schéma de détection, provenant de transferts d'atomes entre les différents niveaux pendant les impulsions, doivent être corrigées pour obtenir des signaux interférométriques sinusoïdaux pleinement exploitables.

La source atomique résulte du piégeage et du refroidissement des deux isotopes grâce à un MOT suivi d'une phase de mélasse optique. Des nombres d'atomes suffisants à des températures de l'ordre du microKelvin sont obtenus. Cette étape se termine par la préparation de l'état

TABLE III.2 – Caractéristiques et paramètres des deux versions de l’interféromètre atomique double espèce simultanée. t_c fait ici référence au temps de chute libre séparant le lâcher des atomes de la première impulsion. N_O^i et N_A^i font respectivement référence au nombre d’atomes interrogés dans l’interféromètre “originel” et “amélioré”, pour l’isotope i .

Paramètres	Interféromètre “Originel”	Interféromètre “Amélioré”
T	40 ms	47 ms
τ	2 μ s	4 μ s
Cadence	2.5 Hz	4 Hz
t_c	9.5 ms	9.5 ms
$ \alpha $	25.143 MHz.s ⁻¹	25.143 MHz.s ⁻¹
Δ	0.59 GHz (⁸⁷ Rb)	0.59 GHz (⁸⁷ Rb)
	1.86 GHz (⁸⁵ Rb)	1.86 GHz (⁸⁵ Rb)
z_M	312.05 mm	??
$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$	$\frac{\pi}{3.8\mu s}, \frac{\pi}{3.3\mu s}, \frac{\pi}{3.5\mu s}$ (⁸⁷ Rb)	$\frac{\pi}{7.7\mu s}, \frac{\pi}{8.0\mu s}, \frac{\pi}{7.9\mu s}$ (⁸⁷ Rb)
	$\frac{\pi}{4.4\mu s}, \frac{\pi}{10.2\mu s}, \frac{\pi}{3.6\mu s}$ (⁸⁵ Rb)	$\frac{\pi}{9.4\mu s}, \frac{\pi}{8.1\mu s}, \frac{\pi}{7.4\mu s}$ (⁸⁵ Rb)
Rapport de raie	$\approx \frac{1}{8}$ (⁸⁷ Rb)	$\approx \frac{1}{3}$ (⁸⁷ Rb)
	$\approx \frac{1}{5}$ (⁸⁵ Rb)	$\approx \frac{1}{5}$ (⁸⁵ Rb)
Amplitudes des franges	0.22 (⁸⁷ Rb)	0.4 (⁸⁷ Rb)
	0.07 (⁸⁵ Rb)	0.35 (⁸⁵ Rb)
Correction des non-linéarités	non	oui
\vec{B} quantification	28 mG	28 mG
T_{at}	1.3 μ K (⁸⁷ Rb)	1.6 μ K (⁸⁷ Rb)
	2.1 μ K (⁸⁵ Rb)	2.6 μ K (⁸⁵ Rb)
Nombre d’atomes	N_O^{87} (⁸⁷ Rb)	$N_A^{87} > N_O^{87}$ (⁸⁷ Rb)
	N_O^{85} (⁸⁵ Rb)	$N_A^{85} > N_O^{85}$ (⁸⁵ Rb)

quantique des atomes grâce à une sélection Zeeman qui sélectionne uniquement les atomes dans un sous-niveaux $m_F = 0$.

La réalisation de l’interféromètre atomique est basé sur l’utilisation de transitions Raman contra-propageantes en configuration $lin \perp lin$. Un unique faisceau laser rétro-réfléchi contenant toutes les composantes spectrales nécessaires à l’interférométrie permet l’interrogation des deux isotopes du rubidium de manière parfaitement simultanée. L’efficacité du couplage entre les atomes et le laser se traduit physiquement par les pulsations de Rabi. Ces pulsations de Rabi dépendent de la température, de la dispersion du nuage, de la taille du faisceau Raman mais sont aussi perturbés par les paires Raman parasites générées par modulation de phase. Ces paires parasites constituent une des limites expérimentale majeure pour la réalisation de l’interféromètre. Pour finir, la démarche utilisée pour le réglage des paramètres propres à l’interféromètre a été présentée. Elle résulte principalement d’un compromis vis-à-vis des limitations induites par les paires Raman parasites et les déplacements lumineux différentiels sur la mesure d’accélération différentielle.

L’interféromètre atomique de type Mach-Zehnder ainsi réalisé permet finalement d’effectuer des mesures simultanées, de grande sensibilité et de grande précision, de l’accélération différentielle subie entre les deux isotopes.

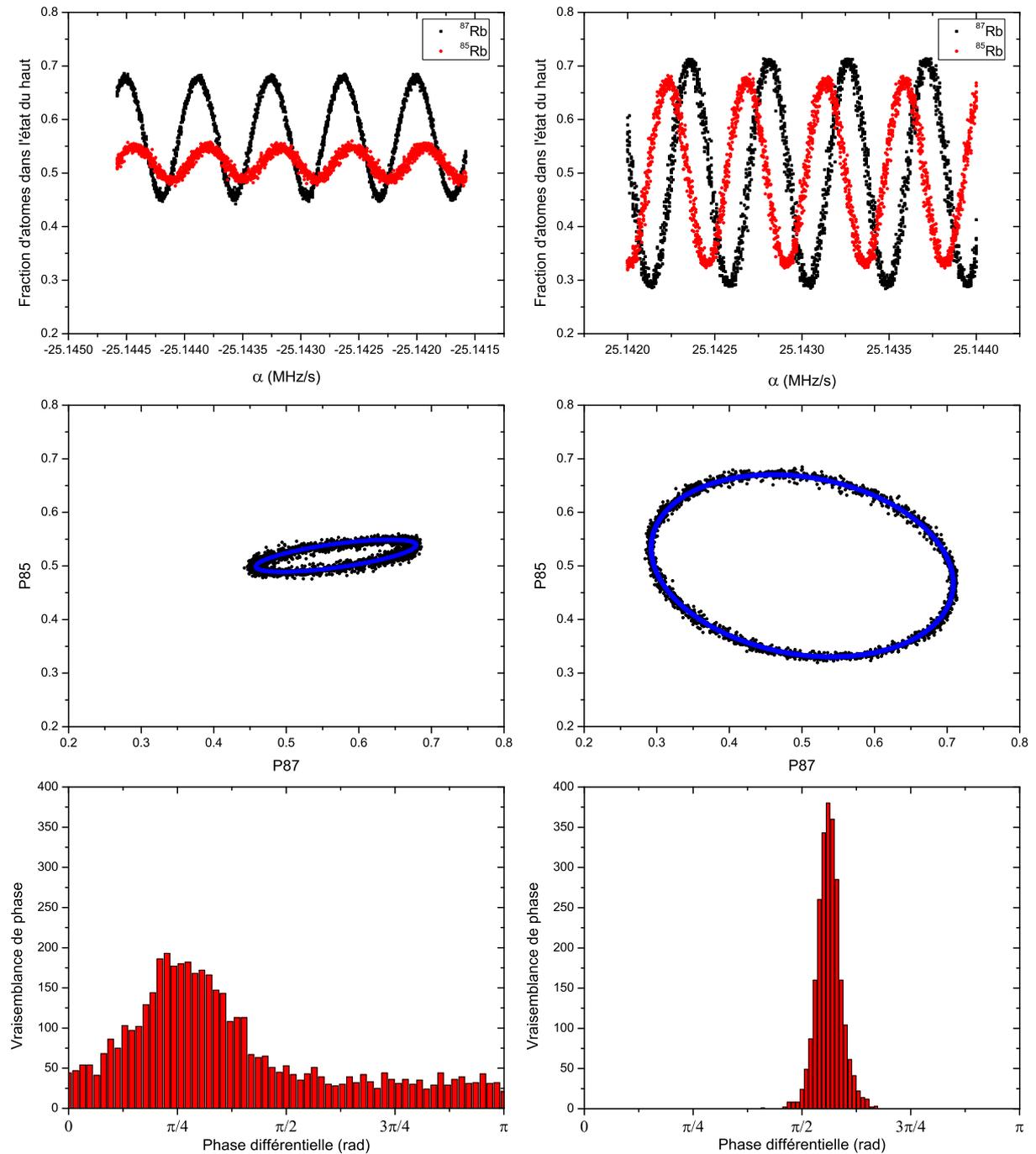


FIGURE III.22 – Visualisations des améliorations apportées à l'interféromètre atomique double espèce au cours de la thèse. A gauche les signaux provenant de l'interféromètre “origel”, à droite les signaux provenant de l'interféromètre “amélioré”. L'augmentation du rapport signal à bruit est clairement visible.

CHAPITRE IV

TEST DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE ET RÉ- JECTION DES VIBRATIONS

Un physicien moderne étudie la physique quantique les lundis, mercredis et vendredis et médite sur la théorie de la relativité gravitationnelle les mardis, jeudis et samedis. Le dimanche il prie... pour que quelqu'un trouve la corrélation entre les deux.

Norbert Wiener

LA mise en œuvre expérimentale de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder, telle qu'elle a été décrite dans le chapitre précédent, a mené à la première réalisation expérimentale d'un interféromètre atomique double espèce simultanée. Cette expérience constitue en ce sens une démonstration de principe de la technique de mesure de l'accélération différentielle qui est utilisée pour les tests quantiques du *Principe d'Équivalence Faible* par interférométrie atomique.

Ce chapitre s'attachera à décrire les principaux résultats expérimentaux obtenus à l'aide de cet interféromètre atomique. Dans un premier temps, on présentera le test du *Principe d'Équivalence* effectué. Le bilan d'exactitude complet de ce test sera présenté et chaque effet systématique sera précisément étudié, évalué et corrigé. Les performances intrinsèques liées à la mesure de l'accélération différentielle avec ce capteur seront ensuite étudiées. Pour cela les principales sources de bruits seront analysées, dans l'objectif d'interpréter au mieux les sensibilités et les résolutions obtenues. Pour finir, on s'attachera à caractériser la réjection du bruit de vibration, commun aux deux isotopes, rendue possible par la simultanéité de la mesure différentielle : cet aspect simultané constituant effectivement l'une des spécificités et des forces principales de l'expérience.

IV.1 Test du principe d'équivalence

Cette expérience s'inscrit dans le contexte des tests *quantiques* de l'*Universalité de la Chute Libre* à base d'atomes (*cf.* parties 0.2.3 et 0.2.4). Par *quantiques*, il est ici sous-entendu que les deux masses d'épreuve, dont la chute libre est comparée, sont toutes deux des objets de nature *quantique*.

Dans cette partie, un test de ce principe réalisé dans notre laboratoire est présenté. Il repose sur la comparaison de la chute libre entre les deux fonctions d'onde atomiques associées aux deux isotopes stables du rubidium. La mesure de l'accélération différentielle subie par ces deux objets est sondée de manière extrêmement sensible et précise grâce à l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder décrit dans le chapitre III. Cet interféromètre interroge de manière simultanée les deux masses d'épreuve, ce qui assure, sous l'hypothèse de conditions initiales adéquates en termes de position et de vitesse des nuages atomiques, une mesure des accélérations subies par les deux isotopes au même point du temps et de l'espace.

IV.1.1 Mesure simultanée de l'accélération différentielle

Pour déterminer la valeur de l'accélération différentielle entre le ^{87}Rb et le ^{85}Rb à partir des signaux interférométriques plusieurs options s'offrent à nous. Lorsque les vibrations de la référence inertielle sont assez faibles pour permettre la visualisation des franges d'interférences, un ajustement sinusoïdal de ces dernières permet une détermination des accélérations de pesanteur g_i subies par les deux isotopes. Dans un cadre plus général et pour des amplitudes de vibrations bien plus importantes, l'accélération différentielle peut être directement extraite, sans passer par la détermination des accélérations de pesanteur g_i , grâce à l'évaluation de la phase différentielle par *Extraction Directe de la Phase* à partir du signal de corrélation elliptique comme cela est décrit dans la partie I.4.

Ajustement sinusoïdal des franges d'interférences :

Pour trouver la valeur de l'accélération de pesanteur g , il est ici nécessaire de trouver la frange centrale en sortie d'interféromètre. La phase interférométrique est donnée à l'ordre 0 par $\Delta\Phi = (\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} - 2\pi\alpha)T^2$. Mesurer g , ou trouver la frange centrale, revient alors à trouver la valeur de la rampe de fréquence α qui annule le déphasage. En observant l'expression de $\Delta\Phi$, on peut alors noter que la position de la frange centrale est indépendante de la valeur de T . Pour déterminer sa position, il suffit alors d'enregistrer des interférogrammes pour différentes valeurs de T et de trouver la frange commune.

La figure IV.1 montre les trois interférogrammes obtenus pour $T = 31, 40, 47$ ms avec des atomes de ^{85}Rb . Les trois systèmes de franges ne coïncident qu'au niveau de la frange centrale pour une valeur de la rampe de fréquence Raman $\alpha = \alpha_0$. On remarque cependant qu'il existe un léger déphasage entre les trois systèmes. Il provient du déphasage induit par les paires Raman parasites qui dépend de T (*cf.* partie IV.2.2). Le contraste des franges dépend lui aussi de T (*cf.* partie III.3.2), c'est pourquoi les signaux ont été centrés et normalisés par les valeurs moyennes des contrastes pour faciliter la comparaison.

Une fois la frange centrale pointée, un ajustement sinusoïdal des franges d'interférences permet la détermination de la valeur de la rampe de fréquence α_0 qui annule le déphasage en sortie d'interféromètre. Cette opération est effectuée pour les deux systèmes de franges associés aux deux isotopes, et l'accélération différentielle $g_{85} - g_{87}$ est alors mesurée.

Extraction Directe de la Phase à partir de l'ellipse :

L'interféromètre atomique double espèce développé interroge simultanément le ^{87}Rb et le ^{85}Rb . Les signaux interférométriques sinusoïdaux provenant des deux isotopes sont, dans ces conditions, corrélés et les points de mesure obtenus sont alors répartis sur une ellipse. La phase commune entre les deux isotopes distribue les points de mesure sur cette ellipse. La phase différentielle entre les deux systèmes de franges, directement proportionnelle à l'accélération différentielle entre les deux isotopes, peut ensuite être extraite de cette ellipse. Comme cela a déjà été présentée dans la partie I.4.1, l'ellipticité de l'ellipse est imposée par la valeur de la phase différentielle.

La figure IV.2 montre l'allure de l'ellipse en fonction de la valeur de la phase différentielle. La phase commune entre les deux isotopes est balayée grâce à la rampe de fréquence α . La phase différentielle est contrôlée grâce à la source micro-onde à 3.035 GHz qui génère la paire Raman pour le ^{85}Rb . Un offset de phase, d'amplitude contrôlée (entre 0 et π), est ajouté lors de la seconde impulsion Raman pour cet isotope, permettant ainsi de faire varier la phase différentielle. Lorsque les franges sont en phase ou en opposition de phase, l'ellipse est réduite à une droite, la différence entre les deux cas se situant dans la direction du grand axe ($y = x$ pour $\phi_d = 0$ et $y = -x$ pour $\phi_d = \pi$). Lorsque les franges d'interférences sont en quadrature de phase, $\phi_d = \pi/2$, l'ouverture de l'ellipse est maximale et les données forment un cercle pour des amplitudes de franges égales.

Pour extraire la phase différentielle ϕ_d de cette ellipse, la méthode dite d'*Extraction Directe*

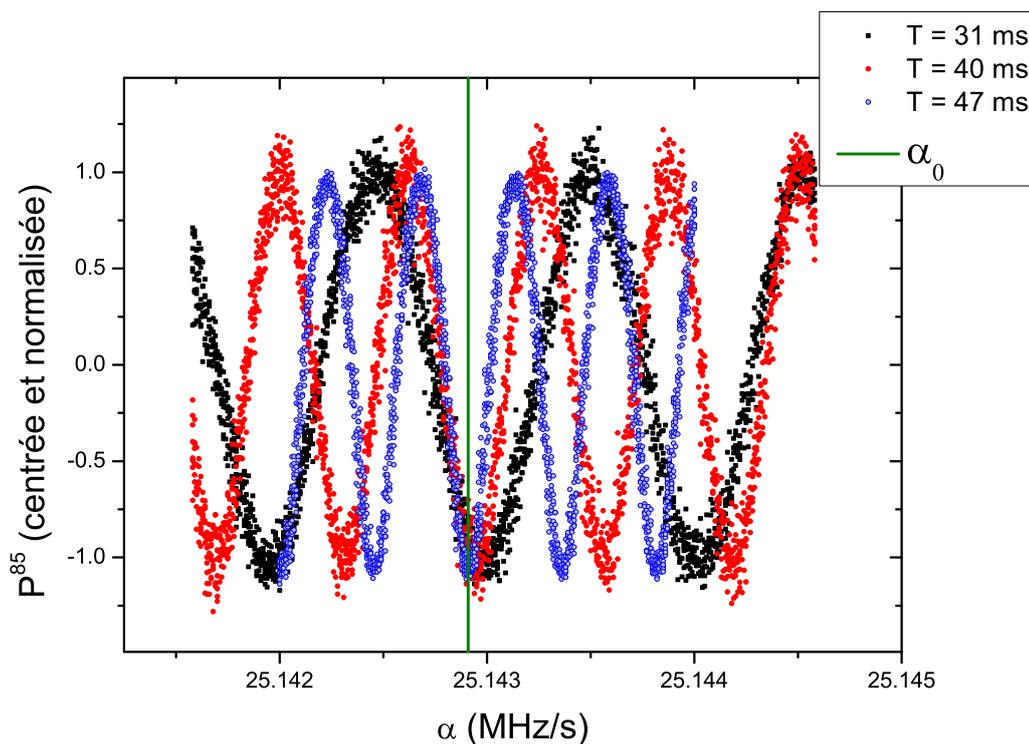


FIGURE IV.1 – Détermination de la frange centrale grâce à trois systèmes de franges pour $T = 31, 40, 47$ ms. Les probabilités de transition sont centrées et normalisées par le contraste moyen.

de la Phase, détaillée en partie I.4.2 et caractérisée en partie I.4.3, peut être utilisée. Elle donne en effet accès à une estimation non biaisée de ϕ_d , et donc de l'accélération différentielle, tout en ne nécessitant que peu de connaissances *a priori* sur le système et un coût de calcul relativement faible. Tant que la corrélation entre les deux systèmes de franges d'interférences est gardée, et même lorsque celles-ci sont brouillées (par exemple par le bruit de phase commun provenant des vibrations de la référence inertielle), cette méthode d'extraction reste applicable contrairement à l'ajustement sinusoïdal des franges.

Amélioration possible, asservissement à flanc de frange :

En pratique, balayer la phase interférométrique commune sur une “large” plage (supérieure à 2π) pour en extraire l'accélération de pesanteur ne conduit pas à une sensibilité maximale du capteur. En effet, la sensibilité de l'interféromètre atomique aux variations de phase est maximale au voisinage de $\pi/2 \equiv [\pi]$ (à flanc de frange), et il est donc avantageux de travailler au voisinage de ce point de fonctionnement, ce qui est typiquement fait dans les gravimètres atomiques [44]. Si l'on veut appliquer cette méthode de mesure au cas double espèce, il est nécessaire d'être et de rester à flanc de frange pour les deux espèces. Cela nécessite que les deux systèmes de franges soient en phase ou en opposition de phase. Dans ces conditions, il est alors obligatoire que la phase différentielle soit contrôlée et asservie. Ceci peut être par exemple réalisé en ajoutant une phase supplémentaire sur les fréquences lasers Raman pour l'un des deux isotopes comme cela est fait sur la figure IV.2.

Expérimentalement, pour s'affranchir des fluctuations des offsets et des amplitudes des franges, il est commun dans le protocole de mesure d'un gravimètre à atome froids [44] d'effectuer la mesure d'accélération par alternance de part et d'autre de la frange centrale, *i.e* pour des valeurs de la rampe de fréquence Raman $2\pi\alpha = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} \pm \frac{\pi}{2T^2}$. Lorsque la rampe moyenne

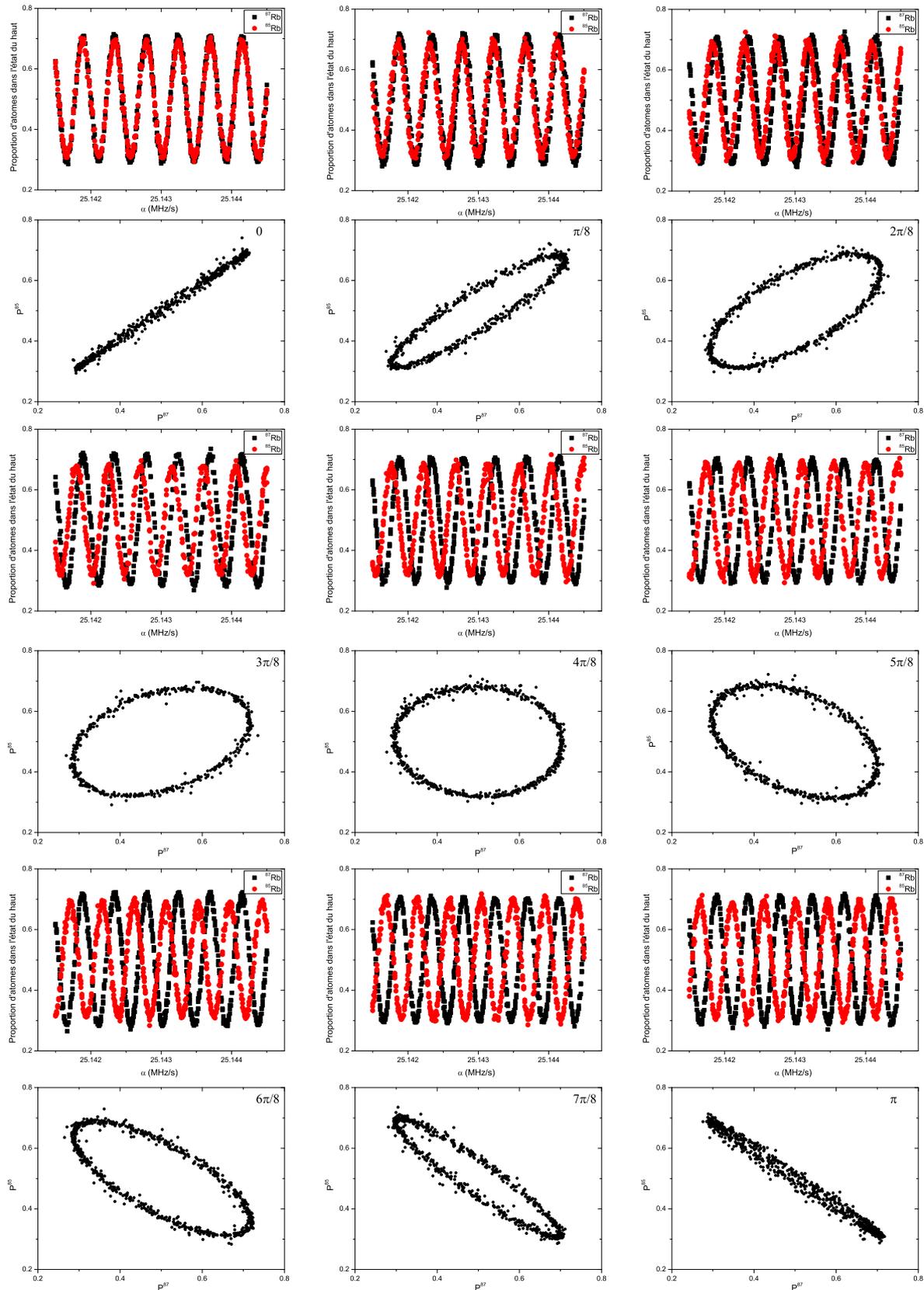


FIGURE IV.2 – Ellipticité du signal interférométrique en fonction de la phase différentielle ϕ_d . Le pas sur ϕ_d est de $\pi/8$ entre chaque courbe. Pour chaque valeur de ϕ_d , l'ellipse et les franges d'interférences correspondantes sont tracées.

compense exactement le déphasage par effet Doppler, les probabilités de transition de part et d'autre de la frange centrale sont égales pour les deux mesures et la différence est nulle. Ce protocole différentiel présente l'avantage d'être insensible aux fluctuations des offsets et des amplitudes des franges d'interférences, il est historiquement inspiré de la méthode employée pour une horloge atomique [188]. Le signal différentiel de sortie peut de plus servir de signal d'erreur pour un éventuel asservissement sur la position de la frange centrale, et ce pour suivre l'évolution de l'accélération dans le temps.

Il est alors possible d'étendre ce protocole pour la mesure de l'accélération différentielle entre deux isotopes dont les systèmes de franges sont asservis pour rester en phase ou en opposition de phase. La mesure d'accélération différentielle s'effectuant ainsi à travers la contre-réaction appliquée pour maintenir une phase constante entre les signaux des deux isotopes.

IV.1.2 Présentation et résultats du test

L'interféromètre atomique double espèce développé a été utilisé pour réaliser un test de l'*Universalité de la Chute Libre* en laboratoire en mesurant l'accélération différentielle subie par des atomes de ^{87}Rb et ^{85}Rb en chute libre dans le vide.

Les paramètres de l'interféromètre relatifs à cette mesure correspondent à ceux donnés pour l'interféromètre "originel" dans le tableau III.2 (*i.e.* $T = 40$ ms, $\tau = 2$ μs , cadence de mesure de 2.5 Hz, pour les principaux). Les signaux interférométriques sont intégrés pendant 900 s (15 min) pour les deux directions opposées de \vec{k}_{eff} correspondant à une durée de mesure totale de 1 800 s, soit 30 min. Les signaux interférométriques sont alors composés de 2250 points de mesure. La plate-forme anti-vibration est utilisée et le bruit de vibration $\tilde{a}(t)$ intégré dans la bande passante de l'interféromètre ($0 \rightarrow \frac{1}{2T} = 12.5$ Hz) atteint un niveau typique de $\sigma_a^{\text{rms}} \sim 3 \times 10^{-7}$ g. Sous ces conditions, les franges d'interférences sont visibles et la phase différentielle ϕ_d est alors extraite à partir d'un ajustement sinusoïdal de ces dernières.

La figure IV.3 montre les signaux obtenus pour ce test de l'*UFF*. Les amplitudes des franges sont d'environ 0.2 pour le ^{87}Rb et 0.07 pour le ^{85}Rb , la valeur pour le ^{85}Rb étant plus faible à cause d'une détérioration plus importante des amplitudes de transition par la présence des paires Raman parasites générées par modulation de phase (*cf.* partie III.3.2).

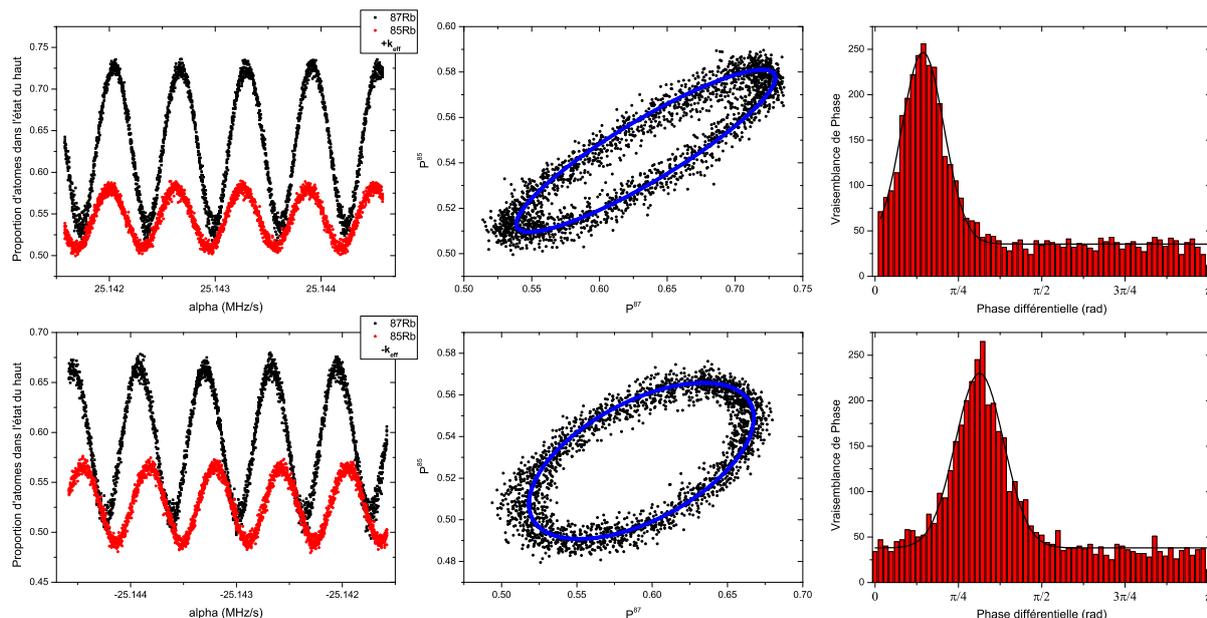


FIGURE IV.3 – Signaux interférométriques double espèce simultanés pour le test de l'*UFF*. De gauche à droite : les franges d'interférences double espèce, les ellipses associées et les fonctions de vraisemblance de la phase différentielle pour les deux directions opposées de \vec{k}_{eff} .

Il est très clair sur les signaux de la figure IV.3 que la phase différentielle ϕ_d moyennée sur les deux directions de \vec{k}_{eff} n'est pas nulle. Cet offset de phase provient des effets systématiques qui entachent la mesure d'accélération. Ces effets systématiques doivent donc être mesurés et/ou estimés de manière précise pour pouvoir être retranchés de la valeur de la phase différentielle brute.

Le tableau IV.1 donne les valeurs des principaux effets systématiques dont la correction est nécessaire. Ils sont dus : à la différence de vecteurs d'onde effectifs δk entre les transitions Raman des deux isotopes, au déphasage engendré par les paires Raman parasites, aux déplacements en fréquence des niveaux d'énergie atomiques (déplacements lumineux à un et deux photons, effet Zeeman), à l'effet Coriolis et aux aberrations de front d'onde. Le traitement de ces effets systématiques est présenté dans la partie IV.2.

TABLE IV.1 – Mesure de l'accélération différentielle et correction des effets systématiques. Les numéros de terme font ici référence au tableau I.1.

	$\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = \Delta g/g$ ($\times 10^{-7}$)	Incertitude ($\times 10^{-7}$)
Résultat Expérimental	-27.6	0.25
Différence de vecteur d'onde δk (Terme 5)	49.4	0.01
Autres effets systématiques (Terme 15) :		
Paires Raman parasites	-23.3	1.1
Déplacements en fréquence	0.3	2.9
Effet Coriolis	0	0.6
Aberrations de front d'onde	0	0.1
Total	1.2	3.2

Après correction de l'ensemble de ces effets, la valeur finale obtenue sur le paramètre d'Eötvös est alors :

$$\boxed{\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (1.3 \pm 3.2) \times 10^{-7}} \quad (\text{IV.1})$$

La connaissance de $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb})$ est ici limitée par les incertitudes sur la connaissance des effets systématiques. Avec cet interféromètre atomique, la résolution sur ce paramètre après 900 s est de 2.5×10^{-8} , ce qui correspond à une sensibilité à l'accélération différentielle de $8 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$.

Ce résultat constituait, en 2013 et 2014, un test de l'*UFF*, par interférométrie atomique, à l'état de l'art. Ce n'est que très récemment, en mars 2015, que ce résultat a été amélioré d'un ordre de grandeur par un groupe de Wuhan en Chine [66] avec un interféromètre atomique qui manipule simultanément les mêmes isotopes grâce à un schéma de double-diffraction [126].

IV.2 Exactitude des mesures d'accélération différentielles

Dans cette partie on s'intéresse à la manière dont les effets systématiques qui entachent la détermination de la phase différentielle en sortie d'interféromètre sont traités. Les sources potentielles de déphasage sont nombreuses et variées :

- Certains de ces effets affectent la phase en modifiant les conditions de résonance Raman par action sur les niveaux d'énergie des atomes (déplacements lumineux, effets Zeeman

...).

- Certains modifient directement la phase laser qui est gravée sur les atomes pendant une impulsion Raman (aberrations de front d'onde, déphasage micro-onde ...).
- D'autres proviennent d'une dépendance supplémentaire à la vitesse et/ou à la position transverse de la source atomique (effet Coriolis, aberrations de front d'onde ...).
- D'autres enfin proviennent des propriétés physiques de l'interféromètre (verticalité des faisceaux Raman, valeur des facteurs d'échelle, présence de paires Raman parasites ...)

Il est important de noter dès à présent que la valeur de $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb})$ obtenue avec l'expérience résulte ici d'une double mesure différentielle. Comme pour un gravimètre atomique simple espèce, elle résulte tout d'abord de la différence des mesures entre les deux directions opposées du vecteur d'onde effectif $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$. Cette mesure différentielle permet de réduire très fortement les déphasages provenant d'effets systématiques dont la valeur ne dépend pas du signe de \vec{k}_{eff} comme le déplacement lumineux à un photon et l'effet Zeeman. Ensuite, dans le cas spécifique bi-espèce, la mesure provient aussi de la différence entre les deux isotopes. Cela ajoute alors de nouvelles réjections pour certains effets systématiques. Le faisceau laser Raman étant commun aux deux isotopes, les défauts de verticalité n'ont que très peu d'influence sur la phase différentielle. Certains bruits de phase provenant de composants de la chaîne micro-onde sont aussi communs. Enfin les effets systématiques provenant des vitesses et/ou positions initiales des nuages atomiques (effet Coriolis, aberrations de front d'onde, détection hors axe ...) peuvent être fortement réduits si les vitesses et positions relatives aux deux isotopes sont identiques. La précision dans les contrôles des positions initiales, vitesses initiales et températures des sources atomiques constitue un des challenges majeurs pour l'exactitude des tests de l'*UFF* par interférométrie atomique.

Pour construire le modèle d'erreur propre à l'accéléromètre différentiel, nous nous sommes basés sur l'approche présentée dans [189]. En sortie d'interféromètre, le déphasage mesuré, associé à un isotope i , peut se décomposer comme :

$$\Delta\Phi_i = \left(S_i(x_n) + \tilde{S}_i\right) a + \left(B_i(y_n) + \tilde{B}_i\right) + \tilde{\epsilon}_i \quad (\text{IV.2})$$

où a est l'accélération que l'on cherche à mesurer. On distingue alors deux types d'erreurs qui contribuent au signal en sortie d'interféromètre. Tout d'abord, $S_i(x_n)$ et $B_i(y_n)$, qui représentent respectivement les parties déterministes du facteur d'échelle et du biais. Ces deux grandeurs dépendent, de manière déterministe, de paramètres expérimentaux x_n et y_n . Si ces paramètres sont mesurés, les évolutions de $S_i(x_n)$ et $B_i(y_n)$ peuvent être estimées puis corrigées. Ensuite, il existe des évolutions aléatoires, ou dont la modélisation complète est impossible, \tilde{S}_i et \tilde{B}_i . $\tilde{\epsilon}_i$ représente quant à lui le bruit limite quantique en sortie de l'interféromètre. Ces trois contributions aléatoires \tilde{S}_i , \tilde{B}_i et $\tilde{\epsilon}$ sont regroupées dans ce que l'on appelle le bruit de mesure $\tilde{b} = \tilde{S}_i a + \tilde{B}_i + \tilde{\epsilon}_i$.

Dans cette partie concernant l'exactitude des mesures, nous nous attachons donc à évaluer les effets systématiques, soit les grandeurs déterministes liées au facteur d'échelle et aux biais $S_i(x_n)$ et $B_i(y_n)$.

IV.2.1 Différence de facteurs d'échelle

Le test de l'*UFF* repose sur la mesure simultanée de l'accélération "mutuelle" a subie par les deux isotopes lors de la chute libre par rapport à la référence inertielle. Toute différence $\Delta S = S_{85} - S_{87}$ entre les facteurs d'échelle relatifs aux deux isotopes induira une phase différentielle additionnelle $\Delta S a$. Dans l'expression du facteur d'échelle (*cf.* équation (I.55)), on peut distinguer deux composantes : le vecteur d'onde effectif de la transition Raman qui dépend des fréquences lasers, et une composante temporelle qui dépend de T , τ et des valeurs des pulsations de Rabi ; T et τ étant parfaitement communs aux deux isotopes dans notre expérience, seuls les écarts entre pulsations de Rabi sont à l'origine de différences dans les composantes temporelles des facteurs d'échelle.

Comme cela est montré dans le tableau I.1, le déphasage ΔSa peut être scindé en trois termes : un terme dépendant de la différence de vecteurs d'onde (terme 5), un terme dépendant de la différence entre les composantes temporelles ou fonctions de réponse (terme 6) et un terme combinant ces deux différences (terme 7). Le terme 6 peut être annulé si l'accélération mutuelle $a = g$ est parfaitement compensée par la rampe de fréquence α . Considérons que la précision sur la détermination de la rampe de fréquence α soit équivalente à la résolution obtenue, *i.e.* 2.5×10^{-8} . Considérons de plus que la différence de pulsations de Rabi entre les deux isotopes est de $\frac{\delta\Omega}{\Omega} = 0.1$. L'amplitude du déphasage causé par le terme 6 est de :

$$2.5 \times 10^{-8} k_{\text{eff}} g (T + 2\tau) \frac{\delta\Omega}{\Omega^2} \sim 1 \times 10^{-8} \text{ rad} \quad (\text{IV.3})$$

Ce déphasage correspond alors à un offset sur η de 4×10^{-14} , avec notre interféromètre, complètement négligeable vis-à-vis du niveau d'exactitude actuel. Seul le terme 5 provenant de la différence δk entre les vecteurs d'onde aura une influence non négligeable sur le déphasage différentiel. Au vu de la manière dont les composantes spectrales des transitions Raman sont générées dans notre expérience (*cf.* spectres de la figure II.10), la différence relative entre les vecteurs d'onde effectifs entre les deux isotopes est de $\delta k/k_{\text{eff}} = 4.94 \times 10^{-6}$. Cette différence correspond à un offset sur η identique de 4.94×10^{-6} . Pour donner un ordre de grandeur, l'amplitude typique du déphasage induit par le terme 5 est de :

$$\delta k g T^2 \sim 1.25 \text{ rad} \quad (\text{IV.4})$$

Les incertitudes relatives sur les valeurs des vecteurs d'onde sont de l'ordre de 10^{-9} , provenant d'une incertitude sur les fréquences lasers de l'ordre du MHz, ce qui conduit à une incertitude sur η identique.

Pour finir, le terme 7, qui combine les différences entre vecteurs d'onde et fonctions de réponse temporelle, entraîne un déphasage d'amplitude typique :

$$\delta k g (T + 2\tau) \frac{\delta\Omega}{\Omega^2} \sim 2 \times 10^{-6} \text{ rad} \quad (\text{IV.5})$$

L'offset induit sur η est donc d'environ 8×10^{-12} ce qui est négligeable par rapport au niveau d'exactitude actuel.

IV.2.2 Raies parasites

Dans la partie III.3.2 nous nous sommes intéressés à l'influence des paires Raman parasites sur l'amplitude de transition globale entre les deux états internes couplés, en considérant que la dégénérescence provenant des différents états externes possibles n'était pas levée. Pour calculer précisément le déphasage induit par ces paires parasites en sortie d'interféromètre, cette approximation ne peut plus être faite.

On considère un système atomique à trois niveaux soumis à un champ électrique provenant d'un laser rétro-réfléchi et modulé en phase (*cf.* figure III.19 et équation (III.12)). La famille des états quantiques couplés par ce champ électrique est alors donnée par $(|f, p + n\hbar\Delta k\rangle, |e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k\rangle)$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Le couplage entre ces différents états est traduit par les pulsations de Rabi effectives Ω_n (*cf.* équation (III.13)) associées aux différentes transitions Raman combinant les différentes composantes spectrales. Ces couplages sont représentés en figure IV.4 (haut).

Contrairement au cas idéal où seul une paire Raman est présente, un laser modulé en phase couple une infinité d'états quantiques qui diffèrent en impulsion. Une transition Raman induite par un spectre modulé en phase peut alors être vue comme une séparatrice atomique multiple. Comme ces états diffèrent en impulsion d'une quantité $\hbar\Delta k = 2\hbar\omega_G/c$, les séparatrices multiples créent des interféromètres et chemins multiples qui diffèrent de l'interféromètre principal comme représenté sur la figure IV.4 (bas). L'ensemble de ces chemins (suivant ABE et ACE seulement) interfèrent et engendrent donc un déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre.

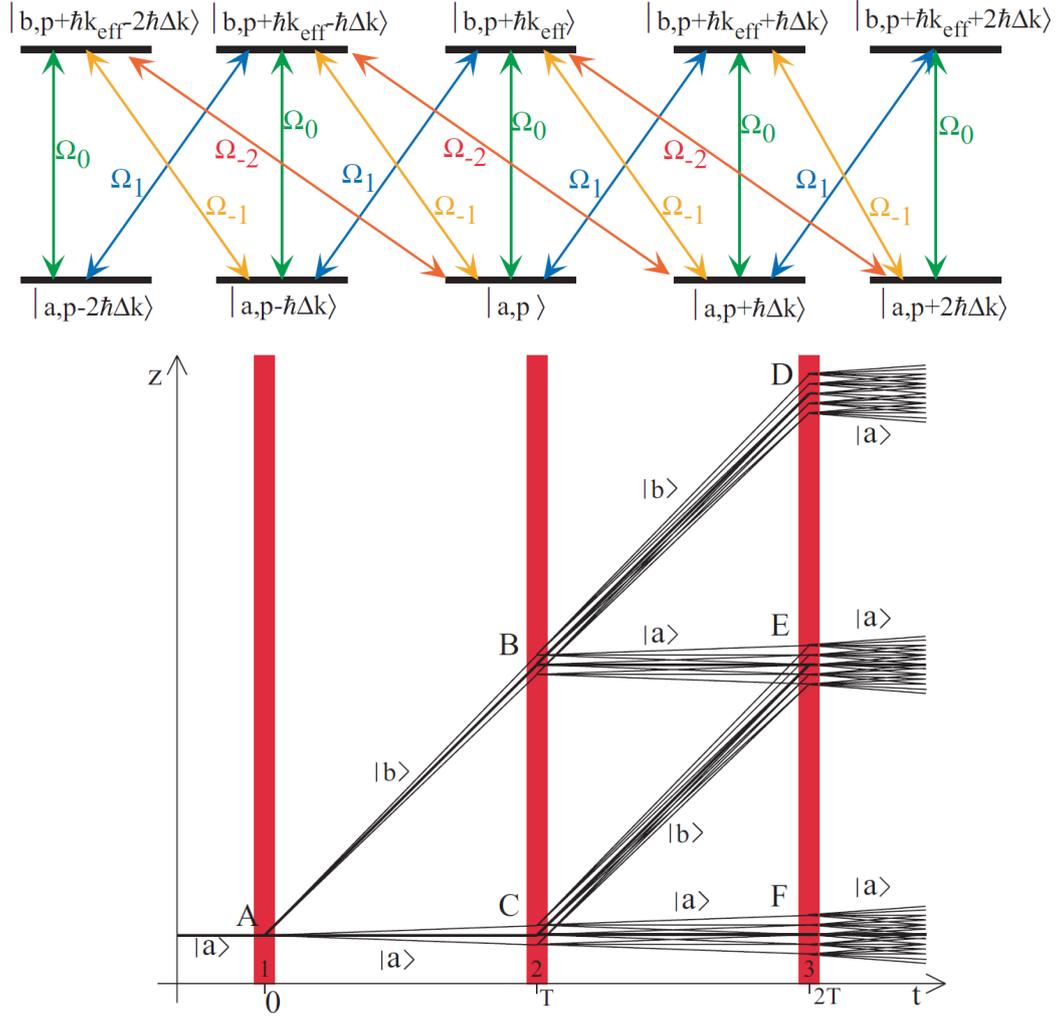


FIGURE IV.4 – Famille d'états quantiques couplés (haut) et diagramme spatio-temporel d'un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder (bas) avec un laser Raman modulé en phase. Figures extraites de [173].

Pour estimer ce déphasage on cherche tout d'abord à calculer l'opérateur évolution d'un atome en interaction avec le champ laser rétro-réfléchi modulé en phase. Le calcul est effectué sous différentes approximations. La différence d'énergie cinétique induit par le terme Δk est négligée. En effet pour des atomes de rubidium, l'effet Doppler associé à Δk est inférieur à 100 Hz et peut donc être négligé au vu des durées des impulsions Raman de l'ordre de quelques microsecondes. Les états de la famille $(|f, p + n\hbar\Delta k\rangle, |e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k\rangle)$ sont cependant considérés dégénérés. Ensuite, on suppose la condition de résonance vérifiée par les paires Raman. Enfin, on considère que le faisceau laser se propage à travers un milieu non dispersif n'ajoutant alors aucune phase supplémentaire entre les différentes composantes spectrales.

Sous ces approximations, après élimination adiabatique de l'état excité et en utilisant l'approximation des ondes tournantes (de manière analogue à ce qui a été fait dans la partie I.1.2), le système est décrit par le Hamiltonien effectif suivant [173] :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \sum_n \sum_m \Omega_m e^{i\phi_m} |e, p + \hbar k_{\text{eff}} + (n+m)\hbar\Delta k\rangle \langle f, p + n\hbar\Delta k| + \Omega_m e^{-i\phi_m} |f, p + (n-m)\hbar\Delta k\rangle \langle e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k| \quad (\text{IV.6})$$

Par exemple en considérant uniquement les niveaux $(|f, p + n\hbar\Delta k\rangle, |e, p + \hbar k_{\text{eff}} + n\hbar\Delta k\rangle)$, avec $n = -1, 0, 1$, couplés par les Ω_m , avec $m \in \mathbb{Z}$, le Hamiltonien est donné sous forme matricielle

par :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_0 e^{i\phi_0} & 0 & \Omega_1 e^{i\phi_1} & 0 & \Omega_2 e^{i\phi_2} \\ \Omega_0 e^{-i\phi_0} & 0 & \Omega_{-1} e^{-i\phi_{-1}} & 0 & \Omega_{-2} e^{-i\phi_{-2}} & 0 \\ 0 & \Omega_{-1} e^{i\phi_{-1}} & 0 & \Omega_0 e^{i\phi_0} & 0 & \Omega_1 e^{i\phi_1} \\ \Omega_1 e^{-i\phi_1} & 0 & \Omega_0 e^{-i\phi_0} & 0 & \Omega_{-1} e^{-i\phi_{-1}} & 0 \\ 0 & \Omega_{-2} e^{i\phi_{-2}} & 0 & \Omega_{-1} e^{i\phi_{-1}} & 0 & \Omega_0 e^{i\phi_0} \\ \Omega_2 e^{-i\phi_2} & 0 & \Omega_1 e^{-i\phi_1} & 0 & \Omega_0 e^{-i\phi_0} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

Dans ces expressions, ϕ_m est la phase laser associée à la paire Raman numéro m . Lorsque les atomes sont en chute libre et lorsqu'une rampe de fréquence α est appliquée pour compenser l'effet Doppler induit par cette chute, ces phase ϕ_m sont données par :

$$\phi_m = \frac{1}{2}(k_{\text{eff}}g - 2\pi\alpha)t^2 + m\Delta k\left(\frac{1}{2}gt^2 - z_M\right) \quad (\text{IV.8})$$

Dans l'approximation où ces phases sont constantes pendant la durée d'une impulsion Raman, le Hamiltonien est indépendant du temps, et l'opérateur évolution U_i pendant l'impulsion Raman i est finalement obtenu à partir de l'équation de Schrödinger :

$$U_i = e^{-i\hat{H}t/\hbar} \quad (\text{IV.9})$$

L'opérateur évolution U de l'interféromètre de type Mach-Zehnder est obtenu grâce au produit matriciel des différents opérateurs élémentaires :

$$U = U_3 \times U_L \times U_2 \times U_L \times U_1 \quad (\text{IV.10})$$

où U_L correspond à l'évolution libre d'un atome pendant le temps T . Dans le référentiel en chute libre lié aux atomes cet opérateur s'exprime comme :

$$U_L = \sum_n e^{i\omega_{fn}T} |f, p+n\hbar\Delta k\rangle \langle f, p+n\hbar\Delta k| + e^{i\omega_{en}T} |e, p+\hbar k_{\text{eff}}+n\hbar\Delta k\rangle \langle e, p+\hbar k_{\text{eff}}+n\hbar\Delta k| \quad (\text{IV.11})$$

où les pulsations ω_{fn} et ω_{en} dépendent de l'énergie interne et cinétique de l'atome

$$\begin{cases} \omega_{fn} & = & \frac{(p+n\hbar\Delta k)^2}{2\hbar m} \\ \omega_{en} & = & \frac{(p+n\hbar\Delta k+\hbar k_{\text{eff}})^2}{2\hbar m} + \omega_G \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

Il reste maintenant à calculer la probabilité P_e de se trouver dans l'état $|e\rangle$ en sortie d'interféromètre sachant que l'atome était initialement dans l'état $|f\rangle$. Cette probabilité est donnée par l'équation :

$$P_e = \int \left| \sum_n h(p+n\hbar\Delta k) \langle e, p|U|f, p+n\hbar\Delta k\rangle \right|^2 dp \quad (\text{IV.13})$$

où $h(p)$ est l'amplitude de probabilité en impulsion de l'atome. Le calcul de l'expression de cette probabilité est effectué en détails dans [173]. Il fait appel à différentes approximations. La première est que la longueur de cohérence de l'atome $l_c \sim \frac{\hbar}{2m\sigma_v} \sim 0.1 \mu\text{m}$ (voir annexe D pour sa définition) est très petite devant les longueurs d'onde micro-ondes $2\pi/\Delta k \geq 2 \text{ cm}$. On peut donc écrire $h(p+n\hbar\Delta k) \sim h(p)$ et sortir cette quantité de la somme sur n . La seconde est que

cette longueur de cohérence est inférieure à la séparation entre les trois branches (ABD, ABE ou ACE, et ACF) de l'interféromètre $\frac{\hbar k_{\text{eff}} T}{m} \sim 0.5$ mm, évitant ainsi toute interférence entre ces trois chemins. Sous ces approximations, P_e peut se mettre sous la forme :

$$P_e = P_0 - \frac{A}{2} \cos \left((k_{\text{eff}} g - 2\pi\alpha) T^2 + \Delta\varphi \right) \quad (\text{IV.14})$$

où $\Delta\varphi$ correspond alors au déphasage supplémentaire induit par les paires Raman parasites. Dans le cas où la séparation spatiale entre les différents chemins parasites $\frac{\hbar\Delta k T}{m} \geq 1$ nm est petite devant la longueur de cohérence l_c de l'atome, $\Delta\varphi$ s'exprime comme :

$$\Delta\varphi = \varphi_p(z_A) - \varphi_p(z_B) - \varphi_p(z_C) + \varphi_p(z_E) \quad (\text{IV.15})$$

avec

$$\varphi_p(z) = \arg \left(\sum_n \Omega_n e^{in\Delta kz} \right) \quad (\text{IV.16})$$

où les côtes des différents points (*cf.* figure IV.4) sont données par :

$$\begin{cases} z_A = -z_M \\ z_B = -z_M + \frac{p_0 + \hbar k_{\text{eff}}}{m} T + \frac{1}{2} g T^2 \\ z_C = -z_M + \frac{p_0}{m} T + \frac{1}{2} g T^2 \\ z_B = -z_M + \frac{2p_0 + \hbar k_{\text{eff}}}{m} T + \frac{1}{2} g (2T)^2 \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

Une validation expérimentale de cette expression est donnée dans l'article [173]. Pour estimer l'offset sur η provenant de l'impact des paires Raman parasites, $\Delta\varphi$ a été estimé grâce aux équations (IV.15) (IV.16) (IV.17) pour les deux isotopes et pour les deux directions de \vec{k}_{eff} . Ces déphasages $\Delta\varphi$ dépendent de trois paramètres :

- La distance initiale atome-miroir, ici égale à $z_M = 312.05$ mm.
- Le temps T entre deux impulsions Raman, ici égal à 40 ms.
- Les pulsations de Rabi effectives Ω_n des n paires Raman. En prenant en compte, pour les deux isotopes, les états hyperfins couplés par le laser au vu des règles de sélection et des coefficients de Glebsch-Gordan correspondant [185, 186], les expressions de ces pulsations de Rabi sont :

$$\frac{\Omega_n}{\Omega_0} = \frac{E_{n+1} E_n}{E_1 E_0} \frac{1}{\Delta_2 - n\omega_G} + \frac{1/3}{\Delta_1 - n\omega_G} \quad ({}^{87}\text{Rb}) \quad (\text{IV.18})$$

et

$$\frac{\Omega_n}{\Omega_0} = \frac{E_{n+1} E_n}{E_1 E_0} \frac{1/2}{\Delta_2 - n\omega_G} + \frac{1}{\Delta_3 - n\omega_G} \quad ({}^{85}\text{Rb}) \quad (\text{IV.19})$$

où E_n sont les amplitudes des différentes composantes spectrales du champ électrique et Δ_i le désaccord Raman de la paire Raman principal par rapport à l'état $F^i = i$.

Ces déphasages $\Delta\varphi$ sont de l'ordre de la centaine de milliradians et entraînent un biais sur la valeur de η de -2.33×10^{-6} .

L'incertitude sur cette estimation découle des incertitudes sur plusieurs paramètres. L'incertitude sur la position z_M des atomes par rapport au miroir est de 200 μm , elle provient de l'incertitude sur la position du MOT qui découle des variations temporelles des paramètres de piégeage (intensités des faisceaux lasers et valeur du gradient de champ magnétique). La position atome-miroir au moment d'une impulsion Raman dépend de plus de la vitesse initiale de l'atome. En différentiel, la spectroscopie Raman des transitions Raman contra-propageantes pour les deux isotopes nous permet de mesurer la différence de vitesses initiales Δv_0 entre les deux isotopes. Cette différence de vitesse est inférieure à la vitesse de recul des atomes de rubidium, soit 6 $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Enfin, pour déterminer les pulsations de Rabi effectives Ω_n il est nécessaire

de connaître les amplitudes E_n des différentes composantes spectrales du champ électrique. Elles sont mesurées à l'aide d'un Fabry-Pérot avec une incertitude relative d'environ 10 %.

Le tableau IV.2 rassemble les incertitudes sur la détermination du déphasage induit par la présence de paires Raman parasites générées par modulation de phase. Les incertitudes relatives aux différents paramètres influant sur cette détermination mènent à une incertitude totale sur η de 1.06×10^{-7} . Cette contribution est une des principales limites sur le test du *Principe d'Équivalence*.

TABLE IV.2 – Incertitudes sur le déphasage supplémentaire induit par les paires Raman parasites.

Paramètre X	Incertitude δX	Incertitude $\delta \eta$
z_M	200 μm	7×10^{-8}
Δv_0	6 mm.s^{-1}	8×10^{-8}
E_n/E_0	10 %	6.4×10^{-9}
Total	-	1.06×10^{-7}

IV.2.3 Déplacements en fréquence des niveaux atomiques

La fréquence des niveaux d'énergie des atomes est sensible au champ électrique par l'intermédiaire de l'effet Stark et au champ magnétique par l'intermédiaire de l'effet Zeeman. Ces déplacements en fréquence modifient la condition de résonance pour les faisceaux Raman et tout écart à cette condition entraîne un déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre donné dans l'équation (I.35). Dans le cas où l'écart à la condition de résonance est petit devant les fréquences de Rabi, le déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre pour un isotope est donné par :

$$\frac{\delta - \delta^{diff}}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3 \tau}{2}\right) - \frac{\delta - \delta^{diff}}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1 \tau}{2}\right) \quad (\text{IV.20})$$

Inhomogénéités de Champ magnétique :

Préalablement à la séquence interférométrique, seuls des atomes dans un sous-niveau $m_F = 0$ ont été sélectionnés et un champ magnétique homogène est appliqué afin qu'ils restent polarisés dans ces états. Le moment magnétique de ces atomes est alors nul. Malgré tout, les fréquences des niveaux d'énergie de ces atomes sont sensibles au champ magnétique au second ordre (*i.e.* $\propto B^2$) à cause du couplage avec les moments magnétiques de l'électron (g_J) et du noyau (g_I). Une inhomogénéité du champ magnétique crée alors un déphasage supplémentaire entre les deux bras de l'interféromètre et conduit à une erreur sur la mesure de l'accélération différentielle.

Dans l'approche de l'intégrale de chemin de Feynman [151], le déphasage induit par le champ magnétique sur un des bras de l'interféromètre pour un isotope s'écrit :

$$\Phi_B = \frac{1}{\hbar} \int_{\Gamma_{cl}} \pm \frac{\mu_B^2}{\hbar \omega_G} [B(z(t))]^2 dt \quad (\text{IV.21})$$

où Γ_{cl} est la trajectoire classique non perturbée de l'atome. Le signe du Langrangien est positif lorsque les isotopes sont dans les états hyperfins de plus haute énergie ($|F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb et $|F = 3\rangle$ pour le ^{85}Rb) et négatif lorsqu'ils se trouvent dans les états de plus basse énergie.

En utilisant les trajectoires classiques suivies par les atomes, en prenant en compte les effets de recul et de la vitesse initiale des atomes ainsi qu'en négligeant la durée des impulsions Raman, on obtient pour le déphasage en sortie d'interféromètre :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_B &= \frac{\mu_B^2}{\hbar^2\omega_G} \int_{-T}^0 \left(B(v_0t + \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m}(t+T) + \frac{1}{2}gt^2) \right)^2 + \left(B(v_0t + \frac{1}{2}gt^2) \right)^2 dt \\ &\quad - \frac{\mu_B^2}{\hbar^2\omega_G} \int_0^T \left(B(v_0t + \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m}T + \frac{1}{2}gt^2) \right)^2 + \left(B(v_0t + \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m}t + \frac{1}{2}gt^2) \right)^2 dt \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

Le champ magnétique a été cartographié à l'intérieur de l'enceinte grâce à une spectroscopie Raman sur les sous-niveaux Zeeman $m_F = \pm 1$ pour le ^{87}Rb après différents instants de chute libre. Pour un champ directeur de 28 mG, les inhomogénéités sont de 0.39 mG pic à pic. Le biais sur η déduit de cette cartographie pour une seule direction de \vec{k}_{eff} est de l'ordre de quelques 10^{-9} . Ce biais est ensuite fortement réduit en effectuant la moyenne sur les deux directions de \vec{k}_{eff} et la contribution sur η est alors négligeable comparée à l'exactitude actuelle.

Déplacement lumineux à un photon :

Le couplage du champ électrique avec le dipôle électrique de l'atome induit un déplacement de l'énergie des différents états couplés (voir expression de Ω_f^{AC} et Ω_e^{AC} en partie I.1.2). Si les déplacements lumineux Ω_f^{AC} et Ω_e^{AC} des deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ ne sont pas identiques, un décalage $\delta^{LS1} = \Omega_e^{AC} - \Omega_f^{AC}$ est ajouté sur la condition de résonance.

Lorsque le faisceau laser contient différentes composantes spectrales issues de la modulation en phase de la fréquence porteuse, il est possible de calculer précisément Ω_f^{AC} et Ω_e^{AC} en étudiant tous les couplages possibles grâce aux règles de sélection et aux coefficients de Clebsch-Gordan induits par l'ensemble de ces raies lasers [145, 172]. Ces déplacements lumineux dépendent de l'intensité laser totale ainsi que du rapport d'intensité entre les différentes composantes spectrales. Pour les deux isotopes, il existe un rapport d'intensité entre ces composantes qui permet d'annuler le déplacement lumineux différentiel δ^{LS1} , donc de laisser la condition de résonance inchangée et finalement de minimiser le déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre.

Pour quantifier le biais provenant des déplacements lumineux à un photon sur la mesure de l'accélération différentielle, le désaccord à la condition de résonance a été mesuré par spectroscopie Raman pour différentes valeurs de l'intensité laser et ce durant la première et la dernière impulsion. Les résultats sont présentés dans la figure IV.5. On remarque tout d'abord que le déplacement lumineux est bien plus important pour le ^{87}Rb . Comme cela a été énoncé dans la partie III.3.3, cette forte dépendance est due à l'impossibilité d'atteindre le rapport de raie adéquate pour cet isotope à cause d'une trop faible puissance micro-onde à 6.834 GHz. Ensuite on observe qu'autour du point de fonctionnement, pour une puissance Raman d'environ 5.4 u.a., les désaccords par rapport à la condition de résonance ne dépassent pas 50 kHz. Cet effet est de plus réduit par la mesure différentielle entre les deux isotopes car les désaccords sont équivalents pour les première et troisième impulsions Raman ($\delta^{LS1,85} - \delta^{LS1,87} \leq 10$ kHz). En appliquant le résultat de l'équation (IV.20), le biais engendré par le déplacement lumineux à un photon sur η est d'environ 10^{-7} .

Ce biais est ensuite fortement réduit (d'un facteur supérieur ou égal à 100) par la mesure différentielle entre les deux directions de \vec{k}_{eff} et la contribution sur η est alors négligeable comparée à l'exactitude actuelle.

Déplacement lumineux à deux photons :

Expérimentalement, les deux faisceaux Raman contra-propageants sont issus de la réflexion d'un unique faisceau laser contenant les deux fréquences ω_1 et ω_2 . Dans cette géométrie les atomes interagissent avec deux paires de faisceaux Raman contra-propageants $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$. A cause du décalage Doppler induit par la vitesse des atomes, seule une des deux paires est résonante. Néanmoins les couplages Raman non-résonants provenant de la paire opposée engendrent un déplacement de la fréquence de transition. C'est ce déplacement qui est appelé *déplacement lumineux à deux photons* [147, 148, 149].

L'interaction des deux paires Raman contra-propageantes avec les atomes est représentée sur la figure IV.6. Considérons que la paire Raman $+\vec{k}_{\text{eff}} (\omega_1^+, \omega_2^-)$ soit résonante comme représenté

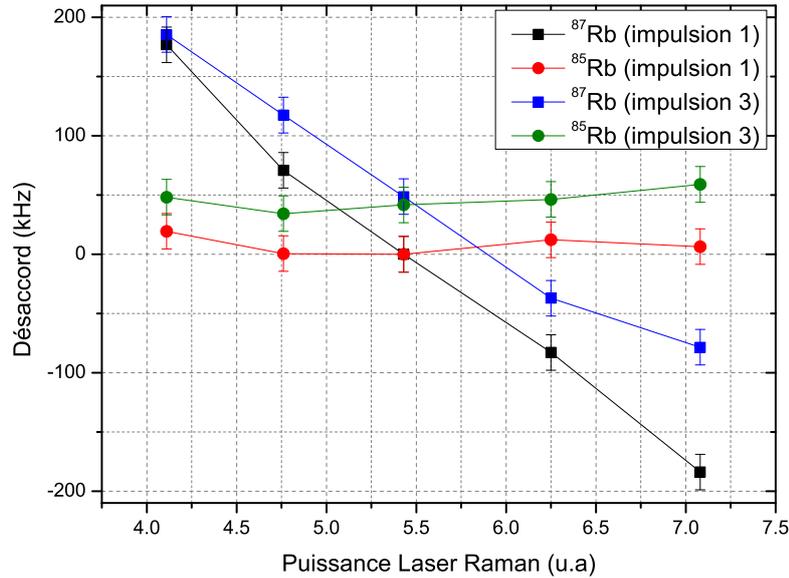


FIGURE IV.5 – Influence du déplacement lumineux à un photon sur la condition de résonance. Le rapport d'intensité entre les raies de la paire Raman est de $\frac{1}{8}$ pour le ^{87}Rb et de $\frac{1}{5}$ pour le ^{85}Rb .

sur la figure. Elle couple alors les états $|f, p\rangle$ et $|e, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ via l'état excité $|c, p + \hbar k_1\rangle$. La paire Raman $-\vec{k}_{\text{eff}}$ (ω_1^-, ω_2^+) non-résonante couple elle les deux états précédents avec de nouveaux états. L'état $|f, p\rangle$ est couplé à $|e, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ via $|c, p - \hbar k_1\rangle$, et l'état $|e, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ est couplé à $|f, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ via $|c, p + \hbar(k_{\text{eff}} + k_1)\rangle$.

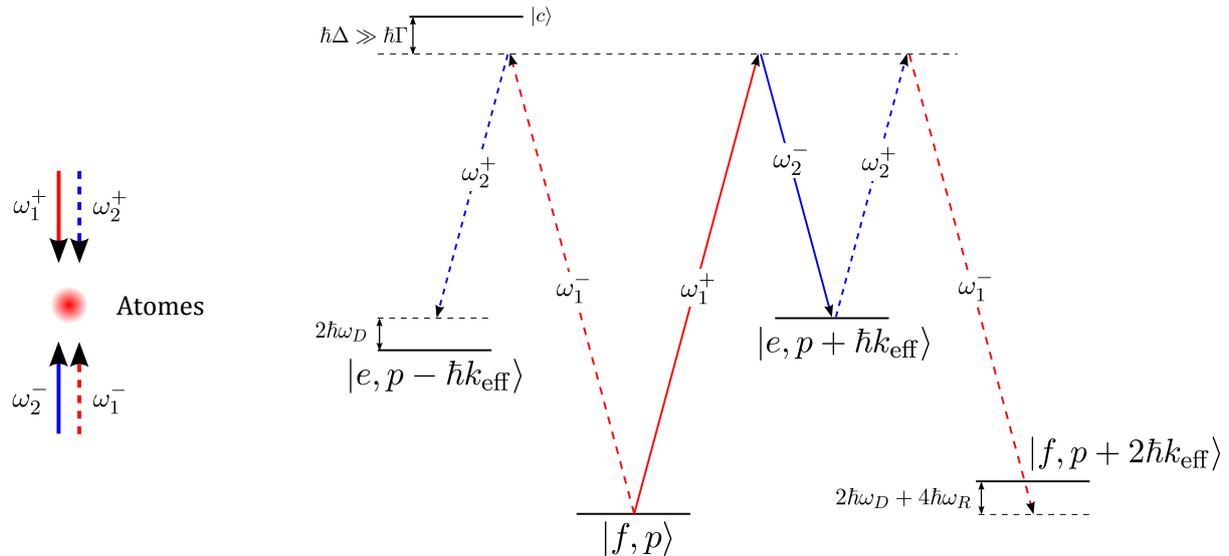


FIGURE IV.6 – Schéma des niveaux d'énergie couplés par les deux transitions Raman contra-propageantes $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$. La condition de résonance est vérifiée pour la transition $+\vec{k}_{\text{eff}}$ qui couple les états $|f, p\rangle$ et $|e, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$. Chacun de ces états est alors couplé à un nouvel état via la transition Raman $-\vec{k}_{\text{eff}}$ hors résonance.

Dans ces conditions il a été montré [147, 148, 149] que le déplacement lumineux à deux

photons différentiel δ^{LS2} entre les états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ s'exprime comme :

$$\delta^{LS2} = -\frac{\Omega_{eff}^2}{4\omega_D} = -\frac{\Omega_{eff}^2}{4\vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(t)} \quad (IV.23)$$

L'expression du déplacement lumineux à deux photons est analogue à celle du déplacement lumineux à un photon ($\delta^{LS1} \sim \frac{\Omega_1^2}{4\Delta} cf.$ partie I.1.2). La fréquence de Rabi à un photon est remplacée par la fréquence de Rabi effective à deux photons, et le désaccord Raman est remplacé par le désaccord Doppler.

L'expression (IV.23) montre aussi que la valeur déplacement lumineux à deux photons change de signe lorsque l'on passe de $+\vec{k}_{eff}$ à $-\vec{k}_{eff}$. Au contraire du déplacement à un photon, les contributions s'ajoutent lors de la différence entre ces deux directions. A partir de l'équation (IV.20), le déphasage induit sur un isotope en moyennant sur les deux directions de \vec{k}_{eff} est alors de :

$$\Delta\Phi_{LS2} = \frac{\Omega_1}{2|\vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(-T - 2\tau)|} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) - \frac{\Omega_3}{2|\vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(T + \tau)|} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) \quad (IV.24)$$

Les déphasages supplémentaires associés à chaque isotope sont de l'ordre de 10-20 mrad. En différentiel, le biais sur η est estimé à 3.3×10^{-8} . Pour minimiser cet effet, une solution consiste à augmenter le temps de chute libre avant la première impulsion Raman. Ainsi le désaccord de la paire contra-propageante non-résonnante $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(t)$ est augmenté car la vitesse de l'atome est plus importante. Ce fait est visualisable sur la figure IV.7. Il est aussi possible de diminuer les valeurs des pulsations de Rabi en augmentant la durée des impulsions Raman et en diminuant la puissance laser.

Incertitude globale sur les déplacements en fréquence des niveaux atomiques :

L'incertitude sur l'estimation du biais introduit par les déplacements en fréquences des niveaux atomiques provient majoritairement de deux facteurs : la détermination des valeurs des pulsations de Rabi effectives associées à la première et à la troisième impulsion, mais surtout la détermination expérimentale du désaccord à la condition de résonance. Ces paramètres varient au cours du temps, principalement à cause des variations de la puissance laser Raman.

Ici les déplacements en fréquence des niveaux atomiques provenant des inhomogénéités de champ magnétique et des déplacements lumineux à un et deux photons sont traités conjointement. Les variations du désaccord à la condition de résonance sont mesurées pour les deux isotopes, pour les deux directions $+\vec{k}_{eff}$ à $-\vec{k}_{eff}$, pour les trois impulsions Raman, sur l'ensemble de la durée de la mesure d'accélération différentielle, soit 30 min. Ces variations sont mesurées par spectroscopie Raman. Une borne maximale de 50 kHz est mesurée¹. Cette borne conduit à une incertitude sur la détermination du biais sur η de 2.9×10^{-7} .

L'incertitude sur la détermination des pulsations de Rabi est nettement plus faible et mène à une incertitude sur η inférieur à 10^{-8} .

Le tableau IV.3 récapitule le bilan d'erreur sur les déplacements en fréquence des niveaux atomiques. Le seul biais significatif provient du déplacement lumineux à deux photons car il n'est pas éliminé par la mesure différentielle sur les deux directions $\pm\vec{k}_{eff}$. L'incertitude sur ces biais est de 2.9×10^{-7} . Elle constitue la source principale d'incertitude liée au test du *Principe d'Équivalence*. Elle est due très majoritairement aux variations de puissance laser Raman entre les signaux intégrés pendant 15 minutes selon une direction de \vec{k}_{eff} et ceux intégrés pendant les 15 minutes suivantes selon la direction opposée de \vec{k}_{eff} . Ces variations de puissance engendrent de forts déplacements lumineux à un et deux photons, principalement sur les niveaux du ^{87}Rb .

1. Cette borne maximale est plutôt "pessimiste". Elle part de l'hypothèse que les variations de fréquences observées sont décorréliées entre les deux isotopes, ce qui n'est pas le cas expérimentalement.

TABLE IV.3 – Bilan d'erreur sur les déplacements en fréquence des niveaux atomiques.

Effet	Biais sur η	Incertitude sur η
Inhomogénéités de \vec{B}	~ 0	-
Déplacement lumineux à un photon	~ 0	-
Déplacement lumineux à deux photons	0.33×10^{-7}	-
Total	0.33×10^{-7}	2.9×10^{-7}

Pour les expériences postérieures à ce test du *Principe d'Équivalence*, ces effets ont été fortement réduits² grâce à un rapport d'intensité entre les raies Raman plus adéquate, pour éliminer le déplacement à un photon, et grâce à un verrouillage de la puissance laser Raman plus efficace.

Remarque sur les vitesses initiales des atomes :

La sensibilité des transitions Raman contra-propageantes à la vitesse des atomes engendre des décalages Doppler $\delta = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}(t)$ par rapport à la condition de résonance, et donc des déphasages supplémentaires (*cf.* termes 11 à 14 du tableau I.1).

Une mesure spectroscopique des transitions Raman contra-propageantes permet d'estimer les vitesses initiales verticales des deux isotopes. La figure IV.7 montre les spectres Raman obtenus pour les deux isotopes pour des temps de chute libre correspondants aux instants des trois impulsions Raman. Il est possible d'observer une légère dissymétrie des spectres Raman entre les transitions contra-propageantes par rapport à la transition co-propageante très peu sensible à la vitesse des atomes. Cette dissymétrie est de plus différente pour les deux isotopes. Après correction des désaccords provenant des déplacements lumineux à deux photons et du recul, la vitesse initiale verticale du ^{87}Rb est estimée à $v_{0,87} = 11.2 \text{ mm.s}^{-1}$ et celle du ^{85}Rb à $v_{0,85} = 5.2 \text{ mm.s}^{-1}$, correspondant approximativement à deux et une vitesse de recul. La différence de vitesse initiale est alors estimée à une vitesse de recul ($\Delta v_0 \sim v_r$).

Deux explications peuvent être à l'origine de cette différence de vitesses initiales verticales. La première est que les deux isotopes sont lâchés sans vitesse initiale mais à deux instants différents. En fin de mélasse, la puissance laser totale est très fortement diminuée, l'efficacité de piégeage n'étant pas nécessairement la même pour les deux isotopes, il est alors possible qu'ils soient lâchés à deux instants différents, induisant alors des vitesses verticales différentes pendant l'interféromètre. La seconde hypothèse est que les atomes sont lâchés au même instant mais avec des vitesses initiales différentes acquises lors de la coupure du piège. Lorsque le piège est coupé, il est possible que des différences d'intensité laser entre les faisceaux du MOT communiquent quelques vitesses de recul aux atomes en sortie de piège.

Le déphasage induit par ces vitesses initiales verticales (*cf.* termes v du tableau I.1) n'a pas été corrigé. Néanmoins son impact est compris dans la borne de 50 kHz sur l'écart à la condition de résonance. Le biais sur η est donc largement compris dans l'incertitude de 2.9×10^{-7} sur l'estimation du biais provenant des déplacements en fréquence des niveaux atomiques.

IV.2.4 Accélération de Coriolis et effet Sagnac

Pendant une séquence de mesure, un atome se trouve en chute libre dans le référentiel du laboratoire lié à la Terre. Ce référentiel est en rotation dans le référentiel géocentrique, considéré comme galiléen au vu de la durée de l'expérience. A partir de la loi de composition des mouvements, l'accélération absolue de cet atome se décompose comme la somme de l'accélération

2. Le gain sur l'exactitude n'a pas pu être évalué par manque de temps à la fin de la thèse.

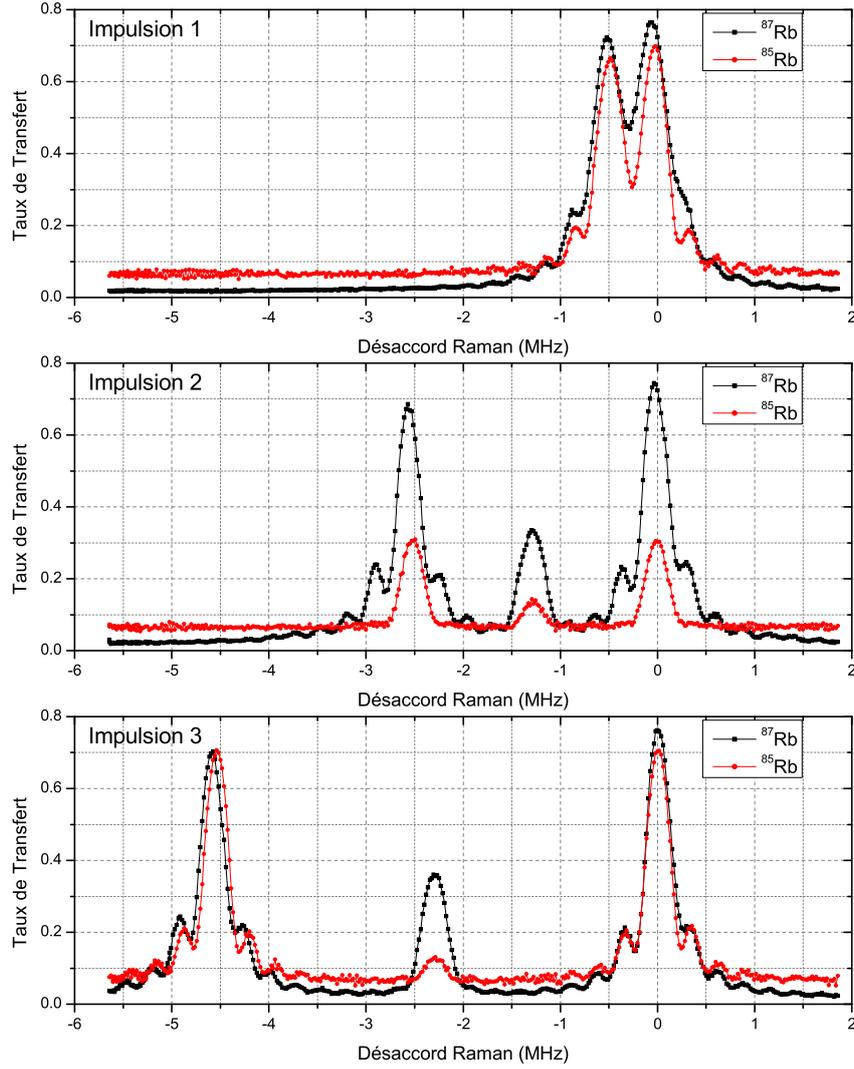


FIGURE IV.7 – Spectroscopie Raman pour les trois impulsions lumineuses. Il existe une légère dissymétrie des spectres Raman entre les transitions contra-propageantes par rapport à la transition co-propageante. Cette dissymétrie est différente pour les deux isotopes. Ces observations témoignent de vitesses initiales non nulles et différentes entre les deux isotopes.

relative dans le référentiel du laboratoire, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis. Le référentiel du laboratoire est en rotation à la vitesse de rotation de la terre $\vec{\Omega}_T$ dans le référentiel géocentrique. L'accélération absolue d'un atome possédant une vitesse transverse \vec{v}_\perp dans le référentiel du laboratoire s'écrit alors comme :

$$\begin{aligned} \vec{a}_a &= \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c \\ &= \vec{g} + 2\vec{\Omega}_T \wedge \vec{v}_\perp \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

Pour un atome de vitesse transverse non nulle, l'interféromètre atomique englobe une aire physique non nulle, le rendant sensible aux rotations via l'effet Sagnac [15, 26]. Cet effet est représenté sur la figure IV.8. Dans le cadre de notre expérience, le biais introduit sur la phase interférométrique pour un seul isotope s'exprime directement à partir de l'expression de l'accélération de Coriolis comme :

$$\Delta\Phi_{\text{Coriolis}} \simeq \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (2\vec{\Omega}_T \wedge \vec{v}_\perp) T^2 \quad (\text{IV.26})$$

L'influence de cet effet sur les interféromètres atomiques a été étudié en détail par plusieurs

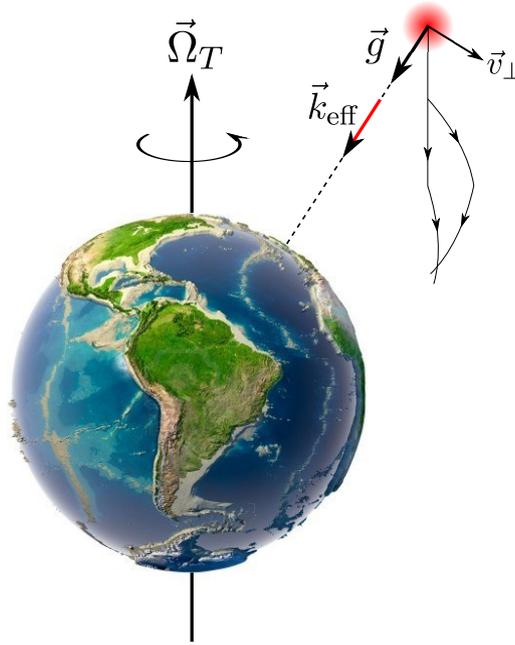


FIGURE IV.8 – Représentation du déphasage induit par l'effet Coriolis. Pour un atome de vitesse transverse non-nulle, l'interféromètre englobe un aire physique non-nulle, la rotation engendre alors un déphasage par effet Sagnac. Figure inspirée de [81, 149].

groupes à travers le monde [32, 81, 190]. Pour un nuage d'atomes froids, ce déphasage peut se moyennner à zéro si la distribution en vitesse transverse du nuage est parfaitement symétrique et centrée sur une vitesse nulle.

Dans l'expérience bi-espèce, en faisant l'hypothèse de distributions en vitesses transverses symétriques, le déphasage différentiel supplémentaire induit par effet Coriolis dépend uniquement de la différence entre les vitesses transverses $\Delta\vec{v}_\perp$ entre les deux isotopes :

$$\phi_d^{\text{Coriolis}} \simeq \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(2\vec{\Omega}_T \wedge \Delta\vec{v}_\perp \right) T^2 \quad (\text{IV.27})$$

Dans la configuration actuelle de l'expérience, il est matériellement impossible de mesurer expérimentalement les vitesses transverses des nuages atomiques de ^{87}Rb et de ^{85}Rb . Pour évaluer l'effet de l'accélération de Coriolis nous avons effectué l'hypothèse suivante : les vitesses transverses initiales sont considérées équivalentes pour les deux isotopes avec une incertitude qui correspond à la différence de vitesses verticales mesurée par spectroscopie Raman. Cette hypothèse ne permet donc pas de corriger le déphasage induit par l'effet Coriolis sur la phase différentielle mais elle prend en compte son impact en englobant ce déphasage dans l'incertitude globale. Notons de plus que cette hypothèse est plutôt pessimiste. En effet, contrairement au cas des vitesses verticales, seules des différences d'intensité laser entre les faisceaux de piégeage peuvent insuffler des vitesses initiales transverses différentes, les instants de lâcher n'ayant dans ce cas aucun impact sur les vitesses transverses. De plus, dans notre expérience, la taille du faisceau vertical de détection est petite devant les distributions spatiales et de vitesses des nuages atomiques. Les distributions en vitesses transverses sont alors convoluées par la réponse de la détection [191] (définie par l'extension spatiale transverse du faisceau de détection dans notre expérience), et seules les classes de vitesses détectées causeront un déphasage donné dans l'équation (IV.26). Cette sélectivité en vitesse de la détection tend à réduire le déphasage supplémentaire provenant de l'effet Coriolis.

Finalement, l'incertitude sur la détermination de η induit par l'effet Coriolis, en considérant un écart de vitesse transverse de $6 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ entre les deux isotopes, est estimée à 5.6×10^{-8} .

IV.2.5 Aberrations de front d'onde

La phase interférométrique dépend de la phase locale du laser Raman gravée sur la fonction d'onde atomique aux instants des trois impulsions lumineuses. Si le front d'onde Raman n'est pas parfaitement plan et présente des aberrations, le déphasage en sortie d'interféromètre dépend de la convolution de ce dernier avec les trajectoires atomiques.

Lorsque le front d'onde Raman présente des aberrations, pour un atome avec une vitesse transverse non nulle, la phase gravée à chaque impulsion, et donc la phase interférométrique en sortie, dépend de la trajectoire balistique de ce dernier (*cf.* figure IV.9). Lors d'une mesure différentielle entre les deux isotopes, ces effets peuvent être fortement rejetés si la qualité du recouvrement spatial entre les deux nuages est bonne pendant les trois impulsions Raman. Si ce recouvrement n'est pas parfait, plusieurs paramètres rentrent alors en jeu dans l'expression de la phase différentielle : la différence de position initiale transverse, la différence de vitesse initiale transverse et la différence entre les distributions de vitesses transverses (liée à la différence de température) entre les deux nuages. Si ces différences sont non nulles, les surfaces du front d'onde sondées par les nuages atomiques ne sont pas les mêmes, et le déphasage en sortie d'interféromètre est alors différent pour les deux isotopes ($\Delta\Phi_{87} \neq \Delta\Phi_{85}$, *cf.* figure IV.9).

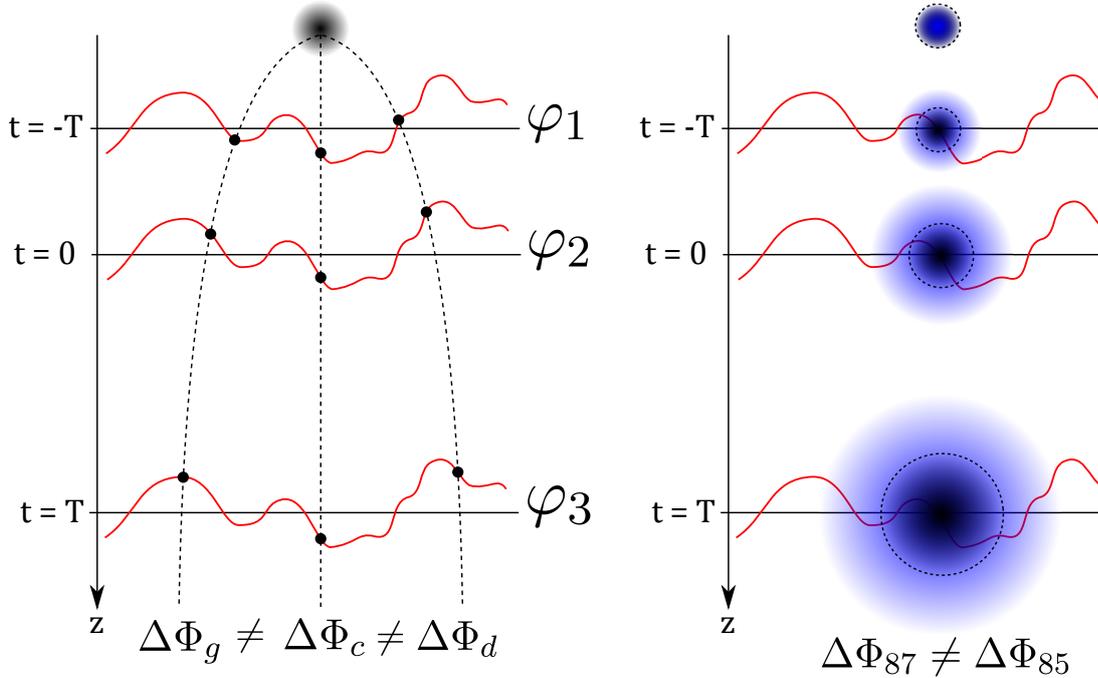


FIGURE IV.9 – Influence des aberrations de front d'onde sur la phase interférométrique. A gauche : en fonction des positions et vitesses transverses des atomes, les phases lasers correspondant aux trois impulsions Raman sont différentes ainsi que les déphasages en sortie. A droite : dans le cas différentiel $^{87}\text{Rb} / ^{85}\text{Rb}$, si les deux nuages ont des températures différentes (le nuage de plus faible température étant délimité par les pointillés), les zones du front d'onde sondées sont différentes et le déphasage en sortie est donc différent pour les deux isotopes.

Dans notre expérience, la durée totale de chute libre est d'environ $t_{cl} = 0.1$ s. L'incertitude sur la différence de position initiale entre les deux nuages est d'environ $\sqrt{(200 \mu\text{m})^2 + (200 \mu\text{m})^2} \sim 300 \mu\text{m}$. La différence de vitesses initiales, inférieure ou égale à une vitesse de recul, engendre une séparation spatiale d'environ $\Delta vt_{cl} \sim 600 \mu\text{m}$. Lors de cette expérience, la température du nuage de ^{87}Rb est d'environ $1.3 \mu\text{K}$, soit $\sigma_v \sim 1.1 \text{ cm.s}^{-1}$, et celle du nuage de ^{85}Rb d'environ $2.1 \mu\text{K}$, soit $\sigma_v \sim 1.5 \text{ cm.s}^{-1}$. Les différences entre les zones spatiales sondées par les deux nuages à cause d'une différence de température sont alors de l'ordre du millimètre, et cet effet est donc

prépondérant par rapport aux incertitudes sur les positions et vitesses initiales.

Expérimentalement, une géométrie rétro-réfléchie est utilisée pour générer la paire Raman contra-propageante. Les composants optiques traversés une seule fois par les deux faisceaux Raman n'engendreront alors pas de déphasage, car les déformations de front d'onde induites seront les mêmes pour les deux faisceaux contra-propageants et seront finalement éliminés. Dans ces conditions, les aberrations de front d'onde impactant la mesure d'accélération proviennent des défauts des optiques non communes aux deux faisceaux. Le faisceau rétro-réfléchi traverse le hublot inférieur de l'enceinte à vide et la lame $\lambda/4$ avant d'être réfléchi et de traverser à nouveau la lame puis le hublot. Ces deux éléments, et dans une moindre mesure le miroir Raman, seront donc à l'origine des différences de déformations des fronts d'onde entre les deux faisceaux Raman.

Cas d'une courbure du front d'onde :

Pour limiter les aberrations, la lame $\lambda/4$ et le miroir de rétro-réflexion sont des optiques qualifiées $\lambda/20$. La mesure des déformations causées par le hublot, grâce à un interféromètre de type zygo, montre un rayon de courbure de 2.7 km et des déformations pic-vallée inférieures à $\lambda/10$ à 780 nm. Après le bridage du hublot et le montage des optiques, les déformations du front d'onde Raman ont été estimées en sélectionnant différentes classes de positions et de vitesses grâce au faisceau de détection de faible diamètre. Le rayon de courbure du front d'onde Raman obtenu est de $R = 0.6 \pm 0.2$ km.

Pour une différence de température ΔT_{at} entre les deux nuages, la contribution du rayon de courbure du front d'onde Raman sur la phase différentielle est donnée par [81] :

$$\phi_d^{ab} \simeq \frac{k_{\text{eff}}}{R} \frac{k_B \Delta T_{at}}{m} T^2 \quad (\text{IV.28})$$

où m est la masse des atomes, supposée égale pour les deux isotopes.

En considérant que la différence de température entre les deux nuages est de $1 \mu\text{K}$, la contribution de cet effet sur η est estimé à 1.3×10^{-8} . Ne connaissant pas les positions et vitesses initiales transverses relatives aux deux isotopes, l'ensemble de cette contribution est injectée dans l'incertitude globale sur η .

Phase de Gouy :

Lors de la propagation d'un faisceau gaussien, ce dernier acquiert une phase différente de celle d'une onde plane à la même fréquence. Cette différence est appelée la phase de Gouy et vaut $\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$, où $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ est la distance de Rayleigh et $z = 0$ correspond à la position du waist du faisceau. Le déphasage interférométrique induit par cette phase de Gouy est alors donné par $2\frac{gT^2}{z_R}$ [149, 172]. Avec un faisceau Raman de waist $w_0 = 10$ mm, ce déphasage est d'environ 0.06 mrad, soit 2.3×10^{-10} sur η . L'impact de la phase de Gouy est donc négligeable d'autant plus qu'elle est commune aux deux isotopes et qu'elle doit alors être réduite par la mesure différentielle double espèce.

IV.2.6 Autres effets systématiques

Quelques autres effets systématiques sont discutés dans cette partie. Bien que négligeables dans notre expérience, ils est important de les mentionner car certains jouent un rôle important dans l'évaluation des contraintes des futures expériences d'interférométrie atomique visant à tester l'*Universalité de la Chute Libre*.

Gradient de gravité :

En présence d'un gradient gradient, l'accélération des atomes par rapport au miroir Raman est inhomogène spatialement. Cela induit donc des termes de biais sur les phases interférométriques. A la surface de la Terre, le gradient linéaire de gravité vertical γ est d'environ 3000 Eötvös, soit $300 \mu\text{Gal.m}^{-1}$ ou $3 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Pendant la séquence interférométrique, les atomes chutent d'environ 5 cm ce qui engendre une variation relative de \vec{g} entre le sommet et le bas de

l'interféromètre d'environ $1.5 \times 10^{-8}g$. Le formalisme des intégrales de chemin est majoritairement utilisé [192, 152, 153] pour calculer le biais introduit par un gradient linéaire de gravité, bien que le formalisme des fonctions de réponse puisse être aussi employé [160]. Au premier ordre, la valeur de la gravité mesurée en sortie g_m est donnée par :

$$g_m \simeq g_0 + \gamma \left(\frac{7}{12}g_0T^2 + \bar{v}_0T + z_0 \right) \quad (\text{IV.29})$$

où z_0 et $\bar{v}_0 = v_0 + \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m}$ sont la position et la vitesse moyenne d'un atome durant la première impulsion Raman et g_0 la valeur de la gravité à ce même instant (ou altitude). Le déphasage supplémentaire induit par ce gradient sur la phase interférométrique est alors donné par :

$$\Delta\Phi_{\text{grad}} = k_{\text{eff}}T^2 \gamma \left(\frac{7}{12}g_0T^2 + \bar{v}_0T + z_0 \right) \quad (\text{IV.30})$$

Reste maintenant à exprimer le déphasage supplémentaire induit par γ sur la phase différentielle. On ne considère ici qu'une différence δk entre les vecteurs d'onde associés aux deux isotopes, la différence entre les fonctions de réponse étant négligée. En adoptant les notations données en (I.65), ce déphasage supplémentaire s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \Phi_d^{\text{grad}} &= kT^3\gamma\Delta v_0 + kT^2\gamma\Delta z_0 \\ &+ \frac{7}{12}\delta kT^4\gamma g_0 \\ &+ \delta kT^3\gamma v_{0,85} + \delta kT^2\gamma z_{0,85} \end{aligned} \quad (\text{IV.31})$$

On remarque alors que le terme principal de gradient (deuxième ligne) est fortement rejeté d'un facteur $\delta k/k$ par la mesure différentielle. Avec les paramètres actuels de notre expérience, ce terme crée un déphasage d'environ 1.2×10^{-9} rad, soit un biais de 5×10^{-15} sur η . Les termes prépondérants (première ligne) proviennent alors des défauts de recouvrement entre les deux nuages. Ils dépendent de la différence entre les positions Δz_0 et vitesses Δv_0 initiales entre les deux isotopes. En considérant des différences de $300 \mu\text{m}$ et $6 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ entre positions et vitesses initiales, les déphasages respectifs engendrés sont d'environ 8×10^{-6} rad et 6×10^{-6} rad, soit des biais de 3.2×10^{-12} et 2.4×10^{-12} sur η . Il existe ensuite des termes correctifs dépendant des positions et vitesses durant la première impulsion (troisième ligne). En définitive, les biais introduits par un gradient linéaire de gravité sont totalement négligeables face à l'exactitude actuelle de la mesure d'accélération différentielle.

Recouvrement des deux nuages atomiques :

Comme cela vient d'être souligné pour un gradient de gravité, mais aussi précédemment pour l'effet Coriolis et les aberrations de front d'onde, la qualité du recouvrement des distributions spatiales et de vitesses des deux nuages atomiques est un aspect critique dans le contrôle des effets systématiques liés à la mesure de l'accélération différentielle entre ces deux masses d'épreuve en chute libre. Ces aspects constituent alors une des principales limites pour l'exactitude des projets visant à tester l'*Universalité de la Chute Libres* aussi bien au sol [125, 140, 131] que dans l'espace [138, 123]. Un bon recouvrement entre deux sources atomiques "ponctuelles" est finalement nécessaire pour rejeter efficacement les effets de gradient de gravité, Coriolis ou aberration de front d'onde. Notons enfin que concernant le gradient de gravité, les déphasages supplémentaires relatifs aux différences de vitesse varient en T^3 , et non en T^2 , ce qui constitue une des limites principales pour l'exactitude des interféromètres atomiques à grand temps d'interrogation.

Verticalité :

La mesure d'accélération est effectuée suivant la direction du vecteur d'onde effectif du faisceau Raman. Ainsi, une erreur d'alignement du faisceau par rapport à la verticale induit une erreur sur la mesure de \vec{g} proportionnelle à $g(1 - \cos(\theta))$ pour un isotope, où θ est l'angle entre \vec{g} et \vec{k}_{eff} . Lors de la mesure différentielle, cet effet est très fortement réduit car la direction de

\vec{k}_{eff} est parfaitement identique pour les deux isotopes et les biais induits sont alors entièrement négligeables. Pour s'assurer de la verticalité du gravimètre, l'orientation du capteur a été réglée de manière à maximiser la mesure de pesanteur pour les deux isotopes.

Effet de champ moyen :

Dans l'objectif d'obtenir des sources atomiques ponctuelles à faible dispersion en vitesse, l'utilisation d'ensembles atomiques cohérents tels que des *Condensats de Bose-Einstein* semble particulièrement adaptée. Néanmoins, à ces niveaux de température et de densité, les interactions intra et inter-espèces induisent des déphasages par effet de champ moyen. Ces déphasages supplémentaires apparaissent lorsque que la première séparatrice atomique n'est pas parfaite [133]. Ils dépendent principalement de paramètres tels que la fréquence du piège, le volume des nuages et les longueurs de diffusion intra et inter-espèces. Un contrôle précis du rapport entre les nombres d'atomes des deux isotopes du rubidium permet de minimiser l'impact de ces interactions [138, 123]. Dans notre cas, avec une source atomique à des températures de l'ordre du micro-Kelvin, le déphasage induit par ces interactions est négligeable [32, 149].

IV.3 Sensibilité court terme et résolution des mesures d'accélé-rations différentielles

Dans cette partie on s'intéresse à quantifier les bruits qui limitent la mesure d'accélération différentielle, *i.e.* à quantifier la grandeur $\tilde{b} = \tilde{S}_i a + \tilde{B}_i + \tilde{\epsilon}$ (*cf.* équation (IV.2)). Dans notre expérience, les bruits principaux proviennent du bruit de phase intrinsèque aux sources micro-ondes utilisées pour générer les paires Raman pour les deux isotopes ainsi que du bruit de détection.

Pour exprimer les résultats qui vont suivre, on considère les paramètres suivants pour l'interféromètre atomique : $T = 47$ ms, $\tau = 4$ μ s, cadence de 4 Hz. Ainsi, un bruit de phase de 1 mrad correspond à un bruit sur la mesure d'accélération de $2.87 \times 10^{-9} g/\text{coup}$, soit $1.43 \times 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$.

IV.3.1 Bruit de phase micro-onde non commun

La phase lue en sortie d'interféromètre dépend des phases lasers gravées sur la fonction d'onde atomique pendant les trois impulsions Raman. Le bruit sur la différence de phase entre les deux faisceaux Raman se répercute donc directement sur la mesure d'accélération. Le principal avantage d'utiliser la modulation de phase pour générer les paires Raman consiste dans le fait qu'aucun asservissement en phase entre deux diodes lasers différentes n'est requis, lorsque les chaînes micro-ondes utilisées pour moduler la source laser commune sont bas-bruit de phase.

Les deux sources micro-ondes à l'origine des paires Raman pour les deux isotopes sont asservies en phase sur la même référence à quartz à 5 MHz et la même DDS est utilisée pour générer la rampe de fréquence α (*cf.* figure II.8). Dans ces conditions, les bruits de phase intrinsèques aux deux chaînes micro-ondes propres à chaque isotope, à savoir le bruit du DRO pour la source ^{87}Rb et le bruit du synthétiseur Rhodes et Schwartz pour la source ^{85}Rb , constituent les sources principales de bruit sur les phases lasers pendant l'interféromètre.

Bruit de phase de la chaîne micro-onde à 6.834 GHz :

Le bruit de phase de la chaîne micro-onde à 6.834 GHz pour le ^{87}Rb a été mesuré dans le cadre de la qualification du gravimètre atomique GIRAFE grâce à une chaîne de comparaison micro-onde analogue à celle présentée dans la figure IV.11. Le bruit de phase relatif à cette source est le même dans l'expérience double espèce car le couplage avec la source micro-onde Raman propre au ^{85}Rb ne fait intervenir que des composants non actifs (coupleurs 2 voies, *cf.* figure II.8).

La figure IV.10 donne la densité spectrale de puissance (DSP) de bruit de phase de la source micro-onde à 6.834 GHz utilisée pour générer la paire Raman du ^{87}Rb . En intégrant ce niveau

de bruit sur la bande passante de l'interféromètre ($1/T \rightarrow 1/\tau = 21 \text{ Hz} \rightarrow 250 \text{ kHz}$) grâce à la fonction de transfert en phase de l'interféromètre (cf. équation (I.42) et (I.43)), le bruit de phase de cette source micro-onde limite la sensibilité de l'interféromètre à $2 \times 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$.

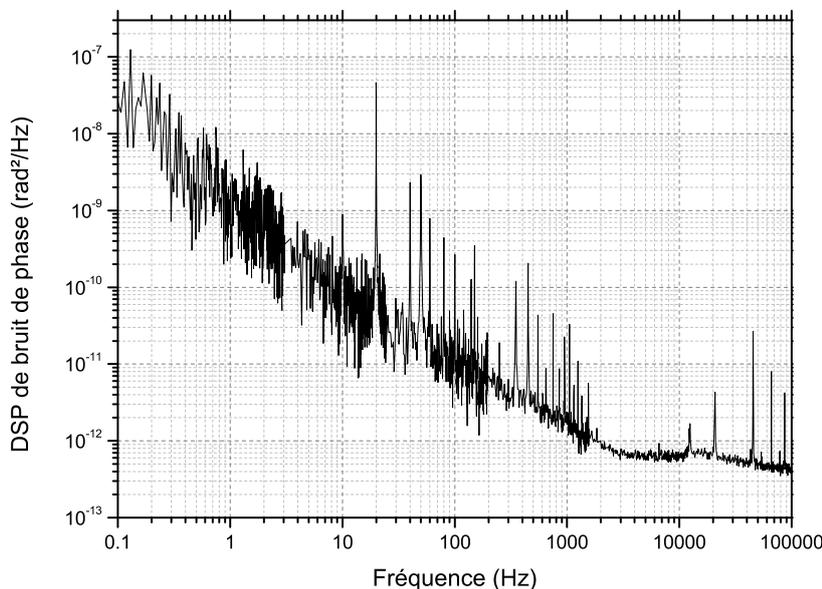


FIGURE IV.10 – Bruit de phase de la source micro-onde à 6.834 GHz utilisée pour le ^{87}Rb .

Chaîne micro-onde de comparaison pour la source micro-onde à 3.035 GHz :

Il est ensuite nécessaire de quantifier le bruit de phase de la chaîne micro-onde à 3.035 GHz. Pour cela une chaîne micro-onde de comparaison bas bruit a été réalisée. Elle est représentée en figure IV.11. Cette chaîne est aussi asservie sur les mêmes références de fréquence à quartz, ce qui permet d'éliminer le bruit de phase des oscillateurs initiaux.

Tout d'abord, la source à 3.035 GHz est mixée avec une source à 3 GHz pour ramener le signal autour de 34 MHz. Cette source à 3 GHz est basée sur l'utilisation d'un peigne de fréquence qui permet d'atteindre 3 GHz à partir de la référence bas-bruit de phase à 100 MHz. En sortie du mixeur, deux filtres passe-bande sont placés pour sélectionner le battement autour de 34 MHz. Ce signal est ensuite mixé avec une source de comparaison de même fréquence, référencé sur un signal commun à 10 MHz. Une fois le déphasage entre les deux sources ajusté manuellement pour être en quadrature de phase, le signal en sortie du mixer sera sensible linéairement aux bruits de phase générés par l'ensemble des composants du montage. Un analyseur de spectre permet finalement de caractériser spectralement la qualité de ces chaînes de fréquence.

Tous les composants utilisés, notamment les composants actifs comme les amplificateurs, sont qualifiés bas-bruit de phase pour limiter au maximum le bruit de phase introduit par la chaîne de comparaison.

Mesure du bruit de phase de la chaîne micro-onde à 3.035 GHz :

La figure IV.12 donne les densités spectrales de puissance (DSP) de bruit de phase de la source micro-onde à 3.035 GHz utilisée pour générer la paire Raman du ^{85}Rb .

Dans l'expérience, un boîtier de distribution permet de répartir la référence de fréquence à 10 MHz issue de la source SDI vers les différents composants du capteur. La mesure des bruits de phase micro-onde a alors permis de mettre en évidence la présence de bruits additionnels lorsque la référence de la source Raman à 3.035 GHz est branchée sur la sortie de ce boîtier de

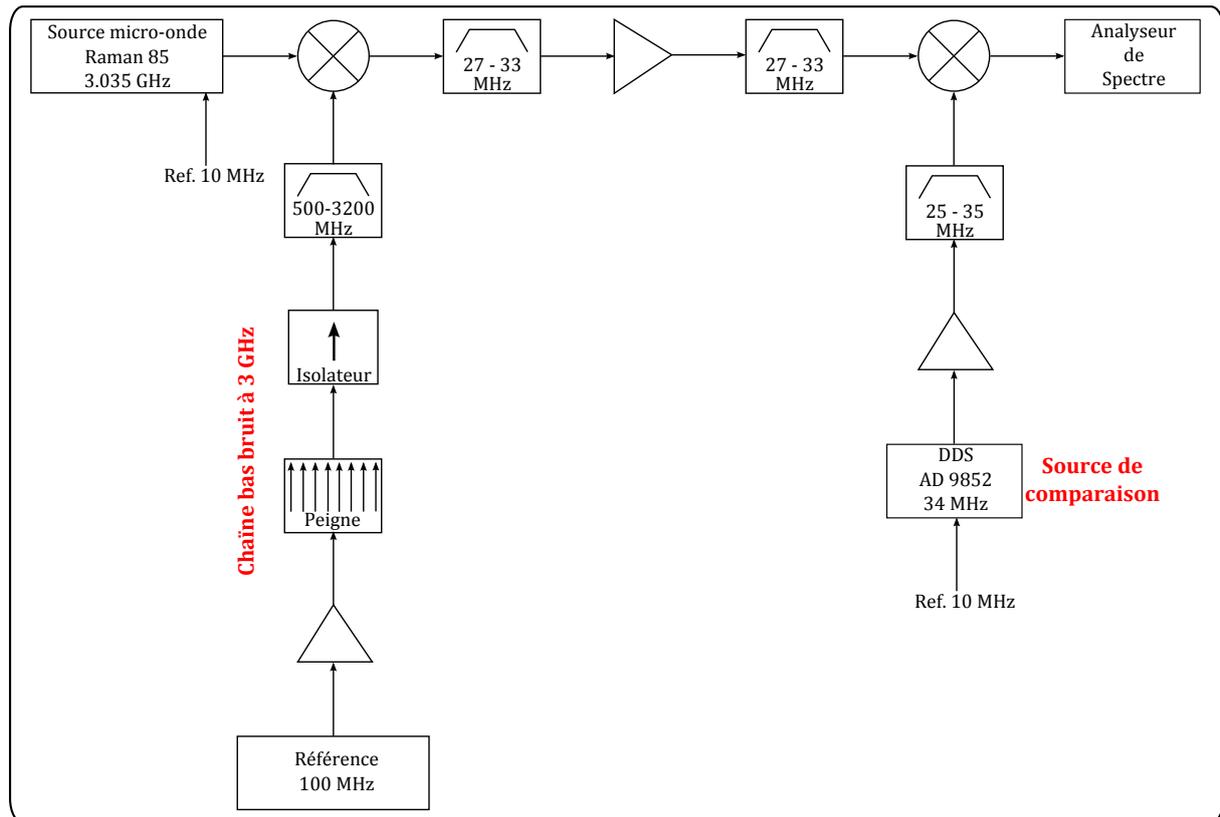


FIGURE IV.11 – Chaîne micro-onde de comparaison pour la source micro-onde à 3.035 GHz.

distribution. Sur la figure IV.12, il est en particulier possible de noter la présence d'un fort bruit à une fréquence de 100 Hz, qui se situe dans la bande passante de l'interféromètre. L'influence néfaste de cette composante spectrale de bruit est aisément visualisable sur le spectre gauche de la figure IV.12 où des harmoniques à 100 Hz sont clairement visibles. Ce bruit à 100 Hz pourrait provenir d'une boucle de masse entre la source SDI et la source à 3.035 GHz créée par l'introduction du boîtier de distribution. Pour résoudre ce problème, une partie de la référence à 10 MHz est directement prélevée en sortie de la SDI et envoyée directement sur la source Raman 85. Ainsi, ce bruit est fortement réduit comme en atteste les densité spectrale et spectre de droite sur la figure IV.12. La réduction de ce bruit a fortement contribué à l'amélioration de la sensibilité obtenue entre les interféromètres "originel" et "amélioré".

Pour s'assurer que les niveaux de bruit de phase mesurés proviennent bien de la source Raman 85 à 3.035 GHz, les bruits de phase de plusieurs sources à 3.035 GHz ont été mesurés avec la même chaîne micro-onde de comparaison. Cette étude a montré que les niveaux de bruit enregistrés sont principalement limités par le bruit de phase introduit par les composants de la chaîne de comparaison. Les bruits de phase en sortie d'interféromètre estimés par la suite ne correspondent alors qu'à des bornes supérieures. Si l'on compare les mesures aux données constructeur de la source Rhode & Schwarz SMB 100A, les niveaux de bruits mesurés sont d'environ 10 dB supérieurs.

En intégrant ces niveaux de bruit sur la bande passante de l'interféromètre grâce à la fonction de transfert en phase de l'interféromètre, le bruit de phase de la source Raman 85 à 3.035 GHz limite la sensibilité de l'interféromètre atomique à un maximum de $3.26 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$, lorsque le boîtier de distribution est utilisé, et à un maximum de $3.25 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$, sans boîtier.

L'élimination du bruit introduit par la boucle de masse a donc permis le gain d'un facteur 10 sur la sensibilité de la mesure d'accélération différentielle. Néanmoins, cette borne supérieure du bruit de phase de la source micro-onde Raman pour le ^{85}Rb reste environ un ordre de grandeur

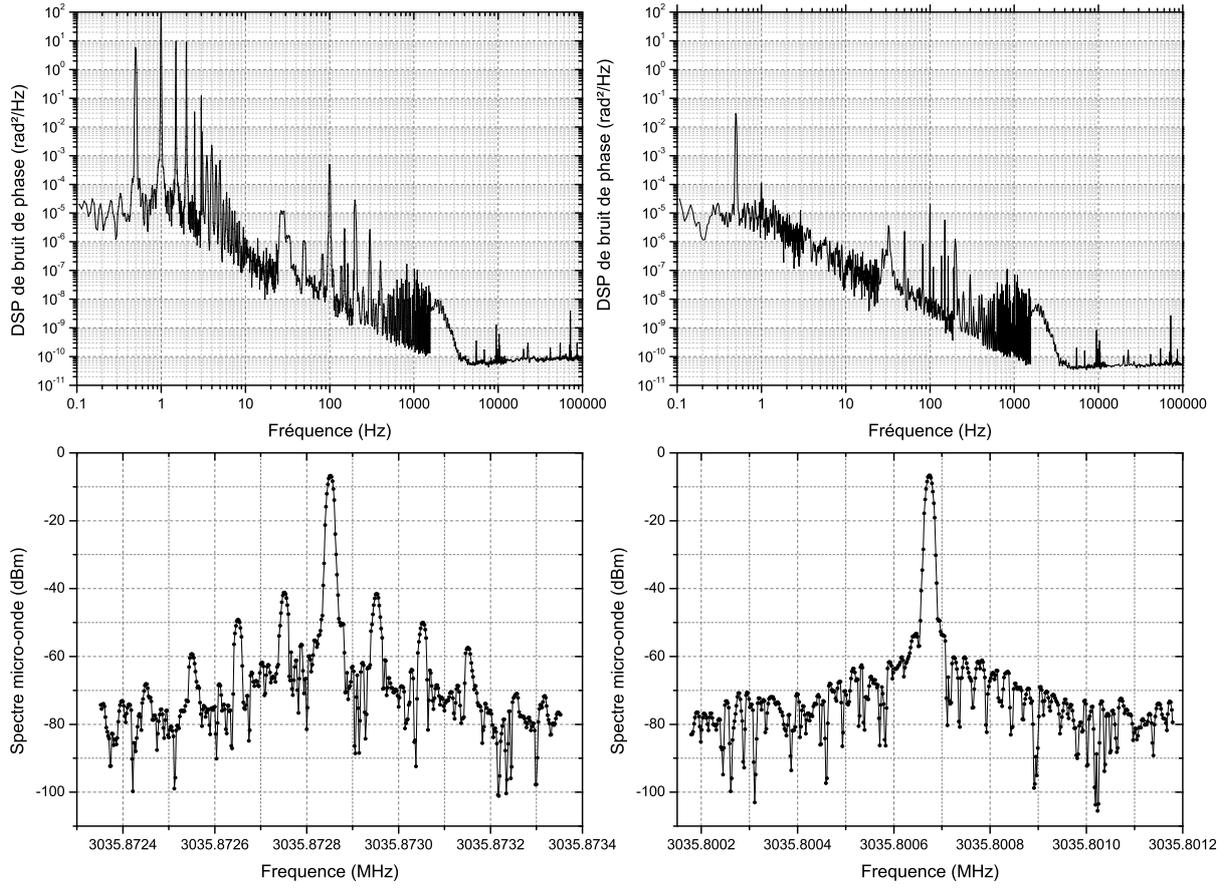


FIGURE IV.12 – Bruit de phase de la source micro-onde à 3.035 GHz utilisée pour le ⁸⁵Rb. En haut, les densités spectrales de puissance de bruit. En bas, les spectres micro-ondes associés. A gauche, présence du bruit provenant de l'utilisation du boîtier de distribution, à droite, après réduction de ce bruit (voir description dans le texte).

au dessus du bruit de phase propre à la source Raman pour le ⁸⁷Rb.

Contribution totale du bruit de phase micro-onde :

Pour finir, en sommant les contributions de bruit de phase des deux chaînes micro-ondes utilisées pour générer les paires Raman par modulation de phase pour les deux isotopes, la limite engendrée sur la sensibilité de l'interféromètre atomique différentiel est estimée inférieure à $3.26 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$, soit 22 mrad sur la phase différentielle.

IV.3.2 Bruit de détection

En sortie d'interféromètre atomique, les probabilités de se trouver dans l'état de plus haute énergie sont détectées pour les deux isotopes. D'après l'équation (I.30), un bruit σ_P sur ces mesures de probabilité engendre un bruit $\sigma_{\Delta\Phi}$ sur la phase interférométrique :

$$\sigma_{\Delta\Phi} = \frac{2}{A \sin(\Delta\Phi)} \sigma_P \tag{IV.32}$$

soit un bruit sur la mesure d'accélération égal à :

$$\sigma_a = \frac{2}{A \sin(\Delta\Phi)} \frac{1}{k_{\text{eff}} T^2} \sigma_P \tag{IV.33}$$

Le bruit de détection résulte de la contribution de plusieurs bruits indépendants : le bruit de projection quantique, les bruits techniques du détecteur et les bruits d'intensité et de fréquence

laser.

Bruit de projection quantique :

En sortie d'interféromètre, les atomes sont dans une superposition cohérente de deux états internes $|f\rangle$ et $|e\rangle$, et une mesure des nombres d'atomes N_f et N_e dans chacun de ces états est ensuite effectuée. Cette mesure projette la fonction d'onde d'un atome sur l'un des deux états avec une probabilité $1 - P$ et P . Pour un atome individuel, le résultat de cette mesure est alors indéterminé. Le bruit résultant sur les mesures des populations atomiques, appelé bruit de projection quantique [94], constitue alors une limite fondamentale pour la mesure d'accélération.

D'après ce qui précède, la variance sur la mesure de P pour un atome est donnée par $P(1 - P)$. En supposant maintenant que l'on détecte indépendamment N_{tot} atomes, le bruit de projection quantique associé à cette mesure est :

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1 - P)}{N_{tot}}} \quad (\text{IV.34})$$

Pour un nombre d'atomes voisin de $N_{tot} \sim 10^6$ et une amplitude des franges d'interférences de $A = 0.4$, le bruit de projection quantique à mi-frange est de 2.5 mrad, soit $7.2 \times 10^{-9}g/\text{coup}$.

Bruits techniques de détection :

Ces bruits sont dus aux fluctuations du signal de fond entre les deux voies de détection associées à la mesure de N_f et N_e . Ils proviennent de plusieurs contributions.

Tout d'abord un bruit lié à l'électronique d'acquisition (photodiode, montage trans-impédance ...). Ce bruit, propre au système de détection est indépendant du nombre d'atomes, le bruit engendré sur la probabilité P évolue donc comme σ_{elec}/N_{tot} .

Il existe ensuite un bruit provenant du fond lumineux, dû principalement au signal de fluorescence de la vapeur résiduelle dans l'enceinte à vide, mais aussi à d'éventuelles réflexions parasites du faisceau de détection. La dépendance de ce bruit face au nombre d'atomes est non triviale. En effet, dans notre expérience, le nombre d'atomes est modifié en jouant sur le courant des dispensers de rubidium. Le nombre d'atomes capturés évolue donc de concert avec le nombre d'atomes présents dans l'enceinte et donc avec le signal de fluorescence de la vapeur résiduelle, et ce de manière non-triviale.

Bruits d'intensité et de fréquence laser :

Les bruits d'intensité et de fréquence du laser de détection se traduisent par des fluctuations du signal de fluorescence émis par les atomes lors d'une impulsion lumineuse de détection. Ce signal de fluorescence est proportionnel au nombre d'atomes détectés et donc le bruit sur le nombre de photons diffusés est aussi proportionnel au nombre d'atomes détectés. Finalement après normalisation, les fluctuations de probabilité induites par les bruits d'intensité et de fréquence du laser sont indépendantes du nombre d'atomes détectés.

Le signal de fluorescence S_j , collecté pour des atomes dans l'état $|j\rangle$ en sortie d'interféromètre, est proportionnel au taux d'émission spontanée, soit :

$$S_j \propto \Gamma_{fluo} N_j = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s} N_j \quad (\text{IV.35})$$

où le paramètre de saturation s est donné par :

$$s = \frac{I}{I_{sat}} \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta^2}{\Gamma^2}} \quad (\text{IV.36})$$

On retrouve bien dans ces deux équations les dépendances du signal de fluorescence à l'intensité laser (I) et la fréquence laser (à travers le désaccord par rapport à la transition cyclante δ).

Il est important de noter ici qu'une fréquence du laser de détection légèrement désaccordée dans le bleu permet de réduire l'impact du bruit de fréquence laser dans la configuration de dé-

tection verticale utilisée dans l'expérience³. Lors de l'optimisation expérimentale de la détection, ce désaccord dans le bleu permet effectivement d'obtenir un bruit de détection plus faible.

Bruit de détection global pour une espèce atomique :

Comme nous venons de le voir, les différents bruits n'ont pas la même dépendance en fonction du nombre d'atomes. Ainsi, grâce à la mesure du bruit de détection global en fonction du nombre d'atomes il est possible de déduire les contributions du bruit de projection quantique ($\propto \frac{1}{\sqrt{N_{tot}}}$), des bruits techniques de détection (bruit électronique $\propto \frac{1}{N_{tot}}$ et bruit de fond) et des bruits d'intensité et de fréquence laser (constant).

La figure IV.13 montre la mesure du bruit de détection pour le ^{87}Rb seul en fonction du nombre d'atomes. Pour cela, le nombre d'atomes piégés est changé en modifiant le courant du dispenser. Le nombre d'atomes détectés est estimé à partir du signal de fluorescence, connaissant la puissance et le désaccord laser. Les estimations des différentes contributions au bruit de détection sont données dans le tableau IV.4, pour $N_{tot} = 10^6$ atomes (proche du nombre d'atomes interrogés dans l'interféromètre).

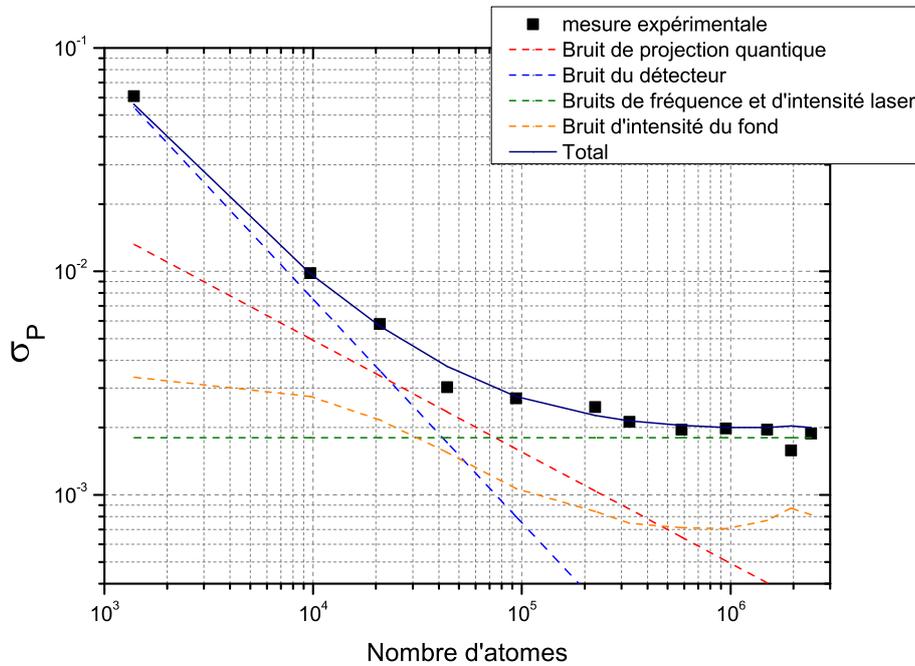


FIGURE IV.13 – Mesure du bruit de détection pour le ^{87}Rb seul en fonction du nombre d'atomes et contributions des différentes sources.

On constate alors que le bruit de détection est dominé par le bruit d'intensité et de fréquence laser, et principalement par ce dernier. Dans ces conditions, l'utilisation d'une source laser plus fine spectralement permettrait donc d'améliorer les performances de la détection et d'augmenter ainsi la sensibilité de l'accéléromètre différentiel.

3. Dans notre expérience, le faisceau de détection est vertical, rétro-réfléchi et désaccordé dans le bleu. Si, sous l'effet du bruit de fréquence laser, la fréquence laser augmente, le taux d'émission spontanée diminue mais le temps passé dans la zone de détection augmente car les atomes sont chassés moins efficacement. Ainsi le nombre de photons moyen diffusé par atome est contrebalancé par la diminution du taux d'émission spontanée. Inversement, si la fréquence diminue, le taux d'émission spontanée augmente mais le temps passé dans la zone de détection diminue. En configuration rétro-réfléchi ces deux phénomènes ne se contrebalancent pas lorsque le laser est désaccordé dans le rouge. Par exemple, lorsque la fréquence augmente, le taux d'émission spontanée augmente ainsi que le temps passé dans la zone de détection sous l'effet d'un confinement vertical plus fort.

TABLE IV.4 – Contribution des différentes sources de bruit de détection pour le ^{87}Rb seul.

Nature du bruit	Estimation du bruit
Bruit de projection quantique	$\sigma_P = \frac{1}{2\sqrt{N_{tot}}} = 5 \times 10^{-4}$
Bruits techniques du détecteur	$\sigma_P = \frac{76}{N_{tot}} = 7.6 \times 10^{-5}$
Bruit du fond	$\sigma_P \sim 7 \times 10^{-4}$
Bruits d'intensité et de fréquence laser	$\sigma_P \sim 1.8 \times 10^{-3}$
Bruit de détection global	$\sigma_P \sim 0.002$

Bruit de détection global dans l'expérience double espèce :

Pour mesurer le bruit de détection dans le cas double espèce, les fluctuations des probabilités de transition pour les deux isotopes après une transition micro-onde $\pi/2$ sont observées. Une transition micro-onde est utilisée car la probabilité en sortie est alors très peu sensible au bruit de vibration et est indépendante des bruits provenant des lasers Raman utilisés pour l'interféromètre. Ainsi, seul la contribution du bruit de détection est mesurée. Le tableau IV.5 donne alors les bruits de détection mesurés pour les deux isotopes.

TABLE IV.5 – Bruit de détection double espèce.

Isotope	Bruit de détection
^{87}Rb	$\sigma_P = 0.003$
^{85}Rb	$\sigma_P = 0.004$

Les niveaux de bruit de détection sont finalement équivalents pour les deux isotopes. Ils sont légèrement plus important que ceux mesurés dans le cas simple espèce. Cela provient majoritairement de l'impossibilité d'éteindre les fréquences de détection lors de l'impulsion visant à pomper optiquement les atomes dans le niveau de plus basse énergie vers le niveau de plus haute énergie. En appliquant les formules (IV.32) et (IV.33), en considérant des amplitudes de franges $A^{87} = 0.4$ et $A^{85} = 0.36$ pour les deux isotopes et en se plaçant à mi-frange, le bruit de détection limite la sensibilité de l'interféromètre à 24 mrad sur la phase différentielle soit $7.7 \times 10^{-8}g/\text{coup}$ ou $3.9 \times 10^{-8}g/\sqrt{\text{Hz}}$.

IV.3.3 Bruits de fréquence et d'intensité du laser Raman

Habituellement, pour un gravimètre atomique simple espèce, une des limites concernant le bruit en sortie d'interféromètre provient du bruit de fréquence du laser Raman. A cause du délai provenant de la rétro-réflexion, ce bruit de fréquence engendre des variations de phase entre les deux faisceaux Raman contra-propageants. Pour un bruit blanc de fréquence du laser $S_\nu = \Delta\nu/\pi$, où $\Delta\nu$ est la largeur spectrale du laser à mi-hauteur, la variance du bruit induit sur la mesure de l'accélération est donnée par $\sigma_\Phi^2 = \frac{\pi^2}{4\tau} t_d^2 S_\nu$ [193], où t_d^2 est le délai de rétro-réflexion. Pour une largeur spectrale du laser de 1 MHz, ce bruit est d'environ 1 mrad sur la phase différentielle. Dans notre expérience, le bruit de fréquence du laser est commun aux deux isotopes car la même source est utilisée pour générer l'ensemble des composantes spectrales. Ce bruit est finalement fortement rejeté par la mesure différentielle et reste donc négligeable.

Le bruit d'intensité du laser Raman modifie les probabilités de transition des impulsions

Raman par l'intermédiaire des pulsations de Rabi et engendre donc des baisses de contraste en sortie d'interféromètre. De plus, ces variations d'intensité donnent aussi lieu à des fluctuations des phases en sortie d'interféromètre par l'intermédiaire des déplacements lumineux qui induisent des désaccords à la condition de résonance. L'impact coup à coup des fluctuations de l'intensité du laser Raman sont relativement faibles : inférieures à 0.5 %. Les fluctuations coup à coup induites sur la phase interférométrique d'un isotope restent faibles, de l'ordre de 1 mrad, et ne limitent donc pas la sensibilité de l'instrument. Néanmoins les fluctuations long terme d'intensité entraînent des dérives de la mesure non négligeables. Cela sera illustré sur les variances d'Allan dans la partie qui suit.

IV.3.4 Sensibilité, résolution et analyse des variances d'Allan

La figure IV.14 montre l'allure des signaux interférométriques double espèce simultanés obtenus après optimisation des bruits de phase micro-onde et de détection. On cherche maintenant à confronter les estimations de bruits effectuées dans les parties précédentes aux performances réelles de l'accéléromètre différentiel.

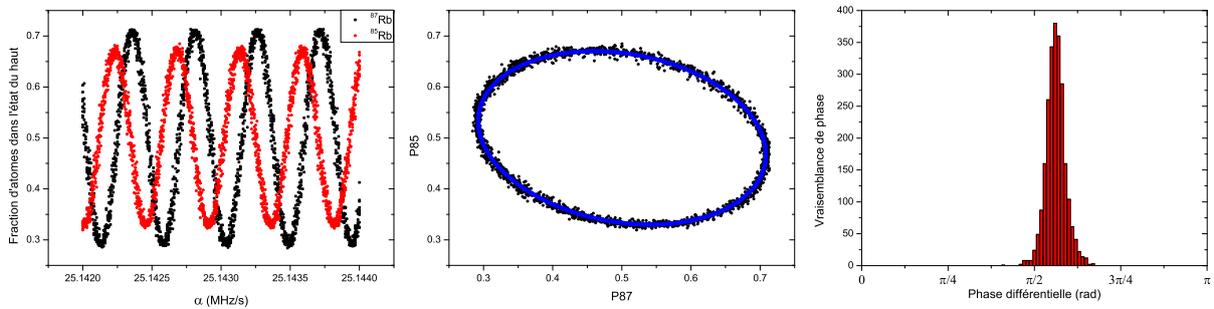


FIGURE IV.14 – Signaux interférométriques double espèce optimisés.

Afin de caractériser les bruits limitant la sensibilité de l'interféromètre double espèce, la variance d'Allan [194], outil communément employé en métrologie, est utilisée. Cette variance est présentée et interprétée dans l'annexe E. Cet outil statistique permet d'estimer l'incertitude statistique sur les mesures d'accélération en fonction du temps d'intégration. En particulier, les offsets et les pentes du tracé logarithmique de cette variance permettent de connaître les amplitudes et les types de bruit limitant la sensibilité de l'instrument.

Caractérisation de l'accéléromètre différentiel double espèce :

Pour étudier les fluctuations court et long terme des mesures d'accélération différentielle, les signaux interférométriques sont enregistrés à une cadence de 4 Hz, alternativement pour les deux directions opposées du vecteur d'onde effectif $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$, et ce pendant une durée totale d'environ 16 heures ($\sim 57\,000$ s). De cette manière, une valeur de la phase différentielle ϕ_d (pour la direction $+\vec{k}_{\text{eff}}$, la direction $-\vec{k}_{\text{eff}}$, ou moyennée sur les deux) est obtenue toutes les 0.5 s, la direction de \vec{k}_{eff} étant changée coup à coup pour éliminer les effets systématiques indépendants de son signe (effet Zeeman et déplacement lumineux à un photon). Durant cette acquisition, la phase commune entre les deux isotopes est distribuée aléatoirement sur plusieurs franges d'interférences. Pour cela, la table anti-vibration est posée et le bruit de vibration au sol dans le laboratoire assure une distribution quasi-uniforme des points sur l'ellipse.

La détermination de la phase différentielle est effectuée grâce à la méthode d'*Extraction Directe de la Phase* décrite dans la partie I.4. Tout d'abord, les points de mesure sont regroupés en paquets de 100 points, car c'est le nombre minimum de points requis pour extraire une valeur non biaisée de ϕ_d par cette méthode (*cf.* partie I.4.3 figure I.13). Cette méthode requiert de plus la connaissance des offsets et amplitudes des franges d'interférences. Pour chacun de ces groupes de 100 points, la détermination et la correction des non-linéarités de la détection (*cf.*

partie III.1.2), mais aussi la détermination des offsets et amplitudes des franges d'interférences, sont effectuées grâce à un ajustement sinusoïdal des franges. Cet ajustement est rendu possible grâce à la corrélation entre les signaux atomiques et l'accéléromètre mécanique TITAN (*cf.* partie II.3) qui permet la reconstruction des franges interférométriques pour les deux isotopes. Finalement, l'évolution de la phase différentielle ϕ_d pendant toute la durée de l'expérience est mesurée avec un échantillonnage temporel de 50 secondes, un groupe de 100 points étant obtenu en 50 secondes.

La figure IV.15 montre alors l'écart type d'Allan sur la mesure de la phase différentielle ϕ_d , exprimé en g ($\phi_d/(k_{\text{eff}}gT^2)$), et ce pour les directions $+\vec{k}_{\text{eff}}$, $-\vec{k}_{\text{eff}}$, ainsi que pour la moyenne sur ces deux directions pour chaque groupe de 100 points. Ces courbes sont comparées avec l'écart type d'Allan obtenu après optimisation complète de l'expérience quelques mois plus tôt (*cf.* figure IV.14). En particulier, le bruit de détection avait été minimisé. Les réglages effectués (puissance et fréquence du laser de détection) ont pu être altérés au cours du temps. Plusieurs informations sont alors tirées de l'ensemble de ces variances d'Allan.

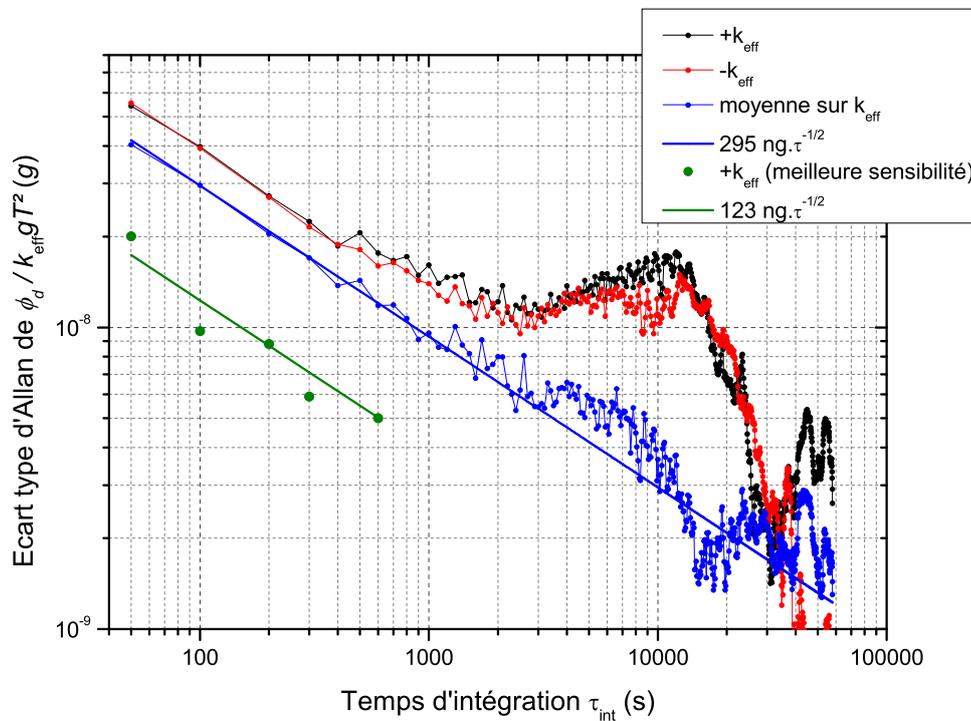


FIGURE IV.15 – Écart type d'Allan de la phase différentielle. La méthode d'acquisition des courbes $+\vec{k}_{\text{eff}}$, $-\vec{k}_{\text{eff}}$ et moyenne sur k_{eff} est expliquée dans le texte. La courbe “meilleure sensibilité” correspond aux données de la figure IV.14.

Tout d'abord la courbe moyennée pour les directions opposées de \vec{k}_{eff} présente un gain de $\sqrt{2}$ en sensibilité par rapport aux courbes non moyennées. En effet, celle-ci est issue de deux fois plus de mesures d'accélération différentielle que dans les cas non moyennés.

Ensuite, pour des temps courts (< 1000 s), l'écart type d'Allan décroît en $1/\sqrt{\tau_{\text{int}}}$ (où τ_{int} est le temps d'intégration) comme attendu pour une mesure limitée par un bruit blanc. Les sensibilités sur la mesure de ϕ_d sont comprises entre $2.95 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$, pour une session de mesure dont le bruit de détection n'a pas été optimisé, et $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$, lorsque le bruit de détection est optimisé.

Pour des temps d'intégration plus longs (> 2500 s ~ 40 min), on constate une remontée pour les mesures non moyennées entre les deux directions du vecteur d'onde effectif, liée aux

dérives long-terme de l'instrument. L'écart type d'Allan remonte à un maximum local pour $\tau \sim 10\,000$ secondes. Ces dérives proviennent principalement d'effets thermiques modifiant les biais introduits par les déplacements lumineux, et ce malgré un asservissement de la puissance laser Raman globale. Ces dérives trouvent leurs origines dans deux phénomènes : le premier est la variation de la plage d'accord de phase du doublage en fréquence, le second, et le plus important, concerne les fluctuations des puissances micro-ondes de modulation à 6.835 et 3.035 GHz. Ces fluctuations entraînent des variations du rapport d'intensité entre les raies des paires Raman qui modifient les biais induits par les déplacements lumineux ainsi que l'impact des paires Raman parasites. Le déplacement à un photon est fortement réduit en moyennant les signaux sur les deux directions du vecteur d'onde effectif. La légère remontée proviendrait alors du déplacement à deux photons ainsi que des paires Raman parasites. Une réjection imparfaite des effets Coriolis et des aberrations de front d'onde pourrait également contribuer. Une étude plus poussée serait nécessaire pour conclure sur l'origine précise de ces dérives. La comparaison de ces observations avec celles obtenues avec des gravimètres simple espèce, ^{87}Rb et ^{85}Rb , apporteront dans la suite quelques éclaircissements.

Finalement, l'allure de la variance d'Allan montre qu'il n'existe pas de dérive notable sur la mesure de la phase différentielle pour des temps d'intégration typiques de un jour. De plus, des résolutions de l'ordre de $2 \times 10^{-9}g$ sur l'accélération différentielle peuvent être obtenues pour des temps d'intégration de quelques heures, ou même de quelques dizaines de minutes si l'on se reporte à la meilleure sensibilité mesurée.

En conclusion, les performances actuelles de l'interféromètre double espèce simultané sont suffisantes pour obtenir une résolution sur η de l'ordre de quelques 10^{-9} pour des temps d'intégration relativement courts de l'ordre d'une heure.

Comparaison avec les estimations de bruits :

Comme décrit dans les parties IV.3.1 et IV.3.2, le bruit de détection et le bruit de phase micro-onde limitent la sensibilité court terme de la mesure différentielle. Il reste maintenant à vérifier si les niveaux de bruit estimés correspondent bien à la sensibilité réelle de l'instrument.

Dans la partie précédente, l'impact de ces bruits est évalué à flanc de frange ($\Delta\Phi = \pi/2$). Or, dans notre cas, la phase différentielle est uniformément répartie sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ ce qui entraîne une diminution de la sensibilité sur la mesure. En accord avec la méthode d'extraction de la phase employée, un facteur empirique de 2.8 doit alors être appliqué aux estimations des bruits (*cf.* partie I.4.3 "*convergence de la méthode*").

Le tableau IV.6 compare les niveaux de bruits estimés avec la sensibilité réelle sur la mesure de la phase différentielle. Les résultats obtenus concordent, ce qui confirme que la sensibilité est bien limitée par le bruit non-commun de phase micro-onde et le bruit de détection, avec une prépondérance pour ce dernier.

TABLE IV.6 – Comparaison entre l'estimation des bruits et la sensibilité réelle de l'instrument.

	Estimation	Mesure Exp. (non optimisée)	Mesure Exp. (optimisée)
Bruit de détection ($g/\sqrt{\text{Hz}}$)	1.1×10^{-7}	-	-
Bruit de phase micro-onde ($g/\sqrt{\text{Hz}}$)	$\leq 1.0 \times 10^{-7}$	-	-
Total ($g/\sqrt{\text{Hz}}$)	$\leq 1.5 \times 10^{-7}$	2.95×10^{-7}	1.23×10^{-7}

Comparaison avec des gravimètres simple espèce :

Pour compléter la caractérisation des performances de l'interféromètre double espèce, nous les avons comparées avec celles obtenues en mode gravimètre pour chacun des isotopes. Pour cela, la séquence expérimentale reste totalement inchangée. Les deux isotopes sont capturés, refroidis, préparés, interrogés et détectés comme précédemment, avec le même temps de cycle. Ensuite, la mesure de l'accélération subie par un seul isotope est effectuée grâce à l'asservissement à flanc de frange, pour l'isotope considéré, comme pour un gravimètre atomique simple espèce classique [44]. La mesure est par la suite effectuée de manière identique par asservissement sur les signaux de l'autre isotope. Durant ces mesures, la table anti-vibration est utilisée pour minimiser le bruit de vibration. En effet, ce bruit n'est ici pas rejeté par la mesure différentielle. Les signaux sont ici aussi moyennés coup à coup sur les deux directions du vecteur d'onde effectif.

La figure IV.16 présente le tracé des écarts types d'Allan de ces mesures de pesanteur (corrigées des effets des marées). Les mesures simple espèce sont plus sensibles grâce à l'asservissement à flanc de frange. Pour le ^{87}Rb , la sensibilité est de $6.5 \times 10^{-8} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$. La mesure est limitée pour cet isotope par le bruit de vibration comme cela est expliqué dans l'article [44]. Pour le ^{85}Rb , la sensibilité est de $1.08 \times 10^{-7} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$. Les niveaux de vibrations étant les mêmes pour les deux isotopes, cette dégradation de sensibilité provient alors d'autres sources de bruits. Cette constatation confirme que les bruits de détection et de phase micro-onde sont plus importants pour cet isotope et que la mesure différentielle est majoritairement limitée par les bruits propres au ^{85}Rb . Ce niveau de bruit est en accord avec les estimations faites dans les parties IV.3.1 et IV.3.2.

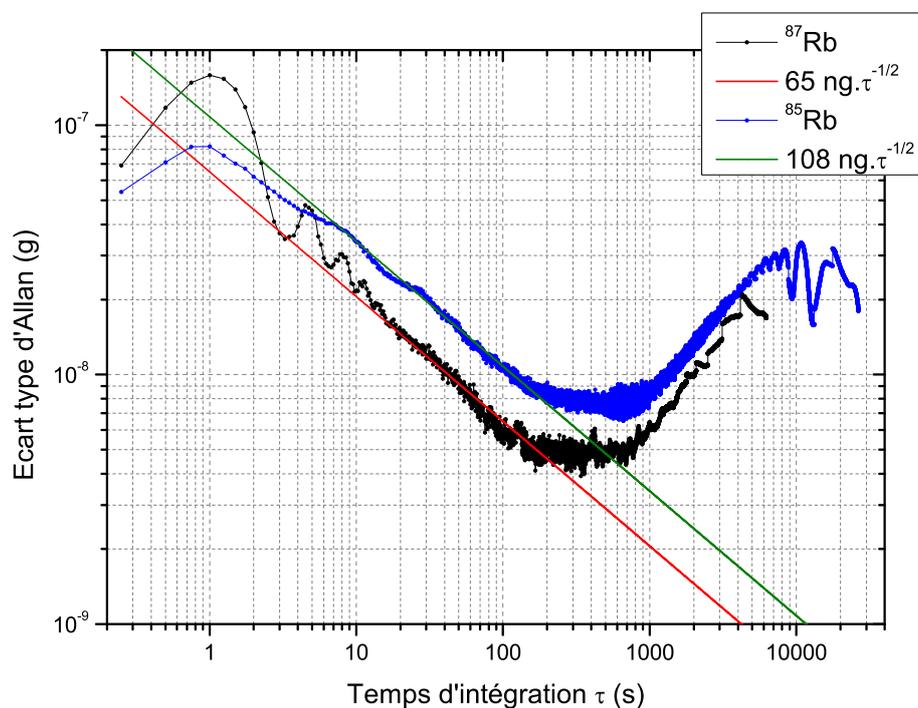


FIGURE IV.16 – Écarts types d'Allan en fonctionnement gravimètre pour les deux isotopes. Les mesures des accélérations sont obtenues en s'asservissant à flanc de frange pour l'un ou l'autre des isotopes.

Ces courbes nous apportent également des informations complémentaires sur les dérives de l'instrument. Sur la figure IV.16, malgré le moyennage sur les deux directions opposées du vecteur

d'onde effectif, on observe toujours la présence d'une remontée pour des temps caractéristiques de 10 000 secondes. Dans ce mode de fonctionnement simple espèce, cette dérive est attribuée majoritairement aux fluctuations des positions et vitesses initiales des nuages, ou aux fluctuations de leurs dispersions, qui entraînent une variation des biais induits par l'effet Coriolis, les aberrations de front d'onde et les paires Raman parasites. Ces fluctuations de positions et vitesses sont liées à des variations de puissance et/ou polarisation des faisceaux laser de piégeage, communs aux deux isotopes. Dans le mode différentiel, l'impact de l'effet Coriolis et des aberrations de front d'onde devrait donc être efficacement rejeté, ce que l'on observe sur la figure IV.15. La légère remontée visualisée sur la courbe d'accélération différentielle, moyennée sur les deux directions de k_{eff} , proviendrait alors des variations de l'impact des paires Raman parasites ainsi que du déplacement lumineux à deux photons.

En conclusion, la mesure différentielle double espèce permet de s'affranchir des principales dérives propres à la mesure gravimétrique simple espèce avec notre instrument. La légère détérioration de la sensibilité dans le cas différentiel provient de bruits techniques qui pourraient être grandement améliorés pour bénéficier pleinement de la réjection du bruit de vibration.

Perspectives pour l'amélioration des performances :

Afin d'améliorer la sensibilité de l'accéléromètre différentiel, il est nécessaire de diminuer le bruit de détection et le bruit de phase micro-onde, principalement pour le ^{85}Rb .

Le bruit de phase micro-onde peut être réduit en utilisant des composants bas bruit de phase pour la réalisation de la chaîne micro-onde. Dans le cas spécifique du ^{85}Rb , les composants critiques sont la source à 3.001 GHz ainsi que les amplificateurs micro-ondes.

Pour réduire le bruit de détection, deux options peuvent être suivies. La première consiste à améliorer les performances du schéma de détection existant. Pour cela, un laser plus fin spectralement doit être employé si l'on veut atteindre la limite imposée par le bruit de projection quantique. De plus les non-linéarités du schéma de détection peuvent être réduites en améliorant le module micro-onde, principalement en augmentant la puissance disponible pour les fréquences relatives à la détection, et notamment pour éteindre correctement les fréquences de détection pendant les impulsions de pompage optique. La seconde consiste à implémenter un nouveau schéma de détection. On peut par exemple s'inspirer des schémas présentés dans [195, 165]. Dans ceux ci, les atomes sont séparés spatialement en deux nuages distincts suivant leur état interne avant la détection. Un faisceau de détection commun permet ensuite d'imager simultanément ces deux nuages. Ainsi, les bruits de fréquence et d'intensité laser sont communs pour les deux niveaux internes et peuvent donc être retranchés. De plus, il est possible d'imager les deux niveaux internes sur différents cadrans d'une même photodiode pour réduire le bruit technique. Ce schéma permet donc d'obtenir plus facilement une détection limitée par le bruit de projection quantique. On pourrait étendre ce schéma à une détection double espèce. On peut imaginer séparer spatialement les atomes pour les deux isotopes en quatre nuages distincts, deux pour chacun des deux états internes des deux isotopes, et ensuite imager simultanément l'ensemble de ces nuages avec le même laser sur différentes zones d'une photodiode commune. On peut aussi imaginer des schémas de détection tout autres. Par exemple, il pourrait être possible de moduler à des fréquences différentes, les différentes composantes spectrales de détection pour les deux isotopes, dans le but de les imager simultanément et d'ensuite détecter le signal propre à chacun par détection synchrone.

IV.4 Réjection des vibrations

Dans cette partie on s'intéresse à la réjection du bruit de vibration qui entache les mesures accélérométriques. Le déphasage en sortie de l'interféromètre dépend de l'accélération relative entre les atomes et la référence inertielle, matérialisée dans notre expérience par le miroir de rétro-réflexion Raman. Les atomes étant en chute libre dans le vide, ils ne sont soumis qu'à la pesanteur terrestre. Le miroir est quant à lui lié mécaniquement à son support et toute

vibration de ce dernier engendre donc un signal d'accélération supplémentaire. Selon le *Principe d'Équivalence*, il est impossible de distinguer l'effet de la gravité, *i.e* le signal que l'on cherche à mesurer, du bruit parasite d'accélération induit par les vibrations de la référence inertielle.

Aujourd'hui, la sensibilité de la plupart des gravimètres atomiques à l'état de l'art [38, 165, 60] est limitée par ce bruit de vibration. C'est pourquoi, pour atteindre les sensibilités actuelles de l'ordre de quelques $10^{-9}g/\sqrt{\text{Hz}}$ [38, 75], des systèmes anti-vibrations, actifs ou passifs, et la corrélation avec un capteur inertielle annexe sont employés pour diminuer ce bruit [165, 75]. Dans le contexte des tests de l'*Universalité de la Chute Libre* par interférométrie atomique, l'utilisation d'un capteur atomique différentiel, interrogeant simultanément deux ensembles d'atomes, permet de rejeter efficacement ce bruit de mode commun entre les deux ensembles atomiques.

La réjection du bruit de vibration avec un capteur atomique différentiel a été initialement démontré à l'aide d'un gradiomètre à atomes froids [92]. Dans ce dernier, deux nuages atomiques de Césium, séparés par une distance d'environ 1 m, sont interrogés simultanément par le même faisceau laser. Aucune détérioration notable de la sensibilité n'a été observée en présence de vibrations, dans une plage de 1 à 100 Hz, et pour des amplitudes allant jusqu'à $2.5 \times 10^{-2}g$ grâce à la mesure différentielle simultanée. Cela correspond à une réjection de 140 dB (en puissance) du bruit de vibration. De son côté, notre expérience a permis de démontrer pour la première fois la réjection du bruit de vibration avec deux nuages atomiques de ^{87}Rb et ^{85}Rb imbriqués, soumis simultanément à la même séquence interférométrique [63]. Dans ce cas, ce type de réjection s'étend aussi à d'autres perturbations, comme les rotations ou le gradient de gravité, suivant la qualité du recouvrement entre les deux ensembles atomiques.

Dans le contexte plus spécifique d'un test du *Principe d'Équivalence Faible* à base d'atomes, il est nécessaire que le bruit de vibration ne limite pas la sensibilité de l'instrument sur la mesure de l'accélération différentielle. En particulier, les termes de déphasage dépendant de ce bruit (*cf.* termes 8, 9, 10 du tableau I.1) doivent rester inférieurs à la sensibilité par coup visée. De plus, une réjection efficace de ce bruit permet d'envisager des tests dans de nombreux environnements. La caractérisation de la réjection du bruit de vibration constitue finalement un enjeu majeur pour la réussite des futures expériences et c'est pourquoi nous l'avons étudiée spécifiquement au cours de ces travaux de thèse [196].

IV.4.1 Niveau de réjection avec le ^{87}Rb et ^{85}Rb

Pour caractériser la réjection des vibrations, la tête du capteur ainsi que la table anti-vibration sont excitées à l'aide des cales piézo-électriques de la plate-forme d'excitation (*cf.* figure II.3). Lorsque l'amplitude des vibrations induit un déphasage typiquement inférieur à la moitié d'une inter-frange ($i = 2\pi/k_{\text{eff}}gT^2 \sim 9 \mu g$), les franges d'interférences restent visibles. Dans le cas contraire, les franges d'interférences sont brouillées. Néanmoins, les vibrations étant communes aux deux isotopes, la corrélation entre les deux signaux interférométriques permet le tracé de l'ellipse, la phase différentielle pouvant donc toujours être extraite de ce signal elliptique.

La figure IV.17 illustre la réjection des vibrations. Les signaux interférométriques de gauche sont enregistrés en présence de niveaux de vibrations faibles de l'ordre de $\sim 10^{-7}g$, obtenus lorsque la table anti-vibration est en fonctionnement. Les franges d'interférences sont ici visibles et l'ellipse est obtenue en traçant le signal associé à un isotope en fonction de celui provenant de l'autre isotope. Les signaux interférométriques de droite sont quant à eux enregistrés en présence de niveaux de vibrations forts de l'ordre de $\sim 3.3 \times 10^{-3}g$ (obtenus en excitant la tête du capteur atomique). Dans ces conditions, les franges d'interférences sont entièrement brouillées. La simultanéité de la mesure assure ensuite la corrélation entre les deux signaux interférométriques et donc l'ellipse reste visible. Dans les deux cas, la phase différentielle peut alors être extraite avec une résolution équivalente : les bruits sur les signaux elliptiques étant similaires. Cela prouve finalement que le bruit de vibration est bien rejeté par effet de mode commun.

Pour caractériser quantitativement la réjection des vibrations, le capteur atomique est sou-

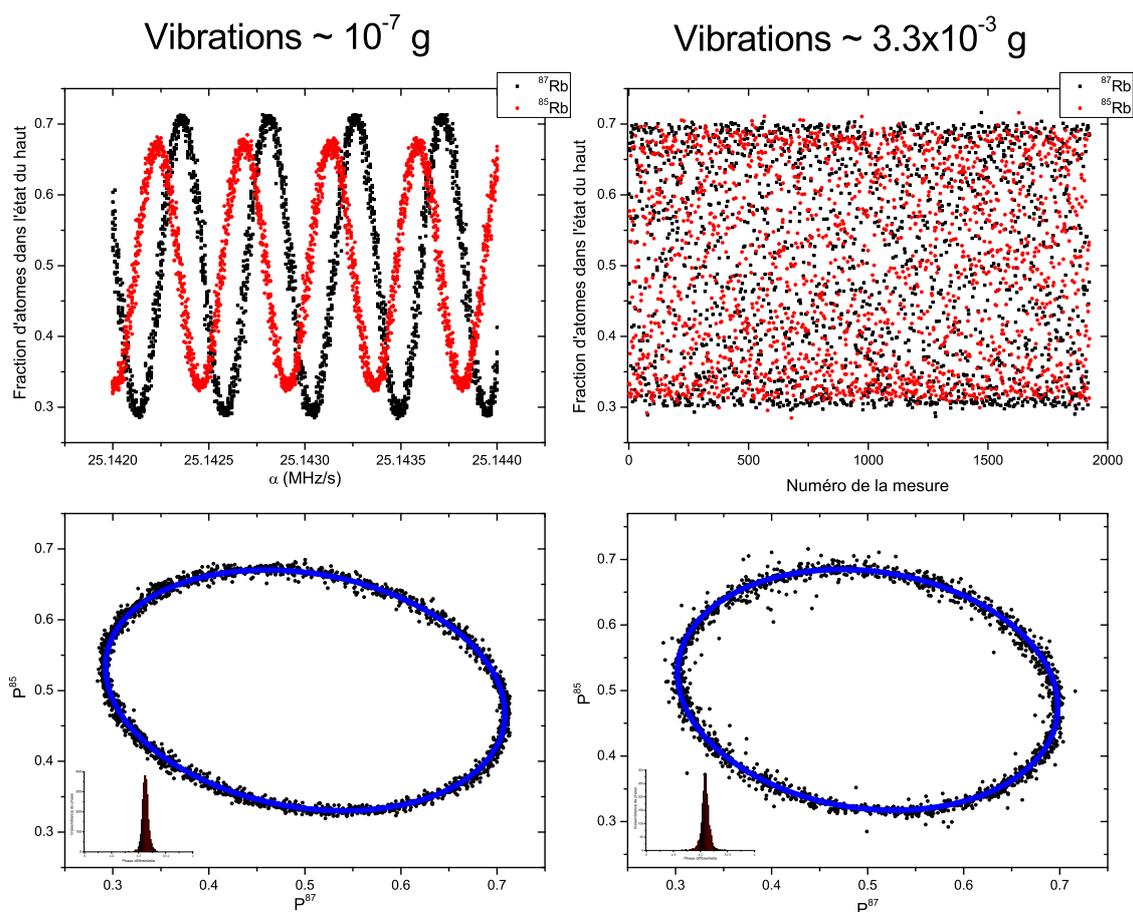


FIGURE IV.17 – Visualisation de la réjection du bruit de vibration sur les signaux interférométriques grâce à la mesure différentielle simultanée. Au gauche, les signaux interférométriques en présence de niveaux de vibrations faibles ($\sim 10^{-7}g$), à droite en présence de niveaux de vibrations forts ($\sim 3.3 \times 10^{-3}g$).

mis à des excitations d’amplitude et de fréquence données. Pour obtenir une excitation mécanique purement sinusoïdale, la table anti-vibration est utilisée comme un filtre. La fréquence de résonance de cette table est accordée sur la fréquence d’excitation de manière à couper les harmoniques supérieures. De cette façon, il est possible d’exciter le capteur à des fréquences atteignant 2.1 Hz avec des amplitudes pic-pic allant jusqu’à à environ $5 \times 10^{-2}g$.

Une fréquence d’excitation de 2.08 Hz est choisie de manière à maximiser la plage d’amplitude des vibrations. En effet, les cales piézo-électriques génèrent une excitation de la table en position. L’excitation en accélération est alors d’autant plus importante que la fréquence d’excitation est élevée (proportionnel à f^2). Ensuite, cette fréquence se trouve dans la bande passante de l’interféromètre ($0 \rightarrow 1/2T \simeq 10$ Hz) pour s’assurer que la réjection observée provienne bien de la mesure différentielle et non du filtre passe-bas “naturel” de l’interféromètre. De plus, cette fréquence permet d’éviter certaines perturbations dues à des effets d’aliasing avec la cadence de mesure de 4 Hz. La figure IV.18 montre le signal elliptique pour une fréquence d’excitation de 0.5 Hz, exactement 8 fois plus petite que la cadence de mesure. Dans ces conditions, les points ne sont plus uniformément répartis sur l’ellipse, seul des morceaux sont parcourus, et la phase différentielle ne peut être extraite de façon optimale.

Pour différentes amplitudes de vibrations, A_{vib} , comprises entre $10^{-5}g$ et quelques $10^{-2}g$, à 2.08 Hz, l’accélération différentielle est extraite par *Extraction Directe de la Phase*. Les signaux elliptiques sont ici acquis en 500 s et contiennent donc $N = 2000$ points. Entre les acquisitions

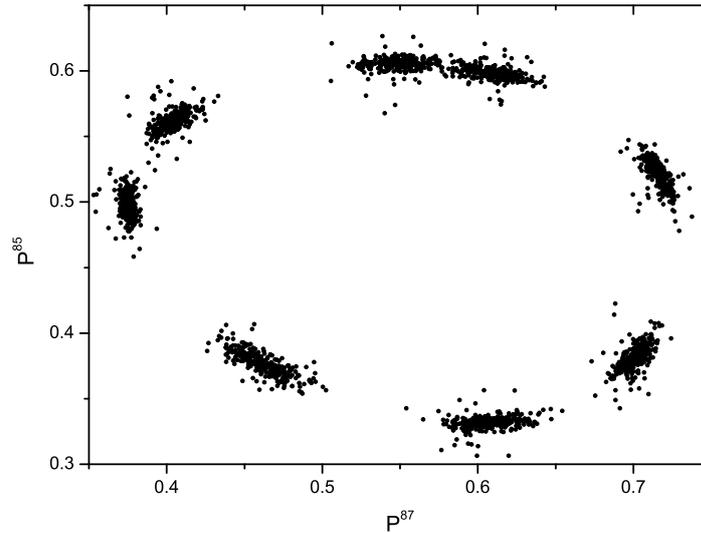


FIGURE IV.18 – Visualisation des effets d’aliasing sur le signal elliptique. La période d’excitation est ici égale à 8 fois la période de mesure.

de chaque ellipse, l’excitation est éteinte puis les amplitudes et offsets des franges d’interférences sont estimées grâce à un ajustement sinusoïdal des franges reconstruites à partir de la corrélation avec l’accéléromètre Titan, et ce pour corriger les non-linéarités du schéma de détection.

La figure IV.19 montre l’évolution de la résolution obtenue sur l’accélération différentielle en fonction de l’amplitude des vibrations. Lorsque l’amplitude des vibrations est typiquement inférieure à quelques mg , la sensibilité de l’interféromètre atomique est toujours limitée par le bruit de détection et reste à peu près constante sur cette plage d’amplitude. Inversement, lorsque l’amplitude est supérieure à quelques mg , les vibrations limitent la sensibilité de l’interféromètre et la résolution devient donc proportionnelle à leur amplitude. Cette perte de sensibilité est illustrée par la figure IV.20 où le bruit sur l’ellipse augmente avec l’amplitude des vibrations.

Cette perte de sensibilité est due à deux phénomènes : la réjection imparfaite du bruit de vibration et l’apparition d’effets inertiels supplémentaires qui diminuent les performances du capteur. Lorsque la résolution sur l’accélération différentielle est proportionnelle à l’amplitude des vibrations, il est possible de définir le taux de réjection des vibrations comme

$$r = 20. \log \left(\frac{A_{vib}}{\sqrt{N} \times \sigma_{\Delta a}} \right) \quad (\text{IV.37})$$

où $\sqrt{N} \times \sigma_{\Delta a}$ correspond à la résolution par coup sur l’accélération différentielle. Le taux de réjection ainsi mesuré est de 88.2 dB. En plus de la perte en sensibilité, les vibrations induisent une chute de contraste et des modifications de l’offset des franges à cause du décalage Doppler supplémentaire induit par les accélérations verticales. Ensuite, l’excitation du capteur n’est pas parfaitement verticale expérimentalement et des rotations sont également créées. Ces rotations entraînent des chutes des contrastes au travers de l’effet Coriolis, des accélérations angulaires et centrifuges.

Les accélérations verticales sont mesurées grâce à l’accéléromètre Titan et les rotations parasites sont mesurées grâce à au tilt-mètre. Les impacts de ces effets inertiels sur la probabilité de transition peuvent alors être étudiés et ensuite corrigés pendant la phase d’extraction de la phase différentielle. Cette correction sera présentée dans les parties IV.4.3 et IV.4.4. Après correction de ces effets inertiels, la réjection du bruit de vibration atteint un taux de 94 dB, soit

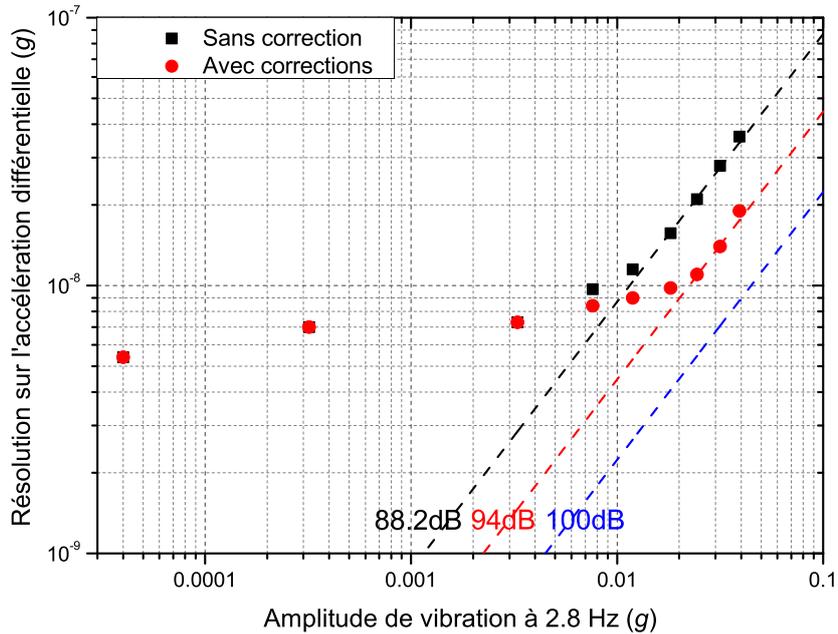


FIGURE IV.19 – Réjection des vibrations. Résolution sur la phase différentielle en fonction de l’amplitude pic-pic des vibrations à 2.08 Hz. En lignes pointillées, les résolutions correspondant à une réjection de 88.2 dB (noir), 94 dB (rouge, maximum atteint expérimentalement après correction des effets inertiels supplémentaires) et 100 dB (bleu, limite théorique ultime avec notre expérience).

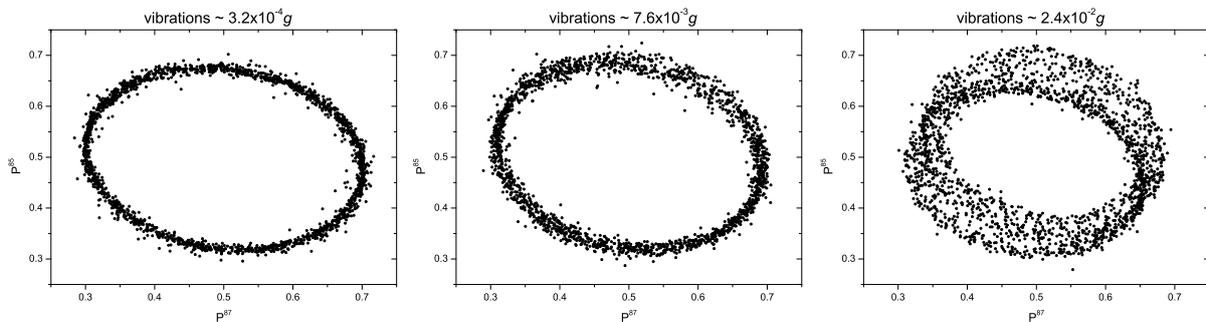


FIGURE IV.20 – Réjection des vibrations et perte de sensibilité pour de fortes amplitudes de vibrations. Les trois ellipses sont tracées de gauche à droite pour des amplitudes de vibration respectives de $3.2 \times 10^{-4} g$, $7.6 \times 10^{-3} g$ et $2.4 \times 10^{-2} g$. Ces ellipses illustrent la tendance observée sur la courbe “sans correction” (carrés noirs) de la figure IV.19.

un **facteur 50 000**. Ces niveaux de réjection prouvent que la sensibilité sur la mesure d’accélération différentielle n’est pas limitée par le bruit de vibration lors de notre test de l’*Universalité de la Chute Libre*.

Ce facteur de réjection du bruit de vibration est extrêmement encourageant et démontre en particulier la robustesse et la fiabilité d’une mesure de l’accélération différentielle à partir d’un interféromètre atomique qui manipule simultanément le ^{87}Rb et le ^{85}Rb pour tester le WEP, et ce dans des conditions expérimentales variées. Ce facteur de réjection de 50 000 est le plus élevé reporté jusqu’ici avec un interféromètre double-espèce, à notre connaissance. Pour donner

un point de comparaison, un facteur de réjection de 730 a été démontré avec un interféromètre atomique manipulant simultanément des atomes de ^{87}Rb et le ^{39}K [142].

Comme nous venons de le voir (*cf.* figure IV.19), la réjection du bruit de vibration par la mesure différentielle simultanée différentielle n'est pas parfaite. La limite théorique ultime de 100 dB n'est pas atteinte. Dans la suite sont expliqués la provenance de ce niveau de 100 dB (partie IV.4.2) et pourquoi il n'est pas atteint (parties IV.4.3 et IV.4.4).

IV.4.2 Limites ultimes dues à la différence de facteur d'échelle

Dans cette partie, la limite théorique ultime de réjection atteignable avec notre expérience est étudiée. Cette limite provient de la légère différence ΔS qui existe entre les facteurs d'échelle de la mesure d'accélération associés à chaque isotope. Pour un signal de vibration d'amplitude donné \tilde{a} , cette différence induira un déphasage supplémentaire sur la phase différentielle d'amplitude $\Delta S\tilde{a}$. Comme cela est montré dans le tableau I.1, ce déphasage peut être scindé en deux composantes principales : un terme dépendant de la différence de vecteurs d'onde effectifs (terme 8) et un terme dépendant de la différence entre les fonctions de réponse temporelle (terme 9).

Différences entre les vecteurs d'onde effectifs :

La première limite provient de la différence entre les vecteurs d'onde effectifs des deux isotopes. Cette différence fait que tout signal d'accélération parasite n'est pas parfaitement supprimé par la mesure différentielle. Dans notre expérience, la différence relative entre les vecteurs d'onde effectifs est de $\delta k/k_{\text{eff}} = 4.94 \times 10^{-6}$, ce qui limite le taux de réjection à un niveau identique, *i.e.* 106 dB. Cette différence provient du fait que la fréquence laser porteuse est commune aux deux paires Raman. Notons néanmoins qu'il est expérimentalement possible d'annuler cet effet en égalant les vecteurs d'onde effectifs en générant les différentes composantes spectrales pour les deux paires Raman avec des fréquences adéquates [161].

La figure IV.21 montre la fonction de transfert d'un interféromètre atomique différentiel double-espèce avec une différence entre vecteurs d'onde (courbe différentielle 2) rapportée à la fonction de transfert en accélération $H_a(\omega)$ d'un interféromètre atomique simple espèce (courbe simple espèce). On visualise alors sur cette figure la réjection du bruit de vibration d'un facteur au plus $(4.94 \times 10^{-6})^{-1} \sim 200000$.

Différences entre les fonctions de réponse temporelle :

L'autre origine de la différence entre les facteurs d'échelles provient de la différence entre les fonctions de réponse temporelle des deux isotopes. Dans notre expérience, les séparatrices et miroirs atomiques sont réalisés à partir d'un faisceau laser commun aux deux isotopes. C'est pourquoi le séquençage de l'interféromètre, *i.e.* les paramètres T et τ , sont parfaitement identiques pour les deux isotopes. Dans ces conditions, la différence entre les fonctions de réponse provient uniquement de la différence entre les pulsations de Rabi propres aux deux isotopes (*cf.* expression du facteur d'échelle (I.55)) déterminées par l'interaction entre les atomes et la lumière. Cette différence est illustrée par le terme 9 dans le tableau I.1.

Pour étudier cette limitation, les fonctions de réponse temporelle pour les deux isotopes sont comparées expérimentalement pour des accélérations continues. Pour effectuer cette mesure, un grand nombre de franges, environ 500, est acquis pour les deux isotopes en balayant la rampe de fréquence α . Les facteurs d'échelle sont ensuite estimés grâce à la période des franges à partir d'un ajustement sinusoïdal, le grand nombre de franges permettant ainsi de diminuer l'incertitude sur ce paramètre. De ces facteurs d'échelle peuvent finalement être déduites les parties temporelles de ces derniers $T_{eq\ i}^2$, où i fait référence à un isotope donné. En se basant sur l'expression théorique (I.55), on a au premier ordre :

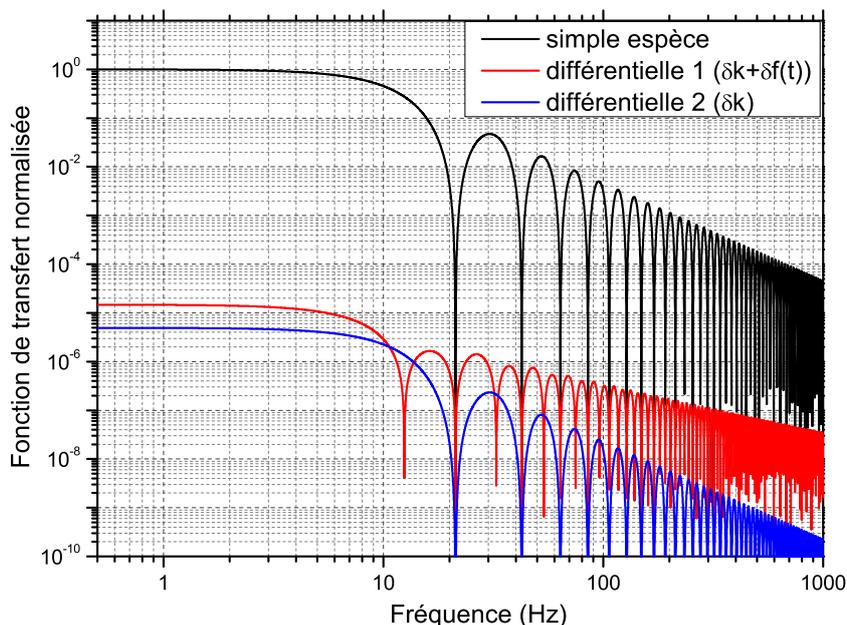


FIGURE IV.21 – Fonctions de transfert en accélération simple espèce et différentielles, normalisées par rapport au maximum de la fonction de transfert simple espèce.

$$T_{eq}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) t dt \simeq (T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1^i} \tan\left(\frac{\Omega_1^i \tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3^i} \tan\left(\frac{\Omega_3^i \tau}{2}\right) \right) \quad (\text{IV.38})$$

La figure IV.22 montre l'évolution de la différence entre les fonctions de réponse temporelle en fonction des écarts moyens entre les pulsations de Rabi des deux isotopes. Les écarts entre pulsations de Rabi sont modifiées en changeant la puissance de la source micro-onde à 3.035 GHz utilisée pour générer la paire Raman du ^{85}Rb . A une valeur de la puissance micro-onde à cette correspond un écart entre les pulsations de Rabi pour la première impulsion Raman et un écart entre les pulsations de Rabi pour la troisième impulsion Raman. On observe alors que la mesure expérimentale suit la même tendance que la prédiction théorique donnée par les équations (I.55) et (IV.38) et illustrée par l'aire rouge sur la figure IV.22. L'incertitude horizontale provient de l'incertitude expérimentale sur la détermination des valeurs des pulsations de Rabi. L'incertitude verticale correspond quant à elle à l'incertitude à $1-\sigma$ sur la détermination de la période des franges d'interférences à partir de l'ajustement sinusoïdal.

L'accord entre les relevés expérimentaux et la prédiction théorique peut aussi être vu comme une validation de l'expression théorique du facteur d'échelle de la mesure d'accélération (I.55) calculée à partir du formalisme des fonctions de réponses.

Finalement, la différence entre les fonctions de réponse temporelle induit dans notre cas une différence relative entre les facteurs d'échelle des deux isotopes de 3×10^{-6} correspondant à une réjection du bruit de vibration d'un facteur 333 000 au maximum. Cette différence provient des écarts entre les pulsations de Rabi associées aux deux isotopes qui sont majoritairement dus à l'impact néfaste des paires Raman additionnelles sur les probabilités de transition.

Limite théorique ultime :

La limite théorique ultime concernant la réjection du bruit de vibration atteignable avec notre expérience combine les deux différences précédemment énoncées. La figure IV.21 montre

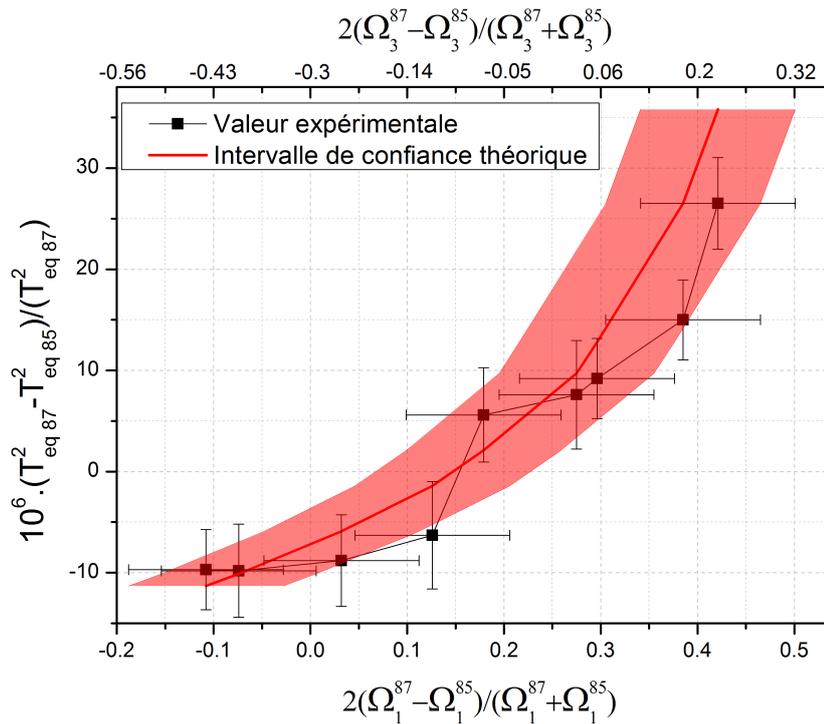


FIGURE IV.22 – Différence entre les fonctions de réponses temporelles associées aux deux isotopes, pour des accélérations continues, en fonction des écarts moyens entre les pulsations de Rabi des deux isotopes. Chaque point correspond à une valeur de la puissance micro-onde à 3.035 GHz.

la fonction de transfert d'un interféromètre atomique différentiel double-espèce (courbe rouge différentielle 1) possédant une différence relative entre les vecteurs d'onde de $\delta k/k_{\text{eff}} = 4.94 \times 10^{-6}$ ainsi qu'une différence relative entre les fonctions de réponse temporelle de 3×10^{-6} , en accord avec les données expérimentales. Il est alors très intéressant de noter que dans ce cas, en plus de la diminution du taux de réjection, la coupure de l'interféromètre devient elle aussi moins efficace. Ceci est dû à la différence de pulsations de Rabi propres entre les deux isotopes, la fonction de transfert dépendant directement de ces paramètres (*cf.* équation (I.43)). Dans ces conditions, le taux de réjection ne peut pas dépasser 100 dB, soit un **facteur 100 000**, limite représentée sur la figure IV.19.

Pourquoi cette limite n'est pas atteinte et comment y remédier ?

Pendant l'expérience de caractérisation de la réjection des vibrations, l'excitation du capteur atomique n'est pas parfaitement verticale, et des rotations supplémentaires s'ajoutent alors aux accélérations verticales. L'ensemble de ces effets inertiels induisent des perturbations sur les offsets et amplitudes des franges d'interférences qui peuvent être observées sur la figure IV.20. Ces effets engendrent une baisse du rapport signal sur bruit et donc une détérioration de la sensibilité et de la résolution de l'instrument. Néanmoins, l'accéléromètre atomique différentiel étant hybridé avec des capteurs inertiels annexes (accéléromètre et tilt-mètre), l'impact de ces effets inertiels parasites sur la probabilité de transfert en sortie d'interféromètre peut être mesuré.

La figure IV.23 montre la corrélation entre les signaux de l'interféromètre atomique et les signaux des capteurs inertiels annexes pour les deux isotopes. On observe alors clairement les dépendances des offsets et des contrastes des franges d'interférences en fonction des accélérations verticales, mesurées par l'accéléromètre Titan, ainsi qu'en fonction des rotations, mesurées par

le tilt-mètre⁴. Par la suite, ces dépendances permettent de corriger à *posteriori* les signaux interférométriques.

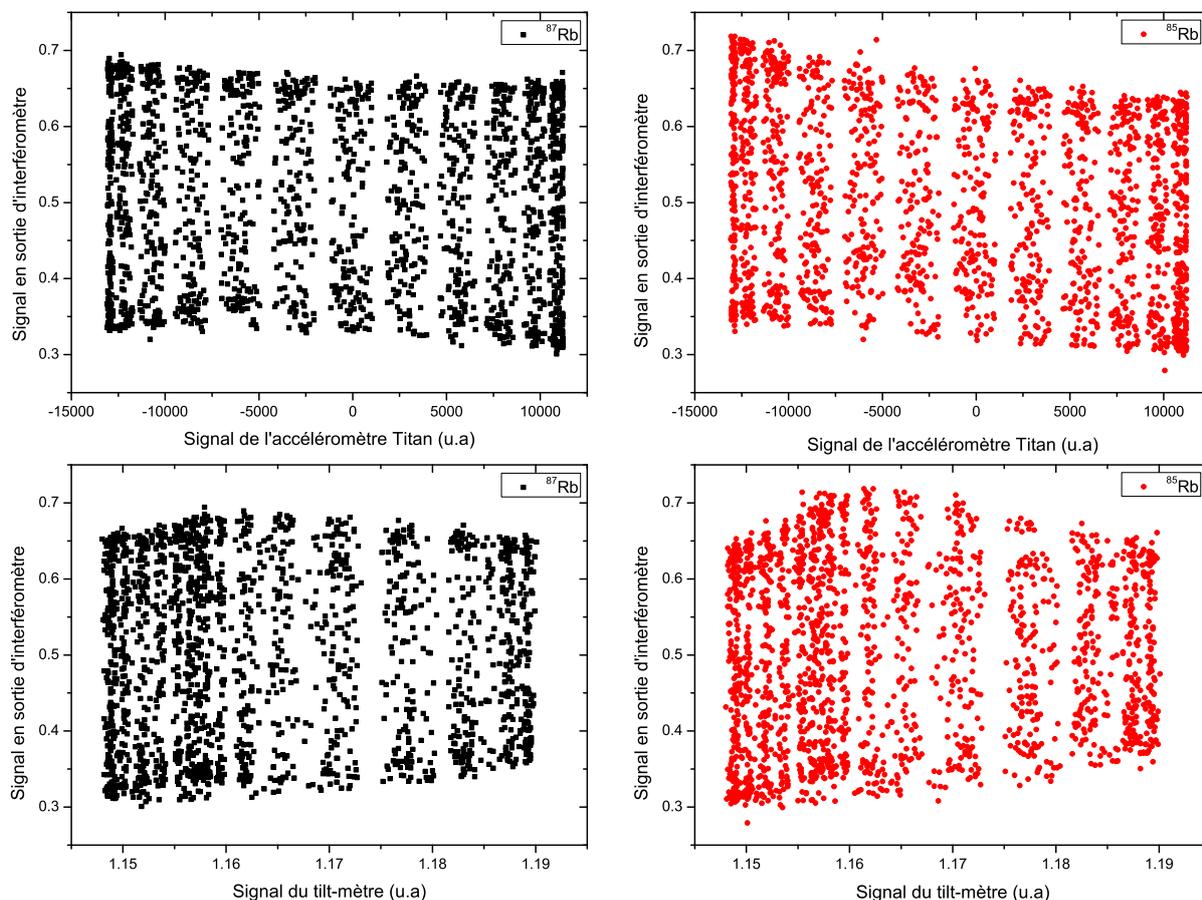


FIGURE IV.23 – Corrélation entre l'interféromètre atomique et les capteurs inertiel annexes.

Lors de l'*Extraction Directe de la Phase*, un *a priori* sur les offsets et amplitudes des franges est requis. Pour chaque point de mesure, les valeurs de ces offsets et de ces amplitudes sont déterminées grâce à la corrélation avec les signaux des capteurs inertiel annexes. De cette manière, les bruits introduits sur le signal elliptique sont réduits et la résolution sur l'estimation de la phase différentielle est améliorée. La figure IV.24 montre l'amélioration du RSB sur le signal elliptique normalisé après la correction à *posteriori* de l'impact des effets inertiel supplémentaires. L'amélioration de la résolution sur la mesure de l'accélération différentielle mène alors à un taux de réjection des vibrations de 94 dB correspondant à un **facteur 50 000**. Ce taux de réjection est proche de la limite théorique de 100 dB atteignable avec notre expérience, ce qui démontre que notre interféromètre atomique est proche de ces performances ultimes concernant la réjection des vibrations. Le facteur deux de différence qui subsiste peut être attribué à une correction imparfaite des impacts des effets inertiel supplémentaires ainsi qu'à l'extraction de la phase à partir du signal elliptique qui induit une légère perte de sensibilité.

Les deux parties suivantes s'attachent à étudier les origines des modifications des offsets et des contrastes des franges d'interférences.

4. Le tilt-mètre mesure l'inclinaison de la tête capteur par rapport à la verticale. Néanmoins, sa bande passante ($0 \rightarrow 2$ Hz) permet durant cette expérience d'estimer les niveaux de rotations, l'excitation étant ici à 2.08 Hz.

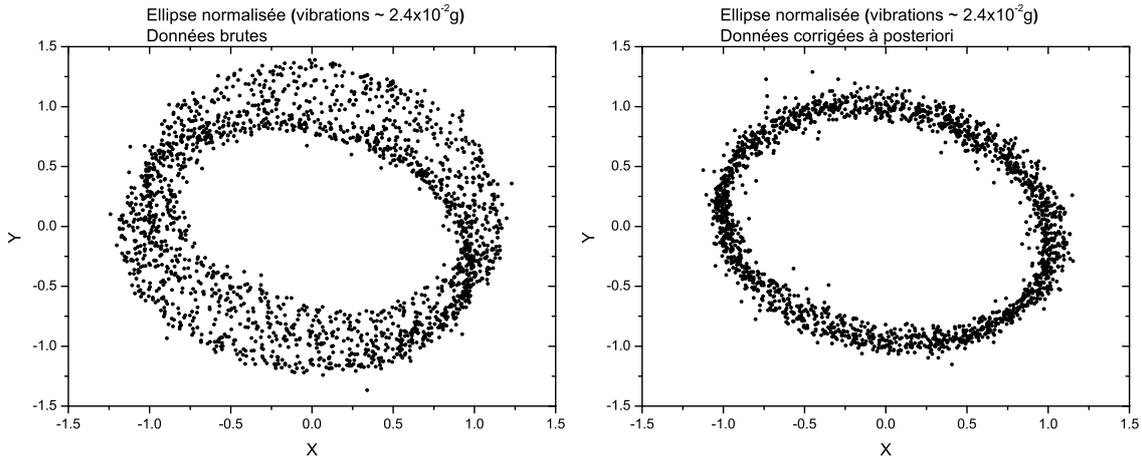


FIGURE IV.24 – Corrections à *posteriori* des effets inertiels supplémentaires. A gauche, les données brutes, à droite, les données corrigées.

IV.4.3 Impact des accélérations verticales

Effet Doppler et accélérations verticales :

Lorsque le capteur atomique est soumis à des accélérations verticales supplémentaires (le long de \vec{k}_{eff}) importantes, la vitesse aux instants des impulsions Raman change. Dans ce cas, le décalage Doppler fait que la condition de résonance Raman n'est plus vérifiée. Ceci conduit à des modifications des probabilités de transition et donc à des modifications des coefficients de transmission et réflexion associés aux impulsions Raman. Ceci entraîne finalement une baisse du contraste en sortie d'interféromètre ainsi que des changements de l'offset des franges (*cf.* annexe D).

Lorsque la condition de résonance Raman n'est pas vérifiée, les coefficients de transmission et réflexion de l'impulsion Raman sont donnés par :

$$\begin{cases} T(\tau) &= 1 - \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_{\text{eff}}^2 + \delta^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + \delta^2}}{2} \tau\right) \\ R(\tau) &= \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_{\text{eff}}^2 + \delta^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + \delta^2}}{2} \tau\right) \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

où le désaccord δ est ici donné pour l'impulsion Raman n par $k_{\text{eff}}a_z(t_c + (n-1)T)$, avec a_z l'accélération verticale supplémentaire et t_c le temps entre le lâcher et la première impulsion.

En appliquant le résultat (D.7) démontré dans l'annexe D, il est possible d'estimer les évolutions de l'amplitude et de l'offset des franges en fonction de l'amplitude des accélérations verticales supplémentaires. Ces évolutions sont données en figure IV.25 pour $T = 47$ ms, $\tau = 4$ μ s et $t_c = 9.5$ ms.

Durant l'expérience de réjection des vibrations, les variations pic-pic maximales de l'accélération verticale sont de 40 mg , soit un écart maximal de 20 mg par rapport à l'accélération moyenne g compensée par la rampe de fréquence α . En se reportant à la figure IV.25, ces accélérations font chuter l'amplitude des franges d'au plus 20 %, alors que l'offset reste lui très peu modifié.

Zone de détection et accélérations verticales :

Ces accélérations verticales supplémentaires déplacent les atomes de la position idéale pour la détection d'un maximum de 1.2 mm. Comparé à la taille des nuages atomiques de l'ordre de 4 mm et surtout à la taille de la zone de détection de 1 cm, ces déplacements ne sont pas négligeables. L'efficacité de la détection est donc modifiée de manière différente pour les deux impulsions de

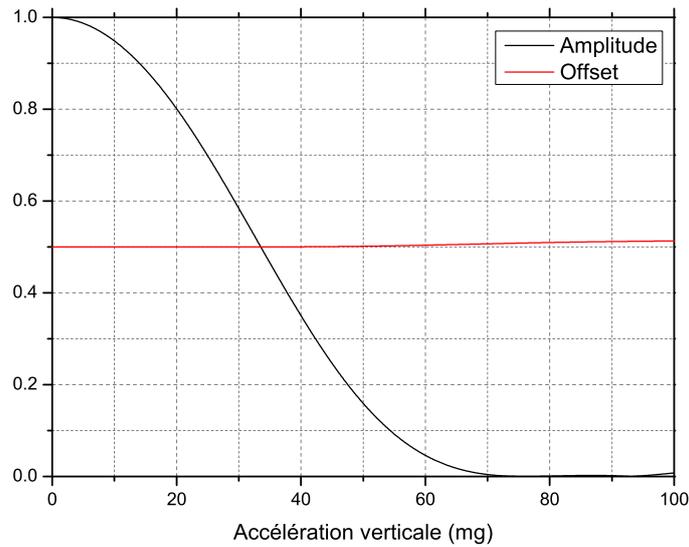


FIGURE IV.25 – Évolution de l’amplitude et de l’offset des franges en fonction de l’amplitude des accélérations verticales supplémentaires.

détection comptant le nombre d’atomes dans chacun des niveaux internes. En effet, la quantité de lumière collectée chute lorsque les atomes sortent de la zone de détection. Ce fait est illustré sur la figure IV.26 : par exemple, en présence d’un accélération supplémentaire dans la direction opposée à \vec{g} , une partie des atomes sortent de la zone de détection pendant la première impulsion qui compte la population d’atomes de ^{87}Rb dans l’état $|F = 2\rangle$. L’efficacité de détection sera donc plus faible lors de cette impulsion. La normalisation des populations atomiques est alors perturbée, ce qui engendre une modification de l’offset des franges en fonction de l’amplitude des accélérations verticales supplémentaires comme cela est observable sur la figure IV.23. Cet effet entraîne finalement des fluctuations relatives du centre de l’ellipse de 5 % au maximum.

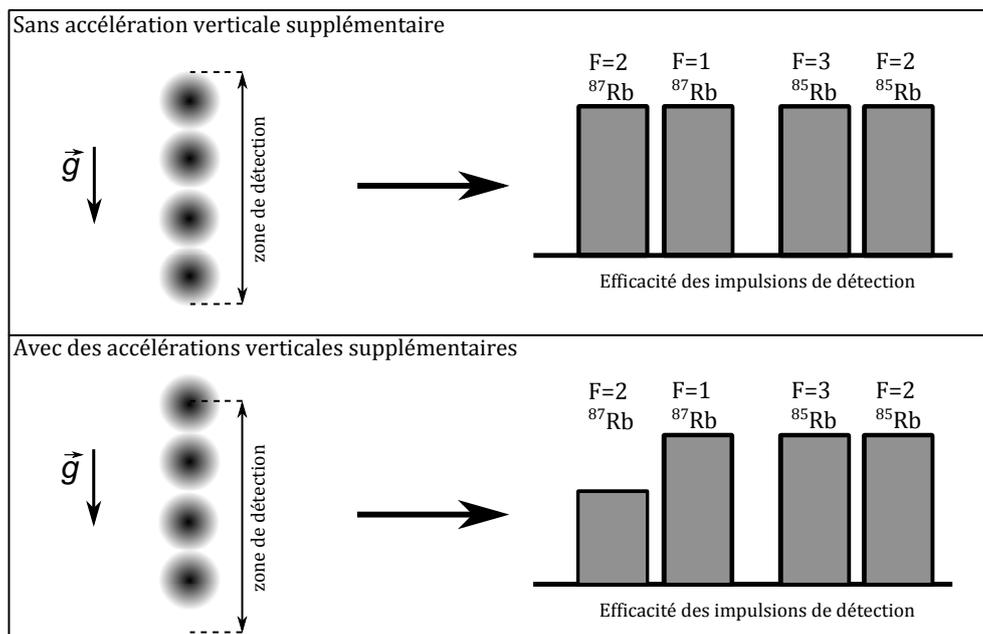


FIGURE IV.26 – Impact des accélérations verticales supplémentaires sur l’efficacité de détection.

IV.4.4 Impact des effets inertiels supplémentaires

Effet Coriolis :

Lorsque le capteur atomique est soumis à des rotations, l'effet Coriolis conduit à un déphasage supplémentaire, dépendant de la vitesse transverse initiale des atomes, donné par :

$$\Delta\Phi_{\text{Coriolis}} = k_{\text{eff}} (2v_x\Omega_y - 2v_y\Omega_x) T^2 \quad (\text{IV.40})$$

où v_x , v_y et Ω_x , Ω_y correspondent respectivement aux vitesses initiales transverses et aux vitesses de rotation selon les directions x et y perpendiculaires à la verticale.

Comme les nuages d'atomes froids possèdent une dispersion en vitesse non nulle, l'amplitude des franges d'interférences chute en moyennant sur l'ensemble de cette distribution. En supposant une distribution en vitesse gaussienne centrée sur zéro dont l'écart type σ_v est donné par $\sqrt{k_B T_{\text{at}}/m}$, la chute de l'amplitude des franges pour des rotations suivant l'axe y seulement est alors donnée par :

$$A' = A \int \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp\left(\frac{-v_x^2}{2\sigma_v^2}\right) \cos(k_{\text{eff}} 2v_x\Omega_y T^2) dv_x \quad (\text{IV.41})$$

Une expression analogue est obtenue pour des rotations suivant l'axe x .

Sur la figure IV.27 est représentée la chute de l'amplitude des franges d'interférences en fonction de la vitesse de rotation, pour une température du nuage atomique de $T_{\text{at}} = 2 \mu\text{K}$. Durant l'expérience de réjection des vibrations, des vitesses de rotation maximales de 2.2 mrad.s^{-1} à 2.08 Hz et 0.22 mrad.s^{-1} à 20.8 Hz sont mesurées. Pour ces vitesses, la chute de l'amplitude des franges est d'environ 90 %. L'effet Coriolis constitue ici l'effet inertiel qui induit la plus forte chute de contraste en sortie d'interféromètre.

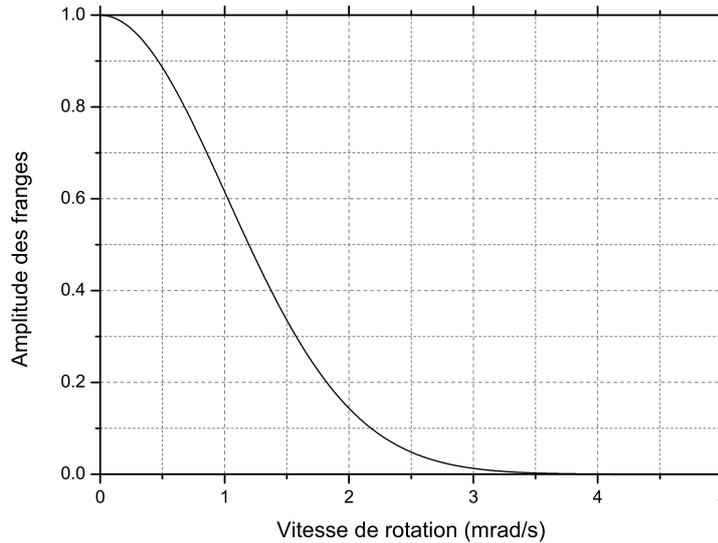


FIGURE IV.27 – Amplitude des franges en fonction de la vitesse de rotation (effet Coriolis) pour une température du nuage atomique de $T_{\text{at}} = 2 \mu\text{K}$.

Accélération angulaires :

Lorsque le capteur atomique est soumis à des accélérations angulaires, il existe un déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre qui dépend de la position (x, y) des atomes comme :

$$\Delta\Phi_{\text{ang}} = k_{\text{eff}} \left(x \frac{d\Omega_y}{dt} - y \frac{d\Omega_x}{dt} \right) T^2 \quad (\text{IV.42})$$

Comme les nuages d'atomes froids possèdent une dispersion spatiale non nulle, l'amplitude des franges d'interférences chute en moyennant sur l'ensemble de cette distribution. En supposant une distribution spatiale gaussienne centrée sur zéro avec un écart type $\sigma_{x,y}$, la chute de l'amplitude des franges pour des accélérations angulaires suivant l'axe y seulement est alors donnée par :

$$A' = A \int \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}\right) \cos\left(k_{\text{eff}} x \frac{d\Omega_y}{dt} T^2\right) dx \quad (\text{IV.43})$$

Une expression analogue est obtenue pour des accélérations angulaires suivant l'axe x .

Sur la figure IV.28 est représentée la chute de l'amplitude des franges d'interférences en fonction de l'accélération angulaire pour une largeur totale à mi-hauteur de la distribution spatiale de 3 mm.

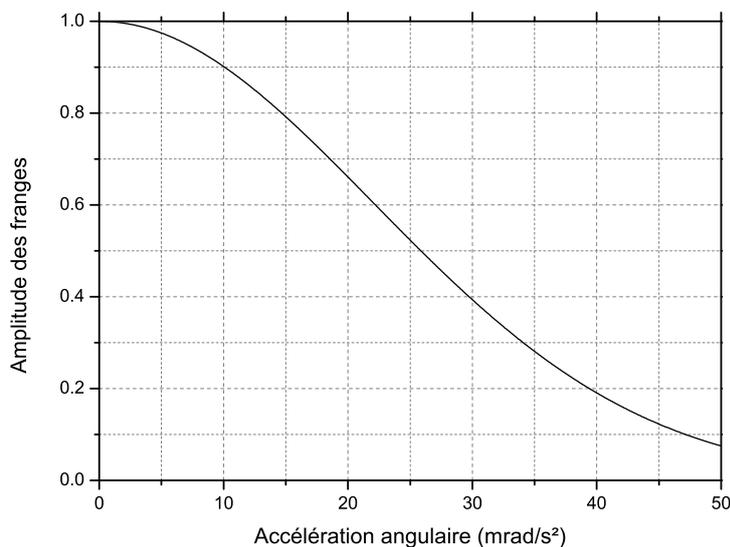


FIGURE IV.28 – Amplitude des franges en fonction de la vitesse de la vitesse angulaire pour une largeur totale à mi-hauteur de la distribution spatiale de 3 mm.

Durant l'expérience, des accélérations angulaires maximales de $30 \text{ mrad}\cdot\text{s}^{-2}$ sont mesurées. Pour ces accélérations, la chute de l'amplitude des franges est d'environ 60 %.

Accélérations centrifuge et transverse :

Comme pour les accélérations angulaires, lorsque le capteur atomique est soumis à des rotations, l'accélération centrifuge entraîne un déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre qui dépend de la position (x, y, z) des atomes comme :

$$\Delta\Phi_{\text{cent}} = k_{\text{eff}} \left(x\Omega_x\Omega_z + y\Omega_y\Omega_z - z(\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \right) T^2 \quad (\text{IV.44})$$

En moyennant sur l'ensemble de la distribution spatiale du nuage, la chute de contraste engendrée par des rotations de $2.2 \text{ mrad}\cdot\text{s}^{-1}$ est négligeable pour $T = 47 \text{ ms}$.

Ensuite, lorsque la tête du capteur est soumise à des accélérations transverses, le nuage d'atome est décentré par rapport au faisceau de détection. La taille du faisceau de détection (waist d'environ 1.5 mm) étant plus petite que la taille du nuage, un déplacement du nuage

par rapport à la position centrale peut induire des perturbations sur les nombres d'atomes détectés. Les accélérations transverses maximales mesurées sont d'environ 0.5 mg , ce qui entraîne un déplacement du nuage d'environ $30 \text{ }\mu\text{m}$ très petit devant la taille du nuage. L'impact des accélérations transverses est donc négligeable.

La figure IV.29 donne la mesure expérimentale de l'amplitude des franges d'interférences pour les deux isotopes en fonction de l'amplitude des vibrations. On observe bien la chute des amplitudes avec l'augmentation des effets inertiels parasites. Cette chute est légèrement plus faible que les prédictions. Cela provient probablement de la taille du faisceau de détection. Étant plus petite que la taille du nuage, le signal en sortie d'interféromètre n'est moyenné que sur une partie restreinte des distributions spatiales et de vitesses. Lorsque l'amplitude des vibrations est faible, l'amplitude des franges pour le ^{85}Rb est plus faible que pour le ^{87}Rb car l'impact des paires Raman parasites ainsi que la température du nuage sont légèrement plus importants pour cet isotope. Lorsque l'amplitude des vibrations augmente, cette relation reste vraie. Ceci s'explique aussi par la température plus élevée pour le ^{85}Rb qui engendre une chute de contraste plus importante à travers l'effet Coriolis.

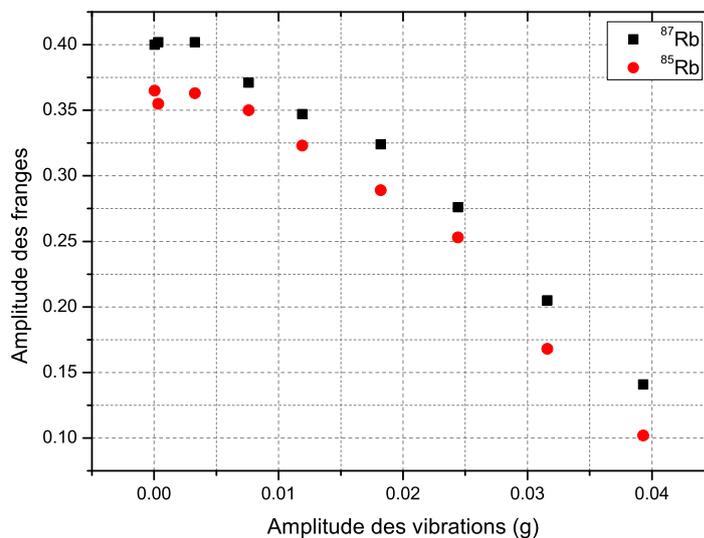


FIGURE IV.29 – Chute de l'amplitude des franges d'interférence en fonction de l'amplitude des vibrations.

IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre les principaux résultats expérimentaux obtenus avec l'interféromètre double espèce simultané ont été présentés.

Cette interféromètre a permis, en 2013, et pour la première fois, la réalisation d'un test de l'*Universalité de la Chute Libre* en comparant simultanément la chute libre des deux isotopes stables du rubidium. Le résultat final obtenu après correction des effets systématiques est de $\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (1.3 \pm 3.2) \times 10^{-7}$, proche de l'état de l'art pour un test de l'UFF par interférométrie atomique. L'incertitude finale sur la détermination du paramètre d'Eötvös est ici limitée par les incertitudes sur la connaissance des effets systématiques. Les principales limitations proviennent de l'impact des déplacements en fréquence des niveaux d'énergie atomiques, sous l'effet des déplacements lumineux, ainsi que des déphasages supplémentaires engendrés par la présence des paires Raman parasites.

Dans l'état actuel de l'expérience, la sensibilité sur la mesure de l'accélération différentielle est limitée par le bruit de détection, provenant du bruit de fréquence laser, ainsi que par le bruit de phase non-commun intrinsèque aux deux sources micro-ondes utilisées pour générer les paires Raman propres aux deux isotopes (principalement pour le ^{85}Rb). Pour $T = 47$ ms, la meilleure sensibilité obtenue est aujourd'hui de $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$. La mesure différentielle double espèce permet de plus de s'affranchir de certaines dérives propres à notre instrument lors de la mesure gravimétrique simple espèce. L'étude des variances d'Allan concernant l'évolution de la phase différentielle ϕ_d montrent que des résolutions de l'ordre de quelques 10^{-9} sur η peuvent être obtenues après des temps d'intégrations supérieurs à quelques dizaines de minutes seulement, et ce avec un instrument compact. Un test de l'*Universalité de la Chute Libre* à un niveau de 10^{-8} semble alors aujourd'hui possible, sans modification, avec cet instrument, les incertitudes sur les effets systématiques limitant ayant été réduits, en asservissant plus efficacement la puissance laser Raman pour contrer les effets des déplacements lumineux, ainsi qu'en adaptant la position du miroir de rétro-réflexion pour contrer l'impact des paires Raman parasites. Pour atteindre des niveaux de l'ordre de 10^{-9} identiques à la résolution de l'instrument, une caractérisation et un contrôle accru du recouvrement entre les deux nuages atomiques en termes de distributions spatiales et de vitesses est nécessaire pour contrer les biais introduits par l'effet Coriolis et les aberrations du front d'onde Raman.

Cette expérience constitue la première réalisation expérimentale d'un interféromètre atomique double espèce simultané. Cet aspect simultané permet de rejeter efficacement le bruit de vibration de la référence inertielle, commun aux deux isotopes, par mesure différentielle. En excitant le capteur atomique à des amplitudes et fréquences données, un facteur de réjection des vibrations de 50 000 a été expérimentalement démontré. La mesure de cette réjection semble être aujourd'hui limitée par une correction imparfaite de la chute du rapport signal sur bruit induite par la présence d'effets inertiels parasites pendant l'expérience. Ce facteur de réjection reste néanmoins très proche de la limite ultime atteignable avec notre expérience (facteur 100 000) dictée par la différence entre les facteurs d'échelle associés aux deux isotopes. Ces niveaux de réjection de vibration sont extrêmement encourageants et démontrent en particulier la robustesse et la fiabilité d'une mesure d'accélération différentielle par interférométrie atomique avec le ^{87}Rb et le ^{85}Rb pour tester l'UFF dans des conditions expérimentales variées.

CHAPITRE V

APPLICATIONS AUX MESURES D'ACCÉLÉRATION

Il fallait être Newton pour apercevoir que la lune tombe, quand tout le monde voit bien qu'elle ne tombe pas.

Paul Valery, Melange (1939)

DANS les chapitres précédents, le travail s'est principalement focalisé sur la mesure de l'accélération différentielle entre le ^{87}Rb et le ^{85}Rb pour tester le *Principe d'Équivalence Faible*. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux avantages que présentent un interféromètre atomique double espèce simultanément pour la mesure inertielle en général, et en particulier pour la mesure d'accélération embarquée, par rapport à un instrument manipulant une unique espèce.

Ce chapitre présentera donc deux modes de fonctionnement innovants, basés sur des configurations d'interféromètre double espèce particulières, qui permettent d'améliorer les performances des capteurs inertiels simple espèce. Un premier mode, reposant sur l'utilisation de deux temps d'interrogation différents pour les deux isotopes, mène à une augmentation de la plage de mesure. Un second mode, reposant sur des temps d'interrogation identiques et un déphasage différentiel constant $\phi_d = \pi/2$, permet d'augmenter la sensibilité du capteur en travaillant exclusivement dans des zones linéaires. Enfin un mode de fonctionnement hybride, qui couple les avantages des deux modes précédents, sera présenté.

V.1 A propos de la mesure d'accélération

Principe de base :

Pour un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder, la grandeur mesurée en sortie est la probabilité de transition P , qui est une fonction sinusoidale de la différence de phase accumulée dans l'interféromètre, à savoir $P = P_0 - \frac{A}{2} \cos(\Delta\Phi)$, cette phase étant elle-même proportionnelle à l'accélération \vec{a} subie par les atomes suivant la relation $\Delta\Phi \simeq \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2$.

Pour une mesure donnée de la probabilité de transition en sortie d'interféromètre P_i , il existe alors une multitude de valeurs d'accélération possibles correspondantes, a_i^n et a_i^{*n} , comme représenté sur la figure V.1. Il est donc nécessaire de connaître l'index de la frange sur laquelle l'interféromètre fonctionne pour déterminer sans ambiguïté cette accélération. Dans le cas d'un signal d'accélération quasi-constant, *i.e.* lorsque les variations temporelles d'accélération sont lentes devant la cadence de mesure (cas d'un gravimètre pour mesurer l'accélération de pesanteur), il est possible de déterminer l'index de frange après avoir déterminé la position de la teinte plate en modifiant la valeur de T (*cf.* partie IV.1.1 figure IV.1). Néanmoins, en présence de variations coup à coup de l'accélération recherchée, ou en présence d'accélération parasites, d'amplitude supérieure à typiquement une interfrange $\frac{2\pi}{k_{\text{eff}}T^2}$, il n'est plus possible d'identifier

la frange sur laquelle l'instrument fonctionne et donc de déduire la valeur de l'accélération. Cet effet limite donc la plage de mesure de l'instrument.

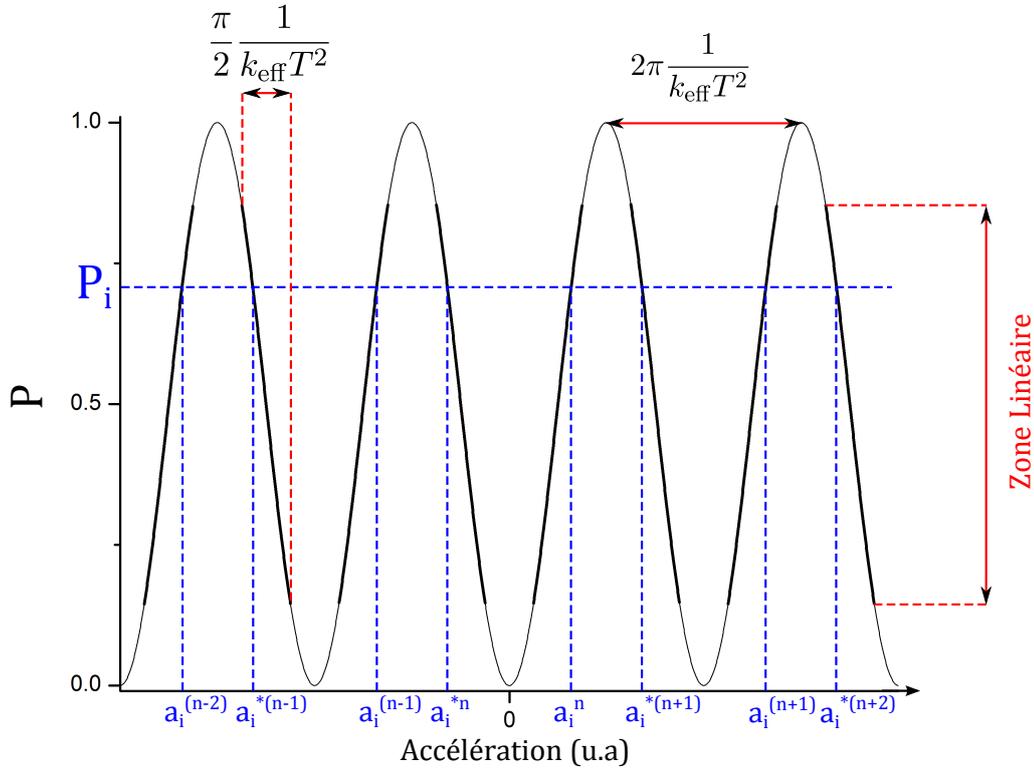


FIGURE V.1 – Signal en sortie d'un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. Une mesure P_i en sortie d'interféromètre correspond à une multitude de mesures d'accélération possibles a_i^n et a_i^{*n} .

Ensuite, la sensibilité de la réponse de l'interféromètre à des variations d'accélération n'est pas constante et dépend de la valeur de la phase interférométrique $\Delta\Phi$. Lorsque le déphasage prend des valeurs multiples de π , l'instrument devient très peu sensible car la dérivée de la probabilité mesurée P par rapport à la phase interférométrique (donc par rapport à l'accélération) est nulle :

$$\left| \frac{dP}{d\Delta\Phi} \right| = \frac{A}{2} |\sin(\Delta\Phi)| \xrightarrow{\Delta\Phi \rightarrow n\pi} 0 \quad (\text{V.1})$$

Pour augmenter l'étendue de mesure et la sensibilité d'un gravimètre atomique simple espèce, il est alors courant de faire travailler l'interféromètre atomique à flanc de frange pour des phases interférométriques multiples de $\pi/2$, là où $\left| \frac{dP}{d\Delta\Phi} \right|$ est maximale. Pour cela, un déphasage $\Delta\Phi_{\text{op}}$ très bien connu et très bien contrôlé est introduit de manière à imposer $\Delta\Phi + \Delta\Phi_{\text{op}} = \pi/2$. C'est alors la valeur imposée de $\Delta\Phi_{\text{op}}$ qui permet de mesurer l'accélération. Dans ces conditions, la réponse de l'interféromètre reste sensible et non ambiguë sur l'ensemble de la zone linéaire que l'on peut définir comme égale à $\frac{\pi}{2k_{\text{eff}}T^2}$ (cf. figure V.1). Cette zone linéaire correspond à une plage de variation relativement faible en accélération $\sim 3.9 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$, soit $\sim 4 \times 10^{-6} g$ pour $T = 50 \text{ ms}$. Par conséquent, dès lors que les variations coup à coup de l'accélération dépassent cette borne, plusieurs valeurs d'accélération déduites de la mesure P_i sont possibles :

$$\begin{cases} a_i^n &= +\frac{1}{k_{\text{eff}}T^2} \arccos\left(2\frac{P_0-P_i}{A}\right) - \frac{\Delta\Phi_{\text{op}}}{k_{\text{eff}}T^2} + n\frac{2\pi}{k_{\text{eff}}T^2}, \quad n \in \mathbb{Z} \\ a_i^{*n} &= -\frac{1}{k_{\text{eff}}T^2} \arccos\left(2\frac{P_0-P_i}{A}\right) - \frac{\Delta\Phi_{\text{op}}}{k_{\text{eff}}T^2} + n\frac{2\pi}{k_{\text{eff}}T^2}, \quad n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

Ces aspects concernant la sensibilité et la plage de mesure sont une des faiblesses qui limitent les performances des capteurs inertiels atomiques de ce type lorsque les signaux d'accélération présentent des variations coup à coup "importantes", supérieures à typiquement $10^{-5}g$. Ces aspects sont en particulier critiques lorsque des mesures embarquées sont visées (mesure sur un porteur tel qu'un camion, bateau, avion, sous-marin, satellite *etc* ...). C'est dans ce contexte que s'inscrivent les deux modes de fonctionnement double espèce innovants qui seront présentés dans les parties V.2 et V.3.

Fonctionnement hybridé avec un capteur annexe :

Dans le cas simple espèce, pour permettre à l'interféromètre atomique de mesurer des variations d'accélération plus importantes, une solution consiste à utiliser un autre capteur inertiel indépendant et de technologie différente. Ce capteur inertiel annexe permet d'identifier à chaque cycle de mesure l'index de frange sur lequel se trouve l'interféromètre atomique [76, 77]. Cette technique d'hybridation souffre néanmoins de quelques limitations. En effet pour réaliser cette hybridation, le point de mesure de l'accéléromètre annexe doit se trouver au plus près de celui de l'accéléromètre atomique. L'interféromètre atomique est majoritairement sensible à l'accélération subie par les atomes à l'instant, ou position, de la seconde impulsion Raman (là où la séparation entre les deux bras est maximale). La distance qui sépare les points de mesure des deux capteurs entraîne une différence de mesure d'accélération entre les deux capteurs, principalement à cause des rotations, mais aussi à cause d'effets comme les gradients d'accélération, qui rend moins efficace la corrélation et donc l'identification de l'index de frange. Dans un cas pratique, il est alors nécessaire d'ajouter de nouveaux capteurs inertiels annexes (gyromètres, accéléromètres angulaires) pour limiter l'impact de cet effet.

Une deuxième limitation vient du défaut d'alignement entre l'accéléromètre atomique et le capteur annexe. Pour supprimer cet effet, il est nécessaire de disposer non plus d'un seul accéléromètre annexe mais de trois disposés de façon à mesurer le signal d'accélération suivant les trois directions de l'espace.

De plus, il est nécessaire de disposer de capteurs annexes présentant de très bonnes performances, notamment en termes de stabilité de facteur d'échelle et de non-linéarité, pour déterminer correctement l'index de frange et ne pas limiter la sensibilité sur la mesure d'accélération.

En conclusion, le fonctionnement d'un accéléromètre atomique dans un mode hybridé avec des capteurs annexes nécessite idéalement l'utilisation d'une centrale inertielle complète de bonne performance qui augmente l'encombrement global de l'instrument et peut complexifier son fonctionnement expérimental.

Nouveaux concepts de capteurs inertiels multi espèces :

Les modes de fonctionnement innovants qui seront étudiés dans la suite de ce chapitre sont basés sur l'utilisation dans un même capteur inertiel atomique de plusieurs types d'atomes différents (isotopes stables du rubidium, potassium, césium par exemple), principalement deux. L'instrument repose sur deux nuages d'atomes froids enchevêtrés qui constituent la source atomique, comme réalisé dans la partie III.2. Pendant la chute de cette source atomique, deux interféromètres atomiques sont imbriqués de manière adéquate pour améliorer les performances d'un interféromètre atomique simple espèce grâce à la corrélation entre les signaux provenant des différentes espèces.

On peut tout d'abord envisager un mode de fonctionnement direct dans lequel les deux interféromètres atomiques sont similaires (séquences identiques et sans déphasage supplémentaire $\Delta\Phi_{op}$). La double mesure peut alors être exploitée pour augmenter le nombre de mesures (gain d'un facteur $\sqrt{2}$) et pour rejeter certains effets internes à l'instrument atomique. Ce type de mesure a été utilisée pour tester le WEP. Dans la suite de ce chapitre, trois autres modes de fonctionnement originaux menant à une amélioration des performances des capteurs inertiels atomiques, basés sur des séquences temporelles et un déphasage différentiel particulier, seront étudiés.

V.2 Accéléromètre double espèce non ambigu à grande plage de mesure

V.2.1 Principe de fonctionnement

Ce mode de fonctionnement double espèce repose sur l'utilisation de deux interféromètres atomiques possédant des temps d'interrogation T_1 et T_2 différents. Les deux interféromètres présentent alors des performances différentes en termes d'étendue de mesure et de sensibilité. L'interféromètre dont le temps d'interaction est le plus faible (par exemple $T_1 < T_2$) bénéficiera d'une moins bonne sensibilité de part un facteur d'échelle $k_{\text{eff}}T_1^2$ plus petit mais d'une plage de mesure linéaire $\frac{\pi}{2k_{\text{eff}}T_1^2}$ plus grande. Inversement, l'interféromètre disposant d'un temps d'interaction T_2 plus long bénéficiera d'une plus grande sensibilité mais d'une plage de mesure linéaire restreinte. Il est donc intéressant de coupler ces deux interféromètres dont les performances sont complémentaires, à savoir une grande plage de mesure linéaire pour le premier et une grande sensibilité pour le second.

Dans ces conditions, l'interféromètre disposant d'un temps d'interrogation T_1 court permet de lever l'ambiguïté sur l'index de frange de l'interféromètre disposant d'un temps d'interaction T_2 long, comme représenté sur la figure V.2, où seule une valeur d'accélération correspond aux probabilités P_i^1 et P_i^2 en sortie des deux interféromètres.

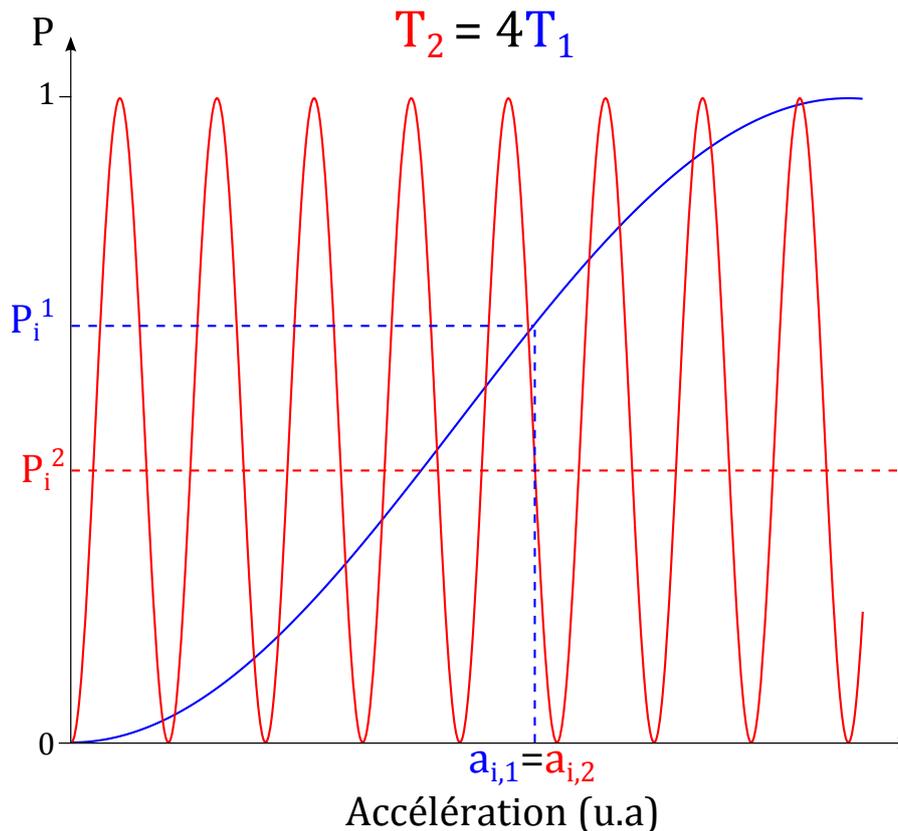


FIGURE V.2 – Levée de l'ambiguïté de l'index de frange grâce à deux interféromètres possédant des temps d'interrogation différents $T_1 < T_2$.

Pour ce mode de fonctionnement il est préférable d'effectuer l'impulsion Raman centrale au même instant pour les deux espèces de manière à obtenir une meilleure concordance spatiale et temporelle entre les accélérations moyennes mesurées par les deux interféromètres. Si les deux nuages atomiques sont parfaitement imbriqués, une impulsion centrale commune assure un point de mesure spatio-temporel quasi-identique entre les deux accéléromètres. Notons de plus que le

couplage entre les deux interféromètres atomiques aux temps d'interactions différents est plus efficace pour mesurer des effets inertiels basse fréquence, dont la fréquence est typiquement inférieure à $\frac{1}{T_2} < \frac{1}{T_1}$, régime dans lequel les fonctions de transfert des deux interféromètres sont le plus similaires. Ensuite, notons encore que l'alignement des deux accéléromètres est parfait puisqu'un unique faisceau laser de mesure, contenant l'ensemble des composantes spectrales nécessaires à la manipulation des deux espèces, est employé. Un tel mode de fonctionnement permet finalement l'augmentation de la plage de mesure tout en conservant une très grande sensibilité, et ce sans complexifier outre mesure le dispositif expérimental par rapport à celui utilisé pour la manipulation d'une seule espèce comme cela a été réalisé avec le ^{87}Rb et le ^{85}Rb pour le test du WEP.

Toujours dans la même idée de disposer d'un accéléromètre atomique avec une grande plage de mesure et un second accéléromètre atomique très sensible, une méthode alternative consisterait à modifier les facteurs d'échelle en changeant les vecteurs d'onde effectifs tout en gardant des temps d'interaction identiques. Pour cela, il serait par exemple possible de communiquer un nombre d'impulsions de recul différent pour chacune des deux espèces grâce à des séparatrices de Bragg, des oscillations de Bloch ou un schéma en double diffraction, ces techniques nécessitant néanmoins des moyens expérimentaux plus conséquents. Cette méthode alternative présenterait en particulier l'intérêt de garder des fonctions de réponse temporelle identiques pour les deux espèces et donc de permettre une bonne corrélation des signaux interférométriques sur une plus grande plage de fréquence.

V.2.2 Réalisation expérimentale

Pour réaliser expérimentalement ce mode de fonctionnement, il est nécessaire de modifier temporellement la séquence interférométrique, différemment pour les deux isotopes du rubidium, de manière à créer deux interféromètres de type Mach-Zehnder disposant de temps d'interrogation différents. L'impact des paires Raman parasites sur les probabilités de transition dépend de T ; il est aussi plus important pour le ^{85}Rb . C'est pourquoi le temps d'interrogation $T_{85} = 47$ ms est gardé constant pour le ^{85}Rb alors qu'il sera diminué, $T_{87} < T_{85}$, pour le ^{87}Rb .

La figure V.3 montre les deux séquences temporelles testées pour imbriquer les deux interféromètres.

Dans la première configuration, les impulsions π ne sont pas communes pour les deux isotopes. Cette configuration permet de réaliser deux interféromètres de type Mach-Zehnder conservant le rapport de durée $\tau - 2\tau - \tau$ entre les trois impulsions Raman. De plus, les puissances de modulation à 6.834 GHz (pour le ^{87}Rb) et à 3.035 GHz (pour le ^{85}Rb), utilisées pour générer les paires Raman, ainsi que les durées des impulsions pour les deux isotopes peuvent être contrôlées et modifiées de façon indépendante. Expérimentalement, les deux impulsions π sont séparées d'au minimum 300 μs , temps nécessaire pour commuter d'une fréquence de modulation à une autre. Cette configuration présente néanmoins un inconvénient de taille : les trois impulsions lumineuses de l'interféromètre de ^{87}Rb génèrent des déplacements lumineux sur les niveaux atomiques du ^{85}Rb alors que l'impulsion centrale de l'interféromètre de ^{85}Rb génère elle des déplacements lumineux sur les niveaux atomiques du ^{87}Rb . Cette configuration ne présentant pas de symétrie globale, ces déplacements lumineux ne sont pas identiques pour les deux bras de chaque interféromètre et engendrent en sortie des déphasages très importants. C'est pour cette raison que cette configuration n'a pas été retenue.

Dans la seconde configuration, l'impulsion π est commune aux deux isotopes (*cf.* figure V.3). Pour des raisons évidentes de symétrie, les déplacements lumineux générés par les raies lasers, propres à un isotope, sur les niveaux d'énergie de l'autre isotope, sont identiques entre les deux

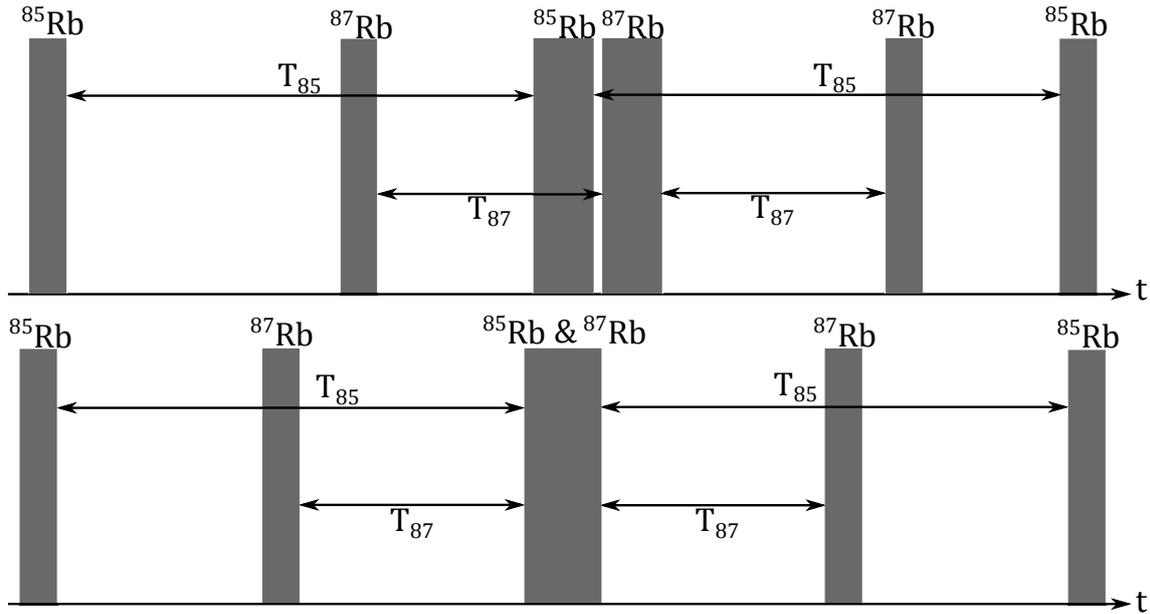


FIGURE V.3 – Séquençages temporels possibles pour imbriquer deux interféromètres disposant de temps d’interrogation différents, ici $T_{87} < T_{85}$. En haut, les impulsions π ne sont pas communes pour les deux isotopes. En bas, l’impulsion π est commune aux deux isotopes.

bras et ne génèrent donc pas de déphasage supplémentaire en sortie d’interféromètre¹. C’est donc cette configuration qui a été choisie pour la réalisation expérimentale. Sous ces conditions, les puissances micro-ondes utilisées pour générer les paires Raman pour les deux isotopes, tout comme les durées des impulsions, ne sont pas indépendantes entre les deux isotopes. Après le réglage des interféromètres, les durées d’impulsion sont de $3.2 - 8 - 3.2 \mu\text{s}$ pour le ^{85}Rb et de $1.3 - 8 - 1.3 \mu\text{s}$ pour le ^{87}Rb , l’impulsion centrale étant commune.

La figure V.4 donne les signaux interférométriques expérimentaux obtenus pour $T_{87} = 20 \text{ ms}$ et $T_{85} = 47 \text{ ms}$. Dans ces conditions, l’étendue de mesure est augmentée d’un facteur $T_{85}^2/T_{87}^2 \simeq 5.5$ par rapport à un interféromètre simple espèce disposant d’un temps d’interrogation T de 47 ms .

Pour étudier la sensibilité sur la mesure d’accélération obtenue avec ce mode de fonctionnement, la valeur de la rampe de fréquence α appliquée a été extraite à partir des signaux interférométriques double espèce. Cette rampe de fréquence induit un déphasage identique à celui causé par une accélération constante. La méthode d’extraction utilisée est alors parfaitement analogue à celle qui serait utilisée pour un accéléromètre.

A partir des signaux de la figure V.4, on cherche à extraire sans ambiguïté la valeur de la rampe de fréquence α entre 25.14288 et 25.14414 MHz/s à partir des valeurs possibles données dans l’équation (V.2). Les résultats obtenus sont résumés en figure V.5. L’interféromètre de ^{85}Rb seul, qui possède le plus grand T et donc la meilleure sensibilité, ne permet pas d’extraire α sur l’ensemble de cette plage de mesure car il est impossible de lever l’ambiguïté sur l’index de frange n (ronds rouges). L’interféromètre de ^{87}Rb seul, qui possède un paramètre T plus petit, permet quant à lui d’extraire α sans ambiguïté sur l’ensemble de cette plage de mesure mais avec une sensibilité réduite (carrés noirs). La corrélation entre les deux signaux permet alors de lever l’ambiguïté sur l’index de frange n en gardant, parmi les valeurs possibles de α données par l’équation (V.2) pour l’interféromètre de ^{85}Rb ($T = 47 \text{ ms}$), la valeur la plus proche de celle

1. Pour garder la symétrie globale de la séquence interférométrique et éviter des déplacements lumineux différents suivant les bras des interféromètres, l’imbrication d’un interféromètre de Ramsey-Bordé avec un interféromètre de type Mach-Zehnder, ou encore l’imbrication de deux interféromètres de Ramsey-Bordé, semble être envisageable.

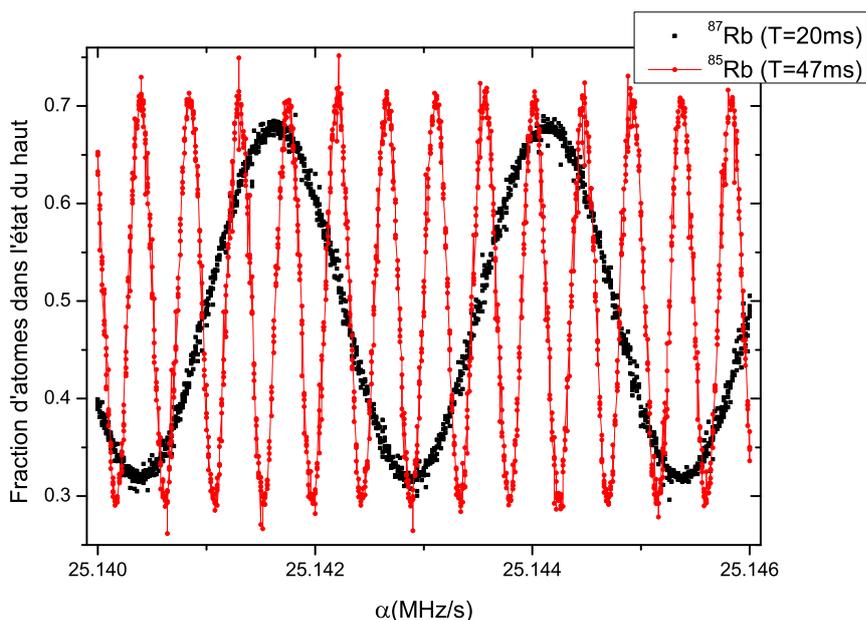


FIGURE V.4 – Signaux interférométriques expérimentaux pour deux interféromètres disposant de temps d’interrogation différents. Ici $T_{87} = 20$ ms et $T_{85} = 47$ ms.

donnée par l’interféromètre de ^{87}Rb ($T = 20$ ms). On remarque alors que l’ambiguïté est bien levée (rond bleus) et que la sensibilité obtenue est meilleur que la sensibilité de l’interféromètre de petit T seul. Ce gain en sensibilité est visualisable sur le résidu de l’extraction où la dispersion des points, *i.e.* l’écart type, est plus faible après hybridation des deux signaux interférométriques. Le gain en sensibilité est ici égal à 1.7. On remarque que ce dernier est limité par les points se trouvant en sommet de frange pour l’interféromètre de grand T . En effet pour ces points, la sensibilité de l’interféromètre de grand T est très faible (*cf.* équation (V.1)). De plus, en présence de bruit sur les franges d’interférences, la fonction $\arccos\left(2\frac{P_0 - P_i}{A}\right)$ n’est pas toujours définie pour ces points.

Cette analyse a aussi été effectuée avec deux interféromètres atomiques possédant des temps d’interrogation de $T_{87} = 10$ ms et $T_{85} = 47$ ms. L’étendue de mesure est ici augmentée d’un facteur $T_{85}^2/T_{87}^2 \simeq 22.1$ par rapport à un interféromètre simple espèce disposant d’un temps d’interrogation de 47 ms. Hormis pour les points qui se situent en sommet de frange pour $T = 47$ ms, le gain en sensibilité est ici plus net. En supprimant ces points en sommet de frange, le gain en sensibilité, par rapport à l’interféromètre de $T = 10$ ms seul, est égal à 3.2 dans ce cas.

Conclusions sur ce mode de fonctionnement :

On a donc montré expérimentalement qu’il était possible d’augmenter l’étendue de mesure d’un interféromètre atomique en le couplant à un second interféromètre possédant un temps d’interrogation plus court pour lever l’ambiguïté sur l’index de frange, tout en gardant une sensibilité identique. Expérimentalement, l’impulsion π centrale est gardée commune aux deux interféromètres car la symétrie globale de la séquence interférométrique est alors conservée ce qui permet de rester insensible aux déplacements lumineux induits par les lasers d’une espèce sur les niveaux d’énergie de l’autre. Cela permet de plus d’obtenir une meilleure concordance spatiale et temporelle entre les accélérations moyennes mesurées par les deux interféromètres.

L’étude expérimentale précédente nous permet de plus de tirer plusieurs conclusions sur ce mode de fonctionnement. Tout d’abord, en présence de bruit de phase sur les franges d’interfé-

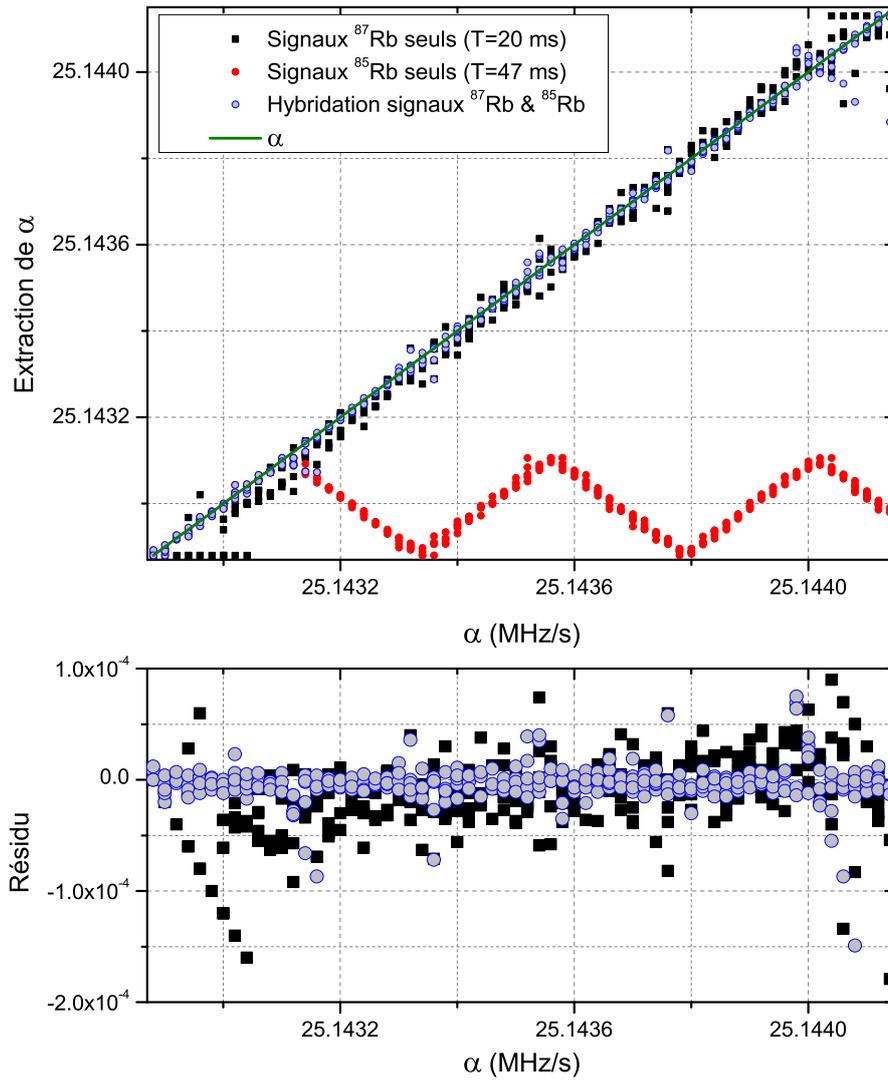


FIGURE V.5 – Extraction non ambiguë de α à partir d’interféromètres disposants de temps d’interrogation $T_{87} = 20$ ms et $T_{85} = 47$ ms. La rampe de fréquence α peut être extraite à partir des signaux interférométriques provenant du ^{87}Rb seul (carrés noirs), du ^{85}Rb seul (ronds rouges) où de la corrélation entre les deux (ronds bleus). Les résidus après extraction non ambiguë (signal du ^{87}Rb seul et après corrélation) sont tracés.

rence, la largeur de la zone de linéarité de l’interféromètre de grand T doit rester supérieure à la “largeur du bruit de phase” sur les franges de l’interféromètre de petit T pour pouvoir déterminer l’index de frange exact. Ensuite, la sensibilité globale sur la mesure d’accélération est intrinsèquement limitée par les points se situant en sommet de frange pour l’interféromètre de grand T car peu sensible aux variations de phase interférométrique. C’est cette dernière considération qui nous amène naturellement vers le mode de fonctionnement double espèce suivant.

Ce mode de fonctionnement a fait l’objet d’un dépôt de brevet.

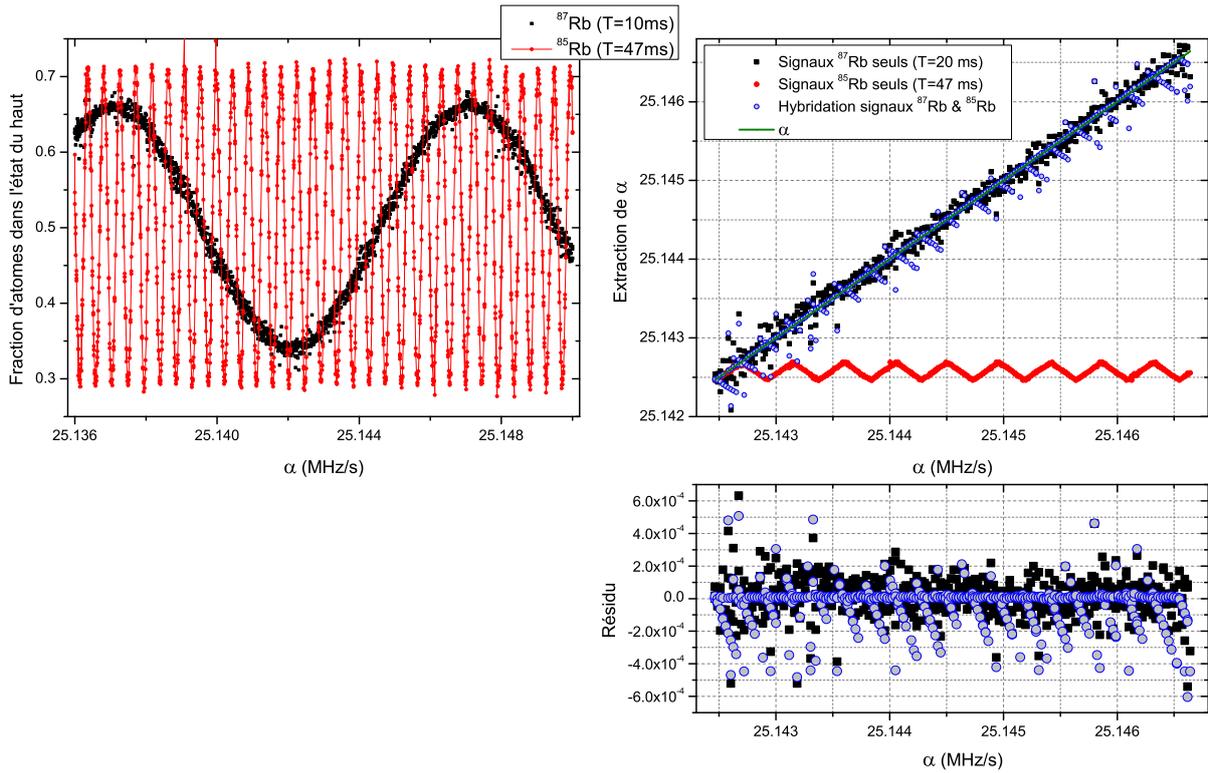


FIGURE V.6 – Extraction non ambiguë de α à partir d’interféromètres disposants de temps d’interrogation $T_{87} = 10$ ms et $T_{85} = 47$ ms. Les tracés sont identiques à ceux des figures V.4 et V.5.

V.3 Accéléromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire

V.3.1 Principe de fonctionnement

Ce mode de fonctionnement double espèce repose sur deux interféromètres atomiques disposant du même temps d’interrogation $T_1 = T_2 = T$, ainsi que de vecteurs d’onde effectifs égaux de manière à garantir l’égalité entre les facteurs d’échelle. Dans ce mode, les deux séquences interférométriques sont temporellement identiques et la situation est donc équivalente à celle de l’interféromètre double espèce simultanée présenté dans les chapitres précédents, ce qui assure un point de mesure spatio-temporel identique pour les deux espèces. La nouveauté consiste ici à faire fonctionner les deux interféromètres avec une phase différentielle imposée $\phi_d = \pi/2$. Ce déphasage doit être créé artificiellement de façon très précise et bien contrôlée pour ne pas induire d’erreurs sur la mesure. Il peut être réalisé soit en ajoutant un déphasage connu pour l’un des deux interféromètres uniquement, soit en ajoutant des déphasages connus et différents pour les deux interféromètres.

La figure V.7 représente deux systèmes de franges interférométriques en quadrature de phase. Après chaque séquence interférométrique, deux mesures sont disponibles, chacune provenant du signal propre à une espèce. Parmi ces deux mesures et quelle que soit la valeur de l’accélération des atomes, l’une se trouve nécessairement dans une zone de linéarité (*cf.* figure V.7 a)). En effet, la largeur de la zone de linéarité $\frac{\pi}{2k_{\text{eff}}T^2}$ est ici égale à la “séparation” entre les deux systèmes de franges. Cette zone correspond à des valeurs de probabilité de transition comprises entre $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ et $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ (soit environ $0.146 \leq P^i \leq 0.854$) lorsque le contraste vaut 1. L’idée consiste donc à sélectionner la mesure pour laquelle la réponse de l’interféromètre associé est linéaire. Ce

mode de fonctionnement permet donc de bénéficier d'un capteur inertiel atomique travaillant constamment dans sa zone de linéarité (cf. figure V.7 b)). Le couplage de ces deux interféromètres travaillant en quadrature de phase permet donc d'améliorer la sensibilité globale de la mesure d'accélération. En effet, lorsque le déphasage est proche de $0 \pm n\pi$ pour un interféromètre, et qu'il devient donc très peu sensible aux variations d'accélération, le déphasage de l'autre interféromètre est proche de $\pi/2 \pm n\pi$, zone dans laquelle sa sensibilité est maximale. Enfin, on remarque que cette configuration permet d'augmenter la plage de mesure d'un facteur 4 par rapport à un interféromètre simple espèce. En couplant les signaux des deux espèces, il est en effet possible de savoir sur quel flanc de frange (montant ou descendant) l'on travaille. Par exemple sur la figure V.7, un flanc montant pour la probabilité P^1 correspond à un minimum de la probabilité P^2 , un flanc descendant de P^1 correspondant lui à un maximum de P^2 .

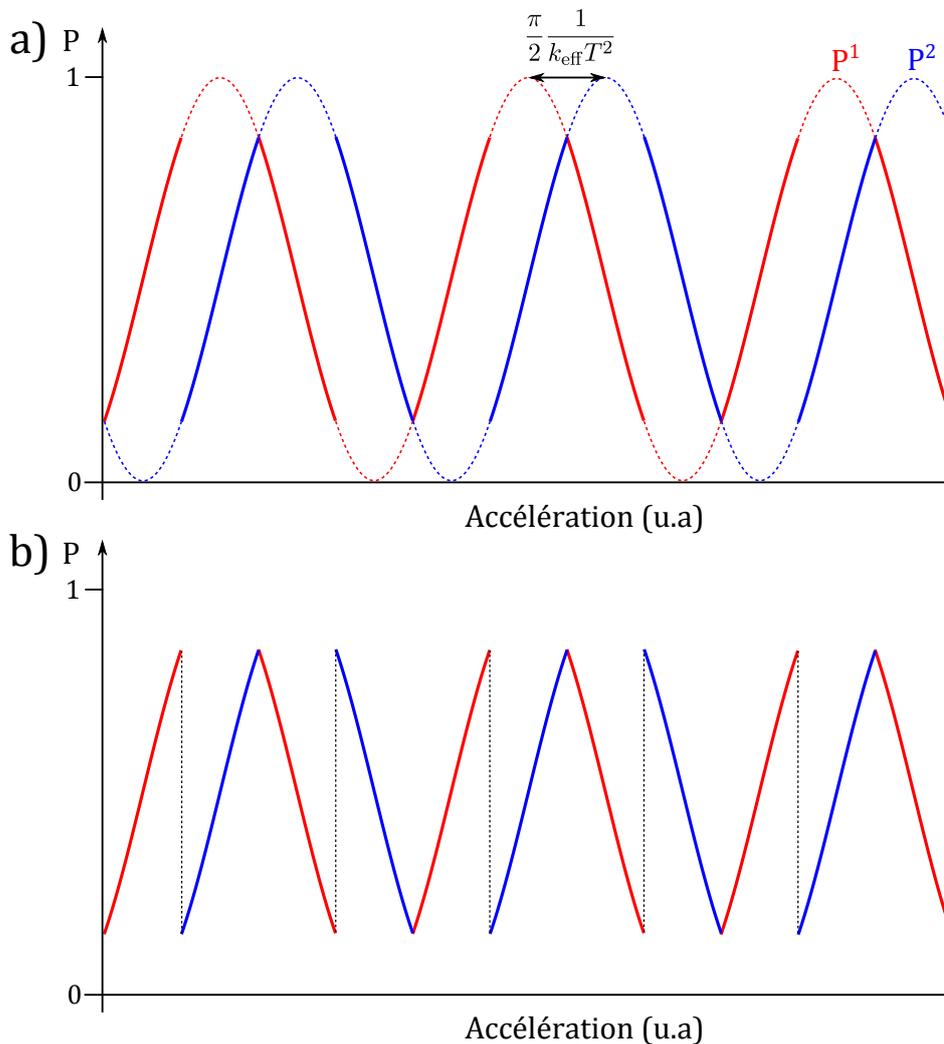


FIGURE V.7 – Illustration d'un interféromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire. a) Les deux systèmes de franges se trouvent en quadrature de phase ($\phi_d = \pi/2$). b) Les zones linéaires de chacun des deux systèmes de franges sont représentés. Cette configuration permet de bénéficier d'un capteur inertiel atomique travaillant constamment dans une zone de linéarité.

Ce concept d'instrument se trouve être particulièrement intéressant lorsque l'interféromètre double espèce est couplé à un capteur inertiel annexe de technologie différente qui permet de déterminer l'index de frange sur lequel travaillent les interféromètres atomiques. Ce mode de fonctionnement permet enfin de s'affranchir du système d'asservissement coup à coup de la phase interférométrique qui permet à un interféromètre atomique simple espèce de se ramener

dans la zone linéaire pour mesurer les effets inertiels.

V.3.2 Réalisation expérimentale

Le point central de ce mode de fonctionnement est la génération et le contrôle de la phase différentielle entre les deux espèces. Le contrôle sur cette phase différentielle doit être suffisamment précis pour ne pas limiter les performances du capteur atomique par ajout de bruit de phase entre les deux espèces.

Expérimentalement, ce déphasage différentiel peut être généré en imposant deux rampes de fréquence différentes pour les deux espèces. Dans notre cas, il est aussi possible d'ajouter un saut de phase contrôlé sur les sources micro-ondes, utilisées pour générer les paires Raman, pendant une impulsion Raman. C'est cette technique que nous avons utilisée car plus simple à implémenter. Le saut de phase est ici ajouté pour le ^{85}Rb pendant l'impulsion centrale. Cela permet de générer un déphasage différentiel bien contrôlé entre 0 et π comme l'atteste la figure IV.2.

Il est aussi possible de contrôler la phase différentielle en utilisant des effets physiques qui induisent des déphasages différents pour les deux espèces comme les champs magnétiques, les déplacements lumineux ou encore l'impact des paires Raman parasites.

La figure V.8 montre la réalisation expérimentale de ce mode de fonctionnement. La phase différentielle $\phi_d = \pi/2$ est générée et contrôlée grâce à la source micro-onde Raman du ^{85}Rb . Après normalisation des signaux par les amplitudes des franges, le couplage des deux systèmes de franges mène à un accéléromètre atomique à fonctionnement linéaire (*cf.* V.8 bas).

Estimation du gain en sensibilité :

Pour cette estimation, les signaux expérimentaux de la figure V.8 ne sont pas exploitables car l'incrément de la rampe de fréquence a été choisi trop grand. Lors du dépouillement des données, l'expérience n'était plus disponible pour réaliser une nouvelle acquisition.

Pour estimer le gain en sensibilité obtenu avec ce mode de fonctionnement (en s'affranchissant des points de mesure en sommet et bas de frange) par rapport à un interféromètre atomique simple espèce de même T , les sensibilités sont comparées grâce à des simulations numériques. La phase interférométrique est uniformément répartie sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$, les contrastes des interféromètres sont de 1, un bruit de probabilité gaussien centré sur 0 est ensuite ajouté sur les franges d'interférences grâce à des tirages aléatoires. Les phases interférométriques sont ensuite extraites grâce aux équations (V.2) pour les deux configurations, simple espèce ou double espèce, et les sensibilités obtenues sont comparées. Dans le cas simple espèce on considère que l'index de frange est connu, ce qui peut être réalisé expérimentalement à l'aide d'un capteur annexe. La tableau V.1 donne alors le gain en sensibilité estimé pour différentes amplitudes du bruit de probabilité. On remarque alors que plus le bruit de probabilité est faible, plus le gain en sensibilité est grand. En effet, lorsque le bruit de probabilité diminue, l'incertitude sur la détermination de l'accélération diminue plus fortement pour les points à flanc de frange que pour les points en sommet de frange (*cf.* équation (V.1)).

La figure V.9 montre le résultat d'une simulation numérique permettant d'évaluer le gain en sensibilité en considérant une amplitude du bruit de probabilité de $\sigma_P = 0.003$ et une amplitude des franges d'interférence de $A = 0.4$ (proche du cas expérimental réel). En utilisant le signal d'une seule espèce, on observe clairement la chute de sensibilité pour les points se situant en sommet et en bas de frange. Le couplage des zones de linéarité permet alors de s'affranchir de ces points. Pour ces derniers, l'accélération est en effet extraite à partir du signal en quadrature de phase provenant de l'autre espèce. Dans la configuration présente, le gain en sensibilité est estimé à environ 2.3.

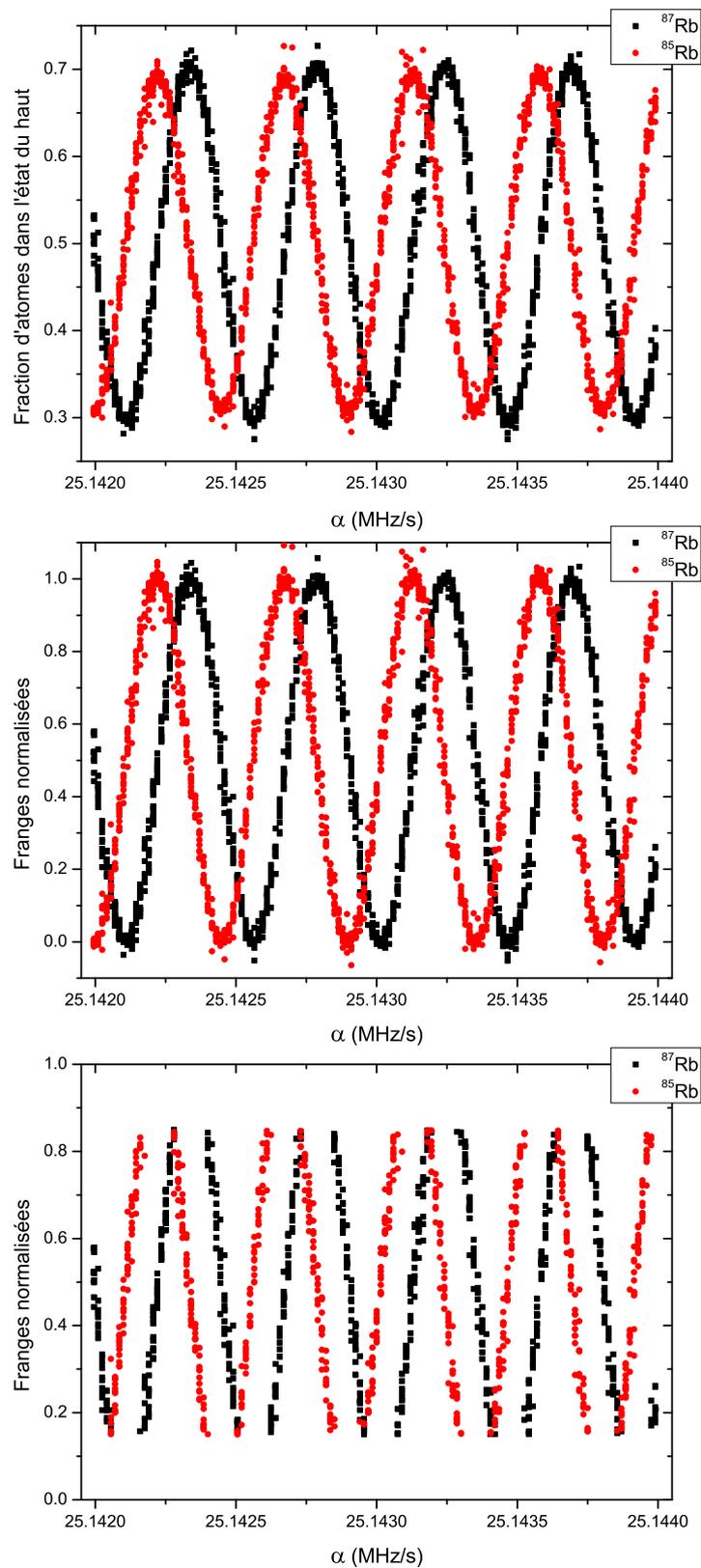


FIGURE V.8 – Réalisation expérimentale d'un accéléromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire. Haut : acquisition des deux systèmes de franges en quadrature de phase. Milieu : les franges sont normalisées pour obtenir des amplitudes équivalentes pour les deux espèces. Bas : le couplage des deux systèmes de franges mène à un capteur inertiel à fonctionnement linéaire.

TABLE V.1 – Gain en sensibilité obtenu avec le couplage des zones de linéarité par rapport à un interféromètre simple espèce pour différentes amplitudes du bruit de probabilité.

Bruit de probabilité (σ_P)	Gain en sensibilité
0.0001	8.5
0.0005	5.8
0.001	4.8
0.005	3.2
0.01	2.7

Conclusion sur ce mode de fonctionnement :

On a donc montré expérimentalement qu’il était possible de coupler les zones de linéarité de deux interféromètres disposant de deux temps d’interrogation identiques lorsque les systèmes de franges se trouvent en quadrature de phase. Dans cette configuration, pour chaque mesure, la sélection du signal de l’espèce dont l’interféromètre travaille dans sa zone linéaire permet de bénéficier d’un capteur inertiel atomique travaillant constamment dans une zone de linéarité. Cette opération permet d’éliminer les points en sommet et en bas de frange pour chacune des espèces tout en augmentant la plage de mesure d’un facteur 4. L’élimination de ces points mène finalement à un gain en sensibilité estimé numériquement à 2.3, en considérant une amplitude du bruit de probabilité de $\sigma_P = 0.003$ et une amplitude des franges d’interférence de $A = 0.4$, typiques pour notre expérience. Des simulations numériques ont permis de montrer que plus le bruit sur les franges d’interférence est faible, plus l’augmentation de sensibilité est importante.

Ce mode de fonctionnement a fait l’objet d’un dépôt de brevet.

Pour s’affranchir des points en sommet et bas de frange et gagner en sensibilité, il est aussi possible d’utiliser un capteur annexe pour mesurer l’accélération et ensuite rétroagir en direct sur la phase interférométrique pour que l’interféromètre atomique fonctionne constamment à mi-frange [77].

V.4 Couplage des deux modes de fonctionnement et gravimètre triple espèce

Pour bénéficier des avantages des deux modes de fonctionnement, présentés dans les deux parties précédentes, dans un même instrument atomique, il semble possible d’utiliser trois espèces d’atomes refroidis simultanément, comme par exemple $^{87}\text{Rb}/^{85}\text{Rb}/\text{Cs}$, $^{87}\text{Rb}/^{85}\text{Rb}/\text{K}$ ou autres, réalisant trois interféromètres atomiques quasi-simultanés. Dans ce schéma, les trois interféromètres ont des temps d’interrogation respectifs respectant la relation $T_1 = T_2 > T_3$. Dans ce cas, l’interféromètre 3, bénéficiant d’une plus grande plage de linéarité, permet de déterminer l’index de frange des interféromètres 1 et 2 qui bénéficient d’une meilleure sensibilité. Ces interféromètres 1 et 2 doivent fonctionner avec une phase différentielle $\phi_d = \pi/2$ pour que l’instrument global travaille constamment dans une zone de linéarité. Finalement, cet instrument posséderait une sensibilité et une étendue de mesure supérieure à un interféromètre atomique simple espèce.

Le tableau V.2 résume les augmentations des performances possibles dans l’état actuel de notre expérience en appliquant les différents modes de fonctionnement. Ces gains pouvant encore être améliorés en diminuant le bruit de détection.

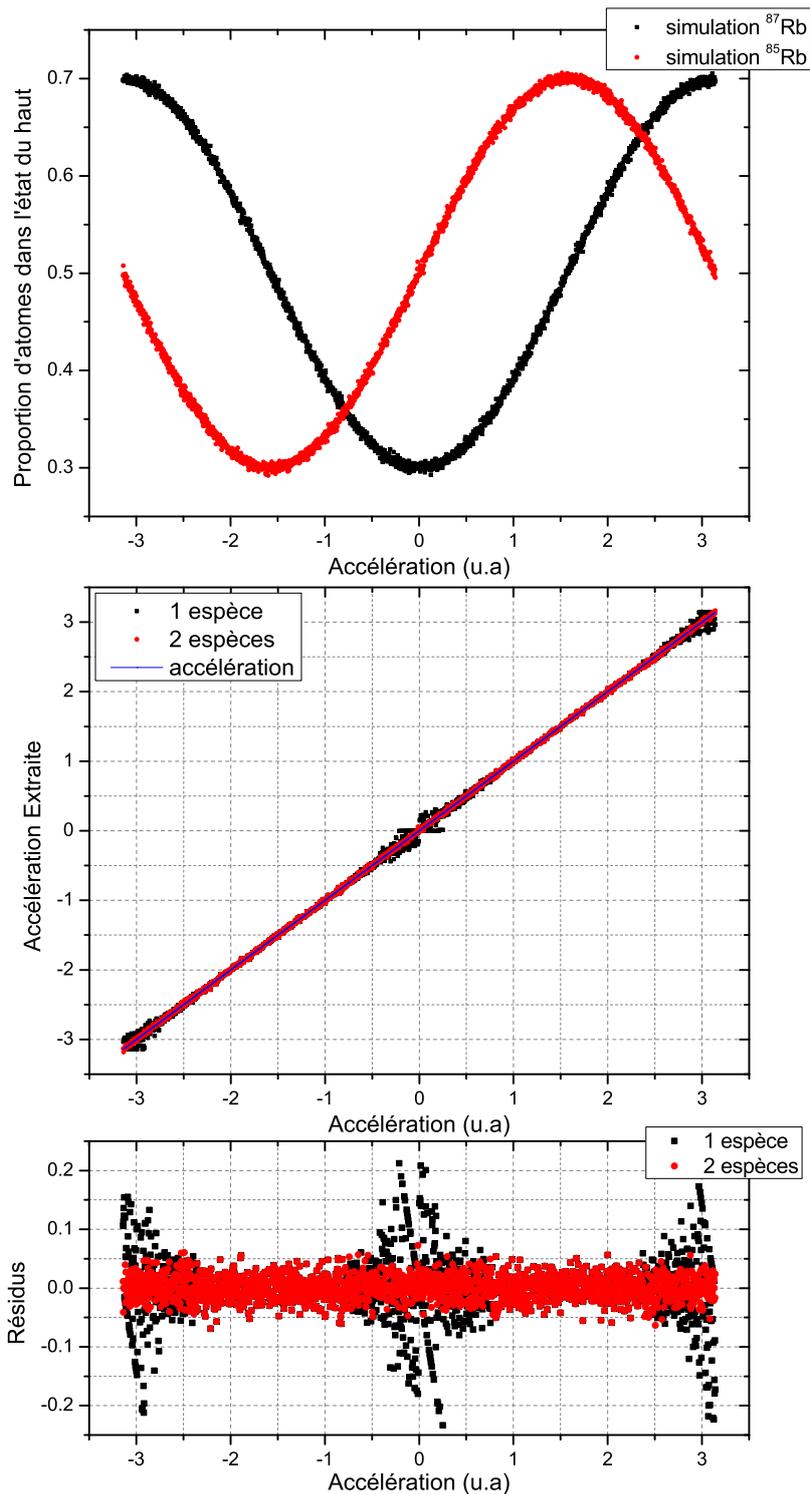


FIGURE V.9 – Simulation du gain en sensibilité obtenu avec le couplage des zones de linéarité. Haut : simulation des franges d'interférences en quadrature de phase pour $A = 0.4$ et $\sigma_P = 0.003$. Milieu : Extraction de l'accélération à partir du signal du ^{87}Rb seul (carrés noirs) ou à partir du couplage des signaux double espèce (ronds rouges). Bas : résidus après extraction de l'accélération.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, deux modes de fonctionnement innovants, basés sur des configurations d'interféromètres double espèce particulières permettant d'améliorer les performances des capteurs

TABLE V.2 – Augmentations des performances pour des capteurs inertiels atomiques double et triple espèce.

Paramètres des Interféromètres / Interféromètre de comparaison	Gain en sensibilité	Augmentation de la plage de mesure
$T_1 = 47$ ms, $T_2 = 10$ ms / $T = 10$ ms	≥ 1.7	1
$T_1 = 47$ ms, $T_2 = 10$ ms / $T = 47$ ms	1	22.1
$T_1 = T_2 = 47$ ms / $T = 47$ ms	~ 2.3	4
$T_1 = T_2 = 47$ ms, $T_3 = 10$ ms / $T = 47$ ms	~ 2.3	22.1
$T_1 = T_2 = 47$ ms, $T_3 = 10$ ms / $T = 10$ ms	≥ 4	1

inertiels atomiques par rapport aux instruments simple espèce, ont été présentés.

Le premier mode de fonctionnement double espèce repose sur l'utilisation de deux interféromètres atomiques possédants des temps d'interrogation différents. Dans cette configuration, il est possible de lever l'indétermination sur l'index de frange de l'interféromètre disposant du temps d'interrogation le plus long, et donc d'augmenter son étendue de mesure, en le couplant avec l'interféromètre de T plus petit, tout en gardant une sensibilité identique. Dans la réalisation expérimentale, l'impulsion π est gardée commune aux deux interféromètres ce qui permet principalement de conserver la symétrie globale de la séquence interférométrique et donc de rester insensible aux effets indésirables provenant des déplacements lumineux induits par les lasers d'une espèce sur les niveaux d'énergie de l'autre. Dans ce mode de fonctionnement, lorsque les variations de phase interférométrique sortent de la zone linéaire de fonctionnement de l'interféromètre de grand T , la sensibilité sur la mesure d'accélération est limitée par les points se situant en sommet ou bas de frange.

Le second mode de fonctionnement permet de s'affranchir de cette limitation. Il repose sur l'utilisation de deux interféromètres atomiques possédant des temps d'interrogation identiques et travaillant en quadrature de phase, *i.e.* que la phase différentielle ϕ_d est ici égale à $\pi/2$. Dans cette configuration, pour toute valeur de l'accélération subie par les atomes, au moins un interféromètre fonctionne dans une zone de linéarité. En sélectionnant le signal adéquat provenant de cette espèce atomique, il est alors possible de s'affranchir des points en sommet et bas de frange, donc d'augmenter la sensibilité du capteur, ainsi que de déterminer l'accélération, sans ambiguïté, sur une plage 4 fois supérieure à celle d'un interféromètre simple espèce. Dans l'état actuel de l'expérience, le gain en sensibilité est estimé à 2.3, ce gain pouvant être encore augmenté en diminuant le bruit de détection de l'expérience.

Ces deux modes de fonctionnement pour un interféromètre atomique double espèce ont fait l'objet du dépôt de deux brevets.

Enfin, il semble possible, pour des travaux futurs, de coupler ces deux modes de fonctionnement dans un instrument atomique basé sur la manipulation de trois espèces différentes. Ici, un des interféromètres atomiques disposerait d'un temps d'interrogation plus court que les deux

autres, de manière à augmenter l'étendue de mesure, alors que les deux autres travailleraient en quadrature de phase pour obtenir un capteur à fonctionnement linéaire possédant une sensibilité accrue.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

LES travaux relatés dans ce manuscrit de thèse s’inscrivent dans le contexte actuel des expériences visant à tester le *Principe d’Équivalence* à l’aide de capteurs inertiels à atomes froids. Ces travaux ont mené à la réalisation d’un interféromètre atomique double espèce qui permet l’obtention d’une mesure extrêmement sensible de l’accélération différentielle, entre des atomes de ^{87}Rb et de ^{85}Rb , rendant possible un test à bas niveau du *Principe d’Équivalence Faible*. Cette expérience représente une première en ce qui concerne l’obtention d’une mesure simultanée d’accélération différentielle avec deux espèces différentes par interférométrie atomique. En ce sens, cette expérience consiste donc en une démonstration de principe pour les nombreux projets [59, 123, 138, 139, 137, 76, 125, 140, 131, 141], aussi bien terrestres que spatiaux, visant à tester le *Principe d’Équivalence* par interférométrie atomique. Elle permet notamment de valider plusieurs briques nécessaires à la réalisation de ces expériences futures comme la réjection des vibrations.

VI.1 Conclusion

Le dispositif expérimental repose sur l’adaptation du gravimètre atomique GIRAFE [44] à la manipulation simultanée du ^{87}Rb et du ^{85}Rb . Le système laser de cet instrument compact et transportable repose sur le doublage en fréquence d’une source laser fibrée à 1560 nm et sur l’utilisation intensive de composants optiques fibrés qualifiés télécoms. Cette architecture laser permet de générer l’ensemble des raies lasers nécessaires à la réalisation d’une expérience d’interférométrie atomique par modulation de phase. C’est pourquoi, pour adresser les deux isotopes à partir du gravimètre existant, un module micro-onde a été développé pour synthétiser les raies lasers supplémentaires requises, et ce sans complexifier outre mesure le système existant. Finalement, cette architecture laser offre d’excellentes performances en terme de compacité, robustesse, maintien de polarisation, finesse spectrale, agilité en fréquence et puissance.

Ce dispositif expérimental permet de réaliser les étapes élémentaires de la séquence de mesure qui conduit aux signaux d’accélération différentielle. La source atomique résulte du piégeage et du refroidissement sub-Doppler simultané des deux isotopes stables du rubidium grâce à un piège magnéto-optique commun suivi d’une phase de mélasse. Deux nuages d’atomes froids imbriqués, à des températures de l’ordre du micro-Kelvin, et comportant des nombres d’atomes comparables à ceux du gravimètre simple espèce, sont obtenus. Cette étape est ensuite complétée par une sélection des atomes possédant un état quantique adapté et peu sensible aux champs magnétiques. Pendant la chute libre des atomes, un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder reposant sur l’utilisation de transitions Raman contra-propageantes est réalisé. Dans cette expérience double espèce, un unique faisceau laser contenant l’ensemble des composantes spectrales nécessaires à la manipulation des fonctions d’onde atomiques offre une interrogation parfaitement simultanée des deux isotopes. Les composantes spectrales étant générées ici par modulation de phase, l’existence de paires Raman parasites perturbe les probabilités de transition pour les deux isotopes. Ces effets, additionnés aux déplacements lumineux des niveaux d’énergie des atomes, constituent une des principales limites à la mise en œuvre expérimentale de l’interféromètre. Enfin, une dernière étape de détection par fluorescence permet de mesurer la répartition des populations atomiques entre les niveaux internes mis en jeux, témoin des déphasages accumulés par les fonctions d’onde en sortie d’interféromètre. La détection est la seule étape non-simultanée de la séquence de mesure, les populations pour le ^{87}Rb étant mesurées

avant celles du ^{85}Rb . Cette étape de détection, bien que fonctionnelle, constitue elle aussi une limitation pour l'exécution de la mesure, notamment à cause des non-linéarités émanant des transferts entre les différents niveaux atomiques pendant les impulsions de détection.

Cet interféromètre a permis, en 2013, la réalisation du premier test du *Principe d'Équivalence Faible* par interférométrie atomique dans lequel l'accélération résultant de la chute libre est mesurée simultanément pour deux atomes différents. Le résultat final obtenu après correction des effets systématiques est de :

$$\eta(^{87}\text{Rb}, ^{85}\text{Rb}) = (1.3 \pm 3.2) \times 10^{-7}$$

résultat à l'état de l'art en 2013 pour un test du WEP par interférométrie atomique. L'incertitude finale sur le paramètre d'Eötvös est ici limitée par les incertitudes sur la connaissance des effets systématiques, les principales limitations découlant de l'impact des déplacements en fréquence des niveaux d'énergie atomique sous l'effet des déplacements lumineux ainsi que des déphasages supplémentaires engendrés par l'impact des paires Raman parasites sur les probabilités de transition. Dans notre expérience, les effets systématiques suivant, à savoir l'effet Coriolis et les aberrations du front d'onde Raman, qui limitent la connaissance de η à un niveaux de quelques 10^{-8} , dépendent directement de la qualité du recouvrement entre les deux nuages atomiques, *i.e* du recouvrement entre les distribution spatiale et distribution en vitesses.

Ce premier résultat central du travail de thèse a ensuite permis de cibler les faiblesses de l'expérience. Les améliorations apportées à l'interféromètre, à savoir l'amélioration du module micro-onde, la diminution de l'impact des paires Raman parasites ainsi que des déplacements lumineux, et enfin la correction des non-linéarités du schéma de détection, ont conduit à de nouvelles caractérisations de l'expérience. La sensibilité actuelle du capteur double espèce sur la mesure de l'accélération différentielle atteint un niveau de $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$, principalement limité par le bruit de détection mais aussi par le bruit de phase micro-onde de la chaîne Raman du ^{85}Rb . La stabilité du capteur double espèce est accrue en comparaison du gravimètre simple espèce et des résolutions de l'ordre de $2 \times 10^{-9} g$ sont obtenus pour des temps d'intégration inférieurs à 11 000 s, laissant entrevoir des améliorations possibles pour un test du WEP par interférométrie atomique.

L'aspect simultané de la mesure d'accélération permet de rejeter efficacement le bruit de vibration par effet de mode commun à travers la mesure différentielle. L'utilisation de deux espèces atomiques "proches" est ici particulièrement adaptée, les facteurs d'échelle de mesure pour le ^{87}Rb et le ^{85}Rb étant très proches. Un facteur de réjection de ce bruit de 50 000 a été démontré en excitant le capteur dans sa bande passante. Ce facteur de réjection est très proche de la limite ultime atteignable avec notre expérience (facteur 100 000, dictée par la différence entre les facteurs d'échelle) et est, à ce jour, le facteur le plus élevé reporté pour un interféromètre atomique double espèce. Ces niveaux de réjection sont extrêmement encourageant et démontrent en particulier la robustesse et la fiabilité d'un interféromètre manipulant simultanément le ^{87}Rb et le ^{85}Rb pour des tests du WEP dans des conditions expérimentales variées.

Tout au long de la thèse et parallèlement aux travaux expérimentaux, une étude théorique pour l'analyse et l'extraction du signal d'accélération différentielle a été menée. Pour cette étude, le formalisme de la fonction de sensibilité, découlant d'un calcul de mécanique quantique dans le référentiel en chute libre de l'atome, a été utilisé. Cet outil nous a permis de mettre en évidence les réponses inertielles, *i.e* ici les réponses en accélération, vitesse et position de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder, et ce dans un cadre le plus général possible, dans le but de calculer rigoureusement la phase différentielle ϕ_d en sortie d'interféromètre. Pour finir, une méthode d'extraction de cette phase différentielle à partir du signal interférométrique elliptique, méthode dite d'*Extraction Directe de la Phase*, a été caractérisée et validée. Elle représente une alternative efficace pour le traitement des signaux et fait apparaître un bon compromis entre résolution obtenue, biais, plage d'extraction, coût de calcul, connaissances *a priori* du système ou encore rapidité de convergence.

Les travaux de thèse se sont terminés par l'étude de deux modes de fonctionnement innovants, basés sur des configurations particulières d'interféromètre atomique double espèce, permettant d'améliorer les performances des capteurs inertiels atomiques simple espèce. Le premier mode de fonctionnement repose sur l'utilisation de deux temps d'interrogation différents. Il est alors possible de lever l'indétermination sur l'index de frange de l'interféromètre disposant du temps le plus long, et donc d'augmenter sa plage de mesure, tout en gardant une sensibilité identique. Le second mode de fonctionnement repose quant à lui sur l'utilisation de deux interféromètres aux temps d'interrogation identiques travaillant en quadrature de phase. Il est ici possible d'obtenir un accéléromètre atomique à fonctionnement linéaire et de meilleure sensibilité, en s'affranchissant des points en sommet et bas de franges, limitant usuellement les capteurs simple espèce. La réalisation expérimentale de ces deux modes double espèce donne des premiers résultats encourageants. Il semble finalement possible de coupler ces deux modes de fonctionnement dans un instrument atomique basé sur la manipulation de trois espèces différentes.

Le tableau VI.1 rappelle les différents termes de l'expression de la phase différentielle ϕ_d ainsi que les valeurs de chacun dans l'état actuel de l'expérience. Ce tableau permet de visualiser l'ensemble des contributions intervenant lors de la mesure de l'accélération différentielle et donc d'identifier les effets prépondérants, et ou limitants, pour le futur de l'expérience. Il constitue finalement un pont naturel vers les perspectives des travaux de thèse.

(Les valeurs données dans ce tableau sont calculées en accord avec les conditions expérimentales actuelles de l'expérience, *i.e* $T = 47$ ms, $\tau = 4$ μ s, $a = g \simeq 9.81$ m.s⁻², $\Delta a = 2 \times 10^{-14}$ m.s⁻², $\tilde{a} = 3 \times 10^{-7}$ m.s⁻², $\Delta v = 6$ mm.s⁻¹, $v_{85} = 0.6$ mm.s⁻¹, $k = 4\pi/780$ nm, $\delta k/k = 5 \times 10^{-6}$, $|\int \delta f_a(t) dt|/|\int f_a(t) dt| = 3 \times 10^{-6}$, $\delta\Omega/\Omega = 0.1$ entre la première et la dernière impulsion et entre les deux isotopes)

VI.2 Perspectives

L'application de l'interférométrie atomique à la réalisation de capteurs inertiels à ondes de matière est un domaine de recherche très actif et encore en pleine expansion. Les possibilités ouvertes par l'interférométrie atomique double espèce, tant pour tester des aspects fondamentaux de la physique que pour effectuer des mesures de terrain pour la navigation inertielle ou encore la détection sub-surface, ont mené au développement d'un nombre croissant d'expériences ces dernières années. Pendant le déroulement de cette thèse, de nouveaux test du *Principe d'Équivalence Faible* par interférométrie atomique [64, 65, 66] sont venus compléter, améliorer et élargir les résultats précédents. Le premier interféromètre atomique double espèce simultané (⁸⁷Rb - ⁸⁵Rb), basé sur des condensats de Bose-Einstein, a aussi été réalisé [134]. Les récents résultats des projets visant à tester le *Principe d'Équivalence Faible* ont montré qu'il était possible d'obtenir des interférences à ondes de matière en micro-gravité [76] et avec des condensats de Bose-Einstein [137], ou que de très grandes sensibilités aux effets inertiels pouvaient être obtenues avec des interféromètres atomiques de très grande dimension [125], tout ceci ouvrant la voie vers de nombreuses évolutions et améliorations, tant sur le plan fondamental que technologique.

VI.2.1 Perspectives sur l'expérience à court et moyen termes

Les perspectives d'évolution pour l'expérience peuvent aujourd'hui s'orienter suivant deux axes principaux. Un premier axe relatif au test du *Principe d'Équivalence Faible* et qui passe par l'amélioration de la sensibilité et de l'exactitude des mesures d'accélération différentielle. Cet axe présente principalement des intérêts de prospection, de caractérisation ainsi que de développements technologiques vis-à-vis des projets et techniques futurs visant à tester ce principe fondamental de physique par interférométrie atomique double espèce. Ensuite, un deuxième axe relatif aux avantages d'une expérience multi-espèce (deux ou plus) pour l'amélioration de la mesure inertielle par rapport aux instruments simple espèce pour des mesures embraquées.

TABLE VI.1 – Expression du déphasage différentiel ϕ_d et importance des différents termes dans l'état actuel de l'expérience.

Terme	Déphasage	Terme dominant (terme DC, $\omega \rightarrow 0$)	Valeur (rad)
Termes Δa			
1	$k \int \Delta a f_v(t) t dt$	$k\Delta a (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	7×10^{-10}
2	$\delta k \int \Delta a f_v(t) t dt$	$\delta k\Delta a (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	3.5×10^{-15}
3	$k \int \Delta a \delta f_v(t) t dt$	$k\Delta a (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	2×10^{-15}
4	$\delta k \int \Delta a \delta f_v(t) t dt$	$\delta k\Delta a (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	1×10^{-20}
Termes a			
5	$\delta k a \int f_v(t) t dt$	$\delta k a (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	1.73
6	$(ka - 2\pi\alpha) \int \delta f_v(t) t dt$	$(ka - 2\pi\alpha) (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	1×10^{-7}
7	$\delta k a \int \delta f_v(t) t dt$	$\delta k a (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	4.8×10^{-8}
Termes \tilde{a}			
8	$\delta k \int f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$\delta k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	5.3×10^{-8}
9	$k \int \delta f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	3×10^{-8}
10	$\delta k \int \delta f_a(t) \tilde{a}(t) dt$	$\delta k \sigma_a^{rms} (T + 2\tau) \left(\frac{2}{\Omega^{85}} \tan\left(\frac{\Omega^{85}\tau}{2}\right) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan\left(\frac{\Omega^{87}\tau}{2}\right) \right)$	1.6×10^{-13}
Termes v			
11	$k \int \Delta v f_v(t) dt$	$k\Delta v \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$	1.2×10^{-2}
12	$\delta k \int v_{85} f_v(t) dt$	$\delta k v_{85} \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$	1.2×10^{-3}
13	$\int (k v_{85} + 2\pi\alpha\tau_r) \delta f_v(t) dt$	$(k v_{85} + 2\pi\alpha\tau_r) \left(\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2} \right)$	6.1×10^{-6}
14	$\delta k \int v_{85} \delta f_v(t) dt$	$\delta k v_{85} \left(\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2} \right)$	6.1×10^{-7}
Eff. Syst.			
15	$\phi_{SE}^{85} - \phi_{SE}^{87}$	$\phi_{SE}^{85} - \phi_{SE}^{87}$	$\leq 8 \times 10^{-2}$
Résol./coup	-	-	8.5×10^{-2}

Amélioration de la sensibilité des mesures :

Comme le montre le tableau VI.1, la sensibilité actuelle de l'interféromètre sur la mesure de la phase différentielle est de 8.5×10^{-2} rad/coup, soit $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$. Dans un premier temps,

il semble possible d'améliorer cette sensibilité pour atteindre la sensibilité de $4.2 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ obtenue de nuit avec le gravimètre GIRAFE simple espèce, et même mieux, la mesure étant limitée par le bruit de vibration. Pour cela, il est nécessaire de réduire le bruit de phase micro-onde de la chaîne micro-onde de la chaîne Raman du ^{85}Rb mais surtout de réduire le bruit de détection. Améliorer encore le module micro-onde de manière à réduire le bruit et à obtenir des puissances de modulation plus élevées semble envisageable à court terme. Outre la diminution du bruit de phase non-commun, cela permettrait en effet de mieux contrôler les raies lasers présentes pendant la détection et ainsi de réduire les non-linéarités de ce schéma. L'utilisation d'une source laser plus fine spectralement semble aussi une voie à suivre pour se rapprocher du bruit de projection quantique. A moyen terme, la réflexion et la mise en œuvre de nouveaux schémas de détection, s'inspirant ou non de ce qui existe déjà pour les capteurs inertiels à atomes froids [195, 165], est une direction à explorer.

Aujourd'hui, avec l'expérience double espèce, la sensibilité relative à chacune des espèces, à savoir $6.5 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ pour le ^{87}Rb et $1.08 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$ pour le ^{85}Rb (cf. figure IV.16), est proche de celle obtenue avec le gravimètre simple espèce, à savoir $6.5 \times 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ de jour, la différence étant principalement due à un bruit de détection plus élevé pour le ^{85}Rb . Il semble donc ne pas y avoir d'obstacle majeur pour obtenir, dans le futur, des performances proches de celles des gravimètres atomiques à l'état de l'art et en particulier des sensibilités de l'ordre de quelques $10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$, voir mieux si l'on bénéficie des avantages liés à la mesure différentielle, avec une expérience de laboratoire de taille raisonnable basée sur la manipulation de ces deux isotopes.

Amélioration de l'exactitude des mesures :

Pour tester le *Principe d'Équivalence Faible* ou mesurer la valeur de l'accélération de pesanteur \vec{g} , rien ne sert de battre des records de sensibilité sans une bonne exactitude de mesure. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance ainsi qu'un bon contrôle des différents termes intervenant dans la phase différentielle ϕ_d .

Le test du *Principe d'Équivalence Faible* effectué avec notre expérience est limité par l'incertitude sur la connaissance des effets systématiques (terme 15). L'impact majeur provient des déplacements en fréquences des niveaux d'énergie des atomes sous l'effet des déplacements lumineux. Cette incertitude doit actuellement être plus faible car la stabilité de la puissance laser a été accrue grâce à un asservissement de la puissance laser Raman. Pour aller plus loin, une amélioration du module micro-onde utilisé pour générer les paires Raman permettrait un meilleur contrôle des rapports de raies et donc une élimination plus efficace du déplacement lumineux à un photon pour les deux isotopes. L'incertitude sur le déphasage supplémentaire induit par les paires Raman parasites est elle aussi importante. Il est possible de contrôler cet effet et de minimiser son impact en jouant sur la position du miroir de rétro-réflexion (ce qui a été fait). Pour aller plus loin, de nouvelles architectures lasers basées sur la modulation en phase d'un petit nombre de sources lasers (comme celle à deux diodes présentée dans la partie II.5.2), permettent d'éviter la génération de ces paires Raman parasites tout en obtenant des vecteurs plus proches pour les deux isotopes, diminuant aussi l'impact du terme 5 du tableau VI.1. Les quelques améliorations déjà apportées à l'expérience nous font penser qu'un test du *Principe d'Équivalence Faible* à un niveau de 10^{-8} sur η est aujourd'hui possible avec notre système. Pour atteindre des niveaux de l'ordre de 10^{-9} , il est nécessaire de contrer les biais introduit par l'effet Coriolis et les aberrations du front d'onde Raman. Cela passe par une meilleure caractérisation et un meilleur contrôle des positions et vitesses relatives entre les deux nuages atomiques. C'est pourquoi l'étude du recouvrement est un travail important à effectuer pour la suite de l'expérience. Elle permettra de diagnostiquer si l'utilisation ou non de nouvelles techniques de piégeage, telle que l'utilisation d'un piège dipolaire [197] pour mieux contrôler le lâcher des atomes ou encore pour obtenir une source plus froide et plus dense, est nécessaire.

Ces aspects de recouvrement, en particulier pour les distributions de vitesse, impactent directement la valeur de la phase différentielle. L'étude théorique de l'expression de la phase

différentielle nous a en effet permis de démontrer que lorsque les pulsations de Rabi associées à la première et à la dernière impulsion Raman ne sont pas identiques, l'interféromètre devient sensible à la vitesse des atomes, engendrant alors des termes de phase supplémentaires (termes 11 à 14). Ces effets sont peu traités dans la littérature et il semble donc important de les étudier. Dans notre expérience, pour réduire ces effets, il sera possible par exemple de diminuer l'impact des paires Raman parasites à l'origine des inhomogénéités entre pulsations de Rabi mais aussi d'étudier plus en profondeur et de contrôler les vitesses initiales des deux nuages.

Enfin notons que les vibrations (termes 8 à 10) n'ont pas d'impact significatif sur l'exactitude et sur la sensibilité des mesures au vu du facteur de réjection actuel et du niveau de bruit dans le laboratoire. L'interféromètre travaille déjà proche de la limite ultime actuellement atteignable avec cette expérience. La nouvelle architecture laser à deux diodes semble ici un outil intéressant pour améliorer ce taux de réjection en permettant d'obtenir des facteurs d'échelle plus proches pour les deux isotopes (vecteurs d'onde plus proches et fonctions de réponse plus similaire grâce à l'élimination des paires Raman parasites). Même si cela ne semble pas nécessaire pour notre expérience, un facteur de réjection plus grand prouverait encore la grande robustesse d'un interféromètre manipulant les deux isotopes du rubidium pour des expériences embarquées (avion, fusée, station spatiale internationale ...) soumis à des niveaux de bruit plus élevés.

Vers des mesures inertielles triple espèce :

Les avantages de la mesure d'accélération par interférométrie atomique multi-espèce n'ont été pour le moment qu'effleurés. Les deux modes de fonctionnement double espèces permettant d'améliorer l'étendue de mesure et/ou la sensibilité de l'instrument ont été rapidement démontrés expérimentalement et nécessitent pour la suite une étude plus approfondie. Le couplage de ces deux modes de fonctionnement dans un instrument basé sur la manipulation de trois espèces semble très prometteur. Sa réalisation nécessite néanmoins la création de nouveaux systèmes lasers et d'une nouvelle chambre à vide permettant d'accueillir et de manipuler les trois espèces choisies. La manipulation de trois espèces différentes ouvre aussi la voie vers des capteurs atomiques sans temps mort [198] capables de mesurer continûment des effets inertiels en juxtaposant les temps de mesure associés à chacune des espèces.

VI.2.2 Perspectives générales sur le long terme

Aujourd'hui, l'évolution des capteurs inertiels à atomes froids semble suivre deux grandes voies. Une première s'attache à développer des instruments capables de fonctionner sur le terrain, tout en conservant des performances de pointe. Une seconde se consacre au développement d'instruments, parfois de très grande taille, aux performances inégalées et dédiés à des tests de physique fondamentale.

Pour les applications de terrain, plusieurs gravimètres transportables ont été ou sont en cours de développement dans différents laboratoires [44, 78, 199] ou même jeunes entreprises [200]. Ces projets de valorisation amorcent le transfert technologique vers le monde industriel, les intérêts dans des domaines tels que la prospection minière et pétrolière ou encore la navigation inertielle constituant des aspects stratégiques importants. Dans ce contexte, des appareils compacts, robustes utilisant peu de composants et faisceaux lasers [199] sont privilégiés. La capacité de produire rapidement des sources atomiques de grande qualité [201], pour augmenter la cadence de mesure, semble aussi être une piste prometteuse d'améliorations. L'apport de l'interférométrie multi-espèce reste encore à explorer pour ces applications. Les possibles améliorations de sensibilité, d'étendue de mesure et de cadence de mesure, cela sans complexifier outre mesure les instruments existants, sont autant de points qui motivent à persévérer dans cette voie.

Concernant les tests de physique fondamentale, de nombreuses pistes sont étudiées pour augmenter toujours les performances des senseurs. L'utilisation de séparatrices multi- $\hbar k$ [126, 128, 129, 130] et l'augmentation du temps d'interrogation sont mis en œuvre pour augmenter la sensibilité. La création de sources atomiques ultra-froides [133, 134, 137] et collimatées [125, 136, 137]

sont des enjeux majeurs face aux temps d'interrogation croissants ainsi que pour le contrôle des vitesses et positions des sources pour contrer les biais introduits par les rotations, aberrations ou gradients de gravité. De plus, l'utilisation d'états quantiques "comprimés", pour permettre aux interféromètres de fonctionner sous la limite quantique standard [202, 203], ou l'apparition d'interféromètres atomiques en cavité [204], la cavité procurant une augmentation de la puissance, un filtrage spatial et une mise en forme précise des faisceaux, constituent elles aussi des pistes d'évolution innovantes. Tout ceci constitue finalement un large panel de possibilités pour mesurer, par exemple, certaines constantes fondamentales, étudier les forces à courte distance ou mettre à l'épreuve les lois de la *Relativité Générale*.

Pour tester l'*Universalité de la Chute Libre*, le chemin à parcourir pour atteindre des niveaux d'exactitude sur le paramètre d'Eötvös inférieurs à 10^{-13} par interférométrie atomique nécessite encore des degrés de maturation technologique et expérimentale supérieurs. Les récentes démonstrations expérimentales à travers la monde montrent des premiers résultats très encourageants et ouvrent la voie vers de grands projets, au sol ou dans l'espace, permettant de repousser les limites actuelles des performances de ce type de capteur. Des projets comme "les très grands interféromètres", QUANTUS, ICE, Q-WEP ou STE-QUEST pourraient ainsi fournir des tests de grande précision et fondamentalement nouveaux du *Principe d'Équivalence* de par la manipulation de masses d'épreuve de nature et de composition différentes en comparaison des masses d'épreuves classiques. L'interférométrie atomique double espèce pourrait finalement fournir des tests complémentaires à ceux déjà existants dans le but d'augmenter encore les connaissances véhiculées par la physique moderne, et pourquoi pas, d'éclairer les chemins possibles de réunification entre la *Mécanique Quantique* et la *Relativité Générale*.

ANNEXE A

TERMINOLOGIE SPÉCIFIQUE AUX APPAREILS DE MESURE

Il est utile de rappeler quelques points terminologiques propres aux appareils de mesure car ils sont régulièrement utilisés dans le manuscrit. Les termes sont appliqués ici au cas d'un gravimètre hypothétique. Cette analyse est basée sur un document [205] fourni sur le site du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM).

Étendue de mesure :

L'étendue de mesure correspond à la valeur absolue de la différence entre les valeurs extrêmes fournies par l'instrument de mesure. Par exemple, le gravimètre hypothétique considéré est capable de fournir des valeurs d'accélération comprises entre 9.80 et 9.82 m.s⁻². Il possède donc une étendue de mesure de 0.02 m.s⁻².

Cadence de mesure :

La cadence de mesure correspond à la fréquence à laquelle l'instrument effectue une mesure et est donc capable de délivrer une valeur de la grandeur que l'on veut mesurer. Notre gravimètre peut par exemple fonctionner à 2 Hz et donc délivrer deux mesures de gravité par seconde.

Exactitude de mesure :

L'exactitude de mesure correspond à l'étroitesse de l'accord entre une valeur mesurée et la valeur vraie de la grandeur à mesurer. Par exemple, l'exactitude de mesure du gravimètre peut être de $5 \times 10^{-9}g$, ce qui signifie que la valeur indiquée par ce dernier coïncidera avec la valeur véritable de gravité à $5 \times 10^{-9}g$ près.

Incertitude de mesure :

L'incertitude de mesure est un paramètre non négatif qui caractérise la dispersion des valeurs attribuées à la grandeur que l'on veut mesurer, à partir des informations utilisées. L'incertitude est, dans une approche statistique, souvent exprimée à l'aide d'un multiple de l'écart type. Dans le cas où notre gravimètre ne dérive pas, elle sera statistiquement similaire à la résolution.

Erreur systématique :

L'erreur systématique est la composante de l'erreur de mesure qui, dans des mesurages répétés, demeure constante ou varie de façon prévisible.

Dans un cas pratique, cette erreur provient d'effets, appelés effets systématiques, qui induisent systématiquement une erreur de mesure prévisible. Par exemple, dans le cas de notre gravimètre, les déplacements lumineux induisent systématiquement un déphasage supplémentaire en sortie d'interféromètre. Si les paramètres expérimentaux restent fixes, ici la puissance et la fréquence laser, ce déphasage reste constant lors de la répétition des mesures. Si ces paramètres varient, les variations du déphasage supplémentaire restent prévisibles.

Biais de mesure :

Le biais de mesure correspond à l'erreur de justesse ou à l'estimation d'une erreur systématique. La justesse de mesure étant définie comme l'étroitesse de l'accord entre la moyenne d'un

nombre infini de valeurs mesurées répétées et une valeur de référence (de la grandeur que l'on veut mesurer).

Résolution :

La résolution correspond à la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de la valeur fournie par l'instrument de mesure. Notre gravimètre peut par exemple ne mesurer que des variations de gravité supérieures à $10^{-9}g$ (avec $g \simeq 9.81 \text{ m.s}^{-2}$).

Sensibilité :

La sensibilité correspond au quotient, de la variation de la valeur fournie par l'instrument, par la variation correspondante de la valeur de la grandeur mesurée. Il est possible de voir la sensibilité comme la variation du signal de sortie de l'instrument en fonction de la variation du signal d'entrée. Plus un instrument est sensible, plus une variation petite de la grandeur mesurée entraînera une forte variation du signal en sortie.

Il est intéressant de relier sensibilité et résolution : plus un instrument est sensible, plus la résolution sur la grandeur mesurée sera atteinte rapidement. Considérons que le gravimètre ait une sensibilité de $10^{-8}g$ par coup. Ceci nous dit que, sous l'hypothèse où la sensibilité est limitée par un bruit blanc (sensibilité $\propto 1/\sqrt{\text{nombre de coup}}$), la résolution de $10^{-9}g$ sera atteinte après 100 coups, soit 50 secondes au vue de la cadence de mesure.

ANNEXE B

GRANDEURS PHYSIQUES DES ATOMES DE ^{87}Rb ET ^{85}Rb

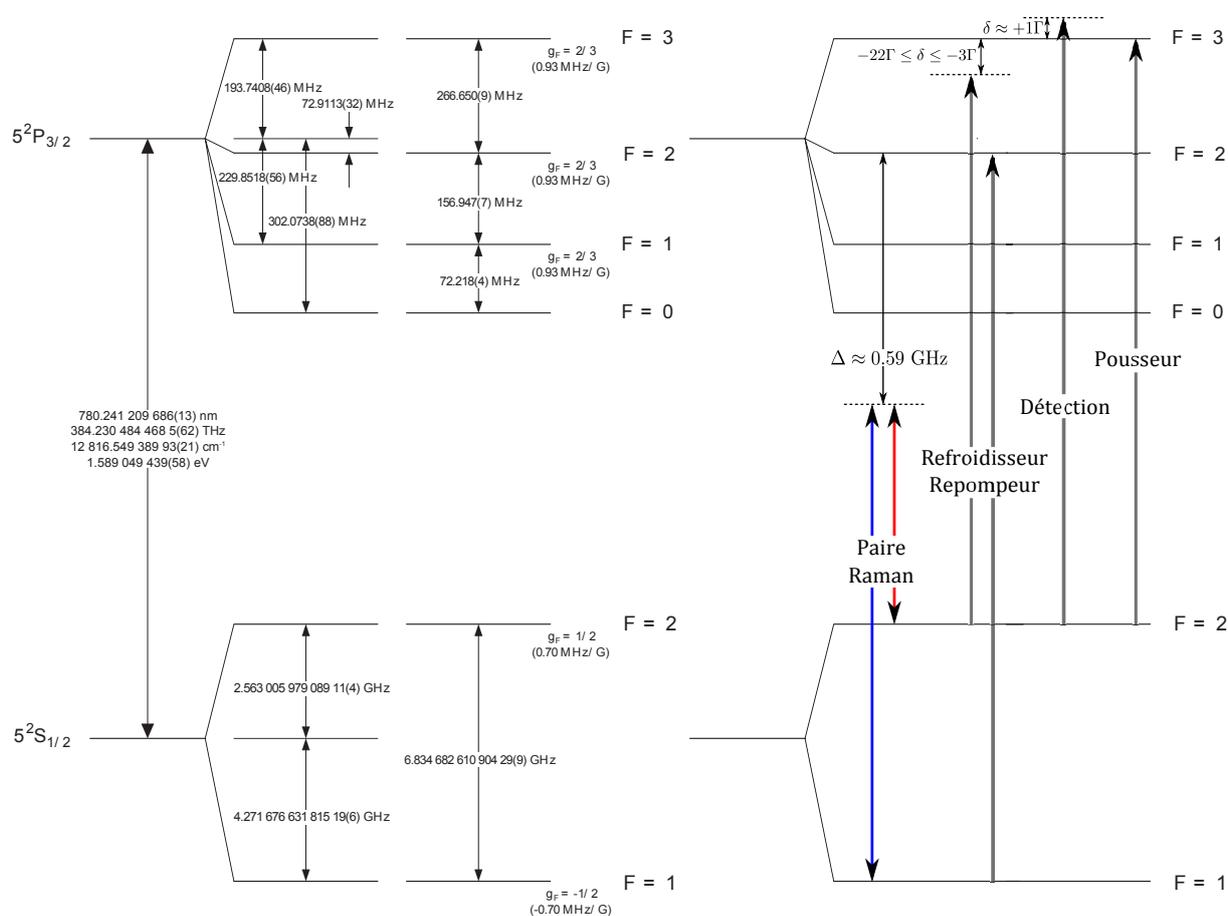


FIGURE B.1 – Structure hyperfine de la transition D_2 du ^{87}Rb [185] et principales raies lasers utilisées pour manipuler cet atome.

TABLE B.1 – Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{87}Rb [185].

Paramètre	Valeur
Atome de ^{87}Rb :	
Numéro atomique (Z)	37
Nucléons total ($Z+N$)	87
Abondance naturelle relative	27.83(2) %
Masse atomique (m)	86.909 180 520(15)u $1.443\ 160\ 648(72) \times 10^{-25}$ kg
Propriétés de la raie D_2 :	
Fréquence (ω_0)	$2\pi \cdot 384.230\ 484\ 468\ 5(62)$ THz
Longueur d'onde dans le vide (λ)	780.241 209 686(13) nm
Temps de vie	26.234 8(77) ns
Largeur naturelle à mi-hauteur (Γ)	$2\pi \cdot 6.066\ 6(18)$ MHz
Écart hyperfin $ 5^2S_{1/2}\rangle$ (ω_G)	6.834 682 610 904 29(9) GHz
Vitesse de recul (v_r)	5.8845 mm.s $^{-1}$
Désaccord Doppler ($v_{\text{atome}} = v_r$)	$2\pi \cdot 7.541\ 9$ KHz
Température Doppler	145.57 μK
Intensités de saturation :	
Transition cyclante $ F = 2, m_F = \pm 2\rangle \rightarrow F' = 3, m_F = \pm 3\rangle$	
Polarisation σ^\pm ($I_{\text{sat}(m_F=\pm 2 \rightarrow m_F=\pm 3)}$)	1.669 33(35) mW.cm $^{-2}$
Transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$	
Polarisation isotrope ($I_{\text{sat}(\text{iso,eff})}$)	3.577 13(74) mW.cm $^{-2}$
Effet Zeeman :	
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$	0.70 MHz.G $^{-1}$
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$	-0.70 MHz.G $^{-1}$
Quadratique	575.15 Hz.G $^{-2}$

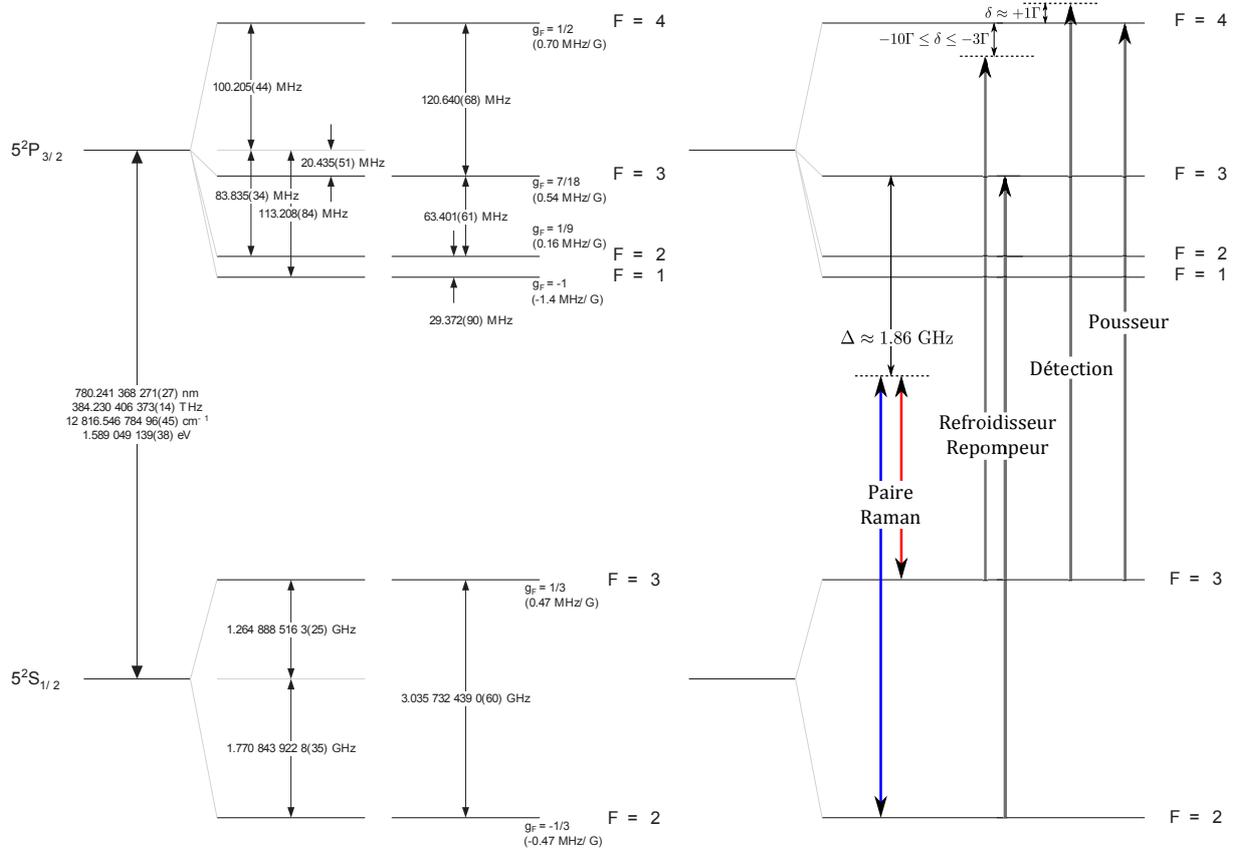


FIGURE B.2 – Structure hyperfine de la transition D₂ du ⁸⁵Rb [186] et principales raies lasers utilisées pour manipuler cet atome.

TABLE B.2 – Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{85}Rb [186].

Paramètre	Valeur
Atome de ^{85}Rb :	
Numéro atomique (Z)	37
Nucléons total (Z+N)	85
Abondance naturelle relative	72.17(2) %
Masse atomique (m)	84.911 789 732(14) u $1.409993199(70) \times 10^{-25}$ kg
Propriétés de la raie D_2 :	
Fréquence (ω_0)	$2\pi \cdot 384.230\ 406\ 373(14)$ THz
Longueur d'onde dans le vide (λ)	780.241 368 271(27) nm
Temps de vie	26.234 8(77) ns
Largeur naturelle à mi-hauteur (Γ)	$2\pi \cdot 6.066\ 6(18)$ MHz
Écart hyperfin $ 5^2S_{1/2}\rangle$ (ω_G)	3.035 732 439 0(60) GHz
Vitesse de recul (v_r)	6.023 0 mm.s $^{-1}$
Désaccord Doppler ($v_{\text{atome}} = v_r$)	$2\pi \cdot 7.719\ 4$ KHz
Température Doppler	145.57 μK
Intensités de saturation :	
Transition cyclante $ F = 3, m_F = \pm 3\rangle \rightarrow F' = 4, m_F = \pm 4\rangle$	
Polarisation σ^\pm ($I_{\text{sat}(m_F=\pm 3 \rightarrow m_F=\pm 4)}$)	1.669 32(35)(74) mW.cm $^{-2}$
Transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$	
Polarisation Isotrope ($I_{\text{sat}(\text{iso,eff})}$)	3.895 09(81) mW.cm $^{-2}$
Effet Zeeman :	
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$	0.47 MHz.G $^{-1}$
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$	-0.47 MHz.G $^{-1}$
Quadratique	1293.98 Hz.G $^{-2}$

ANNEXE C

MODULATION EN PHASE D'UN LASER

Dans cette annexe certains aspects de la modulation en phase d'un laser par plusieurs fréquences sont présentés.

Considérons un laser à 1560 nm de fréquence $f_l/2$ modulé en phase à différentes fréquences nommées f_n . Le champ laser peut alors se mettre sous la forme :

$$\vec{E}_{1560}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \exp\left(i\frac{2\pi f_l}{2}t + i\sum_n \frac{m_n}{2} \cos(2\pi f_n t)\right) + c.c \quad (C.1)$$

où $m_n/2$ sont les profondeurs de modulation associées à chaque fréquence. Dans notre cas cette profondeur s'exprime comme $m_n/2 = P_{mw,n}/V_\pi$ avec $P_{mw,n}$ la puissance micro-onde à la fréquence f_n et V_π la puissance nécessaire pour obtenir un déphasage de π (qui est un paramètre du modulateur de phase utilisé).

Ce champ laser est ensuite doublé en fréquence, le champ résultant à 780 nm peut s'écrire comme :

$$\vec{E}_{780}(\vec{r}, t) \propto \exp\left(2i\pi f_l t + i\sum_n m_n \cos(2\pi f_n t)\right) + c.c + 2 \quad (C.2)$$

On peut remarquer que le doublage en fréquence double la fréquence de la porteuse et double les profondeurs de modulation, mais sans doubler les fréquences de modulation. C'est pour cela que les fréquences correspondants aux décalages requis sont directement injectés au modulateur de phase à 1560 nm et non leurs moitiés. La partie statique du champ dénote l'apparition d'une différence de potentiel aux bornes du cristal et ne sera pas pris en compte dans la suite du développement. Ce champ laser peut se réécrire ensuite sous la forme :

$$\vec{E}_{780}(\vec{r}, t) \propto \exp(i2\pi f_l t) \prod_n \exp(im_n \cos(2\pi f_n t)) + c.c \quad (C.3)$$

Cette expression peut se décomposer sur la base des $e^{2ip\pi f_n t}$ grâce aux fonctions de Bessel J_p comme :

$$\vec{E}_{780}(\vec{r}, t) \propto e^{i2\pi f_l t} \prod_n \left(\sum_p i^p J_p(m_n) e^{2ip\pi f_n t}\right) + c.c \quad (C.4)$$

avec

$$J_p(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(p+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+p} \quad (C.5)$$

Cette équation nous dit que la porteuse est modulée par le produit des spectres de modulation de phase associés à chaque fréquence f_n suivant les profondeurs de modulation m_n .

Ce fait est illustré dans la figure C.1. Cette figure donne l'allure de spectres en intensité modulés en phases. La porteuse de fréquence 100 est progressivement modulée par une, deux puis trois fréquences valant 25, 5 puis 1 avec des profondeurs de modulation de 0.5. Les fréquences sont choisis très éloignées pour une meilleur visibilité des spectres. Considérons tout d'abord le

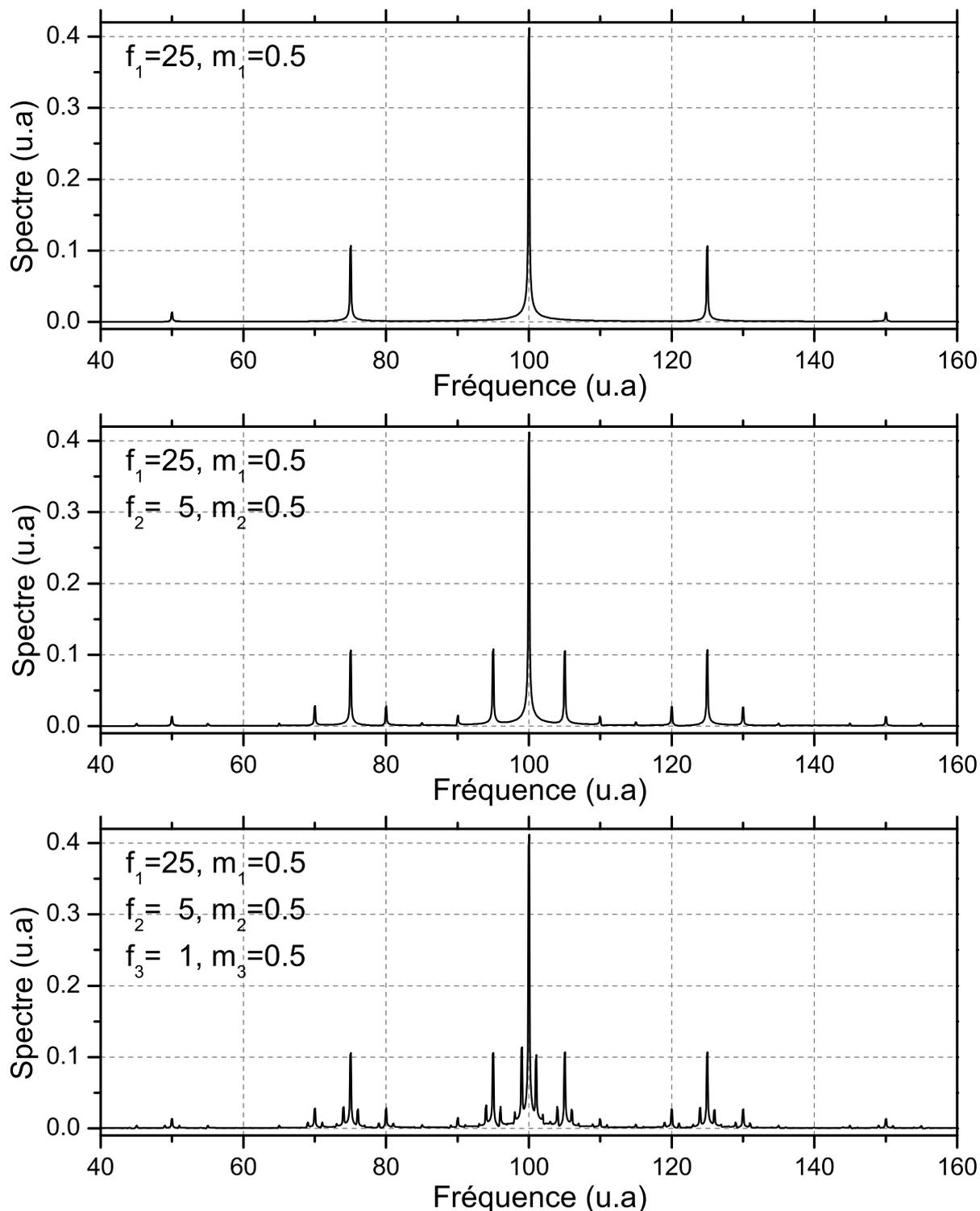


FIGURE C.1 – Spectres de modulation en phase pour l'intensité laser. La fréquence de la porteuse est de 100. De haut en bas, la porteuse est modulée par une, deux puis trois fréquences valant 25, 5 puis 1 avec des profondeurs de modulation de 0.5.

spectre de modulation induit par la fréquence la plus haute, *i.e* 25, avec une profondeur de modulation $m_1 = 0.5$. On observe alors les différents ordres de modulation, ici de -2 à +2, dont les amplitudes sont données par les fonctions de Bessel $J_p(m_1)$. Ajoutons ensuite la modulation de fréquence 5 avec la même profondeur de modulation $m_2 = m_1 = 0.5$. On observe alors que

chaque pic provenant du spectre de modulation à la fréquence 25 seule est décomposé en un spectre de modulation à la fréquence 5. La même démarche conduit à la compréhension du spectre modulé par les trois fréquences. Chacun des pics issues du spectre de modulation aux fréquences 25 et 5 sont décomposés en des spectres de modulation à la fréquence 1.

La figure C.2 présente un cas où la porteuse de fréquence 100 est modulée en phase grâce à deux fréquences 25 et 1, avec des profondeurs de modulation respectives de 0.5 et 2.4. Cette dernière profondeur de modulation engendre une extinction de la porteuse mais aussi des raies centrales de modulation à la fréquence 25 (les pics de fréquences $100 \pm n \times 25$ sont éteints).

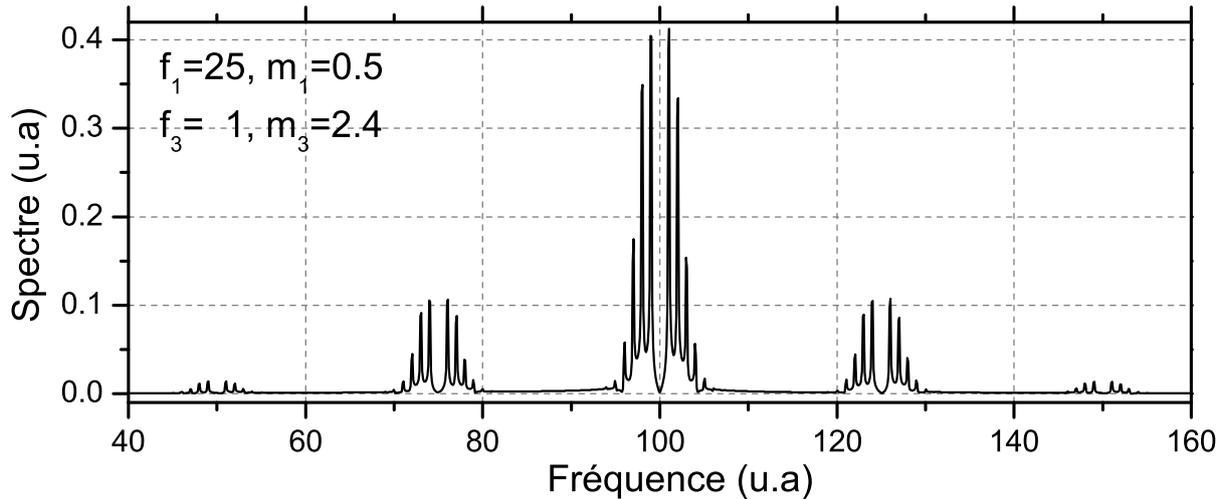


FIGURE C.2 – Spectre de modulation en phase et extinction de la porteuse. La fréquence de la porteuse est de 100. La porteuse est modulée à une fréquence de 25 pour une profondeur de modulation de 0.5 ainsi qu'à une fréquence de 1 pour une profondeur de 2.4 qui correspond à une extinction de la porteuse.

Ces aspects sur la modulation en phase ont des conséquences pratiques sur les puissances de modulation à injecter au modulateur. Par exemple à la fin de la phase de mélasse optique les atomes sont pompés dans l'état de plus haute énergie en augmentant la puissance de la raie repompeur. Dans le cas simple espèce, la porteuse est éteinte par la fréquence micro-onde correspondant au repompeur. Dans la cas double espèce cela n'est plus possible. En effet une extinction de la porteuse entraîne automatique les extinctions des fréquences centrales associées aux autres fréquences de modulation. En particulier si l'on éteint la porteuse avec le repompeur 87, la fréquence repompeur 85 sera éteinte ce qui n'est pas souhaitable.

ANNEXE D

CALCUL DU CONTRASTE EN SORTIE D'INTERFÉROMÈTRE

Dans cette annexe, une méthode de calcul du contraste, de l'amplitude et de l'offset des franges d'interférences en sortie de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder est présentée. La démarche est analogue à celle canoniquement utilisée en optique. Elle est basée sur la connaissance des coefficients de réflexion et de transmission des optiques utilisées.

En appliquant le résultat obtenu dans l'équation (I.19), la probabilité que le paquet d'onde atomique soit transmis ou réfléchi par une impulsion Raman de durée τ est donnée par :

$$\begin{cases} T(\tau) &= 1 - \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) \\ R(\tau) &= \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

où $T(\tau)$ et $R(\tau)$ représentent donc les coefficients de transmission et de réflexion de l'optique atomique. Suivant les valeurs des pulsations de Rabi associées aux trois impulsions Raman qui composent l'interféromètre, les séparatrices atomiques ne sont pas parfaitement 50/50 et les miroirs atomiques ne réfléchissent pas entièrement le paquet d'onde.

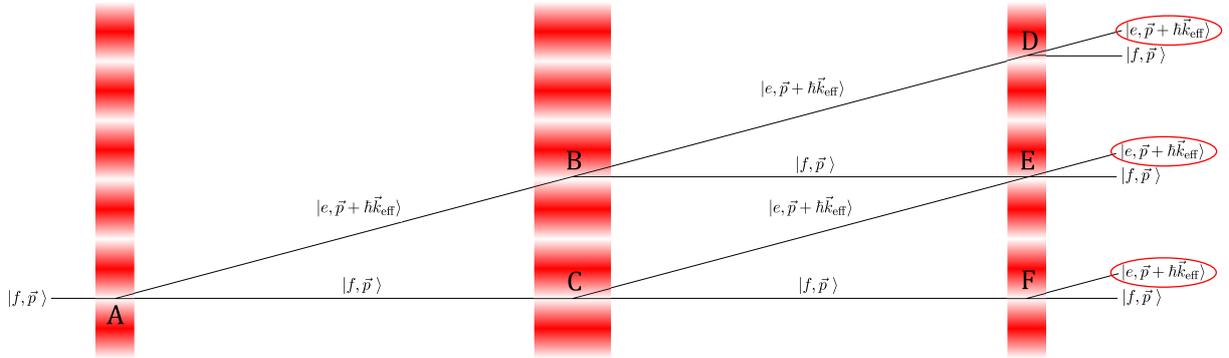


FIGURE D.1 – Trajets des différentes composantes de la fonction d'onde atomique dans l'interféromètre.

Dans ces conditions, la figure D.1 montre les différents chemins suivis par les différentes composantes de la fonction d'onde atomique. Il en existe quatre :

$$\begin{cases} \text{Chemin 1} &= ABD \\ \text{Chemin 2} &= ABE \\ \text{Chemin 3} &= ACE \\ \text{Chemin 4} &= ACF \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

Les chemins 2 et 3 donnent lieu aux interférences. Partant de l'état $|f\rangle$, les probabilités $P^{(n)}$ que l'atome se trouve dans l'état $|e\rangle$ en étant passé par le chemin n sont alors données par :

$$\left\{ \begin{array}{lll} P^{(1)} & = & |\sqrt{R_1 T_2 T_3}|^2 = \alpha^2 \quad (\text{Chemin 1}) \\ P^{(2+3)} & = & |\sqrt{R_1 R_2 R_3} + \sqrt{T_1 R_2 T_3} e^{i\Delta\Phi}|^2 = |\beta + \gamma e^{i\Delta\Phi}|^2 \quad (\text{Chemin 2 + 3}) \\ P^{(4)} & = & |\sqrt{T_1 T_2 R_3}|^2 = \delta^2 \quad (\text{Chemin 4}) \end{array} \right. \quad (\text{D.3})$$

où $T_{1,2,3}$ et $R_{1,2,3}$ sont les coefficients de transmission et de réflexion pour les trois impulsions.

Les chemins (1) et (4) ne donnent pas lieu à des interférences. En effet ils sont séparés des autres chemins par une quantité $\frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T \sim 0.5$ mm, très supérieure à la longueur de cohérence associée à un atome. Partant de l'inégalité d'Heisenberg $\sigma_r \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2}$, cette longueur de cohérence peut être définie comme :

$$l_c \sim \frac{\hbar}{2m\sigma_v} \quad (\text{D.4})$$

où σ_v est la largeur en vitesse de la fonction d'onde atomique. En faisant l'approximation que cette largeur en vitesse est égale à la largeur de la distribution en vitesse du nuage atomique (typiquement de l'ordre de 1 cm.s^{-1} dans notre expérience), cette longueur de cohérence vaut $l_c \sim 0.1 \mu\text{m}$ pour des atomes froids de rubidium.

Dans ces conditions, la probabilité totale P_e de se trouver dans l'état $|e\rangle$ en sortie d'interféromètre est alors donnée par la somme des probabilités données dans l'équation (D.3) :

$$P_e = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 - 2\beta\gamma \cos(\Delta\Phi) \quad (\text{D.5})$$

Comme cela a été fait dans l'équation (I.30), il est d'usage de mettre cette probabilité sous la forme :

$$P_e = P_0 - \frac{A}{2} \cos(\Delta\Phi) = P_0 (1 - C \cos(\Delta\Phi)) \quad (\text{D.6})$$

où P_0 et A sont l'offset et l'amplitude des franges et $C = \frac{A}{2P_0}$ est le contraste en sortie d'interféromètre. Lorsque l'offset des franges vaut $\frac{1}{2}$, l'amplitude et le contraste des franges ont la même valeur. L'expression de ces paramètres est alors donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{lll} P_0 & = & \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = R_2(R_1 R_3 + T_1 T_3) + T_2(R_1 T_3 + T_1 R_3) \\ A & = & 2\beta\gamma = 2R_2 \sqrt{R_1 T_1 R_3 T_3} \end{array} \right. \quad (\text{D.7})$$

Si l'on considère que la condition de résonance est vérifiée (*i.e.* $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_R$), les expressions de l'offset et de l'amplitude des franges d'interférences sont données dans l'équation (I.39).

ANNEXE E

VARIANCE D'ALLAN

Cette annexe présente une introduction rapide de la variance d'Allan [194].

La variance d'Allan est une grandeur mathématique statistique calculée à partir d'un ensemble de points de mesures (y_i). Cette variance permet de caractériser les performances d'un instrument de mesure en termes de sensibilité, résolution ou dérive. Elle constitue donc un outil de diagnostic efficace pour caractériser les performances de l'accéléromètre atomique différentiel.

Considérons que l'ensemble des mesures (y_i) soient regroupées par paquets de m points, l'acquisition de ces m points correspondant à un temps d'intégration τ_m . Les valeurs moyennes successives de ces paquets, notées $\bar{y}_k(\tau_m)$, sont données par :

$$\bar{y}_k(\tau_m) = \frac{1}{m} \sum_{i=m(k-1)+1}^{mk} y_i \quad (\text{E.1})$$

La variance d'Allan $\sigma_y^2(\tau_m)$ est alors définie comme :

$$\sigma_y^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{k+1}(\tau_m) - \bar{y}_k(\tau_m))^2 \right) \quad (\text{E.2})$$

soit

$$\sigma_y^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \left\langle (\bar{y}_{k+1}(\tau_m) - \bar{y}_k(\tau_m))^2 \right\rangle_k \quad (\text{E.3})$$

Allan a démontré que cette variance converge pour un nombre quelconque de mesures, pour tout moyennage m et pour tout type de bruit, contrairement à la variance "classique" qui diverge par exemple avec un nombre de mesures croissant en présence d'une dérive du signal.

Dans le cas où le nombre d'échantillons (y_i) est fini, le nombre N_m de paquets diminue lorsque l'on augmente la taille m des paquets. Plus m est grand, plus la détermination de la variance d'Allan sera alors incertaine car la moyenne se fait sur un nombre plus restreint de paquets (l'erreur est ici donnée par $\frac{1}{2\sqrt{N_m}}$).

A partir de l'équation E.3 il est possible d'interpréter la variance d'Allan de la manière suivante : pour un temps d'intégration τ_m donné, p points de mesures sont acquis. La variance d'Allan donne alors la moyenne, des écarts types entre les moyennes de deux paquets successifs de p points de mesure. En d'autres termes, elle compare les variations successives des moyennes sur p points de mesure. La notion de "successive" est ici primordiale. C'est en effet elle qui permet de sentir le fort lien entre la variance d'Allan et les notions de bruit et de dérive, ces deux notions ayant un impact direct sur les différences entre les valeurs moyennes successives des paquets de mesure.

L'utilisation de cette variance est alors un outil puissant pour l'interprétation des bruits et dérives qui limitent la sensibilité de la mesure. Il est en effet possible de relier la puissance α de la densité spectrale d'un bruit limitant ($S(f) \propto f^\alpha$) à la pente de la variance d'Allan. Ceci est illustré dans le tableau E.0.

TABLE E.0 – Relation entre puissance du bruit et pente de la variance d'Allan.

Puissance α ($S(f) \propto f^\alpha$) (Nature du bruit)	Pente de la variance d'Allan
-2 (marche aléatoire de fréquence)	+1/2
-1 (scintillation de fréquence)	0
0 (blanc de fréquence)	-1/2
1 (scintillation de phase)	-1
2 (blanc de phase)	-1

Lorsque plusieurs sources de bruit de densités spectrales différentes sont présentes, le tracé en échelles logarithmiques de la variance d'Allan sera linéaire par morceau, chacune des pentes renseignant sur le type de bruit limitant la mesure pour un temps d'intégration donné.

En prenant l'exemple de notre expérience, pour des temps courts, la pente de la variance d'Allan est de -1/2. Ceci nous informe alors sur le fait que, pour ces temps courts, la mesure est limitée par des bruits blancs de fréquence. C'est en effet le cas, car les bruits de phase micro-onde et de détection sont bien blancs dans la bande passante de l'interféromètre.

Pour finir, l'écart type d'Allan peut être interprété comme étant l'incertitude statistique sur la mesure pour un temps d'intégration donnée. Il est alors par exemple possible d'évaluer les amplitudes des bruits blancs qui la limitent. Enfin, le minimum de cet écart type d'Allan permet de déterminer le temps d'intégration optimal pour lequel la résolution ultime de l'instrument sera atteinte.

ANNEXE F

DOUBLAGE EN FRÉQUENCE AVEC UN CRISTAL PPLN EN GUIDE D'ONDE

Comme nous l'avons déjà évoqué, l'amélioration de la technologie relative aux cristaux PPLN en guide d'onde, notamment en terme de tenue au flux, permet d'envisager de nouvelles architectures lasers couplant ces cristaux et l'utilisation de composants provenant de la technologie des télécommunications.

Le PPLN est un cristal de Niobate de Lithium Périodiquement Retourné. Ces cristaux non-linéaires consistent en une inversion périodique du signe du coefficient de non-linéarité $\chi^{(2)}$, ce qui permet de compenser périodiquement le désaccord de phase entre les ondes au cours de leurs propagation [206]. Cette technique basée sur un quasi-accord de phase permet de déplacer la plage d'accordabilité en jouant sur le pas d'inversion. La condition d'accord de phase est alors moins restrictive (que l'accord de phase par biréfringence) et il est possible d'utiliser le coefficient non-linéaire le plus élevé du matériau et ainsi d'augmenter grandement l'efficacité de doublage.

Il y a un peu moins de dix ans, les cristaux de PPLN guide d'onde présentaient un vieillissement prématuré à cause de l'effet photoréfractif [207] ainsi qu'une faible tenue au flux à cause de défaillance dans la collage entre les fibres et le cristal [45]. Dans un papier récent [208], la compatibilité de PPLN guides d'onde de marque NTT Electronics avec un environnement spatial a été testée. Cette évaluation préliminaire semble attester d'une robustesse suffisante de ces composants face à cet environnement. Les résultats montrent qu'une puissance à 780 nm de 1 W est obtenue pour une puissance en entrée à 1560 nm de 1.8 W, correspondant à une efficacité de doublage¹ de 55 %/W. Une efficacité allant jusqu'à 250 %/W peut être atteinte à faible puissance pour des valeurs de l'ordre de 20 mW. Aucune dégradation n'a de plus été observée pendant 2000 heures pour des puissances en entrée allant jusqu'à 2 W.

Dans cette annexe, quelques résultats liés au doublage simultané de plusieurs composantes spectrales seront présentés. En effet les architecture lasers développées sont basées sur la génération des paires Raman par modulation de phase. Il est donc important de connaître le comportement des ces cristaux face à cette situation.

Tout d'abord nous nous sommes intéressés à la courbe d'accord de phase en fréquence de ces composants. Cette plage de fréquence doit rester grande devant la différence de fréquence entre les deux raies Raman, soit typiquement 6.834 GHz dans notre cas pour le ^{87}Rb . La figure F.1 donne l'évolution de la courbe d'accord de phase en fonction de la puissance de pompe à 1560 nm, pour une température du cristal de $T = 49.6$ °C. Pour cette expérience, une diode laser est balayée en fréquence en modulant son courant d'alimentation. La puissance en entrée du cristal est changée grâce à un amplificateur fibré de type EDFA. Les puissances en sortie sont mesurées grâce à une photo-diode avant d'être normalisées. Cette courbe nous apporte deux informations importantes. La première est que le maximum de conversion se déplace d'environ 10 GHz pour des puissances de pompe comprises entre 200 et 900 mW. La seconde est que ce déplacement s'accompagne d'un rétrécissement de la plage d'accord de phase lorsque la puissance augmente, la largeur totale à mi-hauteur passant de 43 GHz pour 200 mW, à 32 GHz pour 900 mW. Ces

1. l'efficacité de doublage est définie par $\eta(\%/W) = \frac{P_{\text{out}}(W)}{P_{\text{in}}^2(W)} \times 100$

variations de la plage d'accord de phase sont vraisemblablement dues à des effets thermiques à l'intérieur du cristal doubleur. Des fluctuations importantes de puissance en entrée de cristal peuvent alors engendrer des fluctuations sur les amplitudes relatives des raies de modulation laser et donc sur les pulsations de Rabi effectives des transitions Raman. Un contrôle précis de la température du cristal et des puissances lasers en entrée du cristal est donc primordial. *A contrario*, ces effets, s'ils sont bien contrôlés, peuvent devenir des paramètres expérimentaux d'ajustement intéressants. Il est par exemple possible d'imaginer régler la température du cristal et la puissance laser de sorte à favoriser une raie de modulation par rapport à une autre. Il devient alors possible de réduire l'impact d'une paire Raman parasite par rapport à la paire principale.

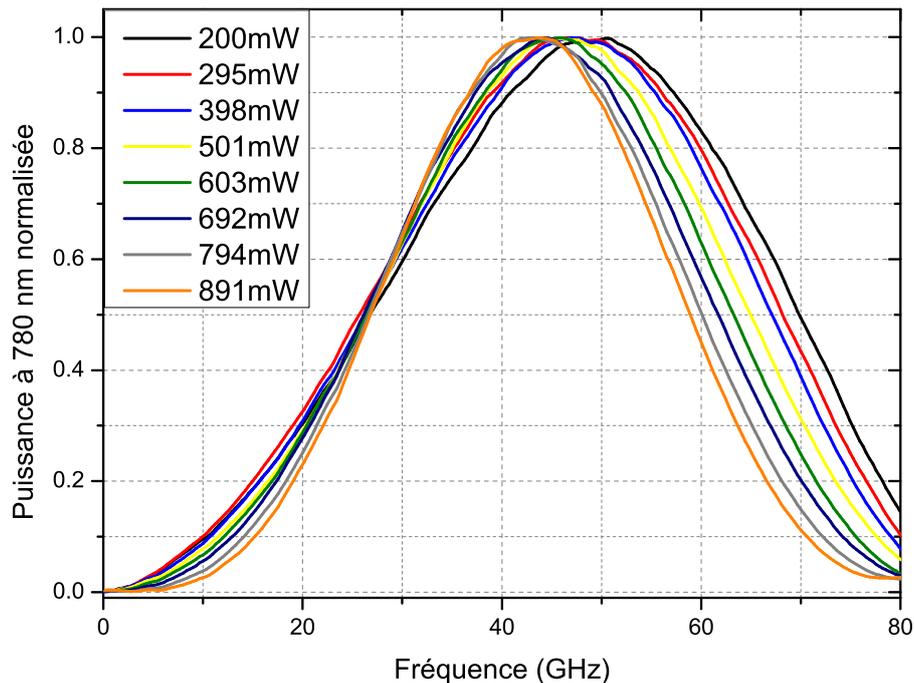


FIGURE F.1 – Courbes d'accord de phase en fréquence d'un cristal de PPLN en guide d'onde pour différentes puissances de pompe à 1560 nm, pour une température du cristal de $T = 49.6$ °C.

Il nous a ensuite paru intéressant d'étudier le comportement du doublage simultané de plusieurs raies lasers de modulation en mode pulsé. Pour cela une paire Raman issue de la modulation d'une fréquence laser est envoyée à un modulateur acousto-optique. Cet AOM permet de générer des impulsions carrées de durée $10 \mu\text{s}$. Ces impulsions sont ensuite doublées en fréquence dans le cristal. La température d'accord de phase est réglée de sorte à maximiser le signal de sortie. Les deux composantes spectrales sont filtrées grâce à un Fabry-Pérot. La sortie du filtre est envoyée sur une résistance de charge de 500Ω puis amplifiée par un amplificateur possédant une bande passante de 1 MHz. L'évolution de la puissance de chaque composante spectrale peut alors être acquise. Ce montage et les résultats associés sont donnés sur la figure F.2. En sortie du cristal, des profils temporels carrés sont obtenus pour les deux composantes spectrales. Les temps de montée sont ici limités par le système d'acquisition (par l'amplificateur de tension). Il est alors possible d'obtenir des impulsions carrées de quelques microsecondes pour la réalisation de l'interféromètre atomique. De plus aucun phénomène de conversion ou de déplétion de pompe entre les différentes composantes spectrales n'est observé.

Cette étude rapide du doublage en fréquence avec des cristaux de PPLN en guide d'onde est donc encourageante pour leur utilisation à venir sur le gravimètre GIRAFE ou l'accéléromètre double espèce.

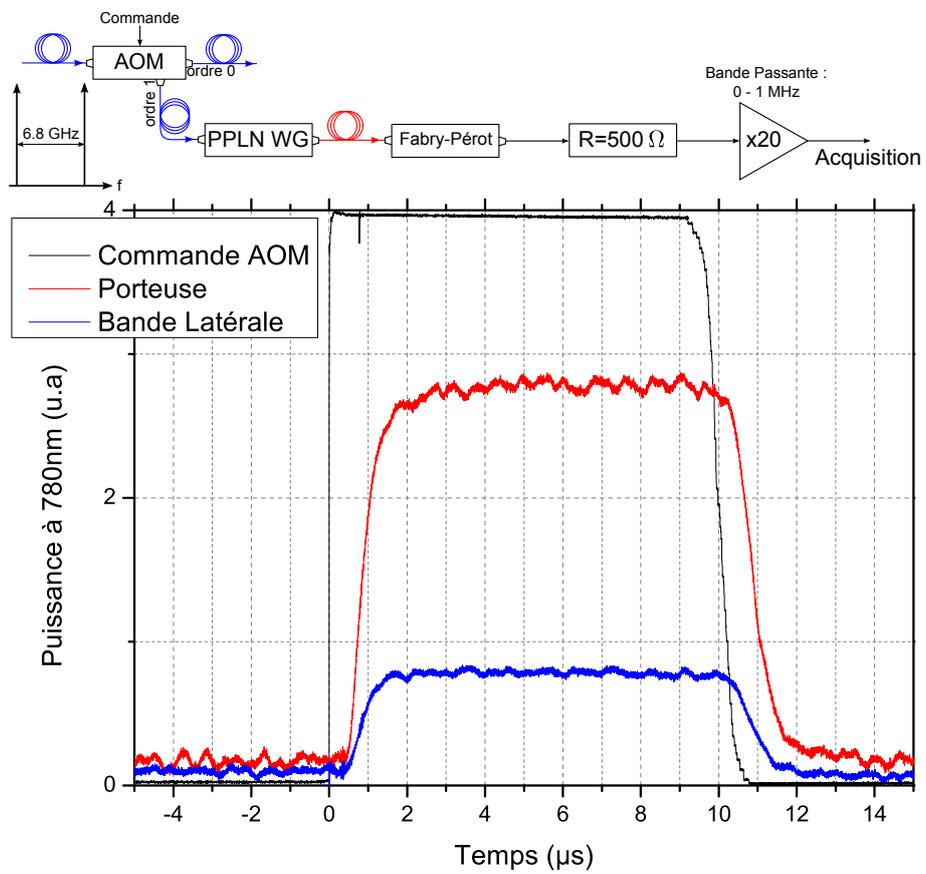


FIGURE F.2 – Doublage d'une paire Raman en mode pulsé, montage expérimental et résultats.

ANNEXE G

COMMUNICATIONS SCIENTIFIQUES

Publications dans des revues scientifiques :

A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel & A. Besson

“Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer”

Physical Review A, vol. 88, p. 043615, 2013

A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel & A. Besson

“Characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer for a quantum test of the weak equivalence principle”

Physical Review A, vol. 92, p. 023626, 2015

A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel & A. Besson

“Improvements in acceleration measurement performance with a multi-atomic-species-sensor”

En cours de rédaction

Brevets :

N. Zahzam, Y. Bidel, A. Besson, A. Bonnin,

“Mesure par interférométrie atomique avec plusieurs espèces d’atomes - Interféromètre non-ambigu”

Demande de brevet d’invention FRANCE n° 15 51267

N. Zahzam, Y. Bidel, A. Besson, A. Bonnin,

“Mesure par interférométrie atomique avec plusieurs espèces d’atomes - Interféromètre à fonctionnement linéaire”

Demande de brevet d’invention FRANCE n° 15 51271

Conférences internationales :

DAMOP 2015 (Meeting of the APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics)

Columbus, Ohio, États-Unis - Juin 2015

“*Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry*”

Présentation Orale & Poster

FOMO 2014 (Frontiers Of Matter wave Optics), Summer School & Conference

Enagron & Chania, Crête - Octobre 2014

“*Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry*”

Poster

Enrico Fermi Summer School
Varenna, Italie - Juillet 2013
“Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry”
Poster

Workshop Atomes Froids et Ingénierie Quantique
Paris, France - Mai 2013
“Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry”
Poster

YAO 2013 (Young Atom Opticians)
Birmingham, Royaume-Uni - Mars 2013
“Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry”
Présentation Orale & Poster

Conférences nationales :

JDoc'AF 2014
Paris, France - Juin 2014
“Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry”
Présentation Orale

JDoc'AF 2012
Palaiseau, France - Décembre 2012
“Simultaneous Dual-Species Atom Interferometry”
Présentation Orale

Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer

A. Bonnin,* N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson
ONERA, DMPH, Boîte Postale 80100, 91123, Palaiseau, France
 (Received 10 July 2013; published 11 October 2013)

We report the realization of a matter-wave interferometer based on Raman transitions which simultaneously interrogates two different atomic species (^{87}Rb and ^{85}Rb). The simultaneous aspect of our experiment presents encouraging preliminary results for future dual-species atom interferometry projects and seems very promising by taking advantage of a differential acceleration measurement. Indeed, the resolution of our differential accelerometer remains lower than 3.9×10^{-8} g even with vibration levels up to 1×10^{-3} g thanks to common-mode vibration noise rejection. An atom-based test of the weak equivalence principle has also been carried out leading to a differential free fall measurement between both isotopes of $\Delta g/g = (1.2 \pm 3.2) \times 10^{-7}$.

DOI: 10.1103/PhysRevA.88.043615

PACS number(s): 37.25.+k, 03.75.Dg, 04.80.Cc

Light pulse atom interferometers [1,2] have proven to be very high performance sensors with the development in recent decades of cold atom gravimeters [3], gravity gradiometers [4], and gyroscopes [5]. In addition to the undeniable contribution they could bring in practical applications such as inertial navigation and geophysics, they appear very promising for exploring fundamental physics such as for the determination of the fine-structure constant [6] and the gravitational constant [7,8], but also for testing Einstein's theory of general relativity with quantum objects [9]. In that field, atom interferometers seem notably promising for detecting gravitational waves [10], exploring short-range forces [11,12], and testing the weak equivalence principle (WEP) [13].

In the context of testing the WEP, some projects under development aim to measure the acceleration of two different atomic species during a few seconds of free fall in order to achieve highly sensitive measurements as it can be obtained in 10-m-tall atomic fountains [9], drop towers [14], sounding rockets, parabolic flights [15], and satellites [16]. To date, a single-atom-based ground test of the WEP was carried out by alternatively handling both isotopes of rubidium [13]. This method, providing a nonsimultaneous differential measurement, exhibits a sensitivity limited by vibration noise, such as state-of-the-art gravimeters [17,18]. Special attention must thus be paid to develop atom interferometers which will simultaneously interrogate two different atomic species in order to take full advantage of a differential measurement and to achieve the targeted sensitivity and accuracy.

In this paper, we report the realization and the associated measurements of a dual-species atom interferometer giving access to a simultaneous measurement of accelerations undergone by both stable isotopes of rubidium. This experiment paves the way for future ground and space experiments dedicated to test the WEP.

For simultaneously measuring the acceleration undergone by ^{87}Rb and ^{85}Rb atoms, we use a Mach-Zehnder-type atom interferometer consisting of a sequence of three equally spaced light pulses driving stimulated Raman transitions between the two fundamental hyperfine states of the atoms [19]. The phase difference between both paths of the interferometer associated

with the isotope i is given to first approximation by

$$\Delta\phi_i = (k_{\text{eff}}^i g_i - 2\pi\alpha)T^2, \quad (1)$$

where k_{eff}^i is the effective wave vector of the Raman transition for isotope i , g_i is the acceleration of gravity undergone by isotope i , α is the microwave chirp applied on the Raman frequency to compensate for the Doppler effect, and T is the time between two pulses of light.

The experimental setup is mainly derived from [20]. The cold atoms are produced in a vacuum chamber made of glass and fall over a distance of about 6 cm. This vacuum chamber is inside a magnetic shield consisting of four layers of mu-metal. The sensor head containing the vacuum chamber, the magnetic shield, the magnetic coils, and the optics for shaping the laser beams and collecting the fluorescence has a height of 40 cm and a diameter of 33 cm. The Raman laser beam is retroreflected by a mirror representing here our mutual inertial reference for both isotopes. That is why this mirror, and the sensor head, are mounted on a passive vibration isolation table (minus-K).

The cooling stage and the interferometric sequence are performed by a frequency-doubled Telecom laser system [21]. All components involved at 1560 nm come from fibered Telecom technology allowing the overall laser system to be compact and robust. A distributed feedback (DFB) laser diode at 1560 nm is amplified in a 5 W erbium-doped fiber amplifier (EDFA) and then frequency-doubled in a periodically poled lithium niobate (PPLN) crystal. The laser lines for the dual-species experiment are synthesized by a fibered electro-optic phase modulator at 1560 nm. During the cooling stage, the carrier frequency is tuned on the ^{87}Rb cooling transition. The ^{85}Rb cooling line and both repumper lines are generated by three modulation frequencies injected into the phase modulator as follows: $f_{\text{cooling}}^{85} = f_{\text{carrier}} + 1.126$ GHz, $f_{\text{repumper}}^{87} = f_{\text{carrier}} + 6.568$ GHz, and $f_{\text{repumper}}^{85} = f_{\text{carrier}} + 1.126 + 2.915$ GHz. Approximately one-third of the global power is contained in additional modulation lines far from any atomic resonances. Phase modulation is also used for generating the laser lines during the interferometric sequence. Both Raman pairs are generated by directly injecting the Raman difference frequencies associated with both isotopes (i.e., 6.834 GHz for ^{87}Rb and 3.035 GHz for ^{85}Rb), making the carrier frequency common to both Raman pairs. The Raman pair corresponding to ^{87}Rb is red-detuned by 0.59 GHz with

*alexis.bonnin@onera.fr

respect to the excited hyperfine state $F' = 2$ and therefore the one corresponding to ^{85}Rb is red-detuned by 1.86 GHz with respect to $F' = 3$.

With this setup, approximately 6×10^8 and 8×10^8 atoms of ^{87}Rb and ^{85}Rb , respectively, are simultaneously loaded from a background vapor into a three-dimensional (3D) magneto-optical trap (MOT) in 250 ms. The atoms are then further cooled down in an optical molasses phase of 28 ms. At this point, a temperature of 1.3 μK for ^{87}Rb and 2.1 μK for ^{85}Rb is measured by Raman spectroscopy [22]. Additional trap loss collisions due to interspecies atomic collisions [23] do not exceed 10–15 % in our case. These results show that the additional laser lines do not have any significant impact on the cooling efficiency. Atoms are then prepared in the Zeeman sublevel $m_F = 0$ of the hyperfine ground state ($F = 1$ for ^{87}Rb or $F = 2$ for ^{85}Rb) thanks to a microwave π -pulse which drives the transition between the two hyperfine ground states for atoms in the sublevel $m_F = 0$ only. A slightly blue-detuned optical pulse removes any residual population.

During the free fall, the interferometric sequence occurs in a vertical uniform magnetic field of 28 mG. The sequence consists in three Raman laser pulses of durations 2–4–2 μs equally spaced in time by $T = 40$ ms. The Raman laser pulses couple at the same time the states $|F = 1, m_F = 0\rangle$ to $|F = 2, m_F = 0\rangle$ for ^{87}Rb and $|F = 2, m_F = 0\rangle$ to $|F = 3, m_F = 0\rangle$ for ^{85}Rb . The same microwave chirp $|\alpha| \simeq 25.143$ MHz is applied to both Raman difference frequencies in order to compensate for the time-dependent Doppler shift induced by gravity.

Finally, the atomic population repartition between the two coupled states is measured for each species by fluorescence detection. The atomic cloud is illuminated by two successive sequences of three light pulses of durations 1.5–0.05–1.5 ms. The first sequence induces the fluorescence signal from ^{87}Rb atoms: the first pulse detects atoms in $F = 2$, the second one fully transfers atoms from $F = 1$ to 2, the third pulse is identical to the first one and detects atoms initially in $F = 1$. Following the first one, a second equivalent sequence of three pulses is realized for ^{85}Rb : the first one detects atoms in $F = 3$, the second one fully transfers atoms from $F = 2$ to 3, the third pulse is identical to the first one and detects atoms initially in $F = 2$.

The whole sequence is performed at a repetition rate of 2.5 Hz.

The two signals from the dual-species atom interferometer are sinusoidal functions of the interferometric phase and can be expressed as

$$\begin{aligned} \frac{P_{87} - P_{87}^0}{C_{87}} &= \cos(\Delta\phi_{87}), \\ \frac{P_{85} - P_{85}^0}{C_{85}} &= \cos(\Delta\phi_{87} + \phi_d), \end{aligned} \quad \phi_d = \Delta\phi_{85} - \Delta\phi_{87}, \quad (2)$$

where $P_{87,85}$ are the proportions of atoms in the upper hyperfine ground state, $P_{87,85}^0$ are the offsets of the population measurements, $C_{87,85}$ are the fringe visibilities, $\Delta\phi_{87}$ is the interferometric phase for ^{87}Rb as expressed in Eq. (1), and ϕ_d represents the differential phase between the two species.

By using the response function formalism [15,24], the interferometric phases can also be expressed without approximation using the atom interferometer response functions $f_{87,85}$ associated with each isotope [Eq. (3)]. f represents the response to acceleration of a Mach-Zehnder-type accelerometer

TABLE I. Phase-shift terms composing the expression of the differential phase ϕ_d . The first column presents phase-shift terms according to the response function formalism [15,24]. The second column presents the dominant term of the expansion of the previous terms in the low-frequency limit ($\omega \rightarrow 0$). $f_{87,85}$ are trianglelike functions verifying $\int f_{87,85}(t) dt \simeq T^2$, $\delta f(t) = f_{87}(t) - f_{85}(t)$, and $2\pi\alpha_0 = k_{\text{eff}}^{87}g_{87}$. The phase shifts are referenced to ϕ_{87} , the acceleration terms to g_{87} , and wave vectors to k_{eff}^{87} .

Term	Phase shift	Dominant term ($\omega \rightarrow 0$)
1	$(k_{\text{eff}}^{87} - \delta k)\Delta g \int f_{85}(t) dt$	$(k_{\text{eff}}^{87} - \delta k)\Delta g T^2$
2	$\delta k g_{87} \int f_{85}(t) dt$	$\delta k g_{87} T^2$
3	$k_{\text{eff}}^{87} \int \delta f(t) \tilde{a}(t) dt$	$k_{\text{eff}}^{87} \tilde{a} T (\frac{2}{\Omega_{87}} - \frac{2}{\Omega_{85}})$
4	$-\delta k \int f_{85}(t) \tilde{a}(t) dt$	$-\delta k \tilde{a} T^2$
5	$2\pi(\alpha - \alpha_0) \int \delta f(t) dt$	$2\pi(\alpha - \alpha_0) T (\frac{2}{\Omega_{87}} - \frac{2}{\Omega_{85}})$
6	$\phi_{\text{SE}}^{85} - \phi_{\text{SE}}^{87}$	$\phi_{\text{SE}}^{85} - \phi_{\text{SE}}^{87}$

and is, in that case, a trianglelike function,

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{87} &= \int f_{87}(t) [k_{\text{eff}}^{87} a_{87}(t) - 2\pi\alpha] dt + \phi_{\text{SE}}^{87}, \\ \Delta\phi_{85} &= \int f_{85}(t) [k_{\text{eff}}^{85} a_{85}(t) - 2\pi\alpha] dt + \phi_{\text{SE}}^{85}, \end{aligned} \quad (3)$$

with $a_{87}(t) = g_{87} - \tilde{a}(t)$ and $a_{85}(t) = g_{87} + \Delta g - \tilde{a}(t)$. $\phi_{\text{SE}}^{87,85}$ are the phase shifts due to systematic effects, $\tilde{a}(t)$ represents the vibrations of the Raman mirror, and Δg is the WEP violation signal.

To compare the free fall of both isotopes, we need to focus on the expression of ϕ_d which is the sum of all differential terms listed in Table I. Term 1 is the WEP violation signal impacted by the measurement scale factor. Term 2 corresponds to the difference of scale factor coming from the wave-vector difference $\delta k = k_{\text{eff}}^{85} - k_{\text{eff}}^{87}$. Terms 3 and 4 limit common-mode vibration noise rejection coming, respectively, from the difference in response functions and from δk . Moreover, these two terms do not contribute significantly to the accuracy of ϕ_d determination. Term 5 contributes to the phase shift when α does not compensate exactly the Doppler shift induced by gravity. This contribution is negligible in our experiment. Term 6 gathers all the phase shifts due to other differential systematic effects (see Table II).

Typical simultaneous dual-species fringes are reported in Fig. 1(a). A nonzero differential phase ϕ_d is clearly observed at first sight between fringes of ^{87}Rb and ^{85}Rb , mainly coming

TABLE II. Main contributions affecting the differential acceleration measurement.

	$\Delta g/g$ ($\times 10^{-7}$)	Uncertainty ($\times 10^{-7}$)
Expt. results	-27.6	0.25
Term 2 ($\delta k/k_{\text{eff}}$)	49.4	0
Term 6 correction:		
Additional lines	-23.3	1.1
Frequency shifts	0.3	2.9
Coriolis effect	0	0.6
Wavefront aberrations	0	0.1
Total	1.2	3.2

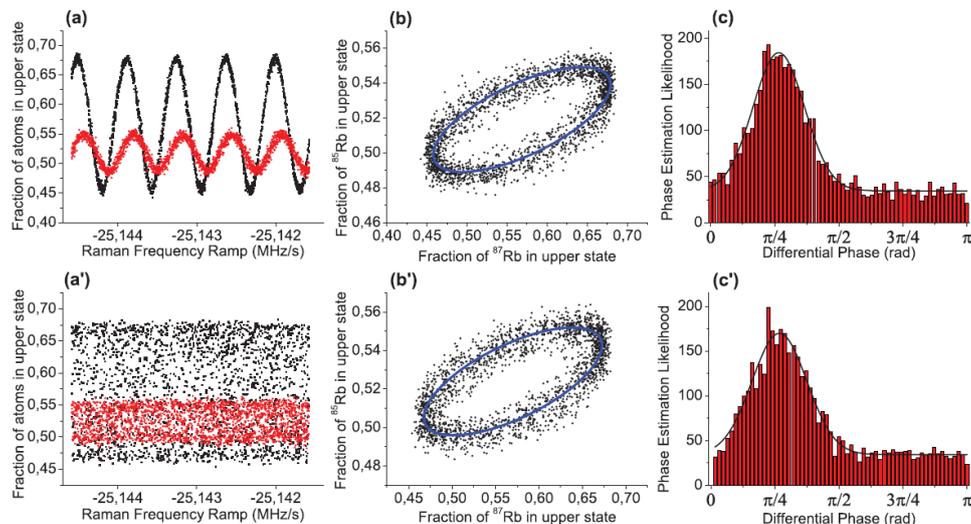


FIG. 1. (Color online) Typical simultaneous dual-species interferometric signals. In the top row, signals from a low vibration noise environment ($\sigma_a^{\text{rms}} = 2.4 \times 10^{-7}$ g); in the bottom row, signals from a high vibration noise environment ($\sigma_a^{\text{rms}} = 1 \times 10^{-3}$ g) in the atom interferometer bandwidth ($0 \rightarrow 12.5$ Hz). The vibration noise level is modified by shaking the instrument platform on which the retroreflection mirror is mounted. (a) and (a') Interference signals for $T = 40$ ms as a function of the microwave chirp α , in black dots from ^{87}Rb and in red dots from ^{85}Rb . (b) and (b') Interference signals from ^{85}Rb are plotted vs interference signals from ^{87}Rb drawing the ellipses fitted by the solid blue line curves, the Lissajous aspect of these two curves being clearly negligible in this case. (c) and (c') ϕ_d is derived from a Gaussian fit, solid black line, of the phase estimation likelihood (red histogram) estimated by the “direct phase extraction” method. Each of the $N = 2200$ data points represents a single drop of the atoms at a repetition rate of 2.5 Hz. The resolution on ϕ_d is 8 mrad in case 1, corresponding to 3.2×10^{-8} g, and 10 mrad in case 2, corresponding to 3.9×10^{-8} g. This leads to a common-mode noise rejection ratio of $20 \log(\frac{1 \times 10^{-3}}{\sqrt{N \times 3.9 \times 10^{-8}}}) = 55$ dB corresponding to a rejection factor of 550.

from terms 2 and 6. Moreover, the fringe visibility is lower for ^{85}Rb , which is due to the generation of Raman laser lines by modulation [25]. Indeed, the additional laser lines induce destructive interferences of the transition probability depending on the distance between the atoms and the Raman mirror during light pulses. This effect is more significant for the ^{85}Rb because of its narrower hyperfine structure, thus degrading its associated signal visibility.

Table II presents the main contributions impacting ϕ_d determination. ϕ_d is here extracted from a sinusoidal fitting of fringes after averaging signals for the two reversed directions of \vec{k}_{eff} , each being integrated over 15 min for a whole data recording of half an hour.

The systematic effect due to additional laser lines, coming from the use of a phase-modulated Raman laser, is corrected as in [25]. The uncertainty mainly comes from the uncertainties in the initial distance between the atomic clouds and the retroreflection mirror (estimated at ± 0.2 mm as in [25]) and in the difference of initial vertical velocities of both atomic species when the MOT is turned off (estimated ≤ 6 mm/s by Raman spectroscopy).

ac Stark shifts and a second-order Zeeman shift generate a phase shift by modifying the Raman difference frequencies. The one-photon light shift and the second-order Zeeman shift are strongly minimized thanks to the averaging over reversed directions of \vec{k}_{eff} as they do not depend on the sign of \vec{k}_{eff} . Nevertheless, the two-photon light shift [26] still affects the phase of the atom interferometer, and the predicted error of this effect is calculated. All these frequency shifts are treated

together (cf. Table II). The variation of the atomic transition frequency is measured by Raman spectroscopy during different measurement sessions and for reversed directions of \vec{k}_{eff} . The uncertainty of 2.9×10^{-7} , reported in Table II, corresponds to the upper bound frequency variation over all these measurements and is mainly caused by Raman laser power fluctuations.

The transverse velocity of atoms makes the interferometer sensitive to Earth’s rotation through the Coriolis effect. The differential transverse velocity is assumed to vary as the vertical one: the assumption of a random variation of ± 6 mm/s leads to an uncertainty of 6×10^{-8} .

At the end of the cooling stage, ^{87}Rb and ^{85}Rb atoms exhibit a difference in temperature of approximately $1 \mu\text{K}$; the two species have different velocity spreads and they will therefore not probe the same area of the Raman laser wavefront. Both isotopes will then be affected in a different way by wavefront aberrations of the Raman laser beam. The measured wavefront curvature creates an uncertainty of one order of magnitude lower than the other systematic effects [20].

All these contributions lead to a final relative differential acceleration of $\Delta g/g = (1.2 \pm 3.2) \times 10^{-7}$ with a resolution of 2.5×10^{-8} . The global relative accuracy on $\Delta g/g$ is roughly the same as the one obtained in Ref. [13] for one measurement session.

In our case, the differential acceleration measurement, where both species simultaneously fall in a common reference frame, allows us to benefit from an efficient common-mode noise rejection which is not possible when atoms are alterna-

tively handled. This kind of rejection, in an atom sensor, has only been reported to our knowledge in a gravity gradiometer handling two cold atomic clouds of Cs separated by a distance of about 1 m [4]. We study here more specifically vibration rejection noise (cf. terms 3 and 4) with two embedded clouds of ^{87}Rb and ^{85}Rb simultaneously submitted to the same light pulse interferometric sequence.

The two signals from the dual-species atom interferometer are sinusoidal functions and thus parametrically describe an ellipse [cf. Eq. (2)]. More specifically, these curves are not closed Lissajous curves. Indeed, the frequencies of the two sines are slightly different because of the different wave vectors, nevertheless the Lissajous aspect is clearly negligible in our case by considering the slight difference in scale factors, and the amplitude of vibrations and curves are thus approximated by ellipses in the paper. Figure 1(b) shows the ellipse obtained by plotting the interferometric signal from ^{85}Rb versus the one from ^{87}Rb . This highlights the correlation between those two signals: common-mode vibration noise and α chirp distribute the data points around the ellipse.

The sensitivity of the dual-atom interferometer to vibrations has been tested by shaking the instrument platform on which the retroreflection mirror is mounted. When vibration noise is much lower than typically half of the fringe spacing, corresponding to 12 μg , fringes remain observable [cf. Fig. 1(a)], otherwise fringes are blurred [cf. Fig. 1(a')]. Nevertheless, as this vibration noise is common to both isotopes, the ellipse is still clearly visible [cf. Fig. 1(b')]. By fitting this ellipse, the differential phase shift ϕ_d , and thus the differential acceleration, can still be derived.

For the data processing, we use an ellipse fitting method called “direct phase extraction” [27]. Indeed, this method is quick and easy to implement and chiefly allows for a bias-free differential phase extraction. After extracting population offsets and fringe visibilities, from Eq. (2) the common interferometric phase $\Delta\phi_{87}$ can be eliminated by using inverse functions (arcsin and arccos), and ϕ_d is “directly” derived. This extraction is performed for each point of the ellipse and the solutions form the likelihood function. Phase noise is usually assumed to be normally distributed, thus the optimal differential phase ϕ_d is given by the maximum of the phase estimation likelihood function, reported in Figs. 1(c) and (c'). A Gaussian fit of this function produces the same result for ϕ_d as the sinusoidal fitting method. The resolution remains less than 10 mrad (corresponding to 3.9×10^{-8} g) over a vibration noise range from 2.4×10^{-7} to 1×10^{-3} g in the atom interferometer bandwidth ($0 \rightarrow 12.5$ Hz). Over this range, the resolution remains almost constant and seems limited by amplitude noises on the interferometric signals. For vibration levels one order of magnitude higher, the ellipse begins to blur. These results exhibit a common-mode vibration noise rejection ratio higher than 55 dB corresponding to a rejection factor of 550.

Terms 3 and 4 of Table I are responsible for vibration noise rejection efficiency. Term 4 gives the maximum rejection ratio achievable coming from the wave-vector mismatch. In our experiment, $\delta k/k_{\text{eff}} = 5 \times 10^{-6}$, limiting the rejection ratio at the same level ($\equiv 106$ dB). Another term limits this rejection (term 3) coming from the mismatch of the Rabi frequencies. When considering constant accelerations of the Raman mirror, this term reduces to first order in $1/\Omega_i$ to the expression shown in Table I, corresponding to the differential transfer function [28] of the dual-atom accelerometer in the low-frequency limit. This term depends on the Rabi frequencies (Ω_i) associated with the Raman transitions of both ^{87}Rb and ^{85}Rb interferometers: the limitation of the rejection ratio is thus directly determined by the mismatch of the Rabi frequencies. We measured a maximum mismatch of a factor 4 between Ω_{87} and Ω_{85} , mainly due the additional laser lines generated by phase modulation, limiting the rejection to 78 dB. The experimentally measured rejection is 55 dB, thus this estimation of 78 dB demonstrates that our measurement is limited by an additional source of noise (e.g., detection noise) and not by the efficiently rejected vibration noise.

To conclude, we have demonstrated the realization of a simultaneous dual-species atom accelerometer based on light pulse atom interferometry. This experiment relies on the use of a compact and robust laser system based on a single laser diode for efficiently cooling and simultaneously manipulating both isotopes of rubidium. An atom-based test of the WEP has been carried out leading to a differential free fall measurement $\Delta g/g = (1.2 \pm 3.2) \times 10^{-7}$. The simultaneous aspect of this experiment takes advantage of a differential measurement by allowing for an efficient common-mode vibration noise rejection higher than 55 dB, the resolution of the differential accelerometer remaining less than 3.9×10^{-8} g even for vibration levels up to 1×10^{-3} g. The first steps to improve the presented results could be to implement a new detection scheme for simultaneously detecting both isotopes, to optimize the Raman laser power stability for reducing light-shift fluctuations and to reverse the direction of k_{eff} shot by shot to more efficiently reject first-order light shifts. Furthermore, the detrimental effects of additional laser lines on the dual interferometer could be greatly reduced by implementing this experiment in a microgravity environment where the position between the atomic clouds and the Raman mirror do not change during the free fall [25]. Finally, these results demonstrate the feasibility of a simultaneous dual-species atom accelerometer and the possibility of a high common-mode noise rejection between two different atomic species, paving the way for future ground- and space-based experiments dedicated to test the WEP.

This work was supported by the French Defense Agency (DGA).

[1] C. J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).

[2] P. R. Berman, *Atom Interferometry* (Academic, San Diego, CA, 1997).

[3] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, *Metrologia* **38**, 25 (2001).

[4] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).

[5] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).

- [6] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 080801 (2011).
- [7] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, *Science* **315**, 74 (2007).
- [8] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 050801 (2008).
- [9] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 111102 (2007).
- [10] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, *Phys. Rev. D* **78**, 122002 (2008).
- [11] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 060402 (2006).
- [12] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin, and A. Clairon, *Phys. Rev. A* **75**, 063608 (2007).
- [13] S. Fray, C. A. Diez, T. W. Hänsch, and M. Weitz, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 240404 (2004).
- [14] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik, A. Wenzlawski *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 093602 (2013).
- [15] R. Geiger, V. Ménoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, *Nat. Commun.* **2**, 474 (2011).
- [16] STE-QUEST space mission in ESA's Cosmic Vision 2020-22, <http://sci.esa.int/ste-quest>.
- [17] H. Müller, S. W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, and K.-Y. Chung, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 031101 (2008).
- [18] J. L. Gouët, T. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, *Appl. Phys. B* **92**, 133 (2008).
- [19] M. Kasevich and S. Chu, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
- [20] Y. Bidel, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 144107 (2013).
- [21] O. Carraz, F. Lienhart, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Appl. Phys. B* **97**, 405 (2009).
- [22] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [23] W. Süptitz, G. Wokurka, F. Strauch, P. Kohns, and W. Ertmer, *Opt. Lett.* **19**, 1571 (1994).
- [24] V. D. Nagorny, arXiv:1211.5598.
- [25] O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **86**, 033605 (2012).
- [26] A. Gauguet, T. E. Mehlstäubler, T. Lévêque, J. Le Gouët, W. Chaïbi, B. Canuel, A. Clairon, F. P. Dos Santos, and A. Landragin, *Phys. Rev. A* **78**, 043615 (2008).
- [27] X. Wu, Ph.D. thesis, Stanford University, 2009, Chap. 5.
- [28] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Yver-Leduc, and A. Landragin, *IEEE* **57**, 1141 (2008).

Characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer for a quantum test of the weak equivalence principle

A. Bonnin,* N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson
ONERA, DMPH, BP 80100, F-91123 Palaiseau, France
(Received 23 June 2015; published 18 August 2015)

We present here the performance of a simultaneous dual-species matter-wave accelerometer for measuring the differential acceleration between two different atomic species (^{87}Rb and ^{85}Rb). We study the expression and the extraction of the differential phase from the interferometer output. The differential accelerometer reaches a short-term sensitivity of $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$ limited by the detection noise and a resolution of $2 \times 10^{-9} g$ after 11 000 s, a very high sensitivity using a dual-species atom interferometer. Thanks to the simultaneous measurement, such resolution levels can still be achieved even with vibration levels up to $3 \times 10^{-3} g$, corresponding to a common-mode vibration noise rejection ratio of 94 dB (rejection factor of 50 000). These results prove the ability of such atom sensors for realizing a quantum-based test of the weak equivalence principle at a level of $\eta \sim 10^{-9}$ even with high vibration levels and a compact sensor.

DOI: [10.1103/PhysRevA.92.023626](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.023626)

PACS number(s): 37.25.+k, 03.75.Dg, 03.75.Be, 03.75.Hh

I. INTRODUCTION

Light pulse atom interferometry [1,2] has allowed one to probe, in an extremely sensitive and accurate way, the incidence of inertial forces on the motion of cold atoms. In recent decades, the very high performance of such sensors has been demonstrated for measuring the gravity acceleration [3–7], Earth's gravity gradient [8–10], rotations [11–13], and gravity-field curvature [14]. That is why they have been greatly developed for many applications such as inertial navigation [15], geophysics, geodesy, subsurface exploration, and metrology [4].

Many experiments and projects worldwide, also prove that quantum sensors appear to be very promising tools for exploring many aspects of fundamental physics as the determination of the fine-structure constant α [16] and the Newtonian gravity constant G [17,18], the detection of gravitational waves [19], the exploration of short-range forces [20,21], and quantum-based tests of the weak equivalence principle (WEP) [22–26].

The WEP, also called the universality of free fall (UFF), is one of the pillars of Einstein's theory of general relativity. This postulate states that all bodies, regardless of their internal composition, are affected by gravity in a universal way, in particular all test particles at the alike space-time point in a given gravitational field will undergo the same acceleration. Today, different theories predict its violation [27,28] in the purpose of unifying general relativity with nongravitational fundamental interactions as described by the standard model in a quantum approach. Matter-wave tests thus offer new alternatives by their intrinsically quantum nature, radically different from their classical counterparts [24], that can bring new constraints and bounds on the unifying theories.

Presently, the state-of-the-art WEP test by atom interferometry is at a level of few 10^{-8} [26]. In order to improve the sensitivity of atom accelerometers, several projects under development aim to compare the free fall of two different atomic species during few seconds, as the sensitivity scales quadratically with the interrogation time, in 10-m-tall atomic fountains [29–31], drop towers [32], sounding rockets,

parabolic flights [33], and in space [34–36]. These projects are developed in parallel with works on the increase of the momentum transfer [37–40] to enhance the enclosed area and further improve the interferometer sensitivities. The use of Bose Einstein condensates as atomic sources is also prospected [32,41,42].

Today, the sensitivity of most state-of-the-art gravimeters [4,43] is limited by vibration noise. To avoid this effect in the quantum-based test of the WEP, special attention must be paid to the simultaneous interrogation of both quantum proof bodies in order to benefit from an efficient common-mode noise rejection allowed by the differential measurement [23].

In this paper, we present the characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer which simultaneously handles both isotopes of rubidium (^{87}Rb and ^{85}Rb). This sensor allows us to study the specificities of a differential acceleration measurement, and especially the rejection of the vibration noise which is currently at 94 dB. We also show that the achieved sensitivity of our experiment is compatible with a test of the WEP at a level of 2×10^{-9} . This work is part of the context of quantum-based tests of the WEP and contributes to the elaboration of future experiments, both ground and space, aiming to detect a WEP violation.

The paper is organized as following: Section II gives the formalism for calculating a complete expression of the differential phase in our dual-species Mach-Zehnder-type interferometer. Section III explains then how this differential phase is extracted from the elliptic interferometric signal. Section IV describes the experimental apparatus and the overall measurement sequence. Section V presents the improvements brought to the experiment leading to the new results on the differential acceleration measurement given in Sec. VI. Finally, Sec. VII deals with the common-mode vibration noise rejection and presents its theoretical and experimental limits. A brief discussion on a quantum test of the WEP is given as a conclusion in Sec. VIII.

II. DIFFERENTIAL PHASE EXPRESSION IN A DUAL-SPECIES ATOM INTERFEROMETER

For simultaneously measuring the acceleration undergone by ^{87}Rb and ^{85}Rb , a Mach-Zehnder-type atom interferometer

*alexis.bonnin@onera.fr

is realized. This interferometer consists of a sequence of three equally spaced light pulses, of duration $\tau - 2\tau - \tau$, driving stimulated Raman transitions between the two fundamental hyperfine states of the atoms [44]. At the end, considering the isotope i , the proportion of atoms in each state depends sinusoidally on the phase difference between both paths of the interferometer $\Delta\Phi_i$, $\Delta\Phi_i$ being proportional to the acceleration a_i undergone by the isotope i along the Raman laser direction of propagation. To first approximation, by considering infinitely short Raman pulses (i.e., $\tau \ll T$), the phase is given by [3]

$$\Delta\Phi_i \simeq (\vec{k}_{\text{eff}}^i \cdot \vec{a}_i - 2\pi\alpha)T^2, \quad (1)$$

where \vec{k}_{eff}^i is the effective wave vector of the Raman laser associated with isotope i , α is the microwave chirp applied on the Raman frequency to compensate for the Doppler shift induced by gravity for both isotopes, and T is the time between two pulses of light.

The two signals from the dual-species atom interferometer are sinusoidal functions of the interferometric phase and can be expressed as

$$\begin{aligned} P_{87} &= P_{87}^0 - \frac{C_{87}}{2} \cos(\Delta\Phi_{87}), \\ P_{85} &= P_{85}^0 - \frac{C_{85}}{2} \cos(\Delta\Phi_{87} + \phi_d), \end{aligned} \quad (2)$$

with

$$\phi_d = \Delta\Phi_{85} - \Delta\Phi_{87}, \quad (3)$$

where $P_{87,85}$ are the proportions of atoms in the upper hyperfine ground state, $P_{87,85}^0$ are the offsets of the population measurements, $C_{87,85}$ are the fringe amplitudes, $\Delta\Phi_{87}$ is the interferometric phase for ^{87}Rb as expressed in Eq. (1), and ϕ_d represents the differential phase between the two species. We are interested in measuring this last quantity which is directly linked to the differential acceleration undergone by atoms.

The sensitivity function formalism [45] has been used in this paper in order to express as strictly as possible this differential phase. This formalism allows one to take into account the finite duration of the Raman pulses. The sensitivity function $g_s(t)$ is linked to the step response of the atom interferometer to an infinitesimal variation $\delta\varphi$ of the Raman laser phase. In this paper, we are interested in the impulse response of the Mach-Zehnder-type atom interferometer to accelerations. These responses are given by the response functions $f_{87,85}(t)$ associated with each isotope which are basically equal to the primitive integrals of the previous sensitivity functions. The interferometric phases can thus be expressed by following this formalism,

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{87} &= \int f_{87}(t) (\vec{k}_{\text{eff}}^{87} \cdot \vec{a}_{87}(t) - 2\pi\alpha) dt + \phi_{\text{SE}}^{87}, \\ \Delta\Phi_{85} &= \int f_{85}(t) (\vec{k}_{\text{eff}}^{85} \cdot \vec{a}_{85}(t) - 2\pi\alpha) dt + \phi_{\text{SE}}^{85}, \end{aligned} \quad (4)$$

with $a_{87}(t) = a + \tilde{a}(t)$ and $a_{85}(t) = a + \Delta a + \tilde{a}(t)$. $a_{87,85}(t)$ are the accelerations of each isotope projected along $\vec{k}_{\text{eff}}^{87,85}$ relative to the inertial reference corresponding to the Raman mirror in our experiment. They are composed of terms of different origins: the mutual constant acceleration a (corresponding to the gravity acceleration g for a ground gravimeter and to

0 for a whole instrument in perfect free fall), the additional acceleration of the Raman mirror $\tilde{a}(t)$, and the potential WEP violation signal Δa [as defined in Eq. (15)]. For its part, $\phi_{\text{SE}}^{87,85}$ represent the phase shifts due to systematic effects.

The calculation and the demonstration of the sensitivity function have already been carefully described in [45]; we have slightly extended the experimental framework wherein this function is calculated. We assume here a case where the Rabi pulsations Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , associated with each of the three pulses of the interferometer, are not equal one to another ($\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \Omega_3$) and do not realize a perfect $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sequence ($\Omega_{1,2,3}\tau \neq \pi/2$). Experimentally, these differences in Rabi frequencies may come from many sources. For instance, they can be induced by Raman laser power fluctuations between each light pulse. The transverse motion of an atom may also be a source of Rabi pulsation differences because of the spatial inhomogeneity of the Raman laser beam intensity. In our experiment, these differences are mainly due to additional laser lines which generate a spatial dependency of the Rabi frequency. This point will be discussed more in detail in Sec. V and Appendix B. In this framework, the expression of the sensitivity function of the interferometer can be derived from the following definition:

$$\begin{aligned} g_s^i(t) &= \frac{2}{C_i \sin(\Delta\Phi_i)} \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\delta P_i(\delta\varphi, t)}{\delta\varphi} \\ &= \lim_{\delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi_i(\delta\varphi, t)}{\delta\varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

From the sensitivity function, the interferometric phase $\Delta\Phi_i$ can be evaluated for arbitrary evolution of the phase of the Raman laser $\varphi(t)$ [45],

$$\Delta\Phi_i = \int g_s^i(t) d\varphi(t) = \int g_s^i(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} dt. \quad (6)$$

In the frame associated with the free falling atom, the phase of the Raman laser experienced by the atom is given by $\varphi(t) = \vec{k}_{\text{eff}}^i \cdot \vec{r}_i(t)$, where $\vec{r}_i(t)$ is the position of the atoms i compare to the inertial reference. Equation (6) thus shows that the sensitivity function corresponds to the impulse response of the interferometer relative to the velocity of the free falling atom.

The expression of the response function to acceleration is then given by

$$f_i(t) = - \int^t g_s^i(t') dt'. \quad (7)$$

The Fourier transform of this function gives the acceleration transfer function of the atom interferometer (see Fig. 7). The calculation and the exact expressions of both $g_s(t)$ and $f(t)$ functions are given in Appendix A.

Two response functions, in acceleration and velocity, of a Mach-Zehnder-type atom interferometer, corresponding to two different sets of Rabi frequencies ($\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$ and $\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \Omega_3$), are shown in Fig. 1. In the case where the Rabi frequencies perfectly match each other, the acceleration response function is rigorously even and is zero outside the light pulse sequence. These properties illustrate the fact that the interferometer is sensitive to acceleration during the interferometric phase only. In the case where the Rabi frequencies are different one to another, the acceleration response function still remains even on the interval $[-T - \tau, T + \tau]$ whereas

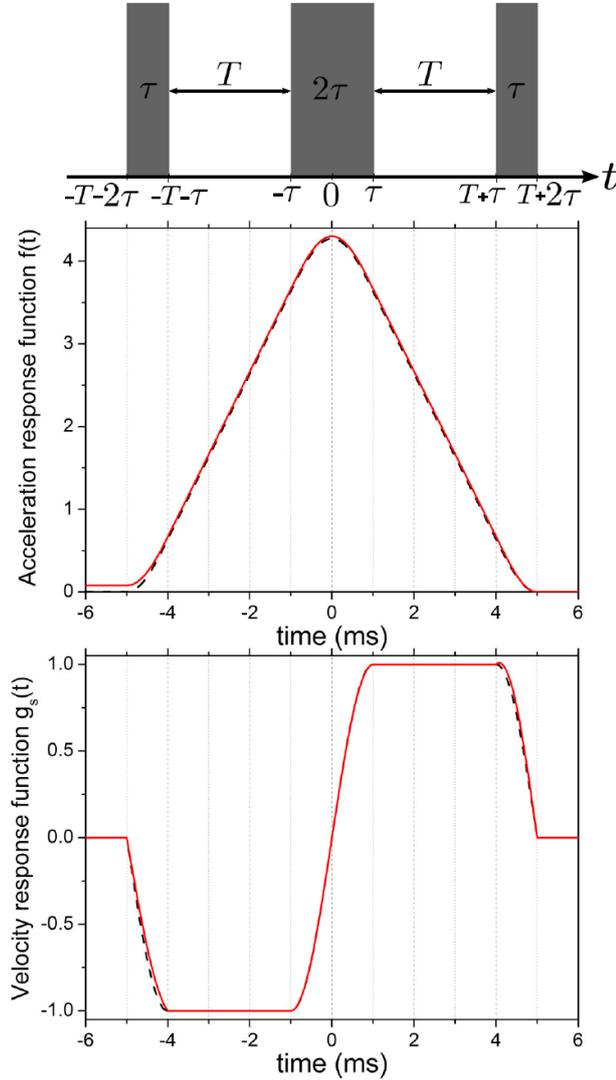


FIG. 1. (Color online) Mach-Zehnder-type atom interferometer time diagram and associated acceleration response functions $f(t)$ and velocity response functions $g_s(t)$. The black dashed line curves correspond to $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\pi}{2\tau}$, the red solid line curves correspond to $\Omega_1\tau = 0.85\frac{\pi}{2}$, $\Omega_2 2\tau = 0.99\pi$, and $\Omega_3\tau = 1.08\frac{\pi}{2}$ similar to values of the Rabi frequencies associated with ^{85}Rb in our experiment. Here, $T = 3$ ms and $\tau = 1$ ms; the small value of T and high value of τ are arbitrarily chosen for a good readability of the curve but have no connection with the reality of the experiment.

the parity is broken between the first ($[-T - 2\tau, -T - \tau]$) and the third ($[T + \tau, T + 2\tau]$) pulses if $\Omega_3 \neq \Omega_1$. It then follows that the function does not go to zero before the first Raman pulse, which is the signature of an interferometer sensitive to the atom initial velocity. When $\Omega_3 > \Omega_1$, the acceleration response function is slightly above the response function corresponding to $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$ and is thus positive for $t < -T - 2\tau$ (cf. Fig. 1).

Thanks to this formalism, the scale factor S impacting the measurement of a constant acceleration can be derived from Eq. (6). For deriving S , we consider that the velocity of the

atoms evolves as at . S is thus given by

$$\begin{aligned} S &= k_{\text{eff}}^i \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^i(t) t dt \\ &\simeq k_{\text{eff}}^i (T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1 \tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3 \tau}{2}\right) \right) \\ &\simeq k_{\text{eff}}^i T^2. \end{aligned} \quad (8)$$

This expression gives the measurement scale factor at first order in τ and $1/\Omega$. An experimental validation of this expression will be presented in Sec. VIIC and the complete expression of the scale factor is given in Appendix A [cf. Eq. (A4)]. It is important to notice that at first order, the scale factor depends on Rabi pulsations of the first and third pulses only. It can be easily understood because of the interferometer symmetry. The atomic mirror efficiency will impact the contrast of the interferometer only whereas the atomic beam splitter efficiencies will impact the contrast and the phase of the interferometer.

We have now all the required tools to rigorously express the differential phase ϕ_d . All the terms composing it are listed in Table I. They can be gathered in four categories.

First, terms coming from a potential WEP violation signal. Term 1 is the WEP violation signal Δa impacted by the measurement scale factor. Terms 2 and 3 are the first-order corrections, respectively, coming from the differences in wave vectors, $\delta k = k_{\text{eff}}^{85} - k_{\text{eff}}^{87}$, and response functions, $\delta f(t) = f_{85}(t) - f_{87}(t)$, between both isotopes. Term 4 is the second-order correction which combines both differences.

Second, terms depending on the mutual constant acceleration a undergone by both species, which are not canceled because of potential differences between both scale factors. Term 5 corresponds to the differential phase shift induced by the constant acceleration because of the difference in wave vectors and term 7 combines this effect with the difference in response functions. A difference in response function coupled to a midling correction of the Doppler shift by the Raman frequency chirp (i.e., $2\pi\alpha \neq k_{\text{eff}}^{87} a$) induces an additional phase shift (term 6).

Third, terms depending on vibration noise $\tilde{a}(t)$ and which will cause some limitations of the common-mode vibration noise rejection. These limitations result from δk (term 8), $\delta f(t)$ (term 9) or both (term 10).

Fourth, when $\Omega_1 \neq \Omega_3$ the interferometer becomes sensitive to a constant velocity of the atom along the Raman laser [reflected by the fact that $\int_{-\infty}^{+\infty} g_s^i(t) dt \neq 0$]. This induces a differential phase shift if the vertical constant velocities associated with each isotope are not equal $\Delta v = v_{85} - v_{87} \neq 0$ (term 11). There then exist some correcting terms coming from the difference in wave vectors (terms 13 and 14) and in sensitivity functions $\delta g_s(t) = g_s^{85}(t) - g_s^{87}(t)$ (terms 12 and 14). Term 12 depends also on the start time t_r of the Raman chirp which is set as to correspond to the time when the atoms are released from the trap.

Finally, there obviously exist some systematics which must be taken into account and corrected. In our experiment, the main systematics are the impact of additional laser lines, the two-photon light shift, the Coriolis effect, and wave-front aberrations of the Raman laser [23].

TABLE I. Phase terms composing the expression of the differential phase ϕ_d and gathered in four categories: WEP violation signal terms (Δa), mutual constant acceleration terms (a), vibration terms (\tilde{a}), velocity terms (v). The second column presents phase shift terms according to the response and sensitivity function formalism. The third column presents the dominant term of the expansion in the low frequency limit ($\omega \rightarrow 0$). The notations are mainly described in the text. For terms 1–10 the mismatch between Ω_1 and Ω_3 has been neglected and we consider that $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$. This mismatch cannot be neglected for velocity-dependent terms (11–14) because they only appear for $\Omega_1 \neq \Omega_3$, where $\frac{\delta\Omega^j}{(\Omega^j)^2}$ refers to $\frac{1}{\Omega_3} \tan(\frac{\Omega_3^j \tau}{2}) - \frac{1}{\Omega_1} \tan(\frac{\Omega_1^j \tau}{2})$. The fourth column gives the numerical size of the phase shift terms according to our experimental conditions [$T = 47$ ms, $\tau = 4$ μ s, $a = g = 9.81$ m s $^{-2}$, $\Delta a = 2 \times 10^{-14}$ m s $^{-2}$, $\tilde{a} = 3 \times 10^{-7}$ m s $^{-2}$, $\Delta v = 6$ mm s $^{-1}$, $v_{85} = 0.6$ m s $^{-1}$, $\delta k/k_{\text{eff}}^{87} = 5 \times 10^{-6}$, $|\int \delta f(t) dt|/|\int f_{87}(t) dt| = 3 \times 10^{-6}$, $\delta\Omega/\Omega = 0.1$ (between the first and the third Raman pulse and between both isotopes)].

Term	Phase shift	Dominant term (DC term, $\omega \rightarrow 0$)	Size (rad)
Δa Terms			
1	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta a \int f_{87}(t) dt$	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta a (T + 2\tau) (T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	7×10^{-10}
2	$\delta k \Delta a \int f_{87}(t) dt$	$\delta k \Delta a (T + 2\tau) (T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	3.5×10^{-15}
3	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta a \int \delta f(t) dt$	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta a (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	2×10^{-15}
4	$\delta k \Delta a \int \delta f(t) dt$	$\delta k \Delta a (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	1×10^{-20}
a Terms			
5	$\delta k a \int f_{87}(t) dt$	$\delta k a (T + 2\tau) (T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	1.73
6	$(k_{\text{eff}}^{87} a - 2\pi\alpha) \int \delta f(t) dt$	$(k_{\text{eff}}^{87} a - 2\pi\alpha) (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	1×10^{-7}
7	$\delta k a \int \delta f(t) dt$	$\delta k a (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	4.8×10^{-6}
\tilde{a} Terms:			
8	$\delta k \int f_{87}(t) \tilde{a}(t) dt$	$\delta k \tilde{a} (T + 2\tau) (T + \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	5.3×10^{-8}
9	$k_{\text{eff}}^{87} \tilde{a} \int \delta f(t) dt$	$k_{\text{eff}}^{87} \tilde{a} (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	3×10^{-8}
10	$\delta k \tilde{a} \int \delta f(t) dt$	$\delta k \tilde{a} (T + 2\tau) (\frac{2}{\Omega^{85}} \tan(\frac{\Omega^{85} \tau}{2}) - \frac{2}{\Omega^{87}} \tan(\frac{\Omega^{87} \tau}{2}))$	1.6×10^{-13}
v Terms			
11	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta v \int g_s^{87}(t) dt$	$k_{\text{eff}}^{87} \Delta v \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$	1.2×10^{-2}
12	$(k_{\text{eff}}^{87} v_{85} + 2\pi\alpha v_r) \int \delta g_s(t) dt$	$(k_{\text{eff}}^{87} v_{85} + 2\pi\alpha v_r) (\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2})$	1.2×10^{-3}
13	$\delta k v_{85} \int g_s^{87}(t) dt$	$\delta k v_{85} \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2}$	6.1×10^{-6}
14	$\delta k v_{85} \int \delta g_s(t) dt$	$\delta k v_{85} (\frac{\delta\Omega^{85}}{(\Omega^{85})^2} - \frac{\delta\Omega^{87}}{(\Omega^{87})^2})$	6.1×10^{-7}

III. DIFFERENTIAL PHASE EXTRACTION

The two signals from the dual-species atom interferometer are sinusoidal functions and thus parametrically describe an ellipse [cf. Eq. (2)]. In order to benefit from the coupling between both sensors few methods for deriving the differential phase from this ellipse have already been developed. The operating range of a simultaneous dual-species atom interferometer is much larger than for a “standard” single-species atom gravimeter. Indeed, even when the acceleration fluctuations are greater than one fringe spacing, the ellipse remains visible and the differential acceleration can still be derived from it. This is the signature of the correlation between both interferometric signals from both isotopes which is made possible by the simultaneous aspect of the measurement.

A first solution, historically developed for gradiometers, consists in executing a least-square fitting method [46]. This method permits a rapid extraction of the differential phase but is not bias-free in the presence of noises. A Bayesian analysis is a much more comprehensive approach for estimating the differential phase [47,48] and will lead to an optimal estimator with negligible systematic error. This method can also be employed in cases where the scale factor associated with each species is different [49]. Nevertheless, this method requires an accurate statistical model for the interferometer parameters

and is computationally intensive to implement. For our data processing we have used an alternative method referred as “direct phase extraction” [50] that is described in this section.

In our case, the ellipse parameter corresponds to the common interferometric phase $\Delta\Phi_{87}$ shared by both isotopes which can be swept by scanning the Raman frequency ramp α or by introducing some vibration noise. The differential phase ϕ_d is related to the ellipticity, when $\phi_d = \pi/2$ the normalized ellipse is a circle, when $\phi_d = 0$ the ellipse collapses to a line. More specifically, these curves are not closed Lissajous curves. Indeed, the frequencies of the two sine functions are slightly different because of the different scale factors related to each atomic species. Nevertheless this aspect is clearly negligible in our case, considering the slight difference in scale factors and the amplitude of vibrations. The parametric curves are thus approximated by ellipses in the paper. After each interferometric cycle, a couple of points (x_j, y_j) is obtained. The measurement is reiterated N times and N couples are finally obtained to describe the ellipse, such as

$$\begin{aligned}
 x_j &= -2 \frac{P_{87,j} - P_{87,j}^0}{C_{87,j}} = \cos(\Delta\Phi_{87,j}), \\
 y_j &= -2 \frac{P_{85,j} - P_{85,j}^0}{C_{85,j}} = \cos(\Delta\Phi_{87,j} + \phi_{d,j}). \quad (9)
 \end{aligned}$$

From this equation, the common interferometric phase $\Delta\Phi_{87,j}$ can be “directly” eliminated by using inverse functions (arcsin and arccos). By using some algebra, each couple (x_j, y_j) leads to two solutions of ϕ_d equal to

$$\forall j \in [1, N], \phi_{d,j} = \arccos(x_j y_j \pm \sqrt{(1-x_j^2)(1-y_j^2)}), \in [0, \pi]. \quad (10)$$

The final value of ϕ_d is extracted by using a maximum likelihood estimation over all $\phi_{d,j}$. First, the phase estimation likelihood function, containing the $2N$ solutions, is fitted by a Gaussian function to find its maximum in order to have a first estimation of ϕ_d . According to this first estimation, for all j , only the closest value $\phi_{d,j}$ is then kept among the two solutions [cf. Eq. (10)]. Indeed for each couple of point j , only one solution $\phi_{d,j}$ gives the correct value of ϕ_d on the interval $[0, \pi]$, the other being randomly distributed on $[0, \pi]$ when the ellipse is randomly parametrized. Finally, ϕ_d is given by the mean value of the second phase estimation likelihood function, now containing only N values $\phi_{d,j}$ associated with the N measurements (x_j, y_j) . The one-sigma resolution is given by the standard deviation of the likelihood function over \sqrt{N} . In our experimental conditions the dominant noises are Gaussian noises. The resulting likelihood function is thus symmetric and its mean value corresponds to the more likely value of the differential phase.

Typical simultaneous dual-species fringes are reported in Fig. 2(a). Figure 2(b) shows the experimental ellipse obtained by plotting the interferometric signal from ^{85}Rb versus the one from ^{87}Rb . The phase estimation likelihood function [cf. Fig. 2(c)] represents the differential phase distribution from this ellipse ($\phi_d \sim 1.7$ rad).

This differential phase extraction method is quick and easy to implement and chiefly allows for a bias-free differential phase extraction on a large range of ϕ_d . We performed computing simulations in order to verify the bias-free aspect of this method. For a different value of $\phi_d \in [0, \pi]$ and different amplitudes of noises, ϕ_d is estimated for a large number of noisy ellipses. This estimation method is bias-free on the range $[3\pi/16, 13\pi/16]$ for an offset noise σ_P/P of 1%, an amplitude noise σ_C/C of 2% and a noncommon phase noise of $\sigma_\phi = 30$ mrad (all corresponding to noises three times larger than our experimental noises). This method requires an *a priori* knowledge of the fringe amplitudes (C_i) and population offsets (P_i^0). These parameters can be easily deduced by fitting the sinusoidal fringes, scanned either by the Raman frequency ramp α in a low vibration environment or by the vibrations themselves, where in that case, the atom sensor is correlated with a mechanical accelerometer. The probability density function [33] of the atom interferometer measurements can also give access to this parameter. A last method can be to simply derive the fringe amplitudes and offsets from the mean value and the standard deviation of the probability density function without any fitting method. No significant biases on the differential phase estimation appears for relative errors less than 5% on the fringe contrasts and 1% on the offsets. All the conducted numerical simulation tests prove thus the high reliability and robustness of this phase extraction method.

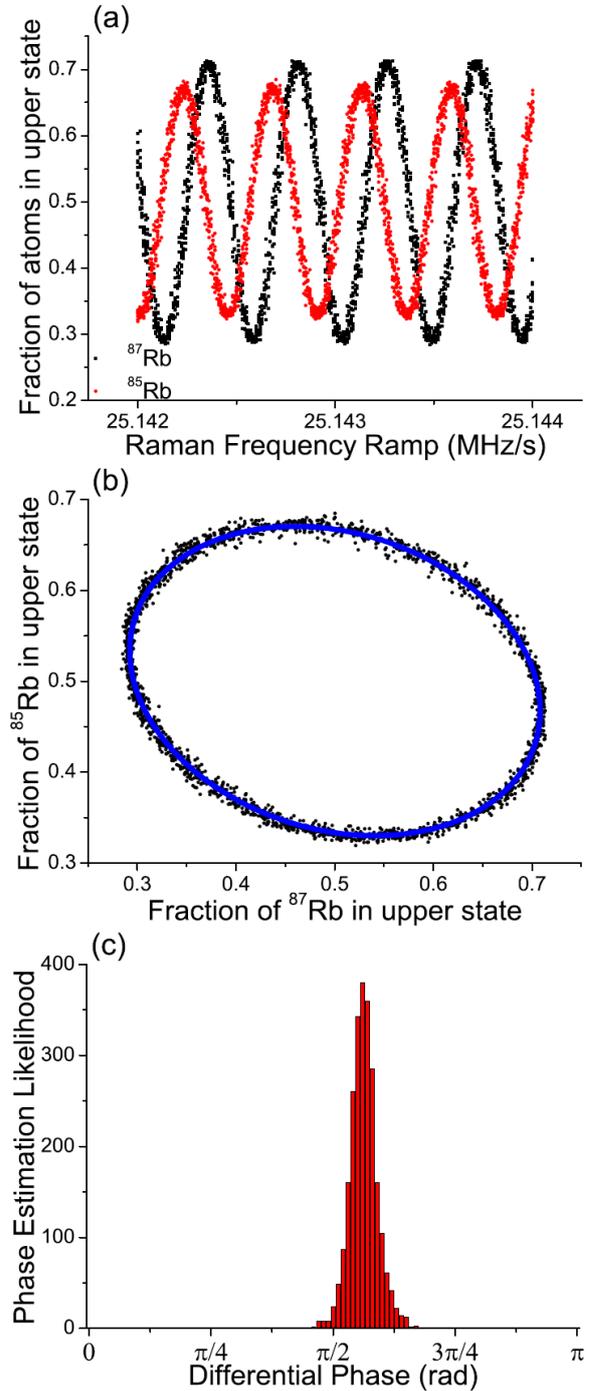


FIG. 2. (Color online) Simultaneous interferometric signals for ^{87}Rb and ^{85}Rb , with $T = 47$ ms. From top to bottom, (a) interference fringes as a function of the microwave chirp α , in black squares from ^{87}Rb in red dots from ^{85}Rb . (b) Signal from ^{85}Rb is plotted vs signal from ^{87}Rb drawing the ellipse fitted by the solid blue line. (c) ϕ_d is derived from the phase estimation likelihood function (red histogram). The fringes and the ellipse contain 2400 points; each point is acquired in 0.25 s corresponding to a global integration time of 600 s. The data were recorded with a single direction of the Raman wave vector $+\vec{k}_{\text{eff}}$.

In a “standard” single-species atom gravimeter the phase resolution is proportional to the inverse of signal to noise ratio (SNR), i.e., it scales as SNR^{-1} [3]. With the present direct phase extraction method, this dependency is statistically estimated at $\text{SNR}^{-0.7}$. This behavior is empirically estimated by performing numerical simulations: For typical fixed values of offset noise, amplitude noise and noncommon phase noise, the SNR is modified by changing the fringe amplitudes. This phase extraction method is then less sensitive to acceleration fluctuations than the one used in a gravimeter [6]. This is here explained by the fact that the signal is integrated over all possible interferometric phases $[0, 2\pi]$ and not only in the neighborhood of $\pi/2$ where the interferometer’s response is the most sensitive.

IV. EXPERIMENTAL APPARATUS

For simultaneously measuring the acceleration undergone by ^{87}Rb and ^{85}Rb , both isotopes are first trapped and cooled thanks to the same laser beams and magnetic field gradients to form two spatially embedded magneto-optical traps (MOT). Both clouds are released from the trap and the accelerations are simultaneously measured by the same Mach-Zehnder-type atom interferometer based on stimulated Raman transitions.

The experimental setup is mainly derived from [6,23]. The cold atoms are trapped and cooled at the top of a high vacuum chamber made of glass and are then dropped over a distance of $\simeq 4$ cm limiting T to be smaller than 47 ms. The atoms are interrogated during their free fall by the Raman laser beam which is retro-reflected by a mirror representing the inertial reference for both isotopes. This mirror is attached to a mechanical accelerometer (nanometrics TITAN) to monitor its vibrations. The whole sensor head—containing the vacuum chamber, the magnetic shield consisting of four layers of mu-metal, the magnetic coils, and the optics—is placed on a passive vibration isolation table (Minus-K). This table is itself mounted on an excitation table actuated by piezoelectric transducers (PZT). The isolation table resonance is tuned at the excitation frequency in order to filter higher harmonics to obtain a clean excitation at a well-defined frequency.

The laser system for addressing both ^{87}Rb and ^{85}Rb is based on the frequency doubling of Telecom sources [51]. A distributed feedback (DFB) laser diode at 1560 nm is amplified in a 5-W erbium-doped fiber amplifier (EDFA) and then frequency doubled in a periodically poled lithium niobate (PPLN) crystal. The frequency of the laser is controlled thanks to a beat note with a reference laser locked on a rubidium transition. The needed laser lines for the dual-species experiment are then synthesized thanks to a fibered electro-optic phase modulator at 1560 nm. Concerning the cooling and the detection stages, four laser lines are needed: cooling and repumping laser lines for both isotopes. In that cases, the carrier frequency is tuned on the ^{87}Rb cooling transition. The three other laser lines are generated by injecting three microwave modulation frequencies (1.126 GHz, 2.915 GHz, and 6.568 GHz) into the phase modulator as follows:

$$\begin{aligned} f_{\text{cooling}}^{87} &= f_{\text{carrier}}, \\ f_{\text{cooling}}^{85} &= f_{\text{carrier}} + 1.126 \text{ GHz}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{\text{repumping}}^{87} &= f_{\text{carrier}} + 6.568 \text{ GHz}, \\ f_{\text{repumping}}^{85} &= f_{\text{carrier}} + 1.126 \text{ GHz} + 2.915 \text{ GHz}. \end{aligned} \quad (11)$$

The power of each line is controlled by adjusting the modulation depth of each microwave frequency. During the cooling stage the experimental parameters are adjusted to obtain close trap features for both isotopes. Indeed both cooling line powers are set to be the same for both isotopes and the repumping power of ^{85}Rb is a little stronger than the one of ^{87}Rb , that compensates a higher depumping rate due to spontaneous emission because of its tighter hyperfine structure. Approximately one-third of the global laser power is lost in additional modulation lines far from any atomic resonances. Phase modulation is also used for generating the laser lines during the interferometric sequence. Both Raman pairs are generated by directly injecting the Raman difference frequencies associated to each isotope (i.e., 6.834 GHz for ^{87}Rb and 3.035 GHz for ^{85}Rb), making the carrier frequency common to both Raman pairs (cf. Fig. 3). This way of laser frequencies generation leads to the creation of additional laser lines that can induce destructive interferences of the transition probability by driving “parasite” Raman transitions [52] (cf. Fig. 3). The Raman pair corresponding to ^{87}Rb is red-detuned by 0.59 GHz with respect to the excited hyperfine state $F' = 2$ and therefore the one corresponding to ^{85}Rb is red-detuned by 1.86 GHz with respect to $F' = 3$. The power of these two pairs is adjusted to obtain Rabi frequencies of the two photons Raman transitions as identical as possible.

With this setup, few 10^8 atoms are loaded from a background vapor into MOTs in 250 ms. The atoms are then further cooled down in an optical molasses phase of 28 ms leading to a temperature of 1.6 μK for ^{87}Rb and 2.6 μK for ^{85}Rb . Additional trap loss collisions due to inter-species atomic collisions [53] do not exceed 10%–15% in our case. These results confirm that the additional laser lines do not have any significant impact on the cooling efficiency. Atoms are furthermore selected in the Zeeman sublevel $m_F = 0$ of the hyperfine ground state (i.e., $F = 1$ for ^{87}Rb and $F = 2$ for ^{85}Rb) to remain insensitive to parasite magnetic fields. The selection is made thanks to a microwave π pulse which drives the transition between the two hyperfine ground states for atoms in the sublevel $m_F = 0$ only. A slightly blue-detuned optical pulse removes any residual atomic population.

During the free fall, the interferometric sequence occurs in a vertical uniform magnetic field of 28 mG. The sequence consists in three Raman laser pulses of durations $\tau - 2\tau - \tau$, with $\tau = 4 \mu\text{s}$, equally spaced in time by $T = 47$ ms and realizing the $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sequence of the Mach-Zehnder-type interferometer (cf. Fig. 1). The Raman laser pulses couple at the same time the states $|F = 1, m_F = 0\rangle$ to $|F = 2, m_F = 0\rangle$ for ^{87}Rb and $|F = 2, m_F = 0\rangle$ to $|F = 3, m_F = 0\rangle$ for ^{85}Rb . Exactly the same microwave chirp $|\alpha| \simeq 25.143 \text{ MHz s}^{-1}$ is applied to both Raman difference frequencies in order to compensate the time-dependent Doppler shift induced by gravity [cf. Eq. (1)]. This chirp is synthesized with the same digital direct synthesizer (DDS) for both isotopes.

Finally, the atomic population repartition between the two coupled states is measured for each species by fluorescence detection. The atomic cloud is illuminated by a vertical

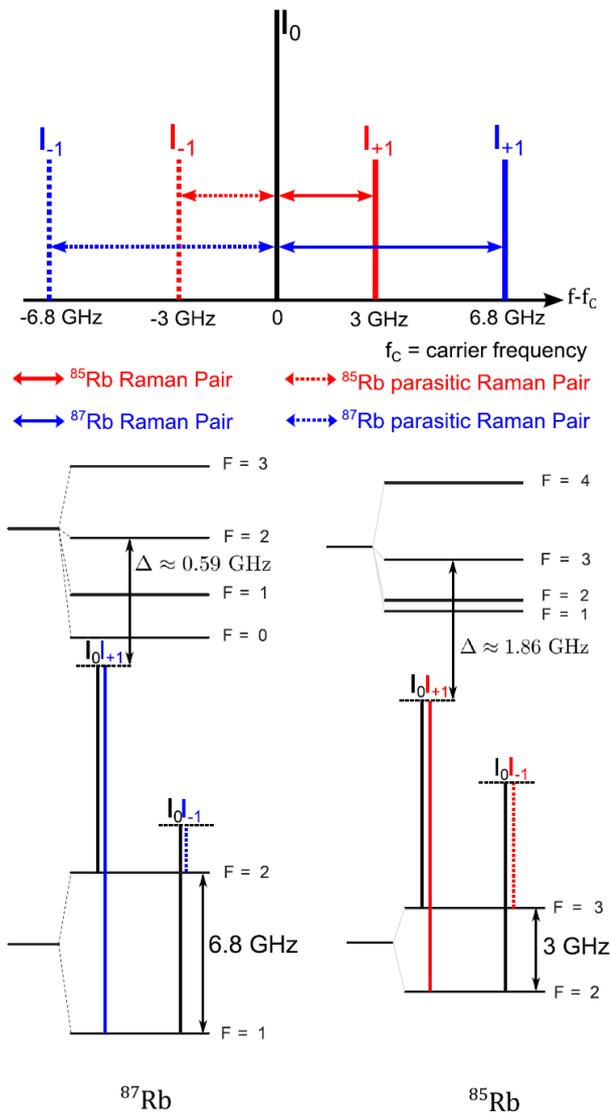


FIG. 3. (Color online) Schematic of the laser spectrum at 780 nm during the interferometric sequence with atomic level systems and Raman transitions for both isotopes. In solid lines the Raman pairs used for the atomic mirrors and beam splitters; in dashed lines the “parasite” Raman pairs are due to phase modulation generation, red color corresponding to ^{85}Rb and blue to ^{87}Rb .

resonant detection beam and the fluorescence is collected thanks to a collimation lens system and a photodiode on the perpendicular direction. The atomic cloud is illuminated by two successive sequences of three light pulses of durations 1.5–0.05–1.5 ms. The first sequence induces the fluorescence signal from ^{87}Rb atoms: The first pulse detects atoms in $F = 2$, the second one fully transfers atoms from $F = 1$ to $F = 2$, and the third pulse is identical to the first one and detects atoms initially in $F = 1$. During the first and third pulse the laser frequency is slightly blue-detuned ($+0.88 \Gamma$, where Γ is the natural linewidth of the transition) and no modulation is applied to detect and push away the atoms. During the

repumping pulse (second one) the 6.568-GHz modulation is injected into the phase modulator to generate the repumping line with a power adjusted in order to suppress as much as possible the carrier frequency. The second sequence of three pulses induces the fluorescence signal from ^{85}Rb and is conceptually identical to the first one: The first pulse detects atoms in $F = 3$, the second one fully transfers atoms from $F = 2$ to $F = 3$, and the third pulse is identical to the first one and detects atoms initially in $F = 2$. In practice, during the first and third pulse the 1.126-GHz modulation is injected into the phase modulator to generate the cycling transition with a blue detuning of 0.7Γ and with a power allowing one to cancel the carrier frequency and thus minimize a cross signal from ^{87}Rb atoms. During the repumping pulse (second one) the 1.126- and 2.915-GHz modulations are injected into the phase modulator to generate the repumping line. In that case, both cycling transitions cannot be canceled. The fluorescence of the background vapor is finally recorded and removed for both isotopes. With this detection scheme, a detection noise on the transition probability of $\sigma_P = 0.0027$ for ^{87}Rb , and $\sigma_P = 0.0035$ for ^{85}Rb , is obtained.

The whole sequence is performed at a repetition rate of 4 Hz.

V. PREVIOUS RESULTS AND IMPROVEMENTS

Before giving the last results of the dual-species atom interferometer, we recapitulate the previous results presented in [23] and the improvements that have followed.

The resolution on the differential phase was about $3 \times 10^{-8} g$ after an integration time of 15 min corresponding to a sensitivity of $1 \times 10^{-6} g/\sqrt{\text{Hz}}$. These performances were limited by the detection noise of the experiment. The fringe amplitude was about 22% for ^{87}Rb and 7% for ^{85}Rb mostly because of spurious impact of additional laser lines generated by modulation and of our detection scheme. Thanks to the simultaneous aspect of the experiment, we highlighted a common-mode vibration noise rejection between both isotopes higher than 55 dB (rejection factor of 550) limited by the detection noise. Moreover, we performed a quantum-based test of the WEP at a level of few 10^{-7} limited by uncertainties over systematics. This experiment was the first demonstration of a simultaneous dual-species atom interferometer.

The first step to improve the experiment was to reduce the impact of additional laser lines generated by phase modulation. The spurious impact on the fringe visibility is briefly presented in Appendix B, and a more comprehensive theoretical paper [52] studies the additional line impacts more generally. The main point to emphasize is the spatial dependency of the probability amplitude between the two states coupled by the light. The atomic beam splitter and mirror efficiency directly depends on this probability amplitude (given by the Rabi frequency Ω). As atoms are in free fall, the two-photon Rabi frequency depends on the time when the light pulse occurs and thus the transfer efficiency depends on T . T is set at 47 ms to achieve the best sensitivity allowed by our experimental setup and the retro-reflecting Raman mirror position has been adjusted to obtain Rabi frequencies for each pulse, and for each isotope, as close as possible. For instance, in the current experiment the different Rabi

frequencies are $\Omega_1^{87} = \pi/(7.7 \mu\text{s})$, $\Omega_2^{87} = \pi/(8 \mu\text{s})$, $\Omega_3^{87} = \pi/(7.9 \mu\text{s})$, $\Omega_1^{85} = \pi/(9.4 \mu\text{s})$, $\Omega_2^{85} = \pi/(8.1 \mu\text{s})$, $\Omega_3^{85} = \pi/(7.4 \mu\text{s})$, which is why the pulse duration $\tau = 4 \mu\text{s}$ has been chosen for realizing a Mach-Zehnder-type atom interferometer $\pi/2 - \pi - \pi/2$.

The noncommon phase noise between both isotopes was reduced by optimizing the microwave source used for generating the Raman pair of ^{85}Rb . Mainly, a lower noise frequency reference at 10 MHz was implemented in the optimized microwave source.

The detection has also been improved in order to increase the SNR. The interferometric signal [cf. Eq. (2)] is given by the proportion of atoms P in the upper hyperfine ground state at the output of the interferometer:

$$P = \frac{N_2}{N_1 + N_2}, \quad (12)$$

where N_2 is the number of atoms in the upper state and N_1 in the lower one. The detection aims to accurately estimate the ratio P by counting the atoms in each state. We name here N_1^{det} and N_2^{det} the detected signal associated with each state. Our detection scheme shows nonlinearities when N_1 is measured (i.e., N_1^{det} is not proportional to N_1). The interferometric fringes are not perfectly sinusoidal any more and this results a bias on the determination of the differential phase from the ellipse. These nonlinearities have been taken into account as in the following.

The detection sequence has been explained in Sec. IV. During the first detection pulse, when N_2 is measured, a part of these atoms, $\epsilon_{\text{sp}}N_2$, is transferred to the lower state because of the depumping rate due to spontaneous emission ($0 \leq \epsilon_{\text{sp}} \leq 1$). Moreover, some atoms, ϵ_2N_2 , are not perfectly pushed away from the detection area because of the finite duration of the pulse ($0 \leq \epsilon_2 \leq 1$). These effects counterbalance each other (when ϵ_2 increases, ϵ_{sp} decreases and inversely) as a function of the detection laser power. When the laser intensity is low compared to the saturation intensity of the detection transition, a very small part of the atoms is lost because of spontaneous emission whereas a huge part of the atoms is not pushed away from the detection area, and inversely at high laser intensity.

During the second detection pulse, when atoms in the lower state are repumped in the upper state, it is impossible to completely cancel the blue-detuned detection light. This residual pushes away a part of the atoms, $(1 - \epsilon_1)N_1$, from the detection area ($0 \leq \epsilon_1 \leq 1$).

Consequently, during the third detection pulse, $N_1^{\text{det}} \propto \epsilon_1N_1 + \epsilon_1(\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2)N_2$ atoms will be detected instead of N_1 . This effect must be evaluated and corrected. The atomic population repartition can then be reconstructed by

$$P = \frac{N_2^{\text{det}}}{\frac{N_1^{\text{det}}}{\epsilon_1} + (1 - \epsilon_{\text{sp}} - \epsilon_2)N_2^{\text{det}}}. \quad (13)$$

Interferometric fringes shown in Fig. 2(a) are corrected from these nonlinearities. We measured for ^{87}Rb , respectively, for ^{85}Rb , $\epsilon_1 = 0.75$ and $\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2 = 0.12$, respectively, $\epsilon_1 = 0.8$ and $\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2 = 0.3$. Microwave power fluctuations give rise to temporal fluctuations of these nonlinearity coefficients. These temporal variations are taken into account by fitting

the interferometric fringes and extracting the parameters ϵ_1 and $\epsilon_{\text{sp}} + \epsilon_2$ at different moments of the experiment.

The SNR is now approximately five times better than before [23], the fringe amplitudes being currently about 40% for ^{87}Rb and 35% for ^{85}Rb . This disparity is explained by the impact of the additional laser lines which still remains a bit stronger for ^{85}Rb and by the visibility loss induced by the higher temperature of ^{85}Rb and the velocity selection of stimulated Raman transitions [54].

VI. RESOLUTION, SENSITIVITY, AND LONG-TERM STABILITY

The interferometric signals shown in Fig. 2, associated with a single direction of \vec{k}_{eff} , result from a measurement acquisition of 600 s at a repetition rate of 4 Hz. By extracting the differential phase from the ellipse as explained in Sec. III, ϕ_d is derived with a resolution of 1.5 mrad corresponding to a resolution of $5 \cdot 10^{-9} g$ and a sensitivity of $1.23 \times 10^{-7} g$ at 1 s, with our differential accelerometer by assuming that we are limited by a white noise.

In order to study the long-term stability of the instrument, we alternatively record at 4 Hz the signal for the direction $+\vec{k}_{\text{eff}}$ and then for the opposite one $-\vec{k}_{\text{eff}}$. A value of the differential phase ϕ_d is thus obtained every 0.5 s. The direction of \vec{k}_{eff} is changed drop by drop to eliminate some systematic effects (mainly the one-photon light shift and the first-order Zeeman shift) whose sign does not change with \vec{k}_{eff} . We split the atom interferometer data points into groups of 100 consecutive points as a minimum of 100 points is required to derive a confident value of ϕ_d with our phase extraction method. The interferometric phase $\Delta\Phi_{87}$ is randomly distributed over several fringes thanks to vibrations as the vibration isolation system was turned off during the data acquisition. For each group composed of 100 points, a value and a standard error are derived for ϕ_d . For each group of points, the estimation of detection nonlinearity parameters as well as the estimations of the fringe amplitudes and population offsets are realized by fitting the interferometric fringes. This fit is achievable thanks to the correlation between the atomic and the mechanical accelerometer that allows one to reconstruct the interferometric fringes.

Figure 4 shows the Allan deviation on the differential phase ϕ_d , expressed in g units ($\phi_d/(k_{\text{eff}}^{87}gT^2)$), where g refers to the gravity acceleration ($g \simeq 9.81 \text{ m s}^{-2}$), associated with three possible set of points: $+\vec{k}_{\text{eff}}$ points only, $-\vec{k}_{\text{eff}}$ points only or averaging over the two opposite directions. This averaging allows one to reject the long-term drifts induced by the one-photon light shift fluctuations; indeed the Allan deviation does not contain the bump around 3 h induced by these fluctuations.

These Allan deviation behaviors prove also that the short-term sensitivity is limited by white noises, namely the detection noise and the noncommon phase noise between both isotopes. In our experiment, the detection noise is induced by the laser frequency noise during the detection. This noise is estimated to limit the sensitivity at a level of $1.4 \times 10^{-7} g$ at 1 s. The other noise source is the noncommon phase noise induced by the phase noise of the two different microwave sources used for generating both Raman pairs by phase modulation.

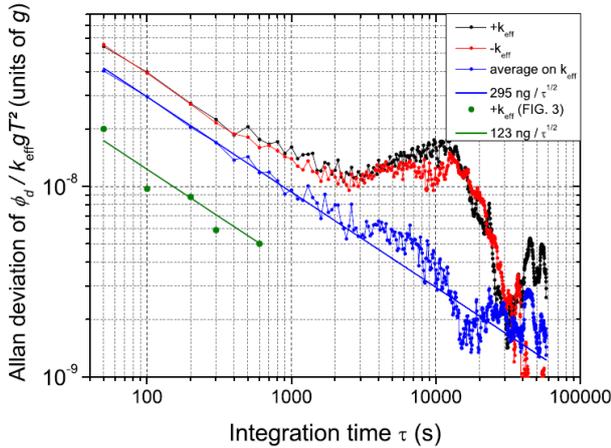


FIG. 4. (Color online) Allan deviations on the differential phase ϕ_d expressed in g units $\phi_d/(k_{\text{eff}}^{87}gT^2)$ with $g \simeq 9.81 \text{ m s}^{-2}$. In black and red dots the Allan deviation corresponding to the two reversed directions of \vec{k}_{eff} . The Allan deviation of the averaging over these two directions (blue dots) and its asymptotic behavior (blue line) is fitted by $295 \text{ ng}/\sqrt{\tau}$. The best sensitivity achieved with our differential accelerometer (green dots, corresponding to data points from Fig. 2) and its asymptotic behavior (green line) is fitted by $123 \text{ ng}/\sqrt{\tau}$. The first data point at $\tau = 50 \text{ s}$ is given by the time required to obtain enough points to extract the phase from the ellipse (here 100 points).

By experimentally measuring the power spectral density of phase noise associated with each source, we estimated that the impact of this noise is lower than $0.65 \times 10^{-7} g$ at 1 s. We finally estimated a global white noise level limiting the sensitivity to $1.55 \times 10^{-7} g$ at 1 s. This value is in good agreement with the sensitivities measured in Fig. 4.

The best experimental sensitivity ($1.23 \times 10^{-7} g$ at 1 s) was achieved with data points from Fig. 2 for a single direction of \vec{k}_{eff} . The sensitivity after the averaging over the opposite directions of \vec{k}_{eff} ($2.95 \times 10^{-7} g$ at 1 s; cf. blue points in Fig. 4) comes from a different set of data. During this measurement session, the detection was not fully optimized degrading the sensitivity.

The results shown in Fig. 4 demonstrate that our differential accelerometer has a sufficient resolution, by integrating the signal during only 5 h, for testing the WEP at a level of 2×10^{-9} .

VII. VIBRATION NOISE REJECTION

A. Experimental results

In our experiment, the differential acceleration measurement is performed with a simultaneous interrogation of both atomic species falling in a common reference frame. The simultaneous aspect allows us to benefit from an efficient common-mode noise rejection which is not possible when atoms are alternatively handled.

The sensitivity of most state-of-the-art gravimeters is limited by the vibration noise whereas the differential atom sensors intrinsically allow one to efficiently reject it. The rejection of this noise, in an atom sensor, has already been studied in a gravity gradiometer [8] handling two cold atomic clouds of the same species separated in space. Our experiment [23]

has demonstrated the rejection of vibration noise with two embedded clouds of ^{87}Rb and ^{85}Rb simultaneously submitted to the same light pulse interferometric sequence. In our case, this kind of rejection can be extended to other environmental perturbations, such as gravity gradients or rotations, which depend on the overlap of the two atomic ensembles.

The vibration noise rejection is a critical point for a sensor which might be used on a moving platform or in a highly noisy environment. In the more specific context of a WEP test, it is necessary that the vibration noise does not limit the sensitivity of the instrument, i.e., terms 8, 9, 10 presented in Table I must remain lower than the targeted one-shot resolution. So the vibration noise rejection ratio must be evaluated in order to determine the vibration level limit at which the instrument still benefits from an adequate sensitivity.

We characterized the rejection of vibrations by shaking the whole sensor, including the sensor head and the passive isolation platform, thanks to an excitation platform actuated by PZT. A first test was made by tuning the minus-K vertical resonance at a frequency of 2.08 Hz, identical to the excitation frequency. This setup allows one to obtain a pure sinusoidal excitation at a given frequency. The 2.08-Hz excitation frequency is chosen to stand within the interferometer bandwidth ($0 \rightarrow 1/2T \simeq 0 \rightarrow 10 \text{ Hz}$), to ensure that the demonstrated rejection comes from the differential measurement and not from the natural interferometer filter. Moreover this frequency is chosen to avoid aliasing effects with the experimental repetition rate of 4 Hz. Then, for different vibration amplitudes A_{vib} (from few $10^{-5} g$ to few $10^{-2} g$) the differential acceleration is derived by fitting ellipses containing $N = 2000$ points. Figure 5 shows three of these ellipses for vibration amplitudes of $3.2 \times 10^{-4} g$, $7.6 \times 10^{-3} g$, and $2.4 \times 10^{-2} g$. Between each ellipse acquisition, the fringe amplitudes and the population offsets are estimated by fitting the interferometric fringes obtained thanks to the correlation between the atom and the mechanical accelerometer.

The results concerning the characterization of the vibration noise rejection are shown in Fig. 6. When the amplitude of vibration is lower than typically a few mg, the atom interferometer sensitivity is still limited by the detection noise and remains nearly constant over this range. Conversely, when the amplitude is higher than a few mg, the vibrations limit the sensitivity and therefore the resolution becomes proportional to their amplitude. Under these experimental conditions the vibration rejection ratio r , defined as

$$r = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{vib}}}{\sqrt{N} \times \sigma_{\Delta g}} \right), \quad (14)$$

can be experimentally evaluated at 88 dB, where $\sigma_{\Delta g}$ is the resolution on the differential acceleration. In addition to the resolution losses, the vibrations induce a drop of contrast through the Doppler shift because of additional vertical acceleration. Some contrast losses and offset population modifications come from rotations (through Coriolis effect [55], and angular and centrifugal acceleration). These rotations are due in our case to a nonpurely vertical excitation with our platform. These effects are measured, during the measurement session thanks to the mechanical accelerometer and additional rotation sensors, and are post-corrected during the differential phase

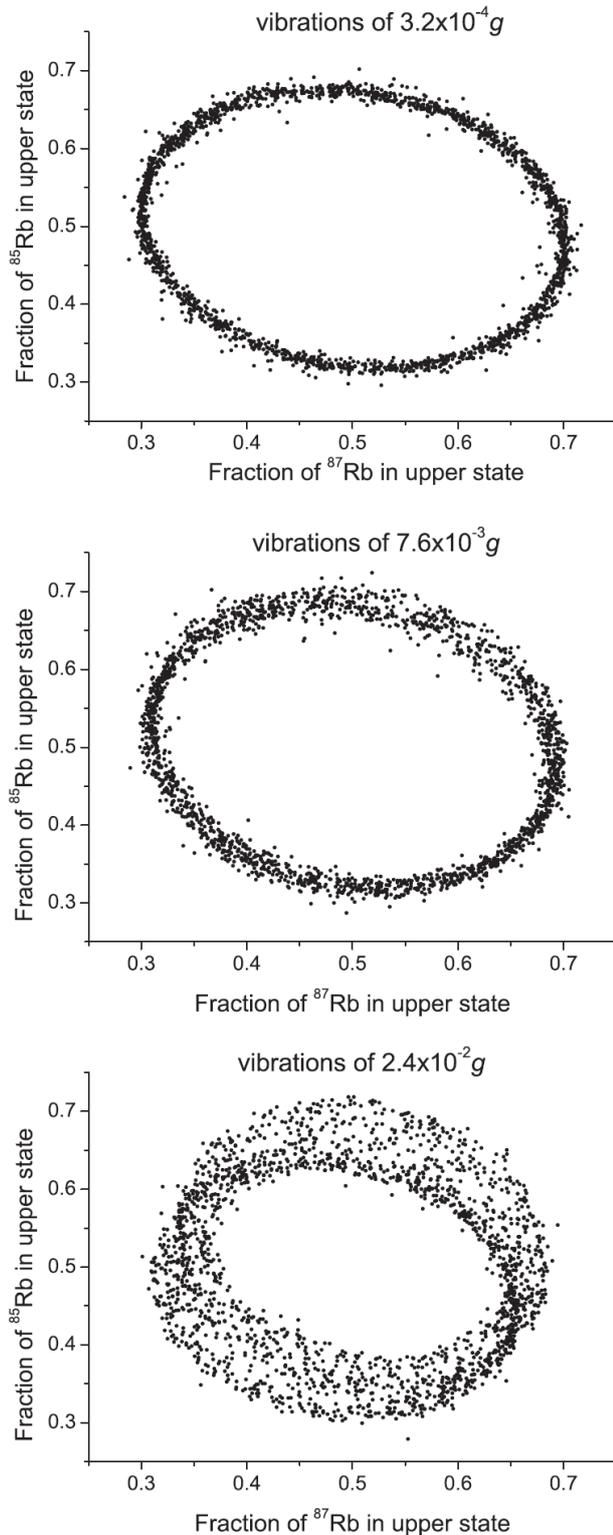


FIG. 5. Three ellipses of 2000 points plotted for three different vibration amplitudes: $3.2 \times 10^{-4} g$, $7.6 \times 10^{-3} g$, and $2.4 \times 10^{-2} g$. The ellipses are progressively blurred because of additional inertial effects induced by the excitation (cf. Sec. VII D).

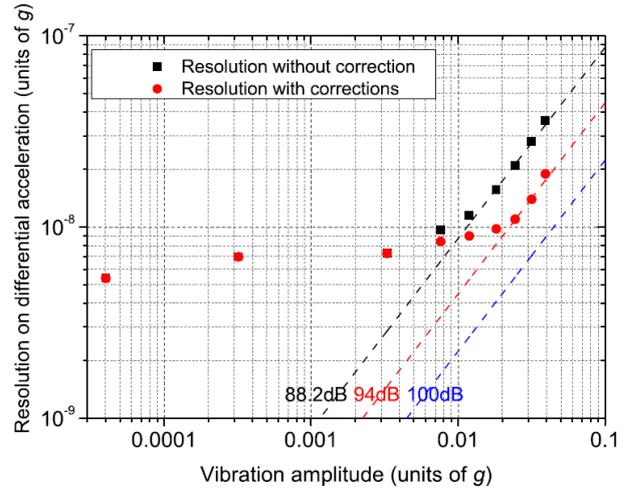


FIG. 6. (Color online) Resolution on the differential acceleration versus the amplitude of vibrations. The resolution is estimated from the ellipses, containing $N = 2000$ points, for different amplitudes of vibrations at 2.08 Hz. The correlation with a mechanical accelerometer allows one to measure the vibrations, and to estimate the fringe amplitudes and the population offsets. These two parameters depend on inertial effects (cf. Sec. VII D); this dependency is (red dots) or is not (black squares) taken into account. In dashed lines, the resolution is plotted according to different values of the rejection ratio $r = 88.2$ dB (black), $r = 94$ dB (red, maximum achieved with our experiment), and $r = 100$ dB (blue, theoretical limit with our experiment).

extraction from the ellipse (cf. Fig. 9). Taking these inertial effects into account, the rejection of vibration then reaches a level of 94 dB (a factor 50 000) between both isotopes. This vibration rejection level, obtained with two different species, is extremely encouraging, and chiefly demonstrates the robustness and reliability of a simultaneous differential acceleration measurement with ^{87}Rb and ^{85}Rb for testing the WEP in various environmental conditions.

In the next sections we will study what the limits are that can explain this level of vibration rejection.

B. Limit: Wave-vector mismatch

The first limit comes from the wave-vector mismatch between both species. This difference makes both scale factors slightly different and any spurious acceleration signals are not perfectly canceled by the differential measurement. This is illustrated by terms 7, 8, and 10 in Table I. In our experiment $\delta k/k_{\text{eff}} = 5 \times 10^{-6}$, limiting the rejection ratio at the same level, i.e., 106 dB. This mismatch is dictated by the way in which the laser lines are generated. Indeed, by looking back at the Raman laser spectrum (Fig. 3), the fact that the carrier frequency is common to both Raman pairs makes impossible an equalization of wave vectors.

Figure 7 displays the acceleration transfer function of a differential dual-species atom interferometer with a wave-vector mismatch (differential 2 curve) compared to the one of a single-species interferometer (single-species curve).

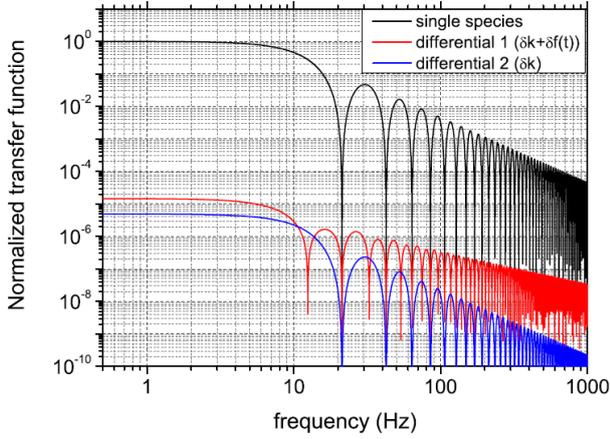


FIG. 7. (Color online) Normalized acceleration transfer function of a single species atom interferometer (black line, single species), a dual-species atom interferometer with wave-vector and Rabi frequency mismatches (differential 1, red line), and a dual-species atom interferometer with a wave-vector mismatch only (differential 2, blue line). The wave-vector mismatch is $\delta k/k_{\text{eff}} = 5 \times 10^{-6}$. The Rabi frequency mismatch between ^{87}Rb and ^{85}Rb is 0.1 (10%).

C. Limit: Difference in temporal response functions (Rabi frequency mismatch)

Another source of difference between both scale factors is due to the difference of temporal response functions, $\delta f(t) = f_{85}(t) - f_{87}(t)$, to accelerations. In our experiment, the atomic beam splitters and mirror are realized by the same laser beam for both isotopes. That is why the pulse duration τ , and the free evolution time T , will be inherently perfectly matched. Therefore, the response function difference comes only from the light-atom interaction making the scale factor dependent on the Rabi frequency associated with each Raman transition. That is why a Rabi frequency mismatch will limit the vibration rejection; it is illustrated by terms 9 and 10 in Table I.

In order to emphasize this limitation, we experimentally compared the difference in response function, in the low frequency limit, between both isotopes. For this measurement, a very large number of fringes is recorded ($\simeq 500$) for both isotopes by sweeping the frequency chirp α . The scale factors are extracted thanks to a sinus fitting, and the difference $\int f_{87}(t) dt - \int f_{85}(t) dt = \int \delta f(t) dt = T_{\text{eq},87}^2 - T_{\text{eq},85}^2$ is thus accessible. $T_{\text{eq},i}^2$ corresponding to the temporal part of the scale factor [cf. Eq. (A5) in Appendix A] associated with the isotopes i . Figure 8 shows the behavior of this difference as a function of the Rabi frequency mismatch during the first and third pulses. The Rabi frequency mismatch is tuned by changing the microwave power at 3.035 GHz injected into the phase modulator, modifying both Raman pairs powers. The experimental value of the difference in response functions follows the same trend as the theoretical prediction derived from Eq. (8) which confirms the validity of the predicted scale factor.

Figure 7 displays the acceleration transfer function of a differential dual-species atom interferometer with a wave-vector mismatch to which is added a Rabi frequency mismatch corresponding to our experimental conditions (differential

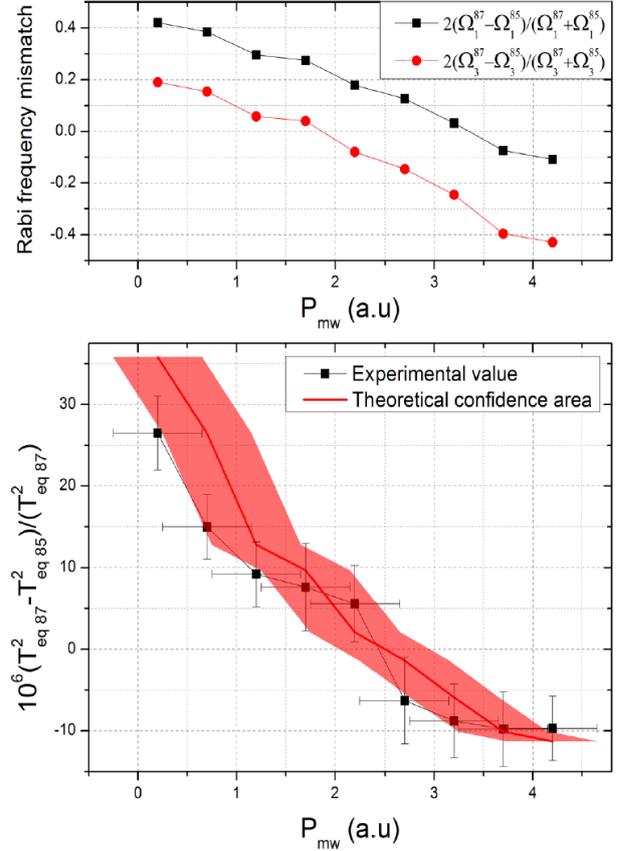


FIG. 8. (Color online) Rabi frequency mismatch during the first and the third pulse (top), and normalized difference in response functions (bottom) in the low frequency limit, between ^{87}Rb and ^{85}Rb , as a function of the microwave power at 3.035 GHz. In the bottom curve, the experimental measurement (black squares) is compared to the theoretical value (red line) as expressed in Eq. (8). The horizontal uncertainty corresponds to the uncertainty on the determination of the Rabi frequency. The vertical uncertainty corresponds to the $1-\sigma$ uncertainty coming from the determination of the scale factor by fitting the interferometric fringes.

1 curve). It is very interesting to notice that in addition to the rejection loss at low frequency, the interferometer cutoff becomes also less efficient at higher frequency. In our experiment, the Rabi frequency mismatch mainly comes from the impact of additional laser lines as it has already been explained (cf. Sec. V and Appendix B). In these conditions the vibration rejection ratio limitation is evaluated at 100 dB.

D. Limit: Drop of contrast because of inertial effects

During the vibration rejection experiment, additional accelerations and rotations emerge. These inertial effects will induce perturbations of the population offsets and a drop of the interferometer contrast. They can be visualized in Fig. 5 where the larger the vibrations are the noisier the ellipse is. It results a drop of the SNR and thus a deterioration of the resolution of the sensor. Nevertheless, if the differential atom accelerometer is hybridized with other inertial sensors, these spurious inertial

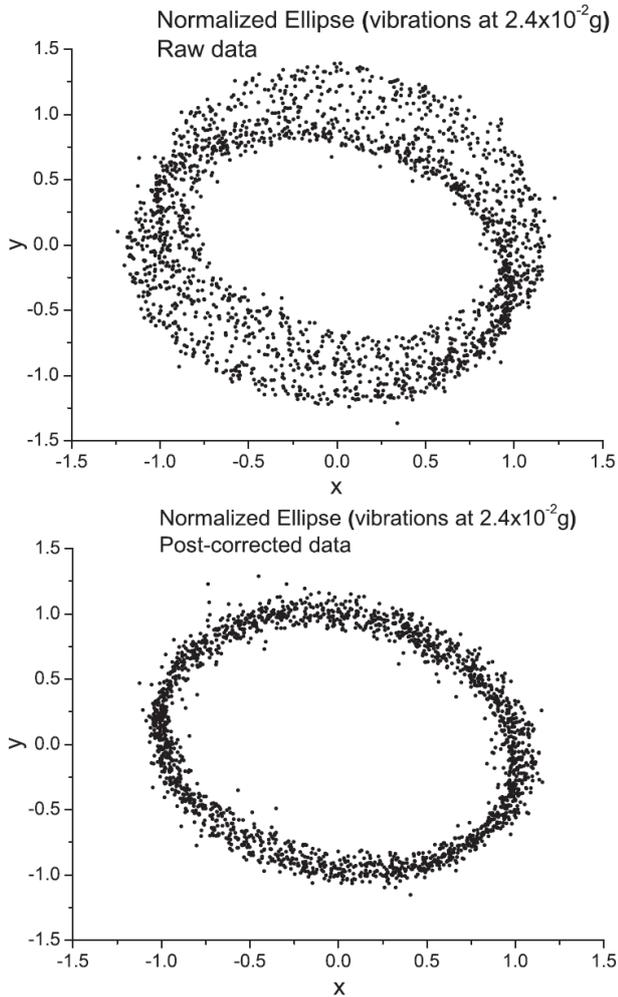


FIG. 9. Normalized ellipses obtained with a vibration level of $2.4 \times 10^{-2} g$. At the top, the ellipse is plotted with the raw data. At the bottom, the ellipse is shown with a better SNR resulting from the post-correction of spurious additional inertial effects. This correction is achievable thanks to the hybridization of the atom interferometer with classical inertial sensors.

effects can be measured and post-corrected. Figure 9 shows the increase of the SNR after this post-correction. This is what has been done to obtain the vibration rejection ratio of 94 dB (cf. Fig. 6).

At vibration amplitudes greater than ~ 1 mg, the accelerations in the direction of \vec{k}_{eff} are large enough that the Raman pulses are Doppler shifted out of the Raman resonance condition. This leads to an estimated drop of contrast of 20% considering vibrations level of ~ 40 mg (peak to peak; in the following, all the numbers will be given according to this level of vibrations).

Then, these vertical accelerations displace the atoms from the ideal detection position by a distance up to 1.2 mm. The detection efficiency is thus modified in a different way for each detection pulse. The normalization of atomic populations is also modified which creates fluctuations of the ellipse center up to 5%.

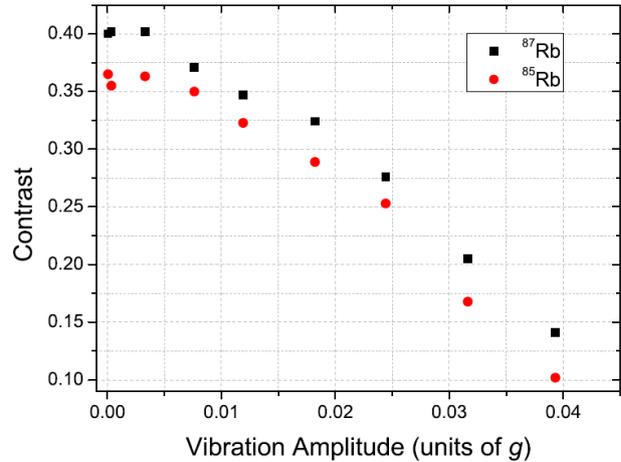


FIG. 10. (Color online) Drop of contrast as a function of the amplitude of vibrations for ^{87}Rb (black squares) and for ^{85}Rb (red circles). The drop is induced by spurious inertial effects.

The interferometric phase depends on the transverse motion of atoms [56]. The rotations can thus induce a drop of contrast because of the averaging over the spatial and the velocity spread distributions of the atomic clouds. The rotations induce a drop of contrast through the Coriolis effect [55], estimated at almost 90%, for a temperature of the atomic clouds of $2 \mu\text{K}$, which is the most disruptive inertial effect. Moreover, angular accelerations, respectively, centrifugal accelerations, may create additional phase shifts, as a function of the position of the atoms, which are averaged over the spatial distribution [of about 3 mm full width at half maximum (FWHM)]. The resulting drop of contrast is estimated at about 60%, respectively, negligible.

Figure 10 presents the experimental drop of contrast induced by all spurious inertial effects previously mentioned for both isotopes of rubidium. At low vibration amplitude, the ^{85}Rb contrast is lower than the ^{87}Rb contrast. This is explained by the larger impact of additional laser lines on ^{85}Rb and by its higher temperature. The same relation between the contrast is also observed at higher vibration level. This is also mainly explained by the higher temperature of ^{85}Rb making the drop of contrast due to the Coriolis effect and angular accelerations stronger than for ^{87}Rb .

In conclusion on the vibration noise rejection and its limitations, the rejection ratio of 94 dB (corresponding to a factor 50 000) experimentally measured is close to the theoretical limits estimated at 100 dB. This demonstrates that our differential atom interferometer works very close to its ultimate performances concerning the common-mode vibration noise rejection. The remaining difference is attributed to the nonperfect correction of the additional inertial effects induced by the excitation.

VIII. CONCLUSION

This experiment is intended to experimentally study some limits which could affect a quantum-based test of the WEP by atom interferometry.

In this paper we have focused on the sensitivity and the resolution of our dual-species atom interferometer for measuring the differential acceleration and the profits on the common-mode vibration noise rejection. We did not study the accuracy of the measurement by estimating the systematic effects. Nevertheless, the theoretical study about the differential phase (cf. Table I) allows one to state the intrinsic phase shift inherent to the differential measurement by atom interferometry.

The free-fall accelerations of both test bodies are simultaneously compared and lead to a WEP test by extracting the Eötvös ratio,

$$\eta_{87\text{Rb},85\text{Rb}} \equiv 2 \frac{a_{87} - a_{85}}{(a_{87} + a_{85})} = 2 \frac{\Delta a}{(a_{87} + a_{85})}. \quad (15)$$

The WEP is violated when $\eta_{87\text{Rb},85\text{Rb}} \neq 0$ which is why the differential acceleration Δa needs to be measured in an extremely accurate and sensitive way.

Concerning the accuracy, the WEP violation signal, mainly term 1 in Table I, is aimed to be detected. All additional phase shifts larger than this signal, coming from the mutual constant acceleration a because of different scale factors between both isotopes (terms 5–7), from the atom velocity (terms 11–14), from experimental systematic effects (as light shifts, Zeeman effects, wave-front aberrations, gravity gradient, self-gravity, magnetic fields, mean-field effects, etc.) must be accurately known and/or estimated to be canceled.

Concerning atom velocities, when Rabi frequencies are not equal between the first and the last light pulses (for instance, because of the cloud expansion in a given longitudinal laser intensity profile) the dual-species interferometer is sensitive to the velocity difference between both species (terms 11–14 and mainly term 11). By naming $\delta\Omega$ the Rabi frequency mismatch between the light pulses, the condition term 11 < term 1 leads to the following condition on the velocity difference between both isotopes: $\Delta v < \frac{\Delta a T^2 \Omega}{\delta\Omega}$. By considering $\Delta a = 10^{-14} \text{ m s}^{-2}$, $T = 1 \text{ s}$, $\tau = 100 \mu\text{s}$, $\delta\Omega/\Omega = 10^{-2}$ we obtain $\Delta v < 2 \times 10^{-8} \text{ m s}^{-1}$. This condition is experimentally challenging but remains below the conditions on the differential velocity targeted by STE-QUEST to counteract effects as the gravity gradient or the Coriolis acceleration [36].

In our experiment, a velocity difference of $\Delta v \sim 6 \text{ mm s}^{-1}$ has been measured by Raman spectroscopy, leading to a non-negligible phase shift of 12 mrad. This difference may come from two different dropping times when both isotopes are released from the trap and also from laser intensity and polarization imbalances between MOT beams [56] which communicate different initial velocities for both isotopes. These effects may be strongly reduced by loading the atoms into a conservative optical trap after the optical molasses in order to better control the release parameters [57].

Concerning the sensitivity, future experiments dedicated to test the WEP aim to be limited by the quantum projection noise during the atomic population detection [58,59]. Such working regimes are currently reached in state of the art quantum inertial sensors. The main source of noise, which is inherently linked to the acceleration measurement, and which could thus impair the sensitivity is obviously the vibration noise, i.e., \tilde{a} terms in Table I. As it has been previously

explained, a simultaneous handling of both quantum test bodies is required to benefit from a common-mode vibration noise rejection. The use of both isotopes of the same species is here a strong advantage because it allows one to take advantage of high rejection levels (as demonstrated in this paper) which ensure the high reliability of the differential accelerometer in a large range of environmental conditions. On ground, this allows one to release some technological constraints on the isolating vibration systems, for instance. In microgravity environments, according to terms 8 and 9, the use of ^{87}Rb and ^{85}Rb allows one to work with white noise levels, in the interferometer bandwidth, up to $2 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ by considering a relative difference of 10^{-9} on wave vectors and 10^{-3} on Rabi frequencies, or even up to $1 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ if a 10^{-4} level on the Rabi frequency match can be achieved (the values of k , T , τ has been here chosen according to STE-QUEST parameters [34–36]). This is a strong argument for the use of these two isotopes for testing the WEP in the international space station (ISS) or in a satellite. Indeed, the vibration noise in the ISS is quite high because of human activity, whereas in a satellite, the vibration levels remain little known and strongly depend on the satellite itself and on all the instruments that are loaded in there. The use of ^{87}Rb and ^{85}Rb thus offers a strong safety in order to counteract a large number of spurious and unexpected environmental effects.

We have reported here the realization and the characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer which handles both ^{87}Rb and ^{85}Rb . We carefully studied the expression of the differential phase and the measurement scale factor, thanks to the sensitivity response function formalism, and explained the method used to derive the differential phase. After having tackled the main limitations of our previous device (the impact of additional laser lines and the nonlinearities in the detection scheme) we showed that our differential accelerometer currently reaches a sensitivity of $1.23 \times 10^{-7} g$ at 1 s and a resolution of $2 \times 10^{-9} g$ after an integration time of a few hours only. These results have been obtained with a small and compact atom sensor. The simultaneous differential measurement allowed us to exhibit a vibration rejection factor of 50 000 which proves the reliability of such a sensor in a large range of environmental conditions and its utility for future projects aiming to test the WEP with matter waves. A next step to improve the current results could be to implement a new detection scheme for better counting the atomic populations of both species. Finally, it is necessary to work further on the correction of the systematic effects related to the measurement in order to reach an accuracy on η at a level of 10^{-9} .

ACKNOWLEDGMENTS

We thank the Direction Générale de l'Armement (DGA) for financial support allowing the realization of the experimental setup.

APPENDIX A: RESPONSE FUNCTION OF A MACH-ZEHNDER-TYPE ATOM INTERFEROMETER TO ACCELERATION

Initially developed for atomic clocks [60], the sensitivity function formalism is well adapted to evaluate the response

of the interferometer to laser phase fluctuations and thus to acceleration.

Considering an infinitesimal phase step $\delta\phi$ of the Raman laser phase occurring at time t the sensitivity function is defined as in Eq. (5). We make the same assumptions than in [45], i.e., the laser waves are considered as pure plane waves, the Rabi frequencies are constant during a pulse (square

pulses), and the resonance condition is fulfilled. Moreover we have extended this framework by assuming that the Rabi frequencies are not necessarily equal between each pulse ($\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \Omega_3$). We followed the same matrix calculation approach as in [45]. With a time origin in the middle of the interferometer, the expression of the sensitivity function is given by

$$g_s(t) = \begin{cases} 0, & t \leq -T - 2\tau \\ -\frac{\sin[\Omega_1(t+T+2\tau)]}{\sin(\Omega_1\tau)}, & -T - 2\tau \leq t \leq -T - \tau \\ -1, & -T - \tau \leq t \leq -\tau \\ \frac{\sin(\Omega_2 t)}{\sin(\Omega_2\tau)}, & -\tau \leq t \leq \tau \\ 1, & \tau \leq t \leq T + \tau \\ -\frac{\sin[\Omega_3(t-T-2\tau)]}{\sin(\Omega_3\tau)}, & T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0, & t \geq T + 2\tau \end{cases}. \quad (\text{A1})$$

The interferometric phase $\Delta\Phi$ can then be derived by the formula,

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} dt, \quad (\text{A2})$$

where $\varphi(t)$ is the phase of the Raman laser seen by the atoms. In the frame associated with the free-falling atom, this phase is equal to $\varphi(t) = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t)$, with $\vec{r}(t)$ being the position of the Raman mirror compared to the atom. The sensitivity function corresponds to the response of the interferometer to the velocity of the free-falling atom. Integrating by parts Eq. (A2), it can be shown that the interferometric phase can be expressed as in Eq. (4). The response function of the interferometer to acceleration is thus the primitive integral of the sensitivity function [cf. Eq. (7)] whose complete expression is

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) - \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right), & t \leq -T - 2\tau \\ \frac{1}{\Omega_1 \sin(\Omega_1\tau)} (\cos(\Omega_1\tau) - \cos[\Omega_1(t+T+2\tau)]) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & -T - 2\tau \leq t \leq -T - \tau \\ t + T + \tau + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & -T - \tau \leq t \leq -\tau \\ \frac{1}{\Omega_2 \sin(\Omega_2\tau)} (\cos(\Omega_2 t) - \cos(\Omega_2\tau)) + T + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & -\tau \leq t \leq \tau \\ -t + T + \tau + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right), & \tau \leq t \leq T + \tau \\ \frac{1}{\Omega_3 \sin(\Omega_3\tau)} (1 - \cos[\Omega_3(t-T-2\tau)]), & T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0, & t \geq T + 2\tau \end{cases}. \quad (\text{A3})$$

This triangle-shaped function (cf. Fig. 1) evolves as $\cos(\Omega_i t)$ during the pulse i and is maximum in the middle of the interferometer where the separation between both arms of the interferometer is the largest. The parity break of the interferometer symmetry between the first and the third Raman pulse makes it sensitive to the atom velocity. That is why $f(t)$ is not perfectly zero for $t \leq -T - 2\tau$.

Thanks to this formalism, the expression of the scale factor S impacting the measurement of a constant acceleration can be estimated by taking into account the finite duration of the Raman pulses:

$$\begin{aligned} S &= k_{\text{eff}} \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) t dt \\ &= k_{\text{eff}} \left[(T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{2}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_3^2} \right) \\ &\quad \left. - \tau \left(2 \frac{\cotan(\Omega_2\tau)}{\Omega_2} - \frac{\cotan(\Omega_1\tau)}{\Omega_1} - \frac{\cotan(\Omega_3\tau)}{\Omega_3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

The temporal part of the scale factor T_{eq}^2 is thus given at first order by

$$T_{\text{eq}}^2 = (T + 2\tau) \left(T + \frac{1}{\Omega_1} \tan\left(\frac{\Omega_1\tau}{2}\right) + \frac{1}{\Omega_3} \tan\left(\frac{\Omega_3\tau}{2}\right) \right). \quad (\text{A5})$$

APPENDIX B: IMPACT OF ADDITIONAL LASER LINES GENERATED BY MODULATION ON THE ATOM INTERFEROMETER

See also Ref. [52] for a more comprehensive approach.

Let us consider an atom corresponding to a Λ -type three-level system with two ground states $|a\rangle$ and $|b\rangle$ separated by an energy $\hbar\omega_G$ and an excited state $|e\rangle$ separated by $\hbar\omega_0$ from state $|b\rangle$. The atom interacts with a laser which is retro-reflected by a mirror at a position z_M from the atom. The laser spectrum is composed of laser lines separated in frequency by ω_G and centered around the laser carrier pulsation ω_L . This kind of spectrum is obtained with a phase modulated laser at frequency ω_G (cf. spectrum corresponding to one species in Fig. 3). The electric field experienced by the atom can be decomposed on

the $e^{in\omega_G t}$ basis thanks to the Bessel functions J_n , and written as the sum of

$$\begin{aligned} E_{\text{down}} &= E_0 e^{i\omega_L t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\phi) e^{in\omega_G t} + \text{c.c.} E_{\text{up}} \\ &= E_0 e^{i\omega_L(t - \frac{2z_M}{c})} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\phi) e^{in\omega_G(t - \frac{2z_M}{c})} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

where E_{down} and E_{up} corresponds to the electric field, respectively, going downward and upward and ϕ to the depth of modulation.

The next step is to describe the probability amplitude to go from state $|a\rangle$ to state $|b\rangle$ when this electric field is turned on. We consider only a two-photon Raman transition with counterpropagating beams (the others co-propagating and opposite counterpropagating being neglected because of the Doppler shift induced by the free fall of atoms). Each component $E(n)$ of the electric field couples the two states with an associated Rabi frequency Ω_n proportional

to

$$\Omega_n \propto \frac{E_{\text{down}}^*(n+1)E_{\text{up}}(n)}{\Delta - n\omega_G}, \quad (\text{B2})$$

where $\Delta = \omega_L - \omega_G$. The resulting ‘‘overall’’ two-photon Rabi frequency $\Omega_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}$ is thus given by

$$\Omega_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Omega_n. \quad (\text{B3})$$

In this formalism we do not consider the external state of the atom; the degeneracy of the quantum states due to the slight difference in momentum $\hbar\Delta k = 2\hbar\omega_G/c$ between the different Raman pairs is neglected. This approximation is a bit rough but allows one to simply explain the problem. The overall Rabi frequency is thus expressed as

$$\Omega_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle} \propto \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{J_n(\phi)J_{n+1}(\phi)}{\Delta - n\omega_G} e^{in\Delta k z_M} + \text{c.c.} \right]. \quad (\text{B4})$$

The terms in this sum interfere, which has the effect of spatially modulating the Rabi frequency. The global interferometer contrast will depend on the distance between the atoms and the mirror (z_M) and thus also on the time when each Raman pulse occurs.

-
- [1] C. J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
[2] G. M. Tino and M. A. Kasevich, *Atom Interferometry, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CLXXXVIII* (IOS Press, Amsterdam, 2014).
[3] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
[4] P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, *Metrologia* **51**, 15 (2014).
[5] Z. K. Hu, B. L. Sun, X. C. Duan, M. K. Zhou, L. L. Chen, S. Zhan, Q. Z. Zhang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **88**, 043610 (2013).
[6] Y. Bidel, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 144107 (2013).
[7] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt, and A. Peters, *Appl. Phys. B* **113**, 49 (2013).
[8] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
[9] F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **89**, 023607 (2014).
[10] X.-C. Duan, M.-K. Zhou, D.-K. Mao, H.-B. Yao, X.-B. Deng, J. Luo, and Z.-K. Hu, *Phys. Rev. A* **90**, 023617 (2014).
[11] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).
[12] A. Gauguier, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin, *Phys. Rev. A* **80**, 063604 (2009).
[13] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, M. Abend, S. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **14**, 015002 (2012).
[14] G. Rosi, L. Cacciapuoti, F. Sorrentino, M. Menchetti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 013001 (2015).
[15] C. Jekeli, *Navigation* **52**, 1 (2005).
[16] R. Bouchendir, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 080801 (2011).
[17] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, *Science* **315**, 74 (2007).
[18] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, *Nature* (London) **510**, 518 (2014).
[19] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, *Phys. Rev. D* **78**, 122002 (2008).
[20] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 060402 (2006).
[21] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin, and A. Clairon, *Phys. Rev. A* **75**, 063608 (2007).
[22] S. Fray, C. A. Diez, T. W. Hänsch, and M. Weitz, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 240404 (2004).
[23] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **88**, 043615 (2013).
[24] D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, L. L. Richardson, C. Schubert, A. Roura, W. P. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 203002 (2014).
[25] M. G. Tarallo, T. Mazzoni, N. Poli, D. V. Sutyryn, X. Zhang, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 023005 (2014).
[26] L. Zhou, S. Long, B. Tang, X. Chen, F. Gao, W. Peng, W. Duan, J. Zhong, Z. Xiong, J. Wang, Y. Zhang, and M. Zhan, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 013004 (2015).
[27] T. Damour, *Class. Quantum Grav.* **29**, 184001 (2012).
[28] M. A. Hohensee, H. Müller, and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 151102 (2013).
[29] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 111102 (2007).
[30] L. Zhou, Z. Y. Xiong, W. Yang, B. Tang, W. C. Peng, K. Hao, R. B. Li, J. Liu, J. Wang, and M. S. Zhan, *Gen. Relat. Gravit.* **43**, 1931 (2011).

- [31] J. Hartwig, S. Abend, C. Schubert, D. Schlippert, H. Ahlers, K. Posso-Trujillo, N. Gaaloul, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **17**, 035011 (2015).
- [32] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik, A. Wenzlawski *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 093602 (2013).
- [33] R. Geiger, V. Ménotet, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, *Nat. Commun.* **2**, 474 (2011).
- [34] G. Tino, F. Sorrentino, D. Aguilera, B. Battelier, A. Bertoldi, Q. Bodart, K. Bongs, P. Bouyer, C. Braxmaier, L. Cacciapuoti, N. Gaaloul, N. Grlebeck, M. Hauth, S. Herrmann, M. Krutzik, A. Kubelka, A. Landragin, A. Milke, A. Peters, E. Rasel, E. Rocco, C. Schubert, T. Schuldt, K. Sengstock, and A. Wicht, *Nucl. Phys. B* **243-244**, 203 (2013).
- [35] B. Altschul, Q. G. Bailey, L. Blanchet, K. Bongs, P. Bouyer, L. Cacciapuoti, S. Capozziello, N. Gaaloul, D. Giulini, J. Hartwig, L. Jess, P. Jetzer, A. Landragin, E. Rasel, S. Reynaud, S. Schiller, C. Schubert, F. Sorrentino, U. Sterr, J. D. Tasson, G. M. Tino, P. Tuckey, and P. Wolf, *Adv. Space Res.* **55**, 501 (2015).
- [36] D. Aguilera, H. Ahlers, B. Battelier, A. Bawamia, A. Bertoldi *et al.*, *Class. Quantum Grav.* **31**, 115010 (2014).
- [37] T. Lévêque, A. Gauguier, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 080405 (2009).
- [38] S.-W. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 130403 (2011).
- [39] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 240402 (2009).
- [40] H. Müller, S.-W. Chiow, S. Herrmann, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 240403 (2009).
- [41] K. S. Hardman, C. C. N. Kuhn, G. D. McDonald, J. E. Debs, S. Bennetts, J. D. Close, and N. P. Robins, *Phys. Rev. A* **89**, 023626 (2014).
- [42] C. C. N. Kuhn, G. D. McDonald, K. S. Hardman, S. Bennetts, P. J. Everitt, P. A. Altin, J. E. Debs, J. D. Close, and N. P. Robins, *New J. Phys.* **16**, 073035 (2014).
- [43] H. Müller, S. W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, and K.-Y. Chung, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 031101 (2008).
- [44] M. Kasevich and S. Chu, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
- [45] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguier, F. Leduc, and A. Landragin, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **57**, 1141 (2008).
- [46] G. T. Foster, J. B. Fixler, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, *Opt. Lett.* **27**, 951 (2002).
- [47] J. K. Stockton, X. Wu, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **76**, 033613 (2007).
- [48] G. Varoquaux, R. A. Nyman, R. Geiger, P. Cheinet, A. Landragin, and P. Bouyer, *New J. Phys.* **11**, 113010 (2009).
- [49] X. Chen, J. Zhong, H. Song, L. Zhu, J. Wang, and M. Zhan, *Phys. Rev. A* **90**, 023609 (2014).
- [50] X. Wu, *Gravity Gradient Survey with a Mobile Atom Interferometer*, Ph.D thesis, Stanford University, 2009.
- [51] O. Carraz, F. Lienhart, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Appl. Phys. B* **97**, 405 (2009).
- [52] O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **86**, 033605 (2012).
- [53] W. Süptitz, G. Wokurka, F. Strauch, P. Kohns, and W. Ertmer, *Opt. Lett.* **19**, 1571 (1994).
- [54] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [55] S.-Y. Lan, P.-C. Kuan, B. Estey, P. Haslinger, and H. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 090402 (2012).
- [56] A. Louchet-Chauvin, T. Farah, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, *New J. Phys.* **13**, 065025 (2011).
- [57] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de-Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, *Phys. Rev. A* **79**, 061406 (2009).
- [58] F. Yver-Leduc, P. Cheinet, J. Fils, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville, P. Bouyer, and A. Landragin, *J. Opt. B* **5**, S136 (2003).
- [59] D. Döring, G. McDonald, J. E. Debs, C. Figl, P. A. Altin, H.-A. Bachor, N. P. Robins, and J. D. Close, *Phys. Rev. A* **81**, 043633 (2010).
- [60] G. Dick, in *Proceedings of the Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval Applications and Planning Meeting* (US Naval Observatory, Washington, DC, 1988), p. 133.

TABLE DES FIGURES

1	Gravimètre atomique de Stanford	6
2	Géoïde et anomalies de gravité	9
3	Variations de pesanteur en fonction des marées	10
4	Valeur de la pesanteur au sol en France	11
5	Gravimètres à atomes froids de laboratoire	15
6	Représentation de l'expérience de pensée de Galilée	19
7	Représentation de l'expérience de pensée de l'ascenseur d'Einstein	20
8	Différents tests du Principe d'Équivalence avec des objets de nature classique	23
9	Futurs projets visant à tester l'UFF par interférométrie atomique	28
10	Paramètres quantifiant des violations du <i>Principe d'Équivalence</i>	30
11	Signaux interférométriques pour les tests quantiques de l'UFF	36
I.1	Schémas de la transition Raman stimulée à deux photons	42
I.2	Oscillation de Rabi, séparatrice atomique, miroir atomique	47
I.3	Diagramme temps-espace de l'interféromètre atomique de type Mach-Zehnder	49
I.4	Fonctions de sensibilités	56
I.5	Fonctions de réponses en accélération	60
I.6	Fonctions de transfert en accélération	61
I.7	Comparaison des différentes fonctions de réponse	62
I.8	Évolution de l'accélération et de la vitesse d'un atome pendant l'expérience	65
I.9	Représentation des deux solutions de ϕ_d après extraction directe de la phase	72
I.10	Mise en œuvre de l'extraction de la phase	74
I.11	Influence des différents bruits sur l'ellipse	75
I.12	Biais et résolution de l'extraction directe de la phase	77
I.13	Convergence du biais et de l'incertitude sur ϕ_d	77
I.14	Influence du RSB lors de l'extraction de ϕ_d	78
I.15	Résolution sur ϕ_d normalisée par la limite quantique standard	79
I.16	Influence d'une erreur sur l'amplitude et l'offset lors de l'extraction de ϕ_d	80
I.17	Influence du pas de la fonction de vraisemblance lors de l'extraction de ϕ_d	81
II.1	Architecture globale du gravimètre GIRAFE	85
II.2	Séquence de mesure complète	85
II.3	Schéma de la tête capteur et de la plate-forme du gravimètre GIRAFE	86
II.4	Photo de l'enceinte à vide	87
II.5	Schéma du banc laser à 1560 nm	90
II.6	Schéma du banc laser espace libre à 780 nm	91
II.7	Raies lasers utilisées lors de l'expérience double espèce	93
II.8	Module radiofréquence / micro-onde double espèce	95
II.9	Spectre Fabry-Pérot à 780 nm pendant la phase MOT	96
II.10	Spectre Fabry-Pérot à 780 nm pendant la phase Raman	97
II.11	Extinction de la porteuse avec la modulation en phase à 1.126 GHz	98
II.12	Stabilité en fréquence de la source refroidisseur 85 autour de 1.126 GHz	99
II.13	Source micro-onde Zeeman double espèce	99
II.14	Photo du module micro-onde double espèce	100
II.15	Schéma de l'architecture laser à deux diodes et paires Raman "croisées"	101

TABLE DES FIGURES

II.16	Photo du banc laser entièrement fibré	102
II.17	Spectres Raman double espèce “croisés”	103
III.1	Schéma de détection	106
III.2	Signaux de détection par fluorescence	108
III.3	Visualisation des non-linéarités du schéma de détection	109
III.4	Franges de Ramsey du ^{85}Rb	110
III.5	Origines des non-linéarités du schéma de détection	110
III.6	Atomes transférés de $F=2$ vers $F=1$ pour le ^{87}Rb pendant la détection	111
III.7	Évolutions temporelles des paramètres de non-linéarités	112
III.8	Signaux interférométriques après correction des non-linéarités de la détection	113
III.9	Séquence temporelle de la phase de mélasse optique double espèce	115
III.10	Temps de chargement du MOT	116
III.11	Comparaison des nombres d’atomes entre les MOT simple et double espèce	117
III.12	Préparation des atomes dans l’état de plus haute énergie en fin de mélasse	119
III.13	Spectres Raman pour les mesures de température du nuage atomique	119
III.14	Spectroscopie Raman des transitions hyperfines et sélection Zeeman	121
III.15	Qualité de la sélection Zeeman	122
III.16	Spectroscopie Raman des transitions contra et co-propageantes	123
III.17	Visualisation des oscillations de Rabi	124
III.18	Simulations des oscillations de Rabi	125
III.19	Transitions Raman avec un laser rétro-réfléchi modulé en phase	127
III.20	Pulsation de Rabi globale en fonction du temps de chute des atomes	129
III.21	Mesure des oscillations de Rabi à différents instants après le lâcher des atomes	129
III.22	Améliorations des signaux interférométriques	134
IV.1	Détermination de la frange centrale	137
IV.2	Ellipticité du signal interférométrique en fonction de la phase différentielle	138
IV.3	Signaux interférométriques double espèce simultanés pour le test de l’ <i>UFF</i>	139
IV.4	États quantique couplés et interféromètre avec un laser Raman modulé en phase	143
IV.5	Influence du déplacement lumineux à un photon sur la condition de résonance	148
IV.6	Niveaux d’énergie couplés par les deux transitions Raman contra-propageantes	148
IV.7	Spectroscopie Raman pour les trois impulsions lumineuses	151
IV.8	Représentation du déphasage induit par l’effet Coriolis	152
IV.9	Influence des aberrations de front d’onde sur la phase interférométrique	153
IV.10	Bruit de phase de la source micro-onde à 6.834 GHz	157
IV.11	Chaîne micro-onde de comparaison pour la source micro-onde à 3.035 GHz	158
IV.12	Bruit de phase de la source micro-onde à 3.035 GHz	159
IV.13	Mesure du bruit de détection pour le ^{87}Rb en fonction du nombre d’atomes	161
IV.14	Signaux interférométriques double espèce optimisés	163
IV.15	Écart type d’Allan de la phase différentielle	164
IV.16	Écarts types d’Allan en fonctionnement gravimètre pour les deux isotopes	166
IV.17	Visualisation de la réjection du bruit de vibration	169
IV.18	Visualisation des effets d’aliasing sur le signal elliptique	170
IV.19	Réjection des vibrations	171
IV.20	Réjection des vibrations et perte de sensibilité	171
IV.21	Fonctions de transfert en accélération simple espèce et différentielles	173
IV.22	Différence entre fonctions de réponses temporelles	174
IV.23	Corrélation entre l’interféromètre atomique et les capteurs inertiels annexes	175
IV.24	Corrections à <i>posteriori</i> des effets inertiels supplémentaires	176
IV.25	Amplitude et offset des franges en fonction des accélérations verticales	177
IV.26	Impact des accélérations verticales supplémentaires sur l’efficacité de détection	177

IV.27	Amplitude des franges en fonction de la vitesse de rotation (effet Coriolis)	178
IV.28	Amplitude des franges en fonction de la vitesse de la vitesse angulaire	179
IV.29	Amplitude des franges d'interférence en fonction de l'amplitude des vibrations	180
V.1	Multitude de mesures d'accélération possibles en sortie d'interféromètre	184
V.2	Levée de l'ambiguïté de l'index de frange grâce à deux interféromètres $T_1 < T_2$	186
V.3	Séquençages temporels pour imbriquer les interféromètres de T différents	188
V.4	Signaux expérimentaux pour deux interféromètres de T différents	189
V.5	Extraction non ambiguë de α avec $T_{87} = 20$ ms et $T_{85} = 47$ ms	190
V.6	Extraction non ambiguë de α avec $T_{87} = 10$ ms et $T_{85} = 47$ ms	191
V.7	Illustration d'un interféromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire	192
V.8	Réalisation d'un accéléromètre atomique double espèce à fonctionnement linéaire	194
V.9	Simulation du gain en sensibilité obtenu avec le couplage des zones de linéarité	196
B.1	Structure hyperfine de la transition D_2 du ^{87}Rb et principales raies lasers	209
B.2	Structure hyperfine de la transition D_2 du ^{85}Rb et principales raies lasers	211
C.1	Spectres de modulation en phase pour l'intensité laser	214
C.2	Spectre de modulation en phase et extinction de la porteuse	215
D.1	Trajets des composantes de la fonction d'onde atomique dans l'interféromètre	217
F.1	Courbes d'accord de phase pour différentes puissances de pompe à 1560 nm	222
F.2	Doublement d'une paire Raman en mode pulsé	223

LISTE DES TABLEAUX

1	Conversions entres les différentes unités de pesanteur	7
2	Comparaison des performances de gravimètres à atomes froids	14
3	Projets visant à tester l'UFF par interférométrie atomique	33
4	Caractéristiques des expériences atomiques double espèce pour l'UFF	34
5	Etat de l'art des tests de l'UFF par interférométrie atomique	35
I.1	Expression du déphasage différentiel.	68
II.1	Fréquences micro-ondes utiles à l'expérience	94
III.1	Valeurs typiques des paramètres de non-linéarité du schéma de détection	112
III.2	Comparaison des deux versions de l'interféromètre atomique	133
IV.1	Mesure de l'accélération différentielle et correction des effets systématiques	140
IV.2	Incertitudes sur le déphasage induit par les paires Raman parasites	146
IV.3	Bilan d'erreur sur les déplacements en fréquence des niveaux atomiques	150
IV.4	Contribution des différentes sources de bruit de détection	162
IV.5	Bruit de détection double espèce	162
IV.6	Comparaison entre l'estimation des bruits et la sensibilité réelle de l'instrument	165
V.1	Gain en sensibilité	195
V.2	Augmentations des performances pour des capteurs double et triple espèce	197
VI.1	Expression du déphasage différentiel ϕ_d et importance des différents termes	202
B.1	Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{87}Rb	210
B.2	Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{85}Rb	212
E.0	Relation entre puissance du bruit et pente de la variance d'Allan	220

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Galilée, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*. Italie, 1632.
- [2] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Londres, 1687.
- [3] A. Einstein, “Zur elektrodynamik bewegter körper (on the electrodynamics of moving bodies),” *Annalen der Physik*, vol. 17, p. 891, 1905.
- [4] A. Einstein, “Die feldgleichungen der gravitation (the field equations of gravitation),” *Sitz. Preuss. Akad. Wiss.*, pp. 844–847, 1915.
- [5] L. de Broglie, “Waves and quanta,” *Nature*, vol. 112, p. 540, 1923.
- [6] L. de Broglie, “Recherches sur la théorie des quanta, manuscrit de thèse,” *Annales de Physique*, vol. 10 - Tome III, 1925.
- [7] C. J. Davinson and L. H. Germer, “The scattering of electrons by a single crystal of nickel,” *Nature*, vol. 119, p. 558, 1927.
- [8] I. Estermann and A. Stern, “Diffraction of molecular rays,” *Z. Physik*, vol. 61 : 95, 1930.
- [9] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, “The reflection of electrons from standing light waves,” *Cambridge Phil. Soc., Proceedings*, vol. 29 : 297, 1933.
- [10] L. Marton, “Electron interferometer,” *Physical Review*, vol. 85, p. 1057, 1952.
- [11] J. E. Faller, “Precision measurement of the acceleration of gravity,” *Science*, vol. 158, pp. 60–67, 1967.
- [12] J. E. Faller, “Thisty years of progress in absolute gravimetry : a scientific capability implemented by technological advances,” *Metrologia*, vol. 39, p. 425, 2002.
- [13] W. M. Macek and D. T. M. Davis Jr., “Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers,” *Applied Physics Letters*, vol. 2, p. 67, 1963.
- [14] V. Vali and R. W. Shorthill, “Fiber ring interferometer,” *Applied Optics*, vol. 15, pp. 1099–1100, 1976.
- [15] G. Sagnac, “L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme,” *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, vol. 157, p. 708, 1913.
- [16] C. Cohen-Tannoudji, “Cours de physique atomique et moléculaire : Interférométrie atomique, année scolaire 1992-1993,” *Collège de France*, 1993.
- [17] R. Colella, A. W. Overhauser, and S. A. Werner, “Observation of gravitationally induced quantum interference,” *Physical Review Letters*, vol. 34, p. 1472, 1975.
- [18] H. Rauch, W. Treimer, and U. Bonse, “Test of a single crystal neutron interferometer,” *Physical Review A*, vol. 47, p. 369, 1974.
- [19] C. Cohen-Tannoudji, “Nobel lecture : Manipulating atoms with photons,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 707, 1998.
- [20] S. Chu, “Nobel lecture : The manipulation of neutral particules,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 685, 1998.
- [21] W. D. Phillips, “Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 721, 1998.
- [22] O. Carnal and J. Mlynek, “Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 66, p. 2689, 1991.

- [23] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, A. Turchette, and D. E. Pritchard, “An interferometer for atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 66, p. 2693, 1991.
- [24] C. Miniatura, J. Robert, O. Gorceix, V. Lorent, S. Le Boiteux, J. Reinhart, and J. Baudon, “Atomic interferences and the topological phase,” *Physical Review Letters*, vol. 69, p. 261, 1992.
- [25] C. J. Bordé, “Atomic interferometry with internal state labelling,” *Physics Letter A*, vol. 140, p. 10, 1989.
- [26] F. Riehle, T. Kisters, J. Helmcke, and C. J. Bordé, “Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 67, p. 177, 1991.
- [27] V. P. Chebotayev, B. Y. Dubetsky, A. P. Kasantsev, and V. P. Yakovlev, “Interference of atoms in separated optical fields,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 2, p. 1791, 1985.
- [28] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schiedmayer, and A. Zeilinger, “Atom wave interferometry with diffraction gratings of light,” *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 2633, 1995.
- [29] D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, “Atom interferometer based on bragg scattering from standing light waves,” *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 2638, 1995.
- [30] M. Kasevich and S. Chu, “Atomic interferometry using stimulated raman transitions,” *Physical Review Letters*, vol. 67, p. 181, 1991.
- [31] M. Kasevich and S. Chu, “Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer,” *Applied Physics B*, vol. 54, pp. 321–332, 1992.
- [32] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “High-precision gravity measurements using atom interferometry,” *Metrologia*, vol. 38, pp. 25–61, 2001.
- [33] J. Guéna, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M. E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize, “Progress in atomic fountains at Ine-syrte,” *IEEE*, vol. 59, p. 391, 2012.
- [34] M. A. Kasevich, E. Riis, and S. Chu, “Rf spectroscopy in an atomic fountain,” *Physical Review Letters*, vol. 63, p. 612, 1989.
- [35] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips, “Ramsey resonance in a zacharias fountain,” *Europhysics Letters*, vol. 16, pp. 165–170, 1991.
- [36] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms,” *Nature*, vol. 400, p. 849, 1999.
- [37] T. M. Niebauer, G. S. Sasagawa, J. E. Faller, R. Hilt, and F. Klopping, “A new generation of absolute gravimeters,” *Metrologia*, vol. 32, pp. 159–180, 1995.
- [38] P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, “Stability comparison of two absolute gravimeters : optical versus atomic interferometers,” *Metrologia*, vol. 51, pp. 15–17, 2014.
- [39] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguier, J. Fils, A. Viridis, A. Clairon, N. Dimarcq, B. C. J., and A. Landragin, “Six axis inertial sensor using cold-atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 010402, 2006.
- [40] M. Diamant, “Mesure du champ de pesanteur terrestre,” *Techniques de l’Ingénieur*, vol. r1814, 2005.
- [41] B. Lenoir, A. Lévy, B. Foulon, B. Lamine, B. Christophe, and S. Reynaud, “Electrostatic accelerometer with bias rejection for gravitation and solar system physics,” *Advances In Space Research*, vol. 48, pp. 1248–1257, 2011.

-
- [42] “Goce ibook on earth’s gravity from space.” <https://earth.esa.int/web/guest/missions/esa-operational-eo-missions/goce/news/-/article/goce-ibook-on-earth-s-gravity-from-space>, 2015.
- [43] Y. Tamura, “A harmonic development of the tide-generating potential,” *Bull. Inf. Marees Terr.*, vol. 99, pp. 6813–6855, 1987.
- [44] Y. Bidet, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, “Compact cold atom gravimeter for field applications,” *Applied Physics Letters*, vol. 102, p. 144107, 2013.
- [45] F. Lienhart, *Etude d’un gravimètre à atomes froids embarquable*. PhD thesis, Université Paris VI, 2007.
- [46] W. Torge, *Gravimetry*. De Gruyter, 1989.
- [47] L. Huet, *Gravimétrie atomique sur puce et applications embarquées*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2013.
- [48] S. Merlet, P. Gillot, T. Farah, Q. Bodart, J. Le Gouët, P. Cheinet, C. Guerlin, A. Louchet-Chauvet, N. Malossi, A. Kopaev, O. Francis, G. d’Agostino, M. Diamant, G. Genevès, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, “Détermination de l’accélération de pesanteur pour la balance du watt du lne,” *Revue Française de Métrologie*, vol. 36, pp. 11–27, 2014.
- [49] S. Merlet, *Détermination absolue de g dans le cadre de l’expérience de la balance du watt*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010.
- [50] A. Wicht, J. M. Hensley, E. Sarajilic, and S. Chu, “A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry,” *Physica Scripta*, vol. T102, pp. 82–88, 2002.
- [51] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “Nex determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics,” *Physical Review Letters*, vol. 106, p. 080801, 2011.
- [52] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, “Atom interferometer measurement of the newtonian constant of gravity,” *Science*, vol. 315, pp. 74–77, 2007.
- [53] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, “Presicion measurement of the newtonian gravitational constant using cold atoms,” *Nature*, vol. 510, p. 518, 2014.
- [54] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino, and G. M. Tino, “Long-lived bloch oscillations with bosonic sr atoms and applications to gravity measurement at the micrometer scale,” *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 060402, 2006.
- [55] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin, and A. Clairon, “From optical lattice clocks to the measurement of forces in the casimir regime,” *Physical Review A*, vol. 75, p. 063608, 2007.
- [56] F. Sorrentino, A. Alberti, G. Ferrari, V. V. Ivanov, N. Poli, M. Schioppo, and G. M. Tino, “Quantum sensor for atom-surface interactions below 10 μm ,” *Physical Review A*, vol. 79, p. 013409, 2009.
- [57] B. Pelle, A. Hilico, G. Tackmann, Q. Beauvils, and F. Pereira Dos Santos, “State-labeling wannier-stark atomic interferometers,” *Physical Review A*, vol. 87, p. 023601, 2013.
- [58] M. Zhou, B. Pelle, A. Hilico, and F. Pereira Dos Santos, “Atomic multiwave interferometer in an optical lattice,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 013604, 2013.
- [59] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, “Testing genaral relativity with atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 98, p. 111102, 2007.
- [60] H. Müller, S. W. Chiow, S. Herrmann, and S. Chu, “Atom-interferometry tests of the isotropy of post-newtonian gravity,” *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 031102, 2008.

- [61] L. Cacciapuoti and C. Salomon, “Space clocks and fundamental tests : The acs experiment,” *The European Physical Journal, Special Topics*, vol. 172, pp. 57–68, 2009.
- [62] S. Fray, C. Alvarez Diez, T. W. Hänsch, and M. Weitz, “Atomic interferometer with amplitude grating of light and its applications to atom based tests of the equivalence principle,” *Physical Review Letters*, vol. 93, p. 240404, 2004.
- [63] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, “Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 043615, 2013.
- [64] M. G. Tarallo, T. Mazzoi, N. Poli, D. V. Sutyryn, X. Zhang, and G. M. Tino, “Test of Einstein equivalence principle for 0-spin and half-integer-spin atoms : Search for spin-gravity coupling effects,” *Physical Review Letters*, vol. 113, p. 023005, 2014.
- [65] D. Schlipert, J. Hartwig, H. Albers, L. L. Richardson, C. Schubert, A. Roure, W. P. Schleich, and E. M. Rasel, “Quantum test of the universality of free fall,” *Physical Review Letters*, vol. 112, p. 203002, 2014.
- [66] L. Zhou and others ..., “Test of equivalence principle at 10^{-8} level by a dual-species double-diffraction Raman atom interferometer,” *arXiv*, vol. 1503.004401v1, 2015.
- [67] C. Jentsch, T. Müller, E. M. Rasel, and W. Ertmer, “Hyper : A satellite mission in fundamental physics based on high precision atom interferometry,” *General Relativity and Gravitation*, vol. 36, p. 2197, 2004.
- [68] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, “Atomic gravitational wave interferometric sensor,” *Physical Review D*, vol. 78, p. 122002, 2008.
- [69] P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, “New method for gravitational wave detection with atomic sensors,” *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 171102, 2013.
- [70] G. M. Tino and F. Vetrano, “Is it possible to detect gravitational waves with atom interferometers?,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 24, pp. 2167–2178, 2007.
- [71] “MIGA (matter wave - laser interferometry gravitation antenna).” <https://sites.google.com/site/migaproject/home>, 2015.
- [72] M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué, “First measurement of the index of refraction of gases for lithium atomic waves,” *Physical Review Letters*, vol. 98, p. 240405, 2007.
- [73] S. Gerlich, S. Eibenberger, M. Tomandk, S. Nimmrichter, K. Hornberger, P. J. Fagan, J. Tüxen, M. Mayor, and M. Arndt, “Quantum interference of large organic molecules,” *Nature Communications*, vol. 2, p. 263, 2011.
- [74] E. by G. M. Tino and M. A. Kasevich, *Atom Interferometry, Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”, Course CLXXXVIII, Varenna 2013*. Società Italiana di Fisica and IOS Press, Amsterdam, 2014.
- [75] Z. K. Hu, B. L. Sun, X. C. Duan, M. K. Zhou, L. L. Chen, S. Zhan, Q. Z. Zhang, and J. Luo, “Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 043610, 2013.
- [76] R. Geiger, V. Ménot, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, “Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry,” *Nature Communications*, vol. 2, p. 474, 2012.
- [77] J. Lautier, L. Volodimer, T. Hardin, S. Merlet, M. Lours, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, “Hybridizing matter-wave and classical accelerometers,” *Applied Physics Letters*, vol. 105, p. 144102, 2014.
- [78] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt, and A. Peters, “First gravity measurements using the mobile atom interferometer gain,” *Applied Physics B*, vol. 113, pp. 49–55, 2013.

-
- [79] P. A. Altin, M. T. Johnsson, V. Negnevitsky, G. R. Dennis, R. P. Anderson, J. E. Debs, S. S. Szigeti, K. S. Hardman, S. Bennetts, G. D. McDonald, L. D. Turner, J. D. Close, and N. P. Robins, "Precision atomic gravimeter based on bragg diffraction," *New Journal of Physics*, vol. 15, p. 023009, 2013.
- [80] M. Zhou, Z. K. Hu, X. C. Duan, B. L. Sun, L. L. Chen, Q. Z. Zhang, and J. Luo, "Performance of a cold-atom gravimeter with an active vibration isolator," *Physical Review A*, vol. 86, p. 043630, 2012.
- [81] A. Louchet-Chauvin, T. Farah, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, "The influence of transverse motion within an atomic gravimeter," *New Journal of Physics*, vol. 13, p. 065025, 2011.
- [82] V. Schkolnik, B. Leykauf, M. Hauth, C. Freier, and A. Peters, "The effect of wavefront aberrations in atom interferometry," *arXiv*, vol. 1411.7914v1, 2014.
- [83] O. Francis and others ..., "The european comparison of absolute gravimeters 2011 (ecag-2011) in walferdange, luxembourg : results and recommendations," *Metrologia*, vol. 50, p. 247, 2013.
- [84] R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidet, and A. Bresson, "Local gravity measurement with the combination of atom interferometry and bloch oscillations," *Physical Review A*, vol. 85, p. 013639, 2012.
- [85] M. Andia, R. Jannin, F. Nez, F. Biraben, S. Guellati-Khélifa, and P. Cladé, "Compact atomic gravimeter based on a pulsed and accelerated optical lattice," *Physical Review A*, vol. 88, p. 031605(R), 2013.
- [86] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, "A promising method for the measurement of the local acceleration of gravity using bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical standing wave," *Europhysics Letters*, vol. 71, p. 730, 2005.
- [87] G. D. McDonald, H. Keal, P. A. Altin, J. E. Debs, S. Bennetts, C. C. N. Kuhn, K. S. Hardman, L. T. Johnsson, J. D. Close, and N. P. Robins, "Optically guided linear machzehnder atom interferometer," *Physical Review A*, vol. 87, p. 013632, 2013.
- [88] J. Lautier, *Développement d'un accéléromètre atomique compact pour la gravimétrie de terrain et la navigation inertielle*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2014.
- [89] G. T. Foster, J. B. Fixler, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, "Method of phase extraction between coupled atom interferometers using ellipse-specific fitting," *Optics Letters*, vol. 27, p. 951, 2002.
- [90] J. K. Stockton, X. Wu, and M. A. Kasevich, "Bayesian estimation of differential interferometer phase," *Physical Review A*, vol. 76, p. 033613, 2007.
- [91] M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer, K. G. Haritos, and M. A. Kasevich, "Measurement of the earth's gravity gradient with an atom interferometer-based gravity gradiometer," *Physical Review Letters*, vol. 81, p. 971, 1998.
- [92] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, "Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry," *Physical Review A*, vol. 65, p. 033608, 2002.
- [93] F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, "Sensitivity limits of a raman atom interferometer as a gravity gradiometer," *Physical Review A*, vol. 89, p. 023607, 2014.
- [94] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, "Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems," *Physical Review A*, vol. 47, p. 3554, 1993.
- [95] G. W. Biedermann, X. Wu, L. Deslauriers, S. Roy, C. Mahadeswaraswamy, and M. A. Kasevich, "Testing gravity with cold-atom interferometers," *arXiv*, vol. arXiv :1412.3210v1, 2014.

- [96] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope," *Physical Review Letters*, vol. 78, pp. 2046–2049, 1997.
- [97] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, "Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope," *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 240801, 2006.
- [98] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévèque, W. Chaibi, and A. Landragin, "Characterization and limits of a cold-atom sagnac interferometer," *Physical Review A*, vol. 80, p. 063604, 2009.
- [99] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, M. Abend, S. and Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel, "Self-alignment of a compact large-area atomic sagnac interferometer," *New Journal of Physics*, vol. 14, p. 015002, 2012.
- [100] J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich, "Absolute geodetic rotation measurement using atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 133001, 2011.
- [101] B. Barrett, R. Geiger, I. Dutta, M. Meunier, B. Canuel, A. Gauguet, P. Bouyer, and A. Landragin, "The sagnac effect : 20 years of development in matter-wave interferometry," *Comptes Rendus Physique*, vol. 15, pp. 875 – 883, 2014.
- [102] A. Einstein, "über das relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen folgerungen (sur le principe de relativité et les conclusions qu'on en tire)," *Jahrbuch der Radioaktivität*, vol. 4, pp. 411 – 462, 1907.
- [103] C. M. Will, "The confrontation between general relativity and experiment," *Living Reviews in Relativity*, vol. 9, p. 3, 2006.
- [104] R. Geiger, *Senseur inertielle à ondes de matière aéroportée*. PhD thesis, Université Paris-Sud XI, 2011.
- [105] B. Altschul and others ..., "Quantum tests of the einstein equivalence principle with the ste-qwest space mission," *Advance in Space Research*, vol. 55, pp. 501–524, 2015.
- [106] T. Damour, "Testing the equivalence principle : why and how?," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 13, pp. A33–A41, 1996.
- [107] T. Damour, "Theoretical aspects of the equivalence principle," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 29, p. 184001, 2012.
- [108] M. A. Hohensee, H. Müller, and R. B. Wiringa, "Equivalence principle and bound kinetic energy," *Physical Review Letters*, vol. 111, p. 151102, 2013.
- [109] M. P. Haugan and C. Lämmerzahl, "Principle of equivalence : their role in gravitation physics and experiments that test them," *Lecture Notes in Physics*, vol. 562, pp. 195–212, 2001.
- [110] D. Colladay and Kostelecký, "Cpt violation and the standard model," *Physical Review D*, vol. 55, p. 6760, 1997.
- [111] J. G. Williams, S. G. Turyshev, and D. H. Boggs, "Lunar laser ranging tests of the equivalence principle with the earth and moon," *International Journal of Modern Physics D*, vol. 7, pp. 1129–1175, 2009.
- [112] S. Schlamminger, K.-Y. Choi, T. A. Wagner, J. H. Gundlach, and E. G. Adelberger, "Test of the equivalence principle using a rotating torsion balance," *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 041101, 2008.
- [113] "Microscope - onera." microscope.onera.fr, 2015.
- [114] Y. Su, B. R. Heckel, E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, M. Harris, G. L. Smith, and H. E. Swanson, "New tests of the universality of free fall," *Physical Review D*, vol. 50, p. 3614, 1994.
- [115] J. G. Williams, S. G. Turyshev, and D. H. Boggs, "Progress in lunar laser ranging tests of relativistic gravity," *Physical Review Letters*, vol. 93, p. 261101, 2004.

- [116] J. G. Williams, S. G. Turyshev, and D. H. Boggs, “Lunar laser ranging tests of the equivalence principle,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 29, p. 184004, 2012.
- [117] “Microscope - cnes.” smc.cnes.fr/MICROSCOPE/FR/, 2015.
- [118] P. Touboul, L. Lafargue, and M. Rodrigues, “Microscope, microsatellite mission for the test of the equivalence principle,” *COSPAR, Varsovie July 16-23*, 2000.
- [119] P. Touboul, M. Rodrigues, G. Métris, and B. Tatry, “Microscope, testing the equivalence principle in space,” *Les Comptes Rendus de L’Académie des Sciences Paris*, vol. 4, pp. 1271–1286, 2001.
- [120] V. Josselin, R. Chhun, P. Touboul, and G. Métris, “The experiment scenario and performance of the microscope mission,” *59th International Astronautical Congress, Glasgow UK, September 29 - October 3*, 2008.
- [121] E. Hardy, A. Levy, M. Rodrigues, P. Touboul, and G. Métris, “Determination of the equivalence principle violation signal for the microscope space mission : Optimization of the signal processing,” *Space Science Reviews*, vol. 180, pp. 177–191, 2013.
- [122] J. P. Marque, B. Christophe, and B. Foulon, “In-orbit data of the accelerometer of the esa goce mission,” *61th International Astronautical Congress, Prague CZ, September 24 - October 1*, 2010.
- [123] D. Aguilera and others ..., “Ste-quest test of the universality of free fall using cold atom interferometry,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 31, p. 115010, 2014.
- [124] E. Göklü and C. Lämmerzahl, “Metric fluctuations and the weak equivalence principle,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 25, p. 105012, 2008.
- [125] S. M. Dickerson, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, D. M. S. Johnson, and M. A. Kasevich, “Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 111, p. 083001, 2013.
- [126] T. Lévêque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, “Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatil double-diffraction technique,” *Physical Review Letters*, vol. 103, p. 080405, 2009.
- [127] E. Giese, A. Roura, G. Tackmann, E. M. Rasel, and W. P. Schleich, “Double bragg diffraction : A new tool for atom optics,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 053608, 2013.
- [128] S.-W. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien, and M. A. Kasevich, “ $102\hbar k$ large area atom interferometers,” *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 130403, 2011.
- [129] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “Large momentum beam splitter using bloch oscillations,” *Physical Review Letters*, vol. 102, p. 240402, 2009.
- [130] H. Müller, S.-W. Chiow, S. Herrmann, and S. Chu, “Atom interferometer with scalable enclosed area,” *Physical Review Letters*, vol. 102, p. 240403, 2009.
- [131] J. Hartwig, S. Abend, C. Schubert, D. Schlippert, H. Ahlers, K. Posso-Trujillo, N. Gaaloul, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “Testing the universality of free fall with rubidium and ytterbium in a very large baseline atom interferometer,” *arXiv*, vol. 1503.01213v1, 2015.
- [132] K. S. Hardman, C. C. N. Kuhn, G. D. McDonald, J. E. Debs, J. D. Bennetts, S. Close, and N. P. Robins, “Role of source coherence in atom interferometry,” *Physical Review A*, vol. 89, p. 023626, 2014.
- [133] J. E. Debs, P. A. Altin, T. H. Barter, D. Döring, G. R. Dennis, G. McDonald, R. P. Anderson, J. D. Close, and N. P. Robins, “Cold-atom gravimetry with a bose-einstein condensate,” *Physical Review A*, vol. 84, p. 033610, 2011.
- [134] C. C. N. Kuhn, G. McDonald, K. S. Hardman, S. Bennetts, P. J. Everitt, P. A. Altin, J. E. Debs, J. D. Close, and N. P. Robins, “A bose-condensed, simultaneous dual-species mach-zehnder ato interferometer,” *New Journal of Physics*, vol. 16, p. 073035, 2014.

- [135] R. Jannin, P. Cladé, and S. Guellati-Khélifa, “Phase shift due to atom-atom interactions in a light-pulse atom interferometer,” *Phys. Rev. A*, vol. 92, p. 013616, 2015.
- [136] H. Ammann and N. Christensen, “Delta kick cooling : A new method for cooling atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 78, p. 2088, 1997.
- [137] H. Mütinga and others ..., “Interferometry with bose-einstein condensates in microgravity,” *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 093602, 2013.
- [138] G. M. Tino and others ..., “Precision gravity tests with atom interferometry in space,” *Nuclear Physics B*, vol. 243-244, pp. 203–217, 2013.
- [139] S. Herrman and C. Lämmerzahl, “Testing the equivalence principle with atomic interferometry,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 29, p. 184003, 2012.
- [140] L. Zhou, Z. Y. Xiong, W. Yang, B. Tang, W. C. Peng, K. Hao, R. B. Li, J. Liu, J. Wang, and M. S. Zhan, “Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter interferometer for precision gravity measurement,” *General Relativity and Gravitation*, vol. 43, pp. 1931–1942, 2011.
- [141] P. Hamilton, T. Barter, G. Kim, M. B., and H. Müller, “Progress towards a test of the universality of free fall using a ^6Li - ^7Li atom inerferometer,” *APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics Meeting Abstracts*, p. 5004, 2012.
- [142] B. Barrett, L. Antoni-Micollier, L. Chichet, B. Battelier, P. A. Gominet, A. Bertoli, P. Bouyer, and A. Landragin, “Correlative methods for dual-species quantum tests of the weak equivalence principle,” *arXiv*, vol. 1503.08423v1, 2015.
- [143] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique Quantique I*. Hermann, 1973 ; 1997.
- [144] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, “Theoretical analysis of velocity-selective raman transitions,” *Physical Review A*, vol. 45, p. 342, 1992.
- [145] P. Cheinet, *Conception et Réalisation d’un Gravimètre à Atomes Froids*. PhD thesis, Université Paris VI, 2006.
- [146] R. Charrière, *Optimisation d’un capteur inertielle à atomes froids par une nouvelle technique de mesure accélérométrique combinant interférométrie atomique et oscillations de Bloch*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2011.
- [147] A. Gauguet, T. E. Mehlstäubler, T. Lévèque, J. Le Gouët, W. Chaibi, B. Canuel, A. Clairon, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, “Off-resonant raman transition impact in an atom interferometer,” *Physical Review A*, vol. 78, p. 043615, 2008.
- [148] A. Gauguet, *Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008.
- [149] J. Le Gouët, *Etude des performances d’un gravimètre atomique absolu : sensibilité et exactitude préliminaire*. PhD thesis, Université Paris-Sud XI, 2008.
- [150] M. Kasevich, D. S. Weiss, R. Erling, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, “Atomic velocity selection using stimulated raman transitions,” *Physical Review Letters*, vol. 66, p. 2297, 1991.
- [151] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, “The feynman path integral approach to atomic interferometry. a tutorial.,” *Journal de Physique II*, vol. 4, pp. 1999–2027, 1994.
- [152] P. Wolf and P. Tourenç, “Gravimetry using atom interferometers : Some systematic effects,” *Physics Letters A*, vol. 251, pp. 241–246, 1999.
- [153] K. Bongs, R. Launay, and M. A. Kasevich, “High-order inertial phase shifts for time-domain atom interferometers,” *Applied Physics B*, vol. 84, pp. 599–602, 2006.
- [154] C. J. Bordé, “Atomic clocks and inertial sensors,” *Metrologia*, vol. 39, pp. 435–463, 2002.
- [155] C. Antoine and C. J. Bordé, “Exact phase shifts for atom interferometry,” *Physics Letters A*, vol. 306, pp. 277–284, 2003.

- [156] C. J. Bordé, “5d optics for atomic clocks and gravito-inertial sensors,” *The European Physical Journal - Special Topics*, vol. 163, pp. 315–332, 2008.
- [157] G. Dick, “Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards,” *Proceedings of the Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval Applications and Planning Meeting, Redondo Beach, CA*, pp. 133–147, 1987.
- [158] B. Canuel, *Etude d’un gyromètre à atomes froids*. PhD thesis, Université Paris XI, 2006.
- [159] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguier, F. Yver-Leduc, and A. Landragin, “Measurement of the sensitivity function in a time-domain atomic interferometer,” *IEEE Transactions of Instrumentation and Measurement*, vol. 57, p. 1141, 2008.
- [160] V. D. Nagorny, “Response functions of atom gravimeters,” *arXiv*, vol. 1211.5598v1, 2012.
- [161] V. Ménoret, *Accéléromètre à atomes froids aéroporté pour un test du principe d’équivalence*. PhD thesis, Université Paris XI, 2012.
- [162] X. Wu, *Gravity gradient survey with a mobile atom interferometer*. PhD thesis, Stanford University, 2009.
- [163] G. Varoquaux, R. A. Nyman, R. Geiger, P. Cheinet, A. Landragin, and P. Bouyer, “How to estimate the differential acceleration in a two-species atom interferometer to test the equivalence principle,” *New Journal of Physics*, vol. 11, p. 113010, 2009.
- [164] X. Chen, J. Zhong, H. Song, L. Zhu, J. Wang, and M. Zhan, “Proportional-scanning-phase method to suppress the vibrational noise in nonisotope dual-atom-interferometer-based weak-equivalence-principle-test experiments,” *Physical Review A*, vol. 90, p. 023609, 2014.
- [165] J. Le Gouët, T. E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, “Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter,” *Applied Physics B*, vol. 92, pp. 133–144, 2008.
- [166] F. Lienhart, S. Boussen, O. Carraz, N. Zahzam, Y. Bidet, and A. Bresson, “Compact and robust laser system for rubidium laser cooling based on the frequency doubling of a fiber bench at 1560 nm,” *Applied Physics B*, vol. 89, pp. 177–180, 2007.
- [167] O. Carraz, F. Lienhart, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidet, and A. Bresson, “Compact and robust laser system for onboard atom interferometry,” *Applied Physics B*, vol. 97, pp. 405–411, 2009.
- [168] G. Stern, B. Allard, M. R. de Saint-Vincent, J. P. Brantut, B. Battelier, T. Bourdel, and P. Bouyer, “Frequency doubled 1534 nm laser system for atom interferometry,” *Applied Optics*, vol. 49, 2010.
- [169] V. Ménoret, R. Geiger, G. Stern, N. Zahzam, B. Battelier, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, “Dual-wavelength laser source for onboard atom interferometry,” *Optics Letters*, vol. 36, p. 4128, 2011.
- [170] S. Chiow, T. Kovachy, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, “Generation of a 43 w of quasi-continuous 780 nm laser via high-efficiency, single-pass frequency doubling in periodically poled lithium niobate crystals,” *Optics Letters*, vol. 37, p. 3861, 2012.
- [171] F. Theron, O. Carraz, G. Renon, N. Zahzam, Y. Bidet, M. Cadoret, and A. Bresson, “Narrow linewidth single laser source system for onboard atom interferometry,” *Applied Physics B*, vol. 118, pp. 1–5, 2015.
- [172] O. Carraz, *Gravimètre atomique embarquable : Etude théorique et expérimentale de l’instrument*. PhD thesis, Université Paris VI, 2009.
- [173] O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidet, and A. Bresson, “Phase shift in an atom interferometer induced by additional laser lines of a raman laser generated by modulation,” *Physical Review A*, vol. 86, p. 033605, 2012.
- [174] J. Dalibard, S. Reynaud, and C. Cohen-Tannoudji, “Proposals of stable optical traps for neutral atoms,” *Optics Communications*, vol. 47, p. 395, 1983.

- [175] A. L. Migdall, J. V. Prodan, and W. D. Phillips, “First observation of magnetically trapped neutral atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 54, p. 2596, 1985.
- [176] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Physical Review Letters*, vol. 59, p. 2631, 1987.
- [177] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, “Laser cooling below the doppler limit by polarisation gradients : simple theoretical models,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 6, p. 2023, 1989.
- [178] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon, and S. Guellati, “Laser cooling of cesium atoms below 3 μk ,” *Europhysics Letters*, vol. 12, pp. 683–688, 1990.
- [179] M. Prentiss, A. Cable, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, “Atomic-density-dependant losses in an optical trap,” *Optics Letters*, vol. 13, p. 452, 1988.
- [180] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, and C. Wieman, “Collisional losses from a light-force atom trap,” *Physical Review Letters*, vol. 63, p. 961, 1989.
- [181] W. Süptitz, G. Wokurka, F. Strauch, P. Kohns, and W. Ertmer, “Simultaneous cooling and trapping of 85rb and 87rb in a magneto-optical trap,” *Opt. Lett.*, vol. 19, p. 1571, 1994.
- [182] M. W. Mancini, A. R. L. Caires, G. D. Telles, V. S. Gagnato, and L. G. Marcassa, “Trap loss rate for heteronuclear cold collisions in two species magneto-optical trap,” *The European Physical Journal D*, vol. 30, pp. 105–116, 2004.
- [183] J. Weiner, V. S. Gagnato, S. Zilio, and P. S. Julienne, “Experiments and theory in cold and ultracold collisions,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 71, pp. 0034–6861, 1999.
- [184] Z.-H. Ji, J.-Z. Wu, H.-S. Zhang, T.-F. Meng, J. Ma, L.-R. Wang, Y.-T. Zhao, L.-T. Xiao, and S.-T. Jia, “Investigation of cold collision in a rb-cs magneto-optical trap,” *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 44, p. 025202, 2011.
- [185] D. A. Steck, “Rubidium 87 d line data.” steck.us/alkalidata/, 2010.
- [186] D. A. Steck, “Rubidium 85 d line data.” steck.us/alkalidata/, 2013.
- [187] D. Döring, G. McDonald, J. E. Debs, C. Figl, P. A. Altin, H.-A. Bachor, N. P. Robins, and J. D. Close, “Quantum-projection-noise-limited interferometry with coherent atoms in a ramsey-type setup,” *Physical Review A*, vol. 81, p. 043633, 2010.
- [188] Y. Sortais, *Construction d’une fontaine double \AA atomes froids de ^{87}Rb et ^{133}Cs , étude des effets dépendant du nombre d’atomes dans une fontaine*. PhD thesis, Université Paris VI, 2001.
- [189] D. Holleville, *Conception et réalisation d’un gyromètre à atomes froids fondé sur l’effet Sagnac pour les ondes de matières*. PhD thesis, Université Paris XI, 2001.
- [190] S.-Y. Lan, P.-C. Kuan, B. Estey, P. Haslinger, and H. Müller, “Influence of the coriolis force in atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 108, p. 090402, 2012.
- [191] T. Farah, P. Gillot, B. Cheng, A. Landragin, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, “Effective velocity distribution in an atom gravimeter : Effect of the convolution with the response of the detection,” *Physical Review A*, vol. 90, p. 023606, 2014.
- [192] A. Peters, *High Precision Gravity Measurements Using Atom Interferometry*. PhD thesis, Stanford University, 1998.
- [193] J. Le Gouët, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, “Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers,” *The European Physical Journal D*, vol. 44, pp. 419–425, 2007.
- [194] D. W. Allan, “Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. UFFC-34, p. 647, 1987.

-
- [195] G. W. Biedermann, X. Wu, L. Deslauriers, K. Takase, and M. A. Kasevich, “Low-noise simultaneous fluorescence detection of two atomic states,” *Optics Letters*, vol. 34, p. 347, 2009.
- [196] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidet, and A. Bresson, “Characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer for a quantum test of the weak equivalence principle,” *arXiv*, vol. 1506.06535, 2015.
- [197] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, “All-optical runaway evaporation to bose-einstein condensation,” *Physical Review A*, vol. 79, p. 061406, 2009.
- [198] M. Meunier, I. Dutta, R. Geiger, C. Guerlin, C. L. Garrido Alzar, and A. Landragin, “Stability enhancement by joint phase measurement in a single cold atomic fountain,” *Physical Review A*, vol. 90, p. 063633, 2014.
- [199] “Miniatom, miniaturized coherent atom sensors.” <https://sites.google.com/site/miniatomproject/>.
- [200] “ μ quans, precision quantum sensors.” www.muquans.com/.
- [201] J. Rudolph, W. Herr, C. Grzeschik, T. Sternke, A. Grote, M. Popp, D. Becker, H. Müntinga, H. Ahlers, A. Peters, C. Lämmerzahl, K. Sengstock, N. Gaaloul, W. Ertmer, and R. E. M., “A high-flux bec source for mobile atom interferometers,” *New Journal of Physics*, vol. 17, p. 065001, 2015.
- [202] C. Gross, T. Zibold, J. Estève, and M. K. Oberthaler, “Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit,” *Nature*, vol. 464, pp. 1165–1169, 2010.
- [203] S. Bernon, T. Vanderbruggen, R. Kohlaas, A. Bertoldi, A. Landragin, and P. Bouyer, “Heterodyne non-demolition measurements on cold atomic samples : towards the preparation of non-classical states for atom interferometry,” *New Journal of Physics*, vol. 13, p. 062021, 2011.
- [204] P. Hamilton, M. Jaffe, J. M. Brown, L. Maisenbacher, B. Estey, and H. Müller, “Atom interferometry in an optical cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 114, p. 100405, 2015.
- [205] “International vocabulary of metrology - basic and general concepts and associated terms.” www.bipm.org/fr/publications/guides/vim.html, 2012.
- [206] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, “Interactions between light waves in a nonlinear dielectric,” *Physical Review*, vol. 127, p. 1918, 1962.
- [207] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein, and K. Nassau, “Optically-induced refractive index inhomogeneities in linbo_3 and lita_3 ,” *Applied Physics Letters*, vol. 9, p. 72, 1966.
- [208] T. Lévêque, L. Antoni-Micollier, B. Faure, and J. Berthon, “A laser setup for rubidium cooling dedicated to space applications,” *Applied Physics B*, vol. 116, pp. 997–1004, 2014.

Titre : Interférométrie Simultanée avec Deux Espèces Atomiques $^{87}\text{Rb}/^{85}\text{Rb}$ et Applications aux Mesures Inertielles

Mots clés : Interférométrie atomique - Capteur inertiel - Principe d'Équivalence - Atomes Froids - Ondes de matière - Systèmes lasers - Réjection de vibration

Résumé : Dans la problématique émergente des expériences visant à tester le *Principe d'Équivalence* à l'aide de capteurs inertiels à atomes froids, cette thèse porte sur la réalisation et la caractérisation d'un interféromètre atomique double espèce simultanée (^{87}Rb et ^{85}Rb) qui permet l'obtention d'une mesure extrêmement sensible de l'accélération différentielle. L'interféromètre, de type Mach-Zehnder, repose sur la manipulation simultanée des ondes de matière atomiques à l'aide de transitions Raman stimulées. Le système laser est basé sur le doublage en fréquence d'une unique source laser à 1560 nm. L'ensemble des fréquences lasers requises pour la manipulation des deux isotopes (piégeage, refroidissement, sélection, interférométrie et détection) est généré par modulation en phase de cette source. Une modélisation détaillée des réponses inertielles de l'interféromètre ainsi que l'analyse d'une méthode d'extraction

de la phase différentielle à partir du signal elliptique ont été menées. La mesure de l'accélération différentielle a conduit à un test atomique du *Principe d'Équivalence Faible* de $\eta(^{87}\text{Rb},^{85}\text{Rb}) = (1.3 \pm 3.2) \times 10^{-7}$, à l'état de l'art. L'aspect simultané de la mesure a permis de mettre en évidence la réjection du bruit de vibration par effet de mode commun pour la première fois avec deux espèces différentes, le facteur de réjection étant aujourd'hui de 50 000. Les performances actuelles de l'instrument sur la mesure d'accélération différentielle montrent une sensibilité de $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$ et une résolution de $2 \times 10^{-9} g$ pour des temps d'intégration inférieurs à quelques heures. Pour finir, des modes de fonctionnement innovants d'interféromètres atomiques double espèce pour la mesure d'accélération embarquée sont explorés.

Title : Simultaneous Interferometry with Two Atomic Species $^{87}\text{Rb}/^{85}\text{Rb}$ and Applications to Inertial Measurements

Keywords : Atom interferometry - Inertial sensor - Equivalence Principle - Cold Atoms - Matter-waves - Laser systems - Vibration rejection

Abstract : In the emerging issue of testing the *Equivalence Principle* with cold atom inertial sensors, this thesis focuses on the realization and the characterization of a simultaneous dual-species atom interferometer (^{87}Rb & ^{85}Rb) which allows to measure the differential acceleration in an extremely sensitive way. The Mach-Zehnder type atom interferometer relies on the simultaneous handling of atomic wave-packets with stimulated Raman transitions. The laser system is based on the frequency doubling of a single laser source at 1560 nm. All the required laser frequencies for handling both isotopes (trapping, cooling, selection, interferometry and detection) are generated by phase modulating this source. A detailed modeling of the interferometer's inertial responses and an analysis of a method to extract

the differential phase were carried out. The differential acceleration measurement led to an atom based test of the *Weak Equivalence Principle* of $\eta(^{87}\text{Rb},^{85}\text{Rb}) = (1.3 \pm 3.2) \times 10^{-7}$, at the state-of-the-art. The simultaneous aspect of the experiment allowed to highlight for the first time common mode vibration noise rejection with two different atomic species, a rejection factor of 50 000 being currently achieved. The current performance of the instrument exhibits a sensitivity on the differential acceleration of $1.23 \times 10^{-7} g/\sqrt{\text{Hz}}$ and a resolution of $2 \times 10^{-9} g$ for integration times lower than few hours. Finally, innovative operating modes of dual-species atom interferometers for on-board acceleration measurements are explored.