Etude et caractérisation de composants d'optique intégrée exploitant les propriétés électro-optiques d'oxydes fonctionnels épitaxiés

Xuan Hu

▶ **To cite this version:**

Xuan Hu. Etude et caractérisation de composants d'optique intégrée exploitant les propriétés électro-optiques d'oxydes fonctionnels épitaxiés. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. INSA de Lyon, 2015. Français. NNT : 2015ISAL0083 . tel-01278476

HAL Id: tel-01278476

https://theses.hal.science/tel-01278476

Submitted on 24 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

2015ISAL0083

THESE

Etude et caractérisation de composants d'optique intégrée exploitant les propriétés électro-optiques d'oxydes fonctionnels épitaxiés

Présentée devant

L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Pour obtenir

Le grade de docteur

École doctorale EEA

Par

Xuan HU

Soutenue le 22 septembre 2015 devant la commission d'examen

Jury

Eric CASSAN	Professeur (IEF)	*Rapporteur*
Jean-Emmanuel BROQUIN	Professeur (INPG)	*Rapporteur*
Laurent LARGER	Professeur (UFC)	*Examinateur*
Pedro ROJO ROMEO	Maitre de conférences ECL (INL)	*Examinateur*
Régis OROBTCHOUK	Maitre de conférences INSA Lyon (INL)	*Directeur de thèse*

Cette thèse a été préparée à l'Institut des Nanotechnologies de Lyon de l'INSA de Lyon

Contact e-mail: xuan.hu@insa-lyon.fr

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Etude et caractérisation de composants d'optique intégrée exploitant les propriétés électro-optiques d'oxydes fonctionnels épitaxiés

Xuan HU

Supervisé par

Régis OROBTCHOUK

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Remerciement

Tout d’abord, je tiens à exprimer mes sincères remerciements au Dr. Régis OROBTCHOUK, mon directeur de thèse, pour son soutien, des discussions utiles avec des suggestions précieuses et constructives au cours de toutes ces années. Je serai éternellement reconnaissant pour la perspicacité et l'expertise qu’il a partagées avec moi et, surtout, de me fournir une occasion de cultiver mes compétences en recherche. Son enthousiasme pour la science m’a servi d’exemple et m'a poussée vers l'avant avec beaucoup d'enthousiasme et de vitalité.

Je porte une grande appréciation aux collègues de l’équipe Nanophotonique et de l’équipe Hétéroépitaxie et Nanostructures de l’INL. Je suis reconnaissante à Sébastien Cueff et Pédro Rojo Roméo pour leur excellent travail dans la fabrication de composants en silicium amorphe, et de composants slot en arête BTO, également pour leurs corrections et commentaires précieux dans les publications. Je remercie Guillaume Saint-Girons et Philippe Regreny pour leurs expertises dans l’épitaxie de film BTO.

Je remercie également la directrice Catherine Bru-Chevallier qui a toujours portée attention à mes demandes individuelles. Merci également à Annie Suslec, Stéphanie Parola, Marine Le Coz pour leurs précieuses amitiés. Bon courage à Jia Liu, Laurent Milord, Yao Zhu, Lin Wang, Mouhannad Massoud, c’est bientôt votre tour de soutenir.

Merci aux bureaux du bâtiment Blaise Pascal qui restent éclairés durant les heures supplémentaires.

Merci à mon mari Wenchao qui m’a soutenu tout ce temps, à mon fils Vincent Youyi qui nous a rejoint : un moment merveilleux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Abstract

The aim of this thesis is to explore a new electro-optic modulator which could be integrated on SOI substrate (silicon on insulator, substrate of silicon microelectronics).

The ferroelectric material $BaTiO_3$ (BTO) is potentially the most interesting because it has highest linear electro-optic coefficient among perovskite materials, and its monolithic integration on a SOI substrate as a crystalline thin film was demonstrated in INL.

However, the fact that its refractive index is lower than silicon will prevent the light confinement in the active layer. It is also very difficult to be etched by techniques in microelectronics industry, limiting its interest because we cannot achieve lateral confinement of light waveguides. To overcome this drawback, the proposed modulator uses a structure SLOT formed vertically through the silicon layer of the SOI on which is deposited the layer of BTO then an amorphous silicon layer. The lateral confinement in the light guiding is formed by etching of the upper amorphous silicon layer. The geometry of the strip-loaded amorphous silicon is optimized to obtain a SLOT TM (Transverse Magnetic) polarization mode in which substantially all of the light energy is confined in the active layer of BTO, thereby increasing the efficiency of modulator with respect to a conventional structure. The originality of this structure lies in the fact that for the first time, the existence of a SLOT mode was demonstrated in an asymmetrical strip-loaded guide, easily integrated in a planar technology, compared to all the work reported in the literature which use a symmetrical structure obtained by total etching of the layer of BTO and the silicon layer of the SOI material.

The design of such a modulator requirs the development of a multi-physics numerical tool to consider carefully anisotropic properties of ferroelectric materials, rarely available in commercial photonics simulation softwares. Specifically, we combine a FVFD (full-vectorial finite-difference) optical mode solver with a radiofrequency Laplace solver. It allows precise calculation of the modulation of refractive index and the electro-optical response induced by Pockels effect of anisotropic materials exhibiting non-diagonal change in the permittivity tensor. The optimization of the modulator is carried out, from both aspects optical and electrical in radiofrequency. In particular, to obtain a rapid modulator, it is necessary to design a radiofrequency electrode that has a same wave propagation constant of optical SLOT mode.

The thesis is as well devoted to the design of passive building blocks in integrated optics, which are necessary for the implementation of modulators: straight waveguides, beam splitters of type MMI (MultiMode Interference), turns and directional couplers. A cylindrical coordinate's mode solver realizes the design of turns of very low bending radii of 3.6 microns with radiation losses less than 0.1dB/90°. Surprisingly, for strip-loaded guides, reducing the cornering radius of turns does not necessarily imply an increase in losses of radiation, and so leading to improved device performance. This result is very important because the turns is a basic building block

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

the most difficult to be miniaturized in integrated optics. Currently, the radii of curvature are limited to 15 microns in waveguide technology. The experimental validation shows that it is possible to obtain a 4-5 times larger integration density without changing the manufacturing technology. The second result for innovative silicon photonics is about obtaining very compact and polarization insensitive beam splitters (2.0 x 3.6 μm^2).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Résumé

Ce travail de thèse porte sur le problème de la réalisation d'un nouveau modulateur électro-optique pouvant s'intégrer sur un substrat SOI (silicium sur isolant, le substrat de la microélectronique silicium).

Le matériau ferroélectrique $BaTiO_3$ (BTO) est potentiellement le plus intéressant parce qu'il possède le coefficient électro-optique linéaire le plus élevé parmi les matériaux pérovskites, et que son intégration monolithique sur un substrat SOI sous forme d'un film mince cristallin a été démontré à l'INL.

Cependant, le fait que son indice de réfraction soit plus faible que le silicium, va empêcher le confinement de la lumière dans cette couche active. C'est également un matériau très difficile à graver par les techniques usuellement utilisées en micro-électronique, ce qui limite son intérêt parce qu'on ne peut pas réaliser de guides d'ondes à confinement latéral de lumière. Pour pallier à cet inconvénient, le modulateur proposé utilise une structure dite à fente ou SLOT formée verticalement par la couche superficielle de silicium du matériau SOI sur laquelle on dépose la couche de BTO puis une couche de silicium amorphe. Le confinement latéral dans ce guide de lumière est réalisé par gravure de la couche de silicium amorphe supérieure. La géométrie du ruban de silicium amorphe est optimisée pour obtenir un mode SLOT en polarisation TM (Transverse Magnétique) pour lequel la quasi-totalité de l'énergie lumineuse est confinée dans la couche active de BTO, ce qui permet d'augmenter l'efficacité du modulateur par rapport à une structure conventionnelle. L'originalité de cette structure réside dans le fait que pour la première fois, l'existence d'un mode SLOT a été démontrée dans un guide asymétrique en arête, facilement intégrable dans une technologie planaire, alors que tous les travaux reportés dans la littérature, utilisent une structure symétrique obtenue par gravure totale de la couche de BTO et de la couche de silicium du matériau SOI.

La conception d'un tel modulateur a nécessité l'élaboration d'un outil numérique multi-physique lors de ce travail de thèse afin de prendre en compte rigoureusement les propriétés d'anisotropie des matériaux ferroélectriques, rarement disponibles dans les logiciels de simulation photonique commerciaux. Plus précisément, nous combinons un solveur de mode optique FVFD (full-vectorial finite-difference) avec un solveur radiofréquence de Laplace. Il permet des calculs précis de la modulation d'indice de réfraction et de la réponse électro-optique induite par l'effet Pockels des matériaux anisotropes qui présentent une variation non-diagonale du tenseur de permittivité. L'optimisation du modulateur est réalisée, tant du point de vue optique qu'électrique en radiofréquence. Notamment, pour obtenir un modulateur rapide, il est nécessaire de concevoir une électrode qui possède une onde radiofréquence de même constante de propagation que le mode SLOT optique.

Le travail de thèse est aussi consacré à la conception des briques de bases d'optique intégrée passive nécessaires à la réalisation des modulateurs: guides droits, diviseurs de faisceaux de type MMI (MultiMode Interference), de virages et de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

coupleurs directionnels. Un solveur de mode en coordonnées cylindriques a permis de concevoir des virages à très faibles rayons de courbure de 3,6 µm avec des pertes de radiation inférieures à 0.1 dB/90°. Étonnamment, pour des guides en arête, la réduction du rayon de courbure d'un virage n'implique pas forcément une augmentation des pertes de radiation et conduit à une amélioration des performances du dispositif. Ce résultat est très important parce que le virage est la brique de base qui est la plus difficile à miniaturiser en optique intégrée. Actuellement, les rayons de courbures sont limités à 15 µm dans les technologies utilisant les guides en arête. Ce résultat validé expérimentalement, montre qu'il est possible d'obtenir une densité d'intégration 4 à 5 fois plus importante sans modification de la technologie de fabrication. Le deuxième résultat innovant pour la photonique sur silicium porte sur l'obtention de diviseurs de faisceaux très compacts et insensibles à la polarisation (2.0 x 3.6 µm²).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Table de matières

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I. DESCRIPTION GENERALE DE L'ETUDE 3
I.1. Photonique sur silicium 4
I.2. Constitution d'un modulateur 6
I.2.1. Modulateurs de phase 6
I.2.2. Modulateur d'intensité 7
I.2.3. Modulateur Mach-Zehnder (MZM) 7
I.2.4. Modulateur utilisant un micro-résonateur (MR) 8
I.3. Performances d'un modulateur 9
I.3.1. Pertes optiques de propagation 10
I.3.2. Vitesse de modulation 10
I.3.3. Efficacité de déphasage 10
I.3.4. Encombrement du dispositif 11
I.3.5. Taux d'extinction 11
I.3.6. Bande passante optique 11
I.3.7. Sensibilité à la température 11
I.4. Modulateur en télécommunications 12
I.5. Modulateur intégré sur silicium 12
I.5.1. Dispersion de plasma sur les porteurs libres 12
I.5.2. Silicium contraint 17
I.5.3. Dispositifs hybrides 17
I.6. Conclusion 22
REFERENCES 23

CHAPITRE II. NOTIONS DE BASES SUR LES DISPOSITIFS ELECTRO-OPTIQUES 27
II.1. Matériaux ferroélectriques 28
II.1.1. Structure perovskite 30
II.1.2. Transition de phase 31
II.2. Effet électro-optique 32
II.2.1. Définition des tenseurs électro-optiques 32
II.2.2. Effet optique linéaire (Effet Pockels) 34
II.2.3. Propriétés électro-optiques du $BaTiO_3$ 35
II.3. Réponse en fréquence de la permittivité diélectrique 44
II.4. Conclusion 48
REFERENCES 50

CHAPITRE III. METHODES NUMERIQUES ET CONCEPTION DU MODULATEUR DE PHASE EN BTO 52
III.1. Solveur de mode full-vectoriel dans un guide droit anisotrope 53
III.2. Méthode aux différences finies 62
III.3. Conditions aux limites transparentes 67
III.4. Validation du solveur de mode optique 72
III.5. Solveur de Laplace en radiofréquence 75
III.6. Conception du modulateur $BaTiO_3$ 80
III.6.1. Conception optique 82
III.6.2. Conception radiofréquence 86

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

III.6.3. Réponse électro-optique du composant optimisé 90
III.7. Conclusion 95
REFERENCES 97

CHAPITRE IV. CONCEPTION DE COMPOSANTS PASSIFS 99
IV.1. Guides courbes 100
IV.2. Outil de conception de dispositifs de largeurs variables suivant l'axe de propagation : méthode de raccordement des modes locaux 109
IV.2.1. Raccordement des modes locaux à une interface 109
IV.2.2. Matrice d'interface 113
IV.2.3. Matrice de couche 114
IV.2.4. Généralisation à n interfaces 114
IV.3. Conception des diviseurs de faisceaux 117
IV.4. Conception des virages 126
IV.5. Conception des résonateurs en anneau et Mach-Zehnder asymétriques 129
IV.6. Conclusion 134
REFERENCES 135

CHAPITRE V. CARACTERISATION DES COMPOSANTS 138
V.1. Outil de caractérisation et dispositifs de test 139
V.2. Composants en silicium amorphe 142
V.3. Composants de type slot 145
V.4. Composants SOI 149
V.4.1. Récepteur cohérent QPSK 150
V.4.2. Virages des guides en arête 150
V.5. Conclusion 158
REFERENCES 159

CONCLUSION GENERALE 160

PERSPECTIVES 162

LISTE DES PUBLICATIONS 163

ANNEXE 1 165

ANNEXE 2 175

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Introduction

L'amélioration des circuits pour les télécommunications ou les interconnexions optiques passent par la maîtrise d'un certain nombre de composants actifs tels que les sources, les photo-détecteurs et les modulateurs intégrés. Le mot d'ordre de la recherche actuelle est de développer des solutions alliant à la fois une faible consommation et des performances accrues en termes de rapidité.

Ce travail de thèse adresse le problème de la réalisation d'un nouveau modulateur pouvant s'intégrer sur une plateforme de circuits optiques fabriqués sur un substrat siliciun sur isolant (SOI pour Silicon On Insulator). Il a eu lieu à l'Institut des Nanotechnologies de Lyon (INL) dans l'équipe Nanophotonique et a été encadré par Régis Orobtchouk (directeur de thèse) et Pédro Rojo Romeo (coencadrant). Il a fait l'objet d'une collaboration avec l'équipe hétéroépitaxie et Nanostructures de l'INL dans le cadre d'un projet Européen SITOGA. Cette équipe possède une expertise dans l'épitaxie de couche d'oxydes fonctionnels tels que le $BaTiO_3$ (BTO) de qualité cristalline sur un substrat de SOI. Ces couches possèdent des propriétés électro-optiques que l'on cherchera à mettre à profit pour la réalisation de modulateurs intégrés.

Bien le BTO possède des propriétés électro-optiques intéressantes, son utilisation risque d'être compromise par le fait, d'une part que son indice de réfraction est plus faible que le silicium, ce qui va limiter son efficacité de modulation. D'autre part, c'est un matériau difficile à usiner et donc, il n'est pas possible de réaliser un confinement latéral de la lumière dans une structure guidante avec la technologie conventionnelle de la micro-électronique. Pour pallier à ces inconvénients, le modulateur proposé utilise une structure dite à fente ou SLOT, formée verticalement par la couche superficielle de silicium du matériau SOI sur laquelle on dépose la couche de BTO et en suite une couche de silicium amorphe. Cette structure a pour avantage de posséder un mode guidé en polarisation TM pour lequel la quasi-totalité de l'énergie lumineuse est confinée dans la couche active de BTO, ce qui permet d'augmenter l'efficacité du modulateur par rapport à une structure conventionnelle. Le confinement latéral dans ce guide SLOT est réalisé par gravure de la couche de silicium amorphe.

Ce manuscrit de thèse se divise en cinq parties. Le premier chapitre est consacré à la problématique de la photonique sur silicium et nous détaillerons les solutions envisagées pour la réalisation d'un modulateur. Les principes physiques nécessaires à la compréhension des effets électro-optiques sont détaillés dans le second chapitre. L'outil numérique qui a été élaboré lors de ce travail de thèse, ainsi que l'optimisation du modulateur tant du point de vue optique que hyperfréquence est développé dans le troisième chapitre. Le quatrième chapitre de ce manuscrit de thèse est consacré à la conception des briques de bases passives d'optique intégrée nécessaires à la réalisation d'un modulateur de type Mach-Zehnder ou résonateur en anneau. Les premiers résultats

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

expérimentaux font l’objet du dernier chapitre. Une conclusion générale clôture ce manuscrit de thèse.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre I. Description générale de l’étude

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.1. Photonique sur silicium

Les premiers travaux de recherche en photonique sur silicium ont commencé dans les années 1980 [Soref87]. Le choix du silicium comme matériau de base pour la fabrication des circuits photoniques, se justifie par le fait que l'on peut utiliser de nombreux principes de conception et de fabrication de l'industrie de la microélectronique.

Avant 2004, l'application principale de la photonique intégré sur silicium était dans les télécommunications, dite de première génération. Elle a été dominée par le développement de guides d'ondes relativement grands (sections transversales de 10 à 100 μm^2) pour une utilisation dans des réseaux de fibres optiques tels que le multiplexage en longueur d'onde [Knights].

Les composants photonique sur silicium de deuxième génération sont arrivés en 2004, lorsque le groupe dirigé par Mario Paniccia chez Intel Corp. a annoncé la démonstration d'un dispositif optique, fabriqué entièrement en silicium avec les mêmes procédures et protocoles que ceux utilisés pour la fabrication de transistors et avec une fréquence de modulation supérieure à 1 GHz [Liu04]. Le potentiel d'intégration des fonctionnalités photonique et électronique en tant que procédé pour réduire la dissipation de puissance excessive dans des circuits micro-électroniques a donc été démontré.

Dans une période relativement courte après 2004, le domaine s'est développé rapidement. Les dimensions des guides d'ondes sont maintenant mesurées en nanomètres carrés au lieu de micromètres carrés.

La photonique sur silicium utilise des matériaux d'excellente qualité optique : le silicium, la silice, ou le nitrure de silicium. Dans le domaine de longueur d'onde du proche infrarouge commun aux systèmes de télécommunication par fibre optique en silice (1,3 μm à 1,6 μm), le silicium est transparent. Le fort contraste d'indice de réfraction entre le silicium (n ~ 3,5) et les matériaux diélectriques d'isolation utilisés en microélectronique tel que la silice (n ~ 1,45) en fait un candidat exceptionnel pour guider les données optiques entre des composants actifs.

Le silicium présente des qualités mécaniques excellentes. II est disponible en grande taille (jusqu'a 8 pouces voire plus) avec des qualités de planéité et de poli élevées et pour un coût faible.

La haute conductivité thermique du silicium est également un élément décisif. Elle autorise l'hybridation directe des composants III-V et en particulier des diodes laser sur le substrat silicium sans dégradation de performances.

D'un point de vue économique, les matériaux utilisés en photonique sur silicium sont bien connus en microélectronique. Ces matériaux bénéficient donc de tous les savoir-faires développés en microélectronique et de l'énorme effort de recherche mené dans ce domaine. Cette synergie est un point essentiel à considérer

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

pour l'évolution futur du marché de l'optoélectronique. Il est clair que si elle s'impose dans des domaines grand public comme les communications optiques par fibre-optique, les aspects coût et production de masse vont devenir prépondérants.

En principe, la technologie photonique sur silicium fournit la possibilité d'intégrer de façon monolithique des éléments optiques et électroniques sur silicium en utilisant la technologie CMOS (Complementary Metal Oxide Semi-conductor). Cependant, il existe de nombreux obstacles théoriques et pratiques à la réalisation d'un circuit optoélectronique monolithique complet.

La première difficulté est de fabriquer des émetteurs de lumière en silicium, comme un laser, du fait que le matériau de silicium est à bande interdite indirecte. La probabilité d'une recombinaison radiative des porteurs générant l'émission de lumière est moins susceptible de se produire par rapport aux autres recombinaisons des porteurs non-radiatives comme par exemple, la recombinaison de type Auger. C'est pour cette raison que les composés III-V, matériaux de bande interdite directe, sont utilisés comme source de lumière laser à semi-conducteur.

Le deuxième obstacle est que le silicium possède une structure cristalline centro-symétrique, qui ne présente pas d'effet électro-optique d'ordre 1 (effet Pockels) utilisé traditionnellement pour la modulation rapide de la lumière.

Le fait que le matériau soit transparent dans le proche infrarouge empêche aussi la réalisation de détecteurs dans cette gamme de longueurs d'onde. Plusieurs groupes de recherche ont développé des solutions d'intégration directe de photodiodes Ge avec des guides d'onde de silicium [Vivien][Ahn].

Le guide d'onde de silicium forme le bloc de construction de base de tous circuits photonique en silicium. Certains ont été fabriqués par dopage d'impuretés dans le silicium n^+ sur n ou p^+ sur p. Rapidement, les guides d'onde réalisés en silicium-sur-isolant (SOI) ont supplanté les autres techniques de réalisation. Le SOI sera probablement la technique de guidage d'ondes lumineuses principale pour deux raisons importantes : le SOI est compatible CMOS, et la roadmap de la microélectronique montre que la technologie CMOS utilisant du SOI (Fully-Depleted Silicon On Insulator : FDSOI) sera la technologie la plus importante de l'électronique en silicium à l'avenir [Soref05].

Actuellement, la photonique sur silicium a acquis une certaine maturité pour la réalisation de circuits de routage passif de l'information optique. Un grand nombre de groupes industriels tels que : Intel, IBM, Molex, Teraxion, Cisco, Compass-Eos et Mellanox proposent des produits dans le domaine des datacoms. Pour aller plus loin dans le domaine de la recherche en photonique sur silicium, le mot d'ordre est de développer une classe de dispositifs actifs à très faible consommation. Ce travail de thèse est centré sur l'étude de modulateurs intégrés, qui est un des éléments actifs qu'il faut maîtriser. Les principes de base de la modulation en optique intégrée et l'état de l'art sur la réalisation de modulateurs intégrés en photonique sur silicium sera détaillé dans la suite de ce chapitre.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.2. Constitution d'un modulateur

I.2.1. Modulateurs de phase

Un modulateur de phase optique intégrée se compose de deux électrodes situées de part et d'autre d'un guide d'onde comme le montre la Figure I.1. La différence de potentiel appliquée sur les deux électrodes permet de modifier l'indice de réfraction du guide d'onde par des effets qui peuvent être thermique, acoustique, électro-optique, etc... La variation de l'indice de réfraction entraine une modification de l'indice effectif Δn_{eff} du mode guidé. La variation de phase est obtenue par la relation :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta n_{eff} L \qquad \text{(I.1)}$$

où λ et L désigne respectivement la longueur d'onde et la longueur du modulateur de phase.

Les modulateurs les plus communs utilisent un effet électro-optique. Un champ électrique appliqué à un matériau électro-optique, tel que le Niobate de Lithium $LiNbO_3$, induit un changement de son indice de réfraction. Si le champ électrique est appliqué à travers le guide d'onde, la variation de l'indice de réfraction du matériau actif induit un changement de la constante de propagation du mode de propagation, et donc la lumière qui traverse cette région subit un certain déphasage. La géométrie des électrodes et la commande de tension dépendent de l'orientation du cristal et de la structure du dispositif.

En fonction de la fréquence de modulation utilisée, la géométrie des électrodes doit également être considérée. A hautes fréquences, il est nécessaire d'adapter la constante de propagation du mode guidé radiofréquence (RF) à celle du mode optique en utilisant une configuration à ondes progressives par exemple. [Lifante]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

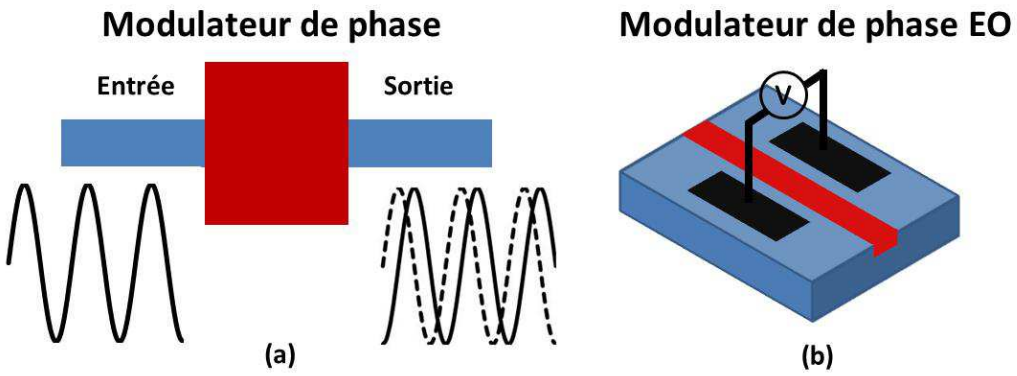


Figure I.1 Schémas permettant d'illustrer le principe de fonctionnement d'un modulateur de phase optique intégrée utilisant l'effet électro-optique. (a) dans un modulateur de phase, le signal optique de sortie subie une variation de phase par rapport au signal d'entrée. (b) Le déphasage est induit par un champ électrique appliqué au moyen de deux électrodes dans le cas d'un matériau électro optique.

I.2.2. Modulateur d'intensité

La modulation de phase n'est en général pas utilisable directement dans un dispositif d'optique intégrée, parce que les détecteurs conventionnels sont quadratiques et ne sont sensibles qu'à l'intensité lumineuse. Il est nécessaire de transformer la modulation de phase en une modulation d'intensité à l'aide d'un composant interférométrique (Fabry-Perot, Mach-Zehnder, résonateur en anneau, etc…). Dans la suite de ce chapitre, les interféromètres de Mach-Zehnder et les résonateurs en anneau utilisés lors de cette étude seront décrits, ainsi que leurs critères de performances.

I.2.3. Modulateur Mach-Zehnder (MZM)

Un des moyens les plus simples pour effectuer la conversion de la modulation de phase en intensité est de construire un interféromètre de Mach-Zehnder intégré sur un substrat électro-optique tel que représenté sur Figure I.2. Le MZM est constitué d'un guide d'onde monomode d'entrée, puis il se divise en deux branches symétriques par l'intermédiaire d'un diviseur de faisceau de type jonction Y ou MMI (MultiMode Interference). Après une certaine distance de propagation les deux branches sont recombinées pour produire une interférence dans le guide de sortie.

Si le MZM est parfaitement symétrique et si aucun déphasage ne se produit sur les deux branches du dispositif la lumière se recombine de manière constructive dans le guide d'onde final, donnant un signal « 1 ». Au contraire, si la lumière de l'un des bras de l'interféromètre subit un décalage de phase de π, les deux signaux se

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

propageant dans les deux bras sont en opposition de phase et l'interférence sera destructive après recombinaison dans le guide de sortie, produisant un signal « 0 ».

Dans la pratique, le déphasage dans un bras est réalisé par l'intermédiaire de l'effet électro-optique, par l'application d'une tension au travers du guide d'onde. En choisissant de manière adéquate l'orientation du cristal, la polarisation du mode, la géométrie de l'électrode et la tension appliquée, un déphasage total de π peut être obtenu pour une longueur spécifique L_π. C'est cette longueur qui fixe l'encombrement du modulateur Mach-Zehnder.

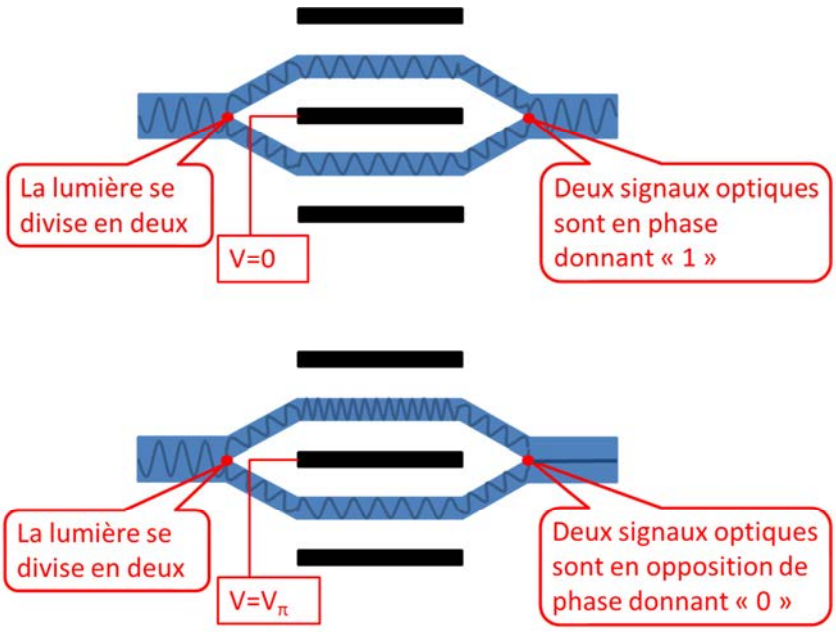


Figure I.2 Principe de fonctionnement d'un modulateur d'intensité optique intégrée de type Mach Zehnder.

I.2.4. Modulateur utilisant un micro-résonateur (MR)

Un autre moyen de transformer la modulation de phase en une modulation d'intensité consiste à utiliser une structure résonante. Les résonateurs les plus couramment étudiés sont des résonateurs en anneau, en raison de leur compacité et leur basse tension de commande requise.

Un résonateur en anneau est constitué d'un guide d'entrée appelé bus, couplé à une cavité en anneau (Figure I.3). Une fraction de la lumière incidente qui se propage dans le guide d'entrée se couple dans la cavité résonante. Après avoir parcourue un tour dans la cavité, si la lumière est en phase avec celle du guide incident, une interférence constructive se produit et l'anneau se charge en énergie. Pour préserver un bilan énergétique équilibré, si la totalité de la puissance lumineuse

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

est couplée dans la cavité, le signal transmis par le guide bus est nul. Dans le cas contraire où l'interférence est destructive, l'énergie lumineuse dans l'anneau est minimum et le signal transmis est maximum. La condition d'accord de phase permet de déterminer les positions des pics de résonances qui se traduisent par un creux du signal de transmission du guide bus. Comme dans le cas d'un modulateur Mach-Zehnder, la variation de phase dans le résonateur est induite par une modification de l'indice de réfraction du matériau constituant le guide d'onde.

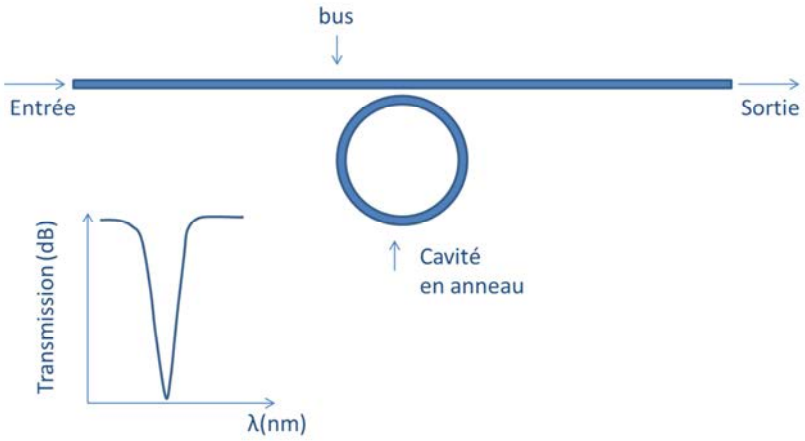


Figure I.3 Démonstration d'un résonateur en anneau

En 2004, le groupe de Lipson a démontré que la transmission de la structure peut être modulée jusqu'à 94% en moins de 500 ps, en utilisant des impulsions de lumière avec des énergies aussi faibles que 25 pJ. L'anneau possède un diamètre de 10µm [Almeida].

Actuellement, la structure MR semble plus étudiée et plus à la mode en raison de la taille plus compacte que la structure MZM. Toutefois, en raison de la nature de la structure en anneau, la bande passante optique du modulateur en anneau est généralement plus petite que 1 nm de sorte que les anneaux en cascade ou des structures plus compliquées sont nécessaires pour un système multi-longueurs d'onde. De plus, le MR est également très sensible à la température de l'environnement. C'est pourquoi on a choisi dans notre étude la structure MZM en essayant de réduire la longueur de bras par l'optimisation des paramètres géométrique de la structure.

I.3. Performances d'un modulateur

Il est utile de commencer par examiner les différentes performances par lesquelles les appareils peuvent être évalués. Pour le modulateur de phase, il existe quatre paramètres de base : les pertes optiques, la capacité par unité de longueur, l'efficacité de déphasage, et la vitesse [Reed].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

En Particulier, la longueur et la tension de commande indiquent la performance globale du modulateur. C'est pourquoi, on définit un paramètre composé $V_\pi \cdot L$, où V_π est la tension nécessaire pour avoir un déphase de π et L est la longueur du modulateur. Par exemple, pour un modulateur Mach-Zehnder, l'utilisation d'un modulateur de phase court et une basse tension de commande entraînera de faibles pertes optiques et une faible consommation d'énergie. Inversement, si un taux d'extinction plus important est nécessaire, soit la longueur du modulateur de phase, soit la tension de commande peuvent être augmentées (ou une combinaison des deux), ce qui entraînera une augmentation des pertes optiques ou de la consommation d'énergie, respectivement.

I.3.1. Pertes optiques de propagation

Les pertes d'un modulateur de phase sont déterminées d'une part par les pertes de propagation du modulateur, et d'autre part par des contributions des pertes des éléments passives autres que les guides du composant. Les pertes de propagation comprennent les pertes de radiation dues à la rugosité du guide d'onde, et l'absorption liée à l'interaction avec les électrodes métalliques.

I.3.2. Vitesse de modulation

Elle est souvent caractérisée par soit sa fréquence d'opération (typiquement en GHz), soit sa capacité à moduler les données à certains taux (typiquement en Gb/s). La vitesse intrinsèque d'un modulateur de phase est régie par la constante de temps RC du circuit. Cependant, la conception et la performance électrique résultante des électrodes peuvent également significativement influencer le fonctionnement du composant. Par exemple, une façon d'améliorer les performances à haute fréquence est d'utiliser des électrodes qui agissent comme un guide d'ondes à des fréquences micro-ondes, appelées électrodes à ondes progressives. Dans un modulateur résonant, la durée de vie des photons dans la cavité peut aussi entrainer une limitation sur la vitesse de fonctionnement du dispositif.

I.3.3. Efficacité de déphasage

L'efficacité de déphasage est représentée par la longueur nécessaire du dispositif pour obtenir un déphasage de π pour une tension de polarisation V appliquée. Elle est souvent rapportée en unités de $V \cdot cm$. On peut également utiliser la variation de l'indice effectif par volt. Dans le cas de dispositifs électro-optiques, le déphasage obtenu avec la tension est généralement non-linéaire. La tension autour de laquelle l'efficacité de déphasage est mesurée doit donc être mentionnée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.3.4. Encombrement du dispositif

Il représente l'espace physique du modulateur sur la puce. Dans le cas de dispositifs Mach-Zehnder, c'est la longueur, dimension dominante qui est donnée. Dans le cas d'un modulateur en anneau, beaucoup plus compact, le diamètre de l'anneau est indiqué. Les modulateurs électro-optiques sont l'un des composants les plus critiques dans l'intégration optoélectronique et la diminution de leur taille doit permettre de générer de nouvelles architectures sur puces.

I.3.5. Taux d'extinction

Il est exprimé par la différence de puissance de sortie optique entre les niveaux 0 et 1 du modulateur. Lorsque la vitesse de modulation augmente, le taux d'extinction peut être inférieur à un fonctionnement en régime continu pour la même tension appliquée.

I.3.6. Bande passante optique

Il s'agit de la plage de longueurs d'onde sur laquelle le dispositif peut fonctionner. Par exemple, dans le cas d'un modulateur à base de résonateur en anneau, le dispositif fonctionne à proximité de la résonance du dispositif et par conséquent la largeur de bande de fonctionnement dépend du facteur de qualité du dispositif, et la bande passante est typiquement de l'ordre du nm. Dans le cas des dispositifs Mach-Zehnder symétrique la bande passante optique est supérieure à 80 nm.

I.3.7. Sensibilité à la température

Elle représente la variation de la réponse de l'appareil induite par un changement de la température. Etant donné que le silicium a un coefficient thermo-optique relativement important ($1{,}8\ 10^{4}\ K^{-1}$), la réponse optique des structures passives telles que les résonateurs en anneau est sensible au changement de la température. Par exemple, un résonateur en anneau de silicium avec un facteur de qualité de 10000 est hors de la résonance avec seulement une variation de 1°C de la température. Dans un dispositif Mach-Zehnder symétrique, le changement de phase induit par la température dans les deux bras est équilibré et par conséquent la performance du dispositif n'est pas affectée.

Afin de minimiser l'effet de la fluctuation thermique, des couches d'isolation réalisées par porosification du silicium ou par oxydation ont été ajoutées pour amoindrir la variation de température sur les guides d'ondes du dispositif [Cheben][Weiss].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.4. Modulateur en télécommunications

Dans un système de transmission par fibre optique, le modulateur est un élément clé qui fixe la vitesse de la liaison optique, autrement dit la bande passante. La réalisation de modulateurs externes $LiNbO_3$ a permis d'obtenir un fonctionnement stable avec la température, et une tension de polarisation faible. La bande passante maximale est de l'ordre de 10 GHz [Wooten]. En utilisant des couches minces ferroélectriques adaptées à la réalisation de dispositifs d'optique intégrée, des débits de données supérieurs à 40 Gb/s ont été atteints [Wessels].

Cependant, cette technologie développée pour des applications de télécommunications optique a atteint ses limites de performances. Le coefficient EO intrinsèque de $LiNbO_3$ (r_{33} = 31 pm/V) et l'atténuation microonde en raison à la fois des pertes du conducteur et de propagation diélectrique sont les facteurs principaux limitant la réponse à 3dB du modulateur à 40 GHz [Sun].

I.5. Modulateur intégré sur silicium

Le mécanisme le plus utilisé pour moduler rapidement l'indice de réfraction du silicium est l'absorption sur les porteurs libres.

I.5.1. Dispersion de plasma sur les porteurs libres

Plus précisément, il est basé sur la déplétion de charges via une jonction p-n intégrée dans un guide d'onde en arête (rib). La variation des porteurs libres (électrons ou trous) entraîne un changement à la fois du coefficient d'absorption α et de la partie réelle de l'indice de réfraction n. Ce changement en réponse à un champ électrique appliqué est de forme quadratique. En utilisant la relation de Kramers-Kronig, R. Soref [Soref87] a montré que ce changement s'exprime en fonction de la concentration de porteurs libres.

$$\Delta n = -\left(\frac{e^2\lambda^2}{8\pi c^2\varepsilon_0 n}\right)\left(\frac{\Delta N_e}{m_{ce}^*}+\frac{\Delta N_h}{m_{ch}^*}\right); \tag{I.2}$$

$$\Delta \alpha = -\left(\frac{e^3\lambda^2}{4\pi c^3\varepsilon_0 n}\right)\left(\frac{\Delta N_e}{m_{ce}^{*2}\mu_e}+\frac{\Delta N_h}{m_{ch}^{*2}\mu_h}\right). \tag{I.3}$$

où e est la charge électronique, λ est la longueur d'onde optique, c est la vitesse de la lumière dans le vide, ε_o est la permittivité dans le vide, n est l'indice de réfraction non perturbé de c-Si, ΔN_e est la variation de la concentration des électrons, ΔN_h est la variation de la concentration des trous, m_{ce}^* est la masse effective de conductivité

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

des électrons, m_{ch}^{*} est la masse effective de conductivité des trous, μ_e est la mobilité des électrons, et μ_h est la mobilité des trous.

Les travaux de recherches ont été initiés par Intel et le groupe de Lipson. Intel a démontré en 2005, une structure basée sur un condensateur Metal-Oxyde-Semiconductor (MOS) intégré dans un guide d'ondes silicium ayant une largeur de bande de modulation supérieure à 1 GHz [Liu04]. Cette approche est compatible avec une fabrication industrielle classique Metal–Oxide–Semiconductor Complémentaire (CMOS). Toutefois, en raison de la faible efficacité du mécanisme de modulation, l'encombrement des dispositifs est relativement important et supérieur au cm. Ce dispositif a besoin d'une tension appliquée de 10 V pour obtenir un déphasage de π avec une longueur de 1 cm. Les pertes sont de 6,7 dB du fait que le guide d'onde utilise du poly-silicium dopé qui est plus absorbant que le silicium cristallin.

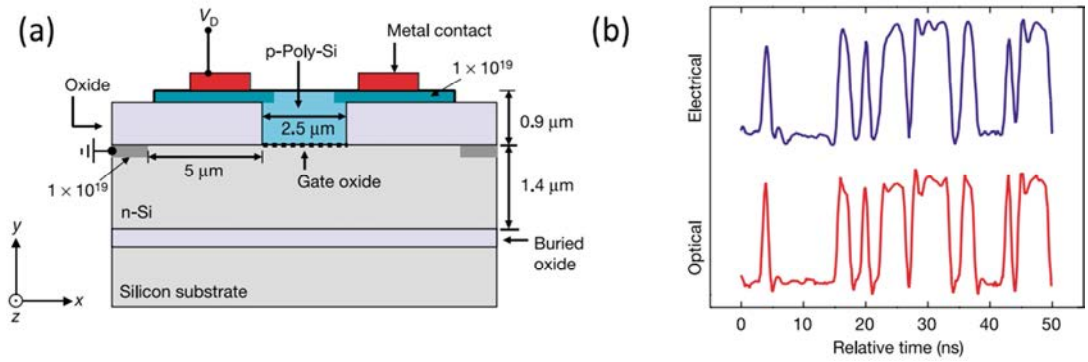


Figure I.4 (a) Schéma montrant la vue en coupe transversale d'un condensateur MOS utilisé comme un modulateur de phase guide d'ondes sur SOI ; (b) Séquence binaire pseudo-aléatoire d'un MZM de 2,5 mm de long pour un débit de données de 1 Gbit/s. [Liu04]

Une bande passante à 3 dB supérieure à 20 GHz et un taux de transmission de données de 30 Gb/s ont été obtenus par le même groupe en utilisant une configuration de jonction pn polarisée en inverse en 2007 (Figure I.5). [Liu07]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

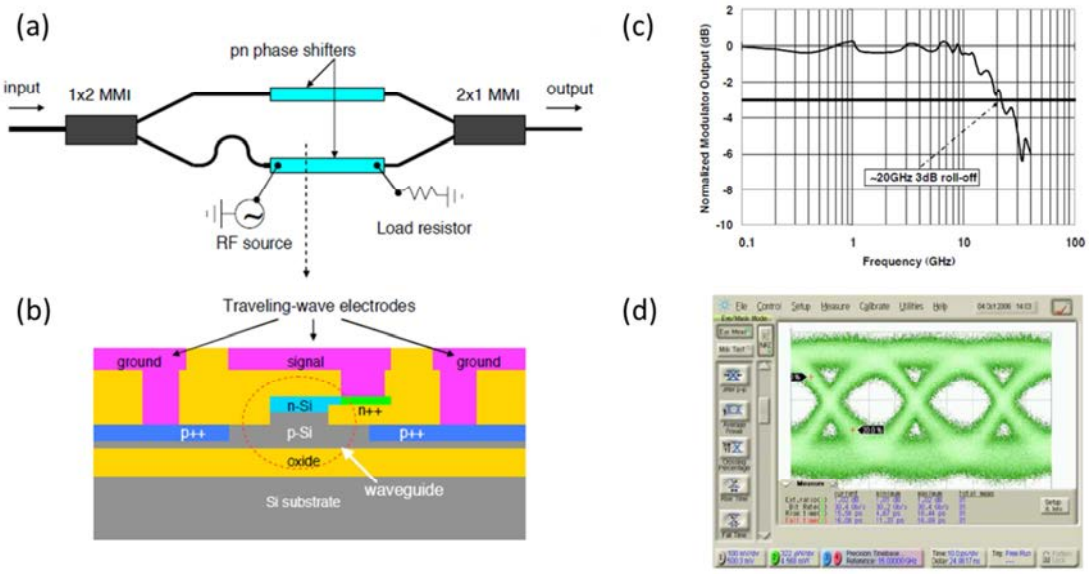


Figure I.5 (a) MZI asymétrique de silicium contenant deux modulateurs de phase à base de jonction pn. Le séparateur et le coupleur de faisceaux sont des MMI 1x2 et 2x1; (b) Vue en coupe transversale d'un modulateur de phase à base de jonction pn en SOI. (C) Réponse optique d'un modulateur de silicium en fonction de fréquence RF pour une MZI comportant un modulateur de phase de longueur 1mm. (d) Diagramme de l'œil optique du modulateur MZI. Le débit est de 30 Gb/s. [Liu07]

Des modulateurs plus compacts utilisant un résonateur en anneaux ont été étudiés par le groupe de Lipson [Xu05]. La densité des paires électron-trou dans la cavité augmente à mesure que la tension de polarisation directe de la jonction augmente. On peut voir sur la Figure I.6, qu'un contraste de modulation de 97% (correspondant à 15 dB) peut être obtenu pour une modification de la tension de polarisation de moins de 0,3 V. Sa grande efficacité de modulation et sa taille réduite le rend très intéressant pour une miniaturisation des circuits intégrés. Son inconvénient principal est que, en raison du processus lent de génération et/ou de recombinaison des porteurs minoritaires, la vitesse de modulation est généralement limitée. Les travaux de ces dernières années ont porté sur l'amélioration des jonctions électriques afin d'augmenter la rapidité des modulateurs jusqu'à des fréquences de 50 Gb/s. Un autre inconvénient est que la gamme de longueur d'onde utilisable avec ce dispositif résonant est beaucoup plus faible qu'un modulateur Mach-Zehnder.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

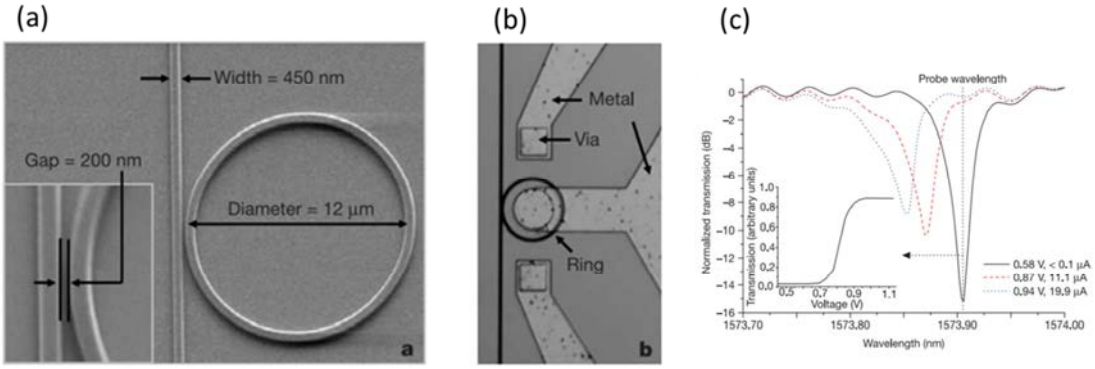


Figure I.6 (a) Images MEB du résonateur en anneaux couplé au guide d'onde ; (b) Image au microscope du dispositif avec les contacts métalliques ; (c) Mesure DC du résonateur en anneau des spectres de transmission pour des tensions de polarisation de 0,58 V, 0,87 V et 0,94 V, respectivement. L'encart montre la fonction de transfert du modulateur à une longueur d'onde de 1,573.9 nm.[Xu05]

En 2012, l'université de Surrey [Thomson12] a utilisé une configuration de jonction n+/n/p/p+, représenté sur la Figure I.7, pour obtenir une fréquence de modulation de 50 Gb/s et un taux d'extinction de 3,1 dB, avec des pertes d'insertion optique correspondantes mesurées d'environ 7,4 dB. L'effet de déplétion de porteurs a permis d'augmenter la rapidité du dispositif par rapport à une jonction « pin » classique.

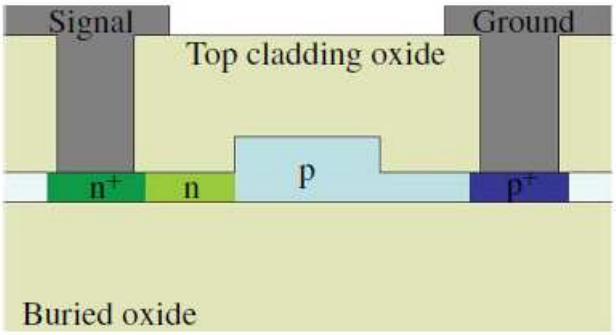


Figure I.7 Schéma en coupe transversale du modulateur de phase utilisée par l'université de Surrey [Thomson12].

En 2013, un groupe au Japon [Bara] a réalisé pour la première fois un résonateur en anneau sur silicium fonctionnant à 50 Gb/s avec une tension de commande à 1,96 V polarisée en direct et une valeur de $V_\pi L$ relativement faible de 0,28 V·cm à 25 GHz. La Figure I.8, ci-dessous, montre la géométrie du modulateur, ainsi que ces performances en fréquence. Les pertes d'insertion sont de 5,2 dB et le

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

taux d'extinction (ER) dynamique est de 4,58 dB, comparable avec la performance du MZM de la Figure I.5.

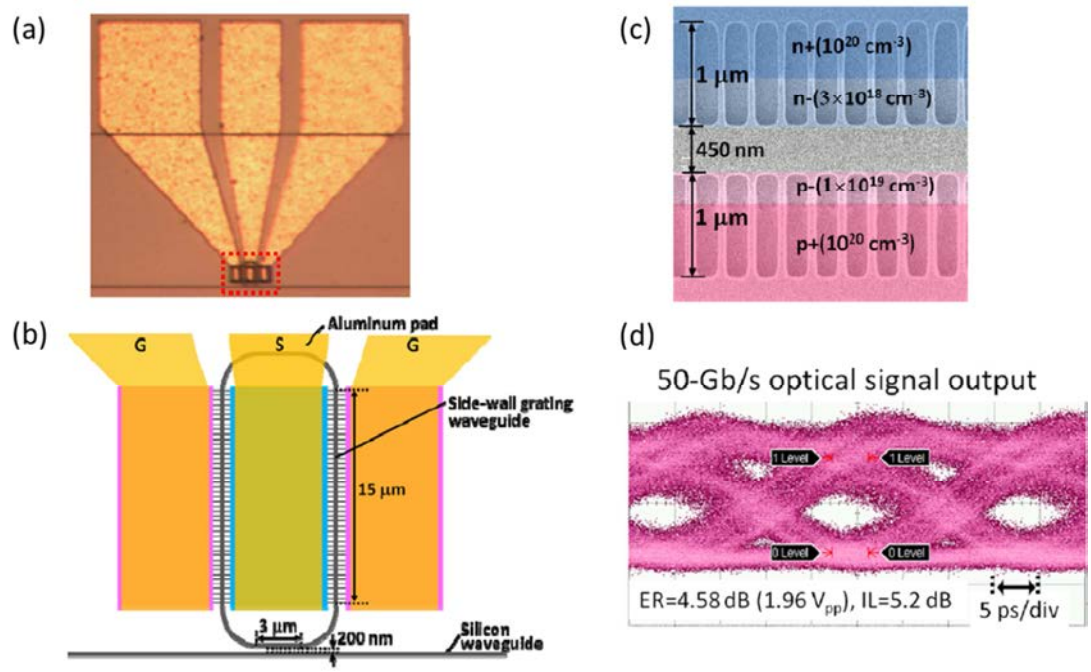


Figure I.8 (a) Vue de dessus et (b) schéma du modulateur de silicium (c) image MEB du modulateur de phase sur la base guide d'onde du réseau et de la paroi latérale avant encapsulation d'une couches d'oxyde de revêtement (d) Diagramme de l'œil optique à 50 Gb/s avec une tension de commande de 1,96 Vpp. Le taux d'extinction (ER) dynamique et les pertes d'insertion sont respectivement de 4,58 dB et 5,2 dB. [Bara]

Les conceptions des modulateurs basées sur l'effet de dispersion de plasma des porteurs libres ont eu un grand succès, pour atteindre des taux de modulation jusqu'à 50 Gb/s. Cependant, la rapidité du modulateur reste limitée par la vitesse des électrons traversant la jonction. Une solution, pour s'affranchir de cette limite est de se tourner vers d'autres effets physiques tels que les effets Electro-Optiques (EO). La variation de l'indice de réfraction du matériau est assurée par l'application d'un champ électrique sans déplacement de charges. Dans ce cas, la rapidité intrinsèque du dispositif est limitée par le temps de réponse du matériau correspondant à la déformation de la maille du matériau liée à l'application du champ électrique. Cette approche autorise des fréquences de modulation supérieures à la centaine de GHz. Dans le cas du silicium, de récentes études se sont orientées vers cette approche par l'application de contraintes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.5.2. Silicium contraint

Récemment, des études ont montré que l'application de contraintes permet d'obtenir des effets électro-optiques. Comme la nature centro-symétrique du silicium empêche fortement l'effet EO, une première idée naturelle est de casser la symétrie du cristal par application d'une contrainte, afin de favoriser l'apparition de l'effet EO linéaire dans le silicium. En fait, la symétrie est rompue par dépôt d'une couche diélectrique (par exemple, Si_3N_4) au-dessus d'un guide d'ondes de silicium, ce qui va permettre, sous l'action d'une contrainte, de déformer la maille du silicium et d'induire un coefficient non linéaire, comme illustré sur la Figure I.9. Des premières études ont montré un coefficient $\chi^{(2)} \approx 15$ pm/V [Jacobsen] et récemment, une équipe de l'IEF a obtenu une valeur de $\chi^{(2)}_{xxy}$ très élevée de 336 ± 30 pm/V [Damas].

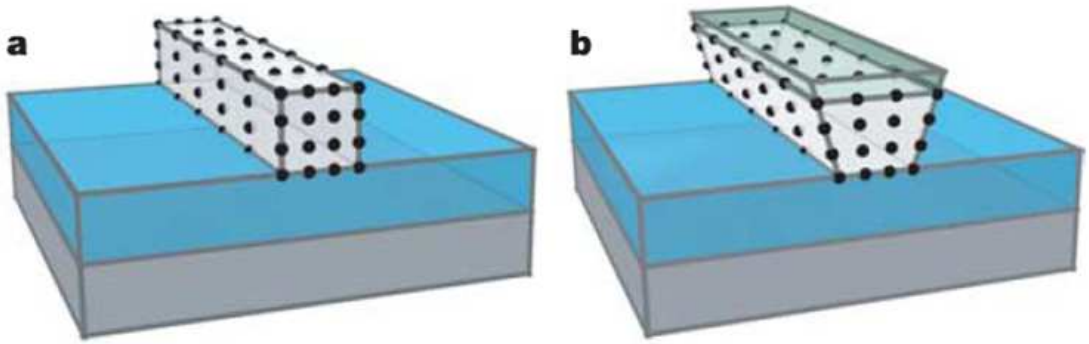


Figure I.9 En appliquant une déformation non symétrique sur un guide de silicium cristallin. (a) par l'ajout d'une couche diélectrique ; (b) le guide se déforme sous l'action de la contrainte, ce qui rompt la symétrie du cristal et induit un effet électro-optique. [Jacobsen]

I.5.3. Dispositifs hybrides

D'excellents progrès ont été réalisés dans des dispositifs hybrides où d'autres matériaux sont incorporés avec les guides d'ondes SOI pour réaliser une modulation, comme les matériaux III-V [Tang12], le germanium [Edwards] [Chaisakul] [Lever] [Feng] [Ya], les polymères [Alloatti] [Gould] et le graphène [Liu11] [Liu12] [Lu] [Xu12] [Gan].

En outre, les matériaux ferroélectriques sous forme de film mince suscitent un intérêt croissant parce que ce sont des matériaux qui ont montrés leur efficacité pour la réalisation de modulateurs externes en $LiNbO_3$ dans les systèmes de télécommunication par fibre optique. Le premier avantage est lié à leurs grands coefficients électro-optiques. De plus, ils sont transparents dans le domaine spectral du visible au moyen infrarouge. Avec le développement de techniques de dépôt par épitaxie de films ferroélectriques, qui sont compatibles CMOS [Soref05], des structures de guides d'ondes avec de faibles pertes optiques ont été démontrées.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le matériau $LiNbO_3$ fait partie de la famille des matériaux pérovskites ferroélectriques. Il est connu que l'indice de réfraction dans les oxydes ferroélectriques peut être modifié par déplacement d'ions, due au champ électrique appliqué. Ce mécanisme est détaillé dans le Chapitre II. Bien que les modulateurs de $LiNbO_3$ à haut débit aient été démontrés, il y a d'autres matériaux ferroélectriques qui possèdent de plus grand coefficients électro-optiques et qui sont potentiellement prometteurs pour la réalisation de dispositifs plus intégrés et à faibles consommations. Les matériaux ferroélectriques comme le $LiTaO_3$, $KNbO_3$, SBN, $BaTiO_3$, et PLZT ont été considérés pour de telles applications [Wessels]. En particulier, le matériau BTO est potentiellement le meilleur candidat, parce qu'il possède le plus grand coefficient électro-optique de premier ordre (~820 pm/V à λ = 1,55 nm), comparé avec celui de $LiNbO_3$ de 28 pm/V. Son intégration au silicium est réalisée par épitaxie en utilisant une couche tampon de STO [Niu] [Abel]. Le coefficient effectif Pockels a été mesuré à 148 pm/V sur une couche mince de 100 nm d'épaisseur [Abel]. Un groupe de l'université de Yale a récemment mesuré un coefficient supérieur à 200 pm/V dans un guide d'onde contenant du BTO intégré sur un substrat SOI [Xiong]. Les pertes de propagation de ce dispositif sont relativement élevées et supérieures à 80 dB/cm, ce qui est surement due à des défauts dans la couche de BTO.

D'autres modulateurs électro-optiques en BTO utilisant un guide d'onde en arrête (rib) ont été étudiés en détail depuis 1997 sur des substrats MgO. Ce substrat est choisi parce qu'il a un relativement faible indice de réfraction (n=1,7), pour que le mode optique soit confiné dans la couche de BTO dont l'indice de réfraction est de l'ordre de 2,3. De plus, les paramètres de maille sont proches, ce qui permet d'obtenir une couche de bonne qualité. Les guides d'onde de type "en arrête" « rib » en BTO (Figure I.10) sont fabriqués par gravure sèche ou humide. Les pertes de propagation sont relativement faibles (2~3 dB/cm) [Gill].

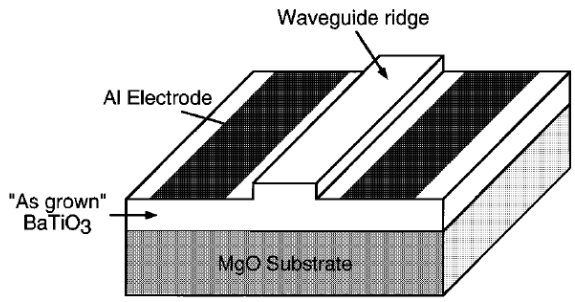


Figure I.10 Structure d'un modulateur guide d'onde ridge BTO. [Gill]

Pour évider l'étape difficile de gravure du BTO, un guide d'onde type « strip-loaded » réalisé dans une couche de Si_3N_4 déposée au-dessus de la couche de BTO a

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

été proposé, toujours sur un substrat MgO (Figure I.11). Les pertes de propagation ont été réduites pour atteindre des valeurs qui sont inférieures à 1dB/cm. Un coefficient électro-optique de 150 pm/V à la longueur d'onde 1563 nm a été mesuré [Tang04].

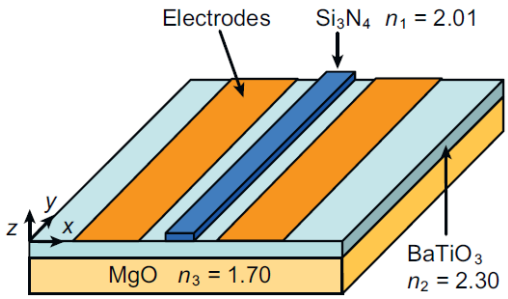


Figure I.11 Schéma de principe du modulateur électro-optique guide d'ondes strip-loaded Si_3N_4 déposé sur le film mince de BTO. [Tang04]

Des résultats prometteurs ont été récemment obtenus pour les modulateurs à base de BTO : une bande passante de 15 GHz a été mesurée à l'aide d'une structure hybride dans laquelle le film mince de BTO est inséré en sandwich entre un guide d'onde Si_3N_4 et un substrat de MgO [Wessels]. En outre, les progrès récents dans l'épitaxie par jets moléculaires permettent une croissance directe de BTO monocristallin sur un substrat de silicium grâce à l'utilisation d'une fine couche tampon (< 10 nm) de $SrTiO_3$ (STO), pour surmonter le problème de la différence de paramètre de maille entre le silicium et le BTO (Figure I.12(b)). Grâce à cette technique, les films minces de BTO sur silicium possèdent un coefficient Pockels effectif relativement élevé (r_{eff} = 148 pm/V) [Abel13b]. Le groupe de l'université de Yale a également mesuré un coefficient Pockels effectif de et r_{eff} = 213 ± 49 pm/V [Xiong] et des fréquences de coupure à 3 dB de 800 MHz et 4,9 GHz respectivement pour des configurations Mach-Zehnder et résonateur en anneau, comme le montre la Figure I.13.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

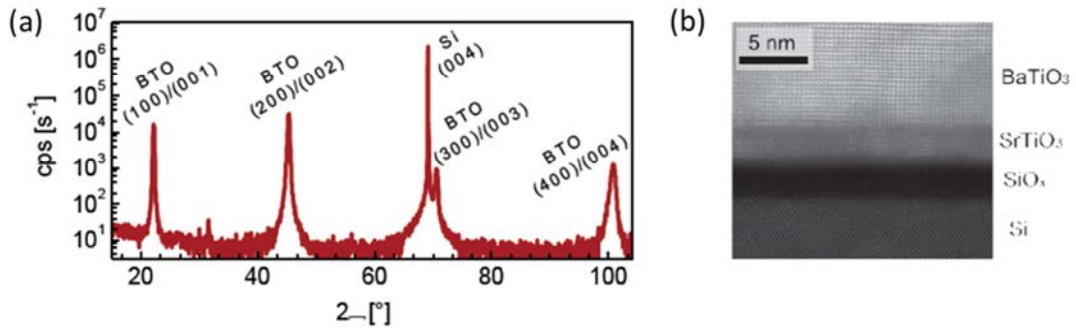


Figure I.12 (a) Diagramme de rayons X d'un film de BTO 130 nm d'épaisseur sur 4 nm STO sur un substrat de Si(001) ; les seuls pics existent (h00) de BTO montre la relation d'épitaxie entre BTO et Si. (b) Image SEM à haute résolution, montrant l'interface entre BTO, STO et Si. Le SiO_x amorphe est formée au cours du dépôt à haute température de BTO [Abel13b].

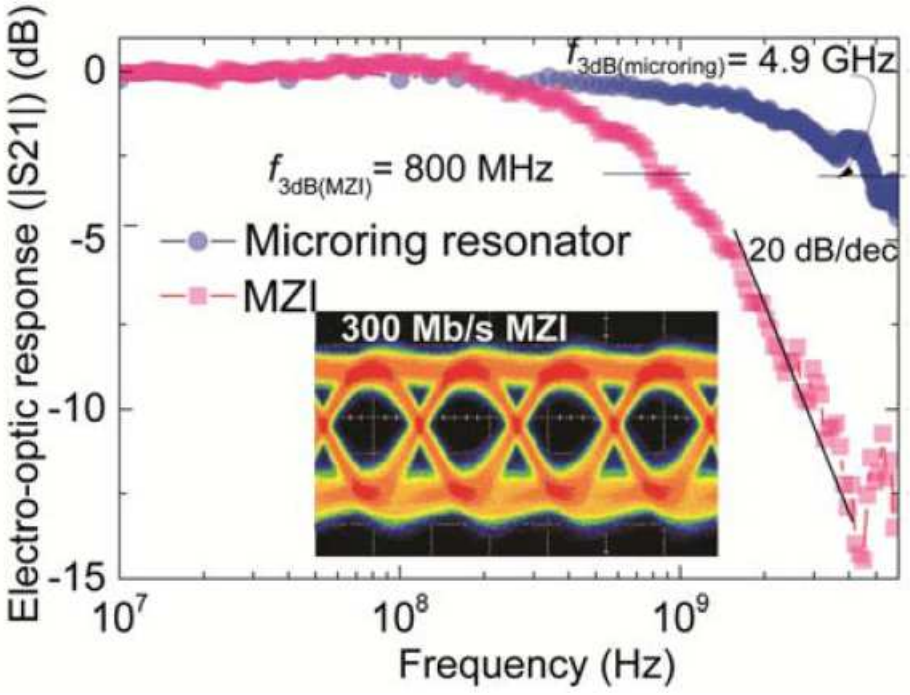


Figure I.13 Réponse électro-optique normalisé (|S21|) en dB en fonction de la fréquence de modulation en échelle logarithmique. La bande passante électro-optique de -3 dB pour le MZI et le résonateur en anneau sont respectivement de 800 MHz et 4,9 GHz. L'encart est un diagramme d'œil pour un codage non-retour-à-zéro à 300 Mb/s mesuré sur le modulateur MZI. [Xiong]

Les performances des modulateurs se sont améliorées de façon spectaculaire au cours des dernières années. Les dispositifs ont atteint des performances de fonctionnement au-delà de 40 Gbit/s [Dong, Xiao12, Thomas, Xu12, Xiao13], une

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

efficacité de déphasage au-dessous de 1 V.cm [Rosenberg], une consommation d'énergie jusqu'à 2 fJ/bit [Zortmann] et des pertes de l'ordre de 1 dB/mm [Tu, Ziebell, Xu12b].

Une synthèse des performances des principaux travaux de recherches sur l'intégration de modulateurs en photonique sur silicium est illustrée dans le Tableau I.1.

	L'état de l'art de modulation électro-optique				**Notre but**
Matériel	Si [Xiao13]	Si [Baehr-Jones]	$BaTiO_3$/MgO [Tang04]	$LiNbO_3$ [Photline]	**BTO/SOI**
Effet	Dispersion de plasma de transporteur libre	Dispersion de plasma de transporteur libre	Effet Pockels	Effet Pockels	**Effet Pockels**
Vitesse de modulation	27.7 GHz	10 GHz	40 GHz	30 GHz	**>40 GHz**
Vπ	27 V	0.63 V	3.9 V	6.4 V	**<2 V**
Taille	0.75 mm	5 mm	3.2 mm	>5 mm	**<5 mm**
VπL	0.2 V · cm	0.32 V · cm	1.25 V · cm	3.2 V · cm	**1 V · cm**
Pertes d'insertion	6.5 dB	8.7 dB	5 dB	4 dB	**<5 dB**

Tableau I.1 Synthèse des performances des modulateurs à l'état de l'art en photonique sur silicium et sur BTO.

En conclusion, les challenges principaux pour l'intégration de modulateurs en photonique sur silicium sont :

- Comptabilité avec la technologie CMOS ;
- Faible tension de polarisation inférieure à 1 V ;
- Fréquence d'opération supérieure à 10 GHz ;
- Faibles pertes d'insertion ;
- Fort taux d'extinction ;

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

I.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous venons de décrire l'état de l'art de la photonique sur silicium, particulièrement d'un composant clé : le modulateur. Nous montrons ainsi les motivations et les intérêts potentiels à l'origine de ce travail de thèse. Il adresse le problème de la réalisation d'un nouveau modulateur électro-optique pouvant s'intégrer sur un substrat SOI (Silicon On Insulator : le substrat de la microélectronique sur silicium). Les dernières réalisations de modulateurs en photonique sur silicium fixent les performances qu'il faut atteindre en termes de bande passante qui doit être supérieure à 40 GHz, une tension de commande inférieure à 2V et une consommation la plus faible possible.

Avant de développer le cœur de ce travail de thèse, il est nécessaire de présenter les notions de bases sur les dispositifs électro-optiques. Ces notions seront détaillées dans le chapitre suivant.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Références

[Abel13] S. Abel, T. Stöferle, C. Marchiori, C. Rossel, M. D. Rossell, R. Erni, and J. Fompeyrine. A strong electro-optically active lead-free ferroelectric integrated on silicon. Nat. Commun. 2013, vol. 4, pp.1671.

[Abel13b] Abel S, Sousa M, Rossel C, et al. Controlling tetragonality and crystalline orientation in BaTiO3 nano-layers grown on Si. Nanotechnology, 2013, 24(28), pp.285701.

[Ahn] Ahn D, Hong C, Liu J, et al. High performance, waveguide integrated Ge photodetectors. Optics Express, 2007, 15(7), pp. 3916-3921.

[Alloatti] Alloatti L, Korn D, Palmer R, et al. 42.7 Gbit/s electro-optic modulator in silicon technology. Optics Express, 2011, 19, pp.11841 – 11851.

[Almeida] Almeida V R, Barrios C A, Panepucci R R, et al. All-optical control of light on a silicon chip. Nature, 2004, 431(7012), pp.1081-1084.

[Analui] Analui, B., Guckenberger, D., Kucharski, D., and Narasimba, A., A fully integrated 20Gb/s optoelectronic transceiver implemented in a standard 0.13 micron CMOS SOI technology. IEEE J. Solid-State Circuits, 2006, 41, pp.2945– 2955.

[Baehr-Jones] Baehr-Jones T, Ding R, Liu Y, et al. Ultralow drive voltage silicon traveling-wave modulator. Optics Express, 2012, 20(11), pp.12014-12020.

[Bara] Baba T, Akiyama S, Imai M, et al. 50-Gb/s ring-resonator-based silicon modulator. Optics Express, 2013, 21(10), pp.11869-11876.

[Chaisakul] Chaisakul P, Marris-Morini D, Rouifed M-S, Isella G, Chrastina D, Frigerio J, Le Roux X, Edmond S, Coudevylle J-R, Vivien L. Ge/ SiGe multiple quantum well electro-absorption modulator. Opt Express, 2012, 20, pp.3219-3224.

[Cheben] Cheben P, Xu D X, Janz S, et al. Scaling down photonic waveguide devices on the SOI platform, Microtechnologies for the New Millennium 2003. International Society for Optics and Photonics, 2003, pp.147-156.

[Damas] Damas P, Le Roux X, Le Bourdais D, et al. Wavelength dependence of Pockels effect in strained silicon waveguides. Optics express, 2014, 22(18), 22095-22100.

[Dong] Dong P, Chen L, Chen Y-K. High-speed low-voltage single-drive push-pull silicon Mach-Zehnder modulators. Opt Express, 2012, 20, pp.6163-6169.

[Edwards2013] Edwards EH, Lever L, Fei ET, Kamins TI, Ikonic Z, Harris JS, Kelsall RW, Miller DAB. Low-voltage broad-band electroabsorption from thin Ge/SiGe quantum wells epitaxially grown on silicon. Opt Express, 2013, 21, pp.867 – 76 ().

[Feng2012] Feng D, Liao S, Liang H, Fong J, Bijlani B, Shafiiha R, Luff BJ, Luo Y, Cunningham J, Krishnamoorthy AV, Asghari M. High speed GeSi electro-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

absorption modulator at 1550 nm wavelength on SOI waveguide. Opt Express, 2012, 20, pp.22224-22232.

[Gan] Gan X, Shiue R-J, Gao Y, Mak KF, Yao X, Li L, Szep A, Walker D Jr, Hone J, Heinz TF, Englund D. High-contrast electrooptic modulation of a photonic crystal nanocavity by electrical gating of graphene. Nano Lett, 2013, 13, pp.691-696.

[Gill] Gill D M, Conrad C W, Ford G, et al. Thin-film channel waveguide electro-optic modulator in epitaxial $BaTiO_3$. Applied physics letters, 1997, 71(13), pp.1783-1785.

[Gould] Gould M, Baehr-Jones T, Ding R, Huang S, Luo J, Jen AK-Y, Fedeli J-M, Fournier M, Hochberg M. Silicon-polymer hybrid slot waveguide ring-resonator modulator. Opt Express, 2011, 19, pp.3952-3961.

[IBM] New IBM Research Technology Could Enable Today's Massive Supercomputers to be Tomorrow's Tiny Computer Chips [en ligne] Disponible sur : <http://www-03.ibm.com/press/us/en/pressrelease/22769.wss> (consulté le 07/05/2015).

[Intel] Mario PanicciaFirst 40 Giga Giga-bits per second Silicon Laser Modulator [en ligne] Rapport de recherche INTEL. Disponible sur : <http://download.intel.com/ pressroom/kits /research/40G_modulator_presentation.pdf > (consulté le 07/05/2015).

[Knights] Knights A P, Doylend J K. Silicon Photonics—Recent Advances in Device Development. In : Advances in Information Optics and Photonics, Friberg, Ari T., and René Dändliker, Vol. 6. SPIE Press, 2008. Chapter 30, pp. 633-656.

[Lever2011] Lever L, Hu Y, Myronov M, Liu X, Owens N, Gardes FY, Marko IP, Sweeney SJ, Ikonic Z, Leadley DR, Reed GT, Kelsall RW. Modulation of the absorption coefficient at 1.3 um in Ge/SiGe multiple quantum well heterostructures on silicon. Opt Lett, 2011, 36, pp.4158 – 60.

[Liao] Liao L, Liu A, Rubin D, Basak J, Chetrit Y, Nguyen H, Cohen R, Izhaky N, Paniccia M. 40 Gbit/s silicon optical modulator for highspeed applications. Electron Lett 2007, 43, pp.1196 – 1197.

[Lifante] Lifante, G. Introduction to Integrated Photonics. In: Integrated Photonics: Fundamentals, John Wiley & Sons: Chichester, England, 2003, pp. 1-23.

[Liu04] Liu A, Jones R, Liao L, et al. A high-speed silicon optical modulator based on a metal–oxide–semiconductor capacitor. Nature, 2004, 427(6975), pp. 615-618.

[Liu07] Liu A, Liao L, Rubin D, et al. High-speed optical modulation based on carrier depletion in a silicon waveguide. Optics Express, 2007, 15(2), pp. 660-668.

[Liu11] Liu M, Yin X, Ulin-Avila E, Geng B, Zentgraf T, Ju L, Wang F, Zhang X. A graphene-based broadband optical modulator. Nature, 2011, 474, 64-67.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

[Liu12] Liu M, Yin X, Zhang X. Double-layer graphene optical modulator. Nano Lett, 2012, 12, pp.1482-1485.

[Lu12] Lu Z, Zhao W. Nanoscale electro-optic modulators based on graphene-slot waveguides. JOSA B, 2012, 29, pp.1490-1496.

[Niu] G. Niu, S. Yin, G. Saint-Girons, B. Gautier, P. Lecoeur, V. Pillard, G. Hollinger, B. Vilquin. "Epitaxy of BaTiO3 thin film on Si (001) using a SrTiO3 buffer layer for non-volatile memory application." Microelectron. Eng. 2011, 88(7), pp. 1232-1235.

[Photline] Photline Technologies, [en ligne] Disponible sur : <http://www.photline.com /product/view> (consulté le 07/05/2015).

[Rosenberg] Rosenberg JC, Green WMJ, Assefa S, Gill DM, Barwicz T, Yang M, Shank SM, Vlasov YA. A 25Gbps silicon microring modulator based on an interleaved junction. Opt Express, 2012, 20, pp.26411-26423.

[Reed] Reed G T. Device physics: the optical age of silicon[J]. Nature, 2004, 427(6975), pp. 595-596.

[Soref87] Soref, R.A., and Bennett, B.R., "Electrooptical effects in silicon," IEEE J. Quant. Electron., 1987, 23, pp.123-129.

[Soref05] Soref R. Silicon photonics technology: past, present, and future. In : Integrated Optoelectronic Devices 2005. International Society for Optics and Photonics, 2005, pp.19-28.

[Sun] Sun D G, Liu Z, Huang Y, et al. Performance simulation for ferroelectric thin-film based waveguide electro-optic modulators. Optics communications, 2005, 255(4), pp. 319-330.

[Tang04] Tang P, Towner D, Hamano T, et al. Electrooptic modulation up to 40 GHz in a barium titanate thin film waveguide modulator. Optics express, 2004, 12(24), pp. 5962-5967.

[Tang12] Tang Y, Peters JD, Bowers JE. Over 67 GHz bandwidth hybrid silicon electroabsorption modulator with asymmetric segmented electrode for 1.3 μ m transmission. Opt Express, 2012, 20, pp.11529-11535.

[Thomas12] Thomson DJ, Gardes FY, Fedeli J-M et al. GT. 50Gb/s silicon optical modulator. IEEE Photonic Tech L, 2012, 24, pp.234-236.

[Tu] Tu X, Liow T, Song J, Luo X, Fang Q, Yu M, Lo G. 50-Gb/s silicon optical modulator with traveling-wave electrodes. Opt Express, 2013, 21, pp.12776-12782.

[Vivien] Vivien, L., Osmond, J., Fédéli, J. M., et al. 42 GHz pin Germanium photodetector integrated in a silicon-on-insulator waveguide. Optics express, 2009, 17(8), pp.6252-6257.

[Wessels] Wessels B W. Ferroelectric epitaxial thin films for integrated optics. Annu. Rev. Mater. Res., 2007, 37, pp.659-679.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

[Weiss] Weiss S M, Molinari M, Fauchet P M. Temperature stability for silicon-based photonic band-gap structures. Applied physics letters, 2003, 83(10), pp.1980-1982.

[Wooten] Wooten E L, Kissa K M, Yi-Yan A, et al. A review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, 2000, 6(1), pp.69-82.

[Xiong] Xiong C, Pernice W H P, Ngai J H, et al. Active silicon integrated nanophotonics: ferroelectric BaTiO3 devices. Nano letters, 2014, 14(3), pp. 1419-1425.

[Xiao12] Xiao X, Li X, Hu Y, Xiong K, Li Z, Chu T, Yu J, Yu Y. 44-Gb/s silicon microring modulators based on zigzag PN junctions. IEEE Photonic Tech L, 24, pp.1712 – 4 (2012).

[Xiao13] Xiao X, Xu H, Li X, Li Z, Chu T, Yu Y, Yu J. High-speed, low-loss silicon Mach-Zehnder modulators with doping optimization. Opt Express, 2013, 21, pp.4116-44 25.

[Xu05] Xu Q, Schmidt B, Pradhan S, et al. Micrometre-scale silicon electro-optic modulator. Nature, 2005, 435(7040), pp. 325-327.

[Xu12] Xu C, Jin Y, Yang L, Yang J, Jiang X. Characteristics of electrorefractive modulating based on graphene-oxide-silicon waveguide. Opt Express, 2012, 20, pp.22398-22405.

[Xu12b] Xu H, Xiao X, Li X, Hu Y, Li Z, Chu T, Yu Y, Yu J. High speed silicon Mach-Zehnder modulator based on interleaved PN junctions. Opt Express,2012, 20, pp.15093-15099.

[Ya] Ya-Ming L, Wei-Xuan H, Bu-Wen C, Zhi L, Qi-Ming W. Remarkable Franz-Keldysh Effect in Ge-on-Si p-i-n Diodes. Chin Phys Lett, 2012, 29, pp.0342051-0342053.

[Zortmann] Zortmann WA, Lentine AL, Trotter DC, Watts MR. Low-voltage differentially-signaled modulators. Opt Express, 2011, 19, pp.26017-26026

[Ziebell] Ziebell M, Marris-Morini D, Rasigade G, Fédéli J-M, Crozat P, Cassan E, Bouville D, Vivien L. 40 Gbit/s low-loss silicon optical modulator based on a pipin diode. Opt Express, 2012, 20, pp.10591-10596.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre II. Notions de base sur les dispositifs électro-optiques

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'effet électro-optique est un des moyens d'ajouter des informations sur, ou moduler un signal optique. Des dispositifs électro-optiques ont été développés pour des applications dans les communications [Alferness][Thylén][Vogues][Tomlinson], le traitement analogique et numérique des signaux [Taylor], l'informatique optique, et la détection [Taylor]. Un grand nombre de dispositifs tels que les modulateurs de phase et d'amplitude, des multiplexeurs, des réseaux de commutation, les coupleurs, les contrôleurs de polarisation, des déflecteurs, corrélateurs, des convertisseurs A/N, les processeurs multicanaux, et des capteurs pour détecter la température, l'humidité et des signaux radiofréquences électriques sont disponibles. Un des avantages de l'effet électro-optique est qu'il permet de moduler à des fréquences beaucoup plus élevées que les autres méthodes, telles que des obturateurs mécaniques, des miroirs mobiles, ou des dispositifs acousto-optiques, en raison d'un temps de réponse plus rapide.

L'idée de base derrière les dispositifs électro-optiques est de modifier les propriétés optiques d'un matériau avec une tension appliquée d'une manière contrôlée. Les changements dans les propriétés optiques du matériau, en particulier le tenseur de permittivité, se traduisent par une modification du signal lumineux, tel que la phase, l'amplitude, la fréquence, la polarisation, ou de la position, lors de sa propagation à travers le dispositif. Par conséquent, la compréhension de la façon dont la lumière se propage dans ces matériaux est nécessaire pour la conception et l'analyse des dispositifs électro-optiques [Maldonado].

Les sections suivantes sont consacrées à l'étude des propriétés optiques des matériaux ferroélectriques utilisés dans notre étude. Les effets électro-optiques étant liés aux propriétés structurales des matériaux cristallins, la première section est consacrée à la description de la structure de maille élémentaire du cristal BTO, ainsi que sa transition de phase en fonction de la température. La deuxième section donne une description géométrique et mathématique de l'effet électro-optique linéaire (Effet Pockels). Une approche géométrique utilisant l'ellipsoïde de l'indice est présentée pour illustrer la façon dont les propriétés optiques changent avec la tension appliquée. Une approche mathématique est utilisée pour déterminer les axes principaux perturbés et des indices de réfraction de n'importe quel matériau électro-optique pour toutes les directions du champ électrique appliqué. Spécifiquement, la variation du tenseur de permittivité du BTO est présentée en détails selon son orientation cristalline et la direction du champ appliqué. Enfin, les variations des propriétés diélectriques et optiques avec la fréquence sont décrites dans la troisième section.

La discussion présentée dans ce chapitre s'applique spécifiquement au matériau ferroélectrique $BaTiO_3$, le matériau étudié durant ce travail de thèse.

II.1. Matériaux ferroélectriques

De nombreuses propriétés intéressantes dans les matériaux solides dérivent de leur symétrie cristalline. L'agencement des atomes dans les solides cristallins peuvent être

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

classés en 32 groupes de symétrie, dont 21 sont non centro-symétriques. La non centro-symétrie est nécessaire pour induire des effets de polarisation. En outre, la classe cubique 432, bien que non centro-symétrique, ne possède pas de piézo-électricité, ce qui laisse donc 20 classes de disponibles. Parmi ces groupes, 10 ont un axe cristallographique unique et peut donc avoir un dipôle électrique, même en l'absence de champ ou de contrainte extérieurs (polarisation spontanée). Ces matériaux sont définis en tant que **pyroélectrique** et montrent un changement de polarisation dû à un changement de température.

Les matériaux pyroélectriques comprennent une sous-classe de matériau dans lequel un champ extérieur appliqué peut changer la direction de polarisation. Ces matériaux sont appelés **ferroélectriques** [Cross] [Valasek]. Dans certains cas, même si une cellule unitaire polaire existe dans le matériau, le comportement global est non polaire. Les matériaux qui ont des sous-cellules polaires organisées telles que les sous-cellules adjacentes ont une polarisation inverse sont appelés anti-ferroélectrique. La relation entre les différents groupes de symétrie et les propriétés de polarisation sont présentées dans la Figure II.1

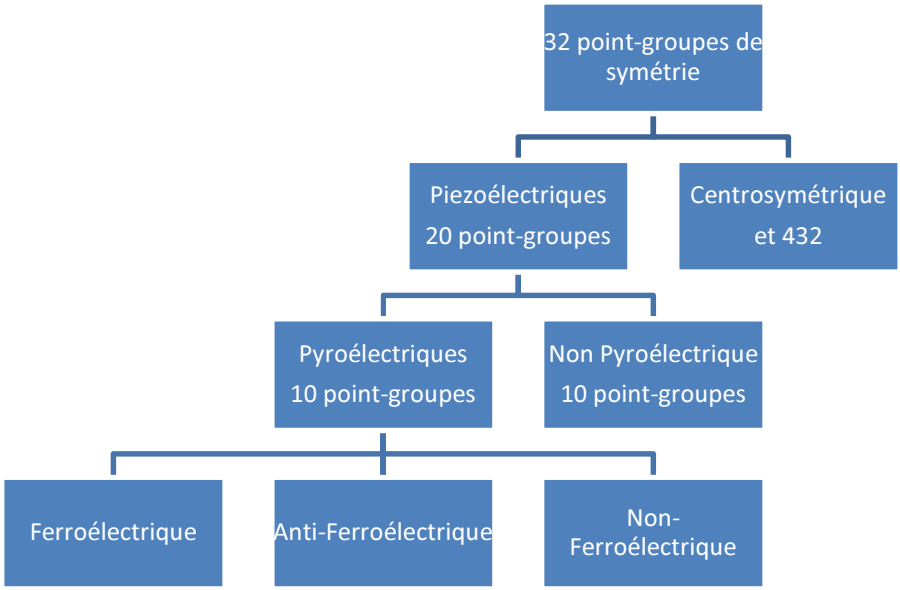


Figure II.1 Classes cristallines et propriétés des matériaux

Les matériaux ferroélectriques présentent une polarisation électrique spontanée due à un déplacement structural des atomes dans la maille unitaire du cristal. Les interactions entre les mailles unitaires adjacentes conduisent à la formation de domaines de polarisation, qui sont similaires aux domaines ferromagnétiques. Lorsqu'on soumet un matériau ferroélectrique à un champ électrique, la polarisation du matériau ne varie pas linéairement : elle présente un cycle d'hystérésis (Figure II.2), qui est une des caractéristiques majeures de la ferroélectricité.

Les moments dipolaires s'orientent selon la direction du champ jusqu'à ce que celui-ci atteigne une valeur suffisante pour que tous les domaines soient alignés : on

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

atteint alors la polarisation de saturation *Ps*. Si l'on coupe le champ appliqué, le matériau possède une polarisation rémanente (ou spontanée) *Pr*. Le champ électrique qui permet d'annuler la polarisation est appelé champ coercitif *Ec*.

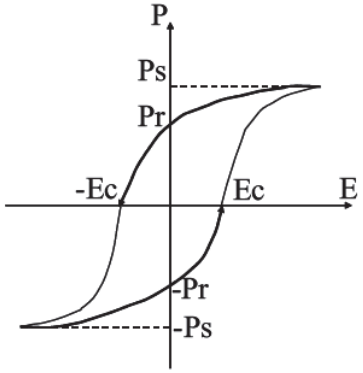


Figure II.2 Cycle d'hystérésis d'un composé ferroélectrique

A partir de cet effet, les matériaux ferroélectriques trouvent des applications dans des dispositifs optiquement actifs. Les matériaux électro-optiques les plus couramment utilisés sont $LiNbO_3$, $BaTiO_3$, KH_2PO_4, et CdTe. Ces matériaux sont non centro-symétriques et donc présentent l'effet Pockels, qui est également connu comme l'effet électro-optique linéaire. Le niobate de lithium $LiNbO_3$ est le matériau le plus couramment utilisé pour des modulateurs électro-optiques en raison de la facilité avec laquelle on peut faire croître des grands monocristaux de haute qualité. De plus, la diffusion de l'hydrogène dans le réseau $LiNbO_3$ provoque une augmentation de l'indice de réfraction dans la région affectée, formant naturellement un guide d'onde, ce qui favorise grandement l'intégration du matériau pour la réalisation de modulateurs efficaces. Cependant, le coefficient électro-optique de $LiNbO_3$ est faible par rapport à de nombreux autres matériaux ferroélectriques. Le matériau est également difficile à usiner et l'intégration monolithique ou hétérogène avec des dispositifs électroniques sur une même puce n'est pas aisée. L'INL possédant une expertise dans la réalisation de couches cristallines de $BaTiO_3$ sur substrats SOI, notre choix c'est tout naturellement porté sur ce matériau ferroélectrique pour la réalisation de modulateurs intégrés compatibles avec la technologie actuelle CMOS de fabrication de circuits en micro-électronique.

II.1.1. Structure perovskite

Le $BaTiO_3$ appartient à la famille pérovskite minérale $A^{II}B^{IV}O_3$, dans laquelle A et B sont des métaux. Les constituants A et B doivent être de tailles très différentes ; l'ion plus petit, avec une charge plus grande, doit être un métal de transition. Pour le $BaTiO_3$, Ti est un élément de transition 3d avec une orbitale d pour que les électrons de l'atome forment des liaisons covalentes avec ses plus proches voisins. Le rayon de l'ion Ti^{4+} est d'environ 0,68 Å, et celui du Ba^{2+} est d'environ 1,35 Å. La maille élémentaire de la structure cubique à haute température est représentée sur la Figure II.3 (a). Ces ions

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

forment de belles cages octaédriques, avec les ions O^{2-} maintenues écartées à basse température (Figure II.3 (b)).

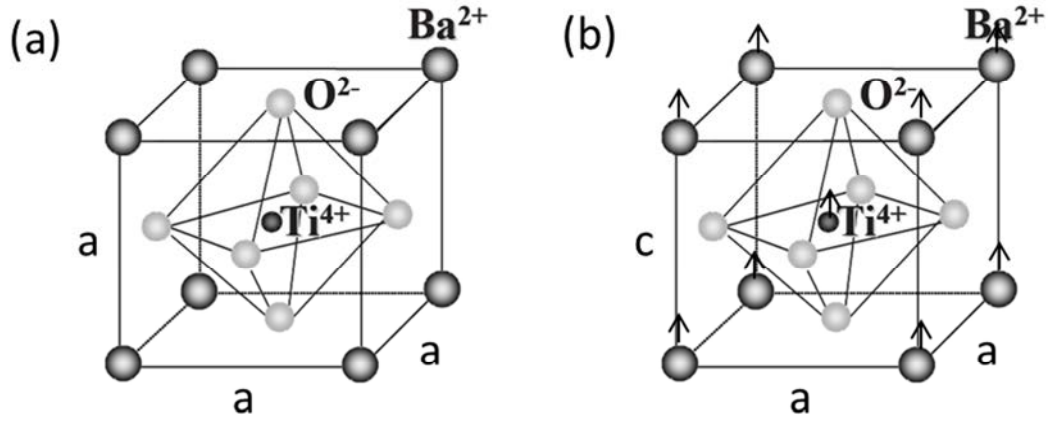


Figure II.3 Structure cristalline du $BaTiO_3$ présentant des octaèdres d'oxygène et les positions des cations Ba^{2+} et Ti^{4+} (a) au-dessus de la température de Curie T_c. La cellule unitaire est cubique perovskite avec une constante de réseau a; (b) au-dessous de la température de Curie T_c. La cellule unitaire est tétragonal avec des constantes de réseau a et c. Les cations Ba^{2+} et Ti^{4+} sont maintenant décalée par rapport à l'anion O^{2-} le long de l'axe vertical [Kholkin].

II.1.2. Transition de phase

La réduction de la température conduit à une réduction de symétrie et la structure est transformée par la déformation de la maille cristalline. La phase dépendant de la température est quadratique, rhomboédrique ou orthorhombique.

A la température de transition, appelée température de Curie T_c et voisine de 130°C pour le $BaTiO_3$, une polarisation spontanée apparaît. Quand $T < T_c$, les cations Ba^{2+} et Ti^{4+} se déplacent par rapport aux anions O^{2-} et la polarisation spontanée en résulte (Figure II.3 (b)). Le matériau avec une structure quadratique devient ferroélectrique et présente un cycle d'hystérésis. Les paramètres de maille sont a = 3,994 Å et c = 4.0335Å. A plus basse température, on observe deux autres transitions de phase (quadratique → orthorhombique vers 0°C et orthorhombique → rhomboédrique vers -90°C). Le matériau conserve alors ses propriétés ferroélectriques. La Figure II.4 montre l'évolution de la permittivité d'un monocristal de $BaTiO_3$ en fonction de la température et les différentes formes cristallines correspondantes. La permittivité dépend aussi de la manière dont elle est mesurée (électrodes parallèles à l'axe a ou à l'axe c) et elle présente également une hystérèse thermique. Il est à noter que les axes cristallographiques a et c correspondent aux orientations des paramètres de mailles a et c de la Figure II.3 (b).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

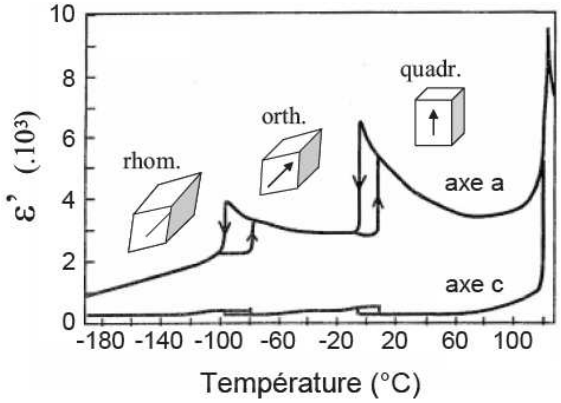


Figure II.4 Evolution de la permittivité d'un monocristal de $BaTiO_3$ en fonction de la température selon les axes a et c [Merz]

II.2. Effet électro-optique

Un effet électro-optique correspond à la modification des propriétés optiques d'un matériau en réponse à un champ électrique appliqué qui varie lentement par rapport à la fréquence de l'onde électromagnétique. Au niveau atomique, ce champ électrique appliqué à certains cristaux provoque une redistribution des charges de liaison et éventuellement une légère déformation du réseau cristallin. En général, ces modifications ne sont pas isotropes. Autrement dit, les modifications varient avec la direction dans le cristal. Cet effet englobe des effets distincts, tels que l'évolution de l'indice de réfraction (électro-réfraction), des changements dans l'absorption (électro-absorption), et les changements dans la réflexion (électro-réflexion).

L'effet d'électro-réfraction consiste en un changement de l'indice de réfraction du matériau par application d'un champ électrique. Ce changement peut être linéaire. Dans ce cas, on parle d'effet Pockels. Seuls certains solides cristallins présentent un effet Pockels, car celui-ci nécessite l'absence de symétrie d'inversion. D'autre part, le changement non-linéaire, où l'indice de réfraction est proportionnel au carré du champ électrique est nommé effet Kerr. Tous les cristaux présentent un effet quadratique (Kerr). Autrement dit, les changements électro-optiques dans les éléments du tenseur d'imperméabilité sont quadratiques avec le champ appliqué. Lorsque l'effet linéaire est présent, il domine généralement sur l'effet quadratique.

II.2.1. Définition des tenseurs électro-optiques

La propagation optique dans un cristal peut être décrite en termes de tenseur d'imperméabilité η_{ij}, qui dépend de la répartition des charges dans le cristal. La définition est

$$\eta_{ij} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon^{-1}\right)_{ij}, \qquad \text{(II.1)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

où ε^{-1} est l'inverse du tenseur diélectrique.

La forme générale de l'ellipsoïde des indices est donnée par :

$$\sum_{i,j=1,2,3} \eta_{ij} x_{ij} y_{ij} = 1, \tag{II.2}$$

Dans le système de coordonnées principales, cet ellipsoïde est sous la forme :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1, \tag{II.3}$$

où x, y et z sont les axes principaux de l'ellipsoïde des indices, pour lesquelles le déplacement électrique **D** et le champ électromagnétique **E** sont des vecteurs parallèles. $\frac{1}{n_x^2}, \frac{1}{n_y^2}, \frac{1}{n_z^2}$ sont les valeurs principales du tenseur d'imperméabilité η_{ij}, et n_x, n_y, n_z sont les indices de réfraction du cristal selon des axes principaux, comme illustré sur la Figure II.5.

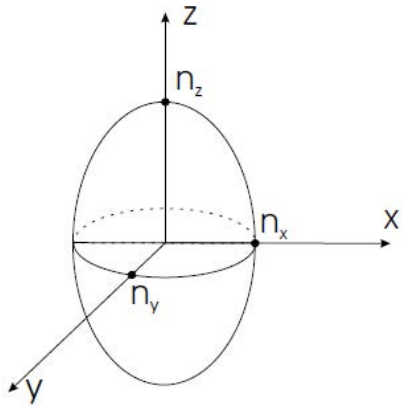


Figure II.5 Ellipsoïde des indices selon les axes principaux de coordonnées (XYZ).

L'application d'un champ électrique **E** provoque une redistribution des charges ou une légère déformation du réseau cristallin, ce qui induit un changement dans le tenseur d'imperméabilité.

$$\eta_{ij}(E_0) = \eta_{ij} + \Delta\eta_{ij}(E_0) = \eta_{ij} + \sum_k r_{ijk} E_{0k} + \sum_{k,l} s_{ijk} E_{0k} E_{0l} + \cdots, \tag{II.4}$$

où le premier terme $\eta_{ij} = \eta_{ij}(0)$ est la composante indépendante du champ, les tenseur r_{ijk} sont les coefficients électro-optiques linéaires (ou Pockels), et les tenseur s_{ijk} sont les coefficients électro-optique quadratique (ou Kerr). Pour les cristaux non centro-symétriques, l'effet électro-optique linéaire (effet Pockels) est dominant. Pour les

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

cristaux centro-symétrique, l'effet électro-optique linéaire disparait et l'effet quadratique (effet Kerr) devient dominant.

L'équation de l'ellipsoïde des indice en présence d'un champ électrique appliqué est ainsi donné par :

$$\eta_{ij}(E)x_i x_j = 1. \tag{II.5}$$

En raison des symétries de permutation, il est commode d'utiliser les indices contractés définis comme suit :

1 = (11), 2 = (22), 3 = (33),

4 = (23) = (32), 5 = (13) = (31), 6 = (12) = (21)

Souvent, les coefficients r_{ij} (où i représente l'un des indices contracté ci-dessus) sont écrit comme une matrice 6 x 3 :

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \tag{II.6}$$

Il est important de noter que ces éléments de la matrice n'ont pas de propriétés de transformation ou de multiplication du tenseur habituel.

II.2.2. Effet optique linéaire (Effet Pockels)

La relation de l'indice des ellipsoïdes en présence d'un champ électrique appliqué peut être rédigée en termes des indices contractés comme

$$(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k}E_k)x^2 + (\frac{1}{n_y^2} + r_{2k}E_k)y^2 + (\frac{1}{n_z^2} + r_{3k}E_k)z^2 + 2yzr_{4k}E_k + 2zxr_{5k}E_k + 2xyr_{6k}E_k = 1, \tag{II.7}$$

où E_k est le $k^{ème}$ élément du champ électrique et une sommation sur k est implicite. Ici 1, 2, 3 correspondent aux axes principaux diélectriques x, y, z, et n_x, n_y, n_z sont les principaux indices de réfraction.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Il est à noter que, en général, les axes principaux de l'ellipsoïde perturbé ne coïncident pas avec les axes principaux de l'ellipsoïde non perturbée. Une nouvelle série d'axes principaux peut toujours être trouvée par une rotation des coordonnées.

La modification des indices de réfraction du matériau BTO sera décrite de manière explicite dans la section suivante.

II.2.3. Propriétés électro-optiques du $BaTiO_3$

En considérant la symétrie cristalline du matériau, le tenseur électro-optique r_{ij} est limité au nombre de composants indépendantes. Pour le BTO, cette limitation est :

4mm (tétragonal): $r_{33}\neq 0$, $r_{13}=r_{23}$, $r_{42}=r_{51}$. Les autres r_{ij} sont égaux à 0.

Le tenseur EO du BTO est alors :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(II.8)}$$

Les coefficients EO correspondants pour le BTO à λ=1550 nm sont illustrés dans le Tableau II.1 et comparés avec les coefficients EO de $LiNbO_3$.

Le BTO est un cristal anisotrope uniaxe. Lorsque le BTO est déposé comme un film mince, en fonction de l'épaisseur de la couche ou des conditions d'épitaxie deux domaines d'orientations a et c peuvent être présents : cristaux orientés dans le plan (a-axial) et hors plan (c-axial). Ce rapport entre ces deux orientations c/a dépend de nombreux facteurs (techniques de croissance, conditions de déposition, nature du substrat et épaisseur de la couche). Dans cette partie, on analyse séparément la modification de la permittivité des films pour ces deux types d'orientation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

EO coefficients (pm/V)	$LiNbO_3$	$BaTiO_3$
$\mathbf{r_{13}}$	8.6	10
$\mathbf{r_{22}}$	28	0
$\mathbf{r_{23}}$	0	10
$\mathbf{r_{33}}$	30.8	40
$\mathbf{r_{42}}$	0	820
$\mathbf{r_{51}}$	0	820
autres r_{ij}	0	0

Tableau II.1 EO coefficients de BTO à λ=1550 nm [Syms] [Holman]

II.2.3.1. $BaTiO_3$ c-axial

Pour le $BaTiO_3$ c-axial dont l'axe principal extraordinaire est suivant l'axe z, l'ellipsoïde des indices peut être écrit selon les axes principaux x, y, z :

$$\frac{x^2}{\varepsilon_{xx}}+\frac{y^2}{\varepsilon_{yy}}+\frac{z^2}{\varepsilon_{zz}}=1, \qquad \text{(II.9)}$$

avec les composants du tenseur de permittivité [ε] : $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_o$ et $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_e$. Il est représenté sur la Figure II.6.

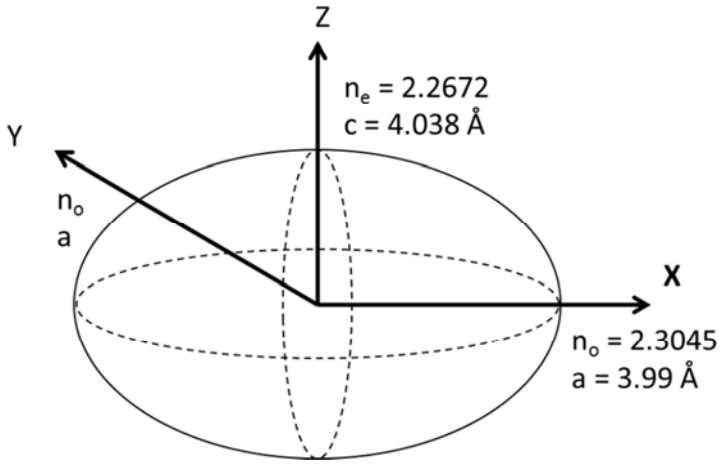


Figure II.6 Ellipsoïde d'indice du $BaTiO_3$ tétragonal sans déformation

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Sous l'application d'un champ électrique $\mathrm{E}(\mathrm{E}_x^e, \mathrm{E}_y^e, \mathrm{E}_z^e)$, le changement des composantes du tenseur d'imperméabilité du BTO en notation contractée est :

$$\Delta\begin{pmatrix} 1/\varepsilon_{xx} \\ 1/\varepsilon_{yy} \\ 1/\varepsilon_{zz} \\ 1/\varepsilon_{yz} \\ 1/\varepsilon_{xz} \\ 1/\varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^e \\ E_y^e \\ E_z^e \end{pmatrix}. \qquad \text{(II.10)}$$

L'ellipsoïde d'indice modifiée de manière électro-optique est donnée par :

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}} + r_{13}E_z^e\right)x^2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}} + r_{13}E_z^e\right)y^2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}} + r_{33}E_z^e\right)z^2 + 2r_{42}E_x^e yz + 2r_{42}E_y^e xz = 1. \qquad \text{(II.11)}$$

Cette équation dépend de la direction de propagation et la direction du champ électrique appliqué. Si, on considère que la propagation est suivant x.

- Modification des termes diagonaux :

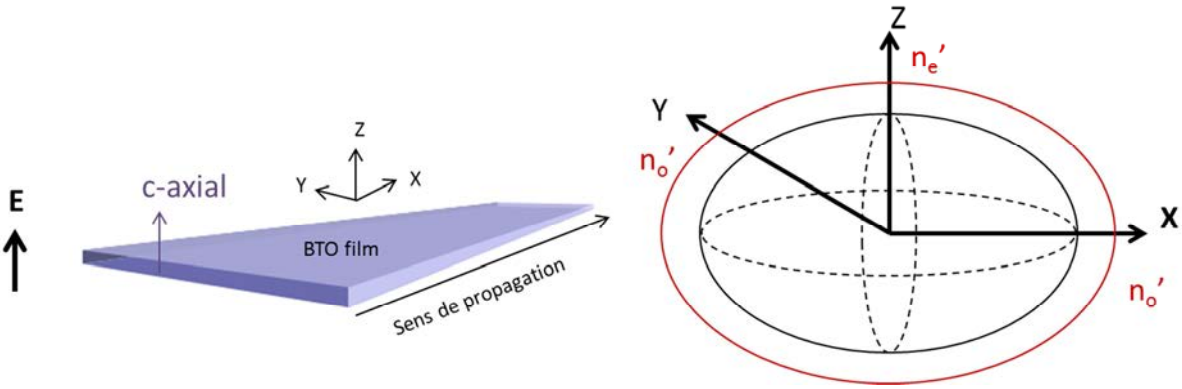


Figure II.7 Définition des axes du film BTO c-axial lorsque le champ électrique est appliqué suivant la direction de polarisation et la déformation de l'ellipsoïde des indices de réfraction résultante.

Comme illustré sur la Figure II.7, si un champ électrique est appliqué uniquement suivant l'axe z, qui coïncide avec l'axe extraordinaire du BTO (E_x^e et E_y^e sont éliminés dans l'Eq. (II.11)), l'ellipsoïde d'indice devient

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}}+r_{13}E_z\right)x^2+\left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}}+r_{13}E_z\right)y^2+\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}+r_{33}E_z\right)z^2=1. \quad \text{(II.12)}$$

Les axes principaux sont inchangés, mais leurs amplitudes sont modifiées :

$$\frac{1}{\varepsilon_{xx}'}=\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}}+r_{13}E_z\right); \quad \text{(II.13)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{yy}'}=\left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}}+r_{13}E_z\right); \quad \text{(II.14)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{zz}'}=\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}+r_{33}E_z\right); \quad \text{(II.15)}$$

soit

$$(\frac{1}{n_{xx}^2})'=\frac{1}{n_{xx}^2}+r_{13}E_z; \quad \text{(II.16)}$$

$$(\frac{1}{n_{yy}^2})'=\frac{1}{n_{yy}^2}+r_{13}E_z; \quad \text{(II.17)}$$

$$(\frac{1}{n_{zz}^2})'=\frac{1}{n_{zz}^2}+r_{33}E_z. \quad \text{(II.18)}$$

En supposant les petites variations de l'indice et en utilisant :

$$dn=-\frac{n^3}{2}d(\frac{1}{n^2}). \quad \text{(II.19)}$$

Les équations sont récrites comme :

$$n_{xx}'=n_{xx}-\frac{n_{xx}^3}{2}r_{13}E_z; \quad \text{(II.20)}$$

$$n_{yy}'=n_{yy}-\frac{n_{yy}^3}{2}r_{13}E_z; \quad \text{(II.21)}$$

$$n_{zz}'=n_{zz}-\frac{n_{zz}^3}{2}r_{33}E_z. \quad \text{(II.22)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette forme d'équations apparait souvent dans la littérature qui décrit l'effet Pockels, dont l'indice de réfraction varie linéairement avec le champ appliqué avec un coefficient EO effectif r :

$$n' = n - \frac{n^3}{2} rE. \tag{II.23}$$

Cependant, le plus grand coefficient EO du BTO r_{42} n'est pas impliqué dans l'effet EO.

- Modification des termes non diagonaux :

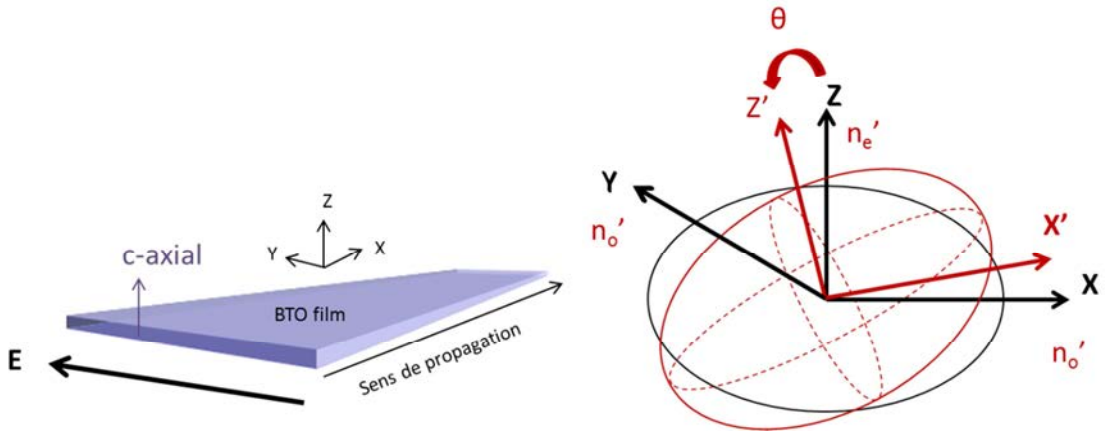


Figure II.8 Définition des axes du film BTO c-axial lorsque le champ électrique est appliqué perpendiculairement à la direction de polarisation et la déformation de l'ellipsoïde des indices de réfraction résultant.

Pour un champ appliqué suivant l'axe y, dans le plan du film mince de BTO et perpendiculaire à la direction de polarisation, le calcul est un peu plus compliqué. L'équation de l'ellipsoïde d'indice devient ($E_x^e = E_z^e = 0$) :

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}}\right)x^2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}}\right)y^2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\right)z^2 + 2r_{42}E_y xz = 1. \tag{II.24}$$

Comme montré sur la Figure II.8, l'ellipsoïde est mise en rotation autour de l'axe des y suivant un angle θ, donnée par :

$$\tan 2\theta = \frac{2r_{42}E_x}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}}. \tag{II.25}$$

Les indices de réfraction dans la nouvelle orientation x' et z' sont les suivants :

$$n_{xx'} \cong n_{xx} - \frac{1}{2} n_{xx}^3 r_{42} E_x \tan\theta, \tag{II.26}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$n_{zz'} \cong n_{zz} + \frac{1}{2} n_{zz}^3 r_{42} E_x \tan\theta. \tag{II.27}$$

Ces résultats mettent en évidence l'importance de la biréfringence. Pour des petites valeurs de biréfringence, l'angle θ est proche de 45°, et l'effet électro-optique est maximisé. Pour des plus grandes valeurs de biréfringence, θ diminue rapidement, et avec lui la réponse électro-optique. En prenant une approximation des petits angles tanθ ~ θ, on peut réécrire ces deux équations en tant que :

$$n_{xx'} \cong n_{xx} - \frac{1}{2} n_{xx}^3 r_{42} E_x \frac{r_{42} E_x}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}} = n_{xx} - \frac{1}{2} n_{xx}^3 (r_{42} E_x)^2 \frac{1}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}}; \tag{II.28}$$

$$n_{zz'} \cong n_{zz} + \frac{1}{2} n_{zz}^3 r_{42} E_x \frac{r_{42} E_x}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}} = n_{zz} + \frac{1}{2} n_{zz}^3 (r_{42} E_x)^2 \frac{1}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}}. \tag{II.29}$$

Ce qui est intéressant ici est que pour le matériau biréfringent, le changement de l'indice de réfraction dépend du champ au carré, plutôt que la dépendance linéaire standard.

Jusqu'à maintenant, on a analysé la modification de l'ellipsoïde d'indice selon la direction du champ électrique appliqué, qui est respectivement selon l'axe y dans le plan et selon l'axe z hors du plan. Dans la réalité, ces deux cas correspondent à deux configurations des électrodes. La première est de type microstrip (Figure II.9), où les lignes de transmission électriques $\overrightarrow{E_\perp}$ sont verticales et perpendiculaires au plan du film mince diélectrique. Notez que les effets de bords ne peuvent pas être complètement ignorés et la simple hypothèse sur un champ électrique appliqué suivant une seule direction est valable en toute rigueur uniquement sur l'axe de symétrie de l'électrode.

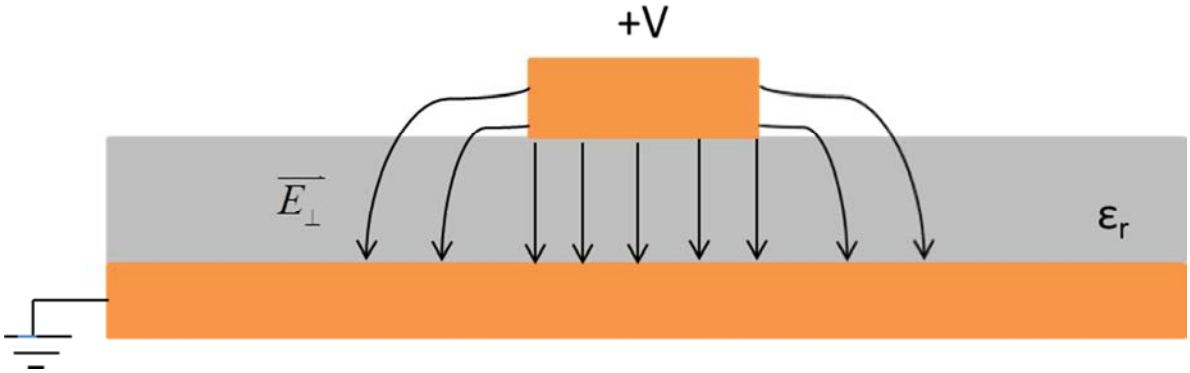


Figure II.9. Coupe transversale de la géométrie microstrip simplifiée. L'électrode de commande et la masse sont séparées par le matériau diélectrique ε_r. En photonique sur silicium, le dispositif est souvent couvert par de la silice. Les lignes de transmission E sont verticales et perpendiculaires au plan du film mince diélectrique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le deuxième cas correspond à la configuration « CoPlanar Wave electrodes » (CPW) (Figure II.10) où les deux électrodes sont mis en parallèle dans le plan horizontal du film mince. Les lignes de transmission $\overrightarrow{E_{\|}}$ sont horizontales et parallèles au plan du film mince diélectrique.

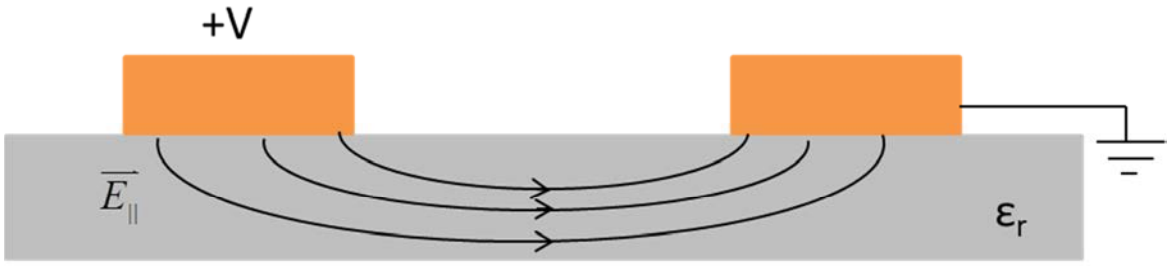


Figure II.10. Coupe transversale de la géométrie CPW simplifiée. L'électrode de commande +V et la masse sont en parallèles et du même côté du matériau diélectrique ε_r. En photonique sur silicium, le dispositif est couvert par de la silice.

Selon les analyses faites précédemment et afin de profiter du plus grand coefficient EO r_{42}, la configuration CPW est plus favorable pour le matériau BTO c-axial.

Cependant, dans la réalité, les électrodes sont souvent de géométrie rectangulaire et si on tient compte des effets de bords, les lignes de transmission ne peuvent jamais être orientées suivant une seule direction. Autrement dit, les deux composants E_y^e et E_z^e coexistent toujours, surtout dans la région hors du centre de symétrie par rapport aux deux électrodes.

Pour cette raison, surtout dans la modélisation de l'effet EO, on doit analyser sans approximation la variation du tenseur de permittivité dans le BTO. En tenant compte d'une propagation suivant l'axe x, le champ électrique appliqué suivant l'axe y et l'axe z va interagir uniquement avec les termes en

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}}\right) = r_{13}E_z^e; \tag{II.30}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}}\right) = r_{23}E_z^e; \tag{II.31}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\right) = r_{33}E_z^e; \tag{II.32}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{yz}}\right) = r_{42}E_y^e. \tag{II.33}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le tenseur d'imperméabilité devient :

$$\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)' = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + \Delta\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon_{xx}} + r_{13}E_z & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\varepsilon_{yy}} + r_{23}E_z & r_{42}E_y \\ 0 & r_{42}E_y & \frac{1}{\varepsilon_{zz}} + r_{33}E_z \end{pmatrix}. \quad \text{(II.34)}$$

Après quelques manipulations algébriques, le tenseur de permittivité [ε] dans la couche de BTO est :

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon'_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon'_{yy} & \varepsilon'_{yz} \\ 0 & \varepsilon'_{zy} & \varepsilon'_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}}{1+\varepsilon_{xx}r_{13}E_z^e} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon_{yy}\left(1+\varepsilon_{zz}r_{33}E_z^e\right)}{\Delta} & \frac{-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}E_y^e}{\Delta} \\ 0 & \frac{-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}E_y^e}{\Delta} & \frac{\varepsilon_{zz}\left(1+\varepsilon_{yy}r_{13}E_z^e\right)}{\Delta} \end{pmatrix}, \quad \text{(II.35)}$$

avec

$$\Delta = \left(1+\varepsilon_{yy}r_{13}E_z^e\right)\left(1+\varepsilon_{zz}r_{33}E_z^e\right) - \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}^2E_y^{e2}.$$

Il est à noter que, l'épaisseur maximal de la couche de BTO monocristallines de haute qualité entièrement orientée suivant l'axe c est de 20 nm, lorsque celle-ci est réalisée sur un substrat Si (001) tamponné par une couche de $SrTiO_3$ de 5nm par une technique d'épitaxie par jets moléculaires (MBE). Au-delà de cette épaisseur, la couche possède des domaines avec des orientations c et a. Pour des épaisseurs de l'ordre de 100 nm, on peut considérer que la couche est purement orientée a [Abel13b].

II.2.3.2. $BaTiO_3$ a-axial

Dans le cas d'un film mince de BTO a-axial, où l'axe optique est dans le plan du film mince selon l'axe y, le changement du tenseur d'imperméabilité est :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\Delta\begin{pmatrix} 1/\varepsilon_{zz} \\ 1/\varepsilon_{xx} \\ 1/\varepsilon_{yy} \\ 1/\varepsilon_{xy} \\ 1/\varepsilon_{zy} \\ 1/\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_z^e \\ E_x^e \\ E_y^e \end{pmatrix}. \quad \text{(II.36)}$$

On remarque que cette équation est équivalente à l'équation (II.10) après une rotation des coordonnées de (x, y, z) à (z, x, y).

En tenant compte d'une propagation suivant l'axe x, le champ électrique appliqué suivant l'axe y et l'axe z va interagir uniquement avec les termes en :

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\right) = r_{13}E_y^e; \quad \text{(II.37)}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}}\right) = r_{13}E_y^e; \quad \text{(II.38)}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{yy}}\right) = r_{33}E_y^e; \quad \text{(II.39)}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\varepsilon_{zy}}\right) = r_{42}E_z^e. \quad \text{(II.40)}$$

Le tenseur d'imperméabilité devient :

$$\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)' = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + \Delta\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon_{xx}} + r_{13}E_y^e & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\varepsilon_{yy}} + r_{13}E_y^e & r_{42}E_z^e \\ 0 & r_{42}E_z^e & \frac{1}{\varepsilon_{zz}} + r_{33}E_y^e \end{pmatrix}. \quad \text{(II.41)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Après quelques manipulations algébriques, le tenseur de permittivité [ε] dans la couche BTO est :

$$[\varepsilon]=\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}^{'} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{yy}^{'} & \varepsilon_{yz}^{'}\\ 0 & \varepsilon_{zy}^{'} & \varepsilon_{zz}^{'}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{\varepsilon_{xx}}{1+\varepsilon_{xx}r_{13}E_y^e} & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{\varepsilon_{yy}\left(1+\varepsilon_{zz}r_{33}E_y^e\right)}{\Delta} & \dfrac{-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}E_z^e}{\Delta}\\ 0 & \dfrac{-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}E_z^e}{\Delta} & \dfrac{\varepsilon_{zz}\left(1+\varepsilon_{yy}r_{13}E_y^e\right)}{\Delta}\end{pmatrix}, \qquad \text{(II.42)}$$

avec

$$\Delta=\left(1+\varepsilon_{yy}r_{13}E_y^e\right)\left(1+\varepsilon_{zz}r_{33}E_y^e\right)-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}r_{42}^2E_z^{e2}.$$

II.3. Réponse en fréquence de la permittivité diélectrique

La conception de dispositif nécessite la connaissance détaillée des propriétés diélectriques des matériaux utilisés en haute-fréquence (fréquence optique) et relativement basse fréquence ~GHz (RF).

L'interaction entre les ondes électromagnétiques et la matière est quantifiée par deux grandeurs physiques complexes - la permittivité diélectrique ε et la susceptibilité magnétique μ. Comme le BTO est non-magnétique, on se limite au cas où $\mu = \mu_0$. La permittivité diélectrique $\tilde{\varepsilon}$ s'exprime sous forme complexe

$$\tilde{\varepsilon}=\varepsilon'-j\varepsilon''=\varepsilon_0\varepsilon_r'-j\varepsilon_0\varepsilon_r'', \qquad \text{(II.43)}$$

où ε' et ε'' sont la partie réele et imaginaire de la permittivité diélectrique complexe, ε_0 est la permittivité diélectrique du vide, et ε_r' et ε_r'' sont les parties réels et imaginaires de la permittivité diélectrique relative complexe.

La permittivité relative d'un matériau est égale au carré de l'indice de réfraction mesuré à la même fréquence

$$\varepsilon_r'=n^2, \qquad \text{(II.44)}$$

où n est l'indice de réfraction.

Le phénomène de polarisation est exprimé par la quantité de polarisation $\vec{P}$, lié avec le champ électrique par les équations de Maxwell.

$$D=\tilde{\varepsilon}E=\varepsilon_0E+P, \qquad \text{(II.45)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

où D est le déplacement électrique, E est le champ électrique.

On remarque que si le matériau n'est pas isotrope (le cas du BTO), la permittivité est un tenseur de rang 3, c'est-à-dire une matrice $\left[\tilde{\varepsilon}\right]$. Dans ce cas le déplacement électrique D n'est pas linéaire avec E. Dans cette formulation de l'équation globale, nous pouvons exprimer le cas correspondant au vide en éliminant le terme P, qui définit la contribution de la matière à des processus de polarisation. Le processus de polarisation décrit par P a son origine dans la réponse physique de dipôles et des charges pour le champ appliqué.

En fonction de la fréquence, les champs électromagnétiques induisent des oscillations d'un ou plusieurs types de liaisons. En toute matière, il existe une variété de types d'association de charge, par exemple, électron de cœur, électrons de valence, électrons de conduction, ions liés aux cristaux, multi-pôle (principalement le quadripôle ou une association antiparallèle de deux dipôles), etc... Chaque configuration a sa propre fréquence critique au-dessus de laquelle l'interaction avec le champ est extrêmement faible. Plus la fréquence est basse, plus grand est le nombre de configurations excitées.

Dans le domaine optique un champ électromagnétique peut induire des distorsions de couches d'électrons de cœur et de valence. Les processus de polarisation sont appelées **polarisation électronique**. Il en résulte d'un moment dipolaire induit par déformation de couches électroniques. Les champs électromagnétiques dans la gamme infrarouge induisent des vibrations atomiques dans les molécules et les cristaux, et les processus de polarisation résultent du moment dipolaire induit par la déformation de la position des noyaux. Ces processus de polarisation sont appelés **polarisation atomique**. Les champs électromagnétiques dans la bande des micro-ondes, entraînent une rotation des molécules polaires ou redistribution de charge; les processus de polarisation correspondants sont appelés **polarisation d'orientation**. Deux spectres de la partie réelle et de la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence sont donnés dans la Figure II.11, avec différents processus de polarisation étiquetés sur les gammes de fréquence.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

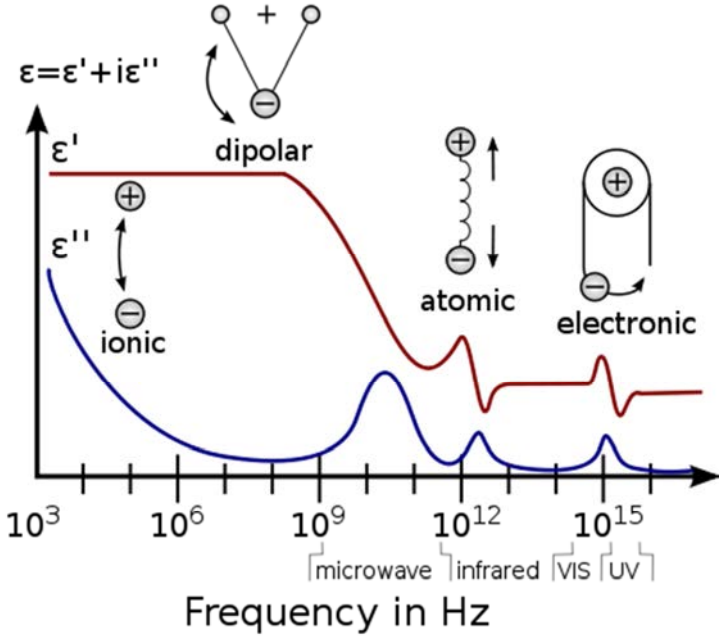


Figure II.11 Spectre de Permittivité Diélectrique sur une large plage de fréquences. ε' et ε'' désigne respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de la permittivité. Différents procédés sont étiquetés sur l'image. [Wiki]

- **L'indice de réfraction en optique**

Les matériaux choisit dans notre design de modulateur sont tous des milieux transparents en optique autour de la longueur d'onde λ =1.55 µm. Les variations d'indice de réfraction n avec λ sont décrites par la loi de Cauchy. Elle s'écrit comme un développement limité de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde λ :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \cdots, \qquad \text{(II.46)}$$

où A, B et C sont des coefficients, respectivement sans dimension, en m^2, et en m^4, caractéristiques de chaque milieu.

Les valeurs de chaque milieu utilisé (Si, Silice, BTO et ITO) sont listés dans le Tableau II.2, ainsi les coefficients A, B, C [Palik]. Ici, k désigne la partie imaginaire de l'indice de réfraction. Comme le BTO est un matériau anisotrope, ces coefficients dépendent aussi de son orientation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Matériau	n	k	A	B	C
Si	3.4758	0	3.4227	0.1104	0.041
Silice	1.4442	0	1.4213	0.0856	-0.0735
BTO (ordinaire)	2.3045	0	2.285	0.046	0.018
BTO (extraordinaire)	2.2672	0	2.2501	0.0406	0.0011
ITO	1.6761	0.11			

Tableau II.2 Indice de réfraction optique des matériaux utilisés (λ = 1.55 µm)

- **L'indice de réfraction en hyperfréquence**

Le spectre des micro-ondes est défini approximativement pour la plage de fréquences de 0,3 à 1 000 GHz. Pour une fréquence d'utilisation entre 1 et 100 GHz, on emploie en général le terme d'hyperfréquence.

L'origine physique de l'interaction matière-microonde est détaillée dans l'ouvrage de Stuerga [Stuerga]. Les constantes diélectriques du BTO en cristaux massifs sont de $\varepsilon_{ro}^{'}$=2200, $\varepsilon_{re}^{'}$=56 à haute fréquence [Zgonik]. Cependant, il y a très peu de résultats dans la littérature qui donne l'évolution de valeurs exactes de ces deux constantes ordinaire et extraordinaire respectivement en fonction de la fréquence dans la gamme hyperfréquence. Le seul modèle disponible dans la littérature fourni une valeur $\varepsilon_r^{'}$ de la permittivité ordinaire pas du BTO valable dans un domaine de fréquences comprises entre 0,25 GHz et 40 GHz, ε_r' est représentée sur la Figure II.12. La dispersion empirique est donnée par la relation de Curie-von Schweidler :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon'(0) - A' \cdot \omega^m. \qquad \text{(II.47)}$$

Dans cette équation, les valeurs ajustées sont $\varepsilon'(0)$ =2715 (la constante diélectrique statique), A' =1,10 (la fréquence angulaire), et la constante ω=0,29.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

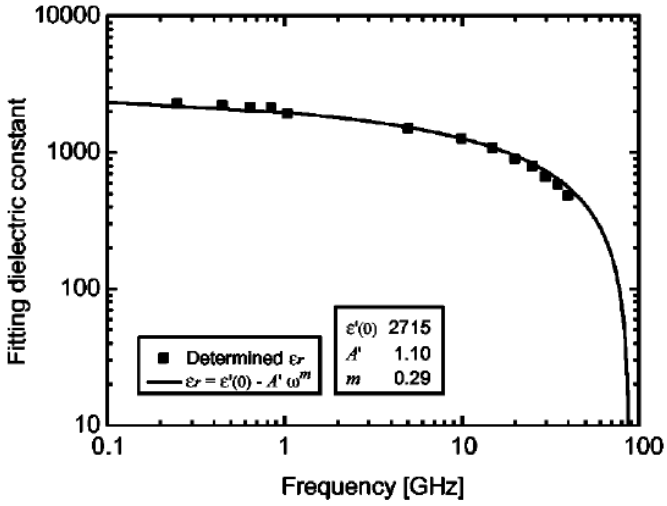


Figure II.12 Variation de la constant diélectrique relative efficace du film mince de $BaTiO_3$ en fonction de la fréquence et ajustement par la relation Curie-Von Schweidler.[Hamano]

Ainsi, les indices de réfraction à 10 GHz utilisés pour les simulations sont donnés dans le Tableau II.3.

Matériau	n	k
Si	3.4176	0
Silice	1.9748	0
BTO (ordinaire)	35.0143	0
BTO (extraordinaire)	7.4833	0
ITO	25.1	31.7

Tableau II.3 Valeurs des indices de réfraction à 10 GHz des matériaux utilisées pour les simulations. [Afsar][Rhodes][Janezic][Sun][Hamano]

II.4. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les propriétés des matériaux ferroélectriques et plus particulièrement du $BaTiO_3$, à savoir sa structure cristalline, les transitions de phase, les propriétés optiques et électro-optiques. Les calculs matriciels du tenseur électro-optique de BTO sont présentés en détails pour les deux axes cristallographiques a et c qui peuvent être présents dans le dispositif selon l'épaisseur ou les paramètres de dépôt de la couche active de BTO.

Le phénomène au centre de l'étude : l'effet électro-optique est présenté dans la seconde partie. Une expression analytique rigoureuse de la modification du tenseur de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

permittivité en fonction de l'effet Pockels a été développée, ce qui constitue une amélioration des modèles disponibles dans la littérature.

Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons exposé la réponse en fréquence (optique et RF) de la permittivité diélectrique des matériaux utilisés dans les composants : a-Si:H, silice, BTO. Ces données sont nécessaires pour pouvoir modéliser la réponse optique et RF d'un modulateur de phase. Le travail d'optimisation d'un tel modulateur sera illustré dans le chapitre suivant.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Références

[Afsar] M. N. Afsar, and K. J. Button, Precise Millimeter-Wave Measurements of Complex Refractive Index, Complex Dielectric Permittivity and Loss Tangent of GaAs, Si, SiO2, A12O3, BeO, Macor, and Glass, in Proceedings of IEEE Conference on Microwave Theory and Techniques 1983, 31, 217-223.

[Alferness] R. C. Alferness , Guided-wave Devices for Optical Communication, IEEE J . Quantum Electron .1981, 17(6), pp. 946 – 959.

[Cross] L.E. Cross et R.E. Newhnham, History of ferroelectrics, The American Ceramic Society, 11, pp.289-305..

[Hamano] Hamano T, Towner D J, Wessels B W. Relative dielectric constant of epitaxial BaTiO 3 thin films in the GHz frequency range. Applied physics letters, 2003, 83(25), pp. 5274-5276.

[Holman] Holman, R.L., Johnson, L.M.A. and Skinner, D.P., "The desirability of electrooptic Ferroelectric Materials for Guided-Wave Optics", IEEE 6th International Symposium on Applications of Ferroelectrics, Lehigh University, PA, USA, 1986, pp. 32-41.

[Janezic] M. D. Janezic, D. F. Williams, V. Blaschke, A. Karamcheti, and C. S. Chang, “Permittivity characterization of low-k thin films from transmission-line measurements,” in Proceedings of IEEE Conference on Transactions on Microwave Theory and Techniques 2003, 51, pp.132-136.

[Kholkin] Kholkin, A., Jadidian, B. and Safari, A. Ceramics, Piezoelectric and Electrostrictive. In: Encyclopedia of Smart Materials, Edited by Schwartz, M. John Wiley & Sons, 2002. ISBN 978-0-471-17780-7.

[Maldonado] Maldonado T A. Electro-optic modulators. Chapitre 13, In: Handbook of optics, Optical Society of America, 1995, 2, 1-35.

[Merz] W.J. Merz, The Electric and Optical Behavior of $BaTiO_3$ Single-Domain Crystals, Phys. Rev. 1949, 76, pp. 1221-1225,.

[Palik] E. D. Palik, Handbook of optical constants of solids, Vol. 3 Academic press, 1998.

[Rhodes] C. Rhodes, M. Cerruti, A. Efremenko, M. Losego, D. E. Aspnes, J. P. Maria, and S. Franzen, “Dependence of plasmon polaritons on the thickness of indium tin oxide thin films,” J. Appl. Phys. 2008, 103, 093108.

[Taylor] H. F. Taylor, Application of Guided-wave Optics in Signal Processing and Sensing , Proc . IEEE 1987, 75(11), pp. 1524- 1535.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

[Thylén] L. Thylén , ‘‘Integrated Optics in LiNbO 3 : Recent Developments in Devices in Telecommunications, ’’ IEEE / OSA J . Lightwa ve Technol . 1988, 6 (6), pp. 847-861.

[Tomlinson]: W. J. Tomlinson and C. A. Brackett , ‘‘Telecommunications Applications of Integrated Optics and Optoelectronics , ’’ Proc . IEEE 1987, 75 (11), pp.1512 – 1523.

[Stuerga] Stuerga D. Microwave-material interactions and dielectric properties, key ingredients for mastery of chemical microwave processes. Microwaves in Organic Synthesis (Loupy A, ed). 2nd ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag Gmbh & Co. KgaA, 2006, pp.1-61.

[Sun] D. G. Sun, Z. Liu, Y. Huang, S. T. Ho, D. J. Towner, and B. W. Wessels, “Performance simulation for ferroelectric thin-film based waveguide electro-optic modulators,” Opt. Commun. 2005, 255, 319-330.

[Syms] R. Syms and J. Cozens Syms, Optical Guided Waves and Devices, McGraw-Hill, 1992.

[Valasek] J. Valasek, “Piezo-electric and allied phenomena in Rochelle Salt”, Phys. Rev. 1921 , 17, pp. 475-481.

[Vogues]: E. Vogues and A. Neyer , ‘‘Integrated-optic Devices on LiNbO 3 for Optical Communication , ’’ IEEE / OSA J . Lightwave Technol . 1987, 5, pp.1229- 1238.

[Wiki] Permittivity [En ligne]. Disponible sur <http://en.wikipedia.org/wiki/Permittivity> ((consulté le 07/05/2015).

[Zgonik] M. Zgonik, P. Bernasconi, M. Duelli, R. Schlesser, P. Gu¨nter, M. H. Garrett, D. Rytz, Y. Zhu, and X. Wu, « Dielectric, elastic, piezoelectric, electro-optic, and elasto-optic tensors of $BaTiO_3$ crystals », Phys. Rev. B 1994, 50, pp

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre III. Méthodes numériques et Conception du modulateur de phase en BTO

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans notre étude, une partie importante est d'analyser la propagation optique dans un guide d'onde afin de le concevoir avec les fonctionnalités attendues. Un solveur de mode est un des outils les plus importants utilisés dans la conception de circuits optiques intégrés. Plusieurs techniques sont couramment utilisées pour calculer les modes de guides d'ondes électromagnétiques : les méthodes d'éléments finis, les techniques de mode-matching, la méthode des lignes, et les méthodes aux différences finies [Scarmozzino]. La plupart des outils commerciaux négligent complètement l'anisotropie des matériaux ou considèrent un tenseur de permittivité diagonal. D'autres considèrent des tenseurs non diagonaux avec des éléments hors diagonaux petit en comparaison avec les termes diagonaux [Thylen][Xu][Tsuji], ou que le guide d'onde soit à guidage faible [Koshiba]. Bien que ces techniques soient appropriées pour de nombreux guides d'ondes optiques, elles ne peuvent pas être facilement appliquées à des guides d'ondes dans laquelle l'anisotropie est orientée le long d'un axe oblique ou des matériaux dont les termes non-diagonaux sont non-négligeables, comme par exemple le BTO.

Pour ces raisons, nous avons développé au laboratoire un outil de modélisation permettant de rendre compte des propriétés de matériaux comme les oxydes fonctionnels présentées dans le Chapitre II.

III.1. Solveur de mode full-vectoriel dans un guide droit anisotrope

Dans notre étude, une partie important est d'analyser la propagation optique dans un guide d'onde anisotrope afin de concevoir un modulateur de phase. Dans un guide d'onde canal ou en arête, l'indice de réfraction est une fonction des deux coordonnées dans une section transversale. Les analyses des modes optiques sont donc plus compliquées que le guide d'onde plan à une dimension. Le formalisme mathématique utilisé pour le calcul des modes optiques dans un guide d'onde anisotrope sera décrit dans cette section.

La propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique sans charges libres ni courants libres est gérée par les équations de Maxwell :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \tag{III.1}$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \tag{III.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \tag{III.3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0. \tag{III.4}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

On considère ici un milieu diélectrique homogène anisotrope, dont sa permittivité diélectrique relative ε_r et sa perméabilité magnétique relative μ_r sont respectivement un tenseurs de rang 3, c'est-à-dire une matrice $[\varepsilon_r]$ et $[\mu_r]$.

Les champs **D** et **H** sont proportionnels aux champs électriques et magnétiques avec une matrice de proportionnalité indépendante de la position.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \mathbf{E}; \tag{III.5}$$

$$\mathrm{B} = \mu_0 [\mu_r] \mathrm{H}. \tag{III.6}$$

Les deux rotationnels des équations de Maxwell (III.1) et (III.2) en régime harmonique en considérant une dépendance temporelle de la forme $e^{-j\omega t}$ deviennent :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = j\omega\mu_0 [\mu_r] \mathbf{H}; \tag{III.7}$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = -j\omega\varepsilon_0 [\varepsilon_r] \mathbf{E}, \tag{III.8}$$

En considérant le rotationnel du rotationnel, on obtient les équations de propagation dans un milieu anisotrope :

$$\nabla \wedge ([\mu_r]^{-1} (\nabla \wedge \mathbf{E})) = j\omega\mu_0 \nabla \wedge \mathbf{H} = k_0^2 [\varepsilon_r] \mathbf{E}; \tag{III.9}$$

$$\nabla \wedge ([\varepsilon_r]^{-1} (\nabla \wedge \mathbf{H})) = -j\omega\varepsilon_0 \nabla \wedge \mathbf{E} = k_0^2 [\mu_r] \mathbf{H}. \tag{III.10}$$

Les deux divergences des équations Maxwell (III.3) et (III.4) donnent :

$$\nabla \cdot [\mu_r] \mathbf{H} = 0; \tag{III.11}$$

$$\nabla \cdot [\varepsilon_r] \mathbf{E} = 0. \tag{III.12}$$

Dans un guide d'onde parfait, la permittivité et la perméabilité sont invariant par rapport à l'axe de propagation z. Alors, le champ électrique **E** et l'induction magnétique **H** sont exprimés sous formes de :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x,y) \cdot \exp(j\beta z); \tag{III.13}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(x,y) \cdot \exp(j\beta z). \tag{III.14}$$

Dans le système de coordonnées cartésiennes, $[\varepsilon_r]$ et $[\mu_r]$ peuvent être exprimés comme :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$[\varepsilon_r]=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx}(x,y) & \varepsilon_{xy}(x,y) & 0\\ \varepsilon_{yx}(x,y) & \varepsilon_{yy}(x,y) & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}(x,y)\end{bmatrix}; \tag{III.15}$$

$$[\mu_r]=\begin{bmatrix}\mu_{xx}(x,y) & \mu_{xy}(x,y) & 0\\ \mu_{y,x}(x,y) & \mu_{yy}(x,y) & 0\\ 0 & 0 & \mu_{zz}(x,y)\end{bmatrix}. \tag{III.16}$$

Dans ce cas-là, l'inverse des matrices sont :

$$[\varepsilon_r]^{-1}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx}^{-1} & \varepsilon_{xy}^{-1} & 0\\ \varepsilon_{yx}^{-1} & \varepsilon_{yy}^{-1} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^{-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}.\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xy}.\varepsilon_{yx}} & \dfrac{-\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}.\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xy}.\varepsilon_{yx}} & 0\\ \dfrac{-\varepsilon_{yx}}{\varepsilon_{xx}.\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xy}.\varepsilon_{yx}} & \dfrac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}.\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xy}.\varepsilon_{yx}} & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\varepsilon_{zz}}\end{bmatrix}; \tag{III.17}$$

$$[\mu_r]^{-1}=\begin{bmatrix}\mu_{xx}^{-1} & \mu_{xy}^{-1} & 0\\ \mu_{yx}^{-1} & \mu_{yy}^{-1} & 0\\ 0 & 0 & \mu_{xx}^{-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}.\mu_{yy}-\mu_{xy}.\mu_{yx}} & \dfrac{-\mu_{xy}}{\mu_{xx}.\mu_{yy}-\mu_{xy}.\mu_{yx}} & 0\\ \dfrac{-\mu_{yx}}{\mu_{xx}.\mu_{yy}-\mu_{xy}.\mu_{yx}} & \dfrac{\mu_{xx}}{\mu_{xx}.\mu_{yy}-\mu_{xy}.\mu_{yx}} & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\mu_{zz}}\end{bmatrix}. \tag{III.18}$$

En insérant l'Eq. (III.18) dans la partie gauche de l'Eq. (III.9) :

$$[\mu_r]^{-1}.(\nabla\times E)=\begin{bmatrix}\mu_{xx}^{-1} & \mu_{xy}^{-1} & 0\\ \mu_{yx}^{-1} & \mu_{yy}^{-1} & 0\\ 0 & 0 & \mu_{zz}^{-1}\end{bmatrix}.\begin{pmatrix}\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}\\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}\\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mu_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\mu_{xy}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}\right)\\ \mu_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\mu_{yy}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}\right)\\ \mu_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}\right)\end{pmatrix}, \tag{III.19}$$

d'où

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\nabla \wedge \left([\mu_r]^{-1} . (\nabla \wedge E) \right)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{yx}^{-1}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mu_{yy}^{-1}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{xx}^{-1}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mu_{xy}^{-1}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{yx}^{-1}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mu_{yy}^{-1}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{xx}^{-1}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mu_{xy}^{-1}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right) \end{pmatrix}. \quad \text{(III.20)}$$

En insérant l'Eq. (III.17) dans la partie gauche de l'Eq. (III.10) :

$$[\varepsilon_r]^{-1} . (\nabla \wedge H) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{-1} & \varepsilon_{xy}^{-1} & 0 \\ \varepsilon_{yx}^{-1} & \varepsilon_{yy}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^{-1} \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{xy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{yx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{yy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{zz}^{-1}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix}, \quad \text{(III.21)}$$

d'où

$$\nabla \wedge \left([\varepsilon_r]^{-1} . (\nabla \wedge H) \right)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_{yx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{yy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_{xx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{xy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{yx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{yy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{xx}^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \varepsilon_{xy}^{-1}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \right) \end{pmatrix}. \quad \text{(III.22)}$$

En insérant l'Eq. (III.14) et l'Eq. (III.16) dans l'Eq. (III.11)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$H_z = \frac{j}{\beta\mu_{zz}}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x + \mu_{xy}H_y\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x + \mu_{yy}H_y\right)\right). \qquad \text{(III.23)}$$

En insérant l'Eq. (III.13) et l'Eq. (III.15) dans l'Eq. (III.12)

$$E_z = \frac{j}{\beta\varepsilon_{zz}}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right). \qquad \text{(III.24)}$$

En insérant l'Eq. (III.24) et (III.13) dans la partie droite de l'Eq. (III.20), cela permet d'éliminer la composante E_z comme :

$$\nabla \wedge \left([\mu_r]^{-1}.(\nabla \wedge E)\right)$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right) - \begin{pmatrix} \mu_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right) + \beta^2 E_y\right) \\ + \mu_{yy}^{-1}\left(-\beta^2 E_x - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mu_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right) + \beta^2 E_y\right) \\ + \mu_{xy}^{-1}\left(-\beta^2 E_x - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} \mu_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{j}{\beta\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right) - j\beta E_y\right) \\ + \mu_{yy}^{-1}\left(j\beta E_x - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{j}{\beta\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix} \\ -\dfrac{\partial}{\partial y}\begin{pmatrix} \mu_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{j}{\beta\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right) - j\beta E_y\right) \\ + \mu_{xy}^{-1}\left(j\beta E_x - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{j}{\beta\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

(III.25)

En insérant l'Eq. (III.23) et l'Eq. (III.14) dans la partie droite de l'Eq., cela permet d'éliminer la composante H_z comme :

$$\nabla\times\left(\left[\varepsilon_r\right]^{-1}.(\nabla\times H)\right)$$

$$=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}\right)\right)-\begin{pmatrix}\varepsilon_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)+\beta^2H_y\right)\\+\varepsilon_{yy}^{-1}\left(-\beta^2H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)+\beta^2H_y\right)\\+\varepsilon_{xy}^{-1}\left(-\beta^2H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{pmatrix}-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}\right)\right)\\ \dfrac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix}\varepsilon_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{j}{\beta\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)-j\beta H_y\right)+\\\varepsilon_{yy}^{-1}\left(j\beta H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{j}{\beta\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{pmatrix}\\ -\dfrac{\partial}{\partial y}\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{j}{\beta\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)-j\beta H_y\right)\\+\varepsilon_{xy}^{-1}\left(j\beta H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{j}{\beta\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{pmatrix}\end{pmatrix}.$$

(III.26)

En insérant l'Eq. (III.15) dans la partie droite de l'Eq. (III.9), on obtient :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$k_0^2[\varepsilon_r]E=\begin{pmatrix} k_0^2.\varepsilon_{xx}E_x+k_0^2.\varepsilon_{xy}E_y \\ k_0^2.\varepsilon_{yx}E_x+k_0^2.\varepsilon_{yy}E_y \\ k_0^2\varepsilon_{zz}E_z \end{pmatrix}. \quad \text{(III.27)}$$

En insérant l'Eq. (III.17) dans la partie droite de l'Eq. (III.11), on obtient :

$$k_0^2[\mu_r]H=\begin{pmatrix} k_0^2.\mu_{xx}H_x+k_0^2.\mu_{xy}H_y \\ k_0^2.\mu_{yx}H_x+k_0^2.\mu_{yy}H_y \\ k_0^2\mu_{zz}H_z \end{pmatrix}. \quad \text{(III.28)}$$

En insérant l'Eq. (III.25) et l'Eq. (III.27) dans la partie gauche et la partie droite de l'Eq. (III.9), on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right)-\begin{pmatrix} \mu_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)+\beta^2E_y\right) \\ +\mu_{yy}^{-1}\left(-\beta^2E_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix} \\ =k_0^2.\varepsilon_{xx}E_x+k_0^2.\varepsilon_{xy}E_y; \\ \begin{pmatrix} \mu_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)+\beta^2E_y\right) \\ +\mu_{xy}^{-1}\left(-\beta^2E_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\varepsilon_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y\right)\right)\right)\right) \end{pmatrix}-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right) \\ =k_0^2.\varepsilon_{yx}E_x+k_0^2.\varepsilon_{yy}E_y. \end{cases}$$

(III.29)

En insérant l'Eq. (III.26) et l'Eq. (III.28) dans la partie droite et la partie gauche de l'Eq. (III.10), on obtient :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}\right)\right)-\left(\begin{array}{l}\varepsilon_{yx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)+\beta^2 H_y\right)\\ +\varepsilon_{yy}^{-1}\left(-\beta^2 H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{array}\right)\\ =k_0^2.\mu_{xx}H_x+k_0^2.\mu_{xy}H_y;\\ \left(\begin{array}{l}\varepsilon_{xx}^{-1}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)+\beta^2 H_y\right)\\ +\varepsilon_{xy}^{-1}\left(-\beta^2 H_x-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{-1}{\mu_{zz}}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}H_x+\mu_{yy}H_y\right)\right)\right)\right)\end{array}\right)-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}\right)\right)\\ =k_0^2.\mu_{yx}H_x+k_0^2.\mu_{yy}H_y. \end{cases} \quad \text{(III.30)}$$

Après quelques manipulations algébriques, ces équations de mode propre couplées pour E (III.29) et pour H (III.30) peuvent être synthétisées respectivement en une seule équation vectorielle couplées sous la forme matricielle

$$\beta^2\begin{bmatrix}\mu_{yy}^{-1} & -\mu_{yx}^{-1}\\ -\mu_{xy}^{-1} & \mu_{xx}^{-1}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}b_{xx} & b_{xy}\\ b_{yx} & b_{yy}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}, \quad \text{(III.31)}$$

soit

$$\beta^2\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\mu_{yy} & -\mu_{yx}\\ -\mu_{xy} & \mu_{xx}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{xx} & b_{xy}\\ b_{yx} & b_{yy}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}; \quad \text{(III.32)}$$

et

$$\beta^2\begin{bmatrix}\varepsilon_{yy}^{-1} & -\varepsilon_{yx}^{-1}\\ -\varepsilon_{xy}^{-1} & \varepsilon_{xx}^{-1}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}H_x\\ H_y\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}a_{xx} & a_{xy}\\ a_{yx} & a_{yy}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}H_x\\ H_y\end{pmatrix}, \quad \text{(III.33)}$$

soit

$$\beta^2\begin{pmatrix}H_x\\ H_y\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{yy} & -\varepsilon_{yx}\\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{xx} & a_{xy}\\ a_{yx} & a_{yy}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}H_x\\ H_y\end{pmatrix}. \quad \text{(III.34)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans ces deux équations au mode propre l'Eq. (III.32) et l'Eq. (III.34), les vecteurs propres $\mathbf{E}=\begin{pmatrix} Ex \\ Ey \end{pmatrix}$ et $\mathbf{H}=\begin{pmatrix} Hx \\ Hy \end{pmatrix}$ correspondent à la distribution du champ électromagnétique, et la valeur propre β est la constante de propagation. Le rapport entre la valeur propre β et le nombre d'onde dans le vide k_0 donnes l'indice effectif n_{eff}.

$$n_{eff}=\frac{\beta}{k_0}. \tag{III.35}$$

Les opérateurs différentiels a_{xx}, a_{xy}, a_{yx}, a_{yy}, b_{xx}, b_{xy}, b_{yx}, b_{yy}, illustrés ci-dessous seront approchés par la méthode de différences finies.

$$a_{xx}=k_0^2\mu_{xx}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}(\ )\right)-\varepsilon_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}(\ )\right)\right)-\varepsilon_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}(\ )\right)\right)$$
$$+\varepsilon_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}(\ )\right)\right)+\varepsilon_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}(\ )\right)\right);$$
(III.36)

$$a_{xy}=k_0^2\mu_{xy}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}(\ )\right)-\varepsilon_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xy}(\ )\right)\right)-\varepsilon_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yy}(\ )\right)\right)$$
$$-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}(\ )\right)\right)-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}(\ )\right)\right);$$
(III.37)

$$a_{yx}=k_0^2\mu_{yx}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}(\ )\right)+\varepsilon_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}(\ )\right)\right)+\varepsilon_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}(\ )\right)\right)$$
$$-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xx}(\ )\right)\right)-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yx}(\ )\right)\right);$$
(III.38)

$$a_{yy}=k_0^2\mu_{yy}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}(\ )\right)+\varepsilon_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xy}(\ )\right)\right)+\varepsilon_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yy}(\ )\right)\right)$$
$$-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{xy}(\ )\right)\right)-\varepsilon_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{yy}(\ )\right)\right);$$
(III.39)

$$b_{xx}=k_0^2\varepsilon_{xx}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}(\ )\right)-\mu_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}(\ )\right)\right)-\mu_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_{yx}(\ )\right)\right)$$
$$+\mu_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon_{xx}(\ )\right)\right)+\mu_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}(\ )\right)\right);$$
(III.40)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{xy} = k_0^2 \varepsilon_{xy} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}(\ )\right) - \mu_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xy}(\ )\right)\right) - \mu_{yx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yy}(\ )\right)\right)$$
$$+\mu_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xy}(\ )\right)\right) + \mu_{yy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_{yy}(\ )\right)\right); \quad \text{(III.41)}$$

$$b_{yx} = k_0^2 \varepsilon_{yx} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}(\ )\right) + \mu_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}(\ )\right)\right) + \mu_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}(\ )\right)\right)$$
$$-\mu_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}(\ )\right)\right) - \mu_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_{yx}(\ )\right)\right); \quad \text{(III.42)}$$

$$b_{yy} = k_0^2 \epsilon_{yy} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}(\ )\right) + \mu_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon_{xy}(\ )\right)\right) + \mu_{xx}^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\varepsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yy}(\ )\right)\right)$$
$$-\mu_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon_{xy}(\ )\right)\right) - \mu_{xy}^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\epsilon_{zz}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_{yy}(\ )\right)\right). \quad \text{(III.43)}$$

III.2. Méthode aux différences finies

Le maillage utilisé dans les équations aux différences finies est schématisé sur la Figure 3-1. Il s'agit une discrétisation composé par 9 points au lieu de 5 couramment utilisé dans la littérature [Hadley95]. Les indices P, N, S, E, W, NW, NE, SO, SE sont utilisés pour référencer le point considéré et ses plus proches voisins au nord, sud, est, ouest, nord-ouest, nord-est, sud-ouest et sud-est, respectivement . Les quantités n, s, e, w indiquent la distance entre le point P et les points les plus proches dans les directions nord, sud, est et ouest. Les symboles ε_1, ε_2, ε_3, ε_4 indiquent les tenseurs de permittivité diélectrique, qui sont supposés homogène au sein de chaque région rectangulaire entre des points du maillage.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

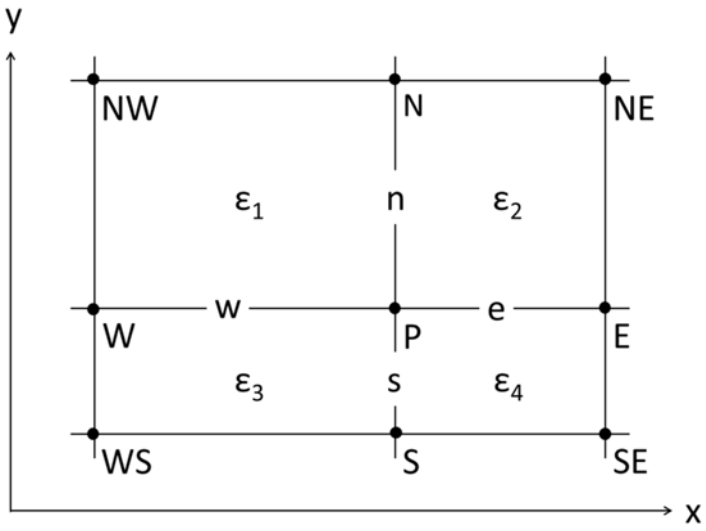


Figure III.1 Discrétisation à 9-points utilisée pour discrétiser les équations aux différences finies.

Pour discrétiser les équations aux dérivées partielles, on utilise le développement limité de Taylor à l'ordre 2 d'une fonction A. Par exemple, dans le sens horizontal à la variable x, on a :

$$A_E = A_P + eA_P^{'} + \frac{e^2}{2} A_P^{''}; \tag{III.44}$$

et

$$A_W = A_P - w.A_P^{'} + \frac{w^2}{2}.A_P^{''}. \tag{III.45}$$

La dérivée première est obtenue en éliminant les termes de dérivées secondes des 2 développements de Taylor, soit :

$$\frac{\partial}{\partial x} A_P = \frac{w}{e(e+w)} A_E - \frac{e}{w(e+w)} A_W + \frac{e-w}{e.w} A_P. \tag{III.46}$$

La dérivée seconde est obtenue en éliminant les termes de dérivées premières, soit :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_P = \frac{2}{e(e+w)} A_E + \frac{2}{w(e+w)} A_W - \frac{2}{e.w} A_P. \tag{III.47}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le même raisonnement appliqué à la variable y donne :

$$\frac{\partial}{\partial y}A_P=\frac{s}{n(n+s)}A_N-\frac{n}{s(n+s)}A_S+\frac{n-s}{n.s}A_P; \tag{III.48}$$

et

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}A_P=\frac{2}{n(n+s)}A_N+\frac{2}{s(n+s)}A_S-\frac{2}{n.s}A_P. \tag{III.49}$$

Les dérivées croisées sont obtenues en appliquant successivement les formules de dérivation suivant x et y, soit :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial y}A_P\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{s}{n(n+s)}A_N\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{n}{s(n+s)}A_S\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{n-s}{n.s}A_p\right)\\
&=\frac{w.s}{e.n.(e+w)(n+s)}A_{NE}-\frac{e.s}{w.n(e+w)(n+s)}A_{NW}+\frac{s.(e-w)}{e.w.n.(n+s)}A_N-\frac{w.n}{e.s.(e+w)(n+s)}A_{SE}\\
&+\frac{e.n}{w.s(e+w)(n+s)}A_{SW}-\frac{n.(e-w)}{e.w.s.(n+s)}A_S+\frac{w.(n-s)}{e.n.s(e+w)}A_E-\frac{e.(n-s)}{w.n.s(e+w)}A_W+\frac{(e-w).(n-s)}{e.w.n.s}A_P\\
&=\frac{s.(e-w)}{e.w.n.(n+s)}A_N-\frac{n.(e-w)}{e.w.s.(n+s)}A_S+\frac{w.(n-s)}{e.n.s(e+w)}A_E-\frac{e.(n-s)}{w.n.s(e+w)}A_W+\frac{(e-w).(n-s)}{e.w.n.s}A_P\\
&+\frac{w.s}{e.n.(e+w)(n+s)}A_{NE}-\frac{w.n}{e.s.(e+w)(n+s)}A_{SE}-\frac{e.s}{w.n(e+w)(n+s)}A_{NW}+\frac{e.n}{w.s(e+w)(n+s)}A_{SW}.
\end{aligned} \tag{III.50}$$

On vérifie qu'on a bien l'équivalence entre les décompositions $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2}{\partial y\partial x}$, soit :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial x}A_P\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial y}A_P\right). \tag{III.51}$$

En appliquant le schéma aux différences finis aux opérateurs différentiels a_{xx}, a_{xy}, a_{yx}, a_{yy}, b_{xx}, b_{xy}, b_{yx}, b_{yy}, on obtient :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{b_{ij}}\frac{\partial}{\partial x}\left(c_{ij}A_{ij}\right)\right)=\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(b_{ij}^E+b_{ij}^P\right)}+\frac{e-w}{e^2(e+w)b_{ij}^P}\right)c_{ij}^E A_{ij}^E$$
$$+\left(\frac{4e}{w^2(e+w)\left(b_{ij}^W+b_{ij}^P\right)}-\frac{e-w}{w^2(e+w)b_{ij}^P}\right)c_{ij}^W A_{ij}^W$$
$$-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(b_{ij}^E+b_{ij}^P\right)}+\frac{4e}{w^2(e+w)\left(b_{ij}^W+b_{ij}^P\right)}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2b_{ij}^P}\right)c_{ij}^P A_{ij}^P;$$

(III.52)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{b_{ij}}\frac{\partial}{\partial y}\left(c_{ij}A_{ij}\right)\right)=\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(b_{ij}^N+b_{ij}^P\right)}+\frac{n-s}{n^2(n+s)b_{ij}^P}\right)c_{ij}^N A_{ij}^N$$
$$+\left(\frac{4n}{s^2(n+s)\left(b_{ij}^S+b_{ij}^P\right)}-\frac{n-s}{s^2(n+s)b_{ij}^P}\right)c_{ij}^S A_{ij}^S$$
$$-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(b_{ij}^N+b_{ij}^P\right)}+\frac{4n}{s^2(n+s)\left(b_{ij}^S+b_{ij}^P\right)}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2b_{ij}^P}\right)c_{ij}^P A_{ij}^P;$$

(III.53)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{b_{ij}}\frac{\partial}{\partial y}\left(c_{ij}A_{ij}\right)\right)=-\frac{s.(e-w)c_{ij}^N}{e.w.n.(n+s)b_{ij}^P}A_{ij}^N+\frac{n.(e-w)c_{ij}^S}{e.w.s.(n+s)b_{ij}^P}A_{ij}^S-\frac{w.(n-s)c_{ij}^E}{e.n.s.(e+w)b_{ij}^E}A_{ij}^E$$
$$+\frac{e.(n-s)c_{ij}^W}{w.n.s.(e+w)b_{ij}^W}A_{ij}^W+\frac{(e-w).(n-s)c_{ij}^P}{e.w.n.s.b_{ij}^P}A_{ij}^P$$
$$+\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.c_{ij}^{NE}}{e.n.b_{ij}^E}A_{ij}^{NE}-\frac{w.n.c_{ij}^{SE}}{e.s.b_{ij}^E}A_{ij}^{SE}-\frac{e.s.c_{ij}^{NW}}{w.n.b_{ij}^W}A_{ij}^{NW}+\frac{e.n.c_{ij}^{SW}}{w.s.b_{ij}^W}A_{ij}^{SW}\right);$$

(III.54)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{b_{ij}}\frac{\partial}{\partial x}\left(c_{ij}A_{ij}\right)\right)=-\frac{s.(e-w)c_{ij}^N}{e.w.n.(n+s)b_{ij}^N}A_{ij}^N+\frac{n.(e-w)c_{ij}^S}{e.w.s.(n+s)b_{ij}^S}A_{ij}^S-\frac{w.(n-s)c_{ij}^E}{e.n.s.(e+w)b_{ij}^P}A_{ij}^E$$
$$+\frac{e.(n-s)c_{ij}^W}{w.n.s.(e+w)b_{ij}^P}A_{ij}^W+\frac{(e-w).(n-s)c_{ij}^P}{e.w.n.s.b_{ij}^P}A_{ij}^P$$
$$+\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.c_{ij}^{NE}}{e.n.b_{ij}^N}A_{ij}^{NE}-\frac{w.n.c_{ij}^{SE}}{e.s.b_{ij}^S}A_{ij}^{SE}-\frac{e.s.c_{ij}^{NW}}{w.n.b_{ij}^N}A_{ij}^{NW}+\frac{e.n.c_{ij}^{SW}}{w.s.b_{ij}^S}A_{ij}^{SW}\right);$$

(III.55)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{b_{ij}}\frac{\partial}{\partial x}\left(c_{ij}A_{ij}\right)\right)=-\frac{s.(e-w)c_{ij}^{N}}{e.w.n.(n+s)b_{ij}^{N}}A_{ij}^{N}+\frac{n.(e-w)c_{ij}^{S}}{e.w.s.(n+s)b_{ij}^{S}}A_{ij}^{S}-\frac{w.(n-s)c_{ij}^{E}}{e.n.s.(e+w)b_{ij}^{P}}A_{ij}^{E}$$
$$+\frac{e.(n-s)c_{ij}^{W}}{w.n.s.(e+w)b_{ij}^{P}}A_{ij}^{W}+\frac{(e-w).(n-s)c_{ij}^{P}}{e.w.n.s.b_{ij}^{P}}A_{ij}^{P}$$
$$+\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.c_{ij}^{NE}}{e.n.b_{ij}^{N}}A_{ij}^{NE}-\frac{w.n.c_{ij}^{SE}}{e.s.b_{ij}^{S}}A_{ij}^{SE}-\frac{e.s.c_{ij}^{NW}}{w.n.b_{ij}^{N}}A_{ij}^{NW}+\frac{e.n.c_{ij}^{SW}}{w.s.b_{ij}^{S}}A_{ij}^{SW}\right);$$

(III.56)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(b_{ij}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A_{ij}}{c_{ij}}\right)\right)=\left(\frac{w\left(b_{ij}^{E}+b_{ij}^{P}\right)}{e^{2}(e+w)}+\frac{4(e-w)b_{ij}^{P}}{e^{2}(e+w)}\right)\frac{A_{ij}^{E}}{c_{ij}^{E}}+\left(\frac{e\left(b_{ij}^{W}+b_{ij}^{P}\right)}{w^{2}(e+w)}-\frac{4(e-w)b_{ij}^{P}}{w^{2}(e+w)}\right)\frac{A_{ij}^{W}}{c_{ij}^{W}}$$
$$-\left(\frac{w\left(b_{ij}^{E}+b_{ij}^{P}\right)}{e^{2}(e+w)}+\frac{e\left(b_{ij}^{W}+b_{ij}^{P}\right)}{w^{2}(e+w)}-\frac{4(e-w)^{2}b_{ij}^{P}}{e^{2}w^{2}}\right)\frac{A_{ij}^{P}}{c_{ij}^{P}};$$

(III.57)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(b_{ij}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A_{ij}}{c_{ij}}\right)\right)=\left(\frac{s\left(b_{ij}^{N}+b_{ij}^{P}\right)}{n^{2}(n+s)}+\frac{4(n-s)b_{ij}^{P}}{n^{2}(n+s)}\right)\frac{A_{ij}^{N}}{c_{ij}^{N}}+\left(\frac{n\left(b_{ij}^{S}+b_{ij}^{P}\right)}{s^{2}(n+s)}-\frac{4(n-s)b_{ij}^{P}}{s^{2}(n+s)}\right)\frac{A_{ij}^{S}}{c_{ij}^{S}}$$
$$-\left(\frac{s\left(b_{ij}^{N}+b_{ij}^{P}\right)}{n^{2}(n+s)}+\frac{n\left(b_{ij}^{S}+b_{ij}^{P}\right)}{s^{2}(n+s)}-\frac{4(n-s)^{2}b_{ij}^{P}}{n^{2}s^{2}}\right);$$

(III.58)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(b_{ij}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A_{ij}}{c_{ij}}\right)\right)=-\frac{s.(e-w)b_{ij}^{P}}{e.w.n.(n+s)c_{ij}^{N}}A_{ij}^{N}+\frac{n.(e-w)b_{ij}^{P}}{e.w.s.(n+s)c_{ij}^{S}}A_{ij}^{S}-\frac{w.(n-s)b_{ij}^{E}}{e.n.s.(e+w)c_{ij}^{E}}A_{ij}^{E}$$
$$+\frac{e.(n-s)b_{ij}^{W}}{w.n.s.(e+w)c_{ij}^{W}}A_{ij}^{W}+\frac{(e-w).(n-s)b_{ij}^{P}}{e.w.n.s.c_{ij}^{P}}A_{ij}^{P}$$
$$+\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.b_{ij}^{E}}{e.n.c_{ij}^{NE}}A_{ij}^{NE}-\frac{w.n.b_{ij}^{E}}{e.s.c_{ij}^{SE}}A_{ij}^{SE}-\frac{e.s.b_{ij}^{W}}{w.n.c_{ij}^{NW}}A_{ij}^{NW}+\frac{e.n.b_{ij}^{W}}{w.s.c_{ij}^{SW}}A_{ij}^{SW}\right);$$

(III.59)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(b_{ij}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A_{ij}}{c_{ij}}\right)\right)=-\frac{s.(e-w)b_{ij}^{N}}{e.w.n.(n+s)c_{ij}^{N}}A_{ij}^{N}+\frac{n.(e-w)b_{ij}^{S}}{e.w.s.(n+s)c_{ij}^{S}}A_{ij}^{S}-\frac{w.(n-s)b_{ij}^{P}}{e.n.s.(e+w)c_{ij}^{E}}A_{ij}^{E}$$
$$+\frac{e.(n-s)b_{ij}^{P}}{w.n.s.(e+w)c_{ij}^{W}}A_{ij}^{W}+\frac{(e-w).(n-s)b_{ij}^{P}}{e.w.n.s.c_{ij}^{P}}A_{ij}^{P}$$
$$+\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.b_{ij}^{N}}{e.n.c_{ij}^{NE}}A_{ij}^{NE}-\frac{w.n.b_{ij}^{S}}{e.s.c_{ij}^{SE}}A_{ij}^{SE}-\frac{e.s.b_{ij}^{N}}{w.n.c_{ij}^{NW}}A_{ij}^{NW}+\frac{e.n.b_{ij}^{S}}{w.s.c_{ij}^{SW}}A_{ij}^{SW}\right);\quad\text{(III.60)}$$

En insérant ces coefficients dans les opérateurs différentiels a_{xx}, a_{xy}, a_{yx}, a_{yy}, b_{xx}, b_{xy}, b_{yx}, b_{yy} , on obtient les systèmes matricielles :

$$a_{ij}H_{ij}^{P}=\sum_{X=P,W,E,S,N,NE,SE,NW,SW}a_{ij}^{X}H_{ij}^{X};$$
$$b_{ij}E_{ij}^{P}=\sum_{X=P,W,E,S,N,NE,SE,NW,SW}b_{ij}^{X}E_{ij}^{X}.\quad\text{(III.61)}$$

avec i=x,y et j=x,y.

Les opérateurs différentiels a_{ij}^{X} sont listés dans Annexe 1.

III.3. Conditions aux limites transparentes

Lors du calcul d'un mode, le fait d'utiliser une fenêtre de calcul finie impose automatiquement une condition de Dirichlet avec une valeur nulle du champ électrique E et de l'induction magnétique H sur ses bords. Si on utilise les conditions aux limites de Dirichlet, il faut choisir une fenêtre suffisamment grande pour que le champ électromagnétique soit proche de zéro sur les bords de la fenêtre de calcul pour que le résultat soit juste. Il est à noter que dans ce cas, le calcul marche pour des modes guidés avec un profil exponentiel décroissant à l'extérieur du guide, mais pas dans le cas de modes rayonnés ou de modes à fuites. Il est donc nécessaire d'introduire d'autres conditions aux limites.

Les conditions aux limites les plus utilisées en optique intégrée sont les PMLs (Perfectly Matched Layer) introduites par [Berenger]. Elles consistent à introduire une couche artificielle autour de la fenêtre de calcul qui va absorber progressivement l'onde électromagnétique tout en conservant un coefficient de réflexion proche de zéro de manière à préserver le profil du mode guidé inchangé dans la fenêtre de calcul. Il a été montré dans la littérature que l'introduction des PMLs revient à effectuer une dilatation

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

des coordonnées d'espace dans le plan complexe [Johnson], ce qui permet de simuler un milieu semi-infini sans ajouter de pertes supplémentaires liées au milieu artificiel absorbant qui est introduit dans le calcul. En pratique, cette affirmation n'est vraie que lorsque la zone PML est suffisamment grande pour être considérée comme infini et les pertes calculées sont surestimées. Il faut éloigner suffisamment les PMLs du guide pour obtenir des valeurs de pertes proches de zéro, ce qui revient à se placer dans les mêmes conditions de calcul que pour les conditions de Dirichlet. Si les PMLs n'apportent rien dans le cas du calcul d'un mode guidé, elles sont très utiles lorsqu'on effectue un calcul d'une onde qui se propage dans un dispositif pour éviter que la partie rayonnée de l'onde ne se réfléchisse sur les bords de la fenêtre de calcul et qu'elle vienne perturber le calcul pour des valeurs de temps ou cette onde réfléchie interfère avec l'onde qui se propage dans le dispositif comme par exemple dans le cas d'un calcul FDTD (Finite Difference Time Domain).

Nous avons choisi d'utiliser des conditions aux limites transparentes [Hadley92]. Nous faisons l'hypothèse que le champ électromagnétique à l'extérieur de la fenêtre de calcul est de la forme

$$\Phi = \Phi_0 \exp\left(i\mathbf{kr}\right), \tag{III.62}$$

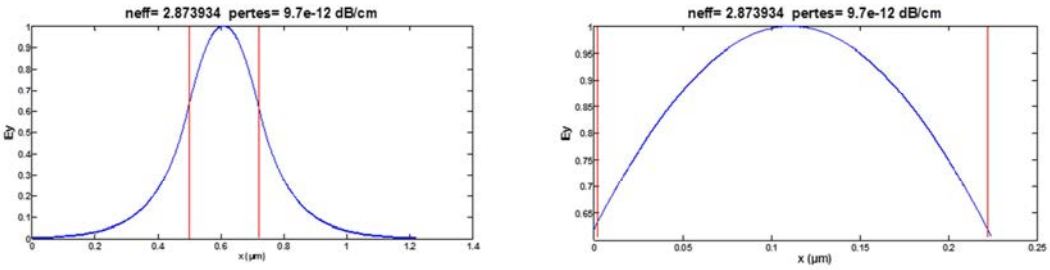
où Φ_0 est la fonction d'onde à la limite de la fenêtre de calcul, **k** est le vecteur d'onde du mode guidé, et **r** est la position du champ considéré.

Il est à noter que cette condition aux limites est exacte dans le cas d'un guide plan. Elle permet d'exprimer les points manquants à l'extérieur de la fenêtre de calcul en fonction des points situés sur ses bords de manière à simuler un milieu semi-infini. Dans le cas d'un guide 2D, cette formulation est approchée, parce que la solution analytique permettant de décrire la propagation de la lumière dans un milieu homogène est donnée par une fonction de Bessel ou de Hankel respectivement dans les cas où le milieu possède un indice de réfraction supérieur ou inférieur à l'indice effectif du mode guidé. L'utilisation de ces fonctions dans le cas de guides rectangulaires et difficile à implémenter parce qu'on perd la symétrie de révolution. Il est à noter que ces fonctions fournissent une solution analytique et rigoureuse dans le cas du calcul des modes qui se propagent dans une fibre optique parfaite.

Lorsqu'on effectue le calcul d'un mode guidé plan en utilisant le schéma aux différences finies, on obtient le même résultat (profil du mode dans la fenêtre de calcul et constante de propagation),dans les deux cas extrêmes où : on prend une fenêtre de calcul suffisamment grande pour que le champ électromagnétique soit considéré comme nul sur les bords de la fenêtre de calcul ou si on réduit la fenêtre de calcul de manière à ne considérer qu'un unique point à l'extérieur du cœur du guide, comme illustré sur la Figure III.2.

Dans le cas d'un calcul 2D, il faut choisir une fenêtre de calcul telle que le champ soit au moins réduit de moitié par rapport à sa valeur maximale.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

Figure III.2 : Calculs du mode fondamentale TE d'un guide plan de silicium (a) en prenant des épaisseurs des milieux adjacents suffisamment grandes pour que le profil du mode soit considéré comme nul sur les bords de la fenêtre de calcul, (b) en prenant uniquement un point de calcul en dehors du guide. Les valeurs des indices effectifs (2,873934) et des amplitudes aux interfaces (0,63) sont identiques pour les deux calculs.

Comme, on ne connait pas la valeur de l'indice effectif du mode guidé, l'implémentation des conditions transparentes est itératif où le calcul de l'indice effectif à l'itération précédente est utilisé pour calculer les conditions aux limites transparentes de l'itération suivante. En pratique, 2 ou 3 itérations suffisent pour converger vers la solution avec une précision supérieure à 10^{-14}.

On assume que le nombre d'onde dans le vide, l'indice effectif, et la permittivité relative au point P(p,q) sont respectivement k_0, n_{eff}, $\varepsilon_r(p,q)$. Les projections des vecteurs d'onde sur les 4 bords (haut, bas, gauche, droite) sont :

$$k_x^{droite}(q) = k_0\sqrt{\left|n_{eff}^2 - \varepsilon_r\left(p_{\max}, q\right)\right|}. \quad \text{(III.63)}$$

$$k_x^{gauche}(q) = k_0\sqrt{\left|n_{eff}^2 - \varepsilon_r\left(1, q\right)\right|}. \quad \text{(III.64)}$$

$$k_y^{bas}(p) = k_0\sqrt{\left|n_{eff}^2 - \varepsilon_r\left(p, 1\right)\right|}. \quad \text{(III.65)}$$

$$k_y^{haut}(p) = k_0\sqrt{\left|n_{eff}^2 - \varepsilon_r\left(p, q_{\max}\right)\right|}. \quad \text{(III.66)}$$

Afin d'obtenir une propagation de l'onde lumineuse dans le milieu semi-infini, il est très important que :

$$\Re(k) > 0. \quad \text{(III.67)}$$

L'implémentation des conditions transparentes sur le bord droit et sur le coin bas droit est explicitée dans ce qui suit. L'implémentation sur les autres régions est similaire.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

- Condition à la limite à droite

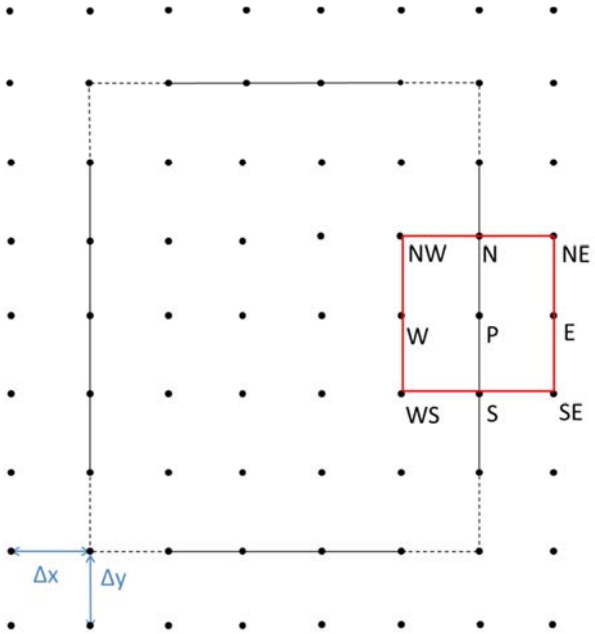


Figure III.3 Illustration schématique des nœuds et d'une maille à considérer dans la condition à la limite droite de la fenêtre de calcul.

Le maillage sur le bord de la fenêtre de calcul est représenté sur la Figure III.3. Le rectangle rouge est une maille à 9 points à considérer à la limite à droite. La largeur de discrétisation au bord de la fenêtre est Δx dans le sens horizontal et Δy dans le sens vertical. On applique la condition aux limites transparentes (voir Eq.(III.62)) dans une maille du schéma aux différences finies à 9 point. On a une condition linéaire entre les couples des points W-E, NW-NE, SW-SE :

$$\frac{\Phi_W}{\Phi_E} = \exp(2ik_x^{droite}(q)\cdot\Delta x); \tag{III.68}$$

$$\frac{\Phi_{NW}}{\Phi_{NE}} = \exp(2ik_x^{droite}(q+1)\cdot\Delta x); \tag{III.69}$$

$$\frac{\Phi_{SW}}{\Phi_{SE}} = \exp(2ik_x^{droite}(q-1)\cdot\Delta x); \tag{III.70}$$

qui est ensuite codée dans les opérateurs différentiels comme :

$$a_W = a_W + a_E exp\left(2ik_x^{droite}(q).\Delta x\right); \tag{III.71}$$

$$a_{NW} = a_{NW} + a_{NE}\exp(2ik_x^{droite}(q+1)\cdot\Delta x); \tag{III.72}$$

$$a_{SW} = a_{SW} + a_{SE}\exp(2ik_x^{droite}(q-1)\cdot\Delta x). \tag{III.73}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

- Condition au coin bas-droite

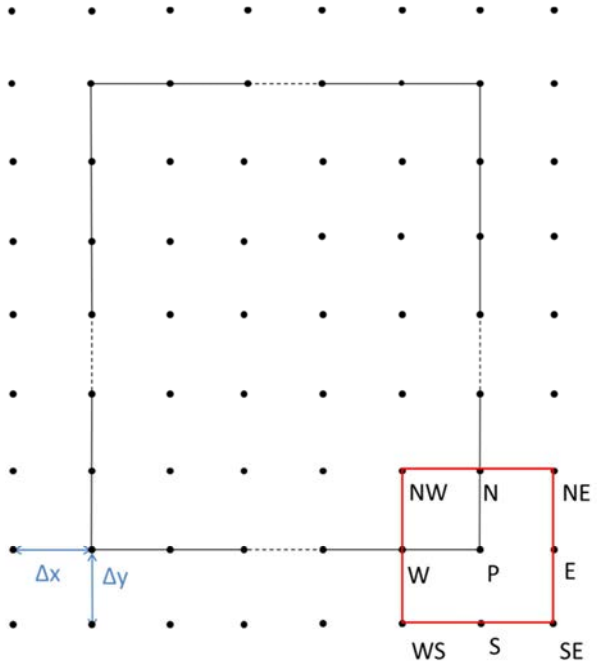


Figure III.4 Illustration schématique des nœuds et d'une maille à considérer dans la condition à la limite au coin bas-droite de la fenêtre de calcul.

On écrit de la même façon, à l'aide de la Figure III.4, la condition aux limites au coin bas-droit dans une maille :

$$\frac{\Phi_W}{\Phi_E} = \exp(2ik_x^{droite}(p_{\max})\cdot\Delta x); \quad \text{(III.74)}$$

$$\frac{\Phi_N}{\Phi_S} = \exp(2ik_y^{droite}(1)\cdot\Delta y); \quad \text{(III.75)}$$

$$\Phi_{NW} = \Phi_{SW}\exp(2ik_y^{droite}(p_{\max}-1)\cdot\Delta y) + \Phi_{NE}\exp(2ik_x^{bas}(2)\cdot\Delta x); \quad \text{(III.76)}$$

qui est ensuite codé dans les operateurs :

$$a_W = a_W + a_E\exp(2ik_y^{droite}(p_{\max})\cdot\Delta y); \quad \text{(III.77)}$$

$$a_N = a_N + a_S\exp(2ik_x^{bas}(1)\cdot\Delta x); \quad \text{(III.78)}$$

$$a_{NW} = a_{NW} + a_{SW}\exp(2ik_y^{droite}(p_{\max}-1)\cdot\Delta y) + a_{NE}\exp(2ik_x^{bas}(2)\cdot\Delta x). \quad \text{(III.79)}$$

On constate que les points manquants du schéma aux différences finies à 9 points sont introduits dans le système matriciel par modification des termes des plus

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

proches voisins, ce qui permet d'obtenir sur la fenêtre de calcul un profil du champ électromagnétique identique à celui du mode guidé. Comme la lumière a la possibilité de s'échapper de la fenêtre de calcul, la constante de propagation obtenue est complexe dans le cas des modes à fuite et des modes rayonnés. La partie imaginaire de la constante de propagation donne les pertes de propagation du mode guidé. Il est à noter que dans le cas du calcul des modes rayonnés, on obtient des modes discrets avec plus ou moins de pertes, au lieu d'un continuum de modes sans pertes. Comparé avec la méthode PML, les conditions aux limites transparentes fournissent des valeurs de pertes de propagation plus précis. Dans le cas d'un guide sans perte, si les PMLs inter-agissent avec le mode guidé, la constante de propagation est imaginaire, ce qui n'est pas le cas du calcul utilisant les conditions transparentes. Dans le cas des modes à fuites des guides SOI, la région PML située dans le substrat de silicium a tendance à attirer le mode est à accroitre les pertes de propagation liées aux fuites vers le substrat. Si l'épaisseur de la couche additionnelle de PML est plus grande que le guide, il est difficile d'obtenir le mode guidé parce que la couche artificielle contient un grand nombre de modes qui masquent la présence du mode que l'on cherche à calculer. L'introduction des PMLs conduit à agrandir la fenêtre de calcul et augmente le temps de calcul. Pour toutes ces raisons, on utilise systématiquement les conditions aux limites transparentes lors de la conception des dispositifs d'optique intégrée.

III.4. Validation du solveur de mode optique

Afin de vérifier l'exactitude des simulations obtenues avec notre outil, une comparaison avec la littérature a été faite dans le cas d'un guide d'onde SOI ruban [Bienstman]. La géométrie et le calcul du mode sont représentés sur la Figure III.5.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

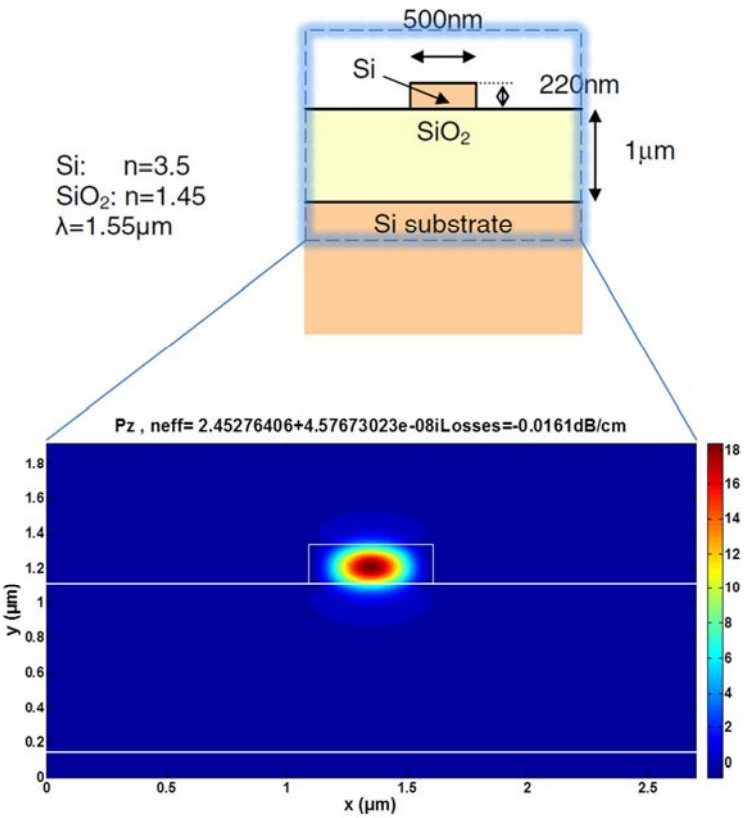


Figure III.5 : Géométrie du guide SOI ruban et profil en puissance du mode optique.

La comparaison avec la plupart des outils numériques utilisés dans la littérature est donnée dans le Tableau III.1.

Méthode [Bienstman]	Re(n_{eff})	Im(n_{eff}) x10^{-8}
Effective index method (R. Costa, A. Melloni)	2,45	2,4
Perturbative approach (L.C. Andreani)	2,35	3,0
BPM code (D. Pinto, S. Obayya)	2,413340	2,7
Finite element code (H. Uranus)	2,4131	2,97
Finite element code (S. Selleri et L. Ros)	2,41233	2,45
Olympios, a commercial finite difference solver (W. Hopman)	2,413	2,9
Fimmwave, a commercial film mode matching solver (R. Costa et A. Melloni)	2,41235	2,688
Film mode matching solver (P. Bienstman)	2,412372	2,9135
Plane wave code (P. Lalanne et J.P. Hugonin)	2,412372	2,91348
Plane wave admittance code by M. Dems	2,4126	2,910
Notre code sans moyennage	**2,4065150**	**3,7175435**
Notre code avec moyennage	**2,4179847**	**6,2135700**

Tableau III.1 : Partie réelle et imaginaire de l'indice effectif du mode quasi-TE du guide rib SOI.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Il est à noter que les valeurs obtenues avec notre code sans faire de moyennage des indices de réfraction aux frontières du guide est proche des valeurs de la littérature. Ce n'est pas le cas pour un calcul exact sans le moyennage des indices de réfraction.

Dans le cas d'un guide anisotrope, nous avons utilisé la structure de [Fallahkhair] comme montré dans la Figure III.6. Le substrat grenat de gadolinium-gallium (GGG) est supposé être isotrope (n_1=1.95), n_{air}=1, et la couche grenat de fer et d'yttrium (YIG) a été décrit par un tenseur de permittivité relative :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} n_2^2 & j\Delta & 0 \\ -j\Delta & n_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_2^2 \end{bmatrix}, \qquad \text{(III.80)}$$

avec n_2 =2,302, et Δ=0,005.

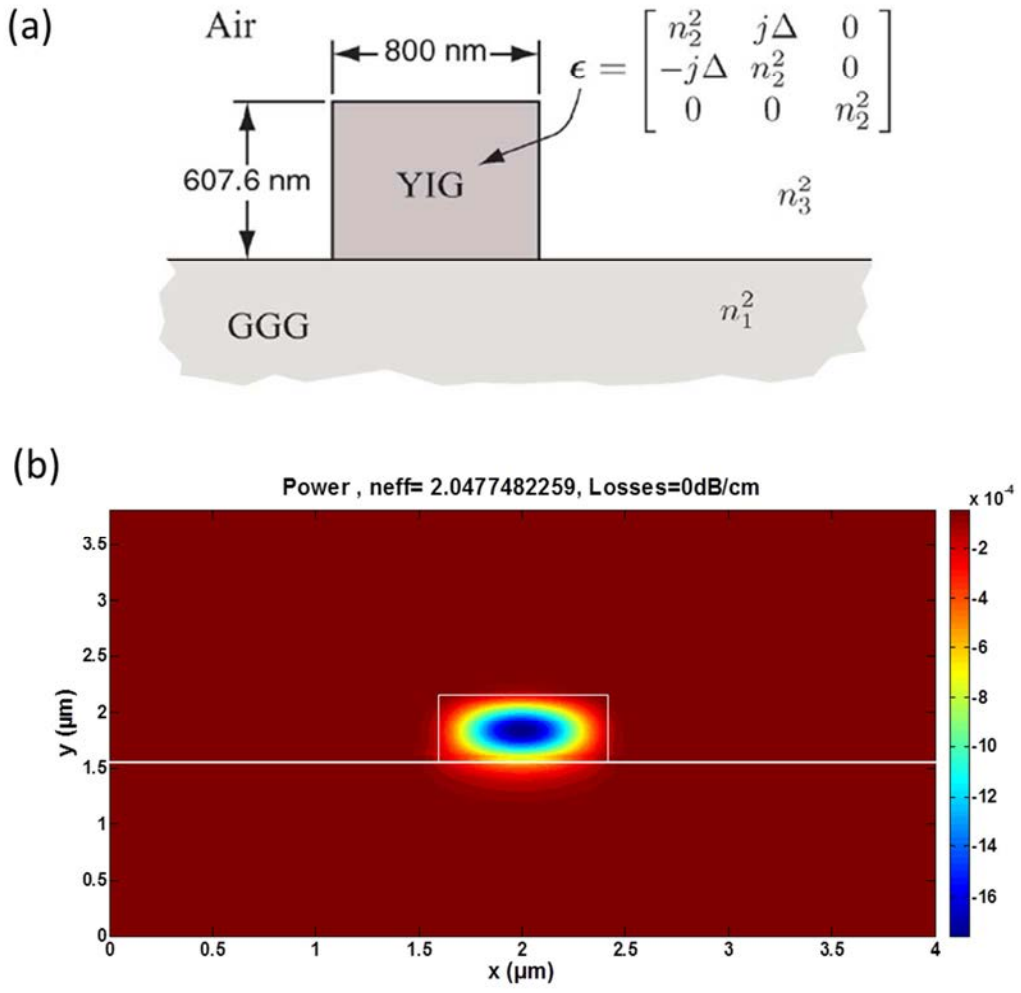


Figure III.6 (a) Géométrie du guide anisotrope, (b) Profil du mode

On obtient une valeur de l'indice de 2,0477482 avec le solveur de mode anisotrope, alors que la valeur de l'article est de 2,0480795.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

III.5. Solveur de Laplace en radiofréquence

Afin de décrire le comportement du modulateur électro-optique $BaTiO_3$, il est nécessaire de connaître le comportement du champ électrique dans la zone active du guide d'onde quand une tension est appliquée entre les deux électrodes du dispositif.

Pour décrire la propagation de l'onde électromagnétique radiofréquence qui se propage dans l'électrode de commande du modulateur, on utilise l'approximation quasi-statique [Larsson].

En régime statique, la répartition du potentielle V dans le dispositif est définie par l'équation de Laplace :

$$\vec{\nabla}\cdot\left([\varepsilon]\vec{\nabla}\cdot V\right)=0. \tag{III.81}$$

Le champ électrostatique dérive du potentiel électrique appliqué aux électrodes :

$$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}V. \tag{III.82}$$

Dans le cas de 2D, on obtient l'équation suivante à résoudre :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}\frac{\partial}{\partial x}V+\varepsilon_{xy}\frac{\partial}{\partial y}V\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}\frac{\partial}{\partial x}V+\varepsilon_{yy}\frac{\partial}{\partial y}V\right)=0. \tag{III.83}$$

La résolution de cette équation est réalisée avec l'aide de la discrétisation différences finies, comme représentée dans la deuxième section.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}\frac{\partial}{\partial x}(V_i)\right)=\left(\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{E}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{e(e+w)}\right)V_i^{E}+\left(\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{W}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{w(e+w)}\right)V_i^{W}+\left(-\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{E}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{e(e+w)}-\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{W}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{w(e+w)}\right)V_i^{P}; \tag{III.84}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yy}\frac{\partial}{\partial y}(V_i)\right)=\left(\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{N}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{n(n+s)}\right)V_i^{N}+\left(\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{S}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{s(n+s)}\right)V_i^{S}+\left(-\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{N}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{n(n+s)}-\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{S}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{s(n+s)}\right)V_i^{P}; \tag{III.85}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xy}\frac{\partial}{\partial y}(V_i)\right)=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\varepsilon_{xy}^{E}V_i^{NE}-\varepsilon_{xy}^{E}V_i^{SE}-\varepsilon_{xy}^{W}V_i^{NW}+\varepsilon_{xy}^{W}V_i^{SW}\right); \tag{III.86}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yx}\frac{\partial}{\partial x}(V_i)\right)=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\varepsilon_{yx}^{N}V_i^{NE}-\varepsilon_{yx}^{S}V_i^{SE}-\varepsilon_{yx}^{N}V_i^{NW}+\varepsilon_{yx}^{S}V_i^{SW}\right). \tag{III.87}$$

Ces 4 Eq. (III.84)(III.85)(III.86)(III.87) sont introduites dans l'Eq. (III.83) pour obtenir l'équation discrétisée :

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{E}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{e(e+w)}\right)V_i^{E}+\left(\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{W}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{w(e+w)}\right)V_i^{W}+\left(\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{N}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{n(n+s)}\right)V_i^{N}\\&-\left(\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{E}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{e(e+w)}+\frac{\left(\varepsilon_{xx}^{W}+\varepsilon_{xx}^{P}\right)}{w(e+w)}+\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{N}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{n(n+s)}+\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{S}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{s(n+s)}\right)V_i^{P}\\&+\left(\frac{\left(\varepsilon_{yy}^{S}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{s(n+s)}\right)V_i^{S}\frac{1}{(e+w)(n+s)}\begin{pmatrix}\left(\varepsilon_{xy}^{E}+\varepsilon_{yx}^{N}\right)V_i^{NE}-\left(\varepsilon_{xy}^{E}+\varepsilon_{yx}^{S}\right)V_i^{SE}\\-\left(\varepsilon_{xy}^{W}+\varepsilon_{yx}^{N}\right)V_i^{NW}+\left(\varepsilon_{xy}^{W}+\varepsilon_{yx}^{S}\right)V_i^{SW}\end{pmatrix}=0.\end{aligned} \tag{III.88}$$

Cette équation est écrite sous forme d'un système linéaire :

$$\sum_{X=P,N,S,W,E,NW,NE,SW,SE}a_xV_X=0, \tag{III.89}$$

où

$$\begin{aligned}a_P=&-\left(\frac{w\left(\varepsilon_{yy}^{E}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{e^2(e+w)}+\frac{e\left(\varepsilon_{yy}^{W}+\varepsilon_{yy}^{P}\right)}{w^2(e+w)}-\frac{(e-w)^2\varepsilon_{yy}^{P}}{e^2w^2}\right)-\left(\frac{s\left(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}{n^2(n+s)}+\frac{n\left(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}{s^2(n+s)}-\frac{(n-s)^2\varepsilon_{zz}^{P}}{n^2s^2}\right)\\&+\frac{\left(e^2-w^2\right)\left(n^2-s^2\right)\left(\varepsilon_{yz}^{P}+\varepsilon_{zy}^{P}\right)}{(e+w)(n+s)ewns};\end{aligned} \tag{III.90}$$

$$a_E=\left(\frac{w\varepsilon_{yy}^{E}+e\varepsilon_{yy}^{P}}{e^2(e+w)}\right)+\frac{w\left(n^2-s^2\right)\left(\varepsilon_{yz}^{E}+\varepsilon_{zy}^{P}\right)}{ens}; \tag{III.91}$$

$$a_W=\frac{e\varepsilon_{yy}^{W}+w\varepsilon_{yy}^{P}}{w^2(e+w)}-\frac{e\left(n^2-s^2\right)\left(\varepsilon_{yz}^{W}+\varepsilon_{zy}^{P}\right)}{wns}; \tag{III.92}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_N = \left(\frac{s\varepsilon_{zz}^N + n\varepsilon_{zz}^P}{n^2(n+s)} \right) + \frac{s\left(e^2 - w^2\right)\left(\varepsilon_{yz}^P + \varepsilon_{zy}^N\right)}{ewn}; \tag{III.93}$$

$$a_s = \left(\frac{n\varepsilon_{zz}^S + s\varepsilon_{zz}^P}{s^2(n+s)} \right) - \frac{n\left(e^2 - w^2\right)\left(\varepsilon_{yz}^P + \varepsilon_{zy}^S\right)}{ews}; \tag{III.94}$$

$$a_{NE} = \frac{ws}{en} \frac{\varepsilon_{yz}^E + \varepsilon_{zy}^N}{(e+w)(n+s)}; \tag{III.95}$$

$$a_{SE} = -\frac{wn}{es} \frac{\varepsilon_{yz}^E + \varepsilon_{zy}^S}{(e+w)(n+s)}; \tag{III.96}$$

$$a_{NW} = -\frac{es}{wn} \frac{\varepsilon_{yz}^W + \varepsilon_{zy}^N}{(e+w)(n+s)}; \tag{III.97}$$

$$a_{SW} = \frac{en}{ws} \frac{\varepsilon_{yz}^W + \varepsilon_{zy}^N}{(e+w)(n+s)}. \tag{III.98}$$

Comme le potentiel électrique ne varie pas à la surface du contact métallique, les conditions aux limites dans ces zones imposent une valeur constante, qui correspond à la tension appliquée aux électrodes V_c. Le système linéaire à résoudre est alors

$$[A](V) = (X), \tag{III.99}$$

où X est un vecteur ayant une valeur constante.

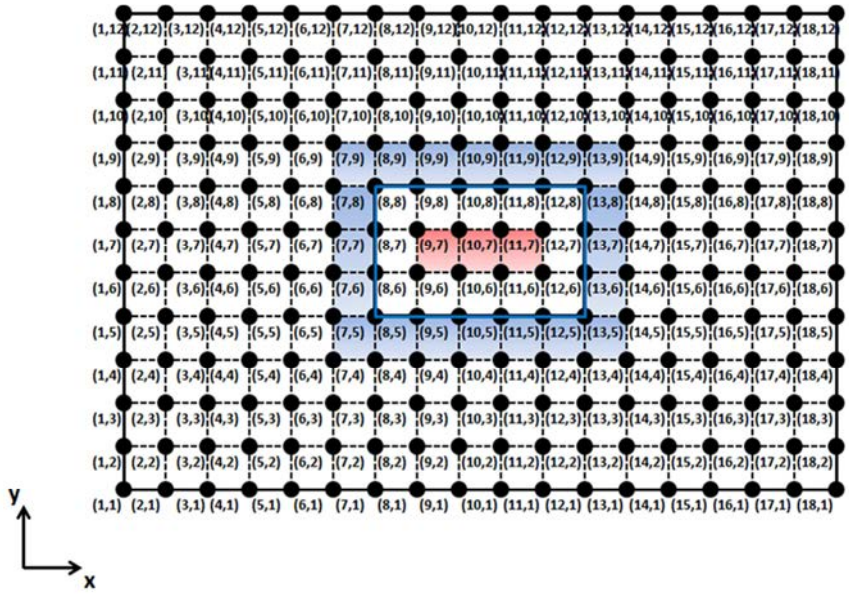


Figure III.7 Grille de maillage d'un contact métallique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

La Figure III.7 illustre la méthode utilisée pour la détermination du vecteur X. La fenêtre de calcul est composée d'une grille de maillage de n×m points où n = 18 et m = 12. Le contact métallique correspond à la zone en rectangle encadrée par la ligne bleue. Ses quatre coins ont ses coordonnés respectivement (i_1, j_1), (i_1, j_2), (i_2, j_1) et (i_2, j_2) où $i_1 = 7$, $i_2 = 12$, $j_1 = 5$, $j_2 = 8$.

On suppose que la tension appliquée à ce contact métallique est égale à V_c. Les points dans la zone rouge ont leurs plus proches voisins au potentiel V_c et ne sont pas considérés dans le calcul. Les points situés dans la zone bleue claire possèdent une partie de leurs plus proches voisins au potentiel connu V_c. L'Eq. (III.88) est modifiée de manière à ce que les termes connus soient permutés dans la partie gauche de l'équation qui n'est plus nulle dans ce cas. Les modifications de l'Eq. (III.88) sont explicitées dans ce qui suit :

- au point (i_1-1, j_1-1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_S V_i^S a_{SE} V_i^{SE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -a_{NE} V_C; \quad \text{(III.100)}$$

- au point (i_2+1, j_1-1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_S V_i^S a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{WS} V_i^{WS} = -a_{NW} V_C; \quad \text{(III.101)}$$

- au point (i_1-1, j_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_S V_i^S + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -a_{SE} V_C; \quad \text{(III.102)}$$

- au point (i_2+1, j_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} = -a_{WS} V_C; \quad \text{(III.103)}$$

- au point (i_1, j_1-1) :

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NE} + a_N) V_C; \quad \text{(III.104)}$$

- au point (i_2, j_1-1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NW} + a_N) V_C; \quad \text{(III.105)}$$

- au point (i_1, j_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{SE} + a_S) V_C; \quad \text{(III.106)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

- au point (i_2, j_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} = -(a_{WS} + a_S) V_C; \quad \text{(III.107)}$$

- au point (i_1-1, j_1) :

$$a_E V_i^E + a_N V_i^N + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{NE} V_i^{NE} = -(a_{WS} + a_W) V_C; \quad \text{(III.108)}$$

- au point (i_1-1, j_2):

$$a_E V_i^E + a_N V_i^N + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NW} + a_W) V_C; \quad \text{(III.109)}$$

- au point (i_1+1, j_1):

$$a_S V_i^S + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{SE} + a_E) V_C; \quad \text{(III.110)}$$

- au point (i_2-1, j_2):

$$a_S V_i^S + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_{SE} V_i^{SE} + a_{WS} V_i^{WS} + a_{NW} V_i^{NW} = -(a_{NE} + a_E) V_C; \quad \text{(III.111)}$$

- aux points entre (i_1+1, j_1-1) et (i_2-1, j_1-1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NE} + a_N + a_{NW}) V_C; \quad \text{(III.112)}$$

- aux points entre (i_1-1, j_1+1) et (i_1-1, j_2-1):

$$a_E V_i^E + a_N V_i^N + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} = -(a_{NW} + a_W + a_{WS}) V_C; \quad \text{(III.113)}$$

- aux points entre (i_2+1, j_1+1) et (j_2-1,i_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_N V_i^N + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{SE} + a_S + a_{NE}) V_C; \quad \text{(III.114)}$$

- aux points entre (i_1+1, j_2+1) et (i_2-1, j_2+1):

$$a_E V_i^E + a_W V_i^W + a_P V_i^P + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NW} + a_N + a_{NE}) V_C; \quad \text{(III.115)}$$

- au point (i_1, j_1):

$$a_W V_i^W + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NE} + a_E + a_N + a_P) V_C; \quad \text{(III.116)}$$

- au point (i_2, j_1):

$$a_E V_i^E + a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NW} + a_W + a_N + a_P) V_C; \quad \text{(III.117)}$$

- au point (i_1, j_2):

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_W V_i^W + a_N V_i^N + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{SE} + a_E + a_S + a_P) V_C; \quad \text{(III.118)}$$

- au point (i_2, j_2):

$$a_E V_i^E + a_N V_i^N + a_{SE} V_i^{SE} + a_{NE} V_i^{NE} + a_{NW} V_i^{NW} = -(a_{WS} + a_W + a_S + a_P) V_C; \quad \text{(III.119)}$$

- aux points entre (i_1+1, j_1) et (i_2-1, j_1):

$$a_S V_i^S + a_{SE} V_i^{SE} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NE} + a_N + a_{NW} + a_P + a_W + a_E) V_C; \quad \text{(III.120)}$$

- aux points entre (i_1, j_1+1,) et (i_1, j_2-1):

$$a_W V_i^W + a_{NW} V_i^{NW} + a_{WS} V_i^{WS} = -(a_{NE} + a_S + a_{SE} + a_P + a_N + a_E) V_C; \quad \text{(III.121)}$$

- aux points entre (i_2, j_1+1) et (i_2, j_2-1):

$$a_E V_i^E + a_{NE} V_i^{NE} + a_{SE} V_i^{SE} = -(a_{NW} + a_S + a_{WS} + a_P + a_W + a_N) V_C; \quad \text{(III.122)}$$

- aux points entre (i_1+1, j_2) et (i_2-1, j_2):

$$a_N V_i^N + a_{NW} V_i^{NW} + a_{NE} V_i^{NE} = -(a_{WS} + a_S + a_{SE} + a_P + a_W + a_E) V_C. \quad \text{(III.123)}$$

La solution du système d'équations linéaires peut également être obtenue en utilisant plusieurs procédés itératifs tels que Jacobi, Gauss-Seidel, ainsi que sur la méthode de relaxation successive (SOR) [Mathews][Shoup]. Comme la valeur du potentiel est connue dans la partie intérieure des contacts métalliques, les nœuds correspondants peuvent être déplacés vers la partie gauche du système linéaire. De cette manière, le problème se réduit à l'inversion de la matrice creuse avec un temps de calcul réduit à quelques secondes alors que le temps de calcul est de plusieurs heures pour la méthode SOR [Rosloniec]. Les conditions aux limites transparentes sont également utilisées dans le but de réduire la taille de la fenêtre de calcul.

III.6. Conception du modulateur $BaTiO_3$

Dans cette section, nous utilisons le cadre théorique décrit précédemment pour modéliser et simuler le mode optique et la réponse électro-optique liée à l'application d'un champ électrique radiofréquence (RF) dans une configuration guide d'onde de type slot. A partir de ces simulations, nous concevons et optimisons cette configuration hybride Si-BTO dans un modulateur Mach-Zehnder qui exploite pleinement le coefficient Pockels très élevé du BTO.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

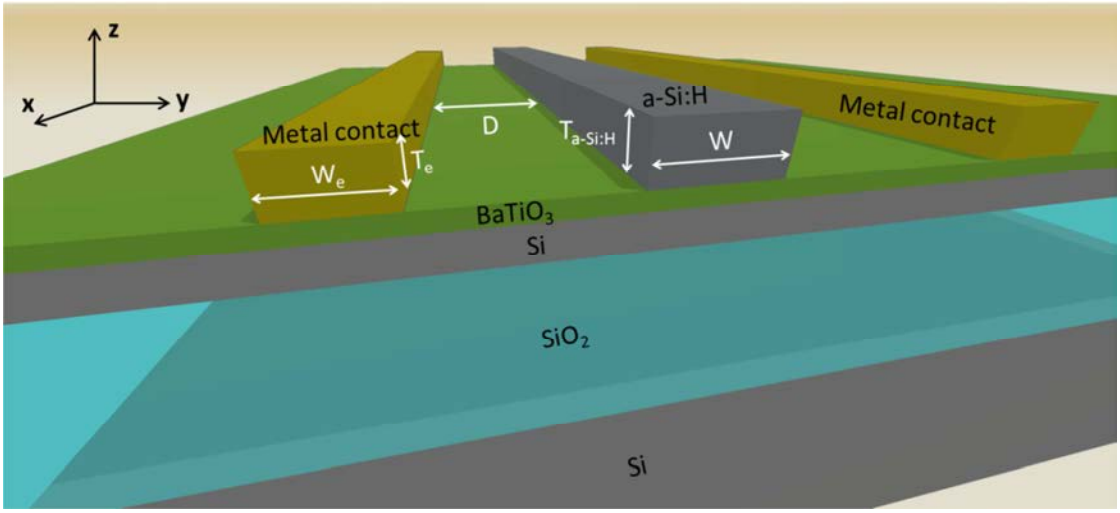


Figure III.8 Section transversale de la zone active d'un modulateur de Mach-Zehnder électro-optique basé sur un guide d'onde slot BTO sur un substrat SOI standard.

La structure du guide d'onde est présentée sur la Figure III.8. Le dispositif est réalisé sur un substrat SOI standard avec 2 µm de SiO_2 et une couche supérieure de silicium de 220 nm d'épaisseur. Un film de BTO cristallin est déposé au-dessus du substrat SOI. Comme expliqué dans le Chapitre II, son épaisseur est de 20 nm de façon à avoir une couche de BTO monocristalline orientée purement selon l'axe c [Abel13b].

Du fait que l'indice de réfraction du BTO (n_{BTO} ~ 2,3) est inférieur à celui du Si (n_{Si} ~ 3,5), on utilise une configuration à fente (SLOT) [Almeida] pour confiner la lumière dans la couche active de BTO. Une couche de silicium amorphe (a-Si) est ainsi déposée au-dessus de la couche BTO pour augmenter le confinement optique dans la partie active du modulateur. Comme les recettes de gravure du matériau BTO ne sont pas bien établies dans la littérature, le confinement latéral du mode guidé est réalisé uniquement en gravant la couche a-Si. Dans cette géométrie de guide d'onde slot en arête, le faisceau optique se propage le long de l'axe x et le champ électrique est appliqué le long de l'axe y.

Pour concevoir ce modulateur, nous devons optimiser plusieurs paramètres tels que le confinement optique dans la zone active, les pertes de propagation, le recouvrement électro-optique et les électrodes pour adapter les indices effectifs du mode optique et RF. Les paramètres géométriques du modulateur à ajuster sont indiqués en blanc : la largeur W et l'épaisseur $T_{a\text{-}Si:H}$ du guide d'onde en silicium amorphe hydrogéné a:Si-H, la taille des deux contacts électriques (largeur W_e et épaisseur T_e) ainsi que l'espacement D entre le guide d'onde a:Si-H et l'électrode (voir Figure III.8).

Les indices de réfraction des différents matériaux utilisés pour la modélisation optique et celle en radiofréquence sont énumérés au Tableau II.2 et Tableau II.3. La longueur d'onde optique λ est fixée à 1,55 µm (longueur d'onde de télécommunication standard), et la fréquence en radiofréquence est de 10 GHz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans ce qui suit, nous avons séparé le travail de conception en deux sections : Conception optique et Conception en radiofréquence.

III.6.1. Conception optique

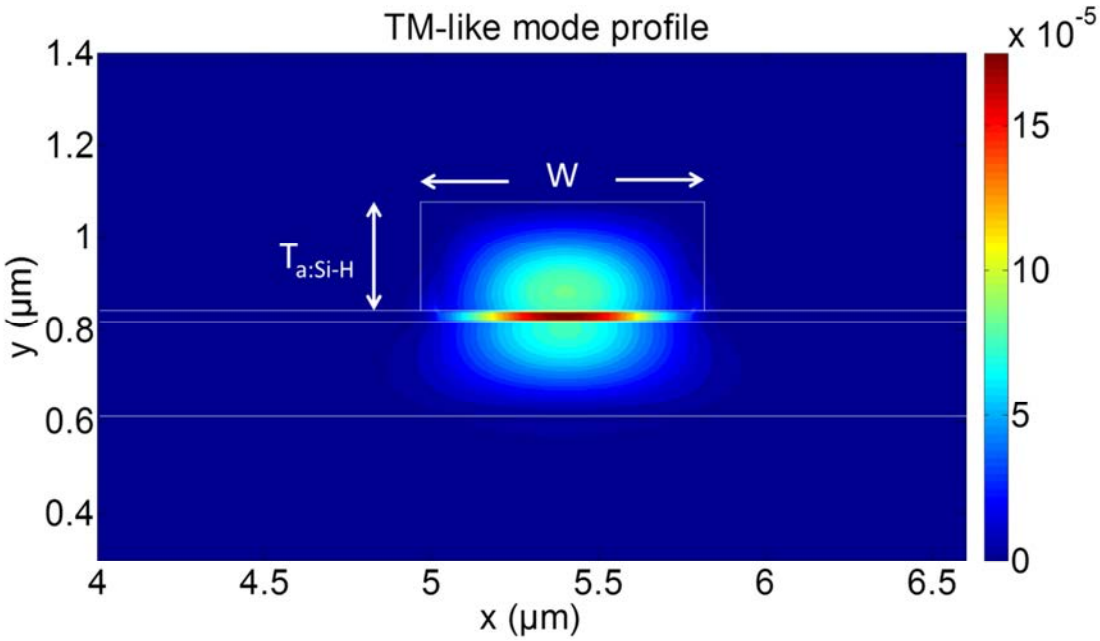


Figure III.9 Profil du mode Quasi-TM dans le guide slot sans électrode

La cartographie du mode quasi-TM qui se propage dans le guide d'onde slot est représentée sur la Figure III-9. Elle montre que le mode est bien confiné à l'intérieur de la couche de BTO sous le ruban supérieur de a-Si:H. Un comportement monomodal est obtenu par rejection des modes d'ordres supérieurs dû à l'effet de fuite latérale dans la couche planaire de silicium inférieure [Pogossian] [Powell].

III.6.1.1. Confinement du modèle optique

Le confinement optique Γ est sans doute un indicateur clé dans toutes les conceptions de guide d'onde. Il est défini comme la fraction de la puissance optique contenue dans la couche d'intérêt normalisée par la puissance totale du mode guidé. Dans notre configuration, la couche de $BaTiO_3$ est définie comme la couche active pour l'effet électro-optique. Γ est ainsi définie comme étant la fraction de la puissance dans la couche de $BaTiO_3$ normalisée par la puissance totale du mode.

$$\Gamma = \frac{\int_{BTO} \mathrm{Re}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)dS}{\int_{\mathrm{total}} \mathrm{Re}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)dS}, \qquad \text{(III.124)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

où **E** et **H** sont respectivement le champ électrique et l'induction magnétique du mode qui se propage dans le guide d'onde.

Comme nous étudions la section transversale perpendiculaire à la direction de propagation x, autrement dit à 2 dimensions, seules les composantes E_y, E_z, H_y, H_z sont à considérer. Ils sont calculés précisément à l'aide du solveur de mode anisotrope décrit précédemment.

L'évolution du facteur de confinement optique Γ en fonction de la largeur W et de l'épaisseur $T_{a:Si-H}$ du guide d'onde a-Si:H est reportée sur la Figure III-10. La valeur maximale du facteur de confinement Γ_{max} = 12,16% est obtenue pour W = 0,76 µm et $T_{a-Si:H}$ = 0,25 µm, indiquée par une étoile jaune sur la Figure. Il est intéressant de trouver que ce maximum du Γ n'apparait pas à $T_{a-Si:H}$=0.22 µm, l'épaisseur de la couche Si du substrat SOI. Cela peut être expliqué par le fait que le guide d'onde slot Si-BTO-Si n'est pas symétrique dans le sens vertical.

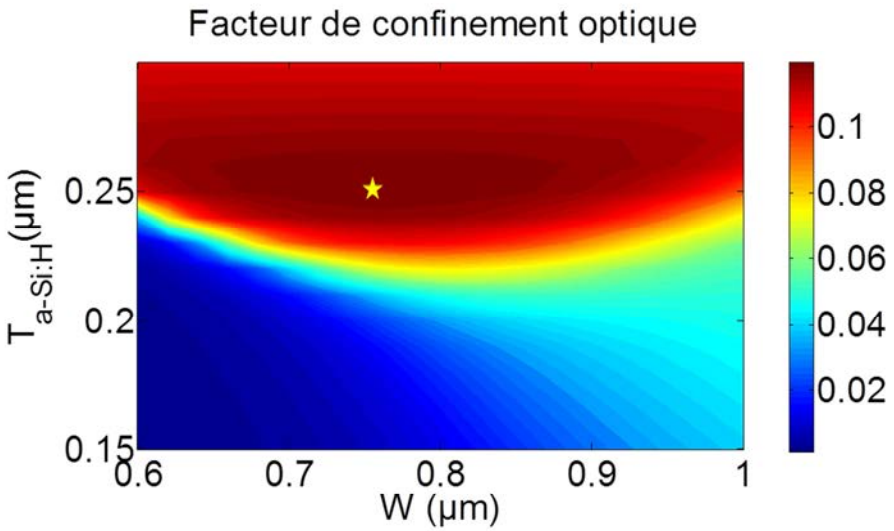


Figure III.10 Facteur de confinement optique Γ par rapport à W et $T_{a-Si:H}$.

III.6.1.2. Pertes optiques

Les pertes optiques sont un autre indicateur important dans la conception du guide d'onde. Elles dépendent de plusieurs facteurs : la géométrie du guide d'onde, les matériaux utilisés, l'effet d'absorption du métal, etc… Ici, on commence par le cas le plus simple, on suppose que le seul degré de liberté est la géométrie du guide d'onde. Pour cela, on étudie l'évolution des pertes de propagation du guide slot en arête sans les électrodes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Théoriquement, elles correspondent au coefficient α qui est lié à la partie imaginaire de l'indice effectif calculé.

$$\alpha = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Im(n), \tag{III.125}$$

où λ est la longueur d'onde optique de propagation.

Pour exprimer les pertes optiques en unité $dB \cdot cm^{-1}$, on doit avoir :

$$\alpha(dB \cdot cm^{-1}) = \frac{4\pi \cdot Im(n)}{\lambda \cdot ln10} \cdot 10^5. \tag{III.126}$$

L'évolution des pertes de propagation du mode fondamentale quasi-TM en fonction de W et $T_{a\text{-}Si:H}$ est représentée sur la Figure III.11.

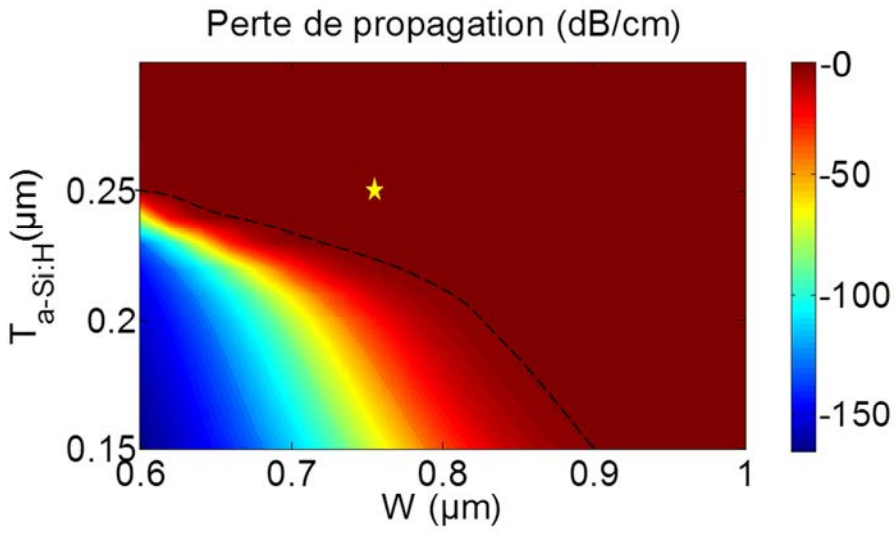


Figure III.11 Pertes de propagation α en fonction de W et $T_{a\text{-}Si:H}$.

La limite à 1 dB/cm entre les zones de faibles et fortes pertes de propagation est représentée par une ligne en pointillée. Les pertes optiques sont extrêmement faibles dans la zone rouge. Une valeur de $7{,}41\times10^{-6}$ dB/cm est obtenue pour le point correspondant au maximum du facteur de confinement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

III.6.1.3. Indice effectif du guide

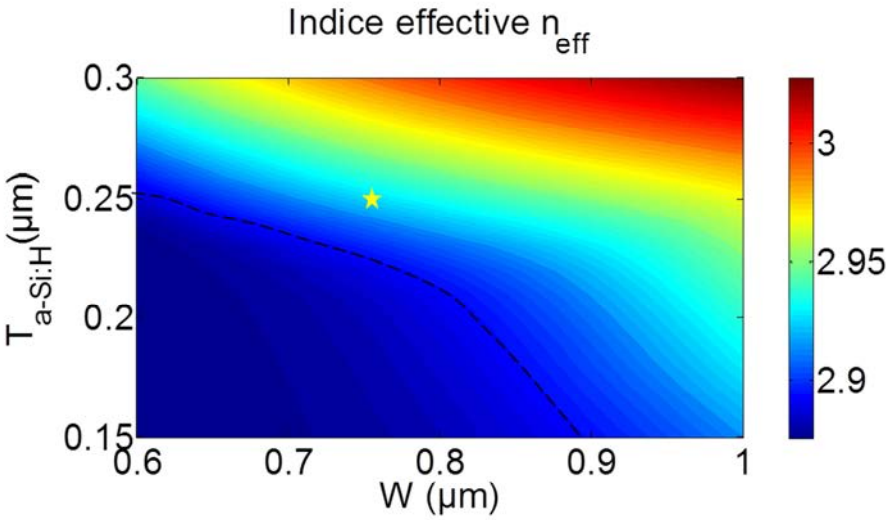


Figure III.12 Evolution de l'indice effectif n_{eff} en fonction de W et $T_{a\text{-}Si:H}$.

L'évolution de l'indice effectif du mode guidé fondamental quasi-TM en fonction de W et $T_{a\text{-}Si:H}$ est représentée dans la Figure III.12. La valeur n_{eff} à l'étoile jaune est de 2.9121. On peut remarquer que, quand on compare à la Figure III.9 et III.10 à l'aide de la ligne pointillée, les pertes de propagation sont proches de zéro lorsque l'indice effectif devient supérieur à 2,8845. Cette valeur correspond à l'indice effectif du mode TE fondamental du guide plan formé par la couche de silicium superficielle du matériau SOI. Lorsque l'indice effectif du mode slot quasi-TM devient supérieur à l'indice effectif du mode TE du guide plan latéral de silicium, les fuites latérales liées au couplage de la composante mineure E_y du mode slot disparaissent et le mode est mieux confiné sous le ruban de a-Si:H. Même si la largeur du guide autorise la propagation de modes d'ordre supérieur en polarisation TM. Leurs indices effectifs étant inférieurs à 2,8845, ces modes ne pourront pas se propager sur une longue distance. Il y a une réjection des modes supérieures par un phénomène de fuite latérale, ce qui rend la structure monomode. Ce phénomène de fuite latéral a été utilisé dans la littérature pour obtenir des guides en arête de silicium d'épaisseur et de largeur supérieures à 3 µm [Pogossian] [Powell] et des guides silicium à confinement par un ruban de nitrure monomodes [Orobtchouk].

III.6.1.4. Pertes de propagation des contacts métalliques

Pour diminuer les pertes de propagation causées par la proximité des contacts [Scott], des électrodes transparentes en Indium Tin Oxide (ITO) sont utilisées plutôt qu'en métal. L'évolution des pertes de propagation en fonction de la distance D entre

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

l'électrode et le guide d'onde a-Si:H est reportée sur la Figure III.13. Elles décroissent rapidement avec D parce que le mode optique interagit moins avec l'électrode. On constate que les pertes de propagations augmentent avec la largeur W_e de l'électrode. Cependant, les pertes sont inférieures à 1,0 dB /cm pour un espacement D supérieur à 0,3 µm, ce qui correspond à un espacement entre 2 électrodes de 1,36 µm.

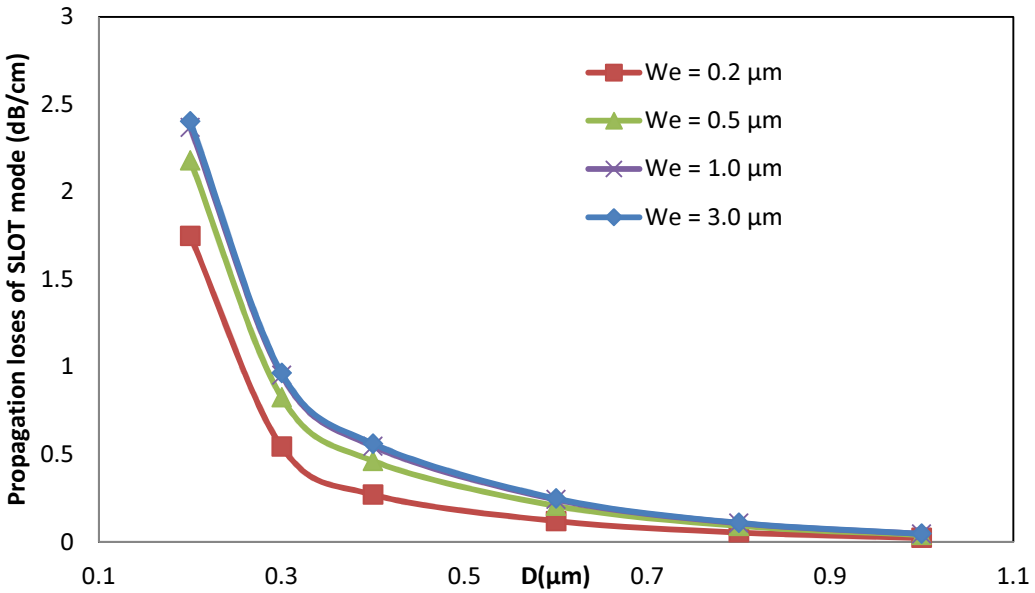


Figure III.13 Evolution des pertes de propagation en fonction du gap D, respectivement pour des largeurs des électrodes de 0,2 µm, 0,5µm, 1,0 µm, 3,0 µm.

Les calculs ont également montré que la hauteur des électrodes n'a pas d'influence sur les pertes de propagation. Ces résultats sont importants parce qu'ils permettent de réserver les paramètres géométriques des électrodes pour l'optimisation du composant du point de vue RF et électro-optique.

III.6.2. Conception radiofréquence

Les valeurs des indices de réfraction utilisées pour chaque matériau dans la gamme RF à 10 GHz sont énumérées dans le tableau III.2. A l'aide du solveur de Laplace RF, on cherche à déterminer l'épaisseur (T_e) et la largeur (W_e) des CoPlanar Wave Electrodes (CPW), afin d'une part d'obtenir un indice effectif du mode RF identique à celui du mode optique, et d'autre part de maximiser le recouvrement entre le champ optique et le champ RF, de manière obtenir la bande passante de modulation (BW) la plus grande possible et la tension de modulation V_π la plus faible possible.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

III.6.2.1. Champ radiofréquence

La première étape dans la modélisation électrostatique est d'étudier le champ électrique dans le modèle. Le champ électrique, réalisé par deux contacts électrique type CPW, a deux composants E_y^e et E_z^e. Ses cartographies sont présentées dans la Figure III.14. La tension électrique appliquée entre les électrodes est de 20 V et l'espacement entre les deux électrodes G = We + 2 D est de 1,36 µm avec D = 0,3 µm. Une tension de polarisation de 20 V est appliquée entre les électrodes droite et gauche. Le zoom de la partie encadrée en rouge représente la variation du champ électrique dans le guide d'ondes slot où le mode optique est confiné. Nous vérifions donc ici que cette géométrie coplanaire pour les électrodes permet bien d'obtenir un champ électrique orienté Y dans la zone active de BTO, afin de profiter du grand coefficient EO r_{42} du BTO pour une orientation c-axiale, comme décrit dans le Chapitre II.

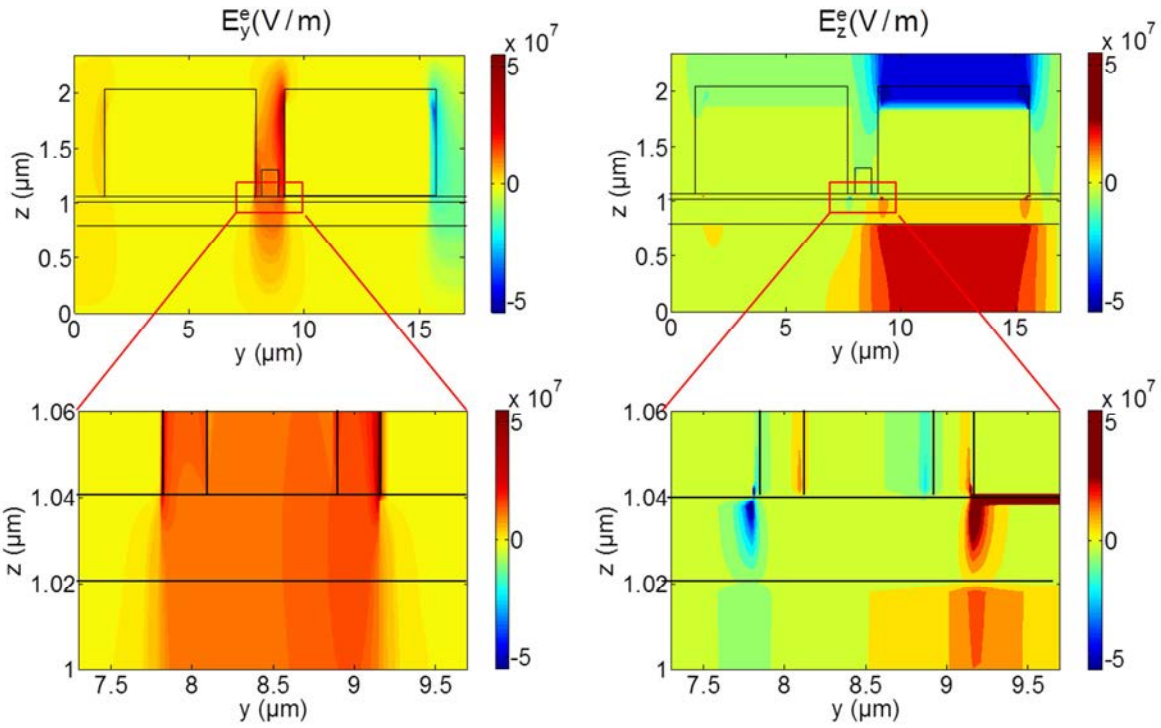


Figure III.14 Cartographie du champ électrique pour 20 V appliquée sur les électrodes et un espacement entre les deux électrodes G de 1,36 µm avec D = 0,3 µm.

III.6.2.2. Calcul de l'indice effectif du mode radiofréquence et de la bande passante du modulateur

Dans un modèle RF, les paramètres principaux sont l'indice effectif à la fréquence micro-ondes n_m, l'impédance caractéristique Z_c, et les pertes de conducteur α. Ces paramètres sont tous calculés à partir de la détermination du potentiel électrique obtenu à l'aide du solveur de Laplace.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Avec la valeur de potentiel V, la charge totale Q à la surface de l'électrode par unité de longueur x est obtenue en appliquant le théorème de Gauss sur la périphérie de l'électrode C_a [Rosloniec].

$$Q = \oint_{C_a} \varepsilon_n \frac{\partial V}{\partial \vec{n}} dl, \tag{III.127}$$

où $\vec{n}$ est la normale du contour fermé d'intégration, ε_n est la permittivité diélectrique de la couche mince le long de la direction à $\vec{n}$, dl est la longueur élémentaire sur le contour fermé.

La capacité de l'électrode C est obtenue par :

$$C = \frac{Q}{V_a}, \tag{III.128}$$

où V_a est la tension appliquée sur l'électrode. La deuxième électrode étant au potentiel 0.

En remplaçant les matériaux diélectriques par le vide, la capacité C_0 dans le vide peut être calculée. Finalement, à partir de ces paramètres, l'indice effectif de micro-ondes n_m est donné par la relation :

$$n_m = \sqrt{\frac{C}{C_0}}. \tag{III.129}$$

Pour un modulateur à onde progressive, lorsque l'indice effectif RF est différent du mode optique, la bande passante à 3 dB est déterminée approximativement par [Minakata] :

$$\Delta f \approx \frac{2c}{\pi \left| n_o - n_m \right| L}, \tag{III.130}$$

où n_o est l'indice effectif du mode optique.

n_o et n_m doivent être égaux pour obtenir une bande passante infinie. En pratique, on sera limité par le temps de réponse du matériau actif qui est supérieur à 300 GHz ou les pertes du conducteur.

Afin d'avoir la bande passante de modulation maximale, la condition d'accord des indices effectifs doit être satisfaite. En d'autres termes, l'indice effectif RF doit être égal à 2,9121.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

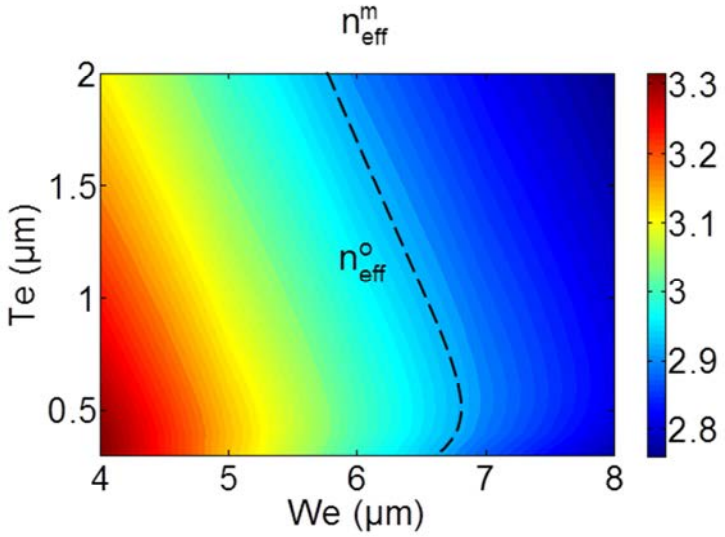


Figure III.15 Evolution de l'indice effectif RF en fonction de l'épaisseur We et de la hauteur Te des deux électrodes.

L'évolution de l'indice effectif n_{eff}^{m} RF à 10 GHz en fonction de l'épaisseur T_e et de la largeur W_e des électrodes est présentée dans la Figure III.15 pour les paramètres optiques optimisés (W = 0,76 µm et D = 0,3 µm). La ligne en pointillée représente la condition d'accord des indices effectifs $n_{eff}^{o} = n_{eff}^{m} = 2,9121$.

III.6.2.3. Intégrale de recouvrement des champs Γeo

L'interaction entre le mode optique et le champ électrique appliqué peut être caractérisée par l'intégrale de recouvrement électro-optique [Minakata] :

$$\Gamma_{EO} = \frac{G}{V} \frac{\iint_{BTO} E_y^e \left(E_z . E_y^* + E_y . E_z^* \right) dydz}{P}. \qquad \text{(III.131)}$$

Comme le film mince BTO est la seule couche active, l'intégrale $\iint_{BTO} E_y^e \left(E_z . E_y^* + E_y . E_z^* \right) dydz$ est calculée uniquement dans cette couche. Il est à noter que du fait du caractère non diagonal du tenseur de permittivité de la couche BTO, cette intégrale diffère de celle couramment utilisés dans la littérature $\iint_{BTO} E_y^e |E|^2 \, dydz$ qui n'est valable que pour une matrice diagonale.

L'évolution de l'intégrale de recouvrement des champs Γ_{eo} en fonction de l'épaisseur T_e et de la largeur W_e des électrodes est reportée sur la Figure III.16. La ligne pointillée correspond à celle dans la Figure III.15. Une conception optimale pour les électrodes est obtenue pour une épaisseur et une largeur de 1,0 µm et 6,3 µm, respectivement. Cette géométrie permet de respecter la condition d'accord des indices

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

effectifs et un Γ_{eo} optimale de 11,34% qui permet à la fois de maximiser la bande passante et l'efficacité du modulateur.

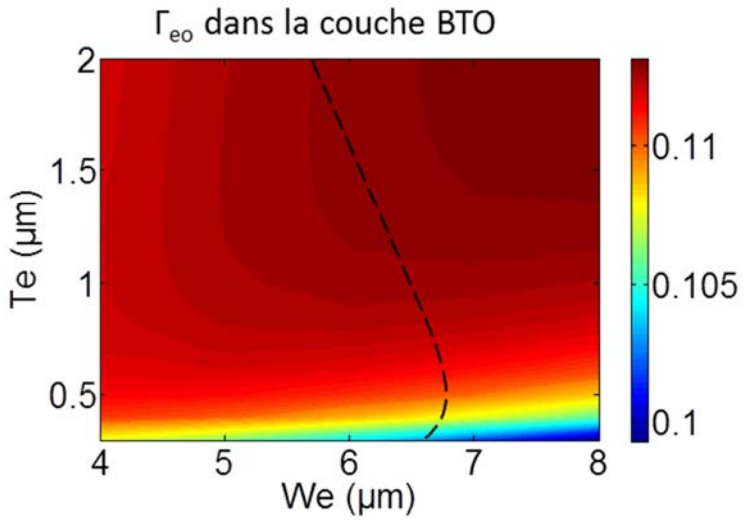


Figure III.16 Evolution de Γeo en fonction de l'épaisseur Te et de la largeur W_e de l'électrode pour un écart D= 0,3 µm. La ligne en pointillés indique la géométrie où n_{eff}^{m} correspond à n_{eff}^{o}.

III.6.3. Réponse électro-optique du composant optimisé

En utilisant la géométrie du modulateur optimisé dans les deux sections précédentes, on peut maintenant déterminer ces performances. Les paramètres importants pour un modulateur EO sont la variation de l'indice effectif Δn_{eff}^{o}, le paramètre clé d'un modulateur $V\pi \cdot L$, le coefficient Pockels effectif r_{eff}.

III.6.3.1. Variation de l'indice effectif

En utilisant l'Eq.(II.42) du Chapitre II, on obtient les variations spatiales des modifications du tenseur de permittivité induites par l'effet Pockels dans la couche active de BTO en fonction du champ électrique appliqué par les électrodes RF. La variation de l'indice effectif du mode guidé Δn_{eff}^{o} est alors calculée sans approximation.

Pour comprendre la physique du système, nous voulons étudier comment le champ électrique appliqué affecte les éléments individuels du tenseur de permittivité du BTO. La répartition spatiale des modifications aux cinq composantes du tenseur $\Delta\varepsilon_{xx}$, $\Delta\varepsilon_{yy}$, $\Delta\varepsilon_{zz}$, $\Delta\varepsilon_{yz}$ et $\Delta\varepsilon_{zy}$, calculées à partir de l'Eq. (II.42) pour une tension de polarisation de 20 V sont représentées sur la Figure III.17. Les variations des éléments non diagonaux $\Delta\varepsilon_{yz}$ et $\Delta\varepsilon_{zy}$ sont largement plus grandes que ceux des éléments

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

diagonaux. Rétrospectivement, on vérifie donc que la géométrie des électrodes coplanaires est bien adaptée à un matériau BTO cristallin orienté suivant l'axe c.

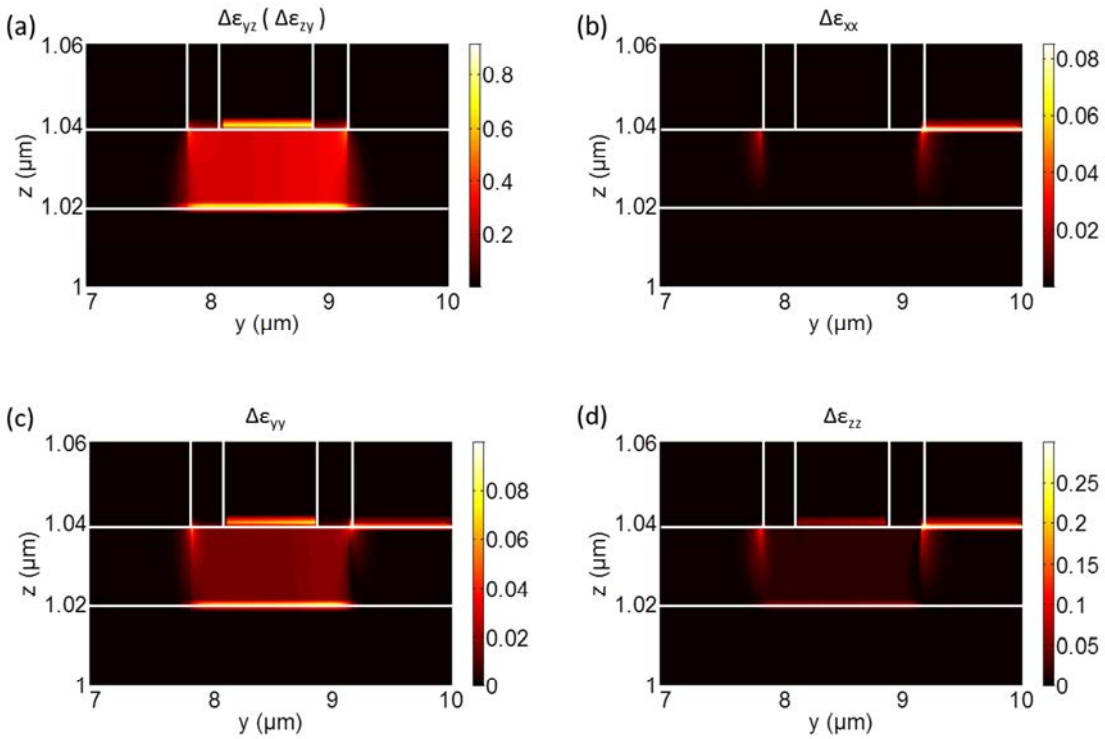


Figure III.17 Variation des cinq éléments non nuls du tenseur de permittivité $\Delta\varepsilon_{xx}$, $\Delta\varepsilon_{yy}$, $\Delta\varepsilon_{zz}$, $\Delta\varepsilon_{yz}$, $\Delta\varepsilon_{zy}$ dans la couche de BTO orientée suivant l'axe c pour une tension de polarisation de 20 V et D = 0,3 um.

Afin de compléter l'étude du modulateur, une étude en fonction de la tension de polarisation sur une plage comprise entre 0 V à 20 V. Les modes quasi-TM et quasi-TE sont respectivement étudiés et comparés. La Figure III.18 montre une augmentation quadratique de Δn_{eff}^{o} avec la tension de polarisation, en raison de la variation linéaire de l'imperméabilité $1/\varepsilon$ avec le signal RF. On constate que le mode slot quasi-TM permet d'obtenir une variation de l'indice effectif plus importante que le mode quasi-TE. Ce résultat valide à postériori le choix de la structure slot pour la réalisation du modulateur et la démarche suivi dans ce travail de thèse.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

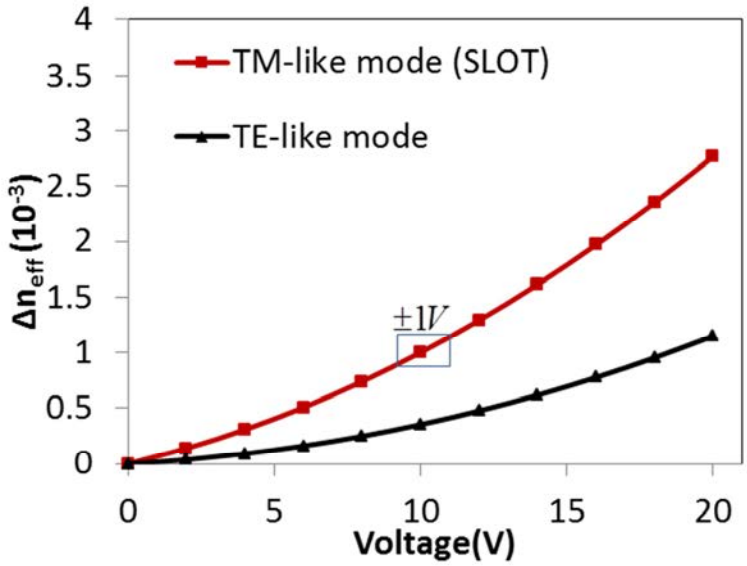


Figure III.18 La variation de l'indice effectif optique augmente progressivement avec la tension de polarisation de 0 à 20 V, et le mode quasi-TM présente une variation supérieure par rapport au mode quasi-TE.

Avec une tension de polarisation de 10 V, Δn_{eff}^{o} = 1,00 10^{-3} pour le mode quasi-TM, et Δn_{eff}^{o} = 2,13 10^{-4} pour le mode quasi-TE. En appliquant une tension de polarisation de 10V avec une tension de commande de 1V, la variation de Δn_{eff}^{o} est 2,75 10^{-4}, ce qui est comparable aux meilleurs résultats obtenus avec les modulateurs conventionnels de la photonique sur silicium. Une tension de commande de 1 V est compatible avec la technologie CMOS. La conception du circuit électrique de commande du modulateur nécessite un étage continu de pré-polarisation qui dans le cas étudié est de 10 V.

III.6.3.2. Evolution du paramètre Vπ·L

Dans un modulateur EO, le paramètre optique clé Vπ ·L est le produit de la tension permettant d'obtenir un déphasage de Vπ et la longueur d'interaction de l'électrode.

La variation de la phase pour un guide d'onde de longueur L est :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta n_{eff}^{o} L. \qquad \text{(III.132)}$$

En prenant $\Delta\varphi = \pi$, on obtient la longueur d'interaction L :

$$L = \frac{\lambda}{2\Delta n_{eff}^{o}}, \qquad \text{(III.133)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

En multipliant cette longueur par la tension, on obtient le paramètre Vπ·L.

Son évolution en fonction de la tension appliquée est présentée sur la Figure III.19. On constate que plus la tension de polarisation est élevée, plus le $V_\pi L$ diminue. Avec une tension de polarisation de 10 V, $V_\pi L$ = 0.78 V·cm pour le mode quasi-TM, et $V_\pi L$ = 2.19 V·cm pour le mode quasi-TE.

On remarque que la valeur pour le mode quasi-TM est à de l'état de l'art des meilleurs résultats obtenus pour des modulateurs Si (c.f. Table I.1).

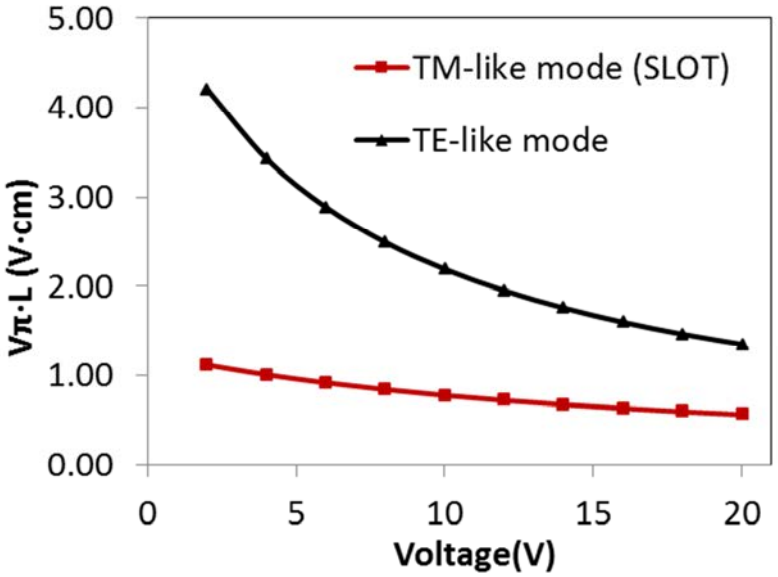


Figure III.19 Evolution du paramètre Vπ·L en fonction de la tension de polarisation pour les modes quasi-TE et quasi-TM.

III.6.3.3. Détermination du coefficient r_{eff}

Le coefficient Pockels effectif r_{eff} est donné par la formule [Tang] :

$$r_{eff} = \frac{\lambda G}{n_{eff}^{o\ 3} \Gamma_{EO} V_\pi L}. \qquad \text{(III.134)}$$

Cette formule résulte de la théorie des modes couplés. C'est une relation approchée qui n'est valable que lorsqu'on considère la modification de la constante de propagation du mode guidé induite par un seul des coefficients Pockels du tenseur de permittivité en négligeant les autres termes. Dans la littérature, le facteur de confinement électro optique est calculé en considérant un des termes diagonaux du tenseur de permittivité. Dans notre cas, la Figure III.20 montre clairement que le r_{eff} doit être proche du coefficient r_{42}, ce qui impose de prendre le produit croisé des

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

composantes E_y et E_z du mode optique, ce qui conduit à une intégrale de recouvrement beaucoup plus faible que lorsqu'on considère le module au carré de la composante majoritaire E_y. Autrement dit, un modulateur utilisant des coefficients Pockels non diagonal est moins efficace qu'un modulateur utilisant un terme diagonal. Un moyen de s'affranchir de cet inconvénient serait de concevoir un guide slot insensible à la polarisation pour lequel les composantes E_y et E_z seraient identiques.

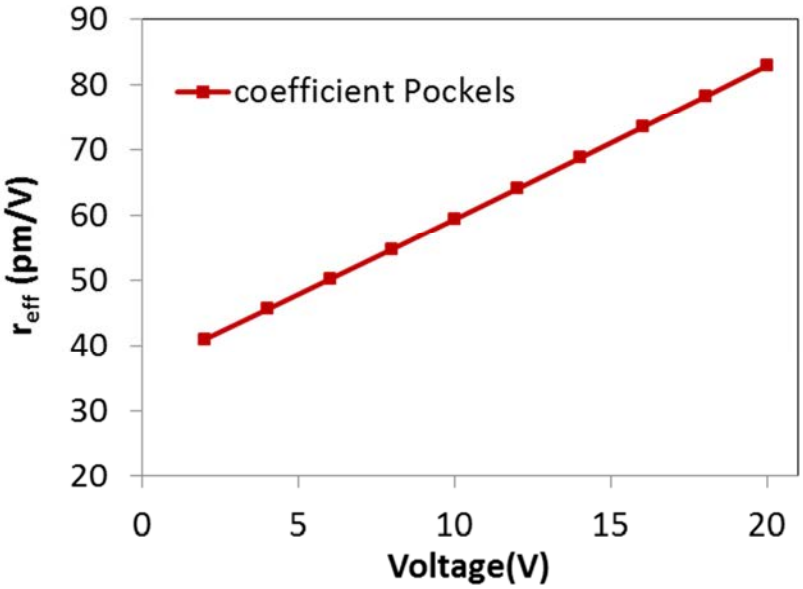


Figure III.20 Evolution du coefficient de Pockels en fonction de la tension appliquée de 0 V à 20 V

L'évolution de r_{eff} par rapport à la tension appliquée est présentée sur la Figure III.20 pour le mode quasi-TM. Le r_{eff} maximal = 83,03pm/V apparaît à 20V. Cette évolution est linéaire, cela peut être expliqué en analysant l'Eq.(III.134), où la multiplication des 4 paramètres λ, G, Γ_{EO} et $n_{eff}^{o\ 3} = (n_{eff}^{o}(\mathrm{V}=0) + \Delta n_{eff}^{o})^3 \simeq n_{eff}^{o}(\mathrm{V}=0)^3$ sont considérés constants avec la tension V, car Δn_{eff}^{o} (à un ordre de grandeur de 10^{-3}) est très petit par rapport à $n_{eff}^{o}(\mathrm{V}=0)$. Par conséquence, on a :

$$r_{eff} = \mathrm{C} \cdot \frac{1}{V_\pi L}. \qquad \text{(III.135)}$$

où $C = \lambda \cdot G \cdot \Gamma_{EO} \cdot n_{eff}^{o\ 3}$.

On introduit l' Eq.(III.133) dans l' Eq. (III.135) :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$r_{eff} = \mathrm{C} \cdot \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{\Delta n_{eff}^{o}}{V_{\pi}} \tag{III.136}$$

Il est montré dans la Figure III.18 une augmentation quadratique de Δn_{eff}^{o} avec la tension de polarisation V_{π}, ce qui fait que la variation de r_{eff} est donc linéaire avec V_{π}. Rappelons que Γ_{eo} est d'environ 11,34 %. Normalement, une tension plus élevée induit un coefficient de Pockels plus grand, qui cependant, doit être limité dans l'intervalle de [r13· Γeo, r42· Γ_{eo}] = [1,13 pm/V, 92,99 pm/V]. Cela signifie que r_{eff} est fortement limitée par le recouvrement de champ électrique et du champ optique, qui peut probablement être amélioré en augmentant l'épaisseur de BTO. Elle est fixée à 20 nm dans notre étude pour conserver un cristal de BTO orienté c-axial. Une épaisseur plus importante permet d'obtenir un facteur de confinement plus élevé au détriment d'un mélange des propriétés en une orientation mixte a et c-axial. Un compromis doit être trouvé. Cette étude fera l'objet de travaux futurs.

On se limite dans la modélisation à une tension de polarisation maximale de 20 V car une tension encore plus grande se rapproche de la tension de claquage du matériau. Un effet de saturation de Δn_{eff}^{o} se produit également, qui n'est pas prise en compte dans notre modèle.

III.7. Conclusion

Nous venons dans ce chapitre de présenter les moyens de simulation basés sur la méthode aux différences finies : un solveur de mode vectoriel anisotrope et un solveur de Laplace RF. Cette technique numérique permet des calculs précis du confinement optique, de la modulation de l'ellipsoïde des indices de réfraction et de l'interaction électro-optique dans les matériaux anisotropes. C'est particulièrement important si on veut exploiter les propriétés électro-optiques prometteuses de matériaux anisotropes tels que les oxydes pérovskite ferroélectriques. Nous avons souligné les possibilités de notre méthode en concevant une structure qui peut exploiter le fort coefficient Pockels du matériau ferroélectrique BTO pour la réalisation d'un modulateur électro-optique. Nous avons ensuite présenté la méthode d'optimisation du modulateur, ainsi que ses performances.

Nous avons d'abord optimisé le confinement du mode optique dans la couche BTO active en utilisant une géométrie slot pour ce guide d'onde qui supporte un mode quasi-TM avec de très faibles pertes de propagation théoriques. Ensuite, nous avons optimisé la géométrie des électrodes pour maximiser simultanément la réponse électro-optique et la bande passante de modulation. Pour cela, nous avons calculé rigoureusement les modifications apportées au tenseur de permittivité d'un film mince

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

BTO orienté c. Ce calcul révèle que le plus grand coefficient Pockels (r_{42}) est situé dans les éléments non-diagonaux du tenseur et excité par la composante E_y d'un champ électrique. On a donc conçu des électrodes coplanaires qui maximisent le champ électrique dans le film de BTO tout en conservant des pertes de propagation faibles. De plus, nous avons isolé les géométries nécessaires à ces électrodes CPW afin d'avoir un indice effectif en micro-ondes adapté à l'indice effectif du mode optique du guide d'onde slot. Le modulateur proposé a un Δn_{eff} théorique d'environ 2.80 10^{-3} et un r_{eff} de 83.03 $pm.V^{-1}$ à 20 V.

Cette méthode numérique pourrait être utilisée pour comprendre et exploiter les propriétés électro-optiques d'une variété de matériaux anisotropes dans des dispositifs photoniques.

Dans le chapitre suivant, on va présenter une version de ce solveur de mode en coordonnées cylindriques et une technique de raccordement de champ afin de modéliser les autres briques de bases nécessaires à la réalisation d'un modulateur d'intensité.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Références

[Abel13b] S. Abel, M. Souza, C. Rossel, D. Caimi, M. D. Rossel, R. Erni, J. Fompeyrine, and C. Marchiori, Controlling tetragonality and chrystalline orientation in BaTiO3 nano-layers grown on Si, Nanotechnology 2013, 24, pp.285701-285708.

[Almeida] Almeida V R, Xu Q, Barrios C A, et al. Guiding and confining light in void nanostructure. Optics letters, 2004, 29(11), pp.1209-1211.

[Berenger] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. Journal of computational physics, 1994, 114(2), pp.185-200.

[Bienstman] P. Bienstman, S. Selleri, I. Rosaet al., Modelling leaky photonic wires: A mode solver comparison, Opt. Quant. Electron 38, 2006, pp.731–759.

[Fallahkhair] B. Fallahkhair, K. S. Li, and T. E. Murphy, Vector Finite Difference Mode solver for Anisotropic Dielectric Waveguides, J. Lightwave Technol. 2008, 26, pp.1423-1431.

[Hadley92] G. R. Hadley, Transparent boundary condition for the beam propagation method, IEEE J. Quantum Elect. 1992, 28, pp.363-370.

[Hadley95] Hadley G R, Smith R E. Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions[J]. Lightwave Technology, Journal of, 1995, 13(3), pp. 465-469.

[Johnson] Johnson S G. Notes on perfectly matched layers (PMLs). Lecture notes, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2008.

[Koshiba] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, Approximate scalar finite element analysis of anisotropic optical waveguides with off-diagonal elements in a permittivity tensor, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. MTT-32, 1984, 6, pp. 587-593,.

[Larsson] Larsson J. Electromagnetics from a quasistatic perspective. American Journal of Physics, 2007, 75(3): 230-239.

[Mathews] J. H. Mathews, Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering , Prentice-Hall, 1992.

[Minakata]M. Minakata, Recent progress of 40-GHz high-speed LiNbO3 optical modulator. ITCom 2001: International Symposium on the Convergence of IT and Communications. International Society for Optics and Photonics, 2001.

[Orobtchouk] R. Orobtchouk, A. Koster, D. Pascal, S. Laval, Quasi-TE00 single-mode optical waveguide for electro-optical modulation at 1.3 µm using standard SIMOX material, IEE Proceedings Optoelectronics, 1997, 144, pp. 83-86.

[Pogossian] S. P. Pogossian, L. Vescan, and A. Vonsovici, The single-mode condition for semiconductor rib waveguides with large cross section J. Lightwave Technol. 1998, 16, pp. 1851-1853.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

[Powell] O. Powell, Single-Mode Condition for Silicon Rib Waveguides, J. Lightwave Technol. 2002, 20, pp.1851-1855.

[Rosloniec] S. Rosloniec, Fundamental Numerical Methods for Electrical Ingineering. Springer, 2008.

[Scarmozzino] R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla, and S. Helfert, “Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices,” J. Sel. Topics Quantum Electron., 2000, 6(1), pp. 150–162.

[Scott] J.F. Scott, Ferroelectric memories, In : Memories, Springer, Berlin, 2000.

[Shoup] T. E. Shoup, A Practical Guide to Computer Methods for Engineers, Prentice-Hall, 1979.

[Tang] P. Tang, D. J. Towner, A. L. Meier, and B. W. Wessels, “Low-voltage, polarization-insensitive, electro-optic modulator based on a polydomain barium titanate thin film,” Appl. Phys. Lett. 2004, 85, pp. 4615-4617.

[Thylen] L. Thylen and D. Yevick, Beam propagation method in anisotropic media, Appl. Opt., 1982, 21(15), pp. 2751-2754.

[Tsuji] Y. Tsuji, M. Koshiba, and N. Takimoto, Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides, J. Lightw. Technol., 1999, 17(4), pp. 723-728,.

[Xu] C. L. Xu, W. P. Huang, J. Chrostowski, and S. K. Chaudhuri, A full-vectorial beam propagation method for anisotropic waveguides, J. Lightw. Technol., 1994, 12(11), pp. 1926–1931.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre IV Conception de composants passifs

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'élaboration d'un circuit photonique requière un certain nombre de briques, dont il faut maîtriser les performances. Les modulateurs en configuration Mach-Zehnder ou résonateur en anneau sont constitués de guides droits, de diviseurs de faisceaux de type MMI, de virages et de coupleurs directionnels. De plus, la réalisation du modulateur en configuration slot nécessite d'avoir une couche de silicium amorphe de qualité optique intégrée. Il est donc nécessaire de développer un jeu de composants de test qui vont permettre de déterminer les propriétés optiques (indice effectif des modes guidés et pertes de propagation) des couches déposées.

La première partie de ce chapitre est consacré aux outils de modélisation qui ont été développés au laboratoire pour la conception de ces briques de bases, à savoir un solveur de modes en coordonnées cylindriques pour calculer précisément les pertes des virages et un logiciel permettant d'étudier la propagation de la lumière dans un circuit quelconque basé sur un algorithme de raccordement des modes locaux ou de Mode Matching. Le travail d'optimisation des différentes briques de bases pour les configurations guide silicium amorphe totalement gravé et guide BTO slot est exposé dans les paragraphes suivant.

IV.1. Guides courbes

Les équations de propagation décrites dans le chapitre III constituent le point de départ de l'obtention du solveur de mode :

$$\vec{\nabla} \wedge \left([a_r]^{-1} \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) \right) = k_0^2 [b_r] \vec{A}, \qquad \text{(IV.1)}$$

où le vecteur $\vec{A}$ représente le champ électrique $\vec{E}$ ou l'induction magnétique $\vec{H}$. Lorsque le vecteur $\vec{A}$ représente le champ électrique, les lettres a_r et b_r désignent respectivement la perméabilité μ_r et la permittivité ε_r relatives, et inversement dans le cas de l'induction magnétique.

Pour décrire la variation du champ électromagnétique dans des milieux différents, on utilise les deux équations de Maxwell sur la divergence :

$$\vec{\nabla} \left([b_r] \vec{A} \right) = 0. \qquad \text{(IV.2)}$$

Le système de coordonnées cylindriques utilisé est représenté sur la Figure IV.1.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

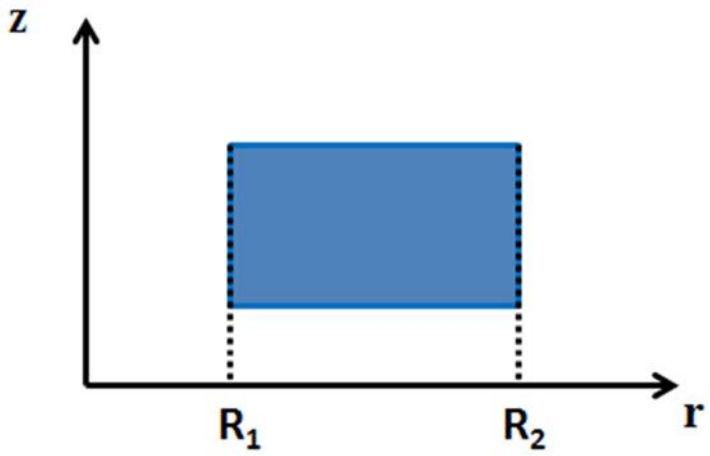


Figure IV.1 Schéma d'un guide et coordonnées utilisées. R_1 et R_2 désignent respertivement les rayons intérieur et extérieur du virage.

Dans le cas d'un guide parfait, l'invariance de la géométrie du guide suivant la direction de propagation angulaire θ permet d'exprimer le champ électrique et l'induction magnétique sous la forme :

$$\vec{A}(r,\theta,z)=\vec{A}(r,z).e^{j\beta_\theta\theta}, \tag{IV.3}$$

où β_θ désigne la constant de propagation angulaire qui n'a pas la même dimension que la constante de propagation d'un mode guidé β en coordonnées cartésiennes ($\beta_\theta = \beta.r$).

Dans le cas d'un guide parfait invariant la direction de propagation θ, les tenseurs de permittivités et perméabilités relatifs, ainsi que leurs inverses sont :

$$[a_r]=\begin{bmatrix} a_{rr} & 0 & a_{rz} \\ 0 & a_{\theta\theta} & 0 \\ a_{zr} & 0 & a_{zz} \end{bmatrix}; \tag{IV.4}$$

$$[a_r]^{-1}=\begin{bmatrix} a_{rr}^{-1} & 0 & a_{rz}^{-1} \\ 0 & a_{\theta\theta}^{-1} & 0 \\ a_{zr}^{-1} & 0 & a_{zz}^{-1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{a_{zz}}{a_{rr}a_{zz}-a_{rz}a_{zr}} & 0 & \dfrac{-a_{rz}}{a_{rr}a_{zz}-a_{rz}a_{zr}} \\ 0 & \dfrac{1}{a_{\theta\theta}} & 0 \\ \dfrac{-a_{zr}}{a_{rr}a_{zz}-a_{rz}a_{zr}} & 0 & \dfrac{a_{rr}}{a_{rr}a_{zz}-a_{rz}a_{zr}} \end{bmatrix}. \tag{IV.5}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans le système de coordonnées cylindriques, les opérateurs rotationnelle et divergent s'expriment sous la forme :

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{A}=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_z)-\frac{\partial}{\partial z}(A_\theta)\right)\vec{e_r}+\left(\frac{\partial}{\partial z}(A_r)-\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right)\vec{e_\theta}+\left(\frac{A_\theta}{r}+\frac{\partial}{\partial r}(A_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_r)\right)\vec{e_z}\ ; \tag{IV.6}$$

$$\vec{\nabla}\left([a]\vec{A}\right)=\frac{\partial}{\partial r}(a_{rr}A_r+a_{rz}A_z)+\frac{a_{rr}A_r+a_{rz}A_z}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(a_{\theta\theta}A_\theta)+\frac{\partial}{\partial z}(a_{zr}A_r+a_{zz}A_z). \tag{IV.7}$$

A partir de l'Eq. (IV.7), on obtient la relation :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\wedge\left([a]^{-1}\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}\right)\right)=&\begin{pmatrix}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(a_{zr}^{-1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_z)-\frac{\partial}{\partial z}(A_\theta)\right)+a_{zz}^{-1}\left(\frac{A_\theta}{r}+\frac{\partial}{\partial r}(A_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_r)\right)\right)\\ -\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial z}(A_r)-\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right)\right)\end{pmatrix}\vec{e_r}\\ &+\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{rr}^{-1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_z)-\frac{\partial}{\partial z}(A_\theta)\right)+a_{rz}^{-1}\left(\frac{A_\theta}{r}+\frac{\partial}{\partial r}(A_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_r)\right)\right)\\ -\frac{\partial}{\partial r}\left(a_{zr}^{-1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_z)-\frac{\partial}{\partial z}(A_\theta)\right)+a_{zz}^{-1}\left(\frac{A_\theta}{r}+\frac{\partial}{\partial r}(A_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_r)\right)\right)\end{pmatrix}\vec{e_\theta}\\ &+\begin{pmatrix}\frac{a_{\theta\theta}^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial z}(A_r)-\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right)}{r}+\frac{\partial}{\partial r}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial z}(A_r)-\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right)\right)\\ -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(a_{rr}^{-1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_z)-\frac{\partial}{\partial z}(A_\theta)\right)+a_{rz}^{-1}\left(\frac{A_\theta}{r}+\frac{\partial}{\partial r}(A_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_r)\right)\right)\end{pmatrix}\vec{e_z}.\end{aligned} \tag{IV.8}$$

Pour simplifier l'équation de propagation vectorielle , on utilise les relations **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** et (IV.3) pour éliminer les dérivées partielles et les composantes du champ suivant la variable de coordonnées θ et ainsi se ramener un système de 2 équations différentielles couplées.

En substituant l'Eq. (IV.3) dans l'Eq. **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, les composantes du champ électromagnétique suivant l'axe θ s'écrivent :

$$A_\theta=\frac{jr}{\beta b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r+b_{rz}A_z)+\frac{j}{\beta b_{\theta\theta}}(b_{rr}A_r+b_{rz}A_z)+\frac{jr}{\beta b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r+b_{zz}A_z). \tag{IV.9}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

En substituant l'Eq. (IV.9) dans les composantes $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_z$ de l'Eq. conformément au développement obtenu dans l'Eq. (IV.8), on obtient les relations :

$$\begin{aligned}
&\frac{\beta_\theta^2}{r^2}\left(a_{zz}^{-1}A_r - a_{zr}^{-1}A_z\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}(A_r)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right) + a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r)\right) \\
&+a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z)\right) + \frac{a_{zr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}A_r\right) + \frac{a_{zr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}A_z\right) + a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r)\right) \\
&+a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z)\right) - \frac{2a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r) - \frac{2a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z) - \frac{a_{zz}^{-1}.b_{rr}}{r^2.b_{\theta\theta}}A_r - \frac{a_{zz}^{-1}.b_{rz}}{r^2.b_{\theta\theta}}A_z \\
&-\frac{2.a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r) - \frac{2.a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z) - a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r)\right) - a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z)\right) \\
&-\frac{a_{zz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}A_r\right) - \frac{a_{zz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}A_z\right) - a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r)\right) - a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z)\right) \\
&=k_0^2\left(b_{rr}A_r + b_{rz}A_z\right).
\end{aligned}$$

(IV.10)

$$\begin{aligned}
&\frac{\beta_\theta^2}{r^2}\left(a_{rr}^{-1}A_z - a_{rz}^{-1}A_r\right) + \frac{a_{\theta\theta}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}(A_r) - \frac{a_{\theta\theta}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}(A_z) + \frac{\partial}{\partial r}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}(A_r)\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(a_{\theta\theta}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}(A_z)\right) \\
&-a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r)\right) - a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z)\right) - \frac{a_{rr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}A_r\right) - \frac{a_{rr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}A_z\right) \\
&-a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r)\right) - a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z)\right) + \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r) + \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z) \\
&+\frac{a_{rz}^{-1}.b_{rr}}{r^2.b_{\theta\theta}}A_r + \frac{a_{rz}^{-1}.b_{rz}}{r^2.b_{\theta\theta}}A_z + \frac{2a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r) + \frac{2a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z) + \frac{a_{rz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}A_r\right) \\
&+\frac{a_{rz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}A_z\right) + \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r) + \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z) + a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rr}A_r)\right) \\
&+a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(b_{rz}A_z)\right) + a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zr}A_r)\right) + a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(b_{zz}A_z)\right) \\
&=k_0^2\left(b_{zr}A_r + b_{zz}A_z\right).
\end{aligned}$$

(IV.11)

Le système des 2 équations différentielles couplées s'écrit sous forme matricielle :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\beta_\theta^{\,2}\begin{bmatrix} a_{zz}^{-1} & -a_{zr}^{-1} \\ -a_{rz}^{-1} & a_{rr}^{-1} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} A_r \\ A_z \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} p'_{rr} & p'_{rz} \\ p'_{zr} & p'_{zz} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} A_r \\ A_z \end{pmatrix}, \tag{IV.12}$$

Avec

$$\begin{aligned} p'_{rr} =& a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ )\right)-a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right) \\ & -a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right)+a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right)-\frac{a_{zr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right)+\frac{2.a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right) \\ & +\frac{a_{zz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right)+\frac{2a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)+\frac{a_{zz}^{-1}.b_{rr}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ )+r^2k_0^2b_{rr}(\ ); \end{aligned} \tag{IV.13}$$

$$\begin{aligned} p'_{rz} =& a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right)-a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right)+a_{zz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right) \\ & -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ )\right)-a_{zr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right)+\frac{a_{zz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right)+\frac{2a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right) \\ & -\frac{a_{zr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right)+\frac{2.a_{zz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)+\frac{a_{zz}^{-1}.b_{rz}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ )+r^2k_0^2b_{rz}(\ ); \end{aligned} \tag{IV.14}$$

$$\begin{aligned} p'_{zr} =& -a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right)+a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right)-a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right) \\ & -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ )\right)+a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right)-\frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)-\frac{a_{rz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) \\ & -\frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)-\frac{1}{r.a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ )+\frac{a_{rr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right)-\frac{2a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)-\frac{a_{rz}^{-1}.b_{rr}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ )+r^2k_0^2b_{zr}(\ ); \end{aligned} \tag{IV.15}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$
\begin{aligned}
p'_{zz} =& \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ )\right) - a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right) + a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right) \\
& - a_{rz}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right) + a_{rr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right) + \frac{1}{r.a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ ) \\
& - \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right) - \frac{a_{rz}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) - \frac{a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right) + \frac{a_{rr}^{-1}}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) \\
& - \frac{2a_{rz}^{-1}}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right) - \frac{a_{rz}^{-1}.b_{rz}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ ) + r^2k_0^2b_{zz}(\ ).
\end{aligned}
\tag{IV.16}
$$

En inversant la matrice du terme de gauche de l'Eq. (IV.8), on obtient le système de vecteur et de valeur propre à résoudre :

$$
\beta_\theta^{\,2}\begin{pmatrix} A_r \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} p_{rr} & p_{rz} \\ p_{zr} & p_{zz} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} A_r \\ A_z \end{pmatrix}, \tag{IV.17}
$$

avec $\begin{bmatrix} p_{rr} & p_{rz} \\ p_{zr} & p_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{zz} & -a_{zr} \\ -a_{rz} & a_{rr} \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} p'_{rr} & p'_{rz} \\ p'_{zr} & p'_{zz} \end{bmatrix}.$

Les termes p sont exprimés dans ce qui suit :

$$
\begin{aligned}
p_{rr} =& r^2k_0^2\left(b_{rr}a_{zz} - b_{zr}a_{zr}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right) + a_{zz}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ )\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right) \\
& + a_{zr}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ )\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) + \frac{2}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right) + \frac{2.b_{rr}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ ) + \frac{a_{zr}}{r.a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}(\ );
\end{aligned}
\tag{IV.18}
$$

$$
\begin{aligned}
p_{rz} =& r^2k_0^2\left(b_{rz}a_{zz} - b_{zz}a_{zr}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right) - a_{zr}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ )\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right) \\
& - a_{zz}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ )\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) + \frac{2}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right) + \frac{2}{r.b_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right) + \frac{2.b_{rz}}{r^2.b_{\theta\theta}}(\ ) \\
& - \frac{a_{zr}}{r^2.a_{\theta\theta}}\frac{\partial}{\partial r}(\ );
\end{aligned}
\tag{IV.19}
$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$p_{zr} = r^2 k_0^2 \left(b_{rz} a_{rr} - b_{rr} a_{rz}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zr}(\ )\right)\right) - a_{rz} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial z}(\ )\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rr}(\ )\right)\right)$$
$$- a_{rr} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial z}(\ )\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rr}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right) - \frac{a_{rr}}{r.a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial z}(\ );$$

(IV.20)

$$p_{zz} = r^2 k_0^2 \left(b_{zz} a_{rr} - b_{rz} a_{rz}\right) + a_{rr} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial r}(\ )\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial z}\left(b_{zz}(\ )\right)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{b_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial r}\left(b_{rz}(\ )\right)\right)$$
$$+ a_{rz} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial r}(\ )\right) + \frac{a_{rr}}{r.a_{\theta\theta}} \frac{\partial}{\partial r}(\ ) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b_{rz}}{b_{\theta\theta}}(\ )\right).$$

(IV.21)

On vérifie que l'on obtient les mêmes équations que dans la littérature dans le cas d'un guide courbe isotrope [Kim] ou d'une anisotropie uniquement sur le tenseur de permittivité [Xiao].

La résolution de l'équation (IV.17) est réalisée numériquement en utilisant le même schéma de discrétisation aux différences finies à 9 points exposé dans le chapitre III. Les coefficients obtenus sont donnés dans l'Annexe 2.

Ce schéma possède comme avantage de traiter plus rigoureusement les discontinuités des composantes du champ électromagnétique qui sont perpendiculaires aux interfaces sans avoir recours localement à un moyennage des indices de réfraction.

L'ajout de conditions aux limites transparentes ou absorbantes permet d'obtenir les pertes de radiations des virages.

Dans le cas des conditions transparentes, on considère que les points qui sont en dehors de la fenêtre de calcul peuvent être approximés par une fonction analytique de type onde plane :

$$e^{-k_0 \cdot \sqrt{n_{eff}^2 - \varepsilon_r(p,q)} \cdot \Delta a}, \qquad \text{(IV.22)}$$

où n_{eff} désigne l'indice effectif du mode guidé au point de maillage (p,q) et Δa représente le pas de variation suivant la direction r (Δr) ou z (Δz). Il est à noter que l'indice effectif du mode guidé varie en fonction de la coordonnée r comme :

$$n_{eff} = \frac{n_{eff\,\theta}}{r}. \qquad \text{(IV.23)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Etant donné que l'indice effectif angulaire du mode guidé est constant, pour la valeur de r supérieure à $r=\frac{n_{eff\,\theta}}{\sqrt{\varepsilon_r(p,q)}}$, la racine carrée de l'équation (IV.22) est imaginaire pure pour un milieu sans pertes, ce qui correspond à une onde qui se propage. Le mode guidé à la possibilité de sortir de la fenêtre de calcul, ce qui conduit à des pertes optiques au même titre que le calcul des pertes liées au phénomène de couplage vers le substrat par effet tunnel optique d'un guide silicium sur isolant.

Ce raisonnement met en évidence le fait qu'un guide courbe possède uniquement des modes radiés avec plus ou moins de pertes. Les modes possédant le moins de pertes sont les modes avec un indice effectif au centre du guide proches de ceux du guide droit.

Le phénomène de pertes de radiation dans les guides courbes a été également expliqué en utilisant une transformation conforme des systèmes de coordonnées pour se ramener au système de coordonnées cartésiennes. En négligeant les termes supérieurs à l'ordre 2, on peut montrer que le système d'équations différentielles couplées décrivant la propagation du mode guidé est identique à celui du guide droit pour lequel l'indice de réfraction et la largeur du guide est une fonction variable du rayon [Berglud] [Heiblum].

$$w=R_2 ln\left(\frac{z}{R_2}\right); \tag{IV.24}$$

$$n=ne^{\frac{r}{R_2}}, \tag{IV.25}$$

avec R_2 le rayon extérieur du guide d'onde.

Comme l'indice effectif augmente avec le rayon, il est important de choisir une fenêtre de calcul suffisamment grande pour calculer correctement les pertes de radiation. Mais si la fenêtre de calcul est trop grande, l'indice de réfraction du bord droit de la fenêtre de calcul est beaucoup plus grand que celui du guide courbe et le solveur de mode trouve uniquement des modes radiés localisés dans la zone de plus fort indice de réfraction.

L'implémentation des conditions aux limites de type UPML (Uniaxial Perfectly Matched Layer) sur les bords de la fenêtre de calcul est illustrée sur la Figure IV.2 [Kakihara][Feng].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

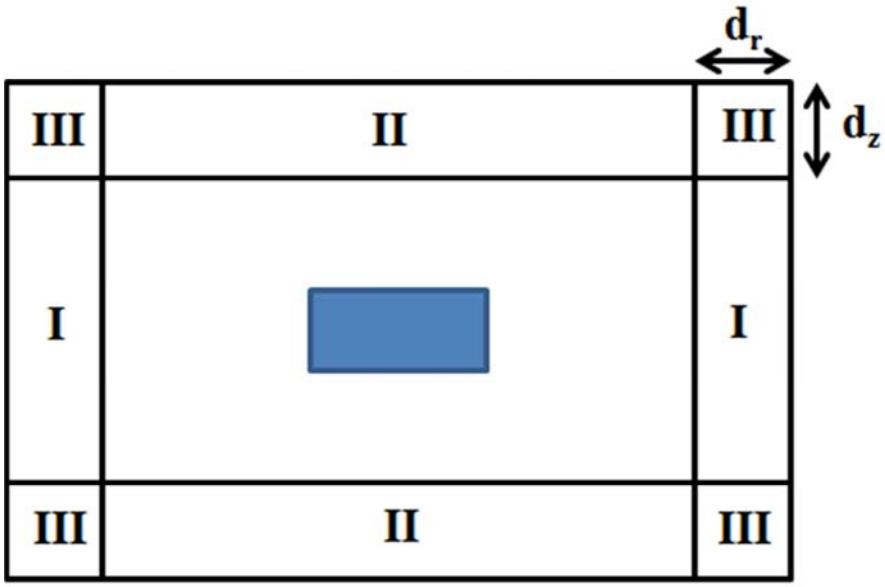


Figure IV.2 Différentes régions de la fenêtre de calcul où sont appliquées les UPML.

Les UPML sont des conditions aux limites qui permettent d'absorber la lumière sur les bords de la fenêtre de calcul avec un coefficient de réflexion proche de 0 de façon à ne pas modifier la forme du mode guidée. Pour cela, une partie imaginaire artificielle est ajoutée aux tenseurs de permittivité et de perméabilité sur la diagonale :

$$[a_r]=\begin{bmatrix} \frac{s_z}{s_r}a_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_r}{s_z}a_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & s_r s_z a_{zz} \end{bmatrix}, \qquad \text{(IV.26)}$$

avec $s_x = 1\text{-}j.\alpha_x$ et $s_y = 1$ dans la région I; $s_x = 1$ et $s_y = 1\text{-}j.\alpha_y$ dans la région II ; et $s_x = 1\text{-}j.\alpha_x$ et $s_y = 1\text{-}j.\alpha_y$ dans la région III de la Figure IV.2.

Les coefficients a augmentent progressivement dans la zone absorbante de la façon suivante :

$$\alpha_i = \alpha_{max}(i).\left(\frac{\rho_i}{d_i}\right)^m, \qquad \text{(IV.27)}$$

avec $\alpha_{max}(i)=\frac{(m+1).\lambda}{4.\pi.n.d_i} ln\left(\frac{1}{R}\right)$, ρ_i, d_i, m, λ et R désigne respectivement la distance par rapport au bord la région absorbante, la taille de la zone absorbante, un entier quelconque, la longueur d'onde et le coefficient de réflexion désiré.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

IV.2. Outil de conception de dispositifs de largeurs variables suivant l'axe de propagation : méthode de raccordement des modes locaux

Ce sous chapitre a pour but de décrire la méthode qui permet de calculer l'évolution de l'onde lumineuse qui se propage dans une structure guidante dont la section varie suivant l'axe de propagation comme représenté sur la Figure IV.3.

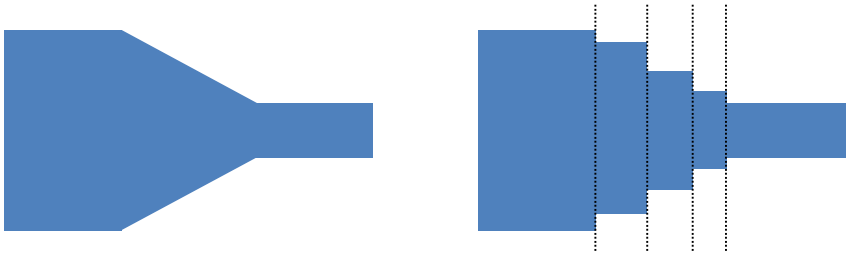


Figure IV.3 : a) Structure à modéliser. b) Décomposition de la structure à modéliser en guides d'ondes droits élémentaires.

La méthode consiste à remplacer la structure à modéliser par une structure équivalente constituée d'une succession de guides droits élémentaires de sections variables.

L'avantage de cette structure équivalente est que l'on sait calculer les modes guidés et rayonnés de chaque portion droite. Ces modes seront appelés modes locaux de la portion considérée.

Dans le cas de structure 3D, les indices effectifs et les profils des différentes composantes du champ électromagnétique des modes locaux sont calculés à partir du solveur de mode dont le principe de fonctionnement est détaillé dans le chapitre III.

La propagation de l'onde lumineuse dans cette structure équivalente se calcule à partir de matrices d'interfaces I qui s'exprime en considérant la continuité des composantes tangentielles du champ électrique $\vec{E}$ et de l'induction magnétique $\vec{H}$ de part et d'autre de l'interface entre 2 guides droits et de matrices de propagation P qui représente le déphasage introduit par la propagation des modes dans la portion de guide droit équivalente. Il est à noter que la méthode donne une solution rigoureuse du problème lorsque les variations d'épaisseurs des différentes portions de guide droit tendent vers 0.

IV.2.1. Raccordement des modes locaux à une interface

On considère une interface plane entre 2 portions de guides droits noté 1 et 2 en z = 0. On cherche à calculer le champ réfléchi et transmis à cette interface lorsqu' elle est éclairée par un mode guidé d'indice p dans le guide 1, comme le montre la Figure IV.4.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

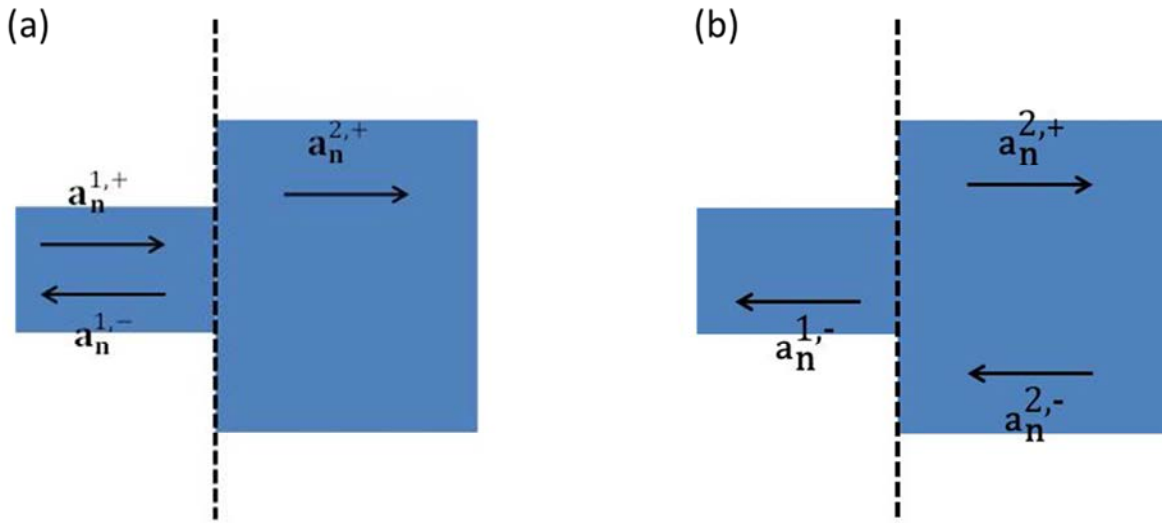


Figure IV.4 : Schéma de principe du calcul des coefficients r et t à une interface dans le cas d'une onde incidente égale à (a) $a_n^{1,+}$ et (b) $a_n^{2,-}$.

En utilisant la continuité des composantes tangentielles du champ électromagnétique à l'interface, on obtient les relations :

$$a_p^{1,+}E_{p,t}^1 + \sum_{i=1}^{n} a_i^{1,-}E_{i,t}^1 = \sum_{j=1}^{m} a_j^{2,+}E_{j,t}^2; \qquad \text{(IV.28)}$$

$$a_p^{1,+}H_{p,t}^1 - \sum_{i=1}^{n} a_i^{1,-}H_{i,t}^1 = \sum_{j=1}^{m} a_j^{2,+}H_{j,t}^2; \qquad \text{(IV.29)}$$

Le signe – pour les composantes tangentielles de l'induction magnétique est imposé par la conservation du principe de réciprocité de Lorentz pour une onde contra-propagative.

Afin de calculer les coefficients de réflexion $R_{i,p}$ et de transmission $T_{j,p}$ de l'interface, on construit les produits vectoriels entre les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ de façon à obtenir l'énergie transférée à chaque mode. Pour l'équation(IV.28), on projette par rapport au champ magnétique d'un des modes k qui se propage dans la région 1. Pour l'équation(IV.29), on projette par rapport au champ électrique d'un des modes l qui se propage dans la région 2. On obtient ainsi les relations :

$$a_p^{1,+}E_p^1, H_k^1 + \sum_{i=1}^{n} a_i^{1,-}E_i^1, H_k^1 = \sum_{j=1}^{m} a_j^{2,+}E_j^2, H_k^1; \qquad \text{(IV.30)}$$

$$a_p^{1,+}E_l^2, H_p^1 - \sum_{i=1}^{n} a_i^{1,-}E_l^2, H_j^1 = \sum_{j=1}^{m} a_j^{2,+}E_l^2, H_j^2; \qquad \text{(IV.31)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

avec $E_i^n, H_j^m = \iint_S \left(E_{i,x}^n . H_{j,y}^m - E_{i,y}^n . H_{j,x}^m \right) dx.dy$, où i et j représentent les indices des modes considérés et n et m les numéros des couches.

Les coefficients $a_i^{1,-}$ et $a_j^{2,+}$ sont obtenus en résolvant le système linéaire en posant $a_p^{1,+} = 1$:

$$\begin{bmatrix} -E_i^1, H_k^1 & E_j^2, H_k^1 \\ E_i^2, H_j^1 & E_l^2, H_j^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_i^{1,-} \\ a_j^{2,+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_p^1, H_k^1 \\ E_l^2, H_p^1 \end{pmatrix}. \tag{IV.32}$$

Les coefficients de réflexion $r_{i,p}^{1,2}$ et de transmission $t_{j,p}^{2,1}$ sont obtenus à partir des relations :

$$r_i^{1,2} = a_i^{1,-}; \tag{IV.33}$$

$$t_j^{1,2} = a_j^{2,+}; \tag{IV.34}$$

avec $\begin{pmatrix} a_i^{1,-} \\ a_j^{2,+} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -E_i^1, H_k^1 & E_j^2, H_k^1 \\ E_i^2, H_j^1 & E_l^2, H_j^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_p^1, H_k^1 \\ E_l^2, H_p^1 \end{pmatrix}$.

En utilisant l'identité : $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{22}}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}} & \dfrac{-a_{12}}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}} \\ \dfrac{-a_{21}}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}} & \dfrac{a_{11}}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}} \end{bmatrix}$, on obtient :

$$\begin{bmatrix} -E_i^1, H_k^1 & E_j^2, H_k^1 \\ E_i^2, H_j^1 & E_l^2, H_j^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-E_l^2, H_j^2}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1} & \dfrac{E_j^2, H_k^1}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1} \\ \dfrac{E_i^2, H_j^1}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1} & \dfrac{E_i^1, H_k^1}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1} \end{bmatrix},$$

(IV.35)

soit :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$r_i^{1,2} = \frac{-E_l^2, H_j^2 . E_p^1, H_k^1 + E_j^2, H_k^1 . E_l^2, H_p^1}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1}, \tag{IV.36}$$

et

$$t_j^{1,2} = \frac{E_i^2, H_j^1 . E_p^1, H_k^1 + E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_p^1}{E_i^1, H_k^1 . E_l^2, H_j^2 + E_j^2, H_k^1 . E_i^2, H_j^1}. \tag{IV.37}$$

En faisant varier l'indice p du champ incident dans le milieu 1, on obtient l'ensemble des coefficients de réflexion et de transmission de la structure lorsque le champ incident est un des modes du guide de la région 1. On peut remarquer que l'ensemble des coefficients de réflexion constitue une matrice carrée de dimension n x n, tandis que les coefficients de transmission forment une matrice rectangulaire de dimension n x m.

Il est à noter que le même raisonnement peut être utilisé lorsque le champ incident provient de la région 2. On obtient ainsi les coefficients $a_j^{2,+}$ et $a_i^{1,-}$. Soit :

$$\begin{bmatrix} -E_j^2, H_k^2 & E_i^1, H_k^2 \\ E_l^1, H_j^2 & E_l^1, H_i^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_j^{2,+} \\ a_i^{1,-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_p^2, H_k^2 \\ E_l^1, H_p^2 \end{pmatrix}. \tag{IV.38}$$

Les coefficients de réflexion $r_j^{2,1}$ et de transmission $t_i^{1,2}$ sont obtenus à partir des relations :

$$r_j^{2,1} = a_j^{2,+}; \tag{IV.39}$$

$$t_i^{2,1} = a_j^{1,-}; \tag{IV.40}$$

avec $\begin{pmatrix} a_i^{2,+} \\ a_j^{1,-} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -E_j^2, H_k^2 & E_i^1, H_k^2 \\ E_l^1, H_j^2 & E_l^1, H_i^1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_p^2, H_k^2 \\ E_l^1, H_p^2 \end{pmatrix}$,

Soit :

$$r_i^{1,2} = \frac{-E_l^1, H_j^1 . E_p^2, H_k^2 + E_i^1, H_k^2 . E_l^1, H_p^2}{E_j^2, H_k^2 . E_l^1, H_i^1 + E_l^1, H_k^2 . E_i^1, H_k^2}, \tag{IV.41}$$

et

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$t_j^{1,2} = \frac{E_l^1, H_j^2 . E_p^2, H_k^2 + E_j^2, H_k^2 . E_l^1, H_p^2}{E_j^2, H_k^2 . E_l^1, H_i^1 + E_l^1, H_k^2 . E_i^1, H_k^2}. \quad \text{(IV.42)}$$

En faisant varier l'indice p du champ incident dans le milieu 2, on obtient l'ensemble des coefficients de réflexion et de transmission de la structure lorsque le champ incident est un des modes du guide de la région 2. On peut remarquer le l'ensemble des coefficients de réflexion constitue une matrice carré de dimension m x m, tandis que les coefficients de transmission forment une matrice rectangulaire de dimension m x n.

IV.2.2. Matrice d'interface

Pour obtenir la matrice d'interface d'indice i, il faut obtenir une relation matricielle qui relie les ondes propagatives et contra-propagatives se propageant dans le guide d'indice i-1 à celles se propageant dans le guide d'indice i.

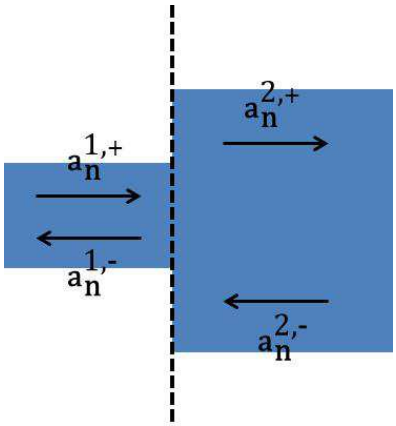


Figure IV.5 : relation entre les amplitudes des ondes électromagnétiques à une interface.

Lorsque l'on cherche à exprimer les relations de passages à une interface, on considère le cas représenté sur la Figure IV.5 pour lequel, il faut déterminer le lien entre des ondes propagatives en contra-propagatives dans les 2 milieux. Pour cela, on détermine le lien entre les 2 ondes entrantes $a^{1,-}$ et $a^{2,+}$ qui n'étaient pas pris en compte dans les processus de la Figure IV.4 (a) et (b) :

$$a^{1,-} = r_{1,2}\, a^{1,+} + t_{2,1}\, a^{2,-}; \quad \text{(IV.43)}$$

$$a^{2,+} = t_{1,2}\, a^{1,+} + r_{2,1}\, a^{2,-}. \quad \text{(IV.44)}$$

Les équations (IV.43) et (IV.44) permettent d'obtenir la matrice de transfert d'interface :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\begin{pmatrix} a^{1,-} \\ a^{2,+} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} r_{2,1} & t_{2,1} \\ t_{2,1} & r_{2,1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a^{1,+} \\ a^{2,-} \end{pmatrix}. \quad \text{(IV.45)}$$

IV.2.3. Matrice de couche

La matrice de couche décrit simplement la propagation de l'onde lumineuse dans le guide homogène de la couche i. Elle s'exprime simplement en fonction du déphasage de l'onde lumineuse :

$$\begin{pmatrix} a_i^+ e^{j\beta_i z_{i-1}} \\ a_i^- e^{-j\beta_i z_{i-1}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\beta_i d_i} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_i d_i} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_i^+ e^{j\beta_i z_i} \\ a_i^- e^{-j\beta_i z_i} \end{pmatrix}. \quad \text{(IV.46)}$$

IV.2.4. Généralisation à n interfaces

On cherche à calculer les coefficients de réflexion et de transmission de la Figure IV.3 qui est constituée d'un grand nombre d'interfaces.

Le calcul commence en décrivant les conditions aux limites de la dernière interface. En appliquant la condition de radiation de Sommerfeld qui dit qu'en présence d'une excitation provenant du premier milieu, l'onde $a^{n,-} = 0$.

En répercutant cette condition dans la relation (IV.45) à l'interface z_{n-1}, on obtient les relations :

$$a^{n-1,-}(z_{n-1}) = r_{n-1,n} a^{n-1,+}(z_{n-1}); \quad \text{(IV.47)}$$

$$a^{n,+}(z_{n-1}) = t_{n-1,n} a^{n-1,+}(z_{n-1}). \quad \text{(IV.48)}$$

En ajoutant le terme de propagation jusqu'à l'interface z_{n-1}, l'équation (IV.47) se réécrit :

$$a^{n-1,-}(z_{n-2}) = I_{n-1}^r a^{n-1,+}(z_{n-2}), \quad \text{(IV.49)}$$

avec

$$I_{n-1}^r = \left[e^{-j\beta_{n-1}^i e_{n-1}} \right] . \left[r_{n-1,n} \right] . \left[e^{-j\beta_{n-1}^i e_{n-1}} \right], \quad \text{(IV.50)}$$

$$a^{n,+}(z_{n-1}) = I_{n-1}^t a^{n-1,+}(z_{n-2}). \quad \text{(IV.51)}$$

avec

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$I_{n-1}^{t} = \left[t_{n-1,n} \right] . \left[e^{-j\beta_{n-1}^{i} e_{n-1}} \right] . \tag{IV.52}$$

On peut constater que la matrice I^r est une matrice carrée qui peut être inversée. A l'interface z_{n-2}, les relations (IV.43) et (IV.44) s'écrivent :

$$a^{n-2,-}\left(z_{n-2}\right) = r_{n-2,n-1}\, a^{n-2,+}\left(z_{n-2}\right) + t_{n-1,n-2}\, a^{n-1,-}\left(z_{n-2}\right); \tag{IV.53}$$

$$a^{n-1,+}\left(z_{n-2}\right) = t_{n-2,n-1}\, a^{n-2,+}\left(z_{n-2}\right) + r_{n-1,n-2}\, a^{n-1,-}\left(z_{n-2}\right). \tag{IV.54}$$

En reportant, l'équation (IV.51) dans les équations (IV.53) et (IV.54), en ajoutant les termes de propagations jusqu'à l'interface z_{n-3} et après quelques manipulations algébrique, on obtient la relation :

$$a^{n-2,-}\left(z_{n-3}\right) = I_{n-2}^{r} a^{n-2,+}\left(z_{n-3}\right), \tag{IV.55}$$

avec

$$I_{n-2}^{r} = \left[e^{-j\beta_{n-2}^{i} e_{n-2}} \right] . \left[\left[r_{n-2,n-1} \right] + \left[t_{n-1,n-2} \right] . \left[I_{n-1}^{r} \right] . \left[\left[I_d \right] - \left[r_{n-1,n-2} \right] . \left[I_{n-1}^{r} \right] \right]^{-1} . \left[t_{n-2,n-1} \right] \right] . \left[e^{-j\beta_{n-2}^{i} e_{n-2}} \right] . \tag{IV.56}$$

On effectue ce processus itératif jusqu'à l'interface 1, ce qui permet d'obtenir la relation :

$$a^{1,-}\left(z_1\right) = I_1^{r} a^{1,+}\left(z_1\right). \tag{IV.57}$$

A partir de la relation (IV.43) et (IV.44), on peut calculer les amplitudes i+1 dans les différentes couches en utilisant les équations :

$$a^{i+1,+}\left(z_{i+1}\right) = T_i\, a^{i,+}\left(z_i\right), \tag{IV.58}$$

avec

$$T_i = \left[\left[I_d \right] - \left[r_{i+1,i} \right] . \left[I_{i+1}^{r} \right] \right]^{-1} . \left[t_{i,i+1} \right] . \left[e^{-j\beta_{i+1} e_{i+1}} \right], \tag{IV.59}$$

et

$$a^{i+1,-}\left(z_i\right) = I_{i+1}^{r} a^{i+1,+}\left(z_i\right). \tag{IV.60}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

On peut constater que dans cette méthode toutes les matrices à inverser sont des matrices carrées. Il n'est pas nécessaire d'avoir le même nombre de modes dans les différentes couches pour faire le calcul contrairement aux autres méthodes TMC proposées dans la littérature [Hammer][Mu][Maes][Gallagher]. D'autre part, les coefficients de réflexion et de transmission aux différentes interfaces sont obtenus en résolvant un système linéaire comprenant un nombre d'équation égal au nombre d'inconnues, ce qui assure l'unicité de la solution.

Au final, on peut obtenir les coefficients de réflexion et de transmission en utilisant les relations (IV.57) et (IV.58) :

$$r = \frac{a^{1,-}(z_1)}{a^{1,+}(z_1)} \Rightarrow r = I_1^r; \tag{IV.61}$$

$$t = \frac{a^{n,+}(z_n)}{a^{1,+}(z_1)} \Rightarrow t = \prod_{i=1}^{n-1} T_i. \tag{IV.62}$$

Les techniques développées dans les sous chapitres IV.1 et IV.2 vont être utilisées pour concevoir les composants élémentaires nécessaires à la réalisation d'un circuit photonique de routage. Les règles utilisées lors de l'optimisation de ces composants élémentaires seront détaillées dans le cas de la configuration guide SLOT BTO optimisée dans le chapitre III. Le travail de conception réalisés sur les guides de type silicium sur isolant et silicium amorphe sera exposé dans le chapitre V, de manière à faire une comparaison directe avec les résultats expérimentaux et ainsi, valider les approches théoriques.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

IV.3. Conception des diviseurs de faisceaux

Lors de travaux précédents réalisés à l'INL, il a été montré que les diviseurs de faisceaux de type MultiMode Interference (MMI) sont plus performant que les jonctions Y classiques pour des guides à fort contraste d'indice [Orobtchouk05][Schnell]. Les raisons principales sont que pour des guides submicroniques, les imperfections de réalisation de la pointe du V à la séparation des deux guides de sortie de la jonction Y entraînent un déséquilibre important entre les deux voies de sortie et les pertes liées à la diffraction sur la pointe sont relativement élevées et fortement dépendantes de la longueur d'onde.

Les paramètres géométriques utilisés lors de la conception d'un diviseur de faisceau de type MMI sont reportés sur la Figure IV.5.

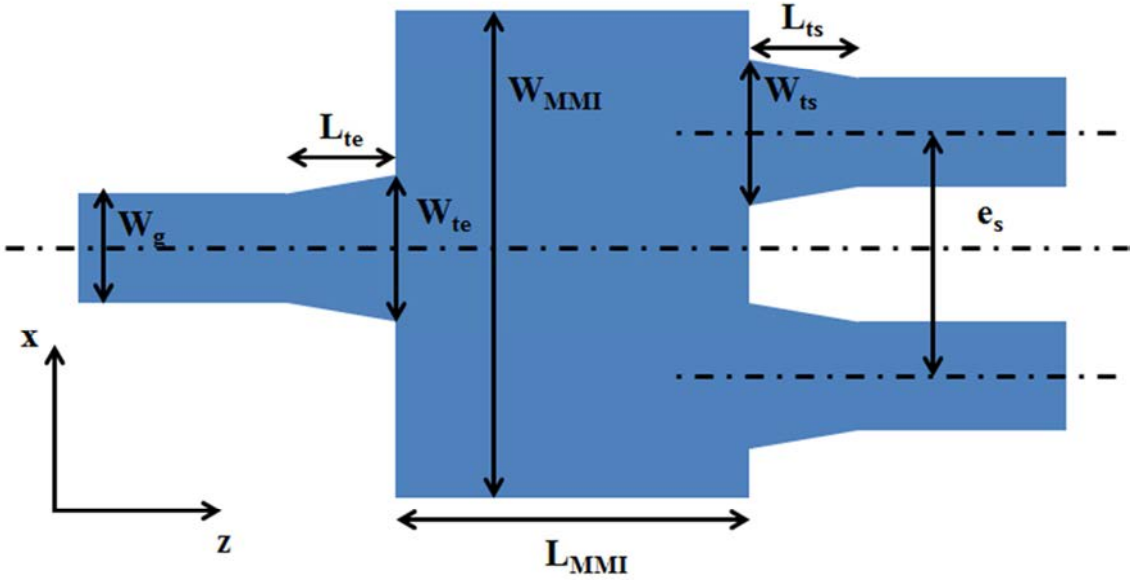


Figure IV.5 : Représentation d'un diviseur de faisceau de type MMI et les paramètres utilisés lors de sa conception.

Le principe de fonctionnement des dispositifs MMI est expliqué dans l'article de revue de B. Soldano et coll. [Soldano].

Un dispositif MMI est constitué d'un guide d'entrée monomode de largeur W_g accolé à un guide Multimode de largeur W_{MMI}. L'énergie du mode guidée en entrée est transférée aux différents modes de la section multimode du MMI. Comme les constantes de propagation des différents modes ne sont pas identiques, il se crée un déphasage durant leurs propagations. Ce déphasage est à l'origine d'un phénomène d'interférence qui forme n images multiples du mode du guide d'entrée réparties suivant l'axe x à certaines positions suivant la direction de propagation z, comme illustrée sur la Figure IV.6. Le dispositif MMI est qualifié d'imageur. Si on place des

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

guides de sortie à l'endroit où se forme les n images de sorties, on obtient ainsi un diviseur de faisceau de 1 vers n de longueur L_{MMI}.

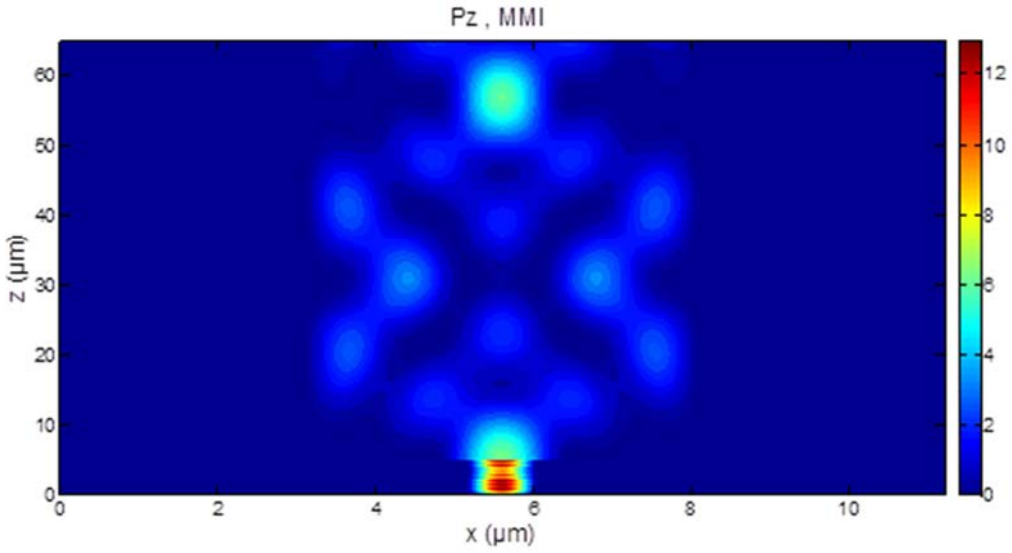


Figure IV. 6 : Image de la puissance lumineuse qui se propage dans la section multimode dans un dispositif imageur de type MMI (configuration SLOT BTO, W_g = 0.76 µm et W_{MMI} = 5.0 µm) en polarisation TM. Les positions des images doubles sont x = 4.39 et 6.8 µm, z = 31.2 µm.

En utilisant la méthode de l'indice effectif, il est possible d'obtenir des formules analytiques donnant le nombre d'images et leurs positions dans la section multimode. Si on considère en vue de dessus, la section multimode comme un guide d'onde plan équivalent, la relation de dispersion est donnée par la relation :

$$k_{x,i}^2 + \beta_i^2 = k_0^2 . n_{eq}^2, \qquad \text{(IV.63)}$$

où n_{eq} désigne l'indice équivalent du cœur du guide qui correspond à l'indice effectif du mode TM slot en configuration planaire selon la méthode de l'indice effectif et l'indice i représente le numéro du mode.

La projection du vecteur d'onde selon la direction x est donnée par la relation :

$$k_{x,i}^2 = \frac{(i+1)\pi}{W_{e,i}}, \qquad \text{(IV.64)}$$

où $W_{e,i}$ est la largeur équivalente du guide pour le mode i qui tient compte du décalage de Goos-Hähnchen induit par la pénétration de l'onde lumineuse dans les milieux de gaine [Okamoto].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'insertion de l'équation (IV.64) dans l'équation (IV.63) et en prenant une approximation au premier ordre permet d'obtenir une expression approchée de la constante de propagation du mode d'ordre i en fonction des paramètres géométriques du guide :

$$\beta_i \sim k_0 n_{eq} - \frac{(i+1)^2 .\pi.\lambda}{4.n_{eq}.W_{e,i}^2}. \qquad \text{(IV.65)}$$

Pour décrire le phénomène d'interférence, il est judicieux d'introduire la longueur de battement entre le mode fondamental et le mode d'ordre 1 du guide, qui s'écrit si on néglige la variation de la largeur équivalente du guide pour les différents modes :

$$L_\pi = \frac{\pi}{\beta_0 - \beta_1} \sim \frac{4.n_{eq}.W_e^2}{3.\lambda}. \qquad \text{(IV.66)}$$

L'espacement entre les constantes de propagation est donné par la relation :

$$(\beta_0 - \beta_i) \sim \frac{i(i+2)\pi}{3.L_\pi}. \qquad \text{(IV.67)}$$

Les composantes du champ électromagnétique dans la section multimode s'écrit:

$$A(x,y,z) = e^{-j\beta_0} \sum_{i=0}^{n} t_i .A_i(x,y) e^{j(\beta_0-\beta_i).z}, \qquad \text{(IV.68)}$$

où les coefficients t_i et les fonctions A_i désignent respectivement les coefficients de transmission en amplitude calculés par la méthode de raccordement des champs et les profils des composantes transverses E_x, E_y, H_x et H_y des modes guidés d'indice i calculés avec le solveur de mode.

Les constantes de propagation des modes guidés et les coefficients de transmission de la section multimode de la Figure IV.6 sont répertoriés dans le tableau IV.1.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

β (µm^{-1})	P	i	Δβ	$\Delta\beta_t$	Δ (%)	T_{TE}	T_{TM}
12.9158852	TE	0	0	0	0	0.37990601	2.072 10^{-11}
12.8723864	TE	1	0.04349874	0.04349874	0	7.377 10^{-12}	0.0237627
12.7997063	TE	2	0.11617881	0.11599663	0.16	0.29099141	3.491 10^{-09}
12.6975976	TE	3	0.21828756	0.21749368	0.36	1.027 10^{-11}	0.02644501
12.5657846	TE	4	0.35010054	0.34798988	0.60	0.18248472	7.208 10^{-09}
12.4040998	TE	5	0.51178531	0.50748524	0.84	4.662 10^{-12}	0.01970796
12.2128779	TE	6	0.70300723	0.69597976	1.00	0.09973451	2.899 10^{-08}
12.1259709	TM	0	0	0	0	1.256 10^{-10}	0.37672756
12.0809423	TM	1	0.04502858	0.04502858	0	0.00025281	2.189 10^{-11}
12.008756	TM	2	0.11721484	0.12007623	-2.44	1.091 10^{-10}	0.30787812
11.9904679	TE	7	0.9254173	0.91347344	1.29	5.728 10^{-12}	0.02737293
11.9003362	TM	3	0.2256347	0.22514292	0.22	1.056 10^{-05}	6.926 10^{-10}
11.7624367	TM	4	0.36353415	0.36022868	0.91	7.021 10^{-11}	0.21330709
11.752499	TE	8	1.16338612	1.15996627	0.29	0.04696474	9.744 10^{-08}
11.591556	TM	5	0.53441491	0.52533349	1.70	6.800 10^{-06}	3.488 10^{-12}

Tableau IV.1 : Valeurs des constantes de propagations (β), de la polarisation (P) (TE pour quasi-TE et TM pour quasi-TM), de l'ordre (i), de β_0-β_i obtenue par le calcul (Δβ), de de β_0-β_i obtenue par la formule (IV.67) ($\Delta\beta_t$), écart relatif entre Δβ et $\Delta\beta_t$ (Δ), coefficient de transmission en puissance respectivement pour les modes quasi-TE et –TM en entrée (T_{TE}) et (T_{TM}) des différent modes de la section multimode.

On peut constater que les valeurs de l'espacement entre les constantes de propagation obtenues avec la formule approchée (IV.67) pour l'ensemble des modes sont proches des valeurs calculées directement avec le solveur de mode. Les longueurs de battement pour les polarisations quasi-TE et TM sont respectivement de 72,22 et 69,77 µm.

Les coefficients de transmission pour les modes impairs sont proches de zéro. Cet effet s'explique par le fait que la structure est symétrique avec une excitation correspondante au mode guidé fondamental du guide d'entrée qui est également symétrique pour sa composante majeure et anti-symétrique pour sa composante mineure. Les coefficients de transmission sont proportionnels à l'intégrale de recouvrement entre les modes. L'intégration du produit entre une fonction symétrique et anti-symétrique sur un domaine symétrique est égale à 0. Dans notre cas, les erreurs d'arrondis et le fait que l'on utilise des conditions transparentes approchées induisent une erreur dans le calcul qui reste inférieure à 10^{-10}. On peut constater également que

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

les coefficients de transmission des modes sur la polarisation opposée à l'excitation sont faibles mais non nulls pour les modes anti-symétriques, du fait que les modes guidés dans des structures non planaires présentent les 2 états de polarisation et que l'intégrale de recouvrement se fait sur la composante mineure du champ qui est symétrique dans le cas des modes impaires. Cet effet introduit une légère conversion de polarisation en sortie du dispositif que l'on considérera comme négligeable.

La position des images se calcule à l'aide du déphasage de l'équation (IV.68) qui pour une distance z = L est donnée par la relation :

$$\Delta\varphi \sim \frac{i(i+2)\pi}{3.L_\pi} L \ . \qquad \text{(IV.69)}$$

Comme les coefficients décroissent lorsque le numéro du mode augmente et qu'ils sont nuls pour les modes impairs (i impairs), on considérera le déphasage entre le mode fondamental et le mode d'ordre 2. Soit :

$$\Delta\varphi \sim \frac{8.\pi}{3.L_\pi} L. \qquad \text{(IV.70)}$$

Pour obtenir une image du guide d'entrée, il faut que tous les modes guidés est la même phase à 2π prés, ce qui correspond à une distance :

$$L = \frac{3.L_\pi}{4}. \qquad \text{(IV.71)}$$

On peut constater que cette relation est valable pour tous les modes, ce qui fait que cette image est identique au guide d'entrée dans le cas parfait où la totalité de la puissance du mode guidé d'entrée est couplé sur la section multimode.

La longueur correspondant à deux images du guide d'entrée est obtenue pour un déphasage de π pour que la somme des champs du mode fondamental produise une interférence destructive au centre du dispositif et une interférence constructive sur les deux lobes secondaires du mode d'ordre 2. Soit :

$$L = \frac{3.L_\pi}{8}. \qquad \text{(IV.72)}$$

La différence de phase pour les autres modes de même polarisation présent dans la section multimode est également un multiple de (2n+1).π, ce qui veut dire que le minimum de champ sera d'autant plus prononcé au centre du dispositif que le nombre de modes considérés sera important, ainsi que la qualité des images. Pour augmenter le

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

nombre de modes, il suffit d'augmenter la largeur du guide MMI (W_{MMI}), ce qui conduit également à augmenter la longueur du dispositif et par conséquent à réduire la bande passante en longueur d'onde du composant. En pratique, les images sont de suffisamment bonnes qualités lorsque la section multimode possède 5 modes quasi-TE ou TM suivant l'état de polarisation considérée.

Comme on peut le voir sur la Figure IV.6, les images triples du guide d'entrée sont localisées suivant un arc de cercle. Cet effet est d'autant plus prononcé lorsque le contraste d'indice entre le matériau de cœur et de gaine du guide d'onde est important. La section du guide pour être monomode étant plus faible, le phénomène de diffraction ne peut être négligé. L'extrémité du guide d'entrée peut être assimilée à une source ponctuelle qui va produire une onde sphérique. La conception d'un diviseur de 1 vers N en photonique sur silicium est plus complexe parce que les guides de sorties n'ont pas la même direction. En pratique, on se limite souvent à des diviseurs de faisceaux de 1 vers 2 ou de 2 vers 2 [Thomson10][Tseng]. Le principe de fonctionnement d'un diviseur de faisceau de 2 vers 2 est décrit également dans l'article de B. Soldano et coll. Comme le guide d'entrée est décalé par rapport à l'axe de symétrie du MMI, les modes impairs interviennent également dans le fonctionnement du composant. On peut également constater dans le tableau IV.1 que les variations des constantes de propagation entre les modes fondamentaux et les modes d'ordre 2 pour les deux états de polarisation sont très proches l'une de l'autre. La première idée qui vient à l'esprit est de modifier la largeur de la section MMI de manière à égaler ces deux quantités pour réaliser un diviseur de faisceau insensible à la polarisation compact. C'est ce que l'on obtient pour une largeur W_{MMI} de 4,6 µm. Le problème est que dans ce cas, les images ne sont pas positionnées au même endroit dans le sens de la largeur comme on peut le constater sur la Figure IV.7 représentant la propagation de la puissance lumineuse dans la section MMI pour une polarisation TE.

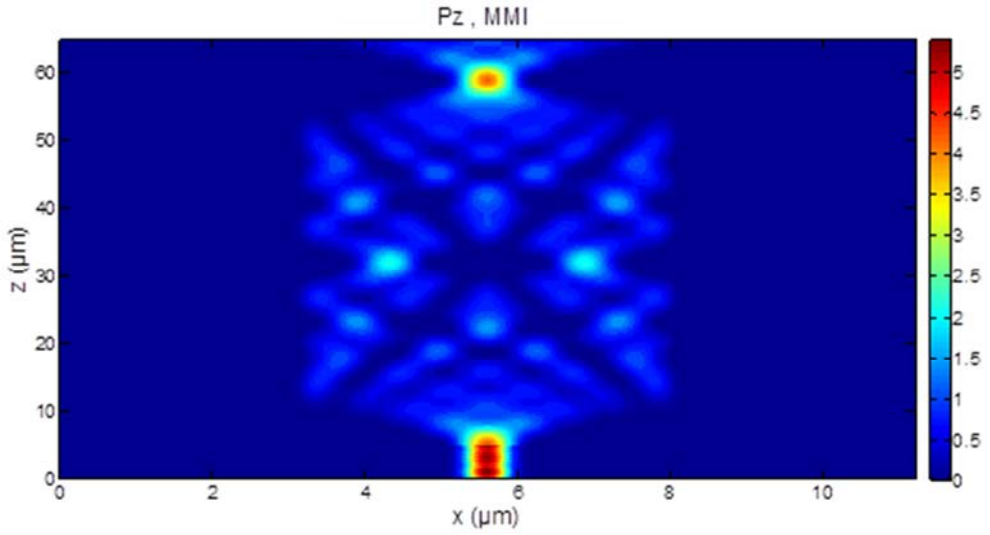


Figure IV. 7 : Image de la puissance lumineuse qui se propage dans la section multimode dans un dispositif imageur de type MMI (configuration SLOT BTO, W_g = 0.76 µm et W_{MMI} = 5.0 µm) en polarisation TE. Les positions des images doubles sont x = 4.31 et 6.87 µm, z = 32.02 µm.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

La position de l'image en polarisation TE, est décalée vers le bord du MMI pour une valeur de z plus grande. On constate également sur la Figure IV.7 qu'après la formation de l'image double en z = 32,02 µm, les images se décalent vers l'extérieur du MMI. En choisissant une longueur L_{MMI} intermédiaire de 31,7 µm, on obtient des images légèrement déformées qui sont à la même position.

Pour maximiser la puissance lumineuse transmise aux deux guides de sortie, on utilise des transitions adiabatiques. Comme les largeurs des modes ne sont pas identiques entre le guide d'entrée et la section multimode du MMI, on utilise également une transition adiabatique au début du dispositif. L'optimisation des largeurs des transitions adiabatiques en entrée W_{te} et en sortie W_{ts} se fait de manière à maximiser la puissance transmise et minimiser la puissance réfléchie. L'optimisation est rapide avec la méthode de raccordement des modes locaux puisqu' il suffit de calculer uniquement les modes du guide d'entrée ou de sortie en fonction de la variation de leurs largeurs. La section MMI étant fixée, les modes relatifs à cette section ont été calculés au préalable. Une même optimisation réalisée avec un logiciel FDTD nécessite de recalculer la propagation dans tout le dispositif à chaque fois que l'on change un paramètre. A titre d'exemple, le calcul 3D de la Figure IV.7 est obtenu en moins de 3 mn avec la technique de raccordement des modes locaux, alors qu'il requiert plusieurs heures avec un logiciel de FDTD.

Les Figures IV.8 et IV.9 représentent l'évolution des puissances transmises dans la section MMI et réfléchies dans le guides d'entrée en fonction de la largeur de la transition adiabatique W_{te}.

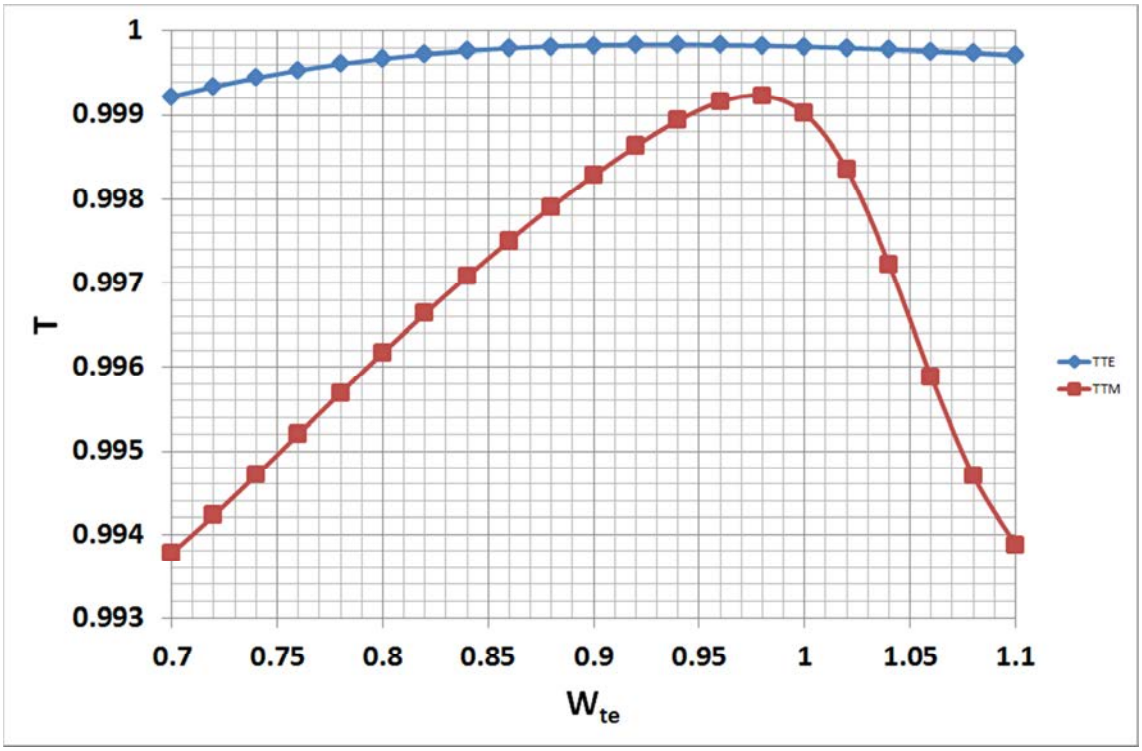


Figure IV.8 : Evolution de l'énergie transmise dans la section du MMI en fonction de la largeur de la transition adiabatique W_{te} pour les deux polarisations.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission en polarisation TE restent relativement faibles comparées à celle de la polarisation TM. Le nombre de modes pour la polarisation TE étant plus important que pour la polarisation TM, il est plus facile de coupler l'énergie du guide d'entrée dans la section du MMI. Les courbes pour la polarisation TM présentent un maximum de transmission pour W_{te} = 0,98 µm et un minimum du coefficient de réflexion pour W_{te} = 0,96 µm marqués. Les problèmes de réflexions parasites dans les dispositifs étant plus gênants que les pertes de transmission, nous avons choisi d'utiliser une largeur W_{te} de 0,96 µm et une longueur de transition de 5 µm, ce qui correspond à un angle de 1° pour lequel la transition est considérée comme adiabatique.

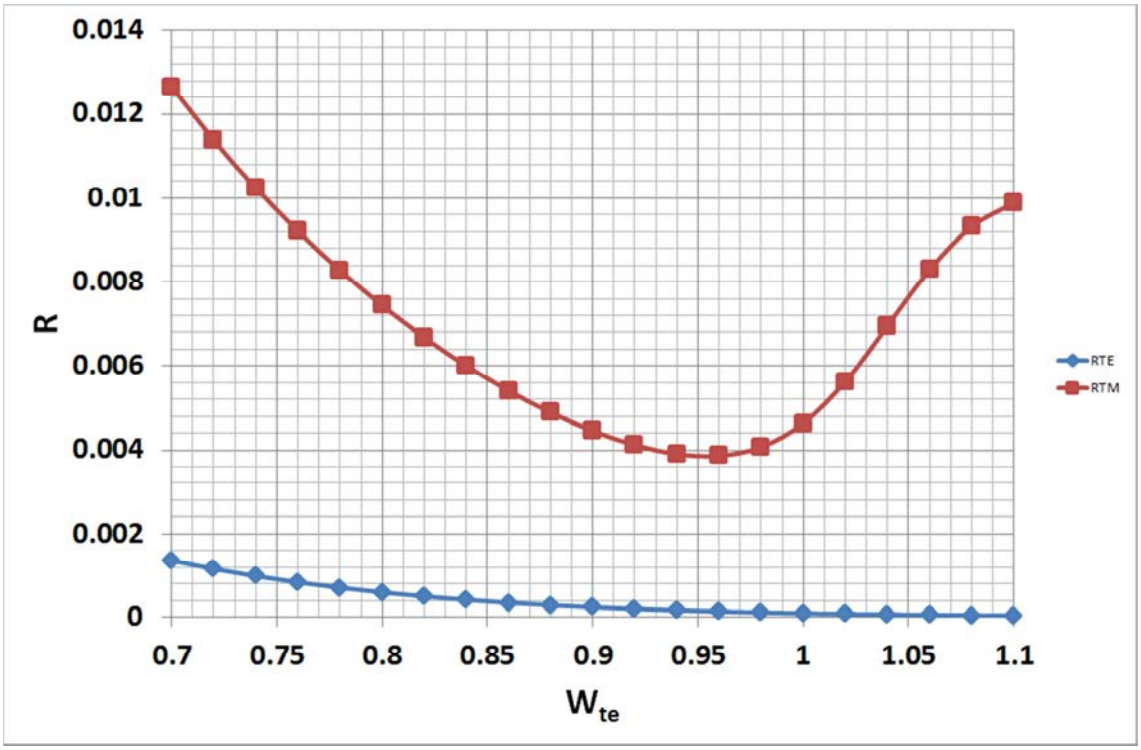


Figure IV.9 : Evolution de l'énergie réfléchie dans le guide d'entrée en fonction de la largeur de la transition adiabatique W_{te} pour les deux polarisations.

Lorsqu'on change la taille du guide en entrée, on peut constater sur la Figure IV.10 que la position des images c'est déplacée suivant z de 32,02 à 28,3 µm, ce qui conduit à un dispositif plus court. Ce décalage de la position des images s'explique par le fait que les coefficients de transmission en amplitude sont complexes et le terme de déphasage entre les différents modes varie en fonction de la largeur du guide d'entrée. Lorsqu'on tient compte de ce terme de phase supplémentaire, l'équation (IV.68) s'écrit :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$A(x,y,z) = e^{-j\beta_0} \sum_{i=0}^{n} |t_i| . e^{j\varphi_i} . A_i(x,y) e^{j(\beta_0 - \beta_i).z}. \qquad \text{(IV.73)}$$

Si le déphasage additionnel est positif, la longueur du MMI sera réduite. Cet effet n'est pas pris en compte dans le modèle développé par Soldano qui suppose que les coefficients de couplages de l'équation (IV.68) sont purement réels ou tous identiques, ce qui n'est pas le cas pour des guides à fort contraste d'indice de réfraction.

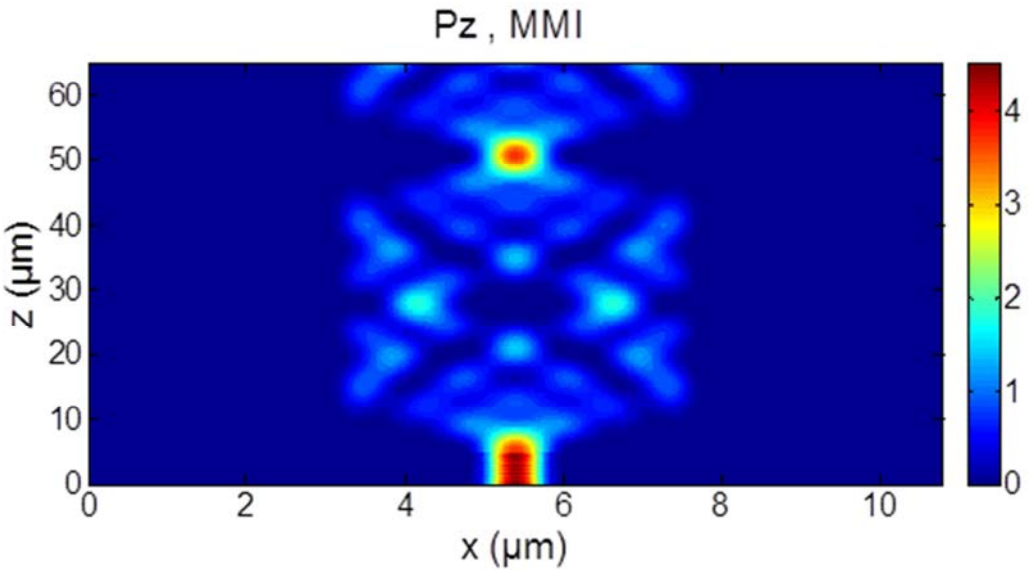


Figure IV. 10 : Image de la puissance lumineuse qui se propage dans la section multimode dans un dispositif imageur de type MMI (configuration SLOT BTO, W_g = 0.96 µm et W_{MMI} = 5.0 µm) en polarisation TE. Les positions des images doubles sont x = 4,18 et 6,62 µm, z = 28,3 µm.

La dernière étape consiste à optimiser la position et la géométrie de transitions adiabatiques de sortie. Le critère de choix est le même que précédemment. On cherche à maximiser la puissance transmise sur les guides de sortie et minimiser la puissance réfléchie sur le guide d'entrée. Le temps de calcul dans ce cas est également fortement réduit parce que les modes du guide d'entrée et du MMI ont été calculés durant les étapes précédentes. Il ne reste qu'à calculer les modes symétriques et anti-symétriques des deux guides de sortie pour les deux polarisations en fonction de la largeur du guide W_{ts} et de leur espacement e_s. Comme on calcul l'ensemble des modes qui se propagent dans les deux guides de sortie, l'optimisation des structures pour les polarisations TE, TM et insensible à la polarisation se font dans le même programme. La propagation de la lumière dans le diviseur MMI insensible à la polarisation est représentée sur la Figure IV.11. Comme les pertes de couplages et le coefficient de réflexion sont relativement faibles dans la section d'entrée ont s'affranchir de la transition adiabatique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

de l'entrée. Les différentes configurations des diviseurs de faisceaux MMI de 1 vers 2, ainsi que leurs performances sont répertoriées dans le tableau IV.1.

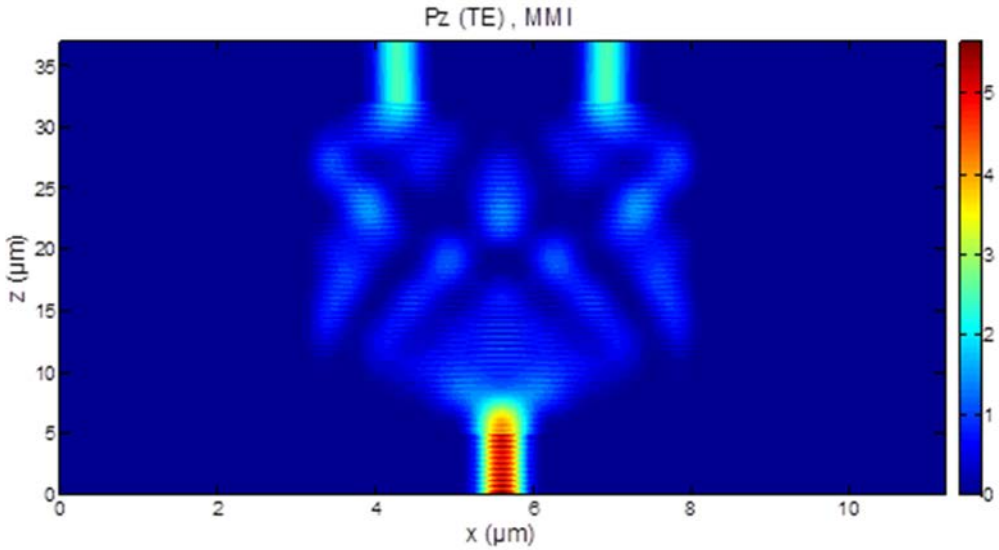


Figure IV. 11 : Image de la puissance lumineuse qui se propage dans la section multimode dans un dispositif imageur de type MMI (configuration SLOT BTO, W_g = 0.96 µm et W_{MMI} = 5.0 µm) en polarisation TM.

L_{MMI} (µm)	W_{MMI} (µm)	e_s (µm	W_{te} (µm)	L_{te} (µm)	W_{ts} (µm)	L_{ts} (µm)	T (%)	R (%)	Losses (dB)	Pol
26.93	5.0	2.54	0.76	0	0.76	0	89.47	0.11		TE
25.88	5.0	2.38	0.76	0	0.76	0	80.62	6.05		TM
26.48	5.0	2.56	0.76	0	0.76	0	93.83	0.72		-
27.0	5.0	2.64	0.76	0	0.9	5.0	99.55	0.21		TE
25.96	5.0	2.48	0.76	0	0.84	5.0	95.73	0.34		TM
26.48	5.0	2.56	0.76	0	0.84	5.0	98.12	1.33		-
27.19	5.0	2.58	0.96	5	0.94	5.0				TE
26.22	5.0	2.5	0.96	5	0.94	5.0				TM
26.70	5.0	2.54	0.96	5	0.94	5.0				-

Tableau IV.1 : Géométries des différentes configurations MMI et leurs performances.

IV.4. Conception des virages

Les calculs sont réalisés avec le solveur de modes décrit dans le sous chapitre IV.2. Les conditions transparentes sont utilisées pour déterminer les pertes de radiation intrinsèques liées à la courbure. Le profil du mode slot dans un guide courbe est donné sur la Figure IV.12. On peut observer qu'une partie de la lumière du mode guidé présente des oscillations, ce qui illustre le phénomène de pertes de radiation dans les

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

virages. On constate également que le profil du mode est déformé par rapport à celui du guide droit et le maximum de la puissance est décalé vers l'extérieur de la structure. Cette déformation va induire des pertes supplémentaires à la transition entre un guide droit et un guide courbe. La déformation du mode étant fortement dépendante de la valeur du rayon de courbure, il convient dans un premier temps de la fixer.

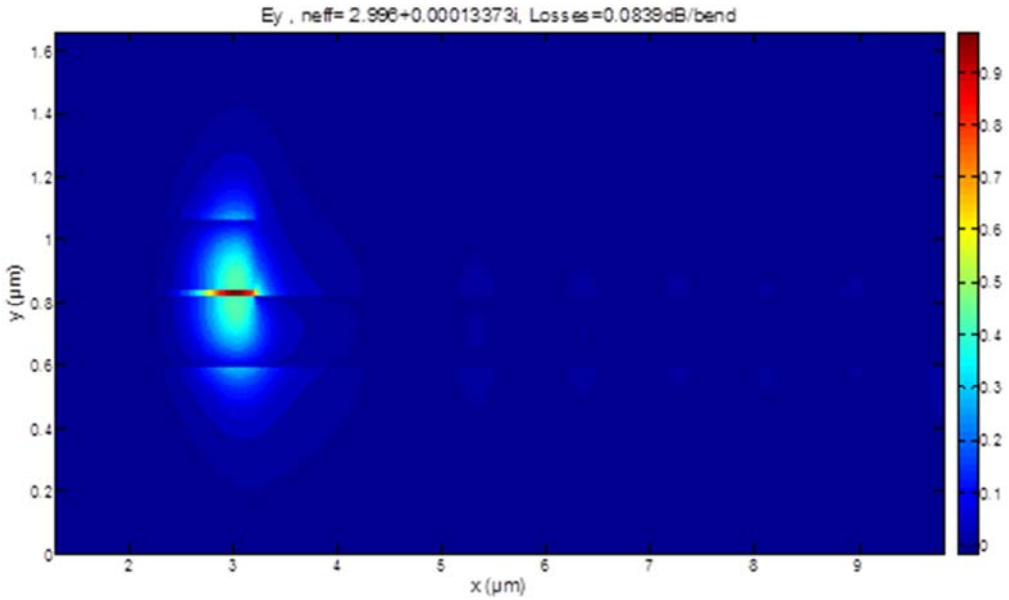


Figure IV.12: Profil du mode slot dans un guide (W = 0.76 µm, R = 2.8 µm, TM polarisation).

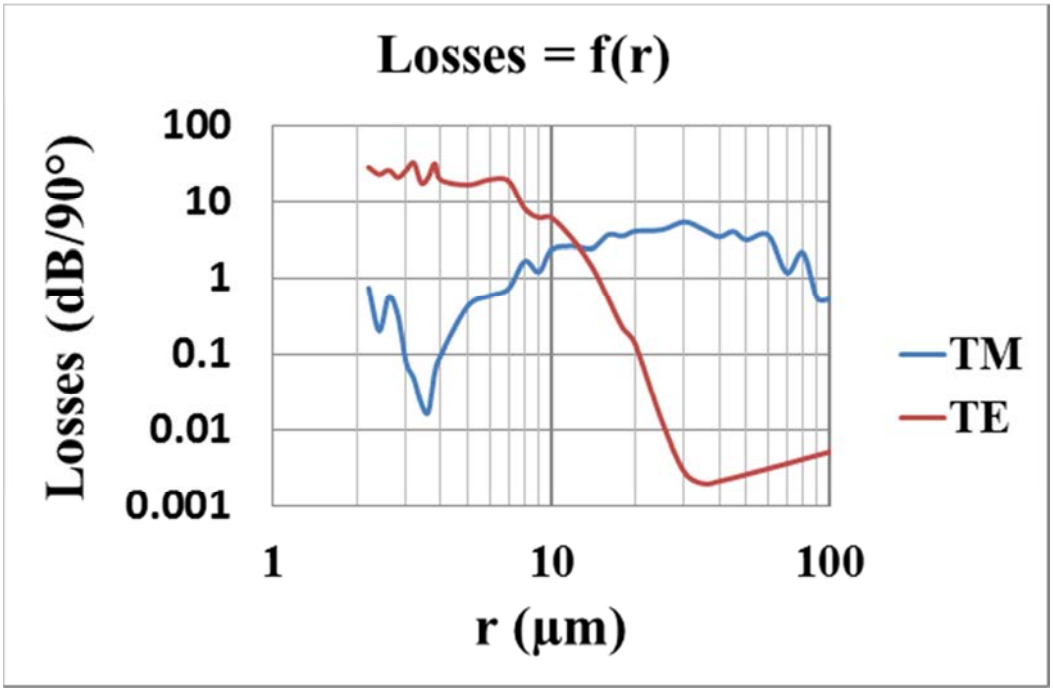


Figure IV.13 : Evolution des pertes de radiation (dB/90°) en fonction du rayon de courbure (W = 0.76 µm, h_{Si} = 0.22 µm, h_{BTO} = 0.02 µm, h_{aSi} = 0.25 µm).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'évolution des pertes de radiation en fonction du rayon de courbure sont reportées sur la Figure IV.13. Pour un rayon de courbure infini, correspondant à un guide droit, le virage ne comporte pas de pertes. Lorsqu'on réduit le rayon de courbure, les pertes de radiations augmentent progressivement. Dans le cas de guides rubans de silicium, les pertes de radiations ne cessent d'augmenter lorsque le rayon de courbure diminue. Toutefois, le niveau de pertes reste inférieur à 0,1 dB/90° pour des rayons relativement faibles de 2,0 µm. Dans le cas des guides courbes en arête, on constate que dans une plage de rayon de courbure, la tendance s'inverse. Dans le cas des guides slot, on constate que pour des rayons inférieurs à 20 µm, les pertes par 90° diminuent pour atteindre une valeur minimale de 0,02 dB/90° pour r = 3,6 µm en polarisation TM. Le même comportement est observé en polarisation TE, avec un minimum de pertes de 0,003 dB/90° pour r = 24 µm. Ce comportement atypique s'explique par le fait que les pertes sont exprimées en dB/90°. Si on reporte l'évolution des pertes en dB/cm, on obtient des valeurs de pertes de radiation qui augmentent constamment lorsque le rayon de courbure diminue. Cette augmentation n'est pas linéaire. Lorsque le taux d'accroissement des pertes de radiation est plus faible que la diminution de la distance de propagation liée à la réduction du périmètre lorsque le rayon diminue, on obtient un virage qui a moins de pertes. Ce comportement atypique a été observé dans des guides courbes en arête multimodes uniquement dans le cas des modes d'ordres supérieures [Dai]. Aucune interprétation physique de ce phénomène n'a été donnée. Les auteurs ont constaté en observant l'évolution du profil du mode guidé d'ordre 1, que celui-ci a tendance à se déformer. Il est plus intense dans la partie haute du guide, ce qui réduit le couplage vers la partie guide plan latérale du guide rib. Nous proposons ici une nouvelle explication à ce phénomène. Le principe est illustré sur la Figure IV.14.

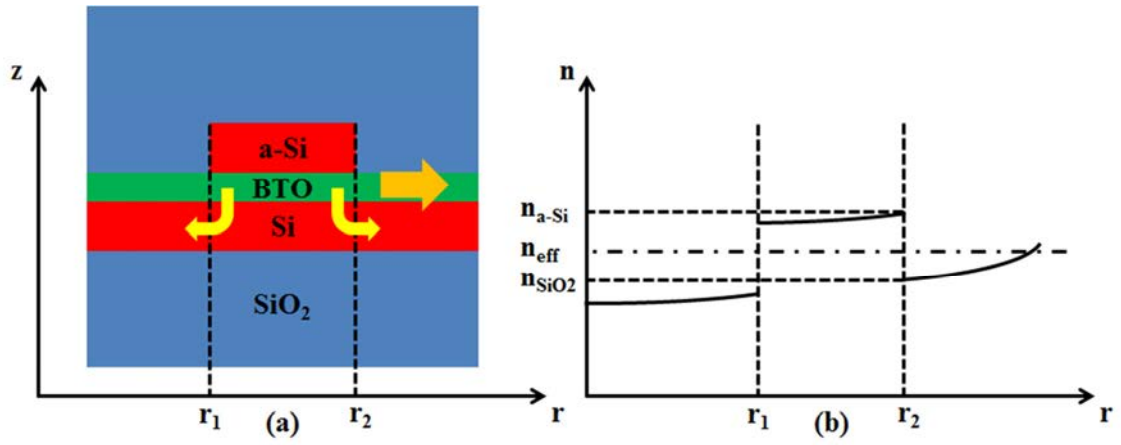


Figure IV.14 : (a) Représentation du guide courbe avec une illustration des fuites latérales dues au couplage du mode guidé dans le guide plan formé des couches de BTO et de silicium et des fuites de radiations dues à la courbure. (b) Variation de l'indice de réfraction en fonction de r dans le cas d'une transformation conforme (Eq.(IV.25)).

Si on se réfère aux calculs faits dans le chapitre III, un guide en arête droit peut posséder des pertes de radiation si la constante de propagation du mode guidée est

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

inférieure au mode fondamental de polarisation TE du guide plan latéral qui le constitue. Il y a donc deux contributions au phénomène de pertes de radiation dans un guide courbe en arête. Un premier phénomène de fuites latérales de la lumière du mode guidé lié au couplage vers la couche planaire de haut indice du guide en arête. Ces pertes ont lieu dans les deux directions (valeurs de r inférieures et supérieures au rayon de courbure du virage). Si on utilise une transformation conforme, comme décrit dans le sous chapitre IV.1, l'indice de réfraction du guide ne présente pas un profil rectangulaire, mais augmente en fonction de r (voir fig. IV.14 (b)). Lorsque l'indice du matériau d'encapsulation (SiO_2) devient supérieur à l'indice effectif du mode guidé, on a des fuites de radiation équivalentes à un effet tunnel optique vers les grandes valeurs de r uniquement. La variation de l'indice de réfraction dans la couche de BTO et de silicium introduit également une variation des fuites latérales qui sera plus faible pour les valeurs de r inférieures à r_1 (rayon interne du virage) parce que les indices de réfraction sont plus faibles que dans le cas du guide droit et plus forts pour les valeurs de r supérieures à r_2 (rayon externe du virage). Les fuites latérales deviennent dissymétriques et globalement plus faibles parce que la diminution des pertes côté r faible est plus importante que l'augmentation de l'autre côté. Tant que les fuites latérales sont comparables aux pertes de radiation, on obtient une diminution globale des pertes des virages. Pour des valeurs plus faibles du rayon de courbure, les pertes de radiation deviennent prépondérantes et on retrouve un comportement normal avec une augmentation des pertes lorsque le rayon de courbure décroit.

La position du mode dans le virage étant différente que dans un guide droit, des pertes supplémentaires de désadaptation auront lieu à la transition. La technique de mode matching est utilisée pour réduire ce type de pertes en décalant la position et en modifiant la largeur du guide droit à la transition. Dans le cas d'un rayon de courbure de 3,6 µm, un décalage de 170 nm du guide droit vers l'extérieur du virage et une augmentation de la largeur du guide dans le virage de 100 nm permet de réduire les pertes de désadaptation à 0,008 dB/interface, contre 0,16 dB/interface sans aucune correction. D'autres techniques telles que les courbures continues utilisées dans le cas de virages à faibles contraste d'indice peuvent être utilisées [Ladouceur] Il est à noter que ces méthodes ont été récemment utilisées au cas de guides silicium [Yuan] [Melloni] [Chen].

IV.5. Conception des résonateurs en anneau et Mach-Zehnder asymétriques

La géométrie du résonateur en anneau et les paramètres à optimiser sont représentés sur la Figure IV.15. Il est constitué d'un guide d'entrée qui permet d'injecter de la lumière dans un résonateur en anneau qui peut être circulaire (constitué de 4 virages à 90° jointifs) ou en forme de stade (constitué de 4 virages à 90° et 4 guides droits).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le principe de fonctionnement est simple. Une partie de la lumière du guide d'entrée est couplée et va se propager dans le résonateur. Si la lumière revient en phase après un tour, l'interférence est constructive. L'anneau se charge en énergie lumineuse. Pour satisfaire le bilan énergétique, on observe un creux de transmission dans la réponse du guide d'entrée. Le creux est dotant plus marqué lorsque le dispositif est proche de la condition de couplage critique (voir eq. IV.75). Si la lumière qui revient est en opposition de phase, l'interférence destructive annihile l'effet de couplage, on observe un maximum de transmission. La phase est contrôlée par le chemin optique, qui pour un périmètre donné varie uniquement en fonction de la longueur d'onde ou d'une modification de l'indice effectif du mode guidé.

On a choisi d'utiliser une configuration de type stade parce que dans le cas d'une configuration purement circulaire, les pertes causées par l'absorption des contacts métalliques deviennent trop importantes dans les courbures. Dans le cas d'un résonateur de type stade, on conserve la structure optimisée dans le chapitre III. Les contacts métalliques sont placés dans les portions de guides droits du résonateur. Il est plus facile de jouer sur les paramètres L pour ajuster le facteur de couplage entre le guide d'entrée et le résonateur en anneau et L_1 pour ajuster le facteur de qualité et l'ajustement en longueur d'onde du dispositif.

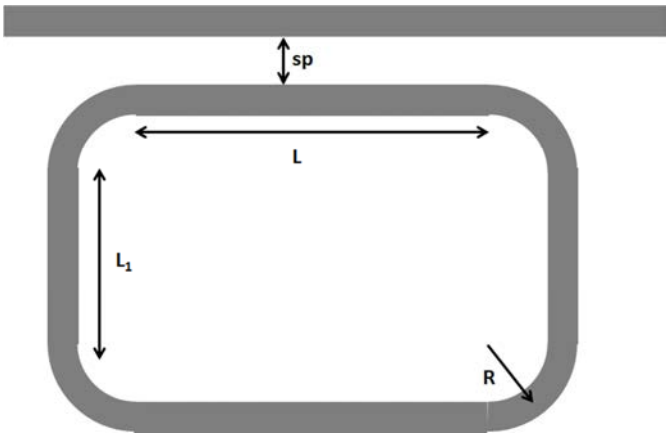


Figure IV.15 Géométrie du circuit résonateur et paramètres nécessaires pour optimiser le fonctionnement du résonateur lors de la modélisation.

La réponse spectrale du résonateur en anneau est donnée par la formule [Yariv] [Schwelb] :

$$T = c^2\left(1 - \frac{|\kappa|^2\left(1 - c^2.e^{-4\left(\alpha_g.(L+L_1)L+\alpha_v.\pi.r\right)}\right)}{\left(1 - c.e^{-2\left(\alpha_g.(L+L_1)L+\alpha_v.\pi.r\right)}.\sqrt{1-|\kappa|^2}\right)^2 + 4.c.e^{-2\left(\alpha_g.(L+L_1)L+\alpha_v.\pi.r\right)}.\sqrt{1-|\kappa|^2}.sin^2\left(\beta_g.(L+L_1)+\beta_v.\pi.r\right)}\right), \quad \text{(IV.74)}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

où c, κ, α_g et α_v représentent respectivement, les pertes de couplage entre le guide d'entrée et le résonateur, le facteur de couplage, et les pertes de propagation dans les parties droites (g) et courbes (v) du résonateur. β_g et β_v sont les constantes de propagation du mode guidé dans les parties droites et courbes du résonateur.

Le contraste est maximal quand la condition de couplage critique est satisfaite :

$$T_{min} = 0 \Rightarrow \sqrt{1-|\kappa|^2} = c.e^{-2\left(\alpha_g.(L+L_1)L+\alpha_v.\pi.r\right)}. \quad \text{(IV.75)}$$

En considérant l'équation (IV.75) et un niveau de pertes totales du résonateur de 1 dB, le facteur de couplage doit être de 0,607.

Pour déterminer le facteur de couplage, on utilise la technique de mode matching. On commence par calculer le couplage entre le guide droit d'entrée est un guide courbe de 3,6 µm de rayon de courbure. L'évolution du facteur de couplage en fonction de l'espacement entre les deux guides sp est reportée sur la Figure IV.16. Comme le couplage est lié à l'interaction entre les parties évanescentes des modes qui se propagent dans les deux guides, le facteur de couplage s'exprime par la relation :

$$\kappa = 10^{a(\lambda).sp+b(\lambda)}. \quad \text{(IV.76)}$$

Les coefficients a et b sont obtenus par régression linéaire. Les résultats sont résumés dans le tableau IV.3.

Le coefficient de couplage dans les parties droites du coupleur directionnel est obtenu simplement par la théorie des modes couplés.

$$\kappa = sin\left(\frac{\pi.L}{2.L_c}\right)e^{j\beta.L}, \quad \text{(IV.77)}$$

avec

$$L_c = \frac{\lambda}{2\left(n_{eff,pair} - n_{eff,impair}\right)}. \quad \text{(IV.78)}$$

Les indices effectifs des modes pair et impair des guides d'ondes couplés sont obtenus à l'aide du solveur de mode. La variation de L_c en fonction de l'espacement entre les deux guides peut être également représentée par une relation identique à l'équation(IV.76). Les coefficients sont également obtenus par régression linéaire. Les valeurs sont également données dans le Tableau IV.3.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

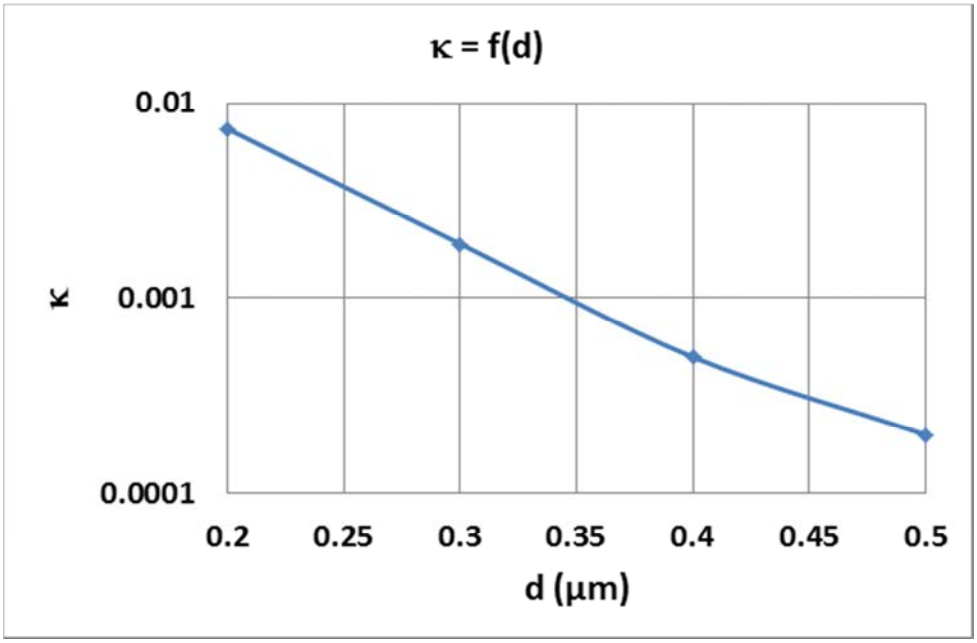


Figure IV.16 : Evolution du facteur de couplage en fonction de l'espacement entre le guide d'entrée et le guide courbe (r = 3.6 µm).

	a	b
Courbure (r = 3,6 µm)	-5,2844	-1,1135
Guides droits	4,9284	0,6869

Table IV.3 : Valeurs des coefficients permettant le facteur de couplage dans la partie courbe et la longueur de couplage Lc dans la partie droite du coupleur.

Afin de satisfaire la condition de couplage critique, la longueur L doit être de 53 µm pour un espacement entre guide de 0.3 µm à la longueur d'onde de 1.55 µm.

La valeur de L_1 est fixée à 200 µm pour obtenir une largeur de la résonance suffisamment faible pour obtenir un contraste de modulation supérieur à 90 % lorsqu'une tension de 10 V ($\Delta n_{eff} = 3\ 10^{-3}$) est appliquée sur les branches de longueurs L_1 du résonateur. L'évolution de la transmission en fonction de la longueur d'onde est reportée sur la Figure IV.17.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

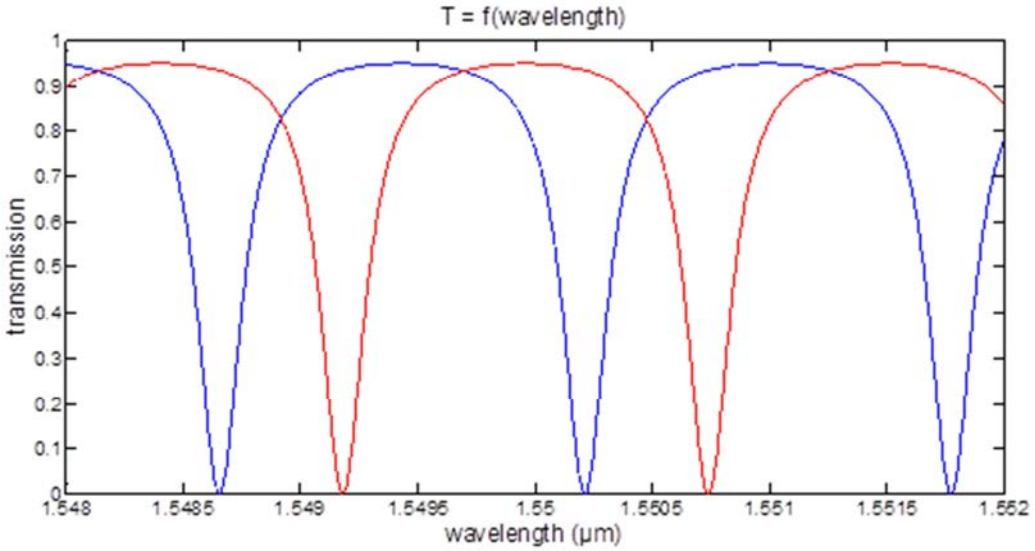


Figure IV.17 : Evolution de la transmission du résonateur de type stade en fonction de la longueur d'onde pour des tensions appliquées sur les électrodes de longueurs L_1 de 0 V (bleu) et 10 V (rouge).

Un modulateur de type Mach-Zehnder asymétrique est constitué de deux diviseurs de faisceaux MMI séparés par deux bras de longueurs différentes. La modulation est due à la variation du chemin optique induit par la variation de l'indice effectif du mode guidé causé par la tension appliquée sur les électrodes. La différence de longueur entre les deux bras doit être dans ce cas de 500 µm pour une tension appliquée de 10 V et obtenir un contraste de modulation supérieur à 80 % comme le montre la Figure IV.18.

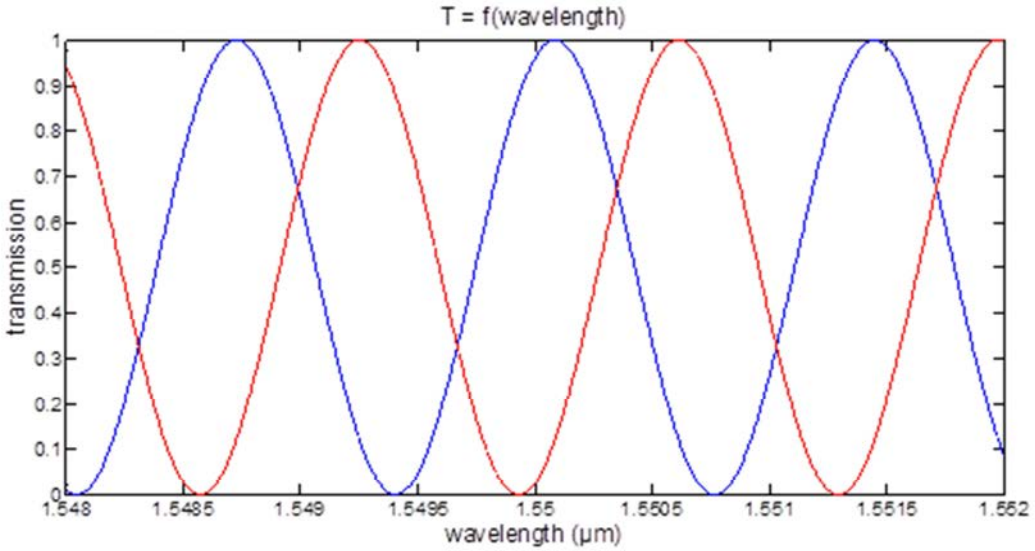


Fig. IV.18 : Réponse spectrale d'un modulateur Mach-Zenhder asymétrique (ΔL = 500 µm) à 0V (bleu) and 10 V (rouge).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

IV.6. Conclusion

L'optimisation de briques de base d'optique intégrée nécessite l'élaboration d'outils de conception variés. Les outils du commerce ne répondent pas forcément à nos attentes en termes de rapidité et de précision de calcul. La conception de virages à faibles pertes dans le cas de guides slots anisotropes a nécessité l'élaboration d'un solveur de mode en coordonnée cylindrique. La compréhension des phénomènes physiques intervenant dans le mécanisme de pertes de radiation a permis de concevoir des virages à très faibles rayons de courbure de 3,6 µm dans une configuration de guide en arête avec des pertes de radiation inférieures à 0,1 dB/90°. Les solveurs de modes couplés à un formalisme de décomposition en mode locaux a été utilisé pour concevoir les briques de bases nécessaires à la réalisation de modulateurs. Les transitions entre les courbes et les guides droits ont été optimisées afin de réduire les pertes à la transition.

Ce formalisme a également été utilisé pour concevoir des diviseurs de faisceaux de 1 vers 2 compacts et insensibles à la polarisation avec réduction des pertes par adjonction de transitions adiabatiques. L'étude théorique du fonctionnement des MMIs a permis d'élaborer une procédure automatique d'optimisation de ce type de dispositif.

Dans le cas de résonateur en anneau, ce formalisme a permis de calculer le facteur de couplage en tenant compte de la contribution des courbures.

Quoiqu'il en soit, ce travail de conception a mis en évidence deux résultats innovants pour la photonique sur silicium. Le premier étant que pour des guides en arête, la réduction du rayon de courbure d'un virage n'implique pas forcément à une augmentation des pertes de radiation et peut conduire à une amélioration des performances du dispositif. Le deuxième porte sur l'obtention de diviseur de faisceaux compacts et insensibles à la polarisation.

Les outils de modélisation et les méthodologies de conception des briques de bases d'optique intégrée ont été utilisés pour concevoir des composants en SOI et silicium sur isolant plus simples à réaliser. Ces dispositifs ont permis de valider expérimentalement les résultats marquants obtenus dans ce chapitre. La validation expérimentale fait l'objet du prochain chapitre.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Références

[Berglud] W. Berglud, A. Gopinath, WKB analysis of bend losses in optical waveguides, Journ. Of Light. Techn., 2000, 18, pp. 1161-1166.

[Chen] T. Chen, H. Lee, J. Li, K. J. Vahala, A general design algorithm for low optical loss adiabatic connections in waveguides, Optics Express, 2012, 20, pp. 22819-22829.

[Dai] D. Dai, S. He, Analysis of characteristics of bent rib waveguides, J. Opt. Soc. Am. A, 2004, 21, pp. 113-121.

[Feng] N. N. Feng, G. R. Zhou, C. Xu, Member, W. P. Huang, Computation of Full-Vector Modes for Bending Waveguide Using Cylindrical Perfectly Matched Layers, Journ. of Light. Techn., 2002, 20, pp. 1976-1979.

[Gallagher] D. F.G. Gallagher, T. P. Felici, Eigenmode Expansion Methods for Simulation of Optical Propagation in Photonics - Pros and Cons, Photonics West, San Jose, 2003. pp. 4987-5010

[Hammer] M. Hammer, Quadridirectional eigenmode expansion scheme for 2-D modeling of wave propagation in integrated optics, Optics Communications 2004, 235, pp.285-303.

[Heiblum] M. Heiblum, J. H. Harris, Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation, Journ. of Quantum Electr., 1975, 11, pp. 75-85.

[Kakihara] K. Kakihara, N. Kono, K. Saitoh, M. Koshiba, Full vectorial finite element method in a cylindrical coordinate system for loss analysis of photonic wire bends, Optics Express, 2006, 14, pp. 11128-11141.

[Kim] S. Kim, A. Gopinath, Vector Analysis of optical Dielectric waveguide Bends Using Finite difference Method, Journ. of Light. Techn., 1996, V14, pp. 2085-2092.

[Ladouceur] F. Ladouceur and P. Labeye, A new gerenal approach to optical waveguide path design, J. Light. Tech. 1995, 13, pp. 481-491.

[Maes] B. Maes, P. Bienstman, R. Baets, Modeling second-harmonic generation by use of mode expansion , J. Opt. Soc. Am. B, 2005, 22(7), pp. 1378-1383.

[Melloni] A. Melloni, P. Monguzzi, R. Costa, and M. Martinelli, Design of curved waveguides: The matched bend, J. Opt. Soc. Amer. A, 2003, 20, pp. 130-137.

[Mu] J. Mu,W. P. Huang, Simulation of three-dimensional waveguide discontinuities by a full-vector mode-matching method based on finite-difference schemes, Optics Express, 2008,16(22), pp.18152.

[Okamoto] Okamoto K. Fundamentals of optical waveguides. Academic press, 2010, pp.46-55

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

[Orobtchouk05] R. Orobtchouk, N. Schnell, T. Benyattou, J. M. Fedeli, Compact building block for optical link on SOI technology, Proceeding of 12th European Conference On Integrated Optics ECIO, 2005, pp. 221-224.

[Thomson] Thomson D J, Hu Y, Reed G T, et al. Low loss MMI couplers for high performance MZI modulators. IEEE Photonics Technology Letters, 2010, 22(20), pp.1485-1487.

[Tseng] Tseng S Y, Fuentes-Hernandez C, Owens D, et al. Variable splitting ratio 2×2 MMI couplers using multimode waveguide holograms. Optics express, 2007, 15(14), pp.9015-9021.

[Schnell] N. Schnell, M. Martin, R. Orobtchouk, T. Benyattou, R. Perrin, P. R. Labeye, J. M. Fedeli, Characterization and design of optical integrated devices for optical clock distribution network, Proceeding. SPIE Vol. 5451, pp. 593-602, Integrated Optics and Photonic Integrated Circuits, 2004.

[Schwelb] O. Schwelb, "Transmission, Group Delay, and Dispersion in Single-Ring Optical Resonators and Add/Drop Filters—A Tutorial Overview", Journ. of Light. Techn., 2004, 22, pp. 1380-1393.

[Soldano] L. B. Soldano and E. C. M. Pennings, Optical Multi-Mode Interference Devices Based on Self-Imaging : Principles and Applications, Journ. of Light. Techn., 1995, 13, pp. 615-627. [Xiao] J. Xiao, H. Ma, N. Bai, X. Liu, X. Sun, Full-vectorial analysis of bending waveguides using finite difference method based on H-fields in cylindrical coordinate systems, Opt. Comm., 2009, 282, pp. 2511-2515.

[Yariv] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides", Electronics Letters, 2000, 36, pp. 321-322.

[Yuan] W. Yuan, D. C. Hall, A General Scaling Rule for Matched Bend Waveguides, Journ. of Ligth. Techn., 2011, 29, pp. 3786-3794.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre V. Caractérisation des composants

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

La validation expérimentale des concepts mis en jeu représente l'aboutissement du travail de recherche. La première partie de ce chapitre est consacré à une description du banc d'optique intégrée utilisé pour obtenir les réponses spectrales des briques de bases qui ont été conçue dans ce travail de thèse, ainsi qu'une description des techniques de mesure mises en œuvre. Les autres sous-parties sont dédiées à la caractérisation des dispositifs qui ont été réalisés :

- des guides rubans en silicium amorphe nécessaires pour l'obtention d'un matériau de qualité optique intégrée à fort indice de réfraction qui est crucial pour la réalisation des structures SLOT en arête élaborés lors de ce travail de thèse,
- les premiers guides SLOT en arête réalisés,
- des dispositifs standard de guides ruban et en arête plus simple à réaliser qui ont été utilisés dans un premier temps pour valider les outils numériques développés au chapitre III et IV.

V.1. Outil de caractérisation et dispositifs de test

Le banc de caractérisation utilisé durant ce travail de thèse est illustré sur la Figure V.1.

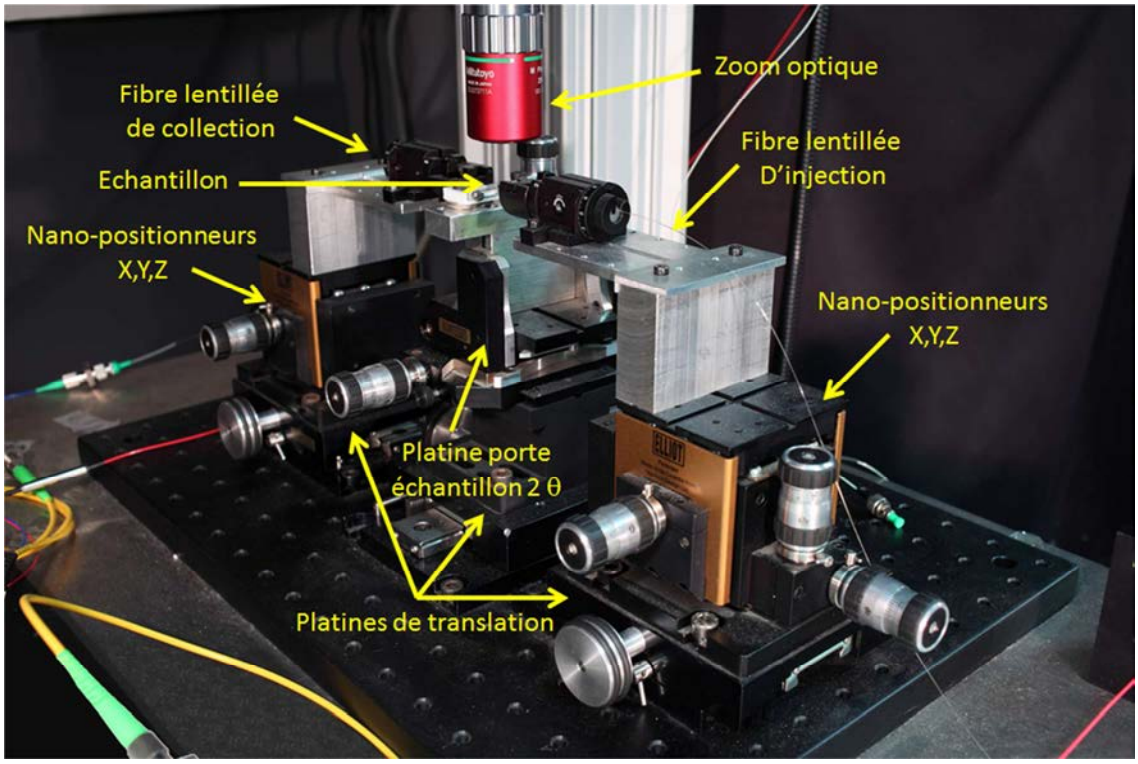


Figure V.1 : Image du banc de caractérisation d'optique intégrée en configuration couplage par la tranche.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Il est constitué d'une source de lumière fibrée qui peut être une source ASE C+L (λ = 1.45-1.65 µm), une source Tunics T100S-HP accordable (λ = 1.44-1.64 µm), ou une série de 4 SLED couplées (λ = 1.25-1.65 µm). Cette source est couplée à un polariseur en ligne et une fibre lentillée qui permettent de contrôler l'état de polarisation de la lumière et de l'injecter dans le composant à caractériser. Le positionnement de la fibre lentillée par rapport à l'entrée du composant est assuré par une platine (X, Y, Z) de nano-positionneurs. L'alignement de la fibre lentillée d'injection est contrôlé par un zoom optique relié à une caméra infra-rouge Xenics. En sortie du dispositif, le signal optique est collectée par une fibre lentillée maintenue également sur une platine de nano-positionneurs (X, Y, Z). La fibre lentillée de collecte est reliée à un analyseur de spectre HP 86140B. Il est également possible d'utiliser un polariseur en ligne pour étudier les dispositifs à conversion de polarisation. Le dispositif d'injection, le porte échantillon et le dispositif de collecte sont placés sur des platines de translation qui possèdent un grand déplacement afin de faciliter les réglages de positionnement.

Afin de maximiser le couplage de la lumière des fibres lentillées d'injection et de collecte dans le composant à tester, on procède de la façon suivante :

- On commence par placer les fibres lentillées d'injection et de collecte pratiquement en contact et on maximise le signal reçu par l'analyseur de spectre. On enregistre le spectre qui servira de référence.
- On place l'échantillon entre les deux fibres optiques. On positionne la fibre lentillée d'injection de manière à injecter de la lumière dans le composant, en prenant soin de noter les déplacements latéral X et en hauteur Y.
- On applique les mêmes variations de déplacement à la fibre de collecte pour préserver l'alignement des deux fibres.
- On positionne correctement la fibre de collecte de manière à maximiser la puissance reçue par l'analyseur de spectre. La différence de positionnement suivant X et Y, connaissant la longueur du composant, nous permet de calculer les modifications d'angles de la platine porte échantillon pour aligner le composant à tester sur l'axe optique défini par les fibres lentillées d'injection et de collecte.
- Une fois ce réglage fait, on optimise les positions des fibres lentillées pour maximiser la puissance reçue par l'analyseur de spectre. On enregistre le spectre qui sera ensuite normalisé par rapport au spectre de référence pour obtenir la réponse en transmission du composant.

Dans la pratique, la réponse spectrale du dispositif dépend de l'efficacité de couplage qui suivant la qualité des facettes d'entrée peut varier d'un guide à l'autre d'un même échantillon. Pour s'affranchir de ce problème, on utilise le composant représenté sur la Figure V.2.

Il est constitué d'un diviseur de faisceau de type MMI qui permet de distribuer la lumière injecté dans le guide d'entrée vers une voie de sortie qui sert de référence et

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

une voie dite de mesure sur laquelle est positionnée la brique de base d'optique intégrée à mesurer. Le rapport des signaux issus des deux voies de sorties donne le spectre de transmission normalisé du dispositif à mesurer en s'affranchissant de la connaissance de la puissance injectée dans le guide d'entrée. La précision de la mesure est liée au déséquilibre des bras de sortie du MMI et à la reproductibilité de positionnement de la fibre lentillée de collecte. Pour évaluer la précision de mesure, on commence par caractériser un composant de test constitué de deux diviseurs de faisceau MMI de 1 vers 2 identiques. Le rapport des deux voies de sortie permet d'obtenir le déséquilibre du dispositif. On effectue plusieurs fois la mesure sur le même composant pour évaluer l'incertitude due à l'alignement de la fibre lentillée de collecte. Dans le cas des dispositifs sur SOI, l'erreur maximale obtenue est de 0,1 dB. Pour obtenir une précision suffisante lors de la mesure de composants à très faibles pertes comme par exemple des virages, on utilise un dispositif de test sur lequel on a cascadé un grand nombre de briques de bases, de l'ordre de la centaine. En réalisant la mesure sur 4 dispositifs comprenant 50, 100, 150 et 200 virages et en effectuant une régression linéaire longueur d'onde par longueur d'onde des pertes en fonction du nombre de virages, on obtient une précision suffisante pour caractériser ce genre de dispositif.

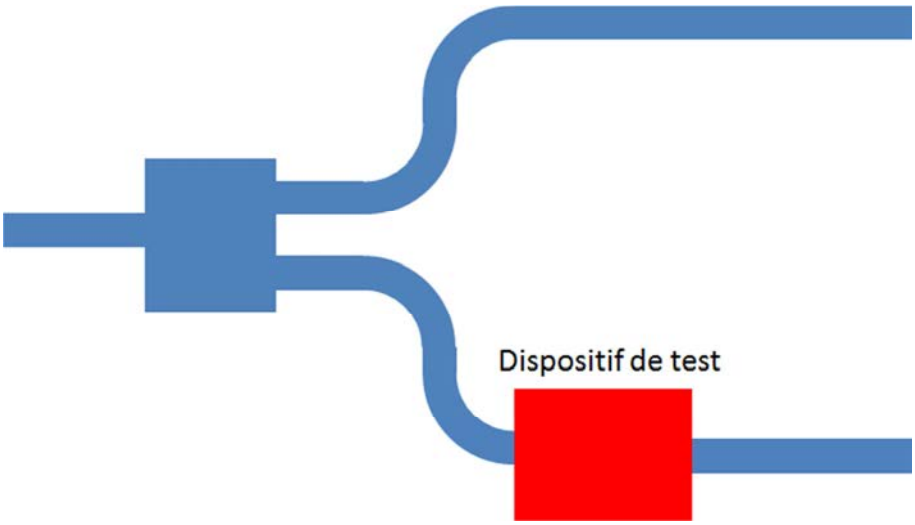


Figure V.2 : Composant de test utilisé pour augmenter la précision des mesures.

Il est à noter que les performances du MMI peuvent être dégradées lorsque le guide d'entrée est multimode ou s'il subsiste des modes radiés [Dada]. Ce problème survient lorsque les guides d'onde sont de très bonnes qualités et ont un niveau de pertes de propagation lié à la rugosité des interfaces très faibles. Les modes radiés subsistent dans le dispositif sur de longues distances. Leurs présences dans le dispositif sont dues aux portions de guides en entrée et en sortie qui sont multimodes pour maximiser l'efficacité de couplage, aux transitions adiabatiques qui si elles ne sont pas parfaites peuvent les exciter ou des problèmes d'alignement entre les composants liés à

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

la lithographie qui peuvent entrainer des phénomènes de couplage. Pour les éliminer, on utilise une portion de guide monomode à l'entrée du MMI d'au moins 500 µm. On peut également ajouter sur le guide d'entrée un composant de filtrage constitué par deux bandes de silicium entourant le guide avec un espacement tel que les pertes de propagation par effet tunnel optique latéral des deux modes fondamentaux quasi TE et TM soient négligeables et importantes pour les modes radiés [Orobtchouk97]

V.2. Composants en silicium amorphe

Afin de réaliser les guides slot de $BaTiO_3$, il est nécessaire de posséder une couche de silicium amorphe de qualité optique. Des premiers guides rubans, constitués d'une couche de silicium amorphe hydrogéné (a-Si:H) déposée par un procédé PECVD (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition) sur un substrat de verre, ont été réalisées au laboratoire par Sébastien Cueff et Pédro Rojo Roméo avec un équipement (Plasmalab 80 Plus - Oxford Instruments). Les paramètres de dépôts permettant d'obtenir la meilleure qualité de couche en termes de densité et d'indice de réfraction sont donnés dans le tableau V.1.

Précurseur	**5% SiH_4 / 95% Ar 80 sccm**
Gaz vecteur	Ar 200 sccm
Température	300°C
Puissance RF	100 W
Pression	0.9 Torr

Tableau V.1 : Paramètres de dépôt PECVD du a-Si :H.

Les indices de réfraction des couches réalisées ont été déterminés par des mesures d'ellipsométrie dans la gamme de longueur d'onde comprise entre 350 et 750 nm et en utilisant un modèle de Fourouhi-Bloomer avec un oscillateur (N = 1) [Fourouhi] :

$$k(E) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N} \dfrac{A_i.E^2}{E^2 - E.B_i + C_i^2} \; pour \; E < E_G \\ 0 \; pour \; E \geq E_G \end{cases}; \qquad (V.1)$$

$$n(E) = n_\infty + \sum_{i=1}^{N} \frac{B_{0,i}.E + C_{0,i}}{E^2 - E.B_i + C_i^2}; \qquad (V.2)$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\text{avec} \quad \begin{cases} B_{0,i} = \dfrac{A_i}{Q_i}\left(-\dfrac{B_i^2}{2} + E_G.B_i - E_G^2 + C_i\right) \\ C_{0,i} = \dfrac{A_i}{Q_i}\left(\left(E_G^2 + C_i\right).\dfrac{B_i}{2} - 2.E_G.C_i\right). \\ Q = \dfrac{1}{2}.\sqrt{4.C_i - B_i^2} \end{cases}$$

Les valeurs des coefficients du modèle sont répertoriées dans le Tableau V.2.

matériaux	ε_{inf}	E_G	A_1	B_1	C_1
a-Si :H	4,204	1,566	0,866	6,588	13,216

Tableau V.2 Valeurs des coefficients permettant d'obtenir la variation de la permittivité du a-Si :H en fonction de la longueur d'onde à partir du modèle de Fourouhi-Bloomer.

L'évolution de l'indice de réfraction n et l'absorption k de la couche de a-Si :H en fonction de la longueur d'onde est reportée sur la Figure V.3 (a). L'extrapolation à λ = 1 ,55 µm donne une valeur de n = 3,5 proche de la valeur du silicium cristallin de 3,505. Les analyses de spectrométrie aux rayons X (XPS X-ray photoelectron spectrometry) de la Figure V.3 (b) montrent que la couche est composée uniquement de silicium.

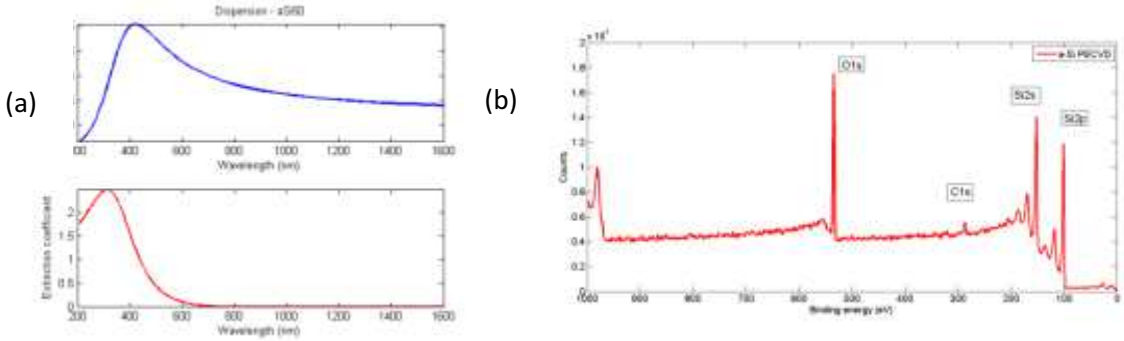


Figure V.3. Propriétés optiques et structurales des couches a-Si:H deposées par PECVD. (a) indice de réfraction et coefficient d'absorption déterminé par ellipsométrie, (b) spectre XPS.

Les guides sont réalisés en utilisant une lithographie optique (masqueur Karlsuss 355 nm) ou une lithographie eBeam. Dans le cas de la lithographie optique, la résolution est limitée à 1 µm. Le masque contient uniquement une série de guides droits

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

multimodes de largeurs variant entre 1,5 et 8 µm. Les composants plus élaborés tel que les MMIs, les courbures et les guides monomodes de 480 nm de largeur sont réalisés en lithographie ebeam. Les motifs de résines sont ensuite transférés dans le a-Si:H par gravure ionique réactive (RIE). Une couche de silice déposée également par PECVD est utilisée pour encapsuler et protéger les guides ainsi réalisés.

La lithographie optique, plus rapide, a été utilisée pour optimiser la recette de dépôt du a-Si:H. Comme le montre la Figure V.4, les guides réalisés présentent des défauts ponctuels qui vont diffracter la lumière et induisent des pertes supplémentaires par rapport aux pertes liées au matériau et à la rugosité de surface. Quoi qu'il en soit, les premières mesures sur ces guides ont montré qu'il est possible d'injecter et de guider de la lumière dans des guides de longueurs supérieures à 1,5 cm.

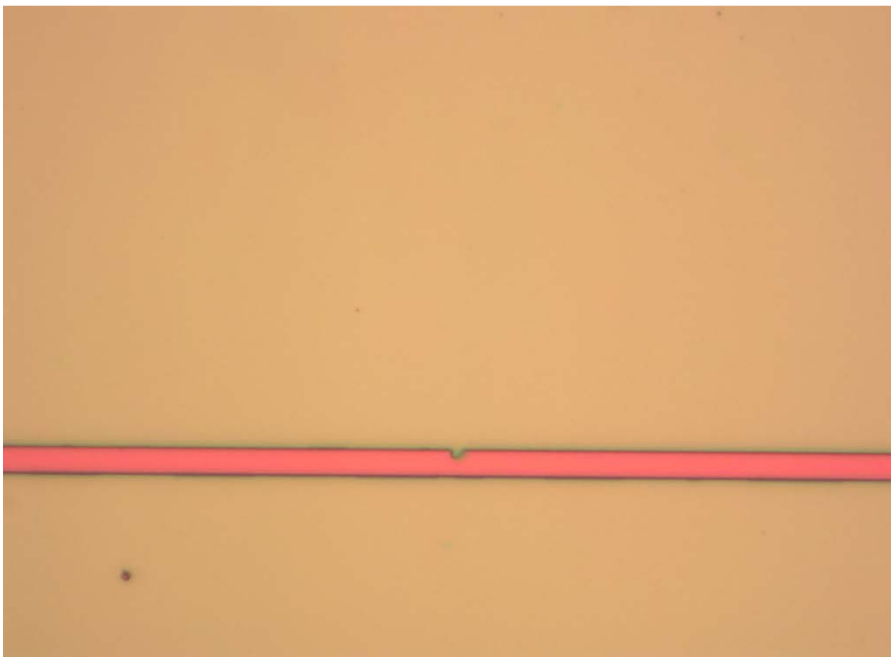


Figure V.4 : Photographie réalisée au microscope optique d'un guide de 1.5 µm de largeur.

La mesure des pertes de propagation est réalisée par visualisation de la lumière diffusée à la caméra infra-rouge. Une mesure directe de la décroissance exponentielle de la lumière guidée n'est pas précise parce que le zoom optique au plus faible grandissement ne permet d'observer la trace de la lumière guidée que sur une longueur de 500 µm. Les aberrations géométriques et les défauts de parallaxe du système optique, font que la trace est difficilement exploitable. Afin d'augmenter la précision de la mesure, des repères gradués tous les 500 µm ont été placés le long du guide. La trace de la lumière guidée est enregistrée à la caméra sur une longueur faible d'une vingtaine de µm. On prend la valeur moyenne de la puissance lumineuse de cette trace. On reporte en suite les valeurs de ces puissances en fonction de la distance pour obtenir la valeur des pertes de propagation. Le laser accordable Tunics est utilisé pour obtenir une

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

lumière monochromatique, afin d'obtenir la valeur des pertes de propagation à 1,55 µm. Des premières mesures sur des guides droits ont été réalisées avec un niveau de pertes de propagation de l'ordre de 10 dB/cm. Sur ces premiers échantillons, il a été possible de guider la lumière sur des distances de 1,5 cm. Ces premiers résultats montrent que le matériau est d'une qualité optique suffisante pour réaliser au laboratoire des composants d'optique intégrée pour valider de nouveaux concepts. Cependant, la qualité de la lithographie doit être améliorée, afin de pouvoir faire des mesures précises et ainsi évaluer les performances des dispositifs que l'on a conçus.

V.3. Composants de type slot

La Figure V.5 montre une réalisation d'un premier jeu de masque de composants slot en arête BTO réalisés en lithographie électronique.

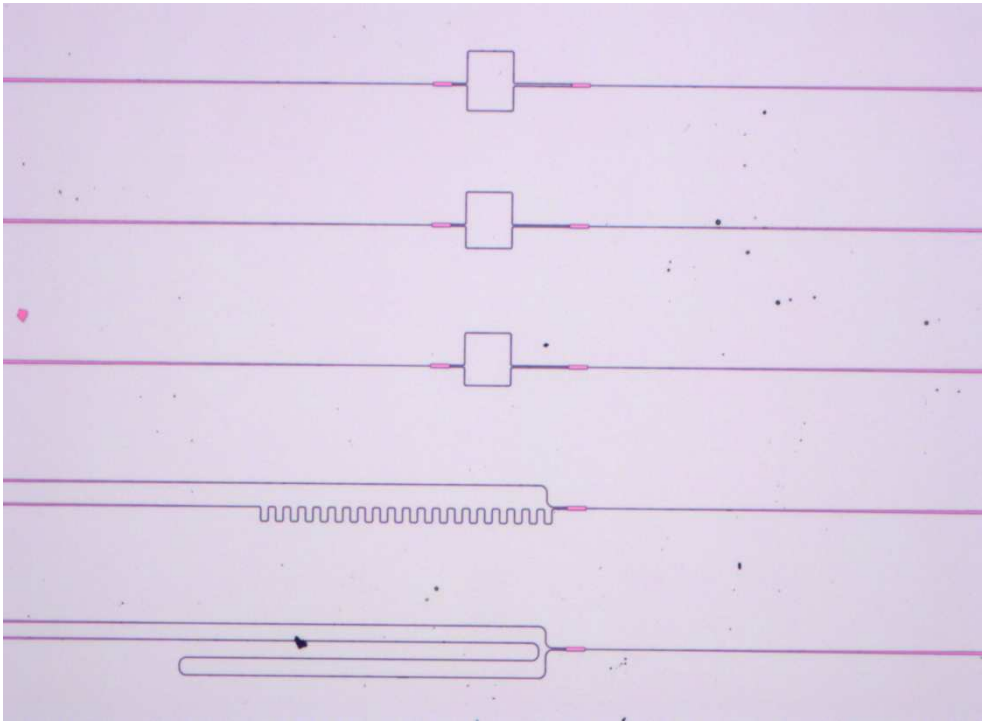


Figure V.5 : Observation au microscope optique de composants de tests pour la mesure des pertes de propagation des guides droits (a), des virages (b) et de Mach-Zehnder asymétriques (c) pour la détermination de l'indice effectif des modes slot.

Le détail d'un diviseur de faisceau est illustré sur la Figure V.6. On peut constater que les bords du dispositif sont très rugueux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

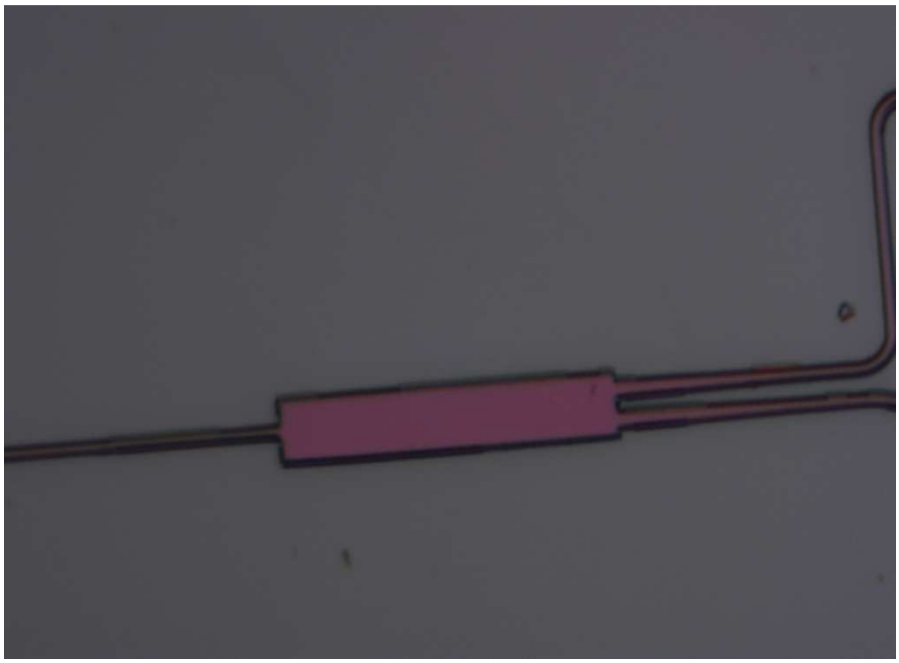


Figure V.6 : Observation au microscope optique en mode Nomarsky et avec un grandissement de 1000 d'un diviseur de faisceau MMI.

Afin de mettre en évidence les défauts introduits par les étapes technologiques de fabrication (lithographie et gravure), les observations ont été réalisés en mode Nomarsky (contraste de phase) au grandissement le plus élevé (G = 1000). Les défauts sont essentiellement localisés sur les flancs des dispositifs. On observe une fine pellicule qui s'est décollée par endroit, ce qui induit des pertes de propagation supplémentaires liées à cette rugosité. La couche active du guide SLOT étant très fine, une rugosité à l'interface entre le BTO et le silicium amorphe peut également entraîner des pertes de propagation prohibitives.

La caractérisation de ces composants n'a pas été possible du fait des trop fortes pertes des guides. On observe à la caméra infra-rouge de la lumière qui se propage uniquement dans le guide d'entrée. L'analyse de la lumière diffusée de la Figure V.7 donne une estimation des pertes de ces guides qui est de 86 dB/cm. Cette valeur est 2 fois supérieures à l'état de l'art dans le domaine [Xiong], avec des pertes mesurées de 44 dB/cm pour un guide SLOT BTO (a-Si :H 110 nm/BTO 80 nm/Si 110 nm, W = 800 nm) en polarisation TE.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

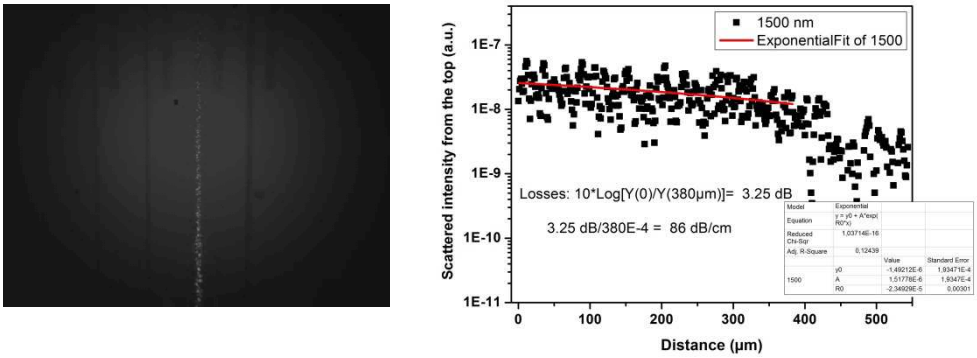


Figure V.7 : Image infra-rouge de la lumière diffuse qui se propage dans le guide d'entrée d'un dispositif SLOT BTO (gauche) et mesure des pertes de propagation (droite).

Afin d'évaluer l'influence de la rugosité de flanc ou d'interface sur la valeur des pertes de propagation, la couche de BTO des guides SLOT a été remplacée par une couche équivalente de silice de 20 nm d'épaisseur déposée par PECVD. Cette couche possède des interfaces avec le silicium du matériau SOI et le silicium amorphe de très bonne qualité.

Les Figures V.8 (a) et (b) montrent des images prises à la caméra infra-rouge d'un guide SLOT silice de 8 µm de largeur respectivement pour les polarisations TE et TM.

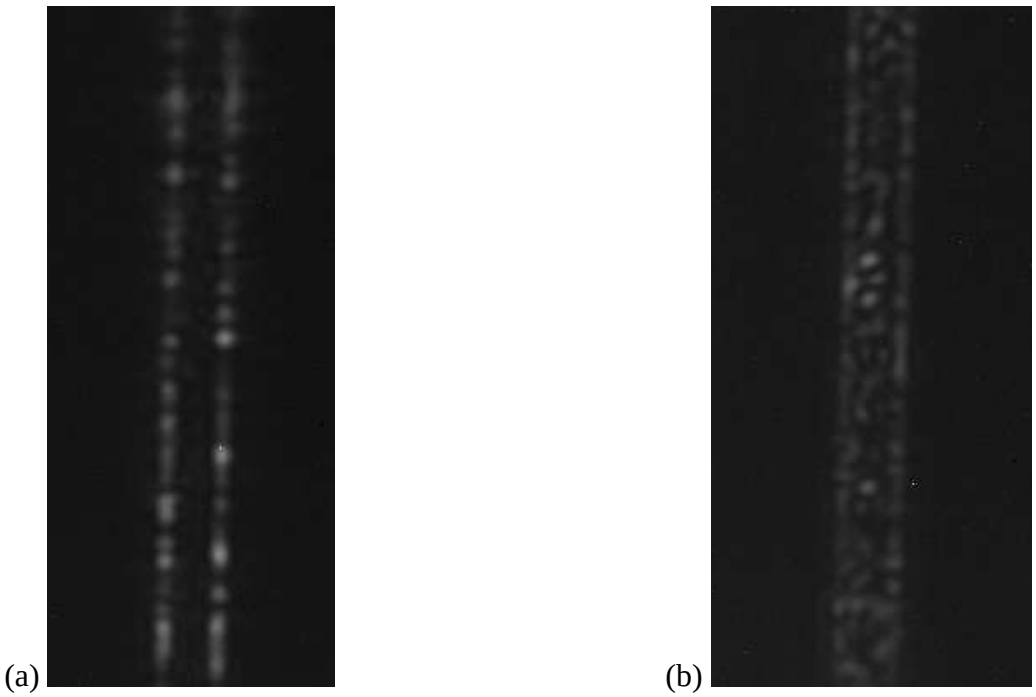


Figure V.8 : Image infra-rouge de la lumière qui se propage dans un guide SLOT de silice (W = 8,0 µm) pour une polarisation de la lumière TE (a) et TM (b).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les images sont très différentes en fonction de la polarisation. On peut constater que pour la polarisation TE, la lumière diffusée est très intense sur les facettes du guide. Pour la polarisation TM, la lumière diffusée est présente sur la totalité de la largeur du guide. Les pertes de propagation induites par la rugosité sont majoritairement liées à la discontinuité du champ électrique aux interfaces. Dans le cas d'une polarisation TE, la composante majeure du champ électrique est perpendiculaire aux facettes du guide, tandis que pour la polarisation TM, la composante majeure du champ électrique est perpendiculaire aux plans des couches.

Sur la série de guides droits réalisée, la lumière se propage sur la totalité de la longueur du dispositif de 1,5 cm et la lumière sur la facette de sortie est suffisamment intense pour être collectée et détecter par l'analyseur de spectre. Les pertes de propagation des guides de 8 µm de largeurs sont estimées à 10 dB/cm.

Les courbes de transmissions en fonction de la longueur d'onde pour les guides de largeurs de 8, 5 et 3,5 µm sont reportées sur les Figures V.9 et V.10, respectivement pour les polarisations TE et TM.

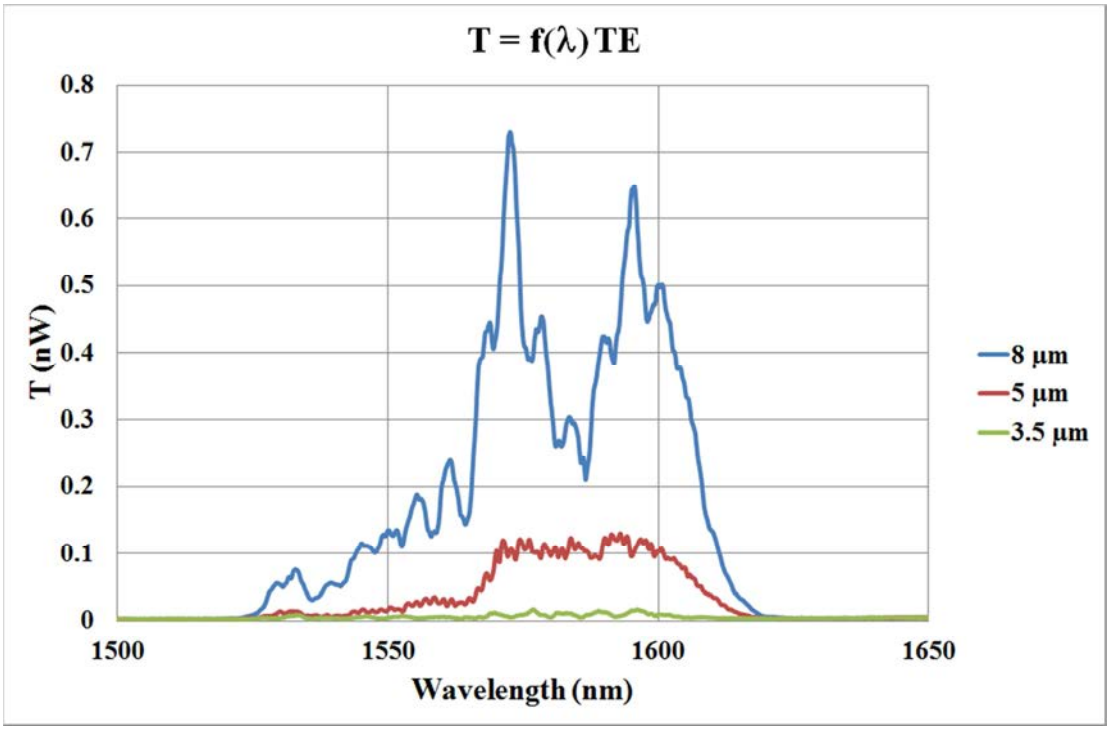


Figure V.9 : Spectre en transmission des guides de largeurs 8, 5 et 3,5 µm pour une polarisation TE de la lumière.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

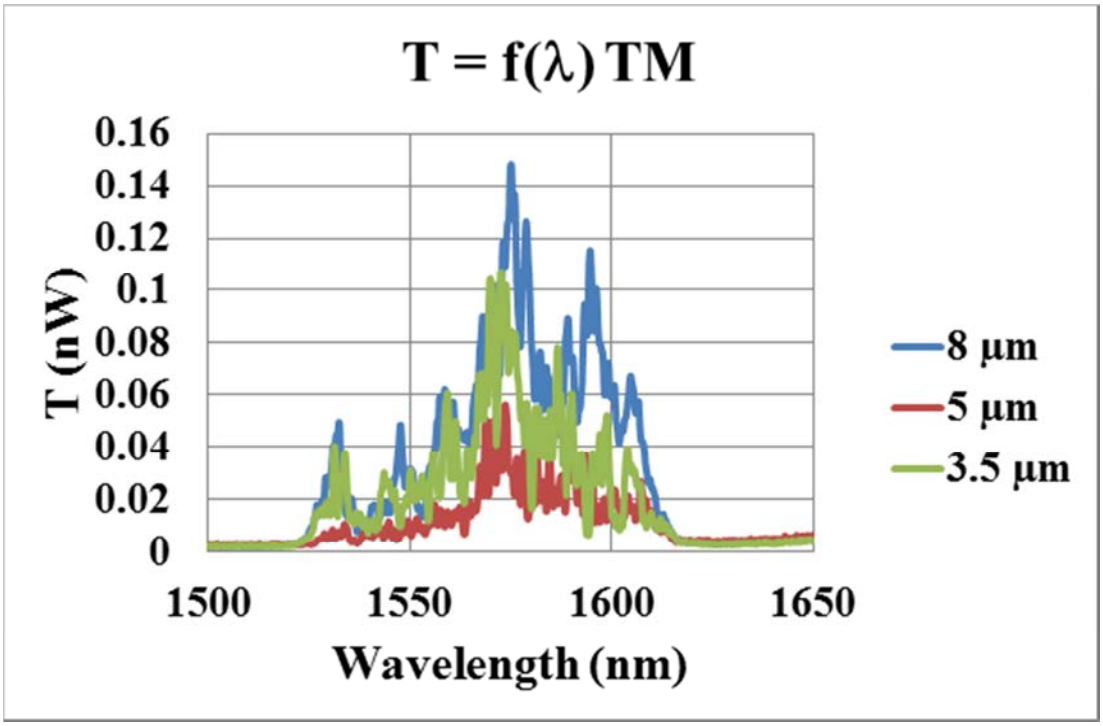


Figure V.10 : Spectre en transmission des guides de largeurs 8, 5 et 3,5 µm pour une polarisation TM de la lumière.

On peut constater sur la Figure V.9, que la puissance lumineuse sur l'ensemble du spectre de longueurs d'onde décroit avec la réduction de la largeur du guide. Le mode est moins confiné dans le guide lorsque sa largeur diminue. L'amplitude du champ électrique est plus intense sur les facettes du guide, ce qui conduit à augmenter les pertes induites par la rugosité des facettes. Ces observations nous confortent dans le fait que les pertes de propagation en polarisation TE sont majoritairement induites par la rugosité des facettes. Les spectres ne sont pas normalisés et le facteur de couplage n'étant pas le même d'un guide à l'autre à cause de la différence de largeur, il est difficile d'interpréter la forme des spectres.

La puissance maximale du guide de 8 µm de largeur en polarisation TM est beaucoup plus faible que pour la polarisation TE du fait que le mode est fortement confiné dans la couche de silice de 20 nm et le recouvrement avec le mode de la fibre lentillée est beaucoup plus faible. Par contre, la puissance en fonction de la largeur du guide diminue beaucoup moins vite avec la réduction de la largeur du guide, parce que les pertes sont essentiellement dues à la rugosité des interfaces des couches. Les puissances en sortie sont similaires pour le guide de 5 µm de largeur pour les deux polarisations et elle devient supérieure pour la polarisation TM et le guide de 3.5 µm de largeur.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

V.4. Composants SOI

V.4.1. Récepteur cohérent QPSK

Le masque GDS utilisé pour la fabrication des composants de test d'un récepteur cohérent QPSK (Quadratic Phase Shift Keying) est représenté sur la Figure V.11.

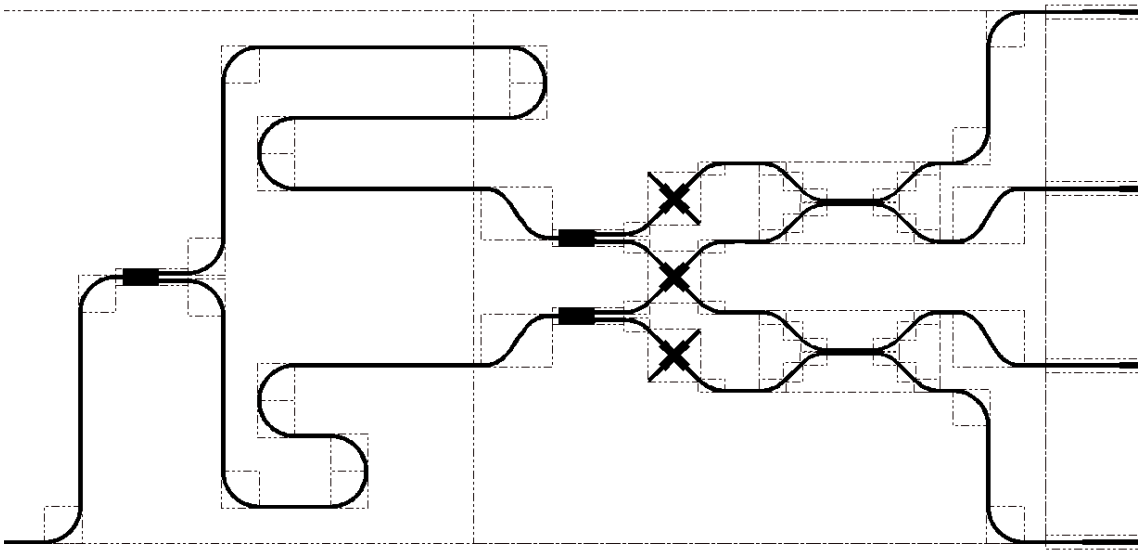


Figure V.11 : Schéma du dispositif de test utilisé pour la caractérisation des éléments passif du récepteur cohérent QPSK.

Il est constitué de 2 diviseurs de faisceaux MMI, d'un croisement, de 2 déphaseurs de $\frac{\pi}{4}$ et de 2 coupleurs guide à guide de 2 vers 2 à 3 dB. Les déphaseurs sont constitués par des portions de guides de 400 nm de largeurs. La variation de l'indice effectif permet d'obtenir un déphasage contrôlé. Les signaux optiques de 2 voies adjacentes sont ainsi déphasés de π et détecté par 2 photodiodes montées tête bêche, ce qui permet d'augmenter le rapport signal à bruit du récepteur cohérent DQSK. Afin d'obtenir un composant équilibré au niveau des pertes et du déphasage, 2 croisements ont également été ajoutés sur les 2 bras d'extrémités. Afin de mesurer les déphasages des 4 voies, il a été ajouté 2 guides de longueurs différentes en entrée, ce qui permet de produire en sortie un signal d'interférence et une modulation d'intensité détectable à l'analyseur de spectre.

Les réponses spectrales des 4 sorties du composant sont représentées sur la Figure V.12.

Afin de déterminer les performances du composant à partir des données expérimentales un programme Matlab a été élaboré qui permet d'extraire les paramètres des modèles théoriques par ajustement non linéaire (méthode de Levenberg Marquard).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

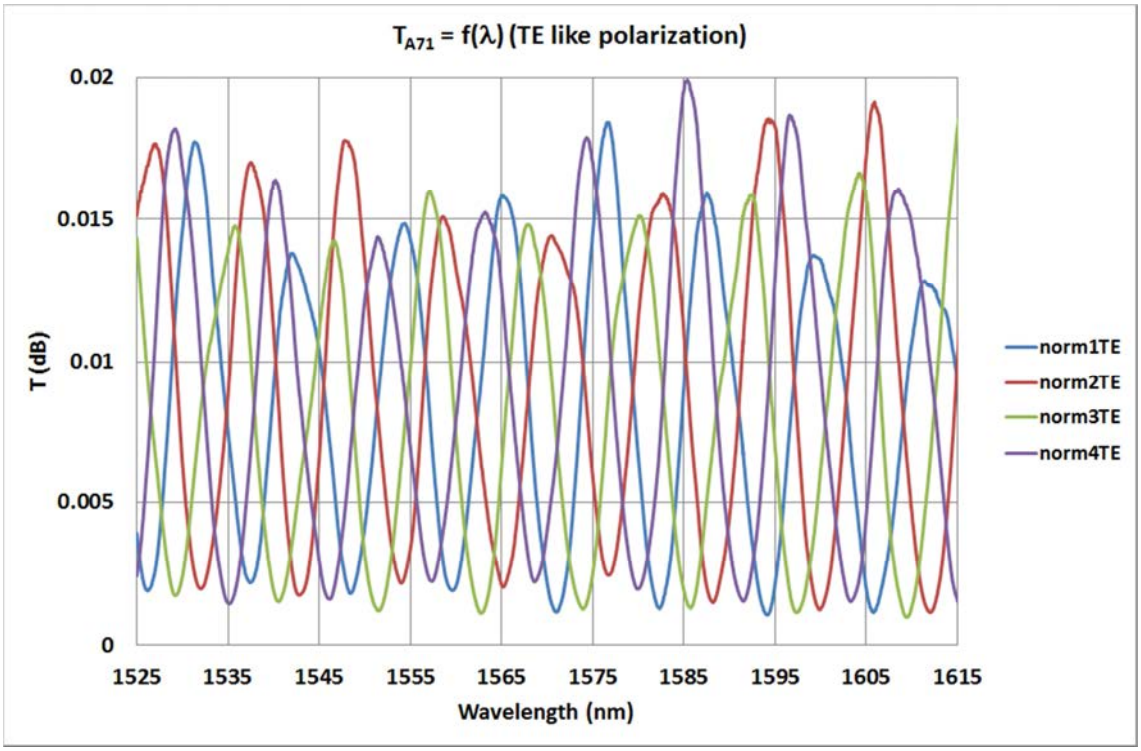


Figure V.12 : Réponses spectrales du récepteur cohérent QPSK.

La fonction utilisée lors de la régression est de la forme :

$$I = A' + A''.cos\left(\frac{2.\pi}{\lambda}\left(n_{eff,450}.50 + 1.52.\left(n_{eff,450} - n_{eff,400}\right)\right) + \phi_n\right) \qquad (V.3)$$

où A' et A'' sont des constantes qui permettent de tenir compte des imperfections du dispositif (déséquilibre entre les bras des coupleurs 2 vers 2 3dB, du MMI de 1 vers 2) et la variation de phase dans le dispositif dépend de la variation avec la longueur d'onde des indices effectifs des modes guidés qui se propagent dans les portions de guides du dispositif de largeurs 450 et 400 nm, ainsi que de la variation de longueur dans les différents bras du dispositif, respectivement de 50 et 1.52 µm. Le terme ϕ_n représente le déphasage induit dans le coupleur 2 vers 2 qui est respectivement de $\pi/4$, $3\pi/4$, 0 et $\pi\phi$ sur les voies n = 1, 2, 3 et 4 en sortie.

Le travail d'extraction des paramètres est illustré sur la Figure V.13 qui représente l'ajustement des paramètres sur la réponse spectrale de la voie 1 du récepteur cohérent QPSK. Les valeurs initiales des paramètres utilisés lors de la régression correspondent aux valeurs théoriques déterminées lors de la conception des dispositifs de test en utilisant les solveurs de modes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

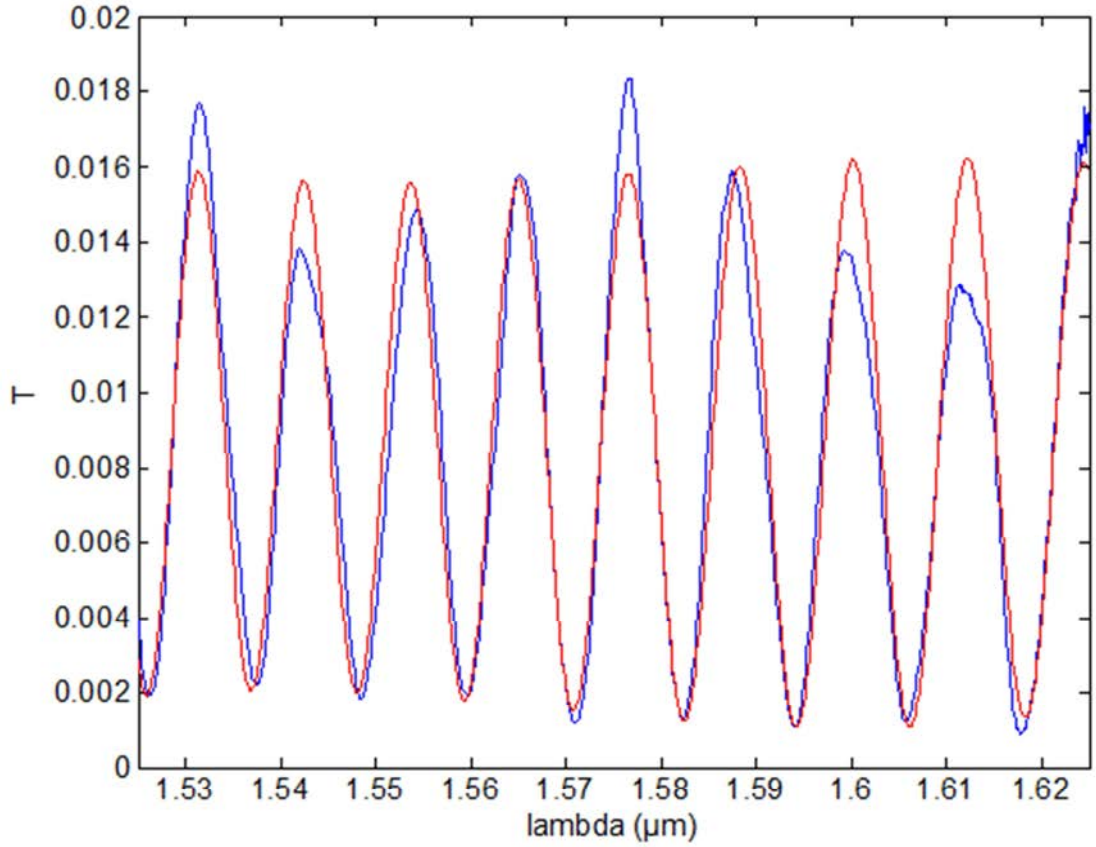


Figure V.13 : Comparaison entre les réponses spectrales expérimentales et du modèle théorique après ajustement des paramètres.

La variation de l'indice effectif des modes guidés en fonction de la longueur d'onde est donnée par une fonction polynomiale du second ordre : $n_{eff} = a + b.\lambda + c.\lambda^2$. Les valeurs des coefficients obtenus par le calcul avec (avec m) ou sans (sans m) moyenner l'indice de réfraction à la frontière du guide et déterminés expérimentalement (exp) sont répertoriées dans le tableau V.3.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

	a	b	c
450 nm (sans m)	4.16012845	-1.08498541	-0.05530396
450 nm (avec m)	4.17112814	-1.11507113	-0.04256733
450 nm (exp)	4.16013304	-1.08496238	-0.05533338
400 nm (sans m)	4.32087473	-1.31042210	-0.03009547
400 nm (avec m)	4.33486388	-1.34749889	-0.01328159
400 nm (exp)	4.31973667	-1.31168557	-0.02896854

Tableau V.3 : Valeurs des coefficients permettant d'obtenir l'indice effectif du mode quasi-TE en fonction de la longueur d'onde.

On peut constater que l'on obtient un bon accord entre les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues avec le solveur de mode sans moyenner les indices de réfraction aux interfaces du guide d'onde. Les solveurs de modes commerciaux utilisent systématiquement un moyennage d'indice de réfraction pour lisser les discontinuités du champ électrique et ainsi rendre plus stable les algorithmes de résolution.

Les écarts angulaires par rapport au déphasage théorique de 180° sur ce dispositif sont de 2,3° et de 1,2°, ce qui est en dessous de la tolérance imposée par les normes de télécommunication de ± 3°.

On peut également constater sur la Figure V.11 que la différence de puissance sur les 4 sorties du dispositif est inférieure à 10 % autour de la longueur d'onde de 1.55 µm.

V.4.2. Virages des guides en arête

La caractérisation des virages des guides en arête a fait l'objet d'une collaboration avec l'université de Valence (Espagne). Nous avons réalisés la conception des dispositifs de test et le fichier GDS utilisé pour la fabrication des échantillons. La fabrication et la caractérisation ont été faites à Valence.

Le guide utilisé est représenté sur la Figure V.14.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

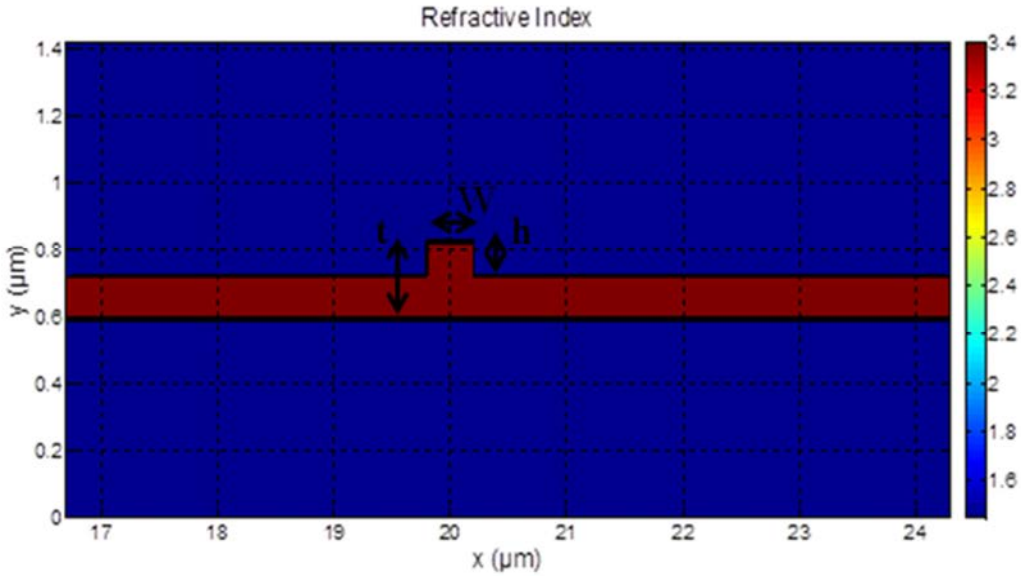


Figure V.14 : Indice de réfraction d'un guide en arête (t = 220 nm, h = 70 nm, W = 400 nm).

Une partie du masque GDS utilisé pour la mesure des pertes des virages des guides en arête est représenté sur la Figure V.15.

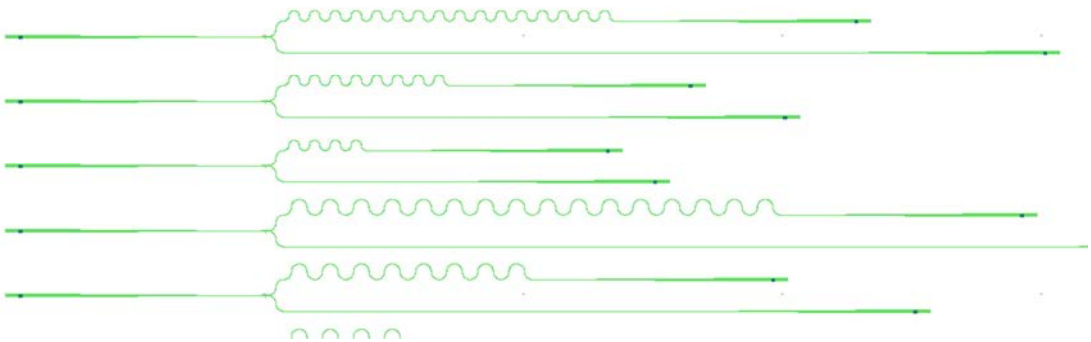


Figure V.15 : Image d'une partie du masque GDS utilisé pour la mesure des pertes des virages des guides en arête.

L'insertion et l'extraction de lumière dans les composants sont obtenues par l'intermédiaire de réseaux de diffraction. Pour s'affranchir des pertes de propagation, les longueurs des bras de référence sont identiques aux bras de mesure constitué de n virages, ce qui fait que les réseaux de découplages ne sont pas alignés.

Les mesures ont été réalisées sur des composants comportant 0, 16, 32 et 64 virages à 90° avec des rayons de courbures de 20, 30, 50 et 100 µm en polarisation TE.

Les mesures réalisées sur les virages de 100 µm de rayon de courbures sont reportées sur la Figure V.16.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

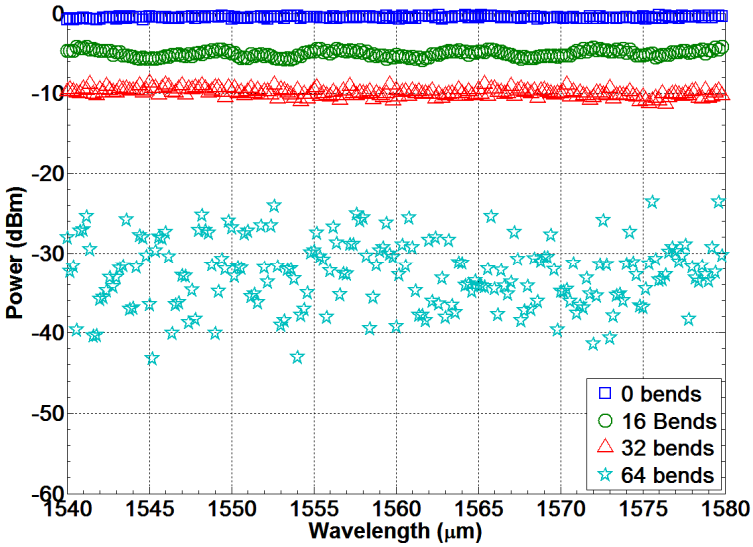


Figure V.16 : Evolution des pertes en fonction de la longueur d'onde des virages de 100 µm de rayon de courbures pour les dispositifs comportant 0, 16, 32 et 64 courbures à 90°.

La valeur des pertes de radiation des virages est obtenue en effectuant une régression linéaire du coefficient directeur de la droite représentant l'évolution des pertes en fonction du nombre de courbure à 90°, longueur d'onde par longueur d'onde. Le signal issu des composants de 64 courbures étant proche du bruit de fond, les mesures ne sont pas significatives et n'ont pas été considérées pour le calcul des pertes. L'évolution des pertes de radiation en fonction de la longueur d'onde est reportée sur la Figure V.17.

On peut constater que les pertes de radiations sont constantes sur la gamme de longueurs d'onde étudiée. Elles sont de 0,295±0.03 dB/90°. On observe le même comportement pour les autres rayons de courbures.

L'évolution des pertes de radiations en fonction du rayon de courbure pour une longueur d'onde de 1.55 µm sont reportées sur la Figure V.18. On peut constater que le minimum de pertes est bien obtenu pour un rayon de courbure de 30 µm prédit par le solveur de mode développé à l'INL. Les valeurs de pertes expérimentales sont proches des valeurs théoriques pour les grands rayons de courbure, ce qui peut s'expliquer par le fait que les autres contributions telles que les pertes liées à la rugosité des guides sont soustraites de la mesure par le fait que l'on effectue une mesure différentielle sur des guides de même longueur. Par contre, pour les faibles rayons de courbures, le profil du mode est différent du guide droit et l'influence de la rugosité n'est pas la même, ce qui explique que les valeurs de pertes mesurées soient plus importantes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

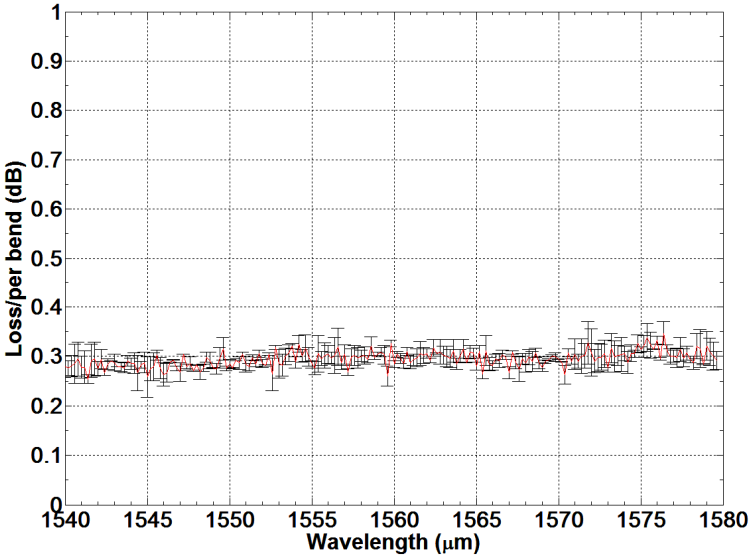


Figure V.17: Evolution des pertes de radiation en fonction de la longueur d'onde pour un rayon de courbure de 100 µm.

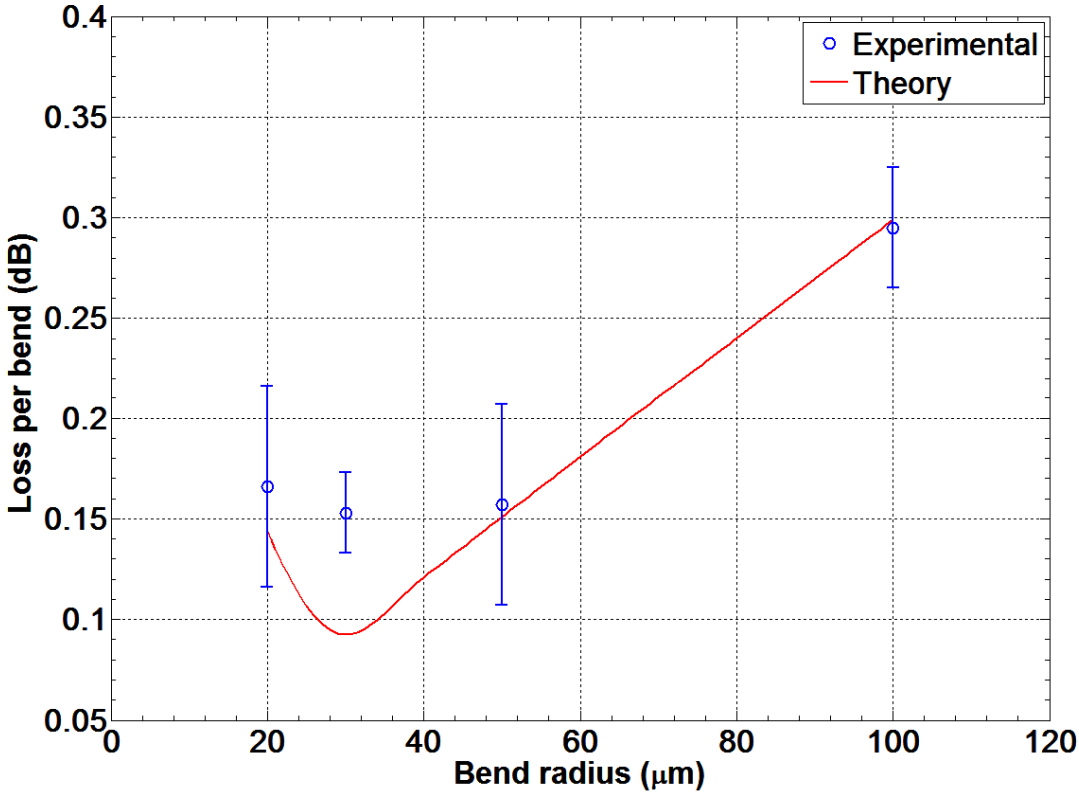


Figure V.18: Evolution des pertes des virages en fonction du rayon de courbure pour une polarisation TE de la lumière et une longueur d'onde de 1,55 µm.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

V.5. Conclusion

Les caractérisations optiques présentées dans ce chapitre ont permis de valider les étapes technologiques de réalisation des guides SLOT BTO optimisés dans le chapitre III.

Il est à noter que les composants étudiés dans ce chapitre ont été réalisés intégralement dans la plateforme technologique NanoLyon de l'INL, ce qui constitue une première au laboratoire puisque jusqu'à présent les composants photoniques étaient fabriqués sur la plateforme technologique du CEA LETI. Les caractérisations du silicium amorphe ont montré que le matériau déposé par PECVD est de bonne qualité. Cependant, le point faible du procédé de réalisation est l'étape de lithographie qui ne permet pas pour l'instant d'obtenir de faibles rugosités sur les facettes des guides.

La réalisation de modulateurs ultra-rapides en BTO nécessite une maitrise du matériau de qualité optique. Les mesures comparatives sur des guides SLOT en silice ont montrées que la qualité des interfaces est cruciale pour la réalisation de ces dispositifs. Des travaux sont en cours actuellement pour améliorer la qualité du BTO.

Quoi qu'il en soit, les outils numériques mis en œuvre durant ce travail de thèse ont été validés expérimentalement. Les caractérisations optiques obtenues sur des guides SOI ont mis en évidence l'importance d'utiliser des solveurs de modes rigoureux et les lacunes des outils commerciaux dans le cas des guides à fort contraste d'indice de réfraction. Il a été montré également qu'il est possible d'obtenir des virages à faibles pertes et à faible rayon de courbure pour des guides en arête sans modification de la technologie de fabrication.

Des travaux sont actuellement en cours pour réaliser des diviseurs MMIs très compacts et insensibles à la polarisation afin de valider le travail de conception présenté dans le chapitre IV.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Références

[Dada] Latunde-Dada K A, Payne F P. Theory and design of adiabatically tapered multimode interference couplers. Journal of lightwave technology, 2007, 25(3), pp.834-839.

[Orobtchouk] R. Orobtchouk, A. Koster, D. Pascal, S. Laval, "Quasi-TE00 single-mode optical waveguide for electro-optical modulation at 1.3 µm using standard SIMOX material", IEEE Proceedings Optoelectronics, 1997, 144, pp. 83-86.

[Fourouhi] A. R. Fourouhi, I. Bloomer, Optical dispertion relations for amorphous semiconductors and amorphous dielectrics, Phys. Rev. B, 1986, 34, pp. 7018-7026.

[Xiong] C. Xiong, W. Pernice, J. Ngai, J. Reiner, D. Kumarh, F. Walker, C. Ahn, H. Tang, Active silicon integrated nanophotonics: ferroelectric $BaTiO_3$ devices, Nano Letters, 2014, 14(3), pp. 1-20.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Conclusion générale

La photonique sur silicium a atteint maintenant une certaine maturité pour la réalisation de circuits passifs. Des grands groupes industriels comme Intel, IBM, Molex, Teraxion, Cisco, Compass-Eos, Mellanox propose des produits dans le domaine des datacoms et Genalyte en biophotonique. La recherche actuellement s'oriente vers l'intégration de fonctions actives pour conférer plus d'agilité et accroitre les performances des circuits photoniques. Le mot d'ordre est d'obtenir des dispositifs rapides et à très faible consommation. Un modulateur de phase est une des premières fonctionnalités actives qu'il faut maîtriser.

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont pour objectif final la réalisation d'un nouveau modulateur électro-optique pouvant s'intégrer sur un substrat SOI, avec une bande passante au-dessus de 40 GHz et une tension de commande inférieure à 2V.

Un état de l'art des principales réalisations et intégrations de modulateurs en photonique sur silicium a fait l'objet du premier chapitre. Ces modulateurs utilisent principalement un effet d'électro-réfraction dans le silicium due à l'injection de porteurs libres au travers d'une jonction pin. Si on veut accroitre les performances de ces dispositifs, une des voies possible est d'intégrer de nouveaux matériaux tels que les oxydes fonctionnels afin de mettre en œuvre d'autres effets physiques, comme l'effet Pockels potentiellement plus efficace que l'électro-réfraction.

La mise en œuvre de l'effet Pockels dans un dispositif d'optique intégré nécessite la compréhension des mécanismes qui en sont à l'origine, ainsi que le modèle mathématique qui va permettre de prévoir son comportement. Cette partie du travail de thèse a été exposé dans le chapitre II. Dans la littérature, la prise en compte de l'effet Pockels fait l'objet d'une approximation du premier ordre qui vise à modifier uniquement les termes diagonaux du tenseur de permittivité. Pour la première fois nous avons introduit un formalisme qui permet de prendre en compte l'influence de l'effet Pockels sur les termes non diagonaux du tenseur de permittivité. Ce formalisme est particulièrement bien adapté au matériau BTO utilisé lors de ce travail de thèse qui possède le coefficiant Pockels r_{42} non diagonal le plus élevé des matériaux Pérovskites.

La plus part des outils commerciaux ne permettent pas de concevoir des dispositifs tels que les modulateurs électro optiques, parce qu'ils nécessitent une modélisation multi-physique qui doit tenir compte de l'anisotropie des matériaux et de l'interaction électrique/optique générée par l'effet Pockels. Dans le chapitre III, nous avons élaboré un premier outil de modélisation permettant d'obtenir les constantes de propagation et les profils de toutes les composantes du champ électrique et de l'induction magnétique (Full Vectoriel) des modes optiques qui se propagent dans un guide anisotrope avec des termes non diagonaux non nuls (full anisotrope). La validation de cette outil par rapport à la littérature, nous a permis de mettre en évidence le fait que les outils commerciaux utilisent des schémas de discrétisation ou des artifices qui consistent à remplacer l'indice de réfraction des matériaux à leurs frontière par un indice moyen des deux matériaux adjacents de manière à obtenir un gradient d'indice qui permet de lisser les discontinuités des composantes normales aux surfaces du champ électrique,

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

afin d'obtenir des algorithmes plus stables. Dans le cas des guides à fort contraste d'indice de réfraction, cette approximation conduit à une erreur sur la détermination de l'indice effectif du mode guidé qui porte sur la troisième décimale.

La modélisation multi-physique a nécessité la mise en place d'un solveur de Laplace basé sur une approximation quasi-statique pour calculer la répartition du champ électrique d'une onde électrique se propageant dans des électrodes RF, ce qui permet d'obtenir la variation locale de l'indice de réfraction de la couche active induite par l'effet Pockels et d'évaluer les performances du modulateur. Une structure originale de guide slot en arête a été proposée qui permet d'une part de maximiser la puissance optique du mode guidé dans la couche active du BTO à plus faible indice de réfraction et d'autre part de résoudre les difficultés d'intégration que posent ces nouveaux matériaux dans un procédé technologique compatible CMOS. L'optimisation de cette nouvelle configuration de modulateur tant du point de vue optique que RF a fait l'objet de la fin du chapitre III. Les performances attendues de ce dispositif en terme de variation de l'indice effectif du mode guidé sont comparables aux meilleurs modulateurs réalisés en photonique sur silicium conventionnelle (de l'ordre de 10^{-3}). L'effet Pockels doit permettre d'obtenir théoriquement une rapidité plus importante et une consommation plus faible qu'il ne sera possible d'évaluer qu'avec la réalisation d'un premier dispositif.

La conception des briques de bases d'optique intégrée nécessaires à la réalisation d'un modulateur d'intensité de type Mach-Zehnder ou résonateur en anneau a nécessité le développement d'outil de modélisation sur les virages, avec le développement d'un solveur de modes en coordonnées cylindriques FVFA (Full Vectorial Full Anisotrope), et un logiciel basé sur un algorithme de raccordement des modes locaux (MMM pour Mode Matching Method), qui nous a permis d'optimiser des diviseurs de faisceaux et des coupleurs directionnels dans le chapitre IV. L'apport de ce travail de thèse a été de montrer qu'il est possible de réaliser des virages en arête compactes avec de très faibles pertes de l'ordre de 0.1 dB/90° et ceci grâce au logiciel de simulation que l'on a élaboré et qui permet d'obtenir un calcul précis des pertes de rayonnement. L'analyse des phénomènes de pertes dans les guides en arête, nous a permis de fournir une interprétation physique expliquant la réduction des pertes globales avec la diminution du rayon de courbure des virages. Nous avons également élaboré une stratégie permettant de concevoir des diviseurs de faisceaux de type MMI très compactes et insensible à la polarisation.

La validation expérimentale des concepts développés dans les chapitres III en ce qui concerne la différence entre les valeurs des indices effectifs obtenues avec le solveur de modes développé dans cette thèse et les outils commerciaux, et dans le chapitre IV pour la réalisation de virages en arête à faibles pertes a été réalisée dans le chapitre V avec des dispositifs réalisés sur substrats SOI standards. Des premières réalisations de guides a-Si:H et de guides slot en arête ont également été démontrés. Cependant, les pertes des guides slot BTO restent encore trop élevées (de l'ordre de 80 dB/cm) pour envisager la réalisation de modulateurs intégrés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Perspectives

Des études sont actuellement en cours pour améliorer la qualité du matériau BTO afin de réduire les pertes de propagation des guides. Les outils de modélisation ont été utilisés pour concevoir des modulateurs électro-optique, mais ils sont suffisamment versatiles pour concevoir d'autres type de fonctions actives optiques telles que la conversion de polarisation pour la réalisation de modulateurs de polarisation ou la réalisation de mémoires optiques en utilisant les propriétés d'hystérésis des oxydes fonctionnels. L'ajout de modèles physiques permettant de prendre en compte des effets non-linéaires comme l'effet Kerr optique ou la conversion de longueurs d'onde permettra de concevoir d'autres composants originaux pour le traitement tout optique de l'information.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Liste des publications

1) Revues internationales à comité de lecture

X. Hu, S. Cueff, P. Rojo Romeo, and R. Orobtchouk, "Modeling the anisotropic electro-optic interaction in hybrid silicon-ferroelectric optical modulator," Optics Express, Vol. 23 Issue 2, pp.1699-1714 (2015).

A.Brimont, **X. Hu**, S. Cueff, P. Rojo Romeo, G. Saint Girons, A. Griol, A. Zanzi, P. Sanchis, R. Orobtchouk, "Low-loss and compact silicon rib waveguide bends", soumis à Optics Letters.

2) Conférences internationales à comité de lecture

P. Rojo Romeo, **X. Hu**, S. Cueff, R. Orobtchouk, B. Vilquin, R. Bachelet, G. Grenet, C. Dubourdieu, P. Regreny, G. Saint-Girons, P. Castera, A.M. Gutierrez, N. Sanchez, T. Angelova, P. Sanchis, S. Abel, J. Fompeyrine, "Integration of functional oxides on SOI for agile silicon photonics," 17th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), Budapest, Hungary, July 5-9, 2015 (invité).

X. Hu, R. Orobtchouk, S. Cueff, P. Rojo Romeo, P. Regreny, R. Bachelet, L. Mazet, L. Louahadj, R. Moalla, C. Dubourdieu, B. Vilquin, G. Saint Girons, P. Castera, N. Sanchez, T. Angelova, A. Griol, A. M. Gutierrez, and P. Sanchis, "Slot waveguide electro-optic modulator with ferroelectric oxide BaTiO3 on silicon," IEEE 11th International Conference on Group IV Photonics, Paris, August 2014.

P. Sanchis, L. Sanchez, P. Castera, A. Rosa, A. M. Gutierrez, A. Brimont, G. Saint-Girons, R. Orobtchouk, S. Cueff, P. Rojo-Romeo, R. Bachelet , P. Regreny, B. Vilquin, C. Dubourdieu, X. Letartre, G. Grenet, J. Penuelas, **X. Hu**, L. Louahadj, J.-P. Locquet, L. Zimmermann, C. Marchiori, S. Abel, J. Fompeyrine, and A. Hakansson, "Silicon CMOS compatible transition metal dioxide technology for boosting highly integrated photonic devices with disruptive performance," 16th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), Graz, July 2014. (invité)

S. Cueff, **X. Hu**, R. Orobtchouk, P. Rojo-Romeo, R. Bachelet, P. Regreny, B. Vilquin, L. Louahadj, L. Mazet, G. Grenet, J. Penuelas, C. Dubourdieu, C. Botella, X. Letartre and G. Saint-Girons, P. Castera, N. Sanchez, T. Angelova, L. Bellieres, A. Griol, F. Lopez-Royo, A. M. Gutierrez, P. Sanchis, "Electro-optic modulation using hybrid silicon-ferroelectric oxide slot waveguide", OXYFUN Workshop, Meudon Bellevue, December 2014.

S. Cueff, **X. Hu**, R. Orobtchouk, P. Rojo Romeo, R. Bachelet, B. Vilquin, M. Hayes, C. Dubourdieu, P. Regreny, G. Grenet, G. Saint-Girons, P. Castera, N. Sanchez, T. Angelova, L. Bellieres, A. Griol, F. López, A. M. Gutierrez, P. Sanchis, "Electro-optic modulation with

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

functional oxides monolithically integrated on silicon", Silicon Photonics Summer School organized by PLAT4M project, Ghent, June 29-July 4, 2014.

X. Hu, R. Orobtchouk, "Full-vectorial finite-differece analysis of ferroelectric BaTiO3 device", The XXII International Workshop on Optical Wave & Waveguide Theory and Numerical Modelling, Nice, June 2014

X. Hu, R. Orobtchouk, P. Rojo Romeo, and G. G. Saint Girons, "Slot waveguide electro-optic modulator with ferroelectric oxides BaTiO3," 6th Mediterranean Conference on Nano-Photonics MediNano-6, Lyon, Octobre 2013.

R. Orobtchouk, P. Labeye, **X. Hu**, S. Malhouitre, P. Grosse, and J.M. Fedeli, "Design, realization, and characterization of a silicon photonics coherent mixer for PDM-QPSK optical communications," Photonics Europeen Optical Society Annual Meeting TOM 2-Silicon, Scotland, September 2012.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe 1

$$a_{xx}^{P}=k_0^2\mu_{xx}^{P}-\left(\frac{s\left(\varepsilon_{zz}^{-1N}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{n^2(n+s)}+\frac{n\left(\varepsilon_{zz}^{-1S}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{s^2(n+s)}-\frac{4(n-s)^2\varepsilon_{zz}^{-1P}}{n^2s^2}\right)-\frac{(e-w).(n-s)\mu_{xx}^{P}\varepsilon_{yx}^{-1P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}$$
$$+\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yx}^{P}\varepsilon_{yx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{P}\varepsilon_{yy}^{-1P}+\frac{(e-w).(n-s)\mu_{yx}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}.$$

$$a_{xx}^{W}=-\frac{e.(n-s)\mu_{xx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P}\right)}-\frac{e-w}{w^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{W}\varepsilon_{yy}^{-1P}+\frac{e.(n-s)\mu_{yx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{yy}^{-1P}.$$

$$a_{xx}^{E}=\frac{w.(n-s)\mu_{xx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{E}\varepsilon_{yy}^{-1P}-\frac{w.(n-s)\mu_{yx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{yy}^{-1P}.$$

$$a_{xx}^{S}=\left(\frac{n\left(\varepsilon_{zz}^{-1S}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{s^2(n+s)}-\frac{4(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{s^2(n+s)}\right)-\frac{n.(e-w)\mu_{xx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{yx}^{-1P}-\left(\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)}-\frac{n-s}{s^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yx}^{S}\varepsilon_{yx}^{-1P}$$
$$+\frac{n.(e-w)\mu_{yx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}.$$

$$a_{xx}^{N}=\left(\frac{s\left(\varepsilon_{zz}^{-1N}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{n^2(n+s)}+\frac{4(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}b_{ij}^{P}}{n^2(n+s)}\right)+\frac{s.(e-w)\mu_{xx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{yx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{n-s}{n^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yx}^{N}\varepsilon_{yx}^{-1P}-\frac{s.(e-w)\mu_{yx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}.$$

$$a_{xx}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\varepsilon_{yx}^{-1P}\frac{w.s.\mu_{xx}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{N}}+\varepsilon_{yy}^{-1P}\frac{w.s.\mu_{yx}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{E}}\right).$$

$$a_{xx}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\varepsilon_{yx}^{-1P}\frac{w.n.\mu_{xx}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{S}}-\varepsilon_{yy}^{-1P}\frac{w.n.\mu_{yx}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{E}}\right).$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_{xx}^{NW} = \frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\varepsilon_{yx}^{-1P}\frac{e.s.\mu_{xx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{N}} - \varepsilon_{yy}^{-1P}\frac{e.s.\mu_{yx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{W}}\right).$$

$$a_{xx}^{SW} = \frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\varepsilon_{yx}^{-1P}\frac{e.n.\mu_{xx}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{S}} + \varepsilon_{yy}^{-1P}\frac{e.n.\mu_{yx}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{W}}\right).$$

$$\begin{aligned} a_{xy}^{P} = {} & k_0^2\mu_{xy}^{P} - \frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e.w.n.s} - \frac{(e-w).(n-s)\mu_{xy}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yx}^{-1P} \\ & + \left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{4n}{s^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{(n-s)^2}{n^2s^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{P}\varepsilon_{yx}^{-1P} \\ & - \left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{4e}{w^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{(e-w)^2}{e^2w^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{P}\varepsilon_{yy}^{-1P} + \frac{(e-w).(n-s)\mu_{yy}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{xy}^{W} = {} & -\frac{e.(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{w.n.s.(e+w)} - \frac{e.(n-s)\mu_{xy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yx}^{-1P} + \left(\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P}\right)} - \frac{e-w}{w^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{W}\varepsilon_{yy}^{-1P} \\ & + \frac{e.(n-s)\mu_{yy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{yy}^{-1P}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{xy}^{E} = {} & \frac{w.(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e.n.s.(e+w)} + \frac{w.(n-s)\mu_{xy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yx}^{-1P} + \left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{e-w}{e^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{E}\varepsilon_{yy}^{-1P} \\ & - \frac{w.(n-s)\mu_{yy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{yy}^{-1P}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{xy}^{S} = {} & -\frac{n.(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1S}}{e.w.s.(n+s)} - \frac{n.(e-w)\mu_{xy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{yx}^{-1P} - \left(\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)} - \frac{n-s}{s^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{S}\varepsilon_{yx}^{-1P} \\ & + \frac{n.(e-w)\mu_{yy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{xy}^{N} = {} & \frac{s.(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1N}}{e.w.n.(n+s)} + \frac{s.(e-w)\mu_{xy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{yx}^{-1P} - \left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)} + \frac{n-s}{n^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{N}\varepsilon_{yx}^{-1P} \\ & - \frac{s.(e-w)\mu_{yy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{yy}^{-1P}. \end{aligned}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_{xy}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.s.\varepsilon_{zz}^{-1N}}{e.n}-\frac{w.s.\mu_{xy}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{yx}^{-1P}+\frac{w.s.\mu_{yy}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{yy}^{-1P}\right).$$

$$a_{xy}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.n.\varepsilon_{zz}^{-1S}}{e.s}+\frac{w.n.\mu_{xy}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{yx}^{-1P}-\frac{w.n.\mu_{yy}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{yy}^{-1P}\right).$$

$$a_{xy}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.s.\varepsilon_{zz}^{-1N}}{w.n}+\frac{e.s.\mu_{xy}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{yx}^{-1P}-\frac{e.s.\mu_{yy}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{yy}^{-1P}\right).$$

$$a_{xy}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{e.n.\varepsilon_{zz}^{-1S}}{w.s}-\frac{e.n.\mu_{xy}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{yx}^{-1P}+\frac{e.n.\mu_{yy}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{yy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yx}^{P}=k_0^2\mu_{yx}^{P}-\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e.w.n.s}+\frac{(e-w).(n-s)\mu_{xx}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P})}+\frac{4n}{s^2(n+s)(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P})}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yx}^{P}\varepsilon_{xx}^{-1P}.$$

$$a_{yx}^{W}=-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1W}}{w.n.s.(e+w)}+\frac{e.(n-s)\mu_{xx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\left(\frac{4e}{w^2(e+w)(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P})}-\frac{e-w}{w^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{W}\varepsilon_{xy}^{-1P}$$
$$-\frac{e.(n-s)\mu_{yx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

$$a_{yx}^{E}=\frac{w.(n-s)\varepsilon_{zz}^{-1E}}{e.n.s.(e+w)}-\frac{w.(n-s)\mu_{xx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P})}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{E}\varepsilon_{xy}^{-1P}$$
$$+\frac{w.(n-s)\mu_{yx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

$$a_{yx}^{S}=-\frac{n.(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e.w.s.(n+s)}+\frac{n.(e-w)\mu_{xx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4n}{s^2(n+s)(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P})}-\frac{n-s}{s^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{-1P}$$
$$-\frac{n.(e-w)\mu_{yx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

$$a_{yx}^{N}=\frac{s.(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e.w.n.(n+s)}-\frac{s.(e-w)\mu_{xx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4s}{n^2(n+s)(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P})}+\frac{n-s}{n^2(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yx}^{N}\varepsilon_{xx}^{-1P}$$
$$+\frac{s.(e-w)\mu_{yx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_{yx}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.s.\varepsilon_{zz}^{-1E}}{e.n}+\frac{w.s.\mu_{xx}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\mu_{yx}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yx}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.n.\varepsilon_{zz}^{-1E}}{e.s}-\frac{w.n.\mu_{xx}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\mu_{yx}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yx}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.s.\varepsilon_{zz}^{-1W}}{w.n}-\frac{e.s.\mu_{xx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\frac{e.s.\mu_{yx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yx}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.s.\varepsilon_{zz}^{-1W}}{w.n}-\frac{e.s.\mu_{xx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\frac{e.s.\mu_{yx}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$\begin{aligned}a_{yy}^{P}=k_0^2\mu_{yy}^{P}&-\left(\frac{w\left(\varepsilon_{zz}^{-1E}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{e^2(e+w)}+\frac{e\left(\varepsilon_{zz}^{-1W}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{w^2(e+w)}-\frac{4(e-w)^2\varepsilon_{zz}^{-1P}}{e^2w^2}\right)+\frac{(e-w).(n-s)\mu_{xy}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{P}\varepsilon_{xx}^{-1P}\\&+\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{W}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{P}\varepsilon_{xy}^{-1P}-\frac{(e-w).(n-s)\mu_{yy}^{P}}{e.w.n.s.\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{yy}^{W}=&\left(\frac{e\left(\varepsilon_{zz}^{-1W}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{w^2(e+w)}-\frac{4(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{w^2(e+w)}\right)-\frac{e.(n-s)\mu_{xy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{E}\varepsilon_{xy}^{-1P}-\frac{e.(n-s)\mu_{yy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{yy}^{E}=&\left(\frac{e\left(\varepsilon_{zz}^{-1W}+\varepsilon_{zz}^{-1P}\right)}{w^2(e+w)}-\frac{4(e-w)\varepsilon_{zz}^{-1P}}{w^2(e+w)}\right)+\frac{w.(n-s)\mu_{xy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\mu_{zz}^{E}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{E}\varepsilon_{xy}^{-1P}-\frac{w.(n-s)\mu_{yy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.\end{aligned}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_{yy}^{S}=\frac{n.(e-w)\mu_{xy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4n}{s^{2}(n+s)\left(\mu_{zz}^{S}+\mu_{zz}^{P}\right)}-\frac{n-s}{s^{2}(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{S}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\frac{n.(e-w)\mu_{yy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

$$a_{yy}^{N}=-\frac{s.(e-w)\mu_{xy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)\left(\mu_{zz}^{N}+\mu_{zz}^{P}\right)}+\frac{n-s}{n^{2}(n+s)\mu_{zz}^{P}}\right)\mu_{yy}^{N}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\frac{s.(e-w)\mu_{yy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\mu_{zz}^{P}}\varepsilon_{xy}^{-1P}.$$

$$a_{yy}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.\mu_{xy}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\mu_{yy}^{NE}}{e.n.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yy}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.n.\mu_{xy}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\frac{w.n.\mu_{yy}^{SE}}{e.s.\mu_{zz}^{E}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yy}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{e.s.\mu_{xy}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{N}}\varepsilon_{xx}^{-1P}+\frac{e.s.\mu_{yy}^{NW}}{w.n.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

$$a_{yy}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.n.\mu_{xy}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{S}}\varepsilon_{xx}^{-1P}-\frac{e.n.\mu_{yy}^{SW}}{w.s.\mu_{zz}^{W}}\varepsilon_{xy}^{-1P}\right).$$

et

$$\begin{aligned}b_{xx}^{P}=k_{0}^{2}\varepsilon_{xx}^{P}&-\left(\frac{s\left(\mu_{zz}^{-1N}+\mu_{zz}^{-1P}\right)}{n^{2}(n+s)}+\frac{n\left(\mu_{zz}^{-1S}+\mu_{zz}^{-1P}\right)}{s^{2}(n+s)}-\frac{4(n-s)^{2}\mu_{zz}^{-1P}}{n^{2}s^{2}}\right)-\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{xx}^{P}\mu_{yx}^{-1P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\\&+\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{4n}{s^{2}(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{(n-s)^{2}}{n^{2}s^{2}\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{P}\mu_{yx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4w}{e^{2}(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{4e}{w^{2}(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{(e-w)^{2}}{e^{2}w^{2}\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{P}\mu_{yy}^{-1P}+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{yx}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}.\end{aligned}$$

$$b_{xx}^{W}=-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{xx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4e}{w^{2}(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}-\frac{e-w}{w^{2}(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{W}\mu_{yy}^{-1P}+\frac{e.(n-s)\varepsilon_{yx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{xx}^{E}=\frac{w.(n-s)\varepsilon_{xx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4w}{e^{2}(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{e-w}{e^{2}(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{E}\mu_{yy}^{-1P}-\frac{w.(n-s)\varepsilon_{yx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

$$b_{xx}^{S}=\left(\frac{n\left(\mu_{zz}^{-1S}+\mu_{zz}^{-1P}\right)}{s^{2}(n+s)}-\frac{4(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{s^{2}(n+s)}\right)-\frac{n.(e-w)\varepsilon_{xx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4n}{s^{2}(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}-\frac{n-s}{s^{2}(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{S}\mu_{yx}^{-1P}+\frac{n.(e-w)\varepsilon_{yx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

$$b_{xx}^{N}=\left(\frac{s\left(\mu_{zz}^{-1N}+\mu_{zz}^{-1P}\right)}{n^{2}(n+s)}+\frac{4(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{n^{2}(n+s)}\right)+\frac{s.(e-w)\varepsilon_{xx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{n-s}{n^{2}(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{N}\mu_{yx}^{-1P}-\frac{s.(e-w)\varepsilon_{yx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

$$b_{xx}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\mu_{yx}^{-1P}\frac{w.s.\varepsilon_{xx}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{N}}+\mu_{yy}^{-1P}\frac{w.s.\varepsilon_{yx}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{E}}\right).$$

$$b_{xx}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\mu_{yx}^{-1P}\frac{w.n.\varepsilon_{xx}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{S}}-\mu_{yy}^{-1P}\frac{w.n.\varepsilon_{yx}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{E}}\right).$$

$$b_{xx}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\mu_{yx}^{-1P}\frac{e.s.\varepsilon_{xx}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{N}}-\mu_{yy}^{-1P}\frac{e.s.\varepsilon_{yx}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{W}}\right).$$

$$b_{xx}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\mu_{yx}^{-1P}\frac{e.n.\varepsilon_{xx}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{S}}+\mu_{yy}^{-1P}\frac{e.n.\varepsilon_{yx}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{W}}\right).$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{xy}^{P}=k_0^2\varepsilon_{xy}^{P}-\frac{(e-w).(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{e.w.n.s}-\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{xy}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$+\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{P}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{P}\mu_{yy}^{-1P}+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{yy}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}$$
$$-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{P}\mu_{yy}^{-1P}+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{yy}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}$$

$$b_{xy}^{W}=-\frac{e.(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{w.n.s.(e+w)}-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{xy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4e}{w^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}-\frac{e-w}{w^2(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{W}\mu_{yy}^{-1P}$$
$$+\frac{e.(n-s)\varepsilon_{yy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

$$b_{xy}^{E}=\frac{w.(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{e.n.s.(e+w)}+\frac{w.(n-s)\varepsilon_{xy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yx}^{-1P}+\left(\frac{4w}{e^2(e+w)\left(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{E}\mu_{yy}^{-1P}$$
$$-\frac{w.(n-s)\varepsilon_{yy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{yy}^{-1P}.$$

$$b_{xy}^{S}=-\frac{n.(e-w)\mu_{zz}^{-1S}}{e.w.s.(n+s)}-\frac{n.(e-w)\varepsilon_{xy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{yx}^{-1P}-\left(\frac{4n}{s^2(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}-\frac{n-s}{s^2(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{S}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$+\frac{n.(e-w)\varepsilon_{yy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}.$$
$$b_{xy}^{N}=\frac{s.(e-w)\mu_{zz}^{-1N}}{e.w.n.(n+s)}+\frac{s.(e-w)\varepsilon_{xy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{yx}^{-1P}-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)\left(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P}\right)}+\frac{n-s}{n^2(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{N}\mu_{yx}^{-1P}$$
$$-\frac{s.(e-w)\varepsilon_{yy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{yy}^{-1P}\ .$$

$$b_{xy}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.s.\mu_{zz}^{-1N}}{e.n}-\frac{w.s.\varepsilon_{xy}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{yx}^{-1P}+\frac{w.s.\varepsilon_{yy}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{yy}^{-1P}\right).$$

$$b_{xy}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.n.\mu_{zz}^{-1S}}{e.s}+\frac{w.n.\varepsilon_{xy}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{yx}^{-1P}-\frac{w.n.\varepsilon_{yy}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{yy}^{-1P}\right).$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{xy}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.s.\mu_{zz}^{-1N}}{w.n}+\frac{e.s.\varepsilon_{xy}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{yx}^{-1P}-\frac{e.s.\varepsilon_{yy}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{yy}^{-1P}\right).$$

$$b_{xy}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{e.n.\mu_{zz}^{-1S}}{w.s}-\frac{e.n.\varepsilon_{xy}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{yx}^{-1P}+\frac{e.n.\varepsilon_{yy}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{yy}^{-1P}\right).$$

$$\begin{aligned}b_{yx}^{P}&=k_0^2\varepsilon_{yx}^{P}-\frac{(e-w).(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{e.w.n.s}+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{xx}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{4n}{s^2(n+s)(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{P}\mu_{xx}^{-1P}\\&+\left(\frac{4w}{e^2(e+w)(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{4e}{w^2(e+w)(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{(e-w)^2}{e^2w^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\mu_{xy}^{-1P}\\&-\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{yx}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_{yx}^{P}&=k_0^2\varepsilon_{yx}^{P}-\frac{(e-w).(n-s)\mu_{zz}^{-1P}}{e.w.n.s}+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{xx}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}\\&-\left(\frac{4s}{n^2(n+s)(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{4n}{s^2(n+s)(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{(n-s)^2}{n^2s^2\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{P}\mu_{xx}^{-1P}\end{aligned}$$

$$b_{yx}^{W}=-\frac{e.(n-s)\mu_{zz}^{-1W}}{w.n.s.(e+w)}+\frac{e.(n-s)\varepsilon_{xx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}-\left(\frac{4e}{w^2(e+w)(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P})}-\frac{e-w}{w^2(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{W}\mu_{xy}^{-1P}$$
$$-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{yx}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yx}^{E}=\frac{w.(n-s)\mu_{zz}^{-1E}}{e.n.s.(e+w)}-\frac{w.(n-s)\varepsilon_{xx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}-\left(\frac{4w}{e^2(e+w)(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{e-w}{e^2(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xx}^{E}\mu_{xy}^{-1P}$$
$$+\frac{w.(n-s)\varepsilon_{yx}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yx}^{S}=-\frac{n.(e-w)\mu_{zz}^{-1P}}{e.w.s.(n+s)}+\frac{n.(e-w)\varepsilon_{xx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4n}{s^2(n+s)(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P})}-\frac{n-s}{s^2(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\mu_{xx}^{-1P}$$
$$-\frac{n.(e-w)\varepsilon_{yx}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{yx}^{N}=\frac{s.(e-w)\mu_{zz}^{-1P}}{e.w.n.(n+s)}-\frac{s.(e-w)\varepsilon_{xx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{n-s}{n^{2}(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yx}^{N}\mu_{xx}^{-1P}$$

$$+\frac{s.(e-w)\varepsilon_{yx}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yx}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.s.\mu_{zz}^{-1E}}{e.n}+\frac{w.s.\varepsilon_{xx}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\varepsilon_{yx}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yx}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.n.\mu_{zz}^{-1E}}{e.s}-\frac{w.n.\varepsilon_{xx}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\varepsilon_{yx}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yx}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.s.\mu_{zz}^{-1W}}{w.n}-\frac{e.s.\varepsilon_{xx}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}+\frac{e.s.\varepsilon_{yx}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yx}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{e.n.\mu_{zz}^{-1W}}{w.s}+\frac{e.n.\varepsilon_{xx}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{e.n.\varepsilon_{yx}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yy}^{P}=k_{0}^{2}\varepsilon_{yy}^{P}-\left(\frac{w(\mu_{zz}^{-1E}+\mu_{zz}^{-1P})}{e^{2}(e+w)}+\frac{e(\mu_{zz}^{-1W}+\mu_{zz}^{-1P})}{w^{2}(e+w)}-\frac{4(e-w)^{2}\mu_{zz}^{-1P}}{e^{2}w^{2}}\right)+\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{xy}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}$$

$$-\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{4n}{s^{2}(n+s)(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{(n-s)^{2}}{n^{2}s^{2}\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{P}\mu_{xx}^{-1P}$$

$$+\left(\frac{4w}{e^{2}(e+w)(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{4e}{w^{2}(e+w)(\varepsilon_{zz}^{W}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{(e-w)^{2}}{e^{2}w^{2}\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{P}\mu_{xy}^{-1P}-\frac{(e-w).(n-s)\varepsilon_{yy}^{P}}{e.w.n.s.\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yy}^{W}=\left(\frac{e(\mu_{zz}^{-1W}+\mu_{zz}^{-1P})}{w^{2}(e+w)}-\frac{4(e-w)\mu_{zz}^{-1P}}{w^{2}(e+w)}\right)-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{xy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}$$

$$-\left(\frac{4w}{e^{2}(e+w)(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{e-w}{e^{2}(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{E}\mu_{xy}^{-1P}-\frac{e.(n-s)\varepsilon_{yy}^{W}}{w.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yy}^{E}=\left(\frac{e(\mu_{zz}^{-1W}+\mu_{zz}^{-1P})}{w^{2}(e+w)}-\frac{4(e-w)\mu_{zz}^{-1P}}{w^{2}(e+w)}\right)+\frac{w.(n-s)\varepsilon_{xy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xx}^{-1P}$$

$$-\left(\frac{4w}{e^{2}(e+w)(\varepsilon_{zz}^{E}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{e-w}{e^{2}(e+w)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{xy}^{E}\mu_{xy}^{-1P}-\frac{w.(n-s)\varepsilon_{yy}^{E}}{e.n.s.(e+w)\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{yy}^{S}=\frac{n.(e-w)\varepsilon_{xy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4n}{s^{2}(n+s)(\varepsilon_{zz}^{S}+\varepsilon_{zz}^{P})}-\frac{n-s}{s^{2}(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{S}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{n.(e-w)\varepsilon_{yy}^{S}}{e.w.s.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yy}^{N}=-\frac{s.(e-w)\varepsilon_{xy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}+\left(\frac{4s}{n^{2}(n+s)(\varepsilon_{zz}^{N}+\varepsilon_{zz}^{P})}+\frac{n-s}{n^{2}(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\right)\varepsilon_{yy}^{N}\mu_{xx}^{-1P}+\frac{s.(e-w)\varepsilon_{yy}^{N}}{e.w.n.(n+s)\varepsilon_{zz}^{P}}\mu_{xy}^{-1P}.$$

$$b_{yy}^{NE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{w.s.\varepsilon_{xy}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{w.s.\varepsilon_{yy}^{NE}}{e.n.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yy}^{SE}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{w.n.\varepsilon_{xy}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}+\frac{w.n.\varepsilon_{yy}^{SE}}{e.s.\varepsilon_{zz}^{E}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yy}^{NW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(-\frac{e.s.\varepsilon_{xy}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{N}}\mu_{xx}^{-1P}+\frac{e.s.\varepsilon_{yy}^{NW}}{w.n.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

$$b_{yy}^{SW}=\frac{1}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{e.n.\varepsilon_{xy}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{S}}\mu_{xx}^{-1P}-\frac{e.n.\varepsilon_{yy}^{SW}}{w.s.\varepsilon_{zz}^{W}}\mu_{xy}^{-1P}\right).$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe 2

$$a_{rrE}=\frac{4\mu_{rr}^{E}r_p^2}{e(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{E}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{r_p}{e+w}\left(\frac{2\mu_{rr}^{E}}{\mu_{\theta\theta}^{P}}+\frac{\mu_{rr}^{E}}{\mu_{\theta\theta}^{E}}\right).$$

$$a_{rrW}=\frac{4\mu_{rr}^{W}r_p^2}{w(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{W}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}-\frac{r_p}{e+w}\left(\frac{2\mu_{rr}^{W}}{\mu_{\theta\theta}^{P}}+\frac{\mu_{rr}^{W}}{\mu_{\theta\theta}^{W}}\right).$$

$$a_{rrN}=\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_p^2}{n(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{N}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}. \qquad a_{rrS}=\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_p^2}{s(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{S}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}.$$

$$a_{rrP}=-\left(\frac{4\mu_{rr}^{P}r_p^2}{e(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{E}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{4\mu_{rr}^{P}r_p^2}{w(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{W}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}\right)-\left(\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_p^2}{n(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{N}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_p^2}{n(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{S}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}\right)$$
$$+r_p^2k_0^2\varepsilon_{zz}^{P}\mu_{rr}^{P}+\frac{\mu_{rr}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{P}}.$$

$$a_{rzN}=\frac{2r_p\mu_{zz}^{N}}{(n+s)\mu_{\theta\theta}^{P}}. \qquad a_{rzN}=-\frac{2r_p\mu_{zz}^{S}}{(n+s)\mu_{\theta\theta}^{P}}.$$

$$a_{rzNE}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{zz}^{NE}}{\mu_{\theta\theta}^{E}}-\frac{\varepsilon_{zz}^{P}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{N}}\right). \qquad a_{rzSE}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{zz}^{SE}}{\mu_{\theta\theta}^{E}}-\frac{\varepsilon_{zz}^{P}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{S}}\right).$$

$$a_{rzNW}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{zz}^{NW}}{\mu_{\theta\theta}^{W}}-\frac{\varepsilon_{zz}^{P}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{N}}\right). \qquad a_{rzSW}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{zz}^{SW}}{\mu_{\theta\theta}^{W}}-\frac{\varepsilon_{zz}^{P}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{S}}\right).$$

$$a_{zzE}=\frac{4r_p^2\varepsilon_{rr}^{P}}{e(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{E}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{r_p\varepsilon_{rr}^{P}}{(e+w)\varepsilon_{\theta\theta}^{P}}. \qquad a_{zzW}=\frac{4r_p^2\varepsilon_{rr}^{P}}{w(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{W}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}-\frac{r_p\varepsilon_{rr}^{P}}{(e+w)\varepsilon_{\theta\theta}^{P}}.$$

$$a_{zzN}=\frac{4\mu_{zz}^{N}r_p^2}{n(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^{N}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}. \qquad a_{zzS}=\frac{4\mu_{zz}^{S}r_p^2}{s(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^{S}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$a_{zzP}=-\left(\frac{4r_P^2\varepsilon_{rr}^P}{e(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^E+\varepsilon_{\theta\theta}^P\right)}+\frac{4r_P^2\varepsilon_{rr}^P}{e(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^W+\varepsilon_{\theta\theta}^P\right)}\right)-\left(\frac{4\mu_{zz}^P r_P^2}{n(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^N+\mu_{\theta\theta}^P\right)}+\frac{4\mu_{zz}^P r_P^2}{s(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^S+\mu_{\theta\theta}^P\right)}\right)$$
$$+r_P^2k_0^2\varepsilon_{rr}^P\mu_{zz}^P$$

$$a_{zrN}=\left(1-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^P}\right)\frac{r_p}{(n+s)}.\qquad a_{zrS}=-\left(1-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^P}\right)\frac{r_p}{(n+s)}.$$

$$a_{zrNE}=\frac{r_P^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{rr}^{NE}}{\mu_{\theta\theta}^N}-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^E}\right).\qquad a_{zrSE}=-\frac{r_P^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{rr}^{SE}}{\mu_{\theta\theta}^S}-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^E}\right).$$

$$a_{zrNW}=-\frac{r_P^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{rr}^{NW}}{\mu_{\theta\theta}^N}-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^W}\right).\qquad a_{zrSW}=\frac{r_P^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\mu_{rr}^{SW}}{\mu_{\theta\theta}^S}-\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^W}\right).$$

$$b_{rrE}=\frac{4\varepsilon_{rr}^E r_P^2}{e(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^E+\varepsilon_{\theta\theta}^P\right)}+\frac{r_p}{e+w}\left(\frac{2\varepsilon_{rr}^E}{\varepsilon_{\theta\theta}^P}+\frac{\varepsilon_{rr}^E}{\varepsilon_{\theta\theta}^E}\right).$$

$$b_{rrW}=\frac{4\varepsilon_{rr}^W r_P^2}{w(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^P+\varepsilon_{\theta\theta}^W\right)}-\frac{r_p}{e+w}\left(\frac{2\varepsilon_{rr}^W}{\varepsilon_{\theta\theta}^P}+\frac{\varepsilon_{rr}^W}{\varepsilon_{\theta\theta}^W}\right).$$

$$b_{rrN}=\frac{4\mu_{zz}^P}{n(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^N+\mu_{\theta\theta}^P\right)}.\qquad b_{rrS}=\frac{4\mu_{zz}^P r_P^2}{s(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^S+\mu_{\theta\theta}^P\right)}.$$

$$b_{rrP}=r_P^2k_0^2\varepsilon_{rr}^P\mu_{zz}^P+\frac{\varepsilon_{rr}^P}{\varepsilon_{\theta\theta}^P}-\left(\frac{4\varepsilon_{rr}^P r_P^2}{e(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^E+\varepsilon_{\theta\theta}^P\right)}+\frac{4\varepsilon_{rr}^P r_P^2}{w(e+w)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^P+\varepsilon_{\theta\theta}^W\right)}\right)$$
$$-\left(\frac{4\mu_{zz}^P r_P^2}{n(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^N+\mu_{\theta\theta}^P\right)}+\frac{4\mu_{zz}^P r_P^2}{s(n+s)\left(\mu_{\theta\theta}^S+\mu_{\theta\theta}^P\right)}\right).$$

$$b_{rzN}=\frac{2r_p\varepsilon_{zz}^N}{(n+s)\varepsilon_{\theta\theta}^P}.\qquad b_{rzN}=-\frac{2r_p\varepsilon_{zz}^S}{(n+s)\varepsilon_{\theta\theta}^P}.$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$b_{rzNE}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{zz}^{NE}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{E}}-\frac{\mu_{zz}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{N}}\right).\qquad b_{rzNE}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{zz}^{NE}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{E}}-\frac{\mu_{zz}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{N}}\right).$$

$$b_{rzSE}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{zz}^{SE}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{E}}-\frac{\mu_{zz}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{S}}\right).$$

$$b_{rzNW}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{zz}^{NW}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{W}}-\frac{\mu_{zz}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{N}}\right).\qquad b_{rzSW}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{zz}^{SW}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{W}}-\frac{\mu_{zz}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{S}}\right).$$

$$b_{zzE}=\frac{4\mu_{rr}^{P}r_P^2}{e(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{E}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{r_p\mu_{rr}^{P}}{(e+w)\mu_{\theta\theta}^{P}}.\quad b_{zzW}=\frac{4\mu_{rr}^{P}r_P^2}{w(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{W}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}-\frac{r_p\mu_{rr}^{P}}{(e+w)\mu_{\theta\theta}^{P}}.$$

$$b_{zzN}=\frac{4\varepsilon_{zz}^{N}r_P^2}{n(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{N}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}.\qquad b_{zzS}=\frac{4\varepsilon_{zz}^{S}r_P^2}{s(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{P}+\varepsilon_{\theta\theta}^{S}\right)}.$$

$$b_{zzP}=-\left(\frac{4\mu_{rr}^{P}r_P^2}{e(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{E}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{4\mu_{rr}^{P}r_P^2}{w(e+w)\left(\mu_{\theta\theta}^{W}+\mu_{\theta\theta}^{P}\right)}\right)-\left(\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_P^2}{n(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{N}+\varepsilon_{\theta\theta}^{P}\right)}+\frac{4\varepsilon_{zz}^{P}r_P^2}{s(n+s)\left(\varepsilon_{\theta\theta}^{P}+\varepsilon_{\theta\theta}^{S}\right)}\right)$$
$$+r_p^2k_0^2\varepsilon_{zz}^{P}\mu_{rr}^{P}.$$

$$b_{zrNE}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{rr}^{NE}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{N}}-\frac{\mu_{rr}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{E}}\right).\qquad b_{zrNW}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{rr}^{NW}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{N}}-\frac{\mu_{rr}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{W}}\right).$$

$$b_{zrSE}=-\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{rr}^{SE}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{S}}-\frac{\mu_{rr}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{E}}\right).\qquad b_{zrSW}=\frac{r_p^2}{(e+w)(n+s)}\left(\frac{\varepsilon_{rr}^{SW}}{\varepsilon_{\theta\theta}^{S}}-\frac{\mu_{rr}^{P}}{\mu_{\theta\theta}^{W}}\right).$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0083/these.pdf
© [X. Hu], [2015], INSA de Lyon, tous droits réservés